

Simulation conditionnelle

Soit $\mathbf{y} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$ les valeurs d'une réalisation du vecteur aléatoire $\mathbf{Y} = [Y(x)|x \in \Omega]^T$. La partition de Ω en $\Omega_1 \cup \Omega_2$ entraîne $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_1 \cup \mathbf{Y}_2$, $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_1 \cup \boldsymbol{\mu}_2$ et :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{12}^T & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix}$$

Soit une réalisation \mathbf{y}_1 de \mathbf{Y}_1 , la distribution gaussienne multivariée de \mathbf{Y}_2 est d'espérance conditionnelle :

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1} = \boldsymbol{\mu}_2 + \mathbf{C}_{12}^T \mathbf{C}_{11}^{-1} (\mathbf{y}_1 - \boldsymbol{\mu}_1)$$

et de covariance conditionnelle :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1} = \mathbf{C}_{22} - \mathbf{C}_{12}^T \mathbf{C}_{11}^{-1} \mathbf{C}_{12}$$

Calcul d'une réalisation $\mathbf{y}_2 \sim N(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1}, \mathbf{C}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1})$:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1} = \mathbf{L}_c \mathbf{L}_c^T$$

$$\mathbf{y}_2 = \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Y}_2|\mathbf{y}_1} + \mathbf{L}_c \boldsymbol{\omega}$$

avec $\boldsymbol{\omega} \sim N(\mathbf{0}_{n_2}, \mathbf{1}_{n_2})$.