



**HAL**  
open science

# Métamatériaux à base d'éléments ferromagnétiques et électroniques

Olivier Reynet

► **To cite this version:**

Olivier Reynet. Métamatériaux à base d'éléments ferromagnétiques et électroniques. Physique [physics]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2003. Français. NNT: . tel-00003751

**HAL Id: tel-00003751**

**<https://theses.hal.science/tel-00003751>**

Submitted on 14 Nov 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée à

## l'Université de Bretagne Occidentale

École Doctorale

Sciences de la Matière, de l'Information et du Vivant

par Olivier REYNET

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

**SPÉCIALITÉ : ÉLECTRONIQUE**

---

**Métamatériaux à base d'éléments ferromagnétiques et électroniques**

---

Soutenue le 11 septembre 2003

Après avis de :

MM. D. Lippens      Professeur à l'Université de Lille I      **Rapporteur**  
A. de Lustrac      Professeur à l'Université Paris X      **Rapporteur**

Devant la commission d'examen formée de :

MM. M. Le Floc'h      Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale      **Président**  
P. Gelin      Professeur à l'E.N.S.T. de Bretagne      **Examineur**  
O. Acher      Directeur de Recherches CEA      **Examineur**  
P. Queffelec      Maître de Conférences à l'Université de Bretagne Occidentale      **Examineur**

En la présence de :

M. M. Latrach      École Supérieure d'Électronique de l'Ouest      **Invité**



*À mes parents.*

*À Valentin & Paul.*

*« Y'a plus d'saisons qui tiennent. . . »*

*M. Le Forestier*



# Remerciements



*Mille mercis. Hélas, trop peu de lignes pour cet épigramme louangeur libéré du strict idiome scientifique et délicacé à tous ceux qui tout au long de ce désert de thèse m'ont aidé à franchir les nebkas de la science. Oasis précieux, je vous remercie du fond du cœur pour votre pouvoir désaltérant, votre justesse, votre simplicité et vos valeurs.*

*Merci James Clerck Maxwell (1831-1879) pour vos merveilleuses équations. 150 ans nous séparent mais « vous êtes le Phénix des hôtes de ces bois ».*

*Merci Αρχιπ et Αρχι', enfants d'Archimède ! Quelles merveilles !*

*Merci à la D.G.A. d'avoir financé mes travaux et en particulier à M. Philippe Masclat pour le suivi de cette thèse. Merci à M. Olivier Acher, chef de mon laboratoire d'accueil et encadrant CEA, qui a su me diriger tout long de la thèse avec dynamisme, détermination, lucidité et ambition scientifique. Merci à M. le Professeur Philippe Gelin, directeur de cette thèse, pour sa bienveillance et ses judicieux conseils. Merci à M. Mohammed Latrach de m'avoir accueilli à l'ESEO et d'avoir fait naître cette thèse. Merci à M. le Professeur André de Lustrac de l'Université Paris X et M. le Professeur Didier Lippens, Directeur de recherches CNRS à l'I.E.M.N., d'avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux et à M. le Professeur Marcel Le Flo'h, Directeur de l'École Doctorale Sciences de la Matière, de l'Information et du Vivant de l'Université de Bretagne Occidentale, et à M. Patrick Queffelec, Maître de Conférences à l'Université de Bretagne Occidentale, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.*

*Merci au Service Conception des Matériaux et Furtivité de m'avoir accueilli, et tout particulièrement à Madame Annie Beuve pour son efficacité administrative.*

*Merci à tous les membres du Laboratoire Matériaux Magnétiques et Hyperfréquences : Jean-Yves, Christine, Jean-Claude, Claude, Jean-Hugues, Karine, Hubert, Valérie, Samuel, Nicolas, David, Agnès, Anne, Frédéric, Olivier, François, Philippe, Frédéric, Patrice, Olivier, Nicolas... Ce travail est aussi le vôtre !*

*Merci à tous ceux qui m'ont permis d'installer L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Grace et Xfig. Merci pour votre ouverture d'esprit !*

*Merci à Nicolas Malléjac et Clovis Darrigan de m'avoir relu avec tant d'attention.*

*Merci à mes Amis du CBV, antixyloglotteurs, prébendoboulophiles, scatopodes aspermogènes, mardisdies-contrapunctus cantores, chipodancers préjuvénoshadokiens, et autres noctonivetempetofacteurs, avec qui j'ai partagé une certaine idée... de la vie ! Hubert, Yohann, Clovis, Hélène, Agnès, Nicolas, Aurélie, Samuel, Patrice, Frédéric...*

*Merci aux Brown Sisters, à Marcio Faraco, aux mystérieuses Voix bulgares, à Bobby MacFerrin, au chœur de l'Armée Rouge, aux King's Singers et au USC Los Angeles Choir pour les frissons !*

*Merci Papa de m'avoir redonné confiance en l'avenir... et en l'homme, à chaque fois que j'ai douté.*

*Merci Maman pour ta sagesse et ton amour...*

*BQV*



<b>Introduction</b>		<b>1</b>
<b>I Synthèse bibliographique</b>		<b>9</b>
<b>1 Paramètres radioélectriques effectifs d'un composite métal-diélectrique</b>		<b>11</b>
1.1 Limites à l'utilisation des lois de mélange . . . . .		12
1.2 Cas particulier d'une topologie périodique lamellaire métal-diélectrique . . . . .		13
1.3 Paramètres effectifs pour les composites métal-diélectriques . . . . .		14
<b>2 Milieux à permittivité et perméabilité artificielles dans la littérature</b>		<b>17</b>
2.1 Classification des composites artificiels . . . . .		18
2.2 Composites à inclusions dipolaires résonantes . . . . .		19
2.3 Composites à inclusions non résonantes . . . . .		25
<b>3 Critères intégraux des matériaux bruts</b>		<b>31</b>
3.1 Critère intégral de Rozanov pour les matériaux diélectriques . . . . .		31
3.2 Critère intégral CEA pour les matériaux magnétiques . . . . .		33
<b>II Limite des performances en absorption des métamatériaux chiraux</b>		<b>35</b>
<b>4 Les milieux chiraux</b>		<b>37</b>
4.1 Chiralité . . . . .		37
4.2 Relations constitutives . . . . .		38
4.3 Vecteurs d'onde . . . . .		38
4.4 Impédance d'onde . . . . .		39

<b>5</b>	<b>Détermination du critère intégral</b>	<b>41</b>
5.1	Intérêt d'un critère intégral pour les métamatériaux chiraux . . . . .	41
5.2	Calcul du coefficient de réflexion sur un multicouche chiral . . . . .	41
5.3	Application du théorème de Cauchy . . . . .	42
5.4	Calcul de la limite intégrale . . . . .	44
<b>6</b>	<b>Vérification expérimentale des limites intégrales</b>	<b>47</b>
6.1	Mesures . . . . .	47
6.2	Vérification du critère de Rozanov . . . . .	47
6.3	Vérification du critère pour les chiraux . . . . .	48
<b>III</b>	<b>Composites à perméabilité artificielle</b>	<b>51</b>
<b>7</b>	<b>Mise en évidence expérimentale de la perméabilité artificielle</b>	<b>53</b>
7.1	Dispositif de mesure . . . . .	54
7.2	Hélices en circuit ouvert . . . . .	55
7.3	Hélices comprenant une matrice magnétique . . . . .	63
7.4	Boucles chargées par un composant électronique discret . . . . .	66
7.5	Boucles chargées par un condensateur avec un noyau magnétique de largeur limitée . . . . .	71
<b>8</b>	<b>Modélisation de la perméabilité effective d'un composite à boucles chargées</b>	<b>73</b>
8.1	Calcul du champ magnétique dans une boucle . . . . .	73
8.2	Calcul de la perméabilité effective du composite artificiel à boucles chargées . . . . .	75
8.3	Modélisation de la permittivité effective d'un composite à boucles chargées . . . . .	77
<b>9</b>	<b>Application à un composite à base de boucles chargées par un condensateur</b>	<b>81</b>
9.1	Perméabilité artificielle d'une boucle chargée par un condensateur . . . . .	81
9.2	Perméabilité artificielle : confrontation du modèle et de l'expérience . . . . .	82
9.3	Vérification des prédictions : validation du modèle . . . . .	85
9.4	Extension du modèle aux hélices et aux boucles ouvertes . . . . .	88
<b>10</b>	<b>Perméabilité artificielle contrôlée par une tension</b>	<b>93</b>
10.1	Composite à boucle chargée par une diode varicap . . . . .	93
10.2	Mesure de la perméabilité artificielle active . . . . .	96
10.3	Perspectives . . . . .	97

<b>IV</b>	<b>Composites à permittivité artificielle ajustable</b>	<b>101</b>
<b>11</b>	<b>Expériences sur la permittivité artificielle ajustable par champ magnétique</b>	<b>103</b>
11.1	Réseaux de fils ferromagnétiques . . . . .	104
11.2	Permittivité contrôlée par champ magnétique statique . . . . .	114
<b>12</b>	<b>Modélisation de la permittivité artificielle d'un réseau de fils</b>	<b>119</b>
12.1	Approche théorique . . . . .	119
12.2	Analyse des différents régimes de permittivité du réseau de fils . . . . .	129
12.3	Perspectives . . . . .	131
	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>
<b>V</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>
<b>VI</b>	<b>Annexes</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Relations entre <math>\varepsilon</math> et <math>\mu</math>, <b>R</b>, <b>T</b> et les paramètres <b>S</b></b>	<b>151</b>
A.1	<b>R</b> , <b>T</b> , $\varepsilon$ et $\mu$ . . . . .	151
A.2	<b>R</b> , <b>T</b> et les paramètres <b>S</b> . . . . .	151
A.3	$\varepsilon$ , $\mu$ et les paramètres <b>S</b> . . . . .	151
<b>B</b>	<b>Unités S.I. et C.G.S.</b>	<b>153</b>
<b>C</b>	<b>Publications et communications</b>	<b>155</b>
C.1	Publications dans des revues internationales avec comité de lecture . . . . .	155
C.2	Communications orales . . . . .	155
C.3	Posters . . . . .	156
<b>VII</b>	<b>Index</b>	<b>157</b>



# Introduction



Depuis une vingtaine d'années, l'émergence des composites artificiels hyperfréquences a ouvert de nouvelles perspectives dans le domaine de la réflexion et de la transmission d'une onde électromagnétique. En 2001, il a même été démontré qu'une onde électromagnétique peut se propager dans un « milieu d'indice optique négatif » [1, 2]. Une onde incidente franchissant la surface de séparation du vide et d'un tel milieu est réfractée selon un angle négatif, ce qui n'avait jamais été observé auparavant.

*Les composites réalisés lors de ce travail de thèse sont formés de plusieurs constituants et leur origine n'est pas naturelle. Également appelés métamatériaux, du grec meta, « qui englobe, qui dépasse », ils sont fortement hétérogènes.* En effet, ils sont constitués d'une matrice diélectrique ou magnétique et d'inclusions diélectriques, magnétiques, métalliques ou électroniques. Ces inclusions peuvent être disposées dans la matrice soit de manière aléatoire, soit de manière ordonnée. Leur taille est généralement petite devant la longueur d'onde propagée dans le composite. Parfois, des tailles d'inclusion très différentes sont utilisées simultanément. On dit alors que le composite est multiéchelle. La combinaison d'un milieu hétérogène, d'une structure géométrique et d'inclusions d'échelles différentes permet d'obtenir des milieux électromagnétiques isotropes, anisotropes, absorbants d'onde, réfléchissants, ou à bandes interdites à la transmission de l'onde.

*Pour pouvoir utiliser ces métamatériaux, il faut connaître leurs caractéristiques radioélectriques. En ce qui concerne cette thèse, il s'agit de leur permittivité diélectrique et leur perméabilité magnétique en fonction de la fréquence de l'onde électromagnétique.* La mesure de ces caractéristiques se fait grâce à des bancs de mesure en guide d'onde ou en espace libre. Il faut donc pouvoir réaliser des échantillons de composite qui s'insèrent dans ces dispositifs de mesure. Or, il est souvent difficile de fabriquer des échantillons de métamatériaux, à cause de leur hétérogénéité et de leur structuration. Ces caractéristiques radioélectriques sont donc plus difficiles à déterminer dans le cas des matériaux composites, d'autant plus qu'il faut s'assurer de la validité de l'hypothèse d'homogénéisation. Afin d'éviter des expériences lourdes à réaliser, des modèles mathématiques sont élaborés. À partir de ceux-ci, on calcule des critères qui évaluent les performances du composite pour l'application visée (absorption, transmission, réflexion, etc).

La modélisation est une partie importante de l'étude des composites artificiels. Les composites chiraux, par exemple, ont été pris en compte en introduisant un paramètre de chiralité dans les relations constitutives [3]. Certains auteurs s'appuient sur ces modèles analytiques pour simuler le comportement des métamatériaux [4, 5]. D'autres, plus nombreux, utilisent des méthodes de calcul numériques [6, 7, 8]. Néanmoins, très peu d'expériences relatent la fabrication et la mesure d'échantillons de métamatériaux [1, 9]. De plus, si des critères d'évaluation des performances en absorption ont été développés pour les matériaux bruts diélectriques [10] ou magnétiques [11], aucun équivalent n'existe pour les composites artificiels.

*C'est pourquoi, cette étude s'attache à fabriquer, mesurer, modéliser et évaluer des composites artificiels.* Parmi ceux-ci, seuls les composites chiraux, les composites à permittivité artificielle et les composites à perméabilité artificielle sont étudiés dans le cadre de cette thèse. La fabrication des échantillons

repose sur les moyens dont dispose le Laboratoire Matériaux Magnétiques et Hyperfréquences du CEA Le Ripault. Les matrices des composites sont constituées de diélectriques dont la permittivité est faible (Plexiglass<sup>®</sup>, Depron<sup>®</sup>, air). Les inclusions sont élaborées à partir de fils métalliques, de microfils ferromagnétiques gainés de verre, de films ferromagnétiques ou de composants électroniques (résistances, condensateurs, inductances). La mesure des caractéristiques radioélectriques s'effectue à l'aide de méthodes telles que celles de la ligne court-circuitée, de la ligne en transmission ou de l'espace libre. Ces méthodes ont été choisies pour leur facilité de mise en œuvre dans le cas des métamatériaux. Les modélisations développées sont analytiques, dans le but d'évaluer les performances des composites en absorption.

Ce travail débute par une synthèse bibliographique sur les composites artificiels (cf. partie I), qui met en valeur l'intérêt du travail déjà effectué. La partie II traite des composites chiraux. Ceux-ci ont été historiquement les premiers métamatériaux. Leur capacité à absorber les ondes électromagnétiques a souvent été évoquée, voire brevetée [12]. Mais depuis quelques années, il semble que l'intérêt pour ces composites soit retombé, sans que l'on sache pourquoi. Il s'agit donc de savoir si la chiralité est utile pour réaliser un absorbant d'ondes électromagnétiques. Un critère intégral est développé pour répondre à cette question.

Dans la partie III, l'étude se focalise sur des composites à perméabilité magnétique artificielle. Ces composites possèdent des inclusions inductives, dont les extrémités sont reliées à une électronique passive ou active. Des expériences mettent en évidence un phénomène résonant qui régit l'évolution des caractéristiques radioélectriques en fonction de la fréquence. Un modèle analytique donnant les paramètres effectifs est détaillé.

Enfin, la partie IV de cette thèse est consacrée à l'étude de composites artificiels anisotropes et périodiques à base de fils ferromagnétiques structurés en réseau rectangulaire. Il s'agit de composites à inclusions non résonantes présentant une permittivité artificielle ajustable par champ magnétique.

# Notations utilisées



## Notations utilisées

### Dépendance temporelle des champs et notations associées

$\exp(j\omega t)$

$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$  permittivité électrique complexe

$\mu = \mu' - j\mu''$  perméabilité magnétique complexe

### Constantes

$\varepsilon_0$  permittivité électrique du vide

$\mu_0$  perméabilité magnétique du vide

$c_0$  vitesse de la lumière dans le vide

### Vecteurs

$\mathbf{E}$  : vecteur champ électrique

$\mathbf{H}$  : vecteur champ magnétique

$\mathbf{B}$  : vecteur induction magnétique

$\mathbf{D}$  : vecteur induction électrique

$F_z$  composante du vecteur  $\mathbf{F}$  selon l'axe  $oz$

$\langle F_z \rangle_V$  moyenne de la composante selon  $oz$  du champ  $\mathbf{F}$  sur le volume  $V$

### Électronique

$i$  : courant électrique

$u$  : tension électrique

$Z$  : impédance

$R$  : résistance

$L$  : inductance

$C$  : capacité

### Nombres complexes

$\Re$  partie réelle

$\Im$  partie imaginaire

$*$  conjugué

$|\mathcal{G}|$  module de  $\mathcal{G}$



Première partie

**Synthèse bibliographique**



# CHAPITRE 1

## Paramètres radioélectriques effectifs d'un composite métal-diélectrique

Ce chapitre propose de s'appuyer sur la bibliographie pour expliquer comment les paramètres effectifs radioélectriques des composites artificiels sont calculés.

### Sommaire

1.1	Limites à l'utilisation des lois de mélange . . . . .	12
1.2	Cas particulier d'une topologie périodique lamellaire métal-diélectrique .	13
1.3	Paramètres effectifs pour les composites métal-diélectriques . . . . .	14

Les propriétés électromagnétiques hyperfréquences des composites métal-diélectriques découlent principalement de deux caractéristiques :

- le contraste diélectrique existant entre les permittivités du diélectrique (faible et réelle) et celle du métal (très forte et imaginaire), qui crée de très fortes hétérogénéités,
- la création de courants induits dans les inclusions métalliques par l'onde hyperfréquence.

On décline ensuite de nombreux composites sur ces bases selon :

- la taille des inclusions (du nanométrique au centimétrique),
- la forme particulière des inclusions (filaire, sphérique, tubulaire, aléatoire),
- l'anisotropie des inclusions,
- la périodicité de la structure globale,
- la concentration en inclusions (faible ou à la limite de la percolation).

Dans le domaine de l'optique, ils peuvent être le siège de fortes non-linéarités, notamment près du seuil de percolation [13]. En hyperfréquence, ces composites permettent de réaliser des fonctions permittivités et perméabilités effectives qui n'existent pas dans la nature sous forme de matériaux bruts. Cependant, ils sont fortement hétérogènes. Les dimensions des inclusions envisagées sont telles que l'on se place toujours en dessous du seuil de la diffraction. La longueur d'onde doit être d'un ordre de magnitude plus grande que les détails de la structure du composite ( $L \leq \lambda/10$ ). Les composites sont alors considérés comme des

matériaux bruts ayant une perméabilité et une permittivité *effectives*. Pour les traiter comme les autres matériaux dans les calculs, on procède à une homogénéisation du milieu.

## 1.1 Limites à l'utilisation des lois de mélange

Les travaux fondateurs de Wiener sont très utiles [14, 15], notamment pour déterminer les permittivités et les perméabilités effectives. Considérons, par exemple, un empilement lamellaire de couches de métal et

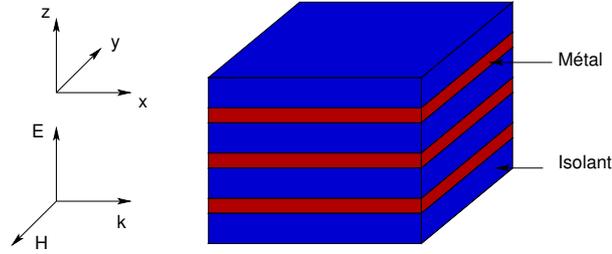


FIG. 1.1 – Composite lamellaire métal-diélectrique éclairé sur la tranche et polarisation d'intérêt

de diélectrique isotropes comme dessiné sur la figure 1.1. De par sa géométrie, cet empilement est fortement anisotrope. Les paramètres effectifs de ce composite sont tensoriels. On étudie alors les deux polarisations principales : champ  $\mathbf{E}$  incident parallèle, ou perpendiculaire aux lamelles. On désigne les paramètres effectifs d'après la polarisation du champ électrique pour la permittivité et celle du champ magnétique pour la perméabilité. On note alors  $\mu_{//}$  la perméabilité du composite pour un champ magnétique incident parallèle aux couches. En négligeant l'influence d'un constituant sur l'autre, les lois de Wiener s'écrivent :

- lorsque le champ électrique est parallèle et le champ magnétique perpendiculaire aux lamelles :

$$\varepsilon_{//} = q\varepsilon_d + (1 - q)\varepsilon_m \quad (1.1)$$

et

$$\frac{1}{\mu_{\perp}} = \frac{q}{\mu_d} + \frac{(1 - q)}{\mu_m} \quad (1.2)$$

- lorsque le champ électrique est perpendiculaire et le champ magnétique parallèle aux lamelles :

$$\frac{1}{\varepsilon_{\perp}} = \frac{q}{\varepsilon_d} + \frac{(1 - q)}{\varepsilon_m} \quad (1.3)$$

et

$$\mu_{//} = q\mu_d + (1 - q)\mu_m. \quad (1.4)$$

$q$  représente ici le taux de charge en matière diélectrique,  $\varepsilon_d$  la permittivité du diélectrique et  $\varepsilon_m$  la permittivité du métal.  $\mu_d$  et  $\mu_m$  sont respectivement les perméabilités du diélectrique et du métal. Ces lois peuvent également se généraliser à des composites dont les constituants sont anisotropes.

Pour les composites aléatoires, on utilise principalement les lois de mélanges développées par Maxwell-Garnett et Bruggeman [14, 15]. Celles-ci permettent de calculer les paramètres effectifs du mélange à partir de ceux des constituants. *Or, dans le cadre cette thèse, on ne connaît ni la permittivité ni la*

perméabilité des inclusions métalliques. Tout au plus peut-on calculer les champs électromagnétiques qui les parcourent. Par conséquent, on ne peut pas utiliser directement les lois de mélanges. *Il est donc nécessaire de disposer d'une définition des paramètres effectifs en fonction des champs électromagnétiques dans le composite.*

De ce point de vue, les travaux de Rytov [16] sur les composites lamellaires anisotropes et périodiques (cf. figure 1.1) marquent une rupture importante. Les paramètres effectifs sont définis par Rytov comme le rapport de la moyenne des champs volumiques sur une période de composite :

$$\varepsilon_0 \varepsilon_{\perp} = \frac{\langle D_z \rangle_V}{\langle E_z \rangle_V} \quad (1.5)$$

et

$$\mu_0 \mu_{//} = \frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_V} \quad (1.6)$$

Cependant, il a été démontré que cette définition n'est valable que s'il n'existe pas d'effet pelliculaire<sup>1</sup> dans les conducteurs [17]. Or, cette étude est réalisée dans le domaine des hyperfréquences, domaine intermédiaire, où l'on doit tenir compte<sup>2</sup> de l'effet pelliculaire [15].

Des travaux récents ont réussi à améliorer ces définitions toujours dans le cas d'un composite métal-diélectrique. Il s'agit toujours dans les deux cas de définir précisément les paramètres effectifs, non plus en fonction des paramètres intrinsèques des constituants, mais en fonction des champs présents dans le composite. L'une s'attache à définir les paramètres effectifs à partir des coefficients de Fresnel à l'interface du composite pour une topologie de composite lamellaire périodique. Cette approche est développée dans la thèse d'Anne-Lise Adenot [15, 18] et rapellée à la section suivante. L'autre, plus générale (cf. section 1.3), est développée dans un article de *Physics Report* par A.K. Sarychev et V. Shalaev [17].

## 1.2 Cas particulier d'une topologie périodique lamellaire métal-diélectrique

On considère la topologie lamellaire métal-diélectrique dessinée figure 1.1. Ce composite est éclairé sur la tranche par une onde plane se propageant selon l'axe des x telle que le champ électrique est perpendiculaire aux lamelles. Lorsqu'on écrit les équations de Maxwell pour le milieu effectif, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} = j\omega \varepsilon_{eff} \bar{E}_z \quad (1.7)$$

et

$$\frac{\partial \bar{E}_z}{\partial x} = j\omega \mu_{eff} \bar{H}_y \quad (1.8)$$

---

<sup>1</sup>On rappelle la définition de la profondeur de pénétration de l'onde électromagnétique dans un conducteur :  $\delta = \frac{1}{\text{Im}(k_m)}$  si  $k_m$  est le vecteur d'onde dans le métal et vaut :  $k_m = \frac{1+j}{\delta} = \sqrt{-j\omega\sigma_m\mu_0\mu_m}$ , où  $\sigma_m$  est la conductivité et  $\mu_m$  la perméabilité du métal. On s'intéresse au produit  $|k_m| a$  où  $a$  est la dimension caractéristique de l'inclusion métallique. Plus ce produit est grand, plus l'effet pelliculaire est fort. On peut montrer que cela revient à considérer qu'un courant uniformément réparti circule dans le conducteur sur une profondeur  $\delta$ . Lorsqu'il n'y a pas d'effet pelliculaire, les champs électromagnétiques pénètrent le métal.

<sup>2</sup>Par exemple, pour un fil de cuivre de diamètre  $5 \mu\text{m}$ , la profondeur de pénétration à 2 GHz est de  $1 \mu\text{m}$ . Celle-ci est donc comparable à la dimension du fil. On ne peut plus négliger l'effet pelliculaire.

où  $\bar{H}_y$  et  $\bar{E}_z$  sont les champs magnétiques et électriques moyens calculés sur un motif périodique. À la lumière de ces équations, on observe que la permittivité est définie à partir de la moyenne du champ électrique selon la direction perpendiculaire à l'empilement, et la perméabilité à partir de la moyenne du champ magnétique selon la direction parallèle à l'empilement. On notera donc ces deux grandeurs  $\varepsilon_{\perp}$ , la permittivité perpendiculaire à l'empilement et  $\mu_{//}$ , la perméabilité parallèle à l'empilement. Il n'est pas question de développer ici les calculs déjà effectués, mais d'en dégager le sens. Après calcul des coefficients de Fresnel [15], les valeurs des paramètres effectifs trouvés sont :

$$\varepsilon_0\varepsilon_{\perp} = \frac{\langle D_z \rangle_{\pi}}{\langle E_z \rangle_V} \quad (1.9)$$

et

$$\mu_0\mu_{//} = \frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_{\pi}} \quad (1.10)$$

L'indice V signifie que la moyenne est effectuée sur le volume d'une période, tandis que l'indice  $\pi$  signifie que la moyenne est calculée sur un plan  $\pi$  ne contenant pas d'éléments métalliques. Ce plan est situé suffisamment loin de l'interface entre l'air et le composite pour que l'on puisse négliger les modes supérieurs éventuellement créés. Par exemple, pour un composite lamellaire comme décrit figure 1.1, on a :

$$\langle B_y \rangle_V = \frac{1}{V_d} \iiint_{V_d} \mu_d H_d d\tau_d + \frac{1}{V_m} \iiint_{V_m} \mu_m H_m d\tau_m. \quad (1.11)$$

La signification de l'équation (1.10) est claire : la perméabilité effective est le rapport de l'induction magnétique moyenne sur le volume de la période et du champ magnétique moyen dans l'isolant. Cette définition a été validée pour cette topologie lamellaire et la polarisation d'intérêt (champ électrique perpendiculaire aux lamelles). Elle est différente de celle de Rytov (cf. équation (1.5)) et (1.6)), dans le sens où elle prend en compte l'effet pelliculaire présent dans le métal.

### 1.3 Paramètres effectifs pour les composites métal-diélectriques

Les travaux de Sarychev [17] portent sur les fluctuations du champ électromagnétique et les non-linéarités optiques dans les composites métal-diélectriques. La section 7.1 de la référence [17] concerne plus particulièrement le domaine des hyperfréquences. On y trouve les définitions de la permittivité et de la perméabilité effectives suivantes :

$$\varepsilon_0\varepsilon_{eff} = \frac{\langle \mathbf{D} \rangle_V}{|\mathbf{E}_0|} \quad (1.12)$$

et

$$\mu_0\mu_{eff} = \frac{\langle \mathbf{B} \rangle_V}{|\mathbf{H}_0|} \quad (1.13)$$

où les champs  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{H}_0$  sont les parties irrotationnelles<sup>3</sup> des champs électriques et magnétiques et où  $\langle \rangle_V$  signifie moyenne sur le volume de composite. On les calcule en soustrayant à la moyenne volumique du champ les champs rotationnels issus des courants induits dans le métal.

<sup>3</sup>On fait référence ici au régime quasi-stationnaire de l'onde incidente sur le composite. On néglige la propagation de l'onde incidente et on considère que chaque particule du composite est soumise à des champs quasiment uniformes spatialement. Les champs électriques et magnétiques incidents quasistationnaires ont un rotationnel nul : ils sont dits irrotationnels.

Cette définition est valable pour n'importe quel composite métal-diélectrique. On peut d'ailleurs faire le lien avec la définition précédente (1.10) de la perméabilité. Le numérateur des deux expressions étant le même, il s'agit d'identifier les dénominateurs  $|\mathbf{H}_0|$  et  $\langle H_y \rangle_\pi$ . On y parvient en étudiant de près les hypothèses qui définissent le plan  $\pi$  dans la référence [15]. Ce plan est choisi au sein du diélectrique, suffisamment éloigné de l'interface pour pouvoir négliger les modes évanescents. Dans le plan  $\pi$ , les champs sont donc irrotationnels. Les deux définitions s'accordent.

Pour démontrer les définitions (1.12) et (1.13), l'auteur se place dans le cadre d'un composite à deux types d'inclusions : métallique et diélectrique. L'interaction entre les inclusions est prise en compte en faisant l'approximation d'autocoherence<sup>4</sup> du milieu. C'est la théorie du milieu effectif. Cependant, l'auteur suppose que le champ dans l'inclusion métallique se décompose en une partie irrotationnelle (issue du champ en régime quasi-stationnaire) et une partie rotationnelle (issue des courants induits dans le métal par le champ appliqué). Cette hypothèse se justifie par le contraste énorme qui existe entre la permittivité du diélectrique et celle du métal. Les étapes de la démonstration sont les suivantes :

- calcul des champs dans chaque type d'inclusion,
- calcul des champs en dehors de chaque type d'inclusion,
- traduction du principe d'autoconsistance du milieu, en écrivant que la somme des champs dispersés à l'extérieur par chaque type d'inclusion est nulle,
- calcul du champ moyen  $\langle \mathbf{D} \rangle$  ou  $\langle \mathbf{H} \rangle$  sur le volume.

À l'issue de ce calcul, les champs irrotationnels apparaissent aux côtés des paramètres effectifs (cf. éq. (1.12) et (1.13)). Cette méthode fait apparaître clairement l'impact de l'effet pelliculaire sur la définition de la permittivité et de la perméabilité effectives. Les courants induits engendrant des champs rotationnels sont uniquement pris en compte dans les termes d'induction  $\langle \mathbf{D} \rangle_V$  et  $\langle \mathbf{B} \rangle_V$ .

Pour calculer une permittivité à l'aide de cette définition, il suffit de reprendre les quatre étapes suivantes (cf. [17] p. 344) :

- (I) calcul de la moyenne sur le volume du champ magnétique  $\langle \mathbf{H} \rangle_V$ ,
- (II) calcul du champ magnétique  $\mathbf{M}$  induit dans le volume par les courants circulant dans le métal,
- (III) calcul du champ magnétique irrotationnel  $\mathbf{H}_0 = \langle \mathbf{H} \rangle_V - \langle \mathbf{M} \rangle_V$ ,
- (IV) calcul de la moyenne sur le volume de l'induction magnétique  $\langle \mathbf{B} \rangle_V$ .

L'étude des différents régimes possibles (faible ou fort effet pelliculaire), des différentes topologies (composites aléatoires ou périodiques, isotropes ou anisotropes) et des différentes polarisations est alors possible.

---

<sup>4</sup>self-consistent en anglais.



## CHAPITRE 2

### Milieux à permittivité et perméabilité artificielles dans la littérature

Dans ce chapitre, on analyse des composites artificiels conçus récemment et qui ont stimulé cette étude.

#### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Classification des composites artificiels</b>	<b>18</b>
2.1.1	Composites artificiels homogénéisables et cristaux photoniques	18
2.1.2	Deux grandes familles de composites à inclusions métalliques	18
2.1.3	Choix bibliographiques	18
<b>2.2</b>	<b>Composites à inclusions dipolaires résonantes</b>	<b>19</b>
2.2.1	Boucles ouvertes et dipôles magnétiques	19
2.2.2	Hélices et bianisotropie	21
2.2.3	Dipôles résonants chargés par des éléments électroniques	22
<b>2.3</b>	<b>Composites à inclusions non résonantes</b>	<b>25</b>
2.3.1	Composites à inclusions tubulaires métalliques creuses	25
2.3.2	Composites à inclusions filaires en réseau cubique	26

---

Les milieux à permittivité ou perméabilité artificielle sont en majorité des composites à base de métal et d'isolant. L'ingénierie de ces composites est étudiée depuis une cinquantaine d'années [16]. De nombreuses publications récentes [3, 19, 20] montrent que ce sujet est aujourd'hui l'objet d'étude de nombreux chercheurs.

Le concept de perméabilité artificielle date des années 1980. Récemment, Pendry [21, 5] a popularisé cette notion. Cependant, il est très difficile, voire impossible, de concevoir des composites qui ne présentent que de la permittivité artificielle ou que de la perméabilité artificielle. Ces deux notions sont liées car, dans le meilleur des cas, on obtient un composite principalement diélectrique ou principalement magnétique dans une seule direction et pour une certaine polarisation. C'est pourquoi, on traite simultanément dans ce chapitre l'une et l'autre.

## 2.1 Classification des composites artificiels

### 2.1.1 Composites artificiels homogénéisables et cristaux photoniques

Comme cela a été dit au chapitre précédent, pour pouvoir parler de permittivité et de perméabilité effective, il faut se situer en dessous du seuil de diffraction. Certains composites artificiels comme les cristaux photoniques [22] sont des composites pour lesquels le formalisme de permittivité et de perméabilité effective n'a pas de sens. Il n'entrent donc pas directement dans le cadre de cette thèse. Néanmoins, pour certaines topologies, la frontière entre les composites artificiels homogènes et les cristaux photoniques n'est pas clairement délimitée. Certains auteurs étudient même ces composites artificiels à la fois avec des paramètres effectifs et un diagramme de bandes [23]. Les composites à indices négatifs se situent précisément à la frontière entre les composites artificiels homogènes et les cristaux photoniques. Il s'agit en fait de cristaux photoniques dont l'indice est fortement modulé. Pour les grandes longueurs d'onde, ces composites sont quasiment homogénéisables. Dans la suite de ce chapitre, on s'intéresse uniquement aux principaux composites artificiels homogénéisables exposés dans la bibliographie.

### 2.1.2 Deux grandes familles de composites à inclusions métalliques

En dehors des composites à bande interdite photonique (BIP) [24], deux grandes voies de recherche ont été empruntées jusqu'à présent pour créer des composites artificiels en hyperfréquences. La première voie s'attache à créer des dipôles électriques et magnétiques artificiels. Les composites obtenus de cette manière sont nommés *composites à inclusions dipolaires résonantes*. Leur fonctionnement repose sur le phénomène de résonance électromagnétique des inclusions qui créent une polarisation artificielle. La dimension des inclusions métalliques est donc liée à la longueur d'onde incidente. Parmi ces composites, on peut citer les chiraux, [25, 3] les bianisotropiques [26, 27, 28] et les résonateurs magnétiques (*Swiss Roll Resonator*, boucles ouvertes) [5].

La seconde voie imagine des composites dont le fonctionnement ne repose pas sur la résonance dipolaire. La polarisation artificielle provient alors de la géométrie et de la profondeur de pénétration de l'onde dans la partie métallique du composite. L'effet pelliculaire est le paramètre critique de ces composites. On choisit de les nommer *composites à inclusions non résonantes*. Parmi ces composites on peut citer les réseaux de fils parallèles [4, 29] qui sont le siège d'une résonance de plasmon<sup>1</sup>. Les inclusions métalliques peuvent avoir une forme variable, mais les plus fréquentes sont, pour des raisons technologiques ou mathématiques, sphériques, tubulaires ou filaires [30].

### 2.1.3 Choix bibliographiques

Tous les travaux portant sur ces composites ne peuvent pas être rapportés. C'est pourquoi une sélection a été faite en fonction de leur pertinence vis à vis du sujet de la thèse. Dans un premier temps, des

---

<sup>1</sup>Il s'agit d'une oscillation collective d'un gaz d'électrons libres dans un métal [13].

travaux récents effectués sur les composites à inclusions dipolaires résonantes sont exposés. Ils traitent exactement :

- de boucles ouvertes [5],
- d’hélices [31],
- de dipôles électriques ou magnétiques résonants chargés par des éléments électroniques éventuellement actifs [27, 32],

Puis, dans un deuxième temps, on expose des travaux relatifs à des composites à inclusions non résonantes :

- inclusions tubulaires métalliques creuses infiniment longues [33],
- réseaux de fils parallèles infiniment longs.

Pour ce dernier cas, les points de vue de Sarychev et Pendry sur les réseaux de fils parallèles sont analysés [21, 17].

## 2.2 Composites à inclusions dipolaires résonantes

### 2.2.1 Boucles ouvertes et dipôles magnétiques

Si on considère un matériau magnétique, on observe qu’il se comporte comme un ensemble de dipôles magnétiques. Ses propriétés magnétiques s’étendent sur une large bande de fréquence : les ferrites, par exemple, peuvent présenter une perméabilité constante sur plusieurs centaines de MHz. Ces dipôles magnétiques trouvent leur origine au niveau atomique dans les moments magnétiques engendrés par les charges en mouvement. Cependant, les matériaux magnétiques bruts ont également leurs limites, notamment fréquentielle : au delà de quelques gigahertz, il n’existe plus aucun magnétisme naturel exploitable en hyperfréquence sur une large bande.

Le magnétisme artificiel propose de pallier ce problème. Les travaux de Pendry [5] portent sur le magnétisme créé par des conducteurs non magnétiques. Dans cet article, il détaille un dispositif appelé *Split Ring Resonator* (SRR) ce qui donnerait en français : « résonateur à anneaux fendus ». Ce résonateur à perméabilité artificielle est décrit sur la figure 2.1. Il s’agit d’une structure en circuit imprimé dont les dimensions caractéristiques sont petites devant la longueur d’onde incidente, typiquement  $r \leq \lambda/10$ . En périodisant la structure selon les trois directions de l’espace, Pendry obtient alors un milieu artificiel isotrope.

À la différence du magnétisme naturel, les résonateurs à anneaux fendus concentriques ne se comportent pas comme des dipôles dès les basses fréquences, car ils ne sont pas spontanément parcourus par un courant. Pour qu’un dipôle magnétique existe, il faut qu’un courant circule dans l’anneau. Un couplage optimal avec l’onde électromagnétique incidente permet à ce courant de varier dans le temps de manière uniforme sur toute la géométrie de l’anneau. Dans ces conditions, l’anneau entre en résonance et il existe une perméabilité artificielle. La forme typique de la résonance de ces matériaux est donnée sur la figure 2.2. Pour la simulation, on a choisi les valeurs des paramètres donnés en page 2082 de la référence

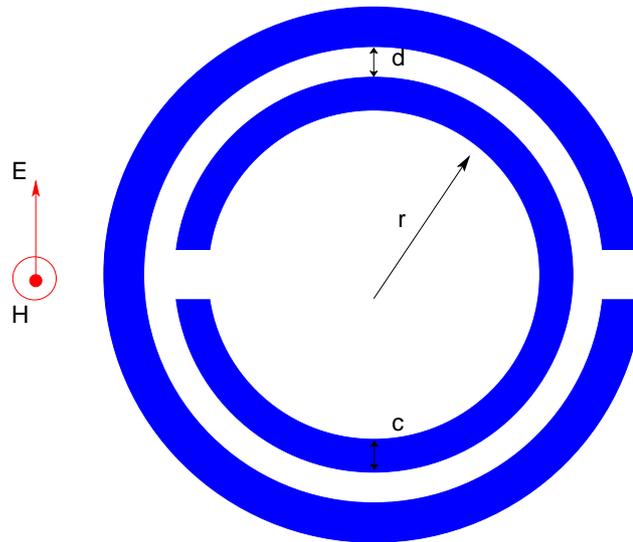


FIG. 2.1 – *Split Ring Resonator* : circuits imprimés vus de dessus d'un résonateur à anneaux fendus.

[5]. On reconnaît un comportement résonant centré sur 13,5 GHz. À cette fréquence, peu de matériaux magnétiques présentent encore une perméabilité. Ce dispositif est donc intéressant. La bande passante relative à mi-hauteur pour  $\mu''$  est de l'ordre de 5 %<sup>2</sup>.

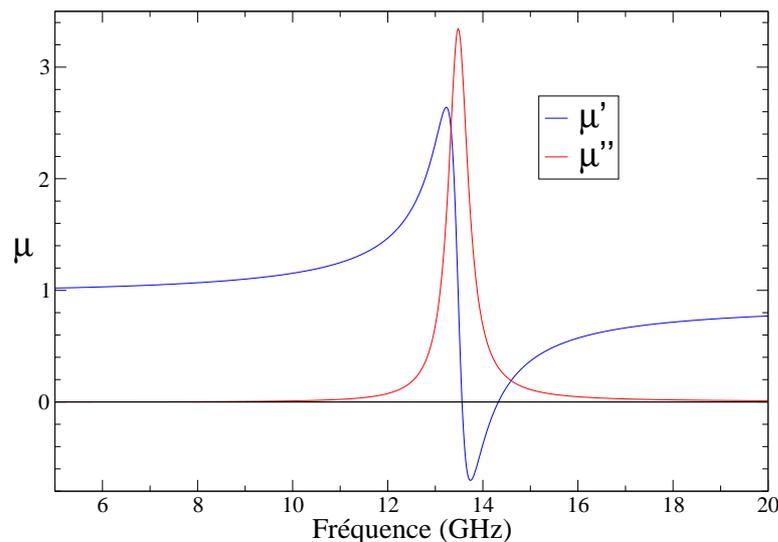


FIG. 2.2 – Perméabilité théorique des SRR développés par J.B. Pendry.

On remarque que ces résultats auraient pu être obtenus avec d'autres structures comme celle des *Swiss Roll*, également développés par Pendry [5]. On peut aussi réaliser une perméabilité artificielle avec un seul anneau [36]. Néanmoins, l'intérêt des SRR est que le deuxième anneau est fendu à l'opposé du premier, ce qui annule partiellement la polarisabilité magnéto-électrique de l'inclusion. Le fait que cette structure présente des caractéristiques bianisotropes est expliqué en détail dans la référence [37]. C'est un fait inhérent à la structure en anneau fendu et qu'il faut garder en mémoire.

<sup>2</sup>Les résultats de cette publication sont à l'origine uniquement théoriques, aucune réalisation pratique n'ayant alors eu lieu. Des publications ultérieures montrent que ces résonateurs fonctionnent bien comme le prévoit la modélisation [34, 35].

### 2.2.2 Hélices et bianisotropie

Les hélices simples ont déjà été très étudiées lors de l'investigation des propriétés des matériaux chiraux [38, 25]. Tout comme les SRR, elles présentent à la fois un moment dipolaire électrique et un moment dipolaire magnétique (cf. figure 2.3). Lorsque l'onde incidente a son champ magnétique dans l'axe de l'hélice, celle-ci se comporte alors comme les dipôles magnétiques décrits précédemment : la section de l'hélice intercepte le flux du champ magnétique et génère un courant dans le fil. Lorsque l'onde incidente a son champ électrique parallèle à l'axe de l'hélice, celle-ci se comporte comme un dipôle électrique.

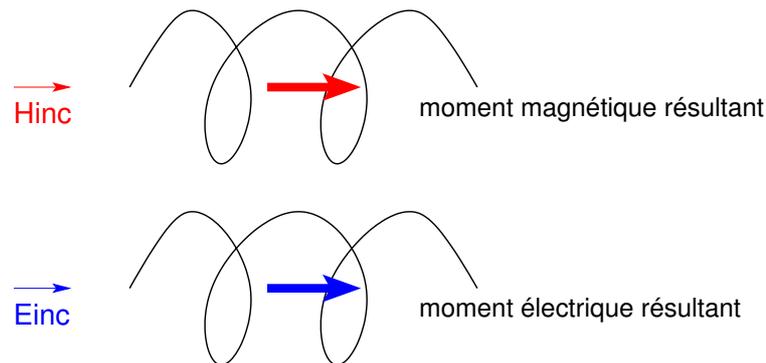


FIG. 2.3 – Hélices simples et polarisations des ondes incidentes associées aux moments électriques et magnétiques.

Selon la polarisation de l'onde incidente, l'hélice présente donc une permittivité ou une perméabilité artificielle résonante (cf. figure 2.2). Les résonances électriques et magnétiques se produisent à la même fréquence. La permittivité artificielle de l'hélice est due à sa capacité à se polariser électriquement sous l'effet d'un champ électrique. La perméabilité artificielle de l'hélice est due à sa capacité à se polariser magnétiquement sous l'effet d'un champ magnétique. Cependant, un autre phénomène est caractéristique de l'hélice : elle est bianisotrope. Cela signifie qu'en plus des polarisabilités électro-électrique et magnéto-magnétique, il existe une polarisabilité électro-magnétique et une polarisabilité magnéto-électrique. Ces polarisabilités résultent du couplage entre les dipôles magnétiques et électriques. On peut également les interpréter comme un effet de la dispersion spatiale sur les paramètres effectifs [23].

La double hélice (cf. figure 2.4) proposée par Lagarkov et al. [31] permet de supprimer ces polarisabilités parasites. Selon la polarisation de l'onde incidente, le composite à base de doubles hélices toutes orientées dans la même direction possède alors uniquement une permittivité artificielle ou une perméabilité artificielle. Contrairement à l'hélice simple, les résonances de la permittivité et de la perméabilité n'ont pas lieu à la même fréquence. C'est une caractéristique intéressante de ces composites. Grâce à ce travail, Lagarkov a pu développer et mesurer un matériau à indice négatif en combinant les résonances de plusieurs hélices [39].

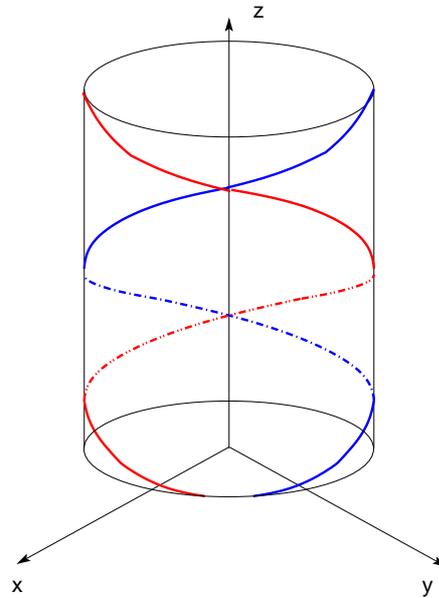


FIG. 2.4 – Hélices chirales symétriques emboîtées formant une double hélice achirale.

### 2.2.3 Dipôles résonants chargés par des éléments électroniques

D'autres auteurs ont développé le concept d'inclusions chargées par des composants électroniques. Parmi eux, on peut citer Tretyakov [32, 40], Ziolkowski [41, 42] et Auzanneau [43, 44, 27, 8]. Dans tous les cas, il s'agit de travaux purement théoriques. Il demeurent néanmoins très intéressants par leur vision du sujet.

#### « Molécules »

Ziolkowski et Auzanneau [43] proposent des composites constitués d'antennes de petites dimensions vis-à-vis de la longueur d'onde, reliées à des circuits électroniques de charge permettant de contrôler leurs propriétés. Ils nomment « molécules » les inclusions, qui sont en fait des dipôles électriques ou magnétiques, chargés par des capacités, des résistances ou des inductances. L'intérêt d'insérer une charge aux bornes de l'inclusion résonante est que l'on peut ainsi réduire ses dimensions, de la même manière qu'en électronique on peut augmenter artificiellement la taille d'une antenne.

Auzanneau et Ziolkowski [42] modélisent les dipôles par des générateurs et des impédances équivalentes. Une impédance de charge est rajoutée en parallèle au dipôle. Pour l'antenne dipôle dessinée sur la figure 2.5, la permittivité équivalente est donnée par :

$$\varepsilon = 1 + \frac{K_e}{j\omega(Z_{in} + Z_L)} \quad (2.1)$$

où  $K_e$  est une constante géométrique positive,  $Z_{in}$  et  $Z_L$  les impédances du dipôle et de la charge (cf. circuit équivalent figure 2.6). Cette formule est obtenue en calculant le moment dipolaire équivalent du

dipôle défini par :

$$\mathbf{p} = \frac{1}{j\omega} \int_{-\ell_0}^{\ell_0} I(z) dz \mathbf{a}_z \quad (2.2)$$

où  $I(z)$  est le courant parcourant le dipôle de hauteur  $2\ell_0$  selon l'axe  $oz$ . On en déduit la polarisation qui est le moment par unité de volume si le courant est constant et vaut  $I_0$  :

$$\mathbf{P} = \frac{I_0 \ell_0}{j\omega V} \mathbf{a}_z \quad (2.3)$$

où  $V$  est le volume élémentaire du dipôle. La simplicité de la formule 2.1 en fait sa pertinence : on peut grâce aux lois de mélange en déduire une permittivité effective du composite global de manière analytique. Cependant, quelle valeur attribuer au volume  $V$  de l'inclusion ? On peut se demander si celle-ci doit être la valeur du volume géométrique, ou bien une valeur différente, un volume « électromagnétique ».



FIG. 2.5 – Dipôle électrique chargé par une impédance  $Z_L$ .

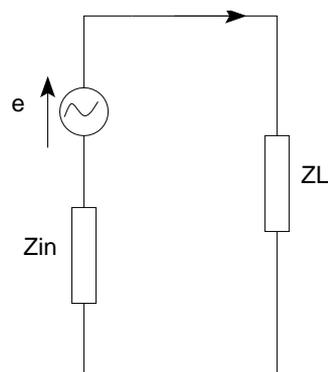


FIG. 2.6 – Circuit équivalent au dipôle électrique chargé par une impédance  $Z_L$ .

De ces travaux, il faut donc retenir qu'il est possible d'établir des modèles analytiques simples de ces composites à partir de l'impédance du dipôle. Deux étapes sont clairement identifiées au cours de leur démarche et éclairent la nôtre :

- la modélisation analytique de la permittivité et de la perméabilité des inclusions,
- la définition des propriétés globales du composite grâce à une loi de mélange.

### Dipôles et charges actives

Tretyakov [45] propose d'aller plus loin en introduisant des éléments électroniques actifs aux bornes des dipôles. Les équations qui décrivent la permittivité d'une antenne dipôle électrique chargée sont les mêmes que celles d'Auzanneau. Cependant, il introduit une notion de longueur effective  $\ell_{eff}$  pour le dipôle électrique et l'équation devient :

$$\varepsilon = 1 + \frac{n\ell_{eff}^2}{j\omega\varepsilon_0(Z_{in} + Z_L)} \quad (2.4)$$

où  $n$  est la concentration en inclusion. Cette longueur permet de cerner la « dimension électromagnétique » de l'inclusion, qui diffère de la dimension géométrique et dépend de la fréquence de l'onde incidente. Parallèlement, il donne la perméabilité effective d'une boucle (cf. figure 2.7) en fonction de l'impédance qui la charge :

$$\mu = 1 - \mu_0 \frac{j\omega n S^2}{Z_{in} + Z_L} \quad (2.5)$$

où  $S$  est la section de la boucle. <sup>3</sup>

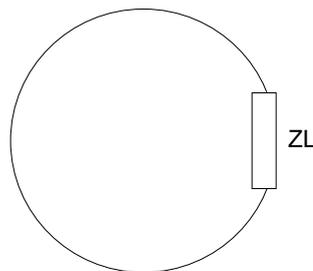


FIG. 2.7 – Boucle chargée par une impédance  $Z_L$ . Dipôle magnétique chargé.

Afin d'atteindre des paramètres  $\varepsilon$  et  $\mu$  négatifs, un inverseur d'impédance est utilisé en parallèle à la charge afin de simuler une inductance négative (cf. figure 2.8). L'impédance réalisée par ce circuit vaut en effet :  $Z_{inv} = -Z_1 Z_2 / Z_3$ . On peut alors simuler des inductances ou des capacités négatives. Une « molécule active » est ainsi constituée. Naturellement, les milieux dont les paramètres effectifs sont négatifs présentent simultanément de fortes pertes. Avec des systèmes actifs, ces pertes pourraient être compensées. De plus, à peu près n'importe quelle fonction d'impédance peut être synthétisée à l'aide de circuits actifs. Des composites artificiels actifs non linéaires sont également envisagés [44]. Il faut enfin signaler que dans le domaine des composites à bande interdite photonique, des composants électroniques ont également été insérés [46, 47].

La partie III de cette thèse développe ces idées, mais de manière pratique. Une approche nouvelle des paramètres effectifs, à l'aide d'expériences simples et de modèles analytiques pertinents fondés sur la mesure d'impédance est présentée.

<sup>3</sup>Le chapitre 8 de cette thèse donne une démonstration de cette formule.

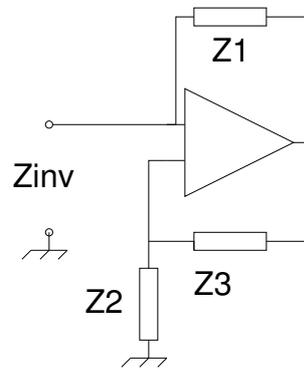


FIG. 2.8 – Circuit inverseur d'impédance à amplificateur opérationnel.

## 2.3 Composites à inclusions non résonantes

Dans cette section, il est question de composites à inclusions non résonantes. Les perméabilités et permittivités artificiellement créées sont directement liées aux propriétés géométriques et à l'effet pelliculaire.

### 2.3.1 Composites à inclusions tubulaires métalliques creuses

Un phénomène de perméabilité artificielle de relaxation peut être observé dans un composite métallique non magnétique [33]. L'exemple le plus simple de ce phénomène est celui d'un réseau de tubes métalliques creux infiniment longs séparés par un diélectrique (cf. figure 2.9). L'étude de la perméabilité artificielle

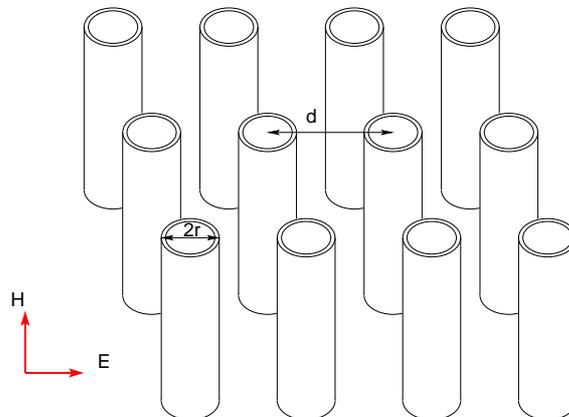


FIG. 2.9 – Réseau de tubes métalliques creux et polarisation d'intérêt.

de ces composites est détaillée dans les publications de Acher *et al.* [48] ainsi que dans l'étude originale par circuits équivalents de Pendry *et al.* [5]. Essayons de comprendre le phénomène à partir de la formule de la perméabilité donnée à la section 1.3 :

$$\mu_0 \mu_{eff} = \frac{\langle \mathbf{B} \rangle_V}{|\mathbf{H}_0|}. \quad (2.6)$$

Lorsque le champ incident est basse fréquence et polarisé comme sur la figure 2.9, il pénètre dans le tube. Le champ à l'intérieur  $\mathbf{H}_{int}$  est égal au champ à l'extérieur du tube  $\mathbf{H}_0$ . Par conséquent,  $\langle \mathbf{B} \rangle_V = \mu_0 \mathbf{H}_0$

et la perméabilité effective pour les basses fréquences vaut  $1 - j0$ . Lorsque la fréquence augmente, l'effet pelliculaire apparaît et un phénomène d'écrantage se produit : le champ incident ne pénètre plus dans le tube. Le champ à l'intérieur est nul. L'induction magnétique moyenne calculée sur le volume d'une période de composite vaut alors :

$$\langle \mathbf{B} \rangle_V = (1 - \alpha)\mu_0\mathbf{H}_0 + \alpha\mu_0\mathbf{H}_{int} = (1 - \alpha)\mu_0\mathbf{H}_0. \quad (2.7)$$

avec  $\alpha = \pi r^2/d^2$ . De ce fait, la perméabilité effective du composite pour les hautes fréquences vaut alors :

$$\mu_{eff} = 1 - \alpha, \quad (2.8)$$

et le composite est diamagnétique. Une formule générale est donnée par la référence [5] :

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\pi r^2}{d^2} \frac{1}{1 + j2\sigma/\omega r\mu_0}, \quad (2.9)$$

où  $\sigma$  est la résistance du cylindre métallique par unité de surface. La forme générale de cette perméabilité effective est donnée sur la figure 2.10. Elle est très différente de celle présentée par un composite à inclusions dipolaires (cf. figure 2.2). Il s'agit là plutôt d'une relaxation que d'une résonance de la perméabilité. On remarque que  $\mu_{eff}$  est toujours positif et inférieur à 1. Le magnétisme artificiel peut donc aussi être lié à l'effet pelliculaire.

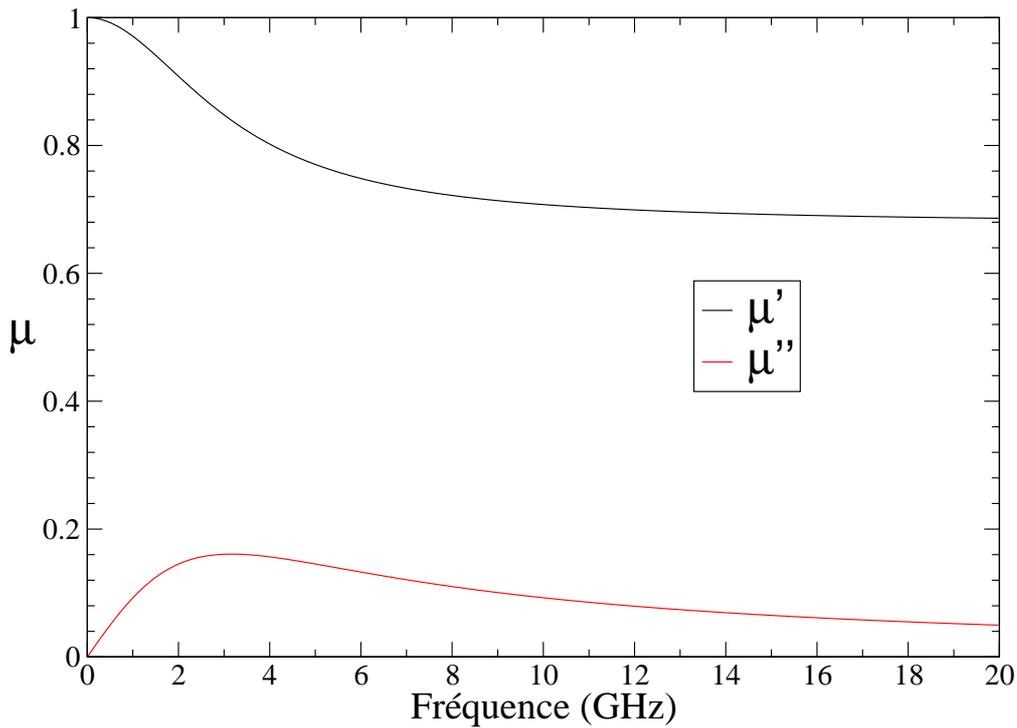


FIG. 2.10 – Perméabilité d'un composite à base de tubes métalliques creux.

### 2.3.2 Composites à inclusions filaires en réseau cubique

Depuis de nombreuses années, on sait que les réseaux de fils parallèles peuvent se comporter comme des polariseurs en hyperfréquences. Récemment, il a été montré que ces réseaux peuvent présenter des

permittivités négatives sur de larges bandes de fréquence [4, 24]. Dans la littérature, on trouve deux études très complémentaires de ce phénomène : celle de Pendry [21] et celle de Sarychev [17]. Dans tous les cas, ce phénomène de permittivité artificielle n'est pas issu d'une résonance de l'inclusion, mais des propriétés conductrices des métaux et d'une géométrie particulière éclairée par une onde polarisée.

### Résonance plasmon abaissée

Pendry s'attache à abaisser la fréquence de résonance plasmon pour créer une permittivité négative artificielle. Cette résonance plasmon est une propriété des métaux. Dans un métal, il existe des électrons libres. D'après le modèle de Drude, l'équation du mouvement  $u$  de ces électrons libres est du type :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \gamma \frac{du}{dt} = -\frac{e}{m} E_0 e^{j\omega t}. \quad (2.10)$$

Cela signifie que les électrons ne sont pas liés à un noyau par une force de rappel, qu'ils subissent un champ électrique  $E_0 e^{j\omega t}$  et des collisions,  $\gamma$  étant inversement proportionnel au libre parcours moyen de l'électron  $\tau$ , soit  $\gamma = 1/\tau$ . Du déplacement  $u$  des électrons, on déduit la polarisation et la permittivité d'un métal :

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + j\gamma)} \quad (2.11)$$

avec

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}, \quad (2.12)$$

la pulsation du plasmon, où  $e$  est la charge de l'électron,  $m$  sa masse et  $n$  la densité d'électrons libres.

La permittivité de l'aluminium<sup>4</sup> d'après ce modèle est donnée sur la figure 2.11. Pour les basses fréquences, la permittivité est négative, et les ondes électromagnétiques ne se propagent pas. Pour  $\omega = \omega_p$ , la permittivité est nulle. Cette fréquence plasmon est généralement située dans la partie visible ou ultraviolette du spectre ( $\omega \geq 10^{15} Hz$ ). Elle correspond à une oscillation collective du gaz d'électrons libres dans le métal, qui annule l'induction électrique. À haute fréquence, la permittivité vaut  $1 + j.0$ .

La motivation de Pendry [21] est de fabriquer un composite qui présente la même réponse diélectrique qu'un métal, mais dans le domaine du GHz plutôt que dans le visible<sup>5</sup>. Pendry tente de contraindre les électrons libres du métal à se déplacer dans une direction donnée en choisissant la topologie filaire. Il construit pour cela des réseaux de fils cubiques, comme décrit sur la figure 2.12, avec un champ électrique hyperfréquence normalement incident et parallèle aux fils. Le fait d'utiliser un treillis métallique réduit la densité moyenne d'électrons libres  $n_{eff} = n\pi r^2/a^2$ , car il y a moins de métal dans ce composite que dans une plaque massive. La concentration en métal de ces composites est très faible : la période  $a$  est de l'ordre du cm et le rayon des fils utilisés de l'ordre du  $\mu m$ . Il s'agit donc de composites extrêmement dilués.

<sup>4</sup>Pour l'aluminium, on a  $f_p = 3,62.10^{15} Hz$  et  $\gamma = 2,41.10^{13} Hz$

<sup>5</sup>En effet, la permittivité négative n'existe pas dans les matériaux diélectriques bruts en hyperfréquences.

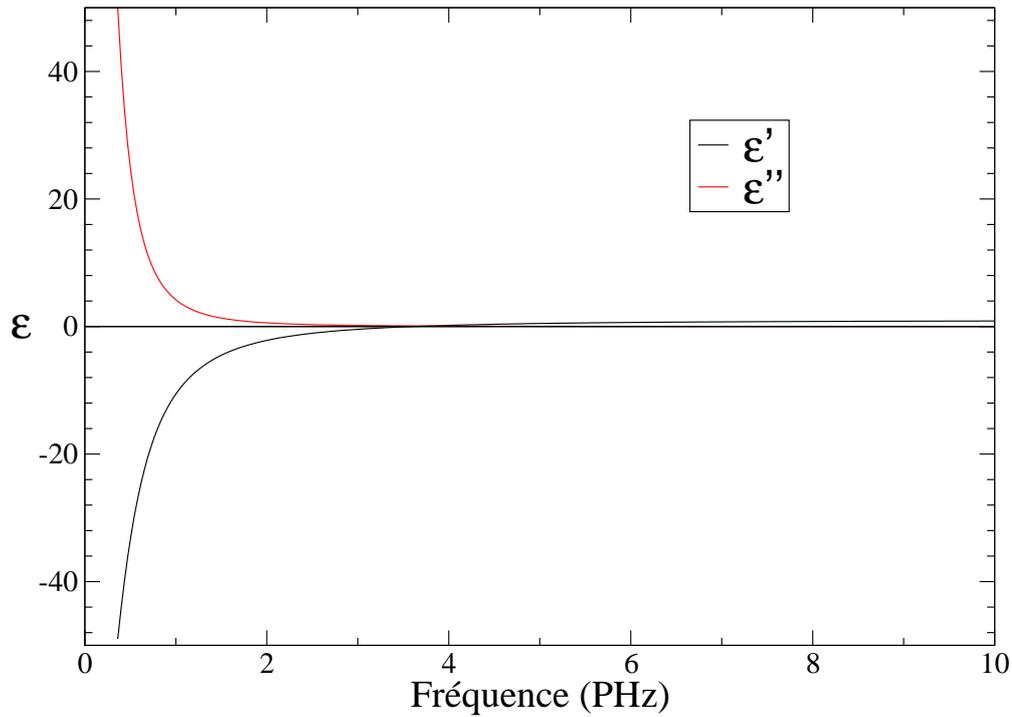


FIG. 2.11 – Permittivité de l'aluminium d'après le modèle de Drude.

Par ailleurs, en orientant le champ électrique incident selon l'axe des fils, un courant est créé dans le fil, qui engendre des champs magnétiques circulaires autour du fil<sup>6</sup>. Cet effet magnétique donne aux électrons libres une masse effective plus importante. Or, la fréquence plasmon dépend du rapport  $n_{eff}/m_{eff}$  (cf. équation (2.12)). C'est ce qui est observé dans le domaine des hyperfréquences pour un réseau de fils, comme indiqué sur la figure 2.13.

### Cas particulier d'un composite métal-diélectrique

Sarychev quant à lui décrit ces composites comme un cas particulier de mélange métal-diélectrique, où les inclusions sont des fils organisés comme un cristal en réseau cubique et éclairés par un champ électrique parallèle sous incidence normale. En tenant compte de l'effet de peau éventuel dans le composite, les champs sont calculés à l'intérieur des fils métalliques et du diélectrique. À l'aide de l'équation (2.13), on donne la permittivité effective du composite pour des fils infiniment longs :

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_d - \alpha \frac{2\varepsilon_m F(k_m r)}{(rk_m)^2 F(k_m r) \log(\frac{a}{r}) - 1}, \quad (2.13)$$

où  $\alpha = \pi r^2/a^2$  est le taux de remplissage du composite en métal,  $\varepsilon_d$  est la permittivité du diélectrique,  $\varepsilon_m$  est la permittivité du métal,  $r$  le rayon du fil métallique,  $a$  la période du réseau cubique,  $k_m$  le vecteur d'onde dans le métal, et  $F$  la fonction définie par  $F(x) = J_1(x)/xJ_0(x)$ , où  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel d'ordres 0 et 1. Dans le cas où l'effet pelliculaire est fort, ce qui est le cas étudié par Pendry, la

<sup>6</sup>Une explication détaillée de ce phénomène est donnée dans la partie IV.

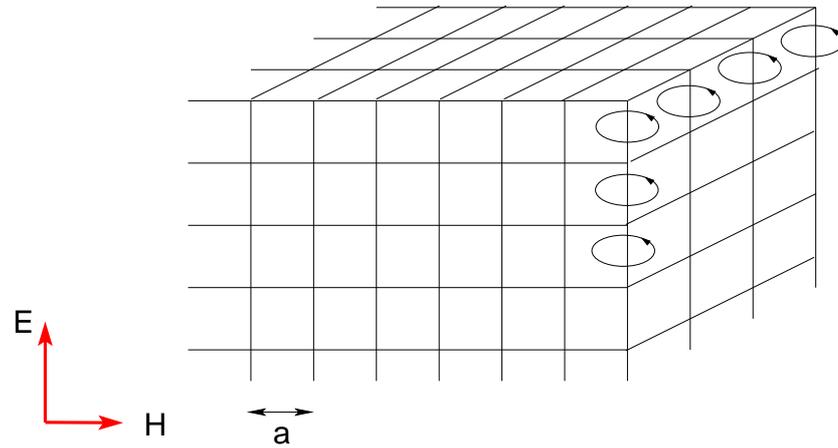


FIG. 2.12 – Réseau cubique de fils métalliques de période  $a$ , polarisation d'intérêt et champs magnétiques circulaires engendrés par le champ électrique incident.

formule se simplifie pour donner :

$$\varepsilon_e = \varepsilon_d - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}, \quad (2.14)$$

où la pulsation plasmon vaut :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{2\pi c_0^2}{a^2 \log \frac{a}{r}}}. \quad (2.15)$$

Pour ce régime de fonctionnement, la permittivité ne dépend que des caractéristiques géométriques du réseau étudié. Ceci est remarquable, on aurait pu s'attendre en effet à ce que le comportement dépende de la conductivité du métal. Il n'en est rien. D'autres régimes de fonctionnement sont mis en évidence dans la partie IV.

### Validité de la permittivité d'un réseau de fil

L'étude de ces composites se fait souvent selon la polarisation idéale décrite sur la figure 2.12. Cependant, on peut se demander si les formules développées seraient valides pour d'autres polarisations. Sarychev considère l'autre polarisation [17], c'est à dire le champ électrique perpendiculaire aux fils. Dans ce cas, on retrouve le cas étudié à la section 2.3.1. On observe de la perméabilité artificielle. Mais, comme la concentration en métal est très faible, la perméabilité vaut quasiment  $1 - j0$ .

Considérons maintenant une onde avec le champ électrique parallèle au fil mais ayant un angle d'incidence légèrement décalé de la normale. Dans ce cas, Pendry montre [21] que tant que l'angle reste petit, on peut considérer que le modèle développé précédemment est valide. Par contre, dès que l'on s'éloigne trop de la normale, la relation entre le vecteur d'onde et la fréquence n'est plus linéaire : un phénomène de diffraction apparaît. Il faut alors avoir recours à d'autres méthodes pour étudier le composite. Celles-ci ont été développées notamment pour modéliser les composites à bandes interdites photoniques [49, 19].

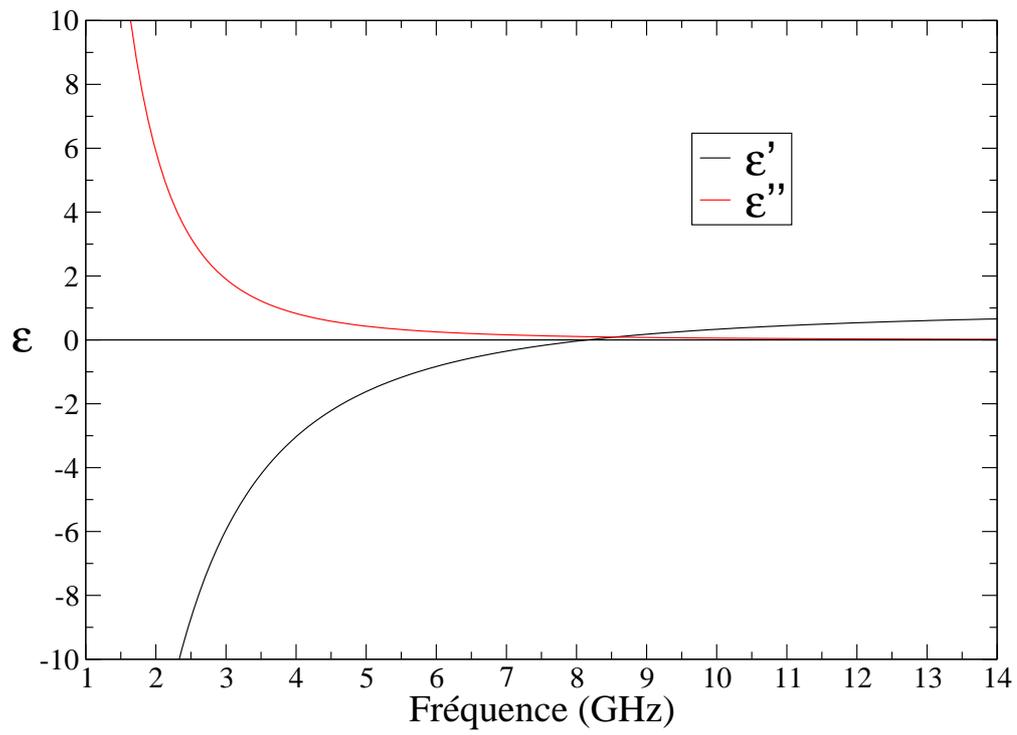


FIG. 2.13 – Permittivité d'un réseau de fils métalliques résonant à 8,42 GHz d'après Pendry [21].

# CHAPITRE 3

## Critères intégraux des matériaux bruts

Ce chapitre présente les limites intégrales récemment définies pour les matériaux bruts.

### Sommaire

---

<b>3.1 Critère intégral de Rozanov pour les matériaux diélectriques . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>3.2 Critère intégral CEA pour les matériaux magnétiques . . . . .</b>	<b>33</b>

---

Les relations de Kramers-Krönig [50] sont un exemple de relations intégrales portant sur les paramètres radioélectriques. Elles indiquent que le lien qui existe entre la partie imaginaire et la partie réelle de la permittivité et de la perméabilité est une relation intégrale de type transformée de Hilbert. Lorsqu'une application électronique (antenne, circuit intégré ou hybride) est développée, il est souvent nécessaire de choisir un substrat diélectrique ou magnétique. Ce choix se fait souvent par tâtonnements. Les relations de Kramers-Krönig ne sont d'aucune utilité pour aider à la décision. Par contre, il existe deux critères intégraux qui permettent d'évaluer les performances des matériaux bruts entre eux, notamment en ce qui concerne les propriétés d'absorption. Tous les deux donnent une borne sur le coefficient de réflexion d'une onde plane en incidence normale sur un écran de Dällenbach. Le premier a été développé par Rozanov et concerne les propriétés des diélectriques. Le second a été développé au sein du Laboratoire Matériaux Magnétiques et Hyperfréquences du CEA Le Ripault. Il concerne les propriétés magnétiques des matériaux bruts.

### 3.1 Critère intégral de Rozanov pour les matériaux diélectriques

Les travaux de Rozanov sur le critère intégral pour les diélectriques ont été publiés dans les références [51] et [10]. Le résultat obtenu est le suivant : soit une onde plane en incidence normale sur un écran de type Dällenbach constitué d'un plan métallique et d'un diélectrique d'épaisseur  $d$  (cf. figure 3.1), l'intégrale sur la longueur d'onde du module du logarithme du coefficient de réflexion  $\rho(\lambda)$  est alors borné

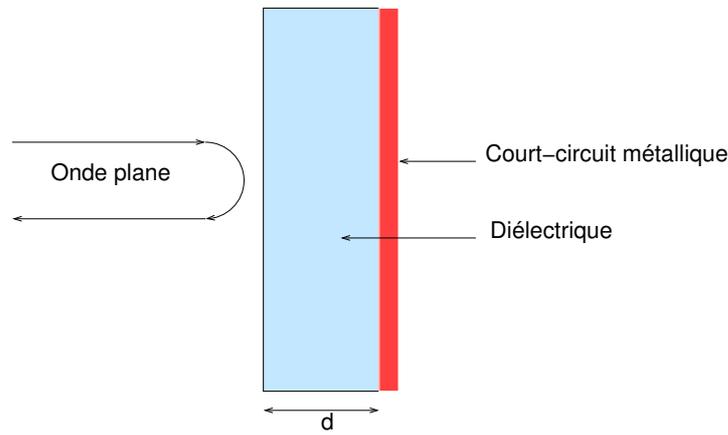


FIG. 3.1 – Ecran monocouche de Dällenbach éclairé par une onde plane sous incidence normale.

de la manière suivante :

$$\left| \int_0^{\infty} \ln |\rho(\lambda)| d\lambda \right| \leq 2\pi^2 \mu_s d, \quad (3.1)$$

où  $\mu_s$  la perméabilité statique, qui vaut 1 pour les diélectriques. D'une manière concrète, ce critère signifie que l'aire sous la courbe du logarithme du coefficient de réflexion  $R = \ln(\rho(\lambda))$  est bornée par l'épaisseur  $d$  du matériau multipliée par  $2\pi^2$  (cf. figure 3.2). Cette limite ne dépend donc pas de la permittivité. C'est d'ailleurs ce qui fait son intérêt : elle permet de comparer la qualité des absorbants diélectriques pour une même épaisseur. Le meilleur absorbant est celui dont l'intégrale du logarithme du module du coefficient de réflexion sur la longueur d'onde est la plus proche de la borne  $2\pi^2 d$ .

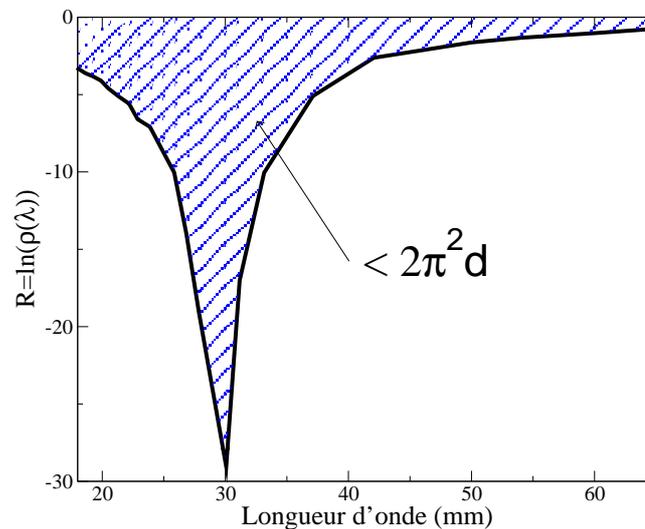


FIG. 3.2 – Exemple de logarithme du module du coefficient de réflexion en fonction de la longueur d'onde.

La démonstration de ce critère repose sur le principe de causalité et le théorème de Cauchy. Elle suit exactement la démarche donnée au chapitre 5.

## 3.2 Critère intégral CEA pour les matériaux magnétiques

La limite de Rozanov n'est pas pertinente pour les matériaux magnétiques car elle fait intervenir la perméabilité statique, qui n'est pas un paramètre intrinsèque au matériau. En effet, on peut avoir des niveaux de perméabilité différents pour un même matériau magnétique, en fonction de son état d'aimantation. Pour les absorbants magnétiques, une limite a été trouvée [11] qui détermine la masse minimale de matière magnétique nécessaire pour obtenir un gabarit d'absorption donné. Elle n'est fonction que de l'épaisseur et de l'aimantation à saturation du matériau  $M_s$ <sup>1</sup>. Le critère s'écrit :

$$\left| \int_0^{+F_m} \ln |\rho| dF \right| \leq \frac{d}{c_o} \gamma^2 M_s^2 \quad (3.2)$$

où  $M_s$  est l'aimantation à saturation du matériau,  $c_o$  la vitesse de la lumière et  $\gamma$  le rapport gyro-magnétique. Ce critère est une intégrale sur la fréquence (cf. figure 3.3), contrairement au précédent qui s'effectue sur la longueur d'onde. Ce critère signifie que l'aire sous la courbe du coefficient de réflexion en dB est bornée par une constante multipliée par l'épaisseur  $d$  du matériau et par le carré de l'aimantation à saturation  $M_s$  (cf. figure 3.3). Il permet d'évaluer les performances des matériaux bruts et des composites magnétiques entre eux.

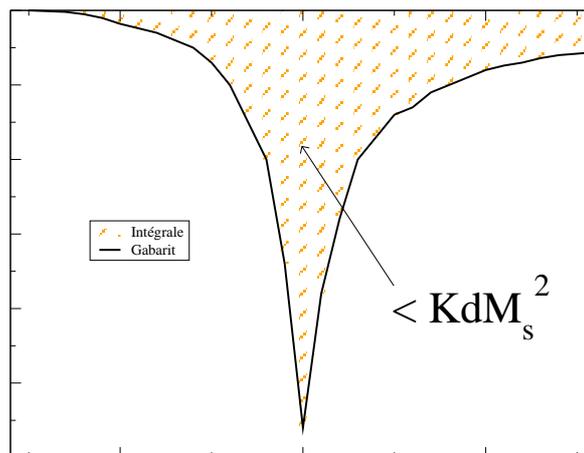


FIG. 3.3 – Exemple de logarithme du module du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence.

La référence [15] donne la démonstration de ce critère. Elle repose sur un modèle de gyromagnétisme et le théorème de Cauchy. Cependant, on suppose que l'épaisseur de matériau est faible devant la longueur d'onde qui le traverse. Cette hypothèse permet d'éliminer la permittivité du matériau dans les équations et l'arrêt de l'intégration à une fréquence  $F_m$  qui respecte cette condition. De ce fait, ce critère n'est valable que pour des matériaux magnétiques<sup>2</sup> dont l'épaisseur est faible devant la longueur d'onde. Il n'existe pas pour l'instant de critère général pour un absorbant magnéto-diélectrique.

<sup>1</sup> $M_s$  est un paramètre intrinsèque à un matériau magnétique.

<sup>2</sup>Pour un diélectrique,  $M_s = 0$  et on se rend compte que l'inégalité n'a plus de sens.



## Deuxième partie

# Limite des performances en absorption des métamatériaux chiraux



Dans ce chapitre, on rappelle les caractéristiques essentielles des milieux chiraux, utiles pour le développement du critère intégral.

### Sommaire

4.1	Chiralité . . . . .	37
4.2	Relations constitutives . . . . .	38
4.3	Vecteurs d'onde . . . . .	38
4.4	Impédance d'onde . . . . .	39

## 4.1 Chiralité

La chiralité est une notion géométrique qui concerne la latéralité d'un objet. Par définition, un objet chiral est un objet qui ne peut pas être superposé par translation ou rotation à son image issue d'un miroir (cf. figure 4.1). On parle alors de latéralité droite ou gauche pour distinguer l'objet de son image. La conséquence de cette propriété est connue sous le nom d'activité optique.

L'activité optique d'un milieu de propagation est sa capacité à faire tourner le plan de polarisation d'une onde électromagnétique. L'angle de rotation par unité de longueur de propagation et de masse de composite s'appelle le pouvoir rotatoire du milieu. C'est un phénomène réciproque, à la différence de l'effet Faraday [50].

Il existe à l'état naturel des matériaux qui contiennent des molécules dissymétriques de ce type auxquelles Pasteur lui-même s'est intéressé. Ils sont utilisés dans le domaine de l'optique. Afin de déplacer cette caractéristique vers les plus basses fréquences, et notamment dans le domaine des microondes, il est nécessaire d'augmenter la taille des objets chiraux [52]. Les chiraux en hyperfréquences sont principalement des composites constitués d'hélices métalliques noyées dans une matrice diélectrique [3].

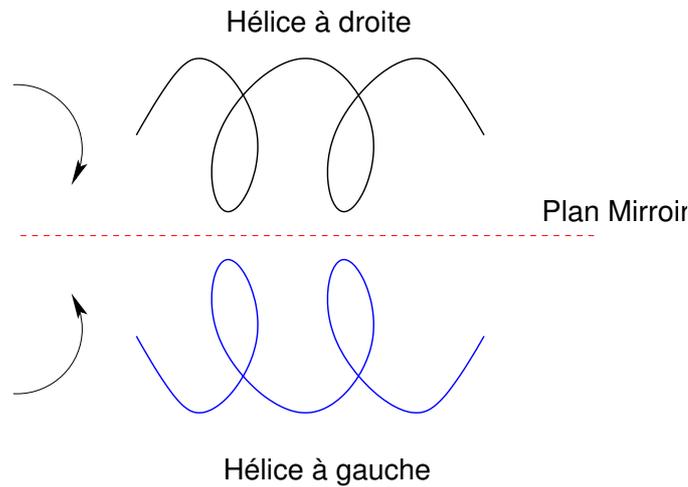


FIG. 4.1 – Objet et son image à travers un miroir.

## 4.2 Relations constitutives

Les équations de Maxwell ne contiennent pas en elles-mêmes la propriété de chiralité mais seulement les propriétés d'induction électrique  $\mathbf{D}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  relativement au champ  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{E}$ . La chiralité doit être considérée comme une propriété externe aux champs et propre au matériau. Pour rendre compte de l'activité optique, des modèles électromagnétiques ont été développés, caractérisant les milieux chiraux [53, 54, 50] grâce aux relations constitutives. Ces modèles sont équivalents et l'on sait établir des relations bi-univoques de correspondance entre eux.

Les milieux chiraux isotropes sont des milieux biisotropes réciproques [55]. Or, un milieu est réciproque s'il vérifie certaines conditions. Si les relations de constitutions s'écrivent  $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + \xi\mathbf{H}$  et  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \zeta\mathbf{E}$  (cas d'un matériau biisotrope), alors les conditions de réciprocité [50] imposent  $\xi = -\zeta$ . Pour la suite des calculs, on adopte les relations constitutives suivantes :

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + jg\mathbf{H} \quad (4.1)$$

et

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} - jg\mathbf{E}. \quad (4.2)$$

où  $\varepsilon$ ,  $\mu$  et  $g$  sont des nombres complexes.

## 4.3 Vecteurs d'onde

À partir des équations de Maxwell pour des champs harmoniques, on obtient l'équation d'onde pour le champ  $\mathbf{V}$  électrique ou magnétique :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{V} - \omega^2(\varepsilon\mu - g^2)\mathbf{V} + 2\omega g\nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (4.3)$$

Les modes propres de propagation sont l'onde circulairement polarisée à droite (RCP) et l'onde circulairement polarisée à gauche (LCP)[25]. Les constantes de propagation associées à chacune des deux

polarisations sont (convention électronique) :

$$k_d = \omega(g + \sqrt{\varepsilon\mu}) \quad (4.4)$$

et

$$k_g = \omega(-g + \sqrt{\varepsilon\mu}). \quad (4.5)$$

Pour étudier un tel milieu, il suffit d'étudier ses deux modes propres, sachant que toute autre polarisation peut être obtenue par combinaison linéaire de ces derniers.

## 4.4 Impédance d'onde

Pour une polarisation circulaire droite, le champ électrique s'écrit :

$$\mathbf{E}_d = E_d \exp j(\omega t - k_d z)(\mathbf{e}_x + j\mathbf{e}_y) \quad (4.6)$$

et pour une polarisation circulaire gauche :

$$\mathbf{E}_g = E_g \exp j(\omega t - k_g z)(\mathbf{e}_x - j\mathbf{e}_y). \quad (4.7)$$

On remarque alors que :

$$\nabla \times \mathbf{E}_d = -k_d \mathbf{E}_d \quad (4.8)$$

et que :

$$\nabla \times \mathbf{E}_g = k_g \mathbf{E}_g. \quad (4.9)$$

D'après l'équation de Maxwell-Ampère et l'équation précédente :

$$\mathbf{E}_d = j \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \mathbf{H}_d \quad (4.10)$$

et

$$\mathbf{E}_g = -j \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \mathbf{H}_g. \quad (4.11)$$

En notant  $Z_i = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ , on a  $E_d = jZ_i H_d$  et  $E_g = -jZ_i H_g$ . Les relations constitutives du matériau peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \mathbf{D}_d = (\varepsilon + g/Z_i) \mathbf{E}_d \\ \mathbf{B}_d = (\mu + gZ_i) \mathbf{H}_d \end{cases} \quad (4.12)$$

et

$$\begin{cases} \mathbf{D}_g = (\varepsilon - g/Z_i) \mathbf{E}_g \\ \mathbf{B}_g = (\mu - gZ_i) \mathbf{H}_g \end{cases} \quad (4.13)$$

Le matériau se comporte alors pour chaque polarisation comme un matériau magnéto-diélectrique dont les permittivité et perméabilité s'expriment en fonction de  $g$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$ . On montre facilement que [56, 57]

$$\frac{(\mu + gZ_i)}{(\varepsilon + g/Z_i)} = \frac{(\mu - gZ_i)}{(\varepsilon - g/Z_i)} = \frac{\mu}{\varepsilon} = Z_i^2. \quad (4.14)$$

Les lois constitutives du matériau conduisent à la même impédance tant pour les composantes RCP et LCP que pour le champ total. L'impédance intrinsèque d'un milieu chiral est donnée par la définition classique de l'impédance dans un milieu magnéto-diélectrique.



# CHAPITRE 5

## Détermination du critère intégral

Ce chapitre contient la démonstration de la limite théorique ultime au pouvoir absorbant d'un écran chiral.

### Sommaire

5.1	Intérêt d'un critère intégral pour les métamatériaux chiraux . . . . .	41
5.2	Calcul du coefficient de réflexion sur un multicouche chiral . . . . .	41
5.3	Application du théorème de Cauchy . . . . .	42
5.4	Calcul de la limite intégrale . . . . .	44

## 5.1 Intérêt d'un critère intégral pour les métamatériaux chiraux

Durant les vingt dernières années, un effort de recherche significatif a été consacré aux propriétés microondes des milieux chiraux [12, 58, 54, 3, 59, 60]. On pensait alors que les chiraux pourraient avoir des propriétés remarquables, en particulier pour concevoir des absorbants radar. Des expériences ont mis en évidence ces propriétés [61, 62], mais il n'est pas évident que ces résultats indiquent une percée significative dans le domaine, en comparaison avec les matériaux existants [63, 9, 64]. De fait, l'intérêt porté au chiraux semble avoir diminué depuis quelques années. Cependant, la nature profonde des limites de ces absorbants n'a pas bien été cernée. Cela peut être dû à la difficulté de les fabriquer. Cela peut être dû à une mauvaise utilisation du paramètre de chiralité. En fait, ces limites sont certainement d'une nature plus fondamentale. Dans ce chapitre, on montre définitivement que la chiralité ne permet pas de dépasser les limites de l'intégrale du logarithme du coefficient de réflexion sur la longueur d'onde, même si l'absorbant est un multicouche.

## 5.2 Calcul du coefficient de réflexion sur un multicouche chiral

Pour calculer le coefficient de réflexion d'un écran multicouche, on utilise les matrices de passage qui relient les composantes de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  à l'interface d'une couche  $m$  aux champs de l'interface de la couche

$m - 1$ [65]. Pour chaque polarisation RCP ou LCP, on a :

$$\begin{bmatrix} E_{m-1} \\ H_{m-1} \end{bmatrix} = [A_{m\pm}] \begin{bmatrix} E_m \\ H_m \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

où

$$A_{m\pm} = \begin{bmatrix} \cos(k_m d_m) & j z_m \sin(k_m d_m) \\ \frac{j}{z_m} \sin(k_m d_m) & \cos(k_m d_m) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

et  $k_m = k_d$  ou  $k_m = k_g$ . On associe RCP au signe + et LCP au signe -.

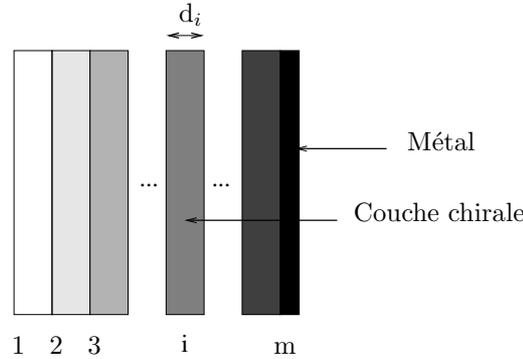


FIG. 5.1 – Multicouche chirale avec court-circuit sur la face arrière.

On note  $A$  la matrice :

$$A_{\pm} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = [A_1][A_2] \cdots [A_m] \quad (5.3)$$

Cette matrice décrit la relation entre les champs à l'intérieur du multicouche. Une impédance d'entrée effective peut-être définie par :

$$Z_{\pm} = \frac{a_{11} z_m + a_{12}}{a_{22} + a_{21} z_m} \quad (5.4)$$

où  $z_m$  vaut zéro, car la dernière couche est métallique. Le coefficient de réflexion total vaut alors :

$$\rho_{\pm} = \frac{Z_{\pm} - Z_0}{Z_{\pm} + Z_0} \quad (5.5)$$

pour chaque polarisation RCP et LCP.  $Z_0$  représente l'impédance du vide. En particulier, cette formule est valable pour un multicouche intégrant des couches chirales et des couches isotropes diélectriques. Si l'épaisseur  $d_i$  de chaque couche est petite comparée à la longueur d'onde, le coefficient de réflexion du multicouche au premier ordre en  $d_i/\lambda$  est :

$$\rho_{\pm} = -1 + j \frac{4\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^n (\mu_i \pm g_i c_o \sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}) d_i. \quad (5.6)$$

### 5.3 Application du théorème de Cauchy

Pour appliquer le théorème de Cauchy à une fonction sur un domaine, il faut que celle-ci soit analytique sur ce domaine. Une manipulation préalable est donc nécessaire pour pouvoir appliquer ce théorème. Les champs électromagnétiques sont supposés avoir une dépendance temporelle en  $\exp(j\omega t)$ , c'est pourquoi

$\rho(\lambda)$  est une fonction analytique sur le demi-plan complexe supérieur en  $\lambda$  [66].  $\rho(\lambda)$  peut avoir des zéros dans le demi-plan complexe supérieur, donc  $\ln(\rho(\lambda))$  n'est pas analytique sur le demi-plan complexe supérieur. Comme Rozanov [10], on introduit une fonction auxiliaire  $\rho'$  :

$$\rho'(\lambda) = \rho(\lambda)\Pi(\lambda) \quad (5.7)$$

avec

$$\Pi(\lambda) = \frac{\prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i^*)}{\prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i)} \quad (5.8)$$

où les  $\lambda_i$  sont les zéros de  $\rho(\lambda)$  dans le demi-plan complexe supérieur, et où \* signifie le conjugué complexe.  $\Pi$  permet de neutraliser les zéros du demi-plan complexe supérieur de la fonction  $\rho$ . La fonction  $\ln \rho'(\lambda)$  est donc analytique sur le demi-plan complexe supérieur<sup>1</sup>.

Appliquons le théorème de Cauchy à la fonction auxiliaire  $\ln \rho'(\lambda)$  sur le contour  $C$  (cf. figure 5.2). Ce contour est constitué de l'axe des parties réelles de la longueur d'onde en entier et fermé par le demi-cercle supérieur  $C_\infty$ .

$$\int_C \ln(\rho') d\lambda = \int_C \ln(\rho) d\lambda + \int_C \ln \Pi(\lambda) d\lambda = 0 \quad (5.9)$$

On remarque que l'on peut également écrire :

$$\Re \int_C \ln(\rho') d\lambda = \Re \int_C \ln(\rho) d\lambda + \Re \int_C \ln \Pi(\lambda) d\lambda = 0 \quad (5.10)$$

où  $\Re$  signifie partie réelle.

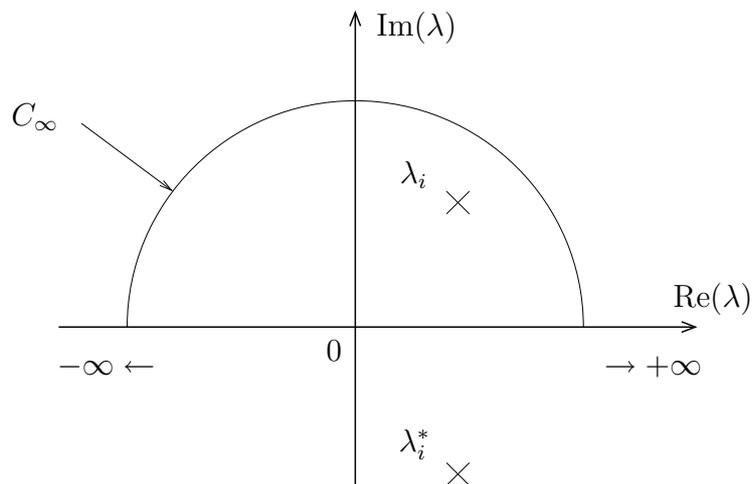


FIG. 5.2 – Plan complexe et zéros de  $\rho(\lambda)$  dans le demi-plan supérieur

<sup>1</sup>Ici une hypothèse forte vient d'être faite sur la nature polynomiale du coefficient de réflexion. En électronique, toutes les fonctions de transfert et d'adaptation peuvent se mettre sous la forme de fractions rationnelles de polynômes. Les concepts de limites intégrales sont d'ailleurs issus de l'électronique développée par Bode et Fano [67, 68]. Dans le domaine des matériaux, on utilise la théorie des lignes et les impédances des couches des matériaux. Dans notre cas, on fait donc également l'hypothèse que le coefficient de réflexion n'a pas de zéro autre que polynomial de degré  $n$ .

## 5.4 Calcul de la limite intégrale

D'abord, on calcule l'intégrale de  $\ln(\Pi(\lambda))$  sur le contour  $C$  :

$$\int_C \ln \Pi(\lambda) d\lambda = \int_C \ln \frac{\prod_{i=1}^n (1 - \frac{\lambda_i^*}{\lambda})}{\prod_{i=1}^n (1 - \frac{\lambda_i}{\lambda})} d\lambda = \int_C \sum_{i=1}^n \left[ \ln(1 - \frac{\lambda_i^*}{\lambda}) - \ln(1 - \frac{\lambda_i}{\lambda}) \right] d\lambda. \quad (5.11)$$

Le long du contour  $C$ , le module de  $\lambda$  tend vers l'infini. On peut donc utiliser le développement limité de  $\ln(1+x)$  lorsque  $x \rightarrow 0$ . L'équation précédente s'écrit alors :

$$\int_C \ln \Pi(\lambda) d\lambda = \int_C \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\lambda_i}{\lambda} - \frac{\lambda_i^*}{\lambda} \right] d\lambda = \sum_{i=1}^n 2j \Im m(\lambda_i) \int_C \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (5.12)$$

où  $\Im m$  signifie partie imaginaire. D'après le théorème des résidus, on a  $\int_C \frac{d\lambda}{\lambda} = 2\pi j$ . Finalement :

$$\int_C \ln \Pi(\lambda) d\lambda = -4\pi \sum_{i=1}^n \Im m(\lambda_i). \quad (5.13)$$

On observe que le membre de droite de cette équation est réel, négatif ou nul, car les parties imaginaires des zéros de  $\rho(\lambda)$  sont situées dans le demi-plan complexe supérieur.

On décompose ensuite l'intégrale de  $\ln(\rho)$  sur  $C$  comme suit :

$$\int_C \ln(\rho) d\lambda = \int_{C_\infty} \ln(\rho) d\lambda + \int_{-\infty}^{+\infty} \ln(\rho) d\lambda \quad (5.14)$$

À partir de l'équation (5.6), en écrivant un développement limité de  $\ln(\rho)$  lorsque  $\lambda \rightarrow +\infty$ , on montre que<sup>2</sup> :

$$\int_{C_\infty} \ln(\rho) d\lambda = 4\pi^2 \left( \mu_s + g_s c_o \sqrt{\frac{\mu_s}{\varepsilon_s}} \right) d \quad (5.15)$$

où  $\mu_s$ ,  $\varepsilon_s$  et  $g_s$  représentent les valeurs statiques des paramètres  $\mu$ ,  $\varepsilon$  et  $g$ .

L'intégrale le long de l'axe des parties réelles est calculée en utilisant la relation qui lie l'analyticité à la causalité [66]. Celle-ci nous dit que :

$$\rho^*(\lambda) = \rho(-\lambda^*) \quad (5.16)$$

Pour des longueurs d'ondes réelles, cette relation donne  $\rho^*(\lambda) = \rho(-\lambda)$ . En conséquence :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \ln(\rho) d\lambda = \int_{-\infty}^0 \ln(\rho) d\lambda + \int_0^{+\infty} \ln(\rho) d\lambda = \int_0^{+\infty} \ln(\rho^* \rho) d\lambda = 2 \int_0^{+\infty} \ln |\rho| d\lambda. \quad (5.17)$$

Finalement, comme la quantité de droite de l'équation (5.13) est négative ou nulle, l'équation (5.10) devient :

$$-\int_0^{\infty} \ln |\rho(\lambda)| d\lambda \leq 2\pi^2 \sum_{i=1}^n (\mu_{s_i} \pm g_{s_i} c_o \sqrt{\frac{\mu_{s_i}}{\varepsilon_{s_i}}}) d_i. \quad (5.18)$$

<sup>2</sup>Dans la suite du calcul, l'index  $\pm$  sera omis, le calcul étant le même pour chaque polarisation.

La limite statique du paramètre de chiralité est zéro. Donc le résultat précédent se simplifie en :

$$-\int_0^{\infty} \ln |\rho(\lambda)| d\lambda \leq 2\pi^2 \sum_{i=1}^n \mu_{s_i} d_i. \quad (5.19)$$

Comme  $\ln \rho(\lambda) < 0$ , celle-ci peut également s'écrire :

$$\left| \int_0^{\infty} \ln |\rho(\lambda)| d\lambda \right| \leq 2\pi^2 \sum_{i=1}^n \mu_{s_i} d_i. \quad (5.20)$$

Cette limite s'applique au coefficient de réflexion de n'importe quel écran multicouche chiral. Cela signifie que la limite de Rozanov est la même pour les matériaux diélectriques et chiraux.

Ce résultat ne signifie pas que la chiralité est inutile pour la conception d'absorbants d'ondes hyperfréquences. En fait, la chiralité peut-être une solution pour atteindre cette borne supérieure. C'est pourquoi nous avons calculé l'intégrale (5.19) pour comparer les performances des milieux chiraux et diélectriques.



# CHAPITRE 6

## Vérification expérimentale des limites intégrales

Ce chapitre retrace la vérification expérimentale de la limite intégrale préalablement établie.

### Sommaire

6.1 Mesures . . . . .	47
6.2 Vérification du critère de Rozanov . . . . .	47
6.3 Vérification du critère pour les chiraux . . . . .	48

## 6.1 Mesures

Pour valider le critère intégral précédemment développé, il faut disposer de mesures des coefficients de réflexion de matériaux sur court-circuit. Pour bien mettre en évidence les performances respectives des matériaux, un absorbant commercial diélectrique standard a été mesuré grâce à un banc d'antennes focalisées au sein de notre laboratoire. La mesure de ce diélectrique permet de confirmer que :

- la limite de Rozanov n'est pas dépassée,
- cette limite est une borne supérieure qui peut être atteinte.

On peut alors se demander, s'il en est de même pour les composites chiraux. Pour cela, des résultats disponibles dans la littérature ont été utilisés [62, 9].

## 6.2 Vérification du critère de Rozanov

L'Eccosorb DSF 10<sup>®</sup> est un absorbant diélectrique disponible dans le commerce chez Emerson & Cuming. Son épaisseur est de 1,6 mm. Le coefficient de réflexion d'une plaque de 300x300mm<sup>2</sup> de cette matière a été mesuré dans la configuration de Dällenbach dans la bande 2-18 GHz. Le maximum d'absorption est centré sur 10 GHz. L'intégrale (5.19) est calculée sur la longueur d'onde de 17 mm à 150

mm à partir des résultats expérimentaux qui sont reportés sur les figures 6.1 et 6.2. Elle est comparée à la limite de Rozanov  $2\pi^2d$ . On observe que l'intégrale atteint 97% de la limite sur la bande de longueur d'onde considérée qui n'est pas infinie. Ce résultat est donc en très bon accord avec la limite établie par Rozanov. Ce résultat indique également que l'on peut fabriquer des matériaux dont les propriétés électromagnétiques permettent de s'approcher très près de la limite.

Il est important de noter que l'intégration (5.19) est réalisée sur la longueur d'onde, alors qu'il est plus commun de représenter l'absorption en fonction de la fréquence. Pour cette raison, le coefficient de réflexion  $R$  en dB est représenté en fonction de la fréquence sur la figure 6.1 et en fonction de la longueur d'onde sur la figure 6.2.

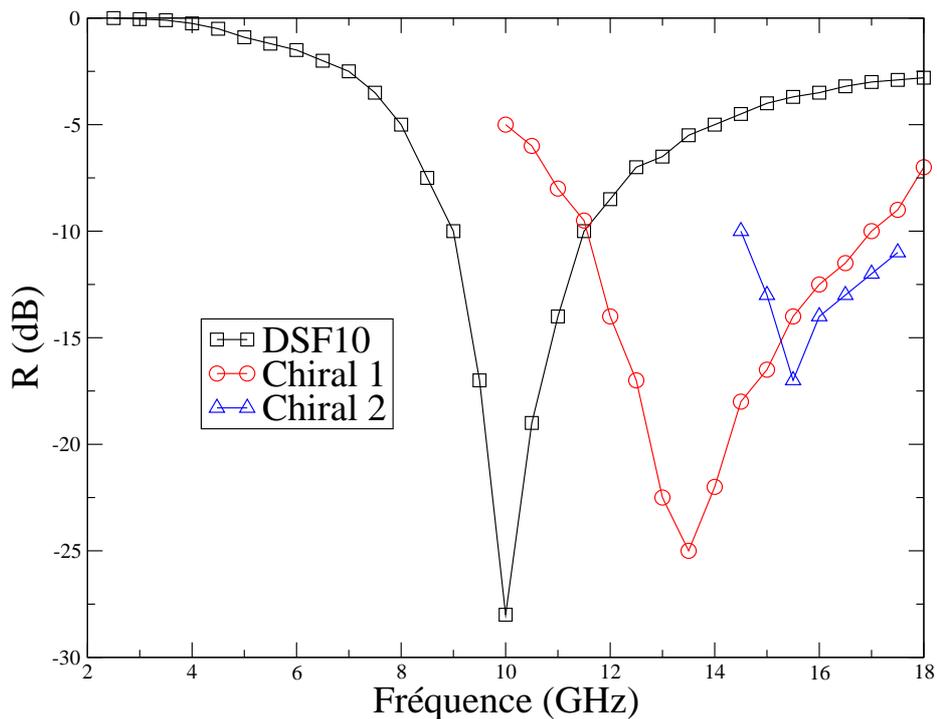


FIG. 6.1 – Coefficient de réflexion du dielectrique DSF10 et de deux chiraux en fonction de la fréquence

### 6.3 Vérification du critère pour les chiraux

Dans la littérature, on trouve quelques mesures de coefficients de réflexion sur court-circuit avec des composites chiraux. Deux ont été choisies [62, 9]. Elles sont représentées sur les figures 6.1 et 6.2. L'intégrale de l'absorption sur la longueur d'onde a été calculée pour chaque composite dans la bande de mesure.

Le premier composite chiral atteint 6% de la limite et le second 10% (cf. tableau 6.1). Il apparaît donc que les propriétés d'absorption sont bien inférieures à cette limite. Ceci peut-être attribué partiellement à la mesure qui est effectuée sur une bande de fréquence limitée : l'intégrale sur l'ensemble des longueurs d'onde possibles serait plus grande. Cependant, il faut également attribuer ces faibles performances à la

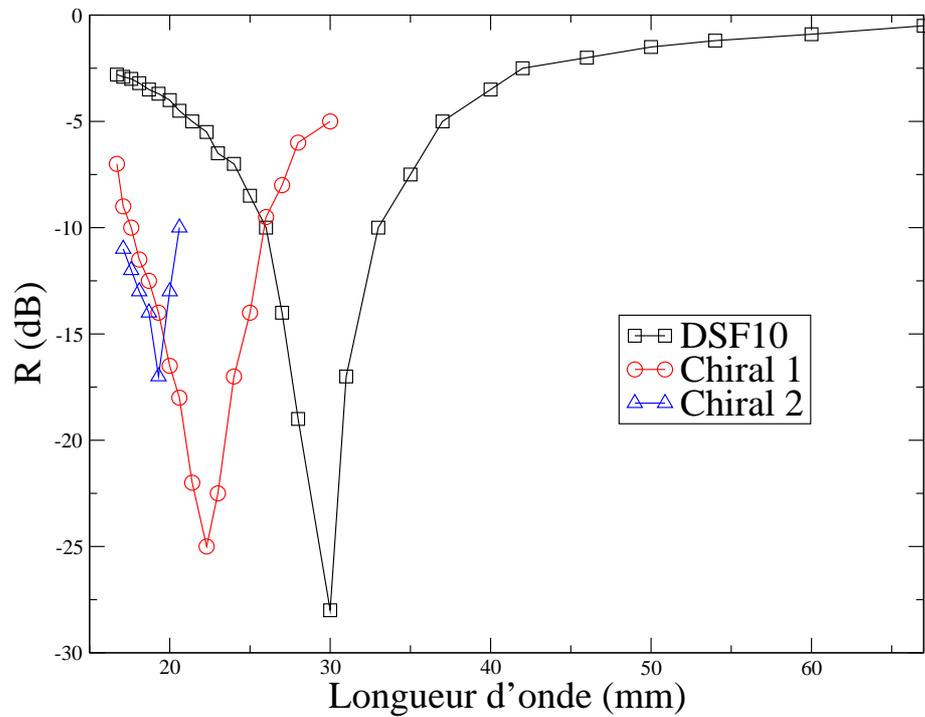


FIG. 6.2 – Coefficient de réflexion du diélectrique DSF10 et de deux chiraux en fonction de la longueur d'onde

conception de ces composites qui n'est peut-être pas optimale.

Dans cette partie, il a été démontré que la limite de l'intégrale du logarithme du coefficient de réflexion sur la longueur d'onde est la même pour les diélectriques et les composites chiraux<sup>1</sup>. Des résultats expérimentaux confirment que cette limite est une borne supérieure et que les performances des chiraux extraits de la littérature sont faibles par rapport à celles des diélectriques. Néanmoins, cela n'exclut pas que leur utilisation soit pertinente pour obtenir une réponse spectrale spécifique ou pour réaliser d'autres fonctions. De plus, cette limite n'est pas valable dans le cas où la matrice est magnétique, car elle fait intervenir la perméabilité statique qui n'est pas un paramètre intrinsèque de la matière magnétique. Que se passe-t-il si l'on crée des composites à base de boucles et de matières magnétiques? Comment se comporte le métamatériau lorsque les boucles sont chargées par des éléments électroniques?

<sup>1</sup>Cette étude a fait l'objet d'une publication [69] et d'une communication [70].

TAB. 6.1 – Caractéristiques des absorbants diélectriques et chiraux.

Références	Unités	DFS10	Chiral 1 [62]	Chiral 2 [9]
Épaisseur $d$	mm	1.6	11.2	5
Bande mesurée	GHz	2-18	10-18	14.5-17.5
$2\pi^2 d$	mm	31.5	220	99
$-\int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \ln  \rho  d\lambda$	mm	30.6	22	6

Troisième partie

**Composites à perméabilité artificielle**



# CHAPITRE 7

## Mise en évidence expérimentale de la perméabilité artificielle

Ce chapitre relate la mesure de la perméabilité artificielle de composites à inclusions inductives. Des noyaux magnétiques exaltent la perméabilité artificielle créée.

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Dispositif de mesure . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>7.2</b>	<b>Hélices en circuit ouvert . . . . .</b>	<b>55</b>
7.2.1	Description des composites à hélices mesurés . . . . .	55
7.2.2	Observation de la perméabilité artificielle . . . . .	57
7.2.3	Influence de la longueur de boucle sur la fréquence de résonance . . . . .	57
7.2.4	Influence de la section de l'hélice sur la fréquence de résonance . . . . .	57
7.2.5	Permittivité de l'hélice . . . . .	60
<b>7.3</b>	<b>Hélices comprenant une matrice magnétique . . . . .</b>	<b>63</b>
7.3.1	Composites magnétiques utilisés : LIFT . . . . .	63
7.3.2	Exaltation de la perméabilité artificielle . . . . .	63
<b>7.4</b>	<b>Boucles chargées par un composant électronique discret . . . . .</b>	<b>66</b>
7.4.1	Description des boucles et du support . . . . .	66
7.4.2	Caractéristiques de la boucle seule . . . . .	66
7.4.3	Boucle chargée par un condensateur en parallèle . . . . .	69
7.4.4	Boucle chargée par un condensateur et une résistance en série . . . . .	69
<b>7.5</b>	<b>Boucles chargées par un condensateur avec un noyau magnétique de largeur limitée . . . . .</b>	<b>71</b>

---

Les inclusions métalliques en forme de boucle ou d'hélice sont des dipôles au sens électronique, car ces circuits possèdent simplement deux bornes. Ce sont des dipôles au sens électromagnétique car pour leurs fréquences de résonance propres, ils se comportent comme des éléments rayonnants petits devant la longueur d'onde. Différents regards peuvent se porter sur ces inclusions.

D'un point de vue électronique, ce sont des résonateurs inductifs, parfaitement décrits par leur impédance  $Z_b$ . Pour les basses fréquences, ces inclusions sont des inductances. Lorsque la fréquence augmente, l'impédance  $Z_b$  n'est plus celle d'un élément localisé : c'est un circuit résonant distribué. L'inclusion peut être modélisée par à un circuit RLC parallèle.

D'un point de vue électromagnétique, ces dipôles ont des polarisabilités magnétiques et/ou électriques qui varient selon la polarisation de l'onde incidente. D'après la partie I, on sait que ces polarisabilités sont prises en compte dans les matériaux homogénéisés par des permittivités et des perméabilités effectives. Celles-ci sont modélisées à partir des champs électromagnétiques dans l'inclusion (cf. équations (1.12) et (1.13)).

*Ce chapitre établit un lien entre les points de vue électronique et électromagnétique, entre l'impédance des dipôles et les paramètres effectifs des composites.*

## 7.1 Dispositif de mesure

Pour mesurer la perméabilité des composites magnétiques artificiels, un banc de caractérisation en ligne coaxiale court-circuitée a été utilisé. Ce banc est photographié sur la figure 7.1. Pour pouvoir caractériser des composites dont les inclusions ont une dimension caractéristique allant jusqu'au centimètre, on a choisi d'utiliser la ligne APL40 (cf. figure 7.2) qui possède un rayon extérieur de 20 mm et intérieur de 8 mm. Cette ligne est limitée en fréquence à 3 GHz, ce qui suffit amplement pour toutes nos mesures. La fréquence basse de mesure est fixée par l'analyseur de réseau vectoriel à quelques MHz.



FIG. 7.1 – Banc de caractérisation en ligne coaxiale APL40.



FIG. 7.2 – Ligne coaxiale APL40

La procédure utilisée pour le calcul de la perméabilité effective est la suivante : l'échantillon de

composite est inséré sur un court-circuit. L'impédance réduite  $z_{cc}$  de l'échantillon est mesurée grâce à un analyseur de réseau vectoriel sur toute la bande de fréquence. Cette impédance vaut d'une manière générale :

$$z_{cc} = j\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r} \tan\left(2\pi f e \frac{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}{c_0}\right), \quad (7.1)$$

où  $\varepsilon_r$  et  $\mu_r$  sont les paramètres effectifs relatifs de la ligne,  $f$  la fréquence et  $c_0$  la vitesse de la lumière. Par ailleurs, on suppose que l'épaisseur  $e$  de l'échantillon est au moins dix fois plus petite que la longueur d'onde incidente. Ceci permet de remplacer la tangente par son argument dans l'équation précédente. On en déduit alors la perméabilité effective relative à l'aide de la formule :

$$\mu_{eff} = \frac{c_0 z_{cc}}{j2\pi e f}, \quad (7.2)$$

Pour mener les expériences, on a choisi  $e = 5$  mm. On vérifie bien que, même à 3 GHz, l'hypothèse est toujours valide<sup>1</sup>.

## 7.2 Hélices en circuit ouvert

### 7.2.1 Description des composites à hélices mesurés

L'échantillon de composite à base de ces inclusions est dessiné sur la figure 7.3 et photographié sur la figure 7.4. Le tore en Plexiglass<sup>®</sup> sert de support à l'hélice en fil de cuivre et permet l'insertion facile dans le porte échantillon de la ligne APL40. Ses dimensions sont  $R_{ext} = 19$  mm,  $R_{int} = 15$  mm et  $e = 5$  mm. L'hélice est formée sur ce tore à section rectangulaire. Elle n'a donc pas une section parfaitement circulaire, mais plutôt ovale. Un paramètre important est la longueur totale de fil nécessaire à la réalisation de l'hélice que l'on note  $L$ .

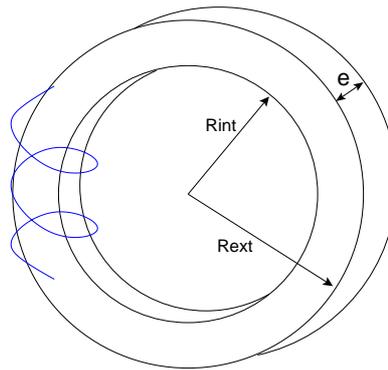


FIG. 7.3 – Dessin d'un composite formé d'un tore en Plexiglass<sup>®</sup> et d'une hélice métallique.

Pour effectuer la mesure en réflexion nécessaire à la caractérisation, on insère l'échantillon sur le court-circuit et le porte échantillon comme le montre la photo 7.5. Ces éléments sont ensuite insérés au bout de la ligne APL40. La configuration des lignes de champ dans cette ligne coaxiale est orthoradiale

<sup>1</sup>À 3 GHz,  $\lambda = 10$  cm.



FIG. 7.4 – Tore en Plexiglass<sup>®</sup> et hélice métallique.

pour le champ magnétique et radiale pour le champ électrique. En insérant l'hélice sur l'axe orthoradial, on mesure donc la perméabilité du composite parallèlement à l'hélice.



FIG. 7.5 – Porte échantillon pour ligne APL40, pion de centrage, court-circuit, support en Plexiglass<sup>®</sup> et hélice.

### 7.2.2 Observation de la perméabilité artificielle

La mesure de la perméabilité d'un composite dont le fil de l'hélice a pour longueur totale<sup>2</sup>  $L = 4$  cm est donnée sur la figure 7.6. Ces 4 cm font que l'hélice décrit environ 2 tours autour du support en Plexiglass<sup>®</sup>. Sur une bande de fréquence de 4% par rapport à la fréquence centrale de 2,85 GHz, le

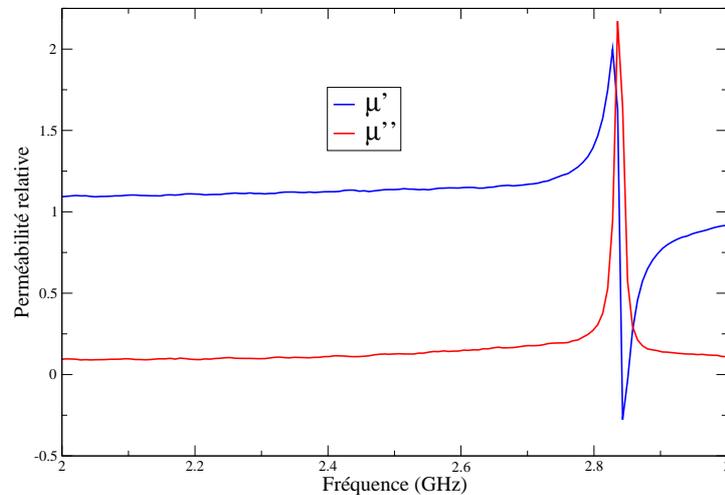


FIG. 7.6 – Mesure de la perméabilité d'un composite à base d'une hélice de 4 cm de longueur.

composite présente une perméabilité différente de celle de l'air, alors qu'il ne présente aucun magnétisme naturel. Cette mesure révèle donc la réponse magnétique artificielle de l'hélice métallique.

### 7.2.3 Influence de la longueur de boucle sur la fréquence de résonance

En répétant la mesure précédente avec des longueurs d'hélice  $L$  allant de 4 à 18 cm, on observe toujours un comportement résonant (cf. figures 7.7 et 7.8). Par contre, la fréquence d'apparition de la résonance diminue lorsque la longueur de l'hélice augmente. La bande de fréquence à mi-hauteur de la partie imaginaire reste de l'ordre de quelques %. Pour l'hélice la plus longue,  $L = 18$  cm, on observe deux résonances : la première à 750 MHz et la seconde à 2300 MHz. On peut rapidement calculer que  $L \simeq \frac{1}{2}\lambda_{750MHz} \simeq \frac{3}{2}\lambda_{2300MHz}$ . Ceci suggère que ces inclusions se comportent comme des résonateurs distribués : les résonances harmoniques apparaissent pour une longueur incidente d'onde multiple de  $\lambda/2$ .

Une étude plus approfondie de la fréquence de résonance  $f_0$  en fonction du nombre de tours  $N$  de l'hélice est exposée sur la figure 7.9. La régression linéaire met en évidence une relation de proportionnalité entre  $f_0$  et  $1/N$ . La pente de la droite a un coefficient directeur valant -0,9.

### 7.2.4 Influence de la section de l'hélice sur la fréquence de résonance

De la même manière, on trouve expérimentalement que la fréquence de résonance est liée à la section  $S$  de l'hélice par  $f_0 \propto \frac{1}{\sqrt{S}}$ . Sur le graphique 7.10, on a tracé le rapport des fréquences de résonance de deux hélices de sections différentes  $S_1 = 15 \text{ mm}^2$  et  $S_2 = 6 \text{ mm}^2$  et de nombre de tours identique, en fonction

<sup>2</sup>i.e. une fois déroulé.

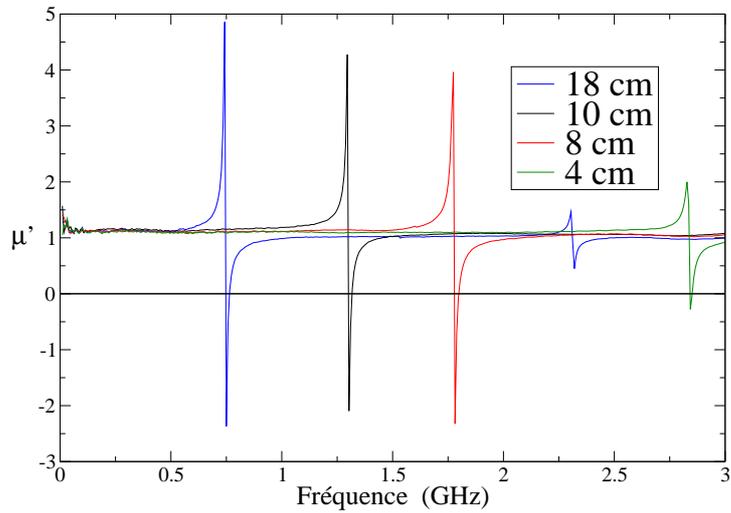


FIG. 7.7 – Mesure de la perméabilité réelle effective d'un composite à base d'hélices de longueur  $L$  variable

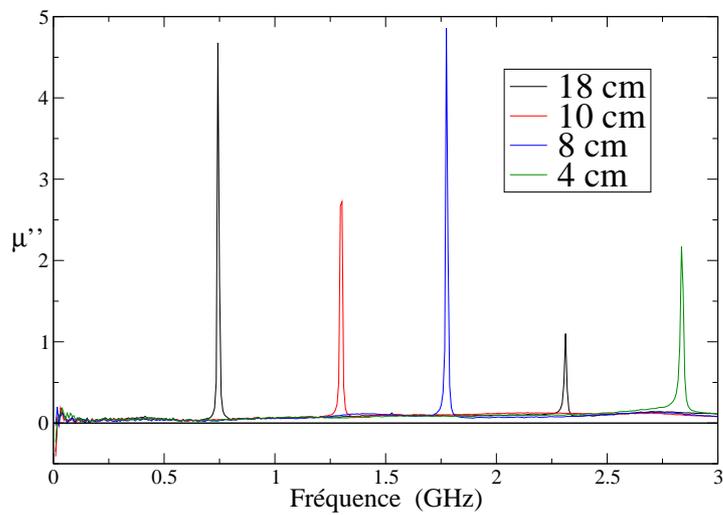


FIG. 7.8 – Mesure de la perméabilité imaginaire effective d'un composite à base d'hélices de longueur  $L$  variable

du nombre de tours. On trouve que la valeur est constante et vaut  $\sqrt{S_1/S_2} \simeq 1,5$ . Ces relations simples peuvent permettre de dimensionner rapidement une hélice pour atteindre une fréquence de résonance donnée.

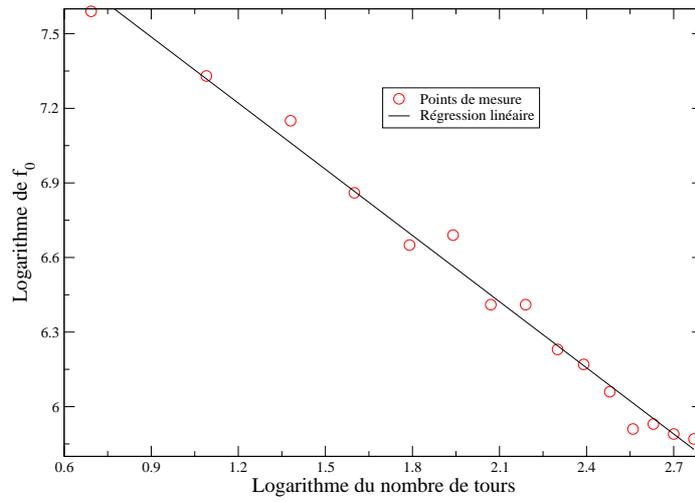


FIG. 7.9 – Fréquence de résonance de la perméabilité artificielle en fonction du logarithme du nombre de tours de l'hélice

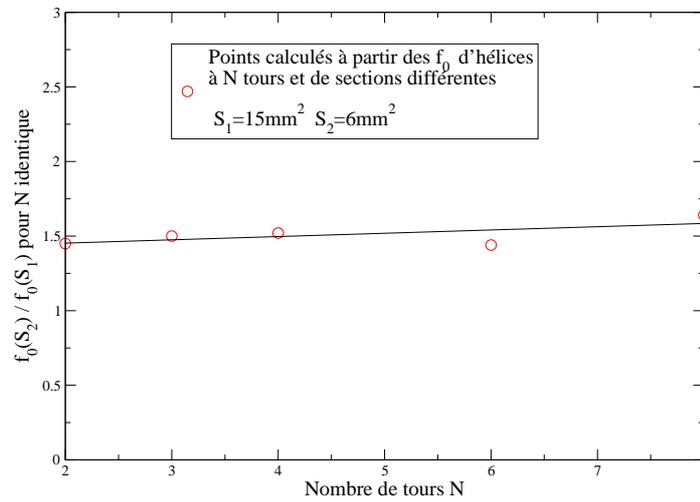


FIG. 7.10 – Rapport des fréquences de résonance pour deux hélices de sections différentes et dont le nombre de tours est identique, en fonction du nombre de tours

### 7.2.5 Permittivité de l'hélice

Les mesures en court-circuit effectuées précédemment ne permettent pas de mesurer la permittivité du composite. Pour accéder à cette dernière, une mesure en réflexion et transmission est nécessaire. Celle-ci a été effectuée dans un guide d'ondes rectangulaire en bande R. Les dimensions de ce guide sont 108x53 mm<sup>2</sup>. La bande passante d'un guide rectangulaire monomode étant limitée, la bande de fréquence de mesure s'étend de 1,7 à 2,6 GHz<sup>3</sup>. L'hélice, qui possède une longueur de 2,5 cm et un diamètre de 3 mm, est noyée dans une matrice de Depron® de 3 mm d'épaisseur. Le fil qui constitue l'hélice fait 0,2 mm de diamètre. On a reporté les mesures selon les deux faces de l'échantillon<sup>4</sup> notées face A et face B, sur les figures 7.11 et 7.12.

Selon la polarisation de l'onde incidente, les résultats ne sont pas identiques, à cause de l'anisotropie du composite. Dans le cas où le champ magnétique est parallèle à l'axe de l'hélice, on retrouve la perméabilité résonante précédente, l'inclusion se comporte comme un dipôle magnétique (cf. figure 7.11). La permittivité dans ce cas possède une forme tout à fait remarquable, puisque la partie imaginaire passe dans la zone négative. Selon la face du composite mesuré, on ne trouve pas le même résultat pour la partie réelle de la permittivité. Ces courbes de permittivité sont symétriques l'une de l'autre.

Lorsque le champ magnétique est perpendiculaire à l'axe de l'hélice<sup>5</sup>, c'est la permittivité qui se trouve être résonante : l'inclusion se comporte comme un dipôle électrique (cf. figure 7.12). La perméabilité prend les formes remarquables de la permittivité selon la polarisation précédente.

On observe enfin que toutes les résonances se produisent à la même fréquence de 2,5 GHz. Ces mesures originales sont expliquées au chapitre 8.

---

<sup>3</sup>Le logiciel XCathy permet de déduire la permittivité et la perméabilité des mesures.

<sup>4</sup>On peut mesurer deux fois les paramètres effectifs en réflexion-transmission, car on accède à 4 paramètres S en une seule mesure :  $S_{11}, S_{21}, S_{12}$  et  $S_{22}$ . Or d'après l'annexe A, deux paramètres suffisent ( $S_{11}$  et  $S_{21}$  ou  $S_{22}$  et  $S_{12}$ ) pour déterminer complètement  $\varepsilon$  et  $\mu$ .

<sup>5</sup>i.e. le champ électrique parallèle à l'axe de l'hélice.

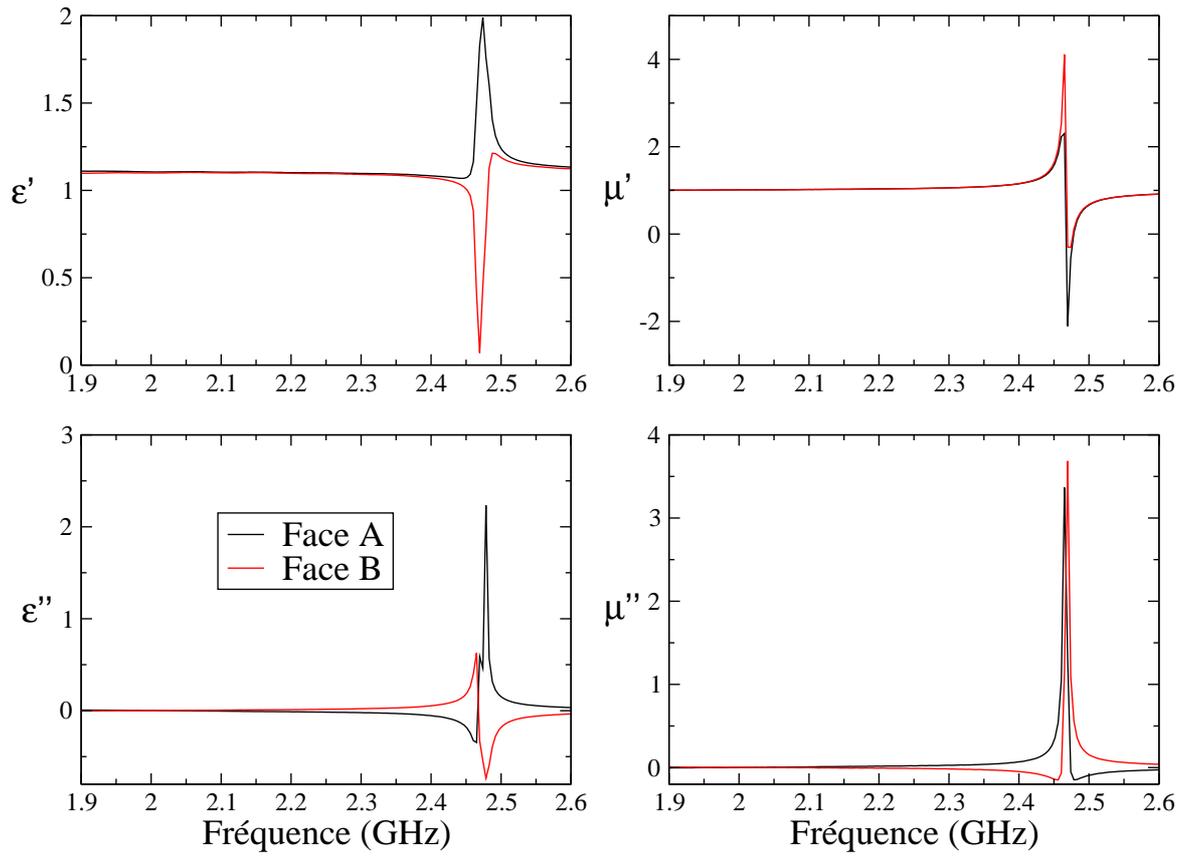


FIG. 7.11 – Paramètres effectifs d'un composite à base d'hélices : le champ magnétique incident est parallèle à l'axe de l'hélice

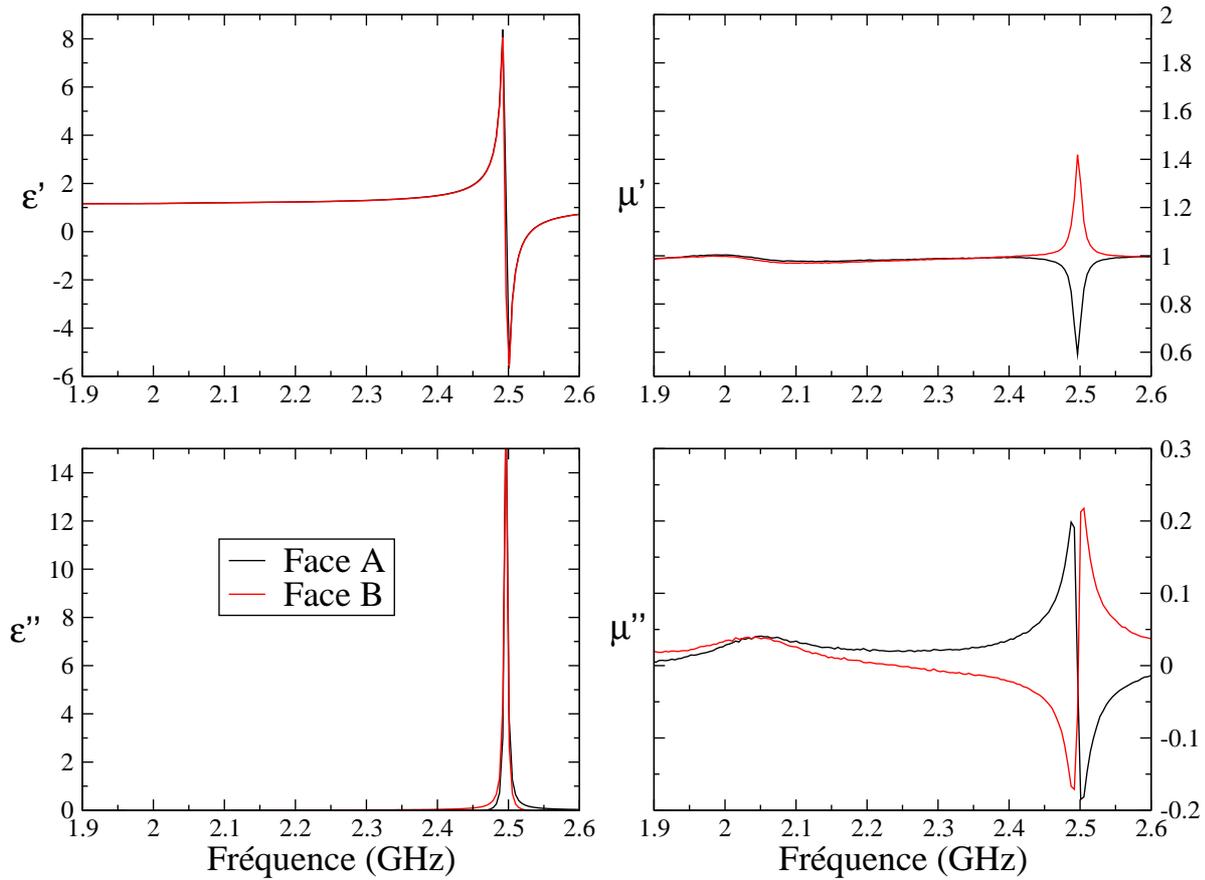


FIG. 7.12 – Paramètres effectifs d'un composite à base d'hélices : le champ magnétique incident est perpendiculaire à l'axe de l'hélice

## 7.3 Hélices comprenant une matrice magnétique

L'intérêt de combiner magnétisme artificiel et magnétisme naturel peut ne pas sembler évident. Pourtant, comme on le montre dans cette section, le second exalte le premier.

### 7.3.1 Composites magnétiques utilisés : LIFT

Parmi les différents types de noyaux magnétiques envisageables (ferrites frittés, composites contenant des poudres magnétiques...), on a choisi d'utiliser un composite à base de couches minces ferromagnétiques baptisé LIFT [14]. Il a déjà été montré que ce composite était attrayant pour des applications de filtres accordables en onde guidée [71, 72]. Un composite Lamellaire Isolant Ferromagnétique sur la Tranche (LIFT) est une alternance de couches ferromagnétiques et isolantes. L'épaisseur des couches est de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{m}$  pour l'isolant et de quelques  $\mu\text{m}$  pour le ferromagnétique. Ils sont destinés à être éclairés par la tranche, dans la polarisation favorable qui correspond à  $\mathbf{H}$  parallèle et  $\mathbf{E}$  perpendiculaire à ces lamelles (cf. figure 7.13). Un enroulement de LIFT a été réalisé aux mêmes dimensions que le support de Plexiglass<sup>®</sup> utilisé précédemment (cf. figure 7.3), pour pouvoir l'insérer dans la ligne APL40. La configuration des lignes de champ de la ligne coaxiale est telle que le champ  $\mathbf{H}$  est orthoradial, tout comme les lamelles de ferromagnétique. On peut donc caractériser ce tore dans cette polarisation : la perméabilité est donnée sur la figure 7.14. Il s'agit d'un gyromagnétisme centré sur la fréquence 1,1 GHz. La permittivité est constante sur la plage de fréquences et vaut environ 3.

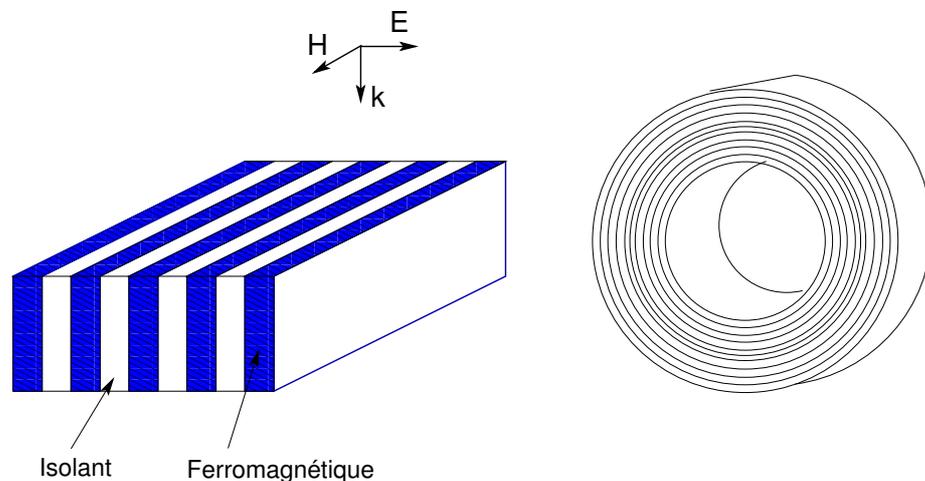


FIG. 7.13 – LIFT en bande et enroulé pour la ligne APL40

### 7.3.2 Exaltation de la perméabilité artificielle

Dans les expériences qui suivent, une hélice de longueur variable allant de 4 cm à 18 cm a été bobinée autour du support ferromagnétique, tout comme cela a été fait précédemment autour du support en Plexiglass<sup>®</sup> (cf. figure 7.3). Le fil de cuivre utilisé a un diamètre de  $200 \mu\text{m}$ . Sur la figure 7.15, on a reporté la perméabilité du composite à base du noyau magnétique et d'une hélice. Pour bien visualiser le

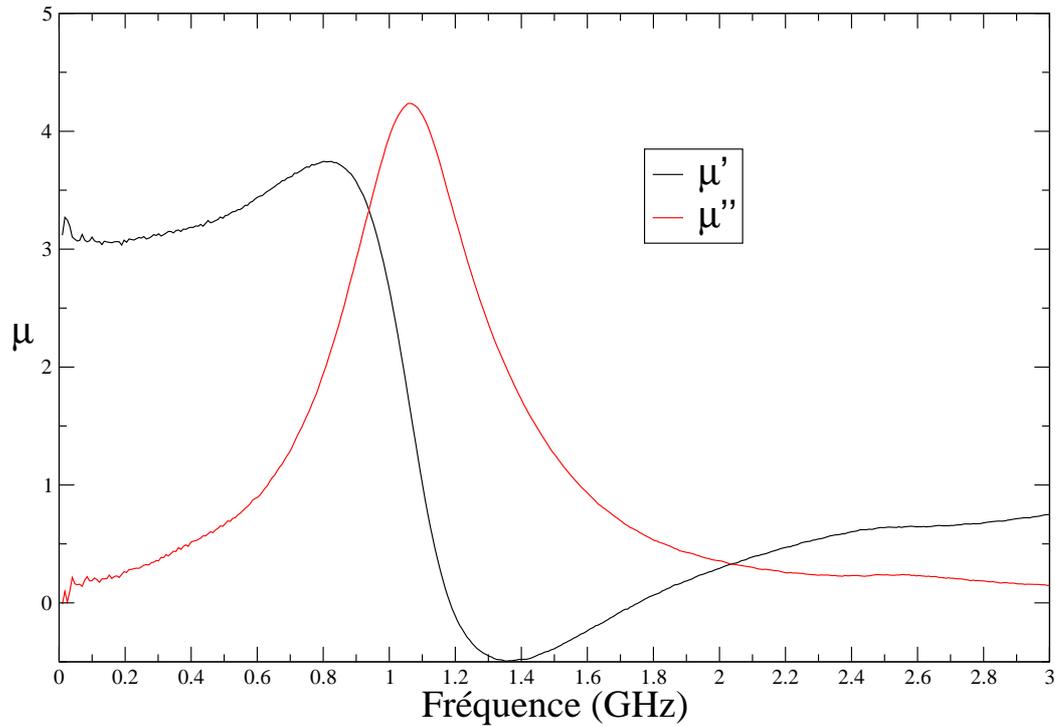


FIG. 7.14 – Perméabilité réelle et imaginaire du composite LIFT utilisé en ligne APL40

phénomène, on a également reporté la perméabilité d'un composite à base de Plexiglass<sup>®</sup> et d'une hélice de longueur identique.

Plusieurs constats peuvent être faits sur ces courbes :

- pour le composite à hélice et noyau magnétique, on observe l'apparition de résonances artificielles qui n'existent pas pour le noyau magnétique seul,
- ces résonances n'apparaissent pas à la fréquence propre de l'hélice : on observe un décalage vers les basses fréquences,
- ces résonances ne possèdent pas toutes la même amplitude : elles sont d'autant plus fortes que le  $\mu'$  du noyau magnétique est fort et d'autant plus faibles que le  $\mu''$  du noyau magnétique est fort,
- ces résonances n'occupent pas la même largeur de bande de fréquence : dans la zone où le  $\mu''$  du noyau magnétique est fort, elle est plus large,
- ces résonances artificielles superposées peuvent dépasser les niveaux de perméabilité du noyau magnétique et de l'hélice.

C'est pourquoi on peut parler d'exaltation de la perméabilité artificielle par la matrice magnétique.

Ce phénomène est modélisé au chapitre 8.

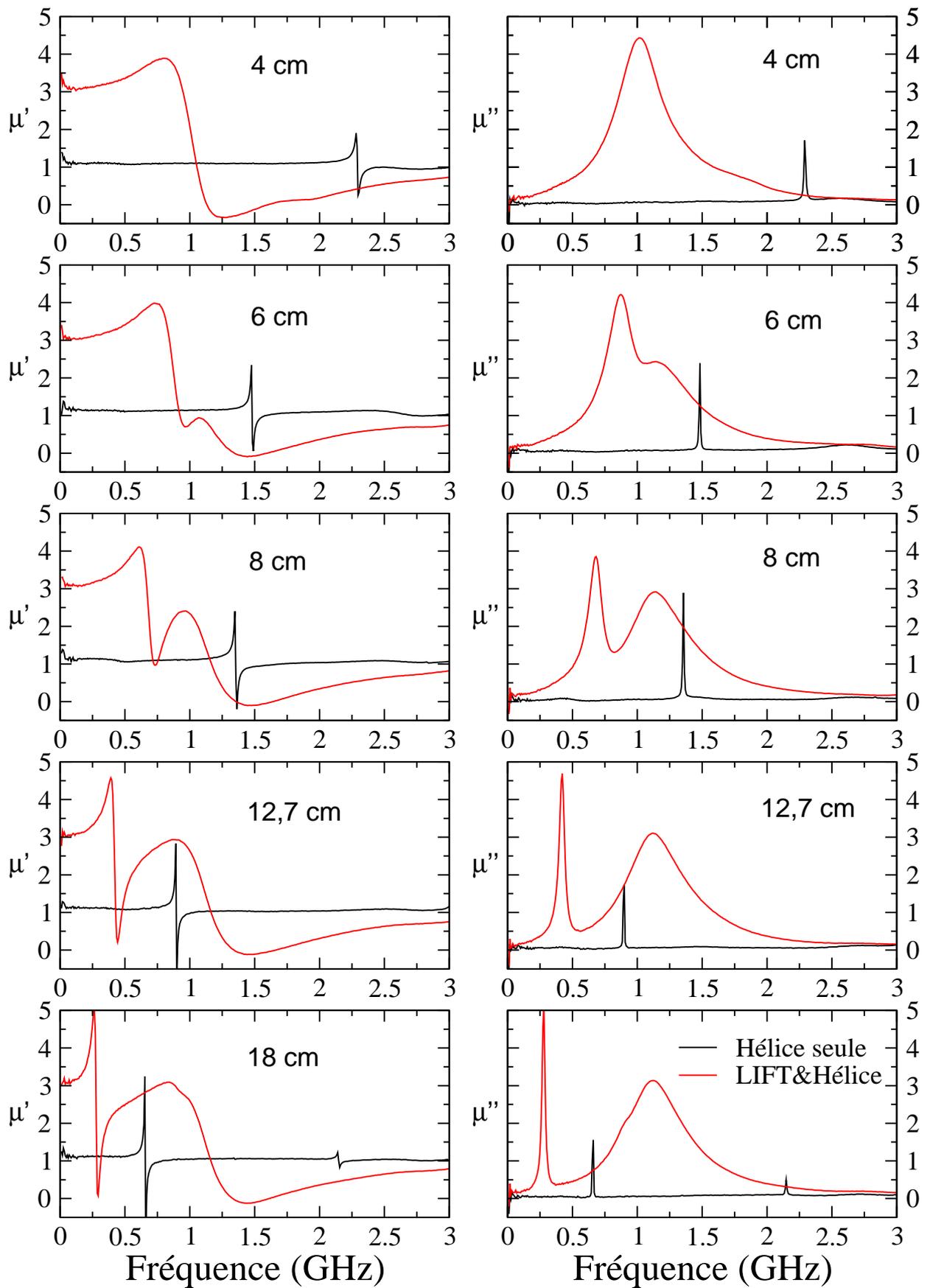


FIG. 7.15 – Perméabilités réelle et imaginaire d'un enroulement de LIFT sur lequel on a disposé une hélice de cuivre de longueur variable allant de 4 cm à 18 cm. En noir, on rappelle la perméabilité correspondant à un composite à base de la même hélice mais noyée dans l'air.

## 7.4 Boucles chargées par un composant électronique discret

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à des boucles, c'est à dire des hélices à un seul tour. Celles-ci résonnent à des fréquences élevées, compte tenu de leur longueur réduite. Afin de diminuer cette fréquence de résonance, différentes impédances ont été soudées à l'extrémité d'une boucle.

### 7.4.1 Description des boucles et du support

Les boucles ont été réalisées grâce à une machine à graver les circuits électroniques (LPKF) sur substrat époxy cuivré, comme dessiné sur la figure 7.16. L'idée étant de relier l'impédance de la boucle à

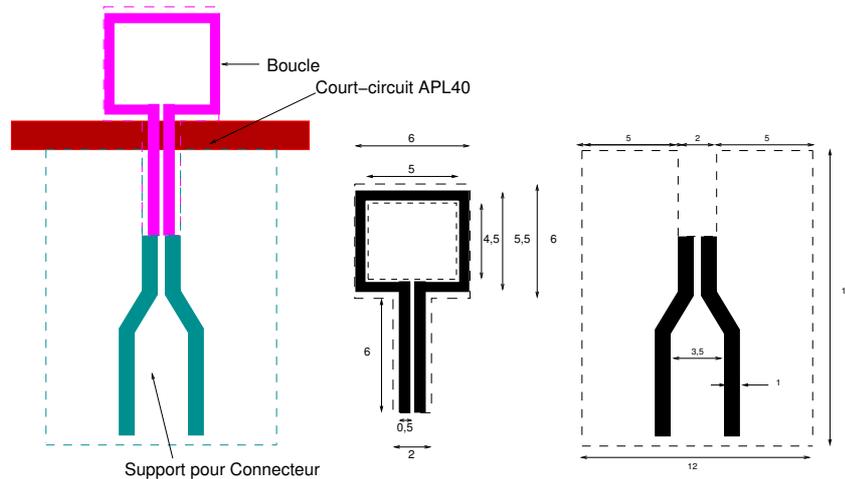


FIG. 7.16 – Dessins de la boucle imprimée sur un substrat époxy cuivré et du support pour le connecteur SMA

la perméabilité du composite, un support pour connecteur SMA a été réalisé. Ce connecteur est relié à la boucle en traversant le court-circuit de la ligne APL40. Il y a donc deux parties à ce dispositif : une intérieure à la ligne APL40 et une extérieure. Ainsi, on accède à la mesure de la perméabilité effective par la ligne APL40 et, grâce au connecteur SMA, à l'impédance de l'inclusion. Une photographie du système est exposé sur la figure 7.17. Un élément électronique discret peut éventuellement être connecté sur le support. La partie interne à la ligne APL40 est exposée sur la figure 7.18. Un pion de centrage et un porte-échantillon relie l'échantillon à la ligne. Une dernière photographie montre la partie du système extérieur à la ligne APL40 (cf. figure 7.19).

### 7.4.2 Caractéristiques de la boucle seule

On donne l'impédance de la boucle imprimée seule, avec un support et un connecteur SMA, sur la figure 7.20. On observe que celle-ci correspond à celle d'un circuit RLC parallèle. La boucle se comporte donc comme un résonateur distribué autour de 950 MHz. La perméabilité correspondante est reportée sur la figure 7.21 : elle est résonante, à la même fréquence que le circuit RLC, et est du même type que la perméabilité de l'hélice étudiée précédemment.

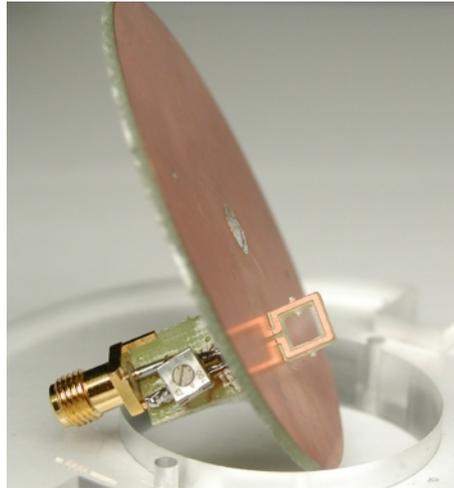


FIG. 7.17 – Photographie de profil du système court-circuit APL40, boucle imprimée, support et connecteur SMA

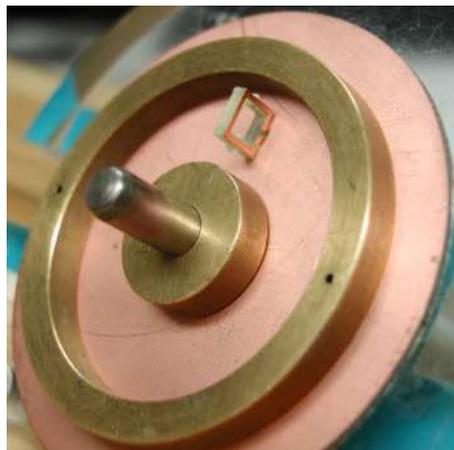


FIG. 7.18 – Photographie de l'intérieur du système court-circuit, boucle imprimée, pion de centrage et porte échantillon APL40



FIG. 7.19 – Photographie de l'extérieur du système court-circuit, support SMA, pion de centrage et connecteur SMA

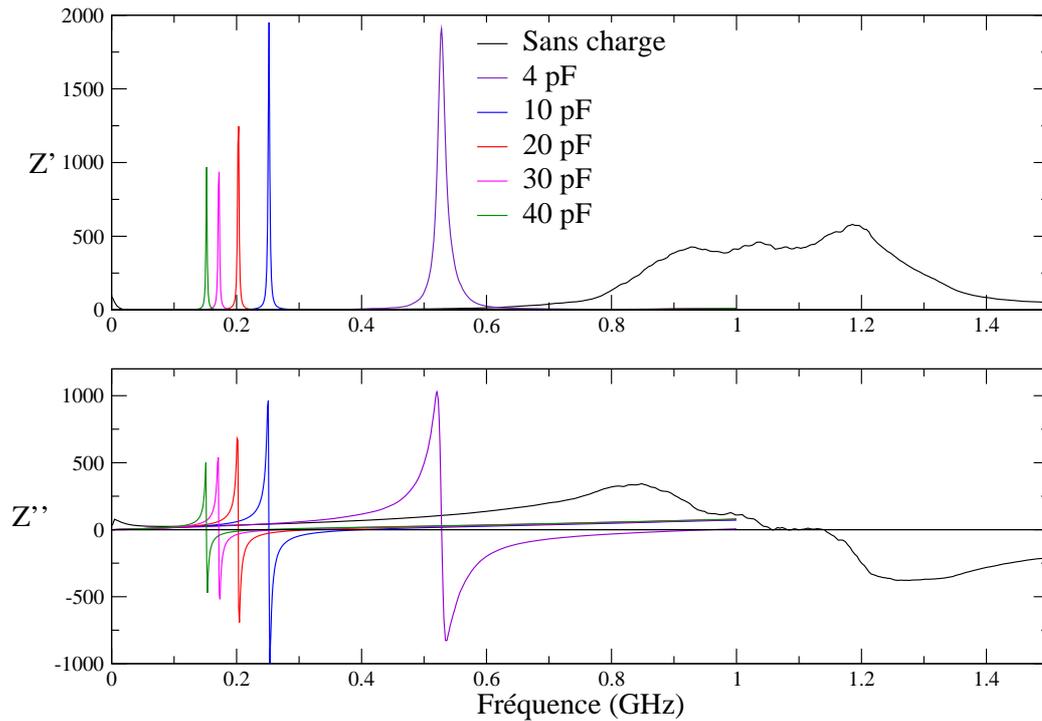


FIG. 7.20 – Impédance de la boucle chargée par un condensateur variable

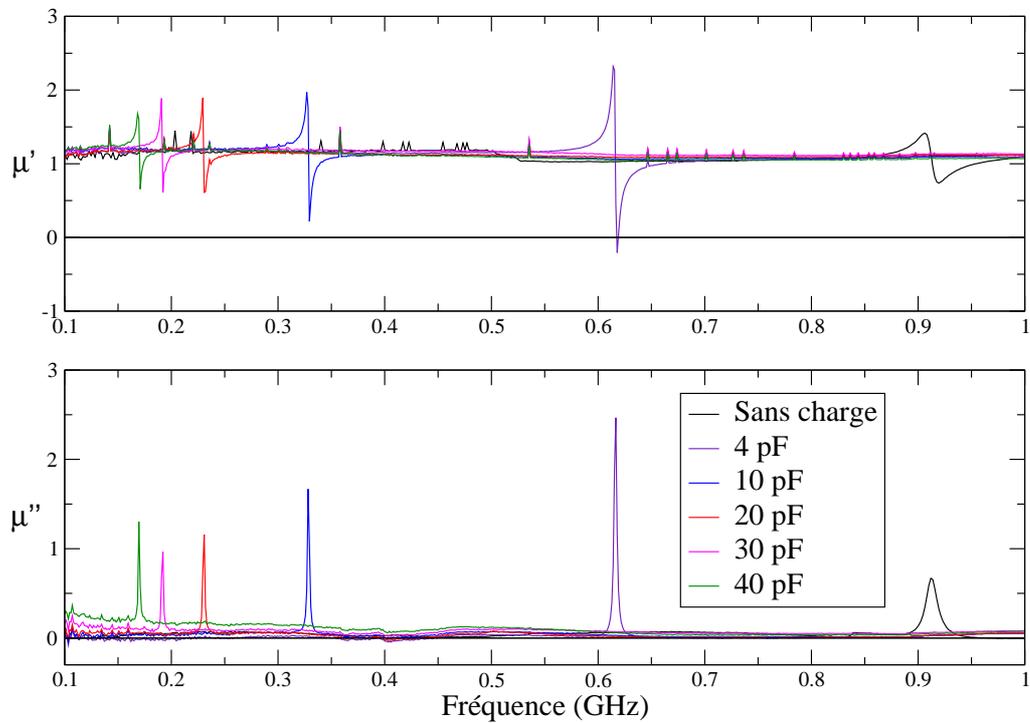


FIG. 7.21 – Perméabilité effective mesurée d'un composite à base d'une boucle chargée par un condensateur variable

### 7.4.3 Boucle chargée par un condensateur en parallèle

En parallèle à la boucle, un condensateur variable de 4 à 40 pF a été soudé, comme décrit sur le schéma 7.22. Les mesures de la perméabilité effective sont reportées sur la figure 7.21, celles de l'impédance sur la figure 7.20. On observe que :

- les fréquences de résonances des impédances de la boucle et de la perméabilité coïncident,
- plus la valeur du condensateur est élevée, plus la fréquence de résonance est basse et l'amplitude de la résonance faible,
- le coefficient de surtension à vide de la boucle est plus faible que lorsque celle-ci est chargée par le condensateur.

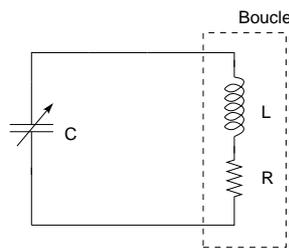


FIG. 7.22 – Circuit électrique équivalent au montage boucle en parallèle avec une capacité

### 7.4.4 Boucle chargée par un condensateur et une résistance en série

La charge est maintenant constituée par un condensateur en parallèle et une résistance variable en série avec celui-ci (cf. figure 7.23). L'impédance de l'inclusion et la perméabilité effective du composite sont reportées sur les figures 7.24 et 7.25.

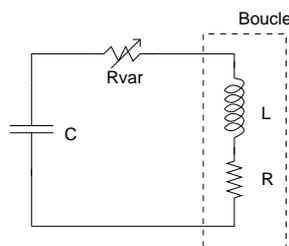


FIG. 7.23 – Circuit électrique équivalent au montage boucle en parallèle avec une capacité et une résistance variable en série

Ces résultats montrent que la perméabilité artificielle ne recouvre pas le même concept que celle d'un matériau brut. Le fonctionnement n'est pas dissipatif, au sens où l'énergie incidente se dissiperait dans le composite à cause du  $\mu''$ . Si ce composite avait un fonctionnement dissipatif, le courant généré par le champ magnétique incident se dissiperait dans la boucle par effet Joule. L'ajout d'une résistance en série avec la boucle devrait alors augmenter les pertes et donc le  $\mu''$ . Or, comme on peut le constater sur la figure 7.25, il n'en est rien. C'est même l'inverse qui se produit : comme dans un résonateur

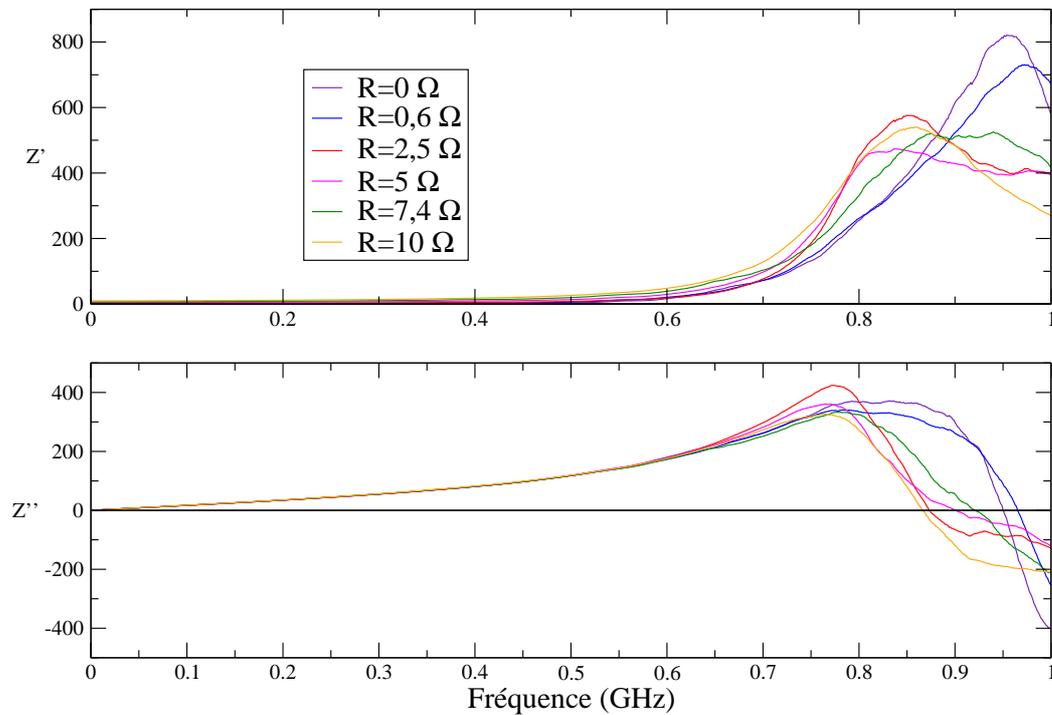


FIG. 7.24 – Impédance de la boucle chargée par un condensateur en parallèle à la boucle et une résistance variable en série avec le condensateur

électronique, l'ajout d'une résistance diminue le coefficient de surtension. La résonance de perméabilité voit son amplitude diminuer lorsque  $R$  augmente.

La perméabilité artificielle se rapporte davantage à un système résonant, au sein duquel une annulation locale du champ incident se produit. En fait, les boucles se comportent apparemment comme des petites antennes, dont la résistance de rayonnement est très faible et qui réémettent un champ magnétique en opposition de phase avec le champ incident. Une autre preuve qui atteste de ce fonctionnement se trouve dans les valeurs négatives que les parties imaginaires  $\varepsilon''$  et  $\mu''$  peuvent prendre (cf. figure 7.12 et 7.11). L'hélice n'est pas un système actif, et donc il n'y a pas création d'énergie. Pourtant, les parties imaginaires négatives attestent de la présence d'un champ magnétique ou d'un champ électrique supplémentaire. Celui-ci provient en fait de la conversion du champ magnétique incident en champ électrique (pour  $\varepsilon'' \leq 0$ ) et du champ électrique incident en champ magnétique (pour  $\mu'' \leq 0$ ). L'hélice réémet donc une partie du champ magnétique incident :

- soit sous forme d'un champ magnétique en opposition de phase avec le champ incident,
- soit sous forme d'un champ électrique.

La caractérisation du composite se fait en champ proche et à partir du coefficient de réflexion. On peut interpréter ce coefficient en terme de paramètres effectifs et attribuer une perméabilité imaginaire  $\mu''$  au composite. Cependant, la notion recouverte par cette perméabilité artificielle ne correspond pas à celle de la perméabilité classique pour les matériaux bruts.

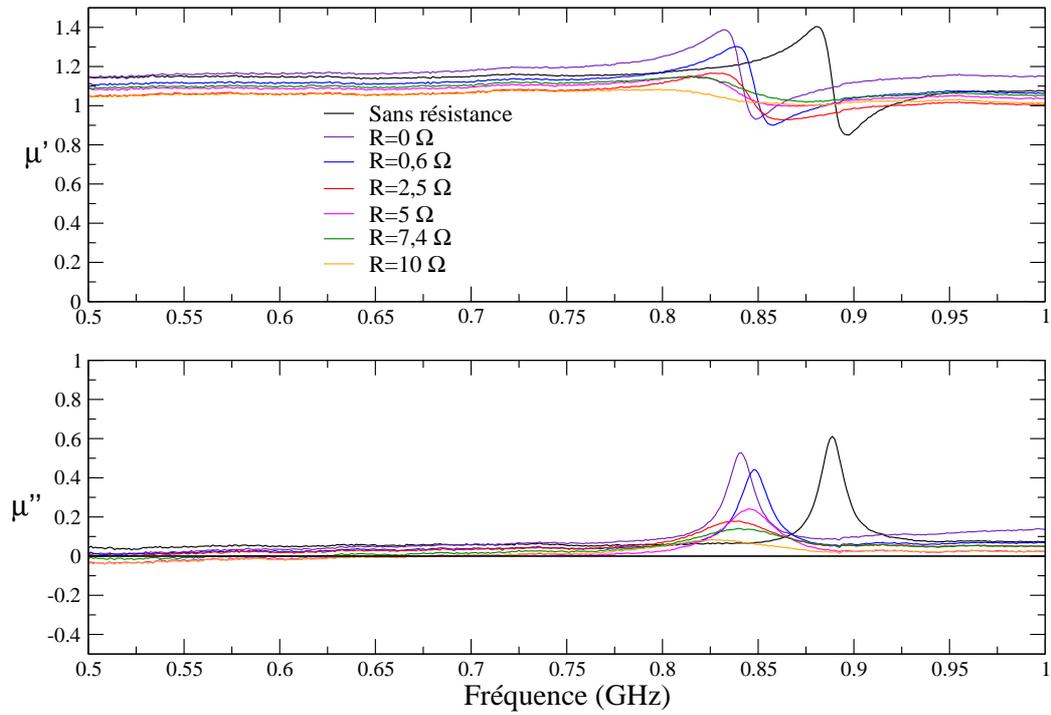


FIG. 7.25 – Perméabilité effective mesurée d'un composite à base d'une boucle chargée par un condensateur en parallèle à la boucle et une résistance variable en série avec le condensateur

## 7.5 Boucles chargées par un condensateur avec un noyau magnétique de largeur limitée

La dernière expérience de perméabilité artificielle utilise une boucle chargée par un condensateur en parallèle. Seule la section de la boucle est remplie par un composite magnétique LIFT. La matière magnétique qui compose le noyau est identique à celle décrite à la section 7.3, mais ses dimensions sont  $4 \times 4 \times 1 \text{ mm}^3$ . Sur la figure 7.26, on compare la perméabilité avec et sans noyau magnétique pour deux fréquences de résonance différentes. On observe que le composite exalte la perméabilité artificielle.

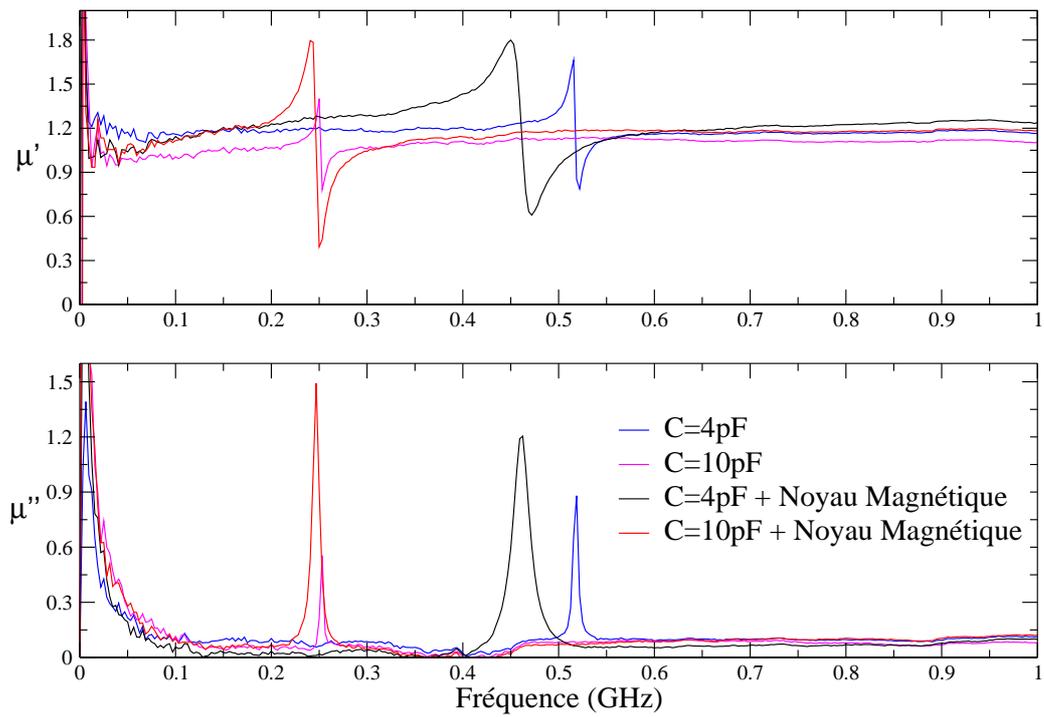


FIG. 7.26 – Perméabilité effective mesurée d'un composite à base d'une boucle chargée par un condensateur en parallèle à la boucle et dont la section est un noyau magnétique LIFT

# CHAPITRE 8

## Modélisation de la perméabilité effective d'un composite à boucles chargées

Dans ce chapitre, une modélisation analytique est élaborée pour rendre compte de la perméabilité artificielle des composites à inclusions inductives.

### Sommaire

<b>8.1</b>	<b>Calcul du champ magnétique dans une boucle . . . . .</b>	<b>73</b>
<b>8.2</b>	<b>Calcul de la perméabilité effective du composite artificiel à boucles chargées</b>	<b>75</b>
8.2.1	Cas où l'inclusion est noyée dans un diélectrique . . . . .	75
8.2.2	Cas où l'inclusion possède un noyau magnétique court au niveau de la section .	76
8.2.3	Cas où l'inclusion possède un noyau magnétique long . . . . .	76
<b>8.3</b>	<b>Modélisation de la permittivité effective d'un composite à boucles chargées</b>	<b>77</b>
8.3.1	Effets de la dispersion spatiale . . . . .	77

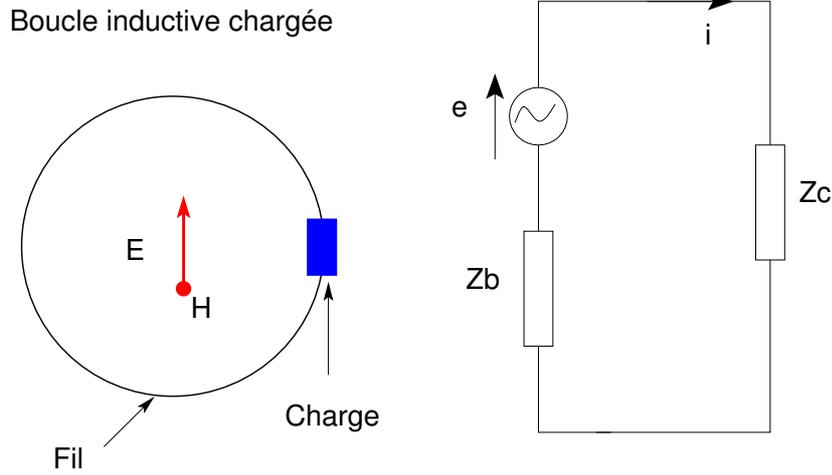
Le parallèle précédemment effectué entre les courbes de perméabilité effective et celles d'impédance de l'inclusion incite à chercher une modélisation de la perméabilité effective en fonction de cette impédance.

## 8.1 Calcul du champ magnétique dans une boucle

Pour modéliser la perméabilité artificielle, on utilise la définition de la perméabilité donnée par l'équation (1.10). Il nous faut donc trouver les champs magnétiques qui règnent dans l'inclusion et dans le reste de l'échantillon. Pour cela, on considère d'abord l'inclusion comme une boucle hétérogène formée par un fil de cuivre et de l'air et on calcule le champ qui règne dans la boucle.

Considérons donc une boucle d'impédance  $Z_b$  chargée par une impédance  $Z_c$  comme décrit sur la figure 8.1. On se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires, les champs incidents sont supposés irrotationnels [14]. Soit  $\mathbf{H}_i$  le champ magnétique incident parallèle à l'axe de la boucle. Soit  $\mathbf{E}_i$  le champ électrique incident perpendiculaire à l'axe de la boucle.

Le flux du champ magnétique à travers la section de la boucle engendre une différence de potentiel  $e$  aux bornes de la boucle et un courant  $i$  dans la boucle. On suppose qu'à un instant  $t$  donné, ce courant

FIG. 8.1 – Boucle chargée par une impédance  $Z_c$  et circuit électronique équivalent

$i$  est constant sur tout le circuit électrique. Cette hypothèse est valide tant que le rayon de la boucle  $r$  respecte la condition suivante :  $r \leq \frac{3}{100}\lambda$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde incidente [73]. Les boucles considérées ici ont un rayon maximum de 2,5 mm. Cette condition est donc vérifiée jusqu'à 3,6 GHz<sup>1</sup>. On calcule le courant à partir de l'équation suivante :

$$e = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -j\omega\mu_0SH_i = (Z_b + Z_c)i, \quad (8.1)$$

où  $S$  est la surface sous-tendue par la boucle. Le courant dans la boucle s'écrit donc :

$$i = \frac{-j\omega\mu_0SH_i}{Z_b + Z_c}. \quad (8.2)$$

Le champ  $\mathbf{H}_r$  créé par un courant  $i$  le long de l'axe d'une boucle est donné par :

$$\mathbf{H}_r = \int_0^{2\pi} \frac{ir^2d\phi}{4\pi(r^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{a}_z = \frac{ir^2}{2(r^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{a}_z, \quad (8.3)$$

où  $r$  est le rayon de la boucle, comme décrit sur la figure 8.2. On approxime le champ  $\mathbf{H}_r$  par le champ

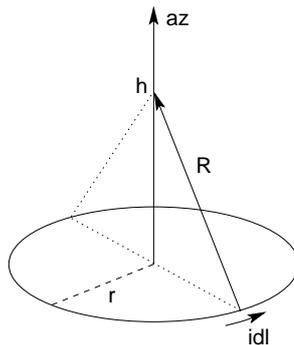


FIG. 8.2 – Schéma de principe de calcul du champ magnétique dans une boucle

rayonné au centre de la boucle, c'est à dire  $h = 0$ . On écrit alors simplement :

$$H_r = \frac{i}{2r}. \quad (8.4)$$

<sup>1</sup>Cette condition peut également s'écrire  $C/\lambda \leq 0,2$ , avec  $C$  la circonférence de la boucle.

Faisons l'approximation que la boucle est une inclusion homogène. Le champ dans cette inclusion est égal au champ dans la boucle. Il vaut la somme des champs incident et rayonné par la boucle. Ceci s'écrit :

$$H_b = H_i + \frac{i}{2r} = H_i \left( 1 - \frac{j\omega\mu_0 S}{2r(Z_b + Z_c)} \right). \quad (8.5)$$

Au numérateur de l'équation précédente, on voit apparaître le terme  $j\omega\mu_0 S/2r$ . Ce terme est homogène à une réactance inductive. Elle provient du calcul du flux magnétique et dépend uniquement de la géométrie de la boucle. C'est d'ailleurs la valeur classique de l'impédance d'une boucle ou d'un long solénoïde de petite section[74]. C'est pourquoi on l'assimile à  $Z_b$ . Le champ dans la boucle devient alors :

$$H_b = H_i \left( 1 - \frac{Z_b}{Z_b + Z_c} \right). \quad (8.6)$$

## 8.2 Calcul de la perméabilité effective du composite artificiel à boucles chargées

### 8.2.1 Cas où l'inclusion est noyée dans un diélectrique

On considère un composite à base d'air et d'inclusions décrites au paragraphe précédent (cf. figure 8.3). Ce composite est considéré comme homogène, car les dimensions des inclusions sont telles que  $r \ll \lambda$  et la fraction volumique en inclusion est faible ( $\leq 10\%$ ). Il règne dans le volume  $V_b$  des inclusions un champ magnétique  $\mathbf{H}_b$ . On note  $\alpha$  la *fraction volumique apparente en inclusions*. En effet, on ne peut pas réduire  $\alpha$  à la fraction volumique géométrique  $V_b/V$ , où  $V$  serait le volume de la période, étant donné que la boucle rayonne au-delà d'elle même. Dans la suite des calculs, on estime  $\alpha$  en l'assimilant dans un premier temps à sa valeur géométrique, puis sa valeur est choisie comme paramètre ajustable. Pour calculer la perméabilité selon l'axe (oy), on applique alors la formule (1.10), en choisissant un plan  $\pi$  selon (oyz) ne contenant pas de boucle.

$$\frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_\pi} = \frac{(1 - \alpha)\mu_0 H_i + \alpha\mu_0 H_b}{H_i}. \quad (8.7)$$

$$\frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_\pi} = (1 - \alpha) + \alpha \frac{H_b}{H_i}. \quad (8.8)$$

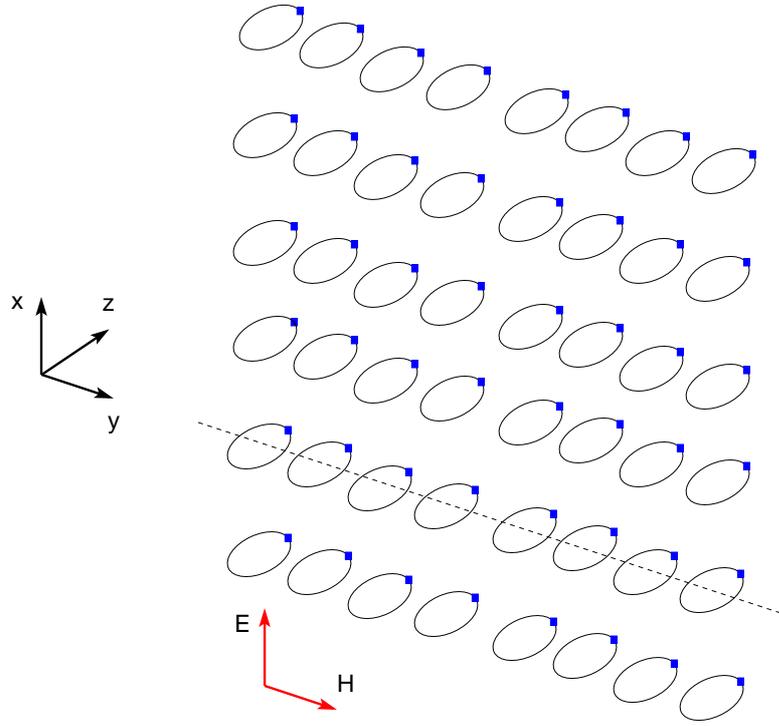
On a alors :

$$\mu_{eff} = 1 - \alpha + \alpha \frac{H_b}{H_i}. \quad (8.9)$$

En combinant (8.6) et (8.9), on obtient la perméabilité effective relative :

$$\mu_{eff} = 1 - \alpha \frac{Z_b}{Z_b + Z_c}. \quad (8.10)$$

À ce stade de l'étude, on peut remarquer que pour un anneau fermé (*i.e.* une boucle court-circuitée) la perméabilité artificielle obtenue vaut :  $1 - \alpha$ . On retrouve le cas étudié à la section 2.3.1.

FIG. 8.3 – Composite à base boucles chargées par une impédance  $Z_c$ 

### 8.2.2 Cas où l'inclusion possède un noyau magnétique court au niveau de la section

Si la matrice est de l'air et que la section de la boucle est remplie d'un composite magnétique de perméabilité relative  $\mu$ , alors les équations (8.1) et (8.5) s'écrivent :

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -j\omega\mu_0\mu SH_i = (Z_b + Z_c)i, \quad (8.11)$$

et

$$H_b = H_i + \frac{i}{2r} = H_i \left( 1 - \frac{j\omega\mu_0\mu S}{2r(Z_b + Z_c)} \right). \quad (8.12)$$

La formule (8.10) se trouve alors modifiée :

$$\frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_\pi} = \frac{(1 - \alpha)\mu_0 H_i + \alpha\mu_0\mu H_b}{H_i}. \quad (8.13)$$

En combinant (8.6) et (8.13), on obtient la perméabilité effective relative :

$$\mu_{eff} = 1 - \alpha + \alpha\mu \left( 1 - \frac{Z_b}{Z_b + Z_c} \right). \quad (8.14)$$

Il faut noter que l'impédance de la boucle  $Z_b$  n'est pas identique à l'impédance d'une boucle seule. La section magnétique la modifie et la multiplie par sa perméabilité relative.

### 8.2.3 Cas où l'inclusion possède un noyau magnétique long

Si la matrice du composite est magnétique, alors les équations s'écrivent :

$$\frac{\langle B_y \rangle_V}{\langle H_y \rangle_\pi} = \frac{(1 - \alpha)\mu_0\mu H_i + \alpha\mu_0\mu H_b}{H_i}. \quad (8.15)$$

D'où :

$$\mu_{eff} = \mu \left( 1 - \alpha \frac{Z_b}{Z_b + Z_c} \right). \quad (8.16)$$

Dans ce cas,  $Z_b$  dépend également de la perméabilité du composite magnétique.

### 8.3 Modélisation de la permittivité effective d'un composite à boucles chargées

Au chapitre 7, on a observé que les composites à base d'hélices présentent aussi une permittivité non nulle. Peut-on la modéliser de la même manière ?

#### 8.3.1 Effets de la dispersion spatiale

Considérons donc une boucle d'impédance  $Z_b$  chargée par une impédance  $Z_c$  comme décrit sur la figure 8.1. Pour la polarisation principale, c'est à dire le champ magnétique dans l'axe de la boucle, la permittivité observée (cf. figure 7.11) provient d'un effet de dispersion spatiale faible. Ce phénomène a déjà été observé par plusieurs auteurs [23, 75]. Dans cette section, on propose une modélisation analytique du phénomène.

Pour les basses fréquences, on fait la plupart du temps l'approximation que la permittivité ne dépend que de la fréquence :  $\varepsilon(\omega)$ . Or, la permittivité, tout comme la perméabilité, dépendent également du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . On écrit alors  $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ . Pour les grandes longueurs d'onde, *i.e.* pour  $|k| \rightarrow 0$ , on peut faire le développement limité au premier ordre de  $\varepsilon$  selon  $\mathbf{k}$  (cf. référence [76] § 104) :

$$\varepsilon_{ig} = \varepsilon_{ig}^0(\omega) + j\gamma_{igl}k_l, \quad (8.17)$$

où  $\varepsilon_{ig}^0(\omega) = \varepsilon_{ig}(\omega, 0)$  et où  $\gamma_{igl}$  est un tenseur de rang trois qui dépend de la fréquence.  $i$  et  $g$  sont des variables muettes décrivant les axes x, y et z. Quand  $\omega \rightarrow 0$ , les composantes de  $\gamma_{igl}$  tendent vers des constantes. La relation entre  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{E}$  pour une onde monochromatique correspondant à l'équation (8.17) s'écrit alors :

$$D_i = \varepsilon_{ig}^0 E_g + \gamma_{igl} \frac{\partial E_g}{\partial x_l}. \quad (8.18)$$

Ces formules permettent de prendre en compte une faible dispersion spatiale.

D'une manière générale, on peut écrire les tenseurs de permittivité et de perméabilité associés à une boucle de la manière suivante :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (8.19)$$

et

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}. \quad (8.20)$$

Intéressons nous aux composantes que nous avons mesurées précédemment (cf. figures 7.12 et 7.11), c'est à dire  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\mu_{xx}$ ,  $\mu_{yy}$ . Si l'on considère, comme décrit sur la figure 8.4, un champ magnétique incident

selon (oy), un champ électrique incident selon (ox) et l'axe de la boucle selon (oy), on mesure alors  $\varepsilon_{xx}$  et  $\mu_{yy}$ . On connaît  $\mu_{yy}$  d'après l'équation (8.10). Cherchons la valeur de  $\varepsilon_{xx}$ .

Le champ magnétique dans la boucle à la résonance s'accompagne d'un champ électrique orthoradial le long du contour de la boucle. Ce champ électrique se compense exactement, sauf au niveau des bornes de la boucle, comme indiqué sur le dessin 8.4. La proportion de champ  $\mathbf{E}_b$  créée est dans ce cas  $\beta$  et la direction de ce champ est celle du champ incident. En intégrant le long du contour  $\Gamma$  de la boucle à l'aide

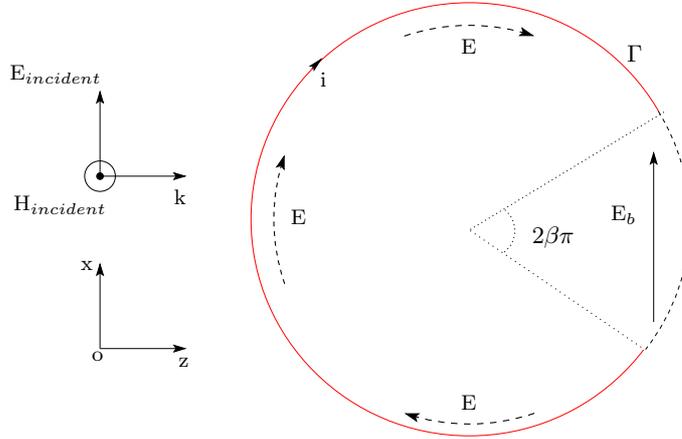


FIG. 8.4 – Boucle ouverte et champ électrique généré par le courant  $i$  aux extrémités de la boucle

de l'équation de Maxwell-Faraday, on accède à la valeur de ce champ. Si on le suppose constant, comme on l'a déjà fait pour le champ magnétique, on peut écrire :

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}_{\theta} d\ell = 2\pi r E_{\theta} = - \iint_S \mu_0 \mathbf{H}_b \mathbf{dS}. \quad (8.21)$$

Sachant que :

$$H_i = \frac{E_i}{Z_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_i, \quad (8.22)$$

on exprime  $\mathbf{E}_b$  en fonction de  $\mathbf{E}_i$  en combinant (8.21) et (8.6) :

$$\mathbf{E}_b = -j\beta \frac{\omega r}{c_0} \frac{Z_c}{2 Z_b + Z_c} \mathbf{E}_i. \quad (8.23)$$

En utilisant l'équation (1.12), on en déduit la permittivité effective du composite à base de boucles chargées dans la direction  $x$  :

$$\varepsilon_{xx} = (1 - \alpha) - j\alpha\beta \frac{\omega r}{c_0} \frac{Z_c}{2 Z_b + Z_c}. \quad (8.24)$$

Il faut noter que, lors de l'intégration le long de  $\Gamma$ , on a arbitrairement orienté le contour dans le sens du courant. Si l'orientation avait été choisie dans l'autre sens<sup>2</sup>, alors un signe + serait apparu dans l'équation (8.21). La véritable écriture de la permittivité artificielle obtenue ainsi par couplage magnéto-électrique dépend du sens de propagation, comme le montrent les figures 7.12 et 7.11. Elle vaut donc :

$$\varepsilon_{xx} = (1 - \alpha) \pm j\alpha\beta \frac{\omega r}{c_0} \frac{Z_c}{2 Z_b + Z_c}. \quad (8.25)$$

<sup>2</sup>i.e. si l'onde incidente arrive en sens opposé,  $k_i = -k_i$ , champ  $H_i$  identique, mais  $E = -E_i$

Cette équation est à rapprocher des expressions (8.17) et (8.18). On peut la réécrire en faisant apparaître le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  :

$$\varepsilon_{xx} = (1 - \alpha) \pm jk\alpha\beta \frac{r}{2} \frac{Z_c}{Z_b + Z_c}. \quad (8.26)$$

On reconnaît alors la forme d'une permittivité lorsque la dispersion spatiale est faible. Au chapitre 9, on vérifie que cette formule reproduit bien les mesures reportées sur la figure 7.11.



## CHAPITRE 9

# Application à un composite à base de boucles chargées par un condensateur

Dans ce chapitre, on charge l'inclusion inductive avec une capacité discrète. La modélisation est confrontée à la mesure.

### Sommaire

<b>9.1</b>	<b>Perméabilité artificielle d'une boucle chargée par un condensateur . . . .</b>	<b>81</b>
<b>9.2</b>	<b>Perméabilité artificielle : confrontation du modèle et de l'expérience . . .</b>	<b>82</b>
9.2.1	Pour une boucle seule chargée par un condensateur . . . . .	82
9.2.2	Pour une boucle possédant un petit noyau magnétique chargée par un condensateur . . . . .	83
<b>9.3</b>	<b>Vérification des prédictions : validation du modèle . . . . .</b>	<b>85</b>
9.3.1	Perméabilité maximale . . . . .	85
9.3.2	Bande passante relative . . . . .	85
9.3.3	Largeur à mi-hauteur et perméabilité maximale . . . . .	86
<b>9.4</b>	<b>Extension du modèle aux hélices et aux boucles ouvertes . . . . .</b>	<b>88</b>
9.4.1	Modèle RLC de l'hélice . . . . .	88
9.4.2	Circuit RLC, hélice et LIFT . . . . .	89
9.4.3	Circuit RLC et permittivité de l'hélice . . . . .	92

## 9.1 Perméabilité artificielle d'une boucle chargée par un condensateur

Afin de valider le modèle précédent, appliquons le au composite étudié au chapitre 7. On peut modéliser les impédances de la boucle et du condensateur de la manière suivante :

$$Z_b = R + jL\omega, \quad (9.1)$$

et

$$Z_c = \frac{1}{jC\omega}, \quad (9.2)$$

$R$  représentant les pertes ohmiques dans le conducteur filaire qui forme la boucle,  $L$  l'inductance de la boucle et  $C$  la capacité du condensateur inséré aux bornes de la boucle. Il faut noter que  $R$  contient une

composante continue  $R_{dc}$  et une composante haute fréquence  $R_{hf}$  due à l'effet de peau. La perméabilité effective s'écrit alors :

$$\mu_{eff} = 1 - \alpha \frac{Z_b}{Z_b + Z_c} = 1 - \alpha \frac{j\tau\omega_0^2\omega - \omega^2}{\omega_0^2 + j\tau\omega_0^2\omega - \omega^2}. \quad (9.3)$$

avec  $\tau = RC$  et  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

## 9.2 Perméabilité artificielle : confrontation du modèle et de l'expérience

### 9.2.1 Pour une boucle seule chargée par un condensateur

Insérons les paramètres de l'expérience de la figure 7.21 dans l'équation (9.3). Ils valent :

- $C = 4$  pF
- $\alpha = 0,01$

On procède d'abord en mesurant l'impédance  $Z_b$  en parallèle avec  $Z_c$  grâce à l'analyseur de réseau connecté sur le port SMA du dispositif. Puis on divise par  $Z_c$  l'impédance mesurée pour trouver le facteur  $Z_b/(Z_b + Z_c)$ . Les deux seuls paramètres à connaître pour utiliser le modèle sont donc l'impédance de la charge  $Z_c$  et la fraction volumique apparente de boucle du composite  $\alpha$ .

Sur la figure 9.1, on a reporté la mesure de la figure 7.21 et la modélisation correspondante avec  $C=4$  pF et  $\alpha=1\%$ , la fraction volumique en inclusions prise comme paramètre ajustable. On observe un excellent accord entre la mesure et la simulation.

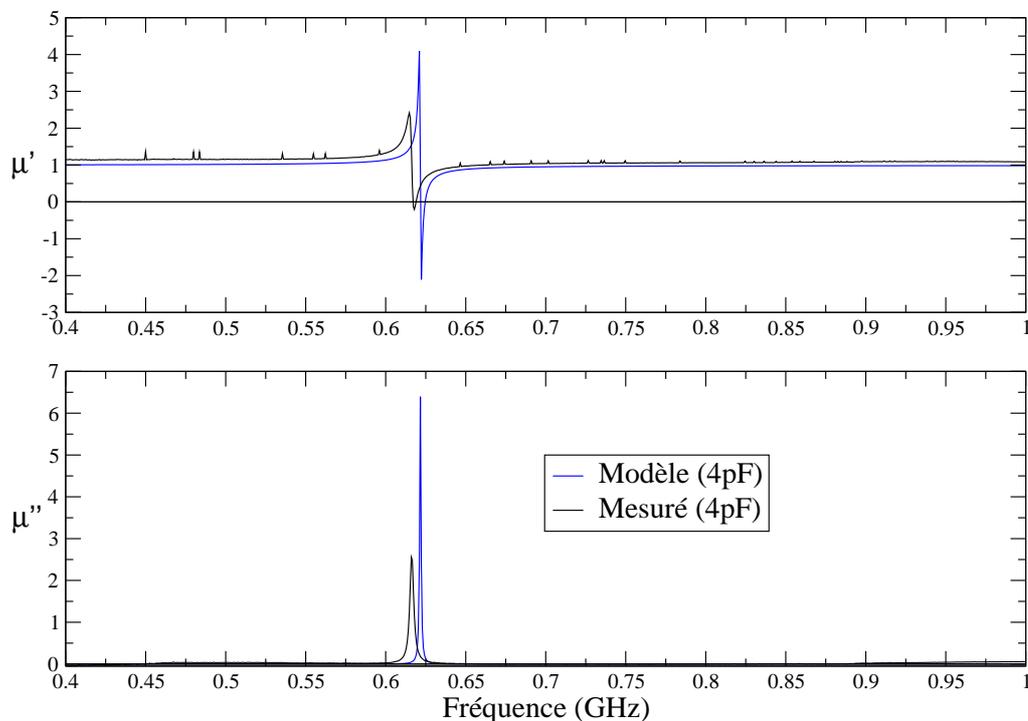


FIG. 9.1 – Comparaison entre la perméabilité effective mesurée et calculée du composite à base d'une boucle chargée par une capacité de 4 pF

### 9.2.2 Pour une boucle possédant un petit noyau magnétique chargée par un condensateur

Dans ce cas, on a disposé au niveau de la section de la boucle un petit noyau de LIFT. Sur la figure 9.2, on compare les impédances de la boucle chargée avec 10 pF avec et sans noyau magnétique. On observe que le noyau magnétique diminue le coefficient de surtension du circuit RLC que forme l'inclusion. Sur

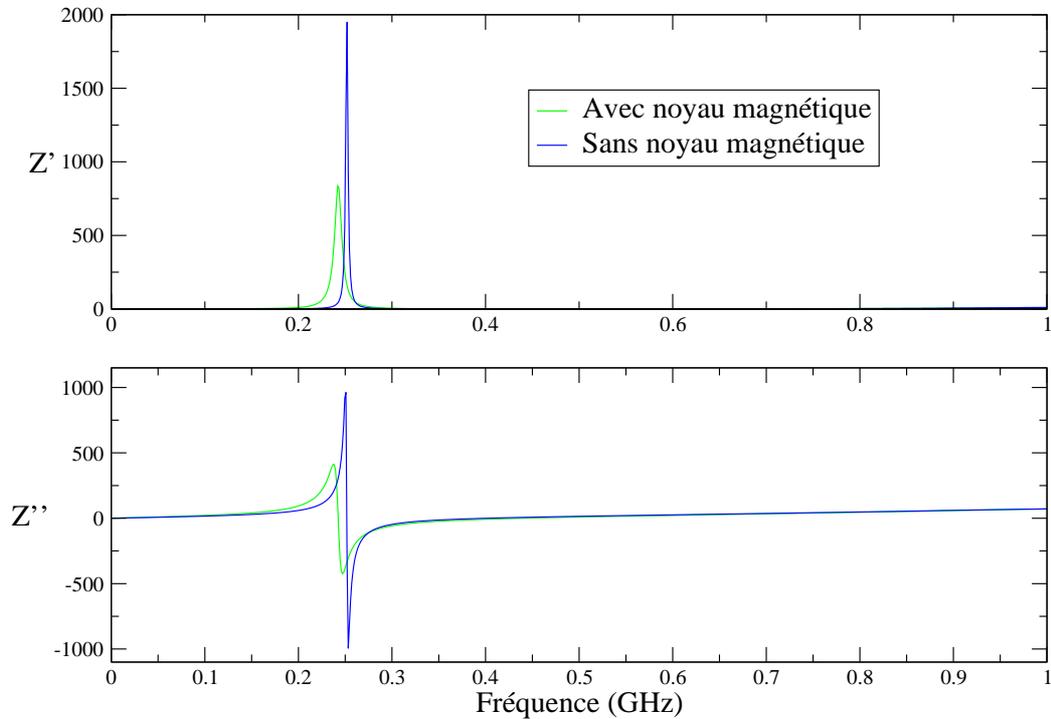


FIG. 9.2 – Mesure de l'impédance du composite à base d'une boucle chargée par une capacité de 10 pF avec et sans noyau magnétique

la figure 9.3, on compare la modélisation de la perméabilité effective (cf. équation (8.14)) avec  $C=10$  pF et  $\alpha' = \alpha\mu = 6\%$  avec la mesure. On note que dans l'expression (8.14),  $\alpha$  est multiplié par le  $\mu$  du noyau magnétique. Ne connaissant pas *a priori* la perméabilité du morceau de matière magnétique inséré dans la section de la boucle, on a choisi de donner la valeur de  $\alpha'$ .  $\alpha$  étant la fraction volumique géométrique de boucle, le paramètre effectif  $\alpha'$  est le reflet de l'augmentation du « volume électromagnétique » de la boucle engendrée par la matière magnétique.

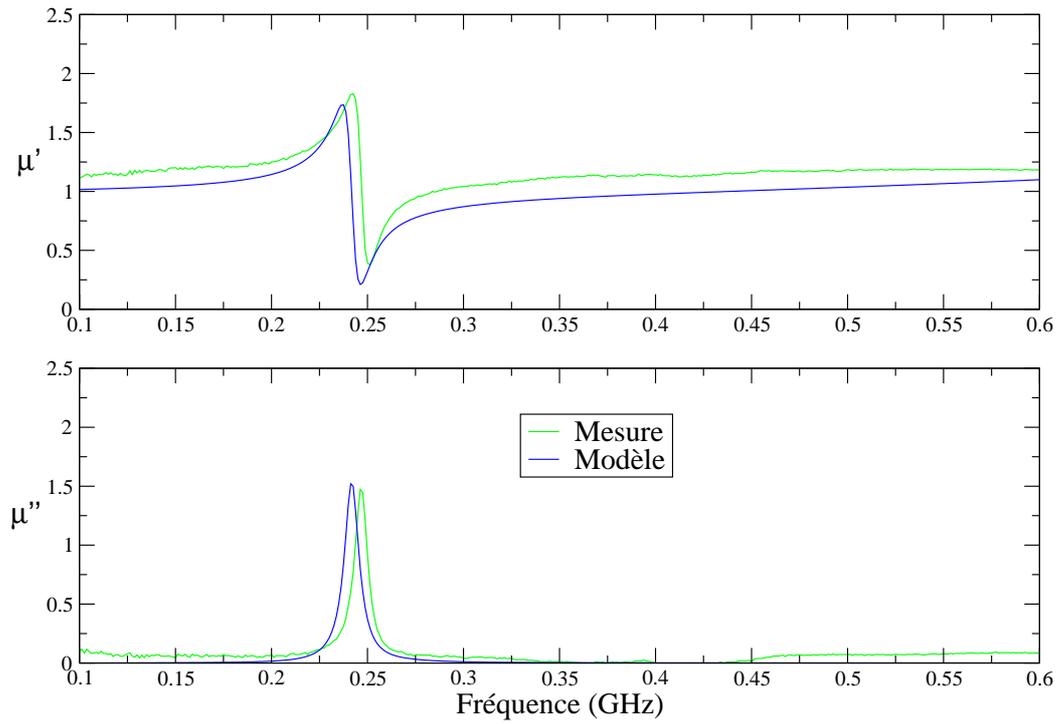


FIG. 9.3 – Comparaison entre la mesure d'un composite à boucle chargée par 10 pF et un noyau magnétique et la modélisation

## 9.3 Vérification des prédictions : validation du modèle

Dans cette section, on considère des boucles qui ne comportent pas de matière magnétique.

### 9.3.1 Perméabilité maximale

À la résonance, on a :

$$\mu_{eff}(\omega_0) = 1 - \alpha - j \frac{\alpha}{\tau\omega_0} = 1 - \alpha - j\alpha\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{R}. \quad (9.4)$$

Sur la figure 7.21, on observe que  $\mu''_{max}$  diminue lorsque la capacité augmente, ce qui est parfaitement cohérent avec la description donnée par l'équation (9.4). Sur la figure 9.4, on a représenté  $\ln(\mu''_{max})$  en fonction de  $\ln(C)$  et la régression linéaire correspondante, dont la pente vaut 0,4 (au lieu de 0,5 en théorie).

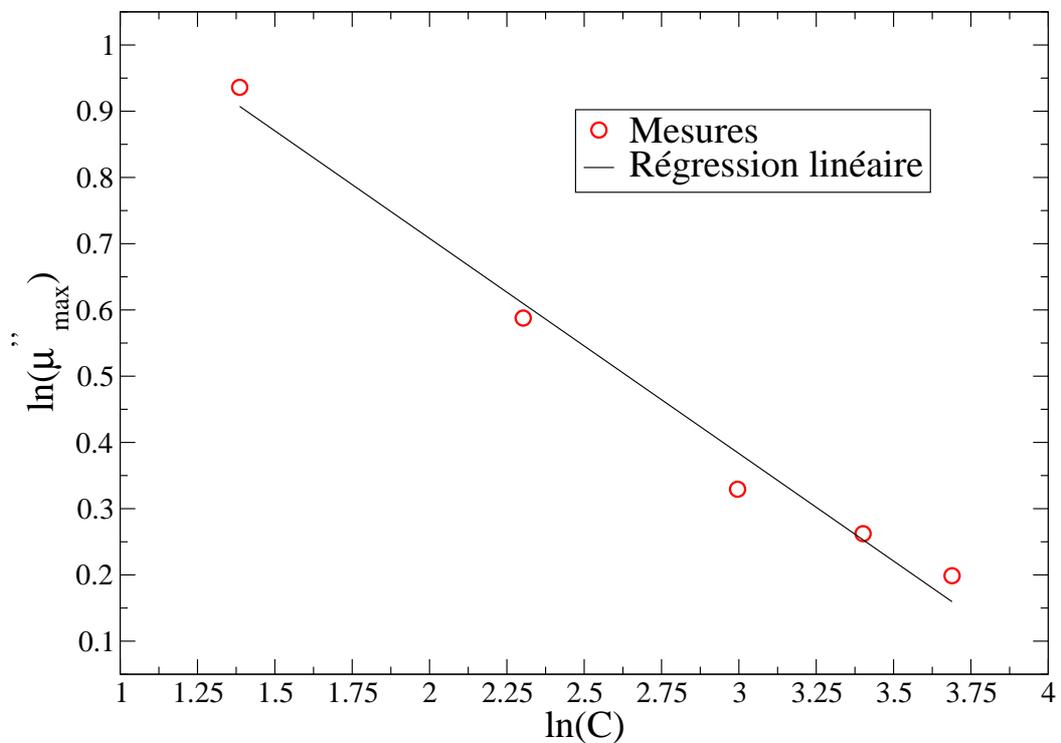


FIG. 9.4 – Vérification de la loi de variation en racine de  $C$  du maximum de  $\mu''$

### 9.3.2 Bande passante relative

Pour calculer la bande passante relative à mi-hauteur de la partie imaginaire de la perméabilité autour de la résonance, on écrit que :

$$\mu''_{eff}(\omega_1) = \mu''_{eff}(\omega_2) = \frac{1}{2}\mu''_{eff}(\omega_0) \quad (9.5)$$

et

$$2\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (9.6)$$

La bande passante relative à mi-hauteur BPR est alors définie par :

$$BPR = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \quad (9.7)$$

La partie imaginaire de la perméabilité vaut :

$$\mu''_{eff} = -\alpha \frac{\tau\omega}{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (\tau\omega)^2} \quad (9.8)$$

En écrivant l'équation (9.5), on trouve l'équation de degré 4 suivante :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 + (\tau^2\omega_0^2 - 2)\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 2\tau^2\omega_0^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) + 1 = 0 \quad (9.9)$$

Dans notre cas les bandes passantes relatives sont très faibles, de l'ordre de 5 %. Pour de faibles variations autour de la fréquence de résonance  $\omega_0$ , on écrit que  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ . En reportant cette expression dans (9.9) et en négligeant les termes d'ordres 3 et 4, on obtient alors :

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\omega_0}{\sqrt{4/\tau^2 + \omega_0^2}} = \frac{2R\sqrt{C}}{\sqrt{4L + R^2C}} \quad (9.10)$$

Les différents cas étudiés vérifient la condition  $4L \gg R^2C$ . C'est pourquoi, on peut écrire :

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \approx R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (9.11)$$

Afin de vérifier cette prédiction du modèle, observons la figure 7.25. L'amplitude de la résonance diminue lorsque R croît. Sur la figure 9.5 on vérifie expérimentalement que la bande passante relative à mi-hauteur de la perméabilité imaginaire croît linéairement avec la résistance. On observe que pour  $R=0$   $\Omega$  on n'a pas  $2\Delta\omega/\omega_0 = 0$  à cause de la résistance haute fréquence inhérente à la boucle. Enfin, on vérifie que la pente de la droite vaut le rapport  $\sqrt{C/L}$ . La mesure de l'inductance du circuit équivalent se fait en basse fréquence. Elle vaut 26,8 nH. La capacité rajoutée en tant que charge valait 1,3 pF. Par conséquent on trouve par la mesure direct  $\sqrt{C/L} \approx 0,007$  S. Or, la pente de la régression linéaire vaut 0,008 S. L'accord est excellent. Ces validations multiples expérimentales mettent en évidence la pertinence de ce modèle pour prédire le comportement global du métamatériau.

### 9.3.3 Largeur à mi-hauteur et perméabilité maximale

La quantité  $2\Delta\omega\mu''_{max}$  est adaptée pour évaluer la performance en absorption du système à perméabilité résonante. Elle rend compte à la fois de la hauteur et de la largeur du pic de perméabilité. D'après (9.4) et (9.10), cette quantité vaut :

$$2\Delta\omega\mu''_{max} = -\alpha\omega_0 \quad (9.12)$$

On observe tout d'abord qu'elle est bornée, car  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Pour une fréquence donnée, le seul moyen d'augmenter cette quantité en l'absence de matière magnétique est d'augmenter le paramètre  $\alpha$  c'est à dire la concentration en inclusions du composite. L'utilisation d'un noyau magnétique permet d'augmenter les niveaux de perméabilité. L'intégration du  $\mu$  complexe du matériau dans l'équation (9.5) rend difficile

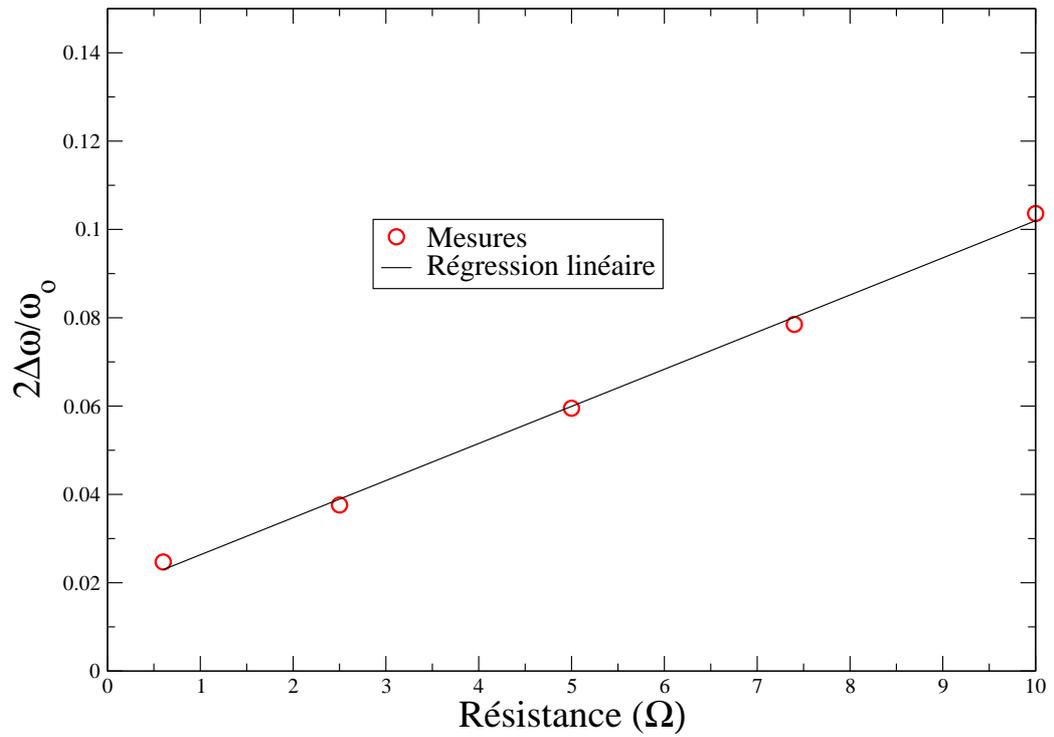


FIG. 9.5 – Bande passante relative en fonction de la résistance du résonateur.

la résolution. Plutôt qu'une approche analytique, c'est une approche numérique, prenant en compte les variations de perméabilité du noyau avec la fréquence qui est alors la plus adaptée.

L'équation (9.12) permet donc de pallier l'insuffisance du critère intégral développé pour les chiraux (cf. chapitre 5). En effet, comme ce critère (5.19) dépend de la perméabilité statique du composite, il n'est pas applicable aux chiraux remplis de ferrite par exemple. En déterminant la largeur du pic de  $\mu''_{max}$  en fonction de la fréquence, la formule (9.12) fixe une limite à l'absorption des composites à boucles chargées.

## 9.4 Extension du modèle aux hélices et aux boucles ouvertes

Dans cette section, on considère des hélices et des boucles ouvertes comprenant éventuellement des noyaux magnétiques.

### 9.4.1 Modèle RLC de l'hélice

En ce qui concerne la perméabilité artificielle, le comportement de l'hélice et de la boucle sont les mêmes, d'où l'idée d'étendre le modèle élaboré pour une boucle chargée aux hélices et aux boucles ouvertes. Cependant, si dans le cas de la boucle chargée la circonférence  $P$  de la boucle respecte la condition  $P/\lambda \leq 0,2$  jusqu'à 3,6 GHz [73] dans nos expériences (cf. section 8.1), il n'en est pas de même pour les hélices. En effet, leur circonférence atteint par exemple  $P=8$  cm pour une résonance de perméabilité à 1,35 GHz (cf. figure 7.15). Ceci s'écrit :  $P/\lambda \simeq 0,36$ . L'hypothèse selon laquelle le courant est constant le long de la boucle n'est donc pas valide dans le cas de l'hélice. De plus, l'hélice est en circuit ouvert, le courant est donc nul à ses extrémités.

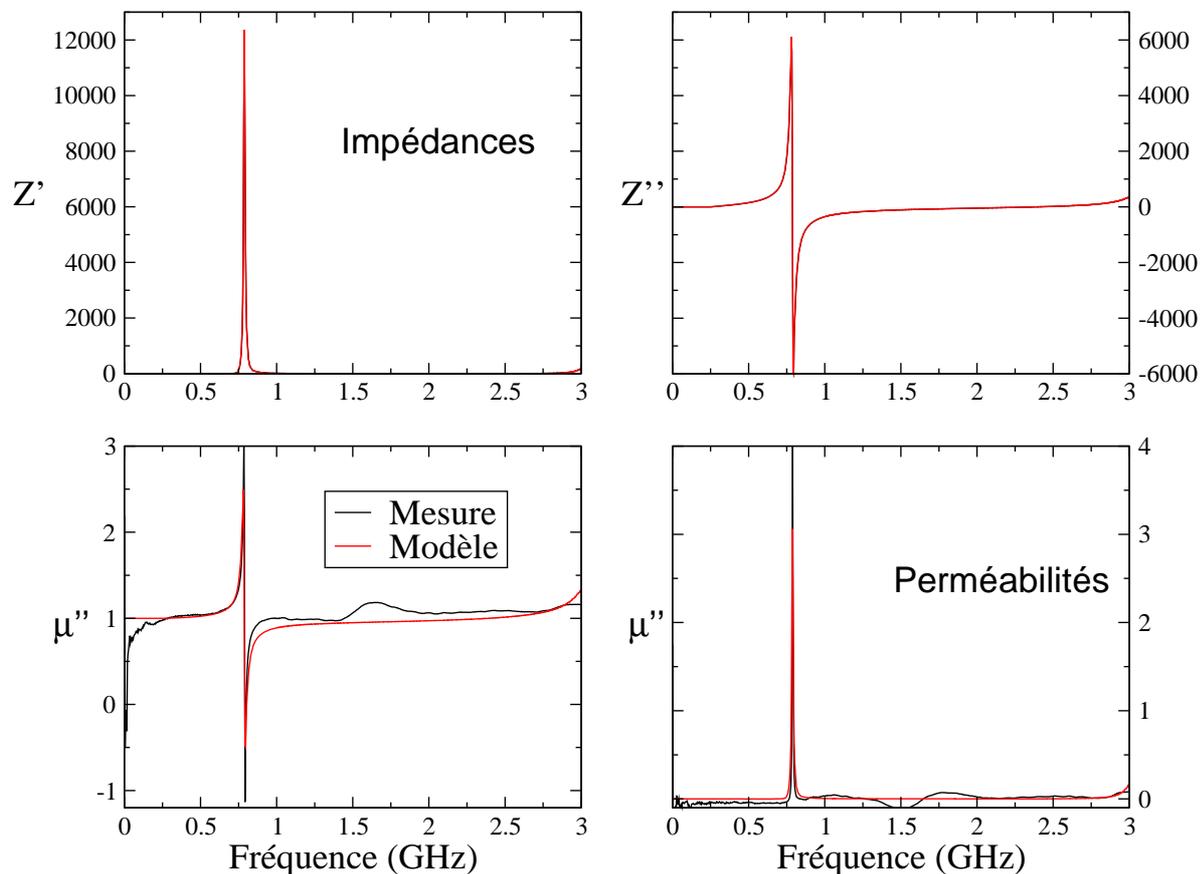


FIG. 9.6 – Impédances et perméabilités mesurées et modélisées d'un composite à base d'hélices de 7 cm reliée à un connecteur SMA

Néanmoins, comme on peut l'observer d'après l'expérience (cf. figure 9.6), l'hélice possède une impédance de circuit RLC parallèle résonant et se comporte comme un dipôle magnétique. Ceci est dû à la présence d'une capacité parasite distribuée le long de l'hélice et à la résistance du fil qui s'additionnent à l'induc-

tance propre de l'hélice. On sait *a priori* évaluer ces différentes grandeurs [73]. Cependant, notre système expérimental nous permet de mesurer exactement l'impédance de l'hélice. Par régression linéaire, on parvient à trouver les paramètres RLC équivalents. Par exemple, pour une hélice de 7 cm de longueur, on trouve les paramètres suivants :

- $R=5 \Omega$
- $L=78 \text{ nH}$
- $C=1,1 \text{ pF}$

Sur la figure 9.6, on a reporté l'impédance ainsi modélisée. On observe que la régression est parfaitement superposée à la mesure. À la lumière de ces résultats, on peut donc s'autoriser à modéliser l'hélice par un circuit RLC équivalent et, par extension, appliquer le modèle précédent développé pour une boucle chargée. La perméabilité modélisée grâce à ce circuit équivalent est reportée sur la figure 9.6. Elle correspond bien à celle mesurée.

### 9.4.2 Circuit RLC, hélice et LIFT

On procède de la même manière pour une hélice comportant un noyau magnétique long : on détermine les circuits RLC équivalents. Comme le noyau magnétique s'étend assez longuement hors des hélices, le modèle le plus adéquat apparaît être celui d'une hélice noyée dans un composite magnétique (équation (8.16)). En reportant les valeurs dans  $Z_b$  et  $Z_c$  et en utilisant l'équation (8.16), on trouve la perméabilité effective d'un composite LIFT à hélice de 18 cm. Sur la figure 9.7, on compare la mesure à la modélisation. Les résultats sont en très bon accord. Deux autres comparaisons ont été établies et sont reportées sur les figures 9.8 et 9.9. Les paramètres utilisés pour la modélisation sont reportés dans le tableau 9.1. La perméabilité utilisée pour le composite LIFT est celle donnée sur la figure 7.14. Le paramètre  $\alpha = V_b/V_t$  est pris comme paramètre ajustable. Le volume total  $V_t$  est calculé de la manière suivante :

$$V_t = e\pi(R_{ext}^2 - R_{int}^2) \quad (9.13)$$

où  $e$ ,  $R_{int}$  et  $R_{ext}$  ont été définis à la section 7.2. Pour le volume de l'inclusion on pose :

$$V_b = d\pi r^2 \quad (9.14)$$

où  $d$  est la longueur de l'hélice une fois enroulée et  $r$  son rayon.

TAB. 9.1 – Récapitulatif des paramètres utilisés

Figure	Longueur de l'hélice (cm)	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (nH)	$C$ (pF)	$\alpha$
9.7	18,0	0,1	25	4	0,2
9.8	12,7	0,1	18	2,5	0,14
9.9	8,0	0,1	15	1	0,12

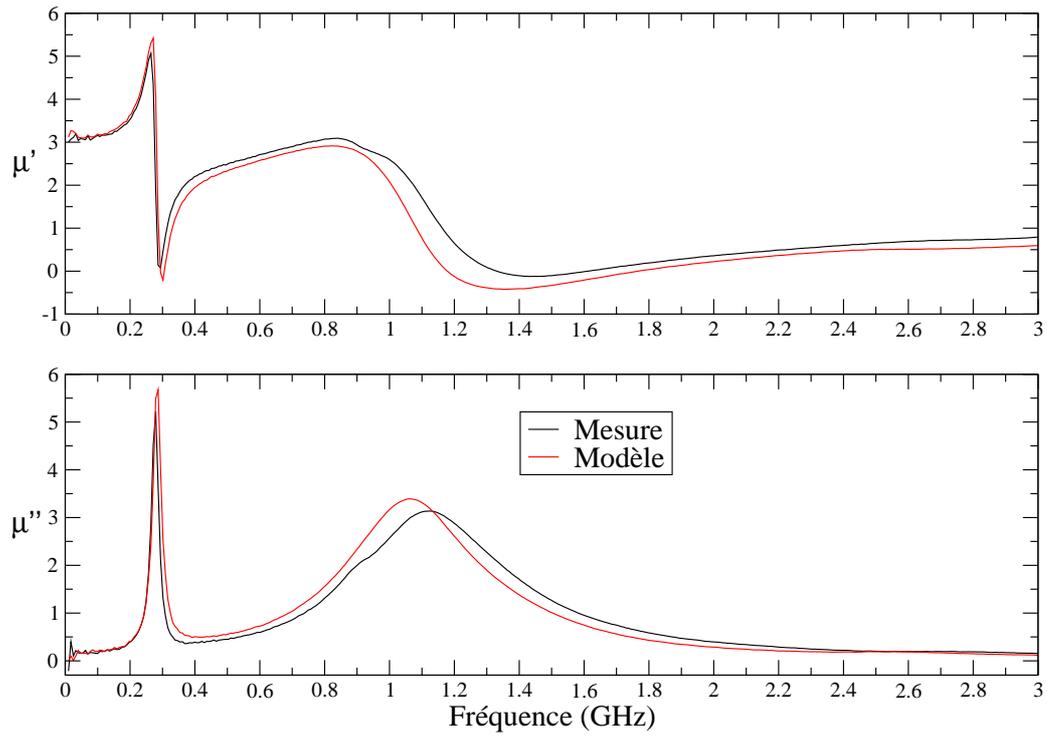


FIG. 9.7 – Composite LIFT à hélice de 18 cm de longueur :  $\alpha=0,2$ ,  $R=0,1 \Omega$ ,  $L=25$  nH et  $C=4$  pF

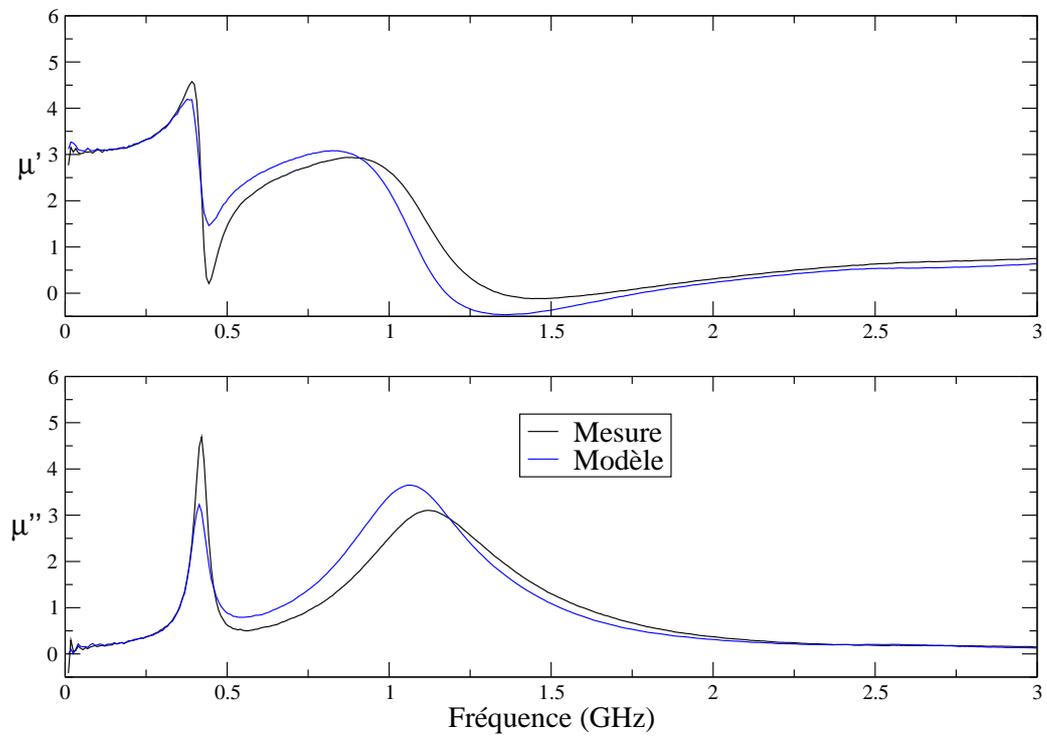


FIG. 9.8 – Composite LIFT à hélice de 12,7 cm de longueur :  $\alpha=0,14$ ,  $R=0,1 \Omega$ ,  $L=18$  nH et  $C=2,5$  pF

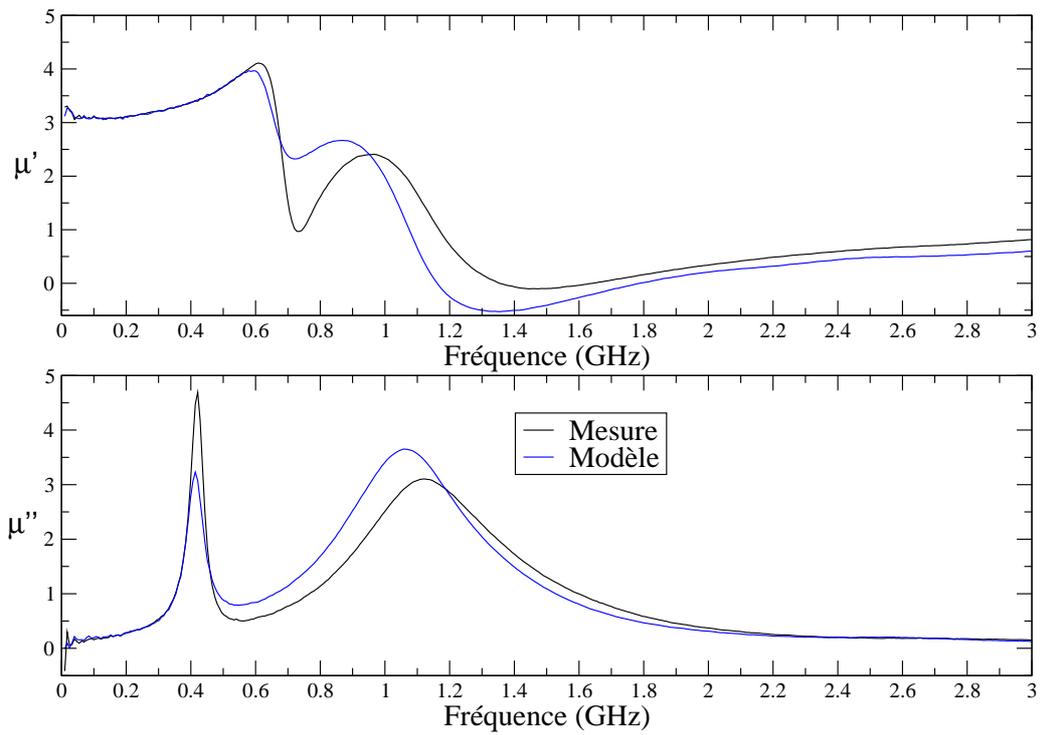


FIG. 9.9 – Composite LIFT à hélice de 8 cm de longueur :  $\alpha=0,12$ ,  $R=0,1 \Omega$ ,  $L=15$  nH et  $C=1$  pF

### 9.4.3 Circuit RLC et permittivité de l'hélice

Ces hélices présentent néanmoins un inconvénient majeur : elles sont chirales et on observe un effet de dispersion spatiale. Des mesures en réflexion sont comparées à la modélisation proposée au paragraphe 8.3.1. Les paramètres physiques de l'hélice et de la modélisation sont reportés sur le tableau 9.2. On observe sur la figure 9.10 un accord excellent avec les mesures. Dans l'équation (8.25), on a introduit  $\alpha$  et  $\beta$ . D'après les données de l'expérience, la fraction volumique d'hélice est de 0,3%. La valeur de  $\alpha$  insérée dans le simulateur est donc de l'ordre de celle de l'expérience. La valeur de  $\beta$  est trouvée par itération. Cette modélisation des effets du premier ordre de la dispersion spatiale semble donc pertinente, compte tenu de sa simplicité.

TAB. 9.2 – Récapitulatif des paramètres utilisés

Longueur de l'hélice	Diamètre de l'hélice	Fraction volumique expérimentale en hélice	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (nH)	$C$ (pF)	$\alpha$	$\beta$
2,5 cm	3 mm	0,003	0,1	8	0,52	0,005	0,01

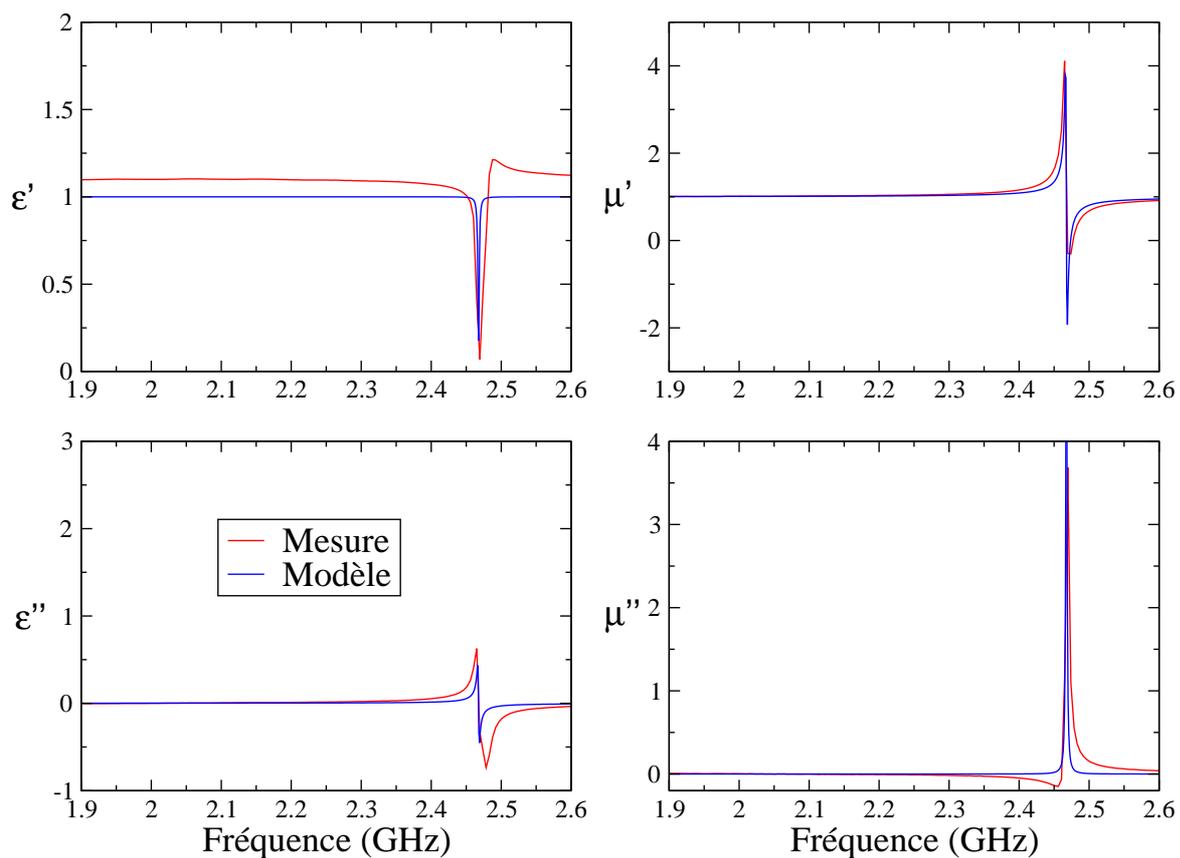


FIG. 9.10 – Modélisation et mesure de la permittivité et de la perméabilité d'un composite contenant une hélice

# CHAPITRE 10

## Perméabilité artificielle contrôlée par une tension

Ce chapitre relate la réalisation d'un composite à perméabilité artificielle résonante active à bande passante reconfigurable.

### Sommaire

<b>10.1 Composite à boucle chargée par une diode varicap</b>	<b>93</b>
10.1.1 Circuit électrique équivalent	94
10.1.2 Caractéristiques de la diode varicap utilisée	95
10.1.3 Dimensionnement de la capacité discrète C	95
<b>10.2 Mesure de la perméabilité artificielle active</b>	<b>96</b>
<b>10.3 Perspectives</b>	<b>97</b>

À la section 7.4, des composites à inclusions passives inductives ont été étudiés : les circuits électriques qui les constituent ne comportent que des résistances, des capacités ou des inductances. Or, il existe des composants électroniques actifs qui réalisent des résistances, ou des capacités variables. Par exemple, la diode varicap permet de réaliser une capacité ajustable grâce à sa tension d'alimentation. Dans ce chapitre, on insère une diode varicap pour créer un composite à perméabilité résonante dynamiquement ajustable.

## 10.1 Composite à boucle chargée par une diode varicap

Le composite étudié est présenté sur la figure 10.1. Les composants nécessaires à l'expérience sont les suivants :

- une boucle inductive,
- une capacité discrète,
- une diode varicap hyperabrupte 28 V (ZC830B Zétex),
- deux inductances de choke 10  $\mu\text{H}$ ,
- une alimentation continue 0-30 V.

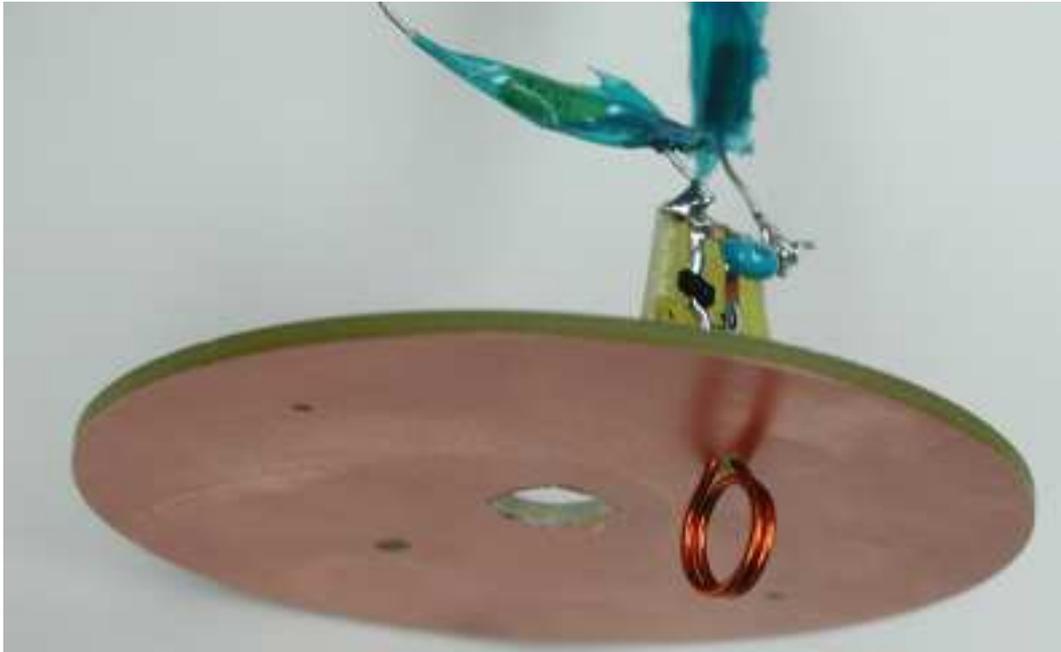


FIG. 10.1 – Photographie du système de perméabilité active contrôlée par une tension : court-circuit, inductance (en cuivre émaillé), capacité de découplage (en bleu), inductances de choke, diode varicap

### 10.1.1 Circuit électrique équivalent

Le schéma électrique de l'inclusion est décrit sur la figure 10.2. Il faut noter qu'il est essentiel de découpler l'alimentation continue de la boucle. Dans le cas contraire, on ramène l'impédance des fils et de l'alimentation en parallèle à la boucle et aucun phénomène de perméabilité artificielle n'est observable. C'est pourquoi, deux inductances de « choke » de  $10 \mu\text{H}$  ont été disposées, afin de rendre impossible la progression de l'onde vers l'alimentation. Pour des raisons de simplicité de montage, on a choisi de placer la diode varicap en série avec la boucle.

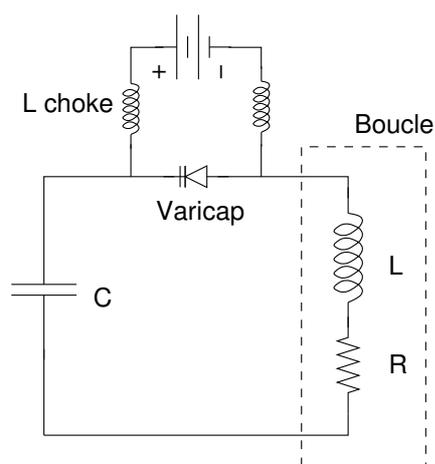


FIG. 10.2 – Circuit électrique équivalent à la mise en parallèle d'une boucle en série avec une diode varicap, et d'une capacité

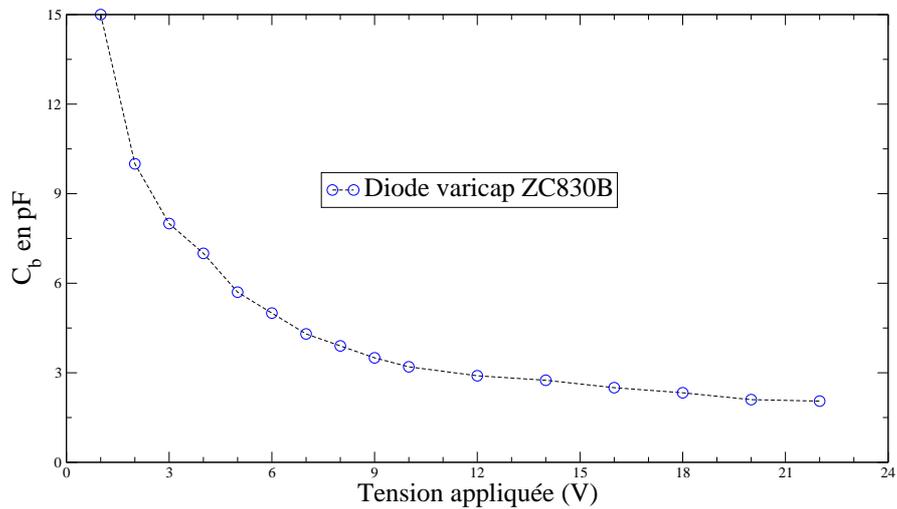


FIG. 10.3 – Caractéristique capacité / tension de la diode varicap ZC830B

### 10.1.2 Caractéristiques de la diode varicap utilisée

La diode varicap utilisée possède un comportement dit « hyperabrupte ». Polarisée en inverse, cette diode présente un effet capacitif lié à la barrière créée par la zone de charge d'espace. Cette valeur de capacité  $C_b$  prend la forme suivante :

$$C_b = \frac{C_{b0}}{\left(1 - \frac{V}{V_B}\right)^\gamma} \quad (10.1)$$

où  $C_{b0}$  est la capacité barrière en l'absence de polarisation et  $\gamma$  un coefficient dépendant du profil de dopage et  $V_B$  le potentiel aux bornes de la jonction à l'équilibre thermodynamique. Dans le cas hyperabrupte,  $\gamma$  peut atteindre 2 sur une gamme étendue de tension  $V$  appliquée. Sur la figure 10.3, on a représenté la caractéristique capacité / tension de la diode ZC830B. La valeur de  $C_b$  n'est pas linéaire en fonction de la tension appliquée. La plage de capacité s'étend d'environ 2 pF pour 20 V appliquées à 15 pF pour 1 V, ce qui correspond aux gammes de capacités utilisées dans les expériences précédentes. Cette diode permet donc une variation significative de l'impédance.

### 10.1.3 Dimensionnement de la capacité discrète C

Afin d'optimiser l'excursion en fréquence de la perméabilité, il est nécessaire de choisir précisément la capacité discrète de découplage à insérer dans le circuit. Soit  $[f_1, f_2]$ , l'excursion de fréquence envisagée. On a  $f_1 = 1/\sqrt{LC_1}$  et  $f_2 = 1/\sqrt{LC_2}$ . On note  $\mathfrak{S}$  le rapport des fréquences  $f_2/f_1$ . Alors on a :

$$\mathfrak{S} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{C_b(C + C_a)}{C_a(C + C_b)}}, \quad (10.2)$$

où  $[C_a, C_b]$  représente l'excursion possible de la capacité créée par la diode varicap (*i.e.* [2,15] pF dans notre cas). La valeur de  $C$  se déduit alors facilement de l'équation précédente :

$$C = \frac{(\mathfrak{S}^2 - 1)C_b C_a}{C_b - \mathfrak{S}^2 C_a}. \quad (10.3)$$

Cette équation impose donc que  $C_b - \mathfrak{S}^2 C_a > 0$ , c'est à dire :

$$\mathfrak{S}^2 < \frac{C_b}{C_a}. \quad (10.4)$$

Dans notre cas,  $C_b/C_a \simeq 7$ . Donc  $\mathfrak{S} = \sqrt{7} \simeq 2,65$  sera la valeur maximale possible. Cette valeur de  $\mathfrak{S}$  correspond à une valeur de C de 180 pF. Nous choisissons d'utiliser la valeur la plus proche dont nous disposons au laboratoire qui est de 150 pF. L'excursion en fréquence prévue sera donc  $f_2 \simeq 2,62f_1$ .

## 10.2 Mesure de la perméabilité artificielle active

Sur les figures 10.4 et 10.5, on a reporté la perméabilité artificielle obtenue en appliquant une tension inverse variable allant de 0,5 à 24 V sur la diode varicap. Deux inductances en forme d'hélice de rayon 2 mm ont été utilisées (cf. figure 10.1) : une à 2 tours de 39 nH et une autre à 5 tours de 107 nH. On observe que la fréquence de résonance de la perméabilité évolue en fonction de la tension appliquée dans chacun des cas.

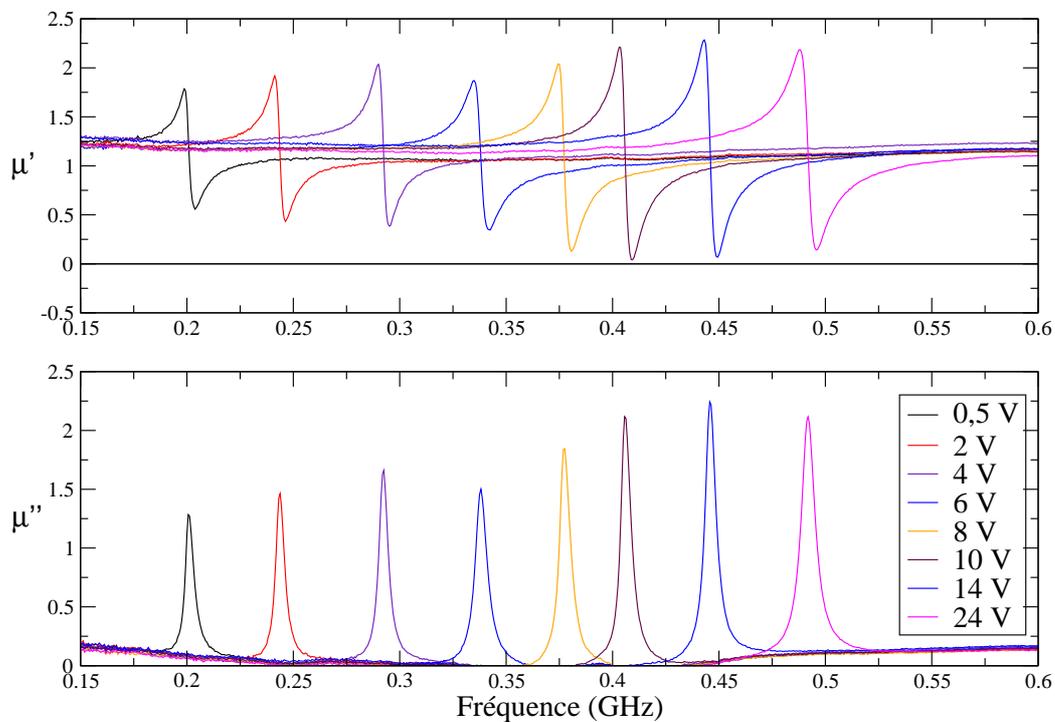


FIG. 10.4 – Perméabilité effective d'un composite à boucle inductive de 39 nH et diode varicap en fonction de la tension appliquée sur la diode varicap

Avec une inductance de 39 nH (cf. figure 10.4), une excursion en fréquence de 290 MHz est obtenue. La bande de fréquence s'étend de  $f_1 = 200$  MHz à  $f_2 = 490$  MHz et est centrée sur 345 MHz. On trouve  $\mathfrak{S} = 2,45$ . Avec l'inductance de 107 nH (cf. figure 10.5), on obtient une bande passante du système de 160 MHz centrée sur 210 MHz et  $\mathfrak{S} = 2,23$ . Les niveaux de perméabilité dépassent largement l'unité et augmentent légèrement lorsque la tension augmente, *i.e.* lorsque la capacité diminue. Une large gamme de fréquences peut être balayée avec un seul circuit.

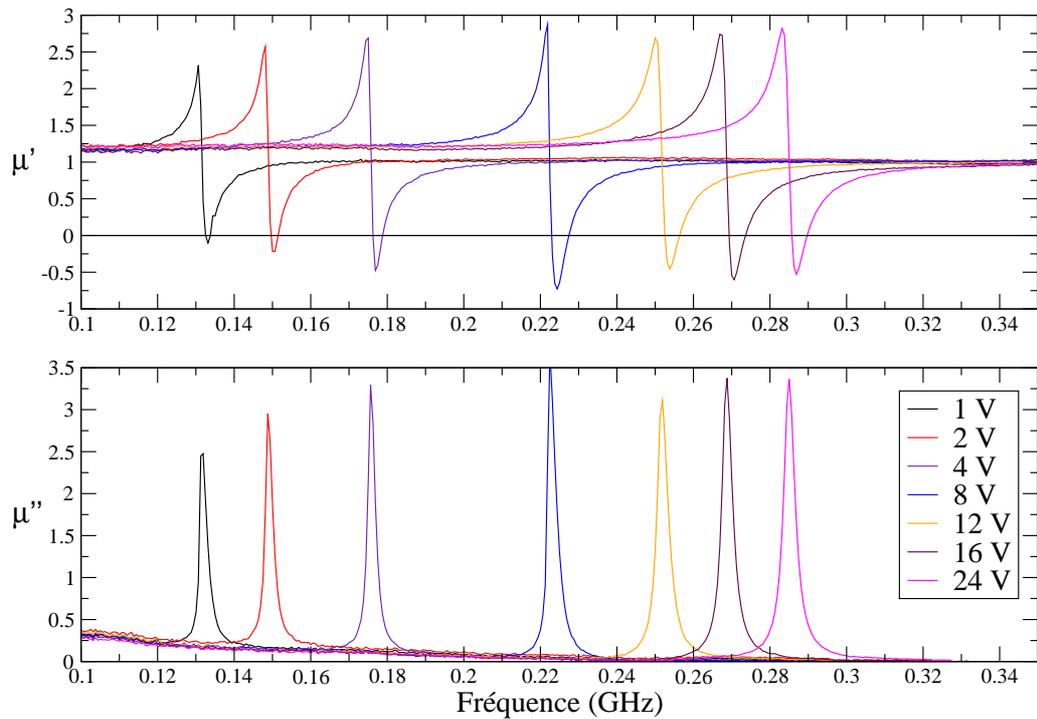


FIG. 10.5 – Perméabilité effective d'un composite à boucle inductive de 107 nH et diode varicap en fonction de la tension appliquée sur la diode varicap

### 10.3 Perspectives

Cette expérience permet d'envisager la fabrication de composites à perméabilité artificielle et bande passante instantanée. En multipliant les éléments pilotés électroniquement et en combinant des résonances à différentes fréquences, ces systèmes sont capables d'émuler un gabarit de perméabilité donné. Sur les figures de 10.6 à 10.8, on a reporté des simulations de composites comportant des éléments résonants à quelques MHz d'intervalle. Le résultat est une perméabilité artificielle à bande passante ajustable en fréquence et intensité par une tension.

Sur la figure 10.6, on a reporté la perméabilité effective d'un composite comportant une matrice de onze boucles résonantes à diode par cellule périodique. Le taux de charge en boucle dans le composite est de 5%. On a supposé que l'on était capable, tout comme pour une antenne à balayage électronique, d'appliquer une tension quelconque sur n'importe quelle diode de la matrice. En choisissant des tensions proches les unes des autres, on peut artificiellement augmenter la bande passante à mi-hauteur de  $\mu''$ . Dans notre cas, celle-ci est de 16 MHz, ce qui correspond à 8,4 % de la fréquence centrale. Sur la figure 10.7, la perméabilité effective voit sa bande passante évoluer du simple au triple en fonction des tensions appliquées sur la matrice de diodes. Les tensions correspondant à la courbe noire valent [4 ; 4,05 ; 4,1 ; 4,15 ; 4,2 ; 4,25 ; 4,3 ; 4,35 ; 4,4 ; 4,45 ; 4,50] V. Il s'agit du cas précédent (cf. figure 10.6). Puis, chacune des tensions s'alignent sur 4,25 V. La courbe rose correspond à une excitation uniforme de [4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25 ; 4,25] V, la courbe rouge à [4,25 ; 4,25 ; 4,1 ; 4,15 ; 4,20 ;

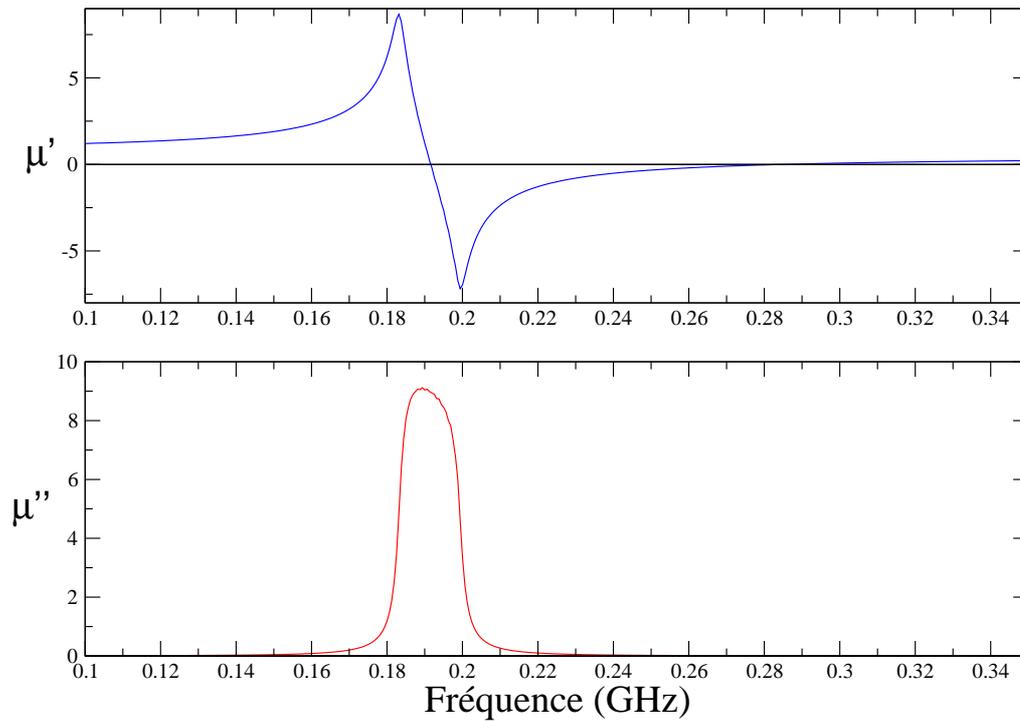


FIG. 10.6 – Simulation de la perméabilité effective d'un composite à onze boucles inductives de 107 nH et diodes varicap ZC830B par cellule périodique, en fonction de la tension appliquée sur chaque diode varicap. Les paramètres de simulation sont les suivants :  $\alpha = 5\%$ ,  $R=2\Omega$ ,  $C=150$  pF,  $L=107$  nH. Les tensions appliquées sur la matrice de diodes sont : [4; 4,05; 4,1; 4,15; 4,2; 4,25; 4,3; 4,35; 4,4; 4,45; 4,50] V

4,25; 4,3; 4,35; 4,4; 4,25; 4,25] V et la courbe bleue à [4,25; 4,25; 4,25; 4,25; 4,20; 4,25; 4,3; 4,25; 4,25; 4,25; 4,25] V. La bande instantanée de la perméabilité active varie de 5 Mhz à 16 MHz. Les niveaux sont triplés pour les parties réelles et imaginaires. On remarque sur la courbe rouge un palier de perméabilité négative relativement stable entre 192 et 196 MHz. Ce phénomène peut s'avérer utile pour la conception de métamatériaux à indices négatifs.

Sur la figure 10.8, il s'agit de la perméabilité effective d'un composite à onze boucles inductives et matrice de diodes, dont l'alimentation est telle que deux bandes de perméabilité sont créées : l'une autour de 190 MHz et l'autre autour de 330 MHz. L'excitation de la matrice diodes vaut [4,5; 4,6; 4,7; 4,8; 4,9; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25] V.

*Ces simulations et les expériences précédentes montrent la possibilité de créer un composite à bande passante reconfigurable instantanément, dépassant ainsi les limites propres aux matériaux bruts.* La permittivité et la perméabilité sont de manière classique pilotées par une tension (ferroélectriques) ou un courant (ferromagnétiques). On vient de montrer que la perméabilité artificielle d'un métamatériau à base de boucles inductives peut être pilotée par une tension. De la même manière, on peut chercher à faire varier la permittivité d'un composite en fonction d'un courant. La partie suivante démontre que des métamatériaux à base de fils ferromagnétiques offrent cette possibilité.

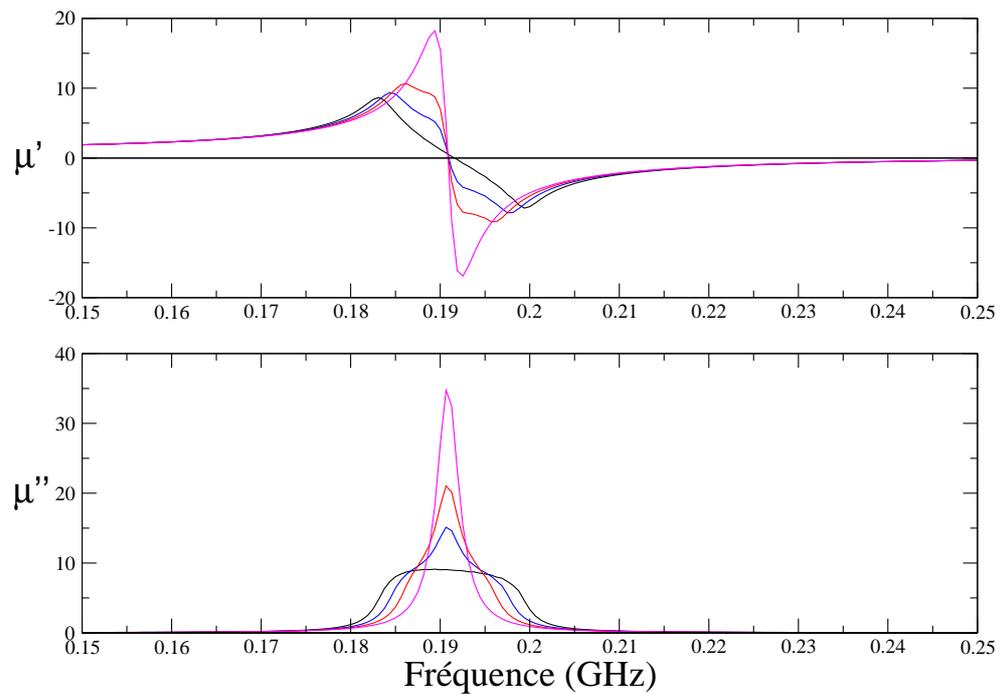


FIG. 10.7 – Simulation de la perméabilité effective d’un composite à onze boucles inductives de 107 nH et diodes varicap ZC830B par cellule périodique, en fonction des tensions appliquées sur la matrice de diodes. Les paramètres de simulation sont les suivants :  $\alpha = 5\%$ ,  $R=2\Omega$ ,  $C=150$  pF,  $L=107$  nH. Les tensions appliquées sur la matrice de diodes initialement réparties entre 4 et 4,5 V (courbe noire) valent progressivement toutes 5 V (courbe rose).

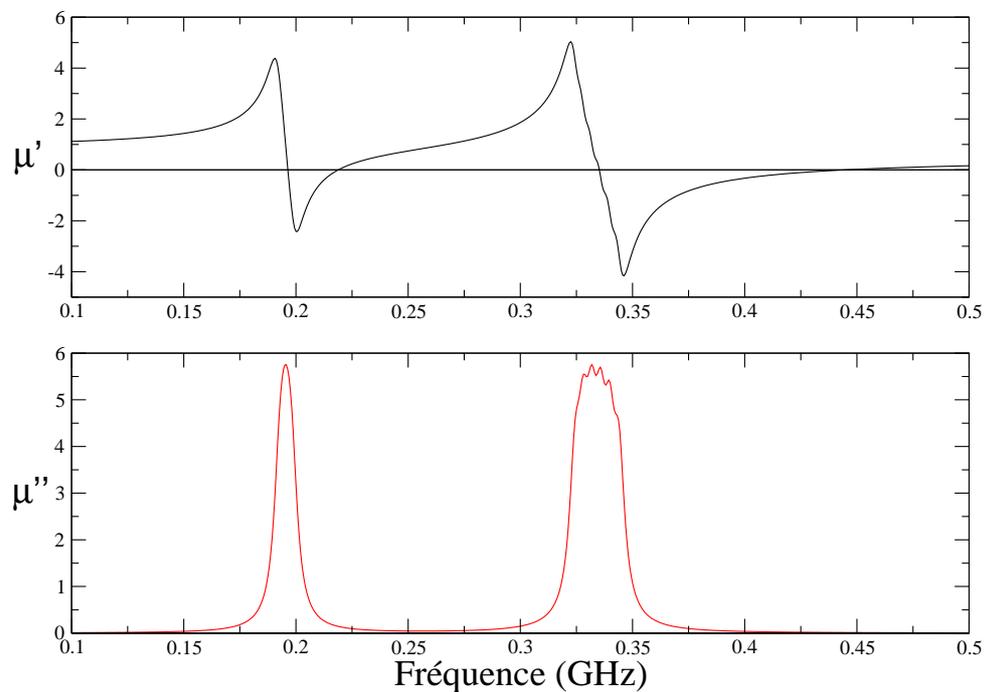


FIG. 10.8 – Simulation de la perméabilité effective d’un composite à onze boucles inductives de 107 nH et diodes varicap ZC830B par cellule périodique, en fonction de la tension appliquée sur chaque diode. Les paramètres de simulation sont les suivants :  $\alpha = 5\%$ ,  $R=2\Omega$ ,  $C=150$  pF,  $L=107$  nH. Les tensions appliquées sur la matrice de diodes valent [4,5 ; 4,6 ; 4,7 ; 4,8 ; 4,9 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25] V.



## Quatrième partie

# Composites à permittivité artificielle ajustable



# CHAPITRE 11

## Expériences sur la permittivité artificielle ajustable par champ magnétique

Dans ce chapitre, des réseaux de fils ferromagnétiques parallèles sont caractérisés. Un nouveau comportement diélectrique, la variation de la permittivité en fonction d'un champ magnétique appliqué est mise en évidence.

### Sommaire

<b>11.1 Réseaux de fils ferromagnétiques</b>	<b>104</b>
11.1.1 Description des composites réalisés	104
11.1.2 Fils ferromagnétiques utilisés	105
11.1.3 Mesures de la permittivité artificielle	108
11.1.4 Résultats des mesures	109
11.1.5 Analyse des résultats	114
<b>11.2 Permittivité contrôlée par champ magnétique statique</b>	<b>114</b>
11.2.1 Dispositif expérimental	114
11.2.2 Mesures sous champ magnétique	115

L'émergence des métamatériaux à indices négatifs [77] a engendré un intérêt très fort en direction des réseaux de fils métalliques parallèles infiniment longs en hyperfréquences [21]. Pour la première fois, des fils métalliques ferromagnétiques sont utilisés pour réaliser ces réseaux. La permittivité artificielle de ces réseaux est fortement dépendante de la perméabilité des fils ferromagnétiques utilisés. Ceci permet de contrôler la permittivité artificielle grâce à un champ magnétique appliqué<sup>1</sup>. Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs publications [80, 81] et communications [82, 83, 84, 85]. Ils mettent en évidence la possibilité de concevoir une réponse diélectrique à l'aide d'inclusions magnétiques.

<sup>1</sup>On sait déjà faire varier la permittivité d'un ferroélectrique à l'aide d'un champ électrique ou la perméabilité d'un ferromagnétique à l'aide d'un champ magnétique [78, 79]. Mais ce phénomène n'avait jamais été observé auparavant.

## 11.1 Réseaux de fils ferromagnétiques

### 11.1.1 Description des composites réalisés

Les réseaux de fils étudiés sont des réseaux de fils parallèles dans une seule direction, posés sur un support en polystyrène, comme décrit figure 11.1. Ils sont séparés d'une distance  $d$ . Les fils ferro-

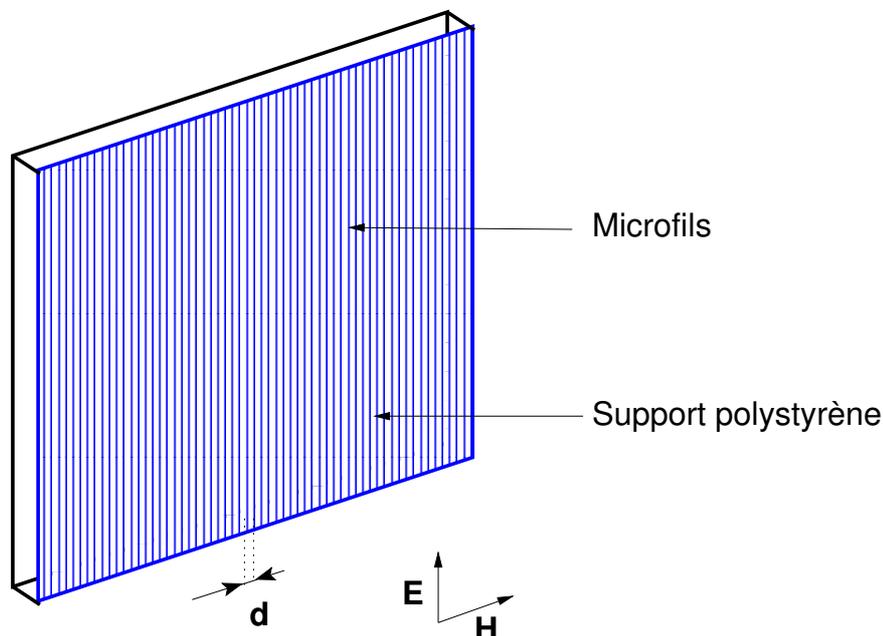


FIG. 11.1 – Réseau de fils parallèles et polarisation d'intérêt

magnétiques utilisés et le procédé de fabrication sont décrits dans la thèse de S. Deprot [86]. Ces microfils sont constitués d'une gaine de verre et d'un coeur métallique (cf. figure 11.2) à base de matière ferromagnétique Co/Fe. Le diamètre total du fil est d'environ  $15 \mu\text{m}$ . Le coeur métallique a un diamètre de  $10 \mu\text{m}$  environ. Selon la polarisation où le champ électrique est perpendiculaire aux fils, la permittivité



FIG. 11.2 – Vue en coupe de fils ferromagnétiques gainés de verre

et la perméabilité effective du composite valent quasiment celles du vide d'après les lois de Wiener (1.3) et (1.4). La polarisation d'intérêt de ces composites est donc celle où le champ électrique incident est

parallèle aux fils ferromagnétiques (cf. figure 11.1).

### 11.1.2 Fils ferromagnétiques utilisés

Pour réaliser les expériences, trois fils ferromagnétiques différents ont été utilisés. Les caractéristiques de ces fils sont reportés dans le tableau 11.1 et les cycles d'hystérésis correspondant à chacun des fils sont tracés sur la figure 11.3. La perméabilité de ces fils est tensorielle, à cause de l'anisotropie géométrique et des contraintes de la gaine de verre sur le coeur ferromagnétique. Ce tenseur de perméabilité s'écrit d'une manière générale en coordonnées cylindriques :

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\parallel \end{bmatrix} \quad (11.1)$$

$\mu_\theta$  désigne la perméabilité orthoradiale et  $\mu_\parallel$  la perméabilité axiale du fil ferromagnétique. Lorsqu'on éclaire le composite selon la polarisation d'intérêt (cf. figure 11.1), le champ électrique incident est parallèle au fil. Celui-ci engendre un courant qui circule dans le fil et qui crée à son tour un champ magnétique orthoradial. C'est pourquoi on s'intéresse à  $\mu_\theta^2$ .

TAB. 11.1 – Propriétés des fils ferromagnétiques utilisés

Désignation des fils	Diamètre du coeur métallique ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre total ( $\mu\text{m}$ )	$4\pi M_s$ (kG)	$\lambda_s$
W1	9.5	15	7.5	positif faible
W2	10.5	14	6	négatif faible
W3	9	16	18	positif grand

Comme on peut le voir sur le tableau 11.1, les fils ont tous un diamètre métallique comparable. Cependant, ils possèdent des aimantations différentes, en norme et en direction. Les propriétés d'aimantation dans ces fils ferromagnétiques sont dues essentiellement à la contrainte qu'exerce la gaine de verre sur le coeur ferromagnétique. Le coefficient de magnétostriction  $\lambda_s$  est donc le paramètre qui détermine la structure en domaines magnétiques.

Lorsque  $\lambda_s$  est négatif, l'aimantation du fil ferromagnétique est majoritairement orthoradiale (cf. figure 11.4). Dans ce cas, le champ magnétique incident est parallèle à l'aimantation du fil. Or, les propriétés magnétiques dépendent du produit vectoriel de l'aimantation et du champ magnétique selon la formule :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_0), \quad (11.2)$$

où  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique,  $\mathbf{M}$  l'aimantation et  $\mathbf{H}_0$  le champ magnétique incident<sup>3</sup>. On a alors  $\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \mathbf{0}$  et la susceptibilité magnétique  $\chi_\theta$  est nulle. La perméabilité orthoradiale  $\mu_\theta$  vaut  $\mu_0$ .

Lorsque  $\lambda_s$  est positif, l'aimantation du fil ferromagnétique est majoritairement axiale (cf. figure 11.5). Dans ce cas, le champ magnétique incident est perpendiculaire à l'aimantation du fil. D'après l'équation

<sup>2</sup>Sur les figures 12.9 et 12.10, on a reporté les perméabilités orthoradiales théoriques des fils W1 et W3.

<sup>3</sup>De cette équation découle la relation entre  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{H}_0$  :  $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}_0$ .  $\chi$  est la susceptibilité magnétique et la perméabilité magnétique s'écrit alors :  $\mu = 1 + \chi$ .

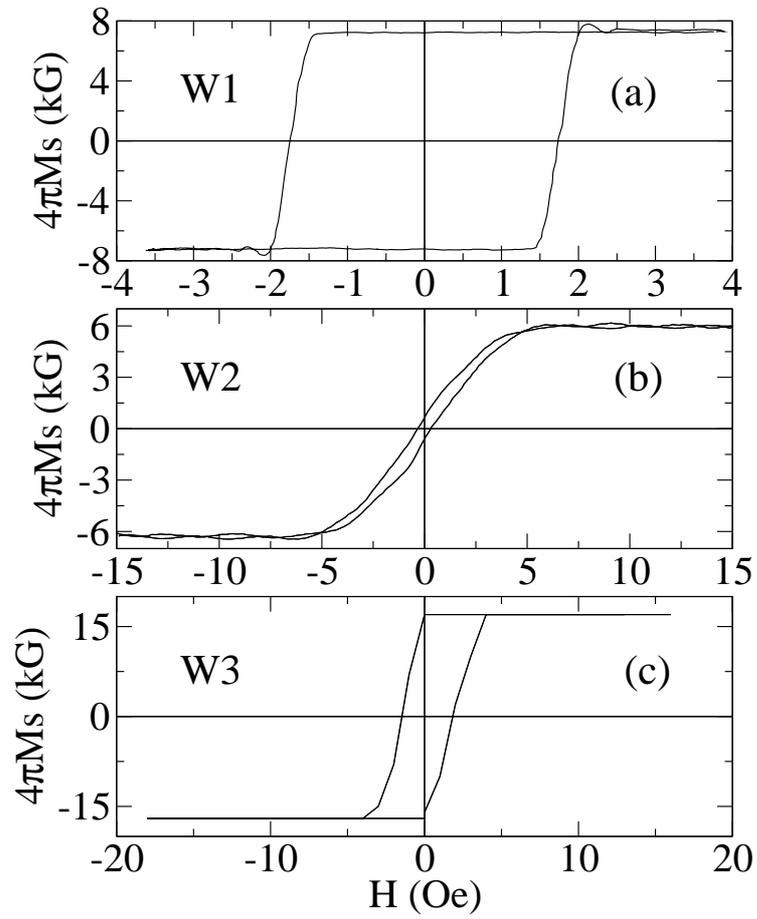


FIG. 11.3 – Cycle d'hystérésis des fils W1, W2 et W3

(11.2), on a alors  $\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \neq \mathbf{0}$  et donc  $\chi \neq 0$ . La perméabilité orthoradiale  $\mu_\theta$  prend alors la forme typique d'un gyromagnétisme [86].

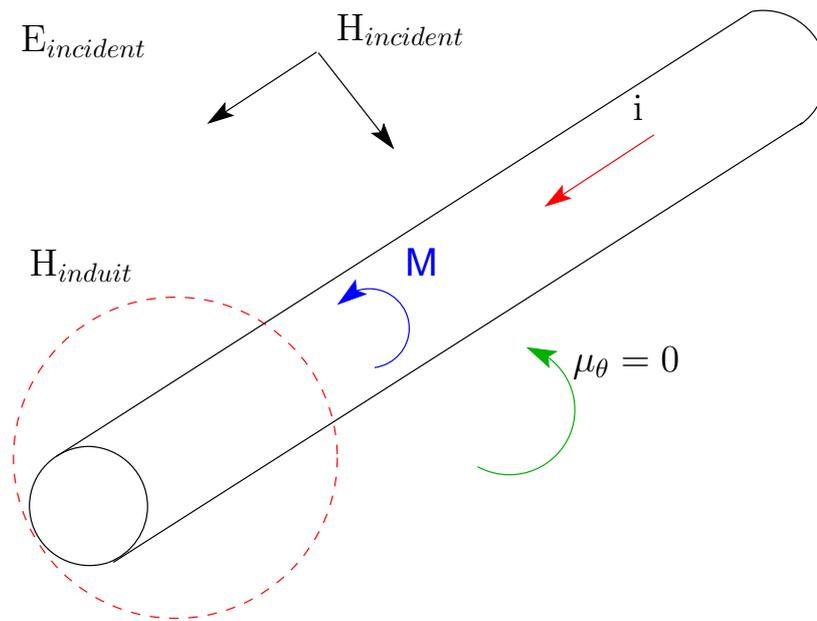


FIG. 11.4 – Fil ferromagnétique à aimantation orthoradiale ( $\lambda_s \leq 0$ ) et polarisation d'intérêt

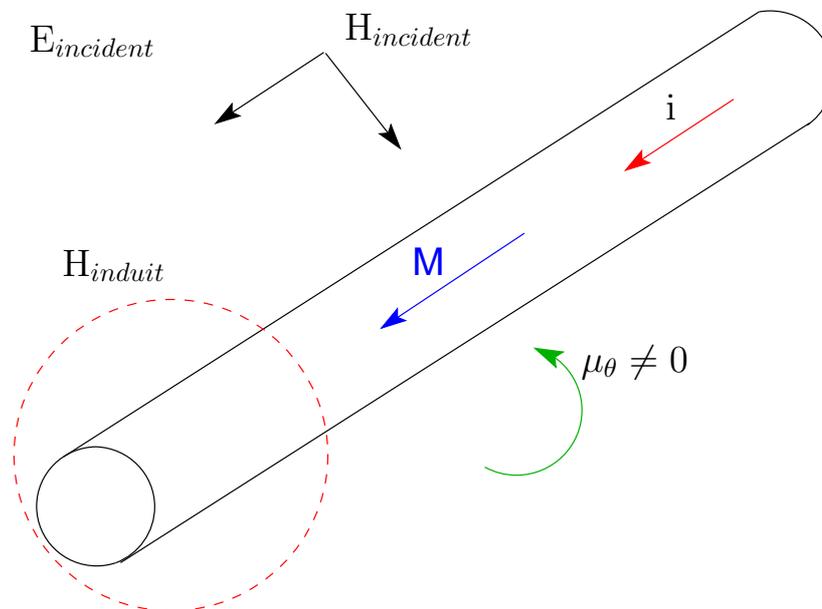


FIG. 11.5 – Fil ferromagnétique à aimantation axiale ( $\lambda_s \geq 0$ ) et polarisation d'intérêt

### 11.1.3 Mesures de la permittivité artificielle

Afin de mesurer la permittivité artificielle de ces composites, des échantillons sous forme de plaques  $300 \times 300 \times 3 \text{ mm}^3$  ont été réalisés. Pour les caractériser, on utilise un banc d'antennes focalisées.

#### Banc d'antennes focalisées

Ce banc d'antennes est constitué de deux antennes cornet fonctionnant de 2 à 18 GHz sur lesquelles des lentilles diélectriques ont été montées (cf. figure 11.6). Ces lentilles permettent de focaliser l'onde émise par les antennes en un faisceau. À environ 50 cm des antennes, on dispose l'échantillon à caractériser, perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde. À ce niveau, le faisceau possède un diamètre de 10 cm. Pour s'affranchir des parasites extérieurs, des absorbants d'ondes électromagnétiques ont été disposés tout autour du banc. Un schéma du montage est proposé sur la figure 11.7. À partir des coefficients de réflexion et de transmission mesurés à l'analyseur de réseau vectoriel et des formules données en annexe A, on en déduit les paramètres effectifs complexes  $\varepsilon$  et  $\mu$ . Les mesures effectuées sont le reflet d'un réseau de fils infiniment longs. En effet, grâce à la focalisation, les fils apparaissent infiniment longs, puisque l'onde ne perçoit pas les extrémités des fils.



FIG. 11.6 – Banc d'antennes focalisées 2-18 GHz

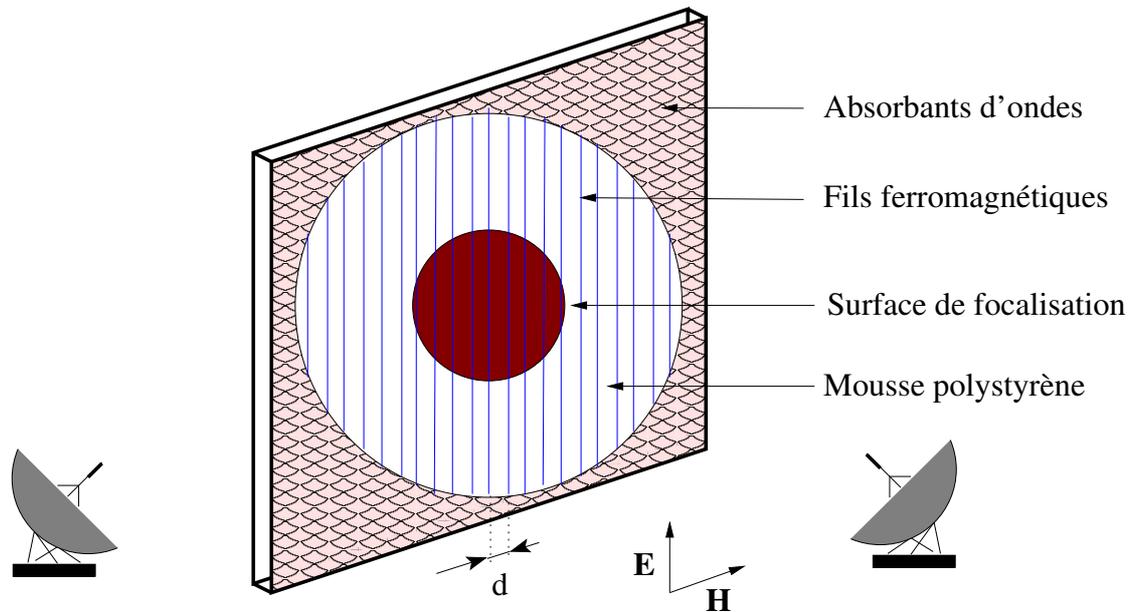


FIG. 11.7 – Schéma de principe de la caractérisation en espace libre

#### 11.1.4 Résultats des mesures

Les résultats des caractérisations hyperfréquences sont classés d'après les fils utilisés pour élaborer le composite. Dans un premier temps, la démarche adoptée pour caractériser ces composites est validée en mesurant un réseau de fils de cuivre. Puis, les mesures pour les fils W1, W2 et W3 sont reportées. Ci-dessous, le tableau 11.2 récapitule toutes les mesures effectuées. On y précise le numéro de la figure correspondant à la mesure effectuée. Sur ce tableau apparaît également :

- le taux de charge volumique en fils défini par :

$$q = \frac{\pi a^2}{de} \quad (11.3)$$

$e$  étant l'épaisseur de l'échantillon avec le support de polystyrène et  $a$  le rayon de la partie métallique du fil ferromagnétique,

- le nombre de couches de composite mesuré. En empilant les couches, comme décrit sur la figure 11.8, on teste ainsi l'homogénéité en profondeur du composite.

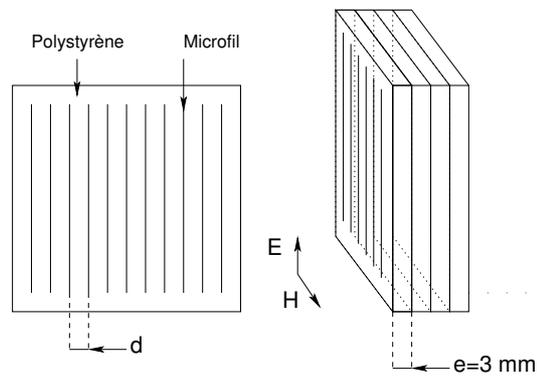
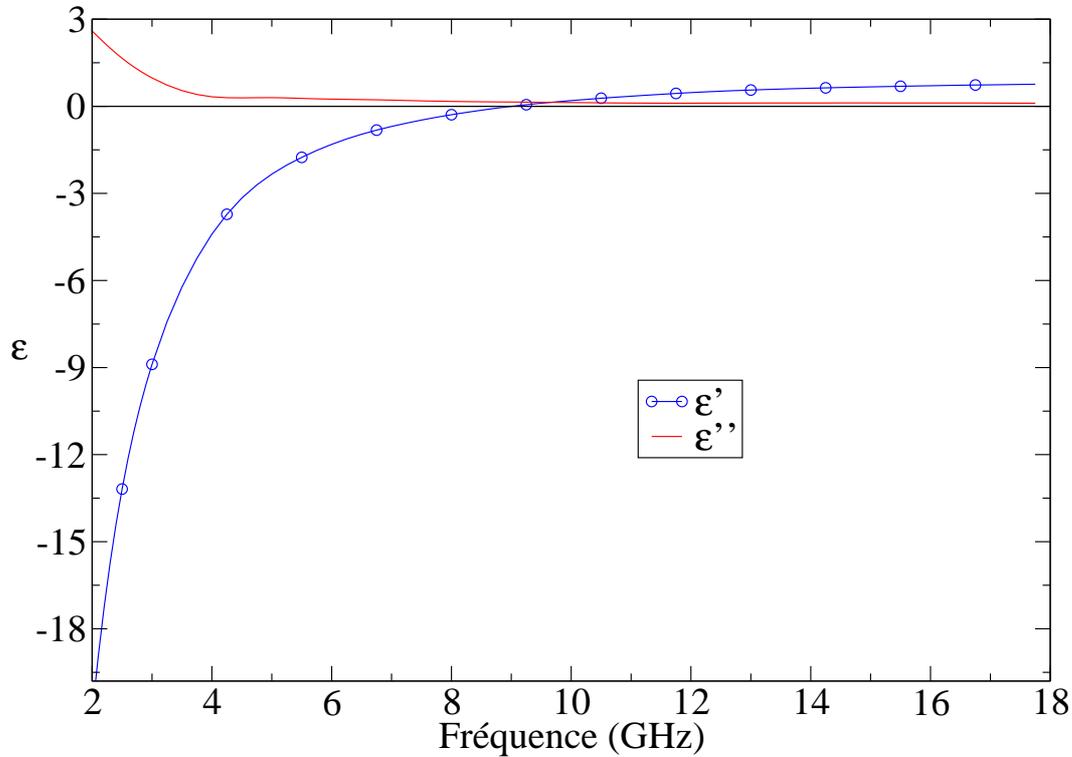


FIG. 11.8 – Multicouche de réseau de fils parallèles

TAB. 11.2 – Récapitulatif des mesures de permittivité artificielle effectuées

Figure	Fil utilisé	$d$ (mm)	Nombre de couches	Fréquence de plasmon (GHz) ( $\epsilon'_{eff} = 0$ et $\epsilon''_{eff} \rightarrow 1$ )	Fréquence de résonance de $\mu_\theta$ (GHz) ( $\mu'_\theta = 0$ )
11.9	Cuivre	10	1	9	/
11.10	W1	10	1	8,5	1
11.11	W1	5	1	12,5	1
11.12	W1	10	de 1 à 5	8,5	1
11.13	W2	10	1	8,5	/
11.14	W3	10	1	4	6

FIG. 11.9 – Mesure de la permittivité effective d'un composite à base de fils de cuivre de diamètre 10  $\mu\text{m}$ , pour  $d = 10$  mm

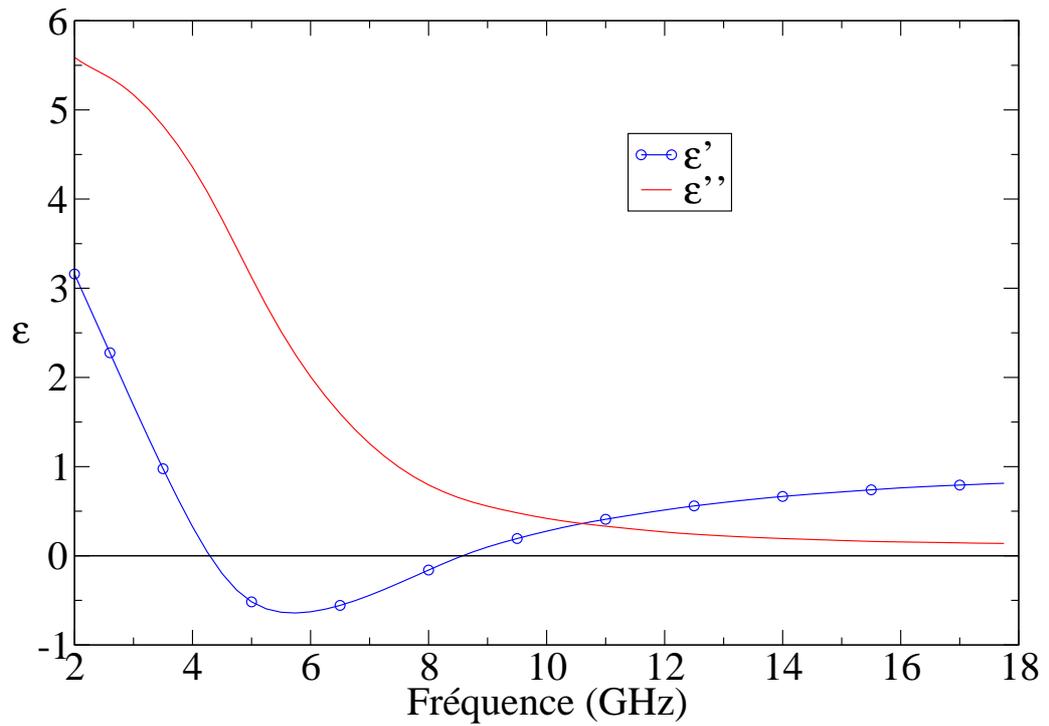


FIG. 11.10 – Mesure de la permittivité effective d'un composite à base de fils ferromagnétiques W1 à aimantation axiale de diamètre  $9,5 \mu\text{m}$ , pour  $d = 10 \text{ mm}$

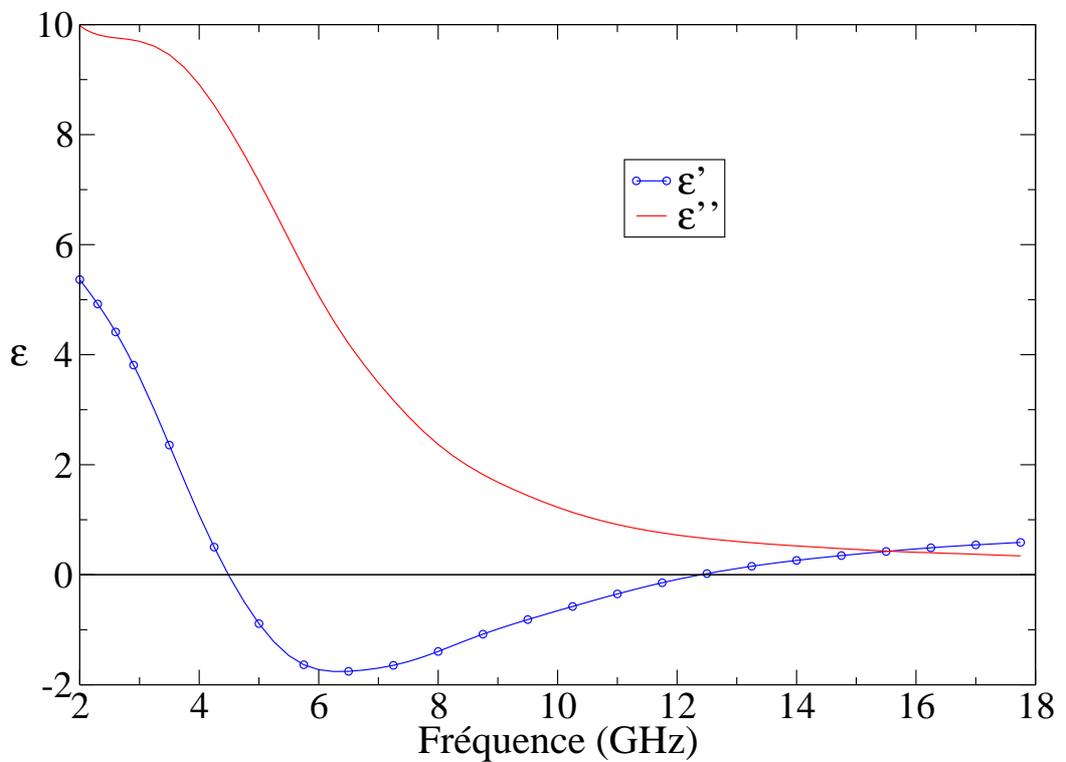


FIG. 11.11 – Mesure de la permittivité effective d'un composite à base de fils ferromagnétiques W1 à aimantation axiale de diamètre  $9,5 \mu\text{m}$ , pour  $d = 5 \text{ mm}$

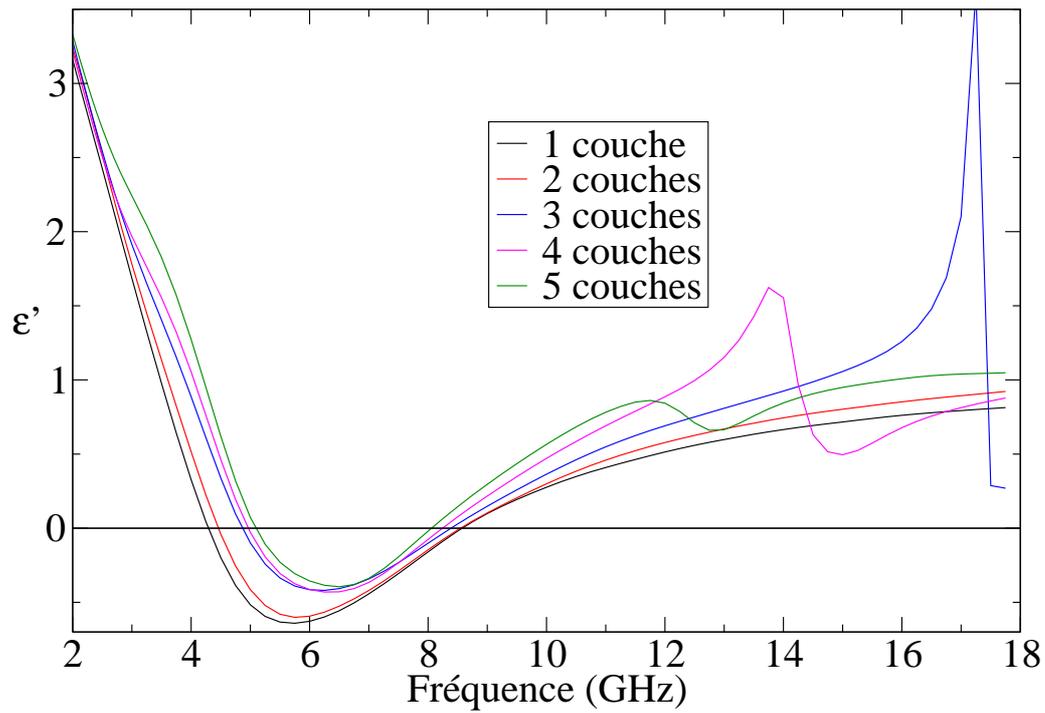


FIG. 11.12 – Mesure de la permittivité effective réelle d'un composite à base de fils ferromagnétiques W1 à aimantation axiale de diamètre  $9,5 \mu\text{m}$ , pour  $d = 10 \text{ mm}$ , le nombre de couches variant de 1 à 5

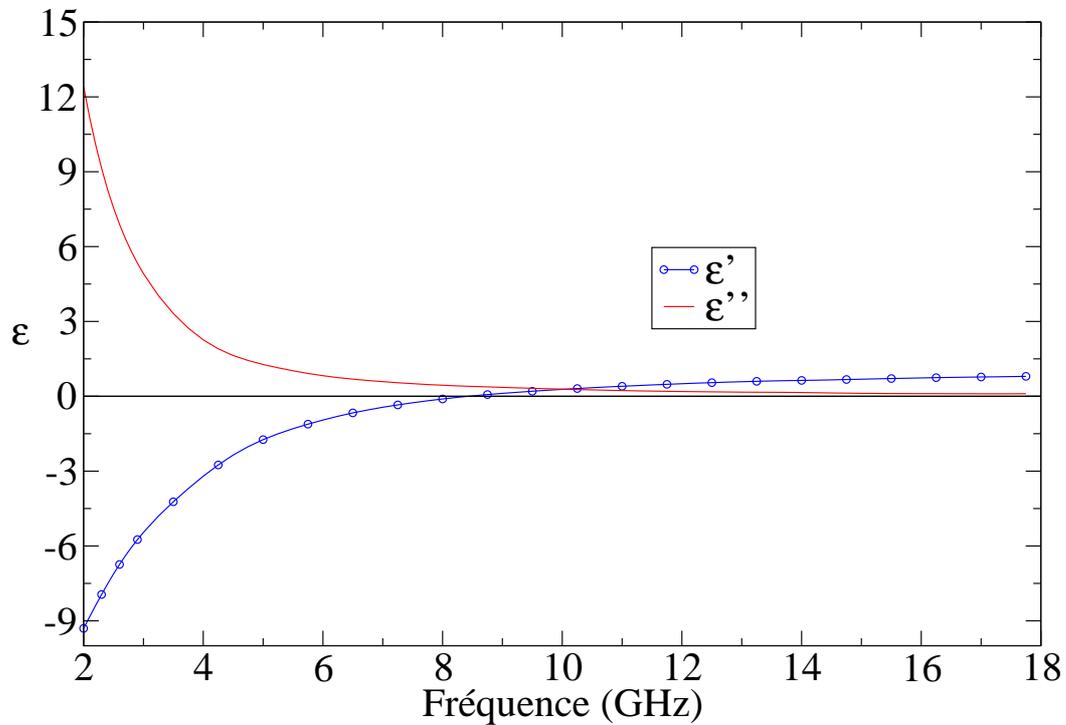


FIG. 11.13 – Mesure de la permittivité effective d'un composite à base de fils ferromagnétiques W2 à aimantation orthoradiale de diamètre  $10,5 \mu\text{m}$ , pour  $d = 10 \text{ mm}$

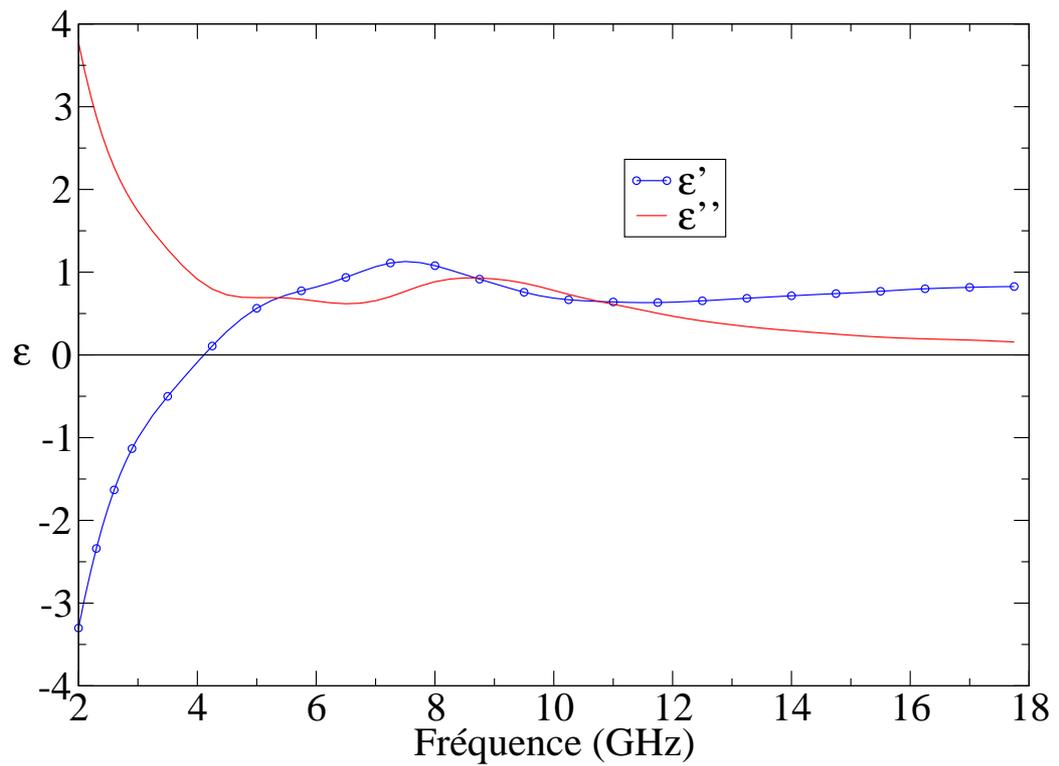


FIG. 11.14 – Mesure de la permittivité effective d'un composite à base de fils ferromagnétiques W3 à aimantation axiale de diamètre  $9 \mu\text{m}$ , pour  $d = 10 \text{ mm}$

### 11.1.5 Analyse des résultats

Pour le composite à base de fils de cuivre (cf. figure 11.9), on retrouve les résultats de Pendry et Sarychev. Cette mesure est typique d'un réseau de fils métalliques, comme décrit à la section 2.3.2. Pour le composite à base de fils à aimantation orthoradiale W2 (cf. figure 11.13), on trouve une permittivité effective similaire à celle d'un réseau de fils purement métalliques. Ceci s'explique par le fait que dans cette polarisation,  $\mu_\theta = 1$  pour le fil W2.

Enfin, pour les composites à base de W1 et W3 à aimantation axiale, on observe une réponse diélectrique résonante pour les basses fréquences, en plus de la résonance de plasmon. Celle-ci est plus prononcée pour le fil W1 (cf. figure 11.10). Cette résonance n'existe pas dans le cas d'un métal non magnétique. D'après le tableau 11.2, la résonance de la perméabilité gyromagnétique du fil W1 et la résonance de la permittivité observée semblent coïncider autour de 1 GHz.

*Comme la seule différence entre les fils utilisés est de nature magnétique, on peut donc conclure que la permittivité effective d'un réseau de fils dépend de leurs propriétés magnétiques.* Pour mettre en évidence ce nouveau comportement, d'autres expériences ont été réalisées.

## 11.2 Permittivité contrôlée par champ magnétique statique

On sait faire varier les propriétés magnétiques d'un fil ferromagnétique en appliquant un champ magnétique statique [86]. Pour mettre en évidence le fait que la permittivité effective d'un réseau de fils ferromagnétiques dépend de la perméabilité des fils, on applique un champ magnétique à ce réseau. La permittivité effective du composite  $\varepsilon_{eff}$  doit évoluer parallèlement à la perméabilité  $\mu_\theta$  des fils. Néanmoins, le laboratoire ne disposant pas de bobines d'Helmoltz suffisamment grandes pour appliquer un champ sur les échantillons  $300 \times 300 \times 3 \text{ mm}^3$ , des échantillons pour ligne coaxiale APC7 ont été réalisés. Ces échantillons ont pu être caractérisés sous champ magnétique statique.

### 11.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif utilisé pour caractériser en réflexion / transmission est photographié sur la figure 11.15. On dispose :

- d'une ligne APC7 conçue pour recevoir un échantillon d'une épaisseur allant jusqu'à 2 mm,
- d'une bobine d'Helmoltz capable de générer des champs de  $2000 \text{ Oe}^4$ ,
- d'un analyseur de réseau vectoriel,
- d'une interface Labview<sup>®</sup>/Matlab<sup>®</sup> pour récupérer et analyser les données.

L'échantillon de composite est constitué d'un porte échantillon APC7, d'un support de Plexiglass<sup>®</sup> rainuré et d'un fil ferromagnétique (cf. figure 11.16). La rainure réalisée dans le porte échantillon a été comblée avec de l'indium afin de supprimer les gaps d'air. Il n'y a pas contact électrique entre le cœur du fil ferromagnétique et le porte-échantillon, à cause de la gaine de verre. On ne peut pas la supprimer,

<sup>4</sup>cf. annexe B pour les correspondances entre les unités CGS. et SI.

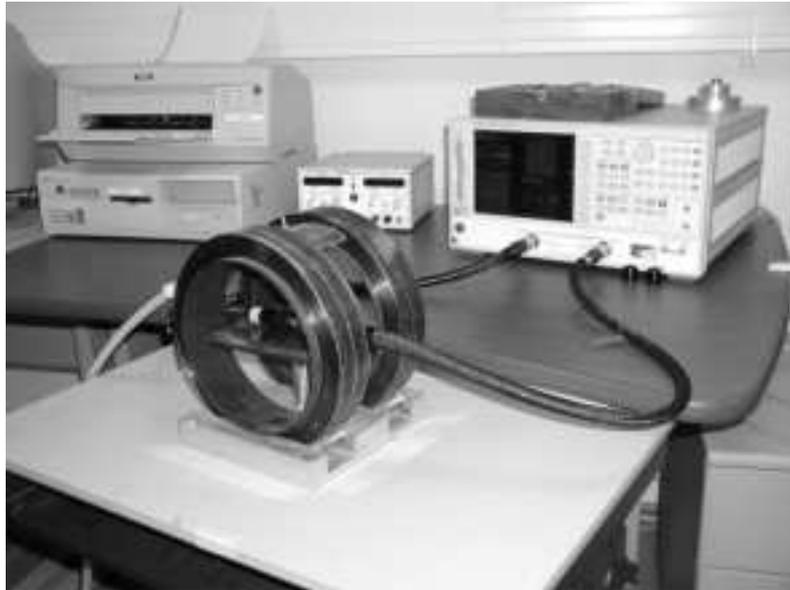


FIG. 11.15 – Banc de caractérisation hyperfréquence en ligne coaxiale APC7 et bobines d’Helmoltz

sinon toutes les propriétés magnétiques du fil disparaissent. Il existe donc un effet capacitif parasite lors de cette mesure. Par ailleurs, le composite mesuré n’est pas le reflet d’un composite à fils infiniment longs, le fil mesurant environ 1 cm. Le composite est équivalent à une série infinie de dipôles électriques, comme dessiné sur la figure 11.17. Néanmoins, l’objectif n’est pas de reproduire les expériences menées en espace libre, mais d’essayer de modifier la permittivité artificielle de ce composite *via* un champ magnétique statique.

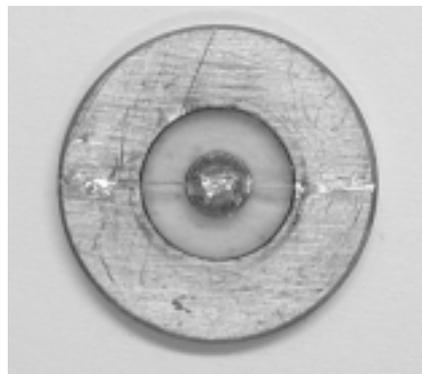


FIG. 11.16 – Échantillon de composite à base de Plexiglass<sup>®</sup> et de fil ferromagnétique pour ligne coaxiale APC7

### 11.2.2 Mesures sous champ magnétique

Le champ magnétique appliqué est orienté selon l’axe du fil dans toutes les expériences. Dans une ligne coaxiale, les lignes de champ électrique sont radiales et les lignes de champ magnétiques orthoradiales. Par conséquent, on éclaire bien l’échantillon selon la polarisation d’intérêt définie sur la figure 11.17. Sur les figures 11.18 à 11.21 sont reportées les mesures de la permittivité effective en fonction de la fréquence et

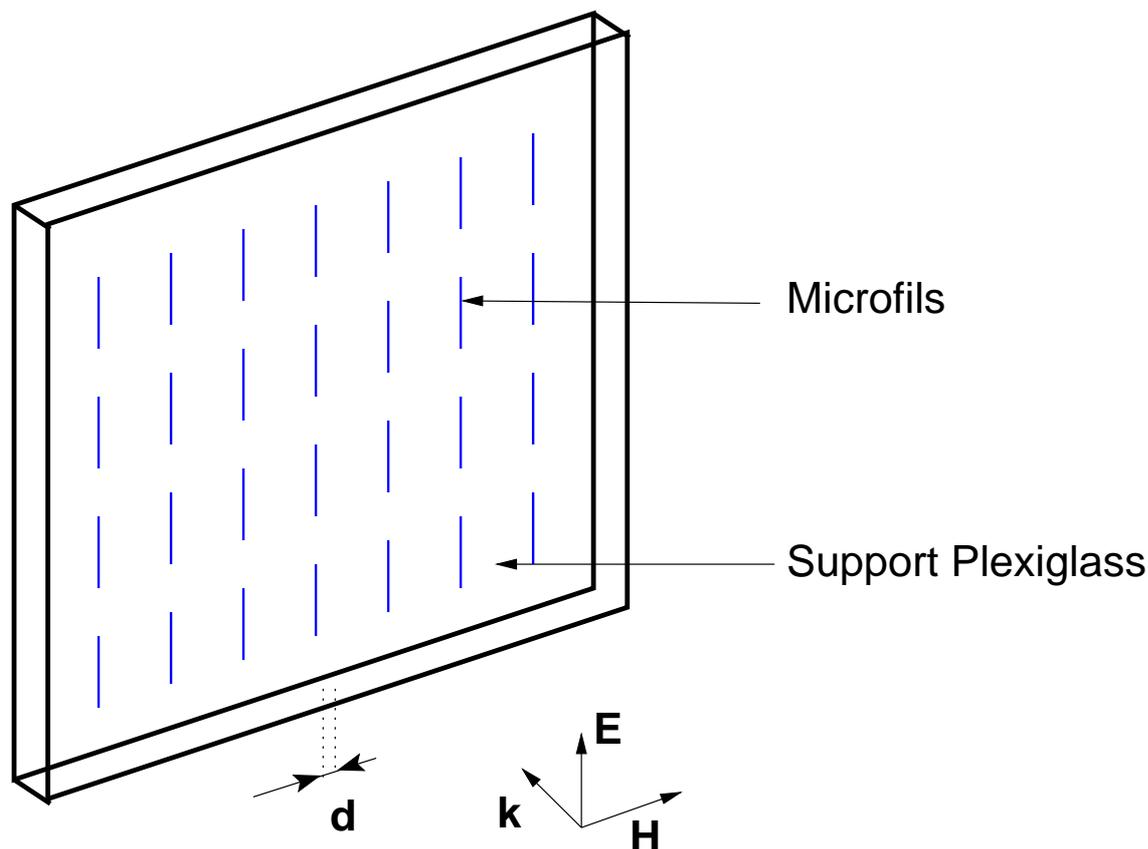


FIG. 11.17 – Composite fictif équivalent au composite étudié en ligne coaxial APC7

du champ magnétique appliqué pour les fils W1 et W2. Le tableau récapitulatif 11.3 recense les différentes figures.

On observe que la permittivité effective est fortement dépendante du champ magnétique appliqué. Pour l'échantillon à base de fil W1, il faut appliquer un champ suffisamment fort c'est à dire au moins une centaine d'oersteds pour observer une variation significative de la permittivité. En effet, les domaines d'aimantation de W1 sont déjà quasiment tous alignés dans le sens du champ magnétique statique appliqué. L'aimantation est donc globalement peu perturbée par ce champ statique. En revanche, pour le composite à base de W2, un champ magnétique faible de quelques oersteds est suffisant pour transformer un domaine magnétique orthoradial en domaine axial. La perméabilité orthoradiale du fil W2 en est radicalement modifiée. C'est pourquoi la permittivité effective est fortement perturbée.

TAB. 11.3 – Récapitulatif des mesures de permittivité artificielle sous champ magnétique

Figure	Fil utilisé	Champ H (Oe)	Grandeur mesurée	Bande de fréquence (GHz)
11.18	W1	0-2000	$\epsilon'$	0-18
11.19	W1	0-2000	$\epsilon''$	0-18
11.20	W2	0-130	$\epsilon'$	0-6
11.21	W2	0-130	$\epsilon''$	0-6

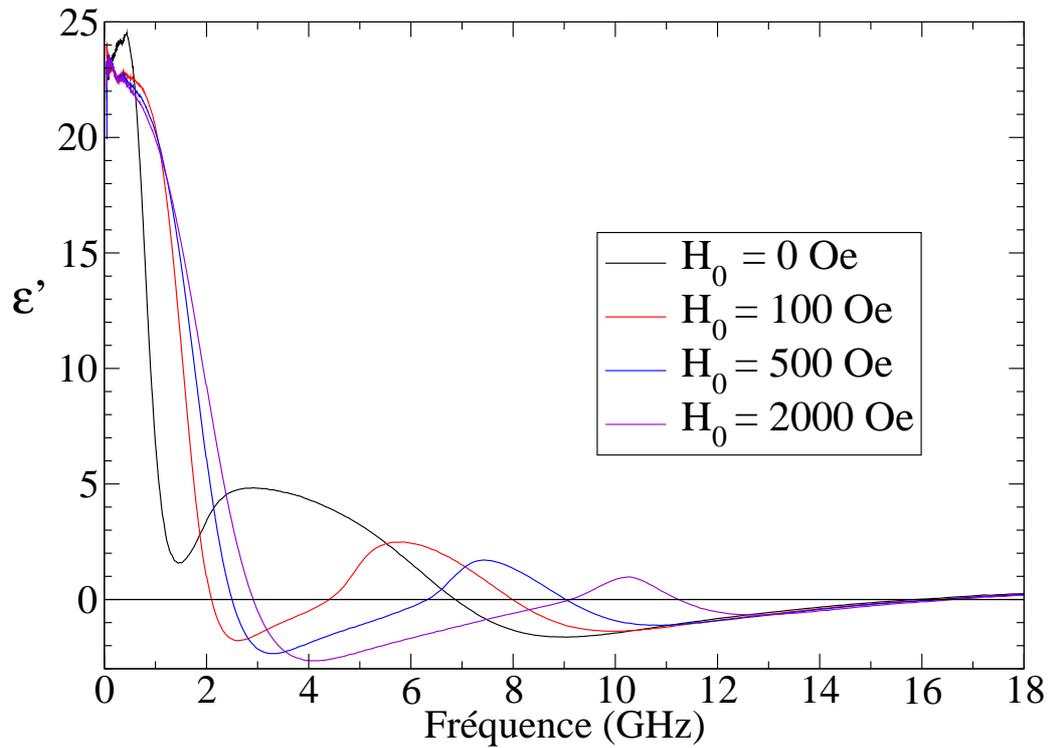


FIG. 11.18 – Partie réelle de la permittivité effective d'un composite à base de fils W1 sous champ magnétique de 0 à 2000 Oe

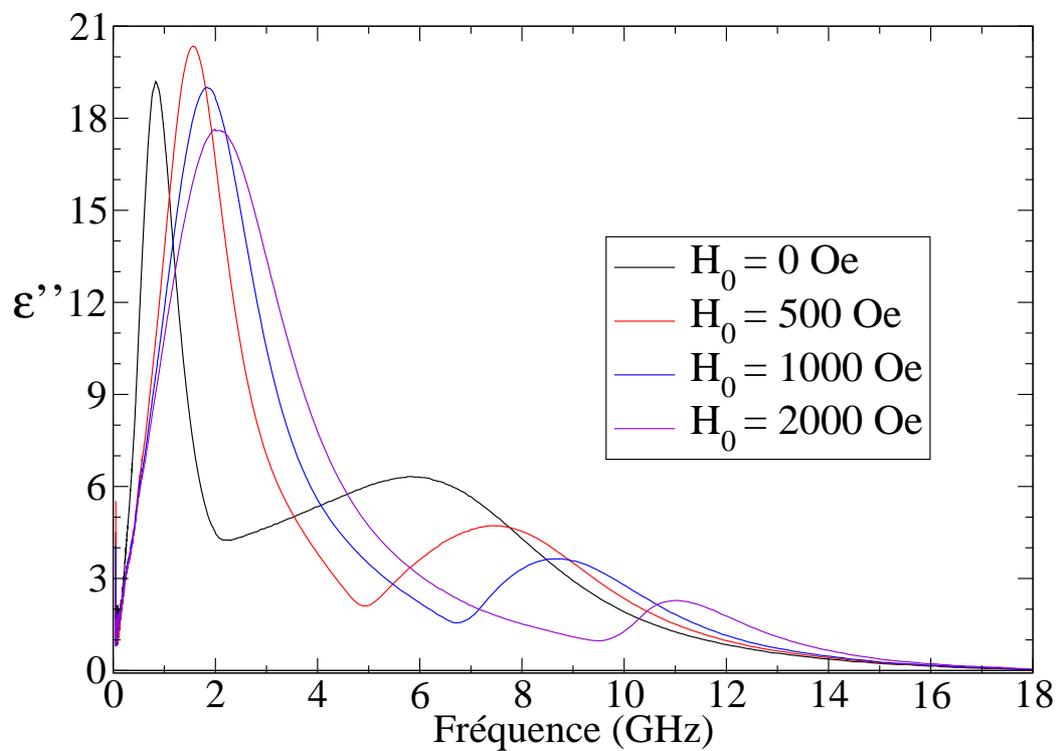


FIG. 11.19 – Partie imaginaire de la permittivité effective d'un composite à base de fils W1 sous champ magnétique de 0 à 2000 Oe

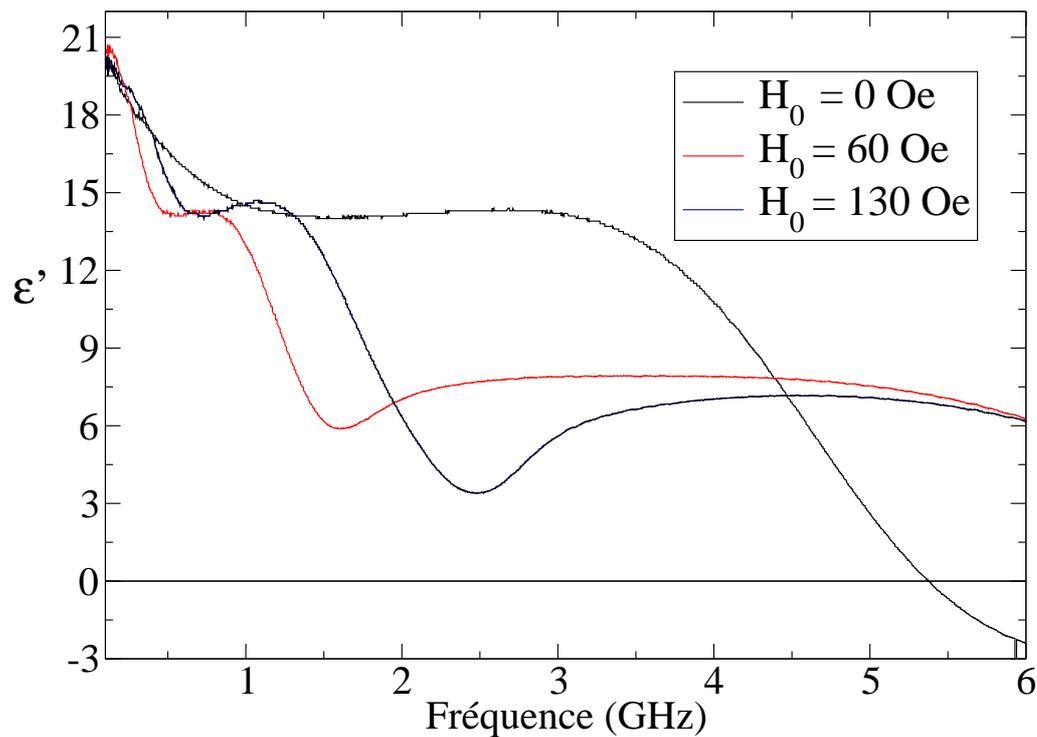


FIG. 11.20 – Partie réelle de la permittivité effective d'un composite à base de fils W2 sous champ magnétique de 0 à 130 Oe

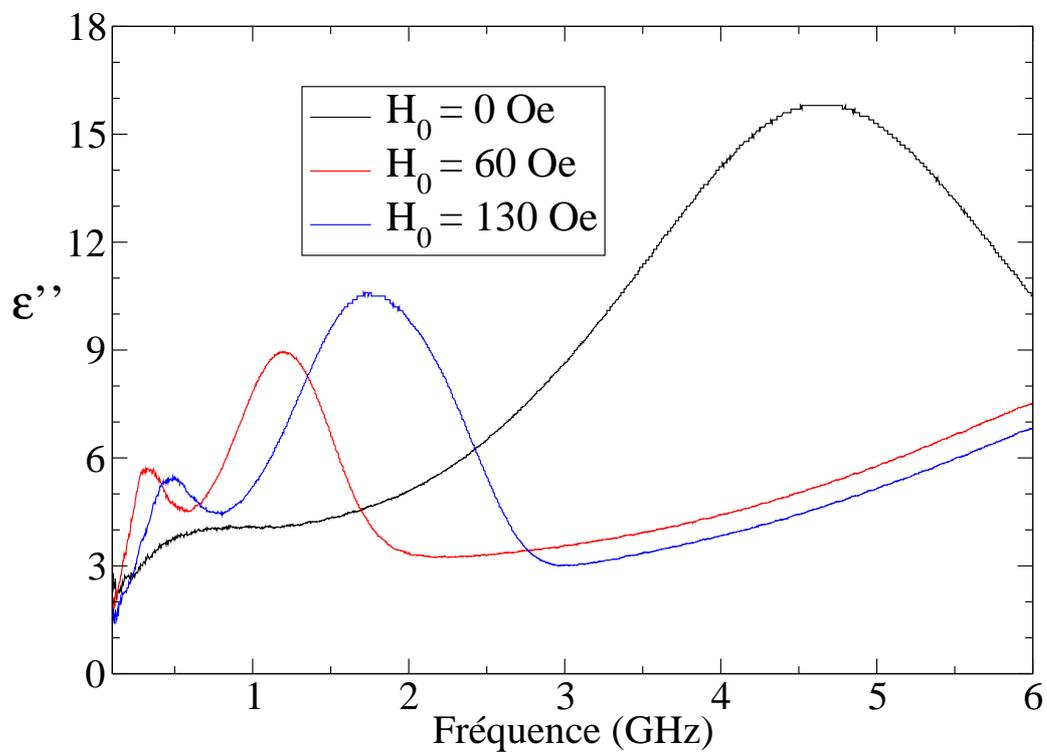


FIG. 11.21 – Partie imaginaire de la permittivité effective d'un composite à base de fils W2 sous champ magnétique de 0 à 130 Oe

# CHAPITRE 12

## Modélisation de la permittivité artificielle d'un réseau de fils

Dans l'optique de concevoir la réponse diélectrique d'un composite en fonction de la perméabilité de fils ferromagnétiques, un modèle analytique est développé. Celui-ci décrit le lien qui existe entre la magnéto-impédance géante du fil ferromagnétique et la permittivité artificielle du réseau de fils.

### Sommaire

---

<b>12.1 Approche théorique . . . . .</b>	<b>119</b>
12.1.1 Calcul de la permittivité effective artificielle . . . . .	119
12.1.2 Prise en compte de la perméabilité du fil ferromagnétique dans le modèle . . .	123
12.1.3 Validation du modèle . . . . .	123
<b>12.2 Analyse des différents régimes de permittivité du réseau de fils . . . . .</b>	<b>129</b>
12.2.1 Expression de la permittivité effective pour les basses et hautes fréquences . .	129
12.2.2 Validation des approximations hautes et basses fréquences . . . . .	130
<b>12.3 Perspectives . . . . .</b>	<b>131</b>

---

## 12.1 Approche théorique

### 12.1.1 Calcul de la permittivité effective artificielle

Soit une onde plane en incidence normale sur un réseau de fils ferromagnétiques parallèles infiniment longs selon l'axe (oz). On considère un réseau rectangulaire, comme décrit sur la figure 12.1. Le problème se ramène alors à un problème bidimensionnel selon (o,x,y). On suppose que le champ électrique incident est parallèle aux fils. Soit  $\varepsilon_d$  la permittivité du support diélectrique. Celle-ci a une perméabilité relative  $\mu = 1 - j0$ . On suppose par ailleurs que l'épaisseur  $e$  et la période spatiale  $d$  sont négligeables devant la longueur d'onde (cf. figure 12.1). Le taux de charge en fil défini par  $q = \pi a^2 / ed$  est très faible, de l'ordre de  $10^{-6}$ , si bien que l'on peut écrire que  $q \ll 1$ . La permittivité du composite  $\varepsilon_{zz}$  selon l'axe (oz) peut-être définie par :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\langle D_z \rangle_V}{\langle E_z \rangle_V}, \quad (12.1)$$

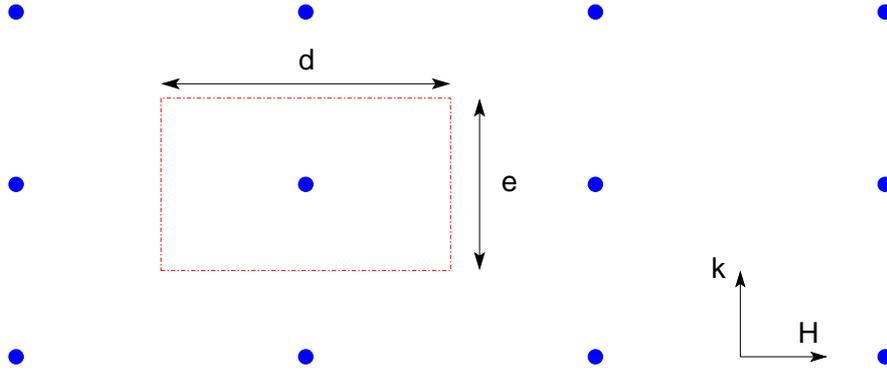


FIG. 12.1 – Vu en coupe dans le plan  $(o,x,y)$  d'un réseau rectangulaire de période  $d$  de fils parallèles infiniment longs selon  $(oz)$  espacés de  $e$

où  $\langle \rangle_V$  signifie moyenne sur le volume d'une période de composite, *i.e.*  $\frac{1}{V} \iiint_V d\tau$ . On peut réécrire cette formule ainsi :

$$\frac{\langle D_z \rangle_V}{\langle E_z \rangle_V} = \frac{(1-q)\varepsilon_0\varepsilon_d \langle E_z \rangle_d + q \langle D_z \rangle_w}{(1-q) \langle E_z \rangle_d + q \langle E_z \rangle_w}, \quad (12.2)$$

où  $\langle \rangle_d$  signifie moyenne sur le volume de matière diélectrique et  $\langle \rangle_w$  moyenne sur le volume métallique correspondant au fil.

Comme dans notre cas,  $q \ll 1$  et  $\langle E_z \rangle_w$  et  $\langle E_z \rangle_d$  sont du même ordre de grandeur par continuité de la composante tangentielle du champ électrique, on peut négliger  $q \langle E_z \rangle_w$  devant  $(1-q) \langle E_z \rangle_d$  et assimiler  $(1-q) \langle E_z \rangle_d$  à  $\langle E_z \rangle_d$ . L'équation (12.2) devient alors :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\langle D_z \rangle_V}{\langle E_z \rangle_V} = \varepsilon_0\varepsilon_d + q \frac{\langle D_z \rangle_w}{\langle E_z \rangle_d}, \quad (12.3)$$

où  $\varepsilon_d$  est la permittivité du diélectrique faisant office de support au réseau de fils<sup>1</sup>. Il ne reste plus qu'à calculer le rapport  $\langle D_z \rangle_w / \langle E_z \rangle_d$ .

### Calcul de $\langle D_z \rangle_w$

Soit  $E_w$  le champ électrique à la surface du fil ferromagnétique, uniforme selon l'axe  $(oz)$ . La loi d'Ohm pour une longueur  $L \ll \lambda$  du fil s'écrit :

$$u = Zi, \quad (12.4)$$

où  $Z$  est l'impédance du fil,  $u$  la tension à ses bornes et  $i$  le courant le traversant.  $u$  et  $i$  sont des grandeurs dynamiques.  $i$  est donc un courant de déplacement et vaut :

$$i = \iint_{\Sigma_w} j\omega \mathbf{D} d\mathbf{S}, \quad (12.5)$$

où  $\mathbf{D}$  est l'induction électrique dans le fil et  $\Sigma_w = \pi a^2$  sa section. Par définition, on a :

$$\Sigma_w \langle D_z \rangle_w = \iint_{\Sigma_w} \mathbf{D} d\mathbf{S}. \quad (12.6)$$

<sup>1</sup>On ne peut pas négliger l'induction électrique  $\langle D_z \rangle_w$  car la permittivité du métal est très forte. Ainsi, on n'a pas nécessairement  $q \langle D_z \rangle_w \ll (1-q) \langle D_z \rangle_d$ .

L'équation 12.5 s'écrit donc :

$$i = j\omega \Sigma_w \langle D_z \rangle_w . \quad (12.7)$$

La tension électrique le long du fil de longueur  $L$  s'exprime naturellement en fonction du champ électrique sur le fil  $\mathbf{E}_w$  :

$$u = \int_0^L \mathbf{E}_w d\ell, \quad (12.8)$$

On peut alors réécrire l'équation 12.4 :

$$E_w L = j\omega Z \Sigma_w \langle D_z \rangle_w, \quad (12.9)$$

car  $E_w$  est constant sur le segment  $[0-L]$ . En faisant apparaître artificiellement  $R_{dc}$ , la résistance du fil à courant continu et, en utilisant le fait que  $R_{dc} = L/\sigma_0 \Sigma_w$ , où  $\sigma_0$  est la conductivité du fil, on obtient finalement l'expression de l'induction électrique moyenne le long du fil :

$$\langle D_z \rangle_w = \frac{\sigma_0 E_w}{j\omega \frac{Z}{R_{dc}}}. \quad (12.10)$$

Dans cette expression, on a mis en évidence le rapport  $Z/R_{dc}$  qui est la quantité plus particulièrement étudiée dans la théorie de la magnéto-impédance géante. Pour un fil métallique cylindrique, elle s'écrit :

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{ka J_0(ka)}{2 J_1(ka)}, \quad (12.11)$$

où  $a$  est le rayon du fil,  $J_0$  et  $J_1$  les fonctions de Bessel de première espèce d'ordres zéro et un.  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde dans la matière ferromagnétique dont la norme s'écrit :

$$k = \sqrt{-j\omega \mu_0 \mu_\theta \sigma_0}, \quad (12.12)$$

où  $\mu_\theta$  est la perméabilité orthoradiale du fil ferromagnétique. L'induction électrique moyenne étant calculée en fonction du champ à la surface du fil, faisons maintenant de même pour  $\langle E_z \rangle_d$ .

### Calcul de $\langle E_z \rangle_d$

Le champ électrique incident crée un courant  $i$  dans le fil qui engendre un champ magnétique orthoradial  $H_w$  autour du fil. Ceux-ci s'écrivent :

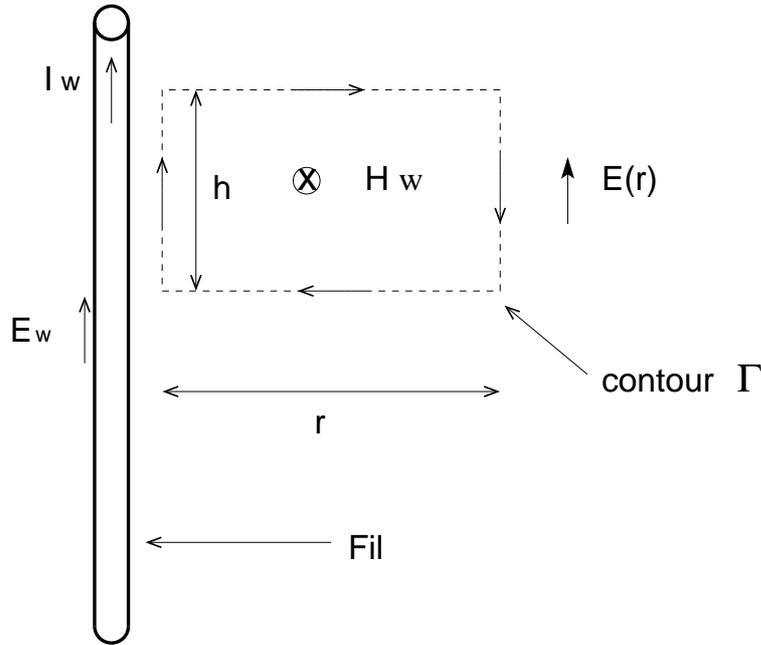
$$i = \frac{R_{dc}}{Z} \sigma_0 \Sigma_w E_w, \quad (12.13)$$

et

$$\mathbf{H}_w(r) = \frac{i}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta. \quad (12.14)$$

Considérons maintenant le contour orienté  $\Gamma$  et la surface  $S$  associée définis sur la figure 12.2 et appliquons la loi de Maxwell-Faraday sous forme intégrale à ce contour.

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} d\ell = -j\omega \mu_0 \iint_S \mathbf{H} d\mathbf{S}. \quad (12.15)$$

FIG. 12.2 – Contour  $\Gamma$  pour application de la loi de Maxwell-Faraday sous forme intégrale

Ceci s'écrit encore :

$$h(E_w - E_z(r)) = -j\omega\mu_0 \iint_S \mathbf{H} d\mathbf{S}. \quad (12.16)$$

En utilisant les équations (12.13) et (12.14), on obtient ainsi le champ électrique à la distance  $r$  du fil :

$$E_z(r) = E_w + \frac{1}{h} \left( j\omega\mu_0 \int_{s=a}^{s=r} \int_{z=0}^{z=h} \frac{i}{2\pi s} ds dz \right), \quad (12.17)$$

soit :

$$E_z(r) = E_w \left( 1 + j\sigma_0\mu_0\omega \frac{R_{dc}}{2\pi Z} \pi a^2 \ln \frac{r}{a} \right). \quad (12.18)$$

Il ne reste plus qu'à moyenniser ce champ électrique sur la surface rectangulaire de la matrice diélectrique.

$$\langle E_z(r) \rangle_d = \langle E_z(x, y) \rangle_d = E_w \left( 1 + j\sigma_0\mu_0\omega \frac{R_{dc}}{2\pi Z} \frac{\pi a^2}{(de - \pi a^2)} 4 \int_{x=a}^{x=d/2} \int_{y=a}^{y=e/2} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a} dx dy \right). \quad (12.19)$$

Comme  $a \ll d$  et  $a \ll e$ , l'aire de diélectrique peut-être assimilée à  $ed$ . On simplifie alors l'expression suivante :  $\frac{\pi a^2}{(de - \pi a^2)} = \frac{\pi a^2}{ed} = q$ . Par ailleurs, il faut noter que l'intégrale double de l'équation (12.19) ne dépend que des caractéristiques géométriques du réseau<sup>2</sup>. Elle est homogène à une surface que l'on note  $\mathcal{A}$ .

$$\mathcal{A} = 4 \int_{x=a}^{x=d/2} \int_{y=a}^{y=e/2} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a} dx dy. \quad (12.20)$$

<sup>2</sup>Pour un réseau cubique de période  $d$ ,  $\mathcal{A} = d^2 \ln(d/a)$ .

L'équation 12.19 s'écrit finalement :

$$\langle E_z \rangle_d = E_w \left( 1 + j\sigma_0\mu_0\omega \frac{R_{dc}}{2\pi Z} q\mathcal{A} \right). \quad (12.21)$$

De (12.3), (12.21) et (12.10), on déduit l'expression de la permittivité effective relative du réseau de fils :

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_d + q \frac{\sigma_0}{j\omega\varepsilon_0 \frac{Z}{R_{dc}} \left( 1 + j\sigma_0\mu_0\omega \frac{R_{dc}}{2\pi Z} q\mathcal{A} \right)} \quad (12.22)$$

### 12.1.2 Prise en compte de la perméabilité du fil ferromagnétique dans le modèle

Dans l'équation (12.22), le caractère ferromagnétique des fils est pris en compte à travers le terme  $Z/R_{dc}$  défini en (12.11). D'après l'équation (12.12), il faut donc disposer de  $\mu_\theta$ , la perméabilité orthoradiale du fil ferromagnétique, pour calculer  $\varepsilon_{eff}$ . Celle-ci se modélise d'après le modèle de Gilbert, à l'aide de l'équation suivante :

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma\mathbf{m} \times \mathbf{H} + \frac{\alpha}{m}\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}). \quad (12.23)$$

De cette équation, on déduit la perméabilité orthoradiale, dans l'hypothèse de précession uniforme, dans le cas des fils :

$$\mu_\theta = 1 + \frac{\gamma 4\pi M_s (\gamma 4\pi M_s + \gamma H_a + j\alpha F)}{\gamma^2 (4\pi M_s + H_a) H_a - F^2 (1 + \alpha^2) + j\gamma\alpha F (4\pi M_s + 2H_a)}, \quad (12.24)$$

où  $4\pi M_s$  représente l'aimantation à saturation en gauss,  $H_a$  le champ magnétique d'anisotropie en oersted,  $\alpha$  le facteur d'amortissement,  $\gamma$  le rapport gyromagnétique<sup>3</sup> en MHz/Oe et  $F$  la fréquence en MHz. Grâce à ce modèle, on peut décrire complètement la permittivité artificielle des réseaux de fils ferromagnétiques.

### 12.1.3 Validation du modèle

Afin de valider cette approche théorique, on procède à une comparaison entre les mesures et la modélisation. On a reporté dans les tableaux 12.1 et 12.2, les paramètres réels des expériences et les paramètres utilisés lors des simulations ainsi que les figures associées à chaque simulation. Les paramètres  $\alpha$  et  $H_a$  sont des paramètres inaccessibles par l'expérience. Ils ont donc été arbitrairement choisis pour la simulation, afin de reproduire les données expérimentales. Néanmoins, les valeurs choisies sont cohérentes avec les caractéristiques des fils ferromagnétiques utilisés [86]. On observe un excellent accord entre la simulation et l'expérience, ce qui tend à démontrer la pertinence de l'approche théorique.

En complément d'information, les perméabilités théoriques des fils W1 et W3 sont calculées à partir de l'équation (12.24) et représentées sur les figures 12.9 et 12.10<sup>4</sup>. En ce qui concerne le fil W2, il ne possède pas de perméabilité orthoradiale puisque son aimantation est principalement orthoradiale. Pour la simulation, on a donc pris  $\mu = 1 - j0$  pour la perméabilité de W2.

<sup>3</sup>En annexe B, on présente les correspondances entre les unités CGS et les unités SI.

<sup>4</sup>Il nous est impossible de mesurer ces perméabilités orthoradiales au laboratoire, c'est pourquoi nous donnons la modélisation à partir des paramètres statiques.

TAB. 12.1 – Récapitulatif des paramètres expérimentaux des mesures de réseaux de fils

Figures	Fil	$d(\text{mm})$	$a(\mu\text{m})$	$\sigma_0(\text{S/m})$	$q$	$\alpha$	$H_a(\text{Oe})$	$4\pi M_s(\text{kG})$
12.3 et 12.4	W2	10	5,25	$7,6 \cdot 10^5$	$9,67 \cdot 10^{-7}$	?	?	?
12.5 et 12.6	W3	10	4,5	$8 \cdot 10^5$	$2,13 \cdot 10^{-6}$	?	?	20
12.7 et 12.8	W1	5	4,25	$7 \cdot 10^5$	$3,76 \cdot 10^{-6}$	?	?	7,5

TAB. 12.2 – Récapitulatif des paramètres de la simulation de réseaux de fils

Figures	Fil	$d(\text{mm})$	$a(\mu\text{m})$	$\sigma_0(\text{S/m})$	$q$	$\alpha$	$H_a(\text{Oe})$	$4\pi M_s(\text{kG})$
12.3 et 12.4	W2	10	5,25	$7,6 \cdot 10^5$	$9,67 \cdot 10^{-7}$	/	/	/
12.5 et 12.6	W3	10	4,5	$8 \cdot 10^5$	$2,13 \cdot 10^{-6}$	0,01	200	20
12.7 et 12.8	W1	5	4,25	$7 \cdot 10^5$	$3,76 \cdot 10^{-6}$	0,01	15	7,5

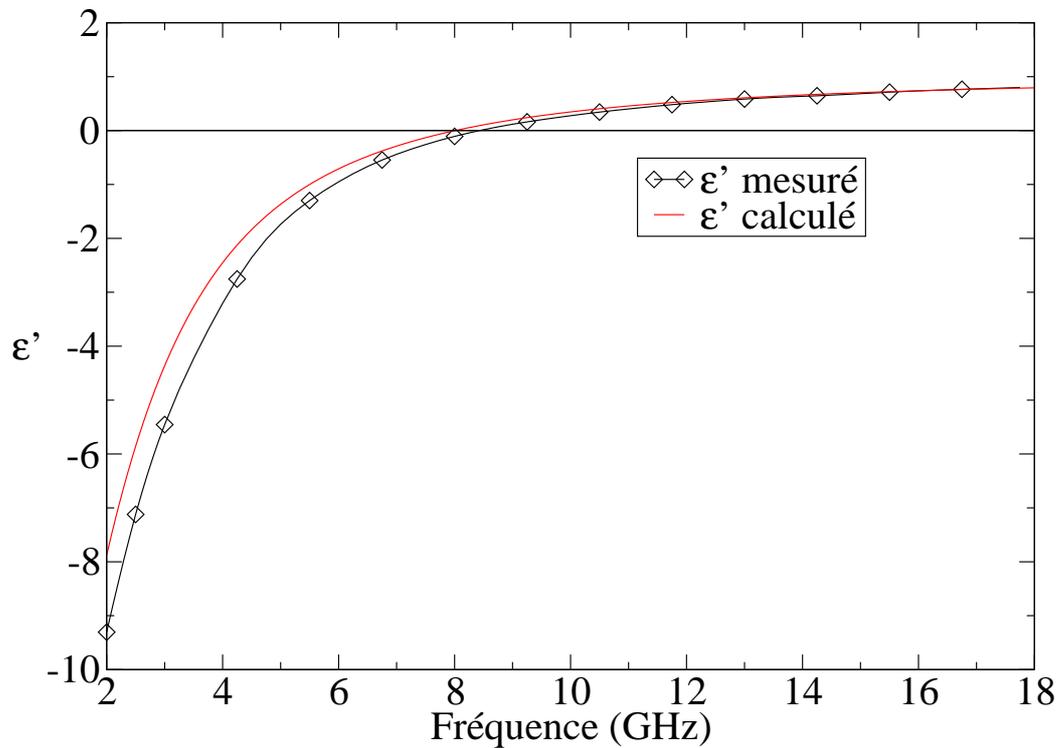


FIG. 12.3 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W2. Partie réelle de la permittivité effective.

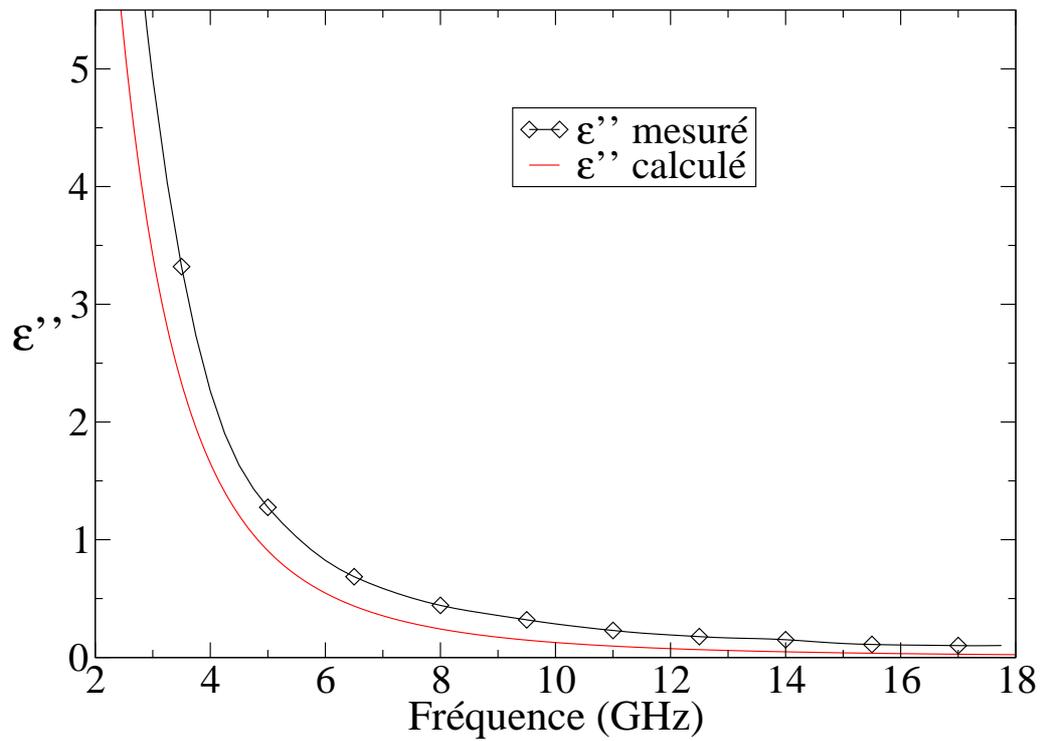


FIG. 12.4 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W2. Partie imaginaire de la permittivité effective.

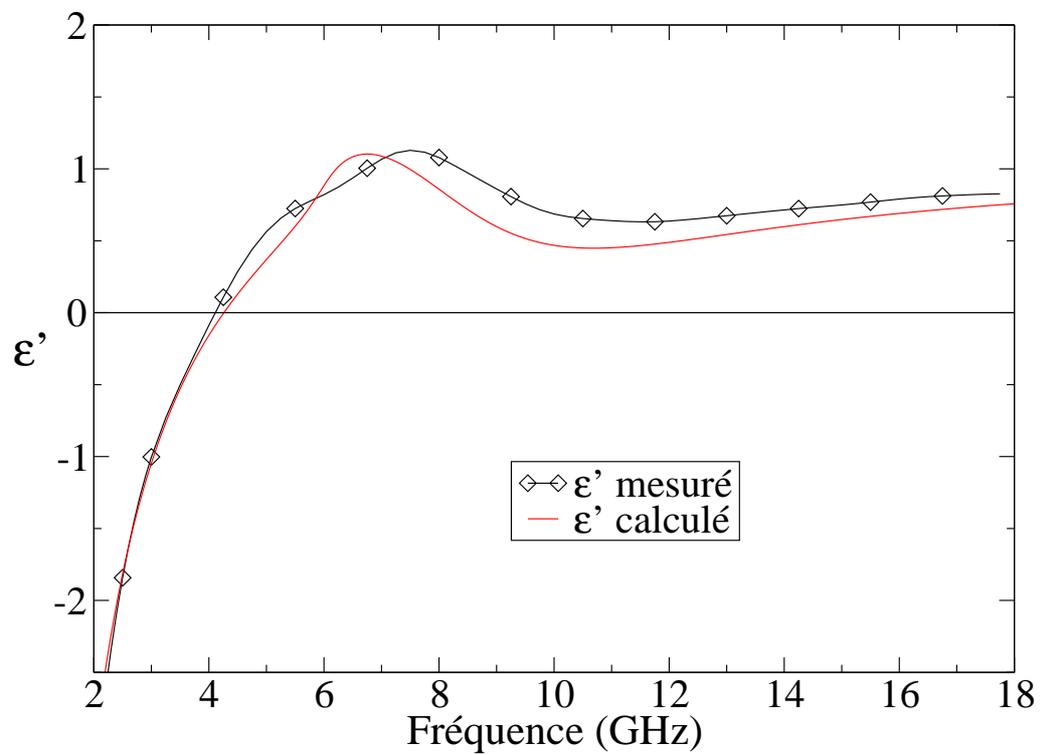


FIG. 12.5 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W3. Partie réelle de la permittivité effective.

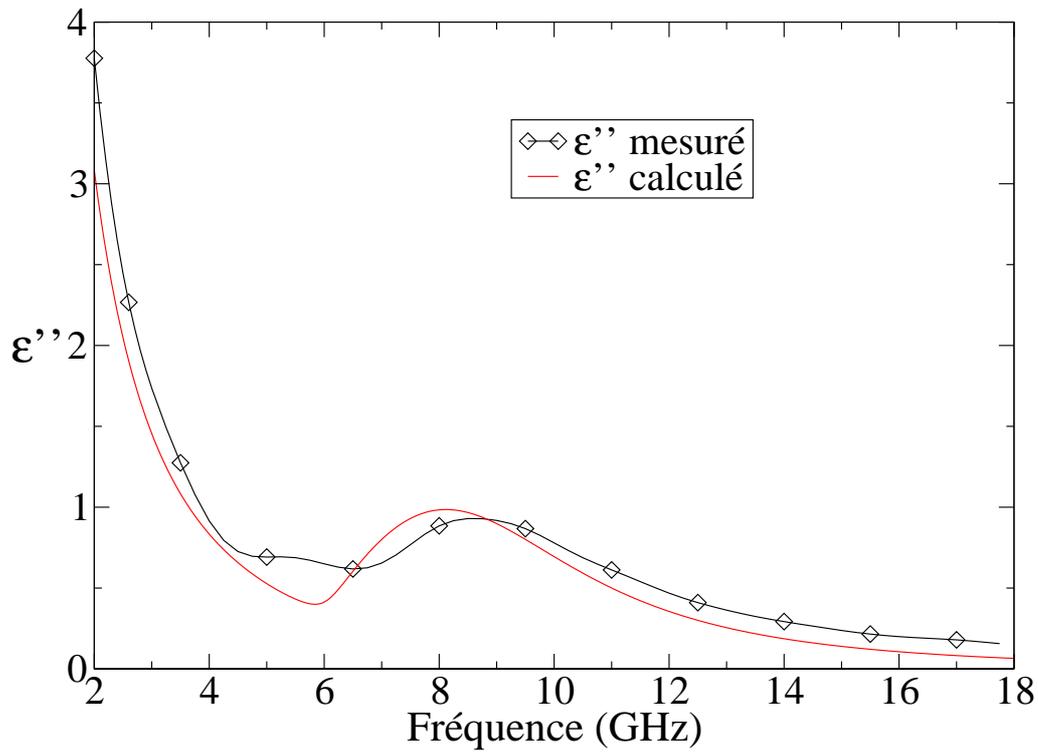


FIG. 12.6 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W3. Partie imaginaire de la permittivité effective.

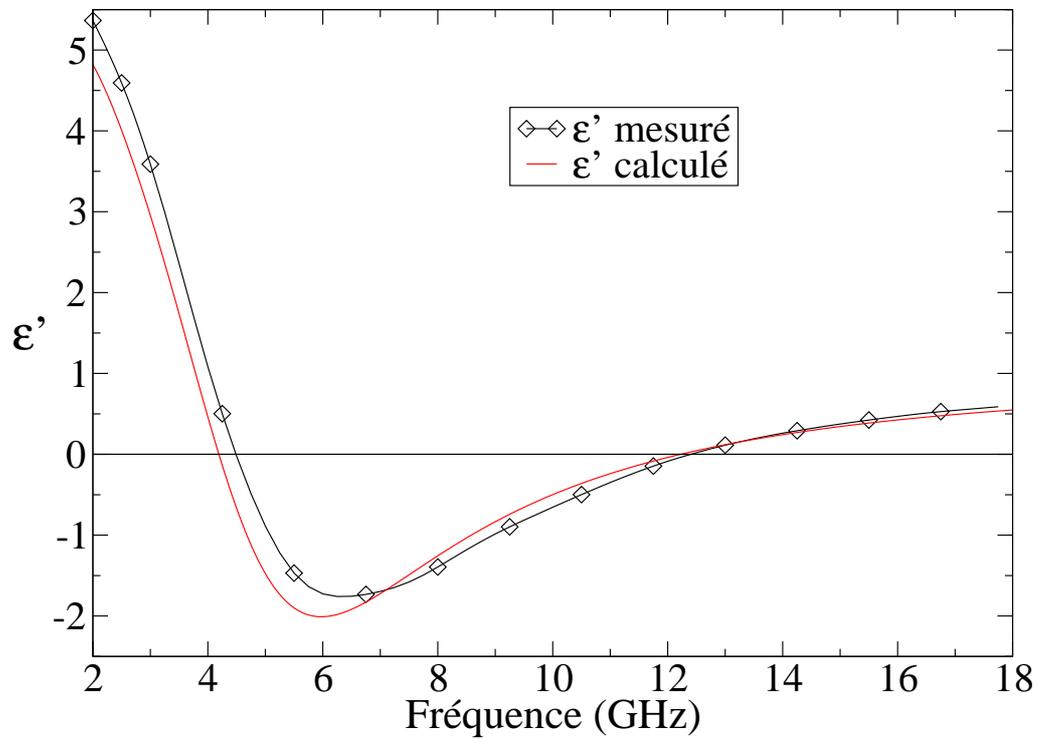


FIG. 12.7 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W1. Partie réelle de la permittivité effective.

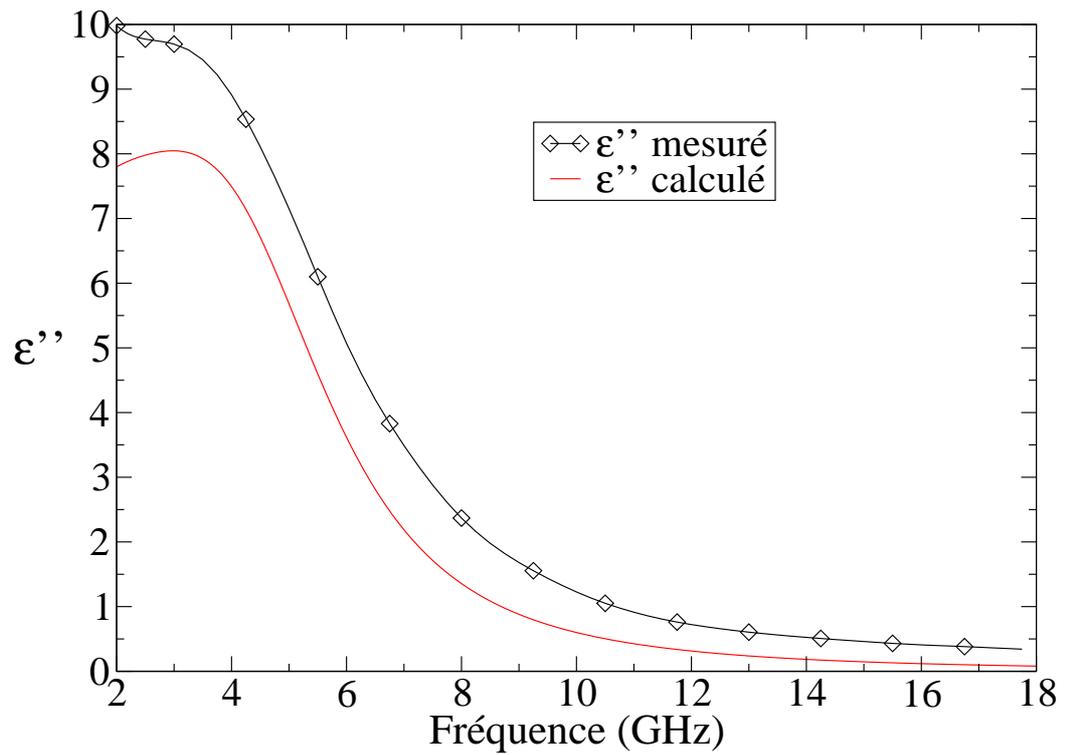


FIG. 12.8 – Comparaison entre la mesure et la simulation d'un réseau de fils ferromagnétiques W1. Partie imaginaire de la permittivité effective.

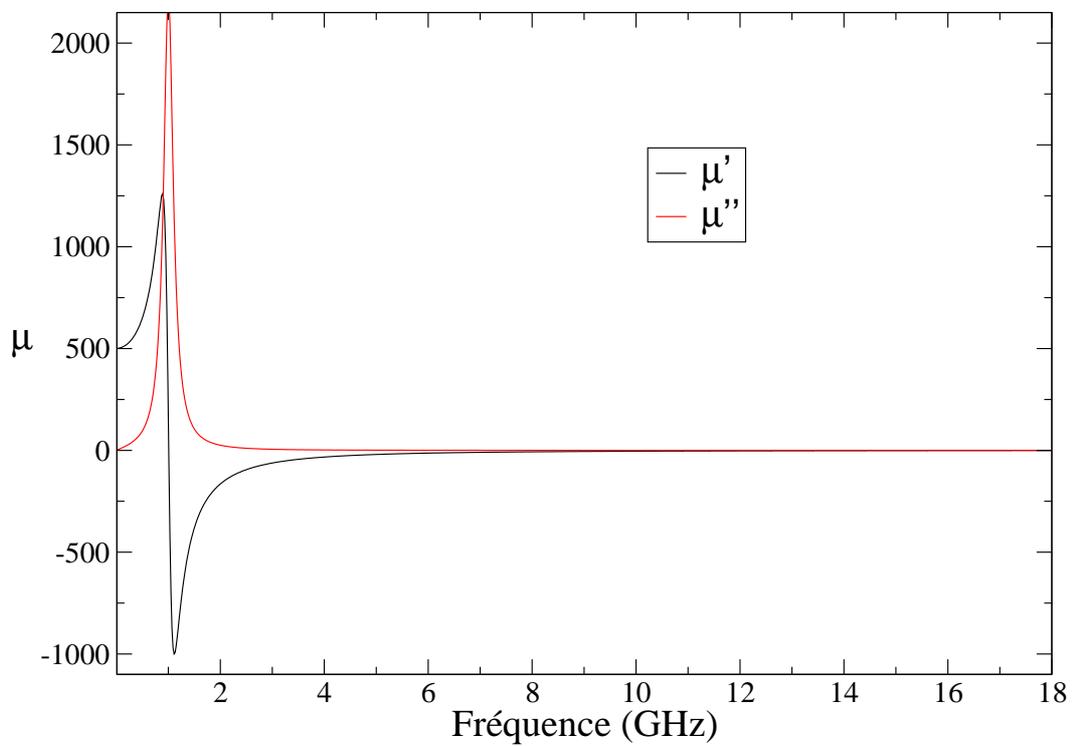


FIG. 12.9 – Perméabilité orthoradiale théorique du fil ferromagnétique W1

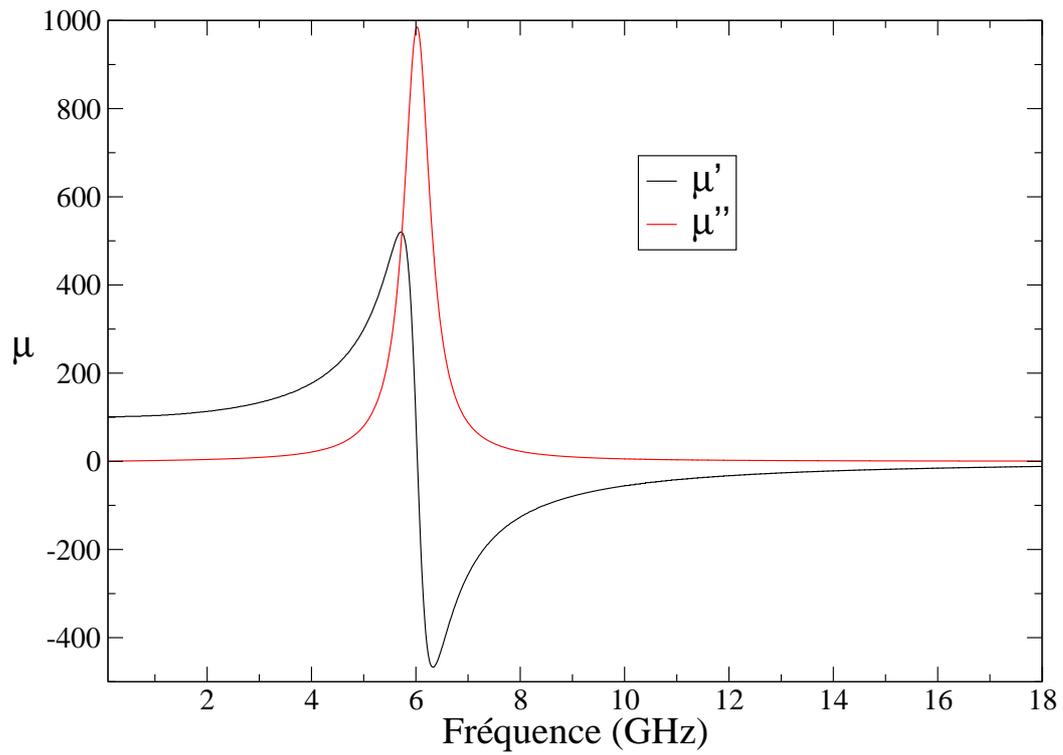


FIG. 12.10 – Perméabilité orthoradiale théorique du fil ferromagnétique W3

## 12.2 Analyse des différents régimes de permittivité du réseau de fils

### 12.2.1 Expression de la permittivité effective pour les basses et hautes fréquences

Considérons la formule (12.22). Au dénominateur, le facteur  $1 + j\sigma_0\mu_0\omega\frac{R_{dc}}{2\pi Z}q\mathcal{A}$  peut être négligé si :

$$\omega\frac{R_{dc}}{Z} \ll \frac{2\pi}{\mu_0\sigma_0q\mathcal{A}} \quad (12.25)$$

Lorsque  $\omega \rightarrow 0$ , l'inégalité est nécessairement vérifiée puisque  $Z/R_{dc} \rightarrow 1$  et que le membre de droite de l'équation ne dépend pas de la fréquence. Lorsque  $\omega \rightarrow +\infty$ , le membre de gauche de l'équation tend également vers l'infini et l'inégalité n'est plus vérifiée.

Pour chaque réseau de fils étudié, la quantité  $\sigma_0\mu_0\omega\frac{R_{dc}}{2\pi Z}q\mathcal{A}$  a été tracée en fonction de la fréquence. On compare la partie réelle et la partie imaginaire de ce terme à 1. Les courbes de 12.11 à 12.13 indiquent qu'il existe une plage en basses fréquences où l'on peut les négliger. Cette plage de fréquences varie selon la nature magnétique du fil. Elle est d'autant plus grande que la perméabilité orthoradiale du fil résonne haut en fréquence. Sur le tableau 12.3, on associe les figures et les réseaux de fils et l'on donne la valeur de  $\mathcal{A}$  et la plage de fréquences où la condition (12.25) est respectée pour chaque réseau.

TAB. 12.3 – Récapitulatif des simulations et des paramètres

Figures	Fil	$d$ (mm)	$\mathcal{A}$ (m <sup>2</sup> )	Validité de l'équation (12.25) Plage de fréquences (GHz)
12.14 et 12.15	W1	10	$8,65 \cdot 10^{-5}$	$0 \rightarrow 1,5$
12.16 et 12.17	W2	10	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$0 \rightarrow 0,5$
12.18 et 12.19	W3	5	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$0 \rightarrow 7$

Supposons que la condition (12.25) soit respectée. Alors la permittivité effective (12.22) devient :

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_d + q\frac{\sigma_o}{j\omega\varepsilon_0\frac{Z}{R_{dc}}} = \varepsilon_d - jq\frac{\sigma_o}{j\omega\varepsilon_0}\frac{R_{dc}}{Z} \quad (12.26)$$

Cette formule est valable pour les basses fréquences. D'ailleurs, c'est la formule développée par Lagarkov et Sarychev pour les matrices de fils magnétiques en basses fréquences [87, 30]. Dans ce cas, c'est l'impédance du fil qui conditionne la permittivité effective. Pour un fil ferromagnétique, elle est donc fortement dépendante de la perméabilité du fil.

Au contraire, si l'on a <sup>5</sup> :

$$\omega\frac{R_{dc}}{Z} \gg \frac{2\pi}{\mu_0\sigma_0q\mathcal{A}}, \quad (12.27)$$

alors l'équation (12.22) devient :

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_d - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (12.28)$$

où

$$\omega_p = \sqrt{\frac{2\pi c_0^2}{\mathcal{A}}} \quad (12.29)$$

<sup>5</sup>ce qui est possible d'après les graphiques 12.11, 12.12 et 12.13

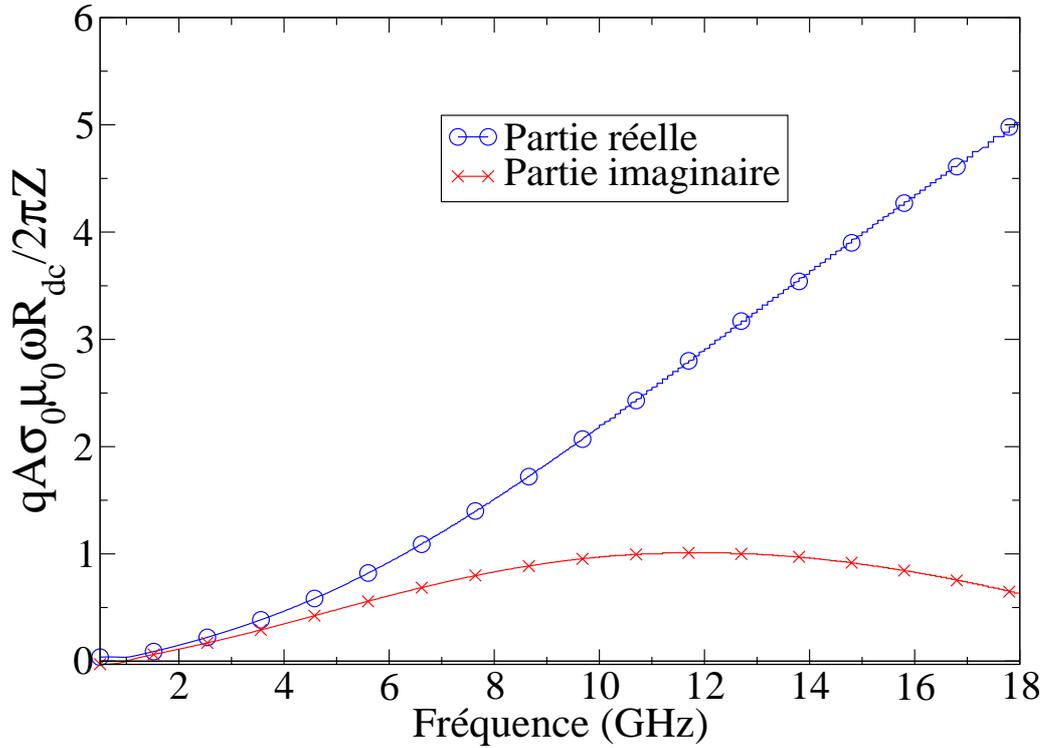


FIG. 12.11 – Évaluation des parties réelle et imaginaire de  $\sigma_0 \mu_0 \omega \frac{R_{dc}}{2\pi Z} qA$  en fonction la fréquence pour le fil W1. Il existe une zone où ce terme est inférieur à 1.

est la fréquence de plasmon du composite (cf. section 2.3.2), qui ne dépend que de la géométrie du réseau de fils. Cette formule est valable pour les hautes fréquences. C'est la formule déjà énoncée par Pendry [51] et Sarychev [17] pour les réseaux de fils métalliques en haute fréquences. Pour les fréquences élevées, aucun magnétisme naturel n'est présent dans les fils ferromagnétiques. Ces derniers sont donc assimilables à des fils purement métalliques.

## 12.2.2 Validation des approximations hautes et basses fréquences

Sur les figures de 12.14 à 12.19, on a reporté la permittivité effective complètement modélisée par l'équation (12.22) et les approximations basses et hautes fréquences pour les réseaux à base de fils W1, W2 et W3. On a utilisé les paramètres indiqués sur le tableau 12.2.

Ces figures montrent qu'il existe un régime intermédiaire de permittivité artificielle, entre les basses et les hautes fréquences, pour lequel il est nécessaire de prendre en compte l'intégralité de la formule (12.22). À notre connaissance, ce régime de fonctionnement n'avait jamais été mis en évidence. Enfin, des approximations pour les hautes fréquences sont possibles. En les adoptant, on retrouve les résultats concernant l'étude de ces régimes déjà publiés (cf. [51, 17, 87, 30]).

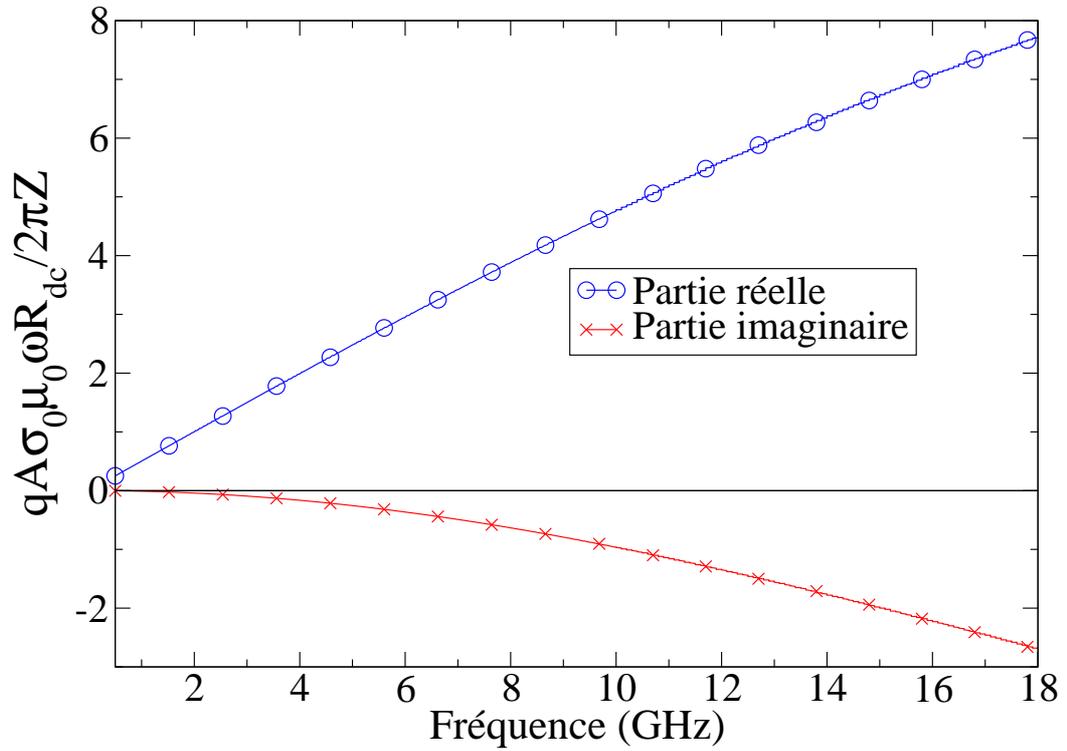


FIG. 12.12 – Évaluation des parties réelle et imaginaire de  $\sigma_0\mu_0\omega\frac{R_{dc}}{2\pi Z}qA$  en fonction la fréquence pour le fil W2. Il existe une zone où ce terme est inférieur à 1.

### 12.3 Perspectives

La perméabilité des fils ferromagnétiques dépend non seulement du champ magnétique statique appliqué, mais aussi de la contrainte exercée et de la température [86]. De plus, comme on peut l'observer sur les graphiques précédents, des variations significatives de permittivité sont obtenues pour des faibles consignes magnétiques. Il est donc envisageable de contrôler la permittivité d'un composite par un gradient de température ou une contrainte mécanique.

Par ailleurs, il est facile à partir de cette étude de combiner des composites à perméabilité artificielle et des composites à permittivité artificielle. Il a été montré (cf. chapitre 10) que des perméabilités négatives ajustables sur plusieurs centaines de MHz sont envisageables. Des permittivités négatives sur plusieurs GHz ont été atteintes. Par conséquent, le prolongement logique de cette étude serait de construire des composites à indices négatifs.

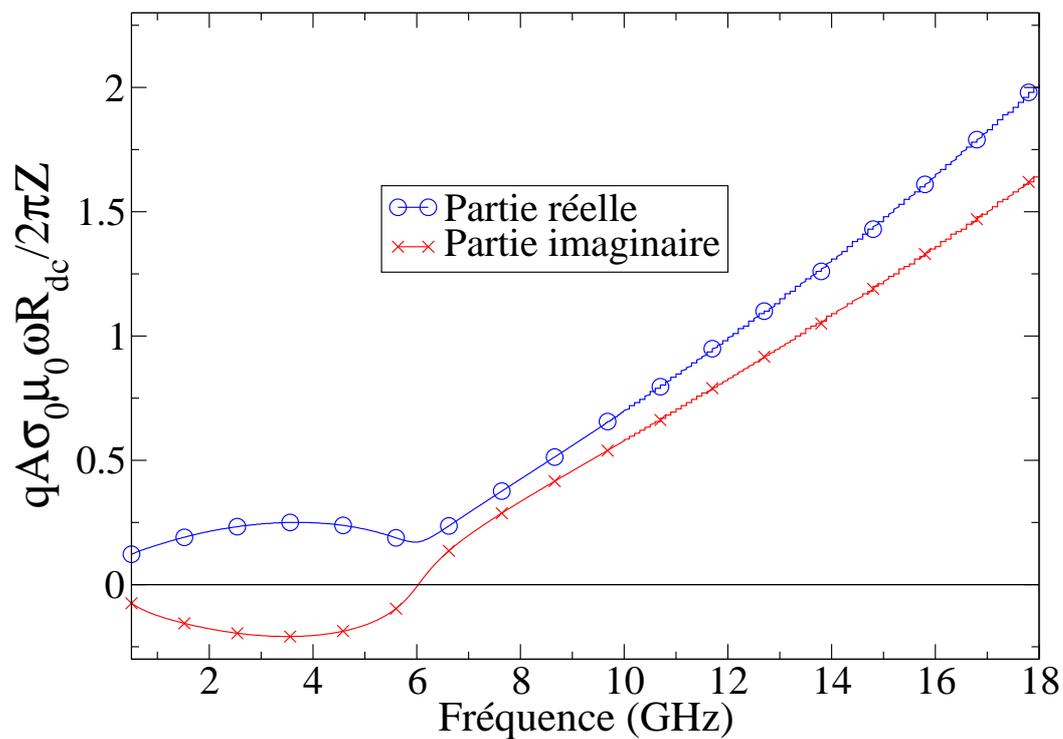


FIG. 12.13 – Evaluation des parties réelle et imaginaire de  $\sigma_0\mu_0\omega\frac{R_{dc}}{2\pi Z}qA$  en fonction la fréquence pour le fil W3. Il existe une zone où ce terme est inférieur à 1.

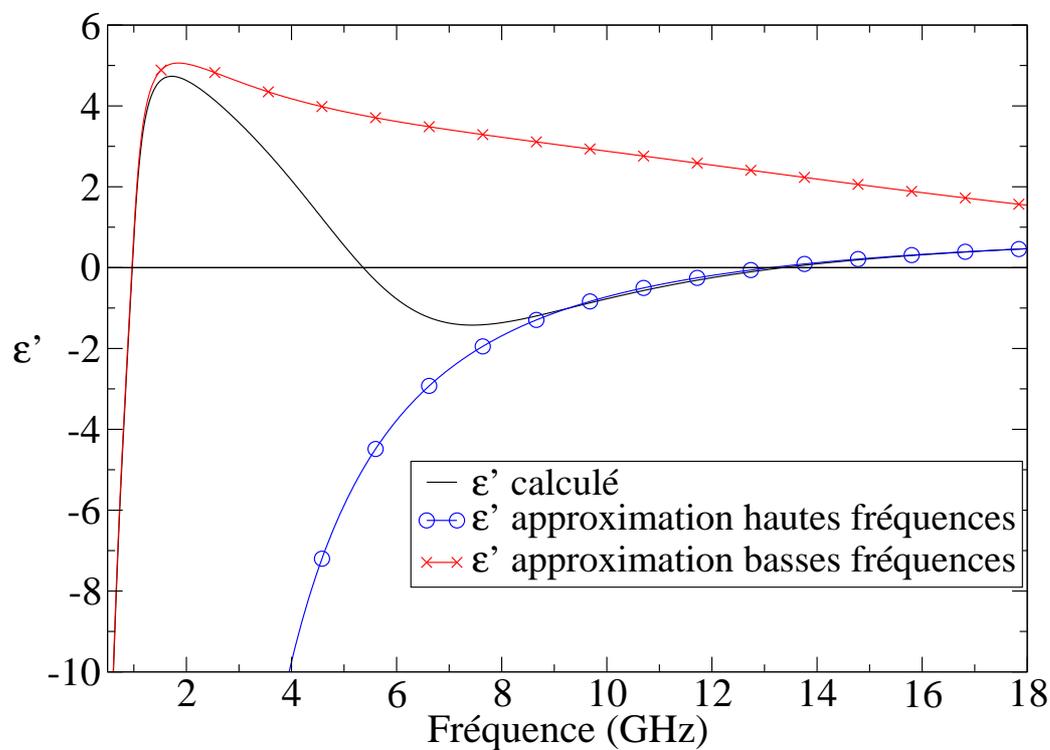


FIG. 12.14 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie réelle de la permittivité d'un réseau de fils W1 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)

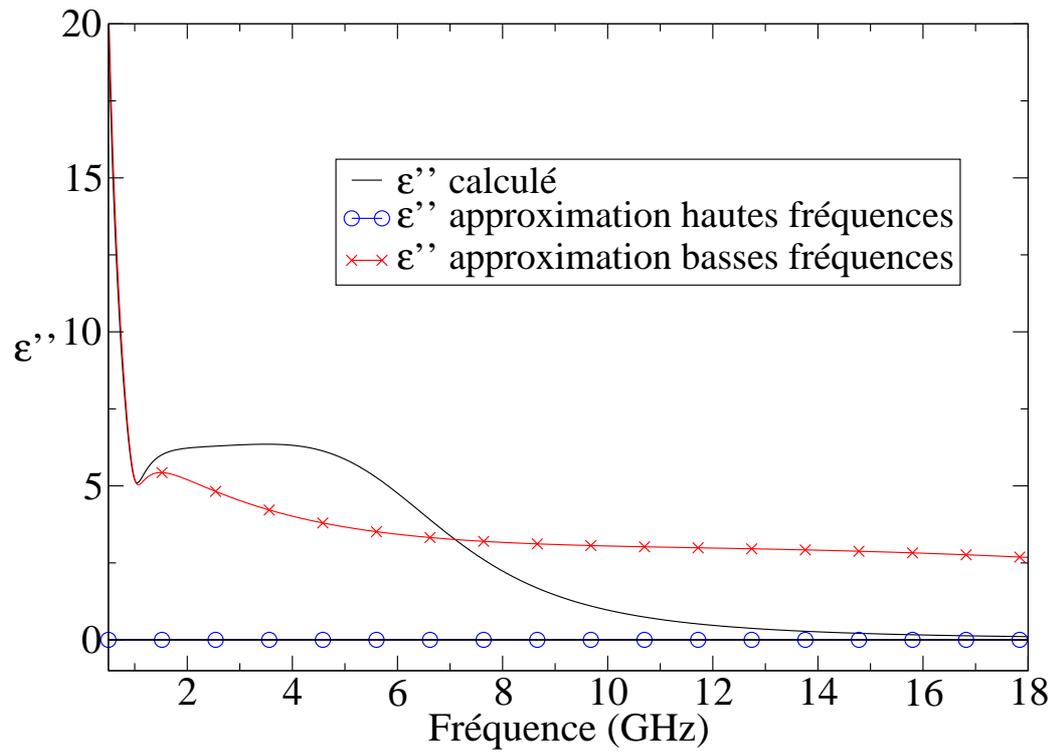


FIG. 12.15 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie imaginaire de la permittivité d'un réseau de fils W1 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)

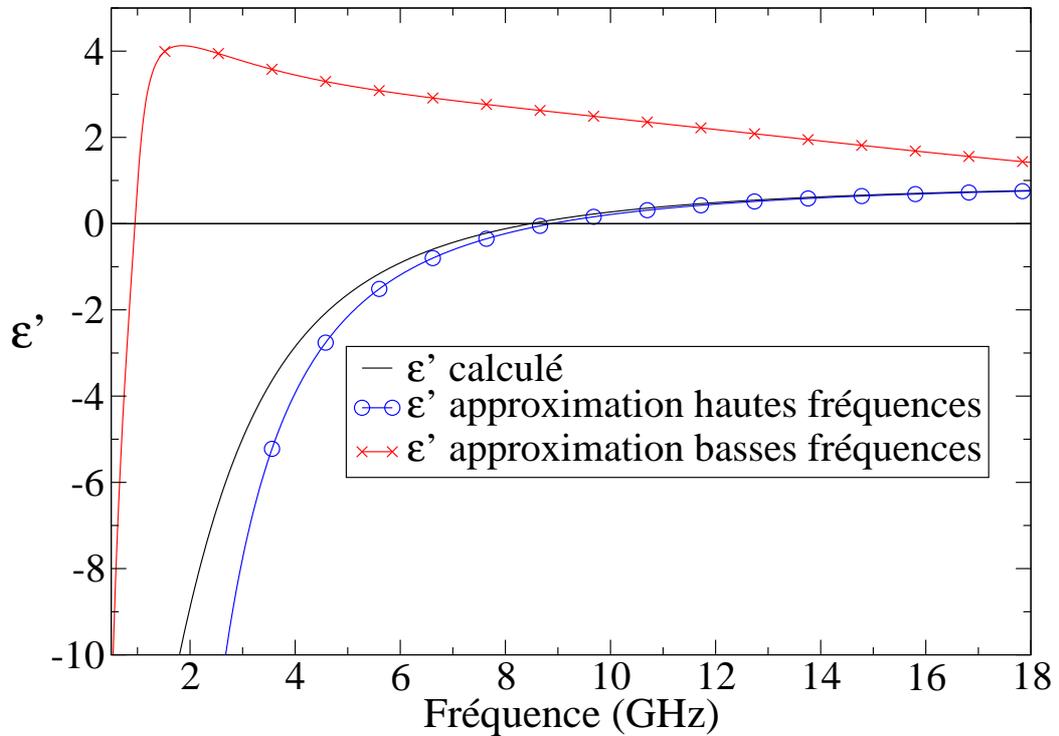


FIG. 12.16 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie réelle de la permittivité d'un réseau de fils W2 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)

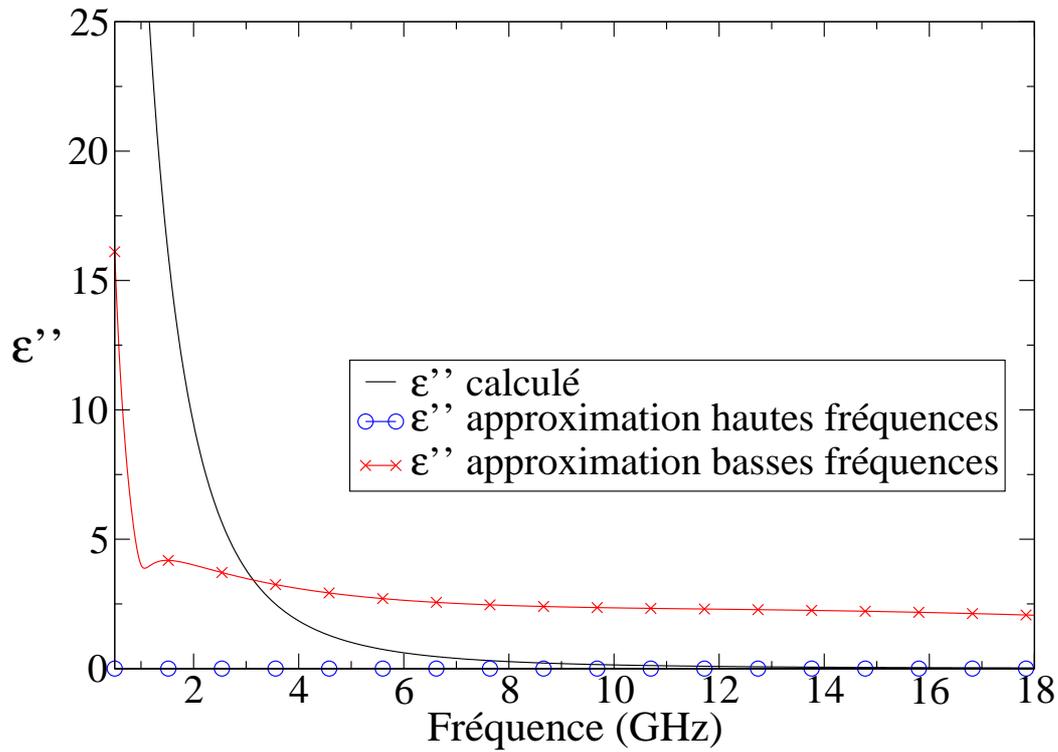


FIG. 12.17 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie imaginaire de la permittivité d'un réseau de fils W2 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)

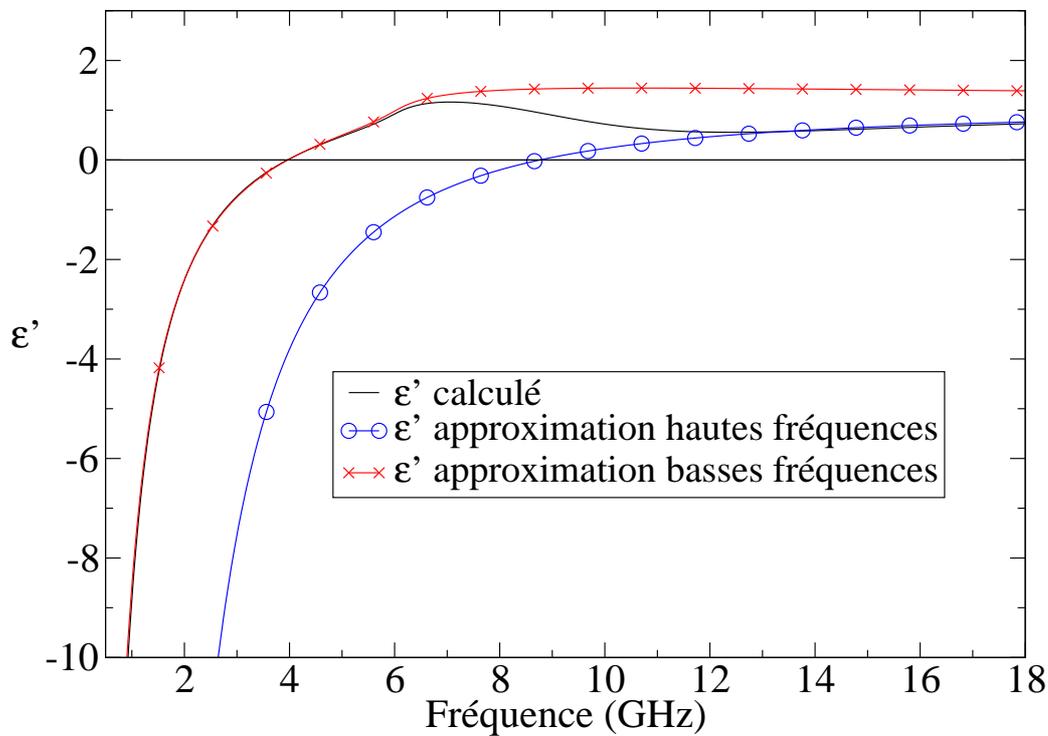


FIG. 12.18 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie réelle de la permittivité d'un réseau de fils W3 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)

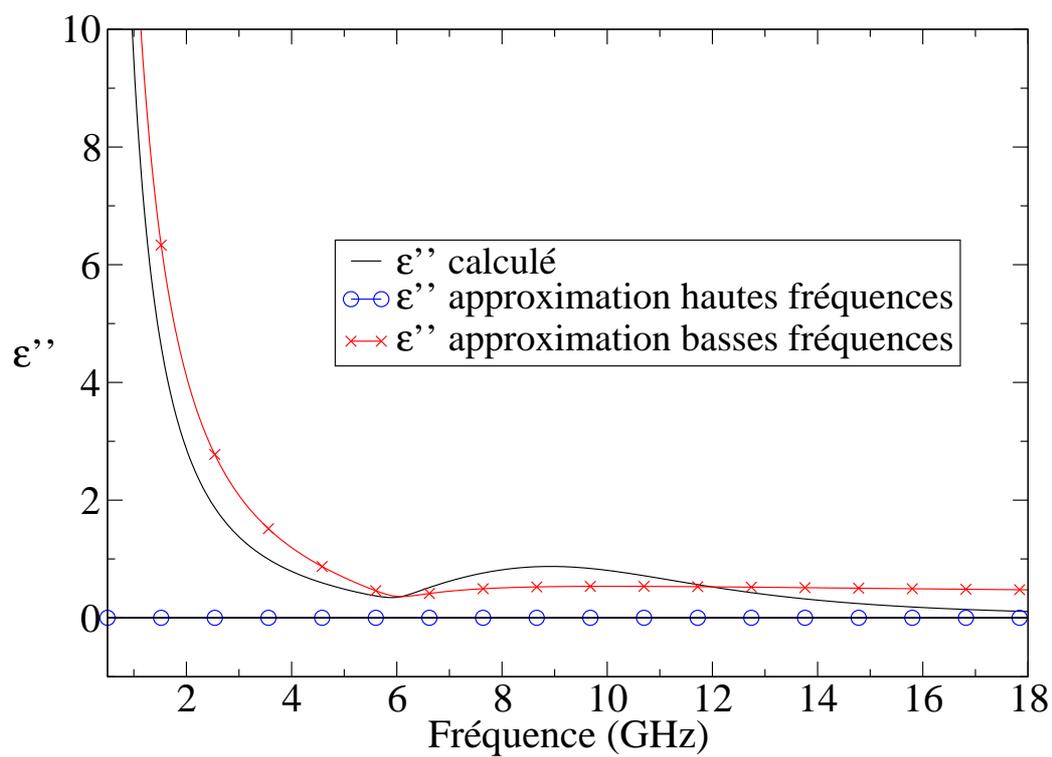


FIG. 12.19 – Comparaison entre la modélisation complète de la partie imaginaire de la permittivité d'un réseau de fils W3 (12.22) et les approximations hautes (12.28) et basses fréquences (12.26)



# Conclusion



Ce travail marque une rupture dans le domaine des matériaux composites pour l'électromagnétisme. Il a été démontré que les composites artificiels métal-diélectriques recèlent des propriétés nouvelles en hyperfréquences, qui n'existent pas à l'état naturel dans les matériaux bruts conventionnels. Dépasser les limites fixées par les matériaux bruts à l'aide d'une grammaire géométrique et d'une conjugaison électromagnétique des matériaux, telle est la vocation des métamatériaux. Ceux-ci émergent à peine depuis deux ans et déjà plus d'une centaine de références sur ce sujet existent. Cette thèse ajoute à cet édifice prometteur des arguments convaincants en leur faveur puisqu'elle a permis notamment de :

- déterminer une limite intégrale pour les métamatériaux chiraux,
- créer, mesurer et modéliser des composites magnétiques artificiels,
- mettre en évidence un nouveau régime de fonctionnement des réseaux de fils et de le modéliser.

Grâce à ces résultats, on a mis en exergue quelques propriétés remarquables de métamatériaux :

- la perméabilité d'un composite à base de boucles inductives peut être ajustée par une tension (niveaux variables et bande passante reconfigurable instantanément),
- la perméabilité d'un composite à base de boucles inductives est exaltée par la présence d'un noyau de matière magnétique,
- la permittivité d'un composite à base de fils ferromagnétiques peut être ajustée par champ magnétique.

À l'aide de ces résultats, le tableau 12.4 peut être complété de la manière suivante :

TAB. 12.4 – Contrôle de la permittivité et de la perméabilité

	Tension (ou champ électrique)	Courant (ou champ magnétique)
$\varepsilon$	ferroélectriques	métamatériaux
$\mu$	métamatériaux	ferromagnétiques

Au delà de la simulation numérique, des métamatériaux ont été conçus, construits et mesurés tout au long de la thèse. Leur potentiel n'est donc pas théorique mais pratique. Il s'appuie sur la connaissance des propriétés physiques des matériaux, de l'électronique et l'électromagnétisme. L'approche expérimentale développée lors de cette thèse rend possible l'utilisation des métamatériaux, dans un futur proche, pour les télécommunications ou les applications militaires.

Au delà de cette thèse, de nombreuses études se dessinent déjà. Il s'agit notamment de la recherche d'un critère intégral unique adapté aux diélectriques, aux magnétiques et aux métamatériaux, de l'activation des métamatériaux à perméabilité artificielle pour les basses fréquences et du développement des métamatériaux à indice négatif en optique.



Cinquième partie

**Bibliographie**



- [1] R.A. Shelby, D.R. Smith, et S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 292 :77–79, 2001.
- [2] D. Lippens, T. Akalin, S. Arscott, O. Vanbésien, J. Danglot, et J. Carbonell. Focusing effect for electromagnetic band gaps : the negative permittivity and permeability approach. *JCMM 2002*, Toulouse, 2002.
- [3] D.L. Jaggard, A.R. Mickelson, et C.H. Papas. On electromagnetic waves in chiral media. *Appl. Phys.*, 18 :211–216, 1978.
- [4] J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, et I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Phys. Rev. Lett.*, 76(25) :4773–4776, 1996.
- [5] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, et W.J. Stewart. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Trans. MTT*, 47(11) :2075–2084, 1999.
- [6] T. Weiland, R. Schuhmann, R.B. Gregor, C.G. Parazzoli, A.M. Vetter, D.R. Smith, D.C. Vier, et S. Schultz. Ab initio numerical simulation of left-handed metamaterials : comparison of calculations and experiments. *J. Appl. Phys.*, 90(10) :5419–5424, 2001.
- [7] C. Luo, S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos, et J.B. Pendry. All-angle negative refraction without negative effective index. *Phys. Rev. B*, 65(20) :1104, 2002.
- [8] F. Auzanneau et R.W. Ziolkowski. Microwave signal rectification using artificial composite materials composed of diode-loaded electrically small dipole antennas. *IEEE Trans. MTT*, 46(11) :1628, 1998.
- [9] J.H. Cloethe, S.A. Kuehl, et M. Bingle. The absorption of electromagnetic waves at microwave frequencies by synthetic chiral and racemic materials. *Int. J. Of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 9 :103–114, 1998.
- [10] K.N. Rozanov. Ultimate thickness to bandwidth ratio of radar absorbers. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 48(8) :1230, 2000.

- [11] O. Acher et A.-L. Adenot. Bounds on the dynamic properties of magnetic materials. *Phys. Rev. B*, 62(17), 2000.
- [12] D.L. Jaggard et N. Engheta. Chiro-sorb as an invisible medium. *Electronics Lett.*, 25(Feb. 2) :173, 1989.
- [13] S. Berthier. *Optique des milieux composites*. Polytechnica, Paris, 1993.
- [14] P.M. Jacquart. *Etude et caractérisation hyperfréquence des propriétés électromagnétiques de matériaux inhomogènes très anisotropes : mélanges conducteurs-diélectriques*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1994.
- [15] A.-L. Adenot. *Conception et étude expérimentale des propriétés hyperfréquences de milieux hétérogènes contenant des inclusions ferromagnétiques*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2000.
- [16] S.M. Rytov. Electromagnetic properties of a finely stratified medium. *Soviet Physics JETP*, 2(3) :466, 1955.
- [17] A.K. Sarychev et V.M. Shalaev. Electromagnetic field fluctuations and optical nonlinearities in metal-dielectric composites. *Physics Reports*, 335 :275–371, 2000.
- [18] O. Acher, A.-L. Adenot, et F. Duverger. Fresnel coefficients at an interface with lamellar composite material. *Phys. Rev. B*, 62(19) :13748–13756, 2000.
- [19] E. Yablonovitch, T.J. Gmitter, et K.M. Leung. Photonic band structure : the face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 67(17) :2295, 1991.
- [20] J.B. Pendry. Electromagnetic materials enter the negative age. *Physics World*, 14(9) :47–51, 2001.
- [21] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, et W.J. Stewart. Low frequency plasmons in thin-wire structures. *J. Phys. : Condens. Matter.*, 10 :4785–4809, 1998.
- [22] J.M. Lourtioz et A. de Lustrac. Microcavités et cristaux photoniques. *C.R. Physique*, 3 :79–88, 2002.
- [23] S. O'Brien et J.B. Pendry. Magnetic activity at infrared frequencies in structured metallic photonic crystals. *J. Phys. : Condens. Matter.*, 14 :6383–6394, 2002.
- [24] D.F. Sievenpiper, M.E. Sickmiller, et E. Yablonovitch. 3d-wire mesh photonic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 76(14) :2480, 1996.
- [25] V.K. Varadan, A. Lakhtakia, et V.V. Varadan. Equivalent dipole moments of helical arrangements of small, isotropic, point-polarizable scatters : application to chiral polymer design. *J. Appl. Phys.*, 63(2) :280–284, 1987.
- [26] S.A. Tretyakov et A.A. Sochava. Novel uniaxial bianisotropic materials : reflection and transmission in planar structures. *PIER*, 9 :157–179, 1994.
- [27] F. Auzanneau et R.W. Ziolkowski. Theoretical study of synthetic bianisotropic materials. *J. of Electromagnetic Waves and Applications*, 12 :353–370, 1998.

- [28] C.R. Simovski, M.S. Kondratjev, P.A. Belov, et S.A. Tretyakov. Interaction effects in two-dimensional bianisotropic arrays. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, (9) :1429, 1999.
- [29] V.A. Podolskiy, A.K. Sarychev, et V.M. Shalaev. Plasmon modes in metal nanowires and left-handed materials. *J. of Nonlinear Opt. Phys. and Mat.*, 11(1) :65–74, 2002.
- [30] A.N. Lagarkov et A.K. Sarychev. Electromagnetic properties of composites containing elongated conducting inclusions. *Phys. Rev. B*, 53(10) :6318–6336, 1996.
- [31] A.N. Lagarkov, V.N. Semenenko, V.A. Chistyayev, D.E. Ryabov, S.A. Tretyakov, and C.R. Simovski. Resonance properties of bi-helix media at microwaves. *Electromagnetics*, 17 :213–237, 1997.
- [32] S.A. Tretyakov et T.G. Kharina. The perfectly matched layer as a synthetic material with active inclusions. *Electromagnetics*, 20 :155–166, 2000.
- [33] S. Fahy, C. Kittel, et S.G. Louie. Electromagnetic screening by metals. *Am. J. Phys.*, 56(11), 1988.
- [34] R.A. Shelby, D.R. Smith, S.C. Nemat-Nasser, et S. Schultz. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial. *Appl. Phys. Lett.*, 78(4) :489–491, 2001.
- [35] A. Djermoun, G. Guida, F. Gadot, et A. de Lustrac. Démonstration expérimentale d’un indice optique négatif dans un matériau à permittivité et perméabilité négatives. *JCMM 2002*, Toulouse, 2002.
- [36] C.R. Simovski, M. Kondratiev, et S. He. Array of c-shaped wire elements for the reduction of reflection from a conducting plane. *Microwave and Opt. Tech. Lett.*, 25(5) :302–307, 2000.
- [37] R. Marques, F. Medina, et R. Rafii-El-Idrissi. Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials. *Phys. Rev. B*, 65(14) :4440, 2002.
- [38] C.R. Brewitt-Taylor, P.G. Lederer, F.C. Smith, et S. Haq. Measurement and prediction of helix-loaded chiral composites. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 47(4) :692, 1999.
- [39] A.N. Lagarkov, V.N. Semenenko, V.N. Kisel, et V.A. Chistyayev. Development and simulation of microwave artificial magnetic composites utilizing nonmagnetic inclusions. *J. Magn. Magn. Mat.*, 258-259 :161–166, 2003.
- [40] S.A. Tretyakov, I.S. Nefedov, S.I. Maslovski, C.R. Simovski, et B. Sauviac. Modelling and microwave properties of artificial materials with negative parameters. *Bianisotropics 2002*, Marrakech, 2002. Editeurs S. Zoudhi et K. Withes, Kluwer.
- [41] R.W. Ziolkowski et F. Auzanneau. Artificial molecule realization of a magnetic wall. *J. Appl. Phys.*, 82(7) :3192, 1997.
- [42] R.W. Ziolkowski et F. Auzanneau. Passive artificial molecule realizations of dielectric materials. *J. Appl. Phys.*, 82(7) :3195, 1997.
- [43] F. Auzanneau et R.W. Ziolkowski. Etude théorique de matériaux bianisotropes synthétiques contrôlables. *J. Phys. III France*, 7 :2405–2418, 1997.

- [44] F. Auzanneau et R.W. Ziolkowski. Artificial composite materials consisting of nonlinearly loaded electrically small antennas : operational-amplifier-based circuits with applications to smart skins. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 47(8) :1330–1339, 1999.
- [45] S.A. Tretyakov. Meta-materials with wideband negative permittivity and permeability. *Microwave and Opt. Tech. Lett.*, 31(3) :163–165, 2001.
- [46] J.M. Lourtioz, A. de Lustrac, F. Gadot, S. Rowson, A. Chelnokov, T. Brillat, A. Ammouche, J. Danglot, O. Vanbesien, et D. Lippens. Toward controllable photonic crystals for centimeter- and millimeter-wave devices. *J. of Lightwave Technology*, 17(11) :2025–2031, 1999.
- [47] A. de Lustrac, F. Gadot, S. Cabaret, J.M. Lourtioz, T. Brillat, A. Priou, and E. Akmansoy. Experimental demonstration of electrically controllable photonic crystals at centimeter wavelengths. *Appl. Phys. Lett.*, 75(11) :1625–1627, 1999.
- [48] O. Acher, A.L. Adenot, F. Lubrano, et F. Duverger. Low density artificial microwave magnetic composites. *J. Appl. Phys.*, 85(8) :4639–4641, 2000.
- [49] J.B. Pendry. Calculating photonic band structure. *J. Phys. : Condens. Matter.*, 8 :1085–1108, 1996.
- [50] Jin Au Kong. *Electromagnetic Wave Theory*. Wiley-Interscience Publication, 1990.
- [51] K.N. Rozanov. Ultimate thickness to bandwidth ratio of radar absorbers. *IVTAN*, 1 :422, 1998.
- [52] S.A. Tretyakov, A.A. Sochava, et C.R. Simovski. Influence of chiral shapes of individual inclusions on the absorption in chiral composite coatings. *Electromagnetics*, 16 :133–127, 1996.
- [53] D.L. Jaggard, N. Engheta, M.W. Kowarz, P. Pelet, J.C. Liu, et Y. Kim. Periodic chiral structures. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 37(11) :1447–1452, 1989.
- [54] V.K. Varadan, A. Lakhtakia, et V.V. Varadan. On the possibility of designing anti-reflection coatings using chiral composites. *J. of Wave-Material Interaction*, 2(1) :71, 1987.
- [55] A. Lakhtakia et W.S. Weiglhofer. Are linear, nonreciprocal, biisotropic media forbidden? *IEEE Trans. MTT*, 42(9) :1715–1716, 1994.
- [56] A. Froger. Electromagnetic energy dissipation in isotropic chiral media. *Chiral'94*, pages 293–295, Périgueux, 1994.
- [57] A. Froger. Reciprocity of isotropic chiral media and nature of the chirality parameter. *Antennas and EM Theory. ISAE'93*, pages 566–569, Éditeur : W.X. Zhang, Nanjing, China, 1993. International Academic Publisher.
- [58] D.L. Jaggard, N. Engheta, et J. Liu. Chiroshield : a Salisbury/Dällenbach shield alternative. *Electronics Lett.*, 26(17) :1332–1334, 1990.
- [59] A.H. Sihvola et I.V. Lindell. Material effects in bi-anisotropic electromagnetics. *IEICE Trans. Electron.*, E78-C(10) :1383–1390, 1995.

- [60] A. Serduykov, I. Semchenko, S. Tretyakov, et A. Sihvola. *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials Theory and Applications*. Electrocomponent Science Monographs. Gordon and Breach Science, 2001.
- [61] R. Ro, V.V. Varadan, et V.K. Varadan. Parametric experimental study of microwave absorption in chiral composites. *Microwave Theory and Application in Materials Processing. Annual meeting of the American Ceramic Society*, volume 21, pages 531–538, Cincinnati, Ohio, 1991.
- [62] V.K. Varadan, A. Lakhtakia, et V.V. Varadan. Principles of microwave interaction with polymeric and organic materials. *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.*, 124 :59–67, 1988.
- [63] M.H. Umari, V.K. Varadan, et V.V. Varadan. Rotation and dichroism associated with microwave propagation in chiral composite samples. *Radio Science*, 26(5) :1327–1334, 1991.
- [64] J.H. Cloethe, M. Bingle, et D.B. Davidson. The role of chirality and resonance in synthetic microwave absorbers. *Int. J. Electron. Commun.*, 55(4) :233–239, 2001.
- [65] Ruck et Barrick. *Radar Cross Section Handbook*, volume 2. 1990.
- [66] H.M. Nussenzveig. *Causality and Dispersion Relations*. Mathematics in science and engineering. Academic Press, New-York and London, 1972.
- [67] H.W. Bode. *Network analysis and feedback amplifier design*. Princeton, N.J., 1945.
- [68] R.M. Fano. Theoretical limitations on the broadband matching of arbitrary impedances. *J. Franklin Inst.*, 249(1-2) :57–83 139–154, 1950.
- [69] O. Reynet et O. Acher. Theoretical and experimental limitations of chiral microwave absorbers. *NATO Advanced Workshop on Bianisotropics - 9th International Conference on Electromagnetics of complex media*, page 461, Marrakesh, Maroc, 2002. Kluwer Academic Publishers.
- [70] O. Reynet et O. Acher. *Limite fondamentale des absorbants chiraux microondes*. JCMM 2002. Toulouse, 2002.
- [71] E. Salahun, G. Tanné, P. Quéffelec, M. Le Floc'h, A.-L. Adenot, et O. Acher. Application of ferromagnetic composite in different planar tunable microwave devices. *Microwave and Opt. Tech. Lett.*, 30(4) :272–276, 2001.
- [72] E. Salahun, P. Quéffélec, G. Tanné, A.-L. Adenot, et O. Acher. Correlation between magnetic properties of layered ferromagnetic/dielectric material and tunable microwave device applications. *J. Appl. Phys.*, 91(8) :5449, 2002.
- [73] C.A. Balanis. *Antenna Theory Analysis and Design*. John Wiley and Sons, Inc., New York, seconde édition, 1997.
- [74] J.A. Edminister. *Électromagnétisme*. McGraw Hill, troisième édition , 1984.
- [75] S. O'Brien et J.B. Pendry. Photonic band gap effects and magnetic activity in dielectric composites. *J. Phys. : Condens. Matter.*, 14 :4035–4044, 2002.

- [76] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, et L.P. Pitaevskii. *Electrodynamics of continuous media*. Pergamon Press, 1984.
- [77] J.B. Pendry et S. Anantha Ramakrishna. Near-field lenses in two dimensions. *J. Phys. : Condens. Matter.*, 14 :8463–8479, 2002.
- [78] O. Acher, P. Le Gourriérec, G. Perrin, P. Baclet, et O. Roblin. Demonstration of anisotropic composites with tuneable microwave permeability manufactured from ferromagnetic thin films. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 44(5) :674–684, 1996.
- [79] A. L. Adenot, O. Acher, T. Taffary, P. Quéffélec, et G. Tanné. Tuneable microstrip device controlled by a weak magnetic field using ferromagnetic laminations. *J. Appl. Phys.*, 87(8) :6914–6916, 2000.
- [80] O. Reynet, A.-L. Adenot, S. Deprot, O. Acher, et M. Latrach. Effect of the magnetic properties of the inclusions on the high frequency dielectric response of diluted composites. *Phys. Rev. B*, 66(09) :4412, 2002.
- [81] O. Reynet, M. Latrach, et O. Acher. High frequency dielectric response of diluted ferromagnetic composites. *Electromagnetics*, ? :?, 2003.
- [82] O. Reynet, O. Acher, A.-L. Adenot, S. Deprot, et M. Latrach. *Composites à permittivité contrôlable par un champ magnétique extérieur*. JCMM2002. Toulouse, 2002.
- [83] O. Acher, M. Ledieu, A.-L. Adenot, et O. Reynet. *Microwave properties of diluted composites made of magnetic wires with giant magneto-impedance effect*. Intermag 2003. Boston, 2003.
- [84] O. Reynet, N. Malléjac, A.-L. Adenot, M. Latrach, et O. Acher. *Substrat ferromagnétique à permittivité négative large bande ajustable*. JNM 2003. Lille, 2003.
- [85] O. Reynet, M. Latrach, et O. Acher. *Tunable high frequency response of diluted magnetic composites*. Bianisotropics 2002. Marrakech, 2002.
- [86] S. Deprot. *Elaboration de micro-filaments composites : des caractéristiques physico-chimiques aux propriétés magnétiques*. Thèse de doctorat, Université François Rabelais, 2002.
- [87] A. N. Lagarkov, S. M. Matytsin, K. N. Rozanov, et A. K. Sarychev. Dielectric properties of fiber-filled composites. *J. Appl. Phys.*, 84(7) :3806–3813, 1998.

## Sixième partie

# Annexes



## ANNEXE A

### Relations entre $\varepsilon$ et $\mu$ , R, T et les paramètres S

Il est à signaler que les formules exposées ici sont données par ailleurs dans le mode d'emploi des analyseurs de réseaux vectoriels Agilent Technologies<sup>TM</sup>.

#### A.1 R, T, $\varepsilon$ et $\mu$

$$R = \frac{\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\mu_r/\varepsilon_r} + 1} \quad (\text{A.1})$$

$$T = e^{-jkd} = e^{-j\frac{\omega}{c_0}\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}d} \quad (\text{A.2})$$

où  $d$  est l'épaisseur de l'échantillon et  $\omega$  la pulsation.

#### A.2 R,T et les paramètres S

$$T = \frac{S_{21}}{1 - S_{11}R} \quad (\text{A.3})$$

$$R = \frac{S_{11}^2 - S_{21}^2 + 1}{2S_{11}} \pm \sqrt{\frac{S_{11}^2 - S_{21}^2 + 1}{4S_{11}^2} - 1} \quad (\text{A.4})$$

#### A.3 $\varepsilon$ , $\mu$ et les paramètres S

$$\mu_r = j \left( \frac{1+R}{1-R} \right) \left( \frac{c_0}{\omega d} \ln T \right) \quad (\text{A.5})$$

et

$$\varepsilon_r = j \left( \frac{1-R}{1+R} \right) \left( \frac{c_0}{\omega d} \ln T \right) \quad (\text{A.6})$$



# ANNEXE B

Unités S.I. et C.G.S.

Grandeur Physique	S.I.		C.G.S.		Conversion
	Définition	Unité	Définition	Unité	
Champ magnétique	$H$	A/m	$H$	Oe	$1 \text{ A/m} = 4\pi 10^{-3} \text{ Oe}$
Induction magnétique	$B$	T	$B$	G	$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$
Aimantation	$M = \chi H$	A/m	$J = \chi' H$	u.e.m./cm <sup>3</sup>	$1 \text{ A/m} = 10^{-3} \text{ u.e.m./cm}^3$
Aimantation à saturation	$M_s$	A/m	$4\pi M_s$	G	
Perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$	H/m	$\mu'_0 = 1$	G/Oe	
Perméabilité relative	$B = \mu_0(H + M)$ $B = \mu_0\mu_r H$ $\mu_r = 1 + \chi$	sans unité	$B = \mu'_0 H + 4\pi J$ $B = \mu'_0\mu_r H$ $\mu_r = 1 + 4\pi\chi'$	sans unité	

## C.1 Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

- 1 ✘ O. Reynet et O. Acher. Theoretical and experimental limitations of chiral microwave absorbers. *NATO Advanced Workshop on Bianisotropics - 9th International Conference on Electromagnetics of complex media*, page 461, 2002. Kluwer Academic Publishers.
- 2 ✘ O. Reynet, A.-L. Adenot, S. Deprot, O. Acher, et M. Latrach. Effect of the magnetic properties of the inclusions on the high frequency dielectric response of diluted composites. *Phys. Rev. B*, 66(09) : 4412, 2002.
- 3 ✘ O. Reynet, M. Latrach, et O. Acher. High frequency dielectric response of diluted ferromagnetic composites. *Electromagnetics*, 2003. À paraître.
- 4 ✘ O. Acher, M. Ledieu, A.-L. Adenot et O. Reynet. Microwave properties of diluted composites made of magnetic wires with giant magneto-impedance effect. *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 39, n° 5 , septembre 2003.
- 5 ✘ O. Reynet et O. Acher. Voltage controlled artificial permeability of a diode loaded metamaterial *Appl. Phys. Lett.*, 2003. À paraître.

## C.2 Communications orales

- 4 ✘ O. Reynet, O. Acher, A.-L. Adenot, S. Deprot, et M. Latrach. *Composites à permittivité contrôlable par un champ magnétique extérieur*. JCMM 2002. Toulouse, 2002.
- 5 ✘ O. Acher, M. Ledieu, A.-L. Adenot, et O. Reynet. *Microwave properties of diluted composites made of magnetic wires with giant magneto-impedance effect*. Intermag 2003. Boston, 2003.
- 6 ✘ O. Reynet, N. Malléjac, A.-L. Adenot, M. Latrach, et O. Acher. *Substrat ferromagnétique à permittivité négative large bande ajustable*. JNM 2003. Lille, 2003.
- 7 ✘ O. Reynet, N. Malléjac, A.-L. Adenot, M. Latrach, et O. Acher. *Tunable high frequency dielectric*

*response of diluted magnetic composites.* OHD 2003. Calais, 2003.

### C.3 Posters

- 8 ✕ O. Reynet et O. Acher *Limite fondamentale des absorbants chiraux microondes.* JCMM 2002. Toulouse, 2002.
- 9 ✕ O. Reynet, M. Latrach, et O. Acher. *Tunable high frequency response of diluted magnetic composites.* Bianisotropics 2002. Marrakech, 2002.
- 10 ✕ O. Reynet et O. Acher. *Métamatériaux accordables pour applications hyperfréquences.* Doctoriales de Bretagne 2001.

## Septième partie

# Index



<b>A</b>		<b>D</b>	
Acher .....	13, 25	Diode varicap .....	93, 95
Auzanneau .....	22	Dispersion spatiale .....	60, 77
<b>B</b>		<b>E</b>	
Banc d'antennes focalisées .....	108	Effet pelliculaire .....	13
Bande passante de la perméabilité artificielle...		Electrons libres .....	27
85		<b>F</b>	
Bianisotropie .....	21	Fils ferromagnétiques .....	105
Bobines d'Helmoltz .....	115	Fréquence de résonance d'une hélice .....	57
Boucle chargée par un condensateur .....	82	<b>G</b>	
Boucles chargées .....	66	Giant Magneto-Impedance .....	121
<b>C</b>		GMI .....	121
Causalité .....	42	<b>H</b>	
Champ magnétique dans une boucle .....	73	Hélice .....	21, 55
Charges actives .....	24	<b>I</b>	
Chiralité .....	37	Inclusions dipolaires résonantes .....	19
Coefficient de réflexion .....	41	Inclusions non résonantes .....	25
Composite lamellaire .....	12	<b>K</b>	
Critère d'absorption (magnétiques artificiels)...		Kramers-Krönig .....	31
86		<b>L</b>	
Critère intégral .....	31–33		
Critère intégral de Rozanov .....	31–32		
Critère intégral magnétique .....	33		
Cycle d'hystérésis .....	105		

Lagarkov .....	21
LIFT .....	63
Ligne APL 40 .....	54

**M**

Magnéto-impédance géante .....	121
Mesure de perméabilité en court-circuit ...	54
Mesure de permittivité et perméabilité en espace libre .....	108
Mesures sous champ magnétique .....	115
Modèle de Drude .....	27
Modèle de perméabilité pour l'hélice .....	88
Modèle de permittivité artificielle .....	119
Molécules .....	22, 24

**P**

Paramètres radioélectriques effectifs .....	11–15
Pendry .....	19, 27
Perméabilité active .....	96
Perméabilité effective .....	14–15
Permittivité d'un réseau de fils ferromagnétiques 123	
Permittivité négative .....	26
Permittivité effective .....	14–15
Propagation dans les milieux chiraux .....	38

**R**

Réseaux de fils ferromagnétiques .....	104
Réseaux de fils parallèles .....	26
Résonance Plasmon .....	26
Résonateurs magnétiques .....	19
Relation entre $\mu''_{max}$ et l'impédance de charge .. 85	
Rozanov .....	31
Rytov .....	12

**S**

Sarychev .....	14, 28
SRR .....	19

**T**

Théorème de Cauchy .....	42
Théorème des résidus .....	42
Tretyakov .....	24

**W**

Wiener .....	12
--------------	----

**Z**

Ziolkowski .....	22
------------------	----



# RÉSUMÉ

---

Des métamatériaux homogénéisables à base d'éléments ferromagnétiques et électroniques sont fabriqués, mesurés et modélisés dans le domaine des hyperfréquences. Ces métamatériaux sont des composites artificiels structurés, hétérogènes et parfois multi-échelles à base d'inclusions diélectriques et métalliques, qui présentent des permittivités et des perméabilités artificielles. Dans un premier temps, l'élaboration d'un critère intégral pour les métamatériaux chiraux permet de cerner les limites en absorption de ces composites. Dans un deuxième temps, l'étude se concentre sur les composites à perméabilité artificielle à base de boucles ou d'hélices métalliques chargées par des composants électroniques actifs ou passifs. Un modèle de perméabilité effective, fondé sur la mesure d'impédance de la charge est proposé. L'insertion de matière magnétique permet d'exalter la perméabilité artificielle de composites à boucles chargées et à hélices. Les boucles peuvent être chargées par des diodes varicap. La perméabilité artificielle est alors ajustable par une tension électrique. Dans ce cas, il est possible de fabriquer un métamatériau actif à bande passante reconfigurable instantanément. Enfin, la dernière partie de cette thèse explore les réseaux de fils métalliques. En utilisant des fils ferromagnétiques, un nouveau comportement diélectrique artificiel est mis en exergue : la permittivité varie sous l'effet d'un champ magnétique. Après avoir mis en évidence le phénomène lors d'une étude expérimentale, la modélisation montre que la magnéto-impédance géante est à l'origine du comportement résonant en basses fréquences des réseaux de fils ferromagnétiques.

**Mots clefs :** métamatériaux, composites artificiels, milieux hétérogènes, hyperfréquences, perméabilité artificielle ajustable par une tension, permittivité artificielle ajustable par champ magnétique, critère intégral pour les chiraux, réseaux de fils ferromagnétiques, hélices, boucles chargées.

**Discipline :** Électronique

**Laboratoire d'accueil :** CEA le Ripault, DMAT, B.P. 16, 37260 MONTS

# ABSTRACT

---

## **Metamaterials based on ferromagnetic and electronic elements**

Metamaterials based on ferromagnetic and electronic elements are made, characterized and modelized. In the first part, a bound on the absorption of chiral media is found. The second part focuses on the study of the artificial permeability of composites made of loaded loops and helices. Experimental evidence of a voltage controlled artificial permeability is given. A model based on impedance measurements is found to be in good agreement with experimental works. The last part of this thesis demonstrates the possibility to adjust the artificial permittivity of a ferromagnetic wires lattice with a static magnetic field.

**Keywords :** metamaterial, microwaves, voltage controlled artificial permeability, magnetically tunable artificial permittivity, integral bound of chiral media, ferromagnetic wires lattices, loaded loop.