



HAL
open science

Interaction son-vorticité et retournement temporel, des outils pour la caractérisation acoustique d'écoulements tourbillonnaires

Sébastien Manneville

► **To cite this version:**

Sébastien Manneville. Interaction son-vorticité et retournement temporel, des outils pour la caractérisation acoustique d'écoulements tourbillonnaires. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2000. Français. NNT : . tel-00002952

HAL Id: tel-00002952

<https://theses.hal.science/tel-00002952>

Submitted on 4 Jun 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'Université Paris 7 - Denis Diderot

U.F.R. de Physique

Présentée par :

Sébastien MANNEVILLE

Interaction son-vorticité et retournement temporel,
des outils pour la caractérisation acoustique
d'écoulements tourbillonnaires

Pour l'obtention du titre de Docteur de l'Université Paris 7

Spécialité : Physique des Liquides

Soutenue le 9 Juin 2000 devant le jury composé de :

MM.	A. Arneodo	Examineur
	C. Baudet	Rapporteur
	Ph. Blanc-Benon	Examineur
	Y. Couder	Président
	M. Fink	Directeur de thèse
	S. Fauve	Examineur
	J.-F. Pinton	Rapporteur
	J.-E. Wesfreid	Examineur

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé sous la direction de Mathias Fink au Laboratoire Ondes et Acoustique de l'École Supérieure de Physique et Chimie Industrielles. Mes premiers remerciements s'adressent naturellement à Mathias Fink pour son accueil dans un laboratoire particulièrement jeune et dynamique. Pendant trois ans, il a su m'orienter, m'encourager et me suggérer des nouvelles collaborations ainsi que de précieuses idées d'expériences.

Je tiens à remercier Yves Couder qui a bien voulu présider le jury. Les discussions que j'ai pu avoir avec lui ou les membres de son équipe se sont toujours avérées riches d'enseignements. Christophe Baudet et Jean-François Pinton ont accepté d'être rapporteurs de ce travail : je les remercie pour leurs remarques constructives sur le manuscrit et pour l'intérêt qu'ils ont porté aux résultats expérimentaux comme aux simulations numériques.

Je suis également vivement reconnaissant à Alain Arneodo, Philippe Blanc-Benon, Stefan Fauve et Eduardo Wesfreid d'être venus compléter ce jury. Par son accueil répété au sein de son équipe bordelaise du Centre de Recherche Paul Pascal, par son enthousiasme sans borne pour l'analyse en ondelettes et la turbulence, Alain Arneodo a su me faire partager sa passion pour la recherche. Sans Eduardo Wesfreid, qui a bien voulu mettre à ma disposition une partie de son matériel et de ses locaux au Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes de l'ESPCI, bon nombre des mesures acoustiques présentées ici n'auraient pu voir le jour.

J'adresse aussi de sincères remerciements à toutes les personnes que j'ai côtoyées au cours de ces trois années au LOA et avec qui j'ai pu collaborer, discuter, échanger des idées... En particulier, cette thèse doit énormément à mon illustre prédécesseur, Philippe Roux, sans qui l'interaction son-vorticité n'aurait sans doute jamais pénétré au LOA. La plupart de mes résultats expérimentaux se trouvaient déjà en germe dans sa thèse. En stimulant de nombreuses discussions et nouvelles idées, Agnès Maurel a suivi de près l'évolution de mon travail. Elle est à l'origine de notre fructueuse collaboration avec l'équipe d'Eduardo Wesfreid. Je tiens à remercier particulièrement Philippe Petitjeans pour son accueil chaleureux au Laboratoire PMMH et pour l'intérêt qu'il a porté à nos méthodes de mesures acoustiques. Il m'a toujours laissé un accès total à des dispositifs hydrodynamiques complexes dont ses stagiaires et thésards, Jean-Henri Robres et Frédéric Bottausci, détiennent tous les secrets. Ce sont eux qui ont rendu possible l'acquisition des données des chapitres 3 et 4. Qu'ils en soient ici chaleureusement remerciés.

Les simulations numériques présentées dans la seconde partie de ce manuscrit sont le fruit de collaborations développées au sein du laboratoire avec Claire Prada, Philippe Roux et Mickaël Tanter. Laurent Sandrin a bien voulu m'initier aux techniques d'imagerie acoustique par intercorrélation de speckle. Je les remercie tous les quatre pour m'avoir confié de larges parties de leurs codes et de leurs outils numériques, pour leur compétences en programmation et pour le temps qu'ils ont consacré à la relecture de ce manuscrit. Au-delà de leurs connaissances scientifiques ou informatiques, la disponibilité de Laurent et Mickaël, leur gentillesse et leur générosité m'ont beaucoup touché et enrichi.

Un grand merci aux autres chercheurs du LOA, les plus jeunes, Stefan Catheline, Arnaud Derode, Christian Dorme et Ros Kiri Ing, comme ceux de la première heure, Jean-Louis Thomas, Vincent Gibiat, Didier Cassereau et François Wu, sans oublier Daniel Royer et Eugène Dieulesaint. Merci aussi aux ateliers de mécanique du LOA et du Laboratoire PMMH, en particulier à Michel Parise et à Denis Vallet. Merci encore aux thésards, anciens ou modernes, que je n'ai pas encore cités, Véronique Miette, Arnaud Tourin, Julien de Rosny, Stéphane Komilikis, Estelle Kerbrat, Jean-François Aubry, Christophe Barrière, Sylvain Yon et Dominique Clorennec, à notre secrétaire Lina Jegam, à tous les stagiaires qui se sont succédés au laboratoire, dont les militaires Nicolas Mordant, Aymeric Peyre et Yoël Forterre, tous de première classe. Merci pour les coups de pouce lors des déménagements du matériel électronique d'un laboratoire à l'autre. Merci pour l'ambiance décontractée et le dynamisme exceptionnel du LOA. Merci aussi à Anne-Sophie et Régis Wunenburger pour l'amitié qu'ils m'ont témoigné en m'hébergeant régulièrement à Bordeaux.

Je remercie enfin mes parents et mes proches pour leur présence, leur soutien et leur enthousiasme concernant mon travail durant ces trois années de thèse.

Table des matières

1	Introduction : le couplage hydro-acoustique	7
1.1	Pourquoi et comment caractériser un tourbillon?	7
1.1.1	Importance des écoulements tourbillonnaires	7
1.1.2	Vortex, structures cohérentes et turbulence	11
1.1.3	Méthodes de mesure en hydrodynamique	13
1.2	L'interaction son-écoulement	16
1.2.1	Les différentes interactions dans un fluide	16
1.2.2	Propagation du son dans un écoulement	17
1.3	Objectifs et plan du travail	22
I	Le “double miroir à retournement temporel”, un nouvel instrument de mesure en hydrodynamique	23
2	Mesures de vorticité par retournement temporel	24
2.1	Principe de la mesure	24
2.1.1	Mesurer la déformation d'un front d'onde	25
2.1.2	Transmissions réciproques	26
2.1.3	Le “double miroir à retournement temporel”	27
2.2	Mise en œuvre expérimentale sur un “grand” vortex	32
2.2.1	Acquisition des données acoustiques	32
2.2.2	Dispositif expérimental du “grand” vortex	35
2.2.3	Premières mesures	37
2.3	Traitement des données acoustiques	41
2.3.1	Mesures d'intensité moyenne	42
2.3.2	Un algorithme de reconstruction de u_θ	43
2.3.3	Comparaison avec des simulations numériques FLUENT	46
2.4	Caractérisation de la mesure	47
2.4.1	Bruit ou instationnarité?	48

2.4.2	Influence des paramètres acoustiques sur le bruit	52
2.4.3	Influence de l'onde incidente sur la mesure	56
3	Caractérisation dynamique d'un vortex étiré dans un canal hydrodynamique	62
3.1	Dispositif expérimental	62
3.1.1	Présentation du canal hydrodynamique	62
3.1.2	Étirement de la vortacité	64
3.1.3	Instabilité du tourbillon	65
3.2	Mesures acoustiques sur le vortex stable	66
3.2.1	Mesures moyennes	67
3.2.2	Mesures dynamiques 1D	70
3.2.3	Mesures dynamiques 2D	73
3.3	Mesures dans le régime d'instabilité	78
3.3.1	Détection du mouvement du vortex	78
3.3.2	Cycle moyen 1D	80
3.3.3	Cycle moyen 2D	83
3.4	Prendre en compte la diffusion du son par le vortex ?	83
4	Étude d'un filament de vortacité en milieu "infini"	86
4.1	Dispositif expérimental	86
4.1.1	Les "doubles aspirateurs rotatifs"	87
4.1.2	Visualisations du filament de vortacité	89
4.2	Circulation et position moyennes du vortex	89
4.2.1	Mesures moyennes dans le référentiel du vortex	91
4.2.2	Un diagramme de stabilité du vortex	98
4.2.3	Reconstruction de la vitesse orthoradiale hors du cœur du vortex	99
4.3	Étude dynamique du filament de vortacité	101
4.3.1	Étude de la précession du vortex par triangulation	101
4.3.2	Étude de régimes transitoires	104
4.4	Diffusion du son et taille du cœur du vortex	109
4.4.1	Mise en évidence expérimentale de la diffusion	110
4.4.2	Mesure du rayon du cœur du vortex par diffusion du son	111
II	La propagation du son dans un vortex, trois approches numériques comparées aux expériences	116
5	Simulation par tracé de rayons acoustiques à travers un vortex	117
5.1	Acoustique géométrique et rayons acoustiques	117

5.1.1	Rappels sur la théorie des rayons	117
5.1.2	État de l'art sur le tracé de rayons	118
5.2	Technique numérique	118
5.2.1	Calcul des trajectoires	119
5.2.2	Méthode de la matrice de transfert	120
5.3	Visualisations des fronts d'onde	120
5.4	Calcul des déformations de phase et d'amplitude	123
5.4.1	Simulation de la mesure expérimentale	123
5.4.2	Mise en évidence d'effets d'ouverture finie	124
5.4.3	Comparaison avec l'expérience	130
5.5	Convergence et limites de validité de la simulation	131
6	La propagation du son dans un vortex simulée par équation parabolique	133
6.1	Simulations numériques par équation parabolique	133
6.1.1	Principe de l'équation parabolique	133
6.1.2	État de l'art sur les équations paraboliques	134
6.2	Technique numérique	135
6.2.1	Vitesse du son locale et discrétisation du problème	135
6.2.2	Modélisation des sources acoustiques	136
6.2.3	Conservation de l'énergie et conditions d'absorption aux bords	137
6.3	Visualisation des fronts d'onde	138
6.3.1	Influence de M	138
6.3.2	Influence de β	139
6.4	Calcul des déformations de phase et d'amplitude	139
6.4.1	Comparaison avec le tracé de rayons	140
6.4.2	Mise en évidence de la diffusion du son par le cœur du vortex	140
6.4.3	Comparaison avec l'expérience	146
6.5	Convergence et limites de la simulation	159
7	Une simulation aux différences finies pour "voir" la diffusion du son par un vortex	160
7.1	Simulations numériques directes par différences finies	160
7.1.1	Principe de la simulation par différences finies	160
7.1.2	État de l'art sur les différences finies en acoustique	161
7.2	Technique numérique	162
7.2.1	Quelle équation de propagation?	162
7.2.2	Discrétisation et grille de simulation	163
7.2.3	Conditions aux limites	163

7.3	Propagation d'une onde sonore à travers un vortex	163
7.4	Calculs des déformations de phase et d'amplitude	164
7.4.1	Le traitement expérimental appliqué aux signaux simulés	165
7.4.2	Comparaison avec l'équation parabolique	166
7.4.3	Comparaison avec l'expérience	169
7.5	Étude de l'onde diffusée par le vortex	171
7.5.1	Comment "voir" le champ diffusé?	171
7.5.2	Structure de l'onde diffusée	176
7.5.3	Diagrammes de diffusion	180
7.5.4	Retour sur la simulation par équation parabolique	181
7.6	Convergence et limites de la simulation	185
8	Conclusions et perspectives : vers une imagerie acoustique ultra-rapide pour l'hydrodynamique	189
8.1	Conclusions sur les mesures en transmission	189
8.1.1	Résumé du mémoire	189
8.1.2	Discussion et perspectives	190
8.2	Vers une imagerie ultra-rapide d'écoulements	191
8.2.1	Description succincte de la technique	192
8.2.2	Visualisation d'un écoulement dans l'eau	197
8.2.3	Exploitation d'un speckle naturel	197
8.2.4	Perspectives	202
A	Équation(s) de propagation du son en milieu mobile	205
A.1	Calcul d'acoustique linéaire	205
A.1.1	Écoulement de base et perturbation ultrasonore	205
A.1.2	Hypothèses simplificatrices	206
A.1.3	Équation de propagation	207
A.1.4	Système d'équations couplées	207
A.2	Interprétation physique	208
B	Interaction d'une onde plane et d'un vortex : calculs analytiques	210
B.1	Interaction d'une onde plane et d'un vortex de Rankine	210
B.2	Résolution hors du cœur du vortex	212
B.3	Interprétation en champ lointain	214
C	Interaction d'une onde sphérique et d'un vortex	215
C.1	Première approche analytique	215
C.2	Convergence vers le cas d'une onde plane	218

Chapitre 1

Introduction : le couplage hydro-acoustique

1.1 Pourquoi et comment caractériser un tourbillon ?

1.1.1 Importance des écoulements tourbillonnaires

En dynamique des fluides, le tourbillon constitue l'entité de base d'un écoulement instable. Du vortex quantique dans l'hélium superfluide aux tourbillons de gaz interstellaires, les exemples d'écoulements tourbillonnaires sont nombreux et mettent en jeu une gamme très large d'échelles spatiales et temporelles. Intuitivement, un tourbillon résulte de l'instabilité d'un écoulement laminaire par enroulement d'une couche de fluide autour d'une autre. Un fluide soumis à un cisaillement comme, par exemple, deux couches de fluide de vitesses différentes, peut développer une instabilité de type "Kelvin-Helmholtz" et donner lieu à des ondes ou à des tourbillons. Selon un processus analogue, lorsqu'un fluide rencontre un obstacle, il se développe dans le sillage de l'obstacle une série de tourbillons appelée "allée de von Kármán".

Quelques exemples

L'instabilité d'un écoulement cisailé explique la plupart des "petits" tourbillons observés dans la nature. A l'échelle planétaire, la force de Coriolis vient compliquer le problème et joue un rôle moteur fondamental. Dans l'atmosphère, la rencontre de masses d'air de caractéristiques différentes conduit à des phénomènes tourbillonnaires bien connus. Les dépressions atlantiques sont en effet le fruit de l'instabilité du "jet stream", le courant atmosphérique qui sépare les masses d'air tropicales (chaudes) des masses d'air polaires (froides). La force de Coriolis, associée au contraste thermique entre les masses d'air, amplifie alors les ondulations du "jet stream" et alimente un tourbillon qui peut se transformer en tempête plus ou moins violente selon le forçage. De même, les grands tourbillons océaniques traduisent la rencontre de courants différents à

l'échelle de la planète et sont soumis à la force de Coriolis.

À l'échelle d'une rivière ou d'une baie, les courants de marées donnent naissance à des tourbillons plus petits comme l'illustre la figure 1.1. Ici, la force de Coriolis joue un rôle négligeable. Une heure avant la pleine mer, le fort courant qui pénètre par le goulet de Brest alimente un tourbillon d'axe vertical dans la rade. Ce tourbillon est lié au rétrécissement en amont de la pointe des Espagnols et visualise en quelque sorte le "sillage" de cet obstacle. La marée montante représente un forçage hydrodynamique et le tourbillon reste à peu près stationnaire. Son intensité dépend du forçage *i.e.* de la force du courant de flot. A la pleine mer, le courant général se renverse rapidement. La figure 1.1(en bas) montre que le courant est nul dans le goulet (à l'ouest). En revanche, le champ de vitesse dans la rade est complexe et présente deux vortex contra-rotatifs qui résultent d'effets de côte et de la rencontre de veines de courant de directions différentes.

Toujours dans l'océan, des structures tourbillonnaires existent aussi selon la profondeur. Les exemples les plus connus de vortex océaniques d'axe horizontal concernent les tourbillons engendrés par les marées internes et les "Meddies" d'eaux méditerranéennes s'écoulant dans l'Atlantique. Des tels tourbillons résultent de différences de densité ou de salinité de l'eau et sont intimement liés à la topographie des fonds marins (rupture de pente au niveau du plateau continental ou bathymétrie du seuil de Gibraltar).

Enfin, les "vortex étirés" représentent une autre grande classe de vortex intéressante et très étudiée. Dans un vortex étiré, l'écoulement le long de l'axe de rotation du vortex joue un rôle prépondérant. Plus précisément et comme nous le verrons en détail par la suite, les gradients de vitesse selon l'axe du vortex ("étirement") amplifient et stabilisent le tourbillon. Le vortex obtenu est très intense et présente un cœur de petite taille. C'est le cas du tourbillon de vidange observé dans une baignoire ou un lavabo où le pompage impose l'étirement. Une tornade atmosphérique présente une structure verticale similaire. Par rapport à une dépression classique, les vents y atteignent des vitesses très élevées et s'étendent sur une région beaucoup plus limitée. En général, lorsque la taille du cœur est négligeable devant l'extension longitudinale du vortex, on parle de "filament de vorticité". Les "tourbillons de bout d'aile" peuvent être aussi classés parmi les vortex étirés. Ils s'agit de tourbillons très intenses alimentés par l'écart de pression entre les deux côtés d'un profil  (extrados et intrados d'une aile d'avion par exemple). De tels tourbillons prennent naissance à l'extrémité d'une aile et leur axe est parallèle à la trajectoire de l'avion. Un avion léger peut alors se trouver déstabilisé par le tourbillon de bout d'aile d'un avion plus lourd dont il croise le sillage. Ces vortex représentent un réel danger et limitent la fréquence des atterrissages et des décollages sur un aéroport. Leur détection par diverses techniques (micro-ondes, laser, acoustique...) a fait l'objet de nombreuses études (cf. références citées dans [Ferziger 1974]).

Une définition d'un vortex

Notons $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ le champ de vitesse de l'écoulement et $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{r})$ son vecteur vorticité. Nous appellerons "vortex", ou indifféremment "tourbillon", un écoulement dont la vorticité est localisée dans une "petite" zone de l'espace. Le support du vecteur vorticité peut être réduit à un point, à une ligne, à un plan, ce qui conduit aux notions théoriques de vortex ponctuel, de filament de vorticité et de nappe de vorticité [Saffman 1992]. Dans le cadre de ce mémoire, nous supposerons que le champ de vitesse d'un vortex s'apparente, au moins localement, à un champ à symétrie cylindrique autour d'un axe (zz'). On peut ainsi définir l'axe du vortex par cet axe de symétrie et utiliser des coordonnées cylindriques locales pour les trois composantes de la vitesse : $u_r(r, z)$, $u_\theta(r, z)$ et $u_z(r, z)$. Ces trois composantes seront respectivement appelées vitesses radiale, orthoradiale (ou tangentielle) et longitudinale (ou parfois verticale). La vorticité est alors essentiellement dirigée selon l'axe du vortex et l'on notera ω_z la composante correspondante du vecteur vorticité $\boldsymbol{\omega}$.

Nous caractériserons un vortex par les grandeurs "macroscopiques" suivantes :

- le rayon du vortex a défini par $u_\theta(a, z) = \max_r(u_\theta(r, z))$ et dépendant éventuellement de z .
- la vitesse orthoradiale maximale : $u_{max} = \max_{r,z}(u_\theta(r, z))$
- la position du centre du vortex (x_0, y_0) dans un plan (xOy) perpendiculaire à son axe, par rapport à une origine fixe.
- le nombre de Reynolds du vortex basé sur son rayon :

$$Re = \frac{u_{max}a}{\nu}, \quad (1.1)$$

où ν est la viscosité cinématique du fluide.

- la circulation du vortex définie par :

$$\Gamma = \oint_{r=a} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l} \propto au_{max}, \quad (1.2)$$

où l'intégrale de contour est prise sur le cercle $r = a$ dans le plan (xOy).

- pour un vortex instationnaire, la vitesse de déplacement et le mouvement du centre du vortex.

Les ordres de grandeur de ces quantités pour l'exemple de la figure 1.1 sont : $a \simeq 2$ km, $(x_0, y_0) \simeq (4^\circ 30'W, 48^\circ 20'N)$, $u_{max} \simeq 0.5$ m.s⁻¹ et $\Gamma \simeq 6000$ m².s⁻¹. Pour un "vortex de vidange" de laboratoire, on aura $a \simeq 5$ mm, $u_{max} \simeq 25$ cm.s⁻¹ et $\Gamma \simeq 150$ cm².s⁻¹.

Modèles de vortex

Depuis les débuts de l'hydrodynamique, de nombreux modèles de vortex ont été proposés, empiriquement ou à partir de solutions particulières des équations d'Euler ou de Navier-

Stokes. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux modèles de Rankine et de Burgers [Guyon *et al.* 1991].

Le champ de vitesse orthoradiale d'un vortex de Rankine est donné par :

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi a^2} r, \text{ pour } r \leq a \quad (1.3)$$

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r}, \text{ pour } r \geq a. \quad (1.4)$$

La vorticité $\omega_z = \Gamma/2\pi a^2$ est alors constante pour $r \leq a$. Le cœur du vortex est donc en rotation solide. En dehors du cœur, *i. e.* pour $r \geq a$, l'écoulement est irrotationnel et la vitesse orthoradiale décroît lentement comme $1/r$. Ce champ de vitesse est utile et facile d'emploi dans les calculs analytiques. Notons toutefois que le champ de vorticité présente une discontinuité en $r = a$. Physiquement, une telle discontinuité signifie qu'aucun effet de la viscosité n'est pris en compte. En effet, le vortex de Rankine est une solution incompressible de l'équation d'Euler et non des équations de Navier-Stokes.

Le modèle de tourbillon étiré d  à Burgers, largement document  et discuté depuis son introduction par [Burgers 1940], possède l'avantage d'être solution des équations de Navier-Stokes stationnaires. Son champ de vitesse correspond à un tourbillon soumis à un étirement $\gamma = \partial u_z / \partial z$ constant et uniforme. En amplifiant la rotation, l'étirement compense exactement la diffusion de la vorticité. Le champ de vitesse est donné par :

$$u_r(r, z) = -\frac{1}{2}\gamma r \quad (1.5)$$

$$u_\theta(r, z) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4r_0^2}} \right) \quad (1.6)$$

$$u_z(r, z) = \gamma z, \quad (1.7)$$

où $r_0 = \sqrt{\nu/\gamma}$ représente la taille caractéristique du vortex. Le rayon du vortex est alors $a \simeq 2.24r_0$. La vorticité est localisée sur une taille de l'ordre de r_0 puisque $\omega_z = \Gamma\gamma \exp(-r^2/4r_0^2)/2\pi$.

1.1.2 Vortex, structures cohérentes et turbulence

Dynamique du tourbillon

Depuis plus d'un siècle, les hydrodynamiciens se sont intéressés à la dynamique du tourbillon et aux éventuelles instabilités d'un vortex. A la suite des travaux fondateurs de [Helmholtz 1867] et de [Kelvin 1880], une multitude d'études tant théoriques qu'expérimentales ont vu le jour sur les structures tourbillonnaires. Une première grande classe de recherches concerne les tourbillons qui se développent dans un sillage ou dans des couches de mélange selon un mécanisme de type "Kelvin-Helmholtz". Les expériences correspondantes mettent alors en jeu des écoule-

ments ouverts. Pour une revue récente des travaux sur le sillage d'un cylindre et l'allée de von Kármán, citons [Williamson 1996]. Les expériences sur les tourbillons dans les écoulements ouverts ont conduit à de nouvelles théories des instabilités et interactions de tourbillons dans un sillage [Saffman & Baker 1979, Huerre & Monkewitz 1990]. La vorticité et l'étirement présents dans les couches de mélange donnent naissance à des vortex étirés dont la dynamique fait l'objet d'intenses recherches analytiques [Neu 1984, Beronov & Kida 1996, Le Dizès *et al.* 1996] et numériques [Kida & Tanaka 1994].

Dans une deuxième série d'études sur les vortex, on peut regrouper les recherches sur un vortex unique dans un écoulement fermé. Du point de vue expérimental, les premiers montages visant à produire un vortex isolé remontent à [K rman 1921]. Dans un écoulement de type "von K rman", un vortex axisymétrique est engendré entre deux disques en rotation co-axiaux et co-rotatifs. En général, l'écoulement est confiné dans un cylindre et de nombreux auteurs se sont intéressés à la structure spatiale d'un tel écoulement, en particulier aux recirculations à grande échelle hors du cœur du vortex [Dijkstra & Heijst 1983] ou aux instabilités des couches d'Ekman au voisinage d'un disque tournant [Faller 1962]. A grand nombre de Reynolds, la géométrie de von K rman engendre un vortex concentré intense et turbulent [Labbé *et al.* 1996]. Une véritable tornade peut aussi être obtenue expérimentalement en appliquant un étirement par pompage [Sibulkin 1962, Maxworthy *et al.* 1985, Mory & Yurchenko 1993] ou par convection d'un courant de bulles d'air dans le cœur du vortex [Turner 1966]. Il a ainsi été possible de mesurer les caractéristiques d'un vortex étiré confiné pour les comparer à des modèles analytiques [Long 1961, Lewellen 1962, Morton 1969], de visualiser des ondes et des phénomènes d'explosions tourbillonnaires [Harvey 1962, Lugt & Abboud 1987], ou encore d'étudier le mouvement de précession et les fluctuations d'un filament de vorticité isolé [Wunenburger *et al.* 1999].

Structures cohérentes en turbulence

C'est sans doute dans le domaine de la turbulence que les études sur les vortex trouvent leurs principales motivations. En effet, un écoulement turbulent peut être conçu comme le résultat d'une série d'instabilités et d'interactions de tourbillons. On y observe des structures tourbillonnaires sur un grand domaine d'échelles spatiales et le concept de "cascade" turbulente introduit par [Richardson 1926], où l'énergie transite des grandes échelles vers l'échelle de dissipation *via* des tourbillons de plus en plus petits, donne une image qualitative satisfaisante d'un écoulement turbulent. Classiquement, à une approche statistique de la turbulence [Taylor 1935, K rman & Howarth 1938, Kolmogorov 1941, Obukhov 1962], on oppose une approche structurelle basée sur l'étude des tourbillons et qui cherche à découvrir les mécanismes gouvernant la dynamique de la vorticité au sein d'un écoulement turbulent, qui vise, en quelque sorte, à "trouver de l'ordre dans un désordre apparent". Bien sûr, isoler un tourbillon dans un écoulement turbulent est impossible. En revanche, on peut définir précisément la notion de "structure

cohérente” comme une région de l’espace où le champ de vorticité présente une grande cohérence de phase [Hussain 1986].

La présence de structures tourbillonnaires localisées et très intenses au sein d’un écoulement turbulent a stimulé de nombreuses tentatives pour réconcilier les approches statistiques et structurelles [Guyon & Petit 1981, Moffat *et al.* 1994, Rossi & Le Dizès 1997]. D’abord observés dans des dispositifs de turbulence en rotation inspirés de la géophysique [Hopfinger *et al.* 1982, Hopfinger & Browand 1982], les filaments de vorticité ont aussi été mis en évidence expérimentalement dans des dispositifs de type “von Kármán” [Douady *et al.* 1991, Cadot *et al.* 1995] et numériquement [Brachet 1991, Vincent & Meneguzzi 1991, Jimenez *et al.* 1993]. Plus récemment, un nouveau type de structures de forte vorticité, les “vermisseaux”, a été observée dans les expériences [Belin *et al.* 1996, Moisy 2000]. Les analyses statistiques des fluctuations de pression dans un écoulement turbulent [Fauve *et al.* 1993, Abry *et al.* 1994, Derroncourt *et al.* 1998] ou au voisinage d’un vortex turbulent [Andreotti *et al.* 1998, Pinton *et al.* 1998] ont alors cherché à isoler les   v  nements de basse pression d’un fond turbulent et à comprendre leur rôle dans le phénomène d’intermittence des petites échelles [Chainais *et al.* 1999, La Porta *et al.* 1999, Roux *et al.* 1999].

C’est dans le cadre des recherches sur la structure des vortex étirés que s’inscrivent les expériences présentées dans la première partie de ce mémoire. La géométrie des dispositifs expérimentaux utilisés sera largement inspirée des écoulements de von Kármán.

1.1.3 Méthodes de mesure en hydrodynamique

Pour situer la méthode de mesure développée au Laboratoire Ondes et Acoustique dans le cadre général de l’instrumentation en hydrodynamique, nous détaillons ci-dessous quelques techniques classiques utilisées pour visualiser un écoulement et en mesurer les caractéristiques spatio-temporelles [Tritton 1988].

Visualisation par colorant, suivi de particules et autres méthodes optiques

L’idée la plus simple pour réaliser des mesures sur un écoulement consiste à injecter un colorant au sein du fluide. Le colorant peut être une solution colorée (rouge de méthyle, bleu de bromothymol...) ou constitué de particules fluorescentes éclairées par une nappe laser. Le mouvement du colorant, film   et analysé *a posteriori*, renseigne sur celui du fluide. Toutefois, la dynamique des traces de colorant (“lignes d’émission”) ne suit pas forcément celle des lignes de courant. L’information n’est alors bien souvent que qualitative et la visualisation par colorants est essentiellement utilisée pour se former une idée générale de l’écoulement et des phénomènes mis en jeu.

Le suivi de particules (Particle Imaging Velocimetry, PIV), autre méthode fréquemment utilisée en hydrodynamique, conduit à des résultats quantitatifs. Cette technique consiste à ense-mencer l’écoulement avec des particules réfléchissantes. On éclaire alors une tranche de fluide

par une nappe laser, que l'on filme à une cadence la plus élevée possible. Par intercorrélacion de deux images successives, un logiciel de traitement d'image permet d'extraire le champ de vitesse des particules dans la tranche éclairée à partir de l'intensité réfléchie. La principale limitation du suivi de particules par intercorrélacion d'images est le caractère tridimensionnel de l'écoulement. En effet, si les particules traversent ou quittent la nappe laser entre deux images, le signal d'intercorrélacion perd toute signification et conduit à des mesures bruitées. De récents raffinements de la technique utilisant deux lasers pulsés permettent toutefois de s'affranchir en grande partie de ce problème [Andreotti 1999]. La fréquence d'acquisition des images peut alors atteindre 1 kHz.

D'autres méthodes optiques, comme l'interférométrie, l'ombroscopie ou le schlieren, sont utilisées pour former l'image d'un écoulement. Elles sont basées sur les variations locales de l'indice optique du milieu traversé et impliquent l'emploi d'un fluide transparent. On récupère alors une information intégrale sur l'indice optique ou ses dérivées spatiales le long d'un rayon lumineux. L'indice optique étant surtout sensible à la température et à la densité du fluide, ces techniques optiques ont été plutôt utilisées pour visualiser la convection thermique.

Sondes de vitesse et de pression

La plupart des capteurs de vitesse dans les fluides sont basés sur la dépendance de la résistance électrique d'un fil avec la température (sondes à fil chaud) ou sur la relation de Bernoulli entre la pression et la vitesse (tubes de Pitot). Sous l'effet d'un écoulement, un fil électrique chauffé par effet Joule a tendance à se refroidir et la résistance du fil augmente. La mesure du courant nécessaire pour maintenir la sonde à température constante est donc directement reliée à la vitesse de l'écoulement. L'interprétation et la qualité de la mesure obtenue par une sonde à fil chaud dépendent de la géométrie et de la taille de la sonde ainsi que du matériau utilisé. En général, la sonde à fil chaud intègre une composante de la vitesse sur une dizaine de microns et leur temps de réponse, d'une dizaine de microsecondes, autorise des mesures échantillonnées à plus de 10 kHz. Cette technique est donc très intéressante pour l'analyse des fluctuations de vitesse au sein d'un écoulement rapidement variable ou turbulent. A cause de leur temps de réponse beaucoup plus long, les tubes de Pitot ne sont plus guère utilisés dans les expériences de laboratoire.

Les sondes de pression, constituées d'un transducteur piézo-électrique miniature, donnent accès aux fluctuations de pression locales au sein du fluide. La pression est moyennée sur la taille du transducteur qui peut être réduite à quelques dizaines de microns [Moisy 2000] et la fréquence d'acquisition peut encore atteindre plusieurs kilohertz.

L'inconvénient principal de toutes ces sondes est la perturbation qu'elles engendrent dans l'écoulement. Dans une géométrie cylindrique de type "von Kármán", la perturbation du champ de vitesse par la sonde est advectée par le vortex et se retrouve au voisinage de la sonde au bout d'une période de révolution ("temps de retournement"). D'autre part, il a été observé que

le cœur d'un filament de vorticité à tendance à fuir l'approche d'une sonde en se courbant [Moisy & Petitjeans 2000]. Cet effet de répulsion perturbe le mouvement et la forme du vortex. Evidemment, l'introduction d'une sonde dans le cœur d'une tornade de type "tourbillon de vidange" est très difficile voire impossible, puisqu'elle conduit rapidement à la destruction du tourbillon. Dans les expériences de turbulence, une façon de "voir passer" le cœur d'un filament de vorticité est de placer un capteur de pression à la surface d'une des parois limitant l'expérience et d'attendre le passage d'un tourbillon [Fauve *et al.* 1993]. Contrairement aux mesures en volume, les mesures pariétales permettent de minimiser les interactions de la sonde avec l'écoulement [Chillà *et al.* 1996, Andreotti 1999].

Mesures par effet Doppler

La diffusion d'une onde sonore ou lumineuse par une particule en mouvement s'accompagne d'un décalage en fréquence directement proportionnel à la vitesse de déplacement de la particule selon la direction de l'onde incidente. L'effet Doppler a été mis à profit en hydrodynamique dans les techniques d'anémométrie Doppler ultrasonore (Ultrasonic Doppler Velocimetry, UDV) et Doppler laser (Laser Doppler Velocimetry, LDV). Les vélocimètres ultrasonores commerciaux utilisent un transducteur piezzo-électrique unique fonctionnant à environ 5 MHz. Le faisceau ultrasonore, large d'environ 1 mm, insonifie le milieu avec un train d'ondes régulièrement espacées dans le temps. Le signal rétrodiffusé est alors analysé en fonction du temps d'arrivée des réflexions sur les particules situées sur le trajet acoustique. On récupère ainsi les décalages Doppler, et donc la vitesse selon la direction de propagation acoustique, en fonction de la distance par rapport au transducteur. C'est sur ce principe que sont basés les échographes d'imagerie médicale permettant de visualiser les écoulements sanguins [Jensen 1996].

La LDV est basée sur le même principe, mais utilise deux faisceaux laser croisés qui réalisent une figure d'interférence en un point donné de l'écoulement. Le volume de mesure possède une largeur d'environ 0.1 mm. Le passage d'une particule dans le volume de mesure se traduit par une bouffée lumineuse et induit une oscillation des franges d'interférences à la fréquence Doppler. La détection de cette fréquence permet de remonter à une composante de la vitesse de la particule.

Les techniques Doppler sont non intrusives au sens où elles ne nécessitent pas l'introduction d'une sonde au sein de l'écoulement. C'est là l'avantage essentiel de ces méthodes pour les mesures sur un vortex étiré. La fréquence d'acquisition par les techniques Doppler est théoriquement assez élevée et supérieure à 1 kHz. En pratique, la mesure instantanée sur une seule série de particules est trop bruitée et il est nécessaire de moyenner les données, ce qui réduit la fréquence d'échantillonnage à une centaine de hertz. De plus, la largeur du faisceau en UDV et la taille du volume de mesure en LDV limitent nettement la résolution de la mesure par rapport aux mesures directes par des sondes. Enfin, la qualité des mesures est intimement liée à la concentration et à la répartition de particules dans le fluide. La présence d'un tourbillon très intense induit

une démixtion des particules et une déplétion au niveau du cœur d'un filament de vorticité [Wunenburger *et al.* 1999]. La faible concentration en particules rend alors difficile l'obtention de mesures précises sur la structure du cœur du vortex.

Vers des techniques entièrement non intrusives

Pour éviter l'introduction de sondes dans le fluide et pallier aux inconvénients de l'ensemencement du milieu par des particules diffusantes, de nouvelles techniques ont été récemment introduites, basées sur des principes entièrement non intrusifs.

Noullez *et al.* ont initié une technique très prometteuse basée sur l'excitation par diffusion Raman stimulée de molécules d'oxygène dans l'air (technique RELIEF). L'excitation d'une ligne de molécules à un instant donné et son illumination ultérieure par des lasers pulsés permettent de suivre par fluorescence la dynamique lagrangienne d'une portion de fluide [Noullez *et al.* 1997].

L'interaction d'une onde sonore et d'un écoulement représente une source plus classique d'information non intrusive sur le mouvement d'un fluide. En particulier, la transmission d'une onde acoustique à travers un écoulement turbulent renseigne sur la statistique des fluctuations de vitesse au sein du fluide [Blanc-Benon 1981]. A la suite des travaux de [Lund 1989] et [Lund & Rojas 1989], Baudet *et al.* ont développé une mesure de la vorticité basée sur la diffusion d'une onde ultrasonore par une allée de von Kármán [Baudet *et al.* 1991, Pinton 1992, Pinton *et al.* 1993, Deroncourt *et al.* 1998]. Appliquée à un écoulement turbulent, cette technique a donné naissance à un véritable spectroscopie acoustique [Baudet *et al.* 1999]. L'analyse de la propagation du son dans un milieu mobile est au cœur de la nouvelle technique de mesure que nous avons développée suite aux résultats de [Roux 1997] et fait l'objet de la section suivante.

1.2 L'interaction son-écoulement

1.2.1 Les différentes interactions dans un fluide

[Chu & Kov  sznay 1958] ont proposé une analyse générale des interactions non-linéaires dans un gaz en décomposant les équations de Navier-Stokes selon trois modes : le mode vorticité (V), le mode sonore (S) et le mode entropique (E). Les non-linéarités des équations de Navier-Stokes donnent lieu à six interactions entre ces trois modes (V-V, V-S, V-E, S-S, S-E et E-E) pouvant engendrer chacune l'un des modes. Par exemple, parmi ces 18 possibilités, la production du mode vorticité à partir de l'interaction V-V (notée V-V  V) forme la base des instabilités hydrodynamiques et de la turbulence. De même, la production de son par l'interaction S-S (S-S  S) entraîne le raidissement du front d'onde acoustique et éventuellement, la formation d'une onde de choc. L'interaction V-E qui engendre le mode entropique (V-E  E) n'est autre que la convection de la chaleur dans un écoulement. Dans le cadre de ce mémoire, nous négligerons généralement les fluctuations de température et nous consid  rerons l'écoulement comme isentropique. Ainsi, en

laissant de côté les interactions qui mettent en jeu le mode entropique, le problème se réduit à six interactions possibles dont deux ont déjà été identifiées (V-V→V et S-S→S).

Les quatre interactions restantes se traduisent seulement par trois phénomènes distincts [Möhring *et al.* 1983] : la production de son par un écoulement (V-V→S), la production d'un écoulement par une onde sonore (S-S→V) et la propagation du son à travers un écoulement (V-S→S ou V). Dans la suite de notre travail, seul ce dernier aspect sera développé et étudié en détail.

Un son est produit par un écoulement lorsque cet écoulement vibre, oscille ou présente une structure spatiale périodique à une fréquence sonore. C'est le cas, par exemple, du sifflement engendré par le vent dans le sillage d'un obstacle. La célèbre théorie du "son aérodynamique" de Lighthill peut être résumée dans l'équation de propagation suivante [Lighthill 1952] :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_0 u_i u_j), \quad (1.8)$$

où p désigne la pression acoustique, c_0 la vitesse du son, ρ_0 la densité du milieu et \mathbf{u} la vitesse de l'écoulement. D'après le second membre de (1.8), l'écoulement apparaît comme une source sonore et la production de son résulte d'un processus non-linéaire. Selon la classification de [Chu & Kovásznay 1958], il s'agit donc de l'interaction V-V produisant le mode S (V-V→S). Toutefois, l'équation de Lighthill néglige tous les termes convectifs (entraînement du son par le champ de vitesse \mathbf{u}) et les hypothèses sous-jacentes ne sont pas claires. Cette approche dite de "l'analogie acoustique" a été reprise, corrigée et améliorée successivement par [Philips 1960, Crow 1970, Howe 1975, Kambe 1986]. En particulier, les deux derniers auteurs se sont intéressés à la production du son par un vortex.

La production d'un écoulement par une onde sonore résulte aussi de processus non-linéaires. Un tel phénomène, en anglais "acoustic streaming", s'observe avec des intensités acoustiques élevées [Lighthill 1978, Makarov & Ochmann 1996] et correspond à l'interaction S-S→V. Nous n'étudierons pas ici les détails de son mécanisme. Le paragraphe suivant est consacré à l'interaction son-écoulement proprement dite *i.e.* aux interactions V-S.

1.2.2 Propagation du son dans un écoulement

La question centrale de ce travail peut se résumer ainsi : comment tirer profit de la transmission d'une onde ultrasonore à travers un écoulement tourbillonnaire pour mesurer les caractéristiques d'un vortex ? Si l'on note u et a la vitesse et la taille caractéristiques du vortex, et λ la longueur d'onde acoustique, l'interaction son-vortex met alors en jeu deux nombres sans dimensions :

$$M = \frac{u}{c_0} \quad (1.9)$$

$$\beta = \frac{a}{\lambda}. \quad (1.10)$$

En général, le nombre de Mach, défini par (1.9), sera considéré comme un petit paramètre : $M \ll 1$. Lorsque $M \simeq 1$, la prise en compte des ondes de choc complique énormément le problème de l'interaction son-écoulement. Le paramètre β pourra varier sans contrainte et donner lieu à des phénomènes distincts selon que $\beta \ll 1$ ou $\beta \gg 1$.

Qualitativement, on peut décrire l'influence d'un milieu mobile sur la propagation acoustique par trois effets différents : l'advection, la réfraction et la diffusion de l'onde par l'écoulement [Ostashev 1997]. Dans un champ de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{r})$, on montre qu'on peut remplacer l'équation d'onde dans l'espace libre (cf. annexe A, p. 205) :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1.11)$$

par l'équation de propagation suivante :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right)^2 p = 0, \quad (1.12)$$

Le terme d'entraînement $\mathbf{u} \cdot \nabla$ traduit l'advection et la réfraction de l'onde par l'écoulement.

Advection d'une onde acoustique par un écoulement

Adoptons momentanément le point de vue de l'acoustique géométrique pour interpréter les deux premiers aspects de la propagation du son dans un écoulement. L'acoustique géométrique suppose que l'amplitude et la direction de l'onde acoustique "varient peu" sur une longueur d'onde [Landau & Lifshitz 1989]. Plus précisément, cette approximation consiste à poser que la période acoustique $T = \lambda/c_0$ est petite devant tous les autres temps caractéristiques du problème. Dans le cas de l'interaction son-écoulement, on impose donc $T \ll \lambda/u$, $T \ll a/c_0$ et $T \ll a/u$, ce qui entraîne respectivement $M \ll 1$, $\beta \gg 1$ et $M/\beta \ll 1$. Les deux premières conditions entraînent la dernière qui peut donc être oubliée.

On introduit alors l'Eikonale $\psi(\mathbf{r}, t)$ définie par :

$$p(\mathbf{r}, t) = \pi(\mathbf{r}, t) e^{i\psi(\mathbf{r}, t)}, \quad (1.13)$$

où l'amplitude $\pi(\mathbf{r}, t)$ varie "lentement" selon l'écoulement *i.e.* $\nabla \pi / \pi \simeq 1/a \ll 1/\lambda$ et $\partial_t \pi / \pi \simeq$

$u/a \ll 1/T$. L'Eikonale représente une phase rapidement variable et telle que :

$$\omega = -\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (1.14)$$

$$\mathbf{k} = \nabla\psi, \quad (1.15)$$

où ω représente la pulsation de l'onde acoustique et \mathbf{k} son vecteur d'onde local. Le champ de pression admet alors localement la structure d'une onde plane.

Au premier ordre en M et en négligeant les termes en $\nabla\pi$ et en $\partial_t\pi$, l'équation (1.12) conduit à la relation de dispersion locale :

$$\omega = c_0 k + \mathbf{u} \cdot \mathbf{k}, \quad (1.16)$$

avec $k = \|\mathbf{k}\|$. L'équation (1.16) traduit l'effet Doppler lié à l'écoulement et déjà évoqué en 1.1.3. La vitesse de groupe est alors donnée par :

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}} = c_0 \frac{\mathbf{k}}{k} + \mathbf{u}. \quad (1.17)$$

Par rapport à l'expression classique de la vitesse de groupe dans un milieu non dispersif, le terme supplémentaire \mathbf{u} dans (1.17) correspond clairement à une composition locale des vitesses.

On peut aussi voir l'advection de l'onde comme résultant d'une modification locale de la vitesse du son. En effet, en définissant une vitesse du son effective par la vitesse de phase $c = v_\varphi = \omega/k$, l'équation (1.16) conduit à :

$$c = c_0 + \mathbf{u} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k}. \quad (1.18)$$

D'après (1.17), à faible nombre de Mach, la direction du vecteur d'onde local \mathbf{k}/k et la direction de propagation de l'énergie acoustique $\mathbf{n} = \mathbf{v}_g/v_g$ sont très proches. Au premier ordre en M , on peut aussi écrire :

$$c = c_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \quad (1.19)$$

L'onde voit donc sa vitesse de propagation augmenter ou diminuer localement en fonction de l'écoulement traversé. Considérons le temps de vol acoustique t_{AB} d'un point A à un autre point B . Par un développement au premier ordre en nombre de Mach, on obtient immédiatement :

$$\delta t_{AB} = t_{AB} - t_{AB_0} = \int_A^B \frac{dl}{c} - \int_A^B \frac{dl}{c_0} \simeq -\frac{1}{c_0^2} \int_A^B \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dl, \quad (1.20)$$

où t_{AB_0} désigne le temps de vol à la vitesse c_0 dans le fluide au repos. Ainsi, l'écart des temps de vol δt_{AB} contient une information intégrale sur la projection de la vitesse de l'écoulement le long de la direction locale de propagation. Cette propriété fondamentale extrêmement simple est à l'origine des mesures par ultrasons présentées dans ce mémoire. L'équation (1.20) constitue, en

quelque sorte, un équivalent de l'effet Doppler dans le domaine temporel. Toutefois, la mesure de l'écart des temps de vol n'implique pas d'ensemencer le milieu par des particules diffusantes. Elle représente donc une méthode entièrement non intrusive.

Expérimentalement, cette technique de mesure par différences de temps de vol a été mise en œuvre pour la première fois dans l'air par Schmidt *et al.*, d'abord sur une allée de von Kármán et un sillage turbulent [Schmidt & Tilmann 1970], puis sur des vortex de bout d'aile [Engler *et al.* 1982], dans le sillage d'une turbine et sur un vortex annulaire dans l'Hélium II [Engler *et al.* 1989]. En supposant que la direction de propagation ne varie pas entre A et B , ces auteurs ont pu en déduire une mesure non intrusive de la circulation d'un vortex. Outre les travaux effectués au LOA, cette technique a été récemment reprise sur un vortex turbulent dans l'air par [Labbé & Pinton 1999].

Les mesures de temps de vol et leur interprétation grâce à (1.20) sont aussi largement utilisées en océanographie pour évaluer la force des courants marins [Munk 1986, Munk *et al.* 1995]. Pourtant, dans ce cas, les ondes se propagent sur des grandes distances et elles sont aussi réfractées par les gradients d'indice acoustique du milieu. Les effets temporels des variations locales de vitesse du son sur la propagation s'accompagnent alors d'effets de réfraction.

Réfraction d'une onde acoustique par un écoulement

Le formalisme de l'acoustique géométrique permet de décrire la propagation de l'énergie acoustique en terme de rayons. Dans un écoulement, la direction \mathbf{n} d'un rayon est régie par l'équation [Landau & Lifshitz 1989] :

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}. \quad (1.21)$$

où $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{r})$ désigne le vecteur vorticité. Cette équation, valable à nouveau au premier ordre en M , montre que c'est la vorticité qui est responsable de la réfraction des rayons acoustiques et pas seulement un gradient du champ de vitesse. Ainsi, dans un écoulement irrotationnel, les rayons acoustiques se propagent en ligne droite même si le champ de vitesse présente des gradients non nuls.

Cela ne signifie pas pour autant qu'une onde acoustique traversant un champ de vitesse irrotationnel n'est pas déformée lors de sa propagation. En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, sauf si sa direction de propagation reste toujours perpendiculaire à l'écoulement, l'onde subit les effets temporels de l'advection même dans un écoulement irrotationnel.

Diffusion (ou diffraction) d'une onde acoustique par un écoulement

Quittons le domaine de l'acoustique géométrique et supposons que la taille caractéristique de l'écoulement devienne de même ordre que la longueur d'onde acoustique. Le paramètre β est

alors de l'ordre de 1 ou plus petit. Supposons par exemple l'écoulement constitué uniquement d'un vortex de très petite taille $a \sim \lambda$. L'approche précédente et l'analyse en termes d'advection et de réfraction restent valables hors du cœur du vortex, où l'écoulement varie lentement. En revanche, au niveau du cœur, la vitesse de l'écoulement varie sur une taille comparable à la longueur d'onde et on ne peut plus assimiler localement l'onde acoustique à une onde plane.

Si l'on assimile les variations du champ de vitesse du vortex à des variations de l'indice acoustique du milieu *via* l'équation (1.18), on s'attend à un phénomène de diffraction par le vortex qui se comporte alors comme une source secondaire forcée par l'onde incidente. Classiquement, on envisage plutôt l'émission secondaire simultanée par une assemblée de vortex dans un écoulement turbulent. Lorsque la distance séparant les vortex est de l'ordre de la longueur d'onde, les émissions secondaires peuvent avoir lieu en phase et on observe, à grande distance, un champ "diffusé". Par analogie avec le cas d'une assemblée de vortex et pour éviter toute confusion, nous appellerons "onde diffusée" par un vortex l'onde diffractée lorsque le vortex est de "petite" taille *i.e.* de l'ordre de quelques longueurs d'onde acoustique ou plus petit.

Depuis [Blockintzev 1945], ce problème de la diffusion du son par un vortex ou par un écoulement turbulent a engendré une littérature importante. Sur le plan théorique, citons les travaux de [Kraichnan 1953, Fetter 1964, Ferziger 1974, O'Shea 1975]. Tous ces travaux visent à apporter une solution analytique pour le champ diffusé par un ou plusieurs vortex dans la limite des grandes longueurs d'onde ("approximation de Born", $\beta \rightarrow 0$). Ils sont principalement motivés par des applications à l'étude de la turbulence ou à la détection de vortex par ultrasons, par exemple, dans le sillage d'un avion au décollage. Une "école russe" très active s'est aussi intéressée à la question théorique de la diffusion du son [Ezerskii 1981, Gromov *et al.* 1982, Fabrikant 1983, Klimov 1988, Sakov 1993]. Dans le champ de pression, ces auteurs distinguent l'onde incidente (plane) de l'onde diffusée par le vortex. Toutefois, cette approche ne tient pas compte de l'advection susceptible de déformer l'onde incidente et analytiquement, un tel découplage conduit à des singularités.

Dès lors, il est légitime de s'interroger sur la définition précise du "champ diffusé". Les récentes approches proposées par [Colonus *et al.* 1994, Reinschke *et al.* 1997, Umeki & Lund 1997] apportent des éléments de réponse analytiques et numériques au problème complet. Même si le calcul analytique est plus compliqué, la prise en compte de l'advection hors du cœur du vortex a permis de clarifier sensiblement la notion de "champ diffusé" [Ford & Llewellyn Smith 1999]. On montre alors que l'advection conduit à une dislocation du front d'onde incident et que c'est cette onde disloquée et non une onde plane qui interagit avec le vortex et donne naissance à une onde diffusée. Ce problème est analogue à la diffraction d'un faisceau de particules chargées par un tube de champ magnétique ("effet Aharonov-Bohm" en mécanique quantique) et intervient aussi dans l'interaction d'une onde de gravité et d'un vortex à la surface d'un fluide [Cerde & Lund 1993, Coste *et al.* 1999, Coste & Lund 1999].

1.3 Objectifs et plan du travail

Expérimentalement, la diffusion d'une onde par un vortex isolé a d'abord été observée avec des ondes de surface par [Berry *et al.* 1980] puis au Laboratoire Ondes et Acoustique avec une onde ultrasonore par [Roux *et al.* 1997b]. De nouvelles expériences sur des ondes de surface ont apporté une confirmation des récentes approches théoriques de la diffusion par un vortex [Vivanco *et al.* 1999], qui considèrent le champ de pression comme la superposition d'une onde disloquée et d'une onde diffusée. L'objectif de notre travail est double, à la fois hydrodynamique et acoustique. Il s'agit, d'une part, de développer un nouvel instrument de mesure pour l'hydrodynamicien puis de tester ses performances sur des écoulements modèles et, d'autre part, de mieux comprendre l'interaction d'une onde ultrasonore et d'un tourbillon dans le cadre des travaux théoriques évoqués dans la section précédente.

Dans une première partie, nous reprendrons le dispositif mis au point par [Roux 1997] et basé sur les mesures de temps de vol acoustiques à travers un vortex entre deux réseaux de transducteurs piézo-électriques. L'électronique de retournement temporel disponible au laboratoire permet d'amplifier l'effet de l'écoulement sur une onde ultrasonore. La description des techniques de retournement temporel, leur application à la mesure de la circulation d'un vortex et la caractérisation de cette mesure font l'objet du chapitre suivant. Le troisième chapitre est consacré à l'étude expérimentale d'un vortex étiré dans un canal hydrodynamique à l'aide de cette nouvelle technique non intrusive. Les possibilités dynamiques de notre outil sont exploitées pour explorer le régime d'instabilité de ce vortex. Dans un quatrième chapitre, nous appliquons notre méthode de mesure à un filament de vorticité modèle. Cette dernière expérience sera l'occasion de mettre en évidence clairement la diffusion du son par un vortex dans l'eau.

La seconde partie présente trois approches numériques différentes de l'interaction son-vorticité visant, d'une part, à modéliser les expériences de la première partie, et d'autre part, à mieux comprendre le phénomène de diffusion du son par un vortex isolé. Dans le chapitre 5, nous utilisons une simulation par tracé de rayons acoustiques basée sur une approche géométrique de l'interaction son-écoulement. Dans ce cas, seules l'advection et la réfraction de l'onde ultrasonore sont modélisées. Les chapitres 6 et 7 visent à rendre compte de la diffusion du son par un vortex grâce à des simulations basées respectivement sur une équation parabolique et sur l'utilisation des différences finies. Les résultats expérimentaux seront comparés à ceux des simulations. Nous chercherons de plus à tirer des simulations une information plus fondamentale sur le champ de pression diffusé par un vortex. Enfin, le chapitre de conclusion discutera les applications potentielles de l'ensemble de ces résultats et s'ouvrira sur une nouvelle technique de visualisation acoustique d'écoulements en cours de développement au laboratoire et qui semble très prometteuse.

Première partie

Le “double miroir à retournement temporel”, un nouvel instrument de mesure en hydrodynamique

Chapitre 2

Mesures de vorticité par retournement temporel

Les travaux antérieurs menés au Laboratoire Ondes et Acoustique sur la brisure de l’invariance par retournement temporel de la propagation acoustique dans un écoulement ont mis en évidence la possibilité d’obtenir des informations quantitatives sur le mouvement du milieu [Roux & Fink 1995, Roux *et al.* 1997b]. A partir de ces résultats préliminaires, notre premier objectif est de mettre au point un véritable instrument de mesure. Au cours de ce chapitre, nous décrivons d’abord le principe des mesures par retournement temporel et nous l’appliquons à un premier dispositif expérimental simple permettant d’engendrer un “grand” vortex (“grand” devant la longueur d’onde acoustique). Nous chercherons ensuite à apporter une réponse aux questions suivantes :

- Quelle est l’influence du retournement temporel sur les mesures ?
- Comment déduire des données acoustiques une mesure des caractéristiques du vortex ?
- Peut-on remonter au champ de vitesse du vortex ?
- Quelle est la précision de la technique ?
- Quelles sont les origines du “bruit” sur la mesure et l’influence des paramètres acoustiques sur ce “bruit” ?

2.1 Principe de la mesure

Les expériences décrites dans cette première partie sont basées sur la transmission d’une onde ultrasonore à travers un écoulement tourbillonnaire et sur le calcul des temps de vol acoustiques d’un émetteur à un récepteur. Lors de sa propagation dans un milieu mobile et inhomogène, une onde ultrasonore est déformée à la fois par l’écoulement et par les inhomog nit s de température ou de densité. Dans cette section, nous détaillons le déroulement des mesures en transmission puis nous expliquons comment éliminer les éventuels effets de la température et de la densité et,

enfin, comment amplifier l'effet de l'écoulement par retournement temporel.

2.1.1 Mesurer la déformation d'un front d'onde

Pour mesurer la déformation d'une onde ultrasonore liée à la présence d'un écoulement, nous commençons par acquérir des signaux de pression acoustique dans le fluide au repos. En effet, pour prendre en compte les effets de la diffraction et d'éventuelles inhomogénéités de température et de pression dans le milieu sur la propagation acoustique, il est nécessaire d'acquérir les temps de vol de référence, obtenus en l'absence de tout écoulement. Dans un deuxième temps, les signaux de pression de référence sont "comparés" à ceux obtenus en présence d'écoulement pour en déduire l'effet de l'écoulement sur l'onde ultrasonore [Roux 1997].

Notons $p_0(\mathbf{r}, t)$ le signal de pression reçu sur un récepteur situé en \mathbf{r} en fonction du temps t dans le fluide au repos et $p(\mathbf{r}, t)$ le signal reçu en présence d'un écoulement après une émission à la fréquence f . Une première méthode pour mesurer l'écart des temps de vol $\delta t(\mathbf{r})$ consiste en un calcul du coefficient de corrélation :

$$C(\mathbf{r}, \tau) = \int p(\mathbf{r}, t - \tau) p_0(\mathbf{r}, t) dt. \quad (2.1)$$

$\delta t(\mathbf{r})$ est alors donné par le maximum de corrélation : $C(\mathbf{r}, \delta t(\mathbf{r})) = \max_{\tau}(C(\mathbf{r}, \tau))$. Toutefois, cette méthode s'avère numériquement trop lente pour permettre des mesures en temps réel. De plus, le calcul suppose que $p(\mathbf{r}, t)$ se déduit de $p_0(\mathbf{r}, t)$ par une simple translation temporelle. Il ne renseigne pas sur une éventuelle déformation en amplitude de l'onde ultrasonore par l'écoulement. Nous avons donc choisi de travailler dans le domaine de Fourier en calculant pour chaque position \mathbf{r} d'un récepteur la composante de Fourier des signaux de pression à la fréquence d'émission f selon :

$$\widehat{p}(\mathbf{r}) = \int p(\mathbf{r}, t) e^{-2i\pi ft} dt. \quad (2.2)$$

L'argument et le module du rapport $\widehat{p}(\mathbf{r})/\widehat{p}_0(\mathbf{r})$ caractérisent entièrement la déformation d'un front d'onde ultrasonore liée à la traversée d'un écoulement. Nous noterons $\varphi(\mathbf{r})$ et $A(\mathbf{r})$ les déformations de phase et d'amplitude définies par :

$$\varphi(\mathbf{r}) = \arg\left(\frac{\widehat{p}(\mathbf{r})}{\widehat{p}_0(\mathbf{r})}\right), \quad (2.3)$$

$$A(\mathbf{r}) = \left|\frac{\widehat{p}(\mathbf{r})}{\widehat{p}_0(\mathbf{r})}\right|. \quad (2.4)$$

Avec la définition choisie pour la transformée de Fourier (2.2), l'écart des temps de vol est alors simplement donné par :

$$\delta t(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\pi f} \varphi(\mathbf{r}). \quad (2.5)$$

Ainsi, un déphasage $\varphi \geq 0$ correspond à une accélération de l'onde par l'écoulement ($\delta t \leq 0$) et $\varphi \leq 0$ signifie que l'onde a été ralentie par le mouvement du fluide ($\delta t \geq 0$). Dans les chapitres 3 et 4, nous nous intéresserons uniquement au traitement de l'information contenue dans la déformation de phase $\varphi(\mathbf{r})$. L'information relative à l'amplitude $A(\mathbf{r})$ sera utilisée au chapitre 5 et surtout, dans la deuxième partie.

2.1.2 Transmissions réciproques

En plus des effets de l'écoulement, δt donc φ intègre l'influence de variations locales de température, de densité et de pression. En effet, dans le cas général, l'équation (1.19) (p. 19) s'écrit :

$$c = c_0 + \delta c(\mathbf{r}) + \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

où $\delta c(\mathbf{r})$ représente une variation locale de la vitesse du son due aux inhomogénéités de température, de densité ou de pression statique. La propriété (1.20) (p. 19) devient alors :

$$\delta t_{AB} = -\frac{1}{c_0^2} \int_A^B \delta c(\mathbf{r}) dl - \frac{1}{c_0^2} \int_A^B \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) dl. \quad (2.7)$$

Pour des distances de propagation et des nombres de Mach suffisamment faibles, la propagation de A vers B est rectiligne et $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ prend une valeur constante \mathbf{n}_{AB} , vecteur unitaire le long de la droite (AB). Le premier terme du membre de droite de (2.7) ne dépend pas du sens de propagation. En revanche, pour une propagation de B vers A , la direction \mathbf{n} devient $\mathbf{n}_{BA} = -\mathbf{n}_{AB}$. La deuxième intégrale dans (2.7), qui traduit l'influence de l'écoulement sur les temps de vol, dépend donc de la direction de propagation. On dit que l'écoulement brise la réciprocity du milieu.

Pour compenser les effets qui ne brisent pas la réciprocity du milieu et résumés dans δc , nous sommes conduits à mesurer simultanément les temps de vol pour des propagations dans des sens opposés puis à calculer :

$$\frac{1}{2}(\delta t_{AB} - \delta t_{BA}) = -\frac{1}{c_0^2} \int_A^B \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_{AB} dl. \quad (2.8)$$

Cette technique de transmissions réciproques est classique en tomographie acoustique océanographique, où l'on sépare ainsi les effets des courants marins sur la propagation acoustique de ceux de la température, de la profondeur ou de la salinité de l'eau [Munk 1986]. En mesurant les écarts en temps de vol entre une série de points A_n et B_n et moyennant un algorithme adapté, on peut reconstruire les champs de vitesse et de température bidimensionnels de l'écoulement [Norton 1988, Rouseff 1992, Winters & Rouseff 1993]. A cause d'un équipement assez lourd, la tomographie n'autorise pas actuellement le suivi d'un écoulement au cours du temps. Elle a tout de même permis de cartographier des écoulements tourbillonnaires dans des expériences de

laboratoire en géométrie cylindrique [Johnson *et al.* 1977, Hauck 1991, Braun & Hauck 1991].

Les expériences décrites dans ce mémoire font appel à deux réseaux linéaires de transducteurs pouvant fonctionner en émission comme en réception. Les deux réseaux sont placés face à face et un transducteur est repéré par son abscisse x le long du réseau. Pour la déformation de phase, on définit alors :

$$\phi(x) = \frac{1}{2} (\varphi_{1 \rightarrow 2}(x) - \varphi_{2 \rightarrow 1}(x)), \quad (2.9)$$

où $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x)$ (resp. $\varphi_{2 \rightarrow 1}(x)$) désigne la déformation de phase pour une transmission “directe” (sens $1 \rightarrow 2$) (resp. “réciproque” (sens $2 \rightarrow 1$)) entre deux transducteurs de même abscisse x . La propriété (2.8) s’écrit alors :

$$\phi(x) = \frac{2\pi f}{c_0^2} \int_1^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} \, dl. \quad (2.10)$$

Rappelons que cette équation résulte d’un développement à l’ordre 1 en nombre de Mach et qu’elle n’est valable que pour un champ de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ lentement variable dans l’espace et supposé stationnaire dans le temps. En particulier, l’équation (2.10) ne s’applique pas dans le cas d’un vortex de taille comparable à la longueur d’onde acoustique où intervient le phénomène de diffusion du son. Notons enfin que les mesures de $\varphi_{i \rightarrow j}(x)$ permettent aussi d’évaluer l’importance de tous les effets autres que ceux de l’écoulement par le calcul de :

$$\Sigma(x) = \frac{1}{2} (\varphi_{1 \rightarrow 2}(x) + \varphi_{2 \rightarrow 1}(x)) = \frac{2\pi f}{c_0^2} \int_1^2 \delta c(\mathbf{r}) \, dl. \quad (2.11)$$

2.1.3 Le “double miroir à retournement temporel”

Principe du retournement temporel

Depuis la fin des années 1980, Mathias Fink et son équipe ont développé et appliqué expérimentalement le concept de retournement temporel (RT) en acoustique [Fink *et al.* 1989, Fink 1992, Fink 1997]. Les premières expériences étaient motivées par la focalisation d’une onde ultrasonore sur une cible, d’une part, et par la détection de défauts échogènes d’autre part. En effet, supposons possible la mesure du signal $p(\mathbf{r}, t)$ émis par une source acoustique située en \mathbf{r}_0 en chaque point \mathbf{r} d’une cavité entourant complètement cette source. Si chaque signal est réémis à partir de \mathbf{r} dans une chronologie inversée $p(\mathbf{r}, -t)$, et tant que l’équation de propagation reste invariante par renversement du temps, on s’attend à une refocalisation du signal acoustique vers la source \mathbf{r}_0 .

En pratique, une telle “cavité à retournement temporel” est réalisée à l’aide de réseaux de transducteurs piézo-électriques. On parle alors de “miroirs à retournement temporel” (MRT) [Wu *et al.* 1992, Cassereau & Fink 1992]. La perte d’information liée à l’ouverture finie de tels réseaux est suffisamment faible pour permettre tout de même une bonne refocalisation vers la source acoustique. La figure 2.1 détaille les étapes d’une expérience de retournement temporel.

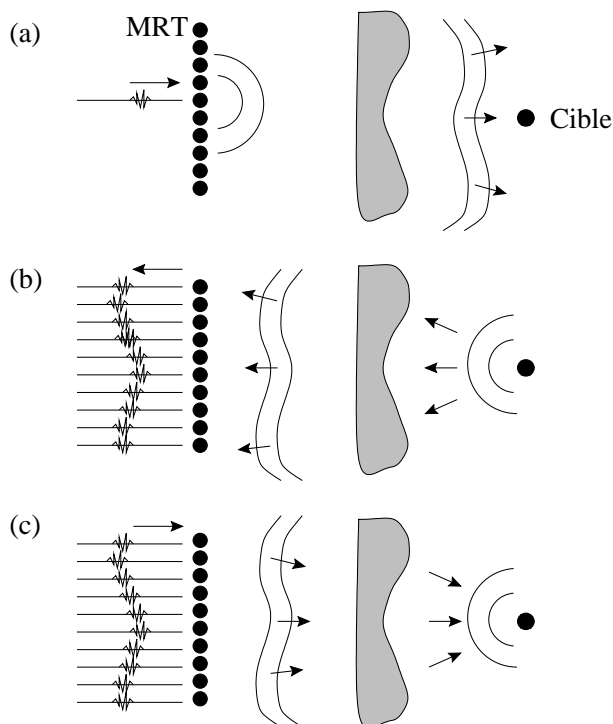


FIG. 2.1 – Expérience de focalisation avec un MRT à travers un milieu inhomogène. (a) Le milieu est insonifié par la transmission d’un premier front d’onde. (b) La cible réfléchit l’onde incidente. L’onde réfléchie est déformée par les inhomogénéités du milieu. Les signaux reçus sur le MRT sont enregistrés. (c) Les signaux sont retournés temporellement puis réémis par le MRT. Après une nouvelle traversée du milieu inhomogène, le champ de pression refocalise alors sur la cible.

De nombreuses expériences réalisées au LOA et par d’autres équipes ont prouvé la validité et l’efficacité du retournement temporel pour la focalisation et la détection de défauts dans des milieux éventuellement hétérogènes [Prada *et al.* 1991, Prada *et al.* 1996, Tanter *et al.* 1998] ou dans des guides d’onde [Roux *et al.* 1997a, Mordant *et al.* 1999]. En effet, une équation d’onde du type :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c(\mathbf{r})^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = S(\mathbf{r}, t) \quad (2.12)$$

reste en général “invariante par RT” (au sens où, si $p(\mathbf{r}, t)$ est solution de (2.12) avec un terme source $S(\mathbf{r}, t)$, alors $p(\mathbf{r}, t_0 - t)$ est solution de (2.12) avec une source $S(\mathbf{r}, t_0 - t)$). En particulier, des inhomogénéités de température, de pression ou de densité dans le milieu ne brisent pas l’invariance par RT.

Ainsi, comme le montre la figure 2.2, une onde accélérée par une hausse locale de température est, après une procédure de RT, réémise plus tard qu’une onde qui traverserait un milieu homogène. Puis, au cours de sa propagation retour, l’onde retournée temporellement est à nouveau accélérée par le milieu pour reformer le front d’onde initial au niveau du premier réseau :

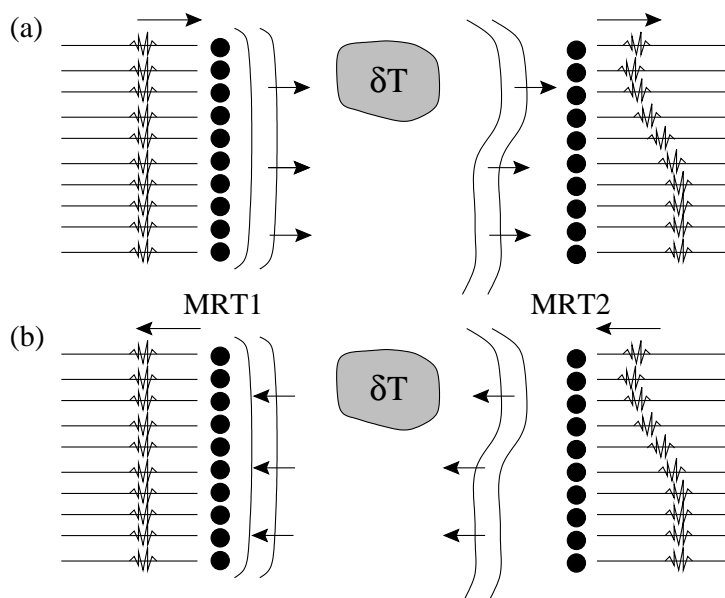


FIG. 2.2 – Compensation d’inhomogénéités de température par un double MRT. (a) Une onde plane émise par le MRT1 traverse une inhomogénéité de température $\delta t > 0$. L’onde est accélérée et le front d’onde déformé est enregistré sur le MRT2. (b) Après retournement temporel, le front d’onde déformé est réémis vers le MRT1. Au cours de cette deuxième traversée du milieu, la déformation du front d’onde est compensée et une onde plane est récupérée sur le MRT2.

le RT permet de compenser des inhomogénéités de température. Le concept de RT s’applique encore lorsque l’évolution temporelle du champ de célérité locale $c(\mathbf{r})$ est lente devant le temps de propagation nécessaire à l’expérience de RT, typiquement quelques dizaines de microsecondes.

Brisure d’invariance par RT dans un milieu mobile

L’invariance par RT est brisée dans un milieu absorbant ou en mouvement [Roux & Fink 1995]. En effet, comme nous l’avons vu en 2.1.2, dans le cas d’un écoulement, la vitesse locale du son dépend de la direction de propagation \mathbf{n} et une onde accélérée dans un sens par l’écoulement sera ralentie lors de sa propagation retour. Le retard lors de l’émission du signal renversé temporellement n’est plus compensé dans la phase retour. Au contraire, il est amplifié par l’écoulement et le front d’onde reçu après une procédure {transmission aller-RT-transmission retour} subit une déformation double (cf. fig. 2.3). Cette configuration du “double miroir à retournement temporel” introduite par Philippe Roux permet d’itérer le processus [Roux 1997] : une onde émise à partir du MRT1 est reçue sur le MRT2, retournée temporellement et réémise vers le MRT1... Après N traversées du milieu mobile (soit $N - 1$ opérations de RT), la déformation du front d’onde est amplifiée N fois selon :

$$\varphi_N(\mathbf{x}) = N\varphi_1(\mathbf{x}). \quad (2.13)$$

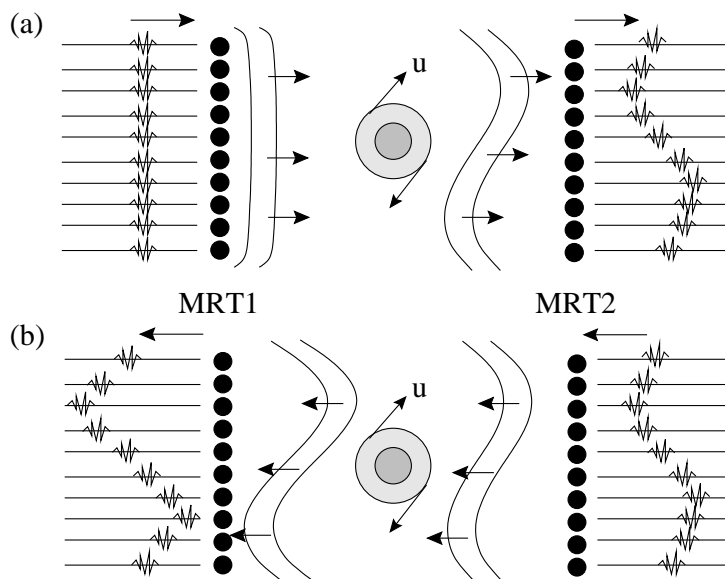


FIG. 2.3 – Amplification des effets d’un écoulement par le double MRT. (a) L’onde plane émise par le MRT1 traverse un vortex tournant dans le sens des aiguilles d’une montre. Le front d’onde est accéléré ou ralenti selon le côté du vortex traversé puis enregistré sur le MRT2. (b) Le front d’onde déformé est retourné temporellement puis réémis à partir du MRT2. Pendant la deuxième traversée du milieu, la déformation du front d’onde par l’écoulement est amplifiée.

La propriété précédente est valable uniquement dans le cas où la déformation du front d’onde n’est due qu’à un écoulement. Plus généralement, l’effet d’inhomogénéités de température, de pression ou de densité est compensé par un nombre pair de traversées du milieu. Un signal $\varphi_N(\mathbf{x})$ avec N impair traduit donc à la fois les effets de l’écoulement (amplifiés N fois) et ceux liés à une traversée d’éventuelles inhomogénéités de température, de pression ou de densité, alors que pour des valeurs paires de N , $\varphi_N(\mathbf{x})$ ne contient que les effets de l’écoulement (amplifiés N fois).

Expériences avec le double MRT

Pour tirer profit à la fois de la propriété d’amplification du double MRT et de la technique des transmissions réciproques, nous utiliserons les deux MRT simultanément en émission. Deux MRT situés à une distance L l’un de l’autre émettent simultanément chacun une onde ultrasonore. Ces deux ondes se propagent dans des sens opposés, traversent le milieu en se croisant et sont reçues sur les deux réseaux. Les amplitudes émises sont suffisamment faibles pour rester dans le domaine de l’acoustique linéaire et négliger les éventuelles interactions non-linéaires lors du croisement des deux ondes ultrasonores. Chaque onde est alors retournée temporellement et renvoyée à travers le milieu. Elles se croisent à nouveau et sont reçues sur les réseaux correspondant à la première émission prêts à une nouvelle itération. L’expérience est d’abord réalisée dans le fluide au repos pour acquérir les itérations de référence puis en présence de l’écoulement (cf. fig. 2.4).

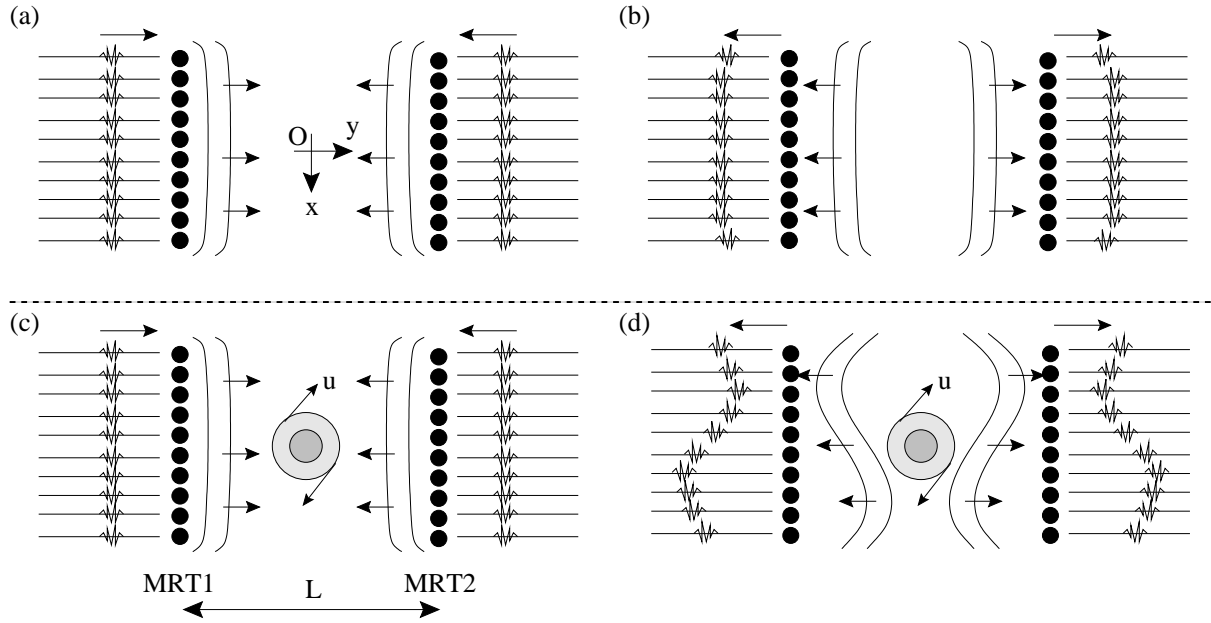


FIG. 2.4 – Déroulement des mesures par transmissions réciproques avec le double MRT. (a) et (b) Acquisition des signaux de référence : une onde plane est émise par chaque MRT dans le fluide au repos, les ondes se croisent et les signaux sont reçus sur chaque MRT et éventuellement retournés temporellement, prêts pour une nouvelle émission. (c) et (d) Emission d'ondes planes en présence de vortex puis réception des fronts d'onde déformés après une traversée de l'écoulement. Cette procédure peut être répétée sur les fronts d'onde déformés retournés temporellement pour amplifier l'effet de l'écoulement.

On note alors $\varphi_{1,N}(x)$ (resp. $\varphi_{2,N}(x)$) la déformation de phase du front d'onde reçu sur le MRT1 (resp. MRT2) après N traversées de l'écoulement. Pour $N = 1$, on a, avec les notations de la section 2.1.2, $\varphi_{1 \rightarrow 2} = \varphi_{2,1}$ et $\varphi_{2 \rightarrow 1} = \varphi_{1,1}$. Lorsque N est impair (resp. pair), $\varphi_{1,N}$ correspond à une émission par le MRT2 (resp. MRT1). Par exemple, $\varphi_{1,3} = \varphi_{2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1}$ et $\varphi_{1,4} = \varphi_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1}$. On définit enfin :

$$\phi_N(x) = \frac{1}{2}(\varphi_{2,N}(x) - \varphi_{1,N}(x)) \quad (2.14)$$

$$\Sigma_N(x) = \frac{1}{2}(\varphi_{2,N}(x) + \varphi_{1,N}(x)). \quad (2.15)$$

La propriété d'amplification par RT (2.13) devient alors :

$$\phi_N(x) = N\phi_1(x) = N\phi(x). \quad (2.16)$$

où $\phi(x)$ est défini par l'équation (2.9). Cette propriété est indépendante de la parité de N puisque, quel que soit le nombre de RT, la différence dans (2.14) annule les effets autres que ceux

de l'écoulement. Il n'en est pas de même pour Σ_N et la propriété suivante est immédiate :

$$\Sigma_{N=2k}(x) = 0 \quad (2.17)$$

$$\Sigma_{N=2k+1}(x) = \Sigma(x), \quad (2.18)$$

où $\Sigma(x)$ est défini par l'équation (2.11).

2.2 Mise en œuvre expérimentale sur un “grand” vortex

Après avoir exposé le principe de la mesure acoustique des déformations d'un front d'onde par un écoulement, nous présentons ici le matériel utilisé au LOA et un premier montage hydrodynamique permettant d'engendrer un vortex de taille nettement supérieure à la longueur d'onde acoustique. Nous montrerons en particulier comment le retournement temporel conduit à une mesure des caractéristiques d'un tel vortex. Enfin, nous discuterons en détail la précision de la technique, l'origine et l'importance du bruit sur la mesure ainsi que l'influence des divers paramètres acoustiques.

2.2.1 Acquisition des données acoustiques

Électronique de retournement temporel

Le double MRT dont le principe vient d'être exposé est constitué de deux réseaux linéaires (ou “barrettes”) identiques de $n = 64$ transducteurs piézo-électriques fonctionnant à une fréquence centrale $f_0 = 1.5$ ou 3.5 MHz. Le pas du réseau (ou “pas inter-élément”, distance entre les centres de deux transducteurs consécutifs) est noté δ et l'ouverture O de la barrette est donnée par $O = n\delta$. La largeur d'un transducteur est de l'ordre de la longueur d'onde acoustique à la fréquence centrale et sa hauteur vaut environ 10 mm soit 10 à 20 fois sa largeur. La table 2.1 résume les caractéristiques des différentes barrettes utilisées pour nos expériences ainsi que celles des diverses sources acoustiques qui interviendront dans la deuxième partie.

Ces deux réseaux sont reliés à une “baie” contenant l'électronique de commande des transducteurs. La baie permet de gérer l'émission et la réception de signaux de pression par 128 transducteurs simultanément. Chaque transducteur possède sa propre électronique de retournement temporel : convertisseur Analogique-Digital en réception, amplificateur, convertisseur Lin-Log, mémoire de 32 ko par voie, opération de RT par procédure “Last In First Out”, convertisseur Digital-Analogique à l'émission. Les signaux de pression sont échantillonnés à une fréquence de 20 MHz.

Enfin, la baie est contrôlée par micro-ordinateur *via* une interface logicielle écrite par Jean-Louis Thomas et Julien de Rosny. Cette interface permet de programmer le signal d'émission (fréquence f , forme, durée), la fenêtre de réception (début, durée) ainsi que le nombre d'opéra-

n°	constructeur	géométrie	f_0 (MHz)	nb éléments	δ (mm)	O (mm)
1	Vermon	linéaire	3.5	64	0.84	53.8
2	Vermon	linéaire	3.5	64	0.42	26.9
3	Vermon	linéaire	3.5	128	0.42	53.8
4	Philips	linéaire	1.5	64	1.0	64
5	Philips	linéaire	1.5	64	0.5	32
6	Philips	linéaire	1.5	128	0.5	64
7	Philips	circulaire	1.5	128	4.9	$2\pi R=62.8$
8	Vermon	mono-élmt	3.5	1		0.38
9	Vermon	mono-élmt	1.5	1		1.0

TAB. 2.1 – Caractéristiques des différents émetteurs utilisés (barrettes et émetteurs mono-élément)

tions de retournement temporel à effectuer. Dans toutes nos expériences, les signaux émis sont sinusoïdaux. Un dernier paramètre acoustique important est la distance L qui sépare les deux MRT. Autant que possible, cette distance sera choisie grande devant les dimensions caractéristiques de l’écoulement de façon à minimiser les perturbations liées à la présence des barrettes dans le milieu.

Réglage du double MRT

La figure 2.5 présente des signaux de référence typiques obtenus avec un double MRT constitué de deux barrettes n° 1 (cf. table 2.1). Une onde plane est engendrée par l’émission simultanée d’un même signal par tous les transducteurs des MRT (fig. 2.5(a)). La représentation de type B-Scan est un diagramme spatio-temporel des signaux de pression $p(x, t)$ reçus sur le MRT2 après une traversée du milieu au repos. x désigne l’abscisse du transducteur de réception sur le MRT2 et la pression est codée en niveaux de gris. De même, une onde sphérique peut être obtenue en programmant l’émission d’un seul transducteur sur le MRT1. En raison du grand rapport d’aspect des transducteurs (de l’ordre de 10 à 20), le terme d’“onde cylindrique” devrait sans doute être préféré à celui d’onde sphérique. Toutefois, nous désignerons par “onde sphérique” le champ émis par un transducteur seul, en sachant qu’au voisinage du plan de coupe du vortex (xOy), la structure du champ de pression est plutôt bidimensionnelle. Nous réserverons le terme d’“ondes cylindriques” aux ondes parfaitement bidimensionnelles qui interviendront dans les simulations de la deuxième partie. Le B-Scan reçu sur le MRT2 après émission par le transducteur central du MRT1 est présenté dans la figure 2.5(c).

Avant toute expérience utilisant un double MRT, il convient de vérifier précisément l’alignement des deux barrettes l’une par rapport à l’autre car un défaut dans le positionnement relatif des MRT peut conduire à une mauvaise interprétation des données acoustiques. Pour cela, nous calculons la phase des signaux de référence par $\arg(\widehat{p}_0(x))$ et nous comparons la phase des signaux

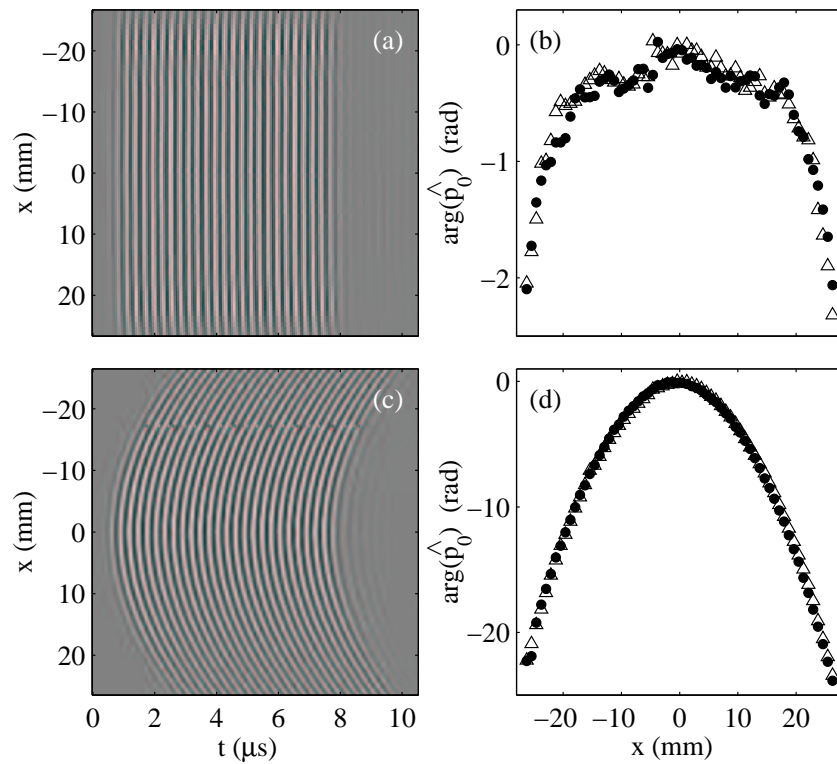


FIG. 2.5 – Signaux de pression de référence pour une émission plane à 3.5 MHz par une barrette de type 1 (cf. table 2.1). (a) B-Scan des signaux $p(x, t)$ reçus sur le MRT2. (b) Phase des signaux pour la transmission “directe” (\bullet) et “réciproque” (Δ). (c) et (d) Mêmes résultats pour une émission sphérique à 3.5 MHz par le transducteur situé en $x = 0$ sur le MRT1. Les phases sont calculées à la fréquence d’émission par transformation de Fourier.

reçus sur le MRT2 (transmission “directe”) à celle des signaux reçus sur le MRT1 (transmission “réciproque”) en fonction de la position des transducteurs pour une même émission simultanée par les deux MRT. L’alignement est considéré comme convenable lorsque les phases directes et réciproques mesurées dans le fluide au repos coïncident comme sur la figure 2.5(b) et (d). Notons qu’expérimentalement, un accord parfait entre les temps de vol directs et réciproques est impossible à atteindre puisque les transducteurs ont des réponses toutes légèrement différentes en émission comme en réception. Nous reviendrons sur ce point dans la section 2.4 (p. 47). Enfin, il est important de noter l’influence de la diffraction sur la forme de l’onde “plane” : si la phase peut être considérée comme constante sur environ 30 mm au centre des barrettes, d’importants effets de bords apparaissent pour $|x| \geq 15$ mm. Ces effets de bords (ou effets d’ouverture finie) sont à l’origine de complications dans l’interprétation des résultats que nous aborderons en seconde partie (section 5.4.2, p. 124).

2.2.2 Dispositif expérimental du “grand” vortex

Dispositif hydrodynamique

Dans cette première expérience, nous avons voulu créer un écoulement tourbillonnaire peu intense sur une taille caractéristique grande devant la longueur d’onde acoustique. Le dispositif, déjà utilisé par [Roux 1997], consiste en un disque de diamètre $d = 60$ mm en rotation en haut d’un cylindre creux de Plexiglas (longueur 240 mm, diamètre extérieur 80 mm, diamètre intérieur 75 mm) placé verticalement [Manneville *et al.* 1999a]. Le disque, entraîné en rotation par un moteur à une fréquence $\Omega_d/2\pi$ variable de 0 à 10 Hz, est équipé de quatre pales de hauteur 10 mm pour augmenter la vortacité de l’écoulement. Le cylindre et le disque sont plongés dans une grande cuve d’eau. L’axe du cylindre orienté vers le haut est noté (Oz) et l’origine $z = 0$ est prise à l’extrémité inférieure du cylindre.

Ce dispositif, illustré sur la figure 2.6, permet d’engendrer un vortex vertical de taille caractéristique (rayon) $a \simeq 50$ mm et de nombre de Reynolds modeste $Re = \Omega_d d^2 / 4\nu \simeq 10^3 - 10^4$ où ν est la viscosité cinématique de l’eau et Re le nombre de Reynolds basé sur la vitesse d’entraînement maximale au niveau du disque. La vitesse orthoradiale maximale du fluide est de l’ordre de $u \simeq 10$ cm.s⁻¹.

Ordres de grandeur de l’interaction son-vortacité

Le double MRT est placé de sorte que le faisceau acoustique traverse le vortex perpendiculairement à son axe, *i.e.* horizontalement dans le plan (xOy). La distance de propagation de l’onde ultrasonore est $L \simeq 100$ mm et les barrettes utilisées sont de type 1 (sauf pour les figures 2.7 et 2.23 où les barrettes sont de type 5). La longueur d’émission est fixée à une trentaine de périodes acoustiques soit environ $8 \mu\text{s}$ (émission quasi-monochromatique). La célérité du son dans l’eau est $c_0 \simeq 1500$ m.s⁻¹ et la longueur d’onde pour $f = 3.5$ MHz vaut $\lambda = 0.42$ mm.

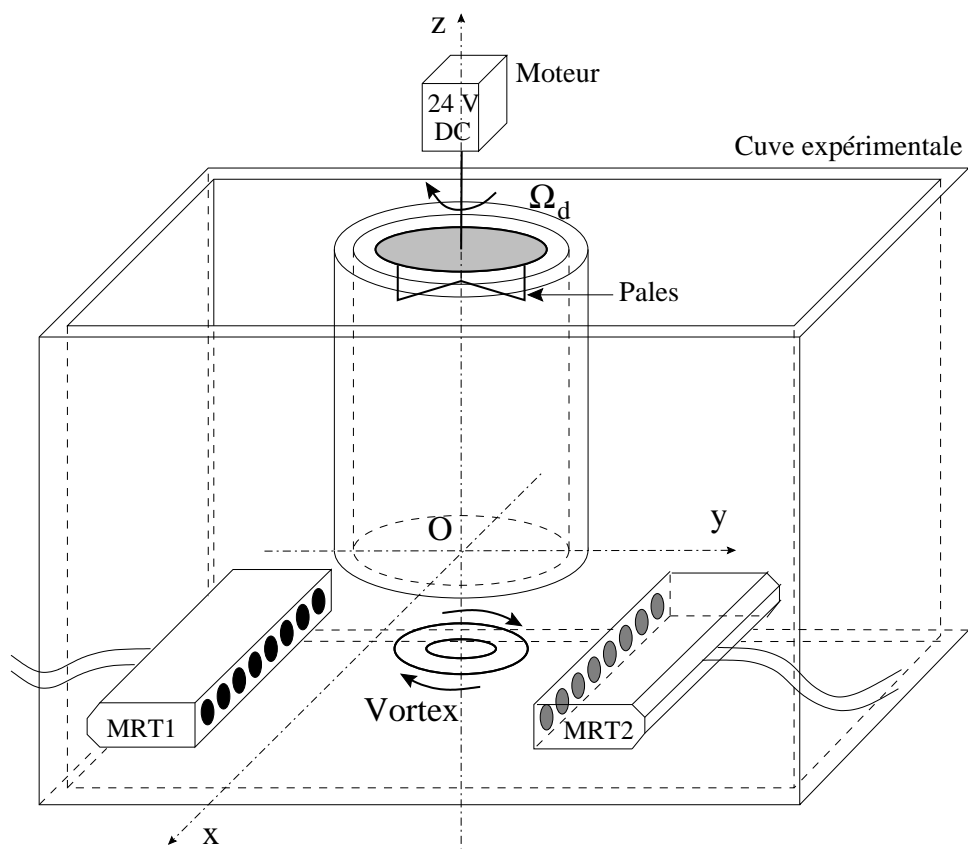


FIG. 2.6 – Dispositif expérimental du "grand" vortex.

La propagation d’un MRT à l’autre dure $L/c_0 \simeq 70 \mu\text{s}$, durée très inférieure au temps caractéristique d’évolution de l’écoulement. On considèrera donc le vortex comme stationnaire vis-à-vis de la propagation acoustique. D’autre part, les deux paramètres introduits en 1.2.2 (p. 17) et caractérisant l’interaction son-vorticité sont ici de l’ordre de :

$$M = \frac{u}{c_0} \simeq 10^{-4} \quad (2.19)$$

$$\beta = \frac{a}{\lambda} \simeq 10^2. \quad (2.20)$$

D’après ces ordres de grandeur, il est clair que l’on peut négliger la réfraction et la diffusion de l’onde ultrasonore par le champ de vitesse du vortex. En effet, d’après l’équation (1.21) (p. 20), la déflexion d’un rayon acoustique sur la distance de propagation est de l’ordre de $\delta x \sim ML \simeq 10^{-2}$ mm. Au cours du RT, cet effet est amplifié et au bout de N traversées du vortex, on a $\delta x_N \sim NML$. On en déduit que même après une dizaine d’itérations du RT, la déflexion reste inférieure à $\delta/10$ *i.e.* nettement plus petite que la résolution spatiale δ du double MRT. De même, la taille caractéristique du vortex est de deux ordres de grandeur supérieure à la longueur d’onde acoustique. Nous pouvons donc négliger tout phénomène de diffusion et utiliser l’approximation de l’acoustique géométrique pour expliquer nos résultats. En particulier, nous décrirons ici la propagation acoustique en terme de rayons rectilignes d’un MRT à l’autre et, d’après l’équation (2.10),

$$\phi \sim \frac{2\pi f}{c_0^2} ua = 2\pi M\beta \simeq 0.05 \text{ rad}, \quad (2.21)$$

ce qui correspond à un décalage temporel $\delta t \simeq 2$ ns des signaux mesurés avec et sans écoulement soit moins d’un centième de période acoustique. La propriété d’amplification (2.16) du double MRT semble donc *a priori* un outil adapté pour la caractérisation de cet écoulement particulièrement faible.

2.2.3 Premières mesures

Signaux de pression

La comparaison des signaux temporels $p(x, t)$ reçus après une traversée de l’écoulement avec ceux obtenus dans le fluide au repos confirme que l’effet à mesurer est très faible : sur une durée de $4 \mu\text{s}$, la différence est difficilement décelable (fig. 2.7(a)). Un agrandissement des signaux sur $0.5 \mu\text{s}$ montre toutefois que, pour $x = 10$ mm, l’écoulement a globalement ralenti l’onde ultrasonore lors de sa propagation entre le double MRT (fig. 2.7(b)). Pour mieux mettre en évidence cet effet, la figure 2.7(c) présente un B-Scan de la différence $p(x, t) - p_0(x, t)$. Le déphasage apparent de π entre $x \leq -5$ mm et $x \geq 5$ mm correspond au changement de signe de cette différence : l’onde est accélérée pour les x négatifs et ralentie pour les x positifs. On peut aussi observer que

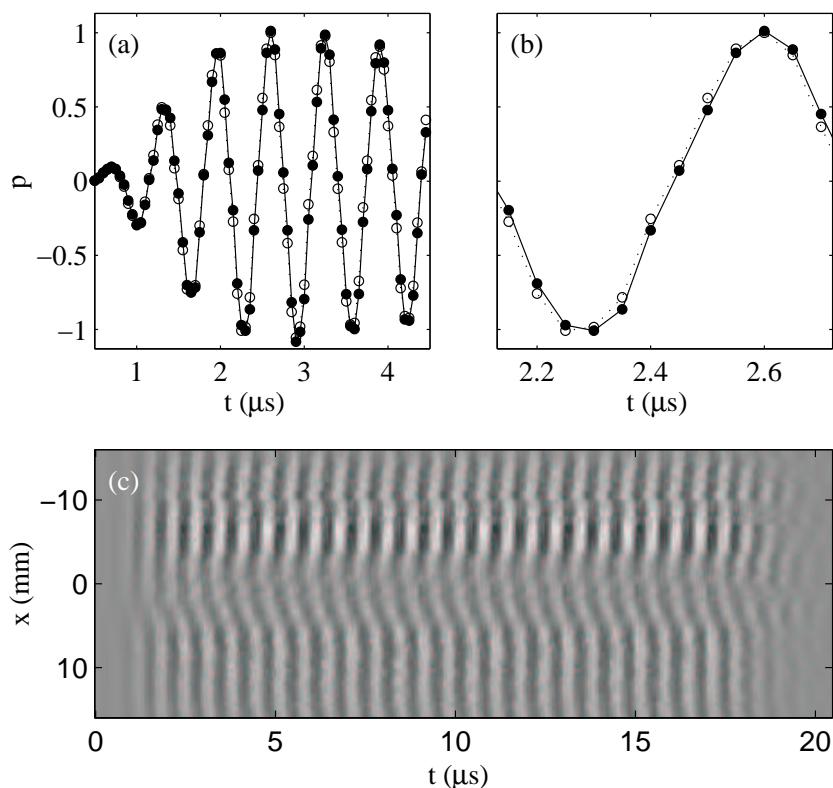


FIG. 2.7 – Signaux de pression pour une émission plane à 1.5 MHz par une barrette de type 5 (cf. table 2.1). (a) $p(x = 10 \text{ mm}, t)$ en présence de vortex (\bullet et traits pleins) et pour un fluide au repos (\circ et pointillés), (b) Zoom sur 0.5 s, (c) B-Scan de $p(x, t) - p_0(x, t)$.

l’amplitude de $p(x, t) - p_0(x, t)$ est plus importante vers les x négatifs. Toutefois, l’interprétation de la différence $p(x, t) - p_0(x, t)$ dans le domaine temporel est délicate et nous y reviendrons en détail au chapitre 7 (p. 171). Nous nous intéresserons désormais à la déformation de phase mesurée par le rapport des transformées de Fourier $\widehat{p}/\widehat{p}_0$ et définie par les équations (2.3) et (2.14).

Déformation de phase et retournement temporel

La figure 2.8 montre les déformations de phase mesurées juste en dessous du cylindre en $z = 0$ pour $N=1, 4$ et 10 traversées du “grand” vortex. Ces mesures sont des moyennes sur 200 acquisitions successives pour un même vortex. La taille du vortex étant plus grande que l’ouverture des barrettes, trois déplacements successifs du double MRT parallèlement à (Ox) ont été nécessaires pour mesurer l’ensemble des profils $\phi_N(x)$. On retrouve sur ces profils l’effet d’advection de l’onde par l’écoulement observé sur la figure 2.7 : d’après le signe de $\phi_N(x)$, l’onde est bien accélérée pour les x négatifs et ralentie pour les x positifs. De plus, le rayon acoustique passant par le centre du vortex situé en $x = 0$ n’est ni ralenti ni dévié : on a $\phi_N(0) \simeq 0$.

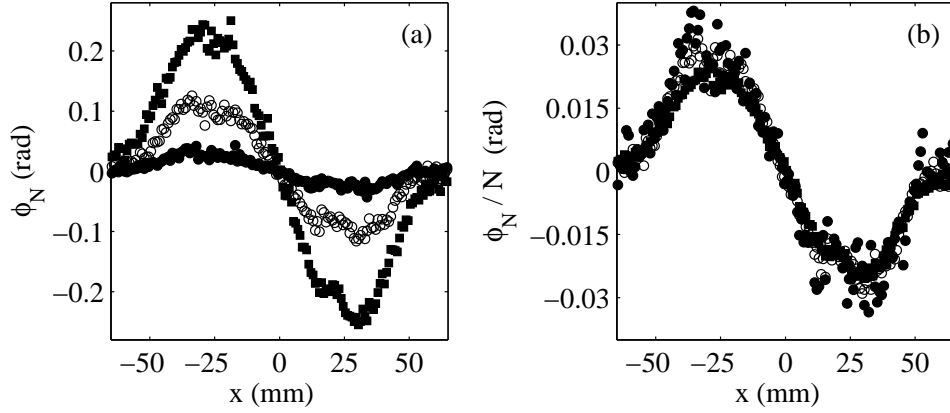


FIG. 2.8 – Déformation de phase pour une émission plane à 3.5 MHz par une barrette de type 1 (cf. table 2.1). (a) $\phi_N(x)$ et (b) $\phi_N(x)/N$ pour $N=1$ (●), 4 (○) et 10 (■) mesurés dans le plan $z = 0$ et pour $\Omega_d/2\pi = 3.2$ Hz.

Conformément à la propriété (2.16), on vérifie sur la figure 2.8(b) que les courbes $\phi_N(x)/N$ coïncident. Même si les valeurs des déphasages sont très faibles ($\simeq 0.03$ rad), l’effet est bel et bien détectable par le double MRT et les mesures semblent d’autant plus précises que N est grand.

Linéarité des mesures avec N et interprétation

A partir des déformations de phase $\phi_N(x)$, on peut définir, au moins dimensionnellement, une vitesse orthoradiale u_N et une circulation Γ_N par :

$$u_N = \frac{c_0^2}{4\pi f} \left| \frac{d\phi_N}{dx} \right|_{x=0} \quad (2.22)$$

$$\Gamma_N = \frac{c_0^2}{4\pi f} \Delta\phi_N, \quad (2.23)$$

où $\Delta\phi_N = \max_x(\phi_N) - \min_x(\phi_N)$. Expérimentalement, la dérivée dans (2.22), *i.e.* la pente du profil $\phi_N(x)$ en $x = 0$, est estimée par régression linéaire de $\phi_N(x)$ autour de $x = 0$. D’après (2.16), les quantités u_N et Γ_N doivent se comporter linéairement avec N . La figure 2.9 montre que ce comportement linéaire, valable pour u_N quel que soit N , n’est pas rigoureusement suivi par Γ_N aux grandes valeurs de N . Cet écart à la linéarité peut s’expliquer par la dégradation des signaux de pression liée à l’amplification des effets de diffraction par le retournement temporel d’ondes “planes” lorsque N augmente. Ce point sera abordé plus en détail dans la section 2.4 (p. 47). Pour assurer la validité de nos interprétations, nous nous limiterons donc dans la suite à $N \leq 7$.

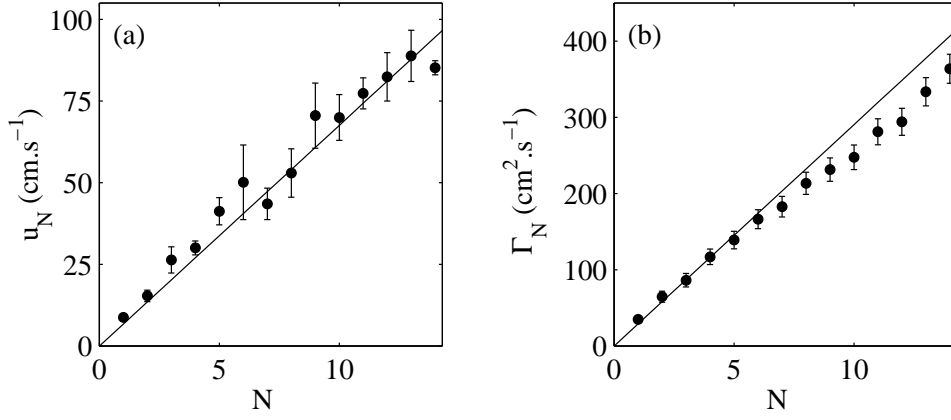


FIG. 2.9 – Linéarité de l’amplification avec le nombre de traversées du vortex. (a) u_N (les barres d’erreur correspondent aux variations de u_N avec la zone de régression linéaire utilisée pour calculer la pente de ϕ_N en $x = 0$ dans (2.22)), (b) Γ_N (les barres d’erreur sont calculées à partir des incertitudes sur $\max_x(\phi_N)$ et $\min_x(\phi_N)$). Les droites en traits pleins correspondent à une rotation solide de paramètres $R = 43$ mm et $\Omega/2\pi = 0.25$ Hz (cf. texte). Les mesures sont effectuées dans le plan $z = 0$ et pour $\Omega_d/2\pi = 3.2$ Hz.

Modèle de vortex en “rotation solide”

Pour un vortex axisymétrique centré en $(x = 0, y = 0)$, le calcul d’acoustique géométrique (2.10) s’écrit en utilisant (2.16) :

$$\phi_N(x) = \frac{2N\pi f}{c_0^2} \int_{-L/2}^{L/2} \left(u_\theta(r) \frac{x}{r} - u_r(r) \frac{y}{r} \right) dy, \quad (2.24)$$

avec $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Même si $u_r(r) \neq 0$, la contribution du terme en u_r est nulle par symétrie. La relation entre ϕ_N et \mathbf{u} se réduit donc à :

$$\phi_N(x) = \frac{2N\pi f}{c_0^2} \int_{-L/2}^{L/2} u_\theta(r) \frac{x}{r} dy, \quad (2.25)$$

Appliquons les définitions (2.22) et (2.23) au cas particulier d’un écoulement en rotation solide : $u_\theta(r) = r\Omega$ pour $r \leq R$ et $u_\theta(r) = 0$ sinon. Même si ce champ de vitesse néglige les couches limites et présente une discontinuité en $r = R$ qui ne peut être représentative de la physique de l’écoulement, il représente un modèle raisonnable pour le “grand” vortex, au moins à l’intérieur du cylindre et pour $z \simeq 0$. R est le rayon de la rotation solide et Ω sa pulsation. Si la distance de propagation acoustique est choisie assez grande, de sorte que $L/2 \geq R$, l’équation (2.25) donne après un calcul élémentaire :

$$\phi_N(x) = \frac{4N\pi f}{c_0^2} \Omega x \sqrt{R^2 - x^2}. \quad (2.26)$$

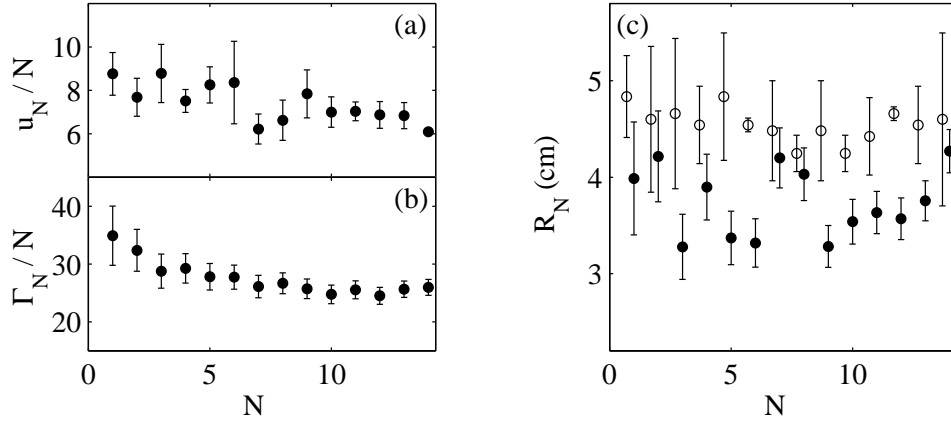


FIG. 2.10 – (a) u_N/N et (b) Γ_N/N . (c) R_N estimé par Γ_N/u_N (\bullet) et par $\Delta x_N/\sqrt{2}$ (\circ).

Ainsi, pour une rotation solide de paramètres R et Ω , les extrema de ϕ_N sont atteints en $x = \pm R/\sqrt{2}$ et, avec (2.22) et (2.23), on obtient $u_N = NR\Omega$ et $\Gamma_N = NR^2\Omega$. u_N/N représente donc bien la vitesse orthoradiale maximum du vortex atteinte en $r = R$. A un facteur 2π près, Γ_N/N est la circulation du vortex calculée pour $r = R$. Des ajustements linéaires des mesures de u_N et Γ_N en fonction de N sont présentés sur la figure 2.9, dont on déduit des paramètres pour un modèle de rotation solide, ici, $R = 43$ mm et $\Omega/2\pi = 0.25$ Hz. On vérifie sur les figure 2.10(a) et (b) que u_N/N et Γ_N/N sont indépendants de N , aux “incertitudes” de mesure près de l’ordre de 15 %. Les barres d’erreur plus grandes pour les premières valeurs de Γ_N résultent des très faibles valeurs prises par ϕ_N pour $N \leq 3$ qui sont donc plus sensibles au bruit sur la mesure (cf. 2.4, p. 47).

Enfin, on peut déduire de ce qui précède deux estimations indépendantes du rayon R . En effet, on a, d’une part, $R = \Gamma_N/u_N$ et, d’autre part, $R = \Delta x_N/\sqrt{2}$, où Δx_N désigne l’écart entre les abscisses des extrema de ϕ_N (cf. fig 2.10(c)). La première mesure, basée sur le comportement local de $\phi(x)$ au cœur du vortex, semble plus fiable que celle basée sur la détection des extrema de ϕ dont la position est plus difficile à estimer précisément. Elle indique qu’au moins au voisinage du centre du vortex, le champ de vorticité est assimilable à une rotation solide de taille caractéristique $a \sim R \simeq 40$ mm. Ces résultats justifient *a posteriori* l’approximation de l’acoustique géométrique puisque $\beta = a/\lambda \simeq 10^2$.

2.3 Traitement des données acoustiques

Les premières mesures présentées ci-dessus prouvent l’intérêt du retournement temporel pour amplifier linéairement l’effet d’un écoulement sur une onde ultrasonore. Dans cette section, pour un nombre de traversées fixé à $N = 7$, nous montrons que cet outil de mesure apporte une information quantitative sur la structure du tourbillon. En particulier, nous verrons que, moyennant

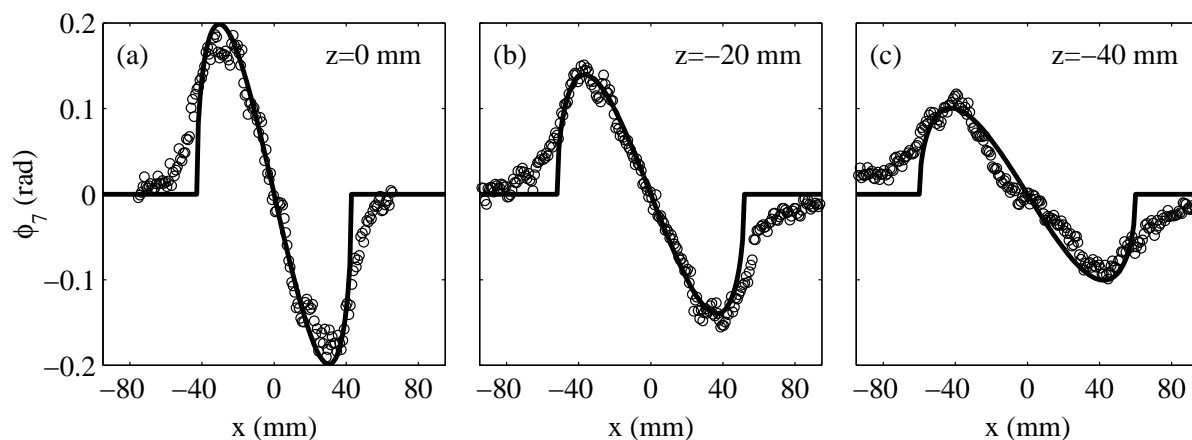


FIG. 2.11 – Déformations de phase après 7 traversées du vortex pour (a) $z = 0$, (b) $z = -20$ et (c) $z = -40$ mm. Les courbes en traits pleins représentent le meilleur ajustement des données pour un écoulement en rotation solide (2.26). La fréquence de rotation du disque vaut $\Omega_d/2\pi = 3.2$ Hz.

un algorithme simple, on peut remonter des données acoustiques au champ de vitesse orthoradiale du vortex. Les résultats de l'algorithme seront comparés à des simulations numériques.

2.3.1 Mesures d'intensité moyenne

Des mesures moyennes de la déformation de phase $\phi_7(x)$ sont rassemblées dans la figure 2.11 pour trois hauteurs différentes sous le cylindre. Nous avons superposé aux résultats expérimentaux les meilleurs ajustements obtenus avec l'équation 2.26 avec $R = 43$ mm et $\Omega/2\pi = 0.25$ Hz pour $z = 0$, $R = 52$ mm et $\Omega/2\pi = 0.12$ Hz pour $z = -20$ mm et $R = 60$ mm et $\Omega/2\pi = 0.065$ Hz pour $z = -40$ mm. Même si, comme nous le verrons à la section 2.3.3, l'ajustement par une rotation solide a ici peu de sens physique en dehors du cœur du vortex, il est clair qu'à mesure que l'on descend sous le cylindre, l'intensité du vortex diminue alors que sa taille caractéristique augmente.

La figure 2.12(a) présente des mesures systématiques de l'"intensité moyenne" du vortex en fonction de la hauteur z estimée par $u_5/5$ sous le cylindre ($z \leq 0$) et par u_1 dans le cylindre ($z \geq 0$) (cf. équation (2.22) pour la définition de u_N). Notons que les mesures "dans le cylindre" sont effectuées par transmission à travers le Plexiglas. On peut négliger ici la réfraction acoustique aux interfaces eau-Plexiglas car l'estimation de la vitesse définie par (2.22) ne fait intervenir que des valeurs de x proches de 0, correspondant à des rayons acoustiques en incidence quasi-normale sur le Plexiglas. Nous pouvons distinguer dans l'écoulement trois zones distinctes en fonction de z : sous le cylindre (écoulement ouvert), la vitesse caractéristique u décroît lentement pour atteindre des valeurs difficilement détectables pour $z \leq -50$ mm ; dans le cylindre, où le rayon du vortex devient indépendant de z et de l'ordre du rayon intérieur du cylindre, la vitesse u donc aussi la vorticité croît à peu près linéairement à mesure que l'on se rapproche du disque tant

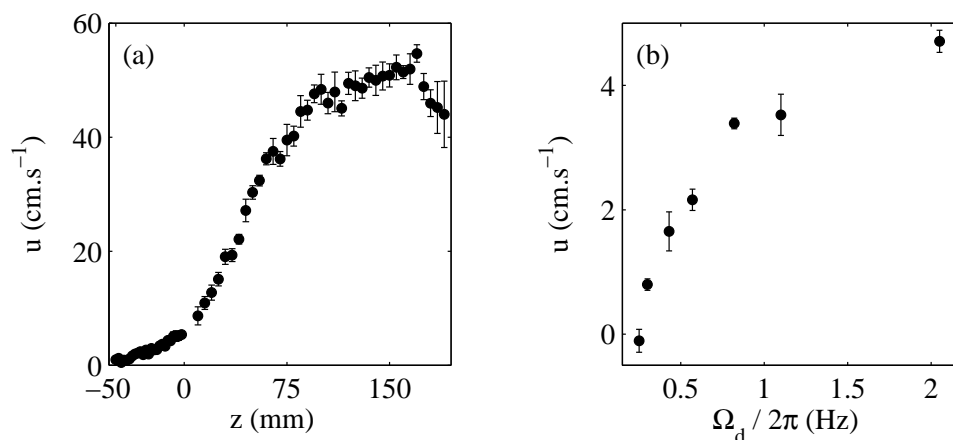


FIG. 2.12 – Vitesse caractéristique du vortex en fonction de (a) z (pour $\Omega_d/2\pi = 2.8$ Hz) et (b) Ω_d (pour $z = 0$). Les barres d’erreur correspondent aux variations de u avec la zone de régression linéaire utilisée pour calculer la dérivée dans (2.22).

que $0 \leq z \leq 90$ mm ; enfin dans les 10 cm supérieurs du cylindre, la vorticit e atteint un plateau proche de la vitesse d’entraînement du disque (ici, $R\Omega_d \simeq 60 \text{ cm.s}^{-1}$). Il n’est pas dans notre propos d’étudier en détail la structure de l’écoulement à l’intérieur du cylindre. Au vu de ces résultats, on peut toutefois affirmer que l’influence des pales s’étend au moins sur une dizaine de centimètres sous le disque : dans cette région où le nombre de Reynolds est de l’ordre de 10^4 , l’écoulement est sans doute turbulent. Les grandes barres d’erreur pour $z \geq 100$ mm témoignent d’une plus grande complexité et d’une plus grande instationnarité des mesures de phase. Entre le haut et le bas du cylindre, la vorticité perd environ un facteur 10 lié à la dissipation visqueuse.

Enfin, pour déterminer la plus petite vorticité détectable par le double MRT, nous avons mesuré u en fonction de Ω_d dans le plan $z = 0$ (fig. 2.12(b)). Le minimum de détection obtenu dans cette expérience est $u \simeq 0.5 \text{ cm.s}^{-1}$ soit, avec $a \simeq 40$ mm, une vorticité $\Omega/2\pi \simeq 0.02$ Hz.

2.3.2 Un algorithme de reconstruction de u_θ

Description de l’algorithme

La déformation de phase $\phi(x)$ contient une information intégrale sur l’écoulement. On peut alors se demander s’il est possible de remonter au champ de vitesse du vortex à partir de cette information intégrale (“problème inverse”). En collaboration avec Agnès Maurel, nous avons mis au point un algorithme permettant de résoudre partiellement le problème inverse. Cet algorithme repose sur trois hypothèses simplificatrices :

- validité de l’acoustique géométrique et, en particulier, de l’équation (2.10).
- axisymétrie du champ de vitesse de l’écoulement : $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(r)$.

– vortex centré par rapport aux barrettes.

Sous ces hypothèses et d'après l'équation (2.25), pour une seule traversée de l'écoulement, on a :

$$\phi(x) = \frac{2\pi f}{c_0^2} \int_{-L/2}^{L/2} u_\theta(r) \frac{x}{r} dy. \quad (2.27)$$

La deuxième hypothèse entraîne que ϕ est une fonction impaire de x . Expérimentalement, au bruit sur les données près, cette propriété est bien vérifiée (cf. fig. 2.8). Pour plus de précision, nous appliquerons donc l'algorithme à un profil $\phi(x)$ obtenu en moyennant $\phi(x \leq 0)$ et $-\phi(x \geq 0)$.

L'algorithme décrit ci-dessous nécessite enfin de connaître le profil $\phi(x)$ sur une taille suffisante pour que $\phi \simeq 0$ aux plus grandes valeurs de x . L'équation (2.27) est d'abord écrite sous forme discrétisée. Pour cela, on divise la zone rotationnelle en p anneaux concentriques $r \in [r_{j+1}, r_j]$ où l'on suppose que la vitesse orthoradiale garde une valeur constante $u_\theta(r) = u_j$. Notons que r_1 correspond au "bord" du vortex au-delà duquel la vitesse devient trop faible pour être détectée : $\phi(|x| \geq r_1) \simeq 0$. $r_{p+1} = 0$ correspond au centre du vortex et le pas $r_j - r_{j+1}$ est choisi égal au pas d'échantillonnage spatial de $\phi(x)$, de sorte que les rayons des anneaux correspondent aux abscisses des données expérimentales : $x_i = r_i$. En notant $\Phi_i = \phi(r_{i+1})$ les points expérimentaux numérotés à partir du bord, on a $\Phi_0 = \phi(r_1) \simeq 0$ et, pour le rayon passant par le centre du vortex, $\Phi_{p+1} = \phi(0) \simeq 0$. La figure 2.13 détaille ces notations et la géométrie de la discrétisation.

Pour chaque donnée Φ_i , l'intégrale (2.27) se décompose en i termes correspondant à la traversée de i anneaux. Le terme correspondant à la traversée de l'anneau $[r_{j+1}, r_j]$ est proportionnel à u_j et peut s'écrire $\mathcal{M}_{i,j}u_j$ avec

$$\mathcal{M}_{i,j} = \frac{4\pi f}{c_0^2} \int_{y_{i,j+1}}^{y_{i,j}} \frac{r_{i+1}}{\sqrt{r_{i+1}^2 + y^2}} dy, \quad (2.28)$$

où $y_{i,j} = \sqrt{r_j^2 - r_{i+1}^2}$. Le facteur 4π , au lieu de 2π dans l'équation (2.27), provient des deux contributions de l'anneau $[r_{j+1}, r_j]$ pour $y_{i,j+1} \leq y \leq y_{i,j}$ et $-y_{i,j} \leq y \leq -y_{i,j+1}$. On obtient ainsi pour Φ_i une écriture matricielle de la forme :

$$\Phi_i = \sum_{1 \leq j \leq i}^p \mathcal{M}_{i,j} u_j. \quad (2.29)$$

En intégrant (2.28), on trouve :

$$\mathcal{M}_{i,j} = \frac{4\pi f}{c_0^2} r_{i+1} \ln \left(\frac{y_{i,j} + r_j}{y_{i,j+1} + r_{j+1}} \right) \text{ pour } i \leq j. \quad (2.30)$$

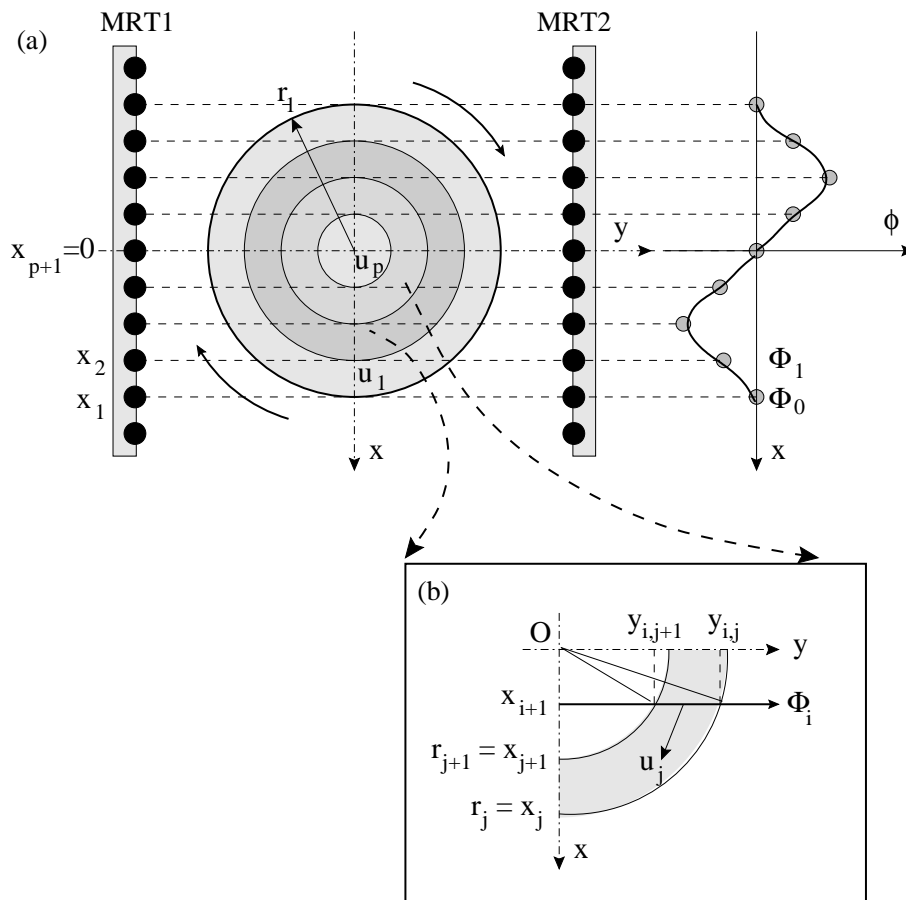


FIG. 2.13 – Algorithme de reconstruction de la vitesse orthoradiale à partir de la mesure de la déformation de phase $\phi(x)$.

En posant $\mathcal{M}_{i,j} = 0$ si $i > j$, on définit une matrice triangulaire \mathcal{M} . Ce caractère triangulaire traduit le fait que la reconstruction s'effectue de proche en proche à partir du bord du vortex. Chaque valeur de vitesse calculée dans un anneau j permet le calcul de la vitesse dans l'anneau suivant $j + 1$ de diamètre inférieur. Comme les éléments diagonaux de \mathcal{M} sont tous non nuls, \mathcal{M} est une matrice inversible et l'on reconstruit aisément la vitesse orthoradiale aux points r_j par $u = \mathcal{M}^{-1}\Phi$.

Notons que le problème inverse est rendu très simple par l'hypothèse d'axisymétrie de l'écoulement. Cette hypothèse est bien vérifiée en pratique dans l'expérience du "grand" vortex. Nous verrons dans le chapitre suivant que cet algorithme peut être adapté au cas d'un vortex faiblement elliptique. En revanche, dans le cas général, l'information intégrale contenue dans $\phi(x)$ est insuffisante pour remonter au champ de vitesse de l'écoulement. Il faut alors mesurer la déformation de phase sous d'autres angles d'incidence et l'on entre dans le domaine de la tomographie acoustique [Johnson *et al.* 1977].

Résultats de la reconstruction

L'algorithme de reconstruction s'avère assez sensible au bruit sur les données expérimentales. Pour obtenir des résultats pertinents, nous avons été conduits à lisser les profils $\phi(x)$ de la figure 2.11 en moyennant Φ_i avec ses quatre plus proches voisins. Les résultats sont rassemblés dans la figure 2.14. Après reconstruction, on retrouve bien les ordres de grandeur des vitesses et des tailles caractéristiques obtenus en 2.3.1 grâce au modèle de rotation solide. Toutefois, on constate que le profil de vitesse reconstruit s'écarte nettement d'une rotation solide et ce, d'autant plus à mesure que l'on descend sous le cylindre. Ce résultat était prévisible puisque, dans la région ouverte de l'écoulement, le modèle de rotation solide ne peut être valable.

L'algorithme proposé ci-dessus permet donc de remonter précisément au champ de vitesse d'un vortex axisymétrique à partir des données acoustiques, dans le cas où la taille du vortex reste grande devant la longueur d'onde ultrasonore.

2.3.3 Comparaison avec des simulations numériques FLUENT

Nous présentons ici des résultats de simulations obtenus par Agnès Maurel grâce au code FLUENT [Manneville *et al.* 1999a]. Ce code numérique, basé sur une méthode aux éléments finis, permet de simuler les équations de Navier-Stokes incompressibles pour un écoulement axisymétrique. La grille utilisée est ajustée le mieux possible à la configuration expérimentale. Toutefois, la convergence du calcul n'a pu être obtenue que pour un domaine plus petit que celui de l'expérience et pour des nombres de Reynolds nettement inférieurs. Nous avons ainsi été amenés à renormaliser les résultats des simulations, qui ne peuvent donc être interprétés ici que qualitativement. De plus, la présence de pales sous le disque n'a pas pu être prise en compte.

Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 2.14. Un bon accord est obtenu

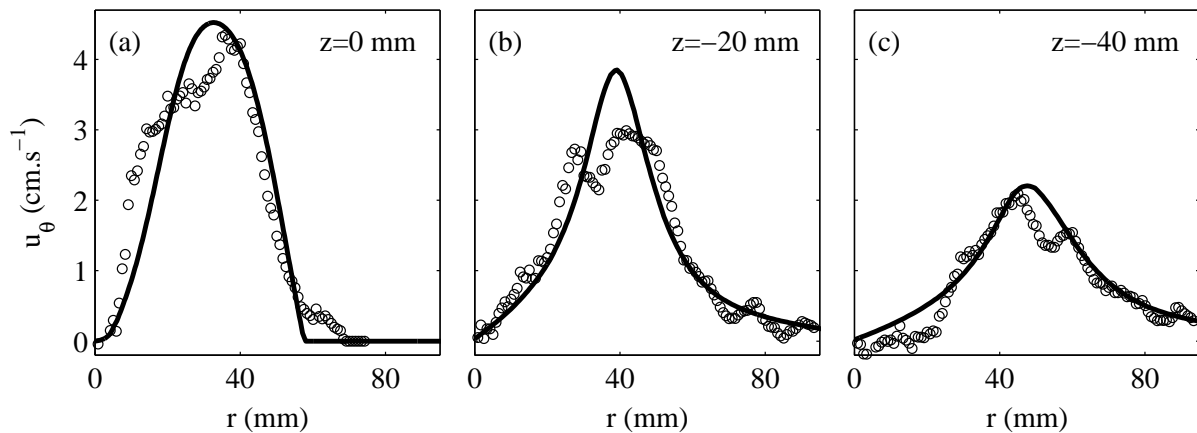


FIG. 2.14 – Reconstruction de la vitesse orthoradiale à partir des données de la figure 2.11. Les courbes en traits pleins représentent les résultats de simulations numériques par le code FLUENT (cf. 2.3.3).

avec la vitesse orthoradiale reconstruite, notamment pour les grandes valeurs de r . A l'aide de l'équation (2.27), il est aisé de calculer la déformation de phase associée à la traversée du champ de vitesse simulé. Les résultats du calcul sont superposés aux données expérimentales sur la figure 2.15. L'accord entre les profils est excellent quel que soit la valeur de z considérée. Contrairement au modèle de rotation solide, les simulations numériques permettent de modéliser parfaitement les mesures acoustiques, même loin du cœur du vortex. En particulier, on retrouve un point d'inflexion en $x = 0$ pour $z = -40$ mm sur les profils expérimentaux comme avec les simulations. Notons enfin que ces résultats ne signifient pas que l'écoulement réel moyen soit identique à l'écoulement simulé. En effet, deux champs de vitesse différents peuvent fort bien, après intégration par (2.10), donner lieu à des déformations de phase identiques.

2.4 Caractérisation de la mesure

Avant de poursuivre l'étude d'écoulements hydrodynamiques à l'aide du double MRT, il convient de s'interroger sur la précision de ce nouvel outil de mesure. En effet, on peut se demander quelle est l'incertitude sur les résultats au voisinage de la limite de détection fixée à environ 0.5 cm.s^{-1} à la section précédente. De plus, pour pouvoir passer à l'étude dynamique d'un écoulement, il est nécessaire de savoir distinguer le bruit intrinsèque dû à l'électronique de mesure des fluctuations éventuelles de l'écoulement. La question du rapport signal/bruit dans nos mesures n'est donc pas un simple détail d'instrumentation et cette étape de validation est donc décisive pour la suite de notre étude. Nous verrons tout d'abord que le niveau de bruit électronique est suffisamment faible pour pouvoir récupérer une information dynamique précise sur l'écoulement. Nous étudierons ensuite l'influence sur le bruit des divers paramètres

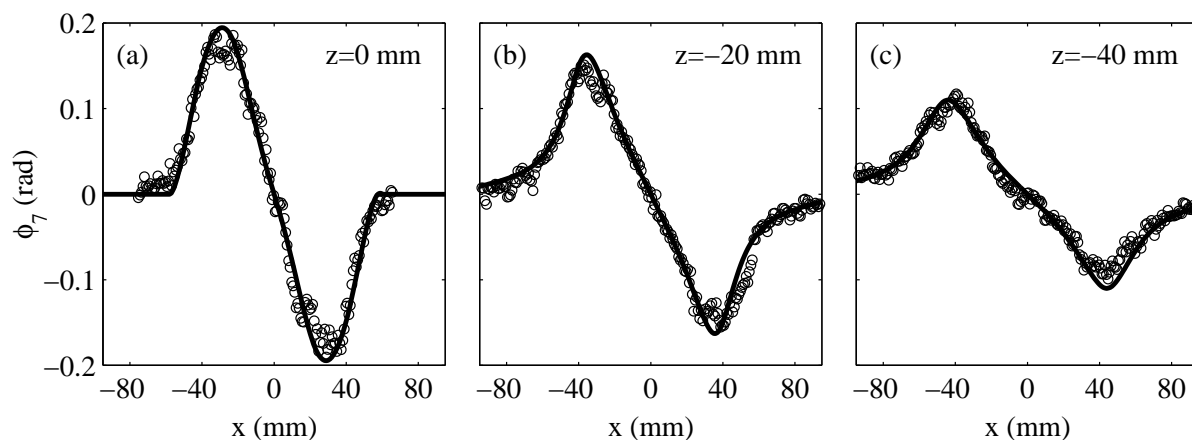


FIG. 2.15 – Déformations de phase calculées à partir des simulations numériques FLUENT (en traits pleins) et superposées aux données expérimentales de la figure 2.11 (o).

intervenant dans nos mesures acoustiques.

2.4.1 Bruit ou instationnarité ?

Cette section est consacrée à une analyse détaillée du “bruit” sur les mesures par le double MRT. En effet, le calcul de la déviation standard des mesures de phase autour des moyennes présentées dans la section précédente montre que ces fluctuations, de l’ordre de 10 à 20 %, ne sont pas négligeables. De telles fluctuations ont trois origines possibles : le bruit inhérent à l’électronique commandant le dispositif acoustique, les vibrations du montage expérimental et l’instationnarité de l’écoulement. De ces trois sources de “bruit”, c’est la première qui fixe véritablement la précision de notre instrument de mesure et les limites de détection évoquées plus haut.

Bruit dans le fluide au repos

Le bruit intrinsèque du double MRT est obtenu en l’absence de tout écoulement. On note $\phi(x, t)$ et $\Sigma(x, t)$ les séries temporelles expérimentales obtenues à partir d’acquisitions successives de la demi-différence ϕ et de la demi-somme Σ des déphasages définies en 2.1.2 (p. 26) avec $N = 1$. La fréquence d’acquisition est de l’ordre de 20 Hz. Comme prévu pour un fluide au repos, $\phi(x_0, t)$ fluctue autour de 0 et deux voies distinctes du double MRT sont complètement décorréées (cf. fig. 2.16(a) et (b)).

En revanche, $\Sigma(x_0, t)$ présente une nette tendance basse fréquence à laquelle se superpose un bruit semblable à celui observé sur $\phi(x_0, t)$. Cette augmentation globale de $\Sigma(x_0, t)$ avec le temps s’interprète facilement en se rappelant que, d’après l’équation (2.11), $\Sigma(x_0, t)$ est sensible à des variations de température dans le milieu. La vitesse du son dans l’eau variant de 2.5 m.s^{-1}

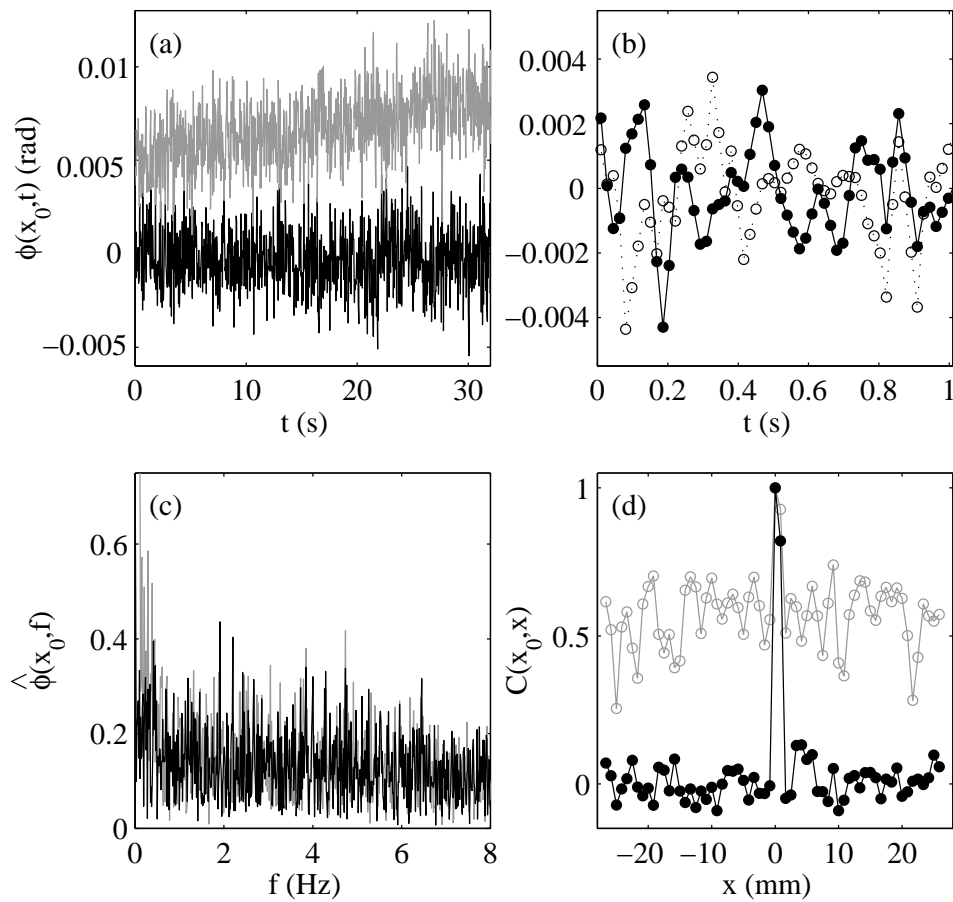


FIG. 2.16 – Mesures en l'absence d'écoulement. (a) $\phi(x_0, t)$ (en noir) et $\Sigma(x_0, t)$ (en gris) pour $x_0 = 0$. (b) $\phi(x_0, t)$ en $x_0 = 0$ (•) et $x_0 = 3.3$ mm (◦). (c) Transformées de Fourier $\hat{\phi}(x_0, f)$ (en noir) et $\hat{\Sigma}(x_0, f)$ (en gris). (d) Coefficients d'inter-corrélation $C_\phi(x_0, x)$ (• et trait noir) et $C_\Sigma(x_0, x)$ (◦ et trait gris) pour $x_0 = 0$.

par degré Celsius, un déphasage de 0.005 rad équivaut à une augmentation de 0.002°C pour une propagation sur 10 cm. En mesurant simultanément la température sur des temps longs, nous avons pu vérifier que la dérive de $\Sigma(x_0, t)$ correspond bien à un réchauffement global de l'eau au cours de l'expérience, provenant de l'augmentation de la température de la pièce dans la journée.¹

On retrouve ces résultats sur le spectre des signaux $\phi(x_0, t)$ et $\Sigma(x_0, t)$ (fig. 2.16(c)). La présence de basses fréquences dans $\widehat{\Sigma}(x_0, f)$ correspond à la dérive en température. Le reste du spectre peut être assimilé à un bruit blanc provenant de l'environnement électronique de l'expérience et, en particulier, de la baie. Enfin, la figure 2.16(d) présente les résultats du calcul des coefficients de corrélation "inter-éléments" normalisés définis par :

$$C_\phi(x_0, x) = \frac{\int \tilde{\phi}(x_0, t) \tilde{\phi}(x, t) dt}{\sqrt{\int \tilde{\phi}(x_0, t)^2 dt} \sqrt{\int \tilde{\phi}(x, t)^2 dt}}, \quad (2.31)$$

où $\tilde{\phi}$ est le processus centré $\tilde{\phi}(x_0, t) = \phi(x_0, t) - \langle \phi(x_0, t) \rangle_t$. C_Σ est défini de façon analogue pour Σ . Expérimentalement, on trouve $C_\phi(x_0, x) = 0$ dès que la corrélation est effectuée avec un récepteur situé à plus de 2δ de x_0 : les deux voies sont bien décorréélées. Le fait que $C_\phi(x_0, x_0 + \delta) \simeq 0.8$ s'explique par un léger couplage électronique normal entre deux transducteurs consécutifs avec le type de barrette utilisé. La valeur proche de 0.5 observée pour $C_\Sigma(x_0, x)$ résulte à nouveau de la tendance basse fréquence observée dans $\Sigma(x_0, t)$.

Influence des vibrations du montage

Dans le dispositif étudié dans ce chapitre ainsi qu'au chapitre 4 (p. 86), le support des barrettes constituant le double MRT est solidaire d'un bâti auquel est fixé le montage hydrodynamique. Les vibrations liées à la rotation du moteur entraînant le disque sont donc communiquées aux sondes acoustiques par l'intermédiaire de la cuve expérimentale (cf. fig. 2.6, p. 36). Tant que la période des vibrations (typiquement 1 s) reste grande devant le temps de propagation ultrasonore (quelques dizaines de microsecondes) et leur amplitude faible devant la distance entre les barrettes, leur seul effet est une variation δL de la distance de propagation au cours du temps. Cet effet est indépendant de la direction de propagation. On s'attend donc à mesurer $\phi = 0$ et $\Sigma = 4\pi f \delta L / c_0$. De plus, l'effet est indépendant de x lorsque les vibrations n'induisent qu'une translation et aucune rotation relative des barrettes l'une par rapport à l'autre.

La figure 2.17 présente des mesures analogues à celles de la figure 2.16 réalisées dans le fluide au repos mais où l'ensemble du montage a été soumis volontairement à des vibrations mécaniques

¹Notons que Σ est aussi sensible aux variations de densité et de pression. Toutefois, dans l'eau, ces variations peuvent être négligées et l'écoulement considéré comme incompressible. En effet, un déphasage de 0.005 rad correspondrait à une variation globale de pression d'environ 30 mbar sur 10 cm (ou encore, à une variation de pression de 300 mbar localisée sur 1 cm. L'augmentation de Σ ne peut donc provenir ni d'une variation de pression atmosphérique ni de l'écoulement (la dépression associée au vortex fait diminuer Σ).

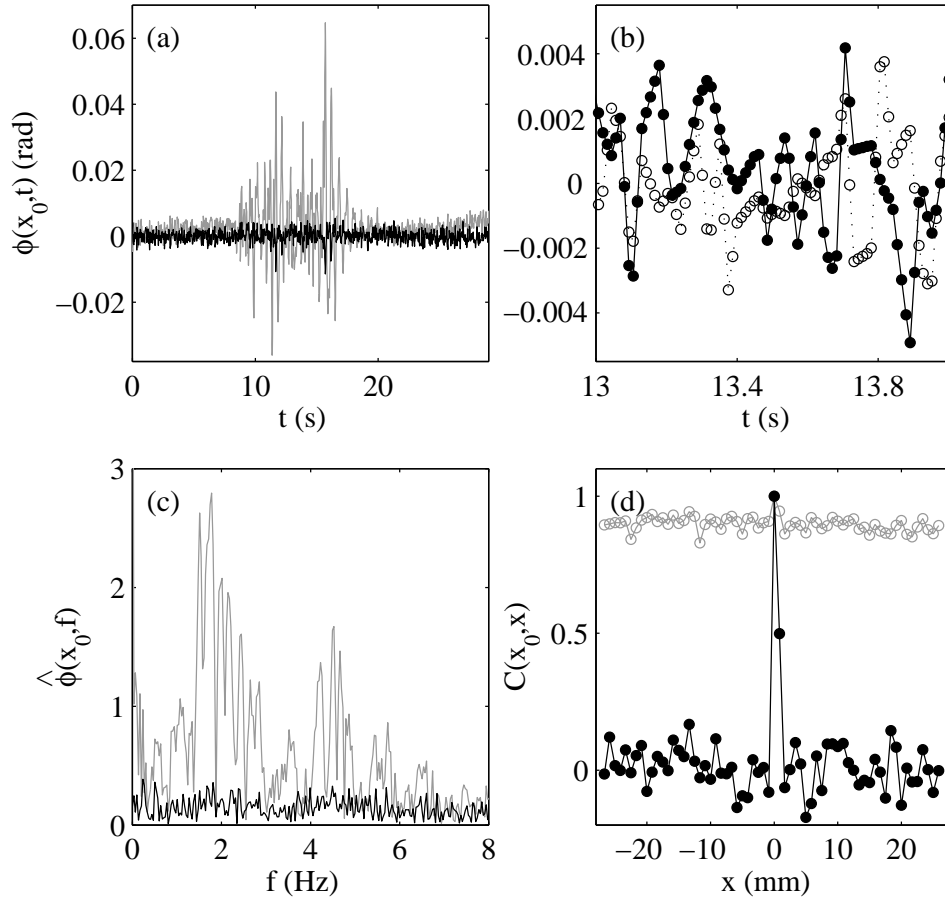


FIG. 2.17 – Influence des vibrations sur les mesures en l’absence d’écoulement. (a) $\phi(x_0, t)$ (en noir) et $\Sigma(x_0, t)$ (en gris) pour $x_0 = 0$. (b) $\phi(x_0, t)$ en $x_0 = 0$ (●) et $x_0 = 3.3$ mm (○). (c) $\hat{\phi}(x_0, f)$ (en noir) et $\hat{\Sigma}(x_0, f)$ (en gris). (d) $C_\phi(x_0, x)$ (● et trait noir) et $C_\Sigma(x_0, x)$ (○ et trait gris) pour $x_0 = 0$.

(à $t \simeq 8$ s, l’expérimentateur a sauté à pieds joints à côté de la cuve hydrodynamique). Le signal $\Sigma(x_0, t)$ présente alors de fortes variations sur une dizaine de secondes, qui s’interprètent comme l’effet des vibrations sur la distance de propagation. Avec $\Sigma \simeq 0.06$ rad, on trouve $\delta L \simeq 2 \mu\text{m}$. De plus, une tendance basse fréquence liée à une dérive en température est décelable sur $\Sigma(x_0, t)$ pour $t \geq 25$ s. Le spectre $\hat{\Sigma}(x_0, f)$ possède donc à la fois des basses fréquences et les fréquences propres du montage, de l’ordre de 2 Hz, induites par les vibrations.

Le signal $\phi(x_0, t)$ semble, quant à lui, insensible aux vibrations. D’après la figure 2.17(b), le niveau de bruit observé sur ϕ en présence des vibrations reste de l’ordre de celui de la figure 2.16(b) et le calcul de $C_\phi(x_0, x)$ prouve à nouveau le découplage des mesures de ϕ pour deux valeurs différentes de x . En revanche, les coefficients d’inter-corrélation pour Σ gardent des valeurs de l’ordre de 0.9 sur toute l’ouverture du MRT, ce qui confirme que les vibrations (ainsi

que les variations globales de température) ont le même effet sur toute la barrette.

Mesures en présence d'écoulement

Nous avons rassemblé dans la figure 2.18 les mêmes mesures réalisées en présence du vortex. Le niveau de "bruit" sur ϕ semble nettement plus élevé que lors des mesures précédentes. En fait, il s'avère que, pour deux voies pas trop éloignées l'une de l'autre, les fluctuations de $\phi(x_0, t)$ sont fortement corrélées (fig. 2.18(b)) et qu'elles possèdent une fréquence de l'ordre de 2.5 Hz bien définie sur le spectre $\hat{\phi}(x_0, f)$ (fig. 2.18(c)). Enfin, d'après la figure 2.18(d), les corrélations C_ϕ sont à longues portées sur le double MRT. Ces résultats, comparés aux mesures précédentes, montrent clairement que les fluctuations observées ici sont liées à l'instationnarité de l'écoulement. En effet, le vortex possède toujours un mouvement de précession autour de son axe de rotation [Wunenburger *et al.* 1999]. La fréquence 2.5 Hz et son harmonique à la fréquence double sont donc caractéristiques du mouvement propre du vortex. En faisant varier la vitesse de rotation du disque Ω_d , nous avons pu montrer que la fréquence de précession est toujours très proche de la moitié de celle du disque [Manneville *et al.* 1999a]. Ce résultat est cohérent avec des observations antérieures par [Labbé *et al.* 1996]. L'aspect dynamique des mesures par le double MRT sera étudié en détail dans les chapitres suivants.

D'autre part, la forme de $C_\Sigma(x_0, x)$ diffère de celle observée dans le fluide au repos. En effet, Σ est non seulement sensible aux effets globaux de la température et des vibrations liées à l'entraînement par le moteur, mais aussi aux variations locales de température. Une variation de 0.05°C localisée sur une taille de 10 mm se traduit par un déphasage de 0.01 rad mesurable par le double MRT. Cet ordre de grandeur, envisageable pour la dissipation visqueuse dans notre expérience, indique que Σ est en fait sensible à l'écoulement *via* le champ de température qui lui est associé. Cela explique la décroissance lente du coefficient de corrélation C_Σ observée sur 10 mm autour de x_0 . Le champ de température variant avec l'écoulement avec la même fréquence, on retrouve aussi la fréquence de précession dans le spectre $\hat{\Sigma}(x_0, f)$, où l'amplitude relative des autres fréquences est toutefois plus élevée que pour $\hat{\phi}(x_0, f)$ à cause des vibrations et de la dérive en température.

2.4.2 Influence des paramètres acoustiques sur le bruit

Pour compléter la caractérisation de la précision du double MRT, nous examinons ici l'influence des paramètres acoustiques sur le bruit mesuré en l'absence d'écoulement. Pour chaque paramètre, nous calculons une moyenne $\langle \phi \rangle$ et un écart-type $\delta\phi$ pour 200 acquisitions successives de $\phi(x, t)$. Pour éviter les effets de dérive en température, la référence p_0 est remesurée avant chaque acquisition. Les opérations de moyenne et d'écart-type sont effectuées à la fois sur le temps et sur l'espace. On définit de même $\langle \Sigma \rangle$ et $\delta\Sigma$.

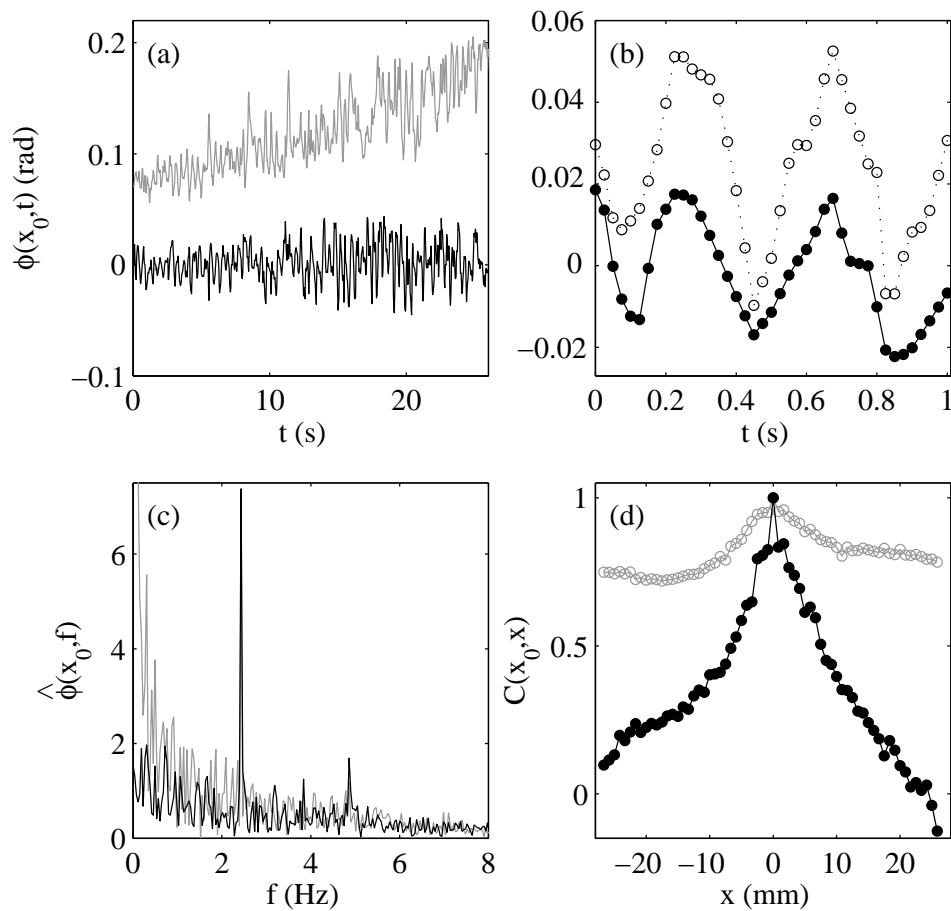


FIG. 2.18 – Mesures en présence d'écoulement. (a) $\phi(x_0, t)$ (en noir) et $\Sigma(x_0, t)$ (en gris) pour $x_0 = 0$. (b) $\phi(x_0, t)$ en $x_0 = 0$ (●) et $x_0 = 3.3$ mm (○). (c) $\hat{\phi}(x_0, f)$ (en noir) et $\hat{\Sigma}(x_0, f)$ (en gris). (d) $C_\varphi(x_0, x)$ (● et trait noir) et $C_\Sigma(x_0, x)$ (○ et trait gris) pour $x_0 = 0$. Les mesures sont effectuées dans le plan $z = 0$ et pour $\Omega_d/2\pi = 5.2$ Hz.

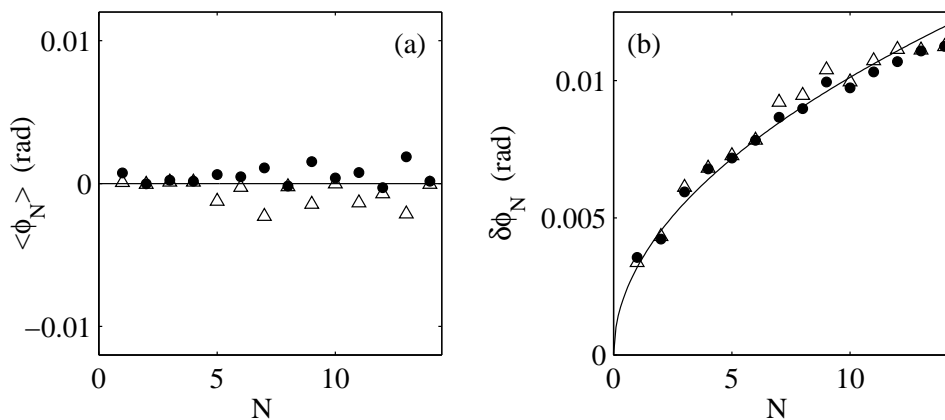


FIG. 2.19 – Bruit en fonction du nombre de traversées du milieu au repos. (a) $\langle \phi_N \rangle$ (●) et $\langle \Sigma_N \rangle$ (△), (b) $\delta \phi_N$ (●) et $\delta \Sigma_N$ (△). La courbe en trait plein a pour équation $\delta \phi_N = 0.0032\sqrt{N}$.

Bruit et itérations du retournement temporel

On vérifie sur la figure 2.19 que $\langle \phi_N \rangle \simeq \langle \Sigma_N \rangle \simeq 0$ au moins pour $N \leq 6$. L'écart-type est proportionnel à \sqrt{N} avec $\delta \phi_N \simeq \delta \Sigma_N \simeq 0.0032\sqrt{N}$. Ce résultat est facilement expliqué en revenant à la définition de ϕ : après une traversée du milieu, en notant p l'amplitude complexe du signal de pression, on a $p_1/p_0 \propto \exp(i\phi_1)$, où $\phi_1 = B^{(1)}$ est une réalisation d'un bruit aléatoire B d'écart-type δB . Dans une procédure de retournement temporel, p_1 est changé en p_1^* et on a $p_2/p_1^* \propto \exp(iB^{(2)})$, où $B^{(2)}$ est une nouvelle réalisation de B , indépendante de $B^{(1)}$. Ainsi, $p_2/p_0 \propto \exp(i(B^{(2)} - B^{(1)}))$ (à un déphasage près, on peut supposer p_0 réel). En itérant le RT, on obtient $p_N/p_0 \propto \exp(i\phi_N)$ avec $\phi_N = \sum (-1)^k B^{(k)}$. ϕ_N s'écrit comme la somme de N réalisations indépendantes d'une même variable aléatoire B . On en déduit $\delta \phi_N = \sqrt{N} \delta B$. Ce résultat permet d'affirmer que le bruit sur la mesure normalisée ϕ_N/N décroît comme $N^{-1/2}$.

Influence du nombre de moyennes et de la fenêtre de réception

Dans le paragraphe précédent, chacune des 200 acquisitions correspondait à un seul tir ultrasonore. Dans la figure 2.20(a), une acquisition représente une moyenne sur N_{moy} tirs. Quel que soit le nombre de traversées du milieu, on obtient une dépendance en $N_{moy}^{-1/2}$ de l'écart-type des mesures. Cette loi résulte évidemment du fait que ϕ est une moyenne de N_{moy} réalisations d'un bruit aléatoire. On peut alors se demander quel est l'intérêt de mesurer ϕ_N/N après N traversées alors que N moyennes sur ϕ_1 conduisent au même niveau de bruit. L'avantage du retournement temporel est double. D'une part, nous avons vu qu'un nombre pair de traversées permettait d'éliminer tous les effets ne brisant pas l'invariance par RT (cf. 2.1.3, p. 27). D'autre part, notre électronique permet de programmer le nombre d'itérations du RT désiré et de récupérer les signaux après N traversées en un seul transfert de la baie au micro-ordinateur contrôlant

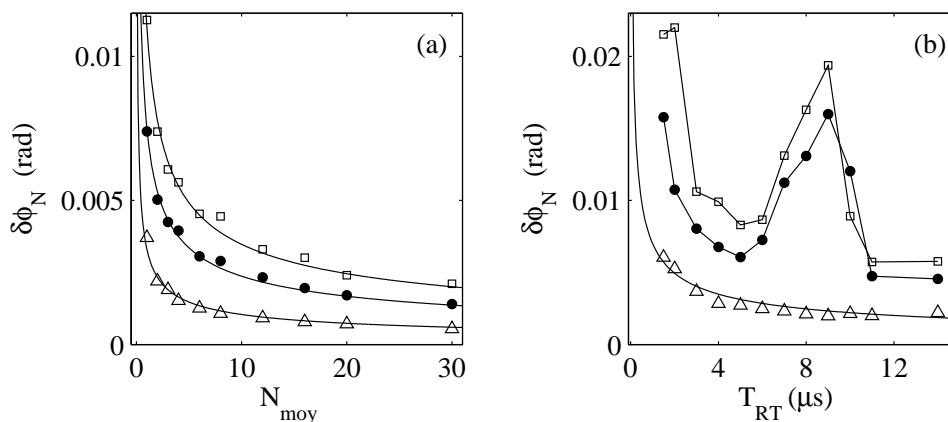


FIG. 2.20 – (a) Bruit $\delta\phi_N$ en fonction du nombre de moyennes et (b) en fonction de la longueur de l'émission pour $N = 1$ (Δ), 7 (\bullet) et 14 (\square) traversées du milieu au repos. Les courbes en traits pleins sont des ajustements par des lois en $N_{\text{moy}}^{-1/2}$ ou $T_{RT}^{-1/2}$.

l'expérience. En revanche, comme les voies électroniques ne sont pas équipées de sommateurs, la moyenne des signaux pour un nombre de traversées fixé nécessite N_{moy} transferts baie-PC, ce qui diminue considérablement la fréquence d'acquisition. En conclusion, on peut dire que le retournement temporel est un moyen élégant d'effectuer des moyennes en éliminant vibrations et effets de température.

La figure 2.20(b) montre qu'après une traversée, on trouve la même loi de puissance en fonction de la durée de la réception T_{RT} . En effet, le bruit étant considéré comme stationnaire, effectuer les transformées de Fourier sur une durée T_{RT} revient à moyenner sur le nombre de points correspondant. En revanche, la brusque augmentation du bruit autour de $T_{RT} \simeq 8 \mu\text{s}$ demeure inexpiquée. Elle pourrait correspondre à l'interférence entre le signal analysé et un signal résiduel. En effet, après une traversée du milieu, l'onde émise initialement est non seulement reçue sur chaque MRT, mais aussi réfléchié par les deux MRT. Pour $N \geq 2$, la fenêtre de réception adaptée au signal p_N risque de contenir aussi des signaux réfléchis provenant d'itérations antérieures. Pour certaines valeurs de T_{RT} , le double MRT se comporterait donc en quelque sorte comme une cavité résonnante, les signaux réfléchis venant interférer avec le signal à analyser et augmenter le bruit sur les mesures. Nous éviterons dans la suite ces valeurs particulières de T_{RT} .

Influence des autres paramètres acoustiques

Les figures 2.21 et 2.22 résument l'influence des divers autres paramètres acoustiques. Après avoir vérifié que l'intensité reçue sur le double MRT et définie par $\langle |p_0(x)|^2 \rangle_x$ se comporte comme le carré de l'amplitude émise, on montre (fig. 2.21) que le bruit sur ϕ ne dépend de cette amplitude que pour les plus faibles émissions.

Jusqu'à présent, dans le calcul des phases et amplitudes, nous avons considéré seulement la

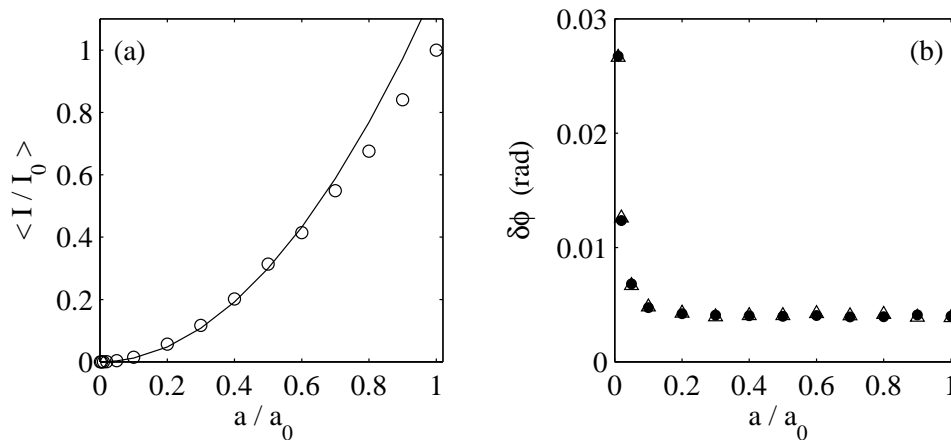


FIG. 2.21 – (a) Intensité reçue sur le double MRT en fonction de l’amplitude du signal émis (\circ) et ajustement quadratique des données. (b) Bruits $\delta\phi$ (\bullet) et $\delta\Sigma$ (\triangle) en fonction de l’amplitude émise. Phase et amplitude sont calculées à partir de la composante du signal à la fréquence d’émission.

composante de Fourier du signal à la fréquence d’émission. L’influence de la fréquence est étudiée ici de deux façons différentes. Tout d’abord, pour une fréquence d’émission fixée, on fait varier la fréquence à laquelle on extrait la phase *via* l’équation (2.2). L’intensité mesurée correspond alors au spectre d’énergie du signal d’émission (fig. 2.22(a)). Elle dépend en particulier de la longueur d’émission, fixée ici à 6 périodes acoustiques. Dès que l’on s’écarte de la fréquence d’émission, le bruit augmente considérablement comme l’indique la figure 2.22(b). D’autre part, dans la figure 2.22(c) et (d), nous avons fait varier la fréquence d’émission de 2 à 5 MHz. Dans ce cas, l’intensité traduit la bande passante des transducteurs piézo-électriques. Pour chaque fréquence d’émission, on calcule les déphasages grâce à la composante de Fourier des signaux à cette même fréquence. On constate, sur la figure 2.22(d), que le niveau de bruit reste autour de 0.005 rad tant que la fréquence d’émission se trouve dans la bande passante. Dans les deux cas, l’augmentation du bruit est liée aux faibles valeurs de l’intensité reçue sur le double MRT.

2.4.3 Influence de l’onde incidente sur la mesure

Onde plane et distortion du front d’onde

Pour conclure la caractérisation de nos mesures, nous avons voulu tester l’influence de la structure de l’onde incidente. Jusqu’ici, nous avons utilisé des ondes planes en émettant simultanément par tous les transducteurs des MRT. Les ondes planes présentent l’énorme avantage de donner directement accès à une mesure spatiale (en fonction de la position des transducteurs). Après retournement temporel, elles gardent leur structure plane, ce qui fonde le principe du

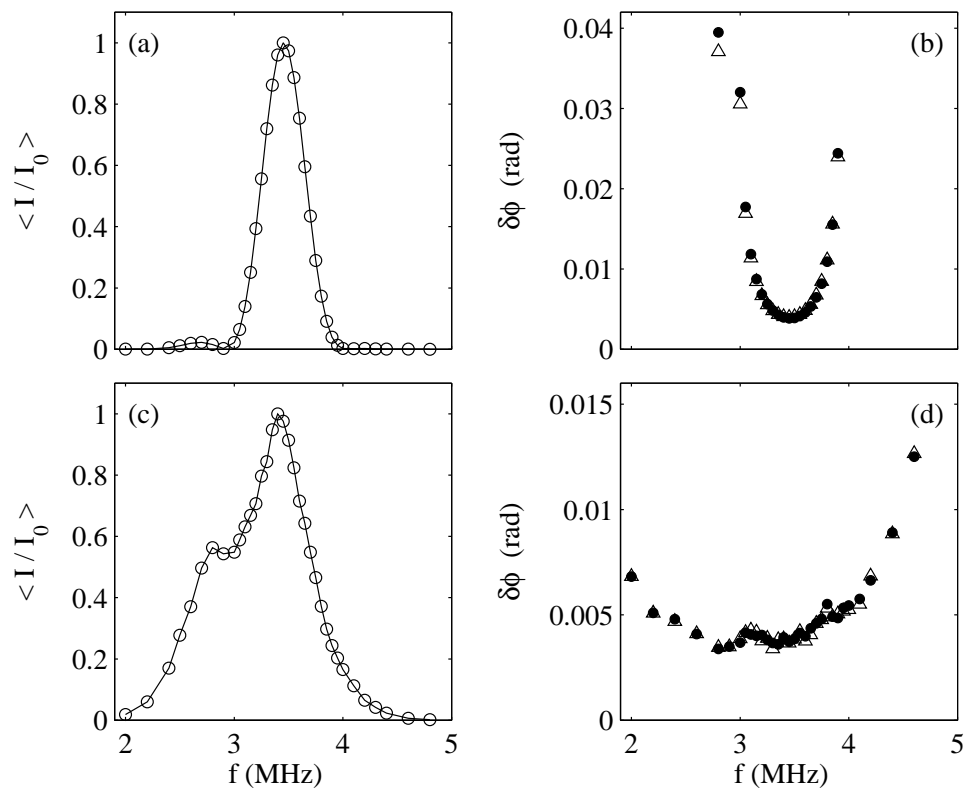


FIG. 2.22 – (a) Intensité et (b) bruits $\delta\phi$ (\bullet) et $\delta\Sigma$ (Δ) en fonction de la fréquence de la composante de Fourier considérée, pour une émission à 3.5 MHz, puis (c) et (d) en fonction de la fréquence d'émission (dans ce cas, les déphasages sont calculés à partir de la composante de Fourier à la fréquence d'émission). L'émission dure 6 périodes acoustiques.

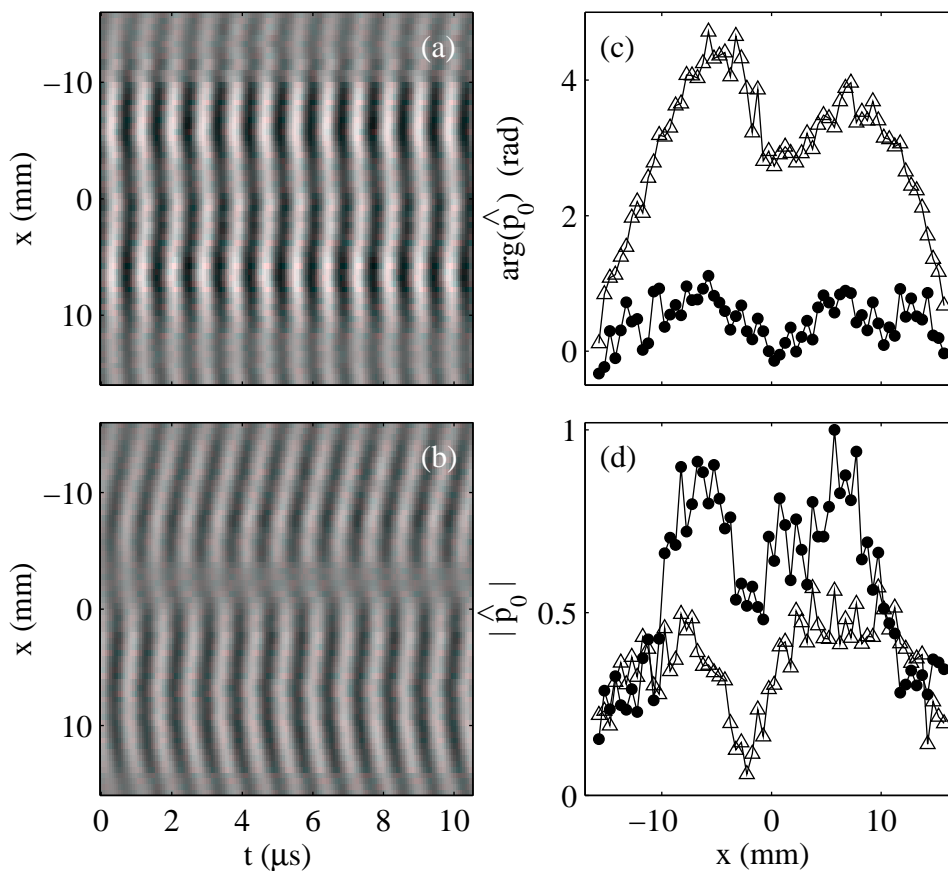


FIG. 2.23 – Signaux de pression reçus après une émission plane à 1.5 MHz par une barrette de type 5 (cf. table 2.1) pour (a) $N = 1$ et (b) $N = 4$ traversées du milieu au repos. (c) Phase et (d) amplitude pour $N = 1$ (\bullet) et $N = 4$ (Δ).

double MRT. De plus, le front d'onde est relativement court (au plus, une dizaine de microsecondes). Elles sont donc très bien adaptées à une caractérisation dynamique des écoulements.

Toutefois, comme nous l'avons remarqué à la section 2.2.1 et sur la figure 2.5 (p. 34), l'onde émise expérimentalement n'est jamais parfaitement plane. Ce problème provient à la fois de différences dans les réponses acousto-électriques d'un élément à l'autre et du phénomène de diffraction lié à l'ouverture finie des barrettes. Ces effets sont amplifiés par retournement temporel, et même s'ils sont compensés dans les mesures par l'enregistrement de la référence, ils peuvent devenir problématiques lorsque l'amplitude des signaux reçus sur certaines voies devient trop faible. La figure 2.23 compare le B-Scan, la phase et l'amplitude du signal de référence après une seule traversée et après quatre traversées du milieu. Même sans retournement temporel, l'amplitude peut varier d'un facteur 3 d'un transducteur à l'autre. Après trois itérations du RT, la phase présente d'importantes distortions et l'amplitude varie de près d'un facteur 10. Enfin, ces effets se révèlent très dépendants de la qualité des barrettes émettrices.

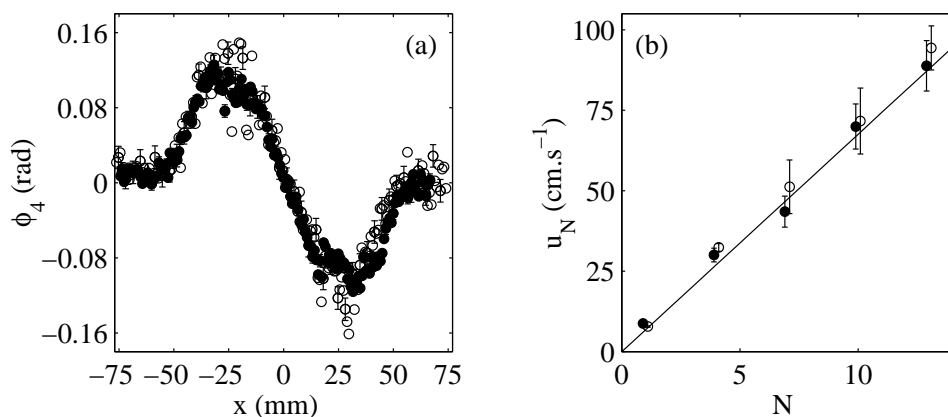


FIG. 2.24 – Comparaison entre une émission plane (●) et l'émission successive de 64 ondes sphériques (○). (a) Déformations de phase $\phi_4(x)$ et (b) vitesses caractéristiques u_N vs N avec un ajustement de la forme $u_N = NR\Omega$ où $R = 43$ mm et $\Omega/2\pi = 0.25$ Hz. Les mesures sont effectuées dans le plan $z = 0$ et pour $\Omega_d/2\pi = 3.2$ Hz.

Tirs successifs d'ondes sphériques

Pour éviter les effets d'ouverture finie, une autre technique consiste en l'utilisation de chaque transducteur séparément. En effet, pour une position d'un récepteur x_0 donné, l'écart des temps de vol donc le déphasage $\phi(x_0)$ sont les mêmes que l'émission soit plane ou qu'un transducteur seul situé en x_0 ait émis une onde sphérique. Cette affirmation est valable dans le cadre de l'acoustique géométrique et à condition que l'ouverture de l'onde plane soit suffisante pour pouvoir négliger les effets de bord. Théoriquement, émettre successivement par un seul transducteur situé en x_0 et calculer la valeur de $\phi(x_0)$ correspondante, puis recommencer pour chacun des 64 transducteurs du MRT, doit donc aboutir au même résultat que celui obtenu après l'émission d'une onde plane.

Pour vérifier ce résultat expérimentalement, nous avons calculé $\phi_N(x_0)$ en émettant simultanément deux ondes sphériques par les deux transducteurs situés en x_0 , l'un sur le MRT1 et l'autre sur le MRT2. De l'onde reçue sur chaque MRT, on ne garde que les deux signaux $p(x_0, t)$. Ces signaux sont retournés temporellement puis renvoyés dans le milieu créant deux nouvelles ondes sphériques. Ce processus est itéré N fois puis on calcule les déphasages directs et réciproques $\varphi_{2,N}(x_0)$ et $\varphi_{1,N}(x_0)$. Toute la procédure est ensuite répétée pour une nouvelle valeur de x_0 jusqu'à obtenir les 64 valeurs des déphasages directs et réciproques. $\phi_N(x)$ et $\Sigma_N(x)$ sont alors définis par les équations (2.14) et (2.15). La figure 2.24 présente les résultats obtenus pour $\phi_{N=4}$ et la vitesse u_N définie par l'équation (2.22) et les compare à ceux obtenus après une émission plane. On vérifie que les deux méthodes donnent bien les mêmes résultats.

Toutefois, la dispersion des points expérimentaux et les barres d'erreur semblent plus grandes pour les tirs successifs d'ondes sphériques que pour l'onde plane. La figure 2.25, analogue de la figure 2.19 pour les émissions sphériques, confirme que le bruit est plus élevé et l'ajustement

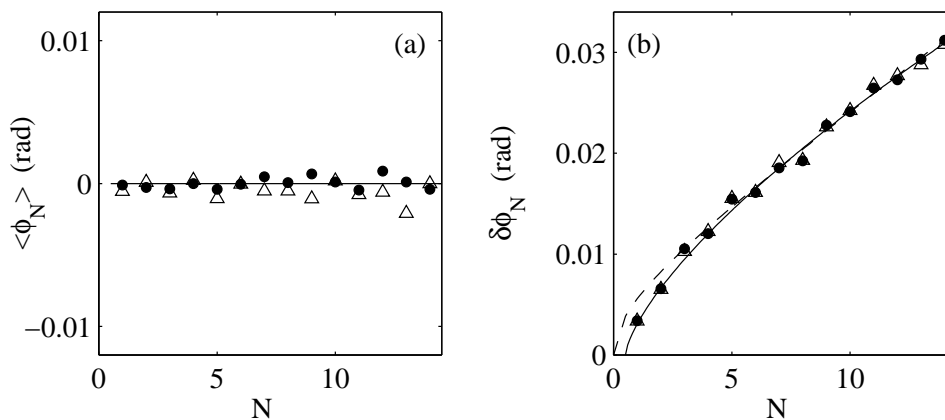


FIG. 2.25 – Bruit mesuré pour l’émission d’ondes sphériques. (a) $\langle \phi_N \rangle$ (●) et $\langle \Sigma_N \rangle$ (△), (b) $\delta \phi_N$ (●) et $\delta \Sigma_N$ (△). La courbe en trait plein a pour équation $\delta \phi_N = 0.005 (N - 0.5)^{0.7}$ et la courbe en pointillés $\delta \phi_N = 0.0056 \sqrt{0.9N + 0.1N^2}$.

$\delta \phi_N \simeq \delta \Sigma_N \simeq 0.005 (N - 0.5)^{0.7}$ montre qu’il croît plus vite que \sqrt{N} . Le niveau de bruit globalement plus élevé s’explique par la moindre intensité acoustique lors des émissions sphériques. Le rapport signal/bruit est ici plus faible que pour une émission plane. La loi de puissance avec un exposant 0.7 ne peut être obtenue par un raisonnement simple comme dans la section précédente.

Le calcul de $\delta \phi_N$ effectué expérimentalement s’écrit :

$$\delta \phi_N^2 = \frac{1}{N_x N_t} \sum_{i=1, j=1}^{i=N_x, j=N_t} \left(\sum_{k=1}^N (-1)^k B^{(k)}(x_i, t_j) \right)^2, \quad (2.32)$$

où N_x est le nombre de transducteurs ($N_x = 64$), N_t le nombre d’acquisitions successives ($N_t = 200$) et $B^{(k)}$ le bruit sur la phase lors de la $k^{\text{ème}}$ traversée. Le facteur $(-1)^k$ traduit la conjugaison liée au RT. Dans l’équation précédente, nous avons utilisé le fait, confirmé expérimentalement sur les figures 2.19(a) et 2.25(a), que $\langle B^{(k)} \rangle = 0$. Si l’on suppose les réalisations $B^{(k)}$ indépendantes, de même loi et d’écart-type δB , alors on obtient une dépendance en \sqrt{N} . En revanche, si l’on suppose que certaines voies sont défectueuses de sorte qu’elles donnent un “bruit” reproductible d’écart-type $\delta \tilde{B}$, alors, pour la fraction ϵ de transducteurs défectueux, les réalisations $B^{(k)}$ ne sont pas indépendantes et l’obtient facilement :

$$\delta \phi_N^2 = (1 - \epsilon) N \delta B^2 + \epsilon N^2 \delta \tilde{B}^2. \quad (2.33)$$

Ainsi, en fonction de ϵ , on peut obtenir un comportement de $\delta \phi_N$ intermédiaire entre une loi en \sqrt{N} et un comportement linéaire en N . Ce raisonnement permet d’expliquer une loi proche de $N^{0.7}$ lorsque l’on utilise les ondes sphériques. La figure 2.25(b) montre qu’un ajustement par

l'équation (2.33) est aussi bon qu'une loi de puissance sauf pour $N \leq 2$. En imposant $\delta B = \delta \tilde{B}$, on trouve $\epsilon \simeq 0.1$.

Enfin, bien que les mêmes barrettes aient été utilisées pour les mesures de la figure 2.19, avec les mêmes éléments défectueux, l'émission plane est beaucoup moins sensible à des voies défectueuses car les signaux intègrent alors les contributions provenant de tous les transducteurs. De plus, les acquisitions successives de 64 valeurs de déphasages nécessitent un temps incompatible avec des mesures dynamiques. C'est pourquoi cette technique ne sera plus utilisée par la suite.

Chapitre 3

Caractérisation dynamique d'un vortex étiré dans un canal hydrodynamique

Le chapitre précédent a montré que le double MRT pouvait être utilisé pour mesurer les caractéristiques moyennes d'un écoulement tourbillonnaire peu intense et de grande taille. Nous nous demandons ici si ce nouvel instrument de mesure peut être utilisé pour caractériser la dynamique d'un tourbillon. Pour répondre à cette question, nous appliquons les techniques de retournement temporel à un vortex engendré dans un canal hydrodynamique par étirement. Cet écoulement possède l'avantage de présenter un régime d'instabilité périodique où le vortex subit des explosions tourbillonnaires. Après une description succincte du dispositif expérimental, une étude dynamique est réalisée autour du seuil d'instabilité, qui prouve l'efficacité et l'intérêt du double MRT pour l'hydrodynamique.

3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif utilisé dans les expériences de ce chapitre a été mis au point au laboratoire PMMH par Philippe Petitjeans et Eduardo Wesfreid [Petitjeans *et al.* 1997]. Tous les résultats présentés ici ont été obtenus en collaboration avec Jean-Henri Robres et Frédéric Bottausci [Manneville *et al.* 1999b].

3.1.1 Présentation du canal hydrodynamique

Le dispositif consiste en un long canal hydrodynamique en Plexiglas de section rectangulaire et divisé en deux parties. La première partie (partie "amont") permet d'engendrer un écoulement laminaire bien contrôlé. L'eau pénètre dans le canal par gravité à travers des trous dirigés perpendiculairement à l'écoulement principal pour éviter des effets de jet. Elle traverse ensuite une première section légèrement divergente de 60 cm de long (angle de divergence : 6°) puis débouche

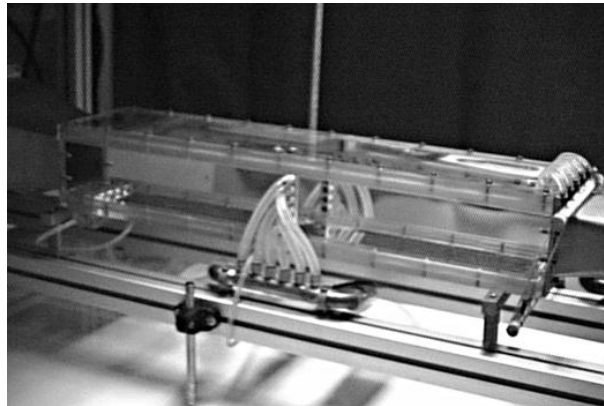


FIG. 3.1 – Partie centrale du canal hydrodynamique réalisé au laboratoire PMMH. L'eau s'écoule de la gauche vers la droite. Sur chaque paroi verticale du canal, parmi les six trous d'aspiration latéraux, seul celui du bas est utilisé pour engendrer un vortex (au milieu de l'image). (Cliché Philippe Petitjeans)

sur une partie remplie de pailles alignées dans la direction de l'écoulement et longues de 20 cm. Enfin, l'écoulement passe à travers une section convergente sur 40 cm. En sortie de cette première partie, l'écoulement est laminaire avec un profil de type "bouchon". La vitesse au centre du canal u_0 est de l'ordre de 1 cm.s^{-1} et l'épaisseur des couches limites $\varepsilon = \sqrt{l\nu/u_0} \simeq 4 \text{ mm}$, où l est la largeur du canal. Le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur des couches limites vaut ainsi $Re_0 \simeq 100$.

La seconde partie du canal, longue de 60 cm, possède une section $S = 84 \text{ cm}^2$ constante de largeur 12 cm et de hauteur 7 cm. Une photographie et un schéma de cette deuxième partie sont présentés sur les figures 3.1 et 3.2 respectivement. Au milieu de cette partie, sur chaque côté et à 5 mm du fond du canal, sont percés deux trous d'aspiration de diamètre 6 mm. Une partie de l'écoulement est pompée à travers ces trous et l'autre est évacuée au bout du canal. L'eau est alors réinjectée en amont grâce à des pompes dont le débit est contrôlé par des vannes équipées de moteurs pas à pas. Les débits circulant à travers chaque trou d'aspiration et le débit aval sont contrôlables et mesurables précisément. La vitesse de l'écoulement au niveau des trous d'aspiration peut atteindre 2 m.s^{-1} et le nombre de Reynolds, basé sur la taille des trous, des valeurs de l'ordre de $Re_1 \simeq 10^4$.

L'aspiration perpendiculaire à la direction de l'écoulement principal permet d'engendrer un vortex étiré. En effet, dans l'écoulement laminaire, chaque couche limite possède une vortacité $\omega_0 \sim u_0/\varepsilon \simeq 1 \text{ rad.s}^{-1}$. L'aspiration, localisée près du bord inférieur du canal, est parallèle à la vortacité de la couche limite du bas. La vortacité est amplifiée par l'étirement, donnant naissance à un tourbillon dont l'axe est perpendiculaire à l'écoulement principal. Pour stabiliser ce vortex, une marche de 1.1 cm de haut a été ajoutée au fond du canal juste en amont des trous d'aspiration. Les paramètres de contrôle du vortex sont le débit de l'écoulement principal aval

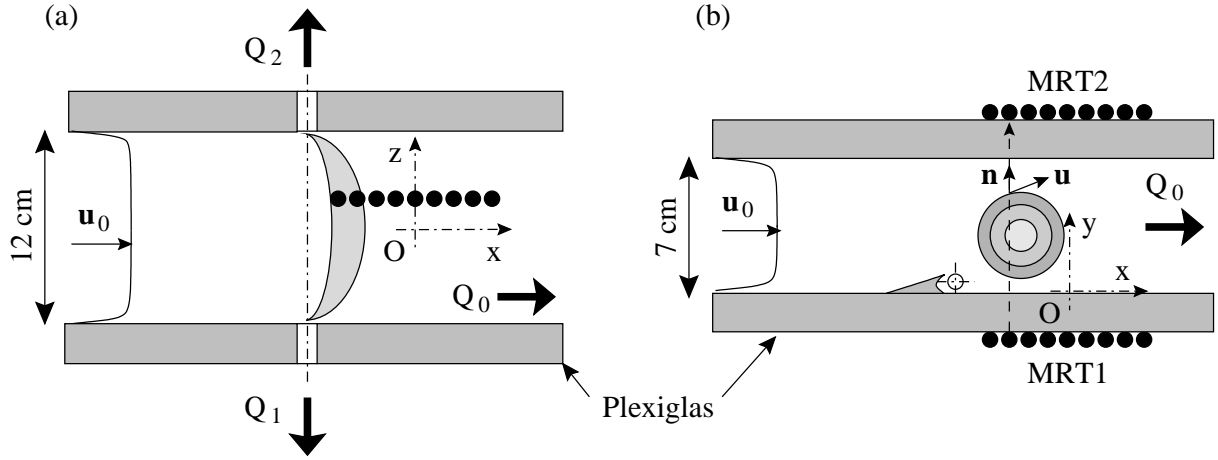


FIG. 3.2 – Schéma du dispositif expérimental (partie centrale du canal) et positionnement des MRT. (a) Vue de dessus. (b) Vue de côté.

Q_0 et les deux débits d'aspiration latéraux Q_1 et Q_2 . Le débit général en amont du vortex est donc $Q_0 + Q_1 + Q_2$. Dans la plupart de nos expériences, nous fixerons $Q_1 \simeq Q_2$ pour obtenir un étirement symétrique. En fonction des valeurs relatives de Q_0 et Q_1 , le vortex étiré peut alors subir une instabilité et des explosions tourbillonnaires [Petitjeans & Wesfreid 1997].

3.1.2 Étirement de la vorticité

La dynamique de la vorticité $\boldsymbol{\omega}$ est donnée par l'équation de la vorticité :

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \frac{\partial\boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{\omega} = \nu\Delta\boldsymbol{\omega} + (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u}, \quad (3.1)$$

où ν est la viscosité cinématique de l'eau. Pour la composante de $\boldsymbol{\omega}$ parallèle à l'étirement *i.e.* selon la direction (Oz) de l'aspiration, (3.1) s'écrit :

$$\frac{\partial\omega_z}{\partial t} + u_i \frac{\partial\omega_z}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2\omega_z}{\partial x_i^2} + \omega_i \frac{\partial u_z}{\partial x_i}, \quad (3.2)$$

où une sommation implicite est effectuée sur les indices répétés. On retrouve dans l'équation (3.2) les trois termes d'advection, de diffusion visqueuse et d'étirement de la vorticité. Dans le cœur du vortex, on peut considérer que la vorticité reste constante et que la vitesse longitudinale u_z dépend essentiellement de z de sorte que le terme dominant est le terme d'étirement :

$$\frac{\partial\omega_z}{\partial t} \simeq \omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}. \quad (3.3)$$

Ainsi, le gradient longitudinal de u_z ou " tirement" $\gamma = \partial u_z / \partial z$ s'identifie au taux de croissance de la vorticité. C'est donc l'aspiration latérale qui, par l'intermédiaire d'un étirement $\gamma \simeq 2u_z^{max}/l$,

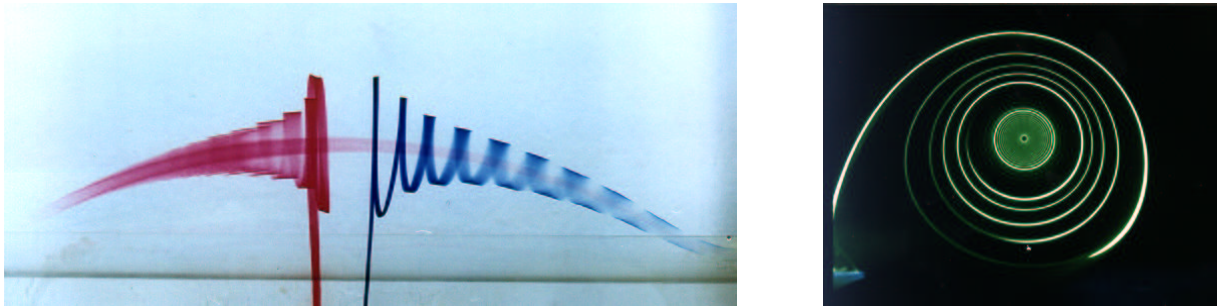


FIG. 3.3 – Visualisations du vortex stable. A gauche, vue de dessus. A droite, vue en coupe grâce à un colorant fluorescent éclairé par une nappe laser. Les colorants sont injectés à 1 cm en amont de la marche. (Clichés Philippe Petitjeans et Frédéric Bottausci)

permet l'établissement d'un vortex dans le canal.

En régime permanent, l'étirement permet de compenser les pertes par viscosité, mais surtout l'advection du vortex par l'écoulement principal. Le vortex à l'équilibre se présente sous la forme d'un filament de vorticit e reliant les deux trous d'aspiration. Sous l'effet de l'écoulement principal, il se courbe et prend une forme "banan e" comme en témoigne la visualisation de la figure 3.3(a). L'axe (Ox) est donc axe de sym etrie du vortex et la vitesse longitudinale présente un point de stagnation en $z = 0$: $u_z(r, \theta, 0) = 0$. L'écoulement longitudinal se révèle toutefois très complexe. On peut remarquer, par exemple, que du colorant injectée sur la gauche, majoritairement aspirée vers la gauche, circule pourtant vers la droite dans le cœur du vortex. La dynamique de u_z est en cours d'étude au laboratoire PMMH [Bottausci *et al.* 2000].

Une coupe du vortex par une nappe laser permet de constater que le vortex n'est pas parfaitement circulaire mais qu'il présente une forme légèrement elliptique (cf. fig. 3.3(b)). Cette ellipticit e provient du profil de vitesse dans la couche limite au voisinage du bord inférieur. Au voisinage du bord, la vitesse d'advection est nettement plus faible qu'au milieu du canal de sorte que le haut du vortex est advectée plus vite que le bas. Ce gradient de la vitesse d'advection est aussi responsable de l'inclinaison de l'axe de l'ellipse par rapport à la direction de l'écoulement principal [Petitjeans & Wesfreid 1997].

La vitesse caract eristique du vortex est de l'ordre de 10 cm.s^{-1} et son rayon vaut $a \simeq 4 \text{ mm}$. Enfin, les visualisations montrent que le vortex n'est jamais complètement stationnaire et qu'il suit un mouvement de précession de faible amplitude autour de l'axe longitudinal.

3.1.3 Instabilit e du tourbillon

Lorsque la vitesse d'advection, *i.e.* le débit de l'écoulement principal, augmente pour un étirement donnée et dépasse un certain seuil Q_{0c} , le vortex subit une instabilit e périodique. L'étirement n'est plus suffisant pour contrer les effets de l'advection et garantir la stabilit e du vortex. Périodiquement, le vortex se détache des trous d'aspiration et est advectée en aval par l'écoulement

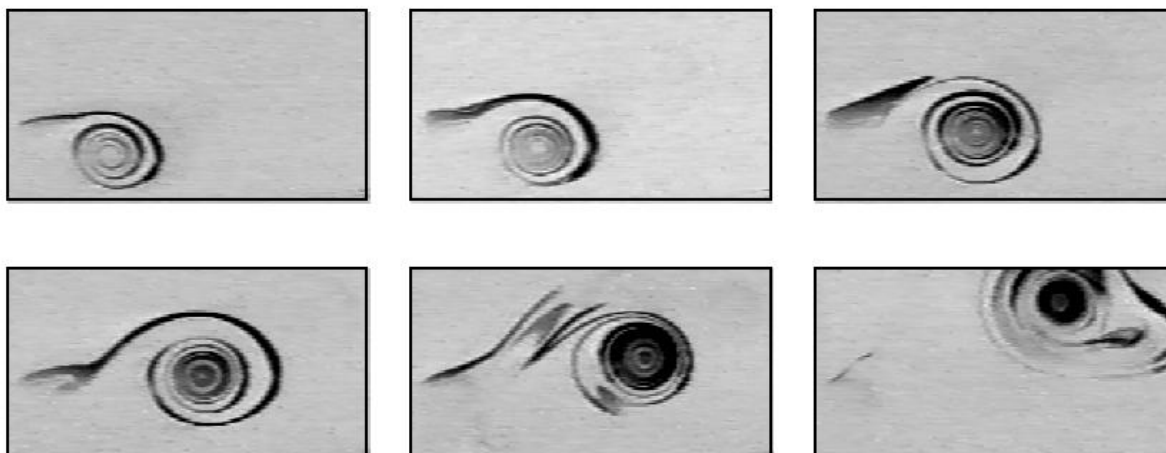


FIG. 3.4 – Visualisation du vortex par un colorant fluorescent au cours d'un cycle d'instabilité. (Clichés Philippe Petitjeans)

principal. Un nouveau vortex se reforme aussitôt au niveau de l'aspiration, croît puis explose et un autre vortex prend sa place...

La figure 3.4 présente une série de clichés du tourbillon au cours d'un cycle de l'instabilité. L'ensemble de ces observations a donné lieu à de nombreuses mesures (Anémométrie Laser Doppler, Vélocimétrie Doppler Ultrasonore, suivi de particules) et à un nouveau modèle de vortex étiré [Petitjeans *et al.* 1998]. Toutefois, la faible taille du vortex étiré dans cette expérience associée à une dynamique très riche limite la précision des techniques nécessitant un ensemencement de l'écoulement. Nous avons donc voulu tester la pertinence de notre méthode acoustique en transmission par le double MRT tant du point de vue de la résolution spatiale que de la résolution temporelle.

3.2 Mesures acoustiques sur le vortex stable

Cette section est consacrée à des mesures dans le régime de stabilité du vortex. Dans ce cas, nous montrons qu'en modifiant légèrement l'algorithme introduit au chapitre précédent, on peut encore remonter au champ de vitesse orthoradiale d'un vortex légèrement elliptique quasi-stationnaire. Nous verrons ensuite, que même dans le régime de stabilité, le vortex est animé d'un mouvement de précession autour de son axe. L'amplitude de ce mouvement est d'autant plus grande que l'on s'approche du régime d'instabilité. La dynamique du vortex sera étudiée à une dimension grâce à des ondes planes puis à deux dimensions en utilisant des ondes sphériques.

Ordres de grandeur de l'interaction son-vorticité

La disposition du double MRT est rappelée sur la figure 3.2. Les sondes sont placées à l'extérieur du canal et ce dispositif présente l'avantage d'éviter complètement les vibrations des sondes. En revanche, il nécessite de traverser une épaisseur de 2 cm de Plexiglas et introduit deux interfaces eau-Plexiglas. Dans le cas d'une émission plane, nous négligerons toute réfraction aux interfaces puisque l'incidence est normale. Les deux MRT sont plaqués contre les faces horizontales du canal et dans le sens de l'écoulement principal. Le contact acoustique est réalisé grâce à un gel de couplage utilisé en échographie. Toutes nos mesures sont effectuées à une distance fixe $z = 5$ mm du point de stagnation et avec 5 itérations du retournement temporel ($N = 6$ traversées de l'écoulement).

La distance de propagation totale de l'onde ultrasonore est $L = 110$ mm pour une propagation sur $L_e = 70$ mm dans l'eau et sur $L_p = 40$ mm à travers le Plexiglas. Les conditions d'utilisation du double MRT sont les mêmes qu'au chapitre 2 : émissions par des barrettes de type 1 ou 2 (cf. table 2.1, p. 33) sur une trentaine de périodes acoustiques. Les caractéristiques typiques du vortex étiré conduisent aux ordres de grandeur suivants :

$$M = \frac{u}{c_0} \simeq 10^{-4} \quad (3.4)$$

$$\beta = \frac{a}{\lambda} \simeq 10. \quad (3.5)$$

Si le nombre de Mach reste du même ordre que dans l'expérience du "grand" vortex, le rayon du cœur du vortex ne représente plus ici qu'une dizaine de longueurs d'onde acoustiques. Nous supposons toutefois que l'approximation de l'acoustique géométrique reste valable pour le vortex étiré.

Nous présentons tout d'abord des mesures sur un vortex stable *i.e.* lorsque $Q_0 < Q_{0c}$ pour une valeur donnée Q_1 et de Q_2 .

3.2.1 Mesures moyennes

Déformation de phase et reconstruction de la vitesse orthoradiale

La figure 3.5(a) présente une moyenne sur 200 acquisitions successives des déphasages induits par le vortex étiré avec des barrettes de type 2 (cf. table 2.1, p. 33). Le vortex envisagé ici est stable et l'on peut négliger son mouvement de précession. En comparant avec les échelles spatiales de la figure 2.8 (p. 39), on constate que la taille caractéristique du vortex est ici nettement plus faible que pour le "grand" vortex, ce qui confirme les ordres de grandeur de M et β ci-dessus. Comme $\phi \propto M\beta$, les déphasages sont aussi plus faibles qu'au chapitre 2. Le double MRT autorise pourtant toujours des mesures dans le cœur du vortex avec une bonne résolution spatiale (une vingtaine de points expérimentaux pour $|x| \leq 5$ mm).

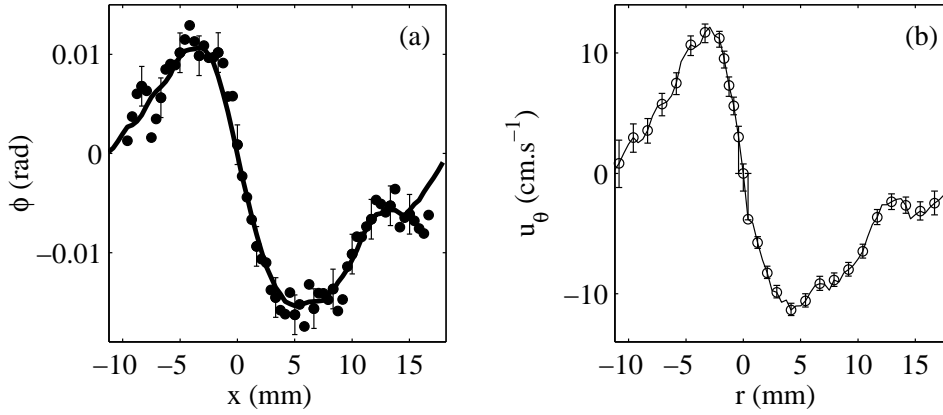


FIG. 3.5 – (a) Déformation de phase $\phi_6(x)/6$ pour une émission plane à 3.5 MHz avec $Q_0 = 1.3 \text{ L.min}^{-1}$ et $Q_1 = Q_2 = 6.2 \text{ L.min}^{-1}$. Les barres d'erreur représentent le niveau de bruit estimé à la section 2.4.2 (p. 52) et la courbe en trait plein épais correspond au lissage des données expérimentales utilisé pour la reconstruction de vitesse. (b) Vitesse orthoradiale reconstruite u_θ en fonction de la distance au centre du vortex r . Les barres d'erreur sont calculées à partir des résultats obtenus avec l'algorithme de reconstruction sur $\phi + \delta\phi$ et sur $\phi - \delta\phi$.

Les résultats de l'algorithme de reconstruction décrit en section 2.3.2 (p. 43) sont présentés dans la figure 3.5(b). Par convention, les valeurs de $u_\theta(r)$ pour $r \leq 0$ résultent d'une reconstruction à partir de la partie gauche de la déformation de phase $\phi(x \leq 0)$ et la partie $u_\theta(r \geq 0)$ a été reconstruite à partir de $\phi(x \geq 0)$. On note alors que le champ de vitesse reconstruit n'est pas symétrique, ce qui est en contradiction avec les hypothèses de l'algorithme. Cette dissymétrie, aussi visible sur les mesures des déphasages, provient de l'ellipticité du vortex étiré déjà observée sur les visualisations. Un champ de vitesse obtenu en symétrisant nos résultats par $(u_\theta(r) + u_\theta(-r))/2$ ne peut donc rendre compte correctement de la forme du vortex.

Prise en compte de l'ellipticité du vortex

Pour prendre en compte simplement la dissymétrie du vortex, considérons les deux demi-reconstructions de la figure 3.5(b). La partie droite est longue de 18 mm alors que la partie gauche ne mesure que 12 mm. Un champ de vitesse du type $u_\theta(r, \theta) = u_\theta(r \geq 0)$ pour $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ et $u_\theta(r, \theta) = u_\theta(r \leq 0)$ pour $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ présenterait alors des discontinuités en $\theta = \pm\pi/2$. Pour éliminer ces discontinuités, nous avons utilisé une interpolation du champ de vitesse sur des ellipses confocales de foyer O , d'axes (Ox) et (Oy) , et d'excentricité $e = (18 - 12)/(18 + 12) = 0.2$. Comme le montre la figure 3.6(a), chaque couple de demi-anneaux circulaires de rayons r_k et $r_{k'}$ liés par $(r_k - r_{k'})/(r_k + r_{k'}) = e$ est transformé en un unique anneau elliptique. On définit ensuite les vitesses $u_\theta(r_k, 0)$ et $u_\theta(r_{k'}, \pi)$ par les valeurs prises précédemment dans chaque demi-anneau circulaire corrigées d'un facteur tenant compte de l'accroissement ou de la diminution du parcours lors de la traversée de l'anneau elliptique. Enfin, pour obtenir un champ de vitesse

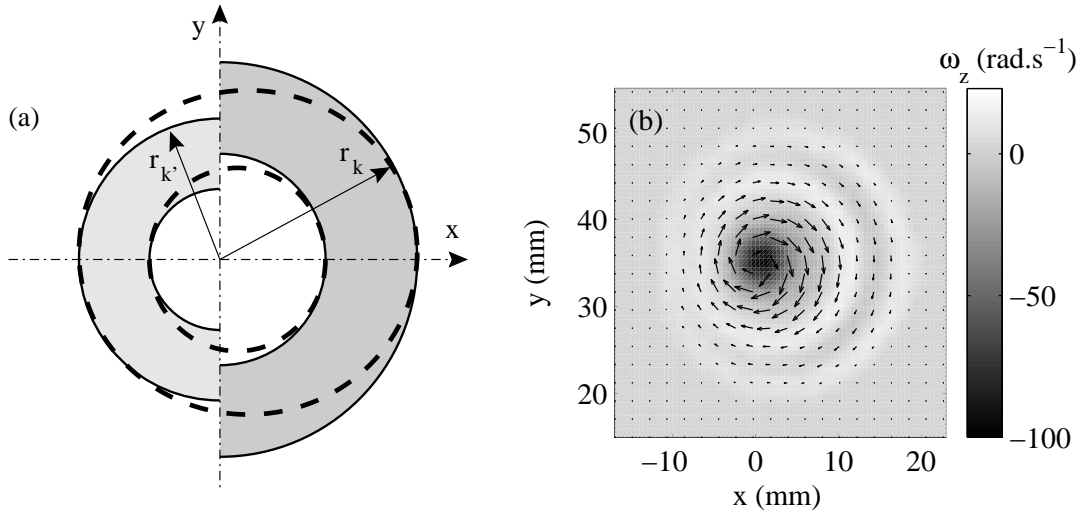


FIG. 3.6 – (a) Principe de la reconstruction pour un vortex elliptique. (b) Champs de vitesse orthoradiale $u_\theta(r, \theta)$ (flèches) et de vorticité verticale $\omega_z(r, \theta)$ (niveaux de gris) obtenus par reconstruction sur des ellipses. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 3.5.

continu, les valeurs de la vitesse sont interpolées linéairement selon :

$$u_\theta(r(\theta), \theta) = u_\theta(r(\theta), -\theta) = (1 - \epsilon) u_\theta(r_k, 0) + \epsilon u_\theta(r_{k'}, \pi), \quad (3.6)$$

avec $\epsilon = \theta/\pi \in [0, 1]$ et $r(\theta) = r_k(1 - e)/(1 - e \cos \theta)$.

La figure 3.7(a) compare les résultats de cette interpolation à la reconstruction de la figure 3.5(b). Le diamètre du vortex vaut $2a \simeq 7$ mm et la circulation du vortex $\Gamma = 2\pi a u_{max} \simeq 24 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, estimations cohérentes avec des mesures indépendantes par [Bottausci *et al.* 2000]. On remarque que la décroissance du champ de vitesse hors du cœur du vortex est plus rapide qu'une décroissance en $1/r$, ce qui met en doute la validité d'un modèle de type Burgers et révèle sans doute l'influence des parois du canal sur l'écoulement. En effet pour les plus faibles valeurs de Q_0 , le vortex se situe à moins de 2 cm du bord inférieur du canal soit seulement 3 fois son diamètre. Le champ de vitesse $u_\theta(r, \theta)$ obtenu par interpolation sur des ellipses est tracé en figure 3.6(b). La vorticité de ce champ de vitesse, qui ne prend en compte aucune composante radiale ni longitudinale, y est représentée en niveaux de gris. Elle atteint des valeurs de l'ordre de 100 rad.s^{-1} dans le cœur, puis s'annule très vite hors du cœur du vortex. Dans les conditions de l'expérience ($u_0 \simeq 18 \text{ mm.s}^{-1}$), la vorticité initiale vaut $\omega_0 \simeq 6 \text{ rad.s}^{-1}$. On en déduit que l'étirement induit une amplification de la vorticité d'un facteur 15 environ.

Enfin, en utilisant l'équation (2.10) (p. 27), on recalcule les déformations de phase correspondant à la traversée des champs de vitesse reconstruits. La figure 3.7(b) montre que le déphasage obtenu à partir de la reconstruction sur une ellipse est beaucoup plus proche du profil expérimental lissé que celui calculé en symétrisant les deux demi-reconstructions. Les différences encore

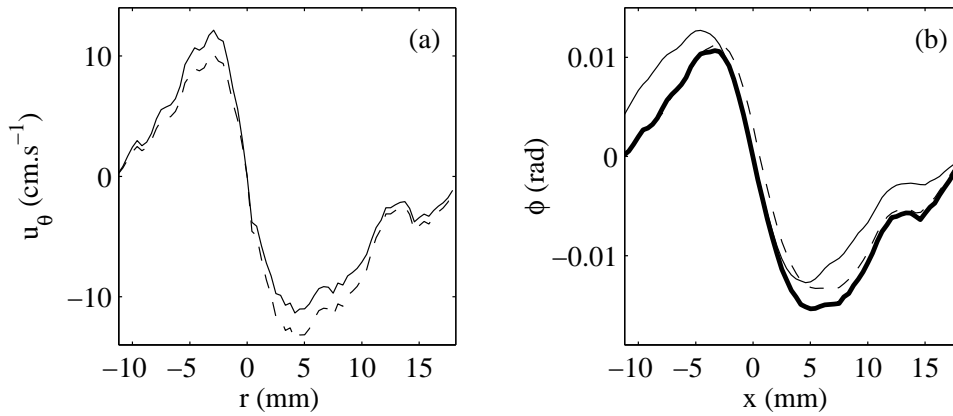


FIG. 3.7 – (a) Vitesse orthoradiale reconstruite par moitiés (trait plein) puis interpolée pour un vortex elliptique (pointillés). (b) Déformation de phase expérimentale après lissage (trait plein épais) comparée aux déphasages recalculés à partir des reconstructions par moitiés (trait plein fin) et sur des ellipses (pointillés). Les conditions expérimentales sont celles de la figure 3.5.

observables pour $x \simeq 4 - 7$ mm s’expliquent par le fait que notre reconstruction ne prend pas en compte l’inclinaison de l’axe du vortex elliptique par rapport à (Ox) . La forme dissymétrique choisie permet toutefois de résoudre correctement le problème inverse sans nécessiter l’intervention de techniques tomographiques.

3.2.2 Mesures dynamiques 1D

Mise en évidence du mouvement de précession

Les mesures des déphasages avec le double MRT peuvent être effectuées à une cadence maximale d’environ 30 Hz. Pour obtenir le plus grand champ possible, les barrettes utilisées ici sont de type 1 (cf. table 2.1, p. 33). En traçant $\phi(x, t)$ selon des niveaux de gris dans un diagramme spatio-temporel (fig. 3.8(a)), on constate alors que le signal des déformations de phase n’est pas stationnaire. En effet, comme on l’observe sur le “grand” vortex en 2.4.1 (p. 48) et sur les visualisations dans le canal hydrodynamique, le tourbillon stable suit un mouvement de précession. Ce mouvement se traduit par des oscillations de $\phi(x, t)$ au cours du temps. Avec une émission plane, l’amplitude de ces oscillations correspond au rayon de la trajectoire suivie par le vortex.

Ce mouvement de précession peut s’expliquer en examinant les forces qui s’exercent sur le vortex. En effet, on peut se représenter le vortex dans le canal hydrodynamique comme un cylindre en rotation plongé dans l’écoulement aval. La forme “bananée” du vortex stationnaire résulte alors de l’équilibre entre la force de “frottement visqueux” de l’écoulement aval sur le vortex et la force de “tension” dans le filament liée à la courbure du vortex [Saffman 1992]. De plus, une force de Magnus (ou force de Kutta ou force de lift) s’exerce sur le vortex perpendiculairement à l’écoulement [Mason 1975, Labbé *et al.* 1996]. Cette force résulte de la vitesse relative de l’écou-

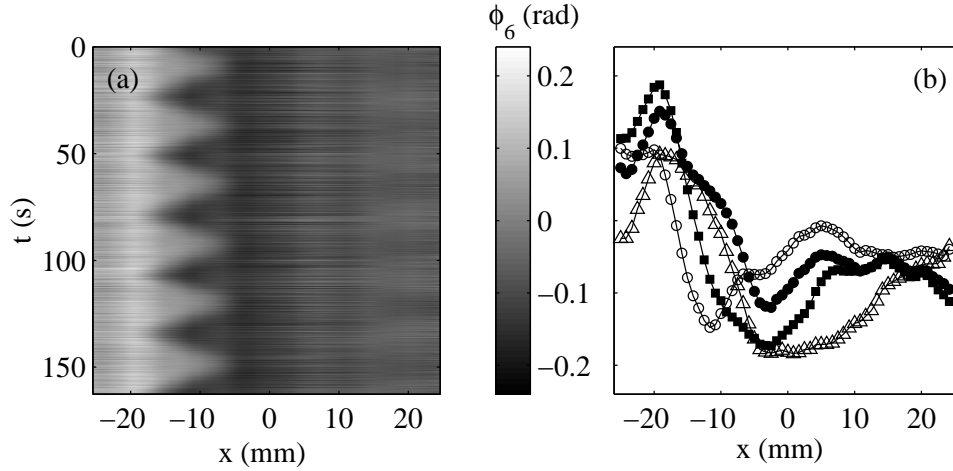


FIG. 3.8 – Mouvement de précession dans le régime stable. (a) Diagramme spatio-temporel des déphasages $\phi_6(x, t)$. (b) $\phi_6(x, t)$ pour $t = 37.1$ (●), 41.8 (△), 46.4 (■) et 51.1 s (○). $Q_0 = 6.5 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, $Q_1 = 5.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et $Q_2 = 4.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$.

lement par rapport au vortex a tendance à dévier le vortex vers le haut du canal. Le vortex tourne donc théoriquement dans le sens opposé à sa rotation propre. Un tel mouvement de précession est effectivement observé près du seuil d'instabilité lorsque l'écoulement aval est important. En revanche, lorsque l'écoulement aval est faible ou nul, la description précédente n'est pas valable. Le vortex se déplace alors dans un milieu sensiblement au repos et la force de Magnus tend à le dévier dans le même sens que la rotation propre [Petitjeans *et al.* 1998].

Au vu des fluctuations des déphasages sur la figure 3.8(b), le champ de vitesse varie sans doute beaucoup au cours du mouvement et une reconstruction systématique de la vitesse à partir de chaque acquisition serait fastidieuse. Il est toutefois facile de suivre l'abscisse du centre du vortex $x_0(t)$ en fonction du temps en détectant le passage à zéro de chaque profil $\phi(x, t)$. En effet, lorsque le centre du vortex est situé face au transducteur d'abscisse x_0 , on doit avoir $\phi(x_0, t) = 0$. Si l'on suppose que le vortex garde une forme elliptique du type de celle obtenue dans la section précédente, on peut réduire l'information contenue dans chaque profil à la donnée des positions ($x_{max}(t)$ et $x_{min}(t)$) et des valeurs ($\phi_{max}(t)$ et $\phi_{min}(t)$) des extrema de $\phi(x, t)$ entourant $x_0(t)$ (cf. section 3.3.2, p. 80).

La figure 3.9 rassemble ces résultats sur une durée de 160 s. La position du vortex oscille avec une amplitude d'environ 10 mm et sur une période d'une trentaine de secondes. La résolution spatiale et temporelle du double MRT permet donc aisément d'étudier la dynamique de ce vortex. Expérimentalement, la précision sur la mesure de x_0 est de l'ordre du pas δ du réseau de transducteurs. L'évolution de x_{max} et x_{min} suit celle de x_0 de sorte que le diamètre du vortex reste sensiblement constant au cours du mouvement. Les mesures basées sur les extrema sont toutefois moins précises et plus sensibles au bruit que x_0 du fait de la forme des profils au

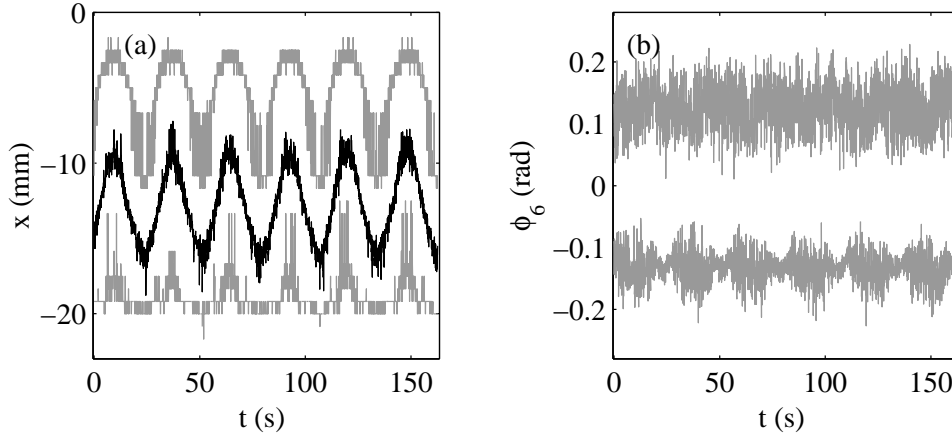


FIG. 3.9 – Mouvement de précession dans le régime stable. (a) x_0 (noir), x_{max} (gris), x_{min} (gris), (b) $\phi_{6,max}$ et $\phi_{6,min}$ en fonction du temps. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 3.8.

voisinage des extrema.

La précession est aussi détectable sur l'évolution de ϕ_{min} sous la forme de battements. Ainsi, l'intensité du vortex, proportionnelle à $\Delta\phi = \phi_{max} - \phi_{min}$, subit des fluctuations à la période de précession. L'analyse du bruit sur la mesure effectuée en section 2.4 (p. 47) incite à penser que ces fluctuations proviennent effectivement de l'écoulement puisque leur amplitude ($\simeq 0.1$ rad) est nettement supérieure au niveau de bruit ($\simeq 0.01$ rad) pour $N = 6$.

Moyennes dans le référentiel du vortex

Dans la section 3.2.1, les moyennes ont été prises en négligeant le mouvement de précession. Cette approximation est justifiée tant que l'amplitude de la précession reste faible, inférieure au millimètre. Dans la figure 3.10, nous vérifions que dans ce cas, la moyenne brute $\langle \phi(x, t) \rangle_t$ coïncide avec la moyenne dans le référentiel du vortex $\langle \phi(x - x_0(t), t) \rangle_t$. Ce résultat justifie le traitement et la reconstruction effectués en 3.2.1 à partir des moyennes brutes pour une précession de faible amplitude. Dans toute la suite de ce travail, les moyennes seront effectuées systématiquement dans le référentiel du vortex.

Etude de la précession en fonction des paramètres de contrôle

La figure 3.11 présente des exemples de signaux de précession obtenus pour différents débits de l'écoulement principal à $Q_1 = Q_2 = 6.2$ L.min⁻¹ fixés. Dans ce cas, le seuil de l'instabilité se situe à $Q_{0c} = 8.7$ L.min⁻¹. On note clairement que le mouvement de précession s'amplifie à mesure que l'on s'approche du seuil d'instabilité. Sur les spectres correspondants, on note la présence d'une fréquence de précession de l'ordre de 0.06 Hz, d'autant mieux définie que l'on se

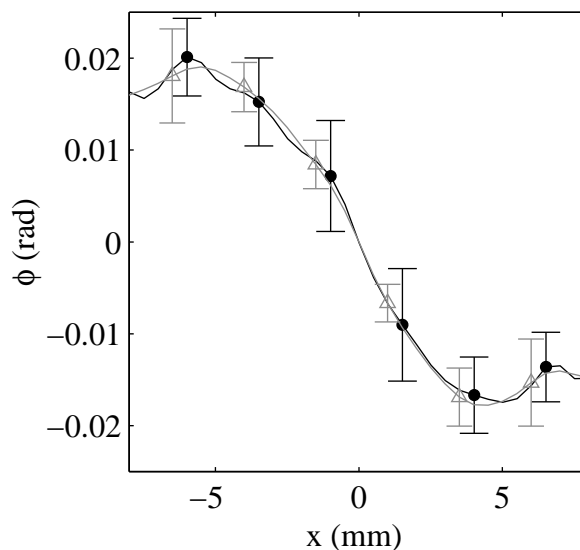


FIG. 3.10 – Moyennes brutes (\bullet , trait noir) et dans le référentiel du vortex (Δ , trait gris) de la déformation de phase dans le cas d'une précession de faible amplitude ($Q_0 = Q_1 = Q_2 = 5.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$). Les barres d'erreur correspondent aux variations standard de $\phi(x, t)$ autour des moyennes sur 200 acquisitions.

trouve près du seuil d'instabilité.

3.2.3 Mesures dynamiques 2D

Principe de la détection par deux ondes sphériques

Le suivi dynamique du tourbillon dans son mouvement de précession peut aussi être effectué à deux dimensions. En effet, en utilisant des ondes sphériques plutôt que des ondes planes, on peut récupérer à la fois l'abscisse et l'ordonnée du centre du vortex dans le plan d'insonification. La figure 3.12 illustre le principe de cette localisation bidimensionnelle. Deux ondes sphériques sont émises par les transducteurs d'abscisse x_s sur chaque MRT. Les deux ondes sphériques, après s'être croisées, sont reçues sur les MRT et les déformations de phase $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x)$ et $\varphi_{2 \rightarrow 1}(x)$ par rapport à l'expérience de référence sans écoulement sont calculées selon la même procédure que pour une onde plane (cf. fig. 3.13(a)). Les rayons acoustiques traversant le vortex en son centre correspondent alors aux valeurs x_1 et x_2 telles que $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x_1) = \varphi_{2 \rightarrow 1}(x_2) = 0$. Les coordonnées x_0 et y_0 du centre du vortex sont alors aisément déduites de x_1 et x_2 .

Prise en compte de la réfraction

Selon l'angle d'incidence, la réfraction des ondes sphériques aux interfaces eau-Plexiglas peut devenir importante. Connaissant l'abscisse x_s de l'émetteur, il est facile de calculer l'angle $\theta(x)$

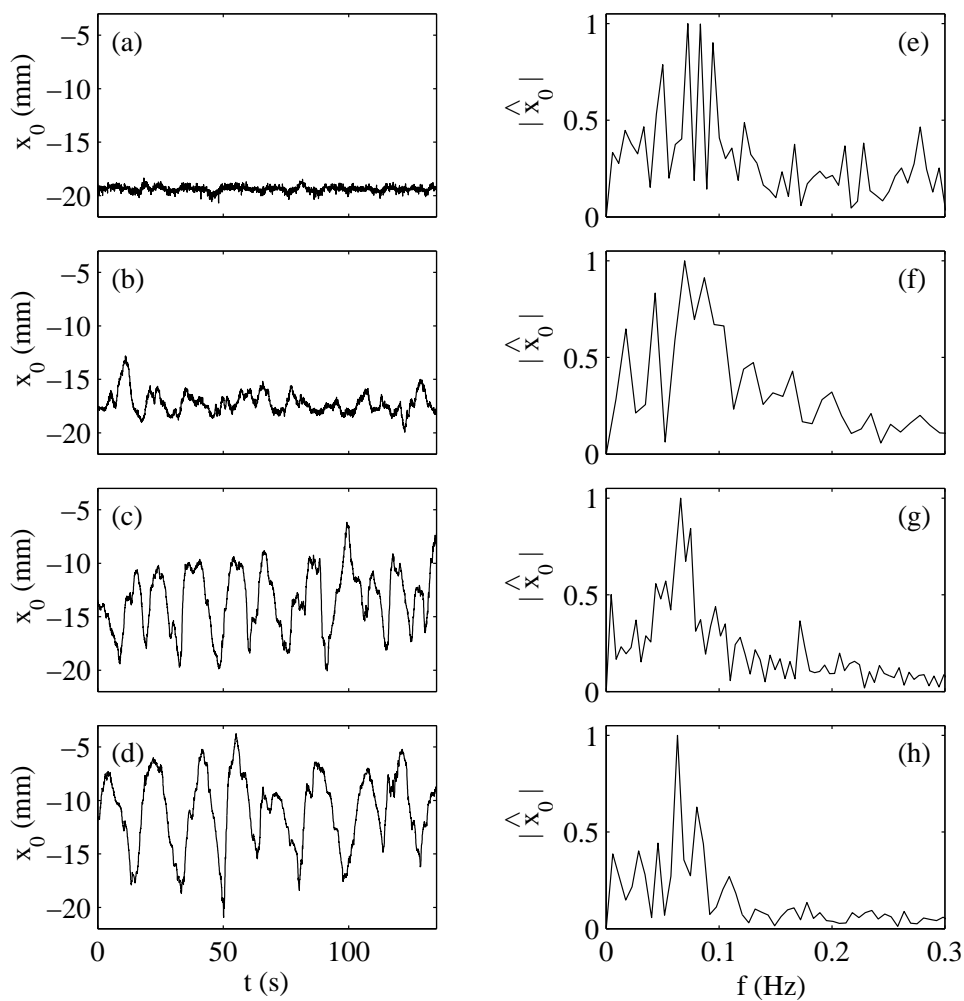


FIG. 3.11 – Abscisse du vortex $x_0(t)$ pour $Q_1 = Q_2 = 6.2 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et (a) $Q_0 = 3.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, (b) $Q_0 = 5.1 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, (c) $Q_0 = 7.2 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et (d) $Q_0 = 8.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$. Les transformées de Fourier correspondantes $\hat{x}_0(f)$ sont tracées en (e)-(h).

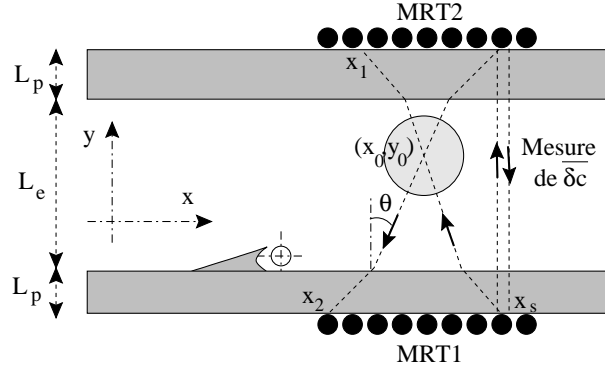


FIG. 3.12 – Principe de la localisation 2D du centre du vortex.

formé par l'axe (Oy) et le rayon acoustique joignant l'émetteur au récepteur d'abscisse x . La relation entre x et $\theta(x)$ s'écrit :

$$x - x_s = L_e \tan \theta(x) + L_p \tan \left[\arcsin \left(\frac{n_e}{n_p} \sin \theta(x) \right) \right], \quad (3.7)$$

où $n_e = 1/1.5$ et $n_p = 1/2.7$ sont les indices de réfraction acoustique de l'eau et du Plexiglas respectivement. En inversant (3.7), on en déduit la distance $L_e(x)$ parcourue dans l'eau par le rayon acoustique ($x_s \rightarrow x$) : $L_e(x) = L_e / \cos \theta(x)$.

Effets de la température et de l'écoulement principal

Les déformations de phase brutes $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x)$ et $\varphi_{2 \rightarrow 1}(x)$ contiennent non seulement les effets du vortex mais aussi ceux de la température du milieu. Comme les trajets $1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 1$ sont complètement différents, il est exclu de considérer ici les sommes et les différences des signaux de phase pour tout x . En revanche pour $x = x_s$, les rayons $1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 1$ suivent le même trajet dans des sens opposés. On peut donc obtenir une estimation des effets de température en considérant la quantité :

$$\frac{1}{2}(\varphi_{1 \rightarrow 2}(x_s) + \varphi_{2 \rightarrow 1}(x_s)) = \frac{2\pi f}{c_0^2} L_e \overline{\delta c}, \quad (3.8)$$

où $\overline{\delta c}$ représente l'effet moyen de la température sur la célérité du son pour ce rayon acoustique particulier. N'ayant aucune information sur d'autres trajets réciproques, nous sommes conduits à supposer le champ de température uniforme et à corriger les valeurs des déphasages de :

$$\varphi_T(x) = \frac{2\pi f}{c_0^2} L_e(x) \overline{\delta c} \quad (3.9)$$

La déformation de phase ainsi obtenue ne contient plus que les effets de l'écoulement, à savoir

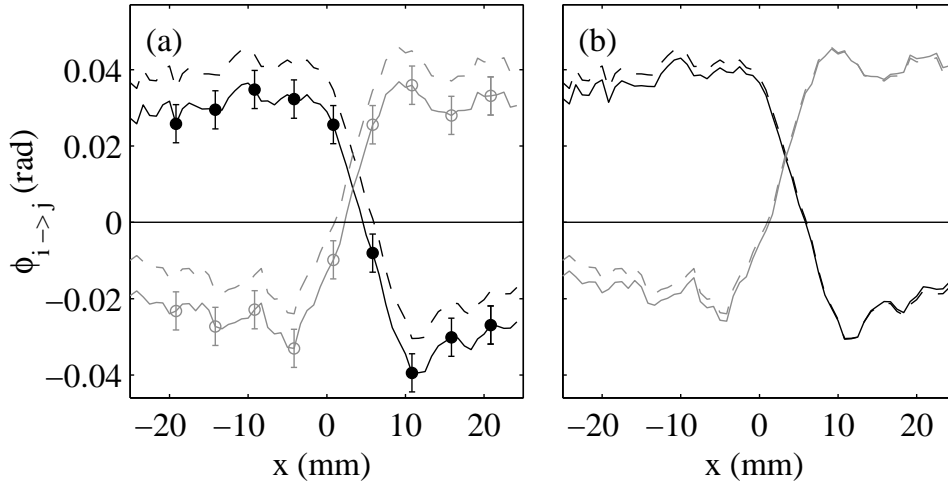


FIG. 3.13 – Déformations de phase après émission de deux ondes sphériques. (a) $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x)$ (• et trait noir) et $\varphi_{2 \rightarrow 1}(x)$ (◦ et trait gris) bruts et corrigés des effets de température (pointillés). (b) $\varphi_{1 \rightarrow 2}(x)$ et $\varphi_{2 \rightarrow 1}(x)$ corrigés des effets de température (pointillés) ainsi que des effets de l'écoulement principal aval (traits pleins). $x_s = 12.5$ mm, $Q_0 = 12.4$ L.min⁻¹ et $Q_1 = Q_2 = 6.2$ L.min⁻¹.

ceux du vortex et ceux de l'écoulement principal. En effet, alors que l'émission plane est insensible à l'écoulement aval (car l'onde plane se propage perpendiculairement à l'écoulement aval), un front d'onde sphérique est déformé par celui-ci. Dans la configuration la plus défavorable d'un écoulement uniforme de vitesse $u = Q_0/S$ agissant tout le long de la propagation, l'estimation de cette déformation conduit à :

$$\varphi_u(x) = \frac{2\pi f}{c_0^2} u \sqrt{L_e(x)^2 - L_e^2}. \quad (3.10)$$

On constate sur la figure 3.13(b) que cette deuxième correction φ_u reste petite devant φ_T et qu'elle a une influence négligeable sur les valeurs de x_1 et x_2 .

Calcul des coordonnées du centre du vortex

Pour passer de (x_1, x_2) à (x, y) , on calcule d'abord les angles θ_1 et θ_2 correspondant aux rayons $(x_s \rightarrow x_1)$ et $(x_s \rightarrow x_2)$ via l'équation (3.7). L'intersection de ces deux rayons donne alors les coordonnées du centre du vortex :

$$x_0 = \frac{1}{2} \left(x_s + \frac{x_1 \tan \theta_2 + x_2 \tan \theta_1}{\tan \theta_1 + \tan \theta_2} \right) \quad (3.11)$$

$$y_0 = \frac{1}{2} \left(L_e + \frac{x_2 - x_1}{\tan \theta_1 + \tan \theta_2} \right). \quad (3.12)$$

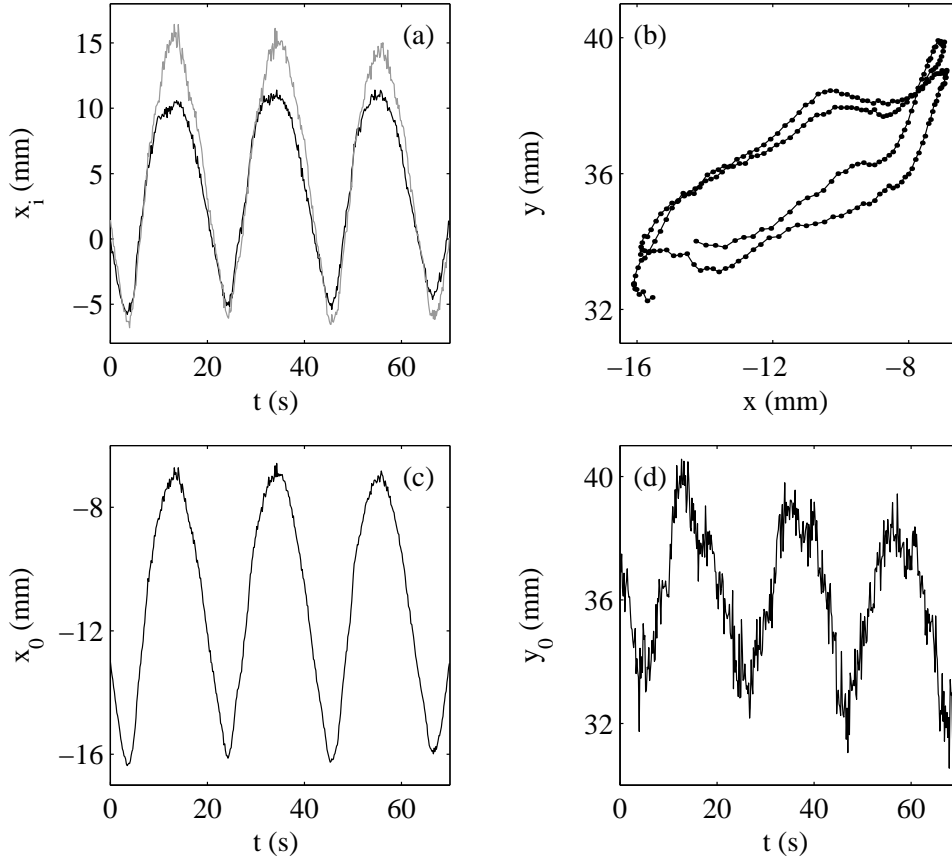


FIG. 3.14 – Suivi bidimensionnel du vortex stable. (a) $x_1(t)$ (en noir) et $x_2(t)$ (en gris). (b) Trajectoire du vortex dans le plan (xOy) sur environ 40 s. (c) Abscisse $x_0(t)$ et (d) ordonnée $y_0(t)$ du vortex. $x_s = -26.3$ mm, $Q_0 = 7.1$ L.min $^{-1}$ et $Q_1 = Q_2 = 6.4$ L.min $^{-1}$.

La figure 3.14 présente les résultats obtenus pour un mouvement de précession de grande amplitude. La trajectoire obtenue n'est pas un cercle et sa forme aplatie résulte de l'influence de l'écoulement principal sur le vortex. Dans les conditions expérimentales considérées ici, le vortex tourne dans le sens contraire des aiguilles d'une montre *i.e.* dans le sens opposé à sa rotation propre.

On note que le bruit sur la mesure de y_0 est plus grand que sur x_0 . C'est là l'inconvénient majeur de cette technique de localisation bidimensionnelle. En effet, dans la configuration du canal hydrodynamique, les angles θ_1 et θ_2 restent en général assez faibles et en négligeant la réfraction, un calcul d'erreur approché à partir des équations (3.11) et (3.12) donne :

$$\delta x_0 \sim \delta \quad (3.13)$$

$$\delta y_0 \sim \frac{L_e \delta}{x_1 + x_2 - 2x_s}, \quad (3.14)$$

en supposant que l'incertitude sur x_1 et x_2 est de l'ordre du pas des barrettes δ . Ainsi, comme ici $L_e/(x_1 + x_2 - 2x_s) \simeq 5$, l'incertitude sur y_0 est plus grande que sur x_0 . Elle peut même diverger lorsque $x_1 - x_s \simeq x_2 - x_s \simeq 0$ *i.e.* lorsque le vortex passe devant les voies émettrices. Un problème analogue intervient en élastographie ultrasonore lors du calcul des déplacements axiaux et latéraux [Konofagou *et al.* 2000]. Nous verrons comment remédier à ce problème au chapitre 4 grâce à l'utilisation de trois ondes sphériques.

3.3 Mesures dans le régime d'instabilité

Nous nous intéressons ici à la dynamique du vortex dans le régime d'instabilité périodique observé lorsque l'écoulement aval augmente. Après une étude du mouvement du vortex autour du seuil d'instabilité, un cycle moyen est extrait des données acoustiques à la fois à une dimension et à deux dimensions. Quelques résultats préliminaires sont présentés concernant l'influence du débit aval Q_0 sur l'instabilité.

3.3.1 Détection du mouvement du vortex

Mesures au voisinage du seuil d'instabilité

Dans la figure 3.15, nous rapportons des mesures analogues à celle de la figure 3.11 autour du seuil d'instabilité et sur des temps plus longs de l'ordre de 6 minutes. En dessous du seuil, on constate que l'amplitude de la précession n'est pas constante mais qu'elle présente des battements. Plus près du seuil, la période de ces battements devient très longue et l'amplitude du mouvement augmente jusqu'à plus de 20 mm (noter les échelles différentes sur les figures 3.15(a) et (b)).

Pour une valeur seuil du débit, l'amplitude devient trop grande de sorte que le vortex se détache des trous d'aspiration. Il est ensuite advecté par l'écoulement principal hors du champ des barrettes (fig. 3.15(c)). Un autre vortex se reforme, suit quelques cycles de précession puis est à son tour advecté par l'écoulement. Lorsque le débit aval augmente, la durée de la précession diminue rapidement ainsi que la période de l'instabilité qui passe de près de 3 minutes sur la figure 3.15(c) à environ 50 s sur la figure 3.15(d).

Suivi acoustique du vortex instable

La figure 3.16 est l'analogie de la figure 3.8 au-dessus du seuil d'instabilité. La structure périodique de l'instabilité est clairement identifiable sur le diagramme spatio-temporel de $\phi_6(x, t)$. On note aussi que le vortex s'intensifie au cours de son mouvement.

Le premier profil de la figure 3.16(b) ne présente pas la déformation de phase caractéristique de la présence d'un vortex, soit parce que le vortex a quitté le champ des barrettes ($x > 26$ mm), soit parce qu'un nouveau vortex est en train de se former ($x \simeq -30$ mm). Dans ce cas, l'acquisition correspondante n'est pas prise en compte dans l'analyse statistique qui suit.

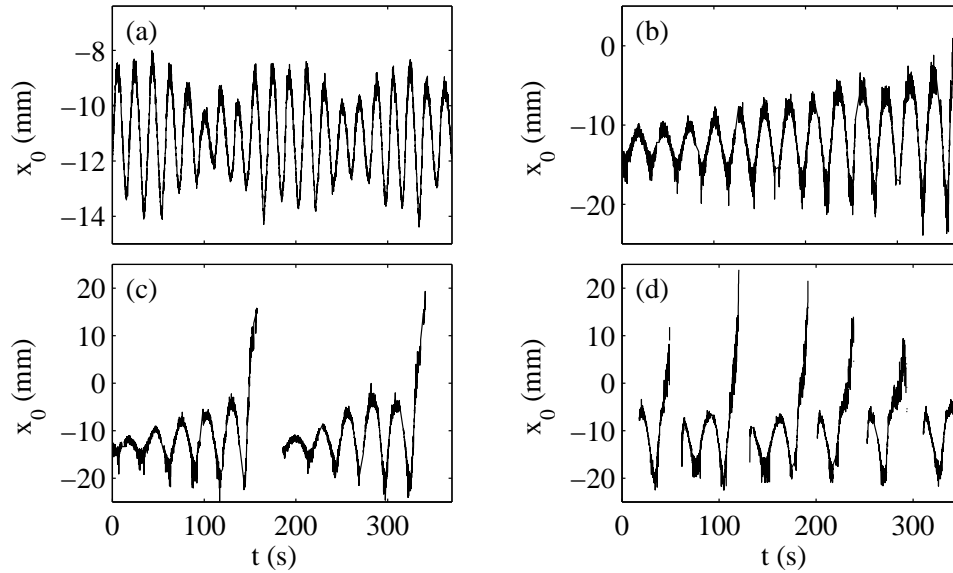


FIG. 3.15 – Abscisse du vortex $x_0(t)$ pour (a) $Q_0 = 8.9 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, $Q_1 = 7.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, $Q_2 = 5.2 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et (b) $Q_0 = 6.6 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, (c) $Q_0 = 7.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et (d) $Q_0 = 7.5 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ avec $Q_1 = 5.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et $Q_2 = 4.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$.

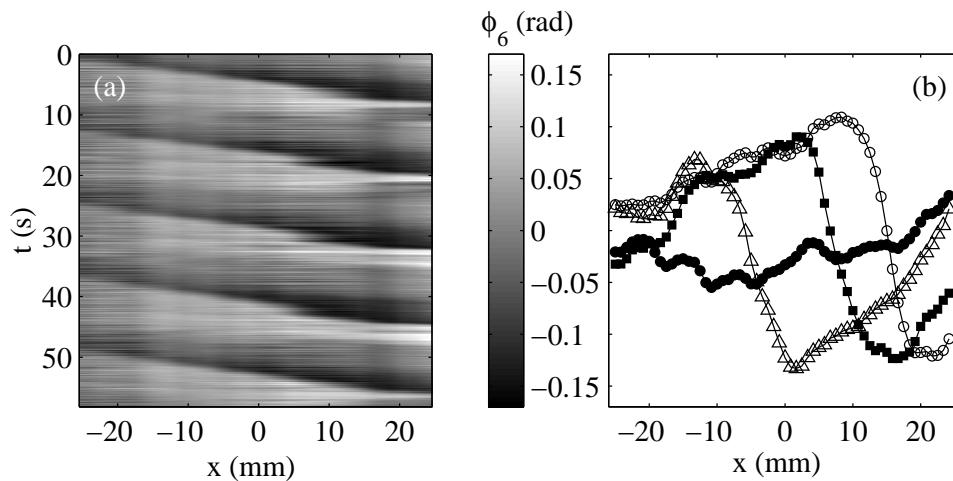


FIG. 3.16 – Régime d'instabilité. (a) Diagramme spatio-temporel des déphasages $\phi_6(x, t)$. (b) $\phi_6(x, t)$ pour $t = 13.9$ (●), 15.4 (△), 17.3 (■), 19.3 s (○). $Q_0 = 12.5 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, $Q_1 = 5.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et $Q_2 = 4.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$.

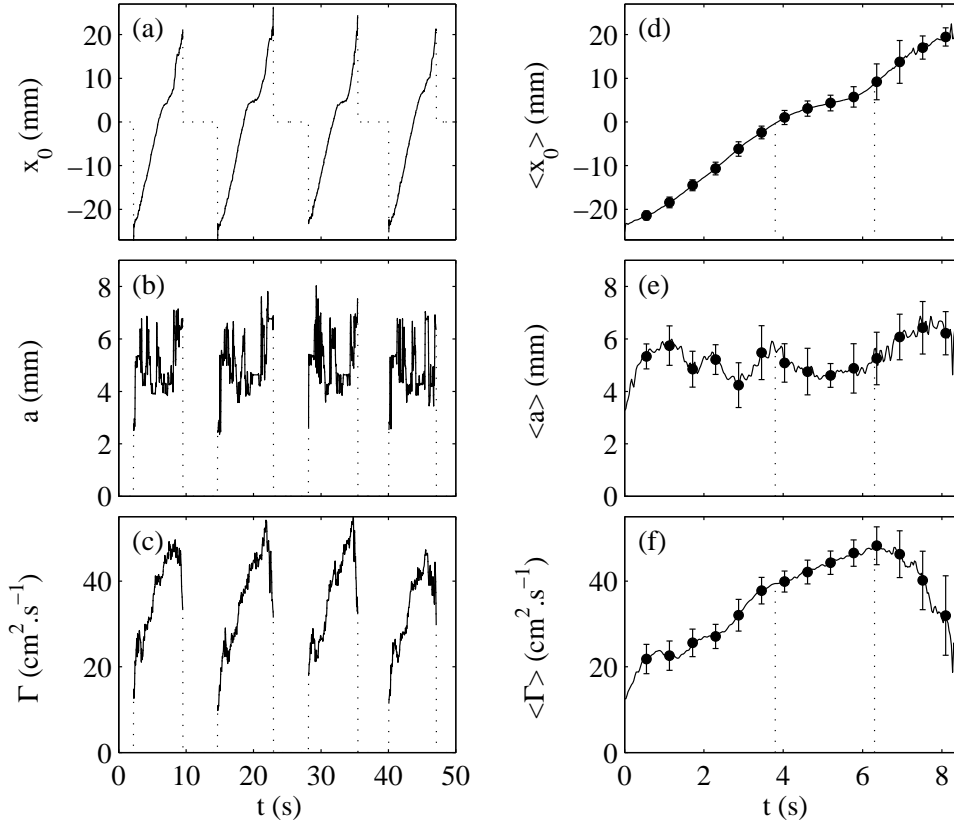


FIG. 3.17 – Caractéristiques du vortex (a) $x_0(t)$, (b) $a(t)$ et (c) $\Gamma(t)$ en fonction du temps et (d), (e), (f) moyennées sur un cycle d'instabilité. Les barres d'erreur représentent les écarts-types autour des moyennes. $Q_0 = 14.0 \text{ L.min}^{-1}$ et $Q_1 = Q_2 = 6.2 \text{ L.min}^{-1}$.

3.3.2 Cycle moyen 1D

Caractéristiques du vortex au cours du temps

Pour mieux comprendre l'évolution du tourbillon au cours de l'instabilité, nous avons extrait un "cycle de vie moyen" des données temporelles $\phi(x, t)$. Sur les figures 3.17(a), (b) et (c), l'évolution de l'abscisse, de la circulation et du rayon du vortex sont tracées en fonction du temps. Les pointillés indiquent les périodes où aucun vortex n'est détecté par le double MRT.

Pour estimer ces caractéristiques, nous avons supposé que la forme obtenue pour le vortex stable est conservée au cours du temps dans le régime instable. En négligeant l'ellipticité du vortex et en écrivant $\phi(x, t)$ et $u_\theta(r, t)$ sous forme adimensionnée, cette hypothèse se traduit par :

$$\phi(x, t) = \Delta\phi(t) \tilde{\phi}(\tilde{x}(t)) \quad (3.15)$$

$$u_\theta(r, t) = u_{max}(t) \tilde{u}(\tilde{r}(t)), \quad (3.16)$$

avec $\Delta\phi(t) = \phi_{max}(t) - \phi_{min}(t)$, $\tilde{x}(t) = x/a(t)$ et $\tilde{r}(t) = r/a(t)$, où $a(t)$ est le rayon correspondant au maximum de $u_\theta(r, t)$. Pour des distances de propagation suffisamment grandes ($L/a \rightarrow +\infty$), la version adimensionnée de l'équation (2.27) (p. 44) s'écrit :

$$\tilde{\phi}(\tilde{x}) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(\tilde{r}) \frac{\tilde{x}}{\tilde{r}} d\tilde{y}, \quad (3.17)$$

où l'on a noté $\tilde{y}(t) = y/a(t)$. Les équations (3.15) et (3.16) conduisent alors à :

$$\Delta\phi(t) \propto \frac{2\pi f}{c_0^2} a(t) u_{max}(t). \quad (3.18)$$

Comme la fonction $\tilde{\phi}$ reste indépendante du temps, elle atteint son maximum et son minimum en des points $\tilde{x}_{max} = x_{max}(t)/a(t)$ et $\tilde{x}_{min} = x_{min}(t)/a(t)$ qui gardent des valeurs constantes. On en déduit $2a(t)/\Delta x(t) = C_a = \text{cste}$, où $\Delta x(t) = |x_{max}(t) - x_{min}(t)|$. D'autre part, d'après (3.18) et avec $\Gamma(t) = 2\pi a(t) u_{max}(t)$, on a $\Gamma(t)/\Delta\phi(t) = C_\Gamma = \text{cste}$. Les résultats de la figure 3.7(a) permettent d'estimer ces deux constantes : on trouve $C_\Gamma \simeq 3.2 \cdot 10^3$ et $C_a \simeq 0.85$. En procédant séparément pour chaque demi-profil de vitesse, nous avons vérifié que ces valeurs ne changent que de 7 % et 5 % respectivement. On détermine donc $\Gamma(t)$ et $a(t)$ à partir de $\Delta\phi(t)$, de $\Delta x(t)$ et des valeurs des deux constantes C_Γ et C_a , en négligeant l'ellipticité du vortex.

Enfin, l'instabilité est suffisamment périodique pour que l'extraction du cycle moyen ne nécessite pas de traitement du signal poussé : le début d'un cycle est choisi lorsque le vortex passe devant l'extrémité des barrettes ($x = -26$ mm) puis la moyenne est effectuée par rapport à cet instant de référence sur une vingtaine de cycles. Les résultats moyens sont présentés sur les figures 3.17(d), (e) et (f). Sauf dans les derniers stades du cycle, la dispersion autour de la moyenne reste faible.

Les trois phases de la “vie” du vortex instable

On peut distinguer trois étapes dans ce “cycle de vie moyen” délimitées par des pointillés sur les figures 3.17(d), (e) et (f). Dans un premier temps (formation du vortex qui dure 4 s), le vortex est advecté à une vitesse moyenne d'environ 7 mm.s⁻¹. Cette vitesse reste nettement inférieure à la vitesse de l'écoulement principal $u = Q_0/S \simeq 28$ mm.s⁻¹. Pendant ces quatre premières secondes, le rayon du vortex fluctue entre 4 et 6 mm alors que son intensité croît fortement.

Lors de la deuxième phase (“maturité” du vortex sur 2 s), le vortex se stabilise dans le canal ($dx_0/dt \simeq 1.5$ mm.s⁻¹). Plus près du seuil, il peut même amorcer un mouvement de précession et sa vitesse peut changer de signe (cf. fig. 3.15, p. 79). Le rayon se stabilise autour de 5 mm et la circulation termine de s'intensifier régulièrement.

Le cycle se termine par la “mort” du vortex. Le moment où le vortex se détache de l'aspiration est repérable très précisément par le début de la chute de la circulation, par l'augmentation du rayon et la reprise du mouvement d'advection, qui se situe ici à $t = 6.3$ s. L'étirement de la

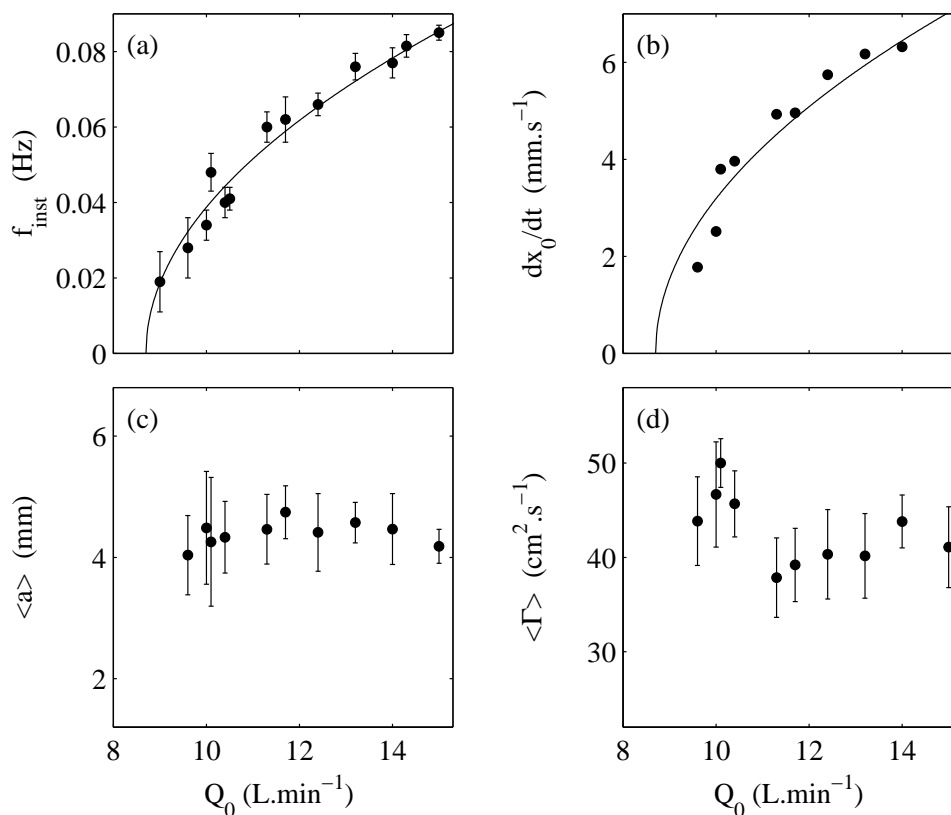


FIG. 3.18 – Caractéristiques de l’instabilité en fonction du débit de l’écoulement aval Q_0 . (a) Fréquence de l’instabilité et ajustement par une loi du type $f_{inst} \propto \sqrt{Q_0 - Q_{0c}}$. Les barres d’erreur représentent la largeur à mi-hauteur des transformées de Fourier $\widehat{x_0}$. (b) Vitesse d’advection maximale atteinte au cours de la phase de formation du cycle moyen et ajustement par $dx_0/dt \propto \sqrt{Q_0 - Q_{0c}}$. (c) Rayon moyen et (d) circulation moyenne au cours de la deuxième phase du cycle moyen (“maturité” du vortex). Les barres d’erreur correspondent aux écarts-types sur différents cycles. $Q_1 = Q_2 = 6.2 \text{ L.min}^{-1}$.

vorticité cesse alors brutalement provoquant l’advection libre puis l’explosion du tourbillon. En plaçant le double MRT plus en aval, on a pu vérifier que la vitesse d’advection du vortex atteignait des valeurs supérieures à 20 mm.s^{-1} , voisines de celle de l’écoulement principal.

Etude de l’instabilité en fonction des paramètres de contrôle

À partir des résultats précédents, on peut extraire des informations concernant la nature de l’instabilité et ses caractéristiques en fonction d’un paramètre de contrôle. La figure 3.18 présente des mesures effectuées lorsque le débit de l’écoulement principal varie pour une valeur fixée de l’aspiration $Q_1 = Q_2$. La fréquence de l’instabilité et la vitesse d’advection lors de la formation du vortex varient sensiblement comme $\sqrt{Q_0 - Q_{0c}}$.

D’autre part, on note que le rayon et la circulation du vortex dépendent faiblement du débit

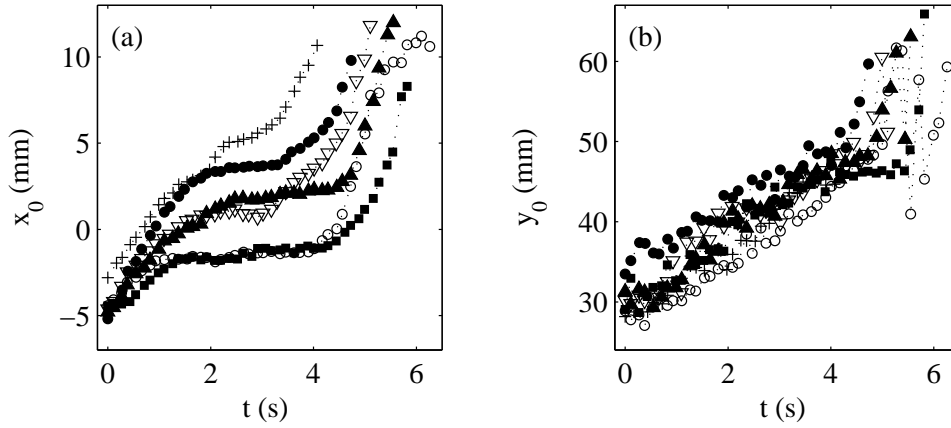


FIG. 3.19 – Suivi bidimensionnel du vortex instable. (a) Abscisse $x_0(t)$ et (b) ordonnée $y_0(t)$ du vortex pour six cycles d'instabilités successifs avec $x_s = 12.5$ mm, $Q_0 = 12.4$ L.min $^{-1}$ et $Q_1 = Q_2 = 6.2$ L.min $^{-1}$.

de l'écoulement aval. En effet, comme le montrent des mesures par d'autres techniques, ces caractéristiques sont fixées par l'aspiration (donc l'étirement) plus que par l'écoulement aval [Petitjeans & Wesfreid 1997]. L'étude de l'influence de l'étirement sur le vortex est en cours et des mesures analogues en fonction de Q_1 et Q_2 seront présentées dans le cadre de la thèse de Frédéric Bottausci [Bottausci *et al.* 2000].

3.3.3 Cycle moyen 2D

La technique de localisation bidimensionnelle introduite en 3.2.3 (p. 73) a été appliquée au cas du vortex instable. Même si l'utilisation des ondes sphériques et l'ouverture des barrettes limitent la zone de détection accessible à une vingtaine de millimètres pour x_0 , on obtient les coordonnées du centre du vortex comme le montre la figure 3.19 pour différents cycles d'instabilité.

La figure 3.20 présente une séquence de champs de vitesse et de vorticité au cours d'un cycle particulier, obtenue à partir d'une des trajectoires de la figure 3.19. Les résultats des mesures acoustiques sont confirmés qualitativement par les visualisations (cf. fig. 3.4, p. 66) qui montrent que le vortex est advecté vers le haut du canal après son détachement. Cette observation est cohérente avec une interprétation en termes de force de Magnus. Après le détachement du vortex, son sens de rotation et la vitesse relative de l'écoulement aval par rapport au vortex conduisent en effet à une force de lift orientée vers le haut.

3.4 Prendre en compte la diffusion du son par le vortex ?

Pour les étirements envisagés dans nos expériences, le rayon du vortex est de l'ordre de 3.5 mm (cf. 3.2.1, p. 67) et conduit à $\beta = a/\lambda \simeq 7$. Il devient donc légitime de se demander

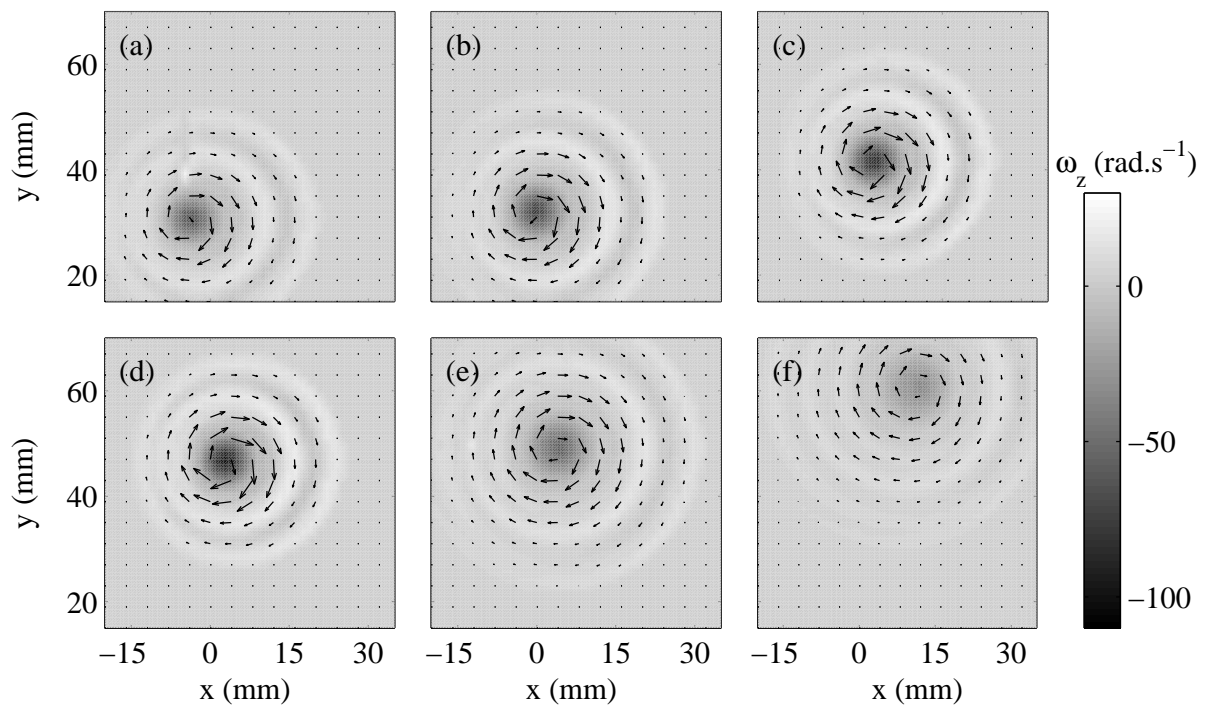


FIG. 3.20 – Trajectoire du vortex, champs de vitesse (flèches) et de vorticité (niveaux de gris) déduits des mesures par le double MRT au cours d'un cycle d'instabilité pour (a) $t=0.0$, (b) 1.0, (c) 2.1, (d) 3.4, (e) 4.8 et (f) 5.5 s. $Q_0 = 12.4 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et $Q_1 = Q_2 = 6.2 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$. Les résultats sont similaires aux visualisations de la figure 3.4 (p. 66).

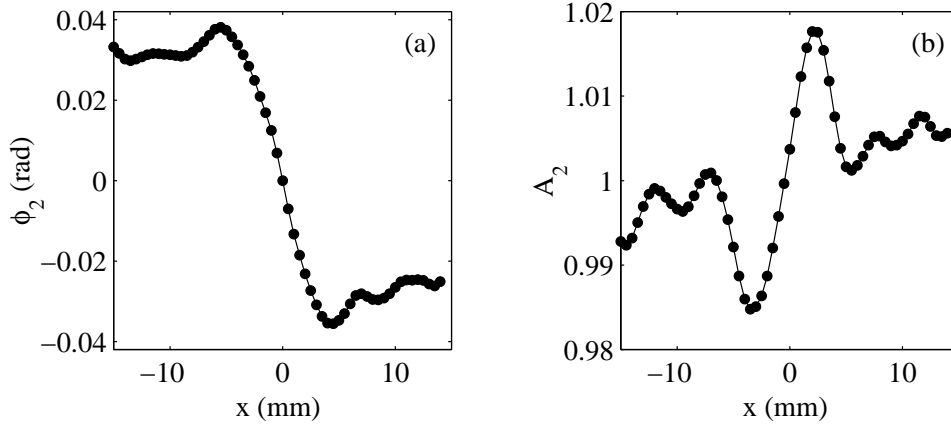


FIG. 3.21 – (a) Déformation de phase $\phi_2(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A_2(x)$ moyennées dans le référentiel du vortex selon $\langle \phi(x) \rangle = \langle \phi(x - x_0(t), t) \rangle_t$ pour $Q_0 = Q_1 = Q_2 = 5.0 \text{ L.min}^{-1}$.

si l'approximation de l'acoustique géométrique est toujours valable. Les simulations numériques de la deuxième partie viendront confirmer *a posteriori* la validité de cette approximation. Expérimentalement, la diffusion du son par un vortex se traduit de façon caractéristique par des oscillations sur la déformation de phase. Comme nous le verrons dans la section 4.4.1 (p. 110), ces oscillations résultent de l'interférence entre l'onde incidente et l'onde diffusée par le vortex. De telles oscillations ne sont pas clairement identifiables sur la figure 3.21(a) qui présente la moyenne de $\phi(x, t)$ sur 4096 acquisitions dans le référentiel d'un vortex stable. La moyenne dans le référentiel du vortex est définie par $\langle \phi(x) \rangle = \langle \phi(x - x_0(t), t) \rangle_t$, où $\langle \rangle_t$ désigne une moyenne sur le temps.

Si les rayons acoustiques se propageaient de façon rectiligne dans le vortex, la déformation d'amplitude devrait valoir 1 quel que soit x . La figure 3.21(b) montre que la réfraction des rayons acoustiques induit des variations de l'amplitude de l'ordre de 2 %. Les rayons accélérés pour $x \leq 0$ sont déviés vers la droite de sorte que la densité de rayons acoustiques est plus grande pour $x \geq 0$ ($A(x) \geq 1$ pour $x \geq 0$). Des oscillations de faible amplitude sont discernables sur $A(x)$ pour $|x| \geq 5 \text{ mm}$, que l'on peut attribuer à un très faible phénomène de diffusion.

En conclusion, on peut affirmer que les résultats de ce chapitre, basés sur l'approximation de l'acoustique géométrique pour des valeurs de $\beta \simeq 7$, ne sont pas affectés par une très faible diffusion du son par le vortex. Pour des étirements plus intenses, le rayon du vortex peut toutefois atteindre des valeurs plus faibles et l'on entre alors dans le régime de diffusion. L'étude expérimentale de la diffusion du son par un vortex filamentaire grâce au double MRT fait l'objet du dispositif présenté dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Étude d'un filament de vorticité en milieu "infini"

L'étude d'un vortex étiré dans un canal hydrodynamique a prouvé la capacité du double MRT   détecter et analyser la dynamique d'un écoulement tourbillonnaire particulier présentant une instabilité périodique. Les objectifs de ce dernier chapitre expérimental sont de deux ordres. Du point de vue hydrodynamique, nous avons voulu étudier un écoulement dépourvu de conditions aux limites contraignantes. En effet, caractériser un vortex isolé dans un milieu infini semble une première étape fondamentale pour la compréhension de la dynamique des filaments de vorticité observés en turbulence. Du point de vue acoustique, ce chapitre vise à mettre clairement en évidence la diffusion du son par un tourbillon dont la taille n'excède pas quelques longueurs d'onde. Nous verrons enfin comment l'interaction son-vorticité permet dans ce cas d'obtenir une mesure du rayon du vortex étudié.

4.1 Dispositif expérimental

La plupart des expériences visant à contrôler un filament de vorticité sont effectuées en géométrie confinée, en général cylindrique, entre deux disques en rotation. Un tel écoulement est dit "de Von Kármán" [Kármán 1921]. A faible vitesse de rotation et pour des disques co-rotatifs, le vortex obtenu a une taille de l'ordre du diamètre des disques. Dans l'air et pour des vitesses de rotation importantes, la force centrifuge au niveau des disques réalise un pompage axial, induit un étirement de la vorticité et entraîne la formation d'un filament de vorticité. L'écoulement est alors en général turbulent [Labbé *et al.* 1996, La Porta *et al.* 1999]. Dans l'eau, ce pompage centrifuge peut être forcé par aspiration au niveau des disques. La difficulté technique à appliquer une rotation et un pompage contrôlés en un même point, le centre de chaque disque, a conduit à des expériences où rotation et aspiration sont découplées. La rotation est alors appliquée par un disque tournant en haut de la cuve [Wunenburger *et al.* 1999] ou par une rotation d'ensemble

du cylindre expérimental [Mory & Yurchenko 1993] et l'étirement est obtenu par aspiration à travers un trou percé en bas de la cuve.

4.1.1 Les “doubles aspirateurs rotatifs”

Dans notre expérience, un vortex étiré est engendré dans l'eau entre deux disques identiques en rotation en appliquant un pompage au centre de chaque disque. Ce nouveau dispositif a été mis au point en collaboration avec Agnès Maurel et Philippe Petitjeans. Les pièces ont été réalisées par l'atelier de mécanique du laboratoire PMMH et l'assemblage par Frédéric Bottausci. Le schéma de la figure 4.1 décrit ce dispositif. Dans cette expérience, rotation et étirement sont appliqués indépendamment et en un même point par des tuyaux d'aspiration rotatifs. Les disques sont entraînés en rotation par un moteur rétrocontrôlé (Yaskawa DR2 Servopack) et leur fréquence de rotation $\Omega/2\pi$ est programmable entre 0 et 15 Hz. Dans les expériences décrites ici et sauf indication contraire, le diamètre des disques est fixé à 10 cm et les disques sont coaxiaux et corotatifs.

L'aspiration est appliquée au centre de chaque disque à travers un trou de diamètre 5 mm par l'intermédiaire d'une pompe (Eheim IP67). Le débit d'aspiration Q est fixé par une vanne contrôlée par un moteur pas-à-pas et varie entre 0 et 6.4 L.min⁻¹. Le pompage étant symétrique, le débit pour chaque disque varie entre 0 et 3.2 L.min⁻¹, ce qui correspond à des vitesses longitudinales pouvant atteindre 2 m/s au niveau des trous d'aspiration. Pour éviter un brassage du fluide environnant par la rotation des tuyaux d'aspiration, ceux-ci sont insérés dans des tuyaux fixes en PVC. Le circuit de pompage est bouclé en réinjectant l'eau dans un compartiment maintenu à niveau constant. Ce compartiment communique avec la cuve principale par une paroi percée de 400 petits trous répartis uniformément sur sa surface, pour empêcher toute perturbation de l'écoulement dans la cuve.

La rotation initiale induite par les disques est amplifiée par l'étirement dû au pompage (cf. 3.1.2) et ce dispositif engendre un filament de vortacité très intense dont la longueur, égale à la distance D séparant les deux disques, peut être fixée par l'expérimentateur jusqu'à une trentaine de centimètres. Le volume important de la cuve expérimentale (300 L) permet de s'affranchir pratiquement des conditions aux limites : dans les expériences décrites ci-dessous, la paroi la plus proche du vortex se trouve à 50 cm du vortex et la surface libre à 30 cm. Contrairement aux expériences menées en géométrie cylindrique où le diamètre des disques est de l'ordre de la taille de la cuve expérimentale, nous négligerons ici l'influence des parois sur l'écoulement. Notons qu'un écoulement non confiné de type von Kármán a été exploré par [Labbé *et al.* 1996] dans l'air et sans étirement. C'est en ce sens qu'il faut comprendre le terme de milieu “infini”. L'influence des disques en rotation se fera toutefois toujours sentir, surtout lorsque la distance D les séparant sera faible.

Pour résumer, les paramètres de contrôle du vortex sont :

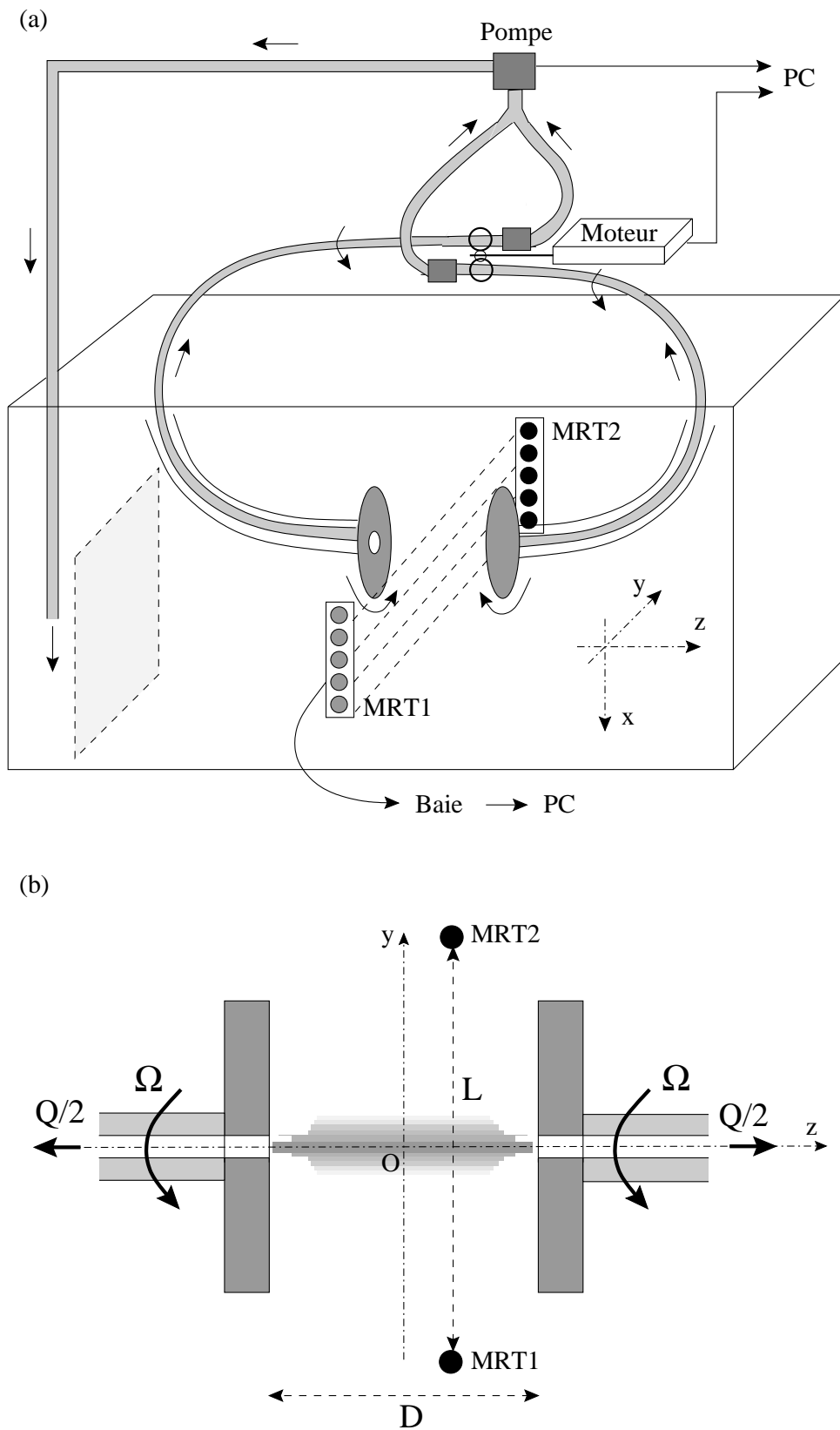


FIG. 4.1 – Dispositif expérimental des “doubles aspirateurs rotatifs”. (a) Vue générale. (b) Partie centrale du montage vue de dessus (coupe dans le plan $x = 0$).

- la fréquence de rotation des disques $\Omega/2\pi = 0 - 15$ Hz
- le débit total d’aspiration $Q = 0 - 6.4$ L.min⁻¹
- la distance entre les disques $D = 2 - 30$ cm
- le diamètre des disques fixé à 10 cm
- le diamètre des trous d’aspiration fixé à 5 mm.

4.1.2 Visualisations du filament de vorticité

La figure 4.2 présente deux instantanés du vortex visualisé par injection de colorants directement dans le cœur du vortex. La plupart du temps, le vortex se présente sous la forme d’un filament rectiligne joignant les centres des deux disques (cf. fig. 4.2(  gauche)). Comme dans le canal hydrodynamique, il est alors animé d’un mouvement de précession de faible amplitude, plus ou moins régulier selon les paramètres de contrôle. Les observations montrent aussi d’importantes fluctuations du “point de stagnation” (point de l’axe du vortex où la vitesse longitudinale v_z s’annule) et même un véritable feuilletage radial de v_z , l’étirement $\partial v_z / \partial z$ semblant s’organiser en couches cylindriques autour de l’axe du vortex.

Lors de régimes transitoires (formation du vortex, explosion tourbillonnaire après perturbation ou selon les conditions expérimentales), le vortex peut effectuer des excursions de grande amplitude loin de l’axe de rotation des disques (cf. fig. 4.2(  droite)). Dans ce cas, on observe de grands mouvements transitoires de précession puis une relaxation vers un état plus stable [Manneville *et al.* 2000a].

4.2 Circulation et position moyennes du vortex

Nos premières mesures acoustiques visent à obtenir une caractérisation moyenne du filament de vorticité engendré par le dispositif des “doubles aspirateurs rotatifs”. Pour cela, nous montrons tout d’abord que pour s’affranchir au moins partiellement des fluctuations temporelles de l’écoulement, une moyenne dans le référentiel du tourbillon est indispensable. Ensuite, l’influence des paramètres de contrôle est explorée systématiquement pour mieux comprendre l’interaction entre étirement et rotation dans cette expérience. Enfin, nous tentons de reconstruire le champ de vitesse orthoradiale hors du cœur du filament et de comparer les résultats à un modèle simple de vortex.

Ordres de grandeur de l’interaction son-vorticité

Comme dans les expériences précédentes, le plan d’insonification (xOy) est orthogonal à l’axe (Oz) du vortex (cf. fig. 4.1(a)). Toutes nos mesures sont effectuées à une distance fixe $z \simeq D/6$ du point de stagnation. Nous avons vérifié qu’en régime permanent, les résultats ne dépendent

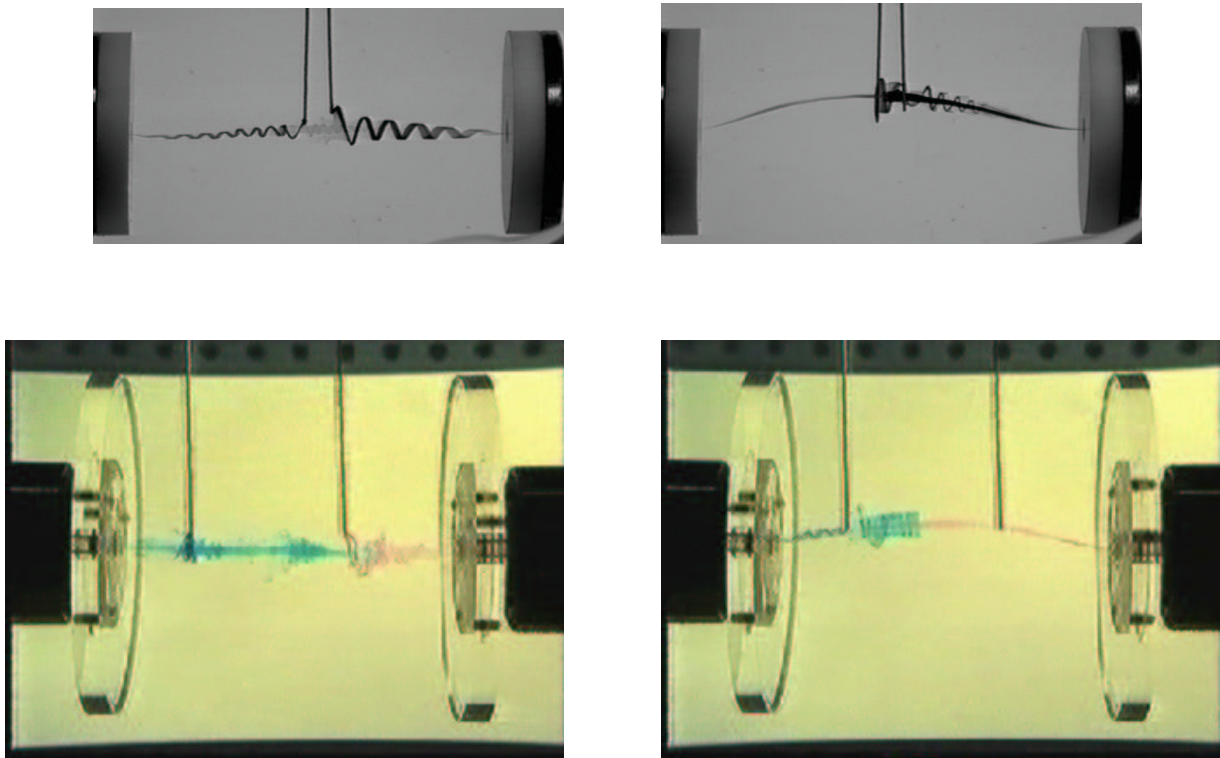


FIG. 4.2 – Visualisation du filament de vorticité engendré par les “doubles aspirateurs rotatifs” par injection de colorant dans le cœur du vortex. Disques de diamètre 5 cm en haut et 10 cm en bas. A gauche : vortex stable. A droite : grandes excursions hors de l’axe de rotation des disques lors d’instabilités du vortex. Les injecteurs de colorant apparaissent sous la forme de tiges sombres verticales. (Clichés Philippe Petitjeans et Frédéric Bottausci)

pas significativement de z sauf lorsque l'on s'approche des disques au point de pénétrer dans les couches limites visqueuses ($z \simeq D - 1$ cm).

La distance de propagation de l'onde ultrasonore est $L \simeq 200$ mm et les barrettes utilisées sont de type 1 (cf. table 2.1, p. 33). Les caractéristiques typiques du filament de vorticit e conduisent aux ordres de grandeur suivants :

$$M = \frac{u}{c_0} \simeq 10^{-3} \quad (4.1)$$

$$\beta = \frac{a}{\lambda} \simeq 3. \quad (4.2)$$

Le nombre de Mach M est toujours petit devant 1. Toutefois, le rayon du vortex ne repr esente plus ici que quelques longueurs d'onde acoustiques. Pour une fr equance ultrasonore de 1.5 MHz, β peut m eme devenir de l'ordre de 1 (cf. section 6.4.3, p. 146). L'approximation de l'acoustique g eom etrique n'est donc pas valable au voisinage du c oeur du vortex engendrée par les "doubles aspirateurs rotatifs".

Enfin, dans toutes nos exp eriences et malgr e des d epressions intenses associ ees au tourbillon, aucune bulle n'est visible dans le c oeur du vortex. De plus, nous avons v erifi e que le signal acoustique r etrodiffus e par le vortex, s'il existe, est toujours noyée dans le bruit électronique, confirmant l'absence de toute interface eau-air fortement r efl echissante.

4.2.1 Mesures moyennes dans le r ef erentiel du vortex

Analyse de la d eformation du front d'onde

La figure 4.3 pr esente une d eformation typique du front d'onde li ee au filament de vorticit e et mesur ee par le double MRT apr es une seule travers ee de l'écoulement. 1024 mesures instantan ees ont  t e moyenn ees dans le r ef erentiel du vortex apr es d etection de l'abscisse du vortex $x_0(t)$ sur chaque acquisition (cf. section 3.2.2, p. 70). La d eformation de phase pr esente ici une v eritable "dislocation" avec un saut de phase s eparant deux plateaux pour $|x| > 15$ mm. Ces plateaux traduisent l'influence d'un champ de vitesse à longue port ee sur l'onde incidente. En effet, en milieu infini et loin du c oeur du vortex, le champ de vitesse est irrotationnel et d ecro it comme $1/r$ selon $u_\theta(r) = \Gamma/2\pi r$, o u Γ est la circulation du filament de vorticit e. Pour $|x| > 15$ mm, le champ de vitesse est donc lentement variable dans l'espace et l'approximation de l'acoustique g eom etrique s'applique. L' equation (2.27) (p. 44) appliqu ee au champ de vitesse orthoradiale pr ec edent conduit à :

$$\phi(x) = \frac{2\pi f}{c_0^2} \frac{\Gamma}{\pi} \arctan\left(\frac{L}{2x}\right). \quad (4.3)$$

Pour $|L/2x| \gg 1$, (4.3) se r eduit à $\phi(x) = \epsilon\pi f\Gamma/c_0^2$, o u $\epsilon = \text{sgn}(x)$, et la d eformation de phase

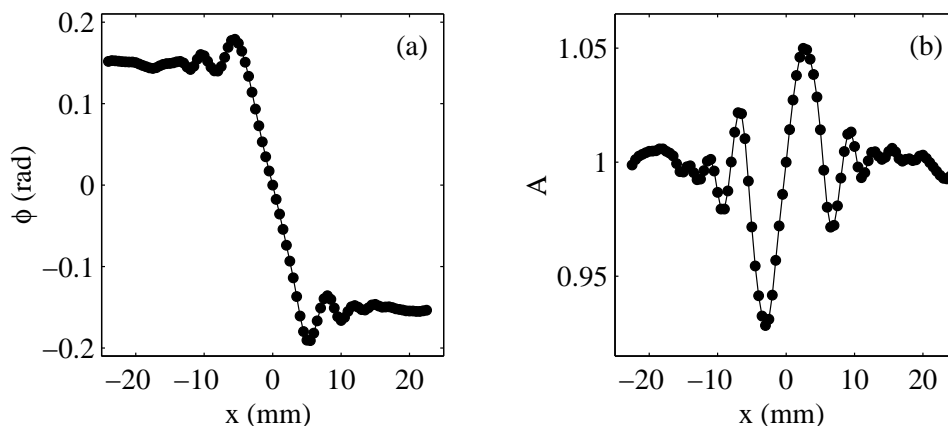


FIG. 4.3 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ moyennées dans le référentiel du vortex selon $\langle \phi(x) \rangle = \langle \phi(x - x_0(t), t) \rangle_t$ pour une émission plane à 3.5 MHz avec $\Omega/2\pi = 5$ Hz, $Q = 3.7$ L.min⁻¹ et $D = 80$ mm.

présente deux plateaux séparés d'un saut $\Delta\phi = \phi_{max} - \phi_{min}$ donné par :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi f}{c_0^2} \Gamma. \quad (4.4)$$

Expérimentalement, $|L/2x| \simeq 10$ et l'équation (4.4) permet de déduire Γ du saut de phase à environ 5 % près. Des mesures plus précises de la circulation peuvent être facilement obtenues en ajustant systématiquement $\phi(x)$ par l'équation (4.3) pour $|x| > 15$ mm. Pour le vortex de la figure 4.3, on trouve $\Gamma \simeq 330$ cm².s⁻¹.

Les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ de la figure 4.3 présentent des oscillations clairement visibles pour $|x| < 15$ mm (comparer à la figure 3.21, p. 85), caractéristiques de la diffusion du son par le cœur du vortex. L'information contenue dans ces oscillations sera exploitée à la section 4.4.1 (p. 110). Notons enfin que, même en présence d'un phénomène diffusion, l'abscisse du centre du vortex est donnée par $\phi(x_0) = 0$, ce qui autorise toujours un suivi dynamique du vortex.

Fluctuations autour des moyennes

La figure 4.4(a) présente un histogramme des valeurs prises par $\phi(0, t)$ pour les 1024 acquisitions du paragraphe précédent. La probabilité d'observer une valeur donnée de $\phi(0)$ est bien représentée par une loi gaussienne. Le même résultat est obtenu pour d'autres valeurs de x et, comme le montre la figure 4.4(b), les fluctuations de $\phi(x, t)$ autour de sa moyenne brute sont de l'ordre de 25 %. Ce résultat n'est pas surprenant puisqu'une moyenne brute "oublie" les éventuels mouvements propres du vortex.

En effet, lorsque l'on représente $\phi(x, t)$ dans un diagramme spatio-temporel (fig. 4.5(a)), on constate que le filament de vorticité n'est pas stationnaire mais qu'il est animé d'un mouvement

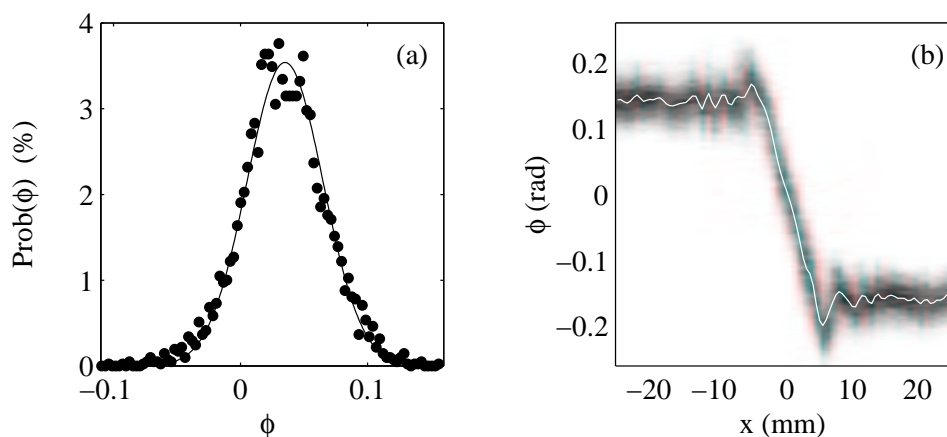


FIG. 4.4 – (a) Histogramme de $\phi(0, t)$ et ajustement par une gaussienne. (b) Fluctuations de $\phi(x, t)$ autour de la moyenne brute $\langle \phi(x, t) \rangle_t$. La probabilité de mesurer une valeur $\phi(x)$ est codée en niveaux de gris. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.3.

irrégulier d'une amplitude de quelques millimètres. En prenant la moyenne dans le référentiel du vortex (fig. 4.5(b)), les fluctuations de $\phi(x, t)$ sont de l'ordre de 15 %. Elles restent donc au moins trois fois supérieures au bruit sur la mesure (cf. section 2.4, p. 47). Elles sont attribuables à l'instationnarité résiduelle de l'écoulement. En effet, même lorsqu'on le considère dans son référentiel propre, le filament de vorticit e pr esente des fluctuations de taille et d'intensit e. De plus, l'écoulement environnant n'est pas stationnaire non plus. On peut identifier ces variations de l'ordre de 15 % au taux de turbulence de l'écoulement.

La moyenne dans le référentiel du vortex est donc ici indispensable pour interpréter correctement les oscillations des profils en termes de diffusion du son. Pour illustrer cette affirmation, nous avons tracée en figure 4.6 des agrandissements des profils $\phi(x)$ et $A(x)$ obtenus dans le c oeur du vortex gr ace  a la moyenne brute et gr ace  a la moyenne dans le référentiel du vortex. La diff erence qui semblait n egligeable sur les profils complets des figures 4.4(b) et 4.5(b) appara ıt alors clairement. Les oscillations, difficiles  a distinguer et irr eguli eres sur la moyenne brute, sont nettes et bien d efinies apr es une moyenne en suivant le mouvement du vortex.

Mesures moyennes en fonction des param etres de contr ole

Comme en section 2.2.3 (p. 37), nous v erifions tout d'abord sur la figure 4.7 que le retournement temporel permet d'amplifier lin eairement l'effet d'un filament de vorticit e sur une onde acoustique. Les mesures pr esent ees ici ont  et e obtenues en d epla cant successivement cinq fois le double MRT le long de l'axe x . Elles sont donc n ecessairement issues des moyennes brutes. De plus, l'influence du nombre de travers ees de l'écoulement sur l'onde diffus ee par le c oeur du vortex est difficile  a interpr eter. Nous y reviendrons par l'interm ediaire de simulations num eriques dans la seconde partie. Dans la suite de ce chapitre, nous fixerons $N = 1$, l'effet du vortex sur le front

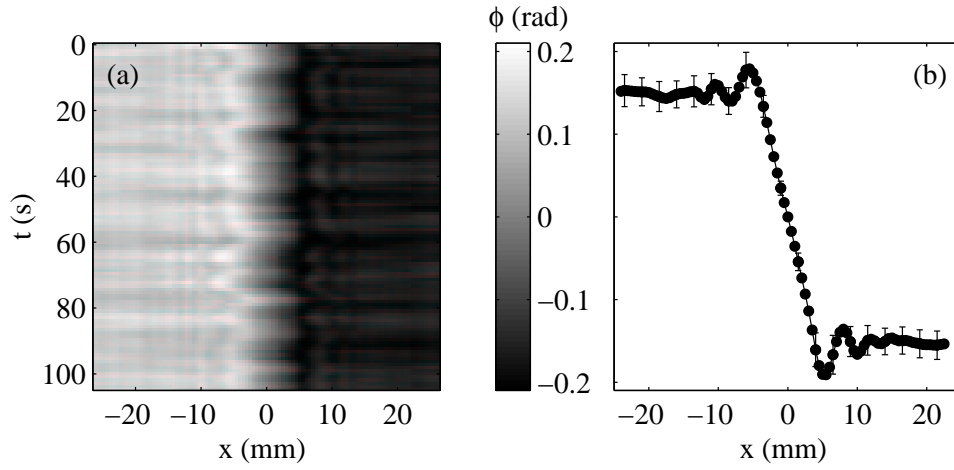


FIG. 4.5 – (a) Diagramme spatio-temporel des déphasages $\phi(x,t)$. (b) Déformation de phase moyennée dans le référentiel du vortex selon $\langle\phi(x)\rangle = \langle\phi(x - x_0(t), t)\rangle_t$. Les barres d'erreur correspondent à l'écart-type de $\phi(x)$. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.3.

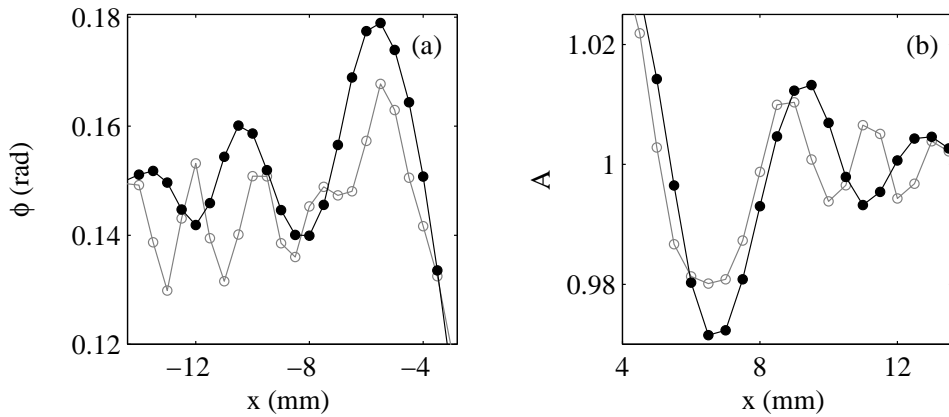


FIG. 4.6 – (a) $\langle\phi(x)\rangle$ et (b) $\langle A(x)\rangle$ calculés par une moyenne brute (\circ et trait plein gris) et par une moyenne dans le référentiel du vortex (\bullet et trait plein noir). Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.3.

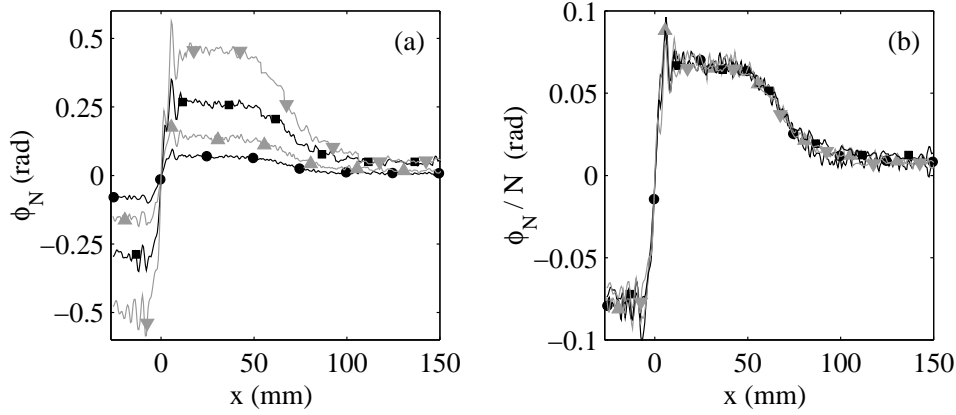


FIG. 4.7 – Influence du nombre de traversées de l'écoulement sur la déformation de phase. (a) ϕ_N et (b) ϕ_N/N pour $N = 1$ (• noirs), 2 (▲ gris), 4 (■ noirs) et 7 (▼ gris) avec $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 6.4$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm.

d'onde ne nécessitant pas d'amplification par retournement temporel.

La figure 4.8 montre l'influence de la vitesse de rotation des disques sur les profils $\phi(x)$. Une normalisation par $\Omega^{3/4}$ permet de rassembler tous les profils sur une seule courbe. Cette loi de puissance est confirmée par les mesures de la circulation moyenne en fonction de la rotation. Comme le montre la figure 4.9(a), on obtient la loi d'échelle :

$$\Gamma \propto \Omega^{3/4}. \quad (4.5)$$

Cette loi d'échelle en $\Omega^{3/4}$ diffère du comportement en $\sqrt{\Omega}$ prédit et observé en géométrie confinée [Mory & Yurchenko 1993, Andreotti 1999]. Des mesures indépendantes de la dépression ΔP au cœur du vortex par [Moisy & Petitjeans 2000] montrent que $\Delta P \propto \Omega$. Avec $\Delta P \sim \rho_0 u_\theta^2$, $\Gamma \sim a u_{max}$ et l'équation (4.5), on en déduit $u_{max} \propto \sqrt{\Omega}$ et $a \propto \Omega^{1/4}$. Les mesures de Frédéric Moisy montrent aussi l'existence d'un régime saturé pour les grandes vitesses de rotation. Lorsque Ω augmente, ΔP devient indépendant de Ω et commence même à diminuer aux plus hautes vitesses accessibles dans l'expérience. Ce changement de régime est sans doute dû à une instabilité du vortex. Notons de plus que dans le cas de disques contra-rotatifs et sans pompage, [Mordant *et al.* (1997)] ont montré que le couple nécessaire pour maintenir l'écoulement est proportionnel à $\Omega^{1.8}$. Dans le cas co-rotatif, on peut supposer, au moins dimensionnellement, ce couple proportionnel à $\rho_0 a du/dt \sim \rho_0 a u \Omega \propto \Gamma \Omega$. On obtient alors $\Gamma \propto \Omega^{0.8}$, loi d'échelle compatible avec nos mesures expérimentales.

D'autre part, le deuxième comportement d'échelle $\Gamma \propto D^{-1/2}$ (cf. fig. 4.9(b)), valable aux faibles valeurs de D , peut se comprendre qualitativement par un argument énergétique simple. La puissance dissipée dans le volume du vortex en dehors des couches limites ne dépendant que de Ω et Q , on a $\int (\partial v / \partial r)^2 dV \sim \Gamma^2 D / r_0^2 = f(\Omega, Q)$. En supposant r_0 indépendant de Γ et D ,

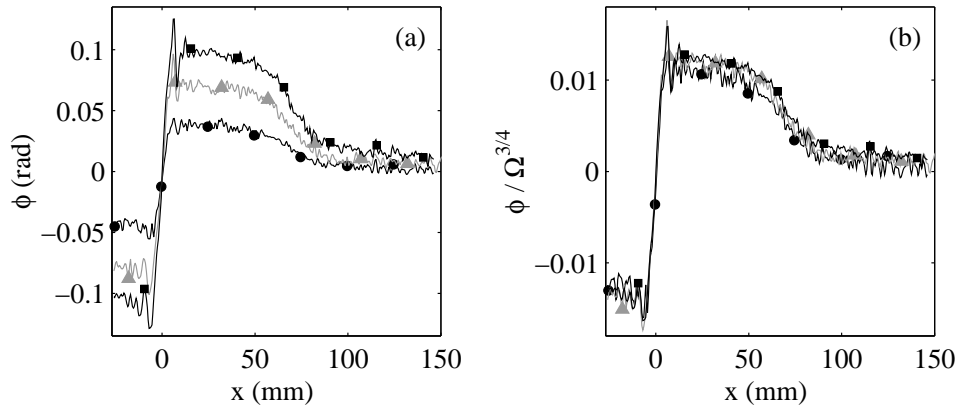


FIG. 4.8 – Influence de la vitesse de rotation des disques sur la déformation de phase. (a) ϕ et (b) $\phi/\Omega^{3/4}$ pour $\Omega/2\pi = 0.8$ (● noirs), 1.7 (▲ gris) et 3.3 Hz (■ noirs) après une traversée de l'écoulement avec $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm.

on trouve :

$$\Gamma \propto D^{-1/2}. \quad (4.6)$$

Ces deux premiers résultats indiquent que la géométrie de notre expérience donne lieu à un filament de vorticité aux caractéristiques sensiblement différentes du cas confiné où le forage par les couches d'Ekman et les couches limites latérales conduisent à des recirculations qui jouent un rôle prépondérant.

L'écart au comportement d'échelle observé pour les grandes valeurs de D et la transition vers un deuxième régime peuvent s'expliquer de deux facons. Pour des écarts entre les disques supérieurs à 120 mm, nous vérifierons en 4.3.1 (p. 101) que le vortex possède un mouvement d'amplitude supérieure à 10 mm. Il est alors possible que le vortex sorte partiellement du champ des barrettes conduisant à des sauts de phase $\Delta\phi$ plus faibles. Pour une rotation et une aspiration données, un vortex très long est donc peu stable. On peut aussi envisager une instabilité où le vortex subirait une explosion tourbillonnaire avant de se reformer, ce qui entraînerait aussi une diminution des valeurs moyennes de la circulation.

Enfin, on note sur la figure 4.10 une faible dépendance linéaire de Γ en fonction de Q conforme à celle observée pour un vortex confiné [Andreotti 1999]. Ce résultat laisse penser que l'aspiration influe sur la circulation essentiellement dans les couches limites au voisinage des disques. Des mesures complémentaires, notamment de l'étirement, pourraient permettre de proposer un modèle cohérent de vortex étiré en milieu infini.

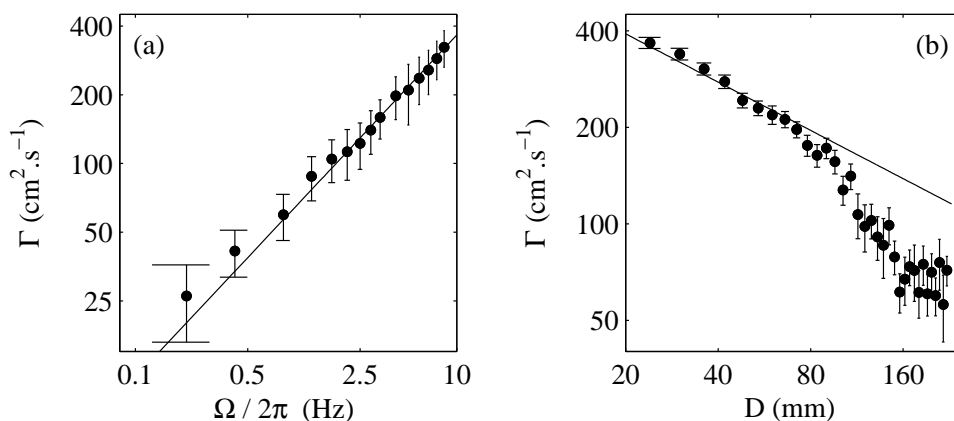


FIG. 4.9 – Circulation moyenne du vortex en fonction (a) de la vitesse de rotation des disques Ω (pour $Q = 3.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et $D = 120 \text{ mm}$) et (b) de la distance D séparant les disques (pour $\Omega/2\pi = 1.7 \text{ Hz}$ et $Q = 5.5 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$). Les échelles sont logarithmiques. Les barres d'erreur correspondent à l'écart-type des mesures au cours du temps. Les droites en trait plein représentent des lois de puissance $3/4$ et $-1/2$ respectivement.

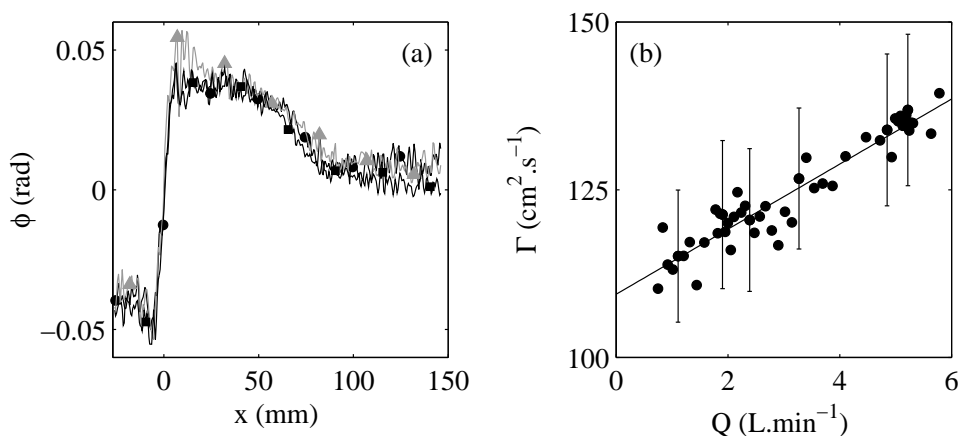


FIG. 4.10 – (a) Influence du débit sur $\phi(x)$ pour $Q = 3.0$ (\bullet noirs), 5.0 (\blacktriangle gris) et $8.0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ (\blacksquare noirs) après une traversée de l'écoulement avec $\Omega/2\pi = 0.8 \text{ Hz}$ et $D = 80 \text{ mm}$. (b) Circulation moyenne du vortex en fonction du débit Q (pour $\Omega/2\pi = 1.7 \text{ Hz}$ et $D = 80 \text{ mm}$).

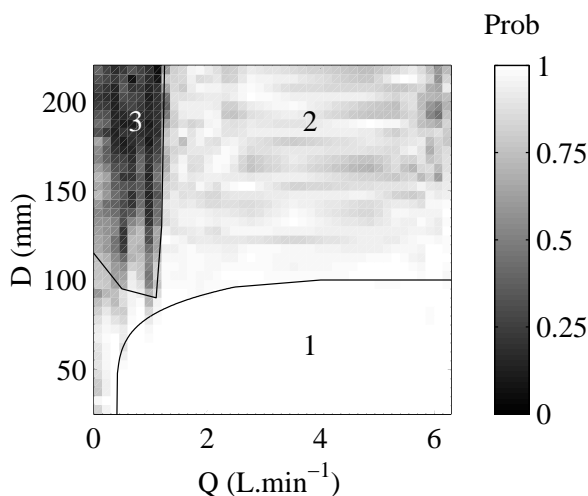


FIG. 4.11 – Probabilité de présence du vortex dans le plan (Q, D) pour $\Omega/2\pi = 0.8$ Hz.

4.2.2 Un diagramme de stabilité du vortex

En variant simultanément deux paramètres de contrôle, nous avons obtenu le “diagramme de phase” présenté sur la figure 4.11. Les niveaux de gris représentent la probabilité de détecter un filament de vorticité par le double MRT en fonction du débit d’aspiration et de la distance entre les disques. Cette probabilité est calculée en comptant la proportion d’acquisitions où la déformation de phase présente le saut caractéristique du filament de vorticité.

On distingue sur ce diagramme trois domaines distincts. Dans le domaine noté 1, la probabilité d’observer le filament de vorticité vaut 1. C’est le domaine de stabilité du vortex. L’étirement est suffisamment intense et la distance entre les disques assez faible pour garantir la présence d’un seul et même vortex au cours du temps. Dans le domaine 2, la probabilité de présence garde des valeurs élevées, supérieures à $1/2$, mais le vortex n’est plus stable. C’est la transition déjà remarqu e sur la figure 4.9(b) liée soit aux mouvements de grande amplitude du vortex, soit à des explosions tourbillonnaires successives. Enfin, dans le troisième et dernier domaine du diagramme, le vortex n’a quasiment aucune chance de se former. L’aspiration est trop faible pour permettre l’étirement de la vorticité initiale des disques jusqu’au plan d’observation $z \simeq D/6$. Pour une distance fixée, la transition entre les domaines 2 et 3 est remarquablement abrupte. C’est donc bien l’étirement qui conditionne la formation et la stabilité du filament de vorticité dans cette expérience. Enfin, nous avons vérifié que les frontières entre les différents domaines ne sont pas modifiées si l’on diminue au fur et à mesure la distance entre les disques au lieu de l’augmenter pour un débit donné. La stabilité du vortex ne semble donc pas mettre en jeu de phénomène d’hystéresis.

Les mesures de circulation moyenne du vortex dans le plan (Q, D) sont rassemblées sur la figure 4.12(a). On retrouve la limite entre les domaines 1 et 2. En revanche, le domaine 3

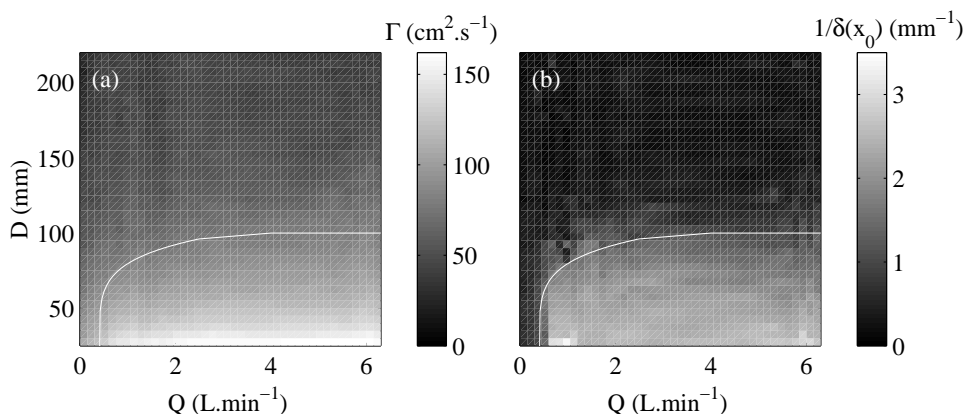


FIG. 4.12 – (a) Circulation et (b) “stationnarité” du vortex dans le plan (Q, D) pour $\Omega/2\pi = 0.8$ Hz.

n’apparaît plus sur ces mesures car Γ est estimé à partir de $\Delta\phi = \phi_{max} - \phi_{min}$. En effet, même s’il n’y a pas de filament de vorticité dans le domaine 3, l’écoulement possède toujours une vorticité provenant de la rotation des disques. On mesure donc dans ce domaine la circulation d’un “grand” vortex, similaire à celui du chapitre 2.

La figure 4.12(b) représente une estimation de l’instationnarité de l’écoulement en fonction de Q et D . Pour cela, nous avons tracé en niveaux de gris l’inverse de l’écart-type δx_0 de l’abscisse du vortex $x_0(t)$. De grandes valeurs de $1/\delta x_0$ correspondent donc à un vortex très stable (domaine 1). On constate une grande “instationnarité” de l’écoulement (vortex filamentaire ou non) dans les domaines 2 et 3, à nouveau indiscernables.

4.2.3 Reconstruction de la vitesse orthoradiale hors du cœur du vortex

Comme nous l’avons montré en 4.2.1, l’approximation de l’acoustique géométrique est valable loin du centre du vortex et donne accès facilement à la circulation du vortex. Nous pouvons donc appliquer l’algorithme de reconstruction décrit dans la section 2.3.2 (p. 43) au moins tant que $r \gg a$. Pour cela, les profils de la figure 4.8(a) sont lissés puis utilisés pour reconstruire la vitesse orthoradiale. La figure 4.13(b) montre que $u_\theta(r)$ semble suivre une loi d’échelle en $1/r^\alpha$, avec $\alpha = 0.85 \pm 0.05$, valable pour $6 \leq r \leq 60$ mm. Au delà, la décroissance est beaucoup plus rapide comme en témoigne la représentation logarithmique. Ainsi, on ne trouve pas exactement une décroissance en $1/r$ en dehors du cœur du vortex et le champ de vitesse fait apparaître une longueur caractéristique de l’ordre du rayon des disques.

Ces résultats peuvent s’interpréter de deux façons. Du point de vue hydrodynamique, il est possible que le forçage par des disques de diamètre 10 cm induise dans l’écoulement un résidu de rotation solide, même en milieu “infini”. Cette hypothèse, confirmée dans les expériences en

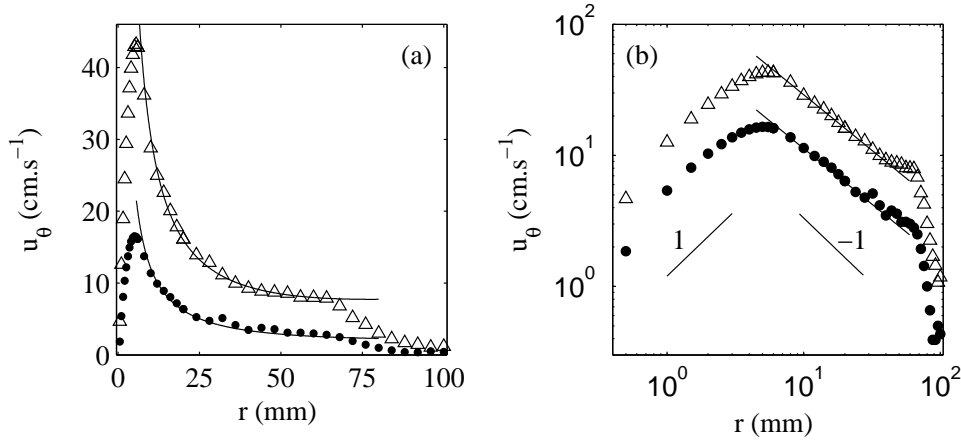


FIG. 4.13 – Reconstruction de la vitesse orthoradiale u_θ pour deux vitesses de rotation des disques $\Omega/2\pi = 0.8$ (\bullet) et 2.5 Hz (Δ) avec $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm. (a) Echelles linéaires. Les courbes en trait plein correspondent à des ajustements par $u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} + \omega r$. (b) Echelles logarithmiques. La pente des droites en trait plein vaut -0.85 correspondant à une loi de puissance $u_\theta \propto 1/r^{0.85}$.

géométrie confinée [Andreotti 1999], conduit à un champ de vitesse orthoradiale donné par :

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} + \omega r \text{ pour } a \ll r \lesssim R, \quad (4.7)$$

où ω est la pulsation de la rotation solide résiduelle et R le rayon des disques. L'équation (4.7) explique alors le comportement de u_θ avec une loi de puissance légèrement inférieure à 1. Comme le montre la figure 4.13(a), le champ de vitesse (4.7) conduit à très bons ajustements pour $6 \leq r \leq 60$ mm. Ces ajustements sont d'aussi bonne qualité que ceux obtenus avec la loi de puissance $u_\theta \propto 1/r^{0.85}$ et ont le mérite d'avoir une interprétation physique simple. Lorsque $r \gtrsim R$, le champ de vitesse tombe ensuite rapidement à zéro en dehors de la zone d'influence des disques. La décroissance plus rapide que $1/r$ peut s'expliquer par l'influence des barrettes situées à $L/2 \simeq 100$ mm du centre du vortex. En effet, même si la mesure peut être considérée comme non-intrusive près du filament de vorticité, le très faible écoulement résiduel loin du cœur (recirculations) est sans doute perturbé par les sondes lorsque $x \simeq L/2$.

D'autre part, du point de vue du traitement des données acoustiques, on peut mettre en doute la validité même de l'algorithme de reconstruction dans le cas d'un écoulement "ouvert" et d'un champ de vitesse à longue portée. En effet, notre algorithme est basé sur le fait que la déformation de phase $\phi(x)$ mesurée expérimentalement s'annule pour $x \geq r_1$. On en déduit alors que le champ de vitesse est nul, ou du moins négligeable, au-delà de r_1 (cf. section 2.3.2). Toutefois, dans le cas d'un champ u_θ en $1/r$, on voit sur l'équation (4.3) que $\phi(x) \sim 1/x$ pour $|x| \rightarrow +\infty$. A cause de cette décroissance très lente, le choix de r_1 joue un rôle crucial et peut conduire à des artéfacts lors de la reconstruction. En effet, si r_1 n'est pas assez grand, il est

faux de dire que $u_\theta(r \geq r_1) \simeq 0$. Lors de la reconstruction de proche en proche, les valeurs de la vitesse pour $r \lesssim r_1$ sont alors sous-estimées et leur décroissance avec r surestimée à cause de cette troncature de l'écoulement en r_1 . Des erreurs peuvent alors s'accumuler et donner lieu à la puissance inférieure à 1 observée, qui, en quelque sorte, compenserait une décroissance trop rapide pour $r \lesssim r_1$.

Il semble difficile de trancher entre ces deux explications. Toutefois, la forme des profils expérimentaux, en particulier la forte chute des déphasages et la présence d'un point d'inflexion vers $x \simeq 60$ mm observée sur les figures 4.7(a), 4.8(a) et 4.10(a), plaident pour une origine physique liée à la structure de l'écoulement.

4.3 Étude dynamique du filament de vortacité

La section 4.2 a montré la capacité du double MRT à caractériser en moyenne un filament de vortacité très fin et très intense. Comme dans le cas du vortex étiré dans le canal hydrodynamique du chapitre 3, nous pouvons aussi nous intéresser à la dynamique du filament de vortacité. Nous proposons ici une nouvelle technique de détection bidimensionnelle du centre du vortex et nous l'appliquons à l'étude du mouvement de précession. La suite de cette section est consacrée à l'interprétation de divers régimes transitoires. L'analyse des données acoustiques en termes d'acoustique géométrique, valable dans les chapitres précédents, montre ici ses limites.

4.3.1 Étude de la précession du vortex par triangulation

Les résultats précédents ont montré que le vortex possédait un mouvement plus ou moins régulier autour de l'axe de rotation des disques. Pour étudier ce mouvement de précession, nous avons introduit une méthode de localisation bidimensionnelle basée sur l'emploi d'une couronne circulaire de 128 transducteurs entourant complètement le vortex (barrette n° 7 de la table 2.1, p. 33). Trois transducteurs situés à intervalles de 120° sur la couronne émettent simultanément chacun une onde sphérique. Les 128 transducteurs, maintenant repérés par leur position angulaire θ sur la couronne, enregistrent les signaux de pression reçus dans le fluide au repos puis en présence de vortex. Les signaux sont tronqués dans le temps pour éviter toute interférence entre les trois ondes sphériques. Le schéma de la figure 4.14 illustre le dispositif acoustique utilisé.

La déformation de phase est alors calculée pour l'ensemble des 128 récepteurs. La figure 4.15 présente les mesures de $\phi(\theta, t)$ dans un diagramme spatio-temporel et $\phi(\theta)$ pour une acquisition donnée. Les valeurs très bruitées de ϕ pour $\theta \simeq -\pi, -\pi/3, \pi/3$ et π sont dues à la troncature temporelle des signaux évoquée ci-dessus. En effet, la phase des signaux n'est bien mesurée que pour une trentaine de récepteurs entourant les trois transducteurs diamétralement opposés aux émetteurs. Au delà, les fronts d'onde sphériques interfèrent et les signaux temporels ont dû être tronqués.

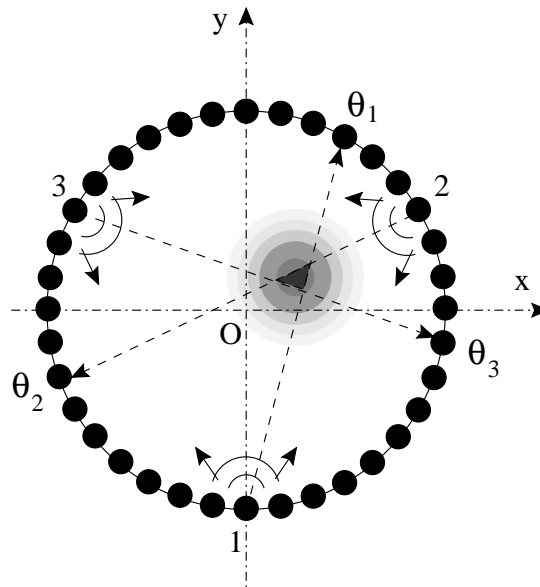


FIG. 4.14 – Principe de la localisation 2D par triangulation.

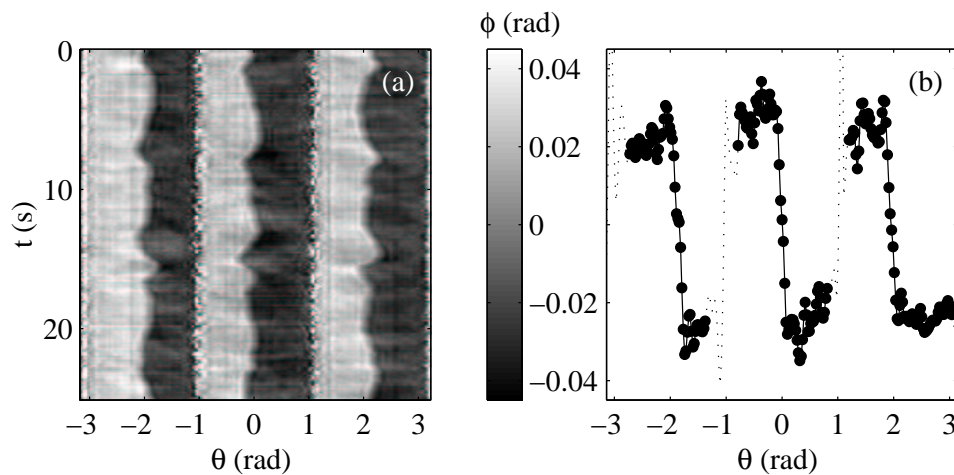


FIG. 4.15 – (a) Diagramme spatio-temporel de $\phi(\theta, t)$ après trois émissions sphériques à 1.5 MHz par la barrette circulaire n° 7 (cf. table 2.1, p. 33). (b) Mesure instantanée de la déformation de phase $\phi(\theta, t)$ pour $t = 3.5$ s. Les pointillés correspondent aux valeurs de θ où la phase n'est pas accessible (cf. texte). $\Omega/2\pi = 2.5$ Hz, $Q = 5.6$ L.min⁻¹ et $D = 195$ mm.

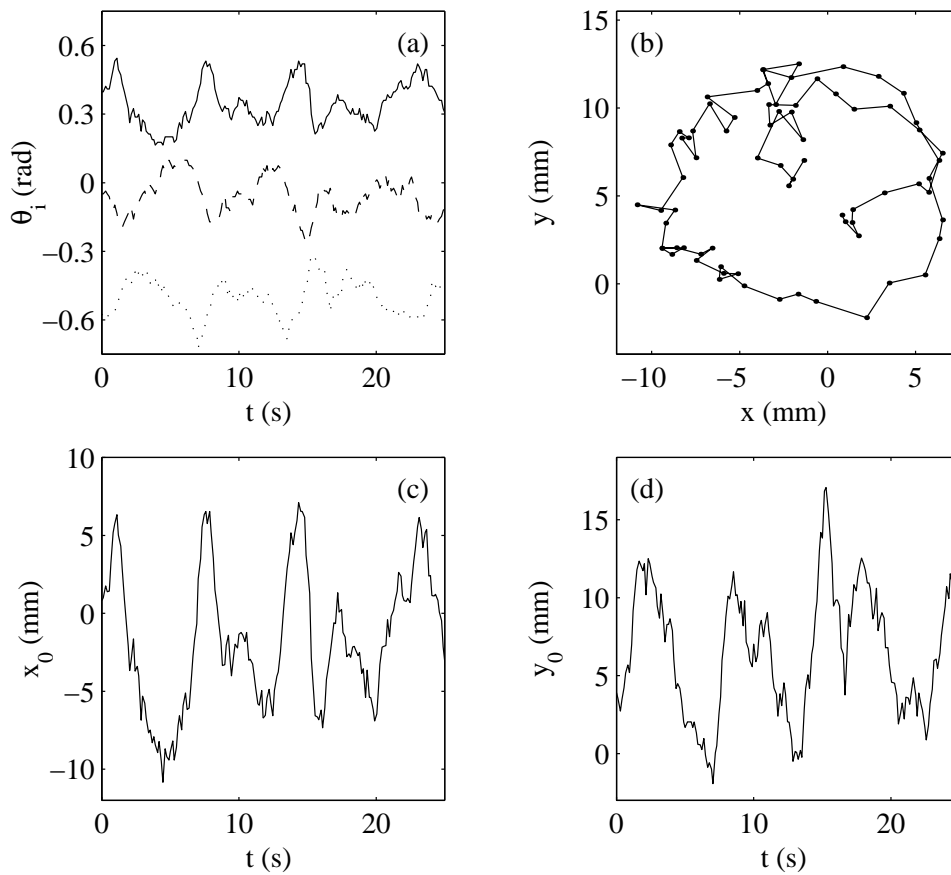


FIG. 4.16 – (a) Angles $\theta_1(t)$ (trait plein noir), $\theta_2(t)$ (pointillés) et $\theta_3(t)$ (points) tels que $\phi(\theta_i) = 0$. Les courbes $\theta_1(t)$ et $\theta_3(t)$ ont été rapprochées arbitrairement de 0 par des décalages constants. (b) Trajectoire du vortex dans le plan d'insonification (xOy) sur les dix premières secondes de l'expérience. (c) Coordonnées $x_0(t)$ et (d) $y_0(t)$ du vortex. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.15.

On récupère ainsi un signal $\phi(\theta)$ possédant trois parties distinctes correspondant chacune à la déformation de phase d'une des trois ondes sphériques (en trait plein sur la figure 4.15(b)). Chaque partie du signal $\phi(\theta)$ possède une valeur d'annulation $\phi(\theta_i) = 0$ qu'il est facile de suivre dans le temps. La figure 4.16(a) montre les signaux $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ et $\theta_3(t)$ obtenus à partir des données de la figure 4.15(a). Ces angles correspondent à trois rayons acoustiques passant par le centre du vortex. Connaissant les coordonnées des émetteurs, on calcule alors les équations de ces trois rayons puis les coordonnées des trois points d'intersection. La position (x_0, y_0) du centre du vortex est alors donnée par le centre de gravité du triangle d'incertitude formé par ces trois points.

La trajectoire du vortex obtenue par cette triangulation est tracée en figure 4.16(b) sur environ dix secondes. Les figures 4.16(c) et (d) présentent les coordonnées du vortex en fonction

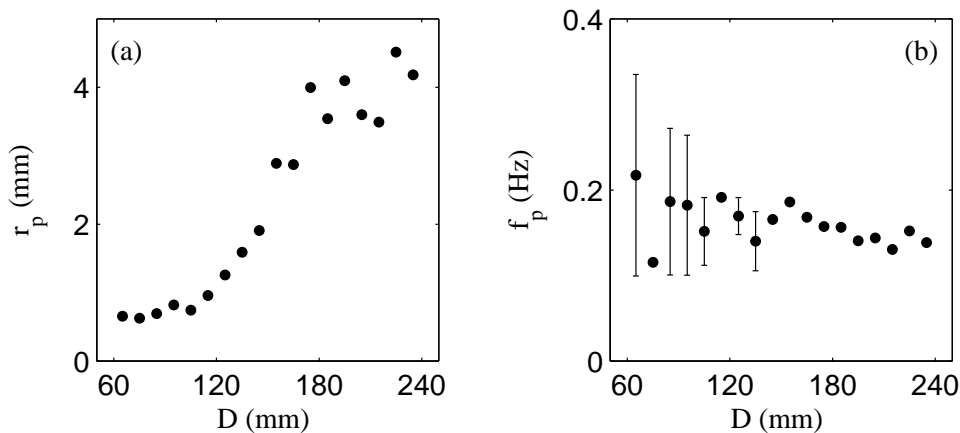


FIG. 4.17 – (a) Rayon r_p et (b) fréquence f_p du mouvement de précession du vortex en fonction de la distance entre les disques pour $\Omega/2\pi = 2.5$ Hz et $Q = 5.6$ L.min⁻¹. Les barres d'erreur correspondent aux variations de la fréquence de précession selon que f_p est estimée à partir de $x_0(t)$ ou de $y_0(t)$.

du temps. Avec cette technique de localisation bidimensionnelle, les incertitudes sur x_0 et y_0 sont égales et de l'ordre de 0.5 mm. Dans les conditions de l'expérience présentée ici, la trajectoire du vortex est proche d'un cercle parcouru dans le sens opposé à sa rotation propre. Comme le montre la figure 4.17, cette précession n'existe, ou du moins, n'est détectable, que pour des distances séparant les disques relativement grandes. Pour $D > 120$ mm, une fréquence peut être clairement définie à partir des transformées de Fourier de $x_0(t)$ et $y_0(t)$, qui ne semble pas dépendre de la distance entre les disques. Le rayon de la précession augmente rapidement avec D , ce qui confirme que le vortex se déstabilise à mesure que la séparation entre les disques augmente.

4.3.2 Étude de régimes transitoires

Le double MRT permet de suivre l'évolution du filament de vorticité à une cadence maximale de 30 Hz. Nous présentons dans ce paragraphe l'analyse de différents régimes transitoires. Nous montrons en particulier que l'aspiration, donc l'étirement, fixe la durée des transitoires et en première approximation, le rayon du vortex, alors que la rotation fixe les valeurs finales des caractéristiques du vortex.

Transitoire de formation du vortex

La figure 4.18 montre que, lors de sa formation, la circulation du vortex suit une loi exponentielle avec un temps caractéristique τ indépendant de la vitesse de rotation des disques. En revanche, on constate sur la figure 4.19 que ce temps caractéristique décroît rapidement avec le débit d'aspiration. Ces deux résultats indiquent que c'est essentiellement l'étirement qui gouverne la formation du vortex et que la rotation des disques fixe la valeur finale de la circulation.

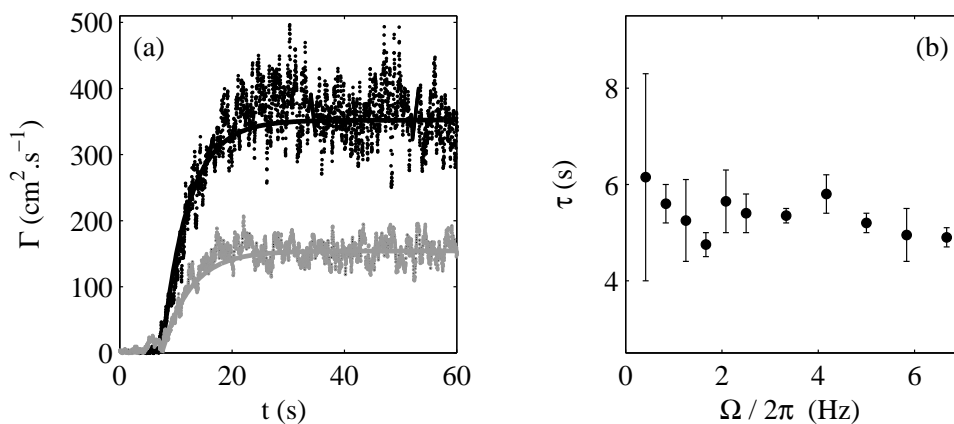


FIG. 4.18 – Transitoires de formation du vortex (a) Circulation $\Gamma(t)$ pour $\Omega/2\pi = 2.1$ (en gris) et 6.7 Hz (en noir). Les courbes en trait plein sont des ajustements par des lois $\Gamma(t + t_0) = \Gamma_0(1 - \exp(-t/\tau))$ avec $\tau = 5.0$ et 4.7 s respectivement. (b) Temps caractéristique de formation du vortex en fonction de la vitesse de rotation des disques. $Q = 5.7$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm.

Bien sûr, les deux ingrédients sont indispensables à la formation d'un filament de vorticit e et on ne peut pas consid erer que rotation et  etirement sont ind ependants. D'apr es l' equation de la vorticit e (3.3) (p. 64), le taux de croissance de la vorticit e est $\gamma = 1/\tau \simeq Q/DS$ o u S est la surface du trou d'aspiration. Exp erimentalement, la loi $\tau \propto 1/Q$ n'est pas parfaitement v erifi ee, sans doute  a cause de la r etroaction de la rotation sur l' etirement.

Transitoire de formation d'un filament de vorticit e  a partir d'un "grand" vortex

Pour mieux comprendre le m echanisme d' etirement de la vorticit e, nous avons suivi l' evolution d'un "grand" vortex, obtenu par la seule rotation des disques, lorsque l'aspiration est appliqu ee  a un instant t_0 . En quelques secondes, on passe d'un vortex d'une taille caract eristique de l'ordre du rayon des disques  a un filament de vorticit e. La figure 4.20 indique que l'application de l'aspiration  a $t_0 = 2$ s entra ene des mouvements de grande amplitude du vortex (cf. aussi fig. 4.21(c)). Au bout d'une seconde, la vorticit e a d ej a augmentée mais on ne r ecup ere le profil $\phi(x)$ typique d'un vortex filamentaire que pour $t \geq 6$ s (fig. 4.20(b)).

Sur la figure 4.21, les caract eristiques du vortex sont calcul ees  a partir de ϕ selon :

$$\Gamma = \frac{c_0^2}{2\pi f} \Delta\phi \quad (4.8)$$

$$u = \frac{c_0^2}{4\pi^2 f} \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=0}, \quad (4.9)$$

Notons la diff erence avec les  equations (2.22) et (2.23) (p. 39) dans les facteurs num eriques

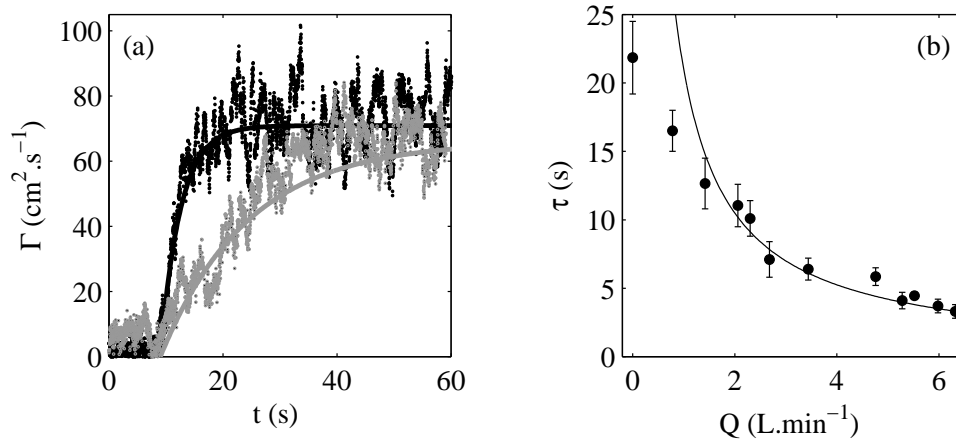


FIG. 4.19 – Transitoires de formation du vortex (a) Circulation $\Gamma(t)$ pour $Q = 0.7$ (en gris) et 6.3 L.min^{-1} (en noir). Les courbes en trait plein sont des relaxations exponentielles avec $\tau = 17$ et 9 s respectivement. (b) Temps caractéristique de formation du vortex en fonction du débit d'aspiration. La courbe en trait plein est un ajustement de la forme $\tau \propto 1/Q$. $\Omega/2\pi = 0.8 \text{ Hz}$ et $D = 80 \text{ mm}$.

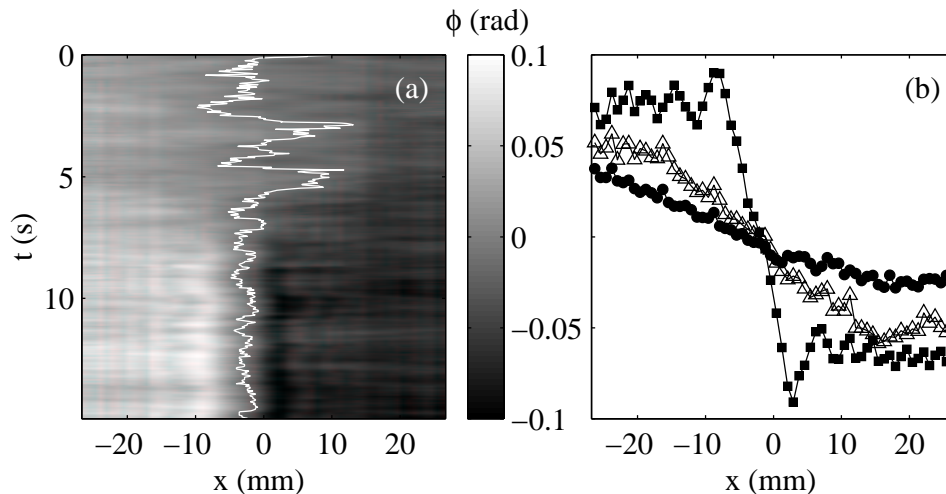


FIG. 4.20 – Transitoire de formation d'un filament de vorticité à partir d'un "grand" vortex. L'aspiration $Q = 5.9 \text{ L.min}^{-1}$ est appliquée à partir de $t_0 = 2 \text{ s}$ pour $\Omega/2\pi = 1.7 \text{ Hz}$ et $D = 80 \text{ mm}$. (a) Diagramme spatio-temporel de $\phi(x, t)$ et suivi de l'abscisse du vortex. (b) $\phi(x, t)$ pour $t = 0.3$ (●), 3.0 (△) et 6.0 s (■).

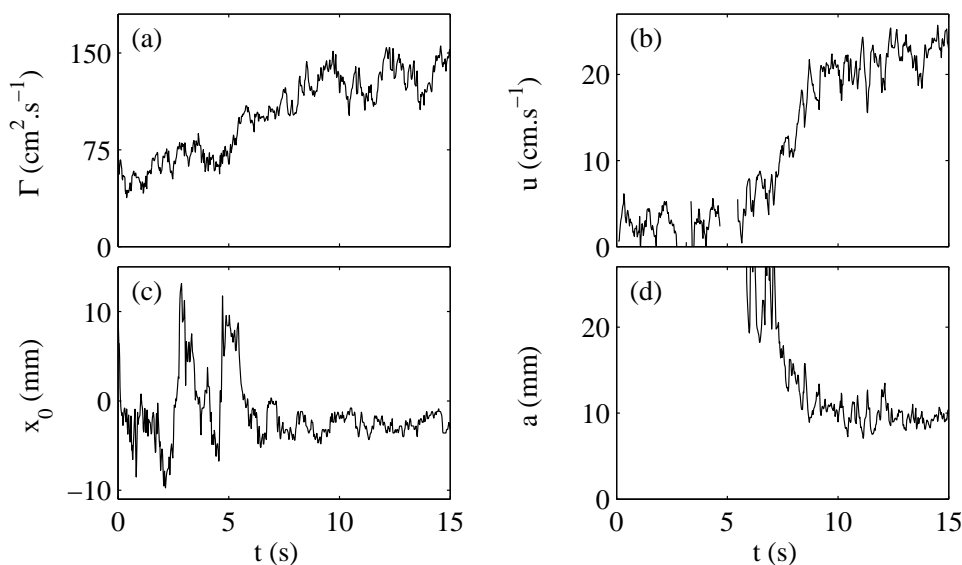


FIG. 4.21 – Caractéristiques du vortex au cours du transitoire de la figure 4.20. (a) Circulation $\Gamma(t)$, (b) vitesse caractéristique $u(t)$, (c) abscisse $x_0(t)$ et (d) rayon $a(t)$ du vortex.

définissant Γ et u . Ces différences sont liées à la comparaison avec un modèle de rotation solide en 2.2.3 (p. 37). Ici, la mesure de Γ est basée sur la présence d'un filament de vorticité ( quation (4.4), p. 92). Comme l'équation (4.3) n'est pas valable dans le cœur du vortex, nous sommes conduits à utiliser $\Gamma = 2\pi u a$ et à supposer $\Gamma/a \propto \Delta\phi/a \sim |d\phi/dx|_{x=0}$, ce qui aboutit à (4.9). Le rayon du cœur du vortex est alors donné par :

$$a = \frac{\Gamma}{2\pi u}. \quad (4.10)$$

Toutefois, nous verrons dans la section suivante qu'à cause de la diffusion du son par le cœur du vortex, cette approche basée sur l'acoustique géométrique surestime largement la valeur de a pour un filament de vorticité. Dans les derniers stades du transitoire, les figures 4.21(b) et (d) ne donnent donc qu'une indication qualitative de la dynamique du tourbillon. En particulier, son rayon final est de l'ordre de 1 à 2 mm au lieu de 10 mm.

Même si l'aspiration est appliquée d s $t_0 = 2$ s, la vitesse caractéristique du vortex n'augmente véritablement qu'à partir de $t = 5$ s. En effet, l'établissement d'un filament de vorticité au niveau du plan d'insonification $z \simeq D/6$ implique un retard d'environ 3 s entre l'application de l'aspiration et l'observation de la concentration de la vorticité. Ce retard correspond à la propagation de l'étirement le long de l'axe du vortex à partir des disques jusqu'au plan d'observation.

La formation du filament de vorticité s'opère ensuite sur une durée de l'ordre de 5 s, temps au bout duquel le vortex se stabilise. On retrouve ici le temps caractéristique de l'amplification de la vorticité par l'étirement, du même ordre que celui de formation du vortex. Notons enfin

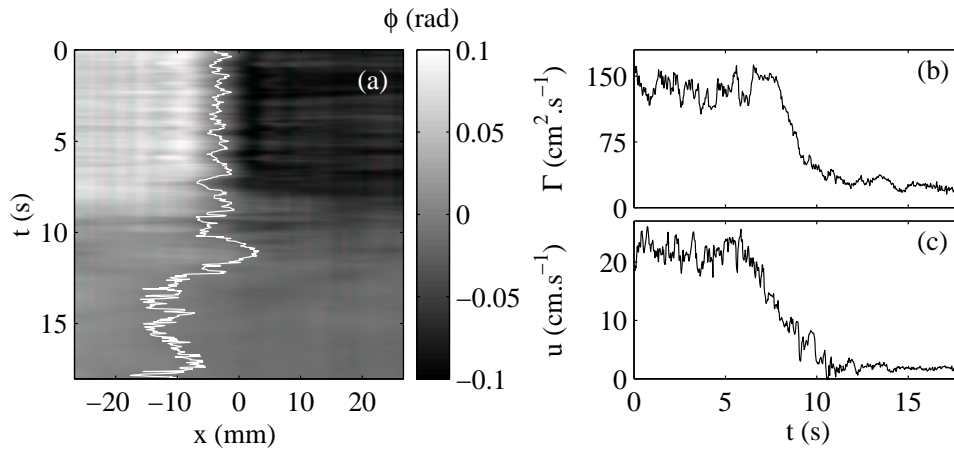


FIG. 4.22 – Transitoire après l’arrêt de l’aspiration et de la rotation à $t_0 = 6$ s. (a) Diagramme spatio-temporel de $\phi(x, t)$ et suivi de l’abscisse du vortex. (b) Circulation $\Gamma(t)$ et (c) vitesse caractéristique $u(t)$ du vortex au cours du transitoire. $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 5.9$ L.min⁻¹ et $D = 80$ mm.

que, si la circulation du vortex ne fait que doubler au cours du transitoire, la vorticité $\omega \simeq u/a$ est multipliée au moins par un facteur 15.

Transitoire après l’arrêt du forçage

Le régime transitoire de disparition du vortex après l’arrêt simultané de l’aspiration et de la rotation des disques, analysé sur la figure 4.22, fait encore intervenir un temps caractéristique de l’ordre de 5 s. La déstabilisation du vortex est clairement visible pour $t > t_0$ avec des mouvements de grande amplitude.

La circulation et la vitesse caractéristique du vortex, définies par (4.8) et (4.9), chutent rapidement après l’arrêt du forçage. Alors que la vitesse u décroît régulièrement sur 5 s, l’évolution de la circulation est plus complexe. La chute de la circulation ne commence que 2 s après l’arrêt du forçage. En une seconde, la circulation perd ensuite 70 % de sa valeur. Enfin, l’écoulement garde une vorticité résiduelle sur des temps longs, puisque plus de 15 s après le début du transitoire, Γ et u ne sont toujours pas tout à fait nulles.

Les évolutions différentes de Γ et u s’interprètent en considérant la taille du vortex $a = \Gamma/2\pi u$. On déduit des figures 4.22(b) et (c) que le rayon du vortex commence par augmenter alors que sa circulation reste constante. La vorticité $\omega \simeq u/a$ diminue donc fortement dès le début du transitoire. Ce résultat est compatible avec un modèle de type vortex de Burgers, où le rayon du vortex est fixé par l’étirement γ selon $a = \sqrt{\nu/\gamma}$. Lorsque l’étirement cesse, la vorticité n’est plus concentrée dans le cœur du vortex dont la taille se met à augmenter. Dans un deuxième temps, si la circulation chute, c’est que la taille du vortex se stabilise alors que u diminue toujours régulièrement. La vorticité continue à diminuer, mais plus lentement et on assiste à la relaxation

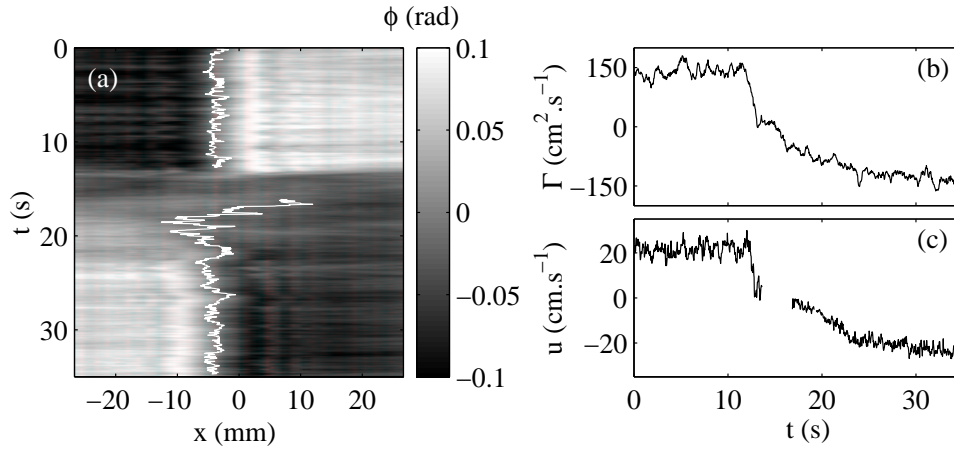


FIG. 4.23 – Transitoire après inversion du sens de rotation des disques à $t_0 = 12$ s. (a) Diagramme spatio-temporel de $\phi(x, t)$ et suivi de l'abscisse du vortex. (b) Circulation $\Gamma(t)$ et (c) vitesse caractéristique $u(t)$ du vortex au cours du transitoire. $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm.

d'un “grand” vortex en déclin.

Transitoire après inversion du sens de rotation des disques

Lorsque le sens de rotation des disques est brusquement inversé à un instant t_0 , la circulation s'annule en environ 2 s puis le vortex se reforme avec un temps caractéristique de 5 s. On observe, de plus, qu'après la perturbation, le vortex se reforme loin de l'axe de symétrie des disques avant d'osciller autour de $x_0 = 0$ pendant une dizaine de secondes en se stabilisant. La vitesse caractéristique $u(t)$ suit la même évolution que $\Gamma(t)$, indiquant que le rayon du vortex reste sensiblement constant avant et après l'explosion tourbillonnaire. En effet, lors de ce transitoire, l'étirement reste constant. Il y a donc en permanence amplification de la vorticité et dès que la rotation change de signe, on assiste à un transitoire identique au transitoire de formation.

4.4 Diffusion du son et taille du cœur du vortex

L'analyse des déformations de phase par l'acoustique géométrique est mise en défaut lorsque l'écoulement présente des gradients de vitesse localisés sur des tailles inférieures à quelques longueurs d'onde acoustique. En particulier, dans le cœur de notre filament de vorticité, la vitesse varie sur une taille de l'ordre du millimètre pour une longueur d'onde acoustique $\lambda = 0.42$ mm. Il devient alors indispensable de prendre en compte la diffusion du son (diffraction par le cœur du vortex) dans l'interprétation de nos résultats. Après avoir mis en évidence clairement cette diffusion, nous verrons comment déduire des données acoustiques une mesure de la taille du cœur du vortex.

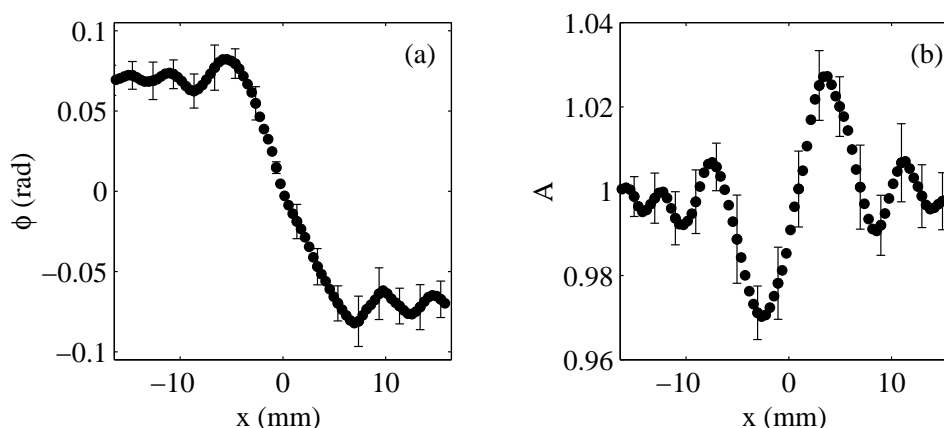


FIG. 4.24 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d’amplitude $A(x)$ moyennées dans le référentiel du vortex pour une émission sphérique à 3.5 MHz avec $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm. Les barres d’erreur représentent l’écart-type des mesures.

4.4.1 Mise en évidence expérimentale de la diffusion

En moyennant la déformation des fronts d’onde dans le référentiel du vortex, nous avons mis en évidence la présence d’oscillations dans les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ (cf. section 4.2.1). Ces oscillations correspondent *a priori* aux interférences entre l’onde plane incidente déformée par le champ de vitesse du vortex et l’onde diffusée par le cœur du vortex.

Malheureusement, expérimentalement, l’utilisation d’ondes planes peut conduire à des oscillations similaires sans qu’aucun phénomène de diffusion ne soit mis en jeu. En effet, une onde “plane” expérimentale s’accompagne d’ondes de bords liées à la diffraction par une barrette d’ouverture finie (cf. section 2.2.1, p. 32 et section 5.3, p. 120). Ces ondes de bords, de structure sphérique, sont aussi advectées par l’écoulement et peuvent aussi interférer avec le front d’onde plan principal et donner lieu à des oscillations dans les signaux de phase et d’amplitude [Manneville *et al.* 2000b, Prada & Pinton 2000]. Nous reviendrons en détail sur l’effet de la diffraction par les bords de barrette dans la deuxième partie consacrée aux simulations numériques.

Pour éviter à coup sûr ces effets d’ouverture finie et mettre en évidence de façon certaine la diffusion du son par le filament de vorticité dans nos expériences, nous avons eu recours à une émission sphérique par le transducteur central de chaque barrette. Les résultats sont rassemblés sur la figure 4.24. Les déformations de phase et d’amplitude d’une onde incidente sphérique présentent encore des oscillations, ce qui révèle sans ambigu it  le phénomène de diffusion du son par le filament de vorticité de nos expériences. Ce vortex possède donc un cœur dont la taille est de l’ordre de la longueur d’onde acoustique.

4.4.2 Mesure du rayon du cœur du vortex par diffusion du son

Éliminer les effets d'ouverture finie pour une onde plane

Comme nous le verrons en 6.4 (p. 139), dans le cas d'une émission plane, il y a deux façons d'éviter l'influence des effets d'ouverture finie dans les résultats. Nous pouvons d'abord utiliser une apodisation pour minimiser l'amplitude des ondes de bords. Dans ce cas, l'amplitude émise par chaque transducteur dépend de son abscisse x le long de la barrette selon :

$$a(x) = a_0 \cos^2 \left(\frac{\pi(x - n_{ap}\delta)}{2(n - n_{ap})\delta} \right), \quad (4.11)$$

pour $n_{ap}\delta \leq |x| \leq n\delta$ et $a(x) = a_0$ sinon. Dans (4.11), δ désigne le pas du réseau de transducteurs, $n = 64$ le nombre total de transducteurs et n_{ap} le nombre de transducteurs sur lequel s'étend l'apodisation. En général, on choisira $n_{ap} = 10$. Ainsi l'amplitude émise par les transducteurs situés aux bords de la barrette tombe à zéro, ce qui limite la diffraction.

Expérimentalement, une émission plus faible sur les bords conduit à des mesures plus bruitées (cf. section 2.4.2, p. 52) et la qualité de nos barrettes, en particulier les variations dans les réponses acoustiques d'un transducteur à l'autre, ne permettent pas d'éliminer complètement les effets d'ouverture finie. Nous avons préféré éliminer les ondes de bords en tronquant les signaux temporels reçus après une émission plane non apodisée. Pour cela, il suffit de constater que les temps de parcours depuis la barrette jusqu'au vortex sont plus longs pour les ondes de bords que pour le front d'onde principal. Pour des rayons acoustiques passant au voisinage immédiat du vortex et qui interfèrent au centre de la barrette réceptrice en $x = 0$, le rapport des temps de vol atteint $\sqrt{1 + O^2/4L^2} \simeq 1.01$ avec $O = n\delta = 53.8$ mm et $L \simeq 200$ mm.

Après une distance de propagation L , ce rapport correspond à des retards de l'ordre de $1.5 \mu\text{s}$ soit 5 périodes acoustiques à 3.5 MHz. Cet écart, même très faible, permet de séparer dans le temps les arrivées du front d'onde principal et des ondes de bords, au moins pour $|x| \leq 15$ mm. Le calcul des déformations du front d'onde est alors effectué uniquement sur les premières oscillations des signaux de pression, typiquement 5 périodes. On récupère ainsi l'information sur le front d'onde principal, initialement plan, dépourvue des contributions des ondes de bords. La figure 4.25 présente les déformations de phase et d'amplitude liées au filament de vortécité pour une réception sur $2 \mu\text{s}$.

Calculs analytiques de diffusion et rayon du cœur

Une analogie entre la diffusion d'ondes par un vortex et l'interaction d'un faisceau de particules chargées avec un tube de champ magnétique ("effet Aharonov-Bohm" en mécanique quantique) a été développée depuis quelques années par diverses équipes. Cet effet Aharonov-Bohm macroscopique a été observé expérimentalement pour la première fois par [Berry *et al.* 1980] pour

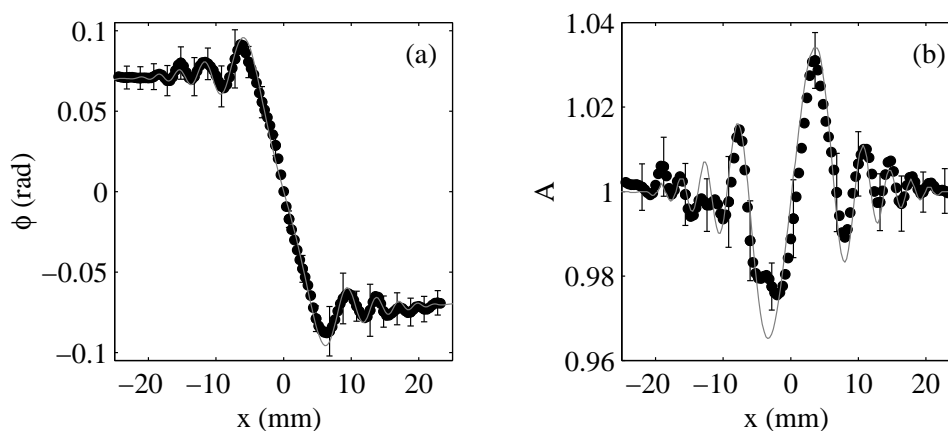


FIG. 4.25 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ moyennées dans le référentiel du vortex pour une émission plane à 3.5 MHz avec $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm. Les barres d'erreur représentent l'écart-type des mesures. Les courbes en trait plein gris représentent le meilleur ajustement théorique avec $\Gamma = 145$ cm 2 .s $^{-1}$ et $a = 1.3$ mm (cf. texte).

la diffusion d'ondes de gravité par un vortex à la surface de l'eau. Dans sa thèse, Philippe Roux a mis en évidence le même phénomène entre des ondes ultrasonores et un filament de vorticité au cœur pénétrable ou impénétrable (constitué de bulles d'air) [Roux 1997]. Nous avons repris l'approche analytique basée sur le calcul quantique et implémentée par Julien de Rosny pour interpréter nos résultats expérimentaux en termes de diffusion du son [Roux *et al.* 1997b].

Le calcul analytique concerne une onde parfaitement plane engendrée à l'infini traversant un vortex de Rankine. Le champ de vitesse est donné par (1.3) et (1.4) (p. 11) et les deux paramètres caractérisant le vortex sont sa circulation Γ et le rayon de son cœur a . L'annexe B (p. 210) rappelle les expressions analytiques obtenues pour la déformation du front d'onde. Comme en 4.2, la circulation peut être estimée par la mesure du saut de phase. Les ajustements par le calcul théorique ne font alors intervenir qu'un seul paramètre libre, le rayon du cœur a . Notons toutefois que ce calcul ne prend en compte ni la distance finie de propagation ni l'ouverture finie de la barrette émettrice.

On constate, sur la figure 4.25, que le calcul analytique permet de rendre très bien compte des résultats expérimentaux avec $\Gamma = 145$ cm 2 .s $^{-1}$ et $a = 1.3$ mm $\simeq 3\lambda$. Cependant, en variant les paramètres de l'ajustement, en particulier en diminuant a , on remarque que les résultats du calcul analytique dépendent faiblement du rayon du vortex dès que $\beta = a/\lambda \leq 3$. En effet, la technique possède une limite de résolution intrinsèque de l'ordre de la longueur d'onde acoustique. Elle ne permet donc que de fixer une borne supérieure pour la valeur du rayon du cœur ici $a \leq 1.3$ mm. Ce résultat est tout de même remarquable puisqu'en général, une telle mesure n'est pas accessible par les techniques usuelles en hydrodynamique.

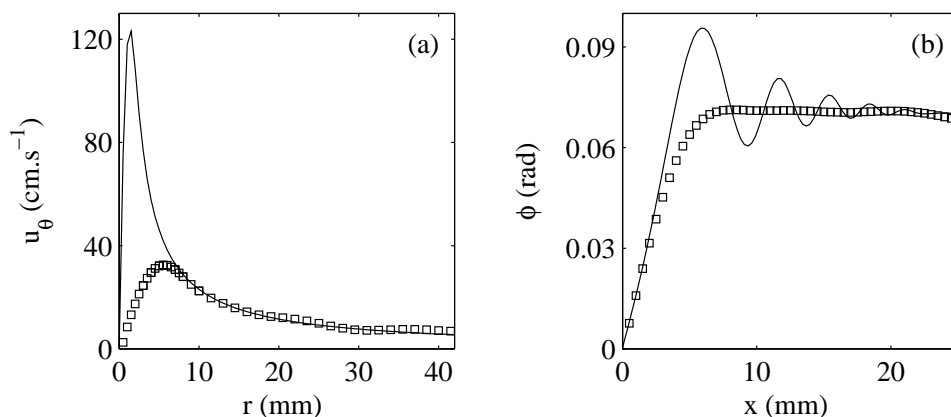


FIG. 4.26 – (a) Champ de vitesse orthoradiale $u_{\theta}(r)$ reconstruit grâce à l’algorithme de la section 2.3.2 (p. 43) à partir des données de la figure 4.8 pour $\Omega/2\pi = 1.7$ Hz, $Q = 5.9$ L.min $^{-1}$ et $D = 80$ mm (\square) et profil de vitesse d’un vortex de Burgers pour $\Gamma = 145$ cm 2 .s $^{-1}$ et $a = 1.3$ mm (trait plein). (b) Lissage de $\phi(x)$ utilisé pour la reconstruction (\square) et déformation de phase calculée analytiquement pour $\Gamma = 145$ cm 2 .s $^{-1}$ et $a = 1.3$ mm (trait plein).

Non validité de l’acoustique géométrique dans le cœur du vortex

L’approximation de l’acoustique géométrique et, par conséquent, la reconstruction effectuée en 4.2.3 ne sont pas valables dans le cœur du vortex. Pour nous en assurer, nous comparons sur la figure 4.26(a) le champ de vitesse $u_{\theta}(r)$ obtenu par l’algorithme de la section 2.3.2 (p. 43) et le champ de vitesse d’un vortex de Burgers dont la taille et la circulation sont celles obtenues au paragraphe précédent. On constate que l’algorithme de reconstruction donne $a \simeq 5$ mm et $u_{max} \simeq 30$ mm.s $^{-1}$ au lieu de $a = 1.3$ mm et $u_{max} = 120$ mm.s $^{-1}$ obtenus par le calcul théorique. La reconstruction surestime la taille du vortex d’un facteur 4 alors qu’elle sous-estime la vitesse maximale du même facteur. La circulation déduite de l’algorithme de reconstruction ou du calcul analytique sont donc identiques. On peut aussi le vérifier en constatant que les valeurs “plateaux” des déformations de phase correspondantes sont égales (cf. fig 4.26(b)).

On en conclut que le lissage utilisé pour la reconstruction, en gommant les oscillations du profil $\phi(x)$, entraîne la perte des informations relatives à la diffusion et une mauvaise estimation des caractéristiques du cœur du vortex par l’acoustique géométrique. Ces résultats justifient *a posteriori* l’utilisation de l’équation (4.4) (p. 92) pour la mesure de la circulation mais invalident toute interprétation quantitative de l’équation (4.10) (p. 107) quant à la taille du cœur du vortex. La prise en compte de la diffusion du son devient donc ici indispensable pour estimer correctement le rayon du vortex. Les simulations de la seconde partie permettront de mieux cerner la limite de validité de l’acoustique géométrique (donc de l’algorithme de reconstruction de la vitesse orthoradiale) et l’importance de la diffusion dans les mesures expérimentales.

Synthèse et perspectives de la première partie

Résumé de la première partie

Au cours de cette première partie expérimentale, nous avons prouvé l'efficacité d'une nouvelle méthode acoustique pour la caractérisation d'écoulements tourbillonnaires. Notre technique, basée sur la transmission d'une onde ultrasonore à travers un vortex, est complètement non-invasive et ne nécessite aucun ensemencement du milieu. L'utilisation de réseaux de transducteurs donne directement accès à une information spatiale sur l'écoulement et l'introduction des techniques de retournement temporel permet d'amplifier les effets d'un tourbillon sur l'onde ultrasonore.

La configuration du "double miroir à retournement temporel" a été testée sur trois dispositifs expérimentaux différents. Nous avons d'abord interprété nos mesures dans le cadre de l'acoustique géométrique pour un tourbillon peu intense et de grande taille. Un algorithme simple a alors permis de reconstruire le champ de vitesse orthoradiale du vortex que nous avons pu comparer à des simulations numériques. Lors d'une analyse du bruit sur les mesures, nous avons montré que la technique des transmissions réciproques associée au retournement temporel permet d'éliminer les effets de la température du milieu et des éventuelles vibrations du montage.

Dans une deuxième expérience, la sensibilité de l'outil de mesure à l'instationnarité de l'écoulement a été démontrée grâce à l'instabilité d'un vortex étiré. Une technique de suivi bidimensionnel du vortex a été proposée, utilisant deux ondes sphériques puis, dans le troisième montage, une couronne circulaire de transducteurs entourant complètement le tourbillon. A travers cette dernière expérience, nous avons étudié différents régimes transitoires d'un filament de vortacité très intense. Les mesures acoustiques renseignent sur l'influence respective de la rotation et de l'étirement sur un vortex filamentaire.

Ce troisième montage a surtout mis en évidence la diffusion du son par le cœur du vortex. L'ajustement des données expérimentales par des calculs analytiques de diffusion fixe alors une borne supérieure pour la taille du cœur de l'ordre de quelques longueurs d'onde acoustique. La validité de l'approximation de l'acoustique géométrique est, dans ce cas, clairement mise en défaut. Enfin, nous avons entamé une discussion sur l'origine des oscillations observées sur les déformations du front d'onde et, en particulier, sur l'influence des effets de bords lors d'une émission "plane" par des réseaux finis de transducteurs.

Vers le double MRT "idéal"

Si nos expériences ont montré l'intérêt du double MRT pour l'hydrodynamique des tourbillons, les améliorations potentielles de cet outil restent nombreuses. Dans sa version actuelle, la limitation essentielle de notre instrument de mesure concerne la fréquence d'acquisition maximale de l'ordre de 30 Hz. Cette limite est fixée par le temps nécessaire au transfert des données de pression de la baie au micro-ordinateur pilotant l'expérience. Le calcul des déformations du

front d'onde sur chaque acquisition par transformée de Fourier prend ensuite un temps très court devant celui du transfert. Un moyen de contourner ce problème consiste à stocker les signaux de pression successifs dans la mémoire de la baie et de ne les transférer vers l'ordinateur pour le traitement qu'après l'expérience. Une nouvelle programmation de la baie est en cours au laboratoire, qui devrait permettre d'atteindre des fréquences d'acquisition de plus de 2 kHz. Le double MRT autoriserait alors la caractérisation des fluctuations turbulentes associées au filament de vorticité voire d'écoulements beaucoup plus complexes.

Toutefois, dans ce nouveau mode de fonctionnement à haute fréquence, les mémoires de la baie seront très vite saturées (32 ko par voie pour la génération de baie utilisée dans cette première partie). Le dispositif ne donnera ainsi accès qu'à des mesures sur des durées de l'ordre de 0.3 s à 2 kHz (pour des acquisitions longues de 3 μ s et échantillonnées à 20 MHz, soit des acquisitions de 60 points chacune). Le double MRT "idéal" devra donc posséder beaucoup plus de mémoire par transducteur. Les 2 Mo par voie prévus sur la prochaine génération de baie permettront le suivi d'un écoulement à 2 kHz sur environ 20 s, durée intéressante pour suivre une explosion tourbillonnaire, par exemple. Enfin, en équipant chaque voie d'un module permettant d'extraire du signal de pression la composante de Fourier à la fréquence centrale d'émission, on pourrait ne stocker qu'un seul nombre complexe au lieu des 60 points du signal temporel. On gagnerait ainsi un facteur 30 autorisant des acquisitions à 2 kHz sur des durées de l'ordre de 10 min.

L'intérêt majeur du double MRT réside dans sa capacité à effectuer des mesures spatiales et dynamiques. Il permet la caractérisation spatio-temporelle d'un tourbillon et son application dans le cas d'un écoulement turbulent pourrait se révéler très intéressante pour les hydrodynamiciens en évitant, en particulier, l'utilisation de l'hypothèse de Taylor. Toutefois, au-delà des problèmes d'ordre purement technique, notre méthode possède deux limitations intrinsèques. Tout d'abord, il est clair que la résolution sur la mesure de la taille du cœur d'un vortex est limitée par la longueur d'onde acoustique. Pour tirer le meilleur profit de la diffusion du son par un filament de vorticité, il faut donc utiliser des fréquences ultrasonores les plus élevées possibles. On peut envisager un double MRT fonctionnant entre 5 et 15 MHz (au delà, l'eau absorbe les ultrasons) avec une fréquence d'échantillonnage de 80 MHz, ce qui fixerait la coupure spatiale à une échelle de l'ordre de 200 μ m. Enfin, les déformations du front d'onde ne donnent qu'une information intégrale sur l'écoulement dans la direction de propagation. En présence d'un écoulement complexe ne présentant aucune symétrie particulière, notre technique renseignera donc sur une "moyenne" le long d'un rayon acoustique. Cette moyenne peut être intéressante pour l'étude statistique d'un écoulement turbulent, mais ne permet pas une mesure locale de la vorticité. Pour cela, il faudrait mettre au point un véritable tomographe acoustique permettant d'insonifier le milieu sous différents angles. Notons que même avec un tel tomographe, la diffusion du son par des structures de l'ordre de la longueur d'onde viendrait encore compliquer l'interprétation des mesures. En proposant une nouvelle technique d'imagerie bidimensionnelle d'écoulements, le chapitre de conclusion tentera d'apporter un début de réponse à ce problème.

Deuxième partie

La propagation du son dans un vortex, trois approches numériques comparées aux expériences

Chapitre 5

Simulation par tracé de rayons acoustiques à travers un vortex

Les expériences de la première partie ont mis en évidence la diffusion du son par un vortex étiré très intense. En comparant nos mesures à des prédictions analytiques, nous avons pu en déduire une estimation du rayon du cœur du vortex même en présence de diffusion. Pour mieux comprendre l'interaction son-vorticité et interpréter plus finement nos résultats, nous présentons dans cette partie des simulations numériques de la transmission d'une onde sonore à travers un vortex, fruits de diverses collaborations développées au sein du laboratoire.

Nous étudierons trois méthodes numériques différentes, simples à mettre en œuvre, en commençant ici par la technique de tracé de rayons acoustiques. Afin de dégager les avantages et les inconvénients de chaque méthode, nous chercherons leurs limites de validité et nous essaierons de comparer les résultats numériques entre eux ou aux calculs analytiques et, autant que possible, aux résultats expérimentaux du chapitre 4. Enfin, ces simulations seront aussi l'occasion de développements plus formels sur les équations de propagation utilisées.

5.1 Acoustique géométrique et rayons acoustiques

5.1.1 Rappels sur la théorie des rayons

Introduite en 1.2.2 (p. 17), la description de la propagation du son en termes de rayons repose sur une approximation “géométrique”. Cette approximation de l'acoustique géométrique a déjà été utilisée à plusieurs reprises pour interpréter et traiter les mesures expérimentales. Nous avons vu qu'elle suppose que la période acoustique est très petite devant tous les autres temps caractéristiques du problème, ou ce qui revient au même, que la fréquence acoustique est grande devant toutes les fréquences du problème. Dans le cas particulier de l'interaction son-écoulement, cette hypothèse entraîne $M = u/c \ll 1$ et $\beta = a/\lambda \gg 1$.

Rappelons l'équation au premier ordre en M gouvernant la direction \mathbf{n} d'un rayon acoustique au cours du temps :

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \quad (5.1)$$

où $\boldsymbol{\omega}$ désigne le vecteur vorticité de l'écoulement. De plus, toujours sous l'hypothèse des faibles nombres de Mach, l'abscisse curviligne l le long du rayon et le temps sont reliés par :

$$dl = (c_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dt. \quad (5.2)$$

L'équation (5.1) permet de décrire complètement la trajectoire d'un rayon acoustique dans un écoulement quelconque dont le champ de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ est supposé stationnaire ou, du moins, lentement variable dans le temps. De plus, grâce à l'équation (5.2), il est aisé de calculer le temps de vol acoustique le long d'un rayon donné.

5.1.2  tat de l'art sur le tracé de rayons

La théorie des rayons est largement utilisée dans la littérature pour analyser la propagation acoustique dans des milieux très divers. En particulier, en océanographie, le tracé de rayons est fréquemment employé dans le calcul de la réfraction d'ondes ultrasonores liée aux profils verticaux de salinité et de température de l'océan [Munk 1986, Brekhovskikh & Lysanov 1991, Munk *et al.* 1995]. Dans le cas d'un écoulement, de nombreux auteurs se sont déjà intéressés aux trajectoires des rayons dans un vortex, en particulier à la déflexion des rayons liée à la traversée d'un écoulement tourbillonnaire [Salant 1969] et à la présence de caustiques [Georges 1972]. Le principe variationnel utilisé par [Candel 1977] ou le point de vue "particulaire" adopté par [Nazarenko 1994, Nazarenko *et al.* 1995], tous deux basés sur une conservation de l'action au cours de la propagation acoustique, constituent un raffinement du tracé de rayons mais modélisent essentiellement les mêmes phénomènes.

Notre approche numérique se propose d'adapter la technique des rayons dans le cadre des expériences de la première partie et, en particulier, de calculer les déformations de phase et d'amplitude liées à la traversée d'un vortex.

5.2 Technique numérique

La simulation par tracé de rayons développée au laboratoire par Claire Prada est monochromatique et bidimensionnelle [Manneville *et al.* 2000b, Prada & Pinton 2000]. Nous détaillons ici la méthode numérique utilisée pour calculer les trajectoires de rayons acoustiques à travers un écoulement. Une matrice de transfert est introduite pour relier le champ émis par un réseau de transducteurs et le champ reçu sur une deuxième barrette.

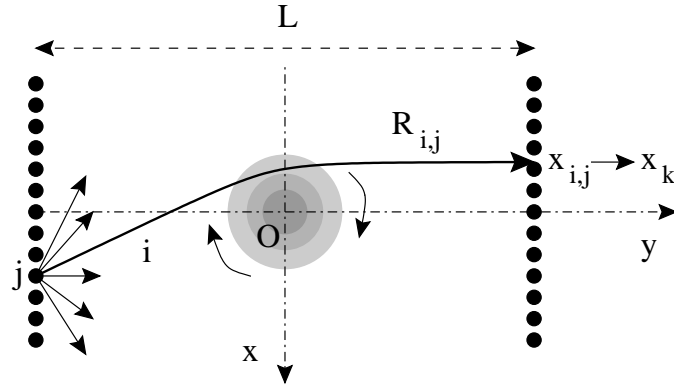


FIG. 5.1 – Principe de la simulation par tracé de rayons acoustiques.

5.2.1 Calcul des trajectoires

La barrette émettrice est modélisée par un réseau de n sources ponctuelles omni-directionnelles séparées d'un pas δ . L'écoulement est un vortex de Burgers de rayon a centré par rapport aux émetteurs et situé à une distance y_{em} du réseau de sources. La simulation ne prenant en compte aucun effet de température, les transmissions réciproques sont inutiles et nous nous restreindrons à une traversée de l'écoulement dans un seul sens.

Nous supposons valable l'acoustique géométrique et décrivons la propagation par des rayons acoustiques dont les trajectoires sont calculées à l'aide d'une version discrétisée dans le temps de (5.1) :

$$\mathbf{n}_{i+1} = \mathbf{n}_i + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}_i) \Delta t, \quad (5.3)$$

où \mathbf{n}_i est la direction du rayon considéré au pas de temps i et Δt le pas de temps de la simulation. Δt est pris égal à la période T de l'onde acoustique loin du cœur du vortex et on choisit $\Delta t = T/12$ dans le cœur du vortex. On calcule de plus l'abscisse curviligne par :

$$l_{i+1} = l_i + (c_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_i) \Delta t, \quad (5.4)$$

ce qui permet d'en déduire les coordonnées sur le rayon au pas $i + 1$. Le temps de vol au pas $i + 1$ est alors simplement donné par $t_{i+1} = t_i + \Delta t$.

Comme l'indique la figure 5.1, la trajectoire du rayon est calculée sur une distance $L = y_{rec} - y_{em}$ séparant le réseau émetteur d'une ligne de récepteurs ponctuels situés en (x_k, y_{rec}) . L'origine du repère est prise au centre du vortex. Pour chaque émetteur, 100 rayons uniformément espacés sont tracés jusqu'aux récepteurs, modélisant ainsi une émission cylindrique par un transducteur seul à une fréquence f .

5.2.2 Méthode de la matrice de transfert

En notant $R_{i,j}$ le $i^{\text{ème}}$ rayon partant de l'émetteur n° j , le point d'arrivée de $R_{i,j}$ sur la ligne de récepteurs a pour coordonnées $(x_{i,j}, y_{rec})$ et le temps de vol correspondant est noté $t_{i,j}$. La phase et l'amplitude de l'onde cylindrique reçue en $(x_{i,j}, y_{rec})$ après une traversée de l'écoulement sont alors données par :

$$\varphi_{i,j} = 2\pi f t_{i,j} \quad (5.5)$$

$$A_{i,j} \propto \frac{1}{\sqrt{|x_{i+1,j} - x_{i,j}|}} \quad (5.6)$$

L'équation (5.6) traduit une estimation de l'amplitude par la densité de rayons sur la ligne de récepteurs. La racine carrée prend en compte la bidimensionnalité du problème et le fait que le champ de pression décroît comme $1/\sqrt{r}$.

L'amplitude complexe du champ de pression $A_{i,j} \exp(i\varphi_{i,j})$ est ensuite interpolée aux positions exactes des récepteurs pour donner la pression complexe $\mathcal{H}_{k,j} = A_{k,j} \exp(i\varphi_{k,j})$ reçue en (x_k, y_{rec}) après émission par le transducteur j . D'après la linéarité de la propagation acoustique entre les émetteurs et les récepteurs, le champ résultant sur le $k^{\text{ème}}$ récepteur lors de l'émission simultanée d'ondes cylindriques d'amplitudes complexes $\{E_j \text{ en } (x_j, y_{em})\}_{j=1,N}$ est donné par l'expression matricielle :

$$R_k = \sum_{j=1}^N \mathcal{H}_{k,j} E_j. \quad (5.7)$$

Cette matrice de transfert \mathcal{H} contient les fonctions de Green associées à la propagation des émetteurs aux récepteurs. Elle permet de calculer facilement le champ reçu après une émission monochromatique quelconque. En particulier, pour modéliser une onde plane, nous prendrons $E_j = 1$ pour tout j . Pour une onde plane apodisée, il suffira de moduler l'amplitude émise en fonction de j . Une onde cylindrique émise par le transducteur n° j_0 sera évidemment obtenue en imposant $E_j = \delta_{j,j_0}$.

5.3 Visualisations des fronts d'onde

En variant l'ordonnée des "récepteurs" y_{rec} , la simulation permet de suivre l'évolution du front d'onde au cours de sa propagation à travers l'écoulement. Un tel suivi n'est évidemment pas possible expérimentalement sans perturber complètement l'écoulement par la présence des sondes acoustiques. Ici, pour chaque valeur de y_{rec} , la partie réelle de R_k donne l'amplitude du champ de pression réel $p(x_k, y_{rec})$. Les figures 5.2, 5.3 et 5.4 montrent le tracé de rayons et la propagation d'une onde plane monochromatique à $f = 1.5$ MHz à travers un vortex de Burgers de rayon $a = 10$ mm et pour des nombres de Mach croissants $M = 10^{-3}$, 10^{-2} et 10^{-1} . A cette fréquence, $\lambda = 1$ mm de sorte que $\beta = 10$. L'émission plane est réalisée par $n = 100$ sources

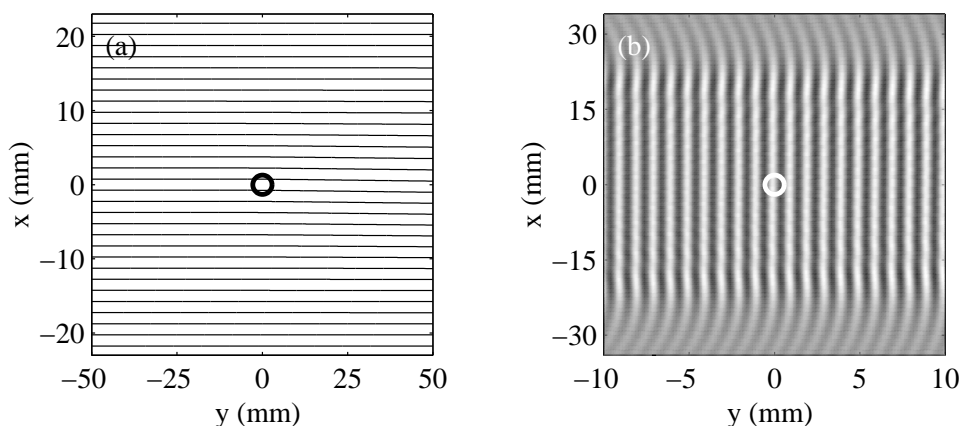


FIG. 5.2 – Propagation d’une onde plane monochromatique pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$. (a) Tracé de quelques rayons émis horizontalement à partir des sources en $y_{em} = -50$ mm. (b) Champ de pression $p(x, y)$ simulé. $f = 1.5$ MHz et $O = 50$ mm. Le vortex tourne dans le sens des aiguilles d’une montre. Le cercle indique la position du centre du vortex mais ne représente en rien la taille du cœur. Noter les échelles distinctes entre (a) et (b) ainsi que l’orientation des axes différente de celle de la figure 5.1.

ponctuelles séparées de $\delta = \lambda/2 = 0.5$ mm et situées en $y_{em} = -50$ mm. L’ouverture de la barrette émettrice est donc $O = n\delta = 50$ mm.

A très faible nombre de Mach

Pour des conditions proches de celles des expériences du chapitre 2, la déviation des rayons acoustiques par le champ de vorticité est à peine détectable et l’approximation des rayons droits est valable (fig. 5.2(a)). De même, l’effet d’advection de l’onde par l’écoulement est très faible et n’est pas visible sur la figure 5.2(b). L’onde plane semble alors se propager à travers le vortex sans modification. Notons que les effets de l’ouverture finie de la barrette émettrice sont pris en compte par l’approche des rayons. En effet, on observe nettement les effets de la diffraction par les bords de barrette pour $|x| \geq 25$ mm et des oscillations s’ajoutent au front d’onde plan principal pour $|x| \leq 25$ mm, correspondant aux interférences avec les ondes de bords.

A faible nombre de Mach

La figure 5.3 présente les résultats obtenus dans la même configuration mais avec un vortex 10 fois plus intense. On observe alors la réfraction des rayons acoustiques par le cœur du vortex. Cette réfraction conduit à une déplétion de l’énergie acoustique pour $x \geq 0$ et à des intensités plus grandes pour $x \leq 0$.

En dehors du cœur du vortex, l’écoulement est irrotationnel et les rayons ne sont pas déviés, conformément à l’équation (5.1). Pourtant, comme le montre la figure 5.3(b), les fronts d’onde

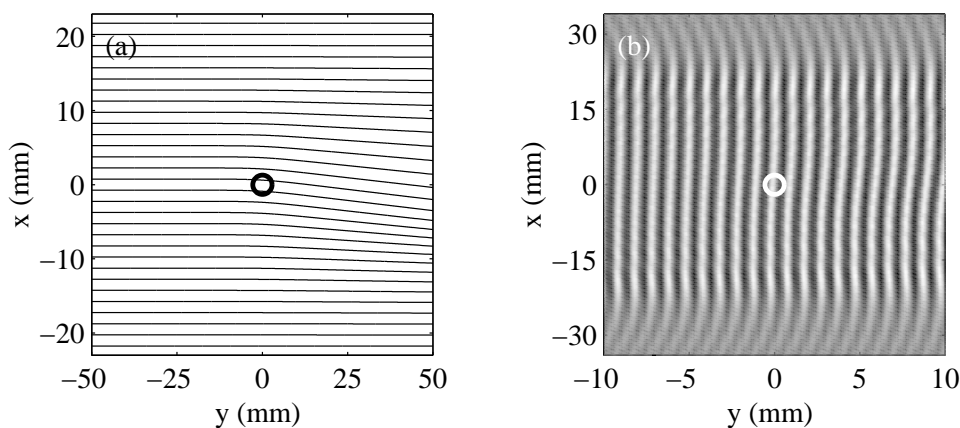


FIG. 5.3 – Propagation d’une onde plane monochromatique pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-2}$. (a) Tracé de quelques rayons émis horizontalement à partir des sources en $y_{em} = -50$ mm. (b) Champ de pression $p(x, y)$ simulé.

sont advectés par l’écoulement en $1/r$ et s’inclinent même avant de traverser le cœur du vortex. En effet, dans un champ de vitesse irrotationnel, la vitesse de phase donc le vecteur d’onde local varie, même si la vitesse de groupe, *i.e.* la direction de propagation de l’énergie acoustique, reste constante. L’effet d’advection de l’onde est bien sûr encore plus visible après la traversée complète de l’écoulement où l’on retrouve la déformation caractéristique d’un vortex de Burgers.

A “grand” nombre de Mach

Pour $M = 0.1$, le tracé de rayons de la figure 5.4(a) met en évidence la présence d’une caustique. Ici, la vorticité est suffisamment intense pour dévier les rayons acoustiques au point qu’ils se croisent après la traversée du cœur. Cette caustique ne remet pas forcément en question la validité de notre calcul. En effet, l’approche matricielle proposée par Claire Prada utilise la linéarité de la propagation pour calculer l’amplitude complexe du champ de pression à partir d’émissions cylindriques par des sources ponctuelles. Le calcul est mis défaut seulement lorsqu’une caustique est présente dans le champ résultant d’une émission ponctuelle. Dans ce cas, d’après l’équation (5.6), l’amplitude de l’onde diverge au niveau de la caustique. Notre interprétation en termes de champ de pression n’est alors plus valable et la prise en compte des caustiques dans notre simulation nécessiterait un travail numérique lourd et, de toute façon, inadapté au problème de la diffusion du son par un vortex sous-jacent à notre étude.

La figure 5.4(b) indique que le calcul du champ de pression en avant de la caustique renseigne encore sur la déformation du front d’onde par l’écoulement. L’avance accumulée lors de la propagation pour $x \geq 0$ atteint plusieurs périodes acoustiques, même avant la traversée du cœur.

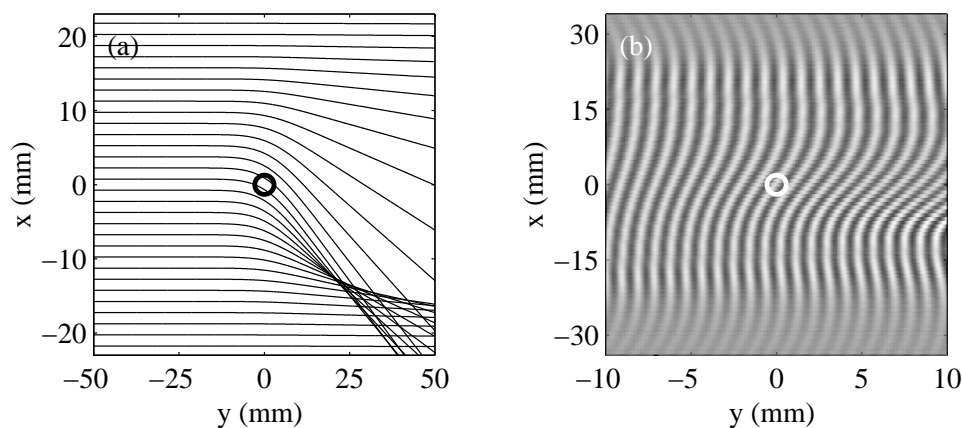


FIG. 5.4 – Propagation d’une onde plane monochromatique pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-1}$. (a) Tracé de quelques rayons émis horizontalement à partir des sources en $y_{em} = -50$ mm. (b) Champ de pression $p(x, y)$ simulé.

5.4 Calcul des déformations de phase et d’amplitude

Nous abordons dans cette section l’examen quantitatif des résultats de la simulation par tracé de rayons acoustiques. Tout d’abord, nous calculons les déformations de phase et d’amplitude associées à la traversée d’un vortex et nous les comparons aux prédictions du calcul élémentaire par l’équation (2.27) (p. 44). La simulation révèle l’influence de l’ouverture finie des barrettes sur la déformation du front d’onde. Les effets d’ouverture finie (ondes de bords) sont efficacement atténués par une apodisation. Nous étudions ensuite ces effets en fonction des paramètres acoustiques grâce au calcul des fréquences spatiales contenues dans les signaux $\phi(x)$ et $A(x)$. Enfin, nous montrons que le tracé de rayons ne permet pas une bonne modélisation des données expérimentales en présence de diffusion.

5.4.1 Simulation de la mesure expérimentale

Pour une onde monochromatique, l’amplitude complexe R_k du champ de pression donnée par (5.7) est égale à la transformée de Fourier (à la fréquence d’émission f) du signal de pression reçu au cours du temps en (x_k, y_{rec}) . Ainsi, en calculant le rapport $R_k/R_k^{(0)}$ des amplitudes complexes calculées en présence d’écoulement et dans le fluide au repos, on obtient l’analogie des mesures expérimentales des déformations de phase et d’amplitude :

$$\phi(x_k) = \arg\left(\frac{R_k}{R_k^{(0)}}\right) \quad (5.8)$$

$$A(x_k) = \left|\frac{R_k}{R_k^{(0)}}\right|. \quad (5.9)$$

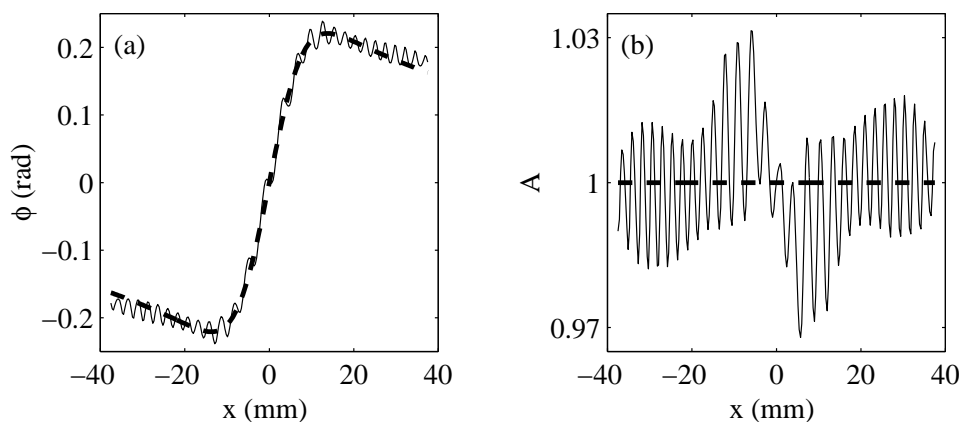


FIG. 5.5 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ simulées pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$. Les pointillés correspondent au cas d'une onde plane infinie dans l'approximation des rayons droits calculé selon l'équation (2.27) (p. 44). Emission plane avec $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

La figure 5.5 présente les déformations de phase et d'amplitude obtenues pour la simulation de la figure 5.2 sur une distance de propagation $L = 100$ mm. Comme dans les expériences, cette technique permet de détecter une faible déformation de phase, de l'ordre d'un dixième de période acoustique. Les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ présentent des oscillations alors qu'aucun effet de diffusion n'est pris en compte par le calcul des rayons et que pour $\beta = 10$, il serait très surprenant d'observer une quelconque diffusion par le cœur du vortex.

Ces oscillations s'interprètent par la présence des ondes de bords suivant le front d'onde plan. En effet, le calcul d'acoustique géométrique pour des rayons droits et une onde plane infinie (équation (2.27), p. 44) ne donne lieu à aucune oscillation. Les ondes de bords, advectées par l'écoulement, interfèrent différemment avec le front plan selon que le calcul est effectué en présence d'un vortex ou non. Le paragraphe suivant est consacré à une étude plus détaillée de ces effets d'ouverture finie.

5.4.2 Mise en évidence d'effets d'ouverture finie

Oscillations et structure de l'onde incidente

Pour une émission plane, une représentation en niveaux de gris de $\phi(x, y)$ et $A(x, y)$ dans le plan (xOy) obtenue en variant $y = y_{em}$ autour de la position du vortex révèle la présence d'oscillations quel que soit y (fig. 5.6). La relation entre la structure de l'onde incidente et ces oscillations est confirmée en utilisant une émission cylindrique. La déformation de phase présentée sur la figure 5.7(a) est alors très proche du calcul dans l'approximation des rayons droits et ne présente aucune oscillation. Des effets de réfraction de l'onde cylindrique inférieurs à 1 % sont mesurables sur la déformation d'amplitude (fig. 5.7(b)), mais comme la phase, l'amplitude ne

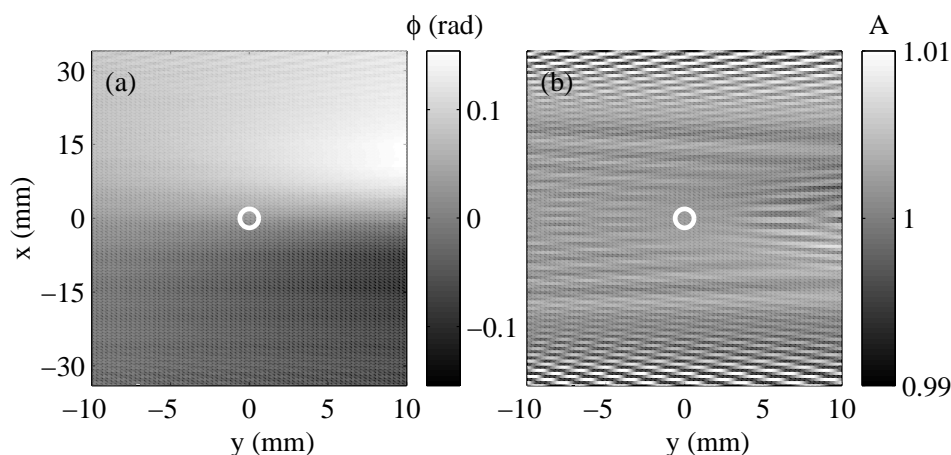


FIG. 5.6 – (a) Déformation de phase $\phi(x, y)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x, y)$ simulées pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$. L'émission est plane et les paramètres de la simulation sont ceux de la figure 5.2.

subit pas d'oscillation. On en déduit que les oscillations observées en figure 5.5 sont liées à la structure plane de l'onde incidente.

Calcul des fréquences spatiales

En interprétant les oscillations de la figure 5.5 comme des franges d'interférences, on peut facilement remonter à l'origine de ces oscillations. En effet, au voisinage du point (x, y_{rec}) , l'interférence d'une onde plane de vecteur d'onde \mathbf{k}_0 parallèle à (Oy) et d'une onde de vecteur d'onde local $\mathbf{k}(x)$ donne lieu à des franges de fréquence spatiale :

$$f_x(x) = \frac{\sin \theta(x)}{\lambda}, \quad (5.10)$$

où $\theta(x) = (\widehat{\mathbf{k}_0, \mathbf{k}(x)})$ est l'angle formé par les deux vecteurs d'onde.

Nous calculons donc les fréquences spatiales contenues dans la déformation du front d'onde en considérant la transformée de Fourier de $A(x) \exp(i\phi(x))$ sur une fenêtre centrée en x_0 et de largeur δx (fig. 5.8(a) et (b)). Pour chaque valeur de x_0 , le spectre présente un pic à une fréquence non nulle $f_x(x_0)$ correspondant à l'interférence de l'onde plane principale et d'une onde secondaire dont la direction $\theta(x_0)$ par rapport à l'axe (Oy) est obtenue par l'équation (5.10). On peut ainsi tracer un faisceau de directions à partir des récepteurs qui converge vers l'origine de l'onde secondaire. La figure 5.8(c) montre que l'on met ainsi en évidence deux ondes secondaires provenant des bords du réseau émetteur. Ce résultat confirme que les oscillations observées sur $\phi(x)$ et $A(x)$ sont bien des conséquences de l'ouverture finie du réseau émetteur et de la diffraction par les bords de barrette.

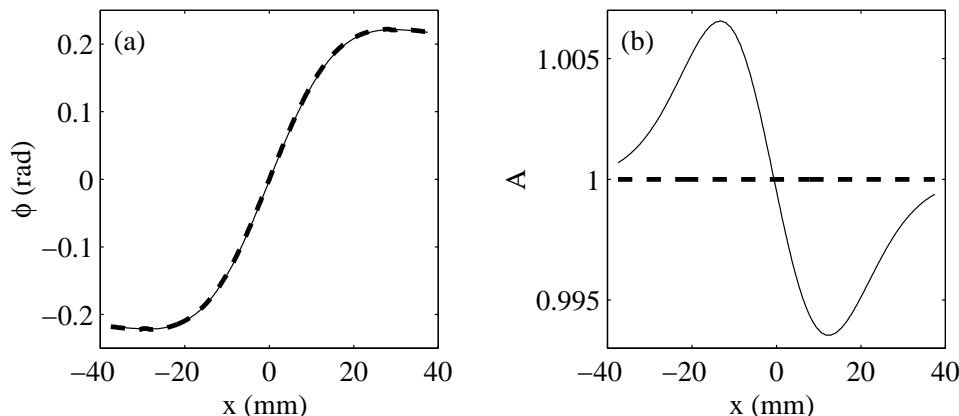


FIG. 5.7 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ simulées pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$ après une émission cylindrique par une source située en $(0, -50)$. Les pointillés correspondent au cas d'une onde cylindrique dans l'approximation des rayons droits calculé selon l'équation (2.27) (p. 44). $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

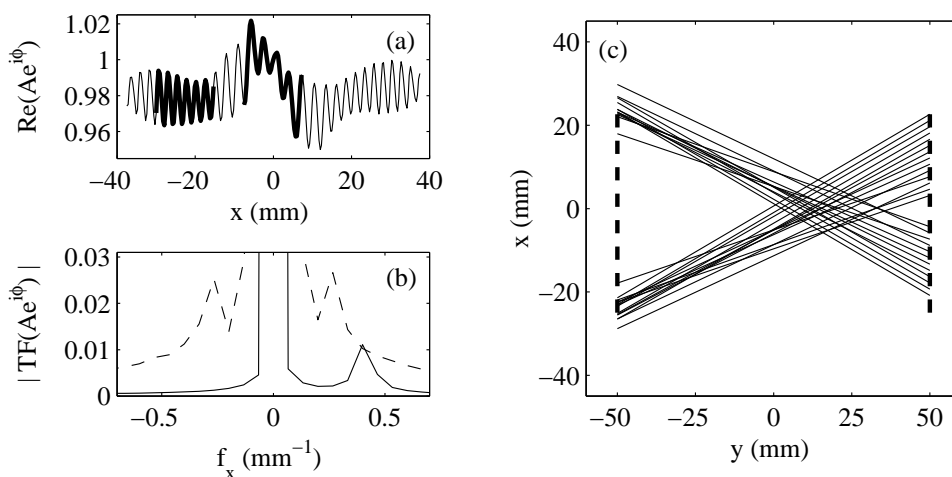


FIG. 5.8 – Calcul des fréquences spatiales contenues dans les déformations du front d'onde pour une émission plane. (a) Partie réelle du signal $A(x)\exp(i\phi(x))$ (trait fin) et fenêtres centrées en $x_0 = -23$ mm et $x_0 = -2$ mm avec $\delta x = 15$ mm (traits épais). (b) Transformées de Fourier sur les fenêtres centrées en $x_0 = -23$ mm (trait plein) et $x_0 = -2$ mm (pointillés). (c) Directions $\theta(x_0)$ correspondant aux fréquences $f_x(x_0)$ (cf. texte). $\beta = 10$, $M = 10^{-3}$, $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

Remarquons qu'en général, les spectres sur la fenêtre glissante mettent en jeu une deuxième fréquence spatiale, comme le montre le spectre calculé autour de $x_0 = -2$ mm en figure 5.8(b). Cette deuxième fréquence correspond à la deuxième onde de bord, de sorte qu'en (x_0, y_{rec}) , trois ondes interfèrent : l'onde plane principale et les deux ondes de bords. Notons enfin que ce résultat concernant les fréquences spatiales contenues dans $A(x) \exp(i\phi(x))$ n'était pas évident *a priori* puisque l'effet de l'écoulement sur les ondes de bords et sur leurs interférences avec l'onde plane, elle aussi advectée par l'écoulement, est très complexe et difficile à prévoir analytiquement même dans l'approximation de l'acoustique géométrique.

Dépendance avec les paramètres acoustiques

Nous avons voulu vérifier que lorsque l'on varie les paramètres acoustiques de la simulation, les fréquences spatiales se comportent de façon cohérente avec notre interprétation en termes d'ondes de bords. Pour cela, nous fixons une fenêtre autour de $x_0 \lesssim -10$ mm et nous calculons la fréquence spatiale $f_x(x_0)$ correspondante. Nous éviterons $x_0 = 0$ car les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ présentent une nette tendance basse fréquence pour $x \simeq 0$ conduisant à un fort pic à fréquence nulle qui peut masquer la fréquence $f_x(x_0)$ dans le spectre (cf. fig. 5.8(b)). Il est donc plus difficile d'extraire une information sur les franges d'interférences au voisinage de $x_0 = 0$ qu'en $x_0 \lesssim -10$ mm.

La figure 5.9(a) présente les mesures de f_x obtenues à partir de signaux $A(x) \exp(i\phi(x))$ simulés pour différentes valeurs de l'ouverture O de la barrette émettrice. Si f_x correspond aux interférences d'une onde de bord avec l'onde plane principale, alors $\theta(x_0)$ est donné par :

$$\sin \theta(x_0) = \frac{\frac{O}{2} + x_0}{\sqrt{L^2 + \left(\frac{O}{2} + x_0\right)^2}}. \quad (5.11)$$

L'ajustement des résultats simulés par (5.11) est très satisfaisant pour toutes les valeurs de l'ouverture considérées. La figure 5.9(b) montre que l'amplitude des oscillations, mesurée grâce au spectre local de $A(x) \exp(i\phi(x))$ autour de x_0 , diminue à mesure que l'ouverture augmente. Ce résultat confirme que pour une ouverture infinie *i.e.* une onde parfaitement plane, aucune oscillation n'est observée.

Des calculs analogues en fonction de la fréquence d'émission et de la distance de propagation montrent que l'équation (5.11) permet toujours une très bonne estimation de f_x (cf. figure 5.10). Enfin, nous avons vérifié que f_x est indépendante de la taille du vortex. L'ensemble de ces résultats confirme l'interprétation des oscillations en termes d'ondes de bords dans la simulation par tracé de rayons.

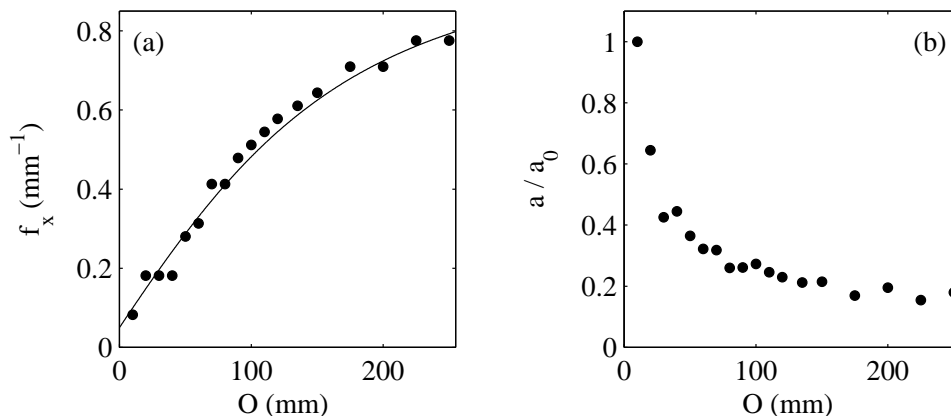


FIG. 5.9 – (a) Dépendance de la fréquence spatiale f_x avec l'ouverture O de la barrette émettrice pour $x_0 = -7.5$ mm et $\delta x = 30$ mm. La courbe en trait plein a pour équation $f_x = \sin \theta(x_0)/\lambda$ où $\sin \theta(x_0)$ est donné par (5.11). (b) Amplitude relative des oscillations en fonction de l'ouverture. $\beta = 10$, $M = 10^{-3}$, $f = 1.5$ MHz et $L = 100$ mm.

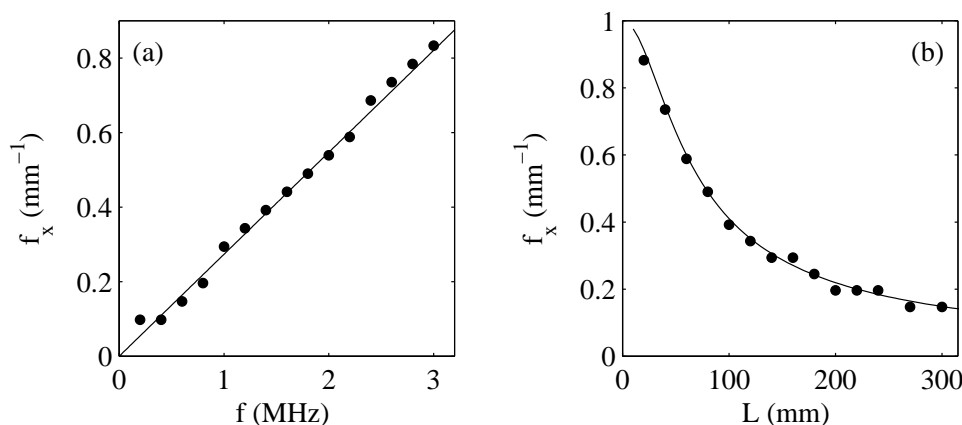


FIG. 5.10 – (a) Dépendance de la fréquence spatiale f_x avec la fréquence d'émission f et (b) avec la distance de propagation L pour $x_0 = -20$ mm et $\delta x = 20$ mm. Les courbes en trait plein ont pour équation $f_x = \sin \theta(x_0)/\lambda$ où $\sin \theta(x_0)$ est donné par (5.11). $\beta = 10$, $M = 10^{-3}$ et $O = 50$ mm. $L = 100$ mm en (a) et $f = 1.5$ MHz en (b).

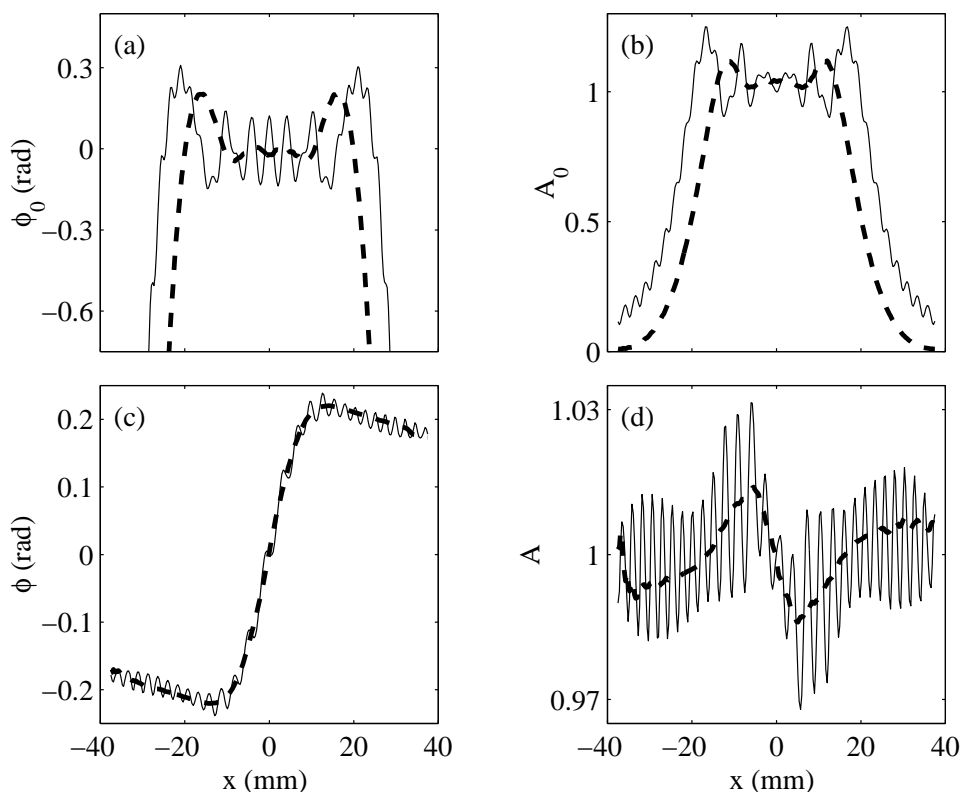


FIG. 5.11 – (a) Phase $\phi_0(x)$ et (b) amplitude $A_0(x)$ du champ de pression simulé en l'absence d'écoulement. (c) Déformation de phase $\phi(x)$ et (d) déformation d'amplitude $A(x)$ simulées avec $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$ pour une onde plane non apodisée (trait plein) et pour une onde plane apodisée sur 10 mm (pointillés). $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

Éliminer les effets d'ouverture finie

Nous avons vu que les oscillations disparaissent en utilisant une onde incidente cylindrique. Pour une onde plane, il est possible de minimiser les effets de bords par une apodisation. La figure 5.11 compare les résultats obtenus pour l'onde plane sans apodisation des figures 5.2 et 5.5 et pour une onde plane apodisée sur 10 mm, *i.e.* sur $n_{ap} = 20$ transducteurs, selon :

$$E_j = \sin^2 \left(\frac{\pi(j-1)}{2(n_{ap}-1)} \right), \quad (5.12)$$

pour $1 \leq j \leq n_{ap}$, $E_j = 1$ pour $n_{ap} \leq j \leq n - n_{ap}$ et $E_j = E_{n-j+1}$ sinon.

Le front d'onde de référence obtenu en l'absence d'écoulement est alors beaucoup plus plan avec une apodisation (cf. fig. 5.11(a) et (b)). La déformation de phase après une traversée du vortex par l'onde apodisée est quasiment identique à celle obtenue dans le cas d'une onde plane infinie et ne présente plus d'oscillations. De même, la déformation d'amplitude de l'onde apodisée est un signal lisse traduisant une faible réfraction des rayons acoustiques, du même ordre que

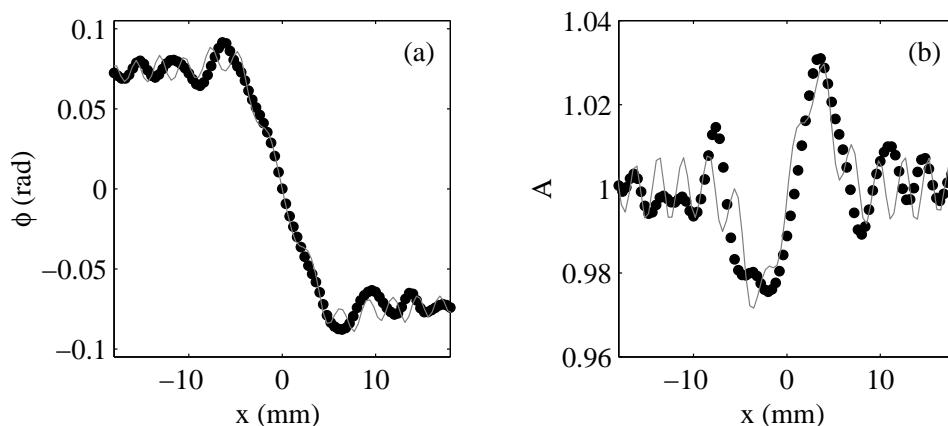


FIG. 5.12 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ expérimentales (●) et simulées (trait plein gris) pour une émission plane à $f = 3.5$ MHz par une barrette de type 1 (cf. table 2.1, p. 33) avec $L = 240$ mm. Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.25 (p. 112) et les paramètres de la simulation sont $\Gamma = 155 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 3.5$ mm.

celle observée avec une onde incidente cylindrique. L'apodisation semble donc une technique efficace pour éliminer les effets d'ouverture finie dans les profils $\phi(x)$ et $A(x)$. Toutefois, elle réduit l'ouverture effective du réseau émetteur et conduit à de très faibles valeurs de l'intensité acoustique pour $|x| \geq 25$ mm. L'apodisation introduit ainsi un bruit numérique plus important, qui explique pourquoi $A(x)$ ne tend pas exactement vers 1 aux grandes valeurs de $|x|$ comme dans le cas d'une onde cylindrique.

5.4.3 Comparaison avec l'expérience

La simulation par tracé de rayons repose sur l'approximation de l'acoustique géométrique. Il est donc clair qu'elle reproduira correctement les expériences des chapitres 2 et 3 où $\beta = 10 - 100$. Nous ne reviendrons pas ici sur ces résultats expérimentaux et leur interprétation par l'acoustique géométrique longuement développés en première partie.

Si cette simulation permet de modéliser la diffraction par les bords de barrette, elle ne contient aucun ingrédient ondulatoire permettant la prise en compte du phénomène de diffusion du son par un vortex. On peut donc s'interroger sur la validité de la simulation dans la configuration du filament de vorticité du chapitre 4 et se demander si la comparaison avec cette expérience est possible. Sur la figure 5.12, nous avons cherché le meilleur ajustement des données expérimentales de la figure 4.25 (p. 112) à l'aide de notre simulation par tracé de rayons. Si l'ordre de grandeur obtenu pour la circulation est correct, on remarque que le rayon du cœur est largement surestimé. Alors que le calcul analytique de diffusion donnait $a = 1.3$ mm, l'estimation est ici presque 3 fois plus grande. De plus, pour $\phi(x)$ comme pour $A(x)$, on remarque que les oscillations des profils expérimentaux et simulés ne sont pas en phase.

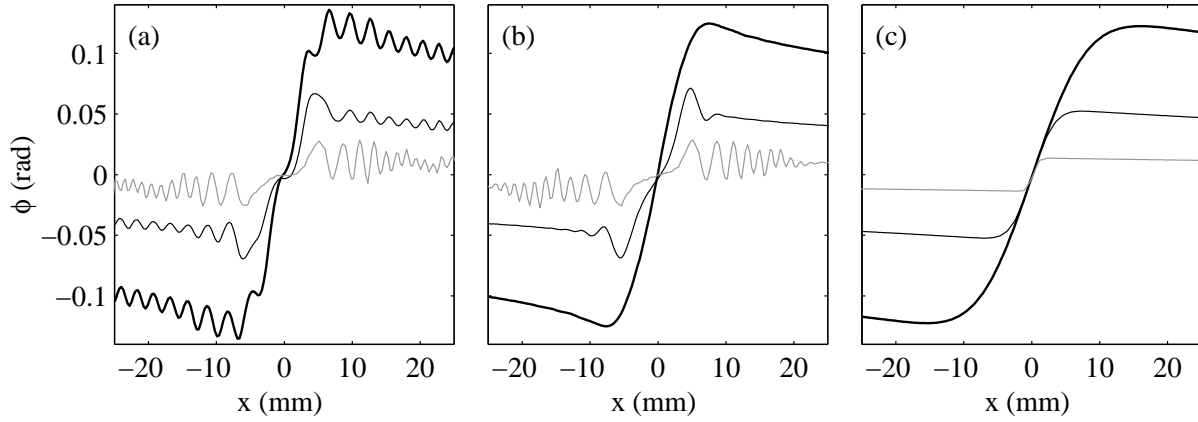


FIG. 5.13 – Dépendance de la déformation de phase $\phi(x)$ avec le rayon du vortex et la structure de l'onde incidente pour $M = 10^{-3}$. (a) Onde plane sans apodisation, (b) onde plane apodisée sur 10 mm et (c) onde cylindrique avec $\beta = 5$ (trait noir épais), $\beta = 2$ (trait noir fin) et $\beta = 0.5$ (en gris). $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

Ces résultats rejoignent la discussion sur la validité de l'acoustique géométrique de la section 4.4.2 (p. 111) et confirment que la théorie des rayons ne permet pas de modéliser l'interaction son-vorticité dans l'expérience du chapitre 4.

5.5 Convergence et limites de validité de la simulation

En variant l'échantillonnage temporel Δt de la simulation, nous avons vérifié que la convergence numérique est atteinte pour l'ensemble des résultats présentés. La section 5.3 a mis en évidence une première limitation de la simulation liée à la présence de caustiques. Dans la configuration des figures 5.2, 5.3 et 5.4, une caustique apparaît à une distance de propagation $L = 100$ mm pour $M \simeq 3.10^{-2}$. Ce nombre de Mach limite, largement supérieur à celui mis en jeu dans les expériences, ne représente pas un inconvénient majeur de la simulation.

Le facteur limitant principalement le tracé de rayons est donc la contrainte $\beta \gg 1$. La figure 5.13 présente les déformations de phase obtenues pour une onde plane, une onde plane apodisée et une onde sphérique qui traversent des vortex de rayons différents. On remarque que même pour une onde plane apodisée, des oscillations apparaissent pour $\beta \lesssim 2$ et que l'amplitude relative de ces oscillations augmente lorsque β diminue. Pour $\beta = 0.5$, les profils $\phi(x)$ obtenus pour une onde plane avec et sans apodisation sont presque identiques. On pourrait être tenté d'interpréter les oscillations de la figure 5.13(b) par un effet de diffusion du son par le cœur du vortex. Mais dans ce cas, la diffusion devrait aussi donner lieu à des oscillations pour une onde incidente cylindrique, comme nous l'avons vérifié expérimentalement en section 4.4.1 (p. 110). La figure 5.13(c) montre que les profils obtenus avec une onde cylindrique restent lisses lorsque β

diminue. En fait, aucun de ces calculs ne contient d'effets de diffusion. Nous avons vérifié que les oscillations observées en figure 5.13(b) dépendent très fortement du réseau émetteur. Elles sont donc la conséquence d'effets d'ouverture finie résiduels dans les ondes planes apodisées et du fait que lorsque β diminue, l'écoulement ne peut plus être considéré comme lentement variable dans l'espace.

Pour conclure, on peut affirmer que le tracé de rayons acoustiques représente une technique de simulation efficace de l'interaction son-vorticité tant qu'aucune caustique n'est à craindre. Les limites de validité de la simulation en M et en β dépendent de la configuration envisagée, en particulier de l'arrangement des émetteurs et de la distance de propagation. Un critère objectif consiste à vérifier $\nabla A/A \ll 1/\lambda$ pour chaque émission cylindrique lors du calcul de la matrice \mathcal{H} (cf. section 5.2.2, p. 120). Pour les simulations présentées dans ce chapitre, on a vu qu'il fallait imposer $M \lesssim 3 \cdot 10^{-2}$ et $\beta \gtrsim 3$.

La technique proposée ici, simple et très rapide, permet la prise en compte d'effets de taille finie, mais pas celle de la diffusion d'une onde sonore par un vortex. Nous avons donc été conduits à développer des simulations plus complexes basées sur les équations de propagation du son en milieu mobile et qui font l'objet des deux chapitres suivants.

Chapitre 6

La propagation du son dans un vortex simulée par équation parabolique

Les simulations du chapitre précédent ont montré l'efficacité du tracé de rayons acoustiques pour traiter l'interaction son-vorticité dans le cas où l'approximation de l'acoustique géométrique est valable. Nous présentons ici une seconde méthode numérique, basée sur une approche ondulatoire de la propagation du son dans un vortex. Après avoir vérifié que nous retrouvons les résultats du tracé de rayons pour $\beta \simeq 10$, nous verrons que l'équation parabolique permet de rendre compte de la diffusion du son et donc de reproduire les données expérimentales obtenues sur le filament de vorticité.

6.1 Simulations numériques par équation parabolique

6.1.1 Principe de l'équation parabolique

La simulation numérique par équation parabolique repose sur la factorisation de l'opérateur de propagation en deux termes décrivant les propagations dans deux directions opposées [Tappert 1977]. Le problème n'est alors résolu que dans une seule direction. Plus précisément, à deux dimensions, pour une onde monochromatique à la fréquence f se propageant dans un milieu de densité uniforme, l'équation (2.12) (p. 28) s'écrit sous la forme d'une équation de Helmholtz :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + k^2(\mathbf{r})P = S(\mathbf{r}), \quad (6.1)$$

où $P(x, y)$ est l'amplitude complexe du champ de pression, $k(\mathbf{r}) = 2\pi f/c(\mathbf{r})$ le nombre d'onde local et $S(\mathbf{r})$ l'amplitude complexe des sources. Si l'on s'intéresse à la propagation dans la direction

(Oy), on introduit alors l'opérateur \mathcal{K} défini par :

$$\mathcal{K}(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_0^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2(\mathbf{r}) - k_0^2 \right), \quad (6.2)$$

où $k_0 = 2\pi f/c_0$ est le nombre d'onde moyen dans un milieu homogène, de sorte que l'équation de Helmholtz (6.1) se factorise sous la forme :

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} + ik_0\sqrt{1+\mathcal{K}} \right) \left(\frac{\partial}{\partial y} - ik_0\sqrt{1+\mathcal{K}} \right) P = S(\mathbf{r}). \quad (6.3)$$

Les deux termes de cette factorisation traduisent la propagation dans des directions opposées selon (Oy). En l'absence de source, la technique consiste alors à chercher une solution se propageant selon les y croissants en résolvant seulement l'“équation parabolique” suivante :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = ik_0\sqrt{1+\mathcal{K}} P. \quad (6.4)$$

Le problème du second ordre est donc réduit à une équation différentielle du premier ordre, dont la solution s'écrit formellement entre y et $y + \Delta y$:

$$P(x, y + \Delta y) = \mathcal{L}(x, y) P(x, y), \quad (6.5)$$

où $\mathcal{L} = \exp\left(ik_0\Delta y\sqrt{1+\mathcal{K}}\right)$ est un opérateur différentiel linéaire. Moyennant le calcul de \mathcal{L} en complexes, on peut ainsi propager le champ de proche en proche selon les y croissants.

6.1.2 État de l'art sur les équations paraboliques

L'approximation parabolique est largement utilisée en simulation numérique des phénomènes ondulatoires lorsqu'une direction de propagation est privilégiée. C'est le cas lorsqu'une onde acoustique traverse une inhomogénéité de température ou de densité, ou encore pour la propagation acoustique en milieu turbulent [Karweit *et al.* 1991, Ostashev 1994, Ostashev 1997, Ostashev *et al.* 1998]. Comme l'ont montré les travaux de S. Candel, l'équation parabolique est bien adaptée au traitement des problèmes de diffusion en acoustique. En particulier, cet auteur a étudié numériquement la diffusion d'une onde sonore par une inhomogénéité de température et par un vortex [Candel 1979, Candel 1983]. L'équation adoptée est basée sur le formalisme de [Lighthill 1952] : l'effet de la température ou de l'écoulement est pris en compte par un terme source en considérant uniforme la vitesse du son du milieu.

D'autre part, [Ostashev *et al.* 1997] ont proposé une approche plus rigoureuse, similaire à celle du paragraphe précédent. Leur équation parabolique prend en compte non seulement les variations locales du nombre d'onde mais aussi le couplage avec les gradients de vitesse de l'écoulement (cf. annexe A, p. 205). Cette équation met en jeu un opérateur \mathcal{K} dont l'expression,

nettement plus complexe, se réduit à (6.2) lorsque $\beta \gg 1/2\pi$. Elle a été appliquée au cas de la couche limite atmosphérique, éventuellement turbulente [Dallois *et al.* 2000].

Plus récemment, les équations paraboliques ont été utilisées pour simuler l'échauffement des tissus lors d'une expérience d'hyperthermie [Roux *et al.* 2000]. Notons que la réduction du problème à l'équation du premier ordre (6.4) suppose que l'énergie acoustique se propageant vers les y décroissants est négligeable. En particulier, sans modifications majeures, la technique des équations paraboliques n'est pas adaptée au cas d'un milieu contenant des interfaces ou des réflecteurs.

6.2 Technique numérique

Comme le tracé de rayons, la simulation par équation parabolique est bidimensionnelle et monochromatique. Nous avons adapté au cas de l'interaction son-vorticité un code mis au point par Philippe Roux dans l'équipe de W. A. Kuperman [Roux *et al.* 2000]. Nous explicitons successivement la modélisation choisie pour l'interaction son-vorticité puis celle des sources acoustique. Nous indiquons enfin les conditions d'absorption adoptée aux bords de la simulation et comment prendre en compte la conservation de l'énergie acoustique.

6.2.1 Vitesse du son locale et discrétisation du problème

Dans le code par équation parabolique, les sources doivent être réparties sur une ligne $y = y_{em}$ à partir de laquelle le champ de pression est calculé de proche en proche. Plutôt que d'utiliser l'équation de Lighthill qui met en jeu un terme source dans tout le plan (xOy), nous avons choisi de modéliser l'effet de l'écoulement par une modification locale de la vitesse du son selon :

$$c(\mathbf{r}) = c_0 + \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\mathbf{k}(\mathbf{r})}{k(\mathbf{r})}, \quad (6.6)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde local. Comme nous l'avons montré dans le chapitre d'introduction, cette équation résulte de la relation de dispersion caractéristique de l'interaction son-vorticité (1.16) (p. 19). L'annexe A (p. 205) montre qu'au premier ordre, cette approche est équivalente à celle de l'équation complète prolongeant le formalisme de [Lighthill 1952], au moins lorsque $\beta \gg 1/2\pi$. Notons toutefois que l'équation (6.6) suppose de connaître $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ en tout point du plan, ce qui n'est pas possible *a priori* pour une onde traversant un écoulement. Nous sommes donc conduits à choisir pour \mathbf{k} la direction de propagation en l'absence d'écoulement, soit $\mathbf{k}(\mathbf{r})/k(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_x$ pour une onde plane se propageant vers les y croissants et $\mathbf{k}(\mathbf{r})/k(\mathbf{r}) = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$ pour une onde cylindrique émise à partir d'une source située en \mathbf{r}_0 .

Le champ de vitesse est toujours celui d'un vortex de Burgers. Nous avons vérifié qu'à circulation et rayon égaux, l'utilisation d'un vortex de Rankine conduit à des résultats quasiment

indiscernables. Le plan (xOy) est discrétisé suivant un maillage rectangulaire avec $\Delta x \simeq \lambda/10$ et $\Delta y \simeq \lambda$. Connaissant la vitesse locale du son dans tout le plan, on estime l'opérateur \mathcal{K} par différences finies. L'opérateur \mathcal{L} est ensuite calculé grâce à un développement de Padé d'ordre élevé selon :

$$\mathcal{L} \simeq e^{ik_0\Delta y} \prod_{i=1}^p \frac{1 + \alpha_{i,p}\mathcal{K}}{1 + \beta_{i,p}\mathcal{K}}, \quad (6.7)$$

où $\alpha_{i,p}$ et $\beta_{i,p}$ sont les coefficients de Padé complexes d'ordre p intervenant dans le développement en fonctions rationnelles de l'exponentielle et de $z \rightarrow \sqrt{1+z}$.

Connaissant le champ de pression en y , le champ de pression en $y + \Delta y$ est alors calculé grâce à l'équation (6.5) et au développement (6.7) par une méthode matricielle itérative. Une présentation détaillée de l'algorithme utilisé se trouve dans [Collins 1993]. Pour l'ordre du développement de Padé, nous avons choisi de fixer $p = 4$. Dans le cas d'une interaction son-vorticité à faible nombre de Mach, cette valeur associée à un maillage $\Delta x \simeq \lambda/10$ permet de simuler la propagation acoustique sur un secteur angulaire très grand, proche de 180° [Roux *et al.* 2000].

6.2.2 Modélisation des sources acoustiques

Les transducteurs utilisés dans les expériences sont modélisés par une série de sources ponctuelles situées en des points adjacents de la grille. Un transducteur de taille l est ainsi constitué de $l/\Delta x$ points de grille. Un réseau de n transducteurs de taille l , de pas inter-élément δ , situé en $y = y_{em}$ et centré autour de $x = 0$ donne lieu à un terme source :

$$S(x, y) = \sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-l/2\Delta x}^{l/2\Delta x} E_j \delta(x + j\delta + k\Delta x) \delta(y - y_{em}), \quad (6.8)$$

où E_j est l'amplitude complexe du champ de pression émis par le $j^{\text{ème}}$ transducteur et δ représente la fonction de Dirac.

La prise en compte des singularités du champ au niveau des sources nécessite un traitement particulier appelé "starter" qui calcule la propagation sur le premier pas de grille *i.e.* de y_{em} à $y_{em} + \Delta y$. Pour une source ponctuelle à deux dimensions située en (x_{em}, y_{em}) , on peut montrer [Collins 1992] que le champ en $y_{em} + \Delta y$ est donné par :

$$P(x, y_{em} + \Delta y) = \frac{i}{\sqrt{k_0}} (1 + \mathcal{K}(x, y_{em}))^{-1/4} \mathcal{L}(x, y_{em}) \delta(x - x_{em}). \quad (6.9)$$

On résoud alors successivement :

$$(1 + \mathcal{K}(x, y_{em}))^2 \tilde{P}(x) = \frac{i}{\sqrt{k_0}} \delta(x - x_{em}), \quad (6.10)$$

puis

$$P(x, y_{em} + \Delta y) = (1 + \mathcal{K}(x, y_{em}))^{7/4} \mathcal{L}(x, y_{em}) \tilde{P}(x), \quad (6.11)$$

via un nouveau développement de Padé d'ordre p :

$$(1 + \mathcal{K})^{7/4} \mathcal{L} \simeq e^{ik_0 \Delta y} \prod_{i=1}^p \frac{1 + \alpha'_{i,p} \mathcal{K}}{1 + \beta'_{i,p} \mathcal{K}}. \quad (6.12)$$

6.2.3 Conservation de l'énergie et conditions d'absorption aux bords

L'équation parabolique (6.4) ne prend pas en compte l'énergie acoustique rétrodiffusée ou réfléchiée par les variations d'indice du milieu. Dans un milieu non absorbant, la conservation de l'énergie impose pourtant $P^2/\rho_0 c = \text{cste}$ d'une valeur de y à l'autre (ρ_0 est la densité du milieu supposée uniforme). Or, l'opérateur \mathcal{L} conserve la norme et d'après (6.5), l'amplitude de la pression reste constante au cours du calcul. Pour garantir la conservation locale de l'énergie au cours de la propagation vers les y croissants, à chaque pas du calcul, nous multiplions donc le résultat par un facteur correctif $\sqrt{c(x, y + \Delta y)/c(x, y)}$. Nous avons vérifié que pour les nombres de Mach envisagés, une telle conservation de l'énergie a une influence négligeable sur les résultats de la simulation.

Enfin, pour éviter les réflexions sur les bords de la grille de simulation liées à la discrétisation de l'opérateur différentiel \mathcal{K} , nous imposons des conditions d'absorption pour $x_{inf} \leq |x| \leq x_{sup}$. Dans cette zone, l'absorption est simplement obtenue en ajoutant une partie imaginaire au nombre d'onde local :

$$k(x, y) = \frac{2\pi f}{c(x, y)} \left[1 + i\alpha_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{x_{sup} - |x|}{x_{sup} - x_{inf}} \right)^2} \right) \right],$$

On prendra en général $x_{sup} - x_{inf} \simeq x_{sup}/4$ et le coefficient d'absorption α_0 sera choisi suffisamment grand pour que le champ de pression tombe rapidement à zéro lorsque $|x| \geq x_{inf}$.

Le champ de pression complexe calculé peut alors être sauvegardé entièrement ou seulement en des points particuliers du maillage (x_k, y_{rec}) modélisant une barrette réceptrice située en $y = y_{rec}$. Dans ce dernier cas, comme dans le chapitre précédent, on notera R_k l'amplitude complexe du champ calculé au $k^{\text{ème}}$ récepteur. La distance totale de propagation est alors $L = y_{rec} - y_{em}$. La figure 6.1 résume la configuration de la simulation et l'ensemble des notations introduites dans cette section.

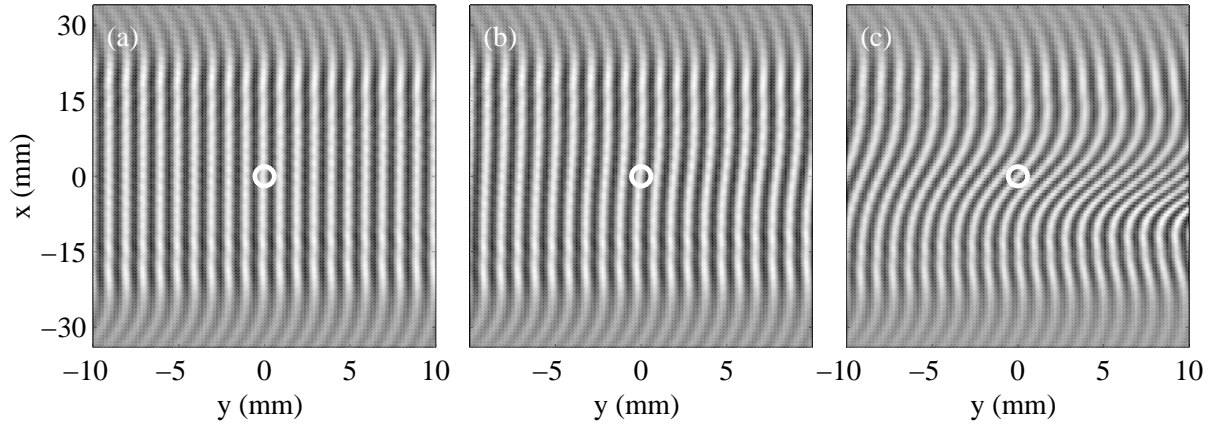


FIG. 6.2 – Champs de pression $p(x, y)$ simulés pour une émission plane monochromatique à $f = 1.5$ MHz avec $\beta = 10$ et (a) $M = 10^{-3}$, (b) $M = 10^{-2}$ et (c) $M = 10^{-1}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la section 5.3 (p. 120).

6.3.2 Influence de β

L'approche ondulatoire de l'interaction son-vorticité permet non seulement de traiter des cas où apparaissent des caustiques dans les calculs d'acoustique géométrique, mais surtout de rendre compte de la diffusion du son par un vortex. La figure 6.3 présente les champs de pression simulés pour des vortex de circulation $\Gamma \propto M\beta$ constante et de rayons de plus en plus petits.

L'intensité du vortex étant gardée constante, l'influence de l'écoulement sur l'onde incidente loin du cœur du vortex est la même quel que soit β . En revanche, l'effet du vortex dans le "sillage" du cœur dépend fortement de β . Pour $\beta \lesssim 1$, une véritable dislocation du front d'onde apparaît sur une taille de l'ordre de la longueur d'onde acoustique. Cette dislocation s'accompagne d'oscillations visibles dans le quadrant $(x \leq 0, y \geq 0)$ de la figure 6.3(c). Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par [Coste *et al.* 1999] à partir de calculs analytiques sur une onde plane idéale et sont caractéristiques de la diffusion du son par le cœur du vortex.

6.4 Calcul des déformations de phase et d'amplitude

Après avoir visualisé la forme des front d'onde traversant un vortex, nous nous intéressons aux déformations de phase et d'amplitude calculées par équation parabolique. Le paragraphe suivant montre que cette nouvelle simulation s'écarte nettement du tracé de rayons lorsque β diminue. La présence de la diffusion est alors démontrée en utilisant une émission cylindrique puis en calculant les fréquences spatiales contenues dans $A(x) \exp(i\phi(x))$. De nouveaux résultats expérimentaux sur un filament de vorticité sont présentés et comparés avec succès à la simulation par équation parabolique. Cette section s'achève avec une discussion sur l'influence du retournement temporel et sur la résolution dans le cœur du vortex.

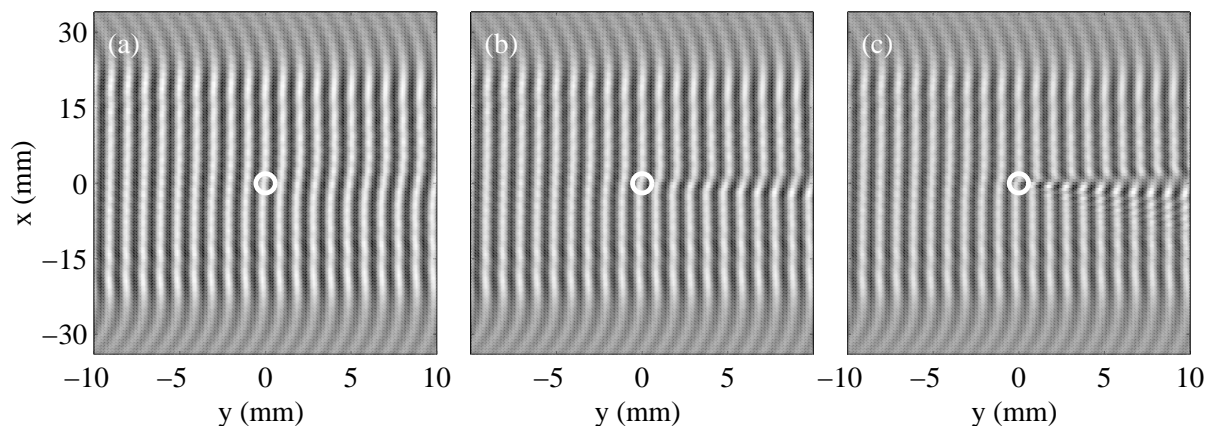


FIG. 6.3 – Champs de pression $p(x, y)$ simulés pour une émission plane monochromatique à $f = 1.5$ MHz avec (a) $\beta = 5$ et $M = 10^{-2}$, (b) $\beta = 2$ et $M = 2.5 \cdot 10^{-2}$ et (c) $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-1}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la section 5.3 (p. 120).

6.4.1 Comparaison avec le tracé de rayons

Les déformations de phase et d'amplitude sont calculées selon les équations (5.8) et (5.9) (p. 123) à partir des champs R_k et $R_k^{(0)}$ obtenus sur la barrette réceptrice en présence d'écoulement et dans le fluide au repos respectivement. Les figures 6.4 et 6.5 présentent les résultats des simulations par tracé de rayons et par équation parabolique pour $\beta = 10$ et $\beta = 0.5$ avec $M = 10^{-3}$. Lorsque l'approximation de l'acoustique géométrique s'applique (fig. 6.4), l'accord est parfait entre les deux simulations. Comme au chapitre précédent, les oscillations des profils $\phi(x)$ et $A(x)$ s'interprètent comme des effets de l'ouverture finie de la barrette émettrice.

Pour $\beta = 0.5$, le calcul par tracé de rayons donne lieu aux oscillations rapides et de grande amplitude déjà mentionnées en 5.5 (p. 131) alors que l'équation parabolique donne une solution stable présentant des oscillations plus lentes. Le paragraphe suivant montre que ces oscillations résultent principalement de la diffusion du son par le cœur du vortex et invalide *a posteriori* les résultats du tracé de rayons pour les faibles valeurs de β .

6.4.2 Mise en évidence de la diffusion du son par le cœur du vortex

Oscillations et structure de l'onde incidente

Comme pour les résultats expérimentaux de la section 4.4.1 (p. 110), la présence d'oscillations sur $\phi(x)$ et $A(x)$ pour une onde incidente cylindrique met en évidence clairement le phénomène de diffusion du son par un vortex de taille $\beta \lesssim 1$ (cf. fig. 6.7). De plus, pour une émission plane comme pour une émission cylindrique, la représentation de la déformation d'amplitude dans tout le plan (xOy) montre que ces oscillations apparaissent à partir de la position du centre du vortex (figs. 6.6 et 6.7). Nous avons vérifié que des oscillations similaires s'observent aussi avec une onde

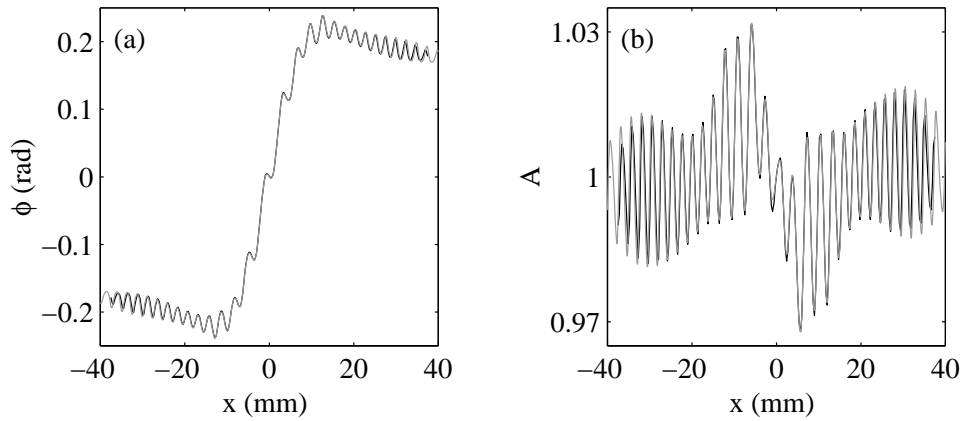


FIG. 6.4 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ simulées pour $\beta = 10$ et $M = 10^{-3}$ par équation parabolique (en gris) et par tracé de rayons (en noir). Emission plane avec $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

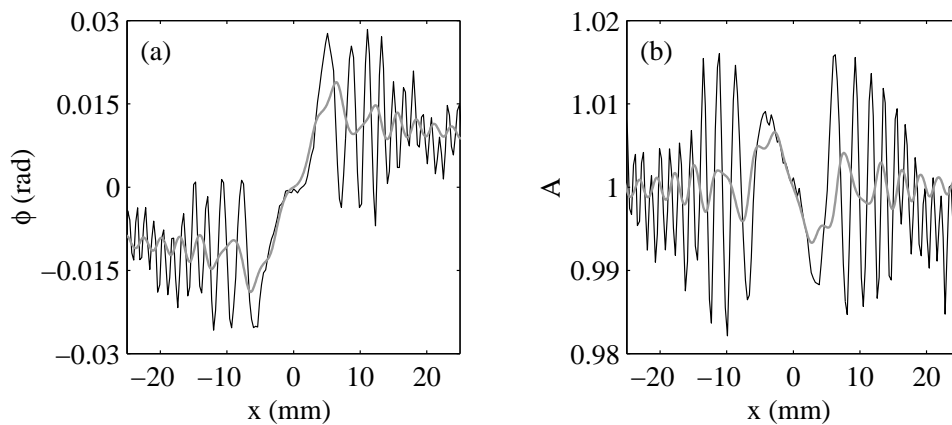


FIG. 6.5 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ simulées pour $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$ par équation parabolique (en gris) et par tracé de rayons (en noir). Emission plane avec $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

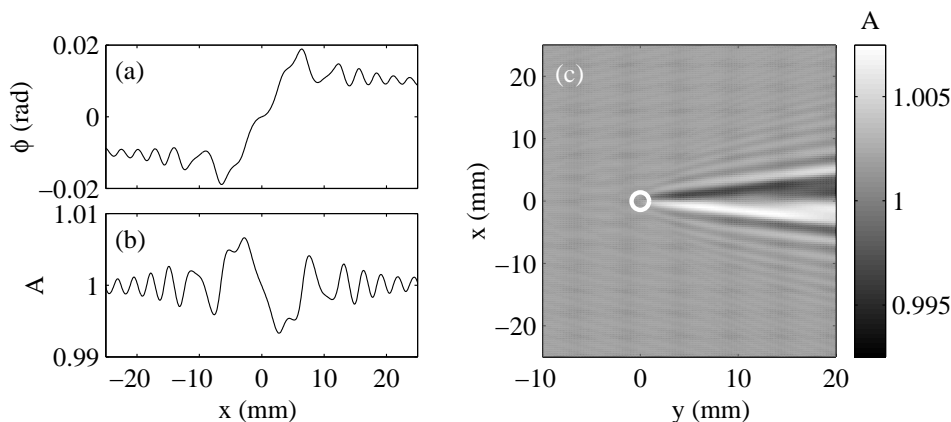


FIG. 6.6 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$, (b) déformation d'amplitude $A(x)$ et (c) $A(x, y)$ simulées pour $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$. L'émission est plane, sans apodisation, et les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 6.5.

plane apodisée.

On discerne toutefois sur la figure 6.6(c) des oscillations de faible amplitude dans tout le plan. Ces petites oscillations sont comparables à celles de la figure 5.6(b) (p. 125) et sont attribuables aux effets d'ouverture finie liés à une onde plane non apodisée. A ces oscillations se superposent donc les effets, plus forts, de la diffusion du son. Remarquons que le code aux équations paraboliques permet d'interpréter les résultats en termes d'onde diffusée seulement dans la direction des y croissants, puisque l'autre direction de propagation n'est pas prise en compte. Ainsi, cette simulation ne peut renseigner sur la structure du champ de pression diffusé vers l'arrière.

Enfin, la figure 6.8 examine le régime de transition entre acoustique géométrique et diffusion pour une onde incidente cylindrique. Pour cela, nous avons tracé les abscisses x_{max} des points où les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ atteignent leur maximum en fonction de β . On constate qu'aux grandes valeurs de β , tracé de rayons et équation parabolique coïncident conformément aux résultats de 6.4.1. x_{max}/λ dépend alors linéairement de β et les pentes des droites obtenues sont caractéristiques du modèle de vortex utilisé.

Les résultats diffèrent dès que $\beta \lesssim 2$ pour les profils $\phi(x)$ et pour $\beta \lesssim 4$ pour $A(x)$. Alors que l'on observe toujours une dépendance linéaire avec le tracé de rayons, les valeurs de x_{max}/λ obtenues par équation parabolique saturent à environ 8.7 pour $\phi(x)$ et 5.1 pour $A(x)$. Ce changement de régime marque l'apparition du phénomène de diffusion du son et fixe la limite de validité du calcul par tracé de rayons. Notons que la déformation d'amplitude semble plus sensible à la diffusion puisque la valeur critique de β est environ deux fois plus grande que pour la déformation de phase.

En section 6.4.3, nous verrons que la saturation de x_{max} correspond au fait que les profils $\phi(x)$ deviennent indiscernables pour $\beta \lesssim 2$. De même pour $\beta \lesssim 4$, les profils $A(x)$ sont difficiles

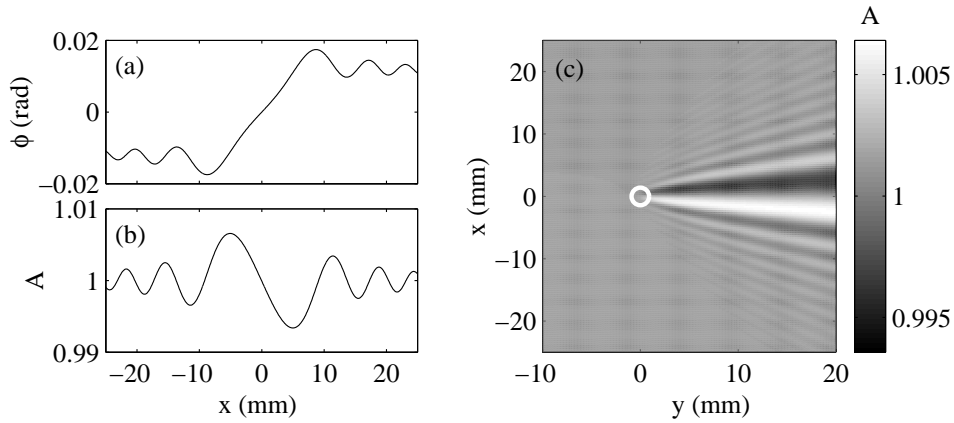


FIG. 6.7 – (a) Déformation de phase $\phi(x)$, (b) déformation d'amplitude $A(x)$ et (c) $A(x, y)$ simulées pour $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$. L'émission est cylindrique et les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 6.5.

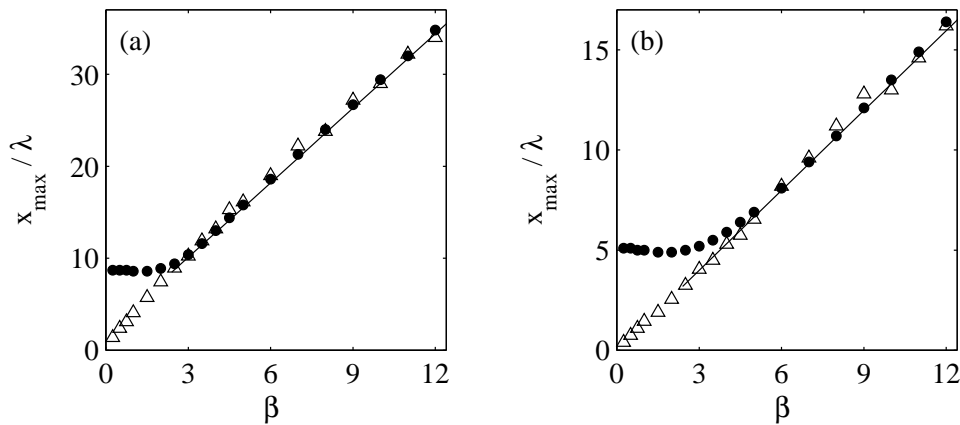


FIG. 6.8 – Abscisse x_{max} du maximum (a) de $\phi(x)$ et (b) de $A(x)$ calculés par équation parabolique (\bullet) et par tracé de rayons (Δ) en fonction de β . En trait plein, ajustements linéaires pour $\beta \geq 3$. Emission cylindrique avec $M = 10^{-3}$, $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

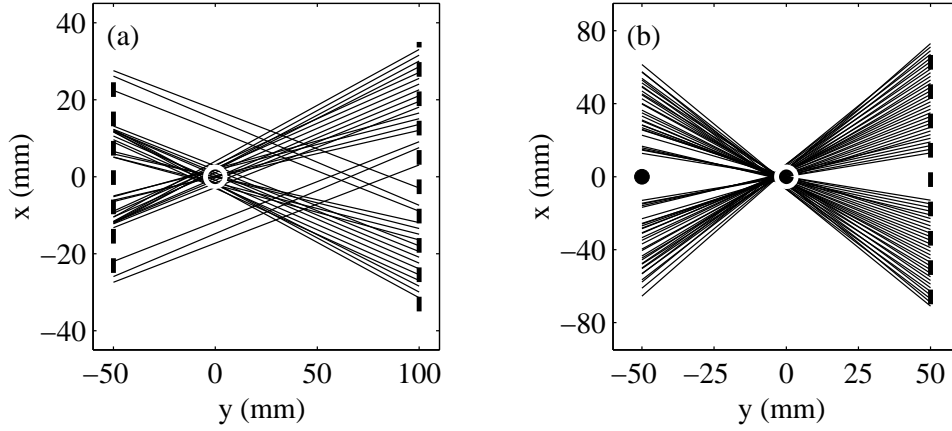


FIG. 6.9 – Calcul des fréquences spatiales et des directions $\theta(x_0)$ contenues dans les déformations du front d'onde (a) pour une émission plane avec $y_{em} = -50$ mm, $O = 50$ mm et $L = 150$ mm et (b) pour une émission cylindrique avec $L = 100$ mm. Le cercle blanc correspond à la position du centre du vortex et le point noir à celle de la source ponctuelle située en $(0, y_{em})$. $\beta = 0.5$, $M = 10^{-3}$, $f = 1.5$ MHz et $\delta x = 14$ mm.

à distinguer entre eux. Ces valeurs critiques de β fixent donc la résolution maximale sur le cœur du vortex que l'on pourra espérer atteindre en comparant les simulations aux expériences.

Calcul des fréquences spatiales

Comme dans la section 5.4.2 (p. 124), nous pouvons essayer d'analyser les oscillations présentes dans les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ par le calcul des fréquences spatiales *via* le spectre de $A(x) \exp(i\phi(x))$ et l'équation (5.10) (p. 125). La figure 6.9 présente les résultats obtenus à partir des signaux des figures 6.6(a), (b) et 6.7(a), (b) avec des fenêtres de largeur $\delta x = 14$ mm.

Dans le cas d'une émission plane (fig. 6.9(a)), l'essentiel des oscillations s'interprète par l'interférence d'une onde diffusée provenant du cœur du vortex et de l'onde incidente. Ce résultat est cohérent avec le calcul théorique du champ de pression qui, en champ lointain, peut être séparé entre onde incidente advectée et onde diffusée (cf. annexe B.3, p. 214). Pour $x_0 \simeq 0$, quelques directions $\theta(x_0)$ correspondent aux ondes de bords et confirment la présence d'un mélange entre effets d'ouverture finie et de diffusion dans les profils des figures 6.6(a) et (b).

Pour une onde incidente cylindrique (fig. 6.9(b)), l'équation (5.10) (p. 125) doit être modifiée en :

$$f_x(x) = \frac{\sin \theta(x) - \sin \theta_0(x)}{\lambda}, \quad (6.13)$$

où $\theta_0(x) = \arctan(x/L)$ représente la direction du vecteur d'onde local d'une onde cylindrique émise en $(0, y_{em})$. A nouveau, les fréquences spatiales $f_x(x)$ correspondent à une onde provenant du centre du vortex. Le léger décalage entre le point de convergence des directions $\theta(x_0)$ et le centre du vortex peut s'interpréter à la lumière de la structure du champ de pression diffusé par le

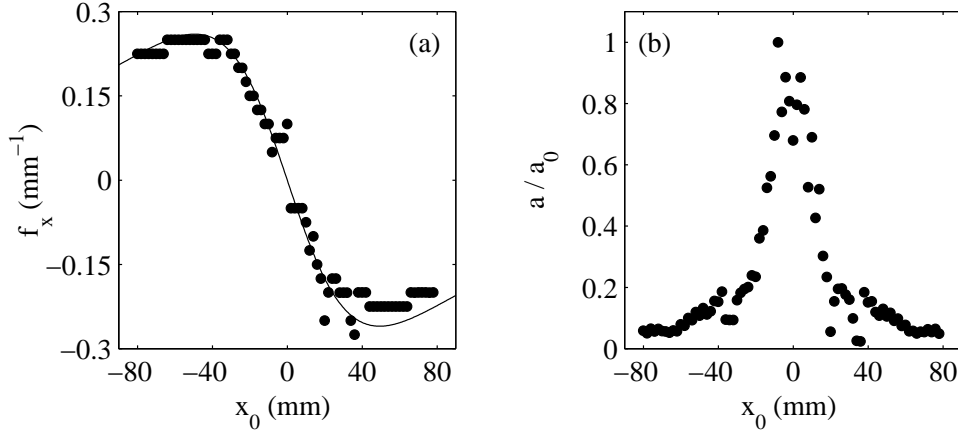


FIG. 6.10 – (a) Dépendance de la fréquence spatiale f_x avec la position x_0 de fenêtres de largeur $\delta x = 40$ mm. L'équation de la courbe en trait plein est donnée par (6.14). (b) Amplitude relative des oscillations en fonction de x_0 . $\beta = 0.5$, $M = 10^{-3}$, $f = 1.5$ MHz et $L = 100$ mm.

cœur du vortex. En effet, l'onde diffusée par le vortex est advectée par le champ de vitesse en $1/r$ hors du cœur. Cette onde interfère avec l'onde incidente, elle-même déformée par l'écoulement. Les vecteurs d'onde locaux ne sont donc pas exactement ceux utilisés pour le calcul des fréquences spatiales. De plus, comme nous le verrons en section 7.5.3, (p. 180), le diagramme de diffusion présente un minimum dans la direction $\theta = 0$. Sur la figure 6.9(a), pour $x_0 \simeq 0$, il est donc cohérent de détecter les ondes de bords plutôt que l'onde diffusée vers l'avant.

Dépendance avec les paramètres acoustiques

Pour ne prendre en compte que les effets de diffusion du son, nous nous restreignons ici à une émission cylindrique. Dans ce cas, en supposant que l'onde diffusée est émise à partir du centre du vortex et qu'elle possède une structure cylindrique, l'équation (6.13) prévoit, pour une fenêtre centrée en x_0 et avec $y_{rec} = L/2 = -y_{em}$:

$$f_x(x_0) = \frac{x_0}{\lambda} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + x_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{L^2 + x_0^2}} \right). \quad (6.14)$$

La figure 6.10(a) présente les mesures de f_x en fonction de x_0 pour la simulation de la figure 6.7 comparées à l'équation (6.14). L'accord est satisfaisant compte tenu des restrictions mentionnées au paragraphe précédent. L'évolution de l'amplitude des oscillations en fonction de x_0 renseigne sur l'amplitude du champ de pression diffusé. La présence d'un minimum en $x_0 \simeq 0$ est, à nouveau, cohérente avec la structure théorique de l'onde diffusée. Nous reviendrons sur ce point lors de l'étude du diagramme de diffusion au chapitre suivant.

Sur la figure 6.11, pour une valeur fixée de x_0 , nous avons tracé les mesures des fréquences

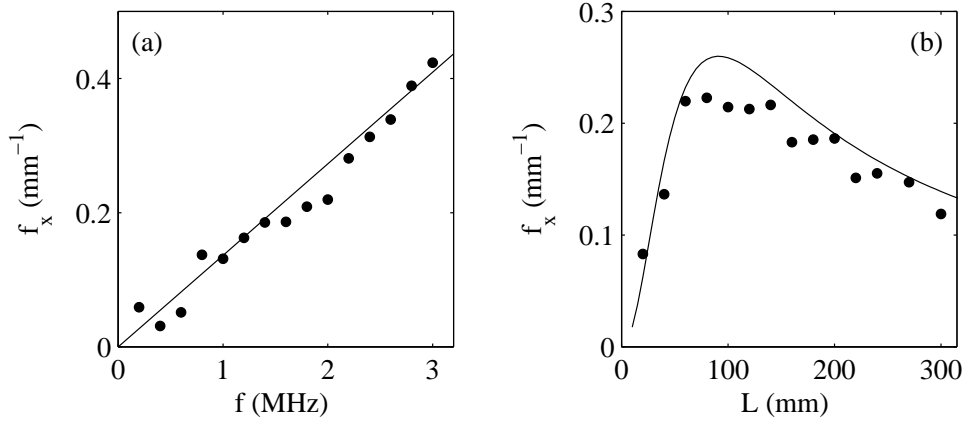


FIG. 6.11 – (a) Dépendance de la fréquence spatiale f_x avec la fréquence d'émission f pour $x_0 = -45$ mm et $\delta x = 30$ mm et (b) avec la distance de propagation L pour $x_0 = -25$ mm et $\delta x = 40$ mm. L'équation des courbes en trait plein est donnée par (6.14). $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$. $L = 100$ mm en (a) et $f = 1.5$ MHz en (b).

spatiales en fonction de la fréquence d'émission et de la distance de propagation. La dépendance linéaire de f_x avec la fréquence d'émission est ici moins nette que sur la figure 5.10(a) (p. 5.10) et les valeurs de f_x en fonction de la distance de propagation sont systématiquement légèrement inférieures aux prédictions. Les remarques précédentes sur la structure de l'onde diffusée permettent toutefois d'affirmer que l'accord avec l'équation (6.14) reste bon.

De plus, nous avons vérifié que f_x est indépendante de la taille du vortex et, pour une émission plane, indépendante de l'ouverture de la barrette émettrice. On peut donc affirmer que l'équation (6.14) modélise correctement le comportement des fréquences spatiales et interpréter simplement les oscillations présentes dans les signaux $\phi(x)$ et $A(x)$ comme l'effet de la diffusion acoustique par le vortex.

6.4.3 Comparaison avec l'expérience

Nous présentons dans ce paragraphe une série de résultats obtenus à partir des expériences du chapitre 4 sur le filament de vorticité entre deux disques corotatifs. Sauf dans les figures 6.14(c) et (d),¹ les conditions expérimentales sont :

- fréquence de rotation des disques : $\Omega/2\pi = 5$ Hz
- débit d'aspiration : $Q = 3.7$ L.min⁻¹
- distance entre les disques : $D = 80$ mm
- diamètre des disques : 10 cm
- diamètre des trous d'aspiration : 5 mm.

¹Les données des figures 6.14(c) et (d) ont été obtenues avec des disques de diamètre 5 cm pour $\Omega/2\pi = 3.0$ Hz, $Q = 3.1$ L.min⁻¹ et $D = 30$ mm.

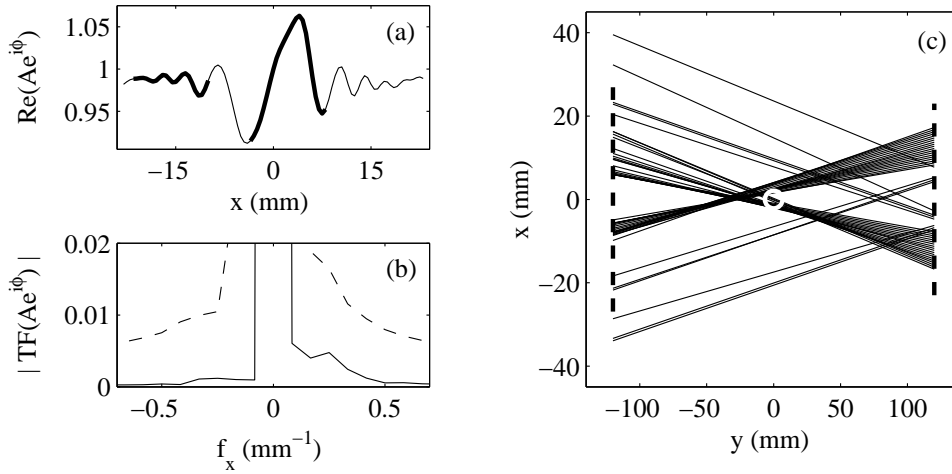


FIG. 6.12 – Calcul des fréquences spatiales sur les données expérimentales pour une émission plane apodisée à $f = 3.5$ MHz. (a) Partie réelle du signal $A(x) \exp(i\phi(x))$ (trait fin) et fenêtres centrées en $x_0 = -16$ mm et $x_0 = 2$ mm avec $\delta x = 12$ mm (traits épais). (b) Transformées de Fourier sur les fenêtres centrées en $x_0 = -16$ mm (trait plein) et $x_0 = 2$ mm (pointillés). (c) Directions $\theta(x_0)$ correspondant aux fréquences $f_x(x_0)$. La distance de propagation est $L = 240$ mm et les autres conditions expérimentales sont rappelées dans le texte. Les barrettes sont de type 1 (cf. table 2.1, p. 33).

Calcul des fréquences spatiales sur un signal expérimental

Le calcul des fréquences spatiales, jusqu'ici effectué sur des signaux simulés, peut aussi être appliqué aux données expérimentales. Bien que plus bruitées, les spectres sur une fenêtre glissant le long de $A(x) \exp(i\phi(x))$ permettent de déterminer un faisceau de directions $\theta(x_0)$. Les résultats obtenus sur le filament de vorticité avec une onde plane apodisée de fréquence $f = 3.5$ MHz sont rassemblés en figure 6.12.

Comme dans la figure 6.9, le faisceau des directions $\theta(x_0)$ converge en un point situé légèrement en avant du centre du vortex. Malgré la présence de quelques directions douteuses liées au bruit sur les spectres lorsque $|x_0| \leq 10$ mm, on peut interpréter les oscillations des profils expérimentaux comme résultant des interférences du front d'onde incident et d'une onde diffusée par le cœur du vortex.

Les caractéristiques d'un filament de vorticité estimées par simulation

Pour permettre une comparaison avec la simulation monochromatique par équation parabolique, le signal d'émission expérimental doit être suffisamment long. La longueur d'émission dans les expériences est fixée à 25 périodes acoustiques. Pour un vortex donné, nous avons alors fait varier les autres paramètres acoustiques : la fréquence f et la forme de l'émission (onde sphérique ou plane, apodisée ou non) ainsi que la distance de propagation L .

Pour faire varier ce dernier paramètre, nous avons modifié les positions y_{em} et y_{rec} des émetteurs et des récepteurs à l'aide de platines de déplacement MicroContrôle. Sauf indication contraire, la disposition des transducteurs par rapport au vortex est symétrique de sorte que $y_{rec} = L/2 = -y_{em}$. Une telle disposition est obligatoire dans le cas d'une émission plane pour pouvoir utiliser et interpréter correctement les transmissions réciproques d'un MRT à l'autre.

Les données expérimentales sont systématiquement moyennées dans le référentiel du vortex sur 2048 acquisitions selon la procédure utilisée en 3.2.2 (p. 70) et 4.2.1 (p. 91). Les figures suivantes présentent les meilleurs ajustements de $\phi(x)$ et $A(x)$ obtenus en jouant uniquement sur les paramètres Γ et a du vortex *i.e.* en faisant varier seulement M et β dans la simulation.

Dans le cas d'une émission cylindrique (expérimentalement, plutôt sphérique), pour $f = 3.5$ MHz comme pour $f = 1.5$ MHz, l'accord entre expériences et simulations est remarquable quelle que soit la distance de propagation (cf. figs. 6.13 et 6.14). La simulation permet donc d'affirmer que le filament de vorticité est très bien modélisé par un vortex de Burgers de rayon $a = 1.35$ mm ($a = 0.9$ mm pour les figures 6.14(c) et (d) où les conditions expérimentales sont nettement différentes). Toutefois, nos résultats ne permettent pas de discriminer différents modèles de vortex étirés. En particulier, les résultats obtenus avec un vortex de Rankine aux caractéristiques identiques sont très proches de ceux présentés ici et l'écart avec l'expérience est le même.

Pour $f = 3.5$ MHz, β est donc de l'ordre de 3, ce qui, d'après 6.4.2 (p. 140), correspond à l'entrée dans le régime diffusif. En utilisant une fréquence plus faible, on obtient donc des effets de diffusion plus importants. Avec $f = 1.5$ MHz, $\beta = 1.35$ et les oscillations des profils expérimentaux sont toujours très bien reproduites par la simulation par équation parabolique.

Les figures 6.15 et 6.16 présentent les résultats obtenus avec des ondes incidentes planes. Dans le cas d'une émission apodisée   $f = 3.5$ MHz, l'accord avec les simulations reste excellent compte tenu de l'instationnarité du vortex et du bruit sur les mesures expérimentales (cf. en particulier les figures 6.15(b) et (e)).

Pour une émission non apodisée   $f = 1.5$ MHz, le signal $\phi(x)$ présente les déformations caractéristiques des ondes de bords observées sur la simulation de la figure 6.6. Effets de diffusion et d'ouverture finie se mélangent donc dans la figure 6.16 mais l'accord avec la simulation reste très bon, sauf en figure 6.16(b) et (c) au voisinage de $x = 0$.

Les paramètres utilisés dans les simulations restent sensiblement les mêmes que précédemment. Les variations de l'ordre de 10 % ($\Gamma = 310 - 345$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35 - 1.55$ mm) sont attribuables à une légère perturbation de l'écoulement possible pour les plus faibles distances de propagation et due à la présence des sondes acoustiques.

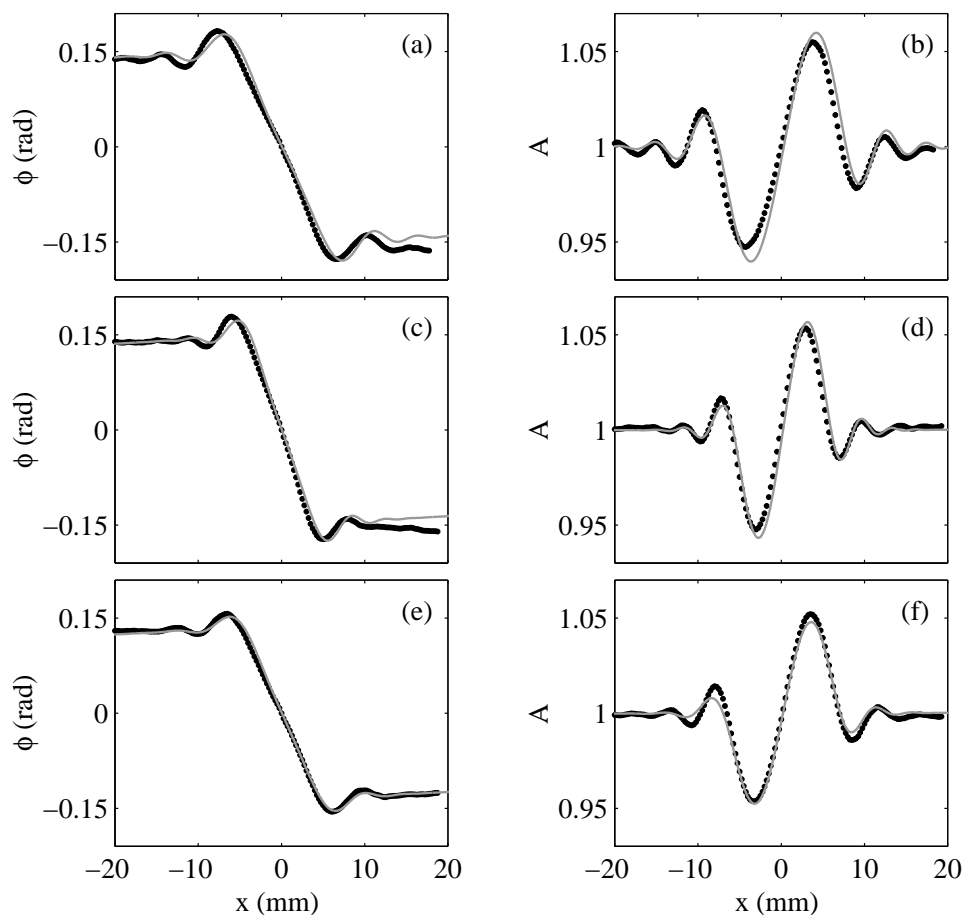


FIG. 6.13 – Émission cylindrique à $f = 3.5$ MHz par un transducteur de type 8 (cf. table 2.1, p. 33). Comparaison entre les résultats expérimentaux (\bullet) et la simulation par équation parabolique (trait plein gris) avec (a), (b) $L = 210$ mm ($y_{em} = -120$ mm et $y_{rec} = 90$ mm), $\Gamma = 310$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm, (c), (d) $L = 180$ mm ($y_{em} = -120$ mm et $y_{rec} = 60$ mm), $\Gamma = 310$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm et (e), (f) $L = 120$ mm, $\Gamma = 285$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm. La barrette réceptrice est de type 3.

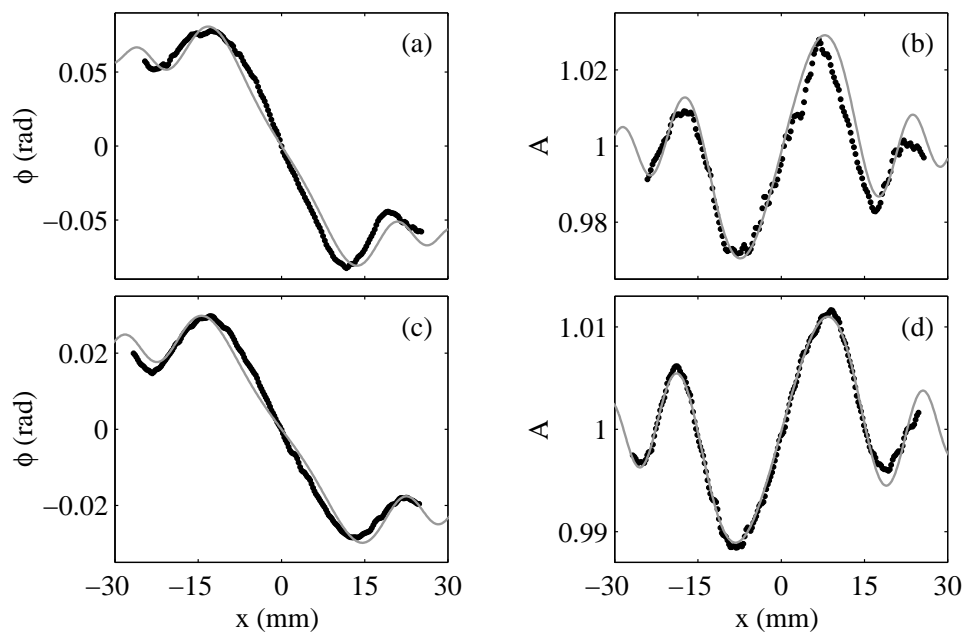


FIG. 6.14 – Émission cylindrique à $f = 1.5$ MHz par un transducteur de type 9 (cf. table 2.1, p. 33). Comparaison entre les résultats expérimentaux (\bullet) et la simulation par équation parabolique (trait plein gris) avec (a), (b) $L = 240$ mm, $\Gamma = 310 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.35$ mm et (c), (d) $L = 210$ mm ($y_{em} = -90$ mm et $y_{rec} = 120$ mm), $\Gamma = 112 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 0.9$ mm. La barrette réceptrice est de type 6.

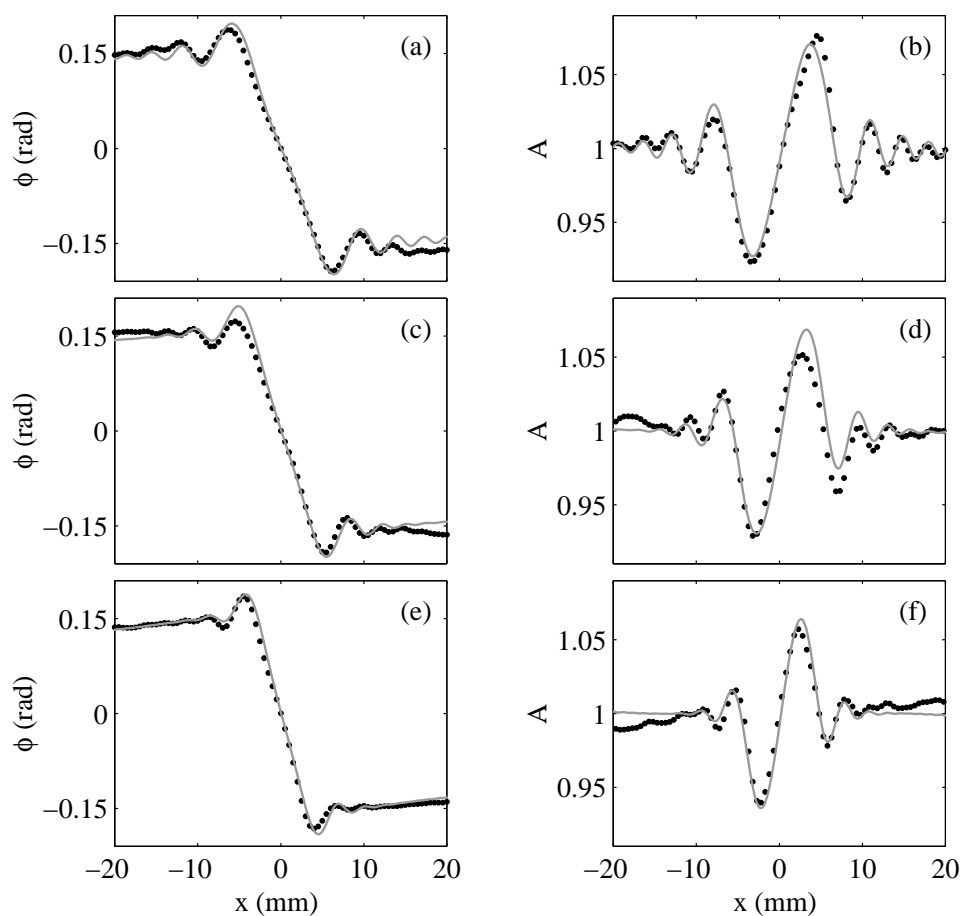


FIG. 6.15 – Émission plane apodisée à $f = 3.5$ MHz par une barrette de type 1 (cf. table 2.1, p. 33). Comparaison entre les résultats expérimentaux (\bullet) et la simulation par équation parabolique (trait plein gris) avec (a), (b) $L = 240$ mm, $\Gamma = 330$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm, (c), (d) $L = 180$ mm, $\Gamma = 340$ cm².s⁻¹ et $a = 1.55$ mm et (e), (f) $L = 120$ mm, $\Gamma = 340$ cm².s⁻¹ et $a = 1.55$ mm.

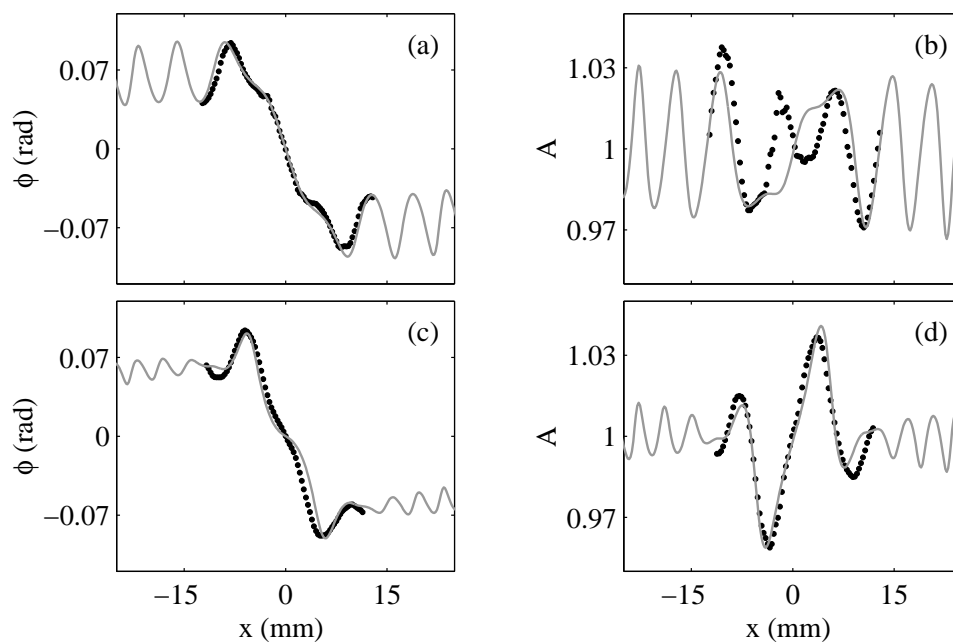


FIG. 6.16 – Émission plane non apodisée à $f = 1.5$ MHz par une barrette de type 5 (cf. table 2.1, p. 33). Comparaison entre les résultats expérimentaux (\bullet) et la simulation par équation parabolique (trait plein gris) avec (a), (b) $L = 180$ mm, $\Gamma = 345$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm et (c), (d) $L = 120$ mm, $\Gamma = 345$ cm².s⁻¹ et $a = 1.35$ mm.

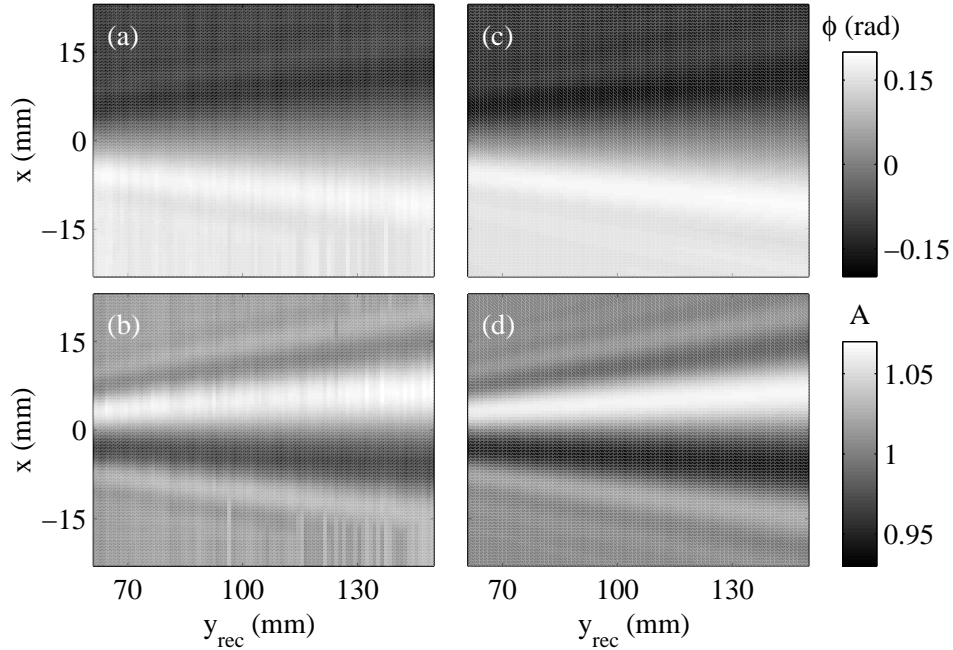


FIG. 6.17 – Émission cylindrique à $f = 3.5$ MHz par un transducteur de type 8 (cf. table 2.1, p. 33). (a) Déformation de phase $\phi(x, y_{rec})$ et (b) déformation d'amplitude $A(x, y_{rec})$ expérimentales pour $y_{em} = -90$ mm. La barrette réceptrice est de type 3. (c) et (d) Résultats simulés par équation parabolique avec $\Gamma = 325 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.35$ mm.

Influence des distances de propagation

Nous avons voulu confirmer l'accord avec les simulations en étudiant expérimentalement l'influence des distances de propagation. Dans la figure 6.17 (resp. 6.18), nous avons fait varier y_{rec} pour y_{em} fixé (resp. y_{em} pour y_{rec} fixé) pour une émission cylindrique à 3.5 MHz. Les représentations en niveaux de gris des déformations de phase et d'amplitude sont alors comparées aux simulations. De nouveau, l'accord entre expériences et simulations est remarquable.

Lorsque la distance y_{rec} entre le vortex et la barrette réceptrice varie (fig. 6.17), on retrouve la dépendance avec la distance observée sur la figure 6.7. En prolongeant les lignes d'extrema de $\phi(x, y_{rec})$ ou de $A(x, y_{rec})$ dans le plan (xOy) , on constate que ces lignes se croisent au voisinage du centre du vortex, exactement comme dans la figure 6.9(b). La dépendance observée en fonction de y_{rec} traduit donc l'évolution spatiale du champ de pression diffusé par le vortex.

La figure 6.18 montre que les résultats varient beaucoup moins en fonction de la distance y_{em} entre l'émetteur mono-élément et le vortex. En effet, dans ce cas, l'onde incidente interfère avec l'onde diffusée à une distance fixe du vortex. Le motif d'interférence ne dépend alors que du champ de pression incident. Pour des distances $y_{em} > 100$ mm, l'onde cylindrique incidente est assimilable à une onde plane au niveau de la barrette réceptrice. ϕ et A ne dépendent alors quasiment plus de y_{em} . Nous avons vérifié que, pour une onde plane apodisée, ϕ et A sont com-

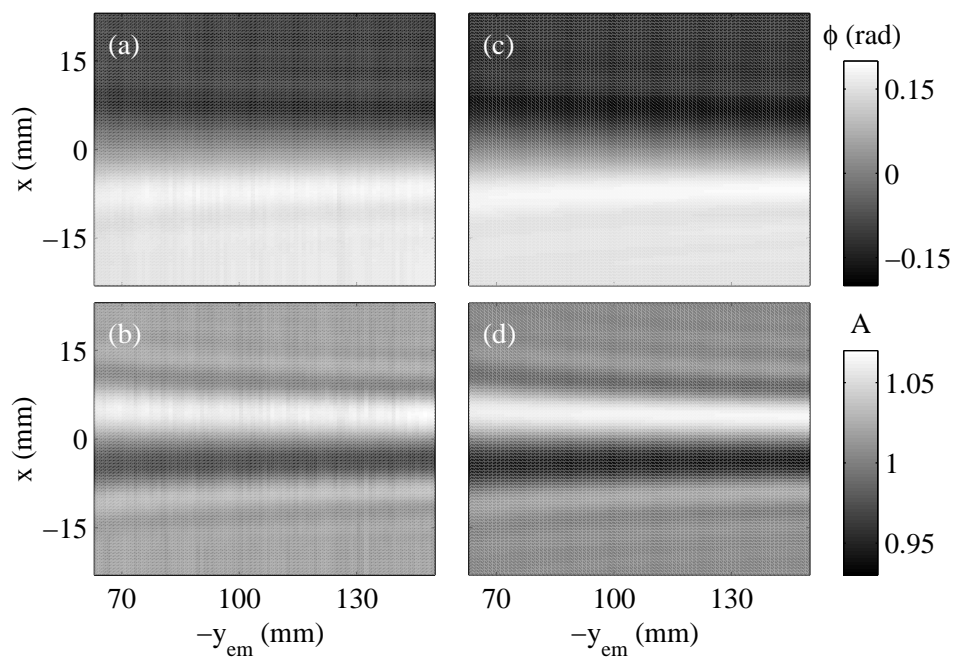


FIG. 6.18 – Émission cylindrique à $f = 3.5$ MHz par un transducteur de type 8 (cf. table 2.1, p. 33). (a) Déformation de phase $\phi(x, y_{em})$ et (b) déformation d'amplitude $A(x, y_{em})$ expérimentales pour $y_{rec} = 90$ mm. La barrette réceptrice est de type 3. (c) et (d) Résultats simulés par équation parabolique avec $\Gamma = 325 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.35$ mm.

plètement indépendants de y_{em} . Dans l'annexe C (p. 215), nous reviendrons sur la convergence des résultats obtenus avec une onde cylindrique vers ceux obtenus avec une onde plane lorsque $y_{em} \rightarrow -\infty$.

Influence du retournement temporel

Jusqu'ici, dans nos simulations numériques, nous nous sommes intéressés uniquement aux déformations d'une onde acoustique après une seule traversée d'un vortex. Les résultats expérimentaux obtenus par retournement temporel d'ondes planes entre deux MRT peuvent être aussi aisément simulés par équation parabolique. En effet, pour une onde monochromatique, l'opération de retournement temporel équivaut à une conjugaison de phase. Ainsi, connaissant l'amplitude complexe R_k du champ reçu en (x_k, y_{rec}) , il suffit d'émettre le champ R_k^* pour simuler la transmission de l'onde retournée temporellement.

Toutefois, la simulation par équation parabolique ne peut propager un champ acoustique que dans la direction des y croissants. Pour simuler la propagation retour de y_{rec} vers y_{em} , R_k^* est donc réémis à partir de (x_k, y_{em}) à travers le vortex tournant dans le sens opposé. Le processus peut être itéré en émettant en y_{em} un champ $E^{(N+1)} = R^{(N)*}$, où $R^{(N)}$ est le champ reçu en y_{rec} après N traversées du milieu. A chaque opération de retournement temporel, le sens du vortex est inversé dans la simulation.

Les figures 6.19(a) et (b) présentent les déformations d'un front d'onde plan apodisé à chaque retournement temporel pour différentes valeurs de N . Ces déformations sont toujours amplifiées par le retournement temporel. Toutefois, les oscillations obtenues après retournement temporel sont assez complexes à interpréter. Elles traduisent non seulement la diffusion du front d'onde incident retourné temporellement, mais aussi les effets de l'onde diffusée, elle aussi retournée temporellement.

On peut alors se demander quel est l'effet du retournement temporel sur l'onde diffusée : la diffusion est-elle aussi amplifiée par retournement temporel ? On pourrait en effet penser que l'onde diffusée retournée temporellement refocalise vers le centre du vortex et conduit à une diffusion plus intense après une nouvelle traversée de l'écoulement. Les figures 6.19(c) et (d) comparent les signaux $\phi_4(x)$ et $A_4(x)$ obtenus précédemment aux profils $\phi_1(x)$ et $A_1(x)$ simulés pour un vortex 4 fois plus intense. Les signaux obtenus sont indiscernables : les effets de diffusion sont identiques pour N traversées d'un vortex et une seule traversée d'un vortex N fois plus intense, au moins pour les tailles de vortex et les nombres de Mach considérés ici. Même si le retournement temporel refocalise l'énergie diffusée vers le centre du vortex, celle-ci est donc nettement trop faible pour être clairement mise en évidence sur les déformations du front d'onde après itération du retournement temporel. On en conclut qu'aux faibles nombres de Mach, la propriété (2.13) (p. 29) d'amplification linéaire des déformations par retournement temporel reste valable même en présence de diffusion.

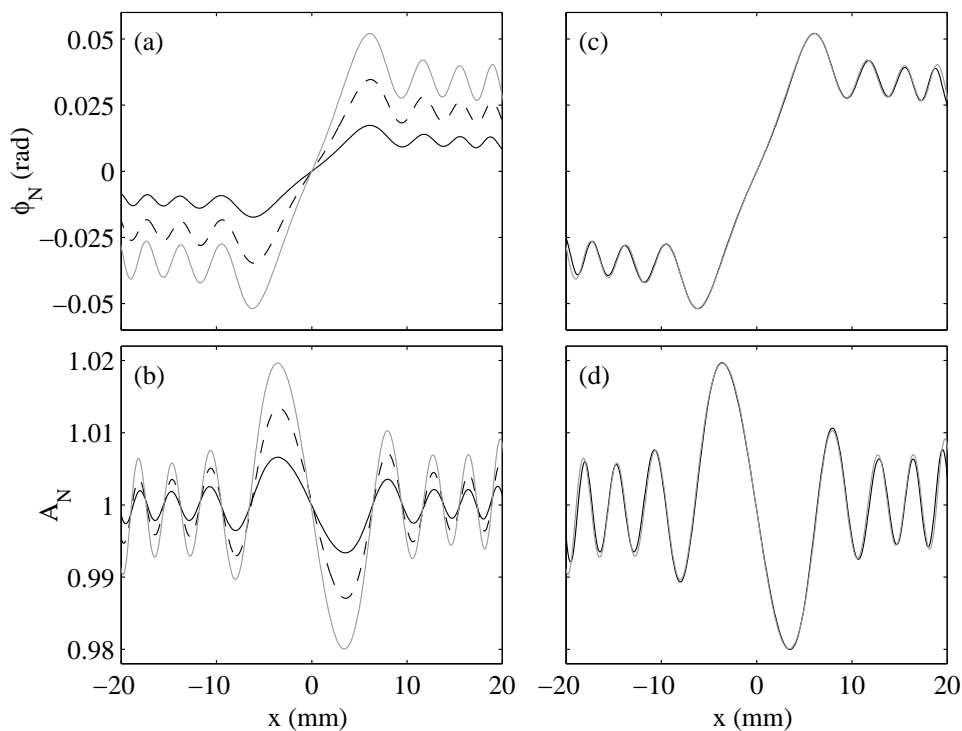


FIG. 6.19 – Simulation par équation parabolique d'une expérience de retournement temporel. (a) Déformations de phase $\phi_N(x)$ et (b) déformations d'amplitude $A_N(x)$ simulées pour $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$ après $N = 1$ (en noir), 2 (en pointillés) et 3 (en gris) traversées du milieu. (c) et (d) $\phi_4(x)$ et $A_4(x)$ pour $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-3}$ (en gris) comparées à $\phi_1(x)$ et $A_1(x)$ pour $\beta = 0.5$ et $M = 4 \cdot 10^{-3}$ (en noir). Émissions planes apodisées avec $f = 1.5$ MHz, $O = 50$ mm et $L = 100$ mm.

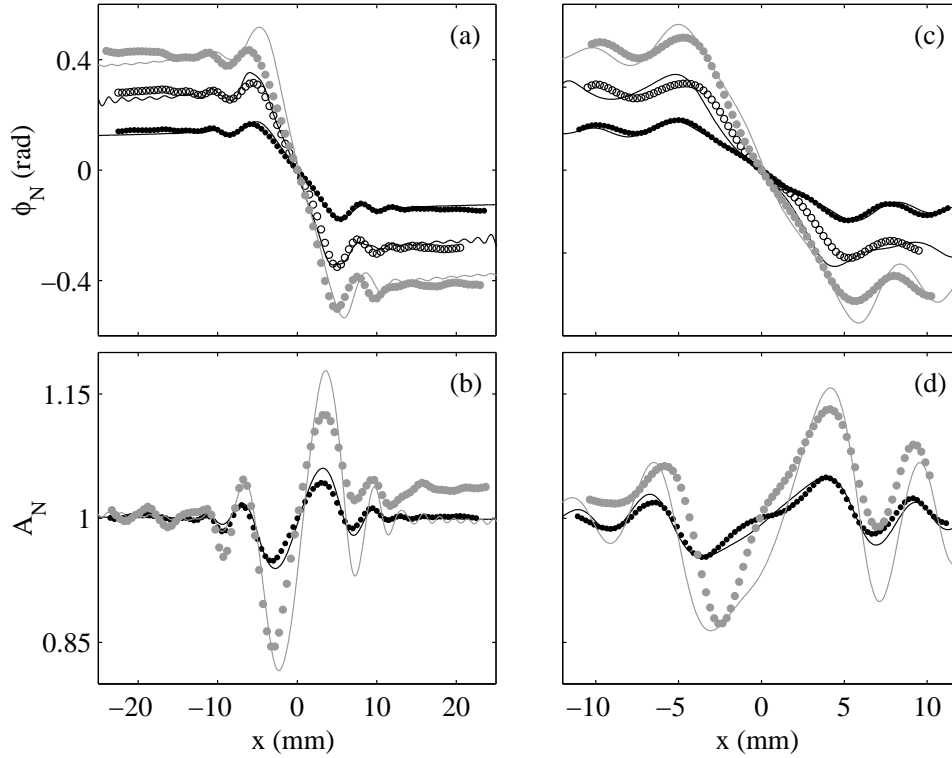


FIG. 6.20 – (a) Déformation de phase et (b) d’amplitude après une émission plane apodisée à $f = 3.5$ MHz par une barrette de type 1 (cf. table 2.1, p. 33) pour $N = 1$ (● noirs), 2 (○ noirs) et 3 (● gris) traversées de l’écoulement. (c) et (d) Résultats analogues avec une barrette de type 2. Les courbes en trait plein correspondent aux simulations par équation parabolique des expériences de retournement temporel avec $L = 180$ mm, $\Gamma = 300 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.7$ mm

Enfin, sur la figure 6.20, nous comparons les simulations aux résultats expérimentaux obtenus avec le double MRT pour $N = 1, 2$ et 3 . L’accord entre expériences et simulations reste qualitativement satisfaisant mais devient quantitativement nettement moins bon dès que $N > 1$. Nous interprétons ces différences comme une conséquence de la qualité des barrettes utilisées. Comme nous l’avons déjà mentionné à la section 2.4.3 (p. 56), les différences entre transducteurs et la diffraction conduisent à une rapide dégradation des signaux avec N . Les profils expérimentaux sont alors plus bruités et moins symétriques pour $N > 1$, ce qui rend la comparaison avec les simulations plus délicate.

Résolution sur la taille du cœur du vortex

Sur la figure 6.21, nous avons repris les données des figures 6.13(a), (b) et 6.14(a), (b) pour étudier l’influence de la taille du vortex dans les simulations et estimer la précision des mesures de a par équation parabolique. Pour les deux fréquences $f = 3.5$ et 1.5 MHz, nous avons tracé les résultats simulés avec $a = 0.9, 1.35$ et 1.8 mm en gardant constante la circulation du vortex.

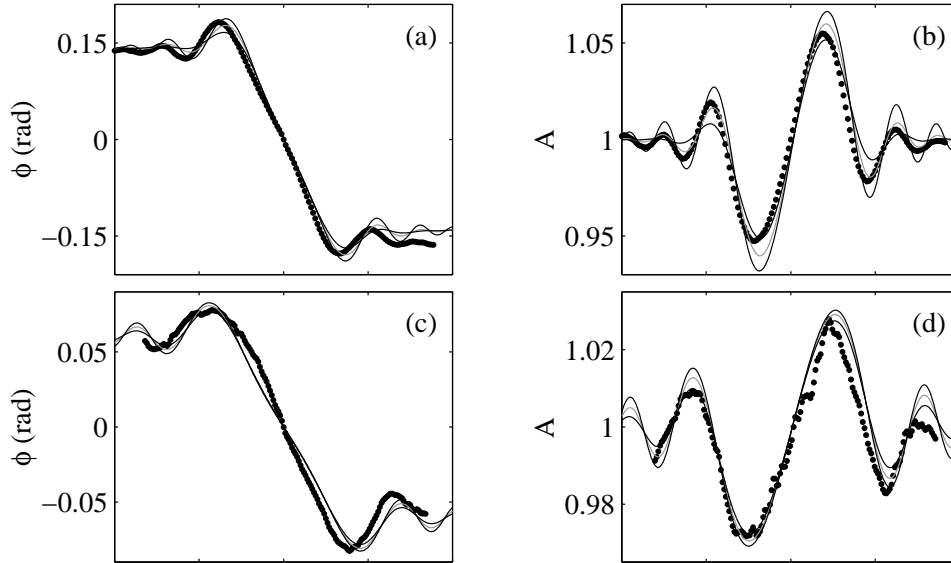


FIG. 6.21 – (a) et (b) Émission cylindrique à $f = 3.5$ MHz. Résultats expérimentaux des figures 6.13(a) et (b) (●). (c) et (d) Émission cylindrique à $f = 1.5$ MHz. Résultats expérimentaux des figures 6.14(a) et (b) (●). Les courbes en trait plein correspondent aux simulations par équation parabolique avec $\Gamma = 310 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 0.9$ (en noir), 1.35 (en gris) et 1.8 mm (en noir).

Pour $f = 3.5$ MHz, ces valeurs de a correspondent respectivement à $\beta \simeq 2, 3$ et 4. On constate alors sur les figures 6.21(a) et (b) que les résultats des simulations dépendent sensiblement de a . On peut affirmer que la simulation avec $a = 1.35$ mm conduit au meilleur ajustement des données expérimentales. Dans ce cas, la simulation par équation parabolique permet d'estimer la taille du cœur du vortex avec une précision de l'ordre de 10 %.

En revanche, pour $f = 1.5$ MHz, on a $\beta = 0.9, 1.35$ et 1.8. Même si les effets de diffusion sont alors plus importants, les profils simulés dépendent nettement plus faiblement de a . On ne peut plus vraiment distinguer de meilleur ajustement parmi les courbes des figures 6.21(c) et (d) et la résolution sur le cœur du vortex est faible. Pour $\beta \lesssim 2$, les déformations du front d'onde deviennent indiscernables et on assiste à une saturation des profils $\phi(x)$ et $A(x)$. On retrouve ici le changement de régime observé sur la figure 6.8.

Expérimentalement, la limite de résolution sur le cœur du vortex est donc fixée par la longueur d'onde incidente. Comme dans toute technique d'imagerie ou de microscopie, on aura intérêt à utiliser une fréquence la plus grande possible pour maximiser β et ainsi atteindre des détails d'autant plus petits. Pour plus de précision, il faudrait donc envisager un dispositif de mesure permettant de faire varier la fréquence sur un grand domaine. Dans l'eau, la rapide augmentation du bruit hors de la bande passante des transducteurs impose d'utiliser des barrettes différentes. En revanche, dans l'air, les transducteurs mis au point à l'ENS-Lyon par Baudet *et al.* permettent d'explorer systématiquement une large gamme de fréquences. Les dernières mesures ont ainsi

permis d'étudier expérimentalement la transition entre acoustique géométrique et régime diffusif [Brillant 2000].

6.5 Convergence et limites de la simulation

En fixant l'ordre des développements de Padé à $p = 4$, la convergence numérique est atteinte pour $\Delta y \leq \lambda$ et $\Delta x \leq \min(\lambda/10, a/5)$. Le cœur du vortex doit donc être décrit par au moins une dizaine de points de grille selon (Ox) . Ces conditions dépendent de l'ordre p choisi et de la configuration à simuler. La condition sur Δy reste toutefois peu contraignante. De plus, le calcul ne nécessite de stocker le champ de pression que sur deux pas consécutifs $P(y)$ et $P(y + \Delta y)$. Ainsi, seul le temps de calcul limite la distance de propagation dans la simulation par équation parabolique. Au paragraphe précédent, nous avons pu simuler des expériences sur $L \simeq 600\lambda$. Le temps de calcul n'est alors seulement que de l'ordre d'une minute.

Tant que le maillage spatial est suffisamment fin, il n'y a *a priori* pas de limite sur le paramètre β pour un nombre de Mach fixé. Nous avons pu ainsi mettre en évidence une saturation du phénomène de diffusion pour $\beta \lesssim 2$. L'équation parabolique permet de prendre en compte l'advection et la diffusion d'une onde acoustique par un vortex de taille quelconque. En particulier, contrairement au tracé de rayons, elle n'est pas limitée par la présence de caustiques.

Une première limitation de la simulation concerne l'approximation réalisée sur le vecteur d'onde $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ dans le calcul de la vitesse du son locale en présence d'écoulement. Cette approximation, valable au premier ordre en M , est mise en défaut à grand nombre de Mach. Le nombre de Mach critique dépend de la distance de propagation et pour les diverses configurations présentées dans ce chapitre, nous l'avons estimé à 0.2. Cette valeur est supérieure aux nombres de Mach expérimentaux de plus de deux ordres de grandeur. La simulation par équation parabolique représente donc une technique rapide et très puissante pour modéliser l'ensemble des phénomènes observés dans nos expériences.

Cette simulation possède une deuxième limitation intrinsèque. En effet, l'équation parabolique ne modélise que la propagation selon les y croissants. Cette direction de propagation privilégiée en fait un outil adapté à l'étude de la diffusion vers l'avant mais élimine d'emblée toute information sur la rétro-diffusion ou un champ de pression réfléchi. C'est là le seul réel inconvénient de l'équation parabolique.

Enfin, la simulation par équation parabolique est monochromatique alors que les signaux expérimentaux ont une longueur temporelle finie donc un contenu spectral "coloré". Pour étudier le champ de pression diffusé par un vortex directement dans le domaine temporel et surtout, selon toutes les directions de l'espace, nous nous sommes donc intéressés à une troisième méthode numérique : la simulation par différences finies.

Chapitre 7

Une simulation aux différences finies pour “voir” la diffusion du son par un vortex

Pour pallier aux limitations de l'équation parabolique, nous avons mis au point une troisième simulation de l'interaction son-vorticité à partir d'un code aux différences finies développé au laboratoire par Mickaël Tanter. La simulation par différences finies permet de modéliser la propagation acoustique à partir d'une distribution quelconque de sources et selon toutes les directions de l'espace. Dans ce chapitre, nous insisterons sur la structure de l'onde diffusée par un vortex et sur le calcul du champ diffusé classiquement utilisé dans la littérature.

7.1 Simulations numériques directes par différences finies

7.1.1 Principe de la simulation par différences finies

Les différences finies sont une technique très répandue en simulation numérique directe. Cette technique est basée sur la discrétisation de l'équation de propagation directement dans l'espace et le temps. Les dérivées spatiales et temporelles dans une équation du type (2.12) (p. 28) sont approchées par différences finies à l'aide de schémas numériques divers (schémas de type Padé, Runge-Kutta...).

En général, une telle simulation nécessite le calcul et le stockage du champ de pression sur toute la grille de simulation à un pas de temps donné pour permettre le calcul au pas de temps suivant. Elle est donc coûteuse en mémoire et en temps de calcul. Elle permet toutefois de simuler une grande variété de situations. Moyennant des conditions aux limites bien choisies, on peut ainsi modéliser la réfraction dans un gradient d'indice acoustique, la réflexion sur une cible écho-gène ou des phénomènes de multi-diffusion.

7.1.2 État de l'art sur les différences finies en acoustique

En acoustique, les techniques de différences finies sont moins couramment utilisées que le tracé de rayons ou l'équation parabolique. En effet, la prise en compte des conditions aux limites a longtemps posé d'importants problèmes numériques [Reynolds 1978]. De plus, limitées par la mémoire de l'ordinateur, les simulations par différences finies ne permettent pas de propager des ondes acoustiques sur de grandes distances [Alford *et al.* 1974]. De ce fait, elles représentent une méthode peu intéressante pour simuler la propagation atmosphérique ou en océanographie.

Toutefois, le développement des micro-ordinateurs a récemment permis d'utiliser les différences finies pour propager un champ acoustique sur une centaine de longueurs d'onde. Au laboratoire, M. Tanter s'est intéressé à la simulation d'une onde ultrasonore traversant la boîte crânienne [Tanter 1999]. Couplée aux expériences, cette simulation permet d'améliorer la focalisation dans le crâne et même, à partir d'images acoustiques du crâne, d'apprendre à focaliser en un point particulier [Tanter *et al.* 1998].

Toujours dans le domaine bio-médical, les différences finies sont utilisées pour simuler des expériences d'hyperthermie dans des conditions réalistes. En couplant une équation de propagation et la diffusion thermique, on peut simuler l'élévation de température dans les tissus biologiques sous l'effet d'une onde acoustique focalisée. Les différences finies représentent alors un outil efficace pour étudier l'évolution des champs de pression et de température au cours du temps. Le code développé au laboratoire a ainsi pu être utilisé pour mettre en évidence les effets de défocalisation d'une onde ultrasonore au cours du chauffage [Le Floch *et al.* 1999].

L'interaction son-vorticité a aussi fait l'objet de récentes simulations par différences finies. Les travaux de [Colonius *et al.* 1994] sont basés sur les équations de Navier-Stokes compressibles et éventuellement instationnaires. Les conditions initiales sont constituées d'un écoulement de base tourbillonnaire solution des équations d'Euler stationnaires. Ces auteurs résolvent ensuite les équations non-linéaires en imposant une perturbation acoustique sur un bord de la grille de simulation et des conditions absorbantes ailleurs. Un régime permanent est atteint, qui traduit l'interaction d'une onde plane monochromatique avec un tourbillon.

De même, Bailly *et al.* ont récemment développé des simulations aux différences finies basées non sur une équation de propagation acoustique mais sur les équations d'Euler linéarisées [Bailly & Juvé 2000] ou sur les équations de Navier-Stokes compressibles [Bogey *et al.* 2000]. Dans les deux cas, l'accent est mis sur le calcul des flux de matière, de quantité de mouvement et d'énergie. Ces simulations sont testées dans les cas d'un écoulement de base uniforme ou cisailé et d'une couche de mélange. En comparant leurs résultats à des simulations de l'équation de Lighthill (1.8) (p. 17), ces auteurs mettent en évidence l'importance des effets d'advection et de réfraction de la composante acoustique des champs.

7.2 Technique numérique

Au lieu de résoudre complètement les équations de Navier-Stokes, nous avons choisi de nous conformer à l'approche suivie jusqu'ici et basée sur le découplage entre écoulement et perturbation acoustique. Comme au chapitre précédent, nous utiliserons donc une équation de propagation issue de l'acoustique linéaire. Cette équation est explicitée dans le paragraphe suivant. Nous décrivons ensuite la grille de simulation utilisée et les conditions aux limites adoptées pour éviter les réflexions aux bords.

7.2.1 Quelle équation de propagation ?

Une première approche possible consiste en l'utilisation de (2.12) (p. 28) avec une vitesse du son locale résultant de l'interaction avec l'écoulement selon l'équation (6.6) (p. 135). Comme en 6.2.1, cette approche implique de connaître la direction du vecteur d'onde local $\mathbf{k}(\mathbf{r})$. A moins d'estimer $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ plus rigoureusement, elle possède donc les limitations déjà mentionnées à propos de l'équation parabolique.

Dans un premier temps, nous avons implémenté cette méthode de résolution dans le code aux différences finies en estimant le vecteur d'onde local par le gradient du champ de pression selon :

$$\frac{\mathbf{k}(\mathbf{r})}{k(\mathbf{r})} = \frac{\nabla p(\mathbf{r})}{\|\nabla p(\mathbf{r})\|}. \quad (7.1)$$

Ce mode de calcul représente une technique intéressante et permet de reproduire correctement l'interaction son-vorticité. Toutefois, numériquement, l'estimation (7.1) peut poser des problèmes lorsque $\nabla p(\mathbf{r}) \simeq 0$. De plus, l'annexe A (p. 205) montre que cette approche impose $\beta \gg 1/2\pi$. Nous ne présenterons pas ici les résultats obtenus dans ce premier mode de calcul.

Nous avons choisi d'utiliser une équation d'onde qui résulte de la linéarisation des équations de Navier-Stokes autour de l'écoulement tourbillonnaire supposé incompressible et qui s'écrit au premier ordre en nombre de Mach (cf. annexe A, p. 205) :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -2\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i v_j) + S(\mathbf{r}, t), \quad (7.2)$$

où une sommation implicite est réalisée sur les coordonnées x_i et x_j . L'interaction de l'onde acoustique et de l'écoulement se traduit ici par la présence au second membre de (7.2) d'un terme analogue à un terme source [Baffico *et al.* 1998]. Ce "terme source" couple la vitesse de la perturbation acoustique \mathbf{v} et celle du tourbillon \mathbf{u} . On est donc conduit à résoudre aussi le problème pour l'inconnue \mathbf{v} . L'évolution de $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ est donnée par :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{u}. \quad (7.3)$$

7.2.2 Discrétisation et grille de simulation

Avec l'aide de Mickaël Tanter et Laurent Sandrin, nous avons inclus les versions discrétisées des deux équations couplées (7.2) et (7.3) dans le code bidimensionnel existant. La grille de simulation est rectangulaire de maille carrée $\Delta x = \Delta y \simeq \lambda/12$. Le pas temporel est choisi de façon à satisfaire le critère de stabilité de Von Neumann : $\Delta t \leq \Delta x/c_0\sqrt{2}$. Ces conditions garantissent une dispersion et une atténuation numériques négligeables sur les distances de propagation envisagées [Manneville *et al.* 2000b].

Les dérivées secondes dans (7.2) sont estimées numériquement par un schéma de différences finies centrées d'ordre 2. Les équations (7.2) et (7.3) sont alors résolues à deux dimensions connaissant le champ de vitesse $\mathbf{u}(x, y)$ associé à l'écoulement et les sources acoustiques $S(x, y, t)$ sur toute la grille. Il est possible de choisir de stocker tout le champ de pression au cours du temps ou de n'enregistrer que les signaux temporels reçus en des points particuliers du maillage modélisant les récepteurs des expériences. Notons que cette méthode permet aisément de simuler des situations où la densité et la vitesse du son ne seraient pas homogènes. Les notations adoptées sont les mêmes que dans la figure 6.1.

7.2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux bords de la grille sont les conditions d'absorption détaillées dans la thèse de M. Tanter et issues des travaux de F. Collino [Collino 1993]. Ces conditions aux limites d'ordre élevé sont basées sur des développements de Padé analogues à ceux utilisés pour l'équation parabolique [Tanter 1999]. Après factorisation de l'équation de propagation dans l'espace de Fourier, de tels développements permettent d'éliminer la propagation selon une direction normale au bord.

Ces conditions d'absorption limitent l'amplitude des ondes réfléchies sur les bords à environ -45 dB. Le niveau de réflexion est ainsi inférieur à 1 % de l'amplitude incidente.

7.3 Propagation d'une onde sonore à travers un vortex

La figure 7.1 montre la propagation d'une onde ultrasonore plane de fréquence 1 MHz à travers un vortex de Burgers tel que $\beta = 0.4$ et $M = 10^{-3}$ et sur une distance $L = 33\lambda$. Comme en 6.3 (p. 138), l'effet de l'écoulement sur le front d'onde n'est pas visible pour un nombre de Mach aussi faible. En revanche, l'utilisation d'un signal d'émission relativement court (5 périodes acoustiques) et d'une échelle de gris logarithmique permettent de visualiser les ondes de bords au cours du temps. Les ondes de bords suivent le front d'onde principal et possèdent une structure cylindrique. Leur amplitude est ici d'environ -25 dB.

D'autre part, les émetteurs constituant le réseau source sont omnidirectionnels. Sur les figures 7.1(a) et (b), on voit donc deux ondes planes se propager dans des directions opposées.

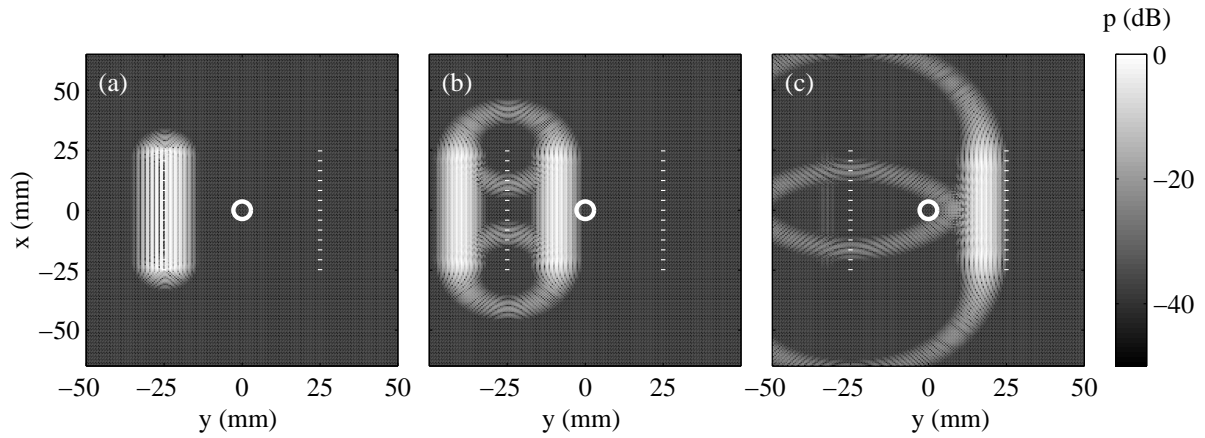


FIG. 7.1 – Champs de pression $p(x, y, t)$ simulés par différences finies à (a) $t = 9 \mu\text{s}$, (b) $t = 18 \mu\text{s}$ et (c) $t = 36 \mu\text{s}$. Émission plane avec $f = 1 \text{ MHz}$, $O = 50 \text{ mm}$ à travers un vortex de Burgers tel que $\beta = 0.4$ et $M = 10^{-3}$. Le vortex tourne dans le sens des aiguilles d’une montre. Le cercle blanc indique la position du centre du vortex. Les pointillés blancs correspondent aux émetteurs ($y_{em} = -25 \text{ mm}$) et aux récepteurs ($y_{rec} = 25 \text{ mm}$) utilisés pour les figures 7.3, 7.4 et 7.5.

L’onde se propageant selon les y décroissants est absorbée en $y = -50 \text{ mm}$. Sur la figure 7.1(c), en changeant l’échelle de gris, on pourrait toutefois noter la présence d’un front d’onde réfléchi autour de $y = -35 \text{ mm}$. Cette onde réfléchi possède une amplitude d’environ -45 dB .

Lors du calcul des déformations du front d’onde, les réflexions sur les bords, même de très faible amplitude, peuvent introduire des artefacts numériques et biaiser les résultats simulés. Ces réflexions sont facilement éliminées en jouant sur la taille de la grille de simulation ou en tronquant les signaux temporels avant l’arrivée du front d’onde réfléchi.

L’effet de l’écoulement sur l’onde incidente est mis en évidence sur la figure 7.2 pour un “grand” nombre de Mach. Lorsque $\beta = 0.4$ et $M = 10^{-1}$ et pour une émission plane “monochromatique” (40 périodes acoustiques), on retrouve la dislocation du front d’onde et les oscillations caractéristiques de la diffusion par le cœur du vortex observées en 6.3.2 (p. 139). Remarquons, de plus, les effets de l’écoulement sur l’intensité de l’onde acoustique liés à la réfraction par le champ de vorticité. L’émission cylindrique “impulsionnelle” (5 périodes acoustiques) de la figure 7.2(b) donne lieu aux mêmes phénomènes. Elle sera utilisée ultérieurement pour visualiser l’onde diffusée qui suit le front d’onde incident.

7.4 Calculs des déformations de phase et d’amplitude

Dans cette section, nous montrons que les déformations de phase et d’amplitude simulées par différences finies dépendent de la longueur du signal reçu utilisée dans le calcul. Une telle dépendance est reliée à la présence des ondes de bords. Pour une émission plane ou cylindrique monochromatique, l’accord avec la simulation par équation parabolique est excellent quelle que

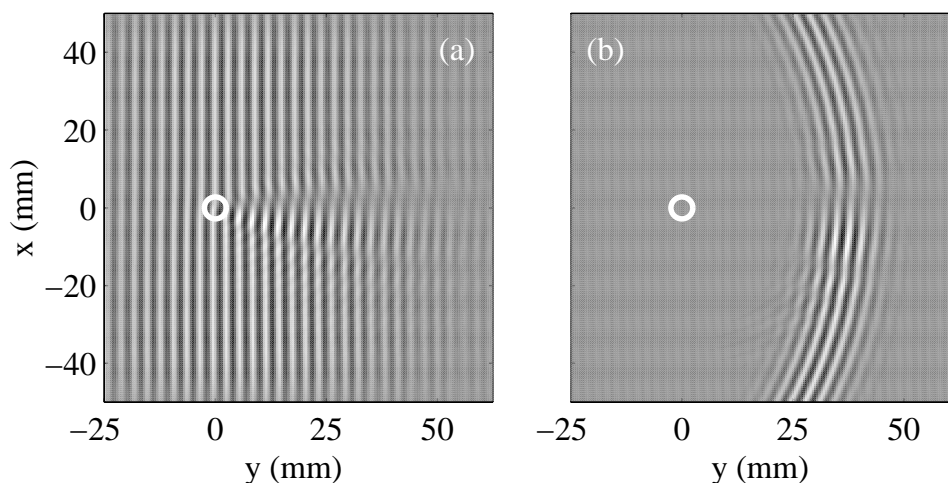


FIG. 7.2 – Champs de pression $p(x, y, t)$ simulés par différences finies (a) après une émission plane sur 40 périodes acoustiques pour $t = 105 \mu\text{s}$ et (b) après une émission cylindrique sur 5 périodes acoustiques pour $t = 100 \mu\text{s}$. $f = 500 \text{ kHz}$, $y_{em} = -75 \text{ mm}$, $\beta = 0.4$, $M = 10^{-1}$ et $O = 125 \text{ mm}$ pour (a).

soit la taille du vortex. Enfin, la comparaison avec l'expérience est satisfaisante même si l'effet des ondes de bords est moins net dans les mesures expérimentales.

7.4.1 Le traitement expérimental appliqué aux signaux simulés

La simulation par différences finies donne directement accès aux signaux temporels mesurés par les transducteurs de réception. La figure 7.3 présente les signaux reçus en y_{rec} dans la configuration simulée en figure 7.1. Dans le B-Scan de la figure 7.3(a) comme sur le champ de pression spatial de la figure 7.1(c), des ondes de bords suivent le front plan. Ces ondes de bords sont plus difficiles à repérer sur le B-Scan à cause de l'échelle linéaire utilisée pour représenter les signaux de pression. Sur le signal de la figure 7.3(b), on note clairement la présence d'une deuxième arrivée acoustique d'amplitude environ 20 fois plus faible que celle du signal principal. Ce deuxième signal correspond à une onde de bord d'amplitude -25 dB.

Pour calculer les déformations de phase et d'amplitude, on peut alors appliquer aux signaux simulés le traitement décrit à la section 2.1.1 (p. 25), exactement comme s'il s'agissait de mesures expérimentales. La vitesse du son et la densité du milieu étant supposées homogènes, les transmissions réciproques sont ici inutiles.

D'après les résultats des simulations monochromatiques des chapitres 5 et 6, on peut s'interroger sur l'influence des ondes de bords dans la simulation par différences finies. En effet, pour une onde plane monochromatique, les ondes de bords sont inévitablement prises en compte dans le calcul des déformation de phase et d'amplitude. Éliminer ces effets d'ouverture finies passe alors nécessairement par une émission différente, onde plane apodisée ou onde cylindrique. Or,

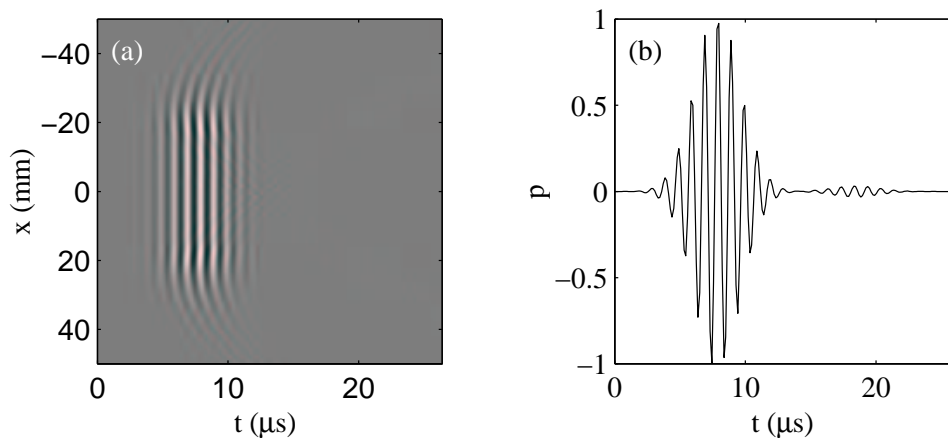


FIG. 7.3 – Signaux simulés reçus en $y_{rec} = 25$ mm après une émission plane à travers un vortex de Burgers. (a) B-Scan de $p(x, t)$. (b) Signal de pression normalisé reçu en $x = 18$ mm. Les paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.1.

expérimentalement, l'apodisation ou l'utilisation d'une onde cylindrique entraîne une intensité acoustique moindre et un bruit plus important.

Comme nous l'avons évoqué en 4.4.2 (p. 111), lorsque l'on a accès aux signaux temporels, on peut aussi éliminer les effets d'ouverture finie directement sur le signal en jouant sur la longueur de réception. Selon la longueur de signal prise en compte pour les transformées de Fourier dans (2.3) et (2.4) (p. 25), les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ peuvent ou non inclure les contributions des ondes de bords. La figure 7.4 illustre cette propriété, déjà utilisée pour mettre en évidence expérimentalement la diffusion du son. On constate que lorsque le traitement est effectué sur 35 périodes acoustiques, les déformations de phase et d'amplitude présentent une allure caractéristique du mélange des effets de diffusion et d'ouverture finie (voir figures 7.4(c) et (d) et comparer aux figures 6.5 et 6.6, p. 142). En revanche, lorsque le signal reçu n'est traité que sur une dizaine de périodes acoustiques, seuls les effets de diffusion contribuent aux oscillations des profils des figures 7.4(a) et (b).

7.4.2 Comparaison avec l'équation parabolique

La figure 7.5 compare les résultats des simulations par différences finies et par équation parabolique. Dans la simulation par différences finies, le calcul de $\phi(x)$ est réalisé sur l'ensemble du signal reçu en fonction du temps. Pour les trois valeurs de β envisagées, les deux simulations coïncident presque parfaitement, malgré des techniques numériques très différentes.

En particulier, dans le cas d'une émission plane sans apodisation, les effets d'ouverture finie sont identiques. De plus, avec une émission cylindrique, on retrouve l'apparition des effets de diffusion pour $\beta \lesssim 2$. Ces résultats confirment *a posteriori* que l'équation parabolique prend en compte correctement la diffusion du son par un vortex autour de la direction de propagation

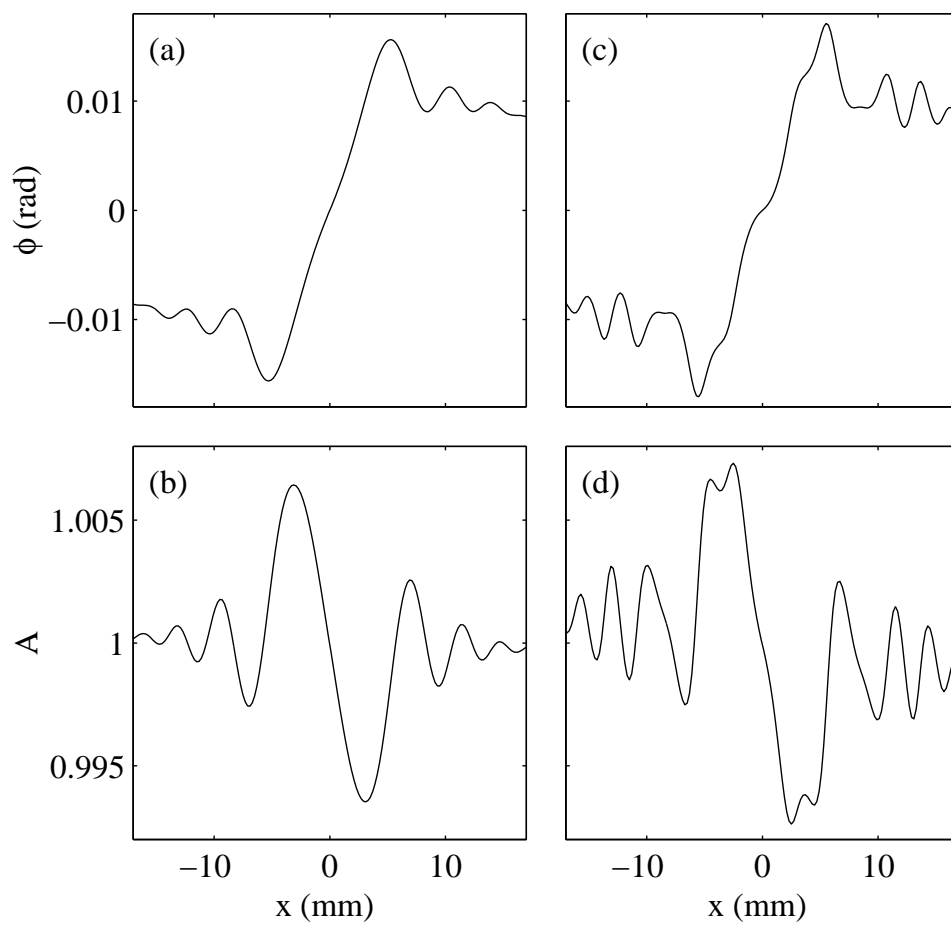


FIG. 7.4 – Déformations d'un front d'onde plan non apodisé. (a) $\phi(x)$ et (b) $A(x)$ pour une longueur de réception de $11 \mu\text{s}$ (11 périodes acoustiques). (c) $\phi(x)$ et (d) $A(x)$ pour une longueur de réception de $35 \mu\text{s}$ (35 périodes acoustiques). Les paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.1.

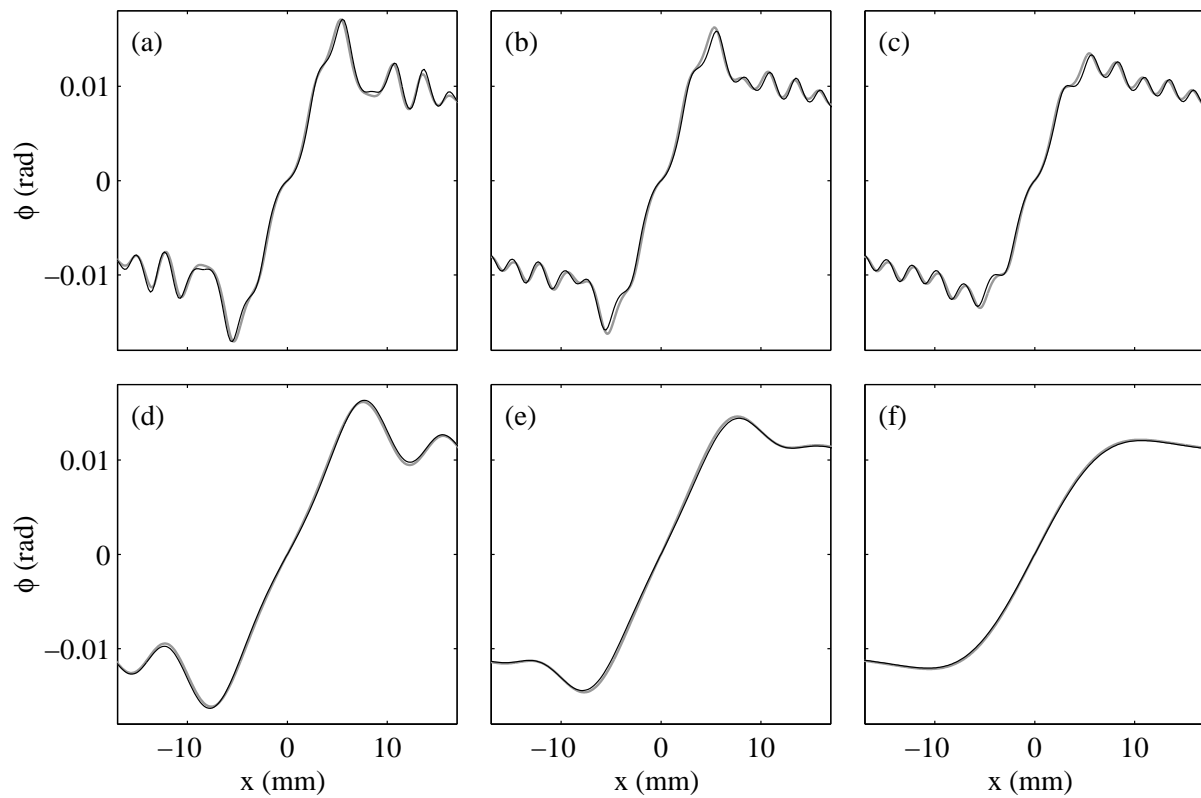


FIG. 7.5 – Déformations de phase $\phi(x)$ simulées par différences finies (en noir) et par équation parabolique (en gris) avec (a) $\beta = 0.4$, (b) $\beta = 1$ et (c) $\beta = 2$ pour une émission plane et avec (d) $\beta = 0.4$, (e) $\beta = 1$ et (f) $\beta = 2$ pour une émission cylindrique. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.1.

privilegiée, ici selon les y croissants. Les différences entre les deux simulations sont attribuables au caractère non monochromatique de l'émission dans le calcul par différences finies (5 périodes acoustiques seulement), alors que la simulation par équation parabolique est parfaitement monochromatique.

7.4.3 Comparaison avec l'expérience

Le chapitre 6 a montré un très bon accord entre la simulation par équation parabolique et les résultats expérimentaux sur le filament de vorticité pour des distances de propagation $L = 100\lambda - 600\lambda$. Avec la simulation aux différences finies, de telles distances de propagation nécessitent des maillages d'au moins 2000×1500 points. De telles grilles sont trop grandes et dépassent les capacités de calcul de nos micro-ordinateurs. Cette simulation ne semble donc pas adaptée au calcul des déformations de phase et d'amplitude dans les situations expérimentales étudiées aux chapitres 4 et 6.

Pour tester expérimentalement l'effet de la longueur de réception mis en évidence en 7.4.1, nous nous sommes tout de même intéressés à des distances de propagation plus faibles. Dans ce cas, le dispositif expérimental du filament de vorticité utilise des disques de diamètre 5 cm et les barrettes sont distantes de $L = 70 \text{ mm} = 70\lambda$ à 1.5 MHz. Une telle distance de propagation peut être simulée par différences finies. De plus, la présence des sondes ne devrait pas perturber l'écoulement, du moins pas plus que dans les expériences du chapitre 6 où $L = 120 \text{ mm}$ pour des disques de diamètre 10 cm.

La figure 7.6 montre les déformations de phase et d'amplitude expérimentales calculées sur le même vortex pour deux longueurs de réception différentes. On retrouve qualitativement les mêmes effets que sur la figure 7.4. Sur la figure 7.6(a), la déformation de phase ne présente que les effets de la diffusion alors que sur la figure 7.6(c), $\phi(x)$ inclut les contributions supplémentaires des ondes de bords. Les signaux $A(x)$ présentent une tendance analogue. Noter en particulier l'apparition d'une sur-oscillation autour de $x = 0$ sur la figure 7.6(d) absente sur la figure 7.6(b). Ces déformations d'amplitude sont moins proches des simulations que dans les expériences "monochromatiques" du chapitre précédent car la longueur d'émission plus courte, limitée ici à 5 périodes acoustiques, conduit à des intensités plus faibles et donc à un bruit plus grand. De plus, dans la figure 7.6, les moyennes ont été effectuées sur 500 acquisitions au lieu de 2048 au chapitre 6.

Les profils expérimentaux $\phi(x)$ sont comparés aux résultats de la simulation par différences finies dans la figure 7.7. Un bon accord est obtenu avec $\Gamma = 114 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.1 \text{ mm}$ pour les deux longueurs de signaux utilisées lors du calcul de $\phi(x)$. Ces paramètres sont proches de l'ajustement des données de la figure 6.14 (p. 150) obtenues dans des conditions où seule diffère la distance entre les disques.

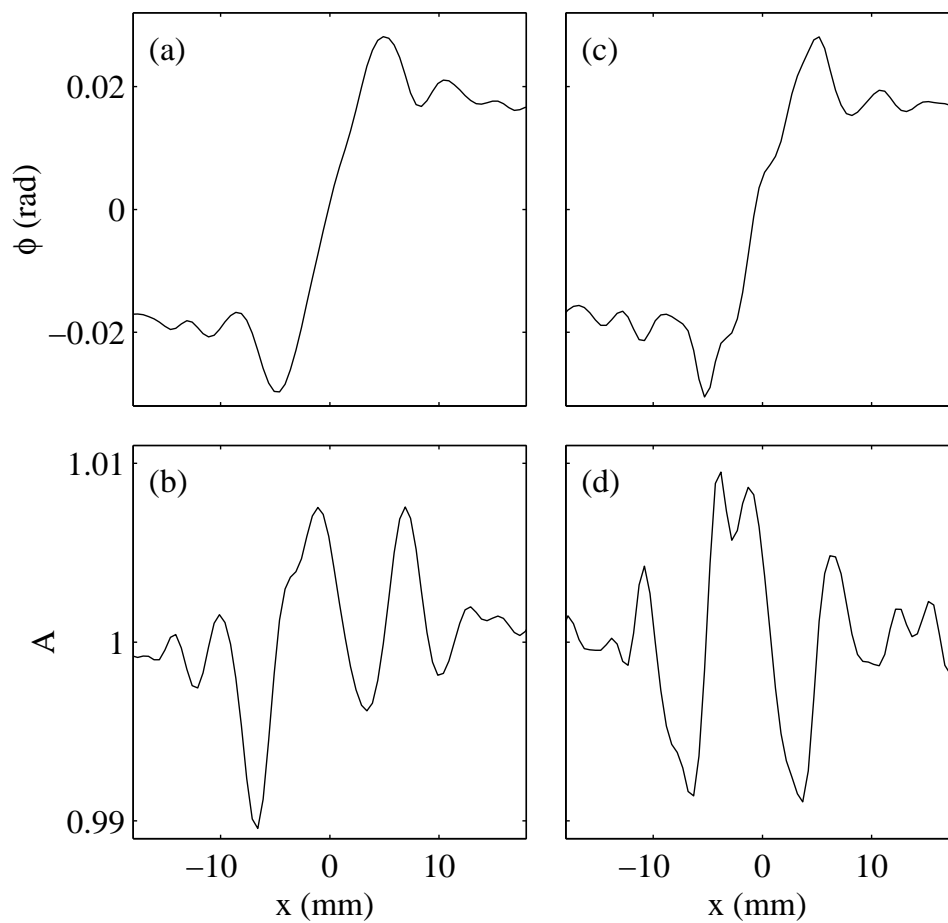


FIG. 7.6 – Déformations expérimentales d'un front d'onde plan non apodisé. Emission sur 5 périodes acoustiques à $f = 1.5$ MHz par une barrette de type 4 (cf. table 2.1, p. 33). (a) $\phi(x)$ et (b) $A(x)$ pour une longueur de réception de $4 \mu\text{s}$ (6 périodes acoustiques). (c) $\phi(x)$ et (d) $A(x)$ pour une longueur de réception de $26 \mu\text{s}$ (39 périodes acoustiques). $L = 70$ mm et $D = 50$ mm. Les autres paramètres expérimentaux sont ceux de la figure 6.14 (p. 150).

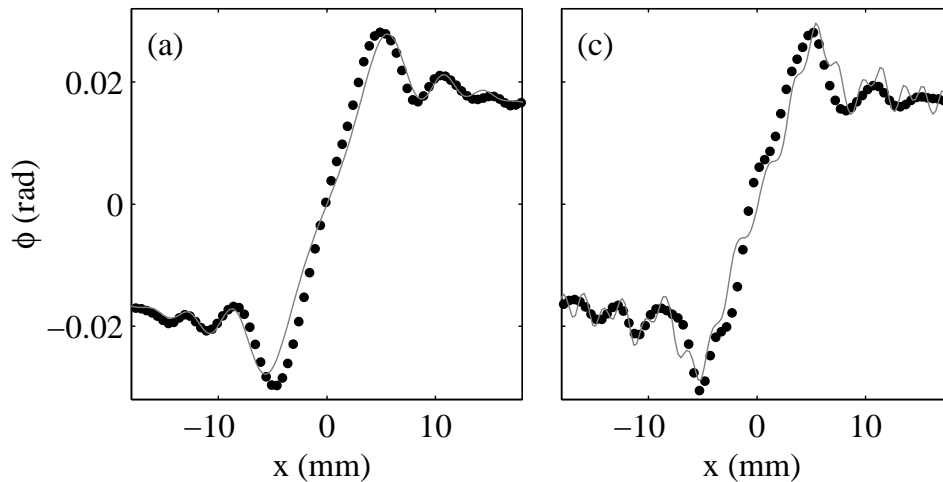


FIG. 7.7 – Comparaison entre les déformations de phase expérimentales (●) et simulées par différences finies (trait plein gris) pour une longueur de réception de (a) $4 \mu\text{s}$ (6 périodes acoustiques) et (b) $26 \mu\text{s}$ (39 périodes acoustiques). Les conditions expérimentales sont celles de la figure 7.6. Les paramètres de la simulation sont $f = 1.5 \text{ MHz}$, $O = 64 \text{ mm}$, $L = 70 \text{ mm}$, $\Gamma = 114 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 1.1 \text{ mm}$.

7.5 Étude de l'onde diffusée par le vortex

Nous proposons dans cette section une analyse du champ diffusé par le vortex, motivée par divers travaux analytiques ou numériques récents. Nous montrons que, dans le cas d'une émission cylindrique impulsionnelle, la simulation par différences finies permet de “voir” une partie de l'onde diffusée par un vortex de Burgers. Pour pouvoir observer tout le champ diffusé, nous utiliserons un vortex dont le champ de vitesse décroît exponentiellement hors du cœur. Dans ce cas, le diagramme de diffusion est symétrique à faible nombre de Mach et nettement dissymétrique lorsque M augmente. Cette dissymétrie s'accompagne d'une structure spirale du champ de phase. Enfin, nous comparons la diffusion vers l'avant dans la simulation par différences finies à celle obtenue avec l'équation parabolique.

7.5.1 Comment “voir” le champ diffusé ?

Phase et amplitude du champ de pression diffusé

Classiquement, on définit un “champ de pression diffusé” par :

$$p_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{r}, t) - p_0(\mathbf{r}, t), \quad (7.4)$$

où p_0 désigne le champ de pression associé à l'onde acoustique en l'absence de vortex et p le champ de pression en présence de vortex. Dans la littérature, la plupart des études se concentrent sur

le calcul de l'amplitude de l'onde diffusée. Cette amplitude est estimée par la valeur quadratique moyenne de $p_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t)$ sur le temps [Colonius *et al.* 1994]. Pourtant, cette approche suppose une situation monochromatique et ne donne pas d'information sur la phase du champ diffusé.

Dans notre simulation aux différences finies, en choisissant le pas de temps Δt de telle sorte que le quart de la période acoustique $T/4$ soit un multiple entier de Δt , nous avons accès aux champs diffusés $p_{\text{diff}}(x, y, t)$ et $p_{\text{diff}}(x, y, t + T/4)$. Ces deux champs diffusés sont en quadrature de phase. On définit alors la phase et l'amplitude du champ diffusé par :

$$\phi_{\text{diff}}(x, y, t) = \arg \left(p_{\text{diff}}(x, y, t) + ip_{\text{diff}}(x, y, t + \frac{T}{4}) \right) \quad (7.5)$$

$$A_{\text{diff}}(x, y, t) = \left| p_{\text{diff}}(x, y, t) + ip_{\text{diff}}(x, y, t + \frac{T}{4}) \right|. \quad (7.6)$$

Remarquons que l'on peut aussi extraire la phase et l'amplitude de $p_{\text{diff}}(x, y, t)$ directement grâce à une transformation de Hilbert. Cette transformation permet d'obtenir l'enveloppe et la phase d'un signal. En l'appliquant à $p_{\text{diff}}(x, y, t)$ pour un instant t fixé et selon une direction du plan (xOy) , par exemple, selon un rayon partant du centre du vortex, on récupère $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ et $A_{\text{diff}}(x, y, t)$. Cette méthode nécessite donc de choisir une direction de l'espace selon laquelle calculer la transformation de Hilbert. De plus, elle met en jeu des calculs plus lourds que la technique de quadrature ci-dessus.

Nous avons vérifié que ces deux techniques donnent les mêmes résultats. Les calculs présentés ici ont été obtenus indifféremment avec l'une ou l'autre des méthodes. En général, nous réserverons la transformation de Hilbert aux cas à symétrie cylindrique de la section suivante.

Cas d'une émission plane "monochromatique"

La figure 7.8 présente les résultats du calcul de $p_{\text{diff}}(x, y, t)$ à partir du champ de pression simulé en figure 7.2(a). L'émission plane est longue (40 périodes acoustiques), de sorte que la simulation peut être considérée comme quasi-monochromatique. Le "champ diffusé" obtenu est caractéristique de l'entraînement par un champ de vitesse à longue portée. En effet, comme l'ont déjà noté Colonius *et al.*, le champ de vitesse en $1/r$ du vortex de Burgers induit des effets de réfraction à longue portée [Colonius *et al.* 1994]. Notons que ce terme de "réfraction" est impropre puisqu'en dehors du cœur, la vorticité est nulle et les rayons acoustiques ne sont pas réfractés. Nous lui préférons le terme d'"advection". Le "champ diffusé" calculé par (7.4) traduit donc non seulement la diffusion par le cœur du vortex, mais aussi et surtout, la déformation géométrique du front d'onde incident advecté par l'écoulement. L'interprétation de p_{diff} est délicate et en toute rigueur, $p - p_0$ n'a pas de sens (cf. annexe B, p. 210). Il faudrait plutôt considérer $p - \pi_0$, où π_0 représente l'onde incidente advectée par l'écoulement, mais cette quantité n'est pas accessible numériquement.

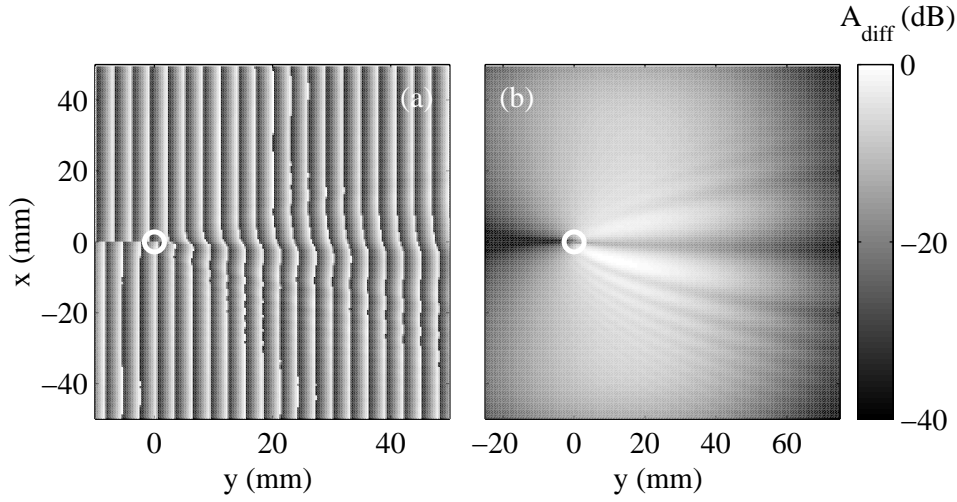


FIG. 7.8 – Champ de pression diffusé par un vortex de Burgers tel que $\beta = 0.4$ et $M = 10^{-1}$ pour une émission plane “monochromatique”. (a) Phase $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ et (b) amplitude $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 105 \mu\text{s}$. Les paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(a).

Comme dans les mesures de déformation du front d’onde, le “champ diffusé” présente des oscillations caractéristiques des interférences de l’onde diffusée et de l’onde incidente déformée (cf. fig. 7.8(b)). L’effet d’advection de l’onde plane incidente masque donc presque complètement celui de l’onde diffusée, beaucoup plus faible. La phase de $p_{\text{diff}}(x, y, t)$ est alors essentiellement plane pour $x > 0$ et $x < 0$ et une dislocation apparaît en $x = 0$, accompagnée d’oscillations après la traversée du vortex (cf. fig. 7.8(a)).

Il convient toutefois de ne pas interpréter cette “phase diffusée” comme la déformation de phase étudiée jusqu’ici. Il s’agit bien ici de la phase de $p - p_0$ et non plus de celle de \hat{p}/\hat{p}_0 . Dans le cas d’une onde monochromatique, le lien entre les deux approches est facile à établir. Si l’on note $p_0(x, y, t) = A_0(x, y) \cos(\omega t + \Phi_0(x, y))$, les déformations de phase et d’amplitude $\phi(x, y)$ et $A(x, y)$ définies à partir de \hat{p}/\hat{p}_0 vérifient :

$$p(x, y, t) = A(x, y)A_0(x, y) \cos(\omega t + \Phi_0(x, y) + \phi(x, y)). \quad (7.7)$$

En omettant les dépendances spatiales et en posant $A = 1 + \tilde{A}$, le calcul au premier ordre en a et ϕ donne :

$$p_{\text{diff}} = A_0 (\tilde{A} \cos(\omega t + \Phi_0) - \phi \sin(\omega t + \Phi_0)). \quad (7.8)$$

On en déduit :

$$\phi_{\text{diff}} = \omega t + \Phi_0 + \arg(\tilde{A} + i\phi) \quad (7.9)$$

$$A_{\text{diff}} = A_0 \sqrt{\tilde{A}^2 + \phi^2}. \quad (7.10)$$

Ce développement au premier ordre est valable pour de faibles nombres de Mach ou dans des régions du plan où les déformations de l'onde incidente par l'écoulement sont faibles. En particulier, avant la traversée du vortex, $\phi(x, y)$ traduit l'advection du front d'onde et vérifie $\phi < 0$ pour $x < 0$ et $\phi > 0$ pour $x > 0$. De plus, pour $y \leq -a$, le champ de vorticité est nul et l'effet sur l'amplitude est très faible. Avec $|\tilde{A}| \ll |\phi|$, les équations (7.9) et (7.10) s'écrivent alors :

$$\phi_{\text{diff}}(x, y, t) \simeq \omega t + \Phi_0(x, y) + \text{sgn}(x) \frac{\pi}{2} \quad (7.11)$$

$$A_{\text{diff}}(x, y, t) \simeq A_0(x, y) |\phi(x, y)|. \quad (7.12)$$

L'équation (7.11) permet d'expliquer le déphasage de π entre $x < 0$ et $x > 0$ observé sur la figure 7.8(a) pour $y \leq -a$. Cette dislocation de la phase diffusée avant même la traversée du vortex s'interprète donc comme une conséquence de l'advection à longue portée de l'onde incidente.

Une approche équivalente consiste à partir de la définition (7.4) du "champ diffusé" pour écrire le rapport des amplitudes complexes :

$$\frac{\widehat{p}}{\widehat{p}_0} = \frac{\widehat{p}_0 + \widehat{p}_{\text{diff}}}{\widehat{p}_0} = 1 + \frac{A_{\text{diff}}}{A_0} e^{i(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0)}, \quad (7.13)$$

puis en déduire les déformations de phase et d'amplitude :

$$\phi = \arctan \left(\frac{A_{\text{diff}} \sin(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0)}{A_0 + A_{\text{diff}} \cos(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0)} \right) \quad (7.14)$$

$$A = \sqrt{1 + 2 \frac{A_{\text{diff}}}{A_0} \cos(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0) + \frac{A_{\text{diff}}^2}{A_0^2}}. \quad (7.15)$$

Contrairement aux équations (7.9) et (7.10), ces relations entre (ϕ, A) et $(\phi_{\text{diff}}, A_{\text{diff}})$ sont exactes. Pour les faibles "amplitudes diffusées", *i.e.* $A_{\text{diff}} \ll A_0$, elles deviennent :

$$\phi \simeq \frac{A_{\text{diff}}}{A_0} \sin(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0) \quad (7.16)$$

$$\tilde{A} = A - 1 \simeq \frac{A_{\text{diff}}}{A_0} \cos(\phi_{\text{diff}} - \omega t - \Phi_0). \quad (7.17)$$

Ces deux dernières équations sont alors équivalentes à (7.9) et (7.10).

Cas d'une émission cylindrique "impulsionnelle"

Une façon d'observer directement l'onde diffusée par le vortex consiste à émettre des signaux plus courts. Nous avons choisi d'utiliser une telle émission "impulsionnelle" avec une onde cylindrique pour éviter les effets de bords mis en évidence en 7.3. Le traitement du champ de pression

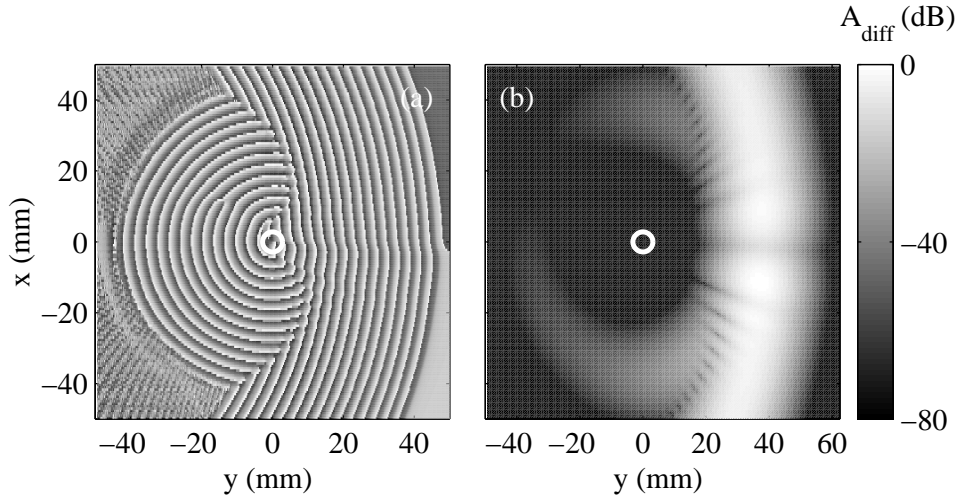


FIG. 7.9 – Champ de pression diffusé par un vortex de Burgers tel que $\beta = 0.4$ et $M = 10^{-1}$ pour une émission cylindrique “impulsionnelle”. (a) Phase $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 90 \mu\text{s}$ et (b) amplitude $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 100 \mu\text{s}$. Les paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(b).

de la figure 7.2(b) selon les équations (7.5) et (7.6) conduit aux résultats présentés en figure 7.9.

Le “champ diffusé” obtenu peut clairement être décomposé en deux régions distinctes. Pour $y \gtrsim 15 \text{ mm}$, p_{diff} est essentiellement cylindrique et correspond à l’advection de l’onde incidente par le champ de vitesse du vortex. Les oscillations traduisent à nouveau la présence d’une onde diffusée, masquée par la déformation du front cylindrique incident. Noter que les figures 7.9(a) et (b) correspondent à des instants différents, ce qui explique les différences de courbure du front cylindrique centré en $(0, y_{em} = -75 \text{ mm})$.

L’onde diffusée par le cœur du vortex suit le front incident déformé. Pour $y \lesssim 15 \text{ mm}$, p_{diff} présente encore une structure cylindrique mais, cette fois, le champ diffusé est centré sur le vortex et correspond uniquement à l’onde diffusée. En effet, avec une émission “impulsionnelle”, la pression p_0 est nulle en arrière du front incident et l’interprétation de $p_{\text{diff}} = p - p_0$ comme champ diffusé est sans ambiguïté. On constate que pour $M = 10^{-1}$, la diffusion n’est ni isotrope ni symétrique par rapport à $x = 0$. L’amplitude diffusée A_{diff} est de l’ordre de -40 dB et décroît rapidement lorsqu’on s’éloigne de la direction des y croissants. Enfin, ϕ_{diff} présente une dislocation au voisinage du point de coordonnées $(x = 10, y = -15)$. Comme le montrera le paragraphe suivant, ce défaut dans la structure cylindrique de l’onde diffusée est liée au “grand” nombre de Mach de l’écoulement et à une structure spirale sous-jacente.

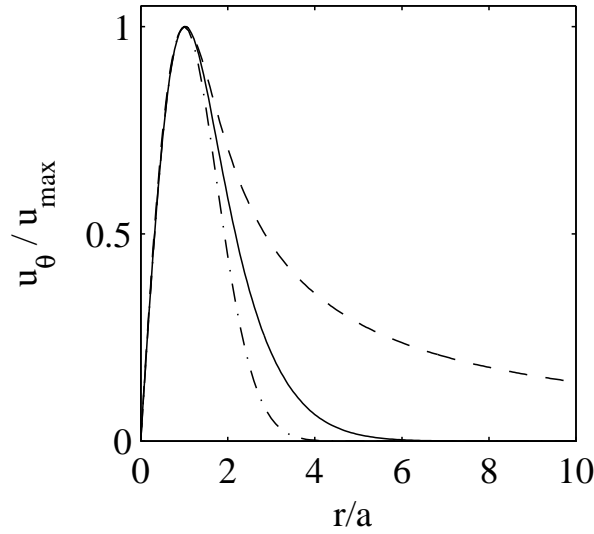


FIG. 7.10 – Champs de vitesse adimensionnés utilisés dans les simulations. Vortex de Burgers (pointillés), vortex de circulation nulle donné par l'équation (7.18) (trait plein) et utilisé par [Colonius *et al.* 1994] (– · –).

7.5.2 Structure de l'onde diffusée

Diffusion par un vortex de circulation nulle

Dans la figure 7.9, le champ de pression diffusé vers l'avant est masqué par l'effet d'advection à longue portée du vortex de Burgers. Une solution pour observer l'onde diffusée dans tout l'espace réside dans l'utilisation d'un "vortex de circulation nulle". Un tel vortex présente un champ de vitesse orthoradial exponentiellement décroissant avec la distance r . Les champs de vitesse et de vorticit e sont alors limitées dans l'espace et la d ecroissance tr es rapide de la vitesse pour $r \geq a$ permet d' eviter l'advection  a longue portée de l'onde acoustique.

Pour annuler le champ de vitesse hors du c oeur du vortex, nous avons simplement choisi de multiplier le champ de vitesse du vortex de Burgers par une gaussienne :

$$u_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\left(\frac{r}{2r_0}\right)^2}\right) \cdot e^{-\left(\frac{r}{5r_0}\right)^2}. \quad (7.18)$$

Le rayon du vortex v erifie alors $a \simeq 1.83r_0$ au lieu de $a \simeq 2.24r_0$ pour un vortex de Burgers et la vitesse s'annule quasiment pour $r \geq 6a$. Ce champ de vitesse n'est pas solution des  equations de Navier-Stokes. Un tel vortex diff ere l eg erement du vortex de Taylor utilisée par Colonius *et al.* et dont le champ de vitesse d ecro it selon $u_{\theta}(r) \propto r \exp(-r^2/r_0^2)$ [Colonius *et al.* 1994].

La figure 7.10 compare le champ de vitesse d'un vortex de Burgers  a celui de l' equation (7.18) et  a celui choisi par [Colonius *et al.* 1994]. Dans le cadre des exp eriences de la premi ere partie, ces deux derniers champs de vitesse n'ont pas plus de sens l'un que l'autre puisqu'ils violent tous

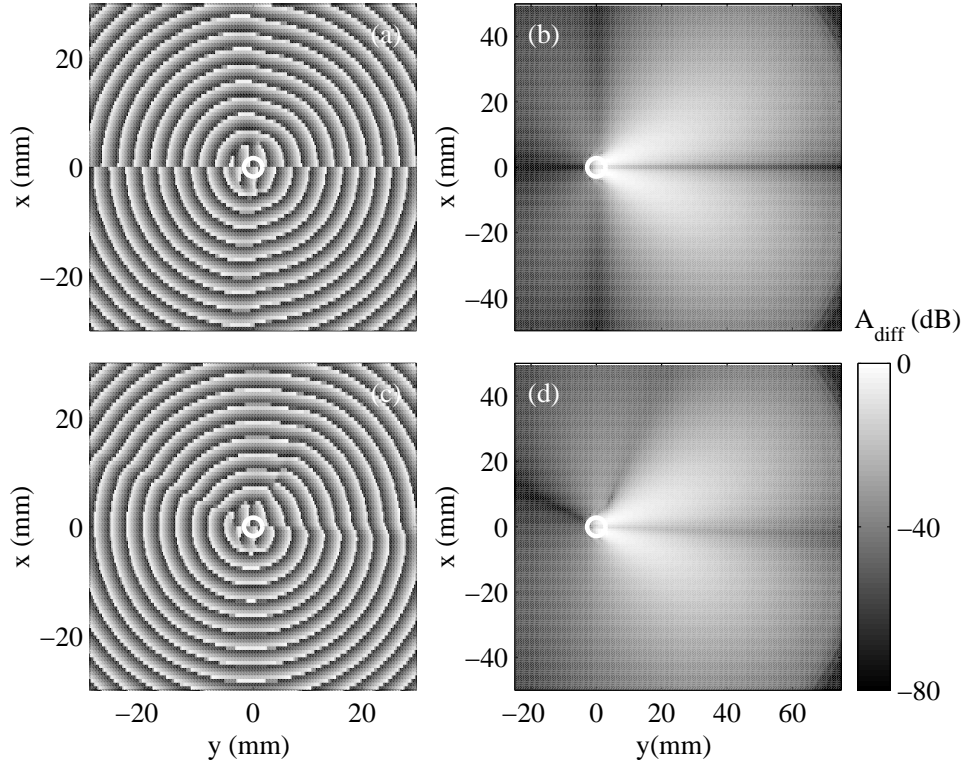


FIG. 7.11 – Champs de pression diffusés pour une émission plane “monochromatique”. (a) $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ et (b) $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 105 \mu\text{s}$ pour $M = 10^{-4}$. (c) $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ et (d) $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 105 \mu\text{s}$ pour $M = 10^{-1}$. Le champ de vitesse du vortex est donné par l’équation (7.18) avec $\beta = 0.3$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(a).

deux la conservation de la circulation. Il n’est donc plus question ici de comparer les simulations aux expériences et le champ de vitesse (7.18) est introduit dans le seul but d’étudier la structure du champ diffusé en évitant l’advection à longue portée d’un champ en $1/r$. Pour $r \geq 6a$, l’onde incidente et l’onde diffusée par le cœur du vortex se propageront alors dans un milieu immobile.

Cas d’une émission plane “monochromatique”

Reprenons le cas de l’émission plane quasi-monochromatique de la figure 7.8. Cette fois, l’onde ultrasonore est incidente sur un vortex de circulation nulle confiné sur $r \leq 6a \simeq 5 \text{ mm}$. Les fronts d’onde plans ne sont plus visibles sur la phase diffusée qu’au voisinage immédiat du centre du vortex (cf. fig. 7.11(a) et (c)). Dès que l’on s’éloigne du centre du vortex, la déformation géométrique de l’onde incidente est négligeable devant le phénomène de diffusion. On récupère ainsi uniquement l’information sur l’onde diffusée.

Comme le montre la figure 7.11(b), à très faible nombre de Mach, l’amplitude du champ diffusé est symétrique par rapport à l’axe (Ox) et présente une structure quadrupolaire. La diffusion

est nettement plus forte vers l'avant que vers l'arrière et l'on note une direction privilégiée selon un angle de diffusion $\theta \simeq 20^\circ$. L'amplitude diffusée vers l'arrière présente deux lobes secondaires autour de $\theta \simeq 120^\circ$. Enfin, l'amplitude diffusée vers l'avant est nulle. Ce résultat est cohérent avec le fait que les fonctions $\phi(x, y)$ et $\tilde{A}(x, y)$ introduites à la section précédente sont des fonctions impaires de x . Les équations (7.16) et (7.17) imposent alors $A_{\text{diff}} = 0$ pour $x = 0$. La phase diffusée n'est donc pas définie sur la ligne $x = 0$.

De part et d'autre de $x = 0$, la phase diffusée présente une symétrie cylindrique (cf. fig. 7.11(a)). Cependant, on note un déphasage de π entre $x > 0$ et $x < 0$, analogue à celui observé en figure 7.8(a) pour $y \leq -a$. Pourtant, l'interprétation en termes d'advection à longue portée proposée en 7.5.1 n'est ici plus valable. Coste *et al.* expliquent théoriquement ce saut de phase par une condition d'unicité de la valeur du champ total en $x = 0$ [Coste *et al.* 1999, Coste & Lund 1999] (voir aussi annexe B, p. 210).

Pour un nombre de Mach $M = 10^{-1}$, l'amplitude diffusée est nettement dissymétrique. Il existe alors une diffusion d'amplitude finie dans la direction $\theta = 0$ et la phase ne présente plus de saut en $x = 0$. Un défaut apparaît dans le champ de phase autour du point de coordonnées $(x = 10, y = 5)$. Après ce défaut, la structure de l'onde est une spirale à un brin. Ainsi, la dislocation selon $x = 0$ aux faibles nombres de Mach est-elle remplacée par un saut de phase de 2π à chaque tour autour du centre du vortex à "grand" nombre de Mach.

Cas d'une émission cylindrique "impulsionnelle"

La figure 7.12 présente les résultats obtenus avec une onde cylindrique "impulsionnelle" incidente sur un vortex de circulation nulle. Pour les deux nombres de Mach précédents, cette configuration permet de suivre une "impulsion" diffusée par le vortex. En dehors du front incident, $p_0 = 0$ et p_{diff} représente exactement l'onde diffusée. L'amplitude A_{diff} présente des caractéristiques analogues à celle des figures 7.11(b) et (d), avec des lobes de diffusion selon les mêmes directions. Pour $M = 10^{-4}$, les phases diffusées des figures 7.11(a) et 7.12(a) coïncident parfaitement. En revanche, pour $M = 10^{-1}$, l'onde diffusée possède cette fois une structure spirale à deux brins. Deux dislocations ramènent successivement cette onde à une spirale à un brin puis à une onde cylindrique. La structure spirale sous-jacente semble donc dépendre du type de forçage (monochromatique ou impulsionnel).

L'ensemble de nos résultats sur l'amplitude de l'onde diffusée sont cohérents avec ceux obtenus par [Candel 1979] et [Colonus *et al.* 1994]. La structure spirale du champ de phase a été prédite analytiquement par [Umeki & Lund 1997] et observée expérimentalement par [Vivanco *et al.* 1999] dans des expériences sur l'interaction d'ondes de surfaces avec un vortex où le nombre de Mach peut atteindre des valeurs de l'ordre de 0.5.

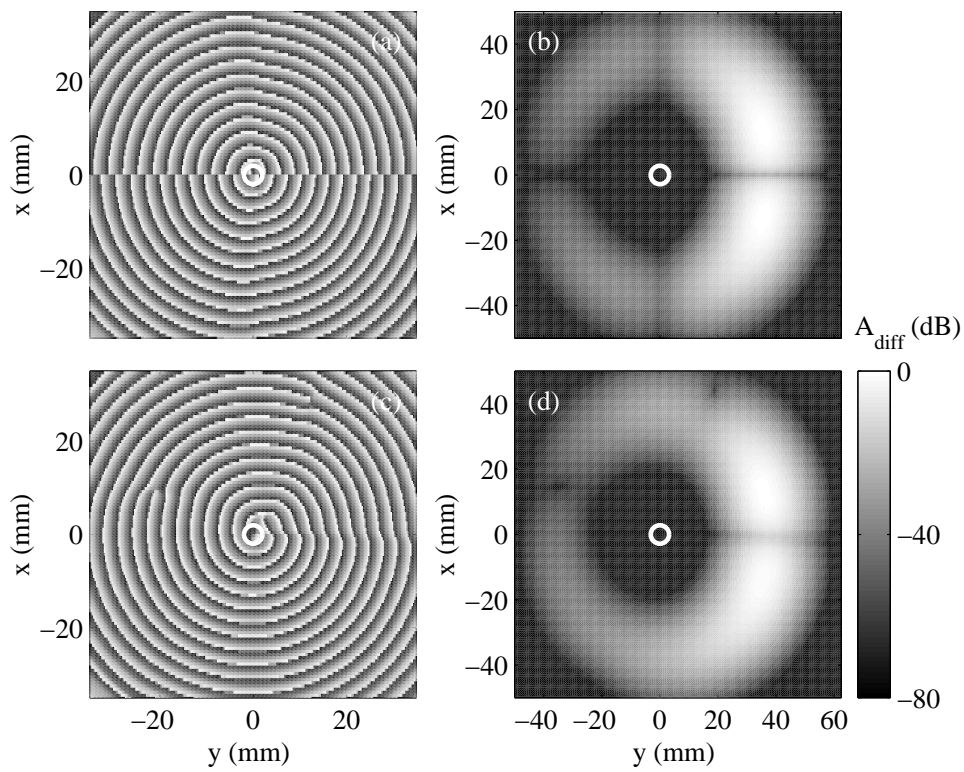


FIG. 7.12 – Champs de pression diffusés pour une émission cylindrique “impulsionnelle”. (a) $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 90 \mu\text{s}$ et (b) $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 100 \mu\text{s}$ pour $M = 10^{-4}$. (c) $\phi_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 90 \mu\text{s}$ et (d) $A_{\text{diff}}(x, y, t)$ à $t = 100 \mu\text{s}$ pour $M = 10^{-1}$. Le champ de vitesse du vortex est donné par l’équation (7.18) avec $\beta = 0.3$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(b).

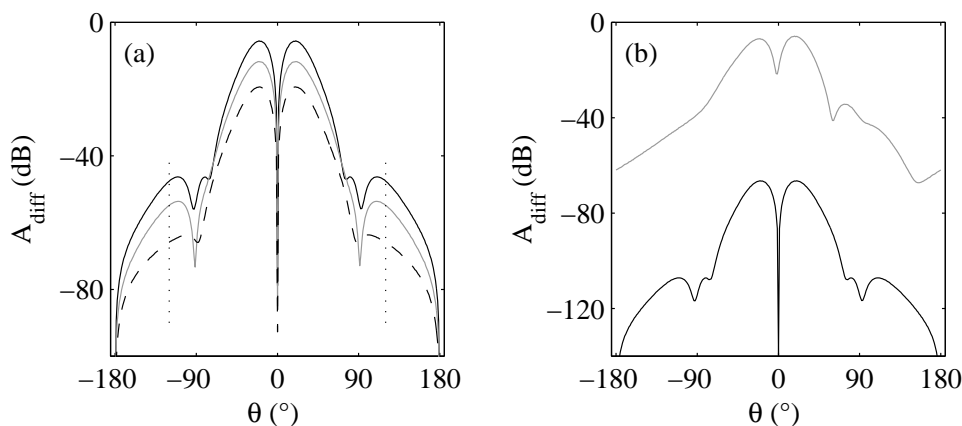


FIG. 7.13 – Amplitude diffusée en fonction de la direction d’observation θ . (a) $A_{\text{diff}}(\theta)$ pour $r = 15$ (noir), 30 (gris) et 45 mm (pointillés) avec $\beta = 0.3$ et $M = 10^{-4}$. Les points indiquent la position de $\theta = \pm 120^\circ$. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$. (b) $A_{\text{diff}}(\theta)$ pour $M = 10^{-4}$ (noir) et $M = 10^{-1}$ (gris) avec $\beta = 0.3$ et $r = 15$ mm. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$ avec $M = 10^{-1}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(a).

7.5.3 Diagrammes de diffusion

Une analyse quantitative de l’intensité diffusée par le vortex de circulation nulle est proposée dans les figures 7.13 et 7.14. Nous introduisons un système de coordonnées polaires (r, θ) d’origine O , centre du vortex, et nous calculons $A_{\text{diff}}(r, \theta)$ à partir du champ $A_{\text{diff}}(x, y)$ obtenu avec une émission plane en figure 7.11.

Sur la figure 7.13(a), les diagrammes de diffusion sont tracés en fonction de θ selon une échelle logarithmique pour $M = 10^{-4}$ et trois valeurs de la distance d’observation r . Le facteur de normalisation est le même pour les trois valeurs de r . Pour un nombre de Mach aussi faible, la diffusion est symétrique et on retrouve les lobes de diffusion observés sur $A_{\text{diff}}(x, y)$. L’amplitude diffusée diminue nettement avec r et la forme du diagramme de diffusion reste sensiblement constante, au moins pour la diffusion vers l’avant. Notons que l’amplitude diffusée dans la direction $\theta = 0$ est toujours quasi-nulle, au moins 80 dB en-dessous de l’amplitude maximale.

Lorsque l’on passe de $M = 10^{-4}$ à $M = 10^{-1}$ (fig. 7.13(b)), le diagramme de diffusion devient fortement dissymétrique. L’amplitude diffusée selon $\theta = 0$ n’est plus nulle mais seulement inférieure à l’amplitude maximale d’un facteur 8. De plus, en normalisant les intensités par les mêmes quantités, on constate que les deux courbes sont séparées d’environ 60 dB. La diffusion est donc 1000 fois plus intense à $M = 10^{-1}$ qu’à $M = 10^{-4}$, conformément à une amplitude diffusée proportionnelle à M .

La figure 7.14 examine la dépendance en r de l’amplitude maximale, *i.e.* diffusée dans la direction $\theta = 20^\circ$, pour $M = 10^{-4}$. Pour une onde plane monochromatique, la théorie prévoit une décroissance en $r^{-1/2}$ loin du centre du vortex. Avec une représentation linéaire comme

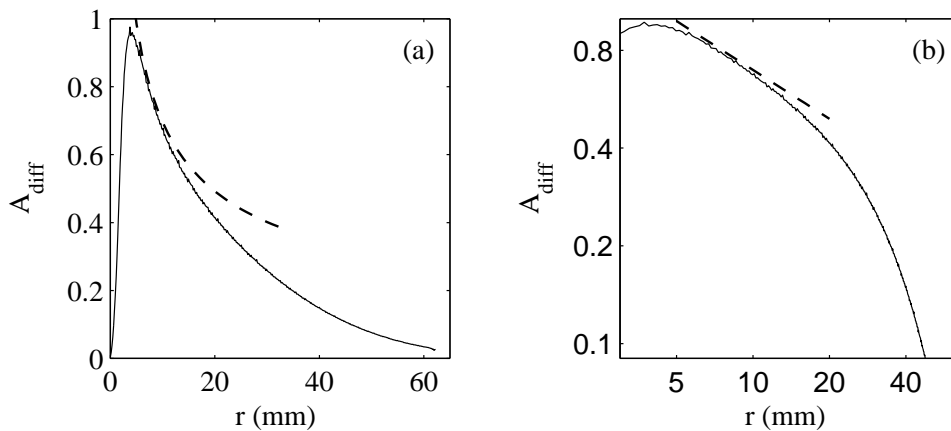


FIG. 7.14 – Amplitude diffusée selon $\theta = 20^\circ$ en fonction de la distance r au centre du vortex avec $\beta = 0.3$ et $M = 10^{-4}$. (a) $A_{\text{diff}}(r)$ en représentation linéaire et (b) en représentation log-log. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$. Les pointillés correspondent à une décroissance en $r^{-1/2}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.2(a).

logarithmique, on note que cette loi d'échelle n'est pas vérifiée sur nos résultats de simulation, sauf peut-être autour de $r = 10$ mm. Cet écart à la théorie résulte du fait que notre émission n'est pas complètement monochromatique. En effet, à grande distance du centre du vortex, pour l'instant t considéré dans les figures 7.2(a), 7.8 et 7.11, l'amplitude de l'onde incidente décroît rapidement pour $y \geq 25$ mm et entraîne une décroissance de l'amplitude diffusée plus rapide que $r^{-1/2}$.

7.5.4 Retour sur la simulation par équation parabolique

A la lumière des résultats précédents, il est intéressant de revenir sur la simulation par équation parabolique pour répondre aux deux questions suivantes :

- Quelle est la limite de l'équation parabolique dans la prise en compte de la diffusion ?
- Quelle est la structure précise du champ diffusé vers l'avant dans cette simulation parfaitement monochromatique ?

Nous avons simulé par équation parabolique la configuration de la figure 7.11. Le champ de vitesse correspond donc à un vortex de circulation nulle tel que $\beta = 0.3$ et $M = 10^{-4}$ ou $M = 10^{-1}$. L'émission est plane et, nécessairement, monochromatique. Les "champs diffusés" sont calculés directement à partir des champs complexes issus de l'équation parabolique selon la version monochromatique de l'équation (7.4) (p. 171) :

$$P_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r}) - P_0(\mathbf{r}), \quad (7.19)$$

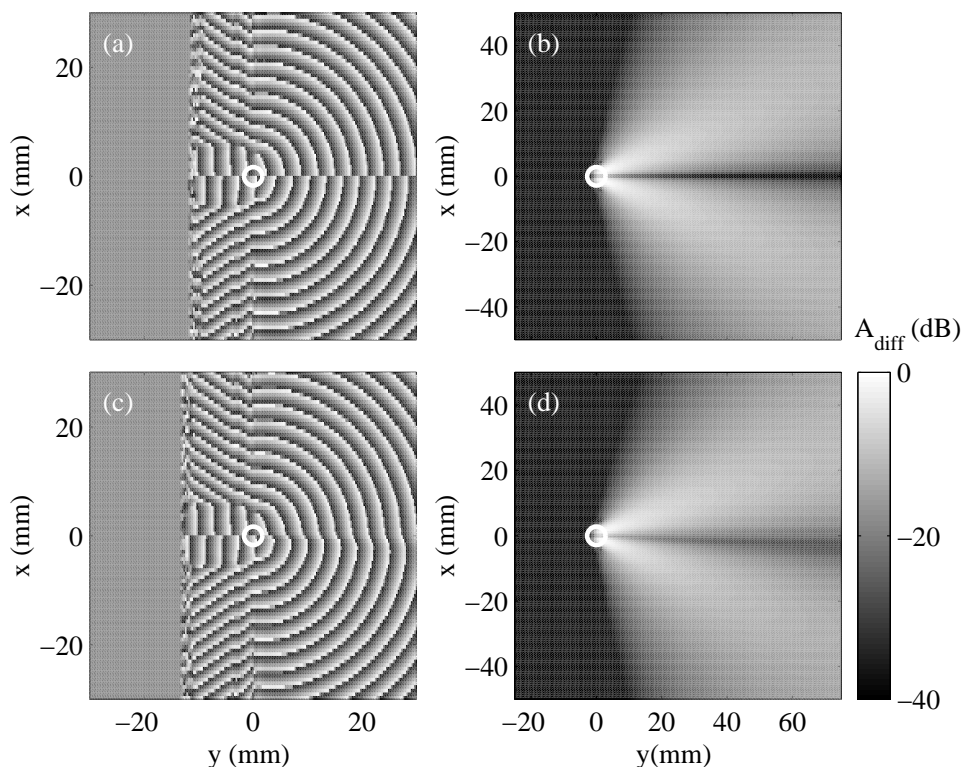


FIG. 7.15 – Champs de pression diffusés pour une émission plane monochromatique simulée par équation parabolique. (a) $\phi_{\text{diff}}(x, y)$ et (b) $A_{\text{diff}}(x, y)$ pour $M = 10^{-4}$. (c) $\phi_{\text{diff}}(x, y)$ et (d) $A_{\text{diff}}(x, y)$ pour $M = 10^{-1}$. Le champ de vitesse du vortex est donné par l'équation (7.18). $f = 500$ kHz, $y_{em} = -75$ mm, $O = 125$ mm et $\beta = 0.3$.

de sorte que les phases et amplitudes diffusées sont simplement données par l'argument et le module de l'amplitude diffusée complexe P_{diff} .

Les champs diffusés simulés par équation parabolique sont présentés en figure 7.15. La différence est flagrante avec la figure 7.11 obtenue par la simulation aux différences finies. Comme prévu, l'équation parabolique ne permet de prendre en compte la diffusion que dans la direction avant. La phase des figures 7.15(a) et (c) n'a donc pas de sens pour $y \leq 0$ et n'est d'ailleurs plus définie pour $y \leq 15$ mm. La phase diffusée pour $y \geq 0$ coïncide toutefois avec celle des figures 7.11(a) et (c) mais la simulation par équation parabolique ne permet pas de mettre en évidence la structure spirale du champ de phase. On retrouve tout de même la symétrie du champ diffusé à faible nombre de Mach (fig. 7.15(b)) et une nette dissymétrie à $M = 10^{-1}$ (fig. 7.15(d)).

Les figures 7.16 et 7.17 sont les analogues des figures 7.13 et 7.14 pour la simulation par équation parabolique. Les diagrammes de diffusion de la figure 7.16 montrent que la diffusion n'a lieu que pour $|\theta| \leq 90^\circ$ et que leur forme est indépendante de la distance d'observation. En changeant le nombre de Mach, on trouve à nouveau un comportement de l'amplitude diffusée

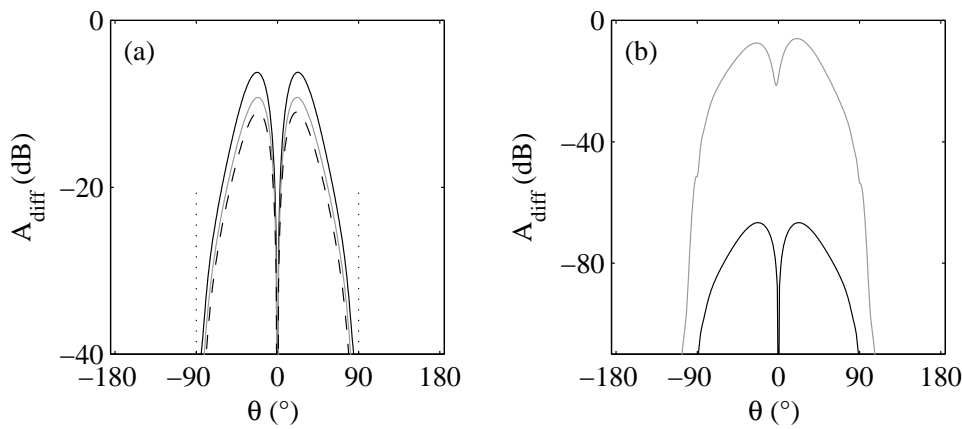


FIG. 7.16 – Amplitude diffusée dans la simulation par équation parabolique. (a) $A_{\text{diff}}(\theta)$ pour $r = 15$ (noir), 30 (gris) et 45 mm (pointillés) avec $\beta = 0.3$ et $M = 10^{-4}$. Les points indiquent la position de $\theta = \pm 90^\circ$. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$. (b) $A_{\text{diff}}(\theta)$ pour $M = 10^{-4}$ (noir) et $M = 10^{-1}$ (gris) avec $\beta = 0.3$ et $r = 15$ mm. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$ avec $M = 10^{-1}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.15.

proportionnel à M . Pour une direction d'observation fixée, on constate que l'amplitude diffusée vers l'avant décroît cette fois comme $r^{-1/2}$ dès que $r \geq 10$ mm (cf. fig. 7.17). L'ajustement est très bon surtout à grande distance du centre du vortex. Par son caractère parfaitement monochromatique, la simulation par équation parabolique permet donc de retrouver le comportement asymptotique prédit théoriquement.

Enfin, dans la figure 7.18, nous comparons les diagrammes de diffusion obtenus par différences finies et par équation parabolique pour les deux nombres de Mach étudiés. Dans la direction avant, tant que $|\theta| \leq 30^\circ$, les diagrammes issus des deux simulations sont identiques. En revanche, on remarque que les lobes de diffusion vers l'avant sont plus larges avec l'équation parabolique et que les diagrammes diffèrent franchement pour $|\theta| \geq 45^\circ$. En variant l'ordre des développements de Padé, nous avons vérifié que les directions $45^\circ \leq |\theta| \leq 85^\circ$ sont bien prises en compte par l'équation parabolique. La différence dans la largeur des lobes de diffusion vers l'avant n'est donc pas attribuable à un manque de convergence de la simulation par équation parabolique loin de l'axe $\theta = 0$.

Nous interprétons les différences sur $A_{\text{diff}}(\theta)$ pour $30^\circ \leq |\theta| \leq 85^\circ$ comme une conséquence du caractère non monochromatique de la simulation par différences finies. En effet, la figure 7.13(a) montre que la forme du diagramme de diffusion et, en particulier, la largeur des lobes latéraux, dépend de r dans la simulation par différences finies alors qu'elle reste constante avec l'équation parabolique (fig. 7.16(a)). Il est donc probable que la différence dans les lobes de diffusion observée sur la figure 7.18 provienne des forçages acoustiques différents dans les deux simulations. Enfin, il est clair que la simulation par équation parabolique n'est plus valable pour calculer le champ diffusé selon $|\theta| \geq 90^\circ$.

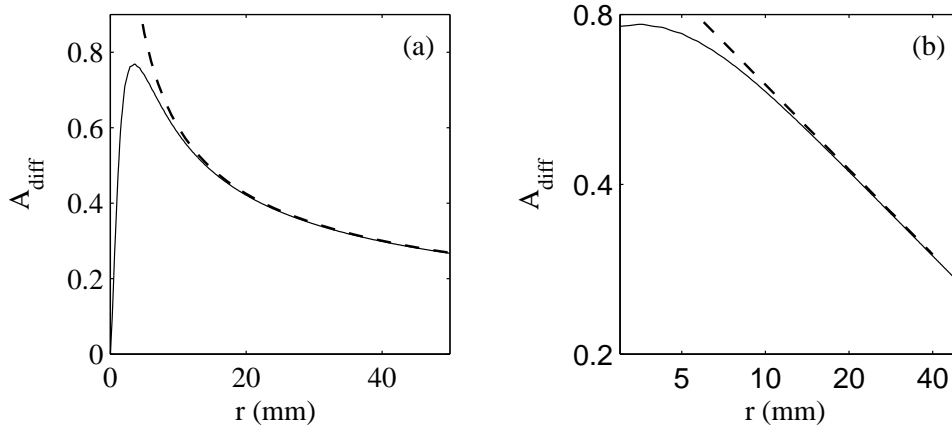


FIG. 7.17 – Amplitude diffusée selon $\theta = 20^\circ$ dans la simulation par équation parabolique avec $\beta = 0.3$ et $M = 10^{-4}$. (a) $A_{\text{diff}}(r)$ en représentation linéaire et (b) en représentation log-log. Le facteur de normalisation est $\max_{r,\theta}(A_{\text{diff}})$. Les pointillés correspondent à une décroissance en $r^{-1/2}$. Les autres paramètres de la simulation sont ceux de la figure 7.15.

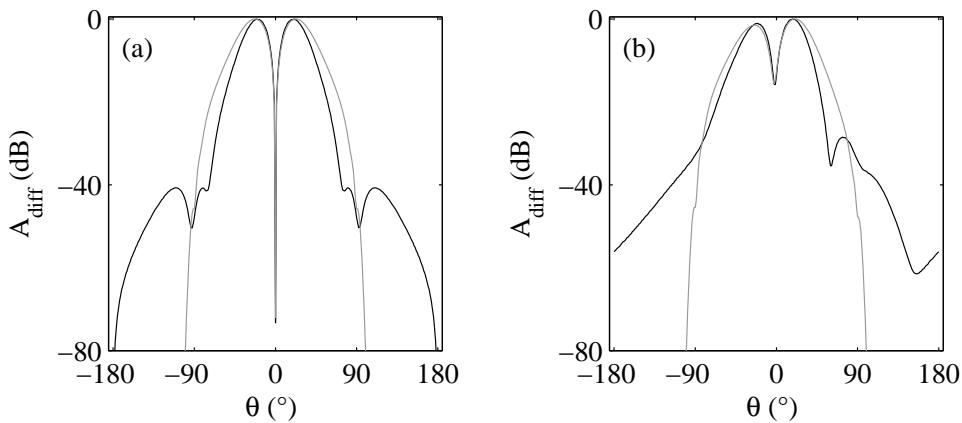


FIG. 7.18 – Amplitude diffusée $A_{\text{diff}}(\theta)$ simulée par différences finies (en noir) et par équation parabolique (en gris) pour (a) $M = 10^{-4}$ et (b) $M = 10^{-1}$ avec $\beta = 0.3$ et $r = 15$ mm. Chaque courbe est normalisée par sa propre valeur maximale.

7.6 Convergence et limites de la simulation

La principale limitation de la simulation aux différences finies a déjà été évoquée. Elle concerne la taille de la grille de simulation qui, pour un maillage en $\lambda/15$, ne peut excéder $150\lambda \times 150\lambda$ avec les capacités de calcul actuelles. On peut évidemment atteindre des distances de propagation nettement plus grandes en ne prenant plus un maillage carré ou en choisissant une maille plus grande, mais dans ce cas, la convergence du calcul n'est plus forcément garantie.

D'autre part, les équations de propagation simulées dans ce chapitre résultent d'un développement à l'ordre 1 en M . Comme pour l'équation parabolique, nous avons pu vérifier que l'on peut commencer à questionner la validité de nos résultats lorsque $M > 0.2$. En revanche, la simulation n'est pas limitée par la taille du cœur du vortex. En effet, quitte à raffiner le maillage, on peut toujours imposer que le cœur du vortex s'étende au moins sur une dizaine de points de grille.

En conclusion, même si elles ne permettent pas de simuler toutes les configurations expérimentales, les différences finies donnent accès à l'évolution temporelle du champ de pression et à la structure de l'onde diffusée par un vortex. Nous avons pu étudier ainsi l'influence de l'onde incidente et de son advection par l'écoulement puis mettre en évidence une structure spirale du champ diffusé pour des nombres de Mach suffisamment grands.

Synthèse et perspectives de la deuxième partie

Résumé de la deuxième partie

La deuxième partie de notre travail a été consacrée à la simulation numérique de l'interaction son-vorticité. Nous avons simulé la transmission d'une onde ultrasonore à travers un vortex par trois techniques numériques différentes. Le tableau 7.1 résume les caractéristiques et les limites de chaque technique. Chacune de ces simulations possède ses propres avantages et inconvénients. Par exemple, le tracé de rayons acoustiques permet de modéliser la propagation à travers un "grand" vortex, d'étudier les effets d'ouverture finie et de localiser d'éventuelles caustiques. Toutefois, il ne donne pas accès au phénomène de diffusion du son par un vortex qui intervient pour $\beta \lesssim 3$.

Basée sur l'utilisation de l'équation parabolique, la deuxième technique associe rapidité de calcul et prise en compte de la diffusion du son. Comme le tracé de rayons, cette simulation est monochromatique et met en jeu une modification locale de la vitesse du son par l'écoulement. Le calcul des fréquences spatiales renseigne sur l'origine des oscillations présentes dans les déformations de phase et d'amplitude. L'équation parabolique fournit des résultats en très bon accord avec nos expériences et permet d'estimer la taille du cœur d'un filament de vorticité en présence de diffusion et, éventuellement, d'effets d'ouverture finie. Pourtant, elle ne simule la propagation acoustique que dans une direction de l'espace et n'autorise pas l'étude du champ diffusé vers l'arrière.

La dernière simulation est réalisée directement dans le domaine temporel à partir d'une équation de propagation où l'interaction son-vorticité apparaît sous la forme d'un terme source couplant la vitesse du tourbillon à celle de la perturbation ultrasonore. Les différences finies permettent alors la modélisation complète du problème. En particulier, nous avons mis en évidence une structure spirale de l'onde diffusée par un vortex à "grand" nombre de Mach alors que le champ diffusé à faible nombre de Mach garde une structure cylindrique et une amplitude quadrupolaire. En jouant sur la forme de l'émission, nous avons pu tester l'influence du forçage acoustique et comparer nos résultats à ceux de l'équation parabolique, à des prédictions théoriques ou à d'autres études numériques. Le calcul par différences finies est limité par les capacités de stockage actuelles qui, malgré des temps de calcul élevés, ne permettent pas de propager une onde ultrasonore sur de longues distances.

Perspectives ouvertes par les simulations numériques

Les équations utilisées dans nos simulations résultent du développement des équations de Navier-Stokes au premier ordre en nombre de Mach. C'est pourquoi on ne peut envisager de nombres de Mach supérieurs à 0.2. De même, on peut questionner la validité du découplage entre écoulement et perturbation ultrasonore. En effet, un écoulement turbulent ne peut pas forcément être considéré comme stationnaire pour la propagation acoustique. Un vortex suffi-

technique	tracé de rayons	équation parabolique	différences finies
équation	rayons	Helmholtz	propagation
son-vorticité	$c = c_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$	$c = c_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{k}/k$	$-2\rho_0 \partial_{ij}^2 u_i v_j$
domaine	Fourier	Fourier	temporel
émission	monochromatique	monochromatique	quelconque
ondes de bords	oui	oui	oui
diffusion	non	partielle	oui
limite en β	$\beta > 3$	β quelconque	β quelconque
limite en M	caustiques	$M < 0.2$	$M < 0.2$
limite en L	L quelconque	L quelconque	$L < 150\lambda$
stockage	$10^2 \times 10^2$	$10^2 \times 10^3$	$10^3 \times 10^3$
temps de calcul	30 s	1 min	3 h

TAB. 7.1 – Comparaison des trois techniques numériques utilisées pour simuler l’interaction son-vorticité.

samment intense peut aussi donner lieu à des dépressions remettant en cause l’incompressibilité de l’écoulement de base et éventuellement, donner naissance à une onde sonore.

De telles situations nécessiteraient la simulation d’équations non-linéaires pour tenir compte de l’évolution temporelle du tourbillon et des ondes de choc qui apparaissent à grand nombre de Mach. Toutefois, les situations expérimentales que nous avons cherché à simuler mettent en jeu des nombres de Mach ne dépassant pas 10^{-3} et des vortex dont le temps de retournement et les fluctuations sont nettement plus longues que le temps de parcours ultrasonore. La mise en place de nouvelles simulations, lourdes et coûteuses en temps de calcul, ne nous semble donc pas intéressante dans le cadre d’expériences d’interaction son-vorticité dans l’eau. En revanche, des codes non-linéaires peuvent être très utiles dans l’air, en particulier en aéronautique, où les nombres de Mach sont nettement plus élevés du fait de la faible vitesse du son.

Une perspective potentiellement riche pour l’hydro-acoustique concerne le couplage entre les diverses techniques développées ici. En effet, en fonction des caractéristiques locales de l’écoulement traversé, il est possible de choisir la simulation la mieux adaptée au problème. Ainsi, très loin du cœur du vortex, le calcul du tracé de rayons convient parfaitement à la propagation à travers un champ de vitesse lentement variable. Près du cœur, on peut envisager d’adapter le maillage et le code numérique pour inclure un calcul par équation parabolique ou par différences finies. Les techniques monochromatiques pourraient aussi être utilisées pour simuler une émission “colorée” en calculant le champ de pression complexe associé à chacune des fréquences présentes dans le spectre du signal d’émission.

D’autre part, les expériences comme les simulations ont montré l’intérêt d’une émission sphérique pour l’étude d’un vortex. En effet, une onde incidente sphérique évite les effets d’ouverture finie et présente un front d’onde qui ne résulte de la réponse acousto-électrique que d’un seul transducteur. Le problème de la faible intensité émise peut être facilement résolu en utilisant un

transducteur de puissance associé à un amplificateur. De plus, comme nous l'avons montré en section 6.4.3 (p. 146), les déformations de phase et d'amplitude obtenues avec une onde sphérique dépendent des distances de propagation. Ainsi, pour de faibles distances entre l'émetteur et le vortex, la période des oscillations liées à la diffusion dans les profils $\phi(x)$ et $A(x)$ est plus grande qu'avec une onde incidente plane et l'onde sphérique conduit en quelque sorte à un "zoom" sur le cœur du vortex. Nos expériences et simulations avec une émission sphérique semblent donc offrir de nouvelles perspectives pour l'étude de l'interaction son-vorticité. En particulier, aucune théorie de l'interaction d'un vortex et d'une onde sphérique n'est disponible dans la littérature. L'annexe C (p. 215) propose une première approche analytique de ce problème.

Enfin, les simulations, limitées ici à l'étude de la propagation du son à travers un vortex unique, peuvent être très facilement modifiées pour inclure des champs de vitesse plus complexes. En particulier, nous envisageons d'étudier l'interaction son-écoulement dans le cas de plusieurs vortex voire d'un réseau de vortex. L'équation parabolique ou les différences finies peuvent être aussi utilisées pour simuler la propagation acoustique dans des écoulements d'intérêt biologique comme les écoulements sanguins. Dans ce cas, pour plus de réalisme, des inhomogénéités de température ou de densité ainsi qu'un coefficient d'absorption seront introduits dans le code de calcul. Avec les différences finies, on peut même imaginer modéliser le champ de pression émis par un ensemble de diffuseurs (globules rouges ou agents de contraste ultrasonore) entraînés par le sang à travers un organe.

Chapitre 8

Conclusions et perspectives : vers une imagerie acoustique ultra-rapide pour l'hydrodynamique

Les expériences de la première partie puis les simulations de la seconde ont montré l'intérêt des mesures acoustiques par transmission d'ondes ultrasonores à travers un écoulement à la fois pour l'hydrodynamicien et pour l'acousticien. Après avoir conclu sur cette technique et exposé ses diverses implications, nous proposons une nouvelle technique d'imagerie d'un écoulement par "inter-corrélation de speckle acoustique". Cette méthode, développée à l'origine pour l'imagerie de milieux biologiques par Laurent Sandrin, nécessite la présence de diffuseurs dans l'écoulement. À proprement parler, elle n'est donc plus entièrement non intrusive. Nous présentons des résultats préliminaires très prometteurs obtenus sur deux écoulements très différents : un filament de vorticité et un jet.

8.1 Conclusions sur les mesures en transmission

8.1.1 Résumé du mémoire

La transmission d'une onde ultrasonore dans un écoulement apporte une information non intrusive sur le mouvement du milieu traversé. Cette information s'exprime sous la forme d'une intégrale le long du trajet acoustique. Dans le cas particulier d'un vortex isolé, une telle information intégrale suffit à remonter aux caractéristiques essentielles du tourbillon (position, circulation, rayon). Lorsque le vortex est axisymétrique ou faiblement elliptique, on peut même reconstruire le champ de vitesse orthoradiale. Les expériences présentées dans ce mémoire ont prouvé l'intérêt des mesures de temps de vol acoustique à travers un écoulement face aux techniques usuelles en hydrodynamique.

D'autre part, sur le plan purement technique de l'instrumentation, l'utilisation de deux réseaux linéaires (double MRT) ou d'un réseau circulaire de transducteurs piézo-électriques autorise une mesure à la fois spatiale et dynamique. Aujourd'hui limitée à un champ de 25 mm (resp. 50 mm) pour une résolution de 0.4 mm (resp. 0.8 mm) et à des fréquences d'acquisition de l'ordre de 30 Hz, la technique peut être facilement améliorée moyennant des baies électroniques plus perfectionnées et des barrettes plus larges. En particulier, des fréquences d'acquisition de l'ordre de 2 kHz seront atteintes dans un futur proche. Le retournement temporel permet d'amplifier l'effet d'un écoulement faible sur une onde ultrasonore et constitue un élégant raffinement de la technique de mesure des temps de vol.

Lorsque la taille du cœur du vortex est inférieure à quelques longueurs d'onde acoustique, l'interprétation simple des temps de vol en termes d'acoustique géométrique n'est plus valable. La prise en compte de la diffusion du son par le vortex devient indispensable. L'information sur la déformation d'amplitude de l'onde acoustique est alors aussi importante que la mesure des temps de vol (déphasages). En comparant les résultats expérimentaux à des calculs analytiques ou à des simulations, nous avons pu obtenir une mesure de la taille du vortex, à condition de moyennner les mesures instantanées dans le référentiel du vortex. De plus, les mesures dynamiques de la position et de l'intensité du tourbillon restent possibles et renseignent sur les régimes transitoires ou les éventuelles instabilités de l'écoulement.

Enfin, l'étude numérique de la diffusion du son par un vortex a permis de mieux comprendre et interpréter les expériences basées sur l'interaction son-vorticité. En particulier, nous savons désormais distinguer clairement les effets de la diffusion par le vortex des effets d'ouverture finie (diffraction par les bords de barrettes). Les trois techniques numériques présentées dans ce mémoire permettent d'étudier l'influence de diverses approximations sur l'interaction son-vorticité (acoustique géométrique, variation locale de la vitesse du son, influence de l'équation de propagation...). Couplées aux calculs théoriques et analytiques, les simulations numériques représentent donc un outil indispensable pour l'étude d'effets de taille finie ou d'effets de champ proche comme pour la compréhension de la structure de l'onde diffusée par un vortex et de son interaction avec l'onde incidente déformée par l'écoulement.

8.1.2 Discussion et perspectives

Au delà de l'intérêt de la méthode pour une étude fondamentale de l'interaction son-vorticité, nos résultats soulèvent un certain nombre de questions quant à l'avenir de cette technique expérimentale. À notre connaissance, le double MRT représente le seul instrument de mesure entièrement non intrusif capable de fournir une information quantitative "instantanée" sur un champ de plusieurs centimètres et qui reste efficace dans le cœur d'un filament de vorticité très intense et instationnaire. Dans l'eau, ce dispositif permet d'estimer la taille d'un filament de vorticité d'environ 1.5 mm de rayon. Une telle mesure est très difficile voire impossible à l'aide des tech-

niques Doppler classiques (ultrasonore ou laser) gênées par un volume de mesure trop petit, par la précession et par la démixtion de particules dans le cœur du vortex.

L'avenir de la technique concernant des écoulements de laboratoire modèles (vortex isolé, allée de von Kármán, tourbillons réguliers dans une conduite...) semble donc assuré. Nous avons vu que les transmissions réciproques de deux ondes ultrasonores conduisent à une information supplémentaire sur le champ de température, de densité et de pression de l'écoulement. Une extension possible des mesures par le double MRT consiste alors en une mesure simultanée des champs de température et de vitesse d'un écoulement. Un projet d'étude acoustique de la convection dans une cellule de Rayleigh-Bénard est en cours au laboratoire avec Agnès Maurel et Claire Prada. Ce projet pourrait déboucher sur la première méthode de mesure non intrusive et simultanée de température et de vitesse en hydrodynamique. Les applications au problème du "scalaire passif" (ici, la température) en turbulence semblent prometteuses.

On peut enfin se demander comment améliorer la technique pour effectuer des mesures de vorticité sur un écoulement complexe ne présentant plus une symétrie cylindrique. La mise au point d'un tomographe acoustique résoudrait le problème de la reconstruction complète du champ de vitesse dans le cas d'un écoulement lentement variable dans l'espace. La limite de la diffraction par des gradients de vitesse localisés sur des tailles de l'ordre de la longueur acoustique constituerait alors la seule restriction de la méthode. Toutefois, même en utilisant des réseaux de transducteurs, l'acquisition de tous les temps de vol sous des angles différents restreindrait nettement les possibilités dynamiques de l'instrument de mesure par rapport au double MRT. Dans le cas d'un écoulement instationnaire quelconque, pour conserver les avantages spatiaux et dynamiques des MRT, nous pensons qu'il faut sonder le milieu à l'aide d'une seule émission plane. Une alternative consiste alors à abandonner partiellement le caractère non intrusif de la mesure pour revenir à des méthodes exploitant le signal diffusé par des réflecteurs acoustiques présents naturellement dans l'écoulement ou introduits artificiellement. Le développement d'une nouvelle technique d'imagerie bidimensionnelle d'écoulements est en cours au laboratoire et fait l'objet de la section suivante.

8.2 Vers une imagerie ultra-rapide d'écoulements

Suite aux résultats de Stefan Catheline [Catheline *et al.* 1999a, Catheline *et al.* 1999b], Laurent Sandrin développe au laboratoire une nouvelle technique d'imagerie acoustique bidimensionnelle. Son travail s'inscrit dans le cadre des recherches sur l'" lastographie" (ou "sono lasticit ") en imagerie bio-médicale [Ophir *et al.* 1991]. L' lastographie est basée sur des mesures du déplacement de particules diffusantes présentes dans l'organisme sous l'effet de contraintes extérieures statiques, sinusoïdales ou impulsionnelles. La mesure de la réponse à une contrainte permet de remonter à l'élasticité du milieu en vue de détecter une éventuelle tumeur. Le déplacement de diffuseurs est aussi largement utilisé dans les techniques Doppler pour visualiser les écoulements

sanguins. Dans ce cas, ce sont les globules rouges du sang qui jouent le rôle de diffuseurs acoustiques [Bonnetous 1988, Jensen 1996].

8.2.1 Description succincte de la technique

Comme la vélocimétrie Doppler [Jensen 1996], l'imagerie par "inter-corrélation de speckle" repose sur l'insonification d'un milieu contenant des diffuseurs par une onde ultrasonore. Le signal rétro-diffusé résulte de l'interférence de toutes les ondes réfléchies par les diffuseurs à différentes profondeurs dans le milieu. Il présente une structure spatio-temporelle complexe appelée "speckle acoustique". En répétant l'insonification à des intervalles de temps réguliers de l'ordre de la milliseconde, les signaux rétro-diffusés successifs renseignent sur le mouvement des diffuseurs.

Il n'est pas dans notre propos de décrire ici en détail la technique d'inter-corrélation de speckle mise au point par Laurent Sandrin. Seules ses étapes essentielles seront mentionnées pour montrer comment on peut l'appliquer en hydrodynamique pour visualiser à deux dimensions un écoulement quelconque.

Acquisition des signaux rétro-diffusés

Considérons tout d'abord le cas d'une suspension de particules d'amidon dans l'eau. Une onde ultrasonore plane est engendrée dans le milieu par une barrette linéaire de 64 transducteurs à travers une fenêtre pratiquée dans la cuve. La figure 8.1 présente le principe de la mesure et explicite les notations utilisées dans la suite. La figure 8.2 montre les dispositifs hydrodynamiques permettant d'engendrer les deux écoulements étudiés dans ce chapitre. La fréquence de l'onde incidente est $f = 3.5$ MHz. Dès la fin de l'émission, les signaux rétro-diffusés par la suspension sont stockés dans la mémoire de la baie. La figure 8.3 présente un enregistrement de ces signaux $p(x, t)$ sur une dizaine de micro-secondes. L'abscisse x correspond à la position des transducteurs le long de la barrette. Le temps de parcours acoustique entre le début de l'émission et la fin de la réception est supposé très court devant le temps caractéristique d'évolution de la suspension. De plus, nous négligerons toute diffusion multiple dans la suspension. Le B-Scan montre la grande complexité spatio-temporelle du speckle ainsi obtenu. Toutefois, ces signaux contiennent une précieuse information sur la position des diffuseurs à l'instant de l'insonification.

Formation d'une image du speckle acoustique

Le signal $p(x_0, t)$ reçu à l'instant t par un transducteur d'abscisse x_0 sur la barrette correspond à la somme des signaux rétro-diffusés par des diffuseurs situés en $M(x, y)$ où x et y vérifient (cf. fig. 8.1(a)) :

$$t = t(x_0, x, y) = \frac{y + \sqrt{y^2 + (x - x_0)^2}}{c_0}. \quad (8.1)$$

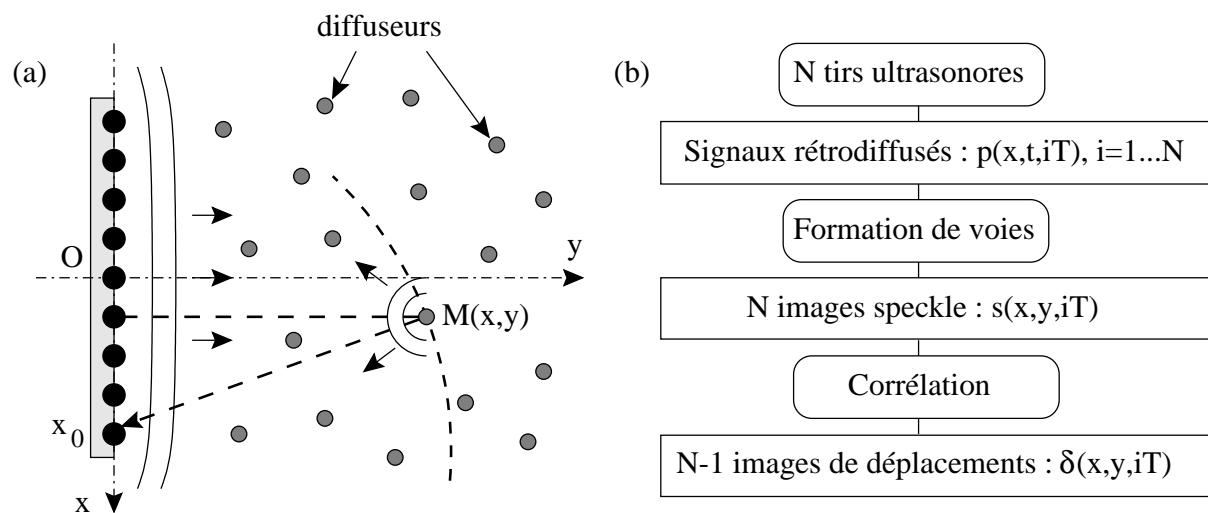


FIG. 8.1 – Principe des expériences par inter-corrélation de speckle. (a) Insonification d'une suspension de particules par une onde plane. (b) Principales étapes de l'algorithme de calcul des déplacements.

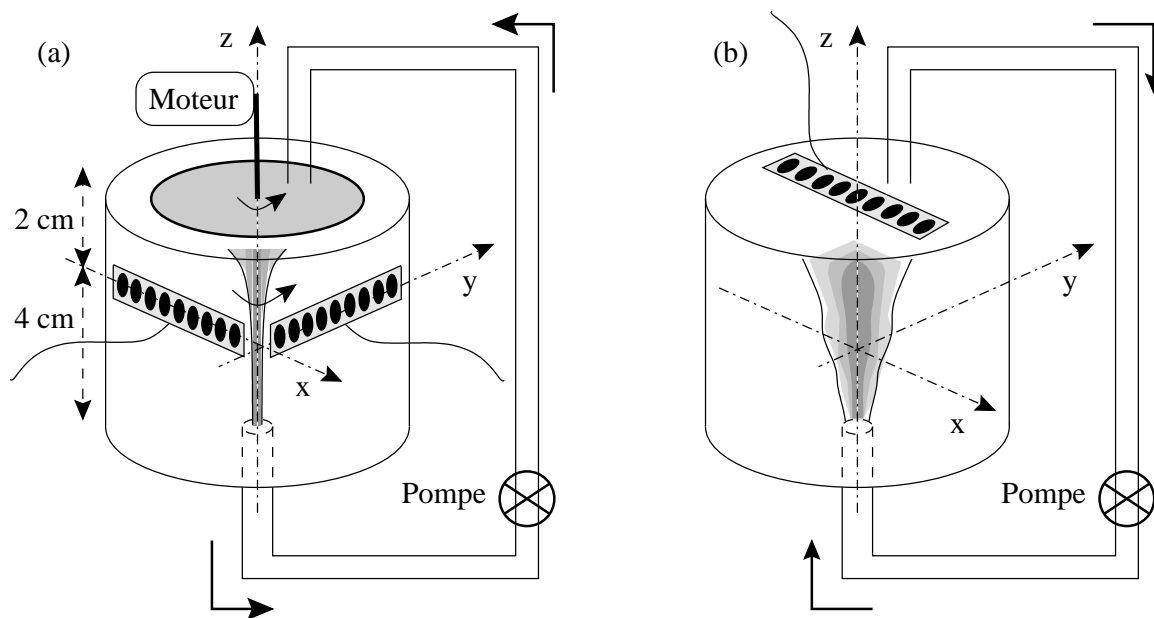


FIG. 8.2 – (a) Dispositif expérimental utilisé pour engendrer un filament de vorticité en géométrie cylindrique et disposition des deux barrettes de mesure de $u_y(x, y)$ et $u_x(x, y)$. (b) Dispositif permettant d'étudier un jet vertical et position de la barrette de mesure de $u_z(x, z)$.

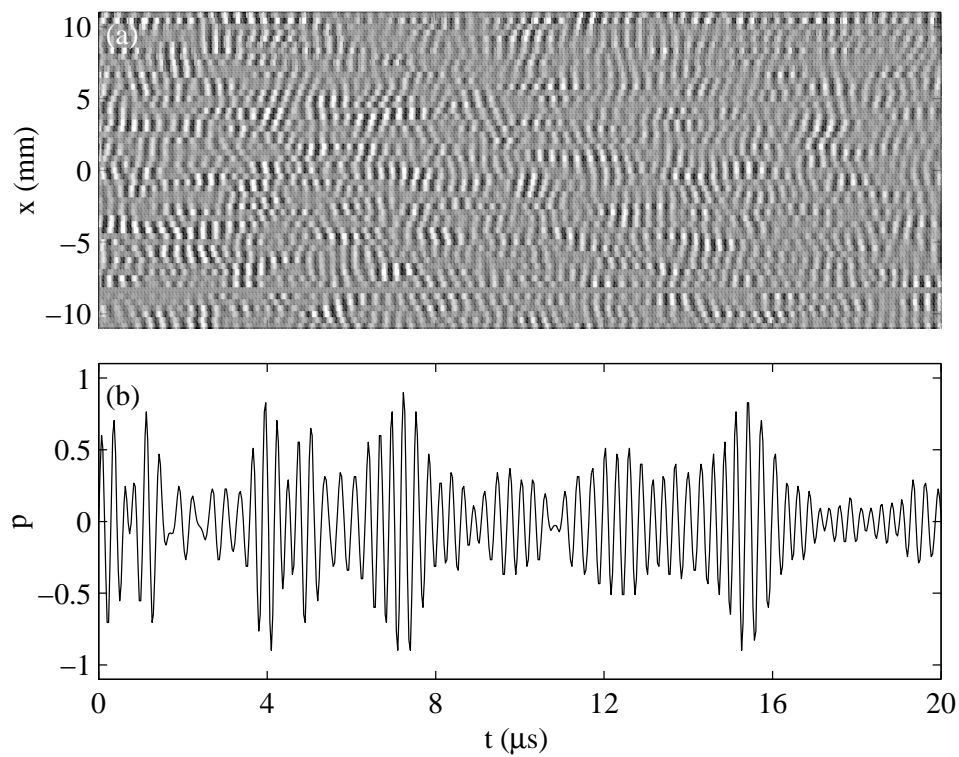


FIG. 8.3 – Signaux de pression rétro-diffusés par une suspension d'amidon dans l'eau. (a) B-Scan des signaux rétro-diffusés $p(x, t)$ après une émission plane à $f = 3.5$ MHz par une barrette de type 2 (cf. table 2.1, p. 33). (b) Signal de pression $p(t)$ reçu en $x = 0$.

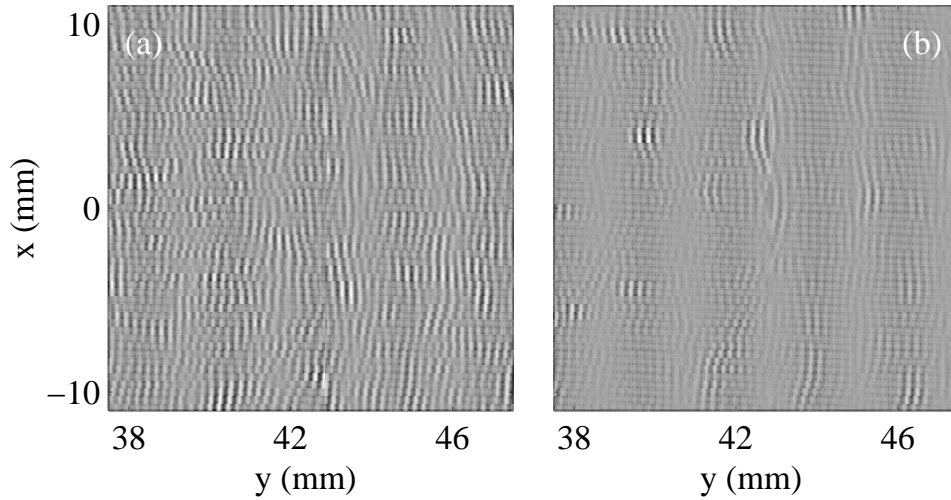


FIG. 8.4 – Images $s(x, y)$ du speckle acoustique obtenu avec une suspension d'amidon dans l'eau. (a) Speckle faiblement hétérogène calculé à partir des données de la figure 8.3. (b) Speckle très hétérogène obtenu dans une autre suspension d'amidon.

On forme alors une image spatiale du speckle en considérant le signal :

$$s(x, y) = \sum_{x_0} \alpha(x_0, x, y) p(x_0, t(x_0, x, y)), \quad (8.2)$$

où le coefficient α désigne un facteur d'apodisation prenant en compte l'atténuation avec la distance et, éventuellement, la directivité des transducteurs. Le signal $s(x, y)$ correspond à l'amplitude diffusée à partir du point (x, y) reconstituée à partir de l'information reçue sur toute la barrette avec la loi de retard (8.1) (on parle de "focalisation en réception"). Comme le montre la figure 8.4, ce signal spatial contient encore des fluctuations à haute fréquence liées à l'onde incidente et à la diffraction. Cette étape de "formation de voies" (Parallel Beam Forming, PBF), résumée dans l'équation (8.2), ainsi que l'expression du coefficient α sont détaillées dans [Sandrin *et al.* 1999].

Calcul des déplacements

L'image du speckle obtenue après la formation de voies est caractéristique de la répartition spatiale des diffuseurs à l'instant de l'insonification. En comparant deux images $s(x, y, t_1)$ et $s(x, y, t_2)$ résultant de deux tirs ultrasonores successifs à t_1 et t_2 , on peut alors remonter au champ de déplacement des particules diffusantes. En pratique, pour un point (x_0, y_0) donné de

l'image, on calcule le coefficient de corrélation :

$$C(x_0, y) = \sum_{y'=y_0-\Delta y/2}^{y_0+\Delta y/2} s(x_0, y', t_1) s(x_0, y' + y, t_2), \quad (8.3)$$

sur une fenêtre spatiale de largeur Δy centrée en y_0 pour la première image et en $y_0 + y$ pour la deuxième image. Le déplacement axial $\delta(x_0, y_0)$ du point (x_0, y_0) entre t_1 et t_2 est alors défini par :

$$C(x_0, \delta(x_0, y_0)) = \max_y C(x_0, y). \quad (8.4)$$

L'algorithme d'inter-corrélation implémenté par Laurent Sandrin permet de calculer le déplacement des diffuseurs selon l'axe (Oy) avec une précision d'environ $1 \mu\text{m}$. On choisit en général $\Delta y = 8\lambda$. La période minimale de répétition des tirs ultrasonores $T = t_2 - t_1$ dépend de la distance de propagation acoustique L . Pour pouvoir séparer les émissions des réceptions, T doit vérifier $T \geq T_{min} = 2L/c_0$. Pour un milieu de profondeur 10 cm , on obtient $T_{min} \simeq 130 \mu\text{s}$ ce qui correspond à une fréquence de répétition maximale $F_{max} = 1/T_{min} \simeq 8 \text{ kHz}$. En pratique, la fréquence de répétition (ou fréquence de récurrence) F est choisie en fonction des déplacements attendus.

Application à l'hydrodynamique

La technique d'inter-corrélation de speckle acoustique est directement applicable au cas d'un écoulement hydrodynamique, à condition que le milieu contienne une quantité de diffuseurs adéquate. Dans le cas de l'eau, un ensemencement de l'écoulement est donc nécessaire. Les déplacements calculés sont d'autant plus précis que le speckle est homogène. Les particules d'amidon, aussi utilisées en Vélocimétrie Doppler Ultrasonore, donnent des résultats satisfaisants. Selon la vitesse de l'écoulement, on règle alors la fréquence de récurrence de façon à obtenir des déplacements d'une centaine de microns entre deux images. Le passage du déplacement axial à la composante selon (Oy) de la vitesse des particules est immédiat :

$$u_y(x_0, y_0) = \frac{\delta(x_0, y_0)}{T}. \quad (8.5)$$

La technique d'inter-corrélation de speckle, associée à l'utilisation d'un réseau linéaire de transducteurs, permet donc d'obtenir en deux tirs acoustiques la composante de la vitesse de l'écoulement selon la direction de propagation acoustique dans le plan (xOy) . Notons enfin qu'il est théoriquement possible d'extraire aussi des images du speckle le déplacement transverse. On pourrait alors obtenir simultanément $u_x(x_0, y_0)$ et caractériser entièrement le champ de vitesse à deux dimensions. Toutefois, des limitations intrinsèques dues à la formation de voies restreignent la précision latérale [Konofagou *et al.* 2000]. Le développement d'un algorithme de calcul des déplacements transverses est en cours au laboratoire. Récemment, une technique analogue a été

proposée, qui exploite le signal rétro-diffusé par une suspension de sédiments pour mesurer la vitesse transverse d'un écoulement entre deux émetteurs-récepteurs acoustiques [Unen *et al.* 1998]. Comme la Vélocimétrie Doppler Ultrasonore, cette technique ne donne toutefois qu'une information unidimensionnelle sur le champ de vitesse.

8.2.2 Visualisation d'un écoulement dans l'eau

Sur la figure 8.4, on note qu'en fonction de la suspension utilisée, en particulier, selon la concentration de particules, le speckle est plus ou moins homogène. Dans le cas de la figure 8.4(b), on peut même identifier des particules individuelles (ou des agrégats de particules). La formation d'images successives permet alors de suivre le mouvement de particules isolées au sein de l'écoulement. La figure 8.5 présente quatre images du speckle séparées de 2 ms. L'écoulement est un filament de vorticité engendré en géométrie cylindrique (cf. fig. 8.2(a)). La cuve a un diamètre intérieur de 9 cm pour une hauteur de 6 cm. Le vortex est obtenu sous un disque en rotation de diamètre 4 cm par pompage à 1.3 L.min⁻¹ à travers un trou de diamètre 3 mm. La fréquence de rotation du disque vaut 2.6 Hz. Sur la figure 8.5, on peut voir tourbillonner une particule au voisinage du centre du vortex avant d'être aspirée dans le cœur. L'imagerie du speckle peut donc permettre l'étude de la dynamique lagrangienne de particules isolées dans un écoulement.

Bien s ur, le calcul des déplacements et donc de la vitesse de l'écoulement nécessite un speckle bien plus homogène, du type de celui de la figure 8.4(a). Sur le même vortex et en moyennant les résultats sur 90 images, on obtient les résultats présentés dans la figure 8.6. La fréquence de récurrence des tirs ultrasonores vaut $F = 2$ kHz. La vitesse u_y est donc moyennée sur 45 ms, durée pendant laquelle on peut considérer que l'écoulement évolue très peu. L'image présente deux lobes bien définis correspondant aux zones où les particules se rapprochent ou s'éloignent de la barrette : $u_y < 0$ ou $u_y > 0$. Les ordres de grandeur et les profils de vitesses obtenus sont tout à fait vraisemblables. De plus, pour la fréquence de répétition choisie ici, une incertitude de 1 μ m sur le déplacement axial correspond à une incertitude absolue de 2 mm.s⁻¹ sur la vitesse u_y . Notons enfin que la figure 8.6(a) présente l'intégralité du champ accessible avec une barrette de type 2 (cf. table 2.1, p. 33) soit environ 30 mm   30 mm. Un pixel de l'image mesure 0.4 mm   0.4 mm.

8.2.3 Exploitation d'un speckle naturel

Le speckle obtenu dans l'eau grâce à une suspension d'amidon reste relativement peu homogène et un effort sur la qualité du speckle dans l'eau devra être fourni pour améliorer les images d'écoulements hydrodynamiques. Nous pouvons aussi choisir de réaliser un écoulement dans un fluide contenant naturellement des particules diffusantes. Le lait entier s'est avéré donner lieu à un speckle de niveau et de qualité nettement supérieurs à celui d'une suspension d'amidon.

Ici, le vortex étiré est engendré par la rotation à 0.5 Hz d'un disque de diamètre 10 cm dans

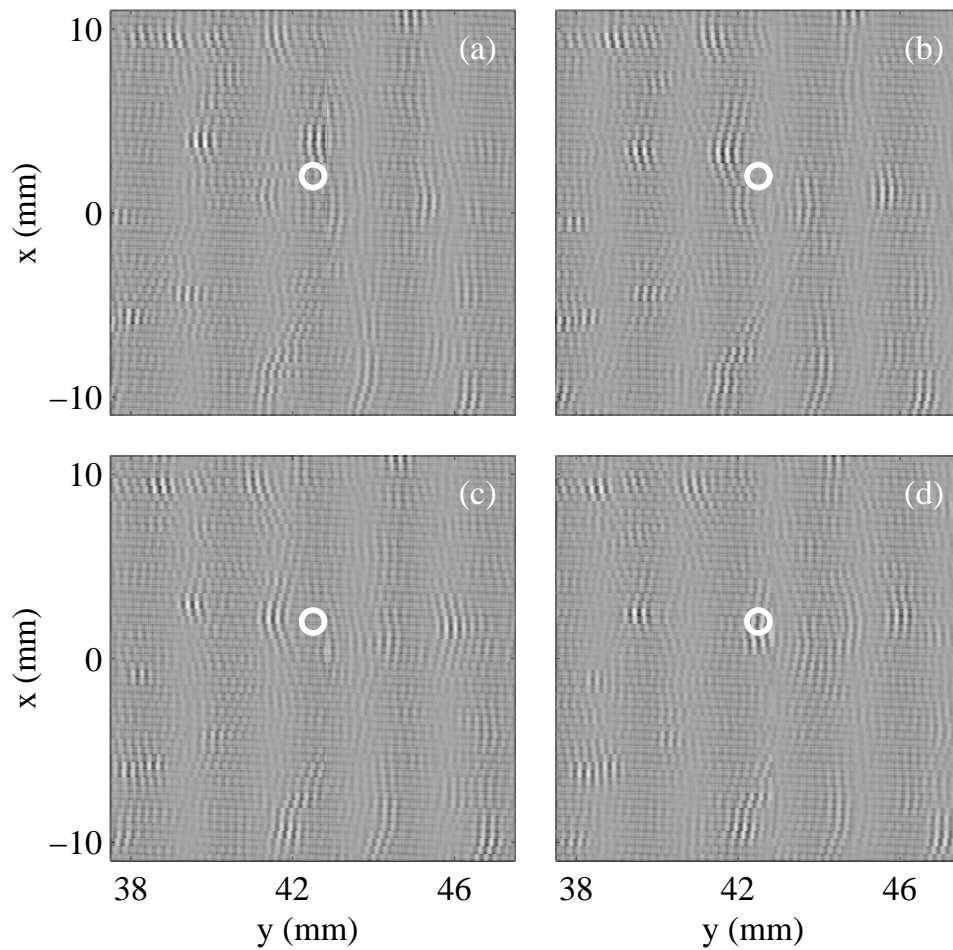


FIG. 8.5 – Images successives $s(x, y, t)$ d'un speckle très hétérogène obtenues en présence d'un filament de vorticité. Les images sont séparées de 2 ms. Le cercle blanc indique la position approximative du centre du vortex. Le vortex tourne dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

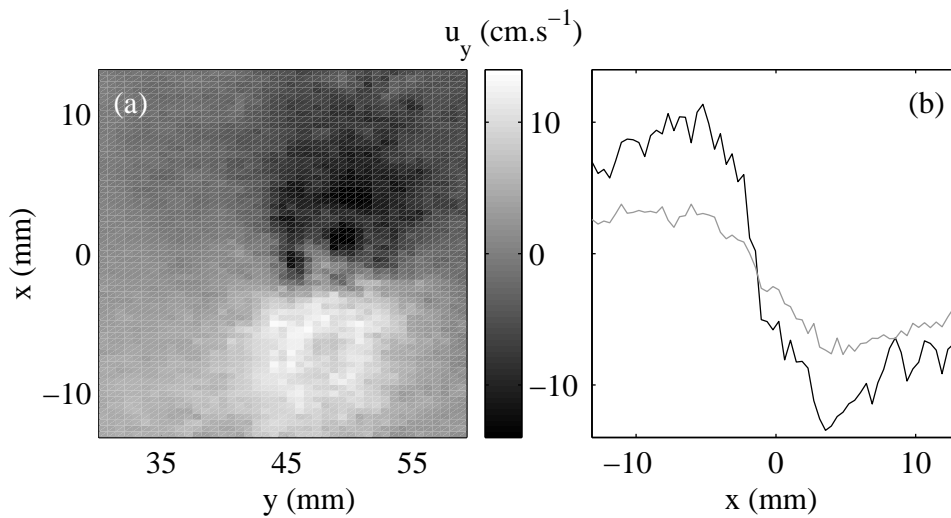


FIG. 8.6 – (a) Projection du vecteur vitesse sur la direction de propagation acoustique $u_y(x, y)$. (b) Profils de vitesse $u_y(x, y = 51 \text{ mm})$ (en noir) et $u_y(x, y = 56 \text{ mm})$ (en gris). Moyennes sur 90 images successives à une fréquence de récurrence $F = 2 \text{ kHz}$ en présence d'un filament de vorticité dans l'eau ensemencée par des particules d'amidon.

un récipient cylindrique de diamètre intérieur 14 cm et de hauteur 6 cm. Le lait est pompé à $1.3 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ à travers un trou de diamètre 3 mm. Les deux composantes du champ de vitesse u_x et u_y sont mesurées par inter-corrélation du speckle acoustique grâce à deux barrettes de type 2 (cf. table 2.1, p. 33) placées perpendiculairement à environ 1 cm du disque (cf. fig. 8.2(a)). La baie actuellement utilisée au LOA pour l'élastographie ne permet pas d'acquérir simultanément 128 signaux et les mesures de u_x et de u_y tracées sur la figure 8.7 ne sont pas simultanées. Toutefois, la prochaine génération de baie est prévue pour comporter 128 voies et les mesures simultanées des deux composantes du vecteur vitesse seront possibles sur un champ de $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$. Cette fois, grâce à un speckle très homogène, la qualité des images et des lobes sur u_x et u_y est excellente.

Les résultats de la figure 8.7 permettent une représentation bidimensionnelle du vecteur vitesse \mathbf{u} de l'écoulement ainsi que le calcul de la composante verticale du vecteur vorticité dans le plan (xOy) (cf. fig. 8.8(a)). En figure 8.8(b), nous avons tracé le module du vecteur vitesse correspondant aux mesures précédentes. La technique donne donc accès à tout le champ de vitesse, même dans le cœur du vortex, à condition toutefois que le tourbillon ne soit pas trop intense. En effet, si le déplacement du speckle entre deux images excède la largeur Δy de la fenêtre choisie pour l'inter-corrélation, l'équation (8.3) conduit à des mesures aberrantes. La vitesse axiale maximale est donc $u_{max} = \Delta y/T \simeq 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. D'autre part, au voisinage du cœur, le mouvement de rotation très rapide des particules sur un faible rayon entraîne de grands déplacements transverses d'une image à l'autre, de sorte que la vitesse maximale détectable est

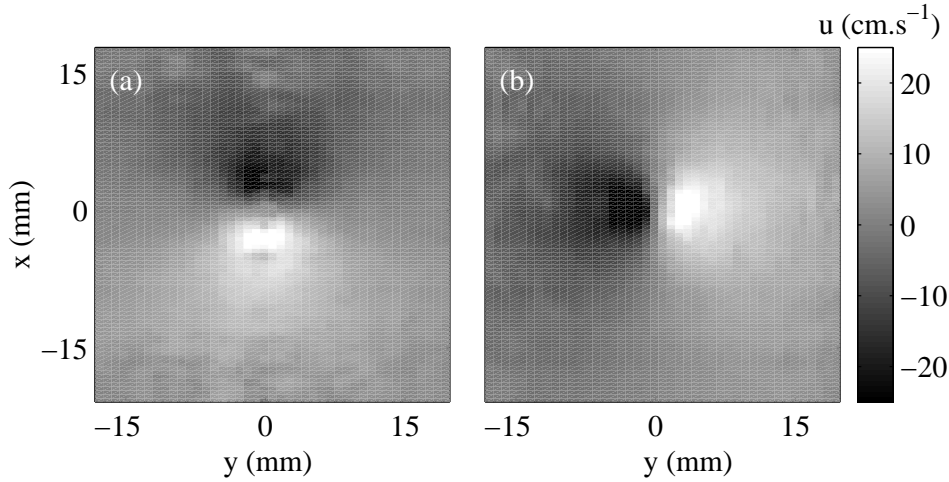


FIG. 8.7 – Composantes (a) $u_y(x, y)$ et (b) $u_x(x, y)$ du vecteur vitesse mesurées par inter-corrélation de speckle. Moyennes sur 70 images successives à une fréquence de récurrence $F = 2$ kHz en présence d'un filament de vorticité dans le lait entier. L'origine du repère est prise au centre du vortex.

plutôt $u_{max} = \delta/T \simeq 1 \text{ m.s}^{-1}$ où $\delta = 0.42 \text{ mm}$ est le pas du réseau de transducteurs. Le calcul des déplacements transverses devrait permettre de résoudre en partie ce problème.

A partir des deux composantes u_x et u_y , on calcule facilement le vecteur vitesse en coordonnées polaires $u_\theta(r, \theta)$ et $u_r(r, \theta)$. La figure 8.9 montre les profils de vitesse orthoradiale $u_\theta(r)$ et radiale $u_r(r)$ obtenus en moyennant $u_\theta(r, \theta)$ et $u_r(r, \theta)$ selon l'angle polaire θ . L'ajustement par un vortex de Burgers auquel on ajoute un fond de rotation solide selon l'équation :

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4r_0^2}} \right) + \omega r, \quad (8.6)$$

conduit aux paramètres $\Gamma = 75 \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$, $r_0 = 1.4 \text{ mm}$ et $\omega = 0.05 \text{ rad.s}^{-1}$. Le rayon du cœur du vortex est donc $a \simeq 3 \text{ mm}$. Cet ordre de grandeur semble correct : la mesure étant effectuée près du disque en rotation, l'entraînement centrifuge par le disque est important et l'on s'attend *a priori*   un rayon plus grand que celui du trou d'aspiration. Enfin, la vitesse radiale est légèrement positive hors du cœur du vortex. Elle devient négative au voisinage du cœur et dans le cœur. Ces résultats sont en accord avec l'image classique d'un faible écoulement radial dirigé vers le centre du vortex près de l'aspiration et orienté vers l'extérieur loin du cœur sous l'effet de recirculations à grande échelle et de l'entraînement centrifuge.

La technique d'imagerie d'écoulements par inter-corrélation de speckle n'est évidemment pas limitée au cas d'un vortex axisymétrique. La figure 8.10 illustre le cas d'un jet vertical réalisé en injectant le lait entier dans la cuve utilisée précédemment à travers le trou de diamètre 3 mm. Comme le montre la figure 8.2(b), le disque en rotation n'est plus utilisé et la barrette est

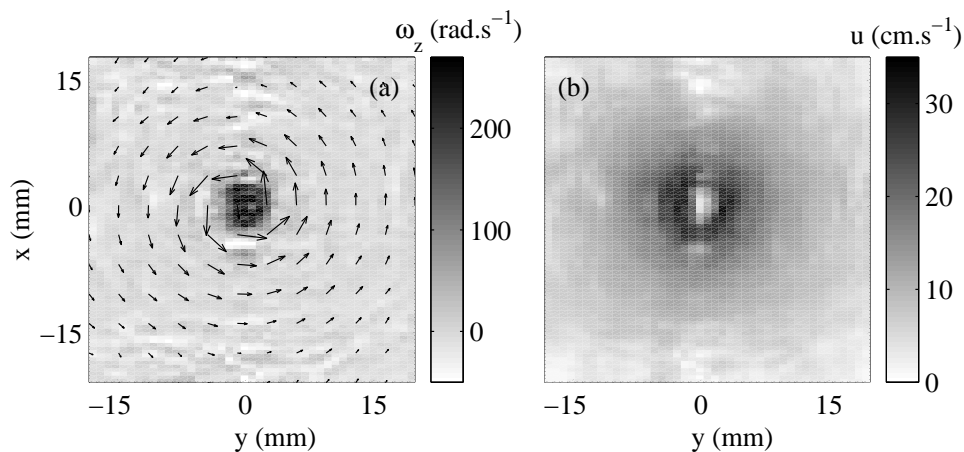


FIG. 8.8 – (a) Champ de vitesse $\mathbf{u}(x, y)$ (flèches) et de vorticité verticale $\omega_z(x, y)$ (niveaux de gris) déduits des résultats de la figure 8.7. (b) Module de la vitesse $\|\mathbf{u}(x, y)\|$.

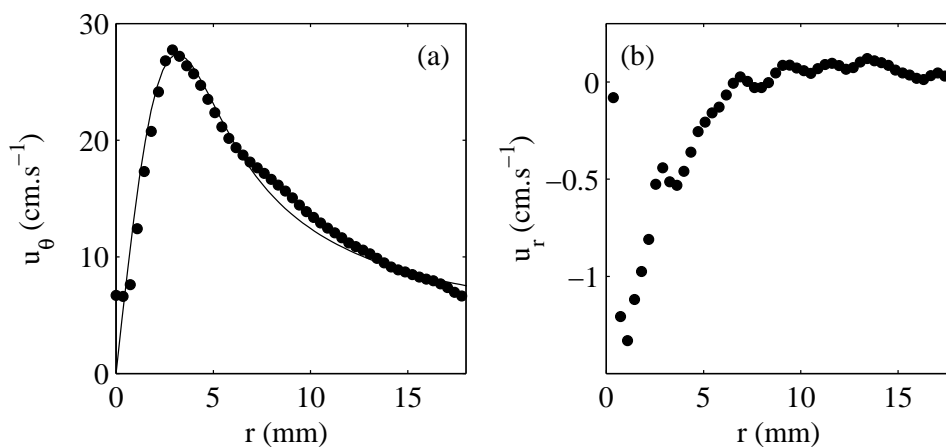


FIG. 8.9 – (a) Profils moyens de vitesse orthoradiale $u_\theta(r)$ et (b) de vitesse radiale $u_r(r)$ déduits des résultats de la figure 8.7. L'ajustement en trait plein est donné par l'équation (8.6) avec $\Gamma = 750 \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$, $r_0 = 1.4 \text{ mm}$ et $\omega = 0.05 \text{ rad.s}^{-1}$.

placée parallèlement à la surface de façon à mesurer la vitesse selon la direction du jet $u_z(x, z)$. Qualitativement, le résultat obtenu pour $u_z(x, z)$ en moyennant sur 50 ms est remarquable. En particulier, l'élargissement du jet à partir de l'injection est clairement visible. On note de plus des variations de vitesse au cœur même du jet et en périphérie, qui correspondent certainement aux vortex apparaissant dans les zones de fort cisaillement. Enfin, les vitesses légèrement positives au voisinage des parois près de l'injection indiquent la présence de recirculations.

8.2.4 Perspectives

La technique d'imagerie d'écoulements par inter-corrélation de speckle acoustique ouvre de nouvelles perspectives pour les mesures de vitesse en hydrodynamique. Contrairement aux vélocimètres Doppler classiques utilisant un seul transducteur, notre technique donne directement une information bidimensionnelle sur une composante du champ de vitesse grâce à l'emploi d'un réseau de transducteurs. L'utilisation simultanée de deux barrettes ou la mise au point d'un algorithme de calcul des déplacements transverses devraient permettre prochainement la mesure instantanée du vecteur vitesse complet à deux dimensions.

Les possibilités dynamiques de cet outil sont très intéressantes puisque les fréquences d'acquisition peuvent atteindre plusieurs kilohertz. Les mémoires équipant les futurs équipements électroniques du laboratoire devraient permettre le suivi dynamique bidimensionnel d'un écoulement à $F \simeq 5$ kHz sur plusieurs secondes. En diminuant la fréquence de répétition, on peut *a priori* détecter des vitesses aussi faibles que l'on veut. Nous avons vu que la technique d'inter-corrélation impose une vitesse maximale détectable : $u_{max} = \min(F\Delta y, F\delta) \simeq 1 - 5 \text{ m.s}^{-1}$. Enfin, comme pour la technique en transmission, la résolution spatiale correspond à la limite de diffraction. Elle est de l'ordre de la longueur d'onde acoustique, ici 0.4 mm. L'emploi de fréquences ultrasonores plus élevées permettraient d'améliorer cette résolution d'un facteur 2 ou 3.

Les principales applications de l'inter-corrélation de speckle concernent le suivi lagrangien d'une particule dans un écoulement, l'imagerie d'écoulements turbulents et l'étude de fluides complexes d'intérêt biologique ou alimentaire. Par exemple, à partir de ces expériences préliminaires, on peut envisager la mise au point d'une technique ultra-rapide d'imagerie d'écoulements sanguins capable de concurrencer les échographes actuels limités à $F \simeq 50$ Hz à cause d'une focalisation en émission comme en réception. D'autre part, l'inter-corrélation de speckle permet non seulement de mesurer un champ de vitesse dans un fluide, mais aussi de suivre les effets d'une contrainte dans un milieu élastique comme la propagation d'une onde de cisaillement à basse fréquence. Dans un milieu mobile, la propagation d'une onde de cisaillement est analogue à celle d'une onde sonore et nos prochaines expériences porteront sur la visualisation de l'interaction d'une onde de cisaillement et d'un vortex. Nous espérons réaliser ainsi un analogue tridimensionnel des expériences sur la propagation d'ondes de gravité à travers un tourbillon à

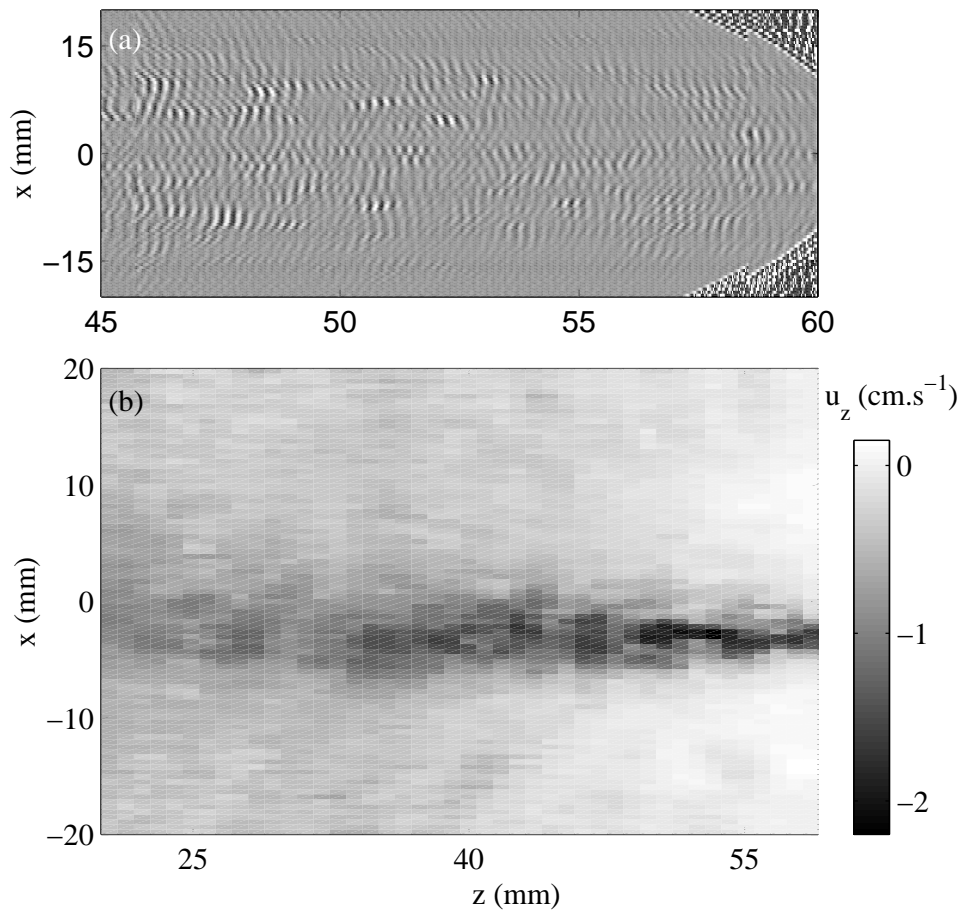


FIG. 8.10 – (a) Image $s(x, z)$ du speckle obtenu dans le lait entier en présence d'un jet. Les parties bruitées de l'image pour $z \geq 57$ mm et $|x| \geq 10$ mm correspondent aux réflexions sur le fond de la cuve expérimentale. (b) Composante $u_z(x, z)$ du champ de vitesse de l'écoulement. Moyennes sur 50 images successives à une fréquence de récurrence $F = 1$ kHz. Le jet est dirigé de la droite vers la gauche. L'injection de fluide a lieu en $x \simeq -2$ mm et $z \simeq 62$ mm par un trou de diamètre 3 mm.

la surface de l'eau.

Nous concluons ce mémoire en comparant un outil de mesure naissant, l'imagerie par inter-corrélation de speckle acoustique, aux mesures par le double MRT, maintenant bien comprises et documentées. Par rapport à la technique du double MRT, l'inter-corrélation de speckle présente l'inconvénient de nécessiter la présence de diffuseurs dans le milieu. La qualité du speckle obtenu est assez sensible à la nature et à la concentration des particules. De plus, la technique en transmission entre deux MRT n'est pas limitée par une vitesse maximale. Au contraire, plus la vitesse de l'écoulement est élevée, meilleure est la précision sur la mesure des déformations de phase et d'amplitude. D'autre part, les avantages de la technique introduite dans ce dernier chapitre sont assez évidents : en utilisant une seule barrette, elle donne directement accès au champ $u_y(x, y)$ voire au vecteur vitesse complet $\mathbf{u}(x, y)$ et non plus à une information intégrale sur l'écoulement. Nous pouvons en conclure que ces deux techniques sont complémentaires. Le couplage entre les deux outils est facilement envisageable puisqu'ils utilisent le même matériel. En mesurant à la fois les déformations de l'onde transmise et le signal rétro-diffusé par le milieu, on pourrait ainsi obtenir deux mesures indépendantes et quasi-simultanées sur un écoulement hydrodynamique.

Annexe A

Équation(s) de propagation du son en milieu mobile

De nombreuses équations ont été démontrées dans la littérature pour la propagation du son à travers un écoulement. Toutefois, les hypothèses adoptées ne sont pas toujours clairement établies. Nous chercherons ici à préciser ces hypothèses et à discuter la validité des équations de propagation utilisées dans ce mémoire.

A.1 Calcul d'acoustique linéaire

A.1.1 Écoulement de base et perturbation ultrasonore

Notre approche est basée sur l'acoustique linéaire *i.e.* sur la séparation entre un écoulement de base et une perturbation ultrasonore. Nous écrivons donc les champs de vitesse \mathbf{u}_t , de pression p_t et de densité du fluide ρ_t sous la forme :

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u} + \mathbf{v} \quad (\text{A.1})$$

$$p_t = p_0 + p \quad (\text{A.2})$$

$$\rho_t = \rho_0 + \rho, \quad (\text{A.3})$$

où $(\mathbf{u}, p_0, \rho_0)$ définissent l'écoulement de base et (\mathbf{v}, p, ρ) la perturbation ultrasonore. On suppose la perturbation "petite" devant l'écoulement de base : $(\mathbf{v}, p, \rho) \ll (\mathbf{u}, p_0, \rho_0)$. L'écoulement de base est régi par les équations de Navier-Stokes et de continuité à l'ordre zéro :

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{u} + \rho_0 (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p_0 + \eta \Delta \mathbf{u} \quad (\text{A.4})$$

$$\partial_t \rho_0 + \nabla(\rho_0 \mathbf{u}) = 0, \quad (\text{A.5})$$

où η désigne la viscosité dynamique du milieu. En considérant seulement les termes du premier ordre liés à la perturbation ultrasonore, les équations de Navier-Stokes et de continuité s'écrivent :

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{v} + \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho_0 (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v} + \rho_0 (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} \quad (\text{A.6})$$

$$\partial_t \rho + \nabla(\rho_0 \mathbf{v}) + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (\text{A.7})$$

A.1.2 Hypothèses simplificatrices

Pour obtenir une équation de propagation sous une forme suffisamment simple, nous sommes conduits à adopter certaines hypothèses concernant l'écoulement de base. Notons a la taille caractéristique des gradients de vitesse de l'écoulement de base et λ la longueur d'onde acoustique. Pour estimer l'importance relative des différents termes dans les équations précédentes, nous utiliserons $\nabla \simeq 1/a$ lorsque le gradient s'applique à une caractéristique de l'écoulement de base et $\nabla \simeq k = 2\pi/\lambda$ s'il s'applique à la perturbation ultrasonore. La première hypothèse consiste à considérer l'écoulement comme stationnaire (ou "gelé") au cours de la propagation acoustique. Soit Ω une pulsation caractéristique de l'écoulement de base et ω la pulsation ultrasonore. L'hypothèse d'écoulement gelé revient à supposer $\Omega \ll \omega$. Expérimentalement, on a $\Omega \simeq 1 - 100$ Hz alors que $\omega \simeq 1$ MHz de sorte que cette première approximation ne pose pas de problème.

D'autre part, nous négligeons les effets de la viscosité dans les équations (A.4) et (A.6). Pour cela, il faut imposer un grand nombre de Reynolds pour l'écoulement de base : $Re = ua/\nu \gg 1$, où u est la vitesse caractéristique de l'écoulement de base et ν la viscosité cinématique du fluide. De plus, pour négliger le terme visqueux devant $\rho_0 \partial_t \mathbf{v}$ dans (A.6), on vérifie qu'il faut :

$$\omega \ll \frac{c_0^2}{\nu}, \quad (\text{A.8})$$

où c_0 est la vitesse du son du milieu. Dans l'eau, $c_0 = 1500$ m.s⁻¹ et $\nu = 10^{-6}$ m².s⁻¹ et (A.8) est largement vérifiée pour des fréquences ultrasonores de l'ordre du MHz.

Nous supposons ensuite que l'écoulement de base est incompressible ($\nabla \mathbf{u} = 0$) et que l'on peut considérer que $\rho_0 = \text{cste}$. Les variations de densité dans l'écoulement de base sont liées aux variations de pression selon $\delta \rho_0 = \delta p_0 / c_0^2$. Comme $\delta p_0 \simeq \rho_0 u^2$, négliger $\delta \rho_0 \simeq \rho_0 u^2 / c_0^2$ revient à laisser de côté un terme d'ordre deux en nombre de Mach $M = u/c_0$. Toute l'analyse qui suit sera donc effectuée à l'ordre 1 en M et l'on supposera :

$$M = \frac{u}{c_0} \ll 1. \quad (\text{A.9})$$

Ces premières hypothèses permettent de réécrire (A.4) et (A.5) :

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{u} + \rho_0 (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p_0 \quad (\text{A.10})$$

$$\rho_0 = \text{cste} \quad \text{et} \quad \nabla \mathbf{u} = 0. \quad (\text{A.11})$$

Enfin, l'ensemble de l'écoulement est supposé adiabatique. Cette hypothèse permet de relier la perturbation de pression et la perturbation de densité *via* l'équation d'état :

$$p = c_0^2 \rho. \quad (\text{A.12})$$

A.1.3 Équation de propagation

Moyennant les hypothèses précédentes, la divergence de (A.6) et la dérivée de (A.7) par rapport au temps s'écrivent respectivement :

$$\rho_0 \partial_t \nabla \mathbf{v} + \nabla \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho_0 \nabla((\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u}) + \nabla(\rho (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}) = -\nabla^2 p \quad (\text{A.13})$$

$$\partial_{tt} \rho + \rho_0 \partial_t \nabla \mathbf{v} + \partial_t(\mathbf{u} \nabla \rho) = 0. \quad (\text{A.14})$$

En combinant ces deux dernières équations et en utilisant (A.12), on aboutit à :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \mathbf{u} \nabla \partial_t \rho - \rho_0 \nabla((\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u}) - \nabla(\rho (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}). \quad (\text{A.15})$$

Simplifions cette équation de propagation en ne gardant que les termes d'ordre 1 en M . D'après (A.6), $\nabla p \sim \rho_0 \partial_t \mathbf{v}$, ce qui s'écrit aussi $p \sim \rho_0 c_0 \mathbf{v}$. Avec (A.12), on en déduit $\rho_0 \mathbf{v} \sim \rho c_0$. Ces ordres de grandeurs montrent que $\rho (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} / \rho_0 (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u} \sim M$. Comme $M \ll 1$, on peut négliger le dernier terme de l'équation (A.15). De même, comme $\rho \mathbf{u} / \rho_0 \mathbf{v} \sim M$, d'après (A.7), on peut remplacer $\partial_t \rho$ par $-\rho_0 \nabla \mathbf{v}$ dans (A.15). Au premier ordre en M , l'équation (A.15) s'écrit alors :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0 (\mathbf{u} \nabla (\nabla \mathbf{v}) + \nabla((\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u})) = -2\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i v_j). \quad (\text{A.16})$$

La dernière égalité se démontre en quelques lignes et en utilisant $\nabla \mathbf{u} = 0$. En toute rigueur, en examinant les ordres de grandeur des différentes dérivées spatiales intervenant dans (A.15), les approximations précédentes "à l'ordre 1 en M " nécessitent de vérifier des conditions sur $\beta = a/\lambda$ [Umeki & Lund 1997] :

$$M \ll 1, \quad M^2 \ll 2\pi\beta \quad \text{et} \quad M^2 \ll 4\pi^2\beta^2. \quad (\text{A.17})$$

Cette restriction n'est pas gênante pour nos expériences et nos simulations où $\beta \simeq 1$. Toutefois, elle doit être prise en compte si $\beta \ll 1$ (approximation de Born).

A.1.4 Système d'équations couplées

L'équation de propagation (A.16) couple la perturbation ultrasonore et l'écoulement par un terme source au second membre. Pour résoudre le problème complet, il faut aussi considérer

l'équation (A.6) sur \mathbf{v} . Dans cette équation, $\rho \partial_t \mathbf{u} / \rho_0 \partial_t \mathbf{v} \sim M\Omega/\omega \ll 1$. On en déduit au premier ordre en M :

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} \quad (\text{A.18})$$

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -2\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i v_j). \quad (\text{A.19})$$

Connaissant l'écoulement de base, le système linéaire (A.18)-(A.19) permet de résoudre le problème acoustique complet pour \mathbf{v} , p et $\rho = p/c_0^2$. C'est ce système d'équations couplées qui fait l'objet de la simulation numérique par différences finies présentée au chapitre 7. Cette fois, l'approximation conduisant à (A.18) impose :

$$M \ll \frac{\omega}{\Omega}, \quad M \ll 1, \quad M \ll 2\pi\beta \quad \text{et} \quad M^2 \ll 2\pi\beta. \quad (\text{A.20})$$

En comparant à (A.17), on trouve que les conditions les plus contraignantes sont :

$$M \ll 1 \quad \text{et} \quad M \ll 2\pi\beta. \quad (\text{A.21})$$

A.2 Interprétation physique

L'approche ci-dessus permet d'obtenir une équation de propagation et ses conditions de validité à partir d'hypothèses claires. Toutefois, le système (A.18)-(A.19) présente l'inconvénient de ne pas avoir d'interprétation physique simple. Au même ordre d'approximation, *i.e.* pour $M \ll 1$ et $M \ll 2\pi\beta$, on peut montrer que l'équation (A.19) est exactement équivalente [Pinton 2000] à :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \right)^2 p = -2\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i}. \quad (\text{A.22})$$

Le terme de dérivée particulière qui apparaît au membre de gauche s'interprète comme un passage dans le référentiel local associé à l'écoulement de base. A condition de pouvoir négliger le second membre, on retrouve l'équation utilisée classiquement [Umeki & Lund 1997, Coste *et al.* 1999] :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \right)^2 p = 0. \quad (\text{A.23})$$

Toutefois, il faut noter que le membre de gauche de l'équation (A.22) contient un terme *a priori* du même ordre que le membre de droite. En effet, en développant le carré de la dérivée particulière, on trouve un terme $2\mathbf{u} \partial_t \nabla p / c_0^2 \sim \rho u \omega / \lambda \sim 8\pi^2 \rho u c_0 / \lambda^2$. Or, le second membre de (A.22) a pour ordre de grandeur $4\pi \rho_0 u v / a \lambda \sim 4\pi \rho u c_0 / a \lambda$. Ainsi, le passage de (A.22) à (A.23) est justifié

seulement lorsque $2\pi a \gg \lambda$. Les conditions d'utilisation de l'équation (A.23) s'écrivent donc :

$$M \ll 1 \text{ et } \beta \gg \frac{1}{2\pi}, \quad (\text{A.24})$$

et sont plus contraignantes que les conditions (A.21).

En régime monochromatique, cette équation de propagation conduit à la relation de dispersion :

$$\omega = c_0 k + \mathbf{u} \cdot \mathbf{k}, \quad (\text{A.25})$$

qui traduit l'effet Doppler dû à l'écoulement. Cette relation de dispersion est à la base de notre interprétation des mesures expérimentales lorsque $\beta \gg 1/2\pi$. La simulation par tracé de rayons du chapitre 5 entre aussi dans le cadre de l'équation (A.23). En revanche, les restrictions (A.24) nous ont conduit à implémenter plutôt le système d'équations (A.18)-(A.19) pour simuler la diffusion du son par différences finies. Enfin, on peut questionner l'utilisation de (A.25) dans la simulation par équation parabolique du chapitre 6 où $\beta \simeq 1$. Les résultats obtenus par équation parabolique indiquent que (A.23) est robuste et permet une bonne modélisation de l'interaction son-vorticité.

Annexe B

Interaction d'une onde plane et d'un vortex : calculs analytiques

La diffusion d'une onde de surface en eau peu profonde par le cœur d'un vortex met en jeu les mêmes équations que la diffraction d'un faisceau de particules chargées incident sur un tube de champ magnétique. Cette analogie a permis à [Berry *et al.* 1980] de proposer une solution analytique pour des ondes de surface traversant un vortex ponctuel à partir du calcul quantique d'[Aharonov & Bohm 1959]. Récemment, [Coste *et al.* 1999] ont calculé une solution dans le cas d'un vortex de Rankine de rayon fini. L'équation de propagation utilisée et l'analogie avec le calcul quantique sont valables lorsque la vitesse caractéristique du vortex u est faible devant la vitesse de propagation c des ondes de surfaces *i.e.* lorsque $M = u/c \ll 1$. Notons que [Pekeris 1982] avait déjà proposé une solution analytique, sans référence au calcul quantique, mais pour un vortex en rotation solide et un champ de vitesse nul hors du cœur.

On montre facilement que l'équation gouvernant l'interaction son-vorticité est la même au premier ordre en M que pour l'interaction d'une onde de surface et d'un vortex en eau peu profonde. Dans le cas d'une onde acoustique, l'analogie avec l'effet Aharonov-Bohm a conduit aux résultats présentés dans [Roux 1997, Roux *et al.* 1997b]. La géométrie du problème est rappelée sur la figure B.1 qui montre aussi le système de coordonnées polaires utilisé ci-dessous.

B.1 Interaction d'une onde plane et d'un vortex de Rankine

Une solution analytique est utilisée dans la section 4.4.2 (p. 111) pour interpréter nos résultats expérimentaux. Nous détaillons ici son expression pour un vortex de Rankine de rayon a et de circulation Γ (cf. équations (1.3) et (1.4), p. 11). En coordonnées polaires, l'équation (A.23)

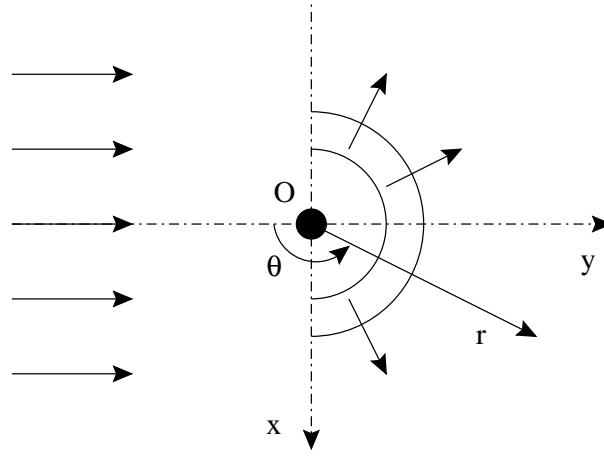


FIG. B.1 – Géométrie et notations utilisées pour l'étude de l'interaction d'une onde plane et d'un vortex.

(p. 208), valable au premier ordre en M , s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) p - \frac{1}{c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)^2 p = 0. \quad (\text{B.1})$$

On cherche une solution harmonique de la forme $P(r, \theta, t) = \sum_n p_n(r) \exp(in\theta - \omega t)$, où ω est la pulsation du forçage acoustique supposé monochromatique. Hors du cœur du vortex, on utilise l'équation (1.4) (p. 11) pour réécrire (B.1) :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \right) p_n - \frac{1}{c_0^2} \left(-\omega^2 + \frac{n\omega\Gamma}{\pi r^2} - \frac{n^2\Gamma^2}{4\pi^2 r^4} \right) p_n = 0. \quad (\text{B.2})$$

On introduit alors le nombre d'onde $k = \omega/c_0$ et on définit le paramètre :

$$\alpha = \frac{\omega\Gamma}{2\pi c_0^2} = 2\pi M\beta. \quad (\text{B.3})$$

où l'on a utilisé la définition de β choisie dans ce mémoire : $\beta = a/\lambda$ (au lieu de $\tilde{\beta} = ka = 2\pi a/\lambda$ dans [Coste *et al.* 1999]). Ce paramètre α donne une mesure de la dislocation du front d'onde induite par l'écoulement. En effet, d'après l'équation (4.4) (p. 4.4), le saut de phase mesuré expérimentalement est donné par $\Delta\phi = 2\pi\alpha$. Avec ces notations, l'équation (B.2) devient :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{n^2 + 2n\alpha}{r^2} + \frac{\lambda^2 n^2 \alpha^2}{2\pi r^4} \right) p_n = 0. \quad (\text{B.4})$$

Le terme en $1/r^4$ est négligeable devant les deux termes en $1/r^2$ à condition que $\lambda^2 \alpha^2 / 2\pi r^2 \ll 1$ et $n\lambda^2 \alpha / 4\pi r^2 \ll 1$. Comme ici $r \geq a$, en utilisant (B.3), on obtient les conditions : $M^2 \ll 1/2\pi$

et $M/\beta \ll 1$. Ces conditions impliquent que ce calcul ne peut être comparé à l'approximation de Born ($\beta \rightarrow 0$) qu'en faisant tendre M vers 0 en conséquence. Elles sont remplies dès que $M \ll 1$ et $\beta \simeq 1$. L'équation (B.4) s'écrit alors :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{n^2 + 2n\alpha}{r^2} \right) p_n = 0. \quad (\text{B.5})$$

Cette équation est légèrement différente de l'équation de Schrödinger gouvernant l'effet Aharonov-Bohm [Aharonov & Bohm 1959]. Dans le cas quantique, on obtient en effet :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2 - \frac{(n + \alpha)^2}{r^2} \right) p_n = 0. \quad (\text{B.6})$$

Les équations (B.5) et (B.6) sont équivalentes pour $\alpha \ll 1$. En toute rigueur, l'analogie quantique n'est donc valable que pour $M \ll 1$ et $\alpha \ll 1$. Coste *et al.* présentent des résultats obtenus à partir de l'équation (B.5) dans le cas $\alpha \simeq 1$. Pour garantir $M \ll 1$, ces auteurs doivent imposer $\beta \gg 1/2\pi$. Cette dernière condition est assez contraignante puisque le phénomène de diffusion n'a lieu que pour $\beta \lesssim 3$ (cf. chapitre 6). Les valeurs choisies, $M \simeq 0.1$ et $\beta \simeq 2$, se situent alors aux limites de validité du calcul [Coste *et al.* 1999]. Dans les expériences du chapitre 4, on a $M \simeq 10^{-3}$ et $\beta \simeq 1 - 4$, ce qui garantit toujours $\alpha \ll 1$. Dans ce cas, les solutions de (B.5) et (B.6) coïncident.

B.2 Résolution hors du cœur du vortex

Pour un forçage par une onde plane provenant de $y = -\infty$ et se propageant selon les y croissants, la solution de (B.5) s'écrit :

$$P(r, \theta, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left((-i)^m J_m(kr) + h_n H_m^{(1)}(kr) \right) p_0 e^{i(n\theta - \omega t)}, \quad (\text{B.7})$$

où $m = \sqrt{n^2 + 2n\alpha}$. h_n est un coefficient dépendant de β et traduit l'existence d'une condition aux limites en $r = a$. En particulier, pour un vortex ponctuel ($\beta = 0$), h_n est nul. J_m est la fonction de Bessel de première espèce et $H_m^{(1)}$ la fonction de Bessel de troisième espèce (fonction de Hankel). L'expression complète de h_n est donnée dans [Coste *et al.* 1999]. L'équation "quantique" (B.6) admet la même solution mais avec $m = |n + \alpha|$ et des coefficients h_n dont l'expression diffère légèrement (cf. [Olariu & Popescu 1985]). Le calcul implémenté par Julien de Rosny et utilisé en section 4.4.2 (p. 111) est une troncature de la série (B.7) dans le cas quantique.

La figure B.2 compare le calcul analytique à la simulation par équation parabolique du chapitre 6 pour $M = 10^{-2}$ et deux valeurs de β correspondant à $\alpha = 0.03$ et $\alpha = 0.14$. Pour approcher le mieux possible une onde plane infinie, la simulation utilise une grande ouverture

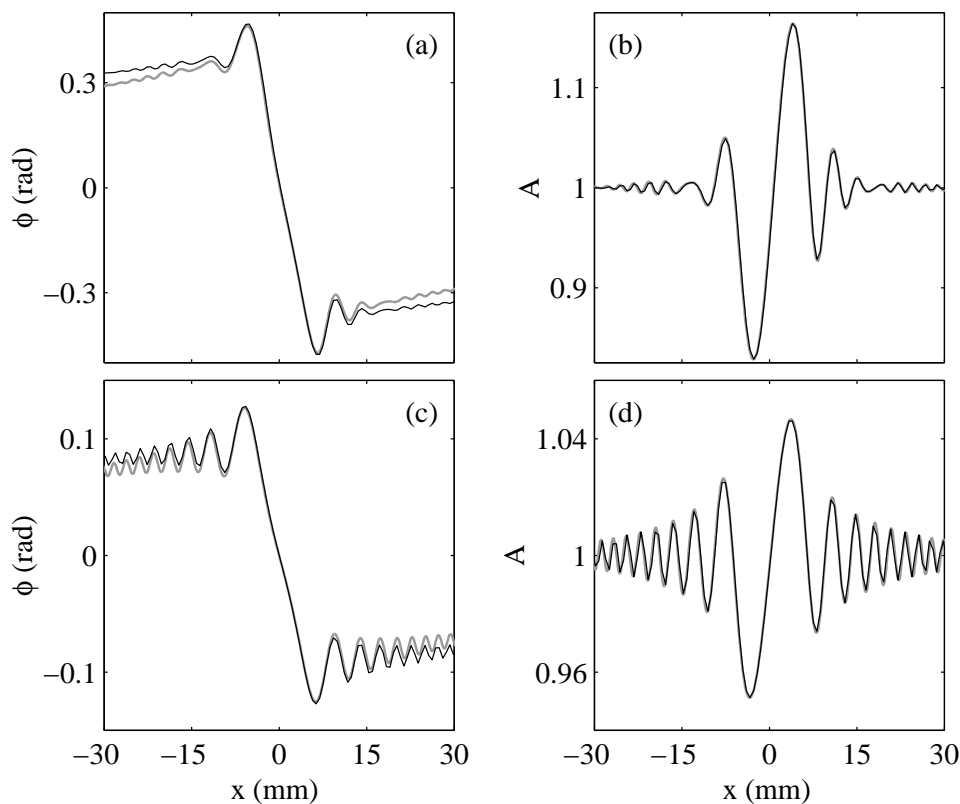


FIG. B.2 – Comparaison entre le calcul analytique (en noir) et la simulation par équation parabolique (en gris) pour une émission plane à $f = 1.5$ MHz. (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ pour $\beta = 2$. (c) $\phi(x)$ et (d) $A(x)$ pour $\beta = 0.5$. Les autres paramètres du calcul sont $M = 10^{-2}$ et $y_{rec} = 50$ mm. La simulation est réalisée avec $y_{em} = -100$ mm, $O = 100$ mm et une onde plane apodisée.

($O = 100$ mm) et une émission apodisée. Les déformations de phase et d'amplitude analytiques sont calculées à partir de l'équation (B.7) et d'une référence plane $P_0(r, \theta, t) = p_0 \exp(i(ky - \omega t))$ en l'absence d'écoulement. Alors que les déformations d'amplitude coïncident parfaitement, les déformations de phase sont toujours légèrement plus faibles pour le calcul analytique que pour la simulation. Cette différence s'explique simplement par la distance de propagation nécessairement finie dans la simulation. Le calcul analytique est valable pour une onde plane provenant de l'infini et nous avons vérifié que le résultat de la simulation tend vers celui du calcul lorsque $y_{em} \rightarrow -\infty$.

Dans le cœur du vortex, la dépendance linéaire de u_θ avec r conduit à une équation plus simple qui donne une expression analogue pour la solution. Nous ne nous attarderons pas sur le cas $r \leq a$ et nous nous intéresserons surtout à l'interprétation du résultat (B.7) à grande distance du vortex.

B.3 Interprétation en champ lointain

Lorsque $r \rightarrow +\infty$ et pour $|\alpha| < 1$, on peut montrer qu'en dehors d'un secteur autour de $\theta = \pm\pi$:

$$P(r, \theta, t) \simeq p_0 e^{i(-kr \cos \theta + \alpha \theta - \omega t)} + \widetilde{p}_0(\alpha, \theta) \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{\sqrt{2i\pi kr}}. \quad (\text{B.8})$$

Notons que le secteur $\theta = \pm\pi$ correspond à la direction de propagation de l'onde incidente. L'équation (B.8) n'est donc pas valable dans la direction avant. L'angle polaire adopté ici est le complémentaire de l'"angle de diffusion" utilisé au chapitre 7. L'expression asymptotique (B.8) permet de distinguer deux contributions au champ de pression. Le premier terme correspond à une onde plane disloquée. En effet, sa phase $ky + \alpha(\text{sgn}(x)\pi/2 + \arctan(y/x)) - \omega t$ subit un saut $\Delta\phi = 2\pi\alpha$ entre $\theta = -\pi$ et $\theta = \pi$. Ce premier terme prend donc en compte l'advection à longue portée du front d'onde plan par l'écoulement en $1/r$.

Le deuxième terme correspond à une onde cylindrique divergente et représente l'onde diffusée par le cœur du vortex. Son amplitude dépend de l'angle polaire θ et du paramètre de dislocation α . On montre qu'il peut s'écrire :

$$\widetilde{p}_0(\alpha, \theta) = p_0 \frac{\sin(\pi\alpha) e^{i\theta/2}}{i \cos(\theta/2)} + 2p_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^m h_n e^{in\theta} + C(\alpha, \theta). \quad (\text{B.9})$$

$C(\alpha, \theta)$ est un terme correctif mesurant l'écart au cas "quantique". On peut donc négliger $C(\alpha, \theta)$ lorsque $\alpha \ll 1$. Le premier terme dans la somme est indépendant de β et représente la diffusion par un vortex ponctuel. Son amplitude est invariante selon $\theta \rightarrow -\theta$ et il donne lieu à un diagramme de diffusion symétrique selon (Ox) . Le deuxième terme résulte de la taille finie du cœur du vortex et s'annule lorsque $\beta = 0$. Quand α devient de l'ordre de 1, les deux derniers termes permettent d'expliquer la dissymétrie du champ diffusé observée dans les expériences de [Vivanco *et al.* 1999] et dans les simulations du chapitre 7.

Dans la direction avant $\theta = \pi$, on ne peut plus séparer le champ de pression en une onde incidente disloquée et une onde diffusée [Berry *et al.* 1980]. Si l'on retire l'onde disloquée au champ total, l'"onde diffusée" ainsi obtenue présente une singularité dans la direction $\theta = \pi$ qui compense exactement la dislocation de l'onde incidente et assure l'unicité de la valeur du champ total.

Annexe C

Interaction d'une onde sphérique et d'un vortex

Expérimentalement, une onde incidente de structure sphérique ou cylindrique présente l'avantage d'éviter les effets de l'ouverture finie d'une onde plane. De plus, le motif d'interférence entre l'onde diffusée par le vortex et une onde cylindrique présente une période spatiale plus grande qu'avec une onde plane. On dispose alors d'une plus grande précision sur le cœur du vortex dans les mesures des déformations de phase et d'amplitude.

Les calculs analytiques disponibles dans la littérature sont uniquement consacrés au cas d'une onde incidente plane. Nous proposons ici une approche simple du cas d'une onde sphérique basée sur l'expression de l'onde diffusée en champ lointain obtenue dans l'annexe B (p. 210). Nous nous intéressons ensuite à la convergence du cas d'une onde cylindrique vers celui d'une onde plane dans la simulation par équation parabolique du chapitre 6.

C.1 Première approche analytique

En champ lointain, les calculs de la diffusion d'une onde plane par un vortex montrent que l'on peut séparer le champ de pression en deux : l'onde incidente disloquée et l'onde diffusée par le vortex (cf. équation (B.8), section B.3, p. 214). Nous supposons que cette propriété reste valable dans le cas d'une onde incidente de structure cylindrique et que l'expression du champ diffusé ne change pas. La géométrie du problème est schématisée en figure C.1(a).

Dans le cas d'une vorticité localisée sur une zone $r \leq a$, le déphasage induit par l'écoulement en $1/r$ hors du cœur du vortex sur une onde sphérique entre les points $E(0, y_{em})$ et $R(x, y_{rec})$ est le même que le déphasage induit sur une onde plane provenant de l'infini entre $(x, -\infty)$ et $R(x, y_{rec})$. Cette propriété remarquable résulte du caractère irrotationnel du champ de vitesse. En effet, en considérant le contour fermé ($ERME$) de la figure C.1(b), où M est le point de

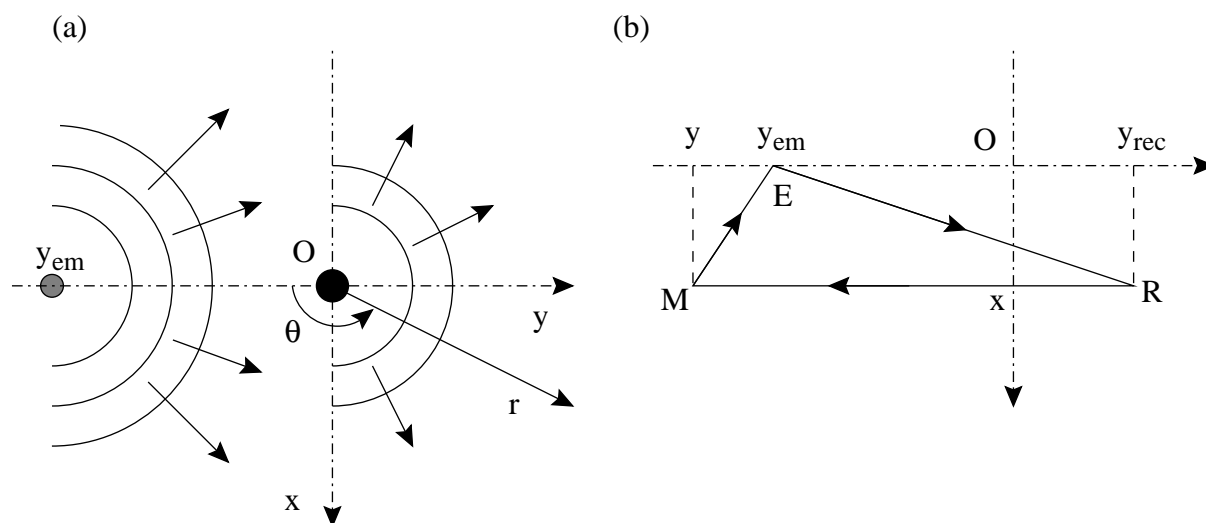


FIG. C.1 – (a) Géométrie et notations utilisées pour l'étude de l'interaction d'une onde cylindrique et d'un vortex. (b) Contour fermé utilisé pour calculer la déformation de phase d'une onde cylindrique (cf. texte).

coordonnées (x, y) , on a :

$$\oint_{ERME} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} = 0, \quad (\text{C.1})$$

car le contour envisagé n'entoure pas le point O . Or, le déphasage ϕ_{AB} induit par l'écoulement sur une onde acoustique se propageant en ligne droite entre A et B vérifie :

$$\phi_{AB} \propto \int_A^B \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}. \quad (\text{C.2})$$

L'équation (C.1) entraîne donc $\phi_{ER} = \phi_{EM} + \phi_{MR}$. En faisant tendre y vers $-\infty$ pour une valeur de x fixée, $|\phi_{EM}| \sim \Gamma x / 2\pi y \rightarrow 0$ et ϕ_{MR} tend vers le déphasage correspondant à une onde plane provenant de $y = -\infty$. Avec les notations de la figure C.1(a), on en déduit

$$\phi_{ER} = \alpha\theta = \alpha \left(\text{sgn}(x) \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{y}{x} \right). \quad (\text{C.3})$$

Par analogie avec l'équation (B.8) (p. 214) de l'annexe précédente, nous écrirons donc le champ de pression loin du vortex sous la forme :

$$P(r, \theta, t) \simeq p_0 \frac{e^{i(kr' + \alpha\theta - \omega t)}}{\sqrt{2i\pi kr'}} + \sigma \widetilde{p}_0(\alpha, \theta) \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{\sqrt{2i\pi kr}}, \quad (\text{C.4})$$

où $r' = \sqrt{x^2 + (y - y_{em})^2}$ est la distance à l'émetteur situé en $E(0, y_{em})$. Le champ de pression est alors la superposition de l'onde cylindrique incidente disloquée et de l'onde diffusée par le cœur du vortex. L'amplitude $\widetilde{p}_0(\alpha, \theta)$ est donnée dans [Coste *et al.* 1999] (cf. équation (B.9), p. 214)

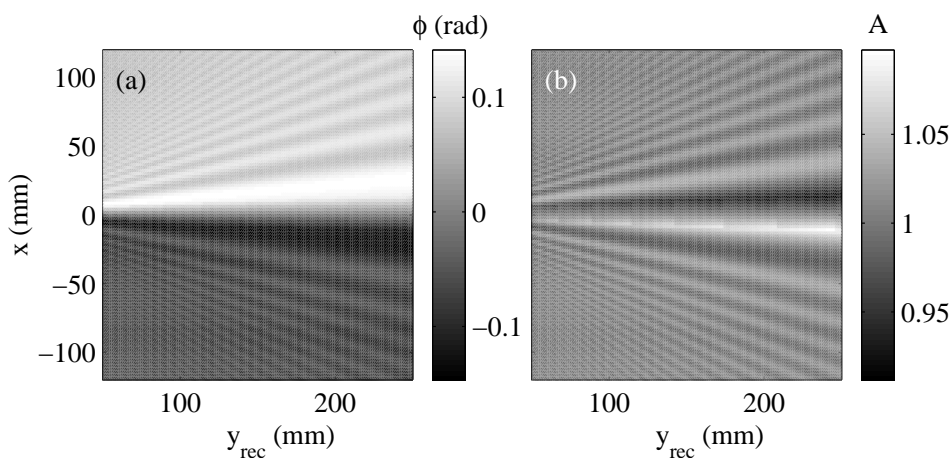


FIG. C.2 – Calcul analytique en champ lointain pour une émission cylindrique à $f = 1.5$ MHz. (a) Déformation de phase $\phi(x, y_{rec})$ et (b) déformation d'amplitude $A(x, y_{rec})$ pour $y_{em} = -50$ mm. Les autres paramètres du calcul sont $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-2}$.

et correspond à la diffusion d'une onde d'amplitude p_0 . Pour prendre en compte l'atténuation de l'onde incidente avec la distance, nous multiplions $\tilde{p}_0(\alpha, \theta)$ par $\sigma = 1/\sqrt{2\pi k y_{em}}$.

Comme l'ont montré [Berry *et al.* 1980], l'expression de l'onde diffusée en "champ lointain" est valable asymptotiquement pour $\sqrt{2\pi k r} \cos(\theta/2) \gg 1$ et hors d'un secteur angulaire s'étendant sur $O(1/\sqrt{k r})$ autour de $\pm\pi$. De plus, dès que le rayon (ER) passe dans le cœur du vortex, *i.e.* lorsque $x \leq a(1 + y_{rec}/y_{em})$, l'équation (C.3) n'est plus valable. Pour pouvoir utiliser l'équation C.4, nous choisissons donc d'imposer $\sqrt{2\pi k r} \gg 1$ et :

$$\pi - |\theta| \geq \max\left(\frac{4}{\sqrt{k r}}, \arctan a\left(\frac{1}{y_{em}} + \frac{1}{y_{rec}}\right)\right). \quad (\text{C.5})$$

La figure C.2 présente les résultats obtenus en champ lointain avec l'équation (C.4). Le champ de pression en l'absence d'écoulement est $P_0(r, \theta, t) = p_0 \exp(i(kr' - \omega t))/\sqrt{2i\pi k r'}$. Pour $x \simeq 0$, lorsque la condition (C.5) n'est pas remplie, les résultats sont remplacés par une interpolation linéaire des valeurs prises aux limites du domaine de validité du calcul. La représentation en niveaux de gris des déformations de phase et d'amplitude dans le plan (x, y_{rec}) , ou, comme sur la figure C.3, dans le plan (x, y_{em}) , montre l'évolution spatiale du motif d'interférence de l'onde diffusée et de l'onde incidente disloquée. Ces résultats sont similaires aux déformations expérimentales et simulées des figures 6.17 et 6.18 (p. 154).

Les résultats de cette première approche analytique sont comparés à ceux de la simulation par équation parabolique du chapitre 6 sur la figure C.4. Les oscillations des profils $\phi(x)$ et $A(x)$ ont la même fréquence et la même amplitude mais elles sont décalées. L'accord est donc moins bon que dans le cas d'une onde plane (cf. fig. B.2, p. 213) et un calcul analytique plus complet incluant des effets de champ proche semble nécessaire. En effet, l'approximation de champ lointain est

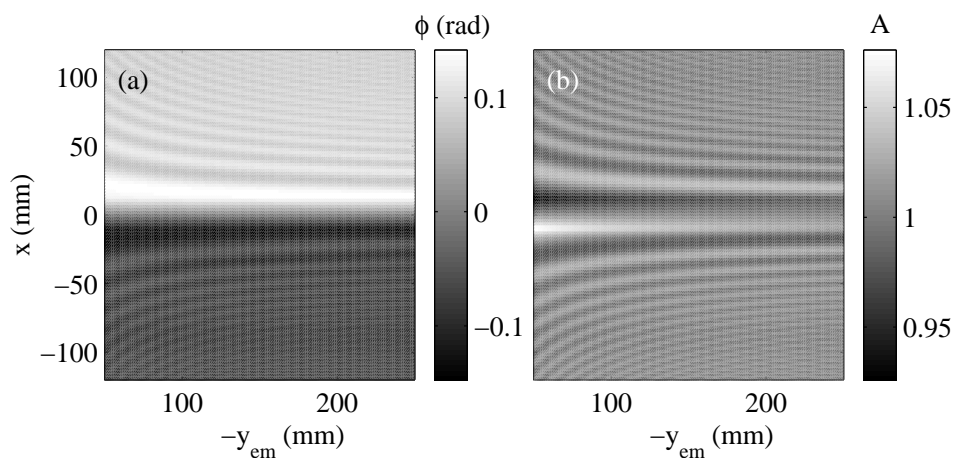


FIG. C.3 – Calcul analytique en champ lointain pour une émission cylindrique à $f = 1.5$ MHz. (a) Déformation de phase $\phi(x, y_{em})$ et (b) déformation d'amplitude $A(x, y_{em})$ pour $y_{rec} = 200$ mm. Les autres paramètres du calcul sont $\beta = 0.5$ et $M = 10^{-2}$.

peut-être trop contraignante : ici, $\sqrt{2\pi kr} \cos(\theta/2)$ varie entre 0 et 70. De plus, il est possible que l'hypothèse selon laquelle l'onde diffusée par un vortex possède la même structure pour une onde incidente plane et pour une onde incidente cylindrique soit mise en défaut lorsque y_{em} n'est pas assez grand.

C.2 Convergence vers le cas d'une onde plane

Lorsque $y_{em} \rightarrow -\infty$, le champ incident cylindrique tend vers une onde plane. Comme le montre la figure C.3, la déformation du front d'onde tend alors vers une limite qui doit être la déformation obtenue dans le cas d'une onde plane. Nous avons entamé une étude de la convergence du cas d'une onde cylindrique vers celui d'une onde plane à l'aide de la simulation par équation parabolique. L'écart au cas d'une onde plane peut être mesuré de deux façons différentes à partir des profils $\phi(x)$. Dans la figure C.5(a), nous avons tracé la “distance” entre les profils $\phi(x)$ et $\phi_0(x)$ calculés respectivement pour une onde incidente cylindrique et pour une onde plane en fonction de y_{em} . Cette “distance” est simplement définie par :

$$\|\phi - \phi_0\|^2 = \sum_x (\phi(x) - \phi_0(x))^2, \quad (\text{C.6})$$

et décroît comme $|y_{em}|^{-0.55}$. D'autre part, nous pouvons estimer la convergence des profils en étudiant la position x_{max} du maximum de $\phi(x)$. Celle-ci tend vers celle obtenue pour une onde plane avec une autre loi de puissance d'exposant -0.85. Ces deux exposants n'ont pour le moment pas trouvé d'explication théorique.

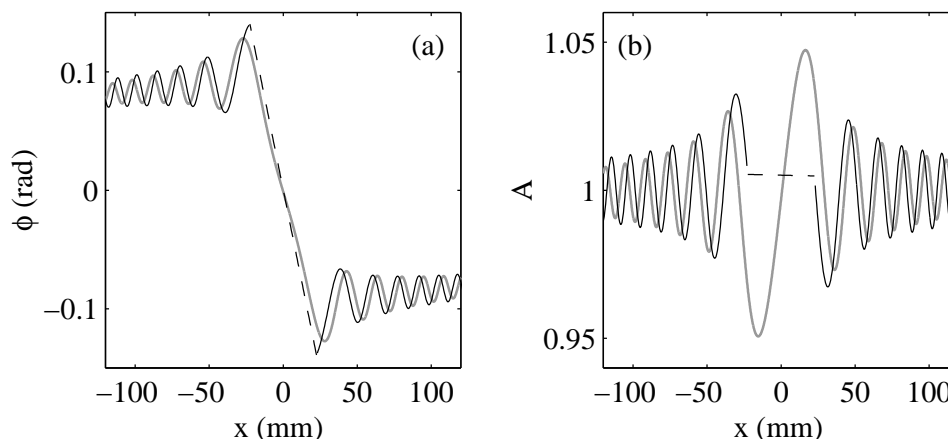


FIG. C.4 – Comparaison entre le calcul analytique (en noir) et la simulation par équation parabolique (en gris) pour une émission cylindrique à $f = 1.5$ MHz. (a) Déformation de phase $\phi(x)$ et (b) déformation d'amplitude $A(x)$ pour $\beta = 0.5$. Les autres paramètres du calcul et de la simulation sont $M = 10^{-2}$, $y_{em} = -50$ mm, $y_{rec} = 200$ mm. Les pointillés correspondent aux valeurs de x pour lesquelles le calcul analytique n'est pas valable.

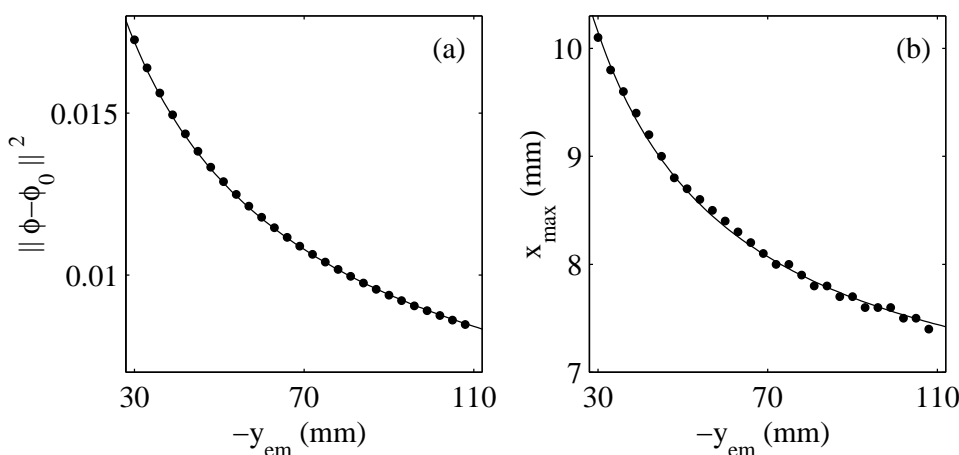


FIG. C.5 – Convergence des profils $\phi(x)$ simulés par équation parabolique avec une émission cylindrique lorsque $y_{em} \rightarrow -\infty$. (a) “Distance” au profil ϕ_0 simulé avec une émission plane apodisée. La courbe en trait plein est proportionnelle à $|y_{em}|^{-0.55}$. (b) Position x_{max} du maximum de $\phi(x)$. L'ajustement est de la forme $x_0 + C|y_{em}|^{-0.85}$ où $x_0 = 6.1$ mm est la position du maximum du profil ϕ_0 . Les paramètres de la simulation sont $f = 1.5$ MHz, $y_{rec} = 50$ mm, $\beta = 0.45$ et $M = 9.10^{-4}$.

Bibliographie

- [Abry *et al.* 1994] Abry P., Fauve S., Flandrin P., and Laroche C. (1994). Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows, *J. Phys. II France*, **4**, 725-733.
- [Aharonov & Bohm 1959] Aharonov Y. and Bohm D. (1959). Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory, *Phys. Rev.*, **115**, 485-491.
- [Alford *et al.* 1974] Alford R. M., Kelly K. R., and Boore D. M. (1974). Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation, *Geophysics*, **39**, 834-842.
- [Andreotti *et al.* 1998] Andreotti B., Maurer J., Couder Y., and Douady S. (1998). Experimental investigation of turbulence near a large-scale vortex, *Eur. J. Mech. B*, **17**, 451-470.
- [Andreotti 1999] Andreotti B. (1999). *Action et réaction entre étirement et rotation, du laminaire au turbulent*, Thèse de doctorat, Université Paris VII.
- [Baffico *et al.* 1998] Baffico M., Boyer D., and Lund F. (1998). Propagation of acoustic waves through a system of many vortex rings, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2590-2593.
- [Bailly & Juvé 2000] Bailly C. and Juvé D. (2000). Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized Euler equations, *AIAA Journal*, **38**, 22-29.
- [Baudet *et al.* 1991] Baudet C., Ciliberto S., and Pinton J.-F. (1991). Spectral analysis of the von Kármán flow using ultrasound scattering, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 193-195.
- [Baudet *et al.* 1999] Baudet C., Michel O., and Williams W. J. (1999). Detection of coherent vorticity structures using time-scale resolved acoustic spectroscopy, *Physica D*, **128**, 1-17.
- [Belin *et al.* 1996] Belin F., Maurer J., Tabeling P., and Willaime H. (1996). Observation of worms in fully developed turbulence, *J. Phys. II France*, **6**, 573-583.
- [Beronov & Kida 1996] Beronov K. N and Kida S. (1996). Linear two-dimensional stability of a Burgers vortex layer, *Phys. Fluids*, **8**, 1024-1035.
- [Berry *et al.* 1980] Berry M. V., Chambers R. G., Large M. D., Upstill C., and Walmsley J. C. (1980). Wavefront dislocations in the Aharonov-Bohm effect and its water wave analogue, *Eur. J. Phys.*, **1**, 154-162.
- [Blanc-Benon 1981] Blanc-Benon Ph. (1981). *Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques*, Thèse de docteur-ingénieur, Ecole Centrale de Lyon.

- [Blockintzev 1945] Blockintzev D. (1946). The propagation of sound in an inhomogeneous and moving medium, *J. Acoust. Soc. Am.*, **18**, 322-334.
- [Bogey *et al.* 2000] Bogey C., Bailly C., and Juvé D. (2000). Computation of mixing layer noise using Large Eddy Simulation, to appear in *AIAA Journal*.
- [Bonnefous 1988] Bonnefous O. (1988). Measurement of the complete (3D) velocity vector of blood flows, *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, 795-799.
- [Bottausci *et al.* 2000] Bottausci F., Petitjeans P., Wesfreid J.-E., Maurel A., and Manneville S. (2000). Experimental investigation of a controlled stretched vortex, to appear in *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [Brachet 1991] Brachet M.-E. (1991). Direct simulations of three-dimensional turbulence in the Taylor-Green vortex, *Fluid Dyn. Res.*, **8**, 1-8.
- [Braun & Hauck 1991] Braun H. and Hauck A. (1991). Tomographic reconstruction of vector fields, *IEEE Trans. Signal Proc.*, **39**, 464-471.
- [Brekhovskikh & Lysanov 1991] Brekhovskikh L. M. and Lysanov Y. P. (1991). *Fundamental of ocean acoustics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [Brillant 2000] Brilliant G. (2000). *Influence de la longueur d'onde acoustique sur la diffusion d'une onde sonore par un vortex*, Rapport de stage de maîtrise de physique, ENS Lyon.
- [Burgers 1940] Burgers J. M. (1940). Application of a model system to illustrate some points of the statistical theory of free turbulence, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam*, **43**, 2-12.
- [Cadot *et al.* 1995] Cadot O., Douady S., and Couder Y. (1995). Characterization of the low-pressure filaments in a three-dimensional turbulent shear flow, *Phys. Fluids*, **7**, 630-646.
- [Candel 1977] Candel S. M. (1977). Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory : application to aeroacoustics, *J. Fluid. Mech.*, **83**, 465-493.
- [Candel 1979] Candel S. M. (1979). Numerical solution of wave scattering problems in the parabolic approximation, *J. Fluid. Mech.*, **90**, 465-507.
- [Candel 1983] Candel S. M. (1983). A review of numerical methods in acoustic wave propagation, in *Recent advances in aeronautics*, 339-410.
- [Cassereau & Fink 1992] Cassereau D. and Fink M. (1992). Time-reversal of ultrasonic fields - Part III : Theory of the closed time-reversal cavity, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **39**, 578-592.
- [Catheline *et al.* 1999a] Catheline S., Wu F., and Fink M. (1999). A solution to diffraction biases in sonoelasticity : the acoustic impulse technique, *J. Acoust. Soc. Am.*, **105**, 2941-2950.
- [Catheline *et al.* 1999b] Catheline S., Thomas J.-L., Wu F., and Fink M. (1999). Diffraction field of a low-frequency vibrator in soft tissues using transient elastography, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **46**, 1013-1020.

- [Cerde & Lund 1993] Cerde E. and Lund F. (1993). Interaction of surface waves with vorticity in shallow water, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 3896-3899.
- [Chainais *et al.* 1999] Chainais P., Abry P., Pinton J.-F. (1999). Intermittency and coherent structures in a swirling flow : a wavelet analysis of joint pressure and velocity measurements, *Phys. Fluids*, **11**, 3524-3539.
- [Chillà *et al.* 1996] Chillà F., Pinton J.-F., and Labbé R. (1996). On the influence of a large-scale coherent vortex on the turbulent cascade, *Europhys. Lett.*, **35**, 271-276.
- [Chu & Kovásznyai 1958] Chu B. T. and Kovásznyai L. S. G. (1958). Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas, *J. Fluid. Mech.*, **3**, 494-514.
- [Collino 1993] Collino F. (1993). Conditions absorbantes d'ordre élevé pour des modèles de propagation d'onde dans des domaines rectangulaires, INRIA report Nr. 1790.
- [Collins 1992] Collins M. D. (1992). A self-starter for the parabolic equation method, *J. Acoust. Soc. Am.*, **92**, 2069-2074.
- [Collins 1993] Collins M. D. (1993). A split-step Padé solution for the parabolic equation method, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, 1736-1742.
- [Colonius *et al.* 1994] Colonius T., Lele S. K., and Moin P. (1994). The scattering of sound waves by a vortex : numerical simulations and analytical solutions, *J. Fluid. Mech.*, **260**, 271-298.
- [Coste *et al.* 1999] Coste C., Lund F., and Umeki M. (1999). Scattering of dislocated wave fronts by vertical vorticity and the Aharonov-Bohm effect. I. Shallow water, *Phys. Rev. E*, **60**, 4908-4916.
- [Coste & Lund 1999] Coste C. and Lund F. (1999). Scattering of dislocated wave fronts by vertical vorticity and the Aharonov-Bohm effect. II. Dispersive waves, *Phys. Rev. E*, **60**, 4917-4925.
- [Crow 1970] Crow S. C. (1970). *Studies in Appl. Math.*, **49**, 21.
- [Dallois *et al.* 2000] Dallois L., Blanc-Benon Ph., and Juvé D. (2000). A wide-angle parabolic equation for acoustic waves in homogeneous moving media : applications to atmospheric sound propagation, to appear in *J. Comp. Acoust.*
- [Deroncourt *et al.* 1998] Deroncourt B., Pinton J.-F., and Fauve S. (1998). Experimental study of vorticity filaments in a turbulent swirling flow, *Physica D*, **117**, 181-190.
- [Dijkstra & Heijst 1983] Dijkstra D. and Heijst G. van (1983). The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder, *J. Fluid. Mech.*, **128**, 123-154.
- [Douady *et al.* 1991] Douady S., Couder Y., and Brachet M.-E. (1991). Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 983-986.
- [Engler *et al.* 1982] Engler R. H., Schmidt D. W., Wagner W. J., and Weitemeier B. (1982). Ultrasonic method for flow field measurement in wind tunnel tests, *J. Acoust. Soc. Am.*, **71**, 42-50.

- [Engler *et al.* 1989] Engler R. H., Schmidt D. W., and Wagner W. J. (1989). Nondisturbing acoustical measurements of flow fields - New developments and applications, *J. Acoust. Soc. Am.*, **85**, 72-82.
- [Ezerskii 1981] Ezerskii A. B. (1981). Nonlinear resonant interaction of sound and vorticity waves in shear flows, *Sov. Phys. Acoust.*, **27**, 411-414.
- [Fabrikant 1983] Fabrikant A. L. (1983). Sound scattering by vortex flows, *Sov. Phys. Acoust.*, **29**, 152-155.
- [Faller 1962] Faller A. J. (1962). An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer, *J. Fluid. Mech.*, **15**, 560-576.
- [Fauve *et al.* 1993] Fauve S., Laroche C., and Castaing B. (1993). Pressure fluctuations in swirling turbulent flows, *J. Phys. II France*, **3**, 271-278.
- [Ferziger 1974] Ferziger J. H. (1974). Low-frequency acoustic scattering from a trailing vortex, *J. Acoust. Soc. Am.*, **56**, 1705-1707.
- [Fetter 1964] Fetter A. L. (1964). Scattering of sound by a classical vortex, *Phys. Rev. A*, **136**, 1488-1493.
- [Fink 1992] Fink M. (1992). Time-reversal of ultrasonic fields - Part I : Basic principles, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **39**, 555-566.
- [Fink 1997] Fink M. (1997). Time-reversed acoustics, *Phys. Today*, **50**, 34-40.
- [Fink *et al.* 1989] Fink M., Prada C., Wu F., Cassereau D. (1989). Self-focusing in inhomogeneous media with time-reversal acoustic mirrors, *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, **2**, 681-686.
- [Ford & Llewellyn Smith 1999] Ford R. and Llewellyn Smith S. G. (1999). Scattering of acoustic waves by a vortex, *J. Fluid. Mech.*, **386**, 305-328.
- [Georges 1972] Georges T. M. (1972). Acoustic ray paths through a model vortex with a viscous core, *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**, 206-209.
- [Gromov *et al.* 1982] Gromov P. R., Ezerskii A. B., and Fabrikant A. L. (1982). Sound scattering by a vortex wake behind a cylinder, *Sov. Phys. Acoust.*, **28**, 452-455.
- [Guyon & Petit 1981] Guyon E. and Petit L. (1981). From the draining of a bathtub to the turbulent cascade, *Eur. J. Phys.*, **2**, 32-36.
- [Guyon *et al.* 1991] Guyon E., Hulin J.-P., and Petit L. (1991). *Hydrodynamique Physique*, Interéditions - Editions du CNRS, Paris.
- [Harvey 1962] Harvey J. K. (1962). Some observations of the vortex breakdown phenomenon, *J. Fluid. Mech.*, **14**, 585-592.
- [Hauck 1991] Hauck A. (1991). Ultrasonic time-of-flight tomography for the non-intrusive measurement of flow velocity fields, *Acoustical Imaging*, **18**, 317-325.

- [Helmholtz 1867] Helmholtz H. (1867). On integrals of the hydrodynamical equations which express vortex motions, *Philos. Mag.*, **33**, 485-512.
- [Hopfinger & Browand 1982] Hopfinger E. J. and Browand F. K. (1982). Vortex solitary waves in a rotating, turbulent flow, *Nature*, **295**, 393-395.
- [Hopfinger *et al.* 1982] Hopfinger F. K., Browand F. K., and Gagne Y. (1982). Turbulence and waves in a rotating tank, *J. Fluid. Mech.*, **125**, 505-534.
- [Howe 1975] Howe M. S. (1975). Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute, *J. Fluid. Mech.*, **71**, 625-673.
- [Huerre & Monkewitz 1990] Huerre P. and Monkewitz P. A. (1990). Local and global instabilities in spatially developing flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **22**, 473-537.
- [Hussain 1986] Hussain F. (1986). Coherent structures and turbulence, *J. Fluid. Mech.*, **173**, 303-356.
- [Jensen 1996] Jensen J. A. (1996). *Estimation of blood velocities using ultrasound*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [Jimenez *et al.* 1993] Jimenez J., Wray A., Saffman P. G., and Rogallo S. (1993). The structure of intense vorticity in isotropic turbulence, *J. Fluid. Mech.*, **255**, 65-90.
- [Johnson *et al.* 1977] Johnson S. A., Greenleaf J. F., Tanaka M., and Flandro G. (1977). Reconstructing three-dimensional temperature and velocity vector fields from acoustic transmission measurements, *ISA Trans.*, **16**, 3-15.
- [Kambe 1986] Kambe T. (1986). Acoustic emissions by vortex motions, *J. Fluid. Mech.*, **173**, 643-666.
- [Kármán 1921] Kármán T. von (1921). *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 235.
- [Kármán & Howarth 1938] Kármán T. von and Howarth L. (1938). On the statistical theory of isotropic turbulence, *Proc. R. Soc. London A*, **164**, 192-215.
- [Karweit *et al.* 1991] Karweit M., Blanc-Benon Ph., Juvé D., and Comte-Bellot G. (1991). Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field : a study of phase variance, *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**, 52-62.
- [Kelvin 1880] Kelvin Lord (1880). Vibrations of a columnar vortex, *Philos. Mag.*, **10**, 155-168.
- [Kida & Tanaka 1994] Kida S. and Tanaka M (1994). Dynamics of vortical structures in a homogeneous shear flow, *J. Fluid. Mech.*, **274**, 43-68.
- [Klimov 1988] Klimov V. V. (1988). Influence of a vortex velocity field on the propagation of sound waves, *Sov. Phys. Acoust.*, **34**, 154-157.
- [Kolmogorov 1941] Kolmogorov A. N. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number, *Dokl. Akad. Nauk.*, **30**, 9-13.

- [Konofagou *et al.* 2000] Konofagou E. E., Varghese T., and Ophir J. (2000). Fundamental limits on the estimation estimation of transverse displacement, transverse strain and Poisson's ratio in elastography, preprint.
- [Kraichnan 1953] Kraichnan R. H. (1953). The scattering of sound in a turbulent medium, *J. Acoust. Soc. Am.*, **25**, 1096-1104.
- [Labbé *et al.* 1996] Labbé R., Pinton J.-F., and Fauve S.. Study of the von Kármán flow between coaxial corotating disks, *Phys. Fluids*, **8**, 914-922.
- [Labbé & Pinton 1999] Labbé R. and Pinton J.-F. (1999). Propagation of sound through a turbulent vortex, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 1413-1416.
- [Landau & Lifshitz 1989] Landau L. D. and Lifshitz E. M. (1989). *Fluid Mechanics*, éditions MIR, Moscou.
- [La Porta *et al.* 1999] La Porta A., Voth G. A., Moisy F., and Bodenschatz E. (1999). Using cavitation to measure statistics of low-pressure events in large-Reynolds-number turbulence, submitted to *Phys. Fluids*.
- [Le Dizès *et al.* 1996] Le Dizès S., Rossi M., and Moffat H. K. (1996). On the three-dimensional instability of elliptical vortex subjected to stretching, *Phys. Fluids*, **8**, 2084-2090.
- [Le Floch *et al.* 1999] Le Floch C., Tanter M., and Fink M. (1999). Self-defocusing in ultrasonic hyperthermia : experiment and simulation, *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 3062-3064.
- [Lewellen 1962] Lewellen W. S. (1962). A solution for three-dimensional vortex flows with strong circulation, *J. Fluid. Mech.*, **14**, 420-432.
- [Lighthill 1952] Lighthill M. J. (1952). On sound generated aerodynamically I. General theory, *Proc. R. Soc. London A*, **211**, 564-587.
- [Lighthill 1978] Lighthill M. J. (1978). Acoustic streaming, *J. Sound Vib.*, **61**, 391.
- [Long 1961] Long R. R. (1961). A vortex in an infinite viscous fluid, *J. Fluid. Mech.*, **11**, 611-623.
- [Lugt & Abboud 1987] Lugt H. J. and Abboud M. (1987). Axisymmetric vortex breakdown with and without temperature effects in a container with a rotating lid, *J. Fluid. Mech.*, **179**, 179-200.
- [Lund 1989] Lund F. (1989). Response of a filamentary vortex to sound, *Phys. Fluids A*, **1**, 1521-1531.
- [Lund & Rojas 1989] Lund F. and Rojas C. (1989). Ultrasound as a probe of turbulence, *Physica D*, **37**, 508-514.
- [Makarov & Ochmann 1996] Makarov S. and Ochmann M. (1996). Nonlinear and thermoviscous phenomena in acoustics, Part I, *Acustica - Acta Acustica*, **82**, 579-606.
- [Manneville *et al.* 1999a] Manneville S., Maurel A., Roux P., and Fink M. (1999). Characterization of a large vortex using acoustic time-reversal mirrors, *Eur. Phys. J. B*, **9**, 545-549.

- [Manneville *et al.* 1999b] Manneville S., Robres J. H., Maurel A., Petitjeans P., and Fink M. (1999). Vortex dynamics investigation using an acoustic technique, *Phys. Fluids*, **11**, 3380-3389.
- [Manneville *et al.* 2000a] Manneville S., Maurel A., Bottausci F., and Petitjeans P. (2000). The “double rotating suction system” : acoustic characterization of a vortex in infinite medium, to appear in *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [Manneville *et al.* 2000b] Manneville S., Prada C., Tanter M., and Fink M. (2000). Ultrasound propagation through a rotational flow : numerical methods compared to experiments, submitted to *J. Comp. Acoust.*
- [Mason 1975] Mason P. J. (1975). Forces on bodies moving transversely through a rotating fluid, *J. Fluid. Mech.*, **71**, 577-599.
- [Maxworthy *et al.* 1985] Maxworthy T., Hopfinger E. J., and Redekopp L. G. (1985). Wave motions on vortex cores, *J. Fluid. Mech.*, **151**, 141-165.
- [Moffat *et al.* 1994] Moffat H. K., Kida S., and Ohkitani K. (1994). Stretched vortices—the sinews of turbulence ; large Reynolds numbers asymptotics, *J. Fluid. Mech.*, **259**, 241-264.
- [Möhring *et al.* 1983] Möhring W., Müller E.-A., and Obermeier F. (1983). Problems in flow acoustics, *Rev. Mod. Phys.*, **55**, 707-724.
- [Moisy 2000] Moisy F. (2000). *Étude expérimentale des fluctuations de vitesse, de température et de pression en turbulence développée*, Thèse de doctorat, Université Paris VI..
- [Moisy & Petitjeans 2000] Moisy F. and Petitjeans P. (2000). Pressure measurements in a stretched vortex, to appear in *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [Mordant *et al.* (1997)] Mordant N., Pinton J.-F., and Chillà F. (1997). Characterization of turbulence in a closed flow, *J. Phys. II France*, **7**, 1729-1742.
- [Mordant *et al.* 1999] Mordant N., Prada C., and Fink M. (1999). Highly resolved detection and selective focusing in a waveguide using the DORT method, *J. Acoust. Soc. Am.*, **105**, 2634-2642.
- [Mory & Yurchenko 1993] Mory M. and Yurchenko N. (1993). Vortex generation by suction in a rotating tank, *Eur. J. Mech. B*, **6**, 729-747.
- [Morton 1969] Morton B. R. (1969). The strength of a vortex and swirling core flows, *J. Fluid. Mech.*, **38**, 315-333.
- [Munk 1986] Munk W. (1986). Acoustic monitoring of ocean gyres, *J. Fluid. Mech.*, **173**, 43-53.
- [Munk *et al.* 1995] Munk W., Worcester P., and Wunsch C. (1995). *Ocean acoustic tomography*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [Nazarenko 1994] Nazarenko S. V. (1994). Absorption of sound by vortex filaments, *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 1793-1796.

- [Nazarenko *et al.* 1995] Nazarenko S. V., Zabusky N. J., and Scheidegger T. (1995). Nonlinear sound-vortex interactions in an inviscid isentropic fluid : a two-fluid model, *Phys. Fluids*, **7**, 2407-2419.
- [Neu 1984] Neu J. C. (1984). The dynamics of stretched vortices, *J. Fluid. Mech.*, **143**, 253-276.
- [Noullez *et al.* 1997] Noullez A., Wallace G., Lempert W., Miles R. B., and Frisch U. (1997). Turbulent flows transverse structure functions measurements using RELIEF technique, *J. Fluid. Mech.*, **339**, 287-307.
- [Norton 1988] Norton S. J (1988). Tomographic reconstruction of 2-D vector fields : application to flow imaging, *Geophys. J.*, **97**, 161-168.
- [Obukhov 1962] Obukhov A. M. (1962). Some specific features of atmospheric turbulence, *J. Fluid. Mech.*, **13**, 77-81.
- [Olariu & Popescu 1985] Olariu S. and Iovitzu Popescu I. (1985). The quantum effects of electromagnetic fluxes, *Rev. Mod. Phys.*, **57**, 339-436.
- [Ophir *et al.* 1991] Ophir J., Cespedes E. I., Ponnkantani H., Yazdi Y., and Li X. (1991). Elastography : a method for imaging the elasticity in biological tissues, *Ultrasonic Imaging*, **13**, 111-134.
- [O'Shea 1975] O'Shea S. (1975). Sound scattering by a potential vortex, *J. Sound Vib.*, **43**, 106-116.
- [Ostashev 1994] Ostashev V. E. (1994). Sound propagation and scattering in media with random inhomogeneities of sound speed, density and medium velocity, *Waves in Random Media*, **4**, 403-428.
- [Ostashev 1997] Ostashev V. E. (1997). *Acoustics in moving inhomogeneous media*, E & FN Spon, London.
- [Ostashev *et al.* 1997] Ostashev V. E., Juvé D., and Blanc-Benon Ph. (1997). Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media, *Acustica - Acta Acustica*, **83**, 455-460.
- [Ostashev *et al.* 1998] Ostashev V. E., Brähler B., Mellert V., and Goedecke G. H. (1998). Coherence functions of plane and spherical waves in a turbulent medium with the von Kármán spectrum of medium inhomogeneities, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, 727-737.
- [Pekeris 1982] Pekeris C. L. (1982). Studies in reverberation. II. Scattering of sound by a cylindrical vortex embedded in a fluid at rest, *J. Acoust. Soc. Am.*, **71**, 1106-1108.
- [Petitjeans *et al.* 1997] Petitjeans P., Wesfreid J.-E., and Attiach J. C. (1997). Vortex stretching in a laminar boundary layer flow, *Exp. Fluids*, **22**, 351-353.
- [Petitjeans & Wesfreid 1997] Petitjeans P. and Wesfreid J.-E. (1997). Vortex stretching and filaments, *Appl. Sci. Res.*, **57**, 279-290.

- [Petitjeans *et al.* 1998] Petitjeans P., Robres J.-H., Wesfreid J.-E., and Kevlahan N. (1998). Experimental evidence for a new type of stationary stretched vortex, *Eur. J. Mech. B*, **17**, 549-560.
- [Philips 1960] Philips O. M. (1960). On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers, *J. Fluid. Mech.*, **9**, 1-28.
- [Pinton 1992] Pinton J.-F. (1992). *Mesure de vorticité par diffusion ultrasonore*, Thèse de doctorat, Université Lyon I.
- [Pinton 2000] Pinton (2000). Private communication.
- [Pinton *et al.* 1998] Pinton J.-F., Chillà F., and Mordant N. (1998). Intermittency in the closed flow between coaxial corotating disks, *Eur. J. Mech B*, **17**, 535-547.
- [Pinton *et al.* 1993] Pinton J.-F., Laroche C., Fauve S., and Baudet C. (1993). Ultrasound scattering by buoyancy driven flows, *J. Phys. II France*, **3**, 767-773.
- [Prada *et al.* 1991] Prada C., Wu F., and Fink M. (1991). The iterative time-reversal mirror : a solution to self-focusing in the pulse echo mode, *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**, 1119-1129.
- [Prada *et al.* 1996] Prada C., Manneville S., Spoliansky D., and Fink M. (1996). Decomposition of the time reversal operator : detection and selective focusing on two scatterers, *J. Acoust. Soc. Am.*, **99**, 2067-2076.
- [Prada & Pinton 2000] Prada C. and Pinton J.-F. (2000). Diffraction effects in the investigation of vortices using acoustic waves, preprint.
- [Reinschke *et al.* 1997] Reinschke J., Möhring W., and Obermeier F. (1997). Scattering of sound waves by a cylindrical vortex : a semi-analytical theory, *J. Fluid. Mech.*, **333**, 273-299.
- [Reynolds 1978] Reynolds A. C. (1978). Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems, *Geophysics*, **43**, 1099-1110.
- [Richardson 1926] Richardson L.F. (1926). Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph, *Proc. R. Soc. London A*, **110**, 709-737.
- [Rossi & Le Diz s 1997] Rossi M. and Le Diz s S. (1997). Three-dimensional temporal spectrum of stretched vortices, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2567-2569.
- [Rouseff 1992] Rouseff D. (1992). Reconstruction of fluid vorticity by acoustic tomography, *Acoustical Imaging*, **19**, 861-865.
- [Roux 1997] Roux P. (1997). *Application des miroirs acoustiques   retournement temporel à la focalisation dans un guide d'onde et à la caractérisation d' coulements hydrodynamiques*, Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- [Roux & Fink 1995] Roux P. and Fink M. (1995). Experimental evidence in acoustics of the violation of time-reversal invariance induced by vorticity, *Europhys. Lett.*, **2**, 25-29.
- [Roux *et al.* 1997a] Roux P., Roman B., and Fink M. (1997). Time-reversal in an ultrasonic waveguide, *Appl. Phys. Lett.*, **70**, 1811-1813.

- [Roux *et al.* 1997b] Roux P., de Rosny J., Tanter M., and Fink M. (1997). The Aharonov-Bohm effet revisited by an acoustic time-reversal mirror, *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 3170-3173.
- [Roux *et al.* 2000] Roux P., Porter M. B., Song H. C., and Kuperman W. A. (2000). Application of the parabolic equation method to medical ultrasonics, *Wave Motion*, **31**, 181-196.
- [Roux *et al.* 1999] Roux S. G., Muzy J.-F., Arneodo A. (1999). Detecting vorticity filaments using wavelet analysis : about the statistical contribution of vorticity filaments to intermittency in swirling turbulent flows, *Eur. Phys. J. B*, **8**, 301-322.
- [Saffman & Baker 1979] Saffman P. G. and Baker G. R. (1979). Vortex interactions, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **11**, 95-122.
- [Saffman 1992] Saffman P. G. (1992). *Vortex dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [Sakov 1993] Sakov P. V. (1993). Sound scattering by a vortex filament, *Acoust. Phys.*, **39**, 280-282.
- [Salant 1969] Salant R. F. (1969). Acoustic rays in two-dimensional rotating flows, *J. Acoust. Soc. Am.*, **46**, 1153-1157.
- [Sandrin *et al.* 1999] Sandrin L., Catheline S., Tanter M., Hennequin X., and Fink M. (1999). Time-resolved pulsed elastography with ultra-fast ultrasonic imaging, *Acoustical Imaging*, **21**, 259-292.
- [Schmidt & Tilmann 1970] Schmidt D. W. and Tilmann P. M. (1970). Experimental study of sound-wave phase fluctuations caused by turbulent wakes, *J. Acoust. Soc. Am.*, **47**, 1310-1324.
- [SHOM 1994] Service Hydrographique et Océanographique de la Marine. *Courants de marée de la côte ouest de Bretagne*, Editions du SHOM, Brest.
- [Sibulkin 1962] Sibulkin M. (1962). A note on the bathtub vortex, *J. Fluid. Mech.*, **14**, 21-24.
- [Tanter 1999] Tanter M. (1999). *Application du retournement temporel à l'hyperthermie ultrasonore du cerveau*, Thèse de doctorat, Université Paris VII.
- [Tanter *et al.* 1998] Tanter M., Thomas J.-L., and Fink M. (1998). Influence of boundary conditions on time-reversal focusing through heterogeneous media, *Appl. Phys. Lett.*, **72**, 2511-2513.
- [Tappert 1977] Tappert F. D. (1977). The parabolic approximation method, in *Wave propagation and underwater acoustics*, Keller J. B. and Papadakis J. S. Eds., Springer-Verlag, Berlin, *Lecture Notes in Physics*, **70**, 224-287.
- [Taylor 1935] Taylor G. I. (1935). Statistical theory of turbulence, *Proc. R. Soc. London A*, **151**, 421-478.
- [Tritton 1988] Tritton D. J. (1988). *Physical fluid dynamics*, Clarendon Press, Oxford.
- [Turner 1966] Turner J. S. (1966). The constraints imposed on tornado-like vortices by the top and bottom boundary conditions, *J. Fluid. Mech.*, **25**, 377-400.

- [Umeki & Lund 1997] Umeki M. and Lund F. (1997). Spirals and dislocations in wave-vortex systems, *Fluid Dyn. Res.*, **21**, 201-210.
- [Unen *et al.* 1998] Unen R. F. van, Thorne P. D., Cox H., and Kamminga D. (1998). Laboratory measurements of current flow using cross correlation on acoustic backscattering from suspended sediments, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, 1345-1355.
- [Vincent & Meneguzzi 1991] Vincent A. and Meneguzzi M. (1991). The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence, *J. Fluid. Mech.*, **225**, 1-25.
- [Vivanco *et al.* 1999] Vivanco F., Melo F., Coste C., and Lund F. (1999). Surface wave scattering by a vertical vortex and the symmetry of the Aharonov-Bohm wave function, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1996-1969.
- [Williamson 1996] Williamson C. H. K. (1996). Vortex dynamics in the cylinder wake, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28**, 477-539.
- [Winters & Rouseff 1993] Winters K. B. and Rouseff D. (1993). Tomographic reconstruction of stratified fluid flow, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **40**, 26-33.
- [Wu *et al.* 1992] Wu F., Thomas J.-L., and Fink M. (1992). Time-reversal of ultrasonic fields - Part II : Experimental results, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **39**, 566-578.
- [Wunenburger *et al.* 1999] Wunenburger R., Andreotti B. , and Petitjeans P. (1999). Influence of precession on velocity measurements in a strong laboratory vortex, *Exp. Fluids*, **27**, 181-188.