



**HAL**  
open science

# Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO, Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO

Michel Abgrall

► **To cite this version:**

Michel Abgrall. Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO, Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. Français. NNT : . tel-00003079

**HAL Id: tel-00003079**

**<https://theses.hal.science/tel-00003079>**

Submitted on 1 Jul 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DES SYSTÈMES DE  
RÉFÉRENCES TEMPS-ESPACE  
DU BUREAU NATIONAL DE MÉTROLOGIE



THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI

Spécialité Lasers et Matière

présentée par Michel ABGRALL

pour obtenir le grade de Docteur de  
l'Université de Paris VI

Sujet de Thèse :

*Evaluation des performances  
de la fontaine atomique PHARAO,  
Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO*

Soutenue le 16 janvier 2003 devant le jury composé de :

Mme	L. JULIEN	Présidente du Jury
M.	C. CHARDONNET	Rapporteur
M.	P. THOMANN	Rapporteur
M.	A. BAUCH	Examineur
Mme	S. LEON	Membre invité
M.	C. SALOMON	Membre invité
M.	M. GRANVEAUD	Directeur de thèse
M.	P. LAURENT	Directeur de thèse



*A mes parents*



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Généralités sur les horloges</b>	<b>11</b>
1.1 Principe de fonctionnement d'une horloge . . . . .	11
1.2 Comment augmenter les performances des horloges atomiques? 14	
1.2.1 Les horloges à jets thermiques . . . . .	16
1.2.2 Les fontaines atomiques . . . . .	17
1.2.3 La microgravité . . . . .	19
1.3 Bref historique du projet PHARAO . . . . .	20
<b>I Evaluation de l'exactitude de la fontaine atomique PHARAO</b>	<b>23</b>
<b>2 Description de la fontaine PHARAO</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction . . . . .	25
2.2 Le tube césium . . . . .	25
2.2.1 Description générale de l'enceinte à vide . . . . .	25
2.2.2 Le contrôle du champ magnétique . . . . .	28
2.2.3 La zone de capture . . . . .	30
2.2.4 La zone de préparation . . . . .	31
2.2.5 La zone d'interrogation . . . . .	32
2.2.6 La zone de détection . . . . .	36
2.3 La source laser . . . . .	38
2.3.1 Description du montage optique . . . . .	38
2.3.2 La séquence temporelle de la source laser lors de la phase de mélasse . . . . .	41
2.4 La synthèse micro-onde . . . . .	42
2.4.1 La chaîne de synthèse d'interrogation . . . . .	43

2.4.2	L'interrupteur micro-onde interférentiel . . . . .	44
2.4.3	La chaîne de préparation . . . . .	45
2.5	L'électronique et l'informatique de commande . . . . .	46
2.6	Analyse des premiers signaux de l'horloge . . . . .	47
2.6.1	Caractérisation de la source d'atomes froids . . . . .	47
2.6.2	Répartition des populations et efficacité de sélection . . . . .	50
2.6.3	Calibration du système de détection . . . . .	53
2.6.4	Franges de résonance et asservissement de la fréquence d'horloge . . . . .	55
<b>3</b>	<b>Modélisation de l'interrogation micro-onde</b>	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	59
3.2	Equation d'évolution de l'état atomique . . . . .	60
3.3	Franges de résonance . . . . .	62
3.3.1	Cas où la pulsation de Rabi est constante . . . . .	62
3.3.2	Franges de résonance dans une fontaine atomique . . . . .	65
3.4	La fonction de sensibilité atomique . . . . .	74
3.4.1	Définition et propriétés . . . . .	74
3.4.2	Cas d'une interrogation à profils rectangulaires . . . . .	76
3.4.3	Cas des fontaines atomiques . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO</b>	<b>85</b>
4.1	Introduction . . . . .	85
4.2	La stabilité de fréquence . . . . .	86
4.2.1	Le bruit de projection quantique . . . . .	87
4.2.2	Le bruit de détection . . . . .	88
4.2.3	Le bruit du laser de détection . . . . .	89
4.2.4	Le bruit de l'oscillateur d'interrogation . . . . .	90
4.2.5	Analyse expérimentale de la stabilité de fréquence . . . . .	92
4.3	L'exactitude . . . . .	94
4.3.1	L'effet Zeeman quadratique . . . . .	94
4.3.2	L'effet du rayonnement du corps noir . . . . .	102
4.3.3	L'effet des collisions entre atomes froids . . . . .	103
4.3.4	L'entraînement de la fréquence d'horloge par le désaccord de la cavité . . . . .	118
4.3.5	L'effet Doppler résiduel . . . . .	123
4.3.6	L'effet des transitions voisines . . . . .	154
4.3.7	Les fuites micro-ondes . . . . .	159
4.3.8	L'effet de composantes spectrales parasites dans la micro- onde d'interrogation . . . . .	161

4.3.9	L'effet de recul . . . . .	164
4.3.10	Les effets relativistes . . . . .	166
4.3.11	Perturbation synchrone . . . . .	166
4.3.12	Bilan d'exactitude . . . . .	168
4.3.13	Comparaison de fréquence avec les autres fontaines du laboratoire . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Mesure de la transition <math>1S - 2S</math> de l'hydrogène à l'aide de la fontaine PHARAO</b>	<b>171</b>
5.1	Introduction . . . . .	171
5.2	Fonctionnement la fontaine PHARAO à Garching . . . . .	172
5.3	Description du système de comparaison de fréquence optique .	174
5.4	Le spectromètre à hydrogène . . . . .	177
5.5	Conclusion . . . . .	180
<b>II</b>	<b>Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO</b>	<b>181</b>
<b>6</b>	<b>L'horloge spatiale PHARAO au centre de la mission ACES</b>	<b>183</b>
6.1	La mission ACES . . . . .	183
6.2	Les objectifs scientifiques de la mission ACES . . . . .	189
6.2.1	Evaluation des performances de l'horloge PHARAO . . . . .	189
6.2.2	Mesure du déplacement gravitationnel . . . . .	190
6.2.3	Mesure d'une éventuelle dérive de la constante de structure fine . . . . .	190
6.2.4	Test d'une possible anisotropie de la vitesse de la lumière	191
6.3	Etat d'avancement du projet ACES . . . . .	192
<b>7</b>	<b>Tests de différents sous-ensembles de l'horloge spatiale PHARAO</b>	<b>195</b>
7.1	Réalisation d'un nouveau type de laser à cavité étendue . . . .	195
7.1.1	Principe de fonctionnement d'un laser à étalon Fabry- Perot . . . . .	196
7.1.2	Montage optique . . . . .	198
7.1.3	Caractérisation du laser . . . . .	201
7.2	Test de la cavité d'interrogation . . . . .	203
7.2.1	Les contraintes imposées sur la zone d'interrogation . .	203
7.2.2	Caractérisation d'un prototype de cavité dans la fontaine atomique FO1 . . . . .	209

<b>Conclusion</b>	<b>221</b>
<b>A</b>	<b>223</b>
A.1 Constantes fondamentales . . . . .	223
A.2 L'atome de Césium 133 . . . . .	223
<b>Bibliographie</b>	<b>230</b>

# Remerciements

J'ai effectué ce travail de thèse au sein du Laboratoire Primaire du Temps et des fréquences du Bureau National de Métrologie (BNM-LPTF), qui a récemment fusionné avec le Laboratoire de l'Horloge Atomique (LHA) pour former le Laboratoire des Systèmes de Références Temps-Espace (BNM-SYRTE). Je remercie Michel Granveaud pour son accueil au LPTF et pour avoir accepté de diriger ma thèse, ainsi que Philip Tuckey, qui a pris sa succession à la direction du SYRTE.

André Clairon m'a accueilli dans son équipe fontaines atomiques. Je le remercie sincèrement pour son initiation à la métrologie des fréquences, ainsi que ses éclairages aussi bien théoriques qu'expérimentaux, dont j'ai pu profiter au cours de ma thèse.

J'ai débuté mon travail au laboratoire avec Philippe Laurent et Pierre Lemonde, par la transformation du prototype avion en fontaine atomique. Je les remercie très chaleureusement pour leur initiation à l'expérimentation et leurs interprétations physiques souvent imagées, ainsi que pour la confiance qu'ils m'ont témoignée en me transmettant les rênes de l'horloge. Je suis également très reconnaissant à Giorgio Santarelli, qui a construit les chaînes de synthèse micro-onde et l'interrupteur interférométrique. Ses interventions et ses conseils se sont toujours effectués dans la bonne humeur.

Philippe Laurent a été à mes cotés tout au long de ma thèse. Il a su, en parallèle à son importante implication dans la partie spatiale du projet, diriger au quotidien mes travaux sur la fontaine, jamais à bout d'idées nouvelles. Je le remercie très sincèrement pour son enthousiasme, sa compétence, son dynamisme et sa patience.

Je remercie très chaleureusement les autres membres de l'équipe fontaine PHARAO, Frédéric Allard, Ivan Maksimovic et Jan Grünert, qui m'ont épaulé dans la joie et la bonne humeur, lors de ce travail de thèse, et notamment lors de la rédaction de ce manuscrit. Je remercie également Paul-Eric Pottie, qui n'a pas été un des moindres contributeur à l'ambiance si particulière régnant à l'atelier 3. Je n'oublierai pas de remercier Julie Frontère, Senem Kilic, Guillaume Lambert et Gregory Schehr qui ont participé à l'avancement du projet au cours de leur stage au laboratoire.

Je suis très reconnaissant à Pierre Petit, qui a réalisé les plans de la fontaine PHARAO, et à Michel Aubourg, dont les simulations de cavités micro-onde m'ont permis d'effectuer les calculs numériques présentés dans ce mémoire.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude aux autres membres de l'équipe fontaines atomiques, Sébastien Bize, Davide Calonico, Cipriana Mandache, Harold Marion, Franck Dos Santos Peirera, Yvan Sortais, pour leurs conseils lors de l'évaluation des performances de l'horloge et leur collaboration lors des comparaisons de fréquence. J'ai notamment beaucoup apprécié de travailler avec Shougang Zhang, qui m'a permis de caractériser la cavité d'interrogation de l'horloge spatiale dans sa fontaine atomique.

Je remercie également pour leurs discussions et leur soutien mes autres collègues thésards : Irène Courtillot, Albane Douillet, Franck Ducos, Jérôme Fils, To Kaing, Ala'a Makdissi, Audrey Quessada, Florence Yver, ainsi que les autres chercheurs permanents du laboratoire : Ouali Acef, Emeric de Clerq, Arnaud Landragin, Daniele Rovera, David Valat, Pierre Uhrich et Jean Jacques Zondy.

J'exprime toute ma gratitude à l'ensemble du personnel du laboratoire pour leur soutien technique et administratif, en particulier Catherine Laurent Yertha Baïdomti, Pascal Blondé, Michel Dequin, Michel Lours, Laurent Volodimer et Annie Gérard.

Je remercie Christophe Salomon et Théodor Hansch, qui ont proposé la mesure de la fréquence de transition  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène à l'aide de la fontaine transportable PHARAO. Je suis très reconnaissant à Thomas Udem, Jörg Reichert, Ronald Holzwarth et Markus Niering, pour leur accueil et leur collaboration au Max Planck Institut für Quantenoptik

Je remercie Andreas Bauch, Sylvie Léon et Christophe Salomon pour l'intérêt qu'ils ont porté à l'égard de mon travail de thèse en acceptant de faire partie du jury de ma soutenance. Je remercie tout particulièrement Lucile Julien d'en avoir accepté la présidence, ainsi que Christian Chardonnet et Pierre Thomann pour avoir bien voulu faire partie du jury en qualité de rapporteur.

Je remercie enfin le CNES, le BNM et l'Observatoire de Paris, qui ont co-financé cette thèse.

Merci à mes amis et à ma famille.

# Introduction

Depuis 1967 [1], la seconde du système d'unités international est définie à partir d'une résonance de l'atome de césium 133, correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins  $|F = 3\rangle$  et  $|F = 4\rangle$  de l'état électronique  $6^2S_{1/2}$ . La fréquence de cette transition a été fixée à une valeur conventionnelle  $\nu_0 = 9,192\,631\,770$  GHz, pour un atome isolé. L'unité de temps réalisée par les étalons primaires de fréquence, constitue actuellement la grandeur physique la plus exacte.

L'amélioration des horloges atomiques entraîne des retombées aussi bien techniques que fondamentales. La réalisation d'échelles de temps et d'espace constitue en effet la base des observations et télécommunications par satellites, et des systèmes de positionnement (GPS, GALILEO). Les horloges interviennent également dans la détermination de constantes fondamentales comme la constante de structure fine ou la constante de Rydberg. Elles sont aussi utilisées pour certains tests expérimentaux de la relativité générale.

Les performances des étalons de fréquence ont connu des avancées spectaculaires durant cette dernière décennie. Elles ont été rendues possibles par le développement des techniques de refroidissement et de manipulation d'atomes par laser [2], au cours des années 80-90. Cette source d'atomes a permis la construction d'horloges fonctionnant en géométrie de fontaine atomique. Comme pour les horloges à jet thermique, ces étalons de fréquence utilisent la méthode de Ramsey [3] pour interroger les atomes. Le temps d'interrogation peut être augmenté de manière significative en tirant parti de la sensibilité des atomes froids à la gravité terrestre. La fontaine FO1 du BNM-SYRTE [4] a constitué la première application métrologique de ce principe. Elle possède une exactitude relative de  $1,1 \cdot 10^{-15}$  et une stabilité de  $1,1 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , ce qui constitue une amélioration de près d'un ordre de grandeur par rapport aux horloges conventionnelles. Une vingtaine d'horloges du même type sont actuellement opérationnelles ou en cours de mise au point dans le monde [5, 6, 7]. Deux autres fontaines atomiques de performances comparables à celle d'FO1 équipent depuis 1998 le laboratoire : la fontaine

double FO2, pouvant fonctionner à la fois avec des atomes de rubidium et de césium [8], et la fontaine transportable PHARAO, dont l'étude fait l'objet de la première partie de ce manuscrit. La multiplication du nombre de prototypes et leur comparaison fournit une meilleure compréhension des effets systématiques et doit permettre d'atteindre des exactitudes dans la gamme des  $10^{-16}$ .

La gravité terrestre apporte une limitation au temps d'interrogation des atomes, auquel sont étroitement liées la stabilité et l'exactitude des horloges. Le fonctionnement en micro-pesanteur fournit donc une nouvelle voie pour améliorer les performances des horloges. L'agence spatiale européenne (ESA) a retenu en 1997 la proposition de la mission ACES (Atomic Clock Ensemble in Space) [9]. Cette expérience volera à partir de 2006 à bord de la station spatiale internationale (ISS). Elle aura lieu presque simultanément avec les projets PARCS et RACE de l'agence spatiale américaine. L'ensemble ACES comporte une horloge à césium froids, l'horloge spatiale PHARAO, un maser à hydrogène, SHM, développé par l'Observatoire Cantonal de Neuchâtel (Suisse), et un lien micro-onde, ML, pour effectuer des comparaisons de fréquence avec des horloges au sol. L'horloge à atomes froids est sous la maîtrise d'oeuvre du CNES (Centre National d'Etudes Spatiales), avec le soutien technique et scientifique des laboratoires BNM-SYRTE (Laboratoire des Systèmes de Références Temps-Espace du Bureau National de Métrologie) et LKB (Laboratoire Kastler-Brossel). Outre l'étude du fonctionnement d'une horloge en micro-gravité, cette mission fournira un outil pour des comparaisons de fréquence internationales au niveau de  $10^{-16}$  et des expériences de physique fondamentale.

Le projet PHARAO a débuté en 1994 par la construction d'un prototype d'horloge spatiale, testé en 1997 en vol parabolique. C'est le succès de cette expérience qui a motivé la mission ACES. Le fonctionnement de ce dispositif n'est toutefois pas adapté pour un fonctionnement au sol. Mon travail de thèse, inscrit dans la continuité du projet PHARAO, a porté sur sa transformation en géométrie de fontaine atomique (la fontaine PHARAO) et sur sa caractérisation. Les objectifs principaux sont de disposer d'un nouvel étalon primaire de fréquence de hautes performances, qui soit également transportable. Cette horloge, s'ajoutant à celles déjà présentes au laboratoire, doit faciliter l'amélioration de l'exactitude des fontaines atomiques. Sa transportabilité en fait également un atout majeur pour effectuer des comparaisons de fréquence dans d'autres laboratoires. Elle doit enfin contribuer à la composante terrestre de la mission ACES.

J'ai également participé au développement de l'horloge spatiale, en effec-

tuant la caractérisation de certains sous-ensembles.

Ce mémoire est composé de 7 chapitres regroupés en deux parties principales.

Un premier chapitre introductif, le chapitre 1, rappelle le principe de fonctionnement des horloges atomiques en général. Il définit également les grandeurs caractérisant leurs performances : la stabilité et l'exactitude, dépendant étroitement du temps d'interrogation. Il présente ensuite une discussion sur l'amélioration apportée au compromis stabilité-exactitude par l'utilisation d'atomes froids dans une fontaine atomique et dans un environnement de micro-pesanteur.

La première partie du manuscrit est consacrée à l'évaluation des performances de la fontaine transportable PHARAO. Le chapitre 2 donne une description détaillée du dispositif et de son mode de fonctionnement. Il fournit ensuite une première analyse des signaux importants.

Le chapitre 3 porte sur la modélisation de l'interrogation micro-onde et de l'expression des déplacements de la fréquence d'horloge. Il présente notamment une simulation numérique permettant un calcul de la frange de résonance, tenant compte de la géométrie du nuage atomique et des variations spatiales du champ micro-onde dans la cavité. Le modèle permet également de calculer certains déplacements de fréquence. Ce chapitre introduit enfin la fonction  $g(t)$  traduisant la variation temporelle de la sensibilité des atomes à une perturbation de fréquence ou de phase pendant leur interrogation. Cette fonction permet une interprétation simple de certains déplacements de fréquence et de la dégradation de la stabilité de fréquence par le bruit de l'oscillateur.

Le chapitre 4 est consacré à l'évaluation des performances de la fontaine PHARAO. Elle s'est effectuée par comparaison de fréquence avec un maser à hydrogène, utilisé également comme référence par les autres horloges du laboratoire. Le chapitre donne une analyse des sources de bruit affectant la stabilité de fréquence de l'horloge. Il fournit ensuite, après en avoir rappelé l'origine, l'estimation de l'ensemble des déplacements de fréquence limitant son exactitude.

Le chapitre 5 montre l'intérêt de la transportabilité de la fontaine PHARAO. Elle a fonctionné durant le mois de juin 1999 au Max Planck Institut für Quantenoptik de Munich (Allemagne), pour participer à une mesure absolue de la fréquence de la transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène. Ce chapitre décrit l'utilisation de l'horloge comme oscillateur de référence. Il présente ensuite la chaîne de fréquence optique permettant de relier, à l'aide d'un laser femto-seconde, la fréquence micro-onde de l'étalon

primaire à la fréquence de transition  $1S - 2S$ , située dans le domaine optique. Il donne enfin une description du spectromètre à hydrogène et une discussion des résultats expérimentaux.

La seconde partie porte sur ma participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO.

Le chapitre 6 donne une description succincte des sous ensembles de la mission ACES et de ses objectifs scientifiques.

Le chapitre 7 présente la réalisation d'un prototype de laser à cavité étendue, dont le principe a été retenu pour équiper la source laser de l'horloge spatiale. Ce laser utilise un étalon Fabry-Perot pour sélectionner un des modes de la cavité externe. Ce chapitre donne par ailleurs la caractérisation d'un prototype de la cavité micro-onde d'interrogation spatiale, du type Ramsey. Contrairement à celle des fontaines atomiques, cette cavité comporte deux zones d'excitation des atomes. Elle a été implantée dans l'enceinte à vide de la fontaine FO1, afin de mesurer le déphasage du champ micro-onde entre les zones de Ramsey.

# Chapitre 1

## Généralités sur les horloges

### 1.1 Principe de fonctionnement d'une horloge

Une horloge est constituée d'un oscillateur macroscopique commandable en fréquence, asservi sur une résonance atomique de référence. L'oscillateur fournit un signal périodique facilement utilisable par l'expérimentateur. Cependant la fréquence du signal délivré n'est pas bien définie, car elle dépend de la structure complexe de ce type de composants. Elle n'est en général pas reproductible d'un oscillateur à l'autre et peut par ailleurs varier avec le temps, pour des raisons de changement d'environnement ou de vieillissement du composant. L'atome, au contraire, a un comportement mieux connu. Les résonances atomiques sont définies uniquement par les interactions fondamentales entre les particules élémentaires le constituant. Si ces interactions sont stables, la fréquence de résonance doit l'être aussi.

La figure 1.1 illustre le principe de fonctionnement d'une horloge atomique. Une collection d'atomes est préparée dans l'un des deux états de la transition d'horloge, par exemple pour le césium l'état  $|F = 3\rangle$  (voir figure A.1 en annexe). Une partie du signal de sortie de l'oscillateur est prélevée pour exciter des atomes. Après cette phase d'interrogation, une mesure du nombre d'atomes  $N_3$  et  $N_4$  peuplant ces deux états, permet de remonter à la probabilité de transition  $P(|3\rangle \rightarrow |4\rangle)$  :

$$P(|3\rangle \rightarrow |4\rangle) = \frac{N_4}{N_3 + N_4}. \quad (1.1)$$

La probabilité varie avec le niveau et la fréquence du signal d'interrogation. Pour une interrogation de Ramsey à puissance optimale, on a :

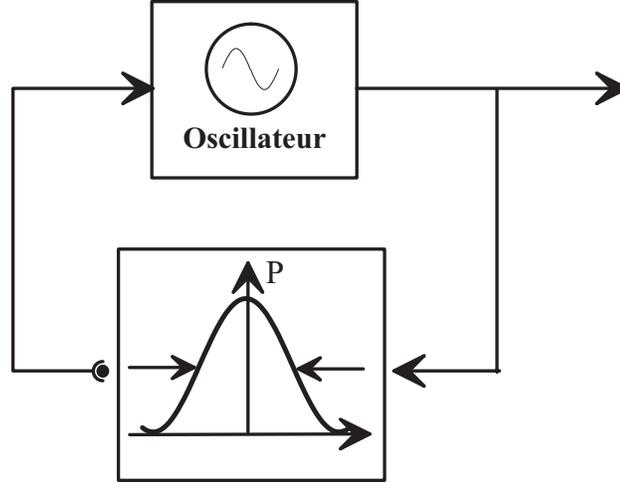


FIG. 1.1 – Schéma de principe d'une horloge atomique

$$P(\nu) \approx \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu} \right) \right) \quad (1.2)$$

Cette mesure de la résonance atomique  $P(\nu)$  constitue un discriminateur en fréquence permettant d'asservir la fréquence de l'oscillateur. Elle possède une largeur  $\Delta\nu$  dépendant de la durée et du type d'interrogation. Pour réaliser simplement cet asservissement, un signal carré module la fréquence de l'oscillateur à mi-hauteur de la frange de résonance. La différence de probabilité  $\Delta P$ , obtenue en sondant successivement les deux flancs de la frange (détection synchrone) permet de construire la correction  $\nu_c$  à appliquer à la fréquence de l'oscillateur. L'itération de cette opération mène à un équilibre des probabilités de transition mesurées de part et d'autre de la résonance.

La fréquence de l'oscillateur asservi peut se mettre sous la forme :

$$\nu(t) = \nu_0(1 + \epsilon + y(t)) \quad (1.3)$$

où  $\nu_0$  est la fréquence de définition pour un atome isolé,  $\epsilon$  représente les déplacements systématiques de fréquence provoqués par les perturbations de l'atome au cours de l'interrogation et  $y(t)$  provient des fluctuations relatives des corrections de fréquence, dépendant des bruits de l'oscillateur et de la probabilité de transition.

Les performances de ces étalons sont caractérisées par leur exactitude et leur stabilité relatives de fréquence.

L'**exactitude** représente l'incertitude sur notre connaissance de tous les effets systématiques déplaçant la fréquence d'horloge par rapport à la définition. Elle correspond à l'incertitude à  $1 \sigma$  de  $\epsilon$ .

## 1.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UNE HORLOGE

---

La **stabilité** est la capacité du dispositif à reproduire la même fréquence au cours du temps. Pour décrire la stabilité, on utilise la variance d'Allan, caractérisant la dispersion des mesures relatives de fréquence  $y_k$ , autour de la valeur moyenne  $\nu_0(1 + \epsilon)$ .

$$y_k = \frac{1}{T_c} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\nu(t)}{\nu_0} - \epsilon \right) dt = \frac{1}{T_c} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt \quad (1.4)$$

$T_c = t_{k+1} - t_k$ , le temps de mesure de la probabilité de transition, définit le temps de cycle de l'horloge.

La variance d'Allan est définie par la série :

$$\sigma_y^2(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(N-1)} \sum_1^{N-1} \left( y_{k+1} - y_k \right)^2 \quad (1.5)$$

Cette statistique possède l'avantage de converger de manière caractéristique selon la nature du bruit. En particulier, la dépendance est en  $\tau^{-1/2}$  quand l'asservissement est dominé par du bruit blanc de fréquence.

A chaque cycle d'horloge, les fluctuations  $\delta P$  sur la probabilité de transition, se traduisent sur les corrections de fréquence par une erreur  $\delta\nu$  :

$$\delta P = \frac{\pi}{2\Delta\nu} \sin\left(\frac{\pi(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu}\right) \delta\nu \quad (1.6)$$

A mi-hauteur de la frange de résonance, on a :

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{2\Delta\nu}{\pi\nu_0} \delta P = \frac{1}{\pi Q_{at}} \frac{\delta P}{P} \quad (1.7)$$

où  $Q_{at} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$  est le facteur de qualité de la résonance atomique.

L'écart type des fluctuations relatives de fréquence se relie donc au rapport signal à bruit de la mesure de la probabilité :

$$\sigma_y = \frac{1}{\pi Q_{at}} \frac{\sigma_P}{P} \quad (1.8)$$

La variance d'Allan au bout d'un temps d'intégration  $\tau = NT_c$  se construit à partir des  $N$  échantillons. Si le dispositif est dominé par du bruit blanc de fréquence ( $\sigma_y(\tau) \propto 1/\sqrt{N}$ ), l'écart type d'Allan s'écrit :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \frac{\sigma_P}{P} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.9)$$

Cette relation fait apparaître l'importance du facteur de qualité atomique et du rapport signal sur bruit  $\frac{\sigma_P}{P}$ , pour la stabilité de fréquence. En pratique, la décroissance en  $\tau^{-1/2}$  ne débute que lorsque la boucle d'asservissement de l'oscillateur a atteint son état stationnaire. Sur les temps longs, la variation non contrôlée des paramètres de l'horloge provoque l'émergence d'un bruit de scintillation sur les déplacements relatifs de fréquence  $\epsilon$ . Cela se traduit par l'apparition d'un palier, voire d'une remontée de la variance d'Allan, constituant la limite de résolution des mesures.

L'évaluation de l'exactitude consiste à estimer l'influence de tous les paramètres physiques de l'horloge sur la fréquence moyenne mesurée. La stabilité de fréquence impose la limite sur la résolution de mesure de chaque effet systématique. L'amélioration de l'exactitude va donc de pair avec la stabilité de l'étalon de fréquence.

## 1.2 Comment augmenter les performances des horloges atomiques ?

Comme indiqué dans l'équation 1.9, la stabilité de fréquence s'améliore avec le facteur de qualité atomique. Pour une unique impulsion de Rabi de durée  $\tau$ , la largeur de résonance varie comme  $1/\tau$ . Si la transition atomique est sondée non plus par une, mais par deux interactions micro-onde (figure 1.2), la probabilité devient une figure d'interférence, dont la largeur de frange est principalement donnée par le temps  $T$  séparant les deux impulsions<sup>1</sup>. En appliquant cette méthode, dite de Ramsey [3], la largeur de résonance à mi-hauteur devient :

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{2T}. \quad (1.10)$$

Outre l'amélioration de la stabilité, l'interrogation de Ramsey permet d'atteindre une meilleure exactitude. Par exemple, les effets liés aux défauts du champ d'interrogation sont réduits d'un facteur  $\tau/T$ , par rapport à une interrogation de Rabi de même durée, les atomes étant libres durant le temps  $T$ . Par ailleurs, les perturbations sur la fréquence atomique sont découplées du signal d'interrogation durant le vol libre.

---

<sup>1</sup>Les deux états  $|F = 4\rangle$  et  $|F = 3\rangle$  sont stables.

## 1.2. COMMENT AUGMENTER LES PERFORMANCES DES HORLOGES ATOMIQUES ?

---

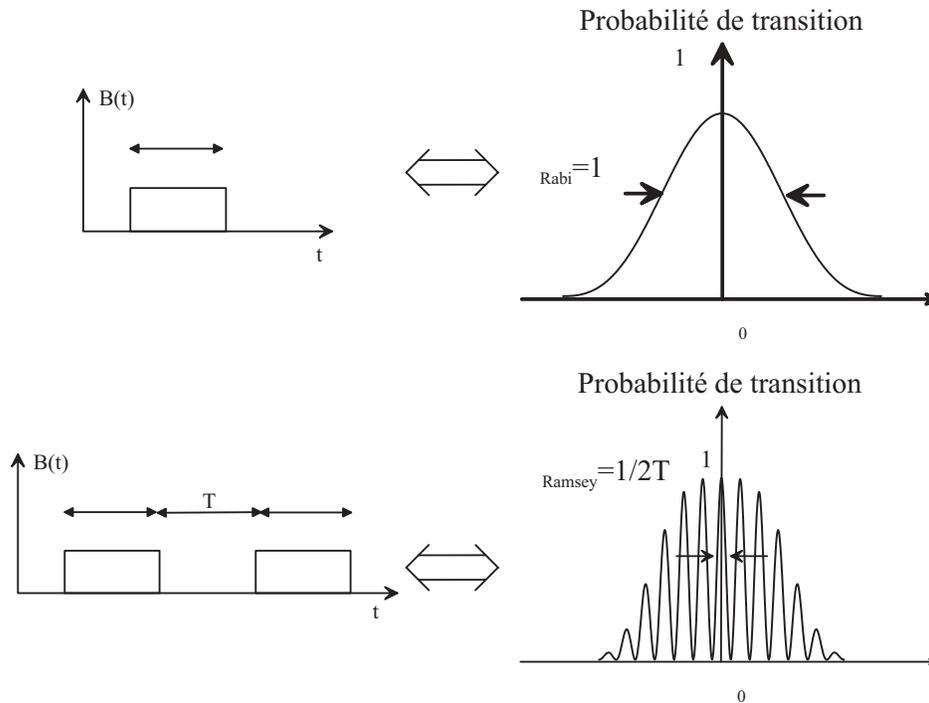


FIG. 1.2 – L'interaction de Ramsey est constituée de deux impulsions micro-onde de durée  $\tau$ , séparées d'un temps  $T$ . Le résultat de cette interrogation est une figure d'interférence de largeur  $\sim 1/2T$  si  $T \gg \tau$ , qui est inférieure à la largeur  $1/\tau$  que l'on obtiendrait avec une unique impulsion de Rabi. Dans le cas où  $\tau = 2T$ , le facteur de réduction est de l'ordre de 2 [10].

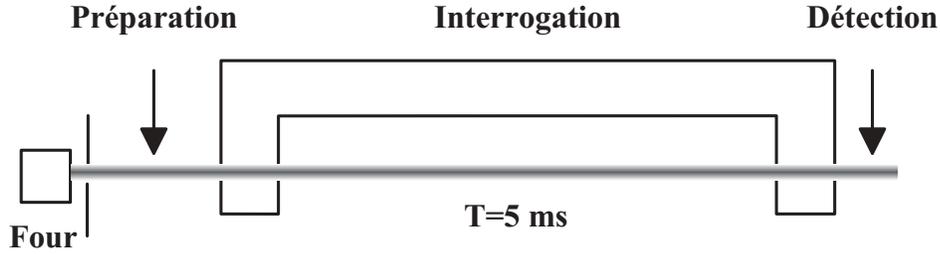


FIG. 1.3 – Schéma de principe d'une horloge à jet thermique

Le second paramètre permettant d'obtenir une meilleure stabilité, est le rapport signal à bruit de la détection. La première idée consiste donc à interroger et à détecter un grand nombre d'atomes issus par exemple d'un jet thermique.

### 1.2.1 Les horloges à jets thermiques

Dans les horloges à jets thermiques (figure 1.3), les atomes sont éjectés d'un four à des vitesses de l'ordre de 200 m/s. Un collimateur de jet permet de réduire la divergence du faisceau d'atomes, et donc la largeur de la distribution transverse des vitesses. Les atomes sont ensuite préparés dans un des deux niveaux de la transition d'horloge, par déflexion magnétique ou par pompage optique, avant de traverser une cavité micro-onde. Le résonateur est en général constitué d'un guide d'onde rectangulaire en forme de U. Les atomes, en traversant les deux bras du U, sont excités successivement par deux champs stationnaires et subissent les deux impulsions micro-onde d'une interrogation de Ramsey. La probabilité de transition est alors mesurée par fluorescence ou par déflexion magnétique et ionisation.

Le choix entre les deux méthodes de préparation met en évidence un compromis entre la stabilité et l'exactitude. Si la méthode à pompage optique permet de conserver tous les atomes du jet, la présence de lumière parasite du système perturbe l'interrogation et provoque un déplacement de fréquence. Cet effet est absent dans un dispositif à sélection magnétique. La préparation s'accompagne par contre dans ce type d'horloges d'une perturbation magnétique plus importante ainsi que d'une perte d'atomes limitant la stabilité.

Le produit  $\frac{1}{Q_{at}} \frac{\sigma_P}{P}$  constitue la grandeur centrale sur le compromis stabilité-exactitude. Pour diminuer la largeur de résonance, il faut accroître la distance entre les deux zones d'interrogation. Cette augmentation de longueur produit cependant, à cause de la divergence du jet, une réduction du nombre d'atomes détectés et donc du rapport signal à bruit. Par ailleurs,

## 1.2. COMMENT AUGMENTER LES PERFORMANCES DES HORLOGES ATOMIQUES ?

---

l'exactitude de l'horloge dépend de la connaissance de l'environnement des atomes sur la zone d'interrogation. En pratique, la taille du dispositif ne peut guère excéder des dimensions de l'ordre du mètre, pour conserver la maîtrise de l'environnement des atomes et un rapport signal à bruit raisonnable. Pour une distance de vol libre de 1 m, et une vitesse moyenne des atomes de 200 m/s, la largeur de frange est limitée à 100 Hz, et le facteur de qualité atomique à  $10^8$ . Les meilleures performances atteintes actuellement par une horloge à jet thermique, le jet à pompage optique du BNM-SYRTE (JPO) [11], atteignent une exactitude de  $6,4 \cdot 10^{-15}$  et une stabilité de  $3,5 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

Le temps d'interaction peut aussi être réduit en jouant sur la vitesse moyenne des atomes. Dans les jets thermiques, la vitesse dépend de la température du four et ne peut pas être réduite de manière significative. Une autre solution consiste à sélectionner les basses vitesses du jet atomique. En 1956, Zacharias proposa la construction d'une horloge en géométrie de fontaine [12]. Dans cet appareil, la trajectoire des atomes était verticale. L'idée principale était de profiter de la gravité terrestre, pour sélectionner les atomes les plus lents. Malheureusement dans l'expérience, ces atomes étaient peu nombreux et étaient éjectés par collision avec les atomes plus rapides. Ce prototype n'a finalement pas abouti, faute de signal à la détection.

### 1.2.2 Les fontaines atomiques

Les techniques de refroidissement d'atomes par laser [2] apparues dans les années 80 ont fourni de nouvelles sources d'atomes plus appropriées à la mise en pratique de l'idée de Zacharias. Il est en effet possible de refroidir par pression de radiation un grand nombre d'atomes dans une mélasse optique à l'intersection de six faisceaux laser. En outre, la superposition d'une force magnétique concentrique, produit par la disposition de deux bobines en configuration anti-Helmoltz, concentre les atomes au centre du piège. Ce type de piège produit une réduction de la taille initiale du nuage et augmente par conséquent la densité atomique. Les températures accessibles dans un piège magnéto-optique ou dans une mélasse optique sont de l'ordre du  $\mu\text{K}$ , soit une vitesse quadratique moyenne inférieure au cm/s. Le lancement du nuage atomique par la technique de la mélasse mouvante [4, 13] permet un fonctionnement en géométrie de fontaine atomique.

Le premier étalon primaire de fréquence fonctionnant sur ce principe, la fontaine FO1, est opérationnel depuis 1993 au BNM-SYRTE [14, 15]. Son principe de fonctionnement est illustré sur la figure 1.4. Le mode opératoire du dispositif est séquentiel. A chaque cycle, quelques  $10^8$  atomes sont capturés dans un piège magnéto-optique. Le nuage atomique est ensuite lancé à une vitesse voisine de 3-4 m/s. Au cours de leur vol parabolique, en raison de

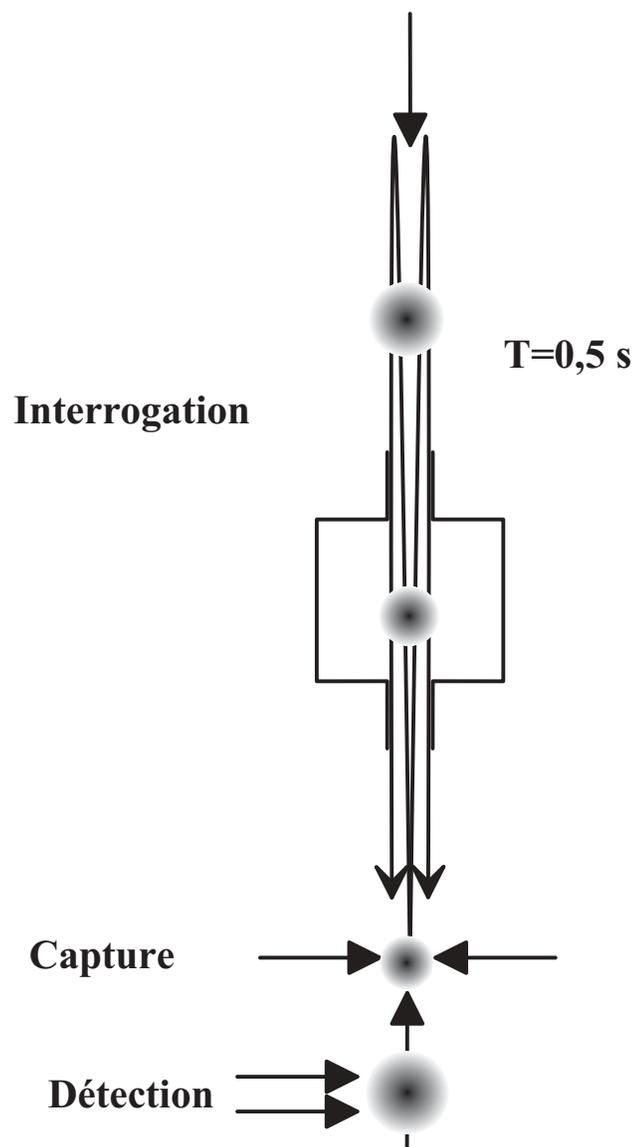


FIG. 1.4 – Schéma de principe d'une fontaine atomique

## 1.2. COMMENT AUGMENTER LES PERFORMANCES DES HORLOGES ATOMIQUES ?

---

la gravité, les atomes traversent à deux reprises le même résonateur micro-onde (une cavité excitée selon le mode  $TE_{011}$ ), la première fois à la montée et la seconde à leur descente, subissant ainsi une interrogation de Ramsey. La probabilité de transition  $P(|F = 3\rangle \rightarrow |F = 4\rangle)$  est enfin mesurée, par la technique du temps de vol, au cours du passage des atomes au travers de deux nappes de lumière en onde stationnaire. Lors de leur passage dans le premier faisceau, accordé sur la transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$  (voir figure A.1), les atomes effectuent des transitions cyclantes. La fluorescence induite, collectée vers une photodiode est proportionnelle au nombre d'atomes en  $|F = 4\rangle$ . Ces atomes sont ensuite poussés par pression de radiation (une partie de ce premier faisceau est en onde progressive). La seconde nappe de lumière est constituée de la superposition de deux faisceaux. Le premier, accordé sur la transition  $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ , est utilisé pour pomper les atomes vers le niveau  $|F = 4\rangle$ . Le second faisceau, identique au premier faisceau sonde, sert à compter les atomes peuplant l'état  $|F = 3\rangle$  sur la transition cyclante  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ . Cette méthode de détection permet d'appliquer la normalisation de l'équation 1.1 et donc de réduire l'effet des fluctuations du nombre total d'atomes. De plus, si les deux faisceaux sonde sont issus de la même source, cette normalisation rejette aussi en partie le bruit du laser.

Signalons par ailleurs que l'utilisation d'atomes froids dans une géométrie de fontaine réduit la plupart des déplacements de fréquence. La symétrie de l'interrogation, effectuée dans la même cavité micro-onde élimine le problème d'un éventuel déphasage du champ entre les deux zones de Ramsey. Il réduit également l'effet Doppler, lié aux défauts de phase dans le résonateur, puisque la vitesse des atomes est opposée entre les deux impulsions, à l'agitation thermique près. La localisation des atomes froids offre la possibilité d'obtenir une meilleure connaissance de l'environnement par des mesures in situ.

Grâce à leur mouvement parabolique, les atomes passent la majorité du temps au dessus de la cavité micro-onde. Cela correspond au temps de vol libre entre les deux impulsions de Ramsey. En fonctionnement normal, les atomes sont lancés environ 30 cm au dessus de la cavité. Le temps d'interrogation atteint 0,5 s, soit une frange d'1 Hz de large. Le facteur de qualité de la résonance atomique est donc 100 fois supérieur à celui obtenu dans un jet thermique. Les performances de la fontaine FO1 atteignent une exactitude de  $1,1 \cdot 10^{-15}$ , et une stabilité comprise entre 0,4 et  $1,1 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  [16, 4], selon les conditions de fonctionnement.

### 1.2.3 La microgravité

Dans une fontaine atomique, la gravité impose une limite sur le temps de vol libre. La durée de l'interrogation ne croît en effet que comme la racine

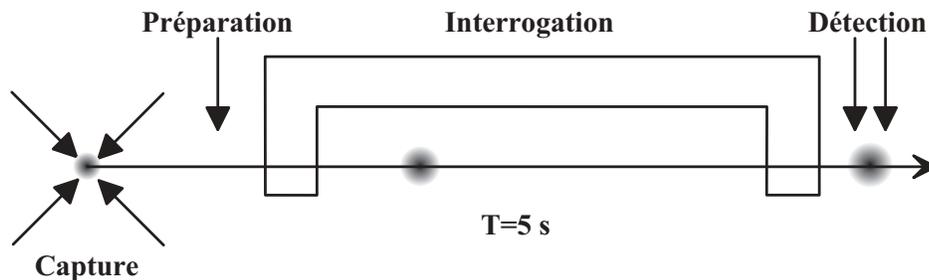


FIG. 1.5 – Schéma de principe d'une horloge à atomes froids fonctionnant en microgravité

carrée de l'apogée des atomes. Pour réduire la largeur de frange d'un facteur 10, il faudrait par conséquent un dispositif 100 fois plus haut (la hauteur totale de la fontaine FO1 passerait de 1,2 à  $\sim 40$  m). Le contrôle de l'environnement des atomes dans un tel appareil semble évidemment peu réaliste. L'exactitude de l'horloge ne serait donc pas pour autant améliorée.

En micro-gravité, en revanche, le temps d'interaction n'est a priori plus limité, même dans un dispositif relativement compact : il suffit de lancer plus lentement les atomes. Par exemple, dans une cavité de Ramsey de 20 cm d'inter-zones (voir figure 1.5), le temps d'interrogation peut descendre à 5 s pour une vitesse de lancement de 4 cm/s. Toutefois, l'augmentation de cette durée s'accompagne d'une réduction du nombre d'atomes détectés, à cause de la température non nulle des atomes.

Le dispositif perd cependant la symétrie de l'interrogation. L'asymétrie de phase entre les deux zones de Ramsey réapparaît, comme dans les horloges à jets. Cet effet étant proportionnel à la vitesse, le déplacement de fréquence sera beaucoup moins critique (de l'ordre d'un facteur 1000 par rapport au jet JPO). L'autre avantage important est de disposer d'une vitesse atomique constante et qui pourrait être variée sur presque 2 ordres de grandeur, pour mieux étudier les effets systématiques dans l'horloge.

Le laboratoire a proposé la construction d'une horloge à atomes froids fonctionnant en micro-gravité : le projet PHARAO (Projet d'horloge atomique par refroidissement d'atomes en orbite).

### 1.3 Bref historique du projet PHARAO

Le projet PHARAO a débuté en 1994, avec pour première étape la construction d'un prototype d'horloge compacte, fonctionnant en micro-gravité : *le prototype avion*. Cet appareil a été testé en 1997, au cours d'une campagne de vols paraboliques à bord de l'Airbus zéro g du CNES. Ce travail,

soutenu par le CNES, a fait l'objet des thèses de doctorat de Pierre Lemonde [17] et d'Eric Simon [18]. L'horloge se composait de 4 parties principales : le tube horloge, le système optique fournissant les faisceaux laser nécessaires à la capture et à la détection des atomes, la chaîne de synthèse micro-onde et l'informatique de commande. Le tube à vide, d'une longueur totale de 1 m, comportait une zone de capture, un résonateur d'interaction et un dispositif de détection, comme sur le schéma de principe de la figure 1.5. La cavité d'interrogation utilisée, de longueur 19 cm, était résonante sur le mode  $TE_{013}$ . Au sol, la largeur de résonance obtenue pour une vitesse de lancement de 4 m/s était de 14 Hz. La campagne de vol parabolique a permis d'enregistrer une résonance 2 fois plus étroite. Cette expérience a pour la première fois démontré que la micro-pesanteur offrait un gain en résolution pour la spectroscopie atomique et ouvrait la voie vers son application en métrologie.

Après les vols paraboliques, la mission spatiale ACES (Atomic Clock Ensemble in Space) a été proposée à l'agence spatiale européenne (ESA). Cette proposition a été retenue pour voler sur la station spatiale internationale (ISS), début 2006, pour une durée de 18 à 36 mois. La charge utile embarque une horloge à atomes de césium froids (*l'horloge spatiale PHARAO*), un maser à hydrogène (*SHM*), développé par l'observatoire cantonal de Neuchâtel, et un lien micro-onde (*ML*) pour effectuer des comparaisons de fréquence avec des horloges au sol. L'horloge à atomes froids est sous la maîtrise d'oeuvre du CNES avec le soutien technique et scientifique du BNM-SYRTE et du LKB.

Le prototype avion, construit pour la micro-gravité, n'est pas adapté à un fonctionnement au sol. Des modifications ont été apportées sur l'enceinte à vide, en vue d'obtenir une géométrie de fontaine atomique, *la fontaine PHARAO*, tout en conservant un dispositif transportable. La prochaine partie de ce manuscrit est consacrée à la description de cette horloge et à l'évaluation de ses performances. Le chapitre 2 présente une description détaillée du montage, que j'ai effectué au début de mon travail de thèse. Le chapitre 3 donne une modélisation de l'interrogation micro-onde, utilisée pour l'évaluation de l'exactitude ( $7,7 \cdot 10^{-16}$ ) et de la stabilité ( $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ ) de l'horloge (chapitre 4). Nous présentons enfin une série de mesures de la fréquence de transition  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène, réalisée au Max Planck Institut für Quantenoptik de Garching, près de Munich (Allemagne), utilisant l'horloge comme oscillateur de référence (chapitre 5). Cette campagne a démontré la transportabilité de la fontaine PHARAO, tout en conservant ses hautes performances. Cet atout sera prochainement (fin 2002) mis à profit pour une comparaison de fréquence avec la fontaine atomique de la PTB à Braunschweig (Allemagne). Une nouvelle mesure de la transition  $1S - 2S$  et une nouvelle détermination de la fréquence d'horloge de l'ion

In<sup>+</sup> est prévue par la suite à Garching. La fontaine servira ensuite aux tests sol des modèles d'ingénierie et de vol de l'horloge spatiale PHARAO. Elle participera enfin à la mission ACES, en temps qu'horloge au sol.

La seconde partie de ce manuscrit présente ma participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO. Après avoir décrit le fonctionnement et les objectifs de la mission ACES (chapitre 6), nous décrivons au chapitre 7 la conception d'un nouveau type de source laser faible bruit, constituant le prototype retenu pour le laser de détection de l'horloge spatiale. Nous présentons ensuite les tests réalisés au laboratoire ayant permis de valider la cavité d'interrogation qui sera utilisée dans l'horloge spatiale.

## Première partie

# Evaluation de l'exactitude de la fontaine atomique PHARAO



# Chapitre 2

## Description de la fontaine PHARAO

### 2.1 Introduction

La figure 2.1 présente le dispositif expérimental. L'horloge se compose de 4 parties physiquement distinctes. Un tube césium se structure autour d'une enceinte ultra-vide, où a lieu la manipulation et l'interrogation des atomes. Une source laser délivre au tube césium, par l'intermédiaire de fibres optiques, les 8 faisceaux laser nécessaires à cette manipulation. Une électronique de commande contrôle le fonctionnement de l'horloge. Deux chaînes de synthèse micro-onde fournissent au tube césium les signaux nécessaires à la préparation et à l'interrogation des atomes.

### 2.2 Le tube césium

#### 2.2.1 Description générale de l'enceinte à vide

La chambre ultra-vide en titane de 1,2 m de hauteur constitue l'ossature du tube césium (figure 2.2).

A sa base se trouve une entrée pour la mise sous vide, un réservoir de césium, et une pompe ionique de 2 l/s. Pour la mise sous vide et pendant la phase de dégazage, une vanne s'ouvre vers un groupe de pompage, muni d'un spectromètre de masse. Ce dernier a permis d'effectuer l'analyse des gaz résiduels présents dans l'enceinte, ainsi que la localisation et la quantification des fuites potentielles, lors du montage de l'horloge. Le réservoir a été rempli par distillation, avec environ 1 g de césium. Lors de sa mise en service, le réservoir est chauffé pendant plusieurs minutes autour de 100 °C, de façon à passiver les parois de l'enceinte à vide, pour atteindre un état d'équilibre.



FIG. 2.1 – Description générale de la fontaine PHARAO : l’horloge comprend (de gauche à droite) un ordinateur de contrôle, un banc optique et son électronique de commande, un tube horloge et un rack de génération de la micro-onde

En fonctionnement normal de l’horloge, le débit de césium est réglé par l’ouverture d’une vanne et régulé thermiquement à l’aide d’un élément Peltier.

Le corps de l’enceinte à vide se compose principalement de 3 pièces en titane fixées par des vis amagnétiques en ”Arcap”. L’étanchéité ultra-vide entre ces différentes parties est garantie par des joints indium. Comme la température de fusion de l’indium est de 156 °C, la température d’étuvage est limitée à une centaine de degrés. La zone de capture est un polyèdre comportant 10 hublots en BK7, dont 6 servent au passage des faisceaux laser manipulant les atomes froids. L’étanchéité est assurée par des fils d’indium écrasés par des brides entre les hublots et le titane. Des anneaux en téflon sont placés entre les brides et les hublots, afin de mieux répartir les contraintes lors du serrage des vis.

Une zone de sélection-détection est placée au dessus de la zone de capture. Elle contient une cavité micro-onde, utilisée pour la préparation des atomes (voir §2.2.4). Un tube en graphite de diamètre 1 cm et de 3,5 cm de longueur est fixé en dessous de cette cavité. Il permet d’absorber les atomes chauds rentrant en collision, pour limiter la pression de vapeur de césium au dessus de la zone de capture. La cavité de préparation est excitée par un signal micro-onde rayonné par une antenne formée à l’extrémité d’un câble coaxial semi-rigide. Ce câble passe directement à travers la paroi de la chambre à vide. La gaine est soudée dans une bride en cuivre vissée à l’extérieur de

## 2.2. LE TUBE CÉSIIUM

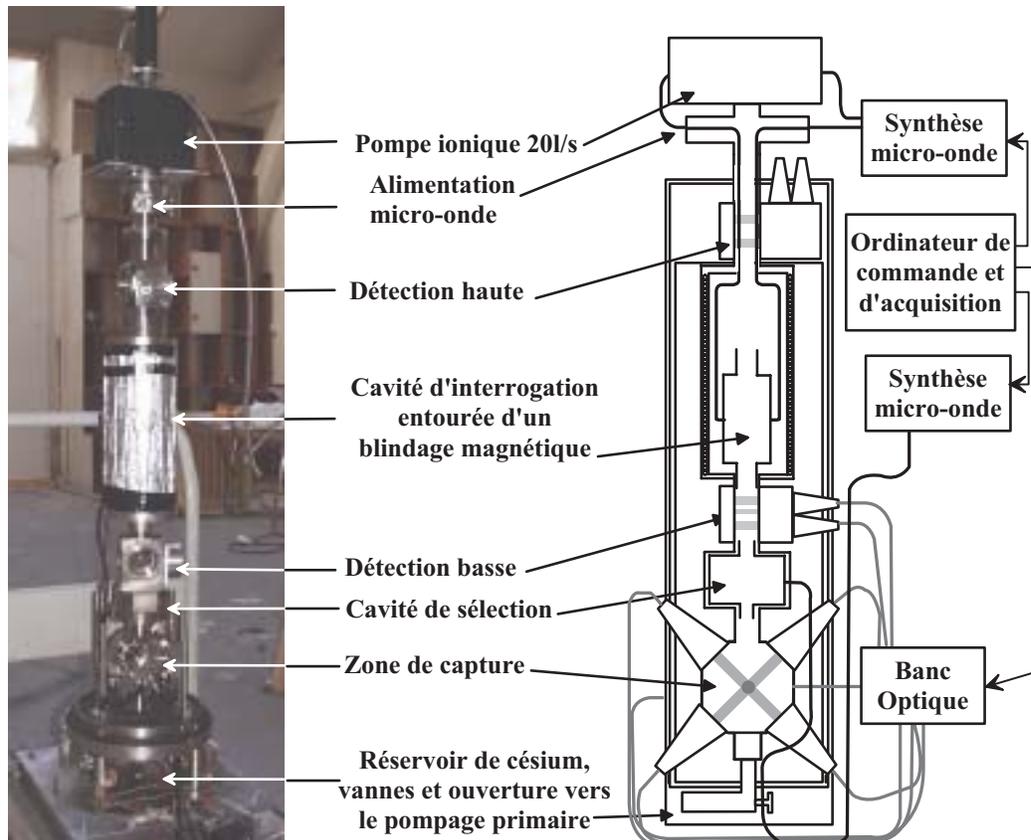


FIG. 2.2 – Le tube horloge de la fontaine PHARAO : la photographie à gauche montre l'enceinte à vide au cours d'un premier montage de l'horloge.

l'enceinte. L'étanchéité est obtenue par un joint indium. L'extrémité côté antenne du coaxial est recouverte d'une colle ultra-vide afin d'éviter les fuites à travers le diélectrique du câble (téflon).

Une pièce en céramique fournit des passages électriques pour un fil de démagnétisation (§2.2.2). Au dessus de la cavité de sélection, quatre ouvertures fermées par des hublots sont ménagées dans la pièce en titane, perpendiculairement à l'axe de l'enceinte à vide. Ils permettent le passage de 3 faisceaux laser et donnent accès aux signaux de fluorescence pour la détection.

La zone d'interrogation, située au dessus de la zone de détection, est enfermée dans un long cylindre de 30 cm de diamètre. L'interaction s'effectue dans une cavité micro-onde, résonante sur le mode  $TE_{011}$ . Le cylindre se prolonge par l'ancienne zone de détection du prototype avion.

L'enceinte à vide se termine par une croix CF35. Les deux bras horizontaux sont fermés par des passages micro-onde montés sur joints cuivre. Ils permettent l'alimentation de la cavité d'interrogation. Une pompe ionique d'un débit de 20 l/s est fixée sur le dernier bras, dans l'axe du dispositif. Lors du pompage de la chambre à vide, des fuites se sont déclarées au niveau du fil de démagnétisation et des passages micro-onde. Elles ont été colmatées avec une colle ultra-vide. En régime stationnaire, le vide est de  $3 \cdot 10^{-9}$  mbar, valeur estimée par le courant de la pompe ionique.

### 2.2.2 Le contrôle du champ magnétique

Un ensemble de 4 blindages magnétiques et de 5 bobines, fixés autour de l'enceinte à vide, garantit le contrôle du champ magnétique. Les blindages (numérotés de 1 à 4 de l'intérieur vers l'extérieur) sont des cylindres concentriques en mu-métal disposés selon l'axe de l'horloge et fermés par des chapeaux. Ils assurent une atténuation de  $10^5$  à  $10^6$  de la composante axiale du champ magnétique extérieur, dans la zone d'interrogation. L'atténuation du champ transverse, bien supérieure, est au delà de la résolution de mesure.

L'implantation des blindages et des bobines sur le tube horloge est schématisée sur la figure 2.3. Le blindage 4, entoure l'ensemble du dispositif, à l'exception des pompes ioniques (et surtout leurs aimants), et des passages micro-onde. Il est protégé des chocs par une enveloppe en aluminium. Des ouvertures sont aménagées pour laisser passer les 8 connecteurs de fibres. Une sonde, fixée entre les blindages 3 et 4, mesure les fluctuations magnétiques résiduelles. Un bobinage de 30 spires par mètres enroulé sur la surface interne du blindage 4 permet un contrôle actif de ces fluctuations. La partie basse de l'enceinte à vide, en inox, (réservoir césium, vannes, ...) produit un champ magnétique de plusieurs centaines de nT<sup>1</sup>. Elle est située à l'extérieur

---

<sup>1</sup>Les valeurs de champ magnétique données dans ce paragraphe ont été mesurées à

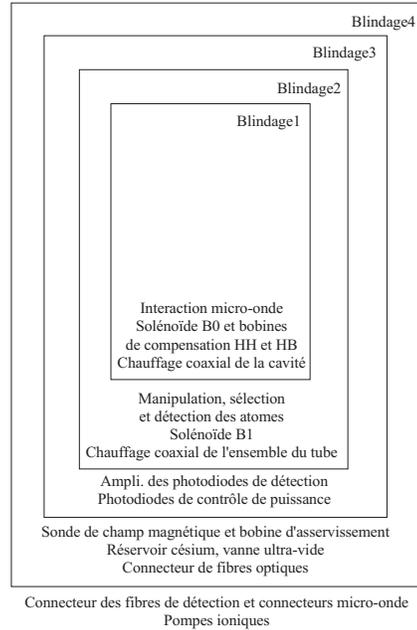


FIG. 2.3 – *Disposition des blindages magnétiques autour du tube horloge*

du blindage 3. Toute la partie où sont manipulés les atomes froids est à l'intérieur des blindages 2 et 3. Les connecteurs des fibres de capture et de la détection basse, d'une aimantation de 50 nT, sont maintenus à l'extérieur du blindage 3. Les photodiodes et leurs amplificateurs ont un champ de 10 nT et se trouvent entre les blindages 2 et 3. Toutes les pièces assemblées à l'intérieur du blindage 2 ont été testées au magnétomètre et présentent des champs inférieurs au nT. Un solénoïde de 200 spires par mètre (B1) enroulé à l'intérieur du blindage 2 applique un champ de quelques  $10^{-7}$  T sur la totalité du trajet des atomes froids. Un écran thermique, muni d'un fil coaxial résistif est glissé à l'intérieur du blindage 2, et assure, avec une sonde PT100, la régulation thermique de l'enceinte à vide. Le blindage 1, d'une longueur de 30 cm, entoure une bobine (B0) enroulés en double hélice (500 spires/m) sur un cylindre en aluminium. Ce solénoïde produit un champ magnétique réglable de  $10^{-8}$  à  $10^{-6}$  T sur la zone d'interrogation. Le blindage 1 est fermé par deux chapeaux pour isoler la zone d'interrogation, et sont percés de trous de 4 cm de diamètre pour laisser le passage des atomes. Deux bobines de compensation (BB et BH), de 5 mm de longueur et comportant 10 spires, redressent les lignes de champ au niveau des orifices. Un second cordon chauffant est placé à l'extérieur du blindage 1 pour ajuster la fréquence

---

l'aide d'une sonde placée à environ 1 cm. Le banc de mesure est protégé des perturbations extérieures par des blindages magnétiques

de résonance de la cavité d'interrogation. Des couches d'isolants thermiques, entourant le blindage, limitent les pertes par convection et améliorent l'homogénéité de la température. 3 sondes thermiques (PT100), réparties le long du cylindre permettent sa mesure. L'évaluation du déplacement de fréquence associé au rayonnement thermique dans la zone d'interrogation nécessite en effet une connaissance absolue de la température. Un cylindre en cuivre, en contact thermique avec la cavité, entoure les atomes pendant leur vol libre et améliore ainsi l'homogénéité de la température.

La démagnétisation des blindages s'effectue en leur appliquant un champ alternatif d'amplitude décroissante. Ce champ est généré par un courant sinusoïdal à 50 Hz parcourant un fil passant à l'intérieur des 4 blindages. L'intensité de démarrage est de 10 A, largement suffisante pour dépasser le champ coercitif des blindages (0,5 A/m).

### 2.2.3 La zone de capture

La capture des atomes est réalisée à l'intersection de 6 faisceaux laser, dans une mélasse optique en configuration  $lin \perp lin$ . La pression de vapeur de césium est de l'ordre de  $10^{-6}$  pascal. La géométrie de chargement est telle que l'axe de l'horloge se trouve dans la direction  $[1\ 1\ 1]$  par rapport au trièdre défini par les faisceaux laser. Ces faisceaux sont fournis par le banc optique par l'intermédiaire de fibres optiques polarisantes (atténuation de 40 dB/m d'une des composantes de la polarisation). Les fibres sont fixées par connecteurs FC, sur des collimateurs de focale 100 mm. En sortie, le diamètre des faisceaux est de 16 mm. Les collimateurs sont vissés sur le polyèdre en titane, en face de hublots de diamètre 30 mm, de qualité optique  $\lambda/10$  et traités anti-reflets à 852 nm. Les tolérances d'usinage des faces de références garantissent un parallélisme meilleur que  $10^{-3}$  radian entre deux faisceaux colinéaires. Un cube séparateur de polarisation, placé dans chaque collimateur, réfléchit la lumière du faisceau se propageant en sens inverse vers une photodiode. La tension mesurée permet l'asservissement de la puissance optique correspondante. Les cubes évitent de plus tout retour optique qui pourrait provoquer des instabilités sur les mécanismes de capture, de refroidissement et de lancement des atomes froids.

Un hublot de diamètre 20 mm donne accès à la mesure du chargement de la mélasse. Une lentille permet d'imager (grandissement 1/2) la fluorescence du nuage atomique sur une photodiode de dimensions 10 mm  $\times$  10 mm. L'efficacité de collection du système est de 0,7 %. La photodiode (gain 0,5 A/W) est montée sur un amplificateur transimpédance de gain  $5 \cdot 10^6$ .

Cette méthode de capture des atomes froids possède plusieurs avantages par rapport à celle utilisée dans la fontaine atomique FO1, où ils sont chargés



FIG. 2.4 – *La zone de refroidissement*

dans un piège magnéto-optique (PMO), et où la direction de lancement correspond à celle d'une paire des faisceaux de capture (direction  $[1\ 0\ 0]$ ). Dans notre configuration aucun faisceau ne traverse la cavité d'interrogation. Le diamètre des trous aux extrémités de la cavité (1 cm) ne limite plus le diamètre des faisceaux. Un piège uniquement optique, pour lequel l'augmentation de la taille des faisceaux compense la diminution d'efficacité de capture d'un piège magnéto-optique, peut donc être utilisé. L'intérêt est aussi de réduire la densité atomique à laquelle est liée le déplacement de fréquence par collisions entre atomes froids.

### 2.2.4 La zone de préparation

Après les phases de capture, lancement et refroidissement, les atomes de la mélasse optique peuplent les 9 sous niveaux Zeeman de l'état  $|F = 4\rangle$ . Parmi ceux-ci, seuls les atomes en  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  doivent subir l'interrogation micro-onde. Les autres sont gênants, car non seulement ils contribuent à une augmentation du bruit à la détection, mais aussi parce qu'ils peuvent occasionner des déplacements de fréquence de l'horloge (déplacements de Rabi et de Ramsey, effet des transitions de Majorana, collisions entre atomes froids). Un dispositif composé d'une cavité micro-onde et d'un faisceau pousseur (en réalité fourni par les faisceaux sondes de détection), permet de sélectionner les atomes en  $m_F = 0$ .

La cavité de sélection est un cylindre en titane de 54 mm de diamètre sur une longueur de 25 mm, résonant sur le mode  $TE_{011}$ . Son facteur de surtension est de l'ordre de 500. Le couplage micro-onde est réalisé par une antenne formée à l'extrémité de l'âme d'un câble coaxial et entrant directement dans la cavité. Cette antenne constitue une boucle de courant dont l'axe est parallèle à celui de la cavité. Dans ces conditions, les lignes de champ rayonnées dans la cavité sont colinéaires à celles du mode  $TE_{011}$ , et ne se couplent quasiment pas au mode dégénéré  $TM_{111}$ .

### 2.2.5 La zone d'interrogation

L'interrogation micro-onde des atomes s'effectue dans un second résonateur cylindrique, placé au dessus de la zone de préparation-détection, dans l'axe du dispositif. Cette cavité est constituée de trois parties principales usinées en cuivre CUC2 amagnétique : un corps cylindrique de longueur  $L = 66,8$  mm et de rayon  $R = 20,53$  mm, refermé à ses deux extrémités par deux chapeaux (figure 2.5). Nous utilisons également des vis amagnétiques (Arcap) pour le montage des différentes pièces, ainsi que pour la fixation de la cavité dans l'enceinte à vide de l'horloge. Les dimensions ont été choisies pour correspondre à la résonance du mode  $TE_{011}$ , à une fréquence légèrement inférieure à celle de la transition d'horloge.

$$\nu_r = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{k}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2}, \quad (2.1)$$

où  $k \approx 3,831$  est le premier zéro de  $J_1$ , la fonction de Bessel d'ordre 1.

On montre que les amplitudes des champs électrique et magnétique oscillant dans ce mode de cavité varient spatialement selon les relations [19] :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} E_r & = 0 \\ E_\theta & = \frac{2\pi R}{k\lambda} \cos\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right) J_1\left(\frac{kr}{R}\right) \\ E_z & = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

et

$$\vec{H}(\vec{r}) = \begin{cases} H_r & = \frac{\pi R}{k\lambda} \sin\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right) J_1\left(\frac{kr}{R}\right) \\ H_\theta & = 0 \\ H_z & = \cos\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right) J_0\left(\frac{kr}{R}\right), \end{cases} \quad (2.3)$$

## 2.2. LE TUBE CÉSIIUM

---

exprimées dans un repère de coordonnées cylindriques coaxial à la cavité, et dont l'origine se trouve au centre.  $\lambda \approx 3,26$  cm est la longueur d'onde du champ dans le vide.  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1. La forme du mode  $TE_{011}$  garantit donc, dans l'axe de la cavité, une polarisation rectiligne de l'induction micro-onde d'interrogation, colinéaire au champ magnétique statique. Par ailleurs, l'amplitude est théoriquement nulle aux extrémités de la cavité. Il est donc possible de ménager des orifices dans les chapeaux pour le passage des atomes, sans trop perturber le champ micro-onde. En pratique, ces trous se prolongent en cylindres de 1 cm de diamètre et de longueur 4 cm, afin de permettre le passage d'un nombre suffisant d'atomes, tout en évitant les fuites micro-onde. Ces cylindres constituent en effet des guides sous coupure offrant une atténuation de l'ordre de 60 dB/cm du champ micro-onde.

Comme évoqué précédemment, une géométrie cylindrique de cavité est aussi propice à la résonance d'un second mode, le mode  $TM_{111}$ , orthogonal au mode fondamental  $TE_{011}$ . Afin de lever cette dégénérescence, chaque extrémité de la cavité est équipée d'un filtre : la longueur de la partie cylindrique de la cavité est augmentée de 16,3 mm et les chapeaux, de diamètre légèrement inférieur, entrent dans le corps de cavité, chacun sur une distance moitié (figure 2.5). Les anneaux  $\lambda/4$  ainsi constitués ont la même structure que le mode  $TM_{111}$ . Celui-ci se couple donc à ces guides, ce qui a pour effet de décaler sa fréquence de résonance de  $\sim 100$  MHz. Par ailleurs, les filtres coupent les lignes de courant longitudinales se propageant sur la surface intérieure du corps de cavité et par conséquent gênent l'établissement du mode  $TM_{111}$ . Ces modifications ne font par contre pas obstacle à la résonance du mode  $TE_{011}$ . En effet les lignes de courant orthoradiales, ne sont pas perturbées par les filtres. De plus, la longueur  $\lambda/4$  des anneaux assure un zéro du champ à la surface des chapeaux. Le volume du mode  $TE_{011}$  est donc peu modifié par les terminaisons de la cavité.

L'alimentation en micro-onde s'effectue par onde évanescente, à travers une (ou deux) ouverture circulaire usinée dans la partie cylindrique, à la hauteur du milieu de la cavité. Le signal d'interrogation est amené jusqu'à la cavité par un câble coaxial semi-rigide, connecté sur une transition SMA ultra-vide, situé dans la partie haute de l'enceinte à vide, en dehors des blindages magnétiques. L'autre extrémité est dénudée sur une certaine longueur et l'âme du coaxial constitue une antenne rectiligne placée en regard de l'iris de couplage, à une distance de 5 mm, et disposée dans une direction orthoradiale pour correspondre à la polarisation du champ intracavité : on réalise un couplage par champ électrique. Le dispositif d'alimentation est refermé par un chapeau de diamètre interne 15 mm et de profondeur 9 mm. L'antenne le traverse par un orifice sur lequel est soudée la gaine du coaxial, assurant ainsi

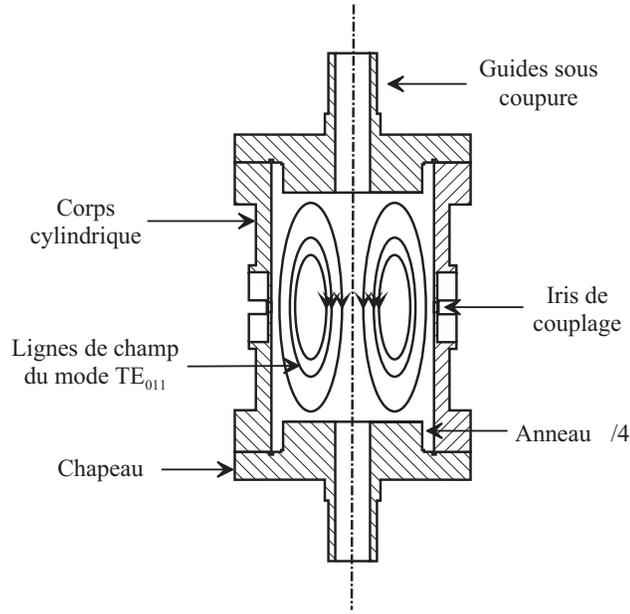


FIG. 2.5 – Coupe axiale de la cavité d’interrogation. L’(les) antenne(s) est fixée(s) orthogonalement au plan de la figure, devant l’(les) iris de couplage, dans un chapeau de couplage assurant l’étanchéité micro-onde.

son maintien mécanique et garantissant l’étanchéité micro-onde au niveau du câble d’alimentation.

Avant d’installer la cavité dans l’horloge, sa fréquence de résonance a été adaptée en réduisant la longueur de la partie cylindrique. Cette opération a été réalisé par polissage des deux extrémités du corps de cavité, sur des longueurs symétriques par rapport à l’iris de couplage. L’ajustage tient compte du décalage occasionné par le passage au vide (la différence d’indice entre l’air et le vide provoque un déplacement de  $\sim -2,5$  MHz). La longueur est cependant maintenue inférieure à celle de la résonance à la fréquence de transition d’horloge au vide, afin de permettre par la suite, un accord fin par chauffage (accordabilité de  $150$  kHz/°C). Lors du montage final, des fils d’indium sont placés dans les rainures usinées dans les chapeaux et le (les) bouchon(s) de couplage. Ces joints, écrasés pendant le serrage des vis, adhèrent aux deux parois en contact. Ceci a pour buts, non seulement d’assurer une bonne conductivité électrique entre les différentes pièces et ainsi de diminuer les pertes, mais surtout d’empêcher toute fuite micro-onde qui pourrait perturber les atomes en dehors de la cavité d’interaction. Nous avons mesuré par une méthode interférométrique [20, 21] un niveau de fuite inférieur à  $-120$  dB de la puissance micro-onde incidente sur l’ensemble de la cavité.

Deux cavités d’interrogation de mêmes dimensions ont été testées dans

la fontaine PHARAO. La première était excitée par une seule antenne de longueur 5 mm à travers un orifice de couplage de 9 mm de diamètre. Nous avons choisi un coefficient de surtension relativement faible, de 2000, afin de limiter la sensibilité thermique du désaccord de cavité. Au cours de l'évaluation de l'effet des fuites micro-onde de cette cavité, nous avons mesuré un déplacement de fréquence dépendant de la puissance micro-onde. Des mesures plus approfondies ont montré que l'effet variait avec l'angle entre l'axe de l'horloge et la verticale et ceci uniquement pour des rotations dans le plan du couplage micro-onde. Cette dépendance géométrique particulière a été attribuée à l'effet Doppler dû aux gradients de phase, perturbés par le couplage micro-onde (ceci sera discuté au paragraphe 4.3.5). En effet, la surtension en charge mesurée est très inférieure au coefficient de qualité à vide attendu ( $\sim 30000$ ). Les pertes sont donc essentiellement dues au couplage. Pour répondre à ce problème, nous avons réalisé une seconde cavité micro-onde, de mêmes dimensions que la précédente. Notre objectif était de disposer d'un mode d'alimentation symétrique [22] et de diminuer la taille des ouvertures, afin de limiter la perturbation de phase dans la cavité par les couplages.

Lors du montage de cette seconde cavité, nous disposions de 3 degrés de liberté : le diamètre des iris de couplage, l'ajustage des longueurs d'antenne et de leur position, et de deux critères d'optimisation : l'adaptation d'impédance et le facteur de qualité. Nous avons dans un premier temps effectué les réglages sur une cavité test, afin d'étudier la sensibilité des paramètres. Nous avons commencé par augmenter progressivement le diamètre des ouvertures d'alimentation, à partir de 1 mm. L'antenne d'excitation est d'une longueur de 3 mm. A partir de 4,8 mm un signal de résonance est observé en réflexion. Nous avons ensuite joué sur la taille et la position des antennes, en vue de réaliser l'adaptation d'impédance. Au fur et à mesure de la réduction des longueurs d'antennes, nous avons observé l'émergence d'une résonance supplémentaire, due aux chapeaux de couplages, dont la fréquence et la surtension dépendent sensiblement de la position de l'antenne. Pour certaines positions, nous avons même observé une opposition de phase entre la résonance de la cavité et celle du chapeau de couplage. Une optimisation des trois critères menait à une longueur d'antenne inférieure au mm et une sensibilité en position de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ .

Nous n'avons pu maintenir ces réglages pendant la soudure de l'antenne dans le chapeau de couplage. Cette opération nécessite en effet le démontage du chapeau, pour éviter de chauffer et donc d'oxyder l'ensemble de la cavité. En outre, la chaleur dégagée lors de la soudure provoque une dilatation irréversible du diélectrique situé entre l'âme et la gaine du coaxial, ce qui change le réglage initial.

Nous avons donc dû adopter un compromis entre l’adaptation d’impédance et la sensibilité à l’antenne. Pour le réglage final de la cavité implantée dans l’horloge, nous avons choisi un diamètre des orifices de couplage de 4,8 mm et des longueurs d’antenne de 3 mm. Le taux de couplage mesuré est autour de 20 % sur chaque antenne et le coefficient de surtension de 18000.

### 2.2.6 La zone de détection

La mesure de la population des états hyperfins s’effectue juste en dessous de la cavité d’interrogation, par la technique de détection par temps de vol.

Les atomes, en tombant, traversent successivement 3 ondes stationnaires circulairement polarisées et situées dans la direction perpendiculaire à leur trajectoire. Le système optique utilisé est schématisé sur la figure 2.6. Les faisceaux proviennent des lasers maître (transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ ) et repompeur (transition  $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ ) du banc optique et sont guidés par des fibres optiques polarisantes jusqu’au tube. Les puissances optiques sont respectivement de quelques mW et plusieurs dizaines de  $\mu$ W. Les fibres sont fixées grâce à des connecteurs FC à des collimateurs, amenant les faisceaux à un diamètre de 15 mm. Deux photodiodes permettent le contrôle des puissances optique à la sortie des collimateurs. Un système de diaphragmes assure la mise en forme des faisceaux en nappes horizontales de 10 mm de largeur et d’épaisseur 5 et 1,5 mm, respectivement pour la sonde et la pompe. La mesure de ces profils est présentée sur la figure 2.7. Elle a été réalisée en observant la variation de transmission au travers d’un diaphragme de diamètre 800  $\mu$ m, en fonction de son déplacement devant le faisceau. Un jeu de miroirs et de cubes séparateurs divise le faisceau sonde en deux parties d’égale intensité ( $\sim 1$  mW/cm<sup>2</sup>), disposées à 5 mm de part et d’autre du faisceau pompe. L’équilibrage des puissances optiques de sonde s’effectue par rotation du collimateur d’entrée et donc de la polarisation du faisceau arrivant sur les cubes. Après ces cubes, une lame  $\lambda/4$  polarise circulairement les 3 faisceaux. L’alignement de l’optique de détection a été réalisé par autocollimation en plaquant un miroir sur sa face de sortie. Une fois monté, le système est vissé sur le tube horloge, sur des faces de référence. Le miroir de renvoi est placé de l’autre côté du tube par autocollimation, pour obtenir des faisceaux en ondes stationnaires. Pour réduire la lumière parasite, le système de détection est recouvert d’une peinture noire absorbante, et l’intérieur de l’enceinte à vide d’Aquadag (solution aqueuse de graphite compatible ultra-vide).

Après l’interrogation micro-onde, les atomes se trouvent dans une superposition cohérente des états  $|F = 3\rangle$  et  $|F = 4\rangle$ . La détection des populations s’effectue en trois temps. En retombant, les atomes traversent d’abord le premier faisceau sonde. L’onde lumineuse est stationnaire afin d’éviter de

## 2.2. LE TUBE CÉSIIUM

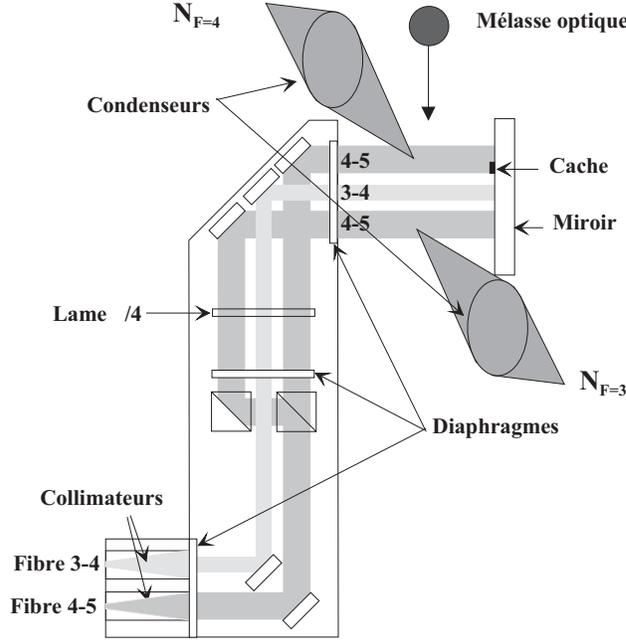


FIG. 2.6 – Schéma du principe de la détection par temps de vol

pousser les atomes par pression de radiation. Les atomes projetés dans le niveau  $|F = 4\rangle$  effectuent des transitions cyclantes entre les états  $|F = 4\rangle$  et  $|F = 5\rangle$ . Pour limiter le chauffage transverse des atomes, la fréquence laser est désaccordée entre 0 et  $\Gamma/2$  en dessous de la fréquence de résonance. Cette fréquence est adaptée expérimentalement pour optimiser le signal détecté. Le faisceau est de plus polarisé circulairement. Les atomes effectuent donc des transitions pompantes vers le sous-niveau Zeeman  $|F = 4, m_F = 4\rangle$ . Ceci a pour but d'éviter que les atomes ne retombent en  $|F = 3\rangle$  et augmente ainsi le nombre de photons de fluorescence. L'utilisation de ces deux techniques permet d'obtenir de l'ordre de  $10^4$  photons de fluorescence par atome au cours de leur traversée du faisceau sonde. Un condenseur situé dans la direction perpendiculaire au faisceau collecte  $\eta_{coll} = 1,2\%$  de cette fluorescence et la focalise sur une photodiode de réponse  $\alpha_{ph} = 0,5$  A/W. Le signal passe ensuite par un amplificateur transimpédance de gain  $g_{ampli} = 10^8$  V/A. Après cette mesure, les atomes en  $|F = 4\rangle$  sont poussés par pression de radiation, dans la partie basse du premier faisceau sonde. Cette onde est rendue progressive sur une épaisseur de 1,5 mm, par la présence d'un cache devant le miroir de renvoi. Les atomes restant en  $|F = 3\rangle$ , sont ensuite transférés vers l'état  $|F = 4\rangle$  au cours de leur traversée du faisceau repompeur. Leur nombre est alors mesuré lors de leur traversée du deuxième faisceau sonde à partir de la fluorescence, collectée par un second système identique.

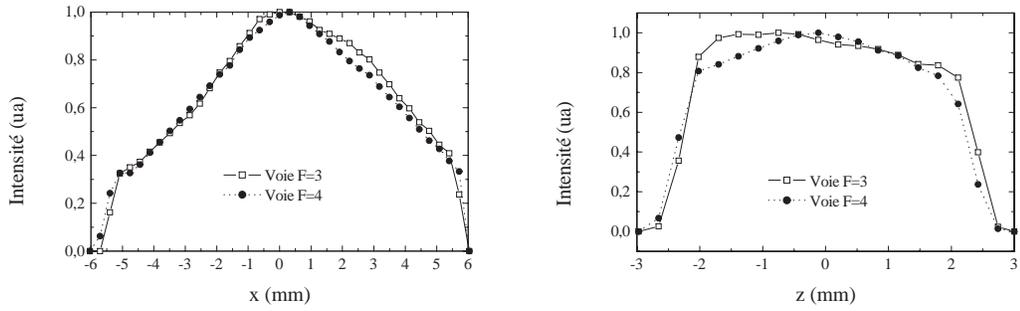


FIG. 2.7 – Profils d'intensité des faisceaux sondes

## 2.3 La source laser

Le banc optique est assemblé dans une boîte de dimensions  $65 \times 65 \times 15$  cm. L'intérieur est capitonné d'isolant acoustique, afin de protéger les lasers des perturbations extérieures. Le fond de la boîte est constitué d'une plaque en dural de 3 cm d'épaisseur sur laquelle sont vissés les éléments du système optique. La température de l'ensemble est réglée à  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Pour renforcer la rigidité mécanique, le banc optique est vissé sur un "bread board" par l'intermédiaire de 25 entretoises.

### 2.3.1 Description du montage optique

Le banc optique est schématisé sur la figure 2.8. Il comprend 4 diodes laser à 852 nm fournissant les faisceaux nécessaires au fonctionnement de l'horloge. 3 modulateurs acousto-optiques effectuent les décalages en fréquence des faisceaux lors des phases de capture, lancement et refroidissement, réalisant la séquence temporelle présentée sur la figure 2.9. Les faisceaux sont ensuite transmis à la zone de refroidissement et au système de détection à l'aide de 8 fibres optiques polarisantes.

Un premier laser, le laser maître (LM), est un laser à cavité étendue. La source utilisée est une diode DBR (modèle SDL5712H1), dont la puissance maximale de sortie est d'une centaine de mW. La collimation du faisceau est réalisée à l'aide d'une lentille de 2 mm de focale et d'ouverture numérique 0,5. Une lame de coefficient de réflexion 4 % sur une face et traitée anti-reflet sur l'autre face, assure la contre réaction optique. La longueur de la cavité externe est de 2,1 cm. La stabilité du retour optique vers la diode est renforcée par l'utilisation d'un oeil de chat, constitué d'une lentille de focale 2,7 mm focalisant le faisceau sur la séparatrice. Une lentille de même focale remet ensuite le faisceau de sortie du laser en forme. La longueur de

cavité est ajustée par la tension appliquée à une cale piézoélectrique, sur laquelle est fixée la lame. Cette cale n'ayant pas une dynamique suffisante pour rattraper les dilatations du montage, l'ensemble du laser possède une régulation thermique. La puissance optique maximale disponible à la sortie du laser maître est de 40 mW. Sa fréquence est asservie sur la transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$  par détection hétérodyne. La modulation est effectuée à l'aide d'un modulateur électro-optique à 5 MHz placé sur le faisceau, avant une absorption saturée (non représentés sur la figure 2.8). Après démodulation, les fluctuations de fréquences détectées sont corrigées en basses fréquences par la tension piézoélectrique et en hautes fréquences par le courant. Les bandes d'asservissement sont respectivement 100 Hz et 500 kHz. La largeur spectrale de ce laser, mesurée par battement avec un autre laser, est de 500 kHz.

Le rôle du laser maître est triple. Une première partie du faisceau de sortie est couplée dans une fibre (F8) reliée au système de détection. Elle fournit jusqu'à 6 mW de puissance pour la mesure des populations hyperfines après l'interrogation.

Le faisceau de détection sert aussi lors de la sélection, à pousser les atomes peuplant les sous niveaux Zeeman  $m_F \neq 0$ . Au cours de cette phase, la fréquence du laser maître est décalée de  $\sim 1$  MHz vers le bleu de la résonance atomique, en jouant sur l'offset de sa boucle d'asservissement. Le processus, inverse à celui de la mélasse, est explosif du point de vue des atomes en  $|F = 4\rangle$ .

La seconde partie du faisceau de sortie du laser maître effectue un double passage dans un modulateur acousto-optique (MAO1), optimisé sur l'ordre -1 de diffraction. Un ensemble, composé de deux lentilles de focale 150 mm et -25 mm donne un faisceau de taille  $250 \mu\text{m}$  dans le modulateur. Un miroir sphérique de rayon 150 mm renvoie le faisceau sur lui même pour le second passage dans le modulateur. L'efficacité de diffraction en double passage n'est que de 50 %, car le laser maître ne dispose pas de système d'anamorphose du faisceau. La fréquence acoustique est balayée de 85,3 à 111,8 MHz, pendant les différentes phases de la mélasse. Après le double passage, le faisceau est divisé en deux parties d'égales intensités, servant à injecter deux diodes laser esclaves LE1 et LE2. L'injection s'effectue par l'entrée latérale sur les prismes de sortie des isolateurs optique (IO) de chaque laser. La puissance optique nécessaire est de l'ordre du mW. La largeur des plages d'accrochage obtenues est de 3 GHz (soit environ 1 mA en courant). Les diodes esclaves sont des diodes Fabry-Perot (modèle SDL5422H1) émettant chacune 150 mW. Elles recopient la fréquence et les qualités spectrales du laser maître et constituent les lasers de puissance pour la manipulation des atomes froids. Chaque faisceau de sortie effectue un double passage dans un modulateur acousto-optique (respectivement MAO2 et MAO3) utilisé sur

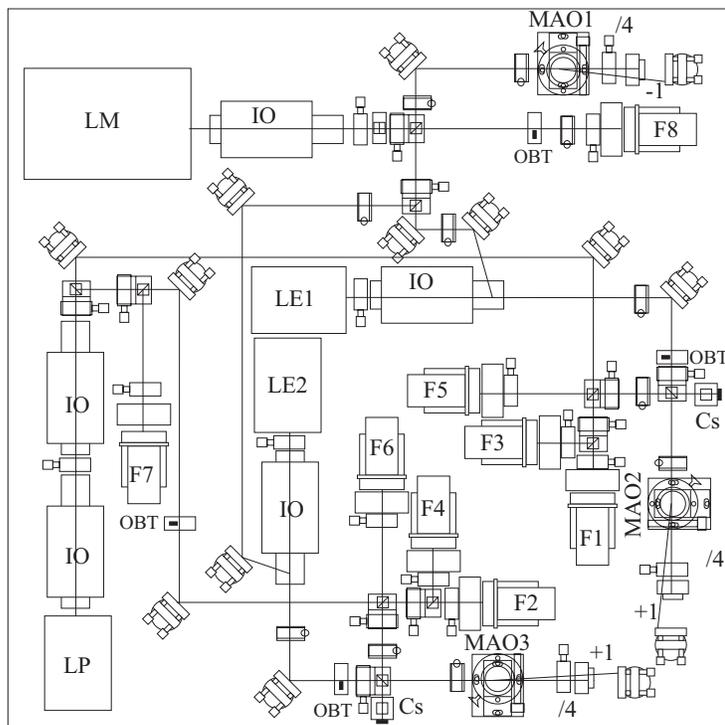


FIG. 2.8 – Schéma de principe du banc optique

l'ordre  $+1$  de diffraction. Les focales choisies pour l'optimisation du montage sont les mêmes que pour le double passage après le laser maître. On a obtenu des efficacités en double passage de  $64\%$ . Les modulateurs, fonctionnant à  $80\text{ MHz}$ , ramènent la fréquence des faisceaux pendant la capture des atomes. Ils sont ensuite symétriquement décalés en fréquence de quelques MHz, lors du lancement et du refroidissement des atomes. Après avoir traversé les modulateurs acousto-optiques, les faisceaux sont couplés respectivement dans deux triplets de fibres optiques (F1 à F6), reliant le banc optique à la zone de refroidissement. Un système de cubes séparateurs de polarisations et de lames  $\lambda/2$  permet d'équilibrer la distribution. La puissance optique maximale couplée dans chaque fibre optique est de  $13\text{ mW}$ .

Le quatrième laser, le laser repompeur (LP) est une diode DBR (modèle SDL5712H1). Il est asservi par absorption saturée (non représentée sur la figure 2.8) sur la transition  $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ , par modulation du courant et détection synchrone. Sa largeur spectrale est de  $3\text{ MHz}$ . Ce type de diode étant très sensible aux retours optiques, le laser repompeur est protégé par deux isolateurs optiques, chacun d'une atténuation de  $40\text{ dB}$ . Une partie de la puissance optique est couplée dans une fibre optique (F7) reliée à la détection. Ce faisceau est utilisé pour pomper les atomes en  $|F = 3\rangle$  vers

le niveau  $|F = 4\rangle$ . La puissance optique nécessaire en sortie de fibre est d'une valeur de quelques dizaines de  $\mu\text{W}$ . Elle est ajustée pour optimiser les signaux de détection. L'autre partie de la puissance de ce laser est distribuée symétriquement à 4 des 6 fibres de capture (les fibres F1 à F4).

La puissance optique en sortie de chaque fibre est mesurée par des photodiodes placées dans les collimateurs du tube césium. Elle est asservie grâce à l'utilisation de lames à cristaux liquides biréfringentes placées avant l'entrée des fibres, dont le retard est contrôlable en tension. La dynamique de ces lames n'étant pas suffisante, le système est complété par des lames  $\lambda/4$ . L'asservissement s'effectue par rotation de la polarisation à l'entrée des fibres polarisantes. Une marge de 10 % par rapport à la puissance maximale est prise pour ces asservissements.

Six obturateurs électro-mécanique (OBT) permettent l'extinction complète des faisceaux laser pendant l'interrogation des atomes, afin d'exclure tout déplacement lumineux de la fréquence d'horloge. Deux d'entre eux sont situés à l'entrée des fibres de détection, deux autres sur les faisceaux pompes avant la distribution aux fibres de capture. Les deux derniers sont placés à la sortie des lasers esclaves, avant les doubles passages dans les modulateurs acousto-optiques MAO2 et MAO3. Ils permettent d'effectuer une coupure adiabatique des faisceaux de capture.

### 2.3.2 La séquence temporelle de la source laser lors de la phase de mélasse

La figure 2.9 résume la séquence temporelle réalisée par la source laser pour la génération de la mélasse optique.

La séquence débute par une phase de capture au cours de laquelle les 6 faisceaux sont désaccordés de  $3\Gamma$  vers le rouge de la transition  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ , en jouant sur le modulateur acousto-optique du laser maître ( $\frac{\Gamma}{2\pi} = 5,3 \text{ MHz}$  est la largeur naturelle de la résonance atomique). Le nombre d'atomes chargés dans la mélasse dépend de la durée de cette phase (typiquement quelques centaines de millisecondes). Le lancement est effectué par la technique de la mélasse mouvante [4], en décalant de manière symétrique la fréquence des 3 faisceaux descendant par rapport aux faisceaux montant, d'une quantité  $\delta\nu$ , en agissant sur les MAO des lasers esclaves. Ce désaccord produit un refroidissement des atomes, dans le référentiel en mouvement animé d'une vitesse  $v_l$ , dans la direction  $[1 \ 1 \ 1]$  par rapport aux faisceaux. La mélasse est lancée à la vitesse :

$$v_l = \sqrt{3}\delta\nu\lambda \quad (2.4)$$

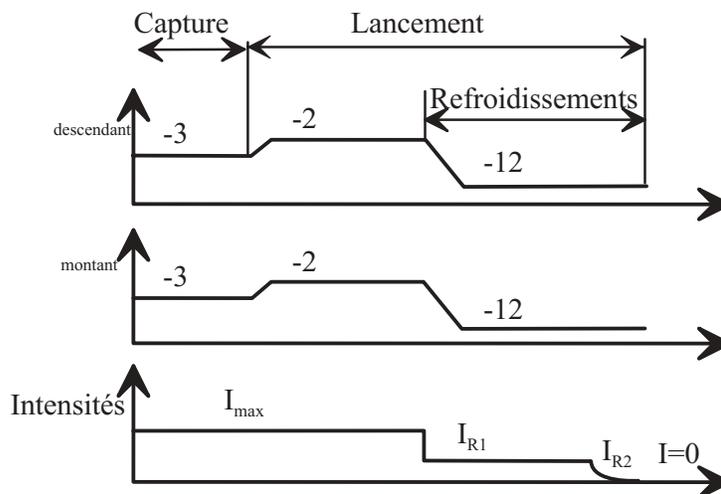


FIG. 2.9 – La séquence temporelle des faisceaux permettant la manipulation des atomes

où  $\lambda = 852 \text{ nm}$  est la longueur d'onde optique. En fonctionnement normal, les atomes sont lancés à  $0,5 \text{ m}$  au dessus de la zone de capture ( $v_l = 3,132 \text{ m/s}$ ), pour un désaccord  $\delta\nu = 2,122 \text{ MHz}$ . Pour améliorer l'efficacité du lancement, le désaccord global des faisceaux est réduit à  $-2\Gamma$ , à l'aide du modulateur du laser maître. La durée de cette phase est de l'ordre de  $1,2 \text{ ms}$ . Le processus occasionnant un réchauffement des atomes, la mélasse subit ensuite une phase de refroidissement, pendant une durée de  $1,9 \text{ ms}$ . Le modulateur MAO1 change alors le désaccord à  $-12\Gamma$  et l'intensité laser est réduite en agissant symétriquement sur les amplitudes acoustiques dans MAO2 et MAO3. Un refroidissement ultime est enfin réalisé par l'extinction adiabatique des faisceaux (durée de quelques centaines de  $\mu\text{s}$ ) à l'aide des obturateurs mécaniques. Au final, la température des atomes est de  $\sim 1 \mu\text{K}$ . Les différents paramètres de la séquence temporelle sont optimisés sur le nombre d'atomes et leur température à la détection.

## 2.4 La synthèse micro-onde

Le fonctionnement de la fontaine PHARAO nécessite de générer deux signaux à  $9,192\dots \text{ GHz}$  pour alimenter les cavités micro-onde. Nous présentons dans ce paragraphe les schémas de principe des deux chaînes de synthèse, verrouillées en fréquence sur un maser à hydrogène. Le signal qu'il délivre est également distribué aux autres horloges du laboratoire. Nous décrivons ensuite le fonctionnement d'un interrupteur micro-onde qui nous a été utile pour l'évaluation de l'exactitude de l'horloge.

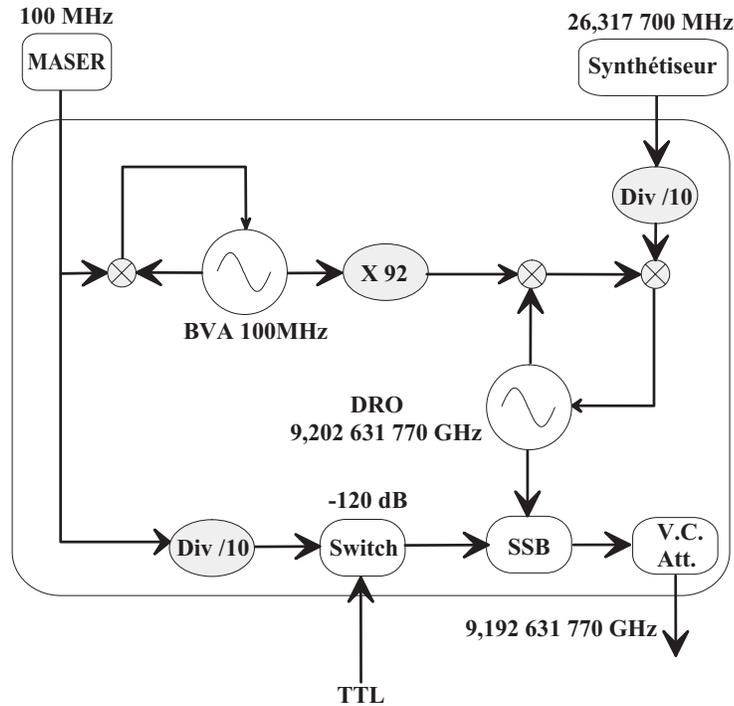
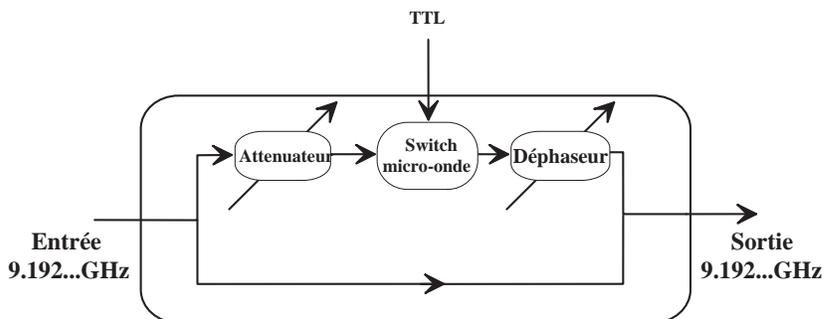


FIG. 2.10 – La chaîne de synthèse d'interrogation

### 2.4.1 La chaîne de synthèse d'interrogation

Le principe de la chaîne de synthèse micro-onde d'interrogation est schématisée sur la figure 2.10. Un signal à 100 MHz, provenant du maser à hydrogène, sert de référence. Après une division par 10, une première partie de ce signal asservit en phase un quartz BVA à 10 MHz. La constante de temps de la boucle est de l'ordre de la seconde. Après la traversée d'un étage de multiplication par 10, puis par 92, le signal de sortie du quartz est mélangé à celui d'un oscillateur à résonateur diélectrique (DRO). Un synthétiseur de fréquence (HP 3225B), d'une résolution de 1 mHz et piloté par un ordinateur (port GPIB), fournit, après division par 10, un signal à 2,631 770 MHz. Ce signal est mélangé avec ceux du quartz et du DRO. Le battement résultant verrouille en phase le DRO à la fréquence de 9,202 631 770 GHz. Le dernier étage de la synthèse micro-onde est constitué du mélange de la sortie du DRO avec une seconde partie du signal à 10 MHz dans un mélangeur à bande latérale unique (SSB). Ce composant apporte une atténuation de 25 dB sur la porteuse et sur la bande latérale à 9,212... GHz. Le signal à 9,192 631 770 GHz traverse ensuite un atténuateur contrôlable en tension. L'accord de la fréquence d'interrogation s'effectue par l'intermédiaire du synthétiseur HP, décalant celle du DRO. Pour synchroniser complètement la synthèse, l'oscil-


 FIG. 2.11 – *L'interrupteur interférométrique*

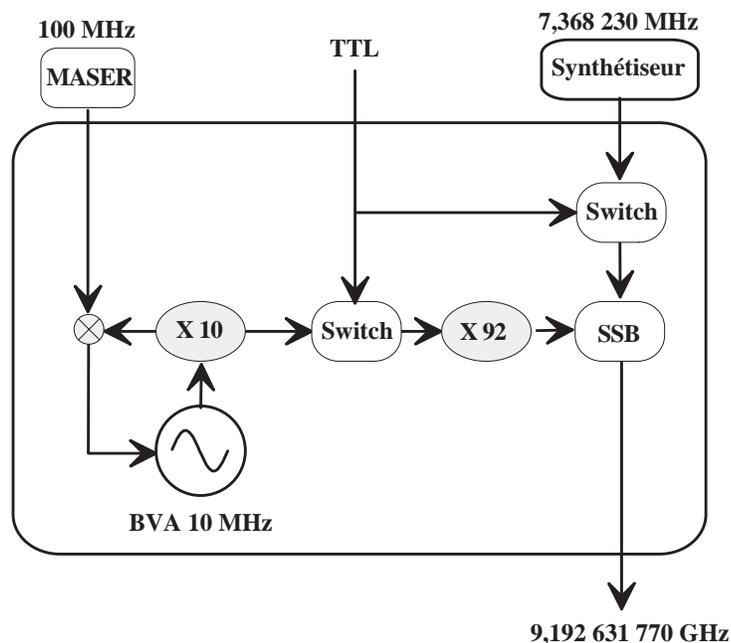
lateur du synthétiseur est également verrouillé en fréquence sur le maser.

Le signal peut être éteint par deux interrupteurs RF, pilotés par un signal TTL, montés en série sur le signal à 10 MHz en amont du SSB. Ils procurent une atténuation de 60 dB. L'avantage de ce schéma est de limiter le déphasage occasionné par l'ouverture de l'interrupteur. Les composants à 10 MHz ont en effet des transitoires inférieurs à ceux fonctionnant dans le domaine micro-onde. L'avantage le plus important provient du fait que la fréquence de travail est inférieure d'un facteur  $\sim 1000$ , par rapport à celle du signal micro-onde. La sensibilité de phase due aux transitoires est donc réduite du même facteur pour le signal issu du mélange dans le SSB.

### 2.4.2 L'interrupteur micro-onde interférentiel

Un second interrupteur a été mis au point pour améliorer l'extinction de la micro-onde d'interaction. Le problème des interrupteurs micro-onde commerciaux est de provoquer des déphasages importants ( $\sim 10^{-4}$  rad), principalement à leur ouverture. Leur utilisation directe en sortie de la chaîne d'interrogation est donc délicate. Ils peuvent en effet provoquer des déplacements de fréquence de l'ordre de  $10^{-14}$ .

Pour contourner ce problème, un interrupteur basé sur un interféromètre de Mach-Zehnder a été construit (figure 2.11). Un atténuateur et un déphaseur variables, placés sur un des bras, optimisent l'interférence sur un minimum d'intensité. L'atténuation mesurée est de 60 dB. Un interrupteur micro-onde commercial, piloté par une entrée TTL, permet d'ouvrir ce bras et ainsi de détruire l'interférence. La micro-onde se trouve alors uniquement transmise par l'autre bras. L'originalité de ce dispositif est donc d'éteindre la micro-onde à la fermeture de l'interrupteur.

FIG. 2.12 – *La chaîne de préparation*

### 2.4.3 La chaîne de préparation

La micro-onde de préparation (voir figure 2.12) est générée à partir d'un quartz BVA à 10 MHz. Le signal traverse d'abord un étage de multiplication par 10. Une partie est ensuite mélangée à un signal à 100 MHz provenant du maser à hydrogène. Le battement résultant permet l'asservissement en phase du quartz, avec une constante de temps de quelques secondes. L'autre partie, après traversée d'un interrupteur, est multipliée par 92, puis transmise à l'une des entrées d'un mélangeur à bande latérale unique. L'autre entrée de ce composant est alimentée par un signal à 7,368 230 MHz fourni par un synthétiseur de fréquence commercial. Un second interrupteur est placé en sortie du synthétiseur. Les deux interrupteurs, contrôlés par une même commande TTL coupent la génération de la micro-onde de préparation lorsque les atomes ne se trouvent pas dans la cavité de sélection. L'atténuation de chaque interrupteur étant pour chacun de 60 dB, la coupure maximale est de 120 dB. Ce système permet d'exclure tout déplacement de fréquence d'horloge causé par d'éventuelles fuites micro-onde de la cavité de sélection.

## 2.5 L'électronique et l'informatique de commande

L'électronique de commande est regroupée dans 4 tiroirs 19 pouces placés dans la structure soutenant le banc optique.

La synchronisation de toutes les phases de l'horloge est contrôlée par des compteurs programmables. Pour un bon fonctionnement du refroidissement, la phase relative entre les différents faisceaux laser doit être stable ( $\delta\phi \ll \pi$ ) sur le temps d'amortissement des vitesses atomiques (typiquement  $100 \mu\text{s}$ ). Il faut donc asservir la différence de phase entre les modulateurs MAO2 et MAO3. Les signaux RF alimentant les 3 modulateurs acousto-optiques sont issus d'oscillateurs (VCO) dont la fréquence et l'amplitude de sortie sont contrôlées en tension. La figure 2.13 présente le schéma de principe de la boucle d'asservissement en phase d'un VCO maître sur un VCO esclave, commandant respectivement les modulateurs de MAO2 et MAO3. Lors de la capture ( $K_0$  fermés,  $K_1$  ouvert), les deux oscillateurs sont asservis l'un sur l'autre (fréquence 80 MHz). Au début du lancement ( $K_0$  et  $K_1$  ouverts), des tensions sont appliquées aux VCO, par l'intermédiaire de circuits intégrateurs, de telle sorte que leur fréquence soient balayée symétriquement autour de 80 MHz, jusqu'à un désaccord  $\delta\nu$ , correspondant à la vitesse de lancement choisie. La pente et la durée de ces rampes sont pilotées par l'ordinateur. A la fin de la rampe, l'interrupteur  $K_1$  est fermé. Ainsi, l'écart de phase entre les deux VCO est asservi sur la phase d'un synthétiseur numérique (DDS). La bande passante de la boucle d'asservissement est de 150 kHz. L'écart de fréquence entre les deux VCO est limité à 300 kHz. La vitesse de lancement est réglable entre 0,5 m/s et 10 m/s. Les deux rampes de fréquence, appliquées au modulateur MAO1, pendant les phases de lancement et de refroidissement, sont produites, de même que pour MAO2 et MAO3, par des circuits intégrateurs en amont du VCO.

L'ordinateur permet la synchronisation de l'ensemble du dispositif. Il comprend des cartes générant une série de signaux TTL distribués à l'électronique de commande du système optique afin de réaliser la séquence temporelle de capture, de sélection et de détection. Il commande la micro-onde de sélection et d'interrogation par l'intermédiaire d'atténuateurs commandés en tension, des interrupteurs et du synthétiseur d'interrogation. Il réalise enfin la numérisation et l'acquisition des signaux de temps de vol à la détection. Ce pilotage par informatique donne une grande souplesse d'utilisation et une plus grande traçabilité des paramètres. Le programme que j'ai développé pour le contrôle de l'horloge permet, en cours d'une intégration, l'asservissement de la puissance micro-onde, la mesure de la carte du champ magnétique statique (voir §4.3.1) et la gestion en série de différentes séquences temporelles,

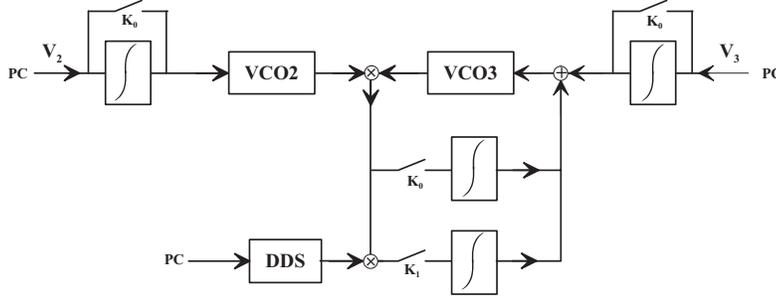


FIG. 2.13 – Principe de l'asservissement en phase des deux modulateurs acousto-optiques de lancement : lors de la capture, les VCO sont commandés par des tensions correspondant à 80 MHz ; les interrupteurs  $K_0$  sont fermés et  $K_1$  est ouvert. Pendant le lancement et le refroidissement,  $K_1$  est fermé et  $K_0$  sont ouverts. Les tensions de commande correspondent alors respectivement à  $80 \text{ MHz} + \delta\nu$  et  $80 \text{ MHz} - \delta\nu$  pour les VCO maître et esclave ; et la fréquence de la DDS vaut  $2\delta\nu$

en vue d'effectuer des intégrations différentielles (chapitre 4).

Des développements sont actuellement en cours pour moderniser l'électronique de commande. L'utilisation de micro-contrôleurs et de convertisseurs numériques-analogiques fourniront directement les rampes de fréquence, de puissance, et l'asservissement des puissances optiques. Les lasers seront eux aussi pilotés par ordinateur. Une recherche automatique de point de fonctionnement que nous avons mis au point, permettra de prévenir tout problème d'asservissement de fréquence en cours de mesure de l'horloge. Ces améliorations ont été motivées, non seulement pour augmenter la fiabilité du fonctionnement de la fontaine PHARAO, mais servent aussi pour le développement de l'horloge spatiale.

## 2.6 Analyse des premiers signaux de l'horloge

### 2.6.1 Caractérisation de la source d'atomes froids

Le nombre d'atomes froids capturés  $n$  évolue selon la loi :

$$\frac{dn}{dt} = S - n/\tau \quad (2.5)$$

où  $S$  est le terme source dépendant des intensités, des fréquences laser et de la pression de vapeur.  $\tau$ , le taux de perte, est dû aux collisions avec les

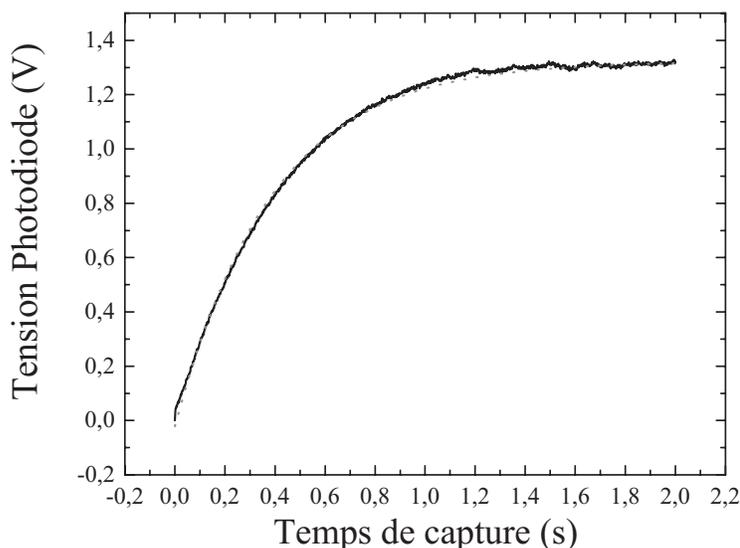


FIG. 2.14 – Courbe de chargement de la mélasse optique (noir) et interpolation (gris) par la loi  $V(t) = a(1 - \exp(-t/\tau))$ .

atomes chauds de la vapeur et aux processus de diffusion spatiale des atomes froids. Le nombre d'atomes évolue comme  $n(t) = S\tau(1 - \exp(-t/\tau))$ .

La figure 2.14 montre une courbe typique de chargement, mesurée à la sortie de l'amplificateur transimpédance de la photodiode de contrôle. Un fond continu de 4,5 V a été retiré du signal. Il correspond principalement à la fluorescence de la vapeur de césium. Une interpolation de la courbe expérimentale donne la constante de temps du chargement  $\tau=390$  ms. La pression de césium  $P_{Cs}$  dans la zone de capture est donc de l'ordre de  $5,4 \cdot 10^{-7}$  Pa ( $\tau=1$  s  $\iff P_{Cs} = 10^{-8}$  Torr et 1 Pa =  $7,5 \cdot 10^{-3}$  Torr).

Le niveau de signal permet d'estimer le nombre d'atomes froids capturés. La puissance de fluorescence émise par un atome au centre des faisceaux est<sup>2</sup> :

$$P_0 = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{s+1} h\nu, \quad (2.6)$$

où

---

<sup>2</sup>En toute rigueur, un facteur correctif devrait prendre en compte la structure Zeeman et l'émission dipolaire (configuration  $lin \perp lin$ ).

$$s = \frac{I/I_S}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \text{ est le paramètre de saturation,} \quad (2.7)$$

$I_S = 1,09 \text{ mW/cm}^2$ , l'intensité de saturation pour le césium et  $I$  l'intensité laser totale vue par les atomes. Pour une puissance optique de capture de 10 mW dans chacun des 6 faisceaux et un désaccord de  $-3\Gamma$ , la fluorescence émise par atome est de  $2,3 \cdot 10^{-12} \text{ W}$ . Etant donné l'efficacité de collection du système et les gains de la photodiode et de l'amplificateur (cf §2.2.3), on obtient une mesure de  $2,5 \cdot 10^7$  atomes par volt de signal. Ce nombre est atteint au bout de  $\sim 500 \text{ ms}$  de chargement. La calibration ne tient pas compte des variations spatiales d'intensité laser, ni de la géométrie du nuage. Nous l'estimons fiable à un facteur 2 près, tenant compte également de notre incertitude sur l'efficacité de collection.

Dans l'hypothèse où les distributions de positions et de vitesses sont gaussiennes<sup>3</sup>, la variation du rayon  $r(t)$  à  $1 \sigma$  du nuage atomique en expansion balistique est donnée par :

$$r(t)^2 = r_0^2 + (v_{rms}t)^2 \quad (2.8)$$

$r_0$  représente le rayon initial de la mélasse,  $v_{rms}$  la vitesse quadratique moyenne des atomes et  $t$  la durée de leur vol. La largeur est reliée à la température, par la relation :

$$\Theta = \frac{m_{Cs}v_{rms}^2}{k_B} \quad (2.9)$$

où  $m_{Cs}$  est la masse atomique du césium et  $k_B$  la constante de Boltzman.

En supposant que les processus de capture et de refroidissement sont isotropes, nous pouvons donner une estimation des largeurs des distributions des positions et des vitesses initiales, à partir des largeurs des temps de vol enregistrés à la montée et à la descente des atomes. La figure 2.15 présente des mesures de temps de vol, obtenues pour un apogée des atomes de 0,5 m au dessus de la zone de capture (sans sélection ni interrogation). La vitesse rms est donnée par :

---

<sup>3</sup>En réalité cette modélisation ne décrit pas bien la distribution des vitesses. Il s'agit ici de donner un ordre de grandeur des largeurs. Nous reviendrons au §4.3.3 sur le problème de la modélisation de la densité atomique, limitant l'évaluation absolue de l'effet des collisions entre atomes froids.

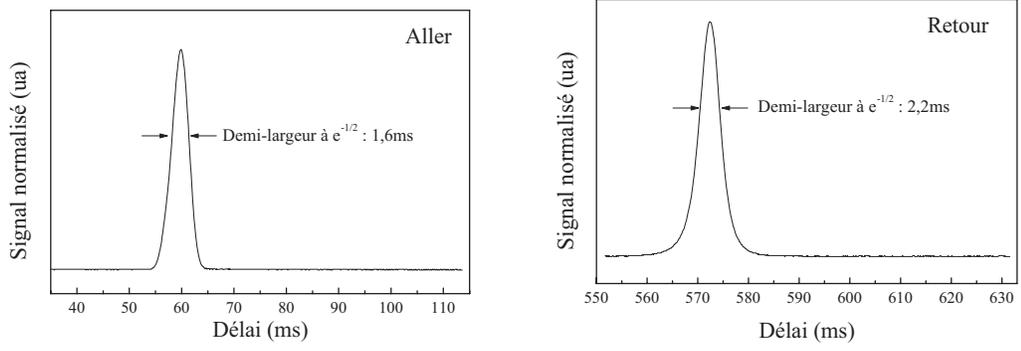


FIG. 2.15 – Temps de vol normalisés mesurés à la montée ( $t_1 = 60$  ms) et à la descente ( $t_2 = 572$  ms) des atomes pour un temps de chargement de 100 ms

$$v_{rms} = V_{z_{det}} \sqrt{\frac{\delta t_2^2 - \delta t_1^2}{T_2^2 - T_1^2}}. \quad (2.10)$$

$V_{z_{det}} = 2,5$  m/s est la vitesse moyenne des atomes à la détection.  $\delta t_1$  et  $\delta t_2$  sont les demi-largeurs temporelles obtenues par une interpolation gaussienne des signaux.  $t_1$  et  $t_2$  sont les délais entre le début du lancement et la détection des atomes, respectivement pour une détection à la montée et la descente des atomes. L'analyse des signaux de la figure 2.15, donne une vitesse  $v_{rms} = 6,7$  mm/s  $\sim 2v_{rec}$ , soit une température inférieure au  $\mu$ K. Nous retrouvons une taille initiale de la mélasse  $r_0 = 4,0$  mm (à  $1/\sqrt{e}$ ) compatible avec le "waist" de 16 mm (à  $1/e^2$ ) des faisceaux de capture.

## 2.6.2 Répartition des populations et efficacité de sélection

Après le lancement, les atomes de la mélasse sont répartis dans les 9 sous niveaux Zeeman de l'état  $|F = 4\rangle$ . La figure 2.16 présente les 7 transitions  $\pi$  ( $\Delta F = 1$ ,  $\Delta m_F = 0$ ) mesurées pour un champ magnétique statique de 86 nT. La mesure des populations <sup>4</sup> a été réalisée en appliquant une impulsion  $b\tau = \pi$  de Rabi (la micro-onde n'est allumée que lors de la première traversée

<sup>4</sup>La probabilité de chaque transition s'écrit :  $P_{kj} = \left(\frac{b_{kj}}{\Omega_{kj}}\right)^2 \sin^2 \frac{\Omega_{kj}\tau}{2}$ , où  $\Omega_{kj} = \sqrt{\Omega_0^2 + b_{kj}^2}$  est la pulsation de Rabi de l'interaction.  $\Omega_0$  est le désaccord de la micro-onde.  $b_{kj} = \frac{\mu_B B K_{kj}}{\hbar}$  où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr,  $B$  l'amplitude de l'induction micro-onde et

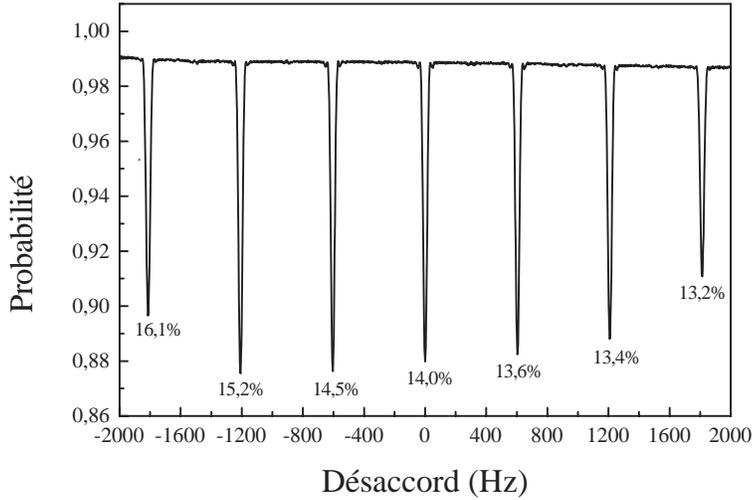


FIG. 2.16 – Répartition des populations avant sélection

de la cavité par les atomes), où  $b$  est la pulsation de Rabi, optimisée pour la frange centrale.

En fonctionnement normal de l'horloge, seuls les atomes  $m_F = 0$  sont interrogés (soit une population d'environ 14 %). Les atomes peuplant les autres sous-niveaux Zeeman sont éjectés au cours de leur passage dans la zone de détection, à la montée. Les atomes en  $F = 4, m_F = 0$ , traversant la cavité de sélection, sont transférés vers le niveau  $F = 3$  par une impulsion  $\pi$  de Rabi. Les autres, restés en  $F = 4$ , sont alors poussés par les faisceaux sondes, allumés au premier passage des atomes au niveau de la détection. La durée de l'impulsion de préparation, de  $\sim 10$  ms, est imposée par le temps de passage des atomes dans la cavité. Afin d'éviter d'exciter les sous-niveaux Zeeman  $m_F \neq 0$ , la bobine B1 applique un champ magnétique d'environ 200 nT. L'écart en fréquence des transitions dépendant linéairement du champ magnétique est donc supérieur à 1,4 kHz, très supérieur à l'inverse du temps de passage des atomes dans la cavité de sélection.

L'efficacité de la sélection, est garantie par un décalage vers le bleu des faisceaux, de l'ordre du MHz : les atomes en  $F = 4$  sont éliminés par création d'une "anti-mélasse". Comme présenté sur la figure 2.18, il ne subsiste qu'une

---

$K_{kj}$  le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition. Le niveau micro-onde étant optimisé à  $\pi$  sur la transition  $m_F = 0$  ( $K_{00} = 1$ ), il suffit, pour déduire les populations, de diviser la quantité  $\sin^2(K_{kj}\pi/2)$ , avec  $K_{kj} = \sqrt{\frac{7}{4}}, \sqrt{\frac{3}{2}}$  et  $\sqrt{\frac{15}{4}}$ , respectivement pour les transitions  $m_F = \pm 3, m_F = \pm 2$  et  $m_F = \pm 1$ .

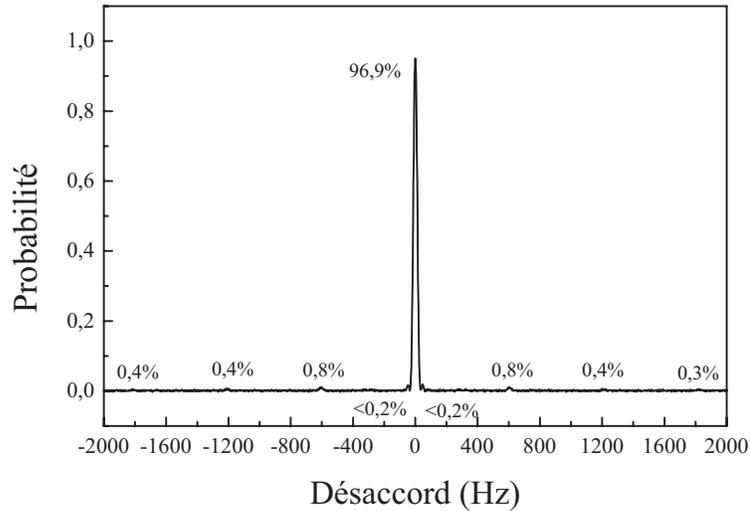


FIG. 2.17 – Répartition des populations après préparation

proportion de 1 pour-mille d’atomes en  $m_F \neq 0$ , 5 ms après le passage des atomes à travers le premier faisceau pousseur. Un calcul numérique a été développé pour caractériser l’efficacité d’éjection par réchauffement Doppler[23]. Le modèle, validé par la mesure précédente, prévoit une réduction d’encore un facteur 100 de la proportion d’atomes restant à l’issue de l’interrogation. La contribution des atomes en  $F = 4, m_F \neq 0$  est donc complètement négligeable.

La sélection permet de ne conserver que les atomes résonants avec la transition d’horloge. Les autres, n’étant pas sensibles au signal d’interrogation, constituent une source de bruit parasite supplémentaire. La préparation permet également d’améliorer l’exactitude. Elle limite en effet, le déplacement de Rabi [10] (voir §4.3.6) provenant d’une dissymétrie du taux de transitions  $\pi$  ( $\Delta F = 1, \Delta m_F = 0$ ). Le graphe 2.17 présente le spectre micro-onde en présence de sélection. On remarque qu’il subsiste des transitions  $\pi, m_F \neq 0$ . Il s’agit en fait d’atomes transférés par pompage optique en  $F = 3$  par le faisceau pousseur lors de la sélection. Nous y reviendrons par la suite. La dissymétrie des populations est cependant inférieure au pour-mille.

Le déplacement de Ramsey [10] est associé à un déséquilibre du taux de transitions  $\sigma$  ( $\Delta F = 1, \Delta m_F = \pm 1$ ). Ces transitions dépendent de la colinéarité entre le champ micro-onde et le champ magnétique statique. Le parallélisme est réalisé par construction de l’horloge, puisque l’ensemble du dispositif de contrôle du champ magnétique est coaxial avec la cavité d’in-

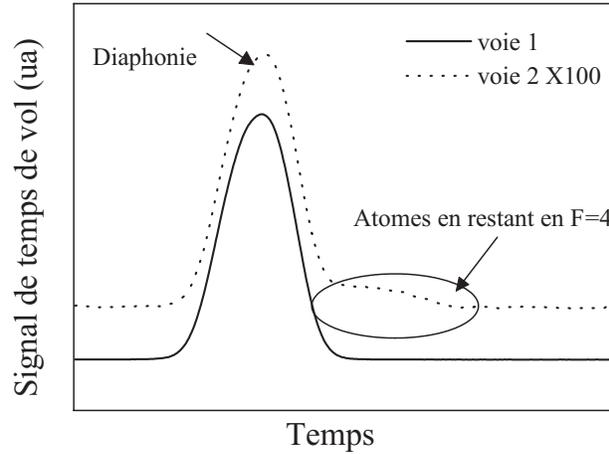


FIG. 2.18 – *Efficacité de sélection* : en trait plein, la fluorescence de tous les atomes à travers le premier faisceau sonde, en pointillés, les atomes restant en  $F = 4$  ( $\times 100$ ), poussés en mélasse bleue, lors du passage dans le second faisceau.

terrogation. La figure 2.17 montre une très bonne colinéarité entre le champ directeur et le champ micro-onde. Les taux de transitions  $\sigma$ , à peine mesurables, sont de l'ordre de 2 pour-mille, avec des dissymétries de l'ordre de 1 pour-mille.

### 2.6.3 Calibration du système de détection

L'acquisition et le calcul du nombre d'atomes peuplant les deux niveaux hyperfins s'effectuent par un traitement informatique, à chaque cycle d'horloge. Les deux signaux sortant des amplificateurs transimpédances traversent un étage à offset et gain variables. Ils sont ensuite numérisés par une carte électronique de l'ordinateur de contrôle. Le nombre d'atomes, correspondant à la fluorescence collectée, est déduite de l'aire du signal de temps de vol.

Le programme de commande calcule cette aire, en V.s, en effectuant sur chaque voie la somme :

$$A = \frac{5}{2048 f_{ech}} \sum n_i \quad (2.11)$$

où les  $n_i$  proviennent de l'échantillonnage sur 12 bits des signaux par

la carte d'acquisition (5 V sur 2048 points), intégrés sur 10  $\mu$ s (fréquence d'échantillonnage  $f_{ech} = 100$  kHz).

La contribution d'un atome à l'aire du temps de vol s'écrit :

$$A_0 = \frac{P_0 \eta_{coll} \alpha_{ph} \alpha_{tr} \Delta t_{det}}{g_{mb} g_{pc}} \quad (2.12)$$

$\Delta t_{det}$  est le temps de passage des atomes dans le faisceau sonde. Il se déduit du rapport entre leur vitesse  $V_{z_{det}}$  à cet instant et l'épaisseur verticale  $\Delta z_{det} = 5$  mm des deux faisceaux.  $\alpha_{tr} = 10^8$  V/A est le gain des amplificateurs transimpédances et  $\alpha_{ph} = 0,5$  A/W, la réponse des photodiodes. L'efficacité de collection  $\eta_{coll}$  est de 1,2%.  $g_{mb}$  et  $g_{pc}$  sont des gains applicables aux signaux de sortie des amplificateurs de photodiode par l'étage d'amplification et par la carte d'acquisition, définissant la dynamique du système de détection. La puissance de fluorescence  $P_0$  est donnée par l'équation 2.6. La saturation est calculée à l'aide de la relation 2.7, pour un désaccord laser à  $-\Gamma/2$  et une intensité de sonde  $I = 2I_d$ , prenant en compte la réflexion du faisceau (habituellement  $I_d = 0,92$  mW/cm<sup>2</sup> sur les deux voies).

Il faut ensuite retrancher aux aires calculées, les offsets dus à la fluorescence du jet<sup>5</sup> et à la lumière parasite. En pratique, l'acquisition des temps de vols s'effectue sur des fenêtres de 80 ms. L'allumage du faisceau sonde s'effectue 10 ms auparavant, afin d'éviter les transitoires sur l'intensité laser. Les 40 dernières ms de l'acquisition sont utilisées pour calculer les offsets. Cette valeur est ensuite retranchée à l'aire obtenue sur la première moitié de la fenêtre. De la même manière, on peut par informatique retrancher la diaphotie entre les deux voies de la détection, provenant de la carte d'acquisition et des collecteurs de fluorescence.

Une fois ces corrections appliquées aux aires calculées, le nombre d'atomes détectés dans chaque voie est approximativement donné par :

$$N_{det} = \frac{A}{A_0}. \quad (2.13)$$

Soit, en fonction des paramètres variables :

$$N_{det} = 2,10 \cdot 10^6 \frac{V_{z_{det}}}{f_{ech}} \frac{I_d + I_S}{I_d} A \quad (2.14)$$

---

<sup>5</sup>Il règne dans la zone de capture une pression de césium de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-7}$  Pa. Au dessus de cette zone, cette pression partielle est fortement réduite, pour limiter l'éjection des atomes de la mélasse par collisions avec les atomes chauds. L'existence de cette pression différentielle produit inévitablement un jet dans l'axe du dispositif.

### 2.6.4 Franges de résonance et asservissement de la fréquence d'horloge

L'acquisition des deux signaux de temps de vol, représentant les populations des deux niveaux hyperfins, s'effectue simultanément et en temps réel à chaque cycle de l'horloge. La probabilité de transition des atomes en fonction de l'interrogation est déduite de ces mesures.

La figure 2.19 montre un exemple de résonance expérimentale obtenu pour une vitesse de lancement de 3,132 m/s. Ces franges de Ramsey correspondent à un niveau de micro-onde optimal (2 impulsions telles que  $b\tau = \pi/2$  où  $b$  est la pulsation de Rabi et  $\tau$  le temps de transit effectif des atomes dans la cavité). La pleine largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu_{Ramsey} = 1/2T$  est égale à 1,3Hz, où  $T$  est le temps effectif de vol libre (soit un facteur de qualité  $Q_{at} = 7 \cdot 10^9$ ). La largeur de l'enveloppe Rabi  $\Delta\nu_{Rabi} = 1/\tau$  est de 40 Hz ( $\tau \sim 25$  ms). La perte de contraste sur les ailes de la résonance provient des distributions des positions et des vitesses initiales des atomes de la mélasse.

La probabilité de transition à résonance ne peut atteindre l'unité, à cause d'un compromis sur la puissance de sonde à la détection. Les faisceaux sondes servent à effectuer le comptage des atomes dans les deux niveaux de la transition d'horloge, et également à réaliser la fonction de pousseur à la préparation. Nous avons signalé dans le paragraphe 2.6.2 que cette opération provoquait un pompage optique vers l'état  $F = 3$ , diminuant avec la réduction de l'intensité. Rappelons également qu'une partie du premier faisceau sonde que les atomes traversent à la détection, est rendu progressif sur sa partie basse. L'objectif est d'éjecter les atomes en  $F = 4$  après qu'ils aient été comptés. Le processus est d'autant plus efficace que le faisceau est intense. La puissance de sonde joue donc de manière non indépendante sur le pompage optique à la sélection et sur l'éjection des atomes en  $F = 4$  à la détection. Le réglage optimal, obtenu pour une intensité de l'ordre du mW, provoque la présence de 2,9% d'atomes en  $F = 3, m_F \neq 0$ . Ce chiffre provient de la somme des taux de transition présentés dans la figure 2.17, avant correction par les coefficients de Clebsch-Gordan. Une interrogation résonante à  $\pi$  effectue un transfert total des atomes en  $F = 3, m_F = 0$  vers  $F = 4, m_F = 0$ . Cependant, l'intensité de sonde n'est pas suffisante pour éjecter tous les atomes en  $F = 4$ . 2,2% d'entre eux sont comptés une seconde fois par le deuxième faisceau sonde. L'équilibrage des intensités laser entre les deux voies de détection, réalisé à quelques % près, tient compte de ces pourcentages. Ainsi, bien que l'interrogation donne une probabilité de 1 pour la transition d'horloge, le système de détection mesure un nombre d'atomes  $N_3$  non nul dans la seconde voie, de l'ordre de 5% du nombre  $N_4$ . La probabilité de transition, donnée par la normalisation  $P = \frac{N_4}{N_3+N_4}$ , n'est donc que

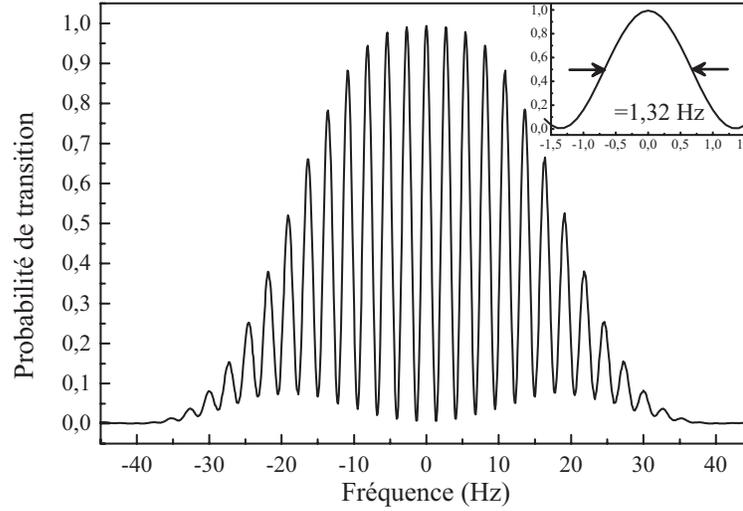


FIG. 2.19 – Résonance de Ramsey

de 95%.

L'asservissement de la fréquence micro-onde d'interrogation repose sur une modulation carrée à mi-hauteur de la frange centrale de la résonance de Ramsey. Cette modulation est appliquée sur le synthétiseur pilotant la synthèse (cf §2.4.1). La probabilité de transition  $P_k$ , mesurée successivement de part et d'autre de la frange, permet de calculer la correction de fréquence  $\delta\nu_k$  à appliquer. Cette correction, après multiplication par le gain adéquat  $G$ , et intégration, est ensuite appliquée par l'ordinateur au synthétiseur. La constante de temps de la boucle d'asservissement est d'une demi-douzaine de cycles d'horloge.

$$\delta\nu_k = \delta\nu_{k-1} + (-1)^k G(P_k - P_{k-1}) \quad (2.15)$$

La synthèse micro-onde étant complètement référencée à un maser à hydrogène, la moyenne des corrections appliquées au synthétiseur représentent la différence de fréquence entre la fontaine PHARAO et le maser :

$$\nu_{mesure} = \nu_{PHARAO} - \nu_{maser} \quad (2.16)$$

L'incertitude sur la fréquence mesurée dépend de la stabilité des deux horloges ainsi que de celle du lien utilisé pour la comparaison. La figure 2.20 donne un exemple, obtenu pour  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés, et un temps de cycle

## 2.6. ANALYSE DES PREMIERS SIGNAUX DE L'HORLOGE

---

d'une seconde. Expérimentalement, la stabilité de fréquence relative mesurée est de :

$$\sigma_y(\tau) = 1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2} \quad (2.17)$$

Elle est limitée sur le court terme par le bruit du quartz utilisé comme oscillateur local pour la comparaison et sur le long terme par le bruit de scintillation du maser à hydrogène ( $\sim 1 \cdot 10^{-15}$  à 1 jour). Le paragraphe 4.2 présente l'analyse des différentes sources de bruit. La limite ultime de la stabilité court terme, donnée par le bruit de projection quantique, serait  $7,3 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$ , pour un nombre d'atomes détectés de  $4 \cdot 10^5$ .

Pour remonter à la fréquence définition  $\nu_0$  de la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'atome de césium au repos, il est nécessaire de connaître tous les déplacements de fréquence perturbant l'interaction. L'étude détaillée de tous les effets connus est présentée dans le paragraphe 4.3. La somme quadratique des incertitudes sur tous les déplacements de fréquence de la fontaine PHARAO, mène à une exactitude relative de  $7,7 \cdot 10^{-16}$

$$\nu_0 = \nu_{PHARAO} - \sum \delta\nu \quad (2.18)$$

$$\sigma_{\nu_0} = \sqrt{\sum \sigma_{\delta\nu}^2} \quad (2.19)$$

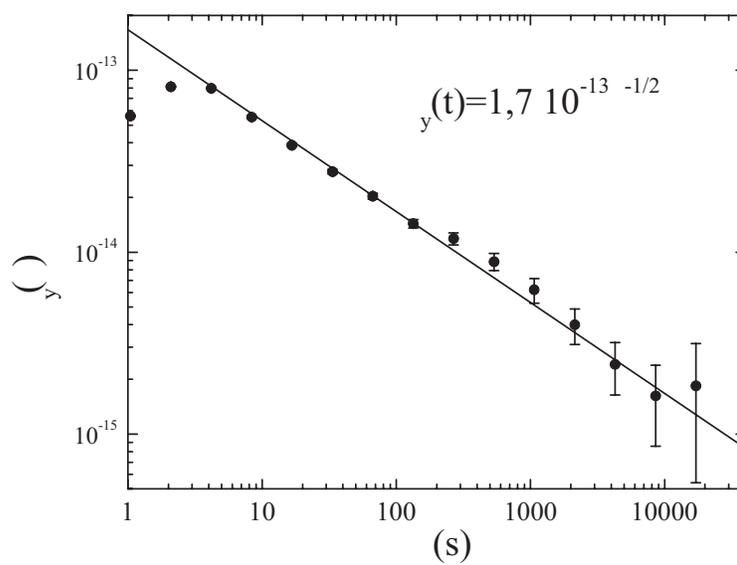


FIG. 2.20 – *Stabilité de fréquence de la fontaine PHARAO fonctionnant avec  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés*

# Chapitre 3

## Modélisation de l'interrogation micro-onde

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons donné une description détaillée des différentes parties constituant la fontaine atomique PHARAO et de la méthode permettant la mesure de la fréquence d'horloge par asservissement sur la frange centrale de la résonance de Ramsey. Le but de ce chapitre est de poser les éléments théoriques permettant l'analyse de la réponse atomique à la double excitation micro-onde, et l'estimation des déplacements de fréquence affectant l'exactitude de l'étalon de fréquence. La description est pour la majeure partie applicable à la géométrie de l'horloge spatiale PHARAO, pour laquelle, contrairement à une fontaine atomique, les deux impulsions sont appliquées dans des régions distinctes.

Dans le premier paragraphe, nous rappellerons tout d'abord brièvement l'établissement de l'équation d'évolution de l'état atomique, en partant de l'équation de Schrödinger. Nous en déduisons ensuite, dans le second paragraphe, une expression de la probabilité de transition, dans le cas particulier d'une unique trajectoire atomique et d'un profil d'excitation constant durant les deux impulsions de Ramsey. Dans une fontaine atomique, le profil d'intensité micro-onde varie au cours de l'interrogation. La probabilité de transition ne peut alors être déterminée que par un calcul numérique. Nous détaillerons la simulation que nous avons développée. Le modèle prend en compte l'évolution de la taille du nuage atomique en effectuant un tirage aléatoire sur un grand nombre d'atomes répartis selon certaines distributions de positions et de vitesses. Outre le calcul des franges de Ramsey, que nous comparerons à l'expérience, la simulation permet d'estimer certains déplacements de fréquence. Les calculs de ces effets systématiques

peuvent être effectués directement, en intégrant dans l'équation d'évolution de l'état atomique les variations instantanées du déplacement de fréquence. L'interprétation peut dans certains cas être facilitée par l'utilisation de la fonction de sensibilité [24, 15, 17], dont l'allure caractérise l'évolution temporelle de l'excitation atomique. Cette fonction sera introduite dans le dernier paragraphe pour un profil d'excitation quelconque. Nous discuterons ensuite de ses propriétés de symétries dans une géométrie de fontaine atomique ainsi que des conséquences sur la détermination des déplacements de fréquence.

## 3.2 Equation d'évolution de l'état atomique

Dans un étalon primaire de fréquence, l'interrogation micro-onde effectue un transfert de population entre les deux niveaux de la transition d'horloge  $|3\rangle \rightarrow |4\rangle$ . Dans un modèle semi-classique, en négligeant la multiplicité Zeeman, le système se réduit à un système à deux niveaux, dont l'état est caractérisé par la matrice densité :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{3,3} & \rho_{3,4} \\ \rho_{4,3} & \rho_{4,4} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Le couplage entre l'atome et l'induction micro-onde est décrit par l'hamiltonien d'interaction :

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\omega_{at} & be^{-i(\omega t + \phi)} \\ be^{i(\omega t + \phi)} & \omega_{at} \end{pmatrix} + h.c. \quad (3.2)$$

où  $\omega_{at}$  et  $\omega$  sont respectivement les pulsations de la transition d'horloge et du champ d'interrogation.  $b$  et  $\phi$  représentent respectivement la pulsation de Rabi du couplage et la phase du champ. La pulsation de Rabi est définie par :

$$b = \frac{\mu_B B_z(t)}{\hbar} \quad (3.3)$$

où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr et  $B_z(t)$  l'amplitude de l'induction micro-onde. L'évolution de l'état atomique est régie par l'équation de Schrödinger :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] \quad (3.4)$$

### 3.2. EQUATION D'ÉVOLUTION DE L'ÉTAT ATOMIQUE

---

Dans l'approximation du champ tournant et en effectuant le changement de variables suivant,

$$\begin{cases} \rho_{4,3} = \frac{1}{2}(a_1 - ia_2)e^{i\omega t} \\ \rho_{3,4} = \rho_{4,3}^* \\ \rho_{4,4} - \rho_{3,3} = a_3 \end{cases} \quad (3.5)$$

l'état atomique est décrit par le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{da_1}{dt} = ba_3 \sin \phi - (\omega_{at} - \omega)a_2 \\ \frac{da_2}{dt} = ba_3 \cos \phi + (\omega_{at} - \omega)a_1 \\ \frac{da_3}{dt} = -ba_1 \sin \phi - ba_2 \cos \phi \end{cases} \quad (3.6)$$

Si la pulsation de Rabi et la phase du champ micro-onde sont constantes, ce système d'équations peut être résolu de façon analytique, par exemple en utilisant la méthode de Laplace. Lorsque les atomes subissent une impulsion d'amplitude  $b$  et de durée  $t$ , l'état atomique se déduit de l'état initial  $a(0)$  par la relation [10] :

$$a(t) = R(b, \phi, \delta, t)a(0), \quad (3.7)$$

avec

$$a(0) = \begin{pmatrix} a_1(t=0) \\ a_2(t=0) \\ a_3(t=0) \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

et

$$R(b, \phi, \delta, t) = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) & -\frac{\delta}{\Omega} \sin(\Omega t) & -\frac{b_1 \delta}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) \\ +\frac{b_1^2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) & +\frac{b_1 b_2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) & -\frac{b_2}{\Omega} \sin(\Omega t) \\ +\frac{b_1 \delta}{\Omega^2} \sin(\Omega t) & +\frac{b_2^2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) & -\frac{b_1}{\Omega} \sin(\Omega t) \\ -\frac{b_1 \delta}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) & -\frac{b_1}{\Omega} \sin(\Omega t) & 1 - \frac{b_2^2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) \\ +\frac{b_2}{\Omega} \sin(\Omega t) & -\frac{b_2 \delta}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) & \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

où

$$\begin{cases} b_1 = b \cos \phi \\ b_2 = -b \sin \phi \\ \delta = \omega_{at} - \omega \\ \Omega^2 = b^2 + \delta^2 \end{cases} \quad (3.10)$$

Si les atomes sont initialement préparés dans un des deux états de la transition d'horloge, le changement de variables choisi permet de remonter directement à la probabilité de transition :

$$P(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_3(t)}{a_3(0)} \right) \quad (3.11)$$

### 3.3 Franges de résonance

#### 3.3.1 Cas où la pulsation de Rabi est constante

Dans ce cas particulier, les atomes sont successivement interrogés par deux impulsions de pulsation de Rabi  $b$  et de durée  $\tau$ , séparées d'un vol libre de durée  $T \gg \tau$ . A l'issue de la première impulsion, les atomes, initialement préparés dans un des deux états de la transition d'horloge, se trouvent dans une superposition cohérente des deux niveaux, dépendant de l'amplitude et du désaccord de l'impulsion. Les fonctions d'ondes associées à ces états évoluent séparément durant le vol libre. Le rôle de la seconde impulsion, de même amplitude que la précédente, est de recombinaison les fonctions d'ondes. La probabilité de transition, mesurée à la fin de l'interrogation, se présente sous la forme d'une figure d'interférence, dont l'inter-frange dépend du déphasage  $\Delta\Phi = (\omega_{at} - \omega)T$  accumulé durant le vol libre, entre l'oscillateur local et les atomes :

$$P = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos(\Delta\Phi) \right), \quad (3.12)$$

Cette formulation est parfaitement analogue à celle des franges d'interférence en optique ondulatoire. Le terme  $\Delta\Phi$  est ici équivalent à la différence de marche de l'interféromètre. En reprenant le formalisme introduit dans le paragraphe précédent, la probabilité de transition s'obtient par le produit de trois matrices :

### 3.3. FRANGES DE RÉSONANCE

---

$$a(T + 2\tau) = R(b, 0, \delta, \tau)R(b = 0, \phi = 0, \delta, T)R(b, 0, \delta, \tau)a(0) \quad (3.13)$$

Si les atomes sont initialement préparés dans l'état  $|3\rangle$ ,  $a(0)$  vaut :

$$a(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

La probabilité de transition est alors donnée par :

$$P = \frac{4b^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \left[ \cos\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \right]^2 \quad (3.14)$$

Le premier terme en facteur est proportionnel à un sinus cardinal, de pleine largeur à mi-hauteur  $1/\tau$ . Cette enveloppe, correspond à la résonance lorsqu'il n'existe qu'une seule excitation. Le second terme est une fonction oscillante en  $\Delta\Phi$ , caractérisant l'interférence atomique.

La probabilité de transition à résonance est maximale pour des impulsions telles que  $b\tau = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , avec  $n$  entier. Pour de faibles désaccords ( $\delta \ll b$ ), elle se simplifie à l'expression suivante, qui nous ramène à la relation 3.12 :

$$P \approx \frac{1}{2} \sin^2(b\tau) \left( 1 + \cos\left(\pi \frac{\nu_{at} - \nu}{\Delta\nu}\right) \right) \quad (3.15)$$

où  $\Delta\nu$  est la pleine largeur à mi-hauteur de la frange centrale, donnée par :

$$\Delta\nu = \frac{1}{2T}. \quad (3.16)$$

L'équation 3.15 se retrouve facilement en effectuant un développement au premier ordre en  $\delta/b$  des matrices  $R(b, 0, \delta, \tau)$ . On peut montrer de même pour des impulsions inégales telles que  $b\tau_1 = \pi/2 + \epsilon_1 + n\pi$  et  $b\tau_2 = \pi/2 + \epsilon_2 + n\pi$ , avec  $\epsilon_1 \ll 1$ ,  $\epsilon_2 \ll 1$ , la probabilité de transition autour de la frange centrale se met sous la forme :

$$P \approx \frac{1}{2} \sin(b_1\tau) \sin(b_2\tau) \left( 1 + \cos\left(\pi \frac{\nu_{at} - \nu}{\Delta\nu}\right) \right) \quad (3.17)$$

Dans cette relation, nous avons volontairement conservé les termes en  $b\tau$  afin de souligner la dépendance quadratique en amplitude de la probabilité de transition. La méthode de Ramsey n'est donc sensible qu'au second ordre en amplitude, au voisinage de l'optimum du champ, même s'il n'y a pas égalité parfaite des impulsions.

### Asservissement sur la frange centrale

L'asservissement de la micro-onde sur la transition atomique s'effectue par modulation carrée de fréquence et démodulation synchrone, à mi-hauteur de la frange centrale. Cette opération mène à un équilibre des populations. La moyenne des corrections de fréquence donne une mesure de la fréquence atomique  $\nu_{at} = \nu_0 + \delta\nu$ , déplacée d'une quantité  $\delta\nu$ , résultant de tous les effets systématiques perturbant les atomes. Lorsque la boucle d'asservissement a atteint son régime stationnaire, la différence entre deux mesures successives de la probabilité est nulle en moyenne :

$$P(\delta\nu + \Delta_m) - P(\delta\nu - \Delta_m) = 0 \quad (3.18)$$

On a :

$$P(\delta\nu \pm \Delta_m) = P(\pm\Delta_m) + \delta P_{\pm} \quad (3.19)$$

où  $P(\pm\Delta_m)$  est la probabilité de transition en l'absence de perturbation et  $\delta P_{\pm} = \delta P(\pm\Delta_m)$ . Un développement au premier ordre à mi-hauteur de la frange donne :

$$P(\delta\nu \pm \Delta_m) \approx P(\pm\Delta_m) + \delta\nu \frac{\partial P}{\partial \nu}(\pm\Delta_m), \quad (3.20)$$

en faisant intervenir la pente de la frange. Pour de petits déplacements de fréquence, la probabilité de transition obéit à l'équation 3.15. La pente du discriminateur est maximale à mi-hauteur de la frange ( $\pm\Delta_m = \pm\Delta\nu/2$ ) et vaut  $\pm\frac{\pi}{2\Delta\nu}$ . Les expressions précédentes deviennent donc :

$$P(\delta\nu \pm \frac{\Delta\nu}{2}) \approx P(\pm\frac{\Delta\nu}{2}) \pm \delta\nu \frac{\pi}{2\Delta\nu} \approx P(\pm\frac{\Delta\nu}{2}) + \delta P_{\pm} \quad (3.21)$$

On peut ainsi remonter au déplacement de fréquence :

$$\delta\nu = \frac{\Delta\nu}{\pi} \left( \delta P_+ - \delta P_- \right) = \frac{\delta P_+ - \delta P_-}{2\pi T} \quad (3.22)$$

soit, en relatif

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{\delta P_+ - \delta P_-}{\pi Q_{at}} \quad (3.23)$$

#### 3.3.2 Franges de résonance dans une fontaine atomique

Dans le cas des fontaines atomiques, les atomes sont irradiés dans une cavité cylindrique excitée selon le mode  $TE_{011}$ . L'amplitude du champ, et par conséquent la pulsation de Rabi du couplage, varient au cours de la traversée du résonateur. En outre, les atomes sont répartis selon les distributions de vitesses et de positions initiales, dépendant du type de piège dans lequel ils sont capturés. Il n'existe alors pas de solution analytique à l'équation de Schrödinger. J'ai développé une méthode de calcul numérique, en considérant le champ comme constant par morceaux sur de petits intervalles de temps  $dt$ . La probabilité de transition peut être calculée, soit en intégrant le système 3.6, par exemple par la méthode de Runge Kutta, soit par un calcul matriciel, à l'aide des matrices  $R(b(t), \phi(t), \delta, dt)$  définies précédemment.

Les données de champ que nous utilisons sont issues d'un calcul 3D à éléments finis réalisé par M. Aubourg de l'Institut de Recherche en Communications et Micro-onde (IRCOM) à Limoges [25]. Il correspond à la géométrie de notre cavité micro-onde. Ce calcul visait à intégrer les équations de Maxwell en tenant compte des pertes dues à la conductivité finie des parois, et des ouvertures permettant l'alimentation. Ces pertes entraînent une variation spatiale de la phase du champ, que ce calcul détermine avec une résolution de 1  $\mu$ rad. Les données montrent que les variations d'amplitude sont très peu affectées par les pertes de la cavité : on trouve un désaccord inférieur au %, avec une description de la forme en  $\cos(\frac{\pi z}{\lambda})J_0(\frac{kr}{R})$  du mode  $TE_{011}$ . Les variations de phase ont une influence négligeable sur la forme des franges de résonance. Elles sont par contre responsables d'un déplacement de fréquence assimilable à un effet Doppler résiduel. Ce déplacement de fréquence n'est pas rigoureusement nul, malgré la symétrie de l'interrogation en géométrie de fontaine, à cause de l'expansion de la taille du nuage atomique durant son vol balistique. Nous verrons en détail dans le paragraphe 4.3.5 l'influence de ces variations de phase.

Pour prendre en compte l'évolution de la forme du nuage, la simulation effectue un sextuple tirage aléatoire, selon les distributions des positions

$P(\vec{r}_0)$  et des vitesses  $P(\vec{v}_0)$ . Ces distributions ont été déterminées par comparaison avec des temps de vol expérimentaux, enregistrés aux deux instants de passage des atomes devant le système de détection : à la montée, instant habituel de la sélection, et à la descente, à la détection (voir le §4.3.3 consacré à l'effet des collisions entre atomes froids). La simulation permet de construire des temps de vol numériques, en effectuant un grand nombre de tirages aléatoires selon ces distributions. Après l'ajout de la vitesse de lancement  $\vec{v}_l = 3,132$  m/s, la trajectoire de chaque atome à travers l'horloge est complètement déterminée. On peut donc appliquer un critère de sélection géométrique, prenant en compte les différents diaphragmes présents dans le dispositif expérimental (ouvertures de la cavité de sélection et guides sous coupure de la cavité d'interrogation). Si la trajectoire est retenue, le modèle incrémente deux tableaux à trois dimensions, représentant le nuage atomique à l'aller et au retour. Pour construire les temps de vols numériques, le calcul effectue, comme dans l'expérience, une somme transversale des tableaux et applique une pondération par la fonction de transfert de la fenêtre de détection. Les paramètres des distributions sont alors ajustés *ab initio*, de telle sorte que les temps de vol numériques correspondent aux signaux d'acquisition. Les distributions utilisées sont de la forme :

$$P(\vec{r}_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_0^2}\right) \text{ et}$$

$$P(\vec{v}_0) = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{v_0^2}{v_c^2}\right)^b},$$

où  $\beta$  est la constante de normalisation de la distribution des vitesses.  $\sigma_0$  et  $v_c$  sont les demi-largeurs respectives et  $b$  est un paramètre proche de 2. La distribution des positions, dominante dans la forme du temps de vol à l'aller, est en effet bien décrite par une loi gaussienne. Pour modéliser la forme des temps de vol au retour, nous avons choisi d'utiliser une distribution des vitesses du type puissance de lorentzienne, prenant bien en compte les ailes du signal [26, 21].

La connaissance des distributions de positions initiales et des vitesses nous permet de calculer la probabilité de transition moyennée sur le nuage atomique. Comme pour la détermination de ces lois, le modèle numérique effectue un tirage aléatoire sur les trois composantes de  $\vec{r}_0$  et  $\vec{v}_0$  et ajoute la vitesse de lancement  $\vec{v}_l$ . Ces conditions initiales permettent de déterminer la trajectoire de chaque atome à travers la cavité et éventuellement de le rejeter s'il ne peut atteindre la zone de détection. Une procédure remplit ensuite les tableaux  $b_a[i]$ ,  $b_r[i]$ ,  $\phi_a[i]$  et  $\phi_r[i]$  de l'amplitude et de la phase du

### 3.3. FRANGES DE RÉSONANCE

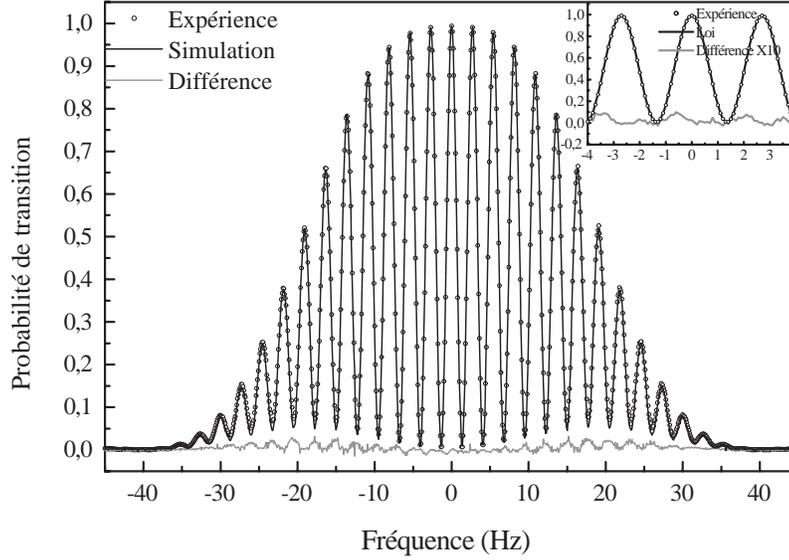


FIG. 3.1 – Comparaisons de franges expérimentales et simulées (impulsion totale  $\pi$ )

champ, rencontrées par l'atome aux instants  $t_a[i]$  et  $t_r[i]$ , ainsi que les vitesses instantanées correspondantes  $v_a[i]$  et  $v_r[i]$ , respectivement à la montée et à la descente de l'atome. La taille de la maille du calcul, imposé par les données de cavité est de  $0,2 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm}$  en transverse, sur un pas longitudinal de  $1 \text{ mm}$ . L'équation d'évolution du dipôle atomique peut être intégrée en utilisant le produit de matrice suivant :

$$\begin{aligned}
 a &= \prod_{i=0}^{n_{cav}} R(Ab_a[i], \phi_a[i], \delta, t_a[i+1] - t_a[i]) \\
 &\times R(0, 0, \delta, t_r[0] - t_a[n_{cav}]) \\
 &\times \prod_{i=0}^{n_{cav}} R(Ab_r[i], \phi_r[i], \delta, t_r[i+1] - t_r[i]) a(0)
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

où  $n_{cav} = 100$  est le nombre total de pas longitudinaux effectués lors d'une traversée de la cavité, imposé par les données de cavité. Dans la relation précédente, les premiers et derniers termes se rapportent aux deux interactions dans la cavité. Le facteur central correspond au vol libre. La probabilité de transition est donnée par  $P = (1 - a_3)/2$ . Elle est calculée pour

chaque atome en fonction du désaccord  $\delta$  et de l'amplitude du champ micro-onde. Nous avons vérifié par une seconde méthode, la validité du résultat, en intégrant directement le système 3.6 par la méthode de Runge Kutta. Les deux méthodes de calcul ont été mises en place pour fonctionner à pas temporel constant ou à pas spatial constant. Le calcul de la frange centrale par les 4 méthodes donne le même résultat sur une trajectoire axiale, à mieux que le pour mille.

Dans l'équation précédente, les données d'amplitude utilisées dans les matrices d'évolution sont multipliées par une constante  $A$ . Ce paramètre joue en fait le rôle d'un atténuateur micro-onde, permettant d'optimiser globalement le niveau des impulsions, en moyenne sur le nuage. Il est ajusté en recherchant un maximum de probabilité à résonance de la transition. Le paramètre  $A$  est incrémenté, en partant de  $A = 0$ , jusqu'à obtenir une probabilité supérieure à un seuil arbitraire de 0,6. Le pas d'incrémentation est ensuite réduit. La procédure remplit alors un tableau  $P(A)$ , jusqu'à retrouver une probabilité inférieure au seuil. Ces données sont ensuite ajustées par moindres carrés à un polynôme d'ordre 3. Les coefficients de cette interpolation donnent la valeur de  $A$  correspondant au maximum de probabilité de transition. Cette méthode ne demande pas un grand nombre de tirages aléatoires ( $\sim 32$ ), puisque l'interpolation se charge de lisser les calculs. Cette procédure est similaire à celle utilisée dans le logiciel de commande de la fontaine pour l'optimisation du niveau micro-onde. Le critère  $P > 0,6$ , fixé pour le bon fonctionnement de l'interpolation, provient du fait que la probabilité de transition oscille à la pulsation de Rabi. Il existe donc plusieurs maxima de probabilité de transition, correspondant à des impulsions totales  $\pi, 3\pi, 5\pi$ , etc... La procédure, aussi bien dans la simulation que dans l'expérience, est adaptée pour pouvoir choisir un de ces maxima : après avoir recherché une impulsion  $\pi$ , il suffit de réduire l'atténuation de la valeur adéquate puis d'affiner la détermination en recommençant la procédure d'interpolation.

Nous présentons sur les figures 3.1, 3.2 et 3.3, la comparaison entre des franges expérimentales et simulées pour des impulsions totales respectives égales à  $\pi, 3\pi$  et  $5\pi$ . Dans le calcul, les paramètres caractérisant l'évolution du nuage atomique sont  $\sigma_0 = 4$  mm,  $v_c = 4,3$  mm/s et  $b = 1,5$ . Pour tenir compte de la perte de contraste due à notre système de détection (compromis sur la puissance optique de sonde, voir §2.6.4), les courbes expérimentales sont corrigées d'un même facteur de normalisation. La largeur de l'enveloppe Rabi correspond à l'inverse du temps de passage  $\tau_{eff}$  dans la cavité et la largeur de la frange centrale à l'inverse du double du temps  $T_{eff}$  passé par les atomes au dessus de la cavité. Ces durées sont des grandeurs effectives, déterminées à partir des résonances. Nous obtenons respectivement pour les trois niveaux micro-onde, des largeurs Rabi de 40, 32 et 72 Hz, et des lar-

### 3.3. FRANGES DE RÉSONANCE

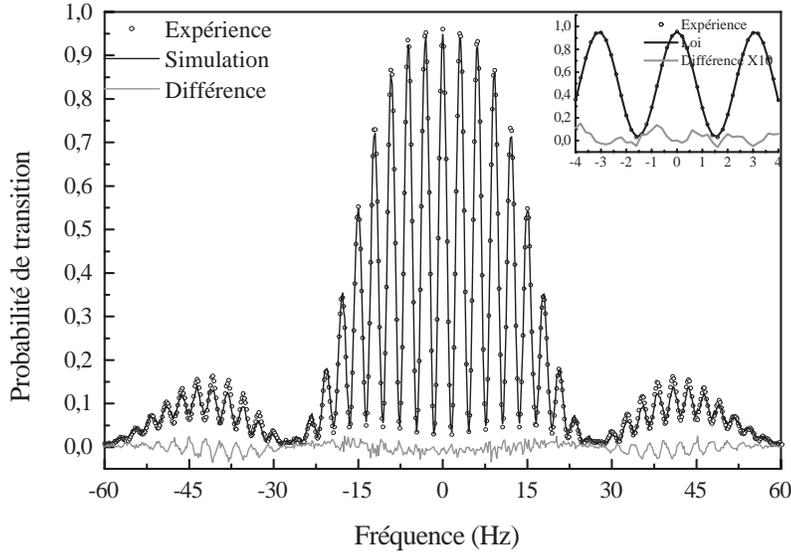


FIG. 3.2 – Comparaisons de franges expérimentales et simulées (impulsion totale  $3\pi$ )

geurs Ramsey de 1,36, 1,55 et 1,45 Hz, qui n'évoluent manifestement pas de manière monotone avec l'amplitude. La perte de contraste observée sur les ailes de l'enveloppe Rabi provient de la dispersion du temps de vol libre des atomes due aux distributions des positions et des vitesses initiales<sup>1</sup>. Nous avons également tracé sur les trois figures, la différence entre les franges expérimentales et simulées. Notre modélisation de l'évolution de la mélasse permet d'obtenir des différences inférieures à 4 % pour les deux premiers niveaux micro-onde. Les différences de 10 % à  $5\pi$  sont en partie dues également à un problème d'optimisation de l'amplitude micro-onde.

<sup>1</sup>Cette perte de contraste s'interprète facilement à partir de la probabilité de transition exprimée à l'aide du déphasage accumulé durant le temps de vol :  $P \sim (1 + \cos(\Delta\Phi))$ , avec  $\Delta\Phi = (\omega - \omega_{at})T$ . A la vitesse de lancement habituelle, le temps d'interaction  $T$  vaut 361 ms, pour un atome partant du centre de la mélasse. Pour simplifier, on a pris le temps passé au dessus du centre de la cavité. Cette durée varie de  $T_1 = 355$  ms à  $T_2 = 367$  ms pour des atomes dont la position initiale verticale est situé de part et d'autre, à mi-hauteur de la distribution des positions. La différence de déphasage accumulé suivant ces deux trajectoires devient importante ( $\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1 \sim \frac{\pi}{10}$ ) pour un désaccord  $(\omega - \omega_{at}) \sim \frac{\pi}{10(T_2 - T_1)} \sim 26$  Hz. Cette différence a pour effet de brouiller les franges et donc en moyenne de réduire le contraste aux grands désaccords. L'effet de la dispersion des vitesses est de la même nature, mais son influence sur le contraste, dans notre cas, est inférieure d'un facteur  $\sim 10$ .

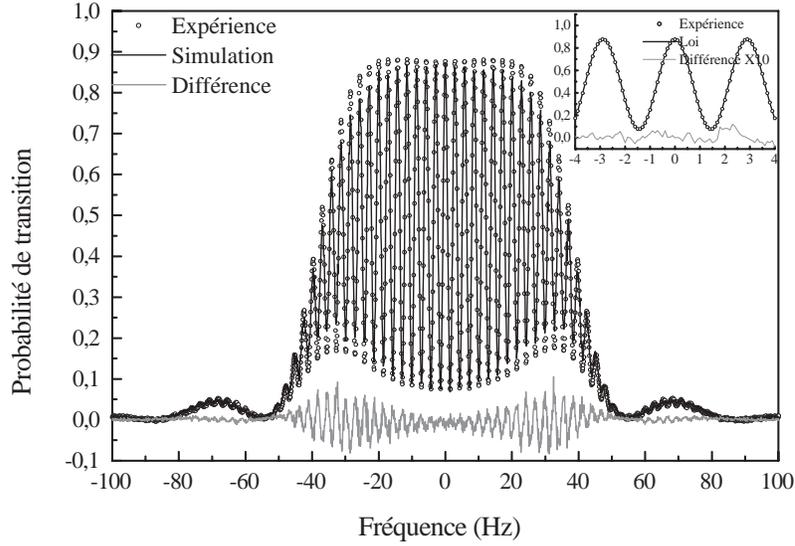


FIG. 3.3 – Comparaisons de franges expérimentales et simulées (impulsion totale  $5\pi$ )

Nous remarquons aussi sur les graphes une réduction du contraste de la frange centrale avec l'augmentation du niveau des impulsions. La probabilité à résonance expérimentale diffère respectivement de 8 pour-mille, 5,5 % et 14,5 %. La perte de contraste provient en fait d'un effet de moyenne sur les différentes trajectoires atomiques. En effet, le nuage étant plus dense lors de la première interaction que durant la seconde, la première impulsion est plus forte que la seconde, et il n'est pas évident, d'un premier abord, que l'impulsion totale soit égale à  $\pi + 2n\pi$ . Nous avons testé cette interprétation par le calcul numérique, en calculant les quantités moyennes  $\langle\theta_1(\tau)\rangle$  et  $\langle\theta_2(\tau)\rangle$ , où les deux impulsions sont définies sur chaque trajectoire par :

$$\theta_1(t) = A \int_{-\tau - \frac{T}{2}}^t b(t') dt' \quad (3.25)$$

$$\theta_2(t) = A \int_t^{\frac{T}{2} + \tau} b(t') dt' \quad (3.26)$$

Ces grandeurs moyennes ont été comparées à celles calculées sur une trajectoire axiale, pour laquelle les impulsions  $\theta_1(\tau)$  et  $\theta_2(\tau)$  valent rigoureusement  $\pi/2 + n\pi$ . Les différences relatives sont inférieures de 4 pour-mille

### 3.3. FRANGES DE RÉSONANCE

---

et supérieures de 1% respectivement pour la première et la seconde impulsion, aux trois niveaux micro-onde considérés. Ces faibles variations justifient l'appellation "impulsion totale  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$ , ..." pour distinguer les optima de l'amplitude micro-onde.

Un calcul de la probabilité à l'aide de la relation simplifiée 3.17 et en prenant les impulsions moyennes n'explique cependant pas la perte de contraste ( $\sin(\langle\theta(\tau)\rangle) \neq \langle\sin(\theta(\tau))\rangle$ ). Il faut en réalité calculer la probabilité sur chaque trajectoire et effectuer ensuite la moyenne sur l'évolution de la mélasse. Les atomes passant au centre de la cavité subissent une impulsion supérieure à  $\pi + 2n\pi$ . Ceux qui se déplacent selon une trajectoire extrême ont une excitation inférieure à  $\pi + 2n\pi$ . La probabilité sur chaque trajectoire étant forcément majorée par 1, la probabilité moyenne est inférieure à 1. La perte de contraste s'explique donc par la réduction plus importante avec le niveau micro-onde, de la probabilité calculée sur ces deux types de trajectoires.

La réduction du contraste agit en réalité comme l'application d'un offset et d'un facteur d'échelle sur la probabilité de transition, pour retrouver des valeurs respectivement maximale et nulle, à résonance et pour un grand désaccord de fréquence. Les encarts des figures 3.1, 3.2 et 3.3 représentent la frange centrale expérimentale, comparée à une loi de la forme  $\alpha(1 + \beta \cos(\pi \frac{\nu_{at} - \nu}{\Delta\nu}))$ . Les différences sont de l'ordre du %. L'expression 3.23 exprimant le déplacement de fréquence reste néanmoins valable. En effet, dans le développement de cette relation, la présence d'un offset n'a aucun effet (équation 3.18). De plus comme le facteur de renormalisation apparaît aussi bien sur la probabilité de transition que sur la pente à mi-hauteur, la constante de proportionnalité  $\alpha\beta$  s'élimine.

#### Simulation de certains déplacements de fréquence

Outre le calcul des franges de résonance, notre modèle numérique permet d'estimer certains déplacements de fréquence. La simulation construit les 3 tableaux  $\delta_a[i]$ ,  $\delta_{vol}[i]$  et  $\delta_r[i]$ , correspondant au déplacement de fréquence instantané  $\omega - \omega_{at}(t)$ , respectivement pendant la première impulsion, durant le vol libre et lors du second passage dans la cavité. La probabilité de transition est alors calculée à l'aide de l'équation 3.24, en utilisant ces tableaux. Il faut cependant remplacer la matrice  $R(0, 0, \delta, t_r[0] - t_a[n_{cav}])$  par le produit  $\prod_{i=0}^{n_{vol}} R(0, 0, \delta[i], t_{vol}[i+1] - t_{vol}[i])$ , où  $n_{vol} = 100$  est le pas d'échantillonnage durant le vol libre.

Pour remonter au déplacement de fréquence, considérons la probabilité de transition déterminée successivement les deux flancs de la frange centrale. Au premier ordre, les probabilités à mi-hauteur sont données par l'équation 3.23 :

$$\begin{cases} P_1 = P(\delta\nu + \Delta_m) = P(\Delta_m) + \delta\nu \frac{\partial P}{\partial \nu}(\Delta_m) \\ P_2 = P(\delta\nu - \Delta_m) = P(-\Delta_m) + \delta\nu \frac{\partial P}{\partial \nu}(-\Delta_m) \end{cases} \quad (3.27)$$

Si la frange n'est pas déformée et reste symétrique,  $P(\Delta_m) \sim P(-\Delta_m)$  et  $\frac{\partial P}{\partial \nu}(\Delta_m) \sim -\frac{\partial P}{\partial \nu}(-\Delta_m)$ . La pente à mi-hauteur peut être calculée à partir de la probabilité  $P_{12} = P(\Delta_m + \delta\nu + \epsilon)$ , où  $\epsilon$  est un petit saut de fréquence supplémentaire.

$$\frac{\partial P}{\partial \nu}(\Delta_m) \sim \frac{P(\Delta_m + \delta\nu + \epsilon) - P(\Delta_m + \delta\nu)}{\epsilon} \quad (3.28)$$

Le déplacement de fréquence s'exprime donc à l'aide de la relation suivante :

$$\delta\nu = \frac{(P_1 - P_2)\epsilon}{2(P_{12} - P_1)} \quad (3.29)$$

Comme pour la simulation des franges de résonance, ce calcul peut être réalisé sur un grand nombre de trajectoires déterminées par tirage aléatoire. Le modèle donne alors le déplacement de fréquence moyenné sur le nuage atomique. L'incertitude statistique sur cette valeur s'obtient, comme dans le dispositif expérimental, par construction de la variance d'Allan des déplacements calculés pour chaque trajectoire. Le nombre d'échantillons est choisi de façon à rendre cette incertitude négligeable, en valeur relative, devant  $10^{-16}$ .

Concrètement, la simulation nous a servi pour l'évaluation de l'effet Zeeman quadratique et du rayonnement du corps noir. Nous avons utilisé la même procédure d' "asservissement" pour examiner l'effet Doppler résiduel. Pour ce déplacement, la perturbation est tout simplement prise en compte en utilisant les données de phase de l'IRCOM, dans les matrices  $AR(b[i], \phi[i], \delta, dt)$ . Il existe un autre effet de phase que l'on pourrait traiter de façon identique. Il s'agit d'un effet d'entraînement de la fréquence d'horloge avec le désaccord de la cavité, dû au déphasage provoqué par l'interférence entre le champ fourni à la cavité par l'alimentation et le champ rayonné par les atomes excités [20, 21]. Cependant, cet effet, proportionnel au nombre d'atomes présents dans la cavité, est relativement réduit dans notre dispositif et ne nécessite pas pour l'instant de pousser si loin les calculs. L'effet d'éventuelles fuites micro-onde, se caractérise également par des perturbations de phase associées à la présence d'un champ parasite non stationnaire en dehors de la cavité d'interrogation. Il semble cependant difficile de prévoir

### 3.3. FRANGES DE RÉSONANCE

---

correctement, même pour une fuite provoquée volontairement, l'amplitude et la phase de ce champ, à l'intérieur de l'horloge. Pour évaluer cet effet, nous avons donc adopté une démarche uniquement expérimentale.

Le modèle numérique a par ailleurs été adapté pour estimer l'effet de bandes latérales d'amplitude dissymétrique dans le spectre micro-onde. Les matrices  $R$  sont calculées en utilisant les quantités (voir les définitions 3.10) :

$$\begin{aligned} b_1[i] &= Ab[i] \left( 1 + (b_{bl1} + b_{bl2}) \cos(\delta(t[i+1] - t[i]) + \phi_{bl}) \right) \\ b_2[i] &= -Ab[i] \left( 1 + (b_{bl1} - b_{bl2}) \sin(\delta(t[i+1] - t[i]) + \phi_{bl}) \right), \end{aligned}$$

où  $b_{bl1}$  et  $b_{bl2}$  sont les amplitudes relatives respectives des bandes latérales et  $\phi_{bl}$  un terme de phase aléatoire. Ce calcul s'applique à des raies parasites non corrélées avec la porteuse et ne suivant pas la modulation de l'asservissement.

La simulation en utilisant la relation 3.29 ne s'applique pas rigoureusement aux effets affectant la symétrie de la frange centrale. Par exemple, un éventuel désaccord de la cavité peut aussi se traduire par une modulation d'amplitude avec la modulation de fréquence, si l'on se trouve sur un flanc de la résonance de la cavité (le paramètre  $A(\delta)$  varie dans ce cas entre deux cycles d'horloge). L'effet produit donc une déformation du second ordre en  $\delta$  de la résonance atomique. Le résultat du calcul numérique dépendra donc du côté de la frange utilisé. Il permettra néanmoins de donner un ordre de grandeur du déplacement de fréquence.

Nous n'avons pas appliqué ce modèle numérique pour les autres déplacements de fréquence. Rappelons en effet qu'il repose sur la résolution de l'équation de Schrödinger, dans le cadre d'un système à deux niveaux d'énergie, représentant les états internes  $|3\rangle$  et  $|4\rangle$ , associés à la transition d'horloge. Le calcul ne s'applique donc pas à l'effet des transitions voisines (déplacement Rabi, de Ramsey et de Majorana), à l'effet de recul dû à l'absorption des photons micro-onde, ni aux effets relativistes.

L'effet des collisions entre atomes froids sera traité différemment. Le déplacement dépendant étroitement de la densité atomique, un modèle simule l'évolution du nuage atomique, et l'interrogation des atomes est prise en compte par la fonction de sensibilité.

Nous discuterons les résultats de ces simulations, ainsi que des mesures sur lesquelles elles reposent, dans le chapitre suivant.

L'utilisation d'un modèle complètement numérique est cependant assez opaque quant à l'interprétation physique des déplacements de fréquence, et notamment de l'influence des symétries de l'interrogation en géométrie de

fontaine atomique. Dans le paragraphe suivant, nous allons introduire la fonction dite de sensibilité, permettant de rendre compte des variations de l'excitation des atomes au cours de l'interaction, à partir de laquelle certains déplacements de fréquence peuvent s'exprimer.

### 3.4 La fonction de sensibilité atomique

La fonction de sensibilité est une fonction de pondération exprimant la réponse des atomes à une perturbation localisée. Elle a été introduite initialement par G. J. Dick, pour expliquer l'effet de repliement du spectre de l'oscillateur local, détériorant la stabilité des horloges à fonctionnement discontinu [24, 27, 28]. La référence [17] lui a donné par la suite un cadre plus théorique, par une étude de l'effet au premier ordre d'une perturbation de phase sur la probabilité de transition. La forme de cette fonction dépend essentiellement du profil d'amplitude du champ d'interrogation. Par conséquent, la fonction de sensibilité est aussi utile pour estimer l'effet de perturbations inhomogènes de la transition atomique et pour donner une interprétation simple de certains déplacements de fréquence.

#### 3.4.1 Définition et propriétés

La fonction de sensibilité  $g(t)$  peut être définie par la relation intégrale suivante :

$$\delta P = \frac{1}{2} \int_{T+2\tau} g(t) \delta\omega(t) dt \quad (3.30)$$

$g(t)$  caractérise l'évolution de la sensibilité des fluctuations de la probabilité de transition liées aux variations de fréquence de l'oscillateur local. La relation 3.12, montre que la probabilité ne dépend que du désaccord  $\delta = \omega_{at} - \omega$  entre la fréquence de transition et celle de l'oscillateur. Du fait de cette symétrie, la fonction de sensibilité convient aussi à l'étude des perturbations de la fréquence atomique dépendant du temps :

$$\delta P = \frac{1}{2} \int_{T+2\tau} g(t) \left( \delta\omega_{at}(t) + \frac{d\phi}{dt}(t) \right) dt \quad (3.31)$$

$g(t)$  peut être déterminée en appliquant un Dirac de fréquence  $\delta\omega(t) = \alpha\delta(t-t')$ , ou, ce qui est équivalent, un échelon de phase  $\delta\phi(t) = \delta\phi_0\mathbf{H}(t-t')$ , à différents instants sur le signal d'interrogation. La définition de la fonction

### 3.4. LA FONCTION DE SENSIBILITÉ ATOMIQUE

---

de sensibilité est donc équivalente à la formulation suivante, plus facile à appliquer aussi bien dans le calcul qu'expérimentalement :

$$g(t) = 2 \lim_{\delta\phi_0 \rightarrow 0} \frac{\delta P(t)}{\delta\phi(t)}, \quad (3.32)$$

La fonction de sensibilité convient bien à la description des déplacements pouvant se mettre sous la forme d'une perturbation de fréquence de la transition atomique  $\delta\omega_{at}(t)$  ou d'une variation de phase  $\frac{d\phi}{dt}(t)$  du champ d'interrogation. Par contre, elle ne rend pas compte des effets liés à la présence de transitions voisines (déplacement de Rabi, de Ramsey ou de Majorana), à des perturbations d'amplitude (fuites micro-onde, modulation d'amplitude due à un désaccord de la cavité), ou à des raies parasites dans le spectre micro-onde. Un traitement perturbatif supplémentaire des niveaux d'énergie devrait cependant pouvoir tenir compte des trois derniers effets.

La définition ne fait aucune hypothèse quant à la forme du profil d'intensité. Elle est donc adaptée à toutes les formes de cavité (cavités  $TE_{011}$  pour les fontaines atomiques, cavités de Ramsey par exemple pour l'horloge spatiale PHARAO, ...). On montre que si le champ micro-onde est pair (resp. impair), la fonction de sensibilité est paire (resp. impaire). Par ailleurs,  $g(t)$  est impaire par rapport au désaccord de fréquence, quel que soit la forme du champ micro-onde. Pour une perturbation indépendante du désaccord micro-onde, le déplacement de fréquence de l'horloge asservie s'exprime donc à l'aide de la fonction de sensibilité, par la relation :

$$\delta\nu = \frac{1}{4\pi T_{eff}} \int_{T+2\tau} \left( g_+(t) - g_-(t) \right) \delta\omega_{at}(t) dt, \quad (3.33)$$

où  $T_{eff}$  joue le rôle de durée effective de l'interrogation de Ramsey. Cet intervalle de temps donne la relation de normalisation de la fonction de sensibilité :

$$T_{eff} = \int_{T+2\tau} g(t) dt \quad (3.34)$$

$g_+(t)$  (resp.  $g_-(t)$ ) est la fonction de sensibilité pour un désaccord positif (resp. négatif). Grâce à sa propriété de symétrie avec le désaccord, on a :

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int_{T+2\tau} g(t) \delta\omega_{at}(t) dt \quad (3.35)$$

en prenant la fonction de sensibilité pour le désaccord positif<sup>2</sup>. Soit, à l'aide de la fonction de sensibilité normalisée  $g_N(t) = g(t)/T_{eff}$  :

$$\delta\nu = \int g_N(t)\delta\nu_{at}(t)dt \quad (3.36)$$

### 3.4.2 Cas d'une interrogation à profils rectangulaires

Pour illustrer le calcul de la fonction de sensibilité, nous nous plaçons, dans un premier temps, dans le cas d'impulsions à profil rectangulaire, d'amplitude différente dans les deux zones d'interaction. L'équation 3.11 donne :

$$g(t) = -\frac{\partial a_3(T + 2\tau, \phi(t))}{\partial \phi} \quad (3.37)$$

La différence de population  $a_3(T + 2\tau, \phi(t))$  s'obtient à partir du produit de 4 matrices  $R(b, \phi, \delta, t)$ , variant suivant l'instant auquel est appliqué le saut de phase. Soit, en prenant l'origine du temps au milieu de l'interrogation, à l'instant d'apogée des atomes :

$$a(T + 2\tau) = \begin{cases} R(b_1, 0, 0, t)R(b_1, \phi, 0, \tau - t)R(0, \phi, \delta, T)R(b_2, \phi, 0, \tau)a(0) & \text{si } t \in [-\tau - \frac{T}{2}; -\frac{T}{2}], \\ R(b_1, 0, 0, \tau)R(0, \phi, \delta, T)R(b_2, \phi, 0, \tau)a(0) & \text{si } t \in [-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}], \\ R(b_1, 0, 0, \tau)R(0, 0, \delta, T)R(b_2, 0, 0, t)R(b_2, \phi, 0, \tau - t)a(0) & \text{si } t \in [\frac{T}{2}; \frac{T}{2} + \tau]. \end{cases} \quad (3.38)$$

On a supposé ici que le désaccord  $\delta$  est négligeable devant les impulsions  $b_i$  dans les deux zones d'interaction  $i = 1, 2$  :

$$R(b_i, \phi, \delta \ll b_i, t) \approx R(b_i, \phi, 0, t)$$

on obtient :

$$g(t) = \begin{cases} \sin(b_1(t + \tau + \frac{T}{2})) \sin(\Delta\Phi) \sin(b_2\tau) & \text{si } t \in [-\tau - \frac{T}{2}; -\frac{T}{2}], \\ \sin(b_1\tau) \sin(\Delta\Phi) \sin(b_2\tau) & \text{si } t \in [-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}], \\ \sin(b_2(\tau + \frac{T}{2} - t)) \sin(\Delta\Phi) \sin(b_1\tau) & \text{si } t \in [\frac{T}{2}; \frac{T}{2} + \tau]. \end{cases} \quad (3.39)$$

---

<sup>2</sup>Dans la suite, nous désignerons par  $g(t)$  la fonction de sensibilité positive durant le vol libre

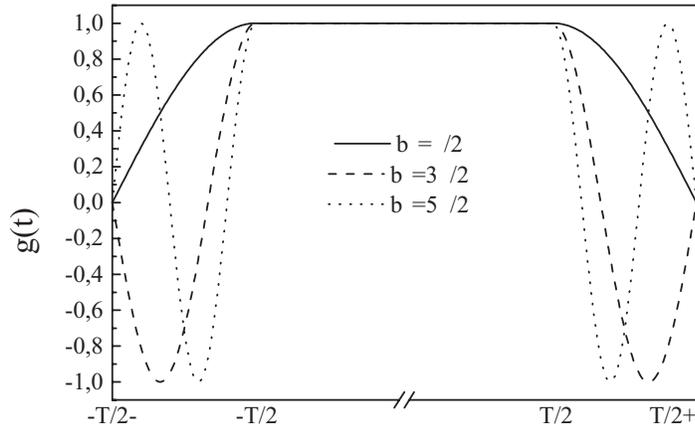


FIG. 3.4 – La fonction de sensibilité atomique à mi-hauteur de la résonance au cours d’une interrogation à profils rectangulaires, pour des impulsions totales  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ .

Soit, pour des impulsions de Ramsey  $b_i\tau = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , à mi-hauteur de la résonance ( $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$ ) :

$$g(t) = \begin{cases} (-1)^n \sin\left((1+2n)\frac{\pi(t+\tau+\frac{T}{2})}{2\tau}\right) & \text{si } t \in [-\tau - \frac{T}{2}; -\frac{T}{2}], \\ 1 & \text{si } t \in [-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}], \\ (-1)^n \sin\left((1+2n)\frac{\pi(\tau+\frac{T}{2}-t)}{2\tau}\right) & \text{si } t \in [\frac{T}{2}; \frac{T}{2} + \tau]. \end{cases} \quad (3.40)$$

La figure 3.4 présente la fonction de sensibilité à mi-hauteur de la frange centrale pour les cas  $b\tau = \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{3\pi}{2}$  et  $\frac{5\pi}{2}$ , quand l’amplitude est identique dans les deux zones. La forme de  $g(t)$  varie donc fortement, lors des deux traversées de la cavité, avec le type d’impulsions utilisées. On s’attend donc à une variation des déplacements de fréquence avec le niveau micro-onde, puisque les perturbations de la fréquence atomique sont différemment démodulées durant les deux excitations. Remarquons cependant que, comme pour la probabilité de transition,  $g(t)$  n’est sensible durant le vol libre, qu’au second ordre en amplitude, au voisinage des impulsions optimales.

### 3.4.3 Cas des fontaines atomiques

Revenons à une géométrie plus proche de la réalité. Dans une fontaine atomique, le profil d’amplitude du champ vu par les atomes, résonant sur le

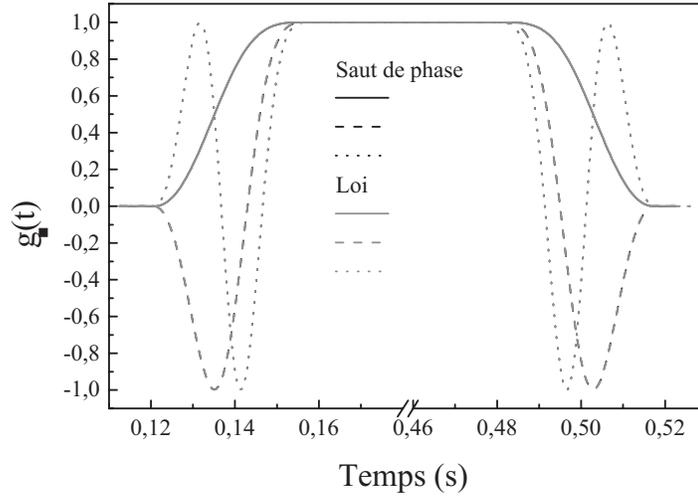


FIG. 3.5 – La fonction de sensibilité à mi-hauteur de la résonance calculée à l'aide des équations 3.41 et 3.32, pour un atome se déplaçant dans l'axe de la cavité d'interrogation, dans la géométrie de la fontaine atomique PHARAO

mode  $TE_{011}$ , est de la forme  $\cos(\frac{2\pi v(t)t}{\lambda_g})$ , où  $\lambda_g$  est la longueur d'onde guidée du champ et  $v(t)$  la vitesse moyenne des atomes (en prenant l'origine au centre de la cavité).

Pour calculer la fonction de sensibilité, nous allons dans un premier temps supposer que le désaccord reste négligeable devant la pulsation de Rabi, pendant la traversée de la cavité micro-onde ( $\delta \ll \theta_i(t)$ ), ce qui n'est pas rigoureusement vrai aux extrémités de la cavité. Pour une interrogation symétrique, la fonction de sensibilité est symétrique et vaut  $g(t) = \sin(\theta(t))$  sur une zone d'interaction à mi-hauteur de la frange [20].  $\theta(t) = \int_0^\tau b(t)dt$  représente l'impulsion acquise lors d'un passage dans la cavité. Si l'interrogation est asymétrique, on a, par analogie avec l'équation 3.39 :

$$g(t) = \begin{cases} \sin(\theta_1(t)) \sin(\theta_2(\tau)) & \text{si } -\tau - \frac{T}{2} < t < -\frac{T}{2}, \\ \sin(\theta_1(\tau)) \sin(\theta_2(\tau)) & \text{si } -\frac{T}{2} < t < +\frac{T}{2}, \\ \sin(\theta_2(t)) \sin(\theta_1(\tau)) & \text{si } +\frac{T}{2} < t < \tau + \frac{T}{2}. \end{cases} \quad (3.41)$$

où  $\theta_1(t)$  et  $\theta_2(t)$  sont définis dans les relations 3.25.

La figure 3.5 présente des exemples de  $g(t)$  simulés dans cette approximation, lorsque les atomes se déplacent dans l'axe de la cavité jusqu'à un apogée de 0,5 m (vitesse de lancement 3,132 m/s) et pour des impulsions totales  $\pi$ ,

### 3.4. LA FONCTION DE SENSIBILITÉ ATOMIQUE

---

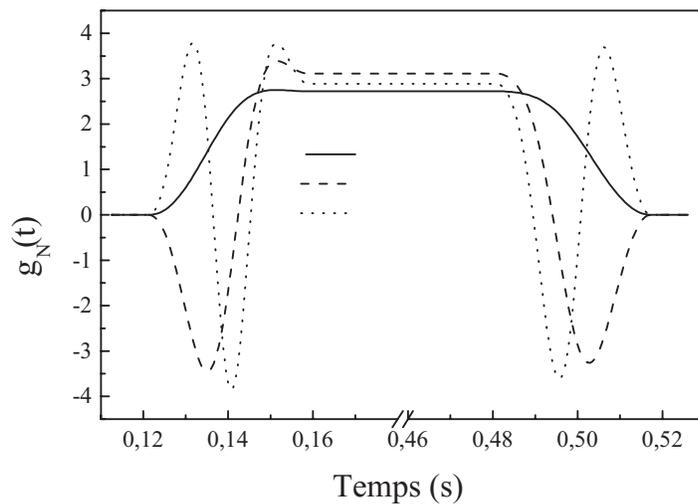


FIG. 3.6 – La fonction de sensibilité normalisée  $g_N(t)$ , calculée pour une trajectoire extrême

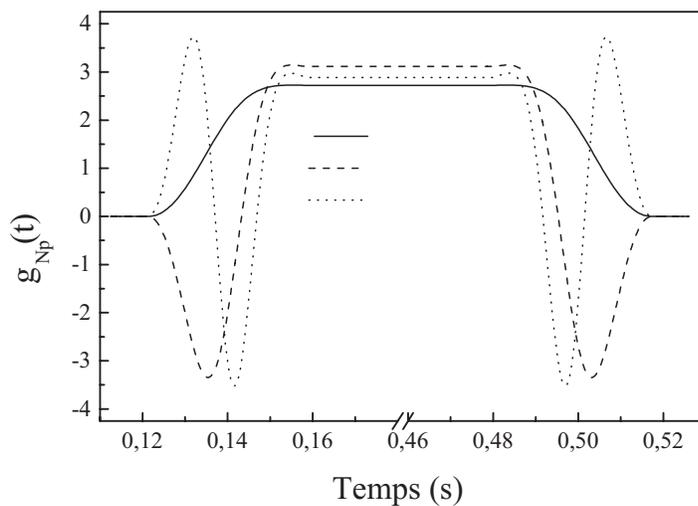


FIG. 3.7 – La partie paire de  $g_N(t)$  calculée pour une trajectoire extrême

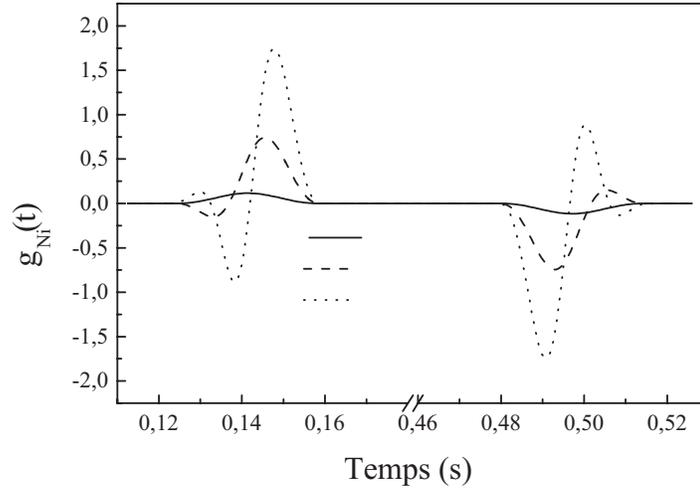


FIG. 3.8 – La partie impaire de  $g_N(t)$  calculée pour une trajectoire extrême

$3\pi$  et  $5\pi$ . Nous avons aussi représenté sur cette figure la fonction  $g(t)$  calculée pour ces mêmes paramètres, en utilisant directement la relation 3.32, c'est à dire en examinant l'écart de la probabilité de transition, en réponse à un saut de phase. Cette seconde méthode prend en compte l'influence du désaccord en fréquence au cours des deux interactions. La différence entre des deux descriptions est de l'ordre du % pour des impulsions  $3\pi$  et  $5\pi$ , et du pour-mille à  $\pi$ . Nous utiliserons donc par la suite l'une ou l'autre méthode de calcul, suivant la résolution désirée.

Le calcul précédent illustre la symétrie de la fonction de sensibilité lorsque la forme de l'excitation est symétrique par rapport à l'apogée des atomes. Ce n'est pas tout à fait le cas dans une horloge à atomes froids. En effet, la taille initiale et la température du nuage étant non nulles, les atomes sont répartis selon certaines distributions de positions et de vitesses. Tous les atomes ne passent donc pas rigoureusement au même endroit au cours des deux traversées de la cavité. Comme le profil transverse d'amplitude est inhomogène, l'excitation n'est pas symétrique. Nous avons tracé sur la figure 3.6 la fonction de sensibilité  $g_N(t)$ , normalisée sur le temps d'interaction effectif, pour les trois niveaux d'amplitude et pour une trajectoire extrême. L'atome part du centre de la zone de capture. Il est lancé avec une vitesse verticale de 3,132 m/s et une vitesse transverse de 9 mm/s. L'amplitude du champ micro-onde est ajustée de façon à maximiser globalement la probabilité de transition, soit, puisque qu'il s'agit de la même cavité et d'une unique trajectoire, telle que  $\theta_1(\tau) + \theta_2(\tau) = \pi + 2n\pi$ . Comme l'atome passe plus près de

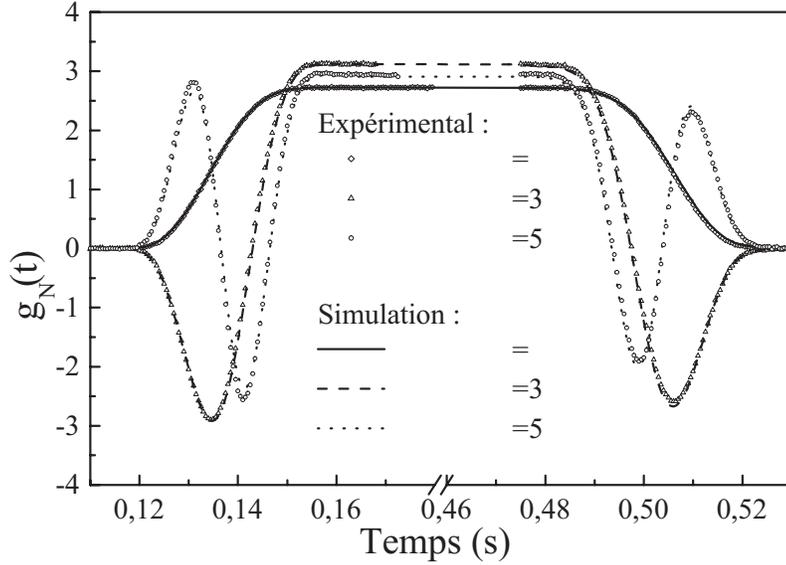


FIG. 3.9 – *Comparaison modèle-expérience de la fonction de sensibilité normalisée moyenne*

l'axe de la cavité à la montée qu'à la descente, l'amplitude vue au cours de la première excitation est supérieure à celle de la seconde.  $g_N(t)$  n'est donc plus symétrique. On peut cependant la décomposer comme la somme d'une partie paire  $g_{Np}(t)$  et d'une partie impaire  $g_{Ni}(t)$  (voir figures 3.7 et 3.8), avec :

$$g_{Np}(t) = \frac{1}{2}(g_N(t) + g_N(-t)) \quad (3.42)$$

$$g_{Ni}(t) = \frac{1}{2}(g_N(t) - g_N(-t)) \quad (3.43)$$

Notons que ces fonctions possèdent par construction la même propriété d'imparité avec le désaccord de la micro-onde que  $g_N(t)$ . Dans le cas de la trajectoire extrême, les dissymétries sont de  $\sim 4\%$  pour une impulsion totale  $\pi$ , et peuvent atteindre plusieurs dizaines de % à  $3\pi$  et  $5\pi$ .

Pour valider le modèle numérique, nous avons tracé sur les figures 3.9, 3.10 et 3.11, la fonction de sensibilité normalisée moyenne  $\overline{g_N}(t)$  ainsi que ses parties paire  $\overline{g_{Np}}(t)$  et impaire  $\overline{g_{Ni}}(t)$ , calculées en prenant en compte les distributions des positions initiales et des vitesses. Les graphes donnent également un ordre de grandeur de l'erreur commise lorsque l'on n'effectue pas de moyenne sur les trajectoires. Elle est du même ordre de grandeur que

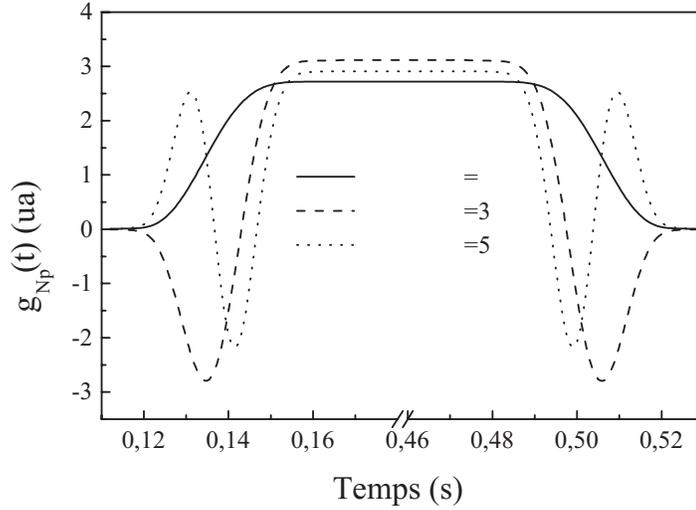


FIG. 3.10 – La partie paire de la fonction de sensibilité normalisée moyenne

dans le cas d'une trajectoire extrême, quelques % à  $\pi$  et plusieurs dizaines de % à  $3\pi$  et  $5\pi$ .

La figure 3.9 montre également la comparaison avec des fonctions de sensibilité expérimentales. Ces mesures ont été réalisées par application directe de la définition 3.32. Dans l'expérience, l'ordinateur de commande fournissait un créneau en tension synchronisé sur le cycle d'horloge, de délai et de durée variable. Le signal, commandant l'entrée de modulation de phase du synthétiseur de la chaîne d'interrogation (c.f. §2.4.1), génère un échelon de phase au cours de l'interrogation. Nous avons ainsi pu, en variant le délai et la durée du saut de phase et en alternant avec un cycle sans perturbation, mesurer la fonction de sensibilité. On trouve un relativement bon accord entre la simulation et l'expérience, limité cependant à  $5\pi$  par la modélisation des distributions de positions et de vitesses initiales.

### Conséquences de la symétrie sur les déplacements de fréquence

Revenons maintenant aux déplacements de fréquence exprimés à l'aide la fonction de sensibilité (relation 3.35). Si nous séparons, comme pour la fonction  $g(t)$ , les perturbations de fréquence atomique ou de l'oscillateur en deux parties paire  $\delta\nu_p(t)$  et impaire  $\delta\nu_i(t)$ , le déplacement de fréquence s'écrit pour une trajectoire unique :

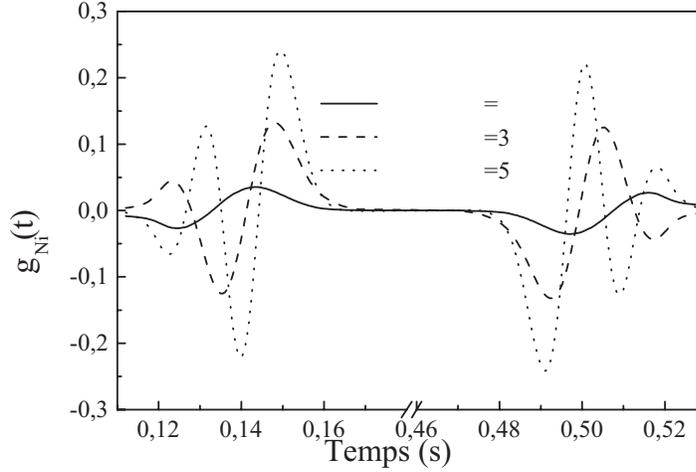


FIG. 3.11 – La partie impaire de la fonction de sensibilité normalisée moyenne

$$\delta\nu = \int g_{Np}(t)\delta\nu_p(t)dt + \int g_{Ni}(t)\delta\nu_i(t)dt \quad (3.44)$$

Cette relation met en évidence que seules les perturbations de même parité que la fonction de sensibilité influencent la fréquence d'horloge.

En toute rigueur, les déplacements de fréquence doivent être évalués en moyennant ces expressions sur toutes les trajectoires atomiques :

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \left\langle \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t)\delta\omega(t)dt \right\rangle, \quad (3.45)$$

avec éventuellement une décomposition en parties paire et impaire s'il existe une relation de symétrie particulière.

C'est par exemple le cas pour le déplacement Zeeman quadratique. En effet, le champ directeur permettant de lever la dégénérescence Zeeman est généré par une série de bobines disposées selon l'axe de l'horloge. Les variations transverses de ce champ magnétique sont donc faibles sur la dimension du nuage atomique. Dans une géométrie de fontaine atomique, la fréquence atomique est donc paire quelle que soit la trajectoire. Les variations de  $g_{Np}(t)$  durant la traversée de la cavité ont cependant une faible influence sur le déplacement de fréquence, car les atomes passent la majeure partie du temps

au dessus de la zone d'interrogation. Le rapport de l'aire de la fonction de sensibilité intégrée sur la durée d'une interaction représente  $\sim 10\%$  de l'aire totale à  $\pi$ . Cette fraction est réduite à  $\sim 4\%$  et  $\sim 7\%$  respectivement à  $3\pi$  et  $5\pi$ .

Nous avons la même propriété de symétrie pour l'effet du rayonnement du corps noir et les effets relativistes. Ces perturbations peuvent cependant, comme on le verra par la suite, être considérées comme constantes sur la durée de l'interrogation. Le déplacement de fréquence sort donc de l'intégrale et de la moyenne sur les trajectoires, dans l'équation 3.45, ce qui permet d'éliminer la dépendance avec la fonction de sensibilité : si la perturbation est constante, le déplacement de la fréquence est bien évidemment indépendant de l'interrogation utilisée.

La fonction de sensibilité facilite également l'interprétation de l'effet Doppler résiduel. La perturbation est proportionnelle au produit  $\vec{v}(t) \cdot \vec{\nabla} \phi(t)$  de la vitesse atomique et du gradient de phase instantanés. Dans une géométrie de fontaine atomique, pour une trajectoire axiale, le gradient de phase est par construction pair, et la vitesse est opposée entre les deux impulsions. L'effet Doppler s'annule donc au premier ordre. Nous verrons dans le paragraphe 4.3.5 que l'effet n'est rejeté que partiellement, à cause des dissymétries du gradient de phase et de la fonction de sensibilité. Ces dissymétries proviennent notamment de l'évolution du nuage atomique.

L'effet d'un champ parasite progressif, dû à d'éventuelles fuites micro-onde, est de la même nature physique que l'effet Doppler résiduel. Bien qu'en toute rigueur, les modifications de la fonction de sensibilité doivent être déterminées par un calcul perturbatif supplémentaire, on comprend intuitivement que la symétrie de l'interrogation permet de réduire la sensibilité à ce type de perturbation. Ajoutons que dans la fontaine PHARAO, cette symétrie est complète sur une trajectoire axiale, puisque la préparation et la détection ont lieu au même endroit.

L'effet des collisions entre atomes froids et d'entraînement par un désaccord de la cavité (perturbation de phase provoqué par l'interférence entre le champ d'alimentation et le champ rayonné par les atomes) ne possèdent pas de propriété de symétrie particulière. En effet, ces déplacements dépendent respectivement de la densité atomique et du nombre d'atomes, grandeurs toutes deux décroissantes au cours de l'interrogation, à cause de l'expansion thermique de la mélasse.

# Chapitre 4

## Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO

### 4.1 Introduction

L'évaluation des performances de la fontaine PHARAO s'est effectuée par mesure différentielle avec un maser à hydrogène, en tirant parti de la stabilité moyen terme de cet oscillateur. La figure 4.1 schématise le dispositif de comparaison d'horloges. Un oscillateur ultra-stable (quartz BVA ou oscillateur cryogénique à résonateur diélectrique en saphir) est verrouillé en phase sur le maser à hydrogène, avec une constante de temps de quelques secondes. La référence est fournie par l'oscillateur sous la forme d'un signal à 100 MHz, également distribué aux autres horloges du laboratoire (FO1, FO2, JPO). La boucle d'asservissement de l'oscillateur local est ajustée de façon à lui conférer la stabilité long terme du maser, sans pour autant dégrader sa stabilité court terme intrinsèque. Lorsque l'oscillateur est un quartz, la stabilité de la comparaison fontaine PHARAO-maser est de  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , limitée sur le long terme par la dérive de  $\sim 10^{-15}$  par jour du maser. L'incertitude d'une mesure de fréquence indépendante est donc limitée à  $\sim 10^{-15}$  par cette dérive. L'analyse des contributions de la fontaine et de l'oscillateur, jouant sur la stabilité court terme, est détaillée dans le paragraphe 4.2. Le paragraphe 4.3 présente l'ensemble des déplacements de fréquence connus, affectant l'exactitude de la fontaine PHARAO. Après avoir rappelé leur origine physique, nous donnerons une estimation de chaque effet et de son incertitude, nous menant à une exactitude relative de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ .

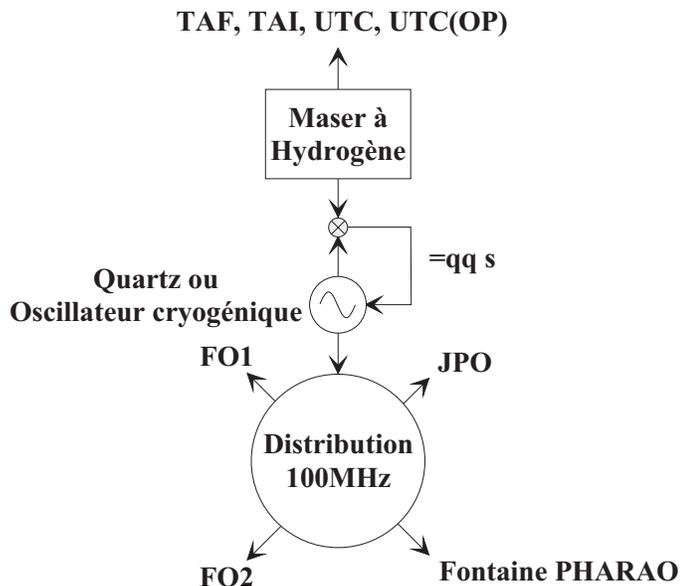


FIG. 4.1 – Dispositif de comparaison des horloges au BNM-SYRTE

## 4.2 La stabilité de fréquence

La boucle d’asservissement de l’horloge est basée sur la mesure de la probabilité de transition successivement de part et d’autre de la résonance atomique, à mi-hauteur.

$$P = \frac{N_4}{N_3 + N_4} \quad (4.1)$$

La stabilité de fréquence, est donc directement reliée aux fluctuations sur ces mesures. Elle est décrite par la variance d’Allan, donnée par la relation (voir §1.1) :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \frac{\sigma_P}{P} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}, \quad (4.2)$$

où  $Q_{at}$  est le facteur de qualité de la transition atomique,  $\tau$  le temps d’intégration et  $T_c$  le temps de cycle de l’horloge. 4 sources de bruit affectent la mesure de la probabilité de transition : le bruit de projection quantique, le bruit de détection, le bruit du laser de sonde et le bruit de l’oscillateur local.

### 4.2.1 Le bruit de projection quantique

Le bruit de projection quantique est intrinsèque au fonctionnement de l'horloge. En effet, après l'interrogation, un atome se trouve dans une superposition cohérente  $|\psi\rangle$  des deux états hyperfins. C'est la probabilité  $P$  de mesurer un des deux états qui fournit le discriminateur de fréquence.

$$|\psi\rangle = a|4\rangle + b|3\rangle \quad (4.3)$$

avec  $aa^* = P$  et  $bb^* = 1 - P$ . La détection d'un atome sur l'état  $|e\rangle$  revient à effectuer la projection sur cet état quantique :

$$P_{|e\rangle} = \langle \mathbf{P}_{|e\rangle} \rangle = \langle \psi | \mathbf{P}_{|e\rangle} | \psi \rangle \quad (4.4)$$

où  $\mathbf{P}_{|e\rangle} = |e\rangle\langle e|$  est l'opérateur de projection sur l'état quantique  $|e\rangle$ . La variance sur la mesure de  $P_{|e\rangle}$  s'écrit :

$$\sigma^2 P_{|e\rangle} = \langle \mathbf{P}_{|e\rangle}^2 \rangle - \langle \mathbf{P}_{|e\rangle} \rangle^2 = \langle \mathbf{P}_{|e\rangle} \rangle - \langle \mathbf{P}_{|e\rangle} \rangle^2 = P(1 - P) \quad (4.5)$$

Pour un ensemble de  $N_{det}$  atomes indépendants, l'écart type des fluctuations relatives s'écrit :

$$\frac{\sigma_P}{P} = \frac{\sqrt{P(1 - P)/N_{det}}}{P} \quad (4.6)$$

La méthode d'interrogation amène donc un bruit d'origine purement quantique<sup>1</sup>, qui est maximal, à mi hauteur de la frange de résonance et vaut  $1/(2\sqrt{N_{det}})$ . Ce bruit constitue la limite ultime de stabilité des fontaines atomiques, si l'on s'affranchit des bruits techniques liés à la détection et à l'oscillateur local. Il a déjà été observé sur la fontaine atomique FO1 [29]. La stabilité de fréquence est donc d'autant meilleure que le nombre d'atomes détectés est grand. Nous verrons cependant que le nombre d'atomes impose une limite à l'exactitude (déplacement de fréquence dû aux collisions entre atomes, voir §4.3.3). Les performances dépendent donc d'un compromis entre stabilité et exactitude.

---

<sup>1</sup>Un autre bruit d'origine quantique est associé à la statistique des photons de fluorescence à la détection. Le nombre de photons par atome détecté vaut  $n_{ph} = \eta_{coll}\gamma \sim 200$ , pour une efficacité de collection  $\eta_{coll} = 2,1\%$  et un taux d'émission spontanée de  $10^4$  photons par atome. Le bruit de photons est donc inférieur d'un facteur 14 et négligeable devant le bruit de projection.

### 4.2.2 Le bruit de détection

A l'issue de l'interrogation, les nombres d'atomes  $N_3$  et  $N_4$  sont déterminés à partir de l'aire des temps de vol enregistrés à la détection. L'acquisition comporte inévitablement des offsets, provenant de l'étage d'amplification, de la lumière parasite et de la fluorescence du jet thermique traversant la zone de détection. Un traitement informatique, intégrant le signal sur la seconde moitié de la fenêtre de détection détermine cet offset. L'aire du temps de vol est ensuite calculée pour chaque voie en intégrant le signal sur la première moitié de la fenêtre, et en retranchant les offsets.

Les fluctuations de probabilité de transition s'expriment en fonction de celles du nombre d'atomes détectés dans chaque voie par la relation :

$$\delta P = \frac{(1 - P)\delta N_4 - P\delta N_3}{N_{det}} \quad (4.7)$$

Le bruit s'annule pour des fluctuations parfaitement corrélées ( $\delta N_4 = -\delta N_3$ ), si la probabilité de transition est de  $1/2$ . La normalisation adoptée pour calculer la probabilité de transition rejette donc les fluctuations du nombre d'atomes capturés et les dérives lentes en fréquence et en intensité du laser de sonde.

Des bruits complètement décorrélés, par contre, s'ajoutent quadratiquement. Pour  $P = 1/2$ , la variance des fluctuations de probabilité est donnée en fonction des variances  $\sigma_{N_3}$  et  $\sigma_{N_4}$  du bruit de détection sur chaque voie par la relation suivante :

$$\frac{\sigma_P}{P} = \sqrt{\frac{\sigma_{N_4}^2 + \sigma_{N_3}^2}{N_{det}^2}}, \quad (4.8)$$

Les bruits décorrélés proviennent des fluctuations de la ligne de base. Nous avons identifié leur origine en effectuant une statistique des signaux de détection en l'absence d'atomes froids. Les différentes contributions par voie, exprimées en nombre d'atomes détectés, sont regroupées dans le tableau 4.1.

Le bruit de l'électronique correspond au bruit d'obscurité du système de détection. La contribution de la lumière parasite est mesurée en désaccordant loin de la résonance atomique les fréquences laser. La lumière parasite de pompe est négligeable ( $I \sim 10\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ) devant celle des faisceaux sonde ( $I = 0,92 \text{ mW}/\text{cm}^2$  au centre de chaque faisceau). Le bruit de photons du jet thermique est prépondérant sur le bruit de détection de notre expérience. Ce jet thermique est inévitablement présent. Il est produit par la différence de pression partielle de césium entre la vapeur à partir de laquelle sont capturés

## 4.2. LA STABILITÉ DE FRÉQUENCE

---

les atomes froids, dans le bas du dispositif, et la pression régnant dans le reste de l'enceinte à vide.

<i>Origine du bruit</i>	$\sigma_{N_4}$	$\sigma_{N_3}$
Electronique d'acquisition	201	215
Lumière parasite des faisceaux sondes	112	94
Fluorescence du jet induite par la sonde	452	412
Fluorescence du jet induite uniquement par la pompe	0	0
Fluorescence du jet supplémentaire ramenée par la pompe	320	0
<i>Somme quadratique</i>	600	475

TAB. 4.1: *Sources de bruit de détection*

Nous avons remarqué qu'une partie d'entre eux provenaient d'atomes transférés en  $F = 4$  au cours de la traversée du faisceau pompe. Le jet se propageant de bas en haut dans le dispositif, ces photons supplémentaires sont détectés uniquement dans la voie de détection des atomes en  $F = 4$  (voir la figure 2.6). Sa réduction se répercute donc directement sur l'efficacité de capture et donc sur le nombre d'atomes froids détectés. L'influence du jet pourrait être réduite en disposant les faisceaux de détection selon un certain angle par rapport à l'axe de l'horloge. Cet angle doit être supérieur à la divergence du jet pour que les atomes chauds ne soient plus résonants avec la transition de détection. Une seconde méthode serait de charger la mélasse à partir d'un jet atomique ralenti par laser. Outre l'augmentation notable du nombre d'atomes capturés, cette technique ne s'oppose pas à la disposition de graphite dans la zone de capture, réduisant la pression de vapeur.

### 4.2.3 Le bruit du laser de détection

Le bruit de fréquence et d'intensité du laser sonde se traduit par une fluctuation de l'émission spontanée  $\gamma(t) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}$ , proportionnelle au nombre d'atomes froids traversant la détection. Elle s'écrit [18], respectivement pour les deux voies :

$$\begin{aligned}\delta N_4 &= N_4 \int_{t_{det}} \delta\gamma(t) f(t) dt \\ \delta N_3 &= N_3 \int_{t_{det}} \delta\gamma(t) f(t - \Delta t) dt\end{aligned}$$

où  $f(t)$  représente la forme des temps de vol et  $\Delta t$  le décalage temporel entre les deux voies. Les fluctuations de probabilité de transition autour de  $P = 1/2$  s'écrivent, à l'aide de la relation 4.7 :

$$\delta P = \frac{1}{4} \int_{t_{det}} \delta\gamma(t) (f(t) - f(t - \Delta t)) dt \quad (4.9)$$

Les bruits du laser sont donc traduits en fluctuations de probabilité par une opération de filtrage de réponse impulsionnelle  $h(t) = \frac{1}{4}(f(t) - f(t - \Delta t))$ , des fluctuations d'émission spontanée. Ils sont donnés, en terme de variance, par :

$$\sigma_P^2 = \int_0^\infty S_{\delta\gamma}(f) |H(f)|^2 df \quad (4.10)$$

où  $H(f)$  est la fonction de transfert du filtre associé à la forme des temps de vol et  $S_{\delta\gamma}(f)$  la densité spectrale des fluctuations d'émission spontanée. Elles sont reliées aux densités spectrales  $S_y(f)$  du bruit de fréquence et  $S_{\delta I/I}$  des fluctuations relatives d'intensité du laser par [20, 21] :

$$S_{\delta\gamma}(f) = \left( \frac{2\omega_{laser}}{\Gamma} \right)^2 S_y(f) + S_{\delta I/I}(f) \quad (4.11)$$

La contribution du bruit du laser de détection se traduit donc par un palier indépendant du nombre d'atomes :

$$\frac{\sigma_P}{P} = \gamma_{laser} \quad (4.12)$$

#### 4.2.4 Le bruit de l'oscillateur d'interrogation

Nous avons vu au chapitre précédent (§3.4) comment se répercutent les fluctuations de fréquence de l'oscillateur d'interrogation sur la probabilité de transition, au cours d'un cycle d'horloge :

$$\delta P_k = \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^{t_k} g(t) \delta \omega(t) dt, \quad (4.13)$$

où  $g(t)$ , dépendant du profil et de l'amplitude de l'excitation micro-onde, traduit la variation de sensibilité à une perturbation de fréquence, au cours du cycle de durée  $T_c = t_k - t_{k-1}$ . Il faut ici considérer que cette fonction est nulle en dehors de l'interrogation, pendant le temps mort nécessaire à la capture, à la sélection et à la détection des atomes.

L'asservissement de la micro-onde sur la transition atomique s'effectue par modulation carrée de fréquence de part et d'autre de la résonance. A chaque cycle, la correction de fréquence appliquée est égale à la précédente, augmentée d'une quantité proportionnelle à la différence entre deux mesures de probabilité successives. La boucle constitue un intégrateur numérique d'équation :

$$\delta \nu_k = \delta \nu_{k-1} + (-1)^k G(P_k - P_{k-1}) \quad (4.14)$$

Elle consiste donc à effectuer un échantillonnage de réponse impulsionnelle  $g(t)$ , à la période  $T_c$ , du bruit de fréquence de l'oscillateur local. Cette opération produit, par repliement de spectre, une conversion vers les basses fréquences, des fluctuations de l'oscillateur situées aux harmoniques de la fréquence d'échantillonnage  $f_c = 1/T_c$ . Cette dégradation a été interprétée pour la première fois par G. J. Dick [24, 27], et porte le nom d'"effet Dick". La référence [15] donne une étude détaillée de la dégradation de stabilité. Elle aboutit, en terme de variance d'Allan, à l'expression suivante, indépendante du nombre d'atomes détectés :

$$\sigma_y(\tau) = \left( \sum_1^{\infty} \frac{g_n^2}{g_0^2} S_y^{LO}(nf_c) \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{\tau}} \propto \gamma_{OI}, \quad (4.15)$$

où

$$g_n = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) e^{i2\pi n f_c t} dt \quad (4.16)$$

sont les coefficients de Fourier de  $g(t)$ , pondérant la conversion vers les basses fréquences de la densité spectrale  $S_y^{LO}$  du bruit de l'oscillateur local, aux fréquences  $(nf_c)$ .

Ce bruit, est inévitablement présent dans les fontaines atomiques, du fait de l'existence d'un temps mort. La seule possibilité pour le réduire est de disposer d'un oscillateur de très bonne qualité. Signalons que cette contribution peut être rendue négligeable dans un dispositif à jet refroidi, où le signal est toujours présent à la détection. Elle peut en effet être annulée au premier ordre si la période de modulation de l'asservissement est choisie égale au double du temps d'interrogation [30].

### 4.2.5 Analyse expérimentale de la stabilité de fréquence

Les sources de bruit présentées ci-dessus étant décorréliées, leur influence se somme quadratiquement. La stabilité de fréquence est donc donnée par :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \left( \frac{1}{N_{det}} + \frac{\sigma_{\delta N_4}^2}{N_{det}^2} + \frac{\sigma_{\delta N_3}^2}{N_{det}^2} + \gamma_{laser}^2 + \gamma_{OI}^2 \right)^{1/2} \quad (4.17)$$

où les 5 termes correspondent respectivement au bruit de projection quantique, au bruit de détection sur les deux voies d'acquisition, au bruit du laser sonde et à celui de l'oscillateur local. Nous avons effectué une mesure de la stabilité de la fontaine PHARAO en fonction du nombre d'atomes détectés. Les dépendances des bruits avec le nombre d'atomes étant différentes, cette étude nous permet de distinguer les contributions. L'amplitude de la micro-onde est ajustée pour des impulsions  $\pi/4$  et produit à résonance un équilibre des populations indépendant des fluctuations de fréquence. Les mesures ne sont donc par affectées par le bruit de l'oscillateur local<sup>2</sup>. La figure 4.2 représente la stabilité absolue  $\nu_0 \sigma_y(\tau = T_c)$  à un cycle de l'horloge en fonction du nombre d'atomes détectés. Pour tracer ce graphe, nous avons effectué des statistiques sur 256 cycles, en variant le temps de capture. La stabilité à un cycle est obtenue par une interpolation en  $\tau^{-1/2}$  des variances d'Allan obtenues.

Pour  $N_{det} < 10^5$  atomes, la stabilité est dominée par le bruit de détection et évolue comme l'inverse du nombre d'atomes détectés (droite en  $N_{det}^{-1}$ ). Au delà de cette valeur, la décroissance est réduite, à cause du bruit du laser sonde et du bruit de projection quantique (droite en  $N_{det}^{-1/2}$ ). La courbe représente l'ajustement aux points expérimentaux de la somme quadratique des trois contributions présentes, en variant le terme de bruit du laser sonde  $\gamma_{laser}$ . Nous en déduisons que le palier de stabilité dû au laser est situé à  $6,5 \cdot 10^{-14}$  (ligne horizontale). Le nombre d'atomes détectés étant limité à  $\sim 10^6$ , nous n'avons cependant pas pu observer cette limite. L'observation d'une

---

<sup>2</sup>Aucune détérioration de stabilité n'a été mesuré pour des impulsions  $3\pi/4$  et  $5\pi/4$  à résonance. Le bruit d'amplitude de la micro-onde est donc négligeable.

## 4.2. LA STABILITÉ DE FRÉQUENCE

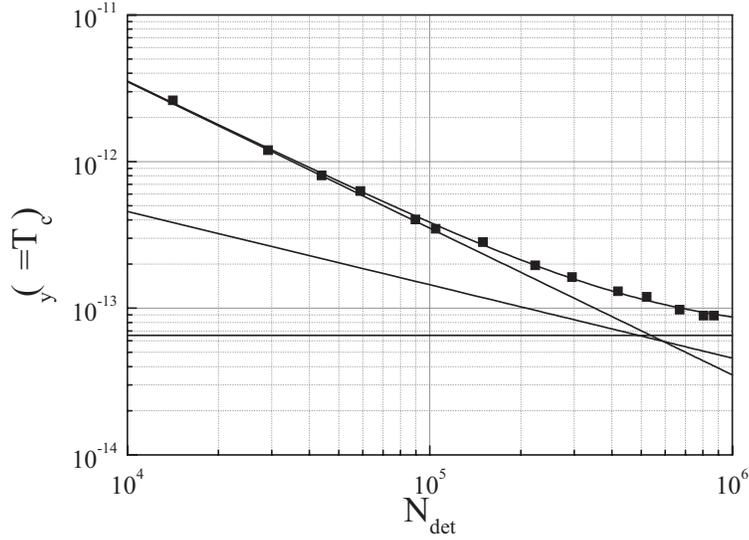


FIG. 4.2 – *Stabilité de fréquence à un cycle, en fonction du nombre d’atomes détectés. Les points correspondent à des mesures en fonctionnant à résonance, avec des impulsions  $\pi/4$  et sont donc indépendants du bruit de l’oscillateur d’interrogation. La courbe représente l’ajustement aux mesures de l’équation 4.17, déterminant l’influence du laser de détection. Les droites représentent respectivement le bruit de détection ( $\propto N_{det}^{-1}$ ), le bruit de projection quantique ( $\propto N_{det}^{-1/2}$ ) et le bruit du laser sonde ( $\propto N_{det}^0$ )*

décroissance en  $1/\sqrt{N_{det}}$  caractéristique du bruit de projection quantique nous est donc inaccessible.

La figure 2.20, page 58, représente la stabilité de l’horloge asservie, obtenue pour un nombre d’atomes détectés de  $4 \cdot 10^5$  ( $T_c=1$  s,  $Q_{at} = 7 \cdot 10^9$ ), qui constitue un bon compromis stabilité-exactitude (voir l’effet de collisions dans le paragraphe suivant). Elle est limitée sur le court terme à  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  par le bruit du quartz utilisé comme oscillateur local. Sa contribution, déduite des mesures précédentes, est de  $1,1 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

Il est possible de limiter cette contribution en utilisant un oscillateur plus stable. Nous disposons au laboratoire d’un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir, développé par l’University of Western Australia, d’une stabilité de  $5,4 \cdot 10^{-16} \tau^{-1/2}$  entre 1 et 4 s [31]. Le fonctionnement de l’horloge à la limite du bruit de projection quantique demande néanmoins une réduction du bruit de détection (essentiellement l’influence du jet) et une amélioration des performances du laser sonde. La stabilité ultime de l’horloge PHARAO,

fonctionnant avec  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés, à la limite du bruit de projection quantique, serait alors de  $7,3 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$ , soit une gain d'un facteur  $\sim 4$  sur le temps de mesure pour obtenir la même résolution.

### 4.3 L'exactitude

L'évaluation de l'exactitude de la fontaine PHARAO a été réalisée en variant indépendamment les paramètres de l'horloge. Les plus importants déplacements de fréquence sont estimés par une mesure directe de la perturbation. Pour les effets d'amplitude inférieure à la résolution de mesure, la stratégie est, autant que possible, d'exagérer le déplacement de fréquence, de manière à le rendre mesurable. L'estimation de l'effet est ensuite extrapolée pour une valeur correspondant au fonctionnement normal de la fontaine. Pour améliorer la résolution et mieux découpler certains effets, nous avons effectué des intégrations différentielles. Cette méthode consiste à asservir séquentiellement l'horloge (sur une durée de l'ordre de 500 cycles), pour différentes valeurs des paramètres. L'optimisation de certains paramètres, comme le niveau micro-onde, est effectuée entre deux séquences. La procédure permet des mesures sur plusieurs jours, rejetant les dérives lentes du dispositif. La figure 4.3 donne un exemple de variance obtenue par mesure différentielle. Le maser présentait durant cette période une dérive exceptionnelle de  $\sim 5 \cdot 10^{-15}$  par jour.

L'estimation de l'ensemble des déplacements de fréquence, que nous allons détailler dans ce paragraphe, nous mène à une exactitude de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ . Nous présentons également au paragraphe 4.3.13 des comparaisons de fréquence avec les autres fontaines du laboratoire confortant ce bilan d'exactitude.

#### 4.3.1 L'effet Zeeman quadratique

La structure Zeeman des deux niveaux de la transition d'horloge impose l'application d'un champ magnétique statique  $B_C$  colinéaire au champ micro-onde. Ce champ, de l'ordre de 86,4 nT, permet de lever la dégénérescence des sous niveaux Zeeman et d'interroger sélectivement la transition entre les niveaux  $m_F = 0$ , dont le déplacement de fréquence ne varie que quadratiquement avec le champ magnétique statique.

$$\delta\nu_{Zeeman} = 4,2745 \cdot 10^{10} \int g_N(t) B_C(t)^2 dt \quad (4.18)$$

où  $B_C(t)$ , le champ statique rencontré par les atomes à l'instant  $t$ , est exprimé en tesla.  $g_N(t)$  est la fonction de sensibilité normalisée. Cette formu-

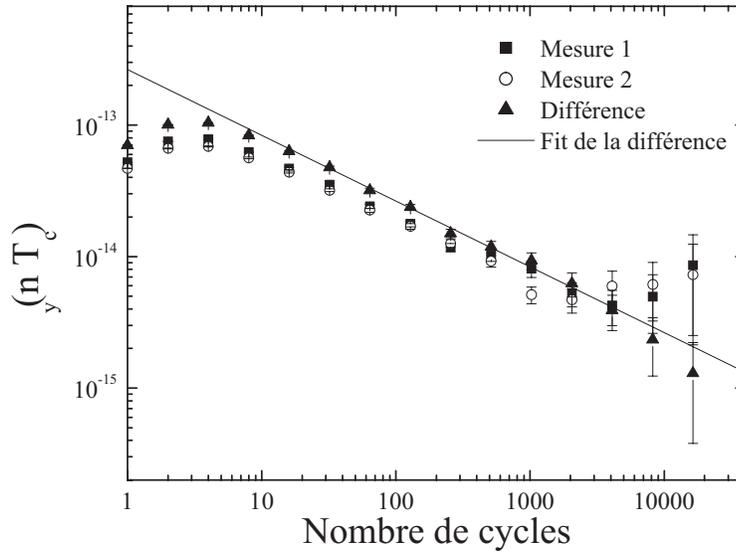


FIG. 4.3 – Exemple de variance obtenue par intégrations différentielles. La figure présente la variance des corrections de fréquence de deux mesures issues d'une quadruple intégration différentielle ayant duré 4 jours. Leur remontée est due à la dérive du maser à hydrogène, à cette période de  $\sim 5 \cdot 10^{-15}$  par jour. Le déplacement de fréquence entre les deux configurations (il s'agissait d'une mesure de collisions) est obtenu en moyennant la différence des corrections de fréquence. La méthode différentielle, alternant les paramètres tous les 500 cycles, rejette la dérive du maser. L'incertitude sur le déplacement de fréquence est donnée par la variance des différences, descendant toujours en  $\tau^{-1/2}$ .

lation tient compte des inhomogénéités du champ magnétique. Si le champ est connu et constant avec une incertitude  $\Delta_{B_C}$ , l'incertitude sur le déplacement Zeeman est majorée par la relation :

$$\Delta_{Zeeman} = 8,5 \cdot 10^{10} B_C \Delta_{B_C} \quad (4.19)$$

Cette incertitude est faible, puisqu'il est possible de déterminer  $B_C$  avec précision, en enregistrant une frange de la transition  $\pi m_F = 1$ , à dépendance linéaire avec le champ. Son homogénéisation est optimisée en ajustant les courants appliqués dans la bobine principale  $B_0$  et dans les deux bobines de compensation HB et HH, entourant la zone d'interrogation (voir §2.2.2). La forme de la résonance de Ramsey dépend de la concordance entre le champ magnétique rencontré par les atomes lors de leur passage dans la cavité et durant le vol libre, la première valeur déterminant la position en fréquence de l'enveloppe Rabi. Le critère de réglage est donc d'obtenir des résonances de Ramsey les plus symétriques possibles quelque soit la vitesse de lancement des atomes.

En pratique, il reste des inhomogénéités. Nous avons aussi constaté des fluctuations lentes du champ magnétique, faisant varier le déplacement Zeeman. La figure 4.4 présente une mesure de ces fluctuations sur une période d'environ une journée (début de la mesure vers 12h). Elle résulte de l'asservissement de la fréquence d'horloge sur une frange  $m_F=1$ , pour une vitesse de 3,132 m/s. La fréquence Zeeman mesurée représente donc le champ moyen vu par les atomes :

$$\delta\nu_{m_F=1} = 7,05 \cdot 10^9 \int g_N(t) B_C(t) dt \quad (4.20)$$

La figure montre des fluctuations pic à pic de 4 Hz (0,56 nT), autour d'un champ moyen de 610 Hz (87,14 nT). Ces valeurs correspondent, si l'on néglige les inhomogénéités, à un déplacement quadratique relatif de  $3,519 \cdot 10^{-14}$ , avec des fluctuations de  $4,5 \cdot 10^{-16}$ . Le bruit de mesure est dû aux perturbations magnétiques extérieures, provenant essentiellement du métro. Le graphe présente clairement l'arrêt du trafic à la station Denfert Rochereau entre 1 h et 5 h du matin. Nous n'avons pas pu, pour l'instant, déterminer clairement l'origine de ces variations lentes. Nous avons effectué une série de mesures pour contrôler en même temps le courant appliqué dans les bobines de compensation du champ magnétique. Le problème ne semble cependant pas provenir d'oscillations des alimentations en courant. De même, des mesures de températures en différents endroits du dispositif n'ont pas montré de corrélation avec les fluctuations du champ magnétique. La lenteur

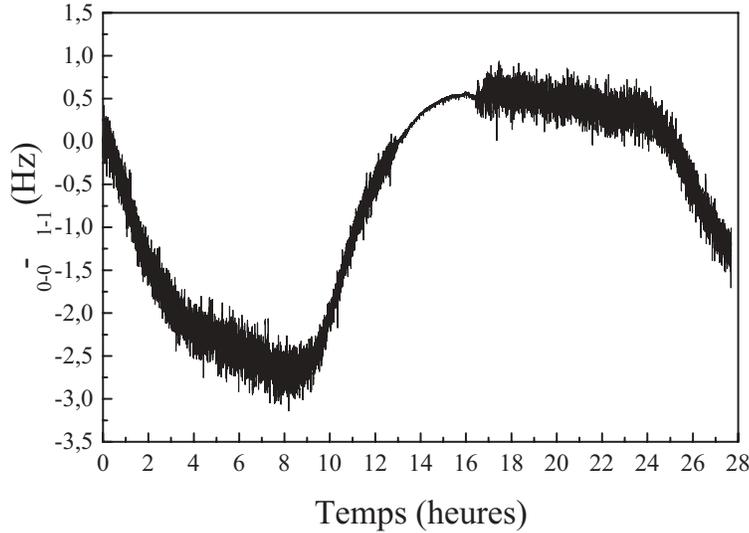


FIG. 4.4 – Variations de la fréquence Zeeman mesurées par asservissement sur la transition  $\pi$   $m_F = 1$ . La mesure a débuté vers 12 h

des variations semble cependant indiquer une origine thermique. Il pourrait s'agir de courants thermoélectriques parasites produits par des variations différentielles de température entre le tube horloge et l'extérieur du dispositif.

Ces variations imposent une correction en temps réel du déplacement Zeeman, et doivent de plus tenir compte des inhomogénéités. Nous avons élaboré une procédure informatique, incluse dans le programme de contrôle de l'horloge, effectuant automatiquement la mesure des inhomogénéités. L'opération se déroule en deux étapes. La première donne une mesure locale du champ dans la cavité d'interrogation. Elle consiste à interroger les atomes par de courtes impulsions micro-onde, d'une durée de  $\sim 7$  ms, et de délais variables. L'asservissement de l'horloge sur la résonance de Rabi  $m_F = 1$  correspondante, donne une valeur du champ sur l'intervalle exploré par les atomes pendant l'interaction. La seconde étape effectue une interrogation de Ramsey pour différentes vitesses de lancement. La mesure de la frange centrale dépendant linéairement du champ en donne une valeur moyenne. En augmentant progressivement l'apogée de la sortie de la cavité à la hauteur habituelle de 0,5 m, il est possible, après déconvolution, de déterminer les variations du champ au dessus de la cavité. La vitesse de lancement étant variée, il est nécessaire que la procédure adapte à chaque pas toute la synchronisation de l'horloge (délai d'acquisition et d'allumage des faisceaux de détection), et

de changer le gain de la boucle d'asservissement. Il faut de plus, comme la durée de l'interrogation varie, optimiser le niveau micro-onde. Le programme commande donc, après chaque changement de mode d'interrogation, la remise en route de la préparation (calcul de la synchronisation de l'impulsion micro-onde et du faisceau pousseur). Il effectue la recherche du niveau micro-onde optimal par une procédure identique à celle utilisée dans les simulations (voir §3.3.2), sur la transition d'horloge non perturbée. La durée de chaque asservissement est d'une vingtaine de cycles, dont les 10 premiers, servant uniquement à atteindre le régime stationnaire, n'entrent pas dans la mesure. Chaque mesure, donne donc une valeur moyennée sur 10 cycles de la fréquence Zeeman, avec une résolution de 0,1 Hz (14,3 pT). La durée totale de la mesure est d'environ 20 mn. Si le niveau micro-onde n'est pas optimisé à chaque fois, le temps de mesure d'une carte de champ magnétique est réduit à  $\sim 5$  mn. La dérive maximale du champ magnétique, est de 1 Hz par heure, d'après la figure 4.4. La mesure d'une carte de champ magnétique est donc fiable à mieux que 0,13 Hz (18,6 pT).

Nous présentons sur la figure 4.5, un exemple de ce type de mesure. Les mesures locales obtenues par interrogation de Rabi sont représentés par les traits horizontaux, en fonction de la position. Les points noirs sont les mesures du champ moyen déterminées par interrogation de Ramsey, et tracés en fonction de l'apogée des atomes. La frange  $m_F = 1$  correspondant au dernier point, à l'apogée 0,5 m, est représenté sur la figure 4.7. La fréquence centrale de cette résonance, est compatible avec la carte de champ magnétique, enregistrée immédiatement avant, ce qui valide son fonctionnement.

L'impact de ces inhomogénéités a été étudié à l'aide du modèle numérique présenté au chapitre 3. Nous avons dans un premier temps déconvolué les données, pour remonter effectivement aux variations spatiales du champ magnétique. Le calcul a été réalisé à l'aide de la fonction de sensibilité normalisée, calculée sur une trajectoire axiale à la cavité, pour chaque vitesse de lancement. La simulation fonctionne de manière itérative en variant l'apogée des atomes. La première mesure en interrogation de Ramsey nous donne la fréquence moyenne :

$$\delta\nu_{mesure} \propto 2 \left( \int_0^{Sortie\ cav} g(t)B_C(z(t))dt + \int_{Sortie\ cav}^{apog_0} g(t)B_C(z(t))dt \right),$$

où le facteur 2 tient compte de la symétrie du champ magnétique sur la trajectoire atomique. Il est donc possible de déterminer l'inconnue  $B_C(z(t))$  du champ local entre la sortie de la cavité et le premier apogée  $apog_0$ , à partir du calcul de  $g(t)$  et des mesures du champ dans la cavité. Pour les itérations

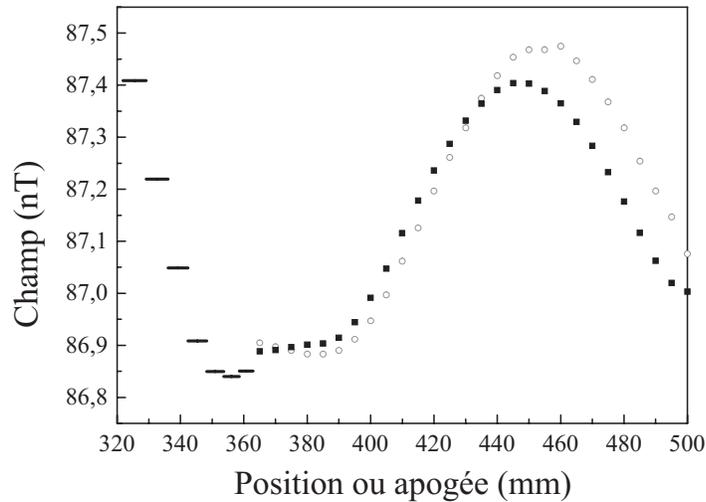


FIG. 4.5 – Mesure du champ magnétique statique en fonction de la position des atomes dans la cavité ou de leur apogée. La mesure locale du champ dans la cavité (traits noirs) est effectuée en appliquant de courtes impulsions de Rabi, de délai variable. La résolution spatiale correspond à l'intervalle exploré par les atomes durant l'impulsion. Les points noirs donnent une valeur du champ moyen, mesurés par interrogation de Ramsey, pour différentes vitesses de lancement. La déconvolution de ces données est présentée sur la figure 4.6. Les points gris donnent pour comparaison la fréquence centrale de franges calculés avec le résultat de déconvolution.

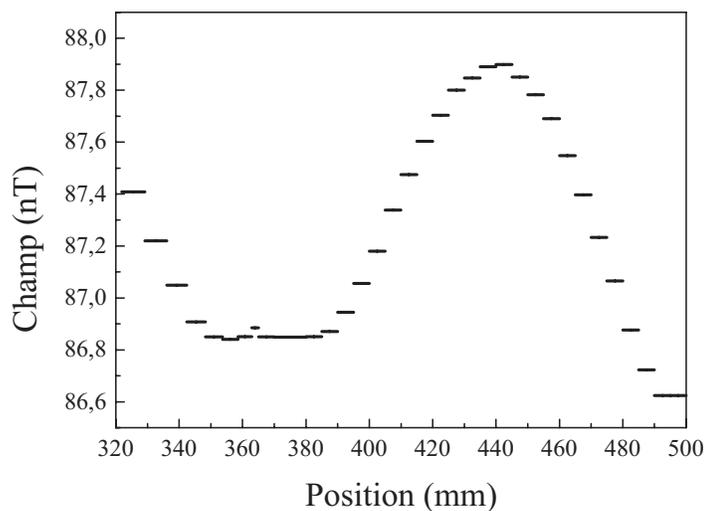


FIG. 4.6 – Carte du champ magnétique provenant de la déconvolution des mesures de la figure 4.5

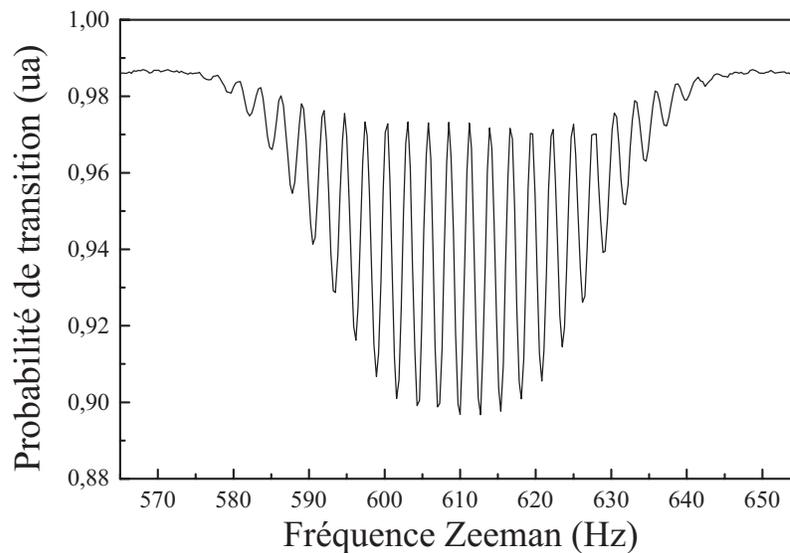


FIG. 4.7 – Frange de résonance dépendant linéairement du champ, pour un apogée des atomes de 0,5 m. La mesure du champ moyen à cette vitesse de lancement, de 609,9 Hz (87,00 nT), correspond bien à la frange de plus grand contraste.

suivantes, la simulation adapte la fonction de sensibilité, et les bornes des deux intégrales précédentes ( $\delta\nu_{mesure} \propto \int_0^{apog_{i-1}}(\dots)dt + \int_{apog_{i-1}}^{apog_i}(\dots)dt$ ). Elle donne la valeur du champ entre  $apog_{i-1}$  et  $apog_i$ . Le résultat de la déconvolution, tracé sur la figure 4.6, montre que les inhomogénéités sont inférieures à 1,5 nT.

Pour vérifier la validité du calcul, nous avons simulé<sup>3</sup> des franges de Ramsey  $m_F = 1$  perturbées par le résultat de la déconvolution, dans le cas d'une trajectoire axiale. Ces résultats sont tracés sur la figure 4.5. Les différences avec les mesures de champ moyen sont inférieures à 0,15 nT. Elles peuvent provenir du sous échantillonnage spatial des mesures et du fait que la déconvolution ne tient pas compte de la forme du nuage.

Nous avons calculé par deux méthodes numériques l'effet Zeeman quadratique à partir de la carte de champ déconvoluée. La première fonctionne sur la base d'un "asservissement", comme présenté dans la paragraphe §3.3.2 (voir aussi la note 3). La seconde méthode est l'application de l'équation 4.18, à l'aide de la fonction de sensibilité. Les deux calculs donnent un déplacement relatif de  $3,536 \cdot 10^{-14}$ , compatible à  $7 \cdot 10^{-17}$  près. L'incertitude la plus importante de ces estimations provient de celle du champ déconvolué. La différence entre les champs moyens mesurés et calculés (figure 4.5) nous en donne une majoration de  $\Delta_{B_C} < 0,15$  nT sur toute la zone d'interrogation. Nous obtenons donc une incertitude du déplacement Zeeman quadratique de  $1,7 \cdot 10^{-16}$ .

L'automatisation de l'évaluation précédente de l'effet Zeeman quadratique, effectuée en temps réel, en cours de fonctionnement de l'horloge est en principe possible. En pratique cette opération entraînerait une réduction importante du temps de fonctionnement normal de l'horloge ( $\sim 5$  mn par mesure des inhomogénéités). Cependant, l'estimation de l'effet Zeeman quadratique directement calculée à partir de la mesure du champ moyen à l'apogée de fonctionnement donne un déplacement relatif de  $3,519 \cdot 10^{-14}$ , soit un écart de  $1,6 \cdot 10^{-16}$  avec la prise en compte des inhomogénéités. Une mesure de la fréquence Zeeman nous suffit donc pour évaluer le déplacement de fréquence à  $2,4 \cdot 10^{-16}$ , valeur provenant de la somme quadratique entre l'écart précédent et l'incertitude du modèle. Cette mesure est actuellement effectuée tous les 512 cycles d'horloge et ne demande qu'une vingtaine de secondes. Elle a donc un effet négligeable sur la stabilité de l'horloge. La procédure nous permet de connaître et de corriger en cours d'intégration l'effet Zeeman quadratique, à  $2,4 \cdot 10^{-16}$ , malgré les fluctuations actuelles du champ magnétique.

---

<sup>3</sup>Le calcul s'effectue en fait dans le cas du système à deux niveaux de la transition  $\pi$   $m_F = 1$ , décalée de la fréquence Zeeman. La probabilité perturbée est déterminée par le produit des matrices  $R(b, \phi = 0, \delta(t), \Delta t)$  (voir §3.3.2), où le désaccord de fréquence  $\delta(t) = \omega_{at}(t) - \omega$ , tient compte de la perturbation  $\omega_{at}(t) \propto (B_C(z(t)) - \bar{B}_C)$ .

### 4.3.2 L'effet du rayonnement du corps noir

La présence d'un champ électrique statique dans la zone d'interrogation peut produire un déplacement Stark des niveaux d'énergie de la transition d'horloge. Il met en jeu une interaction du second ordre entre le moment dipolaire des atomes et le champ électrique. Cet effet occasionne un déplacement Stark différentiel de la fréquence d'horloge [32], qui s'écrit sous la forme :

$$\delta\nu = k_E E^2 \quad (4.21)$$

où  $k_E = -2,271(4)10^{-10}$  Hz/(V/m)<sup>2</sup>. Cette valeur provient d'une détermination expérimentale présentée dans la référence [18] et réalisée dans la fontaine FO1.

En pratique, l'environnement électrostatique des atomes dans les fontaines est bien contrôlé. Les différents éléments constituant le tube horloge sont reliés électriquement et sont donc équipotentiels.

Cependant, les atomes voient le rayonnement thermique de l'enceinte à vide. La densité volumique d'énergie électromagnétique de ce rayonnement, est proportionnelle à la moyenne quadratique du champ électrique.

$$w(T) = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle \quad (4.22)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide. Dans le cas d'un rayonnement de corps noir, cette énergie peut aussi être décrite par la loi de Stephan.

$$w(T) = K_{st} T^4 \quad (4.23)$$

où  $K_{st} = 7,57010^{-16}$  J.m<sup>-3</sup>K<sup>-4</sup> est la constante de Stephan et T la température du corps noir exprimée en kelvin. Ces deux équations mettent en évidence la relation entre le champ électrique moyen et la température du rayonnement thermique environnant les atomes.

Le déplacement relatif de la fréquence d'horloge associé à cet effet s'écrit :

$$\delta\nu_{Stark} = K_E \left( \frac{T}{300} \right)^4 \left( 1 + \epsilon T^2 \right) \quad (4.24)$$

Le développement théorique de cette expression est présenté en détail dans la référence [18]. La détermination expérimentale des constantes  $K_E = 1,573(3)10^{-4}$  Hz et  $\epsilon = 1,4 \cdot 10^{-2}$ , s'appuie sur une mesure de l'effet Stark

provoqué par un champ électrique statique allant jusqu'à 3kV/cm que subissent les atomes durant leur vol libre. Cette expérience a été réalisée dans la fontaine FO1. Le champ statique était généré par deux plaques de cuivre distantes de 1 cm situées au dessus de la cavité d'interrogation. Une étude expérimentale est en cours sur la fontaine FO1, pour vérifier directement cette loi en présence d'un corps noir placé au dessus de la cavité d'interaction [33]. On estime cependant que cette expression est exacte à quelques pour mille. Elle permet donc d'estimer l'effet d'un rayonnement de corps noir à 300 K à mieux que  $10^{-16}$ , si l'incertitude sur la température est inférieure à 0,5 K.

L'évaluation du déplacement dû au rayonnement thermique de l'enceinte à vide de la fontaine PHARAO est effectuée à partir de la mesure de la température du tube horloge. Cette température est imposée par l'accord de la résonance de la cavité d'interrogation sur la transition atomique. Les deux cavités testées (voir §4.3.5) dans la fontaine atomique PHARAO étaient accordées à 20 et 34°C. Ce qui correspond respectivement à des déplacements relatifs de fréquence de  $1,58 \cdot 10^{-14}$  et  $1,91 \cdot 10^{-14}$ . Ces estimations supposent l'homogénéité de la température sur toute la zone d'interaction. L'hypothèse est bien vérifiée en pratique, puisque la région de vol libre est entourée, dans l'enceinte à vide, d'un cylindre en cuivre, en contact thermique avec la cavité. La difficulté de cette évaluation réside dans la détermination absolue de la température. Les sondes thermiques de contrôle sont placées à l'extérieur de l'enceinte afin d'éviter justement tout rayonnement électromagnétique parasite. La calibration des thermistances doit prendre en compte les résistances parasites du câblage et de l'électronique de mesure. Aussi, bien que les performances des sondes PT100 soient de 0,1 °C en absolu, nous estimons prudemment une incertitude de 1°C. L'incertitude relative sur l'effet du rayonnement du corps noir est donc inférieure à  $2,5 \cdot 10^{-16}$  pour les deux configurations de cavité.

La barre d'erreur pourrait être dans la gamme des  $10^{-17}$ , si la température était déterminée in situ, à partir de la fréquence de résonance de la cavité. La méthode demande une calibration absolue de la température correspondante à 0,1 °C. A ce niveau d'exactitude, il faudra cependant tenir compte des inhomogénéités de température. En effet, la présence des trous permettant le passage des atomes et le pompage de l'enceinte à vide, brise en partie l'équilibre thermodynamique.

#### 4.3.3 L'effet des collisions entre atomes froids

Dans un nuage d'atomes froids, l'interaction entre atomes est dominée par une interaction à longue distance du type Van der Waals. A une température

de l'ordre de  $1 \mu\text{ K}$ , la longueur d'onde de De Broglie des atomes est grande devant la portée du potentiel d'interaction. Les collisions entre atomes froids doivent donc être décrites de manière purement quantique.

De nombreuses études ont été menées sur le sujet, notamment depuis l'obtention de condensats de Bose-Einstein sur certains alcalins. En particulier, ces processus sont à l'origine des difficultés rencontrées dans la condensation du césium [34, 35]. Dans les fontaines à césium, les interactions entre atomes froids entraînent une forte dépendance de la fréquence d'horloge avec la densité atomique, 50 fois plus grande que dans les fontaines à rubidium [36, 37, 38, 39]. Nous ne détaillerons pas ici les modèles décrivant ces interactions. La thèse d'Yvan Sortais [21] donne une synthèse détaillée des développements théoriques actuels.

Dans les fontaines, du fait de la densité atomique relativement faible, le processus est limité à des collisions élastiques à deux corps. Une collection d'atomes situés dans le même niveau d'énergie, provoque sur chacun d'entre eux une perturbation proportionnelle à la densité du nuage  $n$ .

$$\delta E = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a n \quad (4.25)$$

Dans cette relation,  $m$  est la masse de l'atome et  $a$  une distance caractéristique, dite longueur de diffusion, dépendant de la forme du potentiel d'interaction et du niveau d'énergie de l'atome considéré. Dans une fontaine, l'asservissement de la micro-onde mène à une égalité des populations de la transition d'horloge. La perturbation étant différente selon le niveau d'énergie, il apparaît un déplacement de fréquence. On montre dans le cas général, à partir de l'équation de Boltzmann quantique [40], que ce déplacement s'exprime par :

$$\delta\nu = -\frac{2\hbar}{m} \sum_j n_j (1 + \delta_{ej})(1 + \delta_{fj})(a_{fj} - a_{ej}) \quad (4.26)$$

Dans cette expression, l'indice  $j$  permet de prendre en compte les populations des sous niveaux Zeeman  $|F, m_F\rangle$  en l'absence de sélection, de densité partielle  $n_j$ .  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  représentent les états  $|3, 0\rangle$  et  $|4, 0\rangle$  de la transition d'horloge. En présence de sélection, la relation devient :

$$\delta\nu = -\frac{4\hbar}{m} \left( n_e(a_{fe} - a_{ee}) + n_f(a_{ff} - a_{ef}) \right) \quad (4.27)$$

Les relations précédentes supposent que la densité atomique reste uniforme et constante durant l'interrogation. Cette hypothèse n'est en pratique

pas vérifiée dans une fontaine atomique. En effet, les atomes sont initialement répartis selon une certaine distribution de positions dépendant de la méthode de capture. D'autre part, comme la température est non nulle, les atomes sont animés, dans le référentiel du nuage en mouvement, d'une vitesse résiduelle. La densité atomique  $n(\vec{r}, t)$  évolue donc géométriquement comme la convolution des distributions des positions et des vitesses, soit selon la distribution de trajectoires  $p(\mathcal{T})$ . Par ailleurs, l'interrogation micro-onde opère un transfert de population entre les deux niveaux de la transition d'horloge. Les densités partielles doivent donc être pondérées par la probabilité de transition  $P(\vec{r}, t)$ <sup>4</sup>. Enfin, pour tenir compte de la variation de sensibilité des atomes à la perturbation, il faut rajouter une pondération des densités partielles par la fonction  $g_N(\vec{r}, t)$ . On définit donc les densités effectives partielles :

$$\bar{n}_e = \langle p(\mathcal{T}) \int P(\vec{r}, t) g_N(\vec{r}, t) n(\vec{r}, t) dt \rangle_{\mathcal{T}} \quad (4.28)$$

$$\bar{n}_f = \langle p(\mathcal{T}) \int (1 - P(\vec{r}, t)) g_N(\vec{r}, t) n(\vec{r}, t) dt \rangle_{\mathcal{T}} \quad (4.29)$$

Le déplacement dû aux collisions est donné, en fonction de la densité moyenne effective, par :

$$\delta\nu_{Coll} = \mathcal{K}_{Coll} \bar{n} \quad (4.30)$$

avec  $\bar{n} = \bar{n}_f + \bar{n}_e$  et

$$\mathcal{K}_{Coll} = -\frac{4\hbar}{m} \left( \frac{\bar{n}_e}{\bar{n}} (a_{fe} - a_{ee}) + \frac{\bar{n}_f}{\bar{n}} (a_{ff} - a_{ef}) \right)$$

Le coefficient de proportionnalité  $\mathcal{K}_{Coll}$  n'est pas connu actuellement avec exactitude. La valeur des longueurs de diffusion dont elle dépend est en désaccord selon certains auteurs. La formulation précédente néglige la dépendance des longueurs de diffusion avec l'énergie de collision, proportionnelle à la vitesse quadratique relative moyenne entre les atomes [37]. Les densités effectives partielles varient en outre avec la géométrie de l'horloge et la méthode de capture des atomes et sont délicates à déterminer avec une exactitude supérieure à 50 % [21].

---

<sup>4</sup>La probabilité passe de 0 à 1/2 (1 à 1/2) pour l'état  $|F = 4\rangle$  ( $|F = 3\rangle$ ) lors de la première impulsion micro-onde, et reste égale à 1/2 pour les deux états, aux cours du vol libre et de la seconde impulsion

Nous pouvons cependant supposer que si la distribution des trajectoires atomiques ne dépend pas du nombre d'atomes, la densité atomique est proportionnelle au nombre d'atomes détectés. Le déplacement de fréquence s'exprime donc en fonction du nombre  $N_{det}$  d'atomes détectés par :

$$\left(\frac{\delta\nu}{\nu_0}\right)_{Coll} = k_{Coll}N_{det} \quad (4.31)$$

où la constante de proportionnalité  $k_{Coll}$  doit être calibrée pour chaque configuration d'horloge (méthode de capture, géométrie du dispositif, vitesse de lancement).

Nous discuterons dans la suite de ce paragraphe du problème de la modélisation du nuage atomique. Nous présentons ensuite la détermination expérimentale de  $k_{Coll}$ , sur laquelle nous nous basons pour estimer l'effet des collisions dans la fontaine PHARAO. Nous verrons l'avantage de charger les atomes dans une mélasse optique plutôt que dans un piège magnéto-optique, pour lequel la densité est plus grande, pour un même nombre d'atomes détectés, ce qui se traduit par un coefficient  $k_{Coll}$  plus important.

### Estimation de la géométrie du nuage atomique

Dans la fontaine PHARAO, les atomes sont chargés dans une mélasse optique. La capture s'effectue à l'intersection de six faisceaux laser de "waist" 16 mm (à  $1/e^2$ ) en configuration  $lin \perp lin$ . La distribution des positions initiales attendue est donc une gaussienne de taille identique ( $\sim 4$  mm à  $1/\sqrt{e}$ ). Après être lancés, les atomes sont refroidis par l'augmentation du désaccord en fréquence et la réduction de l'intensité des faisceaux ( $T \propto I/\delta$  [13]). Un refroidissement ultime, réalisé par la coupure adiabatique de la lumière, à l'aide des obturateurs électromécaniques, ramène la température à  $\sim 1\mu\text{K}$ . L'optimisation de la mélasse est effectuée sur la largeur, la symétrie et l'aire du signal de temps de vol à la détection. Le réglage est limité par notre incertitude sur l'équilibre entre les 6 faisceaux de capture (alignements, polarisations, puissances optiques et profils d'intensité), et sur la synchronisation de leur coupure adiabatique (le temps de coupure dépend du diamètre des faisceaux de capture à la traversée des modulateurs acousto-optique et à l'endroit où sont placés les obturateurs, voir §2.3). Ce dernier processus mène à une distribution des vitesses de forme non gaussienne [26], pour laquelle on ne peut définir rigoureusement la température. Au cours de leur vol parabolique, les atomes traversent différents diaphragmes (les tubes en graphite placés aux deux extrémités de la cavité de sélection et les guides sous coupure du résonateur d'interrogation). La taille du nuage augmente à cause de

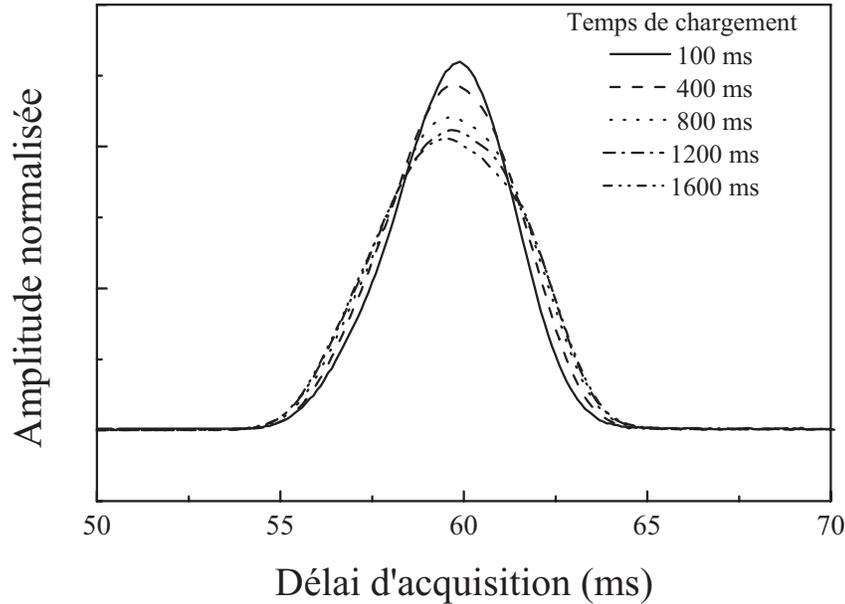


FIG. 4.8 – *Temps de vols normalisés enregistrés par le système de détection, lors de la montée des atomes, pour différents temps de capture.*

la distribution des vitesses et devient supérieure au diamètre des ouvertures (1 cm pour les deux cavités). Il s'opère donc une sélection transverse des trajectoires atomiques au fur et à mesure du déplacement des atomes. La densité atomique évolue donc de manière complexe.

Remarquons que le chargement en mélasse est plus avantageux, d'un point de vue métrologique, que le piège magnéto-optique. En effet, la deuxième technique de capture utilise, en plus de la force de friction associée aux faisceaux laser, une force de rappel, générée par un gradient de champ magnétique, ramenant les atomes au centre du piège. La taille initiale du nuage est donc beaucoup plus réduite ( $\sim 1$  mm). La largeur de la distribution des vitesses est du même ordre de grandeur qu'en mélasse, car le refroidissement est réalisé de manière identique. Par conséquent, pour un même nombre d'atomes capturés, la densité atomique est plus importante que dans une mélasse optique. Le déplacement de fréquence lié aux collisions est donc plus critique. Cet effet, exprimé en fonction du nombre d'atomes détectés, est supérieur d'un facteur  $\sim 4$  dans la fontaine FO1, que dans la fontaine PHARAO [33].

Actuellement, le moyen le plus commode pour mesurer le déplacement de fréquence dans la fontaine PHARAO est de changer la densité atomique en

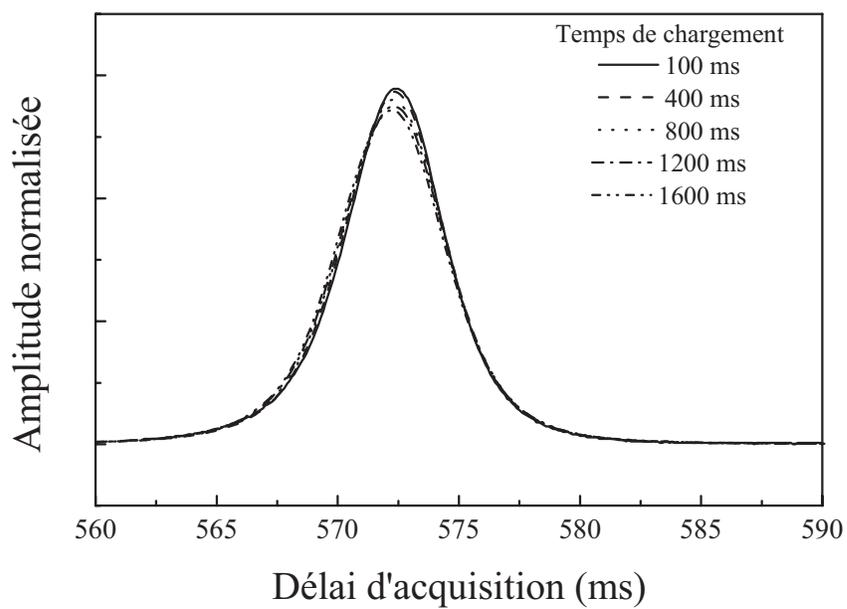


FIG. 4.9 – *Temps de vols normalisés enregistrés par le système de détection, lors de la descente des atomes, pour différents temps de capture.*

variant le temps de chargement  $t_c$ . En effet, si la densité atomique est linéaire avec le nombre d'atomes capturés, l'effet des collisions entre atomes froids l'est aussi. Il peut donc s'exprimer en fonction du nombre d'atomes détectés, selon la relation 4.31. Pour étayer cette hypothèse, nous avons enregistré des signaux de temps de vol à deux instants d'un cycle de l'horloge et pour différents temps de capture.

Les figures 4.8 et 4.9 présentent ces mesures, correspondant respectivement à la montée et à la descente des atomes, pour des atomes lancés à un apogée de 50 cm. Chaque paire de signaux fournit des images à une dimension de la densité atomique, enregistrées avant et après l'interrogation, à la sélection et à la détection. Chaque courbe a été normalisée sur l'aire du temps de vol, c'est à dire sur le nombre d'atomes. Le rapport du nombre d'atomes détectés entre l'aller et le retour, autour de 17%, est identique à 4 % près pour les 5 temps de chargement. Les premiers signaux sont enregistrés 60 ms après le lancement. La distribution des vitesses ne fait donc que faiblement évoluer la forme du nuage, et la forme des temps de vol est dominée par la distribution des positions. Par contre, la détection a lieu 572 ms après le lancement. La distribution des vitesses est donc prépondérante sur la forme des seconds temps de vol, qui n'est plus gaussienne.

Nous observons que la forme des temps de vol varie, principalement à la montée, indiquant une modification de la distribution spatiale des atomes. Ces variations peuvent provenir de la diffusion multiple des photons de fluorescence ou de la diffusion spatiale des atomes durant le chargement de la mélasse. Les photons de fluorescence agissent comme une force répulsive entre les atomes. Leur nombre augmentant avec le temps de capture, les interactions entre atomes sont plus fortes et modifient les distributions des positions et des vitesses initiales. L'allure des temps de vol varie moins avec le temps de chargement au retour. Dans ce cas l'acquisition s'effectue après une sélection plus sévère en trajectoires, rejetant les atomes du bord de la mélasse et/ou animés d'une vitesse transverse.

Pour quantifier ces variations avec le temps de capture, nous avons interpolé les 10 signaux, respectivement par une loi  $f_{aller}(t)$  gaussienne à l'aller et une loi  $f_{retour}(t)$  du type puissance de lorentzienne, décrivant mieux les ailes des formes observées au retour. Soit respectivement :

$$f_{aller}(t) = A_a \exp\left(-\frac{t^2}{2\Delta t_a^2}\right) \quad (4.32)$$

$$f_{retour}(t) = \frac{A_r}{\left(1 + \left(\frac{t}{\Delta t_r}\right)^2\right)^b} \quad (4.33)$$

Les valeurs des paramètres sont regroupées dans le tableau 4.2. Leur barre

CHAPITRE 4. EVALUATION DES PERFORMANCES DE LA  
FONTAINE ATOMIQUE PHARAO

---

d'erreur est inférieure au pourcent. La dernière ligne donne une comparaison des résultats obtenus pour les temps de chargement extrêmes, en valeur relative. Elle illustre notamment la sensibilité des paramètres pour un ajustement avec une loi en puissance de lorentzienne. Les figures 4.10 et 4.11 comparent les mesures aux interpolations, pour les temps de chargement 100 ms et 1,6 s. Elles mettent en évidence des dissymétries sur les temps de vol expérimentaux. Dans une mélasse optique, les distributions des positions et des vitesses sont en effet plus sensibles à des dissymétries entre les faisceaux de capture que pour un chargement dans un piège magnéto-optique.

$t_c$ (ms)	$A_a$ ( $10^{-2}$ ua)	$\Delta t_a$ (ms)	$A_r$ ( $10^{-2}$ ua)	$\Delta t_r$ (ms)	$b$
100	2,30	1,63	1,75	3,94	2,25
400	2,22	1,81	1,72	4,4	2,56
800	2,06	1,96	1,69	4,52	2,59
1200	1,98	2,04	1,76	4,7	2,67
1600	1,92	2,08	1,64	4,84	2,75
<i>comp 100ms-1,6s</i>	<i>18,3%</i>	<i>23,6%</i>	<i>6,5%</i>	<i>18,6%</i>	<i>19,4%</i>

TAB. 4.2: Paramètres issus de l'interpolation des temps de vol. La dernière ligne donne une comparaison des paramètres obtenus pour les temps de capture extrêmes, en valeur relative

Ces mesures montrent la difficulté de modélisation du nuage pour des atomes capturés dans une mélasse optique. Notre calcul numérique, précédemment évoqué au chapitre 3, nous a cependant permis de donner un ordre de grandeur des paramètres géométriques du nuage atomique. L'objectif est de remonter à la forme des distributions de positions  $P(\vec{r}_0)$ , et des vitesses initiales  $P(\vec{v}_0)$ , à partir du signal à une dimension que constitue les temps de vol. La méthode consiste à effectuer pour un grand nombre d'atomes un tirage aléatoire selon ces deux distributions. Elle suppose une isotropie des positions et des vitesses et néglige la diffusion multiple et la corrélation position-vitesse. Chaque tirage permet, après avoir ajouté la vitesse de lancement  $\vec{v}_l$ , de calculer la trajectoire de l'atome virtuel dans l'horloge. On peut donc calculer à chaque instant  $t_i$ , sa position  $(x_i, y_i, z_i)$  par rapport au centre du nuage. Cette opération, répétée sur un grand nombre d'échantillons, incrémente un tableau à 4 dimensions (l'espace et le temps, échantillonnés avec des pas de 0,5 mm en spatial et de 2 ms en temporel), représentant l'évolution temporelle du nuage géométrique. Le calcul tient compte des dimensions des diaphragmes

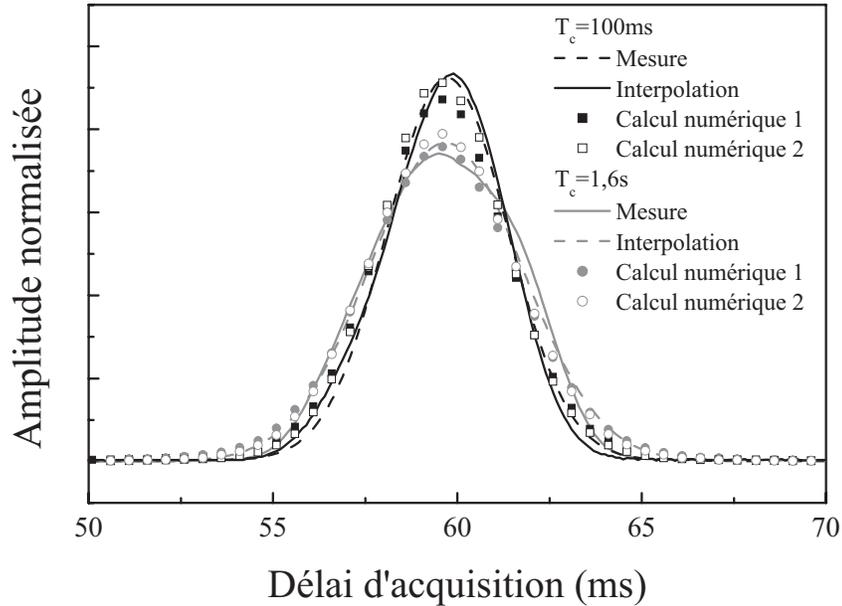


FIG. 4.10 – Temps de vols expérimentaux à la montée, pour des temps de chargement de 100 ms et 1,6 s. Les signaux sont comparés à une interpolation par une loi gaussienne et à deux calculs numériques dont les paramètres sont donnés dans le tableau 4.3.

des cavités de sélection et d'interrogation. Certains atomes sont donc éliminés dès l'instant que leur trajectoire rencontre ces obstacles.

La détermination des distributions des positions et des vitesses est en grande partie inspirée de la référence [21]. Elle consiste à comparer des temps de vol numériques aux signaux expérimentaux, enregistrés à la sélection et à la détection. Les temps de vol numériques sont construits à partir de la statistique des temps d'arrivée aux faisceaux de détection. La forme initiale du nuage  $P(\vec{\tau}_0)$ , dominant les premiers temps de vol, est bien décrite par une loi gaussienne. En revanche, cette forme s'applique assez mal à la distribution des vitesses  $P(\vec{v}_0)$ , car elle ne rend pas bien compte des ailes du temps de vol mesurées au retour. Comme indiqué dans [21], une loi du type puissance d'une lorentzienne permet de tenir compte de ces ailes.

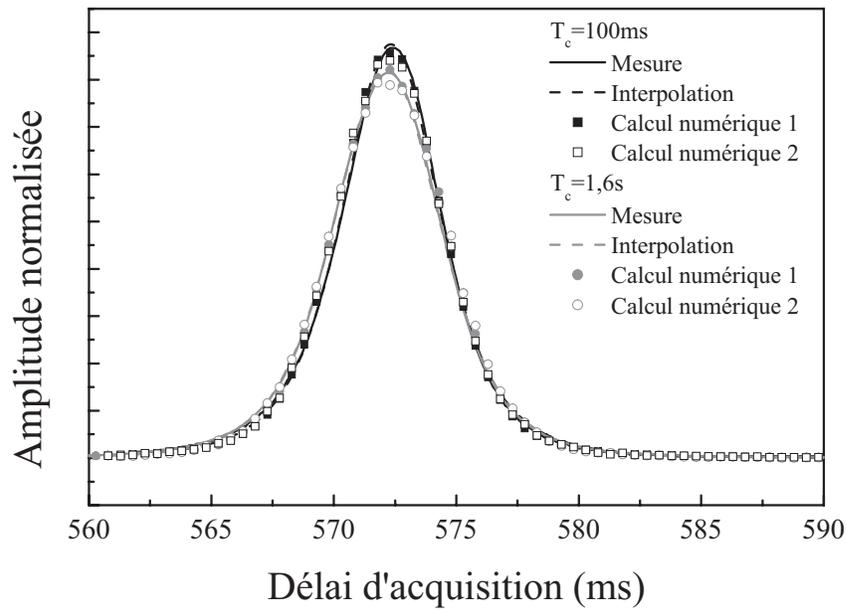


FIG. 4.11 – Temps de vols expérimentaux à la descente, pour des temps de chargement de 100 ms et 1,6 s. Les signaux sont comparés à une interpolation par une loi gaussienne et à deux calculs numériques dont les paramètres sont donnés dans le tableau 4.3.

$$P(\vec{r}_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

$$P(\vec{v}_0) = \frac{\beta}{\left(1 + \frac{v_0^2}{v_c^2}\right)^b}$$

où  $\beta$  la constante de normalisation<sup>5</sup> de la distribution des vitesses.  $\sigma_0$  et  $v_c$  sont les demi-largeurs respectives et  $b$  est un paramètre proche de 2.

La simulation des temps de vol tient également compte de filtres moins raides que les diaphragmes présents dans le dispositif. La détection utilise des nappes de dimensions  $10 \times 5$  mm découpées dans un même faisceau gaussien de rayon  $w_{det} \sim 7,7$  cm (voir 2.2.6). La saturation varie donc horizontalement et peut éventuellement modifier la géométrie par la mesure. Les temps de vol numériques sont donc pondérés par la fonction  $f_{det}(x)$  caractérisant la réponse transverse horizontale de la détection :

$$f_{det} = \frac{s_0 I(x) / (1 + s_0 I(x))}{s_0 / (1 + s_0)}$$

où  $s_0$ , le paramètre de saturation au centre du nuage, est calculé à l'aide de la relation 2.7 en tenant compte du désaccord laser  $\delta = \Gamma/2$  et de l'intensité totale  $2 \times I_d = 2 \times 0,9$  mW/cm<sup>2</sup>. Le calcul ne montre cependant pas de modification notable sur la forme des temps de vol, que l'on prenne des profils d'intensités  $I(x)$  gaussiens, ou provenant directement des mesures de la figure 2.7.

Les figures 4.10 et 4.11 présentent la comparaison entre des temps de vol expérimentaux et deux calculs numériques, pour les temps de chargement extrêmes de 100 ms et 1,6 s. Les valeurs des paramètres des distributions sont regroupées dans le tableau 4.3. Nous y avons également reporté les pourcentages  $N_a$ ,  $N_r$ , représentant respectivement à l'aller et au retour, les aires géométriques normalisées, rapportées au nombre d'atomes lancés, ainsi que les rapports  $N_r/N_a$  correspondants. Les paramètres ont été ajustés de façon à retrouver la forme et l'aire normalisée des temps de vols expérimentaux. Ces critères ne sont pas assez contraignants pour déterminer les trois paramètres des distributions des positions et des vitesses. Les dissymétries des temps de vol expérimentaux ne peuvent être retrouvés par le modèle, qui suppose des

---

<sup>5</sup>On montre en coordonnées sphérique que  $\beta^{-1} = 4\pi v_c^3 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{\Gamma(b-3/2)}{\Gamma(b-1)} - \frac{\Gamma(b-1/2)}{\Gamma(b)} \right)$  où  $\Gamma(x)$  est la fonction gamma.

distributions isotropes. Pour chaque temps de capture, il est possible d’approcher les temps de vol en prenant une même distribution des positions et en changeant les paramètres des distributions des vitesses. Dans les exemples, nous avons pris des valeurs de 1,5 et 1,7 pour le paramètre  $b$ . L’évolution de la forme des temps de vol se retrouve en augmentant de l’ordre de 30% le paramètre  $v_c$ . Les calculs donnent des rapports  $N_r/N_a$  supérieurs à l’expérience ( $\sim 17\%$ ). Les simulations donnant la valeur la plus proche correspondent à une largeur de la distribution des vitesses à  $1/\sqrt{e}$  de l’ordre de la vitesse de recul  $v_{rec}=3,52$  mm/s. Cette largeur n’a cependant pas de réalité physique, car la vitesse quadratique moyenne n’est pas définie pour une distribution des vitesses en puissance de lorentzienne, dont le paramètre  $b$  est inférieur à 2. Pour obtenir un rapport  $N_r/N_a$  égal à la valeur expérimentale, il est nécessaire de diminuer encore plus  $b$ , ce qui mènerait à une largeur inférieure à  $v_{rec}$ . Le nombre d’atomes détectés au retour  $N_r$  est alors de quelques pourcents, ce qui est incompatible avec l’expérience. Signalons enfin l’extrême sensibilité de la densité atomique avec les paramètres. Nous avons obtenu des variations de plus d’un facteur 2 en changeant  $b$  de 1,5 à 1,7, pour un même temps de capture. La variation de  $\sim 13\%$  de la densité avec le temps de capture que nous obtenons numériquement (même paramètre  $b$ ) n’est donc pas significative.

	$t_c$ (ms)	$\sigma_0$ (mm)	$v_c$ (mm/s)	$b$	$\frac{N_r}{N_a}$	$N_a$	$N_r$
Calcul numérique 1	100	4	4,3 (5,7)	1,5	23,3%	30,1%	7,2%
	1600	4,8	3,0 (4,0)	1,5	26,0%	27,6%	7,0%
Calcul numérique 2	100	4	6,1 (7,8)	1,7	26,8%	40,5%	10,9%
	1600	4,8	5,0 (6,4)	1,7	30,8%	32,63%	10,04%

TAB. 4.3: Paramètres de simulation et fractions d’atomes obtenus par ajustement aux temps de vol expérimentaux. Les valeurs entre parenthèses dans la colonne  $v_c$  correspondent aux largeurs à  $1/\sqrt{e}$  des distributions des vitesses.

Ce modèle ne décrit donc pas convenablement la densité atomique. Le calcul montre qu’une étude plus approfondie de la mélasse dans la zone de capture est nécessaire pour donner une calibration absolue de l’effet des collisions. Il faudrait mesurer les effets de la diffusion des atomes durant la capture et de la corrélation position-vitesse, sur les distributions des positions et des vitesses. Il semble également important de tester l’isotropie de l’expansion

du nuage. Il est prévu de réaliser prochainement cette caractérisation dans la fontaine PHARAO, en disposant une camera CCD devant un hublot encore disponible sur la zone de capture.

Cette simulation donne cependant un ordre de grandeur des paramètres géométriques de la mélasse. Les différents calculs moyennés sur le nuage atomique (franges de résonance, fonction de sensibilité, déplacement de fréquence dû à l'effet Doppler résiduel) ont été réalisés en prenant la première série de paramètres du temps de chargement à 100 ms, a priori plus proches des conditions expérimentales habituelles. Nous avons vérifié qu'ils étaient peu sensibles aux paramètres de la distribution des vitesses.

#### Mesure du déplacement de fréquence dû aux collisions entre atomes froids, exprimé en fonction du nombre d'atomes détectés

La caractérisation de l'effet des collisions a été effectuée par intégrations différentielles (voir figure 4.3, page 95) en variant la durée de capture de 100 ms à 1,6 s. Les mesures ont été réalisées pour des séries de 2 à 4 séquences temporelles différentes. La méthode nécessite 2 à 3 jours d'intégration, pour obtenir une résolution de  $\sim 2 \cdot 10^{-15}$ . Elle permet d'exprimer directement l'effet des collisions, en calculant la différence de fréquence moyenne entre deux mesures, en fonction de la différence des deux nombres d'atomes détectés  $\Delta N_{det}$ . L'incertitude, donnée par la variance de la différence de fréquence, rejette les fluctuations lentes du dispositif.

La figure 4.12 regroupe 4 sessions de mesures, aux cours desquelles le nombre d'atomes détectés varie typiquement de  $10^5$  à  $10^6$ . Les graphes montrent une dépendance linéaire confirmant l'hypothèse de la linéarité de la densité avec le temps de capture. Le coefficient de proportionnalité  $k_{coll}$  est obtenu par une interpolation linéaire pondérée par les barres d'erreurs expérimentales. La déviation de l'ajustement fournit son incertitude, autour de 10 % pour chaque session de mesures. Les 4 séries de mesures donnent un déplacement variant autour  $\sim -8 \cdot 10^{-21} \Delta N_{det}^{-1}$ . Les variations à  $1 \sigma$  entre les valeurs sont également de 10 %. Ces fluctuations sont essentiellement dues au changement des conditions de chargement et de détection, délicates à conserver sur une période de plus de 6 mois.

La dernière série, enregistrée avec la nouvelle cavité, ne présente pas de différences majeures. Cette nouvelle cavité présente une surtension relativement élevée (18000), alors que la surtension de la précédente n'était que de 3000. Il existe en effet un second déplacement de fréquence dépendant du nombre d'atomes [41]. Celui-ci est proportionnel à  $Q_{cav}$  et relié au désaccord éventuel entre la résonance atomique et celle de la cavité. Cet effet provient d'une interférence entre le champ micro-onde d'alimentation et celui rayonné

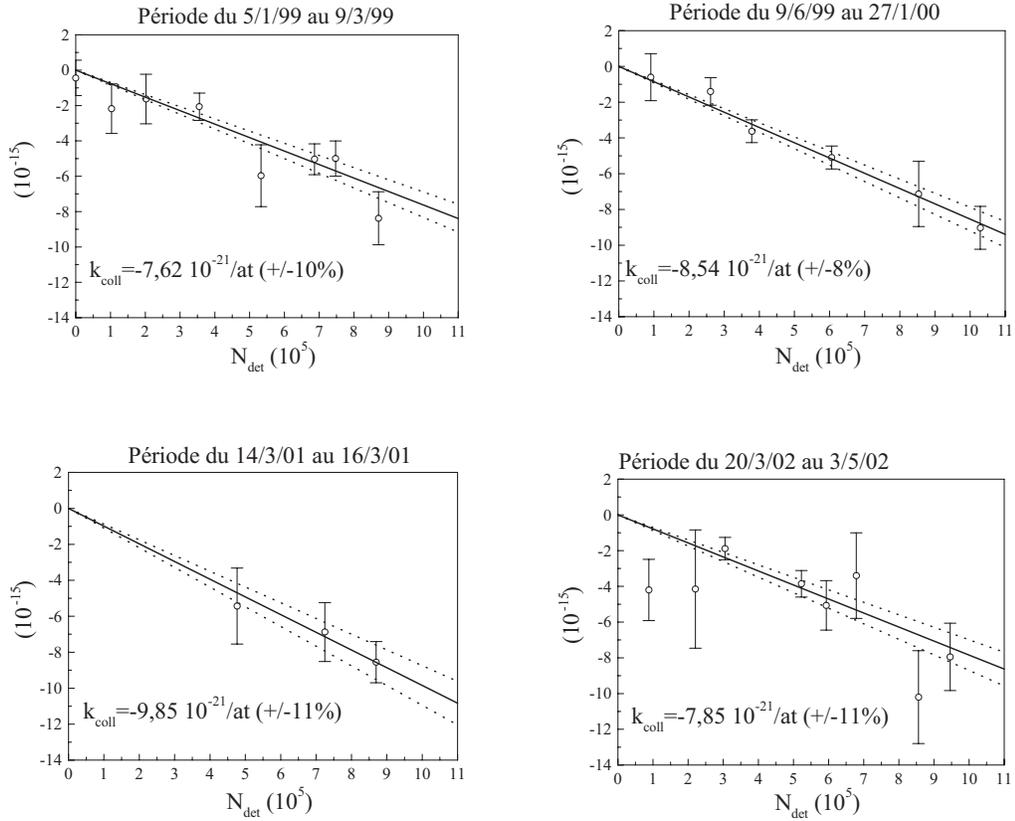


FIG. 4.12 – Déplacement de fréquence dû aux collisions entre atomes froids, exprimé en fonction du nombre d’atomes détectés, pour 4 sessions de mesure.

par les atomes, au cours de l’interrogation (voir §4.3.4). Il est donc proportionnel au nombre d’atomes traversant la cavité. Ce nombre, comme la densité atomique, est proportionnel au nombre d’atomes détectés. La présence éventuelle de ce déplacement s’ajouterait donc à la mesure des collisions et serait traduite dans la constante de calibration  $k_{coll}$ . En supposant un rapport 5 entre le nombre d’atomes traversant une première fois la cavité et le nombre d’atomes détectés, la constante  $k_{coll}$  serait changée au pire de 6,3% (voir §4.3.4).

L’influence de la variation de la géométrie avec le temps de capture est difficile à évaluer rigoureusement (proportionalité de la densité avec le nombre d’atomes détectés). Elle pose donc le problème de la validité d’une interpolation linéaire des mesures et de l’extrapolation à densité nulle. Pour toutefois donner un ordre de grandeur, nous avons effectué une interpolation quadratique de la forme  $\delta\nu/\nu = k_{coll}^1 \delta N_{det} + k_{coll}^2 \delta N_{det}^2$  pour les 4 séries de mesures.

Nous avons ensuite calculé dans chaque cas le rapport  $\frac{k_{coll}^1}{k_{coll}}$  entre le coefficient de la partie linéaire de l'interpolation quadratique et le facteur de proportionnalité obtenu pour un "fit" uniquement linéaire. La moyenne pondérée de ces rapports est de 0,91, avec une incertitude de 0,16. Ce traitement donne donc une dépendance non linéaire de l'effet des collisions compatible avec zéro dans les barres d'erreur. Ces estimations approximatives montrent que l'interpolation des données par une loi linéaire, donnant le coefficient  $k_{coll}$ , est valide à 9 %.

L'effet des collisions apporte donc une limitation importante à l'exactitude des fontaines à césium. Il entre en conflit avec l'amélioration de la stabilité qui, comme on l'a vu au §4.2, croît avec le nombre d'atomes. L'optimisation des performances de l'horloge résulte donc d'un compromis stabilité-exactitude dépendant du choix du nombre d'atomes. La valeur moyenne des coefficients vaut  $k_{coll} = -8,46 \cdot 10^{-21} N_{det}^{-1}$ , avec une incertitude de 17 %, obtenue en sommant quadratiquement les barres d'erreur due à l'interpolation, à l'écart type entre les coefficients  $k_{coll}$  obtenus et à l'incertitude sur la linéarité. Nous obtenons un bon compromis stabilité-exactitude avec  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés, pour lesquels l'effet des collisions vaut  $3,4 \cdot 10^{-15} \pm 5,8 \cdot 10^{-16}$  et la stabilité est de  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

Jusqu'à présent, La seule méthode différentielle que nous ayons pu mettre en place sur la fontaine PHARAO pour varier la densité atomique est de changer le temps de capture. Le nombre d'atomes peut également être modifié en jouant sur l'intensité laser des faisceaux de capture. Ce paramètre est ajustable à l'aide de la puissance RF alimentant les modulateurs acousto-optique. Cette méthode sera applicable grâce à un nouveau banc optique, actuellement en cours de mise au point. Dans cette nouvelle version, les modulateurs acousto-optique seront en simple passage et auront donc une meilleure efficacité, ce qui permettra de varier dans une plus large gamme la densité atomique. L'intensité diffractée sera de plus contrôlée par une commande de l'ordinateur, appliquée au VCO. Cette nouvelle méthode permettra l'étude de la sensibilité de l'effet des collisions avec la géométrie initiale, pouvant se comporter différemment de la méthode utilisée jusqu'à présent.

Une troisième méthode consiste à varier le nombre d'atomes à l'aide de l'impulsion micro-onde de sélection. Une simple variation de son amplitude produirait des variations spatiales de densité, à cause du profil transverse du mode  $TE_{011}$ . Ce problème peut être résolu en réalisant un transfert adiabatique des atomes en  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ , vers  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ , par l'application d'une impulsion de Blackman [42]. Cette impulsion est produite en choisissant convenablement le profil temporel en amplitude et en fréquence de la micro-onde d'alimentation à la sélection. Pour effectuer un transfert total des atomes  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ , le désaccord micro-onde doit varier comme

$\delta(t) \propto \theta^2(t)$ , où  $\theta(t) = \int b(t)dt$ , avec  $b(t)$  la pulsation de Rabi. Si l'impulsion est stoppée à l'instant tel que  $b(t) = b_{max}$ , la proportion d'atomes transférés en  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  est exactement de la moitié. La sélection se termine ensuite, comme dans la méthode habituelle, par l'éjection des atomes restés en  $|F = 4\rangle$ , lors de leur traversée du faisceau pousseur. Cette méthode de sélection donne un moyen de varier exactement d'un facteur 2 la densité atomique, sans modifier la géométrie. Elle ne pose donc pas le problème d'extrapolation à densité nulle, présent avec les deux précédentes méthodes. Une double intégration donne donc directement la calibration de  $k_{coll}$  [43], avec une incertitude potentielle au niveau du pour mille.

Plusieurs approches sont actuellement en cours de développement dans d'autres laboratoires pour limiter l'effet des collisions. Elles visent à réduire la densité atomique sans trop limiter le nombre d'atomes détectés et donc la stabilité de fréquence. Les solutions envisagées sont de préparer et d'interroger des échantillons d'atomes spatialement disjoints, soit sous la forme de différents nuages atomiques [44], soit sous la forme d'un jet continu d'atomes froids [45].

#### 4.3.4 L'entraînement de la fréquence d'horloge par le désaccord de la cavité

L'interrogation des atomes s'effectue par interaction avec le champ résonnant dans la cavité selon le mode  $TE_{011}$ . Celle-ci possède un coefficient de qualité relativement grand ( $Q_{cav}=3000$  et  $18000$ , respectivement pour les deux cavités testées dans la fontaine PHARAO), afin de garantir le caractère stationnaire du champ micro-onde, et ainsi limiter le déplacement de fréquence par effet Doppler (voir §4.3.5). Cependant, une surtension trop élevée impose une contrainte sur l'accord en fréquence de la cavité sur la résonance atomique. En effet, l'induction micro-onde peut se mettre sous la forme :

$$\vec{B}(\vec{r}, \omega) = B(\omega)\vec{H}(\vec{r}), \quad (4.34)$$

où  $B(\omega)$  caractérise la dépendance en fréquence et  $\vec{H}(\vec{r})$ , définie par l'équation 2.3, représente ses variations spatiales, normalisées au centre de la cavité. On montre [10] qu'en présence d'atomes dans la cavité, l'amplitude obéit à la relation :

$$\left(\omega_c^2 - \omega^2 - \frac{i\omega\omega_c}{Q_{cav}}\right)B(\omega) = -\frac{\omega_c^2}{Q_{cav}}B_e(\omega) + \mu_0 \frac{\omega^2}{V_{mode}} \int \vec{m}(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{H}_c(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (4.35)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide,  $\omega_c$  est la fréquence de résonance de la cavité et  $V_{mode} = \iiint \|\vec{H}(\vec{r})\| d\vec{r}$  le volume du mode. Dans cette relation, le terme en  $1/Q_{cav}$  du membre de gauche caractérise les pertes de la cavité. Le premier terme source du membre de droite représente le champ d'alimentation de la cavité, fourni en permanence par la chaîne de synthèse micro-onde. Le second terme provient du couplage entre le champ et les dipôles magnétiques atomiques. Cette relation suppose que la densité atomique est suffisamment faible pour ne pas modifier la forme du champ. Elle n'est de plus valable qu'en régime stationnaire. Cette hypothèse est valide dans la mesure où la constante de relaxation du mode libre  $\tau_c = Q/\omega_c$ , de l'ordre de  $2\mu s$ , est faible devant le temps de passage des atomes dans la cavité ( $\tau \sim 25$  ms). Le mode de la cavité s'adapte donc adiabatiquement à l'absorption des atomes.

Le champ peut se mettre sous la forme :

$$B(\omega) = B^0(\omega) \left[ 1 + \frac{\mu_0 \omega^2}{V_{mode} B^0(\omega)} \frac{\iiint \vec{m}(\vec{r}, \omega, t) \cdot \vec{H}_c(\vec{r}) d\vec{r}}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q_{cav})} \right], \quad (4.36)$$

où

$$B_{(0)} = - \frac{\omega_c^2/Q_{cav}}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q_{cav})} B_e(\omega) \quad (4.37)$$

est l'amplitude du champ en l'absence d'atomes, dont la forme est une lorentzienne de largeur  $\omega_c/2Q_{cav}$  centrée à la fréquence  $\omega_c$ . Remarquons que cette loi fournit un moyen de mesure in situ de la température vue par les atomes dans la zone d'interrogation. Une grande surtension en charge permet de contrôler ce paramètre, relié à l'effet du rayonnement de corps noir, à mieux que  $0,1$  °C, si la résonance de la cavité est calibrée de manière absolue.

La dépendance en fréquence du champ micro-onde caractérisée par l'équation 4.36 est cependant à l'origine de deux déplacements de fréquence, liés à un éventuel désaccord de la résonance de la cavité. Le premier est dû à une modulation de l'amplitude d'interrogation avec la fréquence imposée par la chaîne micro-onde. La frange de résonance est donc déformée, ce qui se traduit par une erreur de la fréquence moyenne donnée par l'asservissement. Le second effet provient de l'interférence entre le champ rayonné par les atomes excités et le champ intra-cavité. Il apparaît donc un déphasage dépendant du nombre d'atomes présents dans la cavité durant l'interrogation.

### Entraînement de fréquence par modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude est maximale à mi-hauteur de la résonance de la cavité. Elle vaut, en valeur relative :

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{|B_0(\omega_{at} + \delta)| - |B_0(\omega_{at} - \delta)|}{|B_0(\omega_{at})|} = \frac{2\delta Q_{cav}}{\omega_c} \quad (4.38)$$

L'influence de cette modulation est importante pour des impulsions  $\pi/4$ , où la dépendance en amplitude de la probabilité de transition est linéaire. En dérivant l'expression simplifiée de la probabilité 3.15, par rapport à l'amplitude, la perturbation s'écrit :

$$\Delta P = \frac{\tau}{2} \frac{B \Delta B}{B} \quad (4.39)$$

Le déplacement de fréquence s'obtient à l'aide de l'équation 3.20, en calculant la pente à mi-hauteur  $\frac{dP}{d\nu} = \frac{\pi^2}{4\delta}$  pour des impulsions  $\pi/4$  :

$$\delta\nu_{\Delta B_{cav}} = \frac{Q_{cav} \delta^2}{2\pi\omega_c} \quad (4.40)$$

Pour une surtension de  $Q_{cav} = 18000$  et une modulation de fréquence  $\delta = 2\pi \times 0,68$  Hz, la modulation d'amplitude est de  $2,7 \cdot 10^{-6}$ . Le déplacement de fréquence correspondant vaut  $9,0 \cdot 10^{-17}$  en valeur relative. Nous avons retrouvé une valeur en accord à mieux que 5 % en utilisant notre simulation numérique (voir §3.3.2), adaptée pour prendre en compte la modulation d'amplitude avec le désaccord de fréquence.

En fonctionnement normal de l'horloge (impulsions  $\pi/2$ ), la dépendance en puissance de la probabilité de transition est du second ordre. Le déplacement de fréquence est donc fortement réduit. Nous avons obtenu par calcul numérique un déplacement de fréquence dans la gamme des  $10^{-18}$ . L'effet est donc négligeable quant à l'exactitude de la fontaine PHARAO. Il est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-17}$  pour des impulsions  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ .

### Entraînement de fréquence dépendant du nombre d'atome

L'interférence entre les dipôles magnétiques atomiques et le champ micro-onde se traduit par une perturbation dépendant du nombre d'atomes et du désaccord de la cavité. Cet effet a été identifié pour la première fois dans une fontaine atomique, lors de la mesure du déplacement dû aux collisions entre atomes froids dans la fontaine rubidium FO2 [41]. Le coefficient de collision

de l'atome de rubidium étant de l'ordre de 50 fois inférieur à celui du césium, l'entraînement par le désaccord de la cavité apparaît donc comme un effet dominant de la variation avec le nombre d'atomes de la fréquence mesurée.

Un calcul analytique du déplacement dû à la cavité, dont nous donnons ici les grandes lignes, est présenté en détail dans la référence [20]. Il se place dans l'hypothèse où les variations spatiales d'amplitude de la micro-onde sont faibles sur la taille du nuage atomique. Dans ces conditions, l'état interne de chaque atome évolue de manière identique à chaque instant. L'intégrale volumique de la relation 4.36 devient donc  $\iiint \vec{m}(\vec{r}, \omega, t) \cdot \vec{H}_c(\vec{r}) d\vec{r} = N_{cav} M(\omega, t) f(t)$ .  $M(\omega, t)$  représente le dipôle magnétique, identique pour les  $N_{cav}$  atomes présents dans la cavité.  $f(t) = \theta(t)/\theta(\tau)$  représente les variations normalisées de l'amplitude des atomes. La perturbation au premier ordre du champ micro-onde par les dipôles magnétiques se traduit essentiellement par un déphasage de la forme :

$$\frac{\Delta\phi(t)}{2\pi} = K\tau_{eff}\mathbf{D}(\omega)\frac{f(t)\sin(\theta(t))}{n}, \quad (4.41)$$

où

$$\mathbf{D}(\omega) = \frac{2(\omega^2/Q_{cav})(\omega^2 - \omega_c^2)}{(\omega_c^2 - \omega^2) + (\omega\omega_c/Q_{cav})^2} \quad (4.42)$$

est une fonction de forme dispersive, dépendant du désaccord de la cavité, d'amplitude maximale égale à 1, à mi-hauteur de la résonance de la cavité.  $n$  est un entier caractérisant le type d'impulsions. Il est égal à 1, 3 et 5, respectivement pour des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ . La constante  $K$  vaut :

$$K = \frac{\mu_0\mu_B^2 N_{cav} Q_{cav}}{2\pi^2 \hbar V_{mode}} \quad (4.43)$$

avec  $\mu_B$  le magnéton de Bohr.

$\Delta\phi$  est la perturbation de phase au cours de la première interrogation. Le nombre d'atomes traversant la cavité à la seconde interrogation est réduit. On peut montrer de plus que durant la seconde interrogation, ce déphasage change de signe avec le désaccord micro-onde. Cette seconde contribution est donc nulle en moyenne. La perturbation de la probabilité de transition est donc uniquement due au déphasage accumulé lors de la première interaction. Elle se calcule, en utilisant la fonction de sensibilité (relation 3.35) :

$$\delta P_{\pm} = \frac{1}{2} \int_0^{\tau} g_{\pm}(t) \frac{\Delta\phi(t)}{dt} dt \quad (4.44)$$

Finalement, le déplacement de fréquence vaut :

$$\delta\nu_{N_{cav}} = K \frac{\tau_{eff}}{T_{eff}} \mathbf{D}\alpha \quad (4.45)$$

où

$$\alpha = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\pi}{4\tau_{eff}} \int_0^\tau f^2(t) \sin(2\theta(t)) dt \quad (4.46)$$

Ce calcul analytique a été confronté à une simulation numérique prenant en compte la forme du nuage et les variations spatiales de l'amplitude micro-onde [20], dans la géométrie de la fontaine Rb, utilisant un piège magnéto-optique. Les deux calculs concordent à 1,5%<sup>6</sup>. Ces deux modèles sont en accord avec la mesure effectuée sur la fontaine Rb dans les barres d'erreur expérimentales.

L'application numérique du modèle analytique dans la configuration de la fontaine PHARAO donne  $\frac{K}{N_{cav}} = 1,22 \cdot 10^{-10}$  Hz/atome<sup>7</sup>. Le terme  $\alpha$  vaut  $0,22$ ,  $3,5 \cdot 10^{-2}$  et  $1,6 \cdot 10^{-2}$ , respectivement pour des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ . Le rapport des temps effectifs  $\frac{\tau_{eff}}{T_{eff}} = 2\Delta\nu_{Ramsey}/\Delta\nu_{Rabi}$ , déterminé à partir des largeurs de résonance expérimentales (§3.3.2), vaut respectivement  $1/30$ ,  $1/21$  et  $1/50$ . Pour  $10^6$  atomes présents dans la cavité lors de la première interrogation, nous obtenons des déplacements de fréquence de  $9,7 \cdot 10^{-17}$ ,  $2,2 \cdot 10^{-17}$  et  $4 \cdot 10^{-18}$ , en valeurs relatives, respectivement pour les trois types d'impulsions. Ces valeurs, calculées à mi-hauteur de la résonance de la cavité, constituent des majorants, puisqu'il est possible d'annuler l'entraînement de fréquence, en accordant la cavité sur la résonance atomique.

L'évaluation du déplacement de fréquence demande en principe une détermination absolue du nombre d'atomes traversant la cavité d'interrogation. Cette étude nécessiterait une modélisation du nuage atomique, qui pose problème, comme on l'a vu, dans le cas d'une mélasse optique. En pratique, il peut être étalonné en variant le temps de capture. Le déplacement est en fait mesuré en même temps que l'effet des collisions entre atomes froids. Son incertitude est donc incluse dans celle de la constante  $k_{coll}$ .

---

<sup>6</sup>Pour la fontaine PHARAO, fonctionnant avec une mélasse optique, l'accord entre les deux modèles serait moins bon

<sup>7</sup>Le volume du mode  $V_{mode} = \pi LR^2 \left(1 + \left(\frac{\pi R}{kL}\right)^2\right) \frac{J_0^2(k)}{2} = 7,63 \cdot 10^{-6}$  m<sup>-3</sup>, à partir des relations 2.3, avec  $J_0(k) = -0,4027$

### 4.3.5 L'effet Doppler résiduel

L'induction micro-onde excitant les atomes lors de l'interrogation n'est pas en pratique une onde rigoureusement stationnaire. En effet, la conductivité électrique finie du cuivre constituant le résonateur entraîne un flux d'énergie vers les parois. La répartition de ce flux peut par ailleurs être modifiée par le mode d'alimentation (un ou deux iris de couplage). En micro-onde, en effet, le couplage est réalisé par ondes évanescentes. Comme les dimensions des orifices de couplage sont bien plus faibles que la longueur d'onde, il n'est pas possible de s'adapter à la forme du mode de la cavité. Le facteur de qualité en charge  $Q_{cav}$  de la résonance de la cavité donne une description globale de ces pertes. Ce flux d'énergie est associé à des ondes progressives résiduelles provoquant par effet Doppler un déplacement de fréquence, dépendant du déphasage moyen accumulé  $\langle\phi(t)\rangle$  par les atomes lors de l'interrogation.

Pour un atome unique se déplaçant selon une trajectoire quelconque à travers la cavité, les variations de phases rencontrées engendrent une perturbation sur la probabilité de transition. Elle s'écrit, à partir de la relation 3.31 :

$$\delta P = \frac{1}{2} \int g(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt = \frac{1}{2} \int g(t) \vec{\nabla}\phi(t) \cdot \vec{v}(t) dt, \quad (4.47)$$

prenant en compte la pondération par la variation de la fonction de sensibilité des atomes  $g(t)$  au cours de l'interrogation. La seconde formulation fait apparaître le gradient de phase  $\vec{\nabla}\phi(t)$  et la vitesse instantanée  $\vec{v}(t)$ .

Le déplacement de fréquence se déduit des relations 3.31 et 3.23. Pour une trajectoire quelconque, l'effet Doppler est donc donné par :

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t) \vec{\nabla}\phi(t) \cdot \vec{v}(t) dt \quad (4.48)$$

Dans une géométrie de fontaine atomique, la symétrie de l'interrogation réduit fortement cet effet, puisque les deux impulsions micro-onde ont lieu dans la même cavité. Le déplacement de fréquence est nul, pour un atome évoluant sur une trajectoire verticale, quelque soient les profils d'amplitude et de phase du champ micro-onde. Dans ce cas particulier, seule la composante axiale du gradient de phase contribue à l'effet Doppler, puisque la vitesse transverse est nulle. La figure 4.13, illustre cette propriété de symétrie. Elle schématise respectivement de bas en haut la fonction de sensibilité, la vitesse atomique instantanée, les variations de phase et le gradient de phase longitudinal rencontrés par l'atome le long de la trajectoire. L'origine des temps

sur les graphes est prise à l'apogée de l'atome. Pour plus de clarté dans le schéma, nous avons pris le cas simple d'une variation de phase quadratique. Le dernier axe en haut de la figure indique la position instantanée.  $z_1$  et  $z_2$  désignent respectivement la position d'entrée et de sortie de la cavité. L'atome passant exactement au même endroit à l'aller et au retour, les variations d'amplitude et de phase sont symétriques. La fonction de sensibilité (dans l'exemple, l'impulsion totale vaut  $\pi$ ) et le gradient de phase sont donc pairs. La vitesse, en revanche, est opposée à la montée et à la descente. Le produit des trois termes est donc toujours impair et s'annule lorsqu'il est intégré sur le temps d'interaction.

Pour une trajectoire quelconque, le déphasage moyen accumulé ne se compense que partiellement, puisque l'atome ne passe pas rigoureusement selon le même chemin à l'aller et au retour. Il subsiste donc un effet Doppler résiduel. Cet effet a deux origines. La première provient du profil d'amplitude transverse non homogène du champ dans la cavité. L'excitation micro-onde n'est donc en général pas paire et la fonction de sensibilité est asymétrique. La seconde raison de l'apparition du déplacement est liée aux variations transverses de la phase. Le gradient de phase n'est donc plus symétrique pour une trajectoire quelconque. Ajoutons de plus que, du fait que les atomes sont animés d'une vitesse transverse, ils sont sensibles non seulement à la composante longitudinale mais aussi à la composante transverse du gradient de phase. Le déplacement de fréquence se décompose respectivement en une partie longitudinale et transverse, en développant le produit scalaire précédent :

$$\frac{\delta\nu_z}{\nu_0} = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t) \frac{d\phi(t)}{dz} v_z(t) dt \quad \text{et} \quad (4.49)$$

$$\frac{\delta\nu_{\perp}}{\nu_0} = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t) \overrightarrow{\nabla_{\perp} \phi}(t) \cdot \overrightarrow{v_{\perp}} dt. \quad (4.50)$$

Les déplacements de fréquence doivent évidemment être moyennés sur toutes les trajectoires possibles, dépendant des distributions de positions et des vitesses initiales.

Pour poser concrètement le problème et tenter de donner des ordres de grandeur, nous examinerons par la suite l'effet du gradient de phase pour différentes trajectoires. La discussion se basera sur des données d'amplitude et de phase du champ micro-onde, calculées par l'IRCOM [25] dans la géométrie des cavités testées dans la fontaine PHARAO (un ou deux couplages), grâce à un modèle 3D à éléments finis. Nous présenterons ensuite les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour les deux cavités testées dans l'horloge. Le mode opératoire utilisé pour évaluer le déplacement de fréquence était un fonctionnement avec des impulsions  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ . Nous expliquerons les raisons qui nous ont conduit à choisir cette méthode, qui a mis

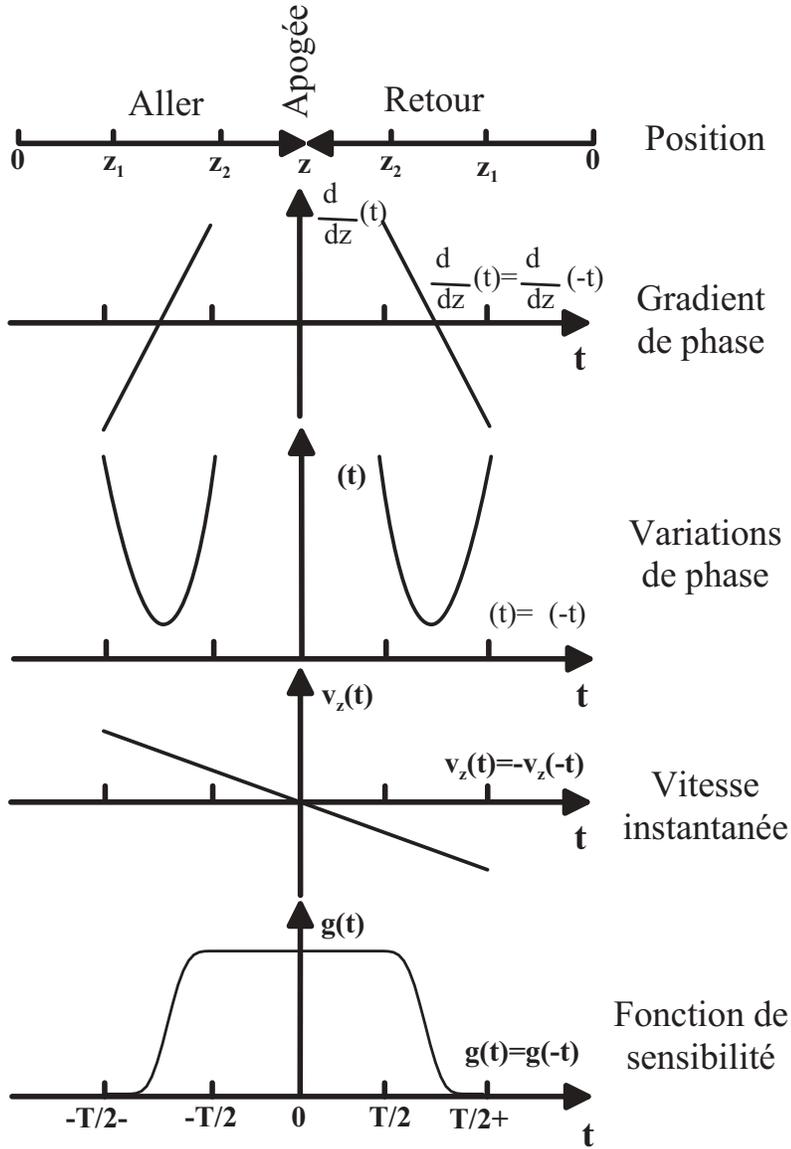


FIG. 4.13 – Symétrie des fonctions intervenant dans l'effet Doppler, dans le cas d'une trajectoire verticale. La figure est commentée dans le texte.

en évidence une dépendance de la fréquence d’horloge avec un défaut de verticalité. Nous confronterons ensuite ces résultats à une simulation numérique prenant en compte l’évolution du nuage atomique durant l’interrogation et tenterons d’interpréter les désaccords observés.

### Variations spatiales de l’amplitude et de la phase calculées par l’IRCOM

Le calcul de l’effet Doppler résiduel dans la fontaine PHARAO repose sur la connaissance de la carte de l’amplitude et de la phase du champ micro-onde dans la cavité. Des données ont été simulées par M. Aubourg (IRCOM) [25], en résolvant numériquement les équations de Maxwell, à l’aide d’une méthode 3D à éléments finis, dans une géométrie de cavité résonante sur le mode  $TE_{011}$  à la fréquence du césium. La figure 4.14 résume les paramètres géométriques du calcul. Les pertes sont prises en compte en considérant une conductivité électrique surfacique  $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$ , typique pour le cuivre. Elles entraînent une variation spatiale de la phase du champ, que ce calcul détermine avec une résolution de  $1 \text{ } \mu\text{rad}$ . Les termes sources proviennent du couplage par ondes évanescentes entre un guide rectangulaire et la cavité, à travers un iris de diamètre 5 mm, placé sur la paroi latérale de la cavité. Le modèle comprend également la présence des pièges à mode TM sur les chapeaux, ainsi que des guides sous coupure, de diamètre 10 mm, qui permettent le passage des atomes (voir §2.2.5). Le calcul a été réalisé dans le cas d’un couplage faible : la puissance du champ transmis à l’intérieur de la cavité correspond à -120 dB de la puissance incidente. Le calcul a été effectué sur une demi cavité dans la direction axiale. Les données fournissent les variations d’amplitude et de phase dans un parallélépipède de longueur de 5 cm, sur une section carrée de 1 cm, englobant le cylindre de diamètre 10 mm comprenant toutes les trajectoires atomiques possibles. La résolution spatiale est de 1 mm dans la direction axiale et de 0,2 mm dans le plan transverse. Les données se trouvent sous la forme de deux tableaux de dimensions  $51 \times 51 \times 51$ , représentant les variations locales de l’amplitude et de la phase.

Notre simulation étend ces données à la longueur totale de la cavité, par symétrie par rapport au plan  $Z = 0$ . Nous avons également construit, à partir des données, une cavité à alimentation symétrique, par symétrie par rapport au plan  $X = 0$ . Cette opération néglige l’influence mutuelle entre les deux couplages. Les variations d’amplitude et de phase sont tracées respectivement pour les deux cavités sur les figures 4.15 et 4.16, dans les plans  $X = 0$ ,  $Y = 0$  et  $Z = 0$ .

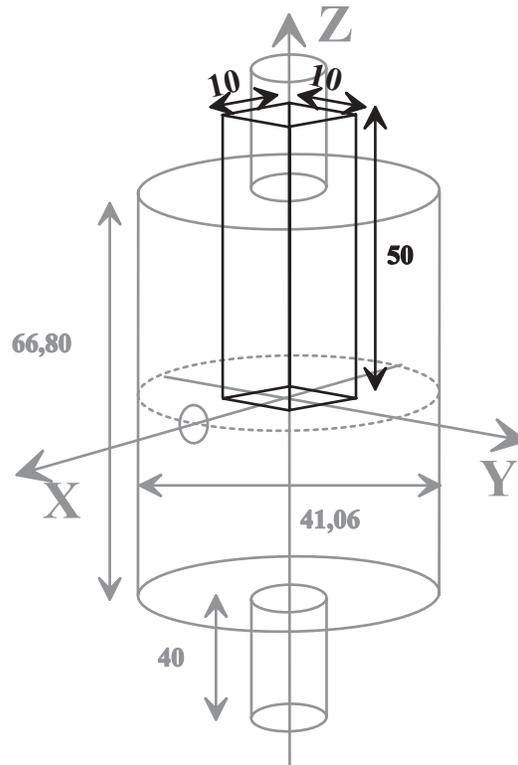


FIG. 4.14 – Paramètres géométriques des données de cavité. Les calculs de l'IRCOM tiennent compte des dimensions de la cavité, de la présence des pièges à modes *TM* et des guides sous coupure sur les chapeaux. L'alimentation s'effectue à travers un unique disque de diamètre 5 mm situé sur la paroi latérale et centré sur l'axe *X*. Les variations d'amplitude et de phase sont données pour une demi cavité, dans deux tableaux de dimension  $51 \times 51 \times 51$ , avec des résolutions spatiales de 1 mm et 0,2 mm, respectivement dans les directions axiale et transverses.

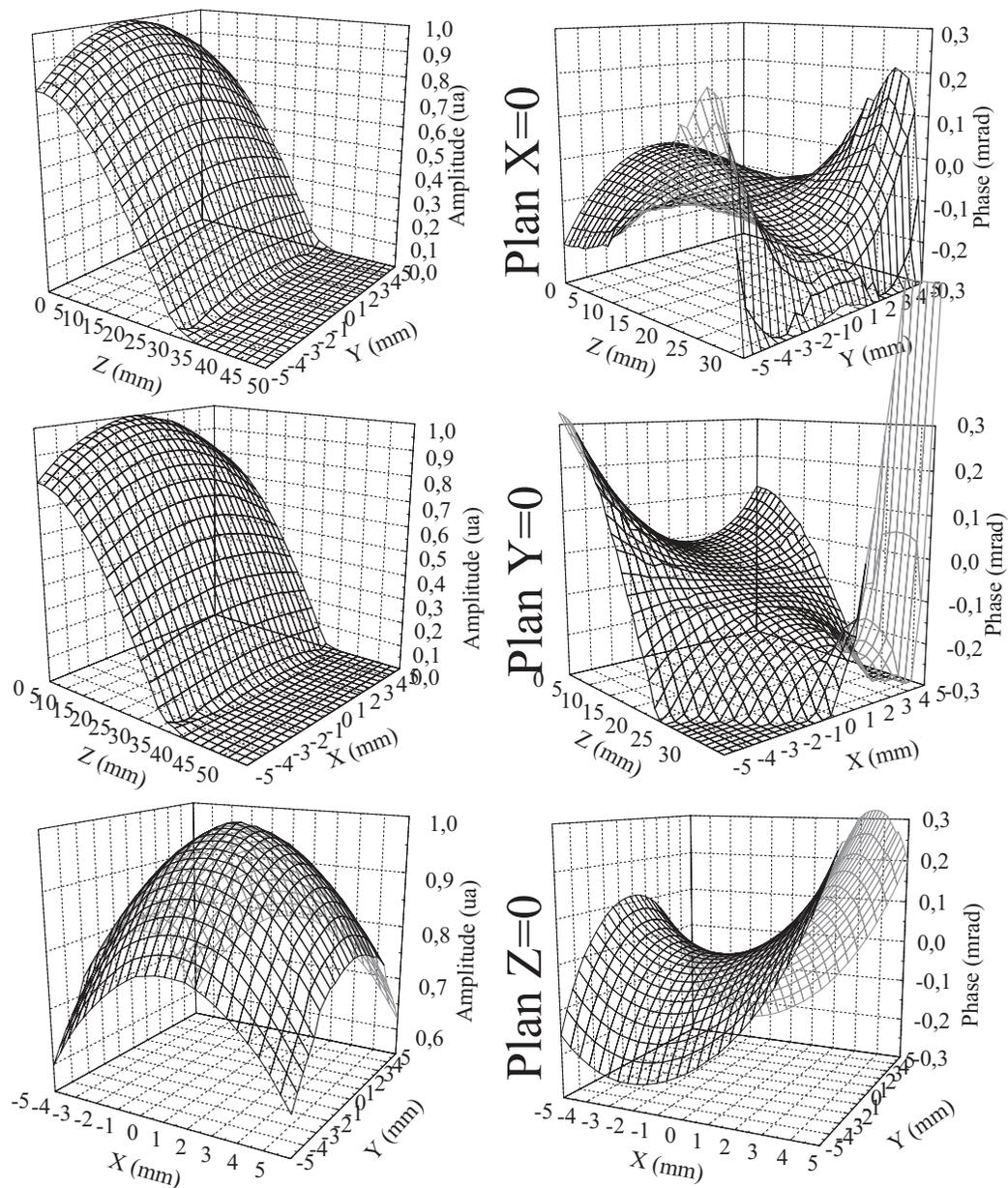


FIG. 4.15 – *Forme du champ dans la cavité à un couplage*

### 4.3. L'EXACTITUDE

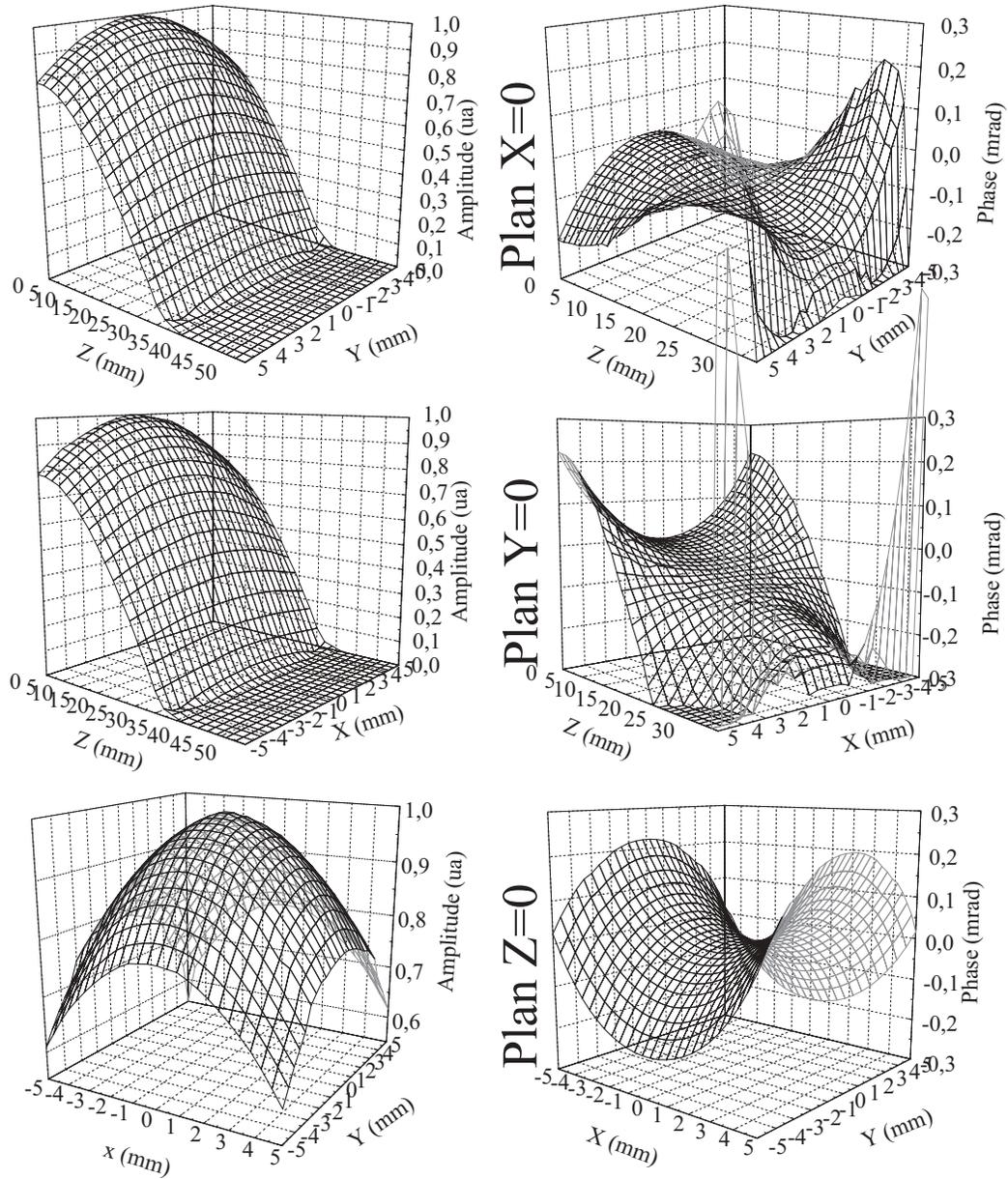


FIG. 4.16 – *Forme du champ dans la cavité à deux couplages symétriques*

### Symétries et dissymétries de l'effet Doppler résiduel selon la trajectoire atomique

La trajectoire des atomes interrogés dépend de la distribution des positions et des vitesses initiales. Ces distributions étant a priori spatialement paires, il apparaît de nouvelles possibilités de symétries, annulant partiellement l'effet Doppler, pour certaines combinaisons de trajectoires.

**Cas d'une cavité à alimentation symétrique** Nous avons tracé sur la figure 4.17 les composantes du gradient de phase calculées pour 4 trajectoires extrêmes, dans le cas de la cavité symétrisée. Dans chaque cas, l'atome est lancé du centre de la zone de capture, à un apogée de 0,5 m. Ils sont animés en plus d'une vitesse de lancement transverse ( $v_x = \pm 9 \text{ mm/s}$  ou  $v_y = \pm 9 \text{ mm/s}$ ), qui est proche de la valeur limite permettant à un atome partant du centre de la mélasse, de traverser à deux reprises la cavité d'interrogation. Le calcul des composantes du gradient est limité par la résolution spatiale des données, ce qui explique les irrégularités sur les graphiques.

Les gradients présentent de fortes variations entre la montée et la descente des atomes. Les composantes transverses, de forme approximativement quadratique, ne semblent modifiées que par un facteur d'échelle, de l'ordre de 5 entre l'aller et le retour, pour les 4 séries de figures. Elles valent  $\pm 150 \mu\text{rad/mm}$  aux extrémités de la cavité et  $\mp 90 \mu\text{rad/mm}$  au centre, au second passage. Les composantes longitudinales, par contre, sont différentes dans les plans  $Y = 0$  et  $X = 0$ . Elles sont monotones, mais la pente change de signe dans le second cas. Elles ressemblent plus à une loi du type arctan. Aux extrémités, les gradients longitudinaux ont pour valeur absolue 10 et 40  $\mu\text{rad/mm}$  dans le plan  $Y = 0$ , 10 et 20  $\mu\text{rad/mm}$  dans le plan  $X = 0$ , respectivement à l'aller et au retour. Au cours d'une unique traversée de cavité, les gradients sont donc respectivement impairs en longitudinal et pairs en transverse, par rapport au centre de la cavité. Ces propriétés sont valables à de faibles distortions près, que la résolution du calcul ne peut mettre en évidence.

L'effet Doppler est identique pour des trajectoires symétriques par rapport à l'axe de la cavité. En effet, les figures  $v_x = \pm 9 \text{ mm/s}$ , par exemple, indiquent que les gradients longitudinaux sont pairs en vitesse transverse, alors que les gradients transverses sont impairs. La symétrie d'amplitude mène a priori à une fonction de sensibilité paire en vitesse transverse. Ces propriétés mènent aux égalités suivantes :

### 4.3. L'EXACTITUDE

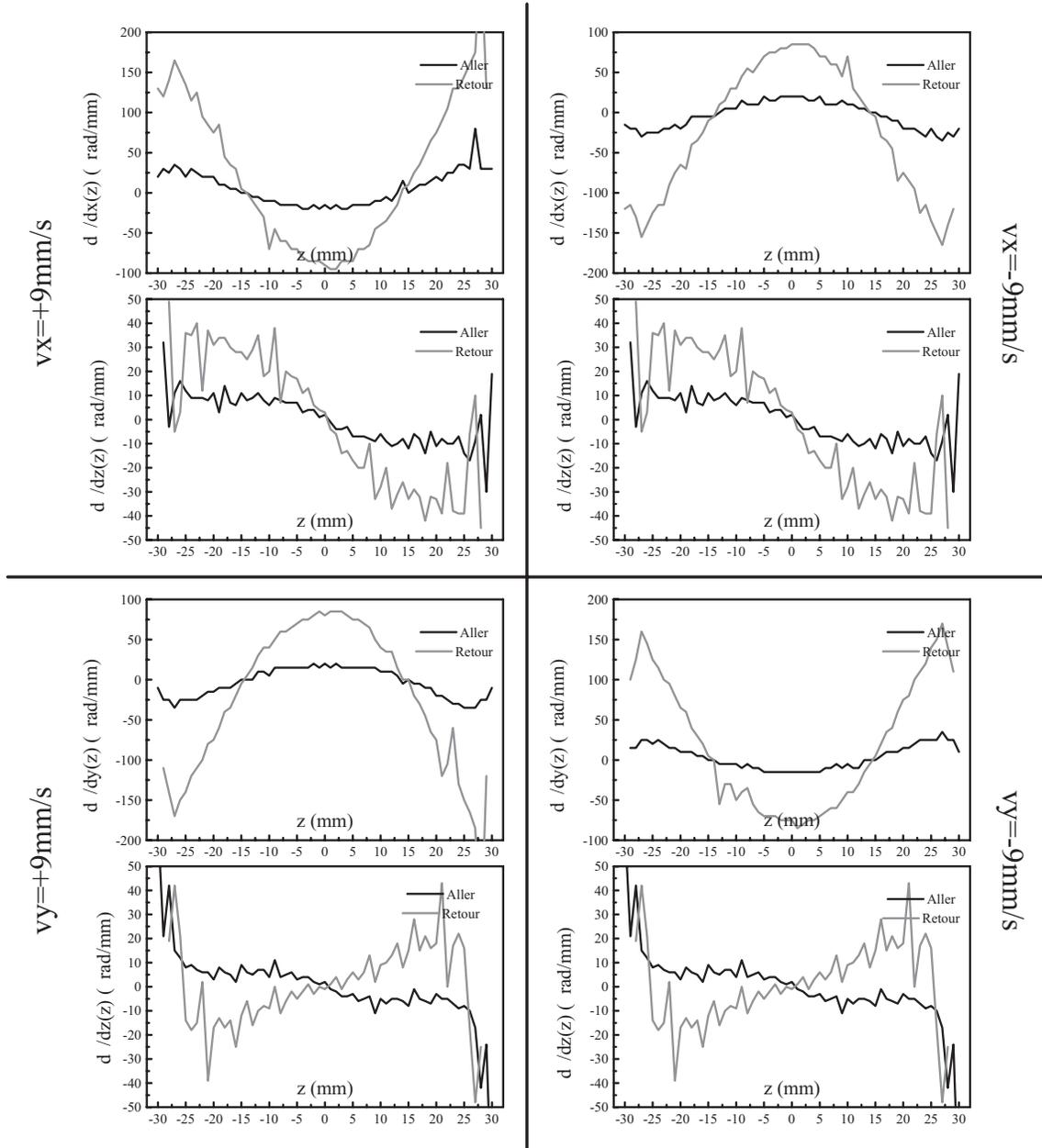


FIG. 4.17 – Composantes du gradient de phase pour la cavité  $TE_{011}$  symétrique pour 4 trajectoires extrêmes ( $v_x = \pm 9 \text{ mm/s}$  et  $v_y = \pm 9 \text{ mm/s}$ ) partant du centre de la mélasse.

$$\begin{aligned}\delta\nu_z(+v_x) &= \delta\nu_z(-v_x), \quad \delta\nu_x(+v_x) = \delta\nu_x(-v_x) \\ \delta\nu_z(+v_y) &= \delta\nu_z(-v_y), \quad \delta\nu_y(+v_y) = \delta\nu_y(-v_y),\end{aligned}$$

car à chaque instant,

$$\begin{aligned}\nabla\phi_\perp(+v_\perp) &= -\nabla\phi_\perp(-v_\perp), \quad v_\perp = -(-v_\perp) \\ \nabla\phi_z(+v_\perp) &= \nabla\phi_z(-v_\perp), \quad v_z(+v_\perp) = v_z(-v_\perp) \\ g(+v_\perp) &= g(-v_\perp),\end{aligned}$$

où  $v_\perp$  désigne selon la cas  $v_x$  ou  $v_y$ .

Les données présentent cependant une symétrie, par rapport au plan  $X = Y$ , pour la composante transverse. En effet, la comparaison des courbes  $v_x = 9$  mm et  $v_y = 9$  mm (resp.  $v_x = -9$  mm et  $v_y = -9$  mm) montre une opposition des gradients, et les vitesses ont été choisies égales. La fonction de sensibilité correspondant à ces trajectoires, calculée au paragraphe 3.4.3, est tracée sur la figure 3.6, page 79. Le rejet de la contribution transverse par symétrie par rapport au plan  $X = Y$  est décrit formellement par les relations :

$$\begin{aligned}\delta\nu_x(v_x) &= -\delta\nu_y(v_y), \\ \delta\nu_x(-v_x) &= -\delta\nu_y(-v_y),\end{aligned}$$

car à chaque instant,

$$\begin{aligned}\nabla\phi_x(\pm v_x) &= -\nabla\phi_y(\pm v_y), \\ \pm v_x &= \pm v_y \\ g(\pm v_x) &= g(\pm v_y)\end{aligned}$$

La disposition d'une cavité à alimentation symétrique n'apporte donc pas de réduction à l'effet Doppler par symétrie par rapport aux plan  $X = 0$  et  $Y = 0$ . Elle permet cependant de rejeter la contribution transverse, par symétrie par rapport au plan  $X = Y$ .

**Cas d'une cavité à alimentation asymétrique** La figure 4.18 donne les composantes du gradient de phase calculées pour les 4 trajectoires précédentes, à travers la cavité à un couplage. Nous observons que par construction, les composantes du gradient ne sont pas modifiées dans le plan perpendiculaire au couplage. Les graphes  $v_y = \pm 9$  mm/s sont donc identiques à ceux de la cavité symétrique. En revanche, dans le plan du couplage, comme on pouvait s'y attendre, l'imparité des gradients transverses avec  $v_{perp}$  et la parité des gradients longitudinaux n'est plus vérifiée. Nous ne retrouvons également plus la symétrie des composantes transverses par rapport au plan  $X = Y$ . Les variations du gradient dans le plan du couplage gardent cependant les mêmes tendances (en première approximation quadratique en transverse et en *Arctan* en longitudinal), bien qu'il ne s'agisse pas uniquement d'un facteur d'échelle. Il existe donc une compensation partielle de la contribution transverse à l'effet Doppler par symétrie par rapport au plan  $X = Y$ . Nous retrouvons par ailleurs à peu près les mêmes propriétés de symétrie par rapport au centre de la cavité : les composantes longitudinales et transverses du gradient de phase sont respectivement impaires et paires.

**Avantage du chargement en mélasse** La disposition d'une large distribution des positions, pour un chargement en mélasse, offre une nouvelle possibilité de réduction de l'effet Doppler. Cette compensation s'applique aux deux cavités. Pour l'illustrer, nous avons tracé dans la figure 4.19, le cas d'un atome dont l'apogée est situé dans l'axe de la cavité, ou, ce qui est équivalent, dont la trajectoire est symétrique par rapport à l'axe  $OZ$ . Les gradients sont ceux de la cavité symétrique. L'exemple correspond à une position initiale  $x_0=3$  mm et une vitesse transverse  $v_x=-9,4$  mm/s. Les graphes montrent que sur cette trajectoire, le gradient transverse est opposé, entre l'aller et le retour, et que le gradient longitudinal est identique. Par ailleurs, comme la symétrie s'applique également à l'amplitude, la fonction de sensibilité est symétrique. L'effet Doppler est donc nul pour les deux contributions. Ces symétries se traduisent par les relations suivantes, où l'origine des temps est prise à l'apogée des atomes.

$$\begin{aligned} \int_{aller} g(t) \nabla \phi_x(t) v_x dt &= - \int_{retour} g(t) \nabla \phi_x(t) v_x dt \\ \int_{aller} g(t) \nabla \phi_z(t) v_z(t) dt &= - \int_{retour} g(t) \nabla \phi_z(t) v_z(t) dt, \end{aligned}$$

car

CHAPITRE 4. EVALUATION DES PERFORMANCES DE LA  
FONTAINE ATOMIQUE PHARAO

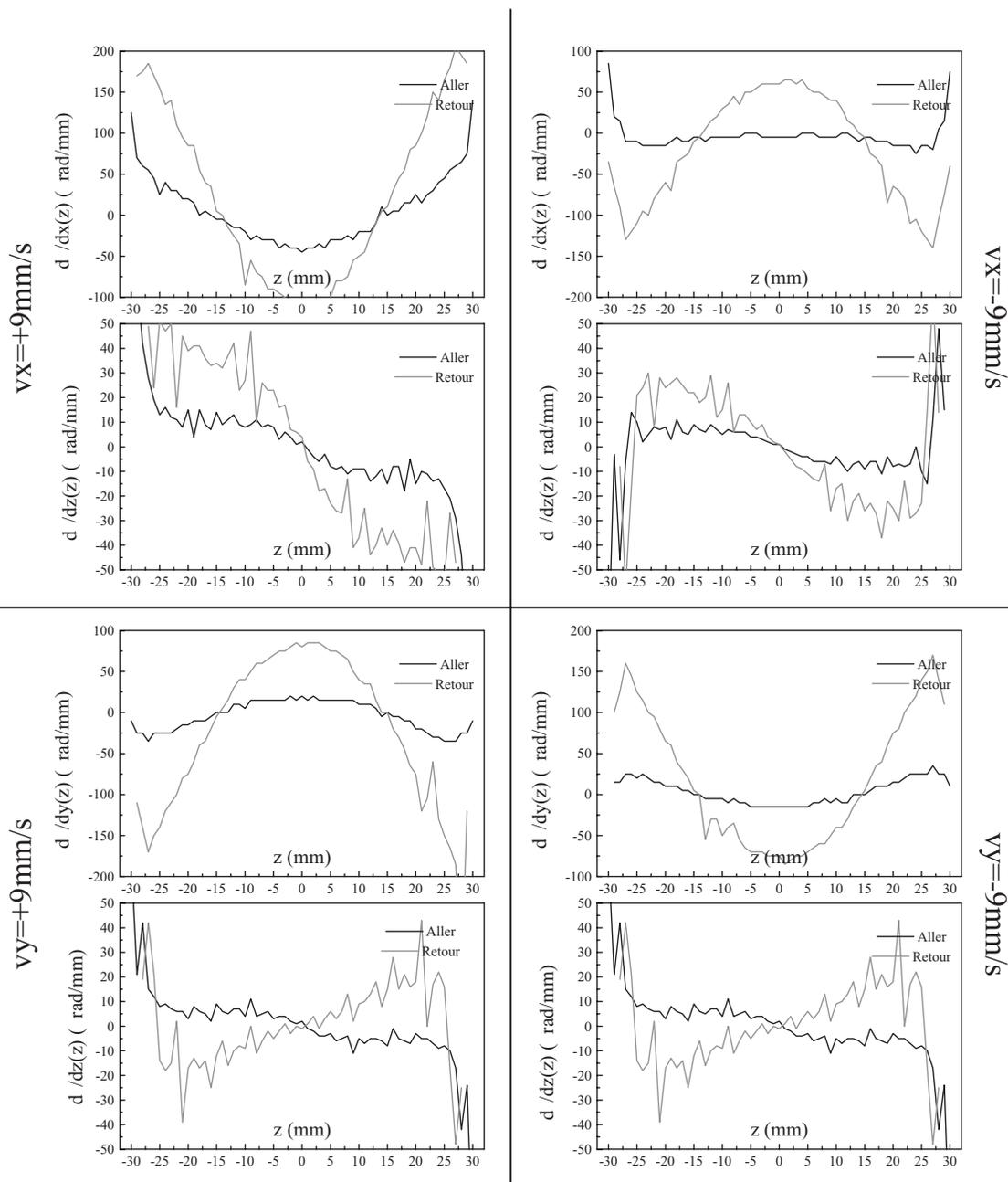


FIG. 4.18 – Composantes du gradient de phase pour la cavité  $TE_{011}$  asymétrique pour 4 trajectoires extrêmes ( $v_x = \pm 9 \text{ mm/s}$  et  $v_y = \pm 9 \text{ mm/s}$ ) partant du centre de la mélasse.

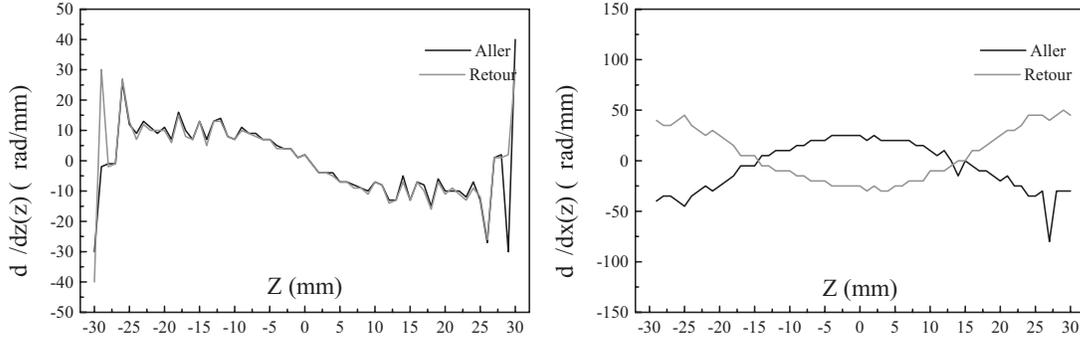


FIG. 4.19 – Composantes du gradient de phase pour la cavité  $TE_{011}$  symétrique, pour un atome dont l'apogée est sur l'axe.

$$\begin{aligned} \nabla\phi_x(t) &= -\nabla\phi_x(-t), \quad v_x(t) = v_x(-t) = v_x \\ \nabla\phi_z(t) &= \nabla\phi_z(-t), \quad v_z(t) = -v_z(-t) \\ g(t) &= g(-t). \end{aligned}$$

Il existe une compensation similaire pour 2 atomes dont l'apogée est en dehors de l'axe, mais qui parcourent la même trajectoire en sens opposé. Les vitesses transverses sont donc opposées. Comme présenté sur la figure 4.20, les deux composantes du gradient de phase sont symétriques en temps, sur les deux trajectoires. La fonction de sensibilité est dissymétrique sur une trajectoire. Pour les conditions initiales ( $X_0=-0,9$  mm,  $v_x=+9,4$  mm/s), la première impulsion micro-onde est d'amplitude supérieure à la seconde, car l'atome passe plus près de l'axe de la cavité lors de la première traversée. C'est exactement l'inverse pour la trajectoire ( $X_0=+5,1$  mm,  $v_x=-9,4$  mm/s). Les fonctions de sensibilité sont donc elles aussi symétriques en temps sur les deux trajectoires. Nous les avons tracées sur la figure 4.21, dans les deux cas, pour des impulsions  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ . Les contributions à l'effet Doppler d'un atome au cours de la montée se compensent donc parfaitement avec celles du second à la descente (et vice versa). Cette compensation entre les deux trajectoires  $a$  et  $b$  se traduit par les expressions suivantes :

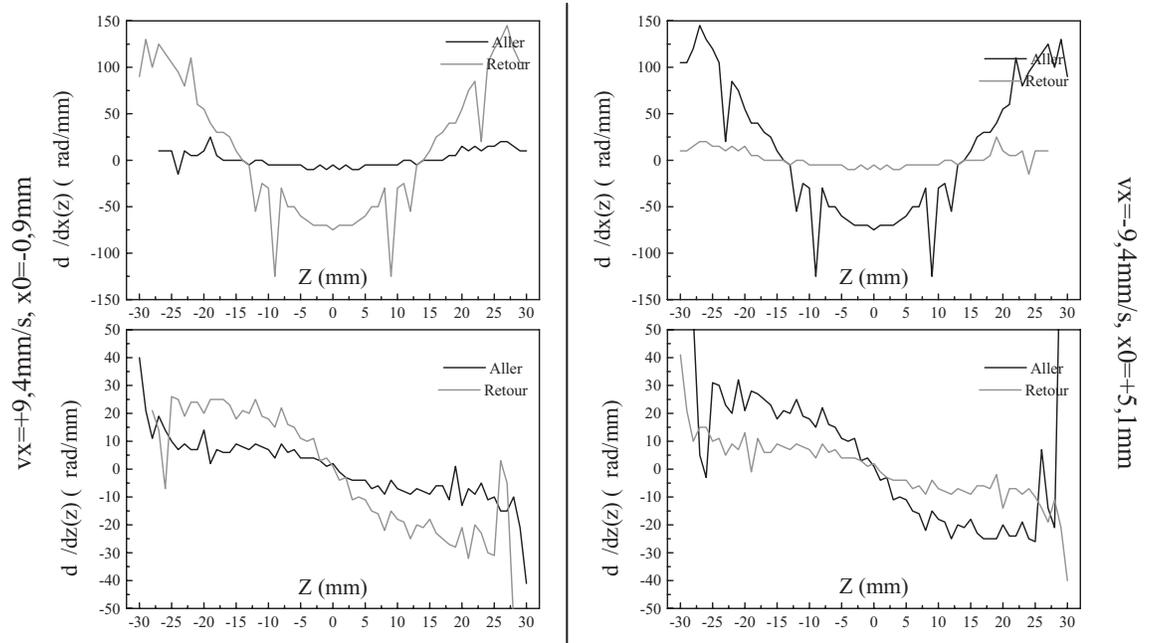


FIG. 4.20 – Composantes du gradient de phase pour la cavité  $TE_{011}$  symétrique, pour deux trajectoires décentrées, mais superposées.

$$\int_a g(t) \nabla \phi_x(t) v_x dt = - \int_b g(t) \nabla \phi_x(t) v_x dt$$

$$\int_a g(t) \nabla \phi_z(t) v_z(t) dt = - \int_b g(t) \nabla \phi_z(t) v_z(t) dt,$$

car

$$\nabla^a \phi_x(t) = \nabla^b \phi_x(-t), \quad v_x^a = -v_x^b$$

$$\nabla^a \phi_z(t) = \nabla^b \phi_z(-t), \quad v_z^a(t) = -v_z^b(-t)$$

$$g^a(t) = g^b(-t).$$

En pratique, cette symétrie ne s'annule que partiellement l'effet Doppler. Comme la distribution des positions initiales est gaussienne, les deux types de trajectoires ne sont équiprobables que si leur apogée est sur l'axe de la cavité.

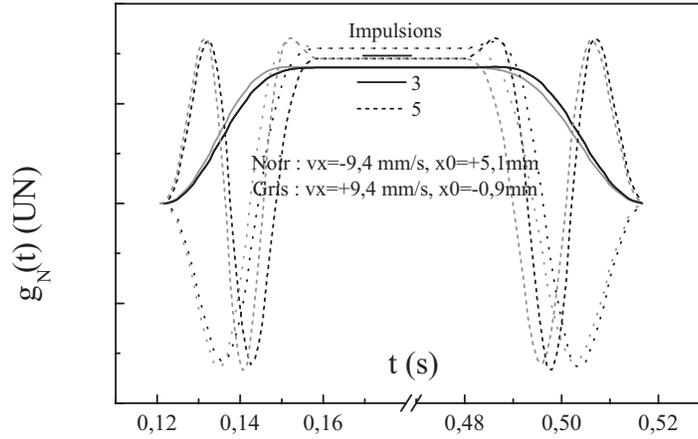


FIG. 4.21 – *Fonctions de sensibilité correspondant aux trajectoires de la figure 4.20.*

**Evolution de l'effet Doppler avec le type d'impulsions et ordres de grandeur** Les discussions précédentes ont montré qualitativement les compensations possibles de l'effet Doppler par des opérations de symétrie sur les trajectoires atomiques. Nous avons vérifié quantitativement ces symétries, pour des impulsions micro-onde totales  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ , à l'aide du modèle numérique, présenté au paragraphe 3.3.2.

Le calcul a été effectué en utilisant directement les données d'amplitude  $b[i]$  et de phase  $\phi[i]$  rencontrées sur les différentes trajectoires. La probabilité de transition perturbée est calculée par le produit des matrices  $R(b[i], \phi[i], \delta, \Delta t(z))$ , de part et d'autre de la frange de résonance, par la procédure à pas spatial constant. Le déplacement de fréquence est alors donné par la relation 3.29. Les résultats, exprimés en  $10^{-6}$  Hz, sont présentés dans les tableaux 4.4 et 4.5 pour toutes les trajectoires évoquées précédemment, respectivement à travers les cavités à deux et une alimentation. Ils correspondent respectivement à des impulsions totales  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ .

Conditions initiales	$\pi$	$3\pi$	$5\pi$
$x_0=0$ mm, $v_x=9$ mm/s	-15,6	-25,2	393,2
$x_0=0$ mm, $v_x=-9$ mm/s	-15,6	-25,2	393,2
$y_0=0$ mm, $v_y=9$ mm/s	19,1	106,9	-219,6
$y_0=0$ mm, $v_y=-9$ mm/s	19,1	106,9	-219,6
$x_0=3$ mm, $v_x=-9,4$ mm/s	0	0	0
$x_0=0,9$ mm, $v_x=-9,4$ mm/s	-11,5	-31,1	240,8
$x_0=-5,1$ mm, $v_x=9,4$ mm/s	11,5	31,1	-240,8

TAB. 4.4: *Effet Doppler calculé sur différentes trajectoires à travers la cavité à deux couplages et exprimé en  $\mu\text{Hz}$ , pour des impulsions micro-onde totales de  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ .*

La formulation de l'effet Doppler à l'aide de la fonction de sensibilité possède l'avantage de différencier les contributions transverses et longitudinale, ce qui n'est pas accessible par le calcul matriciel précédent. Son application dans un calcul numérique n'a malheureusement pu être mise en pratique. Les gradients de phase ont été déterminés par une procédure à pas spatial constant. A cause de la taille finie du maillage des données, leur calcul est perturbé par les arrondis en position. La fonction de sensibilité normalisée, par contre, se calcule plus facilement par une procédure à pas temporel constant et n'est donc pas "en phase" avec la discrétisation spatiale des données. Le calcul numérique est donc délicat à réaliser, puisque l'effet des faibles dissymétries de phase que l'on cherche à déterminer se trouve masqué par les erreurs d'arrondi dues au maillage. Pour se rendre compte du rapport des contributions longitudinales et transverses, il faut se rappeler les valeurs des vitesses mises en jeu sur les trajectoires extrêmes envisagées. Pour un apogée à 0,5 m au dessus de la zone de capture, la vitesse verticale varie de 1,9 à 1,5 m/s entre l'entrée et la sortie de la cavité. la vitesse transverse de 0,9 mm/s en est inférieure d'un facteur supérieur à 150. Les variations pic à pic maximales observées des composantes du gradient sont de 300  $\mu\text{rad}/\text{mm}$  en transverse et 100  $\mu\text{rad}/\text{mm}$  en longitudinal (voir les graphes  $v_x=9$  mm/s pour la cavité asymétrique, sur la figure 4.18). Une simple division, négligeant les variations des gradients et de la fonction de sensibilité, donnent donc un rapport de 50. Cette tendance indique que selon les données, ce sont essentiellement les variations transverses du gradient de phase longitudinal qui interviennent dans l'effet Doppler résiduel.

Conditions initiales	$\pi$	$3\pi$	$5\pi$
$x_0=0$ mm, $v_x=9$ mm/s	-25,2	-48,4	535,3
$x_0=0$ mm, $v_x=-9$ mm/s	-6,5	-2,8	251,7
$y_0=0$ mm, $v_y=9$ mm/s	19,1	106,1	-220,5
$y_0=0$ mm, $v_y=-9$ mm/s	19,1	106,1	-220,5
$x_0=3$ mm, $v_x=-9,4$ mm/s	12,0	50,8	-62,4
$x_0=0,9$ mm, $v_x=-9,4$ mm/s	-1,2	8,6	134,8
$x_0=-5,1$ mm, $v_x=9,4$ mm/s	1,2	-8,6	-134,8

TAB. 4.5: *Effet Doppler calculé sur différentes trajectoires à travers la cavité à un couplage et exprimé en  $\mu\text{Hz}$ , pour des impulsions micro-onde totales de  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ .*

Revenons maintenant aux valeurs présentées dans les tableaux 4.4 et 4.5. Le calcul vérifie les symétries mises en évidence précédemment. Ainsi, pour chaque niveau micro-onde, les déplacements de fréquence sont égaux par symétrie par rapport au plan  $X = 0$  pour les deux cavités (trajectoires  $y_0=0$ ,  $v_y = \pm 9$  mm/s), et également par rapport au plan  $Y = 0$ , dans le cas de l'alimentation symétrique (trajectoires  $x_0=0$ ,  $v_x = \pm 9$  mm/s). On retrouve également un déplacement opposé pour deux trajectoires identiques parcourues en sens opposé, quelque soit le mode de couplage (trajectoires  $x_0=0,9$  mm,  $v_x = -9,4$  mm/s et  $x_0=-5,1$  mm,  $v_x = 9,4$  mm/s). Le calcul donne un déplacement de fréquence nul, pour une trajectoire dont l'apogée est sur l'axe (trajectoire  $x_0=3$  mm,  $v_x = \pm 9,4$  mm/s).

Les résultats montrent d'importantes variations avec le niveau micro-onde. Nous remarquons également que le signe est toujours identique pour des impulsions  $\pi$  et  $3\pi$ , et opposé à une excitation totale de  $5\pi$ . Le déplacement croît avec l'augmentation de l'amplitude du champ micro-onde, à l'exception de la trajectoire  $x_0=0$ ,  $v_x = 9$  mm/s à travers la cavité asymétrique, pour laquelle le rapport des déplacements à  $3\pi$  et  $\pi$  vaut 0,43. Ce rapport varie de 1,6 à 7,2 pour les autres trajectoires. Entre  $5\pi$  et  $\pi$ , le facteur varie de 5,2 à 112. Comme le gradient de phase et la fonction de sensibilité varient beaucoup selon les trajectoires, il n'est pas étonnant qu'il n'existe pas de règle simple exprimant la dépendance de l'effet Doppler avec le niveau micro-onde.

Ces tendances peuvent s'interpréter à l'aide de la fonction de sensibilité, en utilisant la propriété de parité du gradient de phase sur une zone d'interaction, que l'on a remarquée précédemment. Examinons par exemple le cas de la cavité symétrique (figure 4.17). La discussion s'appuie sur l'évolution

de  $g(t)$  avec le niveau micro-onde, donnée par exemple sur la figure 4.21, sans tenir compte des dissymétries entre les deux impulsions. Pour les trajectoires  $v_y = \pm 9$  mm/s, une approximation par une loi linéaire des gradients de phase mène à des pentes de  $-0,5 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$  et  $1 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$  respectivement à la montée et à la descente. Ces pentes valent respectivement  $-0,5 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$  et  $-2 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$  pour la trajectoire  $v_x = \pm 9$  mm/s. En tenant compte de l'imparité de la vitesse axiale le long des trajectoires, et de la parité de la fonction de sensibilité, les contributions se compensent en partie sur la seconde trajectoire et se somment sur la première. L'effet résiduel est approximativement équivalent à celui d'une pente de gradient de phase de  $1,5 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$  et  $-1,5 \mu\text{rad}/\text{mm}^2$ , uniquement au cours de la montée des atomes, respectivement sur les trajectoires  $v_y = \pm 9$  mm/s et  $v_x = \pm 9$  mm/s. Le déplacement de fréquence est donc de signe opposé dans les deux cas, quelque soit l'impulsion.

Examinons maintenant le premier cas (trajectoire  $y_0=0$ ,  $v_y = \pm 9$  mm/s), en réduisant l'effet Doppler à l'effet des variations du gradient et de la fonction de sensibilité sur la première interaction. Le gradient est donc négatif sur la première moitié de l'impulsion et positif sur la seconde. Pour une impulsion  $\pi$ , la fonction de sensibilité croît de façon monotone de 0 au maximum  $g_{max}$ , en première approximation selon une loi en sinus. C'est donc la seconde moitié de l'impulsion qui est prépondérante. Le déplacement de fréquence est donc positif. A  $3\pi$ ,  $g(t)$  oscille sur  $3/4$  d'arcs de sinus et reste négative sur les deux premiers tiers de l'impulsion. Son poids est donc plus important lors de la première moitié de l'impulsion, où le gradient de phase est aussi négatif. L'intégrale donne donc également un déplacement de fréquence positif. La fonction de sensibilité à  $5\pi$  effectue  $5/4$  d'arc de sinus. Elle est positive sur les deux premiers et négative sur les trois derniers. Elle change donc de signe à peu près en même temps que le gradient de phase ( $2/5$  est proche de  $1/2$ ). Comme le gradient et la fonction de sensibilité sont de signes opposés, l'effet Doppler est négatif, c'est à dire opposé aux cas des impulsions  $\pi$  et  $3\pi$ . L'interrogation à  $5\pi$  augmente la sensibilité à l'effet Doppler, puisque contrairement à l'interrogation à  $\pi$ , elle donne approximativement le même poids au gradient dans les deux moitiés de la cavité. Cette interprétation n'est pas toujours vérifiée à  $3\pi$ , comme on l'a vu sur une des trajectoires envisagées. L'analyse de la variation des résultats obtenus sur les différentes trajectoires est plus délicate, car elle dépend des dissymétries de  $g(t)$  et du gradient de phase. Remarquons que la discussion sur le gradient longitudinal, impair sur une zone, peut également être appliquée à la composante transverse, qui est paire. Nous attendons donc une réduction de la sensibilité à l'effet transverse avec l'augmentation du niveau micro-onde.

Dans les trois paragraphes précédents, nous avons examiné les contri-

butions à l'effet Doppler résiduel pour différentes trajectoires atomiques, en se basant sur les données de l'IRCOM correspondant à un couplage faible de la cavité. Les discussions ont mis en évidence l'intérêt d'utiliser des atomes chargés en mélasse, offrant des compensations possibles entre les différentes contributions. Elles montrent également un léger avantage à l'utilisation d'une cavité à couplages symétriques sur les trajectoires envisagées. Les ordres de grandeurs des composantes du gradient et des vitesses mises en jeu indique que c'est la variation transverse du gradient longitudinal qui fournit la contribution prépondérante à l'effet Doppler. Le calcul du déplacement de fréquence sur les trajectoires essayées a donné des ordres de grandeur a priori pessimistes, puisqu'ils ne tiennent pas compte des compensations apportées par les symétries. Il a également montré l'intérêt d'une interrogation à  $5\pi$ , augmentant l'effet des dissymétries longitudinales et donc la sensibilité à la mesure de l'effet Doppler résiduel. Nous présentons dans le paragraphe suivant les différentes mesures effectuées dans les deux cavités testées dans la fontaine PHARAO. Ces mesures ont guidé nos calculs numériques prenant en compte les distributions de positions et des vitesses initiales, discutés ensuite.

#### Résultats expérimentaux

**Méthode expérimentale** Le déplacement Doppler est par définition un effet proportionnel à la vitesse. Dans la fontaine PHARAO, ce paramètre ne peut être varié que de 2,8 à 3,4 m/s, ce qui correspond à des apogées respectifs à la sortie du guide sous coupure de la cavité et au chapeau du haut du blindage magnétique le plus interne. La vitesse au centre de la cavité varie alors que de 1,4 à 2,4 m/s, ce qui donne un facteur d'amplification de l'effet Doppler inférieur à 3. Par ailleurs, la stabilité est dégradée d'un facteur  $\sim 2$  à basse vitesse et l'exactitude est limitée à haute vitesse par l'effet Zeeman quadratique, car le champ magnétique statique est perturbé par les trous du chapeau de blindage pour les apogées les plus hauts. Enfin, la variation de la vitesse de lancement demande une calibration de l'effet des collisions entre atomes froids pour chaque apogée des atomes. La méthode est donc difficile à mettre en oeuvre.

Au début de ma thèse, il était initialement prévu de mesurer localement le gradient de phase dans la cavité, à ce moment là équipée d'une unique alimentation. La philosophie de l'expérience était non pas d'interroger les atomes par la totalité du profil longitudinal de la cavité, mais par de courtes impulsions d'une durée de l'ordre de la milliseconde, appliquées pour différentes positions des atomes dans le résonateur. Cette méthode requiert cependant une excellente atténuation de la micro-onde. L'utilisation d'interrupteurs commerciaux pourrait satisfaire ce besoin. Ils possèdent cependant des transi-

toires de phase importants ( $\sim 10^{-4}$  rad), engendrant un déplacement de fréquence de l'ordre de  $10^{-14}$ . Nous avons effectué des mesures en utilisant l'interrupteur interférentiel fournissant une atténuation théoriquement suffisante de 120 dB (voir §2.4.2). Ces expériences ont malheureusement donné des résultats non reproductibles que l'on a attribués à l'instabilité des transitoires de l'interrupteur micro-onde à l'ouverture.

Nous nous sommes ensuite penchés sur l'utilisation d'impulsions multiples de  $\pi$ , augmentant la sensibilité à l'effet Doppler. Nous avons en effet remarqué un déplacement de fréquence de plusieurs  $10^{-14}$  pour un fonctionnement à  $5\pi$ . Nous avons tout d'abord imputé cet effet à des fuites micro-onde. Cette hypothèse a pu être rejetée en utilisant l'interrupteur interférentiel, en appliquant des impulsions de différentes durées, commençant et se terminant quand les atomes se trouvent en dehors de la cavité, afin de tester et d'exclure les problèmes de transitoire. Avant d'incriminer l'effet Doppler résiduel, nous avons envisagé d'autres perturbations pouvant provenir de bandes latérales dissymétriques dans le spectre de la micro-onde, de cohérences résiduelles provoquées par la sélection, des collisions entre atomes froids pouvant se comporter différemment suivant le type d'impulsions, de l'influence des transitions atomiques voisines ou d'un désaccord de la résonance de la cavité par rapport à la transition d'horloge. Ces tests n'ont montré aucune variation du déplacement de fréquence à  $5\pi$ , avec une résolution de  $\sim 10^{-15}$ . Pour mettre en évidence la dépendance de l'effet avec les variations de la phase du champ dans la cavité, nous avons dérégulé la verticalité de l'horloge. L'objectif est de briser la symétrie de l'interrogation, puisque qu'en jouant sur ce réglage, la trajectoire moyenne des atomes n'est alors plus rectiligne. Nous présentons dans les deux paragraphes suivants les résultats de cette expérience, réalisée sur les deux cavités testées dans l'horloge.

**Cavité  $TE_{011}$  à un seul couplage** La figure 4.22 présente les mesures réalisées avec la première cavité implantée dans la fontaine PHARAO, ne disposant que d'une alimentation. Cette cavité, surcouplée, présentait un facteur de qualité de 2000. Les points représentent les déplacements de fréquence observés à  $3\pi$  et  $5\pi$ , respectivement en fonction de défauts de verticalité dans le plan du couplage (angle  $\theta_y$ ) et dans le plan perpendiculaire (angle  $\theta_x$ ), variés autant que possible indépendamment. Les mesures ont été réalisées par intégrations différentielles, par comparaison avec un fonctionnement à  $\pi$ , pour lequel le déplacement attendu est négligeable.

L'origine en abscisse correspond aux angles maximisant le nombre d'atomes détectés, déterminée avec une résolution de  $4 \cdot 10^{-4}$  rad. On observe que le déplacement à  $5\pi$  évolue en fonction de  $\theta_y$ , avec une pente de  $-2,5 \cdot 10^{-14}/\text{mrad}$  et s'annule pour un angle de  $-0,6$  mrad. Dans la direction perpendiculaire,

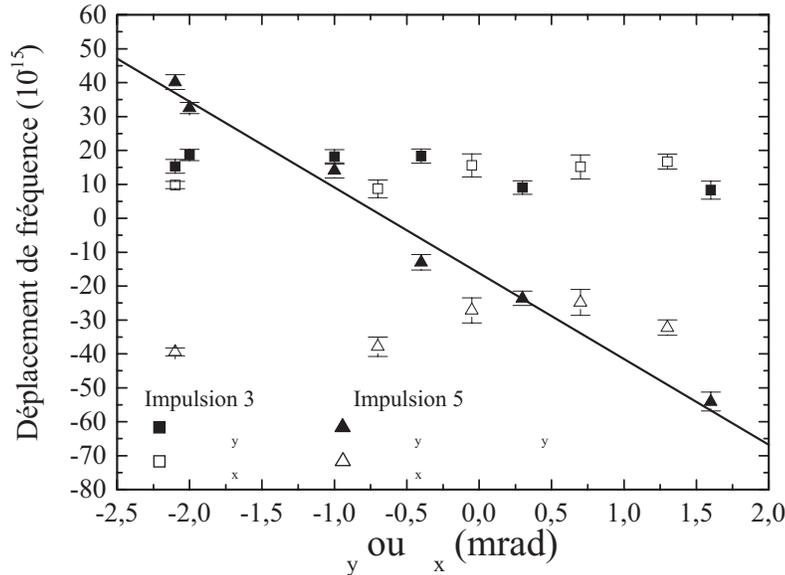


FIG. 4.22 – *Effet d’une inclinaison de la fontaine atomique, pour des impulsions  $3\pi$  (carrés) et  $5\pi$  (triangles), pour la cavité à un couplage micro-onde. Les déplacements de fréquence sont mesurés en fonction d’un angle  $\theta_y$  dans le plan du couplage (symboles pleins) et d’un angle  $\theta_x$  dans le plan perpendiculaire (symboles vides).*

par contre, les déplacements de fréquence mesurés se situent tous dans un intervalle<sup>8</sup> de largeur  $2 \cdot 10^{-14}$  centré autour de  $-3 \cdot 10^{-14}$  et ne présentent pas de dépendance significative avec l’angle  $\theta_x$ . A  $3\pi$  l’effet est situé entre 2 et  $3 \cdot 10^{-14}$ , mais ne montre également pas de dépendance claire avec les angles.

La sensibilité caractéristique du déplacement de fréquence à  $5\pi$  avec un défaut de verticalité dans le plan de l’alimentation indique une influence particulière du couplage. Nous avons tenté sans succès de retrouver ces variations par des simulations. Nous avons interprété ces divergences par la différence d’influence du couplage entre la cavité réelle et les données de l’IRCOM. En effet, notre cavité, surcouplée, disposait d’un orifice d’alimentation de diamètre 9 mm, alors que les données ont été calculées pour un couplage de diamètre 5 mm et correspondaient à une cavité souscouplée.

Nous avons donc décidé de changer la cavité micro-onde. Les modifications apportées ont eu pour objectif de disposer de deux orifices de couplage,

<sup>8</sup>Les mesures réalisées en fonction de  $\theta_x$  présentaient également un angle  $\theta_y$  autour de 0,2 mrad

de diamètre inférieur, afin d'augmenter la surtension, et de se ménager la possibilité d'une alimentation symétrique.

Schröder et al. [22] ont construit un modèle simplifié des variations transverses de phase dans une cavité à deux alimentations, afin de dimensionner la cavité d'interrogation implantée dans la fontaine CSF1 de la PTB. Leur résonateur (également mode  $TE_{011}$ ) est alimenté par couplage électrique, à travers deux fentes, disposées symétriquement à la hauteur du centre de la cavité, dans la paroi latérale de la partie cylindrique. Un guide d'onde à section rectangulaire entourant cette partie cylindrique assure la transmission du champ rayonné par une unique antenne, jusqu'au fentes de couplage. Dans notre nouvelle cavité, nous avons choisi d'effectuer l'alimentation à l'aide de deux antennes distinctes, afin de conserver la possibilité du réglage de l'amplitude et de la phase relatives entre les deux champs d'alimentation. Leur calcul fournit une modélisation à une dimension des variations de phase dans l'axe des couplages, en étudiant l'interférence entre les champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  transmis par les deux alimentations à l'intérieur du résonateur (mode  $TE_{201}$  à 1D). En négligeant le déphasage entre les deux champs, ce calcul aboutit à l'expression de la phase  $\phi(x)$  :

$$\phi(x) \approx \left( \frac{1}{V} + \alpha_C \right) \tan(\beta x) \quad (4.51)$$

où  $\alpha_C$  représente les pertes dans la cavité et  $\beta$  est le vecteur d'onde du champ micro-onde sur l'axe considéré. Le terme  $\frac{1}{V}$  caractérise le taux d'ondes progressives dans cette direction. Si le dispositif est complètement symétrique (taux de transmission et de réflexion identiques à travers les deux couplages), ce taux d'ondes progressives est lié à la surtension en charge  $Q_{cav}$  par la relation :

$$\frac{1}{V} \approx \left( 1 - \frac{E_1}{E_2} \right) \frac{\pi}{2 Q_{cav}} \quad (4.52)$$

où  $E_1$  et  $E_2$  sont les amplitudes des deux champs en amont des couplages. Un mode d'alimentation symétrique permet donc en principe d'obtenir une dépendance quadratique de la phase au centre de la cavité, et donc de réduire la sensibilité de l'effet Doppler résiduel à un défaut de verticalité de l'horloge. Cette sensibilité est de plus réduite avec l'augmentation de la surtension en charge (cavité sous-couplée). Pour une surtension de 18000, il suffit d'un équilibrage des amplitudes à 10% pour réduire la pente due au taux d'ondes progressives à une valeur inférieure à  $10^{-5}$  rad. Un réglage des amplitudes

et des phases relatives doit permettre de rattraper d'éventuelles dissymétries de construction du dispositif et d'annuler le terme  $\frac{1}{V}$ .

**Cavité TE<sub>011</sub> à deux couplages** La seconde cavité d'interrogation testée dans la fontaine PHARAO possède les mêmes dimensions que la précédente. Elle peut être alimentée à travers deux iris de couplage de diamètre 4,8 mm. Cette dimension a été déterminée par augmentation progressive, en maximisant l'énergie couplée dans la cavité. Pour ce diamètre, l'optimisation de l'adaptation d'impédance mène à une longueur d'antenne inférieure au mm. La position de l'antenne est alors assez critique. Afin de limiter la sensibilité mécanique du montage, et d'éventuels dérèglages à long terme, nous avons choisi d'augmenter la longueur des antennes, au détriment d'une adaptation d'impédance optimale. Le montage final correspond à des longueurs d'antenne de 3 mm. Les taux de réflexion mesurés à résonance pour chaque entrée sont respectivement de 16 et 20%. Nous avons mesuré une surtension en charge de 18000, plus proche de la surtension à vide attendue ( $\sim 30000$ ).

La symétrie de l'alimentation est optimisée sur les atomes, à l'aide d'un atténuateur et d'un déphaseur variables (figure 4.23). Dans un premier temps, le niveau global en sortie de la chaîne de synthèse est ajusté de façon à obtenir une probabilité inférieure à 1/2, lorsque la cavité n'est alimentée que par le bras comportant le déphaseur. L'excitation micro-onde est ensuite effectuée par l'autre entrée. L'atténuateur disposé sur ce bras est réglé pour obtenir une même probabilité inférieure à 1/2. L'alimentation est enfin effectuée par les deux antennes et le déphasage entre les deux voies est ajusté afin de maximiser la probabilité de transition. La procédure est itérative, pour tenir compte du couplage phase-amplitude des deux composants. La procédure de réglage impose d'avoir une probabilité de transition inférieure à 1/2 pour une alimentation à un couplage (impulsion totale inférieure à  $\pi/2$ ), afin qu'elle n'atteigne pas l'unité lorsque les deux alimentations sont utilisées (impulsion totale inférieure à  $\pi$ ). Lorsque seulement un des couplages est utilisé une charge  $50 \Omega$  est placée sur la seconde antenne. La disposition de cette charge assure la reproductibilité d'adaptation de la ligne indispensable au réglage. Cette situation entraîne cependant, lors des mesures à un couplage, un flux d'énergie directement entre les deux alimentations, se traduisant par une dépendance transverse du gradient de phase.

Nous présentons dans la figure 4.24, les résultats de mesures du déplacement de fréquence en fonction d'un défaut de verticalité de l'horloge, dans le plan de l'alimentation micro-onde. Les mesures ont été effectuées respectivement pour des excitations de la cavité par l'un ou l'autre des couplages, et pour une alimentation symétrique. Les déplacements dans le plan per-



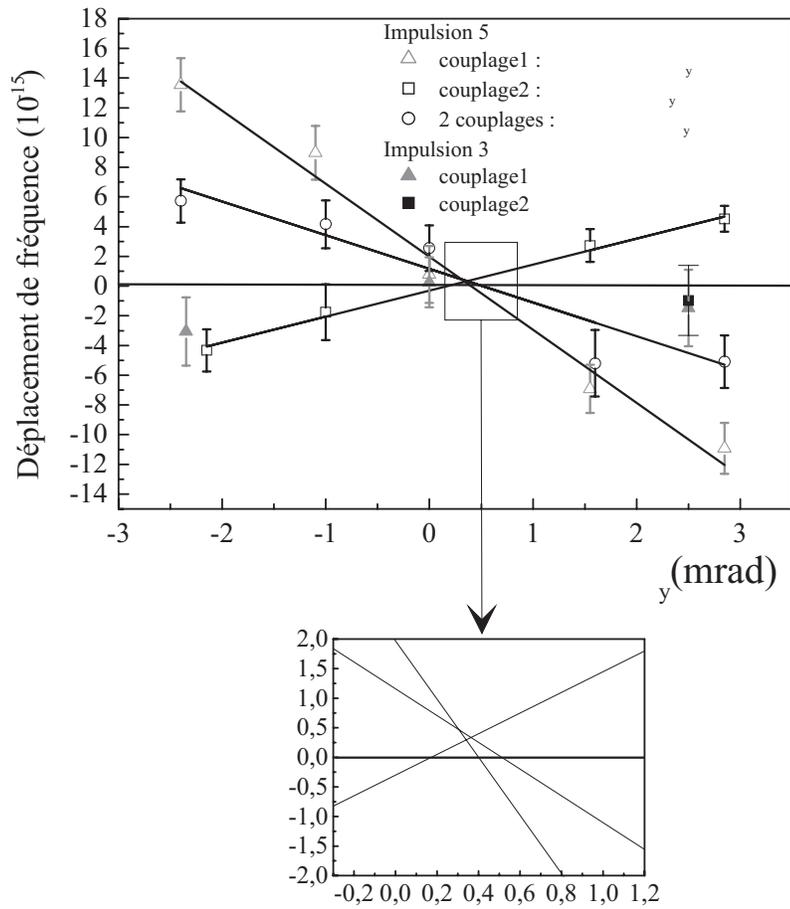


FIG. 4.24 – Effet d’une inclinaison de la fontaine atomique dans le plan des couplages (angle  $\theta_y$ ), pour des impulsions  $3\pi$  (symboles pleins) et  $5\pi$  (symboles vides), dans la cavité à deux couplages micro-onde.

pendiculaire aux couplages, comme pour la première cavité, n'ont mis aucun effet en évidence. Ces mesures correspondent, comme précédemment à des intégrations différentielles entre des fonctionnements à  $\pi$  et  $5\pi$ . Aucun effet n'a été clairement observé à  $3\pi$ , à  $2 \cdot 10^{-15}$  près, résolution des mesures au bout d'une journée d'intégration. Il subsiste cependant une influence linéaire à  $5\pi$ . La pente est différente selon le couplage utilisé (respectivement  $-4,9 \cdot 10^{-15} \text{ mrad}^{-1}$  et  $+1,7 \cdot 10^{-15} \text{ mrad}^{-1}$ ). Le déplacement est nul dans les barres d'erreurs, dans les deux cas, pour un angle de  $0,35 \text{ mrad}$ . Rappelons que l'origine de cet angle correspond au maximum d'atomes détectés. Contrairement à notre attente, le déplacement de fréquence en fonction d'un désalignement n'est donc pas symétrique avec le changement de l'entrée. Par conséquent, l'alimentation "symétrique" ne rend pas l'effet quadratique en angle : il reste linéaire et évolue approximativement selon la bissectrice des deux autres caractéristiques. La pente est dans ce cas de  $-2,3 \cdot 10^{-15} \text{ mrad}^{-1}$ . Cette dépendance, comparée à celle obtenue avec la première cavité testée, est réduite à peu près dans le même rapport 10 qu'entre les surtensions en charge. C'est en effet cette configuration qui est la plus proche de la première cavité.

### Discussion des résultats expérimentaux

Nous avons envisagé deux interprétations pour expliquer ces dépendances : l'existence d'une vitesse de lancement transverse et l'effet de gradients de phase dissymétriques liés aux couplages.

**Simulation de l'effet d'une vitesse de lancement transverse** La présence d'une éventuelle vitesse de lancement transverse pourrait s'expliquer par un désalignement de la zone de capture par rapport à la pièce de l'enceinte à vide enfermant la cavité d'interrogation (voir §2.2.1). La connexion entre ces deux parties constitue une bride de diamètre de  $8 \text{ cm}$ . L'étanchéité ultra-vide est garantie par l'utilisation d'un joint indium. Nous avons envisagé des vitesses transverses de  $\pm 6 \text{ mm/s}$ . Elles correspondraient à un défaut d'écrasement du joint de  $\pm 1,5$  dixième de  $\text{mm}$ , ce qui semble a priori très pessimiste. Ce défaut est indéterminé dans l'expérience.

Nous avons effectué un calcul numérique tenant compte de la géométrie du nuage atomique. Il a été réalisé en variant à la fois la vitesse transverse et le défaut de verticalité dans le plan du couplage  $(v_x, \theta_y)$  et dans le plan perpendiculaire  $(v_y, \theta_x)$ . Le nuage est modélisé en prenant une distribution des positions initiales gaussienne, d'une largeur de  $4 \text{ mm}$  à un  $\sigma$  et une distribution des vitesses en puissance de lorentzienne de paramètres  $v_c=4,32 \text{ mm/s}$  et  $b=1,5$ , déterminées à partir des mesures de temps de vol.

### 4.3. L'EXACTITUDE

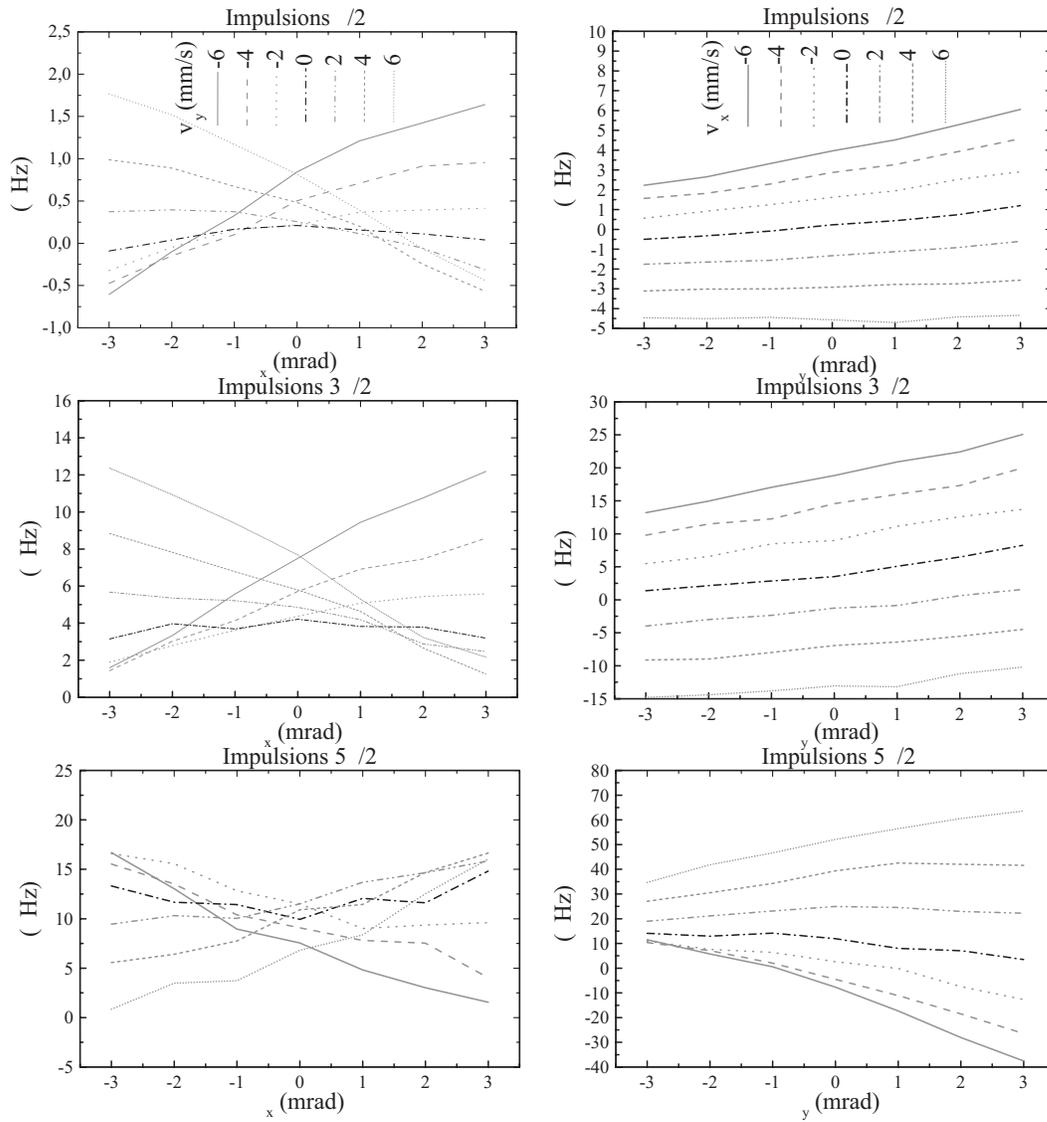


FIG. 4.25 – Effet Doppler en fonction d'un défaut de verticalité et d'une vitesse de lancement transverse dans une cavité  $TE_{011}$  asymétrique pour un chargement en mélasse. Les graphes représentent respectivement de haut en bas les déplacements à  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ . Ils expriment de droite à gauche le calcul de l'influence de défauts dans le plan du couplage ( $v_x, \theta_y$ ) et dans le plan perpendiculaire ( $v_y, \theta_x$ ).

Les figures 4.25 et 4.26 présentent les résultats obtenus pour des impulsions  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ , respectivement pour les données de cavité à un et deux couplages. Les courbes des graphes présentent l'évolution de l'effet Doppler en  $\mu\text{Hz}$ , en fonction du défaut de verticalité  $\theta_y$  (resp.  $\theta_x$ ) variant de  $-3$  à  $3$  mrad, pour des vitesses transverses  $v_x$  de  $-6$  à  $6$  mm/s (resp.  $v_y$ ). Le calcul est moyenné sur un nombre suffisant de tirages aléatoires ( $\sim 30000$ ), de telle sorte que l'incertitude statistique soit largement inférieure au déplacement de fréquence calculé. Le bruit sur les courbes est dû à la limite de résolution spatiale des données. Le calcul permet d'obtenir une dépendance approximativement linéaire du déplacement de fréquence avec un angle, mais ne retrouve pas les ordres de grandeurs mesurés.

Les simulations pour la cavité asymétrique donnent un déplacement de fréquence à  $5\pi$  pouvant s'annuler pour des désalignements dans le plan du couplage. Ce comportement est obtenu pour des vitesses transverses de  $-2$ ,  $-4$  et  $-6$  mm/s. Les variations pic à pic sont respectivement de  $24$ ,  $37$  et  $49$   $\mu\text{Hz}$ , soit au mieux un déplacement inférieur d'un facteur 6 par rapport à l'expérience. Pour ces paramètres, le déplacement à  $3\pi$  varie respectivement en amplitude de  $2$ ,  $3$  et  $4$   $\mu\text{Hz}$ , mais ne s'annule pas : les déplacements à angle nul sont autour de  $9$ ,  $14$  et  $18$   $\mu\text{Hz}$ . Si les gradients de phase étaient globalement supérieurs d'un facteur 6, l'effet à  $3\pi$  serait non nul et mesurable avec notre résolution de  $\sim 10^{-15}$ .

Le changement d'alimentation effectué expérimentalement revient à réaliser une symétrie en vitesses transverses. Les calculs à  $5\pi$  montrent que le déplacement de fréquence ne s'annule pas pour  $v_x=2$ ,  $4$  et  $6$  mm/s, ce qui est également en contradiction avec l'expérience. Pour expliquer ces désaccords, nous pouvons songer à la possibilité d'une composante supplémentaire de la vitesse de lancement transverse, dans le plan perpendiculaire au couplage. Les résultats obtenus pour des désalignements uniquement dans ce plan donnent des déplacements symétriques par opposition simultanés de l'angle et de la vitesse, conforme aux symétries de la cavité. Les valeurs sont cependant toujours positives à  $3\pi$  et  $5\pi$ . Une simple somme de l'effet des défauts dans les deux plans indique donc que la présence de deux composantes de vitesse transverse ne permet pas de recentrer le déplacement de fréquence. En toute rigueur la simulation doit être effectuée en variant les 4 paramètres  $v_x, v_y, \theta_x, \theta_y$ , pour prendre en compte les vraies variations de phases rencontrées par les atomes. Le calcul, relativement long, n'a été réalisé que sur quelques points. Il n'a pas montré de variations significatives permettant d'expliquer le désaccord modèle-expérience par l'influence d'une vitesse transverse à deux composantes.

Les calculs effectués pour la cavité symétrisée donnent des résultats identiques à ceux de la cavité asymétrique, dans le plan  $Y = 0$ . Dans le plan  $X =$

### 4.3. L'EXACTITUDE

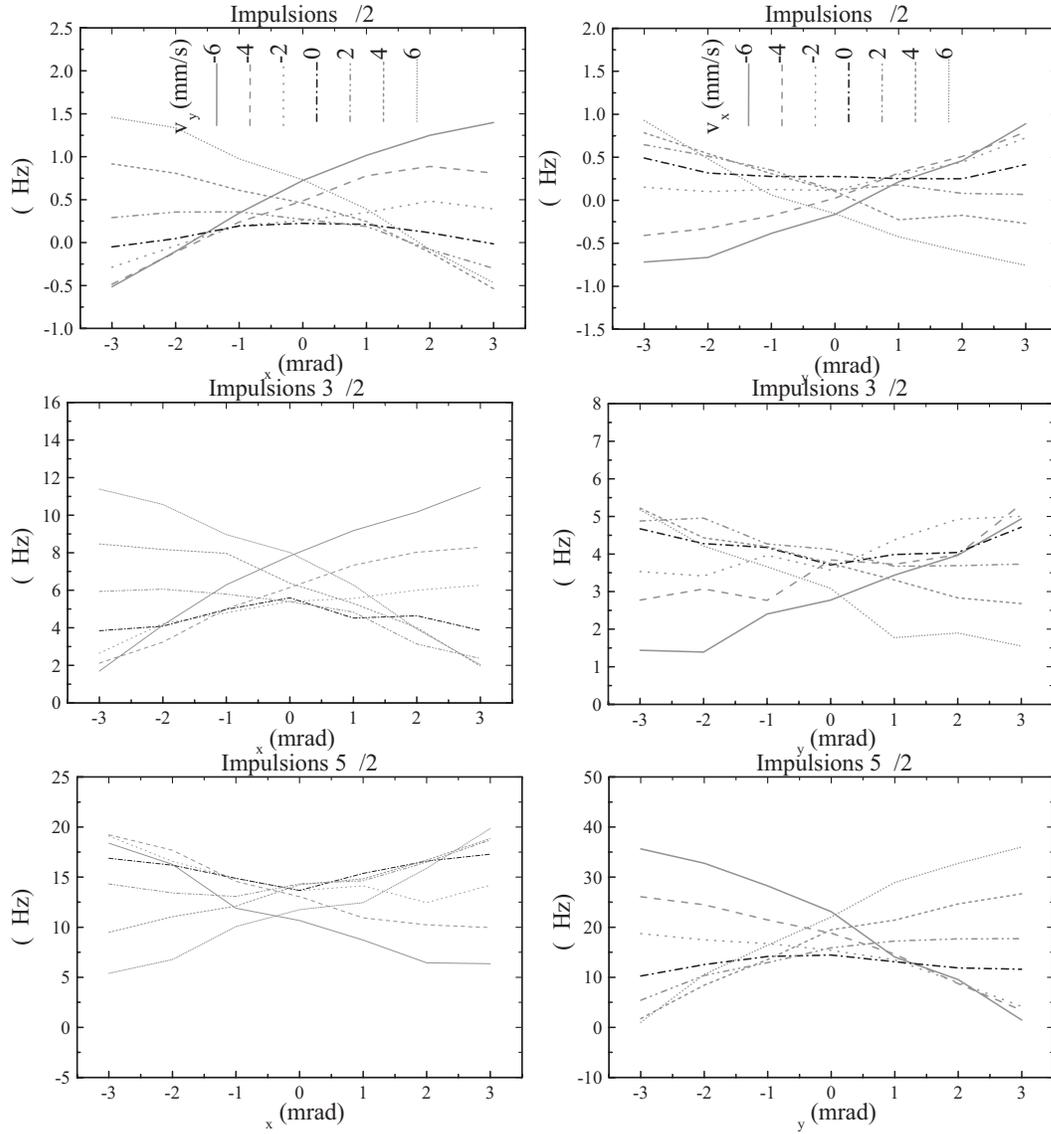


FIG. 4.26 – Effet Doppler en fonction d'un défaut de verticalité et d'une vitesse de lancement transverse dans une cavité  $TE_{011}$  à deux couplages pour un chargement en mélasse.

0, les résultats sont également symétriques par le changement  $(v_x, \theta_y) \iff (-v_x, -\theta_y)$ . Les pentes en angle sont de signes opposés car les gradients le sont aussi. Elles diffèrent en valeur absolue d'un facteur compris entre 1 et 2 dans les deux plans. Le déplacement de fréquence reste cependant toujours positif à  $3\pi$  et  $5\pi$  et ne s'annule également pas.

Le modèle ne reproduit donc pas les résultats expérimentaux, ce qui semble rejeter l'hypothèse d'une vitesse de lancement transverse. Un examen de la sensibilité aux paramètres de la mélasse (calculs effectués pour  $\sigma_0=5$  mm,  $v_c=11$  mm/s et  $b=2$ ) n'a pas montré de variations significatives permettant de se rapprocher de l'expérience. Nous avons également examiné sans plus de succès l'effet d'un décentrement de  $\pm 0,9$  mm de l'axe de la cavité par rapport au centre de la zone de capture.

**Dissymétrie des gradients de phase due aux couplages** L'alimentation de la cavité micro-onde s'effectue par ondes évanescentes, à travers un ou deux iris de couplage. Il est en effet impossible en micro-onde d'adapter un unique mode du champ d'alimentation à celui de la cavité. Le couplage se traduit donc par une structure de modes évanescents dépendant de la géométrie des chapeaux de couplage, de la disposition des antennes et de la taille des orifices, petite devant la longueur d'onde micro-onde.

Les données de l'IRCOM ont été calculées pour une cavité à alimentation unique, à partir du couplage par ondes évanescentes à travers un disque de diamètre 5 mm, du champ rayonné dans un guide rectangulaire. Le calcul tient compte d'une vingtaine de modes évanescents. Les variations spatiales de la phase dans la cavité dépendent à la fois des pertes sur les parois et des déphasages relatifs entre ces modes. Leurs influences relatives ne peuvent cependant être extraites des données.

Cette modélisation ne semble pas représentative de la cavité réelle. Dans notre cas, l'alimentation est double. L'expérience à un couplage a été effectuée en connectant une charge  $50 \Omega$  sur l'une des entrées. Une partie des pertes se traduit donc sous la forme d'un flux d'énergie se propageant directement entre les deux couplages. Les perturbations de phase dues aux couplages sont donc en réalité plus importantes que dans la simulation. Elles sont cependant moindres que dans la première cavité, puisque le diamètre des iris a été réduit, ce qui a permis d'augmenter d'un facteur 9 la surtension.

Les champs d'alimentation sont issus de la micro-onde rayonnée par les antennes à l'intérieur des chapeaux de couplage, de forme cylindrique (voir §2.2.1). Les champs sources ne sont donc pas les mêmes que dans le modèle (guides rectangulaires). Les dissymétries entre les deux systèmes (globalement décrites par les différences d'impédance) se traduisent, dans le couplage chapeaux-cavité, par une structure de modes évanescents différente, suivant

l'alimentation choisie, dépendant étroitement du montage (position et longueur d'antennes, dimensions des chapeaux de couplages, pertes surfaciques, dissymétries des iris, adaptation des lignes). Les phases et les amplitudes relatives entre ces modes évanescents pouvant varier, les gradients de phase dus aux couplages sont a priori différents. La répartition des pertes peut donc changer suivant l'entrée utilisée, et expliquer les différences de pentes sur les déplacements de fréquence mesurés. Le couplage "symétrique" ne permet pas de rattraper ce défaut. En effet, le système d'alimentation de la cavité (voir la figure 4.23) n'agit que sur des différences de phase et d'amplitudes globales. Il ne permet donc pas de modifier les différences de phase et d'amplitude relatives entre les modes évanescents.

L'implantation de la nouvelle cavité dans la fontaine PHARAO a permis de réduire d'un facteur  $\sim 10$  le déplacement de fréquence à  $5\pi$ , approximativement dans le même rapport que les surtensions en charge mesurées. Cette amélioration est essentiellement due à la diminution du diamètre des iris de couplage par rapport à la première cavité, réduisant donc la perturbation. Il serait intéressant de disposer de données numériques supplémentaires simulant les défauts évoqués précédemment, ainsi que l'influence du diamètre des iris, et de la géométrie du chapeau de couplage (guide rectangulaire ou cylindrique).

La réduction de l'effet Doppler demande une diminution plus importante de l'influence des couplages. La situation serait alors plus proche de la modélisation de l'IRCOM, menant à un déplacement de fréquence dans la gamme des  $10^{-17}$  en l'absence de défauts d'alignement. Outre une réduction supplémentaire du diamètre des iris, cela serait possible par une augmentation du diamètre de la cavité, limitant ainsi la perturbation sur le trajet des atomes. Une autre possibilité serait de déplacer l'alimentation. Si celle-ci est par exemple disposée dans le fond de la cavité, les gradients auront une influence moindre à  $\pi$ , puisque la sensibilité des atomes est moindre au début de l'interaction. La traduction de l'effet à  $3\pi$  et  $5\pi$  serait également différente, car la symétrie de phase par rapport au plan médian de la cavité serait perdue. L'étude et la comparaison de ces deux modes d'alimentation doit cependant s'appuyer sur une modélisation réaliste de leur influence sur la carte de phase dans la cavité, et leur sensibilité à des dissymétries.

Les simulations que nous avons effectuées n'ont pas permis de retrouver les résultats expérimentaux car les données de phase ne sont pas représentatives de notre cavité. Elles montrent cependant une forte augmentation de l'effet Doppler avec le niveau micro-onde. Les discussions sur les symétries entre trajectoires ont montré que le rapport des déplacements de fréquence est supérieur à 5 entre des interrogations à  $5\pi$  et  $\pi$ , pour des trajectoires

extrêmes. Les calculs moyennés sur le nuage atomique mènent à des rapports de 50 et 60 respectivement pour les cavités asymétrique et symétrique, s'il n'y a pas de vitesse transverse et si l'horloge est verticale. Expérimentalement, le déplacement de fréquence à  $5\pi$  est négligeable à  $10^{-15}$  pour un angle de 0,35 mrad, quel que soit le mode d'alimentation. En supposant la proportionnalité des variations spatiales de phase entre le modèle et l'expérience, nous pouvons estimer, en nous plaçant dans un cas très défavorable, que l'effet Doppler résiduel est nul à  $\pi$ , avec une incertitude de  $2 \cdot 10^{-16}$ .

### 4.3.6 L'effet des transitions voisines

L'asservissement de l'oscillateur local s'effectue sur une transition  $\pi$  ( $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ ). D'autres types de transitions peuvent cependant apparaître au cours de l'interrogation micro-onde et provoquer un déplacement de la fréquence d'horloge.

-Les 6 transitions  $\pi$  voisines ( $\Delta F = 1, \Delta m_F = 0$ ) sont séparées de la transition centrale d'un multiple de la fréquence Zeeman. Elles résultent, comme pour la transition d'horloge, de l'interaction avec la composante colinéaire au champ magnétique de l'induction micro-onde. Les taux de transitions dépendent directement des populations initiales des sous niveaux Zeeman, à l'issue de la préparation. S'il existe un déséquilibre de ces populations, les ailes des transitions correspondantes, d'amplitudes inégales, se traduisent par une pente s'ajoutant à la frange centrale. Il en résulte un déplacement de fréquence, dit déplacement de Rabi [10].

-Les 8 transitions  $\sigma$  ( $\Delta F = 1, \Delta m_F = \pm 1$ ) peuvent être autorisées par un défaut de colinéarité entre le champ magnétique directeur et le champ micro-onde. Elles sont situées à la moitié de la fréquence Zeeman entre deux transitions  $\pi$ . L'effet de ces transitions est fondamentalement différent du déplacement de Rabi, car elles introduisent de nouveaux couplages entre les sous-niveaux Zeeman, pouvant peupler les niveaux de la transition d'horloge. Ces transitions, contrairement au déplacement de Rabi, provoquent donc une perturbation cohérente des états de la transition d'horloge. Le déplacement de fréquence associé est nommé déplacement de Ramsey [10].

-Les transitions de Majorana ( $\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) sont des transitions non-adiabatiques provoquées par des variations brutales du champ magnétique statique. Elles peuvent par exemple se produire lors du passage des atomes à travers les chapeaux de blindage où les lignes du champ magnétique statique sont perturbées par les ouvertures. Ces transitions conduiraient à un repeuplement des états  $F = 4, m_F \neq 0$ , après la préparation, cohérents en phase avec l'état  $F = 4, m_F = 0$ . Les atomes peuvent par la suite effectuer des transitions  $\pi$  ou  $\sigma$ , a priori indiscernables

des précédentes.

En pratique, ces trois déplacements sont très faibles et varient fortement avec la fréquence Zeeman. Nous pouvons donc nous contenter d'examiner l'effet de transitions les plus proches de la frange centrale, ne faisant intervenir que les états  $|F = 3, 4, m_F = 0, \pm 1\rangle$ .

### Les déplacements de Rabi et de Ramsey

L'effet des transitions voisines  $\pi$  et  $\sigma$  a été examiné par Cutler et al. [46], en résolvant l'équation de Schrödinger dans le cas d'une interrogation de Ramsey à impulsions rectangulaires, pour le système à 6 niveaux  $\{|4, 1\rangle, |3, 1\rangle, |4, 0\rangle, |3, 0\rangle, |4, -1\rangle, |3, -1\rangle\}$ . Cette étude a donné une forme exacte du déplacement de Rabi, et une expression du déplacement de Ramsey valable au second ordre :

$$\delta\nu_{Rabi} = \frac{\xi(f_Z)}{2\pi T_{eff}^2 \sin^2(b\tau)} \left( \frac{N_{11} - N_{\bar{1}\bar{1}}}{N_{00}} \right) \quad (4.53)$$

$$\delta\nu_{Ramsey} = \frac{1}{2\pi T_{eff}^2 \sin^2(b\tau)} \left( \eta_1(f_Z) \frac{N_{01} - N_{0\bar{1}}}{N_{00}} + \eta_2(f_Z) \frac{N_{10} - N_{\bar{1}0}}{N_{00}} \right) \quad (4.54)$$

Dans ces expressions, les quantités  $N_{ij}$  représentent le nombre de transitions  $|F = 3, m_F = i\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = j\rangle$ , avec la convention  $\bar{1} \equiv -1$ , en négligeant les distributions des positions et des vitesses. Les fonctions  $\xi(f_Z)$ ,  $\eta_1(f_Z)$  et  $\eta_2(f_Z)$ , se présentent sous la forme d'oscillations amorties en  $1/f_Z^3$ . Les deux dernières dépendent notamment de l'angle entre le champ directeur et le champ micro-onde. Ces trois fonctions sont données dans la référence [46]. Nous avons calculé les quantités  $\Xi(f_Z)$ ,  $H_1(f_Z)$  et  $H_2(f_Z)$ , dans la géométrie de la fontaine PHARAO, représentant respectivement ces fonctions, divisées par le terme  $2\pi T_{eff}^2 \sin^2(b\tau)$ . Ces fonctions sont tracées sur les figures 4.27, 4.28 et 4.29 pour des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ . Pour les deux derniers graphes, nous avons supposé un angle de  $1^\circ$  entre le champ magnétique statique et le champ micro-onde. Cet angle prend en compte d'éventuels défauts d'alignement des blindages et des bobines autour de l'enceinte à vide ou de verticalité de la cavité.

Pour un champ statique de 86 nT ( $f_Z \sim 600$  Hz),  $|\Xi(f_Z)|$  est inférieur à  $2 \cdot 10^{-5}$ ,  $2 \cdot 10^{-4}$  et  $10^{-3}$ , respectivement pour des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ . De même,  $|H_1(f_Z)| < 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $4 \cdot 10^{-4}$  et  $3 \cdot 10^{-3}$  et  $|H_2(f_Z)| < 10^{-5}$ ,  $4 \cdot 10^{-4}$  et  $5 \cdot 10^{-3}$  respectivement pour les trois amplitudes micro-onde.

La mesure des populations est présentée sur les graphes 2.16 et 2.17, page 51. Lorsque la préparation est en fonctionnement, la différence  $\frac{N_{11} - N_{\bar{1}\bar{1}}}{N_{00}}$

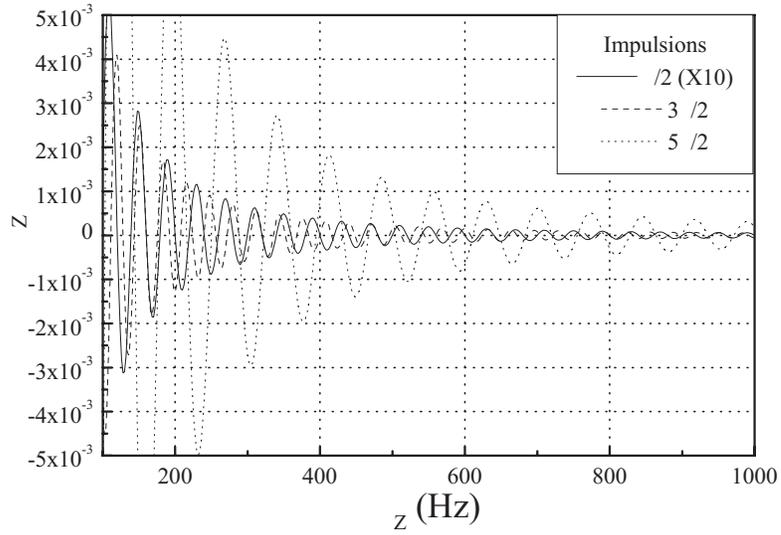


FIG. 4.27 – Variations de la fonction  $\Xi(f_Z)$ , avec la fréquence Zeeman

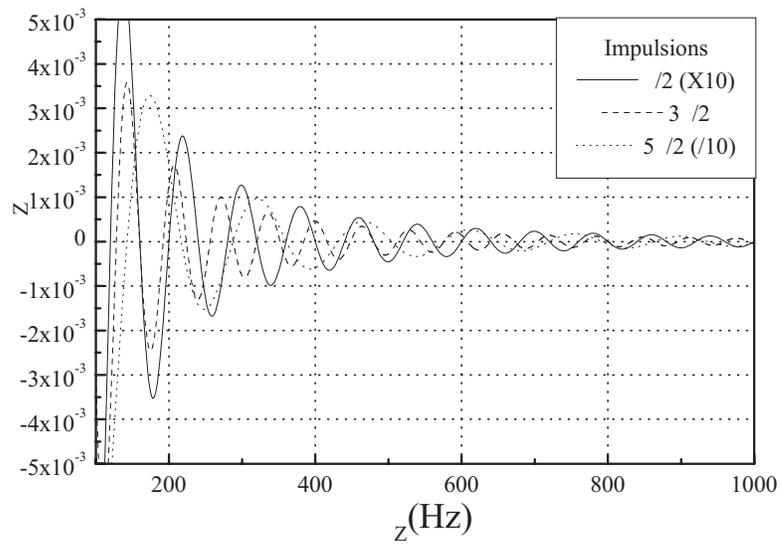


FIG. 4.28 – Variations de la fonction  $H_1(f_Z)$ , avec la fréquence Zeeman

de taux de transition  $\pi$  est inférieure au pour-mille. Le déplacement de Rabi est donc respectivement majoré par  $2 \cdot 10^{-18}$ ,  $4 \cdot 10^{-17}$  et  $10^{-16}$ , en valeurs relatives.

La mesure des taux de transitions  $\sigma$  donne  $\frac{(N_{01}+N_{10})-(N_{0\bar{1}}+N_{1\bar{0}})}{N_{00}} < 1$  pour mille, limitée par le bruit sur la probabilité. Elle ne permet pas de distinguer les différences de populations intervenant dans l'expression 4.54. Nous pouvons cependant donner un majorant du déplacement de Ramsey, en prenant le maximum des quantités  $|H_1(f_Z)|$  et  $|H_2(f_Z)|$ . Nous obtenons finalement pour les trois niveaux micro-onde que l'effet est respectivement inférieur à  $4 \cdot 10^{-18}$ ,  $4 \cdot 10^{-17}$  et  $5 \cdot 10^{-16}$ .

#### Effet des transitions de Majorana

Bauch et al [47] a mené une étude de cet effet sur le jet à sélection magnétique CSX de la PTB. Des bobines supplémentaires ont été placées dans le dispositif afin de provoquer volontairement des transitions de Majorana. Comme dans l'horloge, la détection ne mesure que des atomes en  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ , la perturbation provient essentiellement des atomes issus de transitions de Majorana  $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = \pm 1\rangle$ , effectuant ensuite des transitions  $\sigma$ . Elles conduisent à un déplacement de Ramsey dont l'amplitude dépend des taux de transitions de Majorana et de la relation de phase entre les états peuplés, liés aux variations du champ magnétique statique après la préparation.

Dans une fontaine atomique, la détection est optique et ne discerne pas les sous niveaux Zeeman. De nombreux autres chemins sont donc possibles. Les atomes concernés peuvent effectuer des transitions  $\pi$  ou  $\sigma$  supplémentaires, indiscernables, a priori, de celles correspondant aux populations immédiatement après la préparation. La mesure des taux de transition n'est donc pas facilement accessible. Nous pouvons cependant majorer la perturbation de ceux effectuant des transitions  $\sigma$ , en supposant que les taux de transitions mesurés à la demi fréquence Zeeman proviennent de transitions de Majorana, et qu'il existe une parfaite relation de phase avec l'état de la transition d'horloge. Cette hypothèse revient simplement à donner une valeur de la perturbation égale au déplacement de Ramsey. Les éventuelles nouvelles transitions  $\pi$  ne constituent pas un déplacement de Rabi. En effet, il faut tenir compte ici de la relation de phase entre les états.

#### Vérification expérimentale

Nous avons effectué une vérification expérimentale de l'effet d'une transition  $\pi$  voisine. Pour réaliser cette mesure, deux synthétiseurs à  $\sim 7,4$  MHz alimentent de la chaîne de préparation (voir §2.4.3). Ils sont combinés en

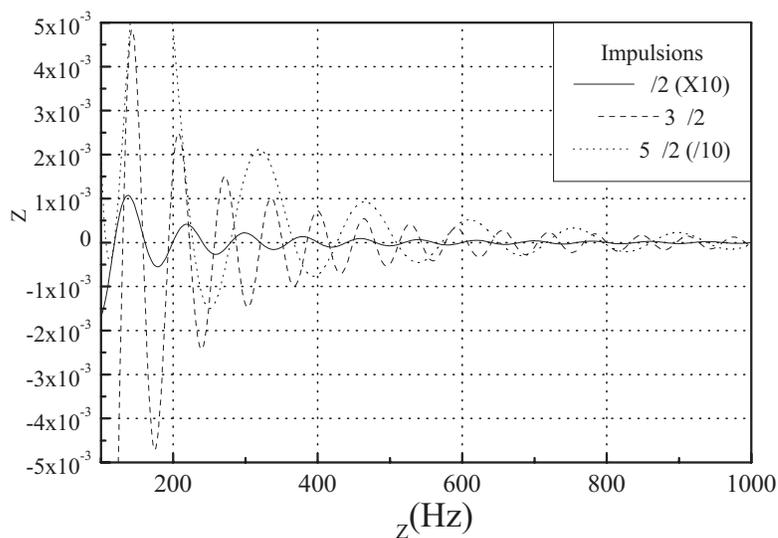


FIG. 4.29 – Variations de la fonction  $H_2(f_Z)$ , avec la fréquence Zeeman

amont du mélangeur à bande latérale unique. Le mélange avec le signal à 9,2 GHz fournit deux bandes autour de 9,192 GHz d'amplitude et de fréquence réglables individuellement par les deux synthétiseurs. Nous avons ajusté les paramètres afin de préparer environ autant d'atomes en  $m_F=0$  et 1 ( $N_1/N_0 = 83\%$ ). Lors de cette mesure de population, nous n'avons pas observé de modifications sur les autres transitions  $\pi$  et  $\sigma$ , ce qui montre l'absence de transitions de Majorana, dans le bruit de mesure des taux de transition.

La préparation en  $m_F = 1$  peut être coupée grâce à un interrupteur RF, placé en sortie du synthétiseur correspondant et contrôlé par un signal TTL. La commande est fournie par une sortie analogique de l'ordinateur de contrôle de la fontaine. Le dispositif nous a permis d'effectuer des intégrations différentielles avec cette double préparation à  $\pi$ ,  $3\pi$  et  $5\pi$ , référencées à un fonctionnement normal à  $\pi$ . Entre chaque série de mesures (512 cycles), la commande de l'interrupteur coupe la sélection en  $m_F = 1$ , et le niveau micro-onde est ajusté sur la transition d'horloge. Deux quadruples intégrations ont été effectuées, pour une fréquence Zeeman autour de 605 Hz. Elles n'ont mis en évidence aucun déplacement de fréquence pour des intégrations à  $\pi$  et  $3\pi$ , avec une résolution de  $2 \cdot 10^{-15}$ . A  $5\pi$ , par contre, nous avons mesuré des déplacements de fréquence en désaccord à  $1 \sigma$  ( $2 \cdot 10^{-15}$  et  $-8 \cdot 10^{-15}$ , avec une résolution de  $3 \cdot 10^{-15}$ ). Ces fluctuations sont probablement dues aux dérives lentes du champ magnétique statique. Ces résultats sont cependant en deçà

des déplacements donnés par le modèle pour ces populations,  $\sim 2 \cdot 10^{-14}$  à  $3\pi$  et  $\sim 10^{-13}$  à  $5\pi$ . Une étude plus complète nécessiterait de réaliser des mesures systématiques en fonction de la fréquence Zeeman. L'étude avait été commencée lors du premier montage de l'horloge. Les mesures étaient cependant masquées par l'effet du gradient de phase dans la cavité d'interrogation. La caractérisation complète n'a pas été menée avec la nouvelle cavité, par manque de temps. Elle prendrait en effet beaucoup de temps, puisque la durée de chaque quadruple intégration est deux à trois jours, pour obtenir une résolution de  $2 \cdot 10^{-15}$  par comparaison. La stabilité est non seulement dégradée par le bruit de l'oscillateur local à  $3\pi$  et  $5\pi$ , mais aussi car la normalisation de la détection est détruite par la population de l'état  $m_F = 1$ .

Nous n'avons pas obtenu de mesures similaires exploitables pour le déplacement de Ramsey. Elles pourraient être réalisées par l'application d'un champ magnétique transverse. Nous avons tenté cette expérience en appliquant un courant dans un fil parallèle à l'axe au dispositif, placé entre la paroi externe de l'enceinte à vide et l'intérieur du blindage le plus interne, lors du changement de la cavité d'interrogation. Nous nous sommes cependant heurté à des problèmes de magnétisation du blindage, à cause du courant relativement intense passant à proximité. Le dispositif devrait aussi permettre de produire et d'étudier des transitions de Majorana excitées par un champ magnétique oscillant à la demi-fréquence Zeeman.

Nous estimons de cette étude que les déplacements de fréquences dus aux transitions voisines sont négligeables devant  $10^{-16}$ . Cette valeur s'appuie sur les estimations théoriques précédentes, qui semblent pessimistes, au vu des mesures préliminaires. Par ailleurs, depuis sa mise en service, la fontaine PHARAO a fonctionné pour une large plage de fréquences Zeeman (de 230 Hz à 1,7 kHz), sans montrer de déplacement de fréquence dans les barres d'erreurs des comparaisons de fréquence avec les autres horloges.

#### 4.3.7 Les fuites micro-ondes

La présence d'un éventuel champ parasite en dehors de la cavité d'interrogation peut occasionner un déplacement de fréquence de l'horloge, attendu linéaire avec l'amplitude de la fuite [48, 49]. Les fuites micro-onde peuvent provenir des systèmes de génération ou de distribution des signaux de préparation et d'interrogation. Elles apportent un couplage supplémentaire aux atomes en dehors de la cavité d'interrogation. La perturbation est difficile à prévoir car elle dépend des variations d'amplitude et de phase de ce champ, dépendant de la perméabilité micro-onde de l'enceinte à vide et de la disposition de tous les objets métalliques avoisinant le dispositif. La perturbation est assimilable à un effet Doppler associée à la phase de la perturbation. Pour

évaluer cet effet, il faut considérer que l'interrogation micro-onde débute à la fin de la sélection et s'achève à la détection. La symétrie du dispositif expérimental (la sélection et la détection ont lieu au même endroit) doit réduire la sensibilité de la fréquence de l'horloge aux fuites micro-ondes, tout au moins pour les champs parasites dont la phase évolue peu sur le temps de cycle de l'horloge.

Lors de l'évaluation expérimentale de l'effet, nous avons distingué deux sources possibles de fuites micro-ondes. Les fuites du système de distribution (cables, passages SMA, cavité d'interaction), sont d'amplitude variable (interrogation des atomes par des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$ ). Celles de la chaîne de synthèse micro-onde (avant l'atténuateur variable), sont d'amplitude a priori constante.

Pour l'évaluation des premières, nous avons appliqué une fuite "contrôlée". Une partie de la micro-onde (après le contrôleur de puissance) est dirigée vers une antenne placée devant une ouverture disponible de la zone de capture. L'amplitude rayonnée est choisie de façon à provoquer d'importants déplacements de fréquence  $\delta\nu$  (de l'ordre de  $10^{-14}$  à  $\pi$  et  $10^{-13}$  à  $3\pi$  et  $5\pi$ ). La contribution de l'effet Doppler résiduel dans la cavité micro-onde est donc négligeable dans ces mesures. L'atténuation de l'effet par la symétrie du système est testée en pulsant la micro-onde, à l'aide de la chaîne de synthèse (§2.4.1) et de l'interrupteur interférentiel (§2.4.2), d'une atténuation supérieure à 100 dB. Dans le cas symétrique ( $s$ ), l'alimentation est continue. Dans le cas dissymétrique ( $ns$ ), la micro-onde est appliquée sur toute la montée des atomes et à la descente, seulement lorsqu'ils se trouvent dans la cavité. Les mesures ont été réalisées par intégrations différentielles, pour des impulsions  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$  et  $5\pi/2$  et référencées à une intégration sans fuite micro-onde. Les résultats sont regroupés dans le tableau 4.6.

	$\frac{\delta\nu_{\pi ns}}{\delta\nu_{\pi s}}$	$\frac{\delta\nu_{3\pi ns}}{\delta\nu_{3\pi s}}$	$\frac{\delta\nu_{5\pi ns}}{\delta\nu_{5\pi s}}$	$\frac{\delta\nu_{3\pi ns}}{\delta\nu_{\pi ns}}$	$\frac{\delta\nu_{5\pi ns}}{\delta\nu_{\pi ns}}$
Mesure	13,0	-5,43	-7,0	-3,28	5,62
Incertitude	3,3	0,44	0,48	0,15	0,26

TAB. 4.6: *Rapport des déplacements de fréquence mesurés dans différentes configurations*

Ces résultats montrent que l'effet d'une fuite micro-onde non symétrique est linéaire avec la puissance micro-onde de la fuite, et que la symétrie atténue le déplacement de fréquence d'un facteur supérieur à 5. Pour donner un

majorant des fuites liées à la distribution, nous avons mesuré la fréquence d'horloge sans fuites provoquées, pour un fonctionnement à impulsions  $5\pi/2$  dissymétriques. Cette mesure, comparée à une intégration pulsée à  $\pi$  pour laquelle la micro-onde n'est appliquée que quand les atomes traversent la cavité, n'a montré aucune différence de fréquence liée aux fuites au niveau de  $2 \cdot 10^{-15}$ . En fonctionnement normal ( $\pi$  continu), la perturbation est donc réduite d'un facteur  $5 \times 5$ , respectivement à cause de la symétrie et de la réduction de l'amplitude. Nous estimons donc que l'effet de ce type de fuites micro-onde est nul à  $10^{-16}$  près.

Pour mesurer l'effet des fuites de la chaîne micro-onde, nous avons augmenté la puissance synthétisée de 20 dB en jouant sur le niveau du signal à 10 MHz, avant le mélangeur à bande latérale unique (voir le schéma 2.10). Pour une intégration à  $\pi$ , le niveau de micro-onde dans la cavité est le même : l'atténuation du contrôle de puissance est augmentée de 20 dB. L'amplitude des fuites micro-ondes vues par les atomes est augmentée d'un facteur 10. Aucune différence de fréquence n'a été relevé à un niveau de  $1 \cdot 10^{-15}$ . En fonctionnement habituel de l'horloge, on peut évaluer que l'effet des fuites de chaîne de synthèse est nul, avec une incertitude de  $10^{-16}$ .

### 4.3.8 L'effet de composantes spectrales parasites dans la micro-onde d'interrogation

Si le spectre du signal d'interrogation présente une bande latérale, on montre qu'il apparaît un déplacement de fréquence pouvant se mettre sous la forme suivante [10] :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \sim \frac{b^2\tau}{2\pi^2Q_{at}} \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 \frac{1}{\nu_0 - \nu_1} \quad (4.55)$$

où  $b_1$  et  $\nu_1$  sont respectivement la pulsation de Rabi et la fréquence associées à la bande latérale.

Un premier cas particulier, le déplacement Block-Siegert, correspond à l'effet du spectre des fréquences négatives. En effet, le calcul de la probabilité de transition rappelé dans le chapitre 3 a été effectué dans l'approximation de l'onde tournante. Il néglige donc les composantes de fréquences négatives. Dans le cas de la fontaine PHARAO, cet effet, inférieur à  $10^{-20}$ , est négligeable.

Les autres sources spectrales parasites proviennent des imperfections techniques de la chaîne de synthèse micro-onde. Pour des raies 20 dB en dessous de la porteuse, l'effet est négligeable au niveau de  $10^{-16}$  si leur fréquence est supérieure à 20 kHz. Dans la chaîne de synthèse utilisée (voir le schéma de la

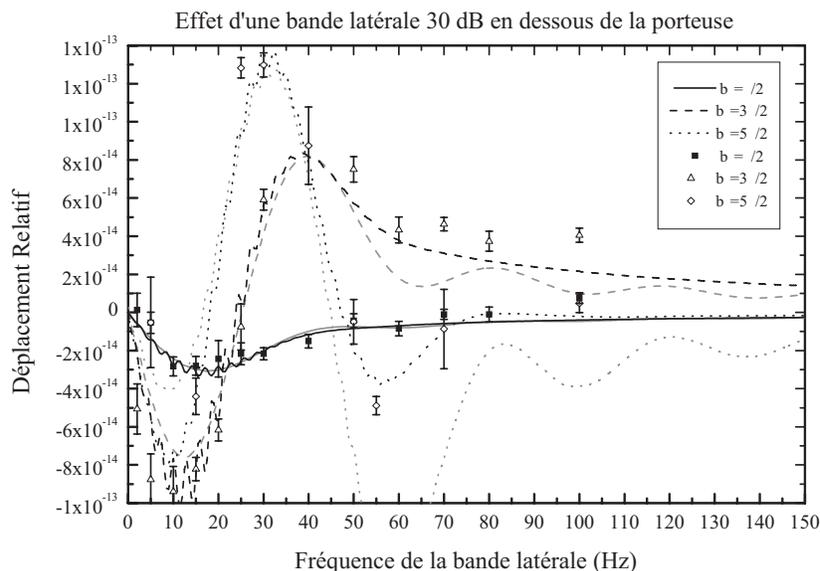


FIG. 4.30 – *Déplacement de fréquence en fonction de la fréquence d'une bande latérale 30 dB en dessous de la porteuse : Les courbes grises ont été calculées en considérant un profil d'amplitude rectangulaire. Les courbes noires prennent en compte la variation de l'amplitude du champ micro-onde. Les styles de traits, distinguant le niveau micro-onde, sont identiques pour les deux calculs. Les points représentent les points expérimentaux.*

figure 2.4.1), le mélangeur à bande latérale unique fait apparaître un spectre de raie dissymétrique aux harmoniques de 10 MHz. Leur niveau est inférieur à -25dBc en sortie de la chaîne. Ces composantes sont de plus filtrées par la cavité. Leur effet est donc négligeable. On a aussi observé à l'analyseur de spectre des raies à 2,8 kHz autour de la porteuse. Celles-ci sont ramenées par le dispositif d'asservissement en température de la chaîne. Leurs amplitudes respectives sont 48 dB en dessous de la porteuse et présentent une dissymétrie inférieure au dB. Leur effet est lui aussi négligeable.

L'estimation pour des raies parasites de fréquence plus basses, dues par exemple au rayonnement à 50 Hz du secteur, nécessite une étude plus approfondie. Audoin et al. [50] ont démontré la relation suivante, dans le cas d'un jet monocinétique subissant une interrogation de Ramsey.

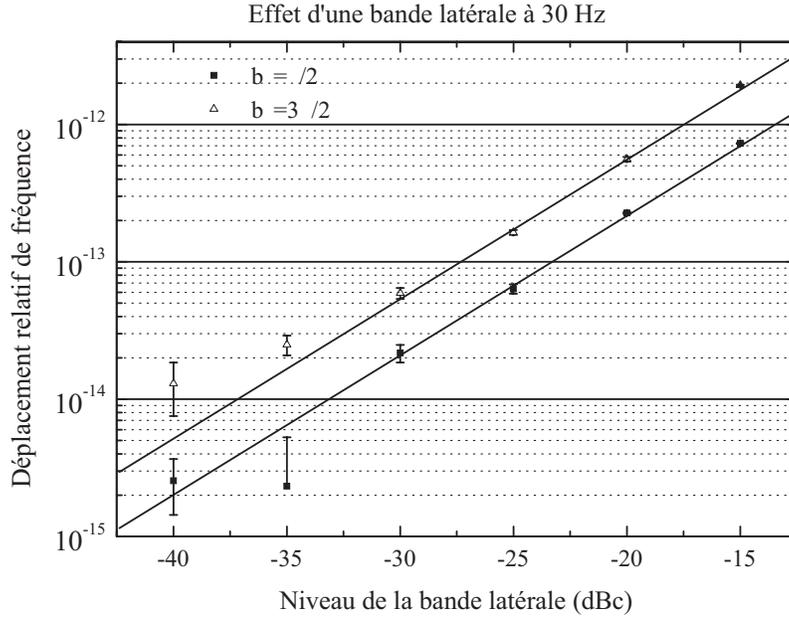


FIG. 4.31 – Déplacement de fréquence dû à une bande latérale à 30 Hz en fonction de son niveau en dessous de la porteuse

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{1}{\pi Q_{at} \sin^2(b\tau)} \left( g(x) - \frac{1}{2\pi T} \frac{\partial}{\partial x} (f(x) + h(x)) \frac{\partial x}{\partial \nu_m} \right) \quad (4.56)$$

$$g(x) = \left( \frac{b_1}{b} \right)^2 (y(x) + z_1 \cos(xbT) + z_2 \sin(xbT)) \quad (4.57)$$

$$x = \frac{2\pi(\nu' - \nu_m)}{b} \quad (4.58)$$

où  $\nu_m$  correspond à la modulation de fréquence appliquée sur la micro-onde pour asservir la fréquence d'horloge. Les termes  $y(x)$ ,  $z_1(x)$ ,  $z_2(x)$ ,  $f(x)$  et  $h(x)$  résultent du calcul de la probabilité de transition par une méthode perturbative du second ordre. Elles sont données dans la référence [10]. Le déplacement de fréquence dépend de la dissymétrie d'amplitude du spectre micro-onde et de la fréquence des bandes latérales.

Nous avons appliqué cette formule à la géométrie d'interrogation de la fontaine PHARAO, pour une bande latérale à -30 dBc suivant la modulation de fréquence de l'asservissement ( $\frac{\partial x}{\partial \nu_m} = 0$ ).

Pour tenir compte de la variation d'amplitude du champ micro-onde rencontré par les atomes au cours de leur vol parabolique, nous avons adapté la simulation présentée au chapitre 3. Ce calcul a été effectué pour des distributions de positions et de vitesses de largeur nulle. La figure 4.30 présente la comparaison des deux calculs pour des pulsations de Rabi telles que  $b\tau = \pi/2$ ,  $b\tau = 3\pi/2$  et  $b\tau = 5\pi/2$ , pour des bandes latérales 30 dB en dessous de la porteuse.

La figure 4.30 présente également des résultats expérimentaux obtenus dans les mêmes conditions. Pour réaliser ces mesures, une bande latérale est a été générée artificiellement par la chaîne de synthèse de l'interrogation (§2.4.1), à l'aide d'un second synthétiseur. Celui-ci fournit un signal accordable autour de 10 MHz permettant de contrôler la fréquence et le niveau de la raie parasite. Ce signal est sommé au 10 MHz provenant du maser, juste avant le mélange avec la sortie du DRO, dans le mélangeur à bande latérale unique (SSB). Grâce à ce dispositif, nous avons aussi expérimentalement vérifié la linéarité du déplacement de fréquence avec l'intensité de la bande latérale (figure 4.31).

Le déplacement de fréquence oscille avec la fréquence de la bande latérale sur 1 à 3 périodes, suivant que l'on fonctionne à  $b\tau = \pi/2$ ,  $b\tau = 3\pi/2$  ou  $b\tau = 5\pi/2$ . L'effet s'atténue ensuite très rapidement dans le premier et le dernier cas, mais plus lentement dans le second. Le déplacement de fréquence pour des impulsions  $\pi/2$  vaut  $10^{-14}$  à 50 Hz. Pour que les perturbations amenées par le secteur soient négligeables devant  $10^{-16}$ , la dissymétrie des bandes latérales correspondante doit être inférieure à -60 dB. Notre chaîne d'interrogation possède intrinsèquement de telles performances. Ces qualités ont été vérifiées à  $1,7 \cdot 10^{-16}$  avec l'horloge. En effet, pour un fonctionnement à  $3\pi$ , aucun déplacement de fréquence n'a été observé à  $10^{-15}$  près. En mode normal, à  $\pi$ , la perturbation d'une bande à 50 Hz est atténuée d'un facteur 6.

### 4.3.9 L'effet de recul

Nous avons traité jusqu'à présent l'interrogation de Ramsey dans un cadre semi-classique, en considérant les atomes comme des objets ponctuels bien localisés. En toute rigueur, l'interaction doit être traitée en électrodynamique quantique et les atomes décrits par des paquets d'onde de vecteurs d'ondes  $\vec{k}_f$  ou  $\vec{k}_e$ , suivant qu'ils se situent dans le niveau d'énergie interne fondamental ou excité. Dans le cadre de cette théorie, on peut ré-interpréter les franges de Ramsey sous l'angle de l'interférométrie atomique [51]. Au cours de l'interrogation micro-onde, certains atomes absorbent des photons micro-onde de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{K} = \vec{k}_e - \vec{k}_f$ . Les deux

impulsions jouent, par analogie avec les interféromètres optiques, le rôle de séparation, puis de recombinaison des cohérences atomiques. Durant le vol libre, les paquets d'onde accumulent un déphasage :

$$\Delta\phi = KL, \quad (4.59)$$

où  $L$  est la distance parcourue par les atomes. Nous pouvons donner une expression de ce déphasage, en utilisant les relations de conservation de l'énergie et de l'impulsion. A résonance, elles s'expriment respectivement par :

$$\left(\frac{1}{2}mv_f^2 + E_f\right) + \hbar\omega = \left(\frac{1}{2}mv_e^2 + E_e\right) \quad (4.60)$$

$$\vec{K} + m\vec{v}_f = m\vec{v}_e, \quad (4.61)$$

à partir desquelles s'obtient la relation :

$$\vec{K} \cdot \vec{v}_f = \omega - \omega_{ef} - \frac{\hbar K}{2m} \quad (4.62)$$

Le déphasage accumulé entre les deux impulsions s'écrit donc, si l'on remarque que la polarisation du champ micro-onde est colinéaire à la direction de déplacement des atomes :

$$\Delta\phi_{at} = \left(\omega - \omega_{ef} - \frac{\hbar K}{2m}\right) \frac{L}{v_f} \quad (4.63)$$

La probabilité de transition peut donc se mettre sous une forme analogue à l'équation 3.15 :

$$P = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\left(\delta - \frac{\hbar K}{2m}\right)T\right)\right), \quad (4.64)$$

faisant apparaître un déplacement global de la figure d'interférence, associé à l'effet de recul dû à l'absorption des photons micro-onde. En valeur relative, le déplacement de recul vaut :

$$\left(\frac{\delta\nu}{\nu_0}\right)_{Recul} = -\frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{\hbar K}{2m} \approx 1,5 \cdot 10^{-16} \quad (4.65)$$

Cette estimation, très approximative, ne prend pas en compte la dispersion des vecteurs d'onde  $\overline{K}$ , ni la forme du nuage. Une simulation réalisée dans le cas d'un piège magnéto-optique, utilisant une distribution des vitesses de forme gaussienne, et d'une excitation en onde plane montre un déplacement de fréquence inférieur d'un facteur  $\sim 10$  [52]. L'effet de recul semble donc négligeable, au niveau actuel de l'exactitude des fontaines atomiques.

### 4.3.10 Les effets relativistes

L'effet Doppler du second ordre traduit la dilatation du temps dans un référentiel mobile, prévue par la relativité restreinte. Il correspond à un déplacement de fréquence de la forme :

$$\left(\frac{\delta\nu}{\nu_0}\right)_{Doppler^{2nd}} = -\left(\frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2}\right), \quad (4.66)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Dans les fontaines atomiques,  $\langle v \rangle$ , la vitesse moyenne des atomes au cours de leur interrogation, est de l'ordre du m/s. Le déplacement de fréquence associé (quelques  $10^{-17}$ ) est donc négligeable pour une évaluation à  $10^{-16}$ .

Un second effet relativiste, dû au potentiel gravitationnel terrestre déplace la fréquence des horloges (effet Einstein). Cet effet n'est pas intrinsèque aux horloges, mais il est indispensable de le connaître lors de comparaisons de fréquence d'horloges, ou du raccordement à une échelle de temps. Par convention, la seconde a donc été définie à la surface du géoïde. Le déplacement relatif de fréquence est donné par :

$$\left(\frac{\delta\nu}{\nu_0}\right)_{Gravitationnel} = g\frac{h}{c^2}, \quad (4.67)$$

où  $g$  représente la gravité terrestre et  $h$  l'altitude de l'horloge par rapport au géoïde. Il vaut  $1,1 \cdot 10^{-16}$  par mètre. On estime que l'altitude actuelle de la fontaine PHARAO est de 60 ( $\pm 1$ ) m au dessus du géoïde. L'effet gravitationnel engendre donc un déplacement relatif de  $6,54 \cdot 10^{-15}$ .

### 4.3.11 Perturbation synchrone

Le fonctionnement pulsé de la fontaine demande un grand soin dans la réalisation de l'électronique de commande. En effet, des appels de courant ont lieu à certains instants du cycle, notamment lors de la capture, pour

l'alimentation des amplificateurs RF des modulateurs acousto-optiques et des obturateurs mécaniques. Ces composants de forte consommation (ainsi que les différentes régulations thermiques) sont donc alimentées séparément, pour éviter la perturbation du laser de détection, des bobines de champ magnétique et surtout de la source hyperfréquence. L'électronique de commande, reliée électriquement à l'armature en métal soutenant le banc optique, est bien protégée des perturbations électro-magnétiques par rayonnement.

Pour éviter que des perturbations électriques ne se répercutent sur la phase du signal micro-onde d'interrogation, les 2 chaînes de synthèse sont alimentées séparément et indépendamment du reste du dispositif. Des optocoupleurs filtrent toutes les commandes TTL issues de l'ordinateur, afin de limiter au maximum les boucles de masse. L'alimentation en micro-onde de l'enceinte à vide (interrogation et sélection) s'effectue aussi par couplage AC. Les corrections de fréquence sont appliquées au synthétiseur au début du cycle d'horloge,  $\sim 10$  ms après le début de la capture. Par ailleurs, en fonctionnement normal de l'horloge, les dernières commandes (la sélection) sont appliquées 60 ms avant l'entrée des atomes dans la cavité. La sensibilité à d'éventuels perturbations de phase est donc atténuée. Nous estimons donc qu'aucune perturbation synchrone n'affecte l'exactitude de l'horloge au niveau de  $10^{-16}$ . Des mesures de fréquence ont été effectuées pour différentes vitesses de lancement, et en variant le temps de cycle, sans mettre d'effet en évidence.

### 4.3.12 Bilan d’exactitude

Le tableau 4.7 récapitule l’ensemble des effets systématiques déplaçant la fréquence d’horloge, ainsi que leur incertitude. Nous obtenons une exactitude relative de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ , pour un nombre d’atomes détectés de  $4 \cdot 10^5$ . Ce mode de fonctionnement fournit une stabilité de fréquence de  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

<i>Perturbation</i>	Déplacement [ $10^{-15}$ ]	Incertitude [ $10^{-16}$ ]
Effet Zeeman quadratique	35,19	2,4
Rayonnement du corps noir	-19,1	2,5
Collisions + "cavity pulling"	-3,4	5,8
Effet Doppler résiduel	0	2
Autres transitions atomiques	0	< 1
Fuites micro-onde	0	1,4
Spectre micro-onde	0	1,7
Perturbation synchrone	0	1
Effet de recul	0	< 1
Effet Doppler du 2 <sup>nd</sup> ordre	0	< 1
<b><i>Incertitude totale</i></b>		<b>7,7</b>
Déplacement gravitationnel	6,54	1,1

TAB. 4.7: *Bilan d’exactitude de la fontaine atomique PHARAO*

### 4.3.13 Comparaison de fréquence avec les autres fontaines du laboratoire

Comme pour la fontaine PHARAO, les autres horloges du laboratoire ont été évaluées par comparaison avec un maser à hydrogène. La fontaine FO1 a une exactitude de  $1,1 \cdot 10^{-15}$  [33]. Un bilan préliminaire au niveau de  $10^{-15}$  [21, 20] a été obtenu pour la fontaine Rb-Cs FO2, fonctionnant avec du césium et prenant en compte les trois déplacements de fréquence les plus importants.

La figure 4.32 présente la dérive du maser mesurée par les fontaines PHARAO et FO1 de mars à juin 2000. Les fréquences sont corrigées des effets systématiques dans les étalons primaires. Les barres d’erreur tiennent compte de l’incertitude statistique des mesures et de l’exactitude des horloges. Mal-

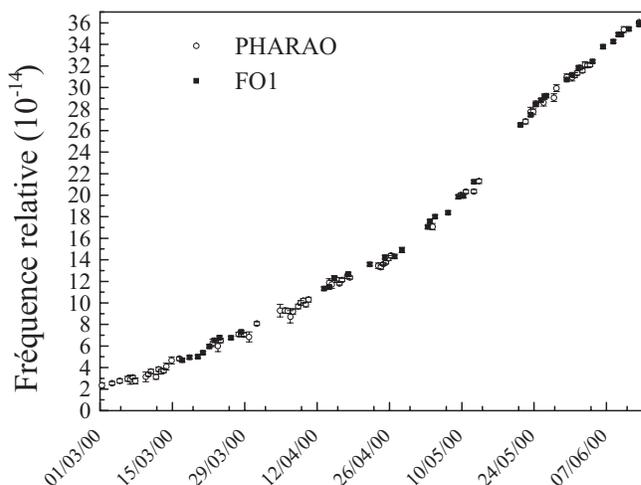


FIG. 4.32 – *Dérive du maser à hydrogène sur la période du 01/03/2000 au 15/06/2000, mesurée conjointement par les fontaines PHARAO et FO1*

heureusement, très peu de plages de fonctionnement synchrone des deux horloges sont disponibles. Il est donc difficile de donner une barre d'erreur rigoureuse sur la différence de fréquence entre les deux fontaines. Pour cependant illustrer leur bon accord, nous avons tracé sur la figure 4.33 les fréquences mesurées, corrigées de la dérive du maser. La comparaison avec la fontaine Rb-Cs FO2, fonctionnant avec du césium sur la période du 21/04/2002 au 16/06/2002, montre également un bon accord (figure 4.34). Ces comparaisons confortent les bilans d'exactitude des trois horloges, fonctionnant pourtant dans des configurations assez différentes (sources d'atomes, dimensions des dispositifs, tailles de cavité(s)).

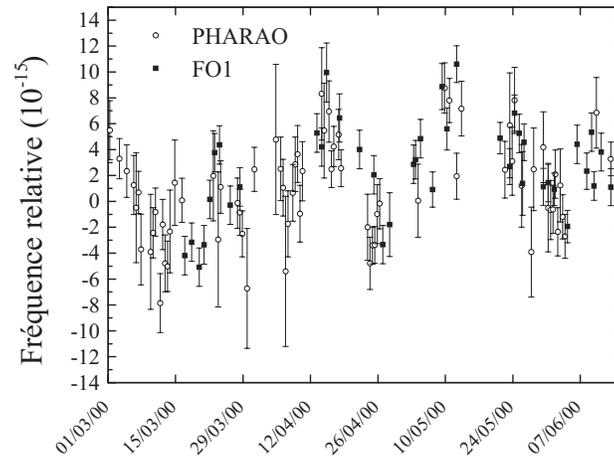


FIG. 4.33 – Comparaison des fontaines PHARAO et FO1, après avoir retiré la dérive du maser.

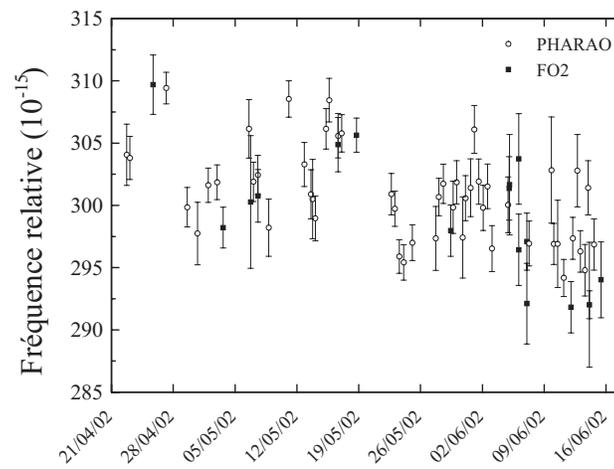


FIG. 4.34 – Mesure de la fréquence du maser à hydrogène sur la période du 21/04/2002 au 16/06/2002, mesurée conjointement par les fontaines PHARAO et FO2

# Chapitre 5

## Mesure de la transition $1S - 2S$ de l'hydrogène à l'aide de la fontaine PHARAO

### 5.1 Introduction

Le chapitre précédent a présenté l'évaluation des performances de la fontaine PHARAO. Nous donnons dans ce chapitre un exemple de son utilisation en temps qu'étalon de fréquence transportable, lors d'une mesure de fréquence de la transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène, située dans le domaine optique.

Jusqu'à récemment la mesure de fréquences optiques était basée sur des comparaisons avec des étalons secondaires également situés dans le domaine optique. Les systèmes utilisés, relativement complexes, nécessitaient de nombreux étages de somme et de multiplication de fréquence, réalisés dans des cristaux non linéaires, afin de relier la fréquence à mesurer à la référence. La difficulté principale de ces dispositifs est de trouver les composants fonctionnant dans les bonnes gammes de fréquence. Ainsi, ces chaînes de fréquence doivent en général être adaptées pour chaque mesure particulière. L'exactitude de la mesure est par ailleurs limitée par la reproductibilité de la référence optique.

Les lasers pulsés à verrouillage de mode fournissent dorénavant un outil puissant reliant directement les fréquences optiques aux étalons micro-onde. Ce type de laser produit des impulsions d'une durée dans la gamme de la femto-seconde, avec un taux de répétition de l'ordre de 100 MHz. Dans l'espace des fréquences, cette émission est équivalente à un peigne de fréquences régulièrement espacées, sur une largeur autour de 10 THz. Ce spectre peut

par la suite être élargi par mélange à 4 ondes dans une fibre optique. Il constitue une règle graduée d'une longueur de plusieurs dizaines de THz, permettant la mesure de tout intervalle de fréquence optique située dans la bande du peigne. Il peut également être utilisé pour réaliser de grands sauts de fréquence, par asservissement sur des modes situés aux extréma du peigne. Ce système peut donc simplifier énormément les chaînes de comparaison de fréquences optiques. Les différences de fréquences sont simplement données par le nombre de modes entre les deux fréquences à mesurer. L'exactitude de la chaîne dépend alors de celle de la référence utilisée pour asservir la taux de répétition du laser femto-seconde.

Un des groupes pionniers en la matière (Th. Udem, R. Holzwarth, J. Reichert) travaille au Max Planck Institut für Quantenoptik de Garching, près de Munich en Allemagne, sous la direction de T. W. Hänsch. En collaboration avec une autre équipe du laboratoire (M. Niering, M. Weitz), travaillant sur un spectromètre à hydrogène-deuterium, une mesure de la fréquence de transition  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène à  $1,5 \cdot 10^{-13}$  a été obtenue [53]. Cette exactitude était limitée par la stabilité de  $6 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  de l'horloge commerciale utilisée comme référence. Pour améliorer cette exactitude, nous avons participé à une campagne de mesures de deux semaines, fin juin 1999. Le fonctionnement de la fontaine transportable PHARAO à Garching, a permis, au cours de cette collaboration, d'améliorer d'un facteur 10 l'exactitude de la mesure.

Dans ce chapitre, après avoir expliqué les modifications apportées à l'asservissement de l'horloge PHARAO pour servir d'oscillateur local, nous décrirons la chaîne de fréquence optique fournissant le lien entre le domaine micro-onde et la transition  $1S - 2S$  de l'hydrogène. Nous présenterons ensuite le fonctionnement du spectromètre permettant de sonder la transition, ainsi que brièvement les déplacements de fréquences perturbant cette interrogation.

## 5.2 Fonctionnement la fontaine PHARAO à Garching

Dans les chapitres précédents, décrivant le fonctionnement et l'évaluation des performances de la fontaine PHARAO, les fréquences mesurées constituaient des comparaisons de fréquence entre l'horloge et un maser à hydrogène. Dans le dispositif d'asservissement, l'oscillateur local est à fréquence fixe (quartz verrouillé en phase sur le maser, voir figure 4.1). L'asservissement de la fréquence d'horloge s'effectue par la modulation du synthétiseur de la chaîne d'interrogation (c.f. §2.4.1 et §2.6.4), et c'est la valeur moyenne des corrections de fréquence qui donne la mesure des déplacements de fréquence

## 5.2. FONCTIONNEMENT LA FONTAINE PHARAO À GARCHING

---

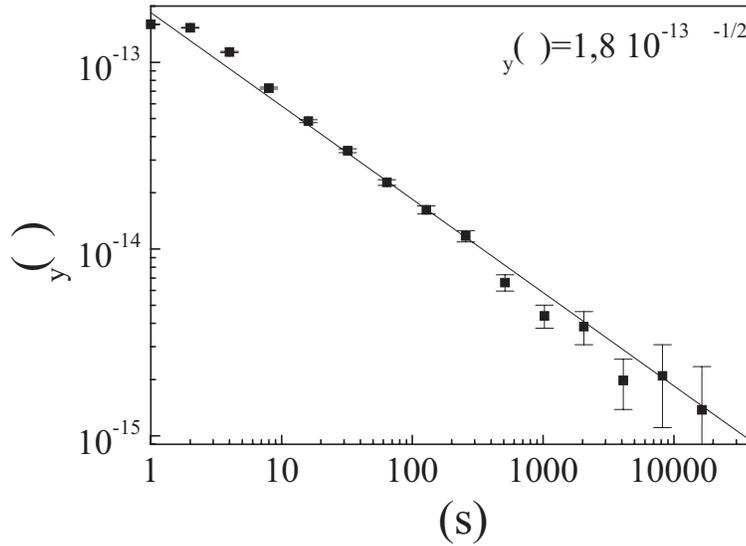


FIG. 5.1 – *Variance d’Allan de la fréquence du quartz asservi sur la fontaine atomique PHARAO, comparée au 100 MHz maser, lors des expériences de préparation de l’horloge au BNM-SYRTE*

et du maser.

La boucle d’asservissement a été modifiée pour l’expérience en Allemagne, afin que l’horloge soit complètement autonome. Dans le nouveau schéma, le synthétiseur de fréquence est modulé autour d’une valeur moyenne fixe. Les corrections de fréquence sont maintenant directement appliquées à la ”varicap” du quartz de la chaîne de synthèse, au moyen d’une sortie analogique de l’ordinateur de commande. La stabilité de fréquence dans ce mode de fonctionnement est de  $1,8 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , limitée par le quartz (figure 5.1). Avant l’expérience  $1S - 2S$ , nous avons établi un bilan d’exactitude préliminaire de l’ordre de  $10^{-15}$ , tenant compte de l’effet Zeeman quadratique, du déplacement dû au rayonnement du corps noir, de l’effet des collisions froides et du déplacement gravitationnel. L’interrogation s’effectuait alors dans la première cavité, provoquant un déplacement de fréquence par effet de phase, variant avec le niveau micro-onde (c.f. §4.3.5). Cet effet, supposé négligeable pour un fonctionnement normal, masquait les autres déplacements de fréquence. Les comparaisons de fréquence effectuées avec la fontaine FO1 (exactitude  $1,1 \cdot 10^{-15}$ ) n’ont montré aucune différence, dans une barre d’erreur de  $10^{-15}$ , pour les deux méthodes d’asservissement de la fontaine PHARAO. Nous garantissons prudemment une exactitude de

$2 \cdot 10^{-15}$  pour le fonctionnement de l'horloge à Garching, exactitude qui a été confirmée au retour par de nouvelles comparaisons avec FO1, et affinée par la suite, comme on l'a vu au chapitre précédent.

Le transport de la fontaine de Paris à Munich s'est effectué par camion sur la journée du 20/06/99. Durant le voyage, les trois parties principales (le tube, le banc optique et l'ordinateur de commande) étaient déconnectées. Seule la pompe ionique principale, alimentée sur batteries était en fonctionnement. Le trajet a notamment été marqué par une crevasion qui nous a retenu pendant environ 4 heures sur une aire d'autoroute à la hauteur de la ville d'Ulm. L'horloge a été remontée le lendemain après-midi, après une bonne nuit de repos (et une visite, le matin, au salon Cleo99). La fontaine PHARAO était opérationnelle à la fin de la journée suivante, passée à réaligner le banc optique, à démagnétiser les blindages magnétiques ayant subi les vibrations du voyage, et à relier le quartz de l'horloge à la chaîne de fréquence optique. Elle a fonctionné jusqu'au 06/07/99 au MPQ, à une exactitude de  $2 \cdot 10^{-15}$ , garantie par la vérification quotidienne des 4 déplacements de fréquence précédemment évoqués. Nous avons de plus vérifié que la stabilité était meilleure que  $2 \cdot 10^{-13}$  sur une seconde, pour toutes les sessions de mesure.

### 5.3 Description du système de comparaison de fréquence optique

La figure 5.2 présente la chaîne de comparaison de fréquence optique développée au Max Planck pour relier la transition  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène à notre étalon primaire. Elle s'appuie sur deux éléments principaux : un diviseur d'intervalle de fréquence [54] et un laser femto-seconde.

Le principe du diviseur d'intervalle de fréquence est illustré dans la figure 5.3. Ce système reçoit deux fréquences laser  $f_1$  et  $f_2$  et permet d'asservir un troisième laser exactement à la fréquence  $(f_1 + f_2)/2$ . Le dispositif effectue d'abord la somme  $f_1 + f_2$  dans un cristal non linéaire. Cette fréquence est ensuite comparée par battement à la seconde harmonique du laser à  $f_3$ . Le signal de battement est enfin utilisé pour verrouiller en phase le laser à la fréquence  $f_3 = (f_1 + f_2)/2$ .

Le second élément clé de la chaîne de fréquence est constitué d'un laser pulsé à modes bloqués saphir-titane. Ce type de laser comporte des prismes (GVD > 0) et une lentille à effet Kerr. Cet élément non linéaire ( $\chi^3$ ) est utilisé pour compenser la dépendance de vitesse de groupe avec la longueur d'onde (GVD < 0). Ainsi, les impulsions se propagent dans la cavité du laser sans étalement de spectre. Dans le domaine des fréquences, l'émission est



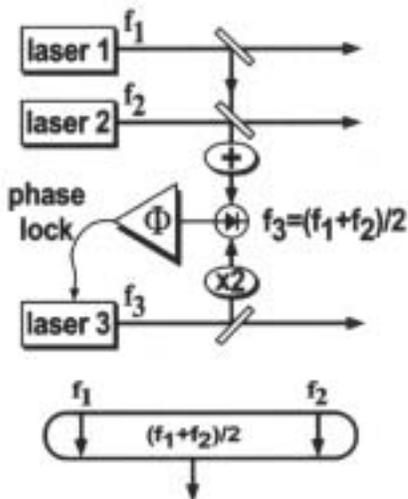


FIG. 5.3 – Principe (haut) et symbole (bas) d'un diviseur d'intervalle de fréquence. (figure extraite de la référence [55])

donc équivalente à un peigne de fréquences  $f$  uniformément réparties (aux dispersions d'ordre supérieur près) :

$$f = n f_r + f_0. \quad (5.1)$$

Dans cette relation,  $f_r$  est le taux de répétition du laser pulsé, correspondant au temps de circulation  $v_g/2L$  d'une impulsion dans la cavité de longueur optique  $L$ .  $f_0$  est la fréquence de la porteuse [56, 57].

Le laser femto-seconde utilisé au cours de la mesure de la fréquence  $1S-2S$  (Coherent modèle Mira 900, pompé par un laser Nd :YVO<sub>4</sub> doublé d'une puissance de 5 W, Coherent modèle Verdi), fournissait des impulsions d'une durée de 73 fs, avec un taux de répétition de 75 MHz. Il fournit donc un peigne de fréquence d'environ 14 THz de large. Ce spectre est ensuite élargi jusqu'à 45 THz par mélange à 4 ondes dans une fibre optique monomode de 40 cm de long (Newport FS-F). Une série de tests [58] a montré que la répartition des modes du peigne est homogène, avec une incertitude expérimentale de  $3 \cdot 10^{-17}$  et que l'écart entre les modes est égal au taux de répétition à  $6 \cdot 10^{-16}$  près.

La transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'hydrogène ( $f_{1S-2S} \sim 2466$  THz =  $28f - 8\delta f$ , voir figure 5.2) est sondée par la seconde harmonique d'un laser à colorant à 486 nm. Ce laser, ainsi qu'un laser He-Ne à 3,39  $\mu\text{m}$  ( $f \approx 88,4$  THz), permettent de verrouiller en phase une diode laser à 851 nm. Après deux doublages de fréquence successifs, dont le premier est

réalisé par le battement avec un laser NaCl :OH<sup>-</sup> à centre coloré à 1,7  $\mu\text{m}$  (non représenté sur la figure 5.2), une diode laser à 848 nm est asservie en phase à  $4f$ . Dans la précédente version de la chaîne de fréquence optique [55], c'est le laser He-Ne, stabilisé sur une raie du méthane, qui serait de référence. Un système de 4 diviseurs d'intervalles de fréquence permettait de réduire la différence de fréquence  $\Delta f \approx 1$  THz entre des diodes à 848 et 851 nm, à une valeur de  $\sim 60$  GHz, mesurable par un compteur. Le dispositif a été énormément simplifié et fiabilisé par l'incorporation du laser femto-seconde. Les fréquences des deux diodes laser autour de 850 nm sont mesurées par battement avec deux modes du peigne de fréquences (compteurs  $f_{c1}$  et  $f_{c2}$ ). Le laser à colorant est asservi en phase sur la seconde harmonique d'une diode laser à 973 nm. Cette diode est elle-même verrouillée sur un des modes du laser à modes bloqués. La différence de fréquence entre les diodes à 851 nm et 973 nm donne une mesure de  $1/2f \approx 44,2$  THz. Ainsi, si la différence entre les modes du peigne est connue avec exactitude, les fréquences  $f$  et  $\Delta f$  sont bien déterminées. La fréquence de transition  $1S - 2S$  est par conséquent reliée à l'oscillateur de référence commandant le taux de répétition du laser femto-seconde. L'utilisation de la fontaine PHARAO comme oscillateur local procure une exactitude de la chaîne de comparaison de  $2 \cdot 10^{-15}$ .

La mesure des fréquences  $\Delta f$  et  $1/2f$  repose sur la capacité à compter le nombre de modes compris dans ces intervalles. Cette opération est rendue possible par l'utilisation d'une cavité dont l'intervalle spectral libre est stabilisé à  $20 f_r$  [58]. A résonance, cette cavité transmet un mode du laser femto-seconde sur 20, accroissant du même facteur le taux de répétition. Les modes effectuant un battement avec les diodes laser à mesurer sont donc espacées de  $20 f_r = 1,5$  GHz, intervalle suffisamment large pour être mesuré sans ambiguïté par un monochromateur.

## 5.4 Le spectromètre à hydrogène

La figure 5.4 représente le spectromètre mis au point au Max-Planck Institut pour mesurer la fréquence de transition de l'atome d'hydrogène. L'ensemble du dispositif est enfermé dans une enceinte à vide. Une tuyère refroidie à l'hélium liquide collimate un jet d'atomes d'hydrogène, produits à partir d'une décharge dissociant des molécules de H<sub>2</sub>. Le signal d'interrogation est fourni par un faisceau à 243 nm, rendu stationnaire dans une cavité Fabry-Perot. Le faisceau, issu du laser à colorant doublé et relié en fréquence à la fontaine PHARAO par la chaîne de comparaison, est parallèle à l'axe de propagation du jet atomique. Le rayonnement excite, par une transition à deux photons, des atomes de l'état  $1S_{1/2}$  ( $F = 1, m_F = \pm 1$ ), vers l'état métastable  $2S_{1/2}$  ( $F = 1, m_F = \pm 1$ ). La zone d'interaction est protégée par une cage

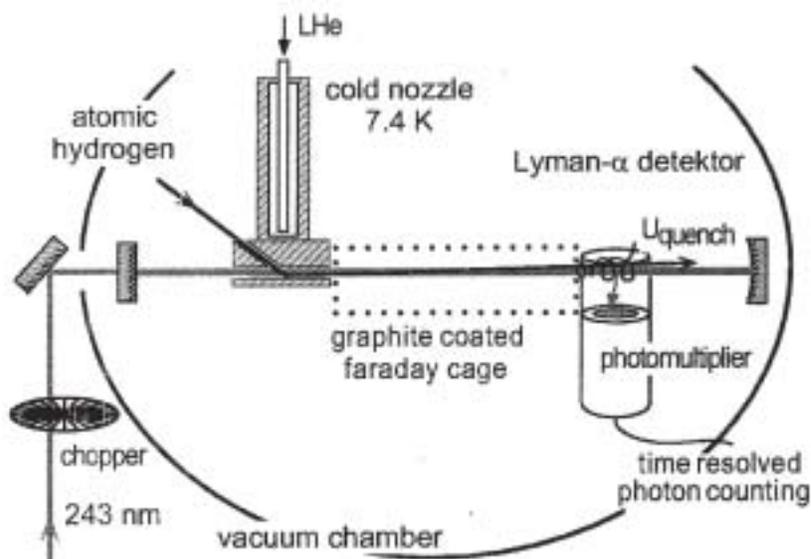


FIG. 5.4 – *Descriptif du spectromètre utilisé pour la mesure de la transition à deux photons  $1S-2S$  de l'hydrogène (la figure est extraite de la référence [59])*

de Faraday tapissée de graphite, afin d'éviter les perturbations dues à des charges piégées ou à des champs électriques parasites. Après avoir parcouru une distance de  $\approx 13 \text{ cm}$  dans le faisceau d'interrogation, les atomes ayant subi la transition sont transférés vers l'état  $2P$  par un champ électrique. Leur désexcitation provoque l'émission de photons Lyman- $\alpha$  détectés par un photo-multiplicateur. Un "chopper", placé en amont de la cavité laser d'interrogation, limite la lumière parasite à la détection, en bloquant le faisceau d'excitation pendant l'acquisition. La transition est sondée en variant la fréquence du laser à colorant, au moyen d'un modulateur acousto-optique. Le délai d'acquisition est varié, afin de ne détecter que les atomes lents du jet. Les données se présentent donc sous la forme de spectres en fonction de la vitesse atomique ( $v = 10-400 \text{ m/s}$ ). La figure 5.5 donne un exemple de ces signaux. Environ 600 spectres de ce type ont été enregistrés sur les 10 jours effectifs de mesure. L'intensité lumineuse a été variée de 100 à 500 mW, afin d'effectuer une interpolation à intensité nulle du déplacement Stark dynamique. Ajoutons par ailleurs qu'au cours de la campagne de mesure, deux diamètres de tuyère ont été utilisés, afin de tester l'influence de la pression de gaz résiduels.

Un calcul numérique a été développé pour interpoler les données. Il prend en compte l'intensité et le profil du faisceau laser d'interrogation. La tâche du modèle est de déterminer la distribution de vitesse des atomes du jet. Cette modélisation est nécessaire, pour tirer profit au maximum de l'exac-

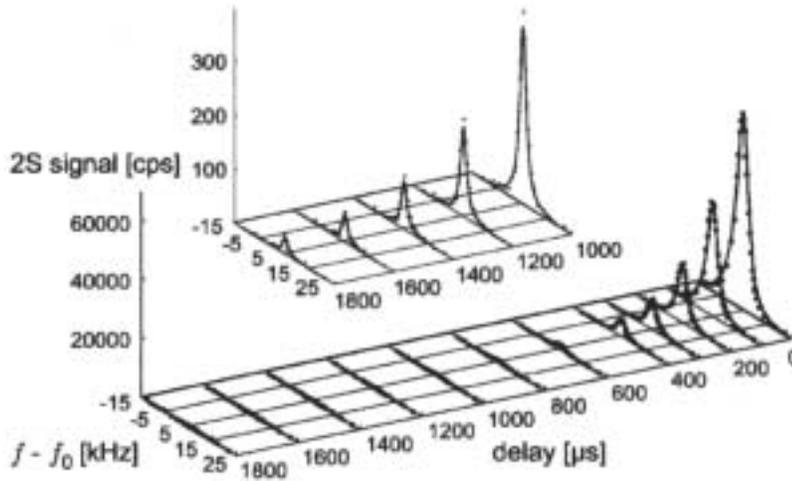


FIG. 5.5 – Exemple de spectres de la transition  $1S - 2S$  de l'hydrogène enregistré à l'aide du dispositif. (la figure est extraite de la référence [60])

titude potentielle de la chaîne de fréquence optique référencée à la fontaine PHARAO. En effet, si l'effet Doppler du premier ordre se compense, du fait de l'excitation à deux photons, l'interrogation est néanmoins sensible à l'effet Doppler relativiste. Le modèle montre que la distribution n'est pas purement maxwellienne. Les atomes lents sont en partie éjectés par collision avec les atomes les plus rapides (effet Zacharias). Par ailleurs, d'autres atomes sont perdus par collision avec les gaz résiduels présents dans l'enceinte à vide ( $H_2$ , He,  $N_2$ ). La figure 5.5 montre un bon accord entre la modélisation de la distribution des vitesses (lignes continues) et les points expérimentaux.

L'exploitation de l'ensemble des données mène à la fréquence  $f_{1S-2S}^{hf} = 2\,466\,061\,102\,474\,870$  Hz, avec une incertitude statistique de 36 Hz. Le modèle numérique donne une incertitude de 20 Hz [59], traduisant le déplacement Stark dynamique et l'effet Doppler du second ordre. La valeur de la fréquence tient aussi compte des autres déplacements de fréquence majeurs : le déplacement dû au rayonnement du corps noir ( $\sigma = 1$  Hz), l'effet Stark statique ( $\sigma = 5$  Hz), l'effet de la pression de gaz résiduels ( $\sigma = 10$  Hz) et l'effet de recul ( $\sigma = 10$  Hz). La fréquence de transition  $1S - 2S$  s'obtient enfin en ajoutant le décalage hyperfin des niveaux  $1S$  et  $2S$ ,  $f_{hf} = 310\,712\,233(13)$  Hz [61, 62].

Nous obtenons finalement la valeur [60] :

$$f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187\,103(46) \text{ Hz}, \quad (5.2)$$

où l'incertitude de 46 Hz est obtenue par la somme quadratique des incertitudes statistique et systématique. Cette incertitude est pour l'instant

limitée à  $1,8 \cdot 10^{-14}$ , essentiellement à cause de la pression de gaz résiduelle dans le spectromètre et de la stabilité du laser d'interrogation. Elle constitue néanmoins l'une des fréquences les plus exactes dans le domaine de l'optique, avec les fréquences de transition des ions  $\text{Hg}^+$  [63] et  $\text{Yb}^+$  [64], et de l'atome  $\text{Ca}$  [65, 66] mesurées ultérieurement au NIST (National Institute of Standards and Technology, USA) et à la PTB (Physikalisch-technische Bundesanstalt, Allemagne)

## 5.5 Conclusion

Au cours de cette collaboration au Max-Planck Institut, nous avons démontré la transportabilité de la fontaine atomique PHARAO, et qu'elle était rapidement opérationnelle à une exactitude de  $2 \cdot 10^{-15}$  et une stabilité de  $1,8 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Son utilisation comme oscillateur local verrouillant le taux de répétition d'un laser femto-seconde a permis de transférer directement ces performances du domaine micro-onde aux longueurs d'onde optiques. Nous avons pu, au cours de la campagne de mesure, effectuer la meilleure détermination de la fréquence de transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène.

Comme présenté dans le chapitre 4, une évaluation plus complète des performances de la fontaine PHARAO a depuis été menée. Elle nous mène actuellement à une exactitude de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ . L'horloge effectuera une série de déplacements en Allemagne à partir de fin 2002. Elle commencera par une comparaison avec la fontaine atomique de la PTB (CSF1) (exactitude  $1,4 \cdot 10^{-15}$ , stabilité  $3,5 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  [67]), à Braunschweig. Une nouvelle mesure de la transition  $1S - 2S$  et une nouvelle détermination de la fréquence d'horloge de l'ion  $\text{In}^+$  est prévue par la suite à Garching, début 2003. Des modifications ont été apportées au spectromètre pour réduire la pression de gaz résiduelle. La chaîne de fréquence optique a aussi été améliorée. Grâce au développement des lasers femto-seconde, permettant une réduction de la durée des impulsions, et à l'utilisation de fibres à cristaux photoniques, des peignes de fréquence larges de plus d'une octave sont maintenant disponibles (500-1200 nm). Cette propriété permet de référencer complètement la fréquence des modes à l'oscillateur verrouillant le taux de répétition : la fréquence de la porteuse  $f_c$  peut être déterminé avec la précision de l'oscillateur en comparant la fréquence d'un mode du peigne avec sa seconde harmonique. La chaîne de fréquence optique se réduit donc uniquement à un laser femto-seconde et à une fibre optique [68].

Deuxième partie

Participation à l'étude de  
l'horloge  
spatiale PHARAO



# Chapitre 6

## L'horloge spatiale PHARAO au centre de la mission ACES

### 6.1 La mission ACES

En 1994, le CNES démarre le projet PHARAO. Une étape importante a été franchie en 1997, par le vol de démonstration d'un prototype d'horloge fabriqué au laboratoire. Le projet d'horloge spatiale PHARAO a été proposée en 1997 à l'ESA pour prendre part à une mission plus générale : la mission ACES [9]. Outre l'horloge à atomes froids, la charge utile comporte un maser à hydrogène (SHM) et un lien micro-onde (ML) pour les transferts de temps et de fréquence vers des stations sol. Cette mission a été retenue pour voler sur une Express Palet à bord de la station spatiale internationale (ISS) à partir de 2006 et pour une durée de 18 à 36 mois. Elle prendra place sur une plate-forme orientée au nadir du module européen Columbus. La masse totale de cette charge utile sera inférieure à 227 kg et la consommation électrique inférieure à 500 W. Son intégration a été confiée à la société ASTRIUM. La figure 6.1 présente la maquette d'implantation préliminaire d'ACES. Les dimensions totales allouées à l'"Express Pallet" sont de  $863 \times 1168 \times 1240$  mm.

L'horloge spatiale PHARAO est développée par le CNES, en étroite collaboration avec les laboratoires scientifiques (BNM-SYRTE, LKB). Sa conception repose sur le prototype construit au laboratoire et sur l'expérience acquise sur les fontaines atomiques.

La manipulation des atomes a lieu dans une enceinte où règne un vide inférieur à  $10^{-7}$  Pa, protégée des perturbations magnétiques extérieures par des blindages en  $\mu$ -métal (figure 6.2). A chaque cycle d'horloge, des atomes de césium sont capturés et refroidis, à partir d'une vapeur, dans une mélasse optique à  $1 \mu\text{K}$ , à l'intersection de six faisceaux laser de diamètre 26 mm. La

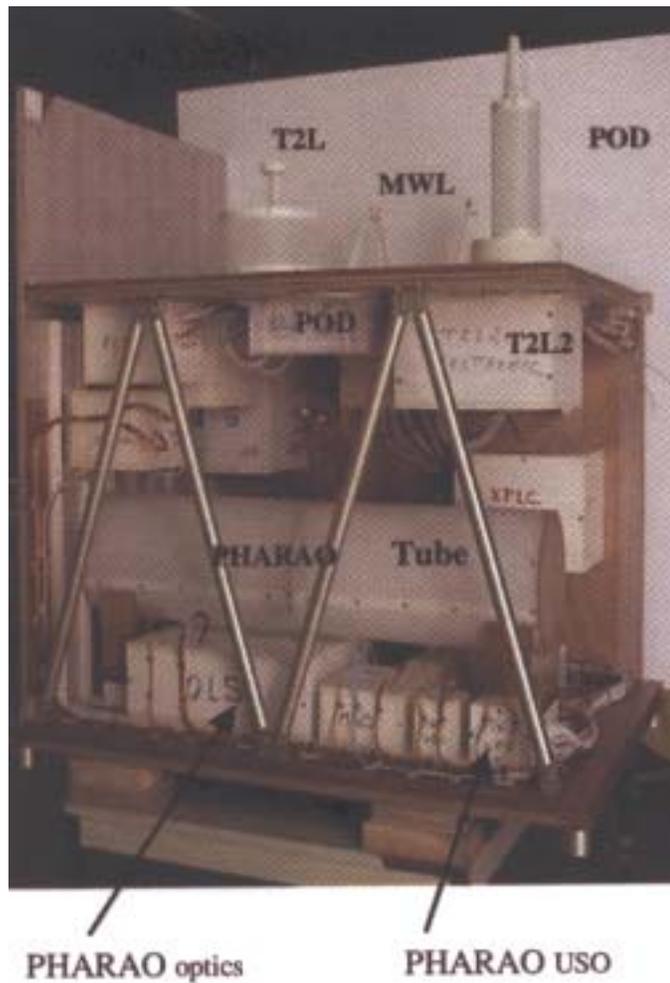


FIG. 6.1 – *Maquette d'implantation de l'Express Palet ACES*

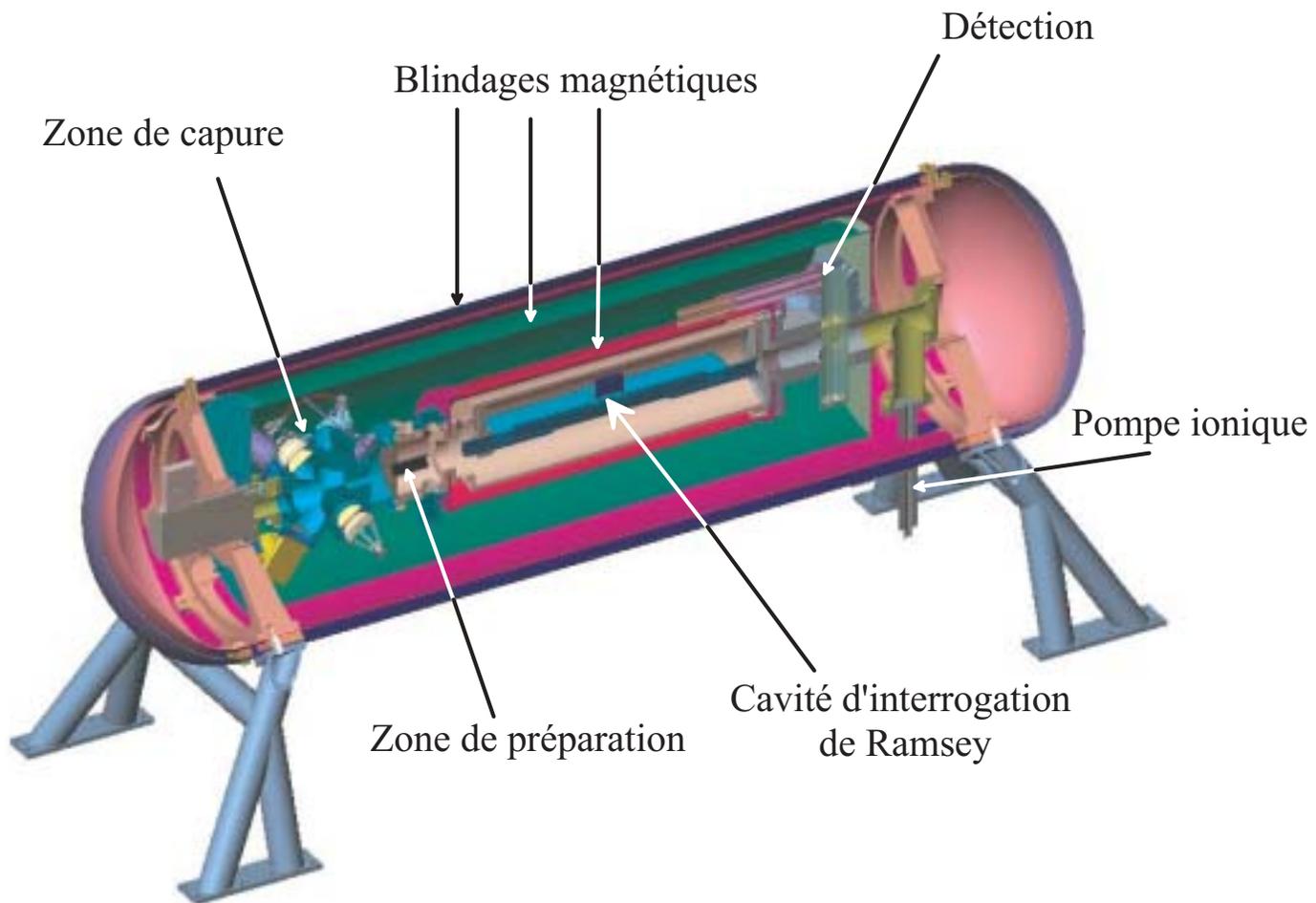


FIG. 6.2 – Schéma mécanique de l'horloge spatiale PHARAO

micro-pesanteur régnant à bord de la station spatiale (altitude  $\sim 400$  km) permet de lancer le nuage atomique à des vitesses inférieures de plus d'un ordre de grandeur à celles accessibles dans une fontaine atomique ( $v(t) = v_l \in [10 \text{ cm/s}; 5 \text{ m/s}]$ ). Le lancement s'effectue dans la direction [111] (vitesse optimale attendue à 30 cm/s) par rapport aux faisceaux de capture. Les atomes traversent ensuite un dispositif de sélection. Le système, comme dans les horloges terrestres, comprend une cavité de préparation (mode  $TE_{011}$ ) et un faisceau pousseur (c.f. §2.2.4). Les atomes, une fois préparés dans un des deux états de la transition d'horloge, subissent une interrogation de Ramsey, en traversant une seconde cavité micro-onde qui comporte deux zones. La probabilité de transition en réponse à l'excitation micro-onde est enfin mesurée par temps de vol, à l'aide de 2 faisceaux laser. Cette mesure, réalisée successivement de part et d'autre de la frange de résonance, permet de construire la consigne d'asservissement de la fréquence micro-onde sur la transition atomique.

Les spécifications de masse et de consommation électrique, imposées par le fonctionnement sur l'ISS, sont respectivement de 91 kg et de 110 W pour l'ensemble de l'horloge PHARAO. Le tube horloge est développé par la société Sodern. Les dimensions allouées au tube à vide sont de 330 mm  $\times$  445 mm, sur une longueur totale de 990 mm. La consommation électrique spécifiée est inférieure à 5 W. La masse totale de l'ensemble est fixée à 45 kg, essentiellement due aux blindages en  $\mu$ -métal protégeant les atomes des perturbations magnétiques extérieures. Les 10 faisceaux laser nécessaires<sup>1</sup> à l'expérience sont fournis par une source laser externe comprenant 4 diodes laser redondées et 6 modulateurs acousto-optiques. Ces faisceaux sont distribués au tube à l'aide de fibres optiques à maintien de polarisation. La puissance de sortie des fibres de capture est de 15 mW. Deux des diodes laser sont montées en cavité étendue (lasers étalon), reposant sur des prototypes fabriqués au laboratoire (c.f. §7.1). La source laser, également réalisée par SODERN occupera un volume de 530 mm  $\times$  330 mm  $\times$  180 mm, pour une masse inférieure à 20 kg. Sa consommation électrique sera de l'ordre de 40 W.

Le résonateur d'interrogation est une cavité de Ramsey de 20 cm d'interzone, construite par la société Tales. La difficulté de sa réalisation réside dans la symétrie mécanique de cette cavité, agissant directement sur la différence de phase du champ entre les deux zones d'interaction. En effet, en microgravité, la fréquence d'horloge est sensible à cet éventuel déphasage, à travers

---

<sup>1</sup>L'expérience demande deux faisceaux supplémentaires par rapport à la fontaine PHARAO. Ils proviennent du fait que la préparation et la détection s'effectuent ici dans des zones distinctes. Il est donc nécessaire de rajouter un faisceau pousseur. Un second faisceau pompe a également été rajouté de façon à pouvoir réduire la taille de la mélasse pour les faibles vitesses de lancement.

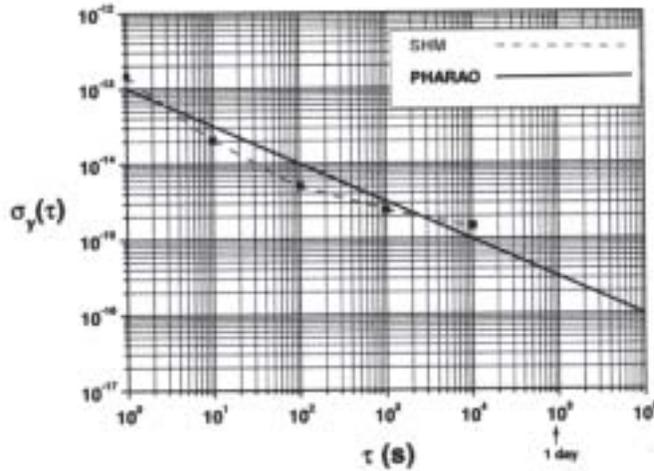


FIG. 6.3 – Stabilités attendues pour l’horloge spatiale PHARAO et le maser à hydrogène SHM

l’effet Doppler du premier ordre (voir §7.2). Ce déplacement de fréquence n’apparaît pas dans une géométrie de fontaine (à l’expansion thermique du nuage près), puisque les deux impulsions ont lieu dans le même résonateur. Son évaluation dans l’horloge spatiale à mieux que  $10^{-16}$  sera cependant possible, puisque l’on peut varier la vitesse atomique sur une large gamme. Le signal d’interrogation est fourni par une chaîne de synthèse micro-onde, également développée par Thales, à partir d’un quartz ultra-stable (société C-Mac). Les spécifications de stabilité de ce quartz sont de  $7 \cdot 10^{-14}$  sur une seconde.

L’évaluation des performances de l’horloge spatiale PHARAO s’effectuera à bord de la station internationale, par comparaison de fréquence avec SHM. Ce maser à hydrogène, développé par l’observatoire cantonal de Neuchâtel aura une stabilité court terme comparable à celle de PHARAO. Comme montré dans la figure 6.3, on attend une meilleure stabilité de SHM entre 10 et  $10^3$  s d’intégration, alors qu’au delà, l’écart type d’Allan de PHARAO continue de décroître en  $\tau^{-1/2}$ . Les objectifs de ces comparaisons de fréquence sont d’atteindre une exactitude relative de PHARAO à  $10^{-16}$  et une stabilité de  $3 \cdot 10^{-16}$  sur une journée, soit  $10^{-16}$  au bout de 10 jours d’intégration.

L’échelle de temps définie par ACES pourra être comparée à des horloges au sol grâce au lien micro-onde, avec une exactitude de 30 ps. Les spécifications de stabilité pour le transfert de temps sont présentées sur la figure 6.4. Elles ont été guidées par la disponibilité de la liaison, interrompue par la rotation de la station internationale autour de la terre. La durée moyenne d’une communication sera de 300 s, dépendant de la latitude de la

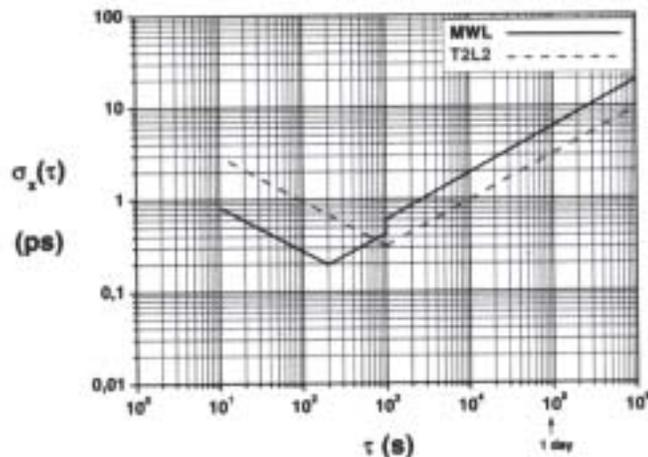


FIG. 6.4 – *Stabilité du lien micro-onde demandée pour les comparaisons avec des horloges au sol*

station sol et de celle de la station bord. D'autre part, la période de rotation de l'ISS est d'environ 90 mn. Comme la longitude de la station varie, entre 3 et 6 fenêtres de comparaisons seront disponibles par jour. Le lien doit donc être d'une très bonne stabilité, aussi bien court terme ( $< 0,3$  ps sur 300 s) que long terme ( $\sim 6$  ps sur une journée). Le transfert de temps, développé par la société Timetech, fonctionne sur la base de deux émetteurs-récepteurs bidirectionnels. Pour éliminer les décalages Doppler et les effets atmosphériques, le système utilise trois signaux, dont deux sont dans la bande Ku (15 GHz) et un dans la bande S (5 GHz). La comparaison de fréquence entre les deux signaux à 15 GHz, provenant respectivement de l'ISS et d'une station sol, rejette complètement les décalages Doppler et troposphérique. L'estimation du délai ionosphérique repose sur la connaissance de la charge ionosphérique totale, variant en  $1/f^2$  avec la fréquence de la porteuse. Le troisième signal, fourni par la "Pallet" ACES, détermine ce décalage en temps réel. Le lien micro-onde dispose par ailleurs d'une modulation de phase pseudo-aléatoire, levant l'ambiguïté de phase entre deux comparaisons d'horloges séparées d'un temps mort. Le système permet la comparaison simultanée de 4 horloges. Chaque comparaison est distinguée par un code, qui permet de différencier les décalages Doppler et atmosphériques respectifs.

La comparaison entre des horloges sol et l'horloge embarquée est par ailleurs affectée par des effets d'origine relativiste. La gravitation terrestre engendre un déplacement (effet Einstein) de l'ordre de  $10^{-16}$  par mètre pour l'horloge au sol, l'altitude étant définie par rapport au géoïde. A l'altitude de la station internationale, cet effet est de l'ordre  $10^{-11}$ , soit environ 5 ordres

de grandeur de plus que l'exactitude attendue pour l'horloge PHARAO. A ce niveau, d'autres effets relativistes affecteront les comparaisons de fréquence avec les horloges au sol (entre autres l'effet Sagnac et l'effet Doppler du second ordre). Les transferts de temps doivent donc être accompagnés de données orbitographiques précises de la Palet ACES. Des études théoriques préliminaires [69, 70] ont montré que l'altitude et la vitesse doivent être connues respectivement à mieux que 1,7 m et 1,9 mm/s (valeurs moyennes sur un jour). Ces données seront fournies par le système de positionnement de la station. Cependant, les déplacements de fréquence dépendant de l'altitude et de la vitesse de l'horloge elle-même, il faudra appliquer aux données orbitographiques, des corrections tenant compte de l'attitude et des déformations de l'ISS.

## 6.2 Les objectifs scientifiques de la mission ACES

Les objectifs scientifiques d'ACES sont aussi bien scientifiques que techniques. Durant les 18 à 36 mois de la mission, de nombreuses expériences se dérouleront dans différents domaines : physique des atomes froids et comparaisons d'horloges en micro-gravité, technologie des transferts de temps micro-onde, métrologie dans le domaine temps-fréquence et physique fondamentale.

### 6.2.1 Evaluation des performances de l'horloge PHARAO

La mission débute par une phase d'évaluation, d'une durée de 6 mois. Au cours de cette période, les déplacements de fréquence de l'horloge seront évalués, par comparaison avec le maser SHM. Le mode opératoire s'inspire en grande partie des méthodes utilisées pour les fontaines atomiques. Le dispositif effectuera, des intégrations différentielles pour différentes séquences temporelles. L'effet des collisions entre atomes froids sera estimé en modifiant le nombre d'atomes interrogés. L'effet Doppler (dû à un déphasage entre les deux bras de la cavité) sera mesuré en variant la vitesse de lancement. Les corrections dues au rayonnement du corps noir et à l'effet Zeeman quadratique seront déterminées à partir de mesures locales de la température et du champ magnétique statique. Les autres déplacements seront beaucoup plus réduits. Certains pourront être estimés à partir de mesures réalisées préalablement, au cours du montage de l'horloge (effets dépendant de la surtension de la cavité, d'éventuelles fuites, de raies parasites dans le spectre micro-onde).

L'objectif de cette période d'évaluation est de définir le nombre d'atomes et la vitesse de lancement offrant le meilleur compromis stabilité-exactitude. Les performances optimales attendues sont une exactitude de  $10^{-16}$  et une stabilité de  $3 \cdot 10^{-16}$  sur une journée.

### 6.2.2 Mesure du déplacement gravitationnel

Comme présenté précédemment, le déplacement gravitationnel joue un rôle important dans les comparaisons entre l'échelle de temps définie par ACES et les horloges au sol. Jusqu'à présent, la mesure la plus précise de cet effet provient de l'expérience Gravity Probe A, réalisée en 1978 par Vessot, Levine et al. [71]. Cette mesure consistait à comparer la fréquence de deux maser à hydrogène, via un lien micro-onde. Le premier maser restant au sol, alors que le second, embarqué dans une fusée et s'éloignant de la terre subit un potentiel gravitationnel variable. Dans la mission ACES, la distance entre les horloges embarquées et les stations sol est quasi constante. Cependant, disposant de données orbitographiques précises et d'horloges d'une bien meilleure exactitude, on pourra réaliser une mesure absolue de cet effet et la confronter aux prédictions théoriques. Si les exactitudes relatives de l'horloge PHARAO et des horloges au sol sont de  $10^{-16}$ , une mesure de l'effet Einstein pourra être réalisée, avec une incertitude de  $3 \cdot 10^{-6}$ , soit une amélioration d'un facteur 25, par rapport à l'expérience précédente.

### 6.2.3 Mesure d'une éventuelle dérive de la constante de structure fine

Le principe d'équivalence d'Einstein, un des postulats de la théorie de la relativité générale, suppose une invariance temporelle des constantes fondamentales non gravitationnelles. Cependant de nouvelles théories, visant à unifier les lois de la gravitation et de la physique quantique, prévoient de nouvelles interactions violant le principe d'équivalence [72]. La conséquence directe de ces théories implique une variation des constantes fondamentales et en particulier de la constante de structure fine  $\alpha$ . Les améliorations spectaculaires apportées en métrologie des fréquences, offrent de nouvelles possibilités de vérification de ces théories. Le test d'Oklo [72] ou l'analyse de l'absorption du rayonnement émis par des quasars, à travers des nuages interstellaires [73], sont réalisés sur des échelles de temps géologiques voire cosmologiques. Elles supposent en outre une variation monotone de la constante de structure fine. Dorénavant, l'exactitude des horloges permet de réaliser des mesures d'incertitude comparable, en laboratoire sur des périodes de l'ordre de l'année. Prestage et al. [74] prédit une variation de  $\alpha$  avec le numéro atomique  $Z$ . Ainsi,

la comparaison, sur des temps longs, des fréquences d'horloges utilisant des espèces atomiques différentes, permet de mesurer une éventuelle dérive de la constante de structure fine. Pour les alcalins, ce décalage évoluerait selon la loi :

$$\delta \ln \left( \frac{\nu_2}{\nu_1} \right) = K_{21} \frac{\delta \alpha}{\alpha} \quad (6.1)$$

Selon les estimations de la référence [74], le coefficient  $K_{21}$  vaut -0,45 pour une comparaison entre le  $^{133}\text{Cs}$  ( $Z = 55$ ) et le  $^{87}\text{Rb}$  ( $Z = 37$ ) et 1,4 si l'on effectue l'expérience avec une horloge à ion  $^{199}\text{Hg}^+$  ( $Z = 80$ ). Une signature claire de l'effet devrait donc apparaître. Le meilleur test de laboratoire a été effectué au BNM-SYRTE par comparaison entre les fontaines Cs FO1 et PHARAO et la fontaine Rb FO2, depuis transformée en fontaine double pouvant fonctionner à la fois avec ces deux atomes [75, 20, 21]. Il fixe une nouvelle limite supérieure à  $\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} < 6,9 \cdot 10^{-15}/\text{an}$ . Si l'exactitude de chacune des horloges est améliorée à  $10^{-16}$ , l'incertitude sur la dérive pourra être réduite.

Il faut, pour mener à bien ce genre d'investigation, disposer d'un maximum de points expérimentaux, afin de pouvoir éviter d'attribuer la variation d'un paramètre du dispositif à une dérive de  $\alpha$ . La relative complexité des appareils interdit tout transport vers d'autres laboratoires (mis à part pour la fontaine atomique PHARAO). La mission spatiale ACES, en rotation autour de la terre, permettra, grâce à la stabilité et à l'exactitude de l'horloge PHARAO, ainsi qu'au faible bruit ramené par le lien micro-onde, de réaliser un grand nombre de mesures avec des horloges réparties à la surface du globe. Des comparaisons entre étalons de fréquence aussi bien dans le domaine micro-onde (fontaines Cs et Rb) que dans le visible (atomes H, Ca, Sr, ions  $\text{Hg}^+$ ,  $\text{In}^+$  et  $\text{Yb}^+$ , etc...) seront accessibles.

### 6.2.4 Test d'une possible anisotropie de la vitesse de la lumière

Selon la théorie de la relativité générale, les postulats tels que le transport lent d'horloge et les procédures de synchronisation d'Einstein sont valides, aussi bien dans un référentiel universel au repos  $\Sigma$  que dans un référentiel inertiel  $S$ , animé d'une vitesse constante  $v$ . Certaines nouvelles théories relativistes [76] réfutent ce postulat. Une première conséquence est que la vitesse d'un signal lumineux, mesurée à l'aide d'horloges synchronisées par transport lent est constante dans le référentiel  $\Sigma$ , mais varie dans le référentiel en mouvement  $S$ .

Un test de cette éventuelle violation peut être réalisé par la mesure du délai de transmission unidirectionnelle d'un signal lumineux, entre deux horloges synchronisées par les procédures d'Einstein. La variation de la vitesse de la lumière se traduit alors sous la forme d'un paramètre  $\delta c/c \neq 0$ . Parmi les tests les plus récents, nous pouvons citer l'expérience [77], basée sur les systèmes de positionnement JPL et GPS, la recherche d'une variation de l'effet Doppler du premier ordre dans une absorption à deux photons [78], le test de l'effet Mössbauer [79] et l'expérience Gravity Probe-A [71] effectuant une comparaison de fréquence entre deux masers à hydrogène. Dans cette dernière expérience, le test consistait à rechercher une dépendance particulière avec la direction de propagation du signal, liée à la rotation de la terre (le maser restant au sol est animé d'une vitesse  $\vec{v}$  de  $S$  dans  $\Sigma$ ).

La mission ACES réalisera de nouveaux tests sur l'anisotropie de la vitesse de la lumière. Le lien micro-onde effectuera des comparaisons entre l'échelle de temps embarquée et une échelle de temps sol. Le système étant bi-directionnel, et permettant de dater les instants d'émission et de réception du signal, pour les deux récepteurs, la mesure donnera la différence :

$$T_2 - T_1 = \Delta_S + \Delta_D + 2\frac{\delta c}{c}T \cos(\theta) \quad (6.2)$$

où  $T_1$  et  $T_2$  sont les délais de transmission (de moyenne  $T$ ) dans les deux sens de propagation,  $\Delta_S$ , un terme inconnu, mais, constant dû à la désynchronisation des horloges,  $\Delta_D$  une correction connue provenant de l'asymétrie des trajets et des délais atmosphériques.  $\theta$  est l'angle entre le lien micro-onde et une direction de référence. L'objectif est de rechercher une modulation du décalage  $T_2 - T_1$  avec la rotation de la terre et de la station. Grâce aux performances de stabilité d'ACES, et du lien micro-onde (compensation complète des décalages Doppler et atmosphériques), la détermination de  $\delta c/c$  aura une résolution de  $\sim 10^{-10}$ , soit une amélioration d'un ordre de grandeur par rapport aux précédentes mesures. La sensibilité de la mesure sera essentiellement limitée par l'incertitude de position relative des deux horloges entrant dans la comparaison.

### 6.3 Etat d'avancement du projet ACES

La faisabilité de l'instrument ACES a été démontrée par une étude réalisée par la société Astrium, achevée en juillet 2001 : les spécifications de masse, de consommation électrique et de dissipation thermique allouées sont compatibles avec son implantation sur la plate-forme Columbus. Le maser à hydrogène SHM est actuellement en cours de développement (Phase C-D) à

l'observatoire cantonal de Neuchâtel et le lien micro-onde ML est réalisé par la société Timetech.

La phase de développement industriel de l'horloge spatiale PHARAO a débuté en juin 2001. L'étude des différents sous systèmes s'effectue sous la direction du CNES (livraison des modèles d'ingénierie mi 2003), en étroite collaboration avec les laboratoires. Certaines parties demandent en effet l'expertise des laboratoires, les industriels ne disposant pas de moyens de tests suffisants. Le test et la validation des blindages magnétiques et du réservoir à césium, par exemple, ont été effectués par le BNM-SYRTE. Nous revenons plus précisément dans le chapitre suivant sur la réalisation d'un prototype de laser à cavité étendue dont le principe a été retenu pour équiper le banc optique spatial. Nous détaillerons également le test de la cavité d'interrogation, qui constitue un des points durs de l'horloge.

L'intégration du modèle d'ingénierie est prévue vers la fin-2003. Un certain nombre de tests de bon fonctionnement vont ensuite être effectués par comparaison avec la fontaine transportable PHARAO, pendant une période de 6 mois. L'instrument ACES doit être transmis à la NASA fin 2005, pour un lancement prévu fin 2006. Les laboratoires seront également impliqués lors de la mission, pour assurer le fonctionnement des horloges à bord de l'ISS et celui des fontaines atomiques au sol, pour les comparaisons de fréquence.



# Chapitre 7

## Tests de différents sous-ensembles de l'horloge spatiale PHARAO

### 7.1 Réalisation d'un nouveau type de laser à cavité étendue

La source laser de l'horloge spatiale PHARAO réalise les mêmes fonctions principales que celle des fontaines atomiques : la capture, le lancement, le refroidissement, la sélection et la détection (voir §2.3). Elle comprend, en outre 4 diodes laser dont deux sont asservies sur une raie d'absorption saturée du césium, les deux autres étant injectées par l'une des deux premières. Deux longueurs d'onde sont nécessaires. Elles correspondent respectivement aux transitions  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  et  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ . Les contraintes de stabilité de fréquence sont équivalentes à une largeur spectrale de 200 kHz pour les deux sources fournissant ces faisceaux, à la détection. Les diodes laser DBR (Distributed Bragg Reflector), faciles à mettre en oeuvre, constituaient de bons candidats pour notre application. En effet, pour obtenir un fonctionnement monomode à la fréquence désirée, il suffit de fixer le courant de commande et de balayer la température de consigne. Cependant, ces diodes possèdent une largeur spectrale de l'ordre de 3 MHz et sont extrêmement sensibles aux retours optiques. Le choix s'est alors orienté vers un laser à cavité étendue, rajoutant alors un paramètre supplémentaire : la longueur de la cavité externe.

### 7.1.1 Principe de fonctionnement d'un laser à étalon Fabry-Perot

L'émission d'une diode laser Fabry-Perot à 852 nm (du type SDL5422H1) peut s'effectuer sur une bande d'environ 4 THz selon un de ses modes longitudinaux. Le fonctionnement est en général monomode et possède une largeur spectrale de l'ordre de 20 MHz.

Le couplage de la diode avec une cavité externe permet d'augmenter la durée de vie des photons d'émission stimulée. Dans le cas d'un couplage fort, la largeur spectrale est réduite du facteur  $(\frac{L_{cav}}{n_d L_d})^2$ , où  $L_{cav}$  et  $n_d L_d$  sont respectivement les longueurs optiques de la cavité externe et de la diode laser. Cette réduction s'accompagne cependant d'un comportement multimode à cause de la réduction de l'intervalle spectral dans la cavité externe. Il faut donc rajouter un composant supplémentaire, ayant pour rôle de sélectionner un mode unique de la cavité étendue.

Les éléments généralement utilisés sont des réseaux de diffraction, servant à la fois de miroir de sortie et d'élément sélectif en longueur d'onde. Dans un montage Littrow, le réseau est positionné de façon à renvoyer directement l'ordre 1 de diffraction vers la diode laser. Pour une configuration Littman-Metcalf, la cavité est fermée par un miroir (R=100%) et la lumière intracavité est diffractée à deux reprises sur le réseau. Dans ces deux montages, le double rôle du réseau impose un compromis sur l'efficacité de diffraction (de 40 à 50% selon la configuration) entre le taux de retour optique vers la diode laser et la puissance optique disponible en sortie. Pour un fonctionnement à bord de la station internationale, se pose aussi le problème du passage au vide. En effet, ce changement d'environnement modifie, par variation de l'indice du milieu, la longueur optique du pas du réseau et change donc l'angle de diffraction par rapport à un réglage effectué à l'air.

Grâce aux développements techniques apportés à la fabrication des étalons Fabry-Perot solides, on dispose dorénavant de composants d'une épaisseur optique inférieure à 100  $\mu\text{m}$  et de sélectivité suffisante pour remplacer les réseaux de diffraction. Dans ce nouveau type de lasers, la cavité externe est fermée par une lame semi réfléchissante servant aussi de miroir de sortie. C'est sur ce composant que s'effectue le compromis entre le taux de contre réaction et la puissance optique disponible en sortie. Les contraintes sur l'étalon sont donc relâchées, puisqu'elles sont seulement imposées par son rôle de filtre en fréquence. Le fonctionnement d'un laser à étalon intra-cavité, résumé dans la figure 7.1, résulte de l'interférence constructives de 3 cavités.

L'émission de la diode laser, d'une longueur optique de 1,75 mm (indice de l'AlGaAs : 3,5) s'effectue sur un de ses modes longitudinaux, séparés de 90 GHz. La cavité externe permet de réduire la largeur spectrale, mais dimi-

## 7.1. RÉALISATION D'UN NOUVEAU TYPE DE LASER À CAVITÉ ÉTENDUE

---

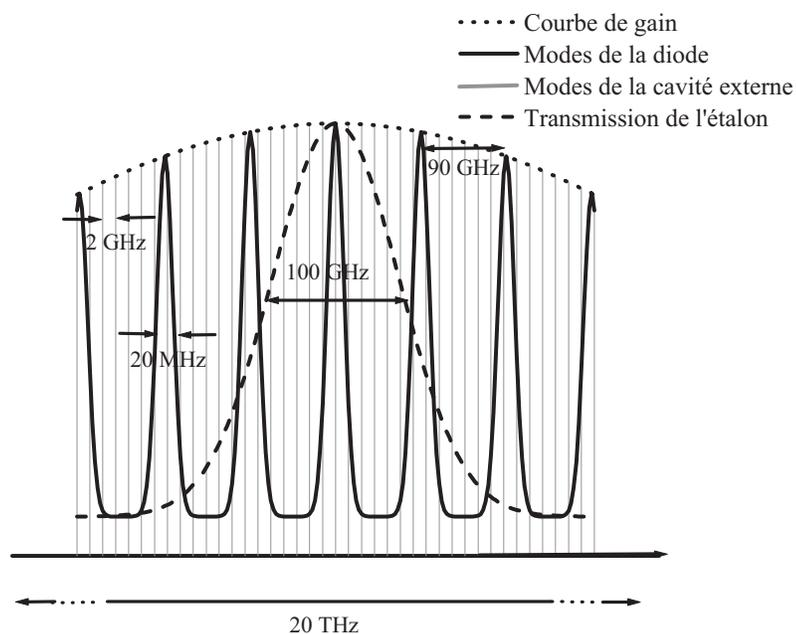


FIG. 7.1 – La sélection de mode dans un laser étalon : l'émission d'une diode laser libre s'effectue selon le mode correspondant au maximum de la courbe de gain. Sa largeur spectrale peut être réduite, en plaçant la diode dans une cavité étendue. La contre réaction est assurée par la disposition d'une lame semi réfléchissante. L'émission s'effectue alors selon les modes de la cavité externe et devient en général multimode. Un étalon Fabry Perot intra-cavité est utilisé pour sélectionner un unique mode de la cavité étendue.

nue aussi l'intervalle spectral libre. Pour une longueur de cavité de 6 cm, la largeur de raie attendue est inférieure à 100 kHz. Le fonctionnement devient cependant multimode, et dépend de la concordance entre les modes de la cavité étendue, espacés de 2 GHz et ceux de la diode. L'ajout d'un étalon Fabry-Perot intra-cavité permet de sélectionner un de ces modes, en jouant sur son angle d'incidence. La fréquence transmise par l'étalon évolue selon la relation :

$$\nu_k = \frac{k c}{2 n e \cos \theta}, \quad (7.1)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $n e$  la longueur optique de l'étalon et  $k$  l'ordre d'interférence. Pour l'étalon utilisé, d'épaisseur optique  $26 \mu\text{m}$ , l'angle d'incidence  $\theta$  est de  $9^\circ$ . Son intervalle spectral libre est de l'ordre de 6 THz. La finesse de l'étalon, de valeur 50, offre une fenêtre de transmission suffisamment étroite ( $\sim 100$  GHz) pour empêcher l'oscillation de modes adjacents, si l'incidence est bien ajustée.

### 7.1.2 Montage optique

La figure 7.2 présente le premier prototype de laser étalon que nous avons construit. La source est une diode laser Fabry-Perot (modèle SDL5422H1), d'une puissance optique de sortie de 150 mW. Elle émet un faisceau elliptique de divergence  $15^\circ$  et  $51^\circ$  (à  $1/e^2$ ), respectivement dans les directions verticale et horizontale. La polarisation de la lumière est rectiligne et parallèle au petit axe de l'ellipse. On utilise pour la collimation une lentille de focale 2,7 mm et d'ouverture numérique 0,6. Le faisceau traverse ensuite l'étalon Fabry-Perot d'une finesse de 50. L'angle d'incidence est ajusté de façon à optimiser une transmission résonante avec la raie  $D_2$  du césium, mesurée par absorption saturée. Son épaisseur a été choisie de telle sorte que cet angle soit suffisamment grand pour éviter le retour optique des réflexions vers la diode laser. La cavité, d'une longueur de 6 cm, est refermée par une lame semi-réfléchissante et traitée anti-reflet à 852 nm sur sa face de sortie. Différents coefficients de réflexion ( $R=0,2, 0,3, 0,4$  et  $0,5$ ) ont été essayés. Il est apparu qu'un taux de réflexion de 40 % offrait un bon compromis entre le fonctionnement monomode du laser et la puissance optique disponible à la sortie. Ce réglage a été effectué par minimisation du seuil de la diode en cavité étendue. La lame est montée sur une cale piézo-électrique basse tension, permettant d'accorder le laser en jouant sur la longueur de cavité. Le piézo-électrique utilisé, fabriqué par la société Cedrat (modèle AS25) effectue un déplacement de  $8 \mu\text{m}$  pour une tension d'alimentation de 100 V, ce qui est grandement suffisant pour notre application. En pratique, la longueur de cavité est donc

## 7.1. RÉALISATION D'UN NOUVEAU TYPE DE LASER À CAVITÉ ÉTENDUE

---

pilotée sur une dizaine d'intervalles spectraux par une électronique standard alimentée en  $\pm 15$  V. La stabilité mécanique du retour optique est renforcée par l'utilisation d'un oeil de chat. Ce système est constitué d'une lentille de focale 11 mm focalisant le faisceau sur la séparatrice. Un défaut d'angle sur le miroir de sortie se répercute au second ordre comme un déplacement du faisceau de retour dans la diode laser<sup>1</sup>. Il est à noter que cet auto-alignement existe aussi à l'autre extrémité de la cavité entre la face de sortie de la diode laser et sa lentille de collimation. Une seconde lentille, identique à celle de l'oeil de chat, re-collimate le faisceau après la séparatrice. Un système d'anamorphose, constitué de l'association de deux lentilles cylindriques de focale -6.35 mm et 19 mm permet d'obtenir un faisceau circulaire de diamètre 1 mm à  $1/e^2$  en sortie du laser. Il réalise un grandissement de 1/3 dans la direction transverse. Ce système est placé juste après la lentille de collimation afin d'une part d'obtenir une plus grande longueur de cavité étendue dans un encombrement plus restreint et d'autre part d'obtenir une meilleure finesse de l'étalon, traversée par un faisceau de plus petit diamètre. La puissance optique disponible est de 40 mW pour un courant d'injection de 100 mA et la mise en cavité étendue a permis de réduire le courant de seuil de 14 à 9 mA.

Ce laser constitue un premier prototype de laser à étalon solide. Il a été construit dans un souci de compacité. L'embase est usinée dans un unique bloc d'INVAR (dimensions 110× 50× 52 mm), pour limiter la dilation de la cavité externe et ainsi pouvoir se passer de régulation thermique globale du laser. Toutes les optiques sont montées dans des férules indépendantes et collés à l'embase par l'intermédiaire de cales. Elles ont été placées à l'aide d'une potence à 6 degrés de liberté. Le critère de réglage étaient la qualité de faisceau, pour la lentille de collimation, la lentille de sortie et les lentilles d'anamorphose. Le positionnement de la séparatrice assurant le retour optique, puis de la lentille de l'oeil de chat s'est effectué en minimisant le seuil du laser à cavité étendue. L'angle d'incidence de l'étalon est ajusté de manière à pouvoir trouver la raie  $D_2$  du césium. Il s'agit d'un disque de verre d'1 cm de diamètre et d'une épaisseur de 26  $\mu\text{m}$ . Il est collé sur 3 billes de diamètre 1 mm dans une férule en BK7, afin de minimiser ses éventuelles déformations provoquées par des dilatations différentielles.

---

<sup>1</sup>Dans un laser à réseau, l'auto-alignement ne peut être réalisé que dans la direction perpendiculaire à la sélectivité du réseau (utilisation d'une lentille cylindrique ou d'un dièdre).

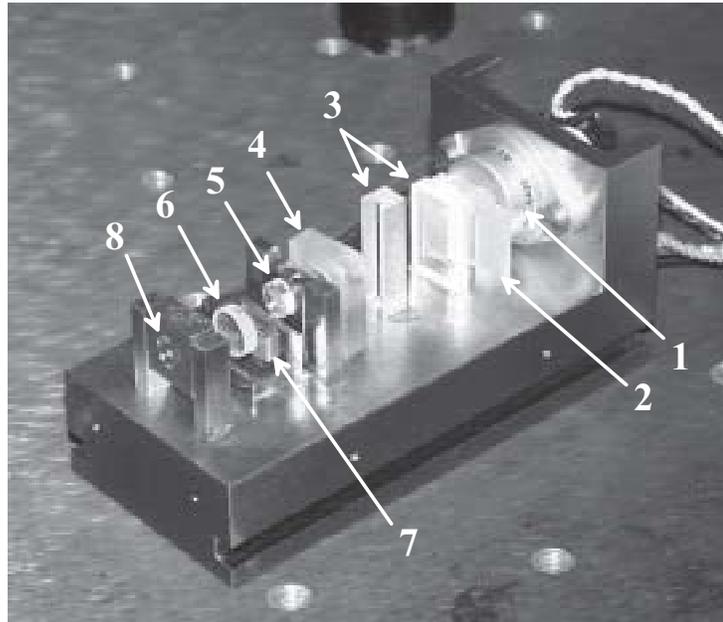


FIG. 7.2 – Photographie du laser à étalon solide (1 : diode laser ; 2 : lentille de collimation ; 3 : lentilles cylindriques d'anamorphose ; 4 : étalon Fabry-Perot ; 5 : Lentille de l'oeil de chat de sortie ; 6 : Séparatrice refermant la cavité externe ; 7 : Cale piézo-électrique ; 8 : lentille de collimation de sortie)

### 7.1.3 Caractérisation du laser

L'utilisation de ce LCE dans l'horloge spatiale impose un comportement simple et interprétable par un système automatique de verrouillage en fréquence. Son pilotage sur la station internationale s'effectuera par l'ordinateur de contrôle de PHARAO, dont les délais de communication avec les expérimentateurs au sol sont de l'ordre de la mn, excluant donc toute intervention humaine directe. Le laser doit donc toujours être monomode.

Le laser est contrôlé par 3 paramètres : le courant d'injection, la température de jonction et la tension piézo-électrique commandant la longueur de cavité. Dans le cas d'un couplage fort, l'émission est monomode, et s'effectue à une fréquence située dans la fenêtre de transmission de l'étalon. Elle correspond au mode de la diode pour lequel les pertes sont les plus faibles. Ce mode est commandé par le couple courant-température. La tension piézo-électrique pilote finement la fréquence de ce mode. En balayant ce paramètre, on observe une figure dont la périodicité correspond à l'intervalle spectral libre de la cavité externe, d'une valeur de 1,8 GHz. Pour fixer le point de fonctionnement du laser, il faut dans un premier temps choisir le courant, déterminant la puissance optique de sortie. La consigne de température est ensuite balayée, tout en modulant la tension piézo-électrique, jusqu'à commencer à observer, par absorption saturée, la raie  $D_2$  du césium. Si l'amplitude de modulation de la longueur de cavité est supérieure à l'intervalle spectral libre, le signal d'absorption saturée est coupé par les sauts de mode de la cavité externe. La température est enfin finement ajustée, afin de centrer la résonance atomique entre deux sauts de modes.

Ce comportement simple du laser a permis une automatisation de la recherche du point de fonctionnement. Une procédure informatique effectue la comparaison entre le signal mesuré par absorption saturée et un signal de référence préalablement enregistré. Le logiciel localise les sauts de mode en calculant la dérivée du signal et les recentre à l'aide de la commande de température. Il est également possible de déterminer le type de transition ( $|3\rangle \rightarrow$  excités ou  $|4\rangle \rightarrow$  excités), à partir de l'amplitude du fond Doppler, différent dans un rapport  $4/9^e$ . Les résonances sont ensuite identifiables par comptage des maxima du signal dérivé.

Le laser répond aussi au besoin de stabilité en fréquence. La figure 7.3 présente le battement entre deux lasers construits sur le même principe. La largeur à -3 dB, de l'ordre de 250 kHz, correspond à la somme des largeurs des deux lasers, dont la longueur de cavité externe est identique. Lors de cette mesure, les lasers sont asservis par détection synchrone sur une transition d'absorption saturée. La modulation nécessaire à la détection est produite directement sur les faisceaux laser par des modulateurs acousto-optiques, placés en amont des cellules de césium. Ce montage évite la modulation de

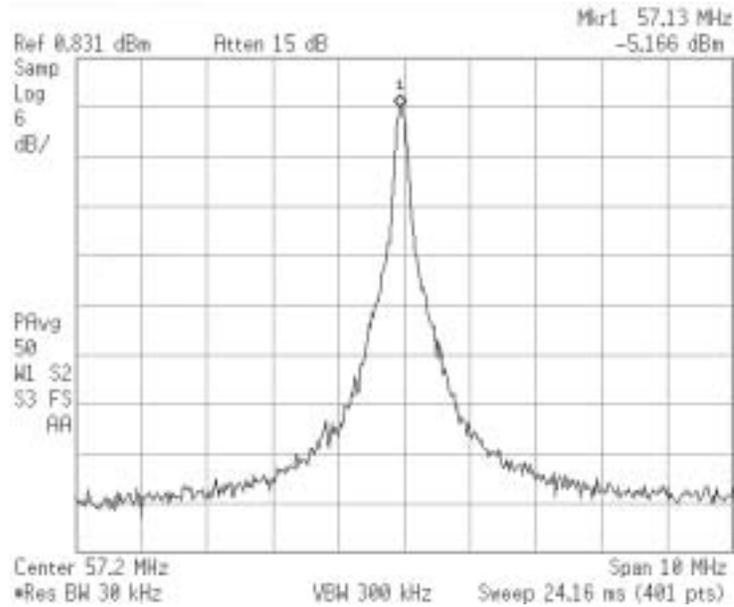


FIG. 7.3 – Spectre du battement de deux lasers étalon identiques. La largeur à  $-3$  dB, de  $\sim 250$  kHz donne une largeur de raie de l'ordre de 100 kHz pour chaque laser.

fréquence des lasers, qui brouillerait le battement. Après la démodulation, le signal détecté passe un étage d'amplification et de filtrage. Une des sorties fournit la consigne basse fréquence appliquée à la cale piézo-électrique, rattrapant les fluctuations lentes dans la bande [0-100 Hz]. La seconde sortie sert à corriger les bruits plus haute fréquence (bande ([100 Hz-100 kHz])), par un signal rajouté au courant d'injection.

Certaines améliorations sont cependant à apporter à la conception du laser. Les qualités spectrales du LCE sont sensibles aux bruits acoustiques captés et transmis par le montage. Ces perturbations excitent en particulier une résonance de la cale piézo-électrique à 1,2 kHz. Celles-ci pourraient être atténuées en utilisant une lame séparatrice de dimensions plus réduite, et en isolant acoustiquement l'embase du laser du banc optique.

Nous avons par ailleurs observé un comportement multimode pour les forts courants d'injection ( $>60$  mA). Une mesure au monochromateur fait apparaître que l'émission s'effectue alors sur deux modes de transmission de l'étalon, séparés de  $\sim 5$  nm. L'épaisseur de l'étalon semble donc trop importante.

Nous avons aussi rencontré par moment des problèmes d'origine thermique, corrélés avec l'oscillation de la climatisation du laboratoire (à l'époque d'une amplitude en température de  $3$  °C). Certaines des dérives n'étaient pas

rattrapables uniquement par la consigne de température et nécessitaient de retoucher le courant d'injection, pour retrouver une émission monomode, sur la raie  $D_2$ . Il semble donc que la régulation de température ne s'effectue pas toujours sur celle de la diode laser. En effet, la sonde thermique n'est pas placée directement sur la jonction. Le choix d'une embase en Invar, prévue pour pouvoir se passer de régulation thermique de la cavité externe semble donc dommageable pour la régulation de la diode laser.

Les techniques de collage ne sont pas encore optimales. Nous avons en effet constaté une réduction progressive des largeurs de plages de fonctionnement monomode, sans toutefois s'accompagner d'une augmentation du courant de seuil. Il s'agit donc d'un déplacement de l'étalon. Le laser reste accordé sur le césium sur une durée de l'ordre du mois. Au delà de cette période, il est nécessaire de régler à nouveau l'angle d'incidence.

Ces problèmes ayant été identifiés, un nouveau laser a été construit. Les pièces sont cette fois-ci usinées en Dural, afin de faciliter les échanges thermiques avec l'extérieur. Un radiateur à ailettes est notamment plaqué contre l'arrière de la diode laser. Certains réglages ont été conservés dans le nouveau montage. La lame séparatrice de sortie (et la cale piézo-électrique) est vissée sur une monture de miroir. L'étalon est fixé sur une platine de rotation. Comme dans la première version, tous les composants optiques sont montés sur une embase. L'ensemble est enfermé dans une boîte en dural, solidaire du banc optique. Son rôle est d'assurer une protection phonique et thermique avec l'air environnant. Afin de limiter la conduction des bruits acoustiques captés par le banc, l'embase est fixée dans le boîtier par 3 vis, protégées par des amortisseurs. Une étude est actuellement en cours pour caractériser ce laser.

## 7.2 Test de la cavité d'interrogation

### 7.2.1 Les contraintes imposées sur la zone d'interrogation

Le choix de la méthode d'interaction est étroitement lié aux performances de l'horloge. Elle joue sur la stabilité par l'intermédiaire du temps d'interaction et du rapport signal à bruit, et sur l'exactitude par les éventuels défauts de phase responsables d'un déplacement Doppler, plus critique en apesanteur, puisque la symétrie de l'interrogation est brisée. Il faut donc construire une cavité relativement longue, permettant le passage d'un grand nombre d'atomes, et possédant une très bonne symétrie de phase, de telle sorte que l'effet Doppler se compense durant l'interaction.

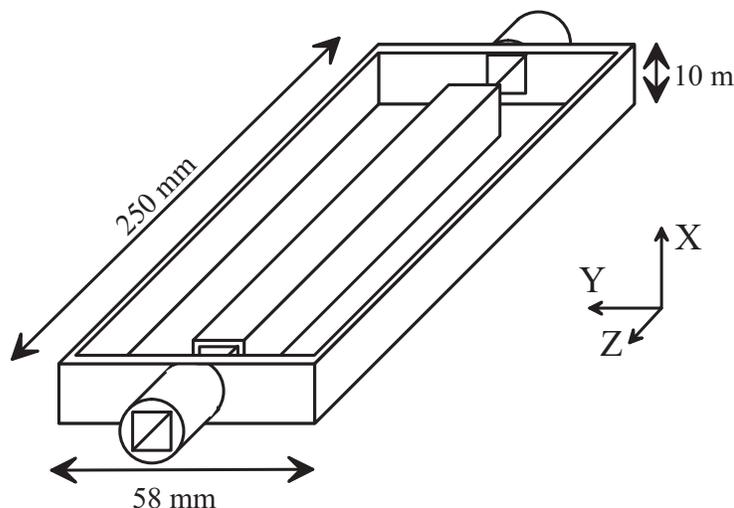


FIG. 7.4 – *Embase de la cavité d'interrogation de l'horloge spatiale PHARAO.*

Une cavité cylindrique, facilement réalisable, semblait a priori être un bon candidat pour répondre à ces besoins. Dans une cavité  $TE_{011}$ , des ouvertures de diamètre 1 cm peuvent être disposées aux extrémités du résonateur, sans trop perturber la symétrie de phase du champ micro-onde. Cependant, en microgravité, une interrogation de Ramsey n'est pas simple à mettre en place dans ce type de cavité. Pour un simple passage (interrogation de Rabi), la largeur de résonance n'est réduite que d'un facteur  $\sim 2$  [10], par rapport à une interrogation de Ramsey de même durée. Le choix s'est alors porté sur une cavité excitée selon le mode  $TE_{013}$ , pour laquelle l'amplitude du champ effectue 3 arches de sinusoïde. C'est ce type de cavité qui a été utilisé dans le prototype d'horloge spatiale testé en vols paraboliques. Cette géométrie permet effectivement de retrouver la même dépendance de largeur de frange que dans une interrogation de Ramsey. Cependant, il est apparu au cours de l'évaluation de l'exactitude du prototype avion, une grande sensibilité aux défauts de phase. En effet, la phase du champ stationnaire n'est pas définie aux noeuds du mode. Il existe cependant au voisinage des zéros du champ, de forts gradients de phase, liés aux pertes de la cavité, d'amplitude comparable à ceux présents à proximité des chapeaux. Contrairement aux extrémités de la cavité, les dissymétries de phase sont importantes à proximité de ces noeuds, car la fonction de sensibilité  $y$  est non nulle (voir dans la référence [17]). Pour un fonctionnement au sol, où les effets sont amplifiés par la dissymétrie de la vitesse atomique, des déplacements de fréquence allant jusqu'à  $10^{-13}$  ont été mesurés. Ces résultats sont incompatibles avec l'exactitude visée pour l'horloge spatiale.

L'étude s'est alors orientée sur une cavité à deux zones distinctes, du

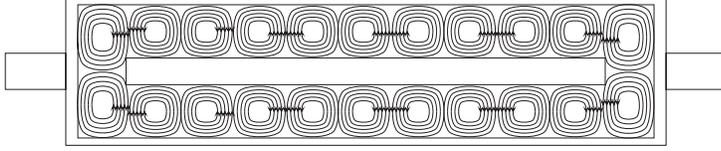


FIG. 7.5 – Les modes de la cavité d'interrogation de l'horloge spatiale PHA-RAO.

type Ramsey. La géométrie retenue est celle d'un guide à section rectangulaire, en forme de rectangle. La cavité est constituée de trois pièces usinées en cuivre : une embase, un couvercle rectangulaire et un couplage, alimenté par un câble coaxial. La figure 7.4 schématise la pièce principale. L'alimentation est montée sur le couvercle, au niveau du centre de la cavité. Le couplage s'effectue par onde évanescente, de façon symétrique, au milieu des deux grands côtés du guide en forme de rectangle. Pour assurer l'étanchéité micro-onde, les pièces sont brasées à l'argent. Le mode guidé comporte 22 ventres au total, dont on a schématisé les lignes de champ sur la figure 7.5. La structure modale procure des lignes de champ quasi colinéaires dans l'axe de la cavité, au milieu des petits cotés du rectangle. C'est en traversant ces deux zones que les atomes sont interrogés. Afin de permettre leur passage, deux trous sont creusés dans l'axe de la cavité. Ils se prolongent en guides sous-coupeure de longueur 3 cm et de section rectangulaire  $8 \times 9 \text{ mm}^2$ . Le vol libre s'effectue à l'intérieur d'un tube rectangulaire de même section. Ces trois guides ont pour fonction d'éviter la présence de champ micro-onde parasite en dehors des zones d'interaction, tout en laissant passer les atomes.

La difficulté, dans la fabrication de cette cavité, réside dans la symétrie mécanique, à laquelle est directement reliée la symétrie de phase. En effet, comme les deux impulsions de l'interrogation ont lieu dans des zones distinctes, la fréquence d'horloge devient sensible au premier ordre aux défauts de phase, par l'intermédiaire de l'effet Doppler :

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi} \int g_N(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt, \quad (7.2)$$

Dans le cas idéal où la symétrie est parfaite, ce déplacement de fréquence s'annule. La figure 7.6 explicite cette affirmation, en s'appuyant sur la formulation suivante, équivalente à la relation précédente :

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi} \int g_N(t) \vec{\nabla}\phi(t) \cdot \vec{v}_l dt, \quad (7.3)$$

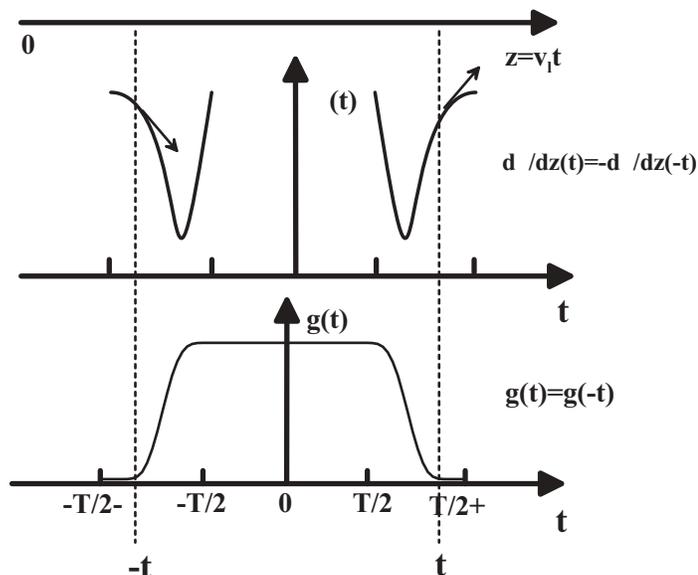


FIG. 7.6 – La symétrie de l'effet Doppler en microgravité. En l'absence de pesanteur, la vitesse d'un atome se déplaçant dans l'axe de la cavité est constante et égale à la vitesse de lancement. Si les variations de phase  $\phi(t)$  dans les deux zones d'excitation sont symétriques, les gradients de phase (symbolisés par les flèches) sont impairs. La fonction de sensibilité  $g_N(t)$  est symétrique, puisque les profils d'excitation sont pairs. D'après l'équation 7.3, l'effet Doppler s'annule donc au premier ordre, si la symétrie de phase de la cavité est parfaite.

## 7.2. TEST DE LA CAVITÉ D'INTERROGATION

---

où  $g_N(t)$  est la fonction de sensibilité normalisée,  $\overrightarrow{\nabla\phi}(t)$  le gradient de phase et  $\overrightarrow{v}_i$  la vitesse atomique, égale à la vitesse de lancement.

Dans la pratique, les éventuels défauts de phase peuvent être de deux natures : des variations locales de la phase dues aux pertes distribuées différemment dans les deux zones, et un saut de phase  $\Delta\phi$  lié à un problème de longueur des guides rectangulaires latéraux<sup>2</sup>. Les variations de phase peuvent se mettre sous la forme :

$$\phi(t) = \Pi_{zone1}\phi_1(t) + \Delta\phi\mathbf{H}(t - t_{vol}) + \Pi_{zone2}\phi_2(t) \quad (7.4)$$

où  $\Pi_{zone1}$  et  $\Pi_{zone2}$  sont les fonctions portes temporelles sur les deux zones d'interrogation.  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$  sont les variations de phases dans chaque zone, référencées au centre de la zone. La différence  $\Delta\phi$  entre ces deux origines de phase agit comme s'il s'agissait d'un saut de phase à un instant  $t_{vol}$  durant le vol libre<sup>3</sup>. Nous l'avons donc représenté en utilisant de la fonction échelon  $\mathbf{H}(t - t_{vol})$ .

L'effet Doppler s'écrit donc, en utilisant la relation 7.2 et en faisant apparaître les gradients de phase :

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi} \left( g_N(t_{vol})\Delta\phi + \left( \int_{zone1} g_{N1}(t)\overrightarrow{\nabla_1\phi}(t)dt + \int_{zone2} g_{N2}(t)\overrightarrow{\nabla_2\phi}(t)dt \right) \cdot \overrightarrow{v}_i \right), \quad (7.5)$$

où  $g_{Ni}(t)$  et  $\overrightarrow{\nabla_i\phi}(t)$  représentent les variations de la fonction de sensibilité et du gradient de phase dans les zones  $i = 1, 2$ .

De même que pour la cavité de la fontaine PHARAO, les variations spatiales de l'amplitude et de la phase du champ micro-onde ont été simulées par l'IRCOM, en tenant compte de la conductivité finie des parois. La figure 7.7 présente le résultat de ces calculs dans les plans  $Z = 0$ ,  $X = 0$  et  $Y = 0$ , sur une zone d'interaction, en prenant l'origine au centre de cette région. Les gradients de phase sont de l'ordre de  $50 \mu\text{rad}/\text{mm}$  dans l'axe de la cavité et inférieurs de moitié dans les deux directions transverses. Cependant les dissymétries des gradients et le déphasage  $\Delta\phi$  sont délicats à estimer, car ils dépendent directement de la fabrication de la cavité.

---

<sup>2</sup>Dans cette géométrie de cavité, l'effet Doppler n'est pas sensible à la perturbation de phase due aux couplages, contrairement à ce qui a été observé dans la fontaine PHARAO. En effet les zones d'interrogation sont suffisamment éloignées de l'alimentation pour que l'effet d'une éventuelle dissymétrie de la structure de modes évanescents soit négligeable.

<sup>3</sup>La définition exacte de cet instant importe peu car la fonction de sensibilité est constante durant le vol libre.

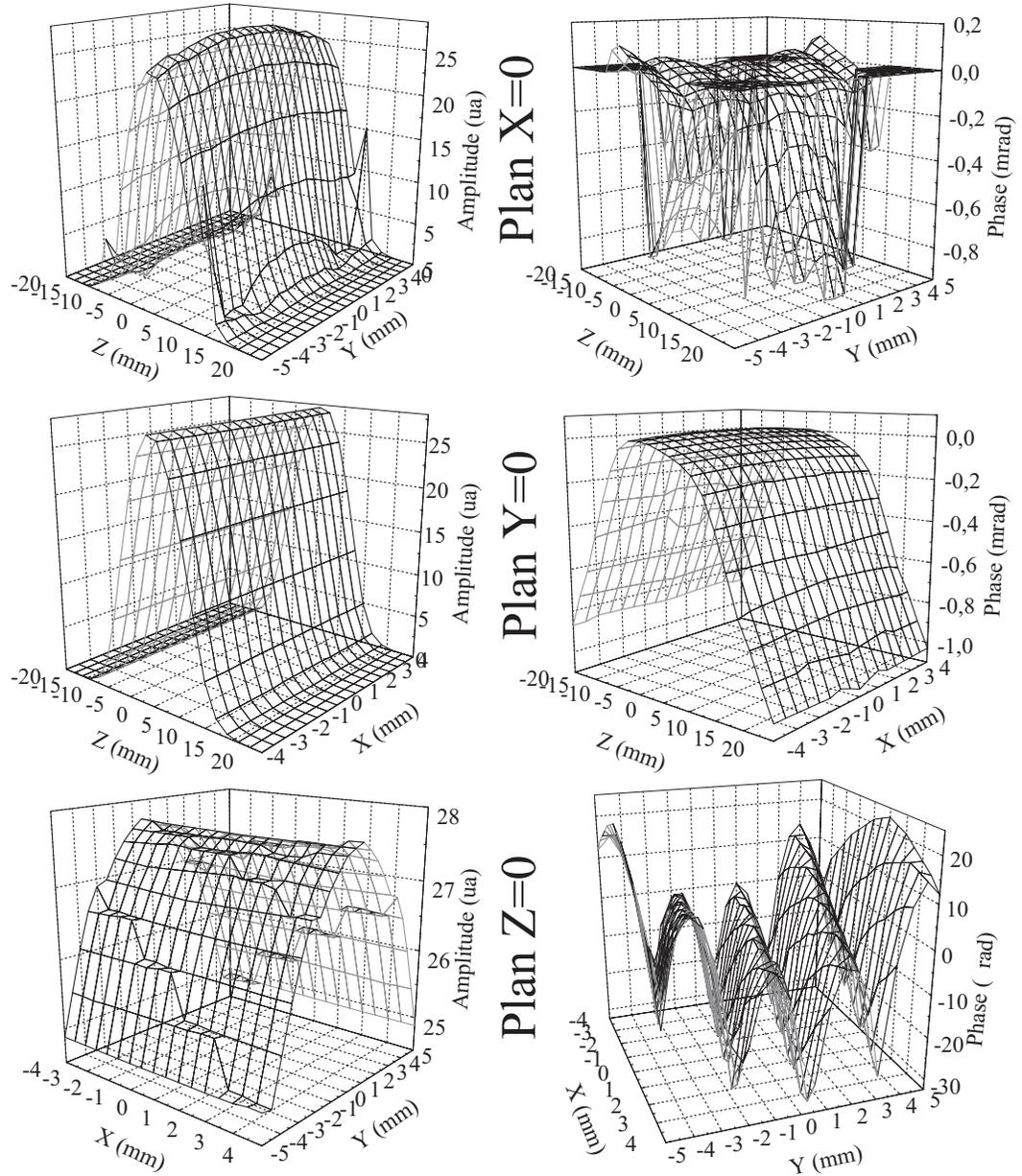


FIG. 7.7 – Forme du champ calculée sur une zone de Ramsey de la cavité d'interrogation spatiale

La spécification de déphasage pour retenir le modèle de cavité a été guidée par l'exactitude de  $\sim 10^{-16}$  visée pour l'horloge. Le déplacement de fréquence étant linéaire avec la vitesse, il sera mesuré en variant ce paramètre. Pour une vitesse de lancement de 30 cm/s, pressentie comme optimale pour le compromis stabilité-exactitude de l'horloge spatiale, l'effet du déphasage vaut  $2,4 \cdot 10^{-14}/mrad$ . La valeur absolue du déphasage importe peu, a priori, puisqu'il peut être mesuré. S'il est stable, son incertitude ne dépendra que de la stabilité de l'horloge. C'est donc en réalité la stabilité relative du déphasage qui est importante. Par exemple, pour un déphasage de 100  $\mu rad$ , cette stabilité doit être de l'ordre du %, pour obtenir une évaluation dans la gamme des  $10^{-17}$ . Cette valeur de  $\Delta\phi$  semble techniquement réaliste, puisqu'elle est comparable à celles obtenues pour les cavités utilisées dans les jets thermiques de laboratoire [80],  $\sim 5$  fois plus longues que la zone d'interrogation de PHARAO.

### 7.2.2 Caractérisation d'un prototype de cavité dans la fontaine atomique FO1

Afin de valider la géométrie de cavité précédente, un premier prototype a été monté dans la fontaine FO1, au dessus de la cavité  $TE_{011}$  utilisée habituellement (voir figure 7.8). En fonctionnement normal de la fontaine, les atomes sont capturés dans un piège magnéto-optique. Le lancement est effectué par la technique de la mélasse mouvante, en décalant symétriquement la fréquence des faisceaux verticaux, sans désaccorder les 4 faisceaux horizontaux. La préparation Zeeman est réalisée en excitant sélectivement les atomes en  $F = 4, m_F = 0$  vers le niveau  $F = 3$ , au moyen d'une impulsion  $\pi$  de Rabi, provenant du champ micro-onde rayonné par une antenne. Les atomes restant en  $F = 4, m_F \neq 0$  sont ensuite éjectés avant l'entrée de la cavité  $TE_{011}$ , par une impulsion lumineuse en onde progressive, fournie par le faisceau vertical descendant. Les atomes traversent ensuite deux fois la cavité d'interrogation au cours de leur vol parabolique. Un système de détection placé en dessous de la zone de capture permet de mesurer, par la technique du temps de vol, le nombre d'atomes peuplant les deux niveaux de la transition d'horloge. La cavité de Ramsey à tester a été placée au dessus de la cavité  $TE_{011}$ . Les faisceaux de capture verticaux traversent donc les deux cavités.

L'expérience comportait six zones d'interaction possibles. La méthode expérimentale initialement prévue, consistait à effectuer des intégrations différentielles, à une unique vitesse de lancement, pour différentes configurations d'impulsions micro-onde, en utilisant comme référence, une interrogation dans la cavité  $TE_{011}$ . A l'aide de la chaîne d'interrogation pulsée de la

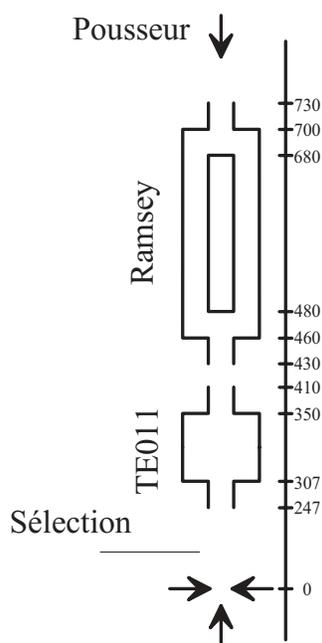


FIG. 7.8 – *Implantation de la cavité de Ramsey PHARAO dans la fontaine FO1, au-dessus de la cavité  $TE_{011}$  servant habituellement pour l'interrogation.*

fontaine PHARAO et de l'interrupteur interférométrique (atténuation globale de  $\sim 120\text{dB}$ ), il est en effet possible de choisir les zones d'excitation, en alimentant les cavités uniquement aux instants adéquats. Pour conserver une stabilité raisonnable, il est préférable d'appliquer au moins une impulsion à la montée et à la descente des atomes, afin d'obtenir un temps de vol libre le plus long possible. Pour cette expérience, la stabilité est cependant inévitablement dégradée par réduction du rapport signal à bruit. En effet, les faisceaux de capture verticaux sont en partie tronqués par les guides sous coupure de la cavité de Ramsey. De plus, la vitesse de lancement doit être de l'ordre de  $4\text{ m/s}$  pour avoir un apogée au dessus de la cavité de Ramsey. Le temps de vol est donc augmenté par rapport à un fonctionnement normal et un plus grand nombre d'atomes est perdu, par la diaphragmation des deux cavités.

### Interrogation à trois impulsions

Un séquence temporelle symétrique par rapport au temps d'apogée des atomes ne permet pas de tirer facilement d'information sur la symétrie de phase de la cavité spatiale. Les configurations à deux impulsions dans une même zone sont en effet équivalentes à une interrogation en géométrie de fontaine, pour laquelle, comme on l'a vu au paragraphe 4.3.5, l'effet Doppler s'annule au premier ordre. Pour les mêmes raisons de symétrie, l'effet des

## 7.2. TEST DE LA CAVITÉ D'INTERROGATION

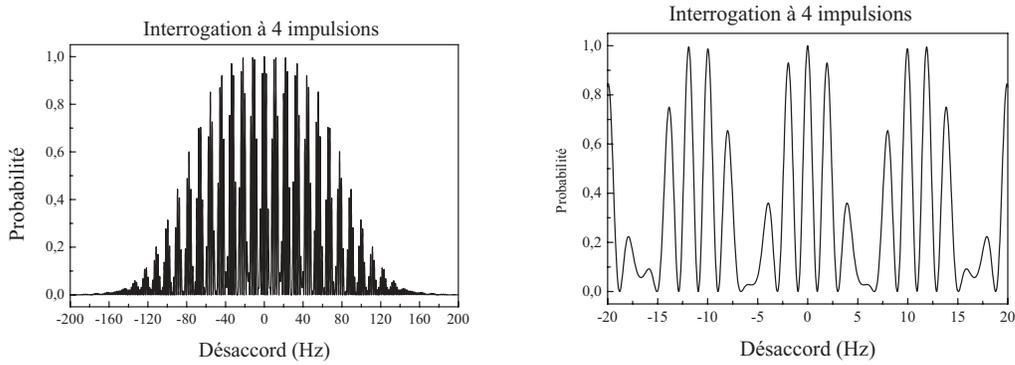


FIG. 7.9 – *Franges de résonance (et zoom) simulées à l'aide du modèle numérique présenté au chapitre 3, en utilisant les données fournies par l'IR-COM pour la cavité de Ramsey. Le calcul est ici réalisé pour un atome se déplaçant sur trajectoire axiale à la cavité, avec une vitesse initiale de 4,2 m/s, pour une configuration à 4 impulsions. La figure d'interférence fait apparaître 3 temps caractéristiques. La largeur de l'enveloppe "Rabi" ( $\sim 100$  Hz) est liée à l'inverse des temps de traversée d'une zone ( $\sim 10$  ms). La largeur des franges de "Ramsey" ( $\sim 1$  Hz), correspond au temps passé au dessus de la première zone ( $\sim 500$  ms). La périodicité de 10 Hz provient du temps de trajet entre les deux zones de la cavité, à la montée ou à la descente ( $\sim 100$  ms); il s'agit d'une seconde figure de Ramsey.*

gradients de phase est nul au premier ordre dans une séquence à 4 zones. De plus, comme le déphasage vu par les atomes entre les deux zones de Ramsey, change de signe suivant le sens de traversée de la cavité, l'effet Doppler est globalement nul sur une trajectoire axiale, dans une configuration à 4 impulsions.

Pour extraire la mesure des défauts de phase de la cavité, il faut donc briser la symétrie de fontaine. Avec une interrogation à trois impulsions, il est possible d'amplifier les trois contributions à l'effet Doppler, tout en conservant une faible largeur de résonance (voir les figures 7.9 et 7.10). La figure 7.11 présente les 4 séquences temporelles envisagées. Le déplacement Doppler s'écrit alors dans chaque cas sous la forme :

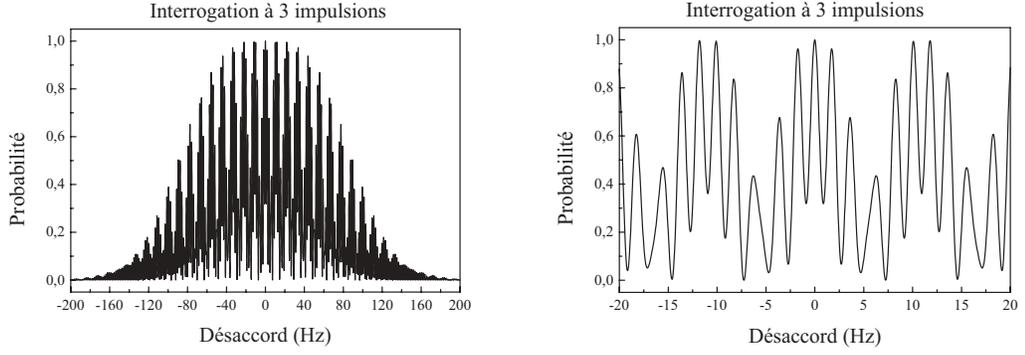


FIG. 7.10 – *Franges de résonance (et zoom) calculées pour la même trajectoire que la figure 7.9, pour une interrogation à trois impulsions (séquence ACD). Il réapparaît, comme dans le cas précédent les trois temps caractéristiques de l'interrogation. La perte de contraste autour de la frange centrale provient du déséquilibre de l'excitation accumulée à la montée et à la descente.*

$$\begin{aligned}
 \delta\nu = & \frac{1}{2\pi} \left( \int_{zone1} g_{N1}(t) \overline{\nabla\phi_1(t)} \cdot \overline{v_1(t)} dt + g_N(t_{vol\ 1\rightarrow2}) \Delta\phi_{vol\ 1\rightarrow2} \right. \\
 & + \int_{zone2} g_{N2}(t) \overline{\nabla\phi_2(t)} \cdot \overline{v_2(t)} dt + g_N(t_{vol\ 2\rightarrow3}) \Delta\phi_{vol\ 2\rightarrow3} \\
 & \left. + \int_{zone3} g_{N3}(t) \overline{\nabla\phi_3(t)} \cdot \overline{v_3(t)} dt \right) \quad (7.6)
 \end{aligned}$$

où,  $g_{Ni}(t)$ ,  $\overline{\nabla_i\phi(t)}$  et  $\overline{v_i(t)}$  représentent les variations de la fonction de sensibilité normalisée, du gradient de phase et de la vitesse atomique dans les  $i^{eme}$  zone traversée.  $\Delta\phi_{vol\ i\rightarrow j}$  est le déphasage entre les zones  $i$  et  $j$ , dont l'effet doit être pondéré par la valeur  $g_N(t_{vol\ i\rightarrow j})$  de la fonction de sensibilité, constante durant le vol entre ces deux zones. La fonction de sensibilité normalisée des 4 configurations est tracée dans la figure 7.12. Ces fonctions ont été déterminées à l'aide de la simulation numérique présentée au chapitre 3, utilisant les données IRCOM de la cavité de Ramsey. Elles correspondent à une unique trajectoire axiale et à une vitesse de lancement de 4,2 m/s. En prenant comme origine des temps l'apogée des atomes, on remarque les symétries suivantes :

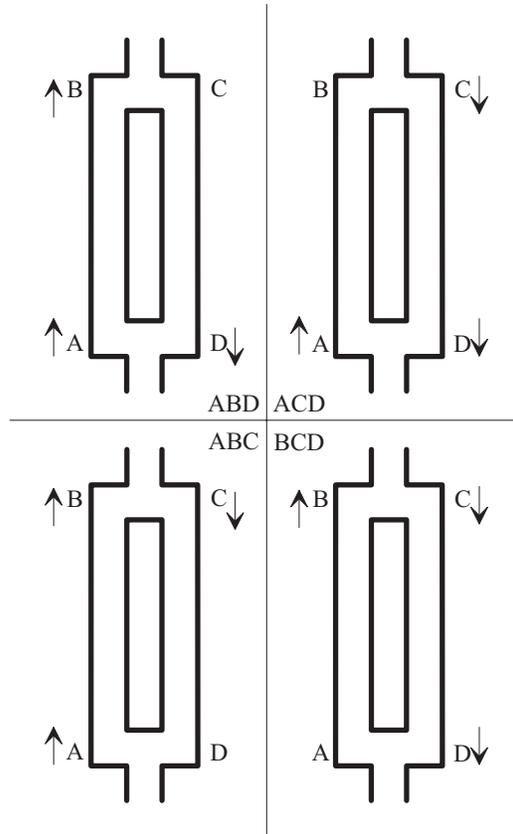


FIG. 7.11 – Les 4 séquences temporelles possibles pour une interrogation à trois zones. Les atomes traversent deux fois les deux zones d'interrogation durant leur vol parabolique. Pour bien distinguer les instants où la micro-onde est appliquée, nous notons respectivement A et B la première et la seconde zone respectivement traversées pendant la montée et C et D, la seconde et la première zone rencontrées à la descente. Les impulsions micro-onde sont représentées par les flèches, indiquant la direction de la vitesse atomique. Dans la séquence ABD, par exemple, les atomes subissent deux excitations à la montée (zone A et B) et une troisième dans la première zone, à la descente (zone D)

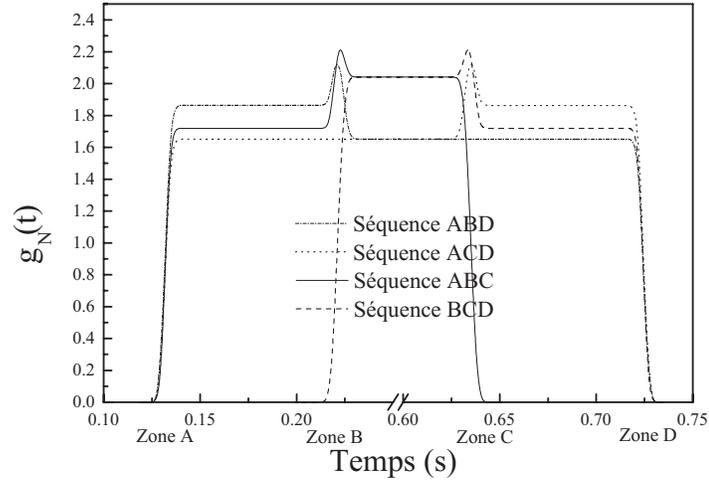


FIG. 7.12 – La fonction de sensibilité normalisée, calculée dans les 4 séquences temporelles à 3 impulsions, pour une trajectoire axiale. La vitesse de lancement est de 4,2 m/s.

$$\begin{cases} g_{ABD,A}(t) = g_{ACD,D}(-t) \\ g_{ABD,B}(t) = g_{ACD,C}(-t) \\ g_{ABD,D}(t) = g_{ACD,A}(-t) \end{cases} \quad \begin{cases} g_{ABC,A}(t) = g_{BCD,D}(-t) \\ g_{ABC,B}(t) = g_{BCD,C}(-t) \\ g_{ABC,C}(t) = g_{BCD,B}(-t) \end{cases} \quad (7.7)$$

où le premier indice fait référence à la séquence temporelle. Le second représente la zone traversée, défini dans la figure 7.11. De même, il existe par construction une symétrie des gradients, et, à cause de la géométrie de fontaine, une dissymétrie des vitesses :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \phi_A(t) = \vec{\nabla} \phi_D(-t) \\ \vec{\nabla} \phi_D(t) = \vec{\nabla} \phi_C(-t) \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{v}_A(t) = -\vec{v}_D(-t) \\ \vec{v}_D(t) = -\vec{v}_C(-t) \end{cases} \quad (7.8)$$

L'effet des déphasages possède les symétries suivantes respectivement pour la fonction de sensibilité et les sauts de phase :

$$\begin{cases} g_{ABD}(t_{vol\ A\rightarrow B}) = g_{ACD}(t_{vol\ C\rightarrow D}) \\ g_{ABD}(t_{vol\ B\rightarrow D}) = g_{ACD}(t_{vol\ A\rightarrow C}) \end{cases} \quad \begin{cases} g_{ABC}(t_{vol\ A\rightarrow B}) = g_{BCD}(t_{vol\ C\rightarrow D}) \\ g_{ABC}(t_{vol\ B\rightarrow C}) = g_{BCD}(t_{vol\ B\rightarrow C}) \end{cases} \quad (7.9)$$

$$\begin{cases} \Delta\phi_{vol\ A\rightarrow B} = \Delta\phi_{vol\ A\rightarrow C} = \Delta\phi \\ \Delta\phi_{vol\ B\rightarrow C} = 0 \\ \Delta\phi_{vol\ C\rightarrow D} = \Delta\phi_{vol\ B\rightarrow D} = -\Delta\phi \end{cases} \quad (7.10)$$

Ces propriétés mettent en évidence l'égalité des déplacements de fréquence dans certaines configurations :

$$\begin{cases} \delta\nu_{ABD} = -\delta\nu_{ACD} \\ \delta\nu_{ABC} = -\delta\nu_{BCD} \end{cases} \quad (7.11)$$

Nous avons simulé ces déplacements de fréquence, pour une trajectoire axiale, en utilisant les données de l'IRCOM et une vitesse de lancement de 4,2 m/s. Pour une cavité parfaite (gradients symétriques dans les deux zones), nous obtenons  $\delta\nu_{ABD} = 2,2 \cdot 10^{-5} \Delta\phi + 1,0 \cdot 10^{-5}$  Hz et  $\delta\nu_{ABC} = -2,87 \cdot 10^{-4} \Delta\phi + 2 \cdot 10^{-6}$  Hz, avec  $\Delta\phi$  exprimé en mrad. La faible sensibilité dans le premier cas s'explique par une compensation partielle du déphasage, à la différence  $g_{BCD}(t_{vol\ B\rightarrow C}) - g_{BCD}(t_{vol\ C\rightarrow D})$  près. Ce n'est pas le cas pour la séquence  $ABC$ , puisque le déphasage n'intervient qu'une fois.

En procédant par mesures différentielles avec ces 2 configurations à 3 impulsions, la stabilité de fréquence est en principe suffisante ( $\sim 10^{-15}$ ) pour observer la signature claire d'un éventuel déphasage  $\Delta\phi$ , jusqu'à une résolution de l'ordre de 100  $\mu$ rad.

Nous avons tenté de retrouver expérimentalement ces valeurs. La cavité de Ramsey a été installée dans la fontaine FO1 vers la mi-mars 2001. Les mesures ont commencé après la période de mise sous vide, d'une durée de 1 mois. Au cours des premières vérifications du fonctionnement de l'horloge, nous avons remarqué une perte de contraste de 10%, sur les franges obtenues en configuration habituelle (impulsion de sélection fournie par l'antenne et interrogation dans la cavité  $TE_{011}$ ). Une carte du champ magnétique statique au dessus de la cavité principale a été établie, en enregistrant, pour différents apogées, des franges de Ramsey sur la transition  $m_F = 1$ . Cette

mesure a permis de localiser une inclusion magnétique, 5 mm avant la sortie du premier guide sous coupure de la cavité de Ramsey. Cette perturbation se traduisant par un déplacement de 25 Hz de la frange centrale des raies dépendant linéairement du champ, en changeant l'apogée des atomes de 450 à 455 mm (voir la figure 7.8). Nous avons testé la cavité au magnétomètre avant montage, mais cette région n'était malheureusement pas accessible à la sonde. L'inclusion magnétique engendrait donc une perturbation d'une amplitude de 3,5 nT, sur une distance de 5 mm. Ces variations brusques provoquaient des transitions de Majorana repeuplant les sous niveaux Zeeman  $m_F \neq 0$ , au milieu de l'interrogation. Ces atomes n'étant pas interrogés lors de la seconde interaction, la normalisation à la détection ne s'applique plus, ce qui explique la perte de contraste observée sur la transition d'horloge. Les transitions de Majorana provoquaient de plus un déplacement de la fréquence d'horloge masquant les effets de phase de la cavité.

### Interrogation à deux impulsions

Nous avons donc été contraint de changer la séquence temporelle, afin d'effectuer la préparation après la perturbation magnétique. L'excitation micro-onde de sélection (impulsion  $\pi$  de Rabi) est appliquée après le passage des atomes dans le premier guide sous coupure de la cavité de Ramsey, pendant la traversée de la zone A (figure 7.13). Les atomes restant en  $F = 4, m_F \neq 0$  sont ensuite poussés par le faisceau vertical descendant. L'interrogation a lieu dans les zones C et D, à la descente des atomes, une mesure des défauts de phase étant accessible en variant la vitesse de lancement. La préparation et l'interaction ont donc lieu dans le même résonateur. Les deux signaux micro-onde nécessaires sont issus des chaînes de sélection et d'interrogation et combinées avant la connexion à l'unique entrée de la cavité. Les deux niveaux micro-onde sont donc ajustables indépendamment. Les deux chaînes comportant toutes deux des interrupteurs, les impulsions micro-onde sont pilotées par des signaux TTL fournis par l'ordinateur de commande.

La figure 7.14 présente des franges expérimentales, mesurées pour des vitesses de lancement de 3,8 m/s et 4,2 m/s. Elles correspondent à des impulsions totales  $\pi$ . Le rapport d'amplitude des deux excitations vaut respectivement 1,2 et 1,7, ce qui explique la perte de contraste à résonance. La frange centrale possède une pleine largeur à mi-hauteur de  $\sim 4$  Hz et  $\sim 6$  Hz respectivement dans les deux cas. N'ayant pas la possibilité d'effectuer des intégrations différentielles (la vitesse de lancement n'est pas commandée par ordinateur dans la fontaine FO1), nous avons donc alterné des mesures de fréquence à ces deux vitesses. Des déplacements de fréquence autres que l'effet Doppler sont susceptibles de varier aussi avec la vitesse. Nous avons

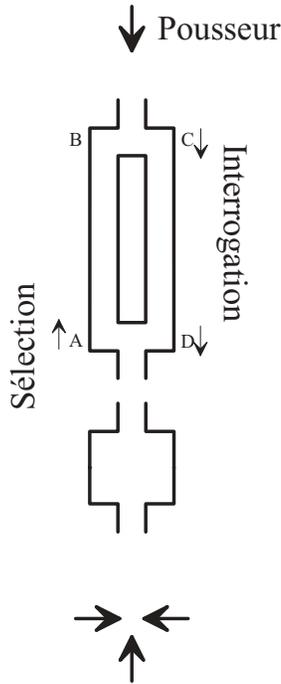


FIG. 7.13 – Séquence temporelle pour l'interrogation à deux zones. L'impulsion de préparation s'effectue après le passage des atomes au dessus de l'inclusion magnétique, dans la zone A, à la montée. Les atomes en  $F = 4, m_F \neq 0$  sont alors poussés par le faisceau de capture descendant. L'interrogation a lieu pendant la descente des atomes, dans les zones C et D.

vérifié l'absence de fuites micro-onde, en changeant les délais et les durées des impulsions. L'effet Zeeman quadratique est identique pour les deux configurations. Il dépend en effet uniquement du champ magnétique statique dans la cavité de Ramsey. Ce champ a pu être rendu suffisamment homogène pour que la forme de l'excitation (les variations de la fonction de sensibilité) ait une influence négligeable sur la fréquence mesurée. Comme la fontaine FO1 fonctionne avec un piège magnéto-optique, les collisions sont  $\sim 4$  fois plus importantes que dans la fontaine PHARAO. Cependant, la présence des deux cavités réduit le nombre d'atomes détectés ( $\sim 5 \cdot 10^4$ ). Le déplacement de fréquence dû aux collisions entre atomes froids serait donc de l'ordre de  $1,6 \cdot 10^{-15}$ . Cette valeur, issue d'une interrogation dans la cavité  $TE_{011}$  est en réalité moins importante dans notre configuration. En effet, l'interrogation ne commence qu'après l'apogée des atomes. La densité atomique<sup>4</sup>, et donc le déplacement de fréquence sont réduits de plus d'un ordre de grandeur [21].

La figure 7.15 regroupe les différentes mesures réalisées par comparaison avec le maser à hydrogène, corrigées des déplacements de fréquence discutés précédemment, ainsi que de l'effet du rayonnement du corps noir et du

<sup>4</sup>Pour une vitesse de lancement de 4,2 m/s, le temps d'arrivée au centre de la cavité  $TE_{011}$  à la montée est de  $\sim 100$  ms. Pour atteindre le centre de la zone C, ce délai est supérieur à 600 ms. La densité atomique est donc fortement réduite avant le début de l'interrogation dans la cavité de Ramsey.

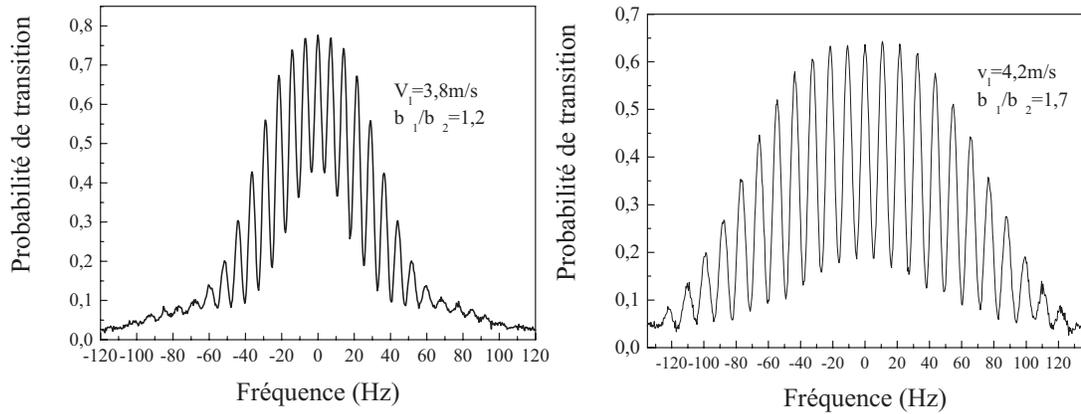


FIG. 7.14 – *Franges de résonance enregistrées pour une vitesse de lancement de 3,8 et 4,2 m/s. L'interrogation s'effectue au cours du second passage des atomes dans la cavité. La vitesse est différente dans les deux zones d'interaction, et l'amplitude du champ identique. Par conséquent, les deux impulsions de l'interrogation sont donc différentes. Le contraste à résonance ne peut donc être égal à l'unité.*

déplacement gravitationnel (constants aux deux vitesses). Les importantes barres d'erreur sont dues à la stabilité de la fontaine, réduite à  $\sim 2 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$ , à cause de la grande largeur de résonance et du faible nombre d'atomes détectés. Le graphe montre une dérive des mesures, importante notamment sur les premiers points ( $7 \cdot 10^{-15}$  par jour). Ce comportement a tout d'abord été attribué au maser. La fontaine PHARAO n'étant pas opérationnelle durant la campagne de mesure (sa chaîne d'interrogation était utilisée par FO1), elle n'a pas permis d'éclaircir cette tendance. Nous disposons cependant de données obtenues par battement entre les deux masers du laboratoire. Ces mesures montraient une dérive de leur différence de fréquence de  $2 \cdot 10^{-15}$  par jour, inférieure à celle des mesures de FO1. Les deux masers pouvaient cependant suivre une dérive de même signe. Il est également possible qu'il existait un déplacement de fréquence non identifié dans la fontaine FO1 lors de la mesure de l'effet Doppler dans la cavité de Ramsey.

Une moyenne pondérée de l'ensemble des mesures mène à une différence de fréquence de  $-1,4 \cdot 10^{-14} \pm 1,8 \cdot 10^{-14}$ . Cette valeur constitue un majorant de l'effet Doppler, puisque la dérive est monotone. La figure 7.16 présente la simulation de la différence de déplacement de fréquence entre les deux vitesses de lancement, en utilisant les données de l'IRCOM, et en considérant les gradients de phases symétriques. Le calcul a été effectué en fonction

## 7.2. TEST DE LA CAVITÉ D'INTERROGATION

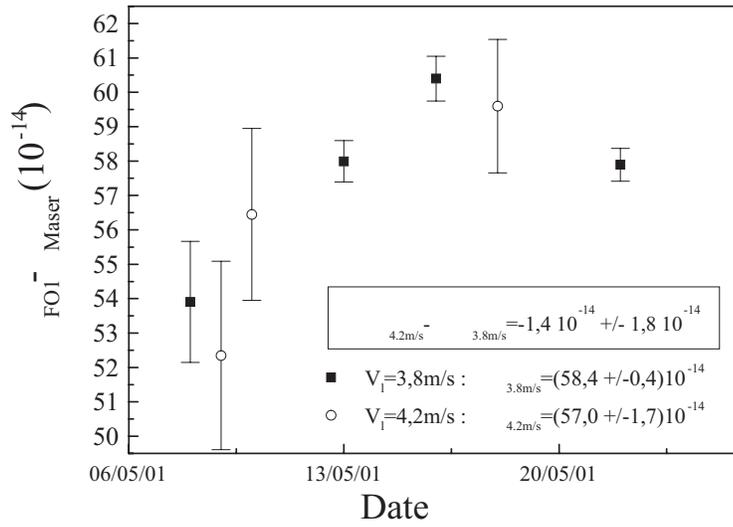


FIG. 7.15 – Comparaison de fréquence entre le maser à hydrogène et la fontaine FO1, fonctionnant pour des vitesses de lancement de 3,8 et 4,2 m/s et une interrogation dans la cavité de Ramsey, lors de la descente des atomes. Les points expérimentaux sont corrigés des déplacements de fréquence habituels.

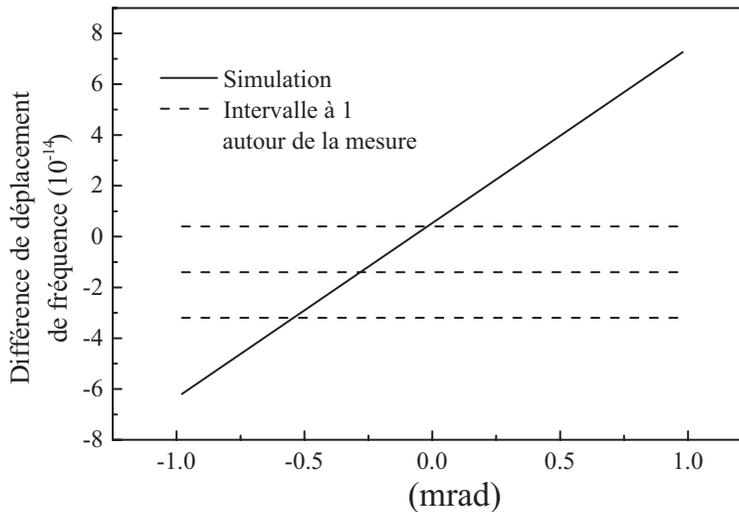


FIG. 7.16 – Comparaison simulation-expérience de la différence des déplacements de fréquence mesurés pour les deux vitesses de lancement.

d'un déphasage  $\Delta\phi$  entre les deux zones d'interrogation, pour une trajectoire axiale. L'influence de la taille du nuage n'est que de 5%. La différence de fréquence est de  $5,4 \cdot 10^{-15}$  pour un déphasage nul. Il est dû à la non compensation des effets de gradient de phase, à cause de la variation des vitesses dans les deux zones d'interaction. L'effet du déphasage est linéaire et vaut  $6,79 \cdot 10^{-14} \text{mrad}^{-1}$ . Si l'on suppose que dans nos mesures, les gradients de phase sont identiques dans les deux zones de Ramsey, la comparaison avec le modèle numérique nous donne une estimation du déphasage comprise entre  $-550$  et  $0 \mu\text{rad}$ .

Ce résultat très préliminaire indique que la cavité testée répond au besoin de l'horloge. Cette géométrie de cavité a donc été retenue. La procédure de test dans la fontaine FO1 est cependant lourde à mettre en oeuvre pour une caractérisation systématique de plusieurs prototypes.

Une autre méthode à été mise au point pour tester les éventuels défauts de phase. Elle se base sur des mesures électriques, et ne nécessite donc pas la mise sous vide du résonateur. Ces mesures sont accessibles en transmission, par des antennes entrant dans les guides sous coupure dans les 2 zones de Ramsey. Un balayage sur plusieurs GHz de la fréquence incidente fait apparaître plusieurs modes de la cavité autour du mode fondamental centré à 9,192 GHz. Certains de ces modes ne devraient pas être excités si la cavité était parfaitement symétrique. L'amplitude de ces modes parasites par rapport au mode principal fournit donc une information très précise sur la symétrie de la cavité. Une analyse numérique de l'influence de ces défauts a été menée par l'IRCOM [25]. Elle donne une résolution de quelques  $\mu\text{rad}$  sur les dissymétries de phase, mais ne permet pas d'en localiser l'origine. Cette méthode a été testée sur la cavité et a confirmé notre mesure.

# Conclusion

Ce mémoire décrit la transformation du prototype d'horloge spatiale testé en micro-gravité, en fontaine atomique transportable, la fontaine PHARAO. Une évaluation complète des déplacements de fréquence dans le dispositif terrestre a été effectuée et mène à une exactitude de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ , ce qui constitue actuellement une des meilleures performances au monde. Elle a été possible grâce à une stabilité de fréquence typique de  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , limitée par le bruit de l'oscillateur local. Ces valeurs sont obtenues pour un nombre de  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés, fournissant un bon compromis stabilité-exactitude. Ces performances ont été confirmées par des comparaisons de fréquence avec les autres fontaines FO1 et FO2 fonctionnant au laboratoire.

L'exactitude est principalement limitée par l'effet des collisions entre atomes froids, dont la stabilité sur une période de plus de six mois et la linéarité en fonction du nombre d'atomes détectés sont pour l'instant difficiles à garantir à mieux que 10 %. Certaines améliorations sont actuellement apportées à la source laser et au dispositif de sélection afin d'améliorer la caractérisation de ce déplacement de fréquence.

L'évaluation a notamment été marquée par l'observation d'un déplacement de fréquence dépendant d'une inclinaison de l'horloge par rapport à la verticale, et pouvant être varié de manière significative avec le niveau micro-onde. Cet effet est provoqué par les variations spatiales de la phase du champ micro-onde intra-cavité, perturbée par les alimentations. Il se traduit par un effet Doppler résiduel ne se compensant que partiellement, malgré la géométrie de fontaine, à cause de l'expansion du nuage atomique durant l'interrogation. Le problème a été partiellement résolu en réduisant la taille des iris de couplage et donc la surtension en charge de la cavité. Pour un niveau micro-onde normal, le déplacement ne constitue pas une limite pour une évaluation de l'horloge dans la gamme des  $10^{-16}$ .

Le bon fonctionnement de l'horloge en temps qu'étalon primaire transportable a été démontré lors d'une mesure de la transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène, réalisée au MPQ à Munich (Allemagne). Cette expérience a notamment été facilitée par le développement récent dans ce laboratoire, d'une chaîne de fréquence optique utilisant un laser femto-

seconde. Cet outil puissant permet de transférer directement les propriétés de stabilité et d'exactitude du domaine micro-onde aux fréquences optiques. Cette collaboration a conduit à une amélioration d'un facteur  $\sim 10$  par rapport aux précédentes déterminations et place cette transition de l'hydrogène parmi les meilleures références de fréquence dans le domaine optique.

La fontaine transportable effectuera très prochainement une série de déplacements en Allemagne. Cela commencera fin 2002 par une comparaison avec la fontaine atomique de la PTB (CSF1) à Braunschweig. Une nouvelle mesure de la transition  $1S - 2S$  ainsi qu'une nouvelle détermination de la fréquence d'horloge de l'ion  $\text{In}^+$  sont prévues par la suite à Garching, début 2003.

Ce travail de thèse présente également la caractérisation de sous ensembles de l'horloge spatiale PHARAO. Ces études ont notamment permis de valider un prototype de laser à cavité étendue utilisant un étalon Fabry-Perot intracavité comme sélecteur de mode. Ce principe a été retenu pour équiper la source laser spatiale. Un test de la symétrie de phase de la cavité spatiale a également été réalisé dans la fontaine FO1. Il a montré que la structure de modes choisie était compatible avec l'objectif d'une exactitude à  $\sim 10^{-16}$  visée pour l'horloge spatiale.

L'horloge spatiale PHARAO tient une place privilégiée dans le projet plus vaste que constitue la mission spatiale ACES. Cette expérience se déroulera à partir de 2006 à bord de la station spatiale internationale pour une durée de 18 à 36 mois. Elle a pour premier objectif l'étude de l'amélioration des performances d'une horloge à atomes froids fonctionnant en gravité réduite, par comparaison de fréquence avec un maser de référence embarqué. Le dispositif comprend également un lien micro-onde. Des comparaisons internationales seront effectuées entre l'échelle de temps bord et celles définies par des horloges réparties à la surface du globe et utilisant différentes espèces atomiques. Ces comparaisons permettront de nouvelles expériences en relativité générale, comme une meilleure mesure de l'effet Einstein, ou la réalisation de tests plus contraignants sur une éventuelle dérive de la constante de structure fine  $\alpha$  et sur une possible anisotropie de la vitesse de la lumière.

La fontaine PHARAO sera utilisée pour la caractérisation sol de l'horloge spatiale. Elle fera également partie, comme FO1 et FO2, des horloges participant aux comparaisons avec la station spatiale.

# Annexe A

## A.1 Constantes fondamentales

constante	symbole	valeur
magnéton de Bohr	$\mu_B$	$9,274\,008\,99(37)\,10^{-24}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$
vitesse de la lumière dans le vide	$c$	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
perméabilité du vide	$\mu_0$	$4\pi\,10^{-7}\text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$
constante de Planck réduite	$\hbar$	$1,054\,571\,596(82)\,10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$
constante de Boltzmann	$k_B$	$1,38\,650\,3(24)\,10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

## A.2 L'atome de Césium 133

quantité	valeur
numéro atomique $Z$	55
masse atomique	$2,207\,10^{-25}\text{ kg}$
longueur d'onde de la raie $D_2$	852 nm
fréquence optique de la raie $D_2$	352 THz
largeur naturelle de la raie $D_2$	$\Gamma/2\pi \approx 5,3\text{ MHz}$
intensité de saturation	$I_S \approx 1,09\text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$
vitesse de recul	$v_{rec} \approx 3,52\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

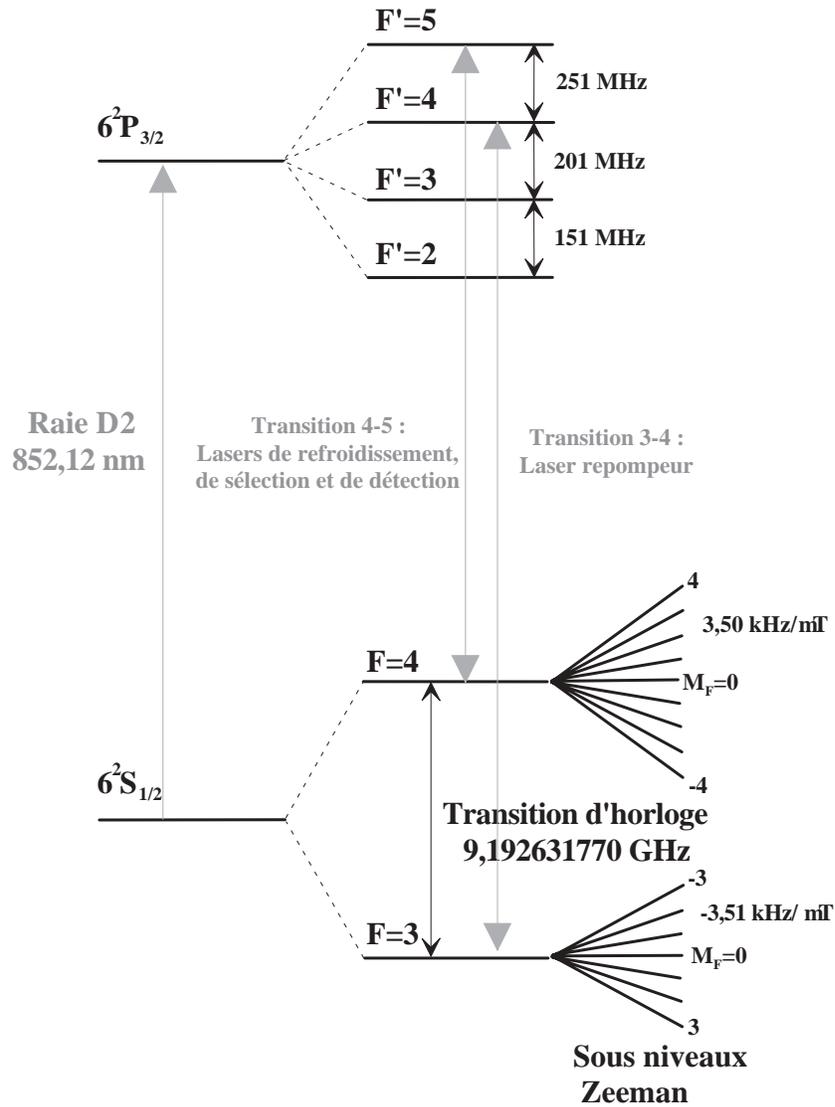


FIG. A.1 – La structure hyperfine de la raie D2 du césium 133

# Bibliographie

- [1] 13<sup>e</sup> conférence générale des poids et mesures. Résolution 1 CR 103. 1967.
- [2] C. Cohen Thannoudji, S. Chu and W. Phillips. Nobel Lectures. *Rev. Mod. Phys.*, 70 :685–741, 1998.
- [3] N. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating field. *Phys. Rev.*, 78 :695, 1950.
- [4] A. Clairon, C. Salomon, S. Ghezali, and W. Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 16 :165, 1991.
- [5] In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> symposium on frequency standard and metrology*, St Andrews, Scotland, 2001. World Scientific.
- [6] S. Weyers, A. Bauch, U. Hübner, R. Schöder, and C. Tamm. First performance results of PTB's atomic cesium fountain and a study of contributions to its frequency stability. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferr. Freq. Contr.*, 47 :432–437, 2000.
- [7] D. M. Meekhof, S. R. Jeffers, M. Stepanovich, T. E. Parker. Accuracy evaluation of a frequency fountain primary standard at NIST. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 50(2) :507, 2001.
- [8] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon, and C. Salomon. High-accuracy measurement of the <sup>87</sup>Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain. *Europhys. Lett.*, 45(5) :558–564, 1999.
- [9] C. Salomon, N. Dimarcq, M. Abgrall, A. Clairon, P. Laurent, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Urich, L.G. Bernier, G. Busca, A. Jornod, P. Thomann, E. Samain, P. Wolf, F. Gonzalez, Ph. Guillemot, S. Léon, F. Nouel, Ch. Sirmain, S. Feltham. Cold atoms in space and atomic clocks : ACES. In *C. R. Acad. Sci*, pages 1313–1330, Paris, 2001.
- [10] J. Vanier, C. Audouin. *The quantum physics of atomic frequency standards*. Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [11] A. Makdissi, E. de Clercq. Evaluation of the optical pumped cesium beam primary frequency standard of BNM-LPTF. *Metrologia*, 38 :409–425, 2001.

- 
- [12] J. Zacharias. *cité dans Molecular Beams de N. Ramsey*. Oxford Press, 1956.
- [13] C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon and S. Ghezali. Laser cooling of cesium atoms below  $3\mu$  K. *Europhys. Lett*, 12 :683, 1990.
- [14] S. Ghezali. *Première évaluation de l'exactitude d'une fontaine d'atomes froids de césium à  $2 \cdot 10^{-15}$  et perspectives*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.
- [15] G. Santarelli. *Contribution à la réalisation d'une fontaine atomique*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1996.
- [16] P. Lemonde, Ph. Laurent, G. Santarelli, M. Abgrall, Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, S. Zhang, G. Schehr, A. Clairon and C. Salomon. Cold atom clocks on earth and in space. In Luiten Ed., editor, *Frequency measurements and controls, Luiten Ed., Springer Verlag*, pages 131–152, Springer Verlag, 2000.
- [17] P. Lemonde. *Pharao : Etude d'une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser; réalisation d'un prototype*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.
- [18] E. Simon. *Vers une stabilité et une exactitude de  $10^{-16}$  pour les horloges atomiques : le rayonnement du corps noir, la détection optique*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.
- [19] R. E. Collin. *Foundations for Microwave Engineering*. Mc Graw-Hill, Physical and quantum electronics series, 1966.
- [20] S. Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [21] Y. Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$ ; Etude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [22] R. Schröder, U. Hübner and D. Greibsch. Design and realization of the microwave cavity in the PTB caesium atomic fountain clock CSF1. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferr. Freq. Contr.*, 49(3) :383–392, 2002.
- [23] G. Schehr. *Evaluation d'effets systématiques d'une horloge à atomes froids de césium*. Rapport de fin d'études, 1999.
- [24] J. C. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. *Proc. of Precise Time and Time Interval*, pages 133–147, 1987.
- [25] M. Aubourg, S. Bila, V. Mdrangeas, S. Verdeyme, P. Guillon. Optimisation d'une cavité micro-onde à 9,192 GHz pour PHARAO. juin 2002.

- [26] Y. Castin, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji. *The limits of Sisyphus cooling*. ETS Editrice, Pisa, 1991.
- [27] C. A. Greenhall. Derivation of the long term degradation of a pulsed atomic frequency standard from a control-loop model. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferr. Freq. Contr.*, 45 :895, 1998.
- [28] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. J. Dick and A. Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. on Ultrason. Ferr. Freq. Contr.*, 45(4) :887–894, 1998.
- [29] G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23) :4619, 1999.
- [30] G. Dudley A. Joyet, G. Mileti and P. Thomann. Theoretical study of the Dick effect in a continuous operated Ramsey resonator. *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, 50(1) :150–156, 2001.
- [31] A. Mann, C. Sheng and A. Luiten. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 50 :519, 2001.
- [32] E. Simon, P. Laurent and A. Clairon. Measurement of the Stark shift of the Cs hyperfine splitting in an atomic fountain. *Phys. Rev. A*, 57 :436, 1998.
- [33] S. Zhang. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI(à paraître), 2003.
- [34] B. Kokkelmans, B. Verhaar and K. Gibble. Prospects for Bose-Einstein condensation in cesium. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :951, 1998.
- [35] D. Guéry-Odelin, J. Söding, P. Desbiolles, G. Ferrari and J. Dalibard. Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible? *Europhys. Lett.*, 44 :25–30, 1998.
- [36] S. Guezali, P. Laurent, S. Lea and A. Clairon. An experimental study of the spin exchange frequency shift in a laser cooled cesium fountain. *Europhys. Lett.*, 36(1) :25, 1996.
- [37] P. J. Leo, P. S. Julienne, F. H. Mies and C. J. Williams. Collisional frequency shifts in  $^{133}\text{Cs}$  fountains clock. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :951, 1998.
- [38] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon, C. Williams. Cold collision frequency shifts in a  $^{87}\text{Rb}$  atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 85(15) :3117–3120, 2000.
- [39] C. Fertig and K. Gibble. Measurement and cancellation of the cold collision frequency shift in an  $^{87}\text{Rb}$  fountain clock. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :1622, 2000.

- 
- [40] B. Kokkelmans, B. Verhaar, K. Gibble and D. Heinzen. Predictions for laser cooled Rb clocks. *Phys. Rev. A*, 56 :R4389, 1997.
- [41] S. Bize, Y. Sortais, C. Mandache, A. Clairon, and C. Salomon. Cavity frequency pulling in cold atom fountains. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 50(2) :503–506, 2001.
- [42] A. Kuhn, H. Perrin, W. Hänsel and C. Salomon. In Keith Burnett, editor, *OSA TOPS on Ultracold Atoms ab Bose Einstein Condensates*, volume 7, Washington, DC, 1996. Optical Society of America.
- [43] F. Pereira Dos Santos, H. Marion, S. Bize, Y. Sortais, A. Clairon and C. Salomon. Controlling the cold collision shift in high precision interferometry. *à paraître dans Phys. Rev. Lett.*
- [44] R. Legere and K. Gibble. Quantum scattering in a juggling atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :5780, 1998.
- [45] G. Dudle, G. Mileti, A. Jolivet, E. Fretel, P. Berthoud and P. Thomann. An alternative cold cesium frequency standard : the continuous fountain. *IEEE Trans. on Ultrason., Ferr. and Freq. Contr.*, 47(2) :438–442, 2000.
- [46] L. Cutler, C. Flory, R. Giffard and A. de Marchi. Frequency Pulling by hyperfine  $\sigma$ -transitions in cesium atomic frequency standards. *J. Appl. Phys.*, 69 :2780, 1991.
- [47] A. Bauch and R. Schröder. Frequency shift in cesium atomic clock du to Majorana transitions. *Ann. Physik*, 2 :421, 1993.
- [48] B. Bousset, G. Théobald, P. Cérez and E. de Clercq. Frequency shifts in cesium beam clocks induced by microwave leakages. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 45 :728–738, 1998.
- [49] K. Dorenwendt and A. Bauch. Spurious microwave fields in caesium atomic beam frequency standards : symmetry considerations and model calculations. In *Proceedings of the 1<sup>st</sup> joint meeting European Frequency and Time Forum and IEEE Frequency Control Symposium*, Besançon, France, april 1999.
- [50] C. Audouin, Lacey, and L.S. Cutler. Frequency offset due to spurious line in cesium beam standards. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, IM27 :325, 1978.
- [51] C. J. Bordé, N. Courtier, F. du Buck, A. N. Goncharov and M. Gorlicki. Molecular interferometry experiments. *Phys. Rev. A*, 188 :187–197, 1994.
- [52] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A. Landragin, P. Laurent, P. Lemonde and C. J. Bordé. Recoil effects in microwave atomic frequency standards : an update. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> symposium on frequency standard and metrology*, St Andrews, Scotland, 2001. World Scientific.

- [53] J. Reichert, M. Neiring, R. Holzwarth, M. Weitz, Th. Udem and T. W. Hänsch. Phase coherent vacuum-ultraviolet to radio frequency comparison with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :3232–3235, 2000.
- [54] H. R. Telle, D. Meschede, and T. W. Hänsch. *Opt. Lett.*, 15 :532, 1990.
- [55] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz and T. W. Hänsch. Phase-coherent measurement of the hydrogen  $1S - 2S$  transition frequency with an optical frequency interval divider chain. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2646–5649, 1997.
- [56] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, M. Niering, M. Weitz, and T. W. Hänsch. Measuring the frequency of light with mode-locked lasers. In A. N. Luiten, editor, *Topics Appl. Phys.*, volume 79, pages 275–294, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001. Frequency measurement and control.
- [57] R. Holzwarth, M. Zimmermann, Th. Udem, and T. W. Hänsch. Optical Clockworks and the measurement of laser frequencies with a mode locked frequency comb. *IEEE Journal Of Quantum Electronics*, 37 :1493–1501, 2001.
- [58] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the cesium  $D_1$  Line with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :3568–3571, 1999.
- [59] A. Huber, B. Gross, M. Weitz and T. W. Hänsch. High resolution spectroscopy of the  $1S - 2S$  transition in atomic hydrogen. *Phys. Rev. A*, 59 :1844–1851, 1999.
- [60] M. Niering, R. Hozwarth, J. Reichert, P. Pokasov, Th. Udem, M. Weitz and T. W. Hänsch, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, P. Laurent, C. Salomon and A. Clairon. Measurement of the hydrogen  $1S - 2S$  transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock. *Phys. Rev. Lett.*, 84(24) :5496–5499, 2000.
- [61] L. Essen, et al. *Nature*, 229 :110, 1971.
- [62] J. W. Heberle, H. A. Reich, and P. Kusch. *Phys. Rev.*, 101 :612, 1956.
- [63] Th. Udem, S. A. Diddams, K. R. Vogel, C. W. Oates, E. A. Curtis, W. D. Lee, W. M Itano, R. E. Drullinger, J. C. Bergquist, and L. Hollberg. Absolute frequency measurements of the  $Hg^+$  and Ca optical clock transitions with a femtosecond laser. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4996, 2001.
- [64] J. Strenger, C. Tamm, N. Haverkamp, S. Weyers and H. R. Telle. Absolute frequency measurement of the 435.5 nm  $^{171}Yb^+$  clock transition with a Kerr lens mode locked femtosecond laser. *Opt. Lett.*, 25 :1589–1591, 2001.

- 
- [65] J. Stenger, T. Binnewies, G. Wilpers, F. Riehle, H. R. Telle, J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz. Phase-coherent frequency measurement of the Ca intercombination line at 657 nm with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser. *Phys. Rev. A*, 63 :021 802(R), 2001.
- [66] E. A. Curtis, C. W. Oates, S. A. Diddams, T. Udem and L. Hollberg. A  $^{40}\text{Ca}$  optical frequency standard at 657 nm : frequency measurements and future prospects. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> symposium on frequency standard and metrology*, St Andrews, Scotland, 2001. World Scientific.
- [67] S. Weyers, U. Hübner, R. Schöder, C. Tamm and A. Bauch. Uncertainty evaluation of the atomic caesium fountain CSF1 of the PTB. *Metrologia*, 38 :343–352, 2001.
- [68] R. Holzwarth, Th. Udem, and T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russel. Optical frequency synthétiser for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2264–2267, 2000.
- [69] L. Blanchet et al. *Astron. Astrophys.*, 370 :320, 2001.
- [70] N. Ashby et al. In *Proc. 1998 IEEE Frequency Control Symposium*, 1998.
- [71] R. Vessot et al. Tests of relativistic gravitation with a space-born hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.*, 45 :2081, 1980.
- [72] T. Damour and F. Dyon. The Oklo bound of the time variation of the fine structure constant revisited. *A. Nucl. Phys.*, B480 :37, 1996.
- [73] J. Webb, M. Murphy, V. Flambaum, V. Dzuba, J. Barrow, C. Churchill, J. Prochaska and M. Drinkwater. Further evidence for cosmological evolution of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 87(9) :091301, 2001.
- [74] J. D. Prestage, R. I. Tjoelker and L. Maleki. Atomic clocks and variations of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :3511, 1995.
- [75] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, C. Mandache, G. Santarelli, A. Clairon and C. Salomon. Rubidium and cesium in one fountain : a new tool for the search of a time variation of the fine structure constant. In *Proc. 2001 IEEE Int. Contr. Symposium*, Seattle, 2001.
- [76] C. Will. *Theory and Experiment in Gravitational Physics, revised edition*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [77] P. Wolf, G. Petit. *Phys. Rev. A*, 56 :4405, 1997.
- [78] E. Riis et Al. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :81, 1988.
- [79] K. C. Turner, H. A. Hill. *Phys. Rev.*, 134 :B252, 1964.
- [80] A. Makdissi. *Traitement du signal appliqué aux étalons primaires de fréquence : Amélioration de leur stabilité et de leur exactitude*. Thèse de doctorat de l'Université Paris XI Orsay, 1999.



# Résumé

Les performances d'un étalon de fréquence atomique dépendent étroitement du temps d'observation des atomes. L'interrogation d'atomes refroidis par laser dans une géométrie de fontaine permet d'obtenir des temps d'interaction d'une demie seconde. Cette durée peut être variée sur une plus large gamme en l'absence de gravité terrestre, dans un environnement spatial et doit fournir un meilleur compromis stabilité-exactitude. L'application de ce principe constitue une des motivations principales du projet PHARAO, qui participera à la mission spatiale ACES, prévue en 2006 à bord de la station spatiale internationale.

La première partie de ce travail de thèse porte sur l'étude de la fontaine PHARAO, fonctionnant avec des atomes de  $^{133}\text{Cs}$ . Cette horloge est issue de la transformation d'un prototype d'horloge spatiale testé en micro-gravité. Une évaluation détaillée de l'ensemble des déplacements de fréquence mène à une exactitude relative de  $7,7 \cdot 10^{-16}$ , essentiellement limitée par les collisions entre atomes froids. Sa stabilité de fréquence est de  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Ces valeurs sont obtenues pour un fonctionnement avec  $4 \cdot 10^5$  atomes détectés fournissant un bon compromis stabilité-exactitude. Cette horloge transportable construite au BNM-SYRTE, a également fonctionné au MPQ à Munich (Allemagne). La collaboration entre les deux laboratoires a permis une amélioration d'un facteur  $\sim 10$  sur l'exactitude de la mesure ( $1,8 \cdot 10^{-14}$ ) de la transition à deux photons  $1S - 2S$  de l'atome d'hydrogène.

Ce mémoire présente dans une seconde partie, la caractérisation de sous ensembles de l'horloge spatiale PHARAO, en particulier la construction d'un prototype de diode laser à cavité étendue et le test de la symétrie de phase entre les deux zones d'interrogation de la cavité spatiale.

**Mots clés** atomes froids, métrologie temps-fréquence, fontaine atomique, horloge spatiale

## Abstract

The performances of an atomic frequency standard depend drastically on the observation time of the atoms. The interrogation of laser cooled atoms allows to obtain about half a second interaction time in a fountain geometry. This duration could be much more varied in absence of gravity, and would allow a better trade-off between stability and accuracy. The application of this principle is the aim of the PHARAO project, that should attend to the ACES mission planned in 2006 onboard the International Space Station.

The first part of this thesis deals with the cold  $^{133}\text{Cs}$  PHARAO fountain. This clock stems from the transformation of a space clock prototype previously tested in microgravity. A detailed evaluation of the whole frequency shifts has been carried out, reaching a  $7,7 \cdot 10^{-16}$  accuracy and a  $1,7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  short term stability. These values are obtained for  $4 \cdot 10^5$  detected atoms, that provides a good stability-accuracy trade-off. This transportable fountain, built at BNM-SYRTE, has been operating at MPQ in Munich (Germany). The collaboration between the 2 laboratories gave a  $\sim 10$  improvement factor on the measurement accuracy ( $1,8 \cdot 10^{-14}$ ) for the  $1S - 2S$  two photons hydrogen transition.

In a second part of this thesis, we present the characterisation of 2 elements of the PHARAO space clock : the construction of an etalon extended cavity laser and the test of the phase symmetry between the two interrogating areas of the space cavity.

**Key words** cold atoms, time and frequency metrology, atomic fountain, space clock