

### Spectroscopie X de Précision sur les Ions Lourds Multichargés et les Atomes Exotiques Bruno Manil

# ▶ To cite this version:

Bruno Manil. Spectroscopie X de Précision sur les Ions Lourds Multichargés et les Atomes Exotiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001. Français. NNT: . tel-00003392

### HAL Id: tel-00003392 https://theses.hal.science/tel-00003392

Submitted on 17 Sep 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

### Laboratoire Kastler Brossel



Ecole Normale Supérieure



Université Pierre et Marie Curie

### **Thèse de doctorat de l'Université Paris VI** Spécialité : Physique Expérimentale des Atomes et des Molécules

présentée par Bruno Manil

sur le sujet :

# Spectroscopie X de Précision sur les Ions Lourds Multichargés et les Atomes Exotiques

Soutenue le 19 octobre 2001 devant le jury composé de :

M. Michel BaubillierM. Fritz BoschM. Jean-Paul DesclauxM. Jean-Pierre GrandinM. Paul IndelicatoM. Jean-Pierre Rozet

Examinateur Rapporteur Rapporteur Examinateur Directeur de thèse Président

A mes parents.

### REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été réalisé au laboratoire Kastler Brossel de 1998 à 2001. Je remercie ses directeurs successifs, Michèle Leduc, Elisabeth Giacobino et Franck Laloë, pour m'avoir accueilli et m'avoir offert d'excellentes conditions pour débuter dans le monde de la recherche.

Il s'est effectué sous la direction de Paul Indelicato dont la disponibilité est restée sans faille durant ces trois dernières années, en dépit de son emploi du temps de plus en plus surchargé. Je le remercie de l'ensemble des connaissances qu'il m'a fait partager, de ses conseils et idées toujours très constructifs, de la confiance qu'il m'a accordée, et de la rapidité et de l'efficacité dont il a fait preuve dans la relecture et la correction de ce manuscrit.

Mes chaleureux remerciements vont également aux membres du Jury, Michel Baubillier, Fritz Bosch, Jean-Paul Desclaux, Jean-Pierre Grandin et Jean-Pierre Rozet pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Je remercie tout particulièrement mes deux rapporteurs, Fritz Bosch et Jean-Paul Desclaux qui ont eu la patience de lire très attentivement ce manuscrit malgré leur emplois du temps très chargé, ainsi que Jean-Pierre Grandin qui m'a accueilli dès la fin de ma thèse au sein de son laboratoire (Centre Interdisciplinaire de Recherches Ion Laser) à Caen, afin que j'y effectue mon post-doc dans l'équipe de Bernd Huber.

Les expériences, auxquelles j'ai participé tout au long de cette thèse, se sont déroulées sur des grands instruments et dans le cadre de larges collaborations internationales, ce qui m'a permis de travailler ou de côtoyer un très grand nombre de chercheurs. Or, avant d'écrire ce manuscrit, à la lecture des remerciements des thèses que j'avais pu avoir entre les mains, je m'étais convaincu qu'un listage monotone de noms était nullement nécessaire, et que je rédigerais, le moment venu, mes remerciements de façon beaucoup plus originale. Toutefois, il n'en reste que tellement de ces gens se sont avérés indispensables à l'aboutissement de ces expériences, que je me rend compte désormais qu'il me serait impossible de déroger à cette tradition. En conséquence, j'aimerai les remercier, dans la liste qui suit, pour leurs si précieuses contributions à la réussite de mon travail de thèse :

- Pour les expériences qui se sont déroulées au Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI), je remercie :
  - Heinrich Beyer pour sa gentillesse, ses compétences et son chaleureux accueil à chacune de mes visites au GSI, ainsi que pour avoir toujours répondu à mes nombreuses questions sur le fonctionnement du spectromètre FOCAL.
  - Dieter Liesen et Fritz Bosch pour leurs nombreux conseils et pour m'avoir « supporté » dans leur bureau respectif durant la plupart de mes visites au GSI.
  - Alexandre Simionovici pour son aide, nos longues et sympathiques conversations, et pour sa bonne humeur constante. Merci aussi pour son accueil lors des tests de cristaux à l'ESRF, et pour m'avoir montré comment optimiser les mesures du rayon de courbure des cristaux en automatisant le programme d'acquisition de l'ESRF, ce qui m'a évité quelques nuits blanches !
  - Thomas Stöhlker pour ses conseils et toutes les précisions qu'il m'a fournies sur le fonctionnement de l'accelérateur.
  - Markus Czanta, Sven Toleikis et Jörg Tschischgale pour leurs compétences lors de la préparation et de la mise au point des dispositifs expérimentaux avant les tests hors ligne ou avant les temps de faisceaux, ainsi que d'avoir rendu plus sympathiques les nombreux « shifts » de nuit passées en leur compagnie.
  - L'ensemble des autres chercheurs qui ont collaboré à ces expériences pour leur rapidité à résoudre efficacement les problèmes pendant les temps de faisceaux et les fructueuses discussions que j'ai eues avec eux, Genowefa Bednarz, Bob Birkett, Angela Bräuning-Demian, Richard Deslattes (Merci pour l'aide qu'il m'a apportée, lors du « 2nd Workshop : Methods and Applications of Curved Crystal X-ray Optics », pour interpréter l'analyse des cristaux sphériques de silicium utilisés au PSI), Eckhart Förster, Alexandre Gumberidze, Christopher Kozhuharov, Andreas Krämer, Tomasz Ludziejewski, Xinwen Ma, Richard Marrus, Gido Menzel, Paul Mokler, Dieter Schneider, Markus Steck, Carsten Strietzel, Albert Walenta, Andrzej Warczak, Ortrud Wehrhan et Yaming Zou.
  - Les autres membres, thésards et post-docs de l'Atomic Physics Group pour l'agréable ambiance qu'il règne dans ce groupe, en particulier, Thomas Beier, Jerome Bernard, Carsten Brandau, Jens Dilling, Jürgen Kluge, Emilie Lamour, Marlen Liesen, Wolgang Quint, Peter Seelig et Medhi Tarisien.

- Stefanie Lüttges pour son aide lorsque je devais résoudre un problème administratif en Allemagne, ainsi que Heinrich Wesp et Wolgang Enders pour leur aide technique lors de la préparation des expériences et pour leur gentillesse.
- Les nombreux post-docs du GSI pour avoir brisé la monotonie de mes week-end « darmstadtois », par les sorties ou les soirées passées en leur compagnie, lorsque j'effectuais une mission hors d'un temps de faisceaux.
- Pour les expériences qui se sont déroulées à l'Institut Paul Scherrer (PSI), je remercie :
  - Leo Simons pour son chaleureux accueil à chacune de mes visites au PSI, sa constante bonne humeur (même à 5 h du matin avant de prendre son « shift » !) et pour toutes ses précisions sur la physique des atomes exotiques ou sur le fonctionnement de la trappe anticyclotronique.
  - Detlev Gotta pour sa gentillesse, ses explications sur le fonctionnement du spectromètre et son aide pour « débugger » mon programme d'analyse des CCD.
  - Gunter Borchet pour ses conseils, sa gentillesse et son aide lors de l'analyse des cristaux sphériques.
  - Nick Nelms pour avoir répondu si gentiment à toutes mes questions sur l'électronique des détecteurs CCD et sur le format des fichiers de données pour que je puisse correctement les décoder.
  - Dimitri Anagnostopoulos et Mick Hennebach pour leur bonne humeur et les sympathiques moments et « shifts » passés en leur compagnie.
  - Jean-Pierre Egger pour sa gentillesse et nos agréables et intéressantes conversions pendant les « shifts ».
  - L'ensemble des chercheurs appartenant à la « Pionic Hydrogen Collaboration », pour leurs compétences et nos sympathiques discussions, et notamment, Andreas Gruber, Franz Kottmann, Yi-Wei Liu et Valeri Markushin.
  - Bruno Leoni pour sa bonne humeur et son aide technique durant les expériences.

Tout au long de ces trois années, j'ai également pu bénéficier de l'incroyable ambiance et esprit de collaboration qui règnent à l'intérieur de LKB ; faits sur lesquels je désire insister du fait de leur exceptionnelle rareté. Je remercie en conséquence :

 Eric-Oliver Le Bigot (EOL), Gustavo Rodrigues, avec qui j'ai partagé le même bureau pendant ces trois ans, ainsi que Sung-Hwang (Sein) Lee, qui nous avait rejoint en 2001. Merci à EOL pour nos nombreuses et fructueuses discussions, et pour m'avoir fait le compte rendu des derniers « potins du labo » à chacun de mes retours de mission. Je tiens également à remercier Stéphane Boucard et Pascal El Koury pour les conseils qu'ils m'ont prodigués durant mon stage de DEA et au début de ma thèse.

- Tous les membres permanents du laboratoire pour leurs compétences et leur grande disponibilité, Nicolas Billy, François Biraben, Bernard Cagnac, Pierre-François Cohadon, Thomas Coudreau, Jean-Michel Courty, Dominique Delande, Jean-Pierre Descoubes, Claude Fabre, Jean-Pierre Faroux, Benoit Grémaud, Saïda Guelatti, Antoine Heidmann, Jean-Pierre Hermier, Laurent Hilico, Lucile Julien, Astrid Lambrecht, Agnès Maître, François Nez (F2), Michel Pinard, Corinne Poisson, Serge Reynaud et Catherine Schowb. Merci notamment à Lucile, François et Nicolas pour leurs conseils, et à F2 pour son aide lors des tests sur l'enceinte du spectromètre à temps de vol.
- Les thésards et post-docs pour nos nombreuses conversations (surtout lors de la pause thé de 17 h) qui ont rendu ces trois années si agréables, Augustin Baas, Rémi Battesti, Enrico Brambilla, Tristan Briant, Sara Ducci, Cyriaque Genêt, Sylvain Gigan, Gaëtan Hagel, Ulrich Jenstschura, Thibaud Jonckheere, Vincent Josse, Jean-Philippe Karr, Brahim Lamine, Julien Laurat, Laurent Longchambon, Isabelle Maurin, Marcello Martinelli, Gaëtan Messin, Nicolas Treps, Laurent Vernac, Matthias Vaupel et Kuanshou Zhang. Merci tout particulièrement à Isa, Sara, Nico, Ma, Jean-phi et Lolo pour tous ces sympathiques moments et soirées passés en leur compagnie.
- Toutes les secrétaires (le secrétariat du LKB est un véritable modèle d'efficacité!) pour leur gentillesse, leur compétence et leur serviabilité, Monique Bonnamy, Karine Gauthier, Karima Nouira, Christelle Sansa et Karine Vasseur. Un grand merci à Monique d'avoir toujours gardé le sourire malgré l'imbroglio administratif qu'engendrait parfois l'organisation de mes missions à l'étranger.
- L'ensemble du support technique pour leur efficacité et leur rapidité. En particulier, je remercie Bernard Rodriguez et Pascal Travers pour le temps qu'ils ont pris afin d'exécuter le plus judicieusement possible mes montages mécaniques, ainsi que Francis Tréhin qui a toujours trouvé des solutions adéquates aux petits et gros problèmes qui se présentent quotidiennement et inexorablement lors de la réalisation d'expériences.

Les locaux, dans lesquels était situé mon bureau, étant partagés avec le l'Equipe de Recherches Ions Surface (ERIS) de Jean-Pierre Briand, je tiens aussi à remercier l'ensemble de ses membres ; notamment Annie de Corte pour sa gentillesse et Jacques Merot pour ses nombreux conseils techniques.

Le déroulement de cette thèse a été de plus facilité par la très grande flexibilité dont ont fait preuve les différentes équipes que j'ai successivement intégrées lors de mes trois années de monitorat à l'université Denis Diderot (Paris VII). Celle-ci m'a permis de concilier sans soucis mes enseignements avec mes très nombreuses missions à l'étranger. Je remercie donc pour cela mais surtout pour le plaisir que j'ai eu de travailler avec eux, Tristan Beau, Nadia Beladas, Eric Brunet, Jean-Michel Chasseriaux, Yann Clenet, Philippe Dantan, Pascal David, Bernard Diu, Sebastien Dusuel, François Gallet, Jean-Pierre Hermier, Françoise Lenoir, Clement Nizak, Yvette Pons, Olivier Poujade, Ghylaine Quitte, Kyan Schahmaneche, Arnaud Sollier et Drazen Zanchi.

Sur un plan plus personnel, je remercie enfin tous mes « vieux » amis (ils se reconnaîtront sans peine) pour les nombreux et agréables moments de détente que j'ai passé en leur compagnie. Merci également à mes parents pour leur aide et leur soutient indéfectible pendant ces trois années (et l'ensemble de mes années d'études); la réussite de cette thèse est aussi un peu la leur.

# Table des matières

Table des matières	vii
Liste des tableaux	ix
Table des figures	xi
Introduction	1
I Études dans les systèmes hydrogénoïdes	7
I-1 Mesure du déplacement de Lamb du niveau $1s_{1/2}$ de $^{238}U^{91+}$	9
I-1.1 Test de QED en champ coulombien fort	9
I-1.2 QED en champ coulombien fort	10
I-1.2.1 Hamiltonien relativiste	10
I-1.2.2 Corrections radiatives	11
I-1.3 Etats des connaissances dans ${}^{238}U^{91+}$	17
I-1.4 Technique de mesure dans ${}^{238}U^{91+}$	19
I-1.4.1 Généralités	19
I-1.4.2 Production des $^{238}$ U <sup>91+</sup> au <i>GSI</i>	20
I-1.4.3 Historique des différentes mesures effectuées au GSI	24
I-1.5 Dispositif expérimental	26
I-1.5.1 Spectromètre <i>FOCAL</i>	27
I-1.5.2 Détecteur Ge à <i>microstrip</i>	39
I-1.6 Résultats des tests préliminaires	44
I-1.7 Discussion et perspectives	46
I-2 Mesure de la masse du pion chargé $(m_{\pi^-})$	51
I-2.1 Tests du Modèle Standard	51

I-2.2 Calcul des énergies de liaison dans un atome pionique	53
I-2.2.1 Equation de Klein-Gordon	53
I-2.2.2 Polarisation du vide (PV)	54
I-2.3 Etat des connaissances dans $\pi^{-14}$ N et $\mu^{-16}$ O	55
I-2.4 Techniques de mesure de $m_{\pi^-}$	57
I-2.4.1 Production des $\pi^-$	57
I-2.4.2 Formation des atomes pioniques	58
I-2.4.3 Historique des différentes mesures	59
I-2.5 Dispositif expérimental	62
I-2.5.1 Trappe anticyclotronique et cible gazeuse	64
I-2.5.2 Spectromètre à cristal sphérique	69
I-2.5.3 Détecteur CCD	78
I-2.6 Mesures réalisées	86
I-2.7 Analyses des données	87
I-2.7.1 Pixels défectueux	88
I-2.7.2 Analyse en <i>clusters</i> des CCD	90
I-2.7.3 Coupures en énergie	93
I-2.7.4 Spectres en position	95
I-2.7.5 Correction de courbure	102
I-2.8 Résultats expérimentaux	105
I-2.8.1 Elargissements additionnels	105
I-2.8.2 Correction à la loi de Bragg	107
I-2.8.3 Energie des transitions pioniques et $m_{\pi^-}$	112
I-2.9 Discussion et perspectives	117
	101
<b>1-3</b> Spectroscopie X de $\pi$ p	. 121
	121
I-3.2 Pions et interaction forte	122
1-3.2.1 QCD et pertubations chirales $(\chi P1)$	123
1-3.2.2 Longueur de diffusion $\pi N$	126
1-3.2.3 Constante de couplage $f_{\pi N}$	127
I-3.3 Etude de la cascade atomíque	128
1-3.4 Technique de mesure et historique	129
	131
I-3.6 Mesures réalisées et résultats préliminaires	131
I-3./ Discussion et perspectives	134

#### Études dans les ions lourds héliumoïdes Π 139 141 141 II-1.2 Interaction hyperfine et durée de vie dans les ions héliumoïdes . . . . . 142 II-1.2.1 Effet de l'interaction magnétique 142 144 148 149 149 150 152 153 154 II-1.5.3 Spectromètre magnétique et détecteur en diamant 156 157 159 159 II-1.7.2 Modélisation de la courbe de déclin et normalisations 159 162 168 Conclusion 173 Annexe 177 Α Rappels cristallographiques 179 A-1 179 A-2 179 A-3 indice de Miller 180 A-4 180 Réseau réciproque A-5

B	For	nction de Voigt asymétrique	187
	<b>B-1</b>	Fonction de Voigt réduite	187
	B-2	Fonction erreur complexe	188
	B-3	Fonction de Voigt réduite asymétrique	189
С	Pré	sentation du GSI	193
	C-1	Infrastructures	193
	C-2	Historique	193
	C-3	Activités de recherche	194
	C-4	Développements futurs	195
D	Pré	sentation du PSI	197
	D-1	Historique et infrastructures	197
	D-2	Activités de recherche	199
	D-3	Swiss Light Source (SLS)	199

### Bibliographie

201

## Liste des tableaux

I-1.1	Energies de liaison et corrections du niveau $1s_{1/2}$ dans ${}^{238}$ U $^{91+}$	18
I-1.2	Caractéristiques du faisceau dans SIS	21
I-1.3	Caractéristiques du faisceau dans ESR	24
I-1.4	Caractéristiques de FOCAL	39
I-1.5	Caractéristiques du détecteur Ge à microstrip	44
I-2.1	Transitions (5g $\rightarrow$ 4f) dans $\pi^{-14}$ N et $\mu^{-16}$ O	56
I-2.2	Caractéristiques de la ligne $\pi E5$	59
I-2.3	Caractéristiques du détecteur CCD	83
I-2.4	Ecarts et rotations entre les matrices CCD	101
I-2.5	Résultat des ajustements des raies $\pi^{-14}$ N	114
I-2.6	Calcul de l'énergie de $\pi^{-14}$ N(5g $\rightarrow$ 4f)	116
I-2.7	Energie de $\pi^{-14}$ N(5g $\rightarrow$ 4f) calculée pour différentes $m_{\pi^{-14}}$	118
I-3.1	Longueurs de diffusion $a^+$ , $a^-$ et $a^h_{\pi^-p\to\pi^-p}$	127
I-3.2	Processus de cascade atomique dans $\pi^- p$	129
II-1.1	Durées de vie des niveaux $2^{3}P_{0}$ et $2^{3}P_{1}$ pour $^{197}$ Au $^{77+}$	149
II-1.2	Caractéristiques des détecteurs (Ge)	155
II-1.3	Tableau récapitulatif des résultats	162
A-8.1	Caractéristiques des cristaux de silicium ( <sup>28</sup> Si)	184

# Table des figures

I-1.1	Diagramme de Feynman de self-énergie	12
I-1.2	Diagramme de Feynman de polarisation du vide	13
I-1.3	Partie de Uehling de la polarisation du vide (PV)	14
I-1.4	Diagrammes de Feynman à un électron et à deux photons	15
I-1.5	Niveaux d'énergie dans $^{238}$ U $^{91+}$	20
I-1.6	Schéma de l'Experimental Storage Ring (ESR)	22
I-1.7	Principe de la mesure en coïncidence sur ESR	25
I-1.8	Principe expérimental de FOCAL	27
I-1.9	Géométrie de Laue en transmission	28
I-1.10	Courbe de diffraction du cristal Si(220) de FOCAL	31
I-1.11	Profil théorique du cristal courbe Si(220) de FOCAL	32
I-1.12	Support du cristal courbe Si(220) de FOCAL	33
I-1.13	Géométrie de Laue en transmission	34
I-1.14	Raies X <sup>168</sup> Tm-K $\alpha$ mesurées par [ <i>FOCAL</i> + Ge collimaté]	38
I-1.15	Blindage du spectromètre FOCAL	40
I-1.16	Fente collimatrice installée sur FOCAL	41
I-1.17	Détecteur Ge à <i>microstrip</i>	43
I-1.18	Spectre de <sup>168</sup> Tm/ <sup>169</sup> Yb-K $\alpha$ avec [FOCAL + Ge microstrip]	45
I-1.19	[Ge à microstrip+FOCAL] comparé à un Ge standard	47
I-1.20	Nouveau courbeur utilisé pour FOCAL	48
I-1.21	Projet de spectromètre à multi-cristaux	50
I-2.1	Transitions X dans $\pi^{-14}$ N et $\mu^{-16}$ O	52
I-2.2	Diagrammes de Uehling à plusieurs boucles	54
I-2.3	Contribution de Källen et Sabry	55
I-2.4	Éléments magnétiques de la ligne $\pi E5$ du <i>PSI</i>	58
I-2.5	Évolution de la valeur de $m_{\pi^-}$ entre 1975 et 2000	60
I-2.6	Principe du montage expérimental du PSI	63

I-2.7	Blindage du spectromètre du PSI	64
I-2.8	Schéma et vue de la trappe anticyclotronique	65
I-2.9	Trajectoire des $\pi^-$ dans la trappe anticyclotronique	66
I-2.10	Vue de la cible gazeuse	68
I-2.11	Spectromètre du PSI en géométrie de Johann	70
I-2.12	Support du cristal sphérique Si(220) du PSI	72
I-2.13	Simulation de la courbure des raies X sur le détecteur CCD	75
I-2.14	Schéma général du spectromètre du <i>PSI</i>	77
I-2.15	Matrice CCD utilisée dans le détecteur du <i>PSI</i>	79
I-2.16	Vue du détecteur CCD	80
I-2.17	Efficacité quantique du détecteur CCD	81
I-2.18	Vues et schéma du cryostat du détecteur CCD	84
I-2.19	Elimination des <i>pixels</i> défectueux	89
I-2.20	Exemple d'analyse en <i>cluster</i>	94
I-2.21	Effet de l'analyse en <i>cluster</i>	95
I-2.22	Effet des coupures en énergie	96
I-2.23	Spectre en position des raies $5 \rightarrow 4$ de $\pi^{-14}$ N et $\mu^{-16}$ O	97
I-2.24	Trace d'un rayon cosmique sur le détecteur CCD	98
I-2.25	Masques utilisés pour l'alignement des CCD	99
I-2.26	Origine de la courbure des raies X diffractées	102
I-2.27	Effet de la correction de courbure	104
I-2.28	Spectre en position des transitions (5 $\rightarrow$ 4) de $\pi^{-20}$ Ne	106
I-2.29	Simulation Monte-Carlo de $(5g \rightarrow -4f) - \pi^{-20}$ Ne	107
I-2.30	Cartographie X du cristal du <i>PSI</i>	108
I-2.31	État de surface du cristal du <i>PSI</i>	109
I-2.32	Effet de l'indice de réfraction	111
I-2.33	Détermination de la dispersion angulaire avec $\pi^{-14}$ N	113
I-2.34	Relation angle de diffraction/position	115
I-2.35	Spectre X du cuivre ( <sup>64</sup> Cu)	116
I-2.36	Spectre en position des raies $5 \rightarrow 4$ de $\pi^{-14}$ N et $\mu^{-16}$ O	117
I-3.1	Vue de la cible gazeuse	132
I-3.2	Transitions $\pi^- p(3p \to 1s)$ et $\pi^{-16}O(6h \to 5f)$	133
I-3.3	Transition $\pi^- p(3p \rightarrow 1s)$ issu d'une cible d'hydrogène liquide	135
I-3.4	Spectre X de $\pi^{-12}$ C	136

II-1.1	Niveaux d'énergie de $^{197}$ Au $^{77+}$ et $^{197}$ Au $^{78+}$	151
II-1.2	Dispositif pour la mesure de la durée de vie de $2^{3}P_{0}$ dans $^{197}$ Au <sup>77+</sup>	153
II-1.3	Vue de la chambre où sont créés les <sup>197</sup> Au <sup>78+</sup>	154
II-1.4	Vues de spectromètre de temps de vol	155
II-1.5	Vues du plateau de translation du Ge mobile	156
II-1.6	Vue du spectromètre magnétique de la <i>Cave A</i>	157
II-1.7	Vues du détecteur de particules en diamant	158
II-1.8	Effet de la coïncidence	160
II-1.9	Ajustement gaussien de $2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$ et $2^{1}P_{1} - 1^{1}S_{0}$	161
II-1.10	Courbe de déclin de $2^{3}P_{0}$ pour la série de mesures '6,5 mm'	163
II-1.11	Courbe de déclin de $2^{3}P_{0}$ pour la série de mesures '8,5 mm'	164
II-1.12	Courbe de déclin de $2^{3}P_{0}$ pour la série de mesures '6,5 mm'	165
II-1.13	Courbe de déclin de $2^{3}P_{0}$ pour la série de mesures '8,5 mm'	166
II-1.14	Comparaison des normalisations	167
II-1.15	Courbe de déclin de $2^{3}P_{0}$ pour les deux séries de mesures couplées	168
II-1.16	Niveaux d'énergie de $^{238}U^{90+}$ et $^{238}U^{91+}$	170
B-3.1	Fonction de Voigt asymétrique	190
C-1.1	Accélérateur du GSI	194
C-4.2	Schéma du futur complexe du GSI	196
D-1.1	Hall expérimental du <i>PSI</i>	198
D-3.2	Vues du <i>SLS</i>	200

## Introduction

« La physique est une science achevée. Il ne reste que 2 petits points à éclairer. Le problème des corps noirs et un détail inexpliqué dans les expériences sur la vitesse de la lumière. »

(Ludwing Boltzmann en 1902)

La notion d'atome<sup>1</sup> date de l'Antiquité. Les philosophes grecs Leucippe, Démocrite, et surtout Epicure, définissaient ainsi la partie insécable de toute matière. Par la suite, cette description philosophique de la matière fut répandue dans l'ensemble du monde civilisé — Empire Romain — par Lucrèce dans son *De Natura Rerum* (vers 55 av. JC).

Toutefois, il faut attendre plus de deux mille ans pour que cette idée ressurgisse en science. C'est en 1808 que Dalton, un instituteur anglais, proposa une théorie atomique qui expliquait les lois empiriques des proportions définies et de la conservation de la masse, en supposant que tous les corps simples étaient constitués de particules élémentaires identiques, nommées *atomes*.

Mais, ce n'est que près d'un siècle plus tard, avec les premières études expérimentales de Thomson révélant l'existence des électrons, et avec le premier modèle atomique, de Sir Rutherford — *le modèle planétaire* —, que l'atome devient un objet d'étude scientifique à part entière, beaucoup plus complexe que le laissait supposer son étymologie, puisque possédant une nature composite.

L'étude des atomes, de ses constituants et de leurs spectres donne naissance à la Physique Atomique. Cette branche de la physique connaît un essor spectaculaire à partir de 1913, année où Bohr présente un modèle atomique, incluant le quantum d'action introduit par Plank en 1900, et expliquant la régularité des spectres atomiques détectée par Balmer en

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Du grec  $\alpha \tau o \mu o \varsigma$  :  $\tau o \mu o \varsigma$  signifie « action de couper » et  $\alpha$  est le signe de la négation.

1885.

La Physique Atomique fournit une nouvelle vision sur l'infiniment petit en favorisant le développement d'une théorie plus à même de comprendre les phénomènes observés : la Mécanique Quantique. Cette dernière fut ensuite couplée à la théorie de la Relativité (Einstein en 1905) par Dirac, Klein et Gordon.

Toutefois, la combinaison de l'électromagnétisme et de la relativité conduit à de nombreux problèmes, lorsqu'on essaye de faire une théorie quantique relativiste. De plus, en 1947, Lamb et Retherford [Lamb 47] ont montré que les niveaux  $2s_{1/2}$  et  $2p_{1/2}$ , qui devraient être dégénérés d'après l'équation de Dirac, sont en fait distincts dans le spectre de l'hydrogène (<sup>1</sup>H). En outre, Kush et Foley [Kush 48] montraient, en 1948, que les spectres du sodium (<sup>23</sup>Na) et du gallium (<sup>70</sup>Ga) entrainaient un facteur de Landé atomique incompatible avec g = 2 pour l'électron. Ces deux expériences allaient rapidement conduire à la naissance d'une nouvelle théorie : *l'électrodynamique quantique (QED)*, qui va permettre à la Physique Atomique d'interpréter, pendant plusieurs décennies, les nouvelles informations fournies par les études de plus en plus fines réalisées sur les spectres atomiques.

Devant un tel passé, on pourrait croire que la Physique Atomique n'a aujourd'hui plus rien à nous apprendre et d'aucuns ont d'ailleurs franchi le pas, indiquant que les spectres atomiques avaient révélé la totalité de leurs secrets. Or, depuis une vingtaine d'années, l'apparition de nouvelles sources d'ions et le développement des grands accélérateurs d'ions lourds de la Physique Nucléaire permettent enfin d'obtenir des mesures précises d'énergies ou de probabilités de transitions dans des ions lourds possédant seulement quelques électrons. Il devient alors possible de tester en détail les calculs théoriques de la mécanique quantique relativiste et de la QED.

Dans les ions lourds hydrogénoïdes, l'électron se trouve en champ coulombien fort ;  $Z\alpha$  (où  $\alpha$  est la constante de structure fine) se rapproche de 1. Il est soumis à des champs électriques et magnétiques particulièrement intenses. Les corrections de QED sont alors de l'ordre de quelques pour-cent par rapport à l'énergie totale des transitions radiatives. On accède ainsi à des corrections de QED qualitativement différentes, et on peut tenter de mettre à jour de nouveaux effets. De plus, l'étude des ions lourds héliumoïdes, qui permettent en outres de compléter ce type d'investigations (structure fine, durée de vie de niveaux métastables,...), rend possible l'examen des effets relativistes à plusieurs corps sans pour autant être confronté à des calculs trop compliqués du point de vue de la QED.

D'autre part, les accélérateurs modernes fournissent aussi des faisceaux de particules en

tout genre : l'intensité de ces sources a gagné plusieurs ordres de grandeurs en l'espace de quelques années. De plus, aujourd'hui, on est également en mesure de résoudre une transition X avec une précision de quelques centaines de meV. Cela offre ainsi de nouvelles possibilités dans l'étude des atomes exotiques<sup>2</sup>, qui sont des atomes dans lesquels un électron du cortège a été remplacé par une particule de courte durée de vie, généralement plus lourde que l'électron mais de même charge comme par exemple : un muon négatif ( $\mu^-$ ), un pion négatif ( $\pi^-$ ), un kaon négatif ( $K^-$ ), un hypéron négatif ( $\Sigma^-$ ) ou un anti-proton ( $\bar{p}$ ).

Dans la mesure, où ces particules possèdent une masse beaucoup plus élevée que celle de l'électron, le rayon moyen des états liés est plusieurs ordres de grandeur plus petit que dans les atomes électroniques et peut devenir comparable au rayon du noyau. Toutefois, la partie électromagnétique des niveaux d'énergie de tels atomes reste calculable avec une très grande précision grâce à la QED des états liés ; seule l'importance et la méthode d'estimation des différentes corrections sont modifiées au vu de la masse des particules liées. Les atomes exotiques constituent donc un excellent outil d'étude de la structure du noyau et de l'interaction noyau-particule. Une spectroscopie sur certains niveaux d'énergie de ces atomes permet même la mesure précise des propriétés de la particule liée : masse, moment magnétique ...

C'est pour toutes ces raisons, que notre équipe participe, depuis plus de dix ans, dans le cadre de plusieurs collaborations internationales, à des expériences mettant en jeu des ions lourds multichargés et des atomes exotiques. Au cours de mes trois années de thèse, j'ai donc participé à la conception et(ou) à la réalisation de tels expériences, aux différentes séries de mesures (préliminaires ou en ligne), qui leurs étaient liées, ainsi qu'à l'analyse et à l'exploitation de l'ensemble des données collectées. Ces travaux sont présentés dans ce manuscrit selon le plan suivant.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Leur existence a été suggérée par Weller [Weller 47], puis par Fermi et Teller [Fermi 47], juste après la découverte du méson- $\pi$ ; les premières espèces observées via leurs émissions de rayons X, furent les atomes pioniques [Camac 52] à Rochester en 1952 et muoniques [Fitch 53] à Colombia en 1953.

**Dans la première partie**, je décris trois expériences, utilisant des techniques de spectroscopie X de précision : une sur l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>) et deux sur des atomes pioniques légers. La première a pour but de tester, en champ coulombien fort, les calculs des corrections de QED du second ordre en  $\alpha$ , par une mesure le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>), alors que, dans les deux autres, nous désirons soit mesurer très précisément la masse du pion chargé (m<sub> $\pi$ </sub>-), par la mesure de l'énergie de la transition  $5g \rightarrow 4f$  de l'azote pionique ( $\pi$ <sup>-14</sup>N), soit les longueurs de diffusion pion-nucléon ( $\pi N$ ), pour tester la chromodynamique quantique (QCD) à basse énergie, grâce à un système simple comme l'hydrogène pionique ( $\pi$ <sup>-</sup>p), où les niveaux  $np \rightarrow 1s$  sont déplacés et élargis par l'interaction forte.

**Chapitre I-1** : Je rappelle les différentes corrections radiatives entrant dans le calcul du déplacement de Lamb dans les ions lourds hydrogénoïdes, ainsi que leurs méthodes de calcul à haut Z, avant de donner leurs plus récentes estimations théoriques dans le cas de l'uranium ( $^{238}U^{91+}$ ). Après, j'expose comment l'on peut créer des ions hydrogénoïdes d'uranium ( $^{238}U^{91+}$ ) et mesurer précisément le déplacement de Lamb de leur niveau fondamental, grâce à un spectromètre à cristal courbe, travaillant en transmission, et à un nouvau prototype de détecteur germanium (Ge) sensible en position. Enfin, je présente les résultats préliminaires obtenus qui nous laissent entrevoir la possibilité de gagner un ordre de grandeur sur la précision expérimentale actuelle dans le courant des prochaines années.

**Chapitre I-2** : J'expose la méthode de calcul des énergies de liaison dans les atomes pioniques légers grâce à la QED des états liés, et le processus de formation de ces derniers. Ensuite, je décris la trappe anti-cyclotronique, permettant d'accroître le pouvoir d'arrêt des pions ( $\pi^-$ ) dans une cellule gazeuse, où se forment les atomes exotiques dans un mélange dioxygène/diazote permettant ainsi de calibrer les transitions X de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) avec celles, qui leurs sont proches en énergie, de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O); toutes deux sont diffractées par un cristal de Bragg puis détectées par un détecteur CCD refroidi, pour en mesurer précisément leurs énergies. Je détaille, dans la suite, la méthode d'analyse des données enregistrées par le détecteur CCD, afin d'extraire le faible signal de l'important bruit de fond expérimental, avant de présenter un résultat préliminaire qui nous permettra, très prochainement, de donner une nouvelle va-

leur de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  avec une précision trois fois meilleure que celle de l'actuelle valeur de référence.

**Chapitre I-3** : Je décris brièvement la technique permettant de calculer les longueurs de diffusion pion-nucléon ( $\pi N$ ) et la constante de couplage de pion-nucléon ( $f_{\pi N}$ ), par un calcul de QCD à basse énergie utilisant la théorie des pertubations chirales ( $\chi$ PT), via la mesure du déplacement et de l'élargissement hadronique du niveau fondamental de l'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p), avant de présenter certains résultats prélimaires. Ces résultats sont issus de mesures réalisées avec le dispositif expérimental décrit dans le chapitre I-2, et qui a été légérement modifié par l'ajout d'un système cryogénique afin d'accroître la densité de dihydrogène gazeux contenu dans la cellule cible.

**Dans la seconde partie**, je parle d'une expérience qui permet d'étudier les problèmes relativistes à plusieurs corps et qui a pour objectif la détermination directe de la séparation fine  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$  dans l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>) — l'élément le plus lourd jamais étudié pour ce type de mesures. Celle-ci se fait grâce à une détermination de la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$ , via une mesure de la transition  $2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$  (F = 3/2 - F = 3/2), qui est normalement interdite, car couplant deux états de moment angulaire total nul, et qui devient permise dans le cas de l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>), puisque cet ion possède un moment nucléaire magnétique non-nul (I = 3/2).

**Chapitre II-1** : J'expose succinctement la méthode permettant de calculer la structure fine des ions lourds héliumoïdes, et je rappelle les différentes mesures de ce type déjà réalisées dans le domaine des Z élevés. Ensuite, je détaille les différentes parties et avantages de notre appareillage expérimental, qui est constitué d'un spectromètre X de temps de vol, d'un spectromètre magnétique et d'un nouveau type de détecteur de particules, en diamant, sensible en position. Enfin, je présente l'ensemble de nos résultats, qui fournissent, pour la première fois, une valeur précise de la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{0}$  pour l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>).

# Première partie

# Spectroscopie X de précision sur les systèmes hydrogénoïdes

# Chapitre I-1 Mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental (1s<sub>1/2</sub>) dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>) par spectroscopie X

## I-1.1 Motivations : test d'électrodynamique quantique (QED) en champ coulombien fort

Le déplacement de Lamb, dans les ions hydrogénoïdes, peut s'écrire sous la forme suivante<sup>3</sup> [Bethe 47, Bethe 57] :

$$\Delta S = \frac{\alpha}{\pi} \frac{(\alpha Z)^4}{n^3} F(\alpha Z) \tag{I-1-1}$$

où *n* est le nombre quantique principal du niveau atomique et  $F(\alpha Z)$  est une fonction représentant la somme des corrections radiatives.

A Z élevé, ces corrections deviennent non-pertubatives en  $\alpha Z$  (puisque  $\alpha Z$  tend vers l'unité) et les effets relativistes ne peuvent plus être considérés comme de petites perturbations. Le formalisme traditionnel de l'électrodynamique quantique (QED), qui utilise la matrice S et un développement en série de perturbations des amplitudes de diffusion, devient alors difficilement manipulable pour étudier les états liés.

Cependant, l'étude des niveaux d'énergie des ions lourds hydrogénoïdes est très importante puisqu'elle permet de tester la QED dans un domaine totalement différent (champ coulombien fort) et complémentaire des études réalisées dans l'hydrogène. Le déplacement

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Dans l'ensemble des équations de ce chapitre, nous utiliserons les unités atomiques  $\hbar = 1$ , e = -1,  $m_e = 1$  et  $c = (1/\alpha) - \alpha$  est la constante de structure fine.

de Lamb croissant en  $(\alpha Z)^4$  [Bethe 47], alors que l'énergie est proportionnelle à  $(\alpha Z)^2$ , on peut estimer, pour des Z élevés, certaines corrections de QED dont les contributions ne sont absolument pas significatives à bas Z.

Une mesure précise du déplacement de Lamb du niveau fondamental<sup>4</sup> s'avère donc indispensable pour pouvoir vérifier convenablement la validité de ces calculs de corrections radiatives.

## I-1.2 Electrodynamique quantique (QED) des états liés en champ coulombien fort

Comme nous venons de le rappeler, le formalisme traditionnel de la QED est extrêmement compliqué pour calculer les niveaux d'énergie des ions lourds hydrogénoïdes. L'obtention d'un modèle cohérent passe donc nécessairement par l'élaboration de méthodes complexes de calculs permettant d'estimer les différentes corrections radiatives.

L'examen approfondi du calcul du déplacement de Lamb du niveau fondamental dans les ions lourds hydrogénoïdes sortirait à la fois de mes compétences et du cadre de cette thèse. Toutefois, il me semble nécessaire pour la compréhension du lecteur de présenter succinctement les principes permettant son calcul.

### I-1.2.1 Hamiltonien relativiste

Dans le cas hydrogénoïde, le choix du hamiltonien de Dirac comme opérateur à un électron apparaît comme très judicieux [Mohr 74], puisqu'il résout les problèmes liés à la méthode intuitive qui serait d'utiliser l'équation de Schrödinger à laquelle on ajouterait un développement infini en puissance de  $\alpha$ . Il s'écrit dans le cas d'un potentiel purement coulombien :

$$\mathcal{H}_D = c \left( \vec{\alpha} \cdot \vec{p} \right) + \beta c^2 + V_n(\vec{r}) \tag{I-1-2}$$

où  $V_n(\vec{r})$  est le potentiel nucléaire et où  $(\vec{\alpha}, \beta)$  représentent les matrices de Dirac définies de la façon suivante :

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$
(I-1-3)

<sup>4</sup> Pour les états s,  $F(\alpha Z) \approx \ln[(\alpha Z)^{-2}]$  alors que  $F(\alpha Z) \approx 1$  pour des états de moment orbital non nul. De ce fait, le déplacement de Lamb du niveau fondamental est le plus important. avec I la matrice identité  $2 \times 2$  et  $\vec{\sigma}$  les matrices de Pauli :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(I-1-4)

#### I-1.2.2 Corrections radiatives

Les corrections radiatives sont calculées à partir de l'équation de Dirac et de la représentation de Furry [Furry 51] (représentation intermédiaire sur la base des états liés), où l'on prendra, comme fonction d'onde, la solution la plus générale de l'équation de Dirac (incluant les deux continua)<sup>5</sup> :

$$\psi(x) = \sum_{E_n > 0} a_n e^{-iE_n t} \phi_n\left(\vec{x}\right) + \sum_{E_m < 0} b_m^{\dagger} e^{iE_n t} \phi_m\left(\vec{x}\right)$$
(I-1-10)

A l'heure actuelle pour le niveau fondamental des ions lourds hydrogénoïdes, la fonction  $F(\alpha Z)$  (cf. équation I-1-1) prend en compte l'ensemble des corrections de QED au premier ordre en  $\alpha$ , qui représente les principales contributions au calcul du déplacement de Lamb, ainsi que celles au second ordre en  $\alpha$ , dont les estimations ont été rendues possibles grâce à l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs pendant la dernière décennie.

$$\left\{a_{n}, a_{n'}^{\dagger}\right\} = \delta_{n,n'}^{+} \quad \text{et} \quad \left\{a_{n}, a_{n'}\right\} = \left\{a_{n}^{\dagger}, a_{n'}^{\dagger}\right\} = 0$$
 (I-1-5)

$$\left\{b_n, b_{n'}^{\dagger}\right\} = \delta_{n,n'}^{-}$$
 et  $\left\{b_n, b_{n'}\right\} = \left\{b_n^{\dagger}, b_{n'}^{\dagger}\right\} = 0$  (I-1-6)

où

$$\delta_{n,n'}^{\pm} = \theta(\pm E_n) \,\delta_{n,n'} \,\delta_{l,l'} \,\delta_{j,j'} \,\delta_{m,m'} \text{ (si } n \text{ et } n' \text{ sont des états liés)}$$
(I-1-7)

$$\delta_{n,n'}^{\pm} = \theta(\pm E) \,\delta_{E-E'} \delta_{l,l'} \delta_{j,j'} \delta_{m,m'} \text{ (si } n \text{ et } n' \text{ sont des états du continuum)}$$
(I-1-8)

$$\delta_{n,n'}^{\pm} = 0$$
 (si un des états est dans le continuum et l'autre est lié) (I-1-9)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Ici les sommes sont des représentations symboliques, qui sous-entendent sommes sur les états liés et intégration sur les continua, et pour que l'on retrouve pour l'électron les propriétés statistiques telles qu'elles apparaissent dans les atomes (principe d'exclusion de Pauli) il est nécessaire d'utiliser les relations d'anticommutation suivantes [Mohr 85] :

#### Self-énergie

Contrairement à ce qui est fait à petit Z, la correction de self-énergie (SE) — cf. Figure I-1.1, qui est celle d'ordre le plus bas en  $\alpha$ , ne peut être calculée à l'aide de la théorie des pertubations, en fonction du nombre d'interactions de l'électron avec le champ du noyau, puisque la série en  $\alpha Z$  devient asymptotique voir divergente pour les Z élevés.



Figure I-1.1: Diagramme de Feynman à un électron et à un photon correspondant à la correction de QED de premier ordre en  $\alpha$  de self-énergie. La double ligne solide représente l'électron lié.

Pour résoudre ce problème, Mohr[Mohr 74], se basant sur les travaux pioniers de Brown *et al.* [Brown 59], et parallèlement aux travaux de Desiderio et Johnson [Desiderio 71], a proposé en 1974 une méthode très précise permettant de sommer tous les ordres de cette série. Cette méthode permet ainsi un calcul exact de l'ordre le plus bas en  $\alpha$  de cette correction radiative.

Elle utilise pour l'électron le propagateur exact dans le champ coulombien du noyau, ce qui permet d'isoler et d'éliminer analytiquement les termes de même ordre qui se compensant dans le résultat final, avant l'estimation numérique. La prise en compte de ces compensations accroît considérablement la validité du résultat puisque l'ordre de la contribution finale est d'ordre ( $\alpha Z$ )<sup>4</sup> alors que l'expression standard non renormalisée est d'ordre 0 en  $\alpha Z$ . Cette méthode a toutefois le défaut d'être beaucoup trop compliquée lorsque l'on tente de l'appliquer à des corrections d'ordres supérieurs.

Récemment, Blundell and Snyderman présentaient une approche alternative<sup>6</sup> pouvant être étendue à des potentiels non-coulombiens [Snyderman 91, Blundell 91], mais utilisant une méthode de calcul similaire à celle de Mohr qui reste donc difficilement applicable pour les corrections d'ordres supérieurs.

Persson *et al.* [Persson 93-1], Quiney et Grant [Quiney 94] ont également developpé une nouvelle technique, qui utilise une renormalisation en ondes partielles<sup>7</sup>. Elle est basée sur une décomposition en ondes sphériques des termes de masse pour calculer plus directement la self-énergie (SE) et elle peut être étendue aux calculs de corrections d'ordres supérieurs.

#### Polarisation du vide



(Polarisation du vide)

Figure I-1.2: Diagramme de Feynman à un électron et à un photon correspondant à la correction de QED de premier ordre en  $\alpha$  de polarisation du vide.

La polarisation du vide (PV) au premier ordre en  $\alpha$  a été traitée en détail par Wichmann et Kroll [Wichmann 56] et peut être divisée en deux parties.

La première est la partie de Uehling (cf. Figure I-1.3) qui permet de calculer cette correction à l'ordre le plus bas en  $\alpha$ . Elle peut être renormalisée et calculée assez facilement comme la valeur moyenne du potentiel de Uehling [Uehling 35] sur les fonctions d'onde solutions de l'équation de Dirac.

 <sup>&</sup>lt;sup>6</sup> La différence majeure entre cette méthode et celle de Mohr provient de la méthode de renormalisation.
 <sup>7</sup> Partial-Wave Renormalization (PWR).



Figure I-1.3: Partie de Uehling de la polarisation du vide (PV)

La seconde, appelée la partie de Wichmann-Kroll, représente les ordres plus élevés en  $\alpha Z$ , qui donnent des effets sensibles seulement pour les ions très lourds. Elle est nettement plus difficile à calculer. Wichmann et Kroll ont montré, dans un premier temps, qu'elle pouvait s'approximer dans le cas général sous la forme d'un potentiel effectif  $(U_{vp})$ :

$$U_{vp} = \sum_{i=1,j=0}^{\infty} U_{i,2j+1}$$
 (I-1-11)

où  $U_{1,1}$  est le potentiel de Uehing<sup>8</sup> et où la somme  $U_{1,3} \dots U_{1,\infty}$  représente le potentiel de Wichmann-Kroll, dont laquelle le terme prépondérant  $U_{1,3}$  est d'ordre  $\alpha(\alpha Z)^3$ . Chaque potentiel  $U_{1,2j+1}$  correspond à 2j + 1 interactions<sup>9</sup> avec le champ du noyau de la paire  $e^+e^-$ . Le diagramme de Feynman de la Figure I-1.2 n'est autre que la somme sur j de tous les diagrammes d'ordre 1 en  $\alpha$ .

Le calcul complet et précis de cette partie de Wichmann-Kroll a été depuis réalisé par Soff et Mohr [Soff 88], et la précision de l'évaluation numérique de la correction radiative de polarisation du vide a été récemment accrue par Persson *et al.* [Persson 93-2].



Figure I-1.4: Diagrammes de Feynman à un électron et à deux photons correspondant aux corrections de QED d'ordre  $\alpha^2$ .

#### Corrections du second ordre en $\alpha$

Si on considère maintenant les effets de QED à un électron et deux photons, les corrections radiatives du second ordre se divisent en différents sous-groupes<sup>10</sup> :

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Le terme  $U_{2,1}$  d'ordre  $\alpha^2(\alpha Z)$  est connu sous le nom de potentiel de Källen-Sabry [Källen 55].

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Ce nombre d'interactions est obligatoirement impair, selon le théorème de Furry, puisque le nombre d'interactions sur une boucle fermée doit être pair et qu'il y a déjà une interaction de la paire avec l'électron lié.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Tous les termes d'un même sous-groupe doivent être calculés à l'aide d'une jauge identique pour que le résultat soit un invariant de jauge.
### - <u>La self-énergie du second ordre (SESE) :</u>

La partie irréductible du diagramme **a-1** (voir la Figure I-1.4) a été calculée par Mitrushenkov *et al.* [Mitrushenkov 95] grâce à une procédure de renormalisation, similaire à celle utilisée par Snyderman [Snyderman 91] pour le calcul de la self-énergie du premier ordre (SE), combinée à une méthode de discrétisation de l'espace développée par Salomonson and Öster [Salomonson 89].

Les parties restantes de ce diagramme (voir Labzowsky *et al.* [Labzowsky 93]) ainsi que les deux corrections **a-2** et **a-3** n'ont pas encore pu être calculées. Toutefois la possibilité de renormalisation pour les termes restants du diagramme **a-1** a été discutée par Labzowsky et Mitrushenkov [Labzowsky 95].

- <u>La polarisation du vide (PVPV) :</u>

Persson *et al.* [Persson 93-2] ont développé une méthode dont le but est de résoudre l'équation de Dirac de l'électron lié pour une distribution de charges nucléaires étendue en ajoutant ou non un potentiel additionnel de polarisation du vide au premier ordre (PV). En soustrayant la correction de polarisation du vide au premier ordre (PV) à la différence des deux résolutions précédentes, on arrive alors à calculer les effets du diagramme **b-1**.

Les deux autres corrections **b-2** et **b-3** sont connues comme des contributions de Källen-Sabry [Källen 55] et leurs évaluations numériques ont été d'abord réalisées par Beier et Soff [Beier 88], puis par Schneider *et al.* [Schneider 93] grâce à une approximation de potentiel de Uehling.

- <u>Self-énergie et polarisation du vide combinées (SEPV) et mélangées  $(\underline{S(PV)E})$ :</u>

Les premières études pour les corrections radiatives (SEPV) ont été réalisées par Lindgren *et al.* [Persson 93-2, Lindgren 93-1]. Ils ont introduit la polarisation du vide (PV) au premier ordre en  $\alpha$  dans les orbitals pour le calcul de la self-énergie (SE) au premier ordre en  $\alpha$ , utilisant une méthode de renormalisation en ondes partielles. Les contributions des diagrammes **c-1**, **c-2** et **c-3** sont alors simplement obtenues par soustraction de la contribution de self-énergie (SE)au premier ordre en  $\alpha$ .

L'estimation de la correction (S(PV)E) est basée essentiellement sur une décomposition de la boucle de polarisation du vide (PV) du diagramme **d-1**. Le terme prédominant est calculé grâce à une approximation en potentiel de Uehling [Persson 96].

# I-1.3 Etats des connaisances dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>)

Par définition [Lamb 47, Bethe 47, Sapirstein 90], le déplacement de Lamb est obtenu par comparaison de la valeur de l'énergie de liaison fournie par l'équation de Dirac, avec celle incluant toutes les corrections à l'énergie, exceptée la correction de masse réduite non-relativiste<sup>11</sup>.

Le pur déplacement de Lamb est alors obtenu en soustrayant cette correction de masse réduite à la somme des corrections, qui inclut évidemment les corrections radiatives en  $\alpha$  et  $\alpha^2$ , auxquelles on ajoute la correction de taille finie du noyau<sup>12</sup> [Beier 98], ainsi que celles de recul (due à la masse finie du noyau) [Shabaev 98] et de polarisation nucléaire (due aux interactions entre l'électron et les niveaux nucléaires<sup>13</sup>) [Yamanaka 01], dont les effets sont du même ordre de grandeur que ceux des corrections de QED en  $\alpha^2$ .

Le tableau I-1.1 récapitule les valeurs de ces différentes corrections et donne la valeur du déplacement de Lamb du niveau fondamental<sup>14</sup> pour l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>), puisqu'il est le plus utilisé dans les expériences ayant pour objectif de tester les calculs de QED en champ coulombien fort. Effectivement, l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>) est l'ion, produit à partir d'un élément naturel, pour lequel le facteur  $\alpha Z$ , qui vaut environ 0, 66, se rapproche le plus de l'unité.

Toutefois, ce test est limité par les incertitudes liées aux corrections mettant en jeu des paramètres nucléaires, puisque, contrairement à celles sur les autres corrections de QED, qui sont seulement provoquées par une limitation dans la précision numérique des méthodes de résolution, et qui peuvent ainsi toujours être reduites, elles sont dues à la méconnaisance sur la forme du noyau d'uranium ( $^{238}$ U). Elles engendrent une erreur sur le déplacement de Lamb du niveau fondamental dans l'uranium hydrogénoïde ( $^{238}$ U<sup>91+</sup>) de l'ordre 0,3 eV (cf. Tableau I-1.1). Il est donc inutile de tenter d'obtenir une mesure de ce déplacement de Lamb

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> La correction de masse réduite non-relativiste est donnée par  $-m/(m+M)E_D$  où m et M sont respectivement les masses de l'électron et du noyau, et où  $E_D$  représente l'énergie de liaison donnée par l'équation de Dirac.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Dans ce manuscrit, la distribution de charge du noyau d'uranium (<sup>238</sup>U) est obtenue grâce à une distribution de Fermi dont le rayon moyen vaut  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 5,86$  fm.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Dans l'uranium, les transitions électroniques ont une énergie comparable aux énergies d'excitation nucléaire.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> L'ensemble de ces calculs utilise les valeurs des constantes fondamentales données par le CODATA de 1986 [Cohen 86].

Tableau I-1.1: Energies de liaison et corrections de QED du premier et second ordre en  $\alpha$  du niveau  $1s_{1/2}$  dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>). Toutes les valeurs sont données en eV. Les barres d'erreur présentes sont liées aux méconnaisances sur le modèle nucléaire.

Z= 92		$1s_{1/2}$	$\left\langle r^{2} ight angle ^{1/2}=5,86~ ext{fm}$	
Energie de liaison				
pour un noyau ponctuel		-13	2279,96	
Correction	Ordre			Référence
Taille finie			198,82 (10)	[Beier 98]
SE	$mlpha(Zlpha)^4$		355,05	[Mohr 92, Mohr 93]
– Uehling			-93,58	[Persson 93-2]
– WK			4,99	[Persson 93-2]
Total VP	$mlpha(Zlpha)^4$		-88,60	
SESE a-1 (irr)	$m \alpha^2 (Z \alpha)^5$		-0,97	[Mitrushenkov 95]
SESE a-1 (reste)	0 - 1	Calculées	s, mais les résu	ltats
SESE a-2,a-2	$mlpha^2(Zlpha)^4$	sont en	core peu fiable	2S.
PVPV <b>b-1</b> (irr)	$m \alpha^2 (Z \alpha)^5$	(	-0,22	[Persson 96]
PVPV <b>b-2,b-3</b>	$m\alpha^2 (Z\alpha)^4$		-0,72	[Beier 88]
SEPV c-1,c-2,c-3	$m \alpha^2 (Z \alpha)^5$		1,14	[Persson 96]
S(PV)E <b>d-1</b>	$m \alpha^2 (Z \alpha)^4$		0,13	[Persson 96]
Recul	$m \frac{m}{M} (Z\alpha)^2$		0,46 (1)	[Shabaev 98]
Polarisation nucléaire	$m \frac{\widetilde{m}}{M} (Z\alpha)^2$		-0,18 (10)	[Yamanaka 01]
Somme des corrections			464,91 (21)	
Energie de liaison				
incluant les corrections		-13	1815,05	
Masse réduite				
non-relativiste	$m rac{m}{M} (Z \alpha)^2$		0,30 (10)	[Persson 96]

## Déplacement de Lamb (Théo.) = 464,61(31)

avec une précison inférieure à quelques centaines de milliélectron-volts, tant que le modèle nucléaire de l'uranium ( $^{238}$ U) ne sera pas amélioré.

# I-1.4 Technique de mesure de déplacement de Lamb du niveau fondamental dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>)

### I-1.4.1 Généralités

La valeur expérimentale du déplacement de Lamb du niveau fondamental d'un ion lourd hydrogénoïde est obtenu par la mesure des énergies des transitions radiatives Lyman<sup>15</sup>  $\alpha$  (Ly- $\alpha$ ) dans cet ion, auxquelles on soustrait les énergies des mêmes transitions calculées grâce au modèle de Dirac<sup>16</sup>.

Pour l'uranium hydrogénoïde ( $^{238}U^{91+}$ ), ces transitions sont dans le domaine des X durs (~ 100 keV) — cf Figure I-1.5.

Comme, ces transitions X radiatives ne peuvent être mesurées que lors de la cascade atomique d'un électron qui a été capturé par le champ coulombien d'un atome nu d'uranium  $(^{238}U^{92+})$ , il faut alors arriver à dépouiller les atomes d'uranium  $(^{238}U)$  de leurs 92 électrons, puis leurs en restituer un, afin d'étudier la cascade atomique. Au vu des énergies de liaison dans l'uranium, il est nécessaire d'utiliser soit une source d'ion de type *ECR* — *Electron Cyclotron Resonance* —, soit un accélérateur, pour obtenir ce noyau d'uranium. Mais, seul un accélérateur permet d'en créer un intense faisceau.

Cet accélérateur doit être, en plus, couplé à un anneau de stockage pour conserver ce faisceau d'ions d'uranium nu ( $^{238}U^{92+}$ ) jusqu'au moment de l'interaction qui leurs restitue un électron ; anneau qui doit également permettre de refroidir et de ralentir le faisceau, afin de réduire l'effet des corrections Doppler sur les rayons X émis, pendant la cascade atomique suivant la formation des ions d'uranium hydrogénoïde ( $^{238}U^{92+}$ ).

De telles infrastructures sont présentes au *Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)* — cf. Annexe C, qui est un des accélérateurs d'ions lourds produisant les plus intenses faisceaux d'uranium nu (<sup>238</sup>U<sup>92+</sup>), dans le monde.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Les transitions Ly- $\alpha$  correspondent aux transitions  $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  et  $2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Il faut bien entendu prendre en compte les déplacements de Lamb des niveaux 2p. On aura donc en fait qu'une mesure de la différence des déplacements de Lamb des niveaux 1s et 2p. Toutefois, les déplacements de Lamb 2p sont largement plus petits — ~ 11 eV pour  $2p_{1/2}$  et quelques eV pour  $2p_{3/2}$  [Persson 96] — que celui du niveau  $1s_{1/2}$ .



Figure I-1.5: Schéma des niveaux d'énergie dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>). Un parallèle est fait entre le modèle de Bohr, de Dirac et celui incluant les effets de QED.

# I-1.4.2 Production des ions d'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>) au GSI

Production et stockage du faisceau d'ions d'uranium nu (<sup>238</sup>U<sup>92+</sup>)

Sur l'accélérateur du *GSI*, on crée d'abord des ions peu chargés d'uranium, grâce à des sources d'ions de types *Penning*<sup>17</sup>. Ces sources d'ions sont couplées à des injecteurs qui permettent d'envoyer les ions peu chargés d'uranium dans un accélérateur linéaire — *Universal Linear Accelerator (UNILAC)*. Ces ions sont alors accélérés à une énergie cinétique<sup>18</sup> pou-

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Il existe également d'autres types de sources disponibles sur l'accélérateur du *GSI* : *Chordis*, *Mevva* et *ECR*. Toutefois, au *GSI*, elles servent principalement pour les expériences nécessitant la production d'ions «superlourds».

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> L'énergie cinétique d'un faisceau d'ions est usuellement donnée par unité de masse atomique, que l'on désignera, dans ce manuscrit par u.

vant aller jusqu'à 20 MeV/u.

UNILAC sert lui-même d'injecteur à un synchrotron de 216 m de circonférence — Synchrotron for Heavy Ions (SIS). Dans SIS, le faisceau d'ions d'uranium est injecté typiquement avec une énergie cinétique de 11,7 MeV/u et peut atteindre une énergie cinétique de 1 GeV/u. Le Tableau I-1.2 récapitule les caractéristiques des faisceaux d'ions que peut produire SIS.

Énergie des particules	50 - 1000 MeV/u	(pour <sup>238</sup> U)
	50 - 2000 MeV/u	(pour <sup>20</sup> Ne)
Danía Para anala	1 10 -	
Duree d un cycle	1 - 10 s	
Temps d'extraction	$1 \ \mu  m s$	(en mode rapide)
	10 - 8000 ms	(en mode lent)
Emittance du faisceau	3 - 30 $\pi$ .mm.mrad	
	2 2 2 4 4 4 4 4 4 4 4	

Tableau I-1.2: Caractéristiques du faisceau d'ions dans SIS.

Pour que les ions deviennent très chargés, le faisceau d'ions d'uranium traverse généralement une (ou des) cible(s)<sup>19</sup> de carbone (<sup>12</sup>C) ou de nickel (<sup>28</sup>Ni); selon son énergie cinétique. Au cours de ce processus dit de l'*épluchage*, les ions d'uranium perdent leurs électrons principalement lors des collisions avec les noyaux atomiques présents dans la cible, mais également par intéraction avec le gaz d'électrons libres que constitue la cible. La couche de l'électron perdu par l'ion dépend de l'énergie cinétique du faisceau d'ions<sup>20</sup>. Pour une énergie cinétique de 1 GeV/u, on obtient environ 75% d'ions nus d'uranium (<sup>238</sup>U<sup>92+</sup>).

Ensuite, ce faisceau d'ions nus d'uranium est injecté, avec une énergie cinétique de l'ordre de quelques centaines de MeV par nucléon, dans l'anneau de stockage du *GSI — Experimental Storage Ring (ESR)* — (cf. Figure I-1.6). Dans *ESR*, les ions nus d'uranium sont stockés<sup>21</sup> grâce à de forts champs magnétiques appliqués (le produit du champ maximum (*B*) par le rayon moyen de la trajectoire ( $\rho$ ) vaut  $B\rho = 10$  Tm).

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> La densité et l'épaisseur de la cible sont calculées pour réduire au maximum la capture électronique par les ions, et optimiser l'épluchage par ionisations multiples.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> D'un point de vue classique, l'électron perdu sera celui dont la vitesse sur cette couche correspond à celle du faisceau d'ions.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Un vide très poussé (de l'ordre de  $10^{-10}$  mbar) permet de réduire les interactions avec le gaz résiduel.



Figure I-1.6: Vue schématique de l'Experimental Storage Ring (ESR).

Le faisceau d'ions d'uranium nu est également refroidi par un faisceau d'électrons<sup>22</sup> pos-

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Cette technique est valable quelque soit la charge des ions constituant le faisceau. Toutefois, pour les ions non nus, on s'assura de ne pas utiliser une vitesse, pour le faisceau d'électrons, correspondant à celle du

sédant une énergie équivalente au faisceau d'ions et une intensité de 200 mA. Ce refroidissement consiste à superposer parallèlement au faisceau d'ions un faisceau d'électrons sur une portion de sa trajectoire, pour sélectionner en vitesse les ions, par interaction coulombienne. Cela permet de réduire l'émittance<sup>23</sup> du faisceau et de le rendre quasi-monocinétique. On arrive ainsi à accumuler typiquement 10<sup>8</sup> ions nus d'uranium (<sup>238</sup>U<sup>92+</sup>) qui forment un faisceau d'environ 2 mm de diamètre, dont l'intensité peut atteindre une intensité crête d'environ 2 mA.

Il est ensuite possible de ralentir le faisceau stocké, à l'intérieur de l'anneau, à une énergie cinétique comprise entre 70 et 45 MeV/u. Pour cela, après le refroidissement initial, on coupe le *refroidisseur à électron (electron cooler)* et on décélère le faisceau par une modification synchrone des champs magnétiques des différents dipôles et quadrupôles de l'anneau, puis on rétablit le refroidissement avec une énergie qui correspond au faisceau décéléré<sup>24</sup>, afin de conférer à ce dernier de bons paramètres optiques (émittance, parallélisme, ...), et de lui conserver son caractère quasi-monocinétique.

L'*ESR* est, de plus, équipé d'un jet gazeux supersonique, qui possède une densité moléculaire de l'ordre de  $10^{12}$  particules/cm<sup>2</sup>, et dont le diamètre est d'environ de 5 mm dans la zone d'interaction avec le faisceau d'ions. L'ensemble des caractéristiques techniques de *ESR* est résumé dans le Tableau I-1.3.

#### Différentes méthodes de production d'ions d'uranium hydrogénoïdes (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>) sur l'ESR

L'ESR possèdant un *refroidisseur à électron (electron cooler)* et un jet gazeux supersonique, il est donc extrêmement facile de créer des ions hydrogénoïdes d'uranium ( $^{238}U^{91+}$ ) à partir du faisceau d'ions nus ( $^{238}U^{92+}$ ) qui y est stocké.

Lors de l'interaction du faisceau d'ions nus avec les électrons liés des molécules gazeuses du jet ou avec ceux libres du faisceau d'électrons du refroidisseur, il y a formation d'ions hydrogénoïdes par capture radiative (REC). Il suffit donc de placer un système de mesure sur l'une de ces deux infrastructures pour étuder les raies X émises lors de la cascade atomique.

De plus, l'*ESR* possède deux autres avantages majeurs qui s'avèrent très utiles pour les expériences étudiant les propriétés atomiques des ions lourds hydrogènoïdes :

processus résonnant de recombinaison diélectronique ; ce qui dégraderait irrémédiablement le faisceau d'ions.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> L'émittance d'un faisceau est, par convention sur accélérateur, l'émittance du faisceau dans le plan horizontal ( $\varepsilon_x$ ). Elle est définie par le produit  $\varepsilon_x = (\pi x \theta_x)$ , où x est la demi-largeur du faisceau et  $\theta_x$  la divergence angulaire du faisceau.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Le courant dans le *refroidisseur à électron (electron cooler)* aura des valeurs plus faibles pour des faisceaux d'ions ralentis : typiquement, de 20 à 50 mA pour des faisceaux de 45 à 70 MeV/u.

Énergie des particules	3 - 560 MeV/u	(pour <sup>238</sup> U)
	3 - 830 MeV/u	(pour <sup>20</sup> Ne)
Durée d'un cycle	15 s	(montée du champ)
Duice a un cycle	1,5 5	(montee du champ)
	plusieurs heures	(stockage
		sans refroidissement)
		,
Temps d'extraction	$0,5 \ \mu s$	(en mode rapide)
	10	
	10 s	(en mode lent)
Emittance du faisceau	$3\pi$ mm mrad	(avec refroidissement)
Linitunee du fuiseedu	5 M .mm.mruu	(uvee remonantssement)
Nombre de particules	10 <sup>8</sup>	(typiquement
-		C 11
par cycle		avec retroidissement)

Tableau I-1.3: Caractéristiques du faisceau d'ions dans ESR.

- le ralentissement du faisceau d'ions, rendu possible par la présence du *refroidisseur* à électron (electron cooler) qui lui conserve son caractère quasi-monocinétique et sa faible émittance, permet de réduire l'importance des corrections Doppler sur les raies X émises lors de la cascade atomique dans les ions hydrogènoïdes crées à partir de ce faisceau.
- 2. la possibilité de mesurer les transitions X radiatives en coïncidence avec la création de l'ion hydrogénoïde (grâce à des détecteurs de particules), qui a émis les photons X et qui possède une trajectoire différente dans l'anneau (cf. Figure I-1.7) : l'important bruit de fond produit par l'accélérateur est de cette façon grandement réduit et la précision des mesures sur les raies X est largement accrue dans le cas de mesure possédant une faible statistique.

# I-1.4.3 Historique des différentes mesures, éffectuées au *GSI*, du déplacement de Lamb du niveau fondamental dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>)

Le *GSI*, avec l'ensemble des infrastructures présentes sur l'*ESR*, s'impose alors comme le lieu le plus judicieux pour mener des expériences sur les ions lourds hydrogénoïdes.

C'est pour cette raison, qu'à l'exception des travaux pionniers de Briand et al. [Briand 90],



Figure I-1.7: Principe de la mesure en coïncidence sur ESR. Des détecteurs de particules enregistrent la création d'ions hydrogénoïdes qui n'ont pas la même trajectoire que les ions nus à l'intérieur de l'anneau.

effectués au *BEVALAC* et qui donnaient une mesure du déplacement Lamb 1s de  $(520\pm130)$  eV dans l'uranium, l'ensemble des expériences apportant un accroissement sensible de la précision de cette mesure ont été réalisées au *GSI*.

En 1993, Stöhlker *et al.* obtenaient une mesure de  $(429\pm63)$  eV [Stöhlker 93]. La précision de cette expérience a été limitée par l'impossibilité de déterminer précisément l'énergie du faisceau d'ions nus, et à cause de l'importance des corrections Doppler (le faisceau d'ions n'étant pas encore décéléré à l'époque).

Pour éliminer ce type de problème, Beyer *et al.* ont réalisé une expérience, en 1995, au niveau du *refroidisseur à électron (électron cooler)* [Beyer 95]. L'énergie du faisceau d'ions nus est alors fixée par celle du faisceau d'électron du *refroidisseur*, les corrections Doppler sont minimisées puisque l'on travaille à  $\sim 0^{\circ}$ . Cette expérience a permis une importante amélioration de la précision : (470±16) eV.

Actuellement, la meilleure mesure, réalisée par Stöhlker et al., du déplacement de Lamb

du niveau fondamental dans l'uranium hydrogénoïde ( $^{238}U^{91+}$ ) est de ( $468\pm13$ ) eV [Stöhlker 00]. Dans, cette expérience, la technique de décélération a été appliquée pour obtenir de plus faibles énergies de collision et ainsi réduire les incertitudes associées à l'élargissement Doppler des raies X.

Toutefois, une telle mesure reste 10 fois trop imprécise pour pouvoir espérer tester les corrections de QED en  $\alpha^2$ , dont la contribution est de l'ordre de  $\sim$  1 eV (cf. Tableau I-1.1). Or, pour pouvoir gagner un ordre de grandeur sur la précision actuelle, il est nécessaire de s'affranchir d'un important facteur limite présent dans toutes les expériences précédemment décrites et qui est lié à l'utilisation de détecteurs du type germanium (Ge) pour mesurer les énergies des raies X Ly- $\alpha$ . C'est pourquoi, l'utilisation d'un spectromètre de Bragg-Laue, travaillant en transmission<sup>25</sup> s'avère indispensable pour pourvoir déterminer précisément ces énergies de transition grâce à la loi de Bragg.

Dans le cadre d'une vaste collaboration internationale<sup>26</sup>, notre équipe travaille donc à réaliser une nouvelle expérience de ce type pour mesurer le déplacement de Lamb du niveau fondamental dans l'uranium hydrogénoïde ( $^{238}U^{91+}$ ) avec 1 ou 2 eV d'incertitude.

## I-1.5 Description de notre dispositif expérimental

L'expérience se déroulera sur l'*ESR* au niveau du jet gazeux<sup>27</sup> et la technique de décélération du faisceau d'ions nus sera utilisée pour minimiser les incertitudes dues à l'effet Doppler.

Le dispositif expérimental, qui sera utilisé pour mesurer l'énergie des raies X Ly $-\alpha$  se compose :

 – d'un spectromètre à cristal courbe, asymétrique, dans une géométrie compensée de Laue en transmission [Beyer 97] — FOcussing Compensated Asymmetric Laue crys-

 $<sup>^{25}</sup>$  A ~ 100 keV, une géomètrie en réflexion n'est pas utilisable.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Cette collaboration est composée de membres appartenant aux institutions suivantes : Le Laboratoire Kastler-Brossel (bien entendu), le GSI (Allemagne), National Institute of Standards and Technology (USA), European Synchrotron Radiation Facility (France), l'université de Jena (Allemagne), l'université de Mainz (Allemagne), l'université de Siegen (Allemagne) et le Forschungszentrum Jülich (Allemagne).

 $<sup>2^{7}</sup>$  L'utilisation d'un spectromètre à cristal est incompatible avec l'utilisation du *refroidisseur à électron* comme cible. La structure de ce dernier étant entièrement opaque, l'installation d'un spectromètre y est impossible. Il faudrait donc travailler à ~ 0° (où l'anneau se courbe, à environ 10 m de la zone de création des ions hydrogénoïdes), ce qui est impensable, car ceci nécessiterait de très larges cristaux et détecteurs, qui sont loin d'être techniquement réalisables. De plus, le taux de comptage deviendrait alors beaucoup trop faible.

*tal spectrometer (FOCAL)* —, qui diffracte, dans les conditions de Bragg-Laue (cf. Annexe A), les raies X Ly- $\alpha$  émises par les ions hydrogénoïdes rapides, dans une gamme énergétique de 50 à 100 keV,

 d'un nouveau type de détecteur solide, sensible en position, travaillant dans la même gamme énergétique, qui est un détecteur germanium (Ge) à *microstrip* [Protic 00], pour détecter les rayons X transmis par le cristal courbe.

Le principe de fonctionnement de ce dispositif est schématisé sur la Figure I-1.8



Figure I-1.8: Principe expérimental du spectromètre FOCAL. Les rayons X, émis lors de l'interaction du faisceau d'ions avec le jet gazeux, sont diffractés par le cristal et enregistrés par le détecteur.

## I-1.5.1 Descriptif du spectromètre FOCAL

#### Principe de fonctionnement du spectromètre FOCAL

Le concept de notre spectromètre à cristal courbe est basé sur celui de spectromètres développés, par R. D. Deslattes, pour la calibration et la caractérisation de sources de rayons X, utilisées en imagerie médicale et notamment pour les mammographies [Hudson 96] et dont les performances ont été prouvées pour des sources de rayons X stationnaires [Chantler 96].

Sa géométrie est une variante de celle de Cauchois en transmission. Mais, dans notre cas, comme la source a une très faible étendue spatiale — zone d'interaction entre le jet gazeux



Figure I-1.9: Schémas de principe de la géométrie de Laue en transmission, qui est une variante de la géométrie de Cauchois. Sur le schéma du haut, les réflexions de Bragg-Laue pour deux longueurs d'onde distinctes sont dessinées et mettent en évidence l'existence d'un point focal polychromatique entre le cristal et le détecteur. Celui du bas montre l'indépendance de la mesure vis à vis de la distance entre la source et le cristal courbe. De plus, le détecteur, étant plat et non ponctuel, la condition de diffraction de Bragg-Laue ne peut pas être rigoureusement respectée pour l'ensemble de sa surface.

et le faisceau d'ions nus —, la terminologie veut que l'on considère cette géométrie comme une variante de celle de Laue en transmission.

Laboratoire Kastler Brossel

Dans cette géomètrie, le rayon de courbure du cristal<sup>28</sup> est égal à celui du cercle de Rowland, et il se forme une *double image* de la source<sup>29</sup> des rayons X sur ce dernier. Cela permet d'obtenir une mesure absolue de l'énergie des rayons X diffractés par différence entre les positions des deux spots de cette *double image*.

Le détecteur sensible en position doit alors être positionné approximativement<sup>30</sup> sur le cercle de Rowland. Un seul détecteur suffit pour notre expérience car, pour des énergies de l'ordre de 100 keV, les angles de diffraction sont très faibles, et donc, la distance qui sépare les deux *images* est seulement de l'ordre de quelques centimètres, pour une courbure du cristal de l'ordre du mètre.

La formation d'une *double image* permet également d'obtenir une mesure qui est indépendante de la distance source-cristal, puisque le point de focalisation — polychromatique, ici — se trouve non pas sur le cercle de Rowland mais à l'intérieur de celui-ci. [Beyer 01].

La source étant, de plus positionnée, sur l'axe principal perpendiculaire au cristal (cf. Figure I-1.9), la *double image* est symétrique par rapport au plan contenant cet axe et qui est perpendiculaire à celui porté par le cercle de Rowland. Ce plan sert ici de plan médian horizontal au spectromètre<sup>31</sup>.

D'autre part, pour accroître la réflectivité, nous utilisons un cristal asymétrique<sup>32</sup>. Malgré le fait qu'il est bien connu que de tels cristaux provoquent un substantiel élargissement de la courbe de réflexion<sup>33</sup>, des simulations numériques [Schulze 94, Erola 90], basées sur la théorie que Penning et Polder ont développé dans les années soixante [Penning 61], montrent que le spectromètre conserve une excellente résolution énergétique (cf. section I-1.5.1).

Notre spectromètre se trouve donc dans une géométrie *compensée* de Laue en transmission. Ainsi, les deux *images* diffractées ne seront plus symétriques par rapport au plan médian

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> L'utilisation d'un cristal courbe permet une focalisation des rayons X diffractés, qui entraîne une augmentation de l'intensité du signal détecté ; même si ici cette focalisation n'est pas localisée sur le détecteur.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Dans cette géomètrie, elle est placée du côté de la face convexe du cristal courbe.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Le détecteur, ayant une étendue spatiale non nulle et étant plat, il ne peut être positionné strictement sur le cercle de Rowland pour l'ensemble de sa surface.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Dans ce cas, le point de focalisation polychromatique se trouve également sur cet axe principal.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Dans un cristal asymétrique utilisé en transmission, l'orientation des plans cristallographiques, entrant en jeu dans la diffraction, est légèrement déviée de la perpendiculaire à la surface du cristal

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Dans la condition de Bragg-Laue, avec un angle d'assymètrie  $\chi$ , le faisceau incident fait un angle ( $\theta_B + \chi$ ) avec le plan de diffraction, alors que le diffracté possède un angle ( $\theta_B - \chi$ ). L'acceptance angulaire du cristal

horizontal, mais selon un plan qui s'en écarte d'un angle égal à celui de l'asymétrie du cristal. Pour compenser cela, on peut, selon les cas, soit tourner le cristal d'un angle équivalent à l'angle d'asymétrie, soit changer la hauteur de la source.

#### Caractéristiques du cristal Si(220)

Nous utilisons, pour cette expérience, un cristal de silicium Si(220) — cf. Annexe A. Il a une épaisseur de 1,25 mm et une surface utile de  $8 \times 4$  cm<sup>2</sup>. Ces plans de diffraction possèdent un angle d'asymétrie  $\chi$  de 2° avec la perpendiculaire à la surface, ce qui accroît sa réflectivité d'un facteur 20 et élargit sa courbe de diffraction d'un facteur 5, par rapport à un cristal symètrique de même nature [Beyer 00] : 65% des rayons X sont diffractés à d'environ 100 keV, et la largeur de la courbe de diffraction est de 50  $\mu$ rad pour une acceptance angulaire d'environ 10  $\mu$ rad (cf. Figure I-1.10).

Ce cristal est positionné sur un support qui permet de le courber avec un rayon de courbure de 2 m, par une pression mécanique appliquée sur des pièces métalliques qui enserrent ses extrémités. Cette pression est appliquée de façon homogène, pour chaque extrémité, grâce à un ensemble de vis. Ceci permet de minimiser et d'uniformiser la courbure anticlastique<sup>34</sup> du cristal, dont le rayon reste tout de même ici de l'ordre de 20 m (cf. Figure I-1.11).

Le support est, pour sa part, monté sur un pied de réglage micrométrique à six degrés de  $\overline{\omega}$  s'écrit alors [James 67, Rustichelli 75] :

$$\omega = \frac{\sin(\chi + \theta_B)}{\sqrt{\sin^2(\chi + \theta_B) + \frac{\sin(\chi + \theta_B)|\chi + \theta_B|}{\sin(2\theta_B)} \left(1 - \frac{\sin(\chi - \theta_B)}{\sin(\chi + \theta_B)}\right) \sqrt{1 - \sin^2(\chi + \theta_B)}}} \times \frac{2|\chi - \theta_B|}{\sin(2\theta_B)} \sqrt{\left|\frac{\sin(\chi - \theta_B)}{\sin(\chi + \theta_B)}\right|}$$
(I-1-12)

et on peut la relier à la largeur de la courbe de diffraction du cristal  $\omega'$  par la relation suivante :

$$\omega' = \omega \left| \frac{\sin(\chi + \theta_B)}{\sin(\chi - \theta_B)} \right|$$
(I-1-13)

Comme les angles  $\theta_B$  et  $\chi$  sont toujours possitifs, le rapport  $\sin(\chi + \theta_B) / \sin(\chi - \theta_B)$  est toujours supérieur à 1. L'utilisation de plans de diffraction assymètriques provoque donc toujours un élargissement de la courbe de diffraction et donc des raies diffractées par un tel cristal.

<sup>34</sup> Cet effet mécanique est ici inévitable puisque le cristal ne repose sur aucun support — nous travaillons en transmission. Il introduit un faible élargissement additionnel parasiste des raies X diffractées par le cristal.



Figure I-1.10: Estimation de la courbe de diffraction (variation de la réflectance du cristal en fonction de l'angle à une énergie donnée) pour le cristal Si(220) — asymétrie de 2° et un rayon de courbure de 2 m, à une énergie de ~100 keV. La largeur de cette courbe de réflexion est de l'ordre de 50 µrad. De plus, la courbe de diffraction d'un cristal de Ge(220) dans la même configuration est donnée en comparaison : les interférences, qui sont dues à un effet de diffraction dynamique, appelé pendellösung, montrent qu'un tel cristal est inutilisable à une énergie de ~100 keV.

liberté (trois de translation et trois de rotation) qui permet ainsi un positionnement très fin du cristal (cf. Figure I-1.12).

#### Résolution énergétique du spectromètre FOCAL

Le maximum de réflectivité du cristal est obtenu pour des angles d'incidences  $\theta_i$  proches de celui de Bragg  $\theta_B$ , qui est fixé, au premier ordre de diffraction, pour une longueur d'onde  $\lambda$  particulière par la relation de Bragg-Laue [Bragg 13] — cf. Annexe A :

$$\lambda = 2d\sin\theta_B \tag{I-1-14}$$

où d représente la distance entre deux plans réticulaires du cristal.



Figure I-1.11: Modélisation tridimensionnelle du profil du cristal courbe : on voit nettement la courbure anticlastique dont la direction est perpendiculaire et le sens opposé à la courbure principale du cristal.

Les propriétés de focalisation d'un cristal courbe peuvent être entièrement expliquées par une étude dans le plan de diffraction — celui contenant le cercle de Rowland. Il faut alors dénoter les directions d'émission des rayons X par deux angles ; l'un  $\varphi_X$  qui appartient au plan de diffraction et le second  $\psi_X$  à celui qui lui est perpendiculaire. On voit ainsi que le signe de l'angle d'incidence  $\theta_i$  sur les plans de Bragg dépend de  $\psi_X$ . Il est donc nécessaire d'utiliser des angles d'incidence orientés  $\hat{\theta}_i$  pour définir correctement sa projection dans le plan de diffraction<sup>35</sup> :

$$\sin \hat{\theta}_i = \frac{\sin \theta_i}{\cos \psi_X} \tag{I-1-15}$$

Puisque l'on travaille avec une source d'ions rapides, la longueur d'onde  $\lambda$  mesurée est reliée à la longueur d'onde des ions  $\lambda_{ion}$  dans leur référentiel de centre de masse grâce à une transformation de Lorentz :

$$\lambda = \gamma (1 - \beta \cos \alpha) \lambda_{ion} \tag{I-1-16}$$

 $<sup>^{35}</sup>$  Le terme  $\cos\psi_X$  est dû à la courbure des lignes spectrales.



Figure I-1.12: Support du cristal courbe Si(220) de FOCAL. On remarque notamment les différents systèmes micrométriques servant pour le positionnement du cristal.

où  $\alpha$  représente l'angle entre la direction d'émission des rayons X et le vecteur vitesse  $\vec{v}_{ion}$  du faisceau d'ions, défini par sa norme  $v_{ion}$  et les deux angles  $\varphi_{ion}$  et  $\psi_{ion}$ ; le premier appartenant au plan de diffraction et le second à son perpendiculaire (cf. Figure I-1.13).  $\beta$  et  $\gamma$  sont donnés par :

$$\beta = \frac{v_{ion}}{c} \quad \text{et} \quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{(1-\beta^2)}} \tag{I-1-17}$$

avec c la célérité de la lumière dans le vide.

L'angle  $\alpha$  peut alors être écrit à partir des angles définissant les directions des photons X incidents et du faisceau d'ions [Beyer 88] :

$$\cos \alpha = \cos \psi_{ion} \cos \psi_X \cos(\varphi_X - \varphi_{ion}) + \sin \psi_X \sin \psi_{ion}$$
(I-1-18)

En combinant les équations I-1-15, I-1-16 et I-1-18, on arrive à :

$$\sin \theta_B = \frac{\gamma \lambda_{ion}}{2d} [1 - \beta (\cos \psi_{ion} \cos \psi_X \cos(\varphi_X - \varphi_{ion}) + \sin \psi_X \sin \psi_{ion})] \sqrt{1 + \tan^2 \psi_X}$$
(I-1-19)

D'autre part, les positions  $z_d$  et  $x_d$  (sur le détecteur plat bidimentionnel) d'un photon X diffracté par le cristal, peuvent être extraites analytiquement par de simples considérations géomètriques [Beyer 97].  $z_d$  et  $x_d$  sont respectivement mesurés selon le plan de dispersion et perpendiculairement à celui-ci. On dénote, pour cela, un point de la source d'émission



Figure I-1.13: Géométrie de Laue en transmission.

des rayons X par S(x, y, z), où x, y et z représentent les coordonnées cartésiennes, avec z l'altitude, et x et y définissent le plan de dispersion (plan de diffraction). Et soit I(r, t, h) le point où est diffracté le photon X émis en S(x, y, z), tel que r, t et h représentent sa position

à l'intérieur du cristal courbe dont le rayon de courbure est noté R; r étant la coordonnée selon le plan radial, alors que t est mesuré tangentiellement et que h dénote l'écart vis à vis du plan médian horizontal (cf. Figure I-1.13). On obtient, après calculs, dans le plan de dispersion, pour un cristal possèdant une asymétrie  $\chi$ :

$$z_d = R \frac{\sin(\hat{\theta}_i + 2\chi + \tau)}{\cos(\hat{\theta}_i + 2\chi - \theta_d + \tau)} - (R+r) \frac{\sin(\hat{\theta}_i + 2\chi)}{\cos(\hat{\theta}_i + 2\chi - \theta_d + \tau)}$$
(I-1-20)  
-  $(R\cos\theta_d - d_{off}) \tan(\hat{\theta}_i + 2\chi - \theta_d + \tau)$ 

où  $d_{off}$  dénote l'écart entre la position du détecteur et le cercle de Rowland, l'angle  $\theta_d$  définit la position du détecteur par rapport au cristal, et la grandeur  $\tau$  représente le rapport t/R. La relation I-1-20 inclut aussi le cas particulier  $\hat{\theta}_i + 2\chi - \theta_d + \tau = 0$ . Et, dans le plan perpendiculaire, on trouve, de façon similaire, en se servant de I-1-20 :

$$x_{d} = [R\sin\theta_{d} - (R+r)\sin(\theta_{d} - \tau) - z_{d}]$$
(I-1-21)  

$$\times \frac{\tan\psi_{X}}{\sin(\hat{\theta}_{i} + 2\chi - \theta_{d} + \tau)} pour \,\hat{\theta}_{i} + 2\chi - \theta_{d} + \tau \neq 0$$
  

$$x_{d} = \left(R\cos\theta_{d} - d_{off} + R\frac{\sin\tau}{\sin\hat{\theta}_{i} + 2\chi}\right)$$
(I-1-22)  

$$\times \tan\psi_{X} + h pour \,\hat{\theta}_{i} + 2\chi - \theta_{d} + \tau = 0$$

Dans notre expérience, les angles de Bragg<sup>36</sup> sont très petits (hautes énergies). Les deux spots de la *double image* sont donc très proches l'un de l'autre, et un seul détecteur, dont le centre est placé en  $\theta_d = 0$ , peut suffire pour les enregistrer simultanément. L'erreur de focalisation induite par l'écart au cercle de Rowland est en général très faible dans ce cas. On peut donc récrire l'équation I-1-20 de la façon suivante :

$$z_{d} = -\left[ (R+r) \frac{\sin(\hat{\theta}_{i} + 2\chi)}{\sin(\hat{\theta}_{i} + 2\chi + \tau)} - d_{off} \right] \tan(\hat{\theta}_{i} + 2\chi + \tau)$$
(I-1-23)

La source (interaction entre le faisceau d'ion et le jet gazeux) peut être également placée sur le plan médian, c'est-à-dire dans le plan contenant le centre du détecteur, ce qui simplifie

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Pour des énergies allant de 50 à 100 keV (longueurs d'onde de 25 à 12 ppm), les angles de Bragg sont inférieurs à 4° pour un cristal de Si(220).

grandement la géomètrie de notre spectromètre. Dans ce cas, on peut relier facilement  $\hat{\theta}_i$  et  $\tau$  à  $\varphi_X$ :

$$\sin \varphi_X = \frac{R}{R+s} \sin(\hat{\theta}_i + \chi) \quad \text{et} \quad \tau = \hat{\theta}_i - \varphi_X - \chi \tag{I-1-24}$$

où s représente la distance source-cristal (sur le plan médian). L'équation I-1-23 devient :

$$z_d = -\left[ (R+r) \frac{\sin(\hat{\theta}_i + 2\chi)}{\sin(2\hat{\theta}_i - \varphi_X + \chi)} - d_{off} \right] \tan(2\hat{\theta}_i - \varphi_X + \chi) \quad (I-1-25)$$

De plus, comme l'on étudie de petits angles de Bragg, on peut écrire la relation I-1-25 sous une forme analytique très simple dans l'approximation aux petits angles ( $\hat{\theta}_i$  petits) :

$$z_d \simeq -\left[R\frac{(R+s)}{(R+2s)} - d_{off}\right] \tan\left(\frac{(R+2s)}{(R+s)}\hat{\theta}_i\right)$$
(I-1-26)

puisque le point polychromatique f est déterminé par :

$$f = (R+r)\frac{\sin(\hat{\theta}_i + 2\chi)}{\sin(2\hat{\theta}_i - \varphi_X + \chi)}$$
(I-1-27)

ce qui donne dans l'approximation aux petits angles :

$$f \simeq (R+r)\frac{(R+s)}{(R+2s)} \simeq R\frac{(R+s)}{(R+2s)}$$
 (I-1-28)

De manière similaire, on peut extraire une formulation analytique simple de la relation de dispersion linéaire. L'équation I-1-19 permet d'obtenir la dispersion angulaire de notre spectromètre à cristal :

$$\Delta \theta_B = \frac{\gamma}{2d\cos\hat{\theta}_B} \Delta \lambda_{ion}$$

$$\times \left[ \sqrt{1 + \tan^2 \psi_X} - \beta (\cos(\varphi_X - \varphi_{ion})\cos\psi_{ion} + \tan\psi_X \sin\psi_{ion}) \right]$$
(I-1-29)

Dans le plan de dispersion et sous la condition de diffraction de Bragg-Laue, en utilisant l'équation I-1-23, l'inverse de la relation de dispersion linéaire peut s'écrire alors sous la forme :

$$\left(\frac{\Delta\lambda_{ion}}{\Delta z_d}\right)_{\psi_X=0,\theta_d=0}^{\hat{\theta}_i=\hat{\theta}_B} = \frac{2d\cos\hat{\theta}_B}{\gamma}$$
(I-1-30)  
 
$$\times \frac{(R-d_{off})}{[1-\beta\cos(\varphi_X-\varphi_{ion})\cos\psi_{ion}][(R-d_{off})^2+z_{lat}^2]}$$

où on a introduit un déplacement latéral du détecteur  $z_{lat}$  dans la direction positive de  $z_d$ .

Cette relation se simplifie dans l'approximation des petits angles de la façon suivante :

$$\left(\frac{\Delta\lambda_{ion}}{\Delta z_d}\right)_{\psi_X=0,\theta_d=0}^{\hat{\theta}_i=\hat{\theta}_B\to0} = \frac{2d\cos\hat{\theta}_B}{\gamma}$$
(I-1-31)  
$$\times \frac{\cos^2\left(\frac{R+2s}{R+s}\hat{\theta}_B\right)}{\left[1-\beta\cos(\varphi_X-\varphi_{ion})\cos\psi_{ion}\right]\left[R-\frac{R+2s}{R+s}d_{off}\right]}$$

Toutefois, les relations analytiques I-1-26 et I-1-31 permettent seulement de calculer rapidement et grossièrement la position des photons X diffractés, ainsi que la résolution énergétique de notre spectromètre. Pour obtenir des estimations plus précises, il est nécessaire d'utiliser un programme de *Tracés de Rayons (Ray Tracing)*.

Nous utilisons le programme *MacRay*, développé par H. F. Beyer. Il simule les sources de photons X grâce à une méthode Monte-Carlo, et il permet de calculer la position, sur un détecteur bidimentionnel, de raies X diffractées par un cristal courbe, ainsi que d'estimer leur largeur<sup>37</sup> [Beyer 97].

Pour valider la géomètrie de notre spectromètre et ainsi vérifier les prédictions de ce programme, nous avons effectué des tests à l'aide d'une source radioactive (stationnaire) de Ytterbium (<sup>169</sup>Yb) [Beyer 00]. Nous avons mesuré les raies <sup>168</sup>Tm-K $\alpha$  émis par cette source<sup>38</sup> grâce au spectromètre *FOCAL*, où nous scannions son plan focal avec un détecteur (Ge) standard collimaté par une fente de 350  $\mu$ m (cf. Figure I-1.14).

Ces tests ont montré un parfait accord entre les mesures et les estimations numériques du programme *MacRay* (cf. Tableau I-1.4), et nous ont permis de mesurer la résolution énergétique intrinsèque du cristal qui est d'environ 40 eV pour des raies X de 50 keV.

#### Caractéristiques techniques du spectromètre FOCAL

Le spectromètre possède une ossature tubulaire sur laquelle on installe un lourd<sup>39</sup> blindage, que j'ai concu, et qui permet de le protéger du bruit de fond parasite produit par l'accélérateur, lorsqu'il est installé sur l'*ESR*, mais également de contenir le rayonnement émis

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Donc la résolution énergétique du spectromètre.

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Le thulium (<sup>168</sup>Tm) est issu de la désintégration de l'ytterbium (<sup>169</sup>Yb).

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Le blindage est constitué de plaque de plomb de 1,5 cm d'épaisseur, et pèse dans sa totalité environ 1 tonne.



Figure I-1.14: Raies X <sup>168</sup>Tm-Kα mesurées par FOCAL couplé à un détecteur (Ge) collimaté. L'utilisation de FOCAL permet de résoudre parfaitement le spectre Kα (les raies Kα<sub>1</sub> et Kα<sub>2</sub> sont séparées énergétiquement par environ 969 eV). De plus, on peut ainsi déterminer sa résolution énergétique, qui est de l'ordre de 60 eV pour des raies X possèdant une énergie d'environ 50 keV.

naoreau i ini canaciensiques au spectrometre i o crizi			
50 keV (Tm-K $\alpha$ )			
Si(220) : 40×80×1,25 mm	3		
2°			
2m			
estimée (MacRay)	mesurée		
30 eV (largeur naturelle)			
41 eV (cristal)			
38 eV (fente collimatrice)			
63 eV (total)	60 eV		
2,492 mm	2,497 mm		
	50 keV (Tm-K $\alpha$ ) Si(220) : 40×80×1,25 mm 2° 2m estimée ( <i>MacRay</i> ) 30 eV (largeur naturelle) 41 eV (cristal) 38 eV (fente collimatrice) 63 eV (total) 2,492 mm		

Tableau I-1.4: Caractéristiques du spectromètre FOCAL.

par la source radioactive d'ytterbium (<sup>169</sup>Yb), lors des différents tests effectués hors-lignes (cf. Figure I-1.15).

A l'intérieur de cette ossature, on peut installer le support du cristal, le détecteur sensible en position, ainsi qu'une fente collimatrice<sup>40</sup> (cf. Figure I-1.16), qui est positionnée, avec une précision de l'ordre du dixième de mm, grâce à un banc de translation motorisé (moteur pas à pas), au niveau du point focal polychromatique pour supprimer tous les événements parasites (bruit de fond) — essentiellement des rayons X n'ayant pas été diffractés par le cristal.

## I-1.5.2 Détecteur germanium (Ge) à microstrip

Pour pouvoir déterminer, avec une grande précision, la position — donc l'énergie grâce à la loi de Bragg-Laue — des rayons X diffractés par le cristal courbe, nous avons besoin d'un détecteur sensible en position, travaillant dans une gamme de 50 à 100 keV, avec une résolution spatiale inférieure au millimètre. De plus, ce détecteur doit posséder :

 une très bonne résolution temporelle puisqu'il doit pouvoir extraire la faible partie du signal, due aux rayons X détectés en coïncidence avec la création d'ions hydrogénoïdes dans *ESR*, de l'important bruit de fond de l'accélérateur,

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Cette fente collimatrice est formée par deux plaques de 5 mm d'épaisseur de *Densimet*, qui est un alliage constitué à 98 % de tungstène (<sup>184</sup>W) et très facile à usiner. Avec une telle épaisseur, toute radiation, inférieure à 100 keV, est totalement absorbée.



Figure I-1.15: Vue du blindage du spectromètre FOCAL, lors de son installation au niveau du jet gazeux de l'ESR.

- une surface de détection assez importante pour pouvoir enregistrer simultanément la *double image* produite par le spectromètre *FOCAL*; c'est-à-dire que la hauteur de cette surface doit être de l'ordre de quelques dizaines de millimètres puisque pour, des énergies de l'ordre de 100 keV, les angles de diffraction sont très petits,
- et obligatoirement une structure bidimensionnelle pour pouvoir étudier, sur les spectres X, les corrections dues à l'effet Doppler [Beyer 91].

C'est pour cette raison que notre collaboration fait développer, par l'*Institut für Kernphy*sik du *Forschungszentrum Jülich* (Allemagne), un prototype de détecteur germanium<sup>41</sup> (Ge) à *microstrip* [Protic 00] monodimensionnel.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Le germanium (<sup>73</sup>Ge) est sûrement le semi-conducteur le mieux adapté pour la fabrication de détecteur de rayons X dans la région énergétique au dessus de 15 keV.



Figure I-1.16: Vue de la fente collimatrice et schéma technique d'une partie du spectromètre (le banc de translation de la fente est représenté ainsi que celui utilisé lors des tests pour scanner le plan focal). Sur le support de la fente collimatrice sont placés des réglages micrométriques pour permettre l'alignement des deux plaques de Densimet, qui forment cette fente. Un palpeur Heidenhaim permet de mesurer la largeur de la fente au micron. De plus, on voit sur le schéma de droite que l'on peut placer un banc de translation vertical, sur lequel on adapte une seconde fente collimatrice, pour scanner le plan focal du spectromètre, lors des tests hors ligne.

Les structures bidimensionelles étant très complexes à réaliser, il a été nécessaire de valider dans un premier temps, le concept de fonctionnement sur un modèle à une dimension, avant d'envisager la construction d'un détecteur sensible en position à deux dimensions.

Je vais maintenant détailler les différentes caractéristiques de ce prototype monodimensionnel.

#### Caractéristiques techniques du détecteur

Le détecteur germanium (Ge) à *microstrip* est basé sur une diode germanium (<sup>73</sup>Ge), de type *métal/semi-conducteur/oxyde*, de 4,1 mm d'épaisseur, et possédant des zones avant et arrière de contact produites respectivement par implantation de bore (<sup>11</sup>B) et par diffusion de Lithium (<sup>7</sup>Li).

Une structure en *bandes*<sup>42</sup> le transforme en un détecteur sensible en position. Il est en fait composé de 200 bandes, superposées verticalement, de 200  $\mu$ m de large sur 23,4 mm de long, qui sont séparées par des sillons de 35  $\mu$ m de large formés par attaque chimique de la zone de contact avant.

L'aire de la zone de détection est donc de  $1100 \text{ mm}^2 - 47 \text{ mm} \times 23,4 \text{ mm}$ .

La température de travail de cette diode germanium (<sup>73</sup>Ge) est celle de l'azote liquide pour limiter le bruit thermique ( $N_T$ ), qui suit une loi de Boltzmann<sup>43</sup>. Comme cette diode est polarisée en inverse sous haute tension, un courant thermique trop important la détruirait.

Elle est donc placée dans un cryostat alimenté par un dewar rempli d'azote liquide<sup>44</sup> et où il règne un vide de  $5 \times 10^{-7}$  mbar.

De plus, chaque *bande* est connectée à un pré-amplificateur<sup>45</sup> de charges, à faible dissipation (50  $\mu$ W), possédant une constante de temps de 3  $\mu$ s, et qui est placé en dehors du cryostat. Les différents câblages sont recouverts de feuilles de *Kapton*<sup>46</sup> et les connections sont aluminisées (cf Figure I-1.17). Ces feuilles de *Kapton* sont également enserrées, à leurs extrémités, par deux joints *Viton* pour conserver le vide à l'intérieur du cryostat.

#### Forme du signal

Les signaux de sortie des pré-amplificateurs, sont enregistrés par des modules *4K CA-MACADC*, et les signaux en temps, provenant des filtres temporels de ces pré-amplificateurs, sont mesurés en utilisant des discriminateurs à seuil connectés à ces modules *CAMAC*.

De plus, l'enregistrement d'un événement — temps et énergie — peut être déclenché par un signal provenant de n'importe quelle *bande* au dessus d'un seuil de 5 keV. La reconstruction des événements mono-photoniques subissant une diffraction Compton ou une diffusion de charge à l'intérieur d'une ou plusieurs *bandes* est obtenue par une étude en coïncidence de l'ensemble des photons X détectés.

On peut ainsi soit obtenir le spectre X global en additionnant, événement par événement, ces différents spectres coïncidents, soit déterminer la position (le numéro de la *bande* tou-

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> strip en anglais.

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup>  $N_T \propto \exp\left(\frac{-\alpha}{k_B T}\right)$ , où  $\alpha$  est une constante positive,  $k_B$  la constante de Boltzmann et T la température absolue du semi-conducteur

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> La consommation d'azote liquide est d'environ 3 l/jour.

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Un CSPA 02.04 commercialisé par KFKI (Budapest, Hongrie).

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Le *Kapton* est un polyimide ( $C_{22}H_{10}N_2O_5$ ).



Figure I-1.17: Vue et schémas techniques du détecteur germanium (Ge) à microstrip. La photographie montre le détecteur sans le capot du cryostat ni le couvercle renfermant l'électronique de pré-amplification, dont l'armature octogonale mesure 39 cm de diamètre pour une profondeur de 12 cm. On peut également voir 100 des 200 pré-amplificateurs se trouvant à l'extérieur du cryostat ainsi que le câblage recouvert d'une feuille de Kapton. Aucune ventilation est nécessaire pour l'électronique puisque la dissipation thermale totale des pré-amplificateurs n'excède pas 10 W.

chée) de chaque photon X sur le détecteur. Le premier mode est utilisé lorsque le détecteur est utilisé seul et le second lorsqu'on le couple au spectromètre *FOCAL*.

Des tests, réalisés avec une source radioactive d'américium<sup>47</sup> (<sup>241</sup>Am) ont ainsi montré que les résolutions en énergie et temporelle, de ce détecteur sont respectivement de 1,8 keV, de 70 ns, pour une énergie de 60 keV.

De plus, si on collimate la source radioactive et qu'on enregistre les spectres pour différentes positions de celle-ci, on trouve que la résolution en position du détecteur est d'environ  $200 \ \mu m$ .

Nous vérifions donc que ce détecteur possède, comme nous le désirions, une résolution

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> L'américium (<sup>241</sup>Am) émet des gammas d'environ 60 keV.

 Tableau I-1.5: Ensemble des caractéristiques du détecteur germanium (Ge) à microstrip.

 Dimension d'une hande
 200 um x 22 4 mm

Dimension d'une bande	$200 \ \mu\text{m} \times 23,4 \ \text{mm}$	
Dimension du détecteur	200 <i>bandes</i> séparées par des sillions de 35 $\mu$ m, soit 47 × 23,4 mm <sup>2</sup>	
Température de travail	azote liquide	
Vide	$5 \times 10^{-7}$ mbar	
Efficacité quantique	équivalente à celle d'une diode Ge standard de 5 mm d'épaisseur	
Résolution	$ \left\{\begin{array}{ccc} 1,8 \text{ keV} & (\text{énergie}) \\ 70 \text{ ns} & (\text{temps}) \\ \sim 200 \ \mu\text{m} & (\text{position}) \end{array}\right\} \grave{a} 60 \text{ keV} $	

spatiale sub-millimètrique pour obtenir des mesures très précises avec *FOCAL*, et une réponse temporelle très courte pour permettre les mesures de spectres X en coïncidence avec la détection d'ions hydrogénoïdes sur *ESR*.

Le Tableau I-1.5 résume l'ensemble des caractéristiques du détecteur germanium (Ge) *microstrip*.

# I-1.6 Résultats des tests préliminaires

Deux séries de tests préliminaires ont été réalisées, pour, respectivement :

- 1. valider le concept du spectromètre *FOCAL* lorsqu'il mesure des rayons X émis par des ions lourds rapides,
- 2. et vérifier le fonctionnement du détecteur germanium (Ge) à *microstrip* quand il est couplé à *FOCAL*.

En avril 1999, le spectromètre *FOCAL* a été monté, durant deux semaines, sur l'*ESR* au niveau du jet gazeux, dans le but de mesurer les transitions X Ly- $\alpha$  du plomb hydrogénoïde (<sup>207</sup>Pb<sup>81+</sup>).

A l'époque, le développement du détecteur germanium (Ge) *microstrip* n'était pas encore commencé. Nous avons utilisé un détecteur gazeux<sup>48</sup> à temps-de-vol [Czanta 99, Czanta 00], comme détecteur sensible en position.

Or, ce détecteur (et l'électronique très complexe qu'il nécessitait) n'avait pas une constante de temps suffisamment courte pour permettre une discrimination entre les raies X émises en coïncidence avec la détection d'ions hydrogénoïdes et des événements quelconques produits par l'accélérateur : le faible signal dû aux transitions X des ions hydrogénoïdes était en fait noyé dans l'important bruit de fond de l'accélérateur sans aucun moyen de l'extraire par une analyse ultérieure.



Figure I-1.18: Spectre des raies X Kα de <sup>169</sup>Yb et de <sup>168</sup>Tm mesurées avec le détecteur germanium (Ge) microstrip couplé à FOCAL. Le spectre obtenu avec un germanium (Ge) standard est donné en comparaison.

Nous nous sommes alors résignés à scanner le plan focal du spectromètre, grâce à un détecteur germanium (Ge) standard collimaté par une fente, de façon similaire à ce qui avait

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> du XeCH<sub>4</sub> sous 40 bars.

été fait pour vérifier sa résolution en énergie (cf. section I-1.5.1).

Dans de telles conditions, il était donc impossible d'obtenir un spectre avec une statistique suffisante sur une période de mesure aussi courte — < 2 semaines — avec un taux de comptage escompté de l'ordre d'une centaine d'événements par semaine.

Néanmoins, nous avons pu valider le concept du spectromètre *FOCAL* puisque nous avons tout de même pu réaliser, un spectre basse statistique des transitions X Lyman  $\alpha$  émises par des ions rapides de plomb hydrogénoïde (Pb<sup>81+</sup>), **pour la toute première fois grâce à un spectromètre à diffraction** [Manil 99-1, Manil 99-2].

D'aute part, en septembre 2000, des tests hors ligne, utilisant une source radioactive d'ytterbium (<sup>169</sup>Yb) de forte activité, ont permis d'utiliser le détecteur<sup>49</sup> germanium (Ge) à *microstrip*, couplé avec le spectromètre *FOCAL*, afin de déterminer la résolution énergétique totale du système en mesurant les doublets K $\alpha$  de l'ytterbium (<sup>169</sup>Yb) et du thulium (<sup>168</sup>Tm), qui sont respectivement et approximativement séparés de 970 eV et 1030 eV.

Une résolution énergétique de 99 eV pour la raie X  $^{168}$ Tm-K $\alpha_1$ , correspondant à une largeur de raie de 250  $\mu$ m, a été mesurée ; ce qui est totalement consistant<sup>50</sup> avec le fait que la largeur d'une *bande* (plus deux moitiés de sillons de séparation) est de 235  $\mu$ m (cf. section I-1.5.2).

Ceci permet alors de résoudre parfaitement le spectre X K $\alpha$  de l'ytterbium (<sup>169</sup>Yb) et du thulium (<sup>168</sup>Tm), ce qui est rigoureusement impossible avec un détecteur germanium (Ge) standard (cf Figure I-1.18).

Nous avons ainsi vérifié que le détecteur germanium (Ge) *microstrip* couplé au spectromètre *FOCAL* permettait d'accroître la précision sur les mesures de rayons X de l'ordre de 60 keV, puisque **la résolution de ce système est 4 fois meilleure que celle d'un détecteur germanium (Ge) standard**<sup>51</sup> **utilisé seul** (cf Figure I-1.19).

## I-1.7 Discussion et perspectives

Même si ces premiers tests systèmatiques sont très encourageants, il est encore indispensable d'apporter des améliorations au dispositif expérimental. En particulier, le test, effectué sur l'*ESR*, a fait apparaître la nécéssité d'accroître l'efficacité du processus de diffraction

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> Il est ici utilisé en mode de comptage *bande* par *bande* (cf. section I-1.5.2).

 $<sup>^{50}</sup>$  On se rappellera aussi que la largeur naturelle de cette raie est de 30 eV et que la largeur de la courbe de diffraction est de 40 eV (cf. section I-1.5.1 et Figure I-1.10).

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Le détecteur germanium (Ge) que nous utilisons possède une résolution en énergie de  $\sim 450 \text{ eV} @ 60 \text{ keV}$ , avec une efficacité équivalente à celle du détecteur germanium (Ge) *microstrip*.



Figure I-1.19: La résolution énergétique obtenue par le couple [FOCAL + Germanium (Ge) microstrip] est 4 fois meilleure que celle d'un détecteur germanium (Ge) standard. De plus, elle est comparable à celle obtenue avec FOCAL en scannant son plan focal (cf. section I-1.5.1) tout en ayant l'avantage de pouvoir construire le spectre en position directement.

pour permettre d'obtenir une meilleure statistique sur les mesures.

L'utilisation d'un cristal plus long permet d'augmenter le nombre de photons X diffractés, puisque l'angle solide sous lequel il *voit* la source d'émission est plus important. Nous avons alors choisi de travailler avec un cristal Si(220) environ deux fois plus long :  $40 \times 140 \times 1,5 \text{ mm}^3$ .

Pour caractériser ce nouveau cristal<sup>52</sup>, nous avons effectué des tests optiques pour vérifier son état de surface<sup>53</sup> ainsi qu'une série de tests<sup>54</sup> sur le synchrotron de l'*European Synchrotron Radiation Facility (ESRF)* en novembre 2000 [Beyer 00].

Ces derniers ont mis en évidence un problème avec notre courbeur mécanique. Pour un cristal si long, la pression exercée par le système de vissage sur les deux extrémités du cristral devient trop peu sensible pour ajuster finement le rayon de courbure et ne permet pas une homogénéisation suffisante pour miniser la courbure anticlastique.

Nous avons alors élaboré un nouveau courbeur (cf. Figure I-1.20). Dans celui-ci, l'extrémité inférieure du cristal est collée à l'intérieur d'une pièce métalique en *forme de U*. On utilise une colle *époxy* liquide à prise lente, afin de pouvoir ajuster convenablement le parallélisme du cristal vis à vis de son support. Sur la seconde extrémité, on excerce un moment de torsion par une barre dont la position est déterminée grâce à un système de vis micrométriques, à trois degrés de liberté.

De nouveaux tests conduits sur la ligne *BM5* de *ESRF*, en août 2001, ont validé ce concept et ont montré que ce système de torsion permettait de minimiser la courbure anticlastique de façon quasi-optimale<sup>55</sup>.

D'autre part, comme nous l'avons déjà rappelé, un détecteur bidimensionnel est également nécessaire pour corriger les effets Doppler sur les raies X mesurées. Ce détecteur qui sera un modèle bidimensionnel du détecteur (Ge) *microstrip* est actuellement en cours de

<sup>55</sup> J'ai trouvé, lors d'une analyse préliminaire, un rayon anticlastique de l'ordre de 5 m pour un rayon de courbure de 2,034 m.

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> fabriqué à l'ESRF.

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> Ces tests ont montré de faibles défauts (rayures de quelques dixaines de nanomètres de profondeur), causés par le polissage mécanique, qui ne peuvent introduire aucun effet parasite dans des mesures à hautes énergies (50 à 100 keV).

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> Nous avons travaillé sur la ligne optique *BM5* de *ESRF*. Le faisceau blanc produit par le synchrotron est collimaté par deux séries de fentes secondaires, dont les largeurs sont de 0,5 mm. Ce faisceau collimaté est diffracté par un premier cristal plan de silicium Si(220), identique au cristal courbe et possédant la même asymétrie ( $\chi = 2^{\circ}$ ). Il sert de monochromateur et sélectionne une énergie d'environ 61 keV, correspondant à un angle de Bragg de 3,034°. Le cristal courbe, qui se trouve en aval du cristal plan, est positionné grâce à un scintillateur. On étudie ensuite les réflexions dispersives (+1, +1) et non-dispersives (+1, -1) par rotation du cristal courbe par rapport au premier cristal. Cette opération est reproduite en différents endroits de la surface du cristal courbe ; on le déplace par pas de 2mm verticalement et horizontalement. Ceci permet de scanner l'ensemble de la surface du cristal courbe, et de déterminer ses rayons de courbure et anticlastique grâce à un mesure de la variation de la position angulaire des réflexions.



Figure I-1.20: Nouveau courbeur utilisé pour le cristal du spectromètre FOCAL. Un palpeur Heindenhaim permet de détecter toutes dérives provenant d'un problème mécanique dans le système de torsion.

réalisation et devrait être opérationnel pour le début de l'année 2002.

Grâce à ces deux nouvelles conposantes, nous pouvons espérer démarrer une nouvelle campagne de mesures sur l'*ESR* dans le courant de l'année 2002, et dans un avenir plus ou moins proche, développer un système composé de deux séries de 3 cristaux courbes<sup>56</sup> (couplé chacun avec un détecteur sensible en position 2D), placé de part et d'autre du jet gazeux de l'*ESR* (cf. Figure I-1.21), pour obtenir des mesures à hautes statistiques, afin d'améliorer davantage la mesure du déplacement de Lamb et tenter d'atteindre une précision inférieure à 1 eV.

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> Acrroître davantage la taille des cristaux nécessiterait de très larges détecteurs sensibles en position, qui ne sont pas technologiquement envisageable dans un avenir proche.



Figure I-1.21: Schéma de principe du projet de spectromètre à multi-cristaux.

# Chapitre I-2

# Mesure de la masse du pion chargé $(m_{\pi^{-}})$ par spectroscopie X de précision sur l'azote pionique $(\pi^{-14}N)$

## I-2.1 Motivations : tests du Modèle Standard

La voie de désintégration la plus probable d'un pion chargé  $(\pi^+)$  produit un muon  $(\mu^+)$  et un neutrino muonique  $(\nu_{\mu})$ :

$$\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu \tag{I-2-1}$$

Si l'on tient compte du théorème CPT, les lois de conservations de la masse et de la quantité de mouvement donnent pour cette relation de désintégration lorsque le pion est au repos :

$$m_{\nu_{\mu}}^{2} = m_{\pi^{-}}^{2} + m_{\mu^{-}}^{2} - 2m_{\pi^{-}}\sqrt{m_{\mu^{-}}^{2} + p_{\mu^{+}}^{2}}$$
(I-2-2)

où  $p_{\mu^+}$  est la quantité de mouvement du muon créé.

La masse du muon  $(m_{\mu^-})$  étant connue avec une très grande précision [Melnikov 01, Assamagnan 94]  $(0,05 \text{ ppm})^{57}$ , la détermination de la borne supérieure de la masse du neutrino muonique  $(m_{\nu_{\mu}})$  est seulement liée à l'incertitude sur la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$ .

La connaisance précise de la masse du neutrino muonique  $(m_{\nu_{\mu}})$  est primordiale en cosmologie, puisqu'on peut alors discuter de la stabilité des neutrinos muoniques  $(\nu_{\mu})$  et ainsi de tester les extentions du Modèle Standard. Effectivement, si l'on tient compte des considérations théoriques liées à l'élaboration des modèles cosmologiques [Harari 87, Glashow 87]

<sup>&</sup>lt;sup>57</sup> ppm signifie ici et dans l'ensemble de ce manuscrit *partie par million*, c'est-à-dire une incertitude relative de  $10^{-6}$  sur la mesure.


Figure I-2.1: Schéma des transitions X dans  $\pi^{-14}N$  et  $\mu^{-16}O$ , qui sont les deux principaux systèmes exotiques qui entrent en jeu dans notre expérience de mesure de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  — cf. section I-2.5.

et du taux de conservation muonium-antimuonium<sup>58</sup> ( $M\overline{M}$ ) [Abela 96] :

- − soit  $m_{\nu_{\mu}} \leq 65 \text{ keV/c}^2$ , et les neutrinos muoniques ( $\nu_{\mu}$ ) sont stables et peuvent ainsi contribués à la *masse manquante* de l'univers,
- soit  $m_{\nu_{\mu}} > 70 \text{ keV/c}^2$ , et les neutrinos muoniques ( $\nu_{\mu}$ ) sont instables.

Il est nécessaire, dans ce cas, de connaître la masse du neutrino muonique  $(m_{\nu_{\mu}})$  avec une

Le taux  $(M\overline{M})$  est calculé à partir du rapport  $\frac{G_{M\overline{M}}}{G_F}$  ( $G_F$  représente la jauge de Fermi) qui est connu à mieux que  $3 \times 10^{-3}$  [Willmann 99].

<sup>&</sup>lt;sup>58</sup> Le muonium M (respectivement l'antimuonium  $\overline{M}$ ) est un système composé d'un muon et d'un électron (respectivement d'un antimuon et d'un positron).

incertitude<sup>59</sup> de l'ordre de 70 keV/c<sup>2</sup>. Ceci implique une mesure de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  avec une précision de l'ordre du ppm. Or, le pion chargé  $(\pi^-)$  étant une particule de courte durée de vie  $(\tau_{\pi^-} \approx 2, 6 \times 10^{-8} \text{ s})$ , les techniques de spectroscopie de masse ne sont pas applicables. L'approche expérimentale pour mesurer la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  est donc basée sur la mesure de l'énergie des transitions radiatives dans les atomes pioniques (cf. Figure I-2.1).

## I-2.2 Calcul des énergies de liaison dans un atome pionique

Les deux seules différences entre un atome hydrogénoïde électronique léger et un atome hydrogénoïde pionique léger viennent du fait que :

- Le pion chargé  $(\pi^-)$  est un boson, c'est-à-dire une particule de spin nul<sup>60</sup>. Il est donc nécessaire d'utiliser l'équation de Klein-Gordon pour décrire le système.
- Et qu'il est largement plus lourd que l'électron (~ 274 fois). Les maxima de ses fonctions d'onde sont donc plus proches du noyau. La polarisation du vide (VP) devient alors prédominante dans les corrections radiatives à l'énergie, contrairement au cas hydrogénoïde électronique, où elle ne représente que 0,2% du déplacement de Lamb dans l'hydrogène (<sup>1</sup>H) et 20% dans l'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>92+</sup>) cf. section I-1.3.

La méthode d'estimation des énergies de liaison doit donc être rediscutée. Comme dans le chapitre I-1, cette discussion sera très superficielle et n'a pour objectif que d'améliorer l'intelligibilité du propos pour le lecteur.

#### I-2.2.1 Equation de Klein-Gordon

Pour un potentiel coulombien et en utilisant le couplage minimum, l'équation de Klein-Gordon s'écrit :

$$m^2 c^2 \psi(x) = \left(\frac{1}{c^2} \left(i\hbar\partial_t - eV_N(r)\right)^2 + \hbar^2 \vec{\nabla}^2\right) \psi(x) \tag{I-2-3}$$

où

$$\psi(x) = \exp(-iE_{nl}t/\hbar) \ \psi(\vec{r}) \tag{I-2-4}$$

<sup>&</sup>lt;sup>59</sup> Actuellement, la borne supérieure de l'erreur sur la masse du neutrino muonique  $(m_{\nu_{\mu}})$  est de 165 keV/c<sup>2</sup> [Assamagnan 94].

<sup>&</sup>lt;sup>60</sup> Par conséquent, les atomes pioniques ne possèdent pas de structure fine ou hyperfine.

tel que *m* représente la masse réduite du système,  $V_N(r)$  le potentiel nucléaire (ici purement coulombien) et  $E_{nl}$  l'énergie du niveau *n* de moment angulaire *l*.

Après calcul, l'énergie  $E_{nl}$  est donnée par la formule suivante :

$$E_{nl} = \pm \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{(\alpha Z)^2}{(n+l'-l)^2}}}$$
(I-2-5)

où  $l' = -1/2 \pm \sqrt{(l+1/2)^2 - (\alpha Z)^2}.$ 

Par un développement limité de  $E_{nl}$  pour  $(\alpha Z) \rightarrow 0$ , on obtient l'énergie de liaison (après soustraction de l'énergie de masse) :

$$E_{nl} = -\frac{mc^2(\alpha Z)^2}{2n^2} + \frac{mc^2\left(\frac{3}{2n^4} - \frac{2}{(1/2+l)n^3}\right)(\alpha Z)^4}{4} + \dots$$
(I-2-6)

Dans le cas d'un atome hydrogénoïde bosonique (atome pionique), cette énergie représente l'approximation au premier ordre des énergies des états liés.

#### I-2.2.2 Polarisation du vide (PV)

Comme nous venons de le rappeler (cf. section I-2.2), dans un atome pionique, le rayon moyen des orbitales est plus petit et peut être du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de Compton de l'électron. Le potentiel de Uelhing (cf. section I-1.2.2) devient alors trop important pour être estimé par une méthode pertubative. Il est alors nécessaire de calculer autrement la polarisation du vide (PV) [Boucard 98].



Figure I-2.2: Contributions d'ordres supérieurs en boucle de la polarisation du vide (PV)

Il suffit d'introduire le potentiel d'Uehling dans un calcul numérique à tous les ordres [Boucard 00]. Pour une distribution de charge sphérique, si l'on suit le formalisme de Klarsfeld [Klarsfeld 77], l'intégration angulaire permet d'obtenir l'expression :

$$V_{11}(r) = -\frac{2\alpha Z\alpha}{3} \frac{1}{r} \int_0^\infty r' \rho(r') \left[ \chi_2(2 \mid r - r' \mid) - \chi_2(2 \mid r + r' \mid) \right] dr'$$
(I-2-7)

où  $\rho(r) = \rho_N/Z$ , la distribution de la densité de charge, est normalisée par :

$$4\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 dr = 1.$$
 (I-2-8)

et où  $\chi_2$  appartient à une famille de fonctions données par :

$$\chi_n(x) = \int_1^\infty e^{-xt} t^{-n} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{2t^3}\right) \sqrt{t^2 - 1} \, dt.$$
 (I-2-9)

Cette technique de calcul permet d'inclure tous les diagrammes y compris ceux d'ordres supérieurs du type boucles multiples sur la fonction d'onde (cf. Figure I-2.2).



Figure I-2.3: Partie de Källen et Sabry de la polarisation du vide (PV). Cette correction est en  $\alpha^2$ .

Il faut également prendre en compte les corrections de polarisation du vide au second ordre en  $\alpha$  (PVPV); en particulier, la partie de Källen-Sabry (cf. Figure I-2.3) qui a un effet du même ordre de grandeur que la correction précédente.

# I-2.3 Etat des connaissances dans l'azote pionique $(\pi^{-14}N)$ et l'oxygène muonique $(\mu^{-16}O)$

Les énergies de liaison dans les atomes pioniques sont donc données par l'équation de Klein-Gordon corrigée par les effets de QED (où la polarisation du vide (VP) domine) auxquels on ajoute le recul relativiste (la masse du noyau doit être finie). De plus, pour les niveaux excités de moment orbital l élevé<sup>61</sup>, les effets de taille finie et de polarisation nucléaire peuvent être négligés, et les effets de chromodynamique quantique (QCD) n'ont aucune influence.

Dans le Tableau I-2.1 sont résumées les propriétés de la raie pionique  $\pi^{-14}N(5g \rightarrow 4f)$ , ainsi que celles de la raie muonique<sup>62</sup>  $\mu^{-16}O(5g_{\frac{9}{2}} \rightarrow 4f_{\frac{7}{2}})$ . Ces raies exotiques sont mesurées dans l'expérience de détermination de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  décrite dans la section I-2.5. Ces transitions sont dans le domaine des X ayant une énergie de quelques keV.

Tableau I-2.1: Propriétés des transitions  $(5g \rightarrow 4f)$  de l'azote pionique  $(\pi^{-14}N)$  et l'oxygène muonique  $(\mu^{-16}O)$ . Le déplacement énergétique provoqué par l'écrantage d'un électron K est indiqué dans la dernière ligne de ce tableau.

	$\pi^{-14}$ N	$\mu^{-16}$ O
Énergie de la transition (eV)	$4055.381 (5g \rightarrow 4f)$	4023.752 $(5g_{\frac{9}{2}} \to 4f_{\frac{7}{2}})$
Transitions parallèles (eV)	4057.693 (5f $\rightarrow$ 4d)	4023.509 $(5g_{\frac{7}{2}} \to 4f_{\frac{7}{2}})$
	$4061.940~(5d \rightarrow 4p)$	$4025.806 (5g_{\frac{7}{2}} \rightarrow 4f_{\frac{5}{2}})$
	$4053.076~(5d\rightarrow 4f)$	2 2
Largeur de la raie (meV)	pprox 8	$\approx 8$
Déplacement isotopique (meV)	$2856\left(\frac{^{14}\mathrm{N}}{^{15}\mathrm{N}}\right)$	$3158\left(\frac{^{16}\mathrm{O}}{^{18}\mathrm{O}}\right)$
Effet de taille du noyau ( $\mu eV$ )	3	3
Polarisation nucléaire (µeV)	<u>≤</u> 11	$\leq 2$
Satellite — 1 électron K (meV)	$494 \ (5 \to 4)$	$1050 \ (5 \to 4)$

<sup>&</sup>lt;sup>61</sup> Le pion ( $\pi^-$ ) étant un hadron, l'interaction forte déplace et élargit les niveaux d'énergie des atomes pioniques.

Or, cet effet n'est significatif que lorsque la probabilité de présence du pion  $(\pi^-)$  à l'*intérieur* du noyau est effective (cf. chapite I-3). Ceci n'étant pas le cas pour les niveaux de grand *l*, les effets nucléaires et l'interaction forte influencent donc que très peu l'énergie de liaison de ces états.

<sup>&</sup>lt;sup>62</sup> Le muon ( $\mu^{-}$ ) étant un lepton, les calculs de niveaux d'énergie dans un atome hydrogéoïque muonique sont identiques à ceux dans un atome hydrogénoïde électronique. Seul le poids des différentes corrections radiatives change puisque le muon ( $\mu^{-}$ ) est 204 fois plus lourd que l'électron.

## I-2.4 Techniques de mesure de la masse du pion chargé $(m_{\pi^-})$ avec des atomes exotiques

Les expériences de mesure de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  étant basées sur la mesure des transitions radiatives dans les atomes pioniques, la production de pions négativement chargés  $(\pi^-)$  représente la première étape dans le processus expérimental. Or, le pion chargé  $(\pi^-)$  est une particule instable avec une énergie de masse élevée  $(m_{\pi^-} \sim 139, 56 \text{ MeV})$ . Sa création nécessite donc l'utilisation d'un accélérateur.

C'est pour cette raison que les expériences sont généralement installées sur l'accélérateur de l'*Institut Paul Scherrer (PSI)* (cf. Annexe D), qui produit les plus intenses faisceaux de pions ( $\pi^-$ ) de la planète.

### **I-2.4.1** Production du faisceau de pions chargés $(\pi^{-})$

Au PSI, les protons sont produits sous forme d'un faisceau quasi-continu<sup>63</sup> de 72 MeV d'énergie cinétique et dont le courant peut atteindre 1,8 mA. Ce faisceau est alors injecté dans un anneau cyclotron<sup>64</sup>, où les protons seront accélérés jusqu'à une énergie d'extraction<sup>65</sup> de 590 MeV. Ces protons entrent, ensuite, en collision avec une cible de carbone (<sup>12</sup>C). Les collisions, à haute énergie, entre les protons du faisceau et les nucléons, au repos, des atomes de la cible, produisent des pions chargés (positivement ou négativement) ou neutres.

Notre expérience est montée dans l'aire  $\pi E51$  qui est connectée à la ligne  $\pi E5$  dont les éléments magnétiques — schématisés sur la Figure I-2.4 — sélectionnent les pions négatifs  $(\pi^-)$ , produits dans cette collision, et créent un faisceau de pions  $(\pi^-)$  dans une gamme d'impulsions inférieures à 110 MeV/c. Les caractéristiques de ce faisceau de pions  $(\pi^-)$  sont résumées dans le Tableau I-2.2.

Nous obtenons ainsi un faisceau intense —  $\sim 10^9$ /s — de pions chargés négativement ( $\pi^-$ ), dont les paramètres de forme et de vitesse sont parfaitement contrôlés, et que nous allons utiliser pour former les atomes d'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) nécessaires à notre expérience.

<sup>&</sup>lt;sup>63</sup> Ce faisceau possède en fait une micro-structure constituée de pulses, qui sont espacés temporellement de 19,75 ns.

<sup>&</sup>lt;sup>64</sup> Les protons font 220 tours à l'intérieur de l'anneau cyclotron et sont accélérés à chaque tour par les 4 cavités RF qui le composent.

<sup>&</sup>lt;sup>65</sup> Lors de l'extraction, l'impulsion du faisceau de protons est de l'ordre de 1,2 GeV/c.



Figure I-2.4: Éléments magnétiques de la ligne  $\pi E5$  du PSI. Ces éléments permettent de sélectionner les pions ( $\pi^-$ ) en vitesse et des collimateurs, en bout de ligne, servent à ajuster la forme et la position du faisceau de pions ( $\pi^-$ ).

## I-2.4.2 Formation des atomes pioniques

Le processus général de formation d'un atome pionique<sup>66</sup> est le suivant :

1. un pion chargé négativement ( $\pi^-$ ), qui a été ralenti jusqu'à une énergie cinétique de quelques eV, est capturé par le champ Coulombien d'un atome dans un niveau atomique très excité,

<sup>&</sup>lt;sup>66</sup> Le processus est identique dans les atomes muoniques.

Longueur (m)	10,4
Angle Solide (msrad)	150
Forme du faisceau (largeur à mi-hauteur) :	
<ul> <li>Définition en vitesse</li> </ul>	10 %
Résolution en vitesse	2 %
• Taille du spot (mm)	15 (horizontal)
	20 (vertical)
• Divergence angulaire (mrad)	450 (horizontal)
	120 (vertical)

*Tableau I-2.2: Caractéristiques du faisceau de pions*  $(\pi^{-})$  *de la ligne*  $\pi E5$ .

- puis il cascade par effet Auger d'abord, jusqu'à ce que le système devienne hydrogénoïde (ou presque hydrogénoïde),
- ensuite, se trouvant généralement encore dans un niveau excité, il finit de se déexciter par transitions radiatives X, dont on peut calculer très précisément les énergies grâce à la QED des états liés (cf. section I-2.2),
- 4. pour finir, le pion  $(\pi^{-})$  est absorbé par le noyau via l'interaction forte<sup>67</sup>.

## I-2.4.3 Historique des différentes mesures de la masse du pion chargé $(m_{\pi^-})$

Durant les vingt cinq dernières années, les expériences de détermination de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  utilisaient des atomes pioniques formés par bombardement pionique de cibles solides.

Dans un premier temps, la détermination de l'énergie des rayons X lors de ces transitions radiatives, qui se trouvent dans une gamme énergétique de quelques keV, s'effectuait par une mesure énergétique directe grâce à des détecteurs de type silicium (Si) ou germanium (Ge). Ensuite, pour obtenir une précision suffisante sur la mesure de l'énergie des rayons X,

<sup>&</sup>lt;sup>67</sup> La seule autre solution serait qu'il se déexcite en muon ( $\mu^-$ ) durant la cascade atomique. Or, celle-ci ayant une durée de l'ordre de 10<sup>-15</sup> s, ce processus est très improbable.

On peut également remarquer que la durée de la cascade atomique est le vrai facteur limitant la durée de vie des atomes pioniques.

l'utilisation d'un spectromètre à cristal, couplé à un détecteur en position (détecteur gazeux, matrice CCD ...), s'est avérée indispensable. La Figure I-2.5 montre l'historique de ces différentes déterminations.



Figure I-2.5: Évolution de la valeur de  $m_{\pi^-}$  entre 1975 et 2000. La méthode expérimentale utilisée pour chaque expérience est précisée sur la droite du graphique. Seule notre précédente mesure [Lenz 98] utilise une cible gazeuse. Pour les deux expériences de désintégration de  $\pi^+$  [Assamagnan 94, Daum 92], la méconnaissance de la borne supérieure de l'incertitude sur la masse du neutrino muonique ( $\nu_{\mu^-}$ ) induit une indétermination de la barre d'erreur sur la mesure de la masse du pion ( $m_{\pi^-}$ ).

La mesure de référence de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  jusqu'en 1995 était donnée par une de ces expériences — mesure des transitions X du  $\pi Mg(5g \rightarrow 4f)$ , issues d'atomes pioniques formés dans une cible solide de magnésium<sup>68</sup> [Jeckelmann 86].

Mais, dans de telles expériences, l'interprétation du résultat dépend de la connaissance

 $<sup>^{68}</sup>$  Cette transition n'est pas pertubée par l'interaction forte, puisqu'elle se fait entre des niveaux excités qui possèdent des grands *l* (cf. chapitre I-3).

du peuplement électronique de l'atome exotique durant l'émission des photons X mesurés. En effet, dans un solide, le repeuplement électronique dû aux atomes (non-exotiques) voisins est important. Le système ne peut être considéré comme hydrogènoïde, et l'on doit tenir compte au moins d'un électron K qui écrante les transitions X. Il existe donc une ambiguïté d'interprétation dans ces expériences, qui a été mise en évidence par une mesure de désintégration du pion chargé positivement ( $\pi^+$ ) en muon positif ( $\mu^+$ ) et neutrino muonique ( $\nu_{\mu}$ ) [Daum 92], qui conduisait à une valeur négative pour la masse au carré du neutrino muonique ( $\nu_{\mu}^2 = 0.02 \text{ MeV/c}^2$ ).

La valeur de référence a ainsi dû être réinterprétée et donne alors deux solutions possibles : l'une avec un seul électron K dans le cortège électronique de l'atome pionique lors de la transition  $5g \rightarrow 4f$ , qui est compatible avec la mesure de 1987 (solution A) et l'autre avec deux électrons K (solution B) [Jeckelmann 94].

C'est pour cette raison que, dans le cadre d'une vaste collaboration internationale<sup>69</sup>, notre équipe, en 1995, a décidé de mesurer la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  par une spectroscopie X de précision<sup>70</sup> sur de l'azote pionique  $(\pi^{-14}N)$  formé dans une cible diazote gazeux  $(N_2)$ , pour éliminer toute ambiguïté d'interprétation [Lenz 98].

Notre expérience de 1995 a permis de mesurer la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  avec une précision de 4 ppm — c'est-à-dire une incertitude relative de l'ordre de 4 × 10<sup>-6</sup> —, de prouver que, dans cette configuration (cible gazeuse), la majorité des atomes pioniques sont hydrogénoïdes (seulement 2% des atomes possèdent un électron K), et de lever l'ambiguïté sur la valeur de référence [Jeckelmann 94]. Une nouvelle valeur de référence pour la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  fut alors déduite d'une combinaison de notre mesure [Lenz 98] avec la solution B de l'expérience de Jeckelmann [Jeckelmann 94], qui est compatible avec la plus précise des expériences de désintégration du pion chargé  $(\pi^+)$  [Assamagnan 94] :

$$m_{\pi^{-}} = (139570, 18 \pm 0, 35) \text{ keV/c}^2$$
 (I-2-10)

Cette valeur est à ce jour utilisée comme mesure de référence.

Or, pour les raisons que nous avons précédemment expliquées dans la section I-2.1, il est nécessaire de mesurer la masse du pion chargé ( $\pi^-$ ) avec une précision de l'ordre du ppm.

<sup>&</sup>lt;sup>69</sup> Cette collaboration est composée par des équipes appartenant au *Laboratoire Kastler-Brossel* (bien entendu) ainsi qu'au *PSI* (Suisse), au *Forschungszentrum Jülich* (Allemagne), à l'*université de Leicester* (Angleterre), à l'*université de Neuchâtel* (Suisse) et à l'*université de Ioannina* (Grèce).

<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> Notament, une mesure de la transition X  $\pi N(5g \rightarrow 4f)$ .

Nous<sup>71</sup>avons donc décidé d'effectuer une nouvelle série de mesures basées sur le même principe expérimental, mais où l'ensemble du dispositif a été amélioré (cf. section I-2.5) pour permettre d'atteindre la précision escomptée [Borchert 01].

En effet, le principal facteur limitatif de notre précédente mesure était lié à l'utilisation de la raie  $K\alpha_1$  du cuivre comme raie de calibration. Cette raie X de fluorescence possède une grande largeur naturelle (~ 2, 3 eV) [Deutch 95] et une structure satellitaire complexe, dépendante du mode d'excitation, qui rend difficile sa modélisation et qui par suite limite la précision des mesures où elle est utilisée comme raie de calibration.

De ce fait, nous avons décidé d'employer un mélange diazote/dioxygène (N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> — 90%/10%) permettant d'utiliser, comme raie de calibration, la transition  $(5g_{\frac{9}{2}} \rightarrow 4f_{\frac{7}{2}})$  de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O), qui est proche en énergie de la transition pionique  $\pi^{-14}$ N(5g  $\rightarrow$  4f) que nous mesurons.

Cette raie muonique a pour avantages d'être très étroite (~ 10 meV) [Boucard 98], sans structure complexe et d'avoir une énergie connue avec une précision supérieure à celle que nous recherchons puisque la masse du muon ( $m_{\mu^-}$ ) est connue avec une précision de 0,3 ppm [Melnikov 01, Assamagnan 94].

## I-2.5 Description du dispositif expérimental

Pour créer ces atomes pioniques (et muoniques) et étudier leurs transitions radiatives, nous utilisons un dispositif expérimental qui se compose essentiellement de trois parties, dont je détaillerai les avantages par la suite :

- Une trappe anticyclotronique où les pions ( $\pi^{-}$ ) sont décélérés par des dégradeurs et piégés par un fort champ magnétique ( $\vec{B}$ ) dans une cellule, contenant un mélange gazeux<sup>72</sup> diazote/dioxygène (N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> 90%/10%), où se forment les atomes exotiques.
- Un spectromètre à cristal sphérique en réflexion dans une géométrie de Johann [Johann 31] qui diffracte, dans les conditions de Bragg, les rayons X émis lors des transitions pioniques et muoniques.

<sup>&</sup>lt;sup>71</sup> Les équipes qui composent la collaboration internationale pour cette expérience sont identiques à celles qui participaient à la mesure 1995.

<sup>&</sup>lt;sup>72</sup> L'utilisation d'un mélange gazeux permet ainsi une mesure de calibration simultanée, puisque la formation des atomes muoniques est due à la désintégration des pions chargés négativement ( $\pi^-$ ) en muons négatifs ( $\mu^-$ ) et en neutrinos muoniques ( $\nu_{\mu}$ ) à l'intérieur même du gaz (cf. section I-2.3). Ceci engendre une importante réduction des sources d'erreurs systématiques.



Figure I-2.6: Principe de fonctionnement du montage expérimental. Le rayon R représente le rayon de courbure du cristal et le diamètre du cercle de Rowland. Sur le détecteur CCD, les raies pioniques ( $\lambda_1$ ) sont séparées spatialement des raies muoniques ( $\lambda_2$ ).

 Un détecteur CCD<sup>73</sup> refroidi qui permet de détecter simultanément les raies X pioniques et muoniques réfléchies par le cristal de Bragg, et qui permet de les dissocier, grâce à une analyse ultérieure en position.

Le principe de fonctionnement de ce montage expérimental est schématisé sur la Figure I-2.6.

De plus, l'ensemble de ce dispositif expérimental est entièrement entouré de larges murs de béton qui servent de blindage pour supprimer le bruit de fond induit par les neutrons rapides et autres particules très énergétiques produits par les cibles (cible de carbone utilisée par la création des pions ( $\pi^-$ ) + cible gazeuse). Ce blindage est représenté sur la Figure I-2.7.

<sup>&</sup>lt;sup>73</sup> Un CCD (*Charge-Coupled Device*) est un détecteur solide fabriqué à partir de semi-conducteurs (Si) de type MOS (*Metal Oxide Silicon*), et qui possède une structure en *pixels* — *pixels* qui ne sont autres que des puits de potentiel.

L'utilisation de CCD s'avère particulièrement avantageuse dans les expériences où le signal est très faible par rapport au bruit de fond expérimental — ce qui est le cas de notre expérience —, puisqu'ils ont une grande capacité à rejeter ce bruit de fond par une étude topologique du fait même de leur structure en *pixels*.



Figure I-2.7: Représentation du dispositif expérimental dans l'aire πE51 du PSI. Les larges murs de béton qui constituent le blindage, utilisés pour supprimer le bruit de fond, sont représentés sur ce dessin. Le spectromètre et le détecteur sont totalement enclos par ce blindage.

## I-2.5.1 Fonctionnement et caractéristiques de la trappe anticyclotronique et de la cible gazeuse

## Principe de la trappe anticyclotronique

La trappe anticyclotronique est constituée de deux solénoïdes supra-conducteurs, refroidis par deux réservoirs d'hélium liquide indépendants<sup>74</sup> (voir la Figure I-2.8). Ces aimants génèrent un champ magnétique ( $\vec{B}$ ) non-uniforme et faiblement focalisant suivant l'axe principal perpendiculaire aux deux solénoïdes.

L'utilisation de cette trappe permet d'accroître le pouvoir d'arrêt d'un gaz sur des particules négatives comme les pions négativement chargés ( $\pi^{-}$ ). L'idée est de décélérer les pions

<sup>&</sup>lt;sup>74</sup> Il faut remplir ces réservoires tous les deux jours environ. Cette opération nécessite que le champ magnétique  $\vec{B}$  soit coupé, ce qui demande plus d'une heure (et plus du double pour le réactiver).





Figure I-2.8: Vue et schéma technique de la trappe anticyclotronique. On peut voir ici les deux aimants supra-conducteurs avec leurs réservoirs d'hélium liquide. Un dispositif permet également d'introduire une cible métallique pour calibrer le spectromètre hors-ligne, en produisant des rayons X de fluorescence excités par un tube à rayons X — cathode au cuivre (<sup>64</sup>Cu).

chargés ( $\pi^{-}$ ) qui orbitent dans le champ magnétique ( $\vec{B}$ ) en les faisant traverser des dégradeurs — fines feuilles de polyéthylène — qui diminuent leur énergie cinétique. Les pions chargés ( $\pi^{-}$ ) spiralent alors vers le centre de la trappe et, grâce aux propriétés de focalisation du champ magnétique ( $\vec{B}$ ), sont piégés dans le volume de la cible gazeuse (cf. Figure I-2.9).



Figure I-2.9: Trajectoire des pions chargés ( $\pi^-$ ) dans la trappe cyclotron. Des dégradeurs les ralentissent. Et ils sont piègés, sous l'effet du champ magnétique ( $\vec{B}$ ), dans la cible gazeuse, où se forment les atomes exotiques.

On peut modéliser la trajectoire des pions chargés ( $\pi^{-}$ ) dans la trappe et ainsi estimer l'augmentation du pouvoir d'arrêt dû à l'utilisation de la trappe anticyclotronique [Simons 93].

Considérons qu'un pion chargé  $(\pi^-)$  avec une quantité de mouvement  $p_0$  est injecté dans le champ cyclotron, qui accepte des pions chargés  $(\pi^-)$  orbitant avec une quantité de mouvement comprise entre 0 et  $p_{max}$ . Ce dernier cas correspond à une trajectoire de rayon  $r_{max}$ .

Dans notre configuration expérimentale,  $p_0 \approx 1,7 p_{max}$  et le point principal d'injection se trouve approximativement sous la trajectoire maximum tel que  $r_{in} \sim 0,9 r_{max}$ . La position azimutale de  $r_{in}$  est choisie pour que la valeur moyenne de la projection de la quantité de

mouvement selon l'axe radial soit nulle  $p_r \approx 0$ . Les dégradeurs décélèrent ainsi le pion chargé  $(\pi^-)$  de  $p_0$  jusqu'à  $p_{in}$ , qui est légèrement inférieur à

$$p(r_{in}) = \left(\frac{e}{c}\right) B r_{in} \tag{I-2-11}$$

De plus, notons R l'extension du faisceau de pions chargés  $(\pi^-)$  injecté dans le champ cyclotron à un rayon  $r_{in}$  avec une quantité de mouvement  $p_{in}$ , et  $\delta R$  l'extension longitudinale de la distribution d'arrêt de ce faisceau dans le gaz. Il en vient que le volume d'arrêt dans le gaz, se trouvant au centre de la trappe cyclotron, peut s'écrire en première approximation :

$$V_{cyc}^{stop} = 2\pi \left( r_{in} \frac{\delta R}{R} \right)^3 \tag{I-2-12}$$

En comparaison, pour le même faisceau de pions chargés  $(\pi^-)$  arrêté directement par le même gaz, le volume d'arrêt s'écrirait :

$$V_{direct}^{stop} = 4 \left(\delta R\right)^3 \tag{I-2-13}$$

où  $\delta R$  représente toujours l'extension longitudinale de la distribution d'arrêt, qui reste ici inchangée puisque l'on peut considérer, en première approximation, que le champ magnétique  $(\vec{B})$  n'influe pas sur cette extension, au vu de sa faible focalisation longitudinale.

Nous en concluons que l'utilisation d'une trappe cyclotron peut réduire en principe d'un facteur  $G_{cyc/direct}$  le volume d'arrêt des pions chargés ( $\pi^-$ ) dans le gaz ; ce facteur vaut ici :

$$G_{cyc/direct} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{R}{r_{in}}\right)^3 \tag{I-2-14}$$

Dans notre expérience, la trappe cyclotron, qui est connectée à la ligne  $\pi E5$  du *PSI*, accepte un faisceau de pions chargés  $(\pi^-) \longrightarrow 210^9$ /s — possédant une vitesse de 82 MeV/c. On optimise les paramètres de l'injection en contrôlant l'intensité de ce faisceau entrant avec un scintillateur<sup>75</sup> couplé à un photomultiplicateur.

Son utilisation nous permet d'augmenter de 20% le nombre de pions ( $\pi^-$ ) piègés dans le volume gazeux ( $G_{cyc/direct}$  0,2).

#### Caractéristiques de la cellule contenant le mélange gazeux

Le gaz, utilisé dans notre expérience, est un mélange de diazote et de dioxygène ( $N_2/O_2$  - 90%/10%) sous une pression de l'ordre de 1 bar. Ce gaz est contenu dans une enceinte

<sup>&</sup>lt;sup>75</sup> Le scintillateur sert également de premier dégradeur.

possédant des fenêtres de *Kapton*<sup>76</sup> d'une épaisseur de 50  $\mu$ m capable de supporter la différence de pression entre le gaz et l'intérieur de la trappe cyclotron où règne un vide primaire.

Cette enceinte, qui mesure 220 mm de long avec un diamètre de 60 mm, est représentée sur la Figure I-2.10. Elle est également constituée d'un minimum de pièces métalliques pour éviter la capture de pions chargés ( $\pi^-$ ) par le métal, ce qui consommerait une grande partie des pions( $\pi^-$ ) et pourrait produire des transitions pioniques parasites.



*Figure I-2.10: Vue de la cible gazeuse. La grille en forme de* nid d'abeilles, *visible sur la face avant de cette enceinte, favorise la formation d'atomes muoniques.* 

C'est à l'intérieur de cette cible gazeuse que se forment les atomes d'azote pionique  $(\pi^{-14}N)$ , mais également les atomes d'oxygène muonique<sup>77</sup> ( $\mu^{-16}O$ ).

En effet, les pions chargés ( $\pi^-$ ), très ralentis et qui se trouvent piégés dans le volume du gaz par le champ magnétique  $\vec{B}$ , peuvent :

- soit être capturés par le champ Coulombien des atomes d'azote (N) et ainsi former de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N),
- soit se désintégrer en muons négatifs ( $\mu^{-}$ ) et neutrinos muoniques ( $\nu_{\mu}$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>76</sup> Les fines feuilles — épaisseur < 100  $\mu$ m — de ce matériel, qui n'est composé que d'éléments légers (cf. note de pied-de-page 46), sont totalement transparentes pour des rayons X de l'ordre de 4 keV.

<sup>&</sup>lt;sup>77</sup> Il y a aussi création d'oxygène muonique ( $\mu^{-18}$ O), comme cet isotope de l'oxygène est présent en faibles quantités dans le mélange gazeux, ainsi que d'oxygène pionique ( $\pi^{-16}$ O), d'oxygène pionique ( $\pi^{-18}$ O) et d'azote muonique ( $\mu^{-14}$ N). Or, ces trois derniers cas, comme les transitions X provenant de ces systèmes sont hors de la gamme énergétique étudiée, nous n'en parlerons pas ici.

Ces muons ( $\mu^{-}$ ), formés lors de la désintégration des pions ( $\pi^{-}$ ) ralentis, doivent toutefois encore perdre leur énergie cinétique pour pouvoir être capturés par le champ Coulombien des atomes d'oxygène (O) et former des atomes d'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O). Pour cela, la structure du champ magnétique ( $\vec{B}$ ) les force à *osciller* dans le gaz. Cette perte est alors due aux collisions.

Mais pour limiter le volume gazeux entre le centre de la cible et la fenêtre avant de la cellule<sup>78</sup>, nous avons placé une grille en forme de *nid d'abeilles* sur cette fenêtre pour augmenter l'efficacité de ce processus de perte d'énergie cinétique des muons ( $\mu^{-}$ ) et favoriser la formation d'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O).

On peut alors ajuster la position de la cellule gazeuse à l'intérieur de la trappe cyclotron<sup>79</sup> pour optimiser la production simultanée de ces deux types d'atomes exotiques dans des proportions équivalentes.

Comme ici, la création d'atomes muoniques est moins probable que celle d'atomes pioniques, on règle la position pour diminuer le taux de capture des pions chargés ( $\pi^-$ ). Le taux choisi correspond à 4% de taux maximum, obtenu pour un réglage optimisé seulement sur la production d'atomes pioniques, qui représente, pour sa part, une capture de 2% du faisceau de pions chargés ( $\pi^-$ ) entrant dans la trappe cyclotron.

## I-2.5.2 Descriptif du spectromètre à cristal sphérique en réflexion dans une géométrie de Johann

## Principe de fonctionnement du spectromètre et caractéristiques du cristal courbe sphérique

L'énergie E des rayons X émis dans la zone de la cible gazeuse est analysée en réflexion de Bragg par un cristal courbe sphérique. Le spectromètre se trouve dans une géométrie de Johann [Johann 31].

Dans cette géomètrie, la condition de focalisation impose que la source, le cristal et le détecteur CCD soient sur le cercle de Rowland. Le principe de cette géométrie est schématisé

<sup>&</sup>lt;sup>78</sup> En effet, seuls les rayons X émis par cette fenêtre seront réfléchis par le cristal du spectromètre et contribueront au signal détecté par le détecteur CDD. Cette fenêtre sert en fait de dégradeur pour les muons ( $\mu^-$ ) se trouvant sur l'axe. Toutefois, avec un volume gazeux important, une partie de ces rayons X serait absorbée par le gaz, ce qui réduirait l'intensité du signal.

<sup>&</sup>lt;sup>79</sup> En faisant interagir les muons ( $\mu^{-}$ ) avec une partie de la structure métallique en *nid d'abeilles*, on favorise la formation d'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O), sans provoquer de signal parasite puisque la probabilité de formation d'atomes muoniques dans le métal est quasi-nulle.

sur la Figure I-2.11.



Figure I-2.11: Spectromètre à cristal courbe en réflexion dans une géométrie de Johann. La source et le détecteur, étant des objets étendus, la condition de focalisation ne peut être globale. Ici, R représente le rayon de courbure du cristal et le diamètre du cercle de Rowland.

Le choix d'un cristal sphérique permet d'augmenter l'intensité du rayonnement X réfléchi sur le détecteur, grâce à une double focalisation : à la fois dans le plan de dispersion et perpendiculairement à celui-ci.

Ici, nous utilisons un cristal<sup>80</sup> de silicium Si(220) — cf. Annexe A — de 10 cm de dia-

<sup>&</sup>lt;sup>80</sup> Ce cristal a été produit par Carl Zeiss GmbH (Oberkochen, Allemagne) spécialement pour cette expérience.

mètre, avec un rayon de courbure de 2,9854 m, et dont nous surveillons les évolutions en température<sup>81</sup> (cf. Figure I-2.12), grâce à des thermocouples placés à différents endroits sur le cristal et son support, pour vérifier que l'ensemble des mesures est effectué avec des conditions externes similaires<sup>82</sup>.

Nous allons maintenant étudier plus en détail la condition de focalisation ainsi que la résolution énergétique de ce spectromètre.

#### Résolution énergétique du cristal

Dans la géométrie de Johann, les conditions strictes de réflexion de Bragg ne sont valables que pour les objets se trouvant sur le cercle de Rowland, dont le diamètre est ici égal au rayon de courbure du cristal, noté R.

La méthode de fabrication est la suivante :

- On découpe un bloc de silicium (<sup>28</sup>Si) avec une scie à diamant suivant les plans cristallographiques (220). La face découpée est alors polie mécaniquement et chimiquement pour obtenir une planéité optique (défauts de surface < 10 nm).</li>
- Cette surface est optiquement attachée l'adhésion est assurée par les forces de Van der Walls à une référence pour éviter toute déformation pendant la découpe de la seconde face.
- 3. La seconde face est, à son tour, polie mécaniquement et chimiquement pour obtenir également une planéité optique.
- 4. Ensuite, on détache le disque de silicium de la référence avec de l'acétone. Ceci produit ainsi un cristal plan de silicium Si(220), qui a une épaisseur de 300  $\mu$ m,
- 5. La dernière étape consiste à presser mécaniquement ce cristal plan sur une lentille de silice, où il s'y attachera par contact optique; ce qui évite l'utilisation de toute colle dont l'application déformerait la courbure locale du cristal. On obtient donc un cristal sphérique dont les plans de diffraction pour les rayons X sont parfaitement parallèles à la surface.

<sup>81</sup> Les variations de température influencent le paramètre du réseau cristallin du silicium (Si). L'intensité du faisceau diffracté peut en être affectée, si ces variations sont importantes, comme le coefficient de dilatation du silicium (<sup>28</sup>Si) est de  $2 \times 10^{-6}$ /°C. Mais, cela ne change en aucun cas les conditions de diffraction des rayons X par notre cristal Si(220) — cf. Annexe A.

Dans notre expérience, cette effet est négligeable puisque les variations de température sont de l'ordre de 0,1 °C.

<sup>82</sup> La distance  $2d_{(220)}$  pour ce cristal vaut :

 $2d_{(220)} = (3,84011260 \pm 0,00000024) \times 10^{-10} \text{ m}$ 



Figure I-2.12: Support du cristal Si(220). Les différents thermocouples, qui mesurent l'évolution en température du cristal, ainsi que les céramiques piézo-électriques, qui ajustent sa position par rétroaction pour permettre sa stabilisation lors de la mesure, sont visibles sur cette photographie.

Considérons dans un premier temps que la source d'émission des rayon X (notée S) ainsi que le détecteur CCD (noté D) ont tous deux une hauteur non nulle et finie, mais qu'ils sont ponctuels dans le plan horizontal de réflexion et qu'ils sont placés strictement sur le cercle de Rowland. On dénote le centre de courbure O et le centre du cristal C. De plus, ici, les plans de réflexion de Bragg sont parallèles à la surface du cristal.

Dans le plan horizontal formé par  $\{S, C, D, O\}$ , la condition de focalisation s'écrit alors :

$$SC = DC = R\sin\theta_B \tag{I-2-15}$$

où  $\theta_B$  représente l'angle de Bragg.

Par suite, on peut écrire les distances entre le détecteur CDD (respectivement la source) et le centre de courbure, et entre le détecteur CCD et la source comme suit :

$$SO = R \cos \theta_B$$
  

$$DO = R \cos \theta_B$$
 (I-2-16)  

$$DS = 2R \sin \theta_B \cos \theta_B$$

Si on note x l'axe orienté selon DO, comme la surface du détecteur CCD étant orientée perpendiculairement aux rayons X réfléchis (perpendiculaire à CD), on peut écrire :

$$dx = R\sin\theta_B d\theta_B \tag{I-2-17}$$

L'expression de dispersion du cristal en énergie est alors :

$$\frac{dx}{dE} = \frac{R}{E}\sin\theta_B\tan\theta_B \tag{I-2-18}$$

Maintenant, étudions les effets hors du plan horizontal de réflexion. Pour cela, on se place, dans un cas général où le cristal est elliptique, et notons le rayon de courbure vertical du cristal  $R_V$ . La distance entre la source et le détecteur CCD peut se récrire :

$$DS = 2R_V \cot \theta_B \tag{I-2-19}$$

et où  $R_V$  est relié à R comme suit :

$$R_V = \sqrt{R^2 \sin^2 \theta_B - \frac{DS^2}{4}} = R \sin^2 \theta_B$$
 (I-2-20)

En tenant compte de ceci et en introduisant la relation de Bragg, on peut récrire la relation dispersion en énergie ainsi [Van Hamos 32] :

$$\frac{dx}{dE} = \frac{hc}{E^2} \left( \frac{R_V}{2d\cos\theta_B \sin^2\theta_B} \right)$$
$$\frac{dx}{dE} = \frac{hc}{E^2} \left( \frac{R}{2d\cos\theta_B} \right)$$
(I-2-21)

où d est la distance réticulaire du cristal.

On voit immédiatement que l'on retrouve, dans la relation précédente, le résultat de l'équation I-2-18, puisque  $\lambda = hc/E$  et qu'au premier ordre de diffraction  $\lambda/2d = \sin \theta_B$ . Ceci implique que, dans la géomètrie de Johann, une étude, dans le plan horizontal de réflexion, suffit pour calculer la dispersion énergétique de notre cristal. De plus, comme dans notre expérience, le cristal est sphérique (ou quasi-sphérique)  $R_V \sim R$ , les effets de défocalisation verticale [Eggs 65] sont négligeables. Toutefois, il reste nécessaire de prendre en compte des effets de défocalisations dûs au fait que la condition de focalisation stricte ne peut être respectée que par la partie centrale du cristal (qui se trouve strictement sur le cercle de Rowland). Ces corrections, qui provoquent une perte du pouvoir de résolution du cristal (élargissement supplémentaire sur les raies diffractées), sont connues sous le nom d'*aberrations de Johann*<sup>83</sup>.

En prenant en compte toutes ces considérations, la résolution en énergie du cristal peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right) = \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{dif} + \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{tai} + \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{src}$$
(I-2-22)

où

 $-\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{dif}$  est la contribution intrinsèque du cristal :

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{dif} = \omega \cot \theta_B \tag{I-2-23}$$

avec  $\omega$  la figure de diffraction du cristal [James 67], -  $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{tai}$  est la contribution due à la taille finie du cristal :

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{tai} = \frac{\sigma^2}{8R} \cot^2 \theta_B \tag{I-2-24}$$

avec  $\sigma$  la largeur du cristal,

- et  $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{scr}$  est la contribution due à la hauteur de la source :

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{scr} = \frac{z^2}{2R^2 \sin^2 \theta_B} \tag{I-2-25}$$

avec z est la hauteur de la source.

Dans cette géométrie, il est quasi-impossible d'obtenir une bonne surface du cristal, ce qui engendre tout de même une dégradation de la résolution malgré l'absence de défocalisation.

<sup>&</sup>lt;sup>83</sup> Les *aberrations de Johann* peuvent être evitées si le cristal est au préalable creusé, de sorte que sa surface suive entièrement le cercle de Rowland après la courbure. Dans ce cas, on aboutit à une géomètrie de type Johanson [Johannson 33].

La contribution due à la taille finie du cristal est ici négligeable (dans un rapport de l'ordre de  $10^{-3}$ ) par rapport aux deux autres. La contribution due à la hauteur de la source est également peu importante (cf. Figure I-2.13) et peut être corrigée par une détermination de la distribution géométrique de la réflexion dans le plan du détecteur CCD ; cette correction de courbure sera discutée dans la section I-2.7.5.



Figure I-2.13: Simulation Monte-Carlo de la courbure de la transition X (6  $\rightarrow$  5) du néon pionique ( $\pi^{-20}Ne$ ) —  $\sim$  4,5 keV — sur le détecteur CCD. On voit que celle-ci est faible pour un cristal de 3m de rayon de courbure, et qu'elle pourra être aisément compensée par un traitement numérique ultérieur.

Le calcul de la résolution énergétique théorique de notre cristal Si(220) donne donc 230 meV et 320 meV respectivement à 4 keV et 8 keV.

### Aberrations géométriques — Résolution énergétique du spectromètre

Pour le calcul de la résolution énergétique du cristal, nous avons considéré une condition de focalisation stricte pour la source, c'est-à-dire que la source d'émission des rayons X avait une étendue spatiale nulle dans le plan horizontal de réflexion. Cette condition n'étant physiquement pas réalisable, il est nécessaire de prendre en compte une extension spatiale bidimentionnelle pour la source. Ceci engendre une défocalisation qui induit alors un élargissement supplémentaire des raies détectées.

Cette correction s'ajoute également à l'élargissement Doppler provoqué par l'explosion Coulombienne des molécules de diazote ( $N_2$ ) et de dioxigène ( $O_2$ ) puisque, dans notre expérience, la cible est gazeuse [Siems 00].

Il en va de même pour le détecteur CCD puisqu'il est impossible de le placer pour qu'il ait une condition de focalisation stricte simultanée sur les différentes raies éxotiques, qui sont séparées spatialement puisque leur énergie est différente. Nous devons donc choisir une position où seulement une partie du détecteur CCD est focalisée.

Ce choix induit ainsi un nouvel élargissement sur les raies exotiques. Pour cette expérience, nous avons choisi une position de focalisation sur la partie centrale du détecteur CCD pour essayer d'homogénéiser cette correction, sachant que les deux raies X principales (pionique et muonique) sont détectées de part et d'autre de cette zone centrale.

L'ensemble de ces effets peut être réuni sous le terme d'*aberrations géométriques*. Des calculs ont montré que ces abérrations sont inversement proportionnelles au carré du rayon de courbure du cristal [Zschornack 82]. Ceci explique le choix d'un rayon de courbure d'environ 3 m pour notre cristal, puisque ce rayon présente ici un compromis optimal<sup>84</sup> : pour réduire d'une part ces *abérrations géométriques*, et d'autre part induire une faible correction de courbure (cf. section I-2.7.5) de l'image formée sur le détecteur CCD (cf. Figure I-2.13).

La prise en compte de l'ensemble de ces facteurs permet d'obtenir finalement, grâce à des simulations Monte-Carlo [Borchert 99], une résolution énergétique théorique, pour le spectromètre, de 500 meV et 700 meV pour des raies X respectivement de 4 keV et de 8 keV.

<sup>&</sup>lt;sup>84</sup> Un cristal, avec une courbure plus faible, de l'ordre de 10 m, impliquerait une très grande distance entre le cristal et le détecteur; donc une perte d'intensité causée par la diminution de l'angle solide sous lequel le détecteur voit la source.

Contrairement, un cristal, avec une courbure plus élevée, se présente comme une multitude de petits cristaux (cristal mosaïque). Ceci provoque un élargissement de la figure de diffraction qui dégrade la résolution du cristal.

#### Caractéristiques techniques du spectromètre

Le support du cristal et le détecteur CCD sont montés sur un support commun qui constitue le bras du spectromètre. Ce bras est représenté sur la Figure I-2.14.

La sélection de l'angle de Bragg ( $\theta_B$ ) se fait en tournant le cristal, à l'intérieur de son support, autour de son axe grâce à un rotateur pas à pas. L'angle de rotation est mesuré par un encodeur angulaire<sup>85</sup> atteignant une précision inférieure à  $\pm 0, 2''$  d'arc.

Le réglage fin et la stabilisation de la position angulaire sont assurés par des céramiques piézo-électriques (cf. Figure I-2.12), pilotées par le signal d'erreur.

Pour conserver les conditions de réflexion de Bragg, le bras du spectromètre doit être tourné, autour du cristal, d'un angle double de celui appliqué au cristal pour le placer à l'angle de Bragg. C'est-à-dire que si l'on tourne le cristal de  $\Delta \theta_B$ , le bras doit tourner de  $2\Delta \theta_B$  pour vérifier :

$$\theta_{c_2} = \theta_{c_1} + \Delta \theta_B$$
  

$$\theta_{a_2} = \theta_{a_1} - 2\Delta \theta_B$$
(I-2-26)

où  $\theta_{c_1}$  (respectivement  $\theta_{c_2}$ ) et  $\theta_{a_1}$  (respectivement  $\theta_{a_2}$ ) sont respectivement les positions angulaires initiales (respectivement finales) du cristal et du bras. Le signe de la correction sur l'angle  $\theta_a$  n'est dû ici qu'à la convention de lecteur sur l'encodeur angulaire.

Le bras du spectromètre est tourné grâce à un moteur pas à pas. Ensuite, on ajuste la position transverse du détecteur CCD, ainsi que celle par rapport au point de focalisation, en le déplaçant par rapport aux bras (moteurs pas à pas également). La position angulaire de ce dernier est connue avec une précision de  $\pm 1''$  d'arc. La variation de la distance focale est mesurée à l'aide d'un potentiomètre à  $\pm 0, 1$  mm.

De plus, on remarque que puisque la rotation du bras du spectromètre entraîne une rotation du support du cristal, l'angle que fait le cristal avec le détecteur reste donc inchangé, alors que celui entre la source et le cristal évolue. On peut ainsi, pour une même condition de réflexion de Bragg, scanner différents pionts de la source. Cela permet d'estimer la largeur de cette dernière et de définir la position du maximum d'intensité.

<sup>&</sup>lt;sup>85</sup> Un encodeur RON 806 fabriqué par Heidenhain GmbH (Traunreut, Allemagne)



Figure I-2.14: Schéma technique du spectromètre en géométrie de Johann. Le cristal est connecté à la trappe cyclotron et au détecteur par des tubes à vide. Des moteurs pas à pas permettent de positionner le bras du spectromètre (support commun du cristal et du détecteur) et le détecteur CCD, ainsi que sa distance focale par rapport au cristal.

## I-2.5.3 Caractéristiques et fonctionnement du détecteur CCD

#### Matrice CCD et caractéristiques du cryostat

Comme, dans notre expérience, le signal est très faible par rapport au bruit de fond expérimental, l'utilisation de CCD s'avère particulièrement avantageuse, puisqu'ils ont une grande capacité à rejeter ce bruit de fond par une étude topologique de leur surface (cf. section I-2.7.2).

De nombreux détecteurs CCD, sensibles au rayons X dans la gamme énergétique de 1 à 12 keV, ont été développés pour les missions spatiales embarquant des télescopes travaillant dans le domaine des rayons X. Ceci fut le cas pour la mission *XMM-Newton* [Lumb 96], qui possédait trois télescopes X, dont deux utilisaient de larges matrices CCD, développées conjointement par l'université de Leicester et *Marconi Applied Technologies*.

Nous avons choisi, pour notre expérience, un détecteur formé de matrices CCD de ce type : elles sont composées de 600 *pixels* × 600 *pixels*, de 40 × 40  $\mu$ m<sup>2</sup>, formant ainsi une zone de détection de 24 × 24 mm<sup>2</sup>, à laquelle est jointe une zone de stockage possèdant un nombre équivalent de *pixels* — de 39 × 12  $\mu$ m<sup>2</sup> —, pour permettre une méthode de lecture plus rapide de la matrice CCD (cf. paragraphe suivant). Ces matrices CCD sont fabriquées à partir de silicium épitaxial de 80  $\mu$ m d'épaisseur avec une profondeur de déplétion d'environ 35  $\mu$ m [Holland 96]. L'une de ces matrices CDD est représentée sur la Figure I-2.15.

Notre détecteur est formé de deux colonnes verticales adjacentes de trois de ces matrices CCD (cf. Figure I-2.16). L'aire de la zone de détection de ces  $2 \times 3$  matrices CCD est donc de l'ordre de  $48 \times 72$  mm<sup>2</sup> (l'estimation précise des positions relatives<sup>86</sup> — ou rotations — des diférentes matrices CCD sera discutée en détail dans la section I-2.7.4.

Une telle largeur permet de détecter simultanément les raies X ( $5g \rightarrow 4f$ ) de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) et l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O) qui ne sont séparées que par ~ 32 eV, ce qui correspond à une séparation spatiale d'environ 30 mm sur le détecteur CCD après réflexion par le cristal de Bragg<sup>87</sup>, puisqu'il possède une courbure de 3 m.

Ce détecteur possède de plus une structure en 'électrode ouverte' pour sa réponse aux basses énergies ce qui lui communique une efficacité quantique approchant les 90% (cf. Figure I-2.17) pour la région énergétique qui nous intéresse (3 < E < 6 keV).

<sup>&</sup>lt;sup>86</sup> L'écart entre deux matrices adjacentes n'excède jamais quelques centaines de  $\mu$ m et leur désalignement est de l'ordre de quelques mrad.

 $<sup>^{87}</sup>$  La correspondance position-énergie, pour un spectromètre en géomètrie de Johann avec un cercle de Rowland de 1,5 m de rayon, est de l'ordre de 1 eV.mm<sup>-1</sup> pour des raies X de l'ordre de 4 keV.



Figure I-2.15: Matrice CCD possédant une zone d'acquisition de 600 pixels × 600 pixels de  $40 \times 40 \ \mu m^2$ . Le détecteur que nous utilisons est formé de six de ces matrices sous la forme de deux colonnes verticales adjacentes. Le cablage, qui relie la matrice à son électronique d'acquisition, est enveloppé de Kapton flexible, pour permettre à la matrice CCD d'être mise sous vide.

Or, le bruit thermique tend à remplir les puits de potentiel (les *pixels*) par création de paires électron-trou dues à l'absorption de phonons du réseau cristallin. Ceci résulte en un courant  $I_n$ , appelé courant noir, qui suit la stastistique de Bolztmann [Varidel 90] :

$$I_n \propto \exp \frac{-E_g}{2k_B T} \tag{I-2-27}$$

où  $E_g \approx 1,1 \text{ eV}$ ) est l'énergie de la bande interdite du silicium,  $k_B$  la constante de Boltzmann et T la température absolue du semi-conducteur.

A 20°C, un *pixel* est saturé<sup>88</sup> en quelques secondes par une génération de charges thermales, dans le silicium, de 10000 à 30000 électrons par seconde, alors qu'à -100 °C, celle-ci est réduite à moins de 10 électrons par *pixel* et par heure, en tenant compte du bruit quantique, qui est poissonien et qui s'additionne quadratiquement à ce courant de génération.

On voit donc que cet effet est très important à température ambiante, d'où l'intérêt de refroidir les matrices CCD à la température de l'azote liquide. A -100 °C, le bruit thermique

<sup>&</sup>lt;sup>88</sup> La capacité maximale d'un *pixel* est d'environ 100000 électrons.



Figure I-2.16: Vue du détecteur CCD. On voit nettement les 6 matrices CCD qui le forment ainsi que l'ensemble de l'électronique d'acquisition et de contrôle.

intrinsèque de notre détecteur CCD peut être considéré comme négligeable.

C'est pour cela que notre détecteur CCD est monté à l'intérieur d'un cryostat en acier (cf. Figure I-2.18), où règne un vide de l'ordre de  $10^{-7}$  mbar. Ce cryostat est couplé à un dewar d'azote liquide<sup>89</sup>.

Comme il ne règne qu'un vide de l'ordre de  $10^{-5}$  mbar dans le reste du spectromètre, une fenêtre d'entrée de 5  $\mu$ m de *Mylar* aluminisée<sup>90</sup>, pouvant supporter une différence de pression de 1 bar, est installée pour permettre la mesure des rayons X réfléchis par le cristal.

De plus, une valve, placée au niveau de cette fenêtre d'entrée, permet de déconnecter le

<sup>&</sup>lt;sup>89</sup> La contenance du dewar permet de conserver les matrices CCD refroidies pendant plus de douze heures.

<sup>&</sup>lt;sup>90</sup> Une fine fenêtre de ce type est totalement transparente pour des rayons X possèdant une énergie supérieure au keV.



Figure I-2.17: Efficacité quantique du détecteur CCD. Cette courbe a été obtenue grâce à l'utilisation de plusieurs sources radioactives. On peut remarquer, sur celleci, que l'efficacité quantique de notre détecteur CCD est maximale dans une zone énergétique comprise entre 3 et 6 keV.

cryostat sans perdre le vide. Une électronique de contrôle permet de stabiliser la température à  $\pm$  0,5 °C autour de la température de travail des matrices CCD (-100 °C) et d'isoler automatiquement le cryostat, par fermeture de la valve, en cas de dépressurisation accidentelle du spectromètre.

Enfin, une source radioactive de fer (<sup>55</sup>Fe), placée au niveau de la valve de fermeture, est utilisée pour calibrer les matrices CCD en énergie et vérifier leur résolution à 5,9 keV.

Le Tableau I-2.3 résume l'ensemble des caractéristiques de notre détecteur CCD.

Dimension d'un pixel	$40 \times 40 \ \mu m^2$ (zone d'acquisition)	
	$39 \times 12 \ \mu m^2$ (zone stockage)	
Dimension d'une matrice CCD	$600 \ pixels \times 600 \ pixels$ , soit $24 \times 24 \ mm^2$ (zone d'acquisition)	
	$600 \ pixels \times 602 \ pixels$ ,	
	soit 23,4 $\times$ 7,22 mm <sup>2</sup> (zone de stockage)	
Dimension du détecteur	$2 \times 3$ matrice CCD,	
	soit environ $48 \times 72 \text{ mm}^2$ (zone active)	
Température de travail	-100 °C	
Vide	typiquement 10 <sup>-6</sup> mbar	
Efficacité quantique	$\sim 90\%$ à 4 keV	
Résolution	$\left\{\begin{array}{c} \sim 160 \text{ eV}  (\text{énergie}) \\ 1 \text{ pixel}  (\text{position}) \end{array}\right\} à 4 \text{ keV}$	

Tableau I-2.3: Ensemble des caractéristiques des matrices CCD composant notre détecteur.



Figure I-2.18: Vues et shéma du cryostat du détecteur CCD. Sur la photographie de gauche, on peut voir l'assemblage des matrices CCD avec leur électronique à l'intérieur du cryostat. Sur l'autre, la vanne installée, entre le cryostat et le tube à vide, pour isoler ce premier en cas de dépressurisation, est visible ainsi qu'un des moteurs pas-à-pas permettant de bouger le bras du spectromètre.

#### Lecture des CCD et forme du signal

Le signal est formé par l'ensemble des charges accumulées dans les différents *pixels* de la zone d'acquisition. Cette accumulation s'effectue pendant un temps prédéfini, qui est choisi suffisamment court pour éviter la saturation des *pixels* par le bruit de fond expérimental.

Effectivement, un événement parasite, provenant de l'accélérateur, est assez énergétique pour saturer un ou plusieurs *pixels*, les rendant ainsi inutilisables pour une détection ultérieure d'un rayon X diffracté par le cristal de Bragg. Dans notre expérience, le bruit de fond est de l'ordre de 20000 événements par heure alors que le taux de comptage des rayons X, émis par les atomes exotiques, est très faible puisqu'il est seulement de l'ordre de 15 à 20 par heure.

Nous avons alors choisi un temps d'acquisition pour les CCD de 1 minute. L'ensemble des *pixels* n'a pas le temps d'être touché ou saturé ; généralement, environ 10% des *pixels* sont activés pendant une acquisition de cette durée. Cette méthode permet ainsi de conserver l'information énergétique sur les différents impacts, rendant possible une étude topologique ultérieure des CCD pour extraire la position des rayons X diffractés (cf. section I-2.7).

Ce temps correspond en réalité à un temps d'exposition des CCD de  $\sim 30$  secondes<sup>91</sup>. Le reste du temps étant utilisé à la lecture du CCD, qui est l'opération permettant la récupération des charges contenues dans les *pixels* de la zone d'acquisition<sup>92</sup> pour les convertir en un signal digital codé sur 12 bits et l'enregistrer dans un fichier — 5 bytes par *pixel*; 3 pour la position et 2 pour l'énergie.

Toutefois, pour notre détecteur, tout temps mort a été éliminé [Nelms 01]. Comme, l'opération de lecture s'effectue d'abord par un transfert total des charges, ligne par ligne, vers la zone de stockage en 20 ms, où la lecture s'effectue réellement par application de différences de potentiel, en 30 secondes. Il est donc possible de lire le CCD tout en commençant une nouvelle période d'acquisition.

Comme nous avons vu dans le paragraphe précédent que le bruit thermique intrinsèque était pratiquement négligeable après refroidissement des CCD, le seul facteur, qui peut perturber la conversion des charges contenues dans les *pixels* en signal digital, ne peut provenir que des faibles fluctuations sur les tensions permettant la lecture.

Ces fluctuations sont de l'ordre de quelques centaines d'électrons sur chaque charge, et peuvent être éliminées en utilisant un double échantillonnage corrélé du courant de sortie<sup>93</sup>.

 $<sup>^{91}</sup>$  Quand les CCD sont utilisés avec la source radioactive de fer ( $^{55}$ Fe) ou avec un tube à rayon X — 20 à 30 kV @ 2 mA — pour diverses calibrations, le temps d'exposition est réduit à 10 secondes, au vu de l'intensité de ces sources.

<sup>&</sup>lt;sup>92</sup> Elle permet également d'initialiser tous les *pixels* de la zone d'acquisition avant la nouvelle période d'accumulation de charges.

<sup>&</sup>lt;sup>93</sup> Cette technique est connue sous le nom de Correlated Double Sampling (CSD) [Hopkinson 82, Kansy 80].

Le détecteur CCD est géré par un logiciel, développé spécifiquement<sup>94</sup>, qui permet des séries automatiques de plusieurs acquisitions ; généralement nous faisons des mesures d'une heure chacune (60 acquisitions).

Ce logiciel permet également d'ajuster l'ensemble des paramètres qui sont nécessaires à l'acquisition : tension de lecture et d'horloge, temps d'exposition, taille de la zone d'acquisition et durée de la série d'acquisition.

De plus, pour réduire le volume des données à stocker lors de longues séries de mesure, on élimine d'office tous les contenus de *pixels* correspondant à de très faibles charges qui proviennent du bruit environnemental et qui existent même en absence de signal. Pour cela, on utilise alors un seuil de bruit, basé sur le pic de bruit<sup>95</sup> des matrices CCD, sous lequel les *pixels* sont considérés comme vides et leur contenu n'est pas enregistré.

Ce seuil est fixé, pour chaque matrice CCD, à 3 ou 5 largeurs à mi-hauteur de son pic de bruit, dont la position et la largeur sont déterminées lors de la calibration avec la source radioactive de fer (<sup>55</sup>Fe).

On gagne ainsi un facteur supérieur à 400 sur la taille totale des données enregistrées.

## I-2.6 Mesures réalisées

Pour cette expérience, nous avons bénéficié de douze semaines de faisceau sur l'accélérateur du *PSI* : Deux semaines de tests préliminaires en décembre 1999 et dix semaines de mesures en avril-mai 2000.

Les tests préliminaires nous ont permis de vérifier le fonctionnement de la trappe cyclotron et du détecteur CCD, et d'effectuer les réglages préliminaires en position du spectromètre.

Le temps de faisceau principal, durant lequel nous avons réalisé les mesures nécessaires pour déterminer la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  avec une précision de l'ordre du ppm, a été divisé comme suit :

 Durant les deux premières semaines, nous avons optimisé l'injection du faisceau de pions (π<sup>-</sup>) en réglant les différents collimateurs de la ligne πE5 et les paramètres de tailles et d'épaisseur des dégradeurs, ainsi que le positionnement de la cible gazeuse à l'intérieur de la trappe cyclotron pour obtenir une production équivalente d'oxygène

<sup>&</sup>lt;sup>94</sup> Par Nick Nelms de l'université de Leicester.

<sup>&</sup>lt;sup>95</sup> Le pic de bruit d'un CCD correspond aux charges dues seulement au bruit thermique intrinsèque.

muonique ( $\mu^{-16}$ O) et d'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) tout en ayant un maximum de signal sur le détecteur CCD.

- Les six semaines suivantes furent consacrées à l'accumulation de données. Avec une intensité de faisceau de 1,7 mA et un mélange gazeux diazote/dioxygène (N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> 90%/10%) sous une pression de 1,4 bar, nous atteignons un taux de comptage de 15 à 18 rayons X par heure dans chacune des deux raies exotiques.
- 3. Enfin, les deux dernières semaines ont été utilisées à la réalisation de deux séries de mesures de calibration :
  - (a) La relation reliant la distance entre les deux raies X réfléchies sur le détecteur CCD à l'angle de Bragg ( $\theta_B$ ) correspondant doit être déterminée dans cette expérience avec une précision optimale. Pour ce faire, nous étudions le déplacement des raies X sur le détecteur CCD quand nous effectuons des faibles variations de l'angle de Bragg ( $\theta_B$ ) par rotation du cristal sphérique autour de son axe.

Cette série de mesures a été réalisée avec les raies X de fluorescence K $\alpha$  du cuivre (<sup>64</sup>Cu) et les raies X de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) produite dans une cible contenant un gaz pur de diazote (N<sub>2</sub>). Dans cette configuration, la position de la cible est optimisée pour la production d'atomes pioniques uniquement, ce qui fournit un taux de comptage plus élevé de 300 raies X par heure.

De plus, ces mesures des transitions X pioniques ont une stastistique similaire à celle obtenue avec le mélange gazeux. Nous pouvons ainsi confronter la précision de ces différentes mesures, indépendantes entre elles, de la position des raies X avec celle extraite de l'analyse sur le mélange gazeux.

(b) Nous avons également mesuré les transitions X du néon pionique ( $\pi^{-20}$ Ne) pour étudier la focalisation du détecteur CCD et déterminer expérimentalement la fonction de réponse intrinsèque du spectromètre (cf. section I-2.8.1).

## I-2.7 Analyses des données

Pour pouvoir avoir une analyse en temps réel, les mesures sont généralement enregistrées dans plusieurs fichiers contenant chacun 60 acquisitions de 1 minute<sup>96</sup>.

 $<sup>^{96}</sup>$  A l'exception des spectres X du cuivre ( $^{64}$ Cu) où les fichiers ne contiennent que 30 acquisitions de 30 secondes, puisque la statistique est plus importante.
Les données étant stockées sous forme binaire (cf. section I-2.5.3), j'ai donc développé un programme<sup>97</sup> permettant de les décrypter afin d'obtenir une information énergétique et spatiale exploitable et manipulable facilement.

Ce programme possède également diverses options, dont la possibilité d'additionner l'ensemble des fichiers entre eux, afin d'analyser globalement et complètement les données. De plus, une interface graphique permet de visualiser l'ensemble des spectres qui entrent en jeu dans celle-ci.

Je vais maintenant présenter en détail ces différentes options ainsi que toutes les étapes nécessaires pour extraire la valeur de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$ .

### I-2.7.1 Élimination des pixels défectueux

La toute première étape, qui doit être réalisée avant même le décryptage des données, est de s'assurer que les matrices CCD ne possèdent pas de *pixels* défectueux.

On définit un *pixel* comme défectueux s'il reste activé artificiellement un grand nombre de fois pendant une série de mesures. Cette activation provient d'un défaut dans la structure même du CCD ; défaut pouvant apparaître lors de la fabrication ou à la suite d'une dégradation lors des mesures.

La présence de mauvais *pixels* se manifeste par l'apparition de pics parasites dans les spectres en position (cf. Figure I-2.19). Ils peuvent être gênants pour différencier les types de rayons X lors de l'analyse des CCD en *cluster* (cf. section I-2.7.2), et peuvent également altérer la qualité de l'ajustement des raies X — dégradation du  $\chi^2$ .

L'identification de tels *pixels*, d'après ce qui vient d'être écrit, est assez aisée. Il suffit de regarder le nombre de fois qu'un *pixel* est touché pendant une série de mesures, et s'il est continuellement actif, on l'*élimine* — c'est à dire que l'on considérera, au cours de l'analyse, qu'il est vide.

Pour réaliser cette opération, le programme d'analyse posséde une option qui permet, grâce à un premier décryptage, de stocker le nombre d'activations  $n_a$  pour chaque *pixel* d'un bloc de N acquisitions. On compare ensuite ce nombre  $n_a$  avec le nombre d'acquisitions décodées N. On crée enfin un fichier où est répertorié le numéro de tous les *pixels* activés

 $<sup>^{97}</sup>$  Ce programme d'analyse est écrit en *FORTRAN 77* à l'exception des sub-routines de décodage qui sont en *C*.

plus de 90% du temps<sup>98</sup>. Les *pixels*, pour lesquels  $n_a > 0, 9N$ , ne seront donc pas pris en compte lors du décodage principal de ce bloc de N acquisitions.

Cette méthode implique que l'élimination des *pixels* défectueux doit nécessairement se faire séparément pour chaque bloc d'acquisitions, puisque le critère d'élimination est basé sur le nombre total d'acquisitions de chaque bloc.

Il faut également remarquer que tout rayon X qui *tombe* dans un *pixel* défectueux est perdu. Un grand nombre de *pixels* défectueux peut donc affecter l'efficacité des CCD. Toutefois, pour notre expérience, ceci est loin d'être le cas puisque je n'en ai répertorié que 7 pour l'ensemble des 6 matrices CCD !

<sup>&</sup>lt;sup>98</sup> Ce critère permet de tenir compte de l'existance de défauts plus complexes engendrant une certaine fluctuation dans l'activation artificielle de *pixels*.



Figure I-2.19: Elimination des pixels défectueux. Sur ce spectre en position du carbone pionique ( $\pi^{-12}C$ ), le pic parasite (à gauche sur le spectre du haut), provoqué par un pixel défectueux, est facilement éliminé par le progamme d'analyse (spectre du bas).

# I-2.7.2 Etude de la diffusion de charges — Analyse en *clusters* des matrices CCD

Comme, dans cette expérience, le bruit de fond expérimental *noie* totalement le signal, il est primordial que le programme d'analyse soit capable de l'éliminer ou du moins de le réduire au minimun.

Pour différencier les rayons X émis lors des transitions exotiques (X dans une gamme énergétique inférieure à 12 keV) du bruit de fond (essentiellement constitué de particules chargées ou neutres très énergétiques), le programme utilise les propriètés d'interaction de ces différents événements avec le détecteur CCD :

- Un rayon X, dont l'énergie est comprise entre 1 ou 2 keV et 12 keV, interagit en moyenne à une profondeur<sup>99</sup> de quelques  $\mu$ m dans le silicium (<sup>28</sup>Si). Nos matrices CCD ayant une zone de déplétion de 35  $\mu$ m, ce rayon X sera totalement absorbé à l'intérieur de cette zone. Par ailleurs, les électrons éjectés, pendant le processus, étant peu énergétiques, ils sont arrêtés dans un volume de quelques  $\mu$ m<sup>3</sup>. La charge sera entièrement recueillie dans un seul *pixel*, ou dans deux *pixels* adjacents, si le photon X interagit en bordure de *pixel*, puisqu'il y a alors diffusion de charge<sup>100</sup>; les autres *pixels* adjacents devant être vides<sup>101</sup>. On définit alors les différentes configurations de *pixels* chargés suivantes comme correspondant à un photon X dont l'énergie est inférieur à 12 keV :
  - 1. <u>Configuration de **type 1 :**</u> événement *monopixel*

Le pixel central est chargé et les 8 pixels qui l'entourent sont vides.

<sup>&</sup>lt;sup>99</sup> La longueur de pénétration  $\xi$  d'une particule dans un solide est extraite de la loi  $I = I_0 \exp(-x/\xi)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>100</sup> Nous éliminons d'office ici le cas des diffusions multiples dans plusieurs *pixels* adjacents, qui est très peu probable pour des énergies de cet ordre de grandeur.

 $<sup>^{101}</sup>$  Ceci exclut le cas où plusieurs photons X de faible énergie (<12 keV) viennent toucher des *pixels* voisins. Mais, comme nous sommes dans une expérience où le signal est très faible et que nous avons choisi des temps d'expositions courts (cf. section I-2.5.3), cette probabilité est totalement négligeable.



### 2. <u>Configuration de **type 2 :**</u>

La charge est repartie entre 2 pixels superposés ou juxtaposés, entourés par 10 pixels vides.





### 3. <u>Configuration de type 2B :</u>

La charge est repartie entre 2 pixels en diagonale, entourés par 14 pixels vides.



	X	
X		

- A l'inverse, une particule d'énergie élevée pénètre pronfondément dans le silicium (<sup>28</sup>Si), et son lieu d'interaction ne se limite pas à la zone de déplétion mais la dépasse de loin. Au minimum d'ionisation, une particule de ce type produit environ 80 paires électron-trou par μm tout au long de sa pénétration [Damerell 81, Bailey 83]. Dans le volume de la zone de déplétion, la taille des *pixels* utilisés par nos matrices CCD permettrait de récolter l'ensemble de la charge produite (~ 3000 e<sup>-</sup>) dans un seul d'entre eux. Mais, après cette zone de déplétion, il continue de créer une charge qui, pour sa part, se répartit isotropiquement autour du *pixel* central; formant ainsi un large amas de *pixels* chargés : un *cluster*.

En pratique, le programme commence d'abord, pour chaque *pixel* activé, par une analyse de **type 1** en testant le contenu des 8 *pixels* qui l'entourent. S'ils sont tous vides, le *pixel* central est identifié comme un photon X de **type 1**. Sa position, son type ainsi que son énergie, qui est donnée par le contenu de la charge du *pixel* central, sont stockés par le programme. Ensuite, le *pixel* est écarté pour la suite de l'analyse en lui attribuant un contenu nul.

Dans le cas contraire (si un des 8 *pixels* n'est pas vide), on passe à une analyse du type **type 2**. On vérifie, pour cela, le contenu des 10 *pixels* autour du couple de *pixels* (c, v), où c et v représentent respectivement le *pixel* central et celui superposé (ou juxtaposé) activé. S'ils sont tous vides, on l'enregistre comme un photon X de **type 2** à la position du *pixel* 

central et avec une énergie qui est la somme des contenus des *pixels* c et v. Ensuite, les deux *pixels* c et v sont écartés, dans l'analyse, en leur attribuant des contenus nuls.

Sinon, on passe d'une manière similaire à une analyse du type **type 2B**. Dans le cas où cela ne donne toujours rien (pas d'identification de photons X), les 14 *pixels* appartenant au groupe testé sont *vidés*, avant de finalement continuer l'analyse<sup>102</sup> pour un autre *pixel* activé.

Pour la suite de l'analyse, le programme ne conserve donc que les trois seules configurations de **type 1, 2** et **2B**, au détriment de tout autre rassemblement de *pixels* (cf. Figure I-2.20).

L'efficacité de cette méthode est démontrée par l'exemple présenté sur la Figure I-2.21 pour un spectre de dispersion<sup>103</sup>, possèdant une grande statistique (issue d'une mesure de plusieurs dizaines d'heures) sur un mélange gazeux diazote/dioxygène (N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub>). On voit immédiatement qu'une analyse en *cluster* fait apparaître les raies X 4  $\rightarrow$  5 de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O) et de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) en réduisant considérablement l'important bruit de fond expérimental ; alors que sans elle on ne verrait sur le détecteur CCD qu'un fond opaque provenant de l'enregistrement de l'important bruit de fond.

On peut toutefois également noter que le bruit n'est pas entièrement éliminé, puisqu'on ne peut pas reconnaître, par une analyse en *cluster*, des événements parasites de faible énergie.

### I-2.7.3 Coupures en énergie

En plus des particules de hautes énergies, d'autres événements parasites contribuent au bruit de fond expérimental de notre expérience. Ce sont notamment des photons X de fluorescence créés principalement par interactions des raies X, émises par les atomes exotiques, avec les matériaux de l'enceinte du spectromètre (cf. Figure I-2.14); en particulier avec le manganèse (<sup>55</sup>Mn), ainsi que par la source radioactive de fer (<sup>55</sup>Fe) se trouvant en amont du détecteur CCD et servant pour sa calibration en énergie.

Or, comme les raies X K $\alpha$  et K $\beta$  du manganèse (<sup>57</sup>Mn) ont une énergie respective de ~ 5899 eV et ~ 6491 eV et que celles du fer (<sup>55</sup>Fe) sont à des énergies de ~ 6404 eV et ~

<sup>&</sup>lt;sup>102</sup> Les différentes configurations doivent impérativement être testées dans l'ordre suivant **type 1, 2** puis **2B** pour ne pas éliminer prématurément certains *pixels* actifs.

De plus, les *pixels* formant le premier rang du bord de la matrice CCD ne sont pas analysés, et ceux du deuxième rang ne subissent qu'une analyse de **type 1**.

<sup>&</sup>lt;sup>103</sup> Un spectre de dispersion représente l'image, sur le détecteur CCD, des raies X diffractées par le cristal.



Figure I-2.20: Exemple d'analyse en cluster. Seules les configurations de pixels de type 1,
2 et 2B sont gardées. On élimine (barrés d'un trait rouge sur la figure) les événements très énergétiques (γ, neutrons rapides, ...) se répartissant sur de larges clusters de pixels (à gauche), ou les rayons X de moyenne énergie (> 12 keV) diffusant leur charge sur plus de deux pixels.

7058 eV [Deslattes 01], elles seront collectées dans des configurations à un seul (voire deux) *pixel*. Ces événements ne seront donc pas éliminés par l'analyse en *cluster*.

On peut malgré tout les éliminer en utilisant l'information énergétique de chaque *pixels* conservé lors de l'analyse en *cluster*. Pour cela, le programme d'analyse possède une option qui permet d'appliquer des coupures dans le spectre en énergie pour ne garder uniquement que les photons X dans une gamme d'énergie parfaitement délimitée. Pour choisir ces coupures, le programme permet également de visualiser le spectre en energie du détecteur CCD, dont la résolution énergétique (cf. section I-2.5.3) est largement suffisante pour différencier les raies X <sup>55</sup>Mn-K $\alpha$ , <sup>55</sup>Mn-K $\beta$  et <sup>56</sup>Fe-K $\alpha$  des raies X exotiques qui diffèrent d'environ 2



Figure I-2.21: Effet de l'analyse en cluster sur un spectre de dispersion  $\pi^{-14}N/\mu^{-16}O$ . A gauche (resp. à droite), est représenté l'ensemble des 6 matrices CCD avant (resp. après) l'analyse en cluster. Les raies X de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}O$ ) se trouvent sur la colonne gauche de matrice CCD, et celles de l'azote pionique ( $\pi^{-14}N$ ) sur la colonne de droite.

ou 3 keV (cf. Figure I-2.22).

On obtient ainsi, grâce à ces coupures en énergie couplées à une analyse en *cluster*, une élimination efficace du bruit de font expérimental, puisque les rapports signal-sur-bruit, dans notre expérience, sont typiquement supérieurs à 300 !

# I-2.7.4 Génération des spectres en position et positionnement relatif des différentes matrices CCD

Nous venons de voir que la résolution énergétique du détecteur CCD permettait de séparer les raies X exotiques des raies X de fluorescentes parasites, mais elle est loin d'être suffi-



Figure I-2.22: Effet des coupures en énergie sur un spectre de dispersion  $\pi^{-14}N/\mu^{-16}O$ . Le spectre en énergie est représenté sur la gauche. On peut voir que le pic correspondant aux raies X pioniques et muoniques est parfaitement dissocié des pics parasites (<sup>56</sup>Fe, <sup>55</sup>Mn,...).

sante pour résoudre les transitions X de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) et de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O) qui ne diffèrent que de quelques dizaines d'eV. En revanche, la bonne résolution

spatiale du détecteur CCD combinée à la faible dispersion angulaire du cristal de Bragg (cf. section I-2.5.2 et I-2.5.3) permet d'atteindre une résolution de l'ordre de l'électron-volt. Il est alors indispensable d'effectuer une analyse en position pour dissocier les raies X exotiques.

Pour déterminer leur position sur le détecteur CCD, on forme d'abord le spectre en dispersion, auquel on a appliqué l'analyse en *cluster* ainsi que les coupures en énergie adéquates. L'ensemble des *pixels* encore actifs après ces étapes, forme ainsi l'image de la source sur le détecteur CCD.



Figure I-2.23: Raies  $5 \rightarrow 4$  de l'azote pionique  $\pi^{-14}N$  et l'oxygène muonique  $\mu^{-16}O$ . Ce sprectre en position représente l'ensemble de la statistique accumulée pendant les six semaines de mesures (aucune correction — courbure ou ajustement de la position des CCD — ne lui a été apporté).

Le spectre en position est donc simplement obtenu par projection orthogonale (après correction de la courbure — cf. section I-2.7.5) de la ou des raies X, qui composent cette image, sur l'axe horizontal x (cf. Figure I-2.23). Ensuite, un ajustement de ce spectre nous

Scatter plot 1800 1 1600 Y-Position (pixels) 1400 1200 0001 400 500 700 800 900 300 600 X-Position (pixels)

donne la position précise de chaque raie sur le détecteur CCD en unité de pixels ainsi que leur largeur.

Figure I-2.24: Trace d'un rayon cosmique sur le détecteur CCD. Il est réparti sur deux matrices CCD adjacentes, ce qui explique qu'il est coupé en deux parties.

Toutefois, l'information en position, fournie par le programme de décryptage, est seulement basée sur le nombre total de *pixels* des six matrices CCD. Il ne peut évidemment pas tenir compte des écarts relatifs et des rotations entre les différentes matrices CCD adjacentes.

Il est pourtant primordial de déterminer les positions exactes de ces différentes matrices CCD pour ne pas fausser les positions des raies et introduire des déformations artificielles dans leurs profils, puisque l'écart entre les deux colonnes verticales de trois matrices CCD représente la principale correction à la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})^{104}$ , et que les écarts relatifs verticaux et les rotations entre les matrices CCD adjacentes d'une même colonne

<sup>&</sup>lt;sup>104</sup> Les raies d'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) et d'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O) se trouvent respectivement sur chacune de ces deux colonnes.



conditionnent les profils des raies X (cf. section I-2.7.5).

Figure I-2.25: Masques utilisés pour l'alignement des CCD. Les formes du masque de la figure de gauche ont également permis de déterminer le sens de lecture de chaque matrice CCD, lors de leur première utilisation. Sur la figure de droite, on peut voir un exemple d'ajustement linéaire d'une des fentes d'un masque, grâce à une option du programme d'analyse.

Pour les déterminer, nous pouvons utiliser les rayons cosmiques<sup>105</sup>, qui peuvent laisser, de temps en temps, des traces intenses, fines et linéaires sur les matrice CCD, puisque ce sont des particules de très haute énergie (cf. Figure I-2.24). Si l'un d'eux touche deux matrices CCD adjacentes, nous pouvons alors aligner les deux parties qui composent sa trace pour trouver les positions relatives de ces deux matrices.

100

<sup>&</sup>lt;sup>105</sup> Une option du programme permet de traîter les rayons cosmiques grâce à une analyse indépendante d'une seule acquisition qui peut être extraite d'un fichier quelconque, et ceci quelque soit sa position dans celui-ci.

Le seul problème de cette méthode est qu'elle dépend de la détection de rayons cosmiques laissant leurs traces sur plusieurs matrices CCD, ce qui est totalement aléatoire. Sur la durée totale des mesures, nous n'avons détecté qu'une quinzaine de ces événéments. Leur combinaison ne permet pas d'obtenir un positionnement univoque de l'ensemble des six matrices CCD.

On peut néanmoins se servir de ces données pour confirmer les résultats fournis par une technique plus systématique et contrôlable. Celle-ci utilise un masque possédant de fines fentes ainsi que diverses ouvertures, que l'on place devant le détecteur CCD et dont on projecte l'image grâce à des sources radioactives<sup>106</sup>.

Il suffit donc de reproduire numériquement les différentes formes présentes sur le masque en respectant leur taille et leurs proportions, grâce à des ajustements linéaires des fentes se repartissant sur plusieurs matrices adjacentes, pour en déduire leurs positions et leurs orientations relatives.

Les paramètres de ces ajustements linéaires sont calculés par une option du programme d'analyse, qui permet d'isoler une zone de forme quelconque du spectre en dispersion où se trouve un morceau d'une fente, afin de pouvoir ajuster linéairement cette dernière (cf. Figure I-2.25).

Ensuite, l'ensemble de ces paramètres, lié à toutes les fentes du masque, est introduit dans un programme annexe — que j'ai élaboré — qui les compare, et qui minimise le  $\chi^2$  global en déterminant les écarts relatifs et les rotations à prendre en compte entre les matrices CCD adjacentes.

Enfin, on injecte ces valeurs (écarts et rotations) dans le programme d'analyse. Dans le cas de notre détecteur CCD, elles sont rappelées dans la Tableau I-2.4.

Cependant, pour corriger correctement le spectre en dispersion et le spectre en position qui en découle, il est également nécessaire de prendre en compte un effet dû à certaines rotations et translations.

Après l'analyse en *cluster*, un *pixel* activé correspond à un impact unique, chaque *pixel* formant le spectre en dispersion est repéré par une grille "xy" où les coordonnées sont des entiers, et où un couple de ces coordonnées entières correspond à un noeud de la grille. Or, si on lui applique une rotation quelconque (ou une translation non entière), on modifie la nature même du spectre en dispersion, puisque alors un *pixel* peut se trouver dans une position ne

<sup>&</sup>lt;sup>106</sup> Dans cette expérience, on a utilisé la source radioactive de fer ( $^{55}$ Fe) servant à la calibration du détecteur CCD, ainsi qu'un tube à rayons X au soufre ( $^{31}$ S), utilisable hors ligne.

Tableau I-2.4: Tableau récapitulatif des rotations et écarts relatifs entre les différentes ma-<br/>trices CCD qui composent le détecteur.

Disposition	
CCD4	CCD1
CCD5	CCD2
CCD6	CCD3

Décalages		
CCD1 & CCD4 (x)	1,9	pixels
CCD2 & CCD5 (x)	0,0	pixels
CCD3 & CCD6 (x)	-3,4	pixels
CCD1, CCD2 & CCD3 (y)	-4,5	pixels
CCD3, CCD5 & CCD6 (y)	0,0	pixels

CCD1		
rotation	-2,1	mrad
écart CCD1/CCD4	10,6	pixels
écart CCD1/CCD2	13,2	pixels
CCD2	2	
rotation	-4,4	mrad
écart CCD2/CCD5	13,2	pixels
écart CCD2/CCD1	13,2	pixels
écart CCD2/CCD3	8,1	pixels
CCD3		
rotation	-4,9	mrad
écart CCD3/CCD6	14,8	pixels
écart CCD3/CCD2	8,1	pixels
CCD4	ł	
rotation	-1,7	mrad
écart CCD4/CCD1	10,6	pixels
écart CCD4/CCD5	9,4	pixels
CCD5 — ré	férence	1
rotation	0,0	rad
écart CCD5/CCD2	13,2	pixels
écart CCD5/CCD4	9,4	pixels
écart CCD5/CCD6	7,0	pixels
CCD6		
rotation	+1,3	rad
écart CCD6/CCD3	14,8	pixels
écart CCD6/CCD5	7.0	pixels

correspondant pas à un noeud.

Pour qu'un *pixel* soit toujours lié à un noeud de la grille, il faut donc faire un choix pour le repositionner sur un des différents noeuds possibles autour de sa position non entière. Sachant que ce choix ne doit pas non plus biaiser la statistique.

L'utilisation d'un Monte Carlo bidimentionnel permet de tels repositionnements<sup>107</sup>, si on lui impose une probabilité inversement proportionnelle aux fractions non entières séparant les *pixels* des noeuds environnants ; dans un exemple à une dimension, si le *pixel* se trouve à la coordonnée x = 1, 3, il sera repositionné à x = 1 dans 70% des cas, et à x = 2 dans les 30% restants.

#### I-2.7.5 Correction de courbure

Une correction supplémentaire doit être prise en compte pour obtenir convenablement les spectres en position puisqu'on sait qu'un cristal donne d'une source ponctuelle de rayons X monochromatiques, des raies courbes ; en forme de branche conique [James 67]. Dès lors, une projection orthogonale sur l'axe des x fausse la position des raies X sur le détecteur CCD, ainsi que leur largeur. Il faut alors impérativement *redresser* numériquement les raies avant de faire la projection.

En effet, à deux dimensions, le lieu de réflexion des rayons X monochromatiques sur le cristal infini est une couronne d'épaisseur  $\omega_s$ , où  $\omega_s$  est l'acceptance angulaire du cristal. Cette couronne est définie par l'intersection du cristal avec le cône d'émission, dont le sommet est la source des rayons X et qui a pour angle d'ouverture moyen  $2(\pi/2 - \theta_B) - \theta_B$ représente l'angle de Bragg (cf. Figure I-2.26).

Le cristal réfléchit alors cette couronne dont l'image sur le plan de détection sera une conique, puisqu'en général, le plan du détecteur forme un angle non nul avec le plan du cristal. Mais, comme en pratique le cristal a des dimensions finies, les rayons X provenant de la source ne sont réfléchis que par une surface limitée. Le détecteur ne reçoit qu'un arc de la conique ; d'où la courbure des raies X diffractées.

Le programme d'analyse possède une option permettant de corriger cet effet de courbure, grâce à une analyse en *tranches* des matrices CCD. Chaque CCD est ainsi divisé en plusieurs zones identiques selon sa hauteur (généralement 6). A l'intérieure de cette zone, la raie peut

<sup>&</sup>lt;sup>107</sup> Pour le vérifier, j'ai réalisé un programme de simulation, qui a montré que le Monte Carlo laissait invariant, par rotation et translation non entière, une matrice homogène possèdant un bruit gaussien; c'est-à-dire une matrice homogène dont chaque *pixel* est touché en moyenne N fois avec une déviation gausienne de  $\sqrt{N}$ .



Figure I-2.26: Origine de la courbure des raies X diffractées. Sur le détecteur, l'image d'une source ponctuelle monochromatique est un arc de conique, dont les paramètres dépendent de l'angle entre le détecteur et le plan de réflexion.

être approximée de façon convenable comme une droite, et sa position estimée grâce à un ajustement linéaire puis représentée par un point. L'ensemble de ces points forme sur la hauteur du CCD<sup>108</sup> un échantillon qui peut être ajusté par une parabole de la forme  $y = a + bx + cx^2$ .

De plus, afin de minimiser l'erreur sur les paramètres, on recommence l'opération mais en appliquant des coupures courbes suivant la loi parabolique  $y = a + bx + cx^2$  pour prendre le plus petit nombre de points possible hors de la raie lors des ajustements linéaires. Ceci permet de trouver une nouvelle parabole de la forme  $y = A + Bx + Cx^2$ , où la précision sur A, B et C est bien meilleure.

La raie est donc *redressée* en transformant, pour tout pixel de coordonnées  $(x_j, y_j)$ , son abscisse en  $x_j - (By_j + Cy_j^2)$ .

Pour notre expérience, les paramètres de la parabole sont les suivants :

<sup>&</sup>lt;sup>108</sup> On comprend ici tout l'intérêt d'avoir déterminé les écarts relatifs verticaux ainsi que les rotations relatives des matrices CCD.



Figure I-2.27: Effet de la correction de courbure. Sur la colonne de gauche (resp. de droite), on peut voir les spectres en dispersion et en position des raies  $X (5 \rightarrow 4)$  de l'azote pionique ( $\pi^{-14}N$ ) avant (resp. après) l'application de cette correction. Sur les spectres en dispersion, les coupures droites et courbes, utilisées lors de l'analyse en tranche, sont représentées.

A = $(272, 2\pm 0, 5)$ pixels	A = $(866, 5\pm 0, 5)$ pixels	
{raie muonique}	{raie pionique}	
$\mathbf{B} = (0,0326 \pm 0,0014)$		
$C = (-1,370\pm0,077) \times 10^{-4} \ pixels^{-1}$		

L'influence de cette correction est très faible dans cette expérience. Mais, il faut néanmoins la prendre en compte, puisqu'elle déplace le maximum d'intensité des raies X de plusieurs *pixels*, alors que l'on veut déterminer leurs positions avec une précision de l'ordre du dixième

du *pixel*<sup>109</sup>. Elle influence également la forme des raies comme le montre l'exemple de la Figure I-2.27, ce qui modifie les paramètres de leur ajustement.

## I-2.8 Résultats expérimentaux

## I-2.8.1 Détermination expérimentale de la fonction de réponse intrinsèque du spectromètre — Etude des élargissements additionnels

Pour pouvoir disposer d'un modèle convenable d'ajustement des transitions X de l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N) et de l'oxygène muonique ( $\mu^{-16}$ O), il est indispensable en premier lieu de déterminer la fonction de réponse intrinsèque expérimentale du spectromètre, afin de déterminer la forme des raies X. L'étude des transitions X (5→4) du néon pionique ( $\pi^{-20}$ Ne) permet cette détermination puisque, pour ce gaz rare, les raies X ne subissent pas d'élargissement Doppler, dû à l'explosion Coulombienne [Siems 00].

Elle a montré que la réponse intrinsèque de notre spectromètre était asymétrique (cf. Figure I-2.28). Nous devons donc la simuler par un profil de Voigt asymétrique (cf. Annexe B). Le profil d'ajustement des raies X, produites lors des transitions radiatives dans les atomes pioniques et muoniques, est ensuite obtenu par la convolution de ce profil de Voigt avec une gausienne, afin de prendre en compte l'élargissement Doppler.

D'autre part, la comparaison de ce profil de Voigt avec les simulations Monte-Carlo, utilisées pour estimer la résolution en énergie du spectromètre, a fait apparaître un très faible élargissement additionnel systématique. Celui-ci est de l'ordre de 15 meV sur des raies X dont les largeurs totales sont d'environ 800 meV (cf. Figure I-2.29).

Pour tenter d'expliquer ce phénomène et de comprendre l'origine de l'asymétrie, nous avons alors effectué deux séries de tests pour vérifier la présence éventuelle de défauts dans le cristal :

 Une étude de la répartition et des déformations des plans cristallins de réflexion dans le cristal courbe, effectuée par cartographie X<sup>110</sup> au *National Institute of Standards and Technology* (Gaithersburg, USA), pendant l'été 1998. Cette cartographie a été réalisée en plusieurs étapes, puisque le spectromètre utilisé ne permettait que d'imager une surface du cristal de 2×2 cm<sup>2</sup> (cf. Figure I-2.30).

<sup>&</sup>lt;sup>109</sup> Pour obtenir la masse du pion chargé ( $m_{\pi^-}$ ) au ppm.

<sup>&</sup>lt;sup>110</sup> Pour ce test, qui nous a également permis de sélectionner le meilleur cristal Si(220) parmi les trois dont nous disposions, nous nous sommes servis des raies X K $\alpha_1$  (8028,38 eV) et K $\alpha_2$  (8048,11 eV) du cuivre

#### Position spectrum



Figure I-2.28: Spectre en position des transitions  $(5 \rightarrow 4)$  du néon pionique  $(\pi^{-20}Ne)$ . On voit nettement que ces raies X diffractées sont asymétriques.

2. Une mesure de l'état de surface du cristal sphérique (cf. Figure I-2.31), réalisée par interférométrie optique<sup>111</sup> à l'*Institut d'Optique* (Paris, France), en mai 1999.

Les résultats de ces deux séries de tests nous ont permis de conclure que les plans cristallins, entrant en jeu dans les réflexions X, n'étaient pas à l'origine de l'asymètrie puisqu'ils sont parfaitement parallèles vis à vis de la surface du cristal, et que le faible élargissement additionnel est en fait provoqué par une légère déformation de la surface optique du cristal (cf. Figure I-2.31), qui induit de faibles variations locales de la courbure du cristal, et dont l'amplitude maximale est de l'ordre de quelques centaines de nanomètre [Deslattes 99].

 $<sup>(^{64}</sup>Cu)$ , produites par un tube à rayons X.

<sup>&</sup>lt;sup>111</sup> Nous avons utilisé un Zigomètre, qui fonctionne selon le principe de l'interféromètre de Michelson, mais en utilisant une référence sphérique — ici, une lentille de quartz (SiO<sub>2</sub>) possédant le même rayon de courbure que notre cristal.



Figure I-2.29: Simulation Monte-Carlo (partie centrale) de la transition  $(5g \rightarrow 4f)$  du néon pionique ( $\pi^{-20}Ne$ ). Les parties additionnelles, sur le pied de la raie, montrent la différence entre le profil de raie réel et la simulation.

# I-2.8.2 Effet de l'indice de réfraction du cristal — Correction à la loi de Bragg

Pour relier correctement l'angle de diffraction à l'énergie de la transition X, une correction supplémentaire doit également être prise en compte, lorsque l'on travaille avec un spectromètre de Bragg possédant une géométrie en réflexion.

En effet, dans ce cas, des mesures précises de diffraction de Bragg montrent que le maximum d'intensité diffractée n'est pas observé dans la direction faisant un angle  $\theta_B$  avec la surface du cristal, et apparaît pour un angle qui lui est légérement supérieur ( $\theta_B$  représente l'angle donné par la loi de Bragg [Bragg 13] — cf. Annexe A).



Figure I-2.30: Sur l'image du haut, une des plaques photographiques, servant pour la cartographie X du cristal sphérique Si(220), effectuée avec les transitions X K-α du cuivre (<sup>64</sup>Cu). Sur celle-ci, chaque doublet de raies représente une réflexion sur une zone différente du cristal. L'aspect uniforme de ceux-ci traduit l'absence de problème cristallin, à l'exception d'un petit défaut (partie inférieure droite), qui ne peut introduire aucun effet significatif. A titre de comparaison, sur l'image du bas, une réflexion, issue d'un autre cristal possédant une large distorsion dans ces plans cristallins, est présentée.



Figure I-2.31: Sur le schéma du bas, une reconstruction 2D (gauche) et 3D (droite) de la surface optique du cristal sphérique Si(220), comparée à un cristal de quartz (SiO<sub>2</sub>) quasi-sphérique et de même courbure, qui à été testée, sur le même interféromètre, en utilisant une lentille de silice parfaitement sphérique (schéma du haut). On peut voir qu'elle possède une forme de « chapeau mexicain » provoquée par une mauvaise adhésion du cristal sur son support de silice sphérique, et dont l'amplitude verticale est de l'ordre de 700 nm (l'échelle verticale, sur le graphe 3D, est donnée en unité de longueur d'onde du laser, qui est un hélium-néon à 692,8 nm).

Cette déviation, qui est due à l'indice de réfraction du cristal<sup>112</sup>, fut d'abord signalée par Darwin en 1913 puis mise en évidence expérimentalement par Stenström en 1919 — cité dans l'ouvrage de Compton sur les rayons X de 1935 [Compton 35].

En entrant dans le cristal, un rayon X est dévié en s'éloignant de la normale à la surface du cristal (cf. Figure I-2.32), puisqu'il passe dans un milieu d'indice plus important. L'angle de Bragg à l'intérieur du cristal est donc modifié, entrainant ainsi une correction de la loi de Bragg.

Posons  $\lambda$  et  $\lambda'$  les longueurs d'onde de la radiation X respectivement dans l'air et dans le cristal, ainsi que  $\theta$  et  $\theta'$  les angles d'incidence respectivement dans l'air et le cristal.

L'indice de réfraction n est donné par le rapport de la vitesse de phase des ondes dans l'air (v) et dans le cristal (v'):

$$n = \frac{v}{v'} \tag{I-2-28}$$

La fréquence étant identique dans l'air et le cristal, l'équation précédente devient :

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} \tag{I-2-29}$$

D'autre part, on sait que l'indice de réfraction peut s'exprimer à partir des angles d'incidence :

$$n = \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}, \qquad (I-2-30)$$

et que la loi de Bragg dans le cristal est donnée par [Bragg 13] :

$$2d\sin\theta' = p\lambda' \tag{I-2-31}$$

où d représente la distance entre deux plans réticulaires et p l'ordre de diffraction.

Si on néglige l'absorption, on peut également écrire l'indice de réfraction (*n*) sous la forme [Henke 93] :

$$n = 1 - \delta \tag{I-2-32}$$

avec

$$\delta = \frac{r\lambda^2}{2\pi} \sum_k N_k \mathcal{S}_k(0) \tag{I-2-33}$$

où

 $-\ r = (e^2/mc^2)$  est le rayon classique de l'électron,

<sup>112</sup> C'est pour cette raison que cette correction n'est valable que dans une géomètrie de réflexion, puisqu'en transmission, l'effet d'indice de la surface d'entrée est compensé par celui de la surface de sortie.



Figure I-2.32: Effet de l'indice de réfraction. Le faisceau incident est dévié de la normale à l'entrée du cristal sous l'influence de la différence d'indice de réfraction entre l'air et le cristal. Par conséquence, la loi de Bragg doit être corrigée.

- $N_k$  est le nombre d'atomes, de type k, constituant le motif cristallin de base, par unité de volume,
- et  $S_k(0)$  désigne la valeur du facteur de structure dans la direction de l'onde diffractée vers l'avant.

L'équation I-2-32, combinée aux précédentes (I-2-29,...,I-2-31), conduit à la loi de Bragg corrigée [James 67, Compton 35] :

$$2d\left(1 - \frac{\delta}{\sin^2\theta}\right)\sin\theta = p\lambda\tag{I-2-34}$$

où  $\theta$  est l'angle de Bragg directement observé dans l'expérience.

De plus, il est parfois commode d'exprimer cette relation en introduisant l'effet d'indice de réfraction comme une petite correction à l'angle. Si on appelle  $\Delta \theta_r$  cette correction, alors  $\theta = \theta_B + \Delta \theta_r$  et la loi de Bragg devient :

$$2d\sin(\theta - \Delta\theta_r) = p\lambda \tag{I-2-35}$$

La comparaison entre l'équation I-2-34 et I-2-35 (en tenant compte dans le développement de cette dernière que  $\Delta \theta_r \ll 1$ ) permet d'estimer assez rapidement l'ordre de grandeur de cette correction :

$$\Delta \theta_r = \frac{2d}{\sin(2\theta)} \approx \frac{2d}{\sin(2\theta_B)} \tag{I-2-36}$$

On remarque alors immédiatement que cette correction dépend de l'énergie des raies X diffractées et de l'ordre de diffraction (p).

Pour une précision de 1 ppm qui correspond à une déviation de 0,27", cet effet est loin d'être négligeable puisque la correction angulaire sur les raies X de l'azote pionique est de l'ordre de 13". Toutefois, si on utilise une raie de calibration très proche en énergie, l'effet de cette correction est minimisé, comme les deux raies subissent un déplacement angulaire pratiquement équivalent.

# I-2.8.3 Calcul de l'énergie des transitions pioniques et détermination de la masse du pion chargé $(m_{\pi^-})$

#### **Configuration expérimentale**

Pour les mesures effectuées sur le mélange gazeux dioxygène/diazote ( $O_2/N_2 - 10\%/90\%$ ), le spectromètre de Bragg possédait la configuration suivante :

Angle du cristal	$\theta_c = 52^{\circ}49'40, 0(2)''$
Angle du bras	$\theta_a = 53^{\circ}14(1)'$
Distance focal	$l_f = 2380, 9(1) \text{ mm}$

#### Etude expérimentale de la dispersion

Pour calculer la dispersion angulaire de notre spectromètre, nous avons mesuré la transition X ( $5g \rightarrow 4f$ ) de l'azote pionique  $\pi^{-14}$ N pour différentes positions angulaires de cristal ; nous avons effectué quatres séries de mesures pour des angles  $\theta_c$  variant de 52°14'31, 0" à 52°49'10, 0" (cf. Figure I-2.33).

En premier lieu, il est nécessaire d'étudier, pour chacune de ces séries, les sources d'erreurs. Le cristal étant stabilisé en position (cf. section I-2.5.2), l'incertitude sur l'angle  $\theta_c$  est seulement celle de l'encodeur angulaire, qui est de 0, 2" d'arc (cf. section I-2.5.2). Alors que celle sur la position de la raie X  $\pi^{-14}$ N(5 $g \rightarrow 4f$ ) possède deux origines distinctes : l'une statistique qui est liée à l'incertitude sur la position du pic donnée par le programme d'ajustement, qui est de ~0,07 *pixels*, l'autre mécanique qui est due à l'incertitude sur l'angle du



Figure I-2.33: Détermination de la dispersion angulaire du spectromètre par des mesures sur l'azote pionique ( $\pi^{-14}N$ ). On modifie la position angulaire du cristal de Bragg pour former le spectre X de l'azote pionique ( $\pi^{-14}N$ ) sur des zones distinctes du détecteur CCD, afin de déterminer la relation position/angle de diffraction. A gauche, le graphique du haut montre que la raie X  $\pi^{-14}N(5g \rightarrow$ 4f) est formée sur la colonne gauche du détecteur CCD pour un angle  $\theta_c =$  $52^{\circ}14'31, 0''$ , alors que, sur celui du bas, elle l'est sur la colonne de droite pour  $\theta_c = 52^{\circ}49'10, 0''$ . A droite, le spectre en dispersion représente le cumul de ces deux séries de mesures.

bras du spectromètre ( $\theta_a$ ), puisqu'il est indispensable de bouger ce dernier lors de tout déplacement angulaire du cristal afin de conserver la condition de Bragg (cf. section I-2.5.2); elle vaut, dans notre cas, 0,29 *pixels*.

Les résultats de l'ajustement de ces mesures, qui sont récapitulés dans le tableau I-2.5, nous ont permis d'obtenir la relation suivante entre l'angle du diffraction  $\theta$  et la position<sup>113</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>113</sup> Si l'on désirait obtenir la position exacte de cette raie X sur le détecteur, il faudrait également appliquer la

Série de mesure	$ heta_c$	Position sur le détecteur CCD (pixel)
1	$52^{\circ}14'31, 0(2)''$	$251,03 \pm 0,07$ (stat.) $\pm 0,29$ (syst.)
2	$52^{\circ}26'31, 0(2)''$	$464, 65 \pm 0, 08$ (stat.) $\pm 0, 29$ (syst.)
3	$52^{\circ}37'10, 0(2)''$	$665, 66 \pm 0, 07$ (stat.) $\pm 0, 29$ (syst.)
4	$52^{\circ}49'10, 0(2)''$	$867, 79 \pm 0, 08(\text{stat.}) \pm 0, 29(\text{syst.})$

Tableau I-2.5: Position de la raie  $\pi^{-14}N(5g \rightarrow 4f)$  pour les différentes positions angulaires *du cristal.* 

de la raie sur le détecteur CCD (cf. Figure I-2.34) :

$\theta$ (en rad) =	$(1, 625 \pm 0, 024) \times 10^{-5}$ position (en <i>pixel</i> ) + $(0, 90769 \pm 0, 00015)$
---------------------	--

D'autre part, pour vérifier la validité de cette relation, nous avons également analysé le spectre des raies X K $\alpha$  du cuivre (<sup>64</sup>Cu) — cf. Figure I-2.35. Nous avons relié l'écart entre la position des raies Cu-K $\alpha_1$  et Cu-K $\alpha_2$  à leur écart en énergie donnée par les tables [Deslattes 01]. Cette méthode<sup>114</sup> a donné un rapport position/énergie concordant avec le rapport angle/position précédemment trouvé.

Toutefois, nous n'utiliserons pas ce résultat dans la suite de l'analyse, puisque sa précision est limitée ( $\sim 10^{-3}$  en relatif) par les difficultés d'ajustement des raies de fluorescence, liées à leur structure satellitaire complexe.

### Détermination de l'énergie de la transition $\pi^{-14}$ N(5g $\rightarrow$ 4f)

Le rapport angle/position et la formule de Bragg nous permettent de calculer l'énergie de la raie X  $\pi^{-14}N(5g\rightarrow 4f)$  à partir de l'écart en position entre les raies X  $5 \rightarrow 4$  de l'azote pionique  $\pi^{-14}N$  et l'oxygène muonique  $\mu^{-16}O$ , par l'ajustement du spectre obtenu grâce au mélange gazeux diazote/dioxygène (N<sub>2</sub>/O<sub>2</sub>) — cf. FigureI-2.36. Ces résultats sont regroupés dans le tableau I-2.6.

correction due à l'effet d'indice du cristal (cf. section I-2.8.2). Or, cette dernière ne dépendant que de l'énergie de la raie étudiée, elle déplace la raie de façon identique sur chaque série de mesures. Elle introduit donc seulement un décalage constant dans la relation de dispersion angulaire sans en modifier la pente de son ajustement linéaire ; c'est cette pente qui nous permet ici de déduire le rapport entre l'angle de diffraction et la position.

<sup>&</sup>lt;sup>114</sup> Elle permet aussi d'évaluer rapidement l'énergie de la raie  $\pi^{-14}$ N(5g $\rightarrow$ 4f). Nous retrouvons ici que l'énergie de cette raie est de l'ordre de 4055 eV —  $E_{5g\rightarrow 4f} \sim 4055, 51$  eV.



*Figure I-2.34: Cette courbe représente l'angle de diffraction en fonction de la position de la raie X diffractée sur le détecteur CCD.* 

L'erreur sur l'énergie  $E_{\pi^{-14}N(5g\to 4f)}$  est ici purement statistique. Nous discuterons plus loin des éventuels effets systématiques à prendre en compte, même si ces derniers sont en très petit nombre, puisque la mesure différentielle élimine la correction d'indice et les effets mécaniques liés au mouvement du bras du spectromètre.

### Masse du pion chargé ( $m_{\pi^-}$ )

Pour obtenir la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  à partir de l'énergie mesurée, nous avons utilisé les énergie de la transition  $\pi^{-14}N(5g\rightarrow 4f)$  calculées pour différentes valeurs de la masse du



Figure I-2.35: Spectre des raies X K $\alpha$  du cuivre (<sup>64</sup>Cu). Les deux raies X, ainsi que leurs satellites, sont ajustées par des lorentziennes. L'échelle des abscisses est donnée en canaux.

Tableau I-2.6: Valeurs permettant la détermination expérimentale de l'énergie de la transition  $X \pi^{-14} N(5g \rightarrow 4f)$  à partir de celle de la transition  $X \mu^{-16} O(5g_{\frac{9}{2}} \rightarrow 4f_{\frac{7}{2}})$ .

Ecart en pixels entre	
$\pi^{-14}$ N(5g $\rightarrow$ 4f) et	639,10(10)
$\mu^{-16}O(5g_{\frac{9}{2}} \to 4f_{\frac{7}{2}})$	
$\Delta \theta$ (en rad)	0,0103(14)
$\theta_{\mu^{-16}O(5g_{\frac{9}{2}} \to 4f_{\frac{7}{2}})}$ (en rad)	0,9313066(5)
$\theta_{\pi^{-14}N(5g \to 4f)}$ (en rad)	0,9210(14)
$E_{\pi^{-14}N(5g\to 4f)} \text{ (en eV)}$	4055,287(18)

pion  $(m_{\pi^-})$ ; les valeurs choisies sont voisines de la masse attendue (cf. tableau I-2.7). L'énergie de la transition  $\pi^{-14}N(5g\rightarrow 4f)$  étant une fonction quasi-linéaire de la masse du



Figure I-2.36: Raies  $X \ 5 \rightarrow 4$  de l'azote pionique  $\pi^{-14}N$  et l'oxygène muonique  $\mu^{-16}O$ . L'ajustement du spectre est représenté sur la courbe du bas. En haut de cette figure, les résidus de l'ajustement sont dessinées.

pion  $(m_{\pi^-})$ . L'incertitude sur la masse est alors directement proportionnelle à l'incertitude sur l'énergie. L'ajustement linéaire des valeurs du tableau I-2.7 donne la relation :

$$m_{\pi^-}$$
 (MeV/c<sup>2</sup>) = 0,03475592362 × énergie (eV) - 1,378395493

Cette équation, couplé au résultat du paragraphe précédent, nous donne donc la valeur suivante pour la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$ :

 $m_{\pi^-} = (139{,}566710{\pm}0{,}000060)~MeV{/c^2}$ 

# **I-2.9** Discussion et perspectives

Notre valeur de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  est en accord avec la mesure de référence

$m_{\pi^-}$ (MeV/c <sup>2</sup> )	$E_{\pi^{-14}N(5g\to 4f)} \text{ (eV)}$
139,56995	4055,376
139,57000	4055,377
139,57110	4055,409
139,57160	4055,423
139,57220	4055,440

Tableau I-2.7: Energie de la transition  $\pi^{-14}N(5g \rightarrow 4f)$  calculée pour différentes masses du pion  $(m_{\pi^-})$ . Ces valeurs permettent d'extrapoler la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  à partir de l'énergie mesurée.

[Jeckelmann 94, Lenz 98], mais possède une incertitude relative de  $\sim$ 4 ppm. Cette dernière est équivalente à celle de la précédente valeur déterminée par notre équipe [Lenz 98]. Or, nous pensions obtenir une incertitude de l'ordre du ppm. La limitation de la précision est en fait seulement due à l'erreur sur la pente de la relation angle/position, puisque les autres sources d'erreurs sont toutes de l'ordre ou inférieures au ppm (cf. section I-2.8.3). Le problème est donc seulement lié à l'erreur systématique introduite par le mouvement du bras du spectromètre lors des mesures de dispersion. Nous avons alors étudié son comportement au cours du temps. Cette étude a ainsi mis à jour une lente relaxation mécanique lors des déplacements du bras. Elle nous a aussi permis d'en conclure que ces effets ne pouvaient pas influencer les mesures effectuées avec le mélange gazeux, puisqu'elles n'imposent aucun mouvement du bras du spectromètre.

Cette analyse reste de ce fait très satisfaisante puisqu'elle a montré que, pour obtenir la précision escomptée sur la masse du pion  $(m_{\pi^-})$ , il suffit juste de refaire une série de mesure de la dispersion en prenant en compte, cette fois, l'effet de relaxation mécanique. De telles mesures, qui sont prévues pour la fin de l'année 2001 au *PSI*, permettront donc de connaître l'ensemble des sources d'erreurs avec une incertitude de l'ordre du ppm (y compris celle sur la pente de la droite de dispersion). Nous en profiterons également pour effectuer une nouvelle série de mesures avec une source radioactive et un masque pour accroître la statistique sur les mesures permettant le positionnement des matrices CCD, afin d'optimiser ce dernier.

D'autre part, les implications, notamment sur les extensions du modèle cosmologique (cf. section I-2.1), liées à l'introduction de cette nouvelle valeur de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  ne pourront être discutées que lorsque la relation de dispersion angulaire aura été remesurée et

l'incertitude sur la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  recalculée. Toutefois, afin d'insister sur l'importance de l'obtention de cette masse avec une incertitude de l'ordre du ppm, nous présentons, dans la suite de ce manuscrit — chapitre I-3, une autre expérience de spectroscopie X sur le plus simple des atomes pioniques — l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$ , qui est le prolongement logique de celle qui nous a permis de déterminer cette nouvelle valeur de la masse du pion  $(m_{\pi^-})$ . En effet, dans cette expérience ayant pour objectif de tester les propriétés de l'interaction forte à basse énergie, il est indispensable de connaître la masse du pion  $(m_{\pi^-})$  le plus précisément possible.

# Chapitre I-3 Mesure du déplacement et de l'élargissement hadronique par spectroscopie X de l'hydrogène pionique (π<sup>-</sup>p)

### I-3.1 Motivations : tests de l'interaction forte

Les systèmes simples pion-nucléon liés offrent un moyen unique de tester les propriétés de l'interaction forte à basse énergie. Des expériences sur ces systèmes sont conduites depuis plus de deux décennies [Forster 83, Bovet 85, Beer 91] et permettent d'obtenir, depuis quelques années, une très grande précision [Sigg 96, Chatellard 97, Hauser 98].

Tout particulièrement, l'hydrogéne pionique  $(\pi^-p)$ , qui représente le plus simple de ces systèmes, apporte de nombreux avantages pour déterminer expérimentalement les longueurs de diffusion pion-nucléon  $(\pi N)$ :

- il est bien plus facile à produire que des systèmes du type  $\pi^+\pi^-$ , dans lesquels toute étude expérimentale précise semble pour le moment inaccessible à cause des trop faibles sections efficaces de collision,
- et il permet une mesure directe, contrairement aux expériences conventionnelles de diffusion qui doivent obligatoirement travailler dans une gamme d'énergie supérieure à 10 MeV [Kovash 97, Hanstein 97], et donc extrapoler le résultat à une énergie nulle pour en extraire les longueurs de diffusion.

Toutefois, dans un atome d'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p), comme l'interaction électroma-

gnétique domine, seuls les niveaux  $s^{115}$ , dont la fonction d'onde du pion ( $\pi^-$ ) recouvre largement celle du proton, sont affectés par l'interaction forte. Ils se trouvent ainsi élargis et leurs énergies de liaison déplacées<sup>116</sup>.

Pour le niveau fondamental<sup>117</sup> (1*s*) de l'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p), le déplacement hadronique  $\varepsilon_{1s}$  et l'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$  peuvent être reliés aux longueurs de diffusion hadronique ( $a^h$ ), qui décrivent respectivement les processus  $\pi^- p \to \pi^- p$  et  $\pi^- p \to \pi^0 n$ , par les formules de Deser [Deser 54, Rasche 82] :

$$\frac{\varepsilon_{1s}}{E_{1s}} = -4\frac{1}{r_B}a^h_{\pi^- p \to \pi^- p}(1+\delta_{\varepsilon})$$
(I-3-1)

$$\frac{\Gamma_{1s}}{E_{1s}} = 8 \frac{\mathcal{Q}_0}{r_B} \left( 1 + \frac{1}{\mathcal{P}} \right) \left( a^h_{\pi^- p \to \pi^0 n} (1 + \delta_\Gamma) \right)^2$$
(I-3-2)

où  $E_{1s}$  est l'énergie de liaison du niveau 1s,  $r_B$  le rayon de Bohr pour un atome d'hydrogène pionique  $(\pi^-p) - r_B = 222, 56$  fm,  $Q_0 = 0, 142$  fm<sup>-1</sup> un facteur cinétique et  $\mathcal{P} = (1, 546 \pm 0, 009)$  le rapport de Panofsky [Spuller 77].

Les corrections électromagnétiques  $\delta_{\varepsilon}$  et  $\delta_{\Gamma}$  ont été pour leur part récemment calculées avec une précision relative de 0,5% [Sigg 96].

Une détermination expérimentale du déplacement hadronique à 0,2% et de l'élargisement à 1%, ce qui constitue une réduction d'un ordre de grandeur sur l'incertitude de ces deux valeurs [Sigg 96], nécessite alors de savoir parfaitement estimer les énergies de liaison dans l'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p) — cf. section I-3.4. Et pour atteindre une telle précision, une connaissance de l'ordre du ppm sur la masse du pion chargé ( $m_{\pi^-}$ ) est indispensable.

Or, comme nous venons de le voir, dans le chapitre I-2, cette précision sera très bientôt atteinte. Il est donc possible de confronter les derniers calculs théoriques à l'expérience.

### **I-3.2** Pions et interaction forte

En régime de confinement, la compréhension de l'interaction forte, qui est décrite par la chromodynamique quantique (QCD) [Fritzsch 73], a récemment connu de nettes avancées grâce à l'introduction de la théorie des pertubation chirales ( $\chi$ PT), qui permet de réaliser des

<sup>&</sup>lt;sup>115</sup> Les niveaux p et d sont également influencés par l'interaction forte, mais dans des proportions beaucoup moins importantes.

<sup>&</sup>lt;sup>116</sup> Cet élargissement et ce déplacement étant dus à l'interaction forte, on les nomme hadroniques.

 $<sup>^{117}</sup>$  C'est pour le niveau fondamental, que les corrections hadroniques sont les plus significatives puisque la fonction d'onde 1s a le recouvrement le plus important avec celle du proton.

calculs à basse énergie [Gasser 82, Gasser 84, Jenkins 91]. Ceci offre une excellente méthode pour décrire quantitativement les systèmes pion-nucléon liés. Il est notamment possible de déterminer certaines combinaisons de longueurs de diffusion hadroniques avec une précision de l'ordre du %.

La description détaillée de cette méthode sortirait largement du cadre de cette thèse. Toutefois, pour une meilleure compréhension du lecteur, je vais rappeler quelques uns des concepts théoriques de base, avant d'introduire les quelques notions que nous utiliserons par la suite.

### I-3.2.1 La chromodynamique quantique (QCD) et la théorie des pertubations chirales ( $\chi$ PT)

La QCD, qui est une des composantes  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  du Modèle Standard, décrit les interactions fortes au niveau le plus fondamental, où les degrès de liberté<sup>118</sup> sont constitués par des fermions, appelés quarks, et les bossons de jauge, nommés gluons. Elle est basée sur une invariance *locale*<sup>119</sup> par rapport à un groupe de jauge non-abélien  $SU(3)_C$ (couleur).

Les gluons interagissent entre eux, et sont également couplés aux quarks, qui se trouvent dans la représentation fondamentale du groupe  $SU(3)_C$  [Gell-Mann 64].

A basse énergie, où les degrés de liberté de couleurs ne sont pas directement observables,

Le champ de quarks est donc de la forme :

$$\psi_{i,m}^{\alpha}(x); i = 1, \dots, 6; m = 1, \dots, 3; \alpha = 1, \dots, 4$$
 (I-3-3)

avec  $x = (\vec{r}, t)$ .

<sup>119</sup> On se place dans le cas d'une seule saveur, pour simplifier. Une transformation de jauge (de couleur) globale est définie par la substitution :

$$\psi_m^{\alpha}(x) \to \sum_n S^{mn} \psi_n^{\alpha}(x)$$
 (I-3-4)

où S est une matrice du groupe SU(3).

Lorsque S dépend du point x, c'est à dire  $\psi(x) \to S(x)\psi(x)$ , la transformation de jauge est dite locale.

<sup>&</sup>lt;sup>118</sup> Rappelons que, pour les quarks, il existe 6 saveurs possibles : *up, down, strange, charm, bottom* et *top*. On les distingue par un indice de saveur (i, j, ... = 1, ..., 6). Pour chaque saveur, il y a 3 couleurs qui seront indexées par (m, n, ... = 1, ..., 3). Finalement, pour chaque saveur et chaque couleur, il y a deux degrès de liberté d'hélicité et deux autres de charge, dont l'ensemble est décrit par un spineur de Dirac d'indice  $(\alpha, \beta, ... = 1, ..., 4)$ .
le lagrangien de QCD peut s'écrire<sup>120</sup> sous la forme [Donoghue 92] :

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_m \tag{I-3-5}$$

La partie décrivant la dynamique des gluons est donnée par :

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4g^2} \operatorname{Tr}(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) \tag{I-3-6}$$

tel que  $G_{\mu\nu} = [D_{\mu}, D_{\nu}]$  avec  $D_{\mu} = (\partial_{\mu} - igA_{\mu})$ , qui représente le couplage minimal des quarks aux gluons ( $A_{\mu}$  est le champ de gluons), et où g désigne la constante liée à la constante de couplage de QCD ( $\alpha_s = g^2/4\pi$ ).

Le second terme de  $\mathcal{L}_{QCD}$  contient l'interaction des quarks avec les gluons :

$$\mathcal{L}_q = \sum_{i=1}^{N_i} \overline{\psi}_i \ i \ D_\mu \gamma^\mu \psi_i \tag{I-3-7}$$

où  $\psi_i$  est la fonction d'onde qui décrit le champ de quarks de la i-ème saveur.

Enfin, la dernière partie représente la partie responsable de la masse des quarks.

$$\mathcal{L}_m = \sum_{i=1}^{N_i} m_i \overline{\psi}_i \psi_i \tag{I-3-8}$$

Au total, le lagrangien de QCD dépend de sept paramètres libres, une constante de couplage et de la masse des six quarks :

$$\alpha_s(\mu) = \frac{g^2(\mu)}{4\pi}, \ m_c(\mu), \ m_b(\mu), \ m_t(\mu), \ m_u(\mu), \ m_d(\mu), \ m_s(\mu)$$
(I-3-9)

Ces quantités, qui sont ici renormalisées, dépendent d'une échelle  $\mu$  et d'un schéma de renormalisation. Les valeurs de ces paramètres doivent être déduites expérimentalement, puisqu'elles ne sont pas fixées dans le cadre Modèle Standard.

De plus, puisque les masses des quarks<sup>121</sup> u et d sont faibles comparées à la masse typique des états hadroniques (~ 1 GeV) tels que le nucléon ou le méson  $\rho$ , par exemple, on peut

$$\pi^+ \sim u\overline{d}$$
 (I-3-10)

$$\pi^- \sim d\overline{u} \tag{I-3-11}$$

$$\pi^0 \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \left( u\overline{u} - d\overline{d} \right)$$
 (I-3-12)

où  $\overline{q}$  représente l'antiquark de saveur q.

<sup>&</sup>lt;sup>120</sup> Dans la suite, les indices de Dirac pour les quarks ne seront pas explicitement écrits pour des raisons de simplification d'écriture.

<sup>&</sup>lt;sup>121</sup> On rappelle que les pions sont constitués à partir d'une combinaison de seulement deux quarks du type up (u) et down(d):

approximer le lagrangien de QCD par  $\mathcal{L}_{QCD}^0 = (\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_q)$ , qui n'est plus dépendant que du terme sans dimension g. Son groupe de symétries globales  $\mathcal{G}_{gl}^0$  est ainsi beaucoup plus grand que celui  $\mathcal{G}_{ql}$  de lagrangien exact  $\mathcal{L}_{QCD}$ :

$$\mathcal{G}_{gl}^0 = SU(N_F)_L \times SU(N_F)_R \times \mathcal{G}_{gl}(m \to 0) \tag{I-3-13}$$

où L et R signifient left et right, et où  $N_F$  désigne le nombre de saveurs.

Lorsque l'on décompose la fonction d'onde  $\psi_i$  dans  $\mathcal{G}_{gl}^0$ , ses projections  $\psi_i^L$  et  $\psi_i^R$  coïncident respectivement avec les projections d'hélicité, gauche et droite, des quarks. On parle alors de *symétrie chirale*<sup>122</sup>.

Dans le cas  $N_F = 2$ , qui correspond au triplet de pions, cette symétrie se brise spontanément [Frishman 81]. Malgré le fait que le lagrangien conserve la symétrie chirale, l'état fondamental de QCD (vide) n'a pas la même propriété. La symétrie doit être approchée par :

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \to SU(2)_V,$$
 (I-3-14)

Cette brisure produit une particule légère : le pion (m~140 MeV) ; à partir d'un boson de Goldstone ayant aquis une masse<sup>123</sup>, puisque les interactions fortes sont dans le cas présent invariantes seulement sous cette symétrie approchée ( $SU(2)_V$ ), où la réciproque du théorème de Coleman [Coleman 66, Fabri 66, Swieca 66] n'est plus valable.

Pour pouvoir décrire de façon adéquate cette dynamique hadronique, dite de Nambu-Goldstone, il est donc nécessaire d'utiliser une théorie *effective* des champs, puisque le groupe de symétrie n'est pas exact. Cette théorie est ici la théorie des pertubations chirales ( $\chi$ PT).

Son principe fondamental, qui puise ses origines dans les techniques dites d'*algèbre des courants* [Renner 68, De Alfaro 73, Treiman 85], est de considérer le terme  $\mathcal{L}_m$  comme une pertubation [Gasser 84].

Elle fournit entre autres ici une relation entre la masse du pion à la masse des quarks ; à l'ordre dominant des pertubations, on peut écrire la loi de proportionnalité suivante :

$$m_{\pi}^2 \propto m_q \tag{I-3-15}$$

<sup>&</sup>lt;sup>122</sup> Le mot chiral vient du grec  $\chi \iota \rho os$ , qui signifie « *la main* ».

<sup>&</sup>lt;sup>123</sup> Le pion aurait une masse strictement nulle dans un monde où la symétrie  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  serait exacte, selon le théorème de Goldstone [Goldstone 61, Goldstone 62], puisque celui-ci dit que pour toute charge conservée, associée à une symétrie globale *continue*, et qui ne laisse pas le vide invariant, il apparaît *une particule de masse nulle*, appelée boson de Goldstone (méchanisme similaire à celui du boson de Higgs).

Actuellement, seuls les mésons  $\pi$ , K et  $\eta$  sont des états hadroniques dont l'existence est prédite par la QCD.

Mais, sa construction, à partir d'une expansion à basse énergie, permet surtout d'estimer les longueurs de diffusion pion-nucléon ( $\pi N$ ) à basse énergie, ce qui représente naturellement un test primordial pour valider son pouvoir de prédictions.

### **I-3.2.2** Longueur de diffusion pion-nucléon $(\pi N)$

Les grandeurs, qui sont extraites grâce à l'utilisation de la théorie des pertubations chirales ( $\chi$ PT), sont en fait les longueurs de diffusion projetées en isospin; que l'on note  $a_I$ , où I est l'isopin du système pion-nucléon ( $\pi N$ ).

Les longueurs de diffusion hadronique  $(a^h)$  peuvent être représentées à partir de combinaisons linéaires de ces longueurs de diffusion  $a_I$ :

$$a_{\pi^- p \to \pi^- p}^h = \frac{2a_{1/2} + a_{3/2}}{3}$$
 (I-3-16)

$$a_{\pi^- p \to \pi^0 n}^h = \frac{\sqrt{2}(a_{1/2} - a_{3/2})}{3}$$
 (I-3-17)

Toutefois, il est plus courant de travailler avec les longueurs de diffusion séparées en isospin;  $a^+$  (isoscalaire) et  $a^-$  (isovecteur), qui sont définis par :

$$a^+ = \frac{a_{1/2} + 2a_{3/2}}{3} \tag{I-3-18}$$

$$a^{-} = \frac{a_{1/2} - a_{3/2}}{3} \tag{I-3-19}$$

Les relations I-3-16 se récrivent donc :

$$a^{h}_{\pi^{-}p \to \pi^{-}p} = (a^{+} + a^{-})$$
 (I-3-20)

$$a_{\pi^- p \to \pi^0 n}^h = \sqrt{2} (a^-)$$
 (I-3-21)

Un récapitulatif des différentes estimations des longueurs de diffusion  $a^+$ ,  $a^-$  et  $a^h_{\pi^-p\to\pi^-p} = (a^+ + a^-)$  est présenté dans le tableau I-3.1.

La constante de couplage pion-nucléon  $(f_{\pi N})$  peut également être reliée aux longueurs de diffusion pion-nucléon  $(\pi N)$ , ce qui apporte une motivation supplémentaire pour une meilleure détermination de ces longueurs de diffusion.

$(m_{\pi}^{-})^{-1}$ .			
$a^+$	$a^-$	$(a^+ + a^-)$	Références
0,0(-)	0,079(-)	0,079(-)	[Weinberg 66, Tomazawa 66]
	0,0916(15)		[Bernard 93]
	0,092(4)		[Bernard 97]
-0,0098(130)	0,0935(140)		[Ecker 96]
-0,003(4)	0,083(1)		[Goudsmit 94]

Tableau I-3.1: Longueurs de diffusion  $a^+$ ,  $a^-$  et  $a^h_{\pi^-p\to\pi^-p}$ . Les résultats sont donnés en unité  $(m^-)^{-1}$ 

### **I-3.2.3** Constante de couplage de pion-nucléon $(f_{\pi N})$

Le calcul de la constante de couplage pion-nucléon  $(f_{\pi N})$  est basé sur l'étude de la dispersion vers l'avant des amplitudes de diffusion pion-nucléon pour les isospins impairs. On en déduit une relation entre la longueur de diffusion isovecteur  $(a^-)$  et la constante de couplage pion-nucléon au carré  $(f_{\pi N}^2)$  [Goldberger 55] :

$$\left(1 + \frac{m_{\pi^{-}}}{M}\right)\frac{a^{-}}{m_{\pi^{-}}} = \frac{2f_{\pi N}^{2}}{m_{\pi^{-}}^{2} - \left(\frac{m_{\pi^{-}}^{2}}{2M}\right)^{2}} + \mathcal{J}$$
(I-3-22)

avec

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{\sigma^-(k)}{\omega(k)} dk \approx -0,0053 m_{\pi^-}^{-2}$$
(I-3-23)

où k et  $\omega(k)$  sont respectivement l'impulsion et l'énergie du pion incident, et où  $\sigma^{-}(k)$  représente la section efficace totale d'isospin impair qui peut se mettre sous la forme :

$$\sigma^{-}(k) = \frac{(\sigma^{tot}(\pi^{-}p) - \sigma^{tot}(\pi^{+}p))}{2}$$
(I-3-24)

L'intégrale  $\mathcal{J}$ , définie dans l'équation I-3-23, est actuellement connue avec une précision de l'ordre de 1% [Workman 92].

De plus, une autre application immédiate est une estimation de l'anomalie de Goldberger-Treiman [Gasser 88, Bernard 92], qui corrige légérement la relation reliant la constante de désintégration du pion ( $\mathcal{F}_{\pi}$ ) à la constante de couplage pion-nucléon ( $f_{\pi N}$ ) — relation de Goldberger-Treiman [Goldberger 58]. Cette relation s'écrit ainsi :

$$f_{\pi N}^2 = \frac{m_{\pi^-} g_A^2}{16\pi \mathcal{F}_{\pi}^2} \tag{I-3-25}$$

avec  $g_A$  la constante de couplage des courants axiaux.

Elle fournit à l'heure actuelle la valeur suivante :

$$f_{\pi N}^2 = 0,072 \tag{I-3-26}$$

# I-3.3 Les différents processus de cascade atomique dans l'hydrogène pionique $(\pi^-p)$

Comme expérimentalement nous étudions l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  pour déterminer les longueurs de diffusion pion-nucléon  $(\pi N)$ , il est également nécessaire de s'intéresser aux processus de désexcitation du pion  $(\pi^-)$  dans un atome d'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$ , puisqu'il est totalement différent<sup>124</sup> de celui existant dans les autres atomes exotiques [Leon 62].

L'atome d'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  ne possédant pas d'électron, tout méchanisme de désexcitation par un effet Auger (interne) est à exclure. Il est donc nécessaire d'étudier les autres voies de désexcitation possibles :

- Les collisions peuvent permettre une désexcitation par un effet Auger externe [Leon 62] :

$$(\pi^{-}p)_{i} + H_{2} \rightarrow (\pi^{-}p)_{f} + e^{-} + H_{2}^{+}$$

- Les atomes d'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  étant neutres, aucune barrière Coulombienne ne peut endiguer leur approche vers un noyau d'hydrogène du milieu environnant. Ceci permet des transitions rapides entre les différents sous-niveaux *l* d'un même niveau de nombre quantique principal *n* par effet Stark [Leon 62, Vermeulen 69] :

$$(\pi^- \mathbf{p})_{nl} + \mathbf{H} \rightarrow (\pi^- \mathbf{p})_{nl'} + \mathbf{H}$$

- Il existe également une désexcitation Coulombienne due aux collisions avec des protons possédant une énergie cinétique  $E_c$  non nulle [Bracci 78, Men'shikov 88] :

$$(\pi^{-}p)_{i} + p \rightarrow (\pi^{-}p)_{f} + p; n_{f} < n_{i}$$

Dans ce processus, l'atome d'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  gagne une énergie cinétique  $E'_c$  correspondant à environ la moitié de l'énergie totale mise en jeu lors de la collision [Czaplinski 90, Czaplinski 94, Ponomarev 96].

Ensuite, il décélère grâce à des diffusions élastiques [Czaplinski 96, Popov 96, Aschenauer 97] :

 $(\pi^- \mathbf{p})_n + \mathbf{H} \rightarrow (\pi^- \mathbf{p})_n + \mathbf{H}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>124</sup> Contrairement au processus de formation qui est similaire à celui expliqué dans la section I-2.4.2 pour l'azote pionique ( $\pi^{-14}$ N).

Dépendance

Dependunce						
Processus			Références			
	énergie	pression				
radiatif	aucune	aucune	[Bethe 57]			
nucléaire	aucune	aucune	[Koch 86]			
Auger (externe)	aucune	linéaire	[Leon 62]			
Stark	faible	linéaire	[Leon 62, Vermeulen 69]			
Coulomb	$\sim 1/\sqrt{T}$	linéaire	[Czaplinski 94]			
Diffusion élastique	$\sim 1/\sqrt{T}$	linéaire	[Aschenauer 97]			

Tableau I-3.2: Les différents processus de cascade atomique dans l'hydrogène pionique  $(\pi^- p)$  et leur dépendance en pression et en énergie cinétique T.

où l'énergie cinétique  $E'_c$  est redistribuée entre les différents systèmes participant à la collision.

- Enfin, il faut prendre en compte les désexcitations radiatives [Bethe 57] :

 $(\pi^{-}\mathbf{p})_{i} \to (\pi^{-}\mathbf{p})_{f} + \gamma; n_{f} < n_{i}$ 

ainsi que les réactions nucléaires suivantes (absorption par le proton p) [Koch 86] :

$$(\pi^- \mathbf{p})_{ns} \to \pi^0 + \mathbf{n}$$

et

$$(\pi^- \mathbf{p})_{ns} \rightarrow \gamma + \mathbf{n}$$

Dans le cas où les atomes d'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  sont produits dans un gaz d'hydrogène (<sup>1</sup>H), la dépendance des ces différents processus, en fonction de la pression du gaz et de l'énergie cinétique *T* des atomes pioniques, est rappelée dans le tableau I-3.2.

### I-3.4 Technique de mesure et historique

Pour mesurer le déplacement hadronique  $\varepsilon_{1s}$  et l'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$  du niveau 1s de l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ), il suffit de mesurer l'énergie des transitions np - 1s ainsi que la largeur des raies correspondantes, et de les comparer aux valeurs données par un calcul<sup>125</sup> de QED ne prenant pas en compte l'interaction forte.

<sup>&</sup>lt;sup>125</sup> On voit ici l'importance de connaître parfaitement la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$ .

Toutefois, cette mesure nécessite une très grande précision puisque le déplacement hadronique  $\varepsilon_{1s}$  et l'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$  ne représentent que respectivement environ ~ 7 eV et ~ 1 eV pour une énergie de liaison (électromagnétique) qui vaut  $|E_{1s}| = 3238$  eV.

Récemment, une série d'expériences a été menée par une collaboration suisse entre le *Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ)*, l'*université de Neuchâtel* et le *PSI*, pour mesurer la transition 3p - 1s dans l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ), grâce à un spectromètre à crystal en réflexion [Sigg 96]. Elles ont permis de gagner deux ordres de grandeur sur la précision du déplacement hadronique,  $\varepsilon_{1s} = (7, 102 \pm 0, 035)$  eV, et d'obtenir pour la première fois une valeur précise de l'élargissement hardronique,  $\Gamma_{1s} = (0, 883 \pm 0, 069)$  eV [Schröder 99]. Mais, par rapport à  $\varepsilon_{1s}$ ,  $\Gamma_{1s}$  conserve une erreur relative plus importante d'un ordre de grandeur (0,5% contre 8%), ce qui n'est pas suffisant pour tester les derniers calculs théoriques.

Le principal facteur limitant la précision de ces mesures est l'incertitude sur la masse du pion<sup>126</sup> ( $m_{\pi^-}$ ). Toutefois, pour interpréter correctement les résultats, il est également important de connaître en détail l'influence des différents processus de la cascade atomique sur l'élargissement ou le déplacement des raies.

Fort de notre nouvelle valeur de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  — cf. chapitre I-2 — et des excellents résultats obtenus sur le deutérium pionique<sup>127</sup>  $(\pi^-d)$  grâce à ce dispositif expérimental, notre collaboration a donc entrepris d'une série de mesures sur l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$ , afin de gagner un ordre de grandeur sur la précision du déplacement  $\varepsilon_{1s}$  et

où  $\mathcal{R}a_{\pi^-d}^{had}$  est une fonction des grandeurs  $a^+$  et  $a^-$  [Ericson 00] :

$$\mathcal{R}a_{\pi^{-d}}^{had} = 2\frac{\left[1 + (m_{\pi^{-}}/M)\right]}{\left[1 + (m_{\pi^{-}}/M_{d})\right]}a^{+} + 2\frac{\left[1 + (m_{\pi^{-}}/M)\right]^{2}}{\left[1 + (m_{\pi^{-}}/M_{d})\right]}\left[(a^{+})^{2} - 2(a^{-})^{2}\right]\left\langle\frac{1}{r}\right\rangle + \dots$$
(I-3-27)

qui est reliée à l'élargissement hadronique  $\varepsilon_{1s}$  par la formule de Deser suivante :

$$\frac{\Delta\varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{1s}} = -\frac{4}{r_B} \mathcal{R} a_{\pi^- d}^{had}$$
(I-3-28)

<sup>&</sup>lt;sup>126</sup> Par exemple, 25% de l'erreur sur l'élargissement hadronique ( $\Delta \varepsilon_{1s}$ ) provient de la méconnaissance de la masse du pion chargé ( $m_{\pi^-}$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>127</sup> Nous avons obtenu en quelques jours des spectres possédant une statistique supérieure à celle de l'ensemble des mesures précédemment réalisées [Chatellard 97, Hauser 98], et fournissant un résultat dont la précision est équivalente à celle de la plus récente mesure [Hauser 98] :  $\mathcal{R}a_{\pi^-d}^{had} = -0,0261 \pm 0.0005/m_{\pi^-}$ 

de l'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$ :

$$\frac{\Delta \varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{1s}} = 0,2\%$$
 et  $\frac{\Delta \Gamma_{1s}}{\Gamma_{1s}} = 1\%$ 

Durant ces mesures, nous allons étudier les différents processus parasites de la cascade atomique, qui seront de plus comparés à ceux existant dans la cascade atomique de l'hydrogène muonique ( $\mu^-$ p), où l'interaction forte ne joue aucun rôle, et modélisés par des simulations Monte-Carlo [Markushin 01].

### I-3.5 Dispositif expérimental

Cette expérience, qui est installée dans l'aire  $\pi E51$  du *PSI*, utilise rigoureusement le même dispositif expérimental que l'expérience de détermination de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$  — cf. chapitre I-2, à l'exception de deux petites modifications :

- l'utilisation d'une enceinte cryogénique<sup>128</sup> afin d'obtenir une densité de dihydrogène (H<sub>2</sub>) suffisante<sup>129</sup>, et ainsi avoir le taux de comptage excompté sur les raies pioniques (cf. Figure I-3.1).
- et l'utilisation de cristaux sphériques<sup>130</sup> de silicium Si(111) et de quartz (SiO<sub>2</sub>), à la place du cristal de Si(220) puisque l'on étudie dans ce cas des transitions dont l'énergie est d'environ 3 keV seulement.

### I-3.6 Mesures réalisées et résultats préliminaires

Nous avons déjà bénéficié de deux temps de faisceau sur l'accélérateur du *PSI*, pour cette expérience : en décembre 2000 (3 semaines) et en mai-juin 2001 (6 semaines).

Lors du premier, nous avons effectué les divers réglages préliminaires : optimisation de l'injection du faisceau de pions ( $\pi^-$ ) en réglant les différents collimateurs de la ligne  $\pi$ E5, positionnement de la cible gazeuse à l'intérieure de la trappe cyclotron, réglages du spectromètre, ...

Nous avons également pu mesurer la transition  $3p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ) simultanément avec celle  $6h \rightarrow 5f$  de l'oxygène pionique ( $\pi^{-16}O$ ), qui possède une énergie

<sup>&</sup>lt;sup>128</sup> La partie cryogénique a été mise au point par l'*Institut für Mittelenergiephysikde* de Vienne (Autriche).

<sup>&</sup>lt;sup>129</sup> Elle permet également d'obtenir une cible d'hydrogène liquide.

<sup>&</sup>lt;sup>130</sup> Tout comme le cristal de Si(220), ces cristaux ont été testés optiquement à l'*Institut d'Optique*, et leurs cartographies X a été réalisées au *NIST* (cf. section I-2.8.1).



Figure I-3.1: Vue de l'enceinte contenant l'hydrogène (<sup>1</sup>H) dans les expériences sur l'hydrogène pionique (π<sup>-</sup>p). Elle fait 150 mm de long avec une fenêtre de sortie de 40×36 mm<sup>2</sup>. Cette dernière est formée d'une feuille de Kapton de 7,5 µm d'épaisseur capable de supporter une différence de pression de plusieurs dizaines de bars, et possède une grille constituée de 5 fentes de 6 mm de largeur, espacées de 1 mm chacune, permettant de scanner facilement la face avant de l'enceinte pour positionner la cible gazeuse précisément.

très proche<sup>131</sup> et que nous utilisons comme raie de calibration, puisqu'elle n'est pas influencée par l'interaction forte (l élevés) — cf. Figure I-3.2. Pour cela, nous avons utilisé un mélange gazeux de dioxygène et de dihydrogène O<sub>2</sub>/H<sub>2</sub> (1,9%/98%), sous une pression de 1400 mbars et à une température de 98 K.

Cette mesure nous a permis d'extraire une valeur préliminaire du déplacement hadronique  $\varepsilon_{1s}$ :

$$\varepsilon_{1s} = (7,080 \pm 0,035) \,\mathrm{eV}$$

Cette valeur est naturellement très encourageante, comme elle possède une erreur équivalente à celle de la mesure la plus précise disponible ( $\varepsilon_{1s} = (7, 102 \pm 0, 038)$  eV) [Schröder 99], alors qu'elle est seulement extraite d'une mesure courte (2 jours); mais ayant toutefois une

<sup>&</sup>lt;sup>131</sup> L'énergie de la transition  $3p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ), décalée par l'interaction forte, est d'environ 2886 eV, et celle de la transition  $6h \rightarrow 5f$  de l'oxygène pionique ( $\pi^{-16}$ O) d'environ 2880 eV.



Figure I-3.2: Transitions  $3p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$  — à droite — et  $6h \rightarrow 5f$ de l'oxygène pionique  $(\pi^{-16}O)$  — à gauche. Ce spectre a été obtenu par une accumulation de données de 2 journées. Nous avons utilisé le cristal de Si(111), avec un angle de Bragg de 43°. De plus, le trait vertical à gauche indique la position que devrait avoir la raie de l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$ , si elle n'était pas déplacée par l'interaction forte.

statistique équivalente à la mesure précédente [Sigg 96] faite sur plusieurs années !!

Elle permet également de déduire une valeur de la longueur de diffusion  $a_{\pi^- p \to \pi^- p}^h$ , qui parfaitement compatible avec les valeurs théoriques données dans le tableau I-3.1 :

$$a^{h}_{\pi^{-}p \to \pi^{-}p} = (a^{+} + a^{-}) \approx (0,082 \pm 0,001) / m_{\pi^{-}}$$

Pendant le second temps de faisceau, nous avons réalisé des mesures de la transition  $3p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ), avec un gaz de dihydrogène (H<sub>2</sub>) pur, sous diffé-

rentes pressions : 3 bars, 15 bars et 40 bars. Ces mesures doivent notamment nous permettre d'étudier la dépendance en pression et l'effet de la densité sur l'élargissement Doppler et la désexcitation coulombienne. Entre chacune de ces séries de mesures, nous avons également mesuré la raie de calibration  $6h \rightarrow 5f$  de l'oxygène pionique ( $\pi^{-16}$ O), afin de prendre en compte d'éventuelles dérives temporelles.

De plus, il peut exister une contribution aditionnelle dans le déplacement des raies X, due à des molécules<sup>132</sup> formées à partir de molécules de dihydrogène (H<sub>2</sub>), et d'hydrogènes pioniques ( $\pi^-$ p) ou de pions( $\pi^-$ ). Cet éventuel déplacement moléculaire dépendant de la densité, nous avons réalisé une série de mesures avec de l'hydrogène liquide, pour pouvoir l'étudier (cf. Figure I-3.3).

Les analyses de ces mesures viennent tout juste d'être commencées ; je ne les présenterai donc pas dans ce mémoire.

D'autre part, pour l'ensemble de ces mesures, où les transitions sont toutes de l'ordre de 3 keV, nous utilisons pour déterminer la résolution de notre spectromètre, les raies X (5 $\rightarrow$ 4) du carbone pionique ( $\pi^{-12}$ C), qui sont très étroites ( $\sim 10$  meV) — cf. Figure I-3.4.

### **I-3.7** Discussion et perspectives

On voit, en se basant sur ces résultats préliminaires, qu'il n'est pas très difficile d'obtenir une précision relative de l'ordre de 0,2% (purement statistique) pour le déplacement hadronique  $\varepsilon_{1s}$ , en réalisant des mesures avec une statistique plus importante, que l'on couplera à des mesures des transitions  $4p \rightarrow 1s$  et  $2p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique ( $\pi^-p$ ), ainsi qu'à une comparaison de la cascade atomique à celle de l'hydrogène muonique ( $\mu^-p$ ). Cependant, ces mesures ne permettent pas d'obtenir, à elles seules, une erreur relative d'environ 1% sur l'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$ , et ne peuvent laisser espérer tout au plus qu'une précision de l'ordre de 3%.

L'élargissement hadronique  $\Gamma_{1s}$  est si faible, qu'il est primordial, pour estimer son erreur de façon minimale, de mesurer très précisement, en plus des études de l'élargissement Doppler [Markushin 94], induit par la désexcitation coulombienne, et de la cascade atomique,

$$(\pi^- p)_{nl} + H_2 \rightarrow [(\pi^- pp).p]ee$$
  
 $\pi^- + H_2^{++} \rightarrow [(\pi^- pp)]e$ 

<sup>&</sup>lt;sup>132</sup> Les molécules résultantes peuvent être de deux types selon leurs voies de formation :

#### Position spectrum



Figure I-3.3: Transition  $3p \rightarrow 1s$  de l'hydrogène pionique  $(\pi^-p)$ , produit dans une cible d'hydrogène liquide. Cette mesure a nécessité 4 jours d'acquisition. La statistique est en effet plus faible que lors de l'utilisation d'une cible gazeuse, puisque les pertes, dues à l'absorption des rayons X, ne peuvent être compensées par le gain d'intensité, résultant de l'augmentation de pouvoir d'arrêt des pions  $(\pi^-)$  dans le milieu liquide.

la fonction de réponse intrinsèque de notre spectromètre, afin d'en extraire un profil de raie optimal.

Or, cette mesure détaillée de la réponse instrumentale détaillée n'est pas réalisable à partir des raies X 5 – 4 du carbone pionique ( $\pi^{-12}$ C), car elle nécessiterait l'utilisation de l'accélérateur pendant de très longues périodes. Il est alors nécessaire d'arriver à produire une intense source de rayons X, indépendante de l'accélérateur, et dont les raies ont des largeurs naturelles équivalentes à celles des transitions du carbone pionique ( $\pi^{-12}$ C) —  $\simeq 20$  meV — et qui pourront être diffractées par le cristal sans que l'on ait à changer quoique ce soit dans



Figure I-3.4: Spectre X du carbone pionique ( $\pi^{-12}C$ ). Nous utilisons ces raies X pour déterminer expérimentalement la fonction de réponse intrinsèque du spectromètre pour des énergies de l'ordre de 3 keV.

le dispositif expérimental.

Nous avons ainsi décidé de construire, à partir de la trappe anti-cyclotronique, une *ECRIT* (*Electron Cyclotron Resonance Ion Trap*) [Consolino 69, Postma 70, Geller 90], qui produira, à partir d'un plasma, des ions hydrogénoïdes électroniques (Z < 30). Comme, dans ceux-ci, les transitions X Ly- $\alpha$  possèdent de très faibles largeurs naturelles, puisqu'elles ne sont pas auto-ionisant entre niveaux (1 seul électron) contrairement aux raies émises par des tubes à rayons X, et qu'il n'y a pas d'élargissement Doppler (ions froids — énergie cinétique de l'ordre de l'électron-volt), on obtient une intense source de raies X (due à la qualité de confinement de la trappe) étroites et produites au même endroit que les transitions exotiques (le plasma de l'*ECRIT* replace la cible gazeuse), permettant de mesurer finement la résolution de notre spectromètre. La seule contrainte est de connaître parfaitement les énergies de ces raies Ly- $\alpha$ . Pour cela, notre équipe construit actuellement un spectromètre X utilisant deux cristaux plan, pour mesurer ces transitions de manière absolue. Dans ce spectromètre, le premier cristal sert de monochromateur et l'on extrait la longueur d'onde des raies X par comparaison des refléxions (+n, +n) et (+n, -n), distantes de  $2\theta_B$  [Deslattes 85].

La prochaine étape pour cette expérience est donc d'utiliser cette *ECRIT*, pendant les futurs temps de faisceau à *PSI*, afin d'entrecouper les mesures sur les atomes exotiques par des mesures des raies Ly- $\alpha$  des ions hydrogénoïdes électroniques, pour obtenir des mesures de la résolution du spectromètre dans les conditions de l'expérience.

### Deuxième partie

## Mesure de durées de vie de transitions interdites dans les ions lourds héliumoïdes

## Chapitre II-1 Mesure de la durée de vie du niveau métastable $2^{3}P_{0}$ de l'or héliumoïde ( $^{197}Au^{77+}$ )

### **II-1.1** Motivations : Tests de la théorie relativiste à n-corps

L'étude de l'intervalle de structure fine  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$  dans les ions lourds héliumoïdes est un sujet qui a été et qui est toujours d'un grand intérêt, en physique atomique, autant du point de vue théorique [Drake 88, Indelicato 89, Johnson 97] qu'expérimental [Indelicato 92, Birkett 93], puisqu'elle constitue un test simple de la théorie relativiste à n-corps.

En particulier, la mesure de la durée de vie du niveau métastable<sup>133</sup>  $2^{3}P_{0}$  permet de tester des contributions de QED inaccessibles par les mesures effectuées sur les systèmes hydrogenoïdes, puisque la durée de vie des niveaux atomiques est sensible à une partie différente de la fonction d'onde que l'énergie [Marrus 89].

Cette mesure permet notamment de confronter à l'expérience les calculs de probabilités de transitions radiatives dans les ions lourds héliumoïdes qui doivent prendre en compte les deux effets suivants :

- l'interaction magnétique puisqu'elle est responsable d'un double croissement entre les niveaux  $2^{3}P_{0}$  et  $2^{3}P_{1}$ , pour Z = 3 et Z = 46,47 [Johnson 76, Johnson 86, Indelicato 89].
- et les interactions hyperfines entre le noyau et le cortège électronique puisque expérimentalement les mesures ne peuvent être réalisées que sur des ions possédant un spin nucléaire non nul afin de transformer la transition  $2^{3}P_{0}-1^{1}S_{0}$ , qui est une J = 0-J =

<sup>&</sup>lt;sup>133</sup> Ces niveaux sont sensibles aux très faibles perturbations.

0 strictement interdite, en une transition  $2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$  (F = 3/2 - F = 3/2 - F est le moment angulaire total de l'atome), dans le cas de l'or heliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>), qui est pour sa part permise (cf. section II-1.4.1).

L'étude théorique complète du calcul des probabilités de transition radiative, ainsi que de la durée de vie des niveaux d'énergie sortiraient du cadre de cette thèse. Je vais toutefois, rappeler les principales étapes permettant leur calcul quand on doit incorporer l'interaction magnétique et hyperfine.

### II-1.2 Influence de l'interaction hyperfine sur la séparation fine $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$ et la durée de vie du niveau métastable $2^{3}P_{0}$ dans les ions héliumoïdes

### II-1.2.1 Effet de l'interaction magnétique sur la durée de vie

La méthode  $MCDF^{134}$  est utilisée depuis de nombreuses années pour le calcul des probabilités de transition radiative dans les ions lourds [Grant 70, Cheng 71].

Comme dans le cas non relativiste, la probabilité de transition  $E_1$  dans la jauge des longueurs<sup>135</sup> se calcule en évaluant :

$$\mathcal{A}_{i-f} = \alpha^2 \left| \langle f, J_f | j_\mu A^\mu | i, J_i \rangle \right|^2 \tag{II-1-2}$$

où  $j_{\mu}$  est l'opérateur densité de courant de Dirac,  $A^{\mu}$  l'opérateur du champ électromagnétique et *i* (resp. *f*) l'état initial (resp. final) de moment angulaire électronique total  $J_i$  (resp.

$$\psi(\vec{r_1}, \dots, \vec{r_p}) = \sum_{i=1}^{N_{conf}} c_i \begin{vmatrix} \phi_{n_i^1 \kappa_i^1 m_i^1}(\vec{r_1}) & \dots & \phi_{n_i^1 \kappa_i^1 m_i^1}(\vec{r_p}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \phi_{n_i^p \kappa_i^p m_i^p}(\vec{r_1}) & \dots & \phi_{n_i^p \kappa_i^p m_i^p}(\vec{r_p}) \end{vmatrix}$$
(II-1-1)

 $^{135}$  La probabilité de transition  $2^{3}P_{0} - 2^{3}S_{1}$  est extrêment sensible au choix de jauge.

<sup>&</sup>lt;sup>134</sup> Cette méthode, que je ne décrirai pas en détail dans cette thèse (pour plus de détails voir notamment [Desclaux 75]), est l'analogue relativiste de la méthode *Hartree-Fock*. Le calcul variationnel est effectué sur une base de déterminants de Slater de spineurs de Dirac à quatre composantes ( $\phi_{n\kappa m}$ ). Le ket d'essai est donc constitué d'une combinaison linéaire de tels déterminants choisis pour être fonctions propres de  $J^2$ ,  $J_Z$  (J est le moment angulaire électronique total) et de la parité  $\Pi$ . Il a la forme suivante :

 $J_f$ ).

L'utilisation des méthodes de Racah permet de se ramener à une somme d'intégrales radiales multiplées par des coefficients angulaires et par le poids des configurations dont proviennent les parties radiales. En se limitant à une composante électrique de multipolarité  $\lambda$  pour l'opérateur de champ électromagnétique, nous obtenant [Sobel'man 69] :

$$\mathcal{A}_{i-f} = \mathcal{K}_{\lambda} \Delta E_{i-f} \left| \sum_{n_i=1}^{N_i^{conf}} \sum_{n_f=1}^{N_f^{conf}} \sum_{m_i=1}^{N_i^{orb}} \sum_{m_f=1}^{N_f^{orb}} c_{m_i} c_{m_f} \mathcal{D}_{n_i n_f}^{m_i m_f} \mathcal{R}_{n_i n_f}^{m_i m_f \lambda} \right|^2$$
(II-1-3)

avec

$$\mathcal{K}_{\lambda} = \frac{4\pi\alpha(2\lambda+1)e}{(\lambda+1)(2J_i+1)h}$$
(II-1-4)

où  $m_i$  (resp.  $m_f$ ) est l'orbitale numéro  $m_i$  (resp.  $m_f$ ) dans la configuration numéro  $n_i$  (resp.  $n_f$ ), les indices i (resp. f) font référence à l'état initial (resp. final), et  $\mathcal{D}$  est le coefficient angulaire réduit de l'opérateur  $2^{\lambda}$ -pôle électrique. Les coefficients de mélange des configurations sont notés par  $c_m$ ,  $\Delta E_{i-f}$  est l'énergie de transition entre i et f (en eV), e est la valeur absolue de la charge de l'électron (en C), et h la constante de Planck (en J.s).

 $\mathcal R$  est un élément de matrice radial sans dimension défini par :

$$\mathcal{R}_{n_{i}n_{f}}^{m_{i}m_{f}\lambda} = \int_{0}^{+\infty} dr \{ (\lambda+1)j_{\lambda}(\alpha\omega r) (\mathcal{P}_{n_{i}}^{m_{i}}\mathcal{P}_{n_{f}}^{m_{f}} + \mathcal{Q}_{n_{i}}^{m_{i}}\mathcal{Q}_{n_{f}}^{m_{f}}) \qquad (\text{II-1-5})$$
$$-j_{\lambda+1}(\alpha\omega r) [(\kappa_{n_{f}}^{m_{f}} - \kappa_{n_{i}}^{m_{i}} - \lambda)\mathcal{Q}_{n_{i}}^{m_{i}}\mathcal{P}_{n_{f}}^{m_{f}}$$
$$+ (\kappa_{n_{f}}^{m_{f}} - \kappa_{n_{i}}^{m_{i}} + \lambda)\mathcal{P}_{n_{i}}^{m_{i}}\mathcal{Q}_{n_{f}}^{m_{f}}] \}$$

tel que  $\mathcal{P}$  (resp.  $\mathcal{Q}$ ) représente la grande (resp. petite) composante radiale de la fonction d'onde *MCDF*,  $j_{\lambda}$  est la fonction de Bessel sphérique d'ordre  $\lambda$  and  $\omega$  est l'énergie de transition (en unités atomiques). Pour simplifier, on utilise de plus comme approximation de calcul que les parties radiales des fonctions d'onde initiales et finales sont orthonormales.

Lorsqu'on introduit l'interaction magnétique dans le processus self-consistant (pour plus de détail se rapporter à la thèse de doctorat d'Etat de Paul Indelicato [Indelicato 87] et les publications qui y sont liées [Indelicato 89, Indelicato 92, Birkett 93]), le calcul montre alors une nette modification des coefficients de mélange pour les Z élevés, qui engendre donc des variations sur les valeurs des probabilités de transition de plusieurs %; variations dont il est évidemment indispensable de tenir compte dans le calcul de la durée de vie des niveaux métastables, puisque l'on sait mesurer actuellement les durées de vie dans les ions lourds avec une incertitute relative de seulement quelques %.

## II-1.2.2 Calcul relativiste des éléments de matrice du hamiltonien hyperfin

Dans ce qui précède, nous avons considéré le noyau comme une sphère uniformément chargée, sans spin ni moment magnétique. Or, comme nous avons rappelé qu'il était nécessaire d'introduire ici un spin nucléaire non nul, les interactions hyperfines doivent être étudiées en détail [Indelicato 89].

Le hamiltonien relativiste  $\mathcal{H}_{tot}$  du système peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{H}_{tot} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{hfs} \tag{II-1-6}$$

où  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_{hfs}$  représentent respectivement le hamiltonien électronique pur et l'opérateur d'interaction hyperfine entre le noyau et le cortège électronique.

Cet opérateur  $\mathcal{H}_{hfs}$  peut s'écrire :

$$\mathcal{H}_{hfs} = \sum_{k} \mathcal{M}^{(k)} \mathcal{T}^{(k)}$$
(II-1-7)

tel que  $\mathcal{M}^{(k)}$  (resp.  $\mathcal{T}^{(k)}$ ) est le tenseur sphérique d'ordre k représentant la partie nucléaire (resp. électronique) de l'interaction.

De plus, puisque nous sommes à Z élevés (> 40), la contribution de ce hamiltonien ne peut pas être évaluée précisément par un simple calcul de pertubation au premier ordre. Un calcul plus rigoureux est heureusement possible pour l'étude des niveaux  $2^{3}P_{0}$  et  $2^{3}P_{1}$ , puisque nous sommes presque en couplage jj [Gorceix 87], c'est-à-dire que les niveaux  $2^{3}P_{2}$  et  $2^{1}P_{1}$  sont extrêmement proches, alors qu'ils sont séparés du niveau  $2^{3}P_{1}$  par plusieurs dizaines de fois l'écart  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$ . On est ainsi en présence d'un système à deux niveaux, dans lequel il est évidemment facile de résoudre l'équation aux valeurs propres.

Le second point important est que la largeur radiative du niveau  $2^{3}P_{1}$  est du même ordre de grandeur que la séparation  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$ . Il faut alors introduire ce facteur *ad initio* dans le calcul. Pour cela, la voie naturelle [Mohr 85] est d'utiliser des énergies complexes dont la partie imaginaire représente les largeurs des niveaux, lorsqu'on évalue les corrections radiatives.

L'utilisation d'une telle méthode n'est toutefois applicable qu'au domaine des Z élevés. Mais, sa validité a été néanmoins démontrée, puisqu'elle est l'approximation, à deux niveaux et à hauts Z, d'une méthode de calcul à quatres niveaux, dévellopée par Johnson *et al.* [Johnson 97], valable à tout Z, et basée sur l'introduction des corrections radiatives dans les fonctions d'onde atomiques grâce à un potentiel optique non-local, proposé par Robicheaux *et al.* [Robicheaux 95].

En prenant en compte tout cela et pour un noyau de spin *I* donné, si l'on néglige, dans la relation II-1-7, les termes ayant une valeur de k > 1 (termes quadrupôlaires électriques ...), qui ont des effets négligeables ici, le hamiltonien total  $\mathcal{H}_{tot}$  s'écrit, dans la base des fonctions *MCDF* (cf. la note de pied-de-page II-1.2.1) :

$$\mathcal{H}_{tot} = \begin{pmatrix} E_0 + \frac{1}{2}i\Gamma_0 + \mathcal{W}(0,0) & \mathcal{W}(1,0) \\ \mathcal{W}(0,1) & E_1 + \frac{1}{2}i\Gamma_1 + \mathcal{W}(1,1) \end{pmatrix}$$
(II-1-8)

où sont indexées par 0 (resp. 1) les grandeurs correspondantes à l'état  $1s2p^{3}P_{0}$  (resp.  $1s2p^{3}P_{1}$ ).

 $E_0$  (resp.  $E_1$ ) est l'énergie du niveau non pertubé  $1s2p^3P_0$  (resp.  $1s2p^3P_1$ ), et  $\Gamma_J = \hbar A_{J,f}$  où f représente  $1s2s^3S_1$  pour J = 0 et  $1s^{2\,1}S_0$  pour J = 1.

L'élément de matrice hyperfin  $\mathcal{W}(J_1, J_2)$  s'écrit :

$$\mathcal{W}(J_1, J_2) = \mathcal{W}(J, J')$$
(II-1-9)  
$$= \langle 1s2p^3 P_J | \mathcal{H}_{hfs} | 1s2p^3 P'_J \rangle$$
$$= \langle I, J_1, F, M_F | \mathcal{M}^{(1)} \mathcal{T}^{(1)} | I, J_2, F, M_F \rangle$$

où F est le moment angulaire total de l'atome, et qui devient :

$$\mathcal{W}(J_1, J_2) = (-1)^{I+J_1+F} \left\{ \begin{array}{ccc} I & J_1 & F \\ J_2 & I & 1 \end{array} \right\} \times \langle I || \mathcal{M}^{(1)} || I \rangle \langle J_1 || \mathcal{T}^{(1)} || J_2 \rangle \qquad \text{(II-1-10)}$$

lorsque l'on introduit le symbole 6j, qui se réduit à :

$$\left\{ \begin{array}{cc} I & J & F \\ J & I & 1 \end{array} \right\} = (-1)^{I+J+F} \left( \frac{2[F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]}{\sqrt{[2J(2J+1)(2J+2)][2I(2I+1)(2J+2)]}} \right)$$
(II-1-11)

pour les élement diagonaux ( $J = J_1 = J_2$ ), ce qui montre immédiatement que  $\mathcal{W}(0, 0) = 0$ .

On définit le moment dipôlaire magnétique du noyau en unité de magnéton de Bohr  $\mu_N$  par :

$$\mu_I \mu_N = \langle I || \mathcal{M}^{(1)} || I \rangle \begin{pmatrix} I & 1 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix}$$
(II-1-12)

Thèse de Doctorat

tel que

$$\mu_N = \frac{eh}{2\pi m_p c} \tag{II-1-13}$$

et où le coefficient 3j vaut :

$$\begin{pmatrix} I & 1 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \sqrt{[I(I+1)(2I+1)]} \end{pmatrix}$$
(II-1-14)

Il ne reste plus, maintenant, qu'à évaluer<sup>136</sup> la partie électronique de ces éléments de matrice sur la base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  définie par :

$$|0\rangle = |1s_{1/2}2p^{3}P_{0}\rangle = |1s_{1/2}2p_{1/2}J = 0\rangle$$
 (II-1-15)

$$|1\rangle = |1s_{1/2}2p^{3}P_{1}\rangle$$
(II-1-16)  
=  $\alpha |1s_{1/2}2p_{1/2}J = 1\rangle + \beta |1s_{1/2}2p_{3/2}J = 1\rangle$ 

Si on décompose  $\mathcal{T}^{(1)}$  sur les opérateurs des électrons 1 et 2 :

$$\mathcal{T}^{(1)} = \mathcal{T}_1 \otimes \mathcal{I}_2 + \mathcal{T}_2 \otimes \mathcal{I}_1 \tag{II-1-17}$$

où  $\mathcal{I}$  est l'opérateur identité et  $\otimes$  le produit tensoriel.

Si on néglige les corrélations électroniques dans cette partie<sup>137</sup>, on obtient facilement à partir de la relation II-1-9 :

$$\langle 1||\mathcal{T}^{(1)}||1\rangle = \alpha^{2} \left( \langle 1s_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||1s_{1/2}\rangle + \langle 2p_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||2p_{1/2}\rangle \right)$$
(II-1-18)  
 
$$+ \beta^{2} \left( -\frac{1}{2} \langle 1s_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||1s_{1/2}\rangle + \sqrt{\frac{5}{8}} \langle 2p_{3/2}||\mathcal{T}^{(1)}||2p_{3/2}\rangle \right)$$
  
 
$$+ 2\alpha\beta \left( -\frac{1}{2} \langle 2p_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||2p_{3/2}\rangle \right)$$

<sup>&</sup>lt;sup>136</sup> Le programme *MCDF* permet, en fait, de calculer automatiquement ces éléments quelque soit le nombre d'électrons mis en jeu et pour n'importe quel niveau [Desclaux 75]. Le calcul, qui est présenté dans ce manuscrit, n'a pour but que d'exposer au lecteur la méthode dans ce cas simple à 2 électrons.

<sup>&</sup>lt;sup>137</sup> Elles sont très petites vis à vis de la précision actuelle des calculs.

Un calcul similaire donne l'élément de matrice non diagonal<sup>138</sup> :

$$\langle 1||\mathcal{T}^{(1)}||0\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \left( \langle 1s_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||1s_{1/2}'\rangle + \langle 2p_{1/2}|2p_{1/2}'\rangle \right)$$
(II-1-19)  
$$- \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \left( \langle 1s_{1/2}|1s_{1/2}'\rangle + \langle 2p_{1/2}||\mathcal{T}^{(1)}||2p_{1/2}'\rangle \right)$$
$$+ \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left( \langle 1s_{1/2}|1s_{1/2}'\rangle \langle 2p_{3/2}||\mathcal{T}^{(1)}||2p_{1/2}\rangle \right)$$

où les ' indiquent les fonctions d'ondes provenant du vecteur  $|0\rangle$ .

L'opérateur  $\mathcal{T}$  sous sa forme relativiste s'écrit pour sa part [Lindgren 93-2] :

$$\mathcal{T}_{q}^{(1)} = \sum_{j=1}^{N_{e^{-}}} t_{qj}^{(1)}$$
(II-1-20)  
$$= \sum_{j=1}^{N_{e^{-}}} -ie\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{r_{j}^{2}}\right) \alpha_{j} \mathcal{Y}_{1q}^{(0)}(\hat{r}_{j})$$

où *e* est la valeur absolue de la charge de l'électron,  $\alpha_j$  la matrice de Dirac du j-ième électron et  $\mathcal{Y}_1^{(0)}{}_q(\hat{r}_j)$  une harmonique sphérique vectorielle [Akhiezer 65]. Cet opérateur n'est valable en toute rigueur que pour des noyaux dont le moment dipolaire magnétique est celui d'une charge ponctuelle. Mais on peut introduire l'effet Bohr-Weisskofp<sup>139</sup> [Boucard 00] dans ce calcul, si l'on remplace la partie radiale de cet opérateur [Cheng 85] :

$$\left[r^{-2}\right]_{n\kappa n'\kappa'} = \int_0^{+\infty} dr \frac{1}{r^2} (\mathcal{P}(r)_\kappa \mathcal{Q}(r)_{\kappa'} + \mathcal{Q}(r)_\kappa \mathcal{P}(r)_{\kappa'})$$
(II-1-21)

par (dérivé d'un formalisme utilisé pour étudier les anomalies hyperfines dans les atomes muoniques [Freeman 80]) :

$$[r^{-2}]_{n\kappa n'\kappa'}^{B,-W.} = \int_{0}^{R_{n}} ds \, s^{2} \rho_{m}(s) \int_{0}^{s} dr \frac{1}{r^{2}} \qquad (\text{II-1-22})$$
$$\times (\mathcal{P}(r)_{\kappa} \mathcal{Q}(r)_{\kappa'} + \mathcal{Q}(r)_{\kappa} \mathcal{P}(r)_{\kappa'})$$

tel que  $R_n$  représente le rayon de la distribution nucléaire de Fermi, dans laquelle la densité de moment magnétique est donnée par :

$$\rho_m(r) = \frac{1}{\mu_I \mu_N \left[1 + \exp\left(\frac{r - R}{t}\right)\right]}$$
(II-1-23)

<sup>&</sup>lt;sup>138</sup> Comme dans le calcul des probabilités de transition, les produits scalaires du type  $\langle 2p_{1/2}|2p_{1/2}\rangle$  seront pris égaux à 1 pour simplifier le calcul.

<sup>&</sup>lt;sup>139</sup> C'est un effet qui est dû à la répartition de moments magnétiques dans le noyau [Bohr 51] et qui est encore actuellement très mal compris.

où R est le rayon moyen sphérique de la répartition de charge et t le paramètre d'épaisseur.

On peut ainsi aisément montrer que les éléments de matrice monoélectroniques  $t_q^{(1)}$  s'écrivent :

$$\langle \kappa m | t_q^{(1)} | \kappa' m' \rangle = - \langle -\kappa m | \mathcal{C}_q^{(1)} | \kappa' m' \rangle (\kappa + \kappa')$$

$$\times \int_0^{+\infty} dr \frac{1}{r^2} (\mathcal{P}_{\kappa} \mathcal{Q}_{\kappa'} + \mathcal{Q}_{\kappa} \mathcal{P}_{\kappa'})$$
(II-1-24)

tel que  $\mathcal{P}$  (resp.  $\mathcal{Q}$ ) représente la grande (resp. petite) composante radiale de la fonction d'onde *MCDF*.

Les parties angulaires se calculent en utilisant [Cheng 85] :

$$\langle \kappa m | \mathcal{C}_q^{(k)} | \kappa' m' \rangle = (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & k & j' \\ -m & q & m' \end{pmatrix} \langle \kappa | | \mathcal{C}^{(k)} | | \kappa' \rangle$$
(II-1-25)

où j (resp. j') est le moment angulaire correspondant à  $\kappa$  (resp.  $\kappa$ '), puis :

$$\langle \kappa || \mathcal{C}^{(k)} || \kappa' \rangle = (-1)^{j+1/2} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)}$$

$$\times \left( \begin{array}{cc} j & k & j' \\ \frac{1}{2} & q & -\frac{1}{2} \end{array} \right) \pi(l, k, l')$$
(II-1-26)

où l (resp. l') est le moment orbital correspondant à  $\kappa$  (resp.  $\kappa'$ ) et où

$$\pi(l,k,l') = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad l,k,l' \text{ pair} \\ 0 & \text{si} \quad l,k,l' \text{ impair} \end{cases}$$
(II-1-27)

On peut facilement estimer les éléments de matrice réduits intervenant dans II-1-18 et II-1-19 à partir des formules II-1-24, II-1-25 et II-1-26 et du théorème de Wigner-Eckart :

$$\langle n\kappa ||t^{(1)}||n'\kappa'\rangle = (-1)^{j-m} \left[ \frac{\langle n\kappa m | t_q^{(1)} | n'\kappa'm'\rangle}{\begin{pmatrix} j & 1 & j' \\ m & q & m' \end{pmatrix}} \right]$$
(II-1-28)

en fixant les valeurs de q, m et m'.

Il ne reste donc plus qu'à évaluer les divers symboles 3j et 6j pour les valeurs de I et de F concernées pour obtenir les éléments de matrice  $\mathcal{W}(J_1, J_2)$ .

Pour finir, la diagonalisation du hamiltonien total  $\mathcal{H}_{tot}$  fournira l'énergie des niveaux (partie réelle des valeurs propres) et leur durée de vie (partie imaginaire).

### II-1.3 Etat des connaissances dans l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>)

Le tableau II-1.1 fournit les plus récents résultats théoriques<sup>140</sup> des probabilités de transitions vers le fondamental  $(1 \, {}^{1}S_{0})$  des niveaux  $2 \, {}^{3}P_{0}$  et  $2 \, {}^{3}P_{1}$ , ainsi que leur durée de vie, et l'énergie de la séparation fine  $2 \, {}^{3}P_{0} - 2 \, {}^{3}P_{1}$ , dans les ions d'or héliumoïdes (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>) qui seront nos systèmes d'étude (cf. section II-1.4.1).

Tableau II-1.1: Caractéristiques des niveaux  $2^{3}P_{0}$  et  $2^{3}P_{1}$  pour les ions d'or héliumoïdes  $(^{197}Au^{77+})$ . Ici,  $\mathcal{A}_{hfs}$  [Johnson 97] (resp.  $\mathcal{A}_{0}$  [Johnson 95]) représente la probabilité de transition pour un calcul prenant (resp. ne prenant pas) en compte l'interaction hyperfine, du niveau  $2^{3}P_{J}$  vers  $1^{1}S_{0}$ . La durée de vie  $\tau_{MCDF}$  et  $\tau$  représente les deux plus récentes extimations calculées respectivement par Indelicato [Indelicato 01] et par Johnson et al. [Johnson 97].  $\Delta E_{0}$  et  $\Delta E_{hfs}$  représentent l'écart fin  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$  non-pertubé et avec prise en compte de l'interaction hyperfine [Indelicato 01].

<sup>197</sup> Au <sup>77+</sup>				
	Z = 79			I = 3/2
	$\mathcal{A}_0$ (ns <sup>-1</sup> )	$\mathcal{A}_{hfs}(\mathrm{ps}^{-1})$	au (ps)	$ au_{MCDF}$ (ps)
$2 {}^{3}P_{0}$	6,515	0,03688	23,04	23,35
$2 {}^{3}P_{1}$	-	-	$6,260.10^{-5}$	$6,260.10^{-5}$
$\Delta E_0$ (eV)		$\Delta E_{hfs} ({ m eV})$		
-53,904		-53,540		

Dans ce tableau, on remarque que  $\mathcal{A}_{hfs}$  et  $\mathcal{A}_0$  diffèrent par 6 ordres de grandeur pour la transition de  $2^3P_0$  vers  $1^1S_0$ . Ceci s'explique par le fait que cette transition n'est une

<sup>&</sup>lt;sup>140</sup> Les calculs faits par Indelicato [Indelicato 01] et par Johnson *et al.* [Johnson 97] prennent tous les deux en compte l'effet Bohr-Weisskofp, mais avec des modèles différents.

E1 seulement si l'on tient compte de l'interaction hyperfine, qui transforme la transition strictement interdite J = 0 - J = 0 ( $E_1M_1$ ) en une transition F = 3/2 - F = 3/2 permise.

Par contre, puisque la transition  $2^{3}P_{1} - 1^{1}S_{0}$ , est toujours une E1, l'interaction hyperfine n'influence pas la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{1}$  et on a naturellement, dans ce cas, quasi-égalité entre  $\tau$  et  $\tau_{MCDF}$ .

### II-1.4 Technique expérimentale de mesure

#### II-1.4.1 Généralités

Puisque nous venons de voir que l'interaction magnétique et hyperfine mélangent les niveaux  $2^{3}P_{0}$  et  $2^{3}P_{1}$  et que ce mélange dépend de la séparation de structure fine  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$ , il est donc possible de mesurer cette dernier précisément et indirectement grâce à une mesure de la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$ , si on connaît le moment nucléaire de l'ion étudié.

La méthode de base pour mesurer une durée de vie d'un niveau métastable dans les ions lourds est d'utiliser une technique dite de *Beam Foil Spectroscopy* :

- On crée d'abord un faisceau d'ions héliumoïdes en faisant passer un faisceau d'ions hydrogénoïdes à travers une feuille, dont la densité et la composition (choisie en fonction du Z des ions) sont optimisées pour favoriser la section efficace de simple capture.
- Les ions héliumoïdes créés se trouvent dans un niveau très excité qui possède une certaine probabilité de retomber sur le niveau  $2^{3}P_{0}$ .
- Si l'on travaille avec des ions possédant un spin nucléaire non nul I = 3/2 pour l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>), la transition<sup>141</sup> 2<sup>3</sup>P<sub>3/2</sub> 1<sup>1</sup>S<sub>3/2</sub> est alors permise (*E*1).
- On peut alors mesurer l'intensité (normalisée) de cette raie X pour plusieurs positions (après la feuille) grâce à un spectromètre de temps de vol, afin de déterminer la longueur de déclin l du niveau  $2^{3}P_{0}$  et donc sa durée de vie  $\tau$ , puisqu'elles sont reliées par la formule suivante :

$$\tau = \frac{l}{\gamma\beta c} \tag{II-1-29}$$

où c est la célérité de la lumière dans le vide,  $\beta = v_f/c$  avec  $v_f$  la vitesse du faisceau d'ions et  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>141</sup> C'est est une transition X d'environ 68,272 keV, pour l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>).

### II-1.4.2 Historique des différentes mesures

Il est extrêmement difficile d'obtenir une grande précision sur la mesure de la séparation de structure fine  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$  dans le domaine des Z élevés (20 < Z < 92), pour les deux raisons suivantes (selon le Z étudié) :

- 1. Dans la région du second croisement  $2^{3}P_{0}/2^{3}P_{1}$  ( $Z \simeq 47$ ), la largeur radiative du niveau  $2^{3}P_{1}$  et du même ordre de grandeur ou devient plus importante que la séparation  $2^{3}P_{0} 2^{3}P_{1}$ .
- 2. Les spectres X des ions hydrogénoïdes et héliumoïdes se *superposent* pour les Z très élevés (cf. Figures II-1.1 et II-1.16), puisque la différence énergétique entre les niveaux hydrogénoïdes et héliumoïdes est de la forme  $a_1Z + a_2 + a_3/Z + \ldots$  alors que la structure fine est en  $(\alpha Z)^4$ . Même si les durées de vie des niveaux hydrogénoïdes sont très courtes, leurs présences pertubent les mesures pour de petites distances par rapport à la feuille où ont été produits les ions héliumoïdes.

De plus, le niveau  $2^{3}P_{0}$  peut avoir une durée de vie très longue pour les Z très élevés, ce qui nécessite une étude pour de grandes longueurs de déclin, c'est-à-dire une mesure des transitions X loin de l'endroit où ont été produits les ions héliumoïdes, ce qui implique un faible signal par rapport à un bruit de fond expérimental qui demeure important.

C'est pour toutes ces raisons que seules trois expériences ont été, jusqu'à présent, menées à bien, pour des ions dont le Z est supérieur à 40 : une sur le nickel héliumoïde ( $^{61}$ Ni<sup>28+</sup>) [Dunford 91], une autre sur l'argent héliumoïde ( $^{109}$ Ag<sup>45+</sup>) [Marrus 89] — proche du second croisement 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub>/2<sup>3</sup>P<sub>1</sub>, qui est en excellent accord avec le modèle théorique précédemment décrit (cf. section II-1.2), ainsi qu'une dernière sur le gadolinium héliumoïde ( $^{157}$ Gd<sup>62+</sup>) [Indelicato 92, Birkett 93], qui constitue actuellement la mesure avec le plus haut Z.

A cause d'un manque de stastistique et d'un mauvais contrôle des paramètres du faisceau d'ions (émittance, taille, forme, stabilité, ...), une tentavive de mesure dans l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>), réalisée au *GSI* en 1995 [Marrus 96] n'avait pas permis d'obtenir une mesure suffisamment précise ( $\tau = 32 \pm 4$  ps) pour tester efficacement les estimations théoriques.

Pour tenter d'améliorer cette précision, une nouvelle mesure, sur l'or héliumoïde ( $^{197}Au^{77+}$ ), a été faite, au *GSI* en 2000, par notre équipe, dans le cadre d'une collaboration internationale<sup>142</sup> composée des équipes déjà à l'origine de l'expérience de 1995.

<sup>&</sup>lt;sup>142</sup> Cette collaboration est constituée d'équipes appartenant au *Laboratoire Kastler-Brossel*, à l'*université de Berkeley* (USA), au *GSI* (Allemagne), à l'*université de Shanghai* (Chine), au *Lawrence Livermore National* 



Figure II-1.1: Niveaux d'énergie de l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>) et hydrogénoïde (<sup>197</sup>Au<sup>78+</sup>). On remarque que les niveaux des deux spectres s'entremèlent énergétiquement.

Contrairement à l'ancienne expérience, celle-ci a bénéficié de l'optimisation de l'émittance du faisceau d'ions fourni par *SIS* (due au *refroidissement*), et des derniers développements technologiques de la *Cave A* du *GSI*, qui permettent de mesurer les rayons X émis par les ions héliumoïdes en coïncidence avec leur création, ce qui permet de réduire le bruit de fond et d'éliminer les raies parasistes des états de charges voisins. Grâce à ces améliorations, il est alors possible d'obtenir une erreur relative sur la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$  de seulement quelques %.



Figure II-1.2: Dispositif expérimental servant à mesurer la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$  dans l'or héliumoïde ( $^{197}Au^{77+}$ ). Il est installé dans la Cave A du GSI et permet de réaliser des mesures en coïncidence avec les états de charge.

### II-1.5 Dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental, qui est installé dans la *Cave A* de *GSI*, est constiué des éléments suivants :

- Une chambre sous vide<sup>143</sup>, connectée à la ligne de faisceau de la *Cave A*, dans laquelle on peut positionner les cibles et possédant deux larges fenêtres qui permettent la détection des rayons X produits lors de la traversée du faisceau d'ions.
- Un spectromètre de temps de vol composé de deux détecteurs Germanium (Ge) collimatés de chaque côté du faisceau; chacun face à une fenêtre de la chambre, pour étudier le déclin.
- Un spectromètre magnétique permettant de séparer spatialement les différents états de charge [Bräuning 00].

Laboratory (USA), au Argonne National Laboratory (USA) et à l'ESRF.

<sup>&</sup>lt;sup>143</sup> j'ai conçu une chambre en forme de croix. Elle est en *inox* et l'étanchéité des deux longues et fines fenêtres, qui sont soudées sur ses faces latérales, est assurée grâce à un système de contre-brides. On peut également lui connecter, perpendiculairement à la ligne de faisceau, un manipulateur linéaire motorisé, travaillant sous vide.

 Et un détecteur de particule, en diamant, sensible en position permettant de détecter les différents états de charge afin d'effectuer la mesure en coïncidence [Berdermann 00].

Le principe de ce montage expérimental est représenté sur la Figure II-1.2.

### II-1.5.1 Création des ions d'or héliumoïdes (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>)

Dans notre expérience, la cible est placée à l'intérieure d'une chambre sous vide, reliée à la ligne (cf. Figure II-1.3). Cette cible<sup>144</sup> est faite de nickel (<sup>59</sup>Ni), avec une masse surfacique<sup>145</sup> de 1,5 mg/cm<sup>2</sup> et une épaisseur d'environ 20  $\mu$ m.

Un intense faisceau d'ions d'or sort de *SIS* avec une énergie 194,8 MeV/u ( $\beta = 0, 5621$ ) et traverse d'abord une cible d'aluminium (<sup>27</sup>Al — 46,3 mg.cm<sup>-2</sup>), ce qui crée un faisceau d'ions d'or hydrogénoïde (<sup>197</sup>Au<sup>78+</sup>). Ensuite, ces ions d'or hydrogénoïde (<sup>197</sup>Au<sup>78+</sup>) entrent en collision avec la cible de nickel (<sup>59</sup>Ni). Ce processus génére ainsi des ions d'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>78+</sup>) dans un état excité, par capture électronique.

### II-1.5.2 Spectromètre X de temps de vol

Pour mesurer les rayonx X émis lors de la désexcitation des ions héliumoïdes après la cible, nous utilisons un spectromètre de temps de vol<sup>146</sup>, possédant deux détecteurs germanium (Ge) placés chacun devant une fenêtre de la chambre (cf. Figure II-1.4).

L'un est mobile et permet de recueillir les rayons X produits lors de la cascade atomique à différentes positions en aval de la cible. L'autre est fixe et sert à la normalisation. Les deux sont collimatés pour permettre d'avoir une information en position précise, et construire ainsi la courbe de déclin. Ils font de plus un angle de 90° avec le faisceau pour minimiser l'élargissement Doppler sur les raies X mesurées. L'ensemble des caractéristiques des deux détecteurs germanium est rappelé dans le tableau II-1.2.

<sup>&</sup>lt;sup>144</sup> Nous utilisons en fait un porte cible, manipulable sous vide, possèdant 5 positions, dont deux vides afin de permettre l'alignement du faisceau.

<sup>&</sup>lt;sup>145</sup> Cette masse surfacique est choisie pour minimiser les captures multiples ; donc la création d'états de charge plus élevée — lithiumoïde, beryliumoïde, ...

<sup>&</sup>lt;sup>146</sup> Je l'ai entièrement reconstruit à partir du spectromètre utilisé dans l'expérience de 1995 (cf. section II-1.4.2), et sur lequel j'ai modifié le système micrométrique de positionnement motorisé et d'ajustement des collimateurs.



Figure II-1.3: Vue de la chambre où sont créés les ions d'or héliumoïdes (<sup>197</sup>Au<sup>78+</sup>). Les fenêtres, qui se trouvent de part et d'autre de cette chambre, sont faites d'une fine feuille d'acier, de 100 μm d''épaisseur, mesurant 4×13 cm<sup>2</sup>, et sont totalement transparantes pour des radiations de l'ordre de 60 keV. On voit également une partie de l'un des collimateurs; elle est constituée de deux plaques de tantale (<sup>181</sup>Ta) rectifiées permettant une délimitation de la portion de faisceau regardé, avec une précision de l'ordre de quelques μm.

Les collimateurs sont formés de deux plaques de *Dural* blindées par des feuilles de plomb de 5 mm d'épaisseur, dont la partie centrale, qui sert à former les deux parties de la fente collimatrice, est plus épaisse et constituée de plaques de tantale (<sup>181</sup>Ta) antidiffusantes et rectifiées pour permettre de former parfaitement des fentes possédant une largeur de seulement quelques centaines de  $\mu$ m.

Le détecteur (Ge) mobile est déplacé grâce à un plateau de translation, mu par un translateur motorisé pas-à-pas *Microcontrôle*<sup>147</sup> et dont la position est repérée par un palpeur *Heindenhain*<sup>148</sup> au centième de millimètre (cf. Figure II-1.5).

<sup>&</sup>lt;sup>147</sup> Newport Corporation (Irvine, USA).

<sup>&</sup>lt;sup>148</sup> Heindenhain GmbH (Traunreut, Allemagne).



Figure II-1.4: Vues de spectromètre de temps de vol. Sur la photographie de gauche, on peut voir le détecteur (Ge) mobile sur son plateau de translation, et sur celle de droite le fixe servant à la normalisation dont la position est repérée grâce à un palpeur Heidenhain ( $\pm 10 \ \mu m$ ).

Tableau II-1.2: Caractéristiques des détecteurs (Ge)			
	Résolution énergétique à 60 keV (eV)	Efficacité à 60 keV (%)	
Fixe	$\sim 500$	(95±5)	
Mobile	$\sim 450$	(95±5)	



*Figure II-1.5: Vues du plateau de translation du détecteur (Ge) mobile. Sur la photographie de gauche, on peut également voir les détails d'un des deux collimateurs.* 

## II-1.5.3 Spectromètre magnétique et détecteur de particule, en diamant, sensible en position

 magnétique, monté à 1,80 m en aval de la cible (cf. Figure II-1.6). Il est constitué d'un doublet de quadripoles, suivi d'un dipole magnétique de 14,5° possédant une rigidité magnétique  $B\rho$  de 10 Tm.



Figure II-1.6: Vue du spectromètre magnétique installé dans la Cave A.

Dans son plan focal, qui se trouve à 7,5 m en aval de la cible, on place un détecteur de particules sensible en position pour identifier les différents états de charge. Les dimensions typiques du spot créé par le faisceau sur la cible étant de l'ordre de quelques millimètres, la distance entre deux états de charge sur le détecteur de particules est de l'ordre du double de la largeur totale de toutes les contributions individuelles.

Pour notre expérience, nous utilisons un nouveau prototype de détecteur de particules en diamant, developpé au *GSI* et possédant 32 bandes de 1,8 mm de large (zone de détection  $= 60 \times 40 \text{ mm}^2$ ), constitué d'un substrat en diamant (<sup>12</sup>C) couplé à un connecteur en cuivre (<sup>64</sup>Cu) servant à la collection des charges, créées par le passage des ions lourds dans le substrat. Les collecteurs sont reliés à des pré-amplificateurs (sous haute-tension) par des câbles ayant tous des longueurs similaires afin de ne pas introduire de délais parasites d'origine électronique dans les coïncidences.



Figure II-1.7: Vues du détecteur de particules, en diamant, sensible en position. Sur la photographie de gauche, vous pouvez voir sa structure en bandes, et sur celle de droite, les pré-amplificateurs qui y sont reliés.

Ce détecteur possède deux avantages majeurs, pour les mesures en coïncidence avec la création d'ions lourds rapides : sa résolution temporelle est inférieure à 50 ps, et il peut fonctionner au delà de 10<sup>8</sup> ions/s, sans subir de dommages de la part du faisceau d'ions.

#### Mesures réalisées II-1.6

Pour cette expérience, qui s'est déroulée en août 2000 au GSI, nous avons bénéficié d'une semaine de faisceau durant laquelle nous avons pu réaliser deux courbes de déclin distinctes<sup>149</sup>.

La seule modification entre ces deux séries de mesures fut un changement de la position du détecteur (Ge) fixe, servant à la normalisation; l'ensemble des autres paramètres expérimentaux restant inchangé, notamment la largeur des fentes collimatrices, qui détermine le profil des raies X. On l'a choisie<sup>150</sup> ici à 0,2 mm, sachant que la longueur de déclin est de l'ordre de 5 mm, et que la longueur d'onde du photon X  $(2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2})$  est de l'ordre de

Laboratoire Kastler Brossel

<sup>&</sup>lt;sup>149</sup> Une courbe de déclin est réalisé pour un déplacement du détecteur (Ge) mobile, sur une longueur d'environ 10 mm en aval de la cible, ce qui correspond approximativement à deux fois la longueur de déclin du niveau  $2^{3}P_{0}$  qui est d'environ 5 mm à ~ 200 MeV/u.

<sup>&</sup>lt;sup>150</sup> Le choix de la largeur des fentes collimatrices doit être un compromis pour obtenir suffisamment de signal sans pour autant introduire d'élargissement dans le profil de raie : Doppler, ...

21,95 pm ( $E^{lab}_{2^3P_{3/2}-1\,^1S_{3/2}} = 56,465$  keV, pour  $\beta = 0,5621$  et à 90°).

Dans la suite, nous utiliserons la position absolue du détecteur de normalisation, donnée par un palpeur *Heindenhain* à partir d'une référence arbitraire<sup>151</sup>, pour différencier les deux courbes de déclin : la première a été réalisée avec le détecteur (Ge) fixe placé à 6,5 mm, alors que pour la seconde, il était à 8,5 mm ; sachant que la cible se trouvait approximativement à 5,5 mm, dans ce système de repérage.

### II-1.7 Analyses des données

#### **II-1.7.1** Génération et analyse des spectres X

L'ensemble des données — détecteurs (Ge) fixe et mobile, détecteur de particules en diamant, ... — ainsi que tous les paramètres (positions des détecteurs, largeurs des fentes collimatrices, ...) sont enregistrés. Il est alors possible de modifier *a posteriori* les conditions de temps et le nombre de bandes du détecteur de particules entrant en jeu dans la condition de coïncidence pour l'optimiser.

Pour cette expérience, on a choisi de ne prendre en compte que les photons X, enregistrés sur les détecteurs (Ge), qui coïncident avec un signal réparti sur 3 bandes du détecteur de particules (correspondant à l'état de charge héliumoïde), avec un délais d'environ 700 ns.

Cette méthode, comme nous l'avons déjà rappelé, permet alors d'éliminer, dans le spectre X, tous les pics provenant d'autres états de charges ainsi que toutes les raies parasistes (fluorescence, diffusion, ...), ce qui engendre également une importante réduction du bruit de fond expérimental (cf. Figure II-1.8).

J'ai ensuite ajusté les spectres X ainsi formés par un profil gaussien avec un fond linéaire. Cet ajustement permet d'estimer précisément la surface de la raie  $2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$ , c'est-àdire le nombre de coups, qui la compose, auquel on a soustrait le fond.

Pour le détecteur (Ge) fixe, j'ajuste également une seconde raie X qui est la transition  $2^{1}P_{1} - 1^{1}S_{0}$ , toujours présente pour les mesures faites à des positions se trouvant juste en aval de la feuille cible<sup>152</sup> (cf. Figure II-1.9).

<sup>&</sup>lt;sup>151</sup> La position du détecteur (Ge) mobile est donnée, pour sa part, par son propre palpeur *Heindenhain*, qui ne possède pas la même référence arbitraire.

<sup>&</sup>lt;sup>152</sup> Sa durée de vie étant très courte (probabilité de transition de  $\sim 2.8 \times 10^{16}$ ), cette raie n'apparaît pas sur les spectres X enregistrés sur le détecteur (Ge) mobile, puisque l'on travaille pour des distances plus grandes par rapport à la cible. De plus, son observation traduit qu'il existe des cascades, ou que le détecteur (Ge) fixe voit


Figure II-1.8: Effet de la coïncidence. On remarque sur cette exemple que, pour le spectre en coincidence, les raies parasites ont disparu et que le bruit de fond a été considérablement réduit.

#### II-1.7.2 Modélisation de la courbe de déclin et normalisations

Pour obtenir la courbe de déclin du niveau  $2^{3}P_{0}$ , on trace la surface normalisée de la raie X  $2^{3}P_{0}$  en fonction de la position du détecteur. Cette courbe est une exponentielle décroissante de la forme :

$$S = A \exp\left(-\frac{x}{l}\right) \tag{II-1-30}$$

où x représente la position absolue du détecteur (Ge) mobile, A une constante de normalisation due au fait que l'on travaille en position absolue, et l la longueur de déclin reliée à la durée de vie  $\tau$  du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> par la relation  $l = \gamma \beta c \tau$  (cf. équation II-1-29).

J'ai déterminé les paramètres A et l par un ajustement exponentiel et estimé leur erreur statistique grâce à une technique de *Bootstrap*.

Le *Bootstrap* est une méthode mathématique, basée sur une technique similaire aux calculs Monte-Carlo [Efron 2000]. Il permet d'obtenir une meilleure estimation de l'erreur sta-

la cible.



Figure II-1.9: Ajustement gaussien des raies  $X 2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$  et  $2^{1}P_{1} - 1^{1}S_{0}$  (à gauche), enregistrées par le détecteur (Ge) fixe (position absolue = 6.5 mm) et de la raie  $X 2^{3}P_{3/2} - 1^{1}S_{3/2}$  (à droite), enregistrée par le détecteur (Ge) mobile (position absolue = 14 mm).

tistique d'un paramètre quelconque a de l'ajustement d'une famille quelconque<sup>153</sup> de données f, lorsque cette dernière possède une faible statistique.

Pour cela, on considère que l'erreur statistique  $\Delta a$  du paramètre a est l'écart type des erreurs sur a extraites d'une série de N ajustements de f, pour lesquels on a redistribué aléatoirement les résidus normalisés<sup>154</sup> entre chaque ajustement. Le nombre d'itération N est déterminé grâce à la convergeance de  $\Delta a$ .

<sup>&</sup>lt;sup>153</sup> Cette technique est utilisable même pour un ensemble de données dont les erreurs ne sont pas normalement distribuées.

<sup>&</sup>lt;sup>154</sup> Un résidu normalisé représente la différence entre un point expérimental et son ajustement, normalisé par la valeur du point.

De plus, j'ai étudié ces courbes de déclin pour deux types distincts de normalisation des spectres X. La surface de la raie  $2^{3}P_{0}$ , enregistrée par le détecteur (Ge) mobile, peut être normalisée par la surface de la même raie  $2^{3}P_{0}$ , mais enregistrée par le détecteur (Ge) fixe pour un temps de mesure identique, comme nous l'avons déjà rappelé, mais également par le nombre de particules enregistré par les bandes du détecteur de particules en diamant correspondant à l'état de charge héliumoïde, comme le nombre de photons X émis doit être proportionnel au nombre d'ions héliumoïdes créés.

La comparaison de ces deux méthodes de normalisation permet ainsi de tester le comportement temporel du détecteur de particules en diamant et de vérifier la validité de notre analyse en coïncidence. En effet, les spectres X étant construits à partir d'une coïncidence avec le détecteur de particules, il y a en toute rigeur équivalence<sup>155</sup> entre une normalisation basée sur celui-ci et une seconde issue d'un spectre X, qui lui est reliée.

#### **II-1.8 Résultats expérimentaux**

Sur les Figures II-1.10 et II-1.11, sont présentés les ajustements exponentiels des deux séries de mesures<sup>156</sup> pour des normalisations utilisant les spectres X du détecteur (Ge) fixe, ainsi que leurs ajustements par une exponentielle à laquelle on ajoute un fond constant. Ce second ajustement m'a permis de vérifier qu'il n'existait pas de contributions parasites provenant de niveaux possédant de longues durées de vie, qui n'auraient pas été éliminées par la coïncidence, puisque, dans les deux cas, la valeur de ce fond constant est totalement négligeable.

Les deux estimations de la durée de vie  $\tau_{exp}$  du niveau  $2^{3}P_{0}$  sont concordantes (cf. Tableau II-1.3), mais la valeur moyenne<sup>157</sup>, qui vaut (21, 27 ± 1, 06) ps, diffère d'environ  $1\sigma$  des estimations théoriques (cf. section II-1.3).

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{(\sigma x_i)^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\sigma x_i)^2}} \quad \text{et} \quad \Delta \overline{x} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\sigma x_i)^2}}}$$
(II-1-31)

<sup>&</sup>lt;sup>155</sup> Cette équivalence est possible dans cette expérience, car la cible de Nickel (<sup>59</sup>Ni) est suffisamment massique pour ne pas se déformer sous l'action du faisceau d'ions.

<sup>&</sup>lt;sup>156</sup> Détecteur (Ge) fixe à 6,5 mm puis à 8,5 mm.

<sup>&</sup>lt;sup>157</sup> Le calcul des moyennes est obtenu en considérant chaque valeur  $x_i$  (i = 1, ..., n) comme une distribution normale indépendante centrée sur  $x_i$  et de largeur  $\sigma x_i$ . Après calculs, la moyenne  $\overline{x}$  et son erreur statistique  $\Delta \overline{x}$  peuvent s'écrire sous la forme :

Tableau II-1.3:	Tableau récapitulatif des résultats. Pour chaque mesure de la durée de vie $\tau$
	du niveau $2^{3}P_{0}$ , le type de normalisation est rappelé. Toutes les valeurs sont
	données en ps. On peut également comparer dans tous les cas l'erreur de
	l'ajustement brut avec celle du Bootstrap.

Série	rie Type de Ajusteme		ment brut	Bootstrap	
de mesures	normalisation	$ au_{exp}$	err. stat.	$ au_{exp}$	err. stat.
6,5 mm	Ge fixe	23,25	(1,39)	23,25	(2,06)
8,5 mm	Ge fixe	20,55	(0,94)	20,55	(1,24)
moyenne					(1,06)
6,5 mm	diamant	23,18	(1,24)	23,18	(1,12)
8,5 mm	diamant	22,14	(1,05)	22,14	(2,35)
moyenne					(1,01)
6,5 mm + 8,5 mm	diamant	22,58	(0,86)	22,58	(3,02)

Par contre, pour l'étude<sup>158</sup>, que j'ai réalisé en utilisant le détecteur de particules en diamant pour la normalisation (cf. Figure II-1.12 et II-1.13), on obtient une durée de vie  $\tau_{exp}$ moyenne du niveau  $2^{3}P_{0} - \tau_{exp} = (22, 98 \pm 1, 01)$  ps (cf. Tableau II-1.3), qui est totalement en accord avec les prédictions théoriques (cf. section II-1.3).

Cette différence provient d'une variation de 1,59 ps dans l'estimation de la durée de vie pour la seconde série de mesures (détecteur (Ge) fixe à 8,5 mm), lorsque l'on change de type de normalisation. Même si les deux valeurs restent compatibles<sup>159</sup>, comme les deux barres d'erreurs se chevauchent d'environ 0,4  $\sigma$ , il est nécessaire d'identifier l'origine de cette variation.

Or, les deux types normalisations étant étroitement liés, puisque les spectres X du decteur (Ge) fixe, servant à la normalisation, sont construits grâce à une coïncidence basée sur le détecteur de particules en diamant, l'ajustement de la courbe de déclin d'une même série de mesures ne devrait varier que faiblement (une portion de  $\sigma$ ) lorsque l'on change de normalisation.

L'origine de l'importante variation entre les deux valeurs moyennes peut alors venir d'un problème dans le traitement des coïncidences pour la seconde série de mesures. Pour vérifier

<sup>&</sup>lt;sup>158</sup> On retrouve également ici l'absence de composantes à longues durées de vie.

<sup>&</sup>lt;sup>159</sup> Tout comme les moyennes qui en découlent.



Figure II-1.10: Courbe de déclin du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> pour la première série de mesures — détecteur (Ge) fixe à 6,5 mm. La normalisation des points expérimentaux est faite grâce au détecteur (Ge) fixe. L'ajustement est réalisé avec une exponentielle seule, ainsi qu'avec une exponentielle à laquelle on a ajouté un fond constant.

cela, j'ai étudié l'évolution du rapport  $N_p/s_f$  pour les différentes positions de mesures<sup>160</sup>; où  $N_p$  est le nombre de particules enregistrées par les trois bandes du détecteur diamant entrant en jeu dans la coïncidence, et  $s_f$  la surface de la raie  $2^3P_0$  enregistrée par le détecteur (Ge) fixe. Ce rapport, qui doit être constant aux fluctuations stastistiques près, montre soit une large fluctuation pour la première série de mesures, soit un comportement erratique pour la seconde (cf. Figure II-1.14). Ces deux phénomènes confirment ainsi que l'origine de la variation vient d'un problème dans le traitement des coïncidences.

Toutefois, ce problème ne peut provenir que d'une simple erreur dans l'analyse en coïn-

<sup>&</sup>lt;sup>160</sup> Différentes positions du détecteur (Ge) mobile.



Figure II-1.11: Courbe de déclin du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> pour la seconde série de mesures — détecteur (Ge) fixe à 8,5 mm. La normalisation des points expérimentaux est faite grâce au détecteur (Ge) fixe. L'ajustement est réalisé avec une exponentielle seule, ainsi qu'avec une exponentielle à laquelle on a ajouté un fond constant.

cidence, puisque la méthode de générations des spectres X est identique pour les deux séries de mesures, alors que les problèmes, mis en évidence par l'étude du rapport  $N_p/s_f$ , sont différents pour les deux séries. Il faut donc étudier l'existence de fluctuations sur la position du faisceau d'ions, ainsi que prendre en compte une possible dérive temporelle ou un comportement plus ou moins complexe vis à vis de l'intensité du faisceau d'ions multichargés, du détecteur de particules en diamant.

De plus, l'analyse simultanée des deux séries de mesures en utilisant la normalisation par le détecteur de particules en diamant<sup>161</sup> a renforcé ces hypothèses. Sur la courbe de

<sup>&</sup>lt;sup>161</sup> Le second but avoué de l'utilisation d'une normalisation par le détecteur de particules en diamant, est la possibilité de regrouper l'ensemble des mesures sur une seule courbe de déclin, afin d'obtenir une meilleure statistique. En effet, avec une telle normalisation, les deux séries ne sont plus distinctes contrairement à une



Figure II-1.12: Courbe de déclin du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> pour la première série de mesures — détecteur (Ge) fixe à 6,5 mm. La normalisation des points expérimentaux est faite grâce au détecteur de particules en diamant. L'ajustement est réalisé avec une exponentielle seule, ainsi qu'avec une exponentielle à laquelle on a ajouté un fond constant.

déclin résultante, on voit nettement que, pour une même position du détecteur (Ge) mobile, les points issus de chacune des deux séries ne sont pas concordants, et l'on peut même visuellement distinguer les deux séries sur la première moitié de la courbe (cf. Figure II-1.15). Ces problèmes affectent naturellement l'ajustement de cette courbe<sup>162</sup>, ce qui explique que l'on trouve une erreur relative de 14% sur la durée de vie, dans ce cas.

normalisation utilisant le détecteur (Ge) fixe dans deux positions différentes.

<sup>&</sup>lt;sup>162</sup> L'ajustement exponentiel de cette courbe est loin d'être justifié dans ce cas, au vu du  $\chi^2$ , qui est de 250 pour un ajustement à 7 degrés de liberté !!!



Figure II-1.13: Courbe de déclin du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> pour la première série de mesures — détecteur (Ge) fixe à 8,5 mm. La normalisation des points expérimentaux est faite grâce au détecteur de particules en diamant. L'ajustement est réalisé avec une exponentielle seule, ainsi qu'avec une exponentielle à laquelle on a ajouté un fond constant. Les valeurs très élevées du χ<sup>2</sup> traduisent des barres d'erreurs sous-estimées. L'utilisation de la technique du Bootstrap, qui accroît dans ce cas l'erreur statistique sur les paramètres d'ajustement (cf. tableau II-1.3), permet d'éliminer ce genre de problèmes inhérents aux méthodes «traditionnelles» d'ajustement.

#### **II-1.9** Discussion et perspectives

Les résultats précédents ont montré qu'il était indispensable de revoir globalement le traitements des coïncidences, tout en étudiant en parallèle le comportement du détecteur de particules en diamant temporellement, mais aussi en fonction de l'intensité du faisceau d'ions qui le traverse. Ces études sont actuellement menées au *GSI*, afin de nous permettre de déduire une valeur fiable de la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{0}$  avant la fin de l'année 2001.



Figure II-1.14: Rapport entre les deux types de normalisation (détecteur de particule en diamant / détecteur Ge fixe) pour chacune des deux séries de mesures. Ce rapport N<sub>p</sub>/s<sub>f</sub> doit être normalement constant (aux erreurs près). Sur la courbe de gauche, on peut tenter d'expliquer l'évolution de ce rapport par une possible variation de la position de faisceau d'ions au cours du temps, qui ne serait pas incluse dans le traitement des coïncidences. Toutefois, le comportement erratique du même rapport, sur la courbe de droite, montre que l'origine du problème est bien plus complexe, et laisse penser qu'il est nécessaire d'étudier en détail le comportement du détecteur de particules en diamant.

Néanmoins, cette première analyse est très encourageante puisqu'elle nous a permis de vérifier qu'il est possible d'atteindre un niveau de précision relative de 4 ou 3% sur la valeur moyenne<sup>163</sup> de la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{0}$ , résultante des deux analyses :

$$au_{
m exp} = ({f 22}, {f 12} \pm {f 1}, {f 21}) \ {f ps}$$

Cette durée de vie  $\tau_{exp}$  est en accord avec la valeur théorique  $\tau$  donnée par Johnson *et al.* [Johnson 97], et compatible avec celle calculée par Indelicato ( $\tau_{MCDF}$ ) [Indelicato 01], puisque la limite supérieure de la barre d'erreur diffère seulement de 0,02 ps avec cette dernière<sup>164</sup>.

#### De plus, elle nous permet d'extraire la valeur suivante de la séparation de structure

<sup>&</sup>lt;sup>163</sup> Ici, nous utilisons bien sûr une moyenne classique, dont la barre d'erreur est l'écart type des deux valeurs, puisque ces dernières ne sont pas indépendantes.

<sup>&</sup>lt;sup>164</sup> Le calcul de Johnson *et al.*, qui prend en compte toutes les corrélations électroniques, est légèrement plus précis que celui fait Indelicato.



Figure II-1.15: Courbe de déclin du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> pour les deux séries de mesures couplées.
 La normalisation des points expérimentaux est faite grâce au détecteur de particules en diamant. De plus, l'adjustement par une exponentielle, qui n'est en aucun cas justifié ici, n'est donné qu'à titre de comparaison.

fine  $2\,{}^{3}\mathrm{P}_{0}-2\,{}^{3}\mathrm{P}_{1}$  :

$$\Delta E_{hfs}^{exp} \text{=} - \left(51,842^{+1,665}_{-1,688}\right) \text{eV}$$

Cet écart fin  $\Delta E_{hfs}^{exp}$  est également compatible avec le calcul théorique fourni par Indelicato (cf. section II-1.3), puisque sa borne supérieure, qui vaut -53,507 eV, est seulement séparée de 34 meV de la valeur théorique  $\Delta E_{hfs}$ .

Ces résultats préliminaires nous permettent d'espérer obtenir, sans trop de problème, une erreur relative de l'ordre de 1% sur la valeur de la durée de vie, lors d'une nouvelle analyse où les deux séries de mesures seront combinées, et ainsi en déduire une valeur de la séparation de structure fine permettant de tester réellement les dernières estimations théoriques. D'autre part, cette analyse a aussi démontré que l'utilisation des coïncidences permet de mesurer précisément les durées de vie de niveaux métastables dans le domaine des Z élevés. En particulier, ceci permet d'envisager la mesure de la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{0}$  dans l'uranium héliumoïde ( $^{238}U^{90+}$ ), dans son état nucléaire fondamental. Cette mesure constitue une méthode simple pour déterminer précisément le déplacement de Lamb des niveaux n = 2, puisque, dans ce cas, le moment magnétique nucléaire est nul. Les effets de QED sur les niveaux 2s en champ coulombien fort peuvent ainsi être estimés avec une très grande précision.



Figure II-1.16: Niveaux d'énergie de l'uranium héliumoïde ( $^{238}U^{90+}$ ) et hydrogénoïde ( $^{238}U^{91+}$ ). Le niveau  $2^{3}P_{0}$  est connecté au  $2^{3}S_{1}$  par une transition  $E_{1}$ , qui cascade instantanément sur le  $1^{1}S_{0}$  par une transition  $M_{1}$ .

Or, comme le moment magnétique nucléaire est nul, la transition  $2^{3}P_{0} - 1^{1}S_{0}$  reste interdite  $(E_{1}M_{1})$ . Il est donc nécessaire d'étudier la cascade  $2^{3}P_{0} - 2^{3}S_{1}$  suivi de  $2^{3}S_{1} - 1^{1}S_{0}$ , dont la durée dépend de la durée de vie du niveau  $2^{3}P_{0}$  puisque la transition  $2^{3}S_{1} - 1^{1}S_{0}$ 

 $1^{1}S_{0}(M_{1})$  est quasi-instantanée<sup>165</sup>. Cette étude se fait par une mesure de la transition  $2^{3}S_{1} - 1^{1}S_{0}(E_{1})$ , puisque la transition  $2^{3}P_{0} - 2^{3}S_{1}$  a une énergie trop basse (~ 0,253 keV) pour être observée directement.

Nous avons mené en mai 2001 une expérience de ce type. Nous avons réalisé, pendant la semaine de temps de faisceau qui nous était impartie, deux courbes de déclin<sup>166</sup>, en utilisant le même appareillage expérimental. Le seul changement fut le remplacement du blindage de plomb (<sup>207</sup>Pb) des collimateurs par des plaques de tantale (<sup>204</sup>Ta) pour ne pas être gêné par les raies parasistes Pb-K $\alpha$  qui ont une énergie très proche<sup>167</sup> de la transition 2<sup>3</sup>S<sub>1</sub> – 1<sup>1</sup>S<sub>0</sub> dans l'uranium (<sup>238</sup>U).

Par la suite, nous voulons également mener une expérience pour déterminer le moment magnétique nucléaire<sup>168</sup> de l'uranium héliumoïde (<sup>238</sup>U<sup>90+</sup>) dans son niveau excité rotationnel<sup>169</sup>  $I = 2^+$ , par mesure de la durée de vie du niveau  $2^3P_0$ . La difficulté majeure de cette expérience est liée à la faible statistique attendue, puisque, pour un faisceau d'uranium d'environ 300 MeV/u, la longueur de déclin est d'environ 0,2 mm, nous sommes obligés d'utiliser des collimateurs très étroits (< 0, 2 mm), ce qui limite le signal à une infime fraction d'angle solide ( $4,4 \times 10^{-5}$ ), et que, d'autre part, seulement 1% du faisceau donnera naissance à des ions d'uranium héliumoïdes (<sup>238</sup>U<sup>90+</sup>), dans un état excité  $I = 2^+$  et avec le niveau  $2^3P_0$  peuplé. Pour vérifier la faisabilité de cette mesure et tenter d'extraire, pour la première fois, une valeur expérimentale du moment magnétique d'un noyau, se trouvant dans un état excité, quatre temps de faisceau sont programmés dans les prochaines années à *GSI*.

<sup>&</sup>lt;sup>165</sup> La probabilité de transition  $2^{3}S_{1} - 1^{1}S_{0}$  est de  $1, 212 \times 10^{14}$  s<sup>-1</sup>, alors que celle de  $2^{3}P_{0} - 2^{3}S_{1}$  est de  $1, 181 \times 10^{10}$  s<sup>-1</sup> [Johnson 85].

<sup>&</sup>lt;sup>166</sup> La longueur de déclin est ici d'environ 14,5 mm, puisque l'énergie cinétique du faisceau d'uranium hydrogénoïde (<sup>238</sup>U<sup>91+</sup>), produit par *SIS*, était de 300 MeV/u ( $\beta = 0,6541$ ) et que la durée de vie du niveau 2<sup>3</sup>P<sub>0</sub> est de l'ordre de 56 ps.

<sup>&</sup>lt;sup>167</sup> L'énergie de la raie X Pb-K $\alpha_1$  est de 72,806 keV, et celle de la transition  $2^3S_1 - 1^1S_0$  est de 72,626 keV, dans le référentiel du laboratoire, à 90° et pour  $\beta = 0,6541$ .

<sup>&</sup>lt;sup>168</sup> La possibilité de mesurer les moments magnétiques des niveaux excités rotationnels nucléaires, par excitation Coulombienne, a été étudiée par *Labzowsky et al.* [Labzowsky 00].

<sup>&</sup>lt;sup>169</sup> La durée de vie de l'état excité  $I = 2^+$  est estimé à 100 ns.

## Conclusion

« La science ne peut pas résoudre l'ultime mystère de la nature. Et cela parce qu'en dernière analyse, nous faisons nous-mêmes partie du mystère que nous essayons de résoudre. »

(Max Planck)

Dans ce mémoire, j'ai décris un nouveau spectromètre de Bragg-Laue, travaillant dans une gamme énergétique comprise entre 50 et 100 keV et utilisant un tout nouveau prototype de détecteur germanium (Ge) sensible en position. Il doit nous permettre de réduire d'un ordre de grandeur l'incertitude sur la mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental des ions lourds hydrogénoïdes, tel que l'uranium hydrogénoïde ( $^{238}U^{91+}$ ), afin de tester, en champ coulombien fort, les calculs des corrections de QED du second ordre en  $\alpha$ . Notamment, les résultats des tests préliminaires, que nous avons effectués depuis les trois dernières années, sont particulièrement encourageants — cf. chapitre I-1.

D'autre part, j'ai présenté une nouvelle valeur de la masse du pion chargé  $(m_{\pi^-})$ :

 $m_{\pi^-}$ =(139, 566710 ± 0, 000060) MeV/c<sup>2</sup>

qui est en parfait accord avec l'actuelle mesure de référence [Jeckelmann 94, Lenz 98], et dont la précision est équivalente à celle de la précédente valeur déterminée par notre équipe [Lenz 98] et n'est limitée que par l'existence d'une erreur systématique d'origine mécanique lors de la détermination de la relation de dispersion angulaire de notre spectromètre. Une nouvelle campagne de mesures sera bientôt entreprise afin de remesurer cette relation de dispersion. Une incertitude de l'ordre de 1 ppm sur la masse du pion ( $m_{\pi^-}$ ) pourra alors être atteinte, et nous serons ainsi apte à discuter des éventuelles conséquences sur les extensions du Modèle Standard liées à la stabilité (ou non) des neutrinos muoniques ( $\nu_{\mu}$ ) — cf. chapitre I-2.

Par ailleurs, j'ai également montré comment, grâce à une mesure précise des transitions

radiatives d'un système simple comme l'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p), nous pouvons tester très finement les prédictions de la QCD à basse énergie via la détermination expérimentale des longueurs de diffusion pion-nucléon ( $\pi N$ ) — cf. chapitre I-3.

Finalement, j'ai donné, pour la première fois, une valeur expérimentale précise de la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$  de l'or héliumoïde (<sup>197</sup>Au<sup>77+</sup>) :

$$\tau_{exp}$$
=(22, 12 ± 1, 21) ps

et à partir de là, j'en ai extrait la valeur suivante de la séparation de structure fine  $2^{3}P_{0} - 2^{3}P_{1}$ :

$$\Delta E_{hfs}^{exp} = -(51, 842^{+1,665}_{-1,688}) \text{ eV}$$

Cette mesure constitue à l'heure actuelle la mesure à plus haut Z jamais réalisée. De plus, avec le même dispositif expérimental, nous avons pu également faire une expérience sur l'uranium héliumoïde ( $^{238}U^{90+}$ ), qui est en cours d'analyse. Et, celui-ci nous permettra très bientôt de réaliser une nouvelle expérience sur cet ion mais dans un état nucléaire excité, afin de mesurer directement, pour la toute première fois, le moment magnétique dipolaire nucléaire d'un noyau excité — cf. chapitre II-1.

L'ensemble des résultats de cette thèse met donc en lumière l'utilité des expériences sur les ions lourds multichargés et les atomes exotiques, et l'alternative simple qu'elles représentent pour sonder les constituants de la matière. De plus, l'utilisation simultanée de ces espèces, comme nous voulons le faire dans l'expérience de l'hydrogène pionique ( $\pi^-$ p), en se servant d'ions lourds hydrogénoïdes électroniques pour calibrer en énergie les transitions radiatives des atomes pioniques, permettra de diversifier les techniques expérimentales actuellement à notre dispositions et ouvrira ainsi de nouvelles possibilités d'expériences.

Toutefois, il doit demeurer clair que ce domaine de recherche, qui oblige à s'attaquer aux problèmes les plus fondamentaux de la QED et de la QCD, doit continuer de connaître de nombreux avancées tant sur le plan théorique que technologique. Avancées qui ne peuvent être motivées que par des progrès expérimentaux aussi importants que ceux des dernières années, dont une partie est décrite dans ce travail.

Pour réaliser ces progrès, notre communauté scientifique pourra notamment s'appuyer sur les développements futurs des grands accélérateurs, comme les nouvelles infrastructures prévues au *GSI* (cf. Annexe C), ou sur les nombreux progrès liés aux piégeages d'ions. Les premiers permettront de tester les systèmes atomiques dans des domaines d'énergie encore plus extrêmes ou de créer des systèmes exotiques bien plus variés, afin de faire disparaître les dernières zones d'ombre de la QED et de la QCD, et peut être faire apparaître de nouveaux effets. Alors que les pièges d'ions, qui permettent déjà une estimation très précise du paramètre (g - 2) de nombreux ions, offriront une chance unique de déterminer expérimentalement certains déplacements de Lamb ou durées de vie de niveaux d'intérêt métrologique, grâce à des mesures de leurs énergies de liaison via la masse de ces ions.

## Annexe

A. Rappels cristallographiquesB. Fonction de Voigt assymétriqueC. Présentation du *GSI*D. Présentation du *PSI* 

# Partie A Rappels cristallographiques sur les cristaux de silicium (<sup>28</sup>Si)

Le but de cette annexe est de rappeler au lecteur quelques notions cristallographiques de base permettant la détermination des différents plans de diffraction dans un cristal.

#### A-1 Edifice cristallin

Un cristal idéal est constitué par une répartition régulière d'atomes ou de groupement d'atomes, que l'on appellera **base ou motif**. Ces unités structurales atomiques sont arrangées en un **réseau de Bravais** défini par trois vecteurs de translation fondamentaux  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ . Pour passer d'un point du cristal à un point équivalent — **noeud du réseau**, il suffit d'effectuer une translation :

$$\vec{T} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \tag{A-1-1}$$

où u, v, w sont des entiers quelconques.

La définition de la structure cristalline est alors la suivante :

réseau + base  $\rightarrow$  édifice cristallin

#### A-2 Maille élémentaire

Le choix des vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$  n'est pas unique ; les vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$  seront fondamentaux si les translations permettent de décrire tous les noeuds du réseau cristallin. Le parallélépipède ainsi formé sera appelé **maille élémentaire ou primitive**<sup>170</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>170</sup> En physique, le terme de maille élémentaire de Wigner-Seitz est également couramment usité.

#### A-3 indice de Miller

Pour la description de l'édifice cristallin, il suffit donc de préciser le choix des vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ , la nature et la position des atomes qui en constituent la base; cette position est exprimée à l'aide du repère formé par les vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$  considérés comme élémentaires :

- La droite qui relie l'origine au noeud du réseau m, n et p représente la rangée [n, m, p].
- Les noeuds du réseau peuvent être regroupés en plans réticulaires. Une famille de plans parallèles entre eux sera représentée par les **indices de Miller** ( $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{l}$ ) si, rapportée au repère élémentaire direct ( $\vec{a}$ , $\vec{b}$ , $\vec{c}$ ), l'équation du plan le plus proche de l'origine a la forme :

$$hx + ky + lz = 1 \tag{A-3-1}$$

Si un plan coupe la partie négative d'un axe, l'indice correspondant est négatif, le signe moins est placé au-dessus de l'indice :  $(h, \overline{k}, l)$ .

Par exemple, dans un réseau cubique, les faces du cube sont : (100), (010), (001), ( $\overline{100}$ ), (0 $\overline{10}$ ) et (00 $\overline{1}$ ). Le plan (200) est parallèle à (100) et coupe l'axe  $\vec{a}$  en  $\frac{1}{2}a$ .

#### A-4 Réseau réciproque

Comme un cristal est invariant par toute translation T, défini dans la section A-1, l'ensemble des propriétés physiques (concentration de charges, densité électronique, densité de masse, densité de moment magnétique, ...) du cristal est invariant par  $\vec{T}$ . Ainsi, la densité électronique  $n(\vec{r})$  est une fonction périodique de  $\vec{r}$  avec les périodes a, b, c dans les directions des trois axes du cristal ; nous en déduisons :

$$n(\vec{r}) = n(\vec{r} + \vec{T})$$
 (A-4-1)

L'analyse de Fourier permet alors d'écrire :

$$n(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} n_{\vec{G}} e^{i\vec{G}.\vec{r}}$$
(A-4-2)

où  $n_{\vec{G}}$  représente les coefficients de Fourier de la série.

Le vecteur  $\vec{G}$  est appelé vecteur du réseau réciproque :

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C} \ (h, k, l = \text{entiers})$$
(A-4-3)

Il est construit grâce aux axes du réseau réciproque :

$$\vec{A} = 2\pi \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})} ; \quad \vec{B} = 2\pi \frac{\vec{c} \times \vec{a}}{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})} ; \quad \vec{C} = 2\pi \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}$$
(A-4-4)

où  $\vec{a}$ , vecb et  $\vec{c}$  sont les vecteurs primitifs du réseau cristallin. Les vecteurs  $\vec{A}$ , vecB et  $\vec{C}$  possèdent les propriétés suivantes :

$$\vec{A}.\vec{a} = 2\pi \qquad \vec{B}.\vec{a} = 0 \qquad \vec{C}.\vec{a} = 0 \vec{A}.\vec{b} = 0 \qquad \vec{B}.\vec{b} = 2\pi \qquad \vec{C}.\vec{b} = 0 \vec{A}.\vec{c} = 0 \qquad \vec{B}.\vec{c} = 0 \qquad \vec{C}.\vec{c} = 2\pi$$

Une figure de diffraction d'un cristal est une carte de son réseau réciproque.

#### A-5 Condition de diffraction

Maintenant, si l'on s'intéresse à une onde diffractée par un cristal, son amplitude peut être déterminée par l'intégrale :

$$\mathcal{A} = \int dV \ n(\vec{r}) \ \exp(-i\vec{\Delta k}.\vec{r}) \tag{A-5-1}$$

où  $\vec{\Delta k} + \vec{k} = \vec{k'}$ , avec  $\vec{k}$  et  $\vec{k'}$  les vecteurs d'onde du rayon incident et du rayon émergent<sup>171</sup>.

En introduisant les coefficients de Fourrier de  $n(\vec{r})$ , définis dans la section A-4, on obtient :

$$\mathcal{A} = \sum_{\vec{G}} \int dV \, n_{\vec{G}} \, \exp[i(\vec{G} - \vec{\Delta k}).\vec{r}] \tag{A-5-2}$$

Il est facile de montrer que A est négligeable quand le vecteur de diffraction  $\vec{\Delta k}$  diffère de façon significative d'un vecteur du réseau réciproque  $\vec{G}$ . La condition de diffraction découle donc naturellement :

$$\vec{\Delta k} = \vec{G} \tag{A-5-3}$$

L'équation A-5-3 est un autre énoncé de la loi de Bragg [Bragg 13] :

$$2d\sin(\theta) = n\lambda \tag{A-5-4}$$

où d est la distance entre deux plans cristallins adjacents d'indices h/n, k/n, l/n.

Les conditions de Laue sont également aisement extraites de l'équation A-5-3 :

$$\vec{a}.\vec{\Delta k} = 2\pi h, \ \vec{b}.\vec{\Delta k} = 2\pi k, \ \vec{c}.\vec{\Delta k} = 2\pi l$$
 (A-5-5)

<sup>&</sup>lt;sup>171</sup>  $\vec{\Delta k}$ , qui mesure ici la variation du vecteur d'onde lors de la diffraction, est appelé vecteur de diffraction.

#### A-6 Facteur de structure

Quand la condition de diffraction est satisfaite, l'amplitude de l'onde diffractée par un cristal comportant N cellules peut également s'écrire :

$$\mathcal{A}_{\vec{G}} = N \int_{\text{cellule}} dV \ n(\vec{r}) \ \exp(-i\vec{G}.\vec{r}) = N \mathcal{S}_{\vec{G}}$$
(A-6-1)

La quantité  $S_{\vec{G}}$  est appelée **facteur de structure** et se définit comme une intégrale sur une seule cellule avec  $\vec{r} = \vec{0}$  à un coin.

Si on pose  $\vec{r}_j = (x_j \vec{a} + y_j \vec{b} + z_j \vec{c})$  comme le vecteur joignant l'origine au centre de l'atome *j*. La densité électronique totale en  $\vec{r}$  due à tous les atomes de la cellule est la somme :

$$n(\vec{r}) = \sum_{j} n_j (\vec{r} - \vec{r}_j)$$
 (A-6-2)

Le facteur de structure s'écrit ainsi :

$$\mathcal{S}_{\vec{G}} = \sum_{j} f_j \, \exp(-i\vec{G}.\vec{r}) \tag{A-6-3}$$

où

$$f_j = \int dV \ n_j(\vec{\rho}) \ \exp(-i\vec{G}.\vec{\rho}) \tag{A-6-4}$$

avec

$$\vec{\rho} \equiv (\vec{r} - \vec{r}_j).$$

Pour une réflexion *hkl*, l'équation A-6-3 devient :

$$\mathcal{S}(hkl) = \sum_{j} f_j \exp[-i2\pi(x_jh + y_jk + z_jl)]$$
(A-6-5)

#### A-7 Influence de la température sur le réseau cristallin

De plus, on remarque que l'agitation thermique n'élargit pas les raies de diffraction, elle ne fait que diminuer leur intensité. Cette constatation peut s'expliquer à haute température<sup>172</sup> par un modèle de Debye-Waller.

<sup>&</sup>lt;sup>172</sup> On se contentera ici d'un modèle classique.

Après calculs, on n'obtient une dépendance thermique uniquement pour l'intensité, qui peut s'écrire, à une température T, pour une diffraction selon un plan (hkl):

$$\mathcal{I}(hkl) = \mathcal{I}_0 \exp[-k_B T G^2/C] \tag{A-7-1}$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann, C une constante dépendant des propriétés physiques du cristal et G la norme du vecteur du réseau réciproque défini par les indices h, k, l.

On trouve bien qu'il y a une perte d'intensité pour une augmentation de température. L'intensité perdue réapparait généralement sous forme d'un halo très étendu, et peu intense, autour de chaque raie de diffraction.

### A-8 Cristal de Silicium (<sup>28</sup>Si) : réseau cubique face centrée (cfc)

Considérons, pour conclure ces quelques rappels cristallographiques, le cas particulier du silicium (<sup>28</sup>Si). Un cristal de silicium (<sup>28</sup>Si) possède un réseau cubique face centrée, dont la base n'est constituée que par un seul atome de silicium <sup>28</sup>Si. Les caractéristiques d'un tel cristal sont récapitulées dans le tableau A-8.1.

Les vecteurs de translation fondamentaux du réseau cfc sont :

$$\vec{a} = \frac{1}{2}a(\vec{x} + \vec{y}); \ \vec{b} = \frac{1}{2}a(\vec{z} + \vec{y}); \ \vec{c} = \frac{1}{2}a(\vec{x} + \vec{z})$$
 (A-8-1)

ce qui donne comme vecteurs de translation fondamentaux pour le réseau réciproque :

$$\vec{A} = \frac{2\pi}{a}(\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}); \ \vec{B} = \frac{2\pi}{a}(-\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}); \ \vec{A} = \frac{2\pi}{a}(\vec{x} - \vec{y} + \vec{z})$$
(A-8-2)

Le réseau réciproque est donc cubique centré (cc). Le volume de la maille élémentaire du réseau réciproque vaut :

$$\left|\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})\right| = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3 \tag{A-8-3}$$

Les vecteurs du réseau réciproque s'écrivent :

$$\vec{G} = \frac{2\pi}{a} [(h_k + l)\vec{x} + (h + k - l)\vec{y} + (-h + k + l)\vec{z}]$$
(A-8-4)

et la distance  $d_{(hkl)}$  entre les plans réticulaires :

$$d_{(hkl)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$
(A-8-5)

Si / cfc					
$\left.\begin{array}{c} \alpha = (\vec{a}, \vec{b}) \\ \alpha = b = c \\ \beta = (\vec{b}, \vec{c}) \\ \gamma = (\vec{c}, \vec{a}) \end{array}\right\}$	= 0				
Volume de la maille conventionnelle	$a^3$				
Nombre de noeuds par maille	4				
Volume de la maille élémentaire	$\frac{a^3}{4}$				
Nombre de noeuds par unité de volume	$\frac{4}{a^3}$				
Nombre de plus proches voisins	12				
Distance entre plus proches voisins	$\frac{a}{\sqrt{2}} = 0,707 \ a$				
Nombre de seconds voisins	6				
Distance aux seconds voisins	a				
Coefficient de remplissage	$\frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,740$				

Tableau A-8.1: Caractéristiques des cristaux de silicium (<sup>28</sup>Si).

où h, k, l sont des entiers.

Les plus petits  $\vec{G_m}$  sont les huits vecteurs :

$$\vec{G_m} = \frac{2\pi}{a} (\pm \vec{x} \pm \vec{y} \pm \vec{z}) \tag{A-8-6}$$

Le facteur de structure s'écrira pour sa part :

$$\mathcal{S}_{(hkl)} = \sum_{j} f_j \, \exp[-i2\pi(hx_j + ky_j + lz_j)] \tag{A-8-7}$$

Les réflexions pour lesquelles les indices de Miller ne sont pas de la même parité sont interdites par la structure cfc : (110), (110), (210), (211), (221), (300), ...

De plus, les réflexions telles que h+k+l = (4n+2) sont interdites à cause de la présence de deux atomes identiques dans le motif (en 0, 0, 0 et en  $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ ) : (110), (200), (222), ...

Les seules réflexions autorisées appartiennent donc à la séquence suivante : (111), (220), (311), (400), (331), (422), ...

Pour la diffraction des rayons X, on travaille souvent avec des spectromètres utilisant des cristaux de silicium (Si). Les plans de diffraction de ces cristaux doivent alors être dans l'une des configurations précédentes.

On tentera également de réduire au maximum les asymétries, qui causent des élargissements additionnels sur les raies diffractées, en essayant d'obtenir le parallélisme (respectivement la perpendicularité) le plus rigoureux entre ces plans de diffraction et la surface du cristal, si l'on travaille dans une géométrie de réflexion (respectivement de transmission).

# Partie B Modélisation d'une fonction de Voigt asymétrique

Dans cette annexe, je vais rappeler comment on peut ajuster numériquement un profil de raie par une fonction de Voigt asymétrique.

#### **B-1** Fonction de Voigt réduite

Pour les spectres X des atomes exotiques que nous étudions, les raies sont des lorentziennes de largeur variable avec une fonction d'instrument, que l'on supposera, dans un premier temps, gaussienne. Le profil sera donc une fonction de Voigt K(a, b), puisque l'on observe un photon X émis à l'énergie  $E_i$  selon la distribution lorentzienne centrée sur l'énergie  $E_0$ :

$$\frac{1}{4(E_i - E_0)^2 + L^2}$$
 (*L* représente la largeur naturelle de la raie X), (B-1-1)

qui est enregistrée comme étant à l'énergie E selon la distribution gaussienne :

$$\exp\left(-\frac{4\ln 2}{G^2}(E-E_i)^2\right) \quad (G \text{ représente la largeur gaussienne}). \tag{B-1-2}$$

En sommant sur toutes les contributions possibles  $E_i$ , l'intensité normalisée ( $\mathcal{I}$ ) s'écrit :

$$\mathcal{I} = \frac{I(E)}{I(E_0)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[\left(-(4\ln 2)/G^2\right)(E - E_i)^2\right]}{4(E_i - E_0)^2 + L^2} \, dE_i}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[\left(-(4\ln 2)/G^2\right)(E_0 - E_i)^2\right]}{4(E_i - E_0)^2 + L^2} \, dE_i} \tag{B-1-3}$$

qui n'est rien d'autre que le produit de convolution des fonctions  $\exp(-x^2)$  et  $1/(x^2+1)$ .

Si on effectue le changement de variable suivant :

$$\mathcal{U} = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{G} (E - E_i), \tag{B-1-4}$$

et si l'on pose :

$$\mathcal{X} = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{G} (E - E_0); \ \mathcal{Y} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{G} L.$$
 (B-1-5)

On peut mettre le rapport B-1-3 sous la forme :

$$\mathcal{I} = \frac{I(E)}{I(E_0)} = \frac{K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})}{K(0, \mathcal{Y})}$$
(B-1-6)

où  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  est la fonction de Voigt réduite :

$$K(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) = \frac{\mathcal{Y}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-E_i^2)}{(E_i - \mathcal{X})^2 + \mathcal{Y}^2} dE_i$$
(B-1-7)

#### **B-2** Fonction erreur complexe

On peut remarquer que  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  est la partie réelle de la fonction erreur complexe  $W(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ :

$$W(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) = K(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) + iH(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$$
(B-2-1)

où les dérivées de  $H(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  s'expriment à partir de  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  grâce au théorème de Gauss-Cauchy [Indelicato 83] :

$$\left(\frac{\partial K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})}{\partial \mathcal{X}}\right) = \left(\frac{\partial H(\mathcal{X}, \mathcal{Y})}{\partial \mathcal{Y}}\right)$$
(B-2-2)

$$\left(\frac{\partial K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})}{\partial \mathcal{Y}}\right) = -\left(\frac{\partial H(\mathcal{X}, \mathcal{Y})}{\partial \mathcal{X}}\right)$$
(B-2-3)

sachant que  $W(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  vérifie l'équation :

$$\frac{dW(\mathcal{Z})}{d\mathcal{Z}} + 2\mathcal{Z} W(\mathcal{Z}) = \frac{2i}{\pi}$$
(B-2-4)

avec  $\mathcal{Z} = \mathcal{X} + i\mathcal{Y}$ .

Si, maintenant, on utilise la méthode de Solodovnikov et Lloyd, on peut récrire<sup>173</sup>  $W(\mathcal{Z})$  [Lloyd 69, Solodovnikov 60] :

$$W(\mathcal{Z}) = \left(\frac{i}{\pi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(n+1/2\right)}{\mathcal{Z}^{2n+1}}$$
(B-2-5)

<sup>&</sup>lt;sup>173</sup> On remarquera que cette série est toujours divergente. Il n'est donc pas possible de l'estimer directement.

Sous cette forme,  $W(\mathcal{Z})$  peut s'approximer par une fraction continue [Fried 61] :

$$W(\mathcal{Z}) = -\left(\frac{i}{\sqrt{\pi}}\right) \frac{a_1}{b_1 + \frac{-a_2}{b_2 + \frac{-a_3}{b_3 + \frac{-a_4}{\cdots}}}}$$
(B-2-6)

avec

$$a_1 = \mathcal{Z}$$
  
 $a_{n+1} = \frac{n(2n-1)}{2}$  pour  $n = 1, 2, ...$   
 $b_{n+1} = -\mathcal{Z}^2 + \frac{1}{2} + 2n$  pour  $n = 0, 1, ...$ 

L'utilisation de la fonction erreur complexe  $W(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  permet alors de simplifier l'estimation numérique de  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  ainsi que celle de ses dérivées en fonction des paramètres  $\mathcal{X}$ et  $\mathcal{Y}$ ; ce qui est très utile pour optimiser les temps de calculs, lorsque l'on utilise la fonction de Voigt pour ajuster une raie X.

### B-3 Fonction de Voigt réduite asymétrique et fonction complexe associée

Dans nos expériences (cf. chapitre I-2 et I-3), la fonction d'instrument est en réalité asymétrique. Il faut donc rendre  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  asymétrique [Flores-Llamas 01]. Il existe plusieurs méthodes pour cela. Mais, une seule permet de prendre en compte de forts facteurs d'asymétrie. Elle constite en une modification de  $K(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  en  $K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ , qui s'écrit :

$$K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} (\mathcal{Y} - E_i) \frac{\exp(-E_i^2)}{(E_i - \mathcal{X})^2 + \mathcal{Y}^2} dE_i$$
(B-3-1)

 $K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  représente alors une convolution entre une dispersion lorentzienne et une fonction demi-gaussienne.

On peut, de façon analogue à la section B-2, créer une fonction complexe  $W_{asy}(\mathcal{Z})$  dont  $K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  est la partie réelle.

Voigt & Voigt Asymetrique



*Figure B-3.1: Exemple de comparaison entre une fonction de Voigt et une fonction de Voigt asymétrique.* 

On applique ensuite la méthode de Solodovnikov et Lloyd, pour récrire  $W_{asy}(\mathcal{Z})$  comme suit :

$$W_{asy}(\mathcal{Z}) = \left(\frac{i}{2\pi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left[(n+1)/2\right]}{\mathcal{Z}^{n+1}}$$

$$W_{asy}(\mathcal{Z}) = W_{pair}(\mathcal{Z}) + W_{impair}(\mathcal{Z})$$

$$W_{asy}(\mathcal{Z}) = \left(\frac{i}{2\pi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(n+1/2\right)}{\mathcal{Z}^{2n+1}} + \left(\frac{i}{2\pi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(n+1\right)}{\mathcal{Z}^{2(n+1)}}$$

$$= i\mathcal{V}$$
(B-3-2)

où  $\mathcal{Z} = \mathcal{X} + i\mathcal{Y}.$ 

On peut également remarquer que :

$$W_{pair}(\mathcal{Z}) = \frac{W(\mathcal{Z})}{2}$$
(B-3-3)

Par une méthode similaire à celle utilisée pour approximer la relation B-2-5, on peut mettre aussi  $W_{impair}(\mathcal{Z})$  sous la forme d'une fraction continue :

$$W_{impair}(\mathcal{Z}) = -\left(\frac{i}{2\pi}\right) \frac{a_1}{b_1 + \frac{-a_2}{b_2 + \frac{-a_3}{b_3 + \frac{-a_4}{\cdots}}}}$$
(B-3-4)

avec

$$a_1 = 1$$
  
 $a_{n+1} = \frac{n(2n+1)}{2}$  pour  $n = 1, 2, ...$   
 $b_{n+1} = -\mathcal{Z}^2 + 1 + 2n$  pour  $n = 0, 1, ...$ 

On peut ainsi écrire  $K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$  :

$$K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right) \mathcal{R}e\left[\frac{W(\mathcal{Z})}{2} + W_{impair}(\mathcal{Z})\right]$$
(B-3-5)

Cette relation se généralise sous la forme :

$$K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) = A \,\mathcal{R}e[W(\mathcal{Z})] + B \,\mathcal{R}e[W_{impair}(\mathcal{Z})] \tag{B-3-6}$$

où A et B sont deux constantes indépendantes.

Il est donc extrêmement facile de modéliser numériquement  $K_{asy}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ , grâce à l'utilisation de cette fonction complexe — cf. Figure B-3.1.

Thèse de Doctorat

# Partie C Présentation du *Gesellschaft für* Schwerionenforschung (GSI)

Dans cette annexe, je présente le *Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)*, où nous réalisons nos expériences sur les ions lourds hydrogénoïdes (cf. chapitre I-1) et héliumoïdes (cf. chapitre II-1), et qui, depuis plus de 25 ans, est internationalement reconnu comme un centre de recherches de tout premier plan.

#### C-1 Infrastructures

L'accélérateur du GSI est constitué d'un accélérateur linéaire — Universal Linear Accelerator (UNILAC) — et d'un synchrotron d'ions lourds de 60 mètres de diamètre — Synchrotron for Heavy Ions (SIS), qui permettent d'accélérer des ions jusqu'à une énergie cinétique comprise entre 1 et 2 GeV par unité de masse atomique, selon l'élément mis en jeu. Il possède également un séparateur de fragments — Fragment Separator (FRS) — et un anneau de stockage — Experimental Storage Ring (ESR), où le faisceau d'ions est refroidi par un faisceau d'électrons (cf. section I-1.4.2).

Ce dernier sert, de plus, d'aire expérimentale, puisque l'*ESR* permet en autres de refroidir, de ralentir ou de faire interagir le faisceau d'ions stocké avec un jet gazeux supersonique (cf. chapitre I-1). D'autres sites expérimentaux sont également présents, en bout de ligne, après *UNILAC* et *SIS*, comme, par exemple, la *Cave A* qui est décrite dans le chapitre II-1.

#### C-2 Historique

La conception du *GSI* remonte aux années soixante (de 1963-1970 à Heidelberg — Allemagne), et sa réalisation débute en 1970 à Darmstadt (Allemagne). Au début, seul *UNILAC* 



Figure C-1.1: Vue schématique de l'accélérateur du GSI. Les différentes aires expérimentales sont représentées : l'ESR, et les différentes lignes disponibles après UNI-LAC et SIS.

est construit et ne devient opérationnel que dans le courant de l'année 1975. Le 1<sup>er</sup> avril 1976, pour la toute première fois, un faisceau d'ions d'uranium (<sup>238</sup>U) est accéléré à une énergie cinétique de 6,7 MeV par unité de masse atomique.

Il faut ensuite attendre 1985 pour que les constructions de *SIS* et de l'*ESR* commencent. Elles seront achevées en 1990. Parallèlement, une ligne de transfert entre *UNILAC* et *SIS* a été construite en 1986.

Enfin, les améliorations techniques, qui permettent un meilleur contrôle des différentes paramètres du faisceau d'ions dans *SIS*, ainsi que l'installation d'un *refroidisseur* entre *SIS* et l'*ESR*, pour diminuer le temps de remplissage de l'anneau et permettre les procédures de décélération du faisceau d'ions, ont été ajoutées respectivement en 1996 et 1997.

### C-3 Activités de recherche

Aujourd'hui, l'ensemble de ces infrastructures, qui est utilisé par plus de 1000 scientifiques, venus du monde entier, permet de mener des expériences, extrêmement pointues, de physique atomique et nucléaire, ainsi que de biologie.

Plus précisément, les domaines de la physique nucléaire, sujets d'investigation au GSI, portent sur l'étude des réactions dans la matière hadronique « chaude » et très excité, des

noyaux exotiques loin de la stabilité ou des noyaux super-lourds, et des interactions noyauxatomes. Pour la physique atomique, particulièrement grâce aux équipements de l'*ESR*, on étudié notamment les propriétés des ions lourds ne possédant que quelques électrons, tel que les processus de capture ou de recombinaison électronique par exemple, ainsi que leurs structures, par spectroscopie X (déplacement de Lamb, ...) ou par spectroscopie laser (structure fine, ...). De plus, les installations du *GSI* servent également à produire des plasmas denses ; production qui sera bientôt facilité par la construction d'un laser petawatt/kilojoule (*Petawatt High Energy Laser for Heavy Ion Experiments (PHELIX)*).

D'un point de vue biologique, les faisceaux d'ions lourds, produits au *GSI*, sont utilisées pour étudier les effets des radiations sur la matière vivante, ainsi que pour mettre au point de nouvelles thérapies pour soigner certaines tumeurs cancéreuses, telles que les tumeurs cérébrales inopérables demandant un traitement localisé, afin de préserver les tissus sains du cerveau.

#### C-4 Développements futurs

Un projet d'agrandissement du *GSI* est actuellement en cours d'élaboration. Dans les dix prochaines années, un nouveau synchrotron (*SIS 200*) — cf. Figure C-4.2, devrait être construit, ainsi qu'un nouvel anneau de stockage d'ions lourds (*new ESR*), et un anneau de stockage d'anti-protons ( $\overline{p}$ ) — *HESR*.

SIS 200, qui est le coeur de ce projet de développement, permettra de gagner plusieurs ordres de grandeur sur l'intensité et l'énergie cinétique des faisceaux qui y seront accélérés. On obtiendra en outres de très intenses faisceaux de protons (p) ou d'antiprotons  $(\overline{p})$  dont l'énergie cinétique atteindra 60 GeV, ainsi que des faisceaux d'uranium nu (<sup>238</sup>U92+) d'intensité comparable à ceux produit par *SIS* actuellement, mais avec une énergie cinétique au moins vingt fois supérieure.

De plus, *new ESR* et *HESR* offriront un moyen unique d'élargir le champ d'investigations et de recherches dans les domaines de la physique hadronique, nucléaire, atomique ou des plasmas, puisqu'il y sera stocké de façon optimale les intenses faisceaux, produits par *SIS 200*, afin de produire une vaste gamme d'objets exotiques d'étude ; allant des noyaux ultralourds à courte durée de vie jusqu'aux atomes anti-protoniques.


# Partie D Présentation de l'*Institut Paul Scherrer* (*PSI*)

Dans cette annexe, je présente l'*Institut Paul Scherrer (PSI)*, où nous réalisons nos expériences sur les atomes pioniques (cf. les chapitres I-2 et I-3), et qui est l'accélérateur qui délivre les plus intenses faisceaux de pions chargés de la planète.

### **D-1** Historique et infrastructures

Le complexe du *PSI* fut construit dans le milieu des années soixante-dix, près de Bern (Suisse). Son nom rend hommage au célèbre physicien suisse Paul Scherrer (1890-1969), qui travailla avec Debye à l'*ETH Zurich*, et qui s'intéressa dans un premier temps à la diffraction des rayons X dans las cristaux, les liquides et les gaz, avant de s'orienter vers la physique nucléaire.

Le centre névralgique de cet accélérateur est un anneau cyclotron qui permet d'accélérer un faisceau de protons (p), possédant une intensité de 1,8 mA, à 80% de la vitesse de la lumière — énergie cinétique de 590 MeV. A partir de ce faisceau primaire, on crée de très intenses faisceaux de pions ou de muons par collision sur une cible de carbone (cf. section I-2.4.1). D'autre part, le *PSI* possède également une intense source de neutrons (n) — *Spallation Neutron Source (SINQ)*, qui est produite par une réaction de spallation, lors du bombardement d'un métal lourds (comme le plomb —  ${}^{207}Pb$ ) par le faisceau primaire de protons (p).

De plus, en bout de chaque ligne de faisceaux secondaires de pions et de muons, est aménagée une aire (comme l'aire  $\pi E5$  où nous menons nos expériences — cf. section I-2.4.1) permettant d'installer les divers appareillages nécessaires aux expériences (cf. Figure D-1.1).



Figure D-1.1: Vue schématique du hall expérimental du PSI. Les différentes aires reliées aux lignes de faisceaux secondaires de pions et de muons, ainsi que la source de neutrons (SINQ), y sont représentées.

### D-2 Activités de recherche

Les expériences, réalisées au *PSI*, appartiennent à des domaines très variés de la recherche fondamentale ou appliquée, allant de la physique des particules jusqu'à la médecine, en passant par des études sur l'énergie nucléaire. Elle sont le plus souvent dans le cadre de vastes collaborations internationales. Chaque année plus de 800 scientifiques, originaires de toute la planète, participe à des expérience sur cet accélérateur.

Plus particulièrement, l'ensemble des faisceaux secondaires (pions, muons et neutrons) servent à sonder les propriétés fondamentales des constituants élémentaire la matière, des particules du faisceau elles-mêmes (cf. chapitre I-2) ou des champs régissant les interactions au niveau nucléaire (QCD — cf. chapitre I-3). L'intérêt de telles expériences sont primordiales dans de nombreux domaines de la physique, autres que la physique des particules et nucléaire : les nano-structures, l'astrophysique, la physique des solides, ...

D'un point de vue biologique et médicale, l'utilisation de faisceaux de protons (*p*) offre aussi une opportunité unique de traiter de petites tumeurs cancéreuses sans affecter les tissus sains avoisinants. De plus, dans le cas, où toute thérapie externe s'avère impossible, de nouveaux types de traitements sont élaborés au *PSI*, tels que des biomolécules, possédant les propriétés d'anticorps, couplées à des noyaux radioactifs, afin de détruire sélectivement les cellules des tumeurs.

## **D-3** Swiss Light Source (SLS)

Pour compléter les installations du *PSI*, un synchrotron de 3<sup>e</sup> génération<sup>174</sup>, le *Swiss Light Source (SLS)*, est en fin de construction et sera opérationnel dans le courant de l'année 2002 (cf. Figure D-3.2).

La proximité de cette « source de lumière » va faire du *PSI* une place unique au monde, puisque, grâce à la combinaison des faisceaux de pions, de muons, de photons ( $\gamma$ ) et de neutrons (p) pour sonder la matière. Elle va permettre d'accroître l'éventail des techniques d'investigation expérimentales de façon quasi-inégalée à l'heure actuelle.

<sup>&</sup>lt;sup>174</sup> La communauté scientifique est de plus en plus demandeuse de temps de faisceaux sur synchrotron. Les synchrotrons de 3<sup>e</sup> génération existant (i.e. *ALS* à Berkeley, *APS* à Chicago, *ELETTRA* à Trieste, *ESRF* à Grenoble), ne pouvant répondre à cette demande croissante, plusieurs nouveaux synchrotrons vont voir le jour dans les dix prochaines années, comme *SOLEIL* à Paris.



Figure D-3.2: Vues du synchrotron de 3<sup>e</sup> génération — Swiss Light Source (SLS) — installé au PSI.

## Bibliographie

[Abela 96]	R. Abela, J. Bagaturia, W. Bertl, R. Engfer, B. Fischer von Weikers-
	thal, A. Grossman, V. W. Hughes, K. Jungmann, D. Kampmann,
	V. Karpuchin, I. Kisel, A. Klass, S. Korenchenko, N. Kuchinsky,
	A. Leuschner, B. E. Matthias, R. Menz, V. Meyer, D. Mzavia, G. Ot-
	ter, T. Prokscha, H. S. Pruys, G. zu Putlitz, W. Reichart, I. Reinhard,
	D. Renker, T. Saklelashvilli, P. V. Schmidt, R. Seeliger, H. K. Walter,
	L. Willmann et L. Zhang, Phys. Rev. Lett. 77, 1950 (1996).
[Akhiezer 65]	A. I. Akhiezer et V. B. Berestetskii, <i>Quantum Electrodynamics</i> (Interscience, N.Y., 1965).
[Aschenauer 97]	E. C. Aschenauer et V. E. Markushin, Z. Phys. D 39, 165 (1997).
[Assamagnan 94]	K. Assamagnan, Ch. Brönnimann, M. Daum, H. Forrer, R. Frosch,
	P. Gheno, R. Horisberger, M. Janousch, PR. Kettle, Th. Spirig et
	C. Wigger, Phys. Lett. B 335, 231 (1994).
[Bailey 83]	R. Bailey, C. J. S. Damerell, R. L. English, A. R. Gillmann, A. L. Lin-
	tern, S. J. Watts et F. J. Wickens Nucl. Instr. and Meth. 213, 201
	(1983).
[Beer 91]	W. Beer, M. Bogdan, P. F. A. Goudsmit, H. J. Leisi, A. J. Rusi-
	El-Hassani, D. Sigg, St. Thomann, W. Volken, D. Bovet, E. Bovet,
	D. Chatellard, JP. Egger, G. Fiorucci, K. Gabathuler et L. M. Si-
	mons, Phys. Lett. B 261, 16 (1991).
[Beier 88]	T. Beier et G. Soff, Z. Phys. D 8, 129 (1988).
[Beier 98]	T. Beier, P. J. Mohr, H. Persson et G. Soff, Phys. Rev. A 58, 954
	(1998).
[Berdermann 00]	E. Berdermann, B. E. Fischer, M. Schlögl, H. Stelzer et B. Voss, GSI-
	Preprint-2000-9 (2000).
[Bernard 92]	V. Bernard, N. Kaiser et UG. Meissner, Nucl. Phys. B 388, 315
	(1992).

[Bernard 93]	V. Bernard, N. Kaiser et UG. Meissner, <i>Phys. Lett. B</i> <b>309</b> , 421 (1993).
[Bernard 97]	V. Bernard, N. Kaiser et UG. Meissner, Nucl. Phys. B 427, 483 (1997).
[Bethe 47]	H. A. Bethe, Phys. Rev. 72, 339 (1947)
[Bethe 57]	H. A. Bethe et E. E. Salpeter, <i>Quantum Mechanics of One- and Two-</i> <i>Electron Atoms</i> , (Academic Press Inc., N.Y., 1957).
[Beyer 88]	H. F. Beyer et D. Liesen, Nucl. Instr. Meth. A 272, 895 (1988).
[Beyer 91]	H. F. Beyer, P. Indelicato, K. D. Finlayson, D. Liesen et R. D. Des- lattes, <i>Phys. Rev. A</i> <b>43</b> , 223 (1991).
[Beyer 95]	<ul><li>H. F. Beyer, G. Menzel, D. Liesen, A. Gallus, F. Bosch, R. Deslattes,</li><li>P. Indelicato, Th. Stöhlker, O. Klepper, R. Moshammer, F. Nolden,</li><li>H. Eickhoff, B. Franzke et M. Steck Z. Phys. D 35, 169 (1995).</li></ul>
[Beyer 97]	H. F. Beyer, Nucl. Instr. Meth. A 400, 137 (1997).
[Beyer 00]	H. F. Beyer, G. Borchert, F. Bosch, M. Czanta, R. D. Deslattes, W. Enders, E. Förster, G. Hölzer, P. Indelicato, HJ. Kluge, D. Lie- sen, T. Ludziejewski, B. Manil, A. Simionovici, M. Steck, Th. Stöhl- ker, M. Steck, S. Toleikis, J. Tschischgale, A. H. Walenta, O. Weh- rhan, C. Striezel et H. Wesp, <i>GSI Report 1999</i> , 209 (2000).
[Beyer 01]	<ul> <li>H. F. Beyer, J. Bojowald, G. Borchert, F. Bosch, W. Brüchle,</li> <li>M. Czanta, R. D. Deslattes, E. Förster, A. Freund, A. Gumberidze,</li> <li>A. Hamacher, J. Hoszowska, P. Indelicato, HJ. Kluge, Chr. Kozhuharov, D. Liesen, B. Lommel, T. Ludziejewski, X. Ma, B. manil,</li> <li>I. Mohos, D. Protic, A. Simionovici, Th. Stöhlker, C. Striezel, S. Toleikis, N. Trautmann, J. Tschischgale, A. H. Walenta et O. Wehrhan,</li> <li><i>GSI Report 2000</i>, 194 (2001).</li> </ul>
[Birkett 93]	<ul> <li>B. B. Birkett, JP. Briand, P. Charles, D.D. Dietrich, K. Finlayson,</li> <li>P. Indelicato, D. Liesen, R. Marrus et A. Simionovici, <i>Phys. Rev. A</i> 47, R2454 (1993).</li> </ul>
[Blundell 91]	S. A. Blundell et N. J. Snyderman, Phys. Rev. A 44, 1427 (1991).
[Bohr 51]	A. Bohr et V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 77, 94 (1951).
[Borchert 99]	programme non publié.

[Borchert 01]	G. L. Borchert, B. Manil, D. Anagnostopoulos, JP. Egger, D. Gotta, M. Hennebach, P. Indelicato, Y. W. Liu, N. Nelms et L. M. Simons, <i>Hyper. Int.</i> <b>132</b> , 195 (2001).
[Boucard 98]	S. Boucard, <i>thèse de doctorat de l'université P. &amp; M. Curie</i> , non publiée (1998).
[Boucard 00]	S. Boucard et P. Indelicato, Eur. Phys. J. D 8, 59 (2000).
[Bovet 85]	D. Bovet et al., Phys. Lett. B 153, 231 (1985).
[Bracci 78]	L. Bracci et G. Fiorentini, Nuovo Cim. 43 A, 9 (1978).
[Bragg 13]	W. L. Bragg, Proc. Cambridge Phil. Soc. 17, 43 (1913).
[Bräuning 00]	<ul> <li>H. Bräuning, G. Bednarz, F. Bosch, C. Cohen, D. Dauvergne,</li> <li>R. Dunford, B. Franzke, T. Kambara, A. Krämer, E. P. Kanter,</li> <li>R. Kirsch, Chr. Koshuharov, D. Liesen, T. Ludziejewski, X. Ma,</li> <li>P. H. Mokler, F. Nolden, M. Steck, Z. Stachura, Th. Stöhlker, L. Tri- bedi et A. Warczak, <i>GSI Report 1999</i>, 91 (2000).</li> </ul>
[Briand 90]	J. P. Briand, P. chevalier, P. Indelicato, K. P. Ziock et D.D. Dietrich, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>65</b> , 2761 (1990).
[Brown 59]	G. E. Brown, J. S. Langer et G. W. Schaefer, <i>Proc. Roy. Soc. London</i> A <b>251</b> , 92 (1959).
[Camac 52]	M. Camac, A. D. McGuire, J. B. Platt et H. J. Schulte, <i>Phys. Rev.</i> 88, 134 (1952).
[Chantler 96]	C. T. Chantler, R. D. Deslattes, A. Henins et L. T. Hudson, <i>Br. J. Ra-</i> <i>diol.</i> <b>69</b> , 636 (1996).
[Chatellard 97]	D. Chatellard, JP. Egger, E. Jeannet, A. Badertscher, M. Bog- dan, P. F. A. Goudsmit, M. Janousch, H. J. Leisi, E. Matsinos, H Ch. Schröder, D. Sigg, Z. G. Zhao, E. C. Aschenauer, K. Gabathuler, P. Hauser, L. M. Simons et A. J. Rusi El Hassani, <i>Nucl. Phys. A</i> <b>625</b> , 855 (1997).
[Cheng 71]	K. T. Cheng, Y. K. Kim et JP. Declaux, At. Data and Nucl. Data Tables 24, 111 (1971).
[Cheng 85]	K. T. Cheng et W. J. Childs, Phys. Rev. A 31, 2775 (1985).
[Cohen 86]	E. R. Cohen et B. N. Taylor, <i>CODATA Bull.</i> <b>63</b> , 1 (1986); E. R. Cohen et B. N. Taylor, <i>Rev. Mod. Phys.</i> <b>59</b> , 1121 (1986).

[Coleman 66]	S. Coleman, J. Math. Phys. 7, 787 (1966).
[Compton 35]	A. H. Compton et S. K. Allison, <i>X-rays in Theory and Expériment</i> , (New-York, Van Nostrand, 1935).
[Consolino 69]	J. Consolino, R. Geller et C. Lerot, Proc. 1st Int. Conf. on Ion Sources, (Saclay, 1969) p. 537.
[Czanta 99]	M. Czanta, C. Strietzel, G. Menzel, S. Toleikis, H. F. Beyer, D. Liesen, E. Förster, T. Ludziejewski, B. Manil, T. Stöhlker, J. Tschischgale et A. H. Walenta, <i>GSI Report 1998</i> , 179 (1999).
[Czanta 00]	M. Czanta, S. Toleikis, C. Strietzel, G. Menzel, D. Liesen, H. F. Beyer, H. J. Besch, N. Pavel, B. Manil, J. Tschischgale et A. H. Walenta, <i>GSI Report 1999</i> , 207 (2000).
[Czaplinski 90]	W. Czaplinski, A. Gula, A. Mikhailov et N. Popov, <i>Muon Catalyzed Fusion 5/6</i> , 59 (1990).
[Czaplinski 94]	W. Czaplinski, A. Gula, A. Kravtsov, A. Mikhailov et N. Popov, <i>Phys. Rev. A</i> <b>50</b> , 525 (1994).
[Czaplinski 96]	W. Czaplinski, A. Kravtsov, A. Mikhailov et N. Popov, <i>Hyperfine Interactions</i> <b>101-102</b> , 151 (1996).
[Damerell 81]	C. J. S. Damerell, F. M. J. Farley, A. R. Gillmann et F. J. Wickens <i>Nucl. Instr. and Meth.</i> <b>185</b> , 33 (1981).
[Daum 92]	M. Daum, R. Frosch, D. Herter, M. Janousch et PR. Kettle, Z. Phys. C 56, 114 (1992).
[De Alfaro 73]	De Alfaro, Fubini, Furlan et Rossetti, <i>Currents in Hadron Physics</i> , North Holland Publishing Compagny (1973).
[Desclaux 75]	JP. Desclaux, Comput. Phys. Commun. 9, 31 (1975).
[Deser 54]	S. Deser, M. L. Goldberger, K. Baumann et W. Thirring, <i>Phys. Rev.</i> <b>96</b> , 774 (1954).
[Desiderio 71]	A. M. Desiderio et W. R. Johnson, Phys. Rev. A 3, 1267 (1971).
[Deslattes 85]	R. D. Deslattes et E. G. Jr. Kessler, dans <i>Atomic Inner-Shell Physics</i> (Plenum Publishing Corporation, N.Y., 1985).
[Deslattes 99]	R. D. Deslattes et G. Borchert, communication privée (1999).
[Deslattes 01]	R. D. Deslattes, E. G. Jr. Kessler, P. Indelicato, L. de Billy, E. Lindroth et J. Anton, <i>Rev. Mod. Phys.</i> , soumis (2001).

[Deutch 95]	M. Deutch, G. Hölzer, J. Härtwig, J. Wolf, M. Fritsch et E. Förster, <i>Phys. Rev. A</i> <b>51</b> , 283 (1995).
[Donoghue 92]	J. F. Donoghue, E. Golowich et B. R. Holstein, <i>Dynamics of the Stan-</i> <i>dard Model</i> (University Press, Cambridge, 1992).
[Drake 88]	G. W. F. Drake, Can. J. Phys. 66, 586 (1988).
[Dunford 91]	R. W. Dunford, C. J. Liu, J. Last, N. Berrah-Mansour, R. Vondrasek, D. A. Church et L. J. Curtis, <i>Phys. Rev. A</i> <b>44</b> , 764 (1991)
[Ecker 96]	G. Ecker et M. Mojzis, Phys. Lett. B 365, 312 (1996).
[Efron 2000]	B. Efron, J. Am. Stat. Assoc. 95, 1293 (2000).
[Eggs 65]	J. Eggs et K. Ulmer, Zeitschrift für angewandte Physik 20, 128 (1965).
[Ericson 00]	K. Ericson, B. Loiseau et J. Thomas, Phys. Sc. T 87, 71 (2000).
[Erola 90]	E. Erola, V. Eteläniemi et P. Suorti, J. Appl. Crystallogr. 23, 35 (1990).
[Fabri 66]	E. Fabri et L. Picasso, Phys. Rev. Lett. 16, 408 (1966).
[Freeman 80]	A. J. Freeman, M. Weinerst, JP. Desclaux et J. V. Mallow, J. Magn. Mat. 22, L1 (1980).
[Fermi 47]	E. Fermi et E. Teller, Phys. Rev. 72, 399 (1947).
[Fitch 53]	V. L. Fitch et J. Rainwater, Phys. Rev. 92, 789 (1953).
[Flores-Llamas 01]	H. Flores-Llamas, J. Appl. Cryst. 34, 136 (2001).
[Forster 83]	A. Forster, E. Bovet, J. Gimlett, H. E. Henrikson, D. Murray, R. J. Powers, P. Vogel, F. Boehm, R. Kunselman et P. L. Lee, <i>Phys. Rev. C</i> <b>28</b> , 2374 (1983).
[Fried 61]	B. D. Fried et S. D. Conte, dans <i>The Plasma Dispersion Function</i> (Academic Press, New York, 1961) p. 5.
[Frishman 81]	Y. Frishmann, A. Schimmer, T. Banks et S. Yankielowicz, <i>Nucl. Phys. B</i> <b>177</b> , 157 (1981).
[Fritzsch 73]	H. Fritzsch, M. Gell-Mann et H. Leutwyler, Phys. Lett. B 47, 365 (1973).
[Furry 51]	W. H. Furry, Phys. Rev. 81, 115 (1951).
[Gasser 82]	J. Gasser et H. Leutwyler, Ann. Phys. (N.Y.) 158, 124 (1984).

[Gasser 84]	J. Gasser et H. Leutwyler, Phys. Rep. C 87, 77 (1982).
[Gasser 88]	J. Gasser, M. Sainio et A. Svarc, Nucl. Phys. B 307, 779 (1988).
[Geller 90]	M. Geller, Annu. Rev. Sci. Instrum. 40, 15 (1990).
[Gell-Mann 64]	M. Gell-Mann, Phys. Lett. 8, 214 (1964).
[Glashow 87]	S. L. Glashow, Phys. Lett. B 187, 367 (1987).
[Goldberger 55]	M. L. Goldberger, H. Miyazawa et R. Oehme, <i>Phys. Rev.</i> <b>99</b> , 986 (1955).
[Goldberger 58]	M. L. Goldberger et S. B. Treiman, Phys. Rev. 111, 354 (1958).
[Goldstone 61]	J. Goldstone, Nuovo Cim. 19, 154 (1961).
[Goldstone 62]	J. Goldstone, A. Salam et S. Weinberg, Phys. Rev. 127, 965 (1962).
[Gorceix 87]	O. Gorceix, thèse d'Etat de l'université P. & M. Curie, non publiée (1987).
[Goudsmit 94]	P. F. A. Goudsmit, H. J. Leisi, E. Matsinos, B. L. Birbrair, A. B. Grid- nev, <i>Nucl. Phys. A</i> 575, 673 (1994).
[Grant 70]	I. P. Grant, Adv. Phys. 19, 747 (1970)
[Hanstein 97]	O. Hanstein, D. Drechsel et L. Tiator, $\pi N$ Newsletter 12, 56 (1997).
[Harari 87]	H. Harari et Y. Nir, Nucl. Phys. B 292, 251 (1987).
[Hauser 98]	P. Hauser, K. Kirch, L. M. Simons, G. Borchet, D. Gotta, Th. Siems, P. El-Khoury, P. Indelicato, M. Augsburger, D. Chatellard, JP. Egger et D. F. Anagnostopoulos, <i>Phys. Rev. C</i> <b>58</b> , 1869 (1998).
[Henke 93]	B. L. Henke, E. M. Guillikson et J. C. DAvis <i>At. Data and Nucl. Data Tab.</i> <b>54</b> , 181 (1993).
[Holland 96]	A. D. Holland, M. J. L. Turner, A. F. Abbey et P. Pool, <i>Proc. SPIE</i> <b>2808</b> , 414 (1996).
[Hopkinson 82]	G. R. Hopkinson, D. H. Lumb J. Phys. E. Sci. Inst. 15, 1214 (1982).
[Hudson 96]	L. T. Hudson, R. D. Deslattes, A. Henins, C. T. Chantler, E. G. Jr. Kessler et J. E. Schweppe, <i>Med. Phys.</i> <b>23</b> , 1659 (1996).
[Indelicato 83]	P. Indelicato, <i>thèse de 3<sup>e</sup> cycle de l'université P. &amp; M. Curie</i> , non publiée (1983).
[Indelicato 87]	P. Indelicato, <i>thèse d'Etat de l'université P. &amp; M. Curie</i> , non publiée (1987).

[Indelicato 89]	P. Indelicato, F. Parente et R. Marrus, Phys. Rev. A 40, 3505 (1989).
[Indelicato 92]	P. Indelicato, B. B. Birkett, JP. Briand, P. Charles, D.D. Dietrich, R. Marrus et A. Simionovici, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>66</b> , 1307 (1992).
[Indelicato 01]	P. Indelicato, Calculs pas encore publiés (2001).
[James 67]	R. W. James, <i>The Optical Principles of the Diffraction of the X-Rays</i> , London, G. Bell and Sons (1967).
[Jeckelmann 86]	B. Jeckelmann, W. Beer, G. de Chambrier, O. Elsenhans, K. L. Giovanetti, P. F. A. Goudsmit, H. J. Leisi, A. Rüetschi et W. Schwitz, <i>Nucl. Phys. A</i> <b>457</b> , 709 (1986).
[Jeckelmann 94]	B. Jeckelmann, P. F. A. Goudsmit et H. J. Leisi, <i>Phys. Lett. B</i> <b>335</b> , 326 (1994).
[Jenkins 91]	E. Jenkins et A.V. Manohar, Phys. Lett. B 255, 558 (1991).
[Johann 31]	H. H. Johann, Z. Phys. 69, 135 (1931).
[Johannson 33]	T. Johannson, Z. Phys. 82, 507 (1933).
[Johnson 76]	W. R. Johnson et C. D. Lin, Phys. Rev. A 14, 565 (1976).
[Johnson 85]	W. R. Johnson et G. Soff, At. Data Nucl. Data Tables 33, 405 (1985).
[Johnson 86]	W. R. Johnson et J. Sapirstein, Phys. Rev. Lett. 57, 1126 (1986).
[Johnson 95]	<ul> <li>W. R. Johnson, D. R. Plante et J. Sapirstein, dans Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics 35 (édité par B. Bederson et H. Walther chez Addison-Wesley, New-York, 1995) p. 255.</li> </ul>
[Johnson 97]	W. R. Johnson, K. T. Chen et D. R. Plante, <i>Phys. Rev. A</i> 55, 2728 (1997).
[Källen 55]	G. Källen et A. Sabry, <i>Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.</i> 29, 17 (1955).
[Kansy 80]	R. Kansy, IEEE J. Solide-State Circuits SC-15, 373 (1980).
[Klarsfeld 77]	S. Klarsfeld, Phys. Lett. B 66, 86 (1977).
[Koch 86]	R. Koch, Nucl. Phys. A 448, 707 (1986).
[Kovash 97]	M.A. Kovash, $\pi N$ Newsletter <b>12</b> , 51 (1997).
[Kush 48]	P. Kush et R. M. Foley, Phys. Rev. 74, 549 (1948).
[Labzowsky 93]	L. Labzowsky, V. Karasiev, I. Lindgren, H. Persson et S. Salomonson, <i>Phys. Scr.</i> <b>T46</b> , 150 (1993).

[Labzowsky 95]	L. Labzowsky et A. Mitrushenkov, Phys. Lett. A 198, 333 (1995).
[Labzowsky 00]	L. Labzowsky, A. V. Nefiodov, G. Plunien, G. Soff et D. Liesen, <i>Phys. Rev. Lett.</i> 84, 851 (2000).
[Lamb 47]	W. E. Jr. Lamb et R. C. Retherford, Phys. Rev. 72, 241 (1947).
[Lenz 98]	S. Lenz, G. borchert, H. Gorke, D. Gotta, T. Siems, D. F. Anagnos- tropoulos, M. Augsburger, D. Chatelard, JP. Egger, D. Belmiloud, P. El-Koury, P. Indelicato, M. Daum, P. Hauser, K. Kirch et L. M. Si- mons, <i>Phys. Lett. B</i> <b>416</b> , 50 (1998).
[Leon 62]	M. Leon et H. A. Bethe, Phys. Rev. 127, 636 (1962).
[Lindgren 93-1]	I. Lindgren, H. Persson, S. Salomonson, V. Karasiev, L. Labzowsky, A. Mitrushenkov et M. Tokman, <i>J. Phys. B</i> <b>26</b> , L503 (1993).
[Lindgren 93-2]	I. Lindgren et A. Rosen, Case Stud. At. Phys. 4, 93 et 197 (1993)
[Lloyd 69]	K. H. Lloyd, Am. J. Phys. 37, 329 (1969).
[Lumb 96]	D. H. Lumb, H. Eggel, R. Laine et A. Peacock, <i>Proc. SPIE</i> <b>2808</b> , 326 (1996).
[Manil 99-1]	<ul> <li>B. Manil, H. F. Beyer, H. J. Besch, A. Bleile, G. Borchert, F. Bosch,</li> <li>M. Czanta, R. D. Deslattes, P. Egelhof, E. Förster, G. Hölzer, P. In- delicato, HJ. Kluge, D.Liesen, H. W. Schenk, A. Simionovici,</li> <li>M. Steck, Th. Stöhlker, C. Striezel, S. Toleikis, J. Tschischgale,</li> <li>A. H. Walenta et O. Wehrhan, communication écrite à <i>E.G.A.S. 31</i> (1999).</li> </ul>
[Manil 99-2]	B. Manil, J. Tchichgale H. F. Beyer, H. J. Besch, A. Bleile, G. Bor- chert, F. Bosch, M. Czanta, R. D. Deslattes, P. Egelhof, E. Förs- ter, G. Hölzer, P. Indelicato, HJ. Kluge, D.Liesen, H. W. Schenk, A. Simionovici, M. Steck, Th. Stöhlker, C. Striezel, S. Toleikis, A. H. Walenta et O. Wehrhan, communication écrite au <i>2nd Work-</i> <i>shop : Methods and Applications of Curved Crystal X-ray Optics,</i> <i>Weimar</i> (1999).
[Markushin 94]	V. E. Markushin, Phys. Rev. A 50, 1137 (1994).
[Markushin 01]	<ul><li>V. E. Markushin et T. S. Jensen, <i>Hyperfine Interactions</i>, à paraître;</li><li>T. S. Jensen et V. E. Markushin, <i>Hyperfine Interactions</i>, à paraître.</li></ul>
[Marrus 89]	R. Marrus, A. Simionovici, P. Indelicato, D.D. Dietrich, P. Charles, JP. Briand, K. Finlayson, F. Bosch, D. Liesen et F. Parente, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>63</b> , 502 (1989).

[Marrus 96]	<ul><li>R. Marrus, B. Birkett, A. Simionovici, P. Indelicato, H. F. Beyer,</li><li>F. Bosch, A. Gallus, D. Liesen et G. Menzel, <i>GSI Report 1995</i>, 136 (1996).</li></ul>
[Melnikov 01]	K. Melnikov et A. Yelkhovsky, Phys. Rev. Lett. 86, 1498 (2001).
[Men'shikov 88]	L. I. Men'shikov, Muon Catalyzed Fusion 2, 173 (1988).
[Mitrushenkov 95]	A. Mitrushenkov, L. Labzowsky, I. Lindgren, H. Persson et S. Salo- monson, <i>Phys. Lett. A</i> <b>200</b> , 51 (1995).
[Mohr 74]	P. J. Mohr, Ann. Phys. (N.Y.) 88, 26 (1974).
[Mohr 85]	P. J. Mohr, Phys. Rev. A 32, 1949 (1985).
[Mohr 92]	P. J. Mohr, Phys. Rev. A 46, 4421 (1992).
[Mohr 93]	P. J. Mohr et G. Soff, Phys. Rev. Lett. 70, 158 (1993).
[Nelms 01]	N. Nelms, D. Anagnostopoulos, O. Ayranov, G. L. Borchert, JP. Eg- ger, D. Gotta, M. Hennebach, P. Indelicato, B. Leoni, Y. W. Liu, B. Manil, L. M. Simons et A. Wells, <i>Nucl. Inst. and Meth. A</i> , à pa- raître (2001).
[Penning 61]	P. Penning et D. Polder, Philips Res. Rep. 16, 419 (1961).
[Persson 93-1]	<ul> <li>H. Persson, I. Lingren et S. Salomonson, <i>Phys. Scr.</i> <b>T46</b>, 125 (1993);</li> <li>I. Lingren, H. Persson, S. Salomonson et A. Ynnermann, <i>Phys. Rev. A</i> <b>47</b>, 4555 (1993).</li> </ul>
[Persson 93-2]	H. Persson, I. Lingren, S. Salomonson et P. Sunnergren, <i>Phys. Rev. A</i> <b>48</b> , 2772 (1993).
[Persson 96]	H. Persson, I. Lingren, L. N. Labzowsky, G. Plunien, T. Beier et G. Soff, <i>Phys. Rev. A</i> 54, 2805 (1996).
[Plunien 96]	G. Plunien et G. Soff, Phys. Rev. A 53, 4614 (1996).
[Ponomarev 96]	L. I. Ponomarev et E. A. Solov'ev, JETP Lett. 64, 135 (1996).
[Popov 96]	V. P. Popov et V. N. Pomerantsev, <i>Hyperfine Interactions</i> <b>101-102</b> , 133 (1996).
[Protic 00]	D. Protic, Th. Stöhlker, H. F. Beyer, J. Bojowald, G. Borchert, A. Gumberidze, A. Hamacher, Chr. Kozhuharov, X. Ma et I. Mohos, <i>GSI-Preprint-2000-46</i> (2000).
[Postma 70]	H. Postma, Phys. Lett. A 31, 196 (1970).
[Quiney 94]	H. M. Quiney et I. P. Grant, J. Phys. B 27, L199 (1994).

[Rasche 82]	G. Rasche et W. S. Woolcock, Nucl. Phys. A381, 405 (1982).
[Renner 68]	B. Renner, <i>Currents Algebras and theirs Applications</i> , Pergamon Press (1968).
[Robicheaux 95]	F. Robicheaux, T. W. Gorczyca, M. S. Pindzola et N. R. Badnell, <i>Phys. Rev. A</i> <b>52</b> , 1319 (1995)
[Rustichelli 75]	F. Rustichelli, Philosophical Magazine <b>31</b> , 1 (1975).
[Salomonson 89]	S. Salomonson et P. Öster, Phys. Rev. A 41, 4670 (1989).
[Sapirstein 90]	J. R. Sapirstein et D. R. Yennie , dans <i>Quantum Electrodynamics</i> édité par T. Kinoshita (World Scientifics, Singapore, 1990) p. 560.
[Shabaev 98]	V. M. Shabaev, A. N. Artemyev, T. Beier, G. Plunien, V. A. Yerokhin et G. Soff, <i>Phys. Rev. A</i> 57, 4235 (1998).
[Schneider 93]	S. M. Schneider, W. Greiner et G. Soff, J. Phys. B 26, L529 (1993).
[Schröder 99]	S. M. Schröder et al., Phys. Lett. B 469, 25 (1999).
[Schulze 94]	C. Schulze et D. Chapman, Rev. Sci. Instr. 66, 2220 (1994).
[Siems 00]	<ul><li>T. Siems, D. F. Agnastopoulos, G. Borchert, D. Gotta, P. Hauser,</li><li>K. Kirch, L. M. Simons, P. El-Koury, P. Indelicato, M. Augsburger,</li><li>D. Chatellard et JP. Egger, <i>Phys. Rev. Lett.</i> 84, 4573 (2000).</li></ul>
[Sigg 96]	D. Sigg, A. Badertscher, M. Bogdan, P. F. A. Goudsmit, H. J. Leisi, HCh. Schröder, Z. G. Zhao, D. Chatellard, JP. Egger, E. Jeannet, E. C. Aschenauer, K. Gabathuler, L. M. Simons et A. J. Rusi El Has- sani, <i>Nucl. Phys. A</i> <b>609</b> , 269 (1996).
[Simons 93]	L.M. Simons, Hyp. Int. 81, 253 (1993).
[Snyderman 91]	N. J. Snyderman, Ann. Phys. (N.Y.) 211, 43 (1991).
[Sobel'man 69]	Solbel'man, <i>Introduction to the theory of Atomic Spectra</i> (Pergamon Press, Oxford, 1969).
[Soff 88]	G. Soff et P. J. Mohr, Phys. Rev. A 38, 5066 (1988).
[Solodovnikov 60]	V. V. Solodovnikov, dans Introduction to the Statistical Dynamics of Automatic Control Systems (Dover, New York, 1960) p. 28.
[Spuller 77]	J. Spuller, D. Berghofer, M. D. Hasinoff, R. Mac Donald, D. F. Meas- day, M. Salomon, T. Suzuki, JM. Poutissou, R. Poutissou et J. K. P. Lee, <i>Phys. Lett. B</i> <b>67</b> , 479 (1977).

[Stöhlker 93]	T. Stöhlker, P. H. Mokler, K. Beckert, F. Bosch, H. Eickhoff, B. Franzke, M. Jung, T. Kandler, O. Klepper, C. Kozhuharov, R. Moshammer, F. Nolden, H. Reich, P. Rymuza, P. Spädtke et M. Steck, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>71</b> , 2184 (1993).
[Stöhlker 00]	T. Stöhlker, P. H. Mokler, F. Bosch, R. W. Dunford, B. Franzke, O. Klepper, C. Kozhuharov, T. Ludziejewski, F. Nolden, H. Reich, P. Rymuza, Z. Stachura, M. Steck, P. Swiat et A. Warczak, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>85</b> , 3109 (2000).
[Swieca 66]	J. A. Swieca, Phys. Rev. Lett. 17, 974 (1966).
[Tomazawa 66]	Y. Tomazawa, Nuovo Cim. A 46, 707 (1966).
[Treiman 85]	S. B. Treiman, R. Jackiw, B. Zumino et E. Witten, <i>Currents Algebra and Anomalies</i> , World Scientific (1985).
[Uehling 35]	E. A. Uehling, Phys. Rev. 48, 55 (1935).
[Van Hamos 32]	L. Van Hamos, Naturwissenschaften 20, 705 (1932).
[Varidel 90]	D. Varidel, JP. Bourquin, D. Bovet, G. Fiorucci et D. Schenker, <i>Nucl. Inst. and Meth. A</i> 292, 147 (1990).
[Vermeulen 69]	JL. Vermeulen, NP B 12, 506 (1969).
[Weinberg 66]	S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17, 616 (1963).
[Weller 47]	J. A. Weller, <i>Phys. Rev.</i> <b>71</b> , 320 (1947).
[Wichmann 56]	E. H. Wichmann et N. M. Kroll, Phys. Rev. 101, 843 (1956).
[Willmann 99]	L. Willmann, P. V. Schmidt, H. P. Wirtz, R. Abela, V. Baranov, J. Bagaturia, W. Bertl, R. Engfer, A. Groámann, V. W. Hughes, K. Jungmann, V. Karpuchin, I. Kisel, A. Korenchenko, S. Ko- renchenko, N. Kravchuk, N. Kuchinsky, A. Leuschner, V. Meyer, J. Merkel, A. Moiseenko, D. Mzavia, G. zu Putlitz, W. Reichart, I. Reinhard, D. Renker, T. Sakhelashvilli, K. Träger et H. K. Wal- ter, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>82</b> , 49 (1999).
[Workman 92]	R. L. Workman, R. A. Arndt et M. M. Pavan, <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>68</b> , 1653 et 2712(E) (1992); M. Locher et M. Sainio, <i>XIII Int. Conf. on Particle and Nuclei, Perugia</i> , (1993).
[Yamanaka 01]	N. Yamanaka, Akihiro Haga, Yataro Horikawa et Atsushi Ichimura, <i>Phys. Rev. A</i> <b>63</b> , 062502 (2001)

[Zschornack 82] G. Zschornack, G. Müller et G. Musiol, *Nucl. Inst. and Meth. A* 200, 481 (1982).

#### **Résumé :**

Dans ce travail de thèse, nous présentons quatre expériences, portant soit sur l'étude d'ions lourds hydrogenoïdes ou héliumoïdes, soit sur celle d'atomes exotiques, et qui se sont déroulées au *Gesell-schaft für Scherionenforchung (GSI)* et à l'*Institut Paul Scherrer (PSI)*.

Dans la première partie de ce manuscrit, nous décrivons, tout d'abord, un spectromètre à cristal courbe et en transmission, couplé à un détecteur germanium sensible en position. Cet ensemble, dédié à la mesure de l'énergie de photons X entre 50 et 100 keV et qui est destiné à être monté sur l'accélérateur du *GSI*, nous permettra, dans les années avenirs, de gagner un ordre de grandeur sur la précision de la mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'uranium hydrogénoïde, afin de tester la QED en champ coulombien fort. Ensuite, nous detaillons une expérience qui nous permettra de donner bientôt une nouvelle valeur de la masse du pion chargé avec une incertitude relative de 1 ppm. Elle est basée sur une spectroscopie X de l'azote pionique, effectuée au *PSI*. Pour celle-ci, nous utilisons un montage composé d'une trappe anti-cyclotronique, d'un spectromètre de Bragg en réflexion possédant un cristal sphérique et d'un détecteur CCD refroidit. Ce dispositif permet également de tester la QCD et la théorie des perturbations chirales, par une mesure des transitions radiatives de l'hydrogène pionique.

La seconde partie est consacrée à une description d'une mesure de la durée de vie du niveau métastable  $2^{3}P_{0}$  de l'or héliumoïde, grâce à une expérience de temps de vol, qui se déroule au *GSI*. Nous donnons, pour la toute première fois pour un Z si élevé, une valeur précise de cette durée de vie, qui constitue un test important de la théorie relativiste à n-corps.

**Mot-clefs :** Rayons X, Spectromètres de Bragg, Ions Lourds, Atomes Exotiques, Pion Chargé, Muon, QED, QCD

#### Abstract :

In this thesis, we present four experiments designed to study hydrogenlike and heliumlike heavy ions, or exotic atoms. These experiments have been run at the *Gesellschaft für Scherionenforchung* (GSI) and the *Paul Scherrer Institut* (PSI).

In the first part of this text, we begin with the description of a focusing, curved-crystal spectrometer in transmission geometry, coupled with a microstrip, germanium position-sensitive detector, which diffract X-ray photons in the range 50-100 keV. With this spectrometer, which can be mounted on the *GSI* accelerator, we will increase, by one order of magnitude, the accuracy on the measurement of the 1s Lamb shift in hydrogenlike uranium ions, in order to test QED in strong coulomb field. Next, we detail an experiment that will soon give a new value of the charged-pion mass with a relative accuracy of 1 ppm. For this one, we perform X-ray spectroscopy of pionic nitrogen, at *PSI*. The experimental set-up is made up of a cyclotron trap, a spherical Bragg-crystal focusing spectrometer, in reflection geometry, and a CCD sensitive-position cooled detector. This set-up allows also test QCD and chiral perturbation theory by measurements of radiative transitions of pionic hydrogen.

The main subject of the second part is a lifetime measurement of the metastable  $2^{3}P_{0}$  state in heliumlike gold ions, by Beam Foil Spectroscopy. With this experiment, which provides an important test of relativistic many-body theory, we give, for the first time, an accurate value of the lifetime of this state for an ion with a Z larger than 64.

Keywords : X-ray, Bragg Spectrometer, Heavy Ions, Exotics Atomes, Charged Pion, Muon, QED, QCD