



HAL
open science

Habilitation à diriger des recherches

Ferruccio Renzoni

► **To cite this version:**

Ferruccio Renzoni. Habilitation à diriger des recherches. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. tel-00003299

HAL Id: tel-00003299

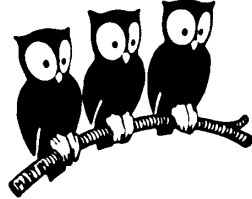
<https://theses.hal.science/tel-00003299>

Submitted on 4 Sep 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



Mémoire

présenté par

Ferruccio Renzoni

pour obtenir l'

Habilitation à diriger des recherches

de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

Soutenue le 3 avril 2003 devant le jury composé de :

M. Ph. Jacquier	Examineur
M. F. Laloë	Examineur
M. E. Arimondo	Rapporteur
M. A. Kastberg	Rapporteur
M. Ph. Verkerk	Rapporteur

Remerciements

Je voudrais remercier Ennio Arimondo, Anders Kastberg et Philippe Verkerk qui, malgré leur nombreuses occupations, ont accepté d'être rapporteurs pour ce mémoire. Philippe Jacquier et Franck Laloë ont accepté de juger ce travail: je les remercie vivement.

Les travaux présentés dans ce mémoire sont le fruit de la collaboration avec plusieurs chercheurs européens. Il est difficile en quelques lignes de les remercier tous, et je prie d'avance tous ceux que je ne citerai pas de bien vouloir m'excuser.

Mon travail de thèse a été réalisé à la Technische Universität de Graz (Autriche) dans le cadre d'une collaboration entre le groupe de Pise de Ennio Arimondo et le groupe de Graz de Laurentius Windholz. Je remercie M. Windholz pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, où j'ai réalisé toutes les expériences de mon travail de thèse. Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Ennio Arimondo pour avoir guidé mes premiers pas dans la recherche. C'est avec lui que j'ai commencé à m'occuper de spectroscopie laser, et notre fructueuse collaboration continue encore maintenant.

Pendant mon séjour post-doctoral à l'Université d'Hambourg (Allemagne) j'ai eu l'opportunité d'interagir avec plusieurs groupes. Je suis reconnaissant à Tobias Brandes pour l'intérêt qu'il a montré pour mon travail de thèse et pour les fréquentes discussions sur la possibilité de transférer des concepts de physique atomique aux boîtes quantiques. Je remercie Philippe Verkerk et Claus Zimmermann pour leur enthousiasme pour les *résonances brillantes*. Je dois remercier enfin Andreas Hemmerich pour tout ce qu'il m'a appris sur les techniques expérimentales en spectroscopie et refroidissement laser.

Pendant mon séjour au Laboratoire Kastler Brossel j'ai eu l'honneur de travailler dans l'équipe de Gilbert Grynberg. Je lui dois beaucoup pour m'avoir accueilli et pour m'avoir transmis son désir insatiable de découvrir de nouveaux effets dans l'interaction entre les photons et les atomes. C'est Gilbert qui a stimulé l'écriture de ce mémoire. Mais lui il ne le lira pas: il nous a quitté au mois de janvier, après une longue maladie. Je lui promet ici que ses enseignements de *vieux combattant*, comme il aimait se définir, ne seront pas perdus.

Pendant cette période, un rôle clé a été joué par Franck Laloë, directeur du Laboratoire Kastler Brossel. Franck a soutenu notre équipe pendant une période difficile, et a permis la poursuite de notre activité de recherche. Je le remercie vivement. Je remercie aussi les trois thésards avec qui j'ai travaillé pendant cette période, et en particulier Michele Schiavoni toujours prêt à discuter de physique.

Lors de la rédaction de ce manuscrit, j'ai pu bénéficier des commentaires de Cécile Robillard et Michele Schiavoni. Je les remercie pour leurs corrections attentives.

Table des matières

Introduction	7
I Résonances noires et brillantes en spectroscopie laser	9
I.1 Piégeage cohérent de population dans un schéma d'interaction à boucle fermée	10
I.2 Contraste de la raie noire	12
I.3 Largeur de la raie noire	16
I.4 Résonances brillantes	18
I.5 Transfert adiabatique et manipulation de la cohérence atomique	21
I.6 Piégeage cohérent d'électrons dans des boîtes quantiques semiconductrices	25
II Dynamique d'atomes dans des réseaux optiques	29
II.1 Réseaux optiques: généralités	30
II.2 Diffusion spatiale	33
II.3 Résonances Rayleigh et dynamique atomique	35
II.4 Détection directe des modes de propagation	38
II.4.1 Détection des modes Brillouin par la mesure des coefficients de diffusion	39
II.4.2 Détection des modes Brillouin par l'observation du mouvement du centre de masse du nuage atomique	40
II.5 Modes de propagation inactifs	41
II.6 Résonance stochastique	44
II.7 Diffusion dirigée dans un potentiel symétrique	46
Perspectives	49
Références bibliographiques	51
Annexe A: Curriculum vitae	57
Annexe B: Liste des publications	59
Annexe C: <i>Coherent population trapping with losses observed on the Hanle effect of the D_1 sodium line</i>	63

Annexe D: <i>Current switch by coherent trapping of electrons in quantum dots</i>	73
Annexe E: <i>Enhanced absorption Hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic field</i>	78
Annexe F: <i>Brillouin propagation modes in optical lattices: interpretation in terms of nonconventional stochastic resonance</i>	84
Annexe G: <i>Stochastic resonance in periodic potentials: realization in a dissipative optical lattice</i>	90
Annexe F: <i>Dark propagation modes in optical lattices</i>	99
Annexe I: <i>Rayleigh scattering and atomic dynamics in dissipative optical lattices</i>	105
Annexe J: <i>Phase-control of directed diffusion in a symmetric optical lattice</i>	110

Introduction

Ce mémoire d'habilitation présente l'ensemble de mes travaux de recherche, du début de ma thèse jusqu'à présent. Le manuscrit est divisé en deux parties. La première présente mes travaux de thèse et une partie des résultats obtenus pendant mon séjour post-doctoral à l'Université de Hambourg. Le sujet de ma thèse était le phénomène du piégeage cohérent de population en spectroscopie laser. Ce travail a été réalisé à la Technische Universität de Graz (Autriche) dans le cadre d'une collaboration entre le groupe de Pise de Ennio Arimondo et le groupe de Graz de Laurentius Windholz. Aussi après ma thèse j'ai continué à m'intéresser au rôle des cohérences à basse fréquence en spectroscopie laser, et de nouveaux résultats, sur les résonances noires mais aussi sur le phénomène opposé, les résonances brillantes, ont été obtenus pendant mon séjour post-doctoral à l'Université de Hambourg. Dans la même période, j'ai aussi abordé le problème de la préparation et de la manipulation d'états quantiques en utilisant des états noirs dépendant du temps. Enfin, l'analogie entre les atomes réels et artificiels (boîtes quantiques) m'a amené à des excursions dans un domaine un peu éloigné de la physique atomique, avec l'étude des effets de cohérences à basse fréquence dans la spectroscopie de transport des boîtes quantiques couplées par effet tunnel. Tous ces résultats sont présentés dans la première partie de ce mémoire.

Les réseaux d'atomes froids sont le sujet de la deuxième partie de ce mémoire. J'ai commencé à m'intéresser aux réseaux optiques pendant mon premier séjour post-doctoral dans l'équipe d'Andreas Hemmerich, qui venait de s'établir à l'Université de Hambourg et démarrait le montage d'une expérience sur les réseaux optiques. Mon intérêt pour les réseaux optiques m'a ensuite conduit à rejoindre l'équipe de Gilbert Grynberg au Laboratoire Kastler Brossel. Pendant mon séjour au Laboratoire, j'ai développé la thématique de la dynamique des atomes dans les réseaux optiques. Le mouvement diffusif des atomes, la relaxation de leur énergie cinétique, et leurs modes de propagation ont été étudiés. Les progrès faits dans la compréhension de la dynamique atomique dans les réseaux optiques ont été ensuite exploités pour expliquer l'origine de la résonance Rayleigh dans le spectre d'absorption des atomes piégés dans le réseau. De plus, nous avons utilisé les réseaux optiques comme système modèle pour des phénomènes de physique non-linéaire. Nous avons ainsi étudié la résonance stochastique dans un réseau périodique, et la diffusion dirigée dans un potentiel symétrique. Tous ces résultats sont présentés dans la deuxième partie de ce mémoire.

On trouvera en annexe un bref curriculum vitae, ainsi que la liste de mes publications. Huit articles représentatifs de mon activité scientifique sont aussi fournis.

Chapitre I

Résonances noires et brillantes en spectroscopie laser

Le piégeage cohérent de population (ou CPT de l'anglais Coherent Population Trapping) est un phénomène d'interférence quantique qui est observé quand un système atomique interagit avec (au moins) deux champs laser [1].

Ce phénomène, observé pour la première fois en 1976 à Pise [2, 3], a été plus tard le sujet de nombreuses investigations liées à de nouvelles applications du phénomène, comme le refroidissement laser sub-recul par résonances noires [4], le transfert d'un atome d'un état quantique à un autre [5], la réalisation de nouveaux magnétomètres [6] et horloges atomiques [7].

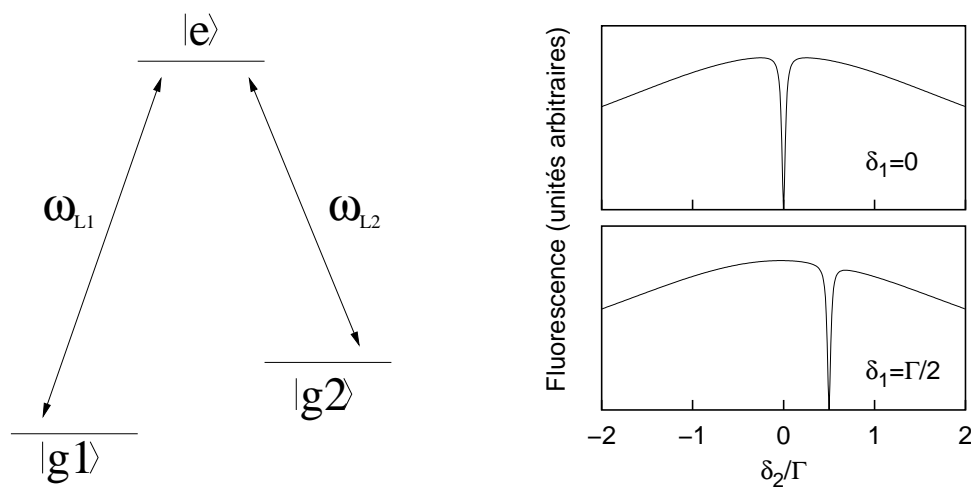


Figure I.1: Gauche: système de niveaux en Λ , avec deux états fondamentaux couplés au même état excité par deux faisceaux laser. Droite: intensité de fluorescence atomique en fonction du désaccord à la résonance atomique du laser 2, pour différentes valeurs du désaccord du laser 1.

Le phénomène de piégeage cohérent de population est habituellement décrit en ter-

mes d'un système atomique à trois niveaux (Fig. I.1, gauche). Lorsque la condition de résonance à deux photons est satisfaite, c'est-à-dire lorsque les désaccords à résonance des deux champs laser sont égaux ($\delta_1 = \delta_2$), l'atome est pompé dans une superposition $|NC\rangle$ des états fondamentaux qui n'est pas couplée à l'état excité (*état noir*). Cela produit une résonance noire dans la fluorescence atomique en fonction du désaccord à la condition de résonance à deux photons (Fig. I.1, droite).

Pendant mon travail de thèse, nous avons examiné les phénomènes de piégeage cohérent de population dans des systèmes atomiques avec plus de trois niveaux. Cela nous a permis, d'une part, de réaliser le CPT dans des schémas d'interaction fermés, dans lesquels la phase relative des faisceaux laser devient le paramètre de contrôle pour le CPT, et, d'autre part, d'expliquer quantitativement la dépendance du contraste et de la largeur de la résonance noire, observée dans les expériences avec des atomes alcalins, en fonction des paramètres d'interaction.

Le piégeage cohérent de population a aussi été un des sujets dont je me suis occupé pendant mon séjour postdoctoral à l'université d'Hambourg. En particulier, j'ai abordé le cas où l'état noir dépend du temps, ce qui permet la création et la manipulation de superpositions d'états de façon robuste et sans dissipation. Parallèlement j'ai aussi examiné la possibilité d'utiliser la cohérence à basse fréquence pour manipuler les électrons dans des boîtes quantiques et obtenir de nouveaux mécanismes de transport des électrons à travers ces structures semi-conductrices. En plus, l'expérience acquise avec les résonances noires m'a permis de contribuer à l'explication du phénomène "opposé": les résonances brillantes, qui ont été simultanément observées par Gerardo Alzetta et Stefka Cartaleva à Pise et par le groupe de Claus Zimmermann à Tübingen dans le cas d'une transition $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ fermée.

I.1 Piégeage cohérent de population dans un schéma d'interaction à boucle fermée

Nous avons examiné le piégeage cohérent de population dans le cas d'un schéma d'interaction à boucle fermée [8]. Le cas général d'un tel schéma est représenté en Fig. I.2. L'intérêt de tels systèmes est lié aux applications, surtout en optique non-linéaire, et notamment à la possibilité de réaliser le "laser sans inversion". Les différents systèmes d'interaction à boucle fermée partagent le même comportement vis-à-vis du piégeage cohérent de population, et peuvent donc être traités de façon unifiée. En effet, choisissons, de façon complètement arbitraire, un des niveaux de la boucle d'interaction comme "niveau de départ" (niveau |1) dans la Fig. I.2) et numérotions les autres niveaux en suivant un sens de rotation qu'on peut aussi choisir de façon arbitraire. On peut montrer [9] que l'Hamiltonien d'un tel système de N niveaux couplés en schéma d'interaction à boucle

fermée peut être réduit, par une transformation unitaire, à la forme:

$$H = \hbar \sum_{m=1}^{N-1} \tilde{\Delta}_{m+1,m} |m\rangle\langle m| + V \quad (\text{I.1})$$

$$V = \hbar \sum_{m=1}^{N-1} g_{m,m+1} |m\rangle\langle m+1| + \hbar g_{1N} |1\rangle\langle N| \exp(i\Phi) . \quad (\text{I.2})$$

Ici $\tilde{\Delta}_{m,m-1} = \sum_m^{N-1} \Delta_{j+1,j}$, où $\Delta_{j+1,j}$ et $g_{j+1,j}$ sont respectivement le désaccord et la fréquence de Rabi du champ de fréquence $\omega_{j+1,j}$ appliqué à la transition $|j+1\rangle \leftrightarrow |j\rangle$. La phase Φ s'écrit

$$\Phi = \left(\omega_{N1} - \sum_{m=1}^{N-1} \omega_{m+1,m} \right) t + \varphi_{N1} - \sum_{m=1}^{N-1} \varphi_{m+1,m} \quad (\text{I.3})$$

où $\varphi_{j+1,j}$ sont les phases (constantes) des transitions atomiques correspondantes.

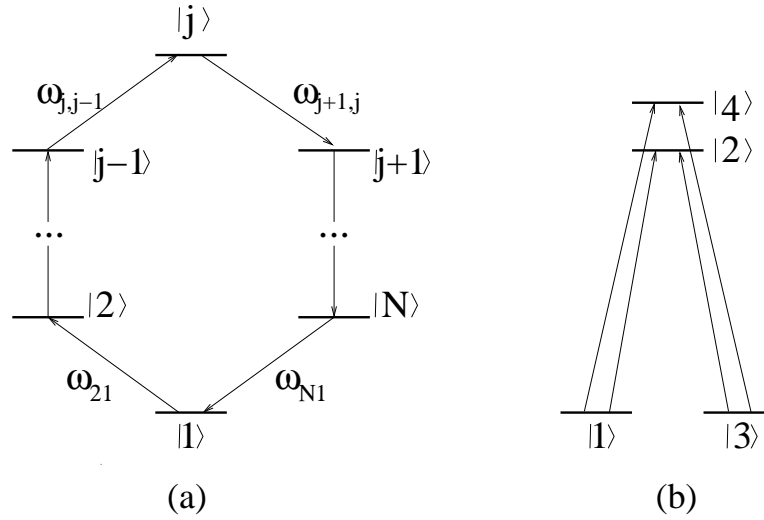


Figure I.2: (a): Cas général d'un schéma d'interaction à boucle fermée. (b): Schéma d'interaction en double- Λ .

On déduit de la forme de l'Hamiltonien (I.2) que la dynamique et l'état stationnaire du système sont déterminés par la phase Φ . Cette dépendance en phase est liée à la fermeture de la boucle d'interaction. En effet, si la boucle est ouverte: $g_{1N} = 0$ et la dépendance en phase disparaît. Nous avons mis en évidence cette dépendance en phase dans le cas d'un système à double- Λ (Fig. I.2(b)) créé en utilisant les sous-niveaux hyperfins des états $|3^2S_{1/2}\rangle$ et $|3^2P_{1/2}\rangle$ de l'atome de sodium. Les fréquences des quatre faisceaux laser ont été choisies de façon à obtenir un désaccord multiphoton $\Delta\omega$

$$\Delta\omega = \omega_{N1} - \sum_{m=1}^{N-1} \omega_{m+1,m} \quad (\text{I.4})$$

différent de zéro. Dans notre expérience ce désaccord a pu être contrôlé avec précision à l'aide de modulateurs électro-optiques. Etant donné que $\Delta\omega$ n'est pas nul, la phase Φ

dépend du temps: $\Phi = \Delta\omega \cdot t + \text{cste}$. Dans ce cas il n'y a pas d'état stationnaire, et en particulier il n'y a pas d'état noir stable. Donc le CPT est un phénomène transitoire: si à un certain instant le système admet un état noir, et que les atomes sont pompés optiquement dans cet état, aux instants suivants cet état n'est plus noir et les atomes sont excités par les champs laser. Nous avons démontré expérimentalement la nature transitoire du CPT dans le cas d'un schéma d'interaction à boucle fermée en observant la fluorescence atomique au cours du temps. Nos résultats (Fig. I.3) montrent bien qu'il n'y a pas d'état stationnaire pour le système atomique, qui est à certain instants piégé dans un état noir, pour être plus tard ré-excité.

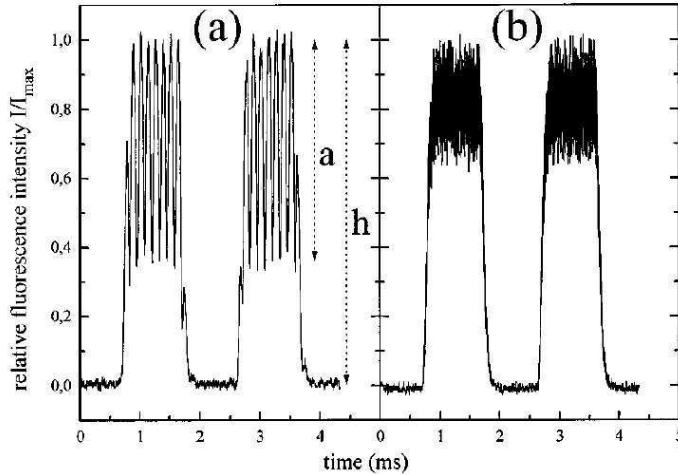


Figure I.3: Intensité I de fluorescence atomique en fonction du temps. Ces résultats ont été obtenus avec un jet thermique de sodium, et le niveau de référence $I = 0$ a été déterminé en coupant le faisceau atomique. Les deux figures correspondent à deux désaccords $\Delta\omega$ différents: en (a) $\Delta\omega = 8$ kHz et en (b) $\Delta\omega = 100$ kHz.

I.2 Contraste de la raie noire

Les résonances noires ont été expliquées par Arimondo et Orriols [3] en termes d'interférence destructive dans un système atomique à trois niveaux en configuration Λ . Or, les systèmes atomiques utilisés dans les expériences sont souvent bien plus compliqués que le schéma à trois niveaux en Λ . On peut donc se demander quelles sont les limites de la description du CPT à l'aide d'un système à trois niveaux, et comment décrire quantitativement les résultats des expériences.

Les résonances noires observées dans les expériences peuvent être caractérisées par trois paramètres: la position de la résonance, son contraste et sa largeur. Comme l'ont montré Arimondo et Orriols [3], la position de la raie noire est donnée par la condition de résonance multi-photons qui produit l'interférence destructive. Cela montre un accord complet avec

les expériences, donc nous ne reviendrons pas là-dessus. Un point plus délicat est le contraste et la largeur de la résonance noire. Dans une série de travaux [10-12] nous avons discuté les effets qui déterminent le contraste et la largeur de la résonance noire. Dans cette Section nous nous occupons du contraste, la largeur étant le sujet de la Section suivante.

Le contraste C de la résonance noire est défini comme

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} , \quad (\text{I.5})$$

I_{max} et I_{min} étant le maximum et le minimum de la courbe de fluorescence de la raie noire (en particulier I_{min} est l'intensité de fluorescence à résonance multiphoton). Dans le cas idéal d'un système à trois niveaux en Λ (Fig. I.1, gauche), à résonance à deux photons l'atome est rapidement pompé dans l'état noir, et donc à l'état stationnaire $I_{min} = 0$ (Fig. I.1, droite). Cela implique un contraste de la raie noire égal à l'unité: $C = 1$. Or, dans les expériences le contraste mesuré est souvent bien inférieur à l'unité, et montre une forte dépendance avec l'intensité des faisceaux laser. Ce comportement peut être reproduit par le modèle simple à trois niveaux en Λ en introduisant un terme de relaxation de la cohérence de l'état fondamental

$$\dot{\rho}_{g_1 g_2} = -\gamma \rho_{g_1 g_2} , \quad (\text{I.6})$$

où ρ est la matrice densité du système atomique. On peut alors choisir γ de façon à reproduire le contraste observé dans chaque expérience, et tout γ différent de zéro introduit aussi une forte dépendance du contraste en intensité des faisceaux laser. Plus précisément, on peut montrer [13] que dans un système à trois niveaux en Λ avec un taux de relaxation γ de la cohérence entre les sous-niveaux de l'état fondamental, le phénomène de piégeage cohérent de population est observé seulement pour une intensité des faisceaux laser plus grande que I_C , définie par:

$$I_C = I_S \frac{\gamma}{\Gamma} , \quad (\text{I.7})$$

où I_S est l'intensité de saturation pour les transitions optiques considérées, et Γ la largeur naturelle de l'état excité. Or, cette procédure n'est pas, en général, correcte car la valeur de γ appropriée pour reproduire les résultats expérimentaux ne correspond pas aux taux de relaxation impliqués dans les expériences. En effet la valeur de γ est souvent attribuée aux processus collisionnels, ou à l'imparfaite corrélation entre les faisceaux laser. D'autre part, même dans les expériences avec un faisceau atomique pour lequel les processus collisionnels sont négligeables, et même en utilisant des faisceaux laser avec une très bonne corrélation croisée, des contrastes bien inférieurs à l'unité ont été observés.

Pour identifier les effets qui déterminent le contraste de la raie noire, nous avons fait une série d'expériences sur un faisceau atomique de sodium. Nous avons examiné le CPT sur les transitions hyperfines $F_g \rightarrow F_e$ de la raie D₁ en utilisant la configuration Hanle: un champ laser polarisé linéairement est résonnant avec la transition atomique, avec un

champ magnétique orienté dans la direction de propagation du champ laser qui lève la dégénérescence des sous-niveaux des états fondamental et excité. L'utilisation de la configuration Hanle a l'avantage de permettre d'examiner des schémas de CPT différents simplement en changeant la fréquence du laser. Les différents schémas d'interaction correspondant à une excitation simultanée σ^+ , σ^- (lumière polarisée linéairement) sont représentés en Fig. I.4.

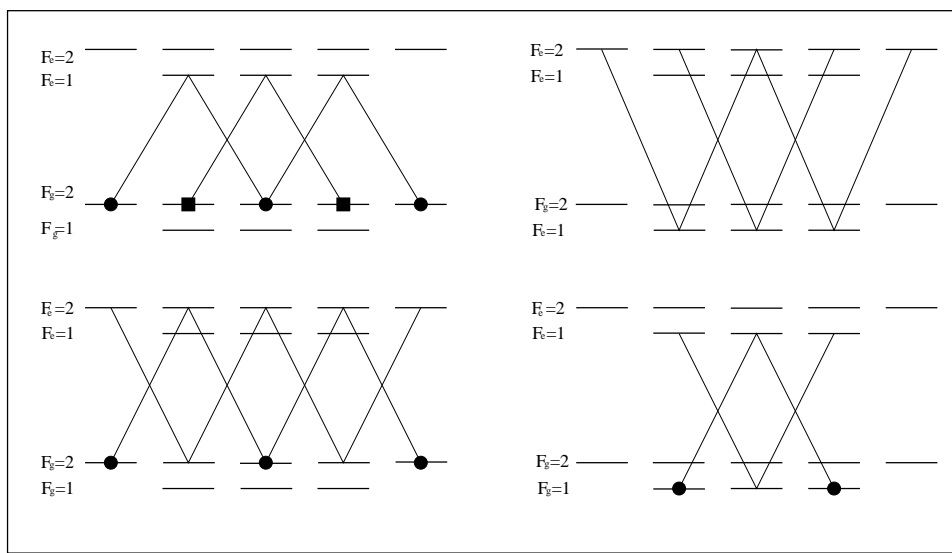


Figure I.4: Schémas d'interaction qui peuvent être établis sur les transitions hyperfines de la raie D₁ du sodium par excitation σ^+ et σ^- . Les sous-niveaux qui forment les superpositions non-couplées sont marqués par des cercles pleins et, dans le cas de deux superpositions non-couplées pour la même transition, également par des carrés pleins.

Nous avons observé la fluorescence du faisceau atomique en fonction du champ magnétique B . Notons que balayer B revient à "balayer" la condition de résonance multiphotons. Les courbes typiques obtenues sont montrées en Fig. I.5. Comme prévu par la théorie [14], trois des quatre transitions examinées ont des états noirs, et donc une résonance noire est observée dans le signal de fluorescence en fonction de B . Plus précisément, les transitions $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ et $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ ont un état non-couplé; la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$ a deux états non-couplés.

Ce qui nous intéresse ici est le contraste de la raie noire. Nous remarquons que le contraste des raies noires pour les différentes transitions est bien inférieur à l'unité, même si la relaxation de la cohérence de l'état fondamental est négligeable dans notre expérience: dans un faisceau atomique les collisions sont peu importantes, et les champs laser σ^+ et σ^- sont parfaitement corrélés, ces champs étant les deux composantes circulaires du même faisceau polarisé linéairement.

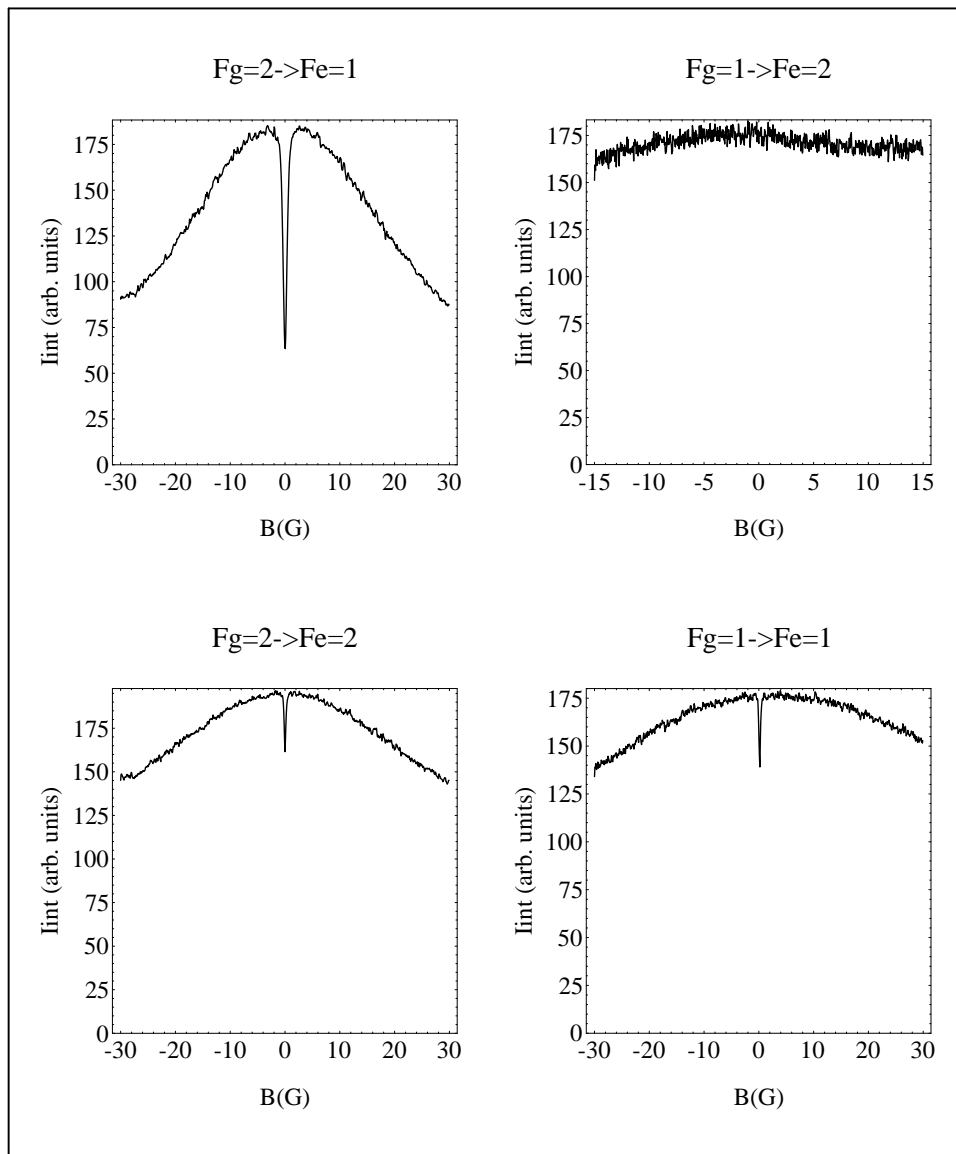


Figure I.5: Intensité de fluorescence en fonction du champ magnétique B pour les différentes transitions hyperfines de la raie D_1 du sodium.

Pour expliquer nos observations nous avons remarqué que les transitions atomiques considérées sont ouvertes et nous avons fait l'hypothèse que le contraste est déterminé par le taux de perte de la population atomique vers des états qui ne sont pas excités par le champ laser. Nous avons résolu les équations de Bloch optiques pour une transition $F_g \rightarrow F_e$ résonnante avec deux champs laser σ^+ , σ^- , en incluant les pertes vers le sous-niveau $F_{g'}$ de l'état fondamental. Dans cette situation l'état stationnaire pour $B \neq 0$ correspond évidemment à la totalité de la population atomique "perdue" dans le sous-niveau $F_{g'}$ et donc à une fluorescence nulle. Il s'ensuit que la fluorescence dans le régime transitoire initial est importante et la quantité appropriée pour la comparaison avec les

résultats de l'expérience est l'intensité de fluorescence intégrée sur le temps d'interaction:

$$I_{int}(B) = \int_0^{t_f} \Gamma \sum_{-F_e}^{F_e} \rho_{e_i e_i}(B, t) dt, \quad (\text{I.8})$$

où t_f est le temps d'interaction des atomes du faisceau avec le champ laser. Les résultats de nos calculs sont représentés en Fig. I.6.

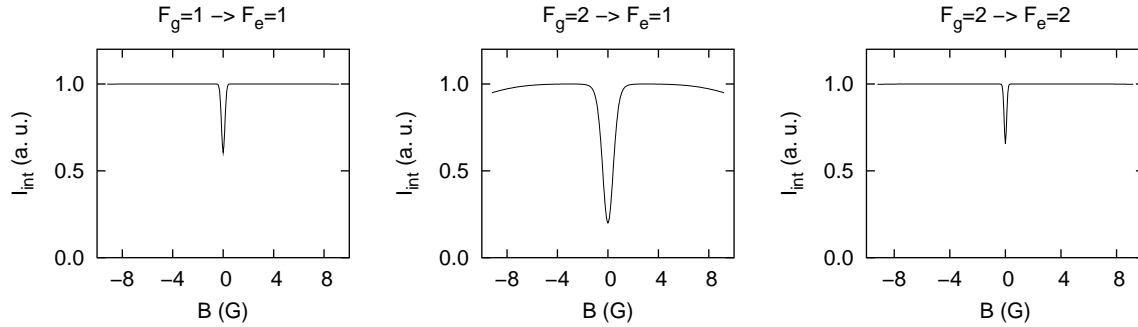


Figure I.6: Résultats numériques pour $I_{int}(B)$ pour les trois transitions de la raie D₁ du sodium qui permettent le piégeage cohérent de population par excitation avec champs laser σ^+ et σ^- .

Ces résultats montrent bien que la perte de population correspond à une diminution du contraste de la raie noire. La dépendance du contraste de la transition atomique est en accord avec les résultats de l'expérience. Cela montre que la réduction du contraste par rapport à la valeur idéale $C = 1$, souvent attribuée aux processus de relaxation de la cohérence de l'état fondamental, est au contraire produite par les pertes de population vers des états non excités par la lumière.

I.3 Largeur de la raie noire

Dans la Section précédente nous avons vu que les pertes de population déterminent le contraste de la raie noire. Il est donc naturel de se demander quel est le rôle de ces pertes dans la détermination de la largeur de raie.

Nous avons examiné la dépendance de la largeur de la raie noire en fonction du temps d'interaction. Notre source d'atomes étant un faisceau atomique *thermique*, nous n'avons pas pu explorer dans les expériences des temps d'interaction très longs. Donc l'étude de la dépendance de la largeur de la raie noire en fonction du temps d'interaction a été purement théorique.

Nous avons résolu les équations de Bloch optiques pour les trois transitions ouvertes

$F_g \rightarrow F_e$ de la raie D₁ du sodium qui conduisent au piégeage cohérent de population. De plus, nous avons aussi considéré le cas (fictif, pour le sodium) d'une transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ fermée. En calculant l'intensité de fluorescence $I_{int}(B)$ pour différents temps d'interaction t_f , nous avons dérivé la largeur à mi-hauteur en fonction de t_f . Les résultats de nos calculs sont montrés en Fig. I.7.

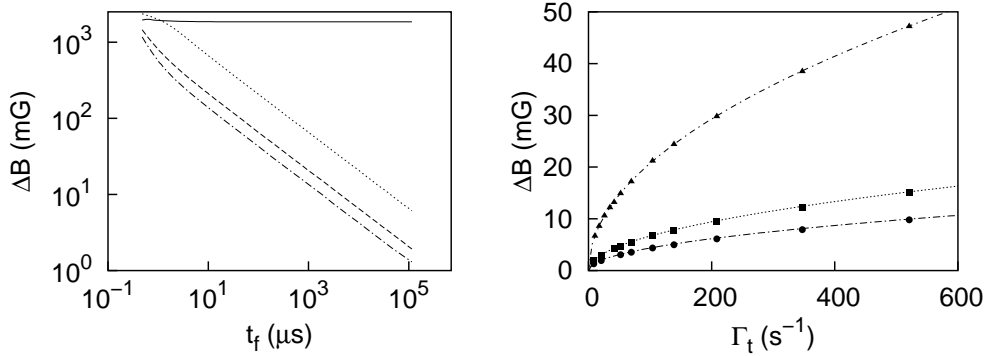


Figure I.7: Largeur de la raie noire en fonction du temps d'interaction. Gauche: comparaison de la largeur de raie pour les transitions ouvertes avec la transition (fictive) fermée. Le trait plein correspond à la transition fictive $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ fermée, le trait pointillé à la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$, le trait tireté à la transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ et le trait pointillé-tireté à la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$. Droite: ajustement de données numériques pour la largeur des transitions ouvertes avec la loi $\Delta B = C/\sqrt{t_f}$, la constante C étant différente pour les différentes transitions. Les triangles correspondent à la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$, les points à la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ et les carrés à la transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$.

Les résultats de nos calculs numériques montrent que la dépendance de ΔB en temps d'interaction est très différente selon que la transition considérée est fermée ou ouverte. Pour une transition fermée, on retrouve le résultat bien connu [15]: la largeur ΔB présente une décroissance rapide en $1/t_f$ vers une largeur limite proportionnelle à l'intensité du champ laser, et inversement proportionnelle à la largeur naturelle de l'état excité. Un comportement complètement différent est observé pour les transitions ouvertes: la largeur ΔB décroît vers zéro avec une dépendance $1/\sqrt{t_f}$. Ce comportement peut être expliqué en examinant la dépendance de l'intensité de fluorescence

$$I(B, t) = \Gamma \sum_{-F_e}^{F_e} \rho_{e_i e_i}(B, t) \quad (\text{I.9})$$

au cours du temps. La dépendance de $I(B, t)$ en fonction du temps t est représentée sur la Figure I.8.

Considérons $I(B, t)$ à deux instants successifs t_1 et t_2 ($t_2 > t_1$). La figure I.8 montre qu'à $t = t_2$, $I(B, t)$ a un profil plus réduit et plus étroit qu'à $t = t_1$. Ce rétrécissement est produit par les pertes de population. En effet pour les valeurs du champ B qui

conduisent à un pompage optique vers F_g' important, c'est-à-dire loin du centre de la résonance noire, le processus de perte de population est plus rapide que dans la région de faible champ magnétique où le pompage optique est faible. Donc le profil de la raie devient plus étroit lorsque le temps d'interaction augmente, et $I(B, t)$ contribue à $I_{int}(B, t_f)$ dans une région autour de $B = 0$ de taille décroissante avec le temps d'interaction. De cette façon la résonance noire observée pour $I_{int}(B, t_f)$ devient plus étroite en augmentant t_f . Cela explique qualitativement le mécanisme de rétrécissement de la raie noire dans une transition ouverte.

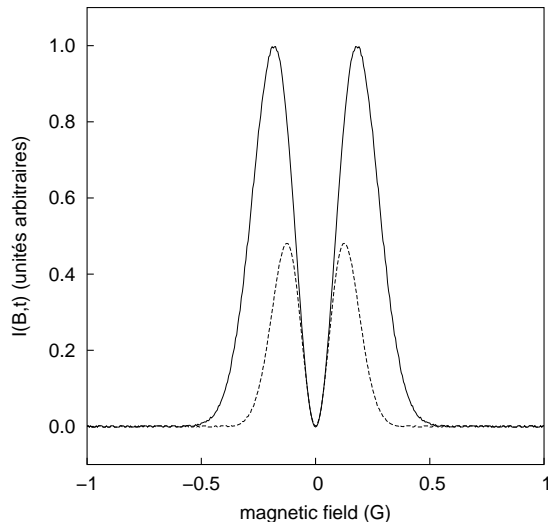


Figure I.8: Intensité de fluorescence $I(B, t)$ pour la transition (ouverte) $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ de la raie D_1 du sodium à des instants différents. Le trait plein correspond à $t = 5\mu s$, le trait tiré à $t = 10\mu s$.

Plus quantitativement, nous avons aussi montré [12] que la dépendance de ΔB en $1/\sqrt{t_g}$ est une conséquence directe de la dépendance quadratique du taux de départ Γ_{NC} de l'état non-couplé.

I.4 Résonances brillantes

L'étude des résonances "brillantes" a été stimulée par les observations expérimentales du groupe de Stefka Cartaleva et Gerardo Alzetta à Pise [16] et du groupe de Claus Zimmermann à Tübingen [17]. Le but du travail de ces deux groupes était d'étudier certaines propriétés des résonances noires dans une vapeur atomique. Mais, de façon complètement inattendue, l'effet "opposé" a été observé: des résonances brillantes avec une largeur sub-naturelle apparaissent superposées à la courbe de fluorescence du profil Doppler.

Une collaboration est alors née pour identifier le mécanisme derrière ces résonances brillantes. Avec Philippe Verkerk, Claus Zimmermann et Ennio Arimondo, nous avons montré que l'origine des résonances brillantes est la redistribution de la population atom-

ique dans l'état fondamental, avec une accumulation dans les sous-niveaux Zeeman plus fortement couplés à la lumière [18]. L'effet des résonances brillantes est donc l'analogie en spectroscopie laser du processus de refroidissement laser dans la configuration $\sigma_+ - \sigma_-$ identifié par Jean Dalibard et Claude Cohen-Tannoudji [19].

Dans les expériences menées à Pise, les résonances brillantes ont été observées sur les transitions fermées $F_g = F \rightarrow F_e = F+1$ de la raie D₂ du rubidium. Une configuration de type Hanle a été utilisée, avec un faisceau laser polarisé linéairement et un champ magnétique parallèle à la direction de propagation de la lumière. Dans notre analyse théorique nous avons considéré cette même configuration, indiquée comme $(\text{lin}, \vec{k} \parallel \vec{B})$. Pour cette configuration, la transition la plus simple qui conduit au phénomène des résonances brillantes est la transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ (Fig. I.9).

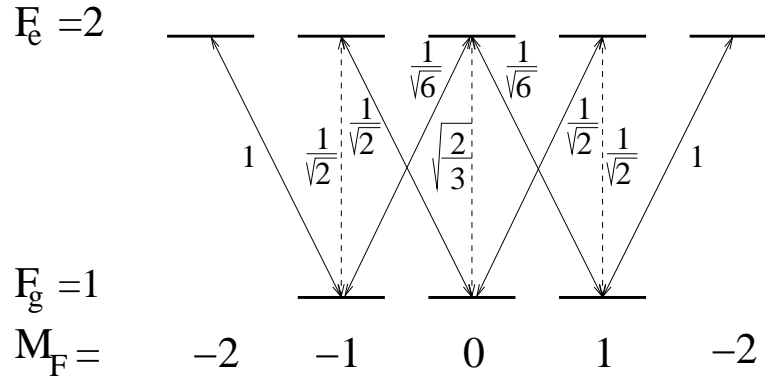


Figure I.9: Schéma d'interaction pour une transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ résonante avec lumière polarisée linéairement, pour deux choix différents de la base atomique. Pour un axe de quantification parallèle au vecteur d'onde de la lumière, l'interaction avec la lumière correspond à des excitations σ_+ et σ_- (trait plein). Pour un axe de quantification parallèle à la polarisation de la lumière, une excitation π est produite (trait tireté).

Nous allons décrire le phénomène en considérant deux choix différents pour la base atomique. Choisissons d'abord l'axe de quantification parallèle à la polarisation de la lumière. Dans cette base la lumière ne crée pas de couplage entre les sous-niveaux Zeeman, et le phénomène des résonances brillantes peut être décrit en termes de redistribution de la population dans l'état fondamental. Pour un champ magnétique nul, les populations des sous-niveaux de l'état fondamental sont: $\Pi_{\pm 1} = 4/17$ et $\Pi_0 = 9/17$. Les atomes s'accumulent donc dans le sous-niveau le plus fortement couplé à la lumière (état brillant), produisant une intensité de fluorescence maximale. En présence d'un champ magnétique perpendiculaire à l'axe de quantification, les populations des sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont partiellement redistribuées, car les sous-niveaux Zeeman ne sont pas des états propres de l'Hamiltonien pour $B \neq 0$. Donc la population des sous-niveaux faiblement couplés à l'état excité augmente aux dépens de la population de l'état brillant.

Cette redistribution, qui correspond à une diminution du taux de fluorescence, explique le phénomène des résonances brillantes. Cette description reproduit facilement aussi la dépendance de l'amplitude de la résonance brillante avec la polarisation de la lumière d'excitation. En effet, on comprend immédiatement que dans le cas d'un champ laser polarisé circulairement il n'y a pas de résonance brillante pour un champ magnétique parallèle au vecteur d'onde de la lumière: les atomes s'accumulent dans le sous-niveau $M = +1$ de l'état fondamental, et un champ magnétique parallèle à l'axe de quantification ne produit pas de redistribution de la population atomique entre les différents sous-niveaux de l'état fondamental.

Si on choisit de décrire le phénomène en prenant le champ magnétique comme axe de quantification, la lumière correspond à une excitation σ_+ et σ_- et produit des cohérences Zeeman. Dans cette base, le phénomène des résonances brillantes est décrit en termes de création, à champ magnétique nul, d'une cohérence Zeeman ρ_{g-1g+1} de l'état fondamental et de sa destruction à champ magnétique non nul.

Les simulations numériques pour des transitions de moment angulaire plus grand (Fig. I.10) montrent une résonance brillante avec une amplitude de quelques pourcents du profil de fluorescence, en accord avec les observations expérimentales [16].

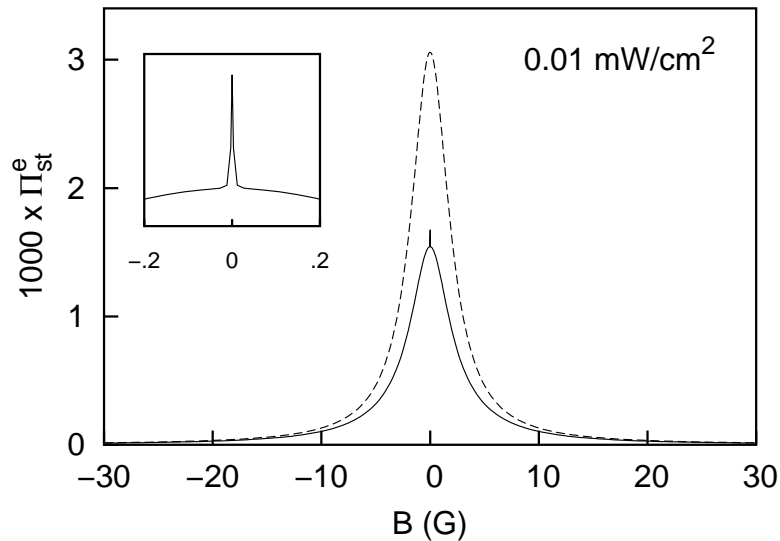


Figure I.10: Population stationnaire de l'état excité en fonction du champ magnétique B pour la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ de la raie D_2 de l'atome ^{87}Rb . Le trait plein correspond à lumière polarisée linéairement, le trait tireté à une polarisation circulaire.

Nous avons aussi étudié l'effet des résonances brillantes dans une autre configuration Hanle, qui conduit à des résonances d'amplitude beaucoup plus importante que dans la configuration $(\text{lin}, \vec{k} \parallel \vec{B})$. C'est la configuration $(\sigma, \vec{k} \perp \vec{B})$, avec un champ laser polarisé circulairement et un champ magnétique perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière [20]. Les résultats reportés en Fig. I.11 montrent bien que pour cette configuration

on observe une résonance brillante dont l'amplitude est comparable à l'amplitude du profil large de fluorescence.

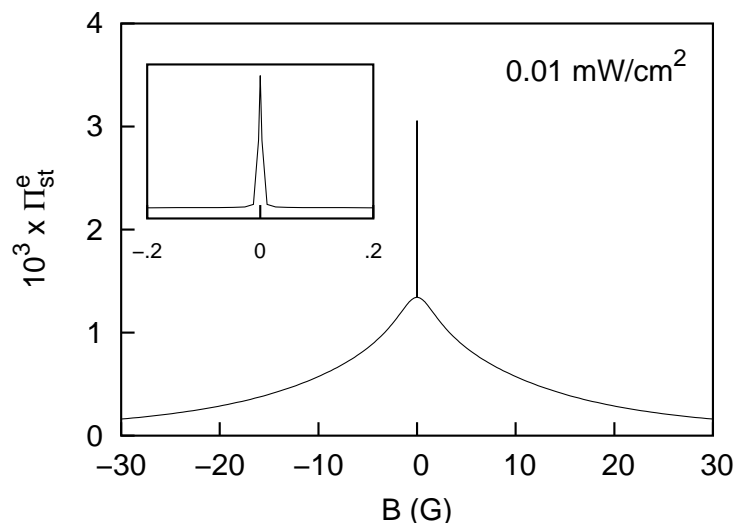


Figure I.11: Population stationnaire de l'état excité en fonction du champ magnétique B pour la transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ de la raie D_2 de l'atome ^{85}Rb . La configuration Hanle considérée est la $(\sigma, \vec{k} \perp \vec{B})$.

I.5 Transfert adiabatique et manipulation de la cohérence atomique

Pendant mon séjour post-doctoral à l'Université de Hambourg, j'ai commencé à collaborer avec le groupe de Stig Stenholm à Stockholm au sujet d'une application importante des états noirs : la technique de transfert cohérent de population par passage adiabatique. Cette technique, appelée le STIRAP de l'anglais "Stimulated Raman Adiabatic Passage", est basée sur l'existence d'un état noir dans un système à trois niveaux en configuration Λ . La population peut être transférée d'un état de départ $|i\rangle$ à l'état final $|f\rangle$ en utilisant deux impulsions laser. Ces impulsions sont appliquées dans l'ordre "contre-intuitif" : d'abord une impulsion (impulsion *Stokes*) couple l'état final $|f\rangle$ à l'état excité $|e\rangle$, ensuite une deuxième impulsion (impulsion *pompe*) couple l'état initial à $|e\rangle$ (Fig. I.12). Pour un choix approprié des amplitudes des deux impulsions, de leur durée et de leur recouvrement, l'état du système correspond à un état noir dépendant du temps qui coïncide avec $|i\rangle$ avant l'application de deux impulsions, et avec $|f\rangle$ après la séquence des impulsions. Donc le système évolue adiabatiquement de $|i\rangle$ à $|f\rangle$ sans occupation de l'état excité (qui en général peut se désexciter vers d'autres états par émission spontanée). Le transfert complet de population de $|i\rangle$ à $|f\rangle$ est ainsi obtenu.

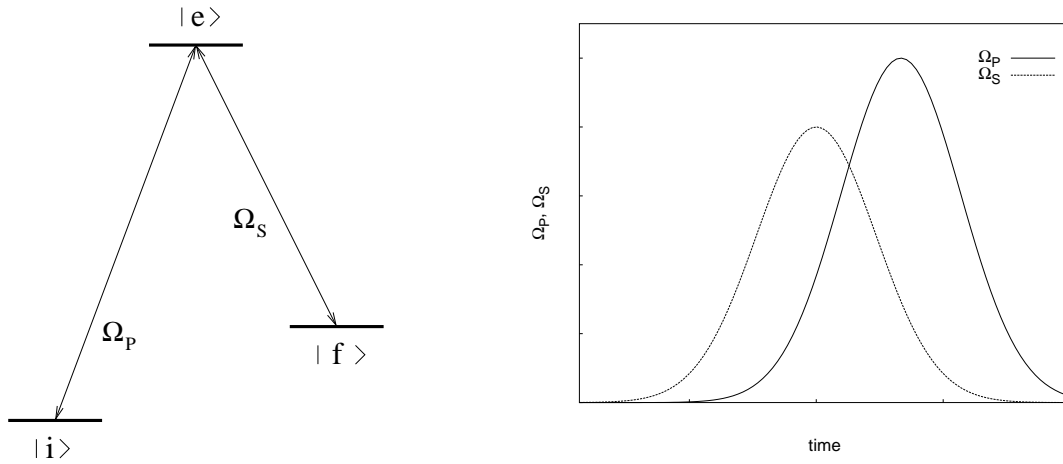


Figure I.12: Gauche: système de niveaux en Λ . Droite: séquence d'impulsions laser pour le transfert de population de $|i\rangle$ à $|f\rangle$.

Dans la formulation initiale du mécanisme STIRAP, un système préparé initialement dans un seul état quantique est transféré dans un autre état quantique. La technique STIRAP a été depuis généralisée, et plusieurs schémas pour la préparation de superpositions cohérentes [21, 22] et d'états intriqués [23] ont été introduits. Le but de mon travail de recherche a été de généraliser ultérieurement la technique de STIRAP à la manipulation des cohérences atomiques. En particulier, nous avons montré qu'il est possible de transférer la cohérence atomique par la méthode STIRAP [24] et nous avons introduit une nouvelle procédure, toujours basée sur la méthode STIRAP, pour effectuer la transformation la plus générale d'un système à deux niveaux [25].

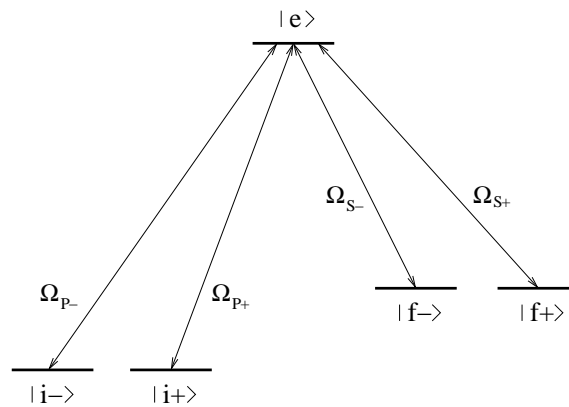


Figure I.13: Système atomique à cinq niveaux pour le transfert adiabatique de cohérence atomique.

Pour l'étude du transfert de la cohérence atomique, nous avons considéré un système

atomique à cinq niveaux (Fig. I.13). Les quatre sous-niveaux de l'état fondamental peuvent être couplés à un état excité commun par quatre impulsions laser différentes. Nous avons considéré un atome initialement préparé dans une superposition $|\psi_i\rangle$ de deux sous-niveaux de l'état fondamental (sous-niveaux $|i-\rangle$ et $|i+\rangle$) et nous avons examiné la possibilité d'appliquer STIRAP pour préparer l'atome dans une superposition $|\psi_f\rangle$ de deux autres sous-niveaux de l'état fondamental ¹. Nous avons démontré que pour des superpositions initiale $|\psi_i\rangle$ et finale $|\psi_f\rangle$ données, il est toujours possible de choisir les amplitudes et phases relatives des impulsions laser de façon à ce que l'atome évolue adiabatiquement de $|\psi_i\rangle$ à $|\psi_f\rangle$. Nous avons déterminé les conditions correspondantes nécessaires pour la séquence des impulsions laser.

Comme étape suivante dans la généralisation de STIRAP à la manipulation des superpositions, nous avons examiné la possibilité de réaliser des transformations unitaires $|\psi\rangle \rightarrow U|\psi\rangle$, avec U donné et $|\psi\rangle$ arbitraire, en utilisant une séquence composée de plusieurs opérations STIRAP. Dans le cas où $|\psi\rangle$ est une superposition de deux états, nous avons démontré qu'il est possible d'effectuer la rotation de $|\psi\rangle$ par STIRAP et nous avons donné les conditions nécessaires [25].

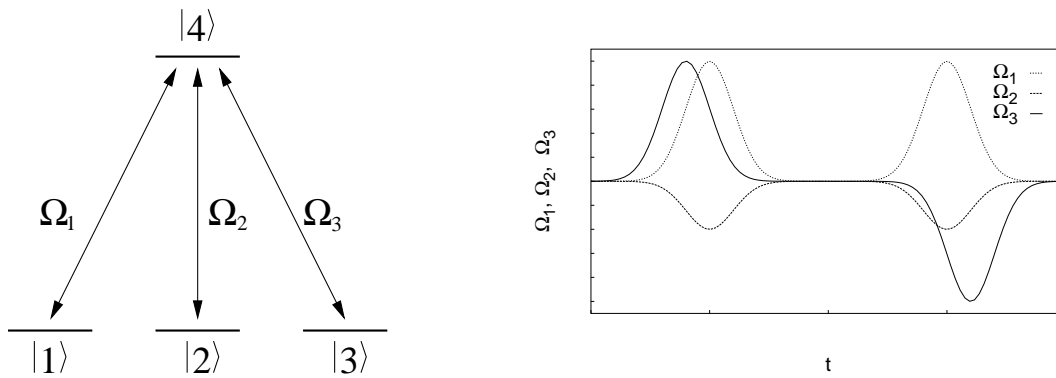


Figure I.14: Gauche: système atomique à quatre niveaux pour la rotation du qubit par STIRAP. Droite: séquence d'impulsions laser pour la rotation du qubit.

Notre schéma pour la rotation du qubit par STIRAP est basé sur un système atomique à quatre niveaux (Fig. I.14). Les trois sous-niveaux de l'état fondamental sont couplés via un seul état excité par différents champs laser (champs 1, 2, 3 de fréquences de Rabi Ω_1 , Ω_2 et Ω_3). Deux de ces sous-niveaux ($|1\rangle$ et $|2\rangle$) définissent le qubit, tandis que le troisième sous-niveau (niveau $|3\rangle$) est un état auxiliaire occupé seulement dans la phase intermédiaire de la procédure de transformation du qubit. Les deux champs laser 1 et 2 ont essentiellement la même forme: $\Omega_1(t) = \Omega(t) \cos \chi$, $\Omega_2(t) = \Omega(t) \exp(i\eta) \sin \chi$, avec χ et η donnés.

¹Il est intéressant de noter qu'en l'absence de cohérence entre les sous-niveaux le transfert de population d'un couple de sous-niveaux à un autre est impossible, sauf dans le cas où le système peut être réduit à deux systèmes Λ indépendants.

Le but est de mettre en oeuvre la rotation du qubit $|i\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$ autour de l'axe $\vec{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ d'un angle ζ , de façon à obtenir

$$|f\rangle = R_n(\zeta)|i\rangle \quad (\text{I.10})$$

avec $R_n(\zeta)$ l'élément du groupe SU_2 défini par:

$$R_n(\zeta) = \exp\left(-i\frac{\zeta}{2}\vec{n} \cdot \vec{\sigma}\right) \quad (\text{I.11})$$

où $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ sont les opérateurs de spin de Pauli: $\sigma_x = |1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|$, $\sigma_y = i(|2\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 2|)$ et $\sigma_z = |1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|$.

Notre procédure de rotation est constituée de deux opérations STIRAP. Dans la première opération STIRAP les champs 1 et 2 sont les champs pompes, avec le champ 3 qui joue le rôle du champ Stokes. Dans cette opération STIRAP, le champ 3 a la même phase que les champs 1 et 2. Les impulsions sont appliquées dans l'ordre contre-intuitif, avec l'impulsion Stokes qui précède les impulsions pompes. Le processus de transfert peut être décrit de façon transparente dans la base des états couplés/non-couplés pour le sous-espace de Hilbert engendrés par les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$. Dans ce sous-espace, les champs pompes définissent un état non-couplé:

$$|NC\rangle = -\sin \chi|1\rangle + \exp(i\eta) \cos \chi|2\rangle . \quad (\text{I.12})$$

Son état orthogonal (état couplé) s'écrit:

$$|C\rangle = \cos \chi|1\rangle + \exp(i\eta) \sin \chi|2\rangle . \quad (\text{I.13})$$

La composante selon $|NC\rangle$ du qubit de départ $|i\rangle$ n'est pas changée par la première opération STIRAP, tandis que la composante selon $|C\rangle$ est transférée à l'état auxiliaire $|3\rangle$. On obtient donc:

$$|i\rangle = \langle NC|i\rangle|NC\rangle + \langle C|i\rangle|C\rangle \rightarrow |\psi\rangle = \langle NC|i\rangle|NC\rangle - \langle C|i\rangle|3\rangle . \quad (\text{I.14})$$

Donc l'effet de cette première opération STIRAP est de décomposer l'état $|i\rangle$ selon les états $|C\rangle$ et $|NC\rangle$, avec la composante selon $|C\rangle$ transférée vers l'état auxiliaire $|3\rangle$.

Dans la deuxième opération STIRAP, la composante selon $|3\rangle$ est ramenée vers l'état couplé $|C\rangle$, mais avec une différence de phase. Cela est obtenu en appliquant les impulsions 1, 2, 3 dans l'ordre inverse, avec les impulsions 1 et 2 qui précèdent l'impulsion 3. Les champs 1 et 2 ont la même fréquence de Rabi que dans la première opération STIRAP. Le champ 3 a une phase différente par rapport à la première opération STIRAP. Soit δ la phase relative du champ 3 par rapport aux champs 1 et 2. Cette opération STIRAP ramène la composante selon $|3\rangle$ vers l'état $|C\rangle$:

$$\langle 3|\psi\rangle|3\rangle \rightarrow \exp(-i\delta)\langle 3|\psi\rangle|C\rangle . \quad (\text{I.15})$$

Donc on obtient:

$$|\psi_f\rangle = \langle NC|i\rangle|NC\rangle + \exp(-i\delta)\langle C|i\rangle|C\rangle \quad (\text{I.16})$$

qui, en utilisant (I.12,I.13), peut être écrit comme

$$|\psi_f\rangle = \exp(-i\delta/2)R_n(\delta)|i\rangle \quad (\text{I.17})$$

avec $\vec{n} = (\sin 2\chi \cos \eta, \sin 2\chi \sin \eta, \cos 2\chi)$. A part la phase globale $-\delta/2$, nous avons bien obtenu la rotation de l'état $|i\rangle$.

Cette procédure a une interprétation géométrique simple: l'axe de rotation, défini par Ω_1 et Ω_2 n'est pas modifié par la rotation. L'état orthogonal $|C\rangle$ est au contraire tourné autour de $|NC\rangle$ d'un angle δ .

I.6 Piégeage cohérent d'électrons dans des boîtes quantiques semiconductrices

Nous avons vu que la création de cohérence à des basse fréquence produit une modification importante de la fluorescence atomique. Cohérences à basse fréquence peuvent aussi être utilisées pour contrôler l'évolution d'un système quantique de façon robuste et précise (méthode STIRAP, Section I.5). Enfin, les propriétés d'absorption et de dispersion d'un milieu atomique peuvent être contrôlées par la création de cohérences Zeeman. De cette façon, on peut rendre un milieu atomique transparent à un champ laser proche de résonance ("Electromagnetically-induced transparency" - EIT [26]) et obtenir la propagation à travers le milieu d'impulsions de lumière avec des vitesse de groupe très faibles ("Slow light" [27]).

Vu les résultats remarquables en physique atomique, une activité considérable s'est récemment développée pour comprendre si des cohérences à basse fréquence peuvent être établies aussi dans des milieux différents. En particulier, plusieurs investigations ont été consacrées à l'identification de matériaux à l'état solide, et notamment de matériaux semi-conducteurs, favorables pour la création de cohérence à basse fréquence [28-30]. Parmi les structures considérées, les boîtes quantiques à semi-conducteur semblent être un des systèmes les plus prometteurs pour le transfert de ces concepts de physique atomique, en conséquence du fait que le spectre d'énergie des boîtes quantiques est discret. Dans ce domaine, beaucoup de travail a été déjà fait pour les systèmes électron-trou dans des boîtes quantiques excitées par champ laser, et la préparation de ce système dans une superposition d'états a été publiée récemment [31].

Pendant mon séjour post-doctoral à l'Université de Hambourg, j'ai eu la possibilité de discuter du problème de l'établissement des cohérences à basse fréquence dans des boîtes quantiques avec Tobias Brandes, du Laboratoire de Physique Théorique de la même Université. Nous avons ensuite développé un projet de recherche sur ce sujet, en profitant aussi

de la collaboration d'un expérimentateur de ce domaine: Robert Blick, de l'Université de Munich. Comme système physique, nous avons considéré des boîtes quantiques à un seul électron couplées par effet tunnel, comme celles réalisées et étudiées à Munich par le groupe de Robert Blick et dont un exemple est donné en Fig. I.15.

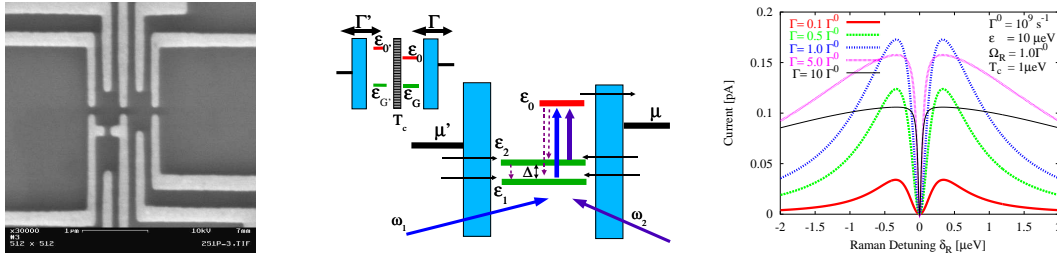


Figure I.15: Gauche: Dispositif à un seul électron constitué par trois boîtes quantiques couplées par effet tunnel. Centre: Schéma des niveaux pour deux boîtes quantiques couplées par effet tunnel et dans le régime de blocage de Coulomb. Droite: Résonance noire dans le courant tunnel à travers la double boîte quantique pour différents taux de transmission $\Gamma = \Gamma'$.

Ces structures sont habituellement étudiées par spectroscopie de transport, c'est à dire en observant le courant à travers le système des boîtes quantiques couplées en fonction du potentiel appliqué à la structure [32].

Dans une série de travaux [33-35], nous avons étudié les modifications des propriétés de transport à travers des boîtes quantiques couplées par effet tunnel produites par les cohérences à basse fréquence entre états quantiques différents. Nous avons montré que la cohérence quantique peut modifier complètement les propriétés de transport, et nous avons proposé de nouveaux mécanismes de transport basés sur l'interférence quantique.

En particulier, nous avons suggéré [33] que le piégeage cohérent d'électrons dans les "atomes artificiels" (boîtes quantiques) peut être obtenu par irradiation avec deux sources de micro-ondes et détecté en observant le courant à travers la structure semi-conductrice en fonction du désaccord Raman. Le montage nécessaire pour l'expérience proposée est le même que celui déjà utilisé à Munich pour étudier les oscillations de Rabi dans des boîtes quantiques couplées [36].

L'effet de piégeage cohérent d'électrons apparaît dans une double boîte quantique dans le régime de blocage de Coulomb. Dans ce régime, l'espace de Hilbert du système est engendré par l'état du "vide" à N électrons, et les états à $N+1$ électrons. Les deux états

fondamentaux à $N+1$ électrons $|G\rangle$ et $|G'\rangle$ ont une différence d'énergie $\epsilon = \epsilon_G - \epsilon_{G'}$ et s'hybrident dans les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$ (Fig. I.15, centre). Les deux premiers états excités de même nombre d'électrons ($N+1$) sont indiqués par $|0\rangle$ (état localisé dans la boîte quantique de droite) et $|0'\rangle$ (gauche). Nous admettons que la différence d'énergie $\epsilon_0 - \epsilon_{0'}$ est beaucoup plus grande de T_c , l'élément de matrice de couplage par effet tunnel, de façon à négliger l'hybridation entre $|0\rangle$ et $|0'\rangle$. Les sources d'électrons couplées à la structure semi-conductrice ont des potentiels chimiques μ (source de droite) et μ' (gauche) tels que les électrons peuvent passer des sources aux états fondamentaux (vides) $|G\rangle$ et $|G'\rangle$ par effet tunnel, mais peuvent quitter la structure seulement à travers l'état excité $|0\rangle$, le passage des électrons de $|G\rangle$ et $|G'\rangle$ aux sources étant supprimé (blocage de Pauli). Le taux de transmission des électrons de la source de droite (respectivement de gauche) dans la structure est noté Γ (respectivement Γ') et sont, par simplicité, considérés comme indépendants de l'énergie.

La structure est irradiée par deux sources de micro-ondes, qui couplent les transitions $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ et $|2\rangle \rightarrow |0\rangle$. Nous avons calculé le courant à travers la structure en tenant compte du processus de désexcitation, à un taux Γ^0 , de $|0\rangle$ par émission de phonons acoustiques et pour un choix de paramètres de la structure semi-conductrice correspondant aux structures réalisées et étudiées à Munich. Le résultat de nos calculs pour le courant I en fonction du désaccord Raman δ_R (Fig. I.15, droite) montre bien qu'à résonance multiphoton, l'électron est piégé dans l'état fondamental, et que le transport d'électrons à travers la structure est supprimé.

Chapitre II

Dynamique d'atomes dans des réseaux optiques

Cette deuxième partie de mon mémoire résume mon travail de recherche dans le domaine des atomes froids, effectué au Laboratoire Kastler Brossel. Tous les résultats exposés dans cette partie ont été obtenus au sein de l'Equipe Optique Non-Linéaire de Gilbert Grynberg.

Pendant cette période, le thème principal de ma recherche a été l'étude de la dynamique des atomes dans des réseaux optiques dissipatifs. Nous avons examiné plusieurs facettes de ce problème. D'abord nous avons étudié la diffusion spatiale des atomes dans le réseau [37]. Dans ce premier travail, nous avons pu vérifier plusieurs propriétés fondamentales du transport des atomes dans le réseau. En particulier, nous avons observé que le mouvement des atomes correspond à un régime de diffusion normale, et nous avons mesuré les coefficients de diffusion. D'un point de vue technique, pendant cette étude nous avons mis au point le système d'imagerie qui a été un outil essentiel dans toutes les expériences suivantes.

Nous avons ensuite abordé le problème du lien entre la diffusion spatiale et la résonance Rayleigh [38]. Il a été suggéré récemment que la résonance Rayleigh peut être utilisée comme sonde du transport des atomes dans un réseau [39, 40], et des valeurs pour les coefficients de diffusion ont été déduits des mesures de la largeur de la raie Rayleigh [39]. Or, la validité de cette méthode n'a jamais été prouvée. Nous avons montré que la largeur de la raie Rayleigh ne correspond pas à une mesure des coefficients de diffusion spatiale, et qu'au contraire la grandeur correspondant à cette largeur de raie est le taux de relaxation de la température.

Ensuite, nous avons étudié les modes de propagation dans les réseaux optiques où les atomes se déplacent à une vitesse bien définie. Le résultat principal de cette étude a été l'observation *directe* de ces modes [41, 42]. Dans un travail ultérieur, nous nous sommes

intéressés au problème de l'excitation des modes de transport [43, 44]. Nous avons montré que le même mode peut être excité par différents schémas d'excitation. Selon le schéma utilisé, l'excitation du mode produit ou non une résonance dans le spectre d'absorption du milieu atomique. Ce résultat nous a permis de comprendre de façon certaine le lien entre les propriétés optiques du milieu atomique et la dynamique des atomes.

Dans une dernière série d'expériences, les réseaux optiques dissipatifs nous ont servi comme système modèle pour étudier le rôle du bruit dans les systèmes non-linéaires. En particulier, nous avons observé le phénomène de résonance stochastique sur les modes de propagation [42]. Cette observation représente la première réalisation du régime de résonance stochastique dans un système périodique. Ensuite, nous avons étudié la rectification des fluctuations dans un potentiel symétrique, avec un mouvement dirigé des atomes résultant de la brisure de la symétrie temporelle du système [45].

II.1 Réseaux optiques: généralités

La dynamique des atomes dans un réseau optique dissipatif est normalement décrite en termes de refroidissement et de piégeage des atomes au fond des puits de potentiel. Nous rappelons ici le principe du refroidissement Sisyphé [46]. Considérons une transition $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$ couplée à deux champs laser avec la même amplitude et la même longueur d'onde λ , polarisés linéairement et contrapropageants. Ces champs laser sont désaccordés sur le rouge de la transition atomique et ont des polarisations perpendiculaires (configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$, Fig. II.1(a)):

$$\vec{E}_1(z, t) = \vec{e}_x \frac{E_0}{2} \exp[i(kz - \omega t)] + c.c. \quad (\text{II.1})$$

$$\vec{E}_2(z, t) = \vec{e}_y \frac{E_0}{2} \exp[i(-kz - \omega t + \phi)] + c.c. \quad (\text{II.2})$$

où $k = 2\pi/\lambda$ et $\omega = kc$ sont le vecteur d'onde et la fréquence du champ laser. Le champ électrique total s'écrit donc:

$$\vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t) = [E_+(z)\vec{e}_+ + E_-(z)\vec{e}_-] \exp(-i\omega t) + c.c. \quad (\text{II.3})$$

où, en éliminant la phase relative à travers un choix approprié de l'origine des coordonnées spatiale et temporelle, E_+ et E_- sont donnés par:

$$E_+(z) = -i \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin kz \quad (\text{II.4})$$

$$E_-(z) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos kz. \quad (\text{II.5})$$

La superposition de ces deux champs laser produit donc un champ électrique caractérisé par une intensité constante et un gradient spatial d'ellipticité de période $\lambda/2$. Ce gradient d'ellipticité produit une modulation périodique des déplacements lumineux des

sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental ("potentiels optiques", Fig. II.1(b)). Plus précisément, pour une transition $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$ l'opérateur des déplacements lumineux est diagonal dans la base $|g, \pm 1/2\rangle$, avec comme valeurs propres

$$U_+ = 2\hbar\Delta'_0 \left(\frac{I^+}{I} + \frac{I^-}{3I} \right) \quad (\text{II.6})$$

$$U_- = 2\hbar\Delta'_0 \left(\frac{I^-}{I} + \frac{I^+}{3I} \right), \quad (\text{II.7})$$

où Δ'_0 est le déplacement lumineux par faisceau pour une transition de Clebsch-Gordan égal à 1, $I^\pm = |E_\pm|^2$ sont les intensités des composantes circulaires droite et gauche, et $I = I^- + I^+$ est l'intensité totale. En utilisant les expressions (II.4,II.5), les déplacements lumineux peuvent être écrits comme

$$U_\pm = \frac{U_0}{2} [-2 \pm \cos kz] \quad (\text{II.8})$$

où

$$U_0 = -\frac{4}{3}\hbar\Delta'_0 \quad (\text{II.9})$$

est la profondeur du puits de potentiel (Fig. II.1).

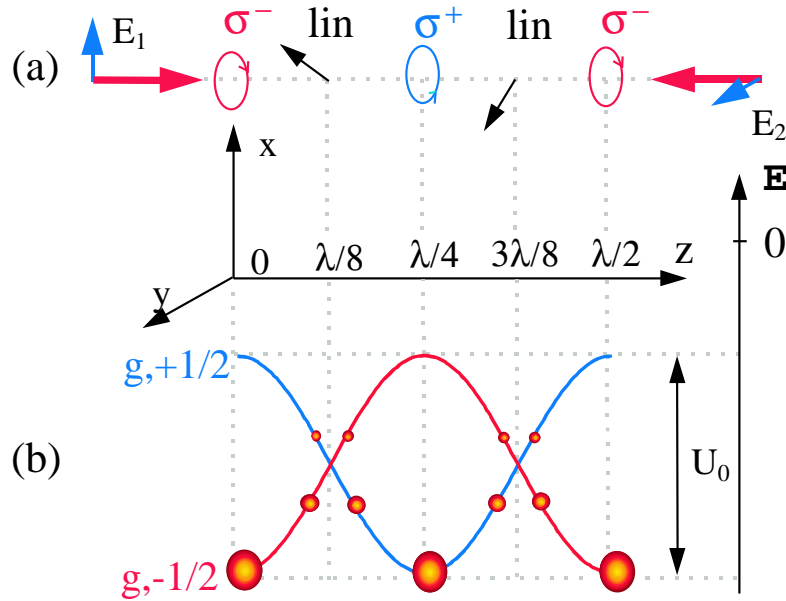


Figure II.1: (a): Configuration de faisceaux dite lin⊥lin, et gradient d'ellipticité résultant. (b): Déplacements lumineux des sous-niveaux Zeeman $|g, \pm 1/2\rangle$ de l'état fondamental dans le cas d'une transition $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$.

Le refroidissement Sisyphé est engendré par l'action combinée des déplacements lumineux et du pompage optique. Le principe est indiqué sur la Figure II.2. Considérons

un atome se déplaçant dans la direction z avec une vitesse positive, et initialement en $z = 0$ dans l'état $|g, -1/2\rangle$. En se déplaçant dans la direction des z positifs, l'atome gravit la courbe de potentiel sur laquelle il se trouve. Cela a deux conséquences : d'une part, une partie de l'énergie cinétique de l'atome est transformée en énergie potentielle ; d'autre part, la composante σ^+ de la lumière augmente, ce qui implique l'augmentation du taux de pompage optique vers le niveau $|g, +1/2\rangle$. Au sommet de la colline de potentiel ($\lambda = z/4$) la polarisation de la lumière est purement σ^+ , et l'atome a une très forte probabilité d'être pompé dans l'autre sous-niveau $|g, +1/2\rangle$. Le passage de l'atome vers le sous-niveau $|g, +1/2\rangle$ s'accompagne d'une perte d'énergie potentielle, qui est emportée par le photon spontanément émis. Ce processus se réitère jusqu'à ce que l'atome n'ait plus l'énergie suffisante pour atteindre le sommet d'une colline de potentiel, et qu'il reste piégé dans un puits. On obtient de cette façon ce qu'on appelle un "réseau optique" : un ensemble d'atomes localisés dans un réseau périodique de puits de potentiel. Il faut remarquer que les atomes se localisent aux sites où leur interaction avec la lumière est maximale, avec des cycles d'absorption-émission entre $|g, +1/2\rangle$ et $|e, +3/2\rangle$ pour les puits σ^+ , et entre $|g, -1/2\rangle$ et $|e, -3/2\rangle$ pour les puits σ^- . C'est à cause de cette propriété que ce type de réseaux est appelé *réseau brillant*.

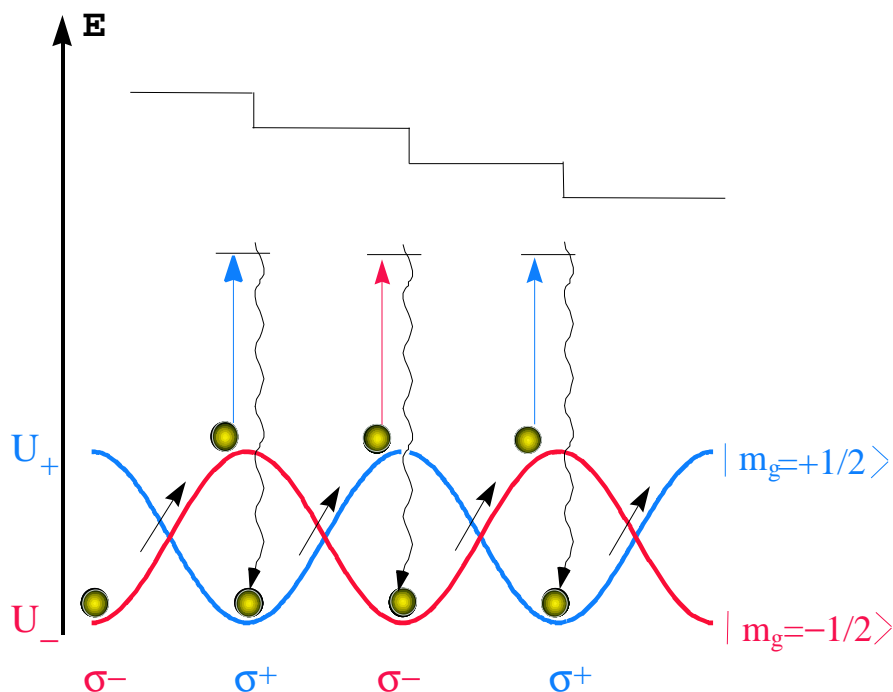


Figure II.2: Principe du mécanisme de refroidissement Sisyphus.

La configuration lin \perp lin se généralise directement à trois dimensions : chacun des faisceaux contrapropageants est scindé en deux faisceaux de même polarisation, se propageant dans le plan perpendiculaire à leur polarisation, et symétriques par rapport à l'axe de la configuration unidimensionnelle. Le schéma des faisceaux pour cette configuration lin \perp lin

à 3D est représenté sur la figure II.3. Cette géométrie de faisceaux produit un potentiel optique tridimensionnel, dont les puits sont alternativement polarisés σ^+ et σ^- , comme dans la configuration lin \perp lin 1D. Pour le cas d'une transition atomique $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$ on a tracé deux coupes de la nappe du potentiel U_- , la nappe du potentiel U_+ étant obtenue par translation spatiale, sur la Figure II.3, selon xOy et xOz respectivement. Les périodes spatiales pour cette configuration valent:

$$\lambda_x = \frac{\lambda}{\sin \theta_x} \quad (\text{II.10})$$

$$\lambda_y = \frac{\lambda}{\sin \theta_y} \quad (\text{II.11})$$

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \theta_x + \cos \theta_y} . \quad (\text{II.12})$$

Les expériences qui font l'objet de ce mémoire ont été effectuées soit avec un réseau 1D, soit avec un réseau 3D avec $\theta_x = \theta_y \equiv \theta$. Dans ce dernier cas, les directions x et y sont équivalentes, et les pas du réseau sont $\lambda_{x,y} = \lambda/\sin \theta$, $\lambda_z = \lambda/(2 \cos \theta)$.

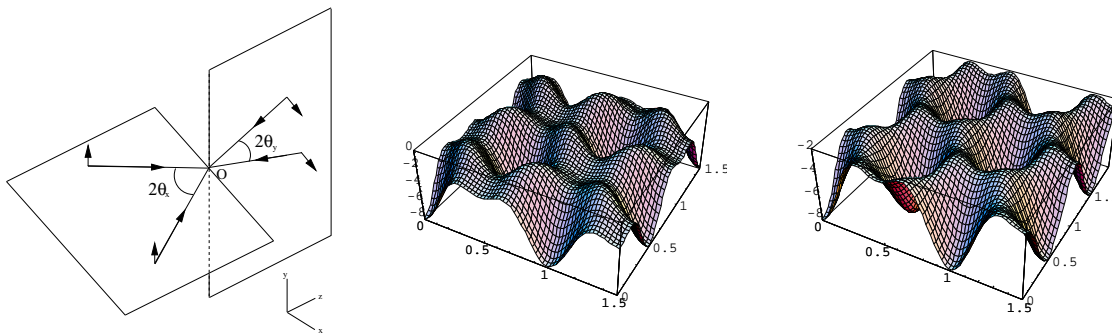


Figure II.3: Gauche: Schéma de faisceaux en configuration lin \perp lin 3D. Coupes de la nappe de potentiel U_- dans le plan xOy (centre) et dans le plan xOz (droite) pour la même configuration et une transition atomique $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$.

II.2 Diffusion spatiale

Le point de départ de notre étude de la dynamique des atomes dans les réseaux optiques brillants a été l'étude de la diffusion spatiale. Deux mécanismes différents peuvent conduire à un mouvement diffusif des atomes dans le réseau. Le premier mécanisme est montré en Fig. II.4: le pompage optique entre sous-niveaux de l'état fondamental

peut faire passer un atome d'un puits de potentiel à un puits voisin, qui correspond à un potentiel lumineux différent. Un deuxième mécanisme correspond au chauffage des atomes produit par le recul associé au cycle de fluorescence. En effet, l'augmentation en énergie cinétique produite par plusieurs cycles de fluorescence peut permettre à l'atome de quitter le puits de potentiel dans lequel il était initialement piégé. Dans ce cas, la diffusion spatiale n'est pas associée au pompage optique entre différents sous-niveaux de l'état fondamental.

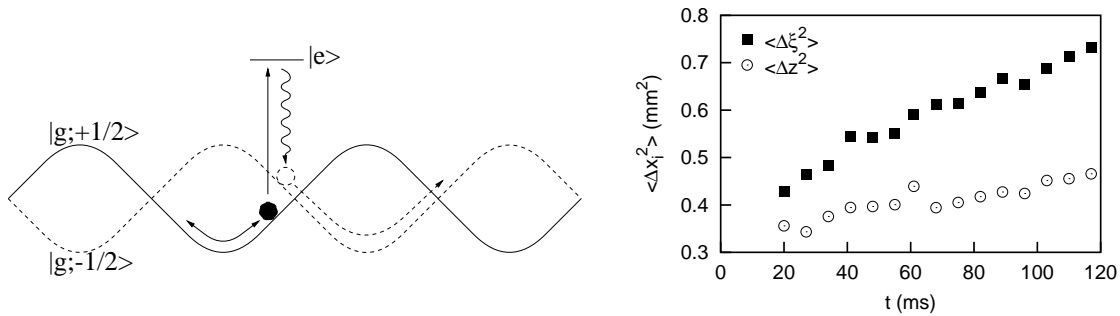


Figure II.4: Gauche: Processus de diffusion spatiale produit par le pompage optique entre différents sous-niveaux de l'état fondamental. Droite: Résultats expérimentaux pour l'évolution du nuage atomique dans le réseau optique. Les déplacements quadratiques moyens dans les directions z et ξ sont reportés en fonction de la durée t du réseau.

Nous avons observé l'expansion du nuage atomique dans le réseau optique à l'aide d'une caméra CCD. Les directions x et y étant équivalentes dans notre réseau, nous avons choisi, pour des raisons d'accès optique au nuage atomique, de prendre les images dans le plan ξOz , où ξ est l'axe dans le plan xOy qui forme un angle de 45° avec les axes x et y . Nous avons vérifié que le profil du nuage est bien approché par une fonction gaussienne. A partir des images du nuage atomique, nous avons estimé les déplacements quadratiques moyens $\langle \Delta z^2 \rangle$ et $\langle \Delta \xi^2 \rangle$ dans les directions z et ξ . L'évolution de $\langle \Delta z^2 \rangle$ et $\langle \Delta \xi^2 \rangle$ au cours du temps (Fig. II.4, droite) montre que l'expansion du nuage correspond bien à une diffusion normale, caractérisée par une dépendance des déplacements quadratiques moyens linéaire en temps:

$$\langle \Delta x_i^2 \rangle = 2D_{x_i}t + \text{constante} \quad (x_i = z, \xi) . \quad (\text{II.13})$$

Nous avons de cette façon déterminé les coefficients de diffusion spatiale D_z et D_ξ en fonction de l'intensité et du désaccord des faisceaux du réseau. Un exemple des résultats de nos mesures est reproduit en Fig. II.5.

Ces résultats pour les coefficients de diffusion spatiale vont être essentiels pour comprendre le lien entre la diffusion Rayleigh et la dynamique des atomes dans un réseau optique.

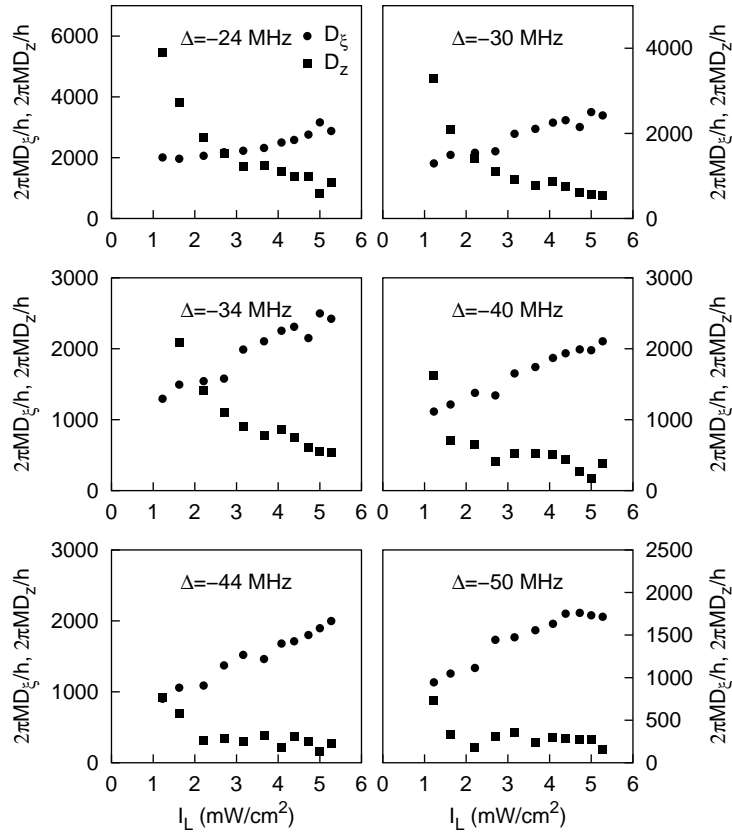


Figure II.5: Coefficients de diffusion spatiale dans les directions z et ξ en fonction de l'intensité des faisceaux du réseau, pour différents désaccords Δ à la résonance atomique. Pour cette série de mesures l'angle du réseau valait $\theta = 30^\circ$.

II.3 Résonances Rayleigh et dynamique atomique

Dès les premières études des réseaux optiques, la spectroscopie pompe-sonde a été un outil essentiel pour la compréhension de leurs propriétés. En effet, la plupart des informations sur les modes propres et sur les mécanismes de relaxation dans les réseaux optiques ont été obtenues grâce à cette technique.

Dans le cadre de l'étude de la dynamique des atomes dans les réseaux optiques, nous avons abordé le problème de l'interprétation de la diffusion Rayleigh stimulée (diffusion quasi-élastique), dans le but d'éclaircir le lien, suggéré dans des travaux précédents [39, 40], entre la résonance Rayleigh et le transport des atomes dans les réseaux optiques.

Considérons d'abord la relation générale entre la largeur de la résonance Rayleigh et le taux de relaxation de l'observable atomique excité dans le processus optique induit par le faisceau sonde et le faisceau pompe. L'interférence entre le faisceau sonde et le

faisceau pompe correspond à une modulation de l'intensité ou de la polarisation de la lumière (ou des deux), qui se déplace à une vitesse proportionnelle au désaccord δ entre la sonde et la pompe. Les atomes cherchent à se réadapter en permanence à cette figure d'interférence, et un réseau d'une observable atomique (typiquement densité, aimantation ou température) est ainsi créé. A cause du temps de réponse fini du milieu atomique, le réseau de matière est décalé en phase par rapport à la figure d'interférence de la lumière. Donc le faisceau pompe peut être diffracté sur le réseau de matière dans la direction de la sonde, produisant ainsi une modification de sa transmission. Il est donc clair qu'il doit être possible de déduire des informations sur le temps de réponse atomique du spectre de transmission de la sonde. Plus précisément, si nous admettons qu'une seule observable atomique est excitée dans le processus optique, et que l'évolution de cette observable est caractérisée par un seul taux de relaxation γ , on peut montrer [48] que le spectre d'absorption $g(\delta)$ de la sonde a la forme d'une dispersion

$$g(\delta) \propto \frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} \quad (\text{II.14})$$

de largeur 2γ .

Revenons maintenant au problème spécifique des résonances Rayleigh dans les réseaux optiques. Dans ce cas, un faisceau sonde polarisé linéairement selon y est introduit le long de l'axe z , les faisceaux du réseau jouant le rôle de la pompe. Un spectre typique de la transmission de la sonde est représenté sur la Fig. II.6, avec un agrandissement de la résonance Rayleigh dans l'encadré.

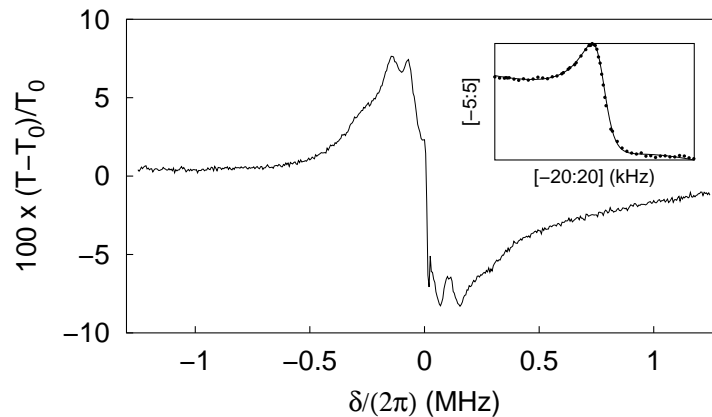


Figure II.6: Transmission de la sonde en fonction du désaccord δ entre la sonde et le réseau.

Le but de notre travail sur la résonance Rayleigh a été d'identifier l'observable atomique dont le taux de relaxation correspond à la largeur de la raie Rayleigh. Le point de départ de notre analyse a été la suggestion que la résonance Rayleigh peut être utilisée comme sonde de transport des atomes dans le réseau [39, 40]; selon cette idée, des valeurs pour

les coefficients de diffusion ont été déduits des mesures de la largeur de la raie Rayleigh [39]. En effet, si on admet que la seule observable atomique excitée dans le processus optique déterminé par le faisceau sonde et les faisceaux du réseau optique est la *densité*, on peut exploiter le fait que le processus de relaxation de la densité atomique est la diffusion spatiale (les atomes doivent se déplacer pour détruire un réseau de densité), et déduire une relation entre la largeur de la raie Rayleigh et les coefficients de diffusion. Plus précisément, pour un réseau 3D lin \perp lin et une sonde, polarisée selon y , se propageant dans la direction z , on attend une largeur de la raie Rayleigh égale au taux de relaxation de la densité atomique, donné par

$$\gamma_D = D_x(k \sin \theta)^2 + D_z k^2 (1 - \cos \theta)^2 . \quad (\text{II.15})$$

Pour vérifier si la largeur de la raie Rayleigh est réellement égale au taux γ_D , nous avons mesuré la largeur $2\gamma_R$ de la résonance Rayleigh dans le spectre d'absorption de la sonde pour plusieurs choix des paramètres du réseau. Les résultats de ces mesures sont portés sur la Fig. II.7 (gauche). En utilisant les valeurs pour D_x et D_z obtenues par imagerie (voir Section II.2) nous avons ensuite déduit de la relation (II.15) le taux γ_D . Les résultats pour γ_D sont montrés en Fig. II.7 (droite). On remarque immédiatement que γ_R et γ_D diffèrent par plusieurs ordres de grandeur. On peut donc conclure que la largeur de la raie Rayleigh n'est pas égale au taux de relaxation de la densité atomique, et donc la densité atomique n'est pas la seule observable excitée dans le processus optique considéré.

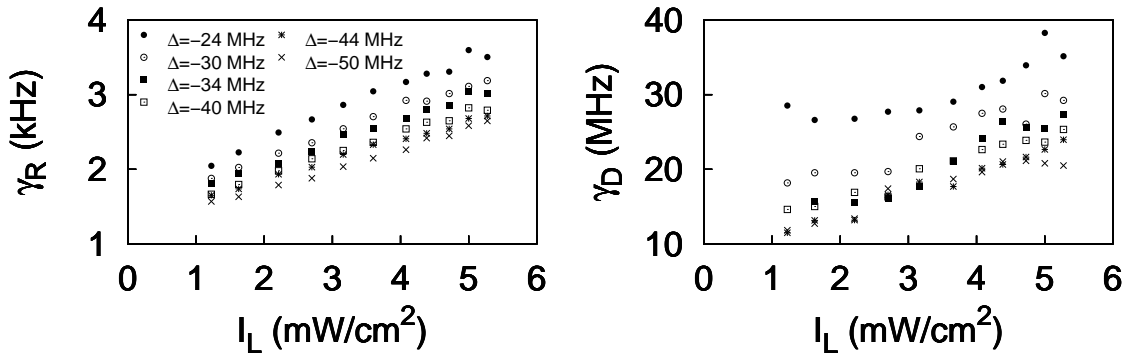


Figure II.7: Gauche: Résultats expérimentaux pour la demi-largeur de la raie Rayleigh. Droite: Taux de relaxation γ_D de la densité atomique déduit des coefficients de diffusion spatiale par l'Eq. II.15.

Pour conclure notre analyse, nous avons identifié l'observable atomique dont le taux de relaxation correspond à la largeur de la raie Rayleigh. A travers des simulations Monte Carlo semiclassiques nous avons en effet démontré que la largeur γ_R de la raie Rayleigh est liée au taux de relaxation de l'énergie cinétique des atomes par la relation

$$\gamma_R = 0.13(\pm 0.04)\omega_R + 0.25(\pm 0.02)\Gamma_{T_z} , \quad (\text{II.16})$$

où ω_R est la fréquence de recul et Γ_{T_z} le taux de relaxation de la température (ou taux de refroidissement) dans la direction z . Donc la résonance Rayleigh n'est pas une sonde du transport des atomes dans le réseau, mais fournit une mesure du taux de refroidissement.

II.4 Détection directe des modes de propagation

Nous avons vu qu'après une phase de thermalisation caractérisée par une diminution importante de l'énergie cinétique, le mouvement des atomes dans un réseau optique dissipatif correspond à un régime de diffusion normale (Section II.2). Au niveau microscopique, cela correspond à une marche au hasard produite par le pompage optique entre potentiels optiques différents (Figure II.4, gauche). Même si cette marche au hasard est le processus de transport dominant, elle n'est pas le seul processus de transport dans un réseau optique. En particulier, il y a des modes de propagation, appelés modes Brillouin par analogie avec les modes de propagation en matière condensée, qui correspondent à la propagation des atomes à travers le réseau à une vitesse bien définie.

Les modes de propagation Brillouin dans les réseaux optiques ont été identifiés pour la première fois par des simulations Monte Carlo [47], dans le but d'expliquer l'origine de certaines résonances dans le spectre d'absorption des atomes piégés dans le réseau. Ces modes de propagation consistent de une succession de demi-oscillations dans un puits de potentiel suivies par un processus de pompage optique vers un puits adjacent (Fig. II.8).

La vitesse du mode Brillouin se calcule aisément si l'on néglige les corrections dues à l'anharmonicité du potentiel. La durée d'une demi-oscillation pour un atome est dans ce cas $\tau = \pi/\Omega_x$, où Ω_x est la fréquence de vibration selon x . Ceci correspond à une vitesse moyenne

$$\bar{v} = \frac{\lambda_x/2}{\tau} = \frac{\lambda\Omega_x}{2\pi \sin \theta}, \quad (\text{II.17})$$

où nous avons utilisé la relation $\lambda_x = \lambda/\sin \theta$ pour un réseau 3D.

Les modes de propagation dans les réseaux optiques ont été initialement détectés de façon indirecte: en observant les résonances dans le spectre de transmission d'un faisceau sonde dont la fréquence est balayée autour de la fréquence des faisceaux du réseau optique [47]. Dans une série d'expériences, nous avons démontré de façon *directe* l'existence de ces modes: en observant les modifications de la dynamique des atomes lorsque les modes de propagation sont excités. La modification de la dynamique des atomes a été détectée soit par la mesure des coefficients de diffusion [41], soit par l'observation du mouvement du centre de masse du nuage atomique [42]. Nous décrivons les deux méthodes séparément.

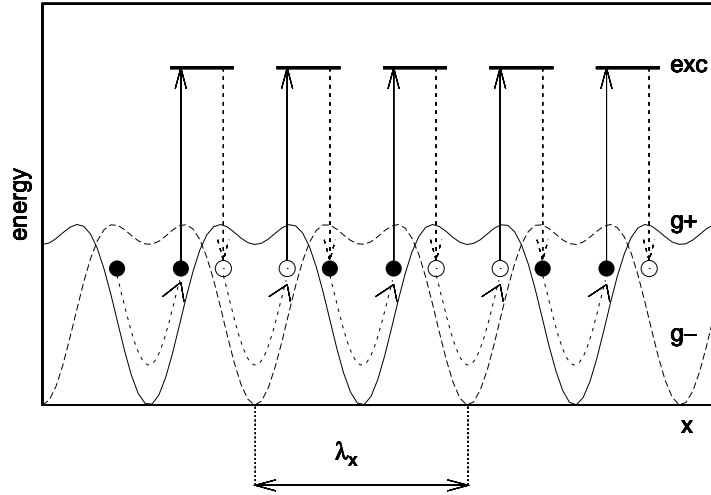


Figure II.8: Trajectoire atomique correspondant au mode de propagation Brillouin dans la direction x . Les courbes de potentiel (g_+ et g_-) sont la coupe selon $y = z = 0$ du potentiel lumineux pour une transition $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$ avec une configuration des faisceaux 3D $\text{lin} \perp \text{lin}$.

II.4.1 Détection des modes Brillouin par la mesure des coefficients de diffusion

Le schéma d'excitation du mode Brillouin est montré sur la Figure II.9 (gauche): on introduit un champ laser polarisé linéairement selon l'axe y , se propageant selon l'axe z . Ce champ sonde interfère avec les faisceaux du réseau copropageants. Une modulation de l'intensité de la lumière est ainsi créée. Ce réseau d'intensité consiste en deux ondes d'intensité qui se propagent avec une vitesse de phase $\vec{v}_j = \vec{n}_j \delta / |\Delta \vec{k}_j|$ ($j = 1, 2$) où $\vec{n}_j = \Delta \vec{k}_j / |\Delta \vec{k}_j|$, et $\Delta \vec{k}_j = \vec{k}_j - \vec{k}_p$ est la différence des vecteurs d'onde du faisceau j du réseau et du faisceau sonde (p). Ici $\delta = \omega_p - \omega$ est le désaccord entre les fréquences de la sonde et du réseau.

La condition pour exciter un mode de propagation est que la vitesse de la modulation soit égale à la vitesse du mode. En remplaçant les expressions pour v et \vec{v} on peut ré-écrire la condition d'excitation du mode Brillouin sous la forme

$$\delta = \pm \Omega_x, \quad (\text{II.18})$$

où nous avons utilisé $|\Delta \vec{k}| \simeq 2k \sin \theta$.

Nous avons observé l'expansion du nuage atomique dans le réseau optique en présence du faisceau sonde pour différentes valeurs du désaccord δ . Nous avons vérifié que l'expansion du nuage correspond à une diffusion normale et nous avons déterminé les coefficients de diffusion D_x et D_z dans les directions x et z . Les résultats pour les coefficients de

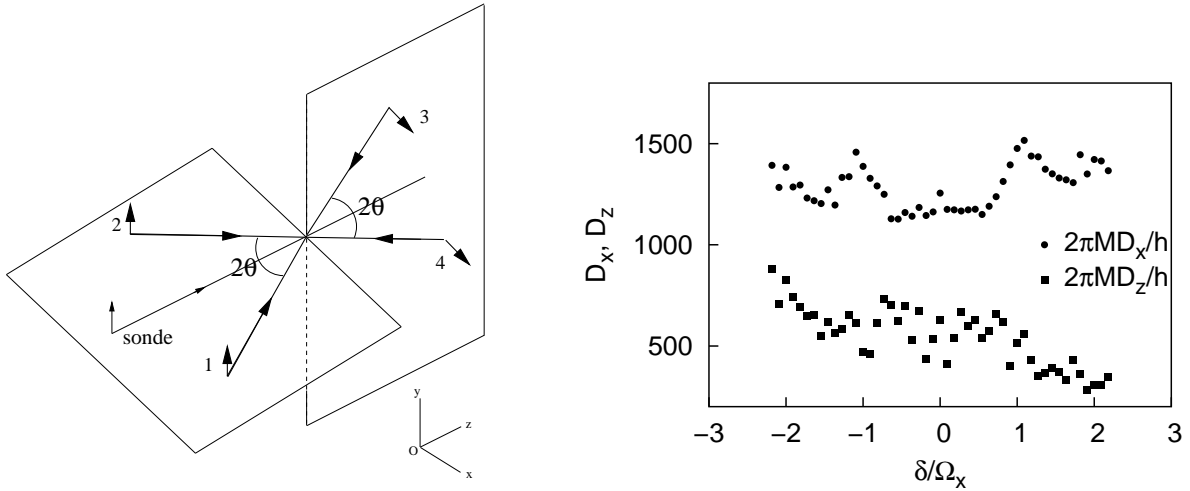


Figure II.9: Gauche: Configuration des faisceaux laser pour le réseau lin⊥lin 3D, avec un faisceau supplémentaire (sonde) introduit pour créer une modulation du potentiel lumineux. Droite: Résultats expérimentaux pour les coefficients de diffusion spatiale dans la direction x et z en fonction du désaccord de la sonde.

diffusion en fonction du désaccord δ montrent deux résonances en D_x centrées en $\delta = \pm\Omega_x$. Au contraire, aucun comportement résonnant de D_z avec δ n'est observé. Cela correspond à l'observation directe des modes de propagation Brillouin dans la direction x .

II.4.2 Détection des modes Brillouin par l'observation du mouvement du centre de masse du nuage atomique

Dans une deuxième expérience [42], nous avons détecté les modes Brillouin par l'observation du mouvement du centre de masse du nuage atomique. Pour cela, nous avons utilisé un schéma d'excitation différent de celui utilisé précédemment, comme indiqué sur la Figure II.10 (gauche). Dans ce schéma une modulation du potentiel lumineux est créée en introduisant deux faisceaux laser additionnels, polarisés linéairement selon y (M_1 et M_2 dans la figure). Ils sont symétriques par rapport à l'axe z , se propagent dans le plan xOz , et forment un angle 2φ . La figure d'interférence qui se propage consiste en une modulation de l'intensité lumineuse avec une vitesse de phase le long de x

$$v_\phi = \frac{\delta}{|\Delta\vec{k}|} = \frac{\delta}{2k \sin \varphi}, \quad (\text{II.19})$$

où δ est dans ce cas le désaccord entre les champs M_1 et M_2 , et $\Delta\vec{k} = \vec{k}_{M_1} - \vec{k}_{M_2}$ la différence entre les vecteurs d'onde.

La condition d'excitation du mode Brillouin $v = \pm\bar{v}$ s'écrit donc, en termes du désaccord entre M_1 et M_2 , comme $\delta = \pm\Omega_B$, avec

$$\Omega_B = \frac{2 \sin \varphi}{\sin \theta} \Omega_x. \quad (\text{II.20})$$

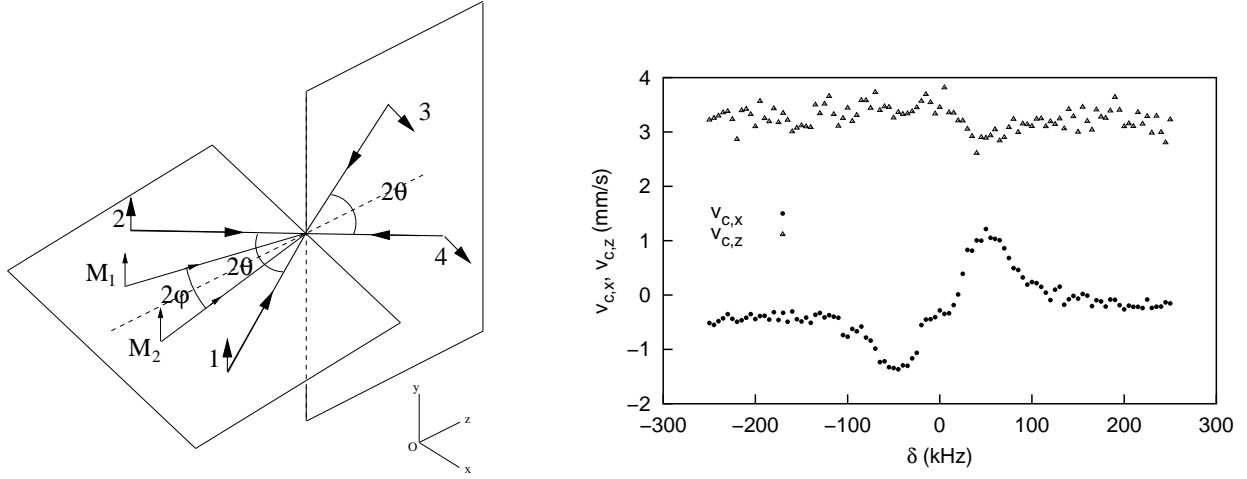


Figure II.10: Gauche: Configuration des faisceaux laser pour le réseau lin \perp lin 3D, avec deux faisceaux supplémentaires introduits pour créer une modulation du potentiel optique. Droite: Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse du nuage atomique en fonction du désaccord δ entre les faisceaux de modulation.

Dans notre expérience, nous avons étudié le mouvement du centre de masse (CdM) du nuage atomique par imagerie directe avec une caméra CCD. Nous avons vérifié que pour un désaccord δ fixé, à savoir pour une vitesse de modulation donnée, le mouvement du CdM est rectiligne uniforme, et nous avons pu en déduire la vitesse v_c . En répétant les mesures pour différents désaccords entre M_1 et M_2 , nous avons obtenu les composantes selon x et z de la vitesse du CdM en fonction de δ , comme le montre la Fig. II.10 (droite). La composante x présente deux résonances symétriques par rapport à $\delta = 0$ et en très bon accord avec la valeur $\Omega_B \simeq 55$ kHz que l'on peut déduire des paramètres du réseau à l'aide de l'Eq. II.20. En revanche, les données pour la composante z de la vitesse $v_{c,z}$ ne montrent pas de résonance, le décalage par rapport à la valeur nulle étant dû à la pression de radiation induite par l'ajout des faisceaux de modulation. Ces résultats constituent l'observation expérimentale directe des modes Brillouin via la détection du mouvement du CdM du nuage atomique.

II.5 Modes de propagation inactifs

Dans la Section II.4 nous avons mentionné que les modes de propagation Brillouin peuvent être révélés en observant les résonances dans le spectre d'absorption des atomes piégés dans le réseau optique. En effet, dans le schéma d'excitation avec un faisceau sonde se propageant dans la direction z (Fig. II.9 (gauche) de la Section II.4), deux résonances dans le spectre d'absorption de la sonde sont observées pour $\delta = \pm\Omega_B$ [41, 47]. De façon similaire dans le schéma avec deux faisceaux de modulation polarisés selon y , si on diminue l'intensité de l'un des deux faisceaux, on peut observer des résonances

dans sa transmission à travers le nuage atomique, en correspondance de l'excitation du mode Brillouin.

Dans une étude suivante [43], nous avons montré que le même mode de propagation peut être excité par un schéma d'excitation différent, et que dans ce schéma le mode est noir: aucune modification du spectre de transmission n'est produite par l'excitation de ce mode. Dans cette étude, nous avons comparé deux schémas d'excitation, représentés sur la Figure II.11. Le premier, appelé configuration \parallel , est celui utilisé dans les expériences précédentes (Section II.4): deux faisceaux (M_1 et M_2) polarisés selon y et symétriques par rapport à l'axe z se propagent dans le plan xOz et forment un angle 2φ . Le deuxième schéma, appelé configuration \perp , est obtenu à partir du premier en tournant de $\pi/2$ la polarisation du faisceau M_2 , qui est maintenant polarisé dans le plan xOz .

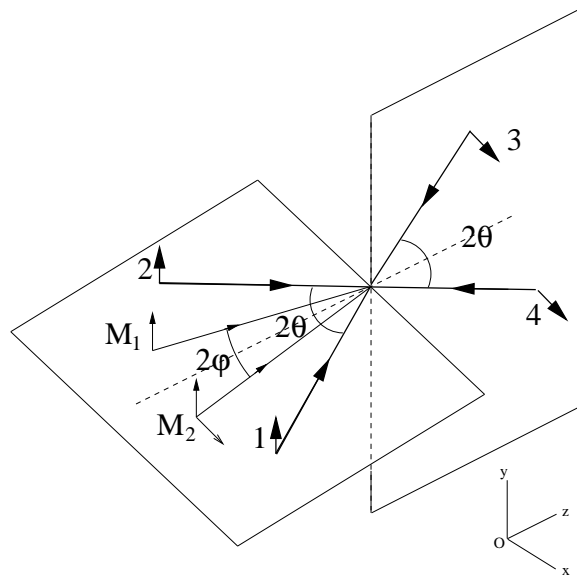


Figure II.11: Schéma des faisceaux de modulation (M_1 et M_2) pour les configurations \parallel et \perp .

Nous avons déjà mentionné dans la Section II.4 que la configuration \parallel correspond à une modulation de l'intensité lumineuse qui se déplace à la vitesse $v_\phi = \delta/|\Delta\vec{k}|$. Au contraire, la configuration \perp correspond à une modulation de la polarisation de la lumière. La vitesse de phase de la modulation est la même que dans la configuration \parallel .

Nous avons vérifié par imagerie du nuage atomique dans le réseau optique que les deux configurations conduisent à l'excitation du mode Brillouin, comme montré par les données de la Fig. II.12 (gauche). On observe cependant que la vitesse v_ϕ de la modulation correspondant à l'excitation du mode est différente pour les deux configurations (Fig. II.12 (droite)).

En général, la condition pour l'excitation du mode Brillouin revient à imposer que les atomes appartenant au mode soient tirés par la modulation du potentiel optique produite

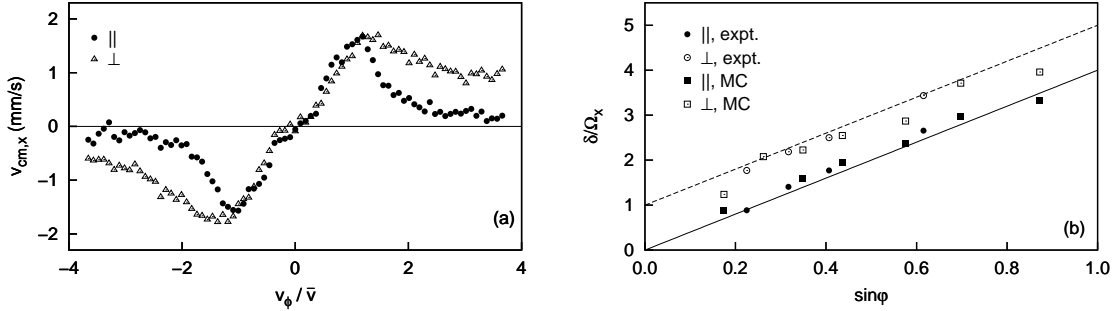


Figure II.12: Gauche: Résultats expérimentaux pour la composante selon x de la vitesse du centre de masse du nuage atomique en fonction de la vitesse v_ϕ de la figure d'interférence de la lumière. Ici \bar{v} est la vitesse du mode Brillouin (Eq. II.17). Droite: Désaccord δ correspondant à l'excitation du mode Brillouin pour les deux configurations (\parallel et \perp). Les cercles représentent les résultats expérimentaux, les carrés les résultats des simulations Monte Carlo. Les traits plein et tireté correspondent aux prédictions des Eqs. (II.21,II.22).

par la modulation de la lumière. Nous avons montré que cette condition se traduit en deux conditions différentes pour la vitesse v_ϕ de la modulation de l'intensité (configuration \parallel) et de la polarisation (configuration \perp):

$$v_{\phi,\parallel} = \pm \bar{v} \quad (\text{II.21})$$

$$v_{\phi,\perp} = \pm \left(1 + \frac{\sin \theta}{2 \sin \varphi} \right) \bar{v} . \quad (\text{II.22})$$

Ces deux conditions, dont les prédictions pour le désaccord $\delta = v_\phi |\Delta \vec{k}|$ sont reportées en Fig. II.12 (droite), sont en très bon accord avec les données de l'expérience et des simulations Monte Carlo.

Nous avons examiné la diffusion stimulée par le mode Brillouin en diminuant l'intensité du faisceau M_2 et en observant sa transmission à travers le nuage d'atomes en fonction de δ . Dans la configuration \parallel une résonance dans le spectre de transmission est observée en correspondance avec l'excitation du mode de propagation. Au contraire, dans la configuration \perp le mode Brillouin est optiquement inactif: aucune modification du spectre de transmission n'est produite par l'excitation de ce mode. Nous avons expliqué ce comportement en terme de création, dans le cas de la configuration \perp , d'un désaccord de phase entre le champ laser et le réseau de matière qui empêche la diffusion de la lumière par le mode de propagation. En effet, à partir des Equations (II.21,II.22) on peut dériver

que l'impulsion $\vec{q} = \pm |\vec{q}| \vec{e}_x$ du réseau de matière est dans les deux cas:

$$|\vec{q}_{\parallel}| = |\Delta \vec{k}| \quad (\text{II.23})$$

$$|\vec{q}_{\perp}| = |\Delta \vec{k}| \left(1 + \frac{\sin \theta}{2 \sin \varphi} \right), \quad (\text{II.24})$$

$$(\text{II.25})$$

où $\Delta \vec{k} = \vec{k}_{M_1} - \vec{k}_{M_2}$. Donc la relation d'accord de phase

$$\vec{k}_{M_1} = \vec{k}_{M_2} \pm \vec{q}, \quad (\text{II.26})$$

nécessaire pour la diffusion par le mode de propagation, est satisfaite dans la configuration \parallel , mais pas dans la configuration \perp . Cela explique pourquoi dans la configuration \perp le mode est noir.

II.6 Résonance stochastique

Considérons un système A (par exemple un amplificateur) avec une entrée E et une sortie S (Fig. II.13).

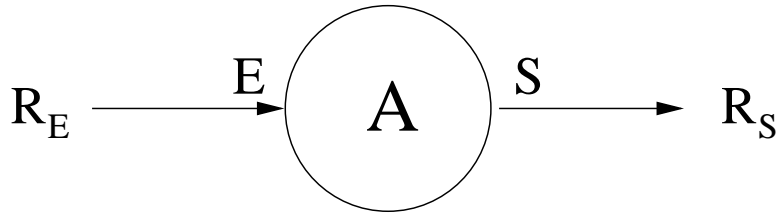


Figure II.13: Système entrée-sortie. Les signaux d'entrée et de sortie sont caractérisés par leur rapport signal/bruit R_E , R_S .

Les signaux d'entrée et de sortie peuvent être caractérisés par leur rapport signal/bruit, R_E et R_S respectivement. Si le système A est linéaire, on a simplement

$$R_S = R_E. \quad (\text{II.27})$$

Au contraire, pour un système non-linéaire, on obtient un rapport signal/bruit à la sortie plus faible que celui à l'entrée [49]

$$R_S < R_E. \quad (\text{II.28})$$

D'autre part, pour un système non-linéaire, le rapport R_S depend en général du niveau du bruit D à l'entrée du système, et certains systèmes non-linéaires présentent le phénomène de *résonance stochastique* [50]: le rapport signal/bruit R_S à la sortie du système présente une dépendance résonnante en fonction du niveau du bruit à l'entrée. En particulier, une augmentation du bruit à l'entrée peut produire une amélioration du rapport signal/bruit à la sortie!

Le phénomène de résonance stochastique a été étudié en détail dans le cas d'une particule dans un double puits de potentiel modulé périodiquement en présence d'une force aléatoire [50]. Ce système simple permet la modélisation d'un grand nombre de phénomènes, qui vont de la géophysique [51, 52] aux lasers en anneau bistables [53] et aux réseaux de neurones [54]. Le phénomène de résonance stochastique n'est pas restreint à des puits doubles de potentiel en présence d'une force aléatoire, et de nouveaux types de résonance stochastique ont été proposés dans plusieurs systèmes, comme des systèmes monostables, des systèmes bistables en présence d'un bruit modulé périodiquement, et d'autres encore [55-61]. En particulier, un grand intérêt a été consacré à l'analyse de la résonance stochastique dans des potentiels périodiques [56-61]. Plusieurs systèmes physiques sont décrits en termes de structures périodiques et il est maintenant bien établi que le bruit joue un rôle majeur dans le mécanisme de transport dans ces structures. Par exemple, l'étude du mouvement sous-amorti d'une particule dans un potentiel périodique a montré que c'est l'action combinée d'effets inertiels et d'effets thermiques qui détermine les caractéristiques particulières de certains métaux [62, 63].

Nous avons examiné le phénomène de résonance stochastique en utilisant un réseau optique 3D lin⊥lin comme système non-linéaire. Les champs des lasers créent le potentiel périodique et induisent l'effet stochastique du pompage optique. La friction pour les atomes bien localisés au fond d'un puits de potentiel est très faible, et donc les effets inertiels sont importants (régime sous-amorti). Nous avons observé une résonance stochastique pour les modes de propagation des atomes dans le réseau [42].

Les modes de propagation ont été déjà décrits dans la Section II.4. Pour l'étude de la résonance stochastique nous avons utilisé le schéma d'excitation avec deux faisceaux laser polarisés linéairement selon y (Fig. II.10 (gauche) de la Section II.4). Nous avons étudié l'amplitude du mode en fonction du taux de pompage optique Γ'_0 , qui joue le rôle du bruit, pour un potentiel modulé donné. L'amplitude du mode a été caractérisée par l'amplitude ξ de la courbe de vitesse du centre de masse (Fig. II.10 (droite) de la Section II.4):

$$\xi = v_{c,x}(\delta = +\Omega_B) - v_{c,x}(\delta = -\Omega_B) . \quad (\text{II.29})$$

Nous avons étudié le paramètre ξ en fonction du taux de pompage optique Γ'_0 ($\Gamma'_0 \propto I/\Delta^2$), en maintenant constante la profondeur des puits de potentiel U_0 ($U_0 \propto I/\Delta$). Nous avons gardé constants l'intensité et le désaccord des faisceaux de modulation. Les résultats de nos mesures pour ξ sont présentés sur la Fig. II.14. On observe l'allure typique d'une résonance stochastique: le paramètre ξ augmente avec Γ'_0 pour les faibles valeurs du taux

de pompage optique; on atteint un maximum correspondant à la synchronisation entre demi-oscillations dans un puits et pompage optique dans le puits suivant; enfin, pour une valeur trop élevée de Γ'_0 , on perd la synchronisation et ξ décroît.

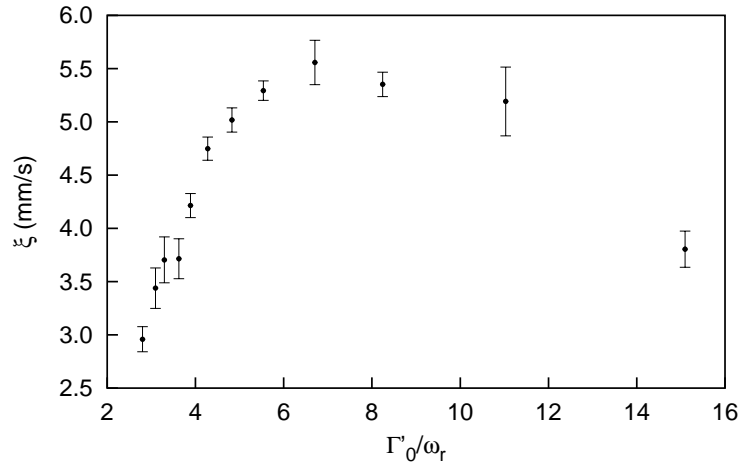


Figure II.14: Résultats expérimentaux pour l'amplitude ξ du mode de propagation en fonction du taux de pompage optique Γ'_0 , en gardant fixe la profondeur des puits et l'amplitude de la modulation.

Ces résultats constituent l'observation expérimentale de la résonance stochastique dans un potentiel périodique.

II.7 Diffusion dirigée dans un potentiel symétrique

Le problème de la modélisation des moteurs moléculaires, c'est-à-dire des objets microscopiques qui se déplacent unidirectionnellement dans une structure périodique, a récemment stimulé beaucoup de travail sur le mouvement dirigé en présence de fluctuations, sans l'application de forces de biais [64]. Un système souvent évoqué comme modèle pour les moteurs moléculaires est un potentiel asymétrique ("ratchet") en présence de bruit gaussien et d'une force périodique de moyenne nulle [65, 66]. Or, les fluctuations aussi peuvent induire un mouvement dirigé dans un potentiel *symétrique*, si la force de moyenne nulle brise la symétrie temporelle du système. C'est cette dernière situation que nous avons réalisée avec des atomes froids dans un réseau optique spatialement symétrique [45].

Considérons la dynamique diffusive d'un ensemble de particules dans un potentiel périodique $U(x)$ de période λ : $U(x + \lambda) = U(x)$, en présence d'une force $F(t)$ de période temporelle

T : $F(t + T) = F(t)$. Si le système est symétrique, au sens où:

$$U(-x) = U(x) \quad (\text{II.30})$$

$$F(t + T/2) = -F(t), \quad (\text{II.31})$$

il n'y a pas de mouvement dirigé de particules à travers la structure [66]. Donc pour observer un flux net de particules, la symétrie spatio-temporelle du système doit être brisée. Pour un potentiel spatialement symétrique, la symétrie peut être brisée par une force $F(t)$ non-monochromatique qui contient des harmoniques paires et impaires. C'est la situation que nous avons réalisée dans notre expérience: la force a deux composantes, de fréquences ω et 2ω , et de différence de phase ϕ . Nous avons démontré que cette configuration conduit à un mouvement dirigé dans un potentiel symétrique, la phase ϕ jouant le rôle du paramètre de contrôle pour l'amplitude et le signe du courant des atomes.

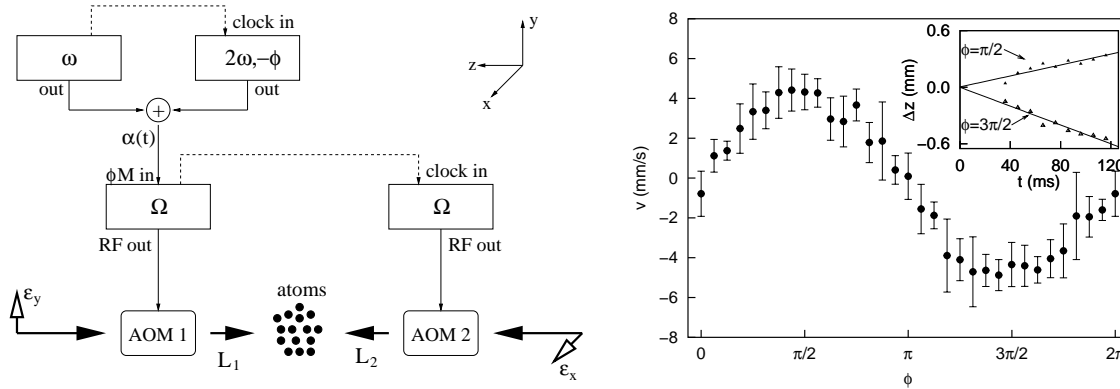


Figure II.15: Gauche: Schéma du montage expérimental pour l'observation de la diffusion dirigée dans un réseau optique symétrique. Droite: vitesse du centre de masse du nuage atomique en fonction de la phase ϕ .

Le montage expérimental est schématisé sur la Figure II.15 (gauche). Nous avons utilisé un réseau 1D lin \perp lin. Pour engendrer une force homogène et dépendant du temps, un des faisceaux du réseau a été modulé en phase. La configuration du champ électrique résultant s'écrit

$$\vec{E} = E_0 \text{Re} \{ \vec{e}_x \exp [i(kz - \omega_L t)] + \vec{e}_y \exp [i(-kz - \omega_L t + \alpha(t))] \} . \quad (\text{II.32})$$

Considérons maintenant la dynamique des atomes dans le système de référence accéléré, défini par la transformation des coordonnées $z' = z - \alpha(t)/2k$. Dans ce système, le potentiel lumineux est stationnaire. En plus du potentiel, les atomes, de masse M , sont

aussi soumis à une force *inertielle* F dans la direction z , proportionnelle à l'accélération a du système de référence accéléré [67]:

$$F = -Ma = -\frac{M}{2k}\ddot{\alpha}(t) . \quad (\text{II.33})$$

En choisissant une modulation de phase de la forme

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[A \cos(\omega t) + \frac{B}{4} \cos(2\omega t - \phi) \right] , \quad (\text{II.34})$$

avec ϕ constante, nous obtenons la force inertielle

$$F = \frac{M\omega^2\alpha_0}{2k} [A \cos(\omega t) + B \cos(2\omega t - \phi)] \quad (\text{II.35})$$

qui est la somme de deux forces oscillantes aux fréquences ω et 2ω , et de différence de phase ϕ .

Nous avons étudié la dynamique des atomes dans ce réseau par imagerie avec une caméra CCD. Nous avons déterminé la vitesse v du nuage atomique en fonction de la phase ϕ . Il faut remarquer que pour les échelles de temps de notre expérience, la position du centre de masse du nuage atomique dans le système du laboratoire et dans le système accéléré sont équivalentes. En effet, le système accéléré oscille avec une amplitude de $1 \mu\text{m}$, tandis que le déplacement typique du centre de masse associé à la diffusion dirigée est de l'ordre de $100 \mu\text{m}$. De plus, pour une fréquence typique $\omega \simeq 100 \text{ kHz}$, la position z dans le système du laboratoire et la position correspondante $z' = z - \alpha(t)/2k$ dans le système accéléré sont équivalentes après moyennage sur le temps d'exposition typique de la caméra CCD (1 ms). Donc la vitesse v du centre de masse mesuré dans le système du laboratoire et dans le système accéléré sont équivalentes.

Les résultats de notre expérience pour la vitesse v du centre de masse du nuage atomique en fonction de la phase ϕ sont montrés en Fig. II.15 (droite). Ces résultats démontrent clairement le phénomène de diffusion dirigée dans un potentiel symétrique: les atomes peuvent être mis en mouvement unidirectionnel si la symétrie temporelle du système est brisée.

Dans notre expérience c'est la phase ϕ qui contrôle la symétrie temporelle du système. En effet, même si la symétrie $F(t + T/2) = -F(t)$ est brisée pour n'importe quelle valeur de ϕ , il y a une autre symétrie: $F(t) = -F(-t)$ qui conduit à un courant d'atomes nul pour des valeurs particulières de ϕ [68, 69]. Cette symétrie est obtenue pour $\phi = n\pi$, avec n entier, et brisée complètement pour $\phi = (n + 1/2)\pi$. Cette symétrie explique la dépendance de la vitesse du centre de masse en fonction de ϕ , portée sur la Figure II.15 (droite), et montre que dans notre expérience ϕ est le paramètre de contrôle de la diffusion dirigée.

Perspectives

Mes activités de recherche les plus récentes ont porté sur la dynamique non-linéaire des atomes dans les réseaux optiques. En particulier, nous avons donné une preuve expérimentale directe des modes de propagation dans les réseaux, et nous avons observé le phénomène de résonance stochastique sur ces modes. De plus, nous avons démontré le phénomène de diffusion dirigée dans un réseau optique spatialement symétrique. Je me propose de poursuivre ces recherches sur la dynamique des atomes dans des potentiels périodiques. Cette recherche va se développer dans deux directions distinctes, selon que l'on considère des réseaux optiques proches ou loin de résonance atomique.

Dans le cas des réseaux optiques proches de résonance, nous avons vu que le processus stochastique de pompage optique induit des fluctuations dans la dynamique atomique. Cela permet d'étudier le rôle du bruit dans la dynamique dans un potentiel périodique. En particulier, les propriétés de transport de particules browniennes dans un potentiel périodique symétrique peuvent être étudiées. Parmi les nombreux problèmes qui peuvent être examinés, je cite ici l'activation résonnante [70] et le mouvement brownien à mobilité négative [71], à savoir une situation dans laquelle l'ajout d'une force dans une direction induit un déplacement moyen dans la direction opposée.

Comme exemple, examinons un peu plus en détail le problème de l'activation résonnante en présence de bruit. Considérons un système non linéaire forcé de façon non adiabatique, où la fréquence de la force appliquée est proche d'une fréquence propre du système. Si on admet que l'application de la force produit un réchauffement du système, on en déduit que la variation du taux d'activation du système est exponentielle en carré de l'amplitude de la force. Or, cette théorie ne semble pas reproduire de façon satisfaisante les résultats expérimentaux. Récemment une analyse théorique de ce problème a montré que pour un niveau de bruit suffisamment faible, la dynamique du système est dominée par les fluctuations très grandes, qui sont évidemment très rares [70]. De cette hypothèse on peut déduire une variation du taux d'activation du système exponentielle en l'amplitude de la force, et non pas en son carré. Je me propose de vérifier la validité de cette théorie par des expériences avec les réseaux optiques, un système dans lequel le niveau du bruit peut être précisément contrôlé.

Les réseaux optiques loin de résonance correspondent à des potentiels périodiques purs, sans fluctuations induites par le pompage optique, qui est négligeable. Je me propose d'utiliser ce type de réseaux optiques pour étudier la dynamique cohérente des atomes dans un potentiel périodique. Comme exemple des effets qui peuvent être étudiés à l'aide de ces réseaux optiques très désaccordés, je cite ici la suppression cohérente de l'effet tunnel. Cet effet, identifié théoriquement par le groupe de Peter Hänggi il y a une dizaine d'années, consiste en la suppression de l'effet tunnel dans un système de deux (ou plusieurs) puits de potentiel sous l'effet d'une modulation périodique de fréquence

appropriée [72].

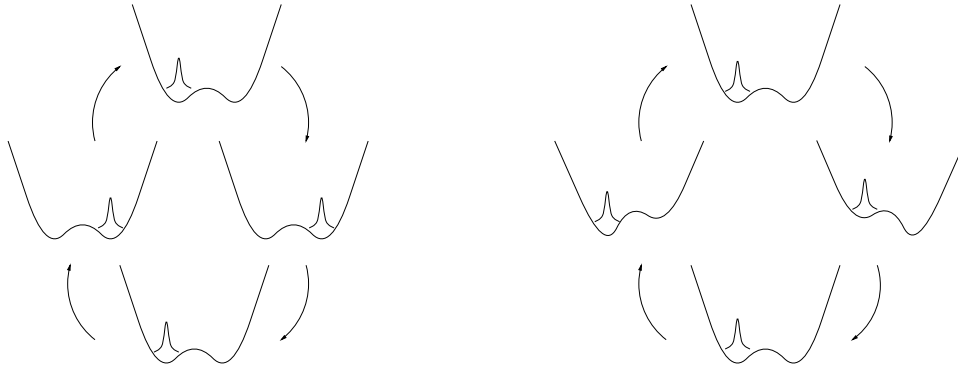


Figure II.16: Evolution au cours du temps du paquet d'onde d'une particule dans un potentiel bistable. Gauche: en l'absence de modulation du potentiel, une particule initialement préparée dans un puits passe périodiquement d'un puits à l'autre par effet tunnel. Droite: pour une modulation périodique appropriée du potentiel, une particule initialement préparée dans le puits de gauche reste localisée dans le même puits au cours du temps.

Considérons une particule dans un potentiel à double puits et examinons le cas d'une petite barrière de potentiel qui sépare les deux puits. Cette situation est illustrée dans la figure II.16. En l'absence de modulation du potentiel, nous retrouvons le cas bien connu: à cause du couplage tunnel entre les deux puits, les états correspondant à une particule localisée dans un puits ne sont pas des états stationnaires. Cette situation est représentée dans la figure II.16, gauche: une particule initialement préparée dans un puits passe périodiquement dans l'autre puits par effet tunnel.

La dynamique change complètement si le potentiel est modulé périodiquement. En effet l'analyse théorique de Hänggi *et al* [72] a montré que pour une amplitude et une fréquence appropriées de la modulation, les états localisés dans un puits de potentiel sont stables par rapport à l'effet tunnel, c'est à dire que le temps nécessaire à une particule pour traverser la barrière de potentiel est divergent. Cette situation est représentée sur la figure II.16, à droite: une particule initialement préparée dans le puits de gauche reste localisée dans le même puits au cours du temps. C'est cet effet que nous voulons mettre en évidence dans un réseau optique très désaccordé.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] E. Arimondo, *Coherent population trapping in laser spectroscopy*, in Progress in Optics ed. E. Wolf, vol. 35 (Elsevier, Amsterdam, 1996a) p. 257.
- [2] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, *An Experimental Method for the Observation of R.F. Transitions and Laser Beat Resonances in Oriented Na Vapour*, Nuovo Cimento **36**, 5 (1976).
- [3] E. Arimondo and G. Orriols, *Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping*, Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976).
- [4] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping*, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).
- [5] K. Bergmann, H. Theuer and B.W. Shore, *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules*, Rev. Mod. Phys. **70**, 1003 (1998).
- [6] A. Nagel, L. Graf, A. Naumov, E. Mariotti, V. Biancalana, D. Meschede and R. Wynands, *Experimental realization of coherent dark-state magnetometers*, Europhys. Lett. **44**, 31 (1998).
- [7] J. Kitching, L. Hollberg, S. Knappe and R. Wynands, *Compact atomic clock based on coherent population trapping*, Electr. Lett. **37**, 1449 (2001).
- [8] W. Maichen, F. Renzoni, I. Mazets, E. Korsunsky and L. Windholz, *Transient coherent population trapping in a closed loop interaction scheme*, Phys. Rev. A **53**, 3444 (1996).
- [9] D.V. Kosachiov, B.G. Matisov and Yu.Y. Rozhdestvensky, *Coherent phenomena in multilevel systems with closed interaction contour*, J. Phys. B **25**, 2473 (1992).
- [10] F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz and E. Arimondo, *Coherent population trapping with losses observed on the Hanle effect of the sodium D_1 line*, Phys. Rev. A **55**, 3710 (1997).
- [11] F. Renzoni and E. Arimondo, *Population-loss-induced narrowing of dark resonances*, Phys. Rev. A **58**, 4717 (1998).

- [12] F. Renzoni, A. Lindner and E. Arimondo, *Coherent population trapping in open systems: a coupled/noncoupled-state analysis*, Phys. Rev. A **60**, 450 (1999).
- [13] B.D. Agap'ev, M.B. Gornyi, B.G. Matisov, and Yu.V. Rozhdestvenskii, *Coherent population trapping in quantum systems*, Physics-Uspekhi **36**, 763 (1993).
- [14] V.S. Smirnov, A.M. Tumaikin and V.I. Yudin, *Stationary coherent states of atoms in resonant interaction with elliptically polarized light. Coherent trapping of population (general theory)*, Sov. Phys. JETP **69**, 913 (1989).
- [15] E. Arimondo, *Relaxation processes in coherent-population trapping*, Phys. Rev. A **54**, 2216 (1996).
- [16] Y. Dancheva, G. Alzetta, S. Cartaleva, M. Taslakov and Ch. Andreeva, *Coherent effects on the Zeeman sublevels of hyperfine states in optical pumping of Rb by monomode diode laser*, Opt. Comm. **178**, 103 (2000).
- [17] S.-S. Beyertt, *Dunkel- und Hellresonanzen am Vielniveausystem*, Diplomarbeit, Tübingen (2000).
- [18] F. Renzoni, C. Zimmermann, P. Verkerk, and E. Arimondo, *Enhanced absorption Hanle effect on the $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ closed transitions*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **3**, S7 (2001).
- [19] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [20] F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta, and E. Arimondo, *Enhanced absorption Hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic field*, Phys. Rev. A **63**, 065401 (2001).
- [21] P. Marte, P. Zoller, and J.L. Hall, *Coherent atomic mirrors and beam splitters by adiabatic passage in multilevel systems*, Phys. Rev. A **44**, R4118 (1991).
- [22] N.V. Vitanov, K.-A. Suominen, and B.W. Shore, *Creation of coherent atomic superpositions by fractional stimulated Raman adiabatic passage*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **32**, 4535 (1999).
- [23] R.G. Unanyan, B.W. Shore, and K. Bergmann, *Entangled-state preparation using adiabatic population transfer*, Phys. Rev. A **63**, 043405 (2001).
- [24] F. Renzoni and S. Stenholm, *Adiabatic transfer of atomic coherence*, Opt. Comm. **189**, 69 (2001).
- [25] Z. Kis and F. Renzoni, *Qubit Rotation by Stimulated Raman Adiabatic Passage*, Phys. Rev. A **65**, 032318 (2002).
- [26] S.E. Harris, *Electromagnetically induced transparency*, Phys. Today **50**, 36 (1997).

- [27] L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton and C.H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, 594 (1999).
- [28] M. Lindberg and R. Binder, *Dark states in coherent semiconductor spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1403 (1995).
- [29] M. Artoni, G.C. La Rocca and F. Bassani, *Electromagnetic-induced transparency of Wannier-Mott excitons*, Europhys. Lett. **49**, 445 (2000).
- [30] U. Hohenester, F. Troiani, E. Molinari, G. Panzarini, and C. Machiavello, *Coherent population transfer in coupled semiconductor quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **77**, 1864 (2000).
- [31] N.H. Bonadeo, J. Erland, D. Gammon, D. Park, D.S. Katzer and D.G. Steel, *Coherent optical control of the quantum state of a single quantum dot*, Science **282**, 1472 (1998).
- [32] J. Weis, R.J. Haug, K. von Klitzing and K. Ploog, *Transport spectroscopy on a single quantum dot*, Semicond. Sci. Technol. **9**, 1890 (1994).
- [33] T. Brandes and F. Renzoni, *Current switch by coherent trapping of electrons in quantum dots*, Phys. Rev. Lett. **85**, 4148 (2000).
- [34] T. Brandes, F. Renzoni and R.H. Blick, *Adiabatic steering and determination of dephasing rates in double dot qubits*, Phys. Rev. B **64**, 035319 (2001).
- [35] F. Renzoni, T. Brandes, *Charge transport through quantum dots via time-varying tunnel couplings*, Phys. Rev. B **64**, 245301 (2001).
- [36] R.H. Blick, D.W. van der Weide, R.J. Haug, and K. Eberl, *Complex broadband millimeter wave response of a double quantum dot: Rabi oscillations in an artificial molecule*, Phys. Rev. Lett. **81**, 689 (1998).
- [37] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Temperature and spatial diffusion of atoms cooled in a 3D lin \perp lin bright optical lattice*, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
- [38] F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni and G. Grynberg, *Rayleigh scattering and atomic dynamics in dissipative optical lattices*, Phys. Rev. Lett. **90**, 043901 (2003).
- [39] C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock, J.-Y. Courtois, C.I. Westbrook and A. Aspect, *Atomic transport in an optical lattice: an investigation through polarization-selective intensity correlations*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996).
- [40] S. Guibal, C. Mennerat-Robilliard, D. Larousserie, C. Triché, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Radiation pressure in a rubidium optical lattice: an atomic analog to the photorefractive effect*, Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997).

- [41] L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni and G. Grynberg, *Brillouin propagation modes in optical lattices: interpretation in terms of nonconventional stochastic resonance*, Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002).
- [42] M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Stochastic resonance in periodic potentials: realization in a dissipative optical lattice*, Europhys. Lett. **59**, 493 (2002).
- [43] M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni and G. Grynberg, *Dark propagation modes in optical lattices*, Phys. Rev. A **66**, 053821 (2002).
- [44] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, Y. Todorov, F. Renzoni and G. Grynberg, *Pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin \perp lin optical lattice*, Eur. Phys. J. D , accepted for publication.
- [45] M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Phase-control of directed diffusion in a symmetric optical lattice*, submitted to Phys. Rev. Lett. .
- [46] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [47] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D.R. Meacher, P. Verkerk and G. Grynberg, *Propagating elementary excitations in a dilute optical lattice*, Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996).
- [48] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Stimulated Rayleigh resonances and recoil-induced effect*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **36**, 87 (1996).
- [49] M.I. Dykman and P.V.E. McClintock, *What can stochastic resonance do?*, Nature **391**, 344 (1998).
- [50] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung and F. Marchesoni, *Stochastic Resonance*, Rev. Mod. Phys. **70**, 223 (1998).
- [51] R. Benzi, S. Sutera, A. Vulpiani, *The mechanism of stochastic resonance*, J. Phys. A **14**, L453 (1981).
- [52] C. Nicolis, *Stochastic aspects of climatic transitions - response to a periodic forcing*, Tellus **34**, 1 (1982).
- [53] B. McNamara, K. Wiesenfeld, R. Roy, *Observation of stochastic resonance in a ring laser*, Phys. Rev. Lett. **60**, 2626 (1988).
- [54] J.K. Douglass, L. Wilkens, E. Pantazelou, F. Moss, *Noise enhancement of information-transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance*, Nature **365**, 337 (1993).
- [55] M.I. Dykman, D.G. Luchinsky, R. Mannella, P.V.E. McClintock, N.D. Stein and N.G. Stocks, *Nonconventional stochastic resonance*, J. Stat. Phys. **70**, 479 (1993).

- [56] G. Hu, *Stochastic resonance in a periodic potential system under a constant force*, Phys. Lett. A **174**, 247 (1993).
- [57] L. Fronzoni and R. Mannella, *Stochastic resonance in periodic potentials*, J. Stat. Phys. **70**, 501 (1993).
- [58] F. Marchesoni, *Comment on stochastic resonance in washboard potentials*, Phys. Lett. A **231**, 61 (1997).
- [59] Y.W. Kim and W. Sung, *Does stochastic resonance occur in periodic potentials?*, Phys. Rev. E **57**, R6237 (1998).
- [60] D. Dan, M.C. Mahato and A.M. Jayannavar, *Mobility and stochastic resonance in spatially inhomogeneous systems*, Phys. Rev. E **60**, 6421 (1999).
- [61] J.-D. Bao, *Nonmonotonic behavior of mobility in a multidimensional overdamped periodic system*, Phys. Rev. E **62**, 4606 (2000).
- [62] R.D. Isaac, R.B. Schwarz and A.V. Granato, *Internal-friction measurements of dislocation inertial effects in dilute alloys of lead*, Phys. Rev. B, **18**, 4143 (1978).
- [63] E.B. Kolomeisky, T. Curcic and J.P. Straley, *Hysteresis and Instability of a Driven Interface in a Periodic Potential*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1775 (1995).
- [64] F. Jülicher, A. Ajdari, and J. Prost, *Modeling molecular motors*, Rev. Mod. Phys. **69**, 1269 (1997).
- [65] M.O. Magnasco, *Forced thermal ratchets*, Phys. Rev. Lett. **71**, 1477 (1993).
- [66] A. Ajdari, D. Mukamel, L. Peliti and J. Prost, *Rectified motion induced by ac forces in periodic structures*, J. Phys. I **4**, 1551 (1994).
- [67] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Mechanics*, (Pergamon Press, Oxford,1976).
- [68] S. Flach, O. Yevtushenko and Y. Zolotaryuk, *Directed Current due to Broken Time-Space Symmetry*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2358 (2000).
- [69] S. Denisov, S. Flach, A.A. Ovchinnikov, O. Yevtushenko and Y. Zolotaryuk, *Broken space-time symmetries and mechanisms of rectification of ac fields by nonlinear (non)adiabatic response*, Phys. Rev. E **66**, 41104 (2002).
- [70] M.I. Dykman, H. Rabitz, V.N. Smelyanskiy and B.E. Vugmeister, *Resonant directed diffusion in nonadiabatically driven systems*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1178 (1997).
- [71] R. Eichhorn, P. Reimann and P. Hänggi, *Brownian motion exhibiting absolute negative mobility*, Phys. Rev. Lett. **88**, 190601 (2002).
- [72] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung and P. Hänggi, *Coherent Destruction of Tunneling*, Phys. Rev. Lett. **67**, 516 (1991).

Curriculum vitae

Ferruccio Renzoni

Né a Venise (Italie) le 11/11/1969
Nationalité italienne

Diplômes

"Laurea" en Physique, Université de Pise, Italie, octobre 1993. Note: 110/110 et félicitations du jury (*110/110 e lode*).

Doctorat en Physique, Ecole Polytechnique (*Technische Universität*) de Graz, Autriche, juin 1998, avec mention Très honorable (*mit Auszeichnung bestanden*). Sujet: Piégeage Cohérent de Populations dans des Systèmes Atomiques à Plusieurs Niveaux.

Formation Post-Doctorale

juil. 1998-août 2000: Université de Hambourg (Allemagne), Institut pour la Physique des Lasers. Bourse (juil.-déc. 1998) du *Deutscher Akademischer Austauschdienst*. Bourse (jan.-juin 1999) de la fondation *Angelo Della Riccia*. A partir de juillet 1999 soutien financier de la *Deutsche Forschungsgemeinschaft*.

sept. 2000-présent: Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, Paris. Soutien financier du réseau européen TMR *Quantum Structures* jusqu'à août 2001. A partir de septembre 2001, contrat de *chercheur associé* du CNRS.

Activités d'Enseignement

1997: TD et TP au *Trinity College* de Dublin, TP au *Dublin Institute for Technology* pour un total d'environ 50 heures.

1999/2000: Université de Hambourg: TD de Mécanique Théorique (24 heures au total); TD d'Electrodynamique (24 heures au total.)

2002: Université de Marne la Vallée: TD d'Electrodynamique en DEUG MIAS (36 heures au total).

Activités d'encadrement

Co-encadrement, avec Gilbert Grynberg, des deux dernières années de la thèse de François-Regis Carminati (soutenue le 5 Juillet 2002), consacrée à l'étude de la diffusion spatiale et des résonances Rayleigh dans les réseaux optiques.

Co-encadrement, avec Gilbert Grynberg, du stage de DEA de Yanko Todorov (Janvier - Mai 2002): *Spectroscopie pompe-sonde d'atomes piégés dans un réseau optique dissipatif*.

Co-encadrement, avec Gilbert Grynberg, du stage de Licence de Sébastien Removille (Juin - Juillet 2002).

Co-encadrement, avec Gilbert Grynberg, du stage de Licence de Stéphane Gozzi (Juillet 2002).

Co-encadrement, avec Gilbert Grynberg, de la thèse de Michele Schiavoni (en cours), consacrée à l'étude de la résonance stochastique et de la diffusion dirigée dans les réseaux optiques.

Travail de Referee

Referee pour *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, *Journal of the Optical Society of America B*, *Physical Review A*, *Physical Review B* et *Physics Letters A*.

Liste des Publications

1. W. Maichen, F. Renzoni, I. Mazets, E. Korsunsky and L. Windholz, *Transient coherent population trapping in a closed loop interaction scheme*, Phys. Rev. A **53**, 3444 (1996).
2. F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz and E. Arimondo, *Coherent population trapping with losses observed on the Hanle effect of the D_1 sodium line*, Phys. Rev. A **55**, 3710 (1997).
3. F. Renzoni, L. Windholz, J.H. Xu and M. Elbel, *Hole burning in a sodium atomic vapor in presence of high pressure of heavy buffer gas*, Phys. Lett. A **227**, 357 (1997).
4. R. Höller, F. Renzoni, L. Windholz and J.H. Xu, *Coherent population trapping on the sodium D_1 line in high magnetic fields*, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 2221 (1997).
5. F. Renzoni, W. Maichen, J.H. Xu, E. Korsunsky and L. Windholz, *Mechanical detection of coherent population trapping on the sodium D_1 line*, Phys. Lett. A **239**, 251 (1998).
6. F. Renzoni and E. Arimondo, *Population-loss-induced narrowing of dark resonances*, Phys. Rev. A **58**, 4717 (1998).
7. F. Renzoni, J.F. Donegan and C.H. Patterson, *Optical gain and linewidth enhancement factor in bulk GaN*, Semic. Sc. and Tech. **14**, 517 (1999).
8. F. Renzoni, A. Lindner and E. Arimondo, *Coherent population trapping in open systems: a coupled/noncoupled-state analysis*, Phys. Rev. A **60**, 450 (1999).
9. F. Renzoni and E. Arimondo, *Depopulation and repopulation pumping in coherent population trapping*, Europhys. Lett. **46**, 716 (1999).
10. J.H. Xu, F. Renzoni, W. Scherf, L. Windholz and E. Arimondo, *Mechanical Hanle effect on the sodium D_1 line*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **1**, 631 (1999).
11. F. Renzoni and E. Arimondo, *Steep dispersion in coherent population trapping with losses*, Opt. Comm. **178**, 345 (2000).
12. T. Brandes and F. Renzoni, *Current switch by coherent trapping of electrons in quantum dots*, Phys. Rev. Lett. **85**, 4148 (2000).
13. F. Renzoni, C. Zimmermann, P. Verkerk, and E. Arimondo, *Enhanced absorption Hanle effect on the $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ closed transitions*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **3**, S7 (2001).
14. F. Renzoni and S. Stenholm, *Adiabatic transfer of atomic coherence*, Opt. Comm. **189**, 69 (2001).

15. F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta and E. Arimondo, *Enhanced absorption Hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic field*, Phys. Rev. A **63**, 065401 (2001).
16. T. Brandes, F. Renzoni and R.H. Blick, *Adiabatic steering and determination of dephasing rates in double dot qubits*, Phys. Rev. B **64**, 035319 (2001).
17. F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Temperature and spatial diffusion of atoms cooled in a 3D lin \perp lin bright optical lattice*, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
18. F. Renzoni, T. Brandes, *Charge transport through quantum dots via time-varying tunnel couplings*, Phys. Rev. B **64**, 245301 (2001).
19. Z. Kis and F. Renzoni, *Qubit Rotation by Stimulated Raman Adiabatic Passage*, Phys. Rev. A **65**, 032318 (2002).
20. L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni and G. Grynberg, *Brillouin propagation modes in optical lattices: interpretation in terms of nonconventional stochastic resonance*, Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002).
21. E. Cerboneschi, F. Renzoni and E. Arimondo, *Relaxation processes in slow light: the role of the atomic momentum*, Opt. Comm. **204**, 211 (2002).
22. E. Cerboneschi, F. Renzoni and E. Arimondo, *Dynamics of slow-light formation*, Opt. Comm. **208**, 125 (2002).
23. M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Stochastic resonance in periodic potentials: realization in a dissipative optical lattice*, Europhys. Lett. **59**, 493 (2002).
24. E. Cerboneschi, F. Renzoni and E. Arimondo, *Quantum interference and slow light propagation in cold samples of open three-level atoms*, J. Opt. B: Quantum Semi-class. Opt. **4**, S267 (2002).
25. M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni and G. Grynberg, *Dark propagation modes in optical lattices*, Phys. Rev. A **66**, 053821 (2002).
26. F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni and G. Grynberg, *Rayleigh scattering and atomic dynamics in dissipative optical lattices*, Phys. Rev. Lett. **90**, 043901 (2003).
27. F.-R. Carminati, M. Schiavoni, Y. Todorov, F. Renzoni and G. Grynberg, *Pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin \perp lin optical lattice*, Eur. Phys. J. D **22**, 311 (2003).
28. M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg, *Phase-control of directed diffusion in a symmetric optical lattice*, accepté par Phys. Rev. Lett. **90**, 094101 (2003).

-
29. L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F.-R. Carminati, F. Renzoni and G. Grynberg,
Damping rates of the atomic velocity in Sisyphus cooling, accepté par J. Opt. Soc.
Am. B .

Annexe C

*Coherent population trapping with losses
observed on the Hanle effect of the D_1
sodium line*

F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz and E. Arimondo

Phys. Rev. A **55**, 3710 (1997)

Coherent population trapping with losses observed on the Hanle effect of the D_1 sodium line

F. Renzoni,¹ W. Maichen,¹ L. Windholz¹, and E. Arimondo²

¹*Institut für Experimentalphysik, Technische Universität Graz, A-8010 Graz, Austria*

²*Unità Istituto Nazionale di Fisica della Materia, Dipartimento di Fisica dell'Università, I-56126 Pisa, Italia*

(Received 21 October 1996)

We consider the coherent-population-trapping phenomenon in a thermal sodium atomic beam. We compare the different coherent-population-trapping schemes that can be established on the D_1 line using the Zeeman sublevels of a given ground hyperfine state. The coherent-population-trapping preparation is examined by means of a Hanle-effect configuration. The efficiency of the coherent-population-trapping phenomenon has been examined in presence of optical pumping into hyperfine levels external to those of the excited transition. We show that both the contrast and the width of the coherent population trapping resonance strongly decrease when the optical pumping rate is increased. In the experiment, the loss rate due to optical pumping has been controlled by means of a laser repump of variable intensity. [S1050-2947(97)08304-2]

PACS number(s): 32.80.Pj, 34.50.Rk

I. INTRODUCTION

Recently, the coherent-population-trapping (CPT) phenomenon has received much interest, especially in connection with its applications, for example, the laser cooling below the recoil limit or lasing without inversion (see [1] for a review). At the beginning CPT theoretical studies were restricted to the three-level Λ system [2,3], but recently, they have been extended to different atom-light interaction schemes [4,5]. Despite the large amount of data available on the CPT phenomenon exploited in several atom-light interaction schemes, the features related to different level schemes and established on a given atomic species have never been directly compared. However, the increasing interest in CPT applications requires realistic calculations, taking in account processes such as the loss towards the external states, the Doppler broadening of the absorbing transition, and the collisions, all of them present in the experiment and determining the strength of the CPT resonance.

The main goal of the present investigation is to study the dependence of the CPT phenomenon on the atom-laser interaction parameters. In this paper we focus our attention on the level schemes that can be established on the sodium D_1 line using as ground states the Zeeman sublevels of the same hyperfine component. We investigate theoretically and experimentally the CPT features associated with the different hyperfine optical transitions. As shown in Fig. 1, the hyperfine transitions composing the D_1 line are $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$, $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$, and $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$. Within all those optical transitions, only a limited number of Zeeman sublevels contributes to the preparation of the CPT coherent superposition of states, and precisely those connected by heavy lines in Fig. 1. For instance, the $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ transition contains a Λ system that when excited by σ^+ , σ^- light produces the coherent superposition of ground states not interacting with the laser radiation. The $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ transition contains an M-shaped system that again when excited by σ^+ , σ^- light produces a coherent superposition of three ground states not interacting with the laser radiation. For the transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$ both the

coherent dark superpositions listed above for the $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ and $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ transitions are present. Finally the transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ is not relevant for CPT in the σ^+ , σ^- light configuration, because it does not contain a coherent superposition noncoupled to the laser field.

The experiment is based on the laser excitation of a sodium atomic beam. To produce CPT in the sodium atoms and to investigate its production we have used a Hanle effect configuration. The sodium atoms are excited by monochromatic linearly polarized laser light resonant with an hyperfine optical transition; the degeneracy of the ground-state

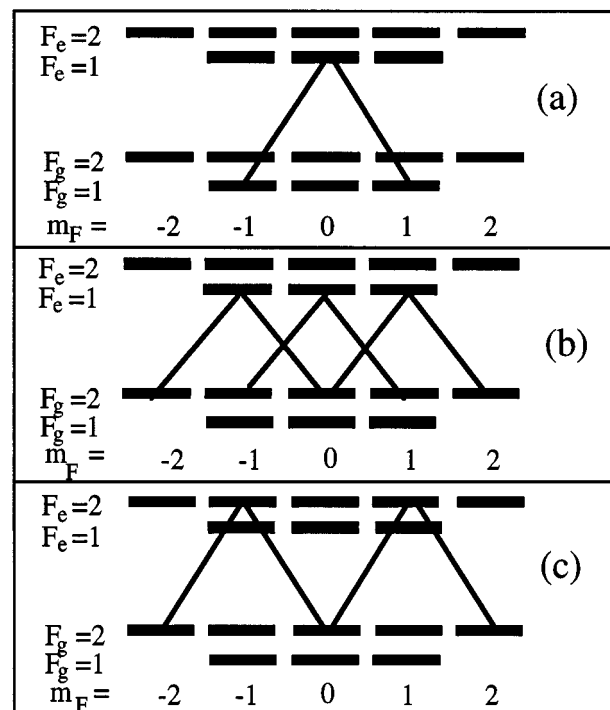


FIG. 1. Different CPT schemes that can be established on the hyperfine components of the sodium D_1 line through excitation by σ_+ , σ_- laser lights.

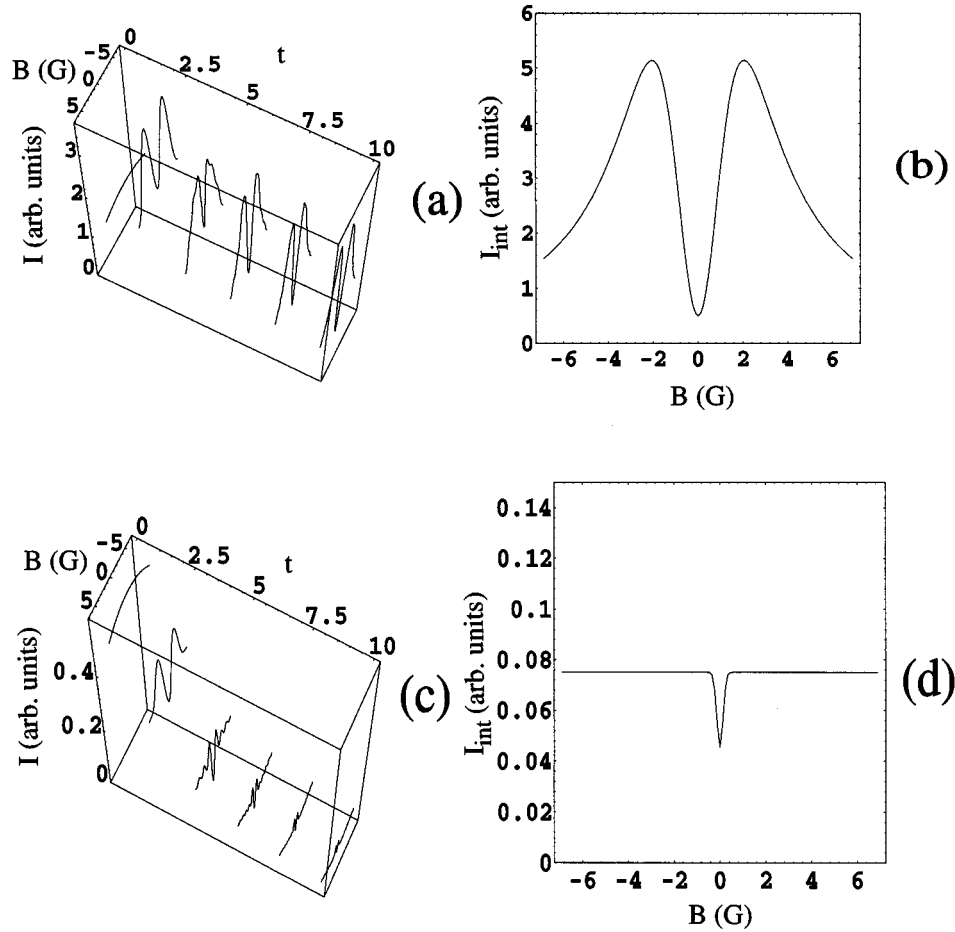


FIG. 2. Theoretical results for the time-dependent intensity I versus time t and integrated fluorescence intensity I_{int} at $t_f=45$ for the $F_g=1 \rightarrow F_e=1$ hyperfine transition in correspondence with different values of the loss parameter $\alpha_{F_e=1 \rightarrow F_g=1; F_{g'}=2}$. In (a) and (b) $\alpha_{F_e=1 \rightarrow F_g=1; F_{g'}=2}=0$, i.e., a hypothetical closed transition; in (c) and (d) $\alpha_{F_e=1 \rightarrow F_g=1; F_{g'}=2}=5$ as for the real hyperfine transition of the D_1 line. The time t and t_f are measured in units of $1/\Gamma_{F_e=1 \rightarrow F_g=1}$. The laser intensity is 26 mW/cm^2 .

Zeeman sublevels is removed by the introduction of an external magnetic field that is parallel to the laser propagation direction. For zero magnetic field the atomic system is optically pumped into a coherent superposition of ground states noninteracting with the laser field, i.e., the dark or noncoupled state. For a fixed laser frequency, scanning the external magnetic field around the zero value, the atomic fluorescence emitted at right angles with respect to the directions of the laser field propagation and of the magnetic field exhibits a minimum at zero magnetic field with a line-shape dip that is typical of the Hanle-CPT phenomenon.

We have measured the contrast and the linewidth of the resonance in the Hanle-CPT line shape versus the intensity of applied laser field. These measurements are compared to analytical and numerical analyses. For a closed optical transition the CPT process is quite straightforwardly understood and described in the frame of the optical Bloch equations. With an atomic sample in an initial uniform Zeeman distribution, the atomic preparation into the coherent superposition increases with a time constant determined by the optical pumping rate into the noncoupled state. For an open optical transition, i.e., in the presence of atomic levels that are ex-

ternal to the hyperfine transition resonant with the laser light, the atomic preparation into the coherent superposition is modified by the optical pumping into those levels. The atomic time evolution is governed by the competition between optical pumping into the noncoupled state and the optical pumping into the external hyperfine states.

We have investigated, both theoretically and experimentally, how the contrast and linewidth features of the CPT resonance depend on the optical pumping rate towards the external levels. In effect for the different hyperfine optical transitions of the sodium D_1 line, owing to their different optical pumping rates, the CPT resonances have different linewidths and contrasts. The optical pumping rate into external levels may be compensated by the application of a repumping laser of variable intensity. Thus, we have studied the CPT features of a given scheme of hyperfine levels as a function of the external optical pumping loss rate by applying a repumping laser of variable intensity. Some of our results, as the narrow linewidth realized on open transitions, can be applied to the magnetometry based on coherent population trapping recently introduced by Wynands *et al.* [6].

Our investigation should be compared to previous CPT studies. The more recent and detailed investigation of the CPT resonance has been performed by Ling *et al.* [7]. Previous accurate studies of the Hanle effect in the ground state [8–12] have examined the line-shape dependence on the laser intensity. Moreover, optical pumping and narrow lineshapes have been studied in a variety of nonlinear spectroscopy techniques [13]. None of the previous studies analyzed the role of the different hyperfine transitions as presented here. Ling *et al.* [7] have examined the role of the Doppler broadening on CPT. Their results show that in our experiment the Doppler broadening associated to the residual divergence of the sodium atomic beam has a negligible influence on the measured contrast and linewidth. Thus, we have not included the Doppler broadening in our analysis. In the comparison between our data and the theoretical analysis we have discovered that our measured contrast could not reach the theoretical value because the magnetic-field compensation was not accurate as required. On the contrary, in the experiment by Picqué [12] the very good magnetic-field compensation allowed the author to reach the contrast predicted by the theory. Thus, we have used the data of Ref. [12] for completing the comparison with our theoretical analysis.

In the present work Sec. II contains a theoretical analysis of the CPT process based on the analytical and numerical solution of the optical Bloch equations. Section III describes the experimental setup and the experimental results. Section IV contains the comparison between the theoretical analysis and the experimental results. In Sec. V conclusions are presented.

II. OPTICAL BLOCH EQUATION

We consider a sodium atom interacting with a linearly polarized monochromatic laser light resonant with one of the hyperfine transition of the D_1 line and propagating in the direction Oz

$$\begin{aligned} \vec{E}(z,t) &= \frac{\mathcal{E}}{2} \vec{\epsilon}_x e^{i(kz-\omega t)} + \text{c.c.} \\ &= \frac{\sqrt{2}\mathcal{E}}{4} (\vec{\epsilon}_{\sigma^+} + \vec{\epsilon}_{\sigma^-}) e^{i(kz-\omega t)} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (1)$$

with $\vec{\epsilon}_i$ the unit vector of the i polarization. We indicate by $F_g \rightarrow F_e$ the transition pumped by the laser, F_g and F_e being the quantum numbers of the total angular momentum of the hyperfine levels of the $^2S_{1/2}$ and $^2P_{1/2}$ levels, respectively. The quantum number of the total angular momentum of the other hyperfine level of the $^2S_{1/2}$ level will be denoted by $F_{g'}$. A magnetic field B is applied in the direction Oz .

For the z axis as quantization axis, the optical Bloch equations (OBE) for the system $F_g \rightarrow F_e$ under examination have the following form ($|e_j\rangle = |JIF_e j\rangle, |g_j\rangle = |JIF_g j\rangle$):

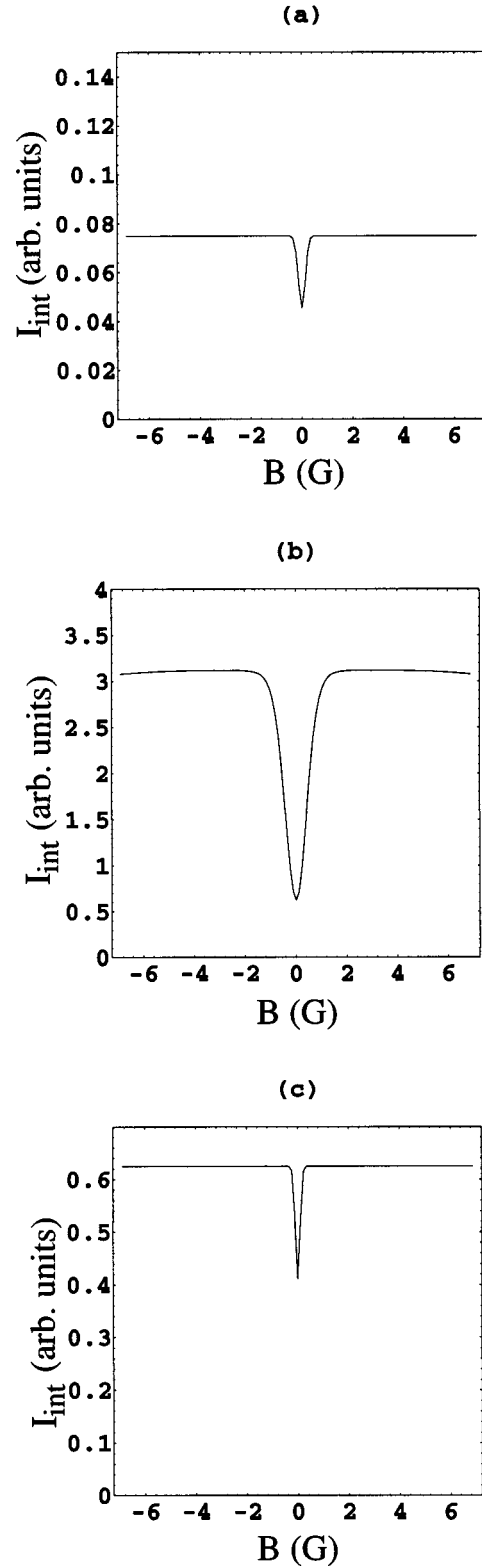


FIG. 3. Theoretical results for the integrated fluorescence intensity I_{int} at $t_f = 45/\Gamma_{F_e=1 \rightarrow F_g=1}$ for the real (open) transitions of the sodium D_1 line, calculated for the laser intensity of 26 mW/cm^2 . (a) corresponds to the transition $F_g=1 \rightarrow F_e=1$, (b) to $F_g=2 \rightarrow F_e=1$, and (c) to $F_g=2 \rightarrow F_e=2$.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e_i e_j} = & -[i\omega_{e_i e_j} + \Gamma_{F_e \rightarrow F_g}(1 + \alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}})]\rho_{e_i e_j} \\ & + \frac{i}{\hbar} \sum_{g_k} (\rho_{e_i g_k} V_{g_k e_j} - V_{e_i g_k} \rho_{g_k e_j}), \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e_i g_j} = & -\left[i\omega_{e_i g_j} + \frac{\Gamma_{F_e \rightarrow F_g}(1 + \alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}})}{2} \right] \rho_{e_i g_j} \\ & + \frac{i}{\hbar} \left(\sum_{e_k} \rho_{e_i e_k} V_{e_k g_j} - \sum_{g_k} V_{e_i g_k} \rho_{g_k e_j} \right), \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g_i g_j} = & -i\omega_{g_i g_j} \rho_{g_i g_j} + \frac{i}{\hbar} \sum_{e_k} (\rho_{g_i e_k} V_{e_k g_j} - V_{g_i e_k} \rho_{e_k g_j}) \\ & + \left(\frac{d}{dt} \rho_{g_i g_j} \right)_{SE}. \end{aligned} \quad (2c)$$

The quantities $\omega_{\alpha_i, \beta_j}$, with $\alpha, \beta = (e, g)$ represent the frequency separation between the levels α_i and β_j , including the Zeeman splittings of the ground and excited levels due to the applied magnetic field B ,

$$\omega_{\alpha_i, \beta_j} = \frac{E_{\alpha_i} - E_{\beta_j}}{\hbar}. \quad (3)$$

Γ is the total spontaneous emission rate for any excited level, $\Gamma_{F_e \rightarrow F_g}$ denotes the spontaneous decay rate on the $F_e \rightarrow F_g$ transition and $\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}}$, the ratio between the spontaneous decays on the $F_e \rightarrow F_{g'}$ and $F_e \rightarrow F_g$ transitions. This ratio is given by [14]

$$\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}} = \frac{\Gamma_{F_e \rightarrow F_{g'}}}{\Gamma_{F_e \rightarrow F_g}} = \frac{2F_{g'} + 1}{2F_g + 1} \frac{\begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & F_{g'} & \frac{3}{2} \\ F_e & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix}^2}{\begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & F_g & \frac{3}{2} \\ F_e & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix}^2}. \quad (4)$$

The term $\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}}$ describes the loss due to spontaneous decay to the ground level $F_{g'}$, external to the transition pumped by the laser. Note that the term $\Gamma_{F_e \rightarrow F_g}(1 + \alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}})$ in Eqs. (2) is equal to Γ so that the description through α evidences the role of the spontaneous decay towards external levels. For the hyperfine components of the D_1 transition the values of α are

$$\alpha_{F_e=1 \rightarrow F_g=1; F_{g'}=2} = 5, \quad (5a)$$

$$\alpha_{F_g=2 \rightarrow F_e=2; F_{g'}=1} = 1, \quad (5b)$$

$$\alpha_{F_g=2 \rightarrow F_e=1; F_{g'}=1} = \frac{1}{5}. \quad (5c)$$

In the dipole approximation the atom-laser interaction has matrix elements

$$V_{e_i, g_j} = -\frac{\langle e_i | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_x | g_j \rangle}{2} \mathcal{E}. \quad (6)$$

The spontaneous-emission repopulation terms are [15,16]

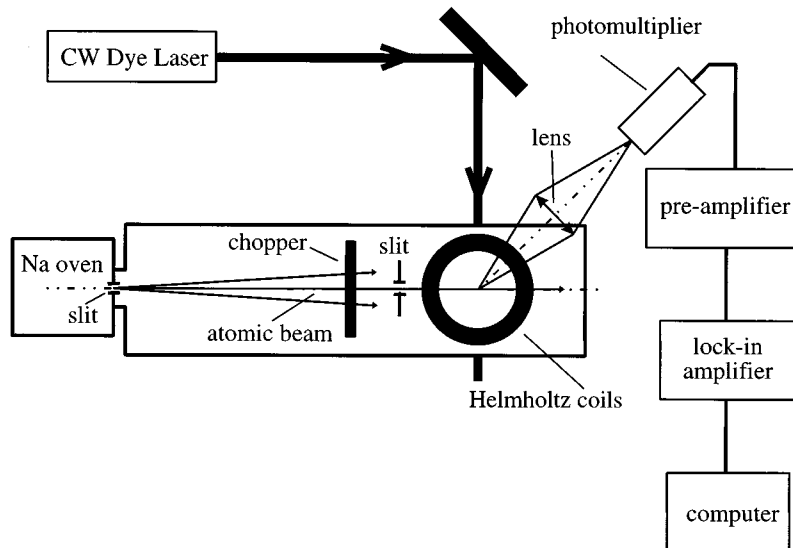


FIG. 4. Experimental setup for the investigation of the Hanle-CPT resonance on a sodium atomic beam for the different hyperfine transitions on the D_1 line.

$$\left(\frac{d}{dt} \rho_{g_k g_{k'}} \right)_{SE} = (2F_e + 1) \Gamma_{F_e \rightarrow F_g} \sum_{(q, q' = -F_e, +F_e), (p = -1, 1)} (-1)^{p-k-q'} \begin{pmatrix} F_g & 1 & F_e \\ -k & p & q \end{pmatrix} \rho_{e_q e_{q'}} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -q' & -p & k' \end{pmatrix}. \quad (7)$$

In order to examine the influence of the external levels on the Hanle-CPT resonance around zero magnetic field, we have solved numerically the time-dependent OBE with the initial condition $\rho_{g_i, g_j}(t=0) = \frac{1}{8} \delta_{ij}$, $\rho_{g_i, e_j}(t=0) = \rho_{e_i, e_j}(t=0) = 0$. We have calculated the time-dependent fluorescence intensity emitted from the atomic system

$$I(B, t) = \Gamma \sum_{m_F = -F_e, F_e} \rho_{ee}. \quad (8)$$

In our experiment on an atomic beam, we detect a signal proportional to the integrated fluorescence intensity emitted by an atom interacting with the laser light during a time t_f ,

$$I_{\text{int}}(B) = \int_0^{t_f} I(B, t) dt. \quad (9)$$

In the case of a closed atomic system, if the time-integrated detected signal corresponds to a long interaction times t_f , the transient initial regime produces a negligible contribution to the overall intensity. The contrast between the maximum and the minimum of the emitted fluorescence intensity, defined as in Ref. [1,17], approaches 100% when all the atoms are pumped into the noncoupled state. In the case of an open system the excited-state occupation at the steady state is equal to zero: all population is lost because of the presence of the external state. In this case the transient regime produces the most important contribution to the integrated emitted intensity, which exhibits a Hanle-CPT resonance with contrast strongly depending on the atomic transition. Figure 2 shows results for I versus B at different interaction times and I_{int} versus B at $t_f = 45/\Gamma_{F_e \rightarrow F_g = 1}$ for the $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ hyperfine transition of the D_1 line, at different values of $\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}}$. The case $\alpha = 0$ of (a) and (b) corresponds to an ideal close transition, the case $\alpha_{F_e \rightarrow F_g = 1; F_{g'} = 2} = 5$ of (c) and (d) corresponds to the real $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ transition of the D_1 line. In (a) and (b) for the case of a closed atomic system, where $\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_{g'}} = 0$, the time-dependent fluorescence intensity exhibits a sharp and well pronounced Hanle-CPT resonance around zero magnetic field. The contrast of I_{int} increases with the interaction time and results around 100% at larger interaction times. In (c) and (d) a large loss towards external states produces a reduced intensity I , and a smaller contrast in the integrated intensity I_{int} . The limiting value for the contrast observed on I is 100% independently of the loss rate and is reached at interaction times shorter than in the case of a closed system, because only those atoms already in the noncoupled state contribute to the contrast, the remaining ones having been pumped into the external states. The integrated fluorescence I_{int} is obtained summing up the contributions at different times, and those at earlier times have a larger

weight on the sum. Also for an open system the contrast increases with the interaction time, reaching a value smaller than 100% at larger interaction times.

Figure 3 shows the results for the integrated fluorescence intensity I_{int} in the case of the real open transitions of sodium, for a choice of experimental parameters corresponding to the conditions of the experimental investigation. The different contrast of the Hanle-CPT resonance for the different hyperfine transitions is quite evident. A large contrast is obtained for the $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$ transition with the smallest value of losses towards external states.

The results of Figs. 2 and 3 show that the loss towards the external states modifies strongly also the linewidth. In Fig. 2 the resonance linewidth for the case of $\alpha_{F_e \rightarrow F_g = 1; F_{g'} = 2} = 5$ is much narrower than the linewidth for the case $\alpha = 0$. In Fig. 3 the real hyperfine transitions are directly compared and once again open transitions with a larger loss towards external states have a more narrow resonance. The comparison between different hyperfine transitions is not straightforward because the matrix element $V_{e,g}$ of the atom-laser interaction between excited and ground states depends on the hyperfine levels, and furthermore, in the system $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$, two noncoupled states are present. However, the CPT analysis for a closed symmetrical Λ system performed in the basis of the coupled and noncoupled states is very useful for the interpretation. In that analysis [1,17], in absence of ground-state relaxation, at the steady state the linewidth of the CPT resonance is determined by the loss rate Γ' of the coupled state, with $\Gamma' = V_{e,g} / (\hbar^2 \Gamma_{\text{exc}})$, Γ_{exc} being the excited-state lifetime. In Fig. 2, the main difference between the closed, in (a) and (b), and open, in (c) and (d), systems is the excited-state lifetime, with $\Gamma_{\text{exc}} = \Gamma_{1 \rightarrow 1}$ in the first case, and $\Gamma_{\text{exc}} = \Gamma_{1 \rightarrow 1} (1 + \alpha_{1 \rightarrow 1, 2})$ in the second case. An increase in that lifetime produces

a smaller Γ' and a more narrow CPT resonance, as observed in the figure for both I and I_{int} . It should be noted that in an open system the coupled-noncoupled approach applied to states without population because of the optical pumping towards external states is not really meaningful.

The narrow linewidths obtained in Fig. 3 have a different explanation, because for the real D_1 line hyperfine transitions the excited states have the same lifetime Γ , whichever Zeeman or hyperfine component. The narrow resonances are obtained in the curve of I_{int} versus B and the contribution of I at different interaction times should be considered. They arise because of the simultaneous action of the pumping into the noncoupled nonabsorbing state and of the optical pumping towards external states. The optical pumping towards external states is less efficient whenever the optical pumping in the noncoupled states is more efficient: in the noncoupled state the atomic wave function has no contribution of excited state, whence the atom does not decay towards the external states. Thus, the narrow CPT resonance, being produced by the contribution of only those atoms

remaining in the noncoupled state and nondecaying towards the external states, is a consequence of an atomic selection.

III. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup is shown in Fig. 4. We used a single-mode CW dye laser; the light polarization was linear and the propagation direction orthogonal to the thermal sodium atomic beam. An external magnetic field was applied parallel to the laser beam propagation direction. Magnetic-field Helmholtz coils, applied around the atom-laser interaction region, were driven by a programmable power supply in order to produce a linear scan of the magnetic field. The

earth magnetic field was compensated to better than 0.05 G by additional pairs of Helmholtz coils. By tuning the laser to different hyperfine optical transitions of the sodium D_1 line, we excited different atomic configurations. The laser frequency was tuned to the center of the homogeneous hyperfine absorption profile. The fluorescence signal emitted by the sodium atoms at right angles with respect to the directions of the laser field propagation and of the magnetic field was detected through a photomultiplier and recorded by means of a lock-in amplifier and a standard data acquisition system. In our experiment the interaction time was of the order of few μs , to be compared to the $3P_{1/2}$ excited-state lifetime of 16 ns.

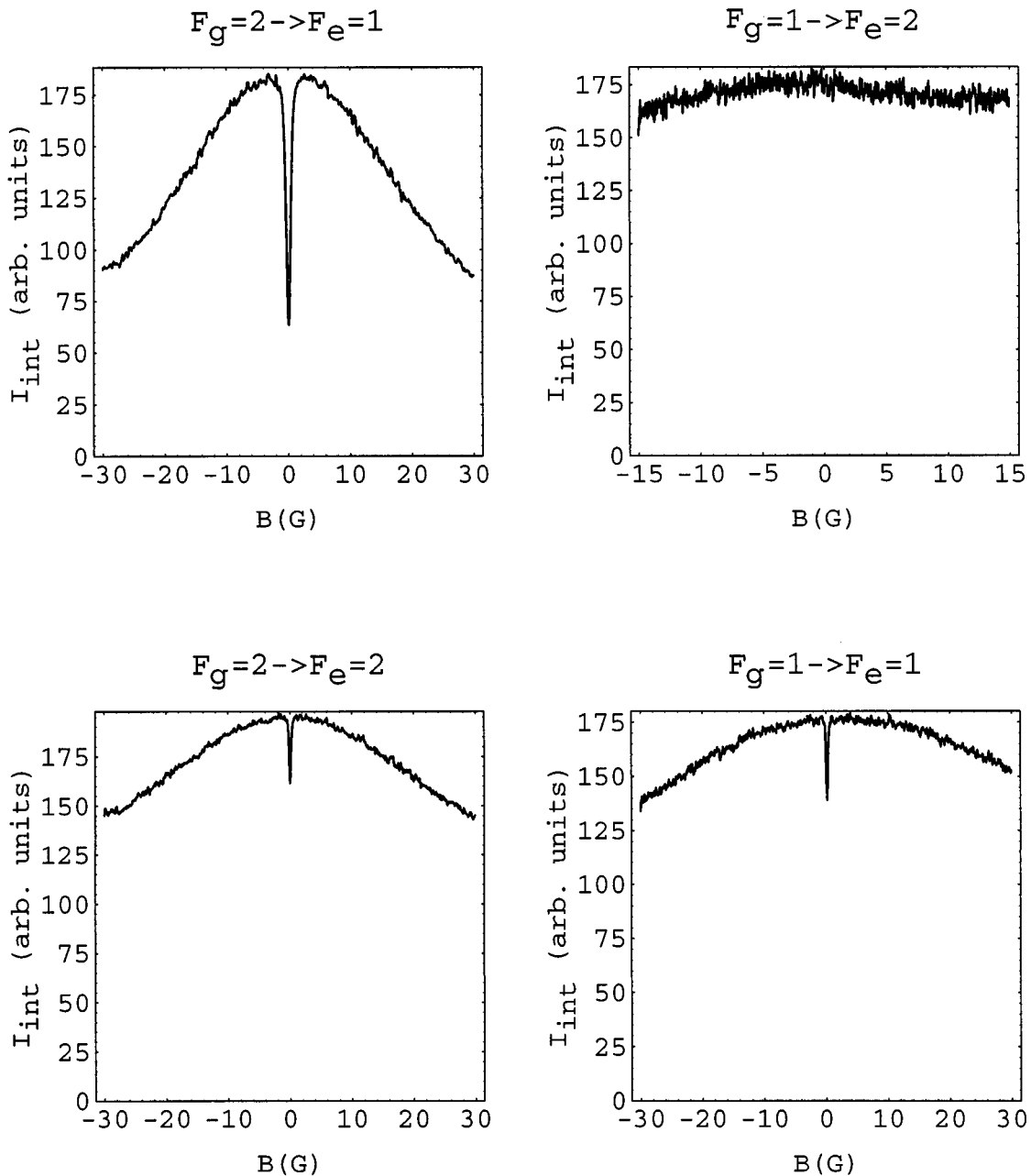


FIG. 5. Experimental results for the fluorescence intensity I_{int} as a function of the magnetic field B on the different hyperfine transitions with no repumping laser. The interaction time is $\approx 4.5 \mu\text{s}$. Laser intensity $I_L = 26 \text{ mW/cm}^2$ in all the data sets.

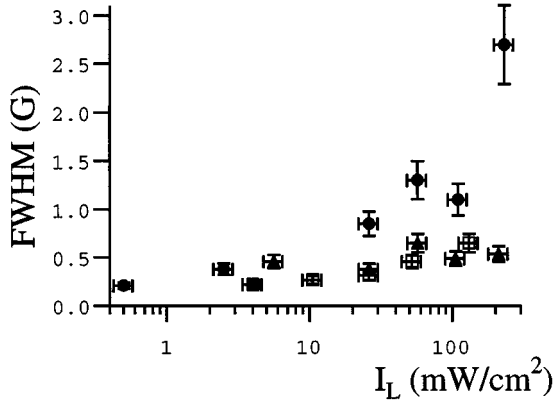


FIG. 6. Experimental results for the full width at half maximum linewidth of the Hanle-CPT resonance for the different hyperfine transitions as a function of the laser intensity. Black triangles correspond to laser excitation on the transition $F_g=2 \rightarrow F_e=2$, while open squares to $F_g=1 \rightarrow F_e=1$ and closed circles to $F_g=2 \rightarrow F_e=1$. Typical error bars are marked.

IV. EXPERIMENTAL RESULTS AND COMPARISON WITH THEORY

Examples of the time-integrated fluorescence signals recorded on the different hyperfine transitions are shown in Fig. 5. Three of the four transitions on the D_1 line exhibit the Hanle-CPT typical dip. The transition $F_g=1 \rightarrow F_e=2$ does not exhibit any dip because there are no noncoupled states into which the atom could be pumped. The dip contrasts for the other three transitions, $F_g=1 \rightarrow F_e=1$, $F_g=2 \rightarrow F_e=1$, $F_g=2 \rightarrow F_e=2$, are very different. The dip for the transition $F_g=2 \rightarrow F_e=1$ is very pronounced, and the corresponding contrast is large. The contrasts of the dips associated with the transitions $F_g=1 \rightarrow F_e=1$ and $F_g=2 \rightarrow F_e=2$ are smaller. The observed behaviors correspond to those predicted by the analysis and shown in Fig. 2. The hyperfine transitions with a larger loss factor α towards external states present a narrower Hanle-CPT resonance. However, it should be noted that different hyperfine transitions cannot be directly compared, as already discussed.

The full width at half maximum linewidth and the contrast of the Hanle-CPT resonance for the various hyperfine transitions have been studied as a function of the laser intensity. The experimental results are shown in Figs. 6 and 7(a). The experimental results of Figs. 6 and 7(a) for the linewidth and contrast of the Hanle-CPT resonance have been compared to the theoretical numerical analysis. The theory predicts an increase of the linewidth and contrast with the applied laser intensity, as observed in the experiment. However, the maximum contrast achieved in our experimental observations is lower than that predicted by the theory. For instance, for the $F_g=2 \rightarrow F_e=1$ hyperfine transition, the maximum theoretical contrast is 67%, while the measured value of the maximum contrast on that transition is around 50%. In order to examine more carefully the comparison between theory and experiments, our theoretical analysis has been applied also to the Hanle-CPT measurements published by Picqué [12] in an experimental configuration very similar to the present one, on the $F_g=2 \rightarrow F_e=1$ hyperfine transition of the sodium D_1 line as a function of the applied laser field

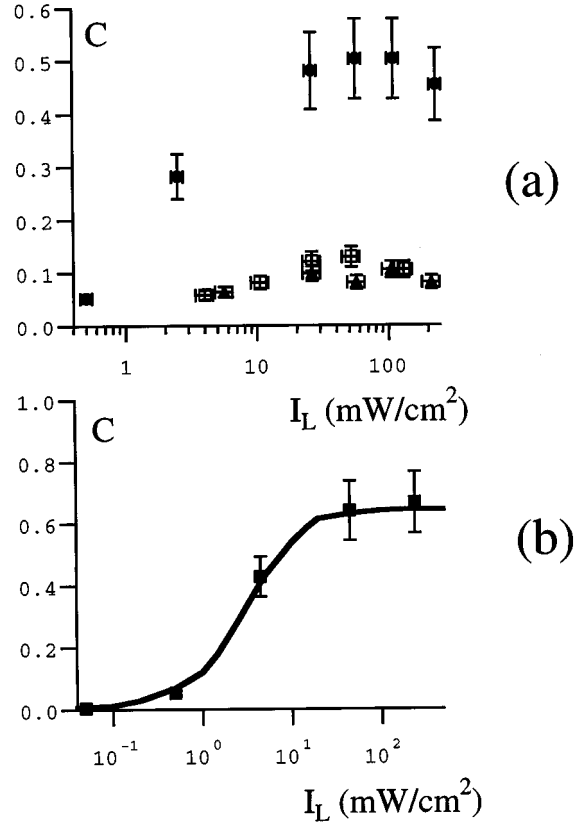


FIG. 7. In (a) experimental results for the contrast of the Hanle-CPT resonance for the different hyperfine transitions as a function of the laser intensity. Black triangles correspond to the transition $F_g=2 \rightarrow F_e=2$, open squares to $F_g=1 \rightarrow F_e=1$, and closed circles to $F_g=2 \rightarrow F_e=1$. Typical error bars are marked. In (b) experimental results for the $F_g=2 \rightarrow F_e=1$ transition from Ref. [12] for the contrast of the Hanle-CPT resonance as a function of the laser intensity. Laser intensity derived from [12]; error bar of the contrast estimated on the figures of that reference.

intensity. The contrast of the Hanle-CPT resonances, as derived from the five curves published in [12], and the results of a theoretical analysis for the interaction times of that reference are reported in Fig. 7(b). In this case the agreement between our theory and the experimental results is very good, confirming the validity of the theoretical approach [18]. The experiment of [12] reported a compensation of the stray magnetic fields within 10 mG over the whole atom-laser interaction volume. Thus, our failure to reproduce the theoretical contrast is produced by an imperfect compensation of the magnetic field in our apparatus. More precisely, owing to the presence of some magnetic-field gradient present in the atom-laser interaction region, the magnetic field could not be compensated over the whole interaction region through our Helmholtz coils.

For the D_1 excitation on sodium atoms none of the hyperfine optical transitions is closed. However, experimentally, a closedlike situation can be realized through the application of a repumping laser, which compensates the losses term $\dot{\rho}_{e_i e_i} = -\alpha_{F_e \rightarrow F_g; F_g'} \Gamma_{F_e \rightarrow F_g} \rho_{e_i e_i}$ for the population decay. We examined, for a given transition, the dependence of contrast and linewidth on the population loss rate, by apply-

ing a repumping laser to partially compensate the losses towards external states. Varying the intensity of the repumping laser it was possible to study the features of the CPT resonance as a function of the rate of population losses. Obviously the repumping transition should be chosen in order to not produce an additional noncoupled coherent superposition. In the case of the sodium D_1 line the most favorable transition for this study is the $F_g=2 \rightarrow F_e=2$ transition because the transition $F_g=1 \rightarrow F_e=2$, without noncoupled state, as verified by the record in Fig. 5(d), can be used for repumping. The CPT results in presence of a repumping laser are reported in Fig. 8: it is clearly visible that the contrast and the width of the CPT resonance increase for increasing power of the repumping laser, i.e., for a decreasing rate of population losses. These experimental results can be compared to the theoretical ones of Fig. 2. The presence of a repumping laser, compensating for the losses towards external states, is equivalent to a longer lifetime of the excited state. Thus starting from the configuration of an open system as in Fig. 2(b) in absence of the repumping laser, its application produces an effective closed system as in Fig. 2(a). It should be noted that the repumping laser does not compensate for the decay rate of the optical coherences. However, after preparation of the atoms in the noncoupled states, the optical coherences are zero and their decay is not relevant for the atomic preparation.

V. CONCLUSIONS

The CPT phenomenon on the sodium D_1 line has been investigated by means of an Hanle effect configuration comparing different level schemes (Λ and M) and studying the influence of the losses towards external states. Different atom-laser interaction schemes involving as ground states the sublevels of the same hyperfine component have been considered. On the sodium D_1 line the relevant transitions are $F_g=1 \rightarrow F_e=1$, $F_g=2 \rightarrow F_e=1$, $F_g=2 \rightarrow F_e=2$. As the original contribution of the present investigation we have investigated CPT in atomic configurations that are not closed for spontaneous-emission decay. We have demonstrated that CPT may be realized on those open transitions with an efficiency decreasing with the amount of spontaneous emission towards external states. Because in the D_1 line the different level configurations correspond to different rates of population losses, the features, i.e., width and contrast, of the Hanle-CPT resonance depend on the explored transition. A careful study of the dependence of the width and contrast of the Hanle-CPT dip on the interaction parameters has been performed. A numerical analysis of the density-matrix equations confirms most experimental observations, except that the maximum contrast is lower than the expected one because of the imperfect compensation of the magnetic field in the experiment. However, our numerical analysis is in agreement with the contrast measured in a previous experiment [12], where a very good magnetic-field compensation was applied. The experimental data show that the contrast of the Hanle-CPT dip is less than 100%. It depends strongly on the population loss rate and it can be controlled by means of a repumping laser that compensates the rate of population losses towards the external levels. The contrast of the Hanle-CPT resonance is only weakly affected by the small Doppler

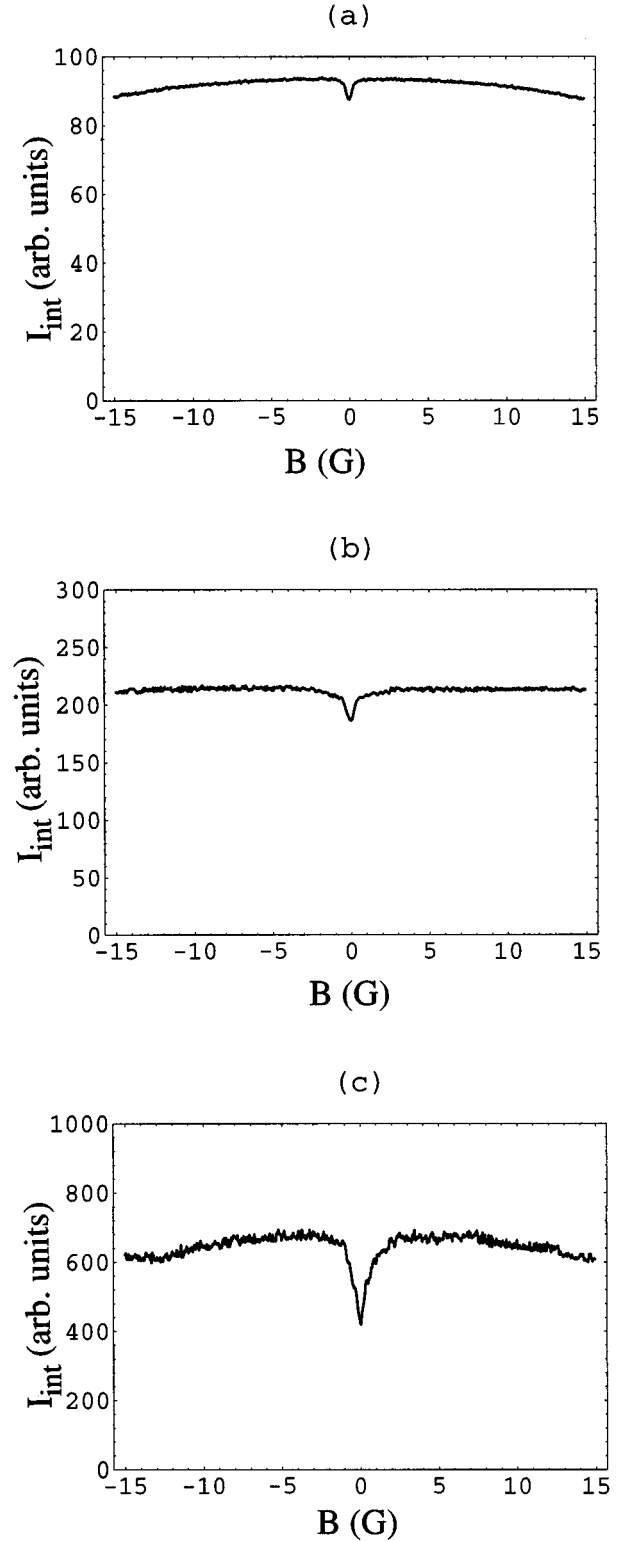


FIG. 8. Experimental results for the integrated fluorescence intensity, I_{int} , as a function of the applied magnetic field, with one laser tuned to the transition $F_g=2 \rightarrow F_e=2$ to establish the M -scheme; another laser tuned to the transition $F_g=1 \rightarrow F_e=2$ to repump the atoms. The intensity of the laser used to establish the M scheme was $I_L=250 \text{ mW/cm}^2$. The intensity of the repumping laser was in (a) $I_R=0$, (b) $I_R=20 \text{ mW/cm}^2$, (c) $I_R=200 \text{ mW/cm}^2$.

broadening associated to the atomic beam.

Note that in the regime of very large saturation, the power broadening of the spectral lines does not allow the interpretation of the experiment as a pure $F_g \rightarrow F_e$ transition with losses on $F_{g'}$. Let us consider, for example, the case of $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ (Λ scheme). At large laser saturation the absorption lines $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ and $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ are excited simultaneously. Thus, we do not have a pure Λ system

but a $\Lambda + W$ system, where the states are not completely dark for the laser absorption.

ACKNOWLEDGMENT

This work has been partially supported by the Austrian Science Foundation Grant No. S 6508.

-
- [1] E. Arimondo, in *Progress in Optics*, edited by E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, 1996), Vol. 35 p. 257.
- [2] E. Arimondo and G. Orriols, *Lett. Nuovo Cimento* **17**, 333 (1976).
- [3] H.R. Gray, R.W. Whitley, and C.R. Stroud, Jr., *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
- [4] V.S. Smirnov, A.M. Tumaikin, and V.I. Yudin, *Zh. Éksp. Teor. Fiz.* **96**, 1613 (1989) [*Sov. Phys. JETP* **69**, 913 1989].
- [5] F. Papoff, F. Mauri, and E. Arimondo, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 321 (1992).
- [6] R. Wynands, S. Brandt, A. Nagel, and D. Meschede, in *International Quantum Electronics Conference*, 1996 OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, D.C., 1996), paper TuL62; in *European Quantum Electronics Conference*, 1996 OSA CLEO/Europe Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, D.C., 1996), paper QThJ1.
- [7] H.Y. Ling, Y.-Q. Li, and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **53**, 1014 (1996).
- [8] J.C. Lehmann and C. Cohen-Tannoudji, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **258**, 4463 (1964); J. Dupont-Roc, S. Haroche, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Lett.* **28A**, 638 (1969); C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, and F. Laloë, *Rev. Phys. Appl.* **5**, 95 (1970); C. Cohen-Tannoudji, in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, edited by R. Balian, S. Haroche, and S. Liberman (North-Holland, Amsterdam, 1977), Vol. 1, p. 3.
- [9] W. Rasmussen, R. Schieder, and H. Walther, *Opt. Commun.* **12**, 315 (1974).
- [10] R. Schieder and H. Walther, *Z. Phys.* **270**, 55 (1974).
- [11] H. Brand, W. Lange, J. Luther, B. Nottbeck, and R. Schröder, *Opt. Commun.* **13**, 286 (1975).
- [12] J.L. Picqué, *J. Phys. B* **11**, L59 (1978).
- [13] For a recent review, see *Frontiers in Laser Spectroscopy*, edited by M. Inguscio and T. W. Hänsch (North-Holland, Amsterdam, 1994), and references therein.
- [14] I.I. Sobel'man, in *Atomic Spectra and Radiative Transitions*, Springer Series in Chemical Physics Vol. 1 (Springer, Berlin, 1979).
- [15] W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
- [16] A. Omont, *Prog. Quantum Electron.* **5**, 69 (1977).
- [17] E. Arimondo, *Phys. Rev. A* **54**, 2216 (1996).
- [18] The presence in the experiment of a distribution of the interaction times owing to the velocity distribution in the thermal beam does not affect the results. In effect the interaction times were so long that the large majority of the atoms reached the steady state of empty population.

Annexe D

Current switch by coherent trapping of electrons in quantum dots

T. Brandes and F. Renzoni

Phys. Rev. Lett. **85**, 4148 (2000)

Current Switch by Coherent Trapping of Electrons in Quantum Dots

T. Brandes^{1,*} and F. Renzoni²

¹Universität Hamburg, 1. Institut für Theoretische Physik, Jungiusstrasse 9, D-20355 Hamburg, Germany

²Universität Hamburg, Institut für Laserphysik, Jungiusstrasse 9, D-20355 Hamburg, Germany

(Received 26 April 2000)

We propose a new transport mechanism through tunnel-coupled quantum dots based on the coherent population trapping effect. Coupling to an excited level by the coherent radiation of two microwaves can lead to an extremely narrow current antiresonance. The effect can be used to determine interdot dephasing rates and is a mechanism for a very sensitive, optically controlled current switch.

PACS numbers: 73.23.Hk, 73.40.Gk, 73.50.Pz

The analogy between real and artificial atoms (quantum dots) suggests the transfer of concepts from atomic physics to ultrasmall semiconductor structures. If methods such as optical coherent control are combined with the tunability of quantum dots, basic quantum mechanical effects such as preparation in a superposition of states and quantum interference can be realized and controlled in artificial microscopic devices. The interaction with light has been used to create coherent superpositions of states in single [1] and double quantum dots [2]. Furthermore, external radiation fields lead to nonlinear electron transport effects such as photoassisted tunneling and photosidebands [3,4].

In this Letter, we propose a new transport mechanism through tunnel-coupled quantum dots based on the coherent population trapping effect, a well-known effect in atomic laser spectroscopy [5]. We predict that the interaction with coherent light of two frequencies can be used to pump a current through a double dot. As a function of the relative detuning of the two frequencies the current shows an extremely narrow antiresonance, i.e., an optically controlled abrupt transition from a conducting to a nonconducting state. We furthermore show that the vanishing of the current antiresonance due to dephasing of the coupled ground states coherence (which can be controlled by tuning the tunnel coupling) can be used to obtain quantitative estimates for inelastic dephasing rates in coupled dots.

The effect appears in double quantum dots where electron transport involves tunneling through two bonding and antibonding ground states $|1\rangle$ and $|2\rangle$ and one additional excited state $|0\rangle$; see Fig. 1. Leads coupled to both dots have chemical potentials such that electrons can tunnel into the ground states but leave the dot only through the excited state. The system is driven by two light (microwave) sources with frequencies ω_1 and ω_2 that are detuned off the two excitation energies by $\hbar\delta_1 := \varepsilon_0 - \varepsilon_1 - \hbar\omega_1$ and $\hbar\delta_2 := \varepsilon_0 - \varepsilon_2 - \hbar\omega_2$. Relaxation from the excited level by acoustic phonon emission traps the dot in a coherent superposition of the bonding and the antibonding state, if $\delta_R := \delta_2 - \delta_1$ is tuned to zero. In this case, the excited level becomes completely depopulated. In the case of real atoms, the resulting trapping of the electron in a radiatively decoupled coherent superposition leads to “dark

resonances” in the fluorescence emission. In the double dot case discussed here, the dark resonance effect appears as a suddenly vanishing electron current for $\delta_R = 0$. We suggest that for low enough microwave intensity, the effect can serve as a very sensitive, optically controlled current switch.

Atomic dark states have been found to be extraordinary stable against a number of perturbations [6]. In the quantum dot case, due to the Pauli blocking of the leads, a trapped electron cannot tunnel out of the ground state coherent superposition. Furthermore, this superposition is protected from incoming electrons due to Coulomb blockade (no second electron can tunnel in). These two mechanisms guarantee the robustness of the effect, which is limited only by dephasing from inelastic processes. The latter are due to spontaneous emission of phonons in double dots [7,8] and can be controlled by tuning system parameters with gate voltages.

In our model, we consider a double quantum dot in the strong Coulomb blockade regime that is determined by transitions between states of fixed particle number N and $N + 1$. The two tunnel-coupled $N + 1$ -particle ground states $|G\rangle$ and $|G'\rangle$ (see Fig. 1, inset) have energy difference $\varepsilon := \varepsilon_{G'} - \varepsilon_G$ and hybridize into states $|1\rangle$ and

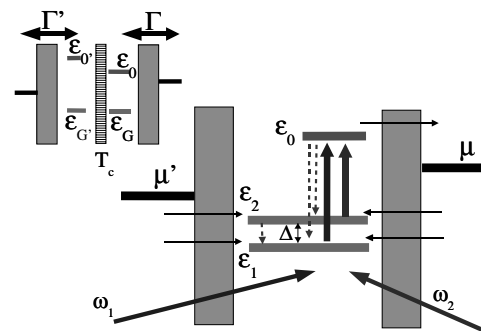


FIG. 1. Level scheme for two coupled quantum dots in the Coulomb blockade regime. Two tunnel-coupled ground states $|G\rangle$ and $|G'\rangle$ (small inset) form states $|1\rangle$ and $|2\rangle$ from which an electron is pumped to the excited state $|0\rangle$ by two light sources of frequency ω_1 and ω_2 . Relaxation by acoustic phonon emission is indicated by dashed arrows.

$|2\rangle$ of energy difference $\Delta := \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = (\varepsilon^2 + 4T_c^2)^{1/2}$. Here, T_c denotes the tunnel-coupling matrix element. The system is irradiated with two coherent microwave sources with frequencies ω_1 and ω_2 , driving the transitions $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ and $|2\rangle \rightarrow |0\rangle$. Here, $|0\rangle$ is the first excited state of the same electron number $N + 1$ in the right dot with energy ε_0 . Furthermore, the energy of the first excited level $|0'\rangle$ of the other (left) dot is assumed to be in off resonance for transitions to and from the two ground states. If the energy difference $\varepsilon_{0'} - \varepsilon_0$ is much larger than T_c , the hybridization of $|0'\rangle$ with $|0\rangle$ can be neglected.

The microwave radiation pumps electrons into the excited level $|0\rangle$ such that transport through $N + 1$ -particle states becomes possible if both dots are connected to reservoirs of free two-dimensional electrons. We assume the Coulomb charging energy U to be so large that states with two additional electrons can be neglected. Typical values are $1 \lesssim U \lesssim 4$ meV in lateral double dots [7]. The chemical potentials μ and μ' are tuned slightly above ε_2 ; this excludes the co-tunneling-like reentrant resonant tunneling process that can exist in three-level dots [9].

The light coupling is described by an interaction Hamiltonian in the rotating wave approximation,

$$H_I(t) = -\frac{\hbar\Omega_1}{2} e^{-i\omega_1 t} |0\rangle\langle 1| - \frac{\hbar\Omega_2}{2} e^{-i\omega_2 t} |0\rangle\langle 2| + \text{H.c.}, \quad (1)$$

where nonresonant terms have been neglected and $\Omega_j = (E_j/\hbar)\langle 0|ez|j\rangle$, $j = 1, 2$, are the Rabi frequencies, where E_j is the projection of the electric field vectors of the light onto the dipole moments for the transitions $1 \rightarrow 0$, $2 \rightarrow 0$. The coupling of the dot ground states to the leads is described by the standard tunnel Hamiltonian

$$H_V = \sum_{\mathbf{k}i=G,G'} (V_{\mathbf{k}i}c_{\mathbf{k}i}^\dagger|E\rangle\langle i| + \text{c.c.}) \quad (2)$$

and correspondingly for the excited state $|0\rangle$. Here, $|E\rangle$ denotes the ‘‘empty’’ double dot N -particle state before tunneling of an additional electron, $c_{\mathbf{k}i}^\dagger$ creates an electron with quantum number \mathbf{k} in the reservoir connected to the dot ground state $i = G$ or $i = G'$, and $V_{\mathbf{k}i}$ denotes the corresponding tunnel matrix element. The rates Γ (right dot) and Γ' (left dot) for tunneling between the dots and the connected reservoirs can be calculated from H_V by second order perturbation theory. If the chemical potentials μ and μ' are as indicated in Fig. 1, electron tunneling occurs by *in tunneling* that changes $|E\rangle$ into $|G\rangle$ at a rate Γ and $|E\rangle$ into $|G'\rangle$ at the rate Γ' , whereas *out tunneling* from $|G\rangle$ and $|G'\rangle$ is Pauli blocked. The corresponding rates γ_1 and γ_2 for tunneling into the hybridized states $|1\rangle$ and $|2\rangle$ are $\gamma_{1,2} = [(\Delta \pm \varepsilon)^2\Gamma + 4T_c^2\Gamma'] / [(\Delta \pm \varepsilon)^2 + 4T_c^2]$. On the other hand, electrons can leave the dot only by tunneling *out of* the state $|0\rangle$ (but not in) at the rate Γ . This tunneling is only into the right lead because we as-

sumed negligible hybridization of $|0\rangle$ with $|0'\rangle$. Here and in the following, we neglect the energy dependence of Γ and Γ' for simplicity.

In coupled quantum dots, decay of excited levels is due to spontaneous emission of phonons rather than photons [7]. We denote the corresponding decay rates for the state $|0\rangle$ and $|2\rangle$ by Γ^0 and Γ_{21} , respectively. The lowest state $|1\rangle$ is stable against decay. For the moment, we take these rates as given and discuss quantitative estimates below. We are then in the position to set up equations of motion for the time-dependent occupation probabilities $p_j(t)$, $j = E, 1, 2, 0$, of the four double dot states. The spontaneous phonon emission and the single electron tunneling gives rise to an incoherent dynamics, while the electron-light interaction is treated fully coherently. One has

$$\begin{aligned} \dot{p}_E &= -(\gamma_1 + \gamma_2)p_E + \Gamma p_0, \\ \dot{p}_0 &= -(\Gamma^0 + \Gamma)p_0 + \text{Im}(\Omega_1\tilde{\rho}_{10} + \Omega_2\tilde{\rho}_{20}), \\ \dot{p}_1 &= \alpha_1\Gamma^0 p_0 + \gamma_1 p_E + \Gamma_{21}p_2 - \text{Im}(\Omega_1\tilde{\rho}_{10}), \\ \dot{p}_2 &= \alpha_2\Gamma^0 p_0 + \gamma_2 p_E - \Gamma_{21}p_2 - \text{Im}(\Omega_2\tilde{\rho}_{20}). \end{aligned} \quad (3)$$

Here, $\alpha_1 = 1 - \alpha_2 = (\Delta + \varepsilon)^2 / [(\Delta + \varepsilon)^2 + 4T_c^2]$ and $\tilde{\rho}_{0j} = \tilde{\rho}_{j0}^* = \rho_{0j}e^{i\omega_j t}$ are slowly varying off-diagonal matrix elements of the reduced density operator of the double dot, whose equations of motion close the set (3). One has

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{10} &= -D_1\tilde{\rho}_{10} + i\frac{\Omega_1^*}{2}(p_1 - p_0) + i\frac{\Omega_2^*}{2}\tilde{\rho}_{12}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{02} &= -D_2\tilde{\rho}_{02} - i\frac{\Omega_2}{2}(p_2 - p_0) - i\frac{\Omega_1}{2}\tilde{\rho}_{12}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{12} &= -[i\delta_R + \Gamma_{21}/2]\tilde{\rho}_{12} - i\frac{\Omega_1^*}{2}\tilde{\rho}_{02} + i\frac{\Omega_2}{2}\tilde{\rho}_{10}, \end{aligned} \quad (4)$$

where we defined resonance denominators $D_j := (-1)^j i\delta_j + \alpha_j\Gamma^0 + \Gamma/2$ that appear in the solution for the coherences in the stationary case for large times which we consider from now on. Together with the normalization condition $p_E + p_1 + p_2 + p_0 = 1$, the stationary solution is then easily obtained.

Before discussing the stationary tunnel current, we estimate the inelastic rates Γ^0 and Γ_{21} which determine if or if not the effect can be observed in quantum dots at all. In the following, we restrict ourselves to lateral dots. Relaxation from the excited dot level $|0\rangle$ is due to acoustic phonon emission at a rate

$$\Gamma^0 = (2\pi/\hbar) \sum_{\mathbf{Q}} |\lambda_{\mathbf{Q}}|^2 \delta(\hbar\omega_{\mathbf{Q}} - \varepsilon_0) F_z(q_z) G(q_{\parallel}), \quad (5)$$

where $\lambda_{\mathbf{Q}}$ is the deformation potential matrix element, $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}_{\parallel}, q_z)$ the phonon wave vector, $\omega_{\mathbf{Q}} = c|\mathbf{Q}|$, and F_z and G are the quantum well and lateral dot form factor which cut off phonons with $|q_z| \geq l_z^{-1}$ and $|\mathbf{q}_{\parallel}| \geq l^{-1}$, where l_z is the quantum well width and l an estimate for the dot diameter. For $\varepsilon_0 \lesssim 0.5$ meV and a typical well width of $l_z \sim 50$ Å, only the lateral cutoff G is effective here at energies above $\hbar\omega_l = \hbar c/l$, where c is

the longitudinal speed of sound [10]. The explicit form of G depends on the shape of the many-electron wave functions $\langle \mathbf{x} | 0 \rangle$ and $\langle \mathbf{x} | i \rangle$, $i = 1, 2$ and is never known exactly for realistic dots with $N \geq 10$ electrons. Assuming a form $G(q) = (ql)^2/[1 + (ql)^2]^2$ that smoothly interpolates between $G(0) = G(\infty) = 0$ and using material parameters for GaAs and $l = 200$ nm, we find rates between $\Gamma^0(\varepsilon_0 = 0.5 \text{ meV}) = 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ and $\Gamma^0(\varepsilon_0 = 10 \text{ meV}) = 2 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$. Most important for the observation of the population trapping effect in dots is the relaxation rate Γ_{21} . In GaAs/AlGaAs lateral double dots, Γ_{21} is mainly due to the spontaneous emission of phonons [7,8]. In experiments, gate voltages can be applied to tune the ground state level splitting to small values. Here, we assume $\Delta \lesssim 20 \text{ } \mu\text{eV}$ where form factor cutoffs are no longer effective. One obtains

$$\Gamma_{21}(\Delta) \approx 2\pi \left(\frac{T_c}{\Delta} \right)^2 g \frac{\Delta}{\hbar} \left[1 - \frac{\sin(\Delta/\hbar\omega_d)}{\Delta/\hbar\omega_d} \right], \quad (6)$$

where $\omega_d := c/d$, $g \lesssim 0.05$ the dimensionless coupling constant, d is the distance between the dot centers, and we assumed identical shapes of both dots for simplicity and neglected the small overlap between the states $|G\rangle$ and $|G'\rangle$. Furthermore, a simplified model with bulk piezoelectric phonons has been adopted. Important here is that in contrast to real atoms the spontaneous rate Γ_{21} can be *tuned* in gated double dots by varying T_c and/or ε . This allows one to study how the coherent superposition of states is destroyed due to the interaction with the phonon bath as discussed now.

The stationary electric current I is obtained from the net flow of electrons with charge $-e < 0$ through either of the tunnel barriers connecting the dot to the reservoirs, $I = -e\Gamma[p_0 - p_E]_{\text{stat}} = -e\Gamma'[p_E]_{\text{stat}}$. Figure 2

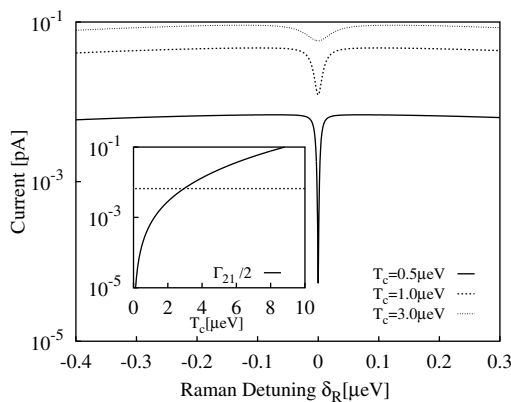


FIG. 2. Tunnel current antiresonance through double dot system from Fig. 1 with ground state energy difference $\varepsilon = 10 \text{ } \mu\text{eV}$. The Rabi frequencies Ω_1 and Ω_2 are taken to be equal, parameters are $\Omega_R = 0.2\Gamma^0$ and $\Gamma = \Gamma' = \Gamma^0 = 10^9 \text{ s}^{-1}$, where Γ^0 is the relaxation rate due to acoustic phonon emission from $|0\rangle$. Inset: Inelastic rate Γ_{21} (in $\mu\text{eV}/\hbar$), Eq. (6), with $\hbar\omega_d = 20 \text{ } \mu\text{eV}$. The dashed line indicates the crossover at $\Gamma_{21}/2 = |\Omega_R|^2/2[\Gamma^0 + \Gamma]$; cf. Eq. (7).

shows the result for I as a function of the Raman detuning δ_R for $\Omega_1 = \Omega_2$ and ground state energy difference $\varepsilon = 10 \text{ } \mu\text{eV}$. Our calculations have been done for zero temperature $T = 0$. For finite T , reabsorption of phonons which would smear the ground state levels can be suppressed by choosing a sufficiently large $\varepsilon \gtrsim k_B T$.

Close to $\delta_R = 0$, the overall Lorentzian profile breaks in and shows a sharp current antiresonance. For fixed microwave intensity (fixed Rabi frequency $\Omega_R := (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}$) and increasing tunnel coupling T_c , the inelastic rate Γ_{21} , Eq. (6), increases (inset). As a result, the antiresonance becomes broader and finally disappears for larger tunnel coupling T_c . The half-width $\delta_{1/2}$ of the current antiresonance can be found via the stationary solutions of Eqs. (3) and (4) from the pole of a two-photon denominator as a function of δ_R . We find for the symmetric case $\varepsilon = 0$

$$\delta_{1/2} \approx \frac{\Gamma_{21}}{2} + \frac{|\Omega_R|^2}{2[\Gamma^0 + \Gamma]}. \quad (7)$$

Thus, $\delta_{1/2}$ increases with the inelastic rate Γ_{21} . For fixed microwave intensity, the vanishing of the antiresonance sets in for $\Gamma_{21} \gtrsim |\Omega_R|^2/[\Gamma^0 + \Gamma]$; cf. the inset of Fig. 2. On the other hand, with *increasing* elastic tunneling Γ out of the dot we recognize the striking fact that $\delta_{1/2}$ *decreases* down to its lower limit $\Gamma_{21}/2$. This behavior is shown in Fig. 3. For increasing tunnel rate Γ , the current increases until an overall maximal value is reached at $\Gamma \approx \Gamma^0$. The curve $I(\delta_R)$ decreases again and becomes very broad if the elastic tunneling becomes much faster than the inelastic relaxation Γ^0 . Simultaneously, the center antiresonance then becomes sharper and sharper with increasing Γ , its half-width $\delta_{1/2}$ approaching the limit $\Gamma_{21}/2$, Eq. (7).

The appearance of the sharp current antiresonance is due to a trapping of the additional electron in a coherent superposition of the two ground states $|1\rangle$ and $|2\rangle$ that decouples from the light. One can define linear combinations [5] $|NC(t)\rangle := (\Omega_2/\Omega_R)|1\rangle - (\Omega_1/\Omega_R)e^{i(\omega_2 - \omega_1)t}|2\rangle$ and the orthogonal state $|C(t)\rangle$. At Raman resonance, only $|C(t)\rangle$

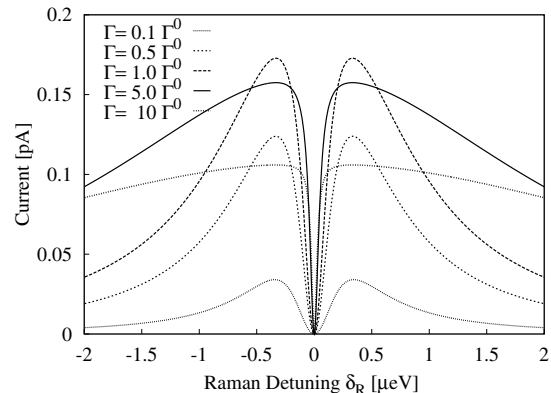


FIG. 3. Current for fixed coupling T_c and different tunnel rates $\Gamma = \Gamma'$. Parameters are $\varepsilon = 10 \text{ } \mu\text{eV}$, $\Gamma^0 = 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\Omega_R = 1.0\Gamma^0$, and $T_c = 1 \text{ } \mu\text{eV}$.

couples to the light, and excitation of the electron from $|C(t)\rangle$ to the excited state $|0\rangle$ with a subsequent decay into $|C(t)\rangle$ and $|NC(t)\rangle$ gradually pumps all the population into $|NC(t)\rangle$. This is because in the latter state the electron is decoupled from the light and cannot be excited again.

We point out that the resonance effect described here differs physically from other transport effects in ac-driven systems, such as coherent destruction of tunneling [11], tunneling through photosidebands [12], or coherent pumping of electrons [13,14]. These phase-coherent effects are due to an additional time-dependent phase that electrons pick up while tunneling. Then, the time evolution within the system is ideally completely coherent with dissipation being a disturbance rather than necessary for the effect to occur. In contrast, the trapping effect discussed here requires incoherent relaxation (phonon emission) within the system in order to create the trapped coherent superposition of the ground states.

To conclude, our results suggest that the population trapping effect can be observed in the tunnel current through double dots irradiated with two microwaves. It offers the possibility to switch a current optically and to determine the interdot inelastic rate Γ_{21} from the antiresonance linewidth $\delta_{1/2}$, Eq. (7). The microwave frequencies ν should be such that the first excited level in one of the dots is coupled by one-photon processes to the ground states. An estimate with a single particle excitation energy of $\delta\varepsilon = 0.5$ meV yields $\nu = \delta\varepsilon/h = 120$ GHz which should be attainable with present day technology. The Raman shift $\delta_R \equiv \delta_2 - \delta_1$ can be scanned through by fixing one of the frequencies (e.g., ω_1) at resonance such that $\delta_1 \equiv 0$, and changing ω_2 and therewith $\delta_R = \omega_1 - \omega_2 - \Delta/\hbar$. Both the relaxation rate Γ^0 and the dephasing rate Γ_{21} then can be obtained from $I(\delta_R)$ curves for different values of, e.g., the tunnel coupling T_c or the energy difference ε .

Finally, we comment on the dephasing channel due to tunneling of electrons from the ground state coherent superposition into holes created by absorption of photons in the leads. The rate Γ_r for such processes is proportional to $(\Omega_R/2\pi\nu)^2$ [15] and turns out to be at least 1 order of magnitude less than the intrinsic dephasing rate Γ_{21} unless one tunes to very small tunnel couplings $T_c \lesssim 0.5$ μ eV. In this regime, Γ_r starts to dominate over Γ_{21} , and the half-width $\delta_{1/2}$ then becomes independent of T_c .

This work has been supported by the TMR network "Quantum transport in the frequency and time domains," DFG Projects No. Kr 627/9-1, No. Br 1528/4-1 (T.B.), and DFG Project No. Li 417/4-1 (F.R.).

*Permanent address: Department of Physics, University of Manchester Institute of Science and Technology (UMIST), P.O. Box 88, Manchester M60 1QD, United Kingdom.

- [1] N.H. Bonadeo, J. Erland, D. Gammon, D. Park, D.S. Katzer, and D.G. Steel, *Science* **282**, 1473 (1998).
- [2] R.H. Blick, D.W. van der Weide, R.J. Haug, and K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 689 (1998).
- [3] L.P. Kouwenhoven, S. Jauhar, K. McCormick, D. Dixon, P.L. McEuen, Yu. V. Nazarov, N.C. van der Vaart, and C.T. Foxon, *Phys. Rev. B* **50**, 2019 (1994).
- [4] T.H. Oosterkamp, T. Fujisawa, W.G. van der Wiel, K. Ishibashi, R.V. Hijman, S. Tarucha, and L.P. Kouwenhoven, *Nature (London)* **395**, 873 (1998).
- [5] E. Arimondo, in *Progress in Optics*, edited by E. Wolf (Elsevier, Braunschweig, 1996), Vol. 35, p. 257.
- [6] M.C. de Lignie and E.R. Eliel, *Opt. Commun.* **72**, 205 (1989); E.R. Eliel, *Adv. At. Mol. Phys.* **30**, 199 (1993).
- [7] T. Fujisawa, T.H. Oosterkamp, W.G. van der Wiel, B.W. Broer, R. Aguado, S. Tarucha, and L.P. Kouwenhoven, *Science* **282**, 932 (1998); S. Tarucha, T. Fujisawa, K. Ono, D.G. Austin, T.H. Oosterkamp, and W.G. van der Wiel, *Microelectron. Eng.* **47**, 101 (1999).
- [8] T. Brandes and B. Kramer, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3021 (1999).
- [9] V.V. Kuznetsov, A.K. Savchenko, M.E. Raikh, L.I. Glazman, D.R. Mace, E.H. Linfield, and D.A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **54**, 1502 (1996).
- [10] U. Bockelmann and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **42**, 8947 (1990).
- [11] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, and P. Hänggi, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 516 (1991); M. Wagner, *Phys. Rev. A* **51**, 798 (1995).
- [12] C. Bruder and H. Schoeller, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1076 (1994); J. Iñarrea, G. Platero, and C. Tejedor, *Phys. Rev. B* **50**, 4581 (1994); Ph. Brune, C. Bruder, and H. Schoeller, *Phys. Rev. B* **56**, 4730 (1997).
- [13] C.A. Stafford and N.S. Wingreen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1916 (1996).
- [14] M. Wagner and F. Sols, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4377 (1999).
- [15] T. Brandes, *Phys. Rev. B* **56**, 1213 (1997).

Annexe E

*Enhanced absorption Hanle effect in the
configuration of crossed laser beam and
magnetic field*

F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta and E. Arimondo

Phys. Rev. A **63**, 065401 (2001)

Enhanced absorption Hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic fieldF. Renzoni,^{1,*} S. Cartaleva,^{2,†} G. Alzetta,² and E. Arimondo²¹*Institut für Laser-Physik, Universität Hamburg, Jungiusstrasse 9, D-20355 Hamburg, Germany*²*Istituto Nazionale per la Fisica della Materia and Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, I-56126 Pisa, Italy*

(Received 16 November 2000; published 10 May 2001)

We have analyzed the Hanle effect on the closed $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ D_2 -line transition of ^{85}Rb . Exciting the rubidium atoms by circularly polarized laser light, and scanning an applied transverse magnetic field, a bright resonance Hanle signal is obtained at different values of an applied longitudinal magnetic field. We report experimental and numerical evidence of this bright resonance.

DOI: 10.1103/PhysRevA.63.065401

PACS number(s): 32.80.Bx, 32.80.Qk

In a multilevel atomic system the creation of low-frequency coherences, and eventually their circulation through absorption and spontaneous emission processes, leads to significant modifications of the atomic fluorescence line shape. Well-known examples of these modifications are the Hanle effect [1] and coherent population trapping [2]. Low-frequency coherences also lead to drastic modifications of the absorptive and dispersive properties of atomic media [2–4], and are responsible for the sub-Doppler [5,6] and sub-recoil [7] temperatures reached in the laser cooling processes with counterpropagating σ^+ and σ^- laser fields. Recently an investigation of a multilevel atomic system with two optical fields revealed that the combined actions of the two coherent optical fields produces a low-frequency Zeeman coherence that increases the atomic absorption [8,9]. The increased atomic absorption, denoted as electromagnetic induced absorption or bright resonance, was observed by scanning the frequency difference between the two optical fields creating the low-frequency coherence.

The production and destruction of low-frequency coherences can also be properly studied in the Hanle configuration with a single laser field applied to an atomic transition, and the Zeeman degeneracy in the lower and upper states broken by an applied magnetic field. It should be noted that similar experimental configurations, and theoretical approaches, apply to Hanle effect dark-state and bright resonances. While the Hanle configuration for the dark-state coherences was studied in Ref. [10], that for the bright resonances was recently investigated experimentally in Ref. [11], with a theoretical analysis in Ref. [12]. Bright resonances appear as an increased atomic fluorescence, following laser excitation on the $F_g \rightarrow F_e = F_g + 1$ transition. The bright resonance Hanle effect is based on the laser creation of large Zeeman ground-state coherences at zero magnetic field, and their destruction at nonzero values of the magnetic field. Equivalently, in a rotated atomic basis, the effect is associated with the optical pumping, at zero magnetic field, of the atomic population in the ground-state sublevels maximally excited by laser fields,

and with the destruction of the population difference through the magnetic-field-created Zeeman coherences.

The Hanle effect investigations of Refs. [11,12] were based on a linearly polarized laser field and a magnetic field parallel to the light propagation direction. However, in this configuration the measured fluorescence increases, due to the low-frequency coherence, are very modest, of the order of 1% of the broad fluorescence background. In the present work we theoretically and experimentally demonstrate the effect of enhanced absorption in a different ground-state Hanle effect configuration. In this configuration, a circularly polarized laser field excites the closed $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ transition, and a transverse magnetic field, applied orthogonally to the light propagation direction, is scanned around zero. It will be shown that for this configuration the bright resonance fluorescence increase is more pronounced than for the previous configuration. The larger atomic coherences will allow applications of bright resonances to quantum optics and nonlinear wave mixing. We also examine, both experimentally and theoretically, the influence of ground-state relaxations and spurious magnetic fields on the bright resonance strength.

In the experiment ^{85}Rb vapor, contained in a vacuum cell, was excited by circularly polarized light in resonance with the transition $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ of the D_2 line. Owing to the atomic Doppler distribution, the laser light excited several hyperfine transitions of the D_2 line. However, because the closed $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ transition is the strongest hyperfine transition with efficient optical pumping, the largest contribution to the atomic fluorescence arises from this transition. Magnetic fields B_z along the Oz axis of the laser propagation direction and B_x along the Ox orthogonal direction were applied, or scanned around the zero value. Additional coils compensated for the external magnetic fields within a 50-mG range. The atomic fluorescence was monitored while scanning the B_x field.

Figure 1 shows experimental results for the emitted atomic fluorescence in the present bright resonance configuration, with circularly polarized laser light and the B_x magnetic field scanned around zero for different values of the applied static magnetic field B_z along the Oz axis. Only the narrow central part of the Hanle resonance, with a linewidth around 30 mG, is shown in the figure. This narrow resonance is superimposed on the broader structure associated with the inhomogeneous linewidth of the optical transition.

*Present address: Laboratoire Kastler-Brossel, Département de Physique de l'École Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05 France.

†Permanent address: Institute of Electronics, Bulgarian Academy of Sciences, Boul. Tsarigradsko Shosse 72, 1784 Sofia, Bulgaria.

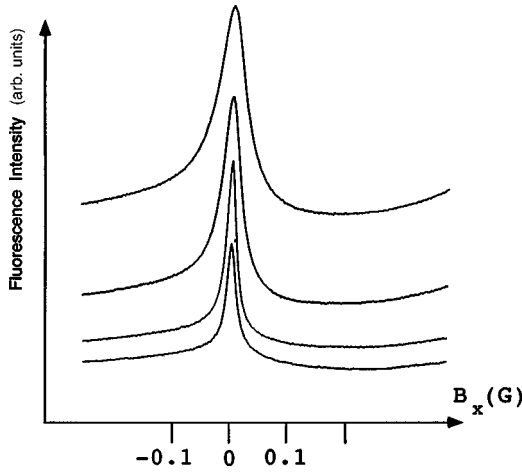


FIG. 1. Experimental results for the fluorescence emitted from a ^{85}Rb vapor excited with a circularly polarized laser field on the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ D_2 -line transition while scanning the magnetic field B_x , at different values of B_z : 0, 0.37, 0.73, and 1.09 G, respectively, starting from the bottom curve. The laser intensity was 3.2 mW/cm^2 . The zero level of the atomic fluorescence, far below the bottom horizontal line, was shifted up on the vertical scale increasing B_z .

The amplitude of the bright resonance depends on the value of the magnetic field applied along the Oz axis, with the maximum value detected at an applied B_z value around 0.25 G. The amplitude of the bright resonance was characterized through the contrast R , defined as the ratio between the intensity of the narrow fluorescence structure and the intensity of the broad background fluorescence. Experimental results for R versus the applied B_z magnetic field are shown in Fig. 2 at different laser intensities. The good ($+B_z, -B_z$) symmetry of the data of Fig. 2 demonstrate the good alignment of B_z with the light propagation direction. Values of R up to 30% have been measured, to be compared with measurements for R of the order of 1% for the $(\text{lin}, \vec{k} \parallel \vec{B})$ configuration, as reported in Ref. [11].

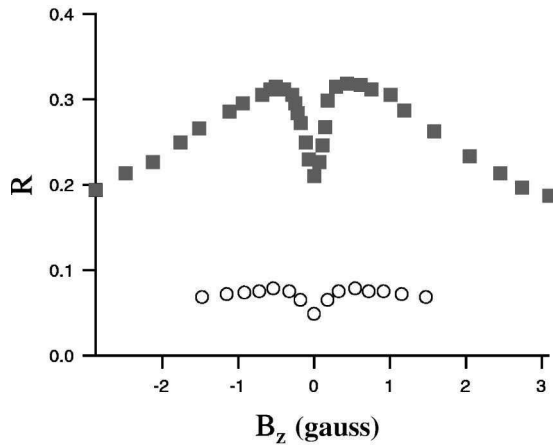


FIG. 2. Experimental data for the bright line ratio R in the experimental conditions of Fig. 1, vs the static applied B_z field, with laser light intensities of 3.2 mW cm^{-2} (squares), and 0.32 mW cm^{-2} (circles).

The experimental data have been analyzed through optical Bloch equations (OBE's) for ^{85}Rb illuminated by a σ^+ laser field propagating along the Oz axis and resonant with the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ D_2 -line transition, in the presence of magnetic fields along different axes. The analysis follows the previous OBE solution applied for the dark resonances, except for additional terms produced by the presence of transverse magnetic fields [10].

Choosing the z propagation axis as the quantization axis, the OBE's for a closed transition have the following forms ($|e_j\rangle = |J_e, I, F, j\rangle, |g_j\rangle = |J_g, I, F_g, j\rangle$):

$$\dot{\rho}_{e_i e_j} = -[i\omega_{e_i e_j} + \Gamma]\rho_{e_i e_j} + \frac{i}{\hbar} \sum_{g_k} (\rho_{e_i g_k} V_{g_k e_j} - V_{e_i g_k} \rho_{g_k e_j}), \quad (1a)$$

$$\dot{\rho}_{e_i g_j} = -\left[i\omega_{e_i g_j} + \frac{\Gamma}{2}\right]\rho_{e_i g_j} + \frac{i}{\hbar} \left(\sum_{e_k} \rho_{e_i e_k} V_{e_k g_j} - \sum_{g_k} V_{e_i g_k} \rho_{g_k g_j} \right), \quad (1b)$$

$$\dot{\rho}_{g_i g_j} = -i\omega_{g_i g_j} \rho_{g_i g_j} + \frac{i}{\hbar} \sum_{e_k} (\rho_{g_i e_k} V_{e_k g_j} - V_{g_i e_k} \rho_{e_k g_j}) + \left(\frac{d}{dt} \rho_{g_i g_j} \right)_{SE}. \quad (1c)$$

Here Γ is the spontaneous emission rate for any excited level, and V_{e_k, g_j} the matrix element of the atom-laser interaction Hamiltonian in the dipole and rotating-wave approximations. The quantities $\omega_{\alpha_i, \beta_j}$ represent the frequency separation between the energies of levels α_i and β_j , including the Zeeman splitting $g_\alpha \mu_B m_i B_z$ due to the B_z magnetic field. Here μ_B is the Bohr magneton, and g_α , with $\alpha, \beta = (e, g)$, the gyromagnetic factor of the ground or excited state. In Eq. (1c) SE indicates the spontaneous emission repopulation terms for the density matrix evolution (see Ref. [6] for their explicit form). A transverse magnetic field, for instance B_x along the Ox axis, results in additional terms in the density-matrix equations

$$\dot{\rho}_{e_i e_j}|_{B_x} = -i \frac{\mu_B B_x}{2\hbar} g_e \{ c_{ei}^+ \rho_{e_{i+1}, e_j} + c_{ei}^- \rho_{e_{i-1}, e_j} - c_{ej}^+ \rho_{e_i, e_{j+1}} - c_{ej}^- \rho_{e_i, e_{j-1}} \}, \quad (2a)$$

$$\dot{\rho}_{e_i g_j}|_{B_x} = -i \frac{\mu_B B_x}{2\hbar} \{ g_e [c_{ei}^+ \rho_{e_{i+1}, g_j} + c_{ei}^- \rho_{e_{i-1}, g_j}] - g_g [c_{gj}^+ \rho_{e_i, g_{j+1}} + c_{gj}^- \rho_{e_i, g_{j-1}}] \}, \quad (2b)$$

$$\dot{\rho}_{g_i g_j}|_{B_x} = -i \frac{\mu_B B_x}{2\hbar} g_g \{ c_{gi}^+ \rho_{g_{i+1}, g_j} + c_{gi}^- \rho_{g_{i-1}, g_j} - c_{gj}^+ \rho_{g_i, g_{j+1}} - c_{gj}^- \rho_{g_i, g_{j-1}} \}, \quad (2c)$$

where

$$c_{FM}^{\pm} \equiv \sqrt{(F \mp M)(F \pm M + 1)}, \quad (3)$$

and we abbreviated the subscript F_{α} by α ($\alpha = e, g$).

For the OBE solution we assumed the laser light to be near resonant with the ^{85}Rb $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ atomic hyperfine transition, and supposed only a natural broadening of the optical transition, as for a cold atomic sample. Moreover, for a cold sample the interaction time between the laser and atoms may be assumed to be long enough for us to consider only a steady-state solution of the density-matrix equations. In the experimental results of the present work, the bright line was detected as an increase of the fluorescence intensity. For a laser-excited closed transition, the atoms reach a steady state, and the fluorescence intensity emitted from the cold atomic sample interacting with the laser beam is proportional to the total steady-state population of the excited state, Π_{st}^e . Thus the dependence of this quantity on the amplitude of the applied magnetic field produces the Hanle effect line shapes observed on the fluorescence emission.

Reference [13], examining the role of Doppler broadening on coherent population trapping, showed that the Doppler broadening associated with the optical transition has a negligible influence on the measured contrast and width of the dark resonance. We have verified through numerical calculations that this is also true for the bright resonance, and therefore we have not included Doppler broadening in most analyses. Finally, due to Doppler broadening and the finite interaction time, the laser intensities needed to saturate an atomic vapor are much larger than for a cold sample [14]. Therefore, we expect that the effects observed in an atomic vapor at a given laser intensity will be reproduced by our numerical calculations on cold atoms at a much lower intensity of the laser fields.

We solved the OBE for the $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ configuration experimentally investigated in the present work, with a transverse magnetic field B_x scanned around zero. Results for the total population of the excited state Π_{st}^e as a function of the applied magnetic field B_x are shown in Fig. 3 for different laser intensities. A subnatural bright resonance appears superimposed on a broad profile. In fact, in the absence of a transverse magnetic field, the σ^+ -polarized laser light pumps all the atomic population on the $|F_g = 3, M_F = 3\rangle \leftrightarrow |F_e = 4, M_F = 4\rangle$ Zeeman transition, which is the strongest one. The application of a transverse magnetic field, producing low-frequency coherences between the ground Zeeman sub-levels, redistributes the population among the Zeeman sub-levels, with a decrease of the fluorescence intensity.

Our numerical calculations confirm that the effect of bright resonances is much more pronounced for the configuration of crossed laser beam and magnetic field $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ examined in this work than for the configuration $(\text{lin}, \vec{k} \parallel \vec{B})$ considered in Refs. [11,12]. The numerically calculated amplitude of the $(\text{lin}, \vec{k} \parallel \vec{B})$ bright resonance is in fact about one-tenth of the broad fluorescence signal [12], to be compared with the $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ configuration investigated in Fig. 3, for which the amplitude of the bright resonance has about the same amplitude as the broad structure.

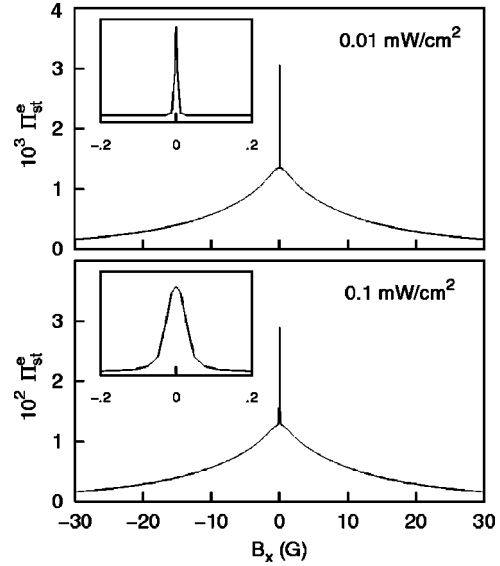


FIG. 3. Numerical results for the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ ^{85}Rb D_2 -line bright resonance in the $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ configuration. The steady-state total population of the excited state, as a function of the B_x field for different laser intensities, is at $B_z = 0$. The insets show the regions around zero magnetic field.

The predicted ratio R between the amplitude of the narrow resonance and the broad profile of Fig. 3 is nearly constant over the examined range of laser intensities. By contrast, in the experimental results R increases with the laser intensity. This different behavior can be explained by the presence of relaxation processes in the ground state. In this case an efficient optical pumping is obtained for a pumping rate Ω^2/Γ larger than the ground-state relaxation rate γ , and the ratio R becomes, for weak laser fields, an increasing function of the laser intensity via $\Omega^2/\Gamma \gamma$. A finite interaction time θ , corresponding to a relaxation rate $\gamma = 1/\theta$, and the additional transverse stray fields, to be included in the following analysis, are equivalent to ground-state relaxation processes. We have verified numerically that the ground-state relaxation processes modify the dependence of R on the laser intensity, but a fit of the experimental results cannot be performed without a characterization of the relaxation processes.

In order to analyze the experimental results of Fig. 1 for the dependence of the ratio R on the longitudinal applied B_z magnetic field, we have theoretically examined the effect of a longitudinal magnetic field B_z on the bright resonance. Numerical results for the bright resonance, scanning the B_x field, supposing $B_y = 0$, and at different values of the longitudinal B_z magnetic field, showed a contrast of the bright resonance slightly decreasing with increasing strength of the B_z magnetic field, in contrast with the experimental observations of Fig. 2. The presence of laser detunings did not modify this result. However, in the presence of stray magnetic fields, the application of a B_z field different from zero should help the optical pumping by the σ^+ -polarized light. Thus, we included in our numerical analysis a weak magnetic field B_y along the y axis. Results for the excited-state population as a function of the scanning magnetic field B_x at

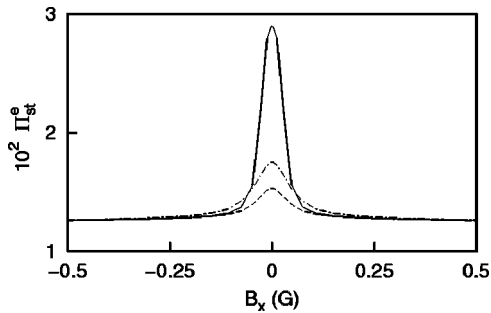


FIG. 4. Numerical results for the $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ ^{85}Rb D_2 -line bright resonance in the $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ configuration, at a laser intensity of 0.1 mW/cm^2 . The steady-state total population of the excited state as a function of the applied B_x magnetic field for different values of B_y and B_z . Continuous line: $B_z=B_y=0$. Dashed line: $B_z=0$ and $B_y=50 \text{ mG}$. Dot-dashed line: $B_z=20 \text{ mG}$ and $B_y=50 \text{ mG}$. Only the region around zero magnetic field is shown.

different values of the ‘‘stray’’ magnetic field B_y are shown in Fig. 4. It appears that, at $B_z=0$, the presence of the stray magnetic field B_y leads to a drastic reduction of the amplitude of the bright resonance with respect to the ideal case $B_y=0$ previously analyzed. The stray magnetic field B_y , mixing the Zeeman sublevels, produces a disturbance of the σ^+ optical pumping. The application of a longitudinal magnetic field B_z restores the σ^+ optical pumping, and therefore leads to an increase in the amplitude of the bright resonance. Thus the experimental results of Fig. 2 are associated with the presence of an additional transverse magnetic field in the 50-mG range.

As an additional test of the role of the stray magnetic fields, we calculated, at different laser intensities, the ratio R for a bright resonance in the $(\sigma^+, \vec{k} \perp \vec{B})$ configuration as a function of the longitudinal magnetic field B_z in the presence of a stray magnetic field $B_y=10 \text{ mG}$. The numerical results demonstrate that the residual magnetic field along the Oy axis indeed introduces an increasing dependence of R on the laser intensity, for a small B_z field. However, we could not reproduce the decrease of Fig. 2 at a larger magnetic field B_z , proving that a better control of the experimental conditions is required for a precise control of the bright resonance.

In conclusion, we experimentally and theoretically studied the bright resonance Hanle effect on a closed $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ transition for circularly polarized light and a transverse magnetic field. The zero-field-enhanced absorption corresponds to the accumulation, via optical pumping, of the atomic population in ground states maximally coupled to the excited state. The application of a magnetic field redistributes the population among the ground-state sublevels, and results in a decrease of the fluorescence intensity. The efficient production of low-frequency coherences realized in the present Hanle effect configuration produces a strong dependence on the ground-state relaxation processes and on the spurious magnetic fields, to be explored under highly controlled experimental conditions.

The experimental investigations reported here were performed by S.C. while visiting the Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, I-56126 Pisa, with the financial support of the NATO-CNR Senior Guest Fellowship Program. F.R. is grateful to G. Grynberg and P. Verkerk for useful discussions.

-
- [1] *The Hanle Effect and Level-Crossing Spectroscopy*, edited by G. Moruzzi and F. Strumia (Plenum, New York, 1991).
- [2] E. Arimondo, in *Progress in Optics*, edited by E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, 1996), Vol. 35, pp. 257–354.
- [3] S. Harris, *Phys. Today* **50**, 36 (1997).
- [4] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [5] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [6] C. Cohen-Tannoudji, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, edited by J. Dalibard, J. M. Raimond, and J. Zinn-Justin (Elsevier, Amsterdam, 1991).
- [7] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [8] A.M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lezama, *Phys. Rev. A* **57**, 2996 (1998); A. Lezama, S. Barreiro, and A.M. Akulshin, *ibid.* **59**, 4732 (1999); A.M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lezama, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4277 (1999).
- [9] Q. Long, S. Zhou, S. Zhou, and Y. Wang, *Phys. Rev. A* **62**, 023406 (2000).
- [10] F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz, and E. Arimondo, *Phys. Rev. A* **55**, 3710 (1997).
- [11] Y. Dancheva, G. Alzetta, S. Cartaleva, M. Taslakov, and Ch. Andreeva, *Opt. Commun.* **178**, 103 (2000).
- [12] F. Renzoni, C. Zimmermann, P. Verkerk, and E. Arimondo, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **3**, S7 (2001).
- [13] H.Y. Ling, Y.-Q. Li, and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **53**, 1014 (1996).
- [14] J. Sagle, R.K. Namioka, and J. Huennekens, *J. Phys. B* **29**, 2629 (1996), and references therein.

Annexe F

*Brillouin propagation modes in optical
lattices: interpretation in terms of
nonconventional stochastic resonance*

L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni
and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002)

Brillouin Propagation Modes in Optical Lattices: Interpretation in Terms of Nonconventional Stochastic Resonance

L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg

Laboratoire Kastler-Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 15 October 2001; published 19 March 2002)

We report the first direct observation of Brillouin-like propagation modes in a dissipative periodic optical lattice. This has been done by observing a resonant behavior of the spatial diffusion coefficient in the direction corresponding to the propagation mode with the phase velocity of the moving intensity modulation used to excite these propagation modes. Furthermore, we show theoretically that the amplitude of the Brillouin mode is a nonmonotonic function of the strength of the noise corresponding to the optical pumping, and discuss this behavior in terms of nonconventional stochastic resonance.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.133903

PACS numbers: 42.65.Es, 05.45.-a, 32.80.Pj

The last decade has witnessed dramatic progress in laser cooling techniques and nowadays in several laboratories around the world atoms are routinely trapped and cooled at very low temperatures and high densities [1]. Most of the current efforts within the cold atoms community are directed to reaching the regime of quantum degeneracy in both bosonic and fermionic samples, in order to investigate the properties of the *quantum gases* thus obtained, and realizing an atom laser, the matter wave analog of the laser. Cold atomic samples also constitute an ideal system for the study of complex nonlinear phenomena. This turns out to be especially true if the cold atoms are ordered by the light fields in periodic structures, so-called optical lattices [2,3]. These are obtained by the interference of two or more laser fields: the light imposes its order on the matter via the dipole force [4], creating a periodic structure of atoms.

Among the most significant studies of nonlinear dynamics in optical lattices, we recall here the observation of mechanical bistability in a strongly driven dissipative optical lattice [5] and the realization of the kicked rotor and corresponding detection of chaotic motion in a far detuned lattice [6]. Furthermore the macroscopic transport of atoms in an asymmetric optical lattice without the application of external forces has been observed [7]. This corresponds to the realization of an *optical motor*, i.e., a ratchet for cold atoms, a well-controllable model system for the molecular combustion motor [8]. Brillouin-like propagation modes of atoms in a dissipative optical lattice have also been theoretically studied to explain the nonlinear optical properties of optical lattices [9,10]. In this Letter, we report on the first direct observation of these modes. Furthermore, we discuss the propagation mechanism associated with these modes, completely different from the one encountered in dense fluids or solid media. Indeed in dilute optical lattices the interaction between the different atoms is completely negligible; therefore, the mechanism for the propagation of atoms cannot be ascribed to any sound-wave-like mechanism. While a sound wave corresponds to a propagating density

wave without a net transport of atoms, the Brillouin-like resonances analyzed in this work consist of a net motion of the atoms. In fact, the propagation of atoms through the lattice are determined here by the interaction with the light. The light fields determine both the potential wells where the atoms can oscillate, whose vibrational frequency determines the velocity of the propagation modes, and the escape from the potential wells, which allows the propagation of atoms. We also show theoretically that the amplitude of the Brillouin mode is a nonmonotonic function of the strength of the noise corresponding to the optical pumping, and we discuss this behavior in terms of *nonconventional stochastic resonance* [11,12].

We consider a three dimensional (3D) lin \perp lin near resonant optical lattice, as in previous work [13]. The periodic structure is determined by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged as in Fig. 1. This arrangement results in a periodic modulation of the light polarization and light intensity, which produces a periodic

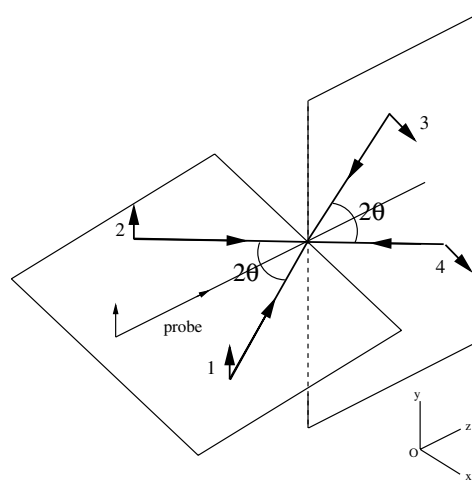


FIG. 1. Sketch of the experimental setup.

modulation of the light shifts of the different ground states of the atoms (optical potentials) [3]. The optical pumping between the different atomic ground states combined with the spatial modulation of the light shifts leads then to the cooling of the atoms [14] and to their localization [15] at the minima of the optical potentials, thus producing a periodic array of atoms.

After the cooling phase, characterized by a significant reduction of the atomic kinetic temperature and by the creation of a periodic spatial order, the atoms keep interacting with the light undergoing optical pumping cycles. The optical pumping may transfer an atom from a potential well to a neighboring one, giving rise to a variety of transport phenomena [13,16]. Among these, there are modes which correspond to the propagation of atoms through the optical lattice in a given direction. They consist of a sequence in which a one-half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to the neighboring well, and so on. One can estimate their velocity by $v_i = \lambda_i \Omega_i / (2\pi)$, where λ_i is the lattice constant and $\Omega_i / (2\pi)$ is the vibrational frequency in the i direction [10]. These modes were first identified through Monte Carlo simulations in Ref. [10] and shown to produce resonance lines in the nonlinear optical response of optical lattices. However, up to now no direct observation of these modes has been reported. This is achieved in the present work by observing a resonant behavior of the spatial diffusion coefficient in the direction corresponding to the propagation mode with the phase velocity of the moving intensity modulation used to excite these propagation modes.

The modulation scheme for the excitation of the propagation modes is completely analogous to the one used in previous investigations of the nonlinear optical response of optical lattices [9]. An additional laser field linearly polarized along the y axis is introduced with the z axis as the propagation direction. This probe field interferes with the copropagating lattice beams, creating an intensity modulation. The interference pattern consists of two propagating intensity waves moving with phase velocities $\vec{v}_j = \vec{n}_j \delta / |\Delta \vec{k}_j|$ ($j = 1, 2$) with $\vec{n}_j = \Delta \vec{k}_j / |\Delta \vec{k}_j|$, and $\Delta \vec{k}_j = \vec{k}_j - \vec{k}_p$ is the difference between the j th lattice beam and the probe (p) wave vectors [17]. Here $\delta = \omega_p - \omega_L$ is the detuning between the probe (ω_p) and the lattice (ω_L) frequencies. According to the numerical simulations for the atomic trajectories presented in Ref. [10], for $\delta = \pm \Omega_x$, the propagation modes along x are excited by the driving field, with the atoms effectively dragged by the moving intensity modulation [18]. Intuitively, the dragging of atoms by the two propagating intensity modulations should result in an increase of the spatial diffusion coefficient D_x in the x direction. Therefore, it should be possible to detect these Brillouin propagation modes by monitoring D_x as a function of the detuning δ . The propagation modes are then revealed by a resonance in D_x around $\delta = \pm \Omega_x$. We tested the validity of this reason-

ing with the help of semiclassical Monte Carlo simulations [19]. Taking advantage of the symmetry between the x and y directions (see Fig. 1), we restricted the atomic dynamics in the xOz plane. Our calculations are for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ transition, as is customary in the numerical analysis of Sisyphus cooling, of an atom of mass M . We expect our 2D calculations to reproduce the dependencies of the different quantities associated with the real 3D atomic dynamics to within a scaling factor corresponding to the difference in dimensionality [16]. In the numerical simulations, we monitored the variance of the atomic position distribution at a given value of the probe field detuning. We verified that the spatial diffusion is normal; i.e., the atomic square displacements $\langle \Delta x^2 \rangle$ and $\langle \Delta z^2 \rangle$ increase linearly with time. Accordingly, we derived the spatial diffusion coefficients D_x and D_z by fitting the numerical data with $\langle \Delta x_i^2 \rangle = 2D_{x_i} t$ ($x_i = x, z$). Results for the spatial diffusion coefficients as functions of the probe detuning δ are shown in Fig. 2. Two narrow resonances, centered approximately at $\delta = \pm \Omega_x$, appear clearly in the spectrum of the diffusion coefficient along the x axis. In contrast, D_z does not show any resonant behavior with the driving field detuning. This demonstrates the validity of the detection scheme based on the measurement of the diffusion coefficients.

In the experiment ^{85}Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). The MOT laser beams and magnetic field are then suddenly turned off. Simultaneously the four lattice beams are turned on and after 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice the probe laser field is introduced along the z axis. We studied the transport of atoms in the optical lattice by observing the atomic cloud expansion with a charge coupled device camera. The procedure to derive the diffusion coefficients has been described in detail in previous work [13], and we recall here only the basic idea. For a given detuning of the probe field we took images of the expanding cloud at different

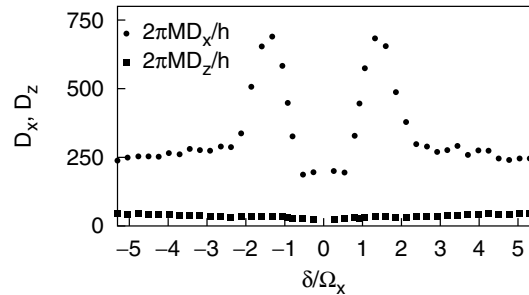


FIG. 2. Numerical results for the spatial diffusion coefficients in the x and z directions as functions of the probe field detuning. The lattice beam angle is $\theta = 30^\circ$, the lattice detuning $\Delta = -10\Gamma$, and the light shift per beam $\Delta'_0 = -200\omega_r$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. The amplitude of the probe beam is 0.4 times that of each lattice beam.

instants after the atoms have been loaded into the optical lattice. From the images of the atomic cloud we derived the atomic mean square displacement along the x and z axes.

We verified that the cloud expansion corresponds to normal diffusion and derived the diffusion coefficients D_x and D_z . The procedure has been repeated for several different values of the detuning δ of the probe field. Results for D_x and D_z as functions of δ are shown in Fig. 3. The probe transmission spectrum is also reported to allow the comparison of the position of the resonances in the spectrum of the diffusion coefficients and in that of the probe transmission. We observe two narrow resonances in the diffusion coefficient along the x axis centered at $\delta = \pm\Omega_x$. In contrast, no resonant behavior of D_z with δ is observed. This is in agreement with the numerical simulations and constitutes the first direct observation of Brillouin-like propagation modes in an optical lattice.

We turn now to the analysis of the mechanism behind these propagation modes. Brillouin-like propagation

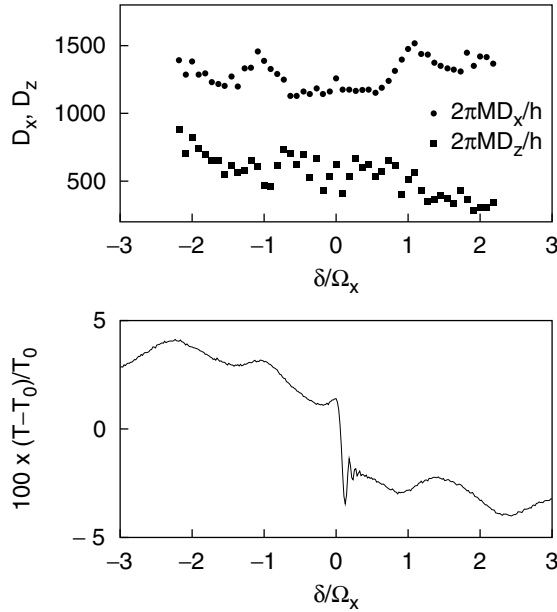


FIG. 3. Experimental results for the spatial diffusion coefficients in the x and z directions as functions of the probe field detuning. The experimental parameters are lattice detuning $\Delta/(2\pi) = -42$ MHz, intensity per lattice beam $I_L = 3.5$ mW/cm², and lattice angle $\theta = 30^\circ$. These parameters correspond to a vibrational frequency in the x direction $\Omega_x/(2\pi) \approx 55$ kHz. A probe transmission spectrum is reported for comparison, T and T_0 being the intensity of the transmitted probe beam with and without the atomic cloud. The two resonances at $\delta = \pm\Omega_x$ correspond to stimulated light scattering by the Brillouin propagation modes. The two resonances at larger detuning are Raman lines [3] in the z direction ($\delta = \pm\Omega_z$), which do not correspond to propagation modes. For the measurements of the diffusion coefficients, the probe beam intensity is $I_p = 0.3$ mW/cm²; in the transmission spectrum $I_p = 0.1$ mW/cm².

modes have been widely studied in condensed matter and dense fluids [20]. However, in the present case the mechanism associated with these modes is clearly of a different nature, as in dilute optical lattices the interaction between atoms is negligible and therefore sound-wave-like propagation modes cannot be supported. On the contrary, in a dilute optical lattice the propagation of the atoms is determined by the synchronization of the oscillation within a potential well with the optical pumping from a well to a neighboring one, as first identified in the numerical analysis of Ref. [10]. This dynamics can be interpreted in terms of noise-induced resonances: the probe field induces a large scale moving modulation of the periodic potential of the four-beam optical lattice, with the optical pumping constituting the noise source which allows transfer from a well to a neighboring one. It is then natural to investigate the dependence of the amplitude of the Brillouin mode on the strength of the noise, i.e., on the optical pumping rate. We studied, via semiclassical Monte Carlo simulations, the atomic cloud expansion for a given depth of the potential well at different values of the optical pumping rate Γ'_0 , proportional to the rate Γ'_{esc} of escape from the well [21]. This has been done by varying the lattice intensity I and detuning Δ so as to keep the depth of the potential wells $U_0 \propto I/\Delta$ constant while varying $\Gamma'_0 \propto I/\Delta^2$. The diffusion coefficient in the x direction has been calculated both for a probe field at resonance ($|\delta| = \Omega_x$) and for a probe field far off-resonance ($|\delta| \gg \Omega_x$). The two diffusion coefficients will be indicated by D_x and D_x^0 , respectively. To characterize quantitatively the response of the atomic system to a noise strength variation, we introduce the enhancement factor ξ defined as

$$\xi = \frac{D_x - D_x^0}{D_x^0}. \quad (1)$$

Numerical results for the enhancement factor ξ as a function of the optical pumping rate at a given value of the potential well depth (i.e., for fixed light shift per beam Δ'_0) are shown in Fig. 4. At small pumping rates, ξ increases abruptly with Γ'_0 ; then a maximum is reached, corresponding to the synchronization of the oscillation of the atoms within a well with the escape from a well to the neighboring one; finally at larger pumping rates this synchronization is lost and ξ decreases. This dependence recalls the typical behavior of stochastic resonance [11], with the noise enhancing the response of the atomic system to the weak moving modulation. It should be noted that the system analyzed here has one important peculiarity with respect to the model usually considered in the analysis of stochastic resonance. Stochastic resonance is in general understood as the noise-induced enhancement of a weak periodic signal with a frequency much smaller than the intrawell relaxation frequency within a single metastable state. In contrast, in the present case, the noise synchronizes precisely with the intrawell

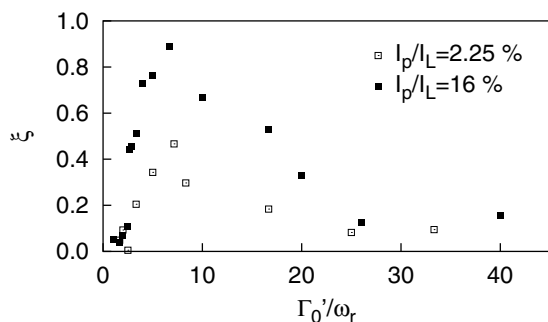


FIG. 4. Numerical results for the enhancement factor ξ as a function of the optical pumping rate, for a given depth of the optical potential wells. Parameters for the calculations are $\Delta'_0 = -50\omega_r$ and $\theta = 30^\circ$. The two data sets correspond to different intensities of the probe beam. For comparison, we recall that in the experiment (Fig. 3) $\Delta'_0 \approx -60\omega_r$ and $\Gamma'_0 \approx 8.5\omega_r$.

motion of the atoms. This corresponds to a nonconventional stochastic resonance scenario [12].

In summary, in this Letter we introduced a scheme for the detection of Brillouin propagation modes in optical lattices and we reported on their direct observation. Furthermore, we studied via Monte Carlo simulations the amplitude of the Brillouin mode, as characterized by an increase of the diffusion coefficients due to the presence of the probe field, as a function of the rate of escape from the potential wells. The Brillouin modes examined in this work differ from their counterparts in solid state or dense fluids as they are sustained by a medium of *noninteracting* particles. From our analysis it turns out that in the presence of noise the Brownian motion of a system of particles in a periodic potential can be turned in a motion at a well-defined velocity by the application of a weak moving modulation. This represents a quite unusual situation in statistical physics and may constitute a model for many biological phenomena, like the transmission of weak signals in neuronal systems [22].

We thank Franck Laloë for his continued interest in our work and David Lucas for comments on the manuscript. This work was supported by CNRS, the European Commission (TMR network "Quantum Structures," Contract No. FMRX-CT96-0077), and by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is a "unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)."

- [1] H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, Berlin, 1999).
- [2] P. S. Jessen and I. H. Deutsch, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 95 (1996).
- [3] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, *Phys. Rep.* **355**, 335 (2001).
- [4] R. Grimm, M. Weidemüller, and Yu. B. Ovchinnikov, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
- [5] G. Grynberg, C. Triché, L. Guidoni, and P. M. Visser, *Europhys. Lett.* **51**, 506 (2000).
- [6] M. G. Raizen, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **41**, 43 (1999).
- [7] C. Mennerat-Robilliard, D. Lucas, S. Guibal, J. W. R. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 851 (1999).
- [8] R. Bartussek, P. Hänggi, and J. G. Kissner, *Europhys. Lett.* **28**, 459 (1994), and references therein.
- [9] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **36**, 87 (1996).
- [10] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D. R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 40 (1996).
- [11] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998); L. Fronzoni and R. Mannella, *J. Stat. Phys.* **70**, 501 (1993); R. Löfstedt and S. N. Coppersmith, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1947 (1994); L. Viola, E. M. Fortunato, S. Loyd, C.-H. Tseng, and D. G. Cory, *ibid.* **84**, 5466 (2000); T. Wellens and A. Buchleitner, *Chem. Phys.* **268**, 131 (2001).
- [12] M. I. Dykman, D. G. Luchinsky, R. Mannella, P. V. E. McClintock, N. D. Stein, and N. G. Stocks, *J. Stat. Phys.* **70**, 479 (1993).
- [13] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **17**, 249 (2001).
- [14] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989); P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989).
- [15] Y. Castin and J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **14**, 761 (1991).
- [16] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **18**, 353 (2002).
- [17] To induce a propagating wave in a single direction a slightly more complicated setup would be needed, with two additional laser beams, independent of the lattice beams, creating the moving intensity modulation.
- [18] We recall that in this geometry the Raman excitation of the Ω_x vibration mode is forbidden [10].
- [19] K. I. Petsas, G. Grynberg, and J.-Y. Courtois, *Eur. Phys. J. D* **6**, 29 (1999).
- [20] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, New York, 1984); R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
- [21] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **46**, 7060 (1992).
- [22] I. Hidaka, D. Nozaki, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3740 (2000).

Annexe G

*Stochastic resonance in periodic potentials:
realization in a dissipative optical lattice*

M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni
and G. Grynberg

Europhys. Lett. **59**, 493 (2002).

Stochastic resonance in periodic potentials: Realization in a dissipative optical lattice

M. SCHIAVONI, F.-R. CARMINATI, L. SANCHEZ-PALENCIA,
F. RENZONI and G. GRYNBERG

*Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'École Normale Supérieure,
24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France*

(received 29 January 2002; accepted in final form 23 May 2002)

PACS. 05.45.-a – Nonlinear dynamics and nonlinear dynamical systems.

PACS. 42.65.Es – Stimulated Brillouin and Rayleigh scattering.

PACS. 32.80.Pj – Optical cooling of atoms; trapping.

Abstract. – We have observed the phenomenon of stochastic resonance on the Brillouin propagation modes of a dissipative optical lattice. Such a mode has been excited by applying a moving potential modulation with phase velocity equal to the velocity of the mode. Its amplitude has been characterized by the center-of-mass (CM) velocity of the atomic cloud. At Brillouin resonance, we studied the CM velocity as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells. We have observed a resonant dependence of the CM velocity on the optical pumping rate, corresponding to the noise strength. This corresponds to the experimental observation of stochastic resonance in a periodic potential in the low-damping regime.

A particle trapped in a potential well constitutes a model useful for the understanding of a variety of phenomena. The extension to a periodically modulated double-well potential including a stochastic force leads to a complex nonlinear dynamics, and allows to modelize a variety of phenomena ranging from geophysics [1, 2] to bistable ring lasers [3], from neuronal systems [4] to the dithering effect in electronics [5] and so on. Indeed such a system exhibits the phenomenon of *stochastic resonance* (SR [6, 7]): the response of the system to the input signal (the modulation) shows a resonant dependence on the noise level (the amplitude of the stochastic force), so that an increase of the noise strength may lead to a better synchronization between the particle motion and the potential modulation.

The phenomenon of stochastic resonance is not restricted to static double-well potentials driven by a periodic and a stochastic force, and new types of stochastic resonance have been demonstrated in various systems, as systems with a single potential well, bistable systems with periodically modulated noise, and many others [8–14]. In particular much attention has been devoted to the analysis of SR in *periodic potentials* [9–14]. Indeed, many different physical systems are described in terms of periodic structures, and it is by now well established that the noise plays a major role in the mechanisms of transport in periodic structures. For example, the study of the underdamped motion of a particle in a periodic potential showed that it is the interplay between inertial and thermal effects which determines the peculiar mechanical properties of certain metals [15, 16]. This is precisely the regime examined in this

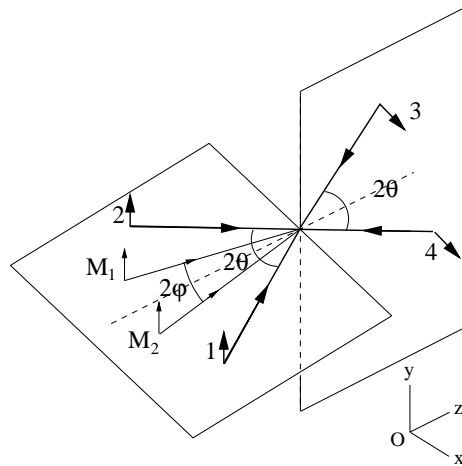


Fig. 1 – Laser fields configuration for the 3D lin⊥lin optical lattice. The beams 1–4 generate the static 3D periodic potential. Two additional laser beams (M_1 and M_2), are introduced to create a moving potential modulation.

work: we study the SR phenomenon by taking as spatially periodic system a dissipative optical lattice [17]. The laser fields create the periodic potential and produce the stochastic process of optical pumping. The friction for atoms well localized in a potential well is very small, so that inertial effects are important (low-damping regime). We report the experimental observation of stochastic resonance on the propagation modes of a dissipative optical lattice and give a complete theoretical account of the experimental findings.

The three-dimensional periodic structure is generated by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged in the so-called lin⊥lin configuration (fig. 1) [17]. The resulting optical potential has minima located on an orthorhombic lattice and associated with pure circular (alternatively σ^+ and σ^-) polarization. The lattice constants, *i.e.* the distance (along a major axis) between two sites of equal circular polarization, are $\lambda_{x,y} = \lambda / \sin \theta$ and $\lambda_z = \lambda / (2 \cos \theta)$, with λ the laser field wavelength, and 2θ the angle between two copropagating lattice beams.

The Brillouin-like propagation modes in such optical lattices have been first identified

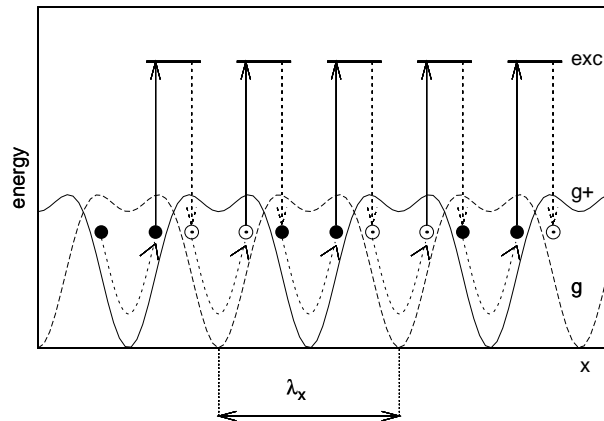


Fig. 2 – Atomic trajectory corresponding to a Brillouin mode in the x -direction. The shown potential curves (g_+ and g_-) are the section along $y = z = 0$ of the optical potential for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition and a 3D lin⊥lin beam configuration.

in ref. [18] via semiclassical Monte Carlo simulations [19]. They consist of a sequence in which one half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to a neighbouring well, and so on (fig. 2). The velocity of the Brillouin mode is easily calculated by neglecting the corrections due to the anharmonicity of the optical potential. The time for an atom to do half an oscillation is then $\tau = \pi/\Omega_x$, where Ω_x is the x -vibrational frequency. This corresponds to an average velocity

$$\bar{v} = \frac{\lambda_x/2}{\tau} = \frac{\lambda\Omega_x}{2\pi \sin \theta} . \quad (1)$$

The direct observation of the Brillouin modes in optical lattices has been recently reported [20]. We note, however, that the detection scheme used in that work was based on the measurement of diffusion coefficients. These measurements require averaging of a large data set, and this makes difficult the exploration of a large interval of interaction parameters, as necessary to evidence the phenomenon of stochastic resonance. The excitation scheme introduced in this work will result instead in significant variations of the atomic-cloud center-of-mass motion, and leads to the observation of stochastic resonance, as described now.

The transport of atoms in optical lattices has been extensively studied [21–24]. In a *dissipative* optical lattice the dominant transport process is spatial diffusion [23, 24], and the Brillouin modes are greatly suppressed. To excite these modes it is necessary to create a potential modulation moving with phase velocity equal to the velocity of the Brillouin mode. This is done by introducing two additional y -polarized laser fields (M_1 and M_2 , see fig. 1). They propagate in the xOz plane, symmetrically displaced with respect to the z -axis, and form an angle equal to 2φ . These two modulation beams are taken to be sufficiently detuned from the lattice fields to neglect the interference between them and the lattice beams on the time scale of the atomic motion. In this way the modulation interference pattern is due only to the two fields M_1 and M_2 , and consists of an intensity modulation moving along the x -axis with phase velocity

$$v_\phi = \frac{\delta_m}{|\Delta\vec{k}|} = \frac{\delta_m}{2k_m \sin \varphi} , \quad (2)$$

where δ_m is the detuning between the fields M_1 and M_2 , and $\Delta\vec{k} = \vec{k}_{M_1} - \vec{k}_{M_2}$ the difference between their wave vectors ($|\vec{k}_{M_j}| \simeq k = 2\pi/\lambda$, $j = 1, 2$). This results in a moving modulation of the optical potential. For a $1/2 \rightarrow 3/2$ atomic transition⁽¹⁾, the modulated potential for the two ground states $|\pm 1/2\rangle$ reads

$$U_\pm(\vec{r}) = U_\pm^0(\vec{r}) + \delta U \cdot \cos[(\Delta k_x x - \delta_m \cdot t)] \quad (3)$$

with U_\pm^0 the optical potential of the unperturbed lattice,

$$U_\pm^0(\vec{r}) = \frac{8\hbar\Delta'_0}{3} [\cos^2(k_x x) + \cos^2(k_y y) \mp \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z)] , \quad (4)$$

and $\delta U = 4\hbar\Delta'_{0,m}/3$ the amplitude of the potential modulation. Δ'_0 ($\Delta'_{0,m}$) denotes the light shift per lattice (modulation) field. We expect that for $v_\phi = \bar{v}$, *i.e.* for $\delta_m = \pm\Omega_B$, with

$$\Omega_B \equiv \frac{2 \sin \varphi}{\sin \theta} \Omega_x , \quad (5)$$

the Brillouin mode is excited, with the atoms following the potential modulation. This has been confirmed by Monte Carlo simulations. For a given modulated optical potential U_\pm and

⁽¹⁾It is customary in the analysis of Sisyphus cooling to consider a $1/2 \rightarrow 3/2$ atomic transition [17].

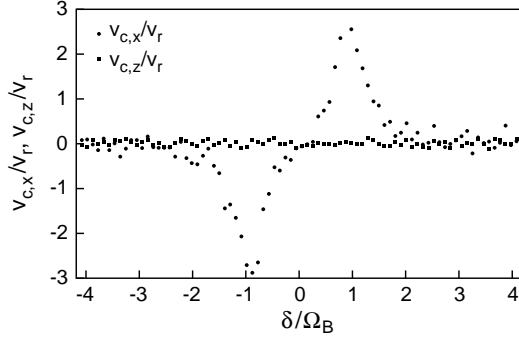


Fig. 3

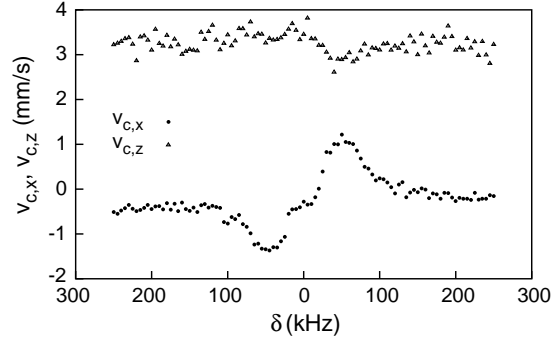


Fig. 4

Fig. 3 – Numerical results for the velocity of the CM of the atomic cloud as a function of the detuning δ_m between the two driving fields. The velocity is in units of recoil atomic velocity v_r . The lattice beam angle is $\theta = 30^\circ$, the lattice detuning from atomic resonance $\Delta = -10\Gamma$ and the light shift per beam $\Delta'_0 = -200\omega_r$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. The driving field angle is $\varphi = 10^\circ$, the detuning $\Delta_m = -30\Gamma$ and light shift per beam $\Delta'_{0,m} = -20\omega_r$.

Fig. 4 – Experimental results for the velocity of the CM of the atomic cloud as a function of the detuning δ_m between driving fields. The lattice parameters are: lattice detuning $\Delta/(2\pi) = -45.6$ MHz, intensity per lattice beam $I = 2.3$ mW/cm², lattice angle $\theta = 30^\circ$. These parameters correspond to a vibrational frequency in the x -direction $\Omega_x/(2\pi) \simeq 45$ kHz. The parameters for the moving modulation are: $I_{M1} \simeq I_{M2} \simeq 0.5$ mW/cm², $\Delta_m/(2\pi) = -44$ MHz, $2\varphi = 37^\circ$. From these data we derive through eq. (5) $\Omega_B \simeq 2\pi \cdot 55$ KHz, in excellent agreement with the experimental findings.

a given optical pumping rate Γ'_0 , we calculated the position of the center of mass (CM) of the atomic cloud as a function of the interaction time, for different values of the detuning δ_m between the two driving fields. The application of the moving modulation produces a motion of the CM of the atomic cloud. Its velocity v_c strongly depends on the velocity of the moving modulation, *i.e.* on the detuning δ_m between the driving fields, and shows two resonances centered at $\delta_m = \pm\Omega_B$ (fig. 3). These resonances correspond to the excitation of the propagation mode in the $\pm x$ direction: at $\delta_m = \pm\Omega_B$ the velocity of the moving modulation is equal to the velocity of the Brillouin mode, and the atoms follow the potential modulation. On the contrary, for a velocity of the moving modulation very different from the velocity of the Brillouin mode ($|\delta_m| \gg \Omega_B$ or $|\delta_m| \ll \Omega_B$) the atomic dynamics is left unperturbed, and the CM of the atomic cloud does not move. This analysis shows that the effective excitation of the Brillouin propagation modes can be detected by observing a displacement of the CM of the atomic cloud. This will be the strategy followed in our experiment. We verified that the excitation of the Brillouin modes also leads to a resonant increase of the diffusion coefficient in the x -direction, in agreement with previous results for a different modulation scheme [20].

In our experiment, ⁸⁷Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap. The trapping beams and the magnetic field are then suddenly turned off. Simultaneously the four lattice beams are turned on. After 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice the two laser fields for the moving modulation are introduced according to the geometry of fig. 1. The lattice angle is $\theta = 30^\circ$, while the two driving fields form an angle $2\varphi = 37^\circ$. The two driving fields are derived from an additional laser, with their relative detuning controlled by acousto-optical modulators.

The transport of the atoms in the optical lattice is studied by direct imaging of the atomic

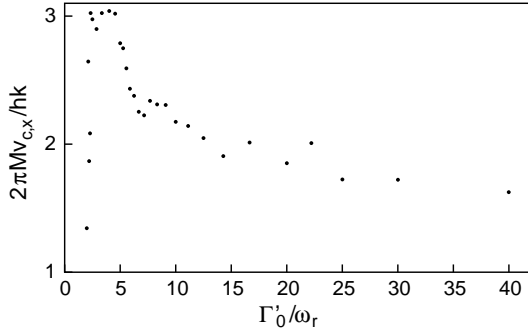


Fig. 5

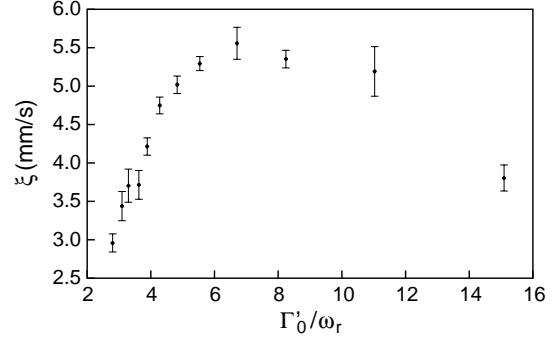


Fig. 6

Fig. 5 – Numerical results for the x -component of the velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the optical pumping rate, for a given depth of the optical potential wells. Parameters of the calculations are: $\theta = 30^\circ$ and $\Delta'_0 = -100\omega_r$, $\varphi = 10^\circ$, $\Delta_m = -30\Gamma$ and $\Delta'_{0,m} = -10\omega_r$.

Fig. 6 – Experimental results for the peak-to-peak amplitude ξ of the CM velocity curve, as a function of the optical pumping rate Γ'_0 , at a given depth of the potential wells and given amplitude modulation. The light shift per lattice beam is $\Delta'_0 = -37.5\omega_r$. The parameters of the laser fields creating the moving intensity modulation are the same as for fig. 4.

cloud with a CCD camera. We verified that for a given detuning δ_m , *i.e.* for a given velocity of the moving potential modulation, the motion of the center of mass of the atomic cloud is uniform and correspondingly determined the CM velocity v_c . By repeating the measurements for different detunings between driving fields, we obtained the x - and z -component of the CM velocity v_c as a function of δ_m , as reported in fig. 4. The x -component shows a resonant behaviour with the detuning δ_m , with two resonances of opposite sign symmetrically displaced with respect to $\delta_m = 0$. The position of these resonances is in agreement with the value $\Omega_B \simeq 2\pi \cdot 55$ kHz derived from the lattice parameters via eq. (5). In contrast, the data for the z -component $v_{c,z}$, whose offset value corresponds to the radiation pressure of the modulation fields, do not show any resonance. These results are in agreement with our numerical simulations and constitute the direct experimental observation of the Brillouin propagation modes via the detection of the displacement of the CM of the atomic cloud.

The Brillouin propagation modes are determined by the synchronization of the oscillations within a potential well with the hopping from a well to a neighbouring one produced by the optical pumping ⁽²⁾⁽³⁾. We studied the amplitude of the Brillouin mode, here characterized by the velocity of the CM of the atomic cloud $v_c(\delta_m = +\Omega_B)$ (analogous results are obtained for $v_c(\delta_m = -\Omega_B)$), as a function of the optical pumping rate Γ'_0 for a given modulated optical potential. The numerical results display the SR-like nonmonotonic dependence of the amplitude of the Brillouin mode on the noise strength (fig. 5), in agreement with our previous results for a different modulation scheme [20]. This SR scenario has one important peculiarity with respect to the model usually considered in the analysis of stochastic resonance. Stochastic resonance is in general understood as the noise-induced enhancement of a weak periodic signal with a frequency much smaller than the intrawell relaxation frequency within

⁽²⁾The propagation mechanism associated with these modes differs from that encountered in dense fluids or solid media. The atomic density is so low that the interaction between the different atoms is completely negligible, therefore the mechanism for the propagation of atoms cannot be ascribed to any sound-wave-like mechanism.

⁽³⁾A nonzero current in a symmetric periodic potential can also be obtained by modifying, through an external driving field, the activation energies of escape from a well, as described in [25, 26]. However that mechanism of directed diffusion does not correspond to the propagation of atoms at a well-defined velocity, as in our case.

a single metastable state. In contrast, in the present case, the noise synchronizes precisely with the intrawell motion of the atoms.

Although $v_{c,x}(\delta_m = +\Omega_B)$ and $v_{c,x}(\delta_m = -\Omega_B)$ are expected to have the same dependence on the optical pumping rate, experimentally it is more convenient to characterize the amplitude of the propagation mode by the peak-to-peak amplitude ξ

$$\xi = v_{c,x}(\delta_m = +\Omega_B) - v_{c,x}(\delta_m = -\Omega_B) \quad (6)$$

of the CM velocity curve (as the one of fig. 4). By doing so, the eventual uniform drift of the atomic cloud along the x -direction as a result of the radiation pressure deriving from a small difference in the driving fields intensities does not affect our measurements. We studied the ξ parameter at Brillouin resonance as a function of the optical pumping rate Γ'_0 at a given depth of the potential wells. This has been done by varying the lattice intensity I and detuning Δ so as to keep the depth of the potential wells $U_0 \propto I/\Delta$ constant while varying the optical pumping rate $\Gamma'_0 \propto I/\Delta^2$. The intensity and the detuning Δ_m of the modulation fields are instead kept constant. Results of our measurements of ξ as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells and given modulation are shown in fig. 6. The typical behaviour of SR is observed: the parameter ξ increases with Γ'_0 at low pumping rates; then a maximum is reached corresponding to the synchronization between the optical pumping from one well to the next one with the oscillation in the potential wells; finally at larger pumping rates this synchronization is lost and ξ decreases.

In conclusion, we reported the observation of stochastic resonance on the Brillouin modes of a dissipative optical lattice. These modes have been excited by applying a moving potential modulation with phase velocity v_ϕ equal to the velocity \bar{v} of the Brillouin mode. This results in a motion of the center of mass of the atomic cloud. The effective excitation of the Brillouin propagation mode has been detected by observing a resonant dependence of the velocity of the atomic cloud CM on the velocity of the moving modulation, with a maximum CM velocity at $v_\phi = \bar{v}$. To observe the phenomenon of stochastic resonance in the optical lattice, we studied the CM velocity at Brillouin resonance as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells and a given modulation amplitude. The SR-like nonmonotonic dependence of the CM velocity on the optical pumping rate has been observed.

* * *

We thank Yanko Todorov for useful comments on the manuscript. This work was supported by the CNRS and the Région Ile de France under contract E.1220 *Atomes ultrafroids: vers de nouveaux états de la matière*. Laboratoire Kastler Brossel is an “unité mixte de recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)”.

REFERENCES

- [1] BENZI R., SUTERA S. and VULPIANI A., *J. Phys. A*, **14** (1981) L453.
- [2] NICOLIS C., *Tellus*, **34** (1982) 1.
- [3] MCNAMARA B. and WIESENFELD K. and ROY R., *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988) 2626.
- [4] DOUGLASS J. K., WILKENS L., PANTAZELOU E. and MOSS F., *Nature*, **365** (1993) 337.
- [5] GAMMAITONI L., *Phys. Rev. E*, **52** (1995) 4691.
- [6] WIESENFELD K. and MOSS F., *Nature*, **373** (1995) 33.
- [7] GAMMAITONI L., HÄNGGI P., JUNG P. and MARCHESONI F., *Rev. Mod. Phys.*, **70** (1998) 223.

- [8] DYKMAN M. I., LUCHINSKY D. G., MANNELLA R., MCCLINTOCK P. V. E., STEIN N. D. and STOCKS N. G., *J. Stat. Phys.*, **70** (1993) 479.
- [9] HU G., *Phys. Lett. A*, **174** (1993) 247.
- [10] FRONZONI L. and MANNELLA R., *J. Stat. Phys.*, **70** (1993) 501.
- [11] MARCHESONI F., *Phys. Lett. A*, **231** (1997) 61.
- [12] KIM Y. W. and SUNG W., *Phys. Rev. E*, **57** (1998) R6237.
- [13] DAN D., MAHATO M. C. and JAYANNAVAR A. M., *Phys. Rev. E*, **60** (1999) 6421.
- [14] BAO J.-D., *Phys. Rev. E*, **62** (2000) 4606.
- [15] ISAAC R. D., SCHWARZ R. B. and GRANATO A. V., *Phys. Rev. B*, **18** (1978) 4143.
- [16] KOLOMEISKY E. B., CURCIC T. and STRALEY J. P., *Phys. Rev. Lett.*, **75** (1995) 1775.
- [17] GRYNBERG G. and MENNERAT-ROBILLIARD C., *Phys. Rep.*, **355** (2001) 335.
- [18] COURTOIS J.-Y., GUIBAL S., MEACHER D. R., VERKERK P. and GRYNBERG G., *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996) 40.
- [19] PETSAS K. I., GRYNBERG G. and COURTOIS J.-Y., *Eur. Phys. J. D*, **6** (1999) 29.
- [20] SANCHEZ-PALENCIA L., CARMINATI F.-R., SCHIAVONI M., RENZONI F. and GRYNBERG G., *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2002) 133903.
- [21] NIENHUIS G., *Phys. Scr.*, **T95** (2001) 43.
- [22] VISSER P. M. and NIENHUIS G., *Phys. Rev. A*, **56** (1997) 3950.
- [23] CARMINATI F.-R., SCHIAVONI M., SANCHEZ-PALENCIA L., RENZONI F. and GRYNBERG G., *Eur. Phys. J. D*, **17** (2001) 249.
- [24] SANCHEZ-PALENCIA L., HORAK P. and GRYNBERG G., *Eur. Phys. J. D*, **18** (2002) 353.
- [25] DYKMAN M. I., RABITZ H., SMELYANSKIY V. N. and VUGMEISTER B. E., *Phys. Rev. Lett.*, **79** (1997) 1178.
- [26] LUCHINSKY D. G., GREENALL M. J. and MCCLINTOCK P. V. E., *Phys. Lett. A*, **273** (2000) 316.

Annexe H

Dark propagation modes in optical lattices

L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni and
G. Grynberg

Phys. Rev. A **66**, 053821 (2002)

Dark propagation modes in optical lattices

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni, and G. Grynberg

Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'École Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 25 July 2002; published 26 November 2002)

We examine the stimulated light scattering onto the propagation modes of a dissipative optical lattice. We show that two different pump-probe configurations may lead to the excitation, via different mechanisms, of the same mode. We found that in one configuration the scattering on the propagation mode results in a resonance in the probe transmission spectrum while in the other configuration no modification of the scattering spectrum occurs, i.e., the mode is *dark*. A theoretical explanation of this behavior is provided.

DOI: 10.1103/PhysRevA.66.053821

PACS number(s): 42.65.Es, 32.80.Pj

I. INTRODUCTION

Brillouin scattering [1,2] is the scattering of light onto a propagating acoustic wave. In spontaneous Brillouin scattering the propagating wave corresponds to thermal, or quantum-noise, fluctuations in the material medium. On the contrary, in stimulated Brillouin scattering (SBS) the density propagating wave originates from the interference pattern between a probe and an additional pump beam. The strong pump beam can then be diffracted onto the density wave in the direction of the probe, modifying in this way the probe transmission. The SBS-scheme permits both the excitation of the propagation modes of a medium, as well as their detection via modification of the probe transmission. It is in this way possible to determine the phonon modes of the medium, and their respective velocity [3–5].

In this work we examine the key features of the SBS process for a nonlinear medium consisting of atoms cooled in a dissipative optical lattice [6]. This system offers significant advantages for the study of basic nonlinear optical phenomena over condensed matter samples. First, the atomic dynamics in an optical lattice is quite well understood, and can be precisely studied through Monte Carlo simulations. Second, the excitation of propagation modes in the system can be directly detected by imaging techniques. Both points are essential for the present study. We show that the *same* propagation mode can be excited by two different pump-probe configurations. In one case the scattering on the propagation mode results in a resonance in the probe transmission spectrum, while in the other case no modification of the spectrum occurs, i.e., the mode is in this case *dark*. We describe the different excitation processes of the propagation mode for the two different configurations examined, and identify the mechanism of generation of the phase mismatch between laser fields and the material grating which inhibits the light scattering on the propagation mode.

II. THE 3D LIN \perp LIN OPTICAL LATTICE

The nonlinear medium consists of ^{85}Rb atoms cooled and trapped in a dissipative optical lattice. These lattices are based on the Sisyphus cooling mechanism [7]. The periodic modulation of the light polarization, produced by the interference of several laser beams, leads to a periodic modulation of the light shifts (optical potentials) of the different

Zeeman sublevels of the ground state of the atom. As a result of the optical pumping between different optical potentials, atoms are cooled and finally trapped at the potential minima.

In this work we use a 3D lin \perp lin dissipative optical lattice [6]. The arrangement of the laser fields is shown in Fig. 1: two x -polarized beams propagate in the yOz plane and make an angle 2θ , and two y -polarized beams propagate in the xOz plane and make the same angle 2θ . The interference pattern of the four beams create an orthorhombic potential with minima associated with pure circular (alternatively σ^+ and σ^-) light polarization. The lattice constants, i.e., the distance between two sites of equal polarization are $\lambda_{x,y} = \lambda/\sin\theta$ and $\lambda_z = \lambda/(2\cos\theta)$, with λ the laser field wavelength. For all the measurements presented in this work the angle 2θ between the lattice beams is kept fixed to 60° .

The procedure to load the atoms in the optical lattice is the standard one used in previous experiments [8]. The Rb atoms are first cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). Then the MOT magnetic field and laser beams are turned off and the lattice beams are turned on. After 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice, two additional laser fields (beams c and p of Fig. 1) are introduced for the excitation of the propagation modes. They are derived from an additional laser, with their relative detuning $\delta = \omega_p - \omega_c$ controlled by acousto-optical modulators. These two additional laser fields are detuned with respect to the lattice beams of some tens of MHz, so that there is no atomic observable which can be excited at the beat frequency. Furthermore, as they are derived from a laser different from the one producing the lattice beams, the effect of the unwanted beat is significantly reduced. The beams c and p cross the atomic sample in the xOz plane, and they are symmetrically displaced with respect to the z axis forming an angle 2φ .

III. PROPAGATION MODES

A. Generalities

The propagation modes in dissipative optical lattices have been identified in Ref. [9] and shown to exhibit interesting nonlinear effects such as stochastic resonance [10,11]. We briefly summarize their main properties. They consist of a sequence in which one half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to a neighboring well, and so on (Fig. 2). In this way, the atom travels over

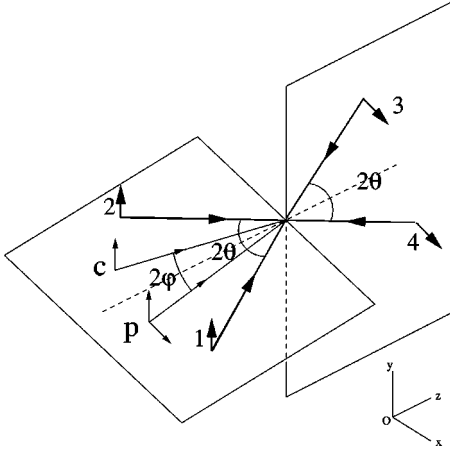


FIG. 1. Sketch of the experimental setup. The laser fields 1–4 generate the static 3D optical potential. Two additional laser beams (c and p) are introduced to create a moving potential modulation.

several potential wells by regularly changing its internal state (from $|g, +1/2\rangle$ to $|g, -1/2\rangle$ in the case of a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ transition, as considered in Fig. 2).

The velocity \bar{v} of the propagation mode is essentially determined by the intrawell dynamics. A straightforward calculation [9] shows that for a mode in the x direction this velocity is

$$\bar{v} = \frac{\lambda \Omega_x}{2\pi \sin \theta}, \quad (1)$$

where Ω_x is the x vibrational frequency at the bottom of a potential well.

B. Excitation mechanisms

The propagation modes can be excited by adding a moving potential modulation. We consider two different configurations for the modulation beams (beams c and p in Fig. 1). In both configurations the modulation beams have the same amplitude. In the first configuration, hereafter called the \parallel configuration, both beams have y linear polarization. The light interference pattern consists of an intensity modulation moving along the x axis with phase velocity

$$v_{\text{mod}} = \frac{\delta}{|\Delta \vec{k}|} = \frac{\delta}{2k \sin \varphi}, \quad (2)$$

where $\Delta \vec{k} = \vec{k}_p - \vec{k}_c$ is the difference between the wave vectors of the modulation beams ($|\vec{k}_c| \cong |\vec{k}_p| \cong k \cong 2\pi/\lambda$). This configuration has already been considered in previous work [11] and it is reexamined here for comparison with the excitation scheme introduced in the present work. This latter, denoted as \perp configuration, consists of a y -polarized beam (beam c of Fig. 1) and of a beam with linear polarization in the xOz plane (beam p). The light interference pattern consists in this case of a polarization modulation moving along the x axis with the same phase velocity v_{mod} [Eq. (2)] as in the case of the \parallel configuration.

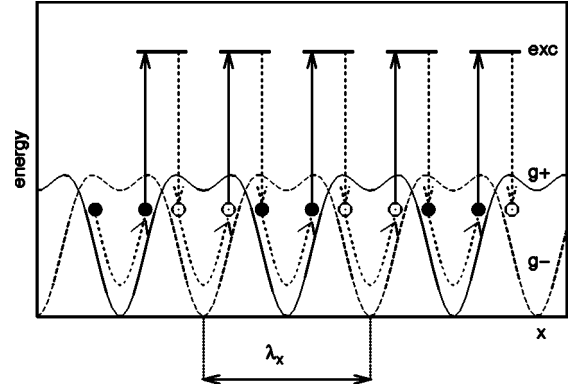


FIG. 2. An atomic trajectory corresponding to a propagation mode in the x direction. The shown potential curves (g_+ and g_-) are the section along $y=z=0$ of the optical potential for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition and a 3D $\text{lin}\perp\text{lin}$ beam configuration.

To determine the effective excitation of the propagation modes we monitor the velocity of the center-of-mass (c.m.) of the atomic cloud as a function of the velocity of the applied potential modulation. This is done by direct imaging of the atomic cloud with a CCD camera. We verify that for a given detuning δ , i.e., for a given velocity v_{mod} of the moving modulation, the motion of the center of mass of the atomic cloud is uniform, and correspondingly determine the c.m. velocity v_{cm} . Experimental results for the x component $v_{\text{cm},x}$ of the c.m.-velocity as a function of v_{mod} are reported in Fig. 3 for both the \parallel and the \perp configurations. The observed resonant behavior of $v_{\text{cm},x}$ with v_{mod} is the signature of the excitation of propagation modes in the x direction. We therefore conclude that both pump-probe configurations lead to the excitation of a propagation mode in the x direction.

To determine the nature of the observed propagation modes, we examine the atomic dynamics in the optical lattice with the help of semiclassical Monte Carlo simulations [12]. The analysis of the numerically calculated atomic trajectories shows that the excited mode is the same for both configurations, and consists of a sequence of a half oscillation in a potential well followed by an optical pumping into the neighboring well, as in Fig. 2.

We turn now to the analysis of the excitation mechanism of the propagation modes for the two pump-probe configuration. To this end, it is useful to examine the dependence of the position of the resonance in the velocity of the c.m. of the atomic cloud [as those in Fig. 3(a)] on the angle 2φ between pump and probe beams. By taking several measurements for different values of the angle 2φ between the modulation beams we determine the position of the resonances as a function of the angle φ , as reported in Fig. 3(b). On the same plot we also reported results of semiclassical Monte Carlo simulations, which are found to be in very good agreement with the experimental findings. The results of Fig. 3 show that the velocity v_{mod} of the light intensity interference pattern (\parallel configuration) required to excite a propagation mode differs from the velocity of the polarization grating (\perp configuration) leading to the excitation of the same mode. The condition for the velocity of the light interference pattern to excite

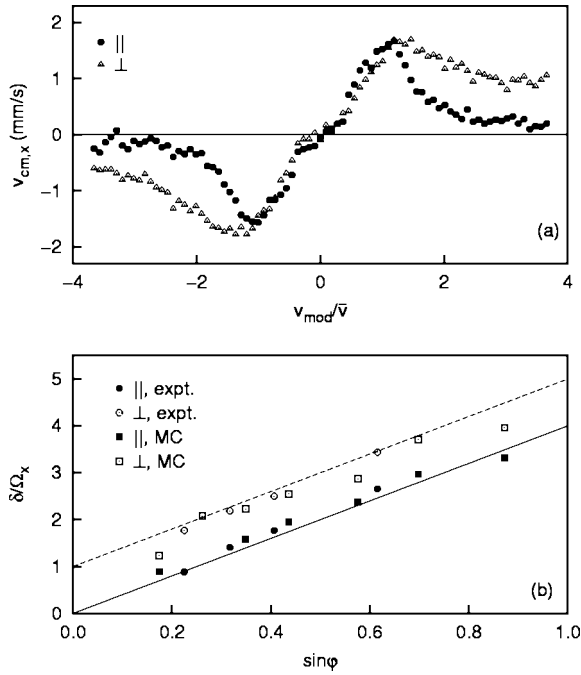


FIG. 3. Top: experimental results for the x component of the velocity of the center-of-mass of the atomic cloud as a function of the velocity v_{mod} of the moving light interference pattern. The angle between pump and probe beams is $2\varphi = 48$. Bottom: position of the resonances as a function of the sine of the half-angle φ between the pump and the probe beams. The points refer to experimental findings (expt.) and to semiclassical Monte Carlo simulations (MC), the lines to Eqs. (5a) and (5b).

a propagation mode can be obtained by imposing that the atoms following the mode are at all times dragged by the moving potential modulation corresponding to the light interference pattern of the beams c and p . This requires that the light polarization pattern moves at a velocity v_{mod} such that the lattice potential-well actually occupied by the atom gets deeper as a result of the modulation of the optical potential. The resulting conditions on the velocity of the moving modulation, and equivalently on the pump-probe detuning δ , can therefore be derived by examining the effect of the modulation on the optical potentials. Consider first the \parallel configuration. The light interference pattern is a moving *intensity* modulation, therefore all optical potentials are modulated *in phase*: at a given instant and position all potential wells corresponding to the different atomic ground-state Zeeman sublevels get both deeper or shallower as a result of the modulation. Thus to excite the propagation mode the atoms should follow the moving intensity modulation, i.e., the phase velocity v_{mod} of the light interference pattern should be equal to the velocity \bar{v} of the mode:

$$v_{\text{mod}} = \pm \bar{v}. \quad (3)$$

Consider now the \perp configuration. The light interference pattern is in this case a moving *polarization* modulation, with the optical potentials associated with opposite Zeeman sublevels (opposite quantum number m) modulated in phase opposition. It follows that in this configuration a modulation

moving at the mode velocity does not lead to the mode excitation. On the contrary, to excite the propagation mode it is necessary that the modulation moves with respect to the atoms in such a way that following the transfer of an atom from a lattice well of given circular polarization (σ_+ or σ_-) to one of opposite polarization, the modulation changes sign. Quantitatively, consider the time interval Δt in which the atom in the propagation mode makes half an oscillation in a potential well and then is optically pumped into the neighboring well. Then we simply have $\bar{v}\Delta t = \lambda_x/2$. In the same time interval the modulation polarization should be reversed, i.e., should change from σ_+ to σ_- (or vice versa, depending on which potential well is initially occupied by the atom). Considering that in the time interval Δt the atom moved of $\lambda_x/2$, and that in the moving modulation a maximum of polarization σ_- is spaced of $\lambda_m/2 = \pi/|\Delta \vec{k}|$ from the following maximum of polarization σ_+ , we find that the light interference pattern should move at the velocity $v_{\text{mod}}\Delta t = \pm(\lambda_m/2 + \lambda_x/2)$. Together with $\bar{v}\Delta t = \lambda_x/2$, we find then that in the \perp configuration the condition for the excitation of the propagation mode is

$$v_{\text{mod}} = \pm \left(1 + \frac{\sin \theta}{2 \sin \varphi} \right) \bar{v}. \quad (4)$$

The conditions Eqs. (3) and (4) are rewritten in terms of the detuning δ as

$$\delta = \pm \frac{2 \sin \varphi}{\sin \theta} \Omega_x \quad (\parallel \text{ configuration}), \quad (5a)$$

$$\delta = \pm \left(1 + \frac{2 \sin \varphi}{\sin \theta} \right) \Omega_x \quad (\perp \text{ configuration}), \quad (5b)$$

where we used Eqs. (1) and (2). The very good agreement (see Fig. 3) of Eqs. [(5a) and (5b)] with the experimental findings and with the results of semiclassical Monte Carlo simulations demonstrate the validity of our physical picture.

C. Light scattering

So far we considered the effect of the light interference pattern on the atomic sample, with the excitation of propagation modes and their detection by direct imaging of the atomic cloud. The properties of the material medium can also be studied by stimulated light scattering measurements. In fact the pump-probe interference pattern may excite a material grating onto which the pump can be diffracted in the direction of the probe beam, modifying the probe transmission. That is the approach followed now, with a view to compare light scattering measurements with the previous results obtained via direct imaging of the atomic cloud.

We decreased the amplitude of one of the modulation beams (beam p) which plays now the role of the probe beam, while the other beam (beam c) plays the role of the pump (or coupling) beam. We measure the probe transmission as a function of the detuning δ for different angles between the pump and the probe beams, with results as those in Fig. 4. In the case of the \parallel pump-probe configuration, we

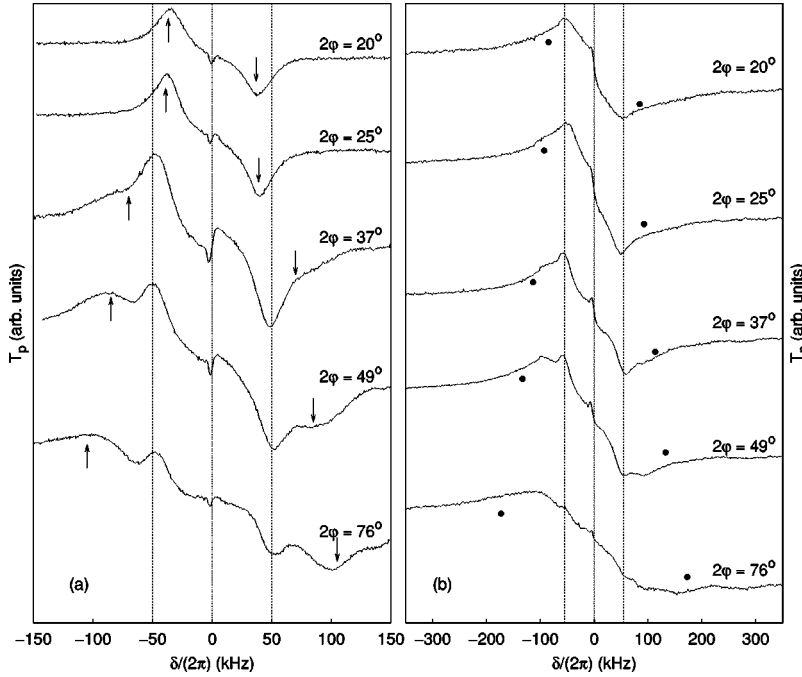


FIG. 4. Transmission of the probe beam as a function of the detuning between pump and probe fields, for different values of the angle 2φ between pump and probe beams. The lattice detuning is $\Delta = -50$ MHz, the intensity per lattice beam $I_L = 5$ mW/cm². These parameters correspond to $\Omega_x \approx 2\pi \times 50$ kHz (vertical dashed lines). The left plot corresponds to the \parallel pump-probe configuration, the right plot to the \perp one.

easily identify in the probe transmission spectrum the Brillouin resonances [the resonances in Fig. 4(a) marked by arrows] corresponding to stimulated light scattering on the propagation modes. We verified that the dependence of the position of these resonances on the angle φ is in complete agreement with Eq. (5a), which confirms that these resonances originate from light scattering on propagation modes. On the contrary, in the case of the \perp pump-probe configuration no resonance is observed around the position corresponding to Eq. (5b) [these positions are marked by filled circles in Fig. 4(b)]. In other words, the propagation mode is dark in the \perp configuration.

The absence of resonances in the scattering spectrum for the propagation mode in the \perp configuration can be explained by examining the phase mismatch between the laser and the material waves. The frequency (energy) and phase-matching (momentum) conditions for the stimulated scattering process read

$$\omega_c = \omega_p \pm \Omega, \quad (6a)$$

$$\vec{k}_c = \vec{k}_p \pm \vec{q}. \quad (6b)$$

Here \vec{q} and Ω are respectively, the wave vector and the frequency of the light-induced material density grating and are related by the phonon-dispersion relation $\Omega = v_{\text{grating}} |\vec{q}|$, with v_{grating} the phase velocity of the moving grating. The frequency Ω has been determined previously for both \parallel and \perp configurations [Eqs. (5a) and (5b)]. As the excited mode is the same for both pump-probe configurations, the phase velocity of the material grating does not depend on the chosen configuration and is equal to the velocity \bar{v} [Eq. (1)]. From these values for Ω and v_{grating} we derive, through the dispersion relation, the momentum of the material grating:

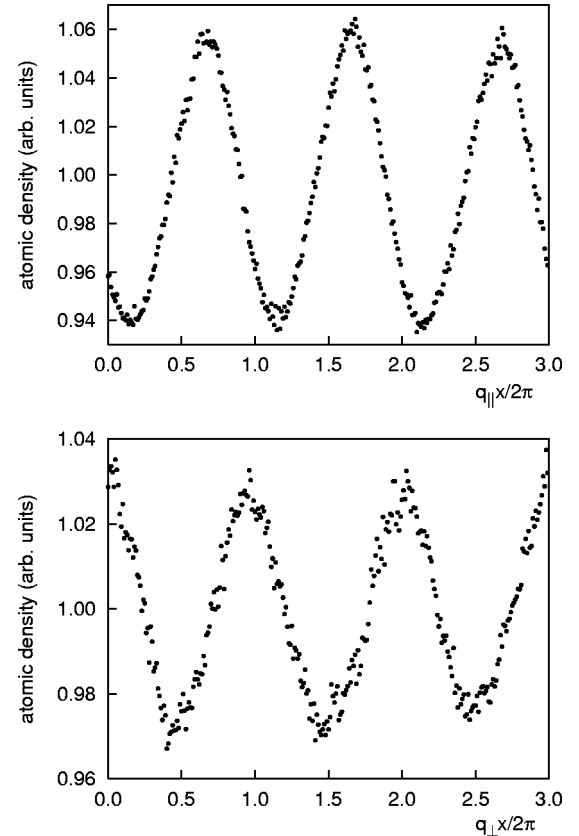


FIG. 5. Numerical results for the atomic density as a function of x for the \parallel (top) and \perp (bottom) pump-probe configurations. The shown density distribution is stationary in a frame moving along x at a velocity \bar{v} .

$$|\vec{q}_{\parallel}| = |\vec{\Delta k}|, \quad (7a)$$

$$|\vec{q}_{\perp}| = |\vec{\Delta k}| \left(1 + \frac{\sin \theta}{2 \sin \varphi} \right). \quad (7b)$$

It turns out that in the \parallel configuration the momentum $\vec{q}_{\parallel} = \pm |\vec{\Delta k}| \vec{\epsilon}_x$ of the material grating fulfills the phase matching condition Eq. [(6b)], and therefore the scattering on the propagation mode results in a resonance line in the probe transmission spectrum. In contrast, in the \perp configuration the momentum $\vec{q}_{\perp} = \pm |\vec{q}_{\perp}| \vec{\epsilon}_x$ results in a phase mismatch between the laser and the material waves. Thus, no resonance is expected in the probe transmission spectrum, in agreement with our experimental findings.

The effective creation of a moving material grating has been confirmed by semiclassical Monte Carlo simulations. The numerical results, as those shown in Fig. 5, correspond to an atomic density grating moving in the x direction with a velocity \bar{v} for both parallel and perpendicular configurations. In the frame moving at the velocity \bar{v} of the propagation mode we find a stationary modulation of the atomic density with different wave vectors for the two pump-probe configurations and in very good agreement with Eqs. (7a) and (7b). This confirms the validity of our analysis.

IV. CONCLUSIONS

In summary, in this work we examined the stimulated light scattering onto the propagation modes of a dissipative

optical lattice. Two different pump-probe configurations have been analyzed: in one the interference pattern is a modulation of the light intensity, while in the other one the pump and probe fields give rise to a modulation of the light polarization. First, we have shown that the *same* propagation mode is excited in the two cases, and described the two different mechanisms of excitation. Then we analyzed the light scattering on the propagation mode. Although the mode excited in the two pump-probe configurations is the same, we found that the probe transmission spectrum is completely different for the two cases. In fact, only in one configuration the mode results in a resonance in the probe transmission spectrum. For the other configuration, no trace of the mode excitation is found in the probe transmission spectrum. This behavior was explained in terms of phase mismatch between the laser fields and the propagating wave.

Light scattering is a powerful technique for the study of a large variety of material media. Particularly, in optical lattices it has allowed the study of local (intrawell) as well as delocalized (inter wells) dynamics. However there is not a one-to-one correspondence between the light scattering spectrum and the atomic dynamics as shown in this work where we observed and described dark propagation modes.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is a “unité mixte de recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS).”

-
- [1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
 - [2] Y.R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, New York, 1984).
 - [3] M.A. Woolf, P.M. Platzman, and M.G. Cohen, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 294 (1966).
 - [4] T. Sonehara and H. Tanaka, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4234 (1995).
 - [5] H.J. Fan, M.H. Kuok, S.C. Ng, R. Boukherroub, J.M. Baribeau, J.W. Fraser, and D.J. Lockwood, *Phys. Rev. B* **65**, 165330 (2002).
 - [6] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, *Phys. Rep.* **355**, 335 (2001).
 - [7] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989); P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989).
 - [8] F.R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **17**, 249 (2001).
 - [9] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D.R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 40 (1996).
 - [10] L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 133903 (2002).
 - [11] M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **59**, 493 (2002).
 - [12] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **18**, 353 (2002).

Annexe I

Rayleigh scattering and atomic dynamics in dissipative optical lattices

F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni
and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. **90**, 043901 (2003)

Rayleigh Scattering and Atomic Dynamics in Dissipative Optical Lattices

F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg

*Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure,
24 rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France*

(Received 21 June 2002; revised manuscript received 23 October 2002; published 29 January 2003)

We investigate Rayleigh scattering in dissipative optical lattices. In particular, following recent proposals [S. Guibal *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997); C. Jurczak *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996)], we study whether the Rayleigh resonance originates from the diffraction on a density grating and is therefore a probe of transport of atoms in optical lattices. It turns out that this is not the case: the Rayleigh line is instead a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.043901

PACS numbers: 42.65.Es, 32.80.Pj

Light scattering [1], i.e., the scattering of photons resulting from the interaction with a material medium, is a technique widely used to determine the properties of many different types of media. From the position and the width of the scattering resonances it is in fact possible to identify the dynamical modes of the system and derive the rates of relaxation toward equilibrium. This is well exemplified by the Landau-Placzek relation, valid for light scattering originating from the density fluctuations of a medium at thermal equilibrium, which connects the strength of the different components of the scattering spectrum to the specific heats of the medium at constant volume and constant pressure.

Recently light scattering has been extensively used to study the properties of cold atomic samples, and, in particular, it turned out to be an essential tool for the understanding of the basic properties of dissipative optical lattices [2]. The same technique may also apply to far-off-resonance nondissipative optical lattices which are currently investigated by many groups in connection with Bose-Einstein condensation experiments [3]. However to derive the damping rates of the system from light scattering measurements is in general a highly nontrivial task. This is especially true for quasielastic (Rayleigh) scattering [4–6], which gives access to the relaxation rates of nonpropagating material observables. In this work we investigate the mechanism behind the Rayleigh scattering in dissipative optical lattices and identify the relaxation process which determines the width of the Rayleigh resonance in the scattering spectrum.

The starting point of the present study is the previous claim that Rayleigh resonances may originate from the excitation of the atomic density, and consequently the width of the Rayleigh line would provide a measure of the diffusion coefficients of the atoms in an optical lattice [5]. Following a similar approach, Jurczak *et al.* [6] derived values for the diffusion coefficients from polarization-selective intensity correlations.

In our analysis we first assume, along the lines of these previous works, that the material observable excited in the pump-probe spectroscopy is the atomic density and

derive the expected relation between the width of the Rayleigh resonance and the spatial diffusion coefficients. Through experimental and theoretical work we show that this relation is actually *not* satisfied by independent measurements/calculations of the width of the resonance and the diffusion coefficients. Instead, we show that the narrow Rayleigh resonance originates from the atomic velocity damping, i.e., the width of the resonance is a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

Consider first the general relation between the width of the Rayleigh line and the relaxation rate of the material observable excited in the optical process. In the basic setup of pump-probe spectroscopy, an atomic sample interacts with two laser fields: a strong pump beam, with frequency ω , and a weak probe beam with frequency $\omega + \delta$. The superimposition of the pump and probe fields results in an interference pattern moving with phase velocity $v = \delta/|\Delta\vec{k}|$, with $\Delta\vec{k}$ the difference between pump and probe wave vectors. The atomic sample tends to follow the interference pattern and a grating of an atomic observable (typically density, magnetization, or temperature) is created. However due to the finite response time of the atomic medium the material grating is phase shifted with respect to the light interference pattern. Therefore the pump beam can be diffracted on the material grating in the direction of the probe, modifying the probe transmission. It is then clear that it should be possible to derive information about the atomic response time from the transmission spectrum. More precisely if we assume that only one atomic observable is excited in the optical process, and that the time evolution of this observable is characterized by a single relaxation rate γ , the probe gain spectrum $g(\delta)$ has then a dispersive line shape

$$g \propto \frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} \quad (1)$$

with peak-to-peak distance 2γ , as derived in [7].

Consider now the specific configuration with linearly polarized pump and probe beams, the two polarization vectors being parallel. The resulting *intensity* interference pattern gives rise, via the dipole force, to a grating of the atomic density n of the form

$$n = n_0 + n_1 \{ \exp[-i(\delta \cdot t - \Delta \vec{k} \cdot \vec{r})] + \text{c.c.} \}. \quad (2)$$

We assume now, following previous work [5], that the Rayleigh resonance originates from the scattering on this *atomic density* grating. It follows that the width of the Rayleigh line is related to the spatial diffusion coefficients. Indeed the relaxation mechanism of a grating of atomic density is spatial diffusion: atoms have to move to destroy the density grating. More quantitatively, if we assume that the dynamics of the atoms in the optical lattice is well described by Fick's law

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}, \quad (3)$$

where D_i ($i = x, y, z$) is the spatial diffusion coefficient in the i direction, we find substituting the expression (2) for n in (3) that the relaxation rate γ_D of the atomic density, defined by

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\gamma_D n_1, \quad (4)$$

is given by

$$\gamma_D = D_x \Delta k_x^2 + D_y \Delta k_y^2 + D_z \Delta k_z^2. \quad (5)$$

Under the assumption that the Rayleigh resonance originates from the scattering on the atomic density grating, the half-distance peak to peak of the Rayleigh line γ_R is simply equal to the relaxation rate γ_D , and therefore measurement of γ_R allows the determination of the diffusion coefficients, as in Refs. [5,6]. The validity of this approach will be tested by comparing results for the relaxation rate γ_D with measurements of the width of the Rayleigh resonance, as presented below.

In our experiment rubidium atoms are cooled and trapped in a three-dimensional (3D) lin \perp lin near resonant optical lattice [2]. The periodic structure is determined by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged as in Fig. 1. The angle 2θ between copropagating lattice beams is equal to 60° . This four-beam configuration is the same, except for the value of the angle θ , as the one considered in the works of Guibal *et al.* [5] and Jurczak *et al.* [6].

To determine *in a direct way* the spatial diffusion coefficients of the atoms in the optical lattice, we observe the atomic cloud expansion by using a charge coupled device camera [8–10]. Since the x and y directions are equivalent in our lattice (see Fig. 1), we chose to take images in the ξOz plane, where ξ is the axis in the xOy plane forming an angle of 45° with the x and y axes. Correspondingly, we determined the diffusion coefficients D_ξ and D_z in the ξ and z directions, with results as in Fig. 2.

These values for the diffusion coefficients are not consistent with the value of about $10 \hbar/M$ determined for the

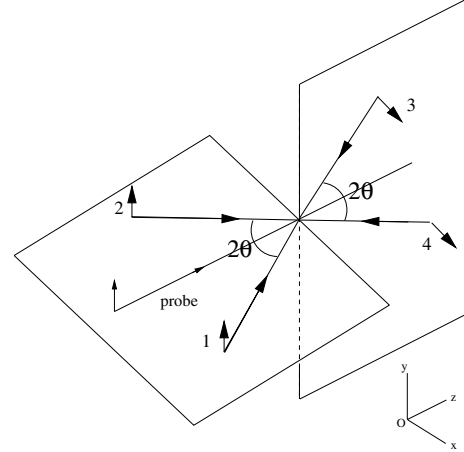


FIG. 1. Sketch of the experimental setup.

same configuration by Jurczak *et al.* [6] by polarization-selective intensity correlations. As we will show in the following, this inconsistency derives from the unreliability of the determination of the diffusion coefficients by light scattering measurements, as this derivation of the diffusion coefficients is based on the assumption that the narrow Rayleigh resonance originates from the diffraction on an atomic density grating.

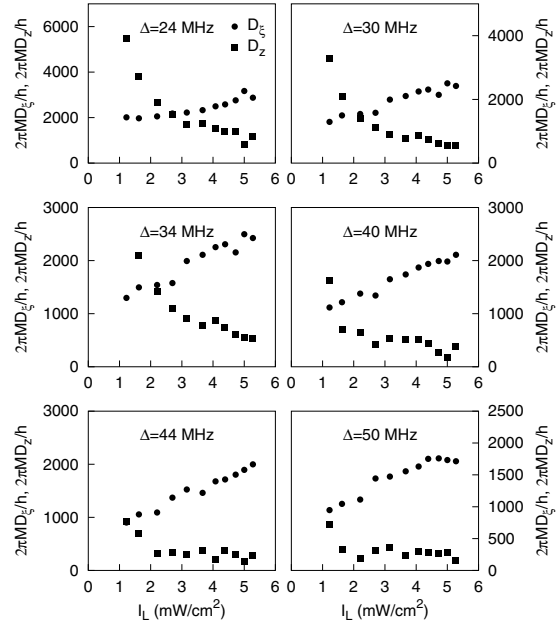


FIG. 2. Experimental results for the spatial diffusion coefficients in the ξ and z directions as functions of the intensity per lattice beam I_L and for different values of the lattice detuning Δ .

We turn now to the measurements of the width of the Rayleigh resonance. The y polarized probe beam is derived from the lattice beams, with the relative detuning controlled with acousto-optical modulators. This probe beam is sent along the z axis through the cold atomic sample (Fig. 1) with its frequency scanned around the lattice-beams' frequency. The probe can interfere with the different lattice beams, which play the role of the pump.

A typical probe transmission spectrum is shown in Fig. 3. The lateral resonances have been characterized in great detail in past investigations [11], and we focus here on the resonance at the center of the spectrum (inset of Fig. 3). To determine whether this Rayleigh resonance can be associated with the relaxation mechanism of spatial diffusion, we made a systematic study of the width of the resonance as a function of the interaction parameters (lattice-field intensity and detuning).

The peak-to-peak distance $2\gamma_R$ of the Rayleigh resonance has been determined by fitting the central part of the probe transmission spectrum with the function

$$f(\delta) = a_1 + a_2\delta + \frac{a_3}{\delta^2 + \gamma_R^2} + \frac{a_4\delta}{\delta^2 + \gamma_R^2}. \quad (6)$$

Here the linear term in detuning describes the wings of the sideband resonances [11]. The Lorentzian resonance arises from the radiation pressure, and has the same width of the dispersive line, as discussed in Ref. [5]. Experimental results for γ_R are reported in Fig. 4 as a function of the lattice beam intensity, for different values of the lattice detuning.

We now describe the determination of γ_D . In the examined configuration the probe beam can interfere simultaneously with all lattice beams. Therefore the situation is slightly more complicated than the one analyzed previously leading to Eq. (5), and to derive the link between the width of the Rayleigh resonance and the diffusion coefficients we have to calculate the interference pattern between the probe and the lattice beams. By using the expression for the lattice-beams electric fields for a 3D

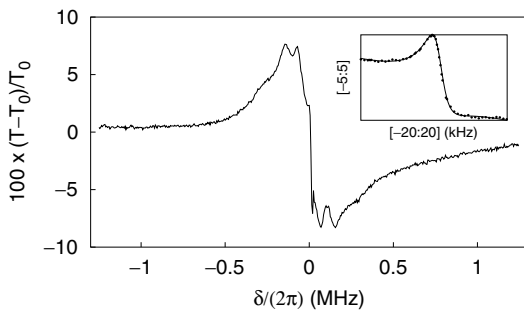


FIG. 3. Probe transmission as a function of the detuning between probe and lattice beams, T and T_0 being the intensity of the transmitted probe beam with and without the atomic cloud. The inset shows a slow scan of the region around zero detuning, together with the fit with the function (6) (solid line).

043901-3

lin \perp lin optical lattice [2], we easily find that the intensity modulation produced by the probe beam is

$$\delta|\vec{E}|^2 \approx E_p^* E_0 \cos(Kx) \exp\{i[(K_+ - k)z + \delta \cdot t]\} + \text{c.c.}, \quad (7)$$

with E_0 (E_p) the amplitude of the lattice (probe) field, $K = k \sin\theta$ and $K_+ = k \cos\theta$. Substituting in Fick's law, Eq. (3), the resulting modulation for the atomic density we find that the relaxation rate γ_D , defined via Eq. (4), is in the present case

$$\gamma_D = D_x(k \sin\theta)^2 + D_z k^2(1 - \cos\theta)^2. \quad (8)$$

This equation is consistent with the relation derived in Ref. [5] in the limit of small θ . To determine whether the rate γ_D of relaxation of the atomic density is equal to the width of the Rayleigh resonance, we calculate from the values D_x, D_z of Fig. 2 the relaxation rate γ_D of the atomic density, using Eq. (8), with results as in Fig. 4. For the same range of interaction parameters the relaxation rate γ_D is 4 orders of magnitude larger than the half-distance peak to peak γ_R of the Rayleigh resonance. We therefore conclude that the Rayleigh resonance does not originate from the diffraction on an atomic density grating, and therefore measurements of the width of the Rayleigh line do not allow the determination of the spatial diffusion coefficients.

Our conclusions, based on the presented experimental findings, are supported by numerical calculations. We consider a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition, as customary in numerical analysis of Sisyphus cooling. Taking advantage of the symmetry between the x and y directions (see Fig. 1), we restricted the atomic dynamics to the xOz plane. Through semiclassical Monte Carlo calculations [12,13], we simulate the dynamics of the atoms in the optical lattice. From the atomic trajectories we determine then the probe transmission spectra and the evolution of the atomic mean square displacements. We calculate the width of the Rayleigh line and the spatial diffusion coefficients. From these diffusion coefficients we then derive through Eq. (8) the relaxation rate of the atomic density. The comparison between the numerically calculated γ_R and γ_D , as shown in Fig. 5, confirms that

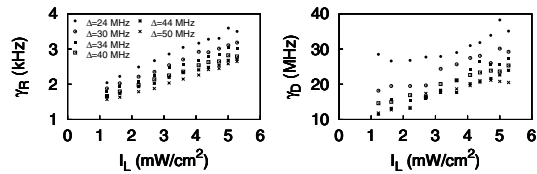


FIG. 4. Left panel: Experimental results for the half of the peak-to-peak distance of the Rayleigh resonance. Right panel: Relaxation rate γ_D of the atomic density, as calculated from the experimental data for D_x and D_z using Eq. (8). Both quantities are plotted as functions of the intensity per lattice beam, for different values of the lattice detuning.

043901-3

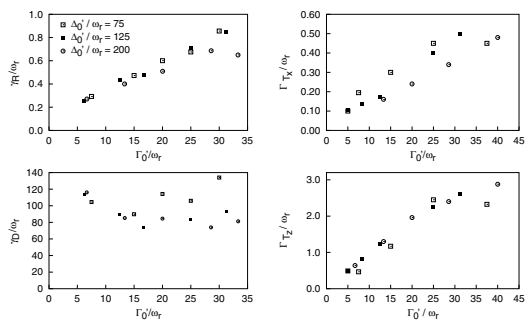


FIG. 5. Numerically calculated relaxation rate of the atomic density γ_D , half-distance peak to peak γ_R of the Rayleigh line and relaxation rates Γ_{T_x} , Γ_{T_z} of the atomic temperature in the x and z directions. All these quantities are reported as functions of the optical pumping rate Γ_0' , for different values of the light shift per beam Δ_0' . Here ω_r is the atomic recoil frequency.

the width of the Rayleigh line does not correspond to the rate of relaxation of the atomic density.

The final step of our analysis consists in identifying the damping process which leads to the phase shift producing the Rayleigh scattering. Inspired by previous studies of stimulated Rayleigh scattering in corkscrew optical molasses [14], we numerically examined the damping process of the atomic velocity in the optical lattice and calculated the relaxation rates Γ_{T_x} , Γ_{T_z} of the atomic temperature in the x and z directions, with results as in Fig. 5. It appears that the damping rates of the atomic temperature not only are of the same order of magnitude of the width of the Rayleigh line, but that they also display the same linear dependence on the optical pumping rate Γ_0' , at fixed light shift per beam Δ_0' , i.e., at fixed depth of the potential wells. More precisely, neglecting Γ_{T_x} as $\Gamma_{T_x} \ll \Gamma_{T_z}$ we find from the data of Fig. 5 that

$$\gamma_R = 0.13(\pm 0.04)\omega_r + 0.25(\pm 0.02)\Gamma_{T_z}. \quad (9)$$

This shows that for an optical lattice the width of the Rayleigh line is a measure of the cooling rate, a behavior already encountered in corkscrew optical molasses. It is then legitimate to investigate the eventual contribution of the light scattering on the density grating to the probe transmission spectrum. By fitting the broad wings of the numerically calculated spectra with a dispersive function, we found that the corresponding width is approximately equal to the relaxation rate γ_D . This shows that the scattering on the density grating contributes to the probe transmission spectrum with a resonance much broader than the narrow line observed at the center of the spectra. In other words, the information on the spatial diffusion coefficients is contained in the broad wings ($\omega \geq 10$ MHz) of the scattering spectrum, and not in the central narrow resonance.

In summary, in this work we investigated the connection between Rayleigh scattering and the atomic dynam-

ics in dissipative optical lattices. In particular, following recent proposals [5,6], we studied whether the Rayleigh resonance originates from the diffraction on a density grating, and is therefore a probe of transport of atoms in optical lattices. It turns out that this is not the case: the Rayleigh line is instead a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

We thank David Lucas for comments on the manuscript. This work was supported by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is an “unité mixte de recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS).”

- [1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
- [2] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, *Phys. Rep.* **355**, 335 (2001).
- [3] For a recent review of experiments on Bose-Einstein condensates in optical lattices, see O. Morsch and E. Arimondo, in *Dynamics and Thermodynamics of Systems with Long Range Interactions*, edited by T. Dauxois, S. Ruffo, E. Arimondo, and M. Wilkens, Lecture Notes in Physics Vol. 602 (Springer, Berlin, 2002).
- [4] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T.W. Hänsch, *Europhys. Lett.* **22**, 89 (1993).
- [5] S. Guibal, C. Mennerat-Robilliard, D. Larousserie, C. Triché, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4709 (1997).
- [6] C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock, J.-Y. Courtois, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1727 (1996).
- [7] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **36**, 87 (1996).
- [8] T.W. Hodapp, C. Gerz, C. Furtlehner, C. I. Westbrook, W.D. Phillips, and J. Dalibard, *Appl. Phys. B* **60**, 135 (1995).
- [9] L. Guidoni, B. Dépret, A. di Stefano, and P. Verkerk, *Phys. Rev. A* **60**, R4233 (1999).
- [10] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **17**, 249 (2001).
- [11] See L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 133903 (2002), and references therein.
- [12] K. I. Petsas, G. Grynberg, and J.-Y. Courtois, *Eur. Phys. J. D* **6**, 29 (1999).
- [13] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **18**, 353 (2002).
- [14] B. Lounis, J.-Y. Courtois, P. Verkerk, C. Salomon, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3029 (1992).

Annexe J

Phase-control of directed diffusion in a symmetric optical lattice

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. **90**, 094101 (2003).

Phase Control of Directed Diffusion in a Symmetric Optical Lattice

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg

Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'École Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 29 October 2002; published 3 March 2003)

We demonstrate the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential. This has been realized with cold atoms in a one-dimensional dissipative optical lattice. The stochastic process of optical pumping leads to a diffusive dynamics of the atoms through the periodic structure, while a zero-mean force which breaks the temporal symmetry of the system is applied by phase modulating one of the lattice beams. The atoms are set into directed motion as a result of the breaking of the temporal symmetry of the system.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.094101

PACS numbers: 05.45.-a, 05.40.-a

It has now been about two centuries since scientists have observed and modeled the motion of microscopic particles in a fluctuating environment. The year 1828 can probably be indicated as the birth date of this field of research, with the observation by Brown [1] of the random motion of particles in a fluid. And it took about a century before that this phenomenon, now known as Brownian motion, was modeled by Einstein [2]. More recently, the problem of modeling molecular motors [3], i.e., microscopic objects moving unidirectionally along periodic structures, has renewed the interest in the field and stimulated much theoretical work devoted to the study of the directed motion in a fluctuating environment in the absence of bias forces. Molecular motors have been modeled by an asymmetric potential (ratchet) and non-Gaussian noise [4]. Unidirectional motion in a ratchet potential is also obtained with Gaussian noise and an applied periodic force of zero average [4–7].

In this work we demonstrate the phenomenon of directed diffusion (DD), i.e., directed motion in a fluctuating environment, in a *symmetric* optical lattice. Consider the diffusive dynamics in a periodic potential $U(x)$ of period λ , $U(x + \lambda) = U(x)$, in the presence of a driving force $F(t)$ of period T , $F(t + T) = F(t)$. If the system is symmetric in the sense that $U(-x) = U(x)$ and $F(t + T/2) = -F(t)$, there is no net average transport through the periodic structure [5,8–10]. Therefore to observe directed motion the spatiotemporal symmetry of the system has to be broken. For a spatially symmetric potential, the symmetry of the system can be broken by applying a nonmonochromatic driving force containing both odd and even harmonics. In the present investigation the driving force has two components of frequencies ω and 2ω and phase difference ϕ . We will demonstrate experimentally the phenomenon of DD for such a configuration, with the phase ϕ playing the role of control parameter for the amplitude and sign of the current of atoms through the lattice.

Our symmetric periodic potential corresponds to a one-dimensional lin \perp lin optical lattice [11]. The peri-

odic structure is determined by the interference of two counterpropagating laser beams (L_1 and L_2), with crossed linear polarizations (Fig. 1). This arrangement results in a periodic modulation of the light polarization, which produces a periodic modulation of the light shifts of the different ground states of the atoms. In this way an atom experiences a periodic potential (*optical potential*), whose amplitude and phase depend on the internal state of the atom. This dependence allows Sisyphus cooling [11] to take place. Indeed, the optical pumping between the different atomic ground states combined with the spatial modulation of the optical potential leads to the cooling of the atoms and to their localization at the minima of the optical potentials, thus producing a periodic array of trapped atoms. The transport of atoms through the lattice is determined by the optical pumping between different ground state sublevels. In fact, atoms at the bottom of a potential well strongly interact with the light and therefore undergo fluorescence cycles. The stochastic process of optical pumping may transfer an atom from a potential well to a neighboring one corresponding

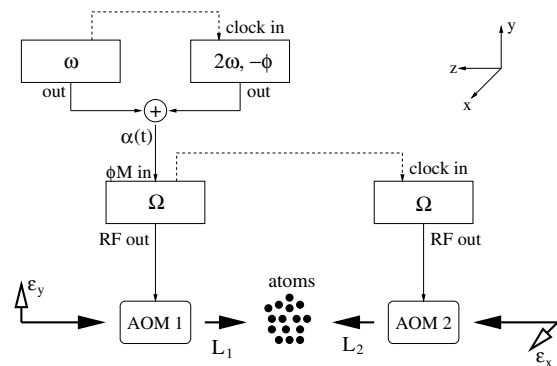


FIG. 1. Sketch of the experimental setup. The phase of the laser field L_1 is $-kz - \omega_L t + \alpha(t)$, while the phase of the field L_2 is $kz - \omega_L t$. Here ω_L includes the frequency shift Ω produced by the acousto-optical modulators.

to a different optical potential. This results in the transport of atoms through the lattice. More precisely, in a wide range of lattice parameters the atomic dynamics corresponds to normal diffusion [12,13].

In order to generate a time-dependent homogeneous force, we apply a phase modulation to one of the lattice beams, so that to obtain the electric field configuration

$$\vec{E} = E_0 \text{Re}\{\tilde{\epsilon}_x \exp[i(kz - \omega_L t)] + \tilde{\epsilon}_y \exp[i(-kz - \omega_L t + \alpha(t))]\}. \quad (1)$$

Here E_0 is the (real) amplitude of the electric field, k and ω_L the lattice-field wave vector and frequency, respectively. The modulated phase is $\alpha(t)$. In the laboratory reference frame this laser configuration generates a moving optical potential $U[2kz - \alpha(t)]$. To be explicit, consider the case of a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ transition, which is the simplest atomic transition for which Sisyphus cooling takes place. In this case the moving bipotential for the $|g, m = \pm 1/2\rangle$ ground states is $U_{\pm}[2kz - \alpha(t)]$ with $U_{\pm}(\xi) = U_0[-2 \pm \cos\xi]$, U_0 being the depth of the potential wells. Consider now the dynamics in the moving reference frame defined by the coordinate transformation $z' = z - \alpha(t)/2k$. In this accelerated reference frame the optical potential is stationary. In addition to this potential, the atom, of mass M , experiences also an inertial force F in the z direction proportional to the acceleration a of the moving frame [14,15]:

$$F = -Ma = -\frac{M}{2k}\ddot{\alpha}(t). \quad (2)$$

By choosing a phase modulation of the form

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[A \cos(\omega t) + \frac{B}{4} \cos(2\omega t - \phi) \right] \quad (3)$$

with ϕ constant, we obtain the inertial force

$$F = \frac{M\omega^2\alpha_0}{2k} [A \cos(\omega t) + B \cos(2\omega t - \phi)] \quad (4)$$

which is the sum of two forces oscillating at the frequencies ω and 2ω , with phase difference ϕ . Hence, in the accelerated frame the atoms cooled and trapped in the optical lattice experience a force containing both even and odd harmonics, so that our system is suitable for the observation of DD. All the results presented in this work are obtained in the regime of nonadiabatic driving, with the frequency ω of the driving force about equal to the frequency Ω_v of oscillation of the atoms at the bottom of the potential wells.

In our experiment ^{85}Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). This is obtained by applying an inhomogeneous magnetic field and three orthogonal pairs of counterpropagating σ^{\pm} laser fields. We indicate by x, y, z the propagation directions of these fields. At a given instant the MOT magnetic field is turned

off and the circularly polarized laser fields along the z axis are replaced by the two crossed polarized lattice beams. The σ^{\pm} laser fields in the x and y directions are left on, so to provide a friction force in the directions orthogonal to the one of the periodic potential. In this way the motion of the atoms in the x and y directions is damped, and the atomic dynamics in the z direction can be studied for longer times. The appropriate (modulated) phase relation between the two lattice fields [Eq. (3)] is obtained by using two acousto-optical modulators (AOM), one for each lattice beam (Fig. 1). The AOMs are driven by radio-frequency generators oscillating at $\Omega = 76$ MHz and sharing the same reference clock. One of this radio-frequency generator is phase modulated by a signal obtained by mixing the output of two oscillators at frequencies ω and 2ω ($\omega \simeq 100$ kHz) and phase difference ϕ . These two oscillators share the same reference clock.

We studied the dynamics of the atoms in the optical lattice by direct imaging with a charge coupled device camera. For a given phase ϕ we took images of the atomic cloud at different instants after the atoms had been loaded into the optical lattice. From the images of the atomic cloud we determined the position along the z axis of the center of mass (c.m.) of the atomic cloud as a function of the lattice duration. It should be noted that for the typical time scales of our experiments the measured positions of the c.m. of the atomic cloud in the laboratory and in the accelerated reference frames are approximately equal. In fact the accelerated frame oscillates with an amplitude of about $1 \mu\text{m}$, while the typical displacement of the c.m. associated with the directed diffusion is $100 \mu\text{m}$. Furthermore, for a typical frequency $\omega \simeq 100$ kHz the position z in the laboratory frame and the corresponding position in the accelerated frame $z' = z - \alpha(t)/(2k)$, with $\alpha(t)$ given by (3), are equivalent when averaged over a typical exposure time of 1 ms. Therefore for the measurement of the position of the c.m. of the atomic cloud no coordinate transformation is needed to go from the laboratory frame to the accelerated frame where the description in terms of a static potential and an applied force is valid. We made several measurements for different values of the phase ϕ . We observed that the c.m. of the atomic cloud moves along the z axis with constant velocity, as shown in the inset of Fig. 2. We determined the c.m. velocity as a function of the phase ϕ , with results as in Fig. 2. The experimental results of Fig. 2 clearly demonstrate the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential: the atoms can be set into a directed motion through a symmetric potential by breaking the temporal symmetry of the system.

The dependence of the c.m. velocity on the phase ϕ , shown in Fig. 2, can be explained by examining the temporal symmetries of the system [9,10]. In fact although the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$ is broken for any value of the phase ϕ , there is an additional

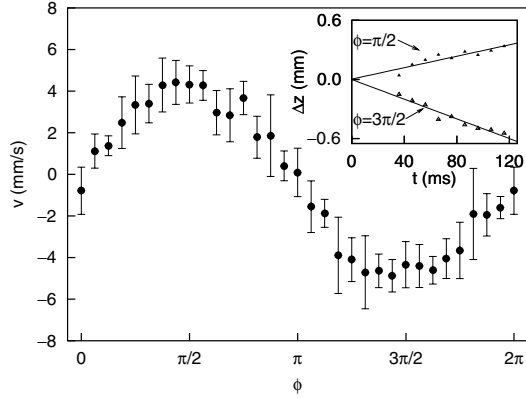


FIG. 2. Velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the phase ϕ . Inset: Displacement along the z axis of the c.m. of the atomic cloud as a function of the lattice duration for the two values of the phase ϕ corresponding to the maximum velocity in the two opposite directions ($\pm z$), together with the linear fits. The detuning of the lattice fields from atomic resonance is $\Delta = 36$ MHz, the intensity per lattice beam is $I_L = 7$ mW/cm². For these parameters the oscillation frequency of the atoms at the bottom of the potential well is $\Omega_v \approx 105$ kHz. The parameters for the phase-modulation signal $\alpha(t)$ [see Eq. (3)] are $\omega = 113$ kHz, $A = 3/4$, $B = 1$ with $\alpha_0 = 10$ rad.

temporal symmetry $F(t) = F(-t)$, which implies zero net current through the potential for particular values of ϕ [9,10]. This symmetry is realized for $\phi = n\pi$, with n being the integer, and maximally broken for $\phi = (n + 1/2)\pi$. This explains the observed dependence of the c.m. velocity on the phase ϕ , and shows that in our system ϕ is the control parameter of the directed diffusion.

To demonstrate experimentally that directed diffusion is determined by the breaking of the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$, we fix the phase ϕ equal to $\pi/2$, so to maximally break the $F(t) = F(-t)$ symmetry, and study the c.m. velocity as a function of the amplitudes of the harmonics of frequencies ω and 2ω of the driving force. We choose a phase modulation of the form of Eq. (3) with $A = 1 - B$: $\alpha(t) = \alpha_0[(1 - B)\cos(\omega t) + B/4\cos(2\omega t - \phi)]$, so to obtain a force $F = M\omega^2\alpha_0/2k[(1 - B)\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \phi)]$. Thus, by varying the parameter B we vary the ratio of the amplitudes of the two components of the force at frequencies ω and 2ω , while keeping constant their sum. The experimental results are shown in Fig. 3. We observe that for $B = 0$ and $B = 1$, which correspond to a monochromatic driving force, there is no net transport of atoms. By increasing B from the zero value the atoms are set into directed motion, and a maximum for the c.m. velocity is reached for $B \approx 0.5$, i.e., for about equal amplitudes of the even and odd harmonics. This demonstrates that DD is determined by the breaking of the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$.

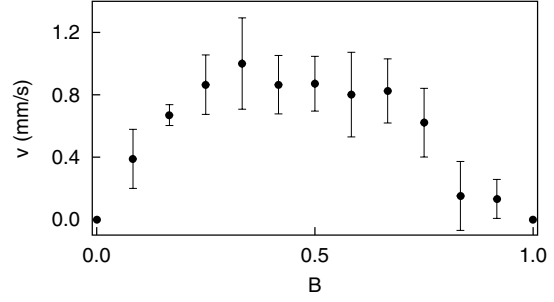


FIG. 3. Velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the amplitude B of the component at 2ω of the driving force, for a constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω . The parameters for the optical lattice are the same as for Fig. 2. The phase-modulation signal is given by Eq. (3) with $A = 1 - B$, $\omega = 100$ kHz, $\alpha_0 = 12$ rad, and $\phi = \pi/2$.

The microscopic mechanism producing a nonzero current of atoms through the optical lattice can be related to the general mechanism of current rectification following harmonic mixing first evoked to explain the electronic transport properties of crystals [16] and recently reexamined (Ref. [10] and references therein). For the specific system considered in the present work, the harmonic mixing results in a displacement Δz of the center of oscillation $\langle z(t) \rangle$ of the atoms in a potential well from the well center. Such a displacement originates from the anharmonicity of the potential, and it is quadratic in the amplitude of the field at frequency ω and linear in the amplitude at 2ω : $\Delta z \propto A^2 B$. Therefore a nonzero Δz is obtained only when both components of the force are applied. As the optical pumping rate Γ' (escape rate) toward neighboring wells increases with the distance from the well center ($\Gamma' \propto \sin^2 k \Delta z$, see Ref. [11]), such a displacement results in an asymmetry between the escape rates toward the left and right wells, and a nonzero current of atoms is produced.

Our experimental observations are supported by semi-classical Monte Carlo simulations for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition. We examined the atomic dynamics in the 1D-lin \perp lin optical lattice for a phase modulation of one of the lattice beams of the form (3). For given amplitudes of the even and odd harmonics, we calculate the c.m. velocity as a function of the phase ϕ , with results as in Fig. 4(a). The data are in complete agreement with the experimental findings and confirm that the cloud of atoms is set into directed motion whenever the temporal symmetry $F(t) = F(-t)$ is broken.

The amplitude of the velocity curves as the one of Fig. 4(a) has been characterized by the quantity $\sigma_v = [(\sum_{i=1,N} v_{\phi_i}^2 - \langle v \rangle^2)/N]^{1/2}$ where v_{ϕ_i} , with $i = 1, \dots, N = 20$, are the numerical results for the c.m. velocity at the phase $\phi = \phi_i = 2\pi i/N$. By plotting [see Fig. 4(b)] the quantity σ_v as a function of the amplitude B of the

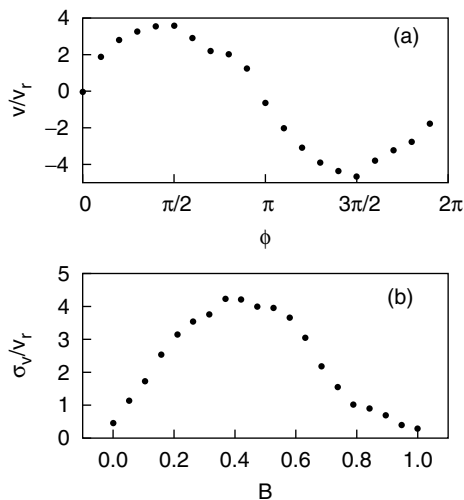


FIG. 4. Results of Monte Carlo simulations for the atomic dynamics in the 1D-lin \perp lin optical lattice. The phase modulation $\alpha(t)$ has the form of Eq. (3), with $A = 1 - B$, $\omega = 0.87\Omega_v$. The lattice parameters are light shift per beam $\Delta_0 = -150\omega_r$, and lattice detuning $\Delta = -5\Gamma$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. In (a) the c.m. velocity in units of the atomic recoil velocity (v_r) is plotted as a function of the phase ϕ , for $\alpha_0 = 8$ rad and $B = 1/2$. In (b) the amplitude σ_v of the velocity curve is plotted as a function of the amplitude B of the component at 2ω of the driving force, for a constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω . Here $\alpha_0 = 3$ rad.

component at 2ω of the driving force, for constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω we recover the behavior observed in the experiment: a non-zero value of the amplitude B corresponds to the breaking of the $F(t + T/2) = -F(t)$ symmetry, and leads to the directed motion of the atoms.

In conclusion, in this work we demonstrated experimentally the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential. This has been demonstrated with cold atoms in a periodic optical lattice. The same sort of behavior was previously obtained in an asymmetric periodic potential (ratchet) [17]. The symmetric periodic potential corresponds to a 1D-lin \perp lin optical lattice. Two counterpropagating laser fields produce both the periodic potential and a friction force for the atoms. Furthermore the stochastic process of optical pumping leads to a diffusive dynamics of the atoms through the periodic structure. A force of zero average is applied by phase modulating one of the lattice fields. Indeed, in an accelerated frame the atoms see a static symmetric periodic potential and an inertial force which breaks the temporal symmetry of the system. The degree of temporal symmetry breaking of the system can be carefully controlled by varying the parameters of the phase modu-

lation determining the force in the noninertial reference frame. We demonstrated that the atoms can be set into directed motion by breaking the temporal symmetry of the system.

The present realization of directed diffusion has been obtained in the regime of *nonadiabatic* driving, i.e., for a driving force of about the same frequency of the oscillations of the atoms at the bottom of the potential wells. This qualifies our system as a testing ground for the recent theory of resonant activation based on logarithmic susceptibilities [8,18].

Laboratoire Kastler Brossel is an “unité mixte de recherche de l’Ecole Normale Supérieure et de l’Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS).”

- [1] R. Brown, *Philos. Mag.* **4**, 161 (1828).
- [2] A. Einstein, *Ann. Phys. (Berlin)* **17**, 549 (1905).
- [3] F. Jülicher, A. Ajdari, and J. Prost, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 1269 (1997).
- [4] M. O. Magnasco, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1477 (1993).
- [5] A. Ajdari, D. Mukamel, L. Peliti, and J. Prost, *J. Phys. I (France)* **4**, 1551 (1994).
- [6] R. Bartussek, P. Hänggi, and J.G. Kissner, *Europhys. Lett.* **28**, 459 (1994).
- [7] For a recent review, see P. Reimann, *Phys. Rep.* **361**, 57 (2002).
- [8] M. I. Dykman, H. Rabitz, V.N. Smelyanskiy, and B. E. Vugmeister, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1178 (1997).
- [9] S. Flach, O. Yevtushenko, and Y. Zolotaryuk, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2358 (2000).
- [10] S. Denisov, S. Flach, A. A. Ovchinnikov, O. Yevtushenko, and Y. Zolotaryuk, *Phys. Rev. E* **66**, 041104 (2002).
- [11] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, *Phys. Rep.* **355**, 335 (2001).
- [12] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **17**, 249 (2001).
- [13] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, *Eur. Phys. J. D* **18**, 353 (2002).
- [14] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1976).
- [15] Accelerated optical potentials have been previously used to observe Bloch oscillations and Wannier-Stark ladders in optical lattices. See M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996); S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Q. Niu, and M. G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4512 (1996); O. Morsch, J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini, and E. Arimondo, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 140402 (2001).
- [16] K. Seeger and W. Maurer, *Solid State Commun.* **27**, 603 (1978).
- [17] C. Mennerat-Robilliard, D. Lucas, S. Guibal, J. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 851 (1999).
- [18] V. N. Smelyanskiy, M. I. Dykman, H. Rabitz, and B. E. Vugmeister, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3113 (1997).

Resumé

Ce mémoire d'habilitation présente mes travaux de recherche, du début de ma thèse jusqu'à présent. Le manuscrit est divisé en deux parties. La première présente mes travaux de thèse et une partie des résultats obtenus pendant mon séjour post-doctoral à l'Université de Hambourg. En particulier, cette partie contient les résultats de ma recherche sur le rôle des cohérences à basse fréquence en spectroscopie laser. Les sujets abordés ont été le piégeage cohérent de population, les résonances brillantes, la préparation et la manipulation d'états quantiques en utilisant des états noirs dépendant du temps, et l'étude des effets de cohérence à basse fréquence dans la spectroscopie de transport des boîtes quantiques couplées par effet tunnel.

La deuxième partie de ce mémoire présente mon travail de recherche sur les réseaux d'atomes froids. Le sujet principal de cette recherche a été la dynamique des atomes dans les réseaux optiques. Le mouvement diffusif des atomes, la relaxation de leur énergie cinétique, et leurs modes de propagation ont été étudiés. Les progrès faits dans la compréhension de la dynamique atomique dans les réseaux optiques ont été ensuite exploités pour expliquer l'origine de la résonance Rayleigh dans le spectre d'absorption des atomes piégés dans le réseau. De plus, nous avons utilisé les réseaux optiques comme système modèle pour des phénomènes de physique non-linéaire. Nous avons ainsi étudié la résonance stochastique dans un réseau périodique, et la diffusion dirigée dans un potentiel symétrique.

Summary

This thesis summarizes my research activities, from the beginning of my PhD thesis until now. This manuscript is divided in two parts. The first one is related to my PhD-thesis work, and to part of the work I have done during my post-doctoral stay at the University of Hamburg. Results on the role of low-frequencies coherences in laser spectroscopy are presented in this part. The topics I have addressed are coherent population trapping, bright resonances, the preparation and manipulation of quantum states by using time-dependent dark states, and the study of the effect of low-frequency coherences in the transport spectroscopy through tunnel-coupled quantum dots.

The second part of this thesis summarizes my work on cold atoms in optical lattices. The main topic of this research is the atomic dynamics in optical lattices. The diffusive motion of the atoms, the relaxation of their kinetic energy and their propagation modes have been studied. The progress in the understanding of the atomic dynamics in optical lattices has then been used to explain the origin of the Rayleigh resonance in the absorption spectrum of the atoms trapped in the lattice. Moreover, we used optical lattices as a case-study for some phenomena in non-linear physics. In particular, we studied the phenomenon of stochastic resonance in a driven optical lattice, and we have demonstrated directed motion for atoms in a symmetric potential.