



HAL
open science

Dynamique des Avalanches

Adrian Daerr

► **To cite this version:**

Adrian Daerr. Dynamique des Avalanches. Physique [physics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2000. Français. NNT: . tel-00003998

HAL Id: tel-00003998

<https://theses.hal.science/tel-00003998>

Submitted on 17 Dec 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE



Présentée au Laboratoire de Physique Statistique de
l'École Normale Supérieure
par

Adrian Daerr

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Denis Diderot Paris 7
[arrêté du 30 mars 1992]
Specialité : Physique Théorique

DYNAMIQUE DES AVALANCHES

Soutenue le 23 Novembre 2000 devant le jury composé de MM.

Daniel Bideau

Éric Clément

Christophe Coste

Stéphane Douady

Olivier Pouliquen

Élie Raphael

Dominique Salin

Rapporteur

Directeur de Thèse

Rapporteur

Cette thèse peut être téléchargée à l'adresse suivante :
<http://www.lps.ens.fr/recherche/formes/thesis.html>
Courriel : daerr@ens.fr

Remerciements

Les trois années de la thèse ont été pour moi une expérience inoubliable. La passion scientifique, l'exigence, la cordialité et l'humour qui règnent dans ce groupe font un excellent mélange. Je remercie tout le groupe pour cet environnement privilégié.

En premier lieu je dois mon apprentissage à Stéphane Douady. Sa motivation, ses analyses, son originalité et ses connaissances n'ont cessées de m'impressionner un peu plus tous les jours. J'ai profité de son approche et de sa vision de l'état granulaire lucides d'une dizaine d'années de mûrissement. Je lui sais gré de m'avoir entraîné sur son projet ambitieux de réductionnisme du sable, et je lui dois aussi deux expériences très belles. Sachant que quelques mots ne suffiront pas à résumer les autres choses que je lui dois, je le remercie simplement d'avoir dirigé ma thèse, et de m'avoir fait partager ses qualités.

Je remercie également Yves Couder, que j'admire comme Stéphane pour son don d'observation et sa passion de la physique au quotidien. Je lui suis très reconnaissant de m'avoir accueilli en thèse dans son groupe, et j'espère beaucoup que ses qualités scientifiques et humaines ont un peu déteint sur moi.

Le troisième triumvir de mes tuteurs, Bruno Andreotti n'a pas eu moins d'influence sur ma thèse et mon apprentissage. Premièrement par les nombreux conseils techniques, notamment sur les traitements d'images de FILMEUR, le *soft* que nous avons écrit ensemble. Deuxièmement et surtout lorsque, ayant été promu Maître de Conférence, il a échangé la turbulence pour le sable. Après nous avoir rattrapé avec la vitesse qui est la sienne, il a décuplé les idées autour de la modélisation. Je remercie Bruno d'avoir enrichi, également bien au-delà de la physique, ces trois années.

L'ambiance du groupe n'aurait pas été ce qu'elle était sans la présence de Laurent Quartier, ingénieur du groupe. Sa bonne humeur ne laissait pas soupçonner ni son perfectionnisme et sa patience dans la conception et fabrication des pièces particulières dont j'avais régulièrement besoin, ni ses éruptions occasionnelles d'énergies terribles et salutaires de rangement. Je remercie dans la foulée chaleureusement ses alliés souterrains du laboratoire de mécanique.

Je remercie Éric Clément et Élie Raphaël d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je les remercie également, ainsi que Daniel Bideau, Christophe Coste, Olivier Pouliquen et Dominique Salin, de me faire l'honneur de former mon jury de thèse. Je leur dois à tous d'avoir influencé cette thèse déjà bien avant, par leur travaux et des discussions enrichissantes. Je peux d'ailleurs étendre cette reconnaissance à tous les chercheurs et thésards qui animent cette communauté vivante autour des milieux granulaires.

Probablement dû en partie au foisonnement que connaît le sujet, nous avons eu la chance d'accueillir de nombreux stagiaires, que nous envoyions souvent sans scrupules explorer des sentiers non balisés. Marc Leconte a fait des expériences d'exploration sur une expérience d'écoulements épais entre deux parois de verre. Continuant sur cette même expérience, Pascal Hersen a mis en évidence, dans un travail patient, un

vieillessement des billes et un effet des bords. Emmanuel Moreau a fait une partie des châteaux de sable ratés dont je parlerai au chapitre 3. Sur l'expérience du plan incliné (chapitre 2), Lionel Janin a exploré la limite des couches épaisses et Guillaume Merck les profils de vitesse matérielle. Yann Gambin a émis l'hypothèse d'une remontée des avalanches par amas et a construit un deuxième plan incliné pour la vérifier. Finalement, Pierre Cladé a étudié notre modèle théorique par des méthodes analytiques et semi-analytiques, et a fait beaucoup progresser notre compréhension des fronts d'un écoulement. Ses études expérimentales dans l'expérience entre les plaques de verre ont par la suite permis de vérifier les prédictions du modèle. Je les remercie tous pour leur engagement.

Je voudrais remercier Sébastien Balibar et Jacques Meunier de m'avoir accueilli au LPS, ainsi que tous ceux et celles que j'ai côtoyé durant ces trois années et qui sont co-responsables de la nostalgie qui menace avec le départ.

Sur un tout autre registre, plus anonyme, je voudrais rendre justice aux auteurs de tous les logiciels libres que j'ai utilisé pendant et surtout vers la fin de la thèse : Linux, les nombreuses applications GNU et assimilées, XFree86, KDE, L^AT_EX, . . . Grâce à leurs réactions rapides, et aussi au *forum* de l'École, j'ai été épargné par les mauvais esprits de l'informatique.

Mes pensées affectueuses vont aux amis et à la famille, qui m'ont soutenu tout au long de la thèse et de la période de rédaction. J'espère qu'ils savent combien je leur dois.

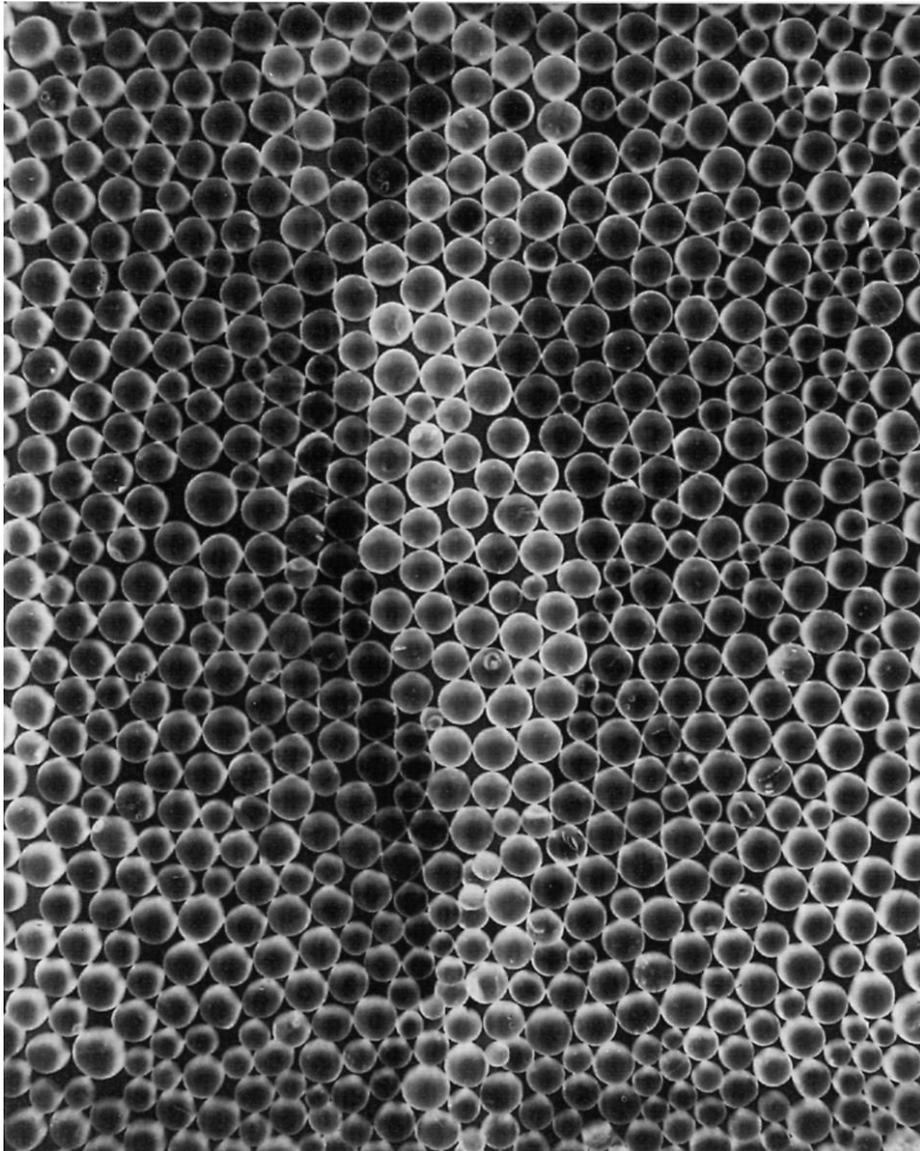
Table des matières

1. Introduction	9
1.1. Avant-propos	11
1.2. Quelques particularités des milieux granulaires	13
1.2.1. Définition	13
1.2.2. Milieux granulaires secs et pâtes	14
1.2.3. Dissipation et métastabilité	15
1.2.4. Angles de démarrage et d'arrêt	17
1.2.5. Densité et dilatation	18
1.3. Du grain au tas de sable	21
1.3.1. Le grain isolé	21
1.3.2. Effets collectifs	25
1.3.3. Micro-/meso-/macro-scopie	27
1.3.4. Les types de modélisations	30
1.4. Motivation	32
2. Avalanches sur un plan incliné	37
2.1. Motivation	39
2.2. Principe de l'expérience	39
2.2.1. Montage expérimental	39
2.2.2. Techniques de mesure	44
2.2.3. Préparation	49
2.3. Effet du fond rugueux	51
2.3.1. Angle d'arrêt	51
2.3.2. Angle de démarrage	53
2.3.3. Discussion	54
2.3.4. Pourquoi un fond rugueux ?	58
2.4. Avalanches : comportement sous-critique	58
2.4.1. Déclenchement sous-critique	58
2.4.2. Interprétation	60
2.4.3. Détails	63
2.4.4. Arrêt	63
2.4.5. Conclusion	66

2.5.	Dynamique des avalanches	67
2.5.1.	Avalanches triangulaires	68
2.5.2.	Avalanches remontantes	68
2.5.3.	Visualisation	70
2.5.4.	La transition triangulaire–remontant	75
2.5.5.	Mécanismes de croissance triangulaire	77
2.5.6.	Mécanismes de remontée	79
2.5.7.	Vitesses des fronts	83
2.5.8.	Forme des avalanches	85
2.6.	Amplification et saturation	89
2.6.1.	Dynamique du front avant	89
2.6.2.	Avalanches sur couches épaisses	95
2.7.	Dynamique de mobilisation/dépôt	98
2.7.1.	Ondes solitaires	98
2.7.2.	Vitesse des grains	102
2.7.3.	Interprétation	105
2.8.	Discussion	107
3.	Transitoires à la formation d’un tas	115
3.1.	Motivation	117
3.2.	Principe de l’expérience	117
3.2.1.	Montage expérimental	117
3.2.2.	Mesure de compacité	117
3.2.3.	Méthodes de préparation	118
3.3.	Résultats	122
3.3.1.	Effet de la compacité	122
3.3.2.	Persistance de l’asymétrie du remplissage	128
3.3.3.	Profils finaux	131
3.4.	Discussion	135
4.	Conclusion	137
4.1.	Modélisation	139
4.2.	Avalanches triangulaires et remontantes	139
4.2.1.	Modèle de percolation	139
4.2.2.	Modèle avec mobilisation/dépôt	144
4.2.3.	Modèles continus	147
4.3.	Modélisation d’écoulements de surface	149
4.3.1.	Encore une ?	149
4.3.2.	Équations de conservation	150
4.3.3.	Profil de vitesse	152
4.3.4.	Force	155
4.3.5.	Généralisation : 3D, gradient variable,	157

4.3.6. Discussion	161
4.4. Synthèse	162
4.4.1. Préparation	162
4.4.2. Sous-criticité	163
4.4.3. Mobilisation	164
4.4.4. Perspectives	164
Références	171

1. Introduction



Man Ray - *Glass Beads*

Sommaire

1.1. Avant-propos	11
1.2. Quelques particularités des milieux granulaires	13
1.2.1. Définition	13
1.2.2. Milieux granulaires secs et pâtes	14
1.2.3. Dissipation et métastabilité	15
1.2.4. Angles de démarrage et d'arrêt	17
1.2.5. Densité et dilatation	18
1.3. Du grain au tas de sable	21
1.3.1. Le grain isolé	21
1.3.2. Effets collectifs	25
1.3.3. Micro-/meso-/macro-scopie	27
1.3.4. Les types de modélisations	30
1.4. Motivation	32

1.1. Avant-propos

Si le terme «milieu granulaire» est peu utilisé dans le langage courant, c'est qu'il représente une famille tellement vaste de matériaux qu'on ne les nomme que rarement tous ensemble. Quand pourrait-on vouloir traiter d'une seule parole les dunes de déserts qui recouvrent de grandes parties de notre globe (et pas seulement du nôtre), les plages de sable dont on mesure difficilement la longueur, les flancs enneigés des grands massifs, les montants fertiles et dangereux de volcans, mais aussi les récoltes de blé ou de riz, les médicaments en poudre ou en pilules, et le café? Il y a pourtant une propriété commune, celle d'être composé de nombreux éléments macroscopiques, qui donne à cet ensemble de matériaux un statut à part : ce ne sont ni des liquides, ni des solides. Ou plutôt tantôt l'un, tantôt l'autre. En effet, on peut très bien construire une paillote sur une plage sans qu'elle ne s'y enfonce spontanément, et pourtant un sablier mesure le temps grâce au comportement fluide du sable qu'il contient. Dans l'industrie, de nombreuses matières sont traitées sous forme granulaire à cause de la facilité de stockage et de transport que leur donne ce double comportement. Dans la nature, ce même comportement est à la base de la propagation des dunes, permet à la larve du fourmilion de faire courir sa proie dans son entonnoir jusqu'à l'épuisement, et provoque régulièrement des éboulements de terrain d'ampleur variable et parfois catastrophiques.

Malgré l'ubiquité des milieux granulaires et l'importance des phénomènes où ceux-ci interviennent, nos connaissances sur leur comportement sont limitées. Contrairement aux liquides et aux solides, qui jouissent d'une description mathématique bien fondée, les granulaires sont un état de la matière hybride dont la description est encore largement phénoménologique. Nous sommes par exemple souvent bien incapables de prédire quel effet, dans une expérience précise, aura un changement de la taille, de la forme ou de la matière des grains, ou encore de la géométrie de l'expérience. Et nous le savons encore moins dans le cas général : malgré une recherche qui s'intensifie depuis plusieurs années et de nombreux résultats concrets, nous n'avons pas de vision unifiée du comportement granulaire. La difficulté a de multiples causes, que nous aborderons dans la partie suivante.

Quelques-unes des particularités des milieux granulaires s'observent dans une expérience simple, qui consiste à incliner un récipient contenant du sable¹. Au début, partant d'une surface libre horizontale, il ne se passe rien et l'on peut pencher la surface sans que (presque) rien ne bouge. Mais au dessus d'une certaine inclinaison de la surface libre, le milieu se mobilise brusquement, et s'écoule jusqu'à ce que la pente soit réduite de quelques degrés (figure 1.2). À elle seule, cette séquence illustre déjà trois propriétés centrales d'un milieu granulaire :

- Contrairement à un liquide, le milieu peut avoir une surface non horizontale au

¹Ici comme dans toute la thèse, nous parlons de «sable» juste par commodité de langage, pour désigner un milieu granulaire quelconque.



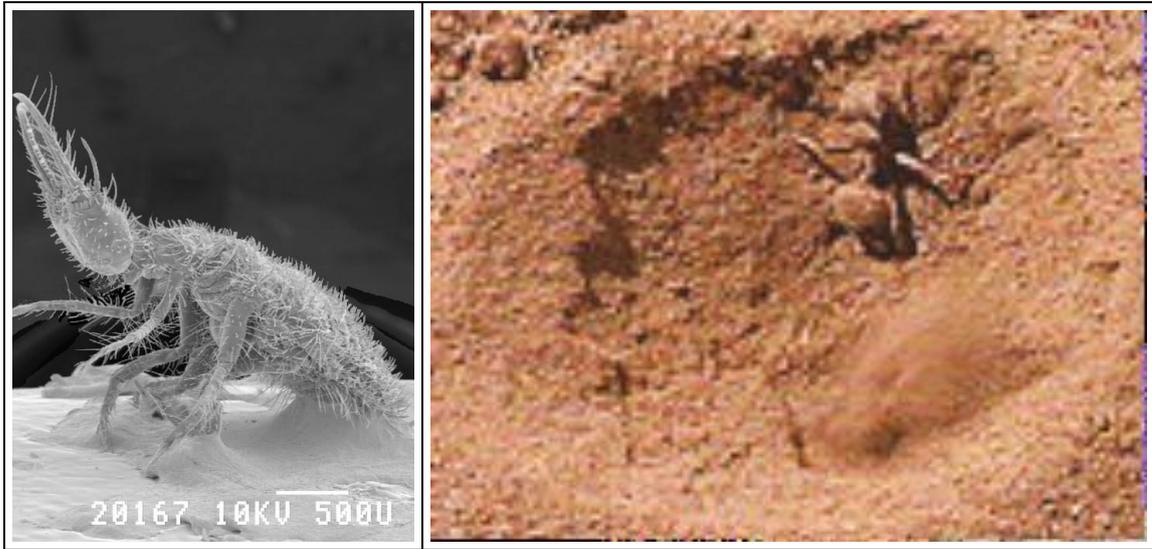


FIG. 1.1. – La larve du fourmilion (à gauche par microscopie électronique, taille réelle environ 2mm) **creuse un cône** de quelques centimètres dans du sable, et attend jusqu'à ce qu'**un insecte y tombe** (à droite une fourmi). L'insecte, en essayant de sortir du piège, déclenche des écoulements de surface qui le ramènent vers le centre. La larve maintient la pente du cône au dessus de l'angle d'arrêt en éjectant des grains (zone floue en bas à droite), jusqu'à ce qu'elle parvienne à saisir la proie. (photos – gauche : C. Verhaeghe (1999) ; droite : Pixcom (2000))

repos.

- Lorsqu'un angle critique de démarrage est franchi, le milieu se mobilise très rapidement et entraîne des parties encore au repos.
- L'écoulement s'arrête à une pente inférieure à celle de départ.

Ce n'est pas seulement l'existence d'un angle critique (qu'on retrouve dans certains fluides) mais autant l'hystérésis entre démarrage et arrêt qui rend la description de la dynamique granulaire si difficile. L'état du système en chaque point dépend de l'histoire du système puisque les deux états statique et mobile sont possibles dans un certain intervalle d'angles. Un tas avec une pente comprise entre l'angle de démarrage et l'angle d'arrêt pourra ainsi rester au repos indéfiniment, et pourtant être sensible à une perturbation extérieure qui le ferait passer à l'état mobile. Une fois qu'une partie du système est en écoulement, elle peut s'étendre dans la phase statique, ou éventuellement trouver un équilibre. Dans l'expérience du récipient incliné, on observe par exemple que le mouvement envahit toute la surface, mais que sa profondeur reste limitée. Or si la question de la rupture initiale d'un matériau granulaire (y compris du ciment) a beaucoup été étudiée par le génie civil et les mécaniciens du sol à cause de son importance pratique évidente, presque rien n'est connu sur la façon dont l'écoulement évolue ensuite. Pourtant on sait que l'écoulement initial peut

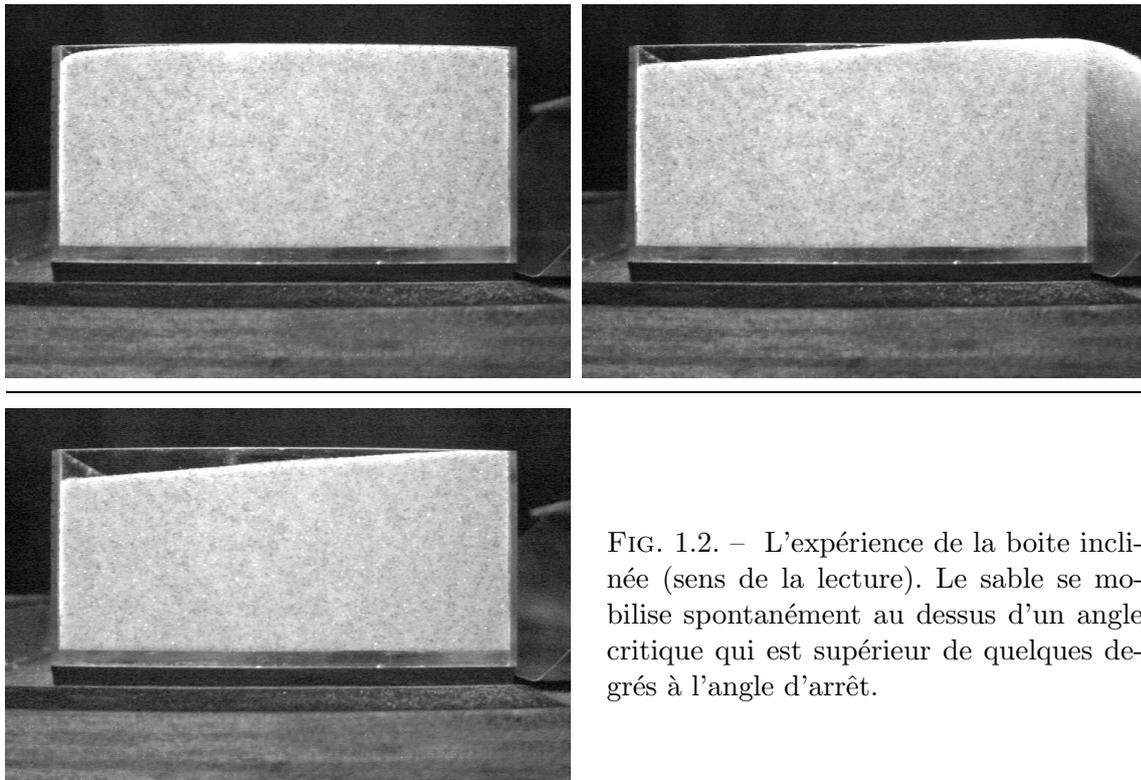


FIG. 1.2. – L'expérience de la boîte inclinée (sens de la lecture). Le sable se mobilise spontanément au dessus d'un angle critique qui est supérieur de quelques degrés à l'angle d'arrêt.

considérablement évoluer au cours du temps, comme dans le cas de la fameuse boule de neige. C'est autour de cette compétition entre la phase mobile et la phase statique que s'est construite ma thèse. L'objectif était de comprendre le déclenchement, l'amplification et la propagation du mouvement.

Après une présentation succincte de quelques propriétés bien connues des milieux granulaires, cette introduction se termine sur les questions et le plan de la thèse.

1.2. Quelques particularités des milieux granulaires

1.2.1. Définition

Il existe une multitude de définitions d'un milieu granulaire. Au sens large, tout ensemble de particules macroscopiques constitue un milieu granulaire. Par «macroscopiques», on entend que l'agitation thermique est négligeable devant le poids : $k_B T \ll mgd \Leftrightarrow d \gg (k_B T / \rho_{\text{grain}} g)^{1/4}$ (ρ_{grain} est la densité du grain), ce qui est le cas pour des grains de quartz dans l'air d'un diamètre $d \gg 1 \mu\text{m}$. On parle souvent de *poudres* pour des grains de taille comprise entre $1 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$, et de *granulaires* seulement pour des tailles plus grandes. La raison est que pour les petites particules



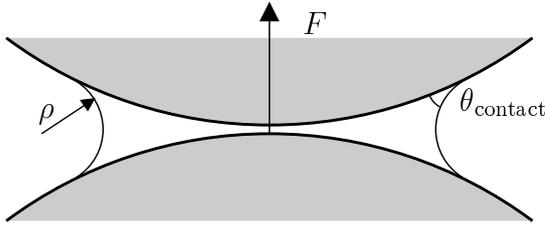


FIG. 1.3. – Force capillaire d’un ménisque fluide entre deux grains.

les interactions dominantes entre grains ne sont pas les mêmes que pour les grandes particules. Il existe un grand nombre de ces interactions, dont les importances relatives sont caractérisées par autant de nombres sans dimensions. On ne distingue clairement que la limite des grands grains, qui n’interagissent plus que par des forces répulsives de contact. L’influence du fluide interstitiel sur la dynamique peut par exemple être estimée par le nombre de Stokes, qui est défini comme le rapport entre le poids et la force de traînée (de Stokes) que subit une particule isolée se déplaçant à une vitesse V dans ce fluide :

$$\text{St} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{grain}} g}{6\pi r \eta_{\text{air}} V} = \frac{1}{18} \frac{d^2 \rho_{\text{grain}} g}{\eta_{\text{air}} V} \quad (1.1)$$

Plus ce nombre est grand, moins la dynamique dépend de la présence d’un fluide interstitiel². Les billes de verre ($\rho_{\text{grain}} = 2.5 \text{ g/cm}^3$) les plus petites utilisées dans cette thèse ($d = 100 \mu\text{m}$), ont un nombre de Stokes $\text{St} \simeq 30$ à des vitesses de $V = 10 \text{ cm/s}$ dans l’air (dont la viscosité vaut $\eta_{\text{air}} = 1.81 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm s}$ à 20°C). La présence de l’air est donc négligeable d’après ce critère, et l’est d’autant plus que la taille des grains est grande. De la même manière, l’inertie et le poids liés à la masse des grains dominent les autres interactions (par exemple de van der Waals, tribo-électrostatiques) pour un diamètre d de grain croissant, jusqu’à ce qu’il ne reste plus que les effets de l’exclusion volumique.

1.2.2. Milieux granulaires secs et pâtes

Une autre interaction entre grains qui peut grandement influencer le comportement d’un sable est due à l’humidité. Si l’espace vide du milieu granulaire n’est que partiellement rempli d’un fluide, celui-ci forme des ponts liquides entre les grains (figure 1.3). Les forces cohésives résultantes (forces capillaires) sont très fortes, comme le savent déjà les enfants en construisant de châteaux de sable. Déjà une quantité de liquide relativement petite crée une cohésion importante (Hornbaker et al., 1997; Albert et al., 1997). On peut d’ailleurs noter (autre trivialité des constructeurs de châteaux de sable) que la force décroît pour des concentrations de liquide trop fortes :

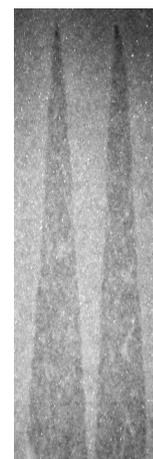
²Le nombre de Stokes n’est pas suffisant à lui seul pour juger de l’importance du fluide interstitiel. On peut donner l’exemple des gradients de pression qui apparaissent dans des chutes verticales (Aider et al., 1999) ou lorsqu’on vibre un milieu granulaire (voir page 121), et qui sont liés à la diffusivité de l’air dans le milieu poreux que constitue le milieu granulaire.

dans la limite où le volume interstitiel entier est rempli d'un liquide, les forces capillaires disparaissent. Pour un ménisque de liquide entre deux sphères en contact, la contribution principale à la force vient de la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur du ménisque, conséquence de la courbure de son interface. Un argument théorique de Maugis (1992) résumé par Roux (1998), montre que cette force ne dépend pas de la taille du ménisque, mais qu'elle augmente linéairement avec le rayon des grains. Comme précédemment, cette interaction croît donc moins que la masse (et donc le poids et l'inertie) avec la taille des grains, de sorte qu'elle finit par devenir négligeable dans un milieu à gros grains. Aux tailles de grains typiques des milieux avec lesquels nous allons travailler ($d \sim 200 \mu\text{m}$), ce n'est cependant pas encore le cas. Et la question de la cohésion capillaire nous concerne même si nous n'avons pas l'intention de mouiller les grains intentionnellement : un milieu granulaire à l'air libre peut attirer suffisamment d'eau contenue dans l'air pour que ses propriétés soient modifiées de manière mesurable (Restagno et al., 1999). La vapeur d'eau présente dans l'air condense dans les parties concaves des grains (et en particulier autour des contacts entre grains) même lorsque l'humidité de l'air est largement inférieure à 100%. Cependant, les mesures citées de Restagno et al. montrent que ce processus est logarithmique en temps (les auteurs parlent de *vieillissement*), ce qui serait dû au fait qu'il soit thermiquement activé (Restagno et al., 2000). Le vieillissement du milieu granulaire par condensation capillaire ralentit en outre très rapidement quand l'humidité relative de l'air décroît. Dans tous les cas, le vieillissement n'est observé que dans des tas statiques. La quantité de liquide condensé est tellement faible que le moindre réarrangement des grains détruit tous les ponts liquides. *A fortiori*, l'humidité de l'air ambiant n'affecte pas un milieu granulaire en écoulement. La conclusion pour nous est qu'à condition de ne pas laisser le milieu reposer trop longtemps avant d'effectuer une mesure, nous n'avons pas besoin, pour des humidités relatives habituelles (en intérieur) de 30-50% ($\sim 7\text{-}9 \text{ g/m}^3$ à 20°C), de nous préoccuper des effets de l'humidité³. Nous parlerons par conséquent dans la suite uniquement de milieux granulaires *secs*, sachant que les milieux avec un ou plusieurs liquides interstitiels (suspensions ou pâtes) représentent à eux seuls un vaste domaine de recherche (Coussot & Ancey, 1999).

1.2.3. Dissipation et métastabilité

Paradoxalement, les milieux granulaires secs semblent plus compliqués à décrire que les suspensions et pâtes dans lesquelles un fluide entoure les grains solides. Les interactions hydrodynamiques dans une suspension sont plus simples que les interactions de contact solide-solide, qui varient grandement selon les propriétés des surfaces et des matériaux (dans des pâtes à grande concentration solide, les deux aspects

³Un peu d'humidité a même un effet bénéfique, celui de réduire fortement les effets électrostatiques en augmentant la conductivité de l'air. Le champ critique d'ionisation d'air sec à lui seul permettrait une séparation de charges bien plus forte (voir par exemple Azanza et al., 1999)



peuvent bien sûr se conjuguer). Une particularité centrale est que les interactions entre grains dissipent de l'énergie. Ainsi une collision entre grains ne restitue qu'une partie de l'énergie cinétique, on parle de «chocs inélastiques». Au niveau microscopique, cette perte d'énergie a de nombreuses causes (Roux, 1998) : déformations plastiques (les contraintes très localisées et élevées aux contacts provoquent des déformations irréversibles), micro-fractures, frottement solide (lorsqu'il y a glissement aux contacts), excitation de modes vibratoires (Aspelmeier et al. (1998) ; la collision émet des ondes acoustiques vers l'intérieur des grains), *et caetera*. Plusieurs mécanismes collectifs rendent la dissipation particulièrement efficace lorsque le milieu est dense. Quand les grains sont en contact avec plusieurs voisins en même temps, les interactions prennent un caractère non-local : typiquement, un grain peut communiquer sa quantité de mouvement par un chaîne de contacts à un grain distant, à tout un amas ou même à «la terre», c'est-à-dire la perdre irréversiblement au bâti expérimental. Deuxièmement, à cause du frottement solide, les grains forment par leur réseau de contacts une espèce d'engrenage qui a toutes les chances d'être frustré : sans même tenir compte des facteurs de transmission, il suffit d'un seul chemin fermé passant de grain en grain par un nombre impair de contacts. Le frottement est ainsi forcé en permanence. Finalement, la dissipation d'énergie cinétique est considérablement augmentée par le grand nombre de contacts et de collisions entre grains (Bernu & Mazighi, 1990). Il suffit de faire tomber une bille de verre seule et puis un sac contenant plusieurs billes sur le même sol pour se convaincre que la dissipation devient très efficace.

En conséquence, un milieu granulaire qui n'est pas en permanence sollicité s'immobilise très rapidement. Le fait que l'agitation thermique ne joue aucun rôle au niveau des grains signifie qu'il se retrouve alors piégé dans une configuration qui, en raison de la vitesse du «refroidissement», est en général loin de minimiser son énergie. L'exemple du sable versé sur une table illustre à quel point la dissipation gèle prématurément la dynamique vers l'équilibre : un état d'énergie potentielle minimale voudrait que tous les grains soient en contact avec le plan. Or le sable versé se fige en formant un talus, et il faut lui fournir de l'énergie (par exemple en vibrant) pour qu'il s'étale. La non-ergodicité de la dynamique granulaire est l'un des problèmes majeurs dans l'application des méthodes de physique statistique : l'état d'équilibre thermodynamique n'a aucun sens physique, puisque le système est piégé dans des états métastables loin de celui-ci.

Pour l'expérimentateur, ce comportement implique un autre problème : la reproductibilité d'une expérience devient difficile à assurer. Si la méthode de préparation de l'expérience n'est pas bien définie, on obtient des variations des mesures qui sont souvent suffisamment grandes pour noyer l'effet du paramètre de contrôle qu'on aurait souhaité étudier. L'élaboration d'un protocole de préparation acquiert donc un rôle d'importance primordiale dans l'expérience.

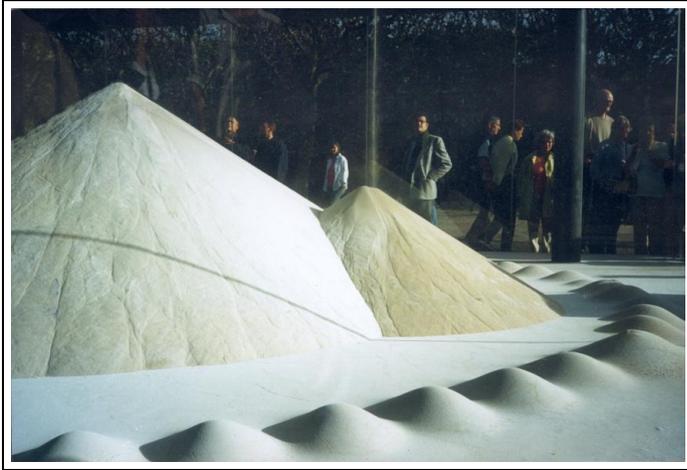


FIG. 1.4. – Talus de sable. Œuvre de Jean-Bernard Métais : *Temps Imparti - Éclipses 1999–2001*, Jardin des Plantes, Paris.

1.2.4. Angles de démarrage et d'arrêt

La propriété sans doute la plus visible du sable est l'angle caractéristique du talus qu'il forme (figure 1.4). Coulomb (1776) avait observé que la terre et le sable ne se remblayaient pas en talus avec une pente plus grande qu'une pente caractéristique du matériau. En étudiant plus en détail la formation d'un tas (à partir d'une source ponctuelle de grains comme dans un sablier), on s'est rendu compte plus tard qu'il n'existe en réalité pas qu'une seule pente critique : près du sommet, les grains ajoutés s'accumulent pendant quelque temps, et la pente dépasse localement l'angle du tas. Une fois que la pente devient plus grande qu'un angle maximal, les grains se mettent en mouvement et dévalent la pente, qui diminue jusqu'à un angle minimal auquel l'écoulement se fige. La construction du talus se fait par une suite de tels événements, qui font osciller la pente entre deux valeurs. Une analogie peut être établie avec le frottement entre corps solides (figure 1.5) : un corps au repos ne se met à glisser que lorsque la force tangentielle au contact \mathbf{T} (force de cisaillement) dépasse un certain seuil. En dessous du seuil, la force est exactement compensée par une force de frottement $\mathbf{F} = -\mathbf{T}$. D'après les lois décrites par Leonardo da Vinci et redécouvertes indépendamment par Amontons (1699) et de Coulomb (1785), la force de frottement statique maximale est proportionnelle à la la force $N = |\mathbf{N}|$ normale au contact : $F \leq \mu_{\text{start}} N$ (le «start» signifie que le corps glisse spontanément pour une force plus grande). Une fois en mouvement, le corps subit une force de frottement dynamique inférieure au seuil statique : $F = \mu_{\text{stop}} N$, avec $\mu_{\text{stop}} < \mu_{\text{start}}$. Sachant que pour un corps solide sur un plan incliné, le rapport T/N ne dépend pas du poids, $T/N = mg \sin \varphi / mg \cos \varphi = \tan \varphi$, on peut faire correspondre des angles aux coefficients de frottement (figure 1.5).

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}|/N &\leq \mu_{\text{start}} = \tan \varphi_{\text{start}} && \text{cas statique} \quad (\mathbf{F} = -\mathbf{T}) \\ |\mathbf{F}|/N &= \mu_{\text{stop}} = \tan \varphi_{\text{stop}} && \text{cas dynamique} \end{aligned} \quad (1.2)$$



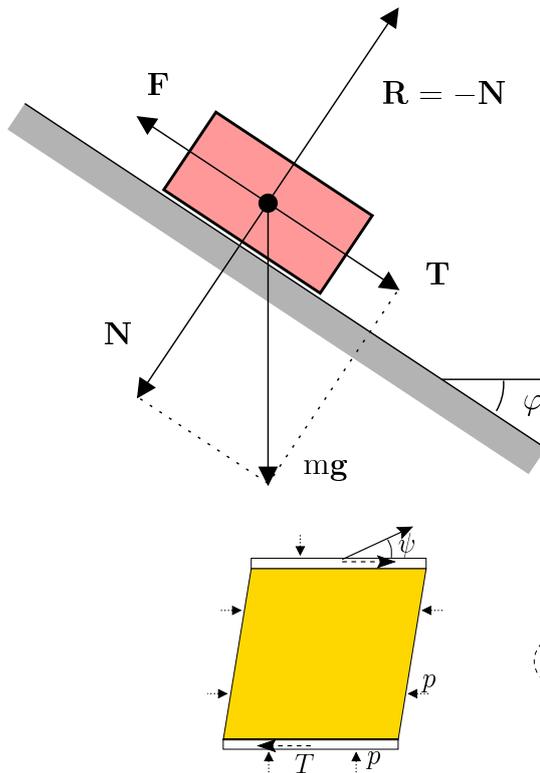


FIG. 1.5. – La composante tangentielle \mathbf{T} du poids d'un corps solide au repos sur un plan incliné est compensée par une force de friction $\mathbf{F} = -\mathbf{T}$ jusqu'à un angle critique φ_{start} au dessus duquel le corps glisse spontanément. Un corps en mouvement ressent une force de frottement dynamique (equ. 1.2). Pour des angles inférieurs à φ_{stop} cette force dépasse $|\mathbf{T}|$ et la masse s'arrête.

FIG. 1.6. – Le cisaillement entraîne une augmentation de volume, caractérisée par un angle de dilatance ψ . **gauche** Expérience typique en mécanique des sols. **droite** Image microscopique de la dilatance due à Reynolds (1885).

L'analogie avec un tas de sable est alors claire : au dessus de l'angle statique φ_{start} le patin glisse spontanément sur la pente inclinée, et en dessous de φ_{stop} il s'arrête.

1.2.5. Densité et dilatation

D'après cette analogie avec le frottement solide, les angles critiques d'un talus de sable proviennent d'un frottement au sein du matériau. Cette image n'est certainement pas fausse, vu le rôle de la dissipation pour l'arrêt des grains qui coulent sur le talus. Mais elle fait oublier une observation intéressante : même sans aucune friction entre grains, un talus statique ne s'effondre pas (à condition que le fond soit rugueux) (situation réalisée dans quelques simulations, par exemple Luding, 1997). Cette métastabilité résulte de l'empilement des grains en l'absence d'agitation : chaque grain est au repos dans un creux formé par d'autres grains et ne dispose pas de l'énergie nécessaire pour en sortir. Pour la même raison, du sable résisterait à un cisaillement (figure 1.6 **gauche**) même en l'absence de friction microscopique. On voit qu'une déformation de l'empilement nécessite une augmentation du volume (figures 1.6 **droite**

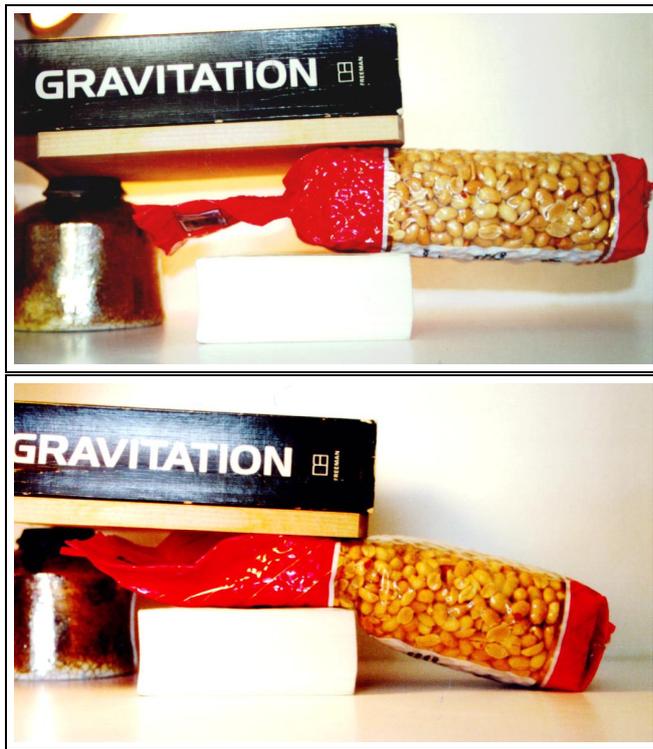


FIG. 1.7. – Un paquet de cacahouètes en porte-à-faux permet d'illustrer l'importance de la dilatance. **haut** Tant que le paquet est sous vide, les contraintes extérieures empêchent toute augmentation en volume. Le phénomène de dilatance implique alors que le paquet soit rigide. Il ne peut pas être déformé sans briser des cacahouètes. **bas** En perçant le paquet, on a fait disparaître les forces de compression, et le paquet s'est déformé sous l'effet de la gravitation.

et 1.7). Cette augmentation est la conséquence de l'imbrication des grains, comme l'a déjà fait remarquer Reynolds (1885) qui a suggéré d'appeler ce phénomène *dilatance*. Pour pouvoir bouger et se contourner, les grains doivent se surmonter puisqu'ils ne peuvent pas se pénétrer, et le volume des interstices augmente⁴. Si on empêche la dilatation du sable, il ne peut pas se déformer (figure 1.7). En mécanique des sols, la dilatation est généralement caractérisée par l'angle entre la direction de cisaillement et celle de déformation initiale du matériau (figure 1.6 droite).

Il est clair que le matériau ne se dilate pas à l'infini si l'on poursuit la déformation. Il atteint une densité critique qui ne dépend pas de la vitesse de déformation, tant que celle-ci n'est pas trop grande (Roscoe et al., 1958; Scarlett & Todd, 1968; Schanz & Vermeer, 1996). Il en suit que la dilatance dépend de la densité de l'empilement initial (Scott, 1963). Si celle-ci est proche de cette valeur critique, on observe plus de dilatance, et si elle est plus faible l'échantillon se contracte lors d'une déformation (figure 1.8). Considérons deux cas extrêmes d'empilements réguliers de sphères. Pour mesurer la densité, nous utilisons la fraction volumique⁵, qui indique le volume V_{grains}

⁴Reynolds (1885) analyse l'expérience qu'on peut faire sur une plage, à la limite de l'eau. Au moment de poser le pied sur le sable imbibé d'eau, on observe que le sable au voisinage du pied prend un aspect plus sec. À cause de la déformation imposée, le sable a augmenté en volume, et le niveau d'eau baisse (transitoirement) en dessous de la surface du sable.

⁵cette quantité sera également appelée de manière synonyme *fraction solide*, *compacité*, ou simplement *densité*.



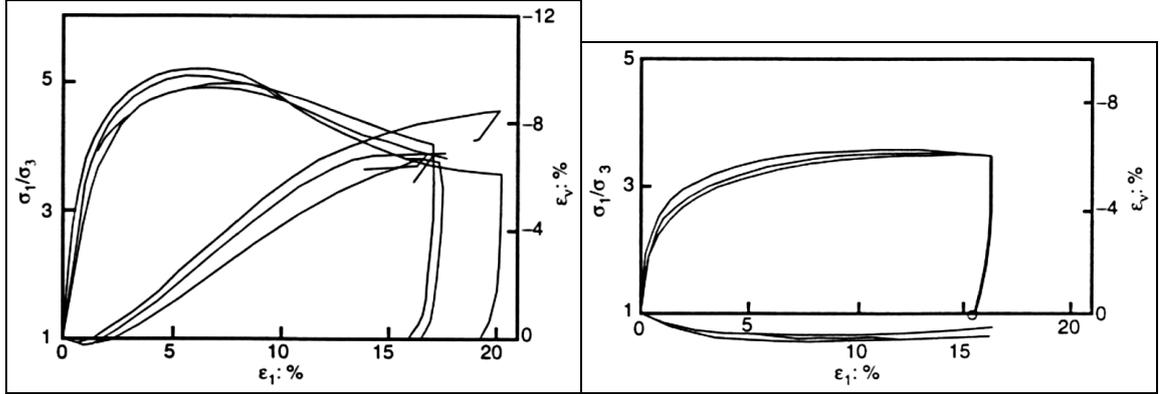


FIG. 1.8. – Un échantillon de sable est comprimé de ε_1 selon une direction. On observe un changement *relatif* de compacité ε_v (familles de courbes en bas, axe de droite) : **gauche** Du sable dense se dilate (la faible compression initiale est due à l'élasticité). **droite** Un échantillon lâche à l'opposé diminue en volume. La compacité *absolue* dans l'état final est proche de celle de l'échantillon dense. Résultats d'un test triaxial sur du sable d'Hostun (Schanz & Vermeer, 1996).

pris par les grains sur le volume total V_{total} . Elle se confond approximativement avec la densité relative, c'est-à-dire le rapport entre la densité de l'échantillon et la densité des grains, tant que $\rho_{\text{air}}/\rho_{\text{grains}} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ est négligeable par rapport aux erreurs de mesure :

$$\nu := \frac{V_{\text{grains}}}{V_{\text{total}}} \approx \frac{m_{\text{total}}}{\rho_{\text{grains}} V_{\text{total}}} \quad (1.3)$$

L'empilement hexagonal compact (ou cubique-face centré) est l'empilement régulier le plus dense, avec $\nu = \pi/3\sqrt{2} \approx 0.74$. Les grains sont imbriqués les uns dans les autres, et tout déplacement induit une dilatance. Cette compacité, soupçonnée d'être la plus élevée pour un empilement de sphères⁶, n'est en fait jamais atteinte en pratique. Des grains ne s'organisent jamais spontanément en réseau régulier, à moins d'avoir des billes parfaitement monodisperses et de remplir de manière très particulière (Pouliquen et al., 1997a). Une étude expérimentale tenant compte des effets de bords (Scott, 1960) obtient une limite supérieure de compacité d'un empilement aléatoire (*random dense packing limit*) de l'ordre de 0.64. L'empilement cubique à $\nu = \pi/6 \approx 0.52$ par opposition diminue son volume lorsqu'il est déformé. Sans friction entre grains il est instable, et ne résiste pas à la moindre contrainte de cisaillement. On peut concevoir des empilements encore moins denses, contenant des vides plus grands, mais l'empilement cubique est déjà en deçà des ~ 0.57 qu'on peut obtenir expérimentalement (Onoda & Liniger, 1990). Avec un milieu constitué de grains de

⁶Cette conjecture formulée par le mathématicien et astronome Johannes Kepler en 1611 n'est pas encore prouvée (Coxeter, 1958; Hales, 1999).

plusieurs tailles (dit *polydisperse*), et non-sphériques, on trouve une fourchette aussi étroite mais décalée vers les densités plus élevées (Troadec & Dodds, 1993). Par rapport à cette gamme de densités accessibles par la préparation, la densité critique de dilatance nulle se situe toujours vers les densités les plus basses : un empilement à dilatance négative est très fragile, étant stabilisé uniquement par le frottement entre grains.

1.3. Du grain au tas de sable

Les concepts classiques d'angles de frottement et de dilatance d'un milieu granulaire représentent l'état actuel de la description de la stabilité d'un milieu granulaire. Leur simplicité en a fait des constantes de matériau que l'on trouve citées dans la littérature (Schanz & Vermeer, 1996). En ce qui concerne les mécanismes qui en sont à l'origine, l'analogie avec le frottement solide ne nous enseigne cependant rien au-delà des notations. Premièrement, les mécanismes physiques du frottement solide ne sont pas mieux compris malgré des progrès récents (Ciliberto & Laroche, 1999; Crassous et al., 1997; Baumberger et al., 1999; Heslot et al., 1994; Persson, 1998). Deuxièmement, ceux-ci n'ont *a priori* rien en commun avec ceux responsables des angles d'un talus. Nous proposons de revenir un pas en arrière, et considérant un grain isolé, pour avoir une idée des ingrédients physiques qui sont à l'origine des angles de démarrage φ_{start} et d'arrêt φ_{stop} d'un tas de sable.

1.3.1. Le grain isolé

Pour étudier la dynamique à la surface d'un tas, on peut considérer le mouvement d'un seul grain sur un support constitué de grains fixés. Ce type de montage a été beaucoup étudié expérimentalement et numériquement par Bideau et al. et Dippel et al., surtout dans le but de comprendre les phénomènes de ségrégation (séparation spontanée de grains de taille différentes dans un écoulement) (Ristow et al., 1994; Riguidel et al., 1994; Samson et al., 1997; Aguirre et al., 1997; Bideau et al., 1998; Jaeger et al., 1990; Dippel et al., 1996). Nous la reprenons dans le but d'étudier la transition entre repos et mouvement, et la force agissant sur un grain. Nous nous plaçons dans un cas d'école, en modélisant le tas par une rangée de cylindres identiques. La grande taille des «grains» facilite les mesures et l'observation, et la dynamique dans la configuration bidimensionnelle et régulière peut être résolue analytiquement. La première observation est que le grain peut être au repos sur le support incliné, dans le creux formé par ses pairs du support (figure 1.9 a). Il existe une deuxième position immobile où le grain est en équilibre sur le sommet du grain inférieur (figure 1.9 b), qui est évidemment instable. Le grain reste immobile tant que l'angle d'inclinaison ne dépasse pas l'angle statique φ_{start} auquel les situations a et b de la figure 1.9 se confondent. Pour des angles plus grands, le grain dévale spontanément



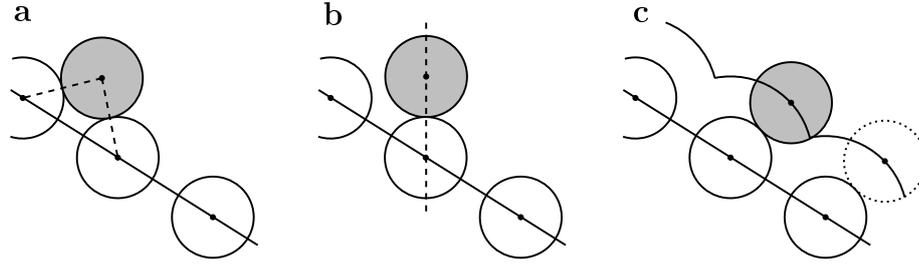


FIG. 1.9. – États stationnaires du grain. Au repos et pour des angles inférieurs à φ_s , soit (a) stable dans un creux ou (b) instable en équilibre sur un grain du plan rugueux. (c) En mouvement périodique à vitesse moyenne constante.

la pente car le creux dans lequel il reposait n'existe plus.

La deuxième observation est que même en dessous de l'angle φ_{start} , le grain peut rester en mouvement s'il l'est initialement. Lorsqu'on lance donc le grain plutôt que de le poser dans le creux entre deux autres, il tend rapidement vers un mouvement périodique à vitesse moyenne constante (figures 1.9 c et 1.10 bas). Ce régime existe pour des angles supérieurs à un deuxième angle critique $\varphi_{\text{stop}} < \varphi_{\text{start}}$, pour lequel le grain s'immobilise. La transition entre repos et mouvement présente donc un hystérésis. Pour des inclinaisons plus faibles que φ_{stop} , le grain finit toujours par s'arrêter, quelque soit sa vitesse initiale (figure 1.10 milieu). La figure 1.11 résume les états stationnaires qu'on observe dans ce modèle bidimensionnel d'un talus.

Conclusions sur l'origine des angles

La dynamique d'un grain isolé modèle présente au moins deux caractéristiques des vrais milieux granulaires : l'existence d'un angle critique pour la mise en mouvement, et l'hystérésis entre l'angle de démarrage et l'angle d'arrêt. Grâce à sa géométrie simple, l'expérience nous permet de comprendre l'origine des deux angles (Quartier, Andreotti, Douady, & Daerr, 2000). Il y a principalement trois ingrédients : la gravité, la dissipation par les chocs et le piégeage. Comme dans le mythe de Sisyphe, le grain monte sur celui du support, et retombe un peu plus profond de l'autre côté. Mais juste à ce moment-là, lorsque son énergie cinétique est maximale, il en perd une partie en heurtant le grain suivant. L'équilibre entre le gain en énergie potentielle et la perte lors du choc définit une vitesse limite v_{eq} . L'angle dynamique est une conséquence du piégeage : lorsque la vitesse du grain après le choc n'est plus assez grande pour qu'il puisse remonter le grain suivant, il rebrousse chemin et s'arrête en peu de temps dans une série de chocs au fond du creux. φ_{stop} est donc défini (voir figure 1.12) par l'égalité de la vitesse limite après le choc v_{eq} (qui découle de l'équilibre entre gravitation et dissipation) et de la vitesse v_{lib} de libération du piège (qui dépend juste de sa profondeur et qui s'annule pour φ_{start}). L'angle de départ spontané φ_{start} est d'origine purement géométrique. Il est donné par l'angle auquel

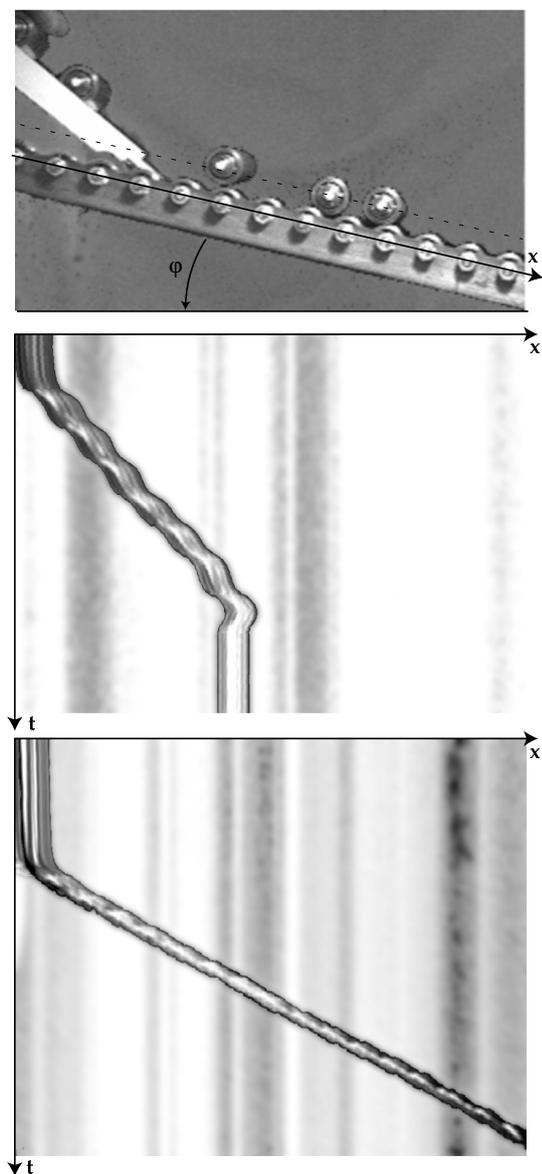


FIG. 1.10. – Représentations spatio-temporelles du mouvement d'un grain sur une ligne rugueuse. **haut** Le montage vu de côté. La ligne en pointillés est portée en fonction du temps dans les deux diagrammes suivants. **milieu** Pour une pente plus faible que φ_{stop} , le grain finit toujours par s'arrêter. On distingue bien le ralentissement sur l'avant-dernier sommet, et le retour en arrière suivi de l'arrêt au fond du creux. **bas** Pour un angle supérieur à φ_{stop} , le grain atteint un régime à vitesse moyenne constante.

le piège disparaît. Le piégeage pour des angles plus petits peut être vu comme la manifestation du phénomène de dilatance au niveau d'un grain : en contact avec ses voisins du dessous, il maximise localement la densité, et tout mouvement implique une augmentation du volume contre la gravitation.

Force ressentie par le grain

Un modèle simple basé sur les trois ingrédients énoncés plus haut, qui peut être résolu analytiquement, reproduit très bien les résultats (Quartier et al., 2000). On peut noter en particulier que la dissipation y est d'origine purement géométrique : lors



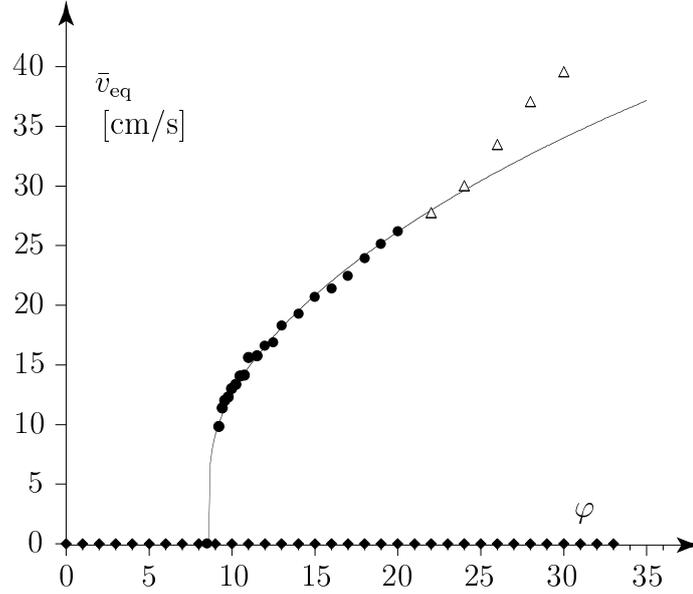


FIG. 1.11. – États stationnaires d'un grain sur une ligne rugueuse (Quartier et al., 2000). L'état au repos (figure 1.9 a) reste stable jusqu'à l'angle φ_{start} (losanges). Un mouvement à vitesse constante existe au-dessus de l'angle φ_{stop} . La transition entre les deux est hystérétique. Pour des angles élevés, du cylindre décolle du support dans certaines phases du mouvement (triangles). Pour des angles encore plus élevés, il accélère indéfiniment, par des bonds chaotiques de longueur croissante.

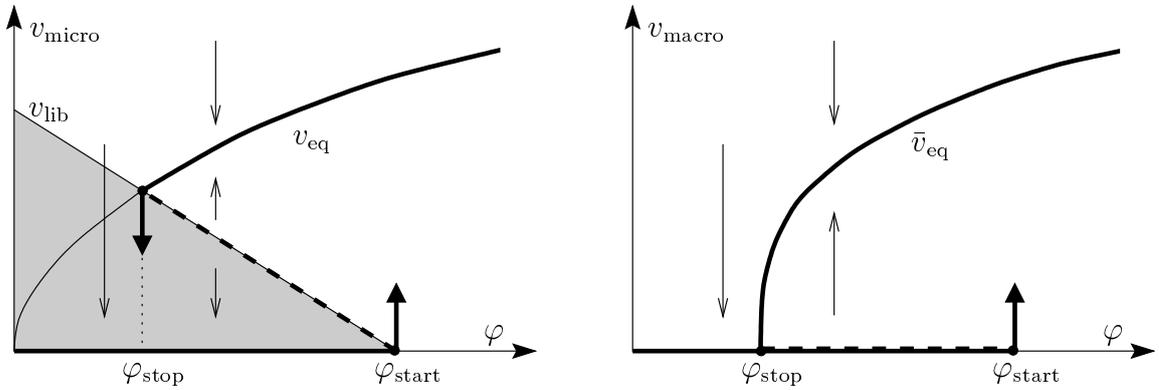


FIG. 1.12. – **gauche** Vitesse du grain isolé juste après le choc. La branche en mouvement $v_{\text{eq}} \sim \sqrt{\sin \varphi}$ cesse d'exister à l'angle φ_{stop} en dessous duquel le grain se fait piéger. La perturbation minimale v_{lib} qui fait sortir le grain du piège s'annule pour $\varphi = \varphi_{\text{start}}$, ce qui est caractéristique d'une bifurcation sous-critique. Un grain avec une vitesse inférieure à v_{lib} (région grisée) reste piégé. **droite** Vitesse macroscopique du grain (cf. figure 1.11). La région grisée du schéma de gauche ($v_{\text{micro}} < v_{\text{lib}}$) correspond à une vitesse macroscopique nulle. La bifurcation est dégénérée.

du choc, le moment cinétique par rapport au point d'impact est conservé, tandis que la quantité de mouvement perpendiculaire à l'impact est entièrement absorbée par le substrat⁷. Il s'avère en effet expérimentalement et numériquement que la vitesse limite dépend très peu des propriétés du matériau utilisé (Aguirre et al., 1997; Dippel et al., 1996). La force de friction \mathbf{F} qui en résulte croît comme la vitesse au carré, puisque la fréquence des chocs et la perte par choc sont toutes deux proportionnelles à la vitesse. On retrouve analytiquement et expérimentalement (Quartier et al., 2000) une dissipation «turbulente» qui avait déjà été postulée pour des gaz granulaires par Bagnold (1954). À l'inverse de l'hydrodynamique, cette dissipation en v^2 est observé pour des petites vitesses. Pour des grandes vitesses, la force effective de friction devient à peu près indépendante de la vitesse (Henrique et al., 1998). Le grain commence alors à faire des vols balistiques sur plusieurs grains du support, et diminue sa fréquence de collision en $1/V$.

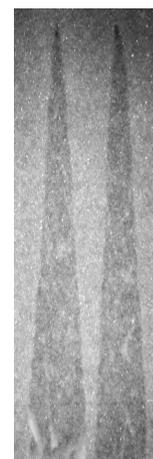
Notons finalement qu'une vitesse après le choc v_{lib} correspond à une trajectoire qui s'approche infiniment lentement de la situation \mathbf{b} de la figure 1.9 qui sépare les états au repos et en mouvement. Elle n'arrive en particulier jamais dans le creux suivant. Les vitesses «microscopiques» inférieures à v_{lib} donnent lieu à des trajectoires confinées à un même creux, et résultent donc en une vitesse «macroscopique» nulle (le déplacement moyen étant nul). C'est pour cette raison que les deux branches statique et mobile se joignent sur la figure 1.11. Le raccord en inverse d'un logarithme est cependant tellement singulier que de toute façon il reste un intervalle de vitesses qui ne sont pas observées expérimentalement.

1.3.2. Effets collectifs

Il se pose à ce stade la question de ce qui se passe pour plusieurs grains. Nous avons vu qu'entre l'angle de démarrage et l'angle d'arrêt, nous pouvions mettre le grain en mouvement moyennant une perturbation. Or le grain dissipe de l'énergie en transmettant une partie de sa quantité de mouvement aux grains du support, qui sont fixes. Que se passe-t-il sur un vrai talus? Les grains en surface sont tous métastables à l'image du grain isolé. L'impulsion transmise par un grain descendant par-dessus suffit éventuellement pour déloger à leur tour quelques grains sous-jacents. À partir de là, il est probable qu'on puisse répéter le raisonnement pour tous les grains mobiles à un instant donné, et conclure qu'il y a une véritable réaction en chaîne qui déstabilise rapidement le tas entier.

Expérimentalement, on constate qu'un écoulement sur un tas reste localisé près de la surface (figure 1.13). On observe une interface entre la partie près de la surface en écoulement et la partie immobile, qui est très nette. Or cette interface est ajustée par l'écoulement lui-même, contrairement à l'écoulement d'eau sur un plan incliné.

⁷En négligeant le moment cinétique, cela revient à conserver uniquement la composante tangentielle à la surface d'impact.



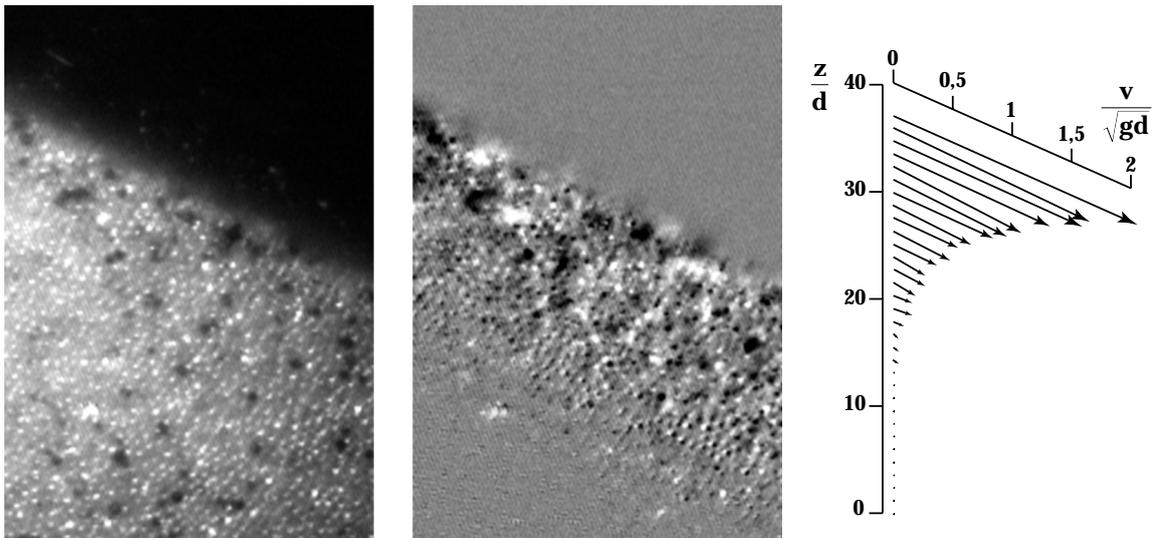


FIG. 1.13. – Écoulement de surface dans un canal, vu à travers la paroi latérale transparente.

Il doit donc y avoir un mécanisme de sélection de la profondeur de l'écoulement. Ceci est un exemple des *effets collectifs* auxquels nous allons nous intéresser. Nous aimerions comprendre premièrement comment l'écoulement s'étend en profondeur et ce qui limite la mobilisation. Deuxièmement, nous pouvons demander quelles conséquences a ce degré de liberté supplémentaire (par rapport à un liquide simple) pour l'écoulement lui-même. La possibilité d'accroître la masse peut fondamentalement changer la manière dont l'écoulement évolue. Un liquide simple accélère en arrivant sur une pente plus raide — c'est la conséquence directe de l'augmentation de la force motrice. Pour du sable, la situation est moins claire : augmente-t-il également sa vitesse, ou plutôt sa masse en creusant dans le tas ? Dans les deux cas sa quantité de mouvement croît.

La dynamique de cette transition entre les états au repos et en mouvement a été très peu étudiée. Pendant longtemps les questions importantes concernaient uniquement l'un ou l'autre des états granulaires, dans un domaine réservé presque exclusivement aux mécaniciens du sol et au génie civil. D'un côté il y avait la question, éminemment importante dans la construction, de la répartition de contraintes dans un milieu granulaire statique, avec un accent sur le seuil de rupture. D'un autre côté, on étudiait des milieux granulaires entièrement mobilisés, pour le traitement en industrie (transport, mélange, compaction, ...). L'intérêt accru des géologues et des physiciens a depuis élargi l'éventail des études. Mais même les géologues, en étudiant l'écoulement de matières granulaires, se restreignent à étudier l'évolution d'une masse fixe lâchée sur une chute solide (Huber, 1980; Takahashi, 1991a; Savage & Hutter, 1989). C'est d'autant plus étonnant que la mobilisation peut être considérable dans

les écoulements naturels.

La propagation du mouvement ne se limite cependant pas à la profondeur : Une avalanche commence typiquement très localisée, par la mise en mouvement de quelques grains. Ce noyau s'étend ensuite en mobilisant d'autres grains métastables. En plus de la mobilisation en profondeur, on observe dans une boîte inclinée que la perturbation se propage dans toutes les directions, pour envahir rapidement la surface entière.

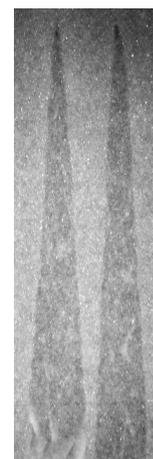
Ce sont là les phénomènes que nous allons étudier par la suite. Nous cherchons à comprendre comment et à quelles vitesses un écoulement s'étend dans la phase statique, en largeur et en profondeur, et de quoi dépendent ces vitesses. La forme de la partie mobile évolue-t-elle d'une manière particulière du fait que sa masse augmente ? La masse croissante rétroagit-elle sur la mobilisation, en la rendant plus efficace, ou au contraire en la réduisant ? Que valent les taux d'amplification et de quoi dépendent-ils ? Y a-t-il des mécanismes de saturation qui posent des limites aux extensions de l'avalanche ? Un écoulement peut-il atteindre un équilibre ? En résumé, nous cherchons à comprendre la transition solide-liquide dans le sable.

1.3.3. Micro-/meso-/macro-scopie

La partie précédente pouvait faire croire que nous étions passés de la description d'un grain isolé à une description continue, en parlant d'interface entre phases solide et fluide. L'objectif avoué est effectivement d'arriver *in fine* à une description continue de la dynamique. Mais cette partie a pour but de rappeler qu'on ne peut pas oublier l'aspect microscopique lorsqu'on veut décrire les effets collectifs. Il y a essentiellement deux raisons à cela : l'une est la mauvaise séparation des échelles entre la taille du grain et la taille de l'expérience (typiquement un facteur 100-1000 contre 10^9 pour les molécules d'eau dans un seau), qui implique que le milieu ne peut pas être considéré comme étant continu et que les effets de taille sont non-triviaux ; l'autre est due à la structure granulaire même, qui contraint notamment les forces à se propager par des contacts discrets (plutôt que de diffuser comme dans un milieu homogène élastique). Nous allons en discuter deux manifestations, les réseaux de forces et les effets de bords.

Chemins de forces

La figure 1.14 montre la caractéristique principale de la propagation de contraintes dans un milieu granulaire : les forces se localisent le long de chaînes de contacts. On voit que ces chemins de forces peuvent avoir une longueur de cohérence grande par rapport à la taille du grain. Ils peuvent en particulier écranter la contrainte extérieure : le réseau des chemins contient des amas dans lesquels la contrainte est très faible. Sur les chemins de forces à l'inverse, les contraintes sont très élevées. L'observation de fluctuations grandes par rapport aux forces moyennes est une autre caracté-



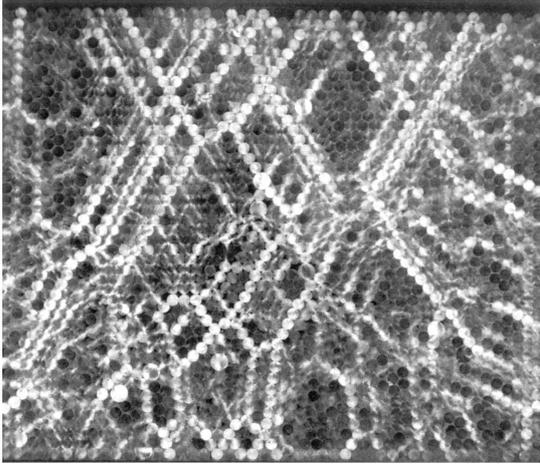


FIG. 1.14. – Visualisation des chemins de force par effet photo-élastique (Roux et al., 1993). Les grains apparaissent d'autant plus clairs qu'ils subissent une contrainte forte. On observe la formation de chemins de forces.

téristique universelle du sable (Ngadi & Rajchenbach, 1998; Meftah et al., 1997). Ces fluctuations se manifestent aussi bien spatialement dans une réalisation que par rapport à un changement : le réseau de forces est très sensible au moindre réarrangement ou à la moindre déformations de l'empilement. Des effets mesurables sur les forces ou la conductivité électrique ont été observés après un changement de température ambiante (Bonamy et al., 2000) ou le passage d'un champ électromagnétique (*Effet Branly*). Et cette volatilité augmente avec la taille des grains : Ngadi & Rajchenbach (1998) ont montré que le rapport entre fluctuations et forces moyennes change avec la taille du système L et des grains d comme $d^{3/2}/L$. Cela signifie que si l'on veut définir des grandeurs macroscopiques, on doit moyenner sur des domaines de plus en plus grands (mesurés en diamètres de grain) plus la taille des grains est élevée.

Effets des parois

Une des conséquences les plus spectaculaires de la propagation des forces dans les milieux granulaires est la formation de voûtes. Une expérience qui illustre bien ce phénomène est la pesée du poids d'une colonne de grains. La force enregistrée sur le fond d'un réservoir croît linéairement avec l'épaisseur de grains pour de faibles épaisseurs, comme le fait la pression hydrostatique. Lorsque la hauteur de remplissage dépasse une taille caractéristique (qui est de l'ordre du diamètre du réservoir), le poids sature à une valeur constante. L'intégralité du poids d'une quantité de matière ajoutée est alors portée par les parois. L'interprétation est que les chemins de forces au sein du sable viennent dévier le poids de la colonne de sable sur les parois, formant ainsi une voûte. L'indépendance de la pression au fond de la hauteur de remplissage est aussi la raison pour laquelle le débit de sable à l'orifice d'un sablier ne change presque pas pendant que celui-ci se vide (Hagen, 1852). Le premier calcul de cet effet par Janssen (1895) ne fait pas référence aux voûtes, mais suppose que la contrainte verticale crée une pression sur la paroi sur laquelle les grains frottent. S'il reproduit à peu

près les forces moyennes, le modèle ne reproduit pas les fluctuations de la force que l'on observe (Brown & Richards, 1970), surtout lorsque l'on perturbe l'empilement. Des études récentes concernent par exemple la dépendance de la préparation de l'échantillon (Vanel & Clement, 1999) ou les fluctuations considérables observées lorsqu'on déplace le fond verticalement (Kolb et al., 1999), la réaction à une surcharge statique (Vanel et al., 2000) ou modulée temporellement.

Les voûtes de grains peuvent même entièrement bloquer un écoulement : certaines salières cessent de verser du sel au bout de quelques secondes, et l'on doit casser la voûte qui s'est formée au niveau des trous en secouant le récipient. En industrie, des conduits et des silos se bloquent de la même manière. Dans un écoulement, elles peuvent, en apparaissant de manière intermittente, influencer la dynamique en donnant naissance à un mouvement saccadé (arrêt-démarrage ou stick-slip) et des ondes de chocs. L'apparition de voûtes est favorisée par des parois rugueuses, des grains irréguliers et rugueux, et pour des chutes verticales par l'air qui crée des gradients de pression qui s'opposent à l'écoulement (Nakahara & Isoda, 1997; Aider et al., 1999; le Penec et al., 1996).

Dans d'autres effets de bord, il n'est pas sûr que les voûtes jouent un rôle. Les angles de démarrage et d'arrêt d'un talus augmentent dans une cellule dont les parois latérales sont rapprochées (Grasselli & Herrmann, 1997). Les deux angles se rapprochent l'un de l'autre lorsque le milieu est immergé dans l'eau (Gondret et al., 2000). L'un des mystères de ce phénomène est que les largeurs caractéristiques de l'effet ne semblent pas évoluer comme le diamètre des grains, pourtant la seule unité avec la dimension d'une longueur dans un milieu granulaire sec. D'autre part, les parois modifient également la forme d'un front d'avalanche et le profil de vitesse en surface (Savage, 1979). Des mesures que nous avons faites sur des écoulements continus à la surface d'un talus entre deux parois montrent que ces dernières introduisent une dépendance de l'angle de surface du débit de grains qu'on n'observe pas dans un cas non confiné (Forterre & Pouliquen, 1999, nous ont affirmé avoir observé le même comportement). Dans les chutes verticales, pour donner un dernier exemple, le sable tombe presque sans se déformer, sauf dans des couches limites dont la taille est de l'ordre de $4-8d$ (Bridgwater, 1980). Les longueurs caractéristiques de ces effets de bord sont très variables. Alors que l'accroissement des angles de démarrage et d'arrêt devient négligeable pour des distances supérieures à $10 - 20d$, un écoulement de billes de diamètre submillimétrique peut ressentir la présence des parois sur plusieurs centimètres, représentant quelques $100d$ de distance.

La conclusion est que la géométrie d'une expérience et les propriétés des parois ont une grande influence sur le comportement du sable. De nombreuses études notamment par des mécaniciens ne se sont consacrées qu'à l'étude de l'influence de la géométrie, par exemple dans le cas de silos ou de chutes. Malheureusement les résultats sont difficiles à comparer et interpréter. En conséquent, on ne sait pas bien à l'heure actuelle comment évoluent les effets de bords sous un changement d'échelle.



1.3.4. Les types de modélisations

La conclusion de la partie précédente est que la mauvaise séparation des échelles fait apparaître à l'échelle macroscopique d'importants effets de la structure granulaire microscopique. On peut en conclure qu'une bonne théorie doit contenir une échelle microscopique, si elle ne veut pas être condamnée d'avance. La multitude de comportements robustes, observables avec des grains différents, à des échelles différentes, semble *a priori* encourageante pour une approche continue du sable. Mais une telle approche est obligée de garder la trace de la taille du grain, autrement dit de rester *mésoscopique*.

Une théorie microscopique des milieux granulaires, qui remplirait automatiquement cette condition, semble toujours largement hors de portée. Les interactions compliquées et dissipatives au niveau des grains, la mauvaise séparation des échelles du grain et de l'écoulement et d'autres raisons rendent un traitement complet par la physique statistique difficile. Les modèles statistiques existants sont conçus pour expliquer un aspect particulier : propagation de contraintes par chaînes de forces (Claudin & Bouchaud, 1997; Claudin, 1999), contraintes dans un silo (Janssen, 1895; Bouteux et al., 1997; Peralta-Fabi et al., 1999), compaction (Nowak et al., 1997; Mehta et al., 1992), ...

Une autre catégorie de théories vient des domaines «classiques», la mécanique des solides, de la mécanique des fluides ou encore de la théorie cinétique des gaz. On peut effectivement distinguer dans le sable les trois pendants des états classiques solide, liquide et gazeux de la matière : l'état statique, où tous les grains gardent leurs voisins et où la cinétique ne joue aucun rôle, l'état d'écoulement dense, où le temps de vol libre des grains est très court devant le temps pendant lequel ils sont en contact, et l'état d'écoulement dilué, où le temps de vol est long par rapport au temps de collision⁸. Cette distinction correspond *grosso modo* aux états classiques de la matière. Dans ces théories, les possibilités pour intégrer une transition vers un autre état sont malheureusement en général limitées par le formalisme ou les concepts sous-jacents.

L'application de la théorie cinétique des gaz pour des écoulements rapides granulaires (théorie microscopique!) est probablement la seule approche qui donne des résultats satisfaisants. Elle traite les grains comme des atomes ayant une température «granulaire» d'agitation et des interactions inélastiques. Elle donne des bons résultats pour des écoulements dilués, mais cesse d'être valable dans un régime où le temps de collision entre grains devient non-négligeable par rapport au temps de vol libre. Il peut alors y avoir des phénomènes de «collapse inélastique» (dissipation en temps fini de l'énergie cinétique par un grand nombre de chocs), et l'apparition d'interactions non-locales et compliquées (amas de grains) qui rendent la description

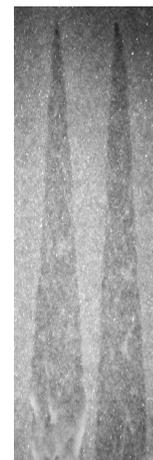
⁸Savage (1984) distingue encore plus d'écoulements. Il fait même mention de l'écoulement de surface (qu'il appelle «immature sliding flow»), mais le nom trahit déjà qu'il ne le mentionne qu'en tant que régime expérimental indésirable.

en termes de gaz impossible.

Les deux autres approches, solide et fluide, ne sont pas mésoscopiques au sens défini plus haut. Ce sont des approches purement phénoménologiques dans lesquelles des paramètres ou des relations doivent être déterminés par mesure dans le sable. L'approche de la mécanique des fluides est en ce sens controversée (Ancey et al., 1996). Elle suppose que le taux de cisaillement est une fonction (fonctionnelle pour un liquide à seuil) de la contrainte de cisaillement. Or dans les milieux granulaires, la contrainte semble être plus ou moins indépendante du cisaillement (Hungar & Morgenstern, 1984b; Scarlett & Todd, 1968). Il n'y aurait donc pas de loi rhéologique. Dès lors qu'il s'agit de décrire la transition à l'état solide, l'hystérésis du sable pour cette transition devient un obstacle supplémentaire.

Les théories continues pour l'état solide associent en général une théorie d'un corps continu élastique avec un seuil de déformation plastique (théories élasto-plastiques). Pour les granulaires statiques viennent s'ajouter aux paramètres classiques pour les corps solides (modules d'élasticité, ...) des nouveaux paramètres (compacité, angle de dilatance, ...) censés décrire certaines propriétés granulaires. Comme les anciens, ces nouveaux paramètres doivent être mesurés pour chaque sable dans une configuration simple et bien contrôlée. Pour remonter aux angles de frottement et de dilatance, les tests bi- ou tri-axiaux des mécaniciens par exemple consistent à comprimer un échantillon entre deux pistons (voir par exemple Scott, 1963; Brown & Richards, 1970) en mesurant ses forces de réaction et son volume. En supposant ensuite que le matériau est continu et caractérisé localement par ces grandeurs, on peut faire des simulations numériques pour faire des analyses de stabilité et de rupture dans des configurations plus compliquées. La nécessité d'un état de référence pour l'élasticité limite cependant sévèrement le traitement de déformations plastiques. Même si l'on peut ajouter des règles pour décrire au moins la direction du fluage (plasticité non-associée), cette approche reste fondamentalement (quasi)statique, et le temps n'y a pas de sens physique.

Récemment, l'approche de Saint Venant (de Barré Saint-Venant, 1850) pour les écoulements de pellicules d'eau a connu un renouveau d'intérêt par son application aux écoulements granulaires. Consistant simplement à écrire les lois de conservation de la matière et de la quantité de mouvement moyennées dans l'épaisseur, cette approche a le mérite de fournir un cadre libre de préjugés, dans lequel la cinématique est déjà prise en compte. Les éléments manquants et spécifiques au cas granulaire (forces, dynamique), sont écrits à partir d'observations expérimentales (Takahashi, 1991b; Patton et al., 1987; Savage & Hutter, 1989; Naaim et al., 1997; Pouliquen, 1999a). La dynamique n'a pas besoin d'être connue localement au sein de la couche, mais seulement en moyenne sur l'épaisseur. Et les termes trouvés dans des écoulements stationnaires (par exemple la loi d'échelle observée par Pouliquen, 1999b) peuvent ensuite être utilisés pour analyser des transitoires (Pouliquen, 1999a). Jusqu'à présent, les équations de Saint Venant ont été appliquées uniquement au cas d'un écoulement granulaire sur fond fixe.



Il existe seulement quelques modèles à ce jour pour les écoulements de surface du sable. Certains modèles ont été formulés pour décrire le comportement d'une expérience particulière. Le modèle de Caponeri et al. (1995), décrivant la dynamique d'avalanches dans un tambour tournant, fait partie de cet ensemble. Il considère la matière en mouvement globalement, et postule une analogie avec le frottement solide pour reproduire les régimes périodiques et continus d'avalanches, par un mécanisme baptisé «stick-slip». Seulement une poignée d'autres modèles essaient d'aborder le problème plus général, et de décrire des écoulements de surface quelconques (Bouchaud et al., 1994; Boutreux et al., 1998; Aradian et al., 1999; Mehta et al., 1996). Ce sont des modèles à caractère «d'équations d'amplitude», construits de manière minimaliste par raisonnements de symétries à partir d'une intuition de la dynamique granulaire. Ils ont le mérite de reproduire au moins qualitativement certains comportements du sable, et de permettre de cette manière d'illustrer des mécanismes ou des paradigmes. Surtout par le manque de mesures expérimentales, la forme des termes est cependant largement une question d'intuition, et la correspondance entre modèle et réalité reste à vérifier. Rappelons par exemple que le modèle de Bak et al. (1987), qui avait eu un écho considérable et était supposé décrire (entre autres) l'évolution de la surface d'un tas, avait été invalidé en tant que modèle d'avalanches par l'observation de l'hystérésis dans le sable (Caponeri et al., 1995; Nagel, 1992; Evesque & Rajchenbach, 1988; Jaeger et al., 1989).

1.4. Motivation

L'écoulement du sable présente plusieurs particularités par rapport à celui d'un liquide ordinaire. La plus frappante est sans doute qu'il peut changer sa masse, en déposant ou en érodant des grains, lorsqu'il se fait sur un tas épais. Le sable choisit donc lui-même la profondeur sur laquelle il coule. De la même manière, l'étendue latérale de l'écoulement peut diminuer ou augmenter. La dynamique de cette transition n'a presque pas été étudiée. On ignore par exemple la manière dont la profondeur est sélectionnée. Dans la description actuelle, «Coulombienne» du sable, basée sur deux angles φ_{start} et φ_{stop} de démarrage et d'arrêt, on voit bien qu'il y a un problème (figure 1.15). Le rapport de la force tangentielle et la force normale est indépendant de la profondeur à laquelle on se situe, vu qu'il s'agit simplement des composantes tangentielle et normale du poids cumulé de la couche au-dessus. Il n'y a donc ni de sélection de profondeur au démarrage, ni ensuite dans l'écoulement (en régime stationnaire, les forces normales et tangentielles ont strictement la même valeur qu'au repos). Dans le sable, les surfaces de rupture ne sont plus nécessairement des plans parallèles à la surface à cause des conditions au bords, mais la dégénérescence persiste. On connaît donc les domaines au seuil de rupture et les surfaces de rupture potentielles, mais pas *a priori* l'endroit, et surtout pas la dynamique qui suit. Or c'est l'évolution de la partie en écoulement qui est intéressante aussi bien d'un point de

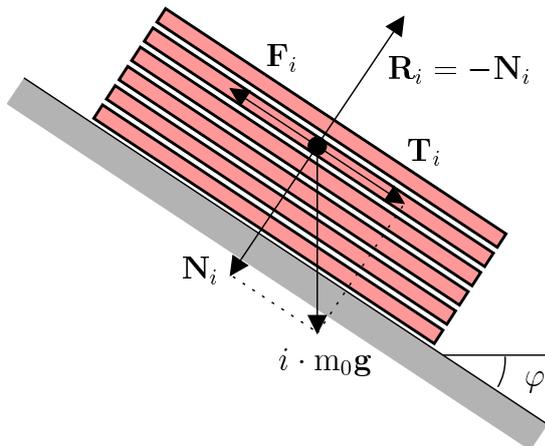


FIG. 1.15. – Laquelle des planches superposées glisse en première lorsqu'on incline le plan? D'après le critère de Coulomb (equ. (1.2)), la situation est indéterminée : le rapport T_i/N_i ne dépend pas de la profondeur de la planche i dans la pile.

vue pratique (amplification d'avalanches) que d'un point de vue fondamental (choix auto-régulé de l'interface).

L'objectif de la thèse est de comprendre l'évolution de cette frontière entre la partie mobilisée et la partie solide du tas. Nous voulons décrire les mécanismes qui régissent la transition entre les deux états.

En considérant la dynamique d'une bille isolée, nous avons déjà pu identifier quelques ingrédients centraux de la transition : l'existence des deux angles d'arrêt et de démarrage, leur origine physique, et le rôle du piégeage. Mais comme l'a montré le dilemme du frottement Coulombien (figure 1.15), cette description locale ne suffit pas : le problème de l'écoulement du tas de sable est celui d'*effets collectifs* d'un grand nombre de grains. Comment des grains en mouvement en mobilisent-ils d'autres? À l'inverse, qu'est-ce qui piège un grain à la limite entre la couche en écoulement et la partie statique. Quelle conséquence a l'accroissement de la matière mobile pour l'écoulement lui-même? Voici les questions que nous allons étudier expérimentalement.

Les deux expériences présentées dans les chapitres suivants éclairent des aspects différents autour de la mobilisation. La première consiste à étudier la propagation d'une perturbation dans une couche statique métastable (c'est-à-dire un état qui se situe entre l'angle d'arrêt φ_{stop} et l'angle de démarrage φ_{start} , et qui peut donc être en mouvement ou au repos selon l'histoire). Nous cherchons à savoir par quels mécanismes le mouvement peut s'étendre dans la phase statique. Une deuxième question que nous allons aborder dans cette expérience concerne l'équilibre entre l'écoulement et la partie statique. Dans quelle mesure le gain ou la perte de matière de l'écoulement envers la partie statique modifie-t-il la propagation de la matière en mouvement.

Dans la deuxième expérience un échantillon cylindrique s'effondre pour former un tas conique. Ce transitoire nous permet d'étudier l'influence de la préparation sur la mobilisation. À nouveau, la déformation n'est pas imposée, mais choisie par l'écoulement de surface lui-même.

Dans la conclusion nous essayons d'interpréter nos observations, et tenterons de



montrer un chemin pour une modélisation des écoulements de surface basée sur ces résultats.



2. Avalanches sur un plan incliné



Sommaire

2.1. Motivation	39
2.2. Principe de l'expérience	39
2.2.1. Montage expérimental	39
2.2.2. Techniques de mesure	44
2.2.3. Préparation	49
2.3. Effet du fond rugueux	51
2.3.1. Angle d'arrêt	51
2.3.2. Angle de démarrage	53
2.3.3. Discussion	54
2.3.4. Pourquoi un fond rugueux?	58
2.4. Avalanches : comportement sous-critique	58
2.4.1. Déclenchement sous-critique	58
2.4.2. Interprétation	60
2.4.3. Détails	63
2.4.4. Arrêt	63
2.4.5. Conclusion	66
2.5. Dynamique des avalanches	67
2.5.1. Avalanches triangulaires	68
2.5.2. Avalanches remontantes	68
2.5.3. Visualisation	70
2.5.4. La transition triangulaire-remontant	75
2.5.5. Mécanismes de croissance triangulaire	77
2.5.6. Mécanismes de remontée	79
2.5.7. Vitesses des fronts	83
2.5.8. Forme des avalanches	85
2.6. Amplification et saturation	89
2.6.1. Dynamique du front avant	89
2.6.2. Avalanches sur couches épaisses	95
2.7. Dynamique de mobilisation/dépôt	98
2.7.1. Ondes solitaires	98
2.7.2. Vitesse des grains	102
2.7.3. Interprétation	105
2.8. Discussion	107

2.1. Motivation

Le but de l'expérience présentée dans ce chapitre est d'étudier l'évolution d'un écoulement amplifié. La préparation consiste à créer une couche statique homogène sur un plan incliné, et puis à la placer à une inclinaison entre les angles critiques φ_{start} et φ_{stop} , c'est-à-dire dans un état métastable. Nous perturbons ensuite localement la couche, et observons si et comment les grains en mouvement parviennent à en mobiliser d'autres.

L'expérience correspond donc à la boîte inclinée discutée dans l'introduction de la thèse, avec deux différences importantes. Premièrement, nous n'augmentons pas, comme nous l'avons fait par la pensée dans l'introduction, l'inclinaison jusqu'au démarrage spontané des grains. En déclenchant à une inclinaison arbitraire dans la plage métastable, nous pouvons passer continûment d'une situation dans laquelle la couche est sur le point de démarrer spontanément (proche de φ_{start}) à une situation dans laquelle l'écoulement n'est pas loin de devenir impossible (près de φ_{stop}).

La deuxième différence concerne la géométrie de l'expérience. Les couches que nous préparons sur le plan incliné sont minces par rapport à la largeur du plan. L'avantage principal est que la préparation devient particulièrement simple, grâce à un effet de fond. Un autre est lié à la taille : on peut travailler avec des couches minces relativement grandes, alors que le poids d'un bac profond deviendrait très rapidement difficile à manier. Or il est intéressant d'avoir un grand échantillon pour observer l'évolution de l'écoulement. L'écoulement sera évidemment influencé et limité par le fond, mais nous pouvons faire varier l'épaisseur de la couche pour jauger cet effet.

Dans cette expérience nous pouvons étudier presque tous les aspects de la transition solide-liquide. L'observation de la surface de la couche nous donne accès à l'évolution dans le plan de l'écoulement. La propagation en profondeur n'est pas observable directement. Nous pouvons en revanche la contrôler, plus précisément la limiter, en variant l'épaisseur de la couche. L'étude de la dynamique de l'écoulement lui-même nous enseignera sur les échanges entre l'écoulement et la couche statique.

Sauf mention, les mesures présentées dans ce chapitre ont été faites avec des billes de verre¹ de taille comprise dans l'intervalle 180–300 μm , d'un diamètre moyen $d = 240 \mu\text{m}$.

2.2. Principe de l'expérience

2.2.1. Montage expérimental

Le plan incliné consiste en un panneau en aggloméré de bois, serré dans un cadre métallique et recouvert de feutrine (figure 2.2). Le cadre métallique en profilés carrés de 5 cm de côté est suffisamment rigide pour qu'on puisse monter des instruments de

¹fabricant : Potters-Ballotini

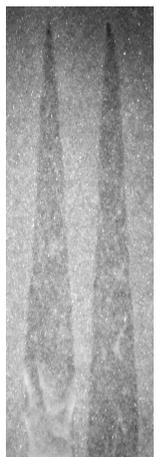




FIG. 2.1. – Photographie de l'expérience. La structure cubique en profilé supporte le système de traction (poulies en haut, moteur en haut à gauche, contrepoids à droite) et le plan sur deux charnières en bas. La caméra (en dehors de l'image) est fixée sur une structure solidaire au plan. Les billes de verre recouvrent une partie du plan (partie blanche) et forment un tas dans le bac collecteur. La ligne claire sur la couche provient d'une diode LASER montée sur le cadre du plan.

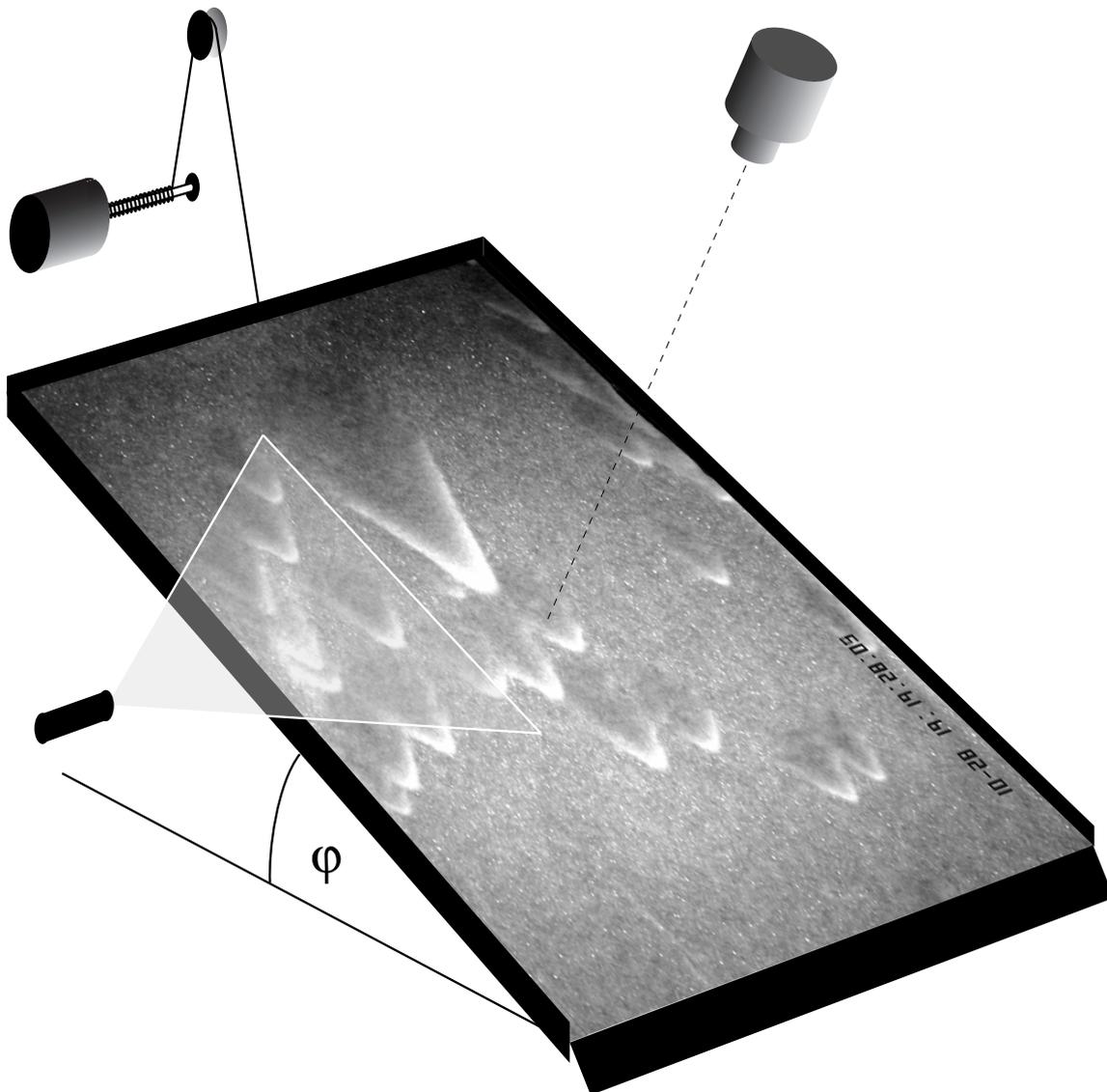
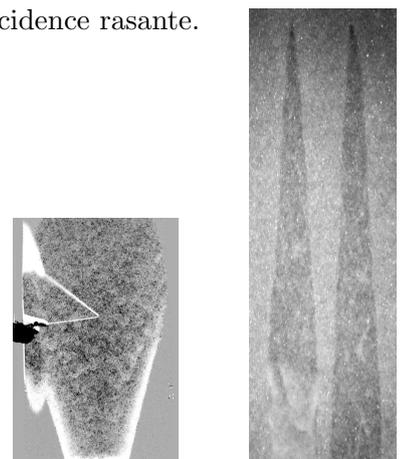


FIG. 2.2. – Dispositif expérimental. Le plan fait 1.35 m de long et 0.62 m de large, et sa surface est recouverte de feutrine. L'angle d'inclinaison est ajusté à l'aide d'un treuil et d'un moteur synchrone à 1.2°/min. La caméra est solidaire au plan, à une distance d'environ 2 m. La hauteur de l'écoulement est mesurée à l'aide d'un plan de lumière à incidence rasante.



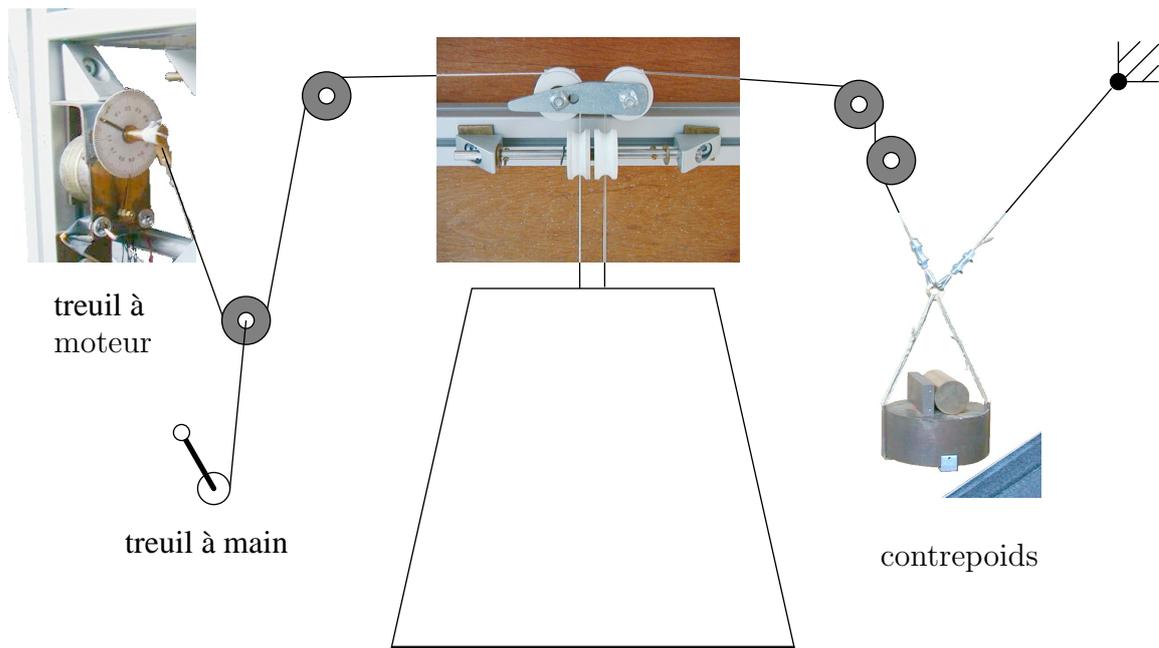


FIG. 2.3. – Suspension du plan. L'inclinaison du plan est variable à l'aide soit du moteur électrique soit manuellement par un cabestan. Un contrepoids réduit la charge sur le fil tracteur. Sa double suspension assure une diminution de la force avec inclinaison croissante du plan. Les fils de traction et du contrepoids empruntent des chemins différents pour ne pas se coincer mutuellement.

mesure sur le cadre sans que le plan ne fléchisse de manière mesurable. La feutrine est un film adhésif commercialisé feutré sur une face. Elle est posée directement sur le plan.²

Le plan repose en bas sur des charnières, tandis que le haut est maintenu par un fil qui permet d'ajuster l'inclinaison. Deux aspects sont particulièrement importants pour cette partie du montage liée au réglage de la pente : la précision du réglage et le bruit mécanique. La première se répercute directement sur la précision des mesures, et le deuxième constitue une sollicitation indésirable de la couche granulaire qui peut la mettre en mouvement prématurément.

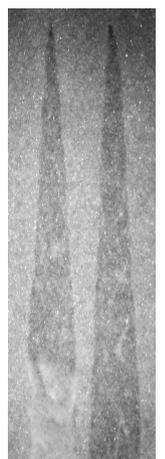
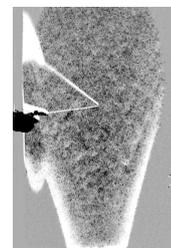
L'inclinaison est ajustée soit par un treuil à moteur électrique, soit à la main par un treuil muni d'une manivelle. Les deux alternatives sont disponibles simultanément, le fil «manuel» étant attaché à la chape d'une poulie qui coulisse sur le fil

²Dans une première réalisation, qui n'aura servie que pour des mesures d'exploration, des bulles d'air étaient piégées sous la feutrine. Ces modulations de la surface, bien qu'inférieures au millimètre de hauteur, avaient un effet notable sur l'écoulement, en raison de la faible épaisseur de la couche granulaire elle-même. Les irrégularités servaient également de points privilégiés à la déstabilisation spontanée de la couche. Pour la réalisation définitive, la feutrine a été collée petit à petit en commençant d'un côté et en chassant les bulles.

de traction (figure 2.3). Sur les deux dispositifs, le tambour d'enroulement est monté derrière un réducteur. Cela permet de contrôler finement la montée du plan : un tour entier de la manivelle correspond à une augmentation de 0.1° . Du côté électrique, le réducteur permet d'utiliser un petit moteur synchrone qui ne vibre que très peu. Sa faible vitesse (1 tour/min) satisfait les deux exigences formulées plus haut : d'un côté il est possible d'arrêter le moteur avec une précision meilleure qu'un centième de tour, et d'un autre côté les accélérations au démarrage et à l'arrêt sont très faibles. Même dans les expériences où la couche granulaire est très sensible à une perturbation, le déclenchement a rarement lieu à la commutation du moteur. Pendant la marche, le moteur synchrone tourne par sa nature de manière parfaitement régulière. Contrairement à un moteur à courant continu, il n'a pas besoin de circuit d'asservissement pour tourner à vitesse constante. L'absence d'accélérations pendant le changement d'angle signifie que celui-ci est reproductible, puisque la seule source de bruit mécanique provient des vibrations du moteur, invariantes d'une expérience à une autre.

La force exercée sur le fil est proportionnelle au moment du poids du plan par rapport aux charnières, puisque l'angle du fil avec le plan varie peu (il se situe toujours entre 60° et 90°). Ce moment varie en fonction de l'angle d'inclinaison : il est maximal quand le plan est à l'horizontale, et diminue avec une pente croissante. Le poids apparent ressenti par le fil est donc particulièrement grand pour de faibles inclinaisons. Pour ne pas que cette charge détériore la mécanique du treuil, nous avons ajouté un contrepoids au montage. Ce contrepoids doit compenser une grande partie du poids du plan aux faibles inclinaisons, mais presque rien quand le plan est fortement incliné, de sorte que le fil de traction reste toujours sous tension sans pour autant dépasser sa charge limite. Pendant quelque temps, nous avons utilisé un montage dans lequel une corde élastique réduisait le contrepoids quand celui-ci s'abaissait et que le plan montait. Le fluage et le vieillissement de la corde élastique sous tension nécessitaient toutefois de fréquents réajustements. Une solution plus élégante, adoptée par la suite, consiste en une double suspension du contrepoids (figure 2.3). L'un des fils a une longueur fixe et il est attaché au bâti, tandis que l'autre vient tirer sur le plan en passant par des poulies. Au fur et à mesure que l'inclinaison du plan augmente, le fil du contrepoids est relâché, et la partie du contrepoids qu'il porte diminue au détriment du fil fixe. Cette construction mime le plan lui-même ; on peut s'en convaincre en remplaçant par la pensée le fil de longueur fixe et le contrepoids par une barre rigide. En jouant sur la longueur et le point de fixation de ce fil, ainsi que sur la masse du contrepoids, on peut s'assurer que la force sur le fil de traction reste à peu près constante pour tout angle d'inclinaison.

Les écoulements sont filmés par une caméra CCD Sony noir et blanc aux normes PAL/SECAM (50 demi-images entrelacées par seconde). La caméra est montée sur une structure solidaire au plan à une distance réglable et avec son axe optique perpendiculaire au plan. Ceci élimine les effets de perspective et garde l'échelle constante quelque soit l'inclinaison du plan. Le montage solidaire nous permet de faire ressortir



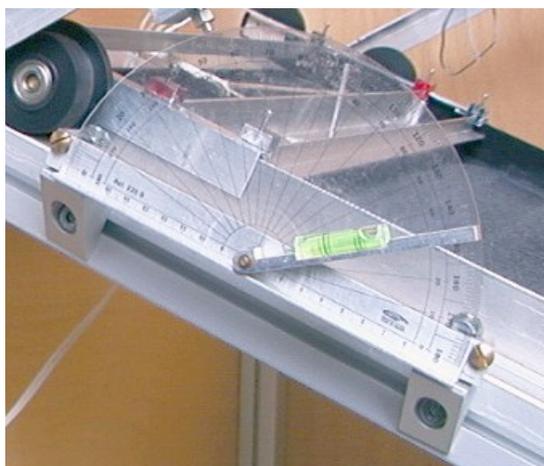


FIG. 2.4. – Rapporteur avec niveau à bulle.

des changements dans la couche granulaire par différence d'images (page 73). Le signal vidéo est enregistré sur magnétoscope, et digitalisé pour le traitement numérique sur ordinateur à l'aide d'une carte d'acquisition du fabricant SCION.

2.2.2. Techniques de mesure

Inclinaison

Le système de treuils décrit plus haut permet de faire varier l'inclinaison du plan de manière très contrôlée et d'obtenir une mesure «relative» d'un incrément de pente. La valeur de la pente doit toutefois être mesurée par un autre moyen. Il s'avère que cette mesure «absolue» de l'inclinaison, c'est-à-dire l'angle par rapport à la gravitation, est nettement moins précise que la mesure «relative» d'un incrément de pente.

Une augmentation de l'angle est mesurée par la rotation du tambour du guindeau, sur lequel le fil vient s'enrouler en spires juxtaposées. Un disque avec une graduation est fixé sur l'axe du tambour, et une aiguille permet d'en déterminer la position angulaire à mieux d'un centième de tour près. D'après des mesures d'étalonnage, un tour correspond à 1.2° , ce qui signifie que la précision nominale est de l'ordre du centième de degré. L'erreur estimée est à peine plus grande, à deux conditions : la charge sur le plan doit rester constante pendant le changement de pente, faute de quoi l'élasticité du fil de traction devient importante ; le changement de pente doit se faire dans un sens (croissant ou décroissant), à cause d'un hystérésis dû aux forces de friction dans les charnières et les poulies (pourtant munies de roulements à billes).

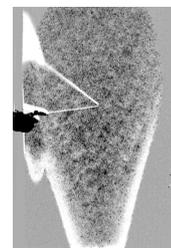
La mesure «absolue» de la pente peut se faire par trois méthodes : les deux premières utilisent un rapporteur ordinaire dans l'une de deux configurations : soit suspendu en bas du plan avec un fil à plomb passant par son centre, soit posé sur le dessus du plan avec un rayon sur lequel a été collé un niveau à bulle. L'ajustement de l'inclinaison peut se faire assez précisément à des valeurs multiples de 0.5° , qui

correspondent à un trait de la graduation. L'erreur dans ce cas est estimée à 0.2° , tenant compte de la qualité de l'alignement (aux largeurs de la graduation et du fil près, soit 0.1°), et de l'incertitude sur l'origine du rayon de mesure, sa fixation et la tolérance du niveau à bulle. L'erreur due à l'alignement du rapporteur avec le plan en revanche est négligeable, les surfaces étant bien usinées. La troisième méthode consiste à mesurer la hauteur d'un point du plan par rapport au sol du laboratoire. Moyennant la mesure de quelques dimensions du plan et une hypothèse sur l'horizontalité du sol (vérifiée par endroit à l'aide d'un niveau à bulle), on obtient l'angle d'inclinaison. Si la précision relative est très bonne, puisqu'un millimètre d'erreur sur la position du haut du plan de 140 cm de longueur ne représente qu'à peu près 0.04° , l'erreur absolue est plus difficile à estimer et devrait être comparable à celle obtenue par mesure d'angle directe.

Épaisseur de la couche

La hauteur de la couche granulaire par rapport au fond rugueux est mesurée à l'aide d'une nappe de lumière à incidence rasante. La nappe crée une ligne de lumière diffusée sur la surface. Une sur-épaisseur de la surface se manifeste par un déplacement proportionnel de cette ligne de rencontre vers la source de la nappe (figure 2.5 **haut**). En mesurant sa position, on peut donc remonter à la hauteur locale sur la ligne. L'axe optique de la caméra étant perpendiculaire au plan, le facteur de proportionnalité entre la sur-épaisseur et le déplacement latéral de la ligne diffusée vaut $\tan \alpha$, où α est l'angle d'incidence de la nappe. Plutôt que de mesurer α , nous utilisons une cale en PVC avec un relief bien défini pour étalonner la mesure. Cette cale a d'abord été usinée pour qu'elle ait partout la même épaisseur. Des rainures ont ensuite été fraisées à des profondeurs bien définies par rapport à la surface, créant un relief en créneaux perpendiculairement aux rainures. L'échelle peut alors être extraite à partir de l'image de la ligne projetée sur la cale (figure 2.5 **bas-droite**). Le facteur d'amplification $1/\tan \alpha$ peut largement dépasser 1 pour une incidence rasante de la nappe de lumière. Après quelques optimisations du dispositif, nous sommes parvenus à travailler avec un facteur 10 ou plus, qui correspond à un angle d'incidence inférieur à 6° . Cela signifie qu'une sur-épaisseur de 1 mm décale la ligne de 10 mm latéralement. L'amplification est en fin de compte limitée par l'épaisseur finie de la nappe de lumière, qui a pour conséquence que la ligne diffusée est d'autant plus large que l'angle d'incidence est petit. La ligne devient donc floue et son intensité diminue. La limite a pu être repoussée relativement loin grâce à l'utilisation d'une diode laser comme source de lumière. Son faisceau est intense, et elle peut être suspendue à quelques millimètres seulement de la couche granulaire en raison de ses faibles dimensions associées à une production négligeable de chaleur. Une lentille de focalisation ajustable et une optique spéciale permettent de créer un plan de lumière d'épaisseur minimale au niveau de la mesure avec une distribution homogène de l'intensité lumineuse.

La dernière étape consiste en un traitement numérique des images de la ligne



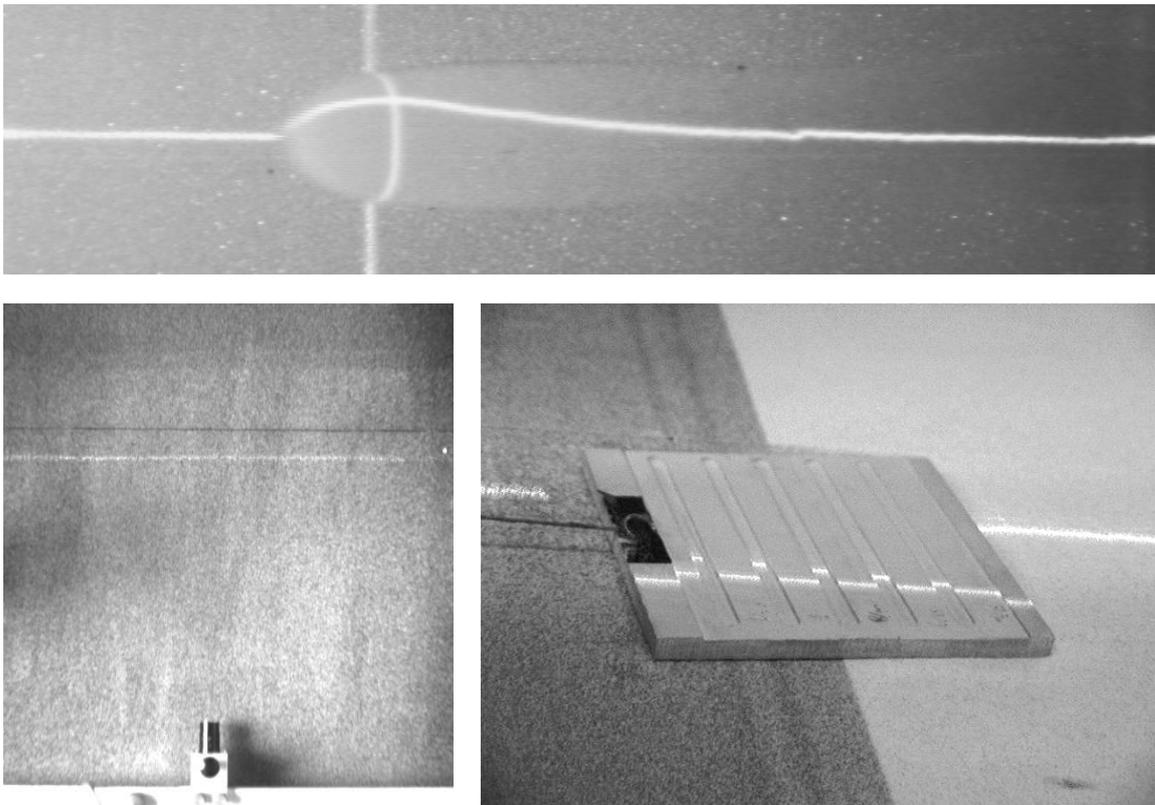


FIG. 2.5. – L'épaisseur de la couche est mesurée à l'aide d'une nappe de lumière à incidence rasante. **haut** Une variation de la hauteur locale se traduit par un déplacement proportionnel de la ligne de rencontre vu par la caméra. Le front d'avalanche représenté est coupé par deux nappes provenant de sources en haut et à droite de l'image. **bas-gauche** Dispositif vu de l'emplacement de la caméra, avec la diode laser et l'optique en bas, et la ligne de rencontre de la nappe et du plan en clair dans la partie supérieure (la ligne noir parallèle est un fil de référence). **bas-droite** Une cale comportant des rainures de profondeurs définies (croissantes de droite à gauche) permet d'étalonner simplement la mesure de hauteur.

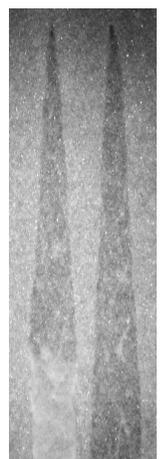
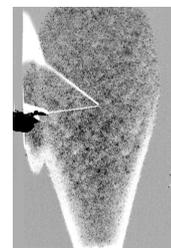
créé par le plan de lumière sur la surface. Le traitement est nécessaire pour extraire une hauteur de cette ligne qui n'en est en fait pas une : premièrement elle a une largeur finie, comme il a déjà été dit plus haut, qui peut atteindre plusieurs dizaines de pixels sur des images en très gros plan ; deuxièmement elle a une structure granulaire à petite échelle, à cause du phénomène de «speckle» interférométrique de la lumière cohérente, mais aussi simplement parce que les centres diffuseurs sont les billes individuelles, et que la quantité de lumière renvoyée vers la caméra par chaque bille dépend de son orientation et de sa hauteur par rapport à ses voisins de surface. On constate cependant que la ligne est relativement lisse à grande échelle, ce qui signifie que la rugosité de la surface est petite, et justifie de prendre une moyenne sur la largeur de la ligne. Un programme trouve ainsi la position de la ligne en cherchant

le barycentre de la distribution en intensité selon une direction perpendiculaire à la ligne LASER. La position obtenue peut prendre des valeurs fractionnelles de pixels, ce qui permet de résoudre des structures peu épaisses même sur des images à grand angle où l'échelle est petite. La précision atteinte est très bonne : en gros plan, un décalage de la ligne d'un pixel correspond à une variation de l'épaisseur de $10\ \mu\text{m}$, qui est largement inférieure au diamètre des grains. Il s'avère effectivement que la moyenne sur la largeur de la ligne, soit typiquement une dizaine de grains, est bien définie à des fractions de diamètre moyen près. La précision des mesures de hauteur sera particulièrement intéressante pour les mesures de profils d'avalanches. L'intérêt principal apporté par l'augmentation d'un facteur $1/\tan\alpha$ du décalage dû à l'incidence rasante de la lumière n'est toutefois pas le gain en précision, mais la possibilité d'agrandir d'autant le champ de vision à précision égale. Sans amplification, le rapport de la longueur observable de l'écoulement et la précision en hauteur désirée serait donné approximativement par la largeur de l'image en pixels. On pourrait étudier seulement des détails des écoulements, qui avec des hauteurs de l'ordre du millimètre sur des longueurs de plusieurs dizaines de centimètres dépassent largement ce rapport d'aspect.

Cette considération a éliminé une autre configuration qui consiste à envoyer la nappe de lumière sur le plan à angle droit et à filmer de côté. Ce montage inverse n'est pas équivalent au montage utilisé, puisque l'amplification du décalage vu par la caméra par rapport au changement de hauteur est limitée à des valeurs inférieures à l'unité. Il aurait pourtant le mérite de faire des coupes de hauteur perpendiculaires au plan, plus directement utilisables que les profils mesurés par la nappe en incidence rasante. Ces derniers donnent la hauteur à l'endroit de la ligne laser, et donc à une position (projetée sur le plan) qui dépend de la hauteur elle-même (c'est d'ailleurs le principe même de la mesure de hauteur, cf. figure 2.5 **haut**). En termes de coordonnées cartésiennes (x, y) du plan³, une coupe rasante donne un profil de hauteur $h(x, y_0 + h/\tan\alpha)$, où $y_0 = \text{cste}$ est l'abscisse à laquelle la nappe de lumière coupe le plan nu, et non pas $h(x, y_0)$. Il est toutefois possible de reconstruire dans certains cas à partir des coupes penchées un profil de hauteur selon une coupe perpendiculaire au plan :

- si l'écoulement est invariant par translation, le profil en biais est équivalent à un profil droit. Cette hypothèse est souvent approximativement satisfaite dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, et s'applique alors à des profils de hauteurs parallèles à l'écoulement ($h(x, y_0 + h/\tan\alpha) \simeq h(x, y_0)$).
- pour des coupes perpendiculaires à l'écoulement, on peut tirer parti de l'advection en faisant une «hypothèse de Taylor», c'est-à-dire postuler que la hauteur mesurée en un point en fonction du temps t est sensiblement la même que celle mesurée à un instant en fonction de la position $x = vt$ sur une droite parallèle à l'écoulement. La vitesse v doit être la vitesse d'advection de l'onde, d'où la

³Dans tout ce chapitre, l'axe des x est orienté vers le bas du plan selon la direction de plus grande pente, l'axe des y est également dans le plan et l'axe des z est perpendiculaire au plan



condition $\partial_t + v\partial_x \simeq 0$ (advection sans changements de forme) pour qu'on puisse appliquer l'hypothèse. Une séquence de profils suffit alors pour reconstruire la hauteur à deux dimensions ($h(x_0 + h/\tan\alpha, y, t) \rightarrow h(x, y, 0)$).

Vitesse matérielle

Les mesure de vitesse de surface de l'écoulement ont été faites par inter-corrélation d'images. Le principe de cette technique classique connue sous l'acronyme PIV (Particle Image Velocimetry) est le suivant : autour du point d'une image dont on souhaite connaître la vitesse, l'on choisit un domaine \mathcal{D} suffisamment grand pour qu'il contienne plusieurs particules, appelés «traceurs». Dans des bonnes conditions, la configuration de ces quelques particules est suffisamment unique – c'est-à-dire il est suffisamment improbable que d'autres particules dans l'écoulement aient les même positions relatives – pour qu'on puisse essayer de la retrouver sur l'image suivante (un temps δt plus tard). Cette recherche se fait le plus simplement en translatant le domaine systématiquement à chaque position dans un ensemble de positions possibles⁴, et en le comparant à la nouvelle image à l'aide d'une fonction qui mesure la ressemblance. Cette fonction est classiquement une fonction de corrélation croisée. Nous utilisons à la place une fonction χ^2 qui mesure simplement l'écart des intensités :

$$\chi_{\mathcal{D}}^2(\mathbf{v}) = \sum_{\mathbf{r} \in \mathcal{D}} [I(\mathbf{r}, t) - I(\mathbf{r} + \mathbf{v}\delta t, t + \delta t)]^2$$

La vitesse du domaine est alors le vecteur de déplacement qui minimise cette fonction.

Pour que la PIV puisse fonctionner, il faut que l'image soit contrastée. Les billes de verre à elles seules ne peuvent pas tenir lieu de traceurs — à notre échelle (~ 1 grain par pixel), rien ne ressemble plus à dix billes de verre que dix billes de verre⁵. Il faut donc ajouter des traceurs d'une autre couleur au milieu granulaire. Mais les billes de verre posent un deuxième problème : le scintillement des billes sous l'éclairage devient gênant, car il correspond pour la PIV à l'apparition et la disparition de particules brillantes. Ce problème seul aurait probablement pu être résolu en éclairant de manière plus diffuse, par l'intermédiaire d'écrans par exemple. La solution pour laquelle nous avons opté a été de colorer les billes. Les billes de verre commerciales teintées étant difficiles à obtenir, nous avons fait de nombreux essais avec différentes peintures et procédés pour faire adhérer un colorant à la surface des billes. Dans beaucoup de cas où nous réussissions, les grains se collaient en l'espace de quelques minutes aussitôt qu'ils étaient au repos. C'est avec de l'encre de chine que nous avons finalement obtenu des grains colorés qui ne vieillissent pas au repos. En ajoutant environ 1% de billes noires à des billes colorées à l'encre blanche, nous

⁴On peut raffiner la méthode en y intégrant d'autres transformations, telle la rotation ou le cisaillement, mais le gain dans notre cas est discutable (le nombre de paramètres croissant complique la recherche dans l'espace des paramètres).

⁵L'exercice est praticable si la résolution temporelle ou spatiale du capteur est suffisamment grande. Dans notre cas, les déplacement d'une image à l'autre sont supérieurs au diamètre de bille.

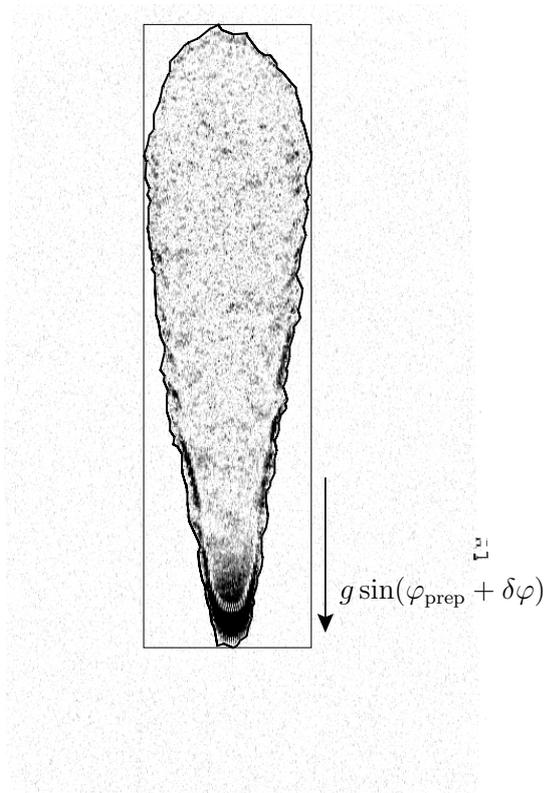


FIG. 2.6. – Mesures effectuées sur les avalanches. L'exemple montre une avalanche remontante en différence d'images. Les extrémités avant, arrière, gauche et droite sont obtenues en circonscrivant un rectangle. Pour l'analyse détaillée de la forme de l'avalanche, un programme cherche l'enveloppe des points noirs caractérisant le mouvement.

obtenons un mélange mat, homogène (le mélange des deux espèces est irréversible, il n'y a pas de ségrégation) et d'une concentration de traceurs adaptée.

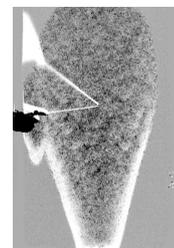
Un exemple d'une mesure de vitesse par PIV sur un front avant d'avalanche est visible à la page 103.

Forme de l'avalanche

Nous nous intéresserons également à la forme globale d'une avalanche et à l'évolution temporelle de cette forme. Sur un film, l'œil humain distingue très bien les grains en mouvement des parties statiques – mais il est difficile d'identifier le mouvement sur une image isolée puisque les grains mobiles et immobiles sont les mêmes. Pour pouvoir faire des mesures, nous avons développé quelques techniques de différences d'images, qui nous serviront également à mieux visualiser les avalanches (chapitre 2.5.3). Un traitement numérique de l'image nous permet d'extraire automatiquement la forme de l'écoulement (voir aussi figure 2.6).

2.2.3. Préparation

L'idée de l'expérience est d'étudier la propagation d'une phase de grains «fluides» dans un milieu statique : une couche de grains au repos est donc déposée sur le plan



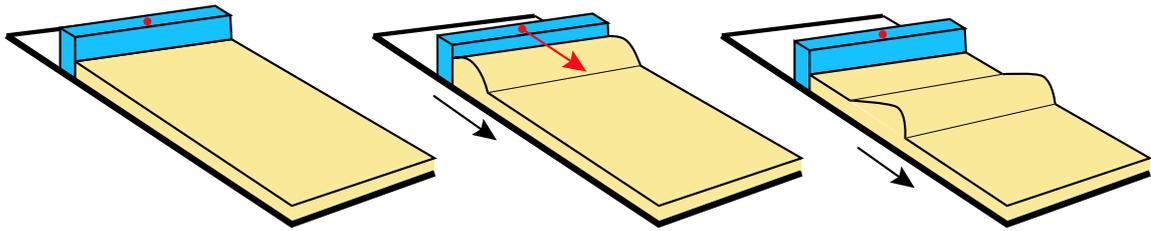


FIG. 2.7. – Des front rectilignes peuvent être créés en poussant la couche à l’aide d’une barre. Des fronts minces servent à rendre la couche plus homogène.

avant chaque expérience. Grâce à un effet de fond décrit dans la partie suivante, ceci est relativement simple : il suffit de verser une grande quantité de grains en haut du plan à une inclinaison φ_{prep} . L’écoulement laisse alors derrière lui une couche statique de hauteur constante. En principe, on obtient directement une couche homogène qui est à son angle d’arrêt.

Sans précautions supplémentaires, cette couche est cependant assez rugueuse. En observant le front de séchage⁶ entre l’écoulement et la couche statique qu’il laisse derrière lui, on constate que des petites ondes se détachent à l’arrière de l’écoulement principal et se figent. Une méthode pour lisser la couche consiste à déclencher des fronts minces sur toute la largeur du plan, en poussant les grains en haut de la couche avec une barre (figure 2.7). Le front descend à vitesse constante sur une couche qui a la même hauteur statique à l’avant et à l’arrière. Il incorpore les sur-épaisseurs laissées par le premier écoulement massif, en laissant derrière lui une couche homogène. En pratique nous faisons couler trois ou quatre fronts de suite pour éliminer les sur-épaisseurs et obtenir une couche lisse.

Pour des couches très épaisses (quelques millimètres), même cette astuce ne permet pas d’effacer les berges : une fois formées, elles sont étonnamment stables et résistent à un écoulement par-dessus. En versant d’un trait les grains en haut du plan, on peut en général empêcher leur formation dès le début.

La procédure de préparation consiste en résumé à verser une grande quantité de billes en haut du plan et sur toute sa largeur, et à faire suivre trois ou quatre fronts minces pour enlever les sur-épaisseurs provenant de berges ou de gouttes figées. La reproductibilité est bonne, comme on peut en juger à partir de la dispersion des mesures de la figure 2.9. Uniquement pour des couches très épaisses, on observe d’importantes fluctuations et des effets de mémoire.

⁶Nous employons de nombreux termes et images de fluides dans cette thèse pour décrire les écoulements granulaires, alors qu’il s’agit partout de milieux secs. Principalement par commodité, profitant du riche vocabulaire et de la possibilité de communiquer implicitement des images au lecteur/à la lectrice, l’usage n’est ni intentionné ni involontaire, mais naturel. Dans certains cas on peut même avoir l’impression que le lien entre le phénomène granulaire et son analogue fluide est plus que superficiel.

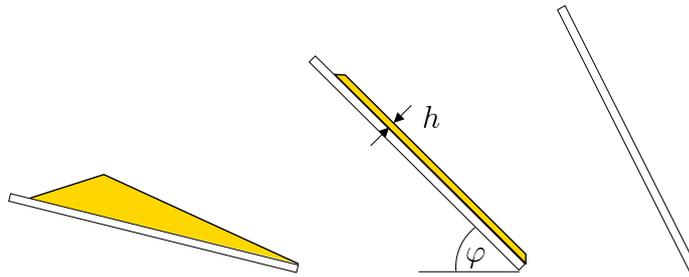


FIG. 2.8. – Effet du fond rugueux. **gauche** À des angles d’inclinaison inférieurs à l’angle d’arrêt, un talus se forme lorsqu’on verse des grains sur le plan. **milieu** Au dessus de l’angle d’arrêt du milieu granulaire, on observe néanmoins qu’une couche de grains d’épaisseur constante se fige derrière un écoulement. **droite** À des pentes très grandes, aucun grain ne peut plus s’arrêter sur le plan incliné.

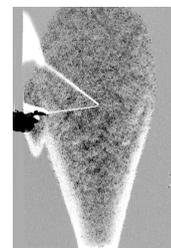
2.3. Effet du fond rugueux

2.3.1. Angle d’arrêt

Quand on verse des billes sur le plan incliné à un angle supérieur à l’angle d’arrêt φ_{stop} des billes, on constate qu’elles ne s’écoulent pas toutes (figure 2.8). Plus précisément, on observe qu’il reste sur le plan une couche d’épaisseur constante de billes qui se sont immobilisées à l’arrière de l’écoulement. Cette épaisseur est reportée dans la figure 2.9. Chaque point est obtenu (comme le point a) en versant une grande quantité de billes en haut du plan incliné à un angle φ , et puis en mesurant après la fin de l’écoulement l’épaisseur de la couche statique restée sur le plan. Cette épaisseur ne dépend pas de l’amplitude de l’écoulement qui l’a créée. La hauteur de grains qui a pu rester sur le plan décroît avec l’angle de manière monotone et s’annule pour $\varphi \simeq 50^\circ$. Au dessus de cet angle, les billes dévalent toutes la pente. D’autre part la hauteur diverge lorsque l’angle approche $\sim 24^\circ$.

Le seul résultat auquel nous pouvions nous attendre est la divergence de l’épaisseur pour des faibles inclinaisons. Pour des angles inférieurs à l’angle d’arrêt du milieu granulaire, il est effectivement normal qu’on puisse former un tas arbitrairement épais sur le plan⁷. En revanche, la hauteur devrait être strictement nulle au dessus de l’angle d’arrêt, puisqu’il est alors impossible de créer un talus dont la surface serait inclinée à 24° . Le fait qu’il reste pourtant une épaisseur finie de billes sur le plan jusqu’à une pente de 50° doit être attribué à la présence du fond. Des mesures effectuées par Pouliquen (1999b) avec des fonds différents montrent effectivement que

⁷La taille du plan limite la taille du tas (figure 2.8). La hauteur n’augmente donc que linéairement en dessous de l’angle d’arrêt, comme $h_{\text{stop}}(\varphi) \simeq L(\varphi_{\text{stop}}^\infty - \varphi)$ à une distance L du bord inférieur (Pour la figure 2.9, $L = 60$ cm, la variation est de $44d/1^\circ$ – tout se passe comme s’il y avait une vraie divergence). Mais cette observation ne change pas le fait que la hauteur devrait être nulle à l’angle d’arrêt.



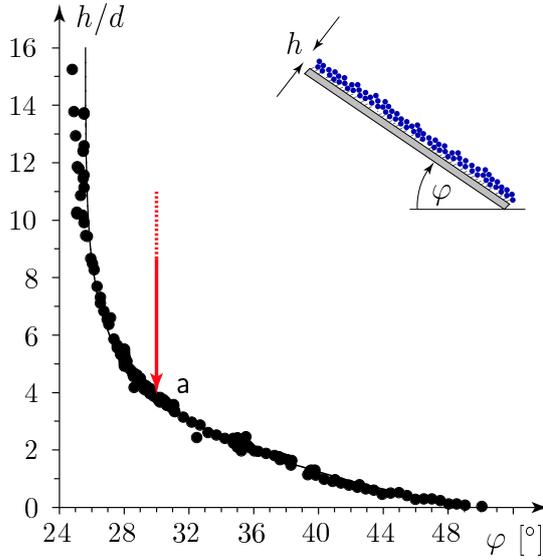


FIG. 2.9. – Une grande quantité de grains est versée sur le plan incliné à une pente φ supérieure à l'angle de repos du milieu granulaire, $\varphi_{\text{stop}}^{\infty} \simeq 24^{\circ}$. Les grains s'écoulent et l'épaisseur de la couche diminue (flèche vers le point a), mais la couche se fige lorsqu'elle atteint l'épaisseur donnée par les disques (\bullet). Sur une pente φ inférieure à l'angle de repos, les grains peuvent former un talus épais sur le plan (divergence de la hauteur d'arrêt h_{stop} pour $\varphi \rightarrow 24^{\circ}$).

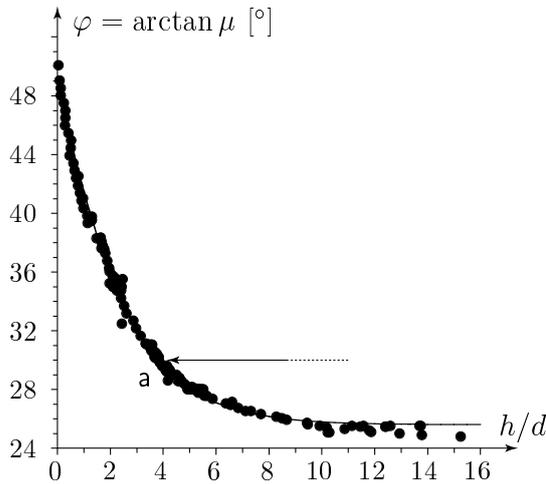


FIG. 2.10. – En inversant les axes par rapport à la figure 2.9, l'effet de bord apparaît comme une augmentation de l'angle de repos à proximité du fond : $\varphi_{\text{stop}} = f^{\circ}(h)$. La mesure $h_{\text{stop}}(\varphi)$ peut donc être interprétée comme une variation du frottement dynamique $\mu_{\text{stop}} = \tan \varphi_{\text{stop}}$ au sein de la couche en fonction de la distance au fond. La ligne continue correspond au meilleur ajustement par l'équation (2.1).

l'angle maximal auquel on peut encore observer une couche de grains figée dépend de la rugosité du plan. Plus la surface est rugueuse, plus les grains arrivent à s'immobiliser à des angles élevés. Ce qui rend l'augmentation de l'angle d'arrêt intrigante est qu'elle ne joue pas uniquement sur la couche de billes en contact avec la paroi. On constate dans la figure 2.9 que la présence du fond est encore ressentie à une distance de plusieurs diamètres de bille du plan solide.

De manière phénoménologique, l'arrêt d'une couche sur des pentes plus grandes que l'angle d'arrêt des grains (tel qu'il est mesuré sur un talus) peut être vu comme la conséquence d'une augmentation de la friction près de la paroi (Pouliquen & Renaut, 1996). Pour justifier cette interprétation, notons que la courbe de la hauteur d'arrêt $h_{\text{stop}}(\varphi)$ de la figure 2.9 peut être inversée. Elle se lit alors comme une variation de l'angle d'arrêt des grain avec la distance au fond ($\varphi_{\text{stop}} = \varphi_{\text{stop}}(h)$, figure 2.10). Cet

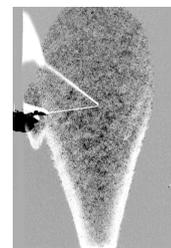
angle décroît continûment d'une valeur surélevée près de la paroi vers la valeur du talus «libre» loin du plan $\varphi_{\text{stop}}(h \rightarrow \infty) = \varphi_{\text{stop}}^{\infty}$. L'angle est d'autant plus important que la couche est mince, c'est-à-dire qu'on est près du fond. À cette augmentation correspond une taille de «couche limite» dans laquelle la proximité de la paroi modifie l'angle du talus. La variation de $\varphi_{\text{stop}}(h)$ est directement liée à la friction ressentie par la couche : si la couche s'est immobilisée à un angle donné, c'est que la force motrice était compensée par le frottement. L'épaisseur d'arrêt h_{stop} correspond donc à la distance au fond pour laquelle la friction compense la force gravitationnelle : $\mu_{\text{stop}}(h) = \tan \varphi$ (page 17). La courbe de la figure 2.10 peut donc être interprétée comme une variation de friction à la proximité de la paroi. Le coefficient de frottement est maximal pour la couche de grains en contact avec le plan, et puis décroît sur quelques diamètres de bille vers la valeur du coefficient de frottement à l'intérieur d'un tas. C'est cette augmentation de la friction qui permet au milieu granulaire de se figer sur la surface rugueuse à un angle d'inclinaison plus grand que son angle d'arrêt naturel. La dynamique d'arrêt est donc la suivante : tant que l'écoulement est épais, il sent un frottement qui correspond à son angle de repos $\varphi_{\text{stop}}^{\infty}$. Il continue à couler puisque l'angle du plan et par conséquent la force motrice est plus élevée. Mais lorsque l'épaisseur de la couche diminue, la force de frottement augmente selon la figure 2.10. Si l'inclinaison du plan est inférieure à 50° , le frottement compense la gravitation pour une certaine hauteur finie de la couche, et celle-ci se fige. En inversant la relation $h_{\text{stop}}(\varphi)$, nous pouvons donc remonter au frottement au sein de la couche. Celui-ci est bien décrit par une décroissance exponentielle (ligne continue de la figure 2.10), comme l'avait également trouvé Pouliquen (1999b) :

$$\mu_{\text{stop}}(h) = \mu_{\text{stop}}(\infty) + \Delta\mu_{\text{stop}} \cdot \exp(-h/h_0), \quad (2.1)$$

où $\Delta\mu_{\text{stop}} = \mu_{\text{stop}}(0) - \mu_{\text{stop}}(\infty)$ est la différence de frottement sur le plan et à l'intérieur du tas, et $h_0 \simeq 2d$ la profondeur caractéristique de cet effet de bord. Soulignons que l'inclinaison de la surface de l'écoulement ne change jamais de manière significative, puisque la surface est parallèle au fond. C'est l'angle d'arrêt qui rejoint l'angle de la surface, contrairement à ce qui se passe sur un tas épais.

2.3.2. Angle de démarrage

La couche statique ainsi obtenue (point a de la figure 2.9) peut être inclinée de plusieurs degrés avant qu'elle ne se mobilise spontanément (point d de la figure 2.11). On constate que le seuil de stabilité statique φ_{start} dépend également de l'épaisseur de la couche, et augmente comme l'angle d'arrêt φ_{stop} pour des couches minces. L'écart entre les deux reste pratiquement constant, mis à part pour des couches très minces $\varphi \geq 40^\circ$ pour lesquelles l'écart semble se réduire. À des angles élevés, la sensibilité de la couche devient très grande, à tel point que le chauffage sous un projecteur halogène suffit à déclencher un écoulement. Pour cette raison, aucune mesure n'a été faite à des angles supérieurs à 40° . L'écart constant entre φ_{stop} et φ_{start} est cependant une



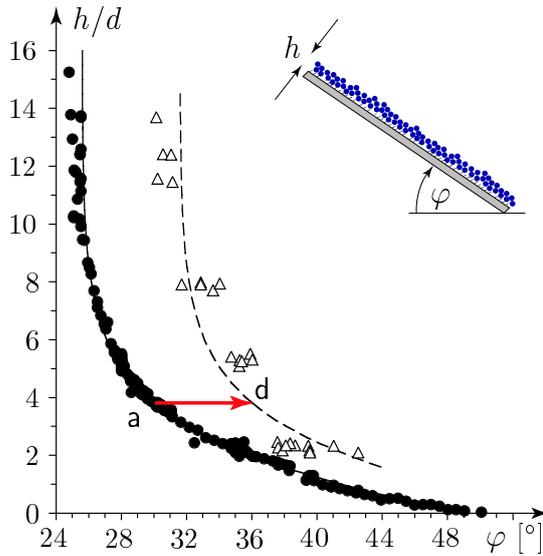


FIG. 2.11. – La couche statique laissée derrière un écoulement (point a) peut être inclinée de plusieurs degrés (flèche vers le point d) avant de se mobiliser spontanément (triangles Δ). L'angle de démarrage spontané φ_{start} augmente également près du fond, pratiquement à écart (en φ) constant de la courbe d'arrêt. La ligne en tirets est une translation de la ligne continue de 6° .

bonne approximation pour des inclinaisons plus faibles, comme en témoigne la la ligne en tirets dans la figure 2.11, qui est une copie de la ligne continue décalée de 6° . Le même écart entre courbes similaires a été mesuré par Pouliquen & Renaut (1996) dans une expérience avec des cylindres en aluminium. Malheureusement, la ressemblance des courbes $h_{\text{stop}}(\varphi)$ et $h_{\text{start}}(\varphi)$ ne peut pas être jugé plus que qualitativement, les points de mesure du démarrage spontané étant plus dispersés que les points d'arrêt (triangles Δ et disques \bullet respectivement dans la figure 2.11). Nous observons des fluctuations de plus de 1° sur l'angle de démarrage pour des mesures consécutives. La source principale de la dispersion des mesures est probablement intrinsèque au démarrage. La couche semble devenir sensible près du seuil à l'instabilité de grains individuels (les films montrent que le départ est ponctuel). Cela rend éventuellement le seuil de mobilisation très dépendant de la réalisation de l'empilement dans la couche, par opposition à l'arrêt qui, faisant intervenir la dynamique de toute la couche moyenne sur de nombreux grains. Notons que dans les expériences de Pouliquen & Renaut, la dispersion des mesures d'angles statiques est comparable à celle des angles dynamiques, les deux étant relativement grandes. D'autres effets ne sont donc pas à exclure. Le vieillissement dû à l'humidité (voir partie 1.2.2) peut éventuellement faire une différence, le laps de temps entre préparation et déclenchement n'ayant pas été minuté précisément.

2.3.3. Discussion

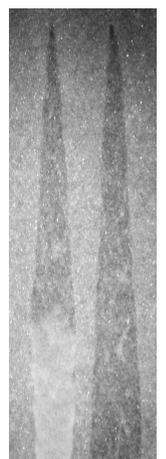
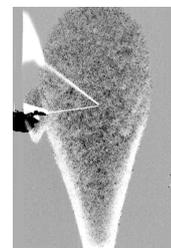
Nous avons vu que le plan rugueux augmente les angles d'arrêt et de démarrage des billes de verre dans une couche qui peut avoir plusieurs diamètres de grains d'épaisseur. On peut essayer de séparer la discussion selon deux questions : pourquoi le frottement augmente-t-il près de la paroi ? Et pourquoi cet effet est-il encore

ressenti par des grains qui ne sont pas en contact avec celle-ci ?

En ce qui concerne la première question (c'est-à-dire l'accroissement $\Delta\mu$ de la friction), nous constatons que la rugosité et d'autres propriétés de la paroi ont une grande influence. Dans notre cas, la feutrine augmente l'angle d'arrêt à près de 50° sur le fond. Pouliquen & Renaut (1996) ont mesuré $2-3^\circ$ d'augmentation par rapport à l'angle de repos dans des configurations bi- et tridimensionnelles (cylindres resp. grains) où le plan solide était constitué d'objets identiques à ceux qui coulaient pardessus. Les facteurs précis de l'augmentation demeurent toutefois inconnus. Dans le cas de Pouliquen & Renaut, on peut au moins exclure le frottement solide, qui est strictement le même entre grains et paroi et entre grains mêmes. De nombreux autres propriétés de la surface de grains collés peuvent cependant être différentes de celles d'une surface d'un talus : la densité et la disposition des grains à la surface, ainsi que leurs propriétés élastiques et dissipatives ne sont vraisemblablement pas les mêmes. On sait par exemple qu'il est difficile d'obtenir une densité de grains proche d'un empilement désordonné dense en collant des billes (Riguidel et al., 1994; Samson et al., 1997, obtiennent $\nu \simeq 0.67 - 0.75$ au lieu de 0.82). Or une faible densité fait croître les angles d'arrêt et de démarrage, essentiellement parce que, si nous revenons au modèle du grain isolé discuté en introduction, les pièges deviennent plus profonds et la dissipation lors des chocs devient plus efficace (on pourra écarter par la pensée les cylindres du support sur la figure 1.9 pour constater l'augmentation de l'angle de démarrage). L'effet de bord dans l'expérience de Pouliquen & Renaut est-il dû à une telle rugosité trop élevée par rapport à la surface d'un tas granulaire ? On peut aussi poser la question inverse et demander si un fond lisse ne peut pas être interprété simplement comme un cas dans lequel $\Delta\mu < 0$, autrement dit dans lequel le frottement est plus faible entre la couche granulaire et le plan qu'entre grains. Il serait alors intéressant (ce n'est pas clair *a priori*) de voir s'il existe un type de surface entre le cas lisse et le cas rugueux où l'effet de bord disparaît.

Même si l'on admet que le frottement est plus élevé au fond, on ne comprends pas encore pourquoi cette effet se ressent encore à plusieurs diamètres de billes à l'intérieur de la couche. Dans leur article sur l'augmentation des angles d'arrêt et de démarrage, Pouliquen & Renaut (1996) ont donné une interprétation de l'effet de bord qui explique l'influence sur une distance finie. Pour eux, l'augmentation n'est pas due à des propriétés particulières de la surface, mais simplement à la présence d'une paroi rigide. Pour se mettre en mouvement, un milieu granulaire statique doit se dilater (voir introduction page 18). Or la présence d'une paroi exclut tout un demi-espace pour le mouvement des grains au voisinage. La dilatance et la mobilisation du milieu devient donc plus difficile à la paroi qu'elle ne l'est à l'intérieur du tas. Cette interprétation explique non seulement l'augmentation de l'angle de démarrage des grains, mais également pourquoi le bord se ressent encore à quelque distance : la difficulté d'une couche à se dilater se répercute en partie sur la couche suivante.

Malheureusement, cette explication ne dit pas quelles sont les propriétés importantes de la paroi, à part qu'elles doivent s'exprimer comme contrainte géométrique



lors du mouvement des grains. D'autre part l'argument de la dilatance s'applique difficilement à l'évolution de l'angle d'arrêt, pour lequel la transition est en sens inverse, d'un état mobile dilaté vers l'état statique.

Nous y préférons donc une interprétation utilisant le concept de chaînes de force (introduction page 27). Dans les empilements statiques, on observe une longueur caractéristique de persistance des chemins de force de l'ordre d'une dizaine de grains. (Dantu, 1957; Travers et al., 1986; Radjai et al., 1996). Pour une contrainte dans le sens d'un chemin, le matériau paraît rigide car le bout avant ne peut se déplacer qu'à condition que le bout arrière puisse bouger (ou que la chaîne fléchisse). Or si l'épaisseur de la couche est inférieure à $10d$, la plupart des chemins de force aboutissent sur les grains du fond. Ces chaînes de contacts deviennent alors non seulement incompressibles, mais aussi indéplaçables. Ces chemins de forces consolident donc la couche en empêchant le fluage d'une partie. On retrouve dans cet argument (comme dans tous les arguments dont nous avons pris connaissance) l'idée de la dilatance invoquée par Pouliquen. Mais notre argument est plus simple à reformuler pour le régime dynamique. Quand l'écoulement est dense, le transfert d'impulsion peut devenir non-local, en transmettant la quantité de mouvement par une chaîne de contacts (de telles chaînes se forment et disparaissent constamment) à un grain plus loin. La présence d'une paroi solide augmente considérablement la dissipation en absorbant tous les transferts par un chemin ancré sur le fond. En quelque sorte, les pertes d'un grain dépendent de tout un voisinage qui est relié à lui par des liens solides transitoires. Notons que cette formulation ne fait plus appel à la dilatance, tout en expliquant que le frottement ressenti par un grain à quelques diamètres du bord est augmenté par les transferts d'énergie directs vers le fond *via* une chaîne de grains intermédiaires. Pour illustrer ce mécanisme, considérons un modèle très naïf : un grain en contact avec la paroi ressent un frottement $\mu_1 = \mu_\infty + \Delta\mu$ augmentée de $\Delta\mu$ par rapport au frottement μ_∞ à l'intérieur de la couche à cause d'une propriété non spécifiée de la paroi. Le grain de la couche suivante subit une force de friction effective μ_∞ , puisqu'il perd de l'énergie par des collision avec un grain tout à fait «normal» du dessous, *sauf* dans le cas où il se forme par hasard une chaîne de contacts de longueur 2 lors de la collision. Dans ce cas, le grain peut communiquer une partie de sa quantité de mouvement directement au fond. Le frottement est alors le même que celui que subit autrement son voisin inférieur, soit μ_1 . Si l'on dénote p la probabilité d'avoir une chaîne de longueur 2 lors d'une collision, le frottement de la deuxième couche est alors

$$\mu_2 = (1 - p)\mu_\infty + p\mu_1 = \mu_\infty + p\Delta\mu. \quad (2.2)$$

Pour les couches suivantes, on peut avoir des chaînes de longueur 3, 4, ..., n , dont la probabilité diminue comme p^{n-1} . Le grain «sonde» donc avec une probabilité décroissante les propriétés des couches de plus en plus distantes. Pour faire le calcul, il suffit d'observer qu'une collision d'un grain de la n -ième couche (comptée à partir du fond) avec une chaîne de longueur 2 ou plus est simultanément un choc pour

le grain inférieur (puisque celui-ci fait partie de la chaîne). Le frottement des $n - 2$ premières couches est donc déjà intégré dans celui du grain du dessous, de sorte qu'on a

$$\mu_n = (1 - p)\mu_\infty + p\mu_{n-1} = \mu_\infty + p^{n-1}\Delta\mu, \quad (2.3)$$

d'où

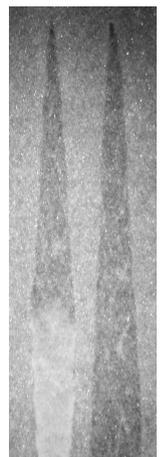
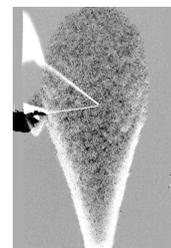
$$\mu(h) = \mu_\infty + \Delta\mu \exp[h/d \cdot \log p], \quad (2.4)$$

à comparer avec l'équation (2.1). Il est évident que la valeur physique de ce modèle n'est pas grande, vu les approximations grossières (sur la dissipation, les fréquences et probabilités de collision, ...). Mais nous l'avons construit simplement pour sa valeur pédagogique, afin d'illustrer que les chaînes de contacts, en formant momentanément un «solide» dans lequel les forces se transmettent à la vitesse du son, introduisent des effets non-locaux qui peuvent expliquer un effet de bord (nous en avons vu d'autres dans la partie 1.3.3 de l'introduction).

Mills et al. (1999b) décrivent un écoulement granulaire comme le mouvement d'un fluide visqueux dans lequel est plongé un réseau rigide de contacts. Les effets non-locaux proviennent du couplage visqueux entre les deux. En modélisant naïvement la dilatance au voisinage de la paroi rugueuse (Mills et al., 1999a), les auteurs obtiennent une expression pour h_{stop} variant continûment, et qui est différente de l'équation (2.1). Les mesures de la figure 2.9 et celles de Pouliquen (1999b) sont bien ajustées par cette expression à trois paramètres, qui ont la même signification que μ_{stop} , $\Delta\mu$ et h_0 . Le modèle essaye de quantifier l'effet de la dilatance, mais la profondeur de pénétration doit être introduite explicitement comme paramètre, et la forme finale de la courbe $h_{\text{stop}}(\varphi)$ dépend de plusieurs hypothèses.

On peut postuler encore d'autres mécanismes pour l'augmentation des angles (stratification, voûtes penchées, ...), mais aucun n'est à ce jour plus quantitatif que la première explication de Pouliquen & Renaut (1996). Ni l'augmentation du coefficient de frottement à la paroi rugueuse, ni le fait que celui-ci se ressente encore dans une couche limite de quelques grains, n'ont donc pour l'instant une explication complète.

Les effets de parois sont également observés dans d'autres montages expérimentaux. L'angle de repos d'un tas de grains entre deux parois planes parallèles par exemple augmente exponentiellement lorsqu'on rapproche les deux parois à moins de $10-20d$. On peut supposer que l'origine physique de cet effet soit la même que sur le plan rugueux. Une question importante et ouverte dans toutes les géométries concerne l'épaisseur caractéristique de cet effet. Nous trouvons une hauteur caractéristique h_0 d'environ $2d$ pour nos billes de verre sur le plan (équation (2.1) et figure 2.10), ce qui est compatible avec les longueurs mesurés par Pouliquen (1999b). Des mesures systématiques de Grasselli & Herrmann (1997) sur un tas entre deux parois avaient montré que l'effet varie effectivement à peu près comme le diamètre des grains. Récemment cependant Gondret et al. (2000) ont fait des mesures en tambour tournant, et trouvent des tailles caractéristiques qui n'ont pas la même valeur



exprimées en diamètres de grains. Les diamètres utilisés sont tous plus petits, de sorte qu'une comparaison paraît encore prématurée.

2.3.4. Pourquoi un fond rugueux ?

La raison pour laquelle nous avons rendu la surface du plan rugueuse en collant de la feutrine est d'empêcher que l'écoulement ne se fasse en bloc (c'est-à-dire sans déformations internes). En effet, si les parois sont lisses, elles représentent un plan de rupture privilégié et favorisent un glissement du milieu. C'est ce que nous observons sur un plan à fond lisse : la couche ne commence jamais à couler en surface, mais glisse en bloc sur le fond. Il est évident que la composition granulaire du matériau ne joue alors qu'un rôle secondaire dans la dynamique : la couche se comporte essentiellement comme un patin solide en glissement. De nombreuses expériences dans des chutes ont obtenu des résultats qui s'interprètent de cette manière. En particulier, la force subie par la couche granulaire est presque indépendante de l'inclinaison, la dissipation interne (qui dépend du taux de cisaillement, c'est-à-dire du gradient de vitesse au sein de la couche) étant très réduite. Elle est donc essentiellement caractérisée par un coefficient de frottement de Coulomb (Hungry & Morgenstern, 1984a; Patton et al., 1987; Ahn et al., 1991). La couche est systématiquement dans un régime accéléré, des écoulements stationnaires n'étant observés que pour une petite gamme d'angles (Johnson et al., 1990; Patton et al., 1987; Drake, 1991).

Sur un fond rugueux par opposition, nous observons qu'il existe une gamme d'inclinaisons dans laquelle l'écoulement est stationnaire (voir aussi Pouliquen, 1999b; Savage, 1984; Ancey et al., 1996), c'est-à-dire dans laquelle il atteint une vitesse constante. On observe également que la déformation est répartie sur toute la hauteur de l'écoulement, contrairement au cas lisse dans lequel le gradient de vitesse est localisé près du fond (avec très souvent une vitesse non-nulle de glissement) et petit à l'intérieur de la couche (Johnson et al., 1990; Drake, 1991; Ishida et al., 1980; Savage, 1979). Nous pouvons donc être sûrs que le passage de l'état statique à l'état dynamique qui nous intéresse n'est pas seulement une question de rupture au niveau du fond.

2.4. Avalanches : comportement sous-critique

2.4.1. Déclenchement sous-critique

La couche obtenue lors de la préparation est dynamiquement stable. Cela signifie qu'on peut heurter le plan de façon à faire démarrer toute la couche, pour constater qu'elle se fige à nouveau en quelques fractions de seconde. Ce n'est pas surprenant car la couche est précisément la partie d'un écoulement qui s'est immobilisée à cette inclinaison-là. Sur des couches minces, une quantité de grains rajoutée par-dessus

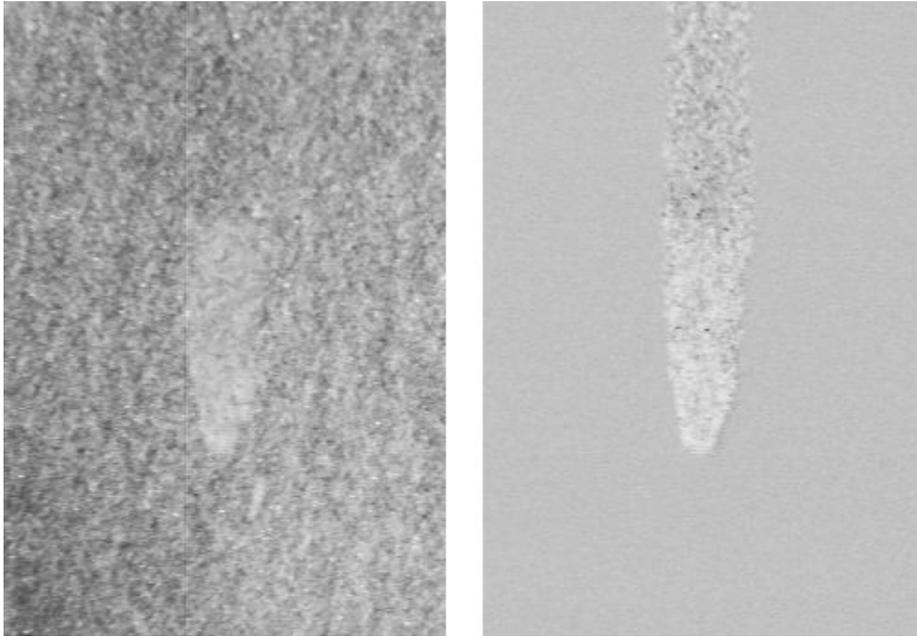


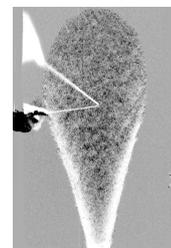
FIG. 2.12. – Goutte isolée. **gauche** Image d'un excédent de matière descendant sur la couche d'épaisseur h_{stop} en forme de goutte. **droite** La même goutte après soustraction de l'image initiale du plan. La couche a été modifiée par le passage de la goutte, mais son épaisseur moyenne (niveau de gris moyen) est inchangée.

descend comme une goutte (figure 2.12), sans changer l'épaisseur de la couche.

L'expérience se déroule entre les angles d'arrêt et de démarrage (par exemple entre les points **a** et **d** de la figure 2.11). Lorsqu'on incline le plan de $\delta\varphi$ par rapport à l'angle de préparation φ_{prep} , l'équilibre de la couche devient métastable. Cela signifie qu'elle reste parfaitement statique si elle n'est pas perturbée (tant qu'on atteint pas l'angle de démarrage spontané), mais que des grains mis en mouvement ne s'arrêtent plus. Un écoulement ne peut en effet s'arrêter que si son épaisseur décroît à la nouvelle hauteur d'arrêt $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi) < h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ (flèches partant des points **b** et **c** dans la figure 2.13).

Malgré la métastabilité de l'état statique, nous constatons qu'il faut une perturbation minimale pour faire démarrer un écoulement. En dessous d'une certaine quantité ou d'une certaine vitesse initiale, des grains de la couche mis en mouvement à l'aide d'une baguette se figent de nouveau. Nous pouvons faire une expérience pour mesurer directement la stabilité de la couche : nous ajoutons des grains en un point de la couche à faible débit, et nous notons pour quelle surcharge la couche se met en mouvement.

Pour verser les billes sur la couche, nous utilisons un tube en plastique d'un diamètre intérieur de $8\text{ mm} = 35d$. Les grains contenus dans le tube sont versés en inclinant ce dernier vers la couche et en lui imposant une rotation selon son axe (voir



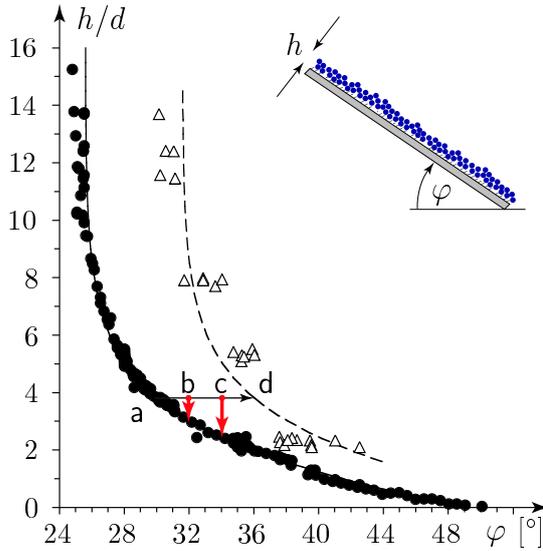


FIG. 2.13. – Dans la plage métastable entre les points d’arrêt a et de démarrage spontané d, la couche reste statique mais devient sensible à une perturbation qui peut la mettre en mouvement. Les grains ne pourront en effet s’immobiliser à nouveau qu’une fois que l’épaisseur de l’écoulement aura diminué à la nouvelle hauteur d’arrêt $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)$. La différence contribue à l’amplification de l’avalanche.

figure 2.14. Sur une longueur de 1 cm près de l’embouchure du tube, de la feutrine empêche les grains de glisser. Les grains migrent donc en un mouvement de zigzag, tour à tour entraînés par la rotation puis roulant vers le fond en s’approchant de l’embouchure. Le débit est contrôlé par la vitesse de rotation, et peut être réduit jusqu’à déposer les grains pratiquement un à un. Le même principe a été utilisé par Held et al. (1990) dans son expérience sur l’évolution de la pente d’un tas. Pour minimiser l’énergie cinétique à l’impact, l’embouchure du tube est placée le plus près possible de la couche, à quelques millimètres au dessus. Tant que le seuil de déclenchement n’est pas atteint, les grains forment un petit tas sur la surface. Il est intéressant de noter que ce tas croît lui-même par des micro-avalanches, sans pour autant déstabiliser la couche. Le démarrage de celle-ci est caractérisé par un effondrement en masse du tas en sur-épaisseur, ressemblant à du fluage. Dès que la couche se met en mouvement, le versement est interrompu et le tube est pesé avec son contenu pour connaître la masse critique.

Les mesures sont reportées dans la figure 2.15. Les seuils sont exprimés en hauteur équivalente à la masse : $H = (m/\rho)^{1/3}$, $\rho = 1.48 \text{ g/cm}^3$, en supposant que les grains forment un tas auto-similaire sur la couche. Si l’on ne tient pas compte de l’asymétrie du tas, cette formule correspond à un cône faisant un angle de 45° avec la surface. On constate que la perturbation décroît avec l’inclinaison, pour s’annuler à un angle critique. La sensibilité de la couche devient donc de plus en plus grande avec angle croissant, jusqu’à ce qu’un seul grain suffise pour déclencher le mouvement.

2.4.2. Interprétation

Ce comportement rappelle l’analyse du grain isolé sur un plan rugueux dans l’introduction (partie 1.3.1), et en particulier la discussion du piégeage. En dessous de

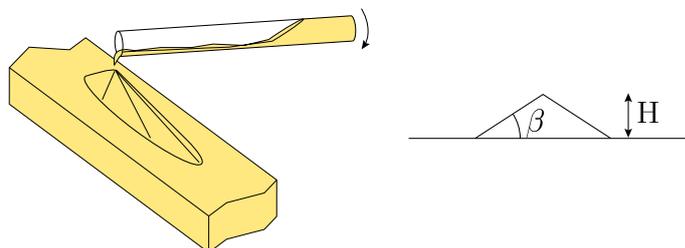


FIG. 2.14. – Mesure de la perturbation nécessaire pour déclencher un écoulement. Des grains sont posés pratiquement un à un en un endroit de la couche, par un tube en rotation. Le tube est pesé avant et après pour connaître la masse versée. La hauteur du tas croît comme la racine cubique de la masse ajoutée, $H \propto (m/\rho)^{1/3}$. Le facteur de proportionnalité vaut 1 par exemple pour un tas conique d'angle $\beta \simeq 45^\circ$.

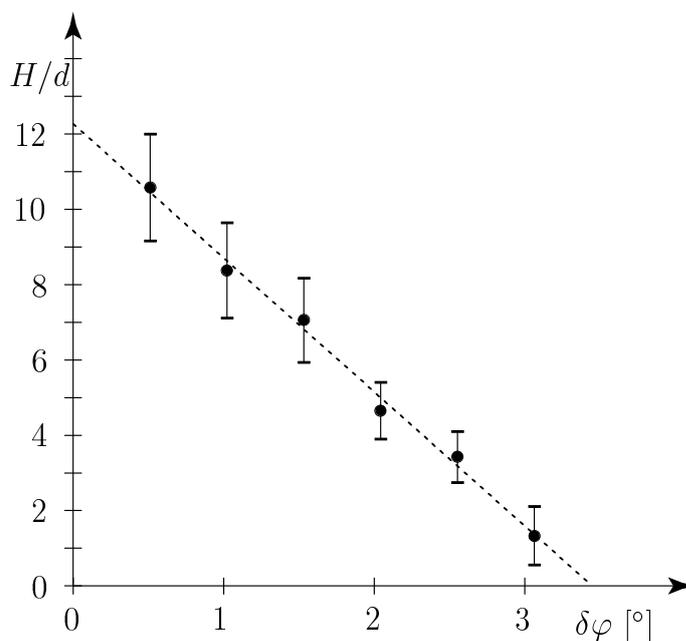
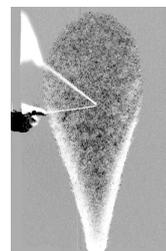


FIG. 2.15. – Seuil de perturbation au déclenchement d'une avalanche en fonction de l'écart $\delta\varphi$ à l'angle de préparation. Chaque point représente une moyenne sur une dizaine de mesures, et les barres d'erreur indiquent l'écart type. Peu au-dessus de $\delta\varphi = 3^\circ$, la couche devient sensible à un seul grain.



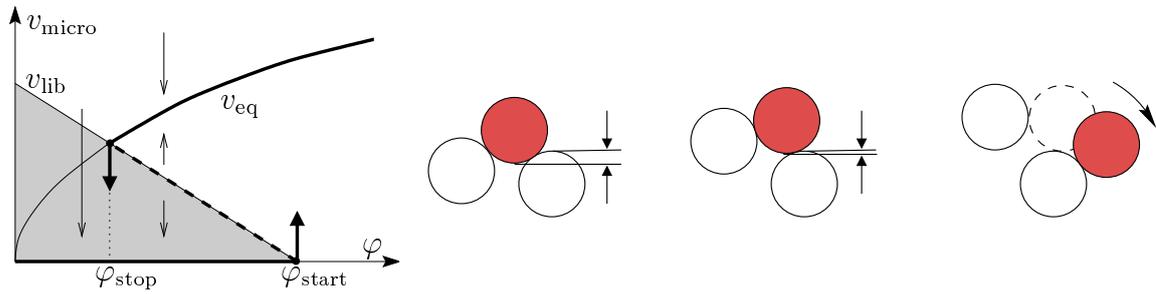


FIG. 2.16. – Illustration du seuil de perturbation. **gauche** Voir la légende de la figure 1.12 page 24. **droite** Le seuil de libération du piège décroît avec pente croissante et s’annule à l’angle de démarrage spontané.

l’angle de démarrage spontané, le grain isolé doit avoir la vitesse de libération pour pouvoir s’échapper du creux. Si sa vitesse après le choc est inférieure à la vitesse de libération, le grain retourne rapidement vers l’état au repos (voir le domaine d’attraction de l’état $v_{\text{micro}} = 0$ sur la figure 2.16 **gauche**). Cette vitesse de libération est donnée par la profondeur du piège, qui diminue au fur et à mesure que l’inclinaison augmente. Elle s’annule à l’angle φ_{start} pour lequel le piège disparaît (figure 2.16 **droite**). La perturbation minimale à apporter au grain au repos pour le mettre en mouvement a donc le même comportement que celui que nous observons dans la couche sur le plan incliné.

En dessous de l’angle φ_{stop} ($\delta\varphi = 0$ sur la figure 2.15), le seuil de perturbation devient infiniment grand. À ce deuxième point critique, l’état en mouvement disparaît pour des raisons dynamiques. Le seuil de perturbation est la séparatrice instable qui joint les deux points critiques où les états stables au repos et en mouvement cessent d’exister (figure 2.16 **gauche**). Notre mesure du seuil de perturbation montre donc que le déclenchement d’une avalanche est caractéristique d’une bifurcation sous-critique.

En essayant d’approfondir la comparaison entre le comportement d’un grain isolé et celui de la couche métastable, on peut demander quel est le paramètre d’ordre adapté aux effets collectifs d’un grand nombre de grains. Notre mesure du seuil par un forçage statique ne nous permet pas de dire, dans une situation dans laquelle nous mettons des grains en mouvement à l’aide d’une baguette, quel est le paramètre d’ordre qui détermine si le seuil est franchi : est-ce la quantité de grains en mouvement, leur vitesse ou les deux ? Dans le cas du grain isolé, la situation est claire : le paramètre d’ordre est la vitesse, et une fois la vitesse de libération du piège dépassée, le grain tend vers l’état stationnaire mobile. Dans le cas de plusieurs billes, la vitesse de libération d’un grain n’est plus pertinente. Nous observons par exemple des micro-avalanches sur la couche lors de la mesure de seuil décrite plus haut. Une certaine quantité de billes a donc pendant un certain temps suffisamment d’énergie pour parcourir la surface rugueuse formée par leurs voisins inférieurs, et pourtant les grains s’arrêtent un peu plus tard. Il y a donc un effet collectif qui dissipe l’énergie

des billes lorsqu'elles sont en trop faible nombre. Dans une boîte de sable inclinée (voir figure 1.2 page 13), nous observons des réarrangements en profondeur qui ne déclenchent pas une avalanche en surface. Ici, la quantité des grains qui bougent collectivement est grande, mais leur vitesse semble trop faible (et la dissipation trop importante) pour que le mouvement se maintienne. Dans les deux cas cités, des effets collectifs sont déterminants : en n'observant que localement quelques grains qui se mettent en mouvement, on ne peut pas juger si ce mouvement se poursuivra ou non. Le paramètre d'ordre de la transition sous-critique que nous avons mis en évidence, et en particulier le seuil de déclenchement, doit donc prendre la forme d'une quantité intégrée sur un certain volume. Sa forme reste pour l'instant en suspens.

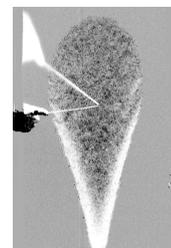
2.4.3. Détails

L'angle critique pour lequel la couche devient sensible à la perturbation par un seul grain est à un peu plus de 3° de l'angle de préparation dans la figure 2.15. D'après l'interprétation précédente, et le sens commun, ce point devrait représenter φ_{start} , la limite d'existence de l'état immobile de la couche qui deviendrait instable à des angles plus grands. Or la couche ne se déstabilise que rarement spontanément en dessous de $\delta\varphi = 4^\circ$, et l'écart typique entre φ_{stop} et φ_{start} se situe plutôt aux alentours de 6° (figure 2.11). Cette différence s'explique vraisemblablement par la chute des grains de l'embouchure du tube jusqu'à la couche, qui leur confère une certaine énergie cinétique initiale. La déstabilisation spontanée, que ce soit par la perte d'équilibre d'un grain ou par le fluage d'un amas devenu instable, se fait à partir d'un état statique. Les premières collisions qui dissipent l'énergie interviennent quand le ou les grains ont parcouru une distance de l'ordre du diamètre de grain, et donc avec une énergie plus faible qui ne dépasse pas mgd .

Notons que la mesure du seuil de déclenchement est sensible à l'humidité ambiante. Nous constatons que les séries de mesures du seuil datant de différents jours sont décalées de manière cohérente les unes par rapport aux autres. Les points de la figure 2.15 représentent la moyenne de toutes nos mesures pour des billes de verre à cet angle de préparation. Les écarts systématiques des séries de mesures expliquent notamment pourquoi les barres d'erreurs, qui indiquent simplement l'écart type des mesures, sont aussi grandes.

2.4.4. Arrêt

De même qu'un paquet en mouvement s'arrête s'il est trop petit, un front rectiligne sur la couche à l'angle de préparation (figure 2.7) se fige en formant des berges s'il est trop mince (figure 2.17). Tout d'abord, le front devient irrégulier à cause des fluctuations de vitesse, et puis les parties les plus lentes (qui sont les plus minces) se figent. Le front casse en plusieurs parties qui perdent rapidement de la matière sur leurs extrémités latérales. La matière ainsi déposée forme des berges statiques sur



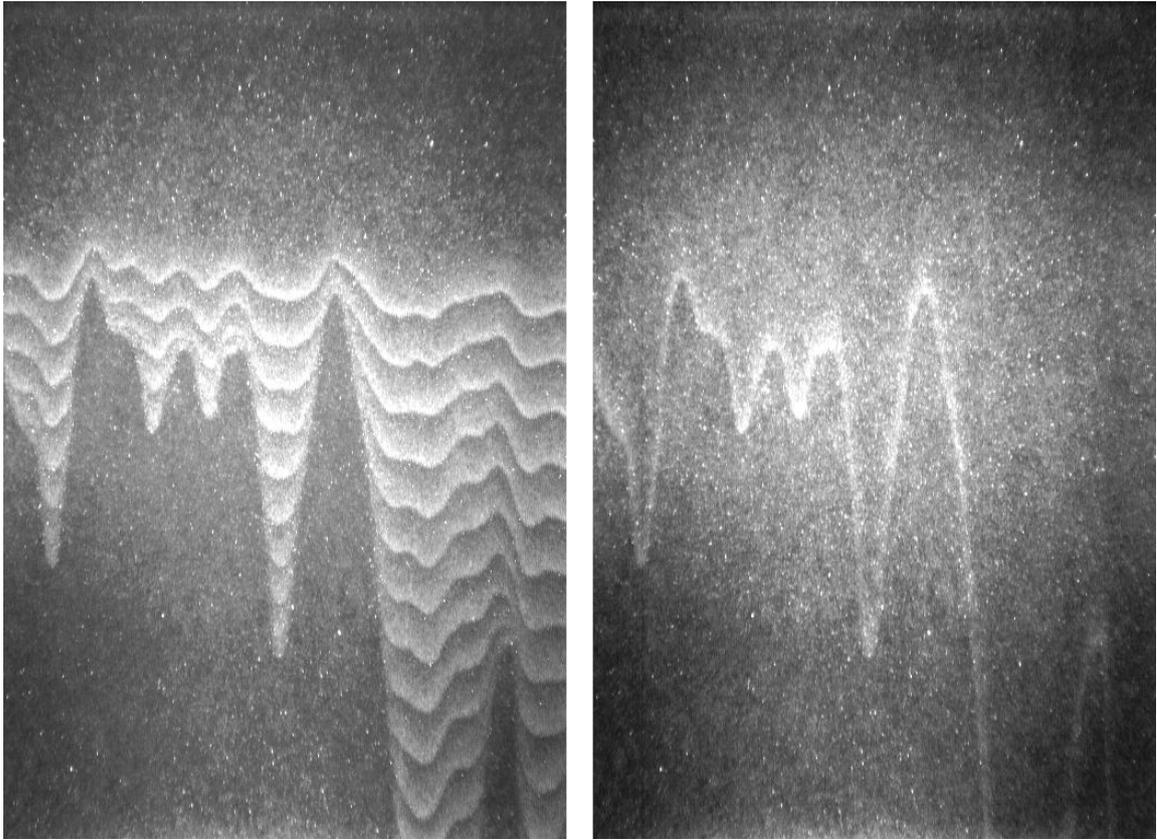
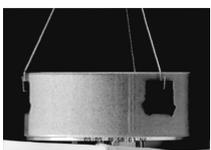
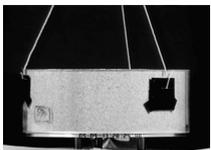


FIG. 2.17. – Arrêt d'un front et formation de berges. **gauche** Superposition d'images à 0.64s d'intervalle. Les endroits concaves se figent en premier. Les bouts du front perdent ensuite de la matière sur les bords, et rétrécissent jusqu'à ce qu'ils s'immobilisent également, formant des triangles inverses. La phase de décélération est très courte, la vitesse ne change que juste avant le piégeage. **droite** Image à la fin de l'écoulement. La matière a créé des berges en s'arrêtant.

la couche, en sur-épaisseur par rapport à h_{stop} . Juste avant que ces berges se soient rejoint en forme de V, les petits bouts de front s'arrêtent entièrement.

Ce phénomène illustre le caractère sous-critique de la transition à l'arrêt de l'écoulement. La situation est parfaitement symétrique par rapport au démarrage de la couche : près de φ_{stop} , la perturbation pour ramener l'état fluide vers l'état solide diminue comme le fait celle pour la transition inverse près de φ_{start} . Nous pouvons essayer d'interpréter la dynamique particulière pour savoir ce qui détermine cette transition. Nous observons que

- il existe une amplitude minimale de l'écoulement qui peut rester en mouvement.
- la bande en mouvement se scinde à des endroits où elle est trop mince, mesuré dans le sens de l'écoulement.



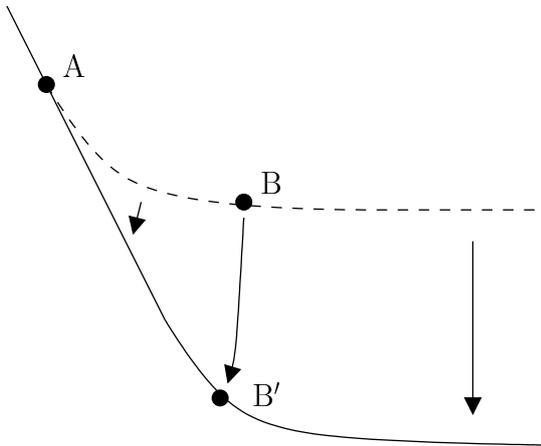


FIG. 2.18. – Image schématique de l'arrêt du front aux extrémités latérales. Le front est étiré ($AB \rightarrow AB'$) entre la berge déjà formée (à gauche) et la partie encore en mouvement (à droite). La quantité de mouvement «linéique», c'est-à-dire intégrée sur la faible dimension de la bande en mouvement, décroît et tombe en dessous d'un seuil critique d'arrêt.

- l'arrêt des grains se fait soit «en masse» pour un bout du front, soit sur les bords latéraux.
- il n'y a *pas* de dépôts en sur-épaisseur à l'arrière de l'écoulement.

La dernière observation implique que la transition vers l'arrêt n'est pas régie par un seuil sur la sur-épaisseur *locale*, puisque celle-ci décroît continûment vers zéro à l'arrière d'un front. La quantité pertinente pour la transition vers l'arrêt est donc nécessairement intégrée sur un certain volume. On observe cependant (figure 2.17) que la forme d'un bout de front est presque invariante à l'intérieur du V formé par les berges aux deux extrémités, autrement dit que les grains ne changent de vitesse et ne sont piégés qu'au dernier moment lorsqu'ils se retrouvent à une extrémité. La bonne grandeur pour remplacer la vitesse de la figure 2.16 *gauche* en tant que paramètre d'ordre, pour répondre à la question posée à la fin de la partie 2.4.2, semble donc (dans notre cas) être la quantité de mouvement contenue dans une tranche de l'écoulement prise dans le sens de l'écoulement. On suppose d'une certaine manière que l'écoulement est corrélé dans le sens de l'écoulement, mais pas dans la direction transverse. Le front est donc décrit par une quantité de mouvement «linéique», la direction de l'écoulement correspondant étant sensiblement la même que celle de plus faible extension de la bande. Aux endroits où cette quantité tombe en dessous d'un seuil critique, le front s'arrête. La formation de berges en V par la suite peut se comprendre par l'étirement que subit localement le front aux extrémités (schéma 2.18).

Notons que la technique de préparation se base sur ces observations : en créant des fronts continus, c'est-à-dire sans extrémités latérales, nous évitons et nettoyons les inhomogénéités que des petites ondes laissent après le premier versement.

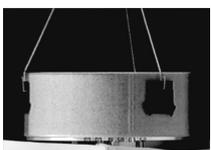
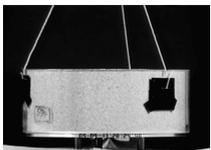


2.4.5. Conclusion

L'existence d'un seuil de perturbation pour déclencher une avalanche est bien connu des éboulements de terrains ou des avalanches de neige : ces dernières peuvent par exemple être déclenchées par un skieur rejoignant un autre qui était à lui seul parfaitement supporté par la couche, ou même simplement par un certain niveau de bruit. Les déclenchements par explosion sont d'ailleurs une technique courante dans la prévention d'avalanches. En ce qui concerne les couches de neige, les montagnards ont de nombreuses techniques pour estimer la solidité d'une couche (McClung & Schaerer, 1993). Mis à part les mesures de dureté par piquet, la plupart sont des variantes d'une même idée qui consiste à isoler une partie de la couche en creusant des tranchées et à peser sur cette partie jusqu'à rupture. La couche se met à glisser à la profondeur où la neige est la plus faible. Le seuil ainsi mesuré dépend de nombreux facteurs tels que la consistance de la neige, sa stratification, la température ambiante, l'histoire des changements de temps *et caetera*. Il permet dans le meilleur des cas de juger, par expérience et par comparaison avec des mesures antérieures au même endroit, du danger d'avalanche.

Le seuil de déclenchement a cependant été étudié uniquement pour comprendre sa dépendance des différentes propriétés du milieu – rugosité, forme, matériau, humidité – que ce soit dans la neige ou le sable. Dans notre expérience, les propriétés de la couche sont au contraire reproduites à l'identique, le paramètre de contrôle étant l'inclinaison du plan. Le résultat montre que le seuil de perturbation est en fait une signature du caractère sous-critique de la transition vers l'écoulement dans un milieu granulaire. Il est donc intimement lié à l'existence de deux angles d'un tas de sable, et à l'hystérésis entre repos et mouvement. Notre mesure constitue la première mesure directe de la sous-criticité de cette transition (Daerr & Douady, 1999).

Ce résultat est une importante confirmation du concept de piégeage que nous avons introduit dans la partie 1.3.1. En particulier, la force globale agissant sur la couche peut être modélisé à l'image de celle qui agit sur le grain. La forme de cette force de frottement est esquissée dans la figure 2.19. Il y a toute une famille de courbes paramétrées par l'angle d'inclinaison, puisque nous avons vu que la taille du piège varie en fonction de la pente. Les valeurs au repos et dans l'état en mouvement sont données par le frottement statique et le frottement dynamique. Pour que l'état statique soit stable, il faut d'une part que le frottement compense exactement la gravitation (jusqu'à un maximum donné par le coefficient de frottement statique), et d'autre part que la friction croisse pour de petits écarts à l'équilibre. On voit bien que le grain isolé (figure 2.16 droite) subit une force de rappel vers le fond du creux lorsqu'on essaye de le faire monter sur un de ses voisins. Les deux conditions imposent que le frottement vaille $\mu(D = 0, \varphi) = \tan \varphi$ au repos et que $\mu(D, \varphi) > \tan \varphi$ (D est la quantité de mouvement intégrée sur un certain domaine) pour $\varphi < \varphi_{\text{start}}$ au voisinage $D = 0$. Pour $\varphi \geq \varphi_{\text{start}}$, on doit limiter la force afin que l'état statique soit instable, par exemple en posant $\mu(D = 0, \varphi \geq \varphi_{\text{start}}) = \mu_{\text{start}}$. Pour des grands débits, la force



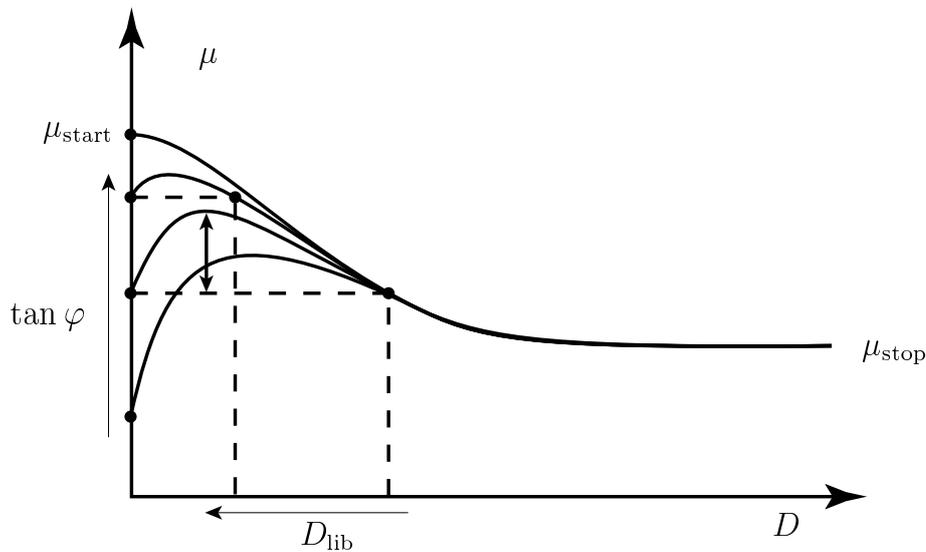
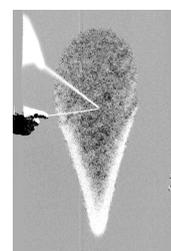


FIG. 2.19. – Modèle phénoménologique pour la force globale sur la couche décrivant le piégeage. Le frottement statique compense exactement le poids de la couche pour des angles inférieurs à $\varphi_{\text{start}} = \arctan \mu_{\text{start}}$. Le frottement est supérieur à $\tan \varphi$ pour des faibles débits D , rendant l'état au repos stable. La taille du piège D_{lib} diminue pour un angle croissant. À des angles supérieurs à φ_{start} , le piège disparaît et le frottement sature à μ_{start} (première courbe du haut). À grand débit, la force de friction tend vers le coefficient dynamique μ_{stop} .

doit tendre vers le coefficient de frottement dynamique $\mu(D \rightarrow \infty, \varphi) = \mu_{\text{stop}}$. Pour des inclinaisons plus grandes que φ_{stop} , cela signifie que la force tombe en dessous de $\tan \varphi$ au-dessus d'un seuil de piégeage D_{lib} . Cette taille du piège doit s'annuler quand la pente s'approche de l'angle de démarrage spontané φ_{start} . Nous allons discuter dans la conclusion la possibilité de modéliser des écoulements granulaires à base de cette force. Notons que telle que nous l'avons décrite, elle décrit juste le piégeage. Nous devons voir, en analysant la dynamique des avalanches, s'il faut y rajouter des termes supplémentaires.

2.5. Dynamique des avalanches

Nous avons vu qu'une couche statique inclinée dans l'hystérésis entre arrêt et démarrage, c'est-à-dire à un angle compris entre φ_{stop} et φ_{start} devient sensible à une perturbation. Si la couche est mobilisée localement, elle ne pourra en effet s'immobiliser qu'à condition que son épaisseur diminue à la nouvelle épaisseur stable (voir figure 2.13). La matière correspondant à la différence de hauteur doit rester en mouvement. On peut voir que cela entraîne une amplification de l'écoulement : une région mobilisée localement pourra accumuler, au fur et à mesure que les grains descendent



et que la région est advectée vers le bas, la matière correspondant à cette différence de hauteur sur la longueur parcourue. À l'arrière de l'avalanche, il ne restera plus qu'une couche statique d'épaisseur $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)$ plus faible qu'avant. C'est la dynamique de ces avalanches qui va nous intéresser par la suite.

2.5.1. Avalanches triangulaires

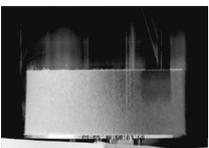
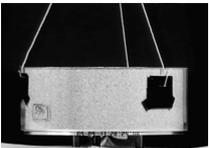
La figure 2.20 montre cinq images successives de la couche après mobilisation de quelques grains près du haut du plan (qui est également le haut dans la figure) à l'aide d'une baguette. Le plan est incliné d'un angle $\delta\varphi$ par rapport à l'angle de préparation φ_{prep} , et le temps croît de gauche à droite.

Les images montrent un écoulement qui grandit en descendant, et qui laisse derrière lui une trace triangulaire. L'amplification se fait de deux manières : premièrement, la trace statique laissée par l'avalanche est à la nouvelle hauteur d'arrêt $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)$. La différence par rapport à l'épaisseur $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ de la couche initiale est incorporée à la masse mobile de l'avalanche. Deuxièmement, l'avalanche s'élargit latéralement. On peut noter sur la différence d'images successives (figure 2.24-droite) que le point de plus grande largeur de l'avalanche, coïncide à peu près avec l'arrière de l'écoulement.

L'angle d'ouverture ψ des traces triangulaires dépend de l'angle de déclenchement. Les angles ont été mesurés sur l'image vidéo, en tenant compte du rapport 1 : 1.05 des échelles horizontale et verticale. La mesure directe sur le plan à l'aide d'un graphomètre est un tantinet plus rapide, mais bien moins précise. Elle comporte notamment des erreurs de parallaxe, puisqu'il faut le tenir librement à quelque distance de la couche, et souffre du faible contraste entre la trace de l'avalanche et la couche. La figure 2.21 montre trois séries de mesures pour des angles de préparation φ_{prep} différents et en fonction de l'écart $\delta\varphi$ à cet angle de préparation. L'angle d'ouverture des traces triangulaires croît d'abord proportionnellement à $\delta\varphi$, avec une pente qui ne dépend pas de l'angle de préparation. Le cas particulier de la goutte à $\delta\varphi = 0^\circ$ (figure 2.12) peut être interprété comme une avalanche d'angle d'ouverture nul. Les angles d'ouverture des traces augmentent brutalement près d'un seuil qui dépend de l'angle de préparation de la couche. Ce seuil, qui est reporté dans le diagramme de stabilité 2.22, marque la transition vers un autre régime d'avalanches : les avalanches «remontantes» qui envahissent tout le plan.

2.5.2. Avalanches remontantes

Pour des couches épaisses ou pour $\delta\varphi$ grand (figure 2.22), on observe des avalanches qui se propagent également en amont (figure 2.23). Les grains se déplacent bien entendu toujours en aval, mais un front de déstabilisation se propage maintenant vers le haut. Le départ des grains déstabilise ou fait perdre l'équilibre aux grains juste au dessus qui auparavant étaient au repos. Ce processus se répète et le front arrondi



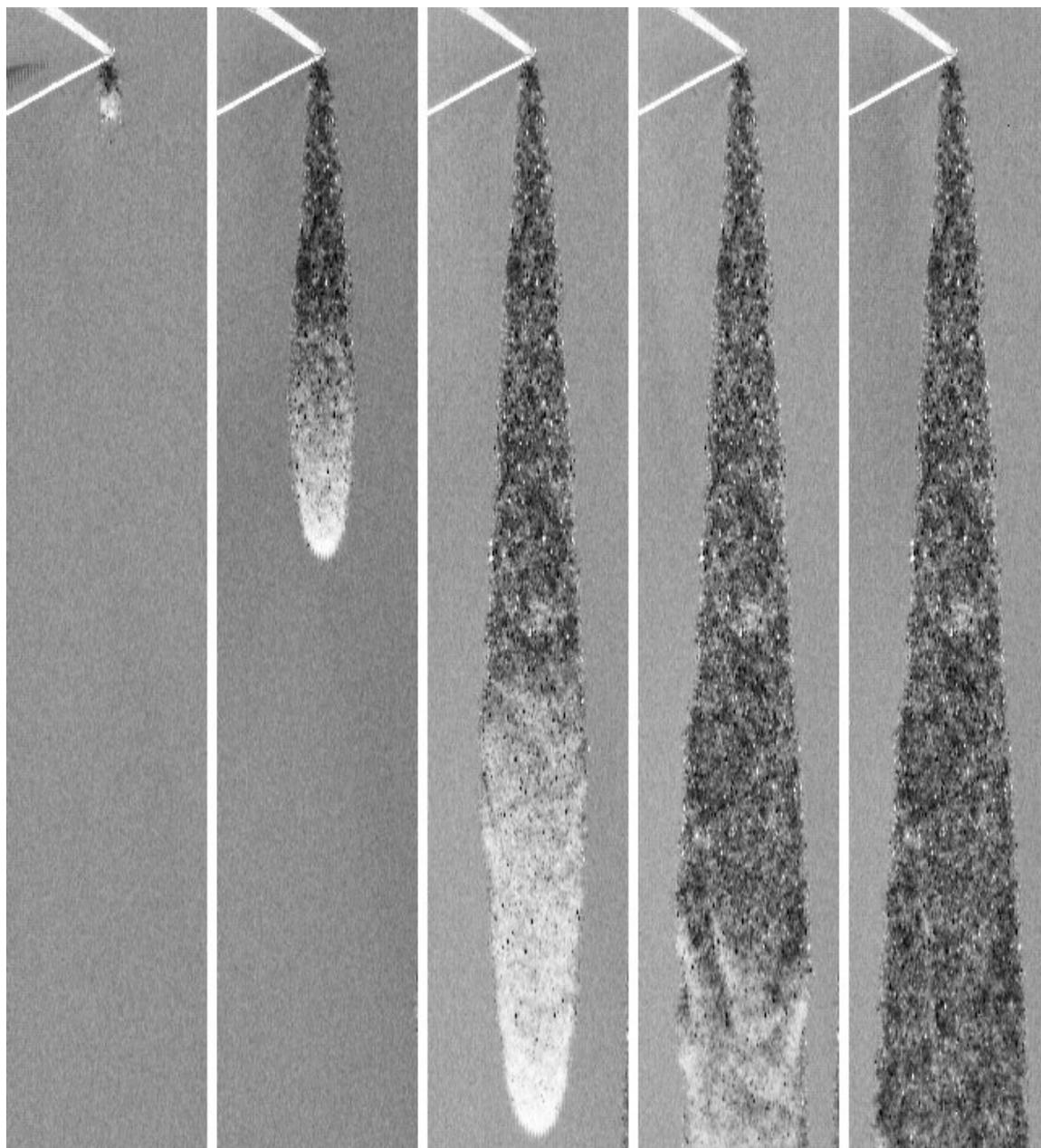
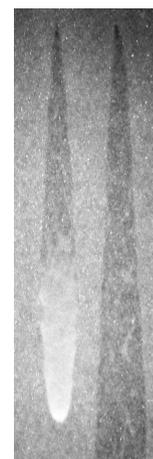
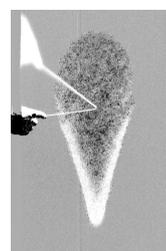


FIG. 2.20. – Évolution d'une avalanche triangulaire. Une image du plan initial a été soustraite, de manière à faire apparaître les régions inchangées en gris uniforme, les sur-épaisseurs en blanc et les traces moins épaisses en noir. L'angle de préparation est de $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, et l'inclinaison supplémentaire de $\delta\varphi = 1^\circ$. L'avalanche a été déclenchée avec un objet pointu qui est visible avec son ombre à l'origine. Le laps de temps entre images consécutives est de 3.24 s, et l'image fait 81 cm de haut.



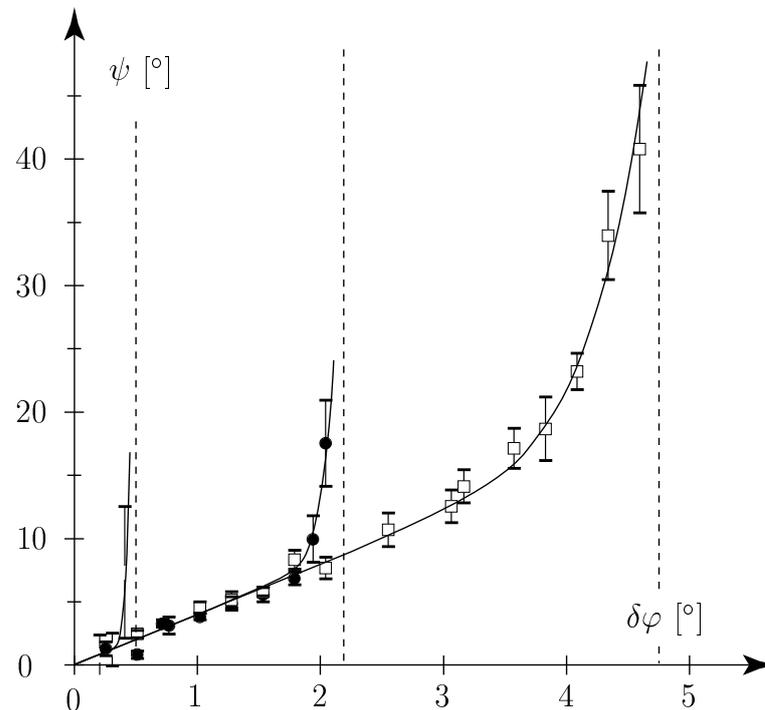
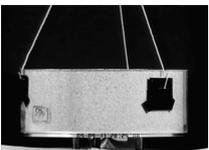


FIG. 2.21. – Angle d'ouverture des avalanches triangulaires en fonction de l'inclinaison $\delta\varphi$ par rapport à l'angle de préparation. Les trois séries correspondent à $\varphi_{\text{prep}} = 25^\circ$ (\times), 28° (\bullet) and 32.5° (\square). Pour $\delta\varphi = 0^\circ$, nous observons une goutte, qui peut être vue comme une avalanche non-croissante ($\psi=0$). L'angle d'ouverture croît d'abord linéairement avec $\delta\varphi$, avec un coefficient de proportionnalité indépendant de φ_{prep} . Juste avant la transition au régime de propagation en amont (lignes en pointillés à $\delta\varphi = 0.5^\circ$, 2.25° and 4.75° respectivement), l'angle d'ouverture ψ croît brusquement. Les barres d'erreur indiquent l'écart type de mesures pour un même $\delta\varphi$.

de démarrage finit par envahir tout le plan. La différence d'images dans la séquence de la figure 2.23 a été calculée par rapport à une image précédant immédiatement le déclenchement, de sorte qu'on voit la baguette et son ombre à l'origine de l'avalanche. La différence entre image successive (figure 2.25 droite) montre bien qu'il n'y a pas de traces statiques comme dans le cas des avalanches triangulaires.

2.5.3. Visualisation

Les images présentées plus haut ne sont pas celles, brutes, vues par la caméra. En effet, nous avons soustrait de chaque cliché l'image initiale de la couche, pour mieux faire apparaître le mouvement. Cette technique de différence d'images est presque systématiquement utilisée par la suite, pour l'œil aussi bien que pour les mesures. Il convient d'en dire quelques mots avant d'aller plus en avant, ne serait-ce que pour



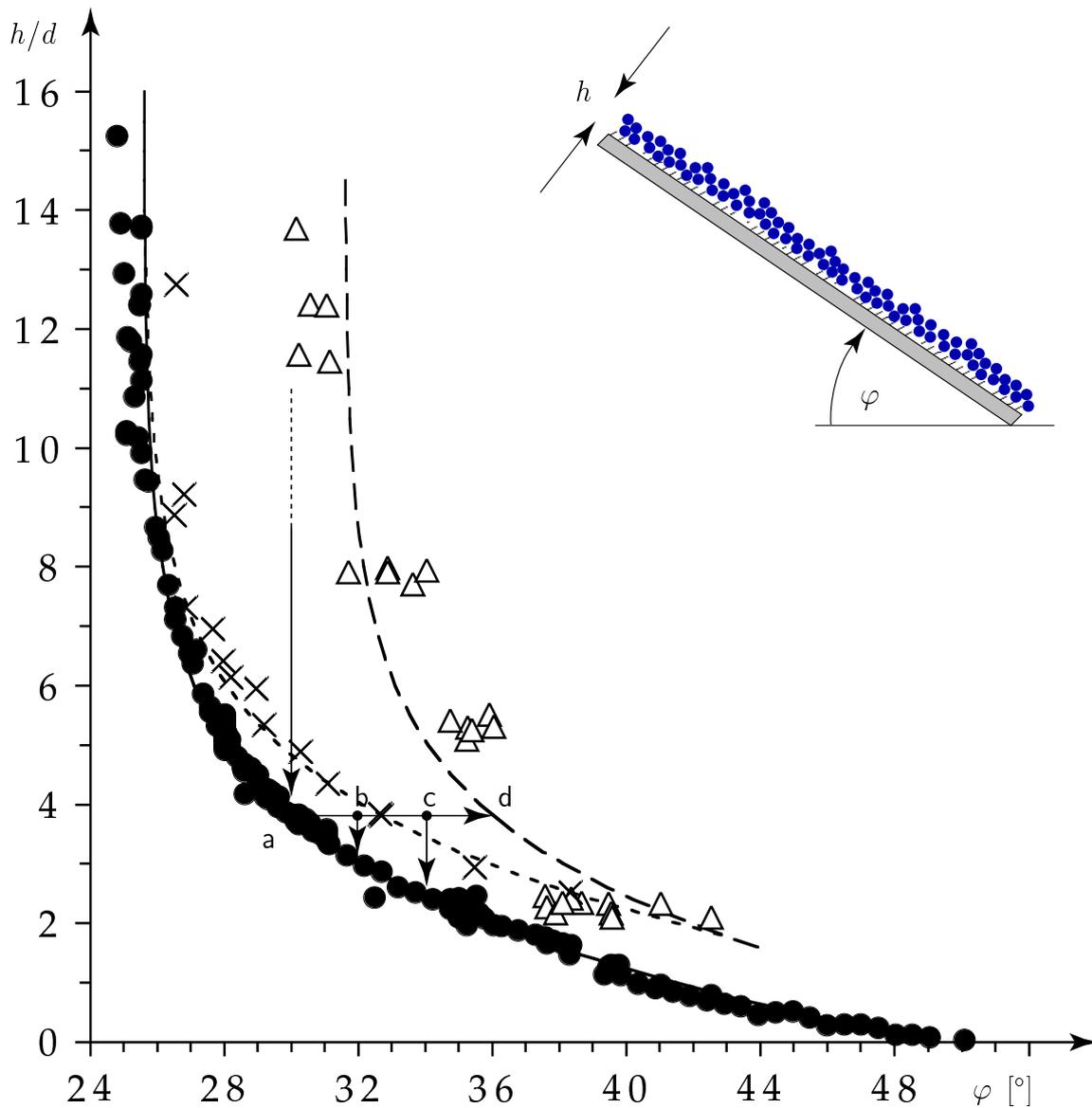
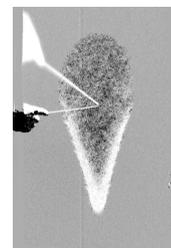


FIG. 2.22. – Diagramme de stabilité. **schéma** Notations. **graphique principal** Les flèches illustrent le cours d'une expérience (cf. figures 2.9, 2.11 et 2.13). Les cercles noirs (•) donnent l'épaisseur mesurée h_{stop} de la couche statique laissée derrière un écoulement important par-dessus le plan à un angle φ_{prep} (flèche vers le point a). Le trait continu en est un fit par l'équation (2.1). Ces couches peuvent ensuite être inclinées jusqu'à des angles donnés par les triangles ouverts (Δ) avant qu'elle ne commencent à couler spontanément (point d). La ligne en tirets donne la limite de stabilité d'une couche statique. La région hystérétique entre cette ligne et la ligne continue est divisée par les croix (\times) et la ligne en pointillés. En dessous (par exemple au point b), une perturbation finie crée une avalanche triangulaire. Au dessus (par exemple au point c), le front de l'avalanche se propage également en amont.



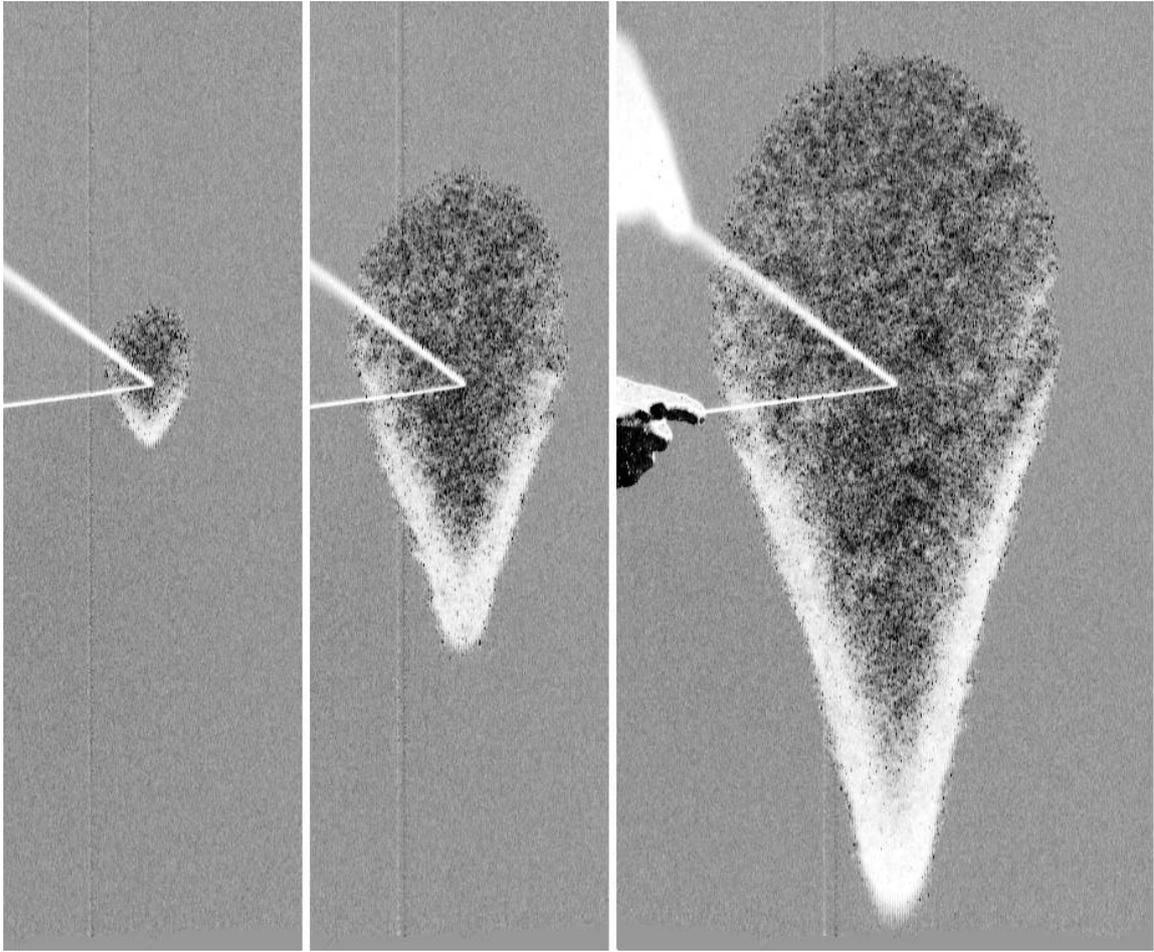
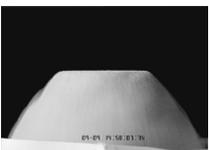
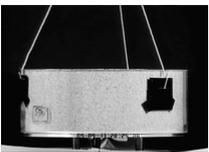


FIG. 2.23. – Évolution d'une avalanche remontante. La couche a été préparée à $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$ comme pour la figure 2.20, mais l'inclinaison additionnelle est maintenant de $\delta\varphi = 4^\circ$. La baguette ayant servi à déclencher l'avalanche, et son ombre pointent vers l'origine. Le laps de temps entre images consécutives est de 0.84 s, et l'image fait 87 cm de haut.

souligner l'existence de deux différences d'images différentes (figure 2.24). Selon les changements qu'on souhaite faire sortir, on peut en effet choisir l'image à soustraire. L'image gauche est simplement l'image vue par la caméra. Pour pouvoir l'interpréter, il faut se rappeler que le fond est en feutrine noire, et que le milieu granulaire est constitué de billes de verre qui diffusent si bien la lumière qu'à partir de quelques couches d'épaisseur elles apparaissent blanches. La couche obtenue par préparation à $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$ est toutefois tellement mince qu'elle est en partie translucide. À cause de la feutrine, l'image brute apparaît donc plus sombre aux endroits où la couche est mince. Inversement, une sur-épaisseur par rapport à l'épaisseur initiale est plus claire. À cet effet s'ajoutent d'une part l'inhomogénéité de l'éclairage, moins intense sur la



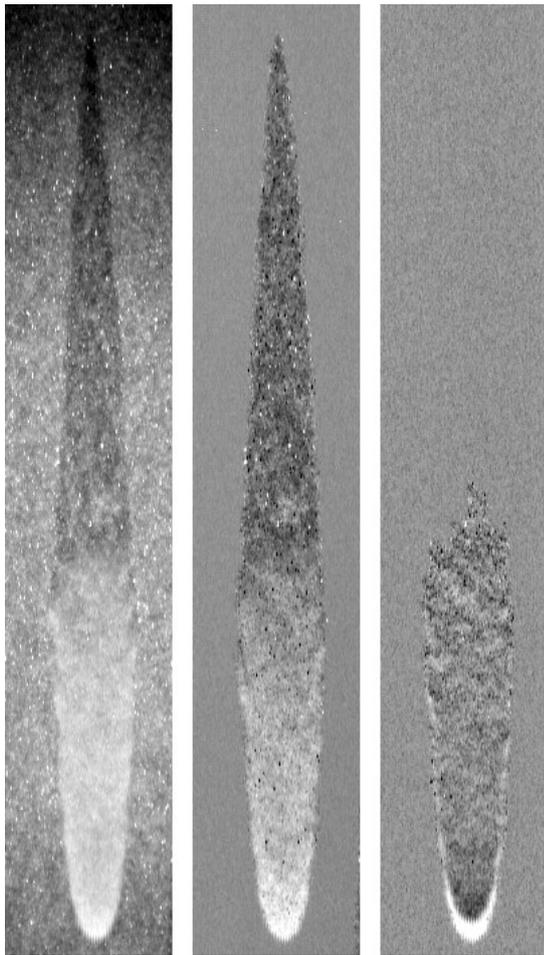
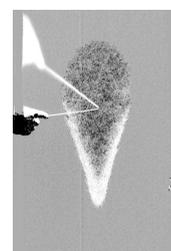


FIG. 2.24. – Différentes visualisations d'une avalanche triangulaire. **gauche** Image brute de la caméra. **milieu** Différence entre l'image gauche et une image du plan initial non perturbé. **droite** Différence entre l'image de gauche et une image prise juste avant ($\Delta t = 0.04$ s). La trace immobile de l'avalanche n'est plus visible, tandis que l'avancée du front pendant le laps de temps se manifeste par une bande blanche.

partie supérieure du plan, et d'autre part l'étincellement des billes. Ces dernières, n'étant pas parfaitement sphériques, réfléchissent la lumière de manière inhomogène. Contrairement à des billes parfaitement sphériques, qui réfléchissent avec une distribution en intensité qui ne dépend que de l'angle par rapport à la source de lumière, l'intensité réfléchie par une de nos billes dépend de manière très sensible de son orientation. Certaines ont par hasard la bonne orientation pour envoyer un faisceau intense dans le diaphragme de la caméra, et apparaissent comme points brillants sur la couche. Un mouvement de la couche, même d'une fraction d'un diamètre de bille, produit un scintillement.

L'image du milieu est obtenue en soustrayant de l'image de gauche l'image initiale de la couche. D'un point de vue technique, on soustrait point par point les intensités, et puis on rajoute une constante de sorte qu'une différence nulle des intensités corresponde à un gris moyen. On observe sur le résultat que les inhomogénéités de l'éclairage sont compensées, ce qui est naturel puisqu'elles sont les mêmes d'une image sur l'autre. Les régions inchangées apparaissent d'un gris homogène (moyennant un bruit



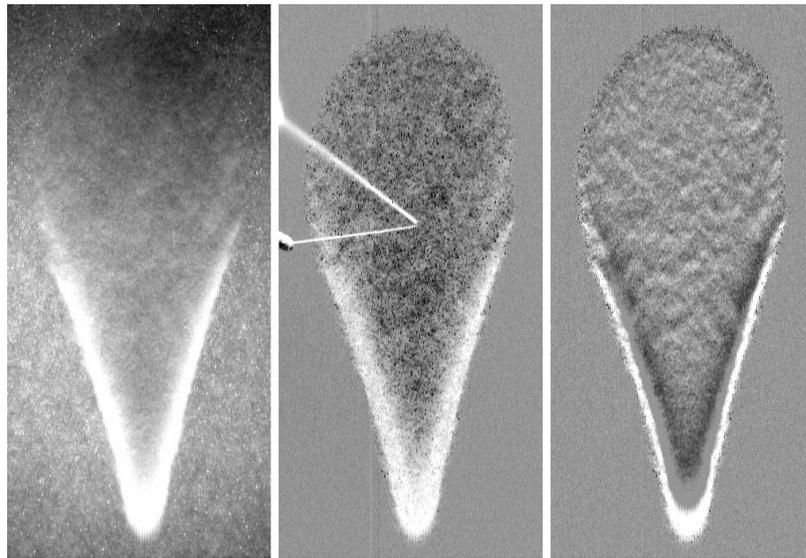
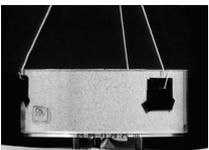


FIG. 2.25. – Différentes visualisations d’une avalanche remontante, analogues à celles de la figure 2.24 : **gauche** l’image brute de la caméra. **milieu** La différence par rapport à la couche non perturbée. Contrairement à la figure 2.24 où l’image initiale a été prise quelque temps avant l’avalanche, l’image de référence ici est celle qui précède immédiatement le déclenchement. Par conséquent, on voit la baguette avec son ombre au point où l’avalanche a été déclenchée. **droite** La différence entre deux images successives ($\Delta t = 0.04$ s). La bande grise uniforme juste à l’arrière du front blanc est dû à la saturation en intensité de l’image par le front. Contrairement à l’avalanche triangulaire, il n’y a pas de trace statique, si bien que les deux différences au milieu et à droite montrent la même forme.

électronique et d’acquisition), ce qui accentue l’avalanche par rapport à l’image brute. La différence ne contient plus la même information : les parties claires et sombres indiquent des changements d’épaisseur et non plus les épaisseurs elles-mêmes. Dans notre cas les deux sont toutefois équivalents, en raison de l’homogénéité de la couche initiale. La séquence de la figure 2.20 s’interprète donc comme un écoulement en sur-épaisseur, avec le sommet tout à fait à l’avant, qui descend en laissant derrière lui une région plus profonde (car plus sombre) et de forme triangulaire. On peut voir à l’œil en comparant les images que cette région est immobile, et que la partie mobile s’étend approximativement de la pointe jusqu’à l’endroit le plus large à chaque instant donné. Cette information, obtenue par une dérivée temporelle mentale, peut être tirée directement de la différence entre images successives (figure 2.24 **droite**). La première constatation est que la partie triangulaire qui est visible sur les deux autres images a disparu, preuve qu’elle est immobile. La deuxième est qu’on distingue une bande blanche à l’avant d’une région intérieure sombre. La partie blanche correspond à une forte augmentation de l’épaisseur locale, $\partial h / \partial t$, dans l’intervalle de temps entre les deux images vidéo successives ($\Delta t = 0.04$ s), en l’occurrence au passage de



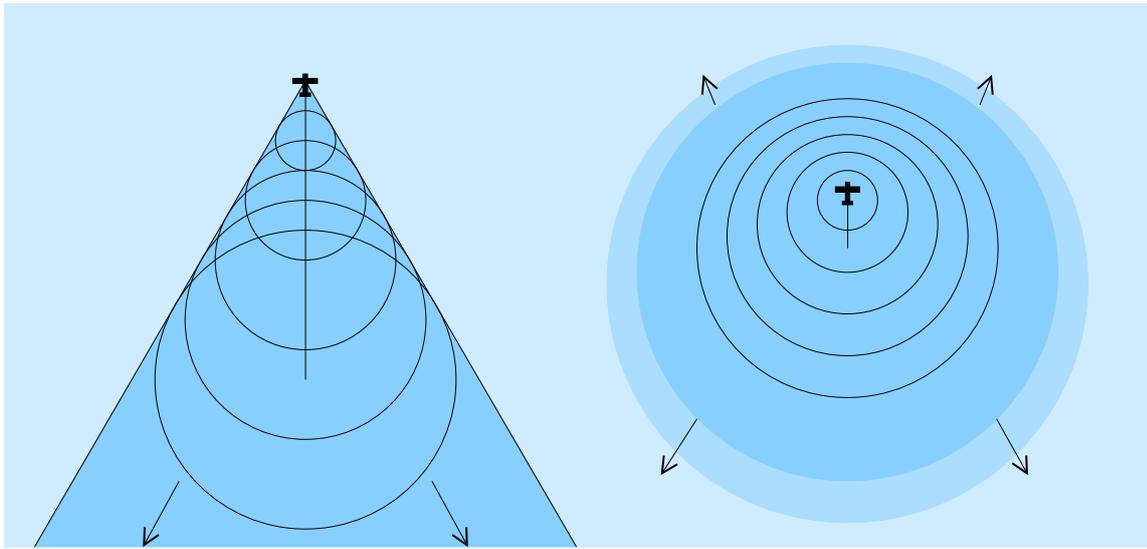


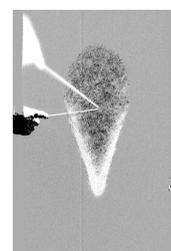
FIG. 2.26. – Transition super-/subsonique. Dans le repère de la source, le son est advecté vers l'arrière à vitesse v pendant qu'il se propage (dans l'air au repos) à vitesse c . **gauche** Pour $v > c$, cela signifie que le son n'atteint qu'une partie de l'espace, le cône de Mach d'angle d'ouverture $\sin(\psi/2) = c/v$. **droite** Pour $v < c$, le son peut se propager en amont de la source. La transition est continue, la vitesse de propagation en amont s'annulant pour $v \rightarrow c^+$

l'épaisseur initiale à celle du front avant de l'écoulement. La bande indique donc le déplacement du front entre deux images, qui est proportionnel à sa vitesse. L'arrière est plus sombre en moyenne que les parties inchangées puisque l'épaisseur décroît lentement du maximum au front vers l'épaisseur de la trace, comme nous l'avons déjà remarqué sur la différence par rapport à l'image initiale. Le bruit élevé de cette partie est dû au scintillement produit par les grains en mouvement.

2.5.4. La transition triangulaire–remontant

La transition entre les deux régimes d'avalanches est nette, avec un seuil en $\delta\varphi$ défini à quelques centièmes de degrés près. L'aspect de la propagation de part et d'autre du seuil fait penser à une transition convectif/absolu ou encore super-/subsonique (figure 2.26).

L'angle d'ouverture des traces triangulaires (figure 2.21) ne prend cependant pas de valeur particulière à la transition (et encore moins les 180° attendus pour une transition du type super-/subsonique, cf. figure 2.27). Il y a certes un accroissement brutal près de la transition, mais l'angle maximal observé reste petit et dépend de l'angle de préparation φ_{prep} . L'amorçage de divergence est un artefact dû à un mélange des modes de propagation en triangle et en amont près de la transition. On



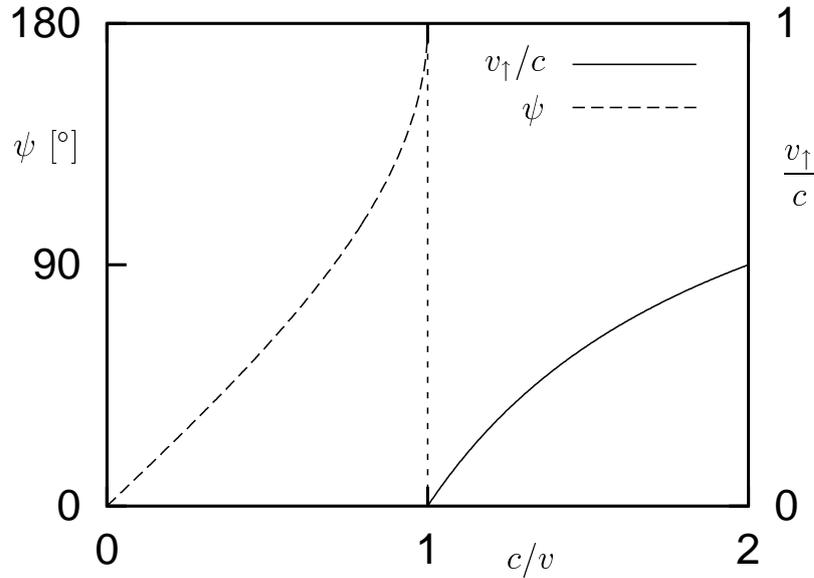
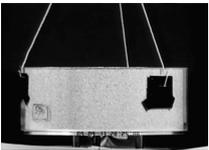


FIG. 2.27. – Vitesse de propagation en amont ($v_{\uparrow} = c - v$, pour $v < c$) et angle d'ouverture ($\psi = 2 \arcsin(c/v)$, pour $v > c$) pour une transition super-/subsonique. À la transition, v_{\uparrow} s'annule linéairement, et ψ tend vers 180° .

observe effectivement que la trace de l'avalanche devient de plus en plus rugueuse lorsqu'on s'approche de la transition (figure 2.28). De temps en temps, l'avalanche parvient à se propager un petit peu en amont, mais la remontée s'arrête rapidement et l'avalanche revient vers un mode de croissance triangulaire. Le basculement entre les deux modes pourrait être dû à de petites fluctuations de l'épaisseur de la couche (les avalanches remontent à des inclinaisons plus faibles dans des couches plus épaisses), ou marquer l'apparition de domaines de grains dont l'équilibre est corrélé. La suite de bouts triangulaires et de sauts en amont près de la transition donne un aspect rugueux à la trace et augmente considérablement son angle d'ouverture apparent.

La dépendance du seuil de remontée $\delta\varphi_c$ semble indiquer que le régime d'avalanches remontantes n'est pas lié aux mêmes mécanismes que le régime triangulaire. Le seuil de transition $\delta\varphi_c$ dépend de l'angle de préparation φ_{prep} (figures 2.21 et 2.22), alors que pour les avalanches triangulaires seul le paramètre $\delta\varphi$ semble être pertinent : l'évolution de l'angle d'ouverture $\psi(\delta\varphi)$ se superpose très bien avant la transition pour différents φ_{prep} . En regardant la ligne séparatrice dans la figure 2.22 entre les régions de propagation triangulaire et en amont, on voit que la transition vers la propagation en amont a lieu de plus en plus tôt plus la couche est épaisse, alors que pour des couches minces préparés à $\varphi_{\text{prep}} > 34^\circ$, on n'observe plus que des avalanches triangulaires.

Finalement, nous pouvons remarquer l'évolution particulière de la vitesse de remontée de l'avalanche près de la transition (carrés pleins ■ dans la figure 2.32,



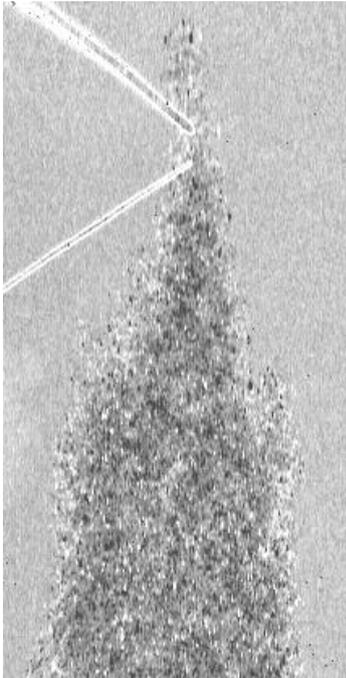


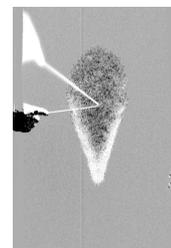
FIG. 2.28. – Trace d'une avalanche triangulaire proche de la transition vers la propagation en amont. L'avalanche se met déjà à remonter par moments, et retombe dans le mode triangulaire entre les deux. Ce mélange conduit à un angle d'ouverture apparent plus grand, et pourrait expliquer l'augmentation rapide de l'angle d'ouverture ψ juste avant la transition (figure 2.21).

page 83). La vitesse de propagation du front arrière, qui est constante pour une avalanche dès le départ, est discontinue à la transition. Elle est à peu près constante jusqu'au seuil, pour changer brusquement de signe à une vitesse opposée du même ordre de grandeur. Avec l'augmentation de $\delta\varphi$, la vitesse de remontée croît ensuite en valeur absolue. La transition discontinue de la vitesse est incompatible avec les transitions continues de type super-/subsonique (figure 2.27) et de type convectif/absolu. Dans ces deux types de transitions, la vitesse en amont s'annule continûment au seuil.

L'observation détaillée de la transition triangulaire/remontant montre donc qu'elle n'est ni dans la catégorie des transitions super-/subsonique (compétition entre propagation et advection), ni dans celle des transitions convectif/absolu (compétition entre diffusion+amplification et advection). Tout laisse à penser que la transition vers le régime des avalanches remontantes fait apparaître un nouveau mécanisme. Nous allons tester quelques hypothèses sur les mécanismes de propagation des deux types d'avalanche dans les deux parties suivantes.

2.5.5. Mécanismes de croissance triangulaire

Quels mécanismes sont-ils envisageables pour la propagation latérale d'une avalanche triangulaire? L'observation directe des grains et les mesures par PIV (figure 2.53 et partie 2.7.2) montrent que les grains descendent tout droit selon la direction de plus grande pente. La PIV montre toutefois une légère déviation des vitesses au niveau du bord. Sur le pourtour de l'avalanche, l'écoulement est divergent



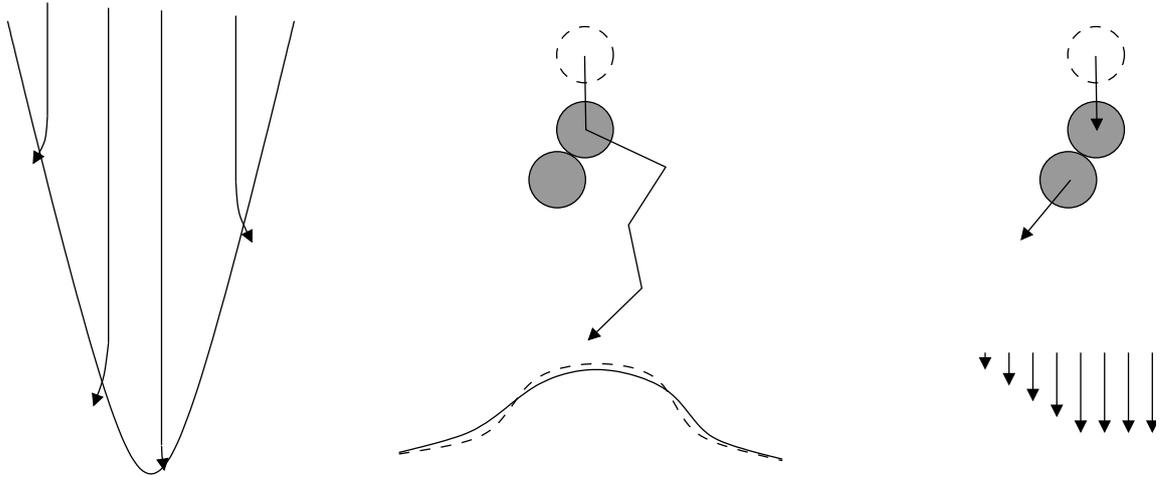
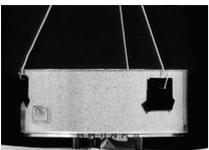


FIG. 2.29. – Mécanismes de propagation triangulaire. Trois possibilités sont esquissées : **gauche** Les grains à la surface de l’avalanche suivent la pente locale, qui les dévie de la trajectoire rectiligne près du bord. **milieu** Les grains font une marche aléatoire en roulant sur d’autres billes. La limite continue en bas correspond à une diffusion du profil. **droite** Les grains en délogent d’autres. Dans la limite continue, cela correspond à un frottement « visqueux » dans les zones cisillées.

par rapport à l’axe de symétrie de l’avalanche (figure 2.29 **gauche**). Le rapport entre composante perpendiculaire et parallèle est petit (≤ 0.1), mais suffisamment grand pour pouvoir éventuellement expliquer une croissance latérale. Il pourrait également y avoir un comportement diffusif dans la direction transverse (figure 2.29 **milieu**) comme il l’a été observé pour un grain isolée (Samson et al., 1997, 1999). La diffusion latérale d’un grain isolé décroît cependant avec l’inclinaison, ce qui va dans le mauvais sens pour expliquer l’augmentation de l’angle d’ouverture (figure 2.21). Ce mécanisme peut donc être éliminé, à moins de supposer que le comportement soit différent sur la couche. Finalement la propagation latérale peut se faire par transmission d’impulsion : les grains sur les bords de l’avalanche transmettent une partie de leur quantité de mouvement par chocs ou par frottement à des voisins au repos (figure 2.29 **droite**). L’augmentation de l’efficacité avec l’écart $\delta\varphi$ à l’angle de préparation, nécessaire pour expliquer l’augmentation de l’angle d’ouverture, viendrait de l’abaissement du seuil de perturbation pour déloger un grain et ainsi agrandir l’avalanche latéralement. Un grain ne peut en déstabiliser un autre seulement après avoir acquis une certaine énergie, ce qui pourrait expliquer les faibles angles d’ouverture des avalanches triangulaires.

Peut-on trancher entre les deux mécanismes qui restent, l’étalement et l’entraînement ? L’étalement est bel et bien observé. La question n’est donc pas si l’étalement est présent ou pas, mais plutôt si ce mécanisme suffit à expliquer la croissance triangulaire, ou s’il faut conclure qu’il doit y avoir entraînement latéral par frottement.



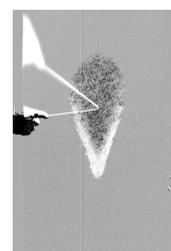
Nous pouvons essayer d'estimer l'importance que peut avoir l'étalement. La matière mobilisée augmente au fur et à mesure que l'avalanche descend. Autour de la sur-épaisseur qui en résulte, la direction de plus grande pente de la surface libre n'est plus alignée avec celle du plan. La matière qui s'y trouve va donc avoir une trajectoire qui l'écarte du centre de l'avalanche. Mais du fait que cette trajectoire chasse de travers sur le plan, elle fait un angle plus faible avec l'horizontale. Cette angle sera d'autant plus faible que la trajectoire fait un angle grand avec la direction de plus grande pente du plan. Or la matière ne pourra pas rester en mouvement si cette pente est inférieure à l'angle d'arrêt φ_{stop} (qui est égal à l'angle de préparation φ_{prep} puisque l'avalanche évolue sur une couche d'épaisseur $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$). Cette condition nous donne un angle d'ouverture maximal pour une avalanche triangulaire. Un simple calcul géométrique fixe l'angle d'ouverture maximal à

$$\psi_{\text{max}} = 2 \arccos \frac{\sin(\varphi_{\text{prep}})}{\sin(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)}. \quad (2.5)$$

On vérifie que l'angle s'annule bien pour une inclinaison du plan égale à φ_{prep} . Pour des inclinaisons plus grandes que φ_{prep} , la formule donne pour l'angle d'ouverture un ordre de grandeur raisonnable, mais supérieur aux angles mesurés ($\sim 45^\circ$ au lieu de $\sim 15^\circ$ pour $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 3^\circ$). Près de l'angle de préparation, l'angle d'ouverture augmente en racine carré de l'écart au seuil d'après la formule (2.5), et non pas linéairement comme nous l'observons expérimentalement (figure 2.21). Compte tenu de la simplicité de l'argument, l'estimation est néanmoins surprenante. Elle donne une borne supérieure relativement stricte sur l'angle d'ouverture de toute avalanche qui s'agrandit par étalement, sans faire aucune hypothèse sur la dynamique. En effet, la limite d'angle donnée par l'équation (2.5) est impérative pour toute propagation matérielle. L'avalanche ne peut mobiliser la couche statique en dehors du triangle pointu que si elle utilise un autre mécanisme comme le cisaillement ou la propagation en amont. Les avalanches triangulaires sur le plan incliné restent largement à l'intérieur des bornes. Nous pouvons donc pour l'instant seulement conclure que l'étalement pourrait en principe suffire pour expliquer leur propagation triangulaire.

2.5.6. Mécanismes de remontée

Par opposition à la propagation triangulaire, la propagation en amont se fait sans transmission d'impulsion puisque le milieu est non-cohésif. Les grains sur le front arrière se mettent en mouvement par perte d'équilibre une fois que leur voisin du dessous est parti (figure 2.30 *gauche*). Pour que ce processus puisse se répéter, il faut qu'à tout moment la quantité de grains déstabilisés soit suffisamment importante pour priver les grains sur le front arrière de leur support. Le paramètre décisif est donc la différence d'épaisseur entre la couche initiale et la trace de l'avalanche. On constate effectivement sur le diagramme de stabilité (figure 2.22) que le seuil de remontée (croix (×)) correspond approximativement à une différence de hauteur



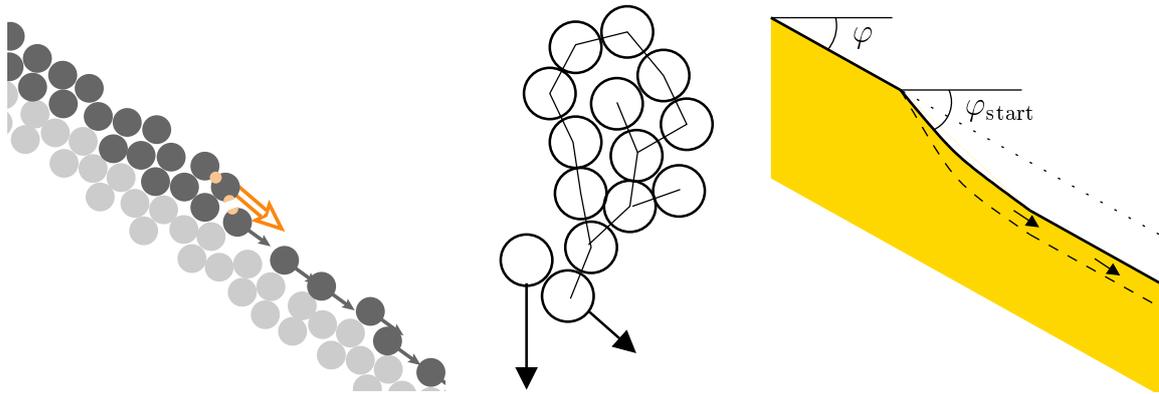
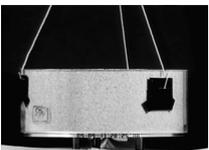


FIG. 2.30. – Mécanismes de remontée. **gauche** Version discrète : les grains reposent les uns sur les autres. Dès que le contact avec le grain inférieur s’ouvre, le grain en amont perd son équilibre, privant à son tour un voisin de support. **milieu** Alternative par laquelle un grain en déstabilise en descendant un autre qui supporte tout un amas de grains. **droite** Version continue : une marche de hauteur a localement une pente φ_{start} où la matière peut se mobiliser. La mobilisation se poursuit car la matière est évacuée en aval.

avant et après l’avalanche constante : $h_{\text{stop}}(\varphi) - h_{\text{stop}}(\varphi + \delta\varphi_c) \simeq \text{cste}$. La ligne en pointillés est ainsi obtenue de la courbe $h_{\text{stop}}(\varphi)$ par translation d’un diamètre de grain vers le haut.

Cette explication seule de la remontée explique mal que les vitesses du front arrière observées sont de l’ordre de la vitesse de descente, ou encore de \sqrt{gd} . Dans une colonne de billes sur un rail, reposant les unes sur les autres et dont celle du bas serait retirée, l’information sur la perte d’équilibre se transmettrait vers les billes du haut à la vitesse du son dans la bille. Or cette vitesse est quatre ordres de grandeurs au dessus des vitesses observées, ce qui signifie qu’il doit y avoir un autre facteur limitant la propagation en amont. La friction entre billes, qui frustre leur rotation dans une colonne, peut fournir un argument au moins partiel. La friction macroscopique est suspecté depuis longtemps être due à la rugosité microscopique des surfaces en contact (Bowden & Tabor, 1967; Baumberger et al., 1999), dont l’échelle ℓ typique est de l’ordre du micron pour des surfaces «lisses» comme le verre. On peut prétendre que lorsqu’un contact sous contrainte s’ouvre, les billes devront se séparer de cette distance avant que la force de friction ne se soit démobilisée et s’annule. La bille située en amont ne commencera donc à bouger qu’une fois que la bille en aval aura parcouru cette distance, ce qui dure un temps de l’ordre de $\sqrt{\ell/g}$. Cette contribution au décalage entre deux démarrages de billes est largement supérieur à l’échelle de temps fournie par la vitesse du son, d/c . La vitesse de remontée ou de décompaction ne serait plus que de l’ordre du mètre par seconde, soit nettement plus proche des valeurs observées. Le rapport entre les deux vitesses reste cependant de l’ordre de $\sqrt{d/\ell}$, autrement dit dans le laps de temps entre deux démarrages successifs de grains,



ce dernier a le temps de parcourir un diamètre en chute libre, et non pas l'échelle microscopique de rugosité.

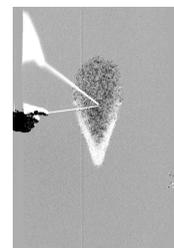
Dans des couches minces ou proches du seuil de transition, on observe des remontées erratiques, c'est-à-dire des mouvements rapides du front arrière en amont, suivis d'un temps où les grains ne font que descendre. (voir figure 2.28) Cette observation peut s'interpréter comme une remontée par amas. Les grains à l'intérieur d'un amas se mettent tous en mouvement pratiquement en même temps, avec un temps de pause marqué avant le départ de l'amas suivant. On peut imaginer que les amas sont des ensembles de grains reposant sur un même grain clé. La déstabilisation d'un grain clé entraîne la perte d'équilibre de tous les grains de l'amas à la vitesse du son (figure 2.30 milieu). Ces grains, en descendant, heurtent éventuellement d'autres grains clés, provoquant le départ d'autres amas. D'après cette image, la vitesse de remontée est tout naturellement de l'ordre de la vitesse de descente : cette dernière détermine le temps entre le départ d'un amas et la déstabilisation du suivant. En supposant que les grains doivent parcourir une distance d'un diamètre de grain avant de rencontrer un autre grain clé et d'avoir acquis suffisamment d'énergie pour le mettre en mouvement, et que d'autre part un amas mesure n diamètres de grain dans la direction de la pente, la vitesse de remontée sera de l'ordre de $(n - 1)v_{\text{desc}}$ ou v_{desc} est la vitesse de descente. Dans cette image simplifiée où chaque amas parti en met en mouvement un autre avec probabilité 1, le seuil de remontée est atteint lorsque la taille d'un amas dépasse la taille du grain.

Dans une description continue, la remontée peut être simplement décrite comme une marche de hauteur à l'angle φ_{start} (figure 2.30 droite). Le sable se met en mouvement parce que localement son angle de démarrage est dépassé. Il accélère sur une petite longueur L (figure 2.31) et érode tellement bien les grains en profondeur que la pente, au lieu de relaxer vers φ_{stop} , est maintenue à φ_{start} . La vitesse v_{\uparrow} de remontée est liée par la conservation de la masse à la hauteur de la marche $\Delta\zeta$ et au débit de la couche en mouvement : la quantité de sable mise en mouvement, $v_{\uparrow}\Delta\zeta$ doit être évacuée en aval par l'écoulement. Si h désigne la hauteur de la couche qui coule, et que par définition \bar{v} est la vitesse moyenne telle que $\bar{v}h$ est le débit, alors la conservation de la masse s'écrit (en négligeant la dilatance du milieu) :

$$v_{\uparrow}\Delta\zeta = \bar{v}h. \quad (2.6)$$

Nous vérifions par exemple que si la couche est mise en mouvement instantanément ($v_{\uparrow} = \infty$), alors la hauteur de la surface ne change pas ($\Delta\zeta = 0$).

Nous remarquons qu'il n'y a aucune sélection de la vitesse de remontée si nous ne précisons pas la dynamique du démarrage. En effet, même en indiquant la vitesse à l'équilibre $\bar{v}(h)$ de la couche en aval, la hauteur de la marche et la vitesse de remontée restent indéterminées (à moins que la vitesse \bar{v} dépende non seulement de h , mais aussi d'une distance par rapport à un fond et donc de $\Delta\zeta$). En revanche, nous pouvons obtenir une estimation grossière de la vitesse de remontée par un bilan de la quantité de mouvement en faisant quelques hypothèses simples. Observons d'abord



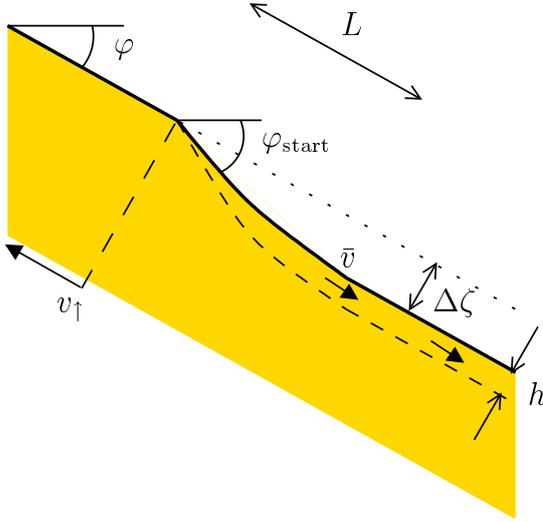


FIG. 2.31. – Notation pour l'estimation de la vitesse de remontée.

que l'accélération des grains est limitée à la marche proprement dite. Dans la couche en aval, la vitesse moyenne \bar{v} des grains est stationnaire. L'accélération sur la marche vaut environ

$$\dot{v} \simeq g(\sin \varphi_{\text{start}} - \sin \varphi), \quad (2.7)$$

composée de la force de pesanteur $g \sin \varphi_{\text{start}}$ et du frottement $g \sin \varphi$ qui découle de l'équilibre dans la couche en aval. Chaque grain subit cette accélération pendant qu'il se trouve sur la marche. Vu que celle-ci se propage à vitesse v_{\uparrow} en amont, ce temps est de l'ordre de L/v_{\uparrow} . À la fin de sa période d'accélération, le grain doit avoir atteint sa vitesse moyenne pendant le reste de la descente, c'est-à-dire il faut que

$$\bar{v} \simeq g(\sin \varphi_{\text{start}} - \sin \varphi) \frac{L}{v_{\uparrow}}. \quad (2.8)$$

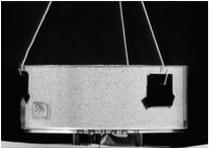
Cette expression peut être reportée dans l'équation (2.6), après avoir substitué la longueur L par des considérations géométriques : $\Delta\zeta/L = \tan(\varphi_{\text{start}} - \varphi)$. Nous obtenons

$$v_{\uparrow}^2 \simeq \frac{h}{\Delta\zeta} g(\sin \varphi_{\text{start}} - \sin \varphi) \frac{\Delta\zeta}{\tan(\varphi_{\text{start}} - \varphi)}, \quad (2.9)$$

qui se simplifie ($\sin \varphi_{\text{start}} - \sin \varphi \simeq \tan(\varphi_{\text{start}} - \varphi)$) en

$$v_{\uparrow}^2 \simeq hg \quad (2.10)$$

Nous parvenons donc à trouver le bon ordre de grandeur pour la vitesse par les lois de conservation moyennant quelques approximations. Notons comme détail qu'en vue du résultat le temps d'accélération que nous avons choisi, à savoir le temps que met le front de remontée pour défiler à un endroit fixe, est à un facteur $\sqrt{\Delta\zeta/h}$ près le même que le temps d'accélération d'un grain sur une marche L au repos. Le fait que le grain aille à l'encontre du front de remontée ne change pas de manière significative son temps d'accélération.



2.5.7. Vitesses des fronts

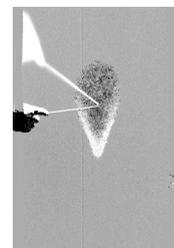
Pour mieux comprendre les mécanismes de propagation, nous allons nous intéresser à la forme globale de l'avalanche. Dans un premier temps, nous pouvons étudier les vitesses de propagation des fronts dans trois directions : l'agrandissement en aval, latéral et en amont. La mesure consiste à circonscrire à l'avalanche un rectangle de côtés parallèles et perpendiculaires à la direction de plus grande pente (figure 2.6). Les coordonnées en fonction du temps nous donnent les trois vitesses, après avoir moyenné les deux vitesses droite et gauche en une latérale. Cette méthode tient compte uniquement de la position selon la direction de plus grande pente (l'axe des x) pour les points les plus en haut et en bas, et de la position selon la direction perpendiculaire y pour les deux extrémités gauche et droite.

Le résultat central est que tous les fronts de l'avalanche atteignent une vitesse constante. Cela est remarquable, sachant que la masse de l'avalanche continue à croître comme la surface balayée, c'est-à-dire en carré du temps. Avant de chercher à comprendre pourquoi, regardons les vitesses stationnaires qui sont reportées dans la figure 2.32 pour les fronts avant et arrière, et dans la figure 2.33 pour l'agrandissement latéral.

La vitesse de propagation du front arrière de l'avalanche (carrés pleins ■ dans la figure 2.32) est indépendante de l'écart $\delta\varphi$ à l'angle de préparation dans le régime d'avalanches triangulaires. Le léger ralentissement du front arrière pourrait être un artefact qu'entraîne l'apparition intermittente de la propagation en amont à l'approche de la transition (figure 2.28). Ce front de séchage est défini par les dernières billes de l'écoulement, là où l'épaisseur de l'écoulement est minimale. Il est donc naturel de trouver une vitesse de l'ordre de grandeur de la vitesse d'un grain isolé, qui par des considérations dimensionnelles vaut $\sqrt{gd} \simeq 5$ cm (et qui ne change pas dans la plage d'inclinaisons considérée). À la transition, la vitesse change de signe de manière abrupte, comme nous l'avons déjà souligné dans la partie 2.5.4. La vitesse de remontée est du même ordre de grandeur que la vitesse arrière de descente à la transition, et croît ensuite en valeur absolue avec l'augmentation de $\delta\varphi$.

La vitesse latérale augmente à peu près linéairement dans le régime triangulaire. C'était prévisible d'après le fait que l'extension se fait au niveau du front arrière, dont la vitesse est constante, et que l'angle d'ouverture croît lui aussi linéairement avec $\delta\varphi$. Dans le régime remontant, la vitesse augmente plus rapidement. Le changement de régime est plus net sur les mesures effectuées à un autre angle de préparation ($\varphi_{\text{prep}} = 28^\circ$, figure 2.34).

Le front avant descend à la même vitesse que le front arrière à l'angle de préparation ($\delta\varphi = 0$), ce qui correspond bien à une situation d'amplification nulle. Pour $\delta\varphi > 0$ la vitesse du front avant croît à peu près linéairement en $\delta\varphi$. L'avant est alors plus rapide que le front arrière et l'avalanche s'étale. Pour des angles plus faibles ($\delta\varphi < 0$), on observe que le front arrière est plus rapide que le front avant, et qu'il finit donc par rattraper ce dernier (il faut bien entendu mobiliser toute une région



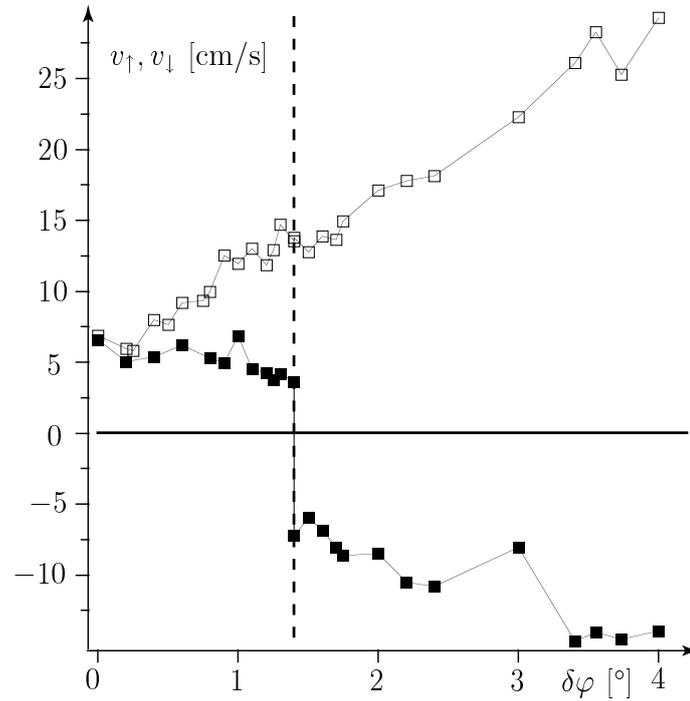


FIG. 2.32. – Vitesse des fronts avant et arrière d’avalanches. Les mesures à un même écart $\delta\varphi$ à l’angle de préparation $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$ ont été moyennées en un seul point. Le front arrière (carrés pleins ■) a une vitesse d’à peu près $\sqrt{gd} = 4.9$ cm/s (estimation dimensionnelle de la vitesse d’un grain isolé) jusqu’au seuil de remontée (ligne verticale en tirets). La vitesse change abruptement de signe et croît ensuite en valeur absolue avec $\delta\varphi$. La vitesse du front avant (carrés creux □) croît linéairement.

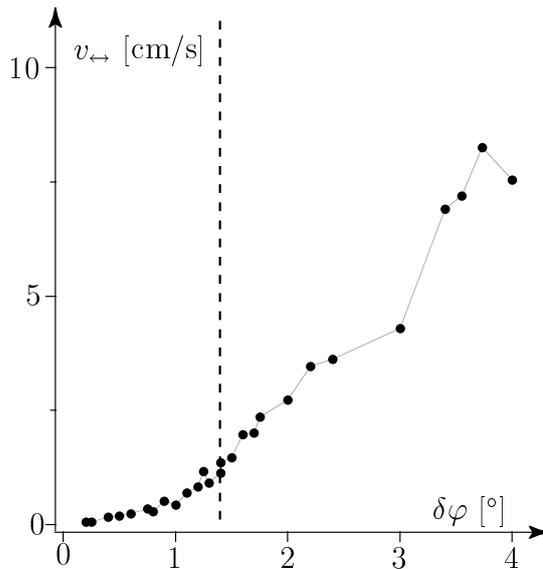
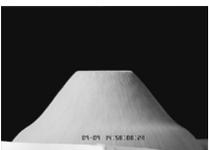
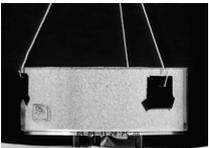


FIG. 2.33. – Vitesse latérale d’avalanches. Chaque point est une moyenne des vitesses droite et gauche de toutes les avalanches à un même écart d’angle $\delta\varphi$. Au dessus de la transition vers le régime remontant (ligne en tirets), la vitesse augmente plus rapidement.



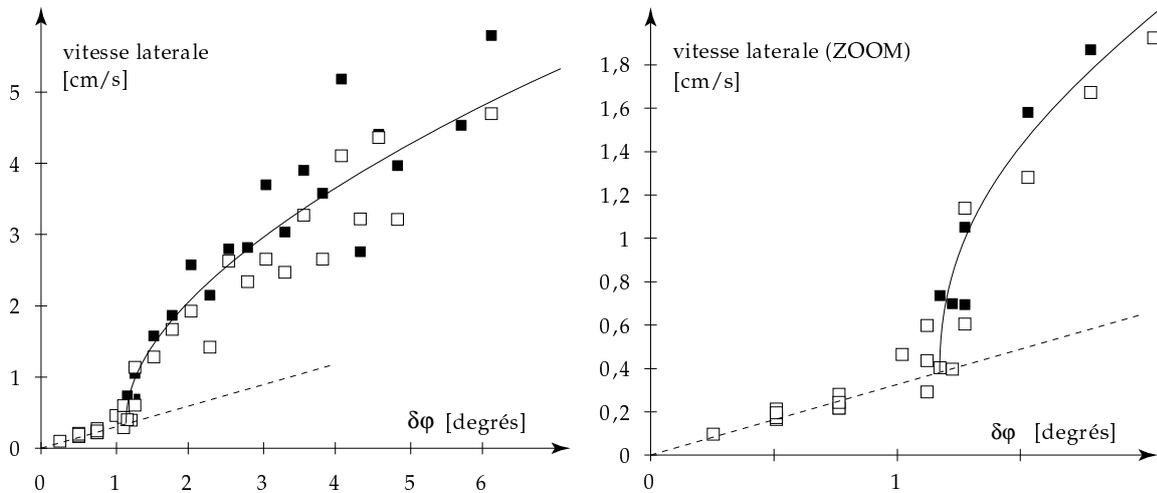


FIG. 2.34. – **gauche** Vitesse latérale ($\varphi_{\text{prep}} = 28^\circ$). Les symboles creux et pleins représentent la vitesse vers la gauche et vers la droite. L'évolution de la vitesse est linéaire avant la transition, et augmente rapidement au dessus du seuil de remontée. **droite** Agrandissement près de la transition.

auparavant). Ce cas n'est pas représenté dans la figure 2.32, car la vitesse de la pointe de l'avalanche n'est plus uniforme. La figure 2.35 montre une représentation spatio-temporelle de l'arrêt d'une telle perturbation. Le fait que la vitesse à l'équilibre du front avant ne s'annule pas à la limite $\delta\varphi = 0$ où disparaît la solution en mouvement peut à nouveau être vu comme un indicateur du caractère sous-critique de la transition entre états statique et en mouvement.

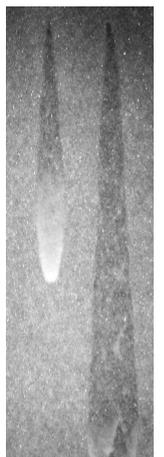
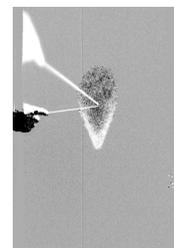
La vitesse du front avant augmente à peu près linéairement avec $\delta\varphi$ (figure 2.32) et reste insensible à la transition vers le régime d'avalanches remontantes. La dynamique de l'avant de l'avalanche est la même pour les avalanches triangulaires et celles qui se propagent en amont. En particulier, la transition entre les régimes d'avalanches triangulaires et remontantes n'est pas visible sur l'évolution de la vitesse du front avant, qui augmente à peu près linéairement avec $\delta\varphi$ (figure 2.32).

2.5.8. Forme des avalanches

Nous avons vu que, dans les deux régimes triangulaire et remontant, les fronts d'une avalanche atteignent tous une vitesse de propagation constante. Cela a une conséquence pour l'évolution de la forme de l'avalanche : dans la figure 2.36, 100 contours d'une avalanche se propageant en amont ont été réduits par une homothétie par le temps t écoulé depuis le début de l'avalanche :

$$\mathbf{v} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/t, \quad (2.11)$$

où \mathbf{r}_0 est le point de déclenchement de l'avalanche. Il n'y a pas de paramètres ajustables. Les contours ainsi mis à l'échelle se superposent partout sauf à la pointe.



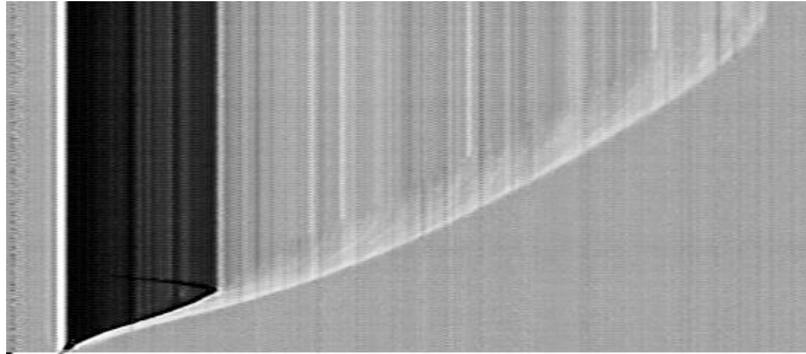
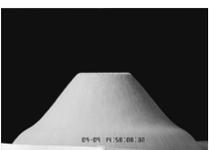
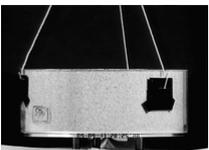


FIG. 2.35. – Arrêt d’une goutte pour $\delta\varphi < 0$. Le diagramme spatio-temporel montre l’évolution d’une coupe dans le sens de l’écoulement, le bas du plan se situant à droite et le temps augmentant vers le haut. La partie sombre à gauche est la feutrine, découverte après que les grains aient été lancés à l’aide d’une baguette.

Les vitesses latérale et en amont sont donc constantes dès le début, mais pas celle du front avant. Cela veut dire que le mécanisme responsable pour la propagation latérale et en amont est toujours à l’équilibre, et que par conséquent le haut de l’avalanche croît de manière auto-similaire dans le temps (l’exposant vaut trivialement 1). La stabilisation immédiate de la propagation latérale et en amont pourrait provenir du fait que la matière mise en mouvement part en sens opposé au front, et n’influence donc plus sa propagation. Au front avant par contraste la matière suit le front et contrôle sa vitesse. Le front doit alors ajuster la vitesse et trouver un équilibre.

La forme de la partie arrière est relativement bien ajustée par une demi-ellipse, dont le rapport d’aspect dépend de l’angle de déclenchement (figure 2.37). La vitesse d’agrandissement latéral (figures 2.33 et 2.34) est en effet très petite à la transition vers le régime d’avalanches remontantes, alors que la vitesse de remontée y est déjà de l’ordre de la vitesse de descente en valeur absolue. Plus la pente augmente, plus la propagation latérale devient efficace et plus le front de remontée devient isotrope. La croissance plus rapide de la vitesse latérale avec $\delta\varphi$ au dessus de la transition suggère (plus clairement dans la figure 2.34 que dans la figure 2.33) que le mécanisme dominant la propagation latérale change à la transition : le mécanisme responsable de la remontée relaye celui de la croissance triangulaire. Cette observation est confirmée par le fait que l’endroit de plus grande extension latérale d’une avalanche remontante est légèrement en amont du point de déclenchement (figure 2.37).

La pointe de l’avalanche se recouvre moins bien que le reste du contour dans la figure 2.36. Cela est dû premièrement à l’existence d’un transitoire du front avant, qui accélère avant d’atteindre sa vitesse limite (ce transitoire sera étudié dans la partie suivante). La vitesse moyenne calculée depuis le déclenchement sous-estime donc systématiquement la vraie vitesse (d’où la convergence lente dans la figure 2.36). Deuxièmement le front est matériel dans le sens où il est advecté avec la matière à



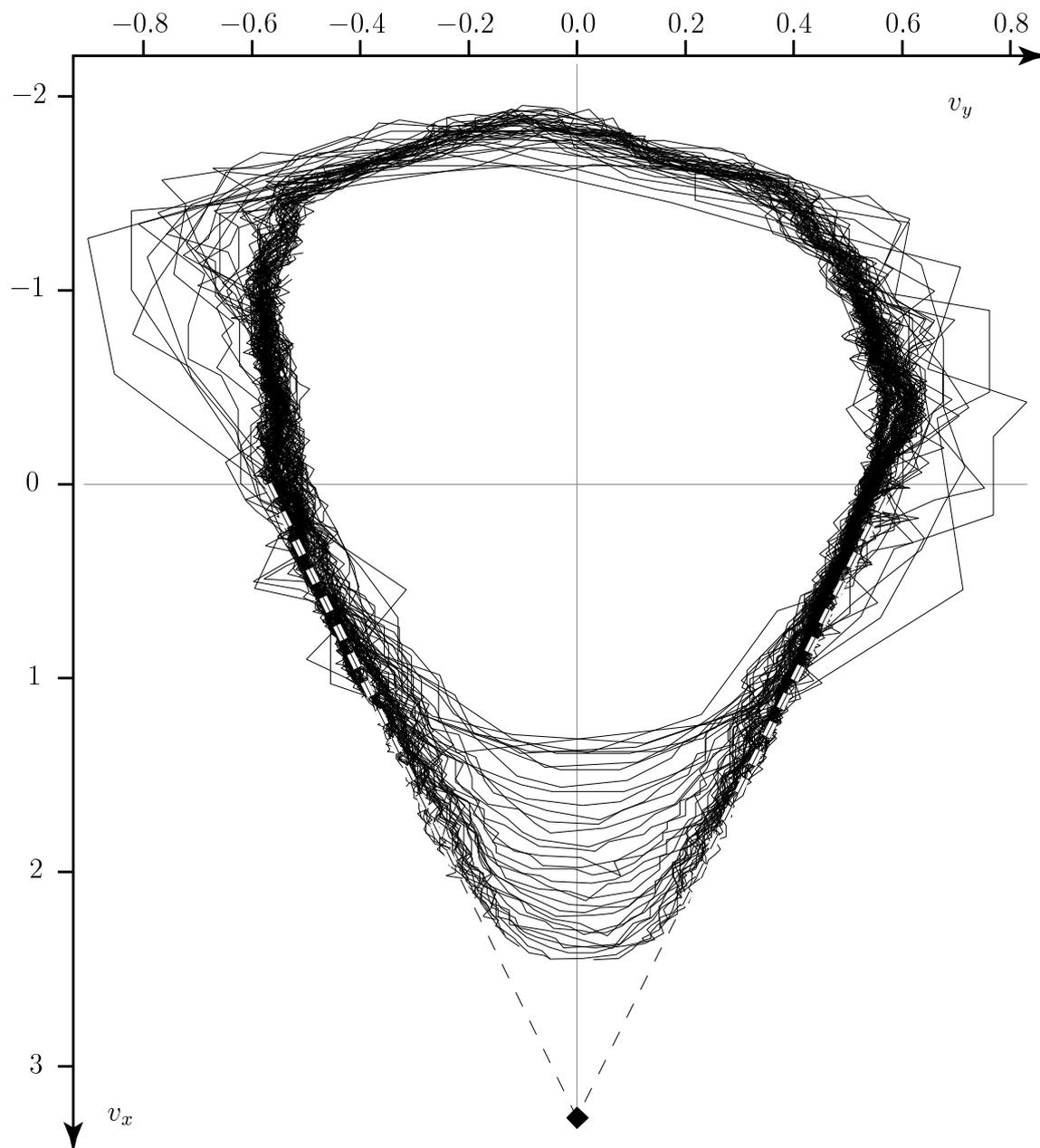
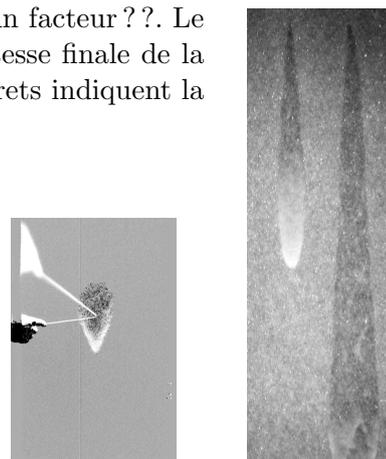


FIG. 2.36. – Superposition de 100 contours d’une avalanche remontante ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 2^\circ$), réduite autour de l’origine par le temps écoulé depuis le début (équation (2.11), en unités de \sqrt{gd}). La taille réelle de l’avalanche avant l’homothétie varie d’un facteur ?? . Le laps de temps entre deux contours est de 0.04 s. Le losange indique la vitesse finale de la pointe (mesurée juste avant qu’elle ne sorte de l’image), et les lignes en tirets indiquent la forme limite de l’avant de l’avalanche.



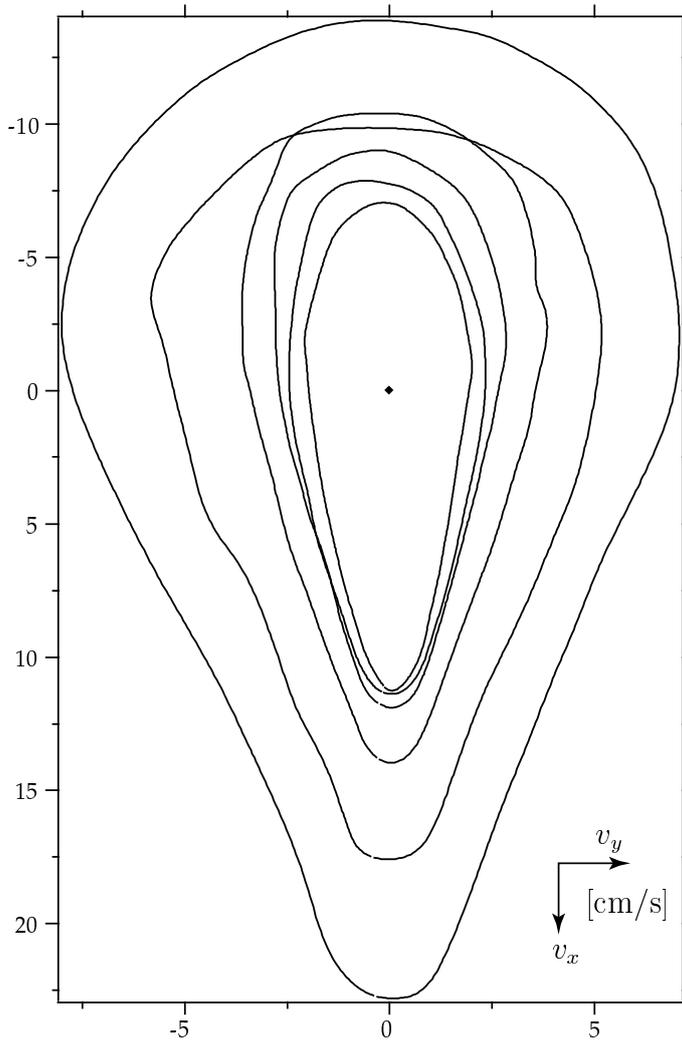
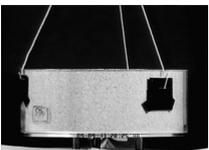


FIG. 2.37. – Formes d’avalanches remontantes. L’angle de préparation est le même pour toutes les avalanches ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$), et l’inclinaison supplémentaire prend les valeurs $\delta\varphi = 1.6^\circ, 1.75^\circ, 2^\circ, 2.4^\circ, 3^\circ$ et 4° respectivement (des contours les plus petits vers les plus grands). La pointe de l’avalanche (en bas) est encore dans un transitoire et tend apparemment vers un angle. On peut noter que le rapport d’aspect du front arrière change et que l’endroit de largeur maximale est en amont du point de déclenchement (petit losange).

l’avant de l’avalanche. Or la vitesse des grains est partout parallèle à la direction de plus grande pente (figure 2.53). La partie avant de l’avalanche descend donc sans se dilater. Dans la figure 2.38, la pointe de l’avalanche est vue dans un référentiel advecté à la vitesse limite de la pointe (sans mise à l’échelle). Après un court transitoire, qui correspond à la phase d’accélération, la courbure de la pointe ne change plus et les contours se superposent. Notons que la précision des mesures ne permet pas de dire si la forme de la pointe est réellement gelée ou si elle continue à s’émousser lentement par diffusion.

Les avalanches triangulaires peuvent également être mises à l’échelle de la manière décrite ci-dessus, mais la superposition ne contient pas de nouvelle information : la pointe a la même forme et évolution que dans le cas de la propagation en amont, et la superposition de la trace triangulaire n’a rien de surprenant si on prend le sommet du triangle comme origine de l’homothétie.



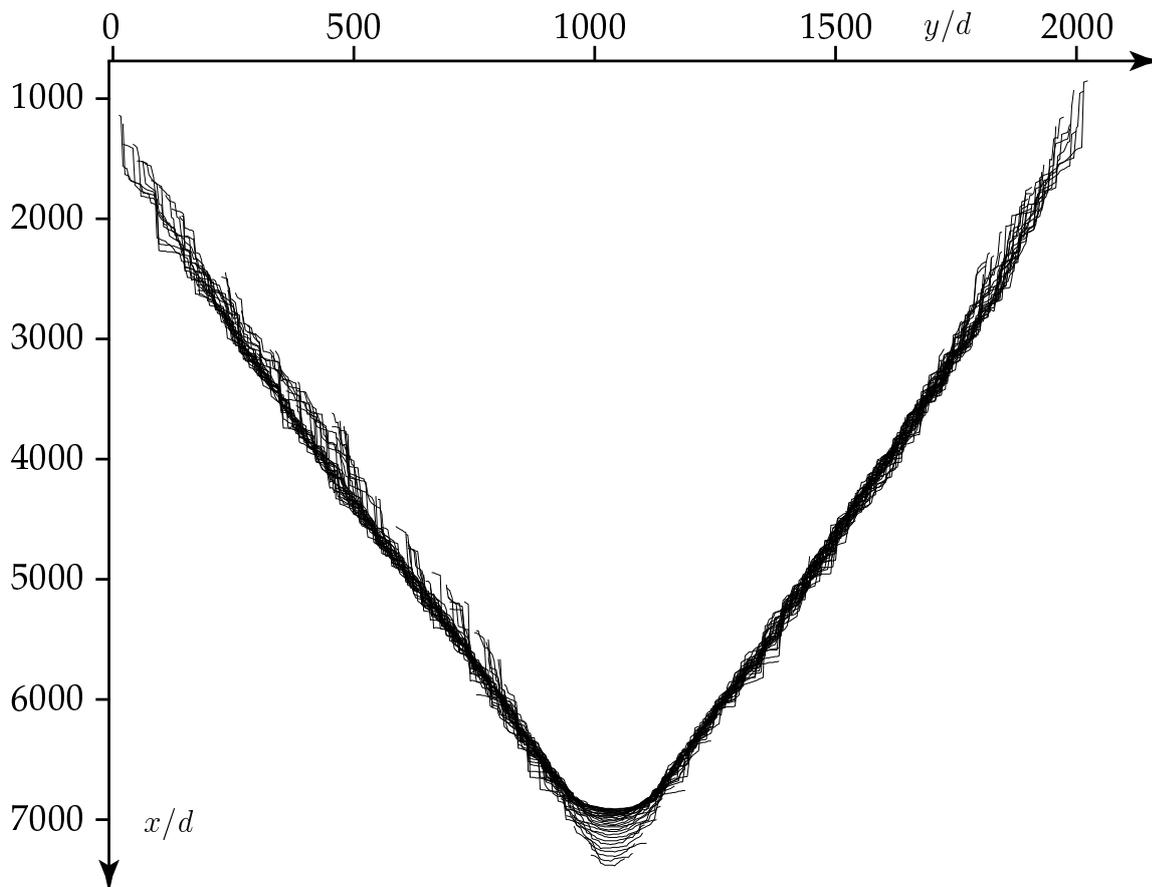
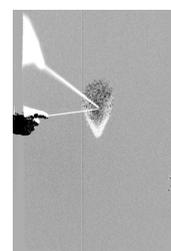


FIG. 2.38. – Évolution de l'avant d'une avalanche ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 2^\circ$, figure 2.36). Les fronts se superposent dans un référentiel Galiléen advecté à la vitesse finale, excepté à la pointe qui accélère et s'arrondit.

2.6. Amplification et saturation

2.6.1. Dynamique du front avant

Nous avons vu que le front avant de l'avalanche accélère après le déclenchement, avant d'atteindre une vitesse limite. Nous allons maintenant nous intéresser de plus près à ce transitoire. La dynamique du front avant de l'avalanche est particulièrement intéressante par rapport à la problématique de l'interaction entre un écoulement granulaire et une phase statique, dans la mesure où la mobilisation rétroagit sur l'écoulement. En effet, la matière mobilisée s'ajoute à la matière en mouvement au front, par opposition au front arrière remontant considéré plus haut. Sur ce dernier, la matière mobilisée est aussitôt évacuée dans la direction opposé à celle de propagation du front. Sur le front arrière remontant, la mobilisation détermine la vitesse



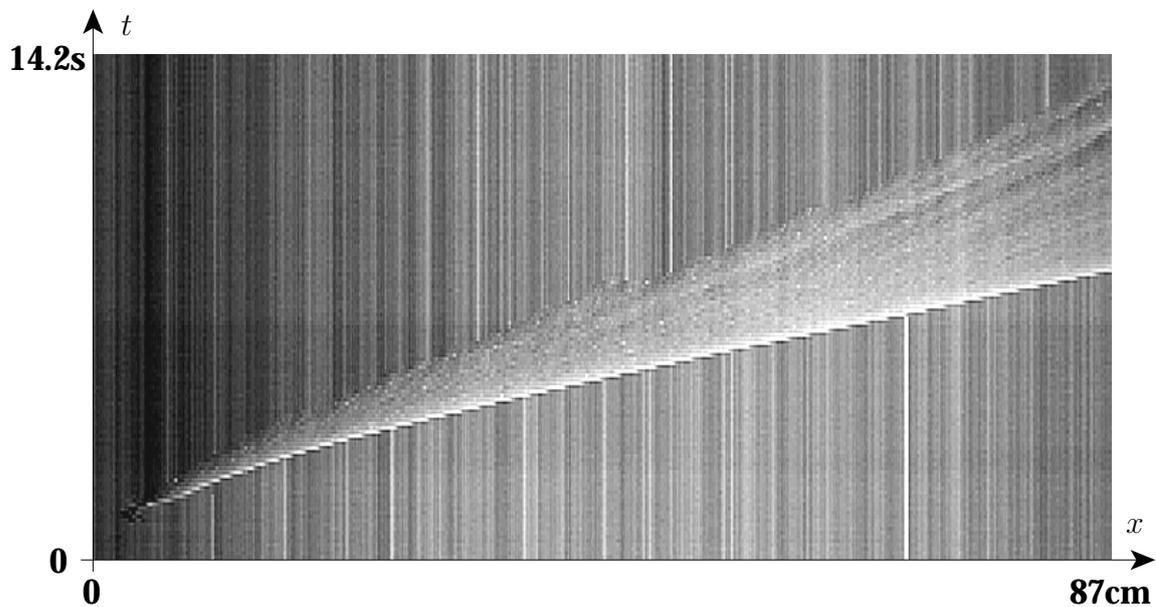


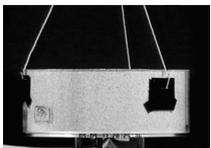
FIG. 2.39. – Diagramme spatio-temporel le long de l'axe de symétrie d'une avalanche triangulaire. La pointe de l'avalanche (blanc, bord inférieur) accélère d'abord et atteint une vitesse et hauteur limites. Le front arrière est plus lent et rugueux : des grains se figent par amas, ou se dissocient de l'avalanche pour former des ondes solitaires (voir aussi figures 2.41, 2.42). Les lignes verticales correspondent à des grains immobiles.

de propagation du front et l'amplitude de l'écoulement en aval, sans que ce dernier rétroagisse. Nous allons montrer que cette différence est responsable de l'évolution initiale du front avant. Il se pose alors une deuxième question, à savoir pourquoi la vitesse de descente finit quand même par saturer.

La figure 2.39 montre l'évolution d'une avalanche triangulaire par une représentation spatio-temporelle d'une section selon son axe de symétrie. L'origine de l'avalanche se trouve en bas à gauche. On peut distinguer deux étapes : au début, les fronts avant et arrière de l'avalanche accélèrent, et la pointe de l'avalanche grossit. Au bout d'un certain temps, les fronts atteignent des vitesses limites différentes, et la hauteur de l'avant sature également. L'extension longitudinale de l'avalanche finit alors par croître linéairement en temps. La masse mobilisée par le front avant de l'avalanche n'augmente plus sa hauteur, mais s'étale progressivement derrière la pointe. L'arrière de l'écoulement est plus rugueux que l'avant : les grains s'arrêtent par amas à l'arrière de l'avalanche.

Transitoire

Pour étudier plus en détail la phase initiale d'accélération, la position de la pointe est repérée en fonction du temps. Elle est reportée dans la figure 2.40 après soustrac-



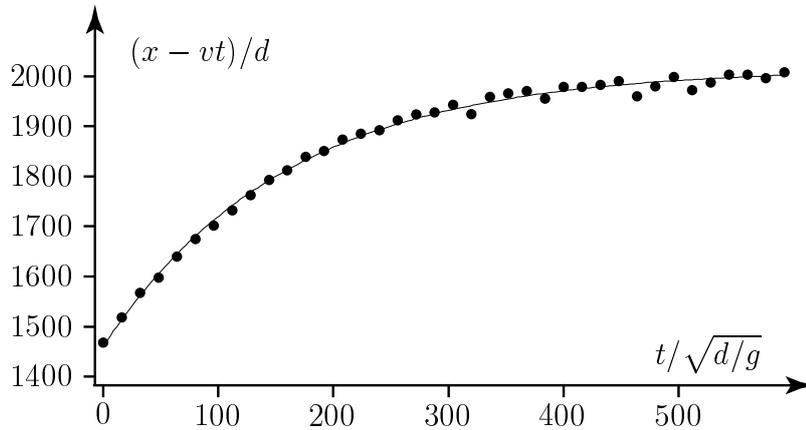
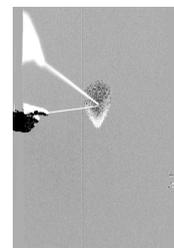


FIG. 2.40. – Position de la pointe de l’avalanche, vu dans un référentiel Galiléen animé d’une vitesse de 3.27 en unités adimensionnées (comme dans la figure 2.38). La relaxation vers une vitesse constante est exponentielle (trait continu) avec un temps caractéristique $0.8 \text{ s} = 160\sqrt{d/g}$.

tion d’une vitesse constante. On voit que la saturation de la vitesse est bien décrite par une relaxation exponentielle. Le temps caractéristique, 0.8 s dans la figure 2.40, est beaucoup plus grand que le temps typique intrinsèque $\sqrt{d/g} = 5 \text{ ms}$, et également plus grand que celui basé sur la hauteur du front $\sqrt{h/g} \simeq 10 \text{ ms}$.

Il ne s’agit donc pas d’une relaxation vers un équilibre interne, mais d’un processus plus lent. Ce processus est l’auto-adaptation du front par la compétition entre deux mécanismes : le gain de masse par la mobilisation des grains statiques à l’avant de l’avalanche et l’étalement de la matière à l’arrière. Cette affirmation s’appuie sur l’observation que la hauteur du front croît par la même relaxation lente vers une hauteur limite. Alors qu’à chaque instant la vitesse est à l’équilibre en fonction de la hauteur, l’avalanche met longtemps à cumuler de la matière au front. Les mesures de ce temps de relaxation pour différents écarts au même angle de préparation $\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$ montrent qu’il correspond en fait à une longueur presque constante de stabilisation : quelques soient la vitesse et la hauteur finales du front, la relaxation s’effectue sur une longueur caractéristique de 18 cm ($\simeq 750$ diamètres de bille).

Cette adaptation lente de la hauteur et de la vitesse du front avant peut également être observée pour une vitesse initiale trop élevée : nous préparons une couche telle qu’elle ait une épaisseur $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ dans la moitié supérieure du plan, et $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)$ dans la moitié inférieure, la marche de hauteur entre les deux étant perpendiculaire à la direction de plus grande pente. Une avalanche est ensuite déclenchée près du haut du plan à l’inclinaison $\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi$. Évoluant d’abord sur une couche épaisse, l’avalanche grandit en forme triangulaire. L’étalement dans la direction du mouvement est bien visible dans la moitié gauche de la figure 2.41. Sur la moitié inférieure du plan, d’épaisseur h_{stop} pour cette inclinaison, l’avalanche n’amplifie plus



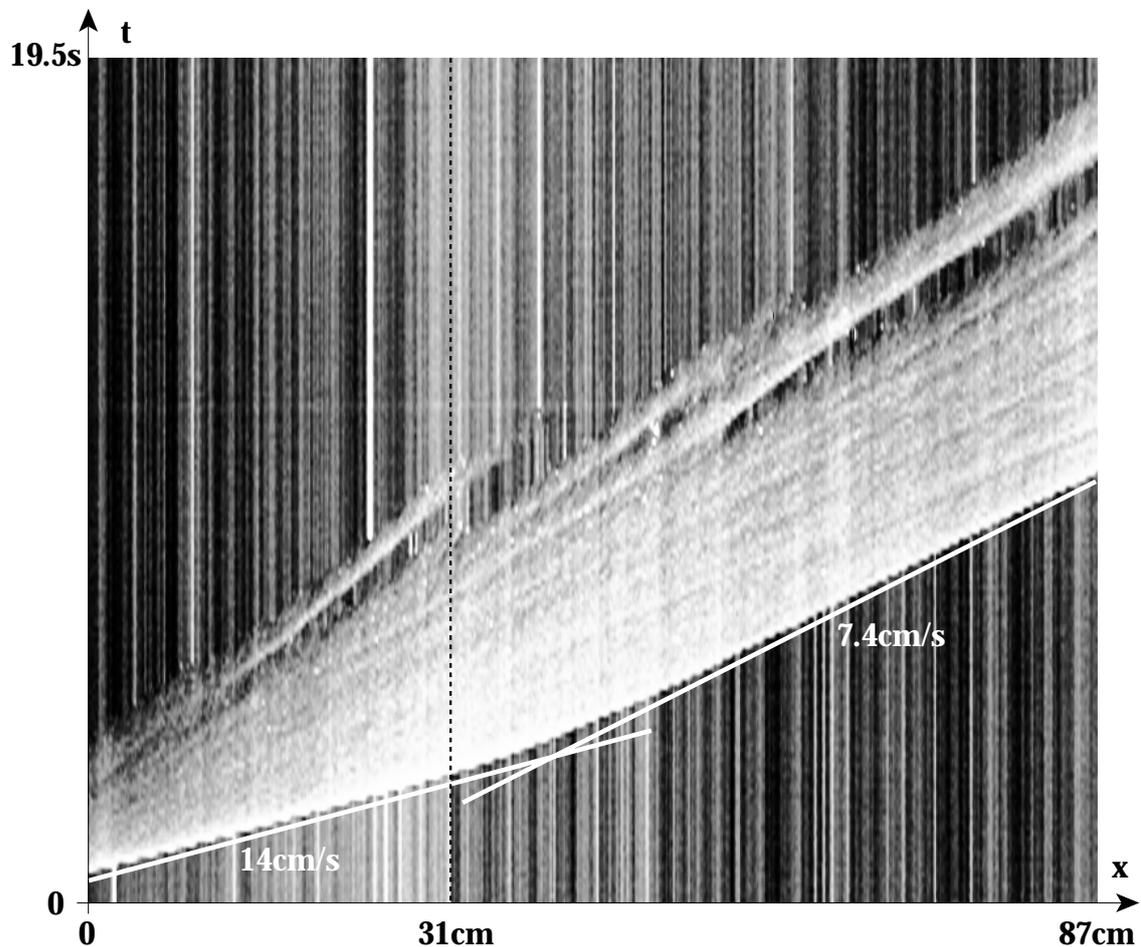
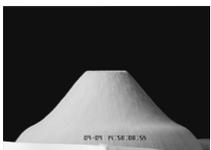
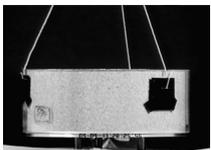


FIG. 2.41. – Passage d'une avalanche d'un domaine amplifié vers un domaine neutre. L'épaisseur de la couche est de $h(\varphi_{\text{prep}})$ dans la partie supérieure du plan ($x < 31$ cm) et de $h(\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi)$ dans la partie inférieure ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ, \delta\varphi = 1^\circ$). L'avalanche est déclenchée à $\varphi_{\text{prep}} + \delta\varphi$, de sorte qu'elle est triangulaire et amplifiée pour $x < 31$ cm, mais ne croît plus sur le reste du plan. L'origine se situe en dehors du diagramme spatio-temporel vers la gauche. En arrivant sur le domaine neutre à $x = 31$ cm, le front avant s'étale et décélère. Ce transitoire est long mesuré en échelles dimensionnelles de temps $\sqrt{d/g}$ ou d'espace d . Le comportement à l'arrière est inchangé par le passage. Des ondes se séparent de l'écoulement principal et peuvent se figer.



ni ne rétrécit. On observe que l'avalanche s'étale pour tendre vers une vitesse limite et une hauteur à la pointe plus petite (côté droit de la figure 2.41).

Le transitoire du front arrière de l'avalanche triangulaire reste à ce stade inexplicé. On voit difficilement un paramètre interne du front arrière qui pourrait évoluer : la hauteur reste toujours minimale, et la vitesse des grains qui arrivent à l'arrière a convergé longtemps avant qu'ils y arrivent à la vitesse de grains isolés. L'argument énoncé au sujet de la figure 2.32 pour expliquer que l'ordre de grandeur de la vitesse était celle de ces grains isolés était certes un peu simplifié : le front lui-même va plus vite que ces grains, puisque ceux-ci se figent en arrivant à l'arrière. On peut donc supposer que l'accélération du front arrière provient d'une augmentation du taux auquel les grains se figent. Mais ceci signifierait que le front arrière «sent» le transitoire du front avant, autrement dit que l'écoulement soit corrélé sur une certaine distance.

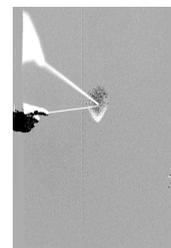
Équilibre dynamique

Malgré le gain continu en masse (la masse mobile de l'avalanche croît asymptotiquement comme le carré du temps), l'avant de l'avalanche converge vers une vitesse et une hauteur constante. L'analyse précédente du transitoire donne une idée du comment : la relaxation lente est interprétée comme le résultat d'une compétition entre deux mécanismes antagonistes réglant la masse du front. De la matière est constamment mobilisée au front avant, mais tombe progressivement en arrière jusqu'à se figer à nouveau sur le front arrière. C'est l'équilibre de ces deux flux qui définit le régime stationnaire. Si l'on croit que l'écoulement en chaque point obéit à une loi rhéologique reliant la vitesse à la hauteur, on peut même prédire que l'étalement se fera par dilatation du profil dans le sens de l'écoulement.

La figure 2.42, qui montre l'évolution d'un profil de hauteur d'une avalanche triangulaire dans une représentation spatio-temporelle à trois dimensions, montre que le profil ne se dilate pas uniformément. On y voit le front avant, déjà presque à hauteur et vitesse finale, descendre d'arrière en avant tandis que l'avalanche s'étale. Le front avant de l'avalanche, avec sa montée raide et la décroissance concave vers la hauteur de la couche à l'arrière, apparaît comme une onde de choc. Il ne change plus de forme, mais alimente derrière lui une couche d'épaisseur moyenne constante. Cette couche est instable et donne naissance à des fronts secondaires.

Les hauteurs limites des avalanches sont reportées dans la figure 2.43. L'amplitude est minimale pour un front non amplifié ($\delta\varphi = 0$), et puis croît linéairement avec $\delta\varphi$ comme la vitesse du front. Mais lorsqu'elle dépasse deux fois l'épaisseur initiale, elle semble saturer. Ceci pourrait signifier que l'écoulement atteint le plan rigide.

En résumé, une avalanche triangulaire a un transitoire pendant lequel sa vitesse et la hauteur du front avant augmentent lentement (par rapport aux temps caractéristiques internes). Dans le régime stationnaire, l'avalanche peut être décomposée en deux régions : le front avant et le reste. L'équilibre est défini au front avant, qui atteint une forme invariante (onde de choc), séparant la couche statique en aval de



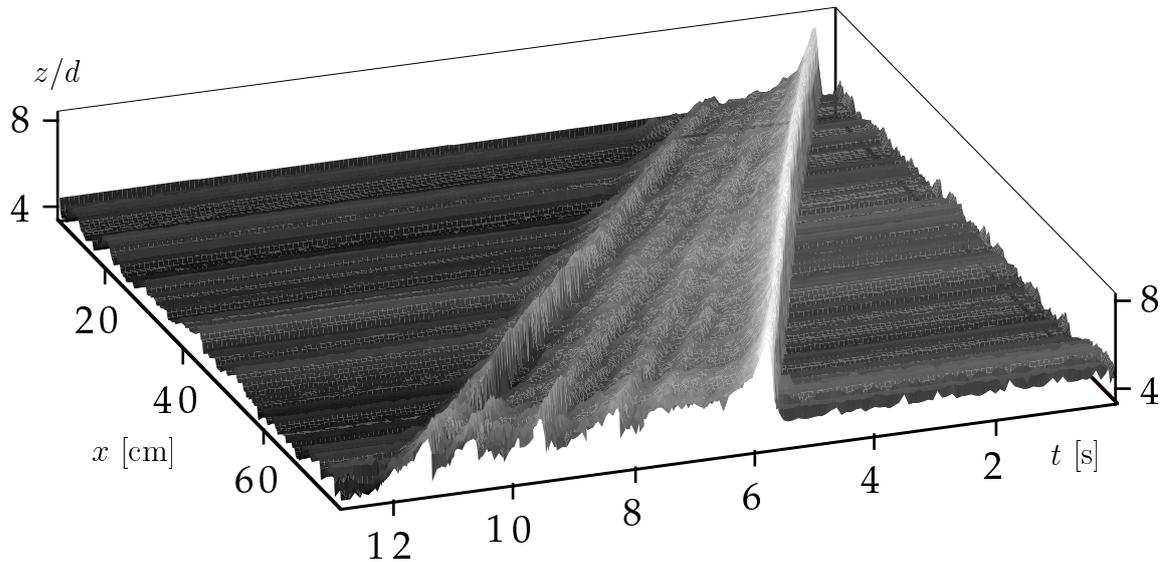


FIG. 2.42. – Représentation spatio-temporelle tridimensionnelle de l'évolution d'une avalanche triangulaire ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 1^\circ$). La hauteur locale (axe des z , en diamètres moyens, et niveaux de gris) est mesurée le long d'une ligne (x) en fonction du temps (t). L'avalanche a été déclenchée derrière l'image. À l'entrée de la région visible, l'avalanche a déjà parcouru ~ 2.5 longueurs de relaxation (voir texte), et à mi-chemin le front avant a complètement convergé vers la vitesse et la hauteur finale. Le graphe est présenté dans l'axe de ce front, qui n'évolue plus : la masse accumulée s'étale vers l'arrière, où la couche devient instable et se décompose en ondes solitaires.

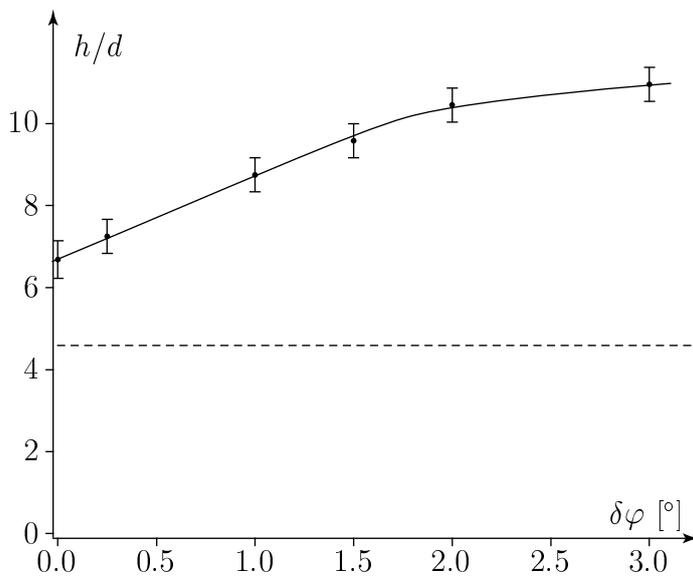
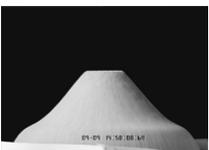
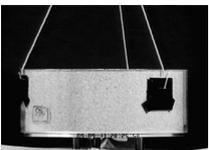


FIG. 2.43. – Hauteur limite d'avalanches en fonction de l'écart $\delta\varphi$ au seuil de préparation φ_{prep} auquel elles ont été déclenchées. La hauteur croît d'abord linéairement, et semble saturer aux alentours de deux fois l'épaisseur de la couche initiale (représentée par la ligne en pointillé à $h = (4.6 \pm 0.5)d$).



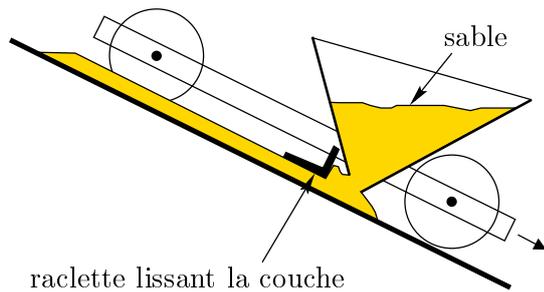


FIG. 2.44. – Technique de préparation pour les couches épaisses. Un réservoir et une raclette sont montés sur un chariot qui roule sur le cadre du plan (le chariot est visible sans le réservoir sur la photo page 44). La position de la raclette détermine l'épaisseur de la couche créée en faisant descendre lentement le chariot.

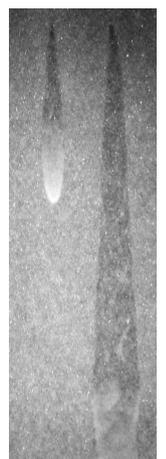
la couche mobile vers laquelle la masse mobilisée est évacuée. La couche à l'arrière s'allonge continûment et développe une instabilité.

2.6.2. Avalanches sur couches épaisses

En constatant que la hauteur limite des avalanches est d'environ deux fois l'épaisseur de la couche statique, on peut se demander si la saturation de l'avalanche n'est pas due justement à la présence du fond rigide. Pour tester cette hypothèse, nous allons effectuer une série de mesures dans des couches très épaisses devant la longueur caractéristique de l'effet de fond, $h_0 = 2d$ (partie 2.3) pour évaluer la limite des tas sans fond.

La préparation de la couche est modifiée par rapport aux expériences précédentes, car nous n'avons plus l'effet de bord pour sélectionner l'épaisseur en choisissant l'angle de préparation. Nous préparons la couche en dessous de l'angle de repos des billes $\mu_{\text{stop}}^{\infty} = \mu_{\text{stop}}(h \rightarrow \infty)$ à l'aide d'un chariot qui racle la surface de la couche à une hauteur réglable (figure 2.44). Le sable est versé juste à l'avant du racloir par un réservoir monté sur le chariot. De cette manière nous évitons les inhomogénéités de la couche qui deviennent presque inévitables à ces épaisseurs lorsqu'on verse le milieu à la main. Un deuxième changement par rapport aux couches minces est nécessaire pour les couches épaisses : une cale est ajoutée en bas du plan pour retenir la couche. Nous n'en avons pas besoin pour les couches minces parce que l'effet de fond permet alors à l'épaisseur de la couche de venir s'annuler au bord du plan comme un ménisque liquide (voir encadré page 134). Même si la pente de la surface y est localement plus élevée que l'inclinaison du plan, la couche est aussi stable que dans sa partie homogène parce que le frottement est plus élevé près du fond. Pour une couche épaisse, un tel raccord n'est pas possible, et la couche se déstabiliserait toujours en bas si elle n'était pas supportée par une marche. Le dernier détail nouveau consiste à placer une cale sous le plan pendant la préparation pour que l'inclinaison ne change pas (la surcharge provoque autrement un allongement perceptible du fil de suspension).

La suite de l'expérience se déroule selon la même procédure qu'auparavant : la couche est inclinée à un angle supérieur à l'angle d'arrêt, et une avalanche est déclenchée près du haut du plan (l'angle de démarrage spontané se situe aux alentours de 30°). Notons qu'à ces épaisseurs de couche, nous n'observons plus d'avalanches



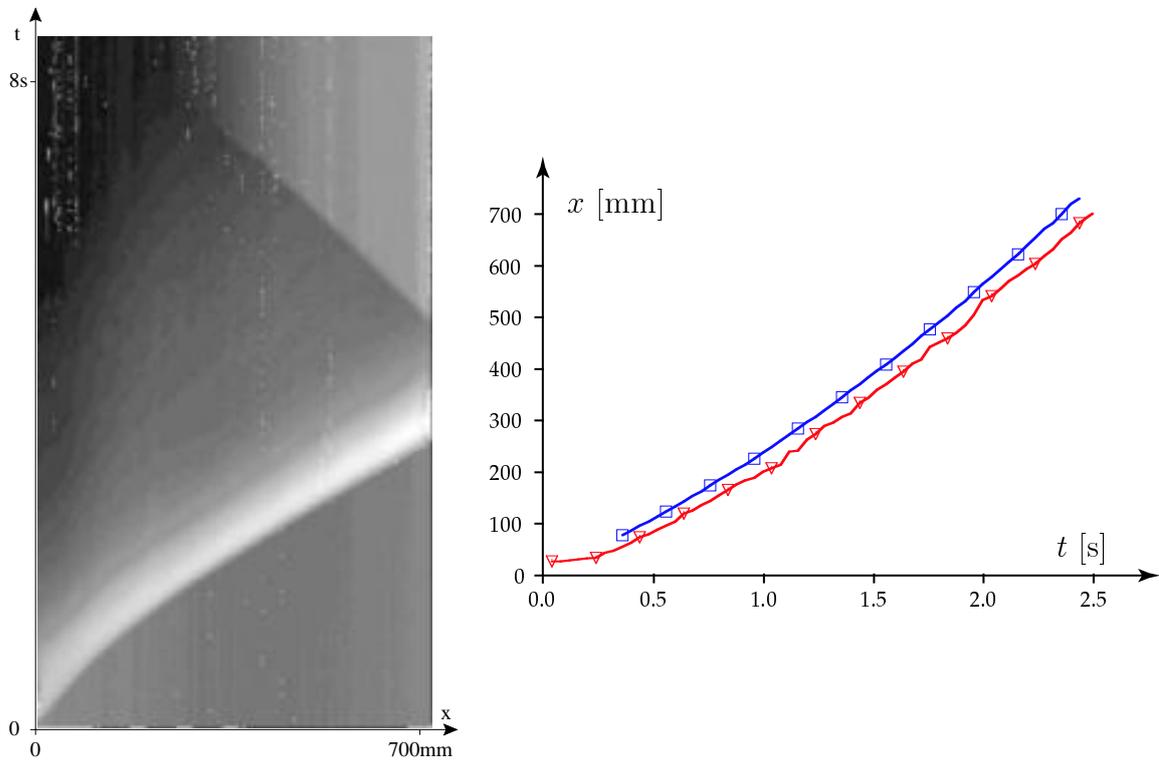
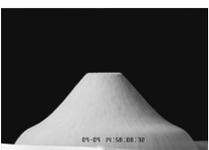
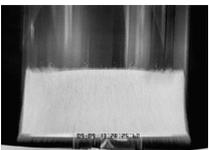


FIG. 2.45. – Évolution d’une avalanche épaisse. **gauche** Représentation spatio-temporelle d’une coupe longitudinale d’une avalanche épaisse. L’avalanche accélère et croît en hauteur jusqu’en bas du plan (la trajectoire rectiligne dans le haut est le front d’arrêt remontant provoqué par la cale en bas du plan). **droite** Évolution de la position du front avant d’une avalanche épaisse. Les triangles indiquent la position de la crête (maximum de hauteur), les carrés la position de la mi-hauteur. L’avalanche accélère sur toute la longueur, sans qu’on puisse dire s’il s’agit d’un transitoire vers une saturation ou non.

triangulaires (cf. figure 2.22). Dans la limite d’amplification nulle, on peut toutefois observer des cas où l’avalanche n’envahit pas le plan entier : elle remonte jusqu’en haut du plan, mais la propagation latérale, dont la vitesse tend vers zéro dans cette limite, cesse totalement. Une fois que les bords latéraux se sont stabilisés, la matière venant du haut est canalisée au centre du lit creusé.

L’observation principale est que les avalanches n’atteignent plus un régime saturé à vitesse constante. Même sur une couche de seulement $4\text{ mm} = 16d$ d’épaisseur, le front accélère jusqu’en bas du plan (la figure 2.45 montre l’évolution de la position du front). De la même manière, la hauteur ne sature pas dans la zone observable (figure 2.46) **droite**. On observe d’ailleurs que la vitesse est proportionnelle à la hauteur.

La trajectoire du front avant (figure 2.45 **droite**) peut être aussi bien interprétée comme une accélération continue (et donc une trajectoire parabolique) que comme un



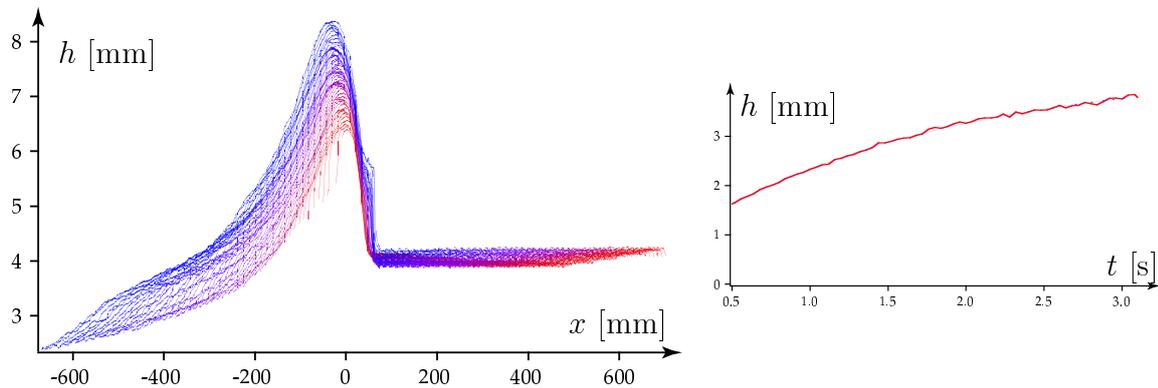


FIG. 2.46. – Évolution de la hauteur d’une avalanche sur couche épaisse. **gauche** Série de profils. **droite** Hauteur relative du front (par rapport à la couche initiale) en fonction du temps.

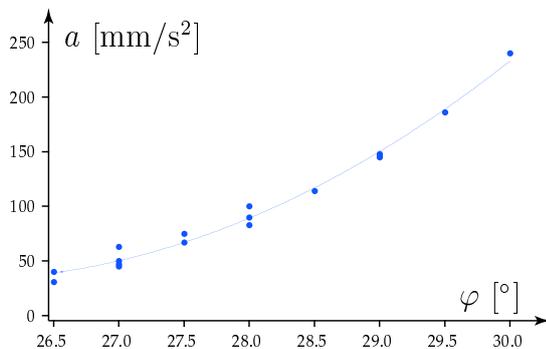
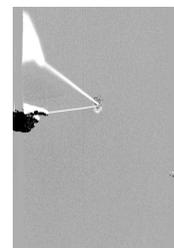


FIG. 2.47. – Accélération moyenne du front. Dans la partie mesurée (les premiers 700 mm depuis le déclenchement), la trajectoire peut être approximativement ajustée par une parabole, dont la courbure est reportée ici en fonction de l’angle de déclenchement. L’épaisseur de la couche initiale vaut 4 mm.

début de saturation (relaxation exponentielle vers la droite correspondant à la vitesse limite). Si l’on tente un fit en droite plus exponentielle, la longueur de relaxation est égale ou supérieure à la longueur de la zone observée, et elle fluctue beaucoup d’une mesure à l’autre. On ne peut donc pas conclure sur la convergence ou non vers une vitesse limite. Un fit parabolique interpole également bien la trajectoire de l’avalanche sur le plan. On obtient ainsi en fonction de l’angle de déclenchement l’accélération reportée dans la figure 2.47. L’épaisseur initiale est toujours de 4 mm. L’accélération croît avec la pente à peu près comme le carré de l’écart à l’angle d’arrêt. Ces accélérations sont encore plus élevées pour une couche initiale de 8 mm.

La conclusion est qu’aucune saturation n’est observable sur la longueur du plan sauf à des angles proches de l’angle de repos. Une convergence lente ne peut cependant pas être exclue, car la hauteur des avalanches (voir l’évolution des profils dans la figure 2.46 **gauche**) en bas du plan atteint au maximum un peu plus de deux fois l’épaisseur de la couche statique, qui est une hauteur tout à fait compatible avec les mesures sur des avalanches plus minces (figure 2.43). Une série de mesures systématiques des longueurs de relaxation et des hauteurs finales des avalanches en fonction



de l'épaisseur de la couche initiale (pas effectuée par manque de temps) pourrait donner une idée plus précise de la croissance extrêmement rapide de ces quantités. Mais nous avons déjà essentiellement la réponse que nous cherchions : premièrement, la saturation de l'avalanche à une vitesse et hauteur constante, si elle existe, se fait sur une distance qui diverge rapidement avec épaisseur croissante de la couche. Et deuxièmement l'amplitude finale semble augmenter au moins comme la profondeur de la couche.

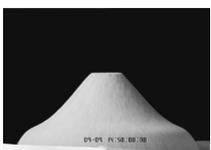
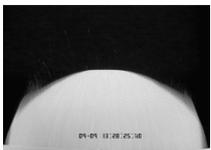
2.7. Dynamique de mobilisation/dépôt

Dans ce qui précède, nous nous sommes intéressés à la dynamique globale de l'avalanche, son amplification et la saturation. Nous avons constaté que l'avalanche a une structure interne bien particulière, caractérisée par un front avant invariant en aileron de requin et une couche étirée (et instable), à l'arrière. Nous allons maintenant étudier de plus près cette dynamique interne de mobilisation et de dépôt des grains, en essayant de comprendre l'instabilité de la couche et la saturation de l'amplitude par le fond. Dans la série d'expériences qui suit, nous nous plaçons à l'angle d'arrêt : dans ce cas, il n'y a pas d'amplification et les processus de mobilisation et de dépôt de grains se compensent.

2.7.1. Ondes solitaires

Les écoulements sans amplification ont lieu à l'angle de préparation φ_{prep} . Nous avons déjà vu le cas d'une goutte en sur-épaisseur (figure 2.12). La masse de cette goutte ne change pas au cours de la descente parce que la couche granulaire est à sa hauteur d'arrêt $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ devant et derrière l'écoulement. Pour éviter la formation de berges (figure 2.17), nous faisons nos mesures sur des fronts plans plutôt que sur des gouttes. Ces fronts sont créés à la manière des fronts de lissage (figure 2.7 page 50), c'est-à-dire en poussant le milieu granulaire en haut du plan sur toute sa largeur avec une barre, sur une couche à son angle de préparation φ_{prep} . Il est possible de générer des fronts d'amplitude et de vitesse initiale variables en changeant la distance et la vitesse à laquelle on mobilise la couche en haut du plan. Comme pour les gouttes, le fait de ne pas changer l'inclinaison entre la préparation et le déclenchement implique que la quantité de matière en mouvement est conservée au long de la descente : l'écoulement laisse derrière lui une couche statique d'épaisseur $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ inchangée (figure 2.48).

On observe cependant qu'il y a un échange permanent de matière entre la couche statique et l'onde solitaire. On voit à l'œil nu que les grains à la surface vont moins vite que l'onde elle-même. Après avoir été mobilisés à l'avant, les grains tombent donc progressivement en arrière et finissent de nouveau par s'arrêter sur le front arrière de la bande en écoulement. L'onde est donc principalement une onde de mobilisation et



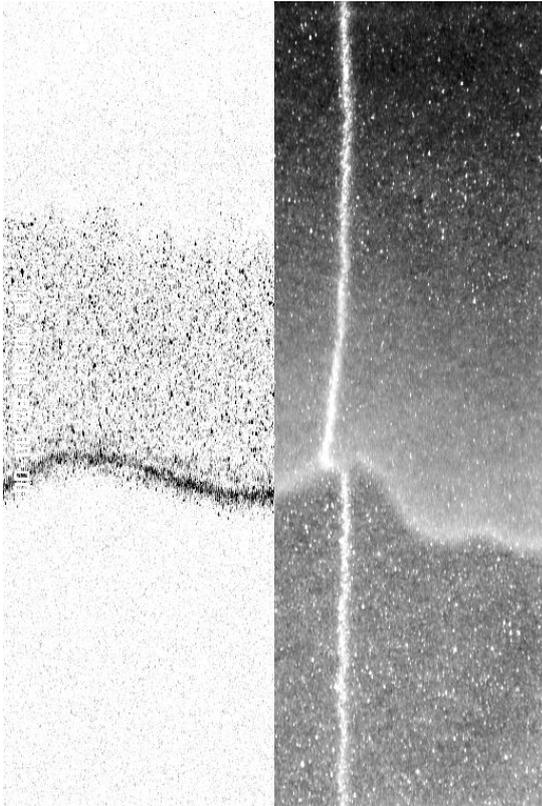


FIG. 2.48. – Onde solitaire. À l’angle de préparation, une bande de matière excédentaire descend le plan sans s’amplifier. La couche est immobile devant et derrière l’onde (de la moitié gauche a été soustrait l’image la précédant de 0.02 s). La ligne lumineuse dans la moitié droite est la coupe de lumière à incidence rasante qui nous permet de mesurer la hauteur. On peut voir que l’épaisseur de la couche est inchangée par l’onde. En descendant, le front devient ondulé.

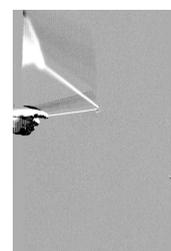
de dépôt.

Le front, initialement rectiligne, ne reste pas parfaitement droit, mais devient ondulé au cours du temps. Cela ne ressemble cependant pas à une instabilité auto-amplifiée comme la digitation observée par Pouliquen et al. (1997b), car la rugosité ne croît que linéairement dans le temps. Il s’agit probablement d’inhomogénéités dans l’épaisseur de la couche, qui conduisent à des petites fluctuations de vitesse du front (comme nous le verrons plus bas).

Le premier résultat (voir figure 2.49) est que la hauteur de la bande de matière en mouvement est limitée à un petit intervalle de valeurs permises, et cela quelque soit l’angle. Si on crée un front trop petit, il finit par s’immobiliser (figure 2.17 page 64). Nous l’avons déjà interprété, dans la partie 2.4.4, en tant qu’arrêt sous-critique : si l’impulsion d’une quantité de matière en mouvement devient trop petite, elle est piégée dans l’état au repos.

D’autre part, une bande initialement très grande s’étale dans la direction du mouvement et s’aplatit par advection. Les parties avant sont plus hautes et vont plus vite, ce qui étire la couche. Elle devient ensuite instable (figure 2.50) et casse en plusieurs bandes plus petites qui se suivent.

Seulement pour une certaine taille intermédiaire, la bande descend sans se déstabiliser. Elle est caractérisée par un front avant très raide (choc) et une décrois-



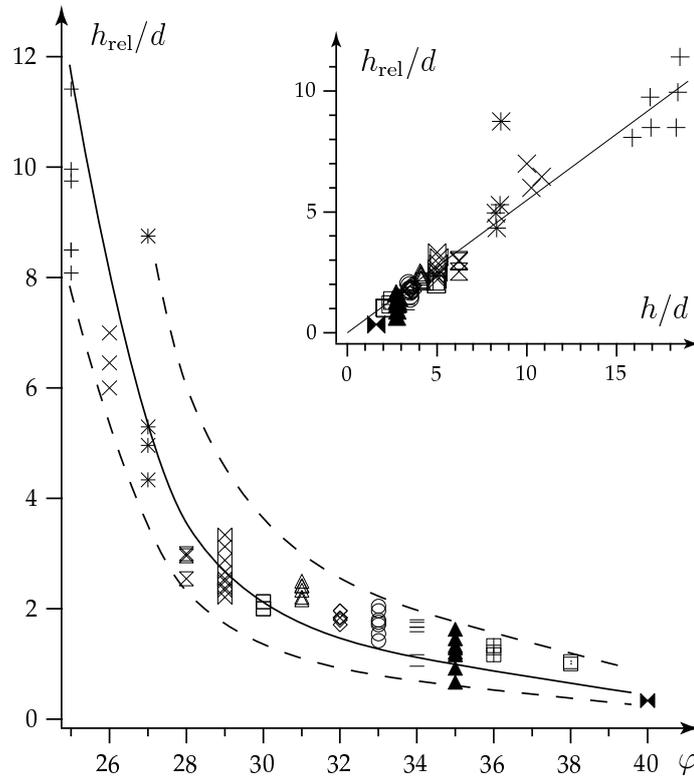
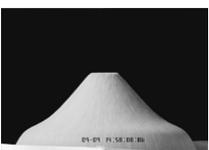


FIG. 2.49. – **diagramme principal** Hauteur relative d'une bande en mouvement (hauteur par rapport à la hauteur statique h_{stop} en fonction de l'angle de plan φ . À n'importe quel angle, les hauteurs accessibles sont limitées (voir texte et figure 2.50). **petit diagramme** Hauteur relative en fonction de l'épaisseur statique h_{stop} . Le trait continu est le meilleur ajustement du rapport, 0.55. Les hauteurs sont exprimées en diamètres de grain moyens ($d = 240 \mu\text{m}$), et les symboles identifient les mesures à différents angles.

sance monotone de la hauteur vers l'arrière. La hauteur de cette onde solitaire est proportionnelle à l'épaisseur de la couche statique (insertion dans la figure 2.49), $h_{\text{rel}} \simeq (0.55 \pm 0.1)h_{\text{stop}}$.

Le deuxième résultat est que la vitesse décroît avec l'inclinaison du plan, mais ne tombe pas en dessous d'une vitesse minimale qui est proche de la vitesse dimensionnelle \sqrt{gd} (figure 2.51). Cette vitesse correspond *grosso modo* à celle d'un grain au bout d'une chute libre sur une distance d et donne une estimation naïve de la vitesse d'un grain isolé sur une pente rugueuse. Mesurer cette vitesse dans le cas des ondes solitaires correspond donc bien au fait que la hauteur relative tend vers un diamètre de grain pour de grandes pentes.

Si la vitesse est reportée directement en fonction de l'épaisseur en mouvement, on trouve une dépendance simple, à peu près linéaire (insertion dans la figure 2.51). Cela montre que la pente n'est pas le paramètre essentiel, et qu'en première approximation



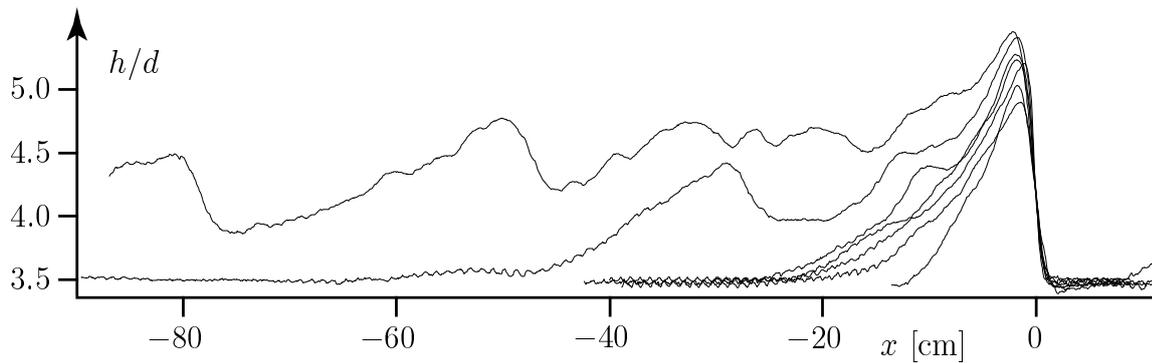


FIG. 2.50. – Profils de hauteur de bandes. Tous les fronts descendent de gauche à droite à la même inclinaison de 33° , et ont été créés à environ 60 cm au dessus de la fenêtre de mesure avec différentes masses initiales. Des petits fronts ont la forme d'un aileron de requin, avec une montée et une décroissance monotone. Des fronts avec beaucoup de masse s'étalent dans le sens du mouvement et développent plusieurs fronts de plus petites hauteurs qui finissent par se séparer en ondes solitaires.

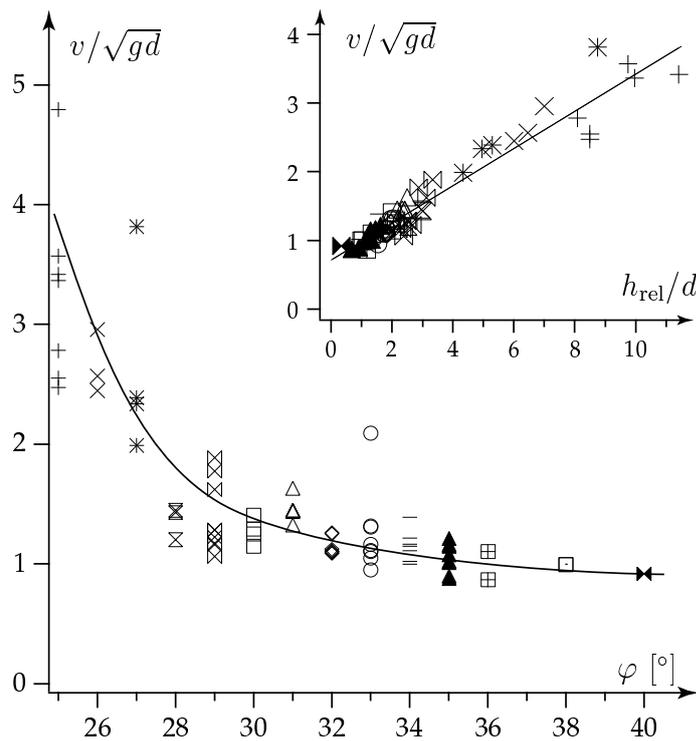
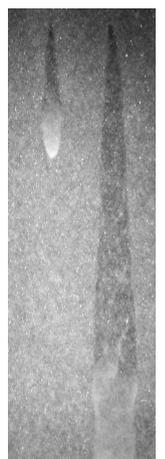
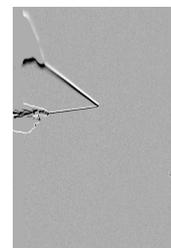


FIG. 2.51. – Vitesse d'une onde solitaire, en unités de $\sqrt{gd} = 4.9 \text{ cm/s}$. **diagramme principal** Vitesse en fonction de l'angle d'inclinaison φ . **diagramme inséré** Vitesse en fonction de la hauteur relative. La régression linéaire par les points (trait continu) a une pente de 0.27 ± 0.1 .



la vitesse du front est donnée juste par la hauteur de l'écoulement. Les fluctuations de la vitesse à un même angle et l'accroissement à faible pente sont tous les deux reliés à des variations de la hauteur de l'onde. La pente de la droite dans la figure donne un «gradient» typique de $(0.27 \pm 0.1)\sqrt{g/d}$. Ne connaissant pas la profondeur de l'écoulement (c'est-à-dire ne sachant pas où se situe et comment évolue l'interface solide-fluide), on ne peut pas comparer cette valeur directement aux gradients de vitesses mesurés sur des profils de vitesse (mais voir l'encadré sur le gradient de vitesse page 153). L'ordre de grandeur est toutefois comparable à ceux qui ont été mesurés dans des chutes (Azanza et al., 1999) et des tambours tournants ($\simeq 0.4$, Rajchenbach, 1998).

L'apparition de chocs comme celui qu'on voit au front avant des ondes solitaires (figure 2.50) est naturelle dès lors que la vitesse augmente avec l'épaisseur. La partie arrière de l'onde devrait cependant avoir tendance à s'étaler, si la proportionnalité entre vitesse et hauteur s'appliquait à tout endroit dans la bande. C'est ce qu'on observe pour une bande avec une grande masse initiale. Mais des bandes d'une certaine taille parviennent à garder la même extension tout au long de la descente. Cela montre qu'il y a une échelle de longueur typique (égale à la longueur typique d'une telle onde solitaire) sur laquelle l'écoulement est corrélé. Pour comprendre cela, notons que l'onde n'est nulle part à l'équilibre d'un écoulement homogène, autrement un plateau devrait être observé. La forme entière de l'onde en aileron de requin semble donc refléter la dynamique du piégeage graduel des grains dans une nouvelle couche statique à l'arrière du choc mobilisateur. La longueur de corrélation de l'écoulement serait donc une longueur de piégeage.

On peut remarquer l'importance de cette longueur de corrélation dans plusieurs cas. Le front arrière d'ondes solitaires a la même vitesse que le front avant, même à des angles petits où celui-ci est nettement plus rapide que \sqrt{gd} . Pour la même raison, le transitoire du front avant se répercute sur le front arrière dans une avalanche triangulaire (figure 2.39). Un fois que l'avalanche s'est étendue à plus que la longueur de corrélation, le front arrière développe sa propre dynamique. Par la suite, on retrouve la longueur de corrélation simplement dans la taille de l'onde de choc avant, c'est-à-dire dans la partie du profil qui reste invariante en descendant.

2.7.2. Vitesse des grains

Nous pouvons faire une mesure directe de la vitesse de surface de l'écoulement par inter-corrélation d'images (la technique de la PIV est expliquée à la page 48) pour vérifier l'hypothèse d'un piégeage graduel des grains à l'arrière du front.

Le résultat d'une mesure par PIV sur un front avant d'avalanche est visible dans la figure 2.53. Le champs de vecteurs de déplacement a été calculé sur les points d'un réseau, et le résultat superposé à l'image. On constate que la vitesse est partout dirigée selon la direction de plus grande pente. Elle est maximale au front et diminue vers l'arrière. On peut constater dans la figure 2.52, qui est un diagramme spatio-



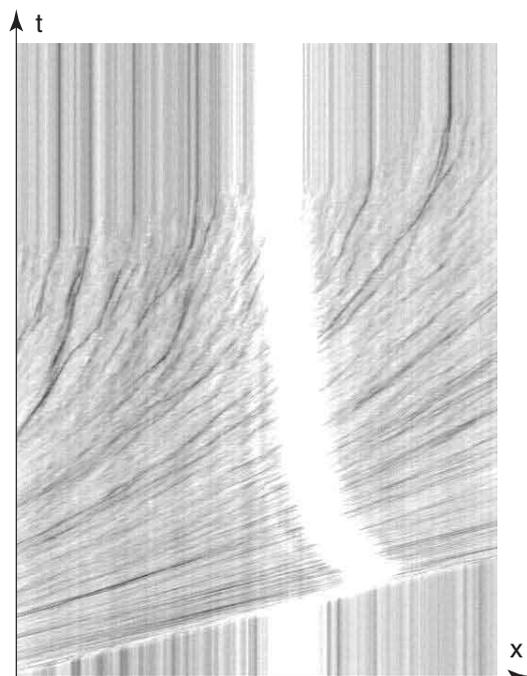


FIG. 2.52. – Diagramme spatio-temporel d'une avalanche triangulaire ($\varphi_{\text{prep}} = 29^\circ, \delta\varphi = 1^\circ$) dans une couche de billes colorées noir et blanc. Le temps augmente vers le haut, l'espace est reporté sur l'axe horizontal. Les stries verticales indiquent des grains au repos. Les grains vont à la vitesse du front au front même (en bas, le front coule vers la droite), et ralentissent graduellement avant d'être piégés à l'arrière. La ligne blanche est due au plan LASER et donne le profil de hauteur.

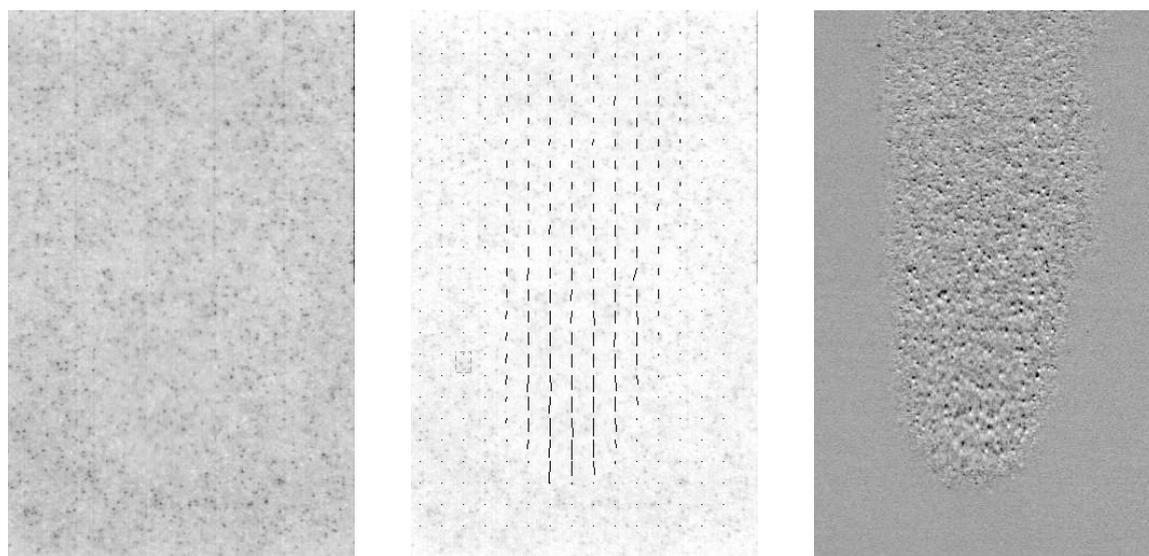
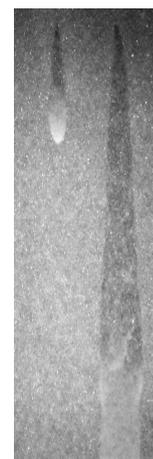


FIG. 2.53. – Application de la PIV. **gauche** Image brute d'un front coulant vers le bas sur une couche de billes noires et blanches. Grâce à l'éclairage homogène et un temps de pause court, le front est invisible. **milieu** Champs de vitesse des particules par inter-corrélation d'images. Les vitesses sont essentiellement parallèles, et maximales au front avant. **droite** Différence d'images successives montrant la région en mouvement. Le déplacement d'un grain noir crée un dipôle noir et blanc, de sorte qu'on peut voir à l'œil nu que la vitesse est maximale à l'avant.



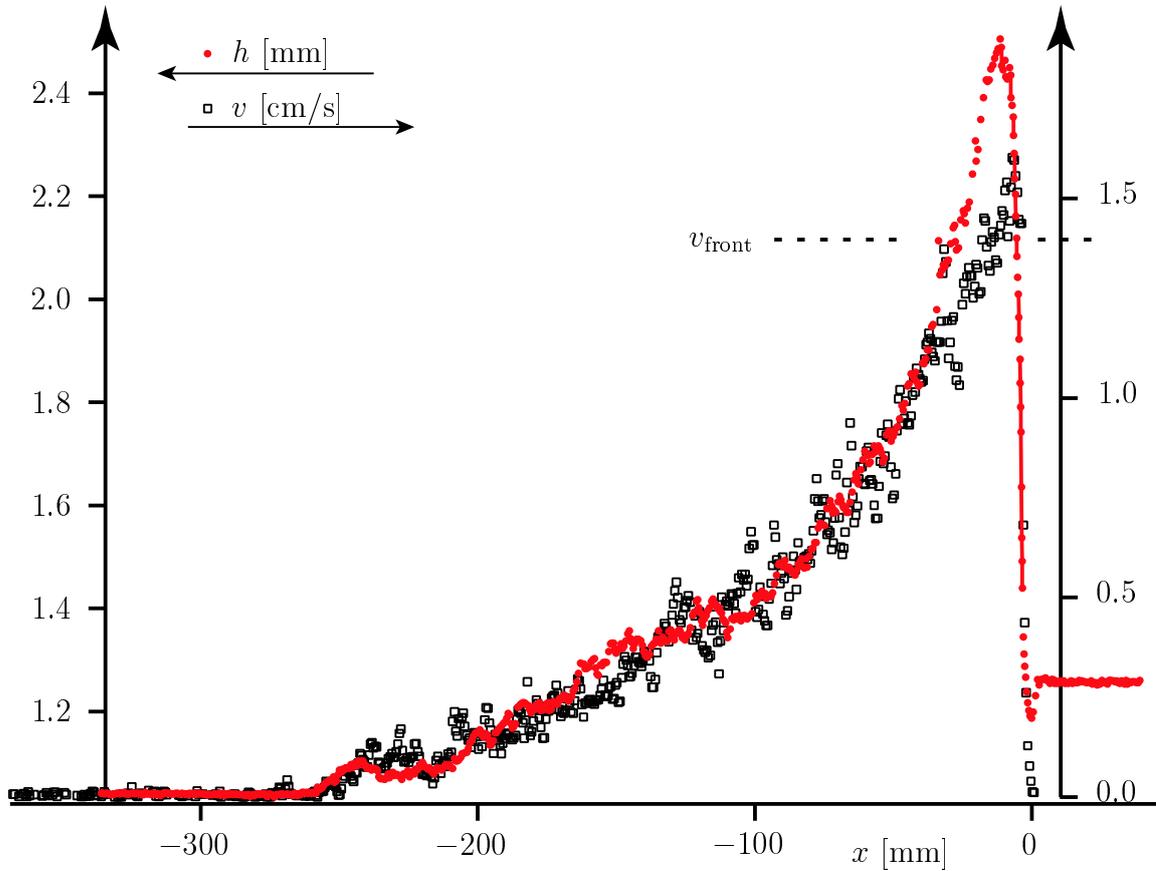
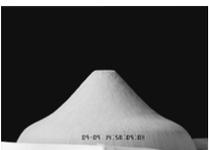
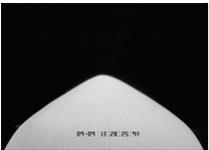


FIG. 2.54. – Profils de vitesse et de hauteur d’une avalanche triangulaire. Les mesures ont été effectuées sur la même coupe sur l’axe de symétrie dans le sens de l’écoulement. La vitesse matérielle au front est identique à la vitesse d’advection du front v_{front} . On peut remarquer que la vitesse est proportionnelle à la hauteur de l’écoulement par rapport à l’épaisseur finale $h_{\text{stop}}(\varphi + \delta\varphi)$ (voir figure 2.55), excepté sur une certaine largeur près du front. Au front, on peut néanmoins conserver la même dépendance linéaire si l’on mesure la hauteur par rapport à la couche *initiale*.

temporel d’une avalanche en utilisant les billes colorées avec traceurs, que la vitesse est partout inférieure ou égale à celle du front. Les grains mobilisés sont donc soulevés par le front et le suivent pendant un temps, mais finissent par migrer vers l’arrière de l’avalanche, où ils sont de nouveau piégés dans la couche statique. Ceci est confirmé par une mesure de vitesse selon une coupe parallèle à l’écoulement (figure 2.54). La barre horizontale indique la vitesse du front de l’avalanche (c’est-à-dire la vitesse de groupe du profil à l’avant). Comme dans tous les cas observés, cette vitesse est égale à la vitesse matérielle de surface au front même. Le profil de vitesse a la même décroissance vers l’arrière que le profil de hauteur représenté dans la même figure (à la différence près que la vitesse est nécessairement nulle avant et après l’avalanche, alors



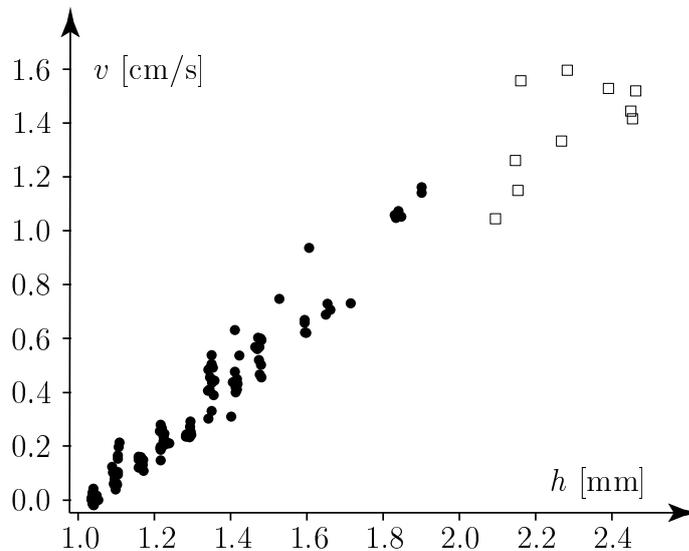


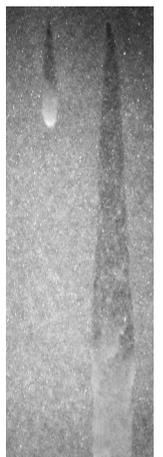
FIG. 2.55. – Vitesse en fonction de la hauteur dans une même avalanche. Les deux mesures de la figure 2.54 ont été reportées l’une en fonction de l’autre. Les carrés creux correspondent à la partie près du front avant de l’avalanche.

que la hauteur change de valeur). La vitesse en chaque point en fonction de la hauteur (figure 2.55) donne une relation simple, la forte corrélation des deux grandeurs laisse supposer que la vitesse s’adapte effectivement très rapidement selon la hauteur locale. À l’avant de l’avalanche la vitesse est discontinue. Ce choc est une conséquence de la relation $v(h)$ croissante (figure 2.55). Physiquement, le choc se manifeste par la présence d’un nuage de grains en saltation.

2.7.3. Interprétation

Forts de ces observations, nous pouvons à présent décrire un scénario vraisemblable pour l’évolution d’une avalanche. La perturbation initiale s’amplifie dans un premier temps en accélérant et en croissant en hauteur. L’augmentation de la vitesse avec la hauteur lui confère la forme d’un aileron de requin, avec un front raide (choc) et une décroissance lente à l’arrière. Lorsque l’avalanche atteint une hauteur limite qui est due à la présence du fond solide, elle commence à s’étaler dans le sens de l’écoulement. Toutefois, le front avant reste invariant sur la longueur de corrélation (*onde de choc*, voir figure 2.42). En quelque sorte il atteint un régime d’amplification nulle. Sa vitesse est désormais constante, et dans cet équilibre dynamique la masse mobilisée de la couche statique est évacuée vers l’arrière de l’avalanche qui s’étend à un taux constant.

La vitesse du front avant est plus grande ou égale à toute vitesse matérielle. Ceci explique pourquoi ce front ne sent pas la transition triangulaire/remontant qui a lieu



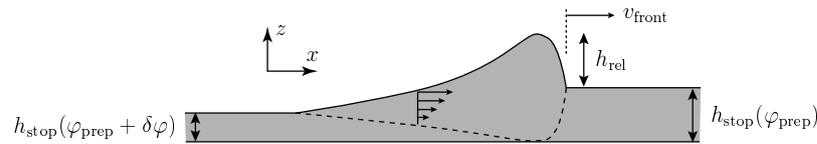
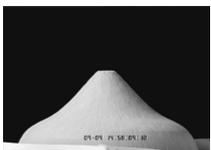


FIG. 2.56. – Profondeur imaginaire de l'écoulement. Le rapport entre vitesse matérielle à la surface et vitesse de groupe indique l'épaisseur de l'écoulement moyennant une hypothèse sur le profil de vitesse. Si l'on fait l'hypothèse d'un profil linéaire à gradient constant, le ralentissement des grains près du front arrière est équivalent à une diminution de l'épaisseur mobile.

à l'arrière (continuité de la vitesse v_{\perp} dans la figure 2.32).

L'égalité de la vitesse matérielle (au front avant) à la surface et la vitesse du front avant donne une idée de la profondeur de l'écoulement. Si on suppose un profil de vitesse linéaire (ce que suggèrent quelques expériences, voir page 152), l'épaisseur de la couche mobile doit être le double de sa hauteur relative à la couche statique à l'avant. En particulier, il paraît alors naturel que la nature de l'écoulement change quand la hauteur absolue du front dépasse deux fois l'épaisseur de la couche statique, c'est-à-dire quand l'écoulement touche le fond (figure 2.43). Pour des pentes plus grandes, la hauteur croît plus lentement (ou sature), et l'accroissement ultérieur de la vitesse avant (figure 2.32) indique que le gradient de vitesse augmente, comme il l'a été observé pour des écoulements sur fond rugueux (Azanza et al., 1999).

On est tenté d'attribuer l'instabilité qui se développe à l'arrière de l'avalanche (figure 2.57) à celle qui affecte les ondes solitaires trop grandes. Le diagramme spatio-temporel 2.58 d'une avalanche remontante semble cependant indiquer que ce n'est pas une amplitude trop *grande* qui est à l'origine de l'instabilité dans la couche à l'arrière d'une avalanche. En bas de cette figure, on distingue un front avant qui descend vers la droite en accélérant, et un front arrière qui remonte (à vitesse constante) vers la gauche. Le haut de la figure 2.58 montre la fin de l'écoulement après que l'avalanche ait atteint le haut du plan, faisant couler la couche entière. On voit que toute la couche produite par le front arrière est instable et se désintègre en ondes solitaires (qui peuvent fusionner ou échanger de la matière). La couche est plus fine que celle qui est produite par le front avant pour des raisons de conservation de la masse : les vitesses du front arrière et matérielle sont de signe opposé, ce qui implique que la couche est étirée par le démarrage. Au front avant c'est l'inverse, la matière suit le front et doit donc obligatoirement couler sur une épaisseur plus grande que l'épaisseur statique. Le fait que l'instabilité de la couche soit plus forte dans la couche produite par le front remontant signifie donc qu'elle est plus forte dans les couches minces. Ceci la distingue des instabilités «roll wave» ou de Kapitza (Kapitza & Kapitza, 1965) dans les fluides, qui sont semblables mais qui ont lieu à grand nombre de Froude (Ruyer-Quil, 1999; Pumir et al., 1983). L'interprétation est que l'instabilité a lieu parce que l'épaisseur est trop *faible* pour pouvoir s'écouler à l'équilibre. Plutôt



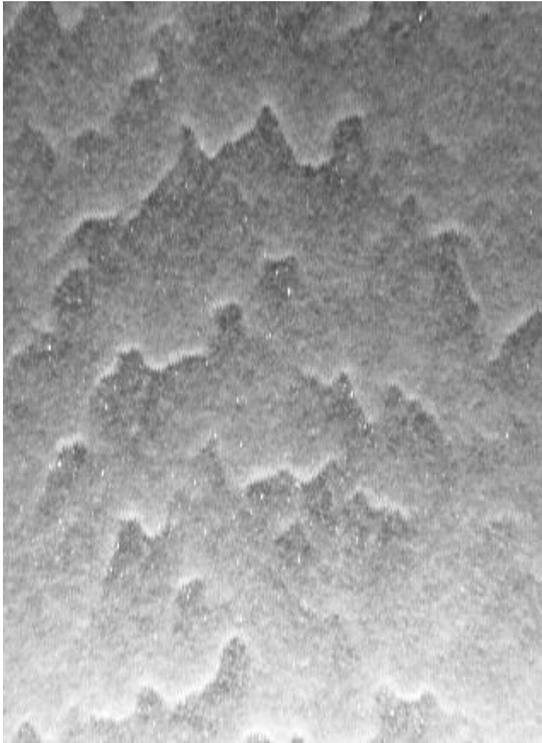
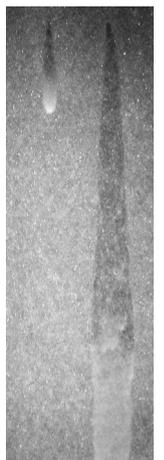


FIG. 2.57. – À l'arrière d'un écoulement massif, la couche peut se déstabiliser en formant des fronts qui se suivent.

que de s'arrêter en bloc, la matière se regroupe en ondes suffisamment grandes pour descendre comme ondes solitaires.

2.8. Discussion

L'expérience des avalanches sur le plan incliné nous a permis d'étudier des effets collectifs d'un grand nombre de grains dans un état métastable. Nous avons pu constater que les avalanches ont une dynamique riche, dont nous avons distingué quelques mécanismes en faisant le tour du front : à l'avant, des grains statiques sont mobilisés et incorporés à l'avalanche. Le front arrière des avalanches triangulaires est à l'opposé un front de séchage, où les grains se figent. Sur les extrémités latérales toujours des avalanches triangulaires, on peut observer l'entraînement par cisaillement et/ou l'étalement de l'écoulement, et finalement le front arrière (et latéral) des avalanches remontantes se propage par perte d'équilibre des grains. Toute la dynamique peut être observée avec d'autres matériaux granulaires : nous avons essayé du vrai sable (sable dunaire provenant de l'intérieur de la péninsule du Sinaï) et des débris de coquilles de noix. Les deux régimes observés, de propagation triangulaire et remontante, peuvent être retrouvés dans la nature. Une poignée de sable prise dans le flanc d'une dune donne par exemple lieu à un front arrondi qui remonte la pente. Sur des pentes enneigées, on voit à l'inverse souvent des traces triangulaires



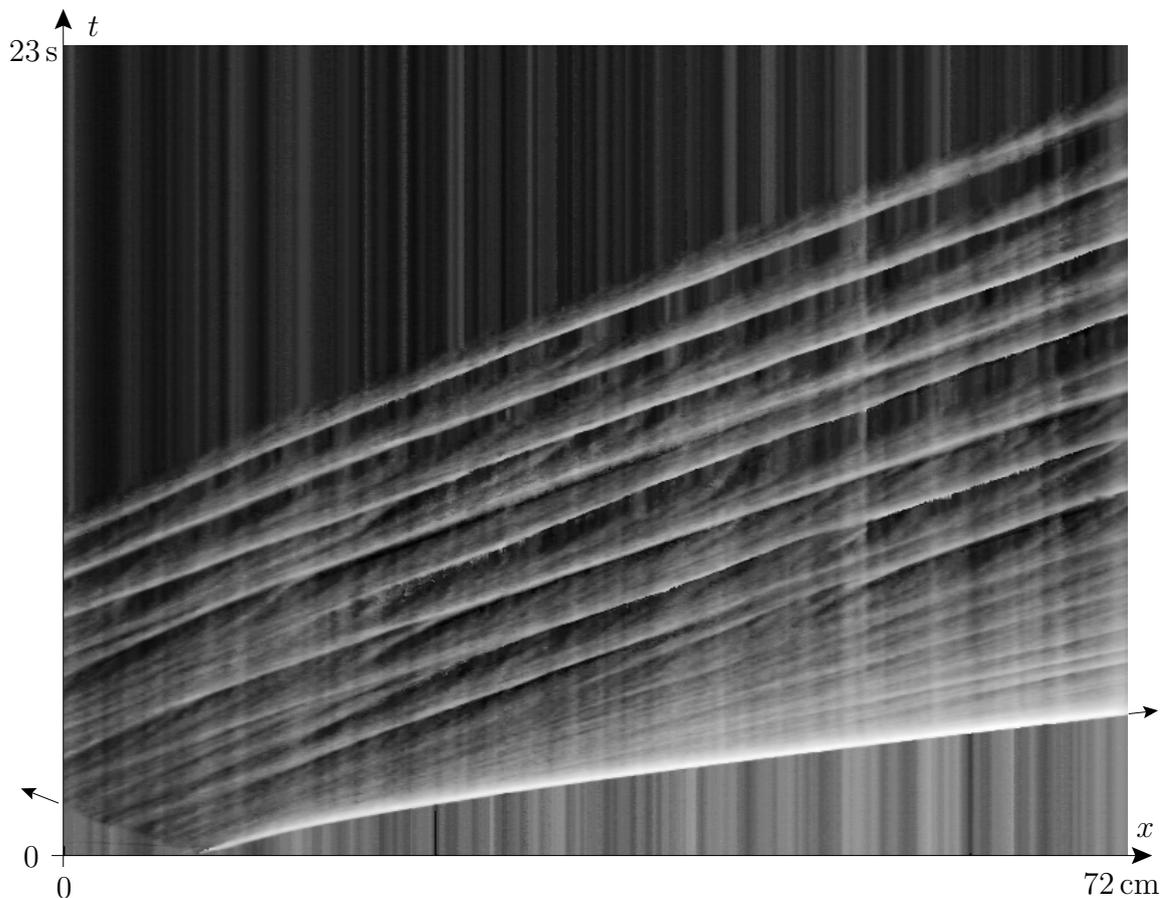


FIG. 2.58. – Diagramme spatio-temporel d'une coupe longitudinale d'une avalanche remontante. L'avant de l'avalanche (blanc, en bas à droite) descend vers la droite, pendant qu'un front remonte la pente. Une fois que ce dernier atteint le haut du plan (en dehors de l'image vers la gauche), un front de séchage plus lent que le front avant descend. On peut observer que l'écoulement n'est pas uniforme mais se sépare en ondes séparées par des zones statiques (bandes verticales).

(figure 2.59). Ces écoulements partent d'un point (ils sont souvent déclenchés par de la neige tombée d'une congère située au-dessus) et grandissent latéralement, comme les avalanches triangulaires sur le plan. Ces avalanches sont connues en anglais sous le nom de *loose snow avalanches* (McClung & Schaerer, 1993), soit des avalanches de neige poudreuse. Elles ont en général lieu seulement dans les heures qui suivent une chute de neige : la neige vieillit très rapidement, et forme une croûte par l'action conjointe du vent, du soleil et des gradients de température qui empêche la mobilisation d'un écoulement de surface. Dans l'expérience, nous observons des avalanches triangulaires uniquement dans des couches minces. Nous avons constaté que le paramètre pertinent est la différence d'épaisseur entre la couche initiale et la couche



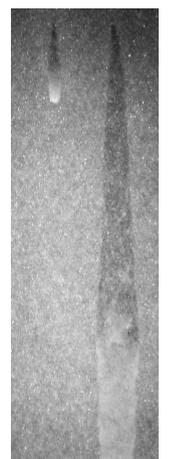
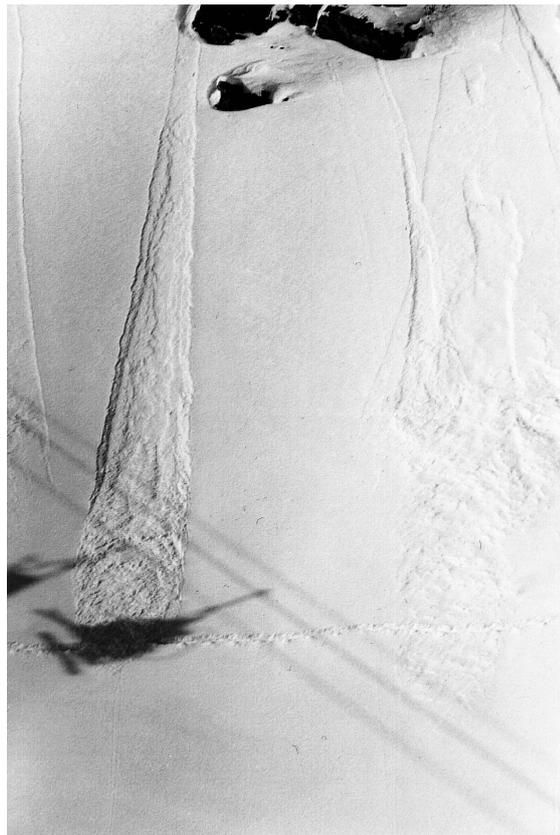
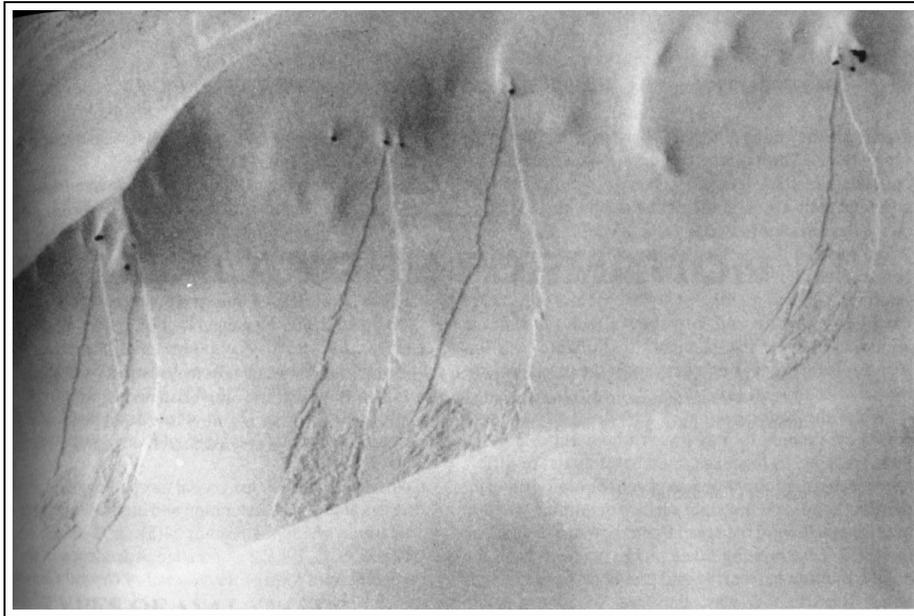


FIG. 2.59. – Avalanches triangulaires dans la neige. (photos – haut : A. Roch, extraite de (McClung & Schaerer, 1993) ; bas gauche et droite : AD)

finale. Si cette différence dépasse un certain seuil, un front de perte d'équilibre peut se propager en amont. Cela signifie que des avalanches triangulaires ne sont observées que dans des situations où il y a des fortes variations de frottement en profondeur. Ceci est effectivement le cas de couches de neiges formées par des tempêtes de neiges successives. On peut remarquer que l'avalanche en bas à droite de la figure 2.59 a mobilisé deux ou trois de ces couches, alors que les autres traces ne font qu'une simple marche de hauteur avec la couche initiale. Mais ce n'est pas le cas générique des dunes de sable (ou d'autres géométries «sans fond») sur lesquelles les avalanches sont toujours remontantes⁸.

L'effet du fond joue également un rôle dans l'amplification de l'avalanche, en limitant la hauteur du front avant. Nous avons d'abord vu que les fronts arrière et latéraux se propagent à vitesse constante dès le départ, et produisent une forme de l'avalanche auto-similaire dans le temps (qu'il reste à expliquer). Le front avant, par le fait qu'il accumule la matière mobilisée, croît par contre en hauteur. Une relation approximativement linéaire entre hauteur et vitesse implique qu'il accélère initialement. Nous avons cependant constaté qu'il relaxe également vers une hauteur et une vitesse constante. Les mesures de vitesse matérielle nous ont permis de comprendre cette saturation : nous en avons déduit que l'avalanche creuse sur une profondeur qui correspond approximativement à sa sur-épaisseur par rapport à la couche statique (voir figure 2.56). Lorsque l'avalanche atteint le fond, elle s'étale dans le sens de l'écoulement plutôt que de croître davantage en hauteur. Ceci a lieu bien plus tard sur des couches épaisses, où le front converge beaucoup plus lentement, et la vitesse finale, si elle existe encore, est plus élevée. L'étude de la dynamique d'ondes solitaires non-amplifiées a confirmé que l'équilibre dynamique atteint par le front avant d'une avalanche est lié à l'épaisseur de la couche : les ondes solitaires ne peuvent être à l'équilibre seulement pour un certain rapport entre leur hauteur et celle de la couche statique. Il semble donc qu'il n'y ait pas de saturation de l'amplitude d'une avalanche sur un tas épais à partir du moment où $\varphi > \varphi_{\text{stop}}$. Celle-ci ne serait limitée uniquement par la taille du système dans lequel elle évolue (Aradian et al., 1999). Cette conclusion, d'une importance évidente pour les applications, est en contradiction avec plusieurs mesures, notamment d'écoulements en canal. On observe effectivement que l'angle de surface d'un écoulement sur un tas entre deux parois augmente de manière monotone avec le débit auquel il est alimenté au sommet (voir les expériences en tambour tournant, ou encore Lemieux & Durian (2000)), ce qui implique inversement qu'à chaque pente correspond un débit stationnaire. Dans toute ces expériences, les effets des parois sont cependant considérables. Même lorsque la distance entre parois latérales est nettement plus grande que la profondeur de l'écoulement (ce qui n'est pas le cas de Lemieux & Durian (2000)), le profil de vitesse de surface en vue

⁸On observe en réalité une stratification des dunes, probablement liée à la ségrégation de grains par le vent et les avalanches, ainsi qu'au vieillissement par le temps. Ces couches peuvent avoir des duretés variables et influencer les écoulements de surface.



du dessus est encore très arrondi. Un écoulement atteint donc un régime stationnaire probablement à cause de ces effets de bords. D'autres mesures confortent l'hypothèse d'une absence de saturation d'avalanches sur des tas épais, comme par exemple l'indépendance de la force de traînée sur un objet de la vitesse à laquelle il est tiré dans du sable (voir Wieghardt (1975)). Comme pour les écoulements de surface, un élément important pour expliquer ce comportement pourrait être le fait que l'interface solide/liquide s'auto-adapte (voir aussi l'argument à la page 4.3.6).

L'étude des ondes solitaires a mis en évidence une particularité de l'écoulement qui est liée à la mobilisation et au dépôt de grains : une onde solitaire est une onde de choc avec un front raide, un sommet et une décroissance rapide vers la couche mobile à l'arrière (figure 2.50). Le même profil de hauteur est observé dans les avalanches, qui ajoute l'amplification à la mobilisation et au dépôt. De profils semblables ont été observés dans des expériences d'avalanches rocheuses dans des chutes (Takahashi, 1991a). Un maximum de hauteur à l'avant de l'écoulement n'est cependant pas observé dans des expériences sans couche statique préalable (Pouliquen, 1999a). La forme particulière en aileron de requin semble par conséquent être caractéristique d'un choc avec mobilisation de matière. La pointe met de la matière statique en mouvement à une certaine vitesse, et alimente la couche mobile à l'arrière, réglant de cette façon l'épaisseur mobile (par opposition à des expériences de chutes, où le débit massique est imposé à l'injection). Ceci est corroboré par les mesures de vitesse de surface : la vitesse des grains en surface est égale à la vitesse du front avant au front même, mais décroît rapidement comme la hauteur vers l'arrière de l'avalanche. L'avant de l'avalanche mobilise donc tel un piston, et perd constamment de la matière qui tombe en arrière⁹. Ceci s'oppose à l'écoulement sur plan rugueux sans couche statique, qui ressemble au mouvement d'une chenille : la vitesse à la surface est nettement plus grande que la vitesse du front, et la matière au front provient de l'injection en amont. Cette observation souligne l'importance de la mobilisation pour les avalanches : l'écoulement est à un équilibre dynamique qui est caractérisé par deux transitoires accolés : une zone étroite de mobilisation à l'avant, que suit une zone dans laquelle les grains sont graduellement déposés dans une nouvelle couche statique. En particulier il ne forme pas une couche homogène d'épaisseur constante qui serait à l'équilibre. On observe au contraire qu'une avalanche, en gagnant de la matière et en s'étalant, développe une instabilité qui détruit la couche homogène étirée et recrée localement des petites ondes solitaires de mobilisation/dépôt.

Finalement, nous avons observé que ces fronts secondaires à l'arrière d'une avalanche se figent lorsqu'ils sont trop petits. Nous avons interprété cela comme un arrêt sous-critique. Des mesures récentes sur des écoulements entre deux parois latérales transparentes (Lemieux & Durian, 2000) montrent qu'un tel seuil minimal pour qu'il y ait écoulement est également observé sur l'épaisseur d'un écoulement de surface.

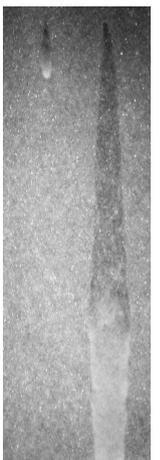
⁹Le fait qu'un grain donné ne reste dans l'avalanche que pendant un temps fini pourrait expliquer pourquoi aucun phénomène de ségrégation n'est observé dans l'avalanche

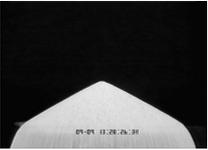


Si l'on baisse le débit d'alimentation au sommet du tas dans cette expérience, on passe d'un écoulement continu à un régime intermittent au moment où l'épaisseur de l'écoulement atteint environ $5 \text{ mm} \approx 15d$. Pour des débits encore plus faibles, la fréquence des avalanches en surface baisse, mais la profondeur sur laquelle elles coulent reste toujours constante autour de cette valeur. On peut interpréter cette épaisseur comme l'amplitude minimale d'un écoulement. Nous avons mis en évidence le caractère sous-critique du passage statique/mobile en sens inverse (déclenchement d'une avalanche) par une mesure directe du seuil de perturbation.

Les berges laissées par des fronts illustrent un effet de mémoire de la couche de la dynamique de l'arrêt. Sur des couches épaisses, ces berges sont particulièrement robustes : on peut faire couler une grande quantité de sable dessus sans qu'elles disparaissent. L'empilement créé lors de l'arrêt résiste bien à la re-mobilisation. On observe d'ailleurs aussi bien sur notre plan rugueux que pour des écoulements géologiques qu'un écoulement est canalisé par des berges formées par un écoulement précédent, et reste dans le lit même si le débit est légèrement supérieur à celui de l'écoulement qui a créé les berges. Ce phénomène montre l'importance des effets de mémoire dans les milieux granulaires, sur lesquels nous allons nous pencher dans l'expérience suivante. Nous allons étudier l'influence de la préparation sur l'évolution libre d'un tas instable vers l'état au repos.







3. Transitoires à la formation d'un tas



Wolfgang Laib - *Die fünf Unbesteigbaren Berge*
(*Les cinq Montagnes à ne pas Gravier*)
pollen du coudrier, hauteur env. 7 cm (1984)



Sommaire

3.1. Motivation	117
3.2. Principe de l'expérience	117
3.2.1. Montage expérimental	117
3.2.2. Mesure de compacité	117
3.2.3. Méthodes de préparation	118
3.3. Résultats	122
3.3.1. Effet de la compacité	122
3.3.2. Persistance de l'asymétrie du remplissage	128
3.3.3. Profils finaux	131
3.4. Discussion	135



3.1. Motivation

L'expérience suivante pourrait être paraphrasée le «château de sable raté». En effet, le principe rappelle la construction d'une tour granulaire où l'on aurait oublié de mouiller le sable. Il s'agit de remplir un récipient cylindrique de sable sec, de retirer brusquement le récipient et d'observer comment la forme cylindrique s'effondre pour aboutir au talus bien connu à l'angle d'arrêt. L'expérience représente à quelques égards un contraste par rapport aux avalanches sur le plan incliné. Premièrement, il s'agit d'un tas épais et non plus d'une couche mince. Deuxièmement, contrairement aux avalanches que nous déclenchons par une perturbation dans une couche statique métastable, les écoulements démarrent ici spontanément, avec des parois latérales verticales et donc loin hors équilibre. Par cette expérience, nous pouvons donc observer des écoulements que nous ne pourrions pas réaliser sur le plan incliné. Nous allons utiliser cette expérience en particulier pour étudier l'effet de la préparation sur la mobilisation.

3.2. Principe de l'expérience

3.2.1. Montage expérimental

Un cylindre creux en plexiglas d'un diamètre intérieur de 140 mm est posé sur un disque surélevé dont le diamètre vaut également 140 mm mais qui comporte un petit rebord en contrebas pour supporter le cylindre. Le cylindre est ensuite rempli d'un milieu granulaire de différentes manières. Finalement la surface est raclée pour rendre l'échantillon initial cylindrique. Pour modifier le moins possible l'échantillon lors de cette dernière manipulation, de grandes sur-épaisseurs sont enlevées en plusieurs fois, et la lame racloir est penchée de manière à soulever la matière en trop. À la fin, nous obtenons un échantillon remplissant le cylindre à ras, dont nous mesurons le poids afin d'en calculer la densité.

Le cylindre est ensuite enlevé rapidement vers le haut, et nous filmons l'écoulement jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un cône sur le socle. Cet écoulement s'avère dépendre de manière sensible des conditions de préparation, rien que sa durée totale (qui ne dépasse guère les 2 s) pouvant varier du simple au double.

3.2.2. Mesure de compacité

La densité sera dans la suite exprimée comme fraction volumique (page 20). Elle est donc mesurée en divisant la masse de l'échantillon par le volume du récipient et la densité des grains. L'erreur de mesure provient principalement de l'incertitude sur les dimensions du cylindre ($\Delta x \approx 0.5$ mm ; la hauteur du cylindre le plus petit est de



46 mm), et résulte en une erreur sur ν d'environ 1%¹. La densité ρ_{grains} est mesurée par la méthode d'Archimède, qui consiste à verser les grains dans un récipient contenant de l'eau et à diviser l'augmentation en poids par celle en volume. Des précautions doivent être prises pour éviter que de l'air ne reste piégé à la surface des grains ou sous forme de bulles. En versant à faible débit tout en remuant, dans de l'eau contenant une petite quantité de surfactant, on trouve des résultats reproductibles. Dans le cas des billes de verre de taille 280–450 μm , utilisées pour presque tous les résultats présentés ici, nous obtenons $\rho_{\text{grains}} = 2.47 \text{ g/cm}^3$.

3.2.3. Méthodes de préparation

Nous allons considérer trois méthodes de préparation (voir figure 3.1) :

- a. Le milieu granulaire est versé d'un trait et de petite hauteur au centre du cylindre.
- b. Deux tamis superposés font rebondir et dispersent les grains tombant d'un entonnoir, créant une pluie homogène de faible débit et grande vitesse d'impact des grains.
- c. Le cylindre rempli est vibré pendant une dizaine de minutes juste au-delà du seuil de convection.

a. Versement direct

Parmi les trois méthodes, celle-ci conduit aux échantillons les moins denses (compacité d'environ 0.58). La raison est probablement que l'écoulement lors du remplissage est dense et à faible vitesse, ce qui permet de dissiper l'énergie de manière efficace. Les grains perdent rapidement l'énergie par des chocs et par friction et se figent sans avoir le temps de se réarranger. L'homogénéité de l'échantillon ainsi obtenu n'est pas certaine. Même si la densité moyenne très basse et des résultats reproductibles rendent improbables des grandes fluctuations, une analyse en volume de la densité de l'échantillon serait souhaitable.

b. Méthode de pluviation

La méthode de pluviation est beaucoup utilisée industriellement. Elle permet de produire des échantillons homogènes et de densité contrôlable par les diverses distances entre entonnoir et tamis (Dupla, 1995). Sur la figure 3.2, on voit que la compacité augmente avec la distance entre les deux derniers tamis. Avec l'augmentation de la hauteur de chute, l'énergie cinétique des grains à l'impact est de plus en plus grande, ce qui leur permet vraisemblablement de provoquer des réarrangements de

¹Nous conservons néanmoins le troisième chiffre significatif car l'erreur relative pour un même cylindre est bien plus petite, de quelques pour mille.



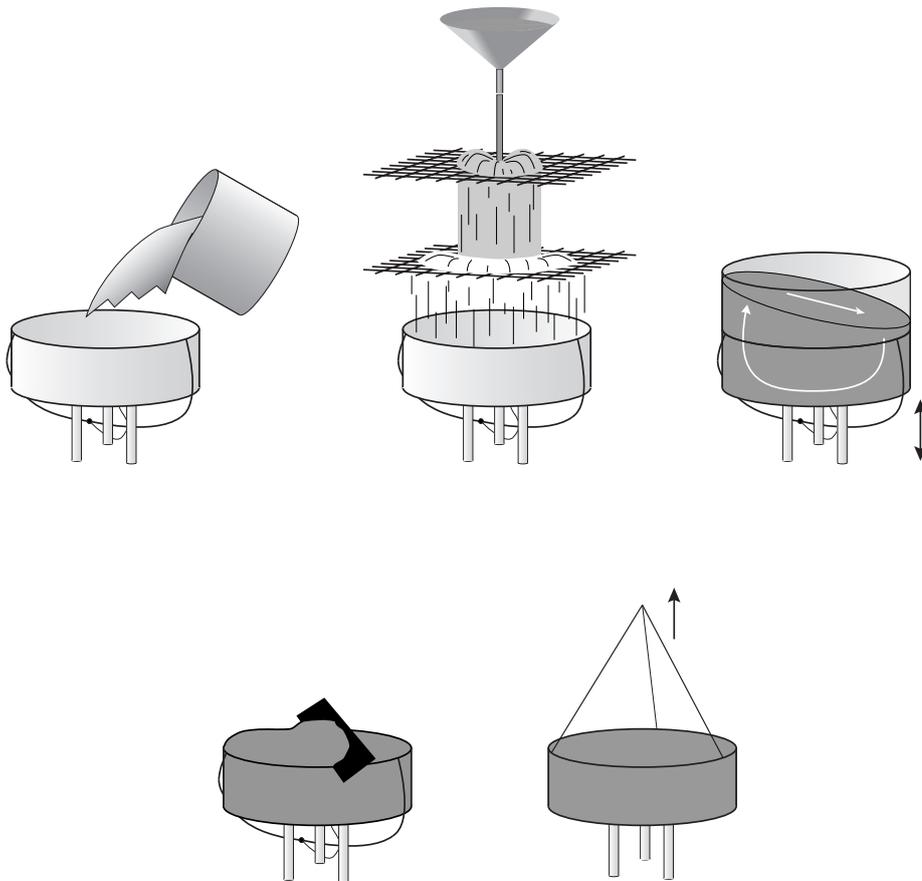


FIG. 3.1. – Principe de l'expérience. **haut** Préparation de l'échantillon par différentes méthodes (voir texte) : a. versement direct, b. pluviation par tamis, c. vibration au dessus du seuil de convection. **bas** Le contenu est raclé au niveau du cylindre. On filme l'écoulement qui a lieu lorsqu'on retire brusquement le cylindre.

grains, et de damer la surface là où l'empilement n'est pas encore suffisamment solide. La deuxième chose à noter sur la figure 3.2 est le décalage des séries : celles-ci ont été effectuées à différents jours, mais correspondent à la même mesure et devraient *a priori* se superposer. La reproductibilité est pourtant très bonne pour des mesures consécutives à mêmes réglages ($\approx 0.1\%$), et encore raisonnable pendant une série de mesures (les séries de la figure 3.2 (d'une durée de 3-4 heures) comportent un aller-retour sur le paramètre de contrôle). Cela fait penser que la cause de la dérive pourrait être l'humidité ambiante, régie par les conditions météorologiques et ne variant que lentement au cours de la journée. L'humidité n'a malheureusement pas été mesurée pour ces séries, mais l'expérience suivante nous permet de vérifier cette hypothèse. Après avoir fait une mesure de compacité à une hauteur donnée, nous couvrons le bac contenant le milieu granulaire d'un linge humide et attendons une heure. Une



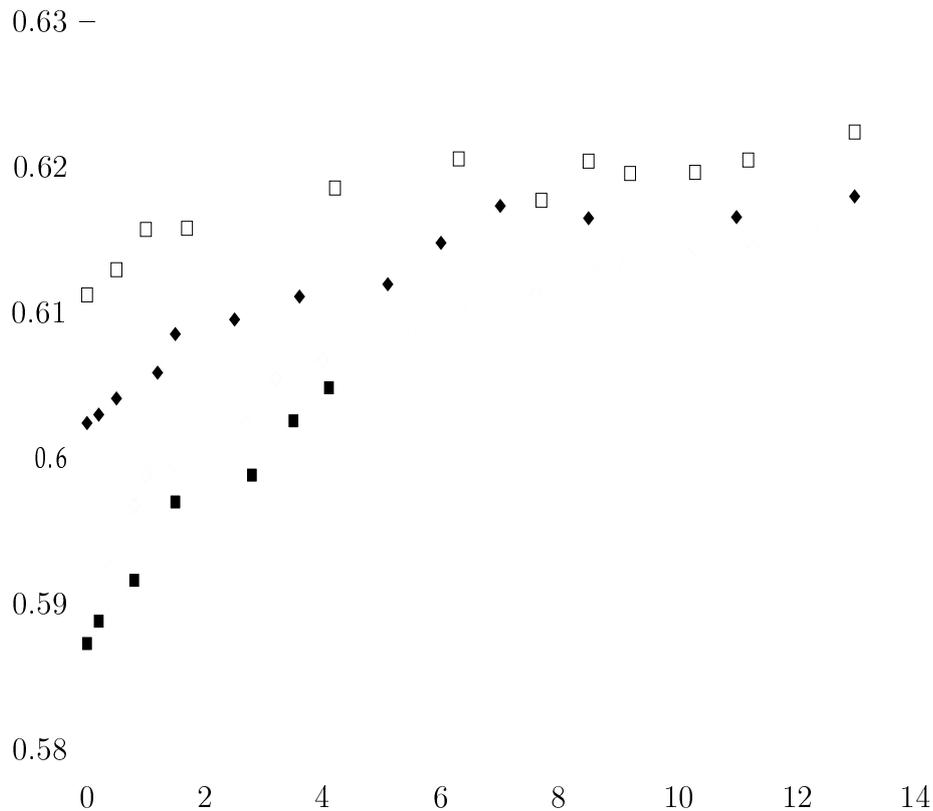


FIG. 3.2. – Compacité en fonction de la distance entre les tamis, pour différentes humidités (croissantes de haut en bas).

deuxième mesure effectuée ensuite à hauteur inchangée résulte en une densité plus faible de presque 3%. On peut penser que les grains humides légèrement cohésifs se figent plus tôt et dans des configurations moins denses, sans explorer des configurations plus compactes. Sauf pour de très hautes humidités obtenues par des méthodes comme ci-dessus, l'écoulement ne présente pas de signes visibles de cohésion (fractures, écoulements par paquets, rides, pentes irrégulières). Nous ne cherchons pas par la suite à mesurer si l'humidité a un autre effet sur l'écoulement que celui contenu dans le changement de compacité.

Un autre paramètre clé de la méthode de pluviation est le débit. Plus le débit est fort, plus la densité est basse (ce qui rejoint la méthode **a** avec sa courte durée du remplissage). Inversement, à faible débit, réparti sur toute la surface de l'échantillon, les grains tombent presque indépendamment et ont le temps d'explorer la surface pour trouver un creux profond. L'empilement créé est alors optimisé à la construction. En travaillant à bas débit et grande hauteur de chute, nous avons ainsi pu obtenir les plus grandes compacités (≈ 0.64). Pouliquen et al. (1997a) ont montré qu'en associant une vibration horizontale à une telle pluie faible de grains, on pouvait augmenter la



densité jusqu'à faire cristalliser le milieu granulaire.

On constate une grande sensibilité vis-à-vis de l'homogénéité de la pluie de grains. Lorsque le remplissage est asymétrique, on obtient des densités plus basses à même géométrie et débit. L'écart au cas d'une pluie homogène peut aller jusqu'à 1.5% (qui est grand par rapport à la plage de variation maximale de 10% entre 0.58 et 0.64). Deux explications viennent à l'idée pour ce phénomène : la variation de la densité avec le débit mentionnée plus haut implique que la région de plus forte croissance, qui à la fin prendra le plus grand volume, est la plus lâche. À cause de la pondération par le volume, la compacité moyenne sera donc plus basse que celle attendue pour le débit moyen. La deuxième explication attribue la réduction de la compacité au cisaillement sur la surface qui s'incline au cours du remplissage inhomogène (bien que les angles de surface restent inférieurs à l'angle de repos). Pour nous prémunir d'éventuelles inhomogénéités, nous n'avons réalisé les mesures d'écoulements suivantes qu'avec des échantillons remplis de manière homogène.

c. Convection par vibration

Lorsqu'on vibre un milieu granulaire verticalement, on peut observer de nombreux comportements en fonction de l'intensité de l'agitation. À faible intensité, la vibration augmente la compacité d'un milieu granulaire (Knight et al., 1995). La vibration confère aux grains un équivalent d'agitation thermique, qui leur permet d'explorer les configurations d'empilement, et de trouver un état plus dense. Pour des amplitudes de vibration plus grandes, plus précisément lorsque l'accélération maximale du fond $A\omega^2$ (avec A l'amplitude et ω la fréquence de la vibration) dépasse l'accélération de la pesanteur g , le milieu granulaire décolle du récipient dans la phase où celui-ci accélère vers le bas. On observe dans ce régime l'apparition d'un mouvement de convection au sein du milieu, qui s'auto-organise en forme de cône avec un écoulement permanent à la surface (bas de la figure 3.3, Duran (1997)). Cette convection est due à la présence de l'air, qui s'introduit à chaque décollage entre le fond et le milieu granulaire (Laroche et al., 1989). L'air s'échappe plus difficilement à travers les parties épaisses lorsque le fond s'approche à nouveau, créant une surpression sous le sommet du tas qui retarde sa chute. Ce décalage fait que le front de solidification se propage de l'extérieur vers l'intérieur, avec une déformation continue vers le centre du tas qui résulte en un mouvement effectif de convection (figure 3.3). Dans notre récipient en plexiglas, le sommet du cône vient rapidement se coller contre la paroi, de sorte que tout le contenu est pris dans un rouleau de convection ascendant près d'une paroi et descendant du côté opposé (figure 3.1)². On ajoute suffisamment de milieu granulaire, après avoir superposé un deuxième cylindre au premier, pour que le rouleau de convection remplisse totalement le cylindre du bas. Au bout de dix minutes en convection, la vibration est coupée rapidement. Après avoir retiré le cylindre du

²En général, des parois rugueuses et/ou inclinées peuvent elles-mêmes induire de la convection (Clément et al., 1992), d'amplitude et même de sens variable.



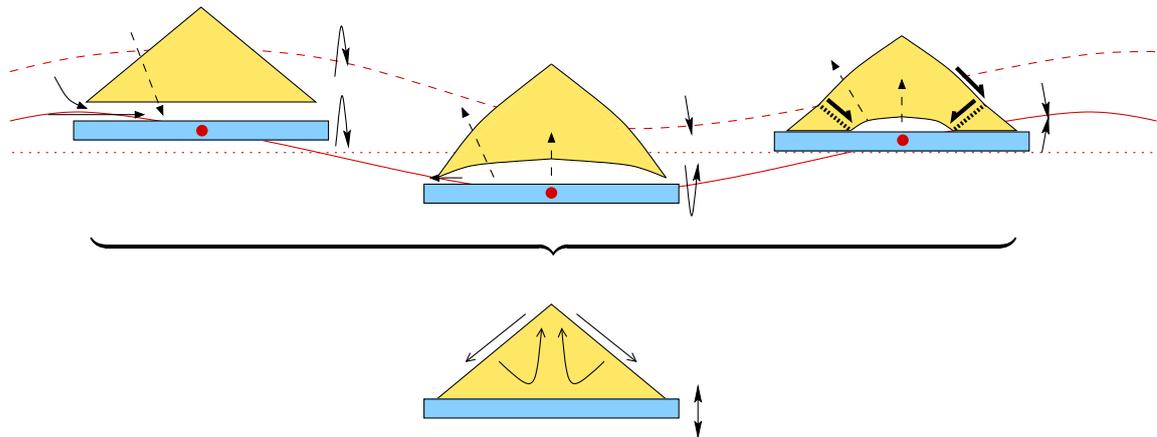


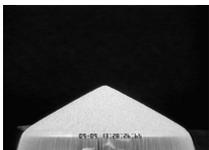
FIG. 3.3. – Convection dans un milieu granulaire vibré : effet de l'air. La convection peut être observée lorsque l'accélération du fond est supérieure à l'accélération gravitationnelle. Le tas décolle alors du fond pendant une phase de l'oscillation (en haut à gauche). Le sommet retombe plus lentement que les bords (en haut au milieu), car l'air diffuse plus difficilement à travers la partie épaisse, formant un coussin d'air qui freine la chute de celle-ci. Le tas se solidifie ensuite par les bords, s'écoulant sur une zone de cisaillement orientée vers le centre du tas (en haut à droite), qui progresse continûment vers le sommet. À cause de cette déformation, le milieu du tas ne peut retomber aussi bas qu'il n'était auparavant. Il en résulte en moyenne le mouvement convectif esquissé en bas (Douady et al., 1989).

haut, l'échantillon est arasé et orienté avec l'axe du rouleau de convection parallèle à l'axe optique de la caméra.

3.3. Résultats

3.3.1. Effet de la compacité

L'évolution typique du profil pour les trois préparations est montrée dans la figure 3.4. Le cas **a** correspond aux basses densités obtenues par la méthode **a**. Juste après que le cylindre ait été retiré, une partie de la matière tombe presque librement. À peu près un dixième de seconde (la durée d'une chute libre sur la hauteur du tas) plus tard on distingue un cône, dont la pente relaxe exponentiellement vers sa valeur finale. Le temps caractéristique de cette relaxation est à nouveau de l'ordre du temps de chute libre. On observe que le sommet du tas est arrondi dès le début de l'écoulement, ce qui signifie que la pointe du tas commence à couler instantanément. Le grand rayon de courbure du sommet, et la décroissance rapide de la hauteur indiquent tous les deux que l'écoulement dans ce cas lâche est très profond. Quelques profils vers la fin de l'écoulement ont été omis pour bien montrer qu'à la fin la partie



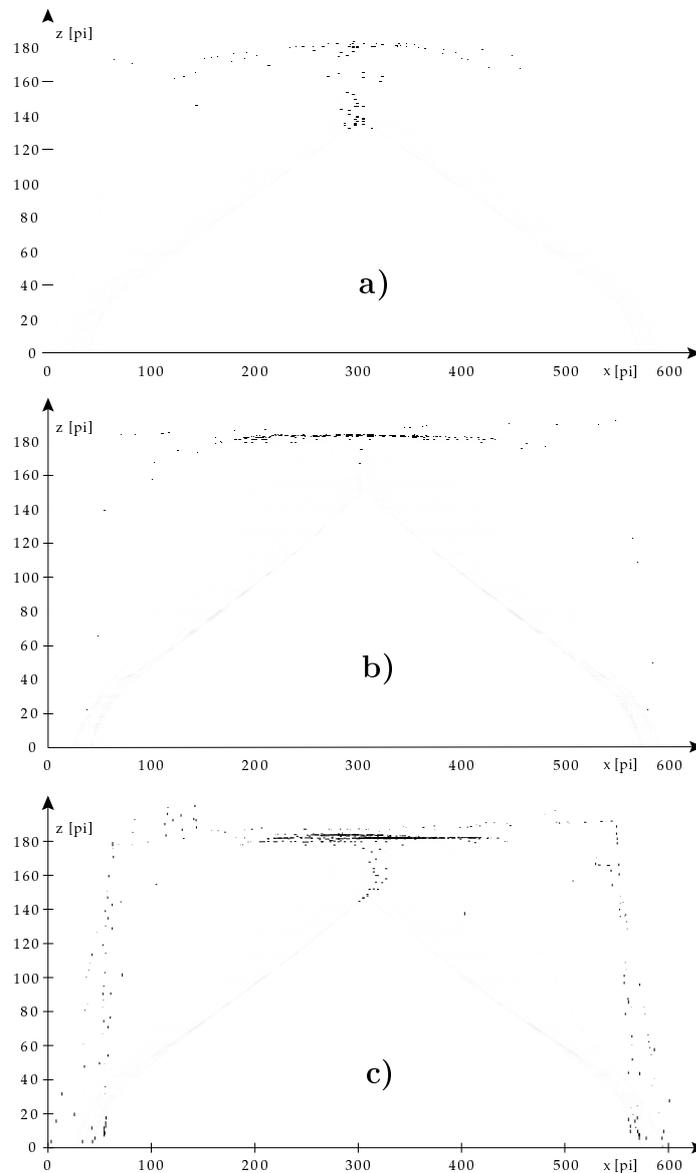


FIG. 3.4. – Série de profils pour des billes de verre. La hauteur initiale est de 46 mm, et le diamètre du support (ligne horizontale) de 142 mm. Le laps de temps entre deux profils est de 0.02s pour le cas **a** et de 0.04s dans **b** et **c**. Les trois expériences ne se distinguent que par leur préparation (voir page 118). **a**) Cas lâche ($\nu = 0.58$) : Relaxation rapide vers le cône final, avec un sommet arrondi dès le début. **b**) Cas dense ($\nu = 0.65$) : La chute des «coins» ressemble à une fracture. L'écoulement est caractérisé par une région supérieure raide qui progresse vers le centre, laissant apparaître derrière elle une région inférieure à l'angle du cône final. Contrairement à **a**, le centre ne bouge pas avant d'être atteint par le front raide. **c**) Cas dense asymétrique ($\nu = 0.63$) : L'écoulement ressemble à **b**, mais présente une forte asymétrie.



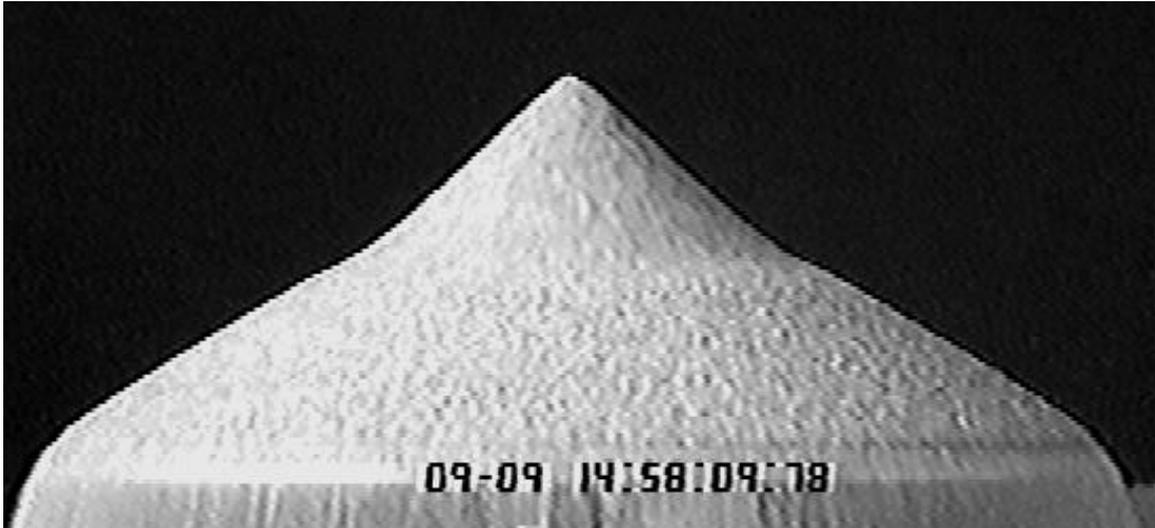
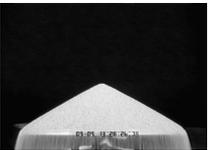


FIG. 3.5. – Image de l'écoulement pour du sable coloré dans le cas dense. Le temps d'exposition d' $1/50$ s permet de distinguer des régions de vitesse différente. Ainsi on voit que la vitesse dans la partie basse à l'angle final est faible comparée à la région raide où les grains accélèrent.

inférieure du talus s'arrondit.

Pour une compacité initiale élevée, obtenue par la méthode **b**, l'écoulement est tout à fait différent (figure 3.4b). Comme dans le cas lâche on observe une chute rapide des «coins», mais elle s'interprète plus clairement ici comme une rupture active du matériau : celui-ci casse sous son propre poids à un angle qui découle de son angle de frottement interne (on trouve $\frac{\pi}{2} + \frac{\Phi}{2} \simeq 57^\circ$ pour un angle de frottement pris égal à l'angle de repos (24°)). Quelques instants plus tard il y a une deuxième fracture. Des expériences avec un support rugueux (feutrine) montrent qu'elle est uniquement liée au fond lisse. Mais la différence principale au cas lâche réside dans l'écoulement après la deuxième fracture : le profil peut avoir jusqu'à trois régions différentes. La région centrale reste parfaitement immobile jusqu'à ce qu'elle soit atteinte par la région en écoulement. Ce front en écoulement a une pente très forte (typiquement 40° pour des billes de verre), et se propage vers l'intérieur en laissant derrière lui un cône dont la pente est proche de l'angle final (de l'ordre de 24° pour les billes de verre). La profondeur de l'écoulement est petite, comme l'indiquent la longue durée d'écoulement et la stabilité de la région centrale avant que celle-ci ne soit érodée par le front.

L'utilisation de sable avec des grains de couleurs variées montre que les grains dans la partie supérieure en écoulement accélèrent quasi librement, atteignant rapidement une vitesse élevée. Sur la région du cône final au contraire, leur vitesse est petite et approximativement constante (figure 3.5). La transition abrupte entre



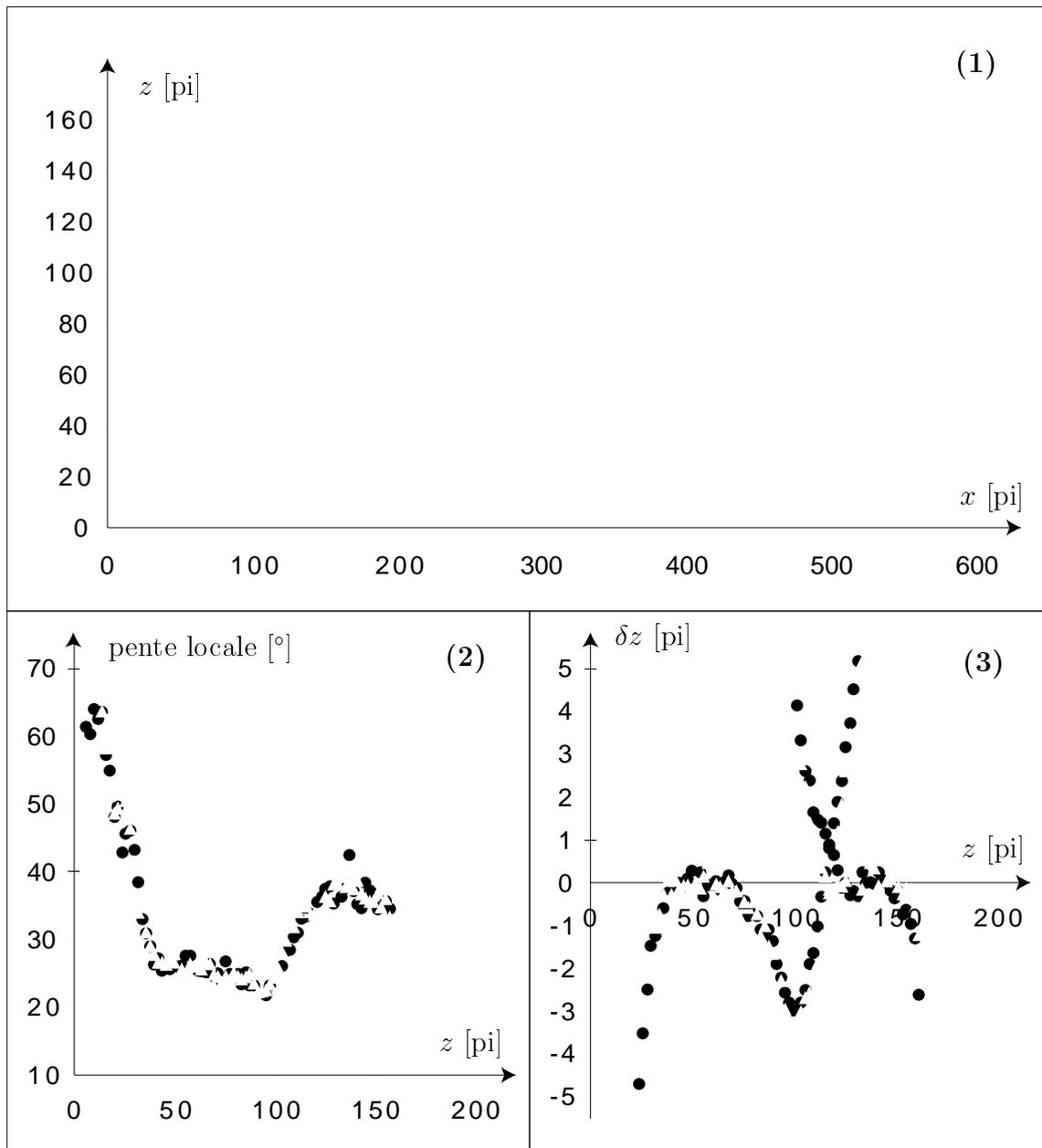


FIG. 3.6. – (1) Un profil intermédiaire de la figure 3.4b. (2) La pente locale de ce profil, en fonction de la hauteur z , pour les cotés gauche (cercles pleins) et droit (triangles vides). On y voit la présence simultanée de deux régions de pente presque constante. (3) L'écart aux fits linéaires sur ces deux plateaux. Le creux à la transition ($z \approx 100$) est un ressaut hydraulique d'un écoulement mince et rapide (accélééré) vers une couche épaisse à basse vitesse.



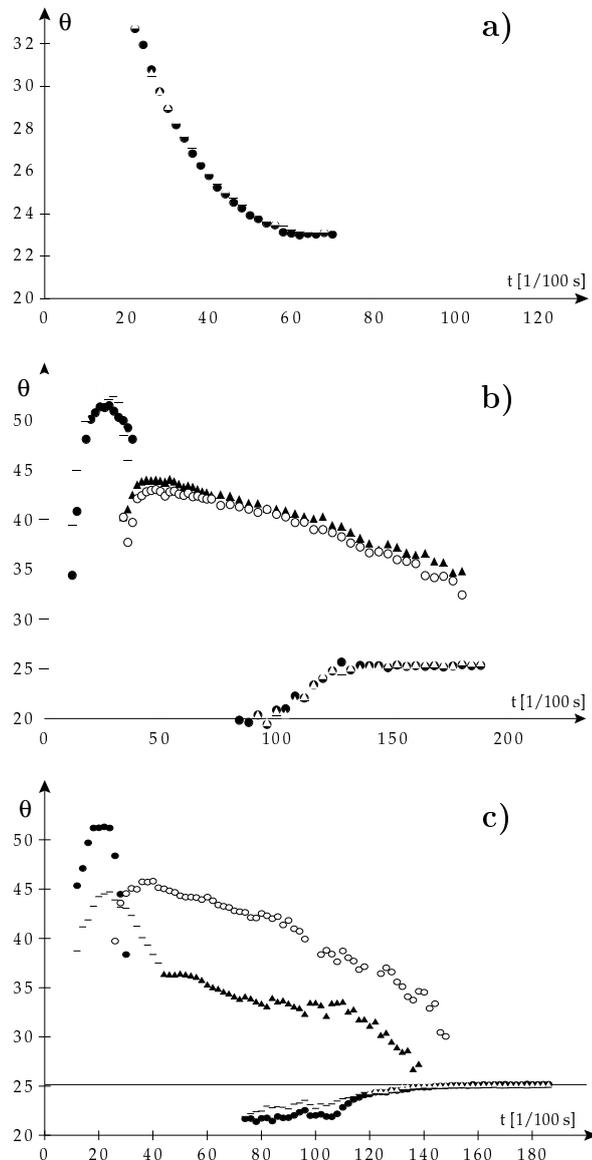
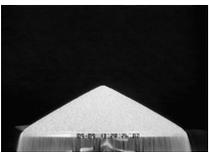


FIG. 3.7. – Évolution temporelle des pentes des profils de la figure 3.4. Les triangles et cercles représentent les cotés droit et gauche respectivement. L'enlèvement du cylindre marque l'origine du temps, et le dernier temps sur l'axe correspond à peu près à la chute du dernier grain de la pile. **a)** Relaxation exponentielle dans le cas peu dense. **b)** Dans le cas dense, il y a deux régions : l'ensemble supérieur de points correspond à la région pentue, l'autre à la région extérieure de faible pente. La première fracture conduit à des angles d'environ 52° , et est suivie d'une deuxième fracture à $t = 0.35$ s à un angle de 43° . La décroissance est ensuite nettement plus lente que dans le cas **a**. **c)** Cas asymétrique : Il y a un écart d'à peu près 10° entre les pentes droite et gauche de la région supérieure, alors que les pentes finales sont identiques.



les deux régimes d'écoulement induit la formation d'un «ressaut hydraulique» (figure 3.6). Par conservation de la masse, la couche accélérée est nettement plus mince que l'écoulement lent dans la partie inférieure. De la différence entre les deux régions, on peut déduire que dans la partie supérieure, l'écoulement ne semble limité uniquement par l'érosion, c'est-à-dire la capacité des grains de se détacher de l'empilement dense. Une fois en mouvement, les grains semblent à peine interagir avec les grains sous-jacents (chute presque libre). Quand ils arrivent dans la région inférieure, les grains coulent sur une pente plus faible sur les grains immobiles du cône final. Ils ressentent donc une friction plus grande qui conduit à une vitesse réduite.

L'évolution temporelle des pentes est visible dans la figure 3.7b. Contrairement au cas lâche, on peut définir une pente de l'écoulement bien plus tôt après l'enlèvement du cylindre, et cette pente se situe à un angle plus grand. Elle ne décroît ensuite que lentement (presque linéairement, alors que dans le cas lâche la décroissance est exponentielle). Le cône final apparaît en même temps, au fur et à mesure que la partie supérieure rétrécit.

Grâce à la méthode de pluviation, nous pouvons faire une série de mesures en faisant varier continûment la compacité du lâche au dense. L'évolution des angles est reportée dans la figure 3.8 pour quatre densités. La première observation est que la transition entre les deux régimes d'écoulement est continue. La région à forte pente persiste de plus en plus longtemps avec compacité croissante, et part de pentes de plus en plus grandes. L'absence de la discontinuité observée dans la figure 3.7b (la «deuxième fracture») est due à la présence du fond rugueux. La deuxième observation est que la région inférieure converge toujours aussi rapidement vers sa valeur finale. On peut donc se demander s'il n'y a pas toujours deux transitoires en même temps : l'un exponentiel et très rapide (puisque le temps caractéristique est de l'ordre du temps de chute libre sur la hauteur du cylindre) ; l'autre plus lent, avec une décroissance de la pente approximativement linéaire, et dont l'amplitude dépend de la compacité. Ce dernier serait simplement noyé dans le premier pour de très basses densités, pour lesquelles il ne semble y avoir que la relaxation exponentielle. Plus précisément, le premier processus serait lié à la chute de la matière mise en mouvement instantanément par une fracture, qui a bien lieu dans tous les cas, et qui met un certain temps à s'écouler. Le deuxième processus serait lié quand à lui à la mobilisation des grains par l'écoulement superficiel, et par conséquent dépendrait de la dynamique détaillée de la couche et notamment de la densité de l'échantillon. Pour observer même à basses densités le deuxième mécanisme, il suffirait d'après ces hypothèses de changer la taille de la cellule. En effet, le temps de relaxation de la partie fracturée serait proportionnel à la racine carrée de la taille du cylindre (temps de chute libre), alors que la durée de l'érosion, à supposer qu'elle progresse à la même vitesse vers le centre du talus, croîtrait comme la taille elle-même. L'expérience n'a malheureusement pas été entreprise par manque de temps. Une autre possibilité serait de modifier le montage pour supprimer l'écoulement lié à la fracture, en utilisant à la place du cylindre une paroi penchée vers l'intérieur en cône tronqué au bon



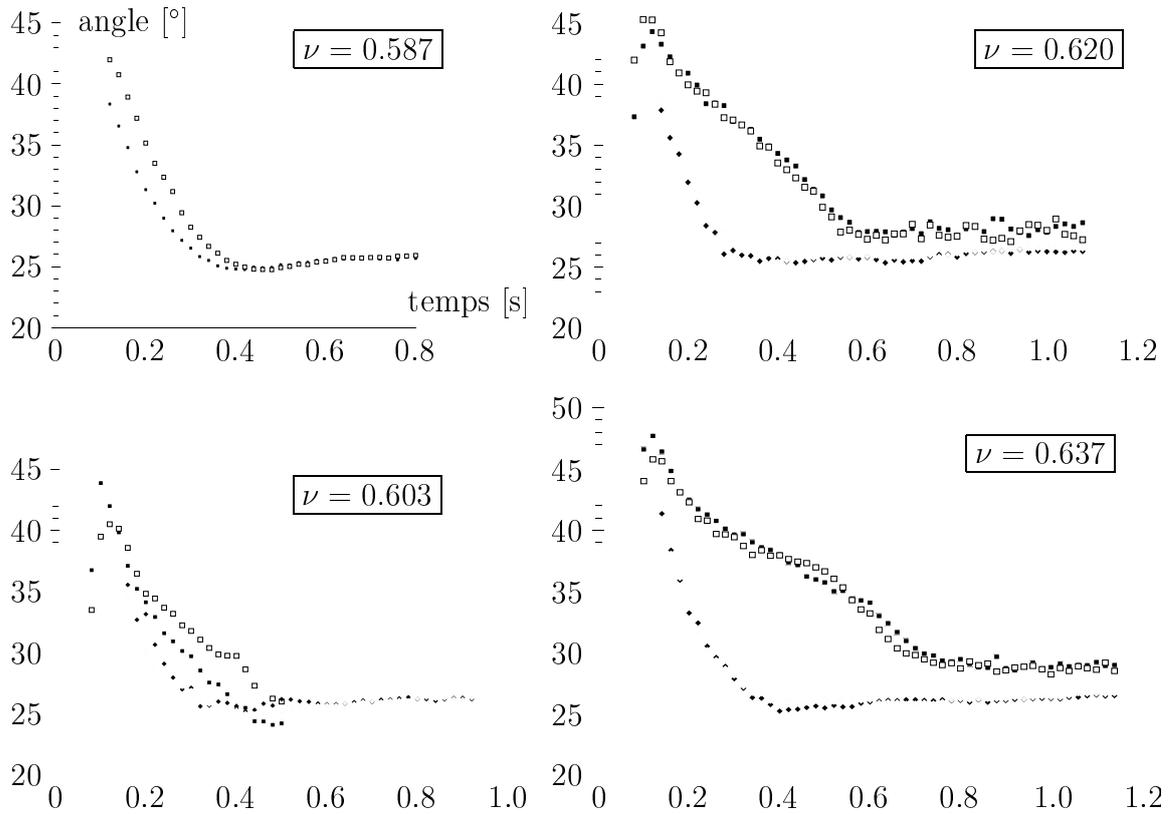


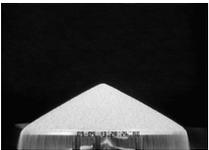
FIG. 3.8. – Évolution temporelle des angles du tas pour quatre compacités ν allant du cas lâche au cas dense. Les symboles creux et pleins représentent respectivement le coté droit et gauche, les carrés et losanges correspondent aux régions supérieure et inférieure. On observe une transition continue. À l'inverse de la figure 3.7b, il n'y a plus de deuxième fracture, parce que ces mesures ont été effectuées avec un support rugueux.

angle. Mais hormis les problèmes que cette forme pose à la préparation, elle risque de perturber l'écoulement par l'appel d'air qu'elle engendre lorsqu'elle est retirée vers le haut.

3.3.2. Persistance de l'asymétrie du remplissage

La série de profils de la figure 3.4c et les angles correspondants 3.7c montrent l'évolution d'un tas préparé selon la méthode **c**. On constate une forte asymétrie gauche-droite, qui atteint près de 10° pendant l'écoulement (figure 3.7c). La surface libre du milieu granulaire était inclinée de gauche à droite pendant la convection, le sommet ayant donc été du coté où les pentes sont plus faibles pendant l'écoulement.

Pour comprendre cette asymétrie, rappelons l'expérience de Grasselli & Herrmann (1997), qui a montré la dépendance des angles de démarrage et d'arrêt de la prépa-



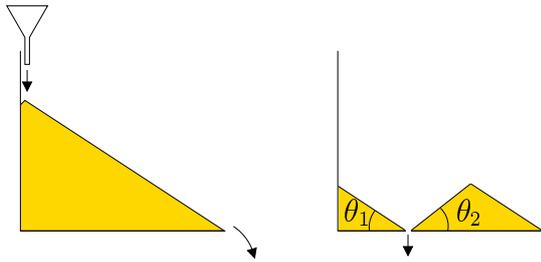


FIG. 3.9. – Schéma de l'expérience de Grasselli & Herrmann (1997). L'inégalité observée $\theta_1 < \theta_2$ montre qu'il y a une mémoire de la préparation.

ration du milieu granulaire (figure 3.9). Un talus est d'abord formé en remplissant d'un côté une cellule. Ensuite une trappe est ouverte sous le talus, créant un trou en forme d'entonnoir. On trouve alors deux angles différents de part et d'autre, ce qui est interprété comme un effet de mémoire provenant de la formation du talus par avalanches successives. Il est toutefois plausible d'attribuer cette mémoire à une stratification avec une variation de densité au passage d'une couche à l'autre. En effet, Makino & Kuramitsu (1988) ont analysé par imagerie aux rayons X plusieurs méthodes industrielles de remplissage, et ont retrouvé dans tous les cas des variations de densité dues aux avalanches.

Dans l'expérience de Grasselli & Herrmann, la pente finale qui va dans le même sens que la pente du talus initial (angle θ_1 dans la figure 3.9) est plus faible que l'opposée. On peut en conclure que les grains coulent plus facilement dans la direction dans laquelle ils ont déjà coulé lors du remplissage. C'est effectivement ce que nous observons pour une méthode de préparation semblable à celle de l'expérience de Grasselli & Herrmann : remplissage également par un entonnoir d'un côté de la cellule, avec en plus un choc vertical périodiquement toutes les quelques secondes, délivré avec un marteau à la base³. L'entonnoir est remonté au fur et à mesure que le cylindre se remplit, pour garder la hauteur de chute des grains constante afin d'éviter une source potentielle d'inhomogénéités en densité. La compacité résultante est faible, et l'écoulement de la figure 3.13 montre par conséquent une décroissance rapide. L'écoulement est clairement asymétrique. La pente la plus douce des deux va dans le même sens que la pente du talus avant qu'il ait été arasé au niveau du cylindre. Dans le cas de la préparation par convection (méthode **c**), on observe l'inverse, ce qui signifie que la structure interne n'a pas la même orientation vis-à-vis de la surface. C'est un argument en faveur de l'explication de la convection donnée précédemment (page 121), puisque la structure interne serait la signature du cisaillement vers le centre du tas subi par le matériau à chaque rebond (figure 3.3). On a donc à nouveau une situation où les grains coulent le plus facilement dans la direction du cisaillement précédent. Ce cisaillement cependant est continu, et non pas une série d'avalanches discrètes. L'argument des variations de densité ne peut par conséquent pas être in-

³Sans le choc, on n'observe plus d'asymétrie. Soit l'effet est trop petit par rapport aux erreurs de mesure pour être décelé, soit l'échantillon est encore moins dense et donc fragile et se réorganise trop tôt pour que cela ne se voie.



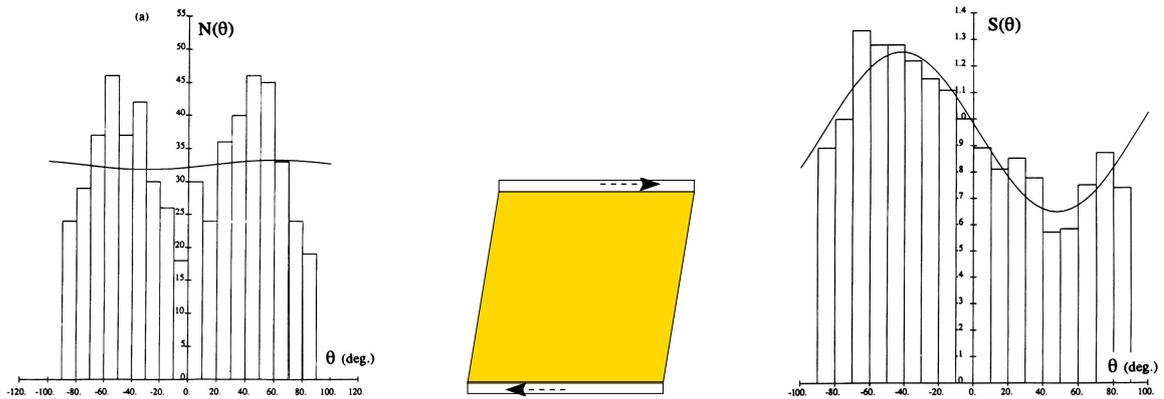
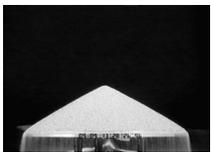


FIG. 3.10. – Anisotropie de l'orientation des contacts dans un ensemble de disques polydisperse à deux dimensions (Calvetti et al., 1997). **gauche** Le remplissage sous l'effet de la pesanteur crée déjà une distribution anisotrope des contacts. $N(\theta)$ est le nombre de contacts dont l'angle entre la normale au plan de contact et la verticale est dans un intervalle autour de θ . **milieu et droite** Lors du cisaillement de cet échantillon, la distribution des contacts change ($S(\theta) = N^+(\theta)/N(\theta)$ est le rapport des distributions de contacts après et avant). Une explication qualitative de cette évolution est donnée dans la figure 3.11).

voqué ici. On sait par ailleurs que les propriétés mécaniques d'une couche granulaire ayant subi un cisaillement deviennent anisotropes (Calvetti et al., 1997; Biarez & Wiendiek, 1963; Kanatani, 1984; Oda et al., 1982). En l'absence de variations de densité, cet effet est attribué à une anisotropie de la distribution des contacts entre grains. Des expériences (Matsuoka et al., 1988; Calvetti et al., 1997) et des simulations numériques (Campbell & Gong, 1986) montrent la production d'anisotropie des contacts lors d'un cisaillement (voir figures 3.10 et 3.11). Il est plausible que cette anisotropie joue aussi un rôle pour la mise en mouvement du milieu granulaire. Le mécanisme n'est néanmoins pas clair. La cause pourrait être directement liée aux contacts : le matériau deviendrait plus fort dans la direction où un grand nombre de contacts permettraient aux chemins de forces de mieux stabiliser l'empilement. Mais la cause pourrait être liée plus subtilement à la texture, qui aurait acquis une qualité particulière au cours du cisaillement pour cette déformation précise. Pour donner un exemple, on pourrait imaginer que les grains s'organisent d'une façon qui minimise la frustration de la rotation au sein de la couche. En se figeant, elle garde une propriété qui facilite un redémarrage dans le même sens, puisque la friction est réduite.

En résumé, l'asymétrie provient vraisemblablement d'une texture particulière du milieu granulaire, résultat du cisaillement lors de la préparation. Cet effet est tel qu'il favorise la déformation dans le même sens que le cisaillement préalable, une propriété qu'on observe également pour des écoulement de surface figés ou des tests mécaniques triaxiaux. Des simulations numériques montrent que cette fragilisation a pour signature une anisotropie de la distribution des contacts, mais le lien avec les



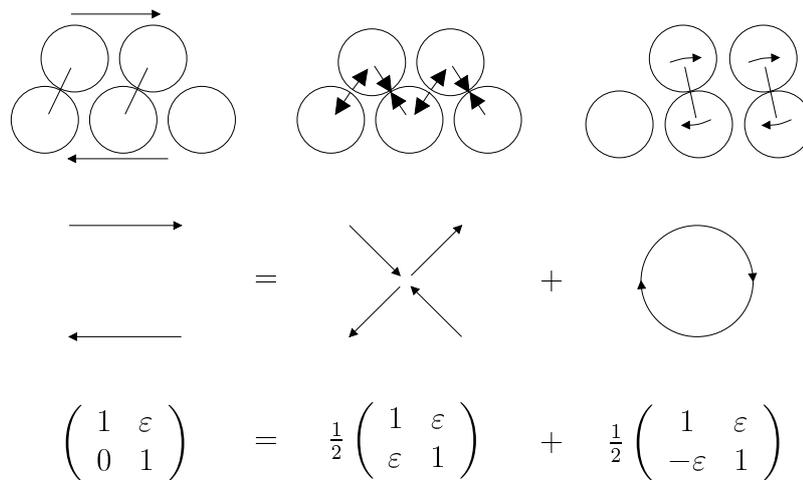


FIG. 3.11. – Argument heuristique pour l’anisotropie des contacts entre grains lors d’un cisaillement. Le cisaillement peut être décomposé en un étirement et une rotation. La direction de compression sert de source de contacts, celle d’étirement de puits. Les contacts s’ouvrent en partie déjà en tournant vers la direction d’étirement, ce qui fait que la distribution des contacts est maximale dans la direction de compression.

propriétés mécaniques n’est pas clair.

3.3.3. Profils finaux

Dans le cas asymétrique à fond lisse, le profil final est presque symétrique (sauf au sommet, voir figure 3.12), alors que le transitoire ne l’est pas (figures 3.4c et 3.7c). De la même manière, les angles finaux sont proches entre le cas dense et le cas lâche (la différence d’angle est de l’ordre de 2.5°), alors qu’ils sont très différents pendant le transitoire. Cette perte de mémoire peut être interprétée comme étant le résultat d’un processus de recuit : Dans le cas lâche **a**, l’écoulement s’étend profondément à l’intérieur de la pile. et l’évolution finale du profil peut être vue comme le gel de cet écoulement profond. Suite au mouvement, la couche figée n’a plus la mémoire de la densité initiale, comme un verre liquéfié puis refroidi ne se rappelle plus la configuration initiale, mais seulement la dynamique du refroidissement. On a le même effet dans le cas dense : même si la couche mobile est beaucoup plus fine dans la partie supérieure, elle s’élargit sur le cône final. En outre, l’impact de la couche accélérée sur le cône final pourrait provoquer des réarrangements en profondeur. Il est donc naturel que les profils finaux soient semblables. Cette interprétation en termes de recuit permet également d’expliquer pourquoi le sommet, qui est nettement plus pointu dans le cas dense (figure 3.4b) que dans le cas lâche **a** semble garder la mémoire de la compacité initiale : il n’a pas été recuit puisqu’il émerge à écoulement presque nul, et n’est donc pas recouvert d’une couche figée. Cela se voit encore dans la figure 3.12,



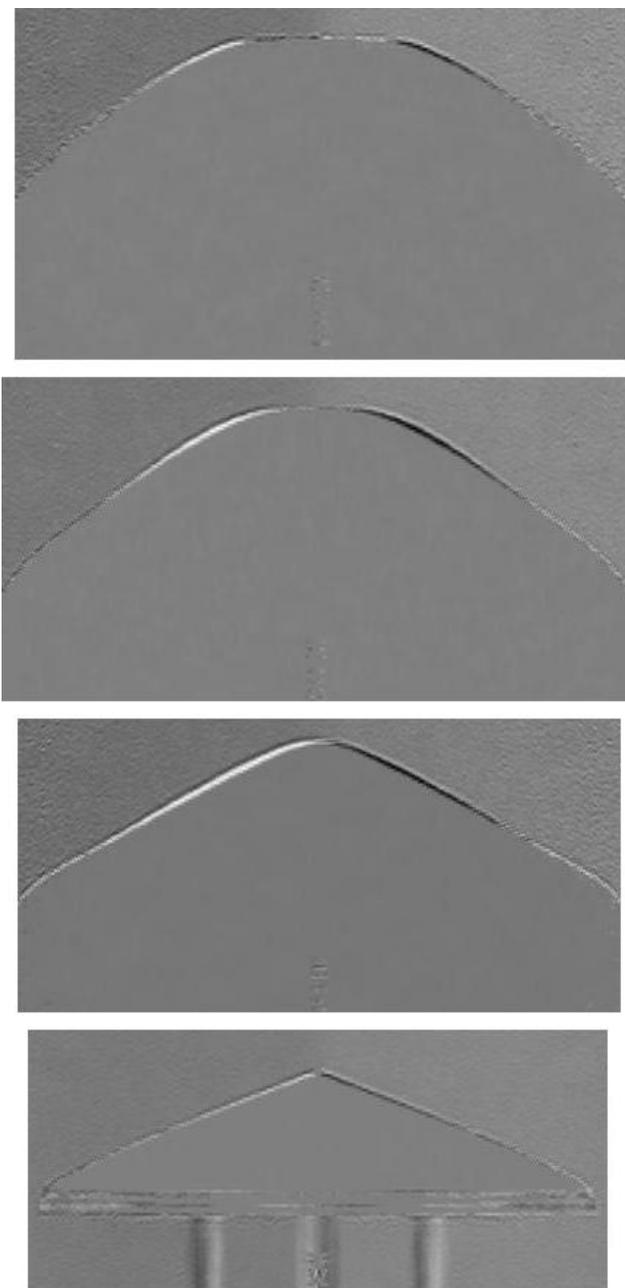


FIG. 3.12. – Séquence d'un transitoire asymétrique. Les images sont des différences entre un cliché et sa copie réfléchie sur un miroir vertical. À la fin de l'écoulement (bas), le sommet reste asymétrique. On voit en bas que la caméra est bien alignée avec le support, dont l'horizontalité est réglée préalablement à l'aide d'un niveau à bulles.



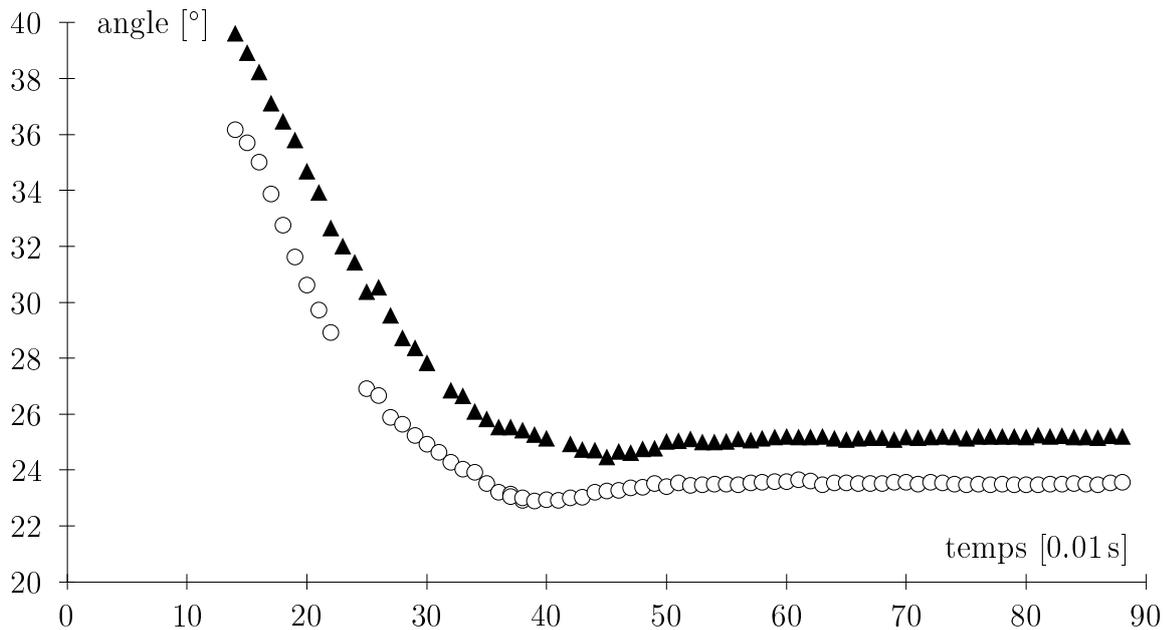
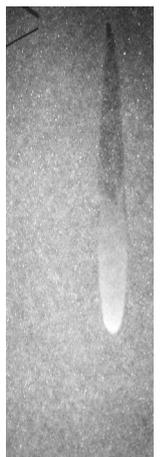


FIG. 3.13. – Évolution des angles d'un tas lâche asymétrique. Le cylindre a été rempli à l'aide d'un entonnoir près de la paroi, en donnant périodiquement une secousse à l'échantillon. Grâce au fond rugueux utilisé dans cette expérience, l'écart des pentes persiste dans l'état final.

où le sommet reste légèrement asymétrique dans l'état final. Considérons encore la figure 3.13, qui diffère des autres cas par un fond rugueux. On observe que l'asymétrie persiste ici également dans l'état final. Le fond rugueux empêche probablement une déformation à l'intérieur du cône final, qui a lieu autrement au cours de l'écoulement de surface. De cette manière, il étend l'asymétrie au talus entier.

On peut également remarquer que le bas du tas est toujours arrondi dans l'état final, alors que ce n'est pas le cas pendant le transitoire. Quelques profils du tas vers la fin de l'écoulement ont été supprimés dans la figure 3.4 pour montrer que la pente est toujours mieux définie pendant l'écoulement qu'à la fin. Pour expliquer les parties basses convexes, rappelons-nous que la présence du fond modifie l'angle de repos du sable (partie 2.3). Près du bord, l'écoulement à la surface du tas peut donc se figer à un angle plus élevé pour lequel il devient localement stable. A partir de la décroissance exponentielle de l'effet, nous pouvons obtenir la forme du pied du talus (voir encadré). Notons que même le fond «lisse» (aluminium repris au tour) produit un pied convexe, traduisant un accroissement du frottement au fond. Des expériences sur du cuivre poli et des billes d'une taille allant jusqu'à $450\text{--}800\ \mu\text{m}$ montrent que la pente peut être au mieux une droite, mais semble-t-il pas concave. Un profil concave près du bord apparaît toutefois naturellement lorsque les effets inertiels sont importants. Alonso & Herrmann (1996) décrivent par exemple une expérience de formation d'un talus (2D)



sur un plan sans bord, et trouvent des «queues» d'étalement en bas du tas. Dans leur cas, une partie des grains versés parvient cependant en bas du tas en faisant des vols balistiques (saltation). Les petits tas de la figure 1.4 page 17 illustrent bien l'effet d'une injection à grande énergie. Comme dans l'expérience de Alonso & Herrmann, l'arrondi en bas du talus a alors un rayon de courbure comparable à celui du sommet.

Pied arrondi et effet de fond. L'arrondi au pied d'un talus peut se comprendre en termes de variation de friction. L'expérience du plan incliné et les mesures de Pouliquen & Renaut (1996) montrent que le comportement d'un milieu granulaire près d'un fond rugueux d'une paroi solide peut se comprendre comme une variation de la friction en fonction de la distance à la paroi solide (équation (2.1) page 53) :

$$\mu(h) = \mu(\infty) + \Delta\mu \cdot \exp(-h/h_0), \quad (3.1)$$

l'épaisseur de la couche limite étant de l'ordre de $h_0 = 2d$. Le paramètre $\Delta\mu$ dépend beaucoup de la nature du fond. Pour la feutrine, il est de l'ordre de $\mu(\infty)$, portant l'angle maximal de stabilité d'une couche mince de 24° à 45° . Pour un fond constitué des mêmes grains, collés, l'augmentation est de quelques degrés. On peut éventuellement imaginer que $\Delta\mu$ devienne négatif pour des surfaces très lisses (voire aussi la discussion page 54). Pour un talus, la variation implique que l'angle de surface θ ne sera pas le même près de la base :

$$\tan \theta = \mu(h) \quad (3.2)$$

Avec $\tan \theta \simeq \partial h / \partial x$, l'équation devient

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \mu_\infty + \Delta\mu \cdot \exp(-h/h_0). \quad (3.3)$$

En prenant comme variable l'écart à la pente du talus loin du périmètre, $h^* = \mu_\infty x + h$, nous obtenons une équation dont nous pouvons séparer les variables :

$$\exp(-h^*/h_0) \cdot dh^* = \Delta\mu \cdot \exp(-\mu_\infty x/h_0) \cdot dx$$

L'intégration avec la condition $h^*(x=0) = 0$ conduit à

$$h^* = h_0 \ln \left[1 + \frac{\Delta\mu}{\mu_\infty} (1 - \exp(-\mu_\infty x/h_0)) \right],$$

ou encore pour la hauteur absolue h :

$$h = h_0 \ln \left[\frac{\mu_\infty + \Delta\mu}{\mu_\infty} \exp(-\mu_\infty x/h_0) - \frac{\Delta\mu}{\mu_\infty} \right],$$

L'écart maximal à la droite vaut $h^*(x \rightarrow \infty) = h_0 \ln(1 + \Delta\mu/\mu_\infty) \approx h_0 \Delta\mu/\mu_\infty$ ce qui donne avec les paramètres μ_∞ et $\Delta\mu$ mesurés sur le plan incliné (figure 2.10, fond de feutrine et billes légèrement plus petites qu'ici) un abaissement du bas du profil de 1.1 mm. Pour le rayon de courbure du bas du profil, $R \approx h_0 \Delta\mu/\mu_\infty / (1 - \cos \text{atan} \Delta\mu)$, on obtient une valeur de de 6 mm. Ces valeurs sont en bon accord avec les valeurs mesurées sur les profils finaux de tas denses **b** et **c** de la figure 3.4, et sous-estiment

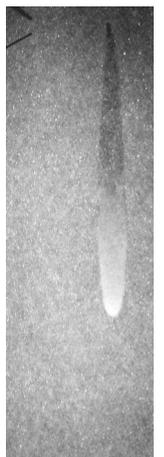


légèrement celles provenant du tas lâche (**a** de la même figure).

3.4. Discussion

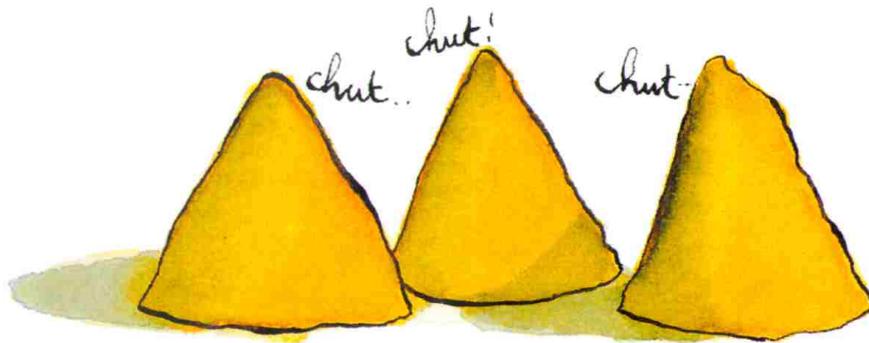
Si l'on condense les observations sur les «châteaux de sable ratés» en une, on constate simplement que la préparation de l'expérience joue un rôle primordial pour ce qu'on observe. Cette conclusion est sans doute valable pour presque toutes les expériences dans les milieux granulaires. Il peut facilement arriver soit qu'on soit en train de biaiser ses résultats sans le savoir par le choix du protocole de préparation dans une expérience donnée, soit qu'on produise des fluctuations (dus à la structure interne) suffisamment importantes pour que l'effet qu'on souhaite mesurer soit noyé. Il existe effectivement plusieurs exemples d'expériences qui donnaient des résultats aléatoires jusqu'au jour où quelqu'un avait appris à préparer l'expérience de manière suffisamment contrôlé et reproductible. Pour nommer un exemple, la recherche sur la transmission de forces à travers un milieu granulaire s'est pendant un temps focalisée sur la question de l'existence d'un minimum de pression sous un talus de sable, dû selon les uns à un effet de voûtes et impossible selon les autres à cause du caractère élasto-plastique du matériau. Les résultats expérimentaux étaient contradictoires entre groupes différents (Savage, 1998), jusqu'à ce que Vanel et al. (1999) montrent qu'on pouvait avoir ou ne pas avoir de minimum de pression en modifiant simplement la préparation. On peut demander qu'elle est l'importance de la structure interne sur le plan incliné. La réponse semble dépendre de l'angle auquel on travaille, ou plus précisément de l'épaisseur de la couche : les phénomènes de berges, d'inhomogénéités de l'épaisseur après la préparation sont observés dans des couches épaisses (partie 2.6.2), mais pas dans des couches minces. Les fluctuations observées par exemple sur les mesures de l'épaisseur d'arrêt h_{stop} de la couche (figure 2.22) sont d'autant plus importantes que la couche est épaisse. La lecture inverse (figure 2.10) du graphe donne une réponse possible : La pente $d\mu/dh_{\text{stop}}$ de la courbe est la variation du frottement avec la distance au plan. Plus cette pente est raide (c'est-à-dire plus on est près du fond), mieux la hauteur d'arrêt est définie. Une couche mince s'arrête partout à la même hauteur, alors qu'une couche épaisse peut se figer presque indifféremment à n'importe quelle hauteur, puisque la friction en dépend peu.

Nous avons insisté seulement sur la conclusion de «mise en garde» contre les effets de mémoire. L'expérience des «châteaux de sable ratés» mériterait plus d'intérêt pour sa dynamique propre, que nous avons essayé de discuter déjà un peu avec les résultats. En ce qui concerne le modèle présenté dans la conclusion, le fait de ne pas avoir accès à la profondeur de l'écoulement en limite l'exploitation. En revanche, les transitoires rapides à la formation du talus peuvent être une bonne épreuve pour la modélisation, surtout si nous essayons d'y intégrer des effets de structure interne. Nous ne l'avons simplement pas tentée par manque de temps.





4. Conclusion



- secret des Kas - 

©1996 Jean-Vincent Sénac – Histoire de Voir éditions, Paris



Sommaire

4.1. Modélisation	139
4.2. Avalanches triangulaires et remontantes	139
4.2.1. Modèle de percolation	139
4.2.2. Modèle avec mobilisation/dépôt	144
4.2.3. Modèles continus	147
4.3. Modélisation d'écoulements de surface	149
4.3.1. Encore une ?	149
4.3.2. Équations de conservation	150
4.3.3. Profil de vitesse	152
4.3.4. Force	155
4.3.5. Généralisation : 3D, gradient variable,	157
4.3.6. Discussion	161
4.4. Synthèse	162
4.4.1. Préparation	162
4.4.2. Sous-criticité	163
4.4.3. Mobilisation	164
4.4.4. Perspectives	164



4.1. Modélisation

Les deux expériences que nous avons vu dans les chapitres précédents produisent une grande richesse de phénomènes. Nous avons réussi à en tirer quelques propriétés simples de la dynamique du sable dans ces géométries (effets de fond, de compacité, de structure, sous-criticité, piégeage, auto-similarité, équilibres dynamiques, . . .). Dans cette conclusion nous allons tenter d'aller plus loin en essayant de modéliser les écoulements à partir de ce que nous avons compris. Dans la première partie, nous revenons sur les avalanches sur le plan incliné, pour lesquelles plusieurs modèles ont été proposés. L'existence de deux régimes d'avalanches et les caractéristiques de la transition s'avèrent être une épreuve contraignante pour ces modèles. Dans la deuxième partie nous nous plaçons dans un cadre plus général, en traitant le problème d'écoulements granulaires de surface quelconques. Nous utiliserons les observations expérimentales pour compléter un ensemble d'équations de conservation.

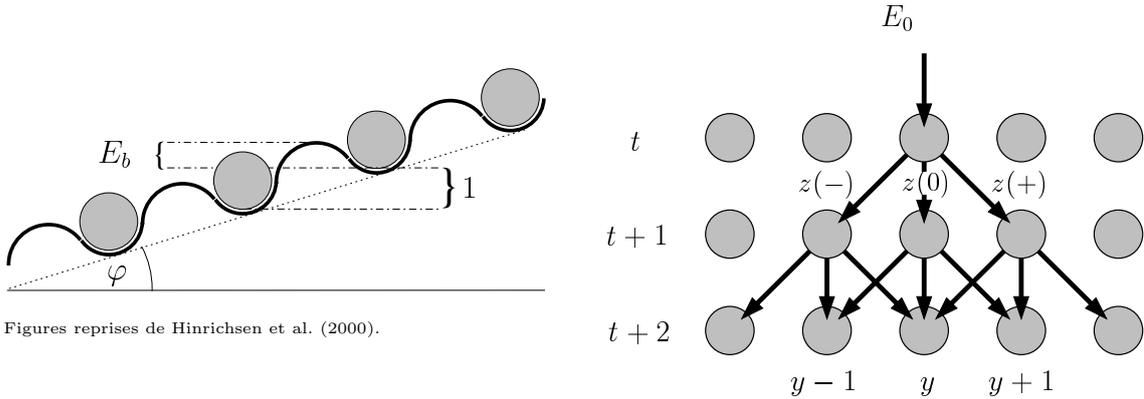
4.2. Avalanches triangulaires et remontantes

Il y a plusieurs idées de modélisation de des mécanismes de propagation que nous avons discutés dans les parties 2.5.5 et 2.5.6, qui peuvent être approximativement départagées en deux approches complémentaires : le point de vue microscopique et le point de vue macroscopique. Ou pour être plus précis, une approche discrète et l'autre continue. Le contenu «physique», au sens d'une référence aux observations expérimentales et d'une correspondance claire entre paramètres et mesures, varie lui aussi, et il est intéressant de voir quels éléments essentiels de la réalité ont été retenus dans chaque approche.

4.2.1. Modèle de percolation

L'entraînement latéral dans les avalanches triangulaires, et la description que nous en avons fait en termes de transmission d'impulsion vers les voisins immobiles ont inspiré Hinrichsen, Jiménez-Dalmaroni, Rozov, & Domany à construire un modèle discret pour les avalanches triangulaires selon cette idée de «contamination» : il s'agit d'un automate cellulaire à une dimension spatiale, dont les sites (assimilés aux grains) peuvent passer d'un état «immobile» au «mouvement» en fonction de leur état et de ceux de leurs voisins au temps (discret) précédent. L'analogie avec les avalanches est plus apparente si on considère la représentation spatio-temporelle de la chaîne de sites. Dans cette vision «déroulée», le modèle est un réseau carré de sites (les deux dimensions t, y étant discrètes), dont la ligne numéro $t + 1$ évolue en fonction de la ligne de sites au numéro t . L'idée physique est de ne considérer que les grains à la surface de la couche et de n'en retenir que deux propriétés :





Figures reprises de Hinrichsen et al. (2000).

FIG. 4.1. – **gauche** Les grains de la surface sont piégés dans les creux des grains inférieurs, modélisés par un potentiel périodique avec des puits de profondeur E_b . **droite** Ces grains peuvent être délogés par des grains mobiles. Au temps t , chaque grain mobile dans la rangée t transmet une fraction $z(\delta)$ de son énergie cinétique à son voisin en aval à la position $i + \delta$. Un grain de la rangée $t + 1$ se met alors en mouvement s'il a acquis une énergie supérieure à E_b . Initialement, un seul grain est mobile avec une énergie E_0 .

1. les grains sont initialement immobiles, piégés dans les creux formés par les grains sous-jacents (figure 4.1 **gauche**).
2. un grain peut être dépiégé par des grains en amont s'ils lui communiquent suffisamment d'énergie (figure 4.1 **droite**).

Dans le modèle on associe à chaque site du réseau deux variables d'état : $S_y^t \in \{0, 1\}$ est une variable discrète qui indique si le grain est mobile (1) ou non (0). E_y^t est son énergie cinétique (en unités de la différence de potentiel entre deux sites, voir figure 4.1 **gauche**). La dynamique est la suivante :

- à chaque instant t , on ne fait évoluer que la rangée de sites t . Cette règle est entièrement arbitraire, elle sert juste à réduire le modèle à une dimension spatiale effective, ce qui permet de faire l'analyse théorique en 1+1 dimensions (de toute façon, les règles suivantes sont telles que les rangées de sites évolueraient indépendamment).
- L'énergie cinétique d'un site est augmentée d'une unité, correspondant au gain en énergie du grain qui dévale la pente.
- Cette énergie est distribuée sur les sites de la rangée $t + 1$. Pour faire cela, on tire pour chaque site en mouvement trois poids aléatoires $z_y^t(\delta)$, $\delta = -1, 0, +1$ de somme 1, qui indiquent la fraction transférée vers chacun des trois voisins en aval. Une fraction f de l'énergie est ensuite dissipée. Au total, le grain $(t+1, y)$ reçoit une énergie

$$\Delta E_y^{t+1} = (1 - f) \sum_{\delta=\pm 1, 0} S_{y-\delta}^t (1 + E_{y-\delta}^t) z_{y-\delta}^t(\delta). \quad (4.1)$$



- Seuls les sites $t + 1$ ayant ainsi reçu une énergie supérieure à E_b deviennent actifs (se mettent en mouvement) à leur tour :

$$S_i^{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta E_i^{t+1} > E_b, \\ 0 & \text{si } \Delta E_i^{t+1} \leq E_b. \end{cases} \quad (4.2)$$

Les énergies des sites de la rangée $t + 1$ sont alors données par

$$E_i^{t+1} = S_i^{t+1} \Delta E_i^{t+1}. \quad (4.3)$$

Le modèle est régi par deux paramètres : le seuil de piégeage E_b et la fraction d'énergie dissipée f . On reconnaît là deux grandeurs importantes dans l'exemple modèle d'un grain isolé sur une pente rugueuse (Quartier et al., 2000) décrit dans l'introduction (page 21). L'équilibre entre la dissipation lors des chocs et le gain au passage d'un creux à l'autre y détermine la vitesse à l'équilibre (ici, ce sera l'énergie moyenne et donc le potentiel d'amplification), et la taille du piège comparée à cet équilibre définit l'angle dynamique. En dessous de cet angle (c'est-à-dire au-dessus de la taille critique du piège dans le modèle), toute l'énergie finit par être dissipée et le système s'immobilise. Au dessus, une perturbation dans le modèle de Hinrichsen et al. gagne de l'énergie et s'amplifie en mobilisant des voisins. Considérant que les sites mobiles S_y^t forment un amas croissant dans une direction (t), on a une transition entre un régime où tout amas reste fini, et un autre où tout amas est infini. Le modèle appartient à la même classe que le modèle simple de *percolation dirigée* avec la même transition, comme presque tous les modèles qui ont une transition entre une phase active et un état absorbant.

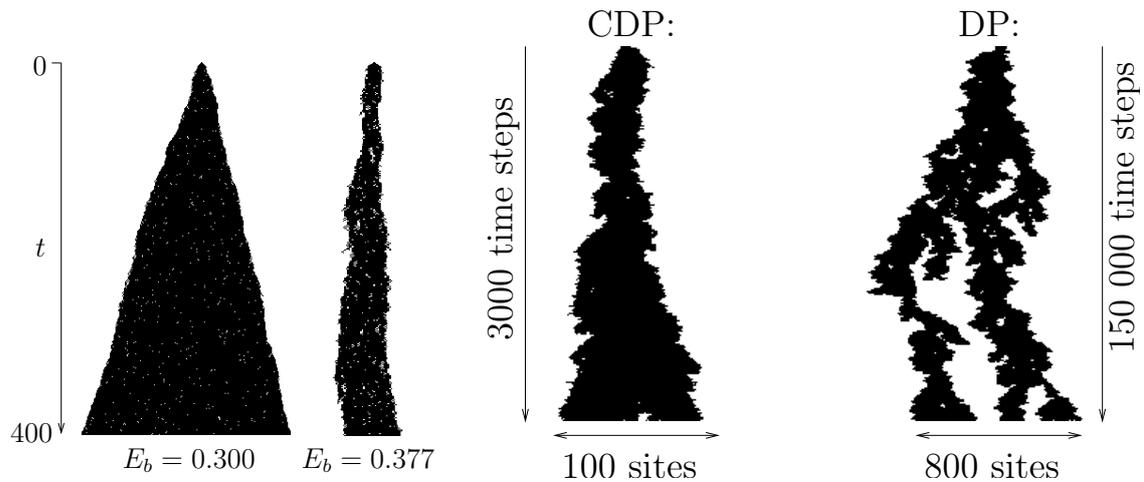
L'une des motivations principales des auteurs du modèle était de trouver une réalisation expérimentale de cette transition depuis longtemps étudiée par les théoriciens (Hinrichsen, 2000). Les milieux granulaires paraissent effectivement être un bon candidat :

1. Il y a une séparation claire entre un état au repos et un état mobile fluctuant.
2. Autour de l'angle critique en deçà duquel tout mouvement se fige et au-delà duquel celui-ci peut se maintenir indéfiniment (l'angle dynamique φ_{stop}), l'état statique est effectivement absorbant¹. Le fait que le milieu se mette spontanément en mouvement à φ_{start} n'a pas d'importance puisque cet angle est à une distance «finie» du point critique pertinent, l'angle d'arrêt φ_{stop} .

D'un autre côté, les traces d'avalanches sont compactes, alors que les amas en percolation directe sont en général branchés, autrement dit contiennent des trous de sites immobiles (figure 4.2 **droite**). Dans une étude théorique et numérique du modèle (Hinrichsen et al., 2000), les auteurs montrent que leur modèle concilie les deux aspects. À des temps courts, il produit bien des amas compacts triangulaires (figure 4.2 **gauche**) qui ressemblent aux traces d'avalanches triangulaires. Même la

¹«absorbant» au sens de la percolation directe, c'est-à-dire au sens où, même au dessus du point critique, un système statique ne se mobilise pas spontanément. Il doit être «contaminé» par l'état mobile.





Figures reprises de Hinrichsen et al. (2000).

FIG. 4.2. – **gauche** Traces d’avalanches obtenus par simulation numérique du modèle de Hinrichsen et al. (1999). **droite** À temps long, les traces changent d’une forme compacte vers une forme branchée.

rugosité du bord se retrouve dans l’expérience. De surcroît, l’angle d’ouverture de ces amas augmente linéairement avec l’écart au seuil $E_b^c - E_b$, ce qui correspond aux mesures expérimentales (figure 2.21) si l’on admet que $E_b^c - E_b \sim \delta\varphi$ (voir figure 2.16). Mais ce régime de percolation directe compacte ne représente qu’un transitoire lent vers des structures branchées à temps longs (figure 4.2 **droite**). L’étude indique que le temps de passage d’un régime à l’autre est très long, et serait trop long pour être accessible à l’expérience (d’après l’estimation *longueur du plan* $\simeq 5000d \sim 5000$ *pas de temps*). Le seul cas où l’on observe des avalanches «branchées» dans l’expérience est à très grande inclinaison du plan (figure 4.3). À ces angles, n’y a plus de front défini, ni même d’écoulement dense. Les billes sont en saltation, forment un nuage dilué et font des bonds de longueur croissante en descendant. À part dans ce cas où la physique est différente des écoulements denses aux angles plus faibles, on n’observe jamais d’îlots d’épaisseur initiale dans la trace d’une avalanche. Il est peu probable aussi que cela arrive si l’avalanche pouvait continuer à évoluer, vu que la masse ne cesse de croître.

Nous en concluons que la dynamique des avalanches est plus proche du régime de percolation dirigée compacte que de la percolation dirigée. Le modèle dans l’état actuel néglige en quelque sorte les effets inertiels. En oubliant une rangée de grains aussitôt qu’elle a transmis son impulsion à la rangée suivante, le modèle ne tient pas compte de l’accumulation de la matière, qui, en suivant le front, l’empêche de s’immobiliser à nouveau par des fluctuations (les points blancs dans les traces de la figure 4.2 **gauche** par exemple ne devraient pas pouvoir être possibles).



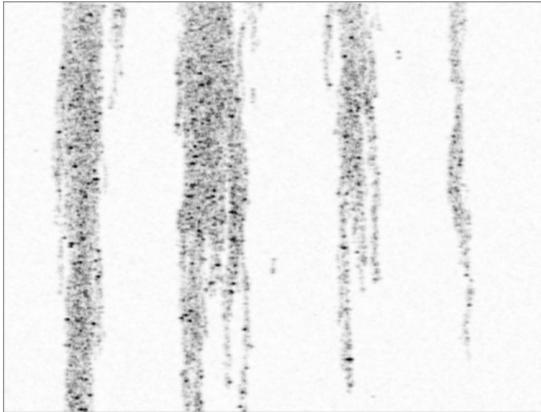
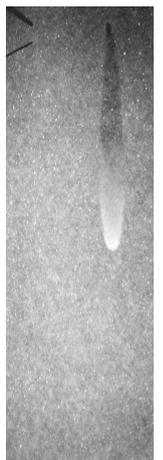


FIG. 4.3. – Quatre traces branchées dans l'expérience du plan incliné ($\varphi_{\text{prep}} = 40^\circ$, $\delta\varphi = 0^\circ$). L'image initiale du plan a été soustraite, les régions sombres correspondent à des différences (en valeur absolue). À ces angles, il n'y a plus de front, ni même d'écoulement dense. Le nombre de grains roulants est très réduit, de sorte qu'ils descendent presque indépendamment. Les traces fines sont probablement produites par des grains individuels.

Le modèle montre d'un autre côté, si l'on ose croire à une correspondance entre ses règles et des mécanismes physiques, que les idées simples intégrés suffisent à générer les formes observées. Et l'on est tenté de chercher à construire des automates, semblables ou avec d'autres règles, qui pourraient être plus ressemblant à l'expérience. En voici trois, sans analyse détaillée et sans prétention quand à leur qualité, en guise d'aperçu des multiples possibilités.

Premièrement, on pourrait reprendre le modèle de Hinrichsen et al. en le modifiant pour augmenter la persistance des sites mobiles. Une possibilité serait d'imposer des seuils inférieurs aux poids de transmission $z(\delta)$. Ceci réduirait les fluctuations qui permettent de temps en temps à des grains au centre d'un amas de rester immobile (points blancs dans les traces de la figure 4.2 **gauche**). Une autre possibilité serait de rendre le passage à l'état mobile irréversible ($S_i^t = 1 \Rightarrow S_i^{t+1} = 1$). Dans ce cas, le modèle se réduit plus ou moins à une marche aléatoire biaisée de la paroi entre les deux phases. La transition associée appartient à la classe d'universalité de la percolation dirigée compacte, l'angle d'ouverture des amas aura en particulier le même comportement linéaire en l'écart au seuil, $E_b^c - E_b$, que l'original.

Une deuxième idée est de modifier le modèle pour l'appliquer à la transition entre les régimes triangulaire et remontant des avalanches. On doit évidemment permettre à tous les sites d'évoluer à chaque pas de temps t , et non plus seulement une rangée. La dynamique reste la même, sauf qu'à chaque fois qu'un grain est mobilisé, on mobilise avec une probabilité p les n grains en amont dans la même colonne (n représente une taille d'amas). En fonction des paramètres p et n , on doit pouvoir observer une transition qui s'apparente à une percolation des mouvements élémentaires de remontée. Il n'est pas sûr que cette transition ait les bonnes caractéristiques : si on peut se fier à un argument de champ moyen, la vitesse de remontée près du seuil est linéaire en les paramètres, alors qu'on cherche une transition du premier ordre avec une discontinuité de la vitesse.



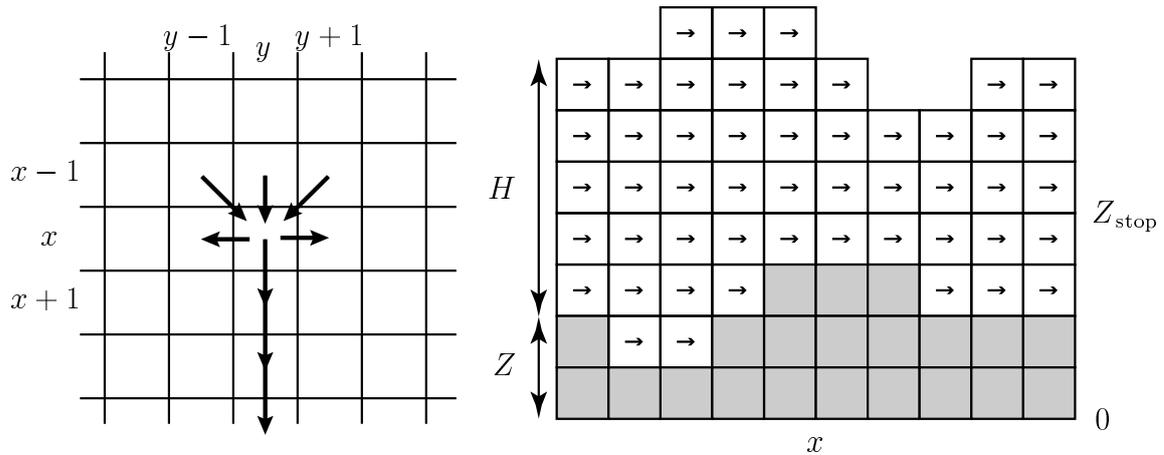


FIG. 4.4. – Modèle discret à deux variables. **gauche** Vu du dessus. À chaque position (x, y) d'un réseau sont associées une épaisseur $Z(x, y)$ de grains au repos et une épaisseur $H(x, y)$ de grains en mouvement. La hauteur totale de la surface libre est $Z + H$. Des différences de hauteur entre sites voisins peuvent provoquer la déstabilisation de grains en amont (flèches de la rangée $x - 1$) et l'étalement latéral de la partie mobile (flèches vers les sites $(x, y - 1)$ et $(x, y + 1)$). À chaque pas de temps, les grains mobiles descendent la pente (flèche vers le bas). **droite** Coupe verticale parallèle à l'écoulement. Le paramètre Z_{stop} régie l'érosion et l'accrétion. Plus l'écoulement est haut par rapport au niveau Z_{stop} , plus il creuse en dessous (dans les 4^{ème} à 6^{ème} colonnes en partant de gauche, une unité est érodée au pas de temps suivant). Si la surface descend à Z_{stop} , l'écoulement se fige.

4.2.2. Modèle avec mobilisation/dépôt

Une troisième possibilité est d'intégrer l'érosion et l'accrétion au delà de la seule couche superficielle. On peut espérer reproduire ainsi également la forme de l'écoulement lui-même (toujours dans un modèle à deux dimensions spatiales). Nous pouvons par exemple construire un modèle avec deux variables discrètes par site d'un réseau carré, une épaisseur $Z(x, y, t)$ de grains immobiles et une épaisseur mobile $H(x, y, t)$. La surface libre de la couche se situe alors à $Z + H$. Dans les règles d'évolution de l'automate, nous souhaitons intégrer les ingrédients suivants :

- l'écoulement de la phase mobile,
- la mobilisation de grains de la phase statique et le dépôt de grains en mouvement,
- l'arrêt de la couche à h_{stop} .
- les mécanismes identifiés de propagation d'une avalanche (perte d'équilibre, étalement).

La perte d'équilibre et l'étalement peuvent être réalisés simplement par un seuil sur la différence de hauteur entre voisins. Pour la dynamique de la phase en écoulement, nous nous rappelons que les relations entre la vitesse du front, les vitesses matérielles



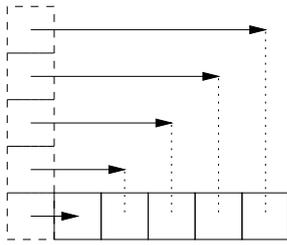


FIG. 4.5. – Mouvement des grains dans le modèle. À chaque pas de temps, les H grains mobiles sont distribués sur les sites en aval. La distribution uniforme choisie correspond à un profil de vitesse linéaire (flèches).

et l'amplitude de l'écoulement suggèrent que l'écoulement creuse sur une profondeur qui est approximativement égale à sa sur-épaisseur par rapport à la couche statique à $h_{\text{stop}}(\varphi_{\text{prep}})$ (page 106). Le profil de vitesse est pour cela supposé linéaire. Dans l'automate cellulaire, nous reprenons cette observation : la dynamique de la phase en écoulement est contrôlée par un paramètre Z_{stop} qui correspond à la hauteur d'arrêt dans l'écoulement. Si l'écoulement est plus haut que Z_{stop} , il érode la couche statique en dessous de Z_{stop} . Si son épaisseur diminue, il dépose des grains. Lorsque la surface baisse à Z_{stop} ou en dessous, l'écoulement se fige rapidement. L'interface statique/mouvement évolue de manière symétrique (mais éventuellement retardée) par rapport à la surface. Les grains eux-mêmes sont advectés selon un profil de vitesse linéaire (figure 4.5).

L'évolution comporte au final les règles suivantes : à chaque point de la surface qui n'est pas entièrement au repos ($H(x, y) > 0$), on peut avoir mobilisation/dépôt ou étalement de la masse en mouvement,

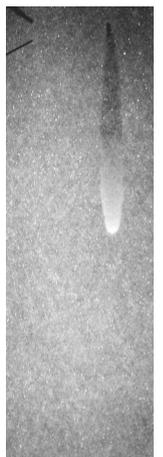
- **mobilisation/dépôt** : L'écoulement est amplifié en (x, y) ($Z \leftarrow Z - 1$ et $H \leftarrow H + 1$) si l'érosion est encore possible ($Z(x, y) > 0$) et si $H(x, y) - 1 - 2(Z_{\text{stop}} - Z(x, y))$ est positif. Il est diminué (processus inverse) si la dernière expression est négative, et reste inchangé si elle est nulle.
- **étalement latéral** : Un grain mobile est transféré sur un site voisin latéral si la hauteur totale de ce dernier est inférieure d'au moins trois grains ($Z(x, y) + H(x, y) - Z(x, y \pm 1) + H(x, y \pm 1) > 2$) à la hauteur du site considéré. Si les deux voisins remplissent ce critère, l'un est tiré au hasard.

En tous les sites, on a également à chaque pas de temps la possibilité de

- **perte d'équilibre** : Si la partie statique d'un des voisins en amont $(x, y + \delta)$, $\delta \in -1, 0, 1$ est surélevée d'au moins deux grains par rapport à celle du site considéré : $Z(x - 1, y + \delta) - Z(x, y) > 1$, un grain en est mobilisé avec une probabilité p_0 (pour $\delta = 0$) ou p_1 ($\delta = \pm 1$).

Finalement, on a

- **advection** : Les $n = H(x, y)$ grains mobiles d'un site sont distribués sur les n sites en aval, les nouvelles hauteurs $H(x + 1, y), H(x + 2, y), \dots, H(x + n, y)$ se trouvant ainsi augmentées d'une unité. Cette règle correspond à un profil de vitesse linéaire.



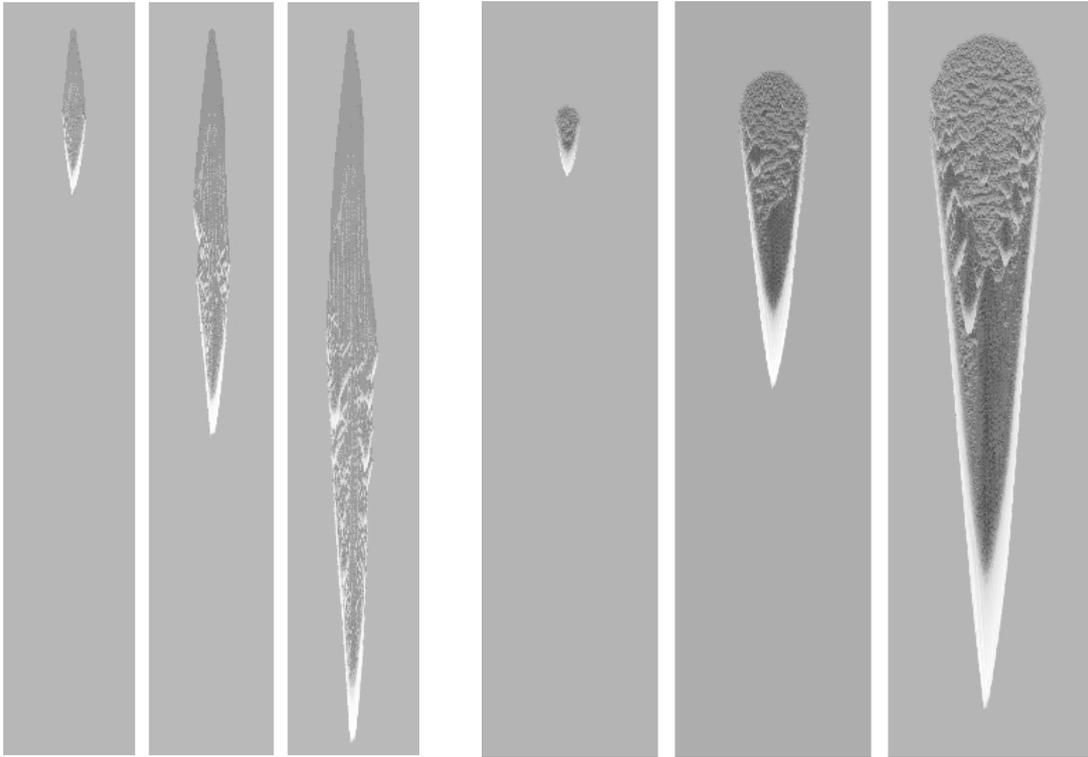


FIG. 4.6. – Avalanches dans un automate cellulaire (voir texte). **gauche** Trois images successives d’une avalanche triangulaire ($\Delta t = 30$). La différence d’épaisseur entre la couche statique initiale et la hauteur d’arrêt $Z_{\text{stop}} \sim h_{\text{stop}}$ vaut 1. **droite** Séquence d’une avalanche remontante ($\Delta t = 40$). La couche initiale est à $Z_{\text{stop}} + 3$.

Malgré la simplicité des règles, les avalanches produites par l’automate ressemblent beaucoup à leur pendant dans l’expérience (figure 4.6). On trouve aussi bien les avalanches triangulaires que les avalanches remontantes. L’instabilité de l’écoulement et la formation d’ondes sont également observées, ainsi que la possibilité que les avalanches triangulaires s’agrandissent latéralement par de telles ondes secondaires dissociées de l’écoulement principal (figure 4.6 **gauche**). Il est probable qu’on puisse encore améliorer la ressemblance entre l’automate et l’expérience en modifiant ou en ajoutant des règles.

Il convient néanmoins d’être prudent en interprétant des résultats d’automates cellulaires, qui semblent être relativement sensibles à la manière dont les hypothèses de modélisation sont formulés par des règles. Une même idée peut produire plusieurs comportements différents selon sa réalisation (des cas plus ou moins robustes existent sans doute, comme par exemple les phénomènes critiques). Et inversement, un comportement peut être reproduit en utilisant des règles dont la lecture est différente. Pour le modèle présenté, nous pouvons néanmoins énumérer quelques observations qui nous semblent robustes vis-à-vis de petites modifications des règles. Une pre-



mière est que les instabilités de la couche en écoulement disparaissent dès que nous «éteignons» le mécanisme de mobilisation/dépôt. Sans mobilisation, une onde en sur-épaisseur se propage simplement plus vite que le reste de la couche. Avec mobilisation, elle creuse en profondeur et oblige la couche derrière elle à déposer des grains (puisque celle-ci n'a plus l'amplitude qui permet de maintenir cette profondeur). Les gradients de matière et de vitesse sont de cette manière renforcés.

La deuxième observation est que la propagation triangulaire peut être réalisée de manière pratiquement équivalente en mobilisant des grains latéralement ou en faisant couler les particules mobiles sur le côté si la différence de hauteur dépasse un certain seuil. Dans le premier cas, un grain immobile est mis en mouvement, dans le deuxième un grain mobile peut tomber sur un site statique. Pour l'évolution ultérieure, les deux mécanismes se confondent.

La troisième observation est sans doute bien connue des théoriciens. Avec des règles purement déterministes pour la remontée et la propagation latérale, la forme du front de remontée est simplement un triangle dont le sommet se propage en amont à partir de l'origine de l'avalanche. Dès qu'on n'applique les règles qu'avec une certaine probabilité, le front est arrondi. La forme triangulaire remontante est donc génériquement instable.

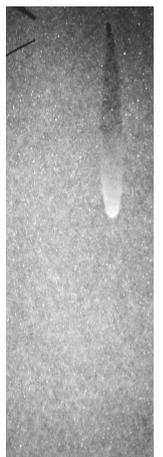
4.2.3. Modèles continus

Un modèle continu pour décrire les avalanches triangulaires et remontantes a été proposé par Bouchaud & Cates (1998). Il s'agit d'une généralisation à deux dimensions d'un modèle que les auteurs ont proposé pour des écoulements de surface (Bouchaud, Cates, Prakash, & Edwards, 1994). Ce modèle (appelé le modèle BCRC dans la suite), décrivant des écoulements granulaires de surface en général, décrit l'évolution couplée de la surface et du flux de particules. Son point de départ est la séparation d'une espèce roulante, mesure par la hauteur $H(x, t)$, de l'espèce statique $Z(x, t)$ qui forme le tas sous-jacent (c'est aussi son originalité par rapport à des modèles de croissance d'interfaces classiques de type KPZ). Par simplicité, les grains sont supposés couler à une même vitesse v , ce qui dicte l'évolution de la surface par conservation de la masse. Les équations d'évolution sont les suivantes :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} = E(\theta, H) + D_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -E(\theta, H) \quad (4.5)$$

Pour l'échange $E(\theta, H)$ entre les deux phases Z et H , les auteurs proposent un terme proportionnel à l'écart par rapport à un angle θ_0 neutre, à une fréquence de collision typique et à la «concentration» H de la phase roulante : $E(\theta, H) = \gamma H(\theta - \theta_0)$ (d'autres choix sont possibles, voir notamment la modification par Bouteux et al.



(1998)). En dessous de l'angle neutre θ_0 , la phase roulante diminue en déposant des grains, et au dessus elle croît au détriment de la phase statique.

Le modèle BCRE ne contient donc explicitement qu'un seul angle critique. Un deuxième angle critique plus grand découle de la présence du terme diffusif pour la surface libre (Bouchaud et al., 1994). En effet, pour un angle juste au dessus de θ_0 , une perturbation amplifiée est advectée «plus rapidement» qu'elle ne croît, de sorte qu'à une position fixe l'amplitude de l'écoulement décroît dans le temps. Au dessus d'un certain angle, l'amplification est suffisamment forte pour que la perturbation puisse remonter la pente par diffusion. Il s'agit d'une transition classique convectif-absolu, résultant de la compétition entre amplification, advection et diffusion, et dont le point critique est donné par $\theta_1 = \theta_0 + v^2/4\gamma D_x$. En particulier, la vitesse du front arrière² s'annule linéairement au point critique, $v_f \sim (\theta - \theta_1)$.

La généralisation du modèle à deux dimension consiste juste à y ajouter un terme diffusif selon la direction y perpendiculaire à la direction de plus grande pente :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} = \gamma H(\theta - \theta_0) + D_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \quad (4.6)$$

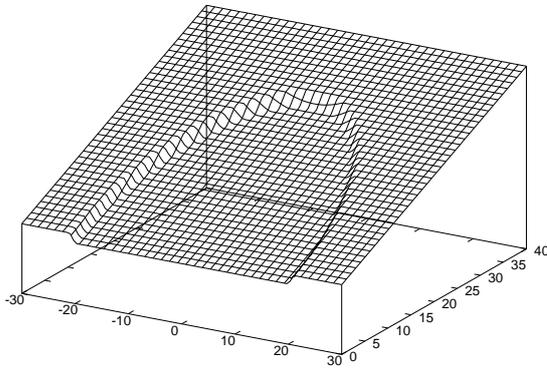
$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\gamma H(\theta - \theta_0) \quad (4.7)$$

Le nouveau terme diffusif transverse crée une forme triangulaire également par une compétition entre advection et diffusion. Dans l'intervalle d'angles entre θ_0 et θ_1 qui correspond au régime triangulaire, la perturbation grandit et s'étale latéralement à une vitesse inférieure à la vitesse d'advection en aval. La trace a donc une forme triangulaire loin de l'origine pour des angles inférieurs à θ_1 . À la transition, le front est parabolique, et c'est un front elliptique qui envahit le front au dessus du seuil. L'angle d'ouverture de la trace triangulaire (plus précisément de l'hyperbole) près de la transition de remontée ($\theta \rightarrow \theta_1$) est donné par le rapport des deux coefficients de diffusion. Près de l'angle neutre ($\theta \rightarrow \theta_0$), l'angle d'ouverture augmente en racine carré de la distance au seuil. On peut remarquer que ce comportement se distingue du comportement du modèle de Hinrichsen et al., qui a pourtant le modèle BCRE (près de θ_0) comme limite continue en champ moyen.

Le modèle BCRE essaye d'expliquer la forme triangulaire par un étalement diffusif de la matière en descendant. La comparaison avec l'expérience nous conduit à conclure que celui-ci n'est pas le processus dominant. L'angle d'ouverture dans l'expérience augmente par exemple linéairement avec l'écart au seuil. En ce qui concerne la transition vers le régime d'avalanches remontantes, les observations de la partie 2.5.4 page 75 ont montré que la vitesse du front arrière de l'avalanche était discontinue à la transition, ce qui n'est pas le cas dans une transition de type convectif-absolu. On peut ajouter que les bords de la trace restent droits même à l'origine près de

²Notons pour être précis, qu'il n'y a pas de front arrière net : la diffusion rend instantanément partout non-nulle l'amplitude de l'écoulement. On peut néanmoins définir la vitesse d'un point d'amplitude finie constante.





la transition, alors que dans une transition de type convectif-absolu le front s'arrondit de plus en plus lorsqu'on approche la transition. Malheureusement, le modèle BCRE n'est pas en mesure de préciser la dépendance des paramètres (v, D_x, D_y) de l'angle et de l'épaisseur de la couche (rappelons que le régime triangulaire disparaît pour des couches épaisses). Même s'il produit bien des fronts arrières d'avalanches remontantes invariants d'échelle, aucune comparaison ne peut être faite avec les vrais fronts. Il serait intéressant de voir si des modifications récentes du modèle (Aradian et al., 1999) obtiendraient des résultats plus réalistes notamment en ce qui concerne la forme de la partie en écoulement elle-même.

4.3. Modélisation d'écoulements de surface

4.3.1. Encore une ?

Les modèles que nous avons vu dans la partie précédente sont conçus *ad hoc* pour décrire un aspect de la dynamique des avalanches sur le plan incliné, à l'exception du modèle BCRE qui est censé décrire des écoulements de surface en général. Dans tous les cas y compris le dernier, la comparaison avec l'expérience est à la hauteur de la naïveté de la formulation, à savoir pas vraiment satisfaisante au delà de quelques conclusions qualitatives et quelques ordres de grandeurs. Mais surtout, la correspondance entre les mécanismes introduits dans les modèles et la physique des vraies avalanches est incertaine, de sorte que toute amélioration ne peut se faire qu'à tâtons et sans véritable légitimation physique.

Les mesures et observations apportées dans cette thèse nous permettent de prendre une approche plus rigoureuse. À partir de ce que nous avons appris sur le sable, nous pouvons procéder de manière plus «terre-à-terre» et écrire des équations en partant du principe fondamental de la dynamique et des équations de conservation.



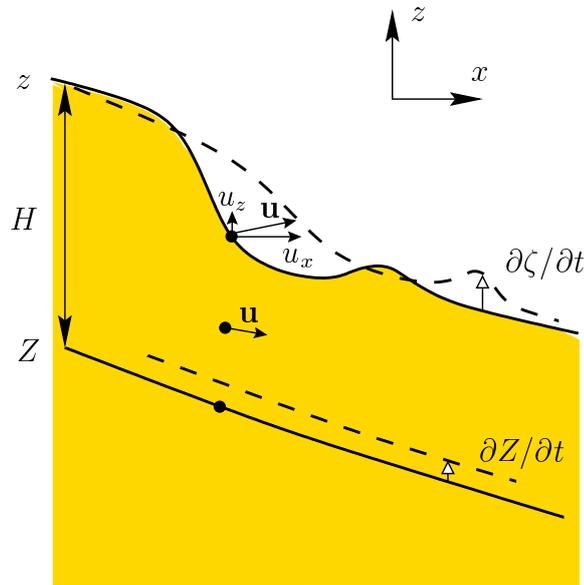


FIG. 4.7. – Notations. La surface libre ζ peut être vue comme étant matérielle, c'est-à-dire qu'elle suit le mouvement des grains. Localement, la hauteur peut donc changer soit par un déplacement vertical de la matière, soit par l'advection horizontale d'inhomogénéités : $\partial\zeta/\partial t = u_z + u_x \partial\zeta/\partial x$. L'interface Z sur laquelle la vitesse s'annule évolue s'il y a érosion ou accrétion de grains. Elle n'est donc pas matérielle, puisque les grains y sont toujours immobiles.

D'autres ont tenté de cette manière d'arriver à un système d'équations pour la dynamique du sable (Savage & Hutter, 1989; Pouliquen, 1999b). Le but dans tous les cas était la description d'une masse de sable entièrement mobilisée sur un fond solide. L'élément nouveau ici consiste à attaquer le problème de l'écoulement de surface. Par rapport aux autres études, dont le souci est de reproduire de manière fidèle la rhéologie d'une masse granulaire entièrement mobilisée, l'aspect principal est la dynamique d'un tas partiellement mobilisé, autrement dit la «transition de phase» entre la partie au repos et la partie mobile.

4.3.2. Équations de conservation

Considérons un écoulement qui mobilise la surface d'un tas sur une profondeur H , en utilisant les notations de la figure 4.7. Par simplicité, nous nous limitons à un écoulement mince à la surface d'un tas que nous traitons à deux dimensions. L'écoulement est supposé incompressible, et de même densité ρ que la partie statique. La conservation de la masse relie alors simplement la position de la surface libre ζ aux variations spatiales du débit D . En définissant ce débit comme l'intégrale dans



l'épaisseur de la vitesse horizontale,

$$D(x, t) := \int_{-\infty}^{\zeta(x, t)} u_x(x, z, t) dz, \quad (4.8)$$

cette relation s'écrit

$$\boxed{\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial x} = 0.} \quad (4.9)$$

Par un calcul analogue (Douady, Andreotti, & Daerr, 1999), nous obtenons une équation pour l'évolution du débit D :

$$\boxed{\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{1}{\rho} F.} \quad (4.10)$$

Cette équation relie par conservation de la quantité de mouvement le débit D , l'énergie E et la force F , toutes les quantités ayant été moyennées sur l'épaisseur de la couche :

$$E(x, t) := \int_{-\infty}^{\zeta(x, t)} u_x^2(x, z, t) dz, \quad (4.11)$$

et

$$F(x, t) := \int_{-\infty}^{\zeta(x, t)} f_x(x, z, t) dz. \quad (4.12)$$

Nous obtenons un système d'équations qui décrivent l'écoulement de surface en termes de quantités moyennées. On peut noter que la position Z de l'interface statique/mobile n'intervient pas explicitement. Il nous reste à fermer ce système d'équations en reliant débit et énergie, et en écrivant le terme de force F .

Notons que l'approche qui consiste à moyenner les quantités dans l'épaisseur de l'écoulement remonte à Saint-Venant (de Barré Saint-Venant, 1850), qui l'a utilisée pour des écoulements fluides en couche mince. Depuis, les mêmes équations ont été appliquées au cas d'un écoulement de sable dans une chute (Takahashi, 1991b; Patton et al., 1987; Savage & Hutter, 1989; Naaim et al., 1997; Pouliquen, 1999a). D'un point de vue technique, l'intégration a le mérite de réduire les conditions de continuité du champs de vitesse : nous demandons juste que les quantités intégrées soient dérivables, pas la vitesse elle-même. D'un point de vue physique, cette approche nous évite d'avoir à faire des hypothèses sur le comportement microscopique (que nous ignorons) en nous ramenant à un bilan global (enfin moyenné dans l'épaisseur) qui correspond mieux à ce que nous observons expérimentalement. Plus précisément, elle sépare clairement deux questions distinctes : celle des interactions à l'intérieur de la couche en mouvement, qui règlent notamment le profil de vitesse, et celle de l'évolution de la frontière entre écoulement et partie immobile, c'est-à-dire tout ce qui concerne l'érosion et le piégeage de grains. Cette distinction correspond en effet aux deux problèmes restants : trouver la relation entre débit D et énergie E d'une part et la force F d'autre part. La relation entre E et D dépend de l'équilibre à l'intérieur de



la couche, par l'intermédiaire du profil de vitesse. L'intégrale de la force à l'opposé ne contient plus que les forces extérieures, les forces internes s'annulant en vertu du principe d'action-réaction.

Jusqu'ici, notre calcul ne diffère pas de ceux de Saint-Venant, de Savage & Hutter ou de Pouliquen puisqu'il n'y a pas d'hypothèses spécifiques au cas du sable, et que la position Z de l'interface statique/mobile n'intervient pas explicitement dans les équations. Dans la suite, nous allons faire d'une part une hypothèse sur l'équilibre interne d'un écoulement granulaire, et écrire d'autre part un terme de force à partir des résultats expérimentaux. Nous allons en particulier permettre au «fond», c'est-à-dire l'interface solide-liquide de l'écoulement, d'évoluer au même titre que la surface.

4.3.3. Profil de vitesse

On peut calculer directement les expressions pour E et D si l'on connaît la forme du profil de vitesse (équations (4.8) et (4.11)). Or celui-ci est déterminé par l'équilibre des contraintes à l'intérieur de la partie en mouvement. Idéalement, ces contraintes devraient être fournies par un modèle microscopique. C'est le cas par exemple pour des liquides, où la diffusion moléculaire conduit aux forces visqueuses (voir aussi l'encadré sur les profils de vitesse). Pour les milieux granulaires, un argument analogue peut être utilisé dans le régime gazeux, où les collisions entre grains sont binaires parce que les temps de collision sont courts devant le temps de vol libre (Bagnold, 1954). Dans le régime dense, il n'existe pas encore de théorie microscopique. Il est par ailleurs difficile de déduire des relations sur la rhéologie de la couche à partir de nos expériences : premièrement, les écoulements sont tous transitoires, dans le sens où il n'y a presque jamais de région d'épaisseur constante. Le front de l'avalanche est une onde de choc, au voisinage de laquelle l'écoulement est hautement corrélé. On a en particulier la même vitesse de groupe à différentes hauteurs. Il est vrai que la relation linéaire entre la vitesse matérielle des grains de surface et la hauteur locale (figure 2.54) montre bien que l'écoulement est à l'équilibre localement. Mais, deuxième raison pour laquelle nous ne pouvons pas obtenir d'information sur le débit à partir des mesures sur le profil de vitesse, nous n'avons pas accès à la profondeur de l'écoulement.

À défaut de mesures rhéologiques et de modèle microscopique, nous proposons de faire directement une hypothèse sur le profil de vitesse au sein de la couche. Les expériences de Rajchenbach et al. (1995) montrent que le profil de vitesse dans un écoulement granulaire à surface libre est à peu près linéaire. Plus important encore, elles montrent qu'il est caractérisé par un gradient typique de vitesse Γ : quand le débit change, l'épaisseur de la couche qui coule s'adapte, mais Γ reste constant. Cela nous donne une relation particulièrement simple entre le débit et la hauteur qui coule, ou encore entre l'accélération de la couche et l'érosion. À chaque fois que la couche doit accélérer ou décélérer, elle a en principe le choix (contrairement à un fluide) d'augmenter sa vitesse ou d'augmenter sa masse. Il s'avère qu'elle change les deux,



de sorte que son gradient reste constant.

Profil linéaire et gradient constant. Rajchenbach (1998) a donné un argument simple pour expliquer le profil de vitesse linéaire et le gradient constant dans un écoulement de sable : dans un écoulement dense, le transfert de quantité de mouvement a lieu presque exclusivement par chocs (et non pas par diffusion de particules). Ces chocs sont en outre complètement inélastiques parce qu'ils ne sont plus binaires mais font intervenir tout le substrat. À chaque choc, les vitesses des deux grains entrés en collision sont donc égalisées. Les grains à différentes profondeurs roulent les uns sur les autres à la manière du grain isolé sur la pente rugueuse discuté dans l'introduction. Entre deux chocs successifs avec deux voisins successifs du dessous, un grain gagne une énergie $\sim gd \sin \varphi$ de plus que ceux-ci (puisque'il est descendu d'un diamètre de grain de plus). Cet excès d'énergie cinétique

$$\delta v_{\max}^2 \propto gd \sin \varphi, \quad (4.13)$$

est perdu entièrement au choc suivant. A des constantes près, le gradient de vitesse moyen $\frac{1}{2} \delta v_{\max} / d$ vaut donc

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = \sqrt{\frac{g \sin \varphi}{d}} \quad (4.14)$$

Rajchenbach et al. (1995) obtiennent expérimentalement dans un tambour tournant un gradient sans dimension

$$\sqrt{\frac{d}{g \sin \varphi}} \frac{\partial v_x}{\partial z} \simeq 0.4 \quad (4.15)$$

Sur le plan incliné, nous n'avons pas accès à la vitesse en profondeur. On peut toutefois l'estimer en supposant que le profil de vitesse est effectivement linéaire. À ce moment-là, l'égalité de la vitesse matérielle au front avant d'une goutte et sa vitesse d'advection impliquent que l'écoulement creuse sur une profondeur égale à sa hauteur relative par rapport à la couche statique. La pente de la relation $v(h_{\text{rel}})$ mesurée (figure 2.51), $\partial v(h_{\text{rel}}) / \partial h_{\text{rel}} \simeq 0.27$ doit donc être divisée par deux. Après avoir multiplié par $\sqrt{1 / \sin(30^\circ)}$, que nous n'avons pas inclus dans l'expression des grandeurs sans dimension, nous obtenons un gradient adimensionné de 0.2.

Pour la modélisation, nous avons besoin de retenir uniquement l'observation que l'équilibre interne de la couche est caractérisé par un gradient typique de vitesse (plutôt que par une viscosité comme pour un fluide) :

$$u_x(z) = \Gamma H f\left(\frac{z - Z}{H}\right) \quad (4.16)$$

La vitesse vaut U à la surface $z = \zeta = Z + H$ et 0 à l'interface $z = Z$. La forme exacte du profil est contenue dans la fonction sans dimension $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $f(0) = 0 \wedge f(1) = 1$.

Profils de vitesse «classiques». Dans plusieurs traitements classiques d'écou-



lements en couche mince, le profil se met sous la forme $u_x(z) = Uf((z - Z)/H)$: pour un écoulement inviscide (approximation des eaux peu profondes), l'équation d'Euler est résolue approximativement par un profil de vitesse constant partout dans l'épaisseur (mais pouvant éventuellement varier en fonction de x) :

$$f(\hat{z}) = 1.$$

Cette approximation de vitesse uniforme a également été choisie dans des modèles d'écoulements granulaires précédents (Savage & Hutter, 1989; Pouliquen, 1999a; Bouchaud et al., 1994; Boutreux, 1999). Bouchaud et al., et Boutreux font cependant l'hypothèse supplémentaire que la vitesse est toujours la même, $U = \text{cste}$.

Dans le cas d'un fluide très visqueux, toujours pour de faibles variations de l'épaisseur le long de la couche, l'équilibre interne entre la gravitation et la diffusion visqueuse conduit à un profil hémi-parabolique :

$$\begin{cases} f(\hat{z}) &= 2\hat{z} - \hat{z}^2 \\ U &= \frac{g \sin \varphi}{2\nu} H^2 \end{cases}$$

Avec cette expression, on intègre les définitions de D et E (équations 4.8 et 4.11) :

$$\boxed{D = a\Gamma H^2} \quad , \text{ où } a = \int_0^1 f(\hat{z}) d\hat{z} \quad , \text{ et} \quad (4.17)$$

$$\boxed{E = b\Gamma^2 H^3} \quad , \text{ où } b = \int_0^1 f(\hat{z})^2 d\hat{z} \quad . \quad (4.18)$$

Dans le cas du profil linéaire ($f(z) = z$), les coefficients valent $a = 1/2$ et $b = 1/3$, mais les lois d'échelle elles-mêmes dépendent uniquement de l'équation (4.16). Les expressions obtenues doivent ensuite être substituées à leur tour dans les équations de conservation. Dans un premier temps nous allons le faire en supposant que le gradient de vitesse Γ ne dépend ni de x , ni de t . Cette contrainte va s'avérer être trop contraignante lorsqu'il s'agit de décrire des endroits particuliers tels que les fronts d'avalanche (Cladé, 2000). La raison est que la relation $U = \Gamma H$ avec $\Gamma = \text{cste}$ conduit nécessairement à des chocs, en particulier au front avant d'une avalanche, où $H \rightarrow 0$ et donc $U \rightarrow 0$. Dans la réalité le front produit une phase gazeuse et cesse d'avoir une surface bien définie. Pour arriver à décrire de tels endroits par notre modèle, nous pouvons relâcher la contrainte sur Γ de manière semblable à ce qui se fait pour décrire des ressauts hydrauliques (Bohr et al., 1997). Pour le moment, la simplification d'un gradient de vitesse constant nous permet d'avancer sans trop compliquer d'emblée les notations. Les équations de conservation (4.9) et (4.10) deviennent alors

$$\boxed{\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \Gamma H \frac{\partial H}{\partial x} = 0} \quad (4.19)$$

$$\boxed{\frac{\partial H}{\partial t} + \Gamma H \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho \Gamma H} F} \quad (4.20)$$



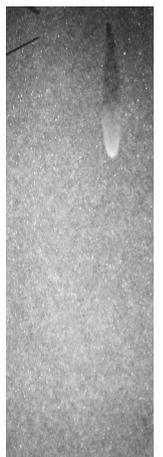
Nous obtenons un système d'équations couplées non-linéaires aux dérivées partielles pour la surface libre ζ et l'épaisseur H en écoulement. La hauteur est synonyme de la vitesse, de sorte qu'une accélération est équivalente à un creusement. Nous devons encore préciser la force agissant sur la couche.

4.3.4. Force

Avant de chercher à écrire un terme de forçage pour l'écoulement granulaire, il convient de répondre à une question : à quel point est-ce que l'hypothèse sur la forme du profil de vitesse reflète déjà la force agissant sur la couche ? Autrement dit, est-ce que nous sommes libres d'écrire le terme de force qui bon nous semble, ou est-ce que le fait d'avoir supposé le profil linéaire équivaut à un choix de force particulier, même s'il n'a pas été explicite ?

L'intégrale de la force peut s'écrire comme une intégrale des contraintes sur la surface du volume d'intégration (tranche verticale). Cette dernière conduit à un gradient de pression sur les parois latérales, et un terme sur le fond. Dans un écoulement sur fond rigide, cette force du support sur la couche est toujours réactive. Elle compense exactement la somme des forces internes moyennant les forces inertielles, puisque le fond ne se déforme pas. On peut d'ailleurs remarquer que l'équation (4.10) de conservation de l'impulsion n'est plus utilisée dans le cas d'un fluide visqueux sur plan incliné : la conservation de la quantité de mouvement est juste utilisée localement dans la couche pour obtenir le profil de vitesse héli-parabolique (les forces tangentielles sont donc déjà *supposées* être à l'équilibre), et la dynamique découle ensuite entièrement de la conservation de la masse. Dans le cas d'un écoulement de surface granulaire, la force exercée par la partie statique sur la couche en mouvement n'a aucune raison d'être purement réactive. Bien au contraire, c'est au niveau de l'interface statique/mouvement qu'on s'attend à retrouver les forces décrivant le piégeage et dé-piégeage de grains vers/de la phase immobile. C'est l'expression du terme de force au fond qui règle la position de l'interface solide/liquide, degré de liberté spécifique au sable.

Dans l'approximation des eaux peu profondes (Whitham, 1974, voir *shallow water*) les forces tangentielles n'interviennent pas pour le calcul du profil de vitesse. Seul un équilibre perpendiculairement au plan entre la force gravitationnelle et la pression est supposé. La conservation de la quantité du mouvement est encore requise pour calculer l'évolution de la vitesse. C'est également dans ce cadre que se placent Savage & Hutter (1989) et Pouliquen (1999a). Dans le cas hydrodynamique, la force est donnée par la variation de la pression hydrostatique au sein de la couche, qui correspond à la variation de l'épaisseur. Savage & Hutter postulent un terme de frottement solide qui dépend de l'angle. Pouliquen introduit une force qui correspond à sa rhéologie mesurée (frottement qui dépend de l'angle et de l'épaisseur de la couche). L'hypothèse d'un profil de vitesse uniforme permet ensuite de transformer l'équation de conservation de la quantité de mouvement en équation d'évolution



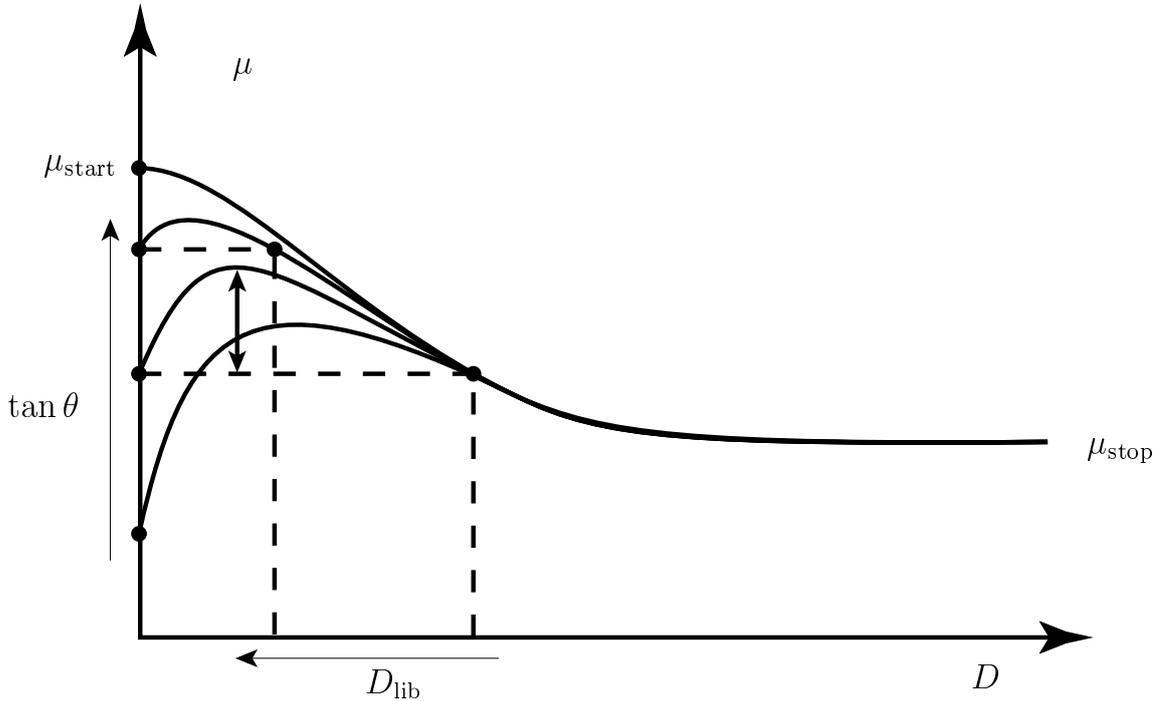


FIG. 4.8. – Modèle phénoménologique pour la force globale sur la couche décrivant le piégeage (repris de la page 67). Le frottement statique compense exactement le poids de la couche pour des angles inférieurs à $\varphi_{\text{start}} = \arctan \mu_{\text{start}}$. Le frottement est supérieur à $\tan \varphi$ pour des faibles débits D , rendant l'état au repos stable. La taille du piège D_{lib} diminue pour un angle croissant. À des angles supérieurs à φ_{start} , le piège disparaît et le frottement sature à μ_{start} . À grand débit, la force de friction tend vers le coefficient dynamique μ_{stop} .

pour la vitesse U , puisque dans les deux approches granulaires comme dans le cas classique des eaux peu profondes, le fond est fixe. Pour pouvoir en faire autant avec un fond libre, Bouchaud et al., et Bouteux doivent imposer une vitesse constante (voir l'encadré sur les profils de vitesse page 153).

La force agissant sur la couche est composée de la gravitation, d'un terme de pression et d'une force résistive au fond de la couche. Cette dernière peut s'écrire sous la même forme que celle agissant sur un patin solide, à ceci près que nous admettons un coefficient de frottement généralisé $\mu(\theta, H, D)$ qui peut dépendre de l'angle ($\tan \theta = |\partial Z / \partial x|$), de l'épaisseur de l'écoulement H et du débit D :

$$\frac{1}{\rho} F = gH \left(\partial H / \partial x + \sin \theta - \mu(\theta, H, D) \cos \theta \right). \quad (4.21)$$

Si on observe un régime stationnaire uniforme, le frottement équilibre le poids. Pour un patin solide le coefficient de frottement vaut μ_{stop} tant qu'il est en mouvement (et ne compense pas *a priori* la gravitation), et $\min(\tan \varphi, \mu_{\text{start}})$ à l'arrêt. Si la couche n'est pas uniforme, le premier terme de pression peut intervenir. Cette force vient

des variations de pression hydrostatique induites par des variations de l'épaisseur. Un tel terme de force est également utilisé par Pouliquen (1999a) dans le cas de milieux granulaires pour calculer la forme d'un front d'écoulement. Notons qu'il n'est pas clair comment on doit le calculer. En hydrodynamique, la pression est isotrope et la pression latérale par conséquent identique à la pression hydrostatique. Dans un milieu granulaire statique, la relation n'est plus bien déterminé à cause du frottement interne, et dépend donc du degré et de la direction de mobilisation des forces de frottement. On peut se demander si c'est encore le cas dans une couche en écoulement, ou si l'agitation des grains suffit à rétablir l'isotropie dans une certaine mesure. Savage & Hutter (1989) introduisent un préfacteur k pouvant varier entre les deux limites qui correspondent aux états «actif» et «passif» distingués en mécanique des sols (Wieghardt, 1975), et qui dépend des conditions. Nous esquivons la discussion et prenons $k = 1$ par simplicité comme d'autres auteurs (Takahashi, 1991b,a; Patton et al., 1987). Les résultats de Pouliquen (1999a), qui compare les cas «isotrope» et «comportement Mohr-Coulomb», penchent légèrement en faveur de $k = 1$. Dans ce cas, on peut en principe absorber le terme de pression dans le poids (en prenant l'angle de surface à la place de l'angle de l'interface statique/écoulement),

Pour le terme de frottement $\mu(\theta, D)$ au fond, nous proposons de reprendre la forme esquissée dans la partie 2.4.5 page 66 (voir figure 4.8). Les propriétés de cette force sont décrites dans la légende. L'idée de base, résumée en quelques mots, est de relier le frottement $\min(\tan \theta, \mu_{\text{start}})$ à l'arrêt au frottement μ_{stop} pour des grands débits en introduisant un *piège* qui stabilise l'état au repos vis-à-vis d'une perturbation. Nous savons par mesure directe que le seuil de cette perturbation décroît pour un angle croissant et s'annule à φ_{start} . Au passage on peut régulariser la singularité à l'origine $D = 0$ du frottement de Coulomb.

4.3.5. Généralisation : 3D, gradient variable, ...

Pour illustrer la démarche, le modèle a été présenté dans les parties précédentes dans sa forme la plus rudimentaire. Dans cette partie, nous allons brièvement présenter une forme plus élaborée que nous pouvons directement comparer à l'expérience. Les éléments les plus importants sont le passage à trois dimensions et une équation d'évolution pour le gradient de vitesse, afin de régulariser la dynamique des fronts qui provoquent des singularités dans la version précédente (Andreotti & Douady, 2001).

En gardant l'hypothèse d'une couche mince, nous supposons que la direction de mouvement ne dépend pas de z . Le profil de vitesse linéaire s'écrit donc

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{\Gamma}(x, y, t)\{z - Z\},$$

où de gradient de vitesse vectoriel $\mathbf{\Gamma} = \Gamma \mathbf{u}$ peut maintenant varier en direction \mathbf{u} et en amplitude Γ . Les équations de conservation de base (équations (4.9) et (4.10)) pour la position de la surface $\zeta(x, y, t) = Z + H$, le débit $\mathbf{D}(x, y, t) = \frac{1}{2}H^2\mathbf{\Gamma}$ et le



tenseur d'énergie $\underline{E}(x, y, t) = \frac{1}{3}H^3\mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{\Gamma}$ deviennent alors

$$\boxed{\partial_t \zeta + \nabla \mathbf{D} = 0} \quad \text{et} \quad (4.22)$$

$$\boxed{\partial_t \mathbf{D} + \nabla \underline{E} = \mathbf{F}/\rho.} \quad (4.23)$$

Une variation du débit peut maintenant avoir lieu de deux manières : soit la hauteur en mouvement H change, soit le gradient de vitesse $\mathbf{\Gamma}$. L'équation (4.23) contient donc simultanément les dérivées temporelles de H et de $\mathbf{\Gamma}$, et il nous manque une troisième équation pour nos trois grandeurs indépendantes Z , H et $\mathbf{\Gamma}$. La solution la plus simple consiste à séparer l'équation (4.23) en deux équations d'évolution indépendantes pour H et $\mathbf{\Gamma}$,

$$\mathbf{\Gamma}H \left(\partial_t H + \langle \text{termes d'advection} \rangle_H \right) = \mathbf{F}_H/\rho \quad \text{et} \quad (4.24)$$

$$\frac{1}{2}H^2 \left(\partial_t \mathbf{\Gamma} + \langle \text{termes d'advection} \rangle_{\mathbf{\Gamma}} \right) = \mathbf{F}_{\mathbf{\Gamma}}/\rho. \quad (4.25)$$

Pour répartir les dérivées spatiales, nous faisons l'hypothèse que l'interface statique/écoulement n'est pas advectée, puisque la vitesse matérielle y est par définition toujours nulle. Le terme d'advection de l'équation (4.22), $\nabla \mathbf{D}$, doit donc être entièrement attribué à la grandeur H . Le terme d'advection pour $\mathbf{\Gamma}$ découle ensuite de l'équation (4.23), de sorte qu'on a :

$$\mathbf{\Gamma}H \left(\partial_t H + \nabla \mathbf{D} \right) = \mathbf{F}_H/\rho \quad \text{et} \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{2}H^2 \left(\partial_t \mathbf{\Gamma} + H \left[\frac{2}{3} \nabla (\mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{\Gamma}) - (\nabla \mathbf{\Gamma}) \mathbf{\Gamma} \right] \right) = \mathbf{F}_{\mathbf{\Gamma}}/\rho. \quad (4.27)$$

Comme précédemment, la force totale agissant sur la couche comprend trois termes, la pression, le poids et le frottement effectif agissant au fond de la couche en écoulement (c'est-à-dire surtout le piégeage de la figure 4.8) :

$$\mathbf{F}/\rho = -gH(\nabla H + \nabla Z \cos \theta + \mu_Z \cos \theta \mathbf{u}) \quad (4.28)$$

(\mathbf{u} est un vecteur unitaire suivant l'écoulement : $\mathbf{u} = \mathbf{\Gamma}/|\mathbf{\Gamma}|$, et θ est l'angle du fond : $\tan \theta = |\nabla Z|$). Ces forces n'interviennent pas de manière égale dans l'évolution de H et de $\mathbf{\Gamma}$. Les deux premiers termes par exemple sont importants pour $\mathbf{\Gamma}$, mais n'auront pas d'influence directe sur la mobilisation et le dépôt de grains. La force de piégeage à l'interface solide/liquide n'est à l'inverse pas déterminante pour le gradient de vitesse, qui est une propriété de la masse de la couche en mouvement. L'évolution de $\mathbf{\Gamma}$ dans l'écoulement résulte de l'équilibre entre la gravitation et la dissipation par chocs $\mu_{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{\Gamma})$ (qui ne tient pas compte du piégeage) :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{\Gamma}}/\rho = -gH(\nabla H + \nabla Z \cos \theta + \mu_{\mathbf{\Gamma}} \cos \theta \mathbf{u}). \quad (4.29)$$

L'évolution de l'interface entre l'écoulement et la partie au repos est régie d'une part par les collisions qui tendent à déloger et mobiliser les grains statiques, et d'autre

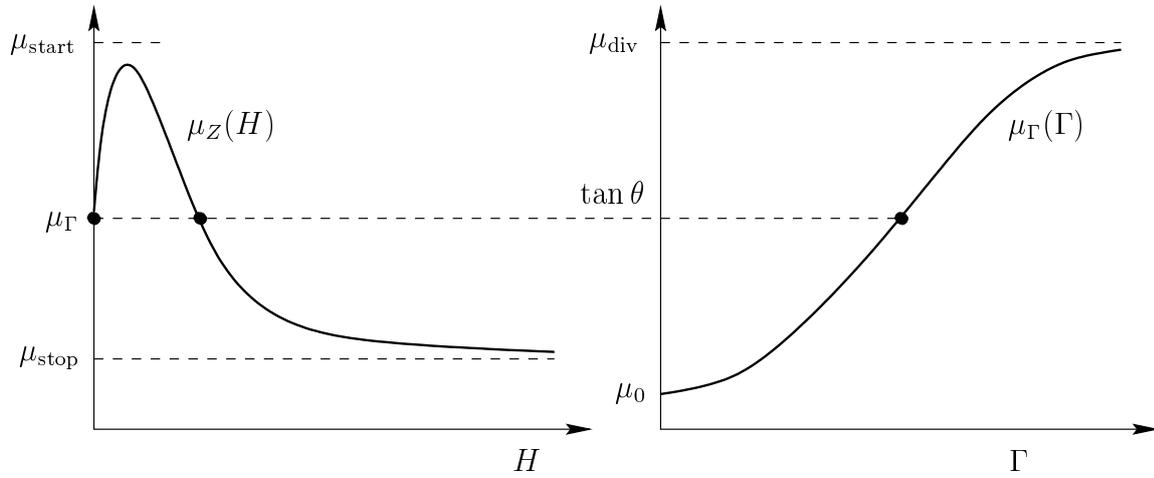


FIG. 4.9. – Piégeage et dissipation dans la version enrichie du modèle. **gauche** La fonction $\mu_Z(H)$ représente le piégeage déjà connu de la figure 4.8, avec la hauteur H comme paramètre. **droite** La fonction $\mu_\Gamma(\Gamma)$ donne le frottement en fonction du cisaillement. La forme est inspirée des mesures de la vitesse limite d'un grain isolé sur un plan rugueux (figure 1.11 page 24), en reportant $\tan \varphi$ en fonction de \bar{v}_{eq}/d .

part le piégeage de grains dans les creux formés par ceux en dessous (Quartier et al., 2000) :

$$\mathbf{F}_H/\rho = -gH(\mu_\Gamma - \mu_Z) \cos \theta \mathbf{u}. \quad (4.30)$$

Les fonctions μ_Z et μ_Γ sont esquissées dans la figure 4.9. Le piégeage $\mu_Z(H)$ est le même que précédemment. La dissipation $\mu_\Gamma(\Gamma)$ est encore inspiré du grain isolé, en prenant comme gradient dans ce cas simplement la vitesse limite (figure 1.11 page 24) divisée par la taille du grain. La valeur à l'équilibre du gradient ($\mu_\Gamma(\Gamma_{\text{eq}}) = \tan \theta$) s'annule donc en dessous d'un certain angle d'inclinaison et diverge au-delà d'un second.

En fin de compte, l'écoulement est décrit par un ensemble de trois équations pour ζ , H et $\mathbf{\Gamma}$:

$$\partial_t \zeta + \nabla \mathbf{D} = 0 \quad (4.31)$$

$$\partial_t H + \nabla \mathbf{D} = -\frac{g}{\Gamma}(\mu_\Gamma - \mu_Z) \cos \theta \quad (4.32)$$

$$\partial_t \mathbf{\Gamma} + H \left[\frac{2}{3} \nabla(\mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{\Gamma}) - (\nabla \mathbf{\Gamma}) \mathbf{\Gamma} \right] = -\frac{2g}{H} (\nabla H + \nabla Z \cos \theta + \mu_\Gamma \cos \theta \mathbf{u}) \quad (4.33)$$



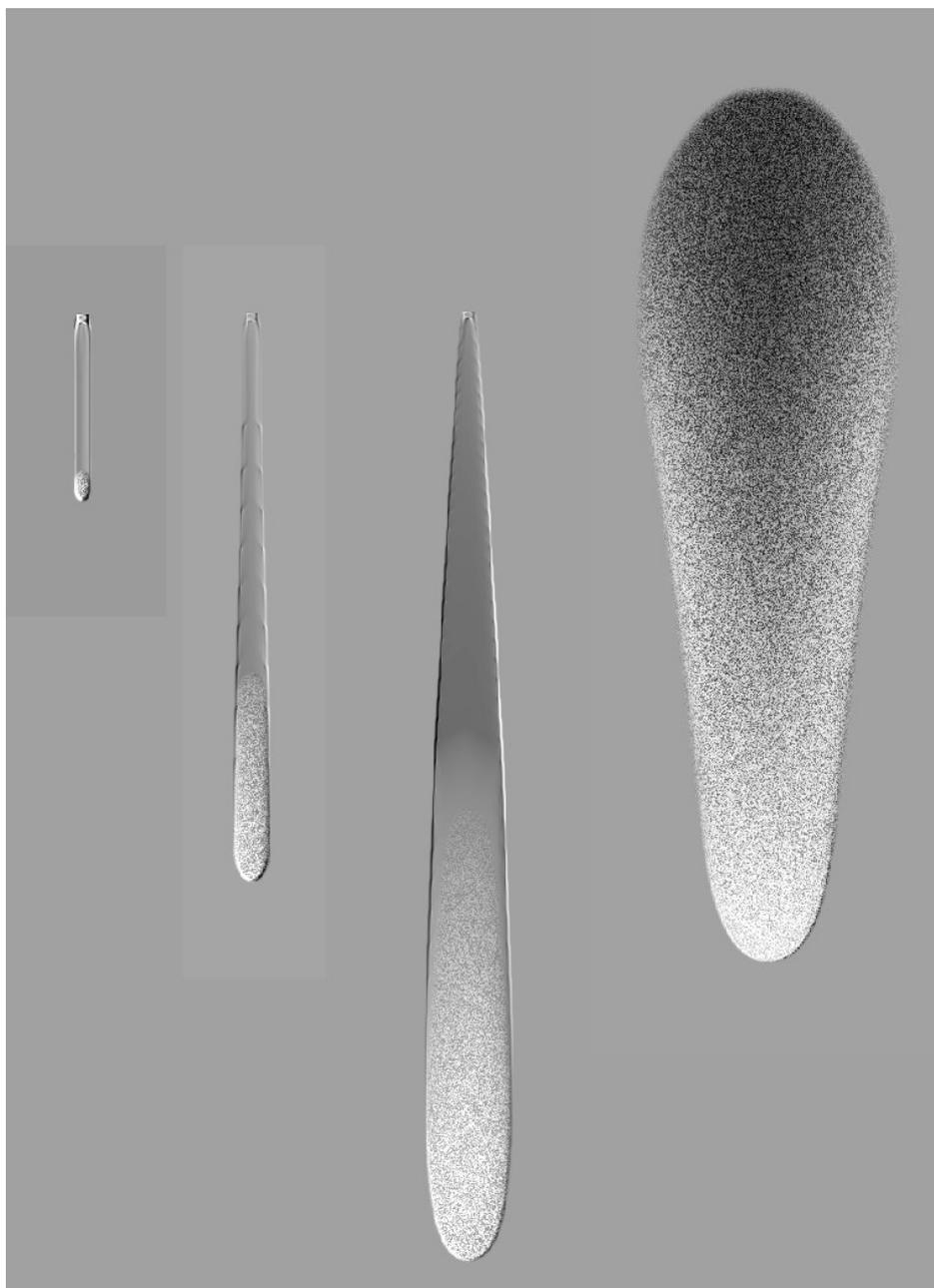


FIG. 4.10. – Simulations numériques du modèle dans la géométrie du plan incliné. En ajoutant une dépendance en profondeur du coefficient de frottement (figure 2.10), nous retrouvons les deux régimes d’avalanches triangulaires et remontantes. À gauche une goutte non-amplifiée formant des berges ($\delta\varphi = 0^\circ$), et par ordre d’angle de déclenchement croissant deux avalanches triangulaires ($\delta\varphi = 0.4^\circ$ et 0.8°) et une remontante ($\delta\varphi = 5.4^\circ$). Le niveau de gris moyen correspond à la hauteur ζ de la surface libre, et le bruit artificiel indique la profondeur H de l’écoulement.

4.3.6. Discussion

La figure 4.10 montre une simulation par notre modèle d'avalanches sur le plan incliné. Pour tenir compte de la présence du plan rugueux, l'augmentation du frottement près de la paroi (mesures figure 2.10 et relation (2.1) page 53) a été intégré dans le coefficient de frottement μ_Γ .

Nous pouvons constater que le résultat est satisfaisant à plusieurs égards. Le modèle reproduit bien les deux régimes d'avalanches triangulaires et remontantes. Les angles des avalanches triangulaires sont réalistes, ainsi que la forme du front remontant. L'étalement de la matière à l'arrière du front correspond à l'expérience. Le front arrière de l'écoulement triangulaire en particulier descend à une vitesse finie, ce qui n'est possible que grâce au piégeage. Les traces deviennent plus profondes pour des angles croissants. La correspondance n'est certes pas encore parfaite : Le front avant est légèrement trop arrondi, et le front arrière des avalanches triangulaires devrait se situer à peu près au niveau de l'extension latérale maximale. Contrairement à l'automate cellulaire discuté plus haut, le modèle n'est pas spontanément instable. Le bilan global à partir de ces impressions est néanmoins très positif. Le modèle, écrit pour des écoulements de surface sur un tas épais, est applicable à des écoulements dans une couche mince simplement en ajoutant la dépendance du frottement de la distance à la paroi. Malgré sa simplicité, le modèle reproduit les deux types d'avalanches de manière réaliste. On peut noter que l'agrandissement en triangle se fait simplement par étalement de la matière selon la direction locale de plus grande pente, aucun terme d'entraînement latéral n'ayant été introduit.

Le modèle introduit deux éléments clés pour traiter l'écoulement de surface d'un tas de sable : premièrement l'évolution de la profondeur est liée à l'accélération de la couche, et deuxièmement, la force contient le piégeage avec le comportement sous-critique que nous avons observé. Elperin & Vikhansky (1998) ont utilisé, dans un calcul de vitesse dans un tambour tournant, une hypothèse équivalente à notre première : ils ont supposé que la hauteur et la vitesse de la couche étaient localement reliées par un profil de Bagnold. Leur calcul reste cependant entièrement stationnaire, et l'équation de conservation de l'impulsion n'est pas utilisée dans le calcul de la vitesse. Le terme de force (Coulombien) n'intervient qu'à la fin pour permettre de remonter à la forme de la surface.

En ce qui concerne la force, plusieurs autres formes ont été postulées (Caponeri et al., 1995; Benza et al., 1993; Jaeger et al., 1990; Linz & Hänggi, 1995). Notons en deux qui se rapprochent le plus de notre expression. Caponeri et al. (1995) suggèrent une force globale pour une couche dans un tambour tournant :

$$\mu = \begin{cases} \min(\tan \varphi, \mu_{\text{start}}) & \text{pour } D = 0 \\ \mu_{\text{start}} - \Delta\mu - aD + bD^2 & \text{pour } D > 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

De leur côté, Jaeger et al. (1990) proposent pour une bille isolée à vitesse v :

$$\mu = \begin{cases} \min(\tan \varphi, \mu_{\text{start}}) & \text{pour } v = 0 \\ \mu = \frac{\mu_{\text{start}}}{1+av^2} + bv^2 & \text{pour } D > 0 \end{cases} \quad (4.35)$$



Dans les deux cas, la force a un minimum non-nul. À grand débit la force croît comme le carré du débit respectivement de la vitesse. Pour des débits faibles, la force croît également dans les deux cas, avec une discontinuité en $D = 0$. La force ne change pas explicitement avec l'angle, sauf en $D = 0$ où elle est supposée être réactive et bornée par μ_{start} .

On constate que les deux forces incluent le piégeage à faible débit. À part la discontinuité que nous avons régularisée, notre modèle se distingue des deux cités par l'absence de dissipation «à la Bagnold» à grands débits. Cela a plusieurs raisons : premièrement il n'y a nulle indication d'une saturation des avalanches en couche épaisse, et donc aucune raison d'en mettre dans le modèle. Ceci d'autant plus que ce développement est intentionnellement maintenu à un niveau minimal – il sert juste à illustrer la nouvelle approche en piégeage et évolution de H . Il y a peut-être aussi une raison physique pour laquelle la dissipation n'a pas d'effet équilibrant : la puissance injectée dans l'écoulement par la force gravitationnelle est proportionnelle à $D \propto \Gamma H^2$, alors qu'en première approximation, la puissance dissipée par collisions est proportionnelle à $\Gamma^2 H$: Selon l'argument classique de Bagnold (1954), les pertes par chocs sont proportionnelles aux vitesses relatives, donc à Γ , la fréquence des chocs est également proportionnelle au gradient Γ , et l'intégration sur l'épaisseur de la couche à gradient de vitesse uniforme fournit un facteur H . Or dans notre cas, le fond évolue librement de sorte à ce que $\Gamma \approx \text{cste}$. L'importance de la dissipation par chocs décroît donc avec un débit croissant plutôt que d'augmenter. Le frottement solide croît quand à lui comme la puissance injectée : la force de frottement dynamique (en supposant les contacts partout frustrés et en glissement) vaut $\mu_{\text{stop}} \rho g (\zeta - z)$. La puissance dissipée s'obtient en multipliant par le taux de cisaillement, de sorte que l'intégrale sur la profondeur est proportionnelle à $\Gamma H^2 \propto D$ comme la puissance injectée. La force correspondante est bien indépendante du débit D . Les choses sont bien différentes sur un fond fixe ou en géométrie confinée par exemple, puisque le gradient de vitesse doit alors augmenter si le débit croît. Nous pouvons en tenir compte par une dépendance $\mu_{\Gamma}(\Gamma)$ (voir par exemple figure 4.9).

4.4. Synthèse

Ce mémoire était consacré à l'étude de l'écoulement du sable sur lui-même. L'objectif était de comprendre la transition entre les états solide et fluide. Essayons de résumer ce que nous avons appris.

4.4.1. Préparation

À travers les «châteaux de sable ratés» (chapitre 3), nous avons vu dans quelle mesure des expériences granulaires sont sensibles à la préparation, et à quel point il faut prendre des soins exagérés pour parvenir à une expérience reproductible. Nous

avons en effet observé que la dynamique de l'écoulement est différente selon que l'empilement initial est lâche ou dense. Dans le cas dense, seulement une couche fine près de la surface est mobilisée et érode le tas, donnant lieu à une évolution compliquée à deux pentes. Dans le cas lâche par opposition, la mobilisation est quasi-instantanée dans tout l'échantillon, et l'écoulement est une relaxation simple vers le talus final avec un temps caractéristique qui correspond au temps de chute libre sur la hauteur du tas. Il faudrait augmenter la taille de l'expérience, d'après nos observations sur le passage d'un cas à l'autre, pour observer aussi dans le cas lâche un écoulement limité par la mobilisation. L'efficacité de la mobilisation peut donc beaucoup varier selon les conditions initiales, et il est clair qu'une description complète des écoulements granulaires devra tenir compte de cet effet. Dans notre modèle actuel, nous nous en privons entre autres en supposant le milieu incompressible. Considérant que la mémoire est perdue une fois que le milieu est mobilisé, et que l'écoulement et le dépôt se font ensuite à peu près à la même densité, il paraît cependant justifié de négliger les effets de structure interne (y compris ceux dûs à la texture des contacts) dans un premier temps, quitte à les intégrer ultérieurement.

4.4.2. Sous-criticité

La description du sable est entièrement dominée par l'image du frottement solide de Coulomb. Or si celui-ci décrit en effet très bien le comportement statique ou entièrement mobilisé du sable (Hungr & Morgenstern, 1984a,b), il ne dit rien sur la transition solide-liquide entre les deux angles φ_{stop} et φ_{start} . En effet, la force de frottement est discontinue pour une vitesse relative approchant zéro, ce qui implique que l'état $v = 0$ est instable vis-à-vis d'une perturbation pour des angles supérieurs à φ_{stop} . Nous avons montré par une mesure directe que la transition entre repos et écoulement dans un milieu granulaire est *sous-critique*. Ce résultat découle d'une mesure de la perturbation pour déclencher une avalanche : nous observons que celle-ci diminue avec l'inclinaison de la couche statique et s'annule à l'angle de démarrage spontané φ_{start} . L'origine du seuil pour la mise en mouvement peut être compris en considérant un grain isolé sur un fond rugueux : le seuil de perturbation pour celui-ci est la vitesse de libération qui lui permet de sortir des creux de la surface. L'existence de ce piège dans la couche de grains est confirmée par l'observation de l'arrêt d'une quantité de matière mobile trop petite et de la formation de berges. Ces observations indiquent aussi que la taille du piège est plus grande pour un amas de grains que pour un grain isolé. La sous-criticité est l'un des deux éléments centraux de notre modélisation. Le comportement sous-critique y est réalisé par une force de *piégeage* inspirée des mesures et ayant les bonnes propriétés.



4.4.3. Mobilisation

Une fois les grains mis en mouvement au delà du seuil sous-critique, il se pose la question de l'importance des *effets collectifs* pour l'écoulement granulaire : dans quelle mesure la quantité de grains en écoulement influence-t-elle la transition à son interface avec la partie statique ? Les avalanches dans les couches métastables nous ont permis d'étudier la dynamique de la transition. Nous pouvons observer deux types d'avalanches, l'un laissant une trace triangulaire et l'autre envahissant tout le plan, que nous avons attribué à des mécanismes de propagation différents. Le résultat central est que la dynamique des avalanches est entièrement déterminée par les processus de mobilisation et de dépôt de grains. L'avalanche est composée juste de deux transitoires, l'un de mobilisation à l'avant et l'autre de dépôt à l'arrière. L'écoulement n'est en particulier nulle part à l'équilibre (ceci n'empêche pas la vitesse matérielle d'être reliée de manière simple à la hauteur de l'écoulement). Au front avant la matière est mobilisée rapidement, et l'écoulement forme une onde de choc. Les grains ralentissent ensuite par rapport au front et sont graduellement piégés dans une nouvelle couche statique. En conséquence, le profil de hauteur de l'avalanche n'a pas de plateau, mais un aspect d'aileron de requin dont l'asymétrie provient de l'augmentation de la vitesse avec la hauteur. Un automate cellulaire que nous avons présenté montre par ailleurs que c'est probablement cette dynamique particulière qui est responsable de l'instabilité de «dé-mouillage» observée dans les couches minces.

En étudiant des avalanches dans des couches plus épaisses, nous avons montré qu'il n'existe vraisemblablement pas de saturation de l'amplitude d'un écoulement au dessus de l'angle d'arrêt φ_{stop} . Des considérations énergétiques (page 4.3.6) montrent effectivement que la puissance gagnée en creusant compense la puissance dissipée supplémentaire. Ceci expliquerait pourquoi les écoulements de surface stationnaires (en canal large alimenté par le haut) ont toujours une pente φ_{stop} indépendamment du débit, et signifierait que toute avalanche à la surface d'un tas incliné à plus de φ_{stop} ne serait limitée en amplitude que par la taille du tas.

La mobilisation est le deuxième élément central de la modélisation. En supposant que l'écoulement est caractérisé localement par un profil de vitesse reliant vitesse et épaisseur, nous obtenons une équivalence entre accélération et érosion. Le profil linéaire à gradient constant que nous avons choisi est inspiré d'autres mesures directes du profil de vitesse.

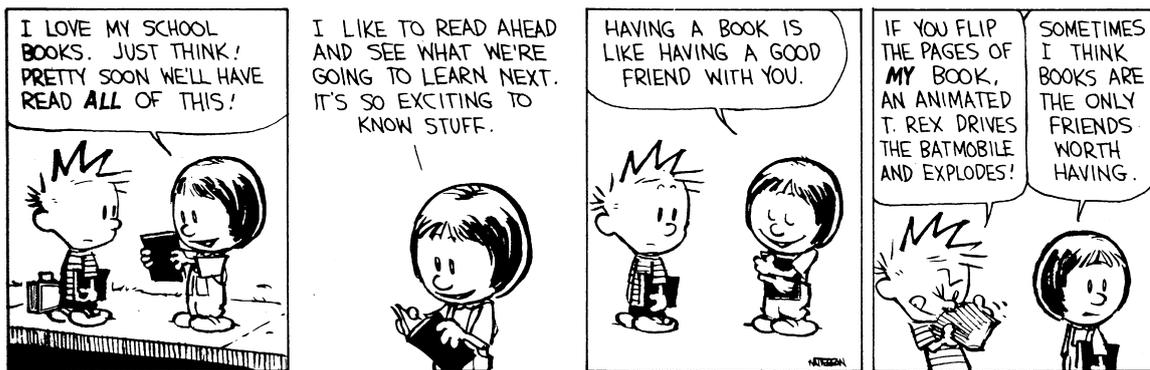
4.4.4. Perspectives

La conclusion de la thèse est encourageante : nous sommes parvenus à identifier des propriétés simples de la mobilisation et du dépôt dans un écoulement granulaire. En intégrant ces éléments dans un modèle pour des quantités moyennées dans l'épaisseur, nous avons vérifié que les comportements obtenus sont tout à fait réalistes, et reproduisent déjà une bonne partie de la richesse de la dynamique des avalanches :

régime triangulaire et remontant, saturation de l'amplitude, formation de berges, ... Il reste cependant des choses à améliorer, à approfondir et à découvrir : Qu'est-ce qui change si l'on utilise d'autres matériaux – nous avons pour l'instant juste observé qualitativement les mêmes régimes d'avalanches, la même instabilité de couche mince et aussi la saturation. Il serait intéressant de voir dans quelle mesure le modèle peut être utilisé pour des écoulements géophysiques (effets de taille non-triviaux?). Comment comprendre les effets du fond ?







Calvin and Hobbes ©1996 Bill Watterson

Reproduit avec l'aimable autorisation du *Universal Press Syndicate*. Tous droits réservés.

haut, recto Avalanche triangulaire ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 1^\circ$; voir figure 2.20 page 69),
image brute, $\Delta t = 0.08$ s.

bas, recto Avalanche remontante ($\varphi_{\text{prep}} = 30^\circ$, $\delta\varphi = 4^\circ$; voir figure 2.23 page 72),
différence d'images, $\Delta t = 0.04$ s.

haut, verso Tas lâche, $\Delta t = 0.08$ s.

bas, verso Tas dense, $\Delta t = 0.08$ s.



PRESSE : C'EST L'ÉTÉ !



extrait du *Canard Enchaîné*

Références

- Aguirre et al.(1997)** María Alejandra Aguirre, Irene Ippolito, Adriana Calvo, Christian Henrique, & Daniel Bideau. Effects of geometry on the characteristics of the motion of a particle rolling down a rough surface. *Powder Technology*, **92** :75–80, 1997.
- Ahn et al.(1991)** H. Ahn, C. E. Brennen, & R. H. Sabersky. Measurements of velocity, velocity fluctuations, density, and stresses in chute flows of granular materials. *ASME J. Appl. Mech.*, **58** :792–803, 1991.
- Aider et al.(1999)** Jean-Luc Aider, Nathalie Sommier, Tareck Raafat, & Jean-Pierre Hulin. Experimental study of a granular flow in a vertical pipe : A spatiotemporal analysis. *Phys. Rev. E*, **59**(1) :778–786, 1999.
- Albert et al.(1997)** Réka Albert, István Albert, Daniel Hornbaker, Peter Schiffer, & Albert-László Barabási. Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media. *Phys. Rev. E*, **56**(6) :6271–6274, December 1997.
- Alonso & Herrmann(1996)** J. J. Alonso & H. J. Herrmann. Shape of the tail of a two-dimensional sandpile. *Phys. Rev. Lett.*, **76**(26) :4911–4914, 1996.
- Amontons(1699)** G. Amontons. De la résistance causée par les machines. *Mémoires de l'Académie Royale A*, **12** :257, 1699.
- Ancey et al.(1996)** Christophe Ancey, Philippe Coussot, & Pierre Evesque. Examination of the possibility of a fluid-mechanics treatment of dense granular flows. *Mech. Cohesive-Frictional Materials*, **1** :385–403, 1996.
- Andreotti & Douady(2001)** Bruno Andreotti & Stéphane Douady. Saint-venant equations to describe granular surface flows. en cours de rédaction, 2001.
- Aradian et al.(1999)** Achod Aradian, Elie Raphaël, & Pierre-Gilles de Gennes. Thick surface flows of granular materials : The effect of the velocity profile on the avalanche amplitude. *Phys. Rev. E*, **60**(2) :2009–2019, August 1999.
- Aspelmeier et al.(1998)** T. Aspelmeier, F. Gerl, & A. Zippelius. A microscopic model of energy dissipation in granular collisions. In Herrmann et al. (1998), pages 407–411. Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargese, France.
- Azanza et al.(1999)** Emmanuel Azanza, François Chevoir, & Pascal Moucheron. Experimental study of collisional granular flows down an inclined plane. *J. Fluid Mech.*, **400** :199–227, 1999.
- Bagnold(1954)** R. A. Bagnold. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. *Proc. Roy. Soc. London*, **A 225** :49–63, 1954.



- Bak et al.(1987)** P. Bak, C. Tang, & K. Wiesenfeld. Self-organized criticality : an explanation of the $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.*, **59** :381–384, 1987.
- Baumberger et al.(1999)** T. Baumberger, P. Berthoud, & C. Caroli. Physical analysis of the state- and rate-dependent friction law. ii. dynamic friction. *Phys. Rev. B*, **60** : 3928–3939, 1999.
- Benza et al.(1993)** V. G. Benza, Franco Nori, & Oscar Pla. Mean-field theory of sandpile avalanches : From the intermittent- to the continuous-flow regime. *Phys. Rev. E*, **48**(11) : 4095–4098, November 1993.
- Bernu & Mazighi(1990)** B. Bernu & R. Mazighi. *J. Phys. A*, **23** :5745, 1990.
- Biarez & Wiendiek(1963)** Jl. Biarez & K. Wiendiek. Comparison qualitative entre l’anisotropie mécanique et l’anisotropie de structure des milieux pulvérulents. *C. R. Acad. Sci.*, **256** :12–17, 1963.
- Bideau & Hansen(1993)** D. Bideau & A. Hansen, editors. *Disorder and Granular Media*, Random Materials and Processes, 1993. Elsevier (Amsterdam, NL).
- Bideau et al.(1998)** D. Bideau, C. Henrique, I. Ippolito, L. Samson, G. Batrouni, A. Aguirre, & A. Calvo. Dynamics of a ball rolling down a rough inclined surface. In Herrmann et al. (1998). Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargese, France.
- Bideau et al.(1996)** D. Bideau, I. Ippolito, L. Samson, G. G. Batrouni, S. Dippel, A. Aguirre, A. Calvo, & C. Henrique. Gravity driven motion of a single sphere on a rough inclined surface. In D. E. Wolf, M. Schreckenberg, & A. Bachem, editors, *Proceedings of the HLRZ Workshop on Traffic and Granular Flow, Jülich*, pages 279–291. World Scientific (Singapore), 1996.
- Bohr et al.(1997)** T. Bohr, V. Putkaradze, & S. Watanabe. *Phys. Rev. Lett.*, **79** :1038, 1997.
- Bonamy et al.(2000)** Daniel Bonamy et al. Electrical conductance of a 2d packing of metallic beads under thermal perturbations. *Europhys. Lett.*, **51**(6) :614–620, 2000.
- Bouchaud & Cates(1998)** J.-P. Bouchaud & M. E. Cates. Triangular and uphill avalanches of a tilted sandpile. *Granular Matter*, **1** :101, 1998.
- Bouchaud et al.(1994)** J.-P. Bouchaud, M. E. Cates, J. Ravi Prakash, & S. F. Edwards. A model for the dynamics of sandpile surfaces. *J. Phys. I France*, **4** :1383–1410, October 1994.
- Boutreux(1999)** T. Boutreux. PhD thesis, Collège de France, 1999.
- Boutreux et al.(1997)** T. Boutreux, E. Raphaël, & P.-G. de Gennes. Propagation of a pressure step in a granular material : the role of wall friction. *Phys. Rev. E*, **55**(5B) : 5759–5773, May 1997.
- Boutreux et al.(1998)** T. Boutreux, E. Raphaël, & P.-G. de Gennes. Surface flows of granular materials : A modified picture for thick avalanches. *Phys. Rev. E*, **58** :4692–4700, 1998.
- Bowden & Tabor(1967)** F. P. Bowden & D. Tabor. *Friction and Lubrication*. Methuen (London), 1967.

- Bridgwater(1980)** J. Bridgwater. On the width of failure zones. *Geotechnique*, **30** : 533–536, 1980.
- Brown & Richards(1970)** R. L. Brown & J. C. Richards. *Principles of Powder Mechanics*. Pergamon (New York), 221 pp. edition, 1970.
- Calvetti et al.(1997)** F. Calvetti, G. Combe, & J. Lanier. Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material : Relation between structure evolution and loading path. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **2** :121–163, 1997.
- Campbell & Gong(1986)** Charles S. Campbell & Ailing Gong. The stress tensor in a two-dimensional granular shear flow. *J. Fluid Mech.*, **164** :107–125, 1986.
- Caponeri et al.(1995)** M. Caponeri, S. Douady, S. Fauve, & C. Laroche. Dynamics of avalanches in a rotating cylinder. In E. Guazzelli & L. Oger, editors, *Mobile Particulate Systems*, pages 331–366. Kluwer (Dordrecht, NL), 1995.
- Ciliberto & Laroche(1999)** S. Ciliberto & C. Laroche. Energy dissipation in solid friction. *Eur. Phys. J. B*, **9** :551–558, 1999.
- Cladé(2000)** Pierre Cladé. Etude de fronts d’avalanches. rapport de stage MIP/MMFAI, ENS (Paris), 2000.
- Claudin & Bouchaud(1997)** P. Claudin & J. P. Bouchaud. *Phys. Rev. Lett.*, **78** :231, 1997.
- Claudin(1999)** Philippe Claudin. *La Physique du Tas de Sable*. PhD thesis, Université de Paris Sud (Orsay, France), 1999.
- Clément et al.(1992)** E. Clément, J. Duran, & J. Rajchenbach. Experimental study of heaping in a two-dimensional ‘sandpile’. *Phys. Rev. Lett.*, **69**(8) :1189–1192, August 1992.
- Coussot & Ancey(1999)** Philippe Coussot & Christophe Ancey. *Rhéophysique des pâtes et des suspensions*. EDP Sciences (Les Ulis, France), 266 pp. edition, 1999.
- Coxeter(1958)** H. S. M. Coxeter. *Illinois J. Math.*, **2** :746, 1958.
- Crassous et al.(1997)** J. Crassous, S. Ciliberto, E. Charlaix, & C. Laroche. Hysteresis and recovery length in a dry solid friction experiment. *J. Physique II*, **7** :1745–1751, 1997.
- Daerr & Douady(1999)** Adrian Daerr & Stéphane Douady. Two types of avalanche behaviour in granular media. *Nature*, **399** :241–243, May 20th 1999.
- Dantu(1957)** P. Dantu. In *Proceedings of the 4th Intl. Conf. on Soil Mechanics and Foundations Engineering*. Butterworths Scientific Publications (London), 1957.
- de Barré Saint-Venant(1850)** A. J. C. de Barré Saint-Venant. Mémoire sur des formules nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes. *C. R. Acad. Sci.*, **31** :283, 1850.
- de Coulomb(1776)** C. A. de Coulomb. Mem. Sav. Etr. Acad. Sci. Paris, 1776.
- de Coulomb(1785)** C. A. de Coulomb. Mem. Math. Phys. Acad. Sci. Paris, 1785.
- Dippel et al.(1996)** S. Dippel, G. G. Batrouni, & D. E. Wolf. Collision-induced friction in the motion of a single particle on a bumpy inclined line. *Phys. Rev. E*, **54**(6) :6845–6856, December 1996.



- Dippel et al.(1997)** S. Dippel, G. G. Batrouni, & D. E. Wolf. How transversal fluctuations affect the friction of a particle on a rough incline. *Phys. Rev. E*, **56**(3) :3645–3656, September 1997.
- Douady et al.(1989)** S. Douady, S. Fauve, & C. Laroche. Subharmonic instabilities and defects in a granular layer under vertical vibrations. *Europhys. Lett.*, **8**(7) :621–627, April 1989.
- Douady et al.(1999)** Stéphane Douady, Bruno Andreotti, & Adrian Daerr. On granular surface flow equations. *Euro. Phys. J. B*, **11** :131–142, 1999.
- Drake(1991)** Thomas G. Drake. Granular flow : Physical experiments and their implications for microstructural theories. *J. Fluid Mech.*, **225** :121–152, 1991.
- Dupla(1995)** J.-C. Dupla. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 1995.
- Duran(1997)** Jacques Duran. *Sables, Poudres et Grains : Introduction à la Physique des Milieux Granulaires*. Eyrolles Sciences (Paris), 1997. ISBN 2212058314. [traduction anglaise (par Axel Reisinger) : Sands, Powders and Grains : an Introduction to the Physics of Granular Materials, Springer (New York) 214p. (2000)].
- Elperin & Vikhansky(1998)** T. Elperin & A. Vikhansky. Granular flow in a rotating cylindrical drum. *Europhys. Lett.*, **42**(6) :619–623, June 1998.
- Evesque & Rajchenbach(1988)** P. Evesque & J. Rajchenbach. *C. R. A. S. Série II*, **307** :223, 1988.
- Forterre & Pouliquen(1999)** Yoel Forterre & Olivier Pouliquen. communication privée, December 1999.
- Gondret et al.(2000)** P. Gondret, N. Merakchi, & M. Rabaud. Avalanches sous-marines. In *Colloque Physique et Mécanique des Matériaux Granulaires*, Actes LCPC. Éditions du LCPC (Champs-sur-Marne, France), 2000. 2 tomes.
- Grasselli & Herrmann(1997)** Y. Grasselli & H. J. Herrmann. On the angles of dry granular heaps. *Physica A*, **246** :301–312, 1997.
- Hagen(1852)** G. Hagen. Druck und bewegung des trockenen sandes. *Berlin. Monatsb. Akad. d. Wiss.*, pages 35–42, 1852.
- Hales(1999)** Thomas Hales. The Kepler conjecture. WWW-document 1996–1999, comment Spektrum der Wissenschaft April 1999 (Heidelberg), p. 10, 1999. URL <http://www.math.lsa.umich.edu/~hales/kepler.html>.
- Held et al.(1990)** G. A. Held, D. H. Solina, II, D. T. Keane, W. J. Haag, P. M. Horn, & G. Grinstein. Experimental study of critical-mass fluctuation in an evolving sandpile. *Phys. Rev. Lett.*, **65**(9) :1120–1123, August 1990.
- Henrique et al.(1998)** C. Henrique, M. A. Aguirre, A. Calvo, I. Ippolito, S. Dippel, G. G. Badrouni, & D. Bideau. Energy dissipation and trapping of particles moving on a rough surface. *Phys. Rev. E*, **57**(4) :4743–4750, 1998.
- Herrmann et al.(1998)** H. J. Herrmann, J.-P. Hovi, & S. Luding, editors. *Physics of Dry Granular Media*, volume 350 of *NATO ASI Series E*, 1998. Kluwer (Dordrecht, NL). Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargèse, France.

- Heslot et al.(1994)** F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli, & C. Caroli. Creep, stick-slip, and dry-friction dynamics : Experiments and a heuristic model. *Phys. Rev. E*, **49** :4973–4988, 1994.
- Hinrichsen(2000)** Haye Hinrichsen. On possible experimental realizations of Directed Percolation. *Braz. J. Phys.*, **30** :69–82, 2000.
- Hinrichsen et al.(1999)** Haye Hinrichsen, Andrea Jiménez-Dalmaroni, Yadin Rozov, & Eytan Domany. Flowing sand — a physical realization of Directed Percolation. *Phys. Rev. Lett.*, **83** :4999–5002, 1999.
- Hinrichsen et al.(2000)** Haye Hinrichsen, Andrea Jiménez-Dalmaroni, Yadin Rozov, & Eytan Domany. Flowing sand — a possible physical realization of Directed Percolation. *J. Stat. Phys.*, **98** :1149–1168, 2000.
- Hornbaker et al.(1997)** Daniel Hornbaker, Réka Albert, István Albert, Albert-László Barabási, & Peter Schiffer. What keeps sandcastles standing? *Nature*, **387**, June 1997.
- Huber(1980)** A. Huber. Schwallwellen in Seen als Folge von Felsstürzen. Technical Report Mitteilung Nr. 47, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH, 1980.
- Hungr & Morgenstern(1984a)** O. Hungr & N. R. Morgenstern. Experiments on the flow behaviour of granular materials at high velocity in an open channel. *Géotechnique*, **34**(3) :405–413, 1984a.
- Hungr & Morgenstern(1984b)** O. Hungr & N. R. Morgenstern. High velocity ring shear tests on sand. *Géotechnique*, **34**(3) :415–421, 1984b.
- Ishida et al.(1980)** M. Ishida, H. Hatano, & T. Shirai. The flow of solid particles in an aerated inclined channel. *Powder Technology*, **27** :7–12, 1980.
- Jaeger et al.(1989)** H. M. Jaeger, C. H. Liu, & S. R. Nagel. *Phys. Rev. Lett.*, **62**(40), 1989.
- Jaeger et al.(1990)** H. M. Jaeger, C.-H. Liu, S. R. Nagel, & T. A. Witten. *Europhys. Lett.*, **11** :619, 1990.
- Janssen(1895)** H. A. Janssen. Tests on grain pressure silos. *Z. Ver. Deut. Ing.*, **39** : 1045–1049, 1895. (en Allemand).
- Johnson et al.(1990)** P. C. Johnson, P. Nott, & R. Jackson. Frictional-collisional equations of motion for particulate flows and their application to chutes. *J. Fluid Mech.*, **210** :501–535, 1990.
- Kanatani(1984)** K. I. Kanatani. Distribution of directional contact and fabric tensors. *Int. J. Eng. Sci.*, **22** :149–164, 1984.
- Kapitza & Kapitza(1965)** P. L. Kapitza & S. P. Kapitza. Wave flow of thin layers of a viscous liquid. In *Collected Works*, pages 690–709. Pergamon (New York), 1965.
- Knight et al.(1995)** J. B. Knight, C. G. Fandrich, C. N. Lau, H. M. Jaeger, & S. R. Nagel. Density relaxation in a vibrated granular material. *Phys. Rev. E*, **51**(5) :3957–3962, 1995.
- Kolb et al.(1999)** E. Kolb, T. Mazozi, E. Clément, & J. Duran. Force fluctuations in a vertically pushed granular column. *Eur. Phys. J. B*, **8**(3) :483–491, 1999.



- Laroche et al.(1989)** C. Laroche, S. Douady, & S. Fauve. Convective flow of granular masses under vertical vibrations. *J. Phys. I France*, **50**(7) :699–706, 1989.
- le Pennec et al.(1996)** T. le Pennec, K. J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, & D. Bideau. Ticking hour glasses : experimental analysis of intermittent flow. *Phys. Rev. E*, **53**(3) : 2257–2264, March 1996.
- Lemieux & Durian(2000)** P.-A. Lemieux & D. J. Durian. From avalanches to fluid flow : A continuous picture of grain dynamics down a heap. 0005388 at e.g. <http://xxx.lanl.gov/archive/cond-mat>, May 2000.
- Linz & Hänggi(1995)** Stefan J. Linz & Peter Hänggi. Minimal model for avalanches in granular systems. *Phys. Rev. E*, **51**(3) :2538–2542, March 1995.
- Luding(1997)** S. Luding. Stress distribution in static two dimensional granular model media in the absence of friction. *Phys. Rev. E*, **55** :4720–4729, 1997.
- Makino & Kuramitsu(1988)** K. Makino & K. Kuramitsu. Measurement of the bulk density structure of granular materials in a powder vessel. In Satake & Jenkins (1988), pages 55–60.
- Matsuoka et al.(1988)** H. Matsuoka, K. Sakakibara, & Y. Suzuki. A constitutive model for granular materials evaluating principal stress rotation. In Satake & Jenkins (1988), pages 287–296.
- Maugis(1992)** D. Maugis. *J. Colloid Interface Sci.*, **150** :243, 1992.
- McClung & Schaerer(1993)** D. McClung & P. Schaerer. *The Avalanche Handbook*. Mountaineers (Seattle), 1993.
- Meftah et al.(1997)** W. Meftah, P. Evesque, J. Biarez, D. Sornette, & N. E. Abriak. Evidence of local seisms of microscopic and macroscopic stress fluctuations during the deformation of a packing of grains. In C. Thornton, editor, *Powders and Grains 93*, pages 173–178. Balkema (Rotterdam, NL), 1997.
- Mehta et al.(1996)** A. Mehta, J. M. Luck, & R. J. Needs. Dynamics of sandpiles : Physical mechanisms, coupled stochastic equations, and alternative universality classes. *Phys. Rev. E*, **53**(1) :92–102, January 1996.
- Mehta et al.(1992)** Anita Mehta, R. J. Needs, & Sushanta Dattagupta. The langevin dynamics of vibrated powders. *J. Stat. Phys.*, **68**(5/6) :1131–1141, 1992.
- Mills et al.(1999a)** P. Mills, D. Loggia, & M. Tixier. Influence of roughness and dilatancy for dense granular flow along an inclined wall. *Eur. Phys. J. E*, **1** :5–8, 1999a.
- Mills et al.(1999b)** P. Mills, D. Loggia, & M. Tixier. Model for a stationary dense granular flow along an inclined wall. *Europhys. Lett.*, **45**(6) :733–738, 1999b.
- Naaim et al.(1997)** M. Naaim, S. Vial, & R. Couture. Saint venant approach for rock avalanches modelling. In *Multiple Scale Analyses and Coupled Physical Systems : Saint Venant Symposium*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (Paris), 1997.
- Nagel(1992)** Sidney R. Nagel. Instabilities in a sandpile. *Rev. Mod. Phys.*, **64**(1) :321, January 1992.

- Nakahara & Isoda(1997)** Akio Nakahara & Takeshi Isoda. $1/f^\alpha$ density fluctuation at the slugging transition point of granular flows through a pipe. *Phys. Rev. E*, **55**(4) : 4264–4273, April 1997.
- Ngadi & Rajchenbach(1998)** A. Ngadi & J. Rajchenbach. Intermittencies in the compression process of a model granular medium. *Phys. Rev. Lett.*, **80**(2) :273–276, 1998.
- Nowak et al.(1997)** E. R. Nowak, J. B. Knight, M. Povinelli, H. M. Jaeger, & S. R. Nagel. Reversibility and irreversibility in the packing of vibrated granular material. *Powder Technology*, **94**(1) :79–83, 1997.
- Oda et al.(1982)** M. Oda, S. Nemat-Nasser, & M. M. Mehrabadi. A statistical study of fabric in a random assembly of spherical granules. *Int. J. numer. anal. Methods Geomech.*, **6** :77–94, 1982.
- Onoda & Liniger(1990)** G. Y. Onoda & E. Liniger. Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Phys. Rev. Lett.*, **64** :2727–2730, 1990.
- Patton et al.(1987)** J. S. Patton, C. E. Brennen, & R. H. Sabersky. Shear flows of rapidly flowing granular materials. *ASME J. Appl. Mech.*, **54** :801–805, December 1987.
- Peralta-Fabi et al.(1999)** R. Peralta-Fabi, C. Málaga, & R. Rechtman. Arching in confined dry granular materials. *Europhys. Lett.*, **45**(1) :76–82, 1999.
- Persson(1998)** B. N. J. Persson. In *Sliding Friction : Physical Principles and Applications*. Springer (Berlin), 1998.
- Pixcom(2000)** Pixcom. Figure 1.1 page 12 : ant in antlion pit, 2000. URL http://www.insectia.com/beta/images/dossiers/gm/video_17.gif.
- Pouliquen et al.(1997a)** O. Pouliquen, M. Nicolas, & P. D. Weidman. Crystallization of non-Brownian spheres under horizontal shaking. *Phys. Rev. Lett.*, **79**(19) :3640–3643, November 1997a.
- Pouliquen(1999a)** Olivier Pouliquen. On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, **11**(7) :1956–1958, 1999a.
- Pouliquen(1999b)** Olivier Pouliquen. Scaling laws in granular flow down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, **11**(3) :542–548, 1999b.
- Pouliquen et al.(1997b)** Olivier Pouliquen, Jean Delour, & Stuart B. Savage. Fingering in granular flows. *Nature*, **386** :816–817, 24 April 1997b.
- Pouliquen & Renaut(1996)** Olivier Pouliquen & Nathalie Renaut. Onset of granular flows on an inclined rough surface : Dilatancy effects. *J. Phys. II France*, **6** :923–935, June 1996.
- Pumir et al.(1983)** A. Pumir, P. Manneville, & Y. Pomeau. On solitary waves running down an inclined plane. *J. Fluid Mech.*, **135** :27–50, 1983.
- Quartier et al.(2000)** Laurent Quartier, Bruno Andreotti, Stéphane Douady, & Adrian Daerr. On dynamical mechanisms in granular flows. *Phys. Rev. E*, **62**(6) :8299–8307, December 2000. URL <http://publish.aps.org/abstract/PRE/v62/p8299>.
- Radjai et al.(1996)** Farhang Radjai, Michel Jean, Jean-Jacques Moreau, & Stéphane Roux. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(2) :274–277, 1996.

- Rajchenbach(1998)** J. Rajchenbach. Continuous flow and avalanches of grains. In Herrmann et al. (1998), pages 421–440. Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargese, France.
- Rajchenbach et al.(1995)** J. Rajchenbach, E. Clément, J. Duran, & T. Mazozi. In A. McKane, M. Droz, J. Vannimenus, & D. Wolf, editors, *Scale invariance, Interfaces and Non-Equilibrium Dynamics*, page 313. Plenum (New York), 1995.
- Restagno et al.(2000)** F. Restagno, L. Bocquet, T. Biben, & E. Charlaix. Thermally activated dynamics of the capillary condensation. *J. Phys. : Cond. Matt.*, **10**(8A) : 419–424, 2000.
- Restagno et al.(1999)** F. Restagno, H. Gayvallet, L. Bocquet, & E. Charlaix. Humidity effects and aging behaviour in granular media. In *Mat. Res. Soc. Proc.*, page 143, 1999.
- Reynolds(1885)** Osborne Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phil. Mag. Ser. 5*, **20** :469–481, 1885.
- Riguidel et al.(1994)** F.-X. Riguidel, A. Hansen, & D. Bideau. Gravity-driven motion of a particle on an inclined plane with controlled roughness. *Europhys. Lett.*, **28**(1) :13–18, October 1994.
- Ristow et al.(1994)** Gerald H. Ristow, François-Xavier Riguidel, & Daniel Bideau. Different characteristics of the motion of a single particle on a bumpy inclined line. *J. Phys. I France*, **4** :1161–1172, August 1994.
- Roscoe et al.(1958)** K. H. Roscoe, A. N. Schofield, & C. P. Wroth. On the yielding of soils. *Geotechnique (London)*, **8**(1) :22, 1958.
- Roux(1998)** Stéphane Roux. Quasi-static contacts. In Herrmann et al. (1998). Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargese, France.
- Roux et al.(1993)** Stéphane Roux, Daniel Bideau, & Alex Hansen. Properties of the grain space of packings : Effects of heterogeneities. In Bideau & Hansen (1993).
- Ruyer-Quil(1999)** Christian Ruyer-Quil. *Dynamique d'un film mince s'écoulant le long d'un plan incliné*. PhD thesis, École Polytechnique, Palaiseau (France), 1999.
- Samson et al.(1999)** L. Samson, I. Ippolito, D. Bideau, & G. G. Batrouni. Motion of grains down a bumpy surface. *Chaos*, **9**(3) :639–648, September 1999.
- Samson et al.(1997)** L. Samson, I. Ippolito, S. Dippel, & G. G. Batrouni. Diffusive motion of single particles on an inclined bumpy plane. In R. Behringer & J. Jenkins, editors, *Powders & Grains 97*, pages 503–506. Balkema (Rotterdam, NL), 1997.
- Satake & Jenkins(1988)** M. Satake & J. T. Jenkins, editors. *Micromechanics of Granular Materials*, 1988. Elsevier (Amsterdam, NL).
- Savage(1998)** S. Savage. In Herrmann et al. (1998). Proceedings of the Summer 1997 Conference in Cargese, France.
- Savage(1979)** S. B. Savage. Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels. *J. Fluid Mech.*, **92** :53–96, 1979.
- Savage & Hutter(1989)** S. B. Savage & K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, **199** :177–215, 1989.

- Savage(1984)** Stuart B. Savage. The mechanics of rapid granular flows. *Advances in Applied Mechanics*, **24** :289–366, 1984.
- Scarlett & Todd(1968)** B. Scarlett & A. C. Todd. A split ring annular shear cell for determination of the shear strength of a powder. *J. Sci. Instr.*, **1** :655–656, 1968.
- Schanz & Vermeer(1996)** T. Schanz & P. A. Vermeer. Angles of friction and dilatancy of sand. *Géotechnique*, **46** :145–151, 1996.
- Scott(1960)** G. David Scott. Packing of spheres. *Nature*, **188** :908–909, 10 December 1960.
- Scott(1963)** R. F. Scott. *Principles of Soil Mechanics*. Addison-Wesley (Reading PA, USA), 1963.
- Takahashi(1991a)** T. Takahashi. *Debris Flow*. A. A. Balkema, Brookfield Vt., 1991a.
- Takahashi(1991b)** T. Takahashi. Debris flow. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **13** :57, 1991b.
- Travers et al.(1986)** T. Travers, D. Bideau, A. Gervois, & J. C. Messenger. *J. Phys. A*, **19** :L1033–1038, 1986.
- Troadec & Dodds(1993)** J. P. Troadec & J. A. Dodds. Global geometrical description of homogeneous hard sphere packings. In Bideau & Hansen (1993).
- Vanel et al.(2000)** L. Vanel, Ph. Claudin, J.-Ph. Bouchaud, M. E. Cates, & E. Clément. Stresses in silos : comparison between theoretical models and new experiments. *Phys. Rev. Lett.*, **84**(7) :1439–1442, February 2000.
- Vanel & Clement(1999)** L. Vanel & E. Clement. Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column. *Eur. Phys. J. B*, **11**(3) :525–533, October 1999.
- Vanel et al.(1999)** L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, & E. Clement. Memories in sand : Experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. *Phys. Rev. E*, **60**(5) :5040–5043, November 1999.
- Verhaeghe(1999)** Charlotte Verhaeghe. Figure 1.1 page 12 : micrograph of antlion larva (Myrmeleontidae). Final Project at ULETH, December 1999. URL <http://home.uleth.ca/emf/cverhaeghe/cverhaeghe.htm>. reproduite avec l'aimable permission.
- Whitham(1974)** G. B. Whitham. *Linear and Nonlinear Waves*. John Wiley & Sons, 1974.
- Wieghardt(1975)** K. Wieghardt. Experiments in granular flow. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **7** :89–114, 1975.

Résumé - Un milieu granulaire peut rester au repos même avec une surface libre inclinée, et il ne se met spontanément en mouvement qu'au dessus d'un angle critique. Il apparaît alors un écoulement de surface dont l'amplitude et la dynamique sont régies par la mobilisation et le dépôt de grains à l'interface avec la phase statique. Malgré son importance pratique, la dynamique de cette transition demeure largement inconnue. Le manuscrit présente une étude expérimentale de ce problème dans deux géométries d'écoulements granulaires différentes.

Dans la première expérience, l'équilibre d'une couche de sable déposée dynamiquement sur un plan rugueux est rendu métastable : après avoir augmenté l'inclinaison du plan, une perturbation locale déclenche une avalanche. La mesure du seuil de déclenchement montre que la transition entre équilibre statique et écoulement est sous-critique. La forme et la dynamique des avalanches résultent d'un échange permanent de matière avec la couche statique, mobilisant à l'avant et déposant des grains à l'arrière. De manière surprenante, une saturation de l'amplitude est observée, qui peut être attribuée à la présence du fond solide. Nous avons aussi mis en évidence l'existence de deux types d'avalanches, l'un où la couche n'est mobilisée qu'en aval du point de déclenchement et laissant une trace triangulaire, et l'autre où l'écoulement envahit tout le plan par un front de remontée. L'étude montre que des mécanismes de propagation différents interviennent dans ces deux cas.

La deuxième expérience consiste à étudier l'écoulement transitoire à la formation d'un talus. Nous avons observé l'influence prépondérante de la préparation sur l'écoulement. Deux effets sont mis en évidence, l'un associé à la densité et l'autre à la «texture» anisotrope acquise pendant le remplissage.

Dans la dernière partie, nous discutons de la validité des modèles existants pour décrire les avalanches sur le plan incliné. En guise de conclusion, nous développons un modèle continu décrivant la dynamique des écoulements granulaires de surface et prenant appui sur les résultats expérimentaux présentés.

Abstract - Granular matter can remain static with an inclined free surface up to a critical angle where it starts flowing spontaneously. The dynamics of the resulting surface flow is governed by the mobilization and deposition of grains. In spite of its practical importance, little is known about the dynamics of this transition. In this thesis, the problem is studied in two different geometries of granular flows.

In the first experiment, a layer of sand on a rough plane is tilted until its equilibrium becomes metastable, so that a local perturbation triggers an avalanche. The measurement of the perturbation threshold shows that the static-moving transition is sub-critical. The avalanche dynamics and shape result from a permanent mass exchange with the layer, mobilizing at the head front and depositing at the rear front. Surprisingly we observe a saturation of the amplitude, which can be related to the presence of the solid plane. We show the existence of two types of avalanches, a first which mobilizes the layer only downhill from the origin, leaving a triangular track, and a second which destabilizes the entire layer through an upward propagating front. The underlying mechanisms turn out to be different.

The second experiment on the transient flow leading to the formation of a pile shows the strong influence of the initial preparation. Two effects are studied, one associated with the packing density, and the other to an anisotropic «texture» acquired during preparation.

The last part presents some models describing the observed avalanches. As a conclusion, a continuous model for granular surface flows is developed on the basis of the reported results. We use a system of depth-averaged conservation equations with an evolving static/mobile boundary.