

Diagnostic des systèmes non linéaires Contribution aux méthodes de découplage

C. Join

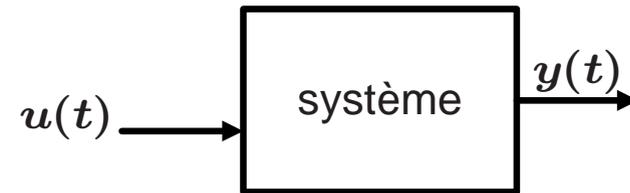
`cedric.join@cran.uhp-nancy.fr`

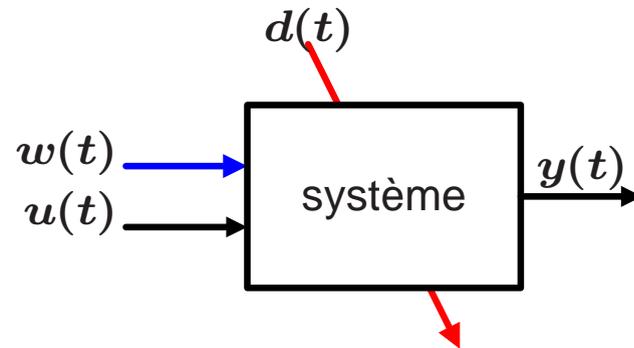
Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN-CNRS UMR 7039)

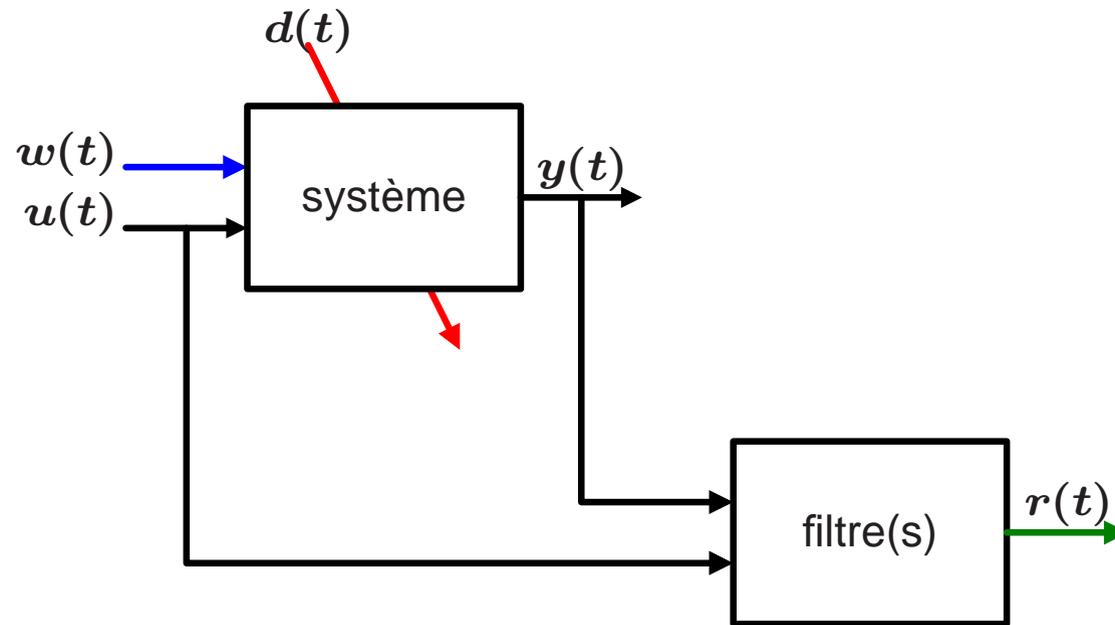


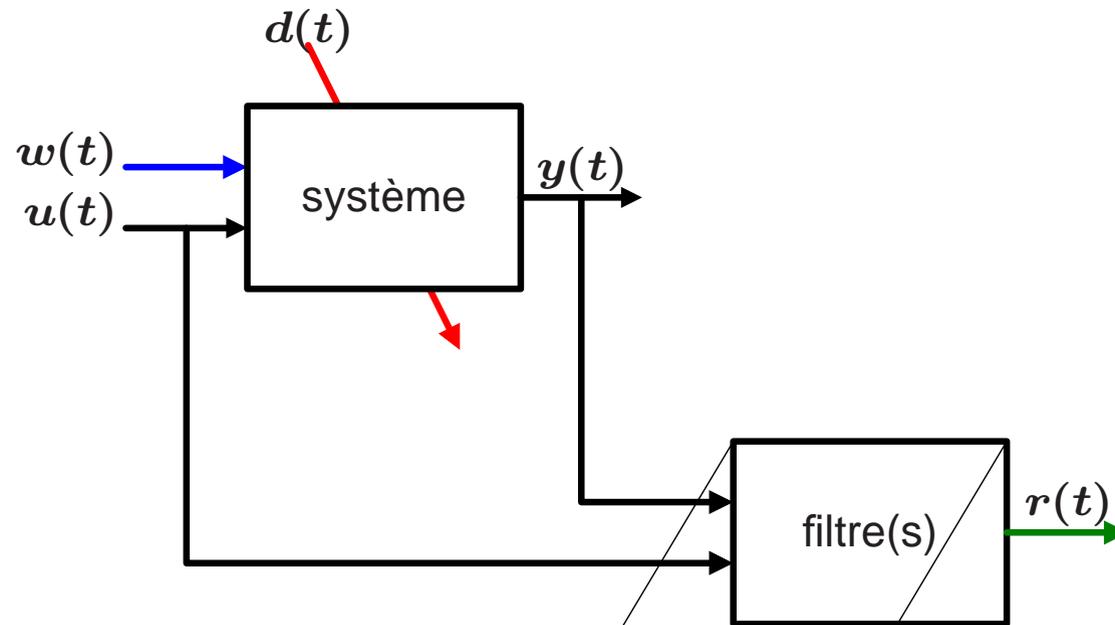
- Préliminaires
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives

- **Préliminaires**
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives



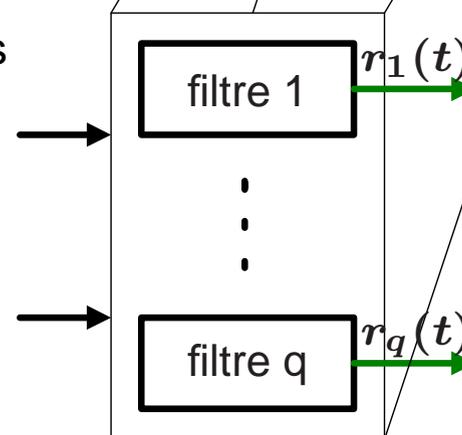






Synthèse de résidus en 2 étapes :

- découplage d'entrées inconnues
- estimation d'état



■ Modèle du système

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^m \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x})u_i + \sum_{k=1}^s \boldsymbol{D}_k(\boldsymbol{x})\boldsymbol{d}_k \\ \boldsymbol{y}_x = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$

où $\boldsymbol{x}(t) \in \mathcal{X} = \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}(t) \in \mathcal{U} = \mathbb{R}^m$, $\boldsymbol{y}_x(t) \in \mathcal{Y} = \mathbb{R}^p$ et $\boldsymbol{d}(t) \in \mathcal{D} = \mathbb{R}^s$ sont respectivement les états, commandes, sorties et perturbations.

■ Modèle du système

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f_0(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x})u_i + \sum_{k=1}^s \mathbf{D}_k(\mathbf{x})d_k \\ \mathbf{y}_x = h(\mathbf{x}) \end{cases}$$

■ Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = f_0(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{z})u_i + \Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) \\ \mathbf{y}_z = h(\mathbf{z}) \end{cases}$$

où $\Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$ est une injection de sortie

■ Modèle du système

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{k=1}^s D_k(x)d_k \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

■ Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i + \Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

■ Génération de résidu

$$r = \chi(y_x) - \chi(y_z) = \chi \circ h(x) - \chi \circ h(z)$$

où $\chi(\bullet)$ est une fonction non linéaire

- Préliminaires
- **Approche intuitive**
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives

- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

t

- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \quad \prec \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$



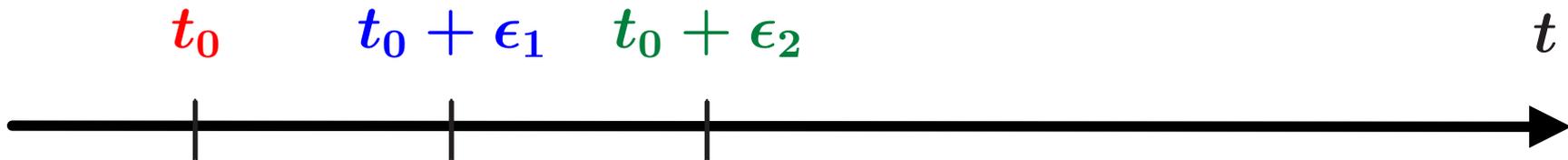
- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d & \prec \prec \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 & \prec \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$



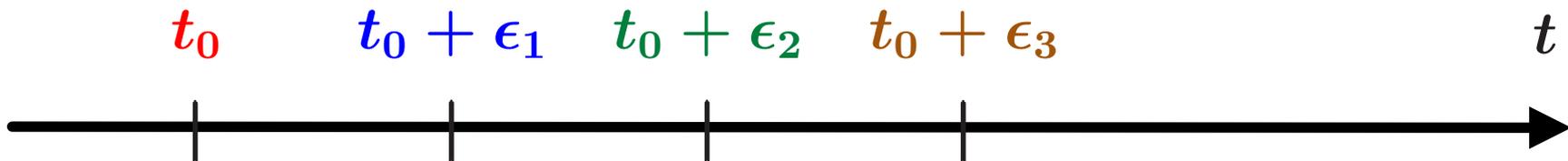
- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d & \leftarrow \leftarrow \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 & \leftarrow \leftarrow \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 & \leftarrow \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 & \\ \dot{x}_5 = -x_5 & \end{cases}$$



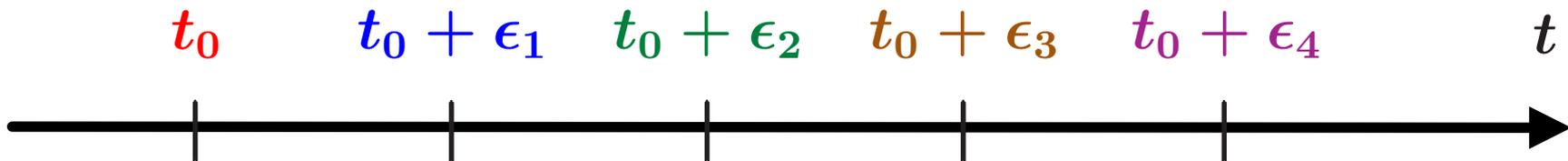
- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d & \leftarrow \leftarrow \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 & \leftarrow \leftarrow \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 & \leftarrow \leftarrow \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 & \leftarrow \\ \dot{x}_5 = -x_5 & \leftarrow \end{cases}$$



- Etude de la propagation d'une perturbation

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d & \text{↖} & \text{↘} \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 & & \text{↘} & \text{↘} \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 & & & \text{↘} & \text{↘} \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 & & & & \text{↘} & \text{↘} \\ \dot{x}_5 = -x_5 & & & & & \text{↘} \end{cases}$$



- Comment traduire mathématiquement la propagation d'une perturbation à travers l'espace d'état

- Comment traduire mathématiquement la propagation d'une perturbation à travers l'espace d'état
 - ✓ Définition du crochet de Lie

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$$

- Comment traduire mathématiquement la propagation d'une perturbation à travers l'espace d'état

- ✓ Définition du crochet de Lie

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$$

- ✓ Calculs

$$\begin{cases} C_0 = \text{span}\{D\} \\ C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^m [C_i^D, f_k] \end{cases}$$

- Comment traduire mathématiquement la propagation d'une perturbation à travers l'espace d'état

- ✓ Définition du crochet de Lie

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$$

- ✓ Calculs

$$\begin{cases} C_0 = \text{span}\{D\} \\ C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^m [C_i^D, f_k] \end{cases}$$

sous la condition d'arrêt suivante :

$$\exists i, \quad C_{i+1}^D = C_i^D \implies C_*^D$$

- Comment traduire mathématiquement la propagation d'une perturbation à travers l'espace d'état

- ✓ Définition du crochet de Lie

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$$

- ✓ Calculs

$$\begin{cases} C_0 = \text{span}\{D\} \\ C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^m [C_i^D, f_k] \end{cases}$$

$(C_*^D)^\perp$ est la partie de l'état naturellement découplée

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

où

$$f_0 = \left(x_1 \quad x_1 x_2 \quad x_4^2 \quad x_3 x_4 \quad -x_5 \right)^T$$

$$f_1 = \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right)^T$$

$$f_2 = \left(0 \quad 0 \quad x_2 \quad 0 \quad 0 \right)^T$$

$$\text{et } D = \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right)^T$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

$$C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^2 [C_i^D, f_k]$$

$$C_0^D = \text{span}\{D\}$$

↓

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

$$C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^2 [C_i^D, f_k]$$

$$C_1^D = C_0^D + [C_0^D, f_0] + [C_0^D, f_1] + [C_0^D, f_2]$$
$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

$$C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^2 [C_i^D, f_k]$$

$$C_2^D = \begin{matrix} C_1^D & +[C_1^D, f_0] & +[C_1^D, f_1] & +[C_1^D, f_2] \\ \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

$$C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^2 [C_i^D, f_k]$$

$$C_3^D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + [C_2^D, f_0] + [C_2^D, f_1] + [C_2^D, f_2]$$

$$\begin{matrix} C_2^D & & & & & & & & \\ \Downarrow & & & & & & & & \\ \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -x_1 x_2 \\ x_2 x_4 \\ 0 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

■ Application à l'exemple

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = x_4^2 + x_2 u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 x_4 \\ \dot{x}_5 = -x_5 \end{cases}$$

$$C_{i+1}^D = C_i^D + \sum_{k=0}^2 [C_i^D, f_k]$$

$$C_*^D = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -x_1 x_2 \\ x_2 x_4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (C_*^D)^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

■ Positionnement du problème

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

$$\Downarrow \tilde{z} = \Phi(z)$$

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z})u_i \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

■ Positionnement du problème

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}) u_i = \dot{\tilde{x}}_2 \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

- ✓ Nous cherchons à rendre une partie de l'état estimée **insensible** à la perturbation

■ Positionnement du problème

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z})u_i + \tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

- ✓ Nous cherchons à rendre une partie de l'état estimée **insensible** à la perturbation
- ✓ Moyen : **injection de sortie**

■ Positionnement du problème

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i & \dim(\tilde{z}_1) \longrightarrow 0 \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z})u_i + \tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) & \dim(\tilde{z}_2) \longrightarrow n \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

- ✓ Nous cherchons à rendre une partie de l'état estimée **insensible** à la perturbation
- ✓ Moyen : **injection de sortie**
- ✓ Objectif : cette partie doit être la **plus grande possible**

■ Positionnement du problème

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}) u_i & \dim(\tilde{z}_1) \longrightarrow 0 \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}) u_i + \tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) & \dim(\tilde{z}_2) \longrightarrow n \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

- ✓ Nous cherchons à rendre une partie de l'état estimée **insensible** à la perturbation
- ✓ Moyen : **injection de sortie**
- ✓ Objectif : cette partie doit être la **plus grande possible**
- ✓ Un sous-espace d'état est insensible à une perturbation ssi il existe une estimation de l'état insensible à la perturbation

- Préliminaires
- Approche intuitive
- **Découplage et estimation**
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives

- Découplage par filtrage

Découplage et estimation

- Découplage par filtrage
 - ✓ Rappel des travaux de C. De Persis et A. Isidori [SCL00], [TAC01]

- Découplage par filtrage
 - ✓ Rappel des travaux de C. De Persis et A. Isidori [SCL00], [TAC01]
 - ✓ Énoncé de nos propositions

Découplage et estimation

- Découplage par filtrage
 - ✓ Rappel des travaux de C. De Persis et A. Isidori [SCL00], [TAC01]
 - ✓ Énoncé de nos propositions
- Détermination explicite de l'injection de sortie

■ Cas particulier

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

avec :

$$\tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) = \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) - \tilde{\Psi}(y_z, \tilde{z}_2, u)$$

■ Cas particulier

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

avec :

$$\tilde{\Psi}(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) = \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) - \tilde{\Psi}(y_z, \tilde{z}_2, u)$$

■ Cas particulier

$$\begin{cases} S_0 = \text{span}\{D\} \\ S_{i+1}^D = S_i^D + \sum_{k=0}^m [S_i^D \cap \ker\{dh\}, f_k] \end{cases}$$

■ Cas particulier

$$\begin{cases} S_0 = \text{span}\{D\} \\ S_{i+1}^D = S_i^D + \sum_{k=0}^m [S_i^D \cap \ker\{dh\}, f_k] \end{cases}$$

avec la condition d'arrêt suivante :

$$\exists i, S_{i+1}^D = S_i^D \implies S_*^D$$

■ Cas particulier

$$\begin{cases} S_0 = \text{span}\{D\} \\ S_{i+1}^D = S_i^D + \sum_{k=0}^m [S_i^D \cap \ker\{dh\}, f_k] \end{cases}$$

avec la condition d'arrêt suivante :

$$\exists i, S_{i+1}^D = S_i^D \implies S_*^D$$

S_*^D est le plus petit sous-espace d'état sensible à la perturbation via une injection de sortie :

$$\tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u)$$

■ Cas particulier

$$\begin{cases} S_0 = \text{span}\{D\} \\ S_{i+1}^D = S_i^D + \sum_{k=0}^m [S_i^D \cap \ker\{dh\}, f_k] \end{cases}$$

avec la condition d'arrêt suivante :

$$\exists i, S_{i+1}^D = S_i^D \implies S_*^D$$

S_*^D est le plus petit sous-espace d'état sensible à la perturbation via une injection de sortie :

$$\tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u)$$

■ Cas particulier

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i & \dim(\tilde{z}_1) = \dim(S_*^D) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2)u_i + \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) & \dim(\tilde{z}_2) = \dim((S_*^D)^\perp) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

donc la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation (\tilde{z}_2) :

$$\dim((S_*^D)^\perp)$$

■ Cas particulier

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i & \dim(\tilde{z}_1) = \dim(S_*^D) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2)u_i + \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) & \dim(\tilde{z}_2) = \dim((S_*^D)^\perp) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

donc la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation (\tilde{z}_2) :

$$\dim((S_*^D)^\perp) \leq n - \dim(d)$$

↑

borne liée à l'initialisation

■ Cas particulier

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z})u_i & \dim(\tilde{z}_1) = \dim(S_*^D) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2)u_i + \tilde{\Psi}(y_x, \tilde{z}_2, u) & \dim(\tilde{z}_2) = \dim((S_*^D)^\perp) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

donc la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation (\tilde{z}_2) :

$$\begin{array}{ccc} 0 \leq \dim((S_*^D)^\perp) \leq n - \dim(d) \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \text{borne liée à } \ker\{dh\} \qquad \text{borne liée à l'initialisation} \end{array}$$

Découplage et estimation

- Méthode proposée

Découplage et estimation

- Méthode proposée
 - ✓ Objectif : augmenter la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation

Découplage et estimation

■ Méthode proposée

- ✓ Objectif : augmenter la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation
- ✓ Moyen : modifier la forme de l'injection de sortie

■ Méthode proposée

- ✓ Objectif : augmenter la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation
- ✓ Moyen : modifier la forme de l'injection de sortie

Ainsi,

$$\Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$$

ne se limite plus à : $\Psi(y_z, \tilde{z}_2, u) - \Psi(y_x, \tilde{z}_2, u)$

■ Méthode proposée

- ✓ Objectif : augmenter la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation
- ✓ Moyen : modifier la forme de l'injection de sortie

Ainsi,

$$\Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$$

ne se limite plus à : $\Psi(y_z, \tilde{z}_2, u) - \Psi(y_x, \tilde{z}_2, u)$

mais plutôt à : $\Psi(\Delta)$ avec Δ l'ensemble des signaux connus y compris des dérivées de sortie

■ Méthode proposée

- ✓ Objectif : augmenter la dimension du sous-espace d'état insensible à la perturbation
- ✓ Moyen : modifier la forme de l'injection de sortie

Ainsi,

$$\Psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$$

ne se limite plus à : $\Psi(\mathbf{y}_z, \tilde{z}_2, u) - \Psi(\mathbf{y}_x, \tilde{z}_2, u)$

mais plutôt à : $\Psi(\Delta)$ avec Δ l'ensemble des signaux connus y compris **des dérivées de sortie**

■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

Δ -Reconstructibilité : un signal $s(t)$ est dit Δ -reconstructible ssi il existe une fonction ζ non linéaire en Δ telle que $s = \zeta(\Delta)$. [Kailath80]

■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

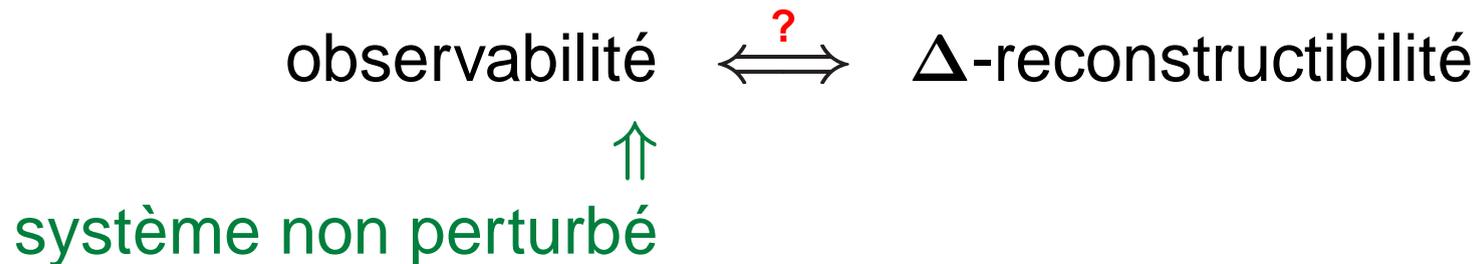
Δ -Reconstructibilité : un signal $s(t)$ est dit Δ -reconstructible ssi il existe une fonction ζ non linéaire en Δ telle que $s = \zeta(\Delta)$. [Kailath80]

observabilité $\overset{?}{\iff}$ Δ -reconstructibilité

■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

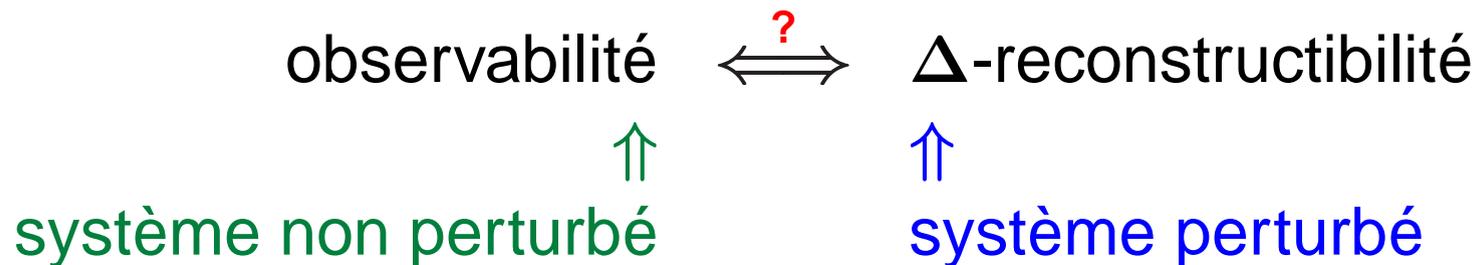
Δ -Reconstructibilité : un signal $s(t)$ est dit Δ -reconstructible ssi il existe une fonction ζ non linéaire en Δ telle que $s = \zeta(\Delta)$. [Kailath80]



■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

Δ -Reconstructibilité : un signal $s(t)$ est dit Δ -reconstructible ssi il existe une fonction ζ non linéaire en Δ telle que $s = \zeta(\Delta)$. [Kailath80]

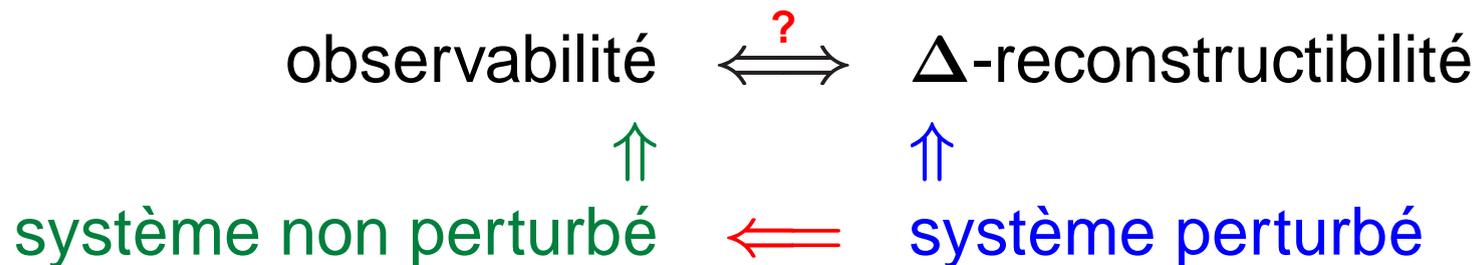


Découplage et estimation

■ Méthode proposée

Observabilité : un système est dit observable ssi tout état peut s'écrire à tout instant à partir des sorties, commandes et de leurs dérivées respectives.[de Larminat93]

Δ -Reconstructibilité : un signal $s(t)$ est dit Δ -reconstructible ssi il existe une fonction ζ non linéaire en Δ telle que $s = \zeta(\Delta)$.[Kailath80]



■ Méthode proposée

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^s D_j(x)d_j \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

■ Méthode proposée

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^s D_j(x)d_j \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

1^{er} cas

$D(x)d$ est Δ -reconstructible : $D(x)d = \Psi(\Delta)$

■ Méthode proposée

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + D_r(x)d_r + D_{nr}(x)d_{nr} \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

1^{er} cas

$D(x)d$ est Δ -reconstructible : $D(x)d = \Psi(\Delta)$

2^{ième} cas

d n'est pas totalement Δ -reconstructible, nous distinguons alors d_r (partie reconstructible) et d_{nr} (partie non reconstructible) : $D_r(x)d_r = \Psi_{dt}(\Delta)$

■ Méthode proposée

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^s D_j(x)d_j \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

1^{er} cas

$D(x)d$ est Δ -reconstructible : $D(x)d = \Psi(\Delta)$

2^{ème} cas

d n'est pas totalement Δ -reconstructible, nous distinguons alors d_r (partie reconstructible) et d_{nr} (partie non reconstructible) : $D_r(x)d_r = \Psi_{dt}(\Delta)$

3^{ème} cas

Aucune partie de d n'est Δ -reconstructible

■ Méthode proposée

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^s D_j(x)d_j \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

1^{er} cas

$D(x)d$ est Δ -reconstructible : $D(x)d = \Psi(\Delta)$

2^{ième} cas

d n'est pas totalement Δ -reconstructible, nous distinguons alors d_r (partie reconstructible) et d_{nr} (partie non reconstructible) : $D_r(x)d_r = \Psi_{dt}(\Delta)$

3^{ième} cas

Aucune partie de d n'est Δ -reconstructible

un algorithme $\implies S_{m*}^D$: le plus petit sous-espace d'état sensible à la perturbation

- Méthode proposée

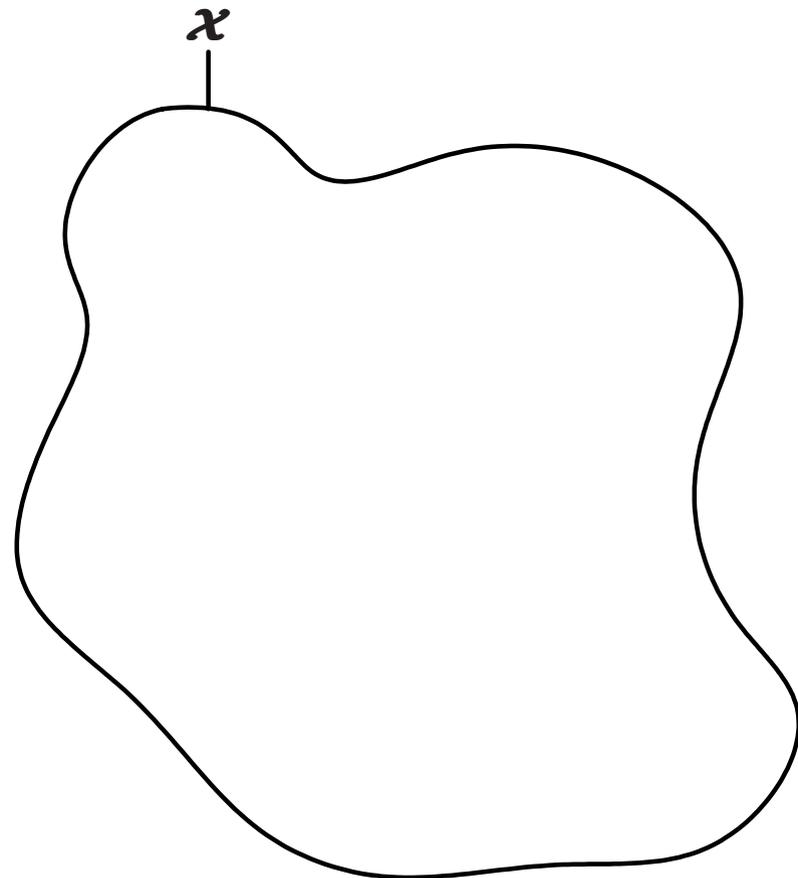
dim (sous-espace insensible)

Découplage et estimation

■ Méthode proposée

dim (sous-espace insensible)

- Perturbation totalement estimable
- Perturbation partiellement estimable
- Perturbation non estimable
- Cas particulier

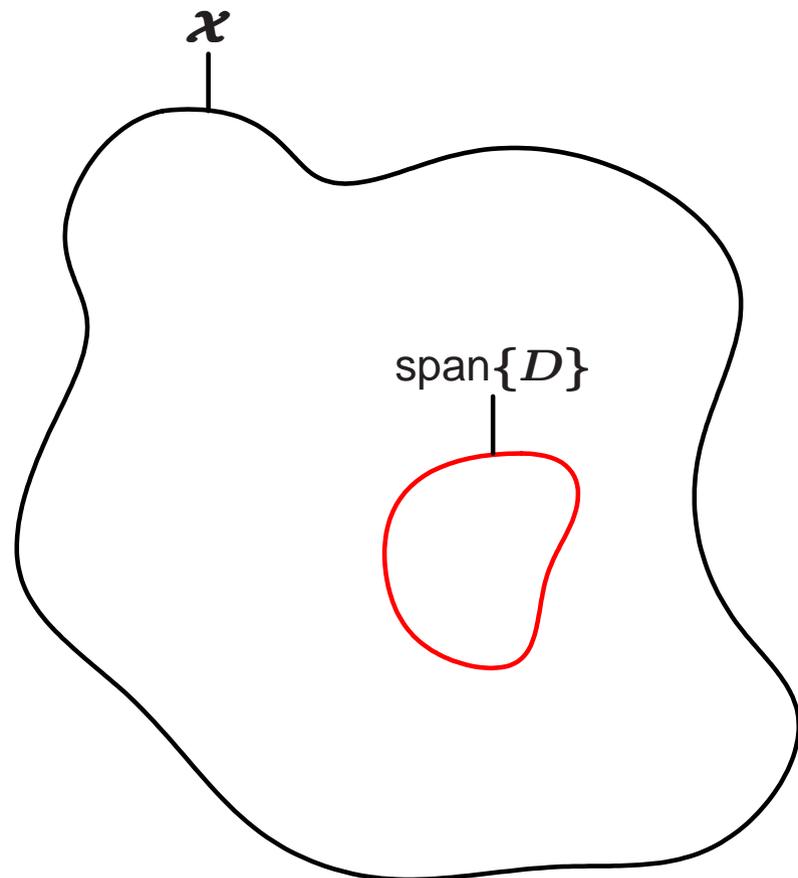


Découplage et estimation

■ Méthode proposée

dim (sous-espace insensible)

- Perturbation totalement estimable
- Perturbation partiellement estimable
- Perturbation non estimable
- Cas particulier



Découplage et estimation

■ Méthode proposée

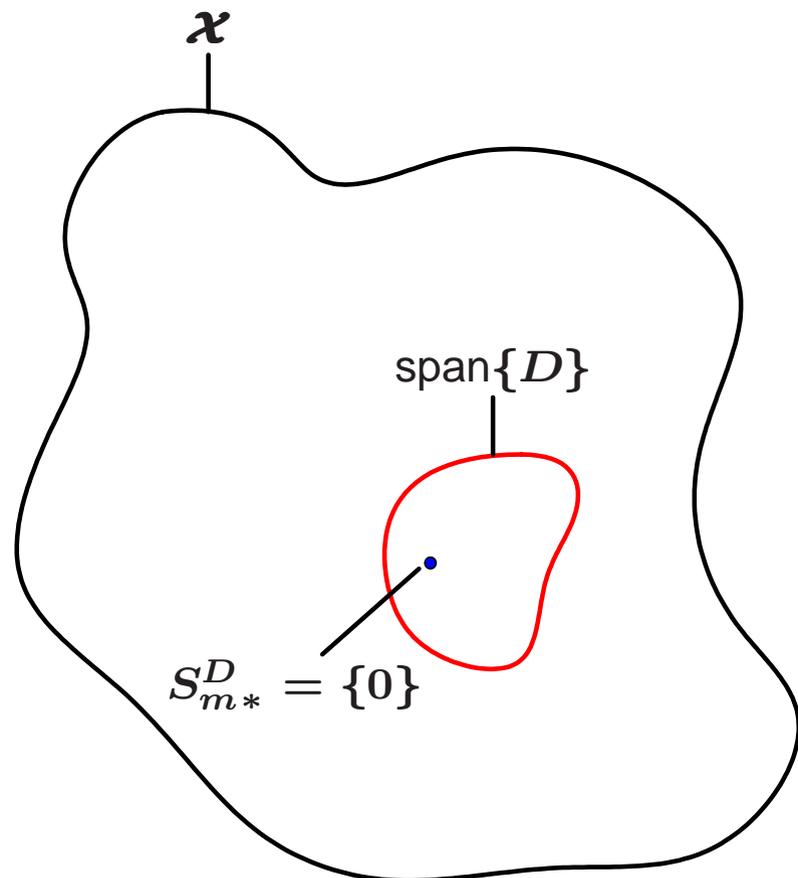
$$\dim (\text{sous-espace insensible}) = n$$

Perturbation totalement estimable

Perturbation partiellement estimable

Perturbation non estimable

Cas particulier



Découplage et estimation

■ Méthode proposée

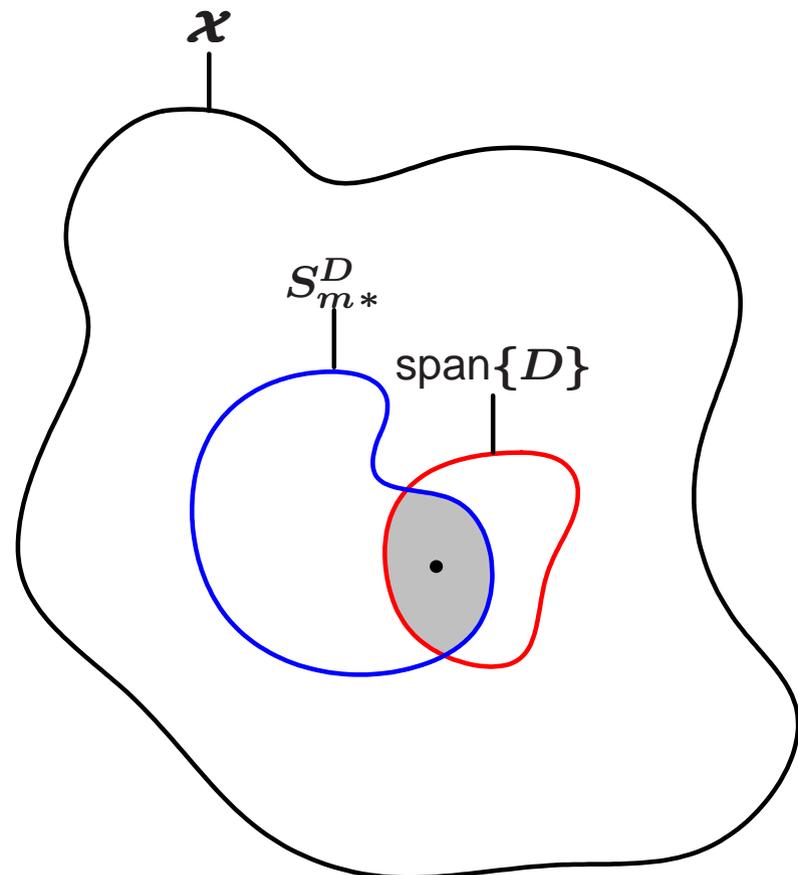
$$0 \leq \dim(\text{sous-espace insensible}) < n - \dim(\text{partie de la perturbation estimable})$$

Perturbation totalement estimable

Perturbation partiellement estimable

Perturbation non estimable

Cas particulier

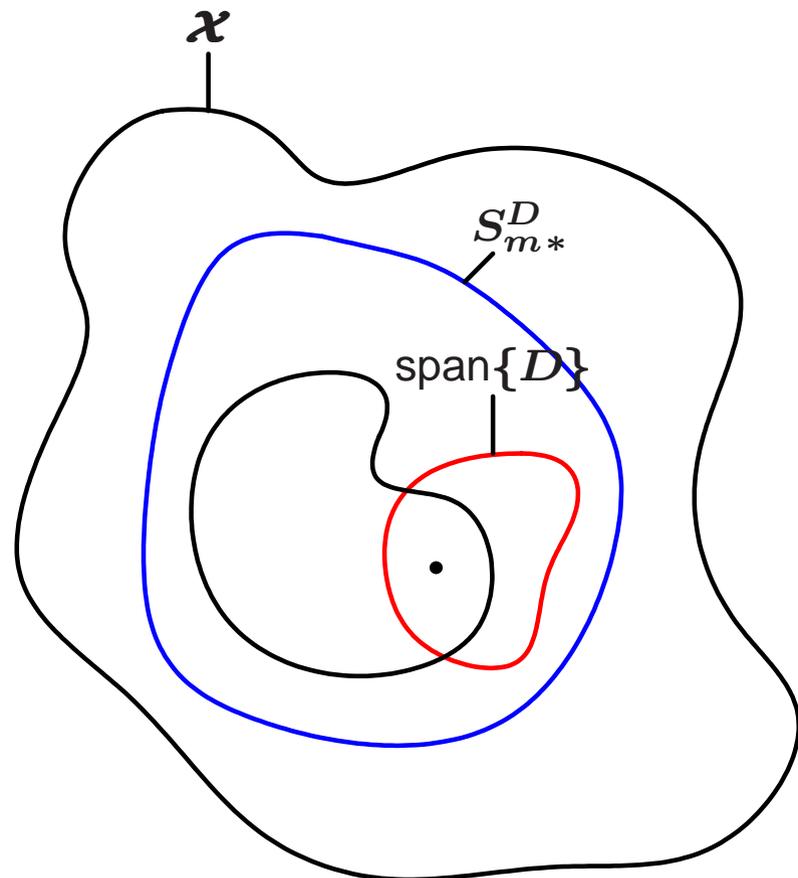


Découplage et estimation

■ Méthode proposée

$$0 \leq \dim(\text{sous-espace insensible}) < n - \dim(\text{perturbation})$$

- Perturbation totalement estimable
- Perturbation partiellement estimable
- Perturbation non estimable
- Cas particulier

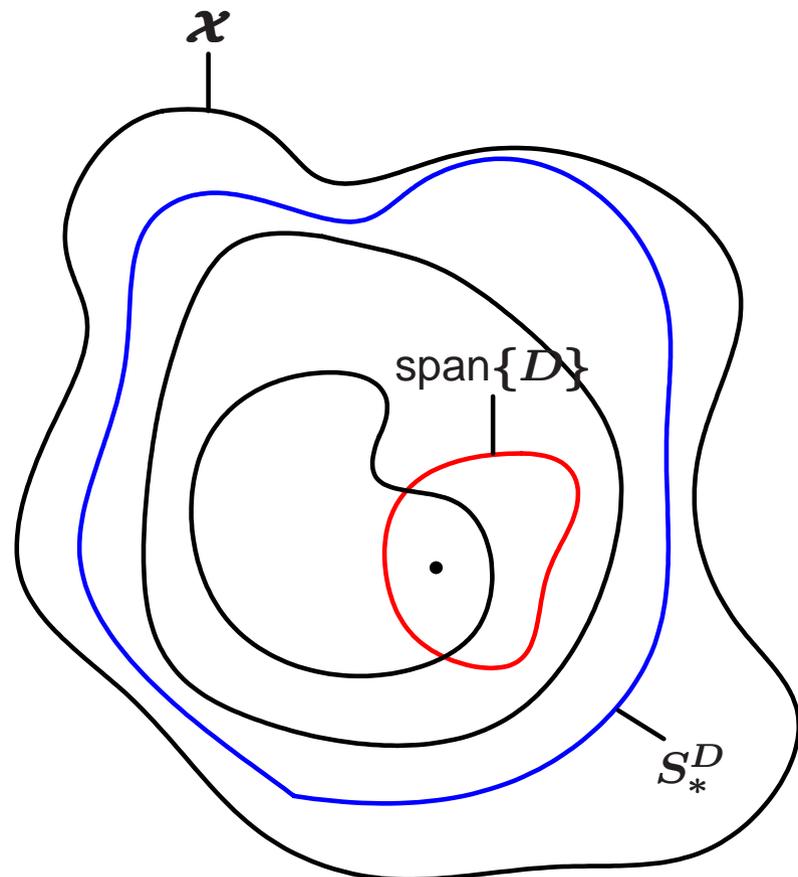


Découplage et estimation

■ Méthode proposée

$$0 \leq \dim(\text{sous-espace insensible}) < n - \dim(\text{perturbation})$$

- Perturbation totalement estimable
- Perturbation partiellement estimable
- Perturbation non estimable
- Cas particulier



Découplage et estimation

- Méthode proposée : synthèse de filtre

- Méthode proposée : synthèse de filtre

1^{er} cas : perturbation totalement estimable

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i + \Psi(\Delta) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

avec $\Psi(\Delta) = D(x)d$

- Méthode proposée : synthèse de filtre

2^{ième} cas : perturbation partiellement estimable

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{x}_2) u_i + \tilde{\Psi}_{dt,1}(\Delta) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}_{dt,2}(\Delta) + \tilde{\Psi}_{dc}(\Delta) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

avec $\tilde{\Psi}_{dt}(\Delta) = D_r(x) d_r$ et,

$\tilde{\Psi}_{dc}(\Delta)$ choisie telle que $\dot{\tilde{z}}_2 = \dot{\tilde{x}}_2$

- Méthode proposée : synthèse de filtre

3^{ème} cas : perturbation non estimable

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{x}_2) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}_{dc}(\Delta) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}) \end{cases}$$

$\tilde{\Psi}_{dc}(\Delta)$ choisie telle que $\dot{\tilde{z}}_2 = \dot{\tilde{x}}_2$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Cas particulier

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Cas particulier

$$S_0^D = \text{span}\{D\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Cas particulier

$$\mathcal{S}_0^D = \text{span}\{D\} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{S}_1^D = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right\} = \mathcal{X} \implies \mathcal{S}_*^D = \mathcal{S}_1^D$$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Cas particulier

la dimension du sous-espace insensible à la perturbation est :

$$\dim \left((S_*^D)^\perp \right) = \mathbf{0}$$

donc aucun filtre ne découple la perturbation

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Méthode proposée

remarquons que la perturbation est estimable :

$$d = \frac{1}{y_x} \left(y_x^{(2)} - u^{(2)} - \frac{y_x^{(1)} - u}{y_x} (y_x + y_x^{(1)}) \right)$$

l'algorithme proposé $\implies S_{m^*}^D = \{0\}$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Méthode proposée

la dimension du sous-espace insensible à la perturbation est :

$$\dim \left((S_*^D)^\perp \right) = 2$$

■ Exemple académique

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + d \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 + u \\ y_x = x_2 \end{cases}$$

✓ Méthode proposée

la perturbation est découplée à l'aide du filtre suivant :

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z}_1 = z_1 + \frac{1}{y_x} \left(y_x^{(2)} - u^{(2)} - \frac{y_x^{(1)} - u}{y_x} (y_x + y_x^{(1)}) \right) \\ \dot{z}_2 = z_1 z_2 + u \\ y_z = z_2 \end{cases}$$

- Préliminaires
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- **Analyse structurelle et conditions d'isolation**
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Cas particulier de structuration (F.P.R.G.) :

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_q \end{pmatrix}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Cas particulier de structuration (F.P.R.G.) :

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_q \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{composante sensible au seul défaut } w_1 \\ \text{composante sensible au seul défaut } w_i \\ \text{composante sensible au seul défaut } w_q \end{array}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Cas particulier de structuration (F.P.R.G.) :

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_q \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{composante sensible au seul défaut } w_1 \\ \text{composante sensible au seul défaut } w_i \\ \text{composante sensible au seul défaut } w_q \end{array}$$

Exemple 4 défauts : $r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ les défauts w_1 et w_4 sont présents

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Objectif : affaiblir les conditions d'isolation des défauts liées au F.P.R.G.

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Objectif : affaiblir les conditions d'isolation des défauts liées au F.P.R.G.
- Hypothèse : apparition d'au plus un défaut sur le système

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Objectif : affaiblir les conditions d'isolation des défauts liées au F.P.R.G.
- Hypothèse : apparition d'au plus un défaut sur le système
- Moyen : étude des caractéristiques géométriques des sous-espaces d'état sensibles aux défauts

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Les séquences étudiées sont :

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Les séquences étudiées sont :

C_*^P : est le plus grand sous-espace d'état sensible au défaut

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Les séquences étudiées sont :

C_*^P : est le plus grand sous-espace d'état sensible au défaut

S_*^P : est le plus petit sous-espace d'état sensible au défaut via l'injection de sortie $\Psi(y_x, y_z, u)$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Les séquences étudiées sont :

C_*^P : est le plus grand sous-espace d'état sensible au défaut

S_*^P : est le plus petit sous-espace d'état sensible au défaut via l'injection de sortie $\Psi(y_x, y_z, u)$

S_{m*}^P : est le plus petit sous-espace d'état sensible au défaut via l'injection de sortie $\Psi(\Delta)$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Référence :
nous considérons que le vecteur résidu optimal est celui résolvant le F.P.R.G.

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Référence :
nous considérons que le vecteur résidu optimal est celui résolvant le F.P.R.G.
- Objectif :
synthétiser un résidu sensible à w_j et insensible au plus grand nombre d'autres défauts

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Référence :
nous considérons que le vecteur résidu optimal est celui résolvant le F.P.R.G.
- Objectif :
synthétiser un résidu sensible à w_j et insensible au plus grand nombre d'autres défauts
- Interprétation géométrique :
 $(S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \dots \cap (S_{m^*}^{P_{j-1}})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_{j+1}})^\perp \cap \dots \cap (S_{m^*}^{P_q})^\perp \neq \{0\}$
signifie qu'il existe une distribution insensible à $w_1, \dots, w_{j-1}, w_{j+1}, \dots, w_q$.

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ & & \end{pmatrix}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{1} \end{pmatrix}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ \mathbf{0/1} & \boxed{\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}} & 1 \end{pmatrix} \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ 0/1 & \boxed{1} & 1 \\ 1 & \boxed{1} & \color{red}{0/1} \\ & \boxed{1} & \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} (S_{m^*}^{P_1})^\perp \\ (S_{m^*}^{P_3})^\perp \end{matrix}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ 0/1 & \boxed{1} & 1 \\ 1 & 1 & 0/1 \\ \mathbf{0/1} & 1 & \mathbf{0/1} \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} (S_{m^*}^{P_1})^\perp \\ (S_{m^*}^{P_3})^\perp \\ (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \end{matrix}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Afin d'étudier chaque défaut w_j , nous définissons les matrices \mathcal{A}^{P_j}

Définition de la matrice \mathcal{A}^{P_2} lors de l'étude du cas trois défauts :

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ 0/1 & \boxed{1} & 1 \\ 1 & 1 & 0/1 \\ 0/1 & 1 & 0/1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \end{matrix}$$

Rappelons que les résidus sont de la forme suivante :

$$r = \chi(y_x) - \chi(y_z) = \chi \circ h(x) - \chi \circ h(z)$$

avec γ_y le sous-espace d'état y -reconstructible

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Rappelons que notre objectif est de déterminer une distribution sensible à w_j et insensible au plus grand nombre d'autres défauts.

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Rappelons que notre objectif est de déterminer une distribution sensible à w_j et insensible au plus grand nombre d'autres défauts.

une condition **nécessaire** pour qu'une distribution δ soit sensible à w_j est :

$$\delta \notin (C_*^{P_j})^\perp$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Rappelons que notre objectif est de déterminer une distribution sensible à w_j et insensible au plus grand nombre d'autres défauts.

une condition **nécessaire** pour qu'une distribution δ soit sensible à w_j est :

$$\delta \notin (C_*^{P_j})^\perp$$

une condition **suffisante** pour qu'une distribution δ soit sensible à w_j est :

$$\delta \notin (S_{m^*}^{P_j})^\perp$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

$$\mathcal{A}^{P_2} = \left(\begin{array}{ccc} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ 0/1 & \boxed{1} & 1 \\ 1 & 1 & 0/1 \\ 0/1 & 1 & 0/1 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\ \leftarrow (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\ \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ \neq \\ \subset \\ 1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (C_*^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{nécessaire} \\ (S_{m^*}^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{suffisante} \end{array} \right.$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

$$\mathcal{A}^{P_2} = \left(\begin{array}{ccc|l}
 w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) & \\
 \hline
 0/1 & \boxed{1} & 1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\
 1 & \boxed{1} & 0/1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\
 0/1 & \boxed{1} & 0/1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y
 \end{array} \right) \begin{array}{l} 0 \\ \neq \\ \subset \\ 1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (C_*^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{nécessaire} \\ (S_{m^*}^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{suffisante} \end{array} \right.$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

$$\mathcal{A}^{P_2} = \left(\begin{array}{ccc|l}
 w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) & \\
 \hline
 0/1 & 1 & 1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\
 1 & 1 & 0/1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\
 0/1 & 1 & 0/1 & \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y
 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} 0 \\ \neq \\ \subset \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (C_*^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{nécessaire} \\ (S_{m^*}^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{suffisante} \end{array}$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

$$\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1(t) & w_2(t) & w_3(t) \\ \mathbf{0/1} & \boxed{1} & 1 \\ 1 & 1 & \mathbf{0/1} \\ \mathbf{0/1} & 1 & \mathbf{0/1} \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\ \leftarrow (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\ \leftarrow (S_{m^*}^{P_1})^\perp \cap (S_{m^*}^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{0} \\ \neq \\ \mathbf{1} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} (C_{m^*}^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{nécessaire} \\ (S_{m^*}^{P_2})^\perp \Rightarrow \text{suffisante} \end{array} \right.$$

Puisque "1" représente la sensibilité à un défaut, nous cherchons les lignes de \mathcal{A}^{P_j} en possédant le **moins** possible :

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Etude des intersections

Puisque "1" représente la sensibilité à un défaut, nous cherchons les lignes de \mathcal{A}^{P_j} en possédant le **moins** possible :

$$\underbrace{\mathcal{A}^{P_1} \quad \dots \quad \mathcal{A}^{P_q}}_{\Downarrow}$$
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{B}^{P_1} \in \mathbb{R}^{(\epsilon_{P_1}) \times q} \\ \vdots \\ \mathcal{B}^{P_q} \in \mathbb{R}^{(\epsilon_{P_q}) \times q} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(\sum_{j=1}^q \epsilon_{P_j}) \times q}$$

avec $\sum_{k=1}^q \mathcal{B}^{P_j}(i, k) = \mathbf{min}_i \left(\sum_{k=1}^q \mathcal{A}^{P_j}(i, k) \right)$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts

$$\text{rang}(\mathcal{A}) = q$$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Condition d'isolation des défauts

$$\text{rang}(\mathcal{A}) = q$$

- (i) une condition **nécessaire** à l'isolation des défauts
(synthèse de \mathcal{A} avec $C_*^{P_j}$)

Analyse structurelle et conditions d'isolation

■ Condition d'isolation des défauts

$$\text{rang}(\mathcal{A}) = q$$

- (i) une condition **nécessaire** à l'isolation des défauts
(synthèse de \mathcal{A} avec $C_*^{P_j}$)

- (ii) une condition **suffisante** à l'isolation (synthèse de
 \mathcal{A} avec $S_{m*}^{P_j}$)

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

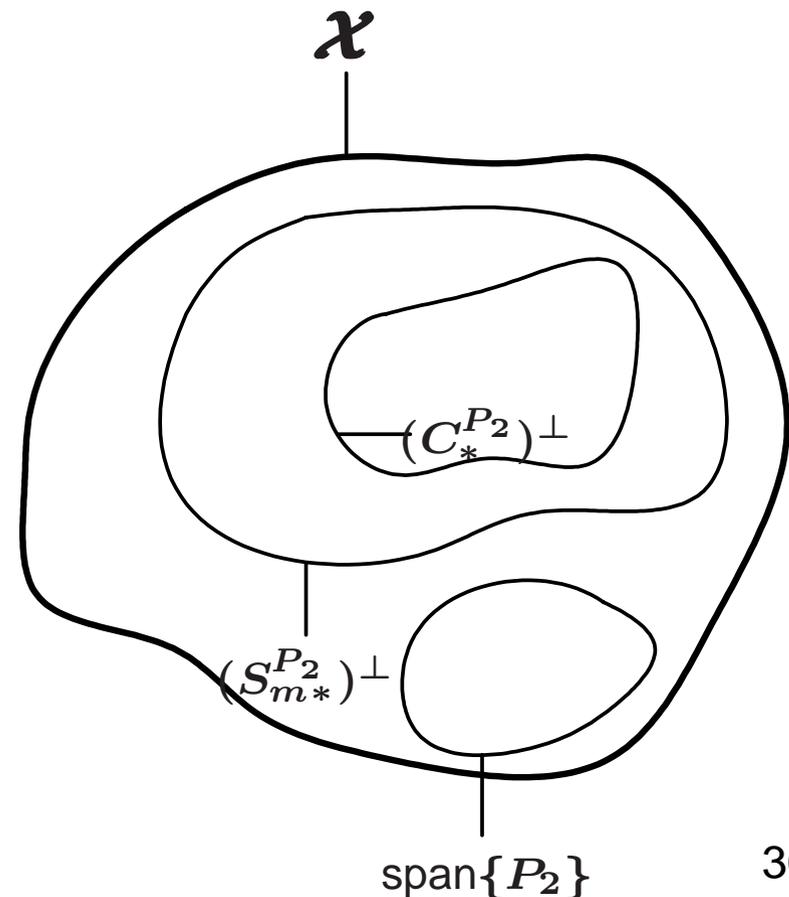
Supposons que $\mathcal{A}^{P_1} = (1 \ 1)$

Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

Supposons que $\mathcal{A}^{P_1} = (1 \ 1)$

Intéressons-nous au calcul de \mathcal{A}^{P_2}



Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

Supposons que $\mathcal{A}^{P_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$

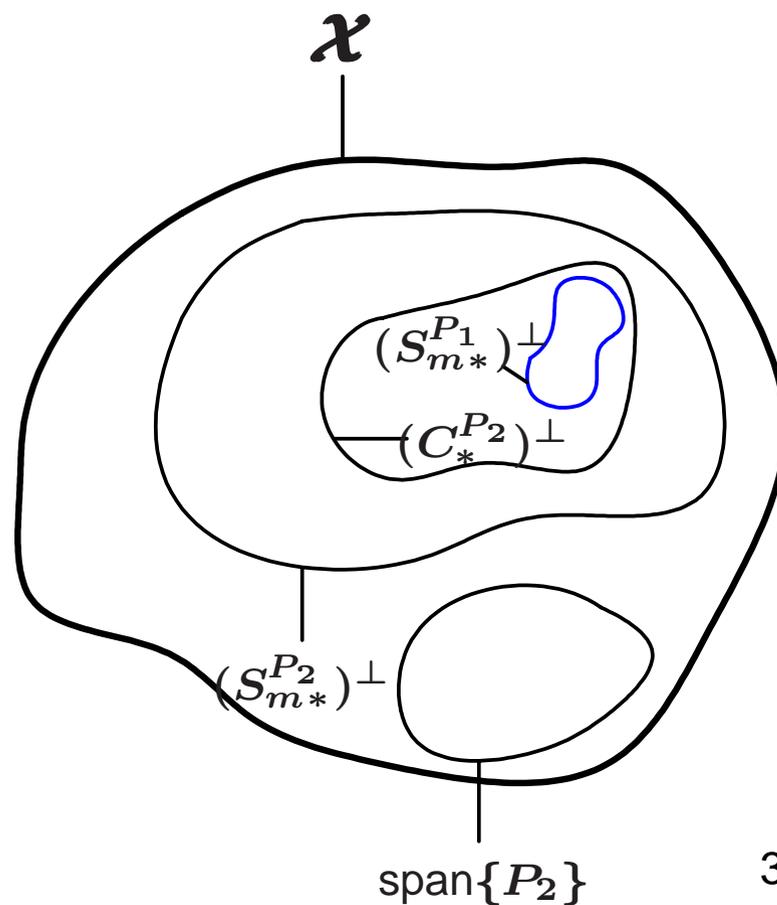
Intéressons-nous au calcul de $\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 \end{pmatrix}$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}^{P_1} \\ \mathcal{A}^{P_2} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{1} & 1 \end{pmatrix}$$

l'isolation des défauts est :

impossible



Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

Supposons que $\mathcal{A}^{P_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$

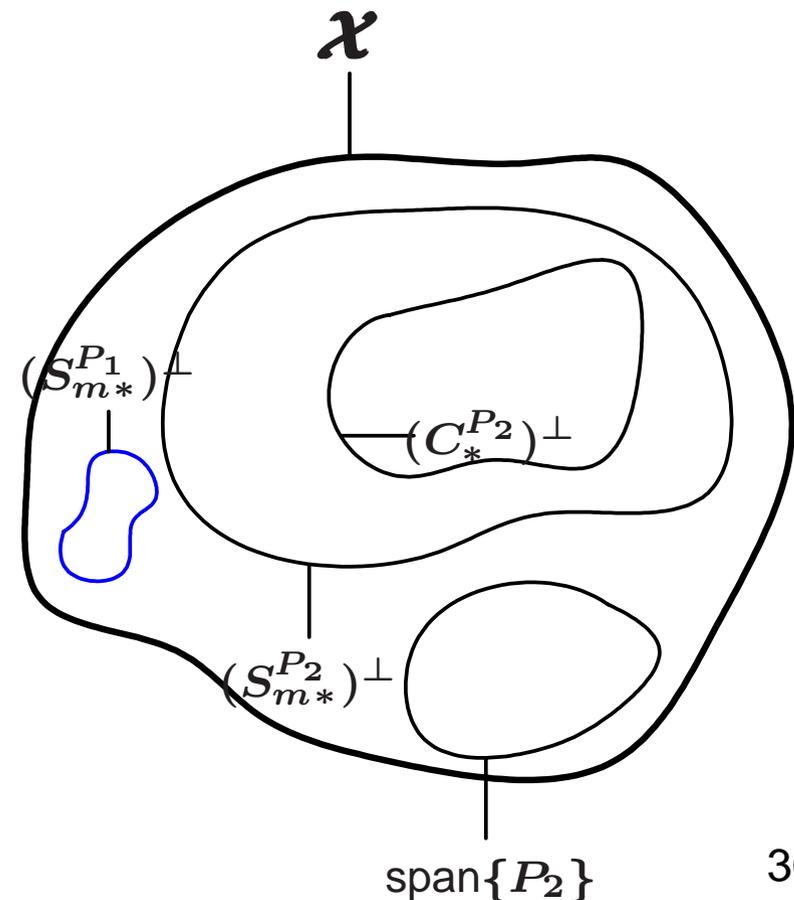
Intéressons-nous au calcul de $\mathcal{A}^{P_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}^{P_1} \\ \mathcal{A}^{P_2} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

l'isolation des défauts est :

possible



Analyse structurelle et conditions d'isolation

- Condition d'isolation des défauts : cas deux défauts

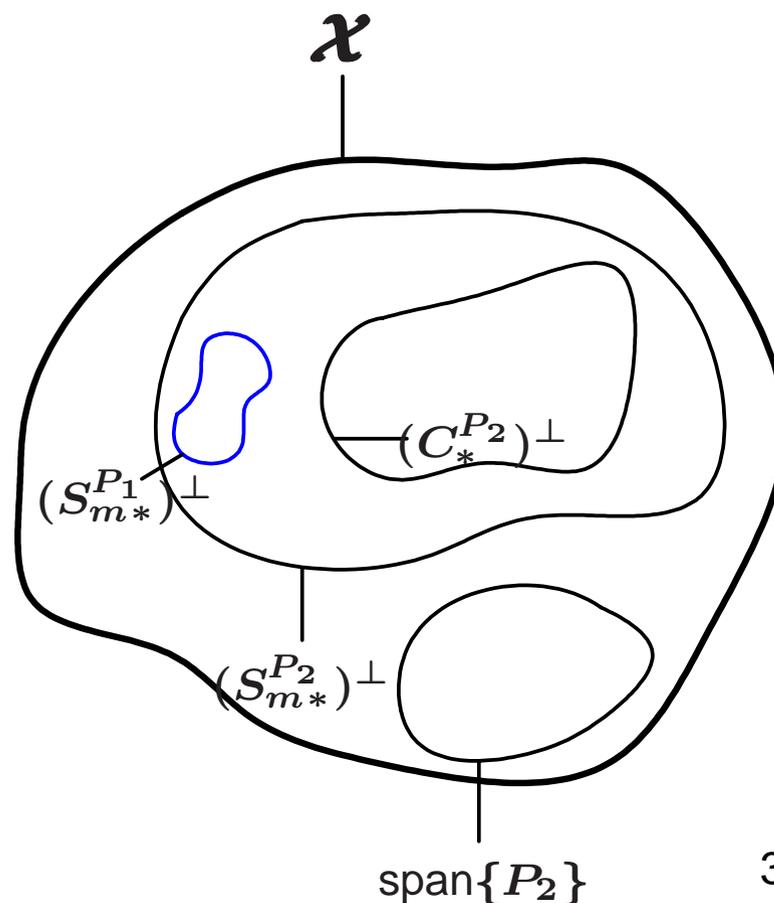
Supposons que $\mathcal{A}^{P_1} = (1 \ 1)$

Intéressons-nous au calcul de $\mathcal{A}^{P_2} = (\text{0 ou 1} \ 1)$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}^{P_1} \\ \mathcal{A}^{P_2} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \text{0 ou 1} & 1 \end{pmatrix}$$

l'isolation des défauts est :
indéterminée



- Préliminaires
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- **Analyse de convergence**
- Application
- Conclusions et perspectives

Analyse de convergence

Pourquoi une analyse de convergence ?

Analyse de convergence

Pourquoi une analyse de convergence ?

- Rappel : jusqu'à présent nous avons supposé connaître précisément l'état initial du système $x(0)$

Analyse de convergence

Pourquoi une analyse de convergence ?

- Rappel : jusqu'à présent nous avons supposé connaître précisément l'état initial du système $x(0)$
- Objectif : s'affranchir de cette supposition et considérer les incertitudes d'initialisation $x(0) \neq z(0)$

Analyse de convergence

Pourquoi une analyse de convergence ?

- Rappel : jusqu'à présent nous avons supposé connaître précisément l'état initial du système $x(0)$
- Objectif : s'affranchir de cette supposition et considérer les incertitudes d'initialisation $x(0) \neq z(0)$
- Moyen : utilisation de la théorie de la contraction

Analyse de convergence

■ Principe de l'analyse de contraction

Deux trajectoires vérifiant une même équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ tendent exponentiellement l'une vers l'autre dans une région de l'espace d'état (appelée région de contraction) ssi il existe un système de coordonnées où :

Analyse de convergence

■ Principe de l'analyse de contraction

Deux trajectoires vérifiant une même équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ tendent exponentiellement l'une vers l'autre dans une région de l'espace d'état (appelée région de contraction) ssi il existe un système de coordonnées où :

la matrice jacobienne définissant la trajectoire est définie uniformément négative

Analyse de convergence

■ Principe de l'analyse de contraction

Deux trajectoires vérifiant une même équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ tendent exponentiellement l'une vers l'autre dans une région de l'espace d'état (appelée région de contraction) ssi il existe un système de coordonnées où :

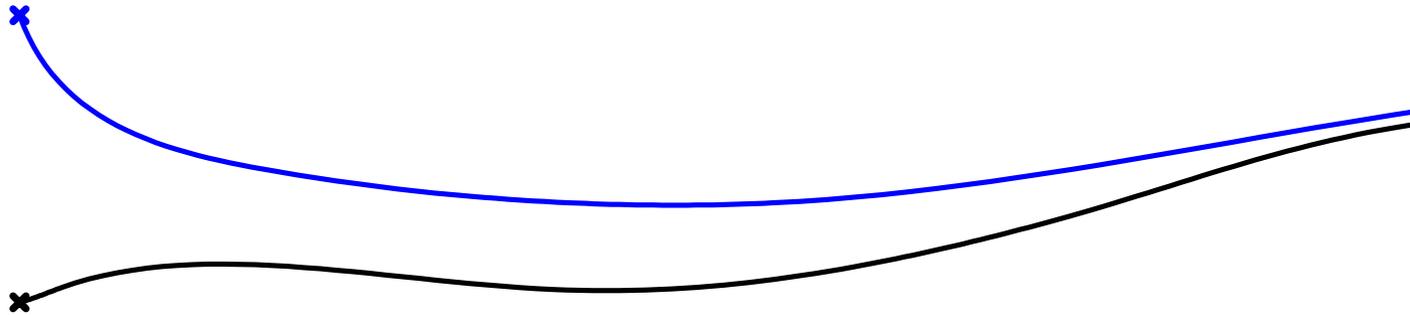
×

×

Analyse de convergence

■ Principe de l'analyse de contraction

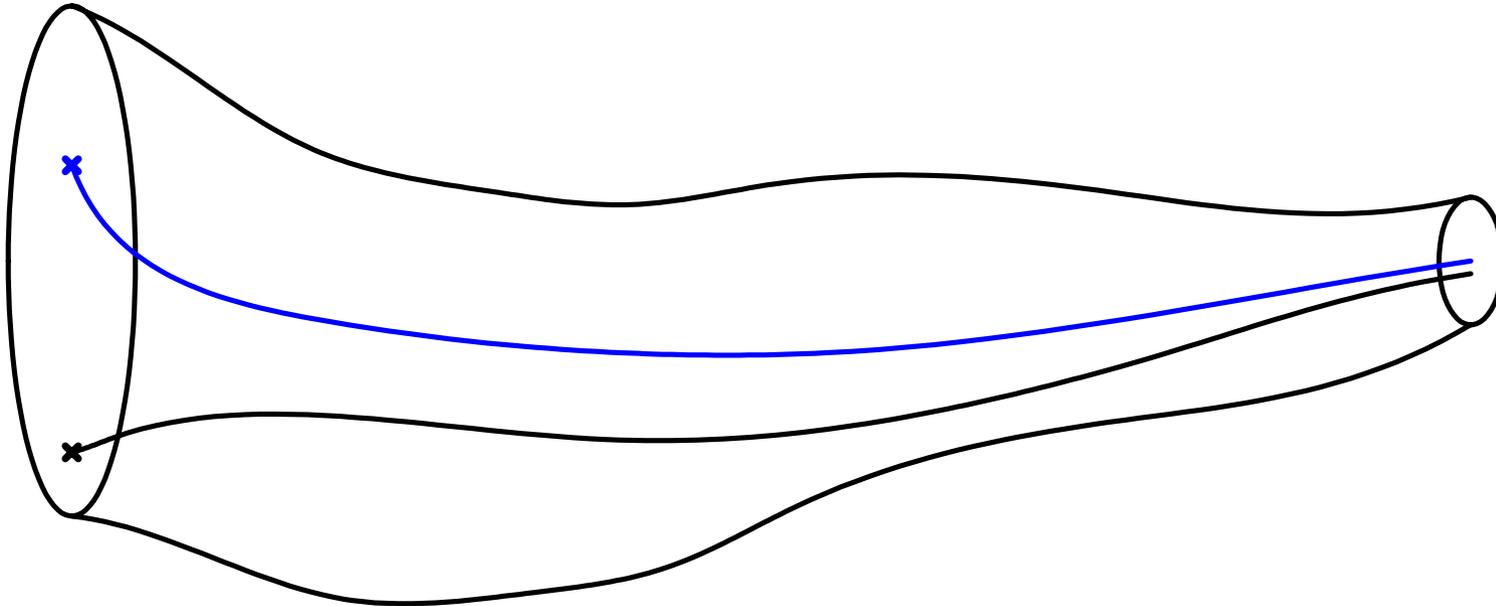
Deux trajectoires vérifiant une même équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ tendent exponentiellement l'une vers l'autre dans une région de l'espace d'état (appelée région de contraction) ssi il existe un système de coordonnées où :



Analyse de convergence

■ Principe de l'analyse de contraction

Deux trajectoires vérifiant une même équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ tendent exponentiellement l'une vers l'autre dans une région de l'espace d'état (appelée région de contraction) ssi il existe un système de coordonnées où :



Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

✓ Nous considérons $x(0) \neq z(0)$

Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

✓ Nous considérons $x(0) \neq z(0)$

✓ Analyse de contraction

il semble évident que les courbes intégrales $x(t)$ et $z(t)$ sont régies par les mêmes équations différentielles

ainsi seule l'étude de la matrice jacobienne importe

Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

✓ Nous considérons $x(0) \neq z(0)$

✓ Analyse de contraction

si la matrice jacobienne est définie uniformément négative alors nous assurons la convergence exponentielle de $z(t)$ vers $x(t)$

Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ \quad + \Psi^a(z, u, y_x, y_z) \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

✓ Nous considérons $x(0) \neq z(0)$

✓ Analyse de contraction

sinon nous proposons d'utiliser **une injection de sortie** afin d'agir sur les caractéristiques de la matrice jacobienne

Analyse de convergence

■ Analyse de contraction pour l'observation

✓ Modèles

système non perturbé

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i \\ y_x = h(x) \end{cases}$$

filtre

$$\Sigma_{FNL} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i \\ \quad + \Psi^a(z, u, y_x, y_z) \\ y_z = h(z) \end{cases}$$

✓ Nous considérons $x(0) \neq z(0)$

✓ Analyse de contraction

sinon nous proposons d'utiliser **une injection de sortie** afin d'agir sur les caractéristiques de la matrice jacobienne

avec la contrainte structurelle suivante :

$$\Psi^a(z, u, y_x, y_z) = \Psi^a(z, u, y_x) - \Psi^a(z, u, y_z)$$

Analyse de convergence

- Analyse de contraction pour le découplage
 - ✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) - \tilde{\Psi}(\Delta_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

- ✓ l'étape de découplage nécessite la définition d'une première injection de sortie

Analyse de convergence

- Analyse de contraction pour le découplage
 - ✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

- ✓ l'étape de découplage nécessite la définition d'une première injection de sortie ainsi :

$$\dot{\tilde{z}}_2 = \dot{\tilde{x}}_2 \text{ malgré la perturbation}$$

Analyse de convergence

- Analyse de contraction pour le découplage
 - ✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \quad + \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}, u, y_x, y_z) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \check{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \check{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ \quad + \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}, u, y_x, y_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

- ✓ prouver la convergence nécessite la définition d'une deuxième injection de sortie

Analyse de convergence

- Analyse de contraction pour le découplage
 - ✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \quad + \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}, u, y_x) - \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}, u, y_z) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ \quad + \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}, u, y_x) - \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}, u, y_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

- ✓ prouver la convergence nécessite la définition d'une deuxième injection de sortie avec pour contraintes structurelles :

$$1) \quad \Psi^a(z, u, y_x, y_z) = \Psi^a(z, u, y_x) - \Psi^a(z, u, y_z)$$

■ Analyse de contraction pour le découplage

✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \quad + \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_z) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ \quad + \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

✓ prouver la convergence nécessite la définition d'une deuxième injection de sortie

avec pour contraintes structurelles :

- 1) $\Psi^a(z, u, y_x, y_z) = \Psi^a(z, u, y_x) - \Psi^a(z, u, y_z)$
- 2) $\begin{cases} \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}, u, y_x, y_z) = \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_x, y_z) \\ \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}, u, y_x, y_z) = \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_x, y_z) \end{cases}$

Analyse de convergence

- Analyse de contraction pour le découplage
 - ✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \quad + \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_z) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ \quad + \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

- ✓ si la matrice jacobienne est définie uniformément négative alors
sans perturbation :

$$\tilde{z}(t) \longrightarrow \tilde{x}(t), \quad \forall \tilde{z}(0) < \infty$$

■ Analyse de contraction pour le découplage

✓ Modèle du filtre

$$\Sigma_{\widetilde{FNL}} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) u_i \\ \quad + \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_1^a(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, u, y_z) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_2) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_2) u_i + \tilde{\Psi}(\Delta_x) \\ \quad + \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_x) - \tilde{\Psi}_2^a(\tilde{z}_2, u, y_z) \\ y_z = \tilde{h}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2) \end{cases}$$

✓ si la matrice jacobienne est définie uniformément négative alors

sans perturbation :

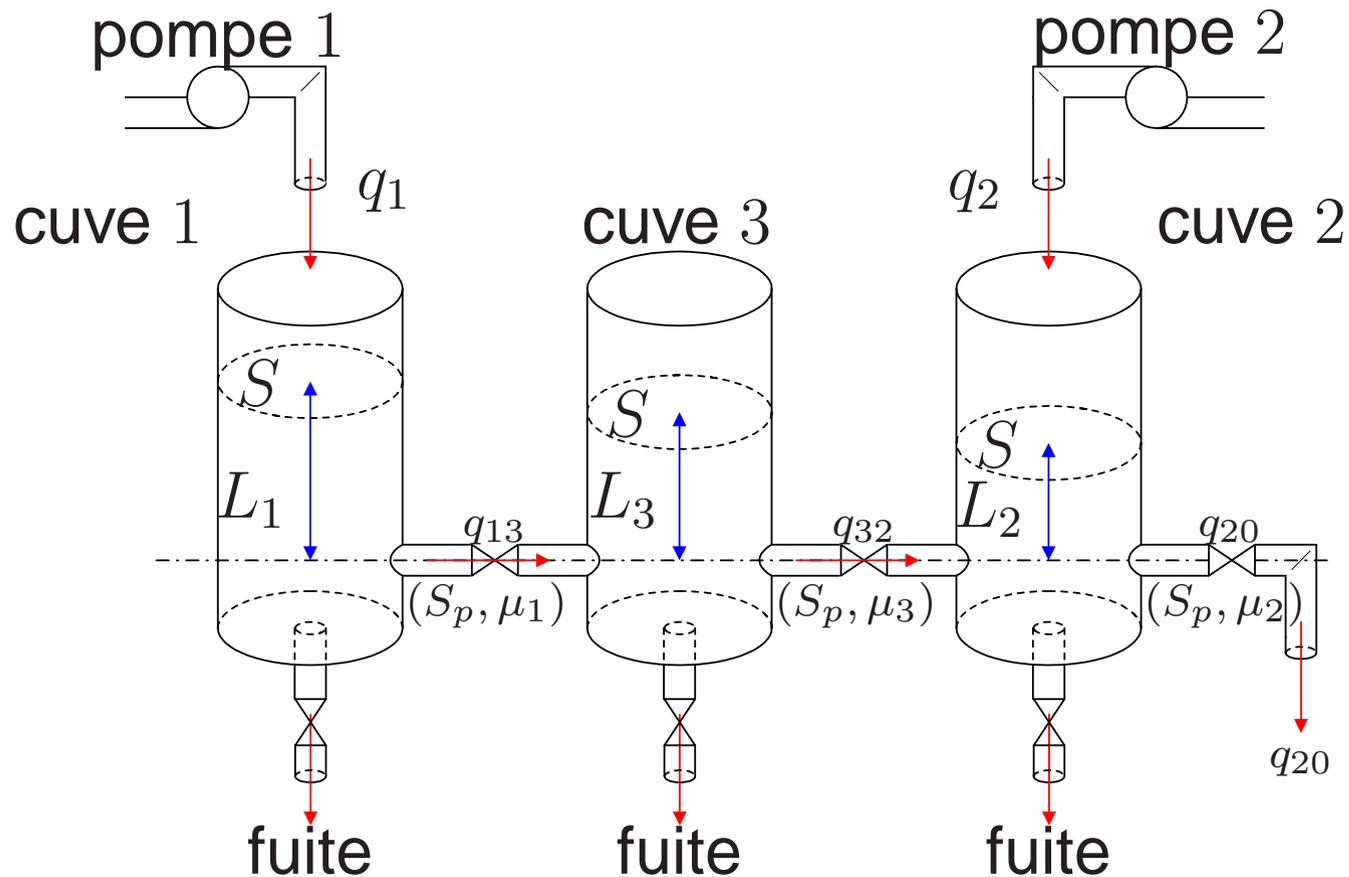
$$\tilde{z}(t) \longrightarrow \tilde{x}(t), \quad \forall \tilde{z}(0) < \infty$$

avec perturbation :

$$\tilde{z}_2(t) \longrightarrow \tilde{x}_2(t), \quad \forall \tilde{z}(0) < \infty$$

- Préliminaires
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- **Application**
- Conclusions et perspectives

■ Description physique du système



Hypothèse : $L_1 \geq L_3 \geq L_2 \geq 0$

■ Modèle mathématique du système

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = -2C_1\sqrt{x_1 - x_3} + u_1/S \\ \dot{x}_2 = 2C_3\sqrt{x_3 - x_2} - 2C_2\sqrt{x_2} + u_2/S \\ \dot{x}_3 = 2C_1\sqrt{x_1 - x_3} - 2C_3\sqrt{x_3 - x_2} \\ y_{x1} = x_1 = L_1 \\ y_{x2} = x_2 = L_2 \\ y_{x3} = x_3 = L_3 \end{cases}$$

avec $C_i = (1/2).(1/S).\mu_i.S_p.\sqrt{2g}$

■ Modèle mathématique du système

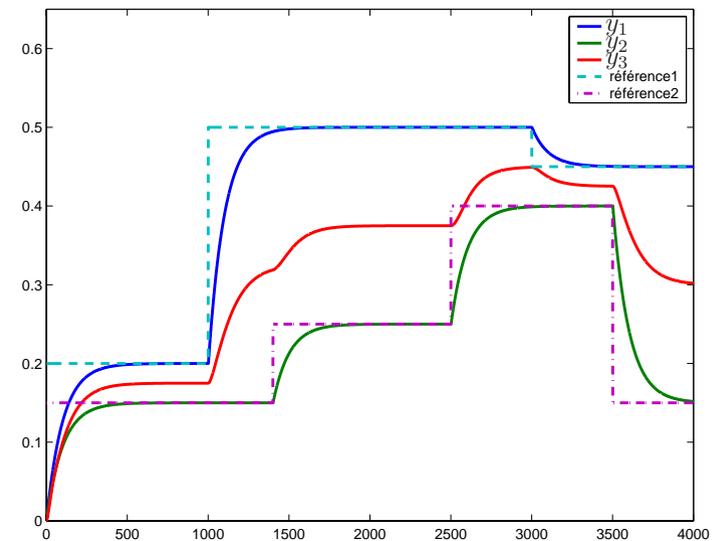
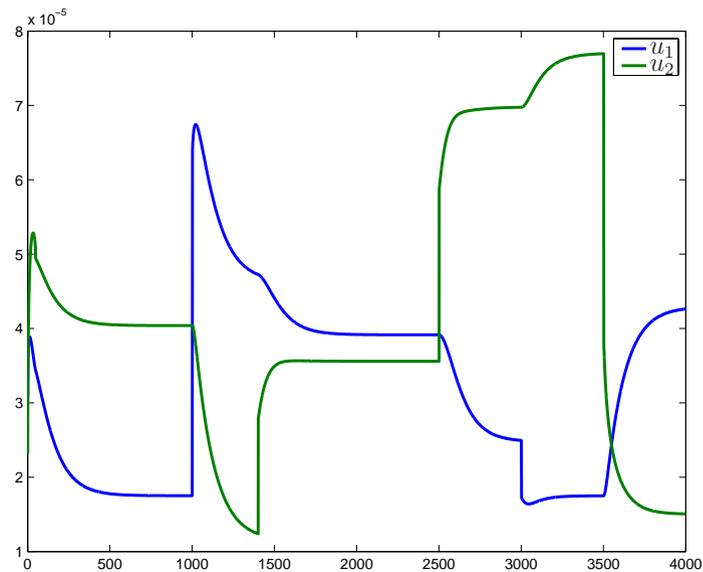
$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = -2C_1\sqrt{x_1 - x_3} + u_1/S + w_{a1}/S \\ \dot{x}_2 = 2C_3\sqrt{x_3 - x_2} - 2C_2\sqrt{x_2} + u_2/S + w_{a2}/S \\ \dot{x}_3 = 2C_1\sqrt{x_1 - x_3} - 2C_3\sqrt{x_3 - x_2} \\ y_{x1} = x_1 \\ y_{x2} = x_2 \\ y_{x3} = x_3 \end{cases}$$

avec $C_i = (1/2).(1/S).\mu_i.S_p.\sqrt{2g}$

Nous ajoutons la description des défauts **actionneurs**

■ Simulations du système

Commandes et sorties



■ Isolation des défauts actionneur

Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNLw_{a1}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{z_1 - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

■ Isolation des défauts actionneur

Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNLw_{a1}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{z_1 - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

■ Découplage

■ Isolation des défauts actionneur

Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNLw_{a1}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

■ Découplage

■ Convergence prouvée

■ Isolation des défauts actionneur

Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNLw_{a1}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

■ Découplage

■ Convergence prouvée

si $w_{a2} = 0$ alors l'état estimé tend exponentiellement vers
l'état réel $\forall w_{a1}$

■ Isolation des défauts actionneur

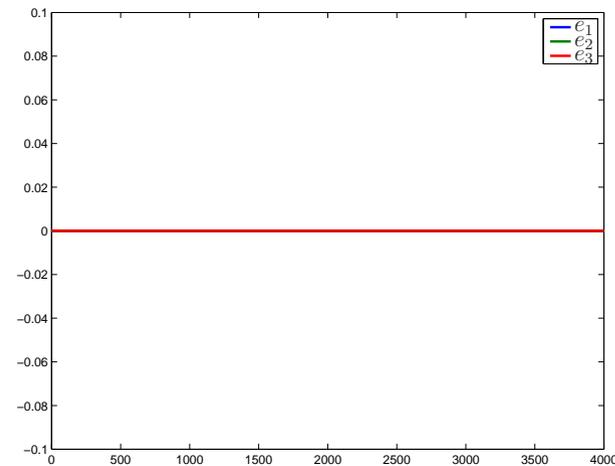
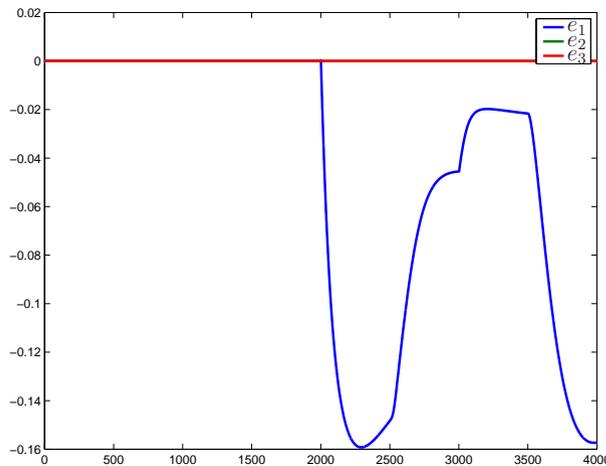
Modèle du filtre

$$\Sigma_{FNLw_{a1}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

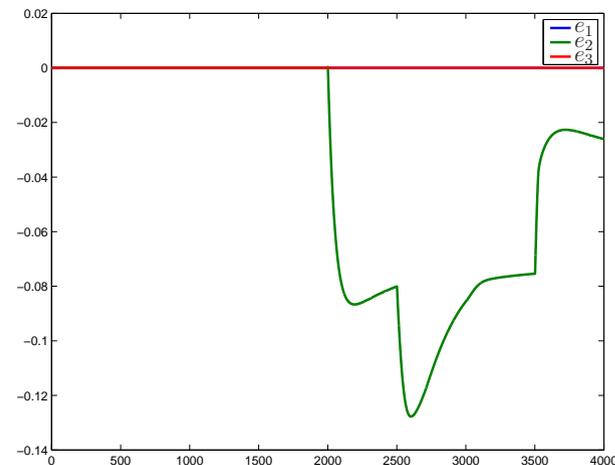
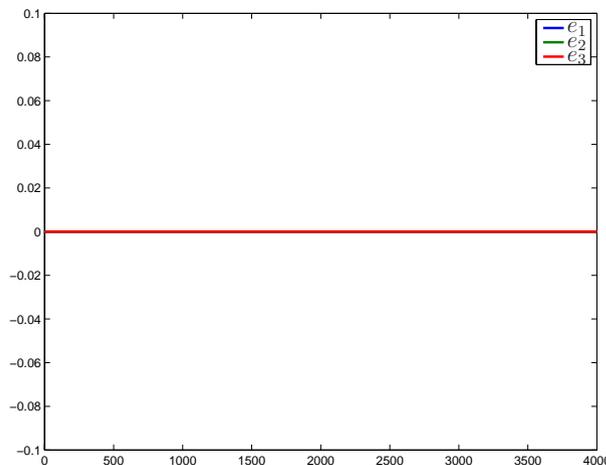
$$\Sigma_{FNLw_{a2}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \quad + S(\dot{y}_{x2} - 2C_3\sqrt{y_{x3} - y_{x2}} + 2C_2\sqrt{y_{x2}} - u_2/S) \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases}$$

■ Isolation des défauts actionneur

Simulation de $e = y_x - y_z$ avec $w_{a1}(t \geq 2000) = -0.8u_1$

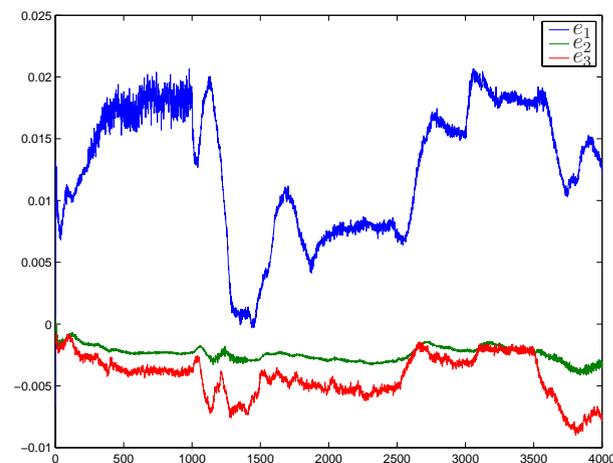
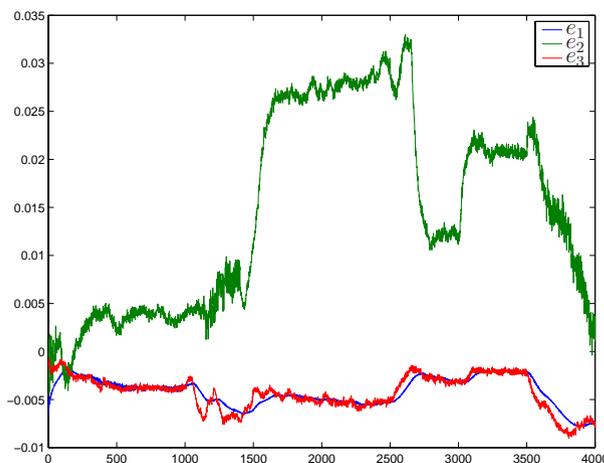


Simulation de $e = y_x - y_z$ avec $w_{a2}(t \geq 2000) = -0.8u_2$

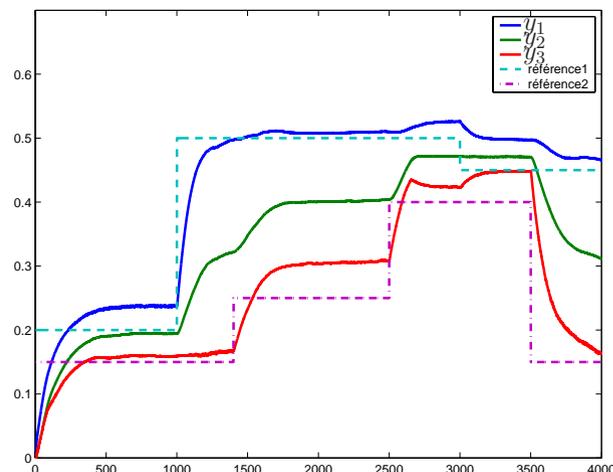
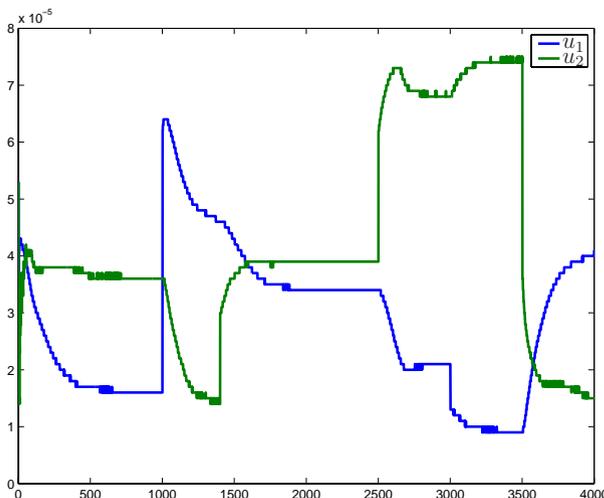


■ Résultats réels

Signaux réels de $e = y_x - y_z$ avec $x(0) = z(0)$

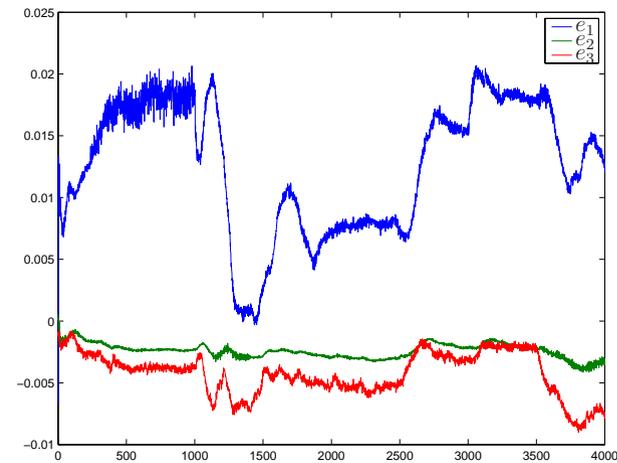
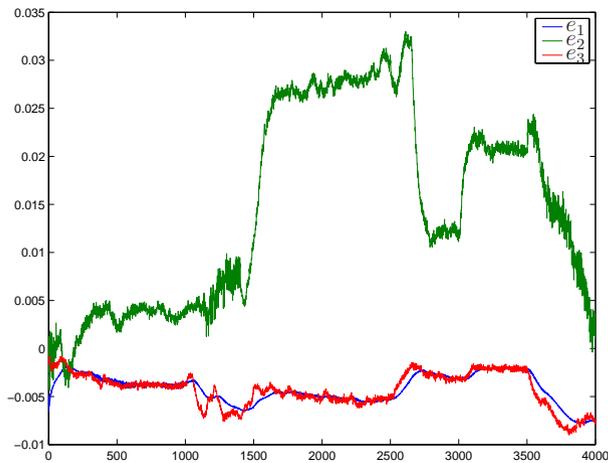


Commandes et sorties réelles

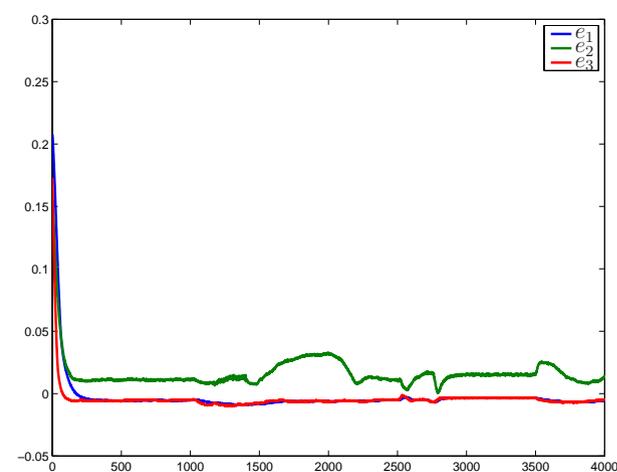
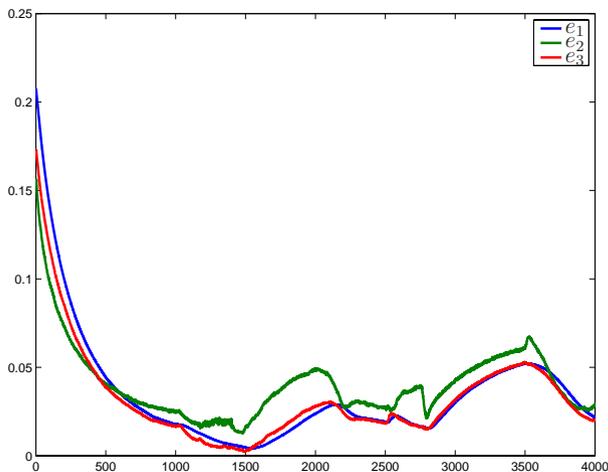


■ Résultats réels

Signaux réels de $e = y_x - y_z$ avec $x(0) = z(0)$

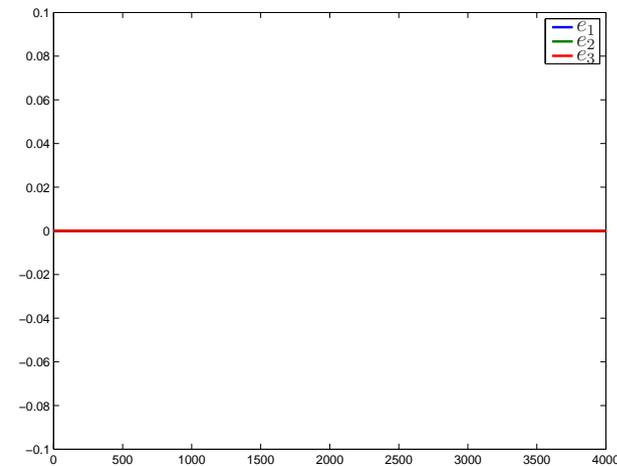
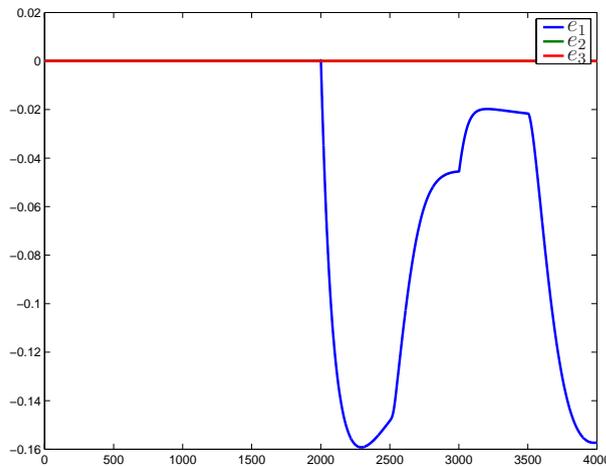


Signaux réels de $e = y_x - y_z$ avec $x(0) \neq z(0)$

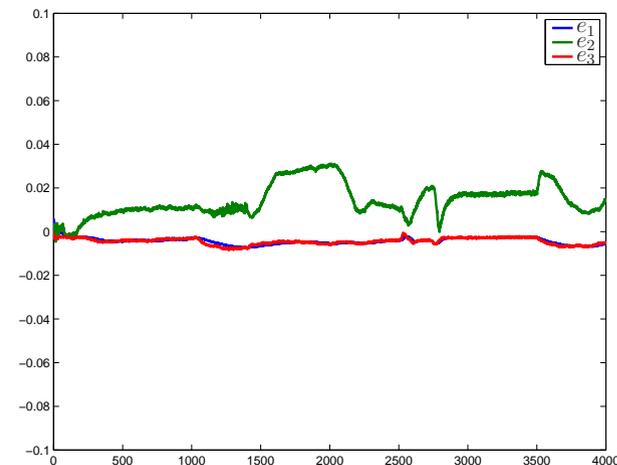
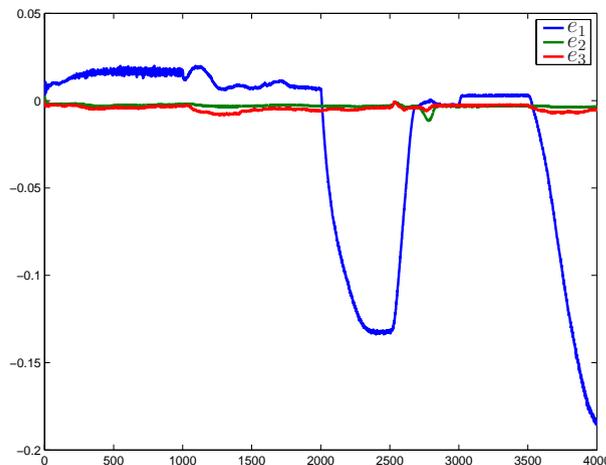


■ Résultats réels

Simulation de $e = y_x - y_z$ avec $w_{a1}(t \geq 2000) = -0.8u_1$



Signaux réels de $e = y_x - y_z$ avec $w_{a1}(t \geq 2000) = -0.8u_1$



- Préliminaires
- Approche intuitive
- Découplage et estimation
- Analyse structurelle et conditions d'isolation
- Analyse de convergence
- Application
- Conclusions et perspectives

Conclusions et perspectives

- Conclusions

Conclusions et perspectives

■ Conclusions

- ✓ Présentation des différentes étapes et améliorations menant à la génération de résidus structurés :
 - ▶ Découplage
 - ▶ Estimation
 - ▶ Analyse de convergence

Conclusions et perspectives

■ Conclusions

- ✓ Présentation des différentes étapes et améliorations menant à la génération de résidus structurés :
 - ▶ Découplage
 - ▶ Estimation
 - ▶ Analyse de convergence
- ✓ Application au système des 3 cuves

Conclusions et perspectives

■ Conclusions

- ✓ Présentation des différentes étapes et améliorations menant à la génération de résidus structurés :
 - ▶ Découplage
 - ▶ Estimation
 - ▶ Analyse de convergence
- ✓ Application au système des 3 cuves
- ✓ Dans le mémoire de thèse sont détaillés :
 - ▶ une méthode assurant la détermination explicite de l'injection de sortie
 - ▶ une étude comparant les synthèses mono-filtre et multi-filtres
 - ▶ les prémices d'un formalisme algébrique du diagnostic

Conclusions et perspectives

- Perspectives

Conclusions et perspectives

■ Perspectives

- ✓ Persévérer dans la voie algébrique avec pour objectifs :
 - ▶ Etendre nos résultats aux modèles non linéaires
 - ▶ Découvrir de nouvelles solutions

Conclusions et perspectives

■ Perspectives

- ✓ Persévérer dans la voie algébrique avec pour objectifs :
 - ▶ Etendre nos résultats aux modèles non linéaires
 - ▶ Découvrir de nouvelles solutions
- ✓ Etablir un schéma géométrique d'interactions commande-diagnostic

Conclusions et perspectives

■ Perspectives

- ✓ Persévérer dans la voie algébrique avec pour objectifs :
 - ▶ Etendre nos résultats aux modèles non linéaires
 - ▶ Découvrir de nouvelles solutions
- ✓ Etablir un schéma géométrique d'interactions commande-diagnostic
- ✓ Considérer le cas des modèles incertains