



**HAL**  
open science

# Détection mécanique de la résonance ferromagnétique

Vincent Charbois

► **To cite this version:**

Vincent Charbois. Détection mécanique de la résonance ferromagnétique. Matière Condensée [cond-mat]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2003. Français. NNT : . tel-00003970

**HAL Id: tel-00003970**

**<https://theses.hal.science/tel-00003970>**

Submitted on 20 Jan 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*UNIVERSITÉ PARIS 7 - DENIS DIDEROT*

*UFR DE PHYSIQUE*

**DOCTORAT**

Physique des Solides et Milieux Denses

VINCENT CHARBOIS

DÉTECTION MÉCANIQUE DE LA RÉSONANCE  
FERROMAGNÉTIQUE

Thèse dirigée par Claude FERMON

Soutenue le 1<sup>er</sup> Décembre 2003

**JURY**

Président	M.	Jean KLEIN
Rapporteurs	MM.	Olivier ACHER Hubert PASCARD
Examineurs	MM.	André THIAVILLE Nicolas VUKADINOVIC
Directeur	M.	Claude FERMON
Invité	M.	Olivier KLEIN



# Résumé

Cette thèse concerne l'étude d'un nouvel outil expérimental d'investigation de la dynamique de l'aimantation, adapté à la mesure de nanostructures magnétiques. Cette technique, la Microscopie par Résonance Ferromagnétique (f-MRFM), s'inspire des microscopies à sonde locale pour réaliser une détection mécanique de la Résonance Ferromagnétique (RFM). Un dispositif original a été mis au point. Ses performances sont caractérisées par l'étude d'un disque de grenat magnétique de  $160\ \mu\text{m}$  de diamètre. Les résultats démontrent une sensibilité et une résolution spectrale adaptées à la mesure d'échantillons microscopiques individuels, et permettent de conclure quant à la configuration la plus judicieuse en terme d'intensité du signal ou de résolution spatiale pour l'imagerie des excitations magnétiques. Cette technique permet en outre de remonter à une information quantitative sur la RFM, capacité qui est utilisée pour obtenir une mesure directe du temps de relaxation longitudinal  $T_1$ .

**Mots clefs :** 1. *MRFM, Microscopie à Résonance Magnétique détectée mécaniquement* - 2. *RFM, Résonance Ferromagnétique* - 3. *MFM, Microscopie à Force Magnétique* - 4. *Dynamique de l'aimantation* - 5. *Temps de relaxation ferromagnétique* - 6. *YIG, Grenat magnétique* - 7. *Nanostructures magnétiques*.



# Summary

This thesis is concerned with the study of a new experimental tool for the investigation of magnetization dynamics in magnetic nanostructures. The technique, ferro-Magnetic Resonance Force Microscopy (f-MRFM), is inspired by scanning probe methods and it characterizes Ferromagnetic Resonance (FMR) by means of a mechanical measurement. An original f-MRFM experimental setup was built. Its capabilities have been characterized by the study of a disk-shaped magnetic garnet sample,  $160 \mu m$  in diameter. The results demonstrate a sensitivity and a spectral resolution well suited for the study of individual microscopic samples. They also give us the optimization path towards either higher sensitivity or better spatial resolution for magnetic excitations imaging. Moreover, quantitative measurement of FMR can be obtained. This capability is used to perform a direct measurement of the longitudinal relaxation time  $T_1$ .

**Keywords** : 1. MRFM, Magnetic Resonance Force Microscopy - 2. FMR, Ferromagnetic Resonance - 3. MFM, Magnetic Force Microscopy - 4. Magnetization Dynamics - 5. Ferromagnetic relaxation times - 6. YIG, Magnetic garnet - 7. Magnetic Nanostructures.



# Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à l'égard des personnes qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse, tant pour l'aspect scientifique de ce travail, que pour son aspect humain.

Je voudrais plus particulièrement remercier ceux avec qui j'ai travaillé sur ce projet de Détection Mécanique de la Résonance Ferromagnétique, et qui au cours de ces trois années m'ont formé à la recherche en physique expérimentale de la matière condensée.

J'ai effectué ce travail au Service de Physique de l'État Condensé (SPEC) du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA), sous la responsabilité directe d'Olivier KLEIN qui fut l'initiateur de ce projet. Outre les connaissances scientifiques et techniques que j'ai pu acquérir à son contact, je tiens plus particulièrement à le remercier pour s'être attaché à me transmettre les valeurs essentielles à une recherche de qualité, la rigueur, la persévérance et la cohérence. Je pense que cette expérience me sera bénéfique pour toute la suite de ma carrière et je lui en serais toujours reconnaissant. Je tiens également à remercier Vladimir V. NALETOV qui avec Olivier est l'autre personne sans laquelle je n'aurais jamais pu mener à bien ce travail.

D'autres intervenants extérieurs au SPEC ont grandement contribué à la réussite de ma thèse. Je pense ainsi à Jamal BEN YOUSSEF du Laboratoire du Magnétisme de Bretagne de l'Université de Brest, qui a réalisé le film de YIG duquel est issu l'échantillon décrit dans ce manuscrit. Je le remercie également pour l'intérêt constant qu'il a porté au déroulement de cette thèse. J'exprime également toute ma reconnaissance envers Olivier ACHER et Anne-Lyse ADENOT du Laboratoire Matériaux Magnétiques et Hyperfréquences du CEA, qui nous ont fourni les fils magnétiques nous ayant permis de réaliser la pointe magnétique cylindrique du microlevier.

Je suis en outre redevable envers tous ceux qui m'ont formé à l'utilisation des moyens techniques du SPEC qui furent utilisés pour réaliser ce travail de thèse. Je pense notamment à Mathieu BAILLEUL, Sébastien BERGER, Claudine CHALEIL, Dorothée COLSON, Daniel ESTÈVE, Gérard FRANCINET, Claude FERMON, Anne FORGET, Michel JUIGNET, Philippe JOYEZ, Pierre-François ORFILA et Michel VIRET.

Je remercie aussi Grégoire DE LOUBENS, Mathieu KOCIAK et surtout Olivier KLEIN pour la relecture critique de ce manuscrit.

Enfin j'ai passé au SPEC trois années riches en contacts humains, et je tenais à exprimer ma gratitude envers l'ensemble du personnel. Je pense en particulier à tous les membres du groupe RMN et diffusion de neutrons, et notamment à son chef, mon directeur de thèse Claude FERMON. Ils m'ont accueillis dans une ambiance à la fois chaleureuse, dynamique et stimulante qui fut un facteur très important pour la réussite de ma thèse.

# Introduction

L'objet de ce travail de thèse était de mettre au point un nouvel outil expérimental adapté à l'étude de la dynamique de l'aimantation dans des nanostructures magnétiques, et d'en étudier les performances.

On sait depuis les travaux de L. D. LANDAU et E. M. LIFSCHITZ [76] que cette dynamique obéit à une équation du gyroscope. Cette équation décrit un état d'équilibre dans lequel l'aimantation est localement alignée avec un champ magnétique effectif qui rend compte des différentes interactions magnétiques à l'œuvre dans le système. L'état excité correspond quant à lui à une précession de l'aimantation autour de ce champ local, à des fréquences caractéristiques qui se situent dans la gamme des micro-ondes.

La technique de choix pour l'étude de cette dynamique de l'aimantation est la Résonance Ferromagnétique (RFM), dont le principe consiste à entretenir la dynamique hors d'équilibre à l'aide de l'énergie d'un petit champ magnétique micro-onde transverse.

Il s'agit d'une technique spectroscopique dont la méthode classique de détection est fondée sur le principe de perturbation de cavité résonante. En balayant le champ magnétique extérieur on modifie l'énergie magnétique du système et on observe une série de raies de résonance qui correspondent aux énergies propres de la dynamique de l'aimantation. L'information contenue dans ce spectre de RFM est très riche. Il nous renseigne non seulement sur la nature des interactions magnétiques qui dominent la dynamique de l'aimantation, mais il contient également une information relative aux propriétés dissipatives du système magnétique, c'est à dire sur le couplage du système magnétique avec son environnement extérieur.

Cependant, la sensibilité de la technique classique de perturbation de cavité en restreint l'application au mieux à l'étude de couches minces, et ne permet pas la mesure d'échantillons nanostructurés individuels.

Or cette étude de la dynamique de l'aimantation dans des échantillons de très petite taille est intéressante à plus d'un titre.

Il y a tout d'abord un intérêt scientifique à cette étude. On s'attend par exemple à observer une transition depuis un régime magnétostatique dans lequel la dynamique est dominée par des effets d'interaction dipolaire vers un régime magnétoéchange ou elle est dominée par l'interaction d'échange, et ce pour de tailles caractéristiques de l'ordre du micron. D'autre part, dans des échantillons de géométries confinées, les effets de bords vont jouer un rôle prépondérant, impliquant des excitations magnétiques fortement non-uniformes. Enfin, on

peut se demander dans quelle mesure la réduction de la taille de l'échantillon va avoir une influence sur ses propriétés dissipatives.

Outre cet intérêt scientifique, le développement d'une technique sensible est important du point de vue technologique. Il répondrait par exemple aux besoins actuels en méthodes de caractérisation des composants de plus en plus miniaturisés qui sont réalisés dans le cadre du développement de l'électronique de spin [144, 151].

Proposée au début des années 90 par J. A. SIDLES [113], la détection mécanique de la résonance magnétique, également appelée microscopie par résonance magnétique ou MRFM pour *Magnetic Resonance Force Microscopy*, est une nouvelle technique possédant la sensibilité adaptée à la mesure des propriétés dynamiques de systèmes magnétiques microscopiques. Dans le cas qui va nous intéresser de la détection de la RFM, on utilisera l'acronyme f-MRFM pour *ferro-Magnetic Resonance Force Microscopy*.

L'idée centrale de SIDLES consiste à combiner la grande sensibilité et les propriétés d'imagerie à haute résolution des techniques de Microscopie à Sonde Locale comme la Microscopie à Force Magnétique (MFM), avec les propriétés d'imagerie tridimensionnelle et de spectroscopie locale de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM). On utilise pour cela un microlevier avec une pointe magnétique pour mesurer *localement* la diminution d'aimantation statique induite par l'excitation d'une résonance magnétique.

Outre le gain en sensibilité qui permet la mesure d'échantillons microscopiques individuels, on s'attend également à ce que cette technique possède des propriétés d'imagerie des excitations magnétiques, propriétés liées à l'utilisation d'une sonde locale. Enfin, cette technique caractérise l'excitation d'une RFM par la mesure de la diminution d'aimantation statique  $\Delta M_z$  qui accompagne l'ouverture de l'angle de précession de l'aimantation. Ceci en fait un outil complémentaire des techniques de perturbation de cavité résonante qui caractérisent la RFM par la mesure de la composante dynamique de l'aimantation.

La faisabilité de cette nouvelle approche de la détection de la résonance magnétique fut démontrée par les travaux pionniers de deux groupes aux États-Unis. Le groupe de Dan RUGAR des laboratoires de recherche d'IBM-Almaden réalisa la première détection mécanique du signal de résonance d'un système de spins électroniques paramagnétiques en 1992 [109] et de spins nucléaires en 1994 [110]. Quant à la première réalisation de la détection mécanique d'un signal de RFM, elle remonte à 1996, par le groupe de Chris HAMMEL des laboratoires de Los Alamos [150]. Au début de ce travail de thèse, ce groupe était d'ailleurs le seul à avoir travaillé sur ce sujet, et leurs résultats constituent donc une référence pour la caractérisation des performances du dispositif expérimental que nous avons mis au point.

Les travaux décrits dans la suite de ce manuscrit concernent la description et l'étude des performances d'un dispositif expérimental original fondé sur les principes de la f-MRFM.

La première partie de ce manuscrit a pour but de familiariser le lecteur avec les concepts de base nécessaires à l'interprétation d'expériences de RFM. On insiste notamment sur les effets de taille finie propres à la mesure d'échantillons de géométries confinées. Un paragraphe important est dédié à la description des phénomènes de relaxation ferromagnétique et cette première partie se clôt sur l'étude d'effets non linéaires caractéristiques de la RFM.

Dans une seconde partie, on détaille les principes de la f-MRFM. On insiste sur la modélisation du détecteur de force, en analysant notamment le mécanisme de couplage d'un

microlevier avec une pointe aimantée au signal de RFM. On discute également les différentes techniques de modulation qui permettent d'augmenter le rapport signal sur bruit de la détection mécanique. Ces principes sont illustrés par la description du montage expérimental original qui fut réalisé pour ce travail de thèse. L'accent est mis sur le haut degré de caractérisation de l'outil expérimental : calibration de l'excitation, calibration de la réponse du levier, possibilité d'une analyse quantitative du signal mécanique de RFM.

Enfin, l'étude d'un échantillon test de grenat magnétique de taille micronique illustre dans une troisième partie les capacités et les performances de la technique. Notre dispositif est capable de résoudre le spectre intrinsèque complet de modes magnétostatiques de cet échantillon. On analyse l'influence de la sonde mécanique sur le signal mesuré et on en conclut quant à la faisabilité et aux performances d'une spectroscopie locale et de l'imagerie des modes magnétostatiques. En s'appuyant sur l'étude d'un effet non linéaire (le repliement de la raie de résonance), on démontre la faisabilité d'une analyse quantitative du signal. On montre alors que cette propriété permet une caractérisation complète de la relaxation ferromagnétique. Cette dernière partie s'achève par l'étude de la seconde instabilité d'onde de spin, dont on met en évidence l'existence d'une structure fine.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Résonance Ferromagnétique</b>	<b>21</b>
1.1	Introduction . . . . .	22
1.2	Résonance magnétique : principes fondamentaux . . . . .	24
1.2.1	Cas du spin unique . . . . .	24
1.3	Résonance Ferromagnétique . . . . .	28
1.3.1	Mode uniforme . . . . .	30
1.3.2	Spectre de résonance d'un film mince en aimantation perpendiculaire . . . . .	33
1.3.3	RFM en géométrie confinée . . . . .	41
1.4	Relaxation ferromagnétique . . . . .	47
1.4.1	Introduction . . . . .	47
1.4.2	Modèles phénoménologiques . . . . .	47
1.4.3	Modèles microscopiques . . . . .	53
1.5	Effets non linéaires . . . . .	67
1.5.1	Saturation et repliement de la raie de résonance . . . . .	67
1.5.2	Instabilités d'onde de spin : seuils de Suhl . . . . .	70
<b>2</b>	<b>Détection Mécanique de la RFM</b>	<b>77</b>
2.1	Introduction . . . . .	78
2.2	Le micro levier : un capteur de force . . . . .	78
2.2.1	Déformation statique d'un levier . . . . .	78
2.2.2	Modélisation de la dynamique d'un levier . . . . .	82
2.2.3	Limite de détection . . . . .	84
2.3	Couplage du levier à un signal de résonance magnétique . . . . .	87
2.3.1	Couplage à un moment magnétique statique . . . . .	87
2.3.2	Couplage à un moment magnétique précessant . . . . .	88
2.3.3	Détection harmonique . . . . .	89
2.3.4	Détection anharmonique . . . . .	93
2.3.5	Détection de la seconde harmonique . . . . .	94
2.4	Montage expérimental : excitation . . . . .	96
2.4.1	Champ statique . . . . .	96
2.4.2	Excitation micro-onde . . . . .	96
2.4.3	Modulation de l'excitation . . . . .	103
2.5	Montage expérimental : mesure de susceptibilité . . . . .	105
2.6	Montage expérimental : détection mécanique . . . . .	107

2.6.1	Réalisation de la sonde . . . . .	107
2.6.2	Détection de la déformation du levier . . . . .	107
2.6.3	Positionnement de l'échantillon par rapport à la sonde . . . . .	111
2.6.4	Stabilisation du montage . . . . .	112
2.6.5	Propriétés mécaniques de la sonde . . . . .	112
2.7	Protocole de mesure . . . . .	124
2.8	Mesure quantitative du signal de RFM . . . . .	124
2.8.1	Évaluation de $\Delta M_z$ à partir du signal mécanique . . . . .	124
2.8.2	Sources d'erreur . . . . .	127
2.9	Comparaison des différentes techniques d'études de la dynamique de l'aimantation . . . . .	128
	Résumé . . . . .	130
<b>3</b>	<b>Mesures sur un Échantillon Test : <math>Y_3Fe_5O_{12}</math></b>	<b>133</b>
3.1	Introduction . . . . .	134
3.1.1	Motivation des choix expérimentaux . . . . .	134
3.1.2	Le YIG : échantillon modèle de la RFM . . . . .	135
3.1.3	Fabrication d'un microdisque de YIG . . . . .	135
3.2	Spectre de Résonance en aimantation perpendiculaire . . . . .	138
3.3	Comparaison avec la mesures de susceptibilité . . . . .	142
3.3.1	Spectre de MSFVW . . . . .	142
3.3.2	Structure du mode principal . . . . .	144
3.4	Étude de l'influence de la sonde . . . . .	147
3.4.1	Régimes de couplages faible et fort . . . . .	147
3.4.2	Conséquences sur l'intensité du signal . . . . .	153
3.4.3	Performances de la spectroscopie locale . . . . .	156
3.4.4	Conséquence sur l'imagerie des MSFVW . . . . .	158
3.5	Mesures de relaxation ferromagnétique . . . . .	163
3.5.1	Dépendance en fréquence de la largeur de raie . . . . .	164
3.5.2	Modulation haute fréquence . . . . .	166
3.5.3	Mesure quantitative de $\Delta M_z(\ell)$ . . . . .	171
3.6	Effets non linéaires . . . . .	175
3.6.1	Repliement de la raie de résonance . . . . .	175
3.6.2	Excitations paramétriques d'ondes de spin . . . . .	178
	Résumé . . . . .	185
<b>A</b>	<b>Notations et Constantes Physiques</b>	<b>187</b>
<b>B</b>	<b>Problème de Walker en Géométrie Cylindrique</b>	<b>189</b>
B.1	solution générale en champ uniforme . . . . .	190
B.1.1	Résolution en-dehors de l'échantillon. . . . .	190
B.1.2	Résolution dans l'échantillon. . . . .	191
B.1.3	Relations de dispersion . . . . .	192
B.1.4	Aimantation dynamique . . . . .	193
B.2	Solution en champ non uniforme . . . . .	194
B.2.1	Cas modèle d'un "puits" propagatif carré . . . . .	194

---

B.2.2	Cas réel : localisation par le champ de fuite d'une pointe magnétique .	196
<b>C</b>	<b>Champ Démagnétisant d'un Disque. La solution de Joseph et Schlömann</b>	<b>199</b>
C.1	Cadre du modèle . . . . .	199
C.2	Formalisme . . . . .	199
C.3	Résultats . . . . .	201
C.4	Application . . . . .	202
<b>D</b>	<b>Oscillateur Harmonique Classique</b>	<b>205</b>
D.1	Formalisme . . . . .	205
D.2	Réponse à une force harmonique . . . . .	206
D.3	Réponse impulsionnelle . . . . .	207
D.4	Oscillateur bruité . . . . .	209
D.5	Bande passante équivalente . . . . .	211
<b>E</b>	<b>Modulation Anharmonique dans le Modèle de Bloch-Bloembergen</b>	<b>213</b>
E.1	Objet . . . . .	213
E.2	Formalisme . . . . .	213
E.3	Solution statique . . . . .	215
E.4	Modulation de champ . . . . .	215
E.5	modulation de source . . . . .	215
E.6	Modulation Anharmonique . . . . .	216
<b>F</b>	<b>Techniques de Microfabrication</b>	<b>217</b>
F.1	Introduction . . . . .	217
F.2	Techniques de lithographie . . . . .	217
F.2.1	Lithographie optique . . . . .	217
F.2.2	Lithographie électronique . . . . .	218
F.3	Techniques de Gravure . . . . .	218
F.4	Recettes . . . . .	219
F.4.1	Microfabrication d'un masque optique . . . . .	219
F.4.2	Microfabrication d'un disque de YIG . . . . .	220
F.4.3	Microfabrication d'un résonateur micro-onde . . . . .	221
<b>G</b>	<b>Liste de Publications</b>	<b>223</b>



# Table des figures

1.1	Précession d'un moment magnétique dans un champ uniforme . . . . .	25
1.2	Composantes du tenseur de susceptibilité de Polder . . . . .	27
1.3	Différents cas limites de géométries ellipsoïdales . . . . .	32
1.4	Conditions de résonance pour différents cas limites d'ellipsoïdes . . . . .	33
1.5	Géométrie utilisée pour le calcul du spectre de résonance d'un film mince . . .	35
1.6	Relation de dispersion des MSFVW . . . . .	38
1.7	Profil du vecteur d'onde . . . . .	42
1.8	Profils du champ démagnétisant . . . . .	45
1.9	Modes magnétostatiques en géométrie confinée . . . . .	46
1.10	Schéma conceptuel de la relaxation ferromagnétique . . . . .	50
1.11	Courbes de résonances lorentziennes . . . . .	52
1.12	Canaux de relaxation . . . . .	55
1.13	Relation de dispersion des magnons . . . . .	58
1.14	Processus élémentaires à 3 magnons . . . . .	61
1.15	Processus à deux magnons . . . . .	62
1.16	Processus de relaxation spins-réseau . . . . .	64
1.17	Canaux de relaxation du mode uniforme . . . . .	66
1.18	Dépendance en amplitude d'excitation de l'aimantation longitudinale et de la susceptibilité non linéaire . . . . .	68
1.19	Repliement de la raie de résonance . . . . .	69
1.20	Circuit équivalent pour les instabilités d'ondes de spin . . . . .	71
1.21	Processus microscopiques responsables des instabilités d'ondes de spin . . . .	72
1.22	Instabilité d'onde de spin du premier ordre . . . . .	74
1.23	Illustration des deux premiers processus de Suhl . . . . .	75
2.1	Modélisation d'un microlevier . . . . .	79
2.2	Déformation sous champ d'un levier à pointe aimantée . . . . .	81
2.3	Effet du couple magnétique sur la déformation d'un levier . . . . .	82
2.4	Réponse du levier à une force harmonique . . . . .	84
2.5	Représentation schématique de l'excitation d'une résonance magnétique . . .	89
2.6	Effets d'une modulation de source sur une raie de résonance lorentzienne . . .	91
2.7	Effets d'une modulation de fréquence sur une raie de résonance lorentzienne .	93
2.8	Effets d'une modulation anharmonique sur une raie de résonance lorentzienne	94
2.9	Schéma du circuit micro-onde . . . . .	98

2.10	Résonateurs de type ligne en méandre . . . . .	99
2.11	Résonateur micro-onde . . . . .	100
2.12	Calibration du champ micro-onde . . . . .	101
2.13	Bobine de modulation de champ . . . . .	103
2.14	Calibration du champ généré au niveau de l'échantillon par la bobine de modulation . . . . .	105
2.15	Sonde mécanique . . . . .	108
2.16	Détection mécanique de la RFM . . . . .	109
2.17	Principe de la detection de la déformation du levier . . . . .	111
2.18	Spectre de bruit des vibrations thermoactivées du levier sous champ magnétique	115
2.19	Spectre de bruit des vibrations thermoactivées du levier en champ nul . . . . .	116
2.20	Calibration de la réponse du levier à une force harmonique . . . . .	118
2.21	Modélisation de l'interaction de la sonde avec le champ magnétique extérieur	120
2.22	Dépendance en champ magnétique de la fréquence de résonance du levier . . . . .	122
2.23	Dépendance en champ magnétique du facteur de qualité . . . . .	124
2.24	Champ et gradient de champ associés à l'excitation du mode $n=1$ . . . . .	126
2.25	Schéma résumant les grandes lignes du dispositif expérimental . . . . .	131
2.26	Photographie d'ensemble du dispositif expérimental . . . . .	132
3.1	Micrographie du disque de YIG . . . . .	136
3.2	Spectre complet de MSFVW . . . . .	139
3.3	Diagramme indice-champ pour $\ell = 100 \mu\text{m}$ . . . . .	140
3.4	Comparaison des spectres de MSFVW obtenus par une mesure de $P_{\text{ref}}$ et une détection mécanique . . . . .	143
3.5	Mode principal de résonance dans le régime linéaire . . . . .	145
3.6	Localisation de la condition de résonance dans le cas d'un système de spins indépendants . . . . .	148
3.7	Profils du champ interne pour deux distances sonde-échantillon, $\ell = 100 \mu\text{m}$ et $\ell = 35 \mu\text{m}$ . . . . .	150
3.8	Modification du spectre de modes magnétostatiques lorsque la séparation sonde échantillon passe de $\ell = 100 \mu\text{m}$ à $\ell = 35 \mu\text{m}$ . . . . .	151
3.9	Diagramme indice-champ pour $\ell = 100$ et $35 \mu\text{m}$ . . . . .	152
3.10	Spectre de MSFVW dans le régime de couplage fort . . . . .	154
3.11	Profil du champ interne pour $\ell = 18 \mu\text{m}$ . . . . .	155
3.12	Influence de la sonde sur la position en champ des modes magnétostatiques et l'intensité du mode principal . . . . .	157
3.13	Imagerie des modes (1,0), (2,1) et (3,0) . . . . .	159
3.14	Profils de force des modes (1,0), (2,1) et (3,0) pour $\ell = 35 \mu\text{m}$ . . . . .	161
3.15	Dépendance en fréquence du champ de résonance du mode principal . . . . .	164
3.16	Dépendance en fréquence de la largeur de raie du mode principal . . . . .	165
3.17	Schéma de l'expérience de modulation anharmonique . . . . .	167
3.18	Modulation anharmonique de la RFM . . . . .	169
3.19	Influence de l'orientation de l'échantillon par rapport au champ extérieur . . . . .	172
3.20	Dépendance en puissance d'excitation micro-onde de la composante longitudinale de l'aimantation à 9,8 GHz . . . . .	174
3.21	Repliement de la raie de résonance . . . . .	176

---

3.22	Décalage vers les bas champ du champ critique $H_{c1}$ . . . . .	177
3.23	Diminution de l'aimantation longitudinale en fonction du décalage du champ critique $H_{c1}$ . . . . .	179
3.24	Saturation prématurée de la susceptibilité pour les modes $n = 1$ et $n = 3$ . . .	180
3.25	Saturation prématurée de la susceptibilité déduite de mesures statiques . . . .	181
3.26	Modification de la raie de résonance du mode principal pour de faibles profondeurs de modulation . . . . .	183
B.1	“Puits” carré de localisation des modes magnétostatiques . . . . .	195
B.2	Profils de l'aimantation dynamique calculés dans le cadre d'une approximation de type WKB . . . . .	198
C.1	Système de coordonnées utilisé pour le calcul du champ démagnétisant d'un cylindre . . . . .	200
C.2	Courbes isochamps du disque de YIG et de la pointe magnétique . . . . .	203
D.1	Contour utilisé pour l'intégration sur le plan complexe. . . . .	208
F.1	Microfabrication d'un masque de lithographie . . . . .	219
F.2	Microfabrication d'un disque de YIG . . . . .	220



# Chapitre 1

## Résonance Ferromagnétique

Dans ce chapitre, nous présentons les fondements théoriques de la Résonance Ferromagnétique nécessaires à la compréhension des expériences présentées au chapitre 3. Nous commencerons par définir, d'une manière très générale, en quoi consiste l'excitation d'une résonance magnétique. Nous traiterons ensuite plus en détails le cas de la Résonance Ferromagnétique, d'un point de vue classique (modèle *continu*) tout d'abord dans le cas d'un échantillon ellipsoïdal, puis en étendant le formalisme au cas de films minces, en géométrie confinée. Pour clore ce chapitre, nous passerons en revue les différents mécanismes de relaxation ferromagnétique ainsi que les effets non linéaires observables en Résonance Ferromagnétique.

## 1.1 Introduction

La Résonance Magnétique est une branche importante de la physique expérimentale de la matière condensée, aux multiples ramifications. Cette technique a connu de nombreux succès, bien sûr en physique du solide (effets des impuretés dans les métaux [51], supraconducteurs à haute température critique [105], électrons fortement corrélés [75]...), mais également dans des domaines aussi divers que la matière molle (polymères [23], rhéologie des fluides complexes [138]...), la biologie (Kurt Wüthrich, prix Nobel de chimie 2002 « pour le développement de la spectroscopie par résonance magnétique nucléaire pour la détermination de la structure tridimensionnelle des macromolécules biologiques en solution »[145]) ou encore le traitement quantique de l'information [28]. Son succès sans doute le plus connu du grand public est l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) [49] dont le principe, comme nous le verrons au chapitre 2, a fortement inspiré le propos de ce manuscrit.

La Résonance Magnétique peut être brièvement définie comme la technique qui s'intéresse à la séparation des niveaux d'énergie d'un système de spins sous l'effet d'un champ magnétique statique  $H_0$ . Cette séparation en énergie  $\Delta E = \hbar\omega_0 = \hbar\gamma H_0$  est caractérisée par l'absorption *résonnante* par le système de spins d'un petit champ haute fréquence  $\mathbf{h}(\omega)$  lorsque la condition de résonance  $\omega_0 = \omega$  est satisfaite. Si les spins du système étudié ne sont pas couplés les uns aux autres (paramagnétisme) on parlera de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) si on étudie un système de spins nucléaires, ou bien de Résonance Paramagnétique Electronique (RPE) s'il s'agit d'un système paramagnétique de spins électroniques. Enfin, si on étudie un système ferromagnétique<sup>1</sup> en dessous de sa température de Curie<sup>2</sup>, c'est-à-dire un système de spins couplés entre eux par une interaction d'échange, on parlera de Résonance FerroMagnétique (RFM).

Le propos de ce chapitre est de fournir au lecteur les bases essentielles à la compréhension des expériences de RFM présentées au chapitre 3. S'agissant d'un domaine de la physique vieux de plus d'un demi-siècle<sup>3</sup>, les travaux théoriques qui lui ont été et qui lui sont encore consacrés sont légion. Nous ne rentrerons donc pas trop dans les détails, laissant au lecteur curieux le soin de consulter un des nombreux ouvrages sur le sujet [3, 31, 52, 119, 122, 133, 143]. Nous commencerons par rappeler ce qu'est, d'un point de vue classique, le comportement d'un moment magnétique dans un champ magnétique statique, puis nous verrons comment ce comportement peut être manipulé à l'aide d'un petit champ magnétique haute fréquence.

Nous traiterons ensuite plus en détails la Résonance Ferromagnétique d'un point de vue classique (modèle *continu*). Nous commencerons par le cas simple du mode de résonance uniforme d'un échantillon ellipsoïdal, en insistant sur quelques particularités remarquables propres à la RFM, telles que l'importance de la forme de l'échantillon (effets *démagnétisants*) ou le rôle de l'ordre cristallin de la matrice contenant le système de spins (effets *d'anisotropie magnétocristalline*). Nous introduirons ensuite le formalisme de Damon et Eschbach, nécessaire pour pleinement rendre compte du *spectre de résonance ferromagnétique* d'un film mince et nous discuterons dans quelle mesure ce formalisme peut être étendu à des géométries confinées.

Afin de complètement caractériser la RFM, nous verrons qu'il est nécessaire de considérer

---

1. Nous ne considérons dans ce cas que des spins électroniques, bien que certains systèmes de spins nucléaires, comme l'<sup>3</sup>He solide puissent présenter un ordre magnétique.

2. ou sa température de Néel s'il s'agit d'un système antiferromagnétique.

3. Première expérience de résonance ferromagnétique par Griffiths en 1946 [50].

des mécanismes de relaxation couplant le système de spins à l'environnement extérieur. Nous commencerons par analyser les différents *canaux de relaxation* par le biais desquels le système de spins peut échanger de l'énergie. Pour analyser plus en détail les processus microscopiques responsables du couplage avec l'extérieur, nous devons alors introduire le formalisme quantique de Holstein et Primakov pour décrire les excitations de basse énergie du système de spins (ondes de spin ou *magnons*). Nous pourrons alors passer en revue et caractériser les principaux mécanismes de relaxation.

Enfin pour clore ce chapitre nous présenterons deux effets non linéaires typiques de la RFM, observables lorsqu'on augmente la puissance de l'excitation haute fréquence, à savoir le *repliement* de la raie de résonance et la *saturation prématurée* du mode de résonance uniforme induite par la seconde instabilité d'onde de spin de Suhl.

## 1.2 Résonance magnétique : principes fondamentaux

### 1.2.1 Cas du spin unique

#### 1.2.1.1 Precession libre dans un champ statique

Considérons le moment magnétique  $\mathbf{M} = \gamma\mathbf{S}$  associé au moment cinétique de spin  $\mathbf{S}$  d'un électron placé dans un champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}_0$ , où le rapport gyromagnétique de l'électron

$$\gamma = g \frac{q}{2m} \quad (1.1)$$

s'exprime en fonction de sa masse  $m = 9,1 \times 10^{-28}$  g et de sa charge  $q = -e = -1,6 \times 10^{-19}$  C ainsi que du facteur de Landé  $g$  qui dépend du matériau considéré. De l'hamiltonien Zeeman

$$\mathcal{H} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0 \quad (1.2)$$

associé à ce système, on déduit l'équation d'évolution du moment magnétique :

$$i\hbar\dot{\mathbf{M}} = [\mathbf{M}, \mathcal{H}] \quad (1.3)$$

L'évaluation du commutateur conduit à l'équation du gyroscope

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 \quad (1.4)$$

qu'on aurait d'ailleurs pu dériver dans le cadre d'un formalisme purement classique en appliquant le théorème du moment cinétique à un « analogue classique » du spin. Cette équivalence justifie l'utilisation d'un formalisme classique pour le traitement qui suit.

L'Equation(1.4) implique que :

1. La norme du moment magnétique est une constante du mouvement :

$$M = |\mathbf{M}| = c^{te} \quad (1.5)$$

2. L'angle entre le moment et le champ magnétique est une constante du mouvement :

$$(\mathbf{M}, \mathbf{H}_0) = c^{te} \quad (1.6)$$

Afin d'analyser le mouvement du moment cinétique dans le référentiel  $\mathcal{R}$  du laboratoire, nous nous plaçons dans un référentiel  $\mathcal{R}_H$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega_H$  autour de l'axe défini par le champ  $\mathbf{H}_0$  et l'origine du référentiel  $\mathcal{R}$  (Fig.(1.1)). L'équation du mouvement dans  $\mathcal{R}_H$  s'écrit donc :

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 + \omega_H \times \mathbf{M} \quad (1.7)$$

De l'Equ.(1.7) on déduit que le moment  $\mathbf{M}$  est immobile dans un référentiel  $\mathcal{R}_H$  tournant à la fréquence angulaire  $\omega_H = \gamma H_0$ . Dans le référentiel  $\mathcal{R}$ , le moment effectue donc un mouvement de précession autour de l'axe défini par le champ  $\mathbf{H}_0$  à la fréquence angulaire  $\omega_H = \gamma H_0$  dite *pulsation de Larmor*. Pour donner un ordre de grandeur à  $\omega_H$ , considérons le cas d'un moment magnétique électronique dans un champ de 1 Tesla. Il lui correspond une fréquence de Larmor  $f_H = \omega_H/2\pi = 28$  GHz. Les fréquences de précession du moment magnétique électronique se situent donc dans la gamme des fréquences micro-onde.

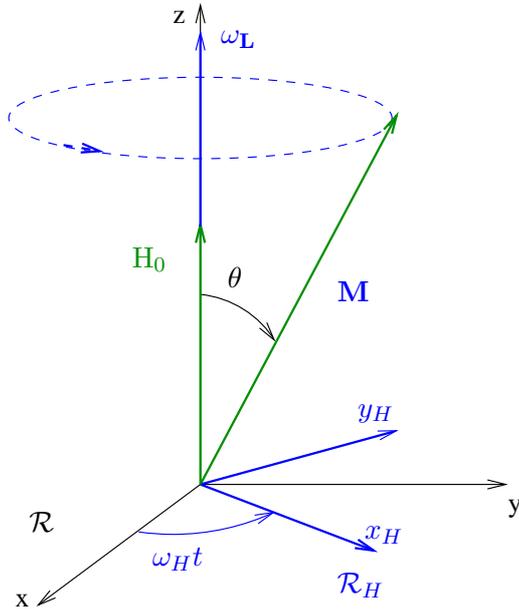


FIG. 1.1 – **Précession d'un moment magnétique dans un champ uniforme.** La norme du moment magnétique  $|\mathbf{M}|$  et l'angle  $\theta = (\mathbf{M}, \mathbf{H}_0)$  sont des constantes du mouvement. Le moment est immobile dans le référentiel tournant à la pulsation de Larmor  $\omega_H = \gamma H_0$ .

### 1.2.1.2 Excitation résonnante d'un moment magnétique

Considérons le même système qu'au paragraphe précédent auquel nous ajoutons un petit champ oscillant  $\mathbf{h}(t)$ , à la fréquence  $f = \omega/2\pi$ , orienté perpendiculairement au champ statique  $\mathbf{H}_0$  :

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (1.8)$$

$$h \ll H_0 \quad (1.9)$$

L'équation du mouvement du moment  $\mathbf{M}$  s'écrit donc :

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H} \quad (1.10)$$

avec

$$\mathbf{H} = H_0 \mathbf{u}_z + \mathbf{h}(t) \quad (1.11)$$

$$\mathbf{M} = M_S \mathbf{u}_z + \mathbf{m}(t) \quad (1.12)$$

La linéarisation de (1.10) donne un système de trois équations couplées :

$$\begin{cases} \dot{m}_x = \gamma (m_y H_0 - M_S h_y) \\ \dot{m}_y = \gamma (-m_x H_0 + M_S h_x) \\ \dot{m}_z = 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

Pour une polarisation arbitraire du champ oscillant,

$$h(t) = \begin{pmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (1.14)$$

on montre [52, 133] que la solution du système (1.13) s'écrit sous forme tensorielle :

$$M_i = \chi_{ij} H_j \quad (1.15)$$

avec

$$\bar{\chi} = \begin{pmatrix} \chi & i\chi_a & 0 \\ -i\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & \chi_0 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

où  $\bar{\chi}$  est le tenseur de susceptibilité de Polder [100] dont les composantes sont la susceptibilité dynamique

$$\chi = \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \chi_0 \quad (1.17)$$

et la norme  $\chi_a$  du vecteur gyration  $\mathbf{G}$

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \chi_a \mathbf{u}_z \\ &= \chi_0 \frac{\omega_H \omega}{\omega_H^2 - \omega^2} \mathbf{u}_z \\ &= \chi_0 \frac{\gamma \omega}{\omega_H^2 - \omega^2} \mathbf{H}_0 \end{aligned} \quad (1.18)$$

où nous avons introduit les notations suivantes :

$$\omega_H = \gamma H_0 \quad \text{pulsation de Larmor} \quad (1.19)$$

$$\chi_0 = M_S / H_0 \quad \text{susceptibilité statique} \quad (1.20)$$

On a représenté sur la Figure (1.2) l'évolution à champ ou à fréquence constante des deux composantes du tenseur de Polder. Cette figure illustre le caractère *résonant* de la dépendance en champ et en fréquence du tenseur de susceptibilité. Dans le cas considéré pour l'instant d'un système sans pertes, les deux composantes de  $\bar{\chi}$  possèdent un pôle en

$$\omega = \omega_H = \gamma H_0 \quad (1.21)$$

ce qui se traduit par un divergence de  $\chi$  et  $\chi_a$  lorsque la *condition de résonance* (1.21) est satisfaite. Cette divergence va bien sûr disparaître lorsque nous considérerons l'existence de pertes magnétiques permettant au système de dissiper l'énergie qu'on lui fait absorber<sup>4</sup>

Notons par ailleurs que la forme tensorielle de la solution (1.15) implique que même une excitation linéairement polarisée selon  $x$  induit une réponse  $m_y$  non nulle. On en déduit que quelque soit la polarisation de l'excitation la réponse possède une polarisation elliptique. Cette remarque apparemment anodine est cependant à l'origine de l'explication des effets *gyrotropique* que sont les effets Kerr et Faraday<sup>5</sup> qui occupent aujourd'hui le devant de la

4. En toute rigueur, il existe toujours un terme de relaxation que nous avons négligé en écrivant l'équation (1.4). Ce terme existe même dans le cas d'un spin complètement isolé, où il décrirait la perte d'énergie par rayonnement du moment magnétique précessant (il s'agit d'une correction relativiste analogue au « Bremsstrahlung » d'une particule chargée à laquelle on impose une accélération).

5. Rotation de la polarisation d'une onde électromagnétique à la réflexion ou la traversée d'un matériau magnétique

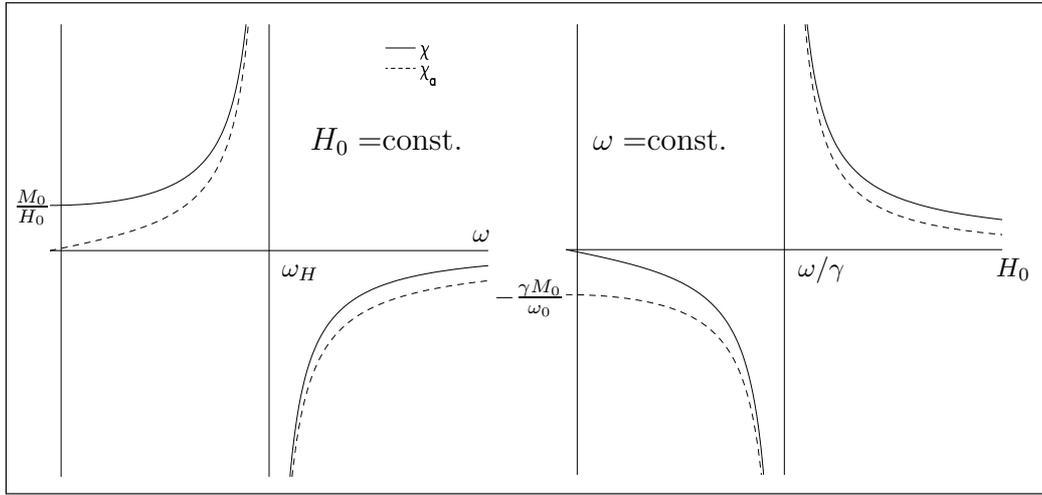


FIG. 1.2 – **Composantes du tenseur de susceptibilité de Polder.** Le pôle de la susceptibilité en  $\omega = \omega_H = \gamma H_0$  illustre le caractère résonnant de la réponse dynamique du moment magnétique.

scène pour ce qui est de la caractérisation des matériaux magnétiques<sup>6</sup>.

Enfin on définit le tenseur de perméabilité haute fréquence  $\bar{\mu}$  qui caractérise la réponse de l'aimantation à une induction magnétique  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{u}_z + \mathbf{b}$ . La relation entre  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{M}$  est

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad (1.22)$$

En substituant (1.15) dans la relation (1.22), nous obtenons

$$\mathbf{B} = \bar{\mu}\mathbf{H} \quad (1.23)$$

où le tenseur de perméabilité haute-fréquence s'écrit :

$$\bar{\mu} = \bar{\mathbf{I}} + 4\pi\bar{\chi} \quad (1.24)$$

$$\bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

avec

$$\mu = 1 + 4\pi\chi = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad \mu_a = 4\pi\chi_a = \frac{\omega\omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (1.26)$$

6. On pourrait citer la magnétométrie par effet Kerr (MOKE pour *Magneto-Optic Kerr Effect*) pour la caractérisation des films minces magnétiques ou bien l'effet Kerr résolu en temps (*Time-Resolved Kerr Effect*) pour l'étude du retournement de l'aimantation. On pourra se référer à l'article de revue de Freeman [46] pour se faire une idée de la place qu'occupent aujourd'hui les techniques fondées sur les effets gyrotropiques dans le domaine de la microscopie magnétique.

### 1.3 Résonance Ferromagnétique

Nous venons d'étudier le comportement d'un moment magnétique électronique *individuel* et *isolé* dans un champ magnétique statique et nous avons vu que ce système pouvait absorber de façon résonnante l'énergie d'un petit champ magnétique micro-onde. Mais dans un échantillon ferromagnétique, les spins sont couplés entre eux par une interaction d'échange à courte portée qui tend à les aligner parallèlement [148]. Il en résulte l'existence d'une aimantation spontanée  $\mathbf{M}$  en dessous d'une température critique  $T_c$ , température de Curie du système. L'existence d'une aimantation spontanée implique l'apparition de nouveaux termes d'interaction dans l'hamiltonien  $\mathcal{H}_m$  du système magnétique. Ce système magnétique est de plus couplé aux autres degrés de liberté de l'échantillon, ce qui nécessite l'introduction d'un terme de couplage  $\mathcal{H}_r(t)$ , dépendant du temps puisqu'il décrit un flux d'énergie depuis le système magnétique vers l'environnement extérieur. L'équation d'évolution de l'aimantation s'écrit donc formellement :

$$i\hbar\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{r},t) = [\mathbf{M}(\mathbf{r},t),\mathcal{H}_m(\mathbf{r})] + [\mathbf{M},\mathcal{H}_r(\mathbf{r},t)] \quad (1.27)$$

Nous allons dans un premier laisser de côté l'étude des phénomènes de relaxation décrit par  $\mathcal{H}_r(t)$ , qui seront analysés en détail au paragraphe 1.4. Concentrons nous donc sur le terme d'énergie magnétique  $\mathcal{H}_m$ . Les différentes contributions dont nous allons tenir compte<sup>7</sup> vont être [95, 133] :

1. **l'énergie Zeeman**,  $\mathcal{E}_z$  : c'est l'énergie d'interaction de l'aimantation avec le champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}_0$

$$\mathcal{E}_z = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0 \quad (1.28)$$

que nous avons déjà introduit au paragraphe précédent pour traiter le cas d'un moment magnétique individuel isolé.

2. **l'énergie démagnétisante**,  $\mathcal{E}_d$  : c'est l'énergie associée à l'interaction dipolaire à *longue portée* entre les moments magnétiques individuels, qui tend à les aligner anti-parallèlement<sup>8</sup>, d'où son nom. D'une manière générale on peut l'exprimer en fonction du champ démagnétisant  $\mathbf{H}_d$  :

$$\mathcal{E}_d = -2\pi (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d) \quad (1.29)$$

avec, pour un échantillon de volume  $V$  délimité par une surface  $S$  :

$$\mathbf{H}_d = \int_V dv \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \nabla \cdot \mathbf{M} + \int_S ds \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \quad (1.30)$$

Pour un échantillon ellipsoïdal, on peut montrer que le champ démagnétisant est uniforme et qu'il s'exprime en fonction des facteurs démagnétisants  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$  [96] :

$$\mathcal{E}_d = 2\pi (N_x M_x^2 + N_y M_y^2 + N_z M_z^2) \quad (1.31)$$

7. on ne discutera pas dans les effets d'énergie magnétoélastique, qui décrit la contribution des contraintes mécaniques à l'anisotropie magnétocristalline.

8. L'énergie démagnétisante favorise en fait un alignement antiparallèle dans la direction perpendiculaire à l'axe d'aimantation, et un alignement parallèle le long de l'aimantation.

avec

$$N_x + N_y + N_z = 1 \quad (1.32)$$

Dans les matériaux ferromagnétiques, l'énergie démagnétisante est la principale cause de formation de domaines magnétiques dans l'état rémanent (champ extérieur nul).

3. **l'énergie d'anisotropie magnétocristalline,  $\mathcal{E}_k$**  : c'est l'énergie qui favorise l'alignement de l'aimantation avec certaines directions privilégiées du réseau cristallin, dites *axes de facile aimantation*. Elle est la conséquence du *couplage spin-orbite* entre le moment cinétique de spins  $\mathbf{S}$  des électrons responsables du magnétisme et leur moment cinétique orbital  $\mathbf{L}$ . Or il existe un couplage entre la direction du moment angulaire orbital, qui détermine l'anisotropie des fonctions d'onde électroniques, et le champ cristallin qui est déterminé par l'anisotropie du réseau d'ion du cristal. Il existe plusieurs sortes d'anisotropies magnétocristallines, les plus courantes étant l'anisotropie uniaxiale et l'anisotropie cubique. On peut écrire  $\mathcal{E}_k$  comme une série de puissance des cosinus directeurs de l'aimantation par rapport aux axes principaux du réseau cristallin :

- (a) *Cristal uniaxe (ou hexagonal)* :

$$\mathcal{E}_k = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta + \dots \quad (1.33)$$

où  $\theta$  est l'angle entre l'aimantation et l'axe hexagonal.

- (b) *Cristal cubique*. La symétrie cubique impose que les termes de plus bas ordre soient d'ordre 4 :

$$\mathcal{E}_k = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \dots \quad (1.34)$$

où les  $\alpha_i$  sont les cosinus directeurs de l'aimantation par rapport aux trois axes cubiques.

Les constantes d'anisotropie  $K$  dépendant de la température et en général  $K_1 \gg K_2$ . Enfin leur signe définira s'il s'agit d'axes de facile ou de difficile aimantation.

4. **l'énergie d'échange,  $\mathcal{E}_{ex}$**  : c'est l'énergie associée à l'interaction d'échange, responsable de l'apparition d'une phase ordonnée pour  $T < T_c$ . Comme l'énergie démagnétisante, elle représente une interaction directe spin-spin, mais contrairement à cette dernière, elle a un caractère très local et tend à aligner parallèlement tous les spins deux à deux. Puisque l'interaction d'échange favorise un alignement des spins, toute non-uniformité de l'aimantation se traduira par une augmentation de l'énergie d'échange. Dans un modèle continu, l'expression phénoménologique<sup>9</sup> de l'énergie d'échange s'écrit :

$$\mathcal{E}_{ex} = \frac{A}{M_S} (\nabla \cdot \mathbf{M})^2 \quad (1.35)$$

avec  $A(\text{erg/cm})$  une constante qui dépend du matériau considéré et de la température, habituellement dénommée *constante d'échange*.

---

9. On peut montrer que la relation (1.35) découle de l'hamiltonien d'Heisenberg dans la limite des petites déviations d'un système continu par rapport à l'état d'aimantation uniforme, cf. par exemple [143].

L'une des conséquences de ces interactions est que l'aimantation de l'échantillon est en général non uniforme,  $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r})$ . L. D. LANDAU et E. M. LIFCHITZ [76] ont montré que l'aimantation précesse alors autour un champ magnétique effectif *local*  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  :

$$\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{r}) = \gamma \mathbf{M}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \quad (1.36)$$

A l'équilibre ( $\dot{\mathbf{M}} \equiv 0$ ) on s'attend donc à ce que  $\mathbf{M}$  soit localement alignée avec le champ effectif, que nous pouvons exprimer à partir de  $\mathcal{H}_m$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{eff}} &= -\frac{\partial \mathcal{H}_m}{\partial \mathbf{M}} \\ &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{M}} \{\mathcal{E}_z + \mathcal{E}_d + \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_{ex}\} \end{aligned} \quad (1.37)$$

La détermination de l'orientation de l'aimantation à l'équilibre à partir de (1.37) est en général un problème très compliqué que l'on ne pourra résoudre analytiquement que dans des cas où l'aimantation sera uniforme. Nous allons donc commencer par traiter des cas qui satisfont cette condition d'aimantation uniforme, avant de voir comment il est possible d'étendre les résultats obtenus à des situations plus complexes.

### 1.3.1 Mode uniforme

Commençons par passer dans un système de coordonnées sphériques dans lequel la position du vecteur aimantation  $\mathbf{M}$  par rapport au système de coordonnées cartésiennes est repérée par les angles polaire  $\varphi$  et azimutal  $\theta$  :

$$\begin{cases} M_x = M \sin \theta \cos \varphi \\ M_y = M \sin \theta \sin \varphi \\ M_z = M \cos \theta \end{cases} \quad (1.38)$$

L'équation de Landau-Lifschitz (1.36) conservant la norme de  $\mathbf{M}$ , la condition d'équilibre  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H}_{\text{eff}}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} E_\theta &= 0 \\ E_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (1.39)$$

avec  $E_i \equiv \partial_i E_m$ ,  $i = (\varphi, \theta)$ .

Considérons maintenant une petite déviation hors de l'état d'équilibre. Dans ce cas où  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  ne sont plus alignés, les composantes  $H_\theta$  et  $H_\varphi$  du champ magnétique effectif sont non nulles :

$$H_\theta = -\frac{1}{M} E_\theta \quad (1.40)$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{M \sin \theta} E_\varphi \quad (1.41)$$

Pour de petites déviations  $\delta\theta(t)$  et  $\delta\varphi(t)$  par rapport aux angles d'équilibre  $\theta_0$  et  $\varphi_0$ , on développe l'énergie magnétique au premier ordre et l'équation du mouvement de l'aimantation

(1.36) se réécrit en fonction des dérivées secondes de  $E_m$  :

$$-\frac{1}{\gamma} M \sin \theta_0 \dot{\delta\theta} = E_{\varphi\theta} \delta\theta + E_{\varphi\varphi} \delta\varphi \quad (1.42)$$

$$\frac{1}{\gamma} M \sin \theta_0 \dot{\delta\varphi} = E_{\theta\theta} \delta\theta + E_{\theta\varphi} \delta\varphi \quad (1.43)$$

avec  $E_{ij} \equiv \partial_{ij} E_m$ ,  $i, j = (\varphi, \theta)$ . Ce système admet des solutions harmoniques non nulles de la forme  $\delta\theta, \delta\varphi \propto e^{i\omega t}$ . La fréquence propre positive du système obtenu est la fréquence  $\omega_{\text{res}}$  du *mode de résonance uniforme* du système magnétique, donnée par l'expression

$$\omega_{\text{res}} = \gamma H_{\text{eff}} = \frac{\gamma}{M \sin \theta_0} \sqrt{E_{\theta\theta} E_{\varphi\varphi} - E_{\theta\varphi}^2} \quad (1.44)$$

dite formule de Smit-Suhl. Connaissant l'expression de l'énergie magnétique  $E_m(\varphi, \theta)$  du système, nous sommes donc capable de déterminer l'orientation d'équilibre  $(\theta_0, \varphi_0)$  de l'aimantation en résolvant les équations (1.39) puis de calculer sa fréquence de résonance  $\omega_{\text{res}}$  en appliquant la formule (1.44). Nous allons maintenant donner quelques exemples qui illustreront les particularités de la RFM dues aux effets des différents termes qui contribuent à l'énergie magnétique du système.

### 1.3.1.1 Effets de forme

Considérons un échantillon ellipsoïdal d'axes  $\mathbf{u}_x$ ,  $\mathbf{u}_y$  et  $\mathbf{u}_z$  dans un champ extérieur  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{u}_z$ . En l'absence d'anisotropie magnétocristalline et en négligeant les effets d'échange, l'énergie magnétique du système s'écrit ( $u_x$  étant pris pour axe polaire) :

$$\begin{aligned} E_m &= -\mathbf{M}_S \cdot \mathbf{H}_0 + 2\pi (N_x M_x^2 + N_y M_y^2 + N_z M_z^2) \\ &= -M_S H_0 \sin \theta \cos \varphi \\ &\quad + 2\pi M_S^2 (N_x \cos^2 \theta + N_y \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + N_z \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \end{aligned} \quad (1.45)$$

La résolution des équations (1.39) donne deux minima possibles pour l'énergie :

1. Solution 1 : pas de condition sur  $H_0$  et

$$\theta_0 = \pm \frac{\pi}{2}, \varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2} \quad (1.46)$$

2. Solution 2 :

$$\begin{cases} \theta_0 = \pm \frac{\pi}{2}, & \sin \varphi_0 = \frac{H_0}{4\pi M_S (N_z - N_y)} \\ 4\pi M_S (N_z - N_y) \geq H_0 \geq 4\pi M_S (N_y - N_z) \end{cases} \quad (1.47)$$

Pour un champ  $H_0$  suffisamment intense, la seule solution possible est (1.46) et on en déduit la fréquence de résonance en appliquant la formule (1.44). Ce résultat classique est connu sous le nom de formule de Kittel<sup>10</sup> [68] :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = \sqrt{(H_0 + 4\pi(N_x - N_z)M_S)(H_0 + 4\pi(N_y - N_z)M_S)} \quad (1.48)$$

10. C. KITTEL dérive cette formule en résolvant directement (1.36) en introduisant le champ démagnétisant  $\mathbf{H}_D = \mathbf{H}_0 - 4\pi N \mathbf{M}_S$ .

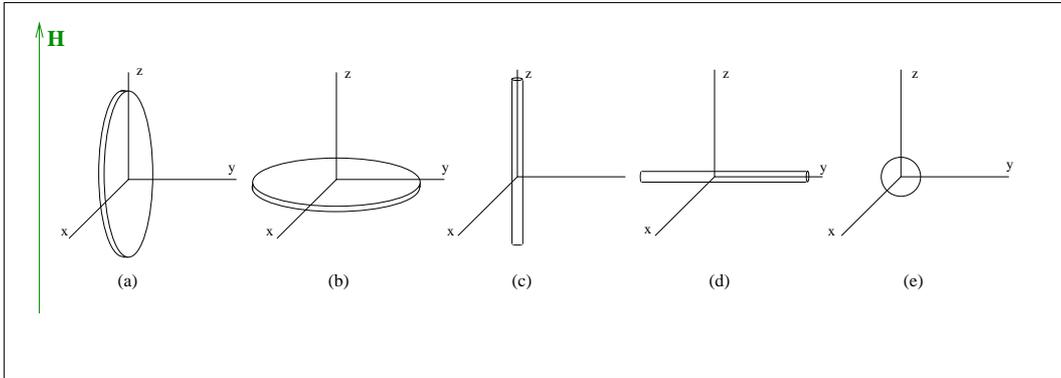


FIG. 1.3 – Différents cas limites de géométries ellipsoïdales : le disque infiniment fin aimanté dans le plan (a) et perpendiculairement (b) ; le cylindre infiniment long aimanté selon son axe (c) et perpendiculairement (d) et la sphère (e).

Afin de bien mettre en relief l'importance de la forme de l'échantillon en RFM, considérons le cas d'un ellipsoïde de révolution d'axe  $z$ . On peut alors poser  $N_x = N_y = N_{\perp}$  et  $N_z = N_{\parallel}$  et la formule de Kittel (1.48) prend la forme suivante :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = H_0 - 4\pi M_S \Delta N \quad (1.49)$$

avec  $\Delta N = N_{\parallel} - N_{\perp}$ , *facteur d'anisotropie de forme*. En utilisant la solution analytique d'Osborn [96] pour  $\Delta N$ , on peut calculer la condition de résonance dans différentes géométries, représentées sur la figure (1.3) :

1. cas d'une sphère parfaite,  $N_x = N_y = N_z$  :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = H_0 \quad (1.50)$$

2. cas d'un disque infiniment fin aimanté perpendiculairement :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = H_0 - 4\pi M_S \quad (1.51)$$

3. cas d'un cylindre infiniment long aimanté selon son axe :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = H_0 + 2\pi M_S \quad (1.52)$$

4. cas d'un disque infiniment mince en aimantation planaire :

$$\frac{\omega_0}{\gamma} = \sqrt{H_0 (H_0 + 4\pi M_S)} \quad (1.53)$$

Ces conditions de résonances sont représentées sur la figure (FIG.1.4).

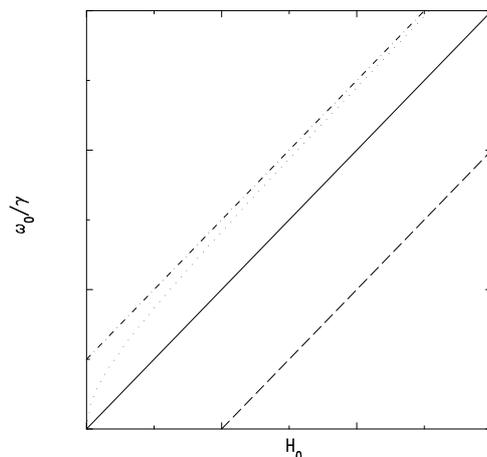


FIG. 1.4 – Conditions de résonance  $\omega_0/\gamma = f(H_0)$  pour différents cas limites d'ellipsoïdes : sphère (—), cylindre infini aimanté le long de son axe (---), disque fin aimanté perpendiculairement (- · -) et dans le plan (· · ·).

### 1.3.1.2 Effets d'anisotropie magnétocristalline

L'anisotropie magnétocristalline se traduit par une dépendance de la condition de résonance vis-à-vis de l'orientation relative du champ extérieur et des axes de facile aimantation. Il faut alors résoudre successivement les équations (1.39) et (1.44) et on aboutit dans le cas général à des expressions assez compliquées [52, 133] qui décrivent la dépendance angulaire de la condition de résonance<sup>11</sup>.

Aussi afin de simplifier l'analyse des expériences décrites dans ce manuscrit, nous nous sommes placé dans le cas particulier d'un cristal cubique saturé selon l'axe facile  $\langle 111 \rangle$  par un champ extérieur  $H_0 \mathbf{u}_z$ , cas pour lequel on peut montrer que l'anisotropie magnétocristalline peut être prise en compte sous la forme d'un champ effectif

$$H_a = \frac{2K_1}{M_z} \quad (1.54)$$

### 1.3.2 Spectre de résonance d'un film mince en aimantation perpendiculaire

Nous venons de traiter le cas simple d'un système dont l'aimantation et le champ interne étaient tous deux uniformes. Ce système était complètement caractérisé par deux degrés de libertés angulaires  $\theta$  et  $\varphi$  et par la norme de son aimantation  $M$ . Nous avons montré qu'à l'équilibre, l'aimantation est alignée avec un champ effectif  $H_{\text{eff}}$  qui résulte des différentes énergies d'interactions à l'œuvre dans un système magnétique. Nous avons également vu que pour de petites déviations hors de cet état d'équilibre, l'aimantation précessait *uniformément* autour de  $H_{\text{eff}}$  à une fréquence  $\omega_{\text{res}}$  qui dépendait fortement de la forme de l'échantillon et de la géométrie de l'expérience.

Nous allons maintenant chercher une solution plus générale au problème de la dynamique linéaire de l'aimantation d'un échantillon magnétique, en autorisant une réponse non uniforme  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  de l'aimantation du système. Ce problème fut traité pour la première fois par

11. Cette dépendance angulaire fait de la RFM la technique de choix pour la caractérisation de l'anisotropie magnétocristalline.

L. R. WALKER [136] en 1957 pour expliquer l'observation expérimentale dans des sphères de grenat magnétique d'une série de résonances en plus du mode uniforme prédit par la formule de Kittel [140]. Il émit l'hypothèse que les multiples résonances observées correspondaient à des modes propres de modulation de l'aimantation, c'est-à-dire à des harmoniques spatiales du mode uniforme de Kittel, dont les longueurs d'ondes seraient comparables à la taille de l'échantillon. Pour des échantillons suffisamment petits de sorte que tout effet de propagation puisse être négligé<sup>12</sup> et par ailleurs suffisamment grands de sorte que l'interaction d'échange ne joue aucun rôle, ces modes de modulation de l'aimantation doivent être uniquement gouvernés par les interactions magnétostatiques dans l'échantillon. On parlera alors dans ce cas de *modes magnétostatiques* ou bien de *régime magnétostatique* d'excitation de l'aimantation. Pour des longueurs d'ondes suffisamment petites (typiquement sub-microniques) pour qu'il faille aussi tenir compte de l'interaction d'échange, on parlera de *régime dipole-échange*. Le modèle de Walker fut ensuite étendu au cas de films minces infinis en aimantation perpendiculaire ou planaire par R. W. DAMON et J. R. ESHBACH [33] puis à celui des disques en aimantation perpendiculaire par R. W. DAMON et H. VAN DE VAART [34, 35].

### 1.3.2.1 Régime magnétostatique

Commençons par étudier le cas d'un film magnétique infini aimanté *perpendiculairement* par un champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{u}_z$ . Nous supposons ce champ  $H_0$  suffisamment intense pour saturer complètement l'échantillon, de sorte qu'à l'équilibre (i.e. en l'absence de l'excitation micro-onde) son aimantation  $M_S$  soit uniforme. Pour de petites déviations hors de cet état d'équilibre, nous pouvons donc écrire en toute généralité que l'aimantation  $\mathbf{M}$  et le champ interne  $\mathbf{H}$  de l'échantillon sont la somme d'un terme d'équilibre et d'un terme d'excitation non uniforme et dépendant du temps de façon harmonique :

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= M_S \mathbf{u}_z + \mathbf{m} e^{i\omega t} \\ \mathbf{H} &= H_i \mathbf{u}_z + \mathbf{h} e^{i\omega t}\end{aligned}\tag{1.55}$$

où  $H_i = H_0 - 4\pi M_S$  est le champ interne d'un film mince infini aimanté perpendiculairement. Considérant de petites déviations hors de l'état d'équilibre,  $(m/M_S, h/H_i) \ll 1$ , nous pouvons linéariser l'équation de Landau-Lifschitz :

$$(1.4) \Rightarrow i\omega \mathbf{m} = \gamma \mathbf{u}_z \times (M_S \mathbf{h} - H_i \mathbf{m})\tag{1.56}$$

Ce système d'équations contenant quatre inconnues, nous avons besoin pour le résoudre d'une équation constitutive qui relie l'aimantation  $\mathbf{m}$  au champ  $\mathbf{h}$ . Une telle relation peut être obtenue à partir des équations de Maxwell dans le régime magnétostatique [60] qui s'écrivent, compte-tenu du fait que  $M_S$  et  $H_i$  sont uniformes :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 = \nabla \cdot [\mathbf{h} + 4\pi \mathbf{m}]\tag{1.57}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 = \nabla \times \mathbf{h}\tag{1.58}$$

12. C'est-à-dire suffisamment petits par rapport à la longueur d'onde  $\lambda_{em}$  des ondes électromagnétiques dans le vide aux fréquences utilisées pour exciter la RFM. Typiquement  $\lambda_{em} = 2\pi c/\omega \gtrsim 10$  cm pour  $\omega = 10$  GHz.

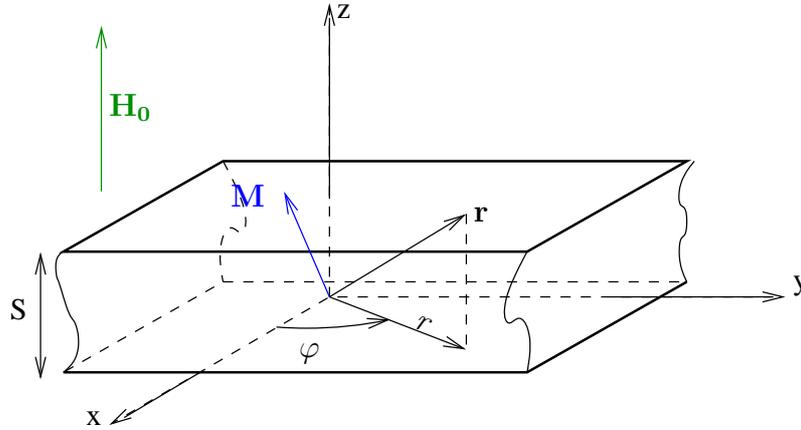


FIG. 1.5 – Géométrie utilisée pour le calcul du spectre de résonance d'un film mince. Un film mince magnétique d'épaisseur  $S$  est aimanté perpendiculairement par un champ statique  $H_0$ .

Le fait que le champ magnétique  $\mathbf{h}$  soit irrotationnel implique qu'il dérive d'une fonction scalaire des coordonnées spatiales. Ceci nous incite à définir un *potentiel magnétostatique*  $\phi(\mathbf{r})$  :

$$(1.58) \Rightarrow \mathbf{h} = -\nabla\phi(\mathbf{r}) \quad (1.59)$$

En utilisant la définition (1.59) nous pouvons réécrire les équations (1.56) en faisant apparaître le potentiel  $\phi$  :

$$\begin{cases} m_x = \chi \frac{\partial \phi}{\partial x} - i\chi_a \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ m_y = \chi \frac{\partial \phi}{\partial y} + i\chi_a \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{cases} \quad (1.60)$$

Par ailleurs, en combinant (1.59) et (1.57) nous obtenons les équations de Poisson pour le potentiel magnétostatique  $\phi$  à l'intérieur et à l'extérieur de l'échantillon :

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi + 4\pi \nabla \cdot \mathbf{m} = 0 & \text{à l'intérieur} \\ \nabla^2 \phi = 0 & \text{à l'extérieur} \end{cases} \quad (1.61)$$

Ces deux équations forment la relation constitutive dont nous avons besoin pour fermer le système (1.56). En combinant les résultats (1.61) et (1.60), nous obtenons une équation aux dérivées partielles pour le potentiel magnétostatique, dite *équation de Walker*<sup>13</sup> qui s'écrit sous forme tensorielle :

$$\nabla \cdot (\bar{\mu} \nabla \phi) = 0 \quad (1.62)$$

Le travail expérimental décrit dans ce manuscrit ayant été effectué sur un disque, nous n'allons considérer dans la suite de ce paragraphe que le cas particulier d'une géométrie

13. Puisque dérivées pour la première fois par L. R. WALKER dans le cadre de son travail sur les excitations non uniformes en RFM [136]. Notons que la démarche de WALKER consiste à résoudre l'équation de Landau-Lifschitz en éliminant l'aimantation à l'aide des équations de Maxwell. Cependant rien ne nous empêche d'adopter une démarche inverse en cherchant une équation pour l'aimantation en éliminant le champ. Une telle démarche fut suivie par M. SPARKS [120] et mène sans surprise à un résultat strictement équivalent.

axiale. En coordonnées cylindriques [35], les équations de Walker prennent la forme suivante :

$$(1 + 4\pi\chi) \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \phi_i(r, \varphi, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi_i(r, \varphi, z) = 0 \quad (1.63)$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \phi_e(r, \varphi, z) = 0 \quad (1.64)$$

où nous avons noté  $\phi_i$  et  $\phi_e$  le potentiel magnétostatique à l'intérieur et à l'extérieur de l'échantillon. La résolution de ces équations aux dérivées partielles doit se faire en accord avec les conditions aux limites pour le potentiel magnétique, qui sont, exprimées désormais en coordonnées cylindriques :

1. continuité de la composante normale de  $\mathbf{B}$  au faces inférieures et supérieures de l'échantillon :

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \Big|_{z=\pm S/2} = \frac{\partial \phi_e}{\partial z} \Big|_{z=\pm S/2} \quad (1.65)$$

2. continuité de la composante tangentielle de  $\mathbf{H}$  au faces inférieures et supérieures de l'échantillon :

$$\phi_i \Big|_{z=\pm S/2} = \phi_e \Big|_{z=\pm S/2} \quad (1.66)$$

3. continuité de la composante normale de  $\mathbf{B}$  sur le bord de l'échantillon.
4. continuité de la composante tangentielle de  $\mathbf{H}$  sur le bord de l'échantillon.
5. Les champs doivent s'annuler à l'infini :

$$\phi_e(r, \varphi, z \rightarrow \pm\infty) = 0 \quad (1.67)$$

$$\phi_e(r \rightarrow \infty, \varphi, z) = 0 \quad (1.68)$$

6.  $\phi$  est une fonction monovaluée :

$$\phi_e(r, \varphi + 2n\pi, z) = \phi_e(r, \varphi, z) \quad (1.69)$$

$$\phi_i(r, \varphi + 2n\pi, z) = \phi_i(r, \varphi, z) \quad (1.70)$$

Avant de passer à la résolution des équations de Walker, il peut être utile de rappeler les hypothèses qui nous ont permis de les dériver, afin de bien avoir conscience des limites de validité des solutions que nous obtiendrons :

1. Nous avons dérivé la relation constitutive champ-aimantation (1.61) à partir des équations de la magnétostatique, négligeant ainsi tout effet propagatif. Cette approximation ne sera valide que dans le cas d'échantillons magnétiques dont les dimensions seront petites par rapport aux longueurs d'ondes électromagnétiques à considérer.
2. Nous avons supposé qu'à la fois l'aimantation et le champ interne de l'échantillon étaient uniformes. Ceci ne sera en fait strictement vrai que dans le cas d'échantillons ellipsoïdaux tels que des sphères ou des films minces infinis. Nous verrons par la suite que l'extension du modèle de Walker à des géométries non ellipsoïdales nécessite de prendre un certain nombre de précautions.

On résout l'équation de Walker par une méthode de séparation des variables. En posant

$$\phi_{e,i}(r,\varphi,z) = R_{e,i}(r)\Phi_{e,i}(\varphi)Z_{e,i}(z) \quad (1.71)$$

nous aboutissons à 6 équations différentielles ordinaires pour le potentiel dans et en-dehors de l'échantillon. On montre<sup>14</sup> qu'il existe une solution en ondes transverses propagatives (*i.e.* avec un vecteur d'onde  $k$  réel) dites Ondes Magnétostatiques Avancantes de Volume (MSFVW pour *Magnetostatic Forward Volume Waves*) dont le domaine d'existence en fréquence et en champ est gouverné par le signe de la perméabilité  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  :  $k$  est réel pour  $1 + 4\pi\chi < 0$  c'est-à-dire pour

$$\omega_H \equiv \gamma H_i < \omega < \gamma\sqrt{H_i B_i} = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)} \equiv \omega_\perp \quad (1.72)$$

Ce sont ces ondes propagatives qui vont pouvoir interférer constructivement, sous certaines conditions que nous allons définir, et ainsi donner lieu à l'absorption résonante d'une excitation micro-onde. La condition (1.72) définit donc le domaine pour lequel l'excitation de modes magnétostatiques va être possible en aimantation perpendiculaire. La solution générale pour le potentiel magnétostatique s'écrit alors en terme de fonctions de Bessel de première espèce  $J_\nu(x)$

$$\phi(r) \propto \int d\mathbf{k} \sum_\nu A_\nu(\mathbf{k}) J_\nu(k_t r) \exp(i\nu\varphi) \cos(k_z z) \quad (1.73)$$

où le vecteur d'onde radial  $k_t$  est donné par la relation de dispersion des MSFVW

$$k_t = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{-1}{\mu}} \arctan\left(\sqrt{\frac{-1}{\mu}}\right) \quad (1.74)$$

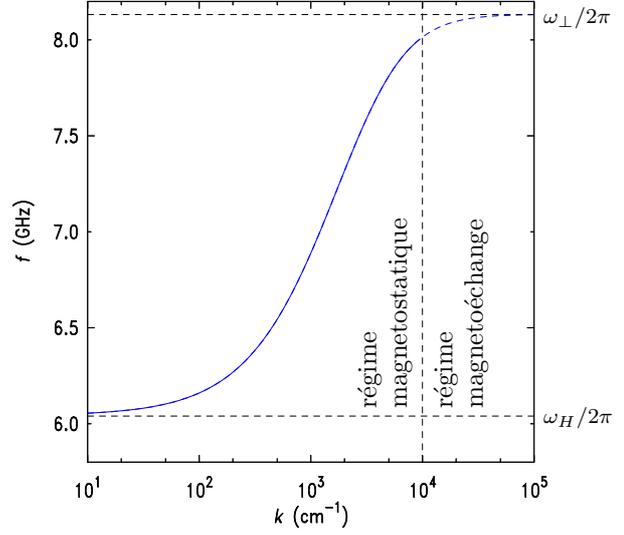
représentée sur la Figure (1.6). On constate que la fréquence  $f = \omega/2\pi$  est une fonction croissante du vecteur d'onde  $k$ , d'où le nom de *forward waves*. Ceci nous permet aussi de dire que la longueur d'onde des modes qui vont être excités va diminuer avec la fréquence, ou avec le champ si nous travaillons à fréquence fixe. On s'attend ainsi à observer le mode principal à plus haut champ, suivi d'une série d'harmoniques dont le nombre d'onde augmentera au fur et à mesure que nous diminuerons le champ extérieur. Ces modes propres correspondront aux valeurs de  $k$  qui annulent le potentiel magnétostatique sur les bords de l'échantillon, et qui vérifient donc la relation

$$k_{\nu,n} = \frac{u_{\nu,n}}{R} \quad (1.75)$$

où les  $u_{\nu,n}$  sont les racines de la fonction de Bessel  $J_\nu(x)$  et  $R$  est le rayon de l'échantillon. Ce résultat très important montre que contrairement à l'hypothèse du modèle de Kittel, le mode principal de résonance d'un échantillon de taille fini n'est *jamais* un mode de précession uniforme (c'est à dire un mode de vecteur d'onde nul  $k = 0$ ), même dans le cas simple d'un champ interne uniforme ! La raison profonde réside dans le fait qu'une onde plane avec  $k = 0$  ne peut être un mode propre d'un système magnétique de taille fini car elle ne vérifie pas les conditions aux limites de l'électromagnétisme. Nous verrons au paragraphe 1.3.3 que

14. On se reportera à l'Annexe B pour le détail des calculs

FIG. 1.6 – **Relation de dispersion des MSFVW.** On a pris pour paramètres  $M_S = 139$  G,  $H_{\text{ext}} = 3,9$  kOe et  $S = 10$   $\mu\text{m}$ . La partie en pointillés représente le régime magnétoéchange qui correspond à  $k \gtrsim 1$   $\mu\text{m}^{-1}$  pour le YIG et dans lequel la formule (1.74) n'est plus valable. La relation de dispersion est alors modifiée par les effets d'échanges, qui font en particulier disparaître le pôle en  $\omega_{\perp}$ .



cette non-uniformité peut avoir des conséquences importante sur la propagation des ondes magnétostatiques dans des géométries confinées.

Dans l'approximation d'une précession *circulaire*, on peut montrer (*cf.* Annexe B et [120]) que l'aimantation transverse  $m_n$  est reliée au potentiel magnétostatique par

$$m_{n\nu}(r) = C_n \partial_+ \phi_{n\nu}(r) = C_n [\partial_x + i\partial_y] \phi_{n\nu}(r) \quad (1.76)$$

$$= C_n \cos(k_z z) e^{-i(\nu-1)\varphi} \left[ \frac{\nu}{r} J_\nu(k_n r) + J'_\nu(k_n r) \right] \quad (1.77)$$

$$= C_n \cos(k_z z) e^{-im\varphi} J_m(k_n r) \quad (1.78)$$

avec  $m \equiv \nu - 1$  et  $C_n$  une constante de normalisation qui dépend de l'indice du mode. Un mode magnétostatique sera donc indexé par un couple d'indices radial et angulaire  $(n, m)$ , associés respectivement au nombre de nœuds de l'aimantation dynamique selon le diamètre  $(n)$  et la circonférence  $(m)$  du disque.

### 1.3.2.2 Effets d'échange

La relation de dispersion (1.74) a été dérivée sans tenir compte des effets pouvant être induits par l'interaction d'échange. Ceci sera sans conséquence tant que les modulations de l'aimantation auront des longueurs d'ondes grandes par rapport à la *longueur d'échange*  $\lambda_{\text{ex}}$ , longueur caractéristique sur laquelle l'interaction d'échange joue un rôle significatif. Cette longueur d'échange est typiquement de l'ordre du micron dans les grenats magnétiques tel que celui utilisé dans les expériences décrites au chapitre 3, de sortes que pour les modes d'indices  $(n, \nu)$  tels que

$$R/u_{\nu, n} \lesssim \lambda_{\text{ex}} \approx 1 \mu\text{m} \quad (1.79)$$

la relation (1.74) doit être modifiée afin de tenir compte de l'échange.

En toute rigueur, il ne devrait pas s'agir d'une simple modification de la relation de dispersion, mais d'une refonte totale du problème de Walker qui introduise dès le début

l'énergie d'échange. Une telle théorie du régime *dipole-échange*, qui puisse décrire le cas où les intensités des deux interactions sont comparables, a été développée par B. A. KALINIKOS et A. N. SLAVIN [65]. La difficulté du problème réside dans le fait que l'interaction d'échange possède un caractère local, alors que l'interaction dipolaire est fortement non locale. La prise en compte de ces deux interactions dans le cadre de l'équation de Landau-Lifschitz conduit ainsi à une équation *intégré-différentielle* (en un point  $\mathbf{r}$  de l'échantillon le champ effectif d'échange s'écrit comme un opérateur différentiel local, alors que le champ démagnétisant s'écrit comme un opérateur intégral agissant sur tout le volume de l'échantillon). La résolution est en outre compliquée par le fait qu'il faille définir des conditions au limites supplémentaires lorsqu'on tient compte de l'interaction d'échange [53].

On peut cependant se contenter d'une simple modification du résultat (1.74) pour décrire les modes de petites longueurs d'onde (qui vérifient (1.79)) de grands échantillons ( $R \gg \lambda_{\text{ex}}$ ) en modifiant la susceptibilité afin de tenir compte de l'échange. Si nous supposons que ces modes de courte longueur d'onde sont des ondes planes<sup>15</sup> ( $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$ ), le champ effectif d'échange peut se mettre sous la forme [52]

$$\mathbf{h}_{\text{ex}} = -\frac{\hbar\eta}{\gamma M_S} k^2 \mathbf{m} \quad (1.80)$$

où  $\eta = D/\hbar$  avec  $D$  la constante d'échange ( $D = 0.93 \times 10^{-28}$  erg.cm<sup>2</sup> dans le cas du YIG). Ceci revient à effectuer le remplacement

$$\omega_H \rightarrow \omega_H + \eta k^2 \quad (1.81)$$

et la perméabilité dépend maintenant du vecteur d'onde  $k$

$$\mu = \frac{(\omega_H + \eta k^2)(\omega_H + \eta k^2 + \omega_M) - \omega^2}{(\omega_H + \eta k^2)^2 - \omega^2} \quad (1.82)$$

La prise en compte de l'échange supprime donc le pôle en  $\omega/\gamma = \sqrt{H_i B_i}$  dans la relation de dispersion mais (1.74) est désormais une relation de dispersion *transcendantale* (le vecteur d'onde apparaît aux deux membres de l'équation (1.74)). En la développant en puissance du paramètre d'échange  $\eta$  on obtient la relation de dispersion  $k(\omega)$  des modes de petite longueur d'onde, qui s'écrit au premier ordre [25] :

$$k_t = k_t(\mu^{(0)}) - \frac{\omega_M + 2\omega_H(1 - \mu^{(0)})}{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2} \frac{k_t^2(\mu^{(0)})}{S} \left\{ \frac{S}{2} k_t(\mu^{(0)}) + \frac{1}{1 - \mu^{(0)}} \right\} \eta + \mathcal{O}(\eta^2) \quad (1.83)$$

avec  $\mu^{(0)}$  l'expression de la perméabilité ne tenant pas compte de l'échange (Equ. (1.26)).

### 1.3.2.3 Excitation des MSFVW

Nous venons de décrire les *modes propres* de modulation de l'aimantation d'un échantillon ferromagnétique. Ce sont ces modes qui vont pouvoir être excités par un champ micro-onde

<sup>15</sup>. Cette démarche n'est pas applicable à des échantillons dont l'une des dimensions caractéristiques est de l'ordre de  $\lambda_{\text{ex}}$  car ses modes propres dans ce cas ne sont certainement pas des ondes planes. C'est pour ce type de problèmes qu'il est nécessaire d'utiliser le modèle de Kalinikos et Slavin.

extérieur  $\mathbf{h}$ . Dans le cas le plus général, la puissance  $P_n$  absorbée à la résonance par un mode d'indice  $n$  s'écrit [121] :

$$P_n = - \left\langle \int_V d\mathbf{v} \mathbf{h} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{m}_n \right\rangle \quad (1.84)$$

où  $\langle \dots \rangle$  désigne une moyenne temporelle et l'intégration porte sur tout le volume  $V$  de l'échantillon. L'expression (1.84) illustre le fait qu'il sera d'autant plus difficile de se coupler à un mode que le nombre de ses nœuds sera grand.

Le cas qui nous intéresse correspond à celui d'un champ  $\mathbf{h}$  perpendiculaire à l'aimantation et uniforme sur tout le volume de l'échantillon,  $\mathbf{h} = h \exp(i\omega_0 t) \mathbf{u}_x$ <sup>16</sup>. L'expression (1.84) devient :

$$P_n \propto \omega_n h C_n \int_V d\mathbf{v} m_{xn} \quad (1.85)$$

Pour tenir compte du fait qu'on ne puisse stocker une quantité infinie d'énergie dans le mode  $n$ , on introduit un temps de relaxation  $\tau_n = 1/(\gamma \Delta H_n)$  qui caractérise le flux d'énergie magnétique du mode  $n$  vers l'extérieur. La puissance restituée par cycle par le mode  $n$  s'écrit donc :

$$\frac{E_n}{\tau_n} \propto \frac{C_n^2}{\tau_n} \int_V d\mathbf{v} m_{xn}^2 \quad (1.86)$$

En imposant l'égalité des quantités (1.85) et (1.86), c'est à dire que la puissance absorbée par cycle soit égale à la puissance restituée, on obtient une expression pour le coefficient de normalisation du mode  $n$  :

$$C_n = \omega_n \tau_n h \frac{\int_V d\mathbf{v} m_{xn}}{\int_V d\mathbf{v} m_{xn}^2} \quad (1.87)$$

et la puissance absorbée :

$$P_n \propto \frac{\omega_n^2 h^2}{\Delta H_n} \frac{\left( \int_V d\mathbf{v} m_{xn} \right)^2}{\int_V d\mathbf{v} m_{xn}^2} \quad (1.88)$$

Pour le cas particulier (mais très fréquent) d'une excitation micro-onde  $\mathbf{h}$  uniforme<sup>17</sup> sur tout l'échantillon, l'expression (1.88) montre que les modes antisymétriques ne peuvent pas se coupler à l'excitation. Ceci suggère une règle de sélection pour les indices  $n$  et  $m$  [120]. La forme (1.78) des solutions pour l'aimantation dynamique  $m_{xn}$  implique que seuls les modes avec un indice radial  $n$  impair (*i.e.* des modes possédant un nombre pair de nœuds le long du diamètre de l'échantillon) et un indice angulaire  $m \equiv 0$  (*i.e.* des modes ne possédant pas de nœuds sur la circonférence du disque) ont une intégrale de recouvrement non nulle avec  $\mathbf{h}$ . Les solutions pour le potentiel magnétostatique et l'aimantation dynamique s'écrivent alors :

$$\phi_{n1}(r, z) = \cos(k_z z) J_1(k_n r) \quad (1.89)$$

$$m_{n1}(r, z) = C_n \cos(k_z z) k_n J_0(k_n r) \quad (1.90)$$

Les modes propres correspondent dans ce cas aux valeurs de  $k_n$  qui annulent  $J_0(k_n R)$  :

$$\frac{k_n(H_{\text{ext}})R}{\pi} = 0,77; 1,75; 2,75; \dots, \left( n - \frac{1}{4} \right) \quad (1.91)$$

16. On a supposé pour simplifier une polarisation linéaire selon  $x$ .

17. Ce sera le cas des expériences décrites au chapitre 3.

et les valeurs du champ extérieur  $H_{ext,n}$  qui vérifient (1.91) correspondent aux champs de résonance du *spectre de modes magnétostatiques* de l'échantillon.

La condition (1.91) définit la position en champ des résonances. Leur intensité peut quant à elle être obtenue en évaluant (1.88) avec la solution (1.90) :

$$P_n \propto \frac{\omega_n^2 h^2}{\Delta H_n} \frac{1}{k_n^2} \quad (1.92)$$

Bien souvent, on travaille à fréquence constante en ballayant le champ de sorte que  $\omega_n = \omega_0 \forall n$ . Dans ce cas, dans l'hypothèse d'une relaxation indépendante de l'indice du mode, l'intensité des modes magnétostatiques d'un ellipsoïde décroît donc comme le carré de l'indice des modes :

$$P_n \propto \frac{1}{n^2} \quad (1.93)$$

### 1.3.3 RFM en géométrie confinée

#### 1.3.3.1 Généralités : conséquences du confinement

Au paragraphe précédent, nous avons bien insisté sur le fait que la dérivation et la résolution de l'équation de Walker reposait sur l'hypothèse de l'uniformité du champ interne  $\mathbf{H}_i = (H_o - 4\pi M_S)\mathbf{u}_z$ . Il s'agit là d'une hypothèse très contraignante car elle restreint formellement l'application du modèle à la résolution de problèmes possédant une géométrie ellipsoïdale, qui plus est dans le régime saturé (aimantation uniforme). C'est d'ailleurs une des raisons pour lesquelles on trouvera dans la littérature une quantité d'études menées sur des sphères les plus parfaites possibles, afin de satisfaire pour le mieux aux hypothèses du problème de Walker. On pourra également se contenter du modèle de Walker pour traiter le cas d'échantillons non ellipsoïdaux à rapport d'aspect<sup>18</sup> faible et obtenir ainsi des prédictions très satisfaisantes du spectre de modes magnétostatiques de l'échantillon [10].

L'approche la plus simple pour étendre le modèle de Damon et Eschbach à des champs internes non uniformes  $H_i(r)$  consiste à partir de la relation de dispersion (1.74) des ondes magnétostatiques et à ne prendre en compte l'inhomogénéité de  $\mathbf{H}_i$  qu'à ce stade du calcul. On va de plus faire une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger les composantes du champ interne dans le plan de l'échantillon. La relation de dispersion (1.74) dépend donc maintenant du champ interne, et donc de la position à laquelle on se place dans l'échantillon. Un échantillon non ellipsoïdal constitue donc un *milieu d'indice variable* pour la propagation des ondes magnétostatiques, comme l'illustre la Figure (1.7). La condition (1.72), qui définit le caractère propagatif ou évanescent des ondes magnétostatiques, dépend elle aussi de la position à laquelle on se place dans l'échantillon. Pour une fréquence d'excitation  $\omega$  donnée, on pourra donc, connaissant la distribution de champ interne, définir des *zones de propagation* au sein desquelles la condition (1.72) sera satisfaite et en dehors desquels les ondes magnétostatiques seront évanescentes. On voit donc que pour des géométries non ellipsoïdales, les ondes magnétostatiques sont gouvernées par la distribution du champ interne

18. Le rapport d'aspect d'un échantillon étant défini comme le rapport entre ses dimensions caractéristiques verticales et horizontales. Un rapport d'aspect faible désigne donc un échantillon très allongés selon ses dimensions horizontales. Le cas limite d'un rapport d'aspect nul correspond au film mince infini, qui est d'ailleurs un cas particulier d'échantillon ellipsoïdal.

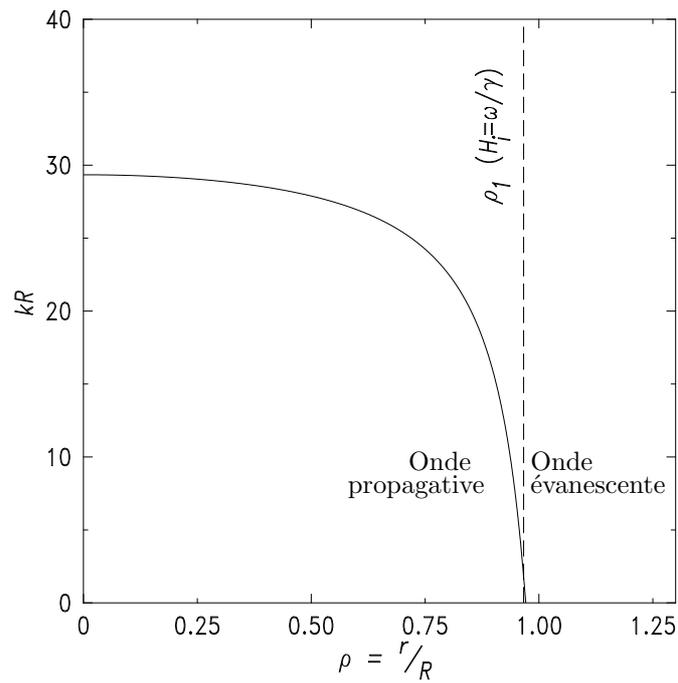


FIG. 1.7 – Profil du vecteur d'onde  $k(r)$  correspondant au cas d'un disque de rayon  $R$  et de rapport d'aspect 0,025. Un échantillon non ellipsoïdal constitue un milieu d'indice variable pour la propagation des ondes magnétostatiques. Pour  $r > r_1$  tel que  $H_i(r_1) = \omega/\gamma$ ,  $k$  devient imaginaire et les ondes magnétostatiques sont évanescences.

de l'échantillon plutôt que par ses dimensions physiques, comme c'est le cas si  $H_i$  est uniforme<sup>19</sup>. Quant à la condition de résonance et au profil de l'aimantation dynamique  $m(r)$  associés à l'excitation d'un mode magnétostatique, ils peuvent être évalués dans le cadre d'une approximation de type *WKB* [12] qui consiste à chercher des solutions à l'équation de Walker

$$\left[ \frac{d}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2(r) - \frac{1}{r^2} \right] R_i(r) = 0 \quad (1.94)$$

sous la forme

$$R_i(r) \propto J_1 \left( \int_0^r k(u) du \right) \quad (1.95)$$

### 1.3.3.2 Application : cas d'un disque.

Pour illustrer la méthode d'extension du formalisme de Walker à des géométries non-ellipsoïdales nous allons maintenant utiliser la relation de dispersion (1.74) des MSFVW en géométrie cylindrique que nous avons déterminée au paragraphe précédent pour trouver le spectre de modes magnétostatiques d'un disque en aimantation perpendiculaire. Notons que le cas d'un disque peut être traité de façon exacte dans le cadre du formalisme de Walker dans deux limites opposées, correspondant toutes deux à un échantillon ellipsoïdal : le disque infiniment fin et le cylindre infiniment long, c'est à dire la limite du rapport d'aspect nul avec un champ interne  $H_i = H_0 - 4\pi M_S$  et celle du rapport d'aspect infini avec un champ interne  $H_i = H_0 + 2\pi M_S$ . Toutes les géométries cylindriques intermédiaires possèdent des champs internes d'autant plus inhomogènes qu'elles se rapprochent du cas à rapport d'aspect unité.

La première étape consiste à trouver le profil du champ interne de l'échantillon. Formellement, pour un échantillon saturé de forme arbitraire, le champ interne est obtenu par la résolution de l'équation de Poisson pour le potentiel magnétostatique  $\Phi(r)$

$$\nabla^2 \Phi(r) = 4\pi \nabla \cdot \mathbf{M} \quad (1.96)$$

duquel le champ démagnétisant est déduit par la relation :

$$\mathbf{H}_D(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}) \quad (1.97)$$

R. I. JOSEPH et E. SCHLÖMANN ont obtenu une solution analytique à ce problème dans le cas d'un disque [64]. Ils ont considéré la résolution de (1.96) par étapes successives<sup>20</sup>. Nous n'allons considérer que la solution au premier ordre, qui consiste à faire l'approximation d'une aimantation statique  $M_z$  *uniforme* dans tout l'échantillon. Cette approximation va surestimer la valeur du champ interne puisqu'elle ne tient pas compte du fait que près des bords de l'échantillon, l'aimantation n'est jamais exactement alignée avec le champ appliqué<sup>21</sup>, mais avec le champ interne. Cette solution au premier ordre s'exprime en terme

19. Notons cependant que la géométrie de l'échantillon, bien qu'apparemment reléguée au second plan, reste le facteur déterminant puisque c'est elle qui va gouverner la distribution du champ interne.

20. On consultera l'Annexe C pour une description un peu plus détaillée du modèle de Joseph et Schlömann.

21. Bien que la non uniformité du champ démagnétisant implique que l'aimantation ne soit pas en tout point de l'échantillon alignée avec le champ extérieur appliqué  $H_{\text{ext}}$ , l'approximation d'une aimantation uniforme reste bonne dans la mesure où les composantes transverses du champ démagnétisant sont petites par rapport à  $H_{\text{ext}}$

d'intégrales elliptiques. Elle montre que bien qu'au centre de l'échantillon le champ interne soit uniforme et proche de la valeur de  $-4\pi M_S$  prédite pour un disque infiniment fin, il existe près des bords du disque un intense *gradient de champ interne*, le champ  $H_D$  tendant vers une valeur de seulement  $-2\pi M_S$  aux bords de l'échantillon. Cet effet est illustré par la figure (FIG.1.8) où nous avons représenté le profil du champ interne à mi-hauteur du disque. Ayant calculé le profil du champ interne, nous pouvons, pour une fréquence  $\omega$  donnée, déterminer la zone de propagation à l'intérieur de laquelle la condition (1.72) sera satisfaite et en dehors de laquelle les ondes magnétostatiques seront évanescentes. Comme le montre la figure (FIG.1.8), ces ondes magnétostatiques sont excitées sur un cercle de rayon  $r_1 < R$  tel que  $\omega = \gamma H_i(r_1)$ . Elles sont ensuite accélérées vers le centre du disque par le gradient de champ interne, puis réfléchies sur le diamètre opposé. La superposition des ondes incidente et réfléchie donnera alors lieu à un phénomène d'interférences. Le spectre de modes magnétostatiques, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs  $\{H_{0n}\}$  du champ extérieur telles que la condition d'interférence constructive (ou condition de stationnarité) soit vérifiée est donc donnée, pour des solutions du type (1.95), par [149] :

$$\int_0^{r_1} k(u, H_{0n}) du = n \times \pi \quad n \in \mathbb{N} \quad (1.98)$$

avec  $n$  l'indice radial du mode magnétostatique excité. Quelques-unes des valeurs de  $\omega/\gamma$  qui vérifient (1.98) (cas  $n=1, 3, 5, 11, 21$  et  $41$ ) sont représentées sur la Figure (1.8). On constate que la zone de propagation s'élargit au fur et à mesure que l'indice des modes augmente et donc que le champ extérieur (ou la fréquence d'excitation) diminue. Nous sommes désormais en mesure de construire le profil  $\Delta M_{z,n}(r)$  de la diminution de l'aimantation longitudinale associée à l'excitation du mode  $n$  :

$$\Delta M_{z,n}(r) \approx M_S \left( 1 - \frac{m_n^2(r)}{2M_S^2} \right) \quad (1.99)$$

$$= M_S \left[ 1 - \frac{1}{2M_S^2} (\partial_+ \phi_n(r))^2 \right] \quad (1.100)$$

Nous avons représenté sur la Figure (1.9) le profil ainsi calculé pour les deux premiers modes impairs  $n = 1$  et  $n = 3$ , afin d'illustrer à quel point la précession peut être inhomogène dans des géométries confinées (notons que ces profils peuvent aussi bien être vu comme représentant le carré de l'angle de précession).

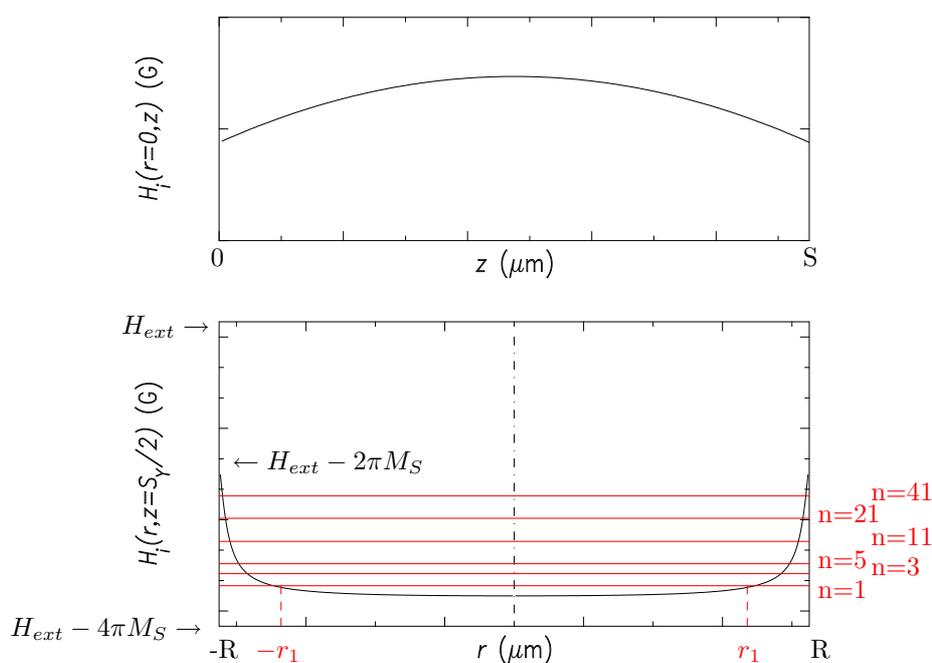


FIG. 1.8 – **Profils du champ démagnétisant** selon l'épaisseur (en haut) et le diamètre (en bas) d'un disque de rapport d'aspect 0,025. Le disque est compris entre  $0 < z < S$  et  $-R < r < R$ . Au centre du disque, le champ interne est uniforme et proche de la valeur prédite pour un disque infiniment fin, mais il existe près des bords un gradient de champ très intense. Pour illustrer l'influence de l'inhomogénéité du champ interne sur la propagation des ondes magnétostatiques, on a tracé les lignes  $\omega/\gamma$  constantes qui correspondent à la condition de résonance (1.98) dans le cas des modes  $n=1, 3, 5, 11, 21$  et  $41$ , telle qu'évaluée dans le plan médian  $z = S/2$ . La zone de propagation à l'intérieur de laquelle la condition (1.72) est satisfaite correspond à un disque de rayon  $r_1$  en dehors duquel les ondes magnétostatiques sont évanescentes. La faible différence de champ à travers l'épaisseur du disque (ici comparée à la largeur de raie du mode principal de résonance du disque de grenat étudié au chapitre 3) justifie le calcul de la condition de résonance dans le plan médian.

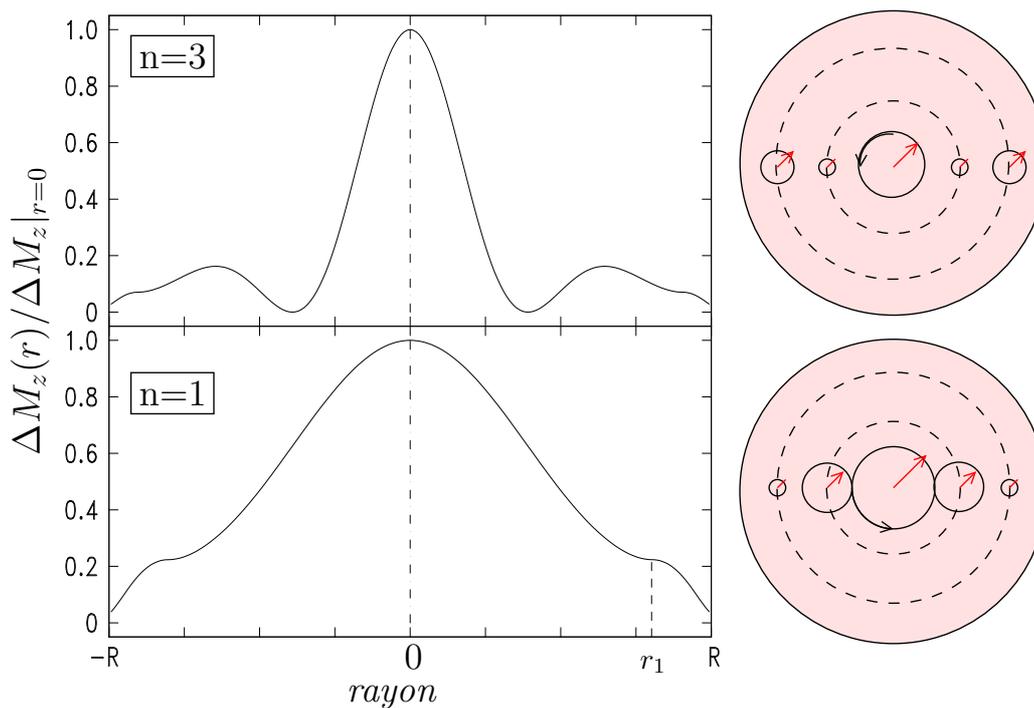


FIG. 1.9 – Modes magnétostatiques en géométrie confinée : profils  $\Delta M_z(r) = M_S - M_z(r)$  de la diminution de l'aimantation longitudinale associée à l'excitation des modes  $n=1$  et  $n=3$ . Nous avons également représenté une vue de dessus de la précession des spins de l'échantillon (en exagérant énormément les angles de précession qui typiquement ne sont de l'ordre que de quelques degrés).

## 1.4 Relaxation ferromagnétique

### 1.4.1 Introduction

Jusqu'à présent, nous avons décrit la façon dont un système de spins couplés par une interaction d'échange absorbe l'énergie d'un petit champ magnétique micro-onde, sans nous préoccuper du devenir de cette énergie une fois stockée dans le système de spins. Il semble pourtant naturel de considérer qu'elle ne puisse y rester indéfiniment. Supposons par exemple que l'on arrête subitement l'excitation micro-onde. On s'attend alors à ce que l'aimantation du système retourne dans son état de plus basse énergie, c'est-à-dire à ce qu'elle se réaligne avec le champ effectif  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ . Cependant le système doit pour cela perdre de l'énergie au profit de l'extérieur. L'analyse de ce transfert d'énergie et de ses conséquences constitue le sujet de la *théorie de la relaxation ferromagnétique*.

Avant de rentrer dans les détails de cette théorie, insistons bien sur le fait qu'il n'existe pas de modèle *complet* des mécanismes de transfert d'énergie dans un système magnétique en équilibre avec un environnement extérieur (les autres degrés de liberté de l'échantillon). On est cependant capable de donner des mécanismes élémentaires qui permettent de reproduire assez fidèlement les effets de relaxation dans certains cas particuliers (comme les échantillons de grenats magnétiques, voir par exemple la référence [119]), mais pas de construire un modèle microscopique universel de la relaxation ferromagnétique pour par exemple traiter la relaxation par des méthodes *ab-initio*<sup>22</sup>. Ainsi, bien que nous ayons introduit au paragraphe 1.3 un hamiltonien dépendant du temps  $\mathcal{H}_r(t)$  qui représentait formellement les contributions de tout ces mécanismes, nous ne pouvons en déduire l'expression analytique générale à partir de considérations microscopiques élémentaires. La description de la relaxation ferromagnétique consiste donc principalement en l'utilisation de *modèles phénoménologiques* dont les paramètres de contrôle sont déduits d'observations expérimentales.

Le propos de cette section sera donc dans un premier temps d'introduire les principaux modèles phénoménologiques en détaillant leur champ d'application. Nous décrirons ensuite un formalisme quantique qui permet d'introduire les mécanismes élémentaires de couplage du système de spin avec son environnement extérieur, et nous passerons alors en revue les principales contributions aux phénomènes de relaxation dans le cas d'échantillons modèles comme le grenat magnétique étudié au chapitre 3.

### 1.4.2 Modèles phénoménologiques

Commençons par considérer la relaxation à l'échelle microscopique, c'est-à-dire à des échelles caractéristiques plus petites que la longueur d'échange, qui correspond à la largeur  $\lambda_{\text{DW}}$  d'une paroi de domaine magnétique. Dans ce cas, la norme  $|\mathbf{M}| = M_S(T)$  de l'aimantation est une constante du mouvement et la relaxation doit donc être décrite par un modèle qui conserve la norme. Cette contrainte implique que :

1. un seul paramètre phénoménologique suffit pour caractériser la relaxation.
2. le terme additionnel doit être de la forme

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_r(\mathbf{M}, \mathbf{t}) \tag{1.101}$$

---

<sup>22</sup>. On a par exemple des difficultés à expliquer les effets qui sont observés dans les métaux ferromagnétiques, dans lesquels le couplage du système magnétique avec les électrons de conduction, qui domine complètement la relaxation, n'est pas toujours bien compris.

avec  $H_r$  un champ effectif associé au couplage du système magnétique avec l'extérieur. Partant de ces considérations, l'expression la plus simple pour  $H_r$  décrit une relaxation visqueuse, proportionnelle au taux de changement de l'aimantation :

$$\mathbf{H}_r(\mathbf{M}, t) = \frac{\alpha}{\gamma M_S} \dot{\mathbf{M}}(t) \quad (1.102)$$

avec  $\alpha$  un paramètre sans dimension. Ce terme de relaxation, introduit par T. L. GILBERT [47], mène à l'équation de Landau-Lifschitz-Gilbert (LLG) :

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} \quad (1.103)$$

qui est aujourd'hui la forme la plus utilisée pour décrire la dynamique de l'aimantation, notamment dans le cadre de simulations micromagnétiques (*cf.* par exemple [36]). L'unique paramètre phénoménologique est le paramètre de Gilbert  $\alpha$  et dans les cas particuliers où il est indépendant de la fréquence d'excitation, une relaxation du type LLG sera caractérisée par une linéarité en fréquence de précession.

Historiquement, L. D. LANDAU et E. M. LIFSCHITZ furent les premiers à introduire un modèle microscopique [76]. Partant de considérations similaires à celle énumérées ci-dessus, ils proposèrent d'ajouter à l'équation du mouvement (1.36) un couple de rappel purement phénoménologique pour traduire la tendance de l'aimantation à retourner dans son état de plus basse énergie en l'absence d'excitation micro-onde :

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\gamma \lambda}{M^2} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) \quad (1.104)$$

où  $\lambda$  est un paramètre de dissipation ayant les dimensions d'un champ magnétique. Notons que les deux formalismes sont strictement équivalents dans le régime linéaire et que la substitution

$$\gamma \rightarrow \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \quad \lambda \rightarrow \frac{\alpha M}{1 + \alpha^2} \quad (1.105)$$

transforme (1.104) en (1.103).

Il est important de noter que les deux modèles que nous venons d'introduire correspondent à l'hypothèse plus générale<sup>23</sup> d'une *relaxation exponentielle* à laquelle on pourrait associer un temps caractéristique de relaxation  $\tau_r$ . La justification de cette hypothèse est purement phénoménologique et vient du fait qu'expérimentalement on observe des élargissements lorentziens des raies de RFM, ce qui est caractéristique de ce type de relaxation.

Pour illustrer ce concept de temps de relaxation, considérons tout d'abord le cas d'un moment magnétique individuel  $\mathbf{m}$  placé dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{H}$  orienté le long de l'axe  $z$  et excité de façon résonante par un petit champ micro-onde transverse  $\mathbf{h}(\omega_0 = \omega_H)$ . Comme nous l'avons vu tout au long de ce chapitre, le moment  $\mathbf{m}$  précesse à la fréquence  $\omega_H = \gamma H$  autour de l'axe  $z$ . Essayons alors de voir quel va être son comportement si nous coupons le champ micro-onde. Le moment va bien entendu vouloir retourner dans un nouvel état de plus basse énergie. Son énergie étant donnée par

$$\mathcal{H} = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{H} \quad (1.106)$$

23. Au sens où elle n'implique pas nécessairement une conservation de la norme.

le moment  $\mathbf{m}$  atteindra cet état lorsqu'il se retrouvera parallèle à  $\mathbf{H}$ . Ainsi un moment magnétique tendra naturellement à relaxer vers sa position d'équilibre parallèle au champ statique. Étant donnée la forme de la relation (1.106), on va distinguer deux types de processus de relaxation. Tout processus qui modifiera la composante transverse (*i.e.* composante perpendiculaire à  $\mathbf{H}$ ) du moment magnétique ne modifiera pas, d'après (1.106), son énergie. Ces processus de relaxation transverse seront caractérisés par un temps de relaxation  $T_2$  ou temps de relaxation transverse. A contrario, tout processus modifiant la composante longitudinale du moment magnétique (composante le long du champ  $\mathbf{H}$ ) modifiera l'énergie du système. Cette relaxation *énergétique* sera caractérisée par un temps de relaxation longitudinal  $T_1$ . La Figure (1.10) schématise cette conceptualisation de la relaxation.

On peut naturellement étendre ce concept de temps de relaxation au cas de la relaxation ferromagnétique à l'échelle microscopique. La contrainte de conservation de la norme impose alors une relation entre les temps de relaxation, qui s'écrit, dans la limite des petits angles de précession :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} = \omega_r \quad (1.107)$$

Le facteur 2 qui apparaît entre les temps de relaxation transverse et longitudinal est une conséquence de la différence entre relaxation de l'amplitude de la précession ( $M_{x,y} \propto \theta$ , l'angle de précession) et relaxation de l'énergie qui lui est associée ( $M_z \propto \theta^2$ ).

Nous avons donc, à l'échelle microscopique et dans le régime linéaire, trois descriptions équivalentes de la relaxation ferromagnétique, caractérisées par un unique paramètre, le paramètre de Gilbert  $\alpha$ , celui de Landau-Lifschitz  $\lambda$  ou encore la fréquence de relaxation  $\omega_r$ . Dans le cas de système peu dissipatifs, on peut montrer [52] que ces trois paramètres sont reliés par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{\lambda}{M_S} = \frac{\omega_r}{\omega_H} \quad (1.108)$$

Lorsqu'on souhaite étendre ces modèles phénoménologiques à l'échelle de la mesure de RFM, il existe une différence fondamentale dont il faut pouvoir rendre compte. À l'échelle de la mesure, les grandeurs mesurées ( $M_z$  ou  $M_{x,y}$ ) sont des *moyennes spatiales*. Les valeurs observées expérimentalement risquent donc d'être affectées par des effets de décohérences spatiale qui résulteront en une relaxation *apparente* plus rapide. De plus, ces effets de décohérences ne vont pas affecter les différentes composantes de l'aimantation de la même manière si bien qu'à l'échelle de la mesure, on ne peut pas en général considérer que la norme de l'aimantation moyenne est conservée. Pour tenir compte de ces effets de moyennage, un modèle plus général fut proposé par N. BLOEMBERGEN [18], s'inspirant des équations de Bloch qui décrivent la relaxation d'un système de spins paramagnétiques [1] :

$$\begin{aligned} \dot{\overline{M}}_z &= \gamma (\overline{\mathbf{M}} \times \mathbf{H}_{\text{eff}})_z - \frac{\overline{M}_z - M_S}{T_1} \\ \dot{\overline{M}}_{x,y} &= \gamma (\overline{\mathbf{M}} \times \mathbf{H}_{\text{eff}})_{x,y} - \frac{\overline{M}_{x,y}}{T_2} \end{aligned} \quad (1.109)$$

Les équations de Bloch-Bloembergen (BB) ont l'avantage de distinguer explicitement les mécanismes de relaxation transverses et longitudinaux en faisant apparaître les temps de

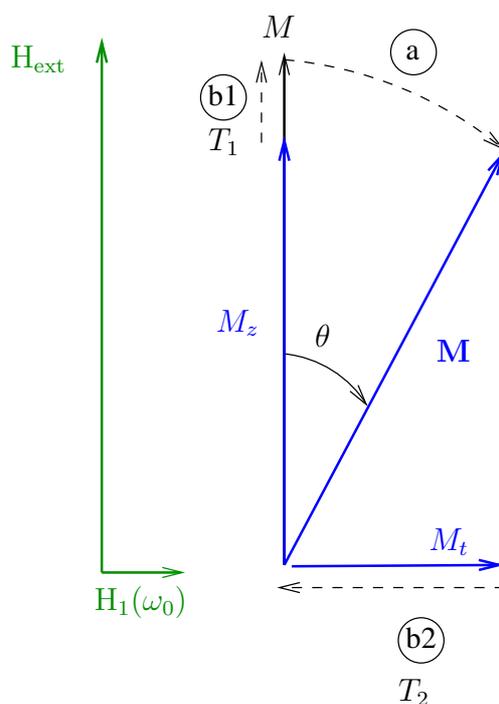


FIG. 1.10 – **Schéma conceptuel de la relaxation ferromagnétique.** a) Le moment  $M$ , dans son état d'équilibre parallèle au champ statique  $\mathbf{H}$  est excité de façon résonante par un petit champ micro-onde  $\mathbf{h}(\omega_0)$ . Il se met à précesser à la fréquence de Larmor avec un angle  $\theta$  autour de  $H_0$ . Il acquiert donc une composante transverse  $M_t \neq 0$  et sa composante longitudinale diminue :  $M_z < M$ . b) On coupe le champ  $h$ , le processus responsable de la relaxation de  $M$  vers sa position d'équilibre peut être décomposé en deux étapes. b2) relaxation de la composante transverse en un temps caractéristique  $T_2$ . D'après la forme de l'Equ.(1.106), ce processus conserve l'énergie du moment  $M$ . b1) relaxation de la composante longitudinale en un temps caractéristique  $T_1$ . Le système perd de l'énergie au cours de ce processus.

relaxation  $T_1$  et  $T_2$ . La non conservation de la norme implique une modification de la relation (1.107) :

$$\frac{1}{T_2} \geq \frac{1}{2T_1} \quad (1.110)$$

traduisant le fait que les effets de décohérence induisent une relaxation transverse *apparente* plus rapide que la relaxation longitudinale (intuitivement, le contraire ne peut avoir lieu puisque ceci équivaudrait à un accroissement de la norme). Comme nous allons le voir au paragraphe suivant, dans le langage de la théorie microscopique des phénomènes de relaxation, cette différence entre relaxation transverse et longitudinale correspond au fait qu'à l'échelle de la mesure, des phénomènes de relaxation élastique traduisant un transfert d'énergie entre des modes d'excitations dégénérés de l'aimantation, caractérisés par un temps de relaxation  $T_{\text{dég}}$ , peuvent exister. Pour illustrer ce phénomène, il suffit de considérer l'excitation d'un mode caractérisé par une aimantation transverse moyenne nulle alors que le mouvement de precession continue. La relation exacte entre temps de relaxation devient alors :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_{\text{dég}}} \quad (1.111)$$

Avant de passer à l'analyse des différents processus microscopiques de relaxation, nous allons considérer la résolution des équations phénoménologiques de LLG et BB dans le régime linéaire. On obtient par exemple, en linéarisant l'équation de LLG :

$$i\omega \mathbf{m} + \gamma \mathbf{m} \times \mathbf{H}_0 + \frac{i\alpha\omega}{M_0} \mathbf{m} \times \mathbf{M}_0 = -\gamma \mathbf{M}_0 \times \mathbf{h} \quad (1.112)$$

On constate que l'équation en l'absence de perte (1.56) se transforme en (1.112) si nous effectuons la substitution

$$\omega_H \rightarrow \omega_H + i\alpha\omega \quad (1.113)$$

L'effet du terme de relaxation sur le tenseur de susceptibilité de Polder se traduit donc par l'apparition de composantes réelles et imaginaires :  $\chi = \chi' + i\chi''$  et  $\chi_a = \chi'_a + i\chi''_a$ . Pour des champs ou des fréquences proches de la condition de résonance, les susceptibilités réelle et imaginaire peuvent être approchées par les expressions suivantes :

$$\frac{\chi'}{\chi''_{\text{res}}} \approx \frac{\chi'_a}{\chi''_{\text{res}}} \approx \frac{\beta}{1 + \beta^2} \quad \frac{\chi''}{\chi''_{\text{res}}} \approx \frac{\chi''_a}{\chi''_{\text{res}}} \approx \frac{1}{1 + \beta^2} \quad (1.114)$$

avec

$$\beta = \begin{cases} (\omega - \omega_H)/(\alpha\omega_H) & \text{à champ constant} \\ (H_0 - \omega/\gamma)/(\alpha\omega) & \text{à fréquence constante} \end{cases} \quad (1.115)$$

Les expressions (1.114) décrivent des *courbes de résonance lorentziennes*, qui sont tracées en fonction du paramètre  $\beta$  sur la Figure (1.11). La partie réelle de  $\chi$ , qui représente la partie dispersive de la susceptibilité, change de signe à la résonance, lorsque l'absorption, représentée par la partie imaginaire de  $\chi$ , passe par un maximum. Les largeurs à mi-hauteur, ou *largeurs de raie*  $\Delta\beta$  des courbes Lorentziennes valent selon le cas :

$$\Delta\omega = 2\alpha\omega \quad \Delta H = \frac{2\alpha\omega}{\gamma} \quad (1.116)$$

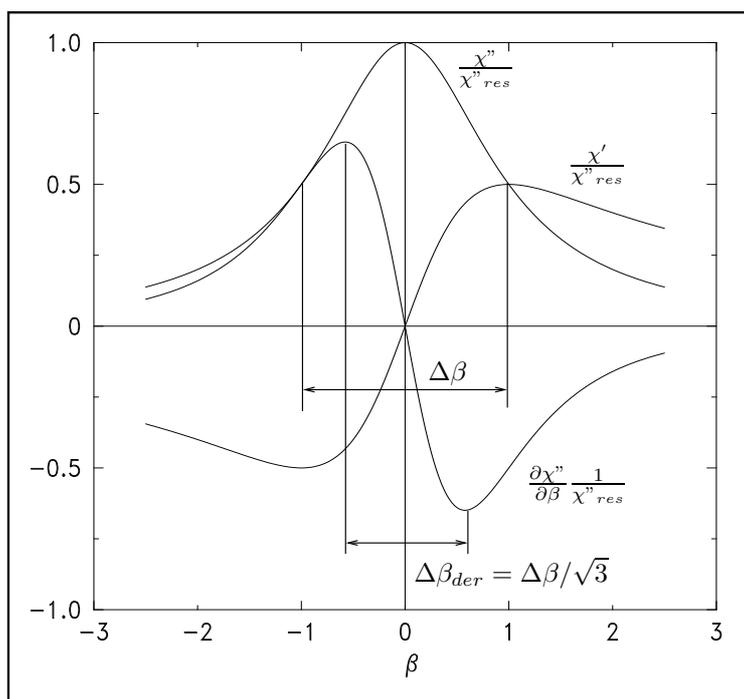


FIG. 1.11 – **Courbes de résonances lorentziennes.** On a également représenté la dérivée de  $\chi''$ , qui est parfois la quantité mesurée expérimentalement (cf. le paragraphe 2.3.3.2).

Ce dernier résultat illustre le fait que le modèle de LLG, dans la limite où on considère  $\alpha$  indépendant de la fréquence, prédit une dépendance linéaire en fréquence de la largeur de raie. Ce n'est pas le cas du modèle de BB, qui ne contient aucune information quant à la dépendance en fréquence de la largeur de raie<sup>24</sup>, qui s'exprime en fonction des temps de relaxation :

$$\Delta\omega = \frac{2}{T_2} \quad \Delta H = \frac{2}{\gamma T_2} \quad (1.117)$$

Plus le paramètre dissipatif  $\alpha$  sera petit (ou que plus le temps de relaxation  $T_2$  sera long), plus l'absorption à la résonance sera importante et la largeur de raie étroite. Notons pour finir que dans la limite  $h^2\gamma T_1 T_2 \ll 1$  (régime linéaire, cf. le paragraphe 1.5), la largeur de raie observée par une mesure de  $\chi''$  ou par une mesure de  $\Delta M_z$  est identique.

### 1.4.3 Modèles microscopiques

Les modèles que nous venons de présenter sont purement phénoménologiques. Aussi afin de donner un sens aux grandeurs caractérisant la relaxation (temps de relaxation, ou coefficient d'amortissement  $\alpha$ ) il est nécessaire de développer une théorie microscopique qui décrive le couplage du système de spins aux autres degrés de liberté de l'échantillon (tel que les phonons). Nous allons commencer par décrire de façon qualitative les différents *canaux de relaxation* par le biais desquels le système de spins pourra échanger de l'énergie avec d'autres degrés de liberté. Pour poursuivre cette analyse de façon plus quantitative, il nous faudra tout d'abord construire une théorie microscopique des excitations de basse énergie du système de spin, la théorie des ondes de spin de Holstein-Primakov. Avec cet outil nous serons capable de calculer la contribution de différents processus microscopiques aux temps de relaxation, c'est-à-dire de faire le lien entre la théorie microscopique et les modèles phénoménologiques, qui sont plus directement confrontables aux résultats expérimentaux.

#### 1.4.3.1 Canaux de relaxation

Comme nous l'avons vu au début de cette section, le processus de relaxation peut être conceptuellement décomposé en deux étapes. Tout d'abord une relaxation de la composante transverse de l'aimantation, en un temps caractéristique  $T_2$ , que nous appellerons par la suite *relaxation transverse*. Ensuite une *relaxation longitudinale* en un temps caractéristique  $T_1$ . Nous avons également vu que l'expression de l'énergie magnétique implique que la relaxation transverse soit sensible à des processus de décohérence qui conserve l'énergie du système magnétique et que seule la relaxation longitudinale est un processus purement dissipatif, dont le temps de relaxation  $T_1$  caractérise la *perte nette* d'énergie magnétique au profit de l'environnement extérieur. Commençons donc par donner un aperçu de ce que peuvent être ces phénomènes de décohérence qui affectent le  $T_2$ .

Les matériaux ferromagnétiques doivent leurs propriétés particulières au *comportement collectif* des spins électroniques qui les constituent. L'importante énergie d'échange qui couple les électrons d'ions magnétiques voisins favorise une mise en ordre spatiale de l'orientation de leurs spins. En-dessous de la température de Curie du matériau, cette énergie

---

<sup>24</sup>. Toute cette information est cependant contenue dans les mécanismes microscopiques qui sont responsables de la relaxation, comme on le montrera un peu plus loin.

prévaut sur l'agitation thermique, ce qui donne lieu à l'apparition d'une aimantation spontanée et à une *rigidification* du système de spins. Il devient alors impossible de retourner complètement un spin donné sans causer une très grande perturbation se propageant à l'ensemble du système magnétique. Cependant, dans la limite des petites perturbations autour de l'état d'équilibre, le système va posséder un ensemble de modes propres d'excitation ou *ondes de spin*, se distinguant les uns des autres par leurs variations spatiales et leurs fréquences (*i.e.* leur énergie). N'importe quelle petite perturbation extérieure pourra alors être décrite comme une combinaison linéaire de ces modes propres. D'autre part, suffisamment loin du point de Curie, l'état du système pourra être complètement caractérisé par la façon dont l'énergie thermique  $k_B T$  se distribue dans ces différents modes propres. La superposition incohérente de ces modes thermiquement excités (ou *magnons thermiques*) décrivant la dépendance en température  $M(T)$  de l'aimantation du système.

C'est l'éventuelle excitation de ces ondes de spin qui va être à l'origine de la décohérence spatiale de l'aimantation transverse. Ces modes d'onde de spin étant non-uniformes, on peut très bien imaginer une situation pour laquelle l'aimantation transverse associée à ce type de mode est nulle en moyenne, alors que l'aimantation longitudinale n'a pas encore recouvré sa valeur d'équilibre thermique  $M_S(T)$  puisque les spins continuent de précesser. La mesure du  $T_2$  en sera alors affectée s'il existe un mécanisme de transfert d'énergie depuis le mode principal excité expérimentalement, vers un de ces modes non-uniforme, en un temps caractéristique  $T_{\text{dég}} < T_1$ . La mesure du  $T_1$  ne sera par contre pas affectée si ce transfert d'énergie se fait entre modes d'onde de spin *dégénérés*, de sorte que l'énergie totale du système magnétique est conservée au cours de ce type de processus.

Nous sommes donc déjà en mesure de dresser un premier schéma global du processus de relaxation ferromagnétique. Tout d'abord, l'énergie du champ micro-onde est transférée au mode de résonance uniforme du système de spin<sup>25</sup>. Le mode uniforme va ensuite pouvoir perdre cette énergie via deux *canaux de relaxation* distincts :

1. soit en échangeant directement de l'énergie avec un degré de liberté externe, principalement les degrés de liberté du réseaux cristallin (phonons)<sup>26</sup>. Ce type de processus diminuant l'énergie du système magnétique, il contribuera au temps de relaxation  $T_1$ .
2. soit en transférant de l'énergie à des excitations du système de spins d'ordre plus élevé (magnons ou ondes de spin, *cf.* le paragraphe suivant). Dans ce cas, l'énergie totale du système magnétique reste inchangée et ce type de processus contribuera donc au temps de relaxation transverse  $T_2$  d'après la relation (1.111). Notons qu'*in fine*, les magnons ainsi excités se thermaliseront avec le réseau cristallin et relaxeront en un troisième temps caractéristique  $T_{1,k}$ , dépendant éventuellement de leur vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ .

Ce concept de *canaux de relaxation* est schématisé sur la Fig.(1.12).

25. Ou dans un mode magnétostatique de grande longueur d'onde, mais pour simplifier nous n'allons pas considérer ce cas. Nous nous concentrerons donc sur la relaxation ferromagnétique du mode principal de résonance.

26. On pourrait aussi considérer le couplage du mode uniforme avec les électrons de conduction dans le cas d'un échantillon métallique. Il s'agit d'ailleurs dans ce cas de la principale contribution à la relaxation.

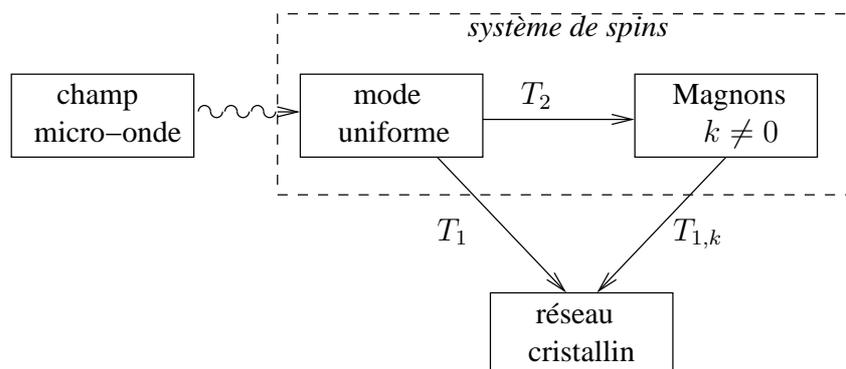


FIG. 1.12 – **Canaux de relaxation.** Les processus qui contribuent à la relaxation de la composante transverse et donc au  $T_2$  conservent l'énergie totale du système de spins. Ceux qui contribuent au  $T_1$  couplent le système de spin au degrés de liberté externes et permettent de relaxer cette énergie totale.

### 1.4.3.2 Traitement quantique des ondes de spin

Nous allons voir comment, dans le cadre d'un formalisme de seconde quantification, les modes propres peuvent être décrits par une *théorie corpusculaire* dans laquelle l'amplitude d'un mode de fréquence  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  sera décrite par un nombre de *quasiparticules* ou nombre de *magnons*, d'énergie  $\hbar\omega$  et d'impulsion  $\hbar\mathbf{k}$ , dont nous déterminerons la relation de dispersion  $\omega(\mathbf{k})$ . L'excitation de ces quasiparticules sera décrite en terme d'*opérateurs de création* et d'*annihilation* de magnons. Nous serons alors en mesure d'analyser les différents processus microscopiques de relaxation qui contribuent aux temps de relaxation. Ils seront décrits en terme de probabilités de transitions du système magnétique, transitions médiées par des processus d'interaction entre quasiparticules comme par exemple l'interaction magnon-phonon ou magnon-magnon.

Avant de poursuivre, il est important de noter que nous avons déjà étudié les propriétés des modes propres du système magnétique dans le cadre d'un modèle classique et dans la limite des grandes longueurs d'onde où l'interaction d'échange pouvait être négligée. Nous en avons déduit la relation de dispersion et les conditions de résonance associées à l'excitation des modes magnétostatiques. Un des points importants de cette étude était la prise en compte de la taille finie de l'échantillon qui imposait des conditions aux limites à la propagation des ondes magnétostatiques. Nous allons maintenant traiter la limite opposée, à savoir celle des excitations de courte longueur d'onde, dont la dispersion sera dominée par l'énergie d'échange. Nous allons de plus traiter ce problème dans le cadre d'un formalisme quantique. On s'attend par ailleurs à ce que les dimensions de l'échantillon ne jouent aucun rôle à l'échelle du problème. C'est la raison pour laquelle nous ferons l'approximation d'un champ interne uniforme. Bien que cette limite de modes propres gouvernés par l'échange soit communément désigné sous le terme d'onde de spin, il est peut être nécessaire de bien insister sur le fait que les ondes magnétostatiques sont également des ondes de spins. La figure (1.6) représente la partie grande longueur d'onde (faible  $\mathbf{k}$ ) de la dispersion des ondes de spin, et nous allons maintenant déterminer la partie courte longueur d'onde ( $\mathbf{k}$  élevé).

### 1.4.3.3 Théorie de Holstein et Primakov

La théorie quantique des ondes de spin, développée par T. HOLSTEIN et K. PRIMAKOFF [56], consiste à diagonaliser en trois transformations successives un Hamiltonien  $\mathcal{H}$  du système de spins qui tient à la fois compte de l'effet du champ extérieur (interaction Zeeman), de l'échange et de l'interaction dipolaire entre moments individuels.

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_Z + \mathcal{H}_{\text{ex}} + \mathcal{H}_D \quad (1.118)$$

où les différents termes s'écrivent dans un premier temps en fonction des opérateurs de spins  $\mathbf{S}_i$  localisés aux sites  $i$  du réseau cristallin :

$$\mathcal{H}_Z = g\mu_B \mathbf{H}_i \sum_i \mathbf{S}_i \quad (1.119)$$

$$\mathcal{H}_{\text{ex}} = \sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j \quad (1.120)$$

$$\mathcal{H}_D = \sum_{ij} \left\{ -\frac{3(\mathbf{S}_i \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} - \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j}{r_{ij}^3} \right\} \quad (1.121)$$

avec  $J_{ij}$  l'intégrale d'échange,  $\mathbf{r}_{ij} = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$  la distance entre deux sites du réseau cristallin et  $H_i = H_0 - 4\pi M_S$  le champ interne uniforme d'un film infini dans un champ extérieur  $H_0$  uniforme.

La première transformation consiste à réécrire (1.118) en exprimant les opérateurs de spin en fonction de leurs coordonnées circulaires  $S_i^\pm = S_{ix} \pm iS_{iy}$  et à les développer en série d'opérateurs de création  $a_i^\dagger$  et d'annihilation  $a_i$  d'excitations élémentaires localisées aux sites du réseau cristallins :

$$S_i^+ = \sqrt{2S} \left( a_i - \frac{1}{4S} a_i^\dagger a_i a_i + \dots \right) \quad (1.122)$$

$$S_i^- = \sqrt{2S} \left( a_i^\dagger - \frac{1}{4S} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i + \dots \right) \quad (1.123)$$

$$S_{iz} = S - a_i^\dagger a_i \quad (1.124)$$

dont on ne retient que les termes du premier ordre. Le hamiltonien ainsi obtenu n'est pas diagonal, il contient des termes qui couplent des excitations individuelles à différents sites  $i$  et  $j$  du réseau cristallin. Ceci illustre le fait que les déviations de l'aimantation localisées aux sites du réseau cristallin ne sont pas les excitations élémentaires du système de spin, qu'il faut au contraire chercher à exprimer en terme d'excitations collectives. Une technique standard pour diagonaliser un hamiltonien de ce type, lorsque l'interaction de couplage possède une symétrie de translation, consiste à le développer sur la base de ses composantes de Fourier :

$$S_i^+ \approx \sqrt{\frac{2S}{N}} \sum_k a_k \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \quad (1.125)$$

$$S_i^- \approx \sqrt{\frac{2S}{N}} \sum_k a_k^\dagger \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \quad (1.126)$$

$$S_{iz} = \frac{1}{N} \sum_{k_1, k_2} a_{k_1}^\dagger a_{k_2} \exp(-i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_i) \quad (1.127)$$

Les seuls termes non diagonaux du hamiltonien résultant sont des termes qui couplent des opérateurs de vecteurs d'ondes opposés  $+k$  et  $-k$ . Leur présence est due à l'interaction dipolaire, qui induit une précession elliptique des spins, alors que nous avions dès le début supposé une précession circulaire (première transformation). Une dernière transformation est donc nécessaire pour diagonaliser  $\mathcal{H}$ . Il s'agit d'une transformation linéaire, dite transformation de Bogoliubov, qui est classique en physique dès lors qu'il s'agit de diagonaliser un système possédant une polarisation elliptique. Elle consiste à passer dans la base des opérateurs  $c_k$  et  $c_k^\dagger$  tels que :

$$a_k = u_k c_k + v_k^* c_{-k}^\dagger \quad a_{-k} = u_k c_{-k} + v_k^* c_k^\dagger \quad (1.128)$$

et on montre que pour

$$u_k = \cosh(\mu_k) \quad v_k = e^{2i\phi_k} \sinh(\mu_k) \quad (1.129)$$

$$\tan(\mu_k) = \frac{|B_k|}{A_k} \quad (1.130)$$

l'hamiltonien du système s'écrit sous la forme diagonale

$$\mathcal{H} = \sum_k \left( c_k^\dagger c_k + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_k \quad (1.131)$$

dont les fréquences propres  $\omega_k$  sont données par la relation de dispersion des ondes de spin :

$$\omega_k^2 = A_k^2 - |B_k|^2 \quad (1.132)$$

avec

$$A_k = \omega_H + 2 \sum_{g \neq 0} J_g [1 - \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_g)] + \frac{1}{2} \omega_M \sin^2 \theta_k \quad (1.133)$$

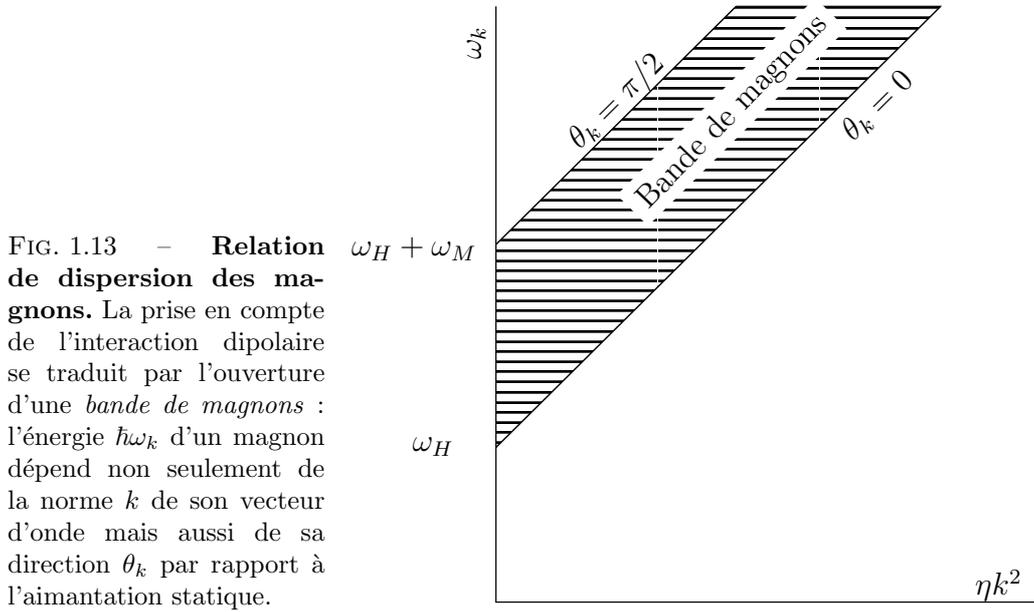
$$B_k = \frac{1}{2} \omega_M \sin^2 \theta_k \exp(i2\varphi_k) \quad (1.134)$$

$\theta_k$  et  $\varphi_k$  étant les angles entre le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et les axes polaire et azimutal d'un système orienté le long de l'aimantation d'équilibre et  $J_g = J(\mathbf{r}_g) = J(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ . La somme sur  $g$  dépend de la structure de l'ordre magnétique mais sa valeur peut souvent être approchée par un terme d'échange effectif  $\eta k^2$ .

Notons qu'on aurait pu obtenir une expression approchée dans le cadre d'une théorie classique traitant un système de spin continu. La différence aurait alors porté sur la forme du terme d'échange et revient à négliger l'influence de la précession elliptique, c'est-à-dire à ne pas effectuer la dernière transformation d'Holstein-Primakoff<sup>27</sup>. La relation de dispersion *approchée* ainsi obtenue ne dépend donc plus de l'angle polaire  $\varphi_k$  :

$$\omega_k \approx (\omega_H + \eta k^2) (\omega_H + \eta k^2 + \omega_M \sin^2 \theta_k) \quad (1.135)$$

<sup>27</sup>. On peut montrer que l'ellipticité de la précession des spins est caractérisée par le rapport  $(A_k - |B_k|)/(A_k + |B_k|)$  qui est bien égal à 1 dans la limite  $|B_k| \ll A_k$



Notons que dans la limite des excitations de courte longueur d'onde (et donc complètement dominée par l'échange),  $\eta k^2 \gg \omega_H, \omega_M$ , nous retrouvons la dispersion quadratique  $\omega_k = \eta k^2$  familière des ondes de spin dérivée par Bloch [70].

L'interaction dipolaire induit une dépendance de l'énergie  $\hbar\omega_k$  des magnons dans la direction azimutale  $\theta_k$  de leur vecteur d'onde, ce qui se traduit par l'ouverture d'une bande de magnons, que nous avons représenté sur la Figure (1.13).

On peut montrer que  $c_k^\dagger$  et  $c_k$  vérifient des relations de commutations d'opérateurs de bosons

$$[c_k, c_{k'}^\dagger] = \Delta_{k, k'} \quad [c_k, c_{k'}] = 0 \quad [c_k^\dagger, c_{k'}^\dagger] = 0 \quad (1.136)$$

et caractérisent donc la création ou l'annihilation des quasiparticules associées aux excitations élémentaires du système magnétique, ou *magnons*. Le nombre de magnons de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et d'énergie  $\omega_k$  correspond à la valeur propre de l'opérateur

$$n_k = c_k^\dagger c_k \quad (1.137)$$

Le nombre total de magnons  $\sum_k n_k$  peut être utilisé pour caractériser l'état du système. Il est relié aux composantes de l'aimantation  $\mathbf{M}$  par les relations

$$M_z = MV - 2g\mu_B \sum_k n_k \quad (1.138)$$

$$|\mathbf{M}| = MV - 2g\mu_B \sum_{k \neq 0} n_k \quad (1.139)$$

qui illustrent le fait important que la composante longitudinale  $M_z$  de l'aimantation est sensible au nombre total de magnons excités dans le système magnétique, alors qu'au premier

ordre la composante transverse  $M_t$  n'est sensible qu'au nombre de magnons uniformes  $n_{k=0}$ . Les expressions (1.138) et (1.139) justifient la nécessité d'une mesure de  $M_z$  pour caractériser complètement la relaxation ferromagnétique. Comme nous l'avons déjà fait remarqué, le fait que  $M_t$  ne soit sensible qu'au nombre de magnons uniformes excités dans l'échantillon rend les mesures de susceptibilité sensibles à la décohérence de la dynamique de spin induite par l'excitation de magnons à  $k \neq 0$ . Ce n'est par contre pas le cas de  $M_z$ . Puisqu'il s'agit dans ce cas d'une mesure du nombre total de magnons, la moyenne spatiale  $\overline{M_z}$  caractérise le flux total d'énergie magnétique vers les autres degrés de liberté de l'échantillon (typiquement les phonons) et permet ainsi d'avoir accès au temps de relaxation  $T_1$ .

#### 1.4.3.4 Processus de relaxation [1] : théorie des probabilités de transition

Une des façon les plus parlantes de traiter la relaxation ferromagnétique est basée sur le fait que les processus de relaxation font passer le système d'un état à un autre, et la théorie des perturbations dépendantes du temps peut donc être utilisée pour calculer les probabilités de transition entre ces deux états<sup>28</sup>. Dans le cadre de cette théorie, le nombre de transitions par unité de temps entre deux un états  $|l\rangle$  et  $|m\rangle$  est donné par la règle d'or de Fermi [30] :

$$W_{lm} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle m | \hat{\mathcal{H}}_p | l \rangle|^2 \delta(\epsilon_l - \epsilon_m) \quad (1.140)$$

où  $\langle m | \hat{\mathcal{H}}_p | l \rangle$  est l'élément de matrice de la partie perturbative  $\mathcal{H}_p$  du hamiltonien décrivant le processus de relaxation, prise entre les deux états propres  $|l\rangle$  et  $|m\rangle$  du hamiltonien non perturbé, d'énergies propres  $\epsilon_l$  et  $\epsilon_m$ .

Ici, le système non perturbé est celui décrit par le hamiltonien quadratique (1.131) de la théorie de Holstein et Primakoff. Son état est caractérisé par un ensemble de nombres d'occupations  $\{n_k\}$  de magnons, et ses énergie propres s'écrivent

$$\sum_k \epsilon_k = \sum_k \hbar \omega_k \quad (1.141)$$

où la fréquence  $\omega_k$  est donnée par la relation de dispersion des magnons (1.132). Dans le langage du formalisme de seconde quantification, la transition du système d'un état vers un autre va se traduire par un changement de ces nombres d'occupations.

#### 1.4.3.5 Processus de relaxation [2] : relaxation spin-spin

Nous allons pour l'instant considérer des mécanismes de relaxation n'impliquant que des excitations inhérentes au système magnétique. Le hamiltonien perturbatif  $\mathcal{H}_p$  du couplage

---

<sup>28</sup>. Une méthode alternative pour étudier les phénomène de relaxation est celle dite des *équations du mouvement couplées* (voir par exemple la référence [29]). Elle est fondée sur le fait que les mécanismes de relaxation sont dus à des interactions entre différents modes propres du système, qui conduisent au couplage des équations du mouvement de ces modes. Ce couplage résulte en un transfert d'énergie entre modes, décrivant ainsi le phénomène de la relaxation. Cette théorie de modes couplés sera d'ailleurs utilisée à d'autres fins dans le chapitre suivant qui traite les effets non linéaires.

entre magnons peut alors s'écrire sous la forme générale<sup>29</sup> [3]

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_p = & \sum_1 \sum_2 \sum_3 \Psi_{1,23} c_1 c_2^\dagger c_3^\dagger \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \\
& + \sum_1 \sum_2 \sum_3 \sum_4 \Psi_{1,234} c_1 c_2^\dagger c_3^\dagger c_4^\dagger \Delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \\
& + \sum_1 \sum_2 \sum_3 \sum_4 \Psi_{12,34} c_1 c_2 c_3^\dagger c_4^\dagger \Delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \\
& + \dots + H.C.
\end{aligned} \tag{1.142}$$

où ... représente les termes d'ordres plus élevés,  $H.C.$  désigne la partie hermitienne conjuguée des termes que nous avons représentés et  $\Delta(x)$  est la fonction delta de Kronecker, dont la présence découle d'une contrainte de conservation de l'impulsion<sup>30</sup>. Chaque terme du hamiltonien (1.142) contribue à un seul élément de matrice  $\langle m | \hat{\mathcal{H}}_p | l \rangle$  donné, et représente un processus possible de transition de l'état  $|l\rangle$  vers l'état  $|m\rangle$ . Au cours de ce processus, le nombre de magnons dont l'opérateur de création (respectivement d'annihilation) apparaît dans l'expression du terme considéré augmente (respectivement diminue) d'une unité. Notons que si un terme de (1.142) correspond à un processus donné, son hermitien conjugué correspond au processus inverse.

Nous nous intéressons au taux de variation du nombre de quasiparticules  $n_1$  d'énergies  $\epsilon_1$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1$ , sous l'influence d'un processus de relaxation donné. Nous devons donc sommer les probabilités (1.140) sur toutes les valeurs possibles des autres quasiparticules qui prennent part à ce processus, en prenant bien sûr en compte les processus directs et inverses. Nous pourrions alors toujours représenter ce taux de variation sous la forme d'une équation d'évolution du nombre  $n_1$  de magnons,

$$\dot{n}_1 = -2\omega_{r1}(n_1 - \bar{n}_1) \tag{1.143}$$

où  $\omega_{r1}$  est la *fréquence de relaxation* du nombre de  $n_1$  magnons vers sa valeur d'équilibre thermodynamique  $\bar{n}_1$ . La quantité inverse  $\tau_{r1} = 1/(2\omega_{r1})$  étant le *temps de relaxation* associé au processus considéré, et  $\Delta H = \gamma/\tau_r$  la contribution à la largeur de raie.

**1.4.3.5.1 Processus à 3 magnons** Les processus de relaxation intrinsèques au système de spins font intervenir des processus élémentaires impliquant au moins trois magnons, avec une probabilité en général d'autant plus grande que le nombre de magnons impliqués est petit. Nous avons représenté sur la figure (1.14) les 2 types de processus à trois magnons envisageables, la *séparation* d'un magnon en deux autres et la *convergence* de deux magnons pour n'en former qu'un seul, ainsi que les deux processus inverses qui leurs sont associés (termes hermitiens conjugués dans (1.142)). Ces quatre processus ne conservant pas le nombre total de magnons, ils ne peuvent en aucun cas être médiés par l'interaction d'échange. On peut en effet montrer que

$$[\mathcal{H}_{ex}, M_z] = 0 \tag{1.144}$$

29. Afin d'alléger l'écriture, les indices 1,2,3... remplacent désormais  $k_1, k_2, k_3...$

30. Cette contrainte n'est strictement valable que dans l'hypothèse d'un cristal parfait. Nous allons cependant voir par la suite qu'une classe importante de processus de relaxation -les *processus à deux magnons*- ne vérifient pas cette conservation du vecteur d'onde car ils sont justement médiés par des imperfections du cristal.

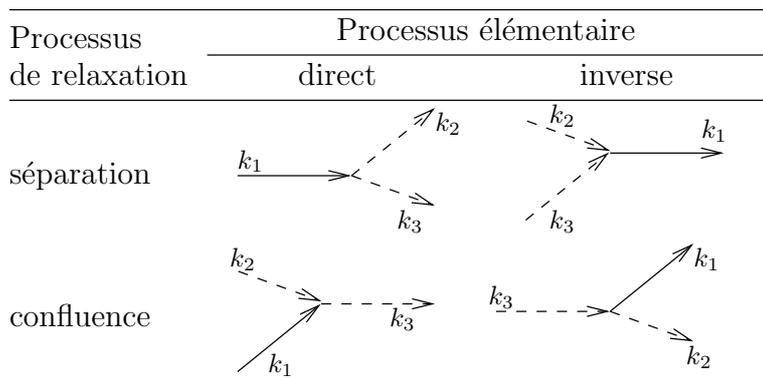


FIG. 1.14 – **Processus élémentaires à 3 magnons.** On a représenté en trait plein le magnon pour lequel le processus de relaxation est considéré.

et que par conséquent, tout processus faisant intervenir l'interaction d'échange doit conserver la composante longitudinale  $M_z$  de l'aimantation, ce qui n'est pas le cas d'un processus qui ne conserve pas le nombre total de magnons d'après (1.138). Ce constat nous fait également dire que les processus à trois magnons vont contribuer au  $T_1$  puisqu'ils vont autoriser une relaxation de  $M_z$ .

Les processus à 3 magnons sont donc médiés par l'interaction dipolaire à trois corps. Dans le cas de la relaxation du modes uniforme ( $\mathbf{k}_1 = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_0$ ), la conservation de l'énergie et de l'impulsion impliquent que :

$$\mathbf{k}_3 = -\mathbf{k}_2 \quad (1.145)$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_0/2 \quad (1.146)$$

Cette dernière conditions ne pouvant être validée que pour des fréquences propres  $\omega_0$  du mode uniforme telles qu'il existe des magnons à  $\omega_0/2$ , c'est à dire dans le cas d'un ellipsoïde de révolution :

$$\omega_0 < 2\gamma N_{\perp} M_0 \quad (1.147)$$

L'analyse des autres processus à 3 magnons et plus montre qu'à des fréquences suffisamment basses pour que (1.147) puisse être vérifiée, seul le processus de séparation est efficaces. La prédiction obtenue pour la largeur de raie du mode uniforme ne suffit cependant pas à expliquer les résultats expérimentaux, si bien que d'autres processus doivent être envisagés.

**1.4.3.5.2 Processus à 2 magnons** L'effet des inhomogénéités de l'échantillon sur l'élargissement des raies de résonance n'a pas encore été discuté. Or dans des matériaux ferromagnétiques, à cause de l'importance des interactions, il n'est pas possible de simplement considérer les inhomogénéités comme pouvant modifier *localement* la condition de résonance, et ainsi contribuer à un élargissement des raie par un simple effet de superposition<sup>31</sup>. Nous

31. Comme ce serait par exemple le cas en RPE où les inhomogénéités contribuent à l'*élargissement inhomogène* des raies de résonance.

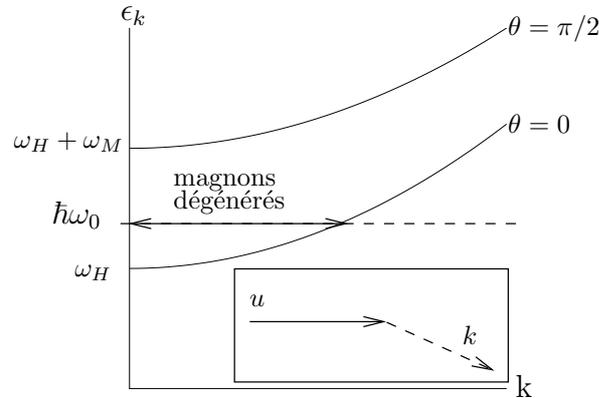


FIG. 1.15 – **Processus à deux magnons.** L'existence de défauts autorise un mécanisme de diffusion du mode uniforme  $(\mathbf{u}, \omega_0)$  en un magnon *dégénéré*  $(\mathbf{k}, \omega_0)$ .

avons déjà mentionné le fait qu'en l'absence d'inhomogénéités, c'est-à-dire pour un cristal parfait, les processus à deux magnons étaient interdits par la conservation du vecteur d'onde. Supprimer cette contrainte du cristal parfait autorise désormais ce type de processus, qui pourront alors avoir une probabilité élevée (et donc une contribution importante à la largeur de raie) compte tenu du faible nombre de magnons mis en jeu. L'effet du défaut va donc être d'introduire un couplage entre deux magnons, couplage qui selon la taille du défaut se fera

1. via l'interaction d'échange dans le cas de défauts de petites taille, typiquement des défauts de distributions (*i.e.* du désordre) ou bien des impuretés magnétiques substituées dans la matrice cristalline.
2. via l'interaction dipolaire dans le cas de défauts de tailles plus importantes, tel que des imperfections géométriques (rugosité de surface, ou pores dans le cristal), ou les inhomogénéités des champs extérieurs (champ statique ou excitation micro-onde).

Dans le vocabulaire de la théorie corpusculaire des ondes de spin, ce processus peut être vue comme une *diffusion élastique* des magnons par les impuretés. Le cas le plus intéressant est celui des processus à deux magnons qui participent à la relaxation du mode uniforme  $(\mathbf{k}_1 = 0, \omega_1 = \omega_0)$  et qui vont donc impliquer des *magnons dégénérés* de vecteurs d'onde non nul mais ayant la même énergie  $\hbar\omega_0$  que le mode uniforme (Figure (1.15)). La *densité d'état* de ces magnons dégénérés et donc l'importance de la contribution du processus à deux magnons à l'élargissement de la raie de résonance uniforme va donc dépendre de la géométrie de l'échantillon. En particulier, elle sera minimum pour un disque infiniment fin  $(\omega_0 = \omega_H)$ . Notons que le nombre de magnons étant conservé au cours de ce processus, il ne contribue qu'au temps de relaxation transverse  $T_2$ .

#### 1.4.3.6 Processus de relaxation [3] : relaxation spins-réseau

Les trois derniers paragraphes nous ont permis de détailler les processus de relaxation inhérents au système de spins, qui permettent de relaxer l'énergie du mode uniforme vers des

excitations d'ordre plus élevé du système magnétique. Or comme nous l'avons déjà fait remarquer, il faut envisager l'existence de canaux de relaxation couplant le système magnétique à l'environnement extérieur afin de véritablement décrire la relaxation ferromagnétique. Et dans le cas d'échantillons non métalliques, le principal mécanisme de relaxation vers l'environnement extérieur est du au couplage magnétoélastique entre le système magnétique et les modes de vibration du réseau cristallin.

Les expressions des énergies d'échange (1.120) et dipolaire (1.121) font intervenir les distances  $\mathbf{r}_{ij}$  entre sites du réseau cristallin. On peut alors montrer que toute variation  $\Delta\mathbf{r}_{ij}$  de ces distances entraîne une variation des énergie magnétiques :

$$\Delta\mathcal{H}_{ex} = \sum_{i,j} \frac{\delta J}{\delta r_{ij}} \Delta r_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \quad (1.148)$$

$$\Delta\mathcal{H}_D = \sum_{i,j} \frac{\mu_B^2}{r_{ij}^5} \left\{ \left[ 30 \frac{(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^2} - 12(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{S}_j \right] \Delta\mathbf{r}_{ij} - 6\mathbf{r}_{ij} \cdot \Delta\mathbf{r}_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \right\} \quad (1.149)$$

De même que nous avons vu que de petites variations  $\Delta\mathbf{M}$  de l'aimantation étaient décrites en termes de modes propres de modulation de l'aimantation associés à des nombres d'occupations de *magnons*, les petites variations  $\Delta\mathbf{r}_{ij}$  des positions des ions dans la matrice cristalline peuvent elles aussi être décrites en terme de modes propres de vibration du réseau cristallin auxquels on associe des nombres d'occupations de *phonons*. La création et l'annihilation de ces excitations élémentaires est représenté par des opérateurs de phonons  $b_q^\dagger$  et  $b_q$  [70], et les relations (1.148) et (1.149) réexprimées en fonction des opérateurs de phonons et de magnons constituent le hamiltonien du *couplage magnétoélastique* [3].

Trois types de processus du premier ordre en opérateurs de phonons apparaissent dans ce hamiltonien magnétoélastique :

1. *Le processus de confluence* de 2 magnons pour former un phonon, décrit par un terme en  $a_{k_1} a_{k_2} b_q^\dagger$ .
2. *Le processus de Cerenkov*<sup>32</sup> au cours duquel un magnon est annihilé pour créer une paire magnon-phonon :  $a_{k_1} a_{k_2}^\dagger b_q^\dagger$ .
3. *Le processus de Kasuya-Le Crow* [66] où un phonon et un magnon s'annihilent pour former un autre magnon :  $a_{k_1} a_{k_2}^\dagger b_q$ .

Ces trois processus sont schématisés sur la Figure (1.16). Les probabilités de transition qui leurs sont associées peuvent être évaluées de la même façon que celles associées au processus magnons-magnons. Il ressort des calculs [52, 119] que seul le processus de Kasuya-LeCrow contribue de façon significative à la relaxation du mode uniforme en permettant un transfert d'énergie depuis le mode uniforme vers des magnons à  $k \neq 0$  *non dégénérés*. À température ambiante, dans le cas du YIG<sup>33</sup> ce processus linéaire en fréquence contribue

32. Ainsi nommé par analogie avec l'effet Cerenkov-Vavilov de radiation de lumière par un électron retardé.

33. Le matériau qui compose l'échantillon étudié au chapitre 3.

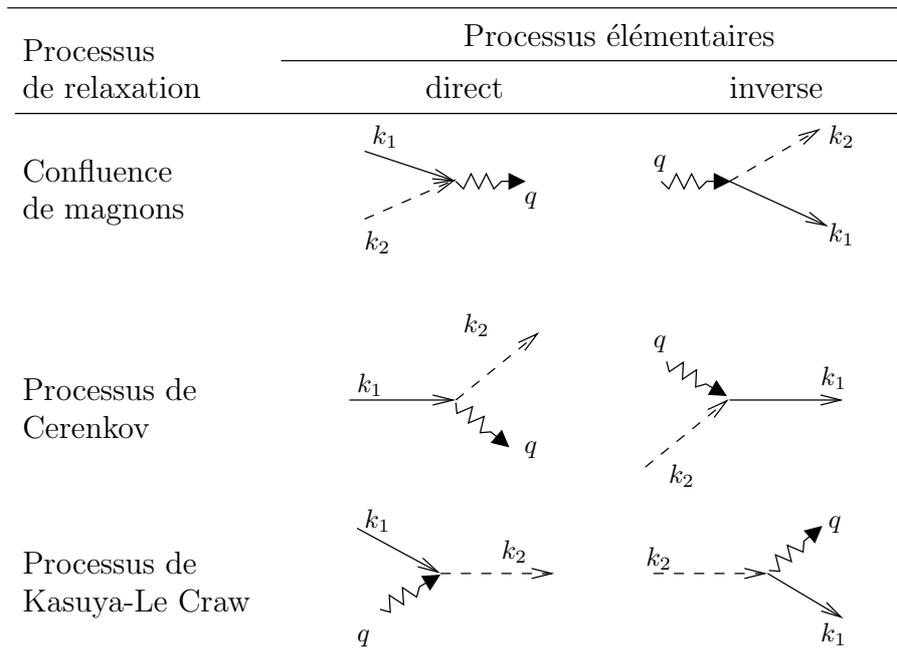


FIG. 1.16 – Processus de relaxation spins-réseau

pour  $\Delta H_{\text{KL}} \approx 0,20 \text{ Oe/GHz}$  à la largeur de raie du mode de résonance uniforme. Notons que contrairement au processus à deux magnons, la contribution du processus de Kasuya-LeCrow ne dépend que des propriétés de volume du matériau et peut donc être considérée comme la limitation *absolue* à la réduction de  $\Delta H$ .

#### 1.4.3.7 Processus de relaxation [4] : relaxation médiée par des impuretés paramagnétiques

On considère la présence d'impuretés paramagnétiques (typiquement des ions de terres rares) diluées dans l'échantillon magnétique dont on étudie la RFM. Ces impuretés sont décrites par un spectre discret de niveaux d'énergie de largeur finie  $2\hbar/\tau_i$  dont on ne considère en général que les deux premiers niveaux, avec une séparation en énergie  $\delta\epsilon$ . Les processus de relaxation ferromagnétique médiés par ces impuretés vont correspondre à l'absorption par ce système à 2 niveaux d'une quantité  $\delta\epsilon$  d'énergie libéré par l'annihilation d'un magnon uniforme d'énergie  $\hbar\omega_0$  et la création d'un magnon d'énergie  $\hbar\omega_0 - \delta\epsilon$ . L'énergie magnétique ainsi absorbée par l'impureté magnétique est finalement transférée au réseau de sorte que ce processus contribue à un transfert d'énergie des magnons uniformes directement au bain de phonons.

La modélisation de ce type de processus de relaxation va dépendre de la valeur de l'élargissement  $2\hbar/\tau_i$  vis à vis de l'énergie  $\hbar\omega_0$  si bien que l'on distinguera les processus dus à des impuretés à relaxation rapide ( $2\hbar/\tau_i \gg \hbar\omega_0$ ) ou lente ( $2\hbar/\tau_i \ll \hbar\omega_0$ ). Notre objectif n'étant

Notation	Processus	$\Delta H$ à 300K et 9.34 GHz	Dépendance en fréquence à 300K
$\Delta H_{\text{pit}}$	Diffusion sur les inhomogénéités (processus à 2 magnons)	0,1 Oe à 10 Oe suivant la qualité de la surface	indépendant de $\omega$
$\Delta H_{\text{KL}}$	Kasuya-Le Crow	0,2 Oe	Linéaire, 0,02 Oe/GHz
$\Delta H_{\text{imp}}$	Impuretés à relaxations rapides et lentes	de 0,01 Oe (ultra-pure) à 100 Oe (impure)	en général linéaire à l'ambiante

TAB. 1.1 – **Contributions à la largeur de raie du mode uniforme.** On a cité les valeurs caractéristiques pour une sphère de grenat magnétique,  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ .

pas de donner une description détaillée de ce problème, nous renvoyons le lecteur à des ouvrages spécialisés (par exemple [52] ou [119]). On retiendra simplement que ces processus de relaxation sont caractérisés expérimentalement par des pics de largeur de raie à basse température et qu'ils ont été étudiés de façon intensive dans les grenats magnétiques, car on sait en contrôler avec précision le taux d'impuretés [82].

#### 1.4.3.8 Processus de relaxation [5] : résumé

Nous sommes maintenant en mesure de dresser un scénario de la relaxation de l'énergie absorbée par le mode de résonance uniforme. Cette énergie peut être perdue via trois canaux, qui constituent la première étape de la relaxation et qui contribuent donc à la largeur de raie observée :

$$\Delta H = \Delta H_{\text{pit}} + \Delta H_{\text{KL}} + \Delta H_{\text{imp}} \quad (1.150)$$

Cette contribution est détaillée dans la Table (1.1).

Les processus à 2 magnons relaxent l'énergie vers les magnons dégénérés, alors que le processus de Kasuya-LeCrow autorise une relaxation vers les magnons non dégénérés. Ces deux processus vont donc porter les populations de magnons  $\{n_k\}$  hors de leurs valeurs d'équilibre thermique, valeurs qui devront être atteinte en une seconde étape mettant en jeu des processus à quatre magnons. Les magnons ainsi thermalisés pourront finalement perdre leur énergie au profit des phonons par le processus de Cerenkov.

Les processus de diffusion inélastique des magnons sur des impuretés de terres-rares permettent quant à eux un flux d'énergie directement du mode uniforme vers le bain de phonons.

Ce scénario de la relaxation ferromagnétique dans des isolants est schématisé sur la Figure (1.17).

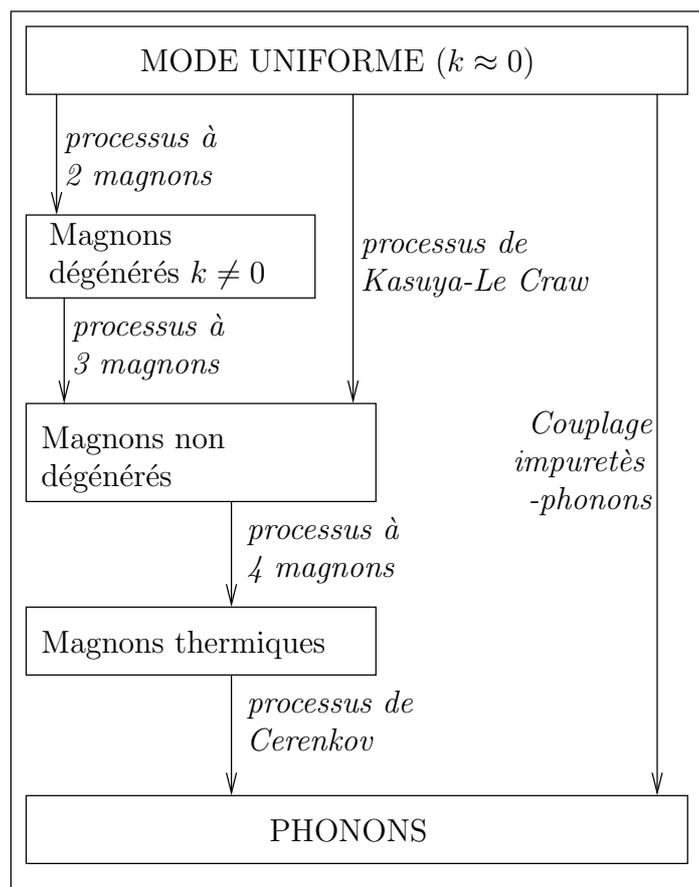


FIG. 1.17 – Canaux de relaxation du mode uniforme.

## 1.5 Effets non linéaires

Nous ne nous sommes intéressés jusqu'à présent qu'à la *réponse linéaire* de l'aimantation à une excitation électromagnétique<sup>34</sup>. Cependant l'équation du mouvement de l'aimantation, l'équation de Landau-Lifschitz (1.10), est hautement non-linéaire, de sorte que les solutions que nous avons obtenues pour l'instant ne peuvent décrire la réponse du système magnétique que dans le cas de très faibles excitations. Aussi, pour des excitations d'amplitudes suffisamment élevées, on s'attend à ce que les solutions dérivées aux paragraphes précédents ne soient plus valides, et à ce que des effets non linéaires apparaissent.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons décrire trois de ces effets, à savoir la saturation classique et le repliement de la raie de résonance, qui découlent directement de la non linéarité de l'équation de Landau-Lifschitz en présence d'un seul mode de résonance, et les d'instabilités d'ondes de spin qui sont la conséquence du couplage non linéaire des modes de magnons. Cette dernière section est donc similaire dans son découpage à celle qui concernait la théorie linéaire de la RFM (section (1.3)), dans le sens où nous allons commencer par étudier le cas d'une excitation uniforme avant d'envisager la réponse non linéaire associée à l'ensemble des modes propres du système magnétique.

Nous décrirons pour ces trois effets les mécanismes qui en sont responsables ainsi que les seuils d'excitation au-delà desquelles ils se manifestent.

### 1.5.1 Saturation et repliement de la raie de résonance

L'équation de Landau-Lifschitz non-linéarisée ne peut se résoudre de façon rigoureuse que dans certains cas particuliers, comme par exemple celui d'une sphère en présence d'une excitation micro-onde uniforme  $\mathbf{h}$  circulairement polarisée [115] :

$$\mathbf{h} = h_0 (\mathbf{u}_x \cos \omega t + \mathbf{u}_y \sin \omega t) \quad (1.151)$$

Pour un champ statique  $H_0 \mathbf{u}_z$ , nous cherchons une solution pour l'aimantation sous la forme suivante :

$$\mathbf{M} = m_0 [\mathbf{u}_x \cos(\omega t + \varphi) + \mathbf{u}_y \sin(\omega t + \varphi) + \mathbf{u}_z M_z] \quad (1.152)$$

En substituant (1.152) dans l'équation de BB et en projetant le résultat obtenu sur les trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ , nous obtenons un système de trois équations pour les quantités  $m_0$ ,  $\varphi$  et  $M_z$ , dont la résolution donne, à la résonance :

$$M_{z,\text{res}} = M_S (1 + \gamma^2 h_0^2 T_1 T_2)^{-1} \quad \chi''_{+\text{n res}} = \gamma T_2 M_{z,\text{res}} \quad (1.153)$$

où  $\chi''_{+\text{n}}$  est la partie imaginaire de la *susceptibilité non linéaire*

$$\chi_{+\text{n}} \equiv \frac{m_0}{h_0} \exp(i\varphi) \quad (1.154)$$

Ce résultat important montre que l'aimantation longitudinale  $M_z$  et la susceptibilité non linéaire  $\chi''_{+\text{n}}$  décroissent toutes les deux avec l'augmentation de l'amplitude  $h_0$  de l'excitation,

---

34. Mis à part le fait que nous avons déjà introduit des couplages non linéaires entre magnons pour décrire la relaxation ferromagnétique.

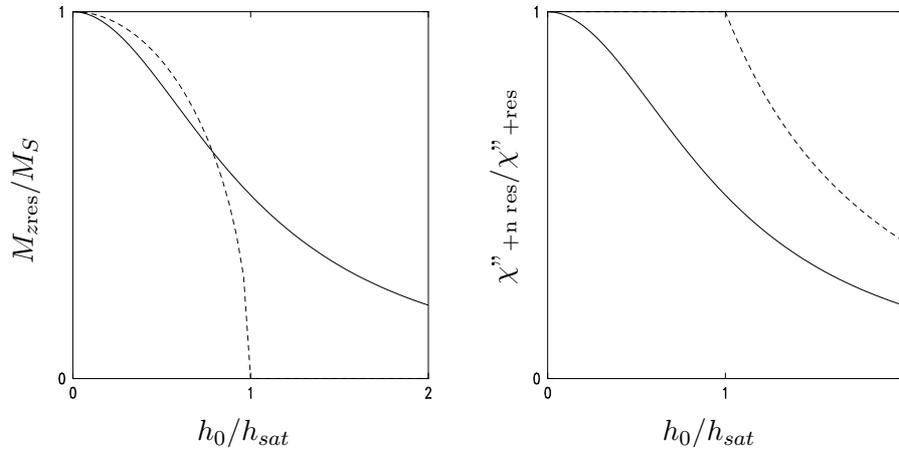


FIG. 1.18 – **Dépendance en amplitude d’excitation de l’aimantation longitudinale  $M_{z\text{res}}$  et de la susceptibilité non linéaire  $\chi''_{+n\text{res}}$**  pour une sphère à la résonance, dans le cadre des modèles de BB (—) et de LLG (---). Ce résultat illustre la sensibilité de la solution non linéaire à la forme du terme de relaxation.

comme on le voit sur la Figure (1.18). Il s’agit donc là d’un effet non linéaire en puissance. On définit le champ de saturation

$$h_{\text{sat}} = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 T_1 T_2}} \quad (1.155)$$

Cette expression suggère une méthode très simple pour obtenir une estimation des temps de relaxation, en mesurant la saturation de la RFM. Cette méthode n’est cependant pas applicable à des échantillons ferromagnétiques, comme l’ont montré expérimentalement Bloembergen, Damon et Wang [17, 18] : une *saturation prématurée* de la susceptibilité a lieu pour des champs micro-onde très largement inférieurs aux valeurs attendues d’après (1.155). Cet effet fut ensuite expliqué par H. SUHL [126] comme étant dû à une instabilité des ondes de spin vis-à-vis de leur couplage non linéaire avec le mode de précession uniforme, et nous le décrivons plus en détails au paragraphe suivant.

Notons que dans le cadre du modèle de BB, la largeur de raie se trouve modifiée par les effets non linéaires :

$$\Delta H_n = \Delta H \sqrt{1 + (h/h_{\text{sat}})^2} \quad (1.156)$$

Un comportement analogue (*i.e.* saturation de la réponse) peut être déduit du modèle de Gilbert non linéarisé. Dans les deux cas le champ de saturation  $h_{\text{sat}} = \Delta H/2$  où  $\Delta H$  est la largeur de raie donnée par les relations (1.116) ou (1.156), mais les solutions diffèrent cependant très nettement en fonction de la forme du terme de relaxation, comme l’illustre la Figure (1.18).

Si nous souhaitons généraliser ces résultats à des ellipsoïdes d’aspect arbitraire nous devons prendre en compte les effets démagnétisants et remplacer le champ externe  $\mathbf{H}_0$  par

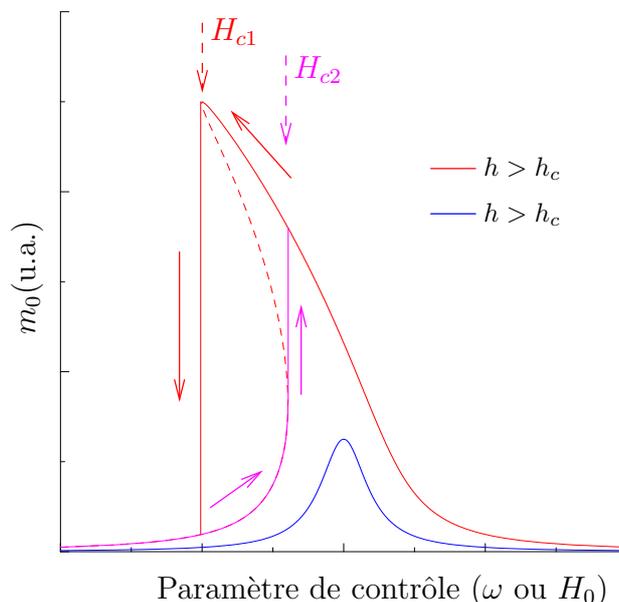


FIG. 1.19 – **Repliement de la raie de résonance.** On a représenté l'effet dans le cas d'un disque infiniment fin, pour lequel le champ démagnétisant  $H_D = -4\pi M_S$  induit un repliement vers les bas champs. Pour une excitation micro-onde supérieure au seuil  $h_c$ , la courbe de résonance est multivaluée de sorte que la partie en pointillés est inaccessible expérimentalement, et que la raie de résonance possède un caractère *hystérétique* représentée par les flèche qui indiquent le sens du balayage en champ.

le champ interne  $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 - 4\pi\overline{N}\mathbf{M}$ . On peut encore résoudre rigoureusement l'équation du mouvement de l'aimantation dans le cas important d'ellipsoïdes de révolution, et on montre alors que les fréquences propres non linéaires s'écrivent :

$$\omega_{\text{res } n} = \gamma [H_0 + 4\pi(N_{\perp} - N_{\parallel})M_z] \quad (1.157)$$

Cette expression diffère de celle donnée pour les fréquences propres dans le régime linéaire (1.49) par le fait que l'aimantation longitudinale  $M_z$  a été substituée à l'aimantation à saturation  $M_S$ . Ceci va avoir une conséquence fondamentale. En effet, d'après (1.153),  $M_z$  décroît lorsque  $m_0$  augmente, c'est-à-dire lorsqu'on excite une RFM. Ainsi, la fréquence propre (1.157) dépend désormais de l'amplitude avec laquelle l'aimantation précède. Elle diminue avec  $m_0$  pour  $N_{\parallel} > N_{\perp}$  (*i.e.* pour un ellipsoïde aplati), alors qu'elle augmente pour  $N_{\parallel} < N_{\perp}$  (*i.e.* pour un ellipsoïde allongé). L'amplitude  $m_0$  va donc à son tour dépendre de la fréquence propre  $\omega_{\text{res } n}$ , et cette *auto-dépendance* va donner lieu à une instabilité.

On peut montrer [116] que cette instabilité implique que les grandeurs  $M_z$  et  $m_0$  sont des fonctions *multivaluées* du paramètre de contrôle  $p$  (le champ extérieur  $H_0$  ou la fréquence micro-onde  $\omega$ ) sur un certain intervalle compris entre les valeurs critiques  $p_{c1}$  et  $p_{c2}$  (Figure (1.19)). L'amplitude d'excitation seuil  $h_c$  au-delà de laquelle cette instabilité apparaît dépend de la forme de l'échantillon et de sa largeur de raie  $\Delta H$ . Pour une sphère  $h_c = \infty$  puisque

le champ démagnétisant est nul, alors que  $h_c$  est minimum pour un disque infiniment fin en aimantation perpendiculaire :

$$h_c \approx \frac{1}{2} \frac{(\Delta H)^{3/2}}{\sqrt{4\pi M_S}} \quad (1.158)$$

Le fait que  $M_z$  et  $m_0$  soient des fonctions *multivaluées* du paramètre de contrôle implique qu'expérimentalement les raies de résonance vont avoir un comportement hystérétique, les valeurs mesurées dans l'intervalle  $[p_{c1}; p_{c2}]$  dépendant du sens de balayage du paramètre  $p$ . La courbe de résonance ainsi mesurée semble « repliée », d'où le terme d'effet de repliement de la raie de résonance<sup>35</sup>.

Notons pour terminer qu'une condition suffisante pour l'observation d'un tel effet est une fréquence propre qui dépende de l'amplitude de la réponse. Ainsi, non seulement l'anisotropie de forme, mais aussi toute autre anisotropie engendrant une telle propriété peut donner lieu à un effet de repliement. C'est ainsi qu'il est possible d'observer un repliement induit par l'anisotropie magnétocristalline dans des sphères, malgré l'absence d'effets démagnétisants [32]. Cet effet de repliement n'est d'ailleurs pas propre à la RFM mais est en fait caractéristique de tout système résonant *anharmonique* [77].

### 1.5.2 Instabilités d'onde de spin : seuils de Suhl

Nous venons de décrire au paragraphe précédent les effets non linéaires pouvant apparaître dans un matériau magnétique lorsqu'*un seul* mode (plus particulièrement le mode de précession uniforme d'un ellipsoïde) était excité dans l'échantillon. Or ceci est loin de représenter fidèlement la situation réelle. Nous avons montré qu'un système magnétique possédait tout un spectre d'excitations élémentaires, ou modes de magnons et qu'il existait à toute température finie une population non nulle de magnons thermiquement excités dans l'échantillon. Cependant nous n'avons jusqu'à présent traité ces modes propres du système magnétique que dans le cadre d'une théorie linéaire, dans laquelle ils étaient tous *découplés* les uns des autres. Aller au-delà de cette théorie de modes indépendants consiste à considérer le couplage qui existe entre ces modes lorsque l'on tient compte de la non linéarité de l'équation du mouvement de l'aimantation.

Dans le cadre de cette *théorie de modes couplés*, on peut mettre en évidence une instabilité des ondes de spin sous l'influence du mode uniforme. Cette instabilité est la conséquence du couplage entre les magnons thermiques, qui sont toujours présents dans l'échantillon mais dont l'amplitude peut généralement être négligée, avec le mode de précession uniforme excité par le champ micro-onde  $\mathbf{h}$ . Ce couplage va permettre un transfert d'énergie du mode uniforme vers les magnons thermiques. Or si les pertes intrinsèques des magnons ne suffisent plus à compenser ce transfert d'énergie, leur amplitude va se mettre à croître exponentiellement, ce qui caractérisera l'apparition d'une *instabilité* de ces ondes de spin vis-à-vis du couplage avec le mode de précession uniforme. La théorie de cette instabilité fut développée par H. SUHL [126] pour expliquer, comme nous l'avons fait remarquer précédemment, la saturation prématurée de la susceptibilité  $\chi''_{\text{res}}$  bien avant la valeur du champ de saturation  $h_{\text{sat}}$  déterminée dans le cadre de la théorie non linéaire du mode uniforme (Equ. (1.155)).

35. Ce repliement de la raie de résonance n'est pas uniquement observable en RFM mais existe également dans de nombreux systèmes résonants non linéaires [77, 43].

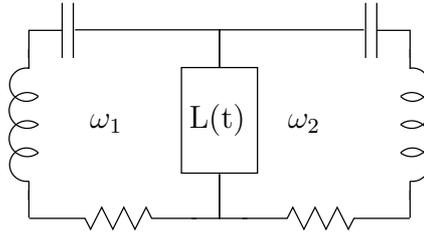


FIG. 1.20 – **Circuit équivalent** représentant le couplage des ondes de spin. Les deux ondes de spin sont représentées par des circuits RLC de fréquences propres  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , couplés par une réactance variable  $L(t)$ . Au-delà d'une certaine amplitude de modulation de  $L$ , un tel circuit devient instable et entre en auto-oscillation [81].

Cette instabilité est généralement désignée sous le terme d'*excitation paramétrique des ondes de spin* du fait de son analogie avec l'électronique paramétrique [81].

La théorie de Suhl<sup>36</sup> est fondée sur la résolution de l'équation de Landau- Lifschitz pour laquelle le champ effectif est exprimé en tenant compte de l'interaction d'échange :

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h} + \mathbf{h}_M + \mathbf{H}_{\text{ex}} \quad (1.159)$$

avec  $\mathbf{H}_0$  le champ statique extérieur,  $\mathbf{h}$  l'excitation micro-onde,  $\mathbf{h}_M$  le champ *dynamique* effectif de l'interaction dipolaire et  $\mathbf{H}_{\text{ex}}$  le champ effectif de l'interaction d'échange. Si nous ne linéarisons pas les équations du mouvement, les modes propres du système ne vont plus être indépendants. Ceci se traduira par l'apparition de *termes de couplage* dans les équations du mouvement, termes qui vont contenir des produits d'amplitudes de différents modes. Les termes de couplage les plus intéressants vont être ceux qui feront intervenir l'amplitude  $a_0(t)$  du mode uniforme directement excité par le champ micro-onde, car l'intensité du couplage pourra dans ce cas être contrôlée par le paramètre extérieur  $\mathbf{h}$ .

Or il est connu [11, 81] que le couplage dépendant du temps entre deux (ou plus) oscillateurs harmoniques peut conduire à un transfert d'énergie depuis la source qui module le couplage vers les oscillateurs. Ce type de processus est en général négligeable *sauf* quand la condition suivante est vérifiée :

$$n \times \omega_p = \omega_1 + \omega_2 \quad n \in \mathbb{N} \quad (1.160)$$

où  $n=1,2,3\dots$  est l'*ordre* de l'instabilité,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les fréquences propres des deux oscillateurs et  $\omega_p$  est la fréquence de modulation du terme de couplage, ou *fréquence de pompage*. Dans le cadre d'une théorie corpusculaire, la relation (1.160) décrit la conservation de l'énergie au cours du processus qui annihile  $n$  magnons d'énergie  $\hbar\omega_p$  pour créer une paire de magnons d'énergies  $\hbar\omega_1$  et  $\hbar\omega_2$ .

Notons qu'une situation analogue existe en électronique. Nous l'avons représentée sur la Figure (1.20). Deux circuits RLC de fréquences propres  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont couplés par une

36. Comme mentionné précédemment, nous utiliserons dans ce paragraphe un formalisme de modes couplés. Mais les seuils des effets non linéaires peuvent tout aussi bien être calculés en employant une théorie de perturbations dépendante du temps [141], c'est-à-dire avec un formalisme analogue à celui que nous avons utilisé dans la section concernant la relaxation.

n=1	n=2
$\dot{c}_k = i\omega_k + i\rho_k a_0 c_{-k}^*$ $\dot{c}_{-k}^* = -i\omega_k - i\rho_k^* a_0^* c_k$	$\dot{c}_k = i\omega_k + i\xi_k a_0^2 c_{-k}^*$ $\dot{c}_{-k}^* = -i\omega_k - i\xi_k^* a_0^{*2} c_k$

FIG. 1.21 – **Processus microscopiques** responsables des instabilités d’ondes de spin du premier et du second ordre, dans le cas où le mode de précession uniforme joue le rôle du pompage. n=1 : absorption subsidiaire à  $\omega_0/2$ . n=2 : saturation du mode de résonance uniforme. On a représenté les équations d’évolutions pertinentes dans l’analyse de chacun de ces deux processus, qui font apparaître des termes de couplage respectivement à deux ou à trois magnons.

réactance variable  $L(t)$  à la fréquence  $\omega = \omega_1 + \omega_2$ . Si les variations de  $L$  sont suffisantes pour compenser les pertes du circuits, le système va entrer en oscillation. L’analogie avec le couplage des ondes de spin est claire. Chaque circuit représente une onde de spin, et les courants dans chacun des deux circuits représentent leurs amplitudes  $c_{k_1}$  et  $c_{k_2}$ . Quant à la réactance variable, elle représente l’amplitude  $a_0(t)$  du mode uniforme [127].

Dans le cas qui nous concerne, le rôle du pompage est joué par le mode uniforme<sup>37</sup>  $a_0$  de sorte que la conservation du vecteur d’onde impose que deux ondes de spin de vecteurs d’ondes opposés  $\mathbf{k}$  et  $-\mathbf{k}$  sont excitées par couplage non linéaire. La Figure (1.21) représente les processus responsables des instabilités du premier et du second ordre, c’est-à-dire l’excitation paramétrique d’ondes de spin de fréquence  $\omega_0/2$  (cas  $n = 1$ ) et  $\omega_0$  (cas  $n = 2$ ).

Les équations du mouvement pertinentes pour les amplitudes  $c_k$  et  $c_{-k}$  dans chacun de ces deux cas s’écrivent [52]

$$\dot{c}_k = i\omega_k c_k + i\rho_k a_0 c_{-k}^* \quad c_{-k}^* = -i\omega_k c_{-k}^* - i\rho_k^* a_0^* c_k \quad (1.161)$$

pour l’instabilité du premier ordre et

$$\dot{c}_k = i\omega_k c_k + i\xi_k a_0^2 c_{-k}^* \quad c_{-k}^* = -i\omega_k c_{-k}^* - i\xi_k^* a_0^{*2} c_k \quad (1.162)$$

37. Il existe une autre instabilité d’onde de spin très similaire à celle décrite ici, pour laquelle le champ micro-onde  $\mathbf{h}$  joue directement le rôle du pompage. On peut montrer que pour être efficace, le champ  $\mathbf{h}$  doit alors être appliqué parallèlement au champ statique et on parle dans ce cas de RFM en *pompage parallèle* [119].

pour l'instabilité du second ordre, avec  $\rho_k$  et  $\xi_k$  des coefficients indépendant du temps qui s'expriment notamment en fonction du champ démagnétisant  $4\pi\gamma M_S$  :

$$\rho_k = \rho_{-k} = -\frac{\omega_M}{4\omega_k} (\omega_k + \omega_H + \eta k^2) \sin(2\theta_k) \exp(i\varphi_k) \quad (1.163)$$

$$\xi_k = \xi_{-k} = \frac{\omega_k + A_k}{4\omega_k} (\omega_M \cos^2 \theta_k - N_\perp \omega_M + \eta k^2) \quad (1.164)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, pour que le couplage conduise à une instabilité, il faut que l'amplitude  $a_0$  soit suffisamment grande pour compenser les mécanismes dissipatifs qui tendent à atténuer les amplitudes  $c_k$  et  $c_{-k}$ , mécanismes dont on peut tenir compte dans (1.161) et (1.162) avec un terme de relaxation  $-\omega_{rk}c_k$ , où  $\omega_{rk}$  serait une fréquence de relaxation des ondes de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . On s'attend alors à ce que l'instabilité d'ordre  $n$  apparaisse lorsque l'amplitude  $c_k$  excède  $\omega_{rk}$ , c'est-à-dire lorsque

$$|a_{0,n}| > |a_{0,n}|_{\text{seuil}} = \frac{\omega_{rk}}{4\pi\gamma M_S F_n(\mathbf{k})} \quad (1.165)$$

où  $F_n(\mathbf{k})$  est une fonction sans dimension qui dépend non seulement de la norme  $k$  du vecteur d'onde des magnons sujets à l'instabilité mais aussi de sa direction  $\theta_k$  par rapport à l'aimantation statique. Finalement, pour trouver la valeur du seuil de l'instabilité il faut, pour  $n$  donné, trouver le couple  $(k, \theta_k)$  qui minimise (1.165) tout en vérifiant la condition (1.160). Cependant la quantité pertinente du point de vue expérimental n'est pas l'amplitude  $|a_0|$  du mode uniforme, mais plutôt l'amplitude seuil du champ micro-onde  $\mathbf{h}$ . Or, pour un champ circulairement polarisé, on peut exprimer  $a_0$  en fonction de  $h_+ = h_x + ih_y$  à partir cette fois de la théorie linéaire<sup>38</sup>, et on aboutit finalement à

$$h_{\text{seuil},1} = \min \left\{ \frac{2\omega_{rk}\omega_p \sqrt{\omega_{r0}^2 + (\omega_p - \omega_0)^2}}{\gamma\omega_M \sin(2\theta_k)(\omega_p/2 + \omega_H + \eta k^2)} \right\} \quad (1.166)$$

pour l'instabilité du 1<sup>er</sup> ordre et

$$h_{\text{seuil},2} = \min \left\{ \sqrt{\frac{\omega_{rk} [\omega_{r0}^2 + (\omega_p - \omega_0)^2]}{\gamma^2 \xi_k}} \right\} \quad (1.167)$$

pour l'instabilité du 2<sup>nd</sup> ordre.

### 1.5.2.1 Instabilité du 1<sup>er</sup> ordre : absorption subsidiaire

L'expression (1.166) suggère un seuil le plus bas dans le cas où la fréquence de pompage  $\omega_p$  est égale à la fréquence propre  $\omega_0$  du mode uniforme et où les magnons à  $\pm\mathbf{k}$  sont excités à un angle  $\theta_k = \pi/4$ . Il faut cependant que la fréquence des magnons paramétriques se situe au-dessus de la limite inférieure  $\omega_H$  de la bande de magnons, c'est à dire que pour une fréquence de pompage  $\omega_p$  donnée, il faut qu'il existe dans la bande de magnons des ondes de

38. L'usage de l'approximation linéaire pour décrire le couplage de l'excitation micro-onde au mode uniforme est justifiée par le fait qu'expérimentalement les seuils d'excitations paramétriques sont très inférieurs aux valeurs prédites par la théorie non-linéaire du mode uniforme décrite au paragraphe précédent.

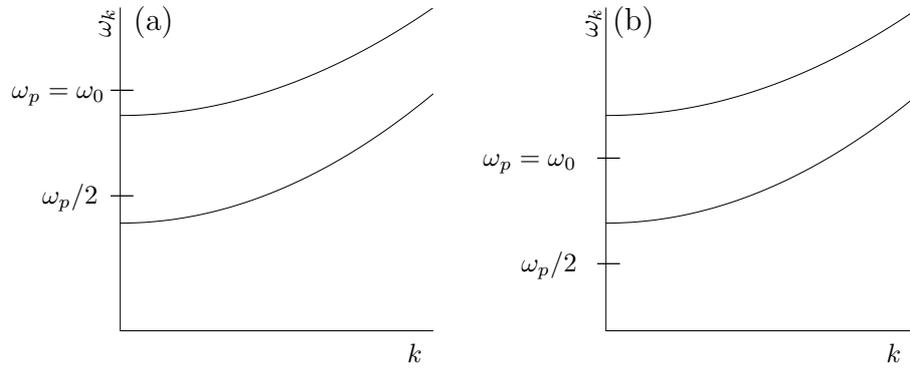


FIG. 1.22 – **Instabilité du premier ordre** : position relative du spectre de magnons et de la fréquence  $\omega_0$  du mode uniforme lorsque (a) la condition (1.169) est satisfaite et (b) lorsqu'elle ne l'est pas.

spin de fréquence  $\omega_p/2$  pour que le processus responsable de l'instabilité du premier ordre puisse avoir lieu. Dans le cas d'un ellipsoïde  $\omega_H = \gamma(H_{\text{ext}} - 4\pi N_z M_S)$  et cette condition s'écrit :

$$H_{\text{ext}} < \frac{\omega_p}{2\gamma} + 4\pi N_z M_S \quad (1.168)$$

La condition  $\omega_p = \omega_0$  ne peut donc donner lieu à l'excitation de magnons à  $\omega_p/2$  que si la condition supplémentaire

$$\omega_p < 2\omega_M N_{\perp} \equiv \omega_{\text{cr}} \quad (1.169)$$

est remplie. Cette condition est illustrée sur la Figure (1.22). Dans les cas où elle ne peut être remplie, c'est l'instabilité du second ordre qui devient prédominante. Or le cas qui nous intéresse au Chapitre 3, d'un disque en aimantation perpendiculaire la fréquence de résonance du mode uniforme (Equ. (1.51)) se situe en bas de la bande de magnon de sorte que cette condition n'est jamais satisfaite ( $\omega_{\text{cr}} = 0!$ ). L'instabilité du premier ordre consistera alors en l'excitation d'une paire de magnons à  $\pm \mathbf{k}$  avec  $\theta_k = \pi/4$  par des magnons uniformes à  $\omega_p$  excités hors résonance (Figure (1.23a)). Dans une expérience où la fréquence  $\omega_p$  est maintenue constante, l'instabilité du premier ordre se traduira par l'apparition pour  $h > h_{\text{seuil},1}$  d'une *absorption subsidiaire* centrée en  $H_{\text{ext}} \approx H_{n=1}/2$ .

### 1.5.2.2 Instabilité du 2<sup>nd</sup> ordre : saturation de la résonance principale

L'expression (1.167) suggère un seuil le plus bas dans le cas où la fréquence de pompage  $\omega_p$  est égale à la fréquence propre  $\omega_0$  du mode uniforme et où une paire de magnons avec  $\theta_k = 0$  et  $\theta_k = \pi$  est créée. D'après l'allure de la relation de dispersion, des magnons dégénérés de ce type sont toujours disponibles, mais la norme de leur vecteur d'onde va dépendre de la géométrie de l'échantillon, c'est-à-dire de la position de  $\omega_0$  par rapport à la bande de magnons (Figure (1.23b)). Plus  $\omega_0$  se situera vers le bas de la bande de magnons, plus le vecteur d'onde des magnons excités paramétriquement sera petit, jusqu'à ce qu'ils se confondent avec le mode uniforme dans le cas limite d'un disque infiniment fin en aimantation perpendiculaire. Ce processus ayant lieu à la résonance du mode principal, il

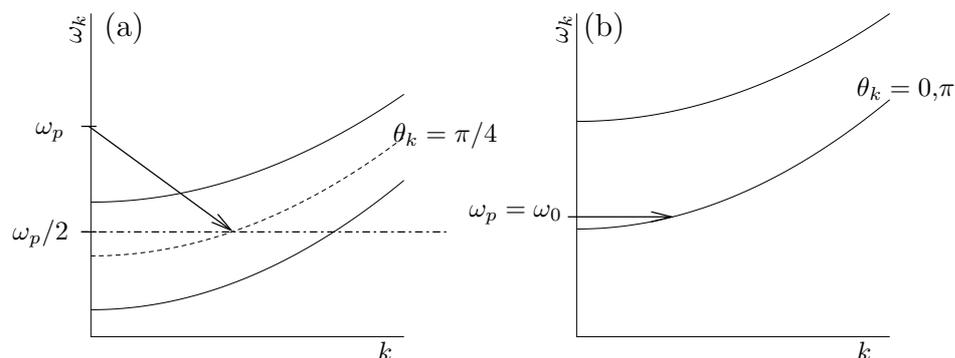


FIG. 1.23 – **Illustration des deux premiers processus** lorsque la condition (1.169) ne peut pas être satisfaite. (a) A bas champ ( $\omega_p > \omega_0$ ) la première instabilité conduit à l'excitation de magnons à  $\omega_p/2$  et  $\theta_k = \pi/4$  par des magnons uniformes excités hors résonance à  $\omega_p$ . Ce processus résulte expérimentalement en une absorption subsidiaire à bas champ. (b) A plus haut champ, lorsque la condition  $\omega_p = \omega_0$  est satisfaite, le processus du second ordre devient possible. Deux magnons uniformes excités à la résonance sont annihilés pour créer deux magnons dégénérés à  $\theta_k = 0$  et  $\theta_k = \pi$ . Ce processus contribuant à diminuer le nombre de magnons uniformes, il en résulte une saturation de la susceptibilité  $\chi''$ .

entraîne une diminution du nombre de magnons uniformes. Au-delà de  $h_{\text{seuil},2}$ , les magnons uniformes excités par le champ  $\mathbf{h}$  sont aussitôt annihilés dans le processus de la seconde instabilité et il s'ensuit donc une *saturation* de la susceptibilité  $\chi''$  qui est une mesure du nombre de magnons uniformes. Par contre, contrairement à l'instabilité du premier ordre, le nombre *total* de magnons est conservé au cours du processus responsable de la saturation prématurée. Ainsi d'après l'expression (1.138) la composante statique  $M_z$  est insensible à la seconde instabilité de Suhl.

Les seuils d'instabilité prédits par la relation (1.167) se situant plusieurs ordres de grandeur plus bas que la valeur de  $h_{\text{sat}}$  prédite par la théorie non linéaire du mode uniforme (Equ. (1.155)), la théorie de Suhl explique la saturation *prématurée* de  $\chi''$  qui est observé dans les échantillons magnétiques à faible relaxation.



## Chapitre 2

# Détection Mécanique de la RFM

Dans ce chapitre, nous présentons les principes physiques de la détection mécanique d'un signal de résonance magnétique. Nous insisterons sur la caractérisation d'une sonde mécanique et sur la description du mécanisme de couplage à un signal de résonance. La mise en pratique de la technique sera illustrée par la description et la caractérisation du dispositif expérimental qui fut mis au point pour effectuer ce travail de thèse.

## 2.1 Introduction

La détection mécanique de la résonance ferromagnétique ou microscopie par résonance ferromagnétique (fMRFM pour *ferro-Magnetic Resonance Force Microscopy*) s'inspire des techniques de microscopie à sonde locale pour détecter les changements de la composante statique de l'aimantation d'un échantillon induits par l'excitation d'une résonance magnétique. La quantité directement mesurée est la déformation d'un microlevier supportant une pointe magnétique. Cette déformation résulte de l'interaction de la pointe magnétique avec le champ extérieur qui est la superposition du champ statique et du champ de fuite de l'échantillon.

Après avoir présenté ce qu'est un microlevier nous commencerons par introduire un modèle physique simple pour le décrire et pour en tirer des conclusions quant à ces performances et ses limitations intrinsèques. Nous montrerons ensuite comment utiliser un microlevier pour caractériser une résonance magnétique et nous terminerons ce chapitre en décrivant le montage expérimental utilisé pour effectuer ce travail de thèse. On insistera sur le haut degré de caractérisation du dispositif expérimental, qui permet notamment une analyse *quantitative* de la RFM. Enfin on discutera les avantages et les inconvénients de cette détection mécanique par rapport aux techniques standards de caractérisation de la RFM et plus généralement d'étude de la dynamique de l'aimantation.

## 2.2 Le micro levier : un capteur de force

### 2.2.1 Déformation statique d'un levier

#### 2.2.1.1 Levier soumis à une force ponctuelle

Les progrès actuels dans le domaine de la microfabrication permettent de réaliser des structures mécaniques complexes à des échelles largement submillimétriques [106]. Nous allons ici nous intéresser au cas des micro-résonateurs mécaniques, plus particulièrement à celui des microleviers. Un microlevier est une poutre fixée à l'une de ses extrémités<sup>1</sup> et sur laquelle on applique une force ponctuelle à l'extrémité opposée (FIG.2.1). La déformation élastique  $y(x)$  d'une poutre de longueur  $L$  soumise à une force  $\mathbf{F} = F\mathbf{u}_y$  verticale appliquée à son extrémité libre ( $x = L$ ) est une cubique [131] :

$$y(x) = \frac{F}{6EI} (-x^3 + 3Lx^2) \quad (2.1)$$

où  $E$  est le module d'élasticité (ou module d'Young) du matériau composant la poutre et  $I = 2wc^3/3$  le moment d'inertie de sa section d'épaisseur  $2c$  et de largeur  $w$ . Le déplacement

---

1. Le modèle de la poutre est le plus simple à traiter, et il permet déjà d'illustrer les principales propriétés des microleviers. La modélisation de géométries plus élaborées (comme le levier triangulaire utilisé au sein du dispositif expérimental décrit dans ce chapitre) requiert un traitement plus complexe [93].

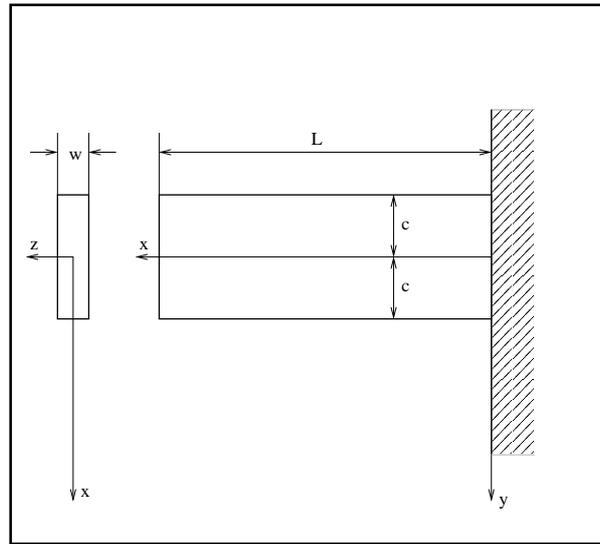


FIG. 2.1 – **Modélisation d'un microlevier.** Une poutre à section rectangulaire d'épaisseur  $2c$ , de largeur  $w$  et de longueur  $L$  est fixée à l'une de ses extrémités en  $x = 0$ .

de l'extrémité libre de la poutre engendré par la force  $F$  vaut donc :

$$y(x = L) = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{FL^3}{2Ewc^3} \quad (2.2)$$

$$= \frac{1}{k}F \quad (2.3)$$

Un microlevier constitue donc un transformateur force-déplacement<sup>2</sup>. La constante de proportionnalité

$$k = 2Ew \left(\frac{c}{L}\right)^3 \quad (2.4)$$

entre la force appliquée  $F$  et le déplacement engendré  $y$  est la *constante de raideur* du levier. Elle caractérise la sensibilité du levier, qui sera d'autant plus élevée que sa constante de raideur sera faible. On parlera d'un levier *souple* si sa constante de raideur est petite, et d'un levier *raide* si elle est élevée.

Au regard de la relation (2.4), on voit tout de suite l'avantage que l'on va avoir à miniaturiser le levier. En effet, si nous diminuons toutes les dimensions du levier du même facteur d'échelle, sa sensibilité s'en trouve augmentée du même facteur. On obtiendra un gain encore plus important en jouant sur le rapport d'aspect  $c/L$ . On est par exemple capable de réaliser des leviers d'épaisseur  $2c$  sub-micronique, tout en conservant des longueur  $L$  de l'ordre de

2. Il ne faut cependant pas perdre de vue que la quantité mesurée est la déformation  $\frac{dy}{dx}|_{x=L}$  du levier plutôt que son déplacement. Cette remarque à son importance car le levier possède également un degré de liberté en torsion, qui engendre une déformation sans déplacement et complique donc l'interprétation du signal mesuré.

la centaine de microns et d'atteindre ainsi des constantes de raideur qui se situent dans la gamme du  $\mu$  N/m [125].

C'est ce type de constatation qui a mené, grâce à l'avènement au cours des 20 dernières années de techniques de microfabrication de plus en plus poussées [103, 125], au développement des techniques de microscopies à sondes locales [142, 22] (SPM pour *Scanning Probe Microscopies*), dont la microscopie par résonance magnétique constitue l'un des derniers accomplissements. Le dénominateur commun de ces techniques est la caractérisation de l'état de surface *local* d'un échantillon par l'étude des déformations d'un microlevier couplé à une ou plusieurs de ses propriétés physiques *locales* par une interaction à courte portée. Il s'agit par exemple de la rugosité de surface pour la microscopie à force atomique (AFM pour *Atomic Force Microscopy* [15]) en mode contact, de la densité d'état électronique locale (LDOS, *local density of state*) pour la microscopie à effet tunnel (STM pour *Scanning Tunneling Microscopy* [16]), de la densité d'état locale de spin (S-LDOS) en microscopie à effet tunnel polarisé en spin (SP-STM, *Spin Polarized-STM*) [19] ou encore du champ de fuite local des domaines magnétiques dans le cas de la microscopie à force magnétique (MFM) [73]. La popularité actuelle de ces techniques est due au fait qu'elles répondent aux besoins des nanosciences en termes de résolution spatiale (résolution atomique dans le cas du STM) et de sensibilité, sans pour autant nécessiter un recours à une infrastructure lourde et onéreuse, telle celle imposée par les techniques de microscopies électroniques. Cependant, la nature des interactions levier-échantillon (forces à courte portée) limite ces techniques à des études de surfaces, et la complexité de leur modélisation empêche bien souvent toute analyse quantitative du signal mesuré (notamment en MFM [46]). Nous allons voir par la suite que le MRFM permet de pallier à ces deux inconvénients puisqu'il autorise une investigation sub-surfacique et qu'il permet, dans certain cas particuliers, de remonter à une information quantitative sur la RFM.

### 2.2.1.2 Levier à pointe magnétique : déformation sous champ

Nous venons de traiter le cas d'un levier à l'extrémité duquel on applique une force ponctuelle  $F$ , qui constituait le signal mesuré. Mais dans le cas qui va nous intéresser d'un levier avec une pointe magnétique, il faut aussi considérer un couple *ponctuel*  $\Gamma$  qui modélise l'effet du champ magnétique sur l'aimantation de la pointe aimantée (Fig.(2.2.a)). Le couple aura tendance à redresser le levier pour aligner son aimantation avec le champ. Cet effet sera donc en compétition avec la force qui comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, tend quant à elle à tordre le levier et donc à sortir l'aimantation de l'axe du champ magnétique.

L'analyse des contraintes sur une section de longueur infinitésimale  $ds$  (Fig.(2.2.b)) mène à l'équation de la poutre [131]

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{F}{EI} \quad (2.5)$$

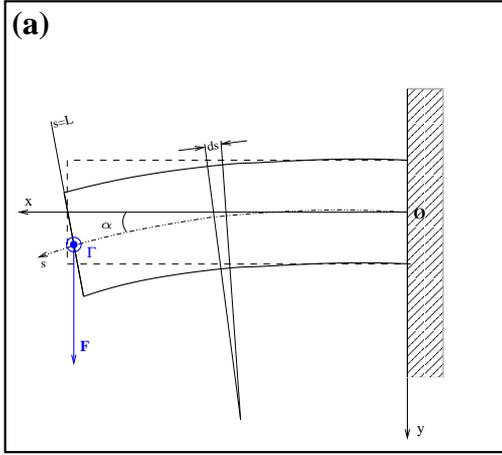


FIG. 2.2 – **Déformation sous champ d'un levier à pointe aimantée.** L'analyse de la déformation d'une poutre sous l'action conjointe d'une force  $F$  et d'un couple  $\Gamma$ , modélise l'effet d'un champ magnétique sur la déformation d'un levier à pointe aimantée.

qu'il faut résoudre avec les conditions aux limites

$$y|_{x=0} = 0 \quad (2.6)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (2.7)$$

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=L} = \frac{\Gamma}{EI} \quad (2.8)$$

qui expriment le fait que le levier est fixé en  $x = 0$  et que le couple ponctuel  $\Gamma$  tend à aligner son extrémité libre dans l'axe du champ  $H_{\text{ext}} \mathbf{u}_z$ . On en déduit l'expression générale de la déformation :

$$y(x) = -\frac{Fx^3 - 3(FL + \Gamma)x^2}{6EI} \quad (2.9)$$

Ce couple  $\Gamma$  est une fonction de l'angle de flexion  $\alpha$  à l'extrémité du levier c'est-à-dire de la courbure  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L}$  de la poutre en  $x = L$ . Pour résoudre ce problème on procède par approximations successives en développant le couple  $\Gamma$  :

$$\frac{\Gamma}{EI} = \kappa \sin \alpha \approx \kappa \left( \alpha - \frac{1}{6} \alpha^3 + \dots \right) \quad (2.10)$$

$$\approx \kappa \left[ \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} - \frac{1}{6} \left( \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} \right)^3 + \dots \right] \quad (2.11)$$

Dans le cas où le couple modélise l'interaction de l'aimantation  $\mathbf{M}$  de la pointe magnétique, avec le champ extérieur  $\mathbf{H}$  uniforme, on a  $\kappa = MH$ . Dans la limite des petits angles de flexion, ( $\alpha \ll 1$ ), la solution au premier ordre s'écrit :

$$y(x) = \frac{1}{6EI} \left( -Fx^3 + 3/2 \frac{FL(2 + L\kappa)x^2}{1 + L\kappa} \right) \quad (2.12)$$

On l'a représenté sur la figure (FIG.2.3) en exagérant volontairement l'angle  $\alpha$  pour mieux rendre compte de l'effet de redressement de l'extrémité du levier. Notons que la raideur du

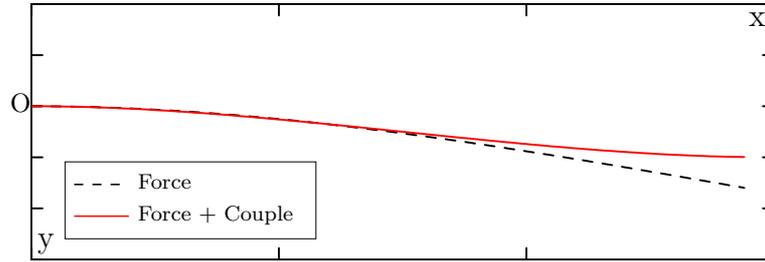


FIG. 2.3 – Effet du couple magnétique sur la déformation d'un levier.

levier est modifiée par le couple  $\Gamma$  :

$$k_{\Gamma} = \frac{4(1 + \kappa L)}{4 + \kappa L} k \quad (2.13)$$

## 2.2.2 Modélisation de la dynamique d'un levier

Nous venons d'analyser la déformation *statique* d'un levier. Nous en avons déduit une première grandeur caractéristique, sa constante de raideur  $k$ . Nous allons maintenant étudier ses propriétés dynamiques. Ceci va nécessiter la connaissance de deux grandeurs supplémentaires. La masse  $m$  du levier qui caractérisera son inertie, et un coefficient de frottement  $\Gamma$  qui rendra compte de ses propriétés dissipatives. Le traitement du problème dynamique peut se révéler assez complexe [26]. Nous retiendrons simplement que dans le régime linéaire, un microlevier est décrit par un ensemble de modes propres indépendants de vibration en flexion et en torsion. Chacun de ces modes peut être modélisé par un oscillateur harmonique unidimensionnel caractérisé par une masse effective

$$m^* = \eta \times m \quad (2.14)$$

Pour une géométrie donnée, le coefficient  $\eta$  dépend du type et de l'indice du mode<sup>3</sup>. On peut également caractériser un mode par sa longueur effective  $L^*$  définie à partir de (2.14) en introduisant la densité linéique  $\sigma_l$  du levier qui est indépendante de sa déformation :

$$L^* = \frac{m^*}{\sigma_l} = \eta \times L \quad (2.15)$$

Nous allons maintenant nous intéresser plus en détail au mode fondamental de flexion<sup>4</sup> excité par une force ponctuelle  $F(t)$  appliquée à l'extrémité libre du levier. Il est décrit par un oscillateur harmonique unidimensionnel de raideur  $k$ , de masse  $m^*$  et éprouvant un frottement visqueux caractérisé par un coefficient de friction  $\Gamma$ . L'amplitude des vibration  $x(t)$  du levier est solution de l'équation classique de l'oscillateur forcé amorti :

$$m^* \ddot{x}(t) + \Gamma \dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.16)$$

3. Pour le mode fondamental de flexion d'un levier rectangulaire (*i.e.* une poutre),  $\eta = 0,24$ . Pour des leviers triangulaire comme celui que nous avons utilisé,  $\eta$  est compris entre 0,137 et 0,2 suivant la géométrie [26].

4. Nous verrons par la suite que la technique de détection utilisée n'est pas sensible aux modes de torsion.

Si nous écrivons cette équation du mouvement dans l'espace de Fourier, en faisant apparaître la fréquence (*angulaire*) de résonance du levier libre<sup>5</sup>  $\omega_0 = \sqrt{k/m^*}$  et le facteur de qualité<sup>6</sup>  $Q$ , nous obtenons le spectre de vibration  $x(\omega) = G(\omega)F(\omega)$  du levier, où

$$G(\omega) = \frac{\omega_0/k^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i(\omega_0\omega/Q) \cos\left(\arctan\left(\frac{1}{2Q}\right)\right)} \quad (2.17)$$

est la fonction de transfert du levier. On en déduit<sup>7</sup> le *module*  $\rho(\omega_F)$  et la *phase*  $\phi(\omega_F)$  de la réponse à une force harmonique  $F(t) = F_0 \cos(\omega_F t)$  :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega)F(\omega)e^{i\omega t}d\omega = \rho(\omega_F) \cos(\omega_F t + \phi(\omega_F)) \quad (2.18)$$

avec, dans la limite<sup>8</sup>  $Q \gg 1$  :

$$\rho(\omega_F) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\left[ (\omega_0^2 - \omega_F^2)^2 + \left( \frac{\omega_F \omega_0}{Q} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.19)$$

$$\phi(\omega_F) = \arctan \left[ \frac{\omega_0 \omega_F}{Q(\omega_0^2 - \omega_F^2)} \right]$$

Le module de la réponse est non nul pour  $\omega_F=0$  (traduisant le fait qu'une force statique  $F_0$  entraîne une déformation statique  $F_0/k$  du levier), tend vers zéro à haute fréquence (pente de la coupure : 6 dB/oct) et présente un maximum en

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{4Q^2}}{1 + \frac{1}{4Q^2}}} \quad (2.20)$$

d'autant plus piqué que le facteur de qualité est élevé (FIG.2.4a). En plus d'un élargissement de la raie de résonance, les phénomènes dissipatifs introduisent un décalage

$$\delta\omega_c \approx \frac{1}{4Q^2} \quad (2.21)$$

vers les basses fréquences de la résonance, qui tend vers zéro pour les grands facteur de qualité,  $Q \gg 1$ . La réponse est en phase avec l'excitation pour les basses fréquences ( $\omega_F \ll \omega_c$ ), en opposition de phase pour les hautes fréquences ( $\omega_F \gg \omega_c$ ) et en quadrature à la fréquence de résonance du levier (FIG.2.4b).

5. *i.e.* en l'absence de phénomènes dissipatifs.

6. Le facteur de qualité  $Q$  est défini à partir de la réponse impulsionnelle du levier. Il est relié au coefficient de frottement par la relation  $Q/\cos\left(\arctan\left(\frac{1}{2Q}\right)\right) = m^*\omega_0/\Gamma$ , *cf.* Annexe D.

7. On consultera l'annexe D pour un traitement analytique plus détaillé.

8. La simplification des résultats dans la limite des grands facteurs de qualité est en fait peu contraignante puisqu'on la considère en générale valable dès que  $Q \gtrsim 10$ , ce qui sera toujours le cas pour le dispositif expérimental décrit au paragraphe 2.6.1.

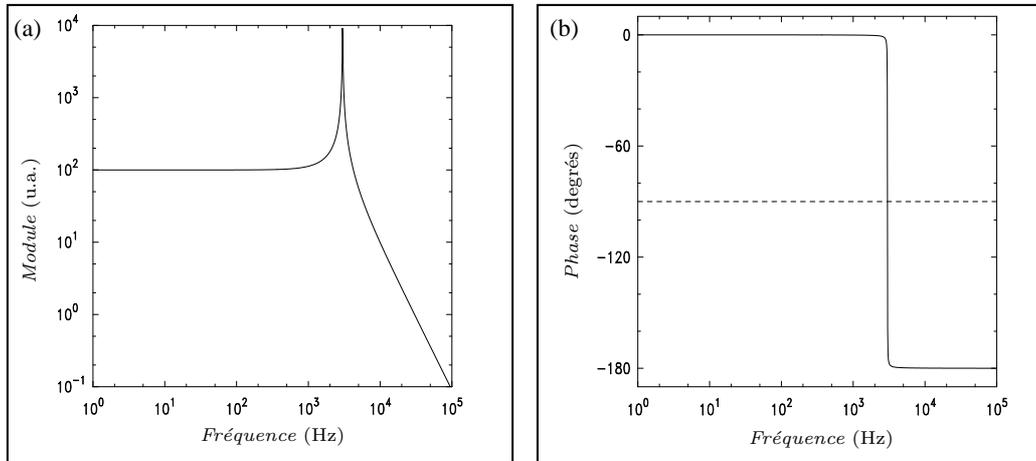


FIG. 2.4 – **Réponse du levier à une force harmonique.** (a) Module  $\rho(\omega)$  et (b) phase  $\phi(\omega)$ . On a utilisé des paramètres caractéristiques d'un levier commercial :  $Q=200$ ,  $f_c=3$  kHz et  $k=0,01$  N/m.

Si on excite un microlevier à sa fréquence de résonance avec une force harmonique d'amplitude  $F$ , l'amplitude de vibration  $A_c$  du levier est donnée par :

$$A_c = \frac{Q}{k} F \quad (2.22)$$

Dans le régime dynamique, un microlevier constitue donc un transformateur Force-Amplitude de vibration avec un gain  $Q$  s'il est excité à sa fréquence de résonance.

### 2.2.3 Limite de détection

Pour discuter les performances d'un microlevier en tant que dynamomètre, nous allons maintenant étudier les facteurs qui limitent sa sensibilité, c'est à dire qui définissent les limitations intrinsèques au rapport signal sur bruit (RSB) pouvant être atteint dans une détection mécanique. La contribution des techniques de détection aux limitations du RSB sera quant à elle discutée plus loin dans ce chapitre (paragraphe 2.6.2).

La sensibilité de la détection mécanique est intrinsèquement limitée par le bruit thermomécanique du levier. L'origine de ce bruit vient du fait que le levier étant en équilibre avec un thermostat (le reste du dispositif expérimental) à une température  $T$ , un certain nombre de modes de phonons vont être naturellement excités, conduisant le levier à osciller. Ce bruit thermomécanique est l'analogue pour un oscillateur harmonique du bruit Johnson dans une résistance<sup>9</sup>. Il peut être modélisé<sup>10</sup> par une force stochastique  $F_{\text{bruit}}(t)$  qui se superpose au signal  $F_{\text{signal}}(t)$  à mesurer. Or si nous supposons que le levier se trouve en état d'équilibre

9. Qui est quant à lui dû aux fluctuations thermodynamiques de la densité électronique.

10. Un traitement analytique détaillé du cas d'un oscillateur harmonique excité par un bruit blanc est présenté à la fin de l'Annexe D.

thermique avec un thermostat à la température  $T$ , le théorème d'équipartition de l'énergie impose que la densité spectrale du bruit,  $S_F$ , soit reliée aux propriétés dissipatives du levier de la manière suivante [59, 108] :

$$S_F = 4\Gamma k_B T = 4k_B T k / \omega_c Q \quad (2.23)$$

où  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K est la constante de Boltzmann. Pour une détection dans une bande spectrale  $B$ , nous en déduisons la plus petite force détectable  $F_{\min}$  :

$$F_{\min} = \sqrt{S_F B} = \sqrt{\frac{4k_B T k B}{\omega_c Q}} \quad (2.24)$$

Ainsi la sensibilité de la détection sera d'autant plus grande que le levier sera souple (*i.e.*  $k$  petit) et que sa fréquence de résonance et son facteur de qualité seront élevés. Pour le modèle simple présenté au paragraphe 2.2.1,  $F_{\min}$  peut aussi s'exprimer en fonction des dimensions ( $w, L, c$ ) du levier<sup>11</sup> tel que décrit sur la figure (FIG.2.1) :

$$F_{\min} \propto c \sqrt{\frac{w}{L}} \frac{1}{Q} \quad (2.25)$$

L'expression (2.25) suggère donc de travailler avec des leviers les plus fins possibles, afin de pouvoir gagner en souplesse (diminution de la raideur  $k$ ) tout en diminuant la masse afin de ne pas tendre vers des fréquences de résonance trop basses, ce qui est nuisible à la sensibilité d'après (2.24)<sup>12</sup>. La meilleure sensibilité sera donc obtenue avec des leviers fins et longs possédant un facteur de qualité élevé, qu'on pourra d'ailleurs accroître substantiellement en travaillant sous vide pour supprimer la contribution des frottements avec l'air à  $\Gamma$ . Enfin il est évident que le fait de travailler à basse température permettra de diminuer le niveau du bruit thermomécanique.

Si nous reportons dans l'équation (2.24) les caractéristiques typiques d'un levier commercial, soit  $Q = 200$ ,  $f_c = \omega_c / 2\pi = 3$  kHz et  $k = 0,01$  N/m, nous obtenons pour une détection à température ambiante dans une bande spectrale de 1 Hz une force minimum détectable de l'ordre de 7 fN (1 fN = 1 femtonewton =  $10^{-15}$  N). En utilisant un levier spécial avec une constante de raideur de 260  $\mu$ N/m à une température de 220 mK, la meilleure sensibilité reportée à l'heure actuelle est de 820 zN/ $\sqrt{\text{Hz}}$  (1 zN = 1 zeptonewton =  $10^{-21}$  N) [85].

La quantité directement mesurée étant l'amplitude de vibration du levier, il est intéressant de donner une description du spectre de bruit en amplitude de vibration  $S_x(\omega)$ . Il

11. On considère en particulier que  $Q$  ne dépend que des propriétés du matériau qui compose le levier. En fait, le facteur de qualité dépend bien sûr de la pression et de la température, mais aussi de l'épaisseur du levier [147].

12. En passant des micro- au nano-résonateurs, il est possible de réduire la masse de la structure résonnante de plusieurs ordres de grandeur. On peut ainsi augmenter considérablement la fréquence de résonance (démonstration par HUANG *et al.* d'un résonateur à 1 GHz [57]). Mais la diminution de la taille nécessite de nouvelles méthodes de détection [74], les méthodes optiques étant inadaptées.

correspond au bruit blanc  $S_F$ , amplifié par la fonction de transfert  $G(\omega)$  du levier

$$S_x^{1/2}(\omega) = |G(\omega)| S_F^{1/2}(\omega) \quad (2.26)$$

$$= \sqrt{\frac{4k_B T k}{\omega_c Q}} \left(\frac{\omega_c^2}{k}\right) \frac{1}{\left[(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_c \omega}{Q}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (2.27)$$

Trois cas limites sont particulièrement intéressants :

$$S_x^{1/2}(\omega \ll \omega_c) = \frac{1}{k} S_F^{1/2} = \sqrt{\frac{4k_B T}{Q \omega_c k}} \quad (2.28)$$

$$S_x^{1/2}(\omega = \omega_c) = \frac{Q}{k} S_F^{1/2} = \sqrt{\frac{4k_B T Q}{\omega_c k}} \quad (2.29)$$

$$S_x^{1/2}(\omega \gg \omega_c) = \frac{1}{\omega^2} \sqrt{\frac{4k_B T \omega_c^3}{Q k}} \quad (2.30)$$

En reprenant les valeurs de l'exemple précédent, un bruit en force de  $7 \text{ fN}/\sqrt{\text{Hz}}$  correspond à un bruit en amplitude de vibration de  $2,1 \text{ \AA}/\sqrt{\text{Hz}}$  à la fréquence de résonance du levier.

## 2.3 Couplage du levier à un signal de résonance magnétique

### 2.3.1 Couplage à un moment magnétique statique

La force qui s'exerce sur un moment magnétique  $\mathbf{m}$  dans un champ magnétique  $\mathbf{H}$  s'écrit :

$$\mathbf{F} = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{H} \quad (2.31)$$

Une force ne s'exerce donc sur le moment  $\mathbf{m}$  que si le champ magnétique est inhomogène. Considérons maintenant le cas plus général d'un microlevier supportant une pointe magnétique de volume  $V_{\text{sonde}}$ , de surface  $S_{\text{sonde}}$  et possédant une aimantation  $\mathbf{M}_{\text{sonde}}$ . Cette sonde mécanique est placée dans un champ magnétique  $\mathbf{H}$ , qui consiste typiquement en la superposition du champ extérieur appliqué et du champ de fuite de l'échantillon étudié. En partant du fait qu'une aimantation  $\mathbf{M}_{\text{sonde}}$  dans un volume  $V_{\text{sonde}}$  délimité par une surface  $S_{\text{sonde}}$  de normale  $\mathbf{n}$  est équivalente à une densité volumique de courant  $\mathbf{J}_M = \nabla \times \mathbf{M}_{\text{sonde}}$  et une densité surfacique de courant  $\sigma_M = \mathbf{M}_{\text{sonde}} \cdot \mathbf{n}$  [60], on montre que la force  $\mathbf{F}$  et le couple  $\mathbf{N}$  qui s'exercent sur la pointe magnétique sont donnés par les expressions générales suivantes :

$$\mathbf{F} = \int_{S_{\text{sonde}}} dS (\mathbf{M}_{\text{sonde}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{H} - \int_{V_{\text{sonde}}} d^3(r) (\nabla \cdot \mathbf{M}_{\text{sonde}}) \mathbf{H} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{N} = \int_{V_{\text{sonde}}} d^3(r) (\mathbf{M}_{\text{sonde}} \times \mathbf{H}) \quad (2.33)$$

On peut obtenir des expressions analytiques beaucoup plus simples avec une sonde possédant une géométrie avec un haut degré de symétrie, telle qu'un cylindre ou une sphère.

#### 2.3.1.1 cas d'une sonde cylindrique

Considérons une sonde cylindrique de rayon  $R_{\text{sonde}}$  et de hauteur  $S_{\text{sonde}}$ , saturée selon son axe par un champ extérieur homogène  $H_z$ . Comme la sonde est saturée, l'intégrale sur le volume de la sonde dans (2.32) est nulle et la force s'exprime en fonction de la différence entre les valeurs du champ de fuite à la base et au sommet du cylindre :

$$F_z = M_{\text{sonde}} \left( \int_{S_{\text{base}}} dS H_z - \int_{S_{\text{sommet}}} dS H_z \right) \quad (2.34)$$

Si la composante  $H_z$  du champ de fuite de l'échantillon peut être considérée homogène sur chacune des faces du cylindre alors cette expression se réduit simplement à :

$$F_z = \pi R_{\text{sonde}}^2 M_{\text{sonde}} [H_z(\ell) - H_z(\ell + S_{\text{sonde}})] \quad (2.35)$$

où nous avons introduit la distance  $\ell$  entre la sonde et l'échantillon qui crée la différence de champ  $H_z(\ell) - H_z(\ell + S_{\text{sonde}})$  à travers la pointe cylindrique. On voit donc que dans le cas d'une sonde cylindrique saturée, le couplage avec le champ de fuite de l'échantillon ne fait intervenir que les charges magnétiques effectives accumulées aux deux extrémités du cylindre. D'après (2.35) le cas limite du cylindre infiniment long constitue une *sonde de champ magnétique*.

### 2.3.1.2 cas d'une sonde sphérique

La sphère magnétique de rayon  $R$  et d'aimantation à saturation  $\mathbf{M}_S$  est la seule géométrie qui possède un champ de fuite de nature purement dipolaire [60], dont l'intensité serait celle d'un dipôle

$$\mathbf{m} = \frac{4}{3}\pi R^3 \mathbf{M} \quad (2.36)$$

Le couplage d'une pointe avec une sonde sphérique au champ de fuite d'un échantillon est donc analogue à celui du couplage entre un dipôle et un champ. On peut donc appliquer la formule (2.31) en remplaçant le moment dipolaire  $\mathbf{m}$  par  $\frac{4}{3}\pi R^3 \mathbf{M}$ . La sphère est donc le cas limite opposé du cylindre infini, au sens où elle constitue une *sonde de gradient de champ magnétique*.

## 2.3.2 Couplage à un moment magnétique précessant

Le principe de base de toute expérience de résonance magnétique, décrit au Chapitre 1, consiste à manipuler le mouvement de précession d'un moment magnétique autour d'un champ statique à l'aide d'un petit champ magnétique transverse oscillant. Une mesure de résonance magnétique doit donc refléter les variations de moment magnétique induites par le champ hyperfréquence. Dans les mesures standards, celles-ci sont caractérisées par les variations de la composante transverse  $M_t$  du moment magnétique. Cette composante précesse à la fréquence de Larmor et on parle alors de mesure de susceptibilité haute fréquence. Mais en général, la fréquence de Larmor  $\omega_0$  est très supérieure à la fréquence de résonance du levier  $\omega_c$  de sorte qu'il n'est pas possible de coupler le levier au mouvement de la composante transverse, comme le montre la figure (FIG.2.4). Ainsi en régime stationnaire, la seule force exercée sur le levier est due au couplage à la composante longitudinale  $M_z$ , ou composante statique de l'aimantation<sup>13</sup>. Or la précession du moment magnétique peut également être caractérisée par sa composante statique. En effet, l'ouverture de l'angle de précession induite par l'excitation haute fréquence entraîne une diminution  $\Delta M_z$  de la composante statique comme l'illustre la figure (FIG.2.5). Dans un modèle qui conserve la norme du moment magnétique, tel que ceux de Landau-Lifschitz ou de Landau-Gilbert, les mesures de susceptibilité haute fréquence et de la composante longitudinale sont d'ailleurs strictement équivalentes, les deux composantes étant reliée par la contrainte  $M^2 = M_t^2 + M_z^2$ .

La détection mécanique la plus simple est donc une mesure de la déformation statique du levier (mesure DC) induite par couplage dipolaire avec la diminution de la composante statique de l'aimantation lorsqu'une résonance magnétique est excitée. Cependant nous avons vu au paragraphe 2.2 que le levier pouvait être utilisé comme un amplificateur si on l'excitait à sa fréquence de résonance. Aussi si nous voulons bénéficier du facteur de qualité du levier pour amplifier le signal mesuré, il nous faut induire une composante de l'aimantation longitudinale à sa fréquence de résonance  $\omega_c$ . Dans ce cas, ce n'est plus la déformation statique du levier qui est mesurée mais son amplitude de vibration à la fréquence  $\omega_c$ . On utilise pour cela un détecteur synchrone, ce qui présente un avantage supplémentaire puisque la bande spectrale de détection étant réduite, la sensibilité de la mesure, d'après (2.24), s'en trouve

13. L'aimantation longitudinale n'est une composante purement statique que dans le cas particulier d'une précession circulaire. Dans le cas général d'une précession elliptique de  $M_t$  à une fréquence  $\omega_0$ , il existe en effet une composante de Fourier à  $2\omega_0$  de  $M_z$  [14]

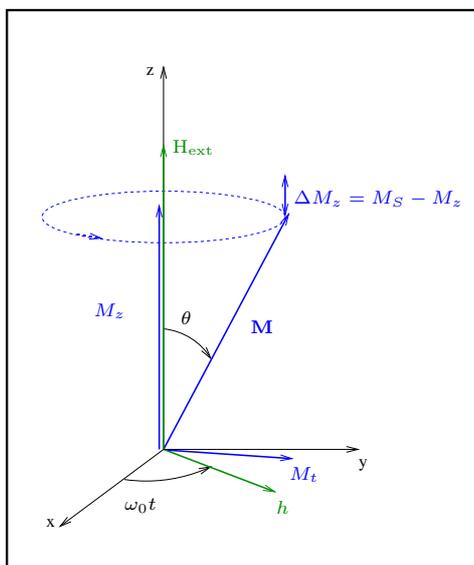


FIG. 2.5 – **Représentation schématique de l'excitation d'une résonance magnétique.** Un petit champ micro-onde  $h$  ouvre l'angle de précession de l'aimantation autour du champ statique  $H_{\text{ext}}$ , induisant une diminution de la composante longitudinale  $M_z$  de l'aimantation.

augmentée. Nous allons maintenant décrire quatre techniques de modulation. Ces techniques vont induire des modifications de la raie de résonance observée expérimentalement, que nous décrirons<sup>14</sup> dans le cadre du modèle de Bloch-Bloembergen (BB), c'est à dire pour des raies de résonance lorentziennes  $\mathcal{L}$  de largeur  $\Delta H_0$ .

### 2.3.3 Détection harmonique

La façon la plus simple d'induire une composante de l'aimantation à la fréquence du levier consiste à moduler directement à cette fréquence un des paramètres expérimentaux qui contrôlent la résonance magnétique. On parlera alors de *modulation harmonique* et on en distinguera deux types [109] :

1. **Modulation de source**, c'est à dire de l'amplitude du champ hyper-fréquence  $\mathbf{h}$ .
2. **Modulation de fréquence**  $\omega_0/\gamma = H_{\text{eff}}$  en modulant soit le champ extérieur  $H_{\text{ext}}$  (*modulation de champ*), soit directement la fréquence  $\omega_0$  de la porteuse.

#### 2.3.3.1 Modulation de source

Elle est caractérisée par une amplitude  $h_0$  et une profondeur de modulation  $\epsilon$  de sorte que le champ micro-onde  $h(t)$  s'écrit

$$h(t) = h_0 \left\{ 1 + \frac{\epsilon}{2} \cos(\omega_s t) - \frac{\epsilon}{2} \right\} \quad (2.37)$$

avec  $f_s = \omega_s/2\pi$  la fréquence de modulation de source. La quantité mesurée dans ce type d'expérience correspond à la composante de Fourier à  $\omega_s$  de l'aimantation longitudinale  $M_z$

14. Pour le détail du traitement des effets de modulation, on consultera l'Annexe E.

(détection mécanique) ou de la puissance réfléchiée  $P_{\text{ref}} \propto M_x^2 + M_y^2$ , en utilisant un détecteur synchrone. On cherche des solutions aux équations de BB sous la forme

$$\begin{aligned} M_x &= M_{0,0}^x + M_{0,1}^x \exp(i\omega_s t) \\ M_y &= M_{0,0}^y + M_{0,1}^y \exp(i\omega_s t) \\ M_z &= M_{0,0}^z + M_{0,1}^z \exp(i\omega_s t) \end{aligned} \quad (2.38)$$

avec  $M_{0,1}^i \ll M_{0,0}^i$ . En injectant des solutions de ce type dans les équations de BB, on retrouve la solution analytique obtenue par J. Pescia [99] :

$$M_z(\omega_s) = \frac{\left(\frac{\epsilon}{2-\epsilon}\right) (1 + i\omega_s T_2/2) \left(1 + \frac{\Delta^2 T_2^2}{1+i\omega_s T_2}\right) h_{\text{sat}}^2 M_S}{\left[h_{\text{sat}}^2 + (1 + i\omega_s T_1) \left(1 + i\omega_s T_2 + \frac{\Delta^2 T_2^2}{1+i\omega_s T_2}\right)\right] (1 + \Delta^2 T_2^2 + h_{\text{sat}}^2)} \quad (2.39)$$

avec  $\Delta = \omega_H - \omega_0$  l'écart à la résonance et  $h_{\text{sat}}$  le champ de saturation classique (EQU.1.155).

La figure (FIG.2.6) représente l'influence de la fréquence de modulation  $\omega_s/2\pi$  sur la forme de la raie de résonance. Le paramètre pertinent à comparer à  $\omega_s$  est la largeur de raie  $\Delta H_0 = 2/\gamma T_2$  de la raie lorentzienne qui serait mesurée dans une mesure DC. Pour des fréquences  $\omega_s \ll \gamma \Delta H_0/2$ , la modulation de source n'induit pas de modification de la raie de résonance, qui est une lorentzienne de largeur  $\Delta H_0$ . Pour de plus hautes fréquence de modulation, la raie est dans un premier temps élargie pour  $\omega_s \approx \gamma \Delta H_0/2$ , puis se scinde en trois pics pour  $\omega_s \gg \gamma \Delta H_0/2$ , correspondant à des RFM pour des excitations à  $\omega_0$  et  $\omega_0 \pm \omega_f$ . Or pour un microlevier standard, les fréquences de résonance  $f_c$  se situent dans la gamme audio (quelques kHz à quelques dizaines de kHz). Ces valeurs se situent très en-deçà des fréquences caractéristiques associées aux plus fines largeurs de raies en RFM, qui sont intrinsèquement limitées à  $\Delta H_{KL} \approx 0,2$  Oe pour les meilleurs échantillons de grenat à 10 GHz (TAB.1.1), ce qui correspond à des fréquences caractéristiques de l'ordre de  $\gamma \Delta H_{KL}/2\pi = 500$  kHz. Cette modulation de source est donc particulièrement adaptée à des études de RFM dans le régime linéaire avec des leviers basse fréquence, car on peut dans ce cas utiliser une modulation de 100% ( $\epsilon = 1$ ) sans induire de modification de la raie de résonance. On maximise ainsi l'intensité du signal mesuré par le détecteur synchrone, qui est proportionnelle à  $\epsilon$ .

Cette modification de la forme raie s'accompagne d'une diminution de l'amplitude à la résonance. R. C. FLECHTER *et al.* furent les premiers à utiliser cet effet afin de remonter à l'élargissement homogène  $\Delta H_h$  de la raie de résonance [45]. L'ajustement de la mesure de la dépendance en fréquence de modulation de  $P_{\text{ref}}(\omega_s)$  (respectivement  $\Delta M_z(\omega_s)$ ) permet d'extraire la valeur  $T_2$  (respectivement  $T_1$ ). Nous nous sommes inspirés de leurs travaux pour étendre cette étude des temps de relaxation à une technique de modulation anharmonique (*cf.* paragraphe 2.3.4).

Notons pour terminer que cette analyse des effets de modulation de source (ou de fréquence, *cf.* les deux paragraphes suivants) fournit un argument en défaveur des leviers hautes fréquence. En effet, bien que ceux-ci soient très avantageux en terme de rapport signal sur bruit (*cf.* paragraphe 2.2.3), le fait d'utiliser une modulation pour bénéficier de leur facteur de qualité va induire des modifications de la forme des raies observées ainsi qu'une diminution de l'intensité du signal de RFM. Si on s'intéresse à la forme exacte d'une raie de résonance, la largeur de raie de l'échantillon fixe donc une limite supérieure à la fréquence de résonance du détecteur mécanique, d'autant plus basse que la raie est fine.

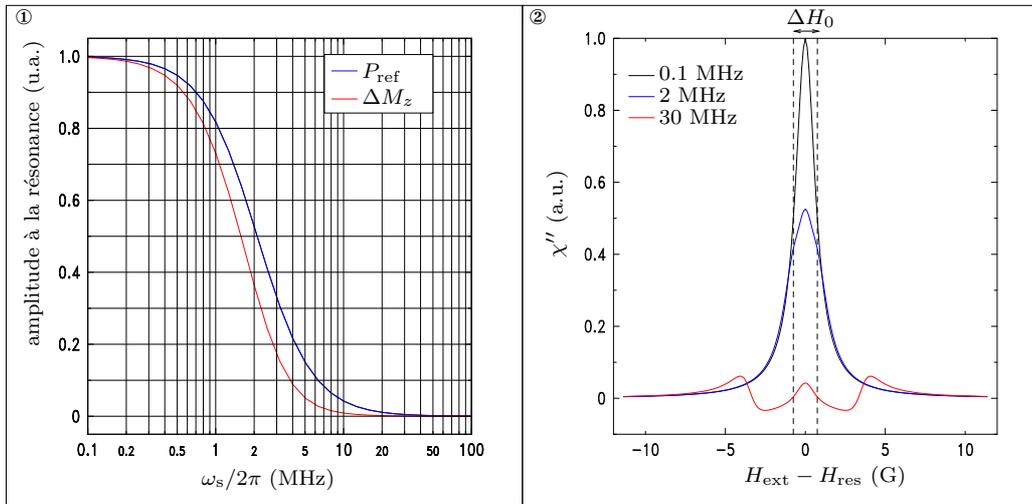


FIG. 2.6 – Effets d’une modulation de source sur une raie de résonance lorentzienne de largeur  $\Delta H_0 = 1,5 \text{ G}$ . ① Décroissance de l’intensité du signal à la résonance pour des fréquences de modulation de l’ordre de  $1/T_2 = \gamma\Delta H_0/2$ . Afin de mettre en relief la différence entre les mesures de  $P_{\text{ref}}$  et  $\Delta M_z$  on a pris  $T_1 = 0,8T_2$  (les deux mesures seraient équivalentes dans le cas  $T_1 = T_2/2$ ). ② Modification de la raie de résonance avec la fréquence de modulation.

### 2.3.3.2 Modulation de fréquence

On considère une modulation à une fréquence  $\omega_f$  de la fréquence  $\omega_0$  de la porteuse, d'amplitude  $\omega_m$  :

$$\Delta\omega(t) = \omega_0 + \omega_m \sin(\omega_f t) \quad (2.40)$$

On induit en particulier une harmonique de l'aimantation à la fréquence  $\omega_f$ , qu'on mesure avec un détecteur synchrone. Nous allons distinguer les effet de modification de la raie de résonance dus soit à l'amplitude  $\omega_m$  ou à la fréquence  $\omega_f$  de la modulation qui vont se manifester pour  $\omega_m, \omega_f \gtrsim \gamma\Delta H_0/2$ .

Pour analyser l'effet de l'amplitude de la modulation, on peut se contenter de modifier la raie lorentzienne en y injectant la dépendance temporelle en  $\sin(\omega_f t)$  de la porteuse et en analysant la dépendance en  $\omega_m$  de la composante de Fourier à  $\omega_f$  de la raie lorentzienne modulée. Le résultat analytique est donné par POOLE [101]. On montre que dans la limite des petites amplitudes de modulation ( $\omega_m \ll \gamma\Delta H_0/2$ ), la raie mesurée correspond à la dérivée  $\partial\mathcal{L}/\partial H$  de la raie lorentzienne  $\mathcal{L}(H)$ . Nous avons vu au chapitre 1 (FIG.1.11) que dans ce cas la largeur pic à pic  $\Delta H_{\text{der}} = \Delta H_0/\sqrt{3}$ . L'augmentation de l'amplitude de la modulation induit une distorsion de la raie de résonance qui s'élargit et voit son intensité maximale diminuer, comme on l'a représenté sur la figure (FIG.2.7).

Pour rendre compte des effets de la fréquence de modulation  $\omega_f$ , il faut partir des équations de BB en incluant la modulation. SMALLER [117] donne un résultat analytique pour les composantes de Fourier à la fréquence de modulation  $\omega_f$ , en phase  $F$  et quadrature  $G$ , de l'aimantation dynamique  $m(t)$ , dans la limite  $h \ll h_{\text{sat}}$  :

$$M(t) = F(\omega_f) \cos(\omega_f t) + G(\omega_f) \sin(\omega_f t) \quad (2.41)$$

$F$  et  $G$  sont deux fonctions complexes de  $\omega_f$  :

$$F = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k(\omega_m/\omega_f) (k\omega_f + \omega_0 + i\omega_r) [J_{k+1}(\omega_m/\omega_f) + J_{k-1}(\omega_m/\omega_f)]}{(k\omega_f + \omega_0)^2 + \omega_r^2} \quad (2.42)$$

$$G = i \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k(\omega_m/\omega_f) (k\omega_f + \omega_0 + i\omega_r) [J_{k-1}(\omega_m/\omega_f) - J_{k+1}(\omega_m/\omega_f)]}{(k\omega_f + \omega_0)^2 + \omega_r^2} \quad (2.43)$$

avec  $J_\nu(x)$  la fonction de Bessel de première espèce [60] et  $\omega_r = \gamma\Delta H_0/2$ . La forme de la raie mesurée par le détecteur synchrone va donc dépendre de la phase du signal de référence. Notons qu'il est aussi possible de retrouver ce résultat dans la limite  $\omega_m \ll \gamma\Delta H_0/2$  en injectant dans les équations de BB une solutions du type (2.38).

On a représenté sur la figure (FIG.2.7) les effets de la fréquence de modulation sur la forme de la raie observée dans le cas d'un détecteur synchrone en phase avec le signal mesuré. Dans la limite des basses fréquences de modulation ( $\omega_s \ll \gamma\Delta H_0/2$ ), la raie mesurée correspond à la dérivée  $\partial\mathcal{L}/\partial H$  de la raie lorentzienne  $\mathcal{L}(H)$  avec une largeur pic à pic  $\Delta H_{\text{der}} = \Delta H_0/\sqrt{3}$ . Comme dans le cas de la modulation de source, l'augmentation de la fréquence de modulation induit tout d'abord un élargissement puis une déformation de la raie de résonance qui se scinde ultimement en 3 raie distinctes qui correspondent à des RFM pour des excitations à  $\omega_0$  et  $\omega_0 \pm \omega_f$ .

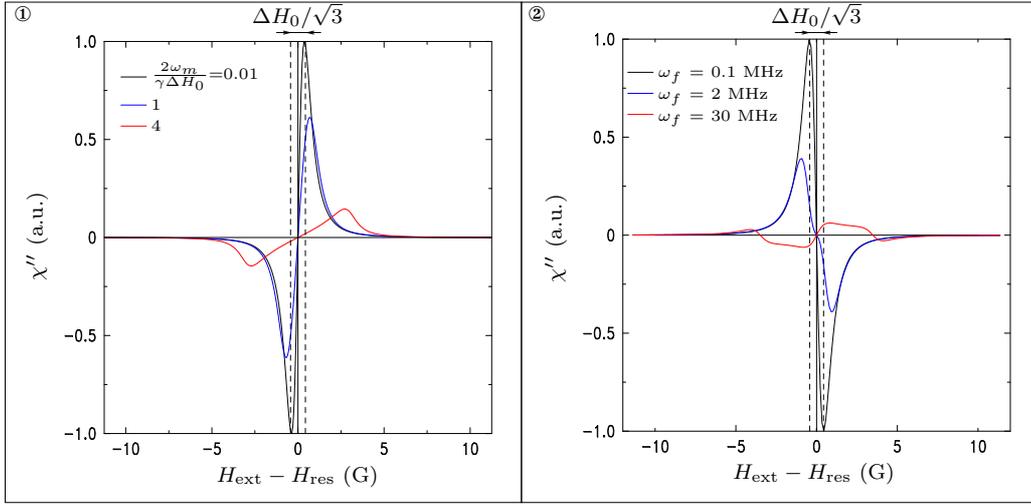


FIG. 2.7 – Effets d’une modulation de fréquence sur une raie de résonance lorentzienne de largeur  $\Delta H_0 = 1,5$  G. ① Modification de la raie de résonance avec l’amplitude de modulation. ② Modification de la raie de résonance avec la fréquence de modulation.

### 2.3.4 Détection anharmonique

La modulation harmonique possède deux inconvénients. Tout d’abord, elle limite la fréquence de modulation à celle du levier. De plus, le fait de moduler directement un paramètre expérimental à la fréquence  $\omega_c$  risque d’induire un couplage direct entre le levier et le paramètre modulé, résultant en une force parasite sur le levier qui pourrait entraver la détection de la résonance magnétique. Dans le cas du dispositif expérimental décrit dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons par exemple constaté que pour des puissances micro-ondes suffisamment élevées, une modulation de source à  $\omega_c$  induit un signal mécanique sur le levier, de l’ordre de  $7,9$  nm/mW pour une distance sonde-résonateur de  $\ell = 35$   $\mu\text{m}$ , attribué au chauffage du levier par les micro-ondes.

L’utilisation d’une *modulation anharmonique* [21] permet de résoudre ces deux problèmes tout en bénéficiant encore du facteur de qualité du levier. Cette méthode consiste à combiner une modulation de source à une fréquence  $\omega_s$  et une modulation de fréquence (ou de champ) à  $\omega_f$ , en faisant en sorte que la différence  $\omega_f - \omega_s$  soit égale à la fréquence de résonance du levier  $\omega_c$ . Ainsi il y aura toujours une composante *anharmonique* de l’aimantation à la fréquence du levier que l’on sera capable de détecter mécaniquement.

On injecte dans les équations de BB une solution sous la forme suivante

$$M^{(i)}(t) = M_{0,0}^{(i)} + M_{1,0}^{(i)} e^{i\omega_s t} + M_{0,1}^{(i)} e^{i\omega_f t} + M_{1,1}^{(i)} e^{i(\omega_f - \omega_s)t} + M_{2,0}^{(i)} e^{2i\omega_s t} + \dots \quad (2.44)$$

avec  $i = \{x, y, z\}$ . La puissance réfléchie et le signal mécanique sont obtenus en évaluant les

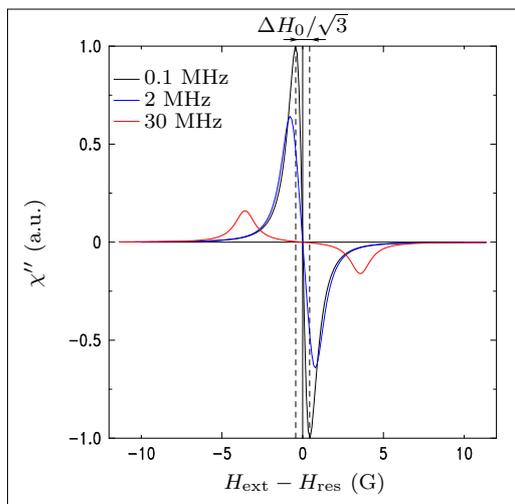


FIG. 2.8 – Effets d’une modulation anharmonique sur une raie de résonance lorentzienne de largeur  $\Delta H_0 = 1,5$  G.

quantités

$$P_{\text{ref}}(\omega_c) = \sum_{i=\{x,y\}} \left[ M_{0,0}^{(i)} M_{1,1}^{(i)} + M_{1,0}^{(i)} M_{0,1}^{(i)} \right] \quad (2.45)$$

$$\Delta M_z(\omega_c) = M_S - M_{1,1}^{(z)} \quad (2.46)$$

La figure (FIG.2.8) représente l’influence de la fréquence de modulation  $\omega_s/2\pi$  sur la forme de la raie de résonance. Comme dans le cas de la modulation de fréquence, la raie enregistrée est similaire à la dérivée de la raie lorentzienne pour les basses fréquences de modulation, et l’augmentation de  $\omega_s$  entraîne successivement un élargissement et une séparation des deux lobes qui correspondent à des RFM à des fréquences  $\omega_0 \pm \omega_s$ .

La modulation anharmonique a par contre l’inconvénient de mélanger les contributions du  $T_2$  et du  $T_1$  à la dépendance en fréquence de modulation de la RFM de sorte que les mesures de  $M_z(\omega_s)$  et  $P_{\text{ref}}(\omega_s)$  sont équivalentes et sont dominées par des effets du  $T_2$ . Ainsi contrairement aux cas des modulations harmoniques, la mesure en modulation anharmonique de  $M_z(\omega_s)$  ne permet pas d’extraire une information relative au  $T_1$ .

### 2.3.5 Détection de la seconde harmonique

Une autre technique de modulation utilise la non-linéarité des équations du mouvement de l’aimantation. A cause de cette non linéarité, si on module un des paramètres qui contrôlent la RFM (*i.e.*  $H_1$ ,  $\omega_0$  ou  $H_{\text{ext}}$ ) l’aimantation dynamique va admettre un développement en harmoniques de la fréquence de modulation  $\omega_m$  :

$$M^{(i)}(t) = M_0^{(i)} + M_1^{(i)} e^{i\omega_m t} + M_2^{(i)} e^{2i\omega_m t} + \dots \quad (2.47)$$

Il va donc être possible d'exciter le levier en résonance en utilisant une fréquence de modulation  $\omega_m = \omega_c/2$  avec une détection synchrone de la seconde harmonique. Cette technique de détection de la seconde harmonique fut d'ailleurs la première méthode de modulation utilisée dans des expériences de MRFM [109]. Elle permet de réduire de façon substantielle les effets parasites présents dans une détection harmonique, sans utiliser un dispositif expérimental aussi complexe que celui de la détection anharmonique. Mais contrairement à cette dernière, les fréquences de modulation accessibles sont toujours contraintes par la fréquence propre du levier.

## 2.4 Montage expérimental : excitation

Le cœur du dispositif expérimental est constitué d'un microscope à sonde locale développé et réalisé par Olivier KLEIN. Ce microscope a été modifié afin de pouvoir réaliser des expériences de RFM. Ces modifications incluent :

- l'ajout d'un résonateur permettant de générer un champ micro-onde au niveau de l'échantillon.
- la réalisation d'un microlevier avec une pointe magnétique.
- la mise en place d'une stabilisation en température du microscope.
- l'ajout d'une bobine de modulation de champ.
- la réalisation d'une boucle d'asservissement pour améliorer la stabilité en intensité du laser utilisé pour détecter la déformation du microlevier.

Ce microscope est placé dans une enceinte sous vide ( $5 \times 10^{-6}$  Torr) afin d'augmenter le facteur de qualité du levier. Cette enceinte vient se loger entre les pôles d'un électroaimant qui génère le champ statique nécessaire pour les expériences de RFM. Le circuit micro-onde permettant de mettre en forme l'excitation (modulation, amplification/atténuation, mesures de puissance) ainsi que l'électronique associée au microscope sont situés à l'extérieur de l'enceinte sous vide.

### 2.4.1 Champ statique

Le microscope est placé entre les pôles d'un électroaimant de RMN créant un champ homogène perpendiculaire au plan de l'échantillon. Ce champ est variable de 0 à 11 kOe. Son intensité est mesurée par une sonde à effet Hall et par la mesure de la tension aux bornes de la résistance de shunt de la bobine de l'aimant. La conversion en champ de cette tension a été calibrée à l'aide d'un gaussmètre RMN.

### 2.4.2 Excitation micro-onde

#### 2.4.2.1 Circuit micro-onde

Le circuit micro-onde est schématisé sur la figure (FIG.2.9). Deux sources ont été utilisées pour effectuer les mesures présentées dans ce manuscrit. Il s'agit soit d'un synthétiseur de micro-ondes pouvant générer des signaux de 10 MHz à 20 GHz avec une puissance de sortie comprise entre -20 dBm<sup>15</sup> et +20 dBm, soit d'un VCO<sup>16</sup> pouvant générer un signal sinusoïdal entre 8,5 GHz et 12 GHz avec une puissance de sortie de 19,54 dBm à 10,5 GHz. Un diviseur permet d'extraire une moitié du signal qui est envoyée vers un compteur de fréquence afin de caractériser la stabilité de la source micro-onde. L'autre moitié du signal généré par la source micro-onde est envoyée à l'entrée *oscillateur local* d'un mélangeur qui peut être utilisé pour moduler l'amplitude du signal micro-onde (voir ci-après). Le signal éventuellement modulé est amplifié de 30 dB puis une combinaison d'atténuateurs de précision permet d'atténuer le signal de 0 à 79 dB par pas de 1 dB. Le fait de placer l'étage d'atténuation après l'étage d'amplification et non pas l'inverse permet d'atténuer le bruit de façon plus efficace. Un

15. 0 dBm = 1 mW

16. VCO : *Voltage Controlled Oscillator*, un générateur de micro-ondes dont la fréquence est contrôlée par une tension externe.

circulateur connecté à une impédance de  $50 \Omega$  reliée à la masse fait office d'isolateur pour protéger l'amplificateur de la puissance réfléchie dans la partie avale du circuit. Le signal ainsi préparé est envoyé à un résonateur micro-onde de type ligne en méandre  $\lambda/2$ , ou *Stripeline Resonator* (SLR) (FIG.2.11.a) [137]. La puissance micro-onde au niveau de ce résonateur peut être mesurée à l'aide d'un coupleur directionnel qui permet une mesure de la puissance incidente  $P_{\text{in}}$  et d'un circulateur qui permet une mesure de la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}}$ . On utilise pour cela un détecteur quadratique (une diode micro-onde) qui délivre en sortie une tension DC qui est fonction de la puissance micro-onde qu'elle reçoit en entrée.

### 2.4.2.2 Résonateur micro-onde

Un SLR est une cavité ouverte constitué d'une ligne de conduction métallique de longueur  $l$  et de largeur  $w$ , séparée d'un plan de masse par un séparateur diélectrique d'épaisseur  $d$ , de permittivité  $\epsilon$  et de perméabilité  $\mu$  (FIG.2.10). La ligne de conduction, le séparateur diélectrique et le plan de masse définissent une capacité  $C$  et une inductance  $L$  par unité de longueur [104] :

$$C = \epsilon \frac{w}{d} \quad (2.48)$$

$$L = \mu \frac{d}{w} \quad (2.49)$$

On en déduit l'impédance caractéristique par unité de longueur de la ligne :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{d}{w} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.50)$$

Les standards de l'électronique micro-onde fixent l'impédance caractéristique des éléments du circuit à  $50 \Omega$ . Ainsi l'épaisseur du séparateur diélectrique utilisé impose la largeur  $w$  de la ligne de transmission. Dans le cas d'un séparateur en alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , le rapport  $\sqrt{\mu/\epsilon}$  est très proche de 50 de sorte que pour une ligne de transmission réalisée sur un substrat d'alumine  $d = w$ . Quant à la longueur  $l$  de la cavité, elle est fixée par la longueur d'onde électromagnétique aux fréquences que l'on souhaite générer. Dans le domaine des micro-ondes, des fréquences de l'ordre de la dizaine de GHz correspondent à des longueurs de l'ordre de quelques millimètres.

Le principal avantage des géométries ouvertes du type SLR sur les cavités résonnantes est leur encombrement très réduit qui est bien adapté à l'implémentation d'une source de champ micro-onde au sein d'un microscope à sonde local. Pour la mesure inductive de petits échantillons, les SLR ont en outre l'avantage de posséder un bien meilleur facteur de remplissage que les cavités résonnantes, comme nous allons le voir par la suite<sup>17</sup>. Cependant, pour une fréquence de travail donnée, les dimensions des géométries de type SLR sont contraintes par l'épaisseur et la constante diélectrique du séparateur, qui limitent dans le

17. Dans une mesure inductive de résonance magnétique, le facteur de remplissage  $\eta$  est défini comme le rapport de la puissance micro-onde moyenne dans l'échantillon à la puissance moyenne dans la cavité résonante [101]. Il exprime le fait que pour effectuer une mesure inductive sensible, il faut toujours adapter au mieux la taille de la cavité à celle de l'échantillon, étant évident qu'une grande cavité sera peu perturbée par un petit échantillon.

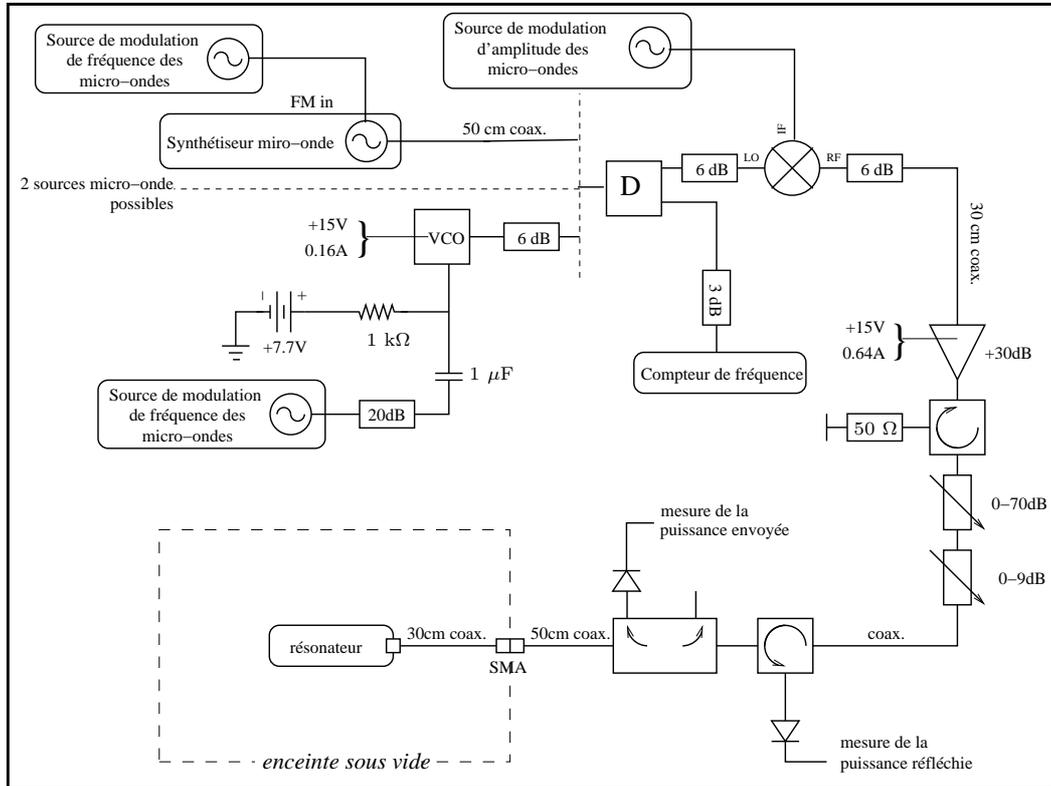


FIG. 2.9 – **Schéma du circuit micro-onde.** On y distingue notamment les deux sources (synthésiseur et VCO) alternativement utilisées pour réaliser les expériences du Chapitre 3. Pour mettre en forme le signal d'excitation, deux synthésiseurs permettent de moduler (jusqu'à 150 MHz) son amplitude ou sa fréquence et son intensité peut être ajustée sur une gamme de 79 dB à l'aide d'un jeu d'atténuateurs de précision, placés après l'étage d'amplification (+30 dB) pour ne pas détériorer le rapport signal sur bruit de l'excitation. Le circulateur connecté à une impédance de  $50\Omega$  reliée à la masse fait office d'isolateur. Un circulateur et un coupleur directionnel autorisent une mesure des puissances incidentes ( $P_{in}$ ) et réfléchies ( $P_{ref}$ ) au niveau du résonateur micro-onde.

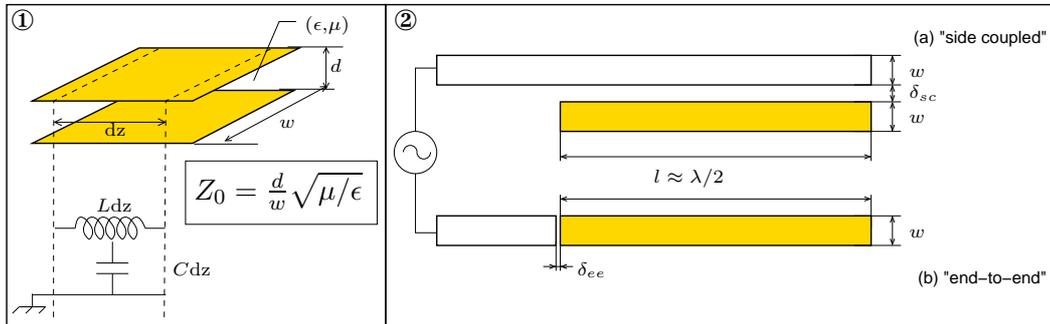


FIG. 2.10 – Résonateurs de type ligne en méandre. ① Circuit équivalent d'une ligne de conduction de largeur  $w$  séparée d'un plan de masse par un diélectrique de permittivité  $\epsilon$ , de perméabilité  $\mu$  et d'épaisseur  $d$ . ② (a) Couplage capacitif du type *parallel coupling*. (b) Couplage capacitif du type *end-to-end coupling*. Dans les deux cas, la longueur  $l = \lambda/2$  et la largeur  $w$  sont fixées respectivement par la fréquence de résonance désirée et par l'épaisseur  $d$  du séparateur diélectrique ( $w = d$  pour  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). La séparation  $\delta$  doit être ajustée afin que la capacité de couplage soit adaptée à  $50 \Omega$ . C'est la raison pour laquelle la séparation est plus petite d'environ un facteur 10 dans le cas d'une géométrie *end-to-end*.

meilleur des cas la largeur de la ligne à des dimensions de l'ordre de la centaine de microns. Pour la mesure inductive de très petits échantillons il faut passer à une géométrie coplanaire [7].

Les deux principaux types de couplage<sup>18</sup> d'un SLR à une source micro-onde sont représentés sur la figure (FIG.2.10). Il s'agit d'un couplage capacitif, caractérisé par les dimensions des surfaces en regard et la séparation  $\delta$  entre le résonateur et la ligne de transmission du signal micro-onde. Les dimensions du SLR étant déjà entièrement fixées, la séparation  $\delta$  est imposée par l'impédance caractéristique  $Z_C \equiv 50 \Omega$  du couplage. Dans la géométrie dite *side coupled* (SC, FIG.2.10.a), le couplage se fait selon la longueur  $l$  du résonateur, alors que dans la géométrie dite *end-to-end coupled* (EE, FIG.2.10.b), il se fait selon sa largeur  $w$ . Pour  $Z_C = 50 \Omega$ , des simulations numériques [118] de ce type de structure donnent des valeurs de la séparation  $\delta$  de l'ordre de la centaine de microns dans le cas SC, et de la dizaine de microns dans le cas EE. La géométrie SC est donc la moins contraignante du point de vue de la réalisation de la structure.

Nous avons réalisé en lithographie optique<sup>19</sup> plusieurs structures résonantes de type SC et EE en nous appuyant sur des simulations numériques pour en optimiser les dimensions. Les tests que nous avons menés sur ces structures ont consisté à les mesurer avec un analyseur de réseau, et à étudier l'influence de la position de la sonde mécanique sur leurs propriétés. Nous trouvons que les structures de type SC sont celles dont les propriétés sont le plus

18. Il existe également une troisième géométrie couramment utilisée, dite *circular coupled*, où le résonateur est un anneau [89].

19. On consultera l'Annexe F pour une description des techniques de lithographie qui furent employées pour la réalisation de ce travail.

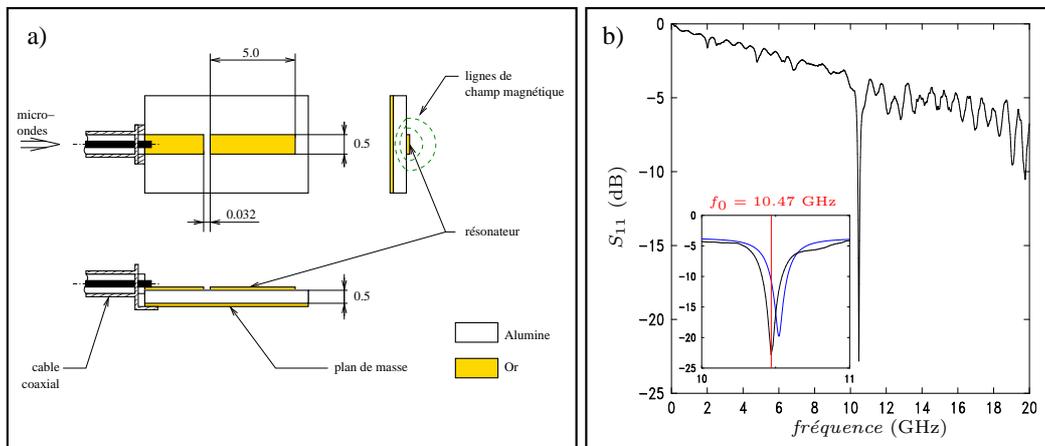


FIG. 2.11 – **Résonateur micro-onde.** a) Schéma du résonateur  $\lambda/2$ . b) Coefficient de réflexion  $S_{11}$  mesuré avec un analyseur de réseau. La résonance à 10,47 GHz correspond au mode fondamental du résonateur. Un solveur 2D [118] prédit une résonance à 10,52 GHz (courbe bleue).

fidèlement reproduites par les simulations numériques. Cependant, elles possèdent un facteur de qualité inférieur à ceux généralement mesurés pour les structures EE. De plus, et c'est là leur principal défaut, les structures de type SC sont très sensibles à la présence de la pointe magnétique de la sonde mécanique. C'est la raison pour laquelle le SLR que nous avons finalement utilisé est du type EE. Il est constitué d'un plan de masse en or épais de  $1,5 \mu\text{m}$  déposé par pulvérisation radio-fréquence (r.f.) sur un séparateur diélectrique en alumine d'épaisseur  $d = 0,5$  mm. La face supérieure de la plaque d'alumine est elle aussi recouverte d'une couche de  $1,5 \mu\text{m}$  d'or lithographiée sous la forme d'un résonateur de  $5 \times 0,5 \text{ mm}^2$  situé à  $32 \mu\text{m}$  d'une ligne d'entrée pour les micro-ondes. L'espacement entre le résonateur et la ligne d'entrée constitue une capacité de couplage ajustée de telle sorte que l'impédance caractéristique du système soit adaptée à  $50 \Omega$  à la fréquence de résonance. Cette fréquence de résonance vaut  $f_0 = 10,47$  GHz (FIG.2.11.b), une valeur proche de celle prédite par un solveur bidimensionnel ( $f_{2D} = 10,52$  GHz) [118]. Son facteur de qualité vaut  $Q_L = 150^{20}$ . Il génère un champ magnétique micro-onde  $\mathbf{h}$  dont les lignes se bouclent autour du résonateur, perpendiculairement à sa longueur (FIG.2.11.a). L'échantillon est placé au centre du résonateur, c'est-à-dire au niveau d'un ventre de courant et donc d'un maximum de  $\mathbf{h}$ , à une distance suffisante pour que le champ micro-onde puisse être considéré comme uniforme au niveau de l'échantillon.

20. On a introduit  $Q_L$  (loaded-Q) le facteur de qualité de la cavité connectée à la ligne de transmission d'impédance caractéristique  $Z_0 = 50 \Omega$ .

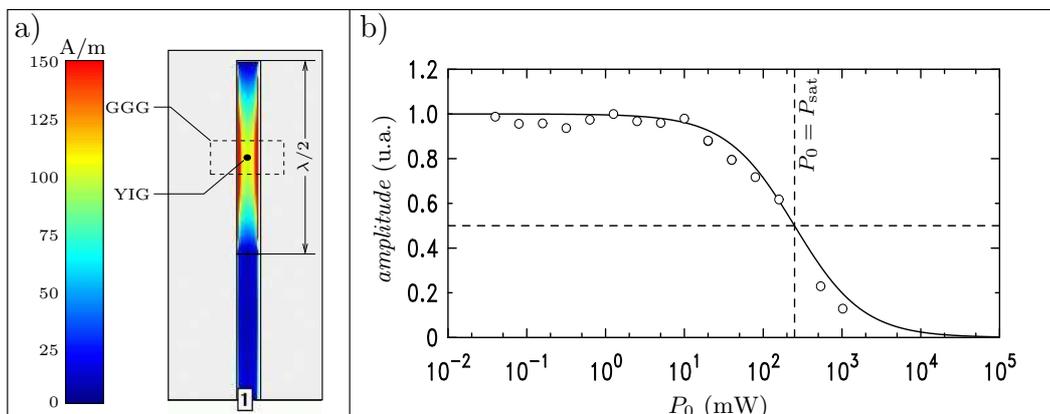


FIG. 2.12 – **Calibration du champ micro-onde** a) densité de courant à la résonance, calculée par un solveur bidimensionnel pour une puissance  $P_{in} = 20$  mW en (1). b) Courbe de saturation de la particule de DPPH à 10,47 GHz. Lorsque le générateur délivre une puissance  $P_0 = 250$  mW, la susceptibilité de l'échantillon a diminué de moitié. Le champ micro-onde généré est alors égal au champ de saturation  $h_{\text{sat}} = 0,90 \pm 0,05$  G.

### 2.4.2.3 Calibration du champ micro-onde

Nous avons vu au Chapitre 1 l'existence en RFM de phénomènes non linéaires qui apparaissent lorsqu'on augmente l'intensité du champ micro-ondes. A l'apparition de ces phénomènes correspondent des champs micro-onde critiques  $h_c$  qui peuvent être reliés aux propriétés de l'échantillon (Chapitre 2). Nous verrons au Chapitre 3 comment nous avons étudié ces effets non linéaires dans un disque de grenat magnétique en combinant une détection mécanique à des mesures de susceptibilité micro-onde. Des études de ce type nécessitent une connaissance précise de l'intensité du champ micro-onde généré par le résonateur au niveau de l'échantillon. Une telle calibration du résonateur fut obtenue en combinant deux analyses.

Tout d'abord, par des méthodes numériques, nous avons calculé le champ micro-onde généré au niveau de l'échantillon par un résonateur *bidimensionnel* à l'aide du logiciel *Sonnet Lite* [118] qui permet d'obtenir la distribution de courant micro-onde dans des structures de type ligne en méandre. Le résultat pour notre structure est représenté sur la figure (FIG.2.12a) dans le cas d'une puissance  $P_{in} = 20$  mW. Nous pouvons ensuite obtenir la valeur du champ magnétique en un point donné de l'espace dans le voisinage du résonateur en appliquant la loi de Biot et Savart à cette distribution de courant. On en déduit une équivalence puissance-champ à  $190 \mu\text{m}$  au dessus du centre du résonateur *accordé* :

$$\left( \frac{h^2}{P_{in}} \right)_{\text{SONNET}} = 2,64 \times 10^{-3} \text{ G}^2/\text{mW} \quad (2.51)$$

Afin de vérifier la pertinence du calcul numérique, nous avons également calibré  $h$  expérimentalement en mesurant le champ de saturation  $h_{\text{sat}}$  (EQU.1.155) d'une particule de

diphenyl-picrylhydrazine (DPPH) située au centre du résonateur, à  $300 \mu\text{m}$  du disque de YIG étudié au Chapitre 3. Cette particule de DPPH est épaisse de  $25 \mu\text{m}$  et sa base mesure  $200 \times 150 \mu\text{m}$ . La molécule de DPPH est un échantillon modèle en RPE. Son champ de saturation est connu et vaut  $h_{\text{sat}} = 0,90 \pm 0,05 \text{ G}$ . Ainsi la mesure de la courbe de saturation (l'équivalent de la courbe théorique de la figure (FIG.1.18)) en fonction de la puissance délivrée par la source micro-onde va nous donner une calibration du champ micro-onde.

La susceptibilité  $\chi''_{\text{DPPH}}(H_{\text{ext}})$  de la particule de DPPH a été enregistrée à  $10,47 \text{ GHz}$  (*i.e.* résonateur accordé) par une mesure de la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}}$  pour des puissances délivrées par le générateur comprise entre  $P_0 = 50 \mu\text{W}$  et  $1\text{W}$ . La courbe de saturation que l'on obtient est représentée sur la figure (FIG.2.12b) en fonction de la puissance de sortie  $P_0$  du synthétiseur. On constate que la saturation du signal de RPE correspond à  $P_0 = 250 \text{ mW}$ , équivalent à une puissance à l'entrée du résonateur  $P_{\text{in}} = 110 \text{ mW}$  (conséquence des  $3,6 \text{ dB}$  de pertes dans le circuit micro-onde). On en déduit une équivalence entre la puissance  $P_{\text{in}}$  et le carré de l'amplitude du champ micro-onde *circulairement polarisé* généré par le résonateur :

$$\left( \frac{h^2}{P_{\text{in}}} \right)_{\text{DPPH}} = 7,36 \times 10^{-3} \text{ G}^2/\text{mW} \quad (2.52)$$

Cette valeur est donc presque trois fois plus élevée que celle calculée à partir des résultats de Sonnet, ce qui illustre la limitation de ce type de simulations, que nous attribuons bien sûr à la simplicité du modèle (approximation bidimensionnelle), mais aussi à la sensibilité aux dimensions du gap de couplage capacitif dans des structures de type EE.

Avant de clore cette section, il est important de noter que la calibration ci-dessus concerne le résonateur *en présence* de l'échantillon de YIG, mais *en l'absence* de RFM. Or nous allons voir au Chapitre 3 que l'excitation d'un mode de résonance du disque de YIG perturbe les propriétés du résonateur. Il s'agit d'un effet d'*amortissement radiatif*, caractéristique des études en cavités résonantes d'échantillons possédant une susceptibilité élevée, et sur lequel on reviendra plus en détail par la suite. Il a pour effet d'induire une diminution de l'intensité du champ micro-onde généré par le résonateur, égale à  $30\%$  dans le cas de l'excitation du mode principal de résonance du disque de YIG analysé au Chapitre 3. On en déduit la calibration de l'intensité du champ micro-onde *circulairement polarisé*  $h_{\text{rd}}$  du résonateur *accordé* :

$$\left( \frac{h^2}{P_{\text{in}}} \right)_{\text{rd}} = 3,61 \times 10^{-3} \text{ G}^2/\text{mW} \quad (2.53)$$

Nous venons donc de calibrer le champ micro-onde généré au niveau de l'échantillon par le résonateur accordé, c'est à dire pour  $f_0 = 10,47 \text{ GHz}$ . Nous pourrions en déduire l'intensité pour n'importe quelle autre fréquence en comparant les intensités et les largeurs relatives des signaux de RFM à différentes fréquences. Dans le régime linéaire, le signal de RFM est en effet proportionnel à la puissance, c'est à dire au carré du champ  $h$ . Par exemple, pour  $f_0 = 9,8 \text{ GHz}$ , on observe une diminution de  $13\%$  du signal intégré de RFM. On en déduit donc :

$$\left( \frac{h^2}{P_{\text{in}}} \right)_{9,8 \text{ GHz}} = 3,1 \times 10^{-3} \text{ G}^2/\text{mW} \quad (2.54)$$

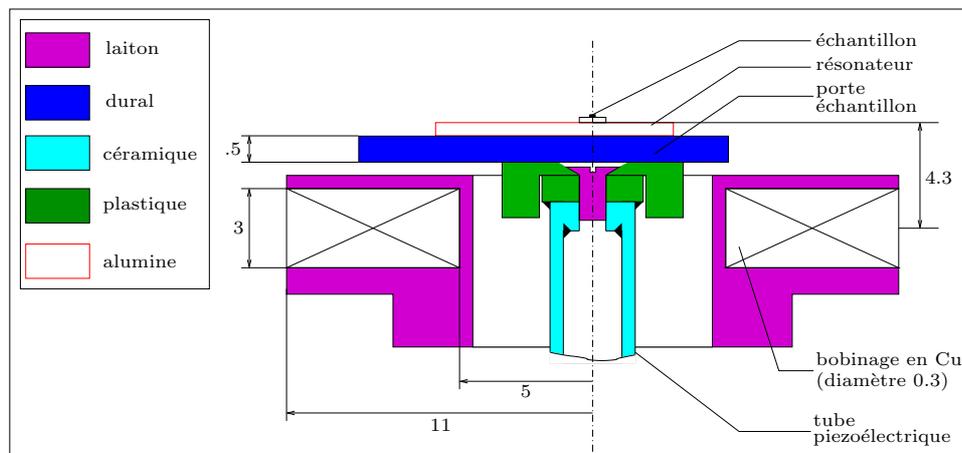


FIG. 2.13 – Bobine de modulation de champ (dimensions en  $mm$ ).

### 2.4.3 Modulation de l'excitation

Nous décrivons trois techniques expérimentales qui permettent de mettre en œuvre les méthodes de modulations introduites au paragraphe 2.3.3. L'objectif est d'augmenter le couplage entre la sonde et l'échantillon en générant une composante de l'aimantation de l'échantillon à la fréquence de résonance de la sonde mécanique.

#### 2.4.3.1 Modulation de source

La modulation de source, ou modulation de l'amplitude du champ micro-onde  $\mathbf{h}$ , est obtenue en appliquant une tension alternative à la fréquence de modulation sur l'entrée *Fréquence Interne* du mélangeur micro-onde. Le mélangeur agit comme un atténuateur contrôlé par une tension. A tension de contrôle nulle  $U_c=0$ , le signal de sortie est nul et il existe une gamme de la tension de contrôle pour laquelle la tension de sortie est proportionnelle à  $U_c$ . Ainsi un signal AC à la fréquence  $f_{AM}$  permet de moduler l'amplitude du signal micro-onde d'entrée. Notons que si la tension de sortie est proportionnelle au signal de modulation, la puissance de sortie est alors proportionnelle au carré du signal de modulation.

#### 2.4.3.2 Modulation de champ, modulation de fréquence

Une bobine placée sous le résonateur micro-onde (FIG.2.13) génère un champ magnétique  $\mathbf{H}_{mod}$  perpendiculaire au plan de l'échantillon et donc colinéaire au champ statique  $\mathbf{H}_{ext}$  généré par l'électroaimant. Elle est caractérisée par une inductance  $L_{mod} = 0,165 \text{ mH}$  et une résistance  $R_{mod} = 1,95 \Omega$ . La distance entre la bobine et l'échantillon (4 mm) est suffisante pour que l'on puisse considéré  $\mathbf{H}_{mod}$  comme étant homogène au niveau de l'échantillon. Pour générer un champ modulé à la fréquence du levier, il suffit de faire circuler un courant AC à la fréquence  $f_c$  dans la bobine. La valeur  $H_{mod}$  du champ généré par cette bobine, en fonction de l'intensité  $I$  du courant qui la traverse, fut obtenue

- d’une part en mesurant expérimentalement le décalage du champ de RFM de l’échantillon décrit au Chapitre 3 induit par le champ  $H_{\text{mod}}$ . Le résultat de cette mesure est représenté sur la figure (FIG.2.14a). On en déduit une calibration du champ et du gradient de champ de la bobine *en mode statique* :

$$\frac{H_{\text{mod}}(f=0)}{I_{\text{DC}}} = 83 \text{ G/A} \quad \frac{\partial_z H_{\text{mod}}(f=0)}{I_{\text{DC}}} = 230 \text{ (G/cm)/A} \quad (2.55)$$

- d’autre part, à l’aide d’un petit solénoïde en cuivre (5 tours,  $2 \times 2$  mm) placé au niveau de l’échantillon, on a déterminé l’efficacité de la bobine de modulation en fonction de la fréquence  $f_{\text{mod}}$ . Le résultat de cette mesure est représenté sur la figure (FIG.2.14b) en intensité relative,  $H_{\text{mod}}(f)/H_{\text{mod}}(f=0)$ , l’intensité absolue étant donnée par la calibration précédente. On en déduit une perte d’efficacité d’un facteur 0,76 à la fréquence du levier<sup>21</sup>  $f_c = 3$  kHz :

$$\frac{H_{\text{mod}}(f=f_c)}{I_{\text{PP}}} = 63 \text{ G/A}_{\text{PP}} \quad \frac{\partial_z H_{\text{mod}}(f=f_c)}{I_{\text{PP}}} = 175 \text{ (G/cm)/A}_{\text{PP}} \quad (2.56)$$

Nous attribuons cette diminution de l’efficacité du circuit de modulation de champ à l’effet de peau dans l’armature en laiton du bobinage et dans le porte échantillon en Dural qui est intercallé entre la bobine et l’échantillon (*cf.* (FIG.2.13))<sup>22</sup>.

Cependant, le fait que la bobine génère un gradient de champ au niveau de l’échantillon et donc au niveau de la sonde est un inconvénient majeur. En effet d’après (2.32), il va en résulter une force parasite sur le levier, qui va se superposer au signal de RFM. Cette bobine pourra en revanche être utilisée à d’autres fins, telles que la caractérisation de la sonde mécanique décrite au paragraphe 2.6.5. Elle fut en effet utilisée pour calibrer la réponse de notre sonde mécanique à un gradient de champ. Cette calibration, que nous allons décrire plus loin, constitue l’un des points clefs de notre analyse quantitative de la RFM, décrite à la fin de ce chapitre.

Un moyen plus astucieux de faire de la modulation de champ consiste à moduler la fréquence  $f_0$  de l’excitation micro-onde, le champ statique  $H_0$  et la fréquence de pompage  $f_0$  jouant un rôle équivalent en résonance ferromagnétique (voir Chapitre 1). Dans le cas où la source micro-onde est un VCO, il faut pour cela superposer à la tension de contrôle DC une tension AC à la fréquence de modulation. Le synthétiseur micro-onde offrait quant à lui la possibilité de délivrer directement un signal modulé en fréquence, jusqu’à des fréquences de modulation de 150 MHz. Notons également que cette méthode possède un avantage supplémentaire sur la modulation de champ car la bande spectrale disponible est bien plus large.

### 2.4.3.3 Modulation anharmonique

La modulation anharmonique combine une modulations de source à une fréquence  $f_s$  avec une modulation de fréquence à une fréquence  $f_f = f_s + f_c$ , afin de générer une composante du signal de RFM à la fréquence de résonance  $f_c$  du levier. Il faut de plus extraire la différence

21. *cf.* paragraphe 2.6.1.

22. La profondeur de peau de l’Al passe par exemple de 2,7 mm à 1 kHz à 0,85 mm à 10 kHz.

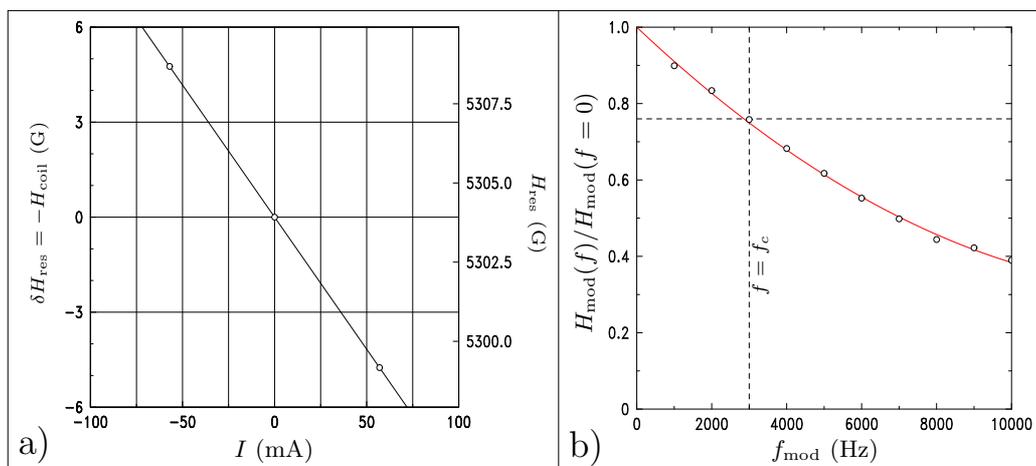


FIG. 2.14 – **Calibration du champ généré au niveau de l'échantillon par la bobine de modulation.** a) En faisant passer un courant continu  $I$  dans la bobine, on induit un décalage  $\delta H_{\text{res}}$  de la valeur du champ statique extérieur nécessaire pour exciter le mode principal de RFM du disque de grenat étudié au chapitre 3. b) À l'aide d'une petite bobine de calibration on a mesuré l'efficacité de la bobine de modulation en fonction de la fréquence du courant  $I$ .

$f_c = f_f - f_s$  afin d'avoir un signal de référence pour la détection synchrone des vibrations du levier. On utilise pour cela un mélangeur qui multiplie les signaux de modulation à  $f_s$  et  $f_f$ . On obtient donc en sortie de ce mélangeur un signal qui possède deux composantes de Fourier, l'une à la somme  $f_f + f_s$  et l'autre à la différence  $f_c = f_f - f_s$  des fréquences de modulations. Un filtre passe bas approprié permet de ne retenir que la composante à  $f_c$ . Ce signal est éventuellement amplifié puis envoyé à la référence du détecteur synchrone.

## 2.5 Montage expérimental : mesure de susceptibilité

La puissance micro-onde  $P_{\text{ref}}$  réfléchiée au niveau de la capacité de couplage par le résonateur  $\lambda/2$  est extraite du circuit micro-onde à l'aide d'un circulateur puis mesurée par une diode rapide. Cette diode est calibrée avec soin de sorte qu'elle délivre en sortie une tension proportionnelle au carré de la tension du signal micro-onde dans la gamme de mesure concernée. Ainsi le signal délivré par cette diode est directement proportionnel à  $P_{\text{ref}}$ , c'est à dire au carré coefficient de réflexion  $\Gamma$  au niveau du couplage capacitif entre le résonateur et la ligne de transmission :

$$P_{\text{ref}} \propto \Gamma^2 P_{\text{in}} = P_{\text{in}} \left( \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \right)^2 \quad (2.57)$$

avec  $Z_0 = 50 \Omega$  l'impédance caractéristique de la ligne de transmission et  $Z$  celle du résonateur. Pour une fréquence micro-onde  $\omega$  donnée, une mesure de  $P_{\text{ref}}$  en fonction du champ

statique  $\mathbf{H}_{\text{ext}}$  appliqué à l'échantillon est une mesure de l'adaptation en impédance de la cavité. Or deux paramètres vont pouvoir modifier le coefficient  $\Gamma$ . La fréquence micro-onde, puisque  $\Gamma$  sera minimum à la fréquence de résonance  $\omega_0$  de la cavité, et la susceptibilité  $\chi$  de l'échantillon analysé, puisque l'excitation d'une RFM va perturber les propriétés de la cavité. Il faut donc distinguer deux cas :

1. *Résonateur accordé* : lorsque l'on envoie au résonateur un signal micro-onde à sa fréquence de résonance, la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}}$  est minimale (FIG.2.11.b), la majeure partie de l'énergie étant transférée au champ  $h$ . C'est dans ce cas que la mesure de susceptibilité est la plus sensible. En effet, un résonateur possédant un facteur de qualité élevé (rappelons que  $Q_L \approx 150$ ) est très sensible à toute modification de son environnement. Dans le cas qui nous concerne, cette modification est due à l'excitation d'une RFM dans l'échantillon, qui se traduira par une augmentation de la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}}$ . On peut alors exprimer [112] l'augmentation  $\Delta\Gamma$  du coefficient de réflexion lorsque la condition de RFM est satisfaite en fonction de la partie imaginaire  $\chi''$  de la susceptibilité de l'échantillon :

$$\Delta\Gamma = \frac{4\pi\eta Q_L \chi''_{\text{res}} (1 - \Gamma_0)}{1 + 4\pi\eta Q_L \chi''_{\text{res}}} \quad (2.58)$$

avec  $\Gamma_0 \ll 1$  le coefficient de réflexion loin de la condition de RFM. Retenons donc que la signature d'une résonance ferromagnétique sera un pic de la puissance réfléchie lorsque nous travaillerons avec un résonateur accordé et que la mesure sera d'autant plus sensible que l'excitation perturbera le résonateur. Cette sensibilité du résonateur est caractérisée par son *facteur de remplissage*  $\eta$ , défini comme le rapport de la puissance micro-onde moyenne dans l'échantillon à la puissance moyenne dans la cavité résonnante [101] :

$$\eta = \frac{\int_{V_{\text{éch}}} h^2 dv}{\int_{V_{\text{cavité}}} h^2 dv} \quad (2.59)$$

Nous verrons au Chapitre 3 qu'il est possible de l'évaluer à partir de l'étude de l'effet d'amortissement radiatif introduit au paragraphe 2.4.2.3. On en déduit alors une valeur de  $\eta \approx 2 \times 10^{-6}$ .

2. *Résonateur désaccordé* : si nous envoyons au résonateur un signal à une fréquence différente de sa fréquence de résonance, la presque totalité de la puissance envoyée sera réfléchie au niveau de la capacité de couplage. La faible partie de la puissance effectivement transférée au résonateur sera à nouveau réfléchie à son extrémité, en étant éventuellement atténuée si l'échantillon en absorbe une partie. La puissance totale réfléchie sera donc la somme d'une ligne de base très intense due à la désadaptation en impédance de la capacité de couplage et d'un faible signal dépendant de l'absorption par l'échantillon, qui sera la signature de l'excitation d'une résonance ferromagnétique. Lorsque nous travaillerons avec un résonateur désaccordé, une résonance ferromagnétique se traduira donc par une faible diminution de  $P_{\text{ref}}$ .

## 2.6 Montage expérimental : détection mécanique

### 2.6.1 Réalisation de la sonde

La sonde utilisée pour toutes les mesures présentées dans ce manuscrit est constituée d'un levier commercial *Park microlever*<sup>TM</sup> à l'extrémité duquel nous avons collé un aimant permanent de forme cylindrique (FIG.2.15a). Le choix d'une pointe cylindrique est justifié par le fait qu'il s'agit de la géométrie la plus favorable pour générer un champ de fuite intense et fortement inhomogène. Cette propriété va se révéler utile à l'étude de l'influence de la sonde, notamment à l'étude du régime de couplage fort entre la pointe et l'échantillon (paragraphe 3.4). Il s'agit de plus d'une pointe de forme bien caractérisée, possédant une symétrie axiale. Ceci va grandement faciliter l'analyse du couplage sonde-échantillon (*cf.* la discussion du paragraphe 2.3) et constitue un des points clefs de notre dispositif expérimental. Nous verrons en effet au chapitre 3 que notre détection mécanique permet, dans certains cas particuliers pour lesquelles l'ensemble sonde-échantillon conserve cette symétrie axiale, de remonter à des informations *quantitatives* sur les propriétés de l'échantillon, à partir de la mesure de la déformation du levier. Il s'agit là d'une avancée importante dans le domaine des microscopies à sondes locale, qui ont souvent été critiquées (notamment dans le cas du MFM [46]) pour leur inadéquations à des mesures quantitatives.

Le levier que nous utilisons est un triangle de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  évidé long de  $320 \mu\text{m}$  et dont les bras mesurent  $22 \mu\text{m}$  de large. Son épaisseur est de  $0,6 \mu\text{m}$  (données commerciales). En l'absence de la pointe magnétique sa constante de raideur est de  $0,01 \text{ N/m}$  et sa fréquence de résonance est de  $7 \text{ kHz}$  (données commerciales). Le cylindre magnétique est obtenu en découpant un long fil de rayon  $R_{\text{sonde}} = 9,0 \pm 0,5 \mu\text{m}$ . Ce fil est constitué d'un alliage<sup>23</sup> ferromagnétique à base de Nickel, Cobalt et Fer [83]. Il nous a été aimablement fourni par O. ACHER et A. L. ADENOT-ANGELUIN du Laboratoire Matériaux Magnétiques et Hyperfréquence du CEA. Les dimensions du cylindre obtenu ont été mesurées en microscopie électronique (FIG.2.15). Il mesure  $S_{\text{sonde}} = 32 \pm 3 \mu\text{m}$  de long. Son aimantation à saturation, mesurée au SQUID<sup>24</sup> (FIG.2.15b), est de  $510 \text{ emu/cm}^3$  et il présente une anisotropie magnétocristalline uniaxiale de  $50 \text{ G}$  dont l'axe de facile aimantation correspond à l'axe du cylindre [83]. Ce cylindre est fixé à l'extrémité du levier par une goutte de colle *epoxy* puis orienté sous champ magnétique durant le séchage de la colle, de telle sorte que l'axe du cylindre soit perpendiculaire au levier.

La figure (FIG.2.16) est une représentation à l'échelle du microlevier avec sa pointe magnétique cylindrique en interaction avec le champ de fuite  $H_{\text{ech}}$  de l'échantillon de grenat magnétique ( $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ) étudié au Chapitre 3. La déformation du levier est la conséquence de l'action conjointe de la force  $F_z$  et du couple  $N_y$  créés par le champ total  $H_{\text{ext}} + H_{\text{ech}}$ , calculé dans le cadre du modèle introduit au paragraphe 2.2.1.2.

### 2.6.2 Détection de la déformation du levier

La déformation du levier est mesurée par la déflexion d'un faisceau laser focalisé sur son extrémité libre (FIG.2.17) avec un angle d'incidence  $\theta$ . Le faisceau réfléchi à  $2\theta$  est détecté

23. Composition exacte, en pourcentage atomique :  $\text{Co}_{64}\text{Fe}_{6,5}\text{Ni}_{1,5}\text{Si}_{14}\text{B}_{14}$ .

24. La mesure d'aimantation fut réalisée sur deux échantillons issus du même fil que la sonde, mais plus long ( $125$  et  $300 \mu\text{m}$ ).

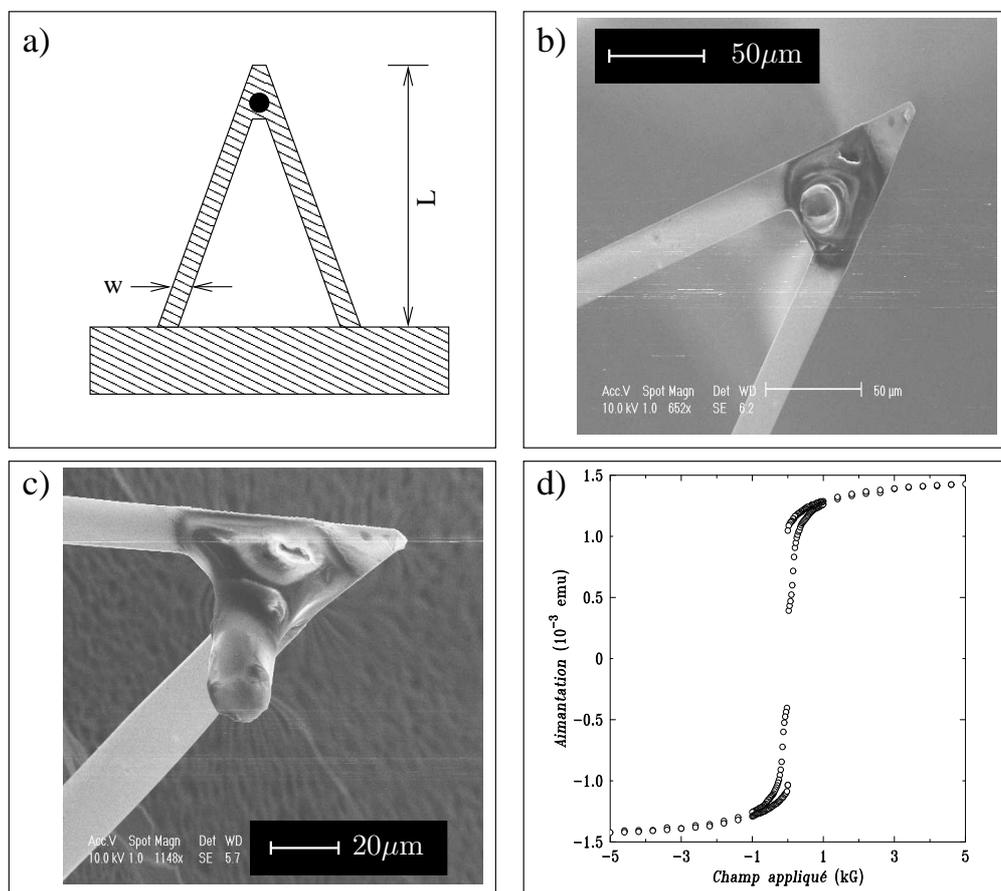


FIG. 2.15 – **Sonde mécanique.** a) Représentation schématique du levier. Il s'agit d'un levier triangulaire en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  épais de  $2c = 0,6 \mu\text{m}$ , long de  $L = 320 \mu\text{m}$  et dont les bras sont larges de  $w = 22 \mu\text{m}$ . b), c) Micrographies électroniques de la sonde mécanique : un aimant permanent cylindrique de  $S_{\text{sonde}} = 32 \pm 3 \mu\text{m}$  de long sur  $R_{\text{sonde}} = 9,0 \pm 0,5 \mu\text{m}$  de rayon est collé à l'extrémité du levier. d) Courbe d'aimantation mesurée au SQUID sur deux fils du même alliage que la sonde, de  $18 \mu\text{m}$  de diamètre sur 125 ou  $300 \mu\text{m}$  de long. On en déduit, pour ce matériau, une aimantation à saturation de  $510 \text{ emu/cm}^3$  à température ambiante.

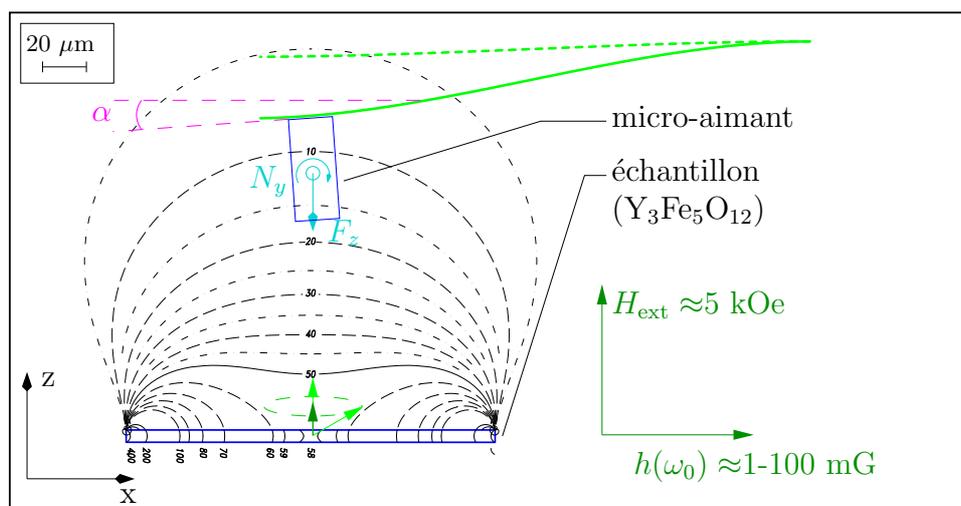


FIG. 2.16 – **Détection mécanique de la RFM.** Le champ de fuite de l'échantillon crée une force  $F_z$  et un couple  $N_y$  sur une pointe magnétique collée à l'extrémité d'un microlevier. La mesure optique de l'angle de flexion  $\alpha$  (volontairement exagéré sur cette figure : sa valeur caractéristique est de l'ordre de  $10^{-6}$  rad.) permet de caractériser les modifications du champ de fuite induites par l'excitation de la RFM. Pour calculer les lignes  $B_z$  constant du champ de fuite de l'échantillon sur cette figure à l'échelle, on a utilisé les paramètres du disque de grenat magnétique étudié au Chapitre 3 appliqué au modèle présenté dans l'Annexe C.

à l'aide d'un PSPD (*Position Sensitive Photo-Detector*), formé par un cadran de quatre photodiodes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  et  $B_2$  (FIG.2.17). La mesure de la tension  $U_{A-B} = U_{(A_1+A_2)-(B_1+B_2)}$  est proportionnelle à la déformation longitudinale du levier (modes de flexion). Si la position du cadran est ajustée de telle sorte que lorsque le levier est à l'équilibre les deux diodes reçoivent la même intensité lumineuse, alors tout déplacement du levier hors de sa position d'équilibre se traduira par une tension différentielle  $U_{A-B}$  non nulle. Ce principe de détection allie grande sensibilité et large gamme d'amplitude de déformation. De plus, les fluctuations d'intensité du laser peuvent à priori être soustraites du signal  $U_{A-B}$  en mesurant également l'intensité lumineuse totale  $U_{A+B} = U_{(A_1+A_2)+(B_1+B_2)}$  reçue par le cadran. La quantité directement mesurée par cette technique est l'angle de flexion  $\alpha$  du levier au niveau du spot laser (FIG.2.16), c'est-à-dire de la dérivée  $\frac{\partial x(y)}{\partial y}$  de la déformation  $x(y)$  du levier. Le principal inconvénient de cette méthode de détection est donc qu'il n'existe pas de relation directe entre la tension  $U_{A-B}$  et le déplacement vertical  $x$  du levier<sup>25</sup>. Pour pallier à cet inconvénient, la déformation de la pointe en fonction de son déplacement a été calibrée en utilisant un réseau de plots d'épaisseur connu avec précision (220 nm) sur lequel on a balayé la pointe en mode contact. On en déduit une équivalence entre la tension normalisée mesurée par le PSPD et le déplacement  $y(x=L)$  de l'extrémité du levier :

$$\frac{U_{A-B}}{U_{A+B}} = 0,23375 \quad \Leftrightarrow \quad y(x=L) = 220 \pm \dots \text{ nm} \quad (2.60)$$

La mesure de la tension *continue*  $U_{A-B}$  est donc une mesure de la déformation *statique* du levier. Mais afin de mesurer l'amplitude des vibrations du levier à sa fréquence de résonance  $\omega_c$ , une mesure de la composante de Fourier à  $\omega_c$  de la tension  $U_{A-B}$  est nécessaire. Nous utilisons pour cela une détection synchrone à la fréquence du levier.

Il est important de connaître la gamme de sensibilité du PSPD, c'est à dire les amplitudes minimales et maximales qu'il est possible de mesurer avec ce type de dispositif. La borne inférieure de cette gamme de sensibilité est définie par le bruit de la mesure, qui est dominé par le bruit thermomécanique du levier. Nous allons voir dans les paragraphes qui suivent que cette limitation correspond à un plus petit déplacement détectable de 1,7 Å dans une bande passante de 1 Hz. La borne supérieure correspond quant à elle au plus grand déplacement mesurable pour lequel la relation tension-déplacement est encore linéaire. Pour la déterminer, nous avons réalisé la mesure suivante. Le levier est excité à sa fréquence de résonance  $f_c$  et à amplitude constante par le gradient de champ de la bobine de calibration. On fait alors varier à l'aide d'un miroir<sup>26</sup> la position du spot laser sur le cadran de photodiode afin de déterminer jusqu'à quelle valeur du rapport  $\eta = U_{A-B}/U_{A+B}$  le signal du lock-in reste constant. La valeur critique de  $\eta$  au delà de laquelle on observe une saturation du signal du lock-in, traduite en déplacement par la relation (2.60), correspond alors au plus grand déplacement mesurable. Le résultat de cette mesure est représenté sur la figure (FIG.2.17). On en déduit une borne supérieure égale à un déplacement de 230 nm. Le signal du PSPD

25. Il existe une méthode optique de détection qui consiste à approcher une fibre optique à une distance  $d$  très proche de l'extrémité du levier [107]. La superposition du faisceau incident avec celui réfléchi par le levier donne lieu à la formation d'une figure d'interférence, et la variation du nombre de franges d'interférences est directement reliée à la variation de la distance  $d$ . Cette technique de *détection interférométrique* permet donc de mesurer *directement* le déplacement du levier. Mais sa très grande sensibilité la rend en revanche inadaptée pour la mesure d'amplitudes de vibration de l'ordre de, ou supérieures à la distance  $d$ .

26. Pour des raisons de lisibilité, ce miroir n'est pas représenté sur la figure (FIG.2.17).

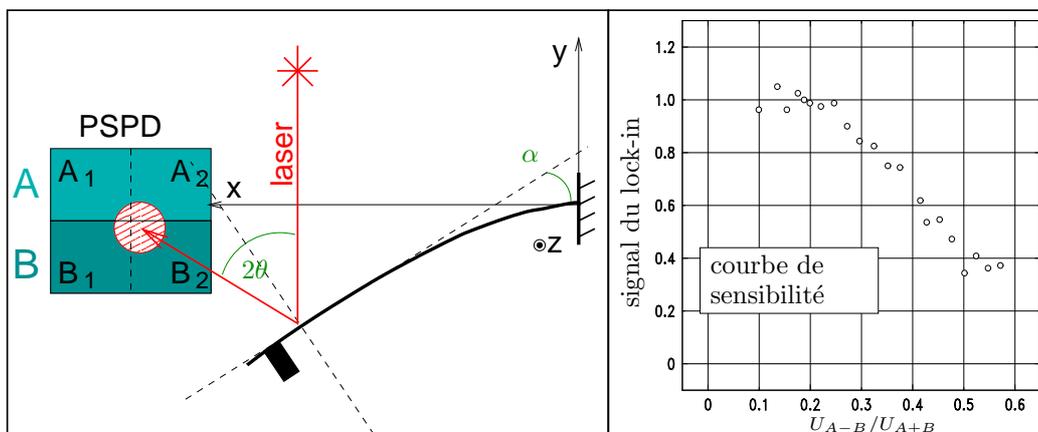


FIG. 2.17 – **Principe de la détection de la déformation du levier.** La variation  $\delta\theta$  de l'angle de réflexion du faisceau laser est égale à la variation  $\delta\alpha$  de l'angle de flexion du levier, c'est à dire à la modification de la courbure  $\frac{\partial y}{\partial x}$  du levier au niveau de la formation du spot laser. Cette quantité est proportionnelle à la différence de tension entre les deux photodiodes A et B du PSPD. On a représenté le profil de sensibilité du levier. À excitation constante, le signal du Lock-In ne varie pas tant que le rapport  $U_{A-B}/U_{A+B}$  reste inférieur à 0,25.

permet donc de remonter au déplacement du levier par la relation linéaire (2.60) sur plus de 3 ordres de grandeur.

Notons pour finir que la mesure de la tension  $U_{A-B}$  est insensible aux mouvements de torsion du levier selon  $z$ . Pour effectuer une mesure de torsion, il faudrait utiliser les quatre photodiodes du quadrant et mesurer la tension  $U_{(A_1+B_1)-(A_2+B_2)}$  [91].

### 2.6.3 Positionnement de l'échantillon par rapport à la sonde

Trois dispositifs permettent de contrôler la position relative de l'échantillon par rapport à la pointe.

1. Pour les petits déplacements, le résonateur micro-onde est monté sur un tube piézoélectrique qui permet d'effectuer des déplacements très précis d'une amplitude maximum de  $55 \mu\text{m}$  dans le plan et de  $3 \mu\text{m}$  selon  $z$ .
2. Pour de plus grands déplacements selon  $z$  (permettant par exemple de modifier la distance sonde échantillon  $\ell$ ), un système de trois vis micrométriques permet de régler la distance verticale sonde-échantillon avec une précision de l'ordre du  $\mu\text{m}$ .
3. Enfin, pour de grands déplacements dans le plan, le tube piézoélectrique est monté sur une platine XY dont le déplacement est engendré par un système de moteurs piézoélectriques. La précision du positionnement est de l'ordre de la dizaine de microns.

### 2.6.4 Stabilisation du montage

Le microlevier étant un système résonnant avec un facteur de qualité  $Q$  élevé, ses propriétés sont extrêmement sensibles à toute modification d'un paramètre extérieur. Or la stabilité des propriétés mécaniques du levier est cruciale pour le bon déroulement de l'acquisition des mesures de RFM. Cette stabilité doit de plus être assurée sur des périodes relativement longues, là encore à cause du facteur de qualité. On peut effectivement montrer<sup>27</sup> qu'un levier avec un facteur de qualité  $Q$  et une fréquence de résonance  $f_c = \omega_c/2\pi$  possède un temps de relaxation  $\tau_c = 2Q/\omega_c = Q/(\pi f_c)$ , qui limite la bande spectrale disponible. Pour la sonde que nous utilisons, ce temps caractéristique est égal à 1s (soit une bande spectrale de 1 Hz) pour un champ statique de 5 kOe, ce qui signifie que la quantité mesurée par la déformation du levier correspond à la force qui lui est appliquée moyennée sur une durée de l'ordre de la seconde. Il faudra donc attendre quelques secondes entre deux mesures successives afin de complètement les décorrélérer [4].

Le paramètre déterminant pour la stabilité des propriétés du levier est sa température  $T$ , qui est susceptible de varier via deux processus de chauffage :

1. **Le contact thermique avec le reste du dispositif expérimental.** Afin de supprimer son influence, la température du microscope  $T_m$  est stabilisée à  $12,00 \pm 0,02$  °C par des modules à effet Peltier asservis sur une mesure de la température d'une résistance en platine PT100. Rappelons que l'effet Peltier est un effet thermoélectrique *indirect*. À température uniforme, le passage d'un courant de densité  $\mathbf{J}$  dans un conducteur s'accompagne d'un flux de chaleur

$$\mathbf{J}_Q = \Pi \mathbf{J} \quad (2.61)$$

où le *coefficient Peltier*  $\Pi$  dépend notamment de la densité et du signe des porteurs de charges. Un module Peltier consiste en une jonction de deux conducteurs ayant des coefficients  $\Pi$  et  $\Pi'$  différents (typiquement deux semi-conducteurs, un de type  $p$  et l'autre de type  $n$ ) et le dégagement ou l'absorption de chaleur à l'interface par unité de temps et par unité de surface vaut :

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{\text{Peltier}} = (\Pi - \Pi') J \quad (2.62)$$

L'effet Peltier est donc linéaire en  $\mathbf{J}$  : selon le sens du courant il se produit à l'interface un dégagement ou bien une absorption de chaleur, d'où l'utilisation de modules Peltier dans des dispositifs de régulation de température.

2. **La puissance du faisceau laser.** Pour conserver cette puissance constante, nous utilisons un laser He-Ne asservi en fréquence, auquel nous avons ajouté une boucle d'asservissement sur l'intensité du signal  $U_{A+B}$  mesuré par le PSPD. Nous arrivons à obtenir une stabilité de l'intensité du laser de l'ordre de la dizaine de ppm, suffisante pour garantir une bonne stabilité des propriétés mécaniques du levier.

### 2.6.5 Propriétés mécaniques de la sonde

Les propriétés mécaniques de la sonde sont entièrement caractérisées par 3 paramètres : sa fréquence de résonance  $f_c = \omega_c/2\pi$ , son facteur de qualité  $Q$  et sa constante de raideur  $k$ .

<sup>27</sup>. cf. Annexe D.

La connaissance de la fréquence de résonance du levier est primordiale dès lors que l'on veut utiliser ses propriétés d'amplification décrites au paragraphe 2.2. Quant à la connaissance des deux autres paramètres, elle peut s'avérer utile si l'on veut remonter à des informations *quantitatives* sur la force appliquée au levier à partir de son amplitude de vibration (EQU.2.22).

Une calibration de ces propriétés est absolument nécessaire [59]. On ne peut pas se baser uniquement sur des estimations numériques [26, 93] fondées sur la seule connaissance des dimensions du levier car celles-ci ne sont connues que de manière approximative. C'est notamment le cas de l'épaisseur  $2c$  du levier. Sachant que la raideur  $k$  est proportionnelle à  $c^3$  (EQU.2.4), une petite erreur sur l'épaisseur peut entraîner une très mauvaise estimation de la constante de raideur.

Toutes ces propriétés vont dépendre de trois paramètres extérieurs : la température  $T$  du levier, le champ magnétique total  $H_{\text{tot}}$  et la pression  $P$  de l'enceinte sous vide. Concernant la température du levier, il nous faut considérer deux sources de chauffage : celle due à la puissance du faisceau laser et celle due au contact thermique avec l'ensemble du dispositif expérimental. La température du montage étant stabilisée à  $\pm 0,02$  °C près, il s'agit en principe d'un paramètre fixé tout au long de l'expérience. De même, l'intensité du laser est stabilisée avec une précision de l'ordre de quelques dizaines de *ppm*. On peut donc négliger les effets de chauffage sur les propriétés du levier et considérer sa température constante tout au long des mesures. Par contre il est important de caractériser l'influence du champ magnétique sur les propriétés de la sonde car il s'agit d'un paramètre variable. Cette influence résulte de l'interaction du cylindre magnétique avec le champ extérieur qui, rappelons-le, est la superposition du champ statique homogène  $H_{\text{ext}}$  parallèle à l'axe de la pointe et du champ de fuite de l'échantillon  $H_{\text{ech}}$ . Les propriétés mécaniques de la sonde sont donc susceptibles de varier si on modifie  $H_{\text{ext}}$  (c'est typiquement le cas lorsqu'on balaye le champ pour mesurer une résonance ferromagnétique) ou si on change la position relative entre la sonde et l'échantillon (c'est d'ailleurs le principe de la microscopie à force magnétique dans le cas où la séparation sonde-échantillon est asservie sur sa fréquence de résonance).

Nous allons présenter trois mesures distinctes permettant de caractériser les propriétés mécaniques de la sonde. Tout d'abord par une mesure du bruit thermomécanique du levier, nous allons, pour un champ extérieur donné, déterminer à la fois sa fréquence de résonance  $f_c$ , son facteur de qualité  $Q$  et sa constante de raideur  $k$ . Nous allons comparer la valeur de  $k$  obtenue par cette mesure de bruit avec celle déduite d'une mesure de réponse pour laquelle nous avons soumis la sonde à une force extérieure connue. Ceci nous renseignera sur la précision avec laquelle nous serons en mesure de caractériser la force appliquée au levier, connaissant son amplitude de vibration. Enfin la dépendance en champ de  $f_c$  et  $Q$  sera analysée par des mesures de réponse.

### 2.6.5.1 Bruit thermomécanique

Le levier est en contact thermique avec le reste du dispositif expérimental, que l'on peut considérer comme un thermostat à la température  $T$ . Cette température étant non nulle, un certain nombre de modes élastiques (*phonons*) vont être thermiquement excités dans le levier. Ainsi, en l'absence de toute force extérieure, le levier vibrera avec une amplitude moyenne  $x_{rms} = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$  telle que le théorème d'équipartition de l'énergie soit vérifié, c'est-à-dire telle que l'énergie cinétique moyenne  $E_c = kx_{rms}^2/2$  associée à ces vibrations thermiquement

excitées soit égale à  $k_B T/2$ , avec  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{J/K}$  la constante de Boltzmann :

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} \quad (2.63)$$

En réalité, les modes de vibration du levier autres que le fondamental possèdent également une amplitude thermique non nulle. Cependant, leurs constantes de raideur effectives étant beaucoup plus élevées que celle du mode fondamental, il ne contribuent que de façon négligeable à la valeur de  $x_{rms}$ , ce qui justifie le traitement du bruit thermique dans le cadre d'un modèle monomode [59].

On peut voir ces vibrations comme étant induites par une force stochastique  $F(t)$  nulle en moyenne et dont la fonction de corrélation temporelle est un pic de Dirac, c'est-à-dire une force de bruit blanc :

$$\begin{aligned} \langle F(t) \rangle &= 0 \\ \langle F(t)F(t+\tau) \rangle &= \langle F^2 \rangle \delta(\tau) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Dans l'espace des fréquences, ces vibrations sont caractérisées par un spectre de bruit en amplitude de vibration  $S_x(\omega)$  qui, d'après le théorème de Wiener Khintchine, est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation temporelle des vibrations du levier :

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \langle x(t)x(t+\tau) \rangle e^{i\omega\tau} \quad (2.65)$$

On peut également écrire  $S_x$  en faisant apparaître le spectre de *bruit blanc*  $S_F$  de la force stochastique  $F$  :

$$S_x(\omega) = |G(\omega)|^2 S_F \quad (2.66)$$

Enfin en remarquant que  $x_{rms}^2 = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle|_{\tau=0}$  n'est autre que l'autocorrélation temporelle des vibrations du levier, on peut réécrire le théorème d'équipartition uniquement en fonction de la température  $T$  du dispositif expérimental et des propriétés mécaniques du levier. On montre alors (cf. Annexe D) que le spectre de bruit en amplitude de vibration présente un pic centré en  $\omega_c^* = \omega_c \sqrt{1 - 1/2Q^2}$  dont la largeur est reliée au facteur de qualité  $Q$  et dont l'amplitude à  $f_c$  permet de déterminer  $k$ , connaissant  $\omega_c$ ,  $Q$  et  $T$  :

$$S_x(\omega) = \frac{4k_B T k}{\omega_c Q} \left( \frac{\omega_c^2}{k} \right)^2 \frac{1}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + \left( \frac{\omega_c \omega}{Q} \right)^2} \quad (2.67)$$

Le résultat d'une mesure de  $S_x(\omega)$  pour une séparation sonde-échantillon  $h = 100 \mu\text{m}$  et un champ statique  $H_{\text{ext}} = 5,3 \text{ kOe}$  est représenté sur la figure (FIG.2.18). On a pour cela utilisé un détecteur synchrone dont on a fait varier la fréquence du signal de référence autour de la résonance du levier. La constante de temps du détecteur est fixée à  $\tau_L = 3 \text{ s}$  et chaque point de la figure (FIG.2.18) correspond à l'écart quadratique moyen du signal de sortie du détecteur synchrone (traduit en amplitude de vibration *rms*), estimé sur 100 cycles. A une fréquence de référence  $\omega$  donnée, on a donc mesuré l'écart quadratique moyen de la composante de Fourier à  $\omega$  de l'amplitude de vibration du levier thermiquement excité  $S_x(\omega)B_{\text{equ}}$ , où  $B_{\text{equ}}$  est la bande passante équivalente de la mesure. Exactement à la

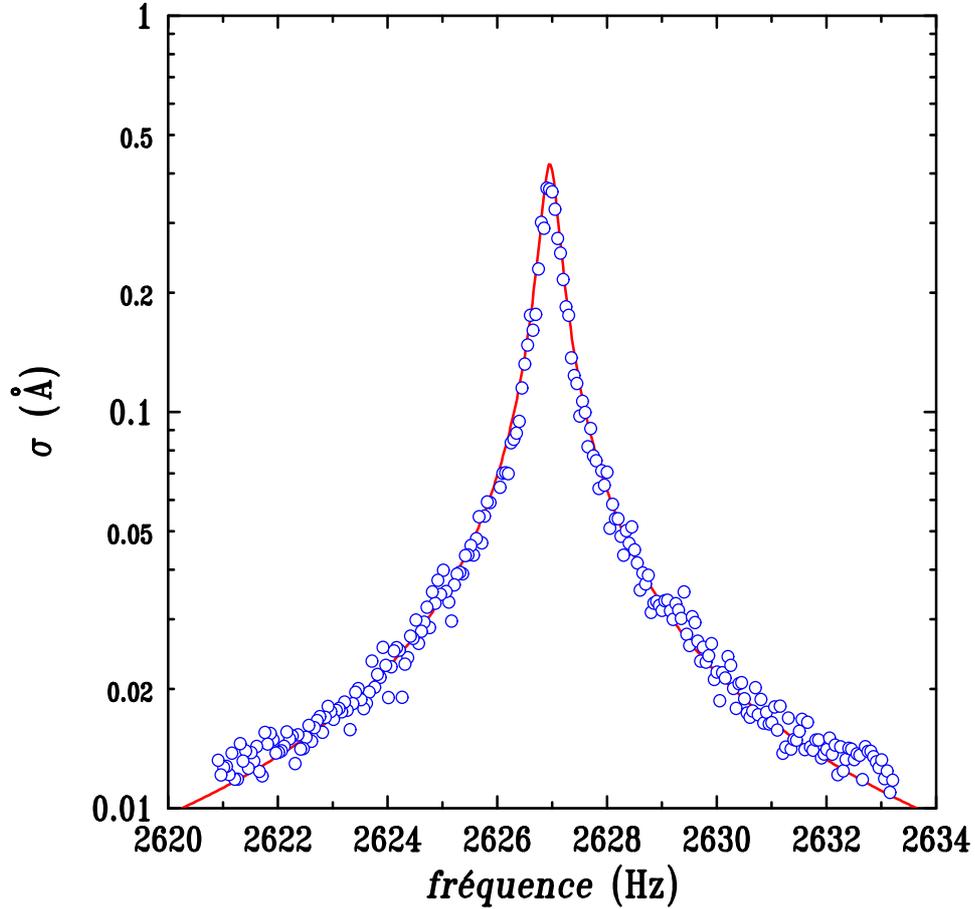


FIG. 2.18 – Spectre de bruit des vibrations thermoactivées du levier sous champ magnétique. La mesure présentée fut réalisée sous un vide de  $5 \times 10^{-6}$  Torr, à  $T = 285,00 \pm 0,02$  K pour un champ statique  $H_{\text{ext}} = 5,3$  kOe et une séparation sonde-échantillon  $\ell = 100$   $\mu\text{m}$  (l'échantillon en question étant le disque de grenat d'Yttrium étudié au Chapitre 3). La constante de temps du détecteur synchrone utilisé pour la mesure est  $\tau_L = 3$  s. Le signal mesuré correspond à l'écart quadratique moyen  $\sigma_x(f) = \sqrt{\langle x(f)^2 - \langle x(f) \rangle^2 \rangle}$  de la composante de Fourier à la fréquence  $f = \omega/2\pi$  de l'amplitude de vibration du levier estimée sur 100 cycles. La courbe en trait plein est un ajustement par la fonction  $S_x(f) = S_F \|G(f)\|^2$  (EQU.2.67) dont on déduit le facteur de qualité  $Q = 8300 \pm 50$ , la fréquence de résonance  $f_c = 2627,0 \pm 0,1$  Hz et la constante de raideur  $k = 0,28$  N/m du levier.

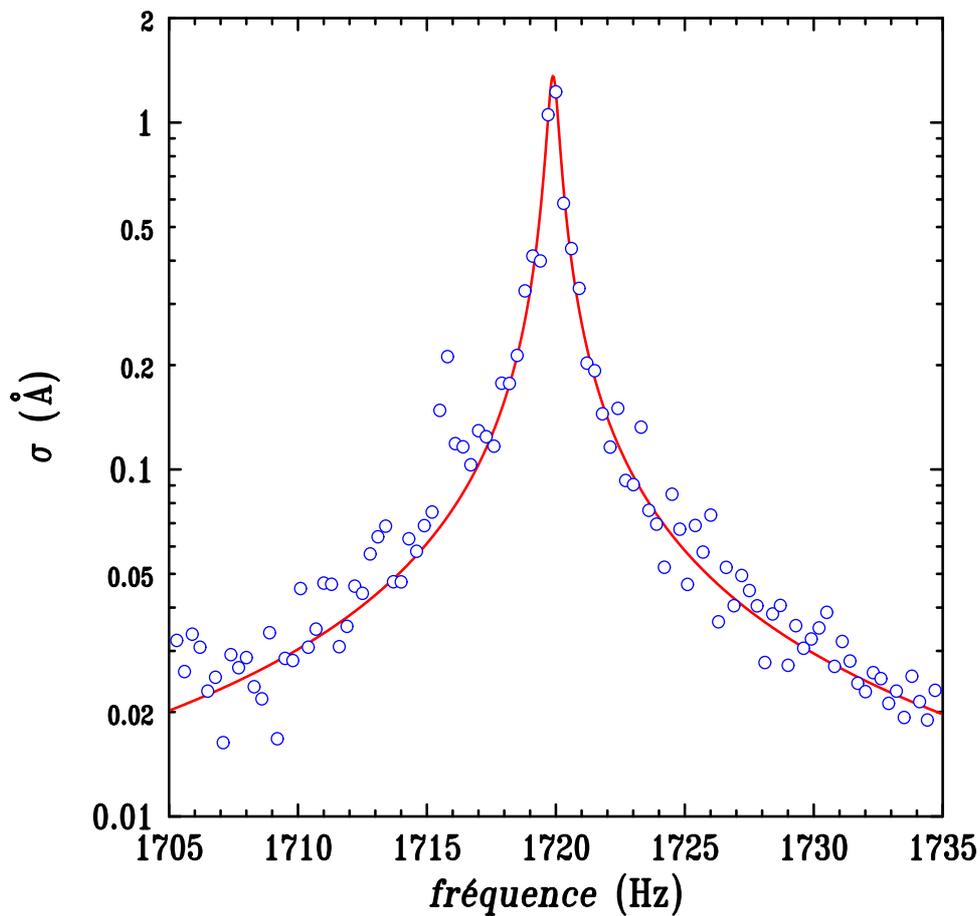


FIG. 2.19 – Spectre de bruit des vibrations thermoactivées du levier en champ nul. La mesure fut réalisée sous un vide de  $5 \times 10^{-6}$  Torr, à  $T = 285,00 \pm 0,02$  K. On en déduit une fréquence de résonance  $f_c = 1722,0 \pm 0,1$  Hz, un facteur de qualité  $Q = 4000$  et une constante de raideur  $k = 0,025$  N/m.

résonance du levier,  $\omega = \omega_c$ , la bande passante équivalente de la mesure est une combinaison<sup>28</sup> de la bande passante du détecteur  $B_{LI} = 1/4\tau_L = 0,08$  Hz et de la bande passante du levier  $B_c = \pi f_c/4Q = 0,25$  Hz :  $B_{equ} = (1/B_{LI} + 1/B_c)^{-1} = 0,06$  Hz. Un ajustement par la fonction  $S_x(\omega)^{1/2}$  donne un facteur de qualité  $Q = 8300 \pm 50$  et une fréquence de résonance  $f_c = \omega_c/2\pi = 2627,0 \pm 0,1$  Hz sous un champ statique  $H_{ext} = 5,3$  kOe. De plus, la connaissance de l'amplitude de  $\sigma_x(\omega = \omega_c)$  à la fréquence de résonance du levier permet d'extraire la constante de raideur  $k$  du levier :

$$\sigma_x(\omega_c) = S_x^{1/2}(\omega_c) \sqrt{B_{equ}} \quad (2.68)$$

$$= \frac{Q}{k} S_F^{1/2} \sqrt{B_{equ}} \quad (2.69)$$

$$= \sqrt{\frac{4k_B T Q}{\omega_c k}} B_{equ} \quad (2.70)$$

$$\Rightarrow k = \frac{4k_B T Q}{\sigma_x(\omega_c) \omega_c} B_{equ} \quad (2.71)$$

L'ajustement de la (FIG.2.18) donne une composante de Fourier à la résonance du levier  $\sigma_x(\omega_c) = 0,42 \pm 0,07 \text{ \AA}_{rms}$ , soit un bruit  $S_x^{1/2}(\omega_c) = 1,7 \pm 0,3 \text{ \AA}/\sqrt{\text{Hz}}$ , dont on déduit la constante de raideur du levier,  $k = 0,28 \pm 0,05$  N/m à  $T = 285$  K sous un champ extérieur  $H_{ext} = 5,3$  kOe. Ce dernier résultat illustre le fait que l'interaction entre la pointe magnétique et le champ statique résulte en un raidissement substantiel du levier. Rappelons en effet que sa constante de raideur en l'absence du cylindre magnétique n'est que de 0,01 N/m (données commerciales) et que la même mesure de bruit en champ nul (FIG.2.19) donne une raideur  $k = 0,025$  N/m.

En utilisant la calibration (2.60), le bruit en amplitude de vibration de  $1,7 \text{ \AA}/\sqrt{\text{Hz}}$  se traduit en un bruit en tension sur le signal  $U_{A-B}$  de  $72 \text{ \mu V}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour une intensité totale caractéristique  $U_{A+B} = 400$  mV. Ce bruit mécanique reste très supérieur au bruit de l'électronique du PSPD (bruit Johnson de la résistance de la boucle de contre-réaction du convertisseur courant-tension des photodiodes, bruit du laser. . .) qui, à la fréquence de résonance du levier, se situe environ 2 ordres de grandeur plus bas que le bruit thermomécanique. Comme on l'avait fait remarquer au début de ce chapitre, le bruit thermomécanique est donc bien le facteur qui limite la sensibilité d'une détection mécanique. Par contre, bien qu'il soit en principe possible d'évaluer la raideur  $k$  du levier en faisant directement un mesure de bruit dans l'espace réel, c'est à dire en enregistrant  $x_{rms}$  (EQU.2.63), la mesure expérimentale est cependant complètement dominée par le bruit en  $1/f$  de l'électronique de détection, dont le niveau est supérieur à celui du bruit blanc du levier en-dessous de 1 kHz.

### 2.6.5.2 Mesure de réponse : calibration de la réponse du levier à un gradient de champ

La constante de raideur  $k$  du levier caractérise sa réponse statique. Une force constante  $F$  appliquée à son extrémité entraîne une déformation  $F/k$  d'après l'Eq.(2.17) évaluée en  $\omega = 0$ . Cependant, pour obtenir plus de signal, nous avons déterminé  $k$  à partir d'une mesure dynamique. Nous avons utilisé la bobine de modulation de champ décrite au §2.4.3.2 pour

28. cf. Annexe D.

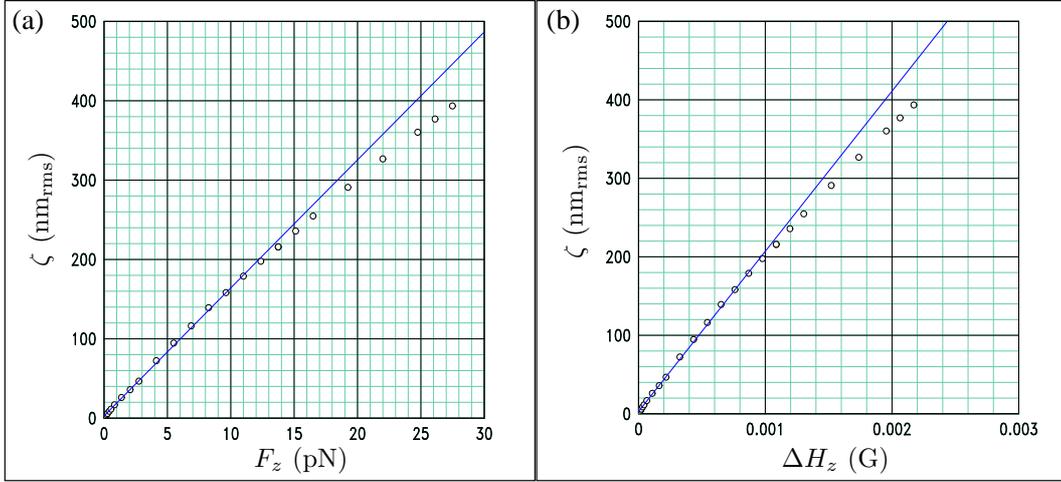


FIG. 2.20 – **Calibration de la réponse du levier à une force modulée à  $f_c = 2627$  Hz.** (a) Amplitude  $F_z$  de la force appliquée au levier estimée à partir de (2.73) en fonction de l’amplitude de vibration  $\zeta$ . La pente est égale au rapport  $Q/k$ . Connaissant le facteur de qualité  $Q = 8300$  on en déduit une estimation de  $k = 0,5 \pm 0,1$  N/m sous 5,3 kOe, à comparer avec la valeur de  $k = 0,28$  N/m déduite de la mesure de bruit thermomécanique (FIG.2.18). (b) Amplitude de vibration du levier en fonction de la différence de champ  $\Delta H_z$  imposée à travers la sonde. Cette mesure permet d’obtenir la calibration (2.74) de la réponse du levier. La saturation de la réponse pour  $\Delta H_z \gtrsim 0,001$  G est due à la non linéarité du signal du PSPD pour de grandes amplitudes de vibration.

appliquer sur le levier une force  $F_z(t) = F_z \cos(\omega_c t)$  à sa fréquence de résonance. Cette force est créée par l’interaction de la pointe magnétique avec le gradient de champ induit par le courant AC traversant la bobine. À 5,3 kOe le champ statique est suffisant pour saturer la pointe et la force  $F_z$  créée par le gradient de champ *homogène* s’écrit, en appliquant la formule (2.35) :

$$F_z = \pi R_{\text{sonde}}^2 M_{\text{sonde}} \times \left( S_{\text{sonde}} \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \quad (2.72)$$

$$= M_{\text{sonde}} V_{\text{sonde}} \times \frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (2.73)$$

où  $M_{\text{sonde}} = 500 \pm 50$  emu/cm<sup>3</sup> et  $V_{\text{sonde}} = (0,81 \pm 0,16) \times 10^{-8}$  cm<sup>3</sup> sont l’aimantation à saturation et le volume de la pointe magnétique. D’après l’Eq.(2.22) l’amplitude de vibration du levier en fonction de la force appliquée est une droite de pente  $Q/k$ . La figure (FIG.2.20.a) représente l’amplitude de vibration du levier à  $f_c$  mesurée par un détecteur synchrone pour une force d’amplitude comprise entre 0 et 12 pN. D’un ajustement de la partie linéaire de

cette mesure<sup>29</sup>, supposant un facteur de qualité  $Q = 8300$  comme déterminé au paragraphe précédent, on déduit une constante de raideur  $k = 0,5$  N/m. Il s'agit d'un résultat différent de celui déduit de la mesure de bruit thermomécanique ( $k = 0,28$  N/m, cf. le paragraphe précédent). L'erreur commise en estimant la force créée sur le levier par le gradient de champ de la bobine de modulation peut venir soit (1) d'une mauvaise estimation des dimensions de la pointe magnétique ou (2) d'une mauvaise estimation de l'aimantation de la sonde ou bien (3) de l'invalidité de la formule (2.73). Il ne semble cependant pas réaliste que les deux premières causes conduisent à une erreur si importante, d'autant plus que les dimensions de la pointe sont connues de façon précise et que, comme nous le verrons au Chapitre 3 (cf. (FIG.3.12)), la valeur que nous utilisons pour l'aimantation à saturation de la pointe  $M_{\text{sonde}}$  (déterminée à partir de courbe d'aimantation mesurée au SQUID sur une pointe plus longue) permet d'expliquer *quantitativement* la position en champ des modes magnétostatiques. Il semble par contre plus vraisemblable que la formule (2.73) ne soit pas parfaitement adaptée à l'estimation du couplage entre le cylindre magnétique et un champ extérieur inhomogène. La validité de (2.73) est effectivement très sensible à toute imperfection de surface de la pointe, qui induirait une modification de la densité surfacique de charges magnétiques effectives.

Il faut donc voir les mesures présentées sur la figure (FIG.2.20.b) comme une calibration du déplacement  $\zeta$  de l'extrémité du levier en fonction de la différence de champ  $\Delta H_z$  imposée entre la base et le dessus du cylindre magnétique :

$$\frac{\zeta}{\Delta H_z} = (2,0 \pm 0,3) \times 10^5 \text{ nm/G} \quad (2.74)$$

Le déplacement minimum détectable que nous avons déduit du spectre de bruit des vibrations thermoactivées, correspond ainsi à une plus petite différence de champ détectable

$$\Delta H_{z,\text{min}} = 0,8 \times 10^{-6} \text{ G} \quad (2.75)$$

Notons pour finir que du fait de la géométrie axiale du système sonde-bobine de calibration, l'usage de la calibration (2.74) se limitera à la mesure quantitative de champs magnétiques possédant une géométrie cylindrique dont l'axe coïncidera avec celui de la sonde.

### 2.6.5.3 Dépendance en champ des propriétés mécaniques

**2.6.5.3.1 Fréquence de résonance,  $f_c$ .** Nous venons de montrer que l'application d'un champ magnétique  $H_{\text{ext}}$  le long de l'axe de la sonde induisait un raidissement du levier. La constante de raideur  $k$  étant reliée à la fréquence de résonance du levier par :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.76)$$

on s'attend à ce que la résonance du levier se déplace vers les hautes fréquences sous l'application d'un champ statique. Il est important de caractériser cette dépendance en champ de  $\omega_c$  si on veut être capable de suivre la résonance du levier au cours d'une mesure de résonance ferromagnétique effectuée en balayant  $H_{\text{ext}}$ .

29. On constate que la partie linéaire de la mesure correspond à des amplitudes de vibration inférieures à environ 200 nm, ce qui est cohérent avec la gamme de sensibilité du PSPD déterminée au paragraphe 2.6.2.

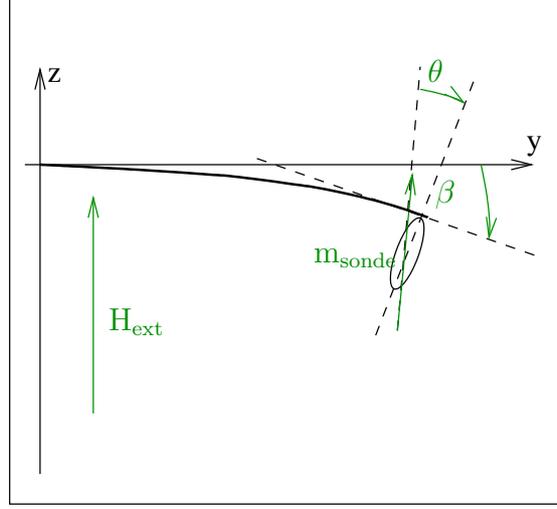


FIG. 2.21 – Modélisation de l'interaction de la sonde avec le champ magnétique  $\mathbf{H}_{\text{ext}}$

Un modèle simple [88, 123] permet de rendre compte *qualitativement* de l'influence du champ magnétique sur les propriétés mécaniques de la sonde. Considérons un levier à l'extrémité duquel est fixé une particule magnétique monodomaine de volume  $v$ , d'aimantation  $M$  et possédant une anisotropie uniaxiale  $K_u$  (FIG.2.21). Les deux degrés de liberté pertinents pour l'analyse de ce système sont l'angle de flexion  $\beta$  du levier à son extrémité et l'angle  $\theta$  de l'aimantation de la pointe par rapport à l'axe de facile aimantation due à l'application d'un champ magnétique  $H_{\text{ext}}$ . L'énergie magnétique  $E_m$  de la pointe est la somme d'une énergie Zeeman  $\mathcal{E}_z$  qui favorise l'alignement de l'aimantation de la particule dans le champ extérieur et des énergies d'anisotropie magnétocristalline  $\mathcal{E}_k$  et démagnétisante  $\mathcal{E}_d$  qui tendent, dans ce cas particulier, à garder l'aimantation dans la direction de l'axe facile<sup>30</sup> :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_z + \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_d \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m = & -MvH_{\text{ext}} \cos(\beta - \theta) + K_u v \sin^2 \theta \\ & + 2\pi M^2 (N_{\perp} \sin^2 \theta + N_{\parallel} \cos^2 \theta) \end{aligned} \quad (2.78)$$

Pour une déflexion du levier  $\beta$  donnée, la minimisation de  $E_m$  par rapport à  $\theta$  dans le cas de petites déviations par rapport à l'axe d'anisotropie permet d'obtenir l'angle d'équilibre  $\theta_0$  de l'aimantation de la pointe par rapport à l'axe facile :

$$\theta_0(\beta, H_{\text{ext}}) = \left( \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{an}} + H_{\text{ext}}} \right) \beta \quad (2.79)$$

30. Cette influence de l'énergie démagnétisante correspond au cas particulier d'une pointe magnétique allongée. Dans le cas d'une pointe aplatie, l'énergie démagnétisante aura au contraire tendance à garder l'aimantation dans le plan.

avec

$$H_{\text{an}} = H_k + H_d \quad \text{champ magnétique effectif d'anisotropie} \quad (2.80)$$

$$H_k = 2K_u/M \quad \text{champ d'anisotropie magnétocristaline} \quad (2.81)$$

$$H_d = -4\pi M \Delta N \quad \text{champ démagnétisant} \quad (2.82)$$

$$\Delta N = N_{\parallel} - N_{\perp} \quad \text{facteur d'anisotropie de forme} \quad (2.83)$$

Le couple  $\tau_z$  qui agit sur le levier vaut :

$$\tau_z = -\frac{\partial}{\partial \beta} E_m(\beta, \theta_0) \quad (2.84)$$

soit, dans la limite des petites déflexions :

$$\begin{aligned} \tau_z &= -MvH_{\text{ext}}(\beta - \theta_0) \\ &= -MvH_{\text{an}}\beta \left( \frac{H}{H_{\text{an}} + H_{\text{ext}}} \right) \end{aligned} \quad (2.85)$$

Dans la limite des petites amplitudes de vibration  $z$ , on a  $\beta \approx z/L^*$  et l'effet de ce *couple magnétique* se traduit par un terme de force additionnel  $F_m$  dans l'équation du mouvement du levier :

$$F_m = \tau_z/L^* \quad (2.86)$$

où  $L^*$  est la longueur effective du levier, définie au paragraphe 2.2.2. Dans le cadre de ce modèle simple, l'effet du champ magnétique se résume donc à une modification de la constante de raideur du levier :

$$m\ddot{z} = -k_{\text{eff}}z \quad (2.87)$$

avec

$$k_{\text{eff}} = k_0 + \Delta k(H_{\text{ext}}) \quad (2.88)$$

$$= k_0 + \frac{m_{\text{sonde}}vH_{\text{an}}}{L^{*2}} \left( \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{an}} + H_{\text{ext}}} \right) \quad (2.89)$$

Si on suppose que la longueur effective du levier  $L^*$  est indépendante du champ magnétique, ce raidissement se traduit par un décalage vers les hautes fréquences de la résonance du levier qui s'écrit, dans la limite  $\Delta k/k \ll 1$  :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\Delta k}{k} \quad (2.90)$$

$$= \frac{Mv}{2k_0L^{*2}} \left( \frac{H_{\text{ext}}}{1 + H_{\text{ext}}/H_{\text{an}}} \right) \quad (2.91)$$

La figure (FIG.2.22) présente un ajustement par l'équation (2.91) d'une mesure de la résonance du levier pour un champ extérieur compris entre -12 et +12 kOe<sup>31</sup> et montre que

31. L'ajustement concerne les données expérimentales pour  $H_{\text{ext}} \gtrsim 1$  kOe, c'est à dire pour une pointe saturée comme supposé par notre modèle. On a de plus utilisé la valeur expérimentale en champ nul pour ordonnée à l'origine.

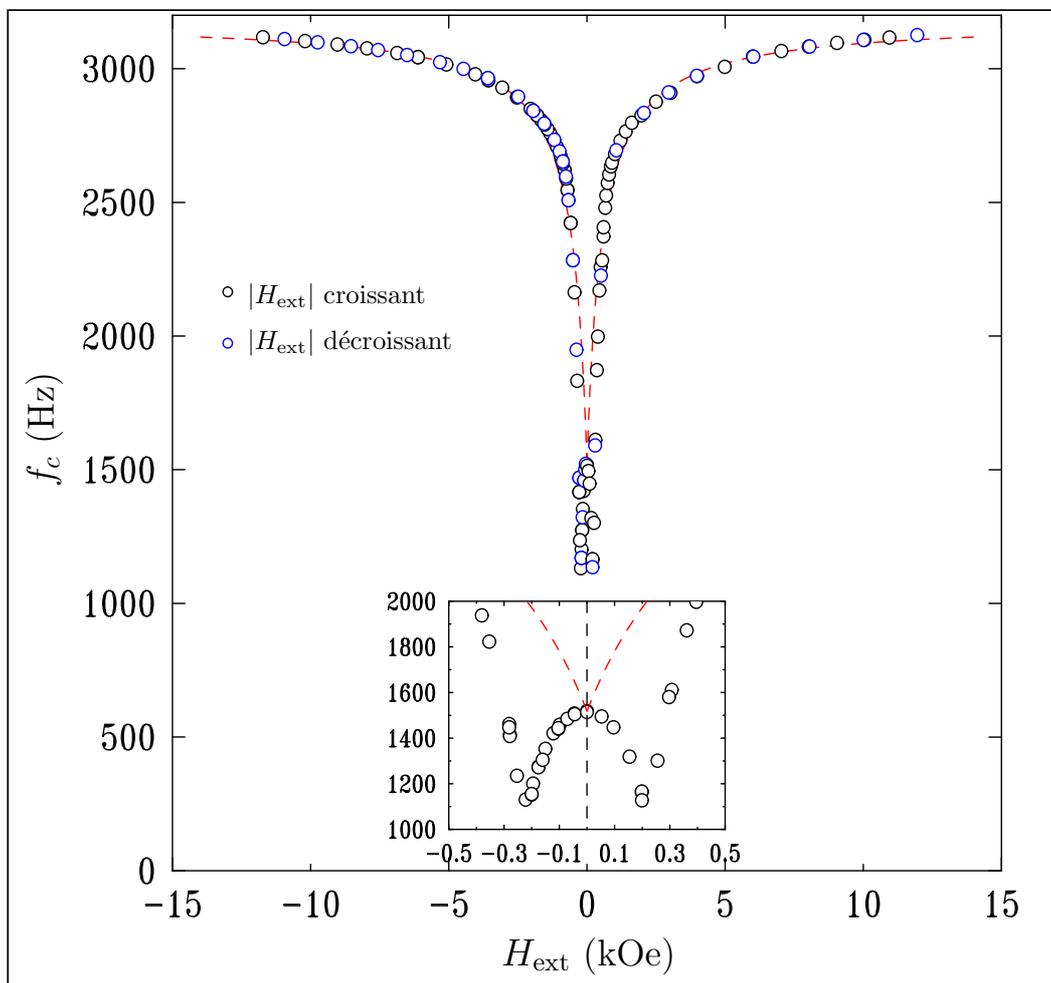


FIG. 2.22 – **Dépendance en champ magnétique de la fréquence de résonance du levier.** Le champ fut balayé sur un cycle complet entre -12 et +12 kOe en partant de l'état à champ nul. La mesure est complètement réversible. La ligne en pointillée est un ajustement des données par l'équation (2.91) pour un champ d'anisotropie  $H_{\text{an}} = 532$  G et un rapport  $L^*/L = 0,19$ . On a supposé une aimantation à saturation  $m_{\text{sonde}} = 500$  emu/cm<sup>3</sup>, une anisotropie uniaxiale  $H_k = 50$  G, une sonde de volume  $v_{\text{sonde}} = 0,76 \times 10^{-8}$  cm<sup>3</sup> ( $R_{\text{sonde}} = 9$   $\mu\text{m}$ ,  $S_{\text{sonde}} = 30$   $\mu\text{m}$ ), une raideur en champ nul  $k_0 = 0,025$  N/m = 25 dyn/cm et un levier long de  $L = 320$   $\mu\text{m}$ . L'insert est une vue détaillée du comportement à bas champ, que nous attribuons à l'annihilation/nucléation de domaines magnétiques dans la pointe.

ce modèle, malgré son apparente simplicité, rend bien compte du comportement en champ de la sonde mécanique dans le régime où le champ extérieur est suffisant pour saturer le cylindre magnétique (*i.e.*  $|H_{\text{ext}}| \gtrsim 1$  kOe). Les deux paramètres ajustables sont le champ effectif d'anisotropie  $H_{\text{an}} = 532$  G et le rapport  $\eta = L^*/L = 0,19$  de la longueur effective  $L^*$  du levier sur sa longueur réelle  $L$ . Tous les autres paramètres rentrant dans l'évaluation de la formule (2.91) sont connus ( $M = 500$  emu/cm<sup>3</sup>,  $v = 0,76 \times 10^{-8}$  cm<sup>3</sup>,  $L = 320$   $\mu\text{m}$ ,  $k_0 = 0,025$  N/m = 25 dyn/cm et  $f_0 = \omega_0/2\pi = 1518$  Hz). La valeur du rapport  $\eta$  que nous avons déduite de cet ajustement est en accord avec des simulations numériques des modes propres de vibration de leviers triangulaires, qui prédisent des valeurs comprises entre 0,14 et 0,2 [26]. Quant au champ effectif d'anisotropie  $H_{\text{an}} = 532$  G que nous en déduisons, il est très supérieur à l'anisotropie magnétocristalline  $H_k \approx 50$  G normalement admise pour ce matériau [83]. L'anisotropie déduite de l'ajustement est donc principalement une anisotropie de forme, qui correspond ici à un facteur  $\Delta N = -0,077$ . À l'aide de la formule d'Osborn [96, 133] pour un facteur d'anisotropie de forme négatif (c'est-à-dire pour un ellipsoïde de révolution allongé), on peut déterminer le rapport  $\eta = l_{\parallel}/l_{\text{perp}}$  des dimensions longitudinale et latérale de la pointe :

$$\Delta N = \frac{3}{2(\eta^2 - 1)} \left[ \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \ln \left( \eta + \sqrt{\eta^2 - 1} \right) - 1 \right] - \frac{1}{2} \quad (2.92)$$

La valeur de  $\Delta N$  obtenue expérimentalement correspond à un ellipsoïde de révolution ayant un rapport  $\eta = l_{\parallel}/l_{\text{perp}} = 1,22$ . Cette valeur est à comparer avec le rapport de la longueur  $l_b = 32 \pm 3$   $\mu\text{m}$  au diamètre  $D_b = 2R_b = 18 \pm 1$   $\mu\text{m}$  de la pointe magnétique tels que mesurés en microscopie électronique (FIG.2.15), qui vaut quand à lui  $1,8 \pm 0,2$ . Cette différence peut s'expliquer d'une part du fait que notre pointe n'est pas, contrairement à ce que présume le modèle, un ellipsoïde de révolution (Pour un cylindre, ceci n'est vrai que s'il est infiniment long). D'autre part, nous avons modélisé toute la dépendance en champ de la sonde sous la forme d'une simple force de rappel d'origine magnétique (EQU.2.86), sans prendre en compte l'effet du couple  $\tau_z$  sur la déformation du levier, hypothèse qui se traduit dans notre modèle par une longueur effective  $L^*$  que nous supposons indépendante du champ magnétique.

**2.6.5.3.2 facteur de qualité,  $Q$ .** La dépendance en champ du facteur de qualité a été déterminée à partir de mesures de réponse en excitant le levier avec la bobine de modulation pour différentes valeurs du champ extérieur  $H_{\text{ext}}$  entre 0 et 8 kOe. Le résultat de cette mesure est présenté sur la figure (FIG.2.23).

On distingue deux contributions à la dépendance en champ de  $Q$ . L'augmentation abrupte de  $Q$  entre 0 et 1 kOe est attribuée à la suppression de la contribution des domaines aux « frottement magnétiques ». Partant d'un état multidomaine en champ nul, le champ extérieur va anihiler les domaines magnétiques jusqu'à saturation complète de la pointe pour  $H_{\text{ext}} \approx 1$  kOe. Une fois l'échantillon saturé, il ne reste que la friction magnétique associée à l'oscillation du moment magnétique de la pointe dans le champ extérieur et qui augmente linéairement avec le champ [123].

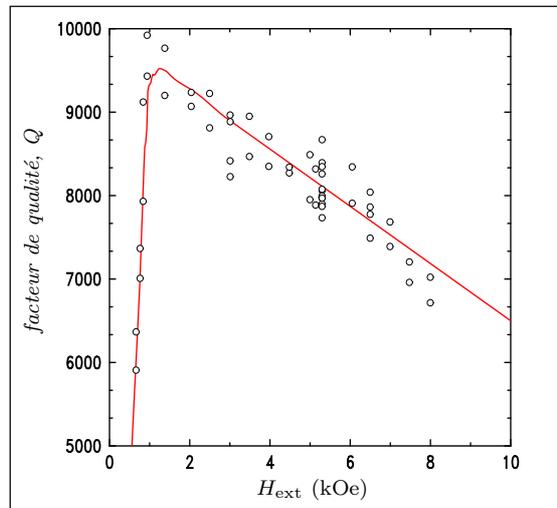


FIG. 2.23 – Dépendance en champ magnétique du facteur de qualité.

## 2.7 Protocole de mesure

Une mesure de résonance ferromagnétique consiste à balayer un des deux paramètres extérieurs -champ magnétique  $H$  ou fréquence  $\omega$ - qui contrôlent la condition de résonance  $\omega_0 = \gamma H_{\text{eff}}$ . Dans notre cas, puisque le champ micro-onde  $h$  est généré par un résonateur, nous ne pouvons pas changer la fréquence de l'excitation sans modifier son intensité. Nous sommes donc contraints à effectuer les mesures de RFM en balayant le champ magnétique statique  $H_{\text{ext}}$ . Ce faisant, nous allons modifier les propriétés mécaniques de la sonde, notamment sa fréquence de résonance  $f_c$  (cf. paragraphe 2.6.5.3). Nous allons donc devoir être capable de suivre  $f_c$  pendant toute la durée de la mesure. Pour ce faire, le programme de pilotage de l'expérience asservit la fréquence de modulation de l'excitation<sup>32</sup> sur la phase du signal  $U_{A-B}$  mesuré par le détecteur synchrone. En effet, d'après le résultat (2.19), le levier répond en quadrature de phase s'il est excité exactement à sa fréquence de résonance et la pente de la relation phase-fréquence  $\phi(\omega)$  est de plus maximale à la résonance, ce qui confert une grande précision à cet asservissement.

## 2.8 Mesure quantitative du signal de RFM

### 2.8.1 Évaluation de $\Delta M_z$ à partir du signal mécanique

La quantité directement mesurée par la détection mécanique de la RFM est l'angle de flexion  $\alpha$  à l'extrémité du microlevier (FIG.2.17), que l'on peut relier au déplacement  $\zeta$  de l'extrémité du levier (relation 2.60). Connaissant les propriétés mécaniques du levier (constante de raideur  $k$  et facteur de qualité  $Q$ ), on peut alors connaître l'amplitude  $F_z$  de la force

32. *i.e.* la fréquence de modulation de source  $\omega_s$  ou de fréquence  $\omega_f$ , ou bien la différence  $\omega_s - \omega_f$  dans le cas d'une modulation anharmonique

exercée sur le levier :

$$F_z = \begin{cases} k \zeta & \text{en détection statique} \\ 2\sqrt{2}k/Q \zeta_{rms} & \text{en détection harmonique} \end{cases} \quad (2.93)$$

Nous avons cependant vu au paragraphe 2.6.5.2 qu'il n'était pas réaliste d'estimer les variations du champ de fuite de l'échantillon analysé à partir de la mesure de force, les mécanismes d'interaction entre la pointe magnétique et le champ de fuite de l'échantillon n'étant pas suffisamment bien caractérisés.

Cette difficulté peut être contournée en utilisant la bobine de calibration (*cf.* paragraphe 2.4.3.2), qui permet de relier directement le déplacement mesuré  $\zeta$  à la différence de champ  $\Delta H$  à travers la pointe magnétique :

$$\frac{\Delta H}{\zeta} = \frac{\Delta H_{\text{ref}}}{\zeta_{\text{ref}}} \quad (2.94)$$

$$= 0,5 \times 10^{-5} \text{G/nm} \quad (2.95)$$

D'autre part, la quantité que nous sommes capables de calculer à partir de la théorie des ondes magnéto-statiques est le profil normalisé de l'aimantation dynamique :

$$\partial_+ \phi_n(r) \equiv \frac{m_n(r)}{m_n|_{r=0}} \quad (2.96)$$

Nous allons maintenant montrer que le déplacement  $\zeta$  du levier induit par l'excitation d'une RFM peut être relié à la diminution  $\Delta M_z = M_s - M_z|_{r=0}$  de l'aimantation longitudinale de l'échantillon, dans le cas particulier où la pointe et le disque sont parfaitement alignés, c'est-à-dire lorsque le système sonde-échantillon possède une symétrie axiale.

La diminution d'aimantation longitudinale induite par l'excitation d'un mode magnéto-statique d'indice  $n$  s'exprime en fonction de la dérivée du profil normalisé  $\partial_+ \phi_n(r)$  de l'aimantation dynamique et d'une amplitude  $m_n^2|_{r=0}$  qui contient la dépendance en puissance et qui représente la valeur de l'aimantation dynamique au centre de l'échantillon :

$$\begin{aligned} M_s - M_z(r) &= M_s - \sqrt{M_s^2 - m_n^2(r)} \\ &\approx \frac{1}{2M_s} m_n^2(r) = \frac{1}{2M_s} m_n^2|_{r=0} [\partial_+ \phi_n(r)]^2 \\ &\approx (M_s - M_z|_{r=0}) [\partial_+ \phi_n(r)]^2 \end{aligned} \quad (2.97)$$

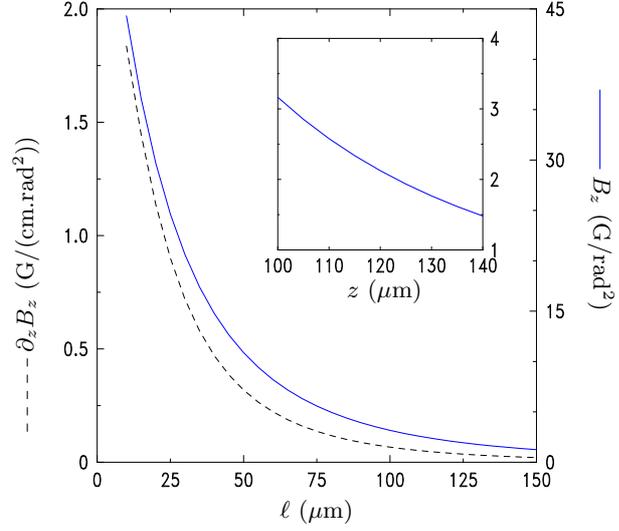
Connaissant le profil de l'aimantation normalisée (les détails du calcul sont présentés dans l'Annexe B), nous pouvons exprimer la moyenne spatiale  $M_s - \overline{M_z}$  de la diminution de  $M_z$  en fonction de la valeur de  $\Delta M_z$  au centre de l'échantillon :

$$M_s - \overline{M_z} \equiv (M_s - M_z|_{r=0}) \frac{1}{V} \int_V [\partial_+ \phi_n(r)]^2 dv \quad (2.98)$$

Dans notre cas, pour une séparation sonde-échantillon  $\ell = 100 \mu\text{m}$ , c'est-à-dire dans le régime de couplage faible lorsque la détection mécanique mesure les propriétés intrinsèques de l'échantillon, le calcul donne

$$M_s - \overline{M_z} = 0,33 \times (M_s - M_z|_{r=0}) \quad (2.99)$$

FIG. 2.24 – **Champ et gradient de champ à une distance  $\ell$  le long de l'axe du disque** associés à l'excitation du mode  $n=1$  dans le régime de couplage faible, normalisés à un angle de précession de 1 radian. L'insert illustre la variation du champ de fuite à travers la sonde pour une séparation  $\ell = 100 \mu\text{m}$ .



Cependant, la quantité qui se couple à l'aimantation de la sonde mécanique est le champ de fuite de l'échantillon. Or nous pouvons calculer le champ de fuite  $H_n$  à une distance  $z'$  le long de l'axe du disque associé à la modification de  $M_z$  induite par l'excitation d'un mode magnétostatique d'indice  $n$ , en convoluant le profil de l'aimantation longitudinale  $M_z(r)$  avec un poids dipolaire  $g(r,z)$  [84] :

$$H_n(z') = \int_V g(r, z' - z) (M_S - M_z(r)) dv \quad (2.100)$$

avec

$$g(r, z) = 2\pi \frac{2z^2 - r^2}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (2.101)$$

En utilisant le résultat (2.97), nous en déduisons une relation entre le champ de fuite le long de l'axe et le profil normalisé de l'aimantation dynamique :

$$\begin{aligned} H_n(z') &= \int_0^S dz \int_0^R r dr g(r, S + z' - z) (M_S - M_z(r)) \\ &= 2\pi (M_S - M_z|_{r=0}) \int_0^S dz \int_0^R r dr g(r, S + z' - z) [\partial_+ \phi_n(r)]^2 \end{aligned} \quad (2.102)$$

Connaissant le profil calculé de l'aimantation dynamique normalisée (*cf.* Annexe B), nous sommes capables d'évaluer l'intégrale dans (2.102). Le résultat pour le profil  $\partial_+ \phi(r)$  correspondant au régime de couplage faible ( $\ell = 100 \mu\text{m}$ ) est représenté sur la figure (FIG.2.24) en fonction de la distance  $z'$  le long de l'axe du disque.

Pour un angle de précession arbitraire  $\theta|_{r=0} = 1 \text{ mrad}$  au centre de l'échantillon, c'est-à-dire pour une diminution  $\Delta M_z|_{r=0} \equiv \Delta M_{\text{calc}} = 7.22 \times 10^{-5} \text{ G}$ , on calcule à l'aide de

la formule (2.102) une différence de champ  $\Delta H_{\text{calc}} = 0,928 \times 10^{-6}$  G générée à travers la bobine. En combinant ce résultat à la calibration (2.95) de la sonde mécanique, on en déduit la relation

$$\Delta M_z|_{r=0} = Q \left( \frac{\Delta H_{\text{ref}}}{\zeta_{\text{ref}}} \right) \frac{\Delta M_{\text{calc}}}{\Delta H_{\text{calc}}} \zeta \quad \text{en détection statique} \quad (2.103)$$

$$\Delta M_z|_{r=0} = 2\sqrt{2} \left( \frac{\Delta H_{\text{ref}}}{\zeta_{\text{ref}}} \right) \frac{\Delta M_{\text{calc}}}{\Delta H_{\text{calc}}} \zeta_{rms} \quad \text{en détection harmonique} \quad (2.104)$$

qui relie directement la quantité mesurée  $\zeta$  à la valeur de  $\Delta M_z$  au centre de l'échantillon.

### 2.8.2 Sources d'erreur

Nous avons utilisé une calibration de la réponse du levier à une différence de champ  $\Delta H_z$  pour contourner la difficulté que constitue une évaluation de la force  $F_z$  en fonction de la connaissance des propriétés physiques et des dimensions de la pointe magnétique. On élimine ainsi une des principales sources d'erreur de cette mesure de force. L'incertitude dans la mesure quantitative de  $\Delta M_z$  vient alors principalement de notre modélisation de la RFM dans des géométries confinées, que nous avons développé au prix d'un certain nombre d'approximation :

- Nous avons négligé toute composante transverse (*i.e.* horthogonale à  $z$ ) du champ statique total  $H = H_{\text{ext}} + H_{\text{sonde}}$ . C'est déjà une approximation en l'absence de la sonde mécanique ( $\ell \rightarrow \infty$ ,  $H_{\text{sonde}} \rightarrow 0$ ), mais elle est raisonnable pour des champs extérieurs de l'ordre de plusieurs kOe. Par contre, on s'attend à ce qu'elle le soit de moins en moins au fur et à mesure que l'on va diminuer la séparation  $\ell$ , car il faut alors tenir compte de la composante transverse du champ de fuite de la pointe.
- On utilise une solution approchée à l'équation de Walker avec  $k$  non uniforme, sans trop se préoccuper en particulier des divergences aux points de rebroussement ( $k(r) = 0$  en  $r_1$  et  $r_0$ !).

L'un des objectifs du chapitre à suivre, outre la démonstration de la faisabilité d'une détection mécanique de la RFM, va être de présenter des résultats expérimentaux qui permettent d'estimer le domaine de validité de ces approximations.

## 2.9 Comparaison des différentes techniques d'études de la dynamique de l'aimantation

Nous venons d'étudier la possibilité de caractériser la RFM par une mesure de force. Avant de passer à la démonstration expérimentale des capacités de cette technique (Chapitre 3), il peut être utile de rappeler au lecteur les différentes techniques expérimentales, démontrées ou potentielles, d'étude de la dynamique de l'aimantation :

- **La Résonance Ferromagnétique en cavité résonnante**, caractérisée par une mesure de la susceptibilité micro-onde  $\chi''$ , que l'on pourrait qualifier de RFM *standard*. La dynamique de l'aimantation est entretenue par une petite excitation micro-onde à fréquence fixe, et la susceptibilité est mesurée par une technique inductive. La force de cette technique réside dans sa résolution spectrale qui permet de mesurer des spectres complexes et des largeurs de raies très fines. Ses principales faiblesses sont le manque de sensibilité, qui rend la technique inadapté à la mesure de petits échantillons sub-microniques, ainsi que le fait que cette méthode impose une fréquence de travail fixe.
- **La spectroscopie d'ondes de spin propagatives** (PSWS pour *Propagating Spin Wave Spectroscopy* [7, 9, 8]. Il s'agit également d'une mesure inductive, mais l'excitation et la détection des ondes de spins se font en deux points distincts de l'échantillon. L'utilisation d'antennes micro-ondes microfabriquées autorise la mesure d'échantillons individuels sub-microniques, inaccessibles aux mesures en cavités. De plus, le fait de travailler avec des antennes à large bande passante permet de caractériser la dynamique de l'aimantation pour différentes configurations magnétiques d'un même échantillon, comme l'a récemment montré M. Bailleul [7].
- **La diffusion Brillouin de la lumière** (BLS pour *Brillouin Light Scattering*) [37, 63]. L'information sur la dynamique de l'aimantation est obtenue par une étude spectroscopique de la diffusion inélastique de la lumière par les ondes de spins excitées thermiquement dans l'échantillon. Bien que cette méthode possède une grande sensibilité, sa faible résolution spectrale ( $\gtrsim 0,1$  GHz) limite son champ d'application. Sa résolution spatiale est de plus limitée par l'étalement du faisceau laser à des tailles caractéristiques de l'ordre de la dizaine de microns.
- **L'effet Kerr magnéto-optique résolu en temps** (TR-MOKE pour *Time-Resolved Magneto-Optic Kerr Effect*) [2, 27, 40, 46, 55, 97]. L'aimantation de l'échantillon est caractérisée par la rotation de la polarisation d'un faisceau laser à la réflexion sur la surface de l'échantillon. A l'aide d'une technique stroboscopique, l'évolution de l'aimantation après une impulsion de champ magnétique est enregistrée avec une résolution temporelle inférieure à la nanoseconde. La transformée de Fourier du signal temporel contient l'information spectroscopique sur les excitations magnétiques. Cette méthode, combinée à une optique conventionnelle, permet d'atteindre des résolutions spatiales de quelques centaines de nanomètres.
- **La microscopie électronique par photoémission résolue en temps** (TR-PEEM pour *Time Resolved PhotoEmission Electron Microscopy*) [20, 46]. Cette technique récente utilise le caractère impulsif de la source de rayon X d'un synchrotron pour étudier la dynamique de l'aimantation dans le domaine temporel, tout en bénéficiant en plus d'une sélectivité chimique. Les électrons créés par photoémission sont imagés

Technique	Domaine exploré- Résolution spectrale	résolution spatiale	quantité mesurée	facteur limitant
RFM	$\omega$ - 0,1 MHz	non	$m_t$	facteur de remplissage $\eta$ de la cavité. Fréquence fixée
PSWS	$\omega$ -	non	$m_t$ non	dimensions des antennes ( $\Leftrightarrow \eta$ )
BLS	$\omega$ - $\gtrsim$ 0,1 GHz	$\gtrsim$ 10 $\mu\text{m}$	$m_t$	étalement du spot laser. Résolution spectrale
TR-MOKE	$t$ - 0,1 ns	$\gtrsim$ 100 nm [46]	$m_t$ ou $M_z$ [39]	longueur d'onde. Imagerie de surface
TR-PEEM	$t$ - 0,1 ns	$\approx$ 20 nm [94]	$m_t$	
STM-MR	$\omega$ - 0,1 MHz	$\approx$ 1Å	$m_t$	imagerie de surface
f-MRFM	$\omega$ - 0,1 MHz		$\Delta M_z$	bruit thermique, influence de la sonde

TAB. 2.1 – Comparaison des performances de différentes techniques de caractérisation de la dynamique de l'aimantation.

avec une optique de microscopie électronique, conduisant à une résolution spatiale de l'ordre de la dizaine de nanomètres. L'origine du contraste magnétique réside dans la faible asymétrie des sections efficaces d'absorption X vis à vis de la direction de l'aimantation (XMCD/XMLD, *X-ray Magnetic Circular/Longitudinal Dichroism* [5]).

- **La résonance magnétique détectée en microscopie à effet tunnel** (STM-MR pour *Scanning Tunneling Microscopy-assisted Magnetic Resonance*). Il a récemment été clairement démontré que le STM pouvait être utilisé pour caractériser la RPE à l'échelle de molécules paramagnétiques *individuelles* [38, 86]. Ces résultats récents, combinés au développement du STM polarisé en spin [19], laissent présager une nouvelle technique de détection de la RFM, potentiellement à l'échelle atomique.

Les performances de ces techniques sont résumées dans le tableau (TAB.2.1).

RÉSUMÉ

Les grandes lignes du dispositif expérimental sont résumées sur le schéma de la figure (Fig.2.25) et la figure (Fig.2.26) permet de se faire une idée de son aspect réel. Le dispositif d'excitation de la RFM consiste en un résonateur micro-onde au centre duquel on place l'échantillon. Il crée un champ micro-onde  $h$  homogène calibré avec précision, dans le plan de l'échantillon. L'ensemble est placé entre les pôles d'un électroaimant (qui ne sont pas représentés sur la figure) qui génère un champ statique homogène  $H_{\text{ext}}$  perpendiculaire au plan de l'échantillon. Deux techniques distinctes permettent de caractériser l'excitation de la RFM dans l'échantillon étudié :

1. Une détection mécanique. Un microlevier avec une pointe magnétique est placé au dessus de la surface de l'échantillon. Le champ de fuite de l'échantillon étant inhomogène, il crée une force sur la pointe magnétique. Le levier joue le rôle d'un transformateur force-déplacement. La quantité directement mesurée étant l'angle de flexion  $\alpha$  à son extrémité. L'excitation d'une RFM dans l'échantillon s'accompagne d'une diminution de sa composante statique  $M_z$ . Il s'ensuit une modification du champ de fuite de l'échantillon qui est caractérisée expérimentalement par la mesure des modifications de la déformation du levier. La détection mécanique caractérise la RFM par une mesure de  $M_S - M_z$ . On peut remonter à une information *quantitative* sur cette quantité dans le cas où le champ de fuite de la sonde mécanique ne brise pas la symétrie de l'échantillon
2. Une mesure inductive. La puissance réfléchie par le résonateur micro-onde est mesurée par une diode rapide. Cette mesure permet de caractériser indirectement la RFM, par les modifications des propriétés du résonateur. La quantité mesurée est proportionnelle à  $\chi'' h^2 \propto m^2$ , carré de la composante dynamique de l'aimantation.

Enfin, deux techniques de modulation (modulation de source et modulation de fréquence) permettent de bénéficier du facteur de qualité du levier en créant une composante du signal de RFM à la fréquence de résonance du levier. Ceci permet de plus d'augmenter le rapport signal sur bruit des deux mesures en utilisant une détection synchrone (et donc une bande passante réduite).

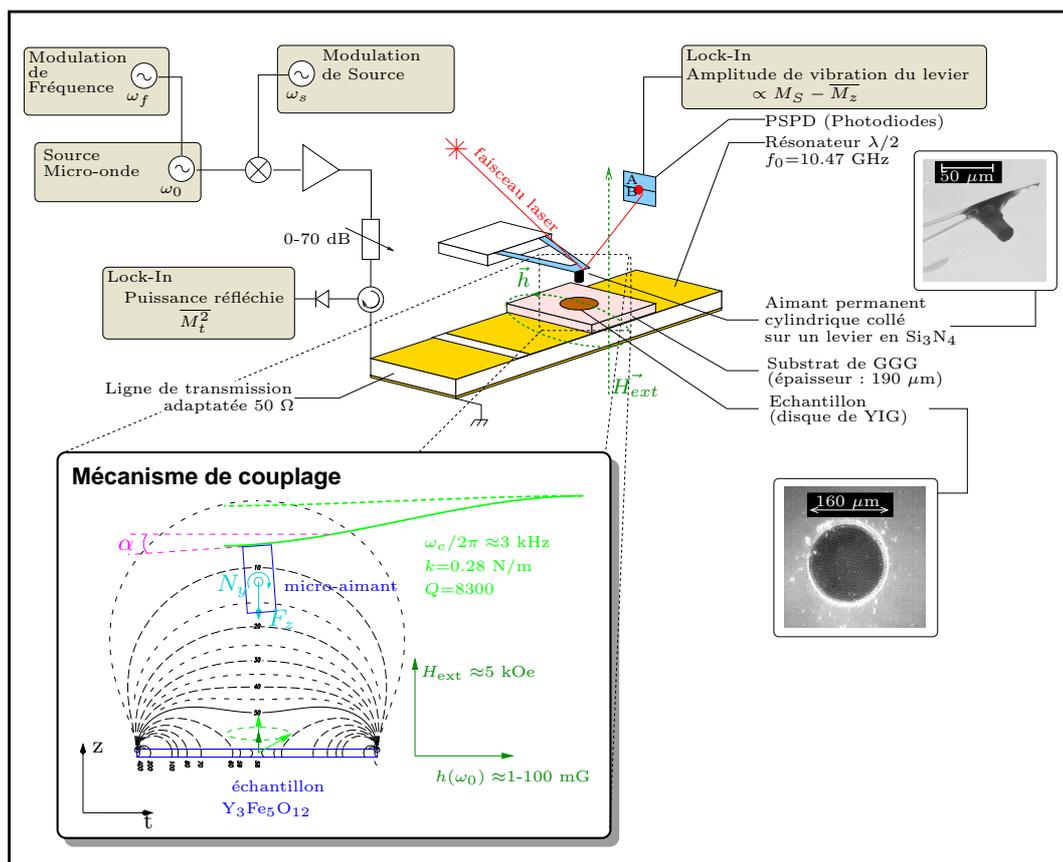


FIG. 2.25 – Schéma résumant les grandes lignes du dispositif expérimental. On a rappelé dans l'insert le mécanisme de couplage entre la sonde et l'aimantation statique de l'échantillon.

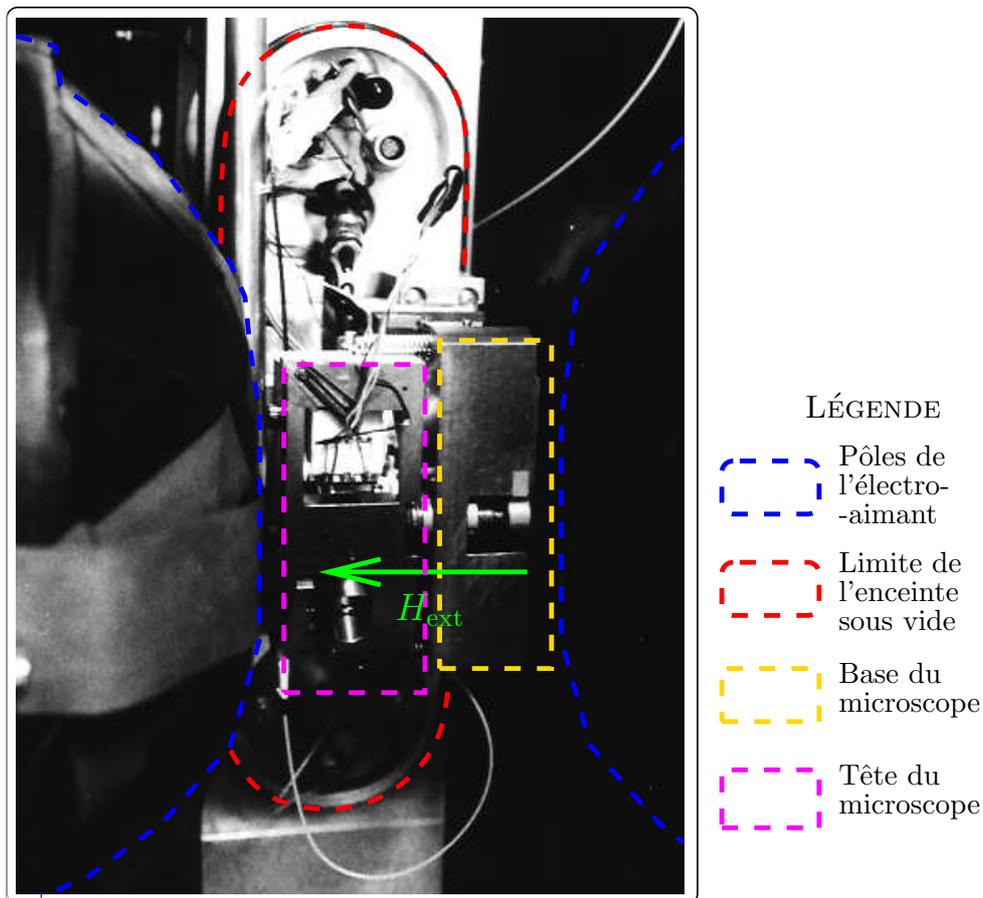


FIG. 2.26 – Photographie d'ensemble du dispositif expérimental. On distingue les pôles de l'électroaimant qui génère le champ statique  $H_{ext}$ . Pour se faire une idée des dimensions de l'appareil, l'entrefer de cet aimant mesure 8 cm. On a également représenté les limites de l'enceinte sous vide à l'intérieur de laquelle on a placé le microscope. La base de ce microscope comprend notamment le porte échantillon et le système de positionnement et la tête du microscope contient le microlevier et l'optique de détection de sa déformation.

## Chapitre 3

# Mesures sur un Échantillon

## Test : $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$

Dans ce chapitre, nous présentons l'ensemble des mesures qui ont été effectuées sur un disque de grenat d'Yttrium et de Fer de  $160 \mu\text{m}$  de diamètre sur  $4,75 \mu\text{m}$  d'épaisseur en aimantation perpendiculaire. Nous illustrerons dans un premier temps la faisabilité de la détection mécanique en présentant le spectre de modes magnétostatiques *intrinsèque* de l'échantillon. Dans une seconde partie, nous analyserons l'influence de la sonde sur le signal de RFM. Enfin nous montrerons comment il est possible de tirer parti des possibilités de la technique pour caractériser la relaxation ferromagnétique et les effets non linéaires dans des échantillons microscopiques individuels.

## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Motivation des choix expérimentaux

L'objectif de ce travail de thèse est l'investigation et la caractérisation des possibilités offertes par la détection mécanique de la RFM pour l'étude de la dynamique de spin dans des échantillons mésoscopiques magnétiques. Il s'agit d'une technique récente (première démonstration de la faisabilité du fMRFM par Zhang *et al.* en 1996 [150]) encore au stade du développement, et la plupart des études menées jusqu'à présent l'ont été sur des *échantillons modèles*, afin de ne pas ajouter à la complexité de l'interprétation du signal mécanique celle de l'interprétation des phénomènes physiques observés.

Nous ne dérogeons pas à cette règle, en utilisant le plus de simplifications possibles afin de donner une illustration la plus claire possible des capacités du fMRFM. C'est la raison pour laquelle toutes les mesures présentées dans ce manuscrit ont été effectuées sur un échantillon *unique*, un film de grenat d'Yttrium et de Fer (YIG) épais de  $S=4,75 \mu\text{m}$ , lithographié sous la forme d'un disque le plus parfait possible d'un diamètre  $D=2R=160 \mu\text{m}$ .

Le choix du matériau, un isolant ferromagnétique qui est aujourd'hui encore l'échantillon modèle en RFM mais dont l'étude ne présente plus qu'un intérêt académique, est motivé par la somme des connaissances acquises en 50 ans aussi bien au niveau de sa caractérisation que de sa croissance. De plus, s'agissant du matériau possédant la susceptibilité haute fréquence la plus intense et la plus fine, le signal de RFM est à priori plus facile à mettre en évidence.

Pour le choix de la géométrie, nous nous sommes fondés sur des considérations de simplification de l'analyse théorique du problème, que ce soit

1. l'analyse du spectre de modes magnétostatiques qui, sous certaines approximations, est soluble analytiquement dans une géométrie cylindrique (comme nous l'avons vu au Chapitre 1) et qui est encore simplifiée par le fait que nous utilisons un échantillon suffisamment épais pour ne pas observer de modes d'échange dans l'épaisseur (*Standing Spin Waves Resonances* [143]), qui se manifestent dans le cas du YIG pour des épaisseurs inférieures au micron.
2. l'analyse du couplage sonde échantillon, qui comme nous l'avons déjà mentionné au Chapitre 2, est grandement simplifiée lorsque tout le système sonde-échantillon possède une symétrie axiale.

Enfin la taille de l'échantillon, bien que micronique, reste très supérieure à celle des dispositifs actuellement mis au point dans le cadre des travaux sur l'électronique de spin [144, 151]. Or la détection mécanique de la RFM est une des techniques développées dans le but de caractériser ces échantillons microniques, voir submicroniques. Cette restriction de la taille de notre échantillon est motivée par le fait que bien que nous souhaitions démontrer la capacité du fMRFM à mesurer de petits échantillons, nous voulons également pouvoir confronter nos premiers résultats avec des mesures standards de susceptibilité micro-onde en cavité, technique en général inadaptée à la mesure d'échantillons microscopiques individuels (certaines techniques inductives développées récemment possèdent cependant une sensibilité remarquable [7]).

### 3.1.2 Le YIG : échantillon modèle de la RFM

Le YIG (*Yttrium Iron Garnet*) est un grenat d'Yttrium et de Fer. C'est un isolant ferromagnétique en dessous d'une température de Curie  $T_C = 559$  K [78], avec une aimantation à saturation à température ambiante  $M_S(T = 285K) = 144$  emu/cm<sup>3</sup>. Depuis sa première synthèse en 1956 [13], il s'agit de l'échantillon modèle en résonance ferromagnétique. Il combine les propriétés physiques suivantes :

- a Sa structure cristallographique est de type cubique. La maille élémentaire contient 8 unités de formule  $Y_3Fe_5O_{12}$ , et son paramètre vaut 12,5 Å.
- b Il s'agit d'un isolant, et à ce titre son magnétisme est du type *localisé* (par opposition au magnétisme *itinérant* des métaux de transition). Ceci exclut ainsi tout phénomène de relaxation impliquant un couplage magnons-électrons de conduction, mécanismes qui dominent la relaxation dans les métaux magnétiques.
- c Les ions magnétiques de la maille élémentaire sont tous identiques (ions  $Fe^{3+}$ ) et se trouvent de plus dans l'état *s*.

Ces propriétés rendent le problème de l'analyse théorique du ferromagnétisme du YIG traitable analytiquement [143]. A la simplicité de ces propriétés physiques, il faut ajouter le fait que le YIG est à ce jour le matériau possédant la plus fine largeur de raie en RFM (inférieur à l'Oe pour les meilleurs échantillons à 10 GHz), ce qui permet de résoudre parfaitement le spectre *complet* de modes magnétostatiques. Cette très faible largeur de raie est une conséquence du fait que le YIG est un matériau très peu dissipatif, d'où son utilisation intensive dans un grand nombre de composants pour l'électronique micro-onde (référence d'oscillateurs au GHz, isolateurs, circulateurs, coupleurs directionnels... on consultera la référence [52] pour une liste des applications).

Enfin la croissance de films minces d'excellente qualité est aujourd'hui complètement maîtrisée. Le film duquel est issu l'échantillon que nous avons mesuré fut réalisé au Laboratoire du Magnétisme de Bretagne par J. BEN YOUSSEF en utilisant une technique *d'épitaxie en phase liquide* [82] sur un substrat de GGG (*Gadolinium Gallium Garnet*,  $Gd_3Ga_5O_{12}$ , un grenat non magnétique dont le paramètre de maille dans le plan de croissance est compatible avec celui du YIG). Ce film est orienté selon la direction  $\langle 111 \rangle$  (*i.e.* le plan de croissance est un plan (111)), qui correspond à un axe de facile aimantation avec un champ effectif d'anisotropie  $H_a = 58$  G.

### 3.1.3 Fabrication d'un microdisque de YIG

Le disque de YIG analysé au cours de ce travail de thèse fut réalisé en deux étapes<sup>1</sup>. Dans une première étape, un masque positif circulaire pour lithographie optique a été réalisé par une technique de lithographie électronique. Ce masque fut ensuite utilisé dans une seconde étape pour graver un disque dans un film de YIG épitaxié épais de  $S = 4,750 \pm 0,001$   $\mu\text{m}$ . Il n'était en effet pas possible de graver le disque de YIG en réalisant un masque de gravure directement par lithographie électronique, les épaisseurs que l'on peut atteindre

1. On se reportera à l'annexe F pour une présentation des techniques de microfabrication.

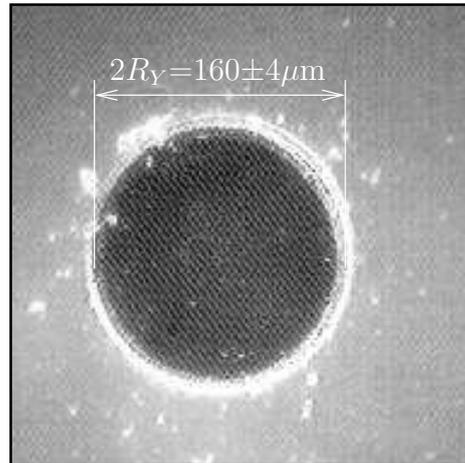


FIG. 3.1 – **Micrographie du disque de YIG** obtenu par gravure ionique sèche aux ions  $Ar^+$  au travers d'un masque en résine photosensible.

avec des résines électro-sensibles n'étant pas suffisantes. Le YIG est en effet un matériau très résistant aux différentes techniques de gravure, ce qui nécessite l'utilisation de masques suffisamment épais pour résister à des temps de gravure longs.

La gravure chimique à l'acide orthophosphorique ( $H_3PO_4$ ) chaud ( $T \gtrsim 150^\circ C$ ) est en général la technique de choix car les temps de gravure sont courts, mais après quelques essais nous l'avons proscrite pour deux raisons :

1. C'est une gravure anisotrope : elle induit un facettage du contour de l'échantillon selon ses principaux axes cristallins. La taille caractéristique des facettes étant de l'ordre de quelques microns, cette technique ne permet pas d'obtenir un disque au contour régulier à l'échelle du micron.
2. La résine optique utilisée comme masque de gravure n'est pas compatible avec les hautes températures nécessaires à l'activation de l'attaque acide.

Nous lui avons donc préféré une technique de gravure ionique sèche aux ions  $Ar^+$ . Cependant, le faible taux de gravure du YIG (environ 9 nm/s pour des ions d'une énergie de 200 eV) nécessite un masque beaucoup plus épais que ceux conventionnellement réalisés en lithographie optique. Ainsi malgré l'utilisation d'une résine spéciale que nous avons pu déposer jusqu'à une épaisseur de 6  $\mu m$ , la gravure complète des 4,75  $\mu m$  de YIG a nécessité 2 reprises de masques et une gravure d'une dizaine d'heures. Notons que cette gravure fastidieuse aurait pu être raccourcie en implantant des défauts par bombardement ionique [80], mais l'absence de source à notre disposition immédiate ainsi que la nécessité de réaliser plusieurs étapes (la profondeur d'implantation des défauts ne dépassant pas 2  $\mu m$ ) nous a dissuadé d'utiliser cette option.

Le disque ainsi obtenu est représenté sur la figure (FIG.3.1) tel qu'observé en microscopie optique. Son contour est bien régulier (bien que l'on constate l'existence de petites terrasses

qui sont la conséquence des reprises de masque), et l'état de sa surface, contrôlée à l'AFM en mode contact, ne présente pas d'irrégularités (rugosité  $\lesssim 10$  nm). Son rayon, tel que mesuré à partir de l'observation au microscope optique, vaut  $R = 80 \pm 4 \mu\text{m}$ .

Une fois le disque gravé, le substrat de GGG a été poli jusqu'à une épaisseur de  $190 \pm 5 \mu\text{m}$ , fixant ainsi la distance entre l'échantillon et le résonateur micro-onde décrit au Chapitre précédent et au centre duquel nous avons positionné l'échantillon. A cette distance, le champ micro-onde rayonné par le résonateur peut être considéré comme étant homogène sur tout le volume de l'échantillon.

### 3.2 Spectre de Résonance en aimantation perpendiculaire

La première expérience à mener pour démontrer la validité de la détection mécanique de la RFM consiste à enregistrer le spectre de modes magnétostatiques *intrinsèque* de l'échantillon, c'est à dire celui qui pourrait être mesuré à l'aide d'une mesure standard de susceptibilité micro-onde dans une cavité résonante.

Pour ce faire, nous avons placé notre sonde mécanique à une distance  $\ell = 100 \mu\text{m}$  au dessus du centre de l'échantillon. On s'assure ainsi du fait que la perturbation de l'échantillon par le champ de fuite de la pointe reste négligeable. Pour cette distance, la pointe magnétique génère en effet au niveau de l'échantillon un champ  $H_{\text{bar}} = 5,8 \text{ Oe}$  quasiment homogène dans le plan de la couche et un gradient de champ  $\partial_z H_{\text{bar}} = 0,16 \text{ Oe}/\mu\text{m}$ , à comparer au champ extérieur de l'ordre de 5 kOe nécessaire à l'excitation de la RFM. L'échantillon est irradié de façon continue à une fréquence  $f_0 = 10,468 \text{ GHz}$  par le champ micro-onde  $\mathbf{h}$  généré par le résonateur accordé, dont l'amplitude est modulée de 100% ( $\epsilon = 1$  dans (2.37)) à une fréquence  $f_m$  asservie sur la fréquence propre du levier  $f_c(H_{\text{ext}})$ .

Lorsque le champ extérieur  $H_{\text{ext}}$  est balayé vers les champs faibles, on observe une résonance principale pour  $H_{\text{ext}} = 5,3216 \text{ kOe}$ , suivie d'une série de plus de 50 harmoniques à plus bas champs. Le spectre ainsi enregistré est représenté sur la figure (FIG.3.2). Afin de résoudre le spectre dans son intégralité, la puissance de l'excitation micro-onde a été graduellement augmentée au cours du balayage, d'une puissance allant de  $P_{\text{in}} = -16 \text{ dBm}$  pour le mode principal, jusqu'à  $P_{\text{in}} = 4 \text{ dBm}$  pour les modes d'indices les plus élevés. Les intensités des modes tels qu'ils sont représentés sur la figure (FIG.3.2) ont bien sûr été renormalisées afin de bien rendre compte des intensités relatives entre modes.

Les résonances observées sont attribuées à l'excitation d'ondes magnétostatiques stationnaires selon le diamètre de l'échantillon. Nous avons indexé ces modes à l'aide du modèle de Damon et Van de Vaart [35] présenté au Chapitre 1. Rappelons que dans un disque en aimantation perpendiculaire, les ondes magnétostatiques sont du type MSFVW, leur relation de dispersion étant donnée par (1.74). Dans un échantillon de taille fini tel que celui-ci, ces ondes sont excitées au niveau d'un disque de rayon  $r_1$  sur lequel la condition  $\omega/\gamma = H_i(r_1)$  est vérifié. L'onde ainsi excitée est ensuite accélérée vers le centre de l'échantillon par le gradient de champ interne et se réfléchit sur le diamètre opposé. Lorsque la superposition des ondes incidente et réfléchie donne lieu à une interférence constructive, un mode propre est excité ce qui se traduit par l'absorption résonante de l'énergie du champ micro-onde et une diminution  $\Delta M_z$  de l'aimantation longitudinale que l'on détecte mécaniquement.

A chaque mode est associé un indice  $n$  défini par la condition de résonance (1.98), qui correspond au nombre d'onde stationnaires excitées le long du diamètre du disque. La quantité  $(n - 1)$  peut aussi être vue comme le nombre de nœuds de l'aimantation dynamique  $m(t)$  le long du diamètre. Pour un champ micro-onde  $\mathbf{h}$  uniforme, seule l'excitation de modes d'indices impairs est autorisée par l'expression (1.88) si la symétrie cylindrique du système est conservée. Ainsi l'absence de mode pairs (on observe une très faible contribution du mode  $n = 2$  sur le spectre de la figure (FIG.3.2)) est une signature du fait que la pointe est exactement alignée avec l'axe de l'échantillon, conservant ainsi au système sa géométrie cylindrique.

Nous avons représenté la dépendance de l'indice  $n$  en fonction du champ externe sur le

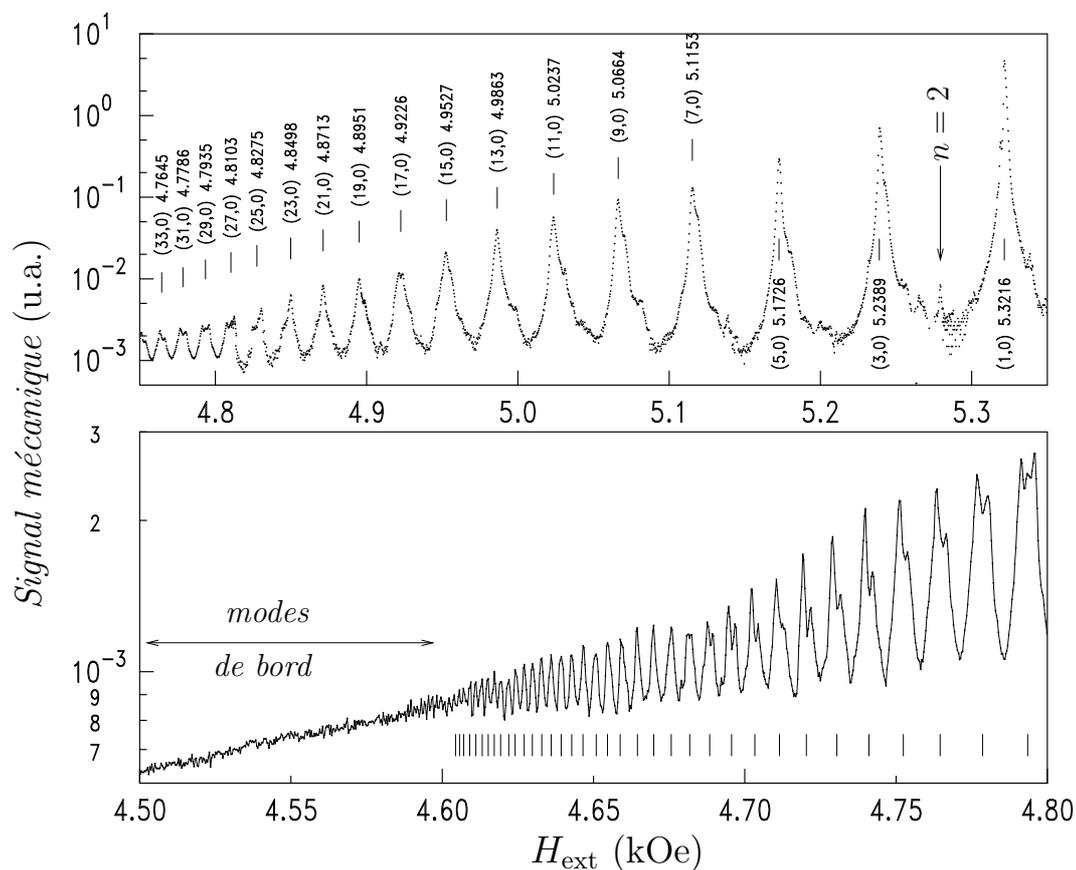


FIG. 3.2 – **Spectre complet de MSFVW** détecté mécaniquement en utilisant une modulation de source de 100% asservie sur la fréquence propre du levier, pour une distance sonde-échantillon  $\ell = 100 \mu\text{m}$ . La puissance de l'excitation micro-onde a été graduellement augmentée au cours du balayage vers les bas champs et les intensités représentées sur cette figure ont été renormalisées en conséquence. L'absorption large bande en dehors du domaine d'excitation des MSFVW ( $H_{\text{ext}} < \sqrt{H_i B_i}$ ) est attribuée à l'excitation de phonons par les ondes magnétostatiques [42].

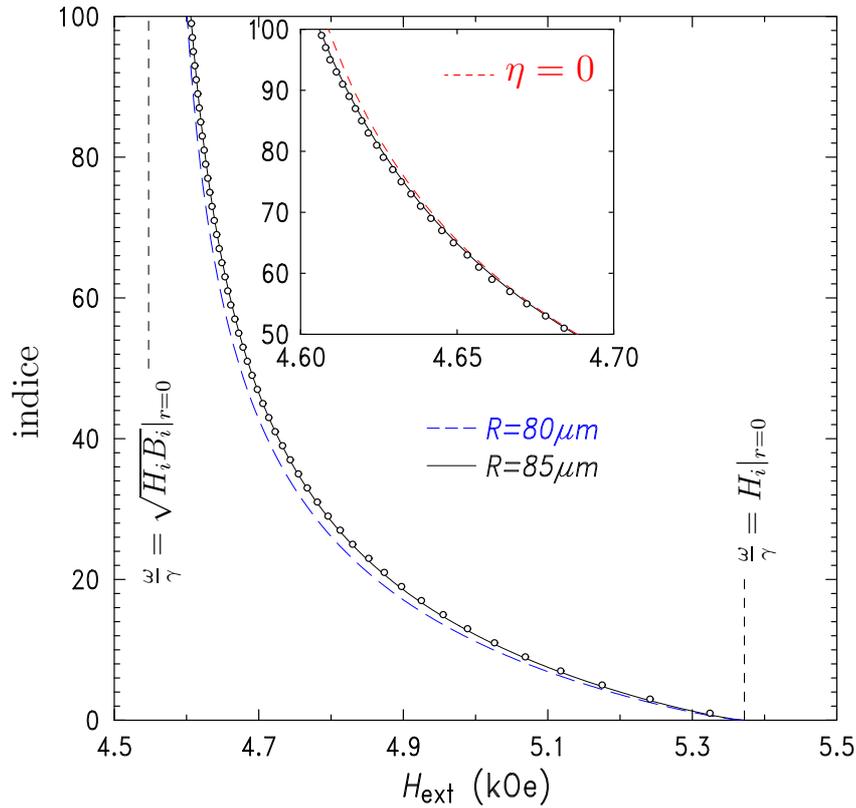


FIG. 3.3 – **Diagramme indice-champ** : indice  $n$  des modes magnétostatiques détectés mécaniquement pour une distance sonde-échantillon  $\ell = 100 \mu\text{m}$  en fonction du champ extérieur. Les cercles représentent la position des modes telle que mesurée sur la figure (FIG.3.2). La ligne en trait plein représente la prédiction du modèle de Walker en tenant à la fois compte de l'inhomogénéité du champ interne dû à la taille finie de l'échantillon et au champ de fuite de la sonde, pour un disque de rayon  $R = 85 \mu\text{m}$ . La ligne en trait pointillé est la prédiction pour un rayon  $R = 80 \mu\text{m}$ . L'agrandissement en insert illustre l'importance de l'échange dans la dispersion des modes de petites longueur d'onde. Le comportement observé s'écarte de la prédiction en l'absence d'échange ( $\eta \equiv 0$ ) [25].

diagramme indice-champ de la figure (FIG.3.3). Sur cette même figure, nous avons tracé les prédictions du modèle de Walker en tenant compte de l'inhomogénéité du champ interne dû à la fois à la taille finie de l'échantillon et au champ de fuite de la pointe magnétique. Les calculs ont été effectués en évaluant la condition de résonance (1.98) dans le plan médian du disque ( $z = S/2$ ) en prenant pour la pointe magnétique les paramètres décrits au Chapitre 2 et pour le disque de YIG une aimantation à saturation  $M_S(T = 285K) = 144 \text{ emu/cm}^3$  ( $4\pi M_S = 1815 \text{ G}$ ). Nous avons pris comme seul paramètre ajustable le rayon du disque. On constate que le meilleur accord avec les résultats expérimentaux correspond à  $R_{\text{eff}} = 85 \mu\text{m}$ . Cette valeur est située au-delà de la taille admise pour notre échantillon,  $R = 80 \pm 4 \mu\text{m}$ . Cette différence est attribuée à notre utilisation du modèle analytique de Joseph et Schlömann [64] pour modéliser le champ interne du disque<sup>2</sup> Ce modèle suppose au premier ordre une aimantation à saturation uniforme dans tout l'échantillon et néglige donc la rotation de l'aimantation près des bords, ce qui revient à sous-estimer le facteur démagnétisant  $n_{zz}$  et donc le champ de résonance.

Nous avons insisté au Chapitre 1 sur l'importance de l'échange dans la dispersion des modes de longueur d'onde comparable à la longueur d'échange  $\lambda_{\text{ech}}$ , qui dans le YIG est de l'ordre du micron [42]. Or nous détectons des modes dont l'indice est aussi élevé que  $n = 101$ , ce qui correspond, pour un diamètre  $D = 160 \mu\text{m}$ , à une longueur d'onde  $\lambda \approx D/(n-1) = 1,6 \mu\text{m}$  comparable à la longueur d'échange. On s'attend donc à ce que la dépendance en champ de l'indice  $n$  soit influencée par l'échange pour ces modes de petites longueurs d'onde. C'est effectivement le cas comme le montre l'insert de la figure (FIG.3.3) où nous avons représenté en pointillés la prédiction d'un modèle qui ne tient pas compte de l'échange et qui surestime d'autant plus le champ de résonance que l'indice du mode est élevé. La ligne en trait continu prend quant à elle en compte les effets d'échange au premier ordre, en utilisant la relation de dispersion (1.83).

La dernière caractéristique remarquable du spectre de la figure (FIG.3.2) est l'absorption continue à bas champ ( $H_{\text{ext}} \lesssim 4,577 \text{ kOe}$ ), en dehors de la région d'excitation des modes magnétostatiques définie par (1.72). Cette absorption large bande fut pour la première fois décrite par Eshbach [42] comme étant associée à l'excitation de *modes magnétoélastiques* couplés aux ondes de spins d'indices  $n$  élevés localisées sur les bords de l'échantillon, pour des champs internes proches de la limite  $\omega/\gamma = \sqrt{H_i B_i}$ . Il existe en effet un couplage magnétoélastique entre les ondes magnétostatiques et les phonons, qui est maximum dans la région  $\omega \approx \gamma\sqrt{H_i B_i}$  [69, 111]. Dans ce cas, l'énergie transmise au MSFVW par le champ micro-onde est immédiatement transférée aux phonons. Pour pouvoir observer ces modes magnétostatiques « de bord » dans la région  $\omega \approx \gamma\sqrt{H_i B_i}$ , il faut augmenter la puissance du champ micro-onde jusqu'à saturer le couplage magnétoélastique [111].

---

2. cf. l'Annexe C pour plus de détails sur ce modèle.

### 3.3 Comparaison avec la mesures de susceptibilité

Nous venons de démontrer la faisabilité d'une détection mécanique de la RFM au paragraphe précédent. Il faut maintenant s'assurer que nous sommes bien capable de mesurer la réponse *intrinsèque* de l'échantillon, c'est-à-dire que la présence d'une pointe magnétique dans son voisinage ne perturbe pas sa réponse à une excitation micro-onde. Ou du moins, s'il s'avère que l'échantillon est effectivement perturbé par le champ de fuite de la sonde, il faudra que nous soyons toujours en mesure d'interpréter le signal de RFM en prenant alors en compte l'influence de la sonde.

L'objet de ce paragraphe est d'apporter un premier élément de réponse au problème de l'influence de la sonde, en comparant le signal de la détection mécanique lorsque l'influence de la sonde est minimisée (*i.e.* pour de grandes distances sonde-échantillon) avec des mesures de la susceptibilité micro-onde de l'échantillon en l'absence de la pointe magnétique. L'étude de l'influence de la sonde lorsqu'on la rapproche de l'échantillon fera l'objet du paragraphe suivant.

#### 3.3.1 Spectre de MSFVW

La figure (FIG.3.4) présente une comparaison du spectre de MSFVW détecté mécaniquement pour une distance sonde-échantillon  $\ell = 100 \mu\text{m}$  (partie haut-champ du spectre de la figure (FIG.3.2)) avec le spectre *intrinsèque* de l'échantillon, enregistré en mesurant la puissance  $P_{\text{ref}}$  réfléchi par le résonateur micro-onde accordé ( $f_0 = 10,478 \text{ GHz}$ ) en l'absence de la sonde mécanique. Hormis l'absence de la sonde magnétique dans le second cas, et une fréquence d'excitation légèrement différente (attribuée à l'influence de la sonde magnétique sur les propriétés du résonateur), les deux spectres furent enregistrés dans des conditions expérimentales identiques ( $T = 285 \text{ K}$ ,  $P = 10^{-5} \text{ Torr}$ ).

Les positions en champ et les largeurs de raie des résonances ( $\Delta H \approx 1,5 \text{ Oe}$ ) sont identiques dans les deux cas, nous permettant ainsi que dire que pour une séparation  $\ell = 100 \mu\text{m}$ , nous sommes bien dans un *régime de couplage faible* entre la pointe et l'échantillon. Dans ce régime, le spectre détecté mécaniquement correspond bien au spectre des modes magnétostatiques intrinsèques de l'échantillon.

Il faut cependant garder à l'esprit le fait important que les quantités mesurées dans le cas de la détection mécanique ou dans celui d'une mesure de susceptibilité micro-onde sont fondamentalement différentes. Le signal de la détection mécanique est une mesure *locale* de la diminution  $\Delta M_z = M_S - M_z$  de l'aimantation *statique*, alors que la puissance réfléchi par le résonateur est une mesure moyennée sur tout le volume de l'échantillon de  $\chi'' h^2 \propto m_i^2$ , carré de la composante *dynamique* de l'aimantation. Or nous avons vu à plusieurs reprises au Chapitre 1 qu'il pouvait y avoir des différences fondamentales dans le comportement de ces deux quantités. Une de ces différences se manifeste sur la figure (FIG.3.4) sous la forme d'une très large absorption dans le spectre de la susceptibilité, qui augmente lorsque le champ extérieur diminue, masquant ainsi les intensités des modes d'indice  $n > 27$ . Cette caractéristique est absente du spectre de  $\Delta M_z$ , que nous sommes capable de résoudre dans son intégralité, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent. Notons que ce phénomène est aussi présent sur les spectres de susceptibilité enregistrés en présence de la sonde mécanique, si bien que la présence du champ de fuite de la sonde ne puisse pas être liée à

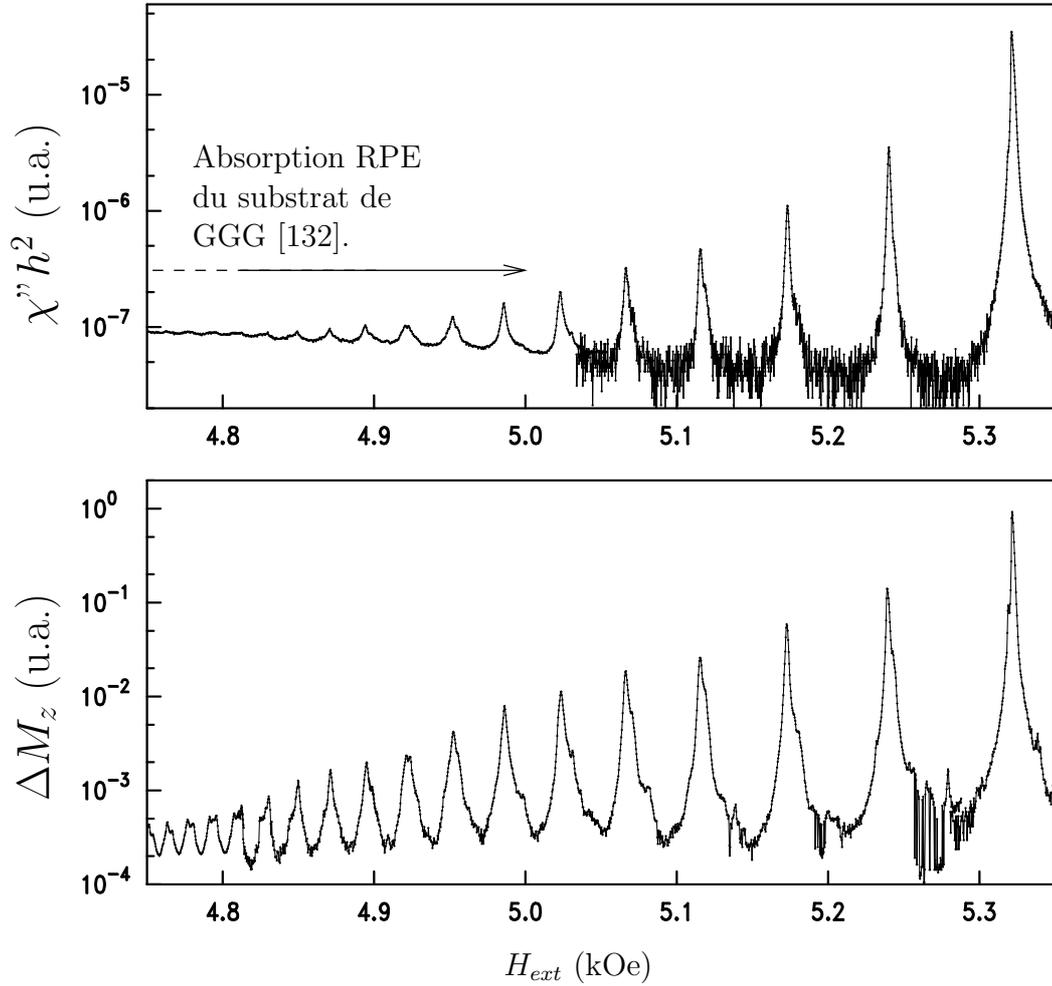


FIG. 3.4 – **Comparaison des spectres de MSFVW** enregistrés par une mesure de la susceptibilité micro-onde  $\chi''$  en l'absence de la sonde magnétique et par la détection mécanique de  $\Delta M_z$  pour une distance sonde-échantillon  $\ell = 100\mu\text{m}$  (seule la partie à haut champ du spectre est représentée). Dans la mesure de  $\chi''$ , les modes d'indice élevé ( $n > 27$ ) sont « noyés » dans le signal de RPE du substrat de GGG [132].

l'absence du signal parasite dans le spectre de  $\Delta M_z$ . Deux phénomènes d'origines complètement différentes peuvent à priori donner lieu à une absorption supplémentaire à bas champ.

On pourrait tout d'abord penser à un phénomène propre à la résonance ferromagnétique de l'échantillon, l'excitation paramétrique d'ondes de spin de fréquence  $\omega_0/2$ , ou instabilité d'ondes de spin du premier ordre (voir la théorie des effets non linéaires au Chapitre 1). Cette instabilité est responsable d'une large *absorption subsidiaire* centrée en  $H_{\text{ext}} \approx H_{n=1}/2$ , reportée pour la première fois par Bloembergen, Damon et Wang [17, 18] et on pourrait raisonnablement dire que nous en observons l'aile à haut champ sur la figure (FIG.3.4). Cet effet ne se manifeste que pour des excitations micro-ondes supérieures au seuil de la première instabilité d'onde de spin (Equ. (1.166)), ce qui signifierait que l'intensité du champ micro-onde utilisé pour enregistrer la partie à bas champ ( $n \geq 11$ ) du spectre de susceptibilité serait supérieure à  $h_{\text{seuil},1}$ . Cependant, le fait que cette absorption subsidiaire soit absente du spectre de  $\Delta M_z$  constitue un argument fort pour contredire cette hypothèse. Le processus élémentaire responsable de l'instabilité du premier ordre consiste en l'annihilation d'un magnon uniforme de fréquence  $\omega_p$  excité hors résonance et en la création de deux magnons de fréquence  $\omega_p/2$  et de vecteurs d'onde opposés (FIG.1.21). Il en résulte une augmentation du nombre total de magnons et l'aimantation longitudinale  $M_z$  diminue donc au cours de ce processus d'après (1.138). On devrait donc également observer cette absorption subsidiaire sur le spectre de  $\Delta M_z$  si  $h > h_{\text{seuil},1}$ , comme Bloembergen et Wang l'ont effectivement montré [18]. Il nous faut donc chercher ailleurs l'origine de cette absorption parasite.

Nous attribuons plutôt ce phénomène à l'excitation de la résonance paramagnétique électronique (RPE) du Gadolinium dans le substrat de GGG. Il s'agit d'un effet déjà observé dans d'autres travaux sur la RFM du YIG [132]. Le fait que la détection mécanique soit insensible au signal de RPE est dû au caractère local de la mesure. La susceptibilité haute fréquence du GGG est plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle du YIG, à cause de la polarisation très faible du GGG sous quelques kOe, alors qu'un échantillon ferromagnétique comme le YIG possède, à saturation, une polarisation par définition de 100 %. A volume mesuré égal, c'est-à-dire dans le cas de la détection mécanique, la réponse du YIG masque complètement celle du GGG. Par contre, la mesure de susceptibilité correspond à une moyenne sur un volume beaucoup plus grand, qui dépend du rapport du volume de l'échantillon mesuré à celui du résonateur micro-onde, c'est à dire du facteur de remplissage  $\eta$  de la cavité. L'augmentation relative du signal de RPE du GGG par rapport au signal de RFM du YIG dans le cas de la mesure de susceptibilité va donc être de l'ordre du rapport des volumes des deux échantillons. Le YIG est un disque de  $160 \mu\text{m}$  de diamètre sur  $4,75 \mu\text{m}$  d'épaisseur, alors que le GGG est un rectangle de  $2,0 \times 1,0 \text{ mm}$  sur  $190 \mu\text{m}$  d'épaisseur, soit une surface efficace ramenée à la largeur du résonateur de  $0,5 \text{ mm}^2$ , ce qui donne un rapport  $\eta_{\text{GGG}}/\eta_{\text{YIG}} \approx 10^3$ .

### 3.3.2 Structure du mode principal

Une analyse plus poussée de la forme de la raie de résonance est représentée sur la figure (FIG.3.5) dans le régime linéaire ( $h < h_1^{(\text{suhl})}$ ). Il n'y a pas de différence fondamentale entre la mesure de  $\Delta M_z$  et celle de  $m_t^2$ , qui possèdent notamment la même largeur de raie  $\Delta H = 1,57 \text{ Oe}$ . Comme on l'avait déjà fait remarqué au paragraphe 1.4.2, il s'agit d'un résultat attendu

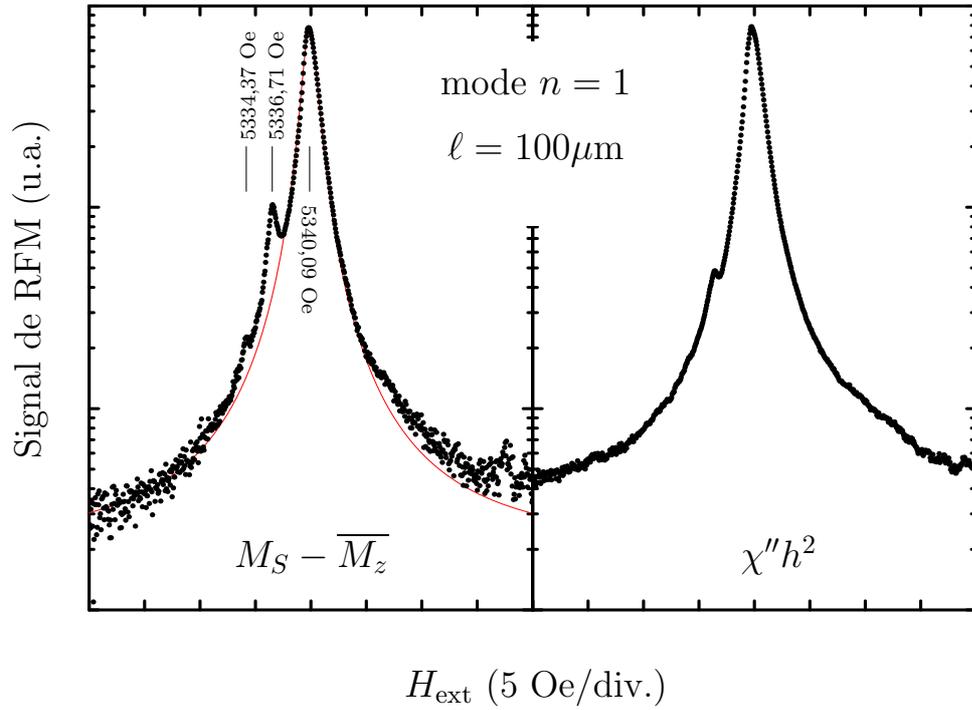


FIG. 3.5 – **Mode principal de résonance dans le régime linéaire** mesuré simultanément par une détection mécanique de  $\Delta M_z$  (à gauche) et par une mesure de la puissance réfléchie (à droite) pour une séparation sonde-échantillon  $\ell = 100 \mu\text{m}$ . La courbe en trait plein rouge est un ajustement du signal mécanique par une raie de résonance lorentziennes de largeur  $\Delta H_1 = 1,57 \text{ Oe}$  pour le mode principal. Les résonances satellites à bas champ sont beaucoup plus prononcées dans le signal de la détection mécanique. Ceci est attribué au fait qu'il s'agit d'un mode localisé à l'interface air/YIG, dont le poids est plus important dans le cadre de cette mesure *locale*.

	$H_{\text{res}}$ (Oe)	$\Delta H$ (Oe)	$\Delta M_{z,\text{res}}$ (u.a)	$\chi''_{\text{res}}$ (u.a.)
Mode Principal	5340,09	1,57	1	1
Satellite 1	5336,71	0,77	0,087	
Satellite 2	5334,37	1,16	0,005	-

TAB. 3.1 – **Paramètre de la raie principale et de ses deux satellites** déduits d'un ajustement de la mesure de  $\Delta M_z$  par trois raies lorentziennes.

pour une RFM gouvernée par les équations de BB qui prédit, dans le régime linéaire, des largeurs de raies identiques et gouvernées par le  $T_2$ . Le mode fondamental est suivi d'une série de deux modes *satellites* à plus bas champ. L'ensemble de la structures peut-être ajusté par une somme de trois raie lorentziennes dont les caractéristiques sont résumées dans la Table (3.1).

Le poids des deux satellites par rapport à la raie principale est bien plus important dans le cas de la mesure de  $\Delta M_z$ . La détection mécanique étant une mesure locale, ceci semble indiquer qu'il s'agit de modes localisés.

La première réaction lorsqu'on observe des satellites à bas champ sur un mode magnéto-statique dans un film mince consiste à les attribuer à l'excitation d'ondes de spin stationnaires dans l'épaisseur du film (standing spin wave modes) [143, 89]. La condition de résonance pour ces modes dans l'épaisseur est donnée par [52] :

$$H_{\text{ext},m} = \frac{\omega_0}{\gamma} + 4\pi M_S - \eta k_{z,m}^2 \quad (3.1)$$

où  $m$ , l'indice du mode d'échange, est un entier *impair* pour des raisons de recouvrement avec le champ micro-onde uniforme et les valeurs  $k_z = \pi/S$  sont associées à la formation d'ondes stationnaires dans l'épaisseur du film . La séparation en champ entre deux modes d'indice  $m$  et  $m'$  est donc proportionnelle à  $(m - m')^2$  :

$$\Delta H_{m,m'} = \frac{\eta\pi^2}{S^2}(m - m')^2 \quad (3.2)$$

Pour notre disque de YIG  $\eta = 0,528 \times 10^{-8}$  G.cm<sup>2</sup> et  $S = 4,75$   $\mu\text{m}$  et les séparations prédites pour les trois premier modes  $m=1, 3$  et  $5$  reportées sur la Table (TAB.3.2) sont incompatibles avec les séparations observées expérimentalement. Il faut donc chercher ailleurs l'origine de ces satellites. Étant donné que l'intensité relative de ces modes augmente lorsque l'on rapproche la sonde de l'échantillon, nous attribuons ces satellites à l'excitation de modes localisés aux interfaces air/YIG et YIG/GGG. Pour justifier cette hypothèse, il aurait cependant fallu effectuer des études sur des échantillons d'épaisseurs différentes.

$m, m'$	$\Delta H_{m, m'}(Oe)$	valeur mesurée (Oe)
1,3	0,92	3,38
1,5	3,69	5,72
3,5	0,92	2,34

TAB. 3.2 – **Séparation en champ des modes d'échange dans l'épaisseur** prédits pour notre disque de YIG (colonne centrale) comparés aux séparations en champ des satellites du mode principal (colonne de droite).

## 3.4 Étude de l'influence de la sonde

### 3.4.1 Régimes de couplages faible et fort

Nous avons montré que pour des séparations sonde-échantillon suffisamment grandes, la détection mécanique de la RFM est capable de mesurer la réponse intrinsèque d'un échantillon micronique individuel à une excitation micro-onde. Cependant l'une des richesses de la technique réside dans la possibilité que nous avons de faire varier le couplage sonde-échantillon en diminuant la distance  $\ell$ . L'objet de ce paragraphe est l'étude et l'interprétation des modifications de la réponse de l'échantillon induites par la variation du paramètre de couplage  $\ell$ . Cette étude est importante à deux points de vue.

D'une part, la diminution de la distance sonde échantillon est inévitable si l'on désire mesurer des échantillons submicroniques, car c'est à première vue le moyen le plus efficace d'augmenter la force créée sur le levier par le champ de fuite de l'échantillon. Rappelons en effet que cette force est proportionnelle au gradient de champ et qu'elle augmente donc comme  $\ell^{-3}$  (pour un gradient de champ dipolaire).

D'autre part, en diminuant  $\ell$  on va modifier *de façon contrôlable* l'inhomogénéité du champ interne en variant le champ de fuite de la sonde. Cette possibilité de pouvoir contrôler le champ interne est un des points clefs de la MRFM, car elle offre la possibilité d'effectuer une mesure spectroscopique *locale* en confinant les excitations à l'aide du champ de fuite de la sonde [113, 114]. Ce concept de spectroscopie locale est facilement compréhensible en résonance magnétique de spins indépendants (RMN ou RPE), pour lesquels un champ inhomogène implique une condition de résonance locale comme l'illustre la figure (FIG.3.6). En présence d'un gradient de champ la condition de résonance n'est satisfaite qu'au sein d'une *tranche de sensibilité* dont l'épaisseur  $\delta$  est donnée par le rapport de la largeur de la raie de résonance au gradient de champ magnétique [153] :

$$\delta = \frac{\Delta H}{\nabla H_{\text{ext}}} \quad (3.3)$$

En déplaçant la sonde dans les trois directions de l'espace au-dessus de l'échantillon, on est alors capable de reconstituer une *carte tridimensionnelle* de la réponse spectroscopique [153, 67]. C'est d'ailleurs le principe de base de l'imagerie par résonance magnétique [49, 41].

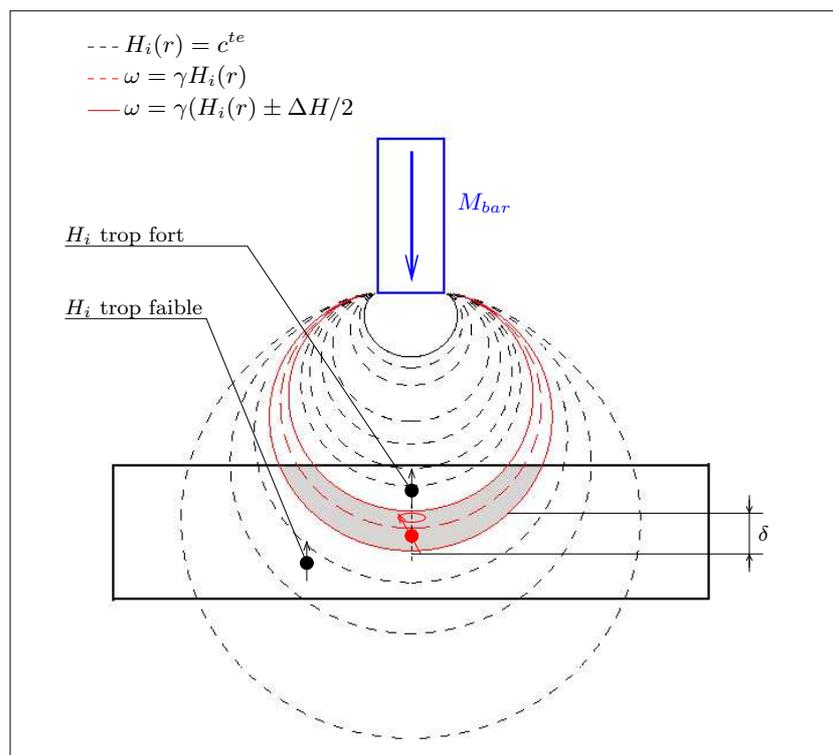


FIG. 3.6 – **Localisation de la condition de résonance** dans le cas d'un système de spins *indépendants* (RMN ou RPE). La condition de Larmor  $\omega = \gamma H(r)$  n'est satisfaite qu'à l'intérieur d'une *tranche de sensibilité* (en grisé sur la figure) dont l'épaisseur  $\delta = \Delta H/(\nabla H(r))$  définit la résolution spatiale de la spectroscopie locale.

La première démonstration expérimentale des capacités d'imagerie du MRFM date de 1993 [153]. Une résolution spatiale de l'ordre du micron a été atteinte dans le cas de la détection mécanique d'un système de spins paramagnétiques [154] et de  $3 \mu\text{m}$  dans le cas de la RMN de  $^1\text{H}$  [110, 152]<sup>3</sup>. Il n'existe cependant pas à l'heure actuelle de démonstration probante de la limitation intrinsèque de la résolution, dont l'étude théorique se révèle relativement complexe [130] et qui semble de plus limitée par la décohérence des excitations dans un gradient de champ très intense [124]. Cependant en RFM, l'effet d'un champ statique inhomogène doit être interprété avec beaucoup de précautions, à cause du caractère propagatif et donc fortement non-local des excitations, dont l'importance n'a pas été bien saisie lors des premières expériences de fMRFM [135]. Un des principaux objectifs de notre caractérisation de la détection mécanique de la résonance ferromagnétique va donc être de tenter de donner une réponse claire quant aux mécanismes qui gouvernent la spectroscopie locale de spins

3. Résultat à comparer à la résolution des techniques standards (*i.e.* inductives) d'IRM qui est de l'ordre de la centaine de microns [138].

fortement couplés et d'en déduire les limitations intrinsèques qui en découlent.

Nous allons distinguer deux régimes de couplage sonde-échantillon, définis selon que le champ de fuite de la sonde affecte ou non la région d'excitation des modes magnétostatiques. La zone de propagation, telle que définie par la condition (1.72), est formellement toujours affectée par le champ de fuite de la sonde, la perturbation induite tendant vers zéro dans la limite  $\ell \rightarrow \infty$ . On a par exemple représenté sur la figure (FIG.3.7) la modification du champ interne induite lorsque l'on approche la sonde de  $\ell = 100$  à  $\ell = 35 \mu\text{m}$  au-dessus du centre de l'échantillon. On constate que le champ de fuite  $H_{\text{bar}}(r, \ell)$  de la pointe modifie la zone de propagation en créant au centre de l'échantillon une zone non propagative comprise entre les valeurs particulières  $H_a$  et  $H_b$  du champ extérieur appliqué qui vérifient

$$\omega/\gamma = H_a - 4\pi n_{zz}(r = r_p)M_S + H_{\text{bar}}(r = r_p, \ell) \quad (3.4)$$

$$\omega/\gamma = H_b - 4\pi n_{zz}(r = 0)M_S + H_{\text{bar}}(r = 0, \ell) \quad (3.5)$$

avec  $r_p$  le rayon du cercle correspondant au minimum de champ interne. Il existe alors une distance critique  $\ell = \ell_p$  en deça de laquelle le champ de fuite de la sonde est suffisamment intense pour que le champ de résonance du premier mode magnétostatique excité soit supérieur à la valeur de  $H_b$  :

$$\ell_p = \ell \quad \text{tel que} \quad H_{n=1} < \omega/\gamma + 4\pi n_{zz}(r = 0)M_S - H_{\text{bar}}(r = 0, \ell) \quad (3.6)$$

Selon la valeur de  $\ell$  on distinguera alors :

1. le *régime de couplage faible* qui correspond à l'ensemble des valeurs de  $\ell > \ell_p$ , régime dans lequel la zone d'excitation des modes magnétostatiques n'est gouverné que par les effets démagnétisants, c'est à dire par la forme de l'échantillon.
2. le *régime de couplage fort*, pour  $\ell \leq \ell_p$ , dans lequel l'excitation d'au moins le premier des modes magnétostatiques est confinée dans une couronne de rayon externe  $r_1$  défini par la forme de l'échantillon et de rayon interne  $r_0$  défini par le champ de fuite de la sonde.

#### 3.4.1.1 Analyse du régime de couplage faible : $\ell = 100 \mu\text{m}$ et $\ell = 35 \mu\text{m}$

Nous allons dans un premier temps illustrer l'influence de la sonde dans le régime de couplage faible. Nous avons pour cela représenté sur la figure (FIG.3.8) deux spectres complets de MSFVW enregistrés pour des séparations  $\ell = 100 \mu\text{m}$  et  $\ell = 35 \mu\text{m}$ , qui correspondent donc aux deux profils de champ interne de la figure (FIG.3.7).

Les seules modifications observables sur cette figure sont un décalage *global* de  $-20 \text{ Oe}$  vers les bas champs de tout le spectre, ainsi qu'un gain de plus d'un ordre de grandeur en intensité lorsqu'on rapproche la sonde de la surface de l'échantillon.

Le décalage en champ s'explique très bien dans le cadre du modèle de Walker, comme étant la conséquence de l'augmentation globale du champ interne dû à l'augmentation du champ de fuite de la pointe. Nous avons reporté les dépendances en champ de l'indice  $n$  pour ces deux valeurs de  $\ell$  sur le même diagramme indice-champ (FIG.3.9). Les deux mesures sont en accord quantitatif avec les prédictions du modèle de Walker (en trait pleins et pointillés sur la figure (FIG.3.9)) tenant compte à la fois des effets démagnétisants (effets de taille finie) et du champ de fuite de la pointe.

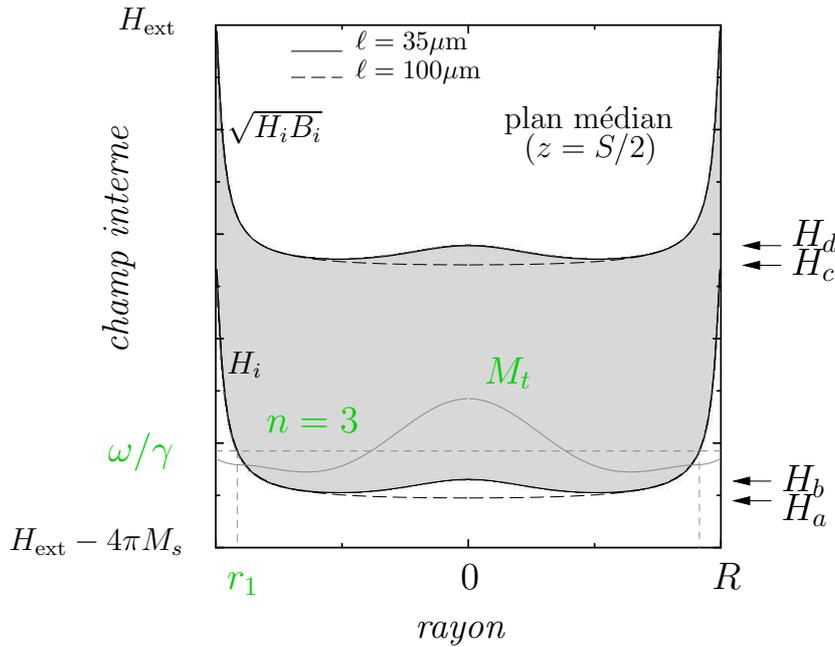


FIG. 3.7 – **Profils du champ interne.** Pour deux distances sonde-échantillon,  $\ell = 100 \mu\text{m}$  (---) et  $\ell = 35 \mu\text{m}$  (—), on a représenté le profil du champ interne  $H_i = H_{\text{ext}} - 4\pi n_{zz} M_S + H_{\text{bar}}$  ainsi que celui de  $\sqrt{H_i B_i}$ , calculés dans le cadre du modèle de Joseph et Schlömann [64]. Ils définissent la *zone de propagation* qui est représentée ici en grisé pour le cas  $\ell = 35 \mu\text{m}$ , afin d'illustrer l'effet du champ de fuite de la sonde sur la propagation des ondes magnétostatiques. On a également représenté le profil de l'aimantation dynamique  $m_t$  dans le cas du mode  $n = 3$  [24]. Les deux cas représentés sur cette figure correspondent tous les deux au régime de couplage faible, pour lequel l'inhomogénéité de champ interne au centre du disque n'est pas suffisante pour localiser le mode  $n = 1$ .

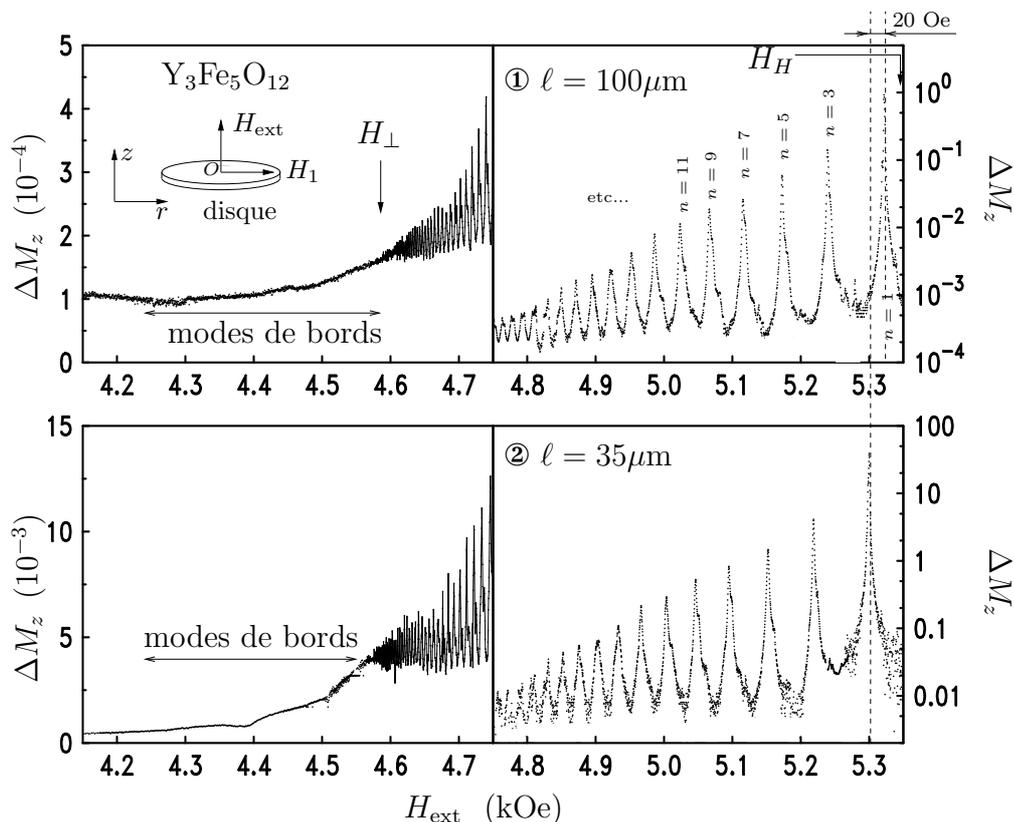


FIG. 3.8 – **Modification du spectre de modes magnétostatiques** lorsque la séparation sonde échantillon passe de  $\ell = 100 \mu\text{m}$  ① à  $\ell = 35 \mu\text{m}$  ②. Les seules modifications notables sont un décalage *global* de tout le spectre de  $-20 \text{ Oe}$  vers les basses valeurs du champ extérieur, ainsi qu'un gain en intensité de plus d'un ordre de grandeur lorsqu'on rapproche la sonde de l'échantillon. Pour une meilleur lisibilité des spectre, l'échelle des ordonnées est différente pour des champs inférieurs à  $4,75 \text{ kOe}$  (l'échelle des champs est continue sur toute la gamme de  $4,15$  à  $5,35 \text{ kOe}$ ). [24].

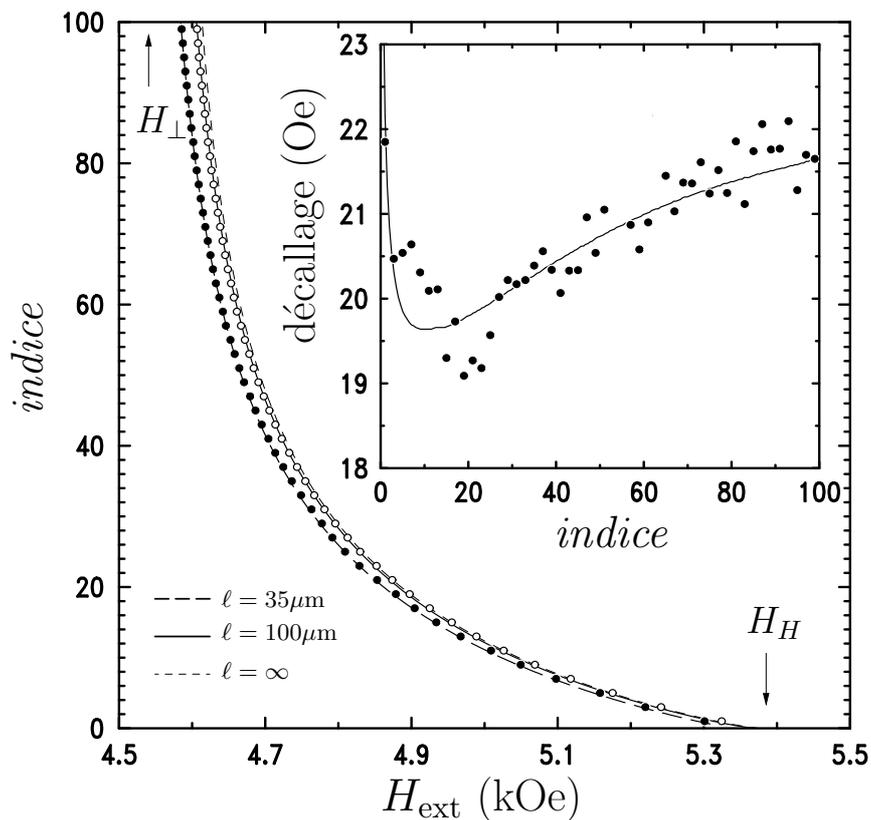


FIG. 3.9 – **Diagramme indice-champ** sur lequel on a représenté la dépendance en champ des modes magnétostatiques pour  $\ell = 100 \mu\text{m}$  ( $\circ$ ) et  $\ell = 35 \mu\text{m}$  ( $\bullet$ ). Les lignes sont les prédictions du modèle de Walker prenant en compte l'inhomogénéité du champ interne dû à la fois aux effets de forme (effets démagnétisants) et au champ de fuite de la sonde. L'insert représente la dépendance en indice du décalage vers les bas champs induit par le rapprochement de la pointe observée expérimentalement ( $\bullet$ ) et prédite par le modèle (—) [24].

Quant au gain en intensité, il évidemment dû à l'intensification de la force créée sur le levier, qui augmente comme le gradient de champ magnétique généré par l'échantillon au niveau de la sonde. Celui-ci passe en effet d'une valeur de  $\partial B/\partial z = 0,16 \text{ Oe}/\mu\text{m}$  pour  $\ell = 100\mu\text{m}$  à  $4,8 \text{ Oe}/\mu\text{m}$  pour  $\ell = 35\mu\text{m}$ .

### 3.4.1.2 Analyse du régime de couplage fort : $\ell = 18\mu\text{m}$

Dans le cas de l'échantillon et de la pointe considéré dans ce manuscrit<sup>4</sup>, le régime de couplage fort correspond à des distances sonde-échantillon  $\ell < \ell_p \approx 30 \mu\text{m}$ . Afin d'illustrer l'influence de la localisation des modes magnétostatiques dans ce régime de couplage fort, nous présentons sur la figure (FIG.3.10) un spectre de modes magnétostatiques enregistré pour une distance sonde échantillon  $\ell = 18 \mu\text{m}$ . Comme l'illustre la figure (FIG.3.11), on s'attend pour cette distance à ce que les deux premiers modes magnétostatiques ( $n = 1$  et  $n = 3$ ) soient localisés par le champ de fuite de la sonde. Cette localisation se traduit par une modification des intensités relatives entre modes. On constate en effet que les modes  $n = 3$  et  $n = 5$  ont la même intensité, alors que (dans la limite d'un échantillon infini), la relation (1.92) prédit un rapport  $(5/3)^2 \approx 2,8$  entre l'intensité du mode  $n = 3$  et celle du mode  $n = 5$ .

Nous avons résumé sur la figure (FIG.3.12) les modifications de la dépendance en champ des modes magnétostatiques lorsqu'on passe du régime de couplage faible ( $\ell = 100$  et  $35 \mu\text{m}$ ) au régime de couplage fort ( $\ell = 18 \mu\text{m}$ ) pour les modes  $n = 1, 11$  et  $39$ . Le modèle de Walker modifié<sup>5</sup> pour tenir compte des effets de localisation reproduit bien cette dépendance. Ce résultat peut d'ailleurs être utilisé pour confirmer l'estimation de l'aimantation donnée au chapitre précédent et qui avait été déduite de mesure au SQUID de fils de différentes tailles. Ainsi l'ajustement des données de la figure (FIG.3.12) permet d'obtenir une valeur de  $M_{\text{sonde}} = 500 \pm 50 \text{ emu}/\text{cm}^3$  en accord avec les mesures SQUID.

Ce modèle illustre notamment l'effet singulier de la localisation des modes de grande longueur d'onde sur leur relation indice-champ  $n(H_{\text{ext}})$ . Comme l'illustre l'insert de la figure (FIG.3.12), un mode fortement localisé va voir un champ de fuite globalement négatif de la part de la sonde, ce qui se traduit par une réaugmentation des champ de résonance pour les valeurs de  $\ell < \ell_p$ .

## 3.4.2 Conséquences sur l'intensité du signal

La conséquence de la localisation des modes magnétostatiques par le champ de fuite de la sonde ne va pas être identique dans le cas de la détection mécanique ou dans celui de la mesure de susceptibilité, même si on sonde dans les deux cas des grandeurs physiques identiques (dans le régime linéaire). Du point de vue de la réponse de l'échantillon, la conséquence de la localisation est une diminution du volume de l'échantillon qui participe au signal de résonance. On s'attend donc à ce que le signal de susceptibilité diminue avec  $\ell$ , puisqu'il est

4. La distinction entre régimes de couplages faible et fort dépendant à la fois de la forme de l'échantillon et de la pointe ainsi que de leurs tailles relatives, l'analyse que nous présentons doit être reconsidérée en détail pour d'autres situations. Une discussion générale de l'influence de la sonde sera donnée à ce sujet à la fin de cette section.

5. cf. Annexe B.

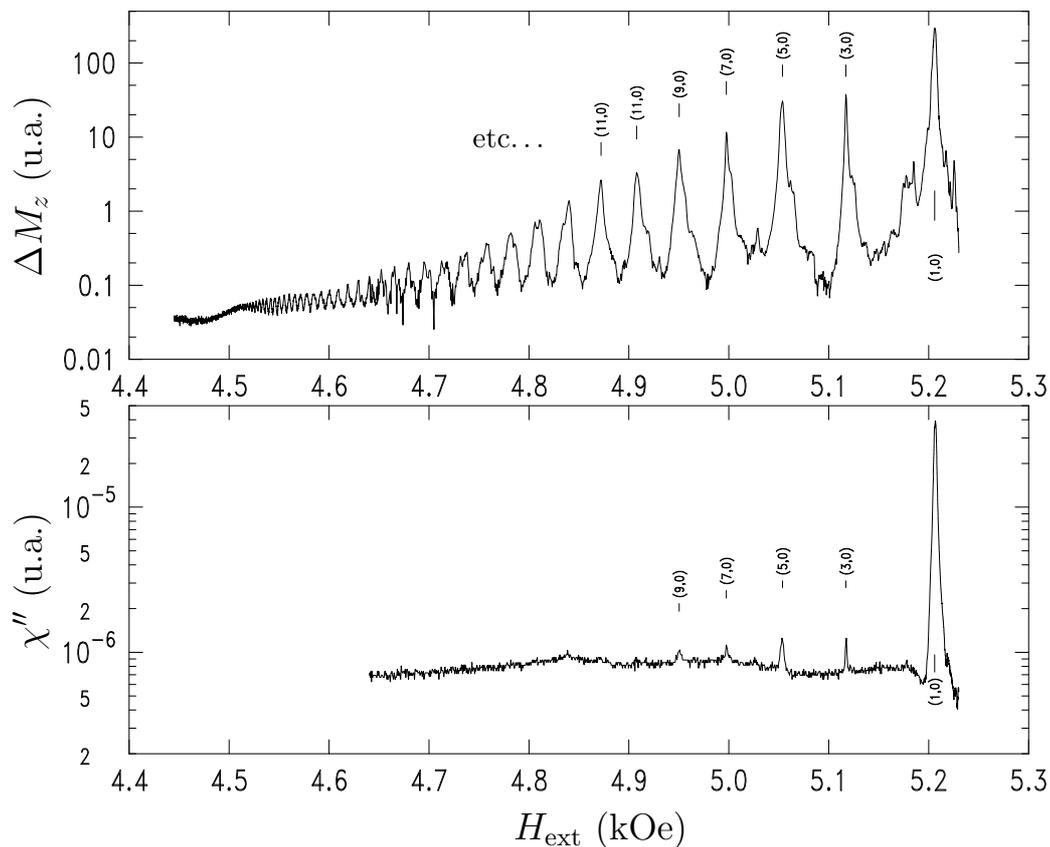


FIG. 3.10 – Spectre de MSFVW dans le régime de couplage fort. Pour  $\ell = 18 \mu\text{m}$ , la détection mécanique est encore capable de résoudre le spectre complet de modes magnéto-statiques, alors que la mesure de susceptibilité est grandement affectée par la présence de la sonde. Ceci illustre le caractère local de la détection mécanique, par opposition à la mesure de susceptibilité qui représente la réponse moyenne de tout l'échantillon.

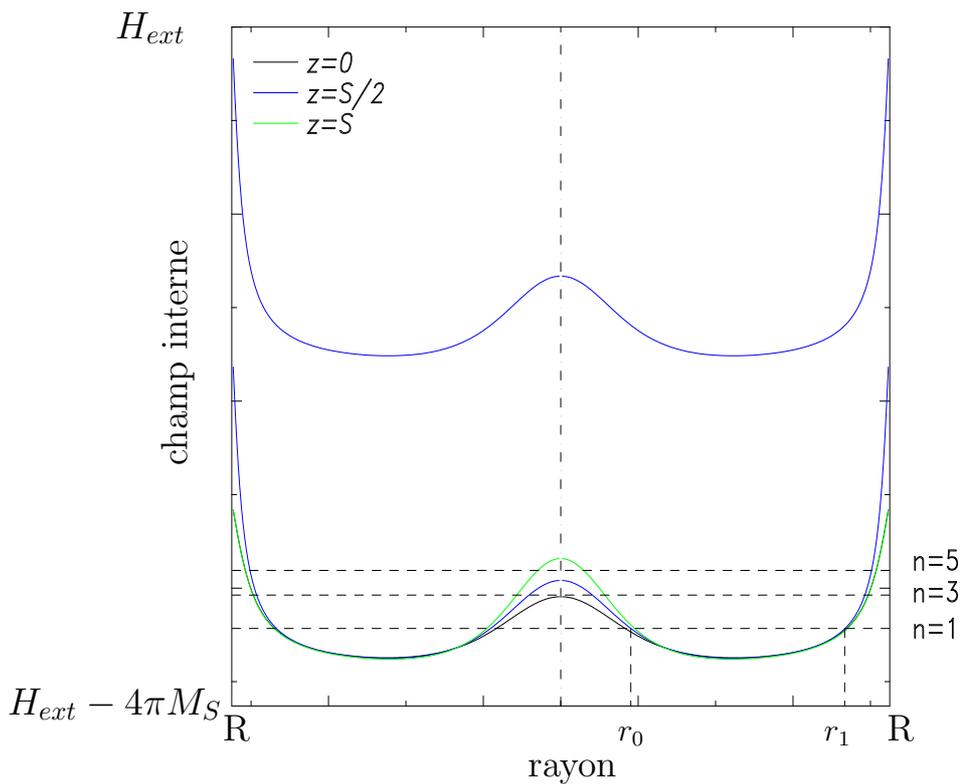


FIG. 3.11 – **Profil du champ interne pour  $\ell = 18 \mu\text{m}$ .** On a représenté le profil  $H_i(r)$  dans le plan médian ( $z = S/2$ ) ainsi que sur les deux faces du disque ( $z = 0, S$ ). Les 2 premiers modes,  $n = 1$  et  $n = 3$ , sont localisés par le champ de fuite de la sonde.

directement proportionnel au volume résonant<sup>6</sup>  $V$  de l'échantillon, la mesure de la puissance réfléchie consistant en un moyennage de la réponse de tout l'échantillon :

$$P_n \propto \frac{\omega^2 h^2 \left( \int_{r_{0,n}}^{r_{1,n}} r m_n(r) \right)^2}{\Delta H_n \int_{r_{0,n}}^{r_{1,n}} r m_n^2(r) dr} \quad (3.7)$$

La détection mécanique est par contre une mesure locale, c'est-à-dire une moyenne pondérée par un *poids dipolaire*  $g(r, \ell)$ , qui illustre le fait que le signal mécanique est principalement sensible à la précession des spins situés sous la sonde, et ce d'autant plus que la séparation  $\ell$  est petite, l'amplitude des vibrations du levier associées à l'excitation du mode d'indice  $n$  s'écrivant, d'après le résultat (2.104) :

$$\zeta(\ell) \propto \int_0^R [g(r, \ell) - g(r, \ell + S_{\text{bar}})] m_n^2(r) dr \quad (3.8)$$

Lorsqu'on diminue la séparation  $\ell$ , il y a donc compétition dans l'expression (3.8) entre l'augmentation du couplage dipolaire  $g(r, \ell)$  et la diminution du volume résonant à cause de l'influence du champ de fuite de la sonde. Il existe donc une distance optimale  $\ell_0$  pour laquelle le signal mécanique sera maximum. Nous avons reporté sur la figure (FIG.3.12) les variations avec  $\ell$  de l'intensité du signal mécanique et de la puissance réfléchie par le résonateur correspondant à l'observation du mode principal de résonance  $n = 1$ . Notre modélisation de la dépendance en  $\ell$  du signal mécanique (EQU.3.8) et de la puissance réfléchie (EQU.3.7) reproduit assez fidèlement le comportement des données expérimentales. On constate que dans le cas de notre échantillon, la distance optimale se situe à  $\ell_0 \approx 20 \mu\text{m}$ . Le modèle prédit même un changement de signe du signal mécanique pour  $\ell \approx 14 \mu\text{m}$ , à cause de la localisation et du caractère dipolaire de l'interaction sonde-échantillon, qui est attractive selon l'axe de l'aimantation mais répulsive dans la direction perpendiculaire.

Il faut cependant noter que l'existence d'une distance optimale découle du caractère très inhomogène du champ de fuite de la sonde à l'échelle de l'échantillon. Dans le cas d'une sonde générant un champ de fuite très homogène au niveau de l'échantillon, le phénomène de localisation des modes magnétostatique n'aurait pas lieu, et le couplage sonde-échantillon continuerait à augmenter avec la diminution de  $\ell$ . On a donc là un résultat important et non trivial. Si on ne s'intéresse qu'à l'aspect sensibilité optimale de la détection mécanique, notamment en vue de la détection d'échantillon ultraminces et aux dimensions latérales sub-microniques -tels que ceux qui sont aujourd'hui utilisés en électronique de spin- on a toujours intérêt à utiliser une sonde beaucoup plus grande que l'échantillon, afin de générer *au niveau de l'échantillon* un champ de fuite le plus homogène possible.

### 3.4.3 Performances de la spectroscopie locale

Nous avons mis en évidence la localisation des résonances dans le cas de la détection mécanique de la RFM. Nous avons montré que contrairement aux cas de la détection mécanique de la RMN et de la RPE, le mécanisme de localisation n'est pas entièrement gouverné par le gradient de champ créé par la sonde dans l'échantillon, à cause du caractère propagatif (*i.e.* non local) des excitations en RFM. La formation d'une onde stationnaire associée à

6. *i.e.* le volume de la zone de propagation.

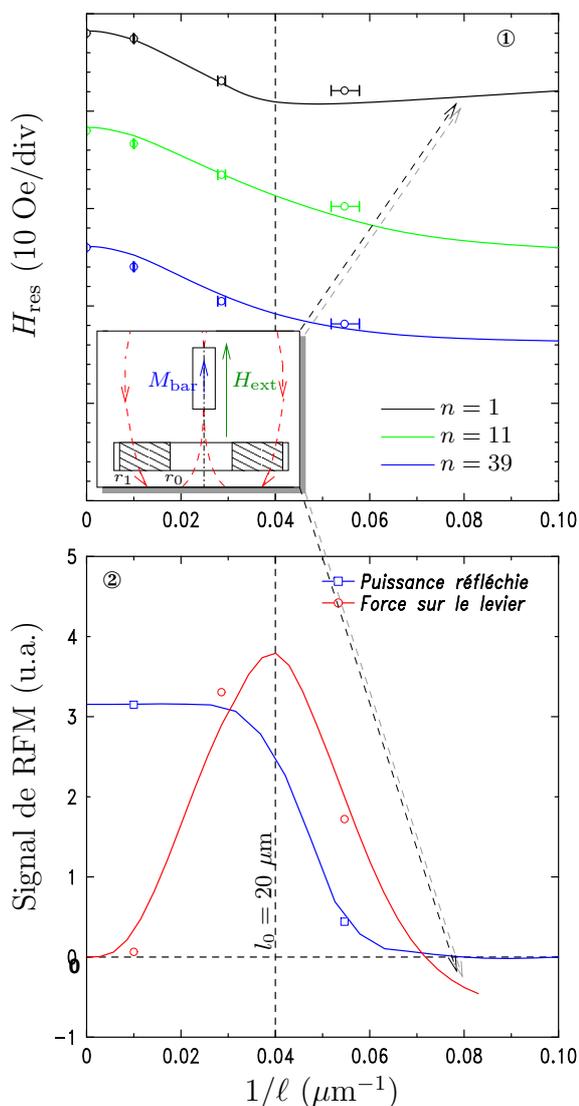


FIG. 3.12 – Influence de la sonde sur ① la position en champ des modes magnétosoniques et ② l'intensité du mode principal.

① L'influence de la sonde diffère selon l'indice des modes. Les modes de grande longueur d'onde ( $n = 1$  sur la figure) sont sujets au confinement dans le régime de couplage fort, ce qui se traduit par une réaugmentation du champ de résonance, car le champ de fuite de la pointe est opposé à  $H_{\text{ext}}$  dans la zone de propagation, comme l'illustre l'insert. ② La puissance réfléchie (en bleu, mesure de susceptibilité) tend vers zéro de façon monotone pour  $\ell < \ell_p$  à cause de la localisation du mode principal par le champ de fuite de la sonde. Le signal mécanique (en rouge) présente par contre un maximum en  $\ell_0 \approx 20 \mu\text{m}$  qui traduit la compétition entre l'augmentation du couplage dipolaire sonde-échantillon et la déplétion en spins précessant dans la région non propagative située sous la sonde. Le maximum de signal mécanique correspond bien à l'inflexion du champ de résonance du mode principal.

l'excitation d'une RFM impose en effet une localisation minimale en-dessous de laquelle la condition (1.98) ne peut plus être vérifiée pour  $n = 1$ . Afin d'estimer la résolution spatiale de la spectroscopie locale dans le cas de notre échantillon, nous avons calculé le confinement maximum du mode principal  $n = 1$  dans le cas le plus optimiste d'un cylindre infiniment long de Fer ( $M_{Fe} = 1700 \text{ emu/cm}^3$ ) en contact avec la surface de l'échantillon. Nous trouvons une réponse finie, de l'ordre de  $4,2 \mu\text{m}$  [24]. Cette résolution spatiale théorique est à comparer avec celles de l'ordre du micron déjà obtenues dans le cas d'échantillons paramagnétiques. La première démonstration de la détection mécanique de la RMN mentionnait déjà une résolution spatiale de l'ordre de  $3 \mu\text{m}$  [110] et les derniers résultats sur la RPE d'impuretés paramagnétiques diluées font état d'une résolution sub-micronique [124]. Les performances du MRFM en tant que mesure spectroscopique locale sont donc décevantes dans le cas de la détection de la RFM.

### 3.4.4 Conséquence sur l'imagerie des MSFVW

Outre le gain en sensibilité qui en font une technique de choix pour la caractérisation d'échantillons microscopiques, la détection mécanique a l'avantage d'utiliser une *sonde locale*. Ceci lui confère des possibilités d'imagerie des modes magnétostatiques. En mesurant la réponse de l'échantillon pour différentes positions de la sonde au-dessus de l'échantillon, nous pouvons remonter à la distribution spatiale de la précession de l'aimantation, c'est-à-dire à une mesure expérimentale du profil de l'aimantation tels que ceux représentés sur la figure (FIG.1.9). Cette capacité sera caractérisée par une résolution spatiale de l'imagerie de modes, à bien distinguer de la résolution spatiale de la spectroscopie locale que nous avons discutée au paragraphe précédent et qui consistait à localiser l'excitation. Ici, l'excitation reste délocalisée sur tout l'échantillon, et on cartographie son inhomogénéité (due aux effets de taille finie) par une succession de mesures locales. Là où la résolution spatiale de la spectroscopie locale était caractérisée par la dimension de la zone de l'échantillon sur laquelle on avait réussi à confiner l'excitation, la résolution spatiale de l'imagerie sera caractérisée par la plus petite distance sur laquelle on puisse encore distinguer deux détails voisins (critère de Rayleigh).

Le résultats des travaux présentés jusqu'ici nous permettent déjà de décrire ce que serait le dispositif expérimental le plus adapté à l'imagerie de modes magnétostatiques. D'une part nous souhaitons cartographier la réponse intrinsèque de tout l'échantillon. Il nous faudra donc travailler dans le régime de couplage faible afin d'éviter tout effet de localisation, qui résulterait en une image fortement influencée par la position de la sonde. Ceci implique dans notre cas de grandes séparations sonde échantillon. D'autre part, nous souhaitons coupler la sonde à la zone la plus petite possible de l'échantillon. Ceci implique au contraire des distances sonde échantillon très faibles, typiquement sub-microniques telles celles qui sont utilisées en MFM. Nos résultats sur l'analyse de l'influence de la sonde ( $\ell_p \approx 20 \mu\text{m}$ ) montrent que ces deux contraintes sont contradictoires. Notre dispositif expérimental particulier, avec sa pointe très allongée générant un champ de fuite intense, fut initialement conçu pour obtenir les meilleurs résultats possibles en terme de sensibilité. Il n'est donc pas idéal pour effectuer des expériences d'imagerie et une approche plus adaptée consisterait à utiliser au contraire un levier générant un champ de fuite le plus faible possible, afin de pouvoir travailler avec des séparations sondes-échantillon très petites tout en restant dans un régime de couplage faible. Un exemple typique serait un levier recouvert d'un simple film mince magnétique

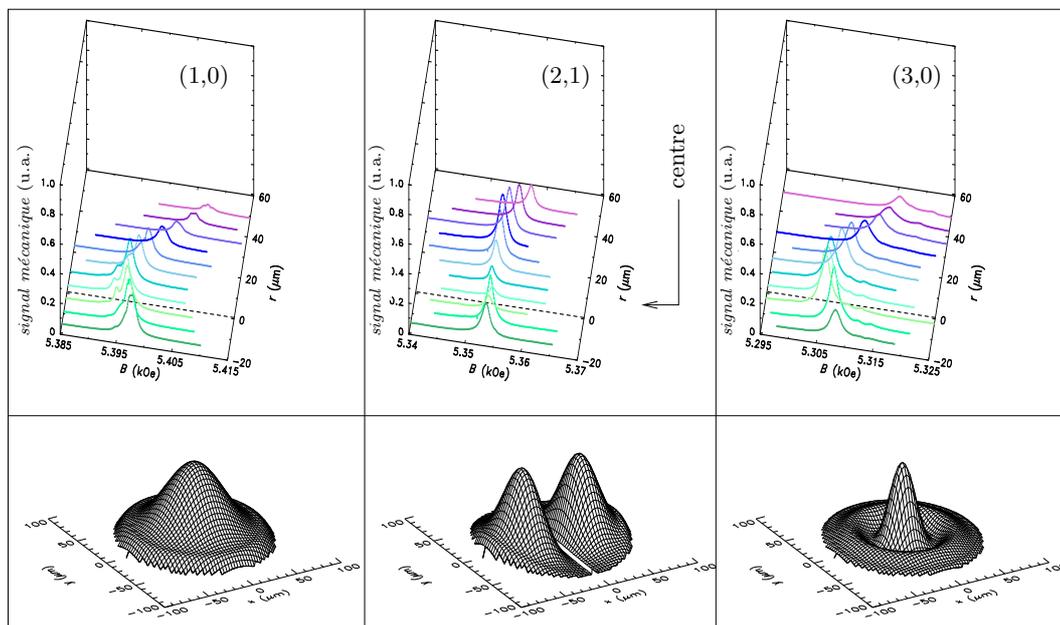


FIG. 3.13 – **Imagerie des modes (1,0), (2,1) et (3,0)** : pour une séparation sonde-échantillon  $\ell = 35 \mu\text{m}$  nous avons enregistré les raies de résonance en plusieurs points le long du diamètre du disque. On a représenté en bas le profil bidimensionnel de  $\Delta M_z$  calculé dans le cadre du modèle présenté dans l'Annexe B.

comme ceux qui sont utilisés en MFM.

Afin d'illustrer notre propos, la figure (FIG.3.13) représente l'évolution des 3 premiers modes magnétostatiques pour différentes positions de la sonde le long d'un diamètre du disque. Pour cette mesure, la séparation verticale sonde-échantillon fut fixée à  $\ell = 35 \mu\text{m}$ , c'est-à-dire à la limite du régime de couplage faible, afin d'obtenir la meilleure résolution spatiale sans pour autant entraîner une localisation des excitations par le champ de fuite de la sonde. Notons que d'après l'équation (2.33), le couple  $N_y$  sur la sonde généré par le champ de fuite de l'échantillon est en général non nul dès que la pointe et l'échantillon ne sont plus alignés. Aussi afin de ne pas compliquer l'analyse du signal, le ballayage de la sonde selon le diamètre de l'échantillon fut effectuée selon une ligne de couple nul  $\mathbf{N}_y = 0$ .

Le fait que l'on puisse observer le premier mode pair est un premier signe de l'influence de la sonde dans le processus d'imagerie. L'excitation de ce mode est en effet interdite par la règle de sélection (1.88) si la géométrie axiale de l'échantillon est préservée. Le fait que nous enregistrions une intensité non nulle pour  $n = 2$  lorsque la sonde et l'échantillon ne sont plus alignés illustre donc l'influence significative du champ de fuite de la sonde sur les propriétés de l'échantillon. Il faut de plus rester prudent en analysant le profil enregistré pour le mode (2,1). Le fait que nous enregistrions une intensité nulle lorsque la sonde est

alignée avec l'axe de l'échantillon ne consiste pas en soi un signe de la résolution spatiale de l'imagerie de mode par sa capacité à résoudre la ligne de nœuds du mode (2,1), mais est simplement une conséquence du fait que le système conserve une symétrie axiale dans ce cas particulier.

Nous avons tenté de comprendre les profils d'intensité ainsi enregistrés avec notre modèle d'analyse quantitative de la RFM décrit au Chapitre 2. Il s'agit ici d'appliquer ce modèle à une géométrie non ellipsoïdale, ce qui implique une approximation de taille. Notre modèle de la RFM en géométrie confinée ne nous permet en effet de calculer des profils  $\Delta M_z(r)$  que dans le cas d'échantillons possédant une géométrie axiale. Ainsi, si nous sommes capable de calculer le profil de la RFM lorsque la pointe et l'échantillon sont alignés, nous ne sommes pas en mesure de prédire les modifications induites par un déplacement de la pointe hors de l'axe de symétrie. Il faut toutefois rappeler que les images de la figure (FIG.3.13) ont été enregistrées dans le régime de couplage faible ( $\ell = 35 \mu\text{m}$ ), régime pour lequel nous pouvons raisonnablement supposer que la sonde n'a pas une influence critique sur la forme des modes excités (tout du moins dans le cas des modes impaires). C'est pourquoi nous avons tenté de reproduire les profils d'intensité en calculant simplement la force générée par un profil  $\Delta M_z(r)$  calculé pour une géométrie ellipsoïdale sur une pointe située à différentes positions au dessus de l'échantillon. Les profils de force que nous obtenons sont représentés sur la figure (FIG.3.14) où nous les confrontons aux profils expérimentaux déduits d'ajustements lorentziens des raies de la figure (FIG.3.13). On constate que malgré sa simplicité, notre modélisation est en bon accord qualitatif avec les profils de force mesurés pour les modes impairs. Les calculs prédisent en particulier le fait que la résolution spatiale associée à la sonde que nous utilisons n'est pas suffisante pour mettre en évidence le rayon nodal<sup>7</sup> du mode  $n = 3$ .

Un second signe de l'influence de la sonde est visible sur chacun des profils de la figure (FIG.3.13). Il s'agit du décalage des résonances vers les hauts champs au fur et à mesure que l'on écarte la pointe de l'axe de l'échantillon. Nous attribuons cet effet à la diminution globale du champ interne de l'échantillon, un effet en quelque sorte analogue au décalage du spectre vers les bas champ que nous avons observé en diminuant la séparation sonde-échantillon (FIG.3.8). Nous ne pouvons cependant pas rendre compte de ce phénomène dans le cadre du formalisme de la RFM en géométrie confinée, car ce modèle ne peut décrire que des géométries possédant une symétrie cylindrique. Or ce n'est clairement plus le cas de la situation que nous rencontrons ici. Pour développer un modèle qui puisse rendre compte de ce type de comportement, il faudrait utiliser un formalisme totalement différent, comme par exemple un calcul micromagnétique de la susceptibilité micro-onde de l'échantillon [134].

Pour conclure ce paragraphe, nos résultats sur l'imagerie des modes magnétostatiques nous permettent de vérifier que :

- notre modélisation du profil  $\Delta M_z(r)$  des modes magnétostatiques est assez satisfaisante compte tenu des approximations qui sont faites.
- dans la limite du régime de couplage faible, l'influence de la pointe magnétique sur le profil des modes magnétostatiques n'est pas prépondérante.
- par contre, le choix d'un formalisme analytique pour l'analyse de la condition de résonance ne nous permet pas de rendre compte du décalage des résonance induits par le

7. Nous avons déjà présenté le profil  $\Delta M_z(r)$  du mode (3,0) au Chapitre 1, cf. la figure 1.9.

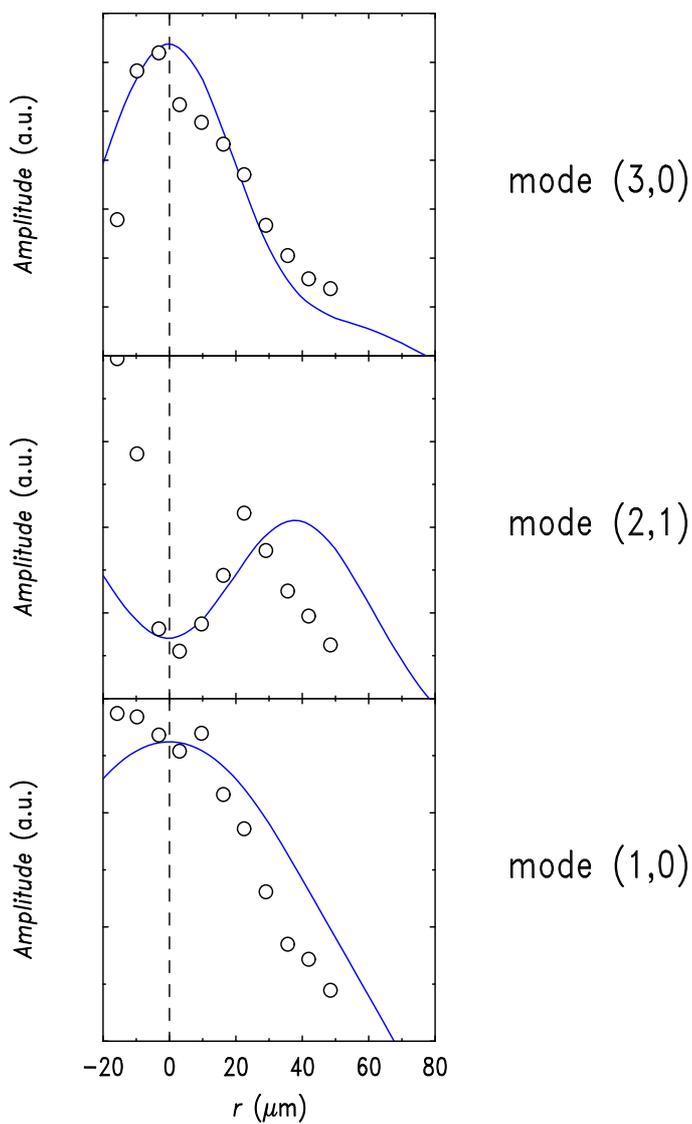


FIG. 3.14 – **Profils de force des modes (1,0), (2,1) et (3,0) pour  $\ell = 35 \mu\text{m}$ .** Les cercles représentent les amplitudes à la résonance déduites d'un ajustement lorentzien des raies de la figure 3.13. Les courbes en traits continus sont les profils de force prédits par un modèle qui suppose que la structure des modes magnétostatiques est indépendante de la position de la sonde.

déplacement de la pointe hors de l'axe de symétrie de l'échantillon.

### 3.5 Mesures de relaxation ferromagnétique

L'étude des phénomènes de relaxation en résonance magnétique est d'un intérêt fondamental car elle nous renseigne sur la façon dont les degrés de liberté du système de spins sont couplés entre eux et avec les autres degrés de liberté de l'échantillon. Dans un langage plus « dynamique », la relaxation caractérise en quelque sorte la « viscosité » du système de spins et nous renseigne sur la façon dont elle est influencée par les propriétés intrinsèques de ce dernier ainsi que par son environnement extérieur. Cette viscosité est typiquement caractérisée par le fameux paramètre d'amortissement  $\alpha$  qui apparaît au second terme de l'équation de Landau-Gilbert (EQU.1.103), ou par les temps de relaxation  $T_1$  et  $T_2$  des composantes longitudinale et transverse de l'aimantation dans le formalisme de Bloembergen (EQU.1.109).

Nous avons vu au Chapitre 1 que la grandeur expérimentale en principe directement reliée aux paramètres de relaxation était la largeur  $\Delta H$  des raies de résonance, comme l'expriment les relations (1.116) et (1.117). Ces relations furent dérivées en supposant une précession uniforme de l'aimantation. Mais nous avons par ailleurs longuement insisté sur le caractère non uniforme de la dynamique des spins dans le cadre de la résonance ferromagnétique dans des échantillons de taille finie, ainsi que sur l'éventualité d'une excitation d'ondes de spins de vecteurs d'onde non nuls engendrée par la présence de défauts ou d'in-homogénéités structurales au sein de l'échantillon. Or la quantité généralement mesurée en résonance ferromagnétique étant une *moyenne spatiale* de l'aimantation dynamique,  $\bar{m}$ , la relaxation intrinsèque décrite par les équations (1.103) ou (1.109) est en général masquée par un *élargissement inhomogène* induit par la décohérence spatiale de l'aimantation dynamique. L'effet de cette décohérence sur le moyennage de  $m$  résulte en une relaxation *apparente* plus rapide que la relaxation intrinsèque décrite dans le cadre de l'équation de Landau-Gilbert, ce qui se traduit expérimentalement par un élargissement additionnel des raies de résonance. On ne peut donc pas en général obtenir une information exacte sur la relaxation à partir d'une simple mesure de la largeur de raie.

La méthode adéquate pour obtenir le temps de relaxation intrinsèque du système de spins consiste à mesurer directement la composante longitudinale  $M_z$ . Contrairement à l'aimantation dynamique  $m$ , la quantité  $M_z$  est en effet sensible au nombre total de magnons excités dans le système (Equ. (1.138)), et relaxe donc en un temps caractéristique  $T_1$ , temps de relaxation spin-réseau qui caractérise la perte nette d'énergie du système magnétique au profit de son environnement, et dont la mesure est donc insensible aux effets de décohérence. L'importance d'une mesure de  $M_z$  pour caractériser la relaxation ferromagnétique est connue de longue date et fut tout d'abord implémentée sous forme d'une mesure inductive [18, 45], ou magnétostrictive [61]. Les limitations en sensibilité de ces techniques, liées au fait que la diminution  $\Delta M_z = M_S - M_z$  de l'aimantation longitudinale à la résonance soit une quantité du second ordre en angle de précession,  $\Delta M_z \propto \theta^2$ , rend ces deux approches inadaptées à la caractérisation d'échantillons microscopiques individuels. Nous avons en revanche montré que la détection mécanique de la RFM possède la sensibilité requise pour effectuer cette mesure, et nous allons détailler dans les paragraphes qui suivent les trois expériences qui nous ont permis de caractériser la relaxation ferromagnétique dans notre échantillon de YIG.

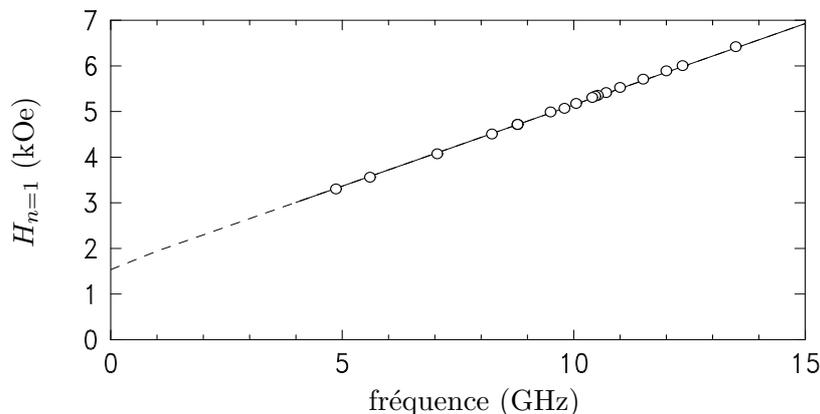


FIG. 3.15 – **Dépendance en fréquence du champ de résonance du mode principal entre 5 et 13,5 GHz.** La mesure expérimentale est en accord quantitatif avec la prédiction du modèle de Walker, nous assurant ainsi du fait que l'échantillon est toujours saturé à 5 GHz pour un champ extérieur de 3 kOe.

### 3.5.1 Dépendance en fréquence de la largeur de raie

La façon standard d'accéder au paramètre de Gilbert  $\alpha$  consiste à mesurer la dépendance en fréquence d'excitation  $\omega/2\pi$  de la largeur de raie  $\Delta H$  [98] dans le régime linéaire. Si nous supposons qu' $\alpha$  est indépendant de la fréquence, l'équation (1.116) prédit en effet une dépendance linéaire de  $\Delta H(\omega)$  en  $\omega$ , dont la pente est reliée de façon très simple au paramètre de Gilbert (Equ. (1.116)).

La principale difficulté expérimentale concernant cette mesure de  $\Delta H(\omega)$  est liée au fait que nous utilisons un résonateur micro-onde. La sensibilité de la détection de l'aimantation dynamique  $m$  par la mesure de la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}} \propto \chi'' h^2 \propto m^2$  n'est donc suffisante que pour des fréquences d'excitation très proches de la fréquence propre  $f_0$  du résonateur. Pour des fréquences sensiblement différentes de  $f_0$  le signal de RFM est masqué par la puissance réfléchie au niveau du couplage capacitif avec le résonateur désaccordé. Nous avons cependant vu que dans le régime linéaire d'excitation de la RFM, les largeurs de raie enregistrées par une mesure de susceptibilité ou par la détection mécanique étaient équivalentes (FIG.3.5), comme le prévoient d'ailleurs les équations de BB dans la limite  $h \ll h_{\text{sat}}$ . Nous avons donc utilisé notre détection mécanique pour déterminer l'évolution de  $\Delta H$  pour des fréquences d'excitations comprises entre 5 et 13,5 GHz. Les champs de résonances correspondant sont compris entre 3,2 kOe et 6,4 kOe (FIG.3.15). La prédiction de la dépendance en fréquence du champ de résonance  $H_{n=1}$  par le modèle de Walker pour un échantillon saturé est en accord quantitatif avec la mesure expérimentale. Ce résultat nous assure du fait que quelque soit la fréquence d'excitation, notre échantillon de YIG se trouve toujours dans l'état saturé et qu'il n'y aura donc pas d'effets d'élargissement dus à la présence d'in-homogénéités de l'aimantation statique (la largeur de raie augmente à basse fréquence, et donc à bas champs, à cause de la formation de domaines magnétiques [119]). Le résultat de la mesure de  $\Delta H(\omega)$  est représenté sur la figure (FIG.3.16). Trois contributions distinctes à

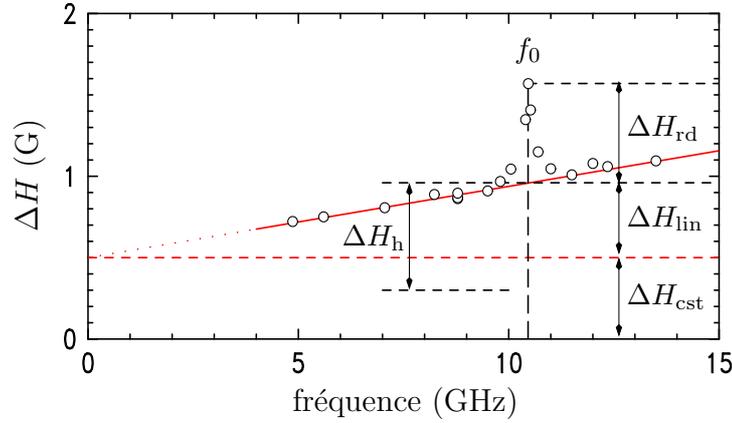


FIG. 3.16 – **Dépendance en fréquence de la largeur de raie du mode principal entre 5 et 13,5 GHz**, déduite d'un ajustement lorentzien du signal de RFM détecté mécaniquement dans le régime de couplage faible ( $\ell = 100 \mu\text{m}$ ). On a représenté les différentes contributions à l'élargissement [71, 72].

la largeur de raie du mode  $n = 1$  peuvent être extraites de la figure (FIG.3.16).

Tout d'abord, il existe un élargissement additionnel  $\Delta H_{\text{rd}} = 0,62 \text{ Oe}$  à la fréquence propre du résonateur micro-onde  $f_0 = 10,47 \text{ GHz}$ . Cet effet singulier est attribué à l'amortissement radiatif (*radiation damping*), un effet caractéristique des mesures en cavités résonantes d'échantillons possédant une haute susceptibilité  $\chi''$  [112]. Il faut alors considérer l'effet de contre-réaction du champ rayonné par l'aimantation de l'échantillon sur les propriétés de la cavité et donc sur l'intensité du champ micro-onde  $\mathbf{h}$ . Une façon de concevoir cet amortissement radiatif consiste à dire que lorsque l'échantillon entre en résonance, il perturbe les propriétés de la cavité, qui se désaccorde et rayonne donc un champ  $\mathbf{h}$  plus faible. On peut exprimer l'élargissement de la largeur de raie intrinsèque  $\Delta H_h$  en fonction des caractéristiques de l'échantillon et de la cavité résonante :

$$\Delta H = \Delta H_h (1 + 4\pi Q_L \eta \chi'') \quad (3.9)$$

Cet effet sera d'autant plus critique que la partie imaginaire  $\chi''$  de la susceptibilité de l'échantillon sera grande (échantillon très perturbateur) et que les facteurs de qualité  $Q_L$  et de remplissage  $\eta$  de la cavité seront élevés (cavité très sensible). Cet effet ne se manifeste donc que pour des fréquences très proches de la fréquence propre de la cavité, comme l'illustre le caractère abrupte de l'augmentation de  $\Delta H$  en  $f = f_0$ .

Le second effet évident sur la figure (FIG.3.16) est la dépendance linéaire en fréquence  $\Delta H_{\text{lin}} \approx 0,043 \text{ Oe/GHz}$ . Une partie de cette linéarité en fréquence de la largeur de raie est bien connue pour le YIG comme étant due au processus microscopiques de Kasuya Le-Craw [66, 79] (collision d'un magnon uniforme et d'un phonon pour former un magnon à  $k \neq 0$ ) qui ne dépend que des propriétés du matériau et qui contribue dans le cas du YIG pour  $\Delta H_{\text{KL}} = 0,02 \text{ Oe/GHz}$ . Nous attribuons le reste de la dépendance linéaire au processus de diffusion inélastique des magnons uniformes sur des impuretés de terres rares présentes à l'état de

traces dans notre échantillon et qui contribueraient donc ici pour  $\Delta H_{\text{imp}} = 0,023 \text{ Oe/GHz}$ <sup>8</sup>. Pour vérifier cette hypothèse, il aurait fallu effectuer une étude en température de la largeur de raie, les processus de relaxation dûs aux impuretés magnétiques étant caractérisés par des pics à basse température [119]. Notre dispositif expérimental ne permet cependant pas à l'heure actuelle de descendre en température.

Cette dépendance linéaire en fréquence peut être associée, comme nous l'avons mentionné plus haut, au coefficient d'amortissement de Gilbert dans la mesure où on le suppose indépendant de  $\omega$ . On en déduit alors une valeur de  $\alpha = 0,00038$  qui correspondrait à un temps de relaxation  $T_1 = 1/(\alpha\omega) = 126 \text{ ns}$  à  $10,47 \text{ GHz}$ .

Enfin, il existe une contribution  $\Delta H_{\text{cst}} = 0,50 \text{ Oe}$  indépendante de la fréquence d'excitation, qui donne une extrapolation non nulle de la largeur de raie à fréquence nulle dont on ne peut pas rendre compte dans le cadre du modèle de Landau-Gilbert. Deux effets distincts contribuent en général à  $\Delta H_{\text{cst}}$ , un élargissement homogène qui est associé au mécanisme de relaxation à deux magnons médié par des imperfections de l'échantillon (rugosité de surface ou pores) et un élargissement inhomogène associé à des irrégularités dans la géométrie de l'échantillon. La mesure de  $\Delta H(\omega)$  ne permet cependant pas de déterminer les contributions relatives de ces deux effets à  $\Delta H_{\text{cst}}$ .

### 3.5.2 Modulation haute fréquence

La séparation entre les élargissements homogène (processus de relaxation) et inhomogène (dû par exemple à des irrégularités dans la géométrie de l'échantillon) à  $\Delta H$  peut être obtenue en réalisant une expérience de modulation haute fréquence de l'excitation de la RFM. Si le mode de résonance principal possède un temps de relaxation  $T_2$ , on s'attend en effet à ce que pour des fréquences de modulation de l'ordre de  $1/T_2$  la dynamique des spins ne puisse plus suivre celle de l'excitation. En d'autres termes, on attend une diminution de l'intensité du signal de RFM pour des fréquences de modulation de l'ordre de  $1/T_2$  (*cf.* la discussion des effets de modulation en RFM, Chapitre 2 paragraphe 2.3.2). Cette méthode de caractérisation de la relaxation ferromagnétique fut proposée en 1960 par FLECHTER, LECRAW et SPENCER [45], et leur permit d'obtenir la contribution intrinsèque de l'ensemble des processus de relaxation à l'élargissement de la largeur de raie.

Utiliser une technique de modulation haute fréquence demande toutefois une modification du protocole expérimental utilisé jusqu'ici. La technique de modulation harmonique que nous utilisons jusqu'à présent fixait en effet la fréquence de modulation à la fréquence propre du levier,  $f_c \approx 3 \text{ kHz}$ , une fréquence bien inférieure à celles (de l'ordre du MHz) en principe nécessaires pour caractériser la relaxation. Aussi afin de pouvoir appliquer la méthode de FLECHTER *et al.*, nous avons utilisé une technique de modulation anharmonique du signal de RFM, décrite au Chapitre 2 et s'inspirant d'une proposition de BRULAND *et al.* [21] visant à améliorer les performances du MRFM. Le dispositif expérimental utilisé est schématisé sur la figure (FIG.3.17). Nous avons combiné une modulation de source à une fréquence  $\omega_s$  arbitraire avec une modulation de fréquence à une fréquence  $\omega_f = \omega_s + \omega_c$ . Il existe alors une composante de Fourier non nulle du signal de RFM à la fréquence du levier, que l'on

8. Cette valeur illustre le degré de pureté du film de YIG, l'élargissement ne descendant pas en-dessous de  $0,001 \text{ Oe/GHz}$  pour les meilleurs échantillons mais pouvant atteindre plus de  $10 \text{ Oe/GHz}$  dans des échantillons impurs, comme nous l'avons déjà mentionné dans la Table (1.1) [52].

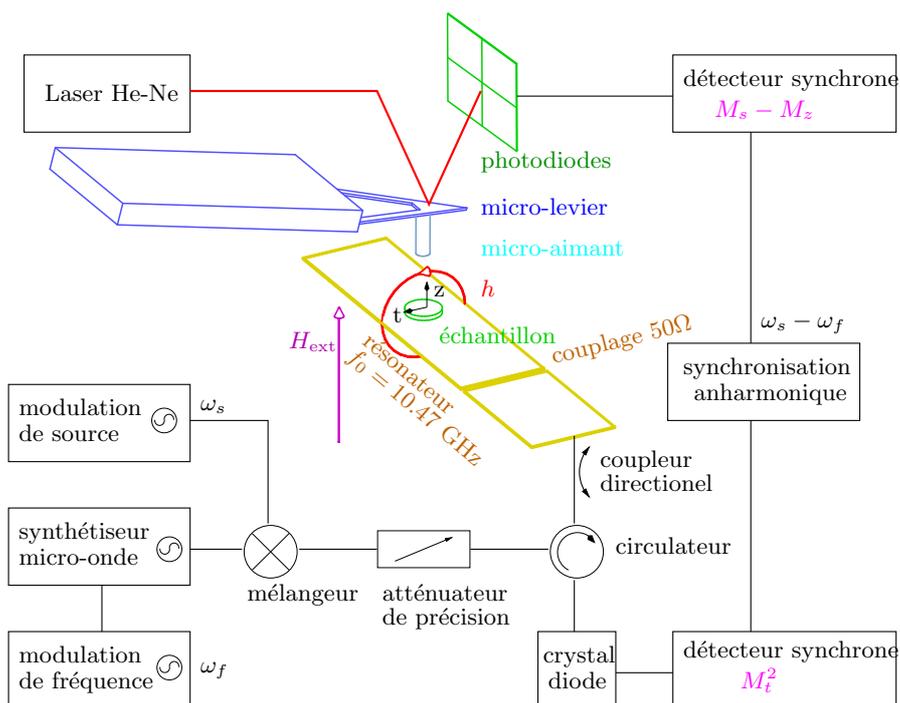


FIG. 3.17 – Schéma de l'expérience de modulation anharmonique du signal de RFM. On combine une modulation de source à une fréquence  $\omega_s$  arbitraire avec une modulation de fréquence à une fréquence  $\omega_f = \omega_s + \omega_c$ . Le signal détecté correspond à la composante de Fourier à la fréquence propre du levier  $\omega_c = \omega_f - \omega_s$  du signal de RFM [71].

est capable de détecter mécaniquement et par une mesure de la puissance réfléchie à l'aide de détecteurs synchrones.

La dépendance en fréquence de modulation  $\omega_s$  du signal anharmonique à la fréquence du levier  $\omega_c = \omega_f - \omega_s$  a été calculée en injectant dans l'équation de Bloch-Bloembergen une solution  $M^{(i)}(t)$  ( $i = \{x, y, z\}$ ) du type :

$$M^{(i)}(t) = M_{0,0}^{(i)} + M_{1,0}^{(i)}e^{i\omega_s t} + M_{0,1}^{(i)}e^{i\omega_f t} + M_{1,1}^{(i)}e^{i(\omega_f - \omega_s)t} + M_{2,0}^{(i)}e^{2i\omega_s t} + \dots \quad (3.10)$$

en prenant un champ effectif dynamique qui tient compte des modulations de source et de champ <sup>9</sup> :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{eff}} &= H_i(t)\mathbf{u}_z + h(t)\mathbf{u}_x \\ &= (H_i + \alpha e^{i\omega_f t})\mathbf{u}_z + (h + \beta e^{i\omega_f t}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

On obtient alors des expressions pour les coefficients  $M_{mn}^{(i)}$  qui s'expriment notamment en fonction de la fréquence de modulation de source  $\omega_s$  et des amplitudes  $\alpha$  et  $\beta$  des modulations. L'analyse des différentes contributions à  $M_{11}^{(i)}$  montre que cette technique de modulation anharmonique induit un mélange des contributions de  $T_1$  et  $T_2$  dans le signal anharmonique longitudinal qui est dominé par un terme qui ne dépend que de  $T_2$ . Elle ne permet donc pas d'extraire d'information relative au temps de relaxation longitudinal, comme cela aurait pu être le cas si nous avions été capable de réaliser une modulation haute fréquence harmonique [45]. Nous pouvons toutefois utiliser cette technique afin de déterminer les contributions relatives du processus à deux magnons et des irrégularités à  $\Delta H_{\text{cst}}$ , et en utilisant la détection mécanique, nous pouvons également effectuer cette mesure en dehors de la fréquence propre du résonateur afin de nous affranchir de l'effet d'amortissement radiatif.

Nous avons représenté sur la figure (FIG.3.18a,b) les modifications de la raie de résonance induites par l'augmentation de la fréquence de modulation de source prédites par la solution (3.10) de l'équation de Bloch-Bloembergen et celles observées expérimentalement en mesurant  $\Delta M_z|_{\omega=\omega_c}$  et  $(\chi''h^2)|_{\omega=\omega_c}$  dans le régime de couplage faible ( $\ell = 100 \mu\text{m}$ ) à la fréquence propre du résonateur micro-onde  $f_0 = 10,47 \text{ GHz}$ . Nous avons utilisé une modulation de source de 100% ( $\epsilon = 1$  dans (2.37)) et une amplitude pic à pic de 300 kHz pour la modulation de fréquence, suffisamment petite pour éviter les effets de distorsion de la raie de résonance dus à l'amplitude de modulation. La puissance  $P_{\text{in}}$  est fixée à  $-27,5 \text{ dBm}$ , ce qui correspond, d'après (2.53), à un champ micro-onde d'une amplitude de 2,5 mG au niveau de l'échantillon.

Comme nous venons de le faire remarquer, les comportements de  $\Delta M_z|_{\omega=\omega_c}$  et de  $(\chi''h^2)|_{\omega=\omega_c}$  sont identiques à cause du mélange des contributions de  $T_1$  et  $T_2$  induit par cette technique de modulation anharmonique.

Afin de bien mettre en évidence l'influence du phénomène d'amortissement radiatif, nous avons répété cette expérience à une fréquence micro-onde  $f = 9,8 \text{ GHz}$ , c'est-à-dire avec un résonateur suffisamment désaccordé pour que l'on puisse négliger  $\Delta H_{\text{rd}}$  (FIG.3.16).

La décroissance de l'intensité du signal de RFM dans les deux cas est représentée sur la figure (FIG.3.18c). Un ajustement des données à 9,8 GHz conduit à un temps de relaxation transverse  $T_2 = 162 \pm 10 \text{ ns}$  correspondant à un élargissement homogène  $\Delta H_h = 0,70 \pm$

9. La modulation de champ est analogue à la modulation de fréquence (utilisée expérimentalement car elle donne accès à une plus large bande de fréquences de modulation) et possède l'avantage d'être plus simple à traiter formellement.

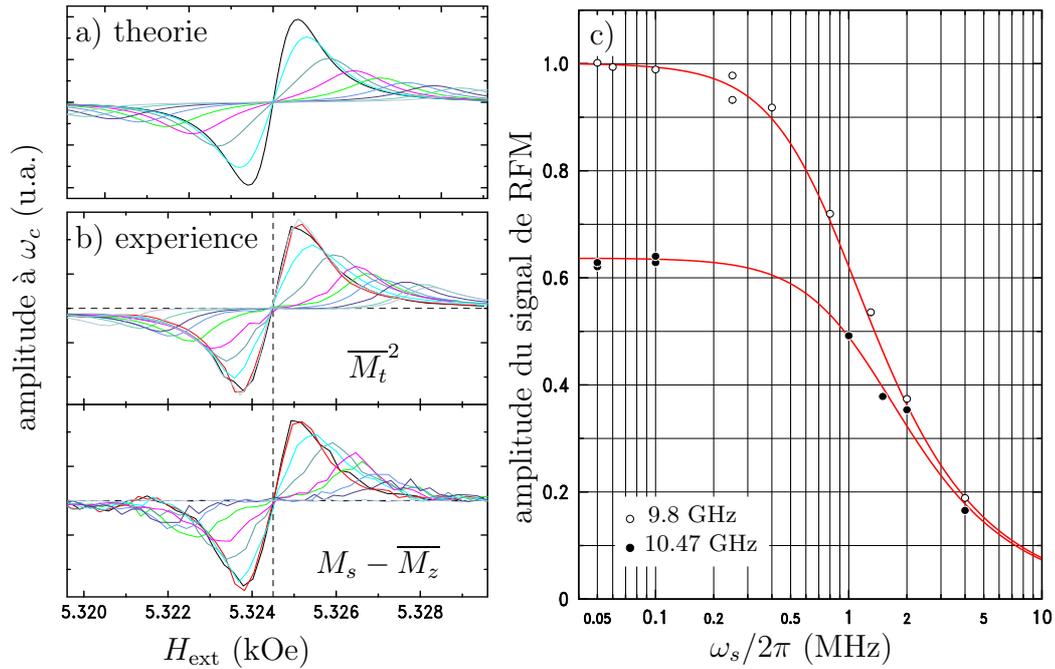


FIG. 3.18 – **Modulation anharmonique de la RFM.** On a représenté la modification du signal de la détection anharmonique à  $\omega_c = \omega_f - \omega_s$  induite par l'augmentation de la fréquence de modulation de source, tel que prédit par la solution (3.10) de l'équation de Bloch-Bloembergen (a) et observé expérimentalement (b) à 10,47 GHz. (c) L'ajustement par ce modèle de la décroissance du signal pour  $\omega_s/2\pi \approx 1\text{MHz}$  permet d'extraire un temps de relaxation transverse  $T_2 = 160\text{ ns}$ . Les données à 10,47 GHz ont été renormalisées par la largeur de raie afin d'illustrer l'effet du phénomène d'amortissement radiatif, qui est absent des données à 9,8 GHz. [72]

Notation	Processus	$\Delta H$ à 285K et 10,47 GHz	Dépendance en fréquence à 285K
$\Delta H_{\text{pit}}$	Processus à 2 magnons	0,2 Oe	Indépendant de $\omega$
$\Delta H_{\text{KL}}$	Kasuya-Le Craw	0,2 Oe	Linéaire
$\Delta H_{\text{imp}}$	Impuretés de terres rares (traces)	0,25 Oe	Supposée linéaire
$\Delta H_{\text{rd}}$	Amortissement radiatif	0,62 Oe	pic à 10,47 GHz
$\Delta H_{\text{inh}}$	Élargissement inhomogène	0,3 Oe	Dépendant de $\omega$
<b><math>\Delta H</math></b>		<b>1,57 Oe</b>	

TAB. 3.3 – Contributions à la largeur de raie à 10,47 GHz du mode principal du disque de YIG déduites des mesure de la dépendance en fréquence de  $\Delta H$  et d'expériences de modulation anharmonique haute-fréquence.

0,05 Oe. Le même modèle conduit à un élargissement de 1,1 Oe à la fréquence propre du résonateur, c'est-à-dire en présence du phénomène d'amortissement radiatif.

Nous sommes donc désormais en mesure de détailler les différentes contributions à la largeur de raie représentées sur la figure (FIG.3.16). La largeur de raie  $\Delta H = 1,57$  Oe observée à 10,47 GHz se décompose en

1. une contribution extrinsèque qui est la somme de l'élargissement  $\Delta H_{\text{rd}} = 0,62$  Oe dû à l'amortissement radiatif et de l'élargissement inhomogène  $\Delta H_{\text{inh}} = 0,3$  Oe dû aux irrégularités de la géométrie de l'échantillon.
2. une contribution des processus de relaxation qui est la somme d'une relaxation intrinsèque  $\Delta H_{\text{lin}} = 0,45$  Oe uniquement liée aux propriétés physiques de l'échantillon (processus de Kasuya-LeCraw et relaxation due aux impuretés de terre rares), et d'une diffusion élastique des magnons uniformes par les défauts de surface  $\Delta H_{\text{pit}} = 0,2$  Oe (processus à 2 magnons).

Toutes ces contributions sont résumées dans la Table (3.3). Trois commentaires importants peuvent être faits au sujet de cette analyse :

- a ) Concernant les mesures effectuées à la fréquence propre  $f_0 = 10,47$  GHz du résonateur micro-onde, l'amplitude de l'élargissement dû à l'amortissement radiatif,  $\Delta H_{\text{rd}}$ , est du même ordre que l'élargissement homogène  $\Delta H_h$ . L'expression (3.9) suggère donc que pour notre résonateur, le facteur de couplage  $b \equiv 4\pi Q_L \eta \chi''_{\text{res}}$  soit très proche de 1. En utilisant les valeurs de  $Q_L = 150$  et  $\chi''_{\text{res}} = M_S / \Delta H_h = 221$  on en déduit un facteur de remplissage  $\eta = 2,4 \times 10^{-6}$ . Ce résultat est utilisé pour corriger la calibration (2.52) du champ micro-

onde  $h$ . On peut en effet montrer [112] que l'amortissement radiatif s'accompagne d'une diminution du champ micro-onde rayonné par la cavité dans un rapport

$$\frac{h_{\text{rd}}}{h} = \sqrt{\frac{1}{1+b}} = 0,7 \quad (3.12)$$

L'amortissement radiatif est donc responsable d'une diminution de 30% de l'intensité du champ micro-onde.

- b ) La faible contribution du processus à deux magnons à l'élargissement homogène  $\Delta H_{\text{pit}} = 0,2$  Oe (correspondant à un temps de relaxation spin-spin  $T_s = 570$  ns) est attendu dans le cas d'un disque en aimantation perpendiculaire. Nous avons en effet vu au Chapitre 1 que la fréquence de résonance du mode uniforme d'un disque infiniment fin aimanté perpendiculairement (Equ. (1.51)) se situait au plus bas de la bande de magnons, à une fréquence pour laquelle le nombre de magnons dégénérés est nul. Dans la limite du disque infiniment fin, il n'y a donc pas de contribution du processus à deux magnons. Notre estimation de  $\Delta H_{\text{pit}}$  est d'ailleurs en accord avec les calculs par HURBEN et PATTON du processus à 2 magnons dans des disques de rapport d'aspect fini [58].
- c ) L'élargissement inhomogène  $\Delta H_{\text{inh}} = 0,3$  Oe s'explique presque entièrement comme étant dû à une erreur d'alignement de 3 degrés de l'axe du disque par rapport à la direction du champ statique  $H_{\text{ext}}$ , comme le montrent les résultats d'une étude de la dépendance angulaire de  $\Delta H$ ,  $H_{n=1}$  et de l'amplitude du signal de RFM présenté sur la figure (FIG.3.19).

### 3.5.3 Mesure quantitative de $\Delta M_z(\ell)$

Les deux expériences que nous venons de décrire nous ont permis de détailler les différentes contributions à la largeur de raie de notre échantillon. Nous avons alors déduit le temps de relaxation transverse  $T_2$  de l'élargissement homogène  $\Delta H_h = 2/(\gamma T_2)$ . Mais afin de complètement caractériser la relaxation ferromagnétique, il nous reste à évaluer le temps de relaxation longitudinal  $T_1$ , qui représente le taux de transfert d'énergie du système de spins aux vibrations du réseau cristallin<sup>10</sup>. La mesure du  $T_1$  est cependant délicate dans les matériaux ferromagnétiques. On ne peut pas par exemple utiliser les mêmes techniques de résonance magnétique pulsée ou de saturation (mesures de  $h_{\text{sat}}$  donnée par l'expression (1.155)) telles que celles qui sont couramment employées en RMN ou en RPE<sup>11</sup>, à cause des effets non linéaires propres à la RFM et qui limitent les angles de précession à des valeurs de quelques degrés. De plus, une complication supplémentaire propre à la détection mécanique vient du fait déjà mentionné que nous utilisons un détecteur à bande passante très étroite, ce qui nous empêche d'appliquer la technique de modulation haute fréquence de Flechter *et al.* à une mesure du  $T_1$ .

10. Dans le cas d'un échantillon métallique, il faudrait en plus tenir compte du flux d'énergie magnétique vers les degrés de liberté des électrons de conduction.

11. C'est cet effet, dans un échantillon de DPPH, que nous avons utilisé pour calibrer le champ micro-onde généré par le résonateur, *cf.* paragraphe 2.4.2.3.

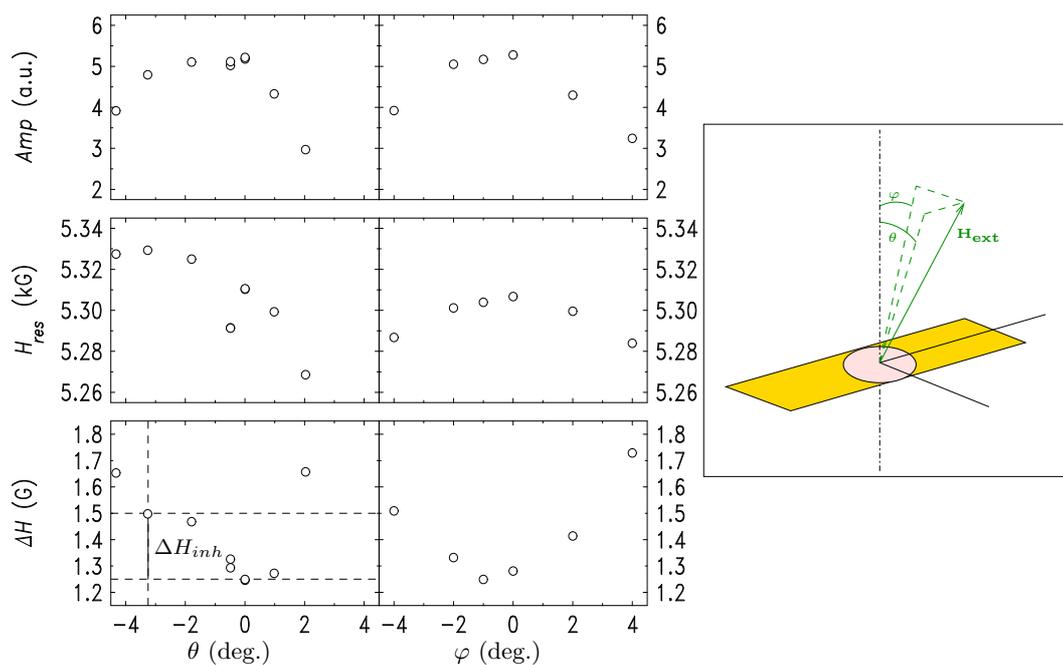


FIG. 3.19 – **Influence de l'orientation de l'échantillon par rapport au champ extérieur.** La ligne verticale en pointillé correspond à la position à laquelle furent effectués les mesures de relaxation présentées précédemment. On constate que les mesures ont été effectuées avec une erreur d'alignement  $\delta\theta = 3$  degrés sur l'angle azimutal, responsable d'un élargissement inhomogène  $\Delta H_{inh} = 0,25$  Oe cohérent avec celui déduit des mesures de relaxation.

C'est pourquoi nous proposons une nouvelle méthode pour accéder au  $T_1$ , qui se base sur la possibilité d'effectuer une *mesure quantitative* de la diminution moyenne  $\Delta M_z = M_S - \overline{M_z}$  de l'aimantation longitudinale induite par l'excitation d'une résonance ferromagnétique, en utilisant la détection mécanique. Cette quantité peut être en effet reliée au temps de relaxation par l'expression suivante :

$$T_1 P_{\text{abs}} = \int_{V_s} \{M_S - M_z\} \{H(r) - 4\pi n_z(r) M_S\} dv \quad (3.13)$$

qui n'est rien d'autre de la conservation de l'énergie totale du système. Le membre de droite représente l'énergie  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff}}$  absorbée par le système magnétique et le membre de gauche l'énergie transférée au phonons en un temps  $T_1$ . Notons que la relation (3.13) est très générale et décrit n'importe quel système magnétique dès lors que l'on considère un couplage avec un environnement extérieur caractérisé par un temps de relaxation  $T_1$ . La puissance micro-onde  $P_{\text{abs}}$  absorbée par l'échantillon s'exprime en fonction de la partie imaginaire  $\chi''$  de la susceptibilité :

$$P_{\text{abs}} = -\Re \{ \mathbf{M} \cdot \mathbf{h} \} \quad (3.14)$$

$$= \omega \chi'' h^2 \quad (3.15)$$

Exactement à la résonance,  $\omega = \gamma H_{\text{eff}}$ , de sorte qu'au premier ordre, dans le cadre du modèle de BB :

$$T_1 \approx \frac{M_S - \overline{M_z}}{\gamma^2 h^2 T_2} \quad (3.16)$$

avec

$$\overline{M_z} = \int_{V_s} M_z(r) dv \quad (3.17)$$

$$= 0,33 \times M_z|_{r=0} \quad \text{pour } n=1 \quad (3.18)$$

la moyenne spatiale de l'aimantation longitudinale. La formule (3.16) prédit donc une dépendance linéaire de  $\Delta M_z$  en puissance du champ micro-onde  $h^2$ , dont la pente permet d'extraire le temps de relaxation longitudinal. Aussi, afin d'utiliser ce résultat, nous devons connaître de façon la plus exacte possible l'intensité  $h$  du champ micro-onde rayonné par le résonateur ainsi que la valeur de  $\overline{M_z}$ . Pour ce faire, la valeur de  $h$  est déterminée à partir de la calibration du résonateur (présentée au Chapitre 2) basée sur la mesure du champ de saturation de la RPE d'une particule de DPPH. Quant à la valeur de  $M_S - \overline{M_z}$ , elle est évaluée à partir de la déformation du levier en utilisant la formule (2.104), afin de tenir compte de l'inhomogénéité de la précession de l'aimantation due à la taille finie de notre échantillon [92].

La figure (FIG.3.20) présente le résultat de cette mesure quantitative de  $\overline{M_z}(h^2)$ . Nous observons bien un accroissement linéaire de  $\Delta M_z = M_S - \overline{M_z}$  avec le carré de l'intensité  $h$  du champ micro-onde, comme prédit par la relation (3.13). Une regression linéaire des données expérimentales donne une pente  $(M_S - \overline{M_z})/h^2 = 740 \text{ G}^{-1}$  qui, pour la valeur de  $T_2 = 162 \pm 10 \text{ ns}$  déduite des mesures précédentes, correspond à un temps de relaxation longitudinal  $T_1 = 106 \pm 10 \text{ ns}$ . Cette valeur de  $T_1$  est en accord avec la valeur de  $1/(\gamma \Delta H_{\text{lin}}) = 126 \text{ ns}$  que nous avons déduit de l'étude de la dépendance en fréquence de la largeur de raie.

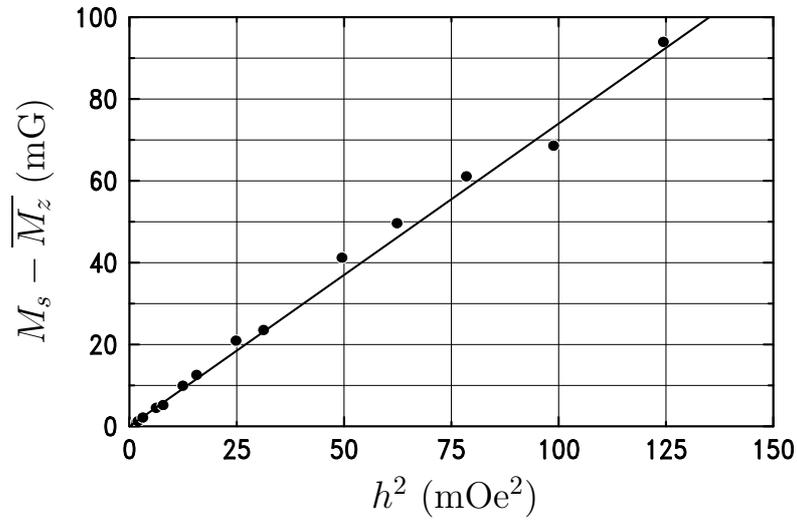


FIG. 3.20 – Dépendance en puissance d’excitation micro-onde de la composante longitudinale de l’aimantation à 9,8 GHz. Les données correspondent à une mesure quantitative de  $M_S - \overline{M}_z$ , prenant en compte le profil non uniforme de la precession dans l’échantillon. La régression linéaire donne une pente  $(M_S - \overline{M}_z)/h^2 = 740 \text{ G}^{-1}$  qui correspond à un  $T_1 = 106 \text{ ns}$  pour le  $T_2 = 162 \text{ ns}$  tel que déterminé précédemment. [72]

Notons enfin que le fait que nous obtenions un  $T_1$  de l’ordre de  $T_2/2$  est cohérent avec une relaxation dominée par un caractère visqueux (une relaxation de type Landau-Gilbert), c’est-à-dire une relaxation pour laquelle le processus à deux magnons ne joue pas un rôle prépondérant. On peut en effet montrer que dans le cas particulier  $T_1 = T_2/2$ , les équations de Bloch Bloembergen sont équivalentes à celle de Landau-Gilbert.

## 3.6 Effets non linéaires

### 3.6.1 Repliement de la raie de résonance

L'effet de repliement de la raie de résonance, dont une description est donnée au Chapitre 1, fut prédit par Anderson et Suhl dès 1955 [6] et mis en évidence par Weiss [139] 3 ans plus tard. Son origine est cependant toujours sujet à controverse à l'heure actuelle [44]. Bien que la description de cet effet en terme d'une diminution de l'aimantation longitudinale (le *modèle classique* du repliement) semble en effet relativement simple, la diversité des phénomènes pouvant donner lieu à une auto-dépendance de la condition de résonance rend délicate l'interprétation des résultats expérimentaux. Il est par exemple bien connu qu'un tel effet puisse également être induit par l'anisotropie magnétocristalline [48], par l'accroissement de la température de l'échantillon qui accompagne l'absorption résonante de l'énergie du champ micro-onde [32], ou encore par des instabilités d'ondes de spin [129].

L'analyse que nous présentons ici consiste en une étude *quantitative* du régime basse puissance de l'effet de repliement, c'est-à-dire son évolution pour des excitations micro-ondes proches du seuil  $h_{FO}$ . Nous avons pour cela utilisé la détection mécanique afin de complètement caractériser le repliement. En mesurant quantitativement la diminution de l'aimantation longitudinale à la résonance, nous serons en effet capable de faire le lien entre le décalage en champ et la variation de  $M_z$ . Nous pourrons ainsi conclure quant à l'origine de l'effet observé.

S'agissant d'une étude du régime non linéaire, nous ne pouvons plus utiliser de technique de modulation si nous ne voulons pas introduire de modification de la raie de résonance. Aussi devons nous caractériser la RFM par une mesure de la déformation *statique* du levier. Ceci présente deux inconvénients. Tout d'abord, la sensibilité de la détection va être grandement affectée, du fait que nous allons d'une part perdre le bénéfice de l'important facteur de qualité et que nous allons d'autre part mesurer le signal dans une bande passante très large et donc diminuer le rapport signal sur bruit. Par ailleurs, le signal dû à la déformation du levier dans le champ extérieur va venir se superposer au signal de RFM.

La figure (FIG.3.21) représente la modification du signal de RFM à 10,47 GHz lorsque l'intensité du champ micro-onde est graduellement augmentée de  $h = 6,2$  mG à  $h = 22,25$  mG. Chaque point expérimental représente une moyenne sur 25 cycles, afin d'améliorer le RSB de cette mesure en mode statique. Nous y avons représenté à la fois le signal déduit de la déformation du levier et celui déduit de la mesure de la puissance  $P_{ref}$  réfléchi par le résonateur micro-onde. La contribution du champ extérieur à la déformation statique du levier a été soustraite du signal mécanique. Les deux signaux ont un comportement similaire. On observe bien un décalage vers les bas champs de la résonance lorsque  $h$  augmente, un comportement compatible avec un repliement induit par l'anisotropie de forme, qui est négative dans le cas d'un disque. De plus, au-delà d'un seuil  $h_{FO} \approx 10$  mG, les raies de résonance présentent clairement un comportement hystérétique. La position en champ ainsi que l'amplitude du signal maximum atteignable sont différentes selon le sens de balayage du champ extérieur. Cet effet est la conséquence du fait que la courbe de résonance prédite par une condition de résonance du type (1.157) est multivaluée entre les champ critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ . A ces valeurs particulières du champ extérieur, nous observons un changement abrupt du signal de résonance, qui est dû au caractère *bistable* de la résonance ferromagnétique

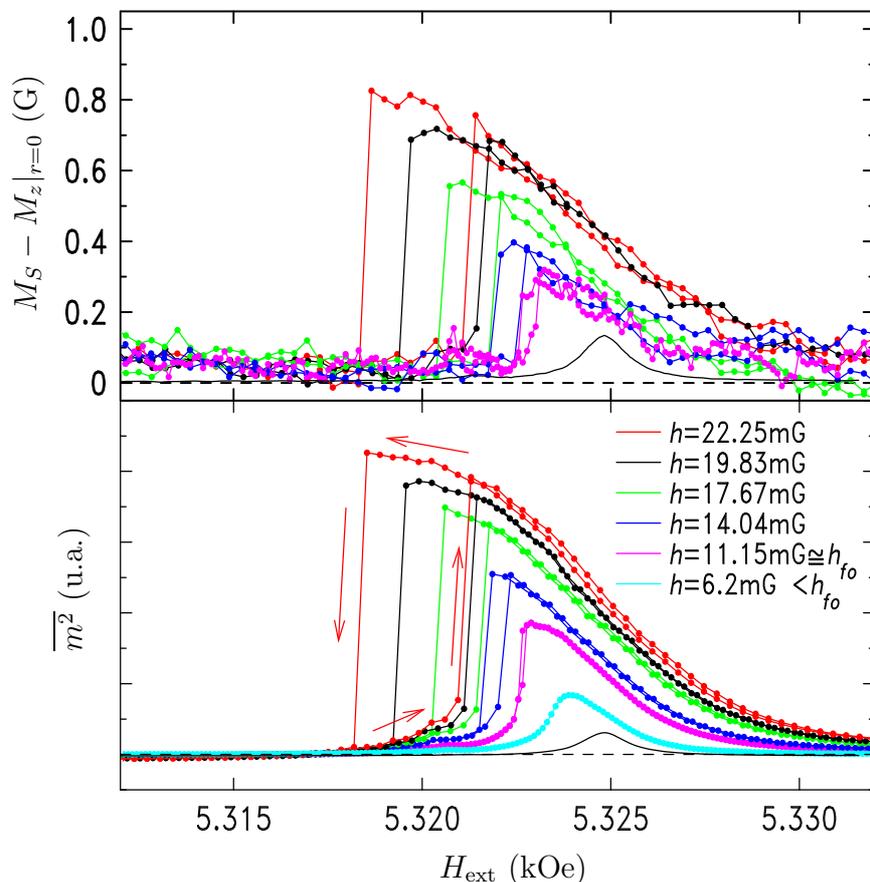


FIG. 3.21 – **Repliement de la raie de résonance** observé lorsqu'on augmente graduellement l'intensité du champ micro-onde de 6,2 mG à 22,25 mG. La sonde mécanique est située à une distance  $\ell = 100 \mu\text{m}$  au dessus du centre de l'échantillon, qui est irradié de façon continue à 10,47 GHz sans utiliser de modulation. On a soustrait la contribution de  $H_{\text{ext}}$  à la déformation statique du levier afin de déduire  $M_s - \overline{M}_z$  du signal mécanique. Au-delà de  $h_{FO} \approx 10 \text{ mG}$ , la raie de résonance possède un comportement hystérétique illustré par les flèches qui indiquent le sens de balayage du champ extérieur  $H_{\text{ext}}$ . La raie de résonance en trait continu (ordonnées en unités arbitraires) à été enregistrée à basse puissance ( $h = 1,25 \text{ mG}$ ) en utilisant une modulation de source. Elle sert de référence pour la position en champ  $H_0$  du mode principal dans le régime linéaire.

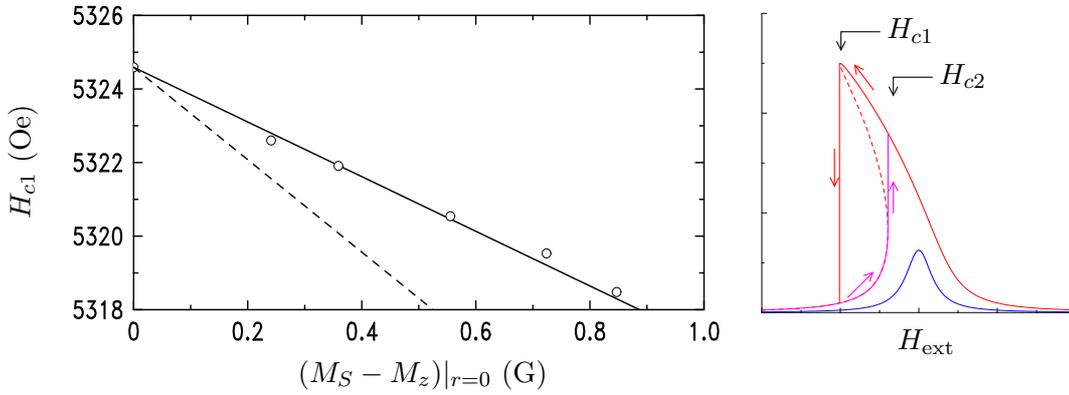


FIG. 3.22 – **Décalage vers les bas champ du champ critique  $H_{c1}$ .** La dépendance  $\Delta H_{c1} = -4\pi(M_S - M_z)$  prévue par le modèle classique du repliement pour un disque infiniment fin (---) surestime l'amplitude de l'effet.

dans le domaine de champ  $H_{c1} < H_{\text{ext}} < H_{c2}$ . Le modèle classique du repliement de la raie de résonance prédit une linéarité en puissance d'excitation du champ critique  $H_{c1}$ . De plus, connaissant grâce à la détection mécanique la diminution  $M_S - M_z$  de l'aimantation longitudinale associée à la valeur de  $H_{c1}$ , nous sommes en mesure de confronter notre observation expérimentale avec le modèle classique, qui dans le cas d'un disque infiniment fin en aimantation perpendiculaire prédit une pente  $-4\pi$  pour la décroissance linéaire de  $H_{c1}$  avec  $M_z$  (Equ. (1.157)). Le comportement que nous observons est représenté sur la figure (FIG.3.22). On constate que le modèle classique appliqué au cas d'un disque infiniment fin (c'est-à-dire au cas d'une précession uniforme de l'aimantation) *surestime* la décroissance de  $H_{c1}$ .

Nous associons cette inadéquation apparente du modèle classique à la non-uniformité de la précession de l'aimantation dans notre échantillon de taille finie. Il n'existe pas à notre connaissance d'étude du repliement qui mentionne un tel effet. Nous proposons d'en tenir compte au premier ordre, en écrivant le champ interne du disque en tenant compte du profil de l'aimantation calculé dans le régime linéaire<sup>12</sup> :

$$\begin{aligned}
 H_i(r) &= H_{\text{ext}} + H_a - 4\pi N_z(r)M_z(r) \\
 &= H_{\text{ext}} + H_a - 4\pi M_S N_z(r) \cos(\theta(r)) \\
 &= H_{\text{ext}} + H_a - 4\pi M_S N_z(r) \cos(\theta|_{r=0} [\partial_+ \phi(r)]^2)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Cette expression est ensuite utilisée pour évaluer la condition de résonance (1.98) pour différentes valeurs de l'angle de précession au centre de l'échantillon,  $\theta|_{r=0}$ , qui est relié à la

12. Nous négligeons l'effet de  $\Delta M_z$  sur le terme d'anisotropie magnétocristalline  $H_a = 2K_1/M_z$ . Cette approximation est justifiée par la faible valeur de l'anisotropie dans la direction  $\langle 111 \rangle$  ( $H_a = 50$  G) par rapport à l'anisotropie de forme  $4\pi M_S = 1815$  G. Son effet serait par contre dominant dans le cas d'une sphère.

diminution de l'aimantation

$$M_z|_{r=0} = M_S \cos(\theta|_{r=0}) \quad (3.20)$$

Ce modèle prédit également une linéarité du décalage vers les bas champs

$$\Delta H_{c1} = \kappa_n (M_S - M_z|_{r=0}) \quad (3.21)$$

La valeur du coefficient de proportionnalité  $\kappa_n$  dépend de l'indice du mode magnétostatique considéré. Dans le cas qui nous concerne, pour le mode principal de résonance

$$\kappa_1 = 7,43 \quad (3.22)$$

une valeur presque inférieure de moitié à  $4\pi \approx 12,56$ , la valeur limite dans le cas d'un disque infiniment fin et donc d'une précession uniforme.

Nous avons utilisé ce résultat pour estimer la quantité  $M_S - M_z|_{r=0}$  à partir du décalage en champ  $\Delta H_{c1}$ . Le résultat obtenu est représenté sur la figure (FIG.3.23). On constate que les deux estimations de  $M_S - M_z|_{r=0}$  (mesure quantitative et application du modèle classique du repliement) sont en accord quantitatif. Ce résultat met donc clairement en évidence le rôle de l'anisotropie de forme dans le régime basse puissance de l'effet de repliement d'un disque en aimantation perpendiculaire. Il illustre par ailleurs la précision avec laquelle nous sommes à même d'effectuer une mesure quantitative de  $M_S - M_z$  ainsi que l'importance de la prise en compte des effets de taille finie dans l'analyse de petits échantillons [92].

### 3.6.2 Excitations paramétriques d'ondes de spin

Nous avons déjà évoqué les instabilités d'ondes de spins (ou excitations paramétriques d'ondes de spins) au paragraphe 3.3 lorsque nous avons émis l'hypothèse qu'une absorption subsidiaire large bande associée à la première de ces instabilités pouvait masquer le spectre de susceptibilité (FIG.3.4). Nous allons maintenant étudier cet effet non linéaire de façon plus systématique, en caractérisant la saturation du mode principal de résonance associée à la seconde instabilité d'onde de spin. Nous verrons ensuite qu'il est possible d'observer une *structure fine* de la raie de résonance principale en variant la profondeur de la modulation à la fréquence du levier.

#### 3.6.2.1 Saturation prématurée de la résonance principale

La figure (FIG.3.24) représente l'évolution des valeurs à la résonance de la susceptibilité normalisée  $\chi''_{n \text{ res}}/\chi''_{\text{res}}$  et de l'aimantation longitudinale normalisée  $M_{z \text{ res}}/M_S$  associées aux deux premiers modes magnétostatiques ( $n = 1$  et  $n = 3$ ) lorsqu'on augmente graduellement l'intensité  $h$  du champ micro-onde. Ces mesures ont été effectuées en utilisant une modulation de source de 100 % ( $\epsilon = 1$  dans (2.37)), et la valeur de  $h$  représentée sur la figure (FIG.3.24) correspond à la valeur maximum du champ micro-onde. On observe une saturation de la susceptibilité pour des excitations micro-ondes supérieures à  $h_{\text{seuil},2}^{n=1} \approx 3$  mG et  $h_{\text{seuil},2}^{n=3} \approx 10$  mG.

L'apparition de cette saturation est abrupte. C'est un signe de la faible contribution du processus de relaxation à 2 magnons dans notre échantillon en aimantation perpendiculaire [52], ce qui est cohérent avec les conclusions de nos mesures de relaxation. Le processus

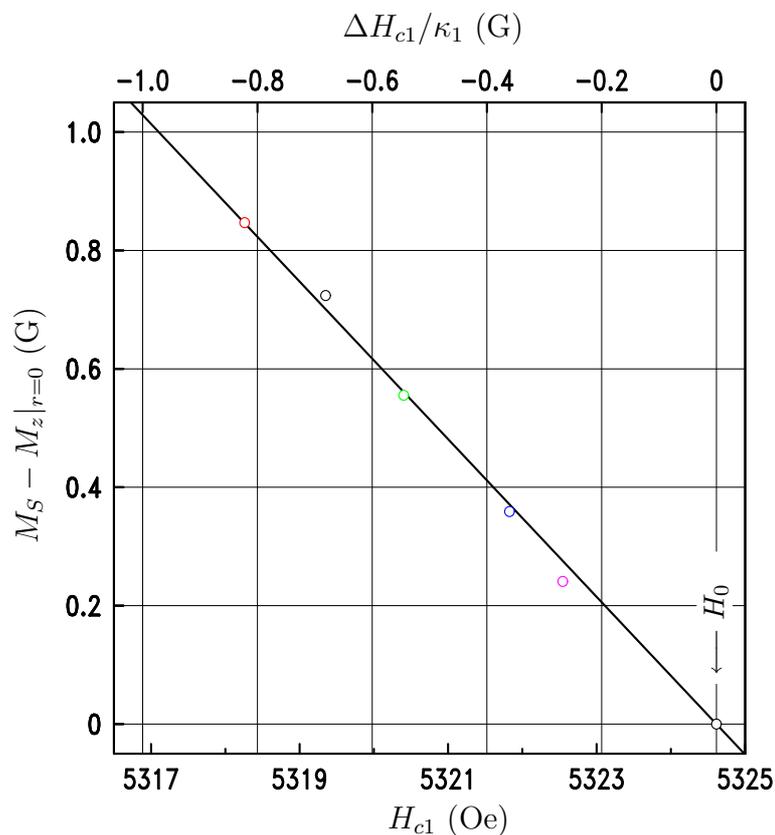


FIG. 3.23 – Diminution de l'aimantation longitudinale en fonction du décalage du champ critique  $H_{c1}$ . Les valeurs de  $M_s - \overline{M}_z$  en ordonné ont été déduites de l'amplitude du signal mécanique en  $H_{\text{ext}} = H_{c1}$  tel que représenté sur la figure (FIG.3.21). Le modèle classique du repliement permet par ailleurs d'obtenir une autre estimation de  $M_S - M_z = \Delta H_{c1}/\kappa_1$ . La prédiction pour le mode fondamental de notre échantillon ( $\kappa = 7,43$ ) correspond à l'abscisse supérieure de cette figure. Les deux estimations sont en accord quantitatif,  $(M_s - \overline{M}_z)/(\Delta H_{c1}/\kappa_1) = -1,00 \pm 0,05$ . [92]

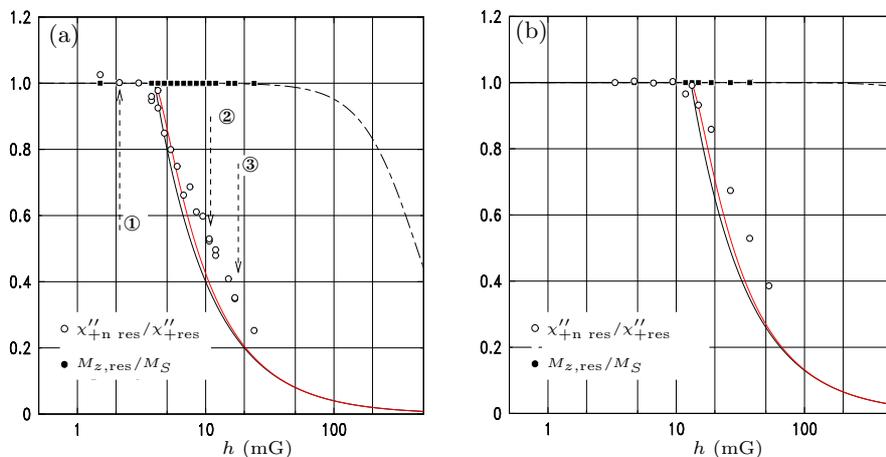


FIG. 3.24 – Saturation prématurée de la susceptibilité pour les modes  $n = 1$  (a) et  $n = 3$  (b). Les numéros ①, ② et ③ représentent la position en amplitude d'excitation des raies de résonance de la figure (FIG.3.26).

à 2 magnons va en effet concurrencer de la second instabilité d'onde de spin, ces effets contribuant tous les deux à entretenir une population de magnons dégénérés supérieure à la valeur d'équilibre thermique. On peut en effet montrer [128] que plus la contribution du processus à 2 magnons est importante, plus la saturation de  $\chi''_{n \text{ res}}$  est progressive.

Cependant ces mesures ne permettent pas d'obtenir le comportement intrinsèque de  $\chi''$  au-delà du seuil de Suhl, à cause de l'effet de moyennage induit par la technique de modulation et de détection synchrone. Afin d'obtenir une information quantitative sur la susceptibilité, nous avons représenté sur la figure (FIG.3.25) son comportement en fonction de l'intensité du champ micro-onde déduit des mesures sans modulation présentées au paragraphe précédent (FIG.3.21). La faible sensibilité de la méthode nous limite cependant à des excitations  $h > 10$  mG.

Cependant la théorie de modes couplés de Suhl, tout comme la théorie de modes indépendants d'Holstein et Primakoff, fut développée pour des échantillons ellipsoïdaux, c'est à dire en faisant l'approximation d'une précession uniforme dans tout le volume de l'échantillon. Nos mesures d'imagerie montrent clairement que ce n'est pas le cas de notre échantillon de taille finie...

### 3.6.2.2 Effets de la profondeur de modulation

Les mesures du paragraphe précédent furent effectuées en utilisant une modulation de source avec une amplitude de 100%. Il est clair que ce type d'approche complique l'analyse d'effets non linéaires en puissance d'excitation. Cependant, la détection mécanique en mode statique possède une très faible sensibilité du fait que l'on perd le bénéfice du facteur de qualité élevé du levier ( $Q = 8300$ ), et que l'on soit également sensible à la déformation statique du levier dans le champ extérieur. Ainsi, si l'analyse d'effets non linéaires à relati-

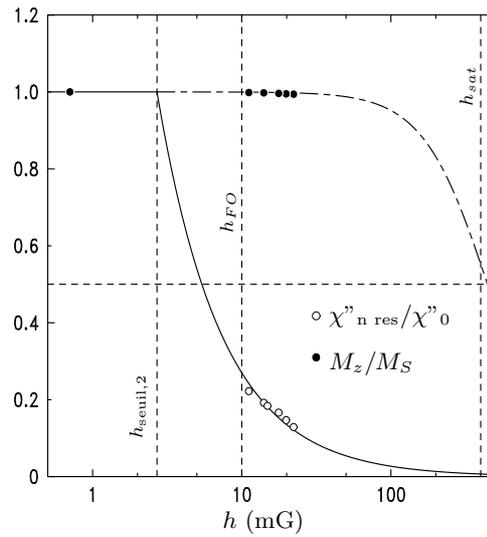


FIG. 3.25 – **Saturation prématurée de la susceptibilité déduite de mesures statiques.** En l'absence de modulation la sensibilité réduite de la détection empêche toute mesure pour  $h \lesssim 10$  mG. La courbe en trait continu est le comportement de la susceptibilité  $\chi''_{n \text{ res}} = h_{\text{seuil},2}/h$  au delà du seuil  $h_{\text{seuil},2} = 2,7$  mG de la seconde instabilité d'onde de spin que nous avons déduit de la figure (FIG.3.24). La courbe en trait discontinu représente la saturation de  $M_z$  calculée à partir des équation de Bloch Bloembergen pour les temps de relaxation  $T_1$  et  $T_2$  déduits des mesures du paragraphe 3.5, équivalent à  $h_{\text{sat}} = \sqrt{\gamma^2 T_1 T_2} \approx 400$  mG. Afin de comparer les seuils des différents effets non linéaires, nous avons également représenté le seuil  $h_{\text{FO}} \approx 10$  mG de l'effet de repliement.

vement haute puissance était encore envisageable en mode statique (ce fut le cas de l'effet de repliement étudié au paragraphe 3.6.1), la faible valeur des seuils de Suhl ne nous permet pas d'en envisager la caractérisation en mode statique.

Un compromis permettant de conserver le bénéfice du facteur de qualité de la sonde mécanique sans pour autant modifier la forme intrinsèque des raies de résonance consiste à n'utiliser qu'une très faible profondeur de modulation  $\epsilon$ . On va bien sur perdre un facteur de l'ordre de  $1/\epsilon$  en signal, mais on bénéficiera toujours du facteur de qualité du levier et surtout d'une détection synchrone, c'est-à-dire d'une mesure dans une bande passante réduite, qui plus est sans le signal parasite de la déformation statique du levier dans le champ extérieur.

Nous avons représenté sur la figure (FIG.3.26) quelques exemples de raies de résonance du mode principal telles que détectées avec une modulation de source très peu profonde ( $\epsilon = 0,05$ ) avant et après le seuil de Suhl que nous avons déterminé au paragraphe précédent. Avant le seuil de Suhl ( $h < h_{\text{seuil},2}$ ), la forme de la raie de résonance ne dépend pas de l'amplitude de modulation, comme l'illustre le cas ①. Mais dans le régime d'excitation paramétrique ( $h > h_{\text{seuil},2}$ ), la raie de résonance unique et relativement large ( $\Delta H \approx 2$  G pour  $h = 10$  mG et  $\epsilon = 1$ ) se scinde en plusieurs raies fines, dont le nombre augmente avec l'intensité du champ micro-onde (cas ② et ③).

L'existence d'une structure fine est connue dans le cas de l'instabilité du premier ordre associée à l'absorption subsidiaire [62] mais n'a à notre connaissance jamais été rapportée dans celui de l'instabilité du second ordre. Par analogie avec l'absorption subsidiaire nous l'associons à la discrétisation des valeurs autorisées pour le vecteur d'onde des magnons paramétriques dans des échantillons de taille finie :

$$k = n \times \frac{\pi}{d_k} \quad (3.23)$$

où  $d_k$  représente la dimension caractéristique de l'échantillon dans la direction  $\theta_k$  où sont excités les magnons paramétriques. Dans le cas de l'instabilité du second ordre, la théorie de Suhl prédit l'excitation d'une paire de magnons avec  $\theta_k = (0, \pi)$ , c'est-à-dire dans l'épaisseur du disque, ce qui correspond à  $\pi/d \approx 2 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ .

Ce phénomène est d'importance car il a été montré qu'il permet, dans le cas du pompage parallèle [119] et de l'absorption subsidiaire [62], de déterminer sans ambiguïté la norme et la direction des magnons excités paramétriquement.

L'augmentation du nombre de résonances paramétriques avec l'intensité de  $\mathbf{h}$ , observée entre les cas ② et ③ est cohérente avec la théorie du couplage paramétrique. Exactement au seuil de Suhl, il n'existe qu'un seul type de magnon ( $k_{\text{min}}, \theta_{k_{\text{min}}}$ ) qui satisfait la condition  $h \gtrsim h_{\text{seuil},2}(k_{\text{min}}, \theta_{k_{\text{min}}})$ . Pour ces magnons le taux de transfert d'énergie depuis le mode principal est exactement compensé par les pertes intrinsèques, résultant en un temps de vie infini des excitations et une largeur de raie a priori nulle<sup>13</sup> ce qui explique l'extrême finesse des raies qui apparaissent dans le cas ②. Ensuite au fur et à mesure que  $h$  est augmenté au delà du seuil de Suhl, d'autres magnons avec  $(k, \theta_k) \neq (k_{\text{min}}, \theta_{k_{\text{min}}})$  vont à leur tour devenir instables. Ceci explique l'augmentation du nombre de résonances paramétriques si nous comparons les cas ② et ③. De plus, le fait que les résonances supplémentaires apparaissent

13. Pour expliquer l'observation d'une largeur de raie finie, il faut introduire un modèle d'amortissement non linéaire des magnons paramétriques [52].

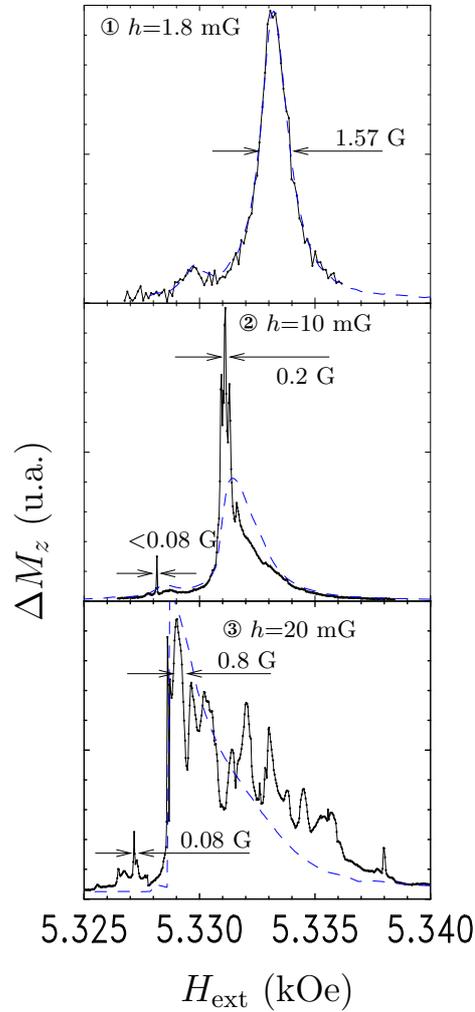


FIG. 3.26 – **Modification de la raie de résonance du mode principal pour de faibles profondeurs de modulation de source ( $\epsilon=0,05$ ).** Cet effet n'apparaît qu'au-dessus du seuil de Suhl (les positions en amplitude d'excitation sont reportées sur la Figure (3.24)). Les courbes en pointillé représentent les raies de résonances telles qu'enregistrée avec une modulation de 100% ( $\epsilon = 1$ ) aux mêmes valeurs de  $h$  et qui ne présente aucune structure fine.

de façon discrète (on observerait dans le cas contraire un seul mode paramétrique dont la largeur augmenterait de façon continue avec  $h$ ) est une indication forte du fait qu'il existe une *règle de sélection* pour l'excitation paramétrique des magnons, qui serait liée comme dans le cas de l'absorption subsidiaire à la discrétisation des valeurs de  $k$  dans un échantillon de taille finie.

Tout la difficulté du problème consiste à déterminer cette règle de sélection (*i.e.* les valeurs de  $n$  permises dans (3.23)), et à faire le lien entre les valeurs de  $k$  autorisées par la géométrie de l'expérience et la séparation en champ  $\delta H$  entre les raies observées expérimentalement.

RÉSUMÉ

- Nous avons confirmé la faisabilité d’une détection mécanique de la RFM. Cette technique est capable de résoudre le spectre intrinsèque complet de modes magnétostatiques d’échantillons microniques, que nous avons pu interpréter de façon quantitative dans le cadre du modèle de Damon et Eschbach. Le rapport signal sur bruit de notre détection présente une amélioration significative par rapport aux travaux antérieurs [54, 89, 90, 150] et permet d’envisager la mesure d’échantillons individuels bien plus petits, tels que ceux qui sont actuellement réalisés dans le cadre du développement de l’électronique de spin.
- L’analyse de l’influence de la sonde nous a permis de comprendre les mécanismes de spectroscopie locale dans le cas de la RFM qui sont très différents du cas de la RPE à cause du caractère non-local des excitations. La résolution de cette spectroscopie locale s’avère être intrinsèquement limitée par le mécanisme de formation d’ondes stationnaires associé à l’excitation de RFM.
- Nous avons maintenant une bonne idée de la meilleure stratégie à adopter selon l’objectif que l’on se fixe, un signal le plus intense possible pour la mesure de la réponse globale d’échantillons submicroniques ou la résolution spatiale de l’imagerie de mode.
- Outre sa grande sensibilité et ses capacités d’imagerie, la détection mécanique est un outil puissant d’étude de la relaxation ferromagnétique notamment grâce à l’accès à une information quantitative sur  $\Delta M_z$ . L’utilisation d’une modulation anharmonique permet de plus de contourner la limitation en bande passante de la mesure synchrone (limitée à  $f_c$ ) et ainsi d’étudier la relaxation par le biais d’expériences de modulation haute fréquence.
- Nous avons confirmé expérimentalement (par l’imagerie des modes magnétostatiques et l’analyse quantitative de l’effet de repliement) la validité de notre extension du formalisme de Walker à des géométries confinées.
- Notre étude du repliement de la raie de résonance met clairement en évidence le fait que dans le régime basse puissance, cet effet est entièrement contrôlé par les effets démagnétisants.
- Enfin nous avons découvert l’existence d’une structure fine de la seconde instabilité d’onde de spin de Suhl, effet n’ayant à notre connaissance encore jamais été observé.



## Annexe A

# Notations et Constantes Physiques

### Notations générales

$\equiv$	défini égal
$A$	quantité scalaire
$\mathbf{A}$	quantité vectorielle
$\bar{\mathbf{A}}$	quantité tensorielle
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$	produit scalaire de $\mathbf{A}$ par $\mathbf{B}$
$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$	produit vectoriel de $\mathbf{A}$ par $\mathbf{B}$
$\Re, \Im$	partie réelle, partie imaginaire
$\overline{M}$	moyenne spatiale
$\langle M \rangle$	moyenne temporelle

### Transformées de Fourier

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega f(\omega) e^{-i\omega t} \\ f(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{A.1}$$

### Systèmes d'unités

Pour des raisons historiques, de nombreux travaux de magnétisme utilisent encore le système d'unités **CGS**. Comme c'est également le cas pour ce manuscrit, et puisque ce système n'est pas forcément familier au lecteur, le tableau suivant donne une correspondance entre

les principales grandeurs physiques exprimées en unités **CGS** et dans le système international (**SI**) :

Grandeur	CGS	conversion	SI
Masse	g	$10^{-3}$	kg
Longueur	cm	$10^{-2}$	m
Temps	s	1	s
Force	dyn	$10^{-5}$	N
Induction magnétique	G	$10^{-4}$	T
Champ magnétique	Oe	$10^{-3}/4\pi$	A/m
Moment Magnétique	emu, erg/G	$10^{-3}$	A.m <sup>2</sup>
Aimantation	emu/cm <sup>3</sup>	$10^{-3}$	A/m
Energie	erg	$10^{-7}$	J

## Unités usuelles

Pour des raisons de commodité, certaines unités spéciales sont parfois utilisées :

Grandeur	Unité	Symbole	Conversion
Longueur	Angström	Å	$= 10^{-10}$ m
Force	picoNewton	pN	$10^{-12}$ N
Puissance micro-onde		mW ou dBm	$P(\text{mW}) = 10^{0.1 * P(\text{dBm})}$ $P(\text{dBm}) = 10 \times \log_{10}(P(\text{mW}))$

## Constantes Physiques

Valeur de quelques constantes physiques fondamentales :

Constante	Notation	Valeur en CGS
constante de Planck	$h$	$6,626 \times 10^{-27}$ erg.s
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,054 \times 10^{-27}$ erg.s
constante de Boltzmann	$k_B$	$1,381,380 \times 10^{-16}$ erg.K <sup>-1</sup>
charge de l'électron	$e$	$-1,602 \times 10^{-19}$ C
masse de l'électron	$m_e$	$9,109 \times 10^{-28}$ g
rapport gyromagnétique de l'électron libre	$\gamma = \frac{-g e }{2m}$	$1,758 \times 10^7$ rad.s <sup>-1</sup> .G <sup>-1</sup>
rapport gyromagnétique de l'électron dans le YIG	$\gamma = \frac{-g_{YIG} e }{2m}$	$1,763 \times 10^7$ rad.s <sup>-1</sup> .G <sup>-1</sup>
magnéton de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$9,274 \times 10^{-21}$ erg.G <sup>-1</sup>
facteur de Landé de l'électron libre	$g = 2[1 + \alpha/(2\pi) - 0,328\alpha^2/\pi^2]$	2,002319
constante de structure fine	$\alpha = e^2/(\hbar c)$	$7,29735 \times 10^{-3} \approx \frac{1}{137}$
vitesse de la lumière dans le vide	$c$	$2,997925 \times 10^{10}$ cm.s <sup>-1</sup>
constante d'échange du YIG	$D$	$0,93 \times 10^{-28}$ erg.cm <sup>2</sup>

## Annexe B

# Problème de Walker en Géométrie Cylindrique

La résolution du problème de Walker en géométrie cylindrique consiste à trouver les solutions physiques du système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{aligned} \mu \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \phi_i(r, \varphi, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi_i(r, \varphi, z) &= 0 \\ \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \phi_e(r, \varphi, z) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Le lien entre les solutions pour le potentiel  $\phi_i$  à l'intérieur et  $\phi_e$  à l'extérieur de l'échantillon étant donné par les conditions aux limites de la magnétostatique :

1. continuité de la composante normale de  $\mathbf{B}$  au faces inférieures et supérieures de l'échantillon :

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \Big|_{z=\pm S/2} = \frac{\partial \phi_e}{\partial z} \Big|_{z=\pm S/2} \quad (\text{B.2})$$

2. continuité de la composante tangentielle de  $\mathbf{H}$  au faces inférieures et supérieures de l'échantillon :

$$\phi_i \Big|_{z=\pm S/2} = \phi_e \Big|_{z=\pm S/2} \quad (\text{B.3})$$

3. continuité de la composante normale de  $\mathbf{B}$  sur le bord de l'échantillon.
4. continuité de la composante tangentielle de  $\mathbf{H}$  sur le bord de l'échantillon.
5. Les champs doivent s'annuler à l'infini :

$$\phi_e(r, \varphi, z \rightarrow \pm\infty) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\phi_e(r \rightarrow \infty, \varphi, z) = 0 \quad (\text{B.5})$$

6.  $\phi$  est une fonction monovaluée :

$$\phi_e(r, \varphi + 2n\pi, z) = \phi_e(r, \varphi, z) \quad (\text{B.6})$$

$$\phi_i(r, \varphi + 2n\pi, z) = \phi_i(r, \varphi, z) \quad (\text{B.7})$$

## B.1 solution générale en champ uniforme

Dans la limite du champ interne uniforme, la perméabilité  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  ne dépend pas de la position et on peut résoudre le système (B.1) par une méthode de séparation des variables en posant

$$\phi_{e,i}(r,\varphi,z) = R_{e,i}(r)\Phi_{e,i}(\varphi)Z_{e,i}(z) \quad (\text{B.8})$$

Nous avons alors à résoudre séparément les 6 équations obtenues, afin de trouver les solutions générales dans et en-dehors de l'échantillon.

### B.1.1 Résolution en-dehors de l'échantillon.

Les 3 équations à résoudre à l'extérieur de l'échantillon sont :

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} - k_e^2 \right] Z_e = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\left[ \frac{d^2}{d\varphi^2} + \nu_e^2 \right] \Phi_e = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k_e^2 - \frac{\nu_e^2}{r^2} \right] R_e = 0 \quad (\text{B.11})$$

Commençons par résoudre (B.9). La condition d'annulation de  $\phi_e$  à l'infini impose que la constante de séparation des variable  $k_e$  soit réelle de sorte que  $Z_e$  admette une solution évanescente :

$$Z_e(z) = \begin{cases} ae^{-k_e z} & \text{pour } z > S/2 \\ be^{k_e z} & \text{pour } z < -S/2 \end{cases}, \quad k_e \in \mathbb{R} \quad (\text{B.12})$$

La condition d'unicité des valeurs de  $\phi$  implique quant à elle que la constante de séparation des variable  $\nu_e$  soit réelle afin que  $\Phi_e$  admette une solution périodique de l'angle azimutal :

$$\Phi_e(\varphi) = A \sin(\nu_e \varphi) + B \cos(\nu_e \varphi) \quad , \quad \nu_e \in \mathbb{Z} \quad (\text{B.13})$$

Avec  $k_e$  et  $\nu_e$  réels, (B.11) est une équation de Bessel ordinaire [60] dont la solution est une combinaison linéaire de fonctions de Bessel de première et seconde espèces  $J_\nu$  et  $N_\nu$ . Puisque les fonctions  $J_\nu$  et  $N_\nu$  tendent bien toutes les deux vers zéro à l'infini, la solution générale de (B.11) s'écrit donc :

$$R_e(r) = \alpha J_{\nu_e}(k_e r) + \beta N_{\nu_e}(k_e r) \quad (\text{B.14})$$

### B.1.2 Résolution dans l'échantillon.

Les équations à résoudre à l'intérieur de l'échantillon sont très similaires à celles que nous avons résolues à l'extérieur :

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} - k_i^2 \right] Z_i = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\left[ \frac{d^2}{d\varphi^2} + \nu_i^2 \right] \Phi_i = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{k_i^2}{\mu} - \frac{\nu_e^2}{r^2} \right] R_i = 0 \quad (\text{B.17})$$

Seules les conditions aux limites changent. La constante  $\nu_i$  doit toujours être réelle afin de satisfaire l'unicité des valeurs de  $\phi$ . Ainsi la partie azimutale  $\Phi_i(\varphi)$  du potentiel magnétique admet une solution identique à celle que nous avons trouvée en-dehors de l'échantillon :

$$\Phi_i(\varphi) = C \sin(\nu_i \varphi) + D \cos(\nu_i \varphi) \quad , \quad \nu_i \in \mathbb{Z} \quad (\text{B.18})$$

Il n'y a pas par contre de condition imposant le caractère réel ou imaginaire de la constante  $k_i$ . Nous devons donc traiter séparément les deux cas :

1. Cas  $k_i \in \mathbb{R}$ . La solution de (B.15) consiste alors en une combinaison linéaire d'exponentielles d'argument réel :

$$Z_i^{(1)}(z) = ce^{-k_i z} + de^{k_i z} \quad (\text{B.19})$$

et (B.17) est une équation de Bessel ordinaire. Cependant du fait que la fonction de Bessel de seconde espèce  $N_\nu$  diverge logarithmiquement à l'origine, la solution générale de  $R_i^{(1)}(r)$  doit être de la forme :

$$R_i^{(1)}(r) = J_{\nu_i} \left( \frac{k_i r}{\sqrt{\mu}} \right) \quad (\text{B.20})$$

2. Cas  $k_i \in \mathbb{C}$  :  $k_i = i\tilde{k}_i$  avec  $\tilde{k}_i \in \mathbb{R}$ . La solution de (B.15) est une combinaison linéaire de fonctions harmoniques :

$$Z_i^{(2)}(z) = e \sin(\tilde{k}_i z) + f \cos(\tilde{k}_i z) \quad (\text{B.21})$$

(B.17) se réécrit alors en fonction de  $\tilde{k}_i$  :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left( \frac{\tilde{k}_i^2}{\mu} + \frac{\nu_e^2}{r^2} \right) \right] R_i^{(2)} = 0 \quad (\text{B.22})$$

Il s'agit d'une équation de Bessel modifiée [60], dont la solution générale consiste en une combinaison linéaire de fonctions de Bessel de 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> espèces,  $I_\nu$  et  $K_\nu$ . Mais le fait que la fonction  $K_\nu$  diverge à l'origine impose une solution du type :

$$R_i^{(2)}(r) = I_{\nu_i} \left( \frac{\tilde{k}_i r}{\sqrt{\mu}} \right) \quad (\text{B.23})$$

### B.1.3 Relations de dispersion

Nous avons trouvé la forme des solutions générales pour le potentiel magnétostatique dans et en-dehors de l'échantillon. Le lien entre les deux solutions nous est donné par la condition (B.3), qui permet de déduire des relations entre les constantes de séparation des variables dans et en-dehors de l'échantillon :

$$\nu_e = \nu_i \simeq \nu \quad (\text{B.24})$$

$$k_e = \frac{k_i}{\sqrt{\mu}} \simeq k \quad \text{pour } k_i \in \mathbb{R}. \quad (\text{B.25})$$

$$k_e = \frac{i\tilde{k}_i}{\sqrt{\mu}} \simeq k \quad \text{pour } k_i \in \mathbb{C}. \quad (\text{B.26})$$

où nous avons utilisé le fait que  $I_\nu(x) = (i)^{-\nu} J_\nu(ix)$ . Or les constantes  $k_e$ ,  $k_i$  et  $\tilde{k}_i$  sont toutes trois définies réelles. Ceci implique que l'expression (B.26) ne soit valable que pour des valeurs de  $\mu < 0$ , alors que (B.25) s'applique au cas  $\mu > 0$ . Nous pouvons maintenant appliquer les conditions aux limites (B.2) et (B.3) afin de déterminer la relation de dispersion des modes magnétostatiques dans chacun des deux cas :

#### 1. Cas $\mu > 0$

$$(B.2) \Rightarrow \begin{cases} ae^{-k_e S/2} = ce^{-k_i S/2} + de^{k_i S/2} \\ be^{-k_e S/2} = ce^{k_i S/2} + de^{-k_i S/2} \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

$$(B.3) \Rightarrow \begin{cases} -k_e ae^{-k_e S/2} = -k_i ce^{-k_i S/2} + k_i de^{k_i S/2} \\ k_e be^{-k_e S/2} = -k_i ce^{k_i S/2} + k_i de^{-k_i S/2} \end{cases} \quad (\text{B.28})$$

En résolvant ce système d'équations, on obtient la relation de dispersion des Ondes Magnétostatiques dans la cas  $\mu > 0$  :

$$k^{(i)} = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{1}{\mu}} \text{Argth} \left( \sqrt{\frac{1}{\mu}} \right) \quad \text{pour } \mu > 1 \quad (\text{B.29})$$

$$k^{(i)} = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{1}{\mu}} \text{Argth} (-\sqrt{\mu}) \quad \text{pour } 0 < \mu < 1 \quad (\text{B.30})$$

où la notation  $^{(i)}$  rappelle que le vecteur d'onde est dans ce cas imaginaire. On peut en effet réécrire (B.29) comme :

$$k^{(i)} = i \frac{2}{S} \sqrt{\frac{1}{\mu}} \arctan \left( \sqrt{\frac{1}{\mu}} \right) \quad (\text{B.31})$$

#### 2. Cas $\mu < 0$

$$(B.2) \Rightarrow \begin{cases} ae^{-k_e S/2} = e \sin(\tilde{k}_i S/2) + f \cos(\tilde{k}_i S/2) \\ be^{-k_e S/2} = -e \sin(\tilde{k}_i S/2) + f \cos(\tilde{k}_i S/2) \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

$$(B.3) \Rightarrow \begin{cases} -k_e ae^{-k_e S/2} = \tilde{k}_i e \cos(\tilde{k}_i S/2) - \tilde{k}_i f \sin(\tilde{k}_i S/2) \\ k_e be^{-k_e S/2} = \tilde{k}_i e \cos(\tilde{k}_i S/2) + \tilde{k}_i f \sin(\tilde{k}_i S/2) \end{cases} \quad (\text{B.33})$$

La résolution de ce système d'équations permet d'obtenir la relation de dispersion des Ondes Magnétostatiques dans la cas  $\mu < 0$  :

$$k^{(\tau)} = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{-1}{\mu}} \arctan \left( \sqrt{\frac{-1}{\mu}} \right) \quad (\text{B.34})$$

Pour terminer la résolution du problème de Walker il ne nous reste plus qu'à trouver la condition physique qui gouverne le signe de la perméabilité  $\mu = 1 + 4\pi\chi$ . Si nous reprenons la définition (1.26), nous pouvons l'exprimer en fonction du champ interne et de la fréquence de l'excitation magnétique :

$$\mu \equiv 1 + 4\pi\chi = \frac{H_i B_i - (\omega/\gamma)^2}{H_i^2 - (\omega/\gamma)^2} \quad (\text{B.35})$$

$$= \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (\text{B.36})$$

Ainsi le signe de  $\mu$  est défini par une relation entre la fréquence  $\omega$  de l'excitation et le champ interne  $H_i = H_0 - 4\pi M_S$  de l'échantillon :

1. cas  $\mu < 0$  :

$$\omega_H = \gamma H_i < \omega < \gamma \sqrt{H_i B_i} = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)} = \omega_{\perp} \quad (\text{B.37})$$

2. cas  $\mu > 0$  :

$$H_i \in [0; \omega/\gamma] \cup [2\pi M_S(\sqrt{1 + 4\Omega^2} - 1); +\infty] \quad (\text{B.38})$$

Les solutions qui nous intéressent sont celles qui décrivent des ondes *propagatives*, car ce sont elles qui vont pouvoir donner lieu à la formation d'ondes stationnaires associées aux *modes propres magnétostatiques* de l'échantillon. Ce type d'ondes correspond à des solutions en fonctions de Bessel du premier ordre avec un vecteur d'onde  $k$  réel, c'est-à-dire au cas  $\mu = 1 + 4\pi\chi < 0$ . La condition (B.37) définit donc le domaine d'excitation des Ondes Magnétostatiques de Volume (MSFVW pour *Magnetostatic Forward Volume Waves*) dont la relation de dispersion est donnée par (B.34). La dépendance en champ extérieur (ou en fréquence) de la dispersion des MSFVW est gouvernée par la forme de la perméabilité  $\mu$ , donnée par la relation (B.36).

#### B.1.4 Aimantation dynamique

Dans l'approximation d'une précession circulaire

$$m_n = m_x + im_y \quad (\text{B.39})$$

$$= C_n (\partial_x + i\partial_y) \phi_n(r) \equiv C_n \partial_+ \phi_n(r) \quad (\text{B.40})$$

Avec

$$\partial_+ e^{i\nu\varphi} = \frac{\nu}{r} e^{-i(\nu-1)\varphi} \quad \text{et} \quad \partial_+ R_n(r) = e^{i\nu\varphi} R'_n(r) \quad (\text{B.41})$$

on a

$$\partial_+ \phi_n(r) = e^{-i(\nu-1)\varphi} \cos(k_z z) \left[ \frac{\nu}{r} R_n(r) + R_n'(r) \right] \quad (\text{B.42})$$

Dans le cas où  $R_n(r) = J_\nu(kr)$ , on a

$$J_\nu'(kr) = -kJ_{\nu+1}(kr) + \frac{\nu}{r} J_\nu(kr) \quad (\text{B.43})$$

En utilisant la relation de récurrence

$$J_{\nu+1}(x) + J_{\nu-1}(x) = \frac{2\nu}{x} J_\nu(x) \quad (\text{B.44})$$

on arrive finalement à une expression simple pour l'aimantation dynamique :

$$m_n = C_n e^{-i(\nu-1)\varphi} \cos(k_z z) J_{\nu-1}(kr) \quad (\text{B.45})$$

un mode magnétostatique sera donc indexé par un couple d'indices radial et angulaire,  $(n, m \equiv \nu - 1)$ , associés respectivement au nombre de nœuds de l'aimantation dynamique selon le diamètre ( $n$ ) et la circonférence ( $m$ ) du disque.

## B.2 Solution en champ non uniforme

La solution en champ uniforme ne s'applique dans l'absolu qu'à des échantillons ellipsoïdaux dans un champ extérieur uniforme. Il faut donc trouver un moyen d'étendre les solutions à des champs internes non-uniformes si nous voulons décrire de façon satisfaisante les cas plus généraux d'échantillons non ellipsoïdaux de tailles finies et de champs extérieurs non uniformes (typiquement, le disque de YIG analysé au chapitre 3 dans le champ de fuite de la sonde mécanique).

### B.2.1 Cas modèle d'un “puits” propagatif carré

La résolution exacte du problème de Walker en champ non uniforme n'est pas possible dans des cas réels où le vecteur d'onde radial  $k$  dépend de la position de façon continue, car il n'est plus possible d'effectuer une séparation des variables pour résoudre le système (B.1) si la perméabilité  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  est une fonction des coordonnées,  $\chi = \chi(r, \varphi, z)$ . Cependant, le problème reste soluble dans le cas d'écoulement d'une inhomogénéité discontinue telle que l'on puisse découper l'échantillon en régions à l'intérieur desquelles  $k$  reste constant en étant soit réel (zone propagative), soit imaginaire (zone non propagative). Le cas que nous allons traiter est représenté sur la Figure (B.1). Il s'agit d'une couronne propagative comprise entre les rayons interne  $r_0$  et externe  $r_1$  (région ②). Cette situation schématise par exemple un disque avec une pointe magnétique situé au dessus de son axe. La zone non propagative au centre du disque pour  $(0 < r < r_0)$  (région ①) est une conséquence du champ de fuite de la pointe qui élève localement le champ interne de sorte que la condition (B.37) n'est plus satisfaite dans une région située sous la pointe. La taille de cette zone d'exclusion va donc être contrôlée par la distance pointe-échantillon. Quant à la zone non propagative localisée à la périphérie du disque (région ③), elle modélise l'inhomogénéité du champ démagnétisant près des bords et sera toujours présente quelque soit la distance pointe-échantillon. La discontinuité de  $k$

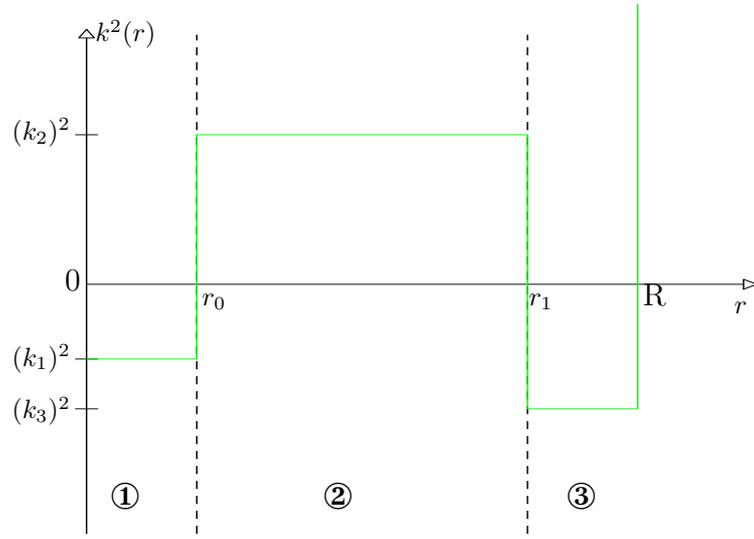


FIG. B.1 – “Puits” carré de localisation des modes magnétostatiques. Les ondes magnétostatiques sont propagatives dans la région ② et évanescentes dans les régions ① et ③.

autorise une résolution de la partie radiale de l'équation de Walker<sup>1</sup> de façon indépendante dans chacune des régions ①, ② et ③ :

$$\textcircled{1} \quad 0 < r < r_0$$

$$\left[ \frac{d}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left( k_1^2 + \frac{1}{r^2} \right) \right] \phi_1(r) = 0 \quad (\text{B.46})$$

$$\textcircled{2} \quad r_0 < r < r_1$$

$$\left[ \frac{d}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k_2^2 - \frac{1}{r^2} \right] \phi_2(r) = 0 \quad (\text{B.47})$$

$$\textcircled{3} \quad r_1 < r < R$$

$$\left[ \frac{d}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left( k_3^2 + \frac{1}{r^2} \right) \right] \phi_3(r) = 0 \quad (\text{B.48})$$

1. On a posé ci-dessous ( $\nu \equiv 1$ ), car seuls ces modes sont susceptibles de se coupler à une excitation micro-onde uniforme.

Les solutions générales s'écrivent, compte-tenu de ce que nous avons vu dans la section précédente :

$$\phi_1(r) = A_1 I_1(k_1 r) + B_1 K_1(k_1 r) \quad (\text{B.49})$$

$$\phi_2(r) = A_2 J_1(k_2 r) + B_2 N_1(k_2 r) \quad (\text{B.50})$$

$$\phi_3(r) = A_3 I_1(k_3 r) + B_3 K_1(k_3 r) \quad (\text{B.51})$$

Puisque nous cherchons des solutions évanescentes en ① et ③ nous imposons  $A_3 \equiv 0$  et  $B_1 \equiv 0$ . En imposant comme condition supplémentaire<sup>2</sup>  $B_2 \equiv 0$ , la condition de continuité du potentiel dans l'échantillon conduit à la solution générale suivante pour le potentiel magnétostatique :

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{J_1(k_2 r_0)}{I_1(k_2 r_0)} I_1(k_1 r) & 0 < r < r_0 \\ J_1(k_2 r) & r_0 < r < r_1 \\ \frac{J_1(k_2 r_1)}{K_1(k_3 r_1)} K_1(k_3 r) & r_1 < r < R \end{cases} \quad (\text{B.52})$$

### B.2.2 Cas réel : localisation par le champ de fuite d'une pointe magnétique

La situation décrite au paragraphe précédent est une approximation très simpliste de ce qui se passe dans un échantillon réel perturbé par le champ de fuite inhomogène d'une pointe magnétique. Dans une situation réelle, le vecteur d'onde varie de façon continue et les discontinuités de  $k$  qui sont représentées sur la Figure (B.1) correspondent alors aux zéros du vecteur d'onde, c'est-à-dire aux zéros de la perméabilité  $\mu$ , qui définissent les rayons de confinement  $r_0$  et  $r_1$  :

$$(r_0, r_1) = (\min\{\tilde{r}\}, \max\{\tilde{r}\}) \quad \text{avec} \quad H_i(r = \tilde{r}) = \omega/\gamma \quad (\text{B.53})$$

Connaissant le profil du champ interne créé par le champ de fuite de la pointe et le champ démagnétisant de l'échantillon, on est donc capable, pour une valeur donnée du champ extérieur  $H_{\text{ext}}$ , de trouver les rayons particuliers définis par (B.53). En s'inspirant des solutions pour le "puits" de confinement carré, nous pouvons alors construire des solutions approchées, dans l'esprit de l'approximation WKB pour la résolution de l'équation de Schrödinger dans le cas d'un potentiel non uniforme [12] :

$$A I_0 \left( \int_0^r k^{(i)}(u) du \right) \quad 0 < r < r_0 \quad (\text{B.54})$$

$$m(r) = J_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du + \int_{r_0}^r k^{(r)}(u) du \right) \quad r_0 < r < r_1 \quad (\text{B.55})$$

$$B K_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du + \int_{r_0}^{r_1} k^{(r)}(u) du + \int_{r_1}^r k^{(i)}(u) du \right) \quad r_1 < r < R \quad (\text{B.56})$$

2. On effectue donc une continuité  $C_0$  du potentiel  $\phi$ . Il faudrait en toute rigueur autoriser  $B_2 \neq 0$  et obtenir les valeurs des coefficients  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$  et  $B_3$  en effectuant une continuité  $C_1$ , c'est à dire en imposant la continuité de la dérivé de  $\phi$ . Ce travail n'a pas été fait faute de temps.

avec

$$A = \frac{J_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du \right)}{I_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du \right)} \quad (\text{B.57})$$

$$B = \frac{J_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du + \int_{r_0}^{r_1} k^{(r)}(u) du \right)}{K_0 \left( \int_0^{r_0} k^{(i)}(u) du + \int_{r_0}^{r_1} k^{(r)}(u) du \right)} \quad (\text{B.58})$$

avec les vecteurs d'onde réel  $k^{(r)}$  et imaginaires  $k^{(i)}$  définis par les relations de dispersion dans les zones propagatives et non propagatives :

$$k^{(r)} = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{-1}{\mu}} \arctan \left( \sqrt{\frac{-1}{\mu}} \right) \quad (\text{B.59})$$

$$k^{(i)} = i \frac{2}{S} \sqrt{\frac{1}{\mu}} \arctan \left( \sqrt{\frac{1}{\mu}} \right) \quad (\text{B.60})$$

Quant à la condition de résonance (1.98), elle doit désormais être évaluée dans la zone propagative :

$$\int_{r_0}^{r_1} k(u, H_{0n}) du = n \times \pi \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{B.61})$$

Pour illustrer les conséquences de l'inhomogénéité du champ interne, nous avons représenté sur la Figure (B.2) le profil de l'aimantation dynamique  $m$  associée au mode principal de résonance  $n = 1$  dans le cas de l'échantillon de YIG analysé au chapitre 3 lorsqu'il est perturbé par le champ de fuite de notre sonde mécanique.

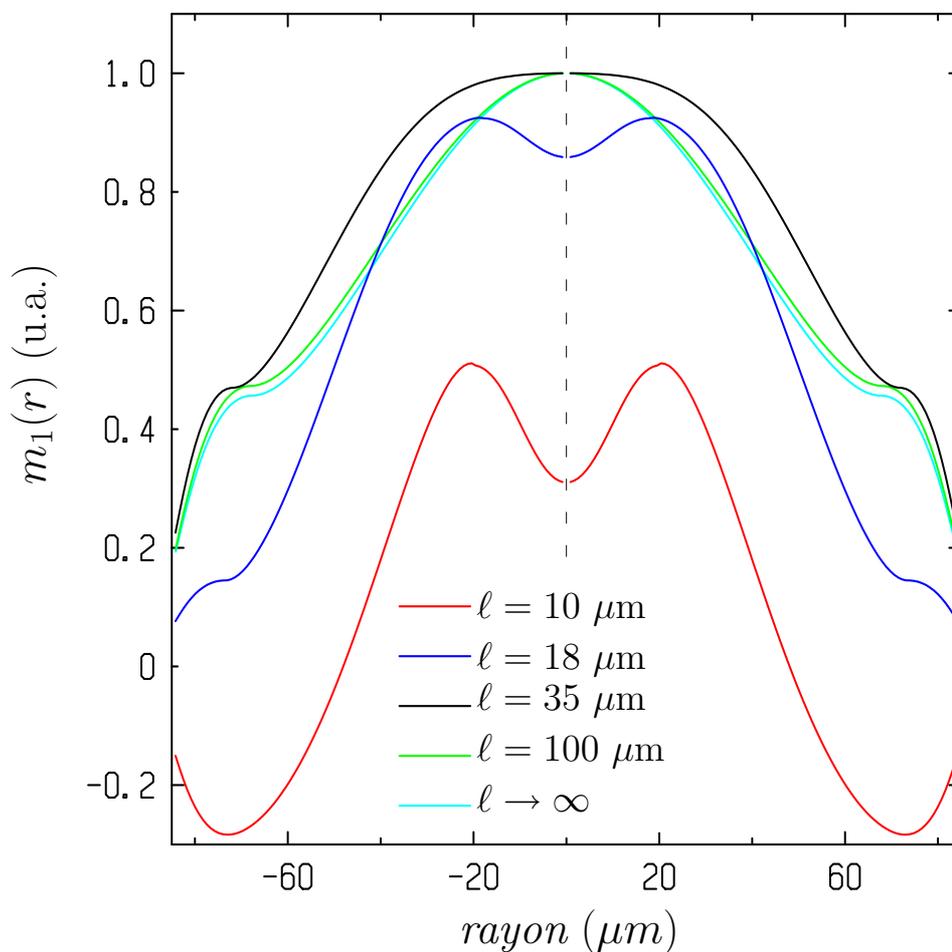


FIG. B.2 – **Profils de l'aimantation dynamique** calculés dans le cadre d'une approximation de type WKB. Nous avons représenté le cas du mode principal  $n = 1$  du disque de YIG analysé au Chapitre 3 et perturbé par le champ de fuite de notre sonde mécanique. On a représenté l'évolution de  $m(r)$  pour différentes séparations sonde-échantillon  $l = 10, 18, 35$  et  $100 \mu\text{m}$ , ainsi qu'en son absence ( $l \rightarrow \infty$ ).

## Annexe C

# Champ Démagnétisant d'un Disque. La solution de Joseph et Schlömann

### C.1 Cadre du modèle

R. I. JOSEPH et E. SCHLÖMANN ont développé une méthode générale pour calculer le champ démagnétisant non uniforme dans des géométries non ellipsoïdales de forme arbitraire [64]. Leur modèle fait l'approximation d'une aimantation dont la norme  $M$  est constante dans tout le volume de l'échantillon et dont la direction suit exactement celle du champ magnétique interne en chaque point,  $\mathbf{H}_i(\mathbf{r})$ . Le résultat est exprimé sous forme d'une série de puissance de  $(M/H_{\text{ext}})$ , où  $H_{\text{ext}}$  est le champ extérieur appliqué. On se limite dans ce manuscrit au premier terme de la série, ce qui est une bonne approximation dans la limite des champ extérieurs élevés, c'est-à-dire dans le cas où l'aimantation peut être considérée comme étant uniforme dans tout le volume de l'échantillon (approximation de l'échantillon *complètement saturé*). Nous ne donnons évidemment que la solution dans le cas d'un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $S$ , avec le système de coordonnées représenté sur la figure (FIG.C.1).

### C.2 Formalisme

D'une manière générale, le champ interne  $\mathbf{H}_i$  d'un échantillon magnétique est la superposition du champ extérieur  $H_{\text{ext}}$  et du champ démagnétisant qui, dans un isolant, est proportionnel au gradient d'un potentiel magnétique  $\psi$  :

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) = H_{\text{ext}} + M\nabla\psi(r) \tag{C.1}$$

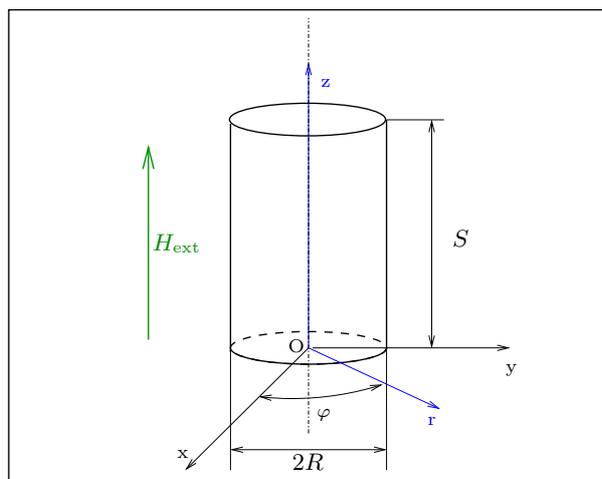


FIG. C.1 – **Système de coordonnées utilisé pour le calcul du champ démagnétisant d'un cylindre** de rayon  $R$  et de hauteur  $S$  aimanté selon son axe par un champ extérieur  $H_{\text{ext}} \mathbf{u}_z$ . l'origine  $O$  du système de coordonnées cylindrique coïncide avec le centre de la face inférieure.

Du fait que la divergence du flux  $\mathbf{B}_i = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$  soit nulle, l'expression ci-dessus se réécrit sous la forme d'une équation de Poisson pour le potentiel  $\psi$  :

$$\nabla^2 \psi = -4\pi \nabla \cdot \mathbf{m} \quad (\text{C.2})$$

où on a introduit une aimantation normalisée  $\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}(\mathbf{r})/M$ . La solution générale de l'équation de Poisson peut être exprimée sous forme intégrale :

$$\psi(\mathbf{r}) = \int \frac{\mathbf{m}(\mathbf{r}') \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3 \mathbf{r}' \quad (\text{C.3})$$

En exprimant  $\mathbf{m}$  en fonction de  $\psi$  à l'aide de la relation (C.1) on obtient une équation intégrale pour  $\psi$ . La méthode de Joseph et Schlömann consiste à en chercher une solution sous la forme d'une série de puissance du paramètre  $\epsilon = M/H_{\text{ext}}$  :

$$\psi = \psi_1 + \epsilon \psi_2 + \epsilon^2 \psi_3 + \dots \quad (\text{C.4})$$

On obtient alors une hiérarchie de solutions :

$$\psi_1 = \int \frac{z' - z}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3 \mathbf{r}' \quad (\text{C.5})$$

$$\psi_2 = \int \frac{(\partial \psi_1 / \partial x')(x' - x) + (\partial \psi_1 / \partial y')(y' - y)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3 \mathbf{r}' \quad (\text{C.6})$$

$$\psi_3 = \int f(\psi_1, \psi_2) d^3 \mathbf{r}' \quad \dots \quad (\text{C.7})$$

Par analogie avec l'expression du champ démagnétisant uniforme des géométries ellipsoïdales, on introduit un tenseur démagnétisant  $\bar{N}$ , qui dépend désormais de la position :

$$H_i = H_{\text{ext}} - 4\pi \sum_j N_{ij} M_j = H_{\text{ext}} - 4\pi M \sum_j N_{ij} m_j \quad (\text{C.8})$$

Notons cependant que contrairement au cas des géométries ellipsoïdales,  $H_i$  ne peut pas en général être obtenu à partir de la seule connaissance du tenseur  $N$  à cause des corrections d'ordre supérieur à 1 qui introduisent une non linéarité dans la définition ci-dessus. Cela reste cependant le cas de la solution au premier ordre que nous pouvons exprimer comme :

$$\nabla\psi_1(\mathbf{r}) \equiv -4\pi N_{ij}(\mathbf{r})m_j \quad (\text{C.9})$$

La solution au premier ordre va décrire l'effet d'une aimantation uniforme dans une géométrie confinée, sur la distribution de champ interne. Nous allons en déduire un champ interne inhomogène  $H_i(r)$ , et la solution au second ordre (que nous ne détaillerons pas) consistera à dire que l'aimantation va suivre localement la distribution de champ interne calculée au premier ordre. Cette solution au second ordre décrit en quelque sorte l'effet de rétroaction du champ interne.

### C.3 Résultats

Donnons tout d'abord le résultat simple mais toutefois important de l'évaluation de (C.5) le long de l'axe du cylindre :

$$\psi_1(0,z) = 2\pi R^2 \left\{ \frac{1}{z + \sqrt{R^2 + z^2}} - \frac{1}{(L-z) + \sqrt{R^2 + (L-z)^2}} \right\} \quad (\text{C.10})$$

La forme de la solution générale est beaucoup plus complexe. Elle fait intervenir les *intégrales elliptiques complètes* de la première et de la seconde espèce,  $K(u)$  et  $E(u)$ . Notons que les notations utilisées ci-dessous diffèrent quelques peu de celles de Joseph et Schlömann en ce qui concerne la définition des intégrales elliptiques complètes. La forme que des solutions que nous donnons est compatible avec la définition des intégrales elliptiques utilisée par le logiciel Maple<sup>®</sup>[87]. Les deux composantes non nulles du tenseur démagnétisant sont  $N_{zr}$  et

$N_{zz}$ , qui s'écrivent :

$$\begin{aligned}
N_{zr}(r,z,R,S) = & 1 - \frac{z \alpha(r,z,R) K(\alpha(r,z,R))}{4\pi \sqrt{Rr}} \\
& + \frac{1}{4} \Lambda_0(\alpha(r,z,R), \beta(r,z,R)) \times \text{signe}(r-R) \\
& - \frac{(S-z) \alpha(r,S-z,R) K(\alpha(r,S-z,R))}{4\pi \sqrt{Rr}} \\
& + \frac{1}{4} \Lambda_0(\alpha(r,S-z,R), \beta(r,S-z,R)) \times \text{signe}(r-R)
\end{aligned} \tag{C.11}$$

$$\begin{aligned}
N_{zr}(r,z,R,S) = & \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{R}{r}} \\
& \times \left\{ \frac{\left[1 - \frac{1}{2} (\alpha(r,z,R))^2\right] K(\alpha(r,z,R)) - E(\alpha(r,z,R))}{\alpha(r,z,R)} \right. \\
& \left. - \frac{\left[1 - \frac{1}{2} (\alpha(r,S-z,R))^2\right] K(\alpha(r,S-z,R)) - E(\alpha(r,S-z,R))}{\alpha(r,S-z,R)} \right\}
\end{aligned} \tag{C.12}$$

et on a introduit les fonctions  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\Lambda_0$  pour alléger les notations :

$$\alpha(r,z,R) = 2 \sqrt{\frac{Rr}{z^2 + (R+r)^2}} \tag{C.13}$$

$$\beta(r,z,R) = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2 - 2Rr + r^2}} \tag{C.14}$$

$$\Lambda_0(\phi, \psi) = \frac{2}{\pi} \frac{(1-\phi^2) \psi \sqrt{1-\psi^2} \sqrt{1-\psi^2 + \psi^2 \phi^2}}{[(1-\phi^2)(1-\psi^2) + \phi^2]} \Pi\left(\frac{\phi^2}{(1-\phi^2)(1-\psi^2) + \phi^2}, \phi\right) \tag{C.15}$$

avec  $\Pi$  l'intégrale elliptique complète de la troisième espèce.

## C.4 Application

Nous avons utilisé les résultats du paragraphe précédent pour calculer le champ magnétique au premier ordre dans et en dehors de l'échantillon de YIG ( $R = 160 \mu\text{m}$ ,  $S = 4,75 \mu\text{m}$ ,  $4\pi M_S = 1815 \text{ G}$ ) ainsi que le champ de fuite de la pointe magnétique collée au levier ( $R = 9 \mu\text{m}$ ,  $S = 32 \mu\text{m}$ ,  $4\pi M_S = 6283 \text{ G}$ ). Les lignes  $B_z$  constant que l'on obtient sont représentées sur la figure (FIG.C.2).

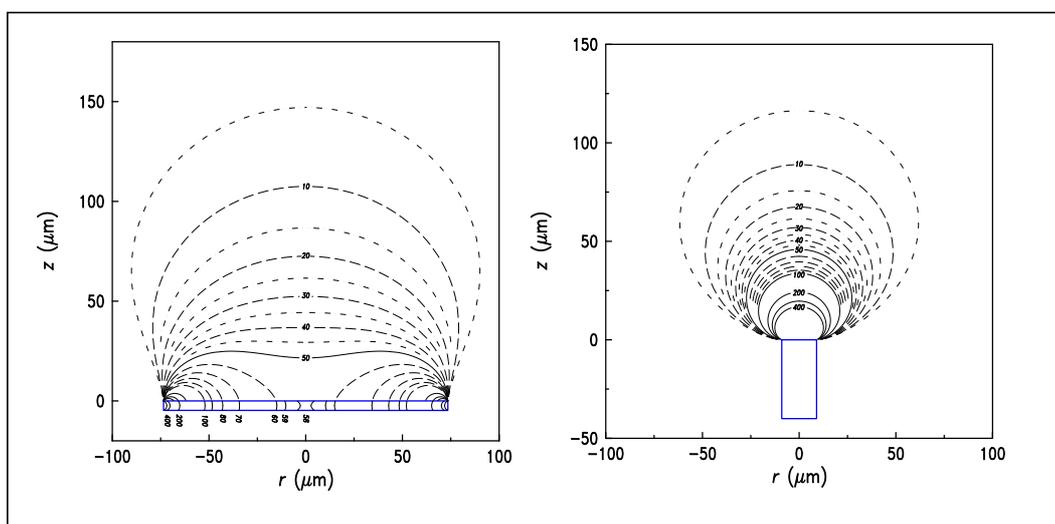


FIG. C.2 – Courbes  $B_z$  constant du disque de YIG et de la pointe magnétique, obtenues à partir de la solution au premier ordre du modèle de Joseph et Schlömann.



## Annexe D

# Oscillateur Harmonique Classique

L'oscillateur harmonique est un modèle physique de très grande importance, d'une part du fait qu'il permet de rendre compte de nombreux phénomènes dans des domaines très variés de la physique, et d'autre part du fait qu'il soit soluble analytiquement, aussi bien dans le cadre de la mécanique classique que dans celui de la mécanique quantique. Nous allons dans cette annexe analyser en détail le cas de l'oscillateur harmonique classique à un seul degré de liberté  $x$ , car c'est une bonne modélisation d'un microlevier sur lequel s'exerce une force extérieure dépendante du temps.

### D.1 Formalisme

L'oscillateur harmonique est complètement caractérisé par sa masse  $m$ , sa raideur  $k$  et les frottements visqueux auxquels il est soumis, caractérisés par un coefficient de frottement  $\Gamma$ . Si on exerce sur cet oscillateur une force extérieure  $F(t)$ , l'équation du mouvement s'écrit :

$$m\ddot{x}(t) + \Gamma\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (\text{D.1})$$

Nous allons écrire cette équation du mouvement en faisant apparaître la fréquence (*angulaire*) de résonance  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  de l'oscillateur libre (*i.e.* en l'absence de frottements) :

$$\ddot{x}(t) + \frac{\Gamma}{m}\dot{x}(t) + \omega_0 x(t) = \frac{1}{m}F(t) \quad (\text{D.2})$$

Afin de résoudre cette équation différentielle, nous l'écrivons dans l'espace de Fourier :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega x(\omega) e^{-i\omega t} \quad (\text{D.3})$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega F(\omega) e^{i\omega t} \quad (\text{D.4})$$

$$\Rightarrow x(\omega) = G(\omega)F(\omega) \quad (\text{D.5})$$

où  $G(\omega)$  est la fonction de transfert de l'oscillateur :

$$G(\omega) = \frac{1}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma/m} \quad (\text{D.6})$$

Nous pouvons la décomposer en une partie réelle  $G'$  et une partie imaginaire  $G''$  :

$$G(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (\text{D.7})$$

$$G'(\omega) = \frac{1}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\Gamma/m)^2} \quad (\text{D.8})$$

$$G''(\omega) = \frac{1}{m} \frac{\omega\Gamma/m}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\Gamma/m)^2} \quad (\text{D.9})$$

Connaissant la transformée de Fourier  $F(\omega)$  de la force appliquée au levier, la solution générale  $x(t)$  de l'Equ.(2.16) s'écrit :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega G(\omega) F(\omega) e^{-i\omega t} \quad (\text{D.10})$$

Nous allons maintenant appliquer le résultat (D.10) à deux cas simples d'excitations, tout d'abord la réponse à une force harmonique  $F(t) = F_0 \cos(\omega_0 t)$ , puis la réponse impulsionnelle. Enfin, avant de clore cette annexe, nous analyserons le comportement d'un oscillateur sur lequel s'exerce une Force stochastique, c'est-à-dire un oscillateur bruité.

## D.2 Réponse à une force harmonique

Considérons un oscillateur sur lequel on exerce une force harmonique  $F(t)$  d'amplitude  $F_0$  et de fréquence  $\omega_F$ . Sa transformée de Fourier est simplement une fonction delta de Dirac à la fréquence  $\omega_F$  :

$$F(t) = F_0 \cos(\omega_F t) = F_0 \Re[e^{i\omega_F t}] \quad (\text{D.11})$$

$$F(\omega) = F_0 2\pi \delta(\omega - \omega_F) \quad (\text{D.12})$$

En appliquant l'Equ.(D.10) à ce résultat, la réponse à une force harmonique s'écrit donc :

$$\begin{aligned} x(t) &= \Re[G(\omega_F) F_0 e^{i\omega_F t}] \\ &= \rho(\omega_F) \cos(\omega_F t + \phi(\omega_F)) \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

où le module  $\rho$  et la phase  $\phi$  de la réponse s'écrivent :

$$\begin{aligned} \rho(\omega_F) &= \sqrt{G'(\omega_F)^2 + G''(\omega_F)^2} = \frac{1}{m} \frac{1}{\left[ (\omega_0^2 - \omega_F^2)^2 + (\omega_F \Gamma/m)^2 \right]^{1/2}} \\ \phi(\omega_F) &= \arctan\left(-\frac{G'}{G''}\right) = \arctan\left(-\frac{\omega_F \Gamma}{m(\omega_0^2 - \omega_F^2)}\right) \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

On retrouve bien la déformation statique

$$x(\omega_F = 0) = F/k \quad (\text{D.15})$$

et l'analyse de  $\partial\rho(\omega_0)/\partial\omega_0$  montre que la réponse du levier présente un maximum en  $\omega_F = \omega_c$  :

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Gamma}{m\omega_0} \right)^2} \quad (\text{D.16})$$

Les phénomènes dissipatifs ont donc pour effet de décaler la résonance vers les basses fréquences. Dans la limite  $m\omega_0/\Gamma \gg 1$ , la fréquence de résonance  $\omega_c$  de l'oscillateur amorti est égale à celle de l'oscillateur libre.

### D.3 Réponse impulsionnelle

Considérons maintenant le cas où l'excitation est une impulsion d'intensité  $F_0$ , appliquée à l'oscillateur à l'instant  $t = 0$  :

$$F(t) = F_0\delta(t) \quad (\text{D.17})$$

$$F(\omega) = F_0 \quad (\text{D.18})$$

Pour obtenir la réponse impulsionnelle  $x(t)$ , nous devons donc évaluer l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{F_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega G(\omega) e^{-i\omega t} \\ &= \frac{F_0}{2\pi m\omega_0} \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{e^{-i\omega_0 u t}}{1 - u^2 + i \frac{\Gamma}{m\omega_0} u} \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

La fonction à intégrer sur  $\mathbb{R}$  possède deux pôles simples  $u_1$  et  $u_2$  :

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{-\Gamma}{2m\omega_0} \left( i + \sqrt{\left( \frac{2m\omega_0}{\Gamma} \right)^2 - 1} \right) \\ u_2 &= \frac{-\Gamma}{2m\omega_0} \left( i - \sqrt{\left( \frac{2m\omega_0}{\Gamma} \right)^2 - 1} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

Il est donc facile d'effectuer l'intégration dans  $\mathbb{C}$  sur un contour  $\mathcal{C}$  tel que représenté sur la

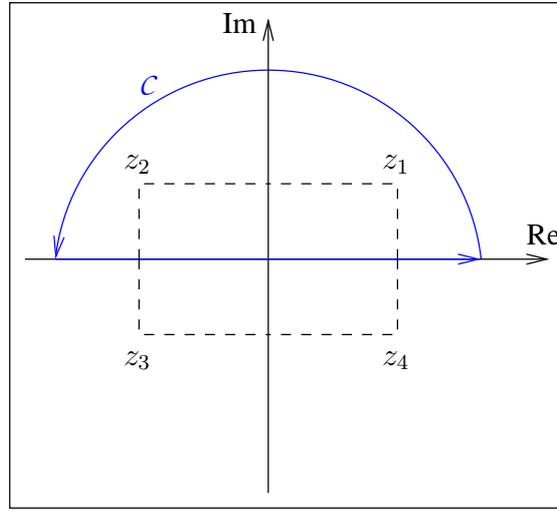


FIG. D.1 – Contour utilisé pour l'intégration sur le plan complexe de (D.21) et (D.35).

Figure(D.1). En utilisant le théorème des résidus, le résultat de l'intégration est :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{F_0}{2\pi} \oint_C G(z)e^{izt} dz = iF_0 \sum_{Res \in C} Res(G(z)e^{izt}) \\
 x(t) &= iF_0 \times (Res_{u_1} + Res_{u_2}) \\
 &= \frac{F_0}{m(u_1 - u_2)} i \times (e^{-iu_1\omega_c t} - e^{-iu_2\omega_c t}) \\
 &= \frac{F_0}{m\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma}{2m\omega_0}\right)^2}} \sin\left(\omega_0 t \sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma}{2m\omega_0}\right)^2}\right) \times \exp(-\Gamma t/2m) \\
 &= \frac{F_0}{m\omega_c^*} \sin(\omega_c^* t) \times \exp(-t/\tau_c)
 \end{aligned} \tag{D.21}$$

On a donc montré que la réponse de l'oscillateur à une impulsion  $\delta(t)$  consiste en une oscillation propre à la fréquence

$$\omega_c^* = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma}{2m\omega_0}\right)^2} \tag{D.22}$$

qui s'amortit exponentiellement avec un temps caractéristique

$$\tau_c = 2m/\Gamma \tag{D.23}$$

Notons que la fréquence des oscillations libres amorties diffère légèrement de la fréquence de résonance des oscillations forcées donnée par (D.16). Dans la limite  $m\omega_0/\Gamma \gg 1$ , cette fré-

quence  $\omega_c^*$  ne diffère de la fréquence de résonance de l'oscillateur libre  $\omega_0$  que d'un infiniment petit du second ordre de sorte que la réponse impulsionnelle s'écrit plus simplement :

$$x(t) = \frac{F_0}{m\omega_0} e^{-t/\tau_c} \sin(\omega_0 t) \quad (\text{D.24})$$

On définit habituellement le *facteur de qualité*  $Q$  à partir du résultat (D.23) :

$$Q \equiv \frac{1}{2} \omega_c^* \tau_c \quad (\text{D.25})$$

$$(D.23) \Rightarrow Q = \frac{m\omega_c^*}{\Gamma} \quad (\text{D.26})$$

On peut alors exprimer le décalage en fréquence des oscillations amorties et des oscillations forcées en fonction du facteur de qualité :

$$\omega_c^* = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}} = \omega_0 \cos\left(\arctan\left(\frac{1}{2Q}\right)\right) \quad (\text{D.27})$$

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{4Q^2}}{1 + \frac{1}{4Q^2}}} = \omega_c^* \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (\text{D.28})$$

## D.4 Oscillateur bruité

Considérons un oscillateur harmonique soumis à un bruit en force, c'est à dire à une force stochastique, de moyenne nulle  $\langle F(t) \rangle = 0$ . Pour simplifier, nous allons nous restreindre au cas d'un bruit blanc, *i.e.* sans corrélation temporelle :

$$\sigma_F(\tau) = \langle F(t)F(t+\tau) \rangle = \langle F^2 \rangle \delta(\tau) \quad (\text{D.29})$$

On définit alors le spectre de bruit en force  $S_F$  que  $S_F(\omega)$  et  $\sigma_F(t)$  sont transformées de Fourier l'une de l'autre comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation temporelle de  $F(t)$  :

$$S_F = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \sigma_F(t) e^{-i\omega t} = \langle F^2 \rangle \quad (\text{D.30})$$

Le spectre de bruit en amplitude d'oscillation  $S_x(\omega)$  est donc donné par :

$$S_x(\omega) = |G(\omega)|^2 S_F \quad (\text{D.31})$$

Si l'oscillateur harmonique est à l'équilibre thermique à la température  $T$ , le théorème d'équipartition de l'énergie impose que son énergie cinétique  $E_c = k \langle x^2(t) \rangle / 2$  soit égale à  $k_B T / 2$ , avec  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  la constante de Boltzmann. En remarquant que  $\langle x^2(t) \rangle$  n'est autre que la fonction d'autocorrélation temporelle  $\sigma_x(0)$  de l'amplitude de vibration, le spectre de bruit en force est imposé par la condition<sup>1</sup> :

$$\frac{1}{2} k \sigma_x(0) = \frac{1}{2} k_B T \quad (\text{D.32})$$

$$\frac{k}{2\pi} \int_0^{+\infty} d\omega S_x(\omega) = \frac{k}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega S_x(\omega) = k_B T \quad (\text{D.33})$$

1. pour effectuer le calcul nous avons symétrisé la fonction de transfert.

$$(D.31) \Rightarrow S_F = \frac{4\pi k_B T}{k} \times \left( \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |G(\omega)|^2 \right)^{-1} \quad (D.34)$$

Nous allons tout d'abord calculer la fonction de corrélation temporelle  $\sigma_x(\tau)$  de l'amplitude de vibration à un temps  $\tau$  quelconque, et nous en déduirons le spectre de bruit en force  $S_F$  en évaluant le résultat à  $\tau = 0$ . La transformée de Fourier de  $|G(\omega)|^2$  peut elle aussi être évaluée en utilisant le théorème des résidus, avec un contour similaire à celui utilisé précédemment. Dans la limite  $Q \gg 1$  :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |G(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} = \frac{\omega_c}{4\pi k^2} \oint_{\mathcal{C}} dz \frac{e^{i\omega_c \tau z}}{(1-z^2)^2 + (z/Q)^2} \quad (D.35)$$

$|G(z)|^2$  possède 4 pôles sur  $\mathbb{C}$  :

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{2Q} \left( i + \sqrt{4Q^2 - 1} \right) \\ z_2 &= \frac{1}{2Q} \left( i - \sqrt{4Q^2 - 1} \right) \\ z_3 &= \frac{-1}{2Q} \left( i + \sqrt{4Q^2 - 1} \right) = -z_1 \\ z_4 &= \frac{-1}{2Q} \left( i - \sqrt{4Q^2 - 1} \right) = -z_2 \end{aligned} \quad (D.36)$$

Pour le contour que nous utilisons, le théorème des résidus donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |G(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} &= \frac{\omega_c}{2k^2} i (Res_{z_1} + Res_{z_2}) \\ &= \frac{i\omega_c}{4k^2(z_1 - z_2)(z_1 + z_2)} \left( \frac{e^{i\omega_c \tau z_1}}{z_1} - \frac{e^{i\omega_c \tau z_2}}{z_2} \right) \\ &= \frac{\omega_c Q}{4k^2} e^{-\omega_c \tau / 2Q} \times \\ &\quad \cos\left(\omega_c \tau \frac{\sqrt{4Q^2 - 1}}{2Q}\right) + \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \sin\left(\omega_c \tau \frac{\sqrt{4Q^2 - 1}}{2Q}\right) \end{aligned} \quad (D.37)$$

Dans la limite  $Q \gg 1$ , la fonction de corrélation temporelle d'un oscillateur harmonique soumis à un bruit blanc s'écrit donc :

$$\langle x(t)x(t+\tau) \rangle = \frac{\omega_c Q}{4k^2} S_F e^{-\omega_c \tau / 2Q} \times \left[ \cos(\omega_c \tau) + \frac{1}{2Q} \sin(\omega_c \tau) \right] \quad (D.38)$$

Notons que l'enveloppe de cette fonction de corrélation correspond à une loi Poissonienne, avec une décroissance temporelle en un temps caractéristique  $\tau_c = 2Q/\omega_c$  qui n'est autre que le temps de relaxation de l'oscillateur que nous avons déjà trouvé au paragraphe précédent. En évaluant (D.38) à  $\tau = 0$  on déduit l'expression de  $S_F$ , qui ne dépend que de la température et des propriétés mécaniques de l'oscillateur :

$$S_F = \frac{4k_B T k}{\omega_c Q} \quad (D.39)$$

Ce bruit thermomécanique, qui est toujours présent sur un oscillateur harmonique en équilibre thermique avec un thermostat à la température  $T$ , sera la principale limitation en sensibilité de la détection mécanique.

## D.5 Bande passante équivalente

Comme on le fait remarquer au chapitre 2, la mesure expérimentale d'un point donné d'un spectre de bruit  $S(\omega)$  ne se fait jamais à une fréquence bien déterminée mais dans une bande passante équivalente  $B$ , ou *Equivalent Noise Bandwidth* ENBW qui dépend du circuit utilisé pour filtrer les hautes fréquences. L'ENBW est définie comme la fréquence de coupure d'un filtre carré (*i.e.* un filtre parfait) dont l'aire serait égale à celle du filtre réel du dispositif de mesure. Dans le cas de la mesure du spectre de bruit thermique présentée au paragraphe 2.6.5.1, ce filtre réel est la combinaison du filtre  $RC$  passe-bas du détecteur synchrone (Lock-in) et du filtre passe-bande que constitue le levier. Pour un Lock-in avec une constante de temps  $\tau_L = 3$  s et une coupure de 3 dB/oct, l'ENBW vaut

$$\begin{aligned} B_{RC} &= \int_0^\infty dx \frac{1}{1 + (2\pi x \tau_L)^2} \\ &= \frac{1}{4\tau_L} \end{aligned} \quad (\text{D.40})$$

Pour un filtre passe-bande à la fréquence  $f$  avec un facteur de qualité  $Q$ , l'ENBW vaut (dans la limite  $Q \gg 1$ ) :

$$\begin{aligned} B_{RLC} &= \int_0^\infty dx \frac{1}{1 + 4Q^2 \left(\frac{x-f}{f}\right)^2} \\ &= \frac{\pi f}{2Q} \end{aligned} \quad (\text{D.41})$$

Si on considère maintenant la combinaison de ces deux types de filtres en série, on obtient

$$\begin{aligned} B_{eff} &= \int_0^\infty dx \frac{(f/Q)^2}{(f/Q)^2 + 4(x-f)^2} \times \frac{1}{1 + (2\pi x \tau_L)^2} \\ &= \frac{1}{4} \frac{\pi \tau_L f / Q}{\pi f / Q + \tau_L} \\ &= \left( \frac{1}{B_{RC}} + \frac{1}{B_{RLC}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (\text{D.42})$$



## Annexe E

# Modulation Anharmonique dans le Modèle de Bloch-Bloembergen

### E.1 Objet

Utiliser une modulation anharmonique consiste à combiner une modulation de source à une fréquence  $\omega_s$  avec une modulation de fréquence (ou de champ) à une fréquence  $\omega_f$ , et à mesurer expérimentalement la composante *anharmonique* du signal de RFM à la différence  $\omega_c = \omega_s - \omega_f$ . Cette technique est particulièrement adaptée aux méthodes expérimentales qui requièrent une détection à une fréquence fixe<sup>1</sup>, ici  $\omega_c$ , car elle permet l'étude des effets de modulation haute fréquence en jouant sur la valeurs de  $\omega_s$  et  $\omega_f$  tout en gardant leur différence constante.

L'effet de cette modulation sur la forme et l'amplitude de la raie de résonance ainsi enregistrée n'est pas trivial, et le propos de cet appendice est de présenter une méthode très générale qui permette de décrire les modifications subies par une raie de résonance lorentzienne  $\mathcal{L}$  de largeur à mi-hauteur  $\Delta H_0$ .

### E.2 Formalisme

En RFM, une raie de résonance lorentzienne est décrite par les équations de Bloch-Bloembergen introduites au chapitre 1. Nous commençons par les réécrire pour les grandeurs adimensionnées dépendantes du temps :

$$u(t) = M_x(t)/M_S, \quad v(t) = M_y(t)/M_S, \quad w(t) = M_z(t)/M_S \quad (\text{E.1})$$

---

1. C'est typiquement le cas de la détection mécanique de la RFM où la fréquence fixe  $\omega_c$  correspond à la fréquence de résonance du levier

Avec ce notations simplifiées, les équations de Bloch-Bloembergen s'écrivent :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}u(t) &= -\frac{u(t)}{T_2} - \delta(t)v(t) \\ \frac{d}{dt}v(t) &= -\frac{v(t)}{T_2} + \delta(t)u(t) - h(t)w(t) \\ \frac{d}{dt}w(t) &= -\frac{w(t)}{T_1} + h(t)v(t) + \frac{1}{T_1}\end{aligned}\quad (\text{E.2})$$

où nous avons introduits les modulations de champ<sup>2</sup>  $\delta(t)$  et de source  $h(t)$  :

$$\delta(t) = \Delta + \alpha e^{i\omega_f t} \quad (\text{E.3})$$

$$\xi(t) = \xi_0 + \beta e^{i\omega_s t} \quad (\text{E.4})$$

avec  $\Delta = \gamma(H_{\text{ext}} - H_{\text{res}})$  l'écart (en fréquence) à la résonance<sup>3</sup>,  $\xi(t) = \gamma h(t)$  le champ micro-onde exprimé en unité de fréquence et  $(\alpha, \beta)$  les amplitudes des modulations de champ et de source<sup>4</sup>. Le principe de la résolution du système (E.2) consiste à chercher une solution sous la forme d'une somme d'harmoniques aux différentes combinaisons des fréquences qui interviennent dans ce problème, par exemple :

$$u(t) = \sum_{\{l,m\}=0}^n U_{l,m} e^{(l\omega_f + m\omega_s)t} \quad (\text{E.5})$$

On définit de même les coefficient  $V_{l,m}$  et  $W_{l,m}$  des développements des deux autres composantes de l'aimantation,  $v(t)$  et  $w(t)$ . On en déduit alors l'expression formelle de la composante *anharmonique* à  $\omega_c = \omega_s - \omega_f$  de la puissance réfléchie  $P_{\text{ref}}$

$$\begin{aligned}P_{\text{ref}}(\omega_c) &\propto (M_x^2(\omega_c) + M_y^2(\omega_c)) \\ &= M_S^2 \times \Re \{U_{1,1}U_{0,0} + V_{1,1}V_{0,0} + U_{1,0}U_{0,1} + V_{1,0}V_{0,1}\}\end{aligned}\quad (\text{E.6})$$

et de l'aimantation longitudinale  $M_z$

$$M_z(\omega_c) = M_S W_{1,1} \quad (\text{E.7})$$

qui sont les deux quantités auxquelles on accède expérimentalement. On dérive les expressions analytiques des composantes  $U_{l,m}$ ,  $V_{l,m}$  et  $W_{l,m}$  en les injectant dans les équations de BB et en résolvant le système d'équations algébriques ainsi obtenu.

2. On a fait le choix, pour des raison de simplicité du formalisme, de traiter le cas d'une modulation anharmonique avec modulation de champ. Il est cependant plus astucieux expérimentalement, pour des raisons de bande passante accessible, d'utiliser une modulation de fréquence. Ceci n'aura aucune conséquence quant à la généralité des résultats de l'analyse que nous présentons ici, la fréquence micro-onde et le champ magnétique statique jouant un rôle similaire.

3. *i.e.*  $\Delta = 0$  lorsque que la condition de RFM est satisfaite.

4. Afin de simplifier les expressions analytiques, la forme de la modulation de source diffère de celle qui est donnée au chapitre 2 (EQU.2.37). Les deux expressions sont cependant reliées par :

$$\xi_0 = \gamma h_0(1 - \epsilon/2) \quad \beta = \gamma h_0 \epsilon/2$$

### E.3 Solution statique

En l'absence de modulation, on injecte des solutions  $U_{0,0}$ ,  $V_{0,0}$  et  $W_{0,0}$  dans les équations de BB. Dans la limite  $\xi_0^2 T_1 T_2 \ll 1$  (i.e.  $h_0 \ll h_{\text{sat}}$ ), on obtient les raie lorentziennes de largeur  $\Delta H_0 = 2/(\gamma T_2)$  :

$$U_{0,0} = \frac{\Delta \xi_0 T_2^2}{1 + \Delta^2 T_2^2} \quad (\text{E.8})$$

$$V_{0,0} = -\frac{\xi_0 T_2}{1 + \Delta^2 T_2^2} \quad (\text{E.9})$$

$$W_{0,0} = 1 \quad (\text{E.10})$$

### E.4 Modulation de champ

Dans le cas d'une modulation de champ, les solutions harmoniques s'écrivent

$$U_{1,0} = \frac{NU_{1,0}}{D_{1,0}} \quad V_{1,0} = \frac{NV_{1,0}}{D_{1,0}} \quad W_{1,0} = \frac{NW_{1,0}}{D_{1,0}} \quad (\text{E.11})$$

avec le dénominateur commun

$$D_{1,0} = \omega_f (T_1 T_2^2 (\omega_f^2 - \Delta^2 - \xi_0^2) - T_1 - 2T_2) + i (1 + T_2^2 \Delta^2 + T_2 \xi_0^2 T_1 - \omega_f^2 (2T_2 T_1 + T_2^2)) \quad (\text{E.12})$$

et les différents numérateurs qui s'expriment en fonction des solutions statiques :

$$U_{1,0} = \alpha T_2 (-iV_{0,0} + U_{0,0} T_2 \Delta T_1 \omega_f - iU_{0,0} T_2 \Delta + T_2 \omega_f V_{0,0} - iT_2 \xi_0^2 T_1 V_{0,0} + T_1 \omega_f V_{0,0} + iT_2 \omega_f^2 T_1 V_{0,0}) \quad (\text{E.13})$$

$$V_{1,0} = -iT_2 \alpha (T_2 \omega_f U_{0,0} - iU_{0,0} + iT_2 V_{0,0} \Delta) (T_1 \omega_f - i) \quad (\text{E.14})$$

$$W_{1,0} = -T_2 \alpha T_1 \xi_0 (T_2 \omega_f U_{0,0} - iU_{0,0} + iT_2 V_{0,0} \Delta) \quad (\text{E.15})$$

### E.5 modulation de source

Dans le cas d'une modulation de source, les solutions harmoniques s'écrivent

$$U_{0,1} = \frac{NU_{0,1}}{D_{0,1}} \quad V_{0,1} = \frac{NV_{0,1}}{D_{0,1}} \quad W_{0,1} = \frac{NW_{0,1}}{D_{0,1}} \quad (\text{E.16})$$

avec le dénominateur commun

$$D_{0,1} = \omega_s (T_1 T_2^2 (\omega_s^2 - \Delta^2 - \xi_0^2) - T_1 - 2T_2) + i (1 + T_1 T_2 (\xi_0^2 - 2\omega_s^2) + T_2^2 (\Delta^2 - \omega_s^2)) \quad (\text{E.17})$$

et les différents numérateurs qui s'expriment en fonction des solutions statiques :

$$U_{0,1} = -T_2^2 \beta \Delta (T_1 \omega_s W_{0,0} - iW_{0,0} - iT_1 V_{0,0} \xi_0) \quad (\text{E.18})$$

$$V_{0,1} = iT_2\beta (T_1\omega_s W_{0,0} - iW_{0,0} - iT_1 V_{0,0}\xi_0) (T_2\omega_2 - i) \quad (\text{E.19})$$

$$\begin{aligned} W_{0,1} = & -\beta T_1 (-iV_{0,0} + 2\omega_s T_2 V_{0,0} + iT_2^2 \omega_s^2 V_{0,0} \\ & + iW_{0,0} T_2 \xi_0 - W_{0,0} T_2^2 \omega_s \xi_0 - iT_2^2 \Delta^2 V_{0,0}) \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

## E.6 Modulation Anharmonique

Dans le cas d'une modulation anharmonique, les solutions s'écrivent

$$U_{1,1} = \frac{NU_{1,1}}{D_{1,1}} \quad V_{1,1} = \frac{NV_{1,1}}{D_{1,1}} \quad W_{1,1} = \frac{NW_{1,1}}{D_{1,1}} \quad (\text{E.21})$$

avec le dénominateur commun

$$\begin{aligned} D_{1,1} = & -\frac{1}{T_2} \left\{ (\omega_f + \omega_s) \left( T_1 + 2T_2 + T_1 T_2^2 \left( \Delta^2 + \xi_0^2 - (\omega_f + \omega_s)^2 \right) \right) \right. \\ & \left. - i \left( 1 + T_2^2 \Delta^2 + \xi_0^2 T_1 T_2 - (T_2^2 + 2T_1 T_2) (\omega_f + \omega_s)^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

et les différents numérateurs qui s'expriment en fonction des solutions harmoniques :

$$\begin{aligned} NU_{1,1} = & -i \left\{ -\xi_0 T_1 T_2 \Delta \beta V_{1,0} \right. \\ & + \left( T_1 T_2 \left( \xi_0^2 - (\omega_f + \omega_s)^2 \right) + 1 + i(T_1 + T_2) (\omega_f + \omega_s) \right) \alpha V_{0,1} \\ & \left. + \Delta T_2 (\alpha U_{0,1} - \beta W_{1,0}) (1 + iT_1 (\omega_f + \omega_s)) \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

$$\begin{aligned} NV_{1,1} = & -i \left\{ \xi_0 T_1 (1 + iT_2 (\omega_f + \omega_s)) \beta V_{1,0} + \Delta T_2 (1 + iT_1 (\omega_f + \omega_s)) \alpha V_{0,1} \right. \\ & \left. + (\alpha U_{0,1} - \beta W_{1,0}) \left( T_1 T_2 (\omega_f + \omega_s)^2 - 1 - i(T_1 + T_2) (\omega_f + \omega_s) \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

$$\begin{aligned} NW_{1,1} = & T_1 \left\{ \left( 2T_2 (\omega_f + \omega_s) - i \left( 1 + T_2^2 \Delta^2 - T_2^2 (\omega_f + \omega_s)^2 \right) \right) \beta V_{1,0} \right. \\ & + \left( -T_2^2 \xi_0 (\omega_f + \omega_s) + i\xi_0 T_2 \right) (\beta W_{1,0} - \alpha U_{0,1}) \\ & \left. + iT_2^2 \xi_0 \Delta \alpha V_{0,1} \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

## Annexe F

# Techniques de Microfabrication

### F.1 Introduction

Nous décrivons ici brièvement les différentes techniques de microfabrication qui furent utilisées pour mener à bien ce travail de thèse, notamment pour la réalisation du résonateur micro-onde et du disque de YIG.

Le but des techniques de microfabrication est de générer à partir d'un échantillon macroscopique (typiquement un film mince déposé sur un substrat) un motif contenant des détails à l'échelle micronique, voire sub-micronique. La plupart du temps, ce motif est d'abord réalisé dans une première étape sur un masque (lithographie) avant d'être transféré sur l'échantillon dans une seconde étape (gravure).

### F.2 Techniques de lithographie

#### F.2.1 Lithographie optique

Les techniques de photolithographies [102, 146] sont toutes fondées sur le même principe essentiel : l'exposition d'un composé approprié à un rayonnement électro-magnétique (Ultraviolet ou rayons X) introduit une image *latente* (en général une différence de solubilité) dans le matériau, qui résulte d'une modification de la structure moléculaire des zones irradiées. La couche photosensible est constituée d'une résine liquide (un polymère dilué dans un solvant) que l'on peut étaler sur des épaisseurs allant de la centaine de nanomètres à quelques microns. On obtient finalement une couche de résine solide en évaporant le solvant par chauffage. Les zones de la couche de résine ayant été insolées vont devenir solubles dans un solvant spécifique, qui va servir de *révélateur* de l'image latente.

La résolution de la lithographie optique est à priori définie par la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique, d'où l'utilisation de lumière de courte longueur d'onde, typiquement dans le domaine du proche ultraviolet. Dans une utilisation conventionnelle, la lithographie optique reste donc limitée à des résolutions à peine sub-micronique.

## F.2.2 Lithographie électronique

En lithographie électronique, l'énergie du rayonnement électromagnétique est remplacé par l'énergie cinétique du faisceau d'électrons d'un microscope électronique à balayage (SEM pour *scanning electron microscope*). La formation du motif est obtenue par balayage du faisceau. La résolution est donc a priori donnée par taille du faisceau électronique, mais le facteur critique reste en général la diffusion des électrons dans la résine et leur rétrodiffusion par le substrat. Ce phénomène limite la résolution à des dimensions de l'ordre de la dizaine de nanomètres.

## F.3 Techniques de Gravure

L'étape de gravure [103] consiste à attaquer les zones de l'échantillon qui ne sont pas protégées par le masque défini par lithographie, jusqu'à les faire complètement disparaître, si bien que le motif défini par le masque se retrouve transféré sur l'échantillon. Deux approches différentes permettent de réaliser cette étape de gravure.

*La gravure chimique* consiste à utiliser une solution réactive attaquant l'échantillon à graver, mais inerte vis-à-vis du matériau qui compose le masque. La gravure chimique possède l'avantage de la simplicité mais a cependant deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, il s'agit d'une gravure isotrope à grande échelle, ce qui se traduit en un adoucissement des contours défini par le masque pour des échantillons épais : au fur et à mesure que la gravure dans l'épaisseur progresse, il apparaît une possibilité de gravure par la tranche. Paradoxalement, le second inconvénient est lié au fait qu'il s'agisse bien souvent d'une gravure anisotrope à l'échelle microscopique dans le cas d'échantillon cristallins. La gravure a alors tendance à se faire selon des directions privilégiées du réseau cristallin, résultant ainsi en un facetage du contour de l'échantillon.

On lui préfère donc bien souvent la gravure ionique, qui consiste à arracher les atomes de la surface de l'échantillon en les bombardant avec un faisceau d'ions, l'énergie nécessaire étant fournie par l'énergie cinétique des ions (en général des ions Argon  $\text{Ar}^+$  extraits d'un plasma). Le principal atout de la gravure ionique est son caractère unidirectionnel, la gravure ne se faisant que suivant la direction d'incidence du faisceau d'ions. Son inconvénient, outre le fait qu'elle requiert un appareillage lourd (vide, hautes tensions), réside dans l'insensibilité chimique de la gravure. A priori, l'échantillon comme le masque vont être tout deux attaqués. Cette technique de gravure nécessite donc des masques suffisamment épais pour résister pendant toute la durée de la gravure de l'échantillon<sup>1</sup>.

---

1. Il existe des techniques de gravures ioniques réactives (RIE, *Reactive Ion Etching*) pour pallier à cet inconvénient, qui combinent attaques ionique et chimique en plaçant l'échantillon dans une atmosphère agressive ( $\text{O}_2, \text{SF}_6, \dots$ ). Le principal avantage de cette technique est son caractère sélectif, en fonction du type de gaz utilisé.

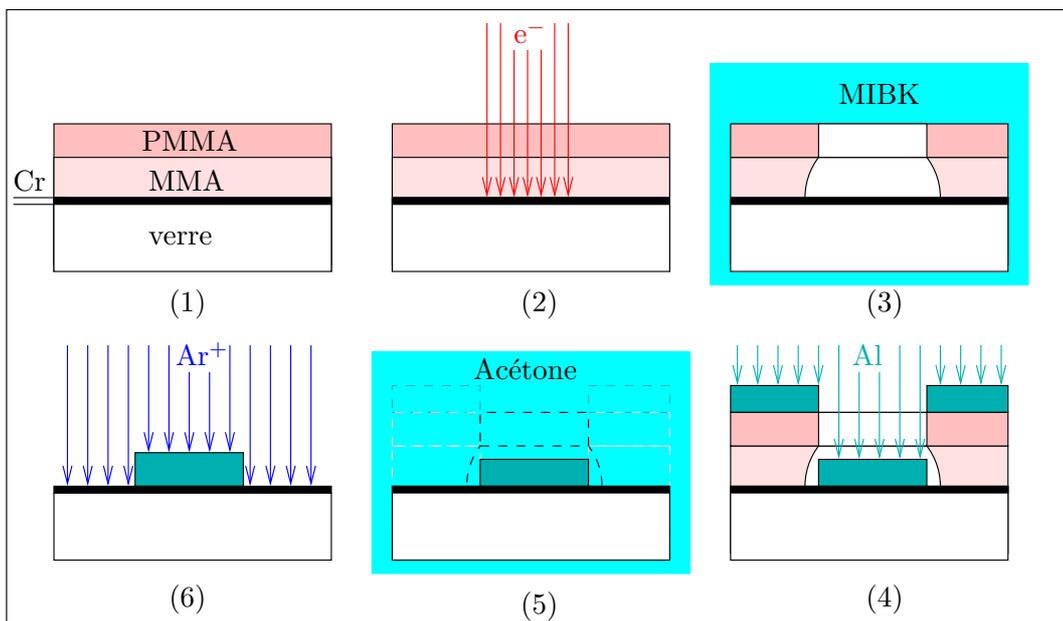


FIG. F.1 – **Microfabrication d’un masque de lithographie.** (1) Une bicouche de résines électrosensibles est déposée sur une plaque de verre chromée. (2) Le faisceau d’électrons d’un microscope à balayage vient insoler la résine selon un motif prédéfini et les zones exposées deviennent solubles dans le MIBK (3). On obtient alors un masque *néгатif* du motif que l’on souhaite réaliser. Un film d’aluminium est ensuite déposé par dessus ce masque par une technique d’évaporation (4), et la dissolution de la résine restante (5) permet de ne conserver un motif en aluminium qu’aux endroits préalablement exposés. La fine couche de chrome est ensuite retirée (6) par un brève gravure ionique sèche aux ions argons pour finalement obtenir une plaque de verre avec un motif en aluminium.

## F.4 Recettes

### F.4.1 Microfabrication d’un masque optique

Le masque utilisé pour graver le disque de YIG fut réalisé en quatre étapes, résumées sur la Figure (F.1). Dans une première étape, une plaque de verre fut recouverte d’une fine couche de chrome (quelques dizaines de nm) par pulvérisation cathodique, puis d’une bicouche de résines électrosensibles<sup>2</sup>. La seconde étape consiste à définir dans la résine un motif circulaire négatif du diamètre du disque que l’on souhaite réaliser. Après développement on obtient donc une zone circulaire qui n’est plus recouverte de résine. Dans une troisième étape, on va

2. La présence d’une fine couche métallique sous la résine permet d’éviter les effets de charge lors de l’étape de lithographie électronique.

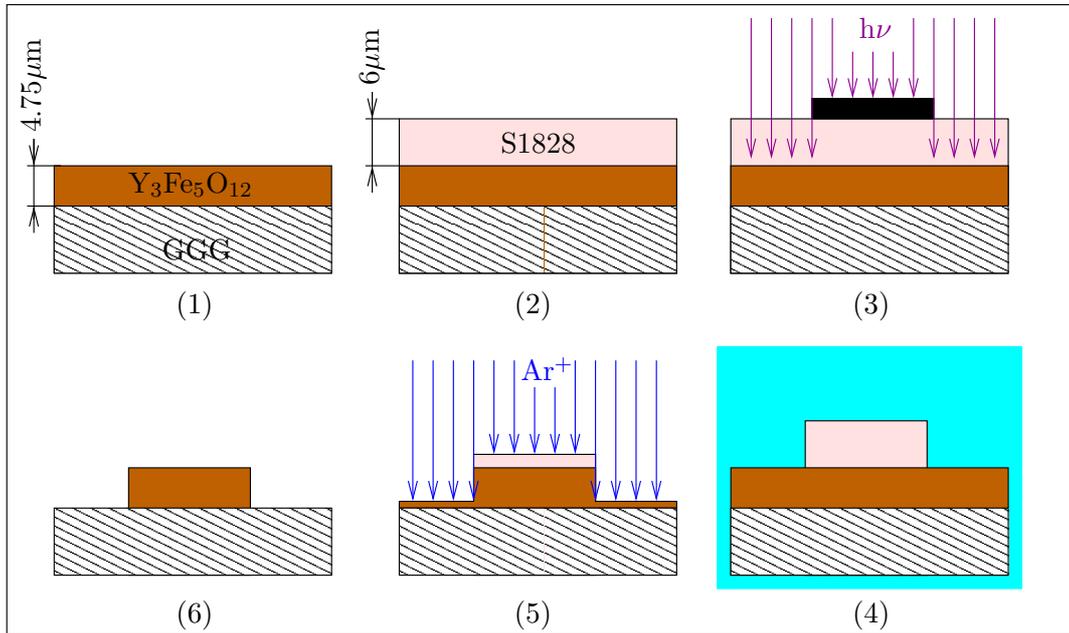


FIG. F.2 – **Microfabrication d'un disque de YIG.** (1) On part d'un film de YIG de  $4,75 \mu\text{m}$  d'épaisseur épitaxié sur un substrat de GGG, que l'on recouvre (2) d'une résine photosensible *Shipley S1828* d'une épaisseur de  $6 \mu\text{m}$ . (3) La résine est insolée par un rayonnement ultraviolet (UV) à travers un masque métallique cylindrique pendant 80 s. Après passage dans un bain de développement (4), le film n'est plus recouvert d'un masque de résine qu'aux endroits non insolés. Une dernière étape de gravure ionique sèche aux ions  $\text{Ar}^+$  (5) suivie d'un nettoyage de la résine par un solvant permet d'obtenir un disque de YIG (6).

recouvrir tout l'échantillon d'une couche d'Aluminium épaisse de 100 nm par une technique d'évaporation. L'épaisseur d'Al étant inférieure à celle de la résine et l'évaporation étant une technique de dépôt directionnelle<sup>3</sup>, les dépôts dans et en dehors du motif ne sont pas solidaires si bien qu'après dissolution de la résine restante dans l'acétone (technique de *lift-off*), on ne conserve qu'un motif circulaire en Al sur la plaque de verre chromé. Enfin la couche de chrome est retirée dans une dernière étape par une brève gravure ionique sèche.

#### F.4.2 Microfabrication d'un disque de YIG

Les différentes étapes de la gravure du disque de YIG sont résumés sur la Figure (F.2). Le masque en Aluminium dont nous venons de décrire la fabrication fut utilisé pour réaliser un masque en résine photosensible sur un film de YIG. Le YIG étant un matériau extrêmement

3. Par opposition à la pulvérisation cathodique qui est isotrope.

résistant aux différentes techniques de gravures, nous avons dû réaliser un masque le plus épais possible. Nous avons pu déposer et lithographier une épaisseur de résine de  $6\ \mu\text{m}$ .

### F.4.3 Microfabrication d'un résonateur micro-onde

On part d'un substrat d'Alumine commercial épais de  $0.5\ \text{mm}$  et on dépose par pulvérisation cathodique une bicouche Cr/Au sur chacune de ses faces. La couche de chrome est très fine (quelques dizaines de nm) et joue le rôle de couche d'accroche pour l'or, qui ne tient pas directement sur le substrat d'alumine. L'épaisseur de la couche d'or ainsi déposée est de l'ordre de  $1.5\ \mu\text{m}$ . La plaque d'Alumine dorée est ensuite recuite sous vide à  $500^\circ\text{C}$  pendant 8 heures afin de relâcher les contraintes mécaniques qui résultent de l'étape de déposition. On obtient alors une couche d'or homogène et avec une bonne tenue mécanique.

L'étape suivante consiste à lithographier un masque sur l'une des faces de la plaque pour définir le résonateur, la ligne de connexion des micro-onde et le couplage capacitif du résonateur. Les plus petits détails étant supérieurs au micron, nous nous sommes contenté d'une technique de lithographie optique suivie d'une gravure chimique dans deux bains successifs, une oxydoréduction de l'or par KI+I<sub>2</sub> suivit d'une attaque acide pour retirer la couche de chrome.



## Annexe G

# Liste de Publications

1. M. KOCIAK, O. STÉPHAN, L. HENRARD, V. CHARBOIS, A. ROTHSCHILD, R. TENNE AND C. COLLIEX, *Experimental evidence of surface plasmon coupling in anisotropic hollow nanoparticles*, Phys. Rev. Lett., 87 (2001), p. 075501.
2. M. KOCIAK, D. TAVERNA, V. CHARBOIS AND L. HENRARD, *Electron energy-loss spectrum of an electron passing near a locally anisotropic nanotube*, Phys. Rev. B, 66 (2002), p. 235419.
3. V. CHARBOIS, V. V. NALETOV, J. BEN YOUSSEF AND O. KLEIN, *Mechanical detection of ferromagnetic resonance spectrum in a normally magnetized Yttrium-Iron-Garnet disk*, J. Appl. Phys., 91 (2002), p. 7337.
4. V. CHARBOIS, V. V. NALETOV, J. BEN YOUSSEF AND O. KLEIN, *Influence of the magnetic tip in ferromagnetic resonance force microscopy*, Appl. Phys. Lett., 80 (2002), p. 4795.
5. O. KLEIN, V. CHARBOIS, V. V. NALETOV AND C. FERMON, *Measurement of the ferromagnetic relaxation in a micron-size sample*, Phys. Rev. B, 67 (2003), p. 220407(R).
6. D. TAVERNA, M. KOCIAK, V. CHARBOIS, L. HENRARD, O. STÉPHAN AND C. COLLIEX, *Simulations of electron energy-loss spectra of an electron passing near a locally anisotropic nanotube*, J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom., 129 (2003), p. 293.
7. V. V. NALETOV, V. CHARBOIS, O. KLEIN AND C. FERMON, *Quantitative measurement of the ferromagnetic resonance signal by force detection*, Appl. Phys. Lett., 83 (2003), p. 3132.
8. O. KLEIN, V. CHARBOIS, V. V. NALETOV AND C. FERMON, *Direct measurement of the spin-lattice relaxation in a ferromagnet*, J. Magn. Magn. Mater. (2003).



# Bibliographie

- [1] A. ABRAGAM, *Principles of Nuclear Magnetism*, Oxford University Press, Oxford, 1961.
- [2] Y. ACREMANN, C. H. BACK, M. BUSS, O. PORTMANN, A. VATERLAUS, D. PESCIA, AND H. MELCHIOR, *Imaging precessional motion of the magnetization vector*, *Science*, 290 (2000), p. 492.
- [3] A. I. AKHIEZER, V. G. BAR'YAKHTAR, AND S. V. PELETMINSKII, *Spin waves*, North Holland, 1968.
- [4] T. R. ALBRECHT, P. GRÜTTER, D. HORNE, AND D. RUGAR, *Frequency modulation detection using high-Q cantilevers for enhanced force microscope sensitivity*, *J. Appl. Phys.*, 69 (1991), p. 668.
- [5] J. ALS-NIELSEN AND D. MCMORROW, *Elements of modern X-ray physics*, Wiley, New York, 2001.
- [6] P. W. ANDERSON AND H. SUHL, *Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels*, *Phys. Rev.*, 100 (1955), p. 1788.
- [7] M. BAILLEUL, *Propagation et confinement d'ondes de spin dans les microstructures magnétiques*, thèse de doctorat, École Polytechnique, Palaiseau, France, 2002.
- [8] M. BAILLEUL, D. OLLIGS, AND C. FERMON, *Propagating spin wave spectroscopy in a permalloy film : A quantitative analysis*, *Appl. Phys. Lett.*, 83 (2003), p. 972.
- [9] M. BAILLEUL, D. OLLIGS, C. FERMON, AND S. O. DEMOKRITOV, *Spin waves propagation and confinement in conducting films at the micrometer scale*, *Europhys. Lett.*, 56 (2001), p. 741.
- [10] J. BARAK, S. M. BHAGAT, AND C. VITTORIA, *Simultaneous excitation of magneto-static and exchange modes in thin circular Yttrium Iron Garnet films*, *J. Appl. Phys.*, 59 (1986), p. 2521.
- [11] P. BERGÉ, Y. POMEAU, AND C. VIDAL, *Order within chaos : Towards a deterministic approach to turbulence*, Wiley, New York, 1984.
- [12] M. V. BERRY AND K. E. MOUNT, *Semiclassical approximations in wave mechanics*, *Rep. Prog. Phys.*, 35 (1972), p. 315.
- [13] F. BERTAUT AND F. FORRAT, *Structures of ferrimagnetic ferrites of rare earths*, *Compt. Rend.*, 242 (1956), p. 382.
- [14] J. D. BIERLEIN AND P. M. RICHARDS, *Harmonic generation and parametrically coupled spin waves in Yttrium Iron Garnet*, *Phys. Rev. B*, 11 (1970), p. 4342.
- [15] G. BINNIG, C. F. QUATE, AND C. GERBER, *Atomic force microscope*, *Phys. Rev. Lett.*, 56 (1986), p. 930.

- [16] G. BINNIG, C. F. QUATE, C. GERBER, AND E. WEIBEL, *Surface studies by scanning tunneling microscopy*, Phys. Rev. Lett., 49 (1982), p. 57.
- [17] N. BLOEMBERGEN AND R. W. DAMON, *Relaxation effects in ferromagnetic resonance*, Phys. Rev., 85 (1952), p. 699.
- [18] N. BLOEMBERGEN AND S. WANG, *Relaxation effects in para- and ferromagnetic resonance*, Phys. Rev., 93 (1954), p. 72.
- [19] M. BODE, *Spin-polarized scanning tunnelling microscopy*, Rep. Prog. Phys., 66 (2003), p. 523.
- [20] M. BONFIM, G. GHIRINGHELLI, F. MONTAIGNE, S. PIZZINI, N. B. BROOKES, F. PETROFF, J. VOGEL, J. CAMARERO, AND A. FONTAINE, *Element-selective nanosecond magnetization dynamics in magnetic heterostructures*, Phys. Rev. Lett., 86 (2001), p. 3646.
- [21] K. J. BRULAND, J. KRZYSZEK, J. L. GARBINI, AND J. A. SIDLES, *Anharmonic modulation for noise reduction in magnetic resonance force microscopy*, Rev. Sci. Instrum., 66 (1995), p. 2853.
- [22] B. BUSHAN, H. FUCHS, AND S. HOSAKA, eds., *Applied scanning probe methods*, Springer, Berlin, 2003.
- [23] P. T. CALLAGHAN AND A. M. GIL, *1H NMR spectroscopy of polymers under shear and extensional flow*, Rheol. Acta, 38 (1999), p. 528.
- [24] V. CHARBOIS, V. V. NALETOV, J. B. YOUSSEF, AND O. KLEIN, *Influence of the magnetic tip in ferromagnetic resonance force microscopy*, Appl. Phys. Lett., 80 (2002), p. 4795.
- [25] ———, *Mechanical detection of ferromagnetic resonance spectrum in a normally magnetized Yttrium-Iron-Garnet disk*, J. Appl. Phys., 91 (2002), p. 7337.
- [26] G. Y. CHEN, R. J. WARMACK, T. THUNDAT, D. P. ALLISON, AND A. HUANG, *Resonance response of scanning force microscopy cantilevers*, Rev. Sci. Instrum., 65 (1994), p. 2532.
- [27] B. C. CHOI, M. BELOV, W. K. HIEBERT, G. E. BALLENTINE, AND M. R. FREEMAN, *Ultrafast magnetization reversal dynamics investigated by time domain imaging*, Phys. Rev. Lett., 86 (2001), p. 728.
- [28] L. M. CHUANG, L. M. K. VANDERSYPEN, X. ZHOU, D. W. LEUNG, AND S. LLOYD, *Experimental realization of a quantum algorithm*, Nature, 393 (1998), p. 143.
- [29] A. M. CLOGSTON, H. SUHL, L. R. WALKER, AND P. W. ANDERSON, *Ferromagnetic resonance line width in insulating materials*, J. Phys. Chem. Solids, 1 (1956), p. 129.
- [30] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, AND F. LALOË, *Mécanique quantique*, Hermann, 1973.
- [31] M. G. COTTAM, ed., *Linear and nonlinear spin waves in magnetic films and superlattices*, World Scientific, Singapore, 1994.
- [32] R. W. DAMON, *Thermally-induced nonlinear effects in the ferromagnetic resonance*, Phys. Stat. Sol., 8 (1965), p. K89.
- [33] R. W. DAMON AND J. R. ESHBACH, *Magnetostatic modes of a ferromagnet slab*, J. Phys. Chem. Solids, 19 (1961), p. 308.
- [34] R. W. DAMON AND H. VAN DE VAART, *Dispersion of long-wavelength spin waves from pulse-echo experiments*, Phys. Rev. Lett., 12 (1964), p. 583.
- [35] ———, *Propagation of magnetostatic spin waves at microwave frequencies in a normally-magnetized disk*, J. Appl. Phys., 36 (1965), p. 3453.

- [36] G. M. B. DE ALBUQUERQUE, *Précession de l'aimantation en géométrie confinée : aspects physiques et numériques*, thèse de doctorat, Université Paris XI, 2002.
- [37] S. O. DEMOKRITOV AND B. HILLEBRANDS, *Inelastic light scattering in magnetic dots and wires*, J. Magn. Magn. Mater., 200 (1999), p. 706.
- [38] C. DURKAN AND M. E. WELLAND, *Electronic spin detection in molecules using scanning-tunneling-microscopy-assisted electron-spin resonance*, Appl. Phys. Lett., 80 (2002), p. 458.
- [39] A. Y. ELEZZABI, M. R. FREEMAN, AND M. JOHNSON, *Direct measurement of the conduction electron spin-lattice relaxation time  $t_1$  in gold*, Phys. Rev. Lett., 77 (1996), p. 3220.
- [40] D. M. ENGBRETSON, J. BEREZOVSKY, J. P. PARK, L. C. CHEN, C. J. PALMSTRØM, AND P. A. CROWELL, *Time-domain ferromagnetic resonance in epitaxial thin films*, J. Appl. Phys., 91 (2002), p. 8040.
- [41] R. R. ERNST, *Nuclear magnetic resonance fourier transform spectroscopy*, Nobel Lecture, (1992).
- [42] J. R. ESHBACH, *Spin-wave propagation and the magnetoelastic interaction in Yttrium Iron Garnet*, J. Appl. Phys., 34 (1963), p. 1298.
- [43] S. EVOY, D. W. CARR, L. SEKARIC, A. OLKHOVETS, J. M. PARPIA, AND H. G. CRAIGHEAD, *Nanofabrication and electrostatic operation of single-crystal silicon paddle oscillators*, J. Appl. Phys., 86 (1999), p. 6072.
- [44] Y. K. FETISOV, C. E. PATTON, AND V. T. SYNOGACH, *Nonlinear ferromagnetic resonance and foldover in Yttrium Iron Garnet thin films-inadequacy of the classical model*, IEEE Trans. Magn., 35 (1999), p. 4511.
- [45] R. C. FLECHTER, R. C. L. CRAW, AND E. G. SPENCER, *Electron spin relaxation in ferromagnetic insulators*, Phys. Rev., 117 (1960), p. 955.
- [46] M. R. FREEMAN AND B. C. CHOI, *Advances in magnetic microscopy*, Science, 294 (2001), p. 1484.
- [47] T. L. GILBERT, *A lagrangian formulation for the gyromagnetic equation of the magnetization field*, Phys. Rev., 100 (1955), p. 1243.
- [48] P. GOTTLIEB, *Nonlinear effects of crystalline anisotropy on ferrimagnetic resonance*, J. Appl. Phys., 31 (1960), p. 2059.
- [49] P. GOWLAND, S. FRANCIS, P. MORRIS, AND R. BOWTELL, *Watching the brain at work*, Phys. World, (Dec. 2002), p. 31.
- [50] J. H. E. GRIFFITHS, *Anomalous high-frequency resistance of ferromagnetic metals*, Nature(London), 158 (1946), p. 670.
- [51] G. GRUNER AND A. ZAWADOWSKI, *Magnetic impurities in non-magnetic metals*, Rep. Prog. Phys., 37 (1974), p. 1497.
- [52] A. G. GUREVICH AND G. A. MELKOV, *Magnetization Oscillation and Waves*, CRC Press, 1996.
- [53] K. Y. GUSLIENKO, S. O. DEMOKRITOV, B. HILLEBRANDS, AND A. N. SLAVIN, *Effective dipolar boundary conditions for dynamic magnetization in thin magnetic stripes*, Phys. Rev. B, 66 (2002), p. 132402.
- [54] P. C. HAMMEL, Z. ZHANG, M. MIDZOR, M. L. ROUKES, P. E. WIGEN, AND J. R. CHILDRESS, *The magnetic resonance force microscope : a new microscopic probe of magnetic materials*, in *Frontiers in reduced dimensional magnetism*, V. G. Bar'yakhtar, P. E. Wigen, and N. Lesnik, eds., Dordrecht, 1998, Kluwer Academic Publisher, p. 441.

- 
- [55] W. K. HIEBERT, A. STANKIEWICZ, AND M. R. FREEMAN, *Direct observation of magnetic relaxation in a small permalloy disk by time-resolved Kerr microscopy*, Phys. Rev. Lett., 79 (1997), p. 1134.
- [56] H. HOLSTEIN AND K. PRIMAKOFF, *Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet*, Phys. Rev., 58 (1940), p. 1098.
- [57] X. M. H. HUANG, C. A. ZORMAN, M. MEHREGANY, AND M. L. ROUKES, *Nano-electromechanical systems : Nanodevice motion at microwave frequencies*, Nature, 420 (2003), p. 496.
- [58] M. J. HURBEN AND C. E. PATTON, *Theory of two magnon scattering microwave relaxation and ferromagnetic resonance in magnetic thin films*, J. Appl. Phys., 83 (1998), p. 4344.
- [59] J. L. HUTTER AND J. BECHHOEFER, *Calibration of atomic-force microscopy tips*, Rev. Sci. Instrum., 64 (1993), p. 1868.
- [60] J. D. JACKSON, *Classical electrodynamics*, Wiley, New York, 1998.
- [61] D. JAFFE, J. C. CACHERIS, AND N. KARAYIANIS, *Ferrite microwave detector*, Proc. IRE, 46 (1958), p. 594.
- [62] W. JANTZ AND J. SCHNEIDER, *Fine structure of the subsidiary absorption in YIG*, Phys. Status Solidi (a), 31 (1975), p. 595.
- [63] J. JORZICK, S. O. DEMOKRITOV, B. HILLEBRANDS, M. BAILLEUL, C. FERMON, K. Y. GUSLIENKO, A. N. SLAVIN, D. V. BERKOV, AND N. L. GORN, *Spin wave wells in non ellipsoidal micrometer size magnetic elements*, Phys. Rev. Lett., 88 (2002), p. 047204.
- [64] R. I. JOSEPH AND E. SCHLÖMANN, *Demagnetizing field in nonellipsoidal bodies*, J. Appl. Phys., 36 (1965), p. 1579.
- [65] B. A. KALINIKOS AND A. N. SLAVIN, *Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions*, J. Phys. C, 19 (1986), p. 7013.
- [66] T. KASUYA AND R. C. LECRAW, *Relaxation mechanisms in ferromagnetic resonance*, Phys. Rev. Lett., 6 (1961), p. 223.
- [67] J. G. KEMPF AND J. A. MAROHN, *Nanoscale fourier-transform imaging with magnetic resonance force microscopy*, Phys. Rev. Lett., 90 (2003), p. 087301.
- [68] C. KITTEL, *On the theory of ferromagnetic resonance absorption*, Phys. Rev., 73 (1948), p. 155.
- [69] —, *Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals*, Phys. Rev., 110 (1958), p. 836.
- [70] —, *Physique de l'état solide*, Dunod, Paris, 1998.
- [71] O. KLEIN, V. CHARBOIS, V. V. NALETOV, AND C. FERMON, *Direct measurement of the spin-lattice relaxation in a ferromagnet*, To be published in J. Magn. Magn. Mater.
- [72] —, *Measurement of the ferromagnetic relaxation in a micron-size sample*, Phys. Rev. B, 67 (2003), p. 220407(R).
- [73] O. KLEIN, Y. SAMSON, A. MARTY, S. GUILLOUS, M. VIRET, C. FERMON, AND H. ALLOUL, *Magnetization process in FePd thin films*, J. Appl. Phys., 89 (2001), p. 6781.
- [74] R. G. KNOBEL AND A. N. CLELAND, *Nanometer-scale displacement sensing using a single electron transistor*, Nature, 424 (2003), p. 291.

- [75] K. KODAMA, M. TAKIGAWA, M. HORVATIC, C. BERTHIER, H. KAGEYAMA, Y. UEDA, S. MIYAHARA, F. BECCA, AND F. MILA, *Magnetic superstructure in the two-dimensional quantum antiferromagnet  $SrCu_2(BO_3)_2$* , Science, 298 (2002), p. 395.
- [76] L. LANDAU AND E. LIFSCHITZ, *On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies*, Phys. Z. Sov. Union, 8 (1935), p. 153.
- [77] ———, *Mécanique*, Mir, Moscou, 1969.
- [78] LANDOLT AND BÖRNSTEIN, *Group III, Volume 4 : Magnetic and other properties of oxides and related compounds, part b*, Numerical data and functional relationship in Science and technology, Springer, Berlin, 1970.
- [79] R. C. LE-CRAW AND E. G. SPENCER, J. Phys. Soc. Japan, Suppl. (B1), 17 (1962), p. 401.
- [80] *Implantation et gravure de films de grenat*, communication interne, CEA - Laboratoire d'Electronique et des Technologies de l'Information, octobre 1989.
- [81] W. H. LOUISELL, *Coupled Mode and Parametric Electronics*, Wiley, New York, 1960.
- [82] D. MAHASORO, *Épitaxie et étude physique (magnétisme statique et dynamique) de films minces de grenat ferrimagnétique de très faible relaxation*, thèse de doctorat, Université Paris Sud, Orsay, France, 1986.
- [83] M. J. MALLIAVIN, O. ACHER, C. BOSCHER, F. BERTIN, AND V. LARIN, *High frequency permeability of thin amorphous wires with various anisotropy fields*, J. Magn. Magn. Mater., 196 (1999), p. 420.
- [84] J. C. MALLINSON, *On the properties of two-dimensional dipoles and magnetized bodies*, IEEE Trans. Magn., 17 (1981), p. 2453.
- [85] H. J. MAMIN AND D. RUGAR, *Sub-attoneutron force detection at millikelvin temperatures*, Appl. Phys. Lett., 79 (2001), p. 3358.
- [86] H. C. MANOHARAN, *Spin spotting*, Nature, 416 (2002), p. 24.
- [87] Maple 8, © 2002 Waterloo Maple Inc.
- [88] J. A. MAROHN, R. FAINCHEIN, AND D. D. SMITH, *An optimal magnetic tip configuration for magnetic-resonance force microscopy*, Appl. Phys. Lett., 73 (1998), p. 3778.
- [89] M. M. MIDZOR, *Ferromagnetic Resonance Force Microscopy*, PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 2001.
- [90] M. M. MIDZOR, P. E. WIGEN, D. PELEKHOV, W. CHEN, P. C. HAMMEL, AND M. L. ROUKES, *Imaging mechanisms of force detected FMR microscopy*, J. Appl. Phys., 87 (2000), p. 6493.
- [91] J. MORELAND, *Micromechanical instruments for ferromagnetic measurements*, J. Phys. D : Appl. Phys., 36 (2003), p. R39.
- [92] V. V. NALETOV, V. CHARBOIS, O. KLEIN, AND C. FERMON, *Quantitative measurement of the ferromagnetic resonance signal by force detection*, To be published in Appl. Phys. Lett.
- [93] J. M. NEUMEISTER AND W. A. DUCKER, *Lateral, normal and longitudinal spring constants of atomic force microscopy cantilevers*, Rev. Sci. Instrum., 65 (1994), p. 2527.
- [94] F. NOLTING, A. SCHOLL, J. STÖHR, J. W. S. J. FOMPEYRINE, H. SIEGWART, J.-P. LOCQUET, S. ANDERS, J. LÜNING, E. E. FULLERTON, M. F. TONEY, M. R. SCHEINFEIN, AND H. A. PADMORE, *Direct observation of the alignment of ferromagnetic spins by antiferromagnetic spins*, Nature, 405 (2000), p. 767.
- [95] R. C. O'HANDLEY, *Modern magnetic materials. Principles and applications*, Wiley, New York, 2000.

- [96] J. A. OSBORN, *Demagnetizing factors of the general ellipsoid*, Phys. Rev., 67 (1945), p. 351.
- [97] J. P. PARK, P. EAMES, D. M. ENGBRETSON, J. BEREZOVSKY, AND P. CROWELL, *Imaging of spin dynamics in closure domain and vortex structure*, Phys. Rev. B, 67 (2003), p. 020403(R).
- [98] C. E. PATTON, Z. FRAIT, AND C. H. WILTS, *Frequency dependence of the parallel and perpendicular ferromagnetic resonance linewidth in permalloy films, 2-36 GHz*, J. Appl. Phys., 46 (1975), p. 5002.
- [99] J. PESCIA, *La mesure des temps de relaxation spin-réseau très courts*, Ann. Phys. (Paris), 10 (1965), p. 389.
- [100] D. POLDER, Phil. Mag., 40 (1949), p. 99.
- [101] C. P. POOLE, *Electron Spin Resonance*, Wiley, 1967.
- [102] P. RAI-CHOUDHURY, ed., *Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication. Vol 1 : Microlithography*, SPIE Press, Bellingham, WA, 1997.
- [103] ———, ed., *Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication. Vol 2 : Micromachining and microfabrication*, SPIE Press, Bellingham, WA, 1997.
- [104] S. RAMO, J. R. WHINNERY, AND T. VAN DUZER, *Fields and waves in communication electronics*, Wiley, New York, 1984.
- [105] A. RIGAMONTI, F. BORSA, AND P. CARRETTA, *Basic aspects and main results of NMR-NQR spectroscopies in high-temperature superconductors*, Rep. Prog. Phys., 61 (1998), p. 1367.
- [106] M. L. ROUKES, *Nanoelectromechanical systems face the future*, Phys. World, 14 (2001), p. 25.
- [107] D. RUGAR, H. J. MAMIN, AND P. GUETHNER, *Improved fiber-optic interferometer for atomic force microscopy*, Appl. Phys. Lett., 55 (1989), p. 2588.
- [108] D. RUGAR, B. C. STIPE, H. J. MAMIN, C. S. YANNONI, T. D. STOWE, K. Y. YASUMURA, AND T. W. KENNY, *Adventures in attonewton force detection*, Appl. Phys. A, 72 (2001), p. S3.
- [109] D. RUGAR, C. S. YANNONI, AND J. A. SIDLES, *Mechanical detection of magnetic resonance*, Nature, 360 (1992), p. 563.
- [110] D. RUGAR, O. ZÜGER, S. HOEN, C. S. YANNONI, H. M. VIETH, AND R. D. KENDRICK, *Force detection of nuclear magnetic resonance*, Science, 264 (1994), p. 1560.
- [111] E. SCHLÖMANN, *Generation of phonons in high-power ferromagnetic resonance experiments*, J. Appl. Phys., 31 (1960), p. 1647.
- [112] M. S. SEEHRA, *New method for measuring the static magnetic susceptibility by paramagnetic resonance*, Rev. Sci. Instrum., 39 (1968), p. 1044.
- [113] J. A. SIDLES, *Noninductive detection of single-proton magnetic resonance*, Appl. Phys. Lett., 58 (1991), p. 2854.
- [114] J. A. SIDLES, J. L. GARBINI, K. J. BRULAND, D. RUGAR, O. ZÜGER, S. HOEN, AND C. S. YANNONI, *Magnetic resonance force microscopy*, Rev. Mod. Phys., 67 (1995), p. 249.
- [115] G. SKROTSKII AND Y. I. ALIMOV, *Ferromagnetic resonance in a circularly polarized magnetic field of arbitrary amplitude*, Sov. Phys. JETP, 8 (1958), p. 1035.
- [116] ———, *Effect of specimen shape on ferromagnetic resonance in a strong radio-frequency field*, Sov. Phys. JETP, 9 (1959), p. 899.

- [117] B. SMALLER, *Precise determination of the magnetic moment of the deuteron*, Phys. Rev., 83 (1951), p. 812.
- [118] <http://www.sonnetusa.com/>.
- [119] M. SPARKS, *Ferromagnetic relaxation theory*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [120] ———, *Ferromagnetic resonance in thin films. I. theory of normal modes frequencies*, Phys. Rev. B, 1 (1970), p. 3831.
- [121] ———, *Ferromagnetic resonance in thin films. III. theory of modes intensities*, Phys. Rev. B, 1 (1970), p. 3869.
- [122] D. D. STANCIL, *Theory of magnetostatic waves*, Springer-Verlag, 1993.
- [123] B. C. STIPE, H. J. MAMIN, T. D. STOWE, T. W. KENNY, AND D. RUGAR, *Magnetic dissipation and fluctuations in individual nanomagnets measured by ultrasensitive cantilever magnetometry*, Phys. Rev. Lett., 86 (2001), p. 2874.
- [124] B. C. STIPE, H. J. MAMIN, C. S. YANONI, T. D. STOWE, T. W. KENNY, AND D. RUGAR, *Electron spin relaxation near a micron-size ferromagnet*, Phys. Rev. Lett., 87 (2001), p. 277602.
- [125] T. D. STOWE, K. YASUMURA, T. W. KENNY, D. BOTKIN, K. WAGO, AND D. RUGAR, *Attonewton force detection using ultrathin silicon cantilevers*, Appl. Phys. Lett., 71 (1997), p. 288.
- [126] H. SUHL, *The theory of ferromagnetic resonance at high signal powers*, J. Phys. Chem. Solids, 1 (1957), p. 209.
- [127] ———, *Origin and use of instabilities in ferromagnetic resonance*, J. Appl. Phys., 29 (1958), p. 416.
- [128] ———, *Note on the saturation of the main resonance*, J. Appl. Phys., 30 (1959), p. 1961.
- [129] ———, *"foldover" effects caused by spin wave interaction in ferromagnetic resonance*, J. Appl. Phys., 31 (1960), p. 935.
- [130] A. SÜTER, D. V. PELEKHOV, M. L. ROUKES, AND P. C. HAMMEL, *Probe sample coupling in the magnetic resonance force microscope*, J. Magn. Res., 154 (2002), p. 210.
- [131] S. P. TIMOSHENKO AND J. N. GOODIER, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- [132] C. VITTORIA AND H. LESSOFF, *Strong in-plane angular dependence of spin wave mode intensities in single crystals of Yttrium-Iron-Garnet films*, Phys. Rev. Lett., 37 (1976), p. 53.
- [133] S. D. VONSOVSKII, *Ferromagnetic Resonance*, Pergamon Press, 1966.
- [134] N. VUKADINOVIC, *Dynamic micromagnetic simulations of susceptibility spectra in thin films with nonuniform magnetization distributions*, IEEE Trans. Magn., 38 (2002), p. 2508.
- [135] K. WAGO, D. BOTKIN, C. S. YANNONI, AND D. RUGAR, *Force-detected electron-spin resonance : adiabatic inversion, nutation, and spin echo*, Phys. Rev. B, 57 (1998), p. 1108.
- [136] L. R. WALKER, *Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance*, Phys. Rev., 105 (1957), p. 390.
- [137] W. J. WALLACE AND R. H. SILSBEE, *Microstrip resonators for electron-spin resonance*, Rev. Sci. Instrum., 62 (1991), p. 1754.
- [138] M. WEBER AND R. KIMMICH, *Rayleigh-Bénard percolation transition of thermal convection in porous media : Computational fluid dynamics, NMR velocity mapping, NMR temperature mapping*, Phys. Rev. E, 66 (2002), p. 056301.

- 
- [139] M. T. WEISS, *Microwave and low-frequency oscillation due to resonance instabilities in ferrites*, Phys. Rev. Lett., 1 (1958), p. 239.
- [140] R. L. WHITE AND I. H. SOLT, *Multiple ferromagnetic resonance in ferrite spheres*, Phys. Rev., 104 (1956), p. 56.
- [141] R. M. WHITE AND M. SPARKS, *Ferromagnetic relaxation. III. theory of instabilities*, Phys. Rev., 130 (1963), p. 632.
- [142] R. WIESENDANGER, *Scanning Probe Microscopy : Analytical Methods*, Springer, Berlin, 1998.
- [143] P. E. WIGEN, *Microwave properties of magnetic garnet thin films*, Thin Solid Films, 114 (1984), p. 135.
- [144] S. WOLF, D. D. AWSCHALOM, R. A. BUHRMAN, J. DAUGHTON, S. VON MOLNAR, M. L. ROUKES, A. Y. CHTCHELKANOVA, AND D. M. TREGGER, *Spintronics : A spin-based electronics vision for the future*, Science, 294 (2001), p. 1488.
- [145] K. WÜTHRICH, *NMR of proteins and nucleic acids*, Wiley, New York, 1986.
- [146] Y. XIA, J. A. ROGERS, K. E. PAUL, AND G. M. WHITESIDES, *Unconventionnal methods for fabricating and patterning nanostructures*, Chem. Rev., 99 (1999), p. 1823.
- [147] K. Y. YASUMARA, 9 (2000), p. 117.
- [148] K. YOSIDA, *Theory of Magnetism*, Springer, 1998.
- [149] T. YUKAWA AND K. ABE, *FMR spectrum of magnetostatic waves in a normally magnetized YIG disk*, J. Appl. Phys., 45 (1974), p. 3146.
- [150] Z. ZHANG, P. C. HAMMEL, AND P. E. WIGEN, *Observation of ferromagnetic resonance in a microscopic sample using magnetic resonance force microscopy*, Appl. Phys. Lett., 68 (1996), p. 2005.
- [151] M. ZIESE AND M. J. THORNTON, eds., *Spin electronics*, Springer, Berlin, 2001.
- [152] O. ZÜGER, S. T. HOEN, C. S. YANNONI, AND D. RUGAR, *Three-dimensional imaging with a nuclear magnetic resonance force microscope*, J. Appl. Phys., 79 (1996), p. 1881.
- [153] O. ZÜGER AND D. RUGAR, *First images from a magnetic resonance force microscope*, Appl. Phys. Lett., 63 (1993), p. 2496.
- [154] ———, *Magnetic resonance detection and imaging using force microscopy techniques*, J. Appl. Phys., 75 (1994), p. 6211.