

Simulation des circuits électroniques RF/Analogiques/Numériques excités par des signaux à modulation complexe

Vincent Janicot

► To cite this version:

Vincent Janicot. Simulation des circuits électroniques RF/Analogiques/Numériques excités par des signaux à modulation complexe. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2002. Français. NNT: . tel-00004464

HAL Id: tel-00004464 https://theses.hal.science/tel-00004464v1

Submitted on 4 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. CIFRE N° 208/99

THESE

Présentée Par

Vincent JANICOT

Pour l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I

Discipline : Mathématiques Appliquées

Spécialité : Equations aux Dérivées Partielles

SIMULATION DES CIRCUITS ELECTRONIQUES MIXTES RF/ANALOGIQUES/NUMERIQUES EXCITES PAR DES SIGNAUX A MODULATION COMPLEXE

soutenue le 6 Décembre 2002 devant la commission d'examen :

JURY :

V. PERRIER	Professeur de l'INPG-ENSIMAG	Présidente
F. GAFFIOT	Professeur de l'Ecole Centrale de Lyon	Rapporteur
J. OBREGON	Professeur de l'Université de Limoges	Rapporteur
FX. LE DIMET	Professeur de l'Université Joseph Fourier	Directeur
P. BOLCATO	Ingénieur à Mentor Graphics (Grenoble)	Examinateur

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE entre le Laboratoire de Modélisation et Calcul de l'Université Joseph Fourier et l'entreprise Mentor Graphics. Je remercie donc respectivement mon directeur de thèse François-Xavier Le Dimet et Monsieur Hervé Guégan pour m'avoir permis de mener à bien cette expérience.

Je tiens à remercier plus particulièrement Monsieur Pascal Bolcato, responsable du groupe RF au sein de l'entreprise Mentor Graphics, pour son encadrement technique essentiel à la réussite de ce projet.

Je remercie aussi les Professeurs Juan Obregon et Frédéric Gaffiot pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur mon travail et pour avoir fait partie du jury, et Madame la Professeur Valérie Perrier pour en avoir accepté la présidence.

Je n'oublierai pas l'équipe RF dans son ensemble au sein de laquelle j'ai vécu tant d'aventures aussi enrichissantes que variées – bonne chance pour la suite –, ainsi que tous les collègues sympathiques avec qui j'ai passé de bons moments au cours de ces trois dernières années, en espérant qu'il y en ait encore beaucoup d'autres.

Un merci tout spécial à Rémi pour m'avoir permis de découvrir son univers fabuleux, pour son soutien et son bon coeur et Mathieu pour sa franchise et sa droiture, sa simplicité raffinée, ses exploits sur sa grosse moto et ses godilles en 4×4 .

Merci à mes parents et à Angélique pour m'avoir accompagné dans les plus douloureuses épreuves de cette période.

Merci à tous ceux qui ont compté pour moi pendant ces années et m'ont permis d'aller de l'avant : ma famille dans son ensemble et notamment Philippe pour un été fantastique, Alexandre et Raoudha, pour leur fidèle amitié malgré les distances, Véronique pour son humanité et ses introspections, Carole pour toutes les confidences et les moments d'amitié partagés, Zoltan pour sa conception hongroise de la vie et ses chorégraphies, Eric pour son grand cœur et la Chartreuse à l'orange.

Merci à tous ceux qui sont venus me soutenir le jour de ma soutenance, merci à tous mes autres amis et autres compagnons de virées nocturnes que je ne peux tous citer et qui se reconnaîtront.

Et merci aussi a tous ceux qui en auraient besoin et que j'aurais, par mégarde, oubliés.

TABLE DES MATIERES

GLOSSAIRE	1
INTRODUCTION GENERALE	3
CHAPITRE I - GENERALITES SUR LES CIRCUITS DE TELECOMMUNICATION	5
	3
I.1 – INTRODUCTION	5
I.2 – LES DIFFERENTS TYPES DE CIRCUITS	5
I.2.1 – Description générale d'un système émetteur-récepteur complet	5
I.2.2 – Mélangeur	7
I.2.3 – Contrôle Automatique du Gain (AGC)	7
I.2.4 – Oscillateur	8
I.2.5 – Amplificateur	9
1.2.6 – Filtre	10
I.3 – Les formats de modulation	11
I.3.1 – Les signaux à modulation complexe : quelques définitions	11
I.3.2 – Schémas de modulation de phase	13
I.3.3 – Schémas de modulation d'amplitude en quadrature	19
I.3.4 – Schémas de modulation de fréquence à phase continue.	21
I.3.5 – OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)	24
136 – Le filtrage des sources modulées	2.5
I.3.6.1 – Définition des principaux filtres	26
I.3.6.1.1 – Filtre SRRC	26
I.3.6.1.2 – Filtre RC	26
I.3.6.1.3 – Filtre gaussien	27
I.3.6.1.4 – Filtre EDGE	28
I.3.6.2 – Filtrage I/Q	28
I.3.6.3 – Filtrage pour la modulation de fréquence	29
I.4 – LES STANDARDS DE TELECOMMUNICATION	36
I.5 – CONCLUSION	38
I.6 – Bibliographie	39
CHAPITRE II – SIMULATION DES CIRCUITS RF	41
	41
II.1 – INTRODUCTION	41
II.2 – ALGORITHMES POUR LA SIMULATION/VERIFICATION DE CIRCUTTS ELECTRIQUES KF AU NIVEAU	40
TRANSISTOR	42
II.2.1 - Familie HB.	43
II.2.1.1 – Equilibrage Harmonique	43
II.2.1.2 – Enveloppe (<i>Modulated Steday State Analysis</i>)	45
II.2.2 - Fuinille SM	40 47
II.2.2.1 – Memore de Différences finités – Newton-Kapitson II.2.2.2 – Shooting	/ 4 / 2
II 2.2.3 – MFTA (Mixed Frequency Time Analysis)	4 0 49
II.2.2.4 – Méthode du Suivi d'Enveloppe (<i>Envelope Following</i>)	51
11 (7	

II.2.4 – Etude comparative des méthodes	52
II.3 – LE REPLIEMENT DE SPECTRE	54
II.3.1 - Bases d'analyse de Fourier	54
II.3.1.1 - Transformée de Fourier Continue en Temporel (TFCT).	54
II.3.1.2 - Transformée de Fourier Discrète (TFD)	54
II.3.1.3 - Transformée de Fourier Discrète en Temporel (TFDT)	55
II.3.1.4 - Repliement de spectre de signaux continus échantillonnés	56
II.3.2 - Le repliement de spectre dans l'Equilibrage Harmonique	57
II.3.2.1 - Où rentre-t-il en ligne de compte ?	57
II.3.2.2 - Une solution: le suréchantillonnage	58
II.3.2.3 - Mesure du repliement de spectre dans HB	59
II.3.2.4 – Exemples de mesures	61
II.4 - OPTIMISATIONS DE HB BASEES SUR LA FDL	64
II.4.1– Définition de la FDL (Frequency Domain Latency)	64
II.4.2 – HB-FDL	64
II.4.3 – FDL au cours de l'algorithme itératif de Newton-Raphson (FDLNR)	68
II 4 4 – HB-FDLNR	68
II 4.4.1 – Fondements théoriques et premières méthodes	68
II.4.4.1.1 - Méthode 1	70
II.4.4.1.2 - Méthode 2	70
II.4.4.2 – Premiers essais et nouvelle méthode	73
II.4.4.2.1 - 1ère évolution : Méthode 1 modifiée	74
II.4.4.2.2 - 2ème évolution : Méthode hybride	77
II.4.4.3 – Tests de la méthode hybride et limitations	80
II.5 – PERFECTIONNEMENTS DE L'ALGORITHME DE L'ENVELOPPE	82
II.5.1 - Initialisation de l'enveloppe	82
II.5.2 - Simulation de la réponse transitoire des oscillateurs avec l'algorithme de l'Enveloppe	83
II.5.3 - Mesures sur les systèmes de communication RF/analogiaue/numériaue	85
II.5.3.1 - CF (Crest Factor) et PAR (Peak to Average Ratio)	85
II.5.3.2 - ACPR (Adjacent Channel Power Ratio) and ACLR (Adjacent Channel Leakage power Ratio)	86
II.5.3.3 - EVM (Error Vector Magnitude)	87
II.5.3.4 - BER (Bit Error Rate)	89
II.5.3.4.1 - BER pour MPSK	89
II.5.3.4.2 - BER pour MQAM	90
II.6 – CONCLUSION	93
II.7 – Bibliographie	93

III.1 – INTRODUCTION	
III.2 – FLOT DE CONCEPTION DES CIRCUITS INTEGRES RF	
III.3 - COUPLAGE AVEC UN SIMULATEUR NUMERIQUE	
III.3.1 – Co-simulation numérique/analogique	
III.3.2 – Synchronisation	
III.3.2.1 – Méthode du retour-arrière (<i>back-track</i>)	
III.3.2.2 – Méthode du saut de grenouille (<i>leap frog</i>)	
III.3.2.3 – Méthode du pas-bloqué (<i>lock-step</i>)	
III.3.3 – L'interface mixte	100
III.3.3.1 – Conversion D/A	100
III.3.3.2 – Conversion A/D	101
III.4 - PRISE EN COMPTE DE MODELES COMPORTEMENTAUX	104
III.4.1 – Cas d'un modèle dépendant de la dérivée de x	
III.4.1.1 – Calcul de $F(X)$	105
III.4.1.2 – Calcul du jacobien	105
III.4.2 – Cas d'un modèle dépendant de l'intégrale de x	106
III.4.2.1 – Calcul de $F(X)$	106
III.4.2.2 – Calcul du jacobien	107
III.4.3 – Autres cas	107
III.5 – SIMULATION ANALOGIQUE/NUMERIQUE/RF DANS LE CADRE DE L'ALGORITHME DE	
L'ENVELOPPE	109
III.5.1 – Enveloppe + ANA-RF	
III.5.2 – Enveloppe + HB-FDL	

III.5.3 – Enveloppe + HB-FDLNR	113
III.5.4 – Résultats de la méthode Enveloppe + ANA/RF appliquée à la simulation de circuits	
mixtes analogiques/RF	113
III.5.4.1 – Réalisation de la partition analogique/RF	. 113
III.5.4.2 – Application de la méthode Enveloppe+ANA/RF et analyse des résultats	. 114
III.5.4.3 – Conclusion	. 116
III.6 - TECHNIQUES DE RELAXATION APPLIQUEES A LA SIMULATION DE CIRCUITS ANALOGIQUES ET RF	116
III.6.1 – Introduction	116
III.6.2 – Algorithmes de relaxation	116
III.6.2.1 - Algorithmes de Gauss-Jacobi et de Gauss-Seidel	. 116
III.6.2.2 - Méthodes de relaxation-Newton	. 118
III.6.2.3 - OSR (One-Step Relaxation) et WRM (Waveform Relaxation Method)	. 118
III.6.3 – OSR appliquée à la simulation Analogique/RF	120
III.7 - CONCLUSION	122
III.8 - Bibliographie	122

CHAPITRE IV – RESULTATS DE SIMULATION123IV.1 – INTRODUCTION123IV.2 – ILLUSTRATIONS D'ADMS RF123IV.2.1 – Présentation d'ADMS RF123IV.2.2 – Application 1 : simulation d'un émetteur/récepteur MQAM124IV.2.2 – Résultats de simulation124IV.2.2 – Résultats de simulation126IV.2.3 – Application 2 : simulation d'une boucle de contrôle automatique du gain (AGC)131IV.2.3.1 – Présentation du système de contrôle automatique du gain131IV.2.3.2 – Résultats de simulation132IV.2.4 – Application 3 : simulation d'une boucle à verrouillage de phase (PLL)135IV.2.4.1 – Présentation de la PLL135IV.2.4.2 – Problèmes de simulation avec la méthode de l'Enveloppe136IV.3 – CONCLUSION137

CONCEPTION ET LEIGTECTI ESTIMATION INTERNAL	CONCLUSION ET PERSPECTIVES 1	139
---	------------------------------	-----

IV.4 – BIBLIOGRAPHIE

Glossaire

ACLR	Adjacent Channel Leakage power Ratio			
ACPR	Adjacent Channel Power Ratio			
ADC	Analog-to-Digital Converter			
AGC	Automatic Gain Control (Contrôle Automatique de Gain)			
BE	Backward Euler			
BER	Bit Error Rate (Taux d'Erreur par Bit)			
BF	Basse Fréquence			
CDMA	Code Division Multiple Access (Multiplexage par Code)			
CF	Crest Factor			
CPFSK	Continuous Phase Frequency Shift Keying			
EDGE	Enhanced Data rate for GSM Evolution			
EVM	Error Vector Magnitude			
FDL	Frequency Domain Latency			
FDMA	Frequency Division Multiple Access (Multiplexage			
	Fréquentiel)			
FFT	Fast Fourier Transform (Transformée de Fourier Rapide)			
FIR	Finite Impulse Response (Réponse Impulsionnelle Finie)			
FSK	Frequency Shift Keying			
GMSK	Gaussian Minimum Shift Keying			
HB	Harmonic Balance (Equilibrage Harmonique)			
HPSK	Hybrid Phase Shift Keying			
IF	Intermediate Frequency (Fréquence Intermédiaire)			
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform (Transformée de Fourier			
	Rapide Inverse)			
I/Q	Inphase/Quadrature			
ISI	Inter Symbol Interference (Interférence entre Symboles)			
LNA	Low Noise Amplifier (Amplificateur à faible bruit)			
LO	Local Oscillator (Oscillateur Local)			
MNA	Modified Nodal Analysis (Analyse Nodale Modifiée)			
MPSK	M-ary Phase Shift Keying			
MFTA	Mixed Frequency-Time Analysis			
MQAM	M-ary Quadrature Amplitude Modulation			
MPDE	Multi-rate Partial Differential Equation			
MSK	Minimum Shift Keying			
NRZ	Non-Return to Zero			
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing			

OQPSK	Offset Quaternary Phase Shift Keying			
OSR	One Step Relaxation			
OVSF	Orthogonal Variable Spreading Factor			
PA	Power Amplifier (Amplificateur de Puissance)			
PAR	Peak-to-Average Ratio			
PLL	Phase Locked Loop (Boucle à Verrouillage de Phase)			
PRBS	Pseudo-Random Bit Sequence			
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying			
RC	Raised Cosine (Cosinus Redressé)			
RF	Radio-Fréquence			
SM	Shooting Method			
SRRC	Square Root Raised Cosine (Cosinus Redressé à Racine			
	$T: D: \cdots M h: h \to 0 $			
IDMA	Time Division Multiple Access (Multiplexage Temporel)			
IFD	Iransformee de Fourier Discréte			
VCO	Voltage Control Oscillator (Oscillateur Contrôlé en			
	Tension)			
VGA	Variable Gain Amplifier (Amplificateur à Gain Variable)			
VHDL-AMS	Very high speed integrated circuit Hardware Description			
	Langage – Analog Mixed Signal			

Introduction générale

L'explosion du marché des circuits électroniques de télécommunication et plus particulièrement de la téléphonie mobile se manifeste par une demande sans cesse croissante de systèmes de communication très performants.

Le temps et le coût de commercialisation doivent être réduits au maximum alors que les objectifs de performance sont de plus en plus exigeants. Les concepteurs sont donc amenés à tirer profit des technologies de fabrication sub-microniques les plus fines, regroupant ainsi des systèmes de communication complets, avec des parties numériques, analogiques et radio-fréquences (RF), sur une seule puce.

De plus, l'observation de Moore selon laquelle le nombre de transistors sur un circuit intégré double tous les 18 à 24 mois reste valable. A titre d'exemple, il y a 40 ans, un récepteur typique contenait 5 à 10 transistors tandis qu'il est courant qu'un téléphone cellulaire moderne, certes composé de plusieurs puces, contienne 10 millions de transistors. Ce phénomène est couplé avec la complexité croissante des circuits au niveau des blocs fonctionnels (PLLs, convertisseurs $\Sigma\Delta$, émetteurs CDMA...) et avec la diversification des signaux qui les parcourent (gros écarts de fréquence et de non-linéarité).

Pour traiter cette complexité croissante des circuits, on observe un déplacement vers des niveaux d'abstraction de plus en plus élevés. En même temps, l'importance grandissante des effets physiques requiert une modélisation au niveau le plus bas. Par conséquent, la gamme de niveaux d'abstraction utilisés dans les méthodologies de conception est de plus en plus étendue.

Dans ce contexte, la simulation revêt une importance capitale pour assurer la validité d'une conception avant la fabrication du circuit correspondant. Toute erreur non détectée dans la conception peut en effet provoquer des itérations très coûteuses en argent et en temps. La simulation intervient à des niveaux critiques du flot de conceptionvérification : elle permet d'en réduire le nombre d'etapes et ainsi de diminuer le temps et le coût global de fabrication. Aussi, il y a une nécessité permanente de recherches théoriques pour le développement d'outils de CAO plus performants en termes de :

- vitesse d'exécution, alors que la taille et la complexité des circuits augmentent.
- précision, car le cahier des charges est de plus en plus exigeant.
- mémoire, car la capacité des machines n'est pas toujours suffisante pour traiter les gros circuits.
- robustesse, pour répondre aux contraintes de temps de conception.

Les principaux algorithmes utilisés pour analyser les circuits sont de type :

- événementiel : ce type de méthode est adapté aux signaux numériques (parties numériques composées en grande partie de portes logiques).

- transitoire : ce type de méthode (Intégration Temporelle Directe, Shooting, ...) est adapté aux signaux analogiques basse-fréquence.
- tempo-fréquentiel : ce type de méthode (Equilibrage Harmonique, Enveloppe, ...) est adapté à des signaux RF plus ou moins complexes (quasi-périodiques, à modulation complexe...).

Il n'existe actuellement aucun algorithme permettant de simuler ensemble des parties numériques, des parties analogiques basse-fréquence et des parties RF. Le travail de cette thèse veut donc répondre au besoin vital de fournir aux concepteurs un outil logiciel permettant d'analyser des systèmes de communication complets, décrits à différents niveaux d'abstraction, dans un seul flot.

Le manuscrit se décompose en 4 chapitres :

Dans le premier chapitre, on donnera un rapide aperçu des différents types de circuits de télécommunication, de leurs fonctions, de la nature des signaux qui les parcourent et des standards qui les normalisent. On s'attardera particulièrement sur les principaux formats de modulation complexe et sur la façon dont ils ont été implantés dans le simulateur.

Dans le second chapitre, après avoir présenté les principaux algorithmes de simulation de circuits analogiques/RF, on présentera les innovations apportées à l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique d'une part (mesures du repliement de spectre, optimisations du cœur de l'algorithme en termes d'utilisation efficace du spectre), et à l'algorithme que nous appellerons par la suite *algorithme de l'Enveloppe* d'autre part (initialisation, simulation des oscillateurs, mesures diverses).

Dans le troisième chapitre, nous exposerons la méthodologie adoptée pour la simulation de circuits de communication complets RF/Analogiques/Numériques : on décrira d'abord les points critiques du couplage avec un simulateur numérique (synchronisation, interface mixte) ; ensuite, on verra comment prendre en compte des modèles décrits au niveau comportemental dans un langage comme VerilogA ou VHDL-AMS ; puis on décrira la méthode de simulation développée, basée sur l'algorithme de l'enveloppe. On présentera les gains de temps observés sur quelques circuits constitués de parties analogiques et RF. En fin de chapitre, on évoquera une autre piste permettant la simulation de systèmes de communication complets décrits à différents niveaux d'abstraction.

Enfin, dans le dernier chapitre, on illustrera à l'aide de plusieurs exemples les fonctionnalités et les performances offertes par la nouvelle méthode sur des circuits complets analogiques et RF avec une partie numérique. Nous mettrons en évidence l'utilité essentielle de ce nouvel outil pour le concepteur désirant analyser les performances d'un système où coexistent les parties numériques, analogiques basse-fréquence et RF.

Nous terminerons le manuscrit en énonçant les perspectives ouvertes par ce travail et les extensions nouvelles à apporter au simulateur pour répondre toujours mieux aux besoins toujours plus grands des concepteurs de circuits électroniques de communication.

Nous tenons à avertir le lecteur de l'usage occasionnel de certains anglicismes pour désigner des termes techniques couramment employés dans le domaine de la microélectronique.

Chapitre I - Généralités sur les circuits de télécommunication moderne

I.1 – Introduction

Ce chapitre vise à bien cibler les circuits que l'on désire simuler. On les décrira d'abord au niveau fonctionnel, en distinguant les différents types de blocs qui les composent. On s'attardera ensuite sur les signaux qui les traversent, en décrivant de façon plus approfondie les principales sortes de modulation complexe utilisées actuellement. Le filtrage des signaux modulés fera l'objet d'une étude particulière. On fera ensuite une revue rapide des standards de télécommunication qui font référence pour la conception de téléphones mobiles.

I.2 – Les différents types de circuits

I.2.1 – Description générale d'un système émetteur-récepteur complet

Ce type de système, présent dans tous les téléphones mobiles, regroupe la plupart des fonctions utilisées dans le domaine de la télécommunication sans fil. Du microphone de l'appareil émetteur au haut-parleur de l'appareil récepteur, la voix du locuteur subit toute une série de traitements permettant sa transmission jusqu'à l'oreille de l'auditeur. Nous allons décrire par la suite les différentes étapes de son parcours. La Figure I.1 présente les blocs fonctionnels d'un système émetteur-récepteur typique, tel qu'il peut être défini dans les téléphones portables de 2^{eme} et 3^{eme} génération actuellement en circulation.

Le signal analogique vocal est d'abord converti sous forme de données numériques (échantillonnage et codage). Un certain nombre de traitements sont appliqués au signal numérique : ajout d'un code propre au canal utilisé (*channel coding*), ajout de codes d'erreur (*CRC code, convolutional code*), entrelacement des données (*interleaving*) et autres techniques pour prévenir les pertes ou déformations de l'information et minimiser les effets du bruit et des interférences introduits par le canal. Le signal numérique, défini sous forme d'une chaîne de bits, est alors codé sous forme de symboles complexes décrits grâce à leurs composantes I et Q (partie réelle – en phase –, et partie imaginaire – en quadrature –). Le codage dépend du type de modulation adopté pour le système. Les signaux I et Q ainsi codés sont filtrés en bande de base puis modulés par une porteuse à une fréquence intermédiaire (IF) produite par un oscillateur local (LO). Après un filtrage supplémentaire autour de la IF, le signal est transposé autour d'une fréquence RF afin d'effectuer efficacement la transmission. Le signal est enfin amplifié puis émis par l'antenne.

Le premier composant au niveau du récepteur est un filtre de présélection permettant d'atténuer les signaux reçus par l'antenne en dehors de la bande de fréquence cible. Un amplificateur à faible bruit (LNA), souvent associé à une boucle de contrôle automatique du gain (AGC), permet d'augmenter le niveau du signal en ajoutant le moins de bruit possible. Le signal RF est transposé en bande IF par mélange avec la fréquence RF du canal émetteur, produite par un LO. Il est ensuite filtré pour atténuer les composantes fréquentielles indésirables générées par le mélangeur ou les canaux adjacents, puis adapté en bande de base par un autre mélangeur. Le signal est alors démodulé en composantes I et Q, filtré, décodé puis amplifié avant d'être restitué sous forme d'une onde audible à travers un haut-parleur.



Figure I.1 – Exemple d'un système de radio-télécommunication classique.

Emetteurs et récepteurs peuvent être conçus de diverses manières, mais on retrouve généralement les principaux composants décrits ci-dessus. Les systèmes de télécommunication moderne réunissent des parties purement numériques, des parties analogiques en bande de base ou à fréquence intermédiaire et des parties RF. L'interface numérique/analogique se fait grâce à des convertisseurs (DAC, ADC). Leur place dans la chaîne d'émission et de réception peut varier beaucoup suivant le choix de conception. Notamment, la partie numérique a tendance à devenir de plus en plus importante, incluant les composants jusqu'au modulateur pour l'émission et dès le démodulateur pour la réception [1].

Revenons à présent sur les principaux blocs fonctionnels analogiques et RF.

I.2.2 – Mélangeur

Un mélangeur [2] effectue une translation fréquentielle en multipliant deux signaux, l'un constituant le signal à translater (de fréquence supposée ici fondamentale f_E), et l'autre provenant d'un oscillateur local (de fréquence f_{LO}). Sa sortie est à une fréquence f_S (Figure I.2). La multiplication des signaux produit 2 signaux : l'un dont la fréquence est la somme f_E+f_{LO} , l'autre dont la fréquence est la différence $|f_E-f_{LO}|$. Lorsque $f_E < f_{LO}$, le mélangeur est appelé *upconverter* (convertisseur supérieur) tandis que lorsque $f_E > f_{LO}$, le mélangeur est appelé *downconverter* (convertisseur inférieur). Dans les deux cas, un convertisseur *upper sideband*, grâce à un filtre passe-haut, ne conserve que le signal à f_E+f_{LO} tandis qu'un convertisseur *lower sideband*, grâce à un filtre passe-bas, ne garde que le signal à $|f_E-f_{LO}|$.



Figure I.2 – Schéma d'un mélangeur.

I.2.3 – Contrôle Automatique du Gain (AGC)

L'AGC est utilisé dans les récepteurs numériques RF pour prendre en compte le large éventail de niveaux de signal présents au niveau de l'antenne réceptrice [3]. Ces variations de niveau sont dues principalement au phénomène d'évanouissement (*fading* en anglais) du signal reçu, qui dépend des conditions de propagation ionosphérique. La dynamique, i.e. l'écart qui sépare le signal le plus faible et le plus fort, est très importante

dans un récepteur. L'AGC calibre le niveau du signal en réduisant le gain des étages IF et quelques fois RF (exemple de la Figure I.1) quand le niveau augmente. Un signal RF fort peut perturber le fonctionnement du mélangeur et créer ainsi une distorsion excessive. Le récepteur RF doit aussi traiter les signaux RF faibles en présence de bruit. L'AGC intervient alors dans la partie RF pour par exemple adapter le gain du LNA en fonction du niveau d'entrée. Utilisé dans la partie IF, l'AGC peut éviter des surcharges et maintenir un niveau raisonnablement constant en entrée du démodulateur. Dans tous les cas, il permet de maintenir un niveau de distorsion admissible quelque soit le niveau de puissance. Il doit également répondre rapidement aux variations de niveau.

Un AGC typique amplifie le signal d'entrée grâce à un amplificateur à gain variable (VGA) dont le gain est fonction d'une tension de contrôle. La partie contrôle du gain est numérique et agit directement sur une partie RF (ou IF). Le gain est déterminé à partir d'une image de l'amplitude du signal d'entrée, construite en utilisant des blocs RF et analogiques (mélangeurs, filtres passe-bas, additionneurs...).

I.2.4 – Oscillateur

Comme nous l'avons constaté précédemment, les oscillateurs sont très utilisés à tous les niveaux d'un système de communication. En particulier, on a souvent besoin d'un générateur de fréquence de référence pour la sélection du canal de transmission. Ils interviennent souvent comme une des entrées des mélangeurs. De plus, la qualité d'un récepteur RF dépend grandement de la pureté spectrale de l'oscillateur local.

Il existe une grande variété d'oscillateurs : sinusoïdaux à fréquence fixe (oscillateur à quartz), à fréquence variable (oscillateur à réseau LC, oscillateur commandé en tension (VCO)), non sinusoïdaux (oscillateurs à relaxation)... [1][2]

Le circuit est globalement toujours composé d'un amplificateur duquel on prélève une partie du signal de sortie que l'on réinjecte en phase vers l'entrée.

Un des problèmes majeurs de tout oscillateur est son démarrage. A la mise sous tension, le courant circule dans les composants de l'amplificateur, du bruit électrique est généré. Celui-ci est amplifié et devient éventuellement un signal périodique.

Un oscillateur est caractérisé par :

• son type : Hartley, Colpitts, Clapp, Vackar, Seiler ou autre.

• sa fréquence ou sa bande de fréquence : si l'oscillateur est variable en fréquence, cette variation peut s'exprimer en pourcentage de la fréquence centrale.

• son niveau de signal de sortie : exprimée en mW ou dBm.

• sa distorsion d'amplitude (taux d'harmonique) : quand l'amplitude du signal de sortie n'est pas constante sur un cycle.

• sa distorsion de phase, ou bruit de phase, ou pureté spectrale : c'est un des principaux défauts qu'un oscillateur peut présenter. Il apparait une variation de phase du signal sur un cycle, ce qui génère du bruit.

Abordons à présent le cas des PLL (*Phase Lock Loop*) ou oscillateurs à verrouillage de phase [2][3].

La fréquence des oscillateurs dans les systèmes de communication RF doit être définie avec la plus grande précision. De plus, elle doit souvent être transposée à des

fréquences proches, notamment pour sélectionner un canal de transmission puis un autre, etc.... aussi bien en réception qu'en émission.

Le but des PLL est de fournir une tension sinusoïdale stable en amplitude et en phase sur une plage de fréquences précise, ce qui n'est pas le cas des oscillateurs classiques. L'idée basique est de comparer et de réajuster la fréquence d'oscillation d'un oscillateur libre par rapport à une référence parfaitement stable.

Décrivons succinctement les différents blocs qui composent une PLL classique (Figure I.3).



Figure I.3 – Synoptique d'une PLL.

L'oscillateur référence est un oscillateur à quartz à une fréquence généralement basse mais très stable. Le comparateur de phase comporte deux entrées et une sortie. Sur les entrées, on applique les signaux à comparer, la sortie est idéalement une valeur DC proportionnelle à la différence de phase entre les signaux d'entrée. Le filtre de boucle convertit les impulsions issues du comparateur de phase en une tension continue qui commande le VCO, dont la fréquence dépend de la tension d'entrée. Le bloc des diviseurs programmables divise la fréquence de la sortie du VCO par un nombre spécifique *n*, appelé rang du diviseur : $f_{div} = f_{VCO}/n$. Lorsque la phase est dite 'verrouillée', le signal de sortie est à la fréquence $n \times f_{div}$ et synchronisé en phase avec l'oscillateur de référence.

I.2.5 – Amplificateur

On distingue principalement l'amplificateur à faible bruit (LNA), qui consiste à augmenter l'amplitude d'un signal très faible en minimisant l'addition de bruit, de l'amplificateur de puissance (PA), qui consiste à en augmenter la puissance.



Figure I.4 – Schéma d'un circuit amplificateur.

Si l'on modélise un circuit amplificateur comme sur la Figure I.4, on définit :

- le gain en tension :
$$G_{\nu} = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|$$

- le gain en puissance : $G_p = \frac{V_2^2 / R_2}{V_1^2 / R_1} = G_{\nu}^2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$

Il existe de nombreuses autres grandeurs permettant de caractériser son fonctionnement. Des classes (A, AB, B, C, D, E, F) définissent les différents types d'amplificateurs [1][4].

Un des problèmes-clés des amplificateurs est la distorsion non linéaire qui engendre le phénomène baptisé *spectral regrowth* (génération de composantes indésirables en dehors de la bande de fréquence cible – cf paragraphe II.5.3.2 : mesure de l'ACPR).

I.2.6 – Filtre

Il peut servir à sélectionner une bande de fréquence spécifique et atténuer les fréquences indésirables en dehors de la bande. On parle de filtres passe-bas, passe-haut ou passe-bande suivant les fréquences que l'on veut conserver.

Il peut aussi servir à modeler la forme d'un signal (chaîne de bits par exemple) dans le but de réduire la bande de fréquence occupée. En effet, toute transition rapide dans un signal, que ce soit en amplitude, en phase ou en fréquence requiert une large bande de fréquence. Le filtrage sert à adoucir ces transitions. Se faisant, il permet de réduire l'interférence avec les canaux adjacents. Cependant, le filtrage nécessite plus de puissance pour transmettre le signal, complexifie les systèmes de communication et peut engendrer de l'interférence entre les symboles (ISI). Les principaux types de filtres sont : gaussiens, cosinus redressé, cosinus redressé à racine carrée.

Leur implémentation peut être analogique ou numérique suivant leur fonction et leur place dans le système.

Après avoir étudié les types de circuits et quelques blocs fonctionnels parmi les plus couramment rencontrés dans les applications numériques RF actuellement développées, nous allons à présent nous intéresser aux signaux qui les parcourent, en particulier les signaux à modulation numérique complexe : leur définition, la façon dont ils ont été implantés dans le simulateur ainsi que leur filtrage.

I.3 – Les formats de modulation

I.3.1 – Les signaux à modulation complexe : quelques définitions

Dans un système émetteur-récepteur, l'information à transmettre (voix numérisée, données numériques...) est un signal en bande de base (basse-fréquence BF), généralement une chaîne de pulses binaires (appelés *bits*). Ce signal doit être translaté à haute-fréquence (RF) pour une transmission efficace. Cette opération, communément appelée *modulation* consiste à faire varier l'amplitude, la phase ou la fréquence d'une porteuse sinusoïdale à haute fréquence en fonction du signal BF. L'opération inverse, appelée *démodulation* ou *détection*, permet de récupérer l'information initiale à partir d'un signal modulé.

Les bits du signal en bande de base sont regroupés en paquets, les *symboles*. Le nombre de bits N_b nécessaires pour former un symbole dépend du type de modulation utilisé. La *période du symbole* T_s est reliée à la *période du bit* T_b par l'équation : $T_s = N_b \times T_b$. On appelle *instant de décision* l'instant où un symbole est disponible pour l'étape de modulation.

Un signal modulé peut toujours être exprimé sous forme polaire en termes d'amplitude a(t) (dont les variations constituent l'*enveloppe* du signal) et de phase $\theta(t)$ (dénotée phase *excédentaire* - elle inclut les modulations de phase et de fréquence) :

 $enveloppe \ complexe \leftarrow$

$$x(t) = \operatorname{Re}\left(a(t)e^{j\theta(t)}e^{j\omega_{c}t}\right) = a(t)\cos\left[\omega_{c}t + \theta(t)\right]$$

$$enveloppe$$

$$du \ signal$$

$$phase \ excédentaire$$

$$phase \ excédentaire$$

$$(I.1)$$

En communications numériques, la modulation est souvent exprimée en termes de composantes I/Q (*Inphase/Quadrature*). La formulation I/Q, équivalente à la formulation (I.1), s'écrit :

$$x(t) = I(t)\cos[\omega_c t] - Q(t)\sin[\omega_c t]$$
(I.2)

Le diagramme I/Q est une représentation rectangulaire du graphe en coordonnées polaires. Sur un diagramme polaire, l'axe I suit la droite de phase 0, et l'axe Q est perpendiculaire à celui-là. La projection du vecteur du signal sur l'axe I donne la composante I et la projection sur l'axe Q donne la composante Q (Figure I.5).

On appelle *diagramme de trajectoire* le graphe qui représente les variations de la composante Q du signal en fonction de sa composante I au cours du temps. Le *diagramme de constellation* représente les points de coordonnées (I(t),Q(t)) aux instants de décision (i.e. à chaque nouveau symbole). C'est donc une juxtaposition de clichés du diagramme de trajectoire pris périodiquement (période du symbole) aux instants de décision.



Figure I.5 - Conversion du graphe polaire en coordonnées *I/Q*.

Un certain nombre de schémas ont été établis pour décrire la façon dont sont modifiées l'amplitude, la phase ou la fréquence de la porteuse. On les appelle *formats de modulation*. Chacun a ses caractéristiques propres en termes d'efficacité spectrale, d'efficacité de puissance, de taux d'erreur de bits (BER)... Nous décrirons par la suite les formats les plus utilisés dans les standards actuels de deuxième et troisième génération.

Les techniques de modulation et de détection fournissent les bases pour la communication entre seulement un émetteur et un récepteur. Pour un grand nombre d'émetteurs dans un réseau, des méthodes supplémentaires sont requises pour assurer les communications entre des utilisateurs multiples.

Le spectre RF est une ressource limitée. Elle est partagée entre les utilisateurs grâce au *multiplexage* (parfois appelé technique à *accès multiples*) [1][5]. Le multiplexage est utilisé pour séparer les différents utilisateurs du spectre. On distingue le multiplexage géographique, fréquentiel, temporel et par code. La plupart des systèmes de communication utilise une combinaison de ces méthodes de multiplexage.

- le *multiplexage géographique* : utilisé systématiquement en téléphonie mobile, il consiste à affecter une cellule, autrement dit une zone géographique, à un utilisateur. Chaque cellule a une antenne spécifique reliée à la station de base qui permet de différencier les utilisateurs d'une cellule par rapport à ceux d'une autre.
- le *multiplexage fréquentiel* (en anglais FDMA, Frequency Division Multiple Access) : il consiste à séparer la bande de fréquence disponible en *canaux*, chaque canal étant associé à une fréquence. Chaque couple émetteur/récepteur utilise une fréquence différente.
- le multiplexage temporel (en anglais TDMA, Time Division Multiple Access): il consiste à échantillonner les signaux des différents utilisateurs et à les transmettre successivement sur la même bande de fréquence. Le système attribue périodiquement un intervalle de temps ("time slot") à chaque transmetteur. La période globale constituée par l'ensemble des intervalles de temps est appelée un motif ("frame").

- le *multiplexage par code* (en anglais CDMA, Code Division Multiple Access) : contrairement à FDMA et TDMA qui évitent aux signaux transmis dans ces systèmes d'interférer les uns avec les autres, soit dans le domaine fréquentiel, soit dans le domaine temporel, le multiplexage par code admet un recouvrement complet des signaux, tant en fréquence qu'en temps, mais emploie des codes numériques orthogonaux pour différencier les signaux. Au début de la communication, un code spécifique est attribué à chaque paire émetteur/récepteur, et chaque bit de l'information en bande de base est corrélé avec ce code avant modulation (opération dite d'*étalement*). Au niveau du récepteur, le signal est décodé en le décorrélant avec son code correspondant.

Présentons à présent les principaux formats de modulation utilisés actuellement. Leur implantation dans le simulateur Eldo RFTM a constitué l'une des premières étapes du travail effectué dans le cadre de cette thèse.

I.3.2 – Schémas de modulation de phase

Beaucoup de systèmes de communication de 2ème et 3ème génération utilisent un type de modulation dérivé du schéma de base communément dénoté MPSK (M-ary Phase Shift Keying) [1][6]. Dans ce cas, le signal à moduler est constitué d'une suite de symboles définis individuellement à partir de *m* bits successifs. Il y a donc $M = 2^m$ symboles possibles. L'efficacité spectrale d'un schéma MPSK est proportionnelle au nombre de niveaux M.

Le $k^{i\dot{e}me}$ signal MPSK, parmi les *M* possibles, est déterminé par sa phase $\theta_k = 2\pi k/M$ et s'écrit sous la forme :

$$x_{M-PSK}^{k}(t) = A_{c} \cos(\omega_{c} t + \theta_{k}) \quad k = 1, 2, 3, \cdots, M$$
(I.3)

En pratique, on utilise parfois le *codage différentiel* des symboles qui sélectionne le changement de phase plutôt que la phase absolue [5]. La phase du signal transmis pour le $j^{ième}$ symbole de la chaîne d'information s'écrit sous la forme :

$$\theta_k(j) = \theta_k(j-1) + \phi_k(j) \tag{I.4}$$

où $\phi_k(j)$ représente le changement de phase associé au $j^{i \text{ème}}$ symbole.

Puisque la phase transmise dans le $j^{i\acute{e}me}$ intervalle dépend de la phase transmise sur l'intervalle précédent, le système a de la mémoire.

Lorsque M = 2, le schéma est appelé BPSK (Binary PSK).

Lorsque M = 4, le schéma est appelé QPSK (Quaternary PSK). C'est un des plus couramment utilisés. Il existe généralement sous 2 formes (modèle *a* et modèle *b*). Dans les deux cas, les phases sont espacées de $\pi/2$ radians l'une de l'autre. Le diagramme de constellation du modèle *b* est obtenu à partir de celui du modèle *a* en effectuant une rotation de $\pi/4$ radians (Figure I.9).

Les grands changements de phase à la fin de chaque symbole constituent un inconvénient important des signaux QPSK (Figure I.6).



Figure I.6 Exemple d'un signal QPSK montrant les discontinuités de phase.

Le format OQPSK (Offset QPSK), notamment utilisé dans le système CDMA (IS-95) [1], a pour objectif d'interdire les changements de phase de π radians ou, de manière équivalente, d'interdire les transitions entre deux points opposés dans le diagramme de constellation. Pour cela, on considère deux chaînes de bits de période T_s (une pour les bits de numéro pair et une pour les bits de numéro impair) et l'une des deux est retardée de $T_s/2$ par rapport à l'autre, évitant ainsi que les deux bits changent en même temps. Seuls les changements de phase de $\pi/2$ radians sont ainsi rendu possibles (Figure I.7). Une des premières conséquences de cette approche est qu'il y a un symbole toutes les T_b secondes (et non tous les deux bits comme dans QPSK).



Figure I.7 - Exemple de signal OQPSK montrant des discontinuités de phase.

Comme les trajectoires sur la Figure I.9 ne passent pas dans le voisinage de l'origine, OQPSK a une meilleure efficacité en puissance que QPSK (et la même efficacité spectrale de 2 bits/s/Hz).

Une autre variante du schéma QPSK est le schéma $\pi/4$ -DQPSK. Ce schéma est souvent codé différentiellement ($\pi/4$ -DQPSK). Il est utilisé sous cette forme dans le système américain NADC (IS-54), dans les systèmes japonais PDC et PHS et dans le système européen TETRA [7][8]. Un symbole est défini par 2 bits.

Le signal consiste en deux schémas QPSK, choisis alternativement, l'un étant tourné de $\pi/4$ radians par rapport à l'autre :

$$x_1(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + k\frac{\pi}{4}\right) \qquad k \text{ impair (1,3,5,7)}, \tag{I.5}$$

$$x_2(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + k\frac{\pi}{4}\right) \qquad k \text{ pair } (2,4,6,8).$$
 (I.6)

Le diagramme de constellation de $\pi/4$ -QPSK est composé à la fois de celui de QPSK (modèle *a*) et de celui de QPSK (modèle *b*) (Figure I.9). L'objectif est que les points consécutifs lors d'une transition de phase appartiennent toujours à des constellations différentes, le saut de phase étant au maximum $3\pi/4$ radians, soit $\pi/4$ radians de moins que QPSK. Ainsi, en terme de changement de phase maximum, $\pi/4$ -QPSK est un intermédiaire entre QPSK et OQPSK. Le spectre et le BER de $\pi/4$ -QPSK sont identiques à ceux de QPSK.

On présente dans le tableau ci-dessous (Figure I.8) le codage des bits d'information utilisé pour déterminer la phase des différents schémas abordés jusqu'ici.

В	its	Phase	Phase	Changement	Changement
		absolue θ_k	absolue θ_k	de phase ϕ_k	de phase ϕ_k
$M_{I,k}$	$M_{Q,k}$	(QPSK a)	(QPSK b)	(DQPSK)	$(\pi/4-DQPSK)$
0	0	-π/2	$-3\pi/4$	-π/2	$\pi/4$
1	0	0	-π/4	0	$3\pi/4$
1	1	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/2$	$-3\pi/4$
0	1	π	$3\pi/4$	π	-π/4

Figure I.8 - Tableau de correspondance des signaux QPSK (modèle *a* et *b*), DQPSK et $\pi/4$ -DQPSK.



Figure I.9 - Diagrammes de constellation et transitions de phase des signaux QPSK (modèles *a* et *b*), OQPSK et $\pi/4$ -QPSK.

On présente ci-dessous quelques clichés de diagrammes de trajectoire obtenus avec Eldo RFTM et le post-processeur graphique Xelga pour des schémas à modulation de phase très couramment utilisés (Figure I.10).



Figure I.10 - Diagrammes de trajectoire des signaux QPSK (modèle a) (1), 16PSK (2), OQPSK (3) et $\pi/4$ -QPSK (4).

Le schéma de modulation EDGE (de la génération 2.5G) est basé sur le schéma 8PSK, dont les 8 symboles possibles sont définis par leur phase : $\theta_k = 2\pi k/8$, le code *k* étant déterminé par 3 bits consécutifs. Dans le format EDGE, à chaque nouveau symbole et préalablement à tout filtrage, on effectue une rotation de $3\pi/8$ radians du diagramme de constellation. Autrement dit, le *i*ème symbole de la séquence, de code *k*, a une phase $\varphi_i = \theta_k + 3\pi i/8$.

Les symboles (de période T_s) excitent un filtre dont la réponse impulsionnelle $c_0(t)$ est définie dans le paragraphe sur le filtrage (§I.3.6.1.4) [8]. Le signal transmis est alors :

$$x_{EDGE}(t) = A_c \sum_{i} c_0 (t - iT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_i)$$
(I.7)

La figure I.12 (graphes 1 et 2) montre un exemple de diagrammes de trajectoire et de constellation d'un signal EDGE typique.

Enfin, HPSK (Hybrid PSK) est un des schémas de modulation/multiplexage de 3ème génération utilisé dans le standard W-CDMA en Europe sous la norme UMTS et au Japon par NTT DoCoMo et dans le standard cdma2000 en Amérique du Nord [9][10][11]. On se concentre ici sur la source HPSK pour un émetteur, dans le cas du multiplexage de 2 canaux (Figure I.11).



Figure I.11 – Synoptique de la modulation HPSK.

On peut décomposer le processus de modulation en quatre étapes :

- l'étalement : les chaînes de bits des 2 canaux sont multipliées par un code spécifique (OVSF, Walsh) permettant l'identification de chaque canal à la démodulation. Ensuite, elles sont modulées I/Q.

- le cryptage : afin de minimiser le rapport puissance de crête – puissance moyenne, et par là même le repliement de spectre lors de l'amplification, le signal est brouillé par une séquence de cryptage (code de Gold longs, Kasami, m-séquence..).

- le fitrage (typiquement cosinus redressé avec un facteur d'atténuation de 0.22).

la modulation par une porteuse RF (typiquement aux alentours de 2GHz).

La figure I.12 (graphes 3 et 4) montre un exemple de diagrammes de trajectoire et de constellation d'un signal HPSK assez ideal avec un filtrage gaussien dans le cas de 6 canaux de transmission (1 canal de contrôle et 5 canaux de données).



Figure I.12 - Diagrammes de trajectoire et de constellation des signaux EDGE (1,2) et HPSK (3,4).

I.3.3 – Schémas de modulation d'amplitude en quadrature

Ces schémas, notés MQAM (M-ary Quadrature Amplitude Modulation) peuvent être considérés comme une extension des schémas MPSK, définis par la formule (I.3), pour lesquels l'amplitude du signal peut elle-même être à plusieurs niveaux [1][6]. Le $k^{ième}$ signal MQAM, parmi les M possibles (M=4, 8, 16, 32, 64, 2^{2n} , n entier) est déterminé par sa phase θ_k et son amplitude r_k et s'écrit sous la forme :

$$x_{M-QAM}^{k}(t) = r_{k} \cos(\omega_{c}t + \theta_{k}) \quad k = 1, 2, 3, \cdots, M$$
(I.8)

De manière équivalente, un signal MQAM peut s'écrire sous la forme :

$$x_{M-OAM}^{k}(t) = a_{k} \cos \omega_{c} t + b_{k} \sin \omega_{c} t$$
(I.9)

où a_k et b_k peuvent prendre un certain nombre de valeurs discrètes. Ces signaux peuvent être interprétés comme ayant une modulation d'amplitude à plusieurs niveaux appliquée indépendamment sur chacune des deux porteuses en quadrature.

Notons que le schéma 4-QAM est équivalent au schéma QPSK (modèle b).

Le diagramme de constellation d'un signal 16-QAM (16 états) apparaît en Figure I.13. Comme il y a quatre niveaux d'amplitude utilisés sur chacune des porteuses en quadrature, ce signal est parfois nommé signal QAM à 4 niveaux.



Figure I.13 - Diagramme de constellation d'un signal 16-QAM.

Voyons à présent le cas d'un signal 32-QAM. $32 = 2^5$, donc il faut 5 bits pour désigner un symbole. Dans ce cas, il y a six valeurs I et six valeurs Q, ce qui donne un total de 36 (6×6) états possibles. La plus proche puissance de 2 est 32. En conséquence, les quatre états en coin, qui nécessitent le plus de puissance en transmission, sont omis.



Figure I.14 - Diagramme de constellation d'un signal 32-QAM.

On peut à présent rencontrer des schémas comme 512-QAM ou même 1024-QAM. Cette évolution tend à augmenter l'efficacité spectrale mais le BER augmente aussi (dû au bruit et aux interférences).

I.3.4 – Schémas de modulation de fréquence à phase continue

Cette famille, dénotée CPFSK (Continuous Phase Frequency Shift Keying), permet de passer outre les problèmes de conception (PA par ex.) dus aux brusques changements de phase des signaux MPSK et MQAM. Un signal CPFSK s'écrit sous la forme générale :

$$x_{CPFSK}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$$
(I.10)

La déviation de phase $\theta(t)$ contient toute l'information passée du signal et, donc, toute l'information sur la séquence de bits initiale (le signal significatif). C'est une fonction continue du temps communément définie par :

$$\theta(t) = \theta(0) \pm \frac{\pi h}{T_b} t, \quad 0 \le t \le T_b$$
(I.11)

où *h* est un réel appelé *index de modulation*.

Ainsi, le changement de phase sur une période de bit est :

$$\Delta \theta = \theta(T_b) - \theta(0) = \pm \pi h = \begin{cases} \pm \pi h & bit = 1 \\ -\pi h & bit = 0 \end{cases}$$
(I.12)

On définit ainsi le treillis, qui représente la variation totale de phase du signal modulé en fonction de la séquence de bits du signal modulant :



Figure I.15 - Treillis général d'un signal CPFSK.

Comme l'indique la formule (I.10), un signal CPFSK a une enveloppe constante (les transitions sont des arcs de cercle sur le diagramme de constellation) (Figure I.16).

Le schéma pour lequel $h = \frac{1}{2}$ est dénoté MSK (Minimum Shift Keying). On a alors :

$$\Delta \theta = \theta(T_b) - \theta(0) = \pm \frac{\pi}{2} = \begin{cases} \pm \frac{\pi}{2} & bit = 1\\ -\frac{\pi}{2} & bit = 0 \end{cases}$$
(I.13)

Notons que cela donne les phase et déviation fréquentielle suivantes :

$$\theta(t) = \theta(0) \pm \frac{\pi}{2T_b} t, \quad 0 \le t \le T_b$$
(I.14)

$$\frac{1}{2\pi}\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{4T_b} \tag{I.15}$$

La figure I.16 représente le diagramme de trajectoire d'un signal MSK idéal.



Figure I.16 - Diagramme de constellation et transitions de phase d'un signal MSK.

Dans le cas général, pour déterminer la phase du signal MSK à un point temporel donné de la simulation, il faut procéder à une intégration de la chaîne de bits. Décrivons à présent l'algorithme dans le cas de bits rectangulaires.

En entrée de l'algorithme de simulation, la chaîne de symboles binaires I_k , de valeur ±1 (chaîne de bits NRZ (*Non Return to Zero*)), est construite à partir du flot de bits supposés rectangulaires qui constitue l'information à transporter. On supposera que ce flot commence à *t*=0. Elle est définie pour tout $t \in [nT_b, (n+1)T_b]$ comme suit (définition causale) :

$$I(t) = \sum_{k=0}^{n-1} I_k \mathbf{1}_{[kT_b, (k+1)T_b]}(t) + I_n \mathbf{1}_{[nT_b, t]}(t)$$
(I.16)

Pour décrire l'opération d'intégration, on pose :

$$f_{k}(t) = \begin{cases} 0 & si \quad t < kT_{b} \\ I_{k} \frac{\pi}{2T_{b}} (t - kT_{b}) & si \quad t \in [kT_{b}, (k+1)T_{b}] \\ I_{k} \frac{\pi}{2} & si \quad t > (k+1)T_{b} \end{cases}$$
(I.17)

Chaque fonction f_k correspond a l'intégration du symbole correspondant I_k multipliée par le facteur $\pi/2T_b = \pi h/T_b$ où h est l'index de modulation CPFSK, égal à $\frac{1}{2}$ pour la modulation MSK. La figure ci-dessous illustre cette opération.



Figure I.17 - Représentation de l'intégration MSK sur une chaîne de symboles binaires.

La phase MSK ainsi obtenue s'écrit :

$$\forall t \in [nT_b, (n+1)T_b] \quad \phi_{MSK}(t) = \sum_{k=0}^n f_k(t) = \frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^{n-1} I_k + f_n(t)$$
(I.18)

A partir de cette formule, le signal MSK est généré comme une modulation de phase (I/Q).

MSK est efficace en puissance mais moins en largeur de bande de fréquence. Des schémas spectralement encore plus efficaces peuvent être obtenus si le changement de phase est encore plus "doux" que dans MSK. Cela a amené à une classe plus générale de signaux MSK dont **GMSK** (Gaussian **MSK**) est un exemple (utilisé dans le standard GSM). L'idée est que GMSK, comme MSK, peut être vu en tant que CPFSK, mais le pulse rectangulaire est ici filtré par un filtre gaussien (le pulse obtenu est plus "doux"). Ce type de filtrage sera abordé au paragraphe I.3.6.

Un autre type de format CPFSK, le format MFSK (M-ary FSK), est utilisé dans des standards de communication comme IEEE 802.11 et Bluetooth. Un symbole est codé sur *m* bits. Il correspond à une fréquence parmi les $M = 2^m$ possibles ($f_1, f_2, ..., f_M$), généralement régulièrement espacées autour de la fréquence de la porteuse (fréquence centrale du canal utilisé). Le $k^{\text{ rème}}$ signal MFSK, parmi les *M* possibles, s'écrit donc sous la forme :

$$x_{M-FSK}^{k}(t) = A_{c} \cos(\omega_{c} t + [f_{k} - \omega_{c}]t) \quad k = 1, 2, 3, \cdots, M$$
(I.19)

La phase du signal MFSK à un point temporel donné de la simulation est calculée par une méthode d'intégration similaire à celle décrite pour le signal MSK (qui était un cas avec 2 fréquences possibles), sauf que l'intégration est réalisée sur les symboles. En pratique, on utilise souvent un filtrage gaussien (GFSK). Ce type de filtrage sera abordé au paragraphe I.3.6.

I.3.5 – OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)

Nous terminons cette revue des principales sources modulées utilisées actuellement avec un schéma un peu plus élaboré, alliant modulation et multiplexage fréquentiel. OFDM [12][13][14] est notamment utilisé dans le standard IEEE 802.11a. L'idée de base est de diviser le spectre disponible en plusieurs sous-canaux (N) de bande de fréquence étroite (W). Afin d'obtenir une haute efficacité spectrale, les réponses fréquentielles des canaux se chevauchent mais restent orthogonales.

Nous nous intéresserons ici à la version d'OFDM avec préfixe cyclique. Un préfixe cyclique est une copie de la dernière partie du symbole OFDM qui est ajouté en tête du symbole effectivement transmis. De plus, on ajoute une période d'annulation où le signal est nul au début du symbole transmis (cette opération est aussi appelé remplissage par zéro). Ces méthodes permettent de diminuer les problèmes de ce schéma comme l'interférence entre symboles ou entre canaux. On appelle souvent période de garde la somme de la période d'annulation et du cyclique préfixe. La période du symbole pour un système OFDM avec N sous-porteuses et une largeur de bande de fréquence W est alors définie comme suit :



Figure I.18 – Définition de la période d'un symbole OFDM.

Autrement dit : $T_s = \frac{N}{W} + T_a + T_c$

Le signal OFDM en bande de base est défini par :

$$x_{OFDM}(t) = A_c \sum_{l} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} \phi_k(t - lT_s)$$
(I.20)

où la base de fonctions orthogonales $\{\phi_k(t)\}$ est choisie telle que :

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \exp\left(j2\pi \frac{W}{N}k(t-T_c)\right) & \text{si } t \in [T_a, T_s] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(I.21)

Les symboles $x_{k,l}$ sont généralement choisis dans un diagramme de constellation MPSK ou MQAM.

L'avantage-clé de ce schéma est qu'il est obtenu dans le domaine discret en utilisant une transformée de Fourier inverse (en pratique, une IFFT). Pour chaque sousporteuse les données en entrée sont d'abord codées suivant un schéma de type MPSK ou MQAM. Pour le l^{e} symbole, on obtient donc N nombres complexes $x_{0,l}, ..., x_{N-1,l}$. En faisant une TFD (en pratique, une FFT) inverse sur cet ensemble de nombres on obtient le signal OFDM modulé en bande de base auquel on rajoute le préfixe cyclique et la période de garde. Optionnellement, on peut appliquer un filtre à chaque sous-canal. En dernier lieu, le signal est porté autour d'une fréquence RF (Figure I.19).



Figure I.19 – Synoptique de la modulation OFDM.

I.3.6 – Le filtrage des sources modulées

Le filtrage permet de réduire significativement la largeur de bande de transmission sans perdre le contenu des données numériques. Pour cela, il adoucit les transitions rapides d'amplitude, de phase ou de fréquence d'un signal. Un des avantages principaux est qu'il réduit l'interférence entre canaux dans un système à multiplexage fréquentiel. Cependant, le filtrage peut créer des pics de puissance, de l'interférence entre symboles, et rend les systèmes radios plus complexes et plus gros (surtout lorsqu'ils sont conçus analogiquement). Il faut donc l'utiliser à bon escient.

Il y a de nombreuses variétés de filtrage. Les plus courantes sont :

- le filtrage SRRC (Square Root Raised Cosine)
- le filtrage RC (Raised Cosine)
- le filtrage gaussien

On abordera aussi le filtrage spécifique au format EDGE.

I.3.6.1 – Définition des principaux filtres

Présentons d'abord les fonctions de transfert et les réponses impulsionnelles associées à chaque type de filtre.

I.3.6.1.1 – Filtre SRRC

La fonction de transfert d'un filtre SRRC (Square Root Raised Cosine) est définie par : $(1 - \rho)$

$$H_{SRRC}\left(\left|f\right|\right) = \begin{cases} T_s & 0 \le \left|f\right| \le \frac{(1-\beta)}{2T_s} \\ T_s \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \sin\left[\pi \frac{T_s}{\beta} \left(\left|f\right| - \frac{1}{2T_s}\right)\right]\right)} & \frac{(1-\beta)}{2T_s} \le \left|f\right| \le \frac{(1+\beta)}{2T_s} \\ 0 & \frac{(1+\beta)}{2T_s} \le \left|f\right| \le 1 \end{cases}$$
(I.22)

 β est appelé facteur de *roll-off* (ou largeur de bande excédentaire). β est compris entre 0 et 1. Par exemple, pour le standard IS-54, $\beta = 0.35$.

La réponse impulsionnelle associée est :

$$h_{SRRC}(t) = \begin{cases} 1 - \beta + \frac{4\beta}{\pi} & \text{si} \quad t = 0\\ \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) \right] & \text{si} \quad t = \pm \frac{T_s}{4\beta} \\ \frac{4\beta}{\pi} \cdot \frac{\cos\left(\left(1 + \beta \right) \frac{\pi t}{T_s} \right) + \sin\left(\left(1 - \beta \right) \frac{\pi t}{T_s} \right) / 4\beta \frac{\pi t}{T_s}}{1 - \left(4\beta \frac{t}{T_s} \right)^2} & \text{sinon} \end{cases}$$
(I.23)

I.3.6.1.2 – Filtre RC

La fonction de transfert d'un filtre **RC** (**R**aised Cosine) est définie par : $\begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho \end{pmatrix}$

$$H_{RC}(|f|) = \begin{cases} T_s & 0 \le |f| \le \frac{(1-\beta)}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left(1 + \cos\left[\pi \frac{T_s}{\beta} \left(|f| - \frac{1-\beta}{2T_s}\right)\right]\right) & \frac{(1-\beta)}{2T_s} \le |f| \le \frac{(1+\beta)}{2T_s} \\ 0 & \frac{(1+\beta)}{2T_s} \le |f| \le 1 \end{cases}$$
(I.24)

La réponse impulsionnelle associée est :

$$h_{SRRC}(t) = \left(\operatorname{sinc} \frac{\pi t}{T_s}\right) \left(\frac{\cos(\pi\beta t/T_s)}{1 - (2\beta t/T_s)^2}\right)$$
(I.25)

I.3.6.1.3 – Filtre gaussien

La réponse impulsionnelle d'un filtre gaussien est :

$$h_G(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp\left(-\frac{\pi^2}{\alpha^2} t^2\right)$$
(I.26)

avec $\alpha = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{2.B}}$ où *B* est la largeur de bande de fréquence à 3 dB d'un filtre

gaussien passe-bas. *B* est parfois notée LPFC (*LowPass Filter –3dB Cutoff Frequency*).

D'où, en remplaçant :

$$h_G(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B \exp\left(-\frac{2\pi^2 B^2}{\ln 2} t^2\right)$$
(I.27)

La fonction de transfert associée est :

$$H_G(f) = \exp\left(-\alpha^2 f^2\right) \tag{I.28}$$

soit :

$$H_G(f) = \exp\left(-\frac{\ln 2}{2}\left(\frac{f}{B}\right)^2\right)$$
(I.29)

Le filtre gaussien peut-être complètement défini par B et la période du symbole de bande de base T (période du bit notée T_b précédemment). On définit usuellement GMSK par son produit BT, appelé largeur de bande de fréquence normalisée (noté aussi B_N).

En notant
$$\alpha_N = \frac{\pi}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \frac{B_N \pi}{T}$$
, on obtient l'expression :
 $h_G(t) = \frac{\alpha_N}{\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha_N^2 t^2)$ (I.30)

Le produit *BT* est compris entre 0 et $+\infty$. $BT = +\infty$ correspond au schéma MSK. En effet, d'après (I.30), $\lim_{\alpha_N \to +\infty} h_G(t) = \delta$, la distribution de Dirac étant l'élément neutre pour le produit de convolution (i.e. le filtre n'a pas d'influence).

En réduisant la valeur de BT, on diminue le niveau des lobes latéraux (donc on augmente la puissance spectrale), mais on augmente le BER produit par le filtre passe-bas à cause de l'interférence entre symboles (ISI). Les valeurs usuelles de BT pour les modulateurs GMSK sont 0.3 et 0.5.
I.3.6.1.4 – Filtre EDGE

Le filtre utilisé spécifiquement dans le format EDGE est défini par la réponse impulsionnelle suivante :

$$c_0(t) = \begin{cases} \prod_{i=0}^{3} S(t+i.T_s) & \text{pour } 0 \le t \le 5.T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où

$$S(t) = \begin{cases} \sin(\pi \int_{0}^{t} g(\tau) d\tau) & \text{pour} \quad 0 \le t \le 4.T_{s} \\ \sin(\frac{\pi}{2} - \pi \int_{0}^{t-4.T_{s}} g(\tau) d\tau) & \text{pour} \quad 4.T_{s} \le t \le 8.T_{s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$g(t) = \frac{1}{2.T_{s}} \left(Q(2\pi.BT \frac{1-2.5T_{s}}{T_{s} \cdot \sqrt{\ln(2)}}) - Q(2\pi.BT \frac{1-1.5T_{s}}{T_{s} \cdot \sqrt{\ln(2)}}) \right)$$
et
$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t}^{\infty} e^{-\frac{\tau^{2}}{2}} d\tau \qquad (I.31)$$

I.3.6.2 – Filtrage I/Q

Ce type de filtrage, utilisé dans la plupart des schémas de modulation consiste à appliquer indépendamment le filtre sur chacune des composantes I et Q du signal modulé. On note h(t) la réponse impulsionnelle du filtre considéré.

Une manière simple de générer le signal modulé filtré x(t) (cas causal) est alors [7] :

$$\forall t \in [nT_s, (n+1)T_s] \quad x(t) = A_c \sum_{k=0}^n h(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \theta_k)$$
(I.32)

Notons que cela revient à considérer que le filtre est constant par morceaux (l'intégrale de convolution devient alors une somme discrète, facile à implanter dans le simulateur).

En pratique, si l'on désire modéliser plus finement le filtrage sur I et Q, on peut utiliser la méthode suivante. Considérons d'abord, un symbole rectangulaire d'amplitude 1 compris entre kT_s et $(k+1)T_s$. Soit :

$$f_k(t) = \mathbf{1}_{[kT_s, (k+1)T_s]}(t)$$
(I.33)

Remarquons d'abord que :

$$f_{k}'(t) = \delta_{kT_{s}}(t) - \delta_{(k+1)T_{s}}(t)$$
(I.34)

Alors, on a :

$$\left(h * f_{k}'\right)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau) \left(\delta_{kT_{s}} - \delta_{(k+1)T_{s}}\right)(\tau) d\tau = h(t-kT_{s}) - h(t-(k+1)T_{s})$$
(I.35)

L'opérateur de convolution étant linéaire, on a :

$$g_{k}(t) = (h * f_{k})(t) = \int_{-\infty}^{t} h(z - kT_{s})dz - \int_{-\infty}^{t} h(z - (k+1)T_{s})dz = \int_{t-(k+1)T_{s}}^{t-kT_{s}} h(u)du$$
(I.36)

Si la réponse impulsionnelle d'un filtre SRRC est facilement intégrable formellement, on peut obtenir un résultat exact. Dans le cas général, on utilise une méthode d'intégration numérique, par exemple, ici, de type trapèze :

$$\widetilde{g}_{k}(t) = \frac{1}{2T_{s}} \sum_{n=1}^{N} \left[h \left(t - \left(k + 1 - \frac{n-1}{N} \right) T_{s} \right) + h \left(t - \left(k + 1 - \frac{n}{N} \right) T_{s} \right) \right]$$
(I.37)

où N est le nombre d'intervalles considérés dans l'approximation trapèze (plus N est grand, plus le calcul d'intégrale est précis).

En vue d'une implantation efficace, on peut réécrire (I.37) sous la forme :

$$\widetilde{g}_{k}(t) = \frac{1}{2T_{s}} \left[h(t - (k+1)T_{s}) + 2\sum_{n=2}^{N-1} h\left(t - \left(k + 1 - \frac{n-1}{N} \right) T_{s} \right) + h(t - kT_{s}) \right]$$
(I.38)

On obtient l'équation suivante, dans un cas non causal :

$$\forall t \in \left[-\infty, +\infty\right] \quad x(t) = A_c \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \widetilde{g}_k(t) \cos(\omega_c t + \theta_k)$$
(I.39)

I.3.6.3 – Filtrage pour la modulation de fréquence

On procède de manière différente pour les schémas à modulation de fréquence. Le fitrage intervient directement sur la chaîne de symboles et non sur les composantes I et Q du signal. On décrira l'algorithme de filtrage sur les sources GMSK (filtrage gaussien de réponse impulsionnelle $h_G(t)$). Il est facilement généralisable aux autres types de signaux CPFSK et autres filtres.

En vue de l'implantation d'une source GMSK dans le simulateur Eldo RFTM, introduisons la modélisation suivante [15][16].

Elle consiste à décrire l'émetteur GMSK comme suit. La chaîne de bits NRZ (Non Return to Zero) d'amplitude 1 est d'abord filtrée par le filtre gaussien. Le résultat est multiplié par $2\pi h_f$, où h_f est l'index de modulation GMSK, puis appliqué à un oscillateur (VCO), comme le montre la figure I.20.



Figure I.20 - Production d'un signal GMSK (CP-FSK) par modulation de fréquence.

Cependant, dans notre simulation, le signal de bande de base GMSK est produit par un modulateur de phase en quadrature où la phase de la porteuse $\phi(t,I)$ est construite par un algorithme particulier à partir du flot de symboles binaires I_k , égaux à 1 ou –1, comme décrit sur la figure ci-dessous :



Figure I.21 - Production d'un signal GMSK (CP-FSK) par modulation de phase.

Mathématiquement, le filtrage consiste en un produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du filtre gaussien et la fonction cible tandis que la modulation MSK consiste en une intégration de type FM de la fonction cible. Ces deux opérations sont linéaires. On peut donc les effectuer indifféremment dans un ordre ou dans l'autre.

Dans notre modélisation, on effectue d'abord la convolution de la chaîne de bits NRZ, qui constitue l'information sur les changements de fréquence, avec la réponse impulsionnelle du filtre gaussien, puis on réalise ensuite l'intégration de type FM de la fonction obtenue.

Décrivons à présent la première opération : le filtrage gaussien. La réponse impulsionnelle du filtre gaussien est strictement positive sur tout l'intervalle de temps. Le filtre a donc une influence sur tous les bits de la séquence. Introduisons pour cette raison, la définition non causale de la chaîne de bits NRZ :

$$\forall t \in \left[-\infty, +\infty\right] \quad I(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_k \mathbf{1}_{\left[kT_b, (k+1)T_b\right]}(t) \tag{I.40}$$

Enumérons avant tout quelques résultats mathématiques, clés de voûte des calculs de convolution.

$$\int_0^b \exp(-t^2) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(b)$$
(I.41)

d'où

$$\int_0^b \exp\left(-a^2 t^2\right) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} \operatorname{erf}(ab)$$
(I.42)

$$erf(0) = 0$$
 (I.43)

$$\operatorname{erf}(+\infty) = 1 \tag{I.44}$$

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z) \tag{I.45}$$

$$\int \operatorname{erf}(z) dz = z \operatorname{erf}(z) + \frac{\exp(-z^2)}{\sqrt{\pi}}$$
(I.46)

Dans un premier temps, on va calculer l'action du filtre gaussien à un temps quelconque *t* sur un bit isolé entre kT_b et $(k+1)T_b$ d'amplitude 1 :

$$f_k(t) = \mathbf{1}_{[kT_b, (k+1)T_b]}(t)$$
(I.47)

Le produit de convolution s'écrit :

$$(h_G * f_k)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_G(t-\tau) f_k(\tau) d\tau = \int_{kT_b}^{(k+1)T_b} h_G(t-\tau) d\tau$$
(I.48)

Soit le changement de variable suivant:

$$u = t - \tau$$

$$\tau = t - u$$
(I.49)

$$d\tau = -du$$

Appliquons (I.49) à (I.48) :

$$(h_G * f_k)(t) = \int_{t-(k+1)T_b}^{t-kT_b} h_G(u) du$$
(I.50)

Enfin, appliquons l'équation (I.42) à l'équation (I.50). On obtient :

$$(h_{G} * f_{k})(t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - kT_{b})) - \operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - (k + 1)T_{b})) \right]$$
(I.51)

Remarquons que cette fonction est symétrique par rapport à l'axe $t=(k+1/2)T_b$. Donnons quelques valeurs caractéristiques :

$$\left(h_{G} * f_{k}\right)\left(\left(k + \frac{1}{2}\right)T_{b}\right) = \operatorname{erf}\left(\alpha_{N} \frac{T_{b}}{2}\right)$$
(I.52)

$$(h_G * f_k)(kT_b) = (h_G * f_k)((k+1)T_b) = \frac{1}{2}\operatorname{erf}(\alpha_N T_b)$$
(I.53)

$$(h_G * f_k)(\pm \infty) = 0 \tag{I.54}$$

Procédons maintenant à l'intégration MSK sur ce bit filtré. Soit :

$$g_{a}^{k}(t) = \frac{\pi}{2T_{b}} \int_{a}^{t} (h_{G} * f_{k})(z) dz$$
(I.55)

De (I.51), on déduit :

$$g_a^k(t) = \frac{\pi}{4T_b} \left[\int_a^t \operatorname{erf}(\alpha_N(z - kT_b)) dz - \int_a^t \operatorname{erf}(\alpha_N(z - (k+1)T_b)) dz \right]$$
(I.56)

En utilisant (I.46) pour les deux termes de l'équation (I.56), on trouve (I.57) :

$$g_{a}^{k}(t) = \frac{\pi}{4T_{b}} \left[(t - kT_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - kT_{b})) + \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\alpha_{N}^{2}(t - kT_{b})^{2}\right) - (a - kT_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(a - kT_{b})) - \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\alpha_{N}^{2}(a - kT_{b})^{2}\right) - (t - (k + 1)T_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - (k + 1)T_{b})) - \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\alpha_{N}^{2}(t - (k + 1)T_{b})^{2}\right) + (a - (k + 1)T_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(a - (k + 1)T_{b})) + \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\alpha_{N}^{2}(a - (k + 1)T_{b})^{2}\right) \right]$$

Utilisons (I.44) et (I.45) pour trouver l'intégrale MSK du bit filtré en t (I.58) :

$$g_{-\infty}^{k}(t) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4T_{b}} \left[(t - kT_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - kT_{b})) + \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha_{N}^{2}(t - kT_{b})^{2}) - (t - (k + 1)T_{b}) \operatorname{erf}(\alpha_{N}(t - (k + 1)T_{b})) - \frac{1}{\alpha_{N}\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha_{N}^{2}(t - (k + 1)T_{b})^{2}) \right]$$

Un rapide calcul de limite nous permet de vérifier que :

$$g_{-\infty}^{k}(+\infty) = \frac{\pi}{2} \tag{I.59}$$

Cela signifie que le changement de phase de $+\pi/2$ occasionné par le $k^{\text{ème}}$ bit égal à 1 s'opère sur un intervalle de temps infini à cause du filtrage gaussien.

La phase de la porteuse d'un signal GMSK dans le cas d'une chaîne de bits NRZ non causale est donc :

$$\Phi(t,I) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} I_k g_{-\infty}^k(t)$$
(I.60)

En pratique, pour des raisons de performance, on cherche à réduire le nombre de fonctions $g_{-\infty}^{k}(t)$ à calculer. On considère donc qu'au temps t, le filtre agit sur le bit courant et sur un certain nombre de bits qui l'entourent, qu'on note : LEN_p bits précédents ("p" pour "passé") et LEN_f bits suivants ("f" pour "futur"). On obtient ainsi l'algorithme suivant :

Cas non causal :

$$\phi(t,I) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_k \Phi(t-kT_b)$$

$$\Phi(t) = \begin{cases} 0 & t \le -LEN_f \cdot T_b \\ G(t) - G(t-T_b) + \frac{\pi}{4} & t \in \left] - LEN_f \cdot T_b, (LEN_p+1) \cdot T_b \right[\quad (I.62) \\ \frac{\pi}{2} & t \ge -(LEN_p+1) \cdot T_b \end{cases}$$

$$G(x) = \frac{\pi x erf(\alpha_N x)}{4T} + \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha_N T} \exp(-\alpha_N^2 x^2)$$

$$(I.63)$$

On peut réécrire (I.61) sous la forme :

$$\forall t \in [nT_b, (n+1)T_b] \quad \phi(t, I) = \frac{\pi}{2} \sum_{k=-\infty}^{n-LEN_p-1} I_k + \sum_{k=n-LEN_p}^{n+LEN_f} \Phi(t - kT_b)$$
(I.64)

On distingue ainsi la phase accumulée (1^{er} terme) et la phase relative instantanée (2^{em} terme) .

Remarquons que l'approximation (I.62) introduit des sauts de phase à chaque transition de bits. L'amplitude de ces sauts décroît lorsque LEN_p ou/et LEN_f augmentent, i.e. quand l'approximation s'affine.

On déduit l'algorithme dans le cas d'une chaîne de bits NRZ causale et en considérant que la chaîne commence en t = 0 (I.16) :

Cas causal :

$$\forall t \in \left[nT_b, (n+1)T_b\right] \quad \phi(t, I) = \sum_{k=0}^n I_k \Phi(t - kT_b) \tag{I.65}$$

$$\Phi(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0\\ G(t) - G(t - T_b) + \frac{\pi}{4} & t \in \left]0, (LEN_p + 1) \cdot T_b\right[\\ \frac{\pi}{2} & t \ge (LEN_p + 1) \cdot T_b \end{cases}$$
(I.66)
$$G(x) = \frac{\pi x erf(\alpha_N x)}{4T} + \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha_N T} \exp\left(-\alpha_N^2 x^2\right)$$
(I.67)

L'équation (I.64) devient alors :

$$\forall t \in [nT_b, (n+1)T_b] \quad \phi(t, I) = \frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^{n-LEN_p-1} I_k + \sum_{k=n-LEN_p}^{n} I_k \Phi(t - kT_b)$$
(I.68)

Pour illustrer ce paragraphe sur le filtrage, on présente en Figure I.22 quelques clichés de résultats de simulation de sources modulées filtrées. Les graphes 1 et 2 sont respectivement le diagramme de trajectoire et le diagramme de constellation d'une source QPSK avec un filtrage RC ($\beta = 0.5$). Les graphes 3 et 4 représentent une source $\pi/4$ -QPSK avec un filtrage SRRC ($\beta = 0.35$) et les graphes 5 et 6 représentent une source 8-QAM avec un filtrage gaussien ($\beta = 0.5$).

On notera les principaux effets du filtrage : la déformation des trajectoires (adoucissement des transitions), les pics de puissance, l'étalement des nuages de points autour des positions idéales. La mesure de ces différents phénomènes est un outil de diagnostic important pour le concepteur dans le but de déterminer la qualité globale d'un système de communication. Elle sera abordé à la fin du chapitre II.

Dans le paragraphe suivant, on présentera les standards de communication qui utilisent les formats de modulation abordés jusqu'ici.



Figure I.22 - Diagrammes de trajectoire et de constellation de signaux modulés filtrés : QPSK RC (1,2) - $\pi/4$ -QPSK SRRC (3,4) – 8-QAM gaussien (5,6).

I.4 – Les standards de télécommunication

Depuis une vingtaine d'années, la téléphonie mobile est passée de la modulation analogique (1^{ère} génération) à la modulation numérique (2^{ème} génération) puis s'est complexifiée davantage avec la transmission d'images et de données, l'accès à l'Internet et aux services les plus divers pour déboucher sur les téléphones cellulaires de 3^{ème} génération, commercialisés dès le 1^{er} octobre 2001 au Japon (DoCoMo). L'utilisation généralisée du téléphone portable dans le monde entier, la nécessité d'une bonne gestion du spectre (l'interface aérienne) pour éviter les interférences et les contingences économiques ont amené à l'établissement de standards définissant le cahier des charges des constructeurs et des opérateurs. La figure I.23 représente l'évolution de quelques standards importants ces deux dernières décennies.



Figure I.23 – Evolution des standards de télécommunication depuis les années 80.

Dans les tableaux qui suivent (Figure I.24), on dresse une liste non exhaustive des principaux standards depuis la 1ère génération jusqu'à la 3ème génération en mettant en valeur les caractéristiques qui nous intéressent directement (bande de fréquence, format de modulation, filtrage...). Pour plus de détails, on pourra se reporter aux références [17] et [18].

Dans les standards analogiques de 1ère génération, délaissés aujourd'hui, on peut citer : AMPS, et ses évolutions TACS, E-TACS ; NMT ; NTT. Dans les standards numériques de 2ème génération, on peut distinguer :

 les standards pour les téléphones cellulaires, destinés aux appels longue distance en milieu naturel ou urbain (taille des cellules de 0.5 à 30km) : GSM, IS-54, IS-95, PDC.

- les standards de services de communication personnelle (PCS), destinés à la téléphonie sans fil en espaces réduits (bureau, domicile, lieux fermés dans un rayon de 500m maximum) : CT2 et CT2+, DECT, PHS, PACS.
- les standards de services mobiles de données, spécialisés dans les transferts de données empaquetées : TETRA, CDPD et GPRS, l'évolution de GSM (même technologie, mais gestion des données différente et transfert plus rapide).
- les standards WLAN (Wireless Local Area Network), destinés à donner accés à des réseaux locaux (< 100 m) et à l'Internet : IEEE 802.11, et ses évolutions IEEE 802.11a et IEEE 802.11b, HIPERLAN et même IEEE 802.15, connu sous le nom de Bluetooth. Ces standards, assez récents, appartiennent à une génération intermédiaire, la 2.5G.

Enfin, les standards émergents comme EDGE (2.5G), la dernière évolution du système européen GSM, et ceux de la 3ème génération, l'UMTS (W-CDMA, cdma2000, UWC-136) regroupent tous les services, des données (image, musique, fichiers divers...) aux services Internet et à la téléphonie mobile, à des débits encore plus performants. Les premiers produits sont sortis à la fin de l'année 2001 et devraient se déployer au cours des années 2002 et 2003.

Standard	NMT	AMPS	GSM900/DCS1800	IS-54/136 (NADC)
Région	Europe	Amérique du N	Europe	Amérique du N
Introduction	1981	1983	1992/1993	1992
Génération	1G	1G	2G	2G
Bande de fréquence (MHz)	450/900	900	900/1800/1900	800/1900
Multiplexage	-	FDMA	F/TDMA	F/TDMA
Espacement des porteuses	25/12.5 kHz	30 kHz	200 kHz	25 kHz
Modulation	FM	FM	GMSK	$\pi/4$ -DQPSK
Filtrage	-	-	Gaussien (BT=0.3)	SRRC (β=0.35)
Fréquence des bits	-	-	270.833 kbps	48.6 kbps

Standard	PDC/PHS	IS-95 (CDMA)	CT2/CT2+	DECT
Région	Japon	Amérique du N,	Europe, Canada	Europe, Chine
		Corée, Japon		
Introduction	1993/1994	1995/1997	1992/1993	1993
Génération	2G	2G	2G	2G
Bande de fréquence (MHz)	700/1500/1900	800/1900	900	1900
Multiplexage	F/TDMA	F/CDMA	F/TDMA	F/TDMA
Espacement des porteuses	25/12.5 kHz	1.25 MHz	100 kHz	1.728 MHz
Modulation	$\pi/4$ -DQPSK	QPSK/OQPSK	GFSK	GFSK
Filtrage	SRRC (β=0.5)	Chebychev	Gaussien (BT=0.5)	Gaussien (BT=0.5)
Fréquence des bits	42.5/384 kbps	9.6/14.4 kbps	72 kbps	1.152 Mbps

Standard	TETRA	EDGE	IEEE.802.11	IEEE.802.11a
			(WLAN)	
Région	Europe	Europe	Amérique du N,	Amérique du N,
			Japon	Japon
Introduction	1995	2003?	2001	2002
Génération	2G	2.5G	2.5G	2.5G
Bande de fréquence (MHz)	450	900	2400	5000
Multiplexage	F/TDMA	F/TDMA	F/TDMA/CSMA	F/TDMA/CSMA
Espacement des porteuses	25 kHz	200 kHz	1 or 11MHz	20MHz
Modulation	π/4-DQPSK	8PSK	GFSK/DBPSK/	OFDM+MQAM
			DQPSK	
Filtrage	SRRC (β=0.4)	spécifique	Gaussien	-
			(BT=0.5)	
Fréquence des bits	19.2 kbps	812.5 kbps	1 or 2 Mbps	54 Mbps

Standard	IEEE.802.11b	IEEE 802.15	W-CDMA	cdma2000
		(Bluetooth)		
Région	Amérique du N,	Amérique du N,	Europe, Japon	Amérique du N
	Japon	Europe, Japon		
Introduction	2001	2001	2001	2002
Génération	2.5G	2.5G	3G	3G
Bande de fréquence (MHz)	2400	2500	2000/2200	2000/2200
Multiplexage	F/TDMA/CSMA	F/TDMA	F/T/CDMA	F/T/CDMA
Espacement des porteuses	-	1 MHz	4.4 or 5.2 MHz	1.25 MHz
Modulation	CCK/BPSK/	GFSK	HPSK/QPSK	HPSK/QPSK
	QPSK			
Filtrage	-	Gaussien	SRRC (β=0.22)	SRRC
		(BT=0.5)		(β=0.22)
Fréquence des bits	11 Mbps	1 Mbits/s	3.84 Mchips/s	3.6864
			8k à 2M bits/s	Mchips/s
				8k à 2M bits/s

Figure I.24 – Caractéristiques des principaux standards de télécommunication.

I.5 – Conclusion

Dans ce chapitre, on a tout d'abord décrit les différents types de circuits de télécommunication moderne que nous aurons à simuler : on a étudié précisément la chaîne d'émission et de réception des systèmes de téléphonie mobile ainsi que les blocs fonctionnels les plus couramment rencontrés dans ce domaine.

Dans un second temps, on s'est intéressé à la nature des signaux à modulation complexe qui parcourent ces circuits, en inventoriant les principaux formats de modulation utilisés à ce jour et en exposant la façon dont ils ont été implantés dans le simulateur Eldo RFTM.

Enfin, on a présenté rapidement les quelques grands standards de télécommunication et leurs principales caractéristiques (bande de fréquence utilisée, modulation et filtrage...).

De la sorte, on peut à présent bien cibler la fonction et la nature des circuits électroniques que nous aurons à simuler. Notamment, ces circuits comportent à la fois des parties numériques, des parties analogiques basse-fréquence, des parties RF (ou IF) avec des signaux quasi-périodiques et des signaux modulés numériquement. Ces parties interagissent les unes avec les autres, et tous les types d'interface (numérique/analogique, numérique/RF, analogique/RF) peuvent exister dans les circuits modernes. En général, la partie RF est la plus petite, mais c'est souvent la plus critique dans le flot de conception/vérification du fait de la complexité des blocs et des signaux qui la composent.

Dans le chapitre suivant, on s'intéressera donc à la simulation de circuits RF.

I.6 – Bibliographie

- [1] B. Razavi, "RF MicroElectronics", University of California, Los Angeles, Prentice Hall, 1998.
- [2] D. O. Pederson, K. Mayaram, "Analog Integrated Circuits for Communication : Principles, Simulation and Design", Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [3] S. R. Bullock, "Transceiver System Design for Digital Communications", Noble Publishing, 1995.
- [4] A. Recly-Lesecq, "Etude de l'optimisation des circuits non linéaires micro-ondes", Thèse IRCOM, Décembre 1995.
- [5] W. C. Y. Lee, "Mobile Cellular Telecommunications", McGraw-Hill, 1989.
- [6] M. Schwartz, "Information transmission, Modulation and Noise", Columbia University, McGraw-Hill, 1990.
- [7] S. Chennakeshu, G.J. Saulnier, "Differential Detection of $\pi/4$ -Shifted-DQPSK for Digital Cellular Radio" Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE, Volume: 1, 1999, Page(s): 46-57 vol.42
- [8] GSM 05.04 v8.1.0 (1999-12) ETSI European standard (Telecommunications series)
- [9] H. Lilja, H. Mattila, "WCDMA power amplifier requirements and efficiency optimization criteria", Microwave Symposium Digest, 1999 IEEE MTT-S International, Volume: 4, 1999, Page(s): 1843-1846 vol.4.
- [10] K. Laird, N. Whinnett, S. Buljore, "A peak-to-average power reduction method for third generation CDMA reverse links" - Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE 49th, Volume: 1, 1999, Page(s): 551-555 vol.1.
- [11] T. Yamazato, A. Fujiwara, M. Katayama, A. Ogawa, "Performance evaluation of modified HPSK for wideband CDMA", Spread Spectrum Techniques and Applications, 2000 IEEE Sixth International Symposium on, Volume: 2, Page(s): 751-755 vol.2.
- [12] G. L. Stüber, 'Principles of Mobile Communication', Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [13] O. Edfors, M. Sandell, J-J. van de Beek, D. Landström, F. Sjöberg, "An Introduction to Orthogonal Frequency-Division Multiplexing", Research Report TULEA 1996:16, Division of Signal Processing, Luleå University of Technology, September 1996.

- [14] J. A. C. Bingham, "Multicarrier Modulation for Data Transmission : An Idea Whose Time Has Come", IEEE Communications Magazine, May 1990.
- [15] K. Feher, H. Mehdi, "Modulation/microwave integrated digital wireless developments" Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Volume: 43 Issue: 7 Part: 1-2, July 1995 Page(s): 1715-1732.
- [16] C. Phongphanphanee, R. Steele, "GMSK Radio Link for Indoor Radio Communications", Research Journal, Communications Group, 1995.
- [17] K. Pahlavan, P. Krishnamurthy, "Principles of Wireless Networks : A Unified approach", Prentice Hall, 2002.
- [18] M. Zeng, A. Annamalai, V. K. Bhargava, "Recent Advances in Cellular Wireless Communications", IEEE Communications Magazine, September 1999.

Chapitre II – Simulation des circuits RF

II.1 – Introduction

Le simulateur est devenu l'outil indispensable des concepteurs pour prévoir et vérifier le comportement électrique d'un circuit d'après la description de sa topologie et de ses composants. Bien que les circuits RF contiennent moins de composants que les puces numériques, ils sont bien plus critiques dans le flot de conception/vérification, d'une part parce qu'ils ne permettent que très peu d'automatisation, d'autre part parce qu'ils sont souvent utilisés aux limites de leurs performances, où les non linéarités et autres effets doivent être pris en compte. Les concepteurs de circuits RF ont besoin de différentes méthodes d'analyse pour en extraire les caractéristiques : les analyses de base (SPICE [1]) incluent l'analyse du régime continu (DC), l'analyse du régime alternatif (AC), l'analyse du bruit et l'analyse transitoire du circuit. Ces méthodes ont été étendues pour répondre aux contraintes particulières des circuits RF et pour prendre en compte des signaux haute-fréquence périodiques, quasi-périodiques, modulés numériquement. On distingue deux familles de méthodes : celles basées sur l'équilibrage harmonique et celles basées sur la méthode de shooting. Ces deux méthodes de base déterminent le régime permanent (résultats sous forme de spectre ou de courbes temporelles) mais ont été généralisées pour donner des informations similaires à une analyse transitoire du circuit (résultats mixtes, fréquentiels et temporels).

Dans ce chapitre, on va traiter des algorithmes de simulation des circuits RF. Dans un premier temps, on fera l'inventaire des principales méthodes utilisées dans les simulateurs actuels, en décrivant l'algorithmique de chacune d'entre elles et en les comparant rapidement.

Ensuite, on se focalisera sur les deux principaux algorithmes utilisés dans le simulateur Eldo RF : l'Equilibrage Harmonique (HB) et l'algorithme de l'Enveloppe et les innovations apportées dans le cadre de ce travail. D'abord, on présentera une méthode pour mesurer un phénomène rarement abordé dans ce domaine malgré son importance : le repliement de spectre dans l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique.

On décrira ensuite une méthode d'optimisation de l'utilisation du spectre dans l'Equilibrage Harmonique, baptisée HB-FDLNR, et différentes variations dans le but de réduire le temps de simulation de circuits RF comportant des signaux de différents degrés de non linéarité.

Par ailleurs, on présentera des aspects nouveaux ou peu abordés autour de l'algorithme de l'Enveloppe : d'abord, on décrira une façon d'initialiser correctement l'algorithme ; ensuite, on verra comment l'adapter à la simulation de la réponse transitoire des oscillateurs ; enfin, on s'intéressera à différentes mesures utiles au diagnostic des circuits RF et permettant notamment d'analyser quantitativement et qualitativement les signaux modulés (PAR, ACPR, EVM, BER).

II.2 – Algorithmes pour la simulation/vérification de circuits électriques RF au niveau transistor

Nous présentons dans cette section un panorama des principales méthodes utilisées pour la simulation/vérification de circuits électriques au niveau transistor.

Les méthodes présentées ici peuvent être regroupées dans trois grandes familles, celles basées sur l'Equilibrage Harmonique (en anglais, *Harmonic Balance* (HB)), celles basées sur les méthodes de shooting (SM), et les méthodes plus générales notées sous le nom MPDE (*Multi-rate Partial Differential Equation*). Il existe quelques autres méthodes ne se rattachant pas à ces trois familles et que nous ne ferons qu'évoquer.

Famille HB :

• Equilibrage Harmonique

Enveloppe

Famille SM :

- Shooting
- MFTA
- Suivi d'Enveloppe (*Envelope Following*)

Famille MPDE :

- MFDTD
- HS
- MMFT

Toutes ces méthodes ont pour point de départ le système d'EDA (Equations Différentielles Algébriques) ordinaires, linéaires ou non linéaires, de dimension N, provenant de l'Analyse Nodale Modifiée, communément dénotée MNA (Modified Nodal Analysis) [2] :

$$f(v(t),t) = i(v(t)) + \frac{d}{dt}q(v(t)) + i_s(t) = 0$$
(II.1)

où $v:I\!R \to I\!R^N$ est le vecteur des tensions aux nœuds et des courants circulant dans certaines branches. $q:I\!R^N \to I\!R^N$ est le vecteur des charges et des flux et $i:I\!R^N \to I\!R^N$ est le vecteur des sommes de courants, tous deux dépendant de v(t). $i_s:I\!R \to I\!R^N$ est le vecteur des sources.

Réécrivons l'équation (II.1) sous la forme compacte:

$$f(v) = i(v) + \frac{d}{dt}q(v) + i_s(t) = 0$$
 (II.2)

Dans la plupart des circuits électriques, on trouve, suivant les nœuds et les branches, des signaux dont les échelles de temps sont d'ordres très différents les uns des autres. C'est le cas des systèmes de communication RF sans fil où les signaux sont typiquement composés d'une porteuse haute-fréquence et d'une modulation lente. C'est

également le cas des VCO, PLL, etc... C'est de ce constat qu'est née la formulation dite MPDE (Multi-rate Partial Differential Equation) [3].

Elle consiste à associer, dans le domaine temporel, une variable indépendante à chaque échelle de temps. v(t) devient la fonction à plusieurs variables $\hat{v}(t_1, t_2, \dots, t_m)$ avec $\hat{v}: I\!R^m \rightarrow I\!R^N$ où *m* est le nombre d'échelles de temps. L'EDA partielle (MPDE) correspondant à l'équation (II.2) s'écrit:

$$f(\hat{v}) = i(\hat{v}) + \frac{\partial}{\partial t_1} q(\hat{v}) + \frac{\partial}{\partial t_2} q(\hat{v}) + \dots + \frac{\partial}{\partial t_m} q(\hat{v}) + i_s(t_1, t_2, \dots, t_m) = 0$$
(II.3)

On peut démontrer que v est solution de (II.2) si et seulement si \hat{v} est solution de (II.3). En particulier, les deux solutions sont liées par la relation: $v(t) = \hat{v}(t, t, \dots, t)$.

II.2.1 – Famille HB

Considérons pour la simplicité de l'exposé le cas de circuits où les signaux ont deux échelles de temps différentes (m=2); l'EDA partielle (II.3) s'écrit:

$$f(\hat{v}) = i(\hat{v}) + \frac{\partial}{\partial t_1} q(\hat{v}) + \frac{\partial}{\partial t_2} q(\hat{v}) + i_s(t_1, t_2) = 0$$
(II.4)

II.2.1.1 – Equilibrage Harmonique

Cette méthode est adaptée à la simulation/vérification du régime permanent de circuits dont les excitations sont quasi-périodiques [4][5][6][7]. Considérons ici une source quasi-périodique avec deux fréquences fondamentales non corrélées. Tous les signaux sont alors supposés pouvoir s'écrire sous la forme :

$$v(t) = \sum_{k_1 = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_2 = -\infty}^{+\infty} V(k_1, k_2) e^{(jk_1\omega_1 t)} e^{(jk_2\omega_2 t)}$$
(II.5)

Une telle fonction quasi-périodique peut être généralisée par la fonction à deux variables :

$$\hat{v}(t_1, t_2) = \sum_{k_1 = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_2 = -\infty}^{+\infty} V(k_1, k_2) e^{(jk_1\omega_1 t_1)} e^{(jk_2\omega_2 t_2)}$$
(II.6)

où t_1 représente l'échelle de temps correspondant à la pulsation ω_1 et t_2 celle correspondant à la pulsation ω_2 .

Soit v_i la tension au nœud *i*, *i*=1..*N*. On effectue l'approximation de Galerkin suivante :

$$\hat{v}_{i}(t_{1},t_{2}) = \sum_{k_{1}=-K_{1}}^{K_{1}} \sum_{k_{2}=-K_{2}}^{K_{2}} V_{i}(k_{1},k_{2}) e^{(jk_{1}\omega_{1}t_{1})} e^{(jk_{2}\omega_{2}t_{2})}$$
(II.7)

où K_1 et K_2 sont les nombres d'harmoniques choisis respectivement suivant la première et la deuxième pulsation de façon à ce que l'erreur de troncature soit satisfaisante.

En développant (II.4) avec (II.7), on obtient sur la base de Fourier le système suivant : _ _ _

$$\forall (k_1, k_2) \in [-K_1, K_1] \times [-K_2, K_2]:$$

$$F(k_1, k_2)(V) = I(k_1, k_2)(V) + j(k_1\omega_1 + k_2\omega_2)Q(k_1, k_2)(V) + I_s(k_1, k_2) = 0 \quad (II.8)$$

ce qui peut s'écrire sous la forme compacte :

$$F(V) = I(V) + j\Omega Q(V) + I_s = 0$$
(II.9)

où Ω représente l'opérateur de différentiation à deux dimensions et F, I, Q, I_s et V représentent les vecteurs de taille $T = (2K_1 + 1) \times (2K_2 + 1) \times N$ dont chaque composante correspond à un harmonique et un nœud particuliers.

On résout ce système algébrique non linéaire par une méthode de Newton-Raphson qui, à chaque itération, revient à résoudre :

$$J(V^{(j)})\Delta V^{(j)} = -F(V^{(j)})$$
(II.10)

avec J la matrice jacobienne de taille $T \times T$ du système (II.10) :

$$J(V) = \left(\frac{\partial F(V)}{\partial V}\right) = \frac{\partial I(V)}{\partial V} + j\Omega \frac{\partial Q(V)}{\partial V}$$
(II.11)

La dominance diagonale de J est d'autant plus grande que le circuit est faiblement non linéaire. Les premières versions de l'équilibrage résolvaient le système linéaire (II.10) à l'aide d'une factorisation LU, d'où un coût de calcul en $O(T^3)$. Le temps de simulation explosait donc rapidement dès que la taille du circuit devenait grande. Le choix de méthodes itératives a fait chuter le coût de calcul de l'algorithme en $O(T \log T)$. Dans Eldo RF, le système linéaire (II.10) est résolu par un algorithme itératif basé sur les espaces de Krylov [8] (GMRES [9][10]). Le coût critique de HB réside dans les produits matrice-vecteur effectués à chaque itération de GMRES. Il s'agit donc de minimiser le nombre d'itérations de GMRES. Pour cela, on peut par exemple introduire un préconditionneur diagonal par blocs D (qui correspond au circuit linéarisé). Dans le cas d'un préconditionnement à droite, on réécrit (II.10) comme suit:

$$A \cdot y = b \tag{II.12}$$

où

$$A = J \cdot D^{-1} \tag{II.13}$$

$$y = D \cdot \Delta V \tag{II.14}$$

$$b = -F(V) \tag{II.15}$$

(11 10)

Le préconditonneur bloc-diagonal (à droite ou à gauche) est en général le plus utilisé pour son coût minimum [8]. Cependant, il existe toute une gamme de préconditionneurs algébriquement plus complexes [11][12] qui peuvent s'avérer nécessaires pour les cas fortement non linéaires.

Quels sont les points forts de la méthode d'analyse HB ? Tout d'abord, elle permet d'inclure directement les modèles fréquentiels dans l'analyse (lignes de transmission, paramètres S, ...). Ensuite, elle prend en compte les signaux multi-tones (plusieurs fréquences fondamentales). C'est une méthode très efficace quand elle est appliquée à des circuits faiblement non linéaires.

En contrepartie, les diracs et les créneaux ne sont pas représentés efficacement sur une base de Fourier. De plus, les fortes non-linéarités détruisent la dominance diagonale de la matrice jacobienne (II.11), et les techniques itératives avec préconditionneur peuvent alors devenir inefficaces.

II.2.1.2 – Enveloppe (Modulated Steady State Analysis)

La méthode de l'enveloppe [13][14] a été développée principalement pour prendre en compte des signaux modulés dont la modulation est généralement apériodique, avec des transitions rapides (modulation numérique). Pour cela, on étend l'espace des solutions de type (II.6) à l'espace des fonctions suivantes [15] :

$$\hat{v}(t_1, t_2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} V(k, t_2) e^{(jk\omega_c t_1)}$$
(II.16)

Classiquement, on désigne par t_2 l'axe du temps qui correspond à la composante temporelle du signal (la modulation) et par t_1 l'axe du temps qui correspond à la composante fréquentielle du signal (la porteuse).

Soit v_i la tension au nœud *i*, *i*=1..*N*. On effectue l'approximation de Galerkin suivante:

$$\hat{v}_{i}(t_{1},t_{2}) = \sum_{k=-K}^{K} V_{i}(k,t_{2}) e^{(jk\omega_{c}t_{1})}$$
(II.17)

où K est le nombre d'harmoniques choisi suivant la pulsation de la porteuse de façon à ce que l'erreur de troncature soit satisfaisante.

En développant (II.4) avec (II.17), on obtient sur la base de Fourier le système suivant :

$$\forall k \in [-K, K]:$$

$$F(k)(V(t_2)) = I(k)(V(t_2)) + jk\omega_c Q(k)(V(t_2)) + \frac{d}{dt_2}Q(k)(V(t_2)) + I_s(k)(t_2) = 0 \quad (\text{II.18})$$

ce qui peut s'écrire sous la forme compacte:

$$F(V(t_2)) = I(V(t_2)) + j\Omega Q(V(t_2)) + \frac{d}{dt_2} Q(V(t_2)) + I_s(t_2) = 0$$
(II.19)

où
$$V: IR \to IR^{(2K+1)N}$$

 $t_2 \mapsto V_{i,k}(t_2)$ $i \in [1, N], k \in [-K, K]$
et $F: IR^{(2K+1)N} \to IR^{(2K+1)N}, I: IR^{(2K+1)N} \to IR^{(2K+1)N}, Q: IR^{(2K+1)N} \to IR^{(2K+1)N}, I_s: IR \to IR^{(2K+1)N}, I_s: I$

En comparant l'équation (II.19) avec celle de l'Equilibrage Harmonique (II.9), le terme supplémentaire représente la variation de charge due à une variation temporelle de la tension *V*. Une technique temporelle est appliquée sur la solution fréquentielle trouvée par HB à chaque pas de temps. Le terme supplémentaire est calculé en utilisant un schéma d'intégration adapté (Backward-Euler, Trapèze, Gear [16]).

Par exemple, en prenant le schéma d'intégration BE (Backward Euler), on obtient au pas *p* le système suivant :

$$F(V(t_2^p)) = I(V(t_2^p)) + j\Omega Q(V(t_2^p)) + \frac{Q(V(t_2^p)) - Q(V(t_2^{p-1}))}{t_2^p - t_2^{p-1}} + I_s(t_2^p) = 0$$
(II.20)

On résout ce système par une méthode de Newton-Raphson qui, à chaque itération, revient à résoudre :

$$J(V^{(j)}(t_{2}^{p}))\Delta V^{(j)}(t_{2}^{p}) = -F(V^{(j)}(t_{2}^{p}))$$
(II.21)

avec J la matrice jacobienne de taille $(2K+1)N \times (2K+1)N$ du système (II.20):

$$J(V(t_2^p)) = \left(\frac{\partial F(V(t_2^p))}{\partial V(t_2^p)}\right) = \frac{\partial I(V(t_2^p))}{\partial V(t_2^p)} + j\Omega \frac{\partial Q(V(t_2^p))}{\partial V(t_2^p)} + \frac{1}{t_2^p - t_2^{p-1}} \frac{\partial Q(V(t_2^p))}{\partial V(t_2^p)}$$
(II.22)

De même que dans le cas de l'Equilibrage Harmonique, le système linéaire est résolu à chaque itération sous forme préconditionnée par un algorithme de type GMRES.

L'algorithme de l'Enveloppe a les mêmes avantages que HB, et il est en plus adapté aux signaux modulés, y compris si la modulation est apériodique ou présente des transitions rapides. En effet, les pas de temps peuvent être choisis non uniformes afin de coller aux transitions rapides de la modulation contrairement à HB où la représentation purement fréquentielle induit des pas de temps équidistants.Cette méthode est d'autant plus efficace que la fréquence de la porteuse est grande par rapport à la fréquence ou pseudo-fréquence de la modulation. Cependant, les performances sont de moins en moins bonnes lorsque le nombre d'harmoniques nécessaires devient conséquent (cas d'une porteuse carrée, par exemple), et certains circuits (filtres à capacités commutées) restent donc difficiles à simuler.

II.2.2 – Famille SM

Dans cette famille de méthodes temporelles [17][18], on considère des signaux périodiques (une fréquence fondamentale) de période *T*. Les méthodes MFTA et de Suivi d'Enveloppe permettent de prendre en compte des signaux plus complexes (avec modulation) mais avec une seule fréquence fondamentale (une seule porteuse). Ces méthodes sont facilement généralisables dans le cas de plusieurs fréquences fondamentales commensurables. Par contre, elles ne sont pas directement applicables dans le cas de plusieurs fréquences fondamentales. Du fait de la nature temporelle de ces méthodes, elles sont plus adaptées que celles de la famille HB pour les signaux comportant de fortes discontinuités (créneaux).

Basiquement (Différences Finies, Shooting), la solution satisfait l'équation du circuit (II.1) et la condition de périodicité :

$$v(T) - v(0) = 0$$
 (II.23)

Supposons que l'intervalle de temps [0,T] soit discrétisé en P sous-intervalles $[0 = t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{P-1}, t_P = T]$ de mesures éventuellement différentes les unes des autres. Ce type d'échantillonnage est très souvent utilisé pour résoudre numériquement les équations différentielles. Dans le domaine temporel, la solution v(t) est représentée sur la période T par la séquence $[v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_P)]$. La séquence approchée, obtenue numériquement, est notée $[\tilde{v}(t_1), \tilde{v}(t_2), \dots, \tilde{v}(t_P)] \equiv \tilde{v}$.

Considérons par exemple le schéma d'intégration Backward Euler (BE). L'équation (II.1) approchée par cette méthode devient, pour l'instant t_1 :

$$f_1(\widetilde{\boldsymbol{v}}, \widetilde{\boldsymbol{v}}(t_0)) = i(\widetilde{\boldsymbol{v}}(t_1)) + \frac{q(\widetilde{\boldsymbol{v}}(t_1)) - q(\widetilde{\boldsymbol{v}}(t_0))}{h_1} + i_s(t_1) = 0$$
(II.24)

et, pour chaque instant t_{p} , p=2..P:

$$f_{p}(\widetilde{\mathbf{v}}) = i(\widetilde{v}(t_{p})) + \frac{q(\widetilde{v}(t_{p})) - q(\widetilde{v}(t_{p-1}))}{h_{p}} + i_{s}(t_{p}) = 0$$
(II.25)

avec $h_p = t_p - t_{p-1}$. Le tilde est utilisé pour représenter l'approximation numérique.

Par ailleurs, la fonction de transition ϕ d'une équation différentielle algébrique ordinaire du type (II.1) associe à une condition initiale v_0 au temps t_0 la solution approchée $\tilde{v}(t_p)$ obtenue au temps t_p par intégration numérique (le nombre de pas de temps et l'ordre d'intégration sont fonctions de la précision requise). On note:

$$\phi(v_0, t_0, t_p) = \widetilde{v}(t_p) \approx v(t_p)$$
(II.26)

II.2.2.1 – Méthode de Différences finies – Newton-Raphson

Cette méthode consiste à résoudre les équations (II.23) et (II.24) par la méthode de Newton-Raphson en incluant (II.23) par l'identification $\tilde{v}(t_0) = \tilde{v}(t_P)$. Le système linéaire à résoudre à la $(k+1)^e$ itération, de taille $N \times P$, s'écrit:

$$J_{df}\left(\widetilde{\boldsymbol{\nu}}^{k}\right)\cdot\left(\widetilde{\boldsymbol{\nu}}^{k+1}-\widetilde{\boldsymbol{\nu}}^{k}\right)=-F_{df}\left(\widetilde{\boldsymbol{\nu}}^{k}\right)$$
(II.27)

où la matrice jacobienne est définie par:

$$J_{df}(\widetilde{\mathbf{v}}) = \begin{bmatrix} \frac{C_1}{h_1} + G_1 & & -\frac{C_P}{h_1} \\ -\frac{C_1}{h_2} & \frac{C_2}{h_2} + G_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{C_{P-1}}{h_P} & \frac{C_P}{h_P} + G_P \end{bmatrix}$$
(II.28)

où C_p , $G_p \in I\!\!R^{N \times N}$ représentent respectivement $dq(\tilde{v}(t_p))/d\tilde{v}$ et $di(\tilde{v}(t_p))/d\tilde{v}$. Pour la plupart des circuits, où la connectivité est faible, C_p et G_p sont des matrices très creuses.

Le second membre est défini par:

$$-F_{df}(\widetilde{\boldsymbol{v}}) = \begin{bmatrix} -f_1(\widetilde{\boldsymbol{v}}, \widetilde{\boldsymbol{v}}(t_P)) \\ -f_2(\widetilde{\boldsymbol{v}}) \\ \vdots \\ -f_P(\widetilde{\boldsymbol{v}}) \end{bmatrix}$$
(II.29)

La résolution de chaque système linéaire peut s'effectuer par une méthode directe (Sparse LU par exemple), mais est généralement beaucoup plus efficace en utilisant une méthode itérative basée sur les espaces de Krylov comme GMRES.

II.2.2.2 – Shooting

En utilisant la relation (II.26), on reformule généralement (II.1) et (II.23) comme suit [19][20] :

$$\phi(v(0),0,T) - v(0) = 0 \tag{II.30}$$

où ϕ est la fonction de transition de (II.1).

En appliquant la méthode de Newton-Raphson à (II.30), on obtient la $(k+1)^e$ itération :

$$\left(J_{\phi}\left(v^{k}(0),0,T\right)-I\right)\cdot\left(v^{k+1}(0)-v^{k}(0)\right)=\phi\left(v^{k}(0),0,T\right)-v^{k}(0)$$
(II.31)

avec

$$J_{\phi}(v^{k}(0),0,T) = \frac{dv^{k}(T)}{dv^{k}(0)}$$
(II.32)

L'évaluation de ϕ est réalisée en suivant une méthode d'intégration classique (BE, Trapèze, Gear). Au pas *p* de cette intégration, on résout généralement les systèmes non linéaires formés par une itération de Newton-Raphson interne. Dans le cas d'un schéma BE, à la $(l+1)^e$ itération interne, on résout le système linéaire suivant:

$$\left[\frac{C_{k,l,p}}{h_p} + G_{k,l,p}\right] \cdot \left[\widetilde{v}^{k,(l+1)}(t_p) - \widetilde{v}^{k,l}(t_p)\right] = -i(\widetilde{v}^{k,l}(t_p)) - \frac{q(\widetilde{v}^{k,l}(t_p)) - q(\widetilde{v}^{k,l}(t_{p-1}))}{h_p} - i_s(t_p) \quad (\text{II.33})$$

où $C_{k,l,p}, G_{k,l,p} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ représentent respectivement $dq(\widetilde{v}^{k,l}(t_p))/d\widetilde{v}$ et $di(\widetilde{v}^{k,l}(t_p))/d\widetilde{v}$.

Le système linéaire est résolu à chaque itération sous forme préconditionnée par un algorithme de type GMRES.

Pour expliquer comment on construit $J_{\phi}(\tilde{v}^{k}(0),0,T)$, on note par l = * l'indice pour lequel l'itération de Newton-Raphson interne a suffisamment convergé. Ainsi, à la convergence de la boucle interne, on a, à la tolérance de convergence près:

$$i(\tilde{v}^{k,*}(t_{p})) - \frac{q(\tilde{v}^{k,*}(t_{p})) - q(\tilde{v}^{k,*}(t_{p-1}))}{h_{p}} - i_{s}(t_{p}) = 0$$
(II.34)

En différentiant (II.34) par rapport à $\tilde{v}^k(0)$, on obtient:

$$\left[\frac{C_{k,*,p}}{h_p} + G_{k,*,p}\right] \frac{d\widetilde{v}^{k,*}(t_p)}{d\widetilde{v}^k(0)} = \frac{C_{k,*,p-1}}{h_p} \frac{d\widetilde{v}^{k,*}(t_{p-1})}{d\widetilde{v}^k(0)}$$
(II.35)

En appliquant récursivement (II.35), on obtient:

$$J_{\phi}(v^{k}(0),0,T) = \prod_{p=1}^{P} \left[\frac{C_{k,*,p}}{h_{p}} + G_{k,*,p} \right]^{-1} \frac{C_{k,*,p-1}}{h_{p}}$$
(II.36)

II.2.2.3 – MFTA (*Mixed Frequency Time Analysis*)

Tout comme la méthode de Shooting, le but de MFTA est de calculer le régime permanent des circuits. Elle est plus spécialement dédiée à des circuits comme les alimentations à découpage, les filtres à capacités commutées où la porteuse est fortement discontinue (créneaux). On peut difficilement prévoir le comportement des signaux qui les parcourent à cause de leurs transitions très rapides et de la forte non linéarité des circuits. Cependant, les signaux, considérés sur une période de porteuse, varient généralement doucement d'une période à une autre. Si l'excitation du circuit est périodique, la séquence des tensions aux noeuds échantillonnées à chaque début de période de porteuse est périodique. C'est sous ces hypothèses qu'on effectue les développements théoriques suivants.

On considère les signaux du type :

$$v(t) = \sum_{k_1 = -\infty}^{+\infty} \sum_{k_c = -\infty}^{+\infty} V(k_1, k_c) e^{(jk_1\omega_1 t)} e^{(jk_c\omega_c t)}$$
(II.37)

où ω_c est la pulsation de la porteuse.

On effectue l'approximation de Galerkin suivante :

$$v(t) = \sum_{k_1 = -K_1}^{K_1} \sum_{k_c = -\infty}^{+\infty} V(k_1, k_c) e^{(jk_1\omega_1 t)} e^{(jk_c\omega_c t)}$$
(II.38)

Supposons qu'on opère un échantillonnage des signaux aux points , $t'_n = t_0 + nT_c$ où $T_c = 2\pi/\omega_c$. On suppose que le signal échantillonné à t'_n peut être représenté par une série de Fourier tronquée utilisant peu de termes (K_1 raisonnablement petit) :

$$\overline{v}(t'_n) = \sum_{k_1 = -K_1}^{K_1} \overline{V}(k_1) e^{(jk_1\omega_1t'_n)}$$
(II.39)

Posons :

$$v_0 = \left[v^T(t_1), ..., v^T(t_K) \right]^T$$
(II.40)

et

$$\overline{v}_{T_{c}}^{T} = \left[v^{T}(t_{1} + T_{c}), ..., v^{T}(t_{K} + T_{c})\right]^{T} \\
= \left[\phi(v(t_{1}), t_{1}, t_{1} + T_{c})^{T}, ..., \phi(v(t_{K}), t_{K}, t_{K} + T_{c})^{T}\right]^{T} \quad (II.41) \\
\stackrel{not}{=} \Phi_{T_{c}}(\overline{v}_{0})$$

avec $K = 2K_1 + 1$.

On note D_{Tc} l'opérateur linéaire, qui pour chaque nœud n=1..N, retarde le vecteur \overline{v}_0^n d'une période de porteuse :

$$\overline{v}_{T_c}^n = D_{T_c} \overline{v}_0^n \tag{II.42}$$

Les équations (II.41) et (II.42) donnent le système [21][22][23] :

$$\left(D_{T_c} \otimes I_N\right) \cdot \overline{v}_0 - \Phi_{T_c}\left(\overline{v}_0\right) = 0 \tag{II.43}$$

résolu par la méthode de Newton-Raphson avec pour Jacobien à l'itération *i* :

$$\left(D_{T_c} \otimes I_N\right) - \frac{\partial \Phi_{T_c}}{\partial \overline{\nu}_0} \left(\overline{\nu}_0^i\right) \tag{II.44}$$

Le système linéaire est résolu à chaque itération par une méthode itérative de type GMRES.

II.2.2.4 – Méthode du Suivi d'Enveloppe (*Envelope Following*)

Cette méthode est dédiée au même type d'applications que MFTA, mais elle permet d'en simuler le comportement transitoire, et non le régime permanent. La période de porteuse est supposée très petite par rapport à l'intervalle de simulation qui intéresse le concepteur.

Cette méthode exploite le fait que le comportement de tels circuits au cours d'une période de porteuse est similaire, mais pas identique, au comportement pendant les périodes précédentes et suivantes. Si l'on considère une approximation de type Forward Euler (par exemple) [24][25], cela s'écrit, sur un nombre *l* de périodes de porteuse :

$$v((m+l)T) - v(mT) = l[v((m+l)T) - v((m+l-1)T)]$$
(II.45)

où T est la période de porteuse, supposée très petite par rapport a celle de l'enveloppe et v(mT) est connue ; l est appelée longueur du cycle de résolution.

De plus, grâce à la fonction de transition du circuit, on a l'équation :

$$v((m+l)T) = \phi(v((m+l-1)T), (m+l-1)T, (m+l)T)$$
(II.46)

Il y a donc une intégration (II.46) toutes les *l* périodes d'horloge. Les équations (II.45) et (II.46) mènent au système suivant :

$$F(v((m+l-1)T)) = \phi(v((m+l-1)T), (m+l-1)T, (m+l)T) - \frac{l}{l-1}v((m+l-1)T) + \frac{1}{l-1}v(mT) = 0$$
(II.47)

Il est résolu par la méthode de Newton-Raphson avec :

$$J_F(v((m+l-1)T)) = \frac{\partial \phi(v((m+l-1)T), (m+l-1)T, (m+l)T)}{\partial v((m+l-1)T)} - \frac{l}{l-1}I$$
(II.48)

Chaque système linéaire est typiquement résolu par une méthode itérative basée sur les espaces de Krylov pour des performances optimales.

II.2.3 – Autres méthodes

Des méthodes plus générales, dites MPDE, ont été développées dans différents travaux [26]. Elles résultent des multiples combinaisons que l'ont peut faire en appliquant une méthode des familles HB et SM sur une fondamentale et une autre méthode sur les autres fondamentales. Citons les noms de quelques unes : MFDTD (*Multivariate Finite Difference Time Domain method*), HS (*Hierarchical Shooting*), MMFT (*Multivariate Mixed Frequency-Time method*).

Nous n'avons pas abordés les méthodes purement fréquentielles comme celles basées sur les séries de Volterra, adaptées aux circuits faiblement non linéaires [27]. Citons enfin des méthodes relativement nouvelles, basées sur les polynômes de Chebyshev [28][29], et qui apparaissent prometteuses pour le traitement de circuits fortement non linéaires possédant des signaux aux transitions rapides.

II.2.4 – Etude comparative des méthodes

L'Equilibrage Harmonique est utilisé généralement pour prévoir la distorsion harmonique et la distorsion d'intermodulation des circuits RF (amplificateurs, mélangeurs...). Cette méthode peut être étendue à la détermination du régime permanent des oscillateurs (fréquence et puissance de fonctionnement). Elle peut être alors utilisée pour analyser la façon dont les variations de la charge modifient ces caractéristiques (*load pull*). Le champ d'application d'HB est le même que celui des méthodes de Shooting mais elle est préférée lorsqu'il y a des éléments décrits dans le domaine fréquentiel (lignes de transmission, paramètres S par exemple).

Les méthodes de Shooting sont préférées si le circuit est commandé par des signaux comportant de fortes discontinuités (créneaux). Ainsi, elles sont particulièrement adaptées à la simulation des mélangeurs commutés, des filtres à capacités commutées, des échantillonneurs, des diviseurs de fréquence, des oscillateurs à relaxation, du moment que ces circuits ne comportent pas d'éléments modélisés dans le domaine fréquentiel.

L'algorithme de l'Enveloppe permet de simuler des circuits comprenant des signaux à modulation complexe et numérique. Une application importante est de prévoir l'interférence entre les canaux d'émission provoquée par la distorsion d'intermodulation. Par ailleurs, l'Enveloppe permet de prédire le comportement transitoire à long terme de certains circuits RF (émetteurs, récepteurs, amplificateurs de puissance, PLLs...). Elle peut être étendue pour déterminer le régime transitoire des oscillateurs). Le champ d'application est le même que pour Envelope Following, mais l'Enveloppe est préférée lorsqu'il y a des éléments décrits en fréquentiel.

Les méthodes MFTA et de Suivi d'Enveloppe sont respectivement préférées à l'Enveloppe et HB (dans le cas de plusieurs fondamentales) lorsque la porteuse du signal est fortement discontinue (créneaux) : filtres à capacités commutées...

Méthode	Avantages	Inconvénients		
HB	\rightarrow inclut les modèles fréquentiels	\rightarrow pb pour les circuits non linéaires		
	\rightarrow multi-tone	(car points équidistants en temporel,		
	\rightarrow très rapide pour les problèmes	donc le nombre d'harmoniques devient		
	faiblement non linéaires	trop grand)		
	\rightarrow permet le balayage de			
	paramètres (prend pour solution			
	initiale celle de la simulation			
	precedente)			
	\rightarrow bonne dynamique pour les			
	problemes faiblement non finearies $(\sim 200 \text{ dP})$			
	$(\approx 200 \text{ dB})$			
	\rightarrow inscribible a respacement + ou – grand des composantes spectrales			
ENV	\rightarrow adapté aux signaux modulés	-> traite difficilement les norteuses		
	(fréquence de porteuse >>	carrées (grand nombre d'harmoniques)		
	fréquence d'enveloppe)	(grand horizon a harmonia da harmonia)		
SHOOT	\rightarrow adapté à la non-linéarité (points	\rightarrow ne traite que les signaux à 1		
	temporels non uniformes)	fondamentale (ou fondamentales		
	\rightarrow bonne convergence	commensurables)		
	\rightarrow préconditionneur robuste	\rightarrow n'inclut pas directement les modèles		
		fréquentiels (lignes de transmission)		
		\rightarrow dynamique inférieure à 100 dB		
МҒТА	\rightarrow adapté aux signaux avec fortes	\rightarrow n'inclut pas directement les modèles		
	discontinuités (filtres à capacités	fréquentiels		
	commutees)			
ENIV	\rightarrow multi-tone			
ENV-	\rightarrow 1dem SHOO1 pour haute	\rightarrow 1dem SHOU1		
FULLO	inequence a norioge (alimentations			
WING	a uccoupage)			

Figure II.1 – Tableau comparatif des algorithmes de simulation des circuits RF.

En conclusion, la méthode la plus générale et la plus adaptée à la simulation de systèmes complets est celle de l'Enveloppe. En effet, elle cumule les avantages de la famille HB (prise en compte des modèles fréquentiels, rapidité sur les circuits faiblement non linéaires...) et ceux des méthodes temporelles (pas de temps non uniformes). L'enveloppe et HB sont très efficaces si le nombre d'harmoniques choisi pour représenter les signaux est petit. En même temps, ce nombre doit être suffisant afin de limiter l'erreur de troncature du spectre et garder ainsi une précision suffisante sur les résultats. Il est donc important d'estimer l'erreur de troncature du spectre (causée par le phénomène du repliement de spectre) afin de choisir le nombre d'harmoniques le plus adapté en termes de précision et de performance. Ce sera l'objet du paragraphe suivant.

II.3 – Le repliement de spectre

II.3.1 - Bases d'analyse de Fourier

La Transformée de Fourier directe (TF) est un outil mathématique qui associe à un signal temporel sa représentation fréquentielle appelée spectre. L'opération réciproque est la Transformée de Fourier inverse (TF⁻¹).

$$x(t) \xrightarrow{TF} X(f)$$
(II.49)

II.3.1.1 - Transformée de Fourier Continue en Temporel (TFCT)

La TFCT directe associe à un signal apériodique continu et intégrable ($x \in L^{1}(\mathbb{R})$) un spectre continu défini par :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \qquad (\text{II}.50)$$

La TFCT inverse est définie par :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df \qquad (II.51)$$

Ces deux équations sont d'une importance capitale dans la théorie des systèmes et signaux continus. Elles sont souvent exprimées en terme de pulsation (ω) comme suit:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$
 (II.52)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
(II.53)

II.3.1.2 - Transformée de Fourier Discrète (TFD)

En pratique, dans les simulateurs, les signaux ne sont généralement pas représentés sous forme continue mais à l'aide d'échantillons. C'est pourquoi on utilise souvent la Transformée de Fourier Discrète.

La TFD directe d'un signal x est définie par :

$$X(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j\omega_k t_n}, \ k = 0, 1, \dots, N-1$$
(II.54)

et sa TFD inverse est définie par :

$$x(t_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(\omega_k) e^{j\omega_k t_n}, n = 0, 1, ..., N-1$$
(II.55)

où:

 $x(t_n)$ est l'amplitude du signal au temps t_n $t_n = nT_s$ est le n^e instant d'échantillonnage (sec) T_s est la période d'échantillonnage (sec) $X(\omega_k)$ est la composante spectrale à la pulsation ω_k $\omega_k = k\Omega$ est le k^e échantillon fréquentiel (rad/sec) $\Omega = 2\pi/(NT_s)$ est la pulsation d'échantillonnage fréquentiel (rad/sec) $f_s = 1/T_s$ est la période d'échantillonnage (Hz) N est le nombre d'échantillons à la fois en temporel et en fréquentiel

Dans la littérature du traitement du signal, il est commun d'écrire la TFD sous la forme simplifiée suivante, où $T_s = 1$:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N}, \ k = 0, 1, ..., N-1$$
(II.56)

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi nk/N}, n = 0, 1, ..., N-1$$
(II.57)

où x(n) représente le signal au n^e échantillon temporel, et X(k) le k^e échantillon spectral. Cette forme est plus simple mathématiquement car elle fait abstraction de la façon dont on échantillonne le signal. Plus généralement, la définition de la TFD suppose que le signal discret est périodique et que les échantillons représentent une période de ce signal.

II.3.1.3 - Transformée de Fourier Discrète en Temporel (TFDT)

Cet outil permet de s'affranchir de la périodicité du signal discret. Notons x_d le signal discret et x le signal continu correspondant. On peut définir analytiquement le signal échantillonné comme suit :

$$x_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_d(n) \delta(t - nT_s)$$
(II.58)

où $x_d(n) = x(nT_s)$, T_s est la période d'échantillonnage et δ la distribution de Dirac définie par $\delta(x) = 1$ si x = 0, $\delta(x) = 0$ sinon.

La TFDT directe associe à un signal échantillonné apériodique un spectre continu défini par :

$$X_{d}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{d}(n) e^{-j\omega nT_{s}}$$
(II.59)

La TFDT inverse est définie par :

$$x_d(n) = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{+\pi/T_s} X_d(\omega) e^{j\omega n T_s} d\omega$$
(II.60)

II.3.1.4 - Repliement de spectre de signaux continus échantillonnés

Notons *x* un signal quelconque continu et intégrable au sens du §II.3.1.1 et x_d le signal échantillonné correspondant comme défini au §II.3.1.3.

Théorème du repliement de spectre [30] :

Le spectre X_d du signal échantillonné est lié au spectre X du signal continu original par la relation :

$$X_{d}(\omega) = \frac{1}{T_{s}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X\left(\omega + m\frac{2\pi}{T_{s}}\right)$$
(II.61)

Les termes de la somme ci-dessus pour $m \neq 0$ sont appelés les *termes de repliement*. On dit qu'ils se *replient* dans la *bande de base* $[-\pi/T_s, +\pi/T_s]$. Le spectre discret est simplement la somme de versions translatées du spectre original.

Théorème d'échantillonnage de Shannon [30] :

Le signal continu x(t) peut être exactement reconstruit à partir de ses échantillons $x_d(n)$ si et seulement si $X(\omega) = 0$ pour tout $|\omega| \ge \pi/T_s$.

Le théorème de Shannon est d'une importance capitale non seulement dans les convertisseurs analogiques-numériques mais également dans beaucoup d'autres domaines de la simulation où l'échantillonnage intervient.

Le repliement de spectre n'intervient que lorsque le signal continu contient de l'énergie à une fréquence plus grande que $f_s/2$. Dans le cas contraire, lorsque le spectre du signal est à support borné et limité dans la bande de base $[-\pi/T_s, +\pi/T_s]$, l'information véhiculée par le signal n'est alors pas modifiée par l'opération d'échantillonnage. La reconstitution du signal original peut être effectuée par un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure égale à $f_s/2$ (représenté en trait large sur la Figure II.2). En temps réel, un filtre interpolateur est utilisé pour approcher le filtre passe-bas idéal.



Figure II.2 - Cas sans repliement de spectre.

Dans le cas où le signal original contient une fréquence plus grande que $f_s/2$, les triangles dans le spectre du signal échantillonné se chevauchent et les fréquences à $f = f_s/2 + \epsilon$ pour $\epsilon \le f_s/2$ se replient aux fréquences $f_a = f_s/2 - \epsilon$ (rectangles foncés sur la Figure II.3). Le signal original est alors irrécupérable à partir du signal échantillonné.



Figure II.3 - Cas avec repliement de spectre.

II.3.2 - Le repliement de spectre dans l'Equilibrage Harmonique

II.3.2.1 - Où rentre-t-il en ligne de compte ?

Considérons le cas périodique pour conserver des notations simples. L'algorithme d'Equilibrage Harmonique représente les signaux sous forme d'une série de Fourier tronquée :

$$v(t) = \sum_{k=-K}^{+K} V_k e^{jk\omega_0 t}$$
(II.62)

Cette formulation découle de deux hypothèses :

1) les signaux sont périodiques de période $T_0 = 2\pi / \omega_0$ (représentation en série de Fourier)

2) les signaux contiennent une énergie négligeable aux pulsations $|\omega| > K\omega_0$ (approximation de Galerkin)

A chaque itération de Newton-Raphson, on appelle les modèles de chaque composant pour calculer les courants, charges, et dérivées de courants et de charges à partir des tensions aux nœuds. Ainsi, on peut former le second membre et le jacobien. La plupart de ces modèles sont décrits dans le domaine temporel.

On utilise donc sur les 2K+1 échantillons fréquentiels une TFD inverse (en pratique une FFT inverse) pour obtenir les 2K+1 échantillons temporels de chaque tension répartis sur une période de signal T_0 (ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage $T_s=T_0/2K$).

On appelle les modèles pour chaque échantillon temporel et on récupère 2K+1 échantillons temporels, correspondant à un courant par exemple.

Puis on procède à une TFD directe (en pratique une FFT directe), pour récupérer les échantillons fréquentiels nécessaires à HB.

 $V_{-K} \dots V_{K} \xrightarrow{\text{FFT}^{-1}} v(t_{0}) \dots v(t_{2K}) \xrightarrow{\text{modèle}} i(t_{0}) \dots i(t_{2K}) \xrightarrow{\text{FFT}} I_{-K} \dots I_{K}$

Figure II.4 – Synoptique de l'appel des modèles dans Harmonic Balance.

Si le modèle produit un signal de fréquence supérieure à $K f_0 = f_s/2$ (par exemple, un bruit haute-fréquence), alors le phénomène de repliement de spectre apparaît, biaisant le spectre du courant obtenu par FFT.

II.3.2.2 - Une solution: le suréchantillonnage

Une solution pourrait être de choisir N > K harmoniques pour HB de façon à ce que la plus haute fréquence générée par les modèles soit inférieure à $N f_0$. Mais le temps de simulation s'en trouverait grandement affecté, et de plus, l'utilisateur peut n'être intéressé que par K harmoniques (si les plus hautes fréquences ne sont pas significatives). Une solution pour éviter, ou au moins atténuer le repliement de spectre est donc de suréchantillonner les signaux au niveau de l'appel des modèles uniquement.

On ajoute des 0 pour les harmoniques K+1 à N, récupérant ainsi 2N+1 échantillons temporels pour chaque tension. En pratique dans le simulateur Eldo RF^{TM} , N est un facteur de K; cette opération correspond alors à ce qu'on appelle parfois l'interpolation de Fourier.

En sortie des modèles, on obtient alors les courants suréchantillonnés, avec une description plus fine des non-linéarités haute-fréquence.

Ainsi, la FFT fournit un spectre discret de 2N+1 échantillons fréquentiels, contenant davantage d'information que sans suréchantillonnage. On procède alors à l'approximation de Galerkin d'HB en ne considérant que les K premières harmoniques. Cette opération correspond à un filtrage passe-bas anti-"repliement de spectre" idéal.



Figure II.5 – Synoptique du suréchantillonnage lors de l'appel des modèles dans HB.

On supprime totalement le repliement de spectre dû à la non-linéarité des modèles en choisissant N de façon à ce que la plus haute fréquence générée par les modèles soit inférieure à $N f_0$.

II.3.2.3 - Mesure du repliement de spectre dans HB

L'ordre K de la série de Fourier étant fixé pour une simulation, l'utilisateur est intéressé par avoir une mesure de l'erreur causée par le repliement de spectre dans HB (en l'occurrence au niveau de l'appel des modèles).

Comme vu au §II.3.2.1, la période d'échantillonnage à l'appel des modèles est liée à la pulsation d'HB par : $T_s = T_0/(2K) = \pi/(K\omega_0)$. De plus, l'algorithme HB manipule les échantillons fréquentiels $X_d(\omega)$ des signaux aux pulsations $\omega = k\omega_0$, $k = -K \dots +K$. Le théorème du repliement de spectre donne :

$$X_{d}(k\omega_{0}) = \frac{K\omega_{0}}{\pi} \left[X(k\omega_{0}) + \sum_{|m| > 0} X((k+2Km)\omega_{0}) \right] \text{ pour } k = -K \dots +K$$
(II.63)
termes de repliement

Au niveau de l'appel des modèles, on s'intéresse aux signaux en sortie des modèles ; prenons l'exemple d'un courant. En pratique, on n'a pas accès au spectre continu X du courant. Par contre, en procédant à un suréchantillonnage suffisant, on peut obtenir un spectre discret qui s'en approche. Comme expliqué au paragraphe précédent, on peut obtenir le spectre des courants sans repliement si l'on connaît a priori la plus haute fréquence générée par les modèles f_a . On choisit alors le nombre d'harmoniques du suréchantillonnage N tel que $N f_0 > f_a$. Mais généralement, on ne connait pas cette donnée. Il faut donc choisir N suffisamment grand pour approcher le spectre sans repliement des courants. Par la suite, X représente ce spectre-là.

On propose deux mesures du repliement de spectre dans l'appel des modèles pour 1 sortie de modèle à une pulsation $k\omega_0$, $k = -K \dots +K$ et pour 1 appel de modèle.

La somme des termes de repliement est en théorie infinie. En pratique, le nombre des termes est borné par le choix de N comme suit :

$$\left|m\right| < M = \left\lfloor \frac{N-k}{2K} \right\rfloor \tag{II.64}$$

Dans le cas où $N = \alpha K$, où α est le facteur de suréchantillonnage, et dans le cas où on désire des mesures sur toutes les harmoniques d'indice $k = -K \dots +K$, un choix logique pour M est :

$$M = \left\lfloor \frac{\alpha - 1}{2} \right\rfloor \tag{II.65}$$

Mesure du repliement effectif :

$$RSE(k\omega_0) = \frac{\left|\sum_{M > |m| > 0} X((k+2Km)\omega_0)\right|}{|X(k\omega_0)|}$$
(II.66)

La somme des termes de repliement est un nombre complexe qui biaise la raie spectrale originale. Le rapport du module de ce nombre complexe et de la valeur du spectre suréchantillonné en $k\omega_0$ quantifie en pourcentage l'influence réelle du repliement de spectre sur $X_d(k\omega_0)$.

Mesure du repliement total :

$$RST(k\omega_0) = \frac{\sum_{M > |m| > 0} \left| X((k+2Km)\omega_0) \right|}{\left| X(k\omega_0) \right|}$$
(II.67)

Cette mesure quantifie en pourcentage (relativement à la valeur du spectre suréchantillonné en $k\omega_0$) l'ensemble des composantes haute-fréquence, causes du repliement de spectre, générées par le modèle.

Ces deux mesures peuvent être étendues pour avoir une idée plus globale du phénomène au cours de la simulation. On peut pour 1 sortie du modèle, mesurer l'influence du repliement de spectre sur l'ensemble des échantillons fréquentiels en calculant la moyenne (arithmétique ou quadratique) des mesures de repliement sur chaque échantillon. De même, on peut effectuer une moyenne de ces pourcentages sur l'ensemble des sorties de modèles. Par exemple :

$$RSE = \frac{1}{Nb_{sorties}(2K+1)} \sum_{sorties} \sum_{k=-K}^{+K} RSE(k\omega_0)$$
(II.68)

Quand effectuer ce calcul ? En fait, il y a potentiellement repliement de spectre à chaque itération de Newton-Raphson. On peut donc faire un calcul "dynamique" du repliement de spectre à chaque itération, en présentant les résultats sous forme de courbe fonction du numéro d'itération ou sous forme d'une moyenne. Cependant, cela oblige à faire un suréchantillonnage systématique à chaque appel de modèle, et le temps de simulation peut s'en trouver fortement pénalisé, surtout que le calcul ne sera très significatif qu'avec un N grand. Une alternative peu coûteuse est d'appeler les modèles en suréchantillonnant une fois seulement lorsque la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson est établie, ce qui permet de choisir un N suffisamment grand.

Si l'on désire une mesure du repliement de spectre sur la solution (et non pas sur le résidu), on peut procéder comme suit : une fois la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson établie, on peut suréchantillonner le vecteur solution V. Soit \tilde{F} le second membre après suréchantillonnage. On effectue une itération supplémentaire de

Newton-Raphson $J(V)\Delta V = -\tilde{F}$ (en pratique, le jacobien est le même que celui de la dernière itération, on évite ainsi le coût d'une évaluation supplémentaire). La mesure de la norme de ΔV relativement à celle du dernier V est une estimation quantitative du repliement de spectre sur la solution. En pratique, on peut choisir de présenter ΔV sous la forme de toutes ses harmoniques. On obtient ainsi approximativement un spectre de l'erreur causée par le repliement sur la solution.

II.3.2.4 – Exemples de mesures

Le calcul de l'erreur causée par le repliement de spectre sur la solution, introduit à la fin du paragraphe précédent, a été implanté dans le simulateur Eldo RF à la fin de la boucle d'Equilibrage Harmonique. Il permet à l'utilisateur d'avoir une estimation de la précision de la solution du régime établi. Les résultats sont affichés sous forme d'erreur absolue ou relative (pourcentage par rapport à la solution du régime établi) pour toutes les harmoniques des inconnues.

Ici, on a pris comme exemple un amplificateur à faible bruit (LNA) en technologie CMOS comprenant 184 noeuds et 345 composants. Les calculs sont effectués jusqu'à l'harmonique de rang 4 et on affiche uniquement les 5 contributions pour lesquelles l'erreur de repliement est la plus grande. La figure II.6 présente les résultats extraits du fichier de données (d'extension .chi) associé à chaque netlist (d'extension .cir) lors d'une simulation.

*** Estimated Accuracy of Steady-State Results ***							

	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)		
V(I\$439_I\$49_N	1\$5)						
	(.00%)	(.03%)	(.10%)	(6응)	(17%)		
	1.05e-07	4.02e-06	2.91e-07	6.65e-06	9.50e-07		
	-139.5DB	-107.9DB	-130.7DB	-103.5DB	-120.4DB		
I(V_I\$10)							
	(.00%)	(.00%)	(.00%)	(.69%)	(3응)		
	6.26e-10	1.73e-09	2.88e-10	4.87e-09	4.04e-10		
	-184.1DB	-175.2DB	-190.8DB	-166.2DB	-187.9DB		
I(X_I\$439_I\$46	6_I\$637.LV)						
	(.00%)	(.00%)	(.00%)	(.49%)	(6%)		
	6.26e-10	1.79e-09	1.56e-10	7.91e-10	1.12e-10		
	-184.1DB	-174.9DB	-196.1DB	-182.0DB	-199.0DB		
V(I\$439_I\$49_N\$9)							
	(.01%)	(.00%)	(.00%)	(1응)	(21%)		
	5.56e-07	3.23e-08	1.58e-08	7.40e-08	4.40e-08		
	-125.1DB	-149.8DB	-156.0DB	-142.6DB	-147.1DB		
V(I\$439_I\$50_N\$9)							
	(.05%)	(.00응)	(.03%)	(3응)	(43%)		
	2.78e-07	4.89e-08	1.74e-08	1.27e-07	3.16e-08		
	-131.1DB	-146.2DB	-155.2DB	-137.9DB	-150.0DB		

Figure II.6 – Exemple d'affichage de l'erreur de repliement de spectre sur la solution pour un LNA.



Figure II.7 – Erreurs relatives de repliement de spectre sur la solution pour un LNA.

La figure ci-dessus montre qu'on a une très grande précision sur les harmoniques de faible rang (DC, f_0 , $2f_0$) et qu'elle devient de moins en moins bonne plus la fréquence de l'harmonique considéré est élevée. Ce résultat est complètement en accord avec la théorie du repliement de spectre : l'erreur de repliement est d'autant plus importante qu'on est proche de la fréquence de troncature du spectre (ici $4f_0$).



Figure II.8 – Erreurs relatives de repliement de spectre sur l'harmonique 4 de la solution pour un LNA en fonction de l'ordre de troncature du spectre de Fourier.

De même, si on augmente le nombre d'harmoniques utilisés dans l'Equilibrage Harmonique, l'erreur de repliement diminue en conséquence. On a fait ce constat sur tous les circuits testés.

La Figure II.8 montre la diminution de l'erreur de repliement de spectre sur l'harmonique 4 pour un ordre croissant de troncature du spectre de Fourier relativement à l'erreur pour K = 4. On observe une décroissance générale de l'erreur de repliement au fur et à mesure que l'on augmente le nombre d'harmoniques utilisés dans l'Equilibrage Harmonique.

La validité de l'estimation de l'erreur de repliement a été éprouvée en comparant la valeur des harmoniques entre une simulation normale (K = 4 harmoniques) et une simulation 'idéale', sans repliement de spectre (K = 200 harmoniques). On obtient des valeurs du même ordre (par exemple, l'amplitude du repliement de spectre pour l'harmonique 4 de la contribution V(I\$439_I\$49_N\$5) est réellement de 1.07e-6 V alors que l'estimation est de 9.50e-7 V). L'estimation du repliement de spectre par cette méthode se révèle donc satisfaisante.

En conclusion, les mesures de repliement de spectre exposées dans ce paragraphe, et notamment la mesure de l'erreur sur la solution, constituent un nouvel outil pour le concepteur pour savoir si les résultats de l'Equilibrage Harmonique sont d'une précision suffisante ou bien si la troncature du spectre de l'approximation de Galerkin est trop pénalisante (auquel cas il augmentera le nombre d'harmoniques au niveau de la netlist).

C'est sous cet éclairage que l'on abordera, au paragraphe suivant, les optimisations de l'Equilibrage Harmonique basées sur une utilisation plus efficace du spectre. On gardera ainsi à l'esprit que toute réduction du nombre d'harmoniques utilisées pour représenter les signaux tend à rendre l'algorithme plus sensible au repliement de spectre.
II.4 - Optimisations de HB basées sur la FDL

II.4.1– Définition de la FDL (Frequency Domain Latency)

Considérons le cas périodique pour conserver des notations simples. Rappelons que l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique représente les signaux sous forme d'une série de Fourier tronquée d'ordre K, K étant identique pour tous les signaux :

$$v(t) = \sum_{k=-K}^{+K} V_k e^{jk\omega_0 t}$$
(II.69)

K est choisi suffisamment grand pour représenter le signal significatif le plus non linéaire du circuit simulé. La FFT est utilisée pour évaluer les modèles dans le domaine temporel. Le fait que *K* soit le même pour tous les signaux correspond à un unique taux d'échantillonnage dans le domaine temporel.

En pratique, on a besoin d'un nombre différent d'harmoniques pour représenter efficacement les signaux suivant leur degré de non-linéarité. Une sinusoïde pure peut être complètement représentée par une composante DC et un coefficient sur la fondamentale (K = 1). Par contre, un signal en dent de scie d'amplitude A nécessite un grand nombre d'harmoniques $(V_k = A/(k\pi))$ pour être représenté précisément (K grand).

On désigne ce phénomène par FDL (Frequency Domain Latency) [31]. Un nombre différent d'harmoniques suivant les nœuds correspond à un taux d'échantillonnage différent en temporel.

II.4.2 – HB-FDL

En tenant compte des considérations ci-dessus, on peut adapter HB en fixant un nombre d'harmoniques spécifique à chaque nœud suivant son degré de non-linéarité estimé par l'utilisateur. Pour le nœud i, on affecte un nombre individuel d'harmoniques K_i :

$$v_{i}(t) = \sum_{k=-K_{i}}^{+K_{i}} V_{i,k} e^{j\omega_{0}t}$$
(II.70)

Sur le plan mathématique, HB consiste à résoudre un système vectoriel non-linéaire F(V) = 0 avec $F: C^N \rightarrow C^N$ et $V \in C^N$. Ce système est résolu par une méthode de Newton-Raphson. A l'itération j, j = 0, 1, ..., on résout le système linéaire :

$$J(V^{(j)})\Delta V^{(j)} = -F(V^{(j)})$$
(II.71)

où J est la matrice jacobienne du système : $J = \frac{\partial F}{\partial V}$.

Dans le cas HB classique, dans le domaine fréquentiel et en convention nœudfréquence, J est une matrice de blocs carrés, le nombre de blocs dépendant de la connectique du circuit. Dans le cas HB-FDL, les blocs reliant 2 nœuds aux nombres différents d'harmoniques deviennent rectangulaires (Figure II.9).



Figure II.9 – Matrice Jacobienne et vecteur des inconnues en fréquentiel d'un circuit simple: a) HB standard - b) HB-FDL avec les nœuds 1 et 3 à nombre réduit d'harmoniques.

En pratique, on spécifie différentes zones ou *bulles* dans le circuit qui regroupent les nœuds dont les signaux nécessitent le même nombre d'harmoniques pour être correctement représentés dans HB-FDL. Aucun nœud n'appartient à 2 bulles en même temps, autrement dit, un ou plusieurs composants font l'interface entre 2 bulles. Les nœuds des composants d'interface sont appelés *nœuds d'interface*. Les autres nœuds sont appelés *nœuds internes*. Considérons à présent l'exemple de la Figure II.10, où l'on partitionne le circuit en 2 bulles avec le nombre d'harmoniques K_1 de la bulle 1 inférieur à K_2 , celui de la bulle 2 (M<N pour les échantillons temporels).



Figure II.10 – Principe de partition du circuit en bulles.

Au niveau de l'appel des modèles :

Les signaux aux nœuds des composants de la bulle 1 (resp. 2) sont connus sur K_1 (resp. K_2) harmoniques. Les modèles des composants appartenant à la bulle 1 (resp. 2) sont appelés pour M (resp. N) échantillons temporels. Cela requiert une FFT directe et inverse d'ordre adapté pour chaque bulle. On procède ainsi par exemple pour R_0 (resp. R_1).

Les signaux aux nœuds d'un composant d'interface sont décrits sur K_1 ou K_2 harmoniques suivant les nœuds. On suréchantillonne les tensions aux nœuds de la bulle 1 en ajoutant des 0 pour les harmoniques $K_1+1...K_2$. On utilise une FFT inverse d'ordre N, et on appelle ainsi le modèle pour N échantillons temporels. Par une FFT directe d'ordre N, on récupère les sorties des modèles sur K_2 harmoniques. Pour les nœuds d'interface de la bulle 1, on considère uniquement les K_1 premières.

Au niveau de la multiplication matrice jacobienne - vecteur :

Dans HB, elle intervient dans la résolution par un algorithme itératif (GMRES) d'une itération de Newton-Raphson. Elle consiste à calculer, à partir d'un vecteur Xconnu dans le domaine fréquentiel, le produit $Y = J \cdot X$. Du fait du caractère circulant de Jdans le domaine fréquentiel (pour 1 bloc nœud-nœud), on calcule en fait : $Y = \Gamma \cdot (J_t \cdot x)$ où $J_t = \Gamma^l J \cdot \Gamma$, $x = \Gamma^l \cdot X$, et où Γ est l'opérateur de TFD directe. En effet la matrice jacobienne dans le domaine temporel J_t est alors une matrice de blocs diagonaux (en convention nœud-échantillon temporel). Pour 1 nœud donné i, la multiplication $J_t \cdot x$ correspond à une somme de produits $J_t(i,j) \cdot x(i)$, où $J_t(i,j)$ est un bloc diagonal, les nœuds j étant les nœuds connectés au nœud i.

Dans HB-FDL, on fait cette multiplication sur M (resp. N) échantillons temporels pour les nœuds internes de la bulle 1 (resp. 2). Décrivons la méthodologie à adopter sur le circuit de la Figure II.9 (4 nœuds) partitionné en 2 bulles comme illustré sur la Figure II.10.

• On dispose de X dans le domaine fréquentiel avec pour les nœuds 1 et 3, X_1 et X_3 connus sur K_1 harmoniques et pour les nœuds 2 et 4, X_2 et X_4 connus sur K_2 harmoniques. Les nœuds 1 et 2 sont des nœuds internes et les nœuds 3 et 4 sont des nœuds d'interface. On effectue une FFT inverse de dimension M sur X_1 et X_3 et une FFT inverse de dimension N sur X_2 , X_4 et sur X_3 en ajoutant des 0 pour les harmoniques $K_1+1...K_2$. On dispose donc en temporel de x_1 sur M échantillons temporels, de x_2 et x_4 sur N échantillons temporels (notons x_3^M) et sur N échantillons temporels (notons x_3^M) (Figure II.11).

De manière générale, dans le vecteur X, les nœuds d'interface qui sont dans la bulle de plus faible nombre d'harmoniques doivent être connus en temporel à la fois sur le nombre d'échantillons de la bulle à laquelle ils appartiennent et sur le nombre d'échantillons sur lesquels le modèle du composant d'interface a été appelé (maximum des bulles concernées).

• En sortie de l'appel des modèles, on dispose des blocs diagonaux suivants: $J_t(1,1), J_t(1,3), J_t(3,1)$ sur *M* échantillons temporels ; $J_t(2,2), J_t(2,4), J_t(4,2), J_t(3,4), J_t(4,3)$ sur *N* échantillons temporels ; Pour $J_t(3,3)$, on dispose d'une partie, notée $J_t^M(3,3)$, obtenue sur *M* échantillons temporels à l'appel du modèle de R_0 , et d'une partie, notée $J_t^N(3,3)$, obtenue sur *N* échantillons temporels à l'appel du modèle de C_0 .



Figure II.11 – 1^e étape de la multiplication matrice-vecteur avec HB-FDL.

On trouve Y en fréquentiel de la manière suivante :

$$Y_{1} = \mathbf{FFT}_{M} \left[J_{t}(1,1)x_{1} + J_{t}(1,3)x_{3}^{M} \right]$$
(II.72)

$$Y_{2} = \mathbf{FFT}_{N} [J_{t}(2,2)x_{2} + J_{t}(2,4)x_{4}]$$
(II.73)

$$Y_{4} = \mathbf{FFT}_{N} \Big[J_{t}(4,2)x_{2} + J_{t}(4,3)x_{3}^{N} + J_{t}(4,4)x_{4} \Big]$$
(II.74)

$$Y_{3} = \mathbf{FFT}_{M} \left[J_{t}(3,1)x_{1} + J_{t}^{M}(3,3)x_{3}^{M} \right] + \mathbf{FFT}_{N} \left[J_{t}(3,4)x_{4} + J_{t}^{N}(3,3)x_{3}^{N} \right]$$
(II.75)

Dans cette dernière équation l'addition des résultats des FFT se fait sur les K_1 premiers harmoniques, Y_3 étant définie sur ces K_1 harmoniques. Cela revient à négliger le résultat de la FFT d'ordre N sur les harmoniques supérieurs à K_1 , ce qui est raisonnable puisque le nœud 3 appartient à la bulle 1.

De manière générale pour les nœuds d'interface, il faut faire un traitement spécial, au niveau de l'appel des modèles (gestion de 2 contributions de 2 tailles différentes pour les blocs jacobiens aux nœuds d'interface) et au niveau de la multiplication matrice jacobienne-vecteur (multiplications blocs diagonaux-vecteur de tailles différentes dans le domaine temporel et FFT de tailles différentes pour récupérer l'information dans le domaine fréquentiel).

Au niveau du préconditionneur:

Dans HB, le système linéaire à résoudre à chaque itération de Newton-Raphson est préconditionné afin d'améliorer la vitesse de convergence de l'algorithme de GMRES. On décrit ici le cas du préconditionneur bloc-diagonal, utilisé par défaut pour tous les

circuits. Il est exprimé dans le domaine fréquentiel et est construit à partir de l'appel des modèles. Qu'il soit à gauche ou à droite, cela se traduit dans l'algorithme de GMRES (en convention fréquence-nœud) par la résolution de systèmes creux (dont le remplissage dépend de la connectique) pour chaque harmonique.

Dans le cas HB-FDL, un harmonique est présente pour certains nœuds, mais pas forcément pour tous. Les systèmes creux deviennent alors de taille différente suivant les harmoniques. Pour un harmonique donné, la taille du système creux associé est égale au nombre de nœuds contenant cette composante dans leur représentation spectrale.

II.4.3 – FDL au cours de l'algorithme itératif de Newton-Raphson (FDLNR)

La FDL comme elle a été initialement définie distingue, avant le début de la simulation, des parties du circuit selon la non linéarité des signaux attendus dans cellesci. Ces bulles sont spécifiées suivant la nature des signaux d'entrée et la non-linéarité des composants qui la constituent.

Cependant, le degré de linéarité ou de non-linéarité dépend du régime de fonctionnement d'un élément, qui peut changer au cours du processus itératif. Cette évolution de la FDL pendant l'algorithme de Newton-Raphson est dénotée FDLNR par la suite.

II.4.4 – HB-FDLNR

II.4.4.1 – Fondements théoriques et premières méthodes

Dans HB-FDLNR, un signal est représenté, au cours de l'algorithme itératif de Newton-Raphson, sur un nombre d'harmoniques K_i^m spécifique au nœud *i* et à l'itération *m* :

$$v_i^{\ m}(t) = \sum_{k=-K_i^{\ m}}^{+K_i^{\ m}} V_{i,k}^{\ m} e^{jk\omega_{\theta}t}$$
(II.76)

Les nombres individuels d'harmoniques à l'initialisation de la simulation K_i^0 sont spécifiés par l'utilisateur comme dans le cas HB-FDL. Ils sont considérés comme les nombres maximaux d'harmoniques pour chaque nœud au cours de l'algorithme itératif de Newton-Raphson.

Notons *P* le nombre de tensions, courants et autres inconnues au niveau nodal. Le nombre total d'inconnues en fréquentiel est:

$$N^{0} = \sum_{i=1}^{P} K_{i}^{0}$$
(II.77)

Au niveau de l'appel des modèles et de la résolution du système linéaire :

Le vecteur V des inconnues avant une itération de Newton-Raphson est de taille N^0 . L'appel des modèles est effectué à partir de ce vecteur complet et comme indiqué dans HB-FDL. On obtient $F(V) \in C^N$. Grâce à un critère d'erreur sur F(V) (discuté plus loin), on attribue un nombre d'harmoniques K_i^m spécifique à chaque nœud *i* pour l'itération *m* (*m* = 1, 2,...) de Newton-Raphson à résoudre. Le système linéaire est alors de taille:

$$N^{m} = \sum_{i=1}^{P} K_{i}^{m}$$
(II.78)

Soit Ax = b le système linéaire complet de HB-FDL et $\hat{A}\hat{x} = \hat{b}$ le système linéaire réduit de HB-FDLNR. On utilise les notations suivantes:



Le vecteur V des inconnues est calculé pour l'itération suivante m+1 comme suit :

$$V^{m+1} = V^m + \widetilde{x} \tag{II.79}$$

La solution obtenue avec le système réduit \tilde{x} diffère de la solution du système global x. On peut mesurer cette différence en norme A :

$$\|\tilde{x} - x\|_{A}^{2} = \|A\tilde{x} - b\|^{2} = \|\hat{A}\hat{x} - \hat{b}\|^{2} + \|A_{\varepsilon}\hat{x} - b_{\varepsilon}\|^{2}$$
(II.80)

Le premier terme de la somme ci-dessus est le carré de l'erreur de précision de l'algorithme de GMRES dans la résolution du système réduit, notée ε_{GMRES} . Cette erreur peut être rendue négligeable en imposant une précision très fine à l'algorithme de GMRES (quitte à augmenter le nombre d'itérations nécessaires avant que le critère d'erreur soit satisfait).

Par conséquent, pour que la réduction du système ne fasse pas descendre l'itération de Newton-Raphson dans une trop mauvaise direction, il faut que le deuxième terme soit suffisamment petit.

Choix des harmoniques:

Afin de ne pas pénaliser la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson, le choix des harmoniques à négliger à chaque itération est crucial. Dans un premier temps,

deux critères de sélection globalement différents ont été développés, inspirés par des travaux antérieurs. Nous allons les décrire à présent.

II.4.4.1.1 - Méthode 1

Le critère de sélection s'applique directement sur le second membre du système linéaire, b = -F(V). Pour un seuil d'importance relative ε (typiquement 1 %), pour une itération de Newton-Raphson m et pour un nœud i si $\exists K$ tel que $\forall k \in [K+1, K_i^0]$ $\frac{\left\|b_{i,k}^{m}\right\|}{\left\|b^{m}\right\|} < \varepsilon, \text{ alors } K_{i}^{m} \leftarrow K.$

II.4.4.1.2 - Méthode 2

Pour cette méthode, on utilise un préconditionneur bloc-diagonal à droite D, et on réécrit le système global comme suit :

$$Ax = b \tag{II.81}$$

où

$$4 = (J - D)D^{-1} + I = JD^{-1}$$
(II.82)

$$A = (J - D)D^{-1} + I = JD^{-1}$$
 (II.82)

$$x = F(V) + D\Delta V$$
 (II.83)

$$b = (J - D)D^{-1}F(V)$$
(II.84)

Comme une variable linéaire ne contribue dans la matrice jacobienne qu'à un bloc diagonal, toutes les entrées de la ligne correspondante dans J-D sont nulles. Ainsi pour une variable linéaire, la ligne du système est du type $x_{i,k} = b_{i,k}$. La reformulation du système présenté ci-dessus permet d'obtenir la condition $b_{i,k} = 0$, et donc $x_{i,k} = 0$ pour toute variable linéaire. Par conséquent, toutes les variables pour lesquelles la composante dans le second membre est nulle peuvent être retirées du système.

La méthode de sélection est basée sur l'hypothèse suivante : des variables *faiblement* non linéaires ont des résidus $b_{i,k}$ *faibles* et respectivement des solutions $x_{i,k}$ faibles. Cette hypothèse semble avoir été validée sur plusieurs types de circuits dans la référence [32].

Autrement exprimée, cette hypothèse suppose qu'à chaque itération *m* de Newton-Raphson, il existe un coefficient c_m tel que l'erreur de troncature de la solution et l'erreur de troncature du second membre sont linéairement liées par la relation :

$$\left\|\widetilde{x} - x\right\|_{A} = c_{m} \left\|\widetilde{b} - b\right\| \tag{II.85}$$

où c_m est un paramètre variable qui est prédit pour l'itération de Newton-Raphson suivante.

La condition de sélection des harmoniques s'écrit :

$$\frac{\left\|A\widetilde{x} - b\right\|}{\left\|b\right\|} < tol \tag{II.86}$$

où *tol* est la tolérance choisie sur l'erreur de troncature de la solution relativement au résidu (typiquement 1 %). Cette condition est implantée sous la forme équivalente :

$$c_m \left\| \widetilde{b} - b \right\| \le \left\| b \right\| \cdot tol \tag{II.87}$$

La procédure de sélection se décrit comme suit:

- 1. Estimer la valeur initiale $c_m : 1^{\text{er}}$ Newton $c_1=1$ sinon $c_m = c_{m-1}$ Fixer ε (*tol* est supposée fixée).
- 2. Déterminer l'ensemble tronqué des variables (nombre d'harmoniques pour chaque nœud $K_i = 0...K_i^0$) en utilisant l'algorithme suivant:
- **2a.** $\forall i = 1, 2, ..., P$: [pour k = $K_i^0, K_i^0 1, ..., 0$ si $(|b_{i,k}| \ge \varepsilon) K_i^m = k$; stop]
- **2b.** si $(c_m \| \widetilde{b} b \| \le \| b \| \cdot tol)$ aller à l'étape 3 sinon $\varepsilon \leftarrow \frac{\varepsilon}{2}$; aller à l'étape 2a
- 3. Résoudre le système réduit $\hat{A}\hat{x} = \hat{b}$ grâce à l'algorithme de GMRES
- 4. Calculer :

$$c_{m+1} = c_m \cdot \frac{\left\|A_{\varepsilon}\hat{x} - b_{\varepsilon}\right\|}{\left\|b\right\| \cdot tol}$$

5. si $(||A\tilde{x} - b|| > ||b||)$ aller à l'étape 2 avec $c_m \leftarrow c_{m+1}$ sinon finir l'itération de Newton-Raphson et aller à l'étape 1

La condition 5 permet d'assurer la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson. Quand elle est vraie, elle signifie que la sélection était mauvaise. Celle-ci est alors effectuée de nouveau avec un paramètre c_m plus grand (la condition de sélection est alors plus souple).

Dans les deux cas, l'utilisateur peut spécifier des bornes inférieures et/ou supérieures pour le nombre d'harmoniques de chaque nœud du circuit, d'une part pour préserver la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson, d'autre part pour limiter la place occupée en mémoire vive suivant les capacités en RAM de sa machine.

Au niveau de l'appel des modèles, tout se passe comme pour HB-FDL.

Après la sélection des harmoniques, un nombre individuel d'harmoniques est attribué à chaque nœud, ce qui correspond à une partition du circuit avec un nœud par bulle, chaque nœud étant par définition *externe*. Pour la multiplication matrice jacobienne-vecteur, on procède comme pour HB-FDL avec la nouvelle partition HB-FDLNR, propre à l'itération de Newton-Raphson en cours.

On a donc besoin d'effectuer une évaluation du jacobien J(V) après la sélection des harmoniques (et non en même temps que l'évaluation de F(V)) avec la nouvelle partition HB-FDLNR. Cependant, pour la méthode 2, on a besoin de connaître le préconditionneur

diagonal pour la sélection des harmoniques, d'où une évaluation supplémentaire du jacobien avec la partition HB-FDL.

La figure II.12 représente les différentes étapes de cet algorithme pour les 2 méthodes de sélection.



Figure II.12 – Schéma synoptique de l'algorithme HB-FDLNR (en pointillés, ce qui est spécifique à la méthode 2)

II.4.4.2 – Premiers essais et nouvelle méthode

Pour les premiers tests, on a choisi un circuit RLC-diode composé d'une source de tension sinusoïdale Vin, de 2 résistances R1 et R2 et d'une inductance L1 en série, et d'une capacité C1 en parallèle avec une diode D1 (Figure II.13).

```
* Circuit test RLC-diode
.model DIOD d
+ is=1e-8
+ cj0=1e-12
   11
      2 1k
R1
L1 11 3 1u
D1 2 0 DIOD
C1 2
      0 lp
R2
   3
      1
         50
.param Pin=-30
.param z0=1000
.param Vamp={sqrt(8*z0*1m*exp(log(10)*Pin/10))}
.extract Vamp
.param fund1=40meg
Vin 1 0 FOUR fund1 MA (1) Vamp -90
.sst fund1=40meg nharm1=10
.option sst abstol=1e-6
.option precond=2
.plot tsst v(1) \quad v(2)
.end
```

Figure II.13 – Netlist du circuit test diode.cir

Ce circuit contient 4 nœuds, ce qui correspond à 6 inconnues MNA (avec les courants à travers Vin et L1). C'est un circuit intéressant par sa non-linéarité, qui peut devenir importante suivant le niveau du signal d'entrée. On a choisi 10 harmoniques pour la résolution HB et une précision sur le résidu de 1e-6 en valeur absolue de sorte que l'algorithme converge en 2 itérations de Newton-Raphson (et 3 itérations de GMRES).

En utilisant les 2 méthodes de HB-FDLNR décrites au paragraphe précédent, on constate globalement une augmentation du nombre d'itérations de Newton-Raphson, si bien que le gain dû à la réduction du système à chaque itération n'entraîne pas pour autant un gain sur le temps CPU de simulation.

Afin de comprendre pourquoi les méthodes de sélection d'harmoniques se révèlent inadéquates sur ce circuit basique, on a étudié à chaque itération de Newton-Raphson l'importance des contributions spectrales pour chaque inconnue au niveau du résidu F(V) et de la solution du système ΔV . Les figures II.14a, II.14b et II.14c représentent respectivement l'importance des contributions spectrales de F(V) en chaque nœud avant

la première itération, avant la deuxième et après convergence de l'algorithme. Les figures II.15a et II.15b représentent respectivement l'importance des contributions spectrales de ΔV en chaque nœud à la première et à la deuxième itération de Newton-Raphson. On ne représente que les contributions significatives sous forme d'un histogramme réunissant les 11 composantes spectrales (norme logarithmique). Le plus petit rectangle affiché correspond à une norme d'environ 1e-9 et le plus grand correspond à une norme d'environ 1e-9.

On constate que l'excitation au niveau de la fréquence fondamentale sur la ligne du courant 5 (Figure II.14a) se répercute sur toutes les inconnues MNA dans le vecteur solution (Figure II.15a), et de manière comparable suivant les inconnues (la première itération de Newton-Raphson correspond à la résolution du circuit linéarisé). A la deuxième itération, le second membre est négligeable partout sauf au nœud 3, qui hérite de la non-linéarité de la diode (Figure II.14b). On observe globalement une décroissance des harmoniques plus ils sont élevés. Au niveau de la solution du deuxième Newton, on obtient des contributions significatives pour toutes les inconnues MNA (Figure II.15b), jusqu'à des harmoniques relativement élevés (un peu moins au nœud 4), alors que pour les inconnues MNA autre que la tension au nœud 3, le résidu était nul.

De cette dernière constatation, on déduit que le résidu ne suffit pas à prédire correctement quelles harmoniques vont être significatifs dans la solution de l'itération suivante. Ceci est vrai pour le résidu sous sa forme brute F(V) (HB-FDLNR Méthode 1), mais aussi sous sa forme modifiée $JD^{-1}F(V) - F(V)$, qui a quantitativement la même allure que F(V) au niveau de l'importance des contributions spectrales (HB-FDLNR Méthode 2). De façon générale, les critères de sélection décrits au paragraphe précédent ne tiennent pas suffisamment compte de la propagation des non-linéarités à travers le circuit.

II.4.4.2.1 - 1ère évolution : Méthode 1 modifiée

Simple à mettre en œuvre et tenant compte des observations précédentes, elle consiste à attribuer le même nombre d'harmoniques pour toutes les inconnues MNA, noté K^m (pour l'itération *m*), si pour le nœud *i*, $K^m < K_i^0$. Avant chaque itération de Newton-Raphson, on estime cette quantité à partir d'une erreur spectrale définie pour tout harmonique $k, k=0,..., K^0 = \max_{i=1,p} \{K_i^0\}$ par :

$$\varepsilon_k^m = \sum_{i=1}^P \left\| b_{i,k}^m \right\| \tag{II.88}$$

où b^m représente le résidu avant l'itération *m* et $b_{ik}^m = 0$ si $k > K_i^0$.

On sélectionne K^m de manière analogue à la méthode 1 : pour un seuil d'importance relative ε (typiquement 1 %), pour une itération de Newton-Raphson *m* et pour un nœud *i*, si $\exists K^m$ tel que $\forall k \in [K^m+1, K^0] \frac{\varepsilon_k^m}{\|b^m\|} < \varepsilon$, alors $K_i^m \leftarrow K^m$, sinon $K_i^m \leftarrow K_i^0$.



Figure II.14a – Spectres du résidu F(V) de chaque composante MNA avant la première itération de Newton-Raphson.



Figure II.14b – Spectres du résidu F(V) de chaque composante MNA avant la deuxième itération de Newton-Raphson.



Figure II.14c – Spectres du résidu F(V) de chaque composante MNA après la deuxième itération de Newton-Raphson (convergence).



Figure II.15a – Spectres de la solution ΔV de chaque composante MNA à la première itération de Newton-Raphson.



Figure II.15b – Spectres de la solution ΔV de chaque composante MNA à la deuxième itération de Newton-Raphson.

Cette méthode marche très bien dans le sens que l'on ne perd pas la qualité de convergence de HB-FDL standard. Cependant, le facteur de réduction du système devient relativement faible par rapport à celui escompté. Notamment, si un signal est fortement non linéaire dans le circuit, on va résoudre le système complet sans aucune réduction. Le gain de temps n'est donc pas conséquent. C'est pourquoi l'on va se concentrer à présent sur une méthode qui exploite le principe initial de la FDLNR, c'est à dire un nombre individuel d'harmoniques pour chaque inconnue MNA et à chaque itération.

II.4.4.2.2 - 2ème évolution : Méthode hybride

Elle est basée sur le constat suivant : $F_p = D^{-1}F(V)$ a quantitativement la même allure que le vecteur ΔV solution de l'itération de Newton-Raphson suivante au niveau de l'importance des contributions spectrales. C'est particulièrement vrai pour le circuit *diode.cir* mais aussi pour tous les circuits qui ont été testés, à quelques nuances près.

En effet, préconditionner diagonalement le vecteur F(V) consiste à résoudre le système $D.F_p = F(V)$, ce qui revient, en convention fréquence-nœud, à résoudre K+1 systèmes linéaires carrés creux, où K est le nombre d'harmoniques :

$$U(k) F_{p}(k) = F(k)$$
 où $U(k) = G(0) + jk\omega_{0}C(0), k=0,1,...,K$ (II.89)

Le préconditionnement bloc-diagonal permet une propagation des informations du second membre (en l'occurrence la non-linéarité des signaux) suivant la connectique du circuit (chaque bloc U(k) est rempli suivant cette connectique). On voit dans le même temps que F_p ne peut donner qu'une estimation des harmoniques qui vont être plus ou moins importants dans le vecteur solution de l'itération de Newton-Raphson suivante. En effet, les informations contenues dans la matrice jacobienne J(V) complète concernant les non-linéarités (comment une composante spectrale va être amplifiée ou atténuée par rapport à une autre) ne sont plus présentes dans le préconditionneur bloc-diagonal. Cependant, cette estimation est généralement très satisfaisante.

Pour ce qui est du critère de sélection des harmoniques sur le vecteur F_p , on a développé d'une part celui de la méthode 1 (seuil de précision relatif à la norme du vecteur, testé pour chaque composante), d'autre part celui de la méthode 2, dont l'on va réexaminer les fondements à présent. On qualifie cette nouvelle méthode d'*hybride* car le système résolu à chaque Newton-Raphson est basé sur le système HB-FDL standard J(V). $\Delta V = -F(V)$ (comme dans la méthode 1) mais le critère de sélection est proche de celui de la méthode 2 hormis qu'il est effectué sur un nouveau vecteur $F_p = D^{-1}F(V)$.

Le test de sélection implanté initialement revient à négliger les harmoniques pour chaque nœud (de la plus haute fréquence à la plus faible) jusqu'à ce que la condition suivante ne soit plus vérifiée :

$$\left\|\widetilde{F}_{p} - F_{p}\right\| \le \left\|F_{p}\right\| \cdot tol \tag{II.90}$$

où \tilde{F}_p est le vecteur F_p où les composantes non sélectionnées sont annulées et *tol* est une précision relative fixée par l'utilisateur.

On a procédé alors à une série de tests, motivée par le constat que suivant les circuits simulés (RLC diode, LNA, amplificateur MOS, mélangeur), le paramètre *tol* doit être adapté pour conserver une bonne convergence de Newton-Raphson (de l'ordre de 10⁻³ pour la diode jusqu'à 10⁻⁵ pour l'amplificateur MOS). Pour comprendre comment déterminer cette valeur au mieux, on s'est focalisé sur le circuit d'un LNA (amplificateur à faible bruit) d'une taille de 37 nœuds avec 6 harmoniques (taille du système : 301). On a réalisé une série de simulations avec la méthode hybride pour différentes valeur de *tol* (2.5e-4, 5e-4, 7.5e-4, 1e-3, 1.25e-3, 2.5e-3). Dans tous les cas, le nombre d'itérations de Newton-Raphson est de 6 avec une trentaine d'itérations de GMRES.

A chaque itération de Newton-Raphson, pour chaque simulation, on calcule la quantité :

$$\Gamma = \frac{\left\|A\widetilde{x} - b\right\| / \left\|b\right\|}{\left\|\widetilde{F}_{p} - F_{p}\right\| / \left\|F_{p}\right\|}$$
(II.91)

où A=J(V), b=-F(V) et \tilde{x} le vecteur solution approché comme défini dans la description de la méthode 2. Γ est le rapport de l'erreur relative en norme A observée sur la solution et de l'erreur relative commise sur F_p lors de la sélection des harmoniques. Cette quantité donne une idée de la corrélation entre l'erreur sur le vecteur de sélection et l'erreur effectivement observée sur la solution lors de la résolution du système réduit.

On ne calcule pas cette quantité pour la première itération de l'algorithme de Newton-Raphson, le dénominateur n'ayant pas de sens et la réduction du système étant bonne quelque soit la tolérance choisie. On présente les mesures de Γ (échelle logarithmique) en fonction du numéro de l'itération (2,3,...,6) pour la gamme de tolérances décrites plus haut (Figure II.16).



Figure II.16 – Mesures de la quantité Γ en fonction du numéro d'itération de Newton-Raphson pour une gamme de tolérances équidistantes.

On observe d'abord que, indépendamment de la valeur du paramètre *tol*, Γ augmente de façon monotone avec le numéro d'itération de Newton-Raphson. Autrement dit, plus on se rapproche de la solution, plus le rapport entre l'erreur sur la solution et l'erreur sur F_p croît. On en déduit que l'on peut réduire la taille du système d'autant plus que l'on est loin de la solution. A contrario, pour garder une bonne convergence, lorsqu'on est près de la solution, il faut résoudre le système quasiment dans son intégralité. Le gain de temps de HB-FDLNR diminue donc au fur et à mesure que le nombre d'itérations de Newton-Raphson augmente.

La Figure II.17 est une autre représentation des mêmes résultats. Elle montre les mesures de Γ (échelle logarithmique) en fonction de la tolérance choisie pour chaque numéro d'itération (2,3,...,6).



Figure II.17 – Mesures de la quantité Γ en fonction de la tolérance choisie pour chaque itération de Newton-Raphson.

On observe d'abord que pour un numéro d'itération fixé, la valeur de Γ est relativement indépendante de la valeur de la tolérance. On retrouve ici, pour la méthode hybride, un résultat similaire à l'hypothèse formulée dans la méthode 2 et validée dans [31] : à chaque itération *m* de Newton-Raphson, il existe un coefficient c_m tel que l'erreur relative de troncature de la solution et l'erreur de troncature du second membre préconditionné F_p sont linéairement liées par la relation :

$$\frac{\|A\widetilde{x} - b\|}{\|b\|} = c_m \frac{\|\widetilde{F}_p - F_p\|}{\|F_p\|}$$
(II.92)

Ceci dit, notons dès maintenant que l'on observe tout de même (Figure II.16) que, pour un numéro d'itération fixé, Γ semble augmenter légèrement lorsque *tol* diminue. En pratique, il s'avère que l'erreur sur la solution reste du même ordre, même si *tol* varie. Ce qui veut dire que même si l'on réduit de moins en moins la taille du système, l'erreur sur la solution ne diminuera pas pour autant de la même façon. Il s'agit donc de nuancer la validité de la relation ci-dessus, et d'expliquer par moment l'inefficacité relative d'une gestion automatique et dynamique de la tolérance de sélection.

Toutefois, on note une nouvelle fois sur la Figure II.16 que Γ augmente régulièrement d'une itération à la suivante, et ceci pour toutes les simulations effectuées. Par conséquent, afin de maintenir une erreur de troncature de la solution faible et constante au cours de l'algorithme de Newton-Raphson, on peut mettre en œuvre une condition de sélection similaire à celle de la méthode 2 :

$$c_m \left\| \widetilde{F}_p - F_p \right\| \le \left\| F_p \right\| \cdot tol \tag{II.93}$$

où c_m est estimé à chaque itération de manière identique à la méthode 2.

II.4.4.3 – Tests de la méthode hybride et limitations

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats obtenus sur quelques circuits RF plus ou moins non-linéaires :

C1 est le circuit RLC-diode utilisé dans l'étude du paragraphe II.4.4.2.

C2 est un mélangeur Quad [33], construit comme un multiplicateur analogique. On l'utilise pour moduler une porteuse à 100 MHz par une sinusoïde à 10 MHz (modulation d'amplitude). Ce circuit est donc analysé logiquement en 2 tones (2 fréquences fondamentales) dans l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique.

C3 est un LNA classique.

On présente les informations suivantes :

- *ncmd* : le nombre de commandes (tensions, courants, états supplémentaires...) résultant de la MNA.
- *ntot* : l'ordre total, c'est à dire le nombre d'inconnues du système de l'équilibrage harmonique standard.
- tol : le paramètre utilisé dans la sélection des harmoniques significatives dans la méthode HB-FDLNR hybride. Il a été choisi pour offrir le meilleur compromis entre la réduction de la taille du système et la conservation d'une convergence similaire à l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique standard.
- *NR* : le nombre d'itérations de l'algorithme de Newton-Raphson avec HB-FDLNR hybride (entre parenthèses, celui de HB standard).
- *GMRES* : le nombre total d'itérations de l'algorithme GMRES pendant toute la simulation avec HB-FDLNR hybride (entre parenthèses, celui de HB standard).
- *Gain ordre* : le facteur moyen de réduction d'ordre des systèmes linéaires résolus à chaque itération de Newton-Raphson de HB-FDLNR hybride (par rapport à HB standard).

Circuit	ncmd	ntot	tol	NR	GMRES	Gain ordre
C1	6	66	1e-3	3 (3)	5 (5)	1.83
C2	17	527	1e-3	6 (6)	16 (15)	2.1
C3	43	301	1e-4	5 (5)	34 (30)	1.33

Figure II.18 – Résultats des tests.

On ne présente pas le gain en temps CPU, qui n'est ici pas significatif compte-tenu de l'implémentation non optimisée du produit matrice-vecteur dans le domaine temporel. De plus, les circuits étants de taille assez modeste, le temps passé dans les calculs supplémentaires (sélection des harmoniques, gestion des structures de données...) pénalise encore sensiblement le temps de simulation total.

Le gain en temps CPU peut s'opérer principalement au niveau de la multiplication matrice-vecteur, mais cela implique la gestion d'un nombre éventuellement grand de FFT de tailles différentes, ce qui est difficile à gérer pour des gros circuits où la disparité du niveau des non-linéarités est importante. En pratique, nous avons conservé une seule FFT de taille suffisante et réalisé des suréchantillonnages sur les vecteurs fréquentiels réduits afin de traiter en temporel des vecteurs de même taille.

Enfin, nous nuancerons l'efficacité de la méthode HB-FDLNR hybride. Bien qu'étant sans conteste la meilleure optimisation de l'Equilibrage Harmonique basée sur un nombre variable d'harmoniques suivant les nœuds et l'itération de Newton-Raphson, on a mis en lumière la difficulté d'une bonne gestion automatique et dynamique de la tolérance de sélection des harmoniques. Ainsi, on a réussi à obtenir des résultats satisfaisants en modifiant le paramètre *tol* sur chaque circuit, mais cette solution n'est pas viable dans un contexte d'utilisation par un concepteur ne connaissant pas la méthode. D'autant plus qu'une erreur d'ordre de grandeur sur *tol* peut entraîner une baisse sensible de la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson.

Devant la difficulté de gérer automatiquement, et de façon générale quelque soit le circuit, les paramètres de sélection des harmoniques au cours de l'algorithme de Newton-Raphson afin de limiter le repliement de spectre, l'optimisation de l'efficacité de la méthode a été laissée en suspens pour se concentrer sur la simulation de circuits analogiques et RF dans le cadre de l'algorithme de l'Enveloppe. Ainsi, dans la section suivante, on développera divers points peu abordés jusqu'alors autour de l'algorithme de l'Enveloppe.

II.5 – Perfectionnements de l'algorithme de l'Enveloppe

II.5.1 - Initialisation de l'enveloppe

Dans l'Equilibrage Harmonique, le vecteur V des inconnues est initialisé avec le résultat d'une analyse DC (qui donne le point de fonctionnement du circuit). Dans le cadre de l'Enveloppe, ce type d'initialisation ne convient plus.

Rappelons qu'on représente un signal (avec 1 fréquence de porteuse) sous la forme :

$$v(t) = \sum_{k=-K}^{+K} V_k(t) e^{jk\omega_c t} = I_0(t) + \sum_{k=-K}^{+K} [I_k(t)\cos(k\omega_c t) + Q_k(t)\sin(k\omega_c t)]$$
(II.94)

Au temps 0, on a donc :

$$v(0) = \sum_{k=-K}^{+K} I_k(0)$$
(II.95)

L'initialisation doit permettre de trouver les valeurs des coefficients $I_k(0)$, ou de manière équivalente celles des coefficients $V_{-K}(0), \ldots, V_0(0), \ldots, V_K(0)$. L'analyse DC ne nous fournit qu'une valeur réelle pour v(0) et ne suffit donc plus.

Pour obtenir les bonnes valeurs des coefficients, on peut effectuer une simulation transitoire (en l'occurrence grâce au simulateur temporel EldoTM) du circuit sur 1 période de porteuse $t \in [0, T_c = 2\pi/\omega_c]$ avec un pas fixe $\Delta t = 2\pi/(N_{FFT}\omega_c)$ où $N_{FFT} \ge 2K+1$.

On procède alors à une FFT directe sur les échantillons temporels v(0), $v(\Delta t)$,..., $v((NFFT-1)\Delta t)$. On obtient un spectre du signal sur la première période de porteuse, d'où on peut sélectionner les V_{-K} ,..., V_0 ,..., V_K .

Si l'on fait l'hypothèse (généralement valide) que la modulation du signal est lente par rapport à la fréquence de la porteuse, alors sur une période de porteuse les coefficients $V_k(t)$ varient peu. Autrement dit :

$$\forall t \in [0, T_c] \quad V_k(t) = V_k(0) = V_k \tag{II.96}$$

On peut donc initialiser les coefficients $V_k(0)$ par les coefficients V_k obtenus par la FFT. En pratique, on peut commencer la simulation d'Enveloppe à partir de $t=T_c$ avec ces valeurs, la première période de porteuse ayant été simulée en transitoire.

Le paragraphe suivant va traiter de la simulation des oscillateurs dans le cadre de l'enveloppe, circuits omniprésents tant dans la chaîne d'émission que de réception des systèmes de communication.

II.5.2 - Simulation de la réponse transitoire des oscillateurs avec l'algorithme de l'Enveloppe

Les oscillateurs ont une importance capitale dans les circuits RF. La simulation de leur régime établi (avec HB, Shooting...) a été assez largement décrite et est disponible dans différents produits. Cependant, les concepteurs ont besoin d'information sur leur réponse transitoire ; et dans les systèmes de communication modernes, les oscillateurs interviennent souvent pour construire la porteuse d'un signal modulé (tant à la modulation qu'à la démodulation). Il est donc indispensable de simuler les oscillateurs dans le cadre de l'algorithme de l'Enveloppe.

Pour cela, on étend la formulation d'enveloppe classique en permettant à la pulsation du signal de varier avec le temps (celui de la modulation t_2):

$$\hat{v}(t_1, t_2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} V(k, t_2) e^{jk\omega_c(t_2)t_1}$$
(II.97)

Après l'approximation de Galerkin habituelle, on obtient le système suivant [34] :

$$F(V(t_2)) = I(V(t_2)) + j\Omega Q(V(t_2)) + \frac{d}{dt_2} Q(V(t_2)) + jt_2 \frac{d}{dt_2} \Omega \cdot Q(V(t_2)) + I^s(t_2) = 0 \quad (\text{II.98})$$

enveloppe classique terme supplémentaire

En utilisant (par exemple) le schéma d'intégration BE (Backward Euler) pour approcher les dérivées, on obtient au pas *p* le système suivant :

$$F(V(t_{2}^{p})) = I(V(t_{2}^{p})) + j\Omega Q(V(t_{2}^{p})) + \frac{Q(V(t_{2}^{p})) - Q(V(t_{2}^{p-1}))}{t_{2}^{p} - t_{2}^{p-1}} + jt_{2}^{p} \frac{\Omega(t_{2}^{p}) - \Omega(t_{2}^{p-1})}{t_{2}^{p} - t_{2}^{p-1}} Q(V(t_{2}^{p})) + I^{s}(t_{2}^{p}) = 0$$
(II.99)

où une équation pour un harmonique k s'écrit, en notations simplifiées:

$$F_{k} = I_{k} + jk \left(\omega_{c} + \frac{t\Delta\omega_{c}}{h}\right) Q_{k} + \frac{\Delta Q_{k}}{h} + I_{k}^{s} = 0$$
(II.100)

avec *h* le pas de temps, $\Delta \omega_c$ la variation de la pulsation et ΔQ_k la variation de la charge entre 2 points de l'enveloppe.

Ce système est résolu par l'algorithme de Newton-Raphson en rajoutant $\omega_c(t_2)$ comme inconnue. On rajoute alors comme contrainte supplémentaire l'équation arbitraire:

$$\sin\Phi(t_2^p) = 0 \tag{II.101}$$

où Φ est la phase d'un nœud quelconque *n* (autre qu'une source de tension). On a :

$$\sin \Phi = \frac{\operatorname{Im}(V^{n})}{|V^{n}|} \tag{II.102}$$

La matrice jacobienne de l'itération de Newton-Raphson a la structure suivante :

$$J = \begin{pmatrix} J_{HB} & \frac{\partial F}{\partial \omega_c} \\ \frac{\partial \sin \Phi}{\partial V_n} & 0 \end{pmatrix}$$
(II.103)

où J_{HB} est la matrice jacobienne de l'Equilibrage Harmonique et

$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = jkQ_k + jk\frac{t}{h}Q_k.$$
(II.104)

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous allons nous intéresser aux principales mesures utilisées par les concepteurs pour analyser quantitativement et qualitativement les systèmes de communication numérique RF.

II.5.3 - Mesures sur les systèmes de communication RF/analogique/numérique

Un émetteur numérique RF doit remplir les objectifs suivants :

- atteindre le niveau de puissance en transmission spécifié en consommant le moins d'énergie possible (principalement à travers l'amplificateur de puissance). Le but est de maximiser la durée de vie (plus d'autonomie en communication) et/ou de minimiser la taille de la batterie (mobile plus léger). On peut caractériser la consommation du PA avec le facteur de crête (CF).

- transmettre l'information de manière fiable et sécurisée. Le taux d'erreur par bit (**BER**) est une statistique couramment utilisée pour évaluer la qualité d'une transmission. Les calculs de caractéristiques du vecteur d'erreur (**EVM**) donnent des indications encore plus précises sur les possibles causes de dégradation ou de perte d'information.

- éviter les interférences avec les canaux adjacents causées par la distorsion nonlinéaire du signal numérique modulé à travers les mélangeurs et les amplificateurs (*spectral regrowth*). Les standards de télécommunication sans fil imposent des limitations de ce phénomène. Une de ces spécifications est l'ACPR (*Adjacent Channel Power Ratio*).

II.5.3.1 - CF (Crest Factor) et PAR (Peak to Average Ratio)

Ce sont deux mesures très utilisées pour évaluer la qualité d'un système. Le CF est le rapport de la valeur instantanée maximale d'une grandeur sur sa valeur moyenne (arithmétique ou quadratique suivant les conventions) au cours d'une simulation. Le CF et le PAR peuvent être appliqués à une tension, un courant, une puissance, une fréquence ou une phase.

Dans le cas de la tension d'un signal modulé, le CF correspond au rapport du rayon maximum sur le rayon moyen dans le diagramme de trajectoire (Figure II.19).

$$CF = \frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{mov}}}$$
(II.105)

Le PAR est défini par : $PAR = CF^2$. (II.106)

Appliqué à une puissance le PAR, noté alors PAPR (Peak to Average Power Ratio), permet entre autres de mesurer le bruit du canal, la distorsion d'amplitude et la distorsion non-linéaire.



Figure II.19 - Définition du facteur de crête (CF) en tension à partir d'un diagramme de trajectoire.

II.5.3.2 - ACPR (Adjacent Channel Power Ratio) and ACLR (Adjacent Channel Leakage power Ratio)

La densité spectrale de puissance (PSD) d'un signal g(t) de puissance finie est définie par :

$$PSD(f) = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} g(t) \exp(-j2\pi ft) dt \right|^2$$
(II.107)

Ci-dessous (Figure II.20), on représente la PSD à l'entrée et à la sortie d'un PA. Afin d'obtenir une grande efficacité en puissance, les PA des émetteurs des mobiles fonctionnent près de leur zones de saturation qui présentent de la distorsion non-linéaire. Ils génèrent alors des composantes spectrales à l'extérieur de la bande de fréquence allouée (le canal principal), créant ainsi des interférences avec les canaux adjacents. Sur la Figure II.20, on s'aperçoit que la puissance dans le canal principal est amplifiée mais les lobes latéraux augmentent également du fait de la non linéarité du PA. Ce phénomène est connu sous le nom anglais *spectral regrowth*. L'ACPR en est une mesure [35][36].



Figure II.20 - PSD et spectral regrowth.

L'ACPR est défini comme le rapport de la puissance transmise dans un canal adjacent sur la puissance transmise dans le canal principal et est généralement exprimée en dBc.

$$ACPR_{dBc} = 10\log \frac{P_{canal-adjacent}}{P_{canal-principal}}$$
(II.108)

L'ACLR est l'inverse de l'ACPR :

$$ACLR_{dBc} = 10\log \frac{P_{canal-pricipal}}{P_{canal-adjacent}}$$
(II.109)

II.5.3.3 - EVM (Error Vector Magnitude)

Le vecteur d'erreur représente la différence entre le signal mesuré (distordu, filtré, bruité, mal synchronisé...) et une référence (un signal idéalement modulé) dans un diagramme I/Q [37][38]. La Figure II.21 définit l'*EVM* et les termes qui lui sont habituellement associés. L'EVM est la norme 2 du vecteur d'erreur. On définit également l'*erreur d'amplitude* comme la différence entre l'amplitude du signal mesuré et celle du signal de référence. Enfin, l'*erreur de phase* est définie comme la différence entre la phase du signal mesuré et celle du signal de référence.



Figure II.21. EVM et mesures associées.

Ces trois mesures permettent d'avoir une idée assez précise de la qualité d'un signal numérique modulé. On les calcule en fin de simulation de l'Enveloppe à partir de 2 diagrammes de constellation (celui qui correspond au signal réel et celui qui correspond au signal idéal). En pratique, on dispose des composantes I et Q du signal mesuré et du signal de référence à chaque temps de rendez-vous (lors d'un changement de symbole). Si I_{MES} , Q_{MES} et I_{REF} , Q_{REF} , représentent respectivement les composantes I et Q du signal mesuré et du signal de référence, on calcule alors les trois mesures comme suit :

$$EVM = \sqrt{(I_{MES} - I_{REF})^2 + (Q_{MES} - Q_{REF})^2}$$
(II.110)

Erreur d'amplitude =
$$\sqrt{I_{MES}^2 + Q_{MES}^2} - \sqrt{I_{REF}^2 + Q_{REF}^2}$$
 (II.111)

Erreur de phase =
$$\arctan \frac{Q_{MES}}{I_{MES}} - \arctan \frac{Q_{REF}}{I_{REF}}$$
 (II.112)

L'EVM et l'erreur d'amplitude sont exprimées en pourcentage et normalisées par rapport à la norme du vecteur de référence. On fournit les trois quantités en valeur RMS sur l'ensemble des points du diagramme de constellation.

II.5.3.4 - BER (Bit Error Rate)

Le BER ou SER (Symbol Error Rate) mesure le taux d'erreur lors du décodage de l'information [37]. C'est le rapport du nombre des symboles erronés sur le nombre de symboles de la séquence d'entrée. C'est une statistique utile pour évaluer la qualité d'un système de communication. Toutefois, elle requiert un nombre important de symboles (de plusieurs milliers à plusieurs millions), d'où un temps de simulation très long, et elle n'offre pas d'indication sur les possibles causes quand elle excède les limites fixées.

On propose une estimation du BER pour les schémas de modulation MPSK et MQAM à partir du diagramme de constellation du signal réel et du diagramme de constellation du signal idéal (lorsque l'information est transmise sans erreur).

II.5.3.4.1 - BER pour MPSK

Pour ce type de modulation, l'information est contenue exclusivement dans la phase du signal. On considère que celle-ci est une variable aléatoire continue à valeurs réelles, notée θ , qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type σ égal à l'erreur de phase. Un point dans le diagramme de constellation réel est interprété comme le symbole représenté par le point du diagramme de constellation de référence le plus proche en phase. C'est pourquoi on définit l'angle de décision t_d comme étant la moitié de l'angle existant entre deux positions idéales adjacentes dans le diagramme de constellation de référence (Figure II.22). Si l'on note M le nombre de positions idéales (aussi dénommé nombre d'états), on obtient : $t_d = \pi/M$. Le BER est la probabilité pour que la valeur absolue de θ soit supérieure à l'angle de décision.

La fonction de densité de la loi normale $N(0,\sigma)$ est :

$$\varphi_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$
(II.113)

La fonction de répartition de θ est donc :

$$F_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{t} \varphi_{\sigma}(x) dx = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{2}} \right) + 1 \right]$$
(II.114)

Si *t*>0, alors :

$$P(|\theta| \le t) = P((\theta \ge -t) \cap (\theta \le t))$$

= 1 - P((\theta \le -t) \cup (\theta \ge t))
= 1 - P(\theta \le -t) - P(\theta \ge t))
= F_{\theta}(t) - F_{\theta}(-t) (II.115)

d'où :

$$P(|\theta| \le t) = \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{2}}\right) \tag{II.116}$$

En conclusion, on trouve, pour un schéma MPSK avec M états :

$$BER_{M} = P(|\theta| > t_{d}) = \begin{cases} 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\pi}{M\sigma\sqrt{2}}\right) & \text{si} \quad \sigma > 0\\ 0 & \text{si} \quad \sigma = 0 \end{cases}$$
(II.117)

où σ est l'erreur de phase.



Figure II.22. Définition de l'angle de décision pour une modulation QPSK.

II.5.3.4.2 - BER pour MQAM

Pour ce type de modulation, l'information est contenue à la fois dans l'amplitude et la phase du signal. On décide de quadriller le diagramme de constellation d'un signal MQAM en rectangles de décision centrés sur la position idéale et dont les côtés sont à mi-distance avec les points adjacents (Figure II.23). On définit les distances d_x et d_y comme étant les longueurs des côtés suivant I et Q. Elles sont déterminées automatiquement à partir du diagramme de constellation de référence. Sur le modèle des mesures d'EVM, on définit :

$$\text{Erreur en I} = I_{MES} - I_{REF} \tag{II.118}$$

Erreur en
$$Q = Q_{MES} - Q_{REF}$$
 (II.119)

On calcule ces 2 quantités en valeur RMS sur l'ensemble des points du diagramme de constellation.



Figure II.23. Définition des rectangles de décision pour une modulation 16QAM.

On suppose que la composante I est une variable aléatoire continue à valeurs réelles, notée X, qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type σ_x égal à l'erreur en I. De même, on suppose que la composante Q est une variable aléatoire continue à valeurs réelles, notée Y, qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type σ_y égal à l'erreur en Q. Le BER est la probabilité pour que la valeur absolue de X soit supérieure à la moitié de d_x ou que la valeur absolue de Y soit supérieure à la moitié de d_x ou que la valeur absolue de Y soit supérieure à la moitié de d_y . En pratique, pour prendre en compte le fait que les points en coin (soit N_{coin} leur nombre) et les points latéraux (N_{lat}) ont des probabilités plus faibles d'être mal décodés que les points intérieurs (N_{int}) vu leur nombre plus petit de voisins, on pondère ce calcul par le facteur suivant :

$$f = \frac{N_{\text{int}} + \frac{3}{4}N_{lat} + \frac{1}{2}N_{coin}}{N_{\text{int}} + N_{lat} + N_{coin}}$$
(II.120)

Si l'on note *M* le nombre de positions idéales, on obtient, pour $M = 2^{2k}$, k>0 :

$$f = 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \tag{II.121}$$

Pour le cas particulier M=32, on a f=13/16.

On a :

$$P\left(\left|X\right| > \frac{d_x}{2}\right) = \begin{cases} 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{d_x}{2\sigma_x}\sqrt{2}\right) & \text{si} & \sigma_x > 0\\ 0 & \text{si} & \sigma_x = 0 \end{cases}$$
(II.122)

et de même pour Y.

Le BER est donc estimé comme suit :

$$BER_{M} = f \times P\left(\left(|X| > \frac{d_{x}}{2}\right) \cup \left(|Y| > \frac{d_{y}}{2}\right)\right)$$
(II.123)

X et Y sont des variables indépendantes et les deux évènements ne sont pas disjoints. On en déduit pour $M = 2^{2k}$, k>0 et M=32:

$$BER_{M} = f \times \left[P\left(\left| X \right| > \frac{d_{x}}{2} \right) + P\left(\left| Y \right| > \frac{d_{y}}{2} \right) - P\left(\left| X \right| > \frac{d_{x}}{2} \right) \cdot P\left(\left| Y \right| > \frac{d_{y}}{2} \right) \right]$$
(II.124)

Nous avons à examiner le cas particulier du format 8QAM. On détecte un tel signal suivant sa phase (angle de décision de $\pi/4$) et suivant son amplitude. La distance de décision est définie par :

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{d_x^2 + d_y^2}$$
(II.125)

avec les différentes distances définies comme suit :



Figure II.24. Définition de la distance de décision pour une modulation 8QAM.

On suppose que la phase du signal est une variable aléatoire continue à valeurs réelles, notée θ , qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type σ_{θ} égal à l'erreur de phase. De même, on suppose que l'amplitude du signal est une variable aléatoire continue à valeurs réelles, notée μ , qui suit une loi normale de moyenne nulle et

d'écart type σ_{μ} égal à l'erreur d'amplitude (sans normalisation avec le signal de référence).

Le BER est la probabilité pour que la valeur absolue de θ soit supérieure à $\pi/4$ ou que la valeur absolue de μ soit supérieure à d. En pratique, pour prendre en compte le fait que les points en coin ont des probabilités plus faibles d'être mal décodés en amplitude que les points intérieurs, on pondère ce calcul par le facteur 3/4 si bien que :

$$BER_{\delta} = P(|\theta| > \pi/4) + \frac{3}{4}P(|\mu| > d) - \frac{3}{4}P(|\theta| > \pi/4) \cdot P(|\mu| > d)$$
(II.126)

On présentera une illustration de ces calculs (pour un schéma 16-QAM) dans le chapitre IV.

II.6 – Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir décrit les principaux algorithmes de simulation des circuits RF, on a présenté une méthode pour mesurer le repliement de spectre dans l'Equilibrage Harmonique, puis on a exposé une méthode, baptisée HB-FDLNR, qui permet d'optimiser la dimension des systèmes linéaires résolus dans cet algorithme en fonction de la non-linéarité des signaux.

Ensuite, on s'est intéressé plus particulièrement à l'algorithme de l'Enveloppe : son initialisation, la simulation de la réponse transitoire des oscillateurs et les mesures utilisées par les concepteurs pour évaluer la qualité des systèmes. On a notamment proposé une estimation du BER pour les signaux MPSK et MQAM à partir des diagrammes de constellation qui peut constituer un outil de diagnostic très utile au concepteur.

Mais si la simulation de la partie RF des circuits de communication moderne est la plus critique, ceux-ci contiennent également des parties numériques et analogiques basse-fréquence. Nous verrons dans le chapitre suivant comment simuler ces différentes parties dans le cadre d'un même algorithme (notamment celui de l'Enveloppe).

II.7 – Bibliographie

- L. W. Nagel, "SPICE 2 : a computer program to simulate semi conductor circuits", Ph. D thesis n°ERL-M250, University of Berkeley, May 1975.
- [2] C.W. Ho, A.E. Ruehli and P.A. Brennan, "The Modified Nodal Approach to Network Analysis", in IEEE Trans. Circuits and Syst., Vol. CAS-22, p. 504-509, 1975.
- [3] J. Roychowdhury, "MPDE Methods for Efficient Analysis of Wireless Systems", Custom Integrated Circuits Conference, 1998. Proceedings of the IEEE, p. 451-454, 1998.
- [4] B. Troyanovsky, "Frequency Domain Algorithms For Simulating Large Signal Distortion in Semiconductor Devices", PhD Thesis, Stanford University, November 1997.
- [5] K.S. Kundert, G.B. Sorkin, and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Applying Harmonic Balance to Almost-Periodic Circuits", IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., p. 366-377, Vol. 36, Feb 1988.

- [6] M. Rösch, K. Antreich, "Schnelle stationäre Simulation nichtlinearer Schaltungen im Frequenzbereich", AEU 46 (1992) 168-176.
- [7] H. G. Brachtendorf, G. Welsh, R. Laur, A. Bunse-Gerstner, "Numerical steady state analysis of electronic circuits driven by multi-tone signals" – Electrical Engineering 79 (1996) 103-112 © Springer-Verlag 1996.
- [8] P. Feldmann, B. Melville, D. Long, "Efficient Frequency Domain Analysis of Large Nonlinear Analog Circuits", Proc. Of the Custom Integrated Circuits Conf., p. 461, May 1996.
- [9] Y. Saad, Iterative Methods for Sparse Linear Systems, PWS Publishing Company, Boston, MA, 1996.
- [10] R. W. Freund and G. H. Golub and N. M. Nachtigal, "Iterative Solution of Linear Systems", Acta Numerica, Vol. 1, p. 57-100, 1992.
- [11] D. Long, R. Melville, K. Ashby, B. Horton, "Full-chip Harmonic Balance", IEEE Custom Integrated Circuits Conference, 1997.
- [12] M. M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M. M. Zharov, K. K. Gullapalli, B.J. Mulvaney, "The Enhancing of Efficiency of the Harmonic Balance Analysis by Adaptation of Preconditioner to Circuit Nonlinearity", Design Automation Conference, 2000. Proceedings of the ASP-DAC, p. 537-540, 2000.
- [13] E. Ngoya, J. Sombrin and J. Rousset, "Simulation des circuits et Systèmes: Méthodes Actuelles et Tendances", Séminaires Antennes Actives et MMIC, pp. 171-176, Arles (France), April 1994.
- [14] E. Ngoya and R. Larcheveque, "Envelop Transient Analysis: A new method for the transient and steady-state analysis of microwave communication circuits and systems", in IEEE MTT Symp. Dig., p.1365-1368, June 1996.
- [15] H. G. Brachtendorf, G. Welsh, R. Laur, "A novel time-frequency method for the simulation of the steady-state of circuits driven by multi-tone signals", University of Bremen, Germany, IEEE June 1997.
- [16] J. Vlach, K. Singhal, "Computer Methods for Circuit Analysis and Design 2nd edition", Van Nostrand Reinhold 1994.
- [17] R. Telichevesky, K. Kundert, I. Elfadel, J. White, "Fast Simulation Algorithms for RF Circuits", IEEE Custom Integrated Circuits Conference., p. 437-444,1996.
- [18] K. Kundert, "Simulation Methods for RF Integrated Circuits", San Jose, California, Proceedings of ICCAD'97, November 9-13, 1997.
- [19] T. J. Aprille, T. N. Trick, "Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits with Periodic Inputs", Proc. IEEE, January 1972.
- [20] R. Telichevsky, K. Kundert, J. White, "Efficient Steady-State Analysis based on Matrix-Free Krylov-Subspace Methods", Proc. Design Automation Conf., 1995.
- [21] D. Feng, J. Philips, K. Nabors, K. Kundert, J. White, "Efficient computation of quasi-periodic circuit operating conditions via a mixed frequency / time approach", Proc. Design Automation Conf., 1999.
- [22] J. Chen, D. Feng, J. Phillips, K. Kundert, "Simulation and Modeling of Intermodulation Distortion in Communication Circuits", IEEE Custom Integrated Circuits Conference, May 1999.
- [23] K. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, "A Mixed Frequency-Time Approach for Distortion Analysis of Switching Filter Circuits" – IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 24, No. 2, April 1989.
- [24] K. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, "An Envelope-Following Method for the Efficient Transient Simulation of Switching Power and Filter Circuits", Digest of Technical Papers, IEEE International Conference on ICCAD-88, p. 446-449, 1988.
- [25] J. White, S. B. Leeb, "An Envelope-Following Approach to Switching Power Converter Simulation", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 6, No. 2, April 1991.

- [26] J. Roychowdhury, "Analyzing Circuits with Widely Separated Time Scales using Numerical PDE Methods", Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on , Vol. 48, p. 578-594, May 2001.
- [27] E. Van Den Eijnde, J. Schoukens, "Steady-State Analysis of a Periodically Excited Nonlinear System", IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 37, No. 2, February 1990.
- [28] J. Roos, "Frequency-Domain Analysis of Nonlinear Circuits Using Chebyshev Polynomials", Master's Thesis, 1994.
- [29] B. Yang, J. Phillips, "A multi-interval Chebyshev collocation method for efficient high-accuracy RF circuit simulation", Design Automation Conference, p. 178-183, 2000.
- [30] L. N. Trefethen, "Spectral Methods in MATLAB", SIAM, 2000.
- [31] H. Asai, "Relaxation-Based Simulation of Nonlinear Circuits in the Frequency Domain", IEEE Int. Sym. On Circuits and Syst., vol. 5, p. 2745-2748, June 1991.
- [32] M. M. Gourary, S. L. Ulyanov, M. M.Zharov, S. G. Rusakov, K. K. Gullapalli, B. J. Mulvaney, "New methods for Speeding up Computation of Newton Updates in Harmonic Balance", in Proc. ICCAD-99, November 1999.
- [33] D. O. Pederson, K. Mayaram, "Analog Integrated Circuits for Communication : Principles, Simulation and Design", Kluwer Academic Publishers, p. 435-439, 1991.
- [34] H. G. Brachtendorf, G. Welsh, R. Laur, "A time-frequency algorithm for the simulation of the initial transient response of oscillators", Circuits and Systems, Proceedings of the IEEE, International Symposium on ISCAS-98, Vol. 6, p 236-239, 1998.
- [35] J. F. Sevic, M. B. Steer, A. M. Pavio, "Nonlinear Analysis Methods for Digital Wireless Communication Systems", Int. J. Of Microwave Millimiter Wave Computer Aided Eng., p. 197-216, May 1996.
- [36] L. Nguyen, V. Janicot, "Simulation method to extract characteristics for digital wireless communication systems", Design, Automation and Test in Europe, 2001. Conference and Exhibition 2001. Proceedings, p. 176-179, 2001.
- [37] J. L. Pinto, I. Darwazeh, "Error vector magnitude relation to magnitude and phase distortion in 8-PSK systems", Electronics Letters, Volume: 37, Issue: 7, p. 437-438, March 2001.
- [38] R. Hassun, M. Flaherty, R. Matreci, M. Taylor, "Effective evaluation of link quality using error vector magnitude techniques", Wireless Communications Conference, Proceedings, p. 89-94, 1997.

CHAPITRE III – Simulation de circuits de communication complets RF/Analogiques/Numériques

III.1 – Introduction

L'objectif de ce chapitre est de proposer une solution logicielle permettant la simulation de circuits de communication complets. Après avoir décrit rapidement le flot de conception de tels systèmes, on verra comment coupler un simulateur analogique/RF (dans notre cas, l'algorithme de l'enveloppe) avec un simulateur numérique, d'abord en introduisant le principe de co-simulation numérique/analogique puis en développant les deux points critiques du couplage : la synchronisation des simulateurs et la gestion de l'interface mixte.

Ensuite, on expliquera brièvement comment on a intégré dans le simulateur des composants décrits au niveau comportemental, dans un langage comme VerilogA ou VHDL-AMS.

Dans un troisième temps, on décrira en détail la méthode développée dans le cadre de l'algorithme de l'Enveloppe pour simuler efficacement des circuits comprenant des parties numériques, des parties analogiques basse-fréquence et des parties RF.

Enfin, on évoquera théoriquement une alternative à cette méthode, basée sur des techniques de relaxation.

III.2 – Flot de conception des circuits intégrés RF

De manière simplifiée, la conception *top-down* comprend la saisie de schéma, la simulation des différents blocs et leur optimisation. A la fin de cette phase, le dessin du circuit est généré. Ensuite intervient la vérification *bottom-up* qui permet de tester l'influence des paramètres physiques sur le circuit (Figure III.1). Chacune des étapes de simulation/vérification peut engendrer une modification du schéma de départ afin de respecter les spécifications. Après ces différentes itérations, le masque peut être créé et la fabrication réalisée [1].



Figure III.1 – Schéma général d'un flot de conception

III.3 - Couplage avec un simulateur numérique

III.3.1 – Co-simulation numérique/analogique

Les produits de communication moderne sans fil intègrent de plus en plus les technologies numériques, analogiques et RF. De plus, les frontières entre ces différents mondes s'effacent progressivement. Un outil de simulation mixte numérique/analogique/RF est donc devenu indispensable à l'ingénieur-concepteur dans ce domaine, que ce soit dans la spécification *top-down* (conception) ou dans le test et la validation *bottom-up* (vérification) du système.

On appelle environnement de co-simulation la plate-forme qui permet la simulation concurrente de sous-circuits de natures différentes : numérique, analogique ou RF. C'est un ensemble de moteurs de simulation, de signaux et de modèles [2].

Dans le monde numérique, les modèles sont décrits à l'aide d'événements discrets. Les changements d'état interviennent à des instants spécifiques (les événements) et sont toujours discontinus. Ils sont décrits généralement au niveau comportemental, Transfert de Registres (RTL) ou portes logiques. Les principaux langages utilisés sont HDL, VHDL, Verilog... Les signaux aux entrées/sorties des portes logiques ont au moins deux états : '0' et '1'. Dans un simulateur numérique, un état supplémentaire 'X' est utilisé pour les cas indéterminés. Un quatrième état 'Z' est parfois utilisé pour représenter une haute impédance. Dans le simulateur Eldo, on peut utiliser jusqu'à 9 états logiques ('0', '1', 'Z', 'X', 'U', 'W', 'L', 'H' et '-r') pour décrire précisément les signaux numériques. Il existe principalement deux méthodes de simulation : la simulation par séquencement statique, adapté aux circuits synchrones, qui évalue les sorties de tous les systèmes à chaque pas de calcul ; et la simulation pilotée par événement (*event-driven*) qui n'évalue que les sorties des composants dont une entrée subit un événement.

Dans le monde analogique, les modèles décrivent des phénomènes continus grâce à des équations différentielles algébriques (EDAs) déduites des lois physiques (loi d'Ohm, lois de Kirchoff...). Les signaux sont définis suivant l'analyse demandée dans le domaine fréquentiel (spectre), dans le domaine temporel (échantillons temporels) ou dans un domaine tempo-fréquentiel (spectre pour chaque échantillon temporel). On se limitera ici au dernier cas, qui correspond à une simulation d'Enveloppe, car ce cadre permet la simulation efficace de parties analogiques et RF (cf § III.5). Suivant le niveau

d'abstraction choisi, les modèles peuvent être décrits au niveau comportemental (HDL-A, VHDL-AMS, Verilog-A...) ou transistor (SPICE netlist).

Historiquement, la première approche, dite 'manuelle', consistait à utiliser séparément le simulateur numérique et le simulateur analogique. Le simulateur numérique génère les signaux de la partie numérique. Les sorties numériques à l'interface sont converties manuellement puis introduites comme signaux d'entrée dans le simulateur analogique qui simule la partie analogique du circuit. Les sorties analogiques à l'interface sont alors converties en signaux numériques d'entrée pour le simulateur numérique. Et ainsi de suite... (Figure III.2). Cette approche est longue et fastidieuse du fait des conversions manuelles, des multiples simulations nécessaires avant d'arriver au résultat attendu. Elle devient pratiquement inenvisageable s'il existe des boucles de rétroaction entre les parties analogiques et numériques [3].



Figure III.2 – Approche manuelle de la co-simulation.

L'approche suivante consiste à automatiser les étapes de conversion entre les deux moteurs de simulation afin qu'elles soient transparentes pour l'utilisateur. On parle de couplage séquentiel.

La méthode utilisée dans les outils de co-simulation actuels permet l'exécution simultanée des simulateurs analogiques et numériques, chaque moteur gérant son pas de temps de manière indépendante. Les algorithmes doivent alors être synchronisés lorsque les informations doivent être échangées entre la partie analogique et la partie numérique.

La tendance actuelle est de regrouper à l'intérieur d'un même environnement de simulation les outils couvrant l'ensemble du flot de conception : une gestion globale et transparente de plusieurs simulateurs pour chaque domaine suivant la partition du circuit, ainsi que d'autres outils CAO permettant par exemple la saisie de schéma, l'édition du dessin du circuit...

Etant donné que les moteurs numériques et analogiques utilisent des pas de temps qui leur sont propres, une des fonctions principales d'un simulateur mixte est de synchroniser les deux algorithmes de façon à échanger les informations à l'interface sans erreur et au bon moment. On s'intéressera donc dans un premier temps aux différentes méthodes de synchronisation. Ensuite, on se focalisera plus particulièrement sur les convertisseurs analogiques-numériques (ADC) et numériques-analogiques (DAC) et sur la façon de transmettre les informations entre les deux algorithmes dans le simulateur mixte.

III.3.2 – Synchronisation

Il existe de nombreuses méthodes pour maintenir la synchronisation entre le moteur numérique et le moteur analogique [4][5]. Citons les 3 principales.

III.3.2.1 – Méthode du retour-arrière (back-track)

Elle laisse chaque simulateur avancer indépendamment l'un de l'autre, jusqu'à ce qu'un événement mixte se produise (lorsqu'un changement d'état numérique influence la partie analogique ou lorsque la partie analogique crée un événement numérique). Le simulateur qui détecte l'événement génère une requête pour l'autre. Si le simulateur qui reçoit la requête est en retard par rapport à celui qui l'envoie, il doit atteindre la bonne date pour la prendre en considération (Figure III.3). Si le simulateur qui reçoit la requête est en avance par rapport à celui qui l'envoie, alors il doit revenir en arrière pour se synchroniser à la bonne date (Figure III.4) [6]. Dans ce cas, il existe une distinction entre un simulateur continu ou un simulateur discret : pour revenir en arrière, le simulateur continu doit calculer l'état du système exactement à la bonne date alors que le simulateur discret doit prendre l'état au pas qui précède cette date.



Figure III.4 – Deuxième cas de la méthode du retour-arrière.

retour-arrière

Cette approche se prête facilement à la simulation multi-processeurs et donne de bons résultats lorsque le couplage numérique-analogique est faible. Cependant, elle peut nécessiter une taille mémoire importante puisque l'historique de la simulation doit être conservé jusqu'à la date de la dernière simulation.

III.3.2.2 – Méthode du saut de grenouille (*leap frog*)

Dans cette solution, le simulateur analogique est toujours en avance sur le simulateur numérique. Avant d'accepter un nouveau pas, il demande une confirmation au simulateur numérique. Si aucun événement mixte n'est détecté, le simulateur numérique effectue éventuellement quelques pas sans dépasser le simulateur analogique et rend la main à ce dernier. Si un événement mixte est généré, le simulateur analogique rejette le pas et fait un retour-arrière jusqu'à la date de l'événement. Basiquement, le simulateur analogique doit revenir à la dernière bonne solution avant l'événement mixte. Il recalcule alors la solution en prenant comme prochain temps celui de l'événement mixte. Le fait de rejeter les points calculés au temps d'avant provoque des pertes de temps considérables dans les systèmes où la rétroaction entre les parties analogiques et numériques est importante. L'algorithme Calaveras stocke assez d'informations pour ne pas avoir à recalculer de solution en cas de retour-arrière. La matrice jacobienne analogique est interpolée linéairement au point de synchronisation [7].

III.3.2.3 – Méthode du pas-bloqué (*lock-step*)

Le simulateur numérique donne au simulateur analogique la date du prochain événement numérique. Ce dernier avance avec son propre pas de temps sans dépasser cette date, ou jusqu'à ce qu'il génère un événement mixte (dépassement du seuil d'un ADC par exemple). Dans le premier cas, il rend la main au simulateur numérique qui calcule son pas et le cycle est fini. Dans le second, le simulateur discret doit tenir compte de l'événement mixte et effectuer un pas supplémentaire, et le cycle est fini.

En pratique, la difficulté consiste à déterminer avec précision la date de l'événement mixte quand celui-ci est provoqué par la partie analogique. La figure III.5 illustre la méthode de synchronisation au niveau d'un ADC. Après avoir calculé la solution au point 3, le simulateur détecte que le signal analogique a dépassé le seuil du convertisseur entre le point 2 et le point 3, créant ainsi un événement dans la partie numérique. Le simulateur analogique effectue alors une recherche arrière afin de trouver le point de synchronisation. Il est trouvé généralement par interpolation linéaire successive (ou méthode de la sécante [8]) jusqu'à ce que la précision atteinte sur le point de synchronisation soit suffisante (Figure III.5).


Figure III.5 – Recherche du point de synchronisation par interpolation linéaire successive.

III.3.3 – L'interface mixte

III.3.3.1 – Conversion D/A

On modélise généralement la sortie numérique soit par une source contrôlée (par exemple en tension : Figure III.6), soit par un circuit IRC (Figure III.7) rajouté dans la description analogique [4][9].



Figure III.6 – DAC par source contrôlée en tension.



Figure III.7 – DAC par circuit IRC.

La solution du circuit IRC est plus précise. Les paramètres I, R et C doivent être fournis par l'utilisateur. La traduction de la valeur numérique indéterminée 'X' dépend des conventions utilisées [4].

Dans le cadre de la méthode d'analyse de l'enveloppe, la valeur numérique, en bande de base, est convertie en valeur temporelle de courant sur le coefficient d'indice 0 de la source $i(t)=I_0(t)$.

III.3.3.2 – Conversion A/D

On peut modéliser l'étage d'entrée du numérique comme suit (Figure III.8) [4][9].



Figure III.8 – ADC avec circuit RC.

Dans le cas d'un convertisseur avec hystérésis, on peut propager un état 'X' entre deux seuils de décision Vlo et Vhi (Figure III.9).



Figure III.9 – Caractéristique d'un ADC avec hystérésis.

Dans notre cas, couplage du simulateur numérique avec l'algorithme de l'Enveloppe, le signal analogique au niveau de l'ADC s'écrit sous la forme générale :

$$v(t) = \sum_{k=-K}^{+K} V_k(t) e^{jk\omega_c t}$$
(III.1)

On autorise différentes façons de connecter la partie analogique et la partie numérique. Suivant les cas, on considérera que la quantité significative permettant de faire la décision sur le niveau numérique est :

- $V_0(t)$: c'est le cas de base où le signal analogique significatif au niveau de l'ADC est purement en bande de base.

- v(t): on considère le signal temporel reconstitué avec toutes ses composantes ; c'est notamment le cas lorsque la partie numérique est directement connectée à la partie RF.

- $Re[V_k(t)]$ ou $Im[V_k(t)]$: on considère une composante particulière d'indice k ; c'est notamment le cas dans une analyse multi-tones où le signal significatif se retrouve sur une fréquence (en générale intermédiaire ou basse) qui n'est pas en bande de base.

- un sous-ensemble de coefficients $V_k(t)$, auquel cas on calcule la somme (III.1) en ne prenant en compte que les termes significatifs.

Une des difficultés critiques de simulation consiste à déterminer l'instant où le signal analogique dépasse le seuil du convertisseur ADC, provoquant un évènement numérique. Si le signal est en bande de base, alors $v(t) = V_0(t)$, autrement dit le signal n'est pas modulé par une porteuse. Dans ce cas, la détermination du temps de rendezvous entre la partie analogique et la partie numérique se fait comme indiqué au paragraphe III.3.2 pour un signal analogique simple. De même, si l'on considère la partie réelle ou la partie imaginaire d'une composante particulière d'indice k ($Re[V_k(t)]$) ou $Im[V_k(t)]$), on se ramène au cas précédent en considérant le signal comme s'il était en bande de base.

Par contre, si le signal est modulé (cas v(t) ou cas d'un sous-ensemble de coefficients $V_k(t)$), sa valeur instantanée suit les variations de la porteuse sinusoïdale à fréquence rapide et peut franchir un seuil sans qu'il soit détecté. Prenons le cas de la figure III.10.



Figure III.10 – Détermination des rendez-vous d'un ADC.

Supposons que le simulateur $Eldo^{TM}$ choisisse a priori les points de simulation représentés par des croix (instants t_1 et t_2) pour la résolution de l'Enveloppe. Ces choix sont basés sur des techniques typiquement temporelles de prédiction (le pas de temps est choisi suivant l'activité du circuit, l'erreur de troncature locale (LTE), ...).

Le signal v(t) est supposé être celui choisi pour déterminer le niveau numérique. Dans ce cas précis, le simulateur ne peut détecter un dépassement de seuil avec les seules données de $v(t_1)$ et $v(t_2)$, alors que pourtant deux évènements numériques auraient dû être générés aux instants t_{d1} et t_{d2} .

Pour éviter cet écueil, à un temps donné de l'algorithme de l'enveloppe, on calcule les coordonnées des points minimum $(t_{min},v(t_{min}))$ et maximum $(t_{max},v(t_{max}))$ atteint par le signal lors de la période de porteuse suivante $T_c=2\pi/\omega_c$. Si un seuil de convertisseur ADC est franchi entre ces deux points, alors on force le simulateur à résoudre l'algorithme de l'Enveloppe à ces instants-là. Grâce à ce système, les évènements ne peuvent être oubliés.

Dans l'exemple, on calcule d'abord les points $(t_{min}, v(t_{min}))$ et $(t_{max}, v(t_{max}))$. On s'aperçoit alors qu'un seuil de l'ADC va être franchi sur l'intervalle de temps $[t_{min}, t_{max}]$. Les points temporels t_{min} et t_{max} sont rendus obligatoires. Lorsque le simulateur va effectuer une résolution à l'instant t_{min} , les données $v(t_1)$ et $v(t_{min})$ permettent de détecter un franchissement de seuil. Le pas à t_{min} est rejeté et l'instant exact de l'événement t_{d1} est ensuite déterminé par interpolation linéaire successive (par exemple). Les instants t_{min} et t_{max} sont des points de simulation obligés, le deuxième franchissement de seuil à l'instant t_{d2} peut donc être détecté de manière similaire.

Ce paragraphe a défini les bases et les points-clés du couplage d'un simulateur analogique/RF avec un simulateur numérique. Nous allons à présent nous intéresser à la prise en compte des modèles comportementaux dans les algorithmes de simulation RF (Equilibrage Harmonique et Enveloppe), qui permettent une description de certains blocs fonctionnels à la fois plus simple et à un niveau d'abstraction plus élevé qu'au niveau transistor.

III.4 - Prise en compte de modèles comportementaux

La description de modèles comportementaux aux niveaux analogique et mixte est un outil indispensable pour décrire formellement des parties de circuit sous forme d'équations, d'événements, etc... Cela permet de simplifier la description d'un système et d'en faciliter la simulation. On va exposer rapidement dans cette section les extensions apportées aux méthodes de l'équilibrage harmonique et de l'enveloppe pour prendre en compte les modèles comportementaux. Il sera mis l'accent sur le cas des circuits autonomes.

Les modèles comportementaux sont habituellement spécifiés dans un langage de description analogique comme VerilogA [10], VHDL-AMS [11], etc... . La sortie du modèle peut dépendre non seulement de l'entrée mais aussi de sa dérivée, de son intégrale, de sa valeur à un temps précédent ou même d'une fonction rationnelle dans le domaine de Laplace appliquée à l'entrée. On note ceci :

$$x \xrightarrow{\text{modèle}} F(x, \dot{x}, \int x, x(t-\tau), h_L * x)$$
(III.2)

Au niveau de l'algorithme de résolution, on dispose de X dans le domaine fréquentiel (HB) ou de X(t) (spectre variant dans le temps) dans le domaine tempo-fréquentiel (Enveloppe).

 $\dot{x}, \int x, x(t-\tau), h_L * x$, ne sont pas directement des inconnues du système. On doit donc pouvoir exprimer ces 4 quantités à partir de X (ou X(t)) pour :

- le calcul de la fonction du système F(X): avant l'appel du modèle en temporel, il faut calculer ses entrées à partir des harmoniques X_k (ou des coefficients $X_k(t)$). Une fois la sortie du modèle connue, elle est passée dans le domaine fréquentiel par FFT directe et prise en compte dans le vecteur F(X) comme dans le cas d'une résolution HB classique.
- le calcul du jacobien $\partial F(X)/\partial X$: le modèle fournit les dérivées partielles de F(X) par rapport à ses entrées. A partir de ces informations, on doit calculer les dérivées partielles de F(X) par rapport à X. Dans le cas des oscillateurs, la pulsation ω_c est une inconnue supplémentaire du système, il faut donc aussi calculer le terme $\partial F(X)/\partial \omega_c$

Nous allons à présent faire le bilan des calculs à effectuer pour chacun des 4 types d'entrées (dérivée, intégrale, retard, transformée de Laplace). Nous détaillerons complètement les calculs dans le cas de la dérivée de *x*. Dans les autres cas, on donnera les résultats importants et les problèmes particuliers rencontrés.

III.4.1 – Cas d'un modèle dépendant de la dérivée de x

III.4.1.1 – Calcul de *F*(*X*)

Nous avons à calculer pour chaque harmonique k, la quantité, notée \dot{X}_k (ou $\dot{X}_k(t)$), correspondant à la $k^{\text{ième}}$ composante de la représentation fréquentielle (ou mixte) de $\dot{x}(t)$.

Rappelons qu'un signal x s'écrit, dans la formulation HB :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=-K}^{+K} X_k e^{jk\omega_c t}$$
(III.3)

On en déduit :

$$\dot{X}_{k} = jk\omega_{c}X_{k}.$$
(III.4)

Dans le cadre de l'Enveloppe, on a :

$$x(t) = \sum_{k=-K}^{+K} X_k(t) e^{jk\omega_c t}$$
(III.5)

Pour des raisons de simplicité de notation, supposons qu'on utilise un schéma d'intégration BE, dont le pas de temps est noté *h*. Alors, on obtient :

$$\dot{X}_{k}(t) = jk\omega_{c}X_{k}(t) + \frac{X_{k}(t) - X_{k}(t_{0})}{h}.$$
 (III.6)

où $X_k(t_0)$ est le k^{ieme} harmonique de X au temps précédent de l'algorithme de l'Enveloppe.

III.4.1.2 - Calcul du jacobien

Au niveau du jacobien, on a besoin de la quantité $\frac{\partial F}{\partial X}$ alors que le modèle comportemental, s'il dépend par exemple de \dot{x} , fournit la quantité $\frac{\partial F}{\partial \dot{X}}$. On obtient le coefficient attendu par la manipulation suivante (harmonique *k* / harmonique *l*) :

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_l} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} \frac{\partial \dot{X}_l}{\partial X_l} \tag{III.7}$$

Le terme $\frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l}$ est fourni par le modèle et une FFT. Il reste à calculer le 2ème

terme.

Dans le cas HB, on a :

$$\frac{\partial X_i}{\partial X_i} = jl\omega_c \tag{III.8a}$$

D'où finalement :

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_l} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} j l \omega_c$$
(III.8b)

Pour l'Enveloppe, avec un schéma BE (pas de temps h), on obtient :

$$\frac{\partial X_{l}(t)}{\partial X_{l}(t)} = jl\omega_{c} + \frac{1}{h}$$
(III.9a)

D'où finalement :

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_l} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} \left(jl\omega_c + \frac{1}{h} \right)$$
(III.9b)

Dans le cas des oscillateurs, la manipulation supplémentaire à effectuer est :

$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} \frac{\partial X_l}{\partial \omega_c}$$
(III.10)

Le 2ème terme s'écrit, pour HB :

$$\frac{\partial \dot{X}_{l}}{\partial \omega_{c}} = j l X_{l} \tag{III.11a}$$

D'où finalement :

$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} j l X_l$$
(III.11b)

Pour l'Enveloppe, avec un schéma BE (pas de temps h), on obtient :

$$\frac{\partial \dot{X}_{l}(t)}{\partial \omega_{c}(t)} = \left(jl + jl\frac{t}{h}\right)X_{l}$$
(III.12a)

D'où finalement :

$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{X}_l} jl \left(1 + \frac{t}{h}\right) X_l$$
(III.12b)

III.4.2 – Cas d'un modèle dépendant de l'intégrale de x

III.4.2.1 – Calcul de F(X)

Nous avons à calculer pour chaque harmonique k, la quantité, notée $\int X_k$ (ou $\int X_k(t)$), correspondant à la $k^{i\text{ème}}$ composante de la représentation fréquentielle (ou mixte) de $\int x(t)$.

- HB:
$$\int X_0 = 0$$
 (III.13)

$$\int X_{k\geq 1} = \frac{1}{jk\omega_c} X_k.$$
(III.14)

$$\int X_0(t) = I(t_0) + \frac{h}{2} (X_0(t) + X_0(t_0))$$
(III.15)

où $I(t_0) = \int_0^{t_0} X_0(\tau) d\tau$ est la l'intégrale calculée au pas précédent de l'algorithme de l'enveloppe.

$$\int X_{k\geq 1}(t) = \frac{X_{k}(t) - X_{k}(t_{0})}{(k\omega_{c})^{2}h} + \frac{X_{k}(t)}{j\omega_{c}}$$
(III.16)

III.4.2.2 - Calcul du jacobien

- Enveloppe :

On procède comme dans le cas de la dérivée. On a :

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_l} = \frac{\partial F_k}{\partial \int X_l} \frac{\partial \int X_l}{\partial X_l}$$
(III.17)

et
$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = \frac{\partial F_k}{\partial \int X_l} \frac{\partial \int X_l}{\partial \omega_c}$$
 (III.18)

Le terme $\frac{\partial F_k}{\partial \int X_l}$ est fourni par le modèle. Les termes $\frac{\partial \int X_l}{\partial X_l}$ et $\frac{\partial \int X_l}{\partial \omega_c}$ sont obtenus par dérivation des expressions (III.13) à

(III.16).

III.4.3 – Autres cas

Dans le cas d'un modèle comportemental dépendant d'un retard $x(t-\tau)$, nous avons à calculer pour chaque harmonique k, la quantité, notée $X_k^{-\tau}$ (ou $X_k^{-\tau}(t)$), correspondant à la $k^{\text{ième}}$ composante de la représentation fréquentielle (ou mixte) de $x(t-\tau)$.

- HB:
$$X_k^{-\tau} = \exp(-jk\omega_c\tau)X_k$$
. (III.19)

- Enveloppe :

On a:
$$x(t-\tau) = \sum_{k=-K}^{+K} X_k(t-\tau) \exp(-jk\omega_c \tau) \exp(jk\omega_c t)$$
(III.20)

d'où :
$$X_k^{-\tau}(t) = X_k(t-\tau)\exp(-jk\omega_c\tau)$$
 (III.21)

Le terme $X_k(t-\tau)$ n'est pas connu. L'opération de retard est effectuée comme suit. On approche la fonction de transfert $H(s) = \exp(-\tau \cdot s)$ par une fonction rationnelle. En pratique, on utilise une approximation de Padé [12]. Ses coefficients sont multipliés par le terme $\exp(-jk\omega_c\tau)$ et on applique la fonction de transfert ainsi formulée à $X_k(t)$. En fait, ceci est effectué dans le domaine temporel grâce à l'Intégration Numérique Indirecte, une technique développée à l'origine pour la simulation des lignes de transmission [13].

Pour le calcul du jacobien, on utilise les relations :

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_l} = \frac{\partial F_k}{\partial X_l^{-\tau}} \frac{\partial X_l^{-\tau}}{\partial X_l}$$
(III.22)

et
$$\frac{\partial F_k}{\partial \omega_c} = \frac{\partial F_k}{\partial X_l^{-\tau}} \frac{\partial X_l^{-\tau}}{\partial \omega_c}$$
 (III.23)

Le terme $\frac{\partial F_k}{\partial X_l^{-\tau}}$ est fourni par le modèle.

Les termes $\frac{\partial X_l^{-\tau}}{\partial X_l}$ et $\frac{\partial X_l^{-\tau}}{\partial \omega_c}$ sont obtenus par dérivation des expressions (III.19) et

(III.21). La dérivée de la fonction rationnelle est obtenue numériquement.

Dans le cas d'un modèle dépendant d'une transformée de Laplace appliquée à x, on a à calculer $h_L * x(t)$ où h_L est la réponse impulsionnelle de la transformée de Laplace. En pratique, on dispose de la fonction de transfert correspondante sous forme de fonction rationnelle et on calcule l'entrée du modèle en utilisant l'Intégration Numérique Indirecte, comme indiqué pour le cas du retard. Les termes du jacobien sont alors calculés en utilisant des approximations numériques pour les dérivations de la fonction rationnelle.

Nous avons donc vu rapidement comment prendre en compte des modèles comportementaux dans les algorithmes de l'Equilibrage Harmonique et de l'Enveloppe. Nous allons maintenant nous intéresser à la méthode qui a été développée dans le cadre de ce travail pour simuler efficacement des systèmes complets avec des parties numériques, analogiques et RF. La discussion suivante se concentre sur la simulation de circuits partitionnés en zones basse-fréquence et zones RF dans le cadre de la méthode d'analyse de l'Enveloppe.

III.5 – Simulation analogique/numérique/RF dans le cadre de l'algorithme de l'Enveloppe

On peut effectuer efficacement la simulation de parties basse-fréquence (analogiques, numériques) et de parties haute-fréquence (RF) dans le même flot (l'algorithme de l'Enveloppe) en utilisant des aménagements et optimisations introduites en partie au chapitre II. Nous allons décrire les différentes méthodes développées.

III.5.1 – Enveloppe + ANA-RF

Considérons le synoptique d'un émetteur simple et analysons la nature des signaux dans les différentes parties du circuit.



Figure III.11 – Les différents types de signaux dans un émetteur classique.

Dans la partie numérique et après le filtrage des symboles, les signaux sont numériques ou pseudo-numériques, apériodiques ou analogiques en bande de base, généralement à une basse fréquence de l'ordre du kHz ou du MHz. Les oscillateurs locaux génèrent quant à eux des signaux périodiques à des fréquences intermédiaire et radio. Enfin, après modulation et jusqu'à la transmission, les signaux sont modulés, i.e. composés d'une enveloppe lente et apériodique et d'une porteuse haute-fréquence.

Pour représenter efficacement tous ces types de signaux, on utilise une formulation-Enveloppe (Figure III.12). En effet, en fixant le nombre d'harmoniques K à 0, on obtient une représentation purement temporelle avec uniquement le coefficient temporel d'indice 0, adaptée aux signaux apériodiques basse-fréquence. D'autre part, si les coefficients temporels sont constants, on retrouve la formulation classique HB, adapté aux signaux quasi-périodiques. Enfin, des coefficients temporels quelconques représentent un spectre de modulation arbitraire autour de chaque harmonique ω_k .

Formulation Enveloppe



Figure III.12 – La représentation des différents types de signaux avec la formulation enveloppe.

Dans un simulateur d'Enveloppe classique, le nombre de coefficients tempofréquentiels est le même pour tous les nœuds du circuit. Pour prendre en compte de manière optimisée les différents types de signaux rencontrés dans un circuit RF moderne, on propose la formulation Enveloppe-FDL suivante [14]. Pour le nœud *i*, on affecte un nombre spécifique $(2K_i+1)$ de coefficients tempo-fréquentiels :

$$v_{i}(t) = \sum_{k=-K_{i}}^{+K_{i}} V_{i,k}(t) e^{j\omega_{k}t}$$
(III.24)

La méthode Enveloppe + ANA/RF consiste à affecter à K_i la valeur 0 pour les signaux "analogiques" (bande de base, apériodiques) et la valeur K, spécifiée par l'utilisateur pour toute simulation d'Enveloppe, pour les signaux RF.

En pratique, comme pour HB-FDL, on partitionne le circuit en bulles analogiques et bulles RF. Décrivons à présent les optimisations spécifiques à cette méthode. Pour cela, reprenons le même exemple que celui utilisé dans le développement de la méthode HB-FDL (Figure II.10) en considérant la Bulle 1 comme entièrement analogique (Figure III.13).

Au niveau de l'appel des modèles :

A chaque pas de temps, les signaux aux nœuds de la bulle 1 (analogique) sont connus sur le coefficient DC tandis que les signaux aux nœuds de la bulle 2 (RF) sont connus sur *K* harmoniques. Pour les nœuds RF (nœuds 2 et 4), on procède comme un appel de modèle standard HB. Par contre, pour les nœuds analogiques internes (nœud 1), on peut se passer de FFT (un seul coefficient DC), et on peut faire un unique appel (t = 0) au modèle des composants analogiques. La sortie de ces modèles est uniquement DC.

Pour les nœuds analogiques d'interface (nœud 3), on les décrit sur le même nombre d'échantillons temporels que les nœuds RF en dupliquant N fois le coefficient DC (qui correspond à un signal constant dans le domaine temporel). Les composants d'interface (C₀) sont alors appelés comme des composants purement RF.



Figure III.13 – Principe de partition du circuit en bulles (analogique/RF).

Au niveau de la multiplication matrice jacobienne - vecteur :

Le but est d'effectuer le produit Y = J. X. On dispose des coefficients DC X_1 et X_3 et de X_2 et X_4 sur K harmoniques. On effectue une FFT inverse de dimension N sur X_2 et X_4 . On dispose donc en temporel de x_2 et x_4 sur N échantillons temporels, et on construit x_3 en dupliquant N fois le coefficient DC X_3 (Figure III.14).



Figure III.14 -1^{e} étape de la multiplication matrice-vecteur avec Enveloppe + ANA/RF.

En sortie de l'appel des modèles, on dispose des blocs diagonaux suivants: $J_t(1,1)$, $J_t(1,3)$, $J_t(3,1)$ sur un échantillon temporel (t = 0); $J_t(2,2)$, $J_t(2,4)$, $J_t(4,2)$, $J_t(3,4)$, $J_t(4,3)$ sur N échantillons temporels ; pour $J_t(3,3)$, on dispose d'une partie, notée $J_t^{1}(3,3)$, obtenue sur un échantillon temporel à l'appel du modèle de R_0 , et d'une partie, notée $J_t^{2}(3,3)$, obtenue sur N échantillons temporels à l'appel du modèle de C_0 .

On trouve Y dans le domaine fréquentiel de la manière suivante :

$$Y_1 = J_t(1,1)X_1 + J_t(1,3)X_3$$
(III.25)

$$Y_{2} = \mathbf{FFT}_{N} [J_{t}(2,2)x_{2} + J_{t}(2,4)x_{4}]$$
(III.26)

$$Y_{4} = \mathbf{FFT}_{N} [J_{t}(4,2)x_{2} + J_{t}(4,3)x_{3} + J_{t}(4,4)x_{4}]$$
(III.27)

$$Y_{3} = J_{t}(3,1)X_{1} + J_{t}^{1}(3,3)X_{3} + \mathbf{FFT}_{N} \left[J_{t}^{2}(3,3)x_{3} + J_{t}(3,4)x_{4} \right]_{t=0}$$
(III.28)

Au niveau du préconditionneur, le raisonnement est identique à HB-FDL.

Notons respectivement N_{ANA} et N_{RF} le nombre d'inconnues MNA analogiques et RF. Le gain de temps théorique est simplement le rapport de réduction du système :

$$\frac{(2K+1)(N_{ANA} + N_{RF})}{N_{ANA} + (2K+1)N_{RF}}$$
(III.29)

III.5.2 – Enveloppe + HB-FDL

Dans cette méthode, on autorise l'utilisateur à spécifier différentes zones ou *bulles* dans le circuit qui regroupent les nœuds dont les signaux nécessitent le même nombre

d'harmoniques pour être correctement représentés dans la formulation Enveloppe-FDL. Là, les bulles analogiques ne sont que des bulles RF particulières (1 coefficient DC).

A chaque pas de l'Enveloppe, on fait une résolution HB-FDL comme décrite au paragraphe II.4.2. Les algorithmes aux niveaux de l'appel des modèles, de la multiplication matrice jacobienne-vecteur et du préconditionneur ont été décrits précédemment (entre 2 bulles RF en II.4.2, entre 1 bulle RF et une bulle analogique en III.5.1).

Cette méthode permet une réduction accrue du système à résoudre, et un gain de temps de simulation en conséquence.

III.5.3 – Enveloppe + HB-FDLNR

Il s'agit de permettre, à chaque pas de temps de l'Enveloppe, un nombre variable d'harmoniques pour chaque nœud RF au cours du processus itératif de Newton-Raphson afin de réduire au maximum la taille du système.

Ainsi, à chaque pas de l'Enveloppe, on fait une résolution HB-FDLNR comme décrite au paragraphe II.4.4.

Reste que la gestion automatique du paramètre *tol* dont dépend la qualité de la sélection des harmoniques, déjà problématique pour une résolution HB-FDLNR, se complexifie encore davantage dans le cadre Enveloppe + HB-FDLNR. En effet, au fur et à mesure du temps de l'enveloppe, le régime de fonctionnement du circuit peut varier et la non linéarité des composants intervenir plus ou moins sur les signaux. On ne peut donc pas prédire raisonnablement les bonnes valeur de *tol* d'un pas de temps à l'autre. Les risques de perte de convergence de Newton-Raphson s'en retrouvent multipliés.

III.5.4 – Résultats de la méthode Enveloppe + ANA/RF appliquée à la simulation de circuits mixtes analogiques/RF

Nous avons développé et testé la méthode Enveloppe+ANA/RF dans le produit Eldo RF. On présente ci-dessous les résultats de son application à quelques cas typiques. On comparera ses performances avec l'algorithme standard de l'Enveloppe.

III.5.4.1 – Réalisation de la partition analogique/RF

Il s'agit de l'étape préliminaire obligatoire avant l'utilisation de la méthode Enveloppe + ANA/RF. Elle consiste à isoler les parties où les signaux sont en bande de base (parties dites "analogiques"), à affecter une étiquette "ANA" aux inconnues MNA et aux composants de ces bulles, à déterminer les composants qui forment l'interface avec les autres parties du circuit, dites "RF", de sorte qu'on puisse affecter une étiquette "INTERF" aux inconnues analogiques en relation avec ces composants d'interface. Les autres inconnues MNA et composants sont considérés comme "RF".

Elle peut être effectuée avant simulation au niveau de la *netlist*. La plupart des circuits de télécommunication (Figure I.1) permet une séparation assez évidente du circuit entre les parties BF et numériques d'une part, et les parties IF ou RF d'autre part. On peut donc imaginer que l'utilisateur attache une étiquette à chaque sous-circuit ou composant en fonction de la nature de la bulle à laquelle il appartient.

Pour nos tests, nous avons opté temporairement pour une autre solution qui consiste

- à :
- déterminer lors d'une première simulation d'Enveloppe les harmoniques de chaque inconnue ayant une valeur significative à un moment donné de la résolution. Cette information est sauvegardée dans un fichier spécial (extension *.sp*). La notion d'harmonique "significatif" est définie par un seuil (éventuellement imposé à l'aide d'une option), généralement très bas (1e-12 par exemple), de façon à ne pas confondre des signaux purement en bande de base avec des signaux RF dont les harmoniques seraient faibles.
- lors des simulations d'Enveloppe suivantes, en invoquant l'option ad hoc, un traitement préliminaire affecte les étiquettes appropriées aux inconnues du système et aux composants grâce aux informations enregistrées dans le fichier *.sp.* Ceci est fait astucieusement par un double passage "à vide" dans l'appel des modèles, au niveau du remplissage du jacobien. En effet, à cet endroit, on peut connaître parfaitement la connectique du circuit (quelles inconnues sont en relation avec quelles autres). Ainsi, au premier passage, on peut déterminer la nature des composants (ANA, INTERF et RF) et affecter une étiquette "ANA" aux inconnues analogiques (qui ne sont significatives que sur le coefficient d'indice 0) et affecter une étiquette "*RF*" aux inconnues RF. Un deuxième passage est requis pour affecter une étiquette "*INTERF*" aux inconnues qui ont une étiquette "*ANA*" et qui sont en relation avec un composant d'interface.

Cette façon de réaliser la partition ANA/RF est très utile, d'abord parce qu'elle ne demande pas une connaissance a priori de la nature des différentes parties du circuit, ensuite par ce qu'elle permet de déterminer le nombre maximal de bulles analogiques et ainsi d'optimiser la résolution au maximum. Enfin, le fait de faire une première simulation d'Enveloppe classique (sans partition) pour déterminer la nature des signaux n'est généralement pas très pénalisant, étant donné que les circuits RF requièrent souvent un grand nombre de simulations successives pour analyser le bruit, l'intermodulation, le gain, la correspondance entre les entrées et les sorties et la non-linéarité.

Nous allons présenter les résultats obtenus avec la méthode Enveloppe+ANA/RF sur quelques circuits ainsi partitionnés.

III.5.4.2 – Application de la méthode Enveloppe+ANA/RF et analyse des résultats

Le tableau ci-dessous présente les circuits analogiques/RF simulés avec cette méthode. On fournit les informations suivantes :

- *ncmd* : le nombre de commandes (tensions, courants, états supplémentaires...) résultant de la MNA.
- *nfr* : le nombre de fréquences utilisées pour représenter les signaux.
- *ntot* : l'ordre total, c'est à dire le nombre d'inconnues du système de l'équilibrage harmonique standard.
- *ncomp* : le nombre de composants présents dans le circuit.
- *npts* : le nombre de pas acceptés au cours de l'analyse d'Enveloppe.

- *NR* : le nombre total d'itérations de l'algorithme de Newton-Raphson au cours de la simulation.
- *GMRES* : le nombre total d'itérations de l'algorithme GMRES au cours de la simulation.

Circuit	Nom	Fonction	
C1	diode.cir	RLC-diode	
C2	amp.cir	Amplificateur BF (description transistor/VerilogA)	
C3	mixamp.cir	Amplificateur BF suivi d'un mélangeur IF	
		(description transistor/VerilogA)	
C4	amplirf.cir	Amplificateur bipolaire (modèle transistor ST) et	
		modulateur	

Circuit	ncmd	nfr	ntot	ncomp	npts	NR	GMRES
C1	6	11	66	5	527	2479	2479
C2	7	4	28	5	128	130	130
C3	11	4	44	7	122	124	246
C4	27	4	108	27	6002	12005	36001

Figure III.15 – Caractéristiques principales des circuits tests.

La simulation de ces circuits prend de quelques secondes pour C1 à envrion 3 minutes pour C4 sur une station SUN Ultra 5-10 en utilisant l'algorithme standard de l'Enveloppe. L'algorithme Enveloppe+ANA/RF permet les gains de performance suivants :

Circuit	Gain CPU	Gain ordre
C1	1.24	11
C2	1.61	4
C3	1.54	1.69
C4	2.10	2.57

Figure III.16 – Comparaison des méthodes Enveloppe+ANA/RF et Enveloppe standard.

III.5.4.3 – Conclusion

La méthode de l'Enveloppe des circuits, adaptée à une partition analogique et RF, permet un gain significatif tant en temps de simulation qu'en mémoire utilisée. Ces performances accrues sont d'autant plus profitables que les circuits sont gros, et que les parties où les signaux sont en bande de base sont grandes. L'intégration de ce type d'optimisation dans le produit est prévu pour les prochaines versions.

On abordera dans les paragraphes suivants une alternative à la méthode Enveloppe + ANA/RF, permettant également la simulation de circuits complets numériques, analogiques et RF à différents niveaux d'abstraction.

III.6 - Techniques de relaxation appliquées à la simulation de circuits analogiques et RF

III.6.1 – Introduction

Nous présentons dans cette section une autre méthode susceptible de s'appliquer à la simulation de systèmes de communication complets. Comme on a vu au paragraphe précédent, les parties analogiques basse-fréquence ou numériques d'une part et les parties RF d'autres parts sont souvent bien distinctes dans les circuits, avec un nombre de nœuds d'interface négligeable par rapport au nombre total de nœuds. Nous pouvons donc effectuer une partition en bulles "analogiques" et "RF" (comme dans le cadre de la méthode Enveloppe + ANA-RF), et appliquer une technique de relaxation entre les différentes bulles.

Nous présenterons d'abord les algorithmes de relaxation classiques utilisés en simulation [15] avant de décrire plus en détail la méthode envisagée pour les systèmes de communication complets.

III.6.2 – Algorithmes de relaxation

III.6.2.1 - Algorithmes de Gauss-Jacobi et de Gauss-Seidel

Soit le système algébrique linéaire suivant à résoudre: Ax = b avec $x = (x_1, ..., x_n)^T \in \mathbb{R}^n$, $b = (b_1, ..., b_n)^T \in \mathbb{R}^n$ et $A = (a_{i,j})_{i,j \in [1,n]} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Si A n'est pas singulière, on peut résoudre ce système en utilisant par exemple une élimination de Gauss avec pivot. On peut également utiliser une méthode itérative où chaque pas consiste à inverser une séquence de problèmes unidimensionnels. La méthode de Gauss-Jacobi fait partie de ce type de méthodes.

Algorithme de Gauss-Jacobi

 $k \leftarrow 0$ Proposer une solution initiale x^0 Répéter { $k \leftarrow k+1$ Pour i = 1 à n $x_i^k = \frac{1}{a_{i,i}} \left[b_i - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} x_j^{k-1} + \sum_{j=i+1}^n a_{i,j} x_j^{k-1} \right) \right]$ (III.30)
} jusqu'à ce que $\left(\left\| x^k - x^{k-1} \right\| \le \varepsilon \right)$

k est le compteur d'itérations et ε un petit réel positif.

L'algorithme de Gauss-Seidel est obtenu en remplaçant l'équation (III.30) par:

$$x_{i}^{k} = \frac{1}{a_{i,i}} \left[b_{i} - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} x_{j}^{k} + \sum_{j=i+1}^{n} a_{i,j} x_{j}^{k-1} \right) \right]$$
(III.31)

L'algorithme de Gauss-Jacobi peut être écrit sous la forme matricielle:

$$Dx^{k} + (L+U)x^{k-1} = b$$
 (III.32)

et l'algorithme de Gauss-Seidel peut être écrit sous la forme matricielle:

$$(L+D)x^{k} + Ux^{k-1} = b$$
 (III.33)

où L, D, $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont respectivement strictement triangulaire inférieure, diagonale et strictement triangulaire supérieure et telles que : A = L + D + U.

En effectuant la différence entre la k^{e} et la $k-1^{e}$ itération, on obtient:

$$x^{k} - x^{k-1} = D^{-1} (L + U) (x^{k-1} - x^{k-2})$$
(III.34)

pour Gauss-Jacobi, et, pour Gauss-Seidel:

$$x^{k} - x^{k-1} = (L+D)^{-1}U(x^{k-1} - x^{k-2})$$
(III.35)

Notons que si D est singulière, les itérations ne sont pas définies correctement. De plus, indépendamment de la solution initiale x_0 , une CNS de convergence pour l'algorithme de Gauss-Jacobi est que le rayon spectral de $D^{-1}(L+U)$ soit strictement inférieur à 1. Respectivement, le rayon spectral de $(L+D)^{-1}U$ doit être strictement inférieur à 1 pour que l'algorithme de Gauss-Seidel converge. De plus, si l'on note ρ ce rayon spectral et \tilde{x} le vecteur tel que $A\tilde{x} = b$, dans les deux cas, on observe une convergence (quand $\rho < 1$) au moins linéaire:

$$\left\|x^{k+1} - \widetilde{x}\right\| \le \rho \left\|x^{k} - \widetilde{x}\right\| \tag{III.36}$$

III.6.2.2 - Méthodes de relaxation-Newton

Soit le système algébrique non-linéaire suivant à résoudre : F(x) = 0 avec $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$ et $\forall i = 1 \dots n$ $f_i: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. A la $(k+1)^e$ itération de la relaxation, l'élément x_i est mis à jour en résolvant l'équation algébrique implicite:

$$f_i(x_1^k, \dots, x_{i-1}^k, x_i^{k+1}, x_{i+1}^k, \dots, x_n^k) = 0$$
(III.37a)

pour Gauss-Jacobi, et, pour Gauss-Seidel :

$$f_i\left(x_1^{k+1}, \dots, x_{i-1}^{k+1}, x_i^{k+1}, x_{i+1}^k, \dots, x_n^k\right) = 0$$
(III.37b)

Pour résoudre les systèmes (III.37a) et (III.37b), on peut appliquer l'algorithme de Newton-Raphson. Cependant, il a été montré qu'on peut faire une seule itération de Newton-Raphson sans pour autant pénaliser la vitesse de convergence de la relaxation non-linéaire. En gardant les notations de (III.37a) et (III.37b), on obtient l'algorithme:

$$x_i^{k+1} = x_i^k - \left[\frac{\partial f_i(x^k)}{\partial x_i}\right]^{-1} f_i(x^k)$$
(III.38a)

pour Gauss-Jacobi-Newton, et pour Gauss-Seidel-Newton:

$$x_i^{k+1} = x_i^k - \left[\frac{\partial f_i(x^{k+1,i})}{\partial x_i}\right]^{-1} f_i(x^{k+1,i})$$
(III.38b)

où $x^{k+1,i} = (x_1^{k+1}, \dots, x_{i-1}^{k+1}, x_i^k, x_{i+1}^k, \dots, x_n^k)^T$.

III.6.2.3 - OSR (One-Step Relaxation) et WRM (Waveform Relaxation Method)

Il s'agit de résoudre l'équation différentielle ordinaire algébrique générale des circuits, provenant de l'analyse nodale modifiée :

$$f(v(t),t) = i(v(t)) + \frac{d}{dt}q(v(t)) + i_s(t) = 0$$
(III.39)

On choisira par la suite la méthode de relaxation de Gauss-Seidel, et pour des raisons de simplicité, les équations implicites à une inconnue seront résolues à l'aide d'une itération de Newton-Raphson, et le schéma d'intégration temporelle sera celui de Backward Euler (BE) explicite. Deux méthodes de base ont été utilisées dans les simulateurs de circuits électriques: OSR (One-Step Relaxation) dans le simulateur EldoTM [16], WRM (Waveform Relaxation Method) dans le simulateur de Berkeley, RelaxTM.

Dans OSR, à chaque temps du schéma d'intégration on effectue une relaxation. Une itération de relaxation revient à résoudre pour chaque nœud (ou bloc de nœuds) un schéma implicite à une (ou plusieurs) inconnues, en prenant pour les nœuds environnants soit la valeur déjà calculée lors de l'itération courante, soit la valeur obtenue à l'itération précédente (à la première itération, on utilise un prédicteur explicite).

Pour
$$p = 1$$
 à P {
Pour $k = 1, 2, ...$ {
Pour $i = 1$ à n {
 $v_i^k(t_p) = v_i^{k-1}(t_p) - \left[\frac{\partial f_i(v^{k,i}(t_p))}{\partial v_i(t_p)}\right]^{-1} f_i(v^{k,i}(t_p))$
 $v_i^k(t_p) = v_i^{k-1}(t_p) - \left[\frac{\partial f_i(v^{k,i}(t_p))}{\partial v_i(t_p)}\right]^{-1} f_i(v^{k,i}(t_p))$
 $pe_i^k = |v_i^k(t_p) - v_i^{k-1}(t_p)|$
 $si^{-p}e^k = \max_i pe_i^k < \varepsilon$ alors arrêt des relaxations.
}
Calculer le prédicteur explicite:
 $\forall i = 1..n v_i^0(t_{p+1}) = \widetilde{v}_i(t_p) + [t_{P+1} - t_p]f_i(\widetilde{v}(t_p))$
}
où $v^{k,i}(t_p) = (v_1^k(t_p)...., v_{i-1}^k(t_p), v_i^{k-1}(t_p), v_n^{k-1}(t_p)...., v_n^{k-1}(t_p))^T$,
 $f(v^{k,i}(t_p)) = i(v^{k,i}(t_p)) + \frac{q(v^{k,i}(t_p)) - q(\widetilde{v}(t_{p-1}))}{t_p - t_{p-1}} + i_s(t_p) = 0$

et $\tilde{v}(t_p)$ le vecteur solution trouvé au temps t_p .

Pour p = 1 à P {

Algorithme WRM:

Pour i = 1 à n {

}

où

Pour k = 1, 2, ...{ (numéro d'itération de relaxation)

(nœuds ou blocs de nœuds)

(temps discrétisé)

$$\mathbf{v}_{i}^{k}\left(t_{p}\right) = \mathbf{v}_{i}^{k-1}\left(t_{p}\right) - \left[\frac{\partial f_{i}\left(\mathbf{v}^{k,i}\left(t_{p}\right)\right)}{\partial \mathbf{v}_{i}\left(t_{p}\right)}\right]^{-1} f_{i}\left(\mathbf{v}^{k,i}\left(t_{p}\right)\right)$$

(temps discrétisé)

$${}^{p}e_{i}^{k} = \left|v_{i}^{k}(t_{p}) - v_{i}^{k-1}(t_{p})\right|$$

$$}$$

$$e_{i}^{k} = \max_{p} {}^{p}e_{i}^{k}$$

$$}$$
si $e^{k} = \max_{i} {}^{e}e_{i}^{k} < \varepsilon$ alors arrêt des relaxations
$$}$$

Les équations centrales des algorithmes OSR et WRM sont exactement les mêmes, seul l'ordre d'imbrication des trois boucles change. OSR a été préféré à WRM dans EldoTM pour les raisons suivantes. D'abord, WRM nécessite la mémorisation de toute une simulation à chaque itération de relaxation, alors que dans OSR, un vecteur d'état de taille n suffit à la mémorisation du passé (\tilde{v}). De plus, OSR effectue une intégration temporelle précise sur des résultats précis (la relaxation a convergé) alors que WRM peut procéder à des intégrations temporelles précises sur des résultats qui sont corrigés à chaque nouvelle itération de relaxation. La possibilité dans WRM de ne plus calculer des nœuds dont les formes d'onde ne bougent plus n'autorise pas pour autant des performances meilleures.

EldoTM utilise en fait un algorithme de point fixe en lieu et place de l'itération de Newton-Raphson, ce qui a pour avantage de ne pas avoir à calculer de dérivée de f, son évaluation suffit.

III.6.3 – OSR appliquée à la simulation Analogique/RF

Dans un algorithme du type OSR, le circuit est partitionné en sous-circuits dont le couplage entre eux est faible. Chaque sous-circuit possède des variables internes qui doivent être résolues, et des variables externes qui représentent les connexions avec d'autres sous-circuits. Les variables internes sont calculées pour un temps donné, si l'activité du sous-circuit est suffisante, ou bien si une des variables externes a été modifiée. L'activité du circuit est un critère qui se mesure avec les dérivées des différentes variables internes. Si celles-ci ont des valeurs faibles, il est au repos, sinon il est en train de travailler. Dans un premier temps, on se place dans le cas simple de 2 bulles, une bulle analogique/numérique où les signaux sont en bande de base et une bulle RF avec des signaux haute-fréquence (Figure III.17).

A un temps donné, on effectue une relaxation entre :

- la bulle analogique, dont les inconnues sont déterminées par une itération de l'algorithme de Newton-Raphson de l'algorithme transitoire d'Eldo (le système linéaire est résolu grâce à une décomposition LU), avec les variables correspondants aux noeuds d'interface côté RF (ici, la tension au nœud 4) actualisées lors de la dernière résolution de la bulle RF.
- et la bulle RF, dont les inconnues sont déterminées par une itération de l'algorithme de Newton-Raphson de l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique

d'Eldo RF (le système linéaire est résolu grâce à l'algorithme itératif de GMRES), avec les variables correspondants aux noeuds d'interface côté analogique (ici, la tension au nœud 3) actualisées lors de la dernière résolution de la bulle analogique.



Figure III.17 – Principe de la relaxation entre bulles (analogique/RF).

Ce raisonnement peut être facilement étendu à un plus grand nombre de bulles, chacune des bulles devant être résolue tour à tour avec son algorithme spécifique. L'ordre de résolution est déterminé de préférence statiquement en fonction de la partition du circuit.

Une fois que la relaxation a convergé, on passe au temps suivant. On utilise les schémas d'intégration classiques (BE, Trapèze, BDF...) et une gestion de la LTE (erreur locale de troncature), tout comme dans l'algorithme de l'Enveloppe.

L'efficacité de ce genre d'approche dépend beaucoup du faible couplage des différentes bulles entre elles, ce qui n'est pas forcément garanti dans des systèmes analogiques/RF. Par contre, il est clair que le nombre de noeuds d'interface entre les parties analogiques et les parties RF est généralement faible par rapport à la taille des circuits complets, ce qui peut justifier l'emploi de telles méthodes. Le développement de cette méthode est envisagée comme alternative à la méthode Enveloppe + ANA-RF et ses optimisations.

III.7 - Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé divers aspects de la simulation de circuits complets numériques, analogiques et RF. On a exposé dans un premier temps les principes de couplage d'Eldo RF avec un simulateur numérique ; on a mis l'accent sur les problèmes de synchronisation des simulateurs, les solutions mises en œuvre, et sur la façon de convertir les signaux analogiques/RF et numériques. On s'est intéressé ensuite à la prise en compte des modèles comportementaux dans la méthode d'analyse de l'Equilibrage Harmonique et dans l'algorithme de l'Enveloppe. Ensuite, on a décrit la méthode de simulation de systèmes numériques/analogiques/RF développée dans le cadre de ce

travail, basée sur l'algorithme de l'Enveloppe, et ses optimisations. Des circuits où coexistent les parties analogiques basse-fréquence et les parties RF peuvent ainsi être simulés efficacement. On a présenté les gains de temps observés sur quelques circuits analogiques et RF. Enfin, on a évoqué une autre façon de simuler de tels circuits grâce à des techniques de relaxation.

Le dernier chapitre illustrera les différents développements réalisés pour fournir, dans le cadre du produit ADVance-MS RFTM, une solution générale et efficace pour simuler des systèmes de communication complets. On présentera les simulations effectuées sur plusieurs applications typiques.

III.8 - Bibliographie

- K. Kundert, "A Formal Top-Down Design Process for Mixed-Signal Circuits", in Analog Circuit Design. R. J. van de Plassche, J. H. Huijsing, W. M. C. Sansen, Kluwer Academic Publishers, November 2000.
- [2] K. Kalbasi, A. Howard, J. Sifri, "Bringing Distant Domains Under One Roof Co-Simulation of DSP, RF & Analog", Hewlett-Packard, EEsof Division, Technical paper, January 1999.
- [3] D. I. Long, "Behavioural Simulation of Mixed Analogue/Digital Circuits", PhD Thesis, Bournemouth University, April 1996.
- [4] D. Rodriguez, "Description et Simulation Mixte Analogique-Numérique : Analyse de VHDL-Analogique, Réalisation d'un Simulateur Mixte", Université Joseph Fourier – Grenoble 1, Février 1994.
- [5] S. Mayes, "Mixed-signal issues for top-down design", Electronics Engineer, October 1997.
- [6] P. Frey, R. A. Radhakrishnan, H. W. Carter, P. A. Wilsey, "Optimistic Synchronization of Mixed-Mode Simulators", Proceedings of the First Merged International Parallel Processing Symposium, Symposium on Parallel and Distributed Processing, p. 694-699, 1998.
- [7] D. Lungeanu, C.J.R. Shi, "Distributed event-driven simulation of VHDL-SPICE mixed-signal circuits", International Conference on Computer Design, Proceedings, p. 302-307, 2001.
- [8] Xiao Liyi, Li Bin, Ye Yizheng, Huang Guoyong, Guo Jinjun, Zhang Peng, "A mixed-signal simulator for VHDL-AMS", Proceedings of the ASP-DAC, p. 287-291, 2001.
- [9] A. P. Malvino, "Principes d'électronique", 3e édition, Ediscience International, 1999.
- [10] "Verilog-AMS Language Reference Manual", Version 2.0, Open Verilog International, February 2000.
- [11] "Definition of Analog and Mixed Signal Extensions to IEEE Standard VHDL, IEEE Std 1076.1-1998", IEEE, 1998.
- [12] J. Vlach, K. Singhal, "Computer methods for circuit analysis and design", Van Nostrand Reinhold, Snd Edition 1994.
- [13] D. B. Kuznetsov, "Indirect Numerical Integration, Difference Approximation and Circuit Simulation of Transmission Lines", Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1996.
- [14] V. Janicot, "A novel time-frequency method for the simulation/verification of mixed analog and RF communication systems", Radio and Wireless Conference, RAWCON, p. 133-136, 2001.
- [15] J. K. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, "Relaxation Techniques for the Simulation of VLSI Circuits", Kluwer Academic Publishers, 1987.
- [16] B. Hennion, P. Senn, D. Coquelle, "A New Algorithm for Third Generation Circuit Simulators : the One Step Relaxation Method", Proc. 22nd DAC'85, June 1985.

CHAPITRE IV – Résultats de simulation

IV.1 – Introduction

Dans ce chapitre, nous allons illustrer la méthode de simulation de circuits complets RF/analogiques/numériques qui a été développée dans le produit baptisé ADVance MS RFTM (abrégé par la suite ADMS RF), commercialisé depuis Septembre 2002 par l'entreprise Mentor Graphics.

Nous présenterons d'abord différents résultats de simulation sur l'exemple d'un émetteur/récepteur MQAM complet et sur l'exemple réaliste d'un AGC. Nous aborderons en dernier lieu les difficultés qu'il reste à résoudre pour certains types de circuits complexes (diviseurs, PLLs...).

Chacun des circuits étudiés est typique des systèmes de communication actuels où les fonctions numériques, analogiques et RF sont étroitement intégrées. L'émetteur/récepteur est une chaîne de communication relativement linéaire tandis que l'AGC et la PLL sont des systèmes bouclés où la partie numérique agit directement sur la partie RF. Ils représentent les différents types de problèmes de simulation auxquels les concepteurs sont confrontés aujourd'hui. Nous dégagerons ainsi les intérêts capitaux de cette nouvelle méthodologie dans la conception de systèmes de communication sur une seule puce.

IV.2 – Illustrations d'ADMS RF

IV.2.1 – Présentation d'ADMS RF

L'objectif de cette section est de présenter le produit ADMS RF au travers de plusieurs applications typiques. ADMS RF est un logiciel permettant de simuler des systèmes de communication numérique complets où les fonctions RF, analogiques et numériques sont étroitement intégrées et où les signaux modulés, analogiques et numériques coexistent et se mélangent. Il permet également une description du circuit à plusieurs niveaux d'abstraction.

Cette solution répond au vide existant sur le marché en terme de simulation de circuits numériques/analogiques/RF dans un même environnement. Jusqu'alors, la méthodologie habituelle était d'utiliser une modélisation comportementale afin d'obtenir des temps de simulation raisonnables; les solutions commerciales existantes sont basées sur des moteurs de simulation synchrones ou asynchrones par flots de données, ou sur une modélisation en bande de base. Aucune de ses solutions ne permet la co-existence du niveau transistor et du niveau de description numérique VHDL/Verilog de façon vraiment satisfaisante. Par ailleurs, l'analyse transitoire ne peut pas simuler efficacement des systèmes où la différence entre le débit des données numériques en bande de base (de l'ordre du kHz) et la fréquence des porteuses RF (jusqu'à plusieurs GHz) est de plusieurs

ordres de grandeur. Pour obtenir et analyser une information significative en bande de base, il faut exécuter un trop grand nombre de cycles de porteuse RF. Ce qui se traduit par un temps de simulation inacceptable ainsi qu'à d'autres nombreux problèmes notamment dus aux tailles énormes des fichiers de sortie (bases de données pour l'affichage par exemple).

ADMS RF combine la puissance d'ADVance MSTM en terme de simulation mixte analogique/numérique et l'efficacité de l'algorithme de l'enveloppe d'Eldo RFTM dans le cadre exposé au chapitre précédent (III.3, III.4, III.5). ADVance MSTM est le premier simulateur dans l'industrie à rassembler dans un même environnement des descriptions comportementales numériques (VHDL, Verilog) ou mixtes (VHDL-AMS, Verilog-AMS), des descriptions au niveau transistor (SPICE) et même des descriptions en langage C. L'analyse transitoire d'EldoTM est remplacée dans ADMS RF par l'analyse d'enveloppe du simulateur Eldo RFTM pour prendre en compte efficacement les signaux modulés.

IV.2.2 – Application 1 : simulation d'un émetteur/récepteur MQAM

IV.2.2.1 – Présentation du système d'émission/réception

L'application présentée ici est un système d'émission/réception utilisant un modulateur et un démodulateur MQAM (ici, on a pris M = 16). Le système simulé est schématisé en figure IV.1.

L'objectif est de simuler la chaîne complète d'émission et de réception, depuis l'information binaire en bande de base de l'émetteur jusqu'à l'information décodée en sortie de récepteur. Cette application nous permet de valider également l'estimation du BER pour la modulation MQAM proposée dans le paragraphe II.5.3.4.2 en la comparant avec le calcul direct du BER effectué sur les trains de bits initial et final.

Ce circuit contient à la fois des parties numériques et des parties analogiques/RF connectées au niveau des convertisseurs (DAC et ADC). Les données à transmettre sont produites par un générateur de bits pseudo-aléatoires (PRBS). Son modèle, décrit en VHDL, est basé sur une méthode mathématiques (*polynômes primitifs modulo 2*). Il comporte un registre à décalage et des fonctions *ou-exclusif*. La période des bits aléatoires générés est $T_b=10$ ns.

Ensuite, un convertisseur Série-Parallèle, décrit en VHDL, génère les composantes des symboles sur les voies I et Q. Il est constitué d'un registre à décalage dont la taille est deux fois le nombre de bits utilisés sur chaque voie. Dans notre cas, on a choisi un schéma de modulation 16-QAM. Il y a donc 4 valeurs possibles en I et 4 valeurs possibles en Q. 2 bits suffisent pour coder l'information sur une voie. Le registre à décalage stocke donc 4 bits pour un symbole. Ainsi, la période du symbole est T_s =40 ns.

Chaque composante est alors filtrée par un filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR), lui aussi décrit en VHDL. Ce filtre numérique est régi par une transformée en Z paramétrée afin d'avoir une bande passante acceptable (de l'ordre de 50 MegHz). Les composantes I et Q sont alors converties en signaux analogiques avant d'être modulées. Le modulateur I/Q est décrit en VerilogA. Il est composé d'une source locale RF (sinusoïde pure à la fréquence de porteuse $\omega_0 = 1$ GigaHz), de 2 mélangeurs pour chaque

voie et d'un additionneur pour générer le signal modulé 16-QAM. La voie I est multipliée par la source RF et la voie Q par la source RF déphasée de 90° avant d'être additionnées. Le signal résultant est alors amplifié avant émission à travers un amplificateur de puissance (PA) simple décrit en VerilogA.



Figure IV.1 – Synoptique d'un système émetteur-récepteur MQAM.

Une version sans filtrage de l'émetteur est implantée en parallèle de façon à générer un signal modulé idéal. Ainsi, on peut afficher le diagramme de constellation idéal avec le post-processeur graphique Xelga.

Le canal de transmission est modélisé par une source RF de bruit qui vient s'ajouter au signal émis. Cette source de bruit est décrit fréquentiellement; son spectre est composé d'harmoniques d'amplitude constante et de phase aléatoire espacées de 1 MegHz sur toute la bande de 50 MHz autour de la porteuse. Le signal ainsi modifié entre dans l'étage du démodulateur. A ce niveau là, on peut tracer le diagramme de constellation du signal réel (filtré, bruité...) et, avec le diagramme de constellation du signal idéal, faire une estimation de l'EVM et du BER. Au niveau du récepteur, le signal est dérivé sur 2 voies (I et Q). Les signaux sur la voie I et sur la voie Q sont de nouveau mélangés avec la source RF et sa version déphasée. On utilise le même modèle de mélangeur décrit en VerilogA. Les signaux sont alors filtrés par un filtre passe-bas décrit en VerilogA, de fréquence de coupure (f_c =100 MegHz), de façon à récupérer les composantes I et Q en bande de base.

Celles-ci, converties en numérique (ADC), sont les entrées du bloc servant aux décodage des symboles. Ce traitement numérique, réalisé en VHDL, consiste en la détection des symboles par leurs composantes I et Q et en la génération du train de bits correspondant à chacun d'entre eux. Il comprend un registre à décalage et des fonctions de conversion décimale/binaire. Un modèle de comparateur de chaînes de bits est utilisé pour comparer les données initiales, produites par le générateur PRBS, et les données finales, produites par le décodeur. Un calcul de BER exact est ainsi effectué, à mettre en concurrence avec l'estimation réalisée à partir des diagrammes de constellation.

IV.2.2.2 – Résultats de simulation

Pour valider le système, on effectue une simulation sur 800 ns (quelques dizaines de bits. La figure IV.2 montre l'entrée numérique (sortie du générateur PRBS – 1er graphe) et la sortie numérique générée par le décodeur (2ème graphe). Sur cette portion de la simulation, le bruit ne provoque pas d'erreur de détection, si bien que les deux courbes sont identiques, au décalage temporel de 165 ns près (dû aux différents mécanismes de synchronisation d'horloge, aux retards engendrés par les registres à décalage et les filtres FIR).



Figure IV.2 – Entrée et sortie numériques du système.

A partir de la chaîne de bits initiale (l'information à transmettre), le convertisseur Série-Parallèle produit les composantes I et Q des symboles qui sont ensuite filtrés numériquement. La figure IV.3 montre les composantes I et Q filtrées superposées avec les composantes I et Q non filtrées (qui correspondent aux entrées des filtres retardées dans le temps). On observe ainsi l'effet de lissage des filtres FIR. On peut aussi remarquer les paliers des signaux de sortie dus au facteur de suréchantillonnage du filtre (ici 10), un des paramètres du modèle.

La figure IV.4 montre le signal en sortie d'émetteur, après modulation et amplification (l'amplification est ici idéale). On superpose les courbes des cas avec et

sans filtrage. L'effet du filtrage s'observe encore mieux sur les diagrammes de trajectoire (figure IV.5) : distorsion des trajectoires, pics de puissance. Le facteur de crête ou PAR calculé est de 1.823 avec filtrage contre 1.806 sans filtrage.



Figure IV.3 – Composantes I et Q à la sortie des FIR comparées à leurs versions non filtrées.



Figure IV.4 – Composantes I et Q à la sortie de l'émetteur (version filtrée/version non filtrée).



Figure IV.5 – Diagramme de trajectoire du signal 16-QAM à la sortie de l'émetteur (version filtrée/version non filtrée).

Le canal de transmission est modélisé à l'aide d'une source de bruit additif gaussien. Elle consiste en une source de tension décrite dans le domaine fréquentiel et constituée d'un certain nombre N_f d'harmoniques d'amplitudes identiques et de phases aléatoires. Le signal de bruit généré est sous la forme :

$$b(t) = a \sum_{i=1}^{N_f} \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)$$
(IV.1)

D'après [1], si N_f est assez grand, la densité de probabilité du bruit devient très proche de la gaussienne (loi normale).

Dans notre application, on a choisi une cinquantaine d'harmoniques f_i réparties régulièrement tous les 1 MHz autour de la fréquence centrale du canal de transmission (1 GHz), de sorte que le bruit intervienne globalement sur toute la bande passante. On peut observer les écarts en amplitude entre le signal émis et le signal bruité tel qu'il est reçu à l'entrée du démodulateur (Figure IV.6).



Figure IV.6 – Composantes I et Q du signal transmis avant et après le bruitage gaussien.

Grâce aux mélangeurs et aux filtres passe-bas, on récupère le signal en bande de base. La figure IV.7 superpose les courbes des composantes I et Q telle qu'elles ont été émises et telles qu'elles sont reconstruites par le récepteur afin d'être décodées. Les écarts observés sont provoqués principalement par le bruitage du canal de transmission et la qualité des filtres passe-bas du démodulateur. Lorsqu'ils sont trop importants, ils peuvent se traduire par un mauvais décodage et donc par la génération de bits erronés en sortie du système.



Figure IV.7 – Composantes I et Q du signal transmis avant l'émission et au moment de la détection.

On choisit l'amplitude de la source de bruit de façon à avoir un taux d'erreur de bits suffisamment élevé et donc mesurable sur un nombre raisonnable de bits. En pratique les contraintes de BER sont bien plus restrictives et le nombre de bits nécessaires pour évaluer ce taux est au moins de l'ordre du million. Le but de l'application présentée ici n'est pas de faire une simulation de BER réaliste mais de valider le modèle utilisé pour son estimation à partir des diagrammes de constellation. On réalise donc une simulation du système sur une durée correspondant à quelques milliers de bits. Le temps de simulation est de plusieurs heures. On présente ci-dessous 3 diagrammes de constellation : celui du signal 16-QAM idéal à l'émission (sans filtrage), celui du signal réel à l'émission (filtré) et celui du signal réel à la réception (filtré et bruité). On observe l'étalement des nuages de points autour de chaque position de référence (Figure IV.8).



Figure IV.8 – Diagrammes de constellation du signal 16-QAM : idéal, filtré, filtré-bruité.

Si l'on effectue une estimation du BER (comme présenté au paragraphe II.5.3.4.2) à partir du diagramme de constellation idéal et diagramme de constellation filtré-bruité, on obtient un BER d'environ 3.54 %. Le modèle de comparateur de chaîne de bits donne un calcul de BER exact de 2.14 %. L'écart entre l'estimation et le calcul exact est de l'ordre de 65 %, ce qui est relativement mauvais.

Penchons-nous sur les causes possibles de cette différence. Tout d'abord, il faut rappeler que le nombre de bits testés est relativement faible par rapport aux simulations réalistes de BER, d'où une imprécision inévitable sur le calcul de BER exact. Cependant, le nombre d'erreurs, de l'ordre de la trentaine, est quand même assez significatif. Par ailleurs rappelons que l'estimation du BER est basée sur une répartition gaussienne des points autour de chaque position de référence. Or dans notre application, la source de bruit suit à peu près une loi normale mais le signal est également perturbé par les filtres numériques (FIR). En effet, si on estime le BER en considérant comme signal réel le signal bruité mais non filtré, on obtient un BER d'environ 1.73%, ce qui est une bien meilleure estimation. La différence résiduelle est due également à la façon de détecter les symboles, qui traite différemment les symboles latéraux et les symboles de coin sur le diagramme de constellation. En effet, pour l'estimation, la probabilité de faire une erreur est alors pondérée, ce qui n'est pas le cas dans notre modélisation du décodeur. Il est donc naturel de trouver un BER un peu plus faible à l'estimation qu'en réalité.

Ainsi, l'estimation du BER proposée à partir des diagrammes de constellation donne un ordre de grandeur de la valeur réelle. Cette indication peut être utile pour le concepteur mais ne le dispense pas de simulations typiques de BER. Pour obtenir une estimation plus fine du BER, il faudra approcher la fonction de densité suivie par les variables aléatoires représentant les erreurs (dans le cas d'une modulation MQAM, l'erreur en I et l'erreur en Q) de manière plus précise [2].

En conclusion, cette application a montré l'utilité de l'outil ADMS RF qui permet de simuler une chaîne complète d'émission et de réception dans des temps de plusieurs ordres inférieurs à ceux obtenus avec une analyse transitoire. Grâce à l'algorithme de l'Enveloppe, les signaux numériques et RF, dont les constantes de temps sont très différentes, peuvent être pris en compte efficacement. L'utilisation simultanée de plusieurs niveaux de description (logique, comportemental, transistor) permet une analyse adaptée et performante de systèmes complexes. Le paragraphe suivant en donne une nouvelle illustration.

IV.2.3 – Application 2 : simulation d'une boucle de contrôle automatique du gain (AGC)

IV.2.3.1 – Présentation du système de contrôle automatique du gain

L'application présentée ici est un système de contrôle automatique du gain utilisant un détecteur de signal en quadrature et des filtres passe-bas. Son but est de maintenir l'amplitude du signal d'entrée RF relativement constante, de sorte que les exigences sur les convertisseurs analogiques/numériques puissent être relaxées.



Figure IV.9 – Synoptique de la boucle AGC.

La boucle, schématisée sur la figure IV.9, est composée des éléments suivants :

-2 mélangeurs RF logarithmiques différentiels : ils sont utilisés pour démoduler un signal d'entrée GMSK en informations I et Q. Ces mélangeurs sont décrits au niveau transistor (blocs en trait gras) en utilisant un système en technologie 0.25 RF CMOS fourni par UMC). Leur taille est d'environ 130 transistors. Le modèle de transistor est bsim3v3.2.

Il s'agit de mélangeurs de Gilbert classique. Le gain de conversion est programmable grâce à un code de contrôle constitué de 4 bits. Le facteur de gain peut prendre les valeurs (1+x)/(1-x), où $x = b_0.2^0 + b_1.2^1 + b_2.2^2 + b_3.2^3$. Cette relation approche une exponentielle (e^x), quand x est assez petit. Des simulations d'Equilibrage Harmonique ont été effectuées pour valider la conception des mélangeurs au niveau transistor. En pratique, le gain de conversion est programmable entre environ G₀ – 20dB

et $G_0 + 20$ dB, où G_0 est le gain de conversion nominal. Cependant la variation du gain avec le code de contrôle est vraiment linéaire sur une gamme de +/- 10 dB.

 traitement analogique : différents blocs comme des multiplicateurs, des filtres passe-bas, des additionneurs permettent de construire une image de l'amplitude du signal d'entrée. Ils sont décrits grâce à des modèles comportementaux en Verilog-A (blocs en trait simple).

Une fois que le signal RF a été démodulé par les mélangeurs différentiels en composantes I et Q, celles-ci sont filtrées par un filtre passe-bas, mises au carré puis sommées. Ainsi, on peut capturer la puissance instantanée du signal d'entrée sans être obligatoirement cohérent en phase. Avec un signal d'entrée GMSK, le signal doit être constant (si l'on ignore les irrégularités dues à la chaîne de composants et aux perturbations du canal de transmission), puisque GMSK est un schéma de modulation à enveloppe constante. Ce ne serait pas forcément le cas avec d'autres formats de modulation.

– traitement numérique : ce bloc est décrit en VHDL (bloc en double trait). Le signal d'amplitude (noté MAGF sur la figure IV.9) est d'abord converti en numérique par un ADC. Le calcul du gain est ensuite accompli numériquement. Le signal converti est comparé à une référence interne, appelé niveau interne (correspondant ici au code 7, i.e. '0111'). Si l'amplitude du signal est trop basse, alors le gain en sortie est augmenté d'une unité. Si l'amplitude du signal est trop haute, alors le gain en sortie est diminué d'une unité. Les comparaisons sont opérées au rythme d'une horloge numérique. Pendant la période d'horloge, le gain reste constant. Toutes ces opérations sont décrites en VHDL. Le signal d'entrée est décrit comme un type 'real', rendant ainsi la conversion A/D implicite. Le signal de sortie est un bus de 4 bits qui commande les mélangeurs logarithmiques.

Ce système est composé de parties RF, analogique et numérique bien distinctes et connectés les unes aux autres. La partie analogique suit naturellement la partie RF dans le flot de la boucle, la partie numérique traite le signal en sortie de la partie analogique et commande directement les mélangeurs de la partie RF.

IV.2.3.2 – Résultats de simulation

Pour valider la boucle d'AGC, le signal d'entrée – un signal GMSK à 1 GHz (fréquence de porteuse) dont la modulation est une chaîne aléatoires de bits – est atténué ou amplifié artificiellement par le signal V(ATT) (1er graphe Fig. IV.10). On obtient ainsi en entrée différentielle (entre RF_P et RF_N) un signal modulé dont l'amplitude varie au cours du temps (le 2ème graphe Fig. IV.10 représente ses coordonnées I et Q en fonction du temps).

Quand l'amplitude du signal du signal change, le changement est capturé par le bloc de traitement analogique (3ème graphe Fig. IV.10). Le bloc de contrôle numérique calcule alors un nouveau gain pour compenser le changement d'amplitude. Bien sûr, la compensation n'est jamais exacte puisque le gain ne peut prendre que des valeurs discrètes (le bloc de contrôle numérique écrit en VHDL produit un code de contrôle de 4 bits (4ème graphe Fig. IV.10)).



Figure IV.10 – Résultats de simulation.

Le 5ème graphe montre le signal de sortie sous forme de coordonnées I/Q. L'amplitude du signal d'entrée est changé 2 fois, aux temps 110 µs et 260 µs. Après chaque changement, l'amplitude de la sortie tend à suivre celle d'entrée, puis après un court temps de réponse pendant lequel le bloc de contrôle ajuste le gain, revient à son niveau nominal ou proche de ce niveau, ce qui correspond bien au mode d'opération souhaité de l'AGC (3ème et 5ème graphe Fig. IV.10). Ceci est plus clair sur la Figure IV.11 où les courbes des composantes en phase (I) du signal d'entrée et du signal de sortie sont superposées. On retrouve bien ces phénomènes en comparant les diagrammes de trajectoire des signaux en entrée et en sortie de la boucle (Fig IV.12). Les cercles de niveau correspondant à une amplitude d'enveloppe constante se sont grandement rapprochés les uns des autres, même s'ils ne se confondent pas, et on retrouve les périodes de transition pendant lesquelles le niveau de sortie tend à suivre celui d'entrée, avant que le bloc de contrôle ne corrige le gain (en bas à gauche et en haut à droite du graphe de droite).



Figure IV.11 – Composantes en phase (I) du signal d'entrée (rouge) et du signal de sortie (en vert).



Figure IV.12 – Diagrammes de trajectoire en entrée et en sortie de l'AGC.

Les pointes de tension visibles sur les courbes du signal de sortie apparaissent quand les interrupteurs CMOS des miroirs de courant des mélangeurs sont ouverts ou fermés abruptement. La description au niveau transistor – contrairement à une modèlisation comportementale – des mélangeurs permet de capturer ce type de phénomène.

La simulation de ce système prend environ 5 minutes sur une station SUN Ultra 5-10. La même simulation, exécutée avec une analyse transitoire, prend environ 33 heures sur la même machine. L'accélération est donc de l'ordre de 400 fois. La taille du fichier de sortie est inférieure à 70 kbytes. Seulement 700 points temporels sont calculés (à comparer aux 3.700.000 points requis par l'analyse transitoire). Même si les calculs sont plus lourds à chaque point temporel, l'accélération globale est très importante. Ceci est d'autant plus important que le nombre d'exécutions nécessaires à la simulation/vérification de ce genre de boucle peut être élevé : pour optimiser la conception (déterminer la meilleure période d'horloge, la quantité de filtrage, la tolérance sur l'erreur de gain dans le bloc numérique...) et pour la vérifier (en changeant le niveau de puissance d'alimentation, la température, en introduisant des irrégularités au niveau des mélangeurs, du signal d'entrée...).

Dans un dernier temps, nous allons aborder une application encore plus complexe : celle d'une boucle à verrouillage de phase (PLL). Ce type de circuit pose encore des difficultés critiques de simulation, y compris avec l'algorithme de l'Enveloppe.

IV.2.4 – Application 3 : simulation d'une boucle à verrouillage de phase (PLL)

IV.2.4.1 – Présentation de la PLL

La PLL est un circuit intégré très utilisé dans les applications nécessitant des signaux stables en fréquence (modulation de fréquence, synthèse, multiplication, division de fréquence, etc...). Elles sont au cœur de nombreux matériels électroniques : synthétiseur de fréquence, récepteurs de télévision, téléphones cellulaires,



Figure IV.13 – Synoptique du système de PLL.
Le rôle général d'une PLL est d'asservir la phase d'un oscillateur local à celle d'un signal extérieur. La boucle, schématisée sur la figure IV.13, est composée des éléments suivants :

- une source RF représentant l'oscillateur à quartz de référence : suivant le choix de conception, c'est soit une sinusoïde pure, soit un signal carré périodique.

– un comparateur de phase numérique, détecte la différence de phase entre le signal sortant du diviseur de fréquence et le signal de référence, et produit une valeur DC proportionnelle à cette quantité. Dans le cas d'une PLL analogique, le comparateur est basé sur un circuit multiplicateur ; dans le cas d'une PLL logique, ce peut être un simple OU exclusif.

- une pompe à charge, parfois intégrée au comparateur de phase, modifie dans un sens ou dans l'autre la charge d'un condensateur suivant le sens du déphasage à la sortie du comparateur.

- un filtre de boucle, passe-bas, permet de lisser la sortie de la pompe à charge et d'éliminer les fréquences indésirables.

- un oscillateur contrôlé en tension (VCO), délivre un signal dont la fréquence varie en fonction de la tension appliquée sur son entrée.

– un diviseur de fréquence par 4, permet d'obtenir en sortie du VCO un signal de fréquence 4 fois supérieure à la référence ($f_{VCO} = 4 f_{REF}$) après accrochage.

Cette boucle correspond donc à un multiplicateur de fréquence par 4. La figure IV.13 montre un exemple de description d'un tel système : le comparateur de phase est numérique et décrit en langage VHDL, la pompe à charge et le filtre de boucle sont décrits dans un langage de description analogique (VerilogA par exemple) et le VCO et le diviseur sont décrits au niveau transistor (SPICE). Ce type de circuit entre donc tout à fait dans le cadre d'application du logiciel ADVance MS RFTM.

Le concepteur désire souvent avoir une information sur le temps d'établissement de la fréquence de sortie et surtout connaître les caractéristiques du bruit de phase inhérent à ce genre de système.

IV.2.4.2 – Problèmes de simulation avec la méthode de l'Enveloppe

Les caractéristiques des signaux parcourant une PLL ne permettent pas une simulation efficace du système dans le cadre de la méthode d'analyse de l'Enveloppe. Essayons d'identifier les principaux problèmes.

Tout d'abord, l'écart entre la fréquence de référence et la fréquence de sortie du VCO est en général au plus de 1 ou 2 ordres de grandeur. Simuler une PLL avec l'Enveloppe en choisissant f_{VCO} comme fréquence de porteuse peut donc être problématique, la modulation, traitée en temporel, étant souvent trop rapide.

D'autre part, si on choisit f_{REF} comme fréquence de porteuse, le nombre d'harmoniques nécessaires est le même que pour une analyse d'équilibrage harmonique, en l'occurrence assez élevé, rendant le coup total de l'algorithme rédhibitoire par rapport à une analyse transitoire.

Par ailleurs, les signaux des PLL sont souvent des signaux carrés (cas des PLL numériques), et le nombre d'harmoniques nécessaires pour représenter une porteuse carrée est trop grand pour profiter de l'efficacité de l'Enveloppe.

IV.3 – Conclusion

Grâce aux quelques exemples étudiés dans ce chapitre, nous avons abordé quelques uns des principaux champs d'application d'ADMS RF. Ces illustrations ont démontré l'utilité de cette méthode pour la simulation de circuits où les parties RF, analogiques et numériques sont étroitement intégrées. C'est une solution rapide et efficace à ce genre de problèmes. Elle permet par ailleurs d'effectuer les principales mesures demandées par les concepteurs pour évaluer la qualité des systèmes et les faire évoluer. Nous avons ainsi validé l'estimation du BER développée au chapitre II.

Cependant, nous avons vu également que des circuits comme les diviseurs de fréquence, les PLLs, restent des problèmes critiques pour la simulation avec l'algorithme de l'Enveloppe : leur résolution représente un champ d'investigation encore conséquent.

IV.4 – Bibliographie

- [1] P. Bolcato, "Modélisation et Simulation du Bruit dans les Circuits Intégrés : Analyse Fréquentielle et Régime Transistoire", Thèse, 26 Janvier 1994.
- [2] J. D. Laster, "Robust GMSK Demodulation Using Demodulator Diversity and BER Estimation", PhD Thesis, March 1997.

Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons d'abord décrit les différents types de circuit que les concepteurs doivent simuler aujourd'hui pour répondre aux contraintes techniques des systèmes de communication sans fil : complexité croissante, diversification des signaux, cahier des charges plus exigeant, temps de conception plus courts... Nous avons étudié les différents blocs fonctionnels utilisés dans le flot d'émission et de réception. Ensuite, on s'est concentré sur la génération des signaux modulés numériquement (MPSK, MQAM, GMSK, EDGE, HPSK, OFDM...) et sur les filtrages qui leur sont généralement associés. Enfin, on a énuméré les caractéristiques des standards de communication actuels. Ainsi, on a pu cibler nos objectifs de simulation et mettre en valeur les difficultés engendrées par la complexité des circuits et des signaux, en particulier par la coexistence sur une même puce de parties numériques et analogiques/RF.

Après avoir fait une revue des principaux algorithmes de simulation de circuits analogiques/RF, en relevant leur champ d'application et leurs performances respectives, on s'est focalisé sur la méthode d'analyse de l'Equilibrage Harmonique et sur celle de l'Enveloppe, cette dernière étant la plus générale pour prendre en compte des systèmes complets de télécommunication.

Dans un premier temps, on a proposé une méthode pour évaluer le repliement de spectre dans l'algorithme de l'Equilibrage Harmonique, phénomène capital à appréhender pour utiliser de façon optimale le spectre de Fourier. Elle a été testée et rendue disponible dans le produit Eldo RFTM. Dans le même objectif de performance dans le domaine fréquentiel, on a développé plusieurs méthodes pour exploiter le phénomène appelé FDL. Elles permettent d'adapter le nombre d'harmoniques à la non-linéarité des signaux, que ce soit de manière statique (HB-FDL) ou dynamique au cours de l'itération de Newton-Raphson (HB-FDLNR). Divers tests ont été effectués avec la méthode dite 'hybride' qui permet une réduction considérable de la taille des systèmes linéaires à résoudre, mais la robustesse de la convergence de l'algorithme semble difficile à assurer de façon automatique et sur des gros circuits où l'activité varie beaucoup en cours de simulation.

Dans un second temps, on a abordé quelques problèmes critiques de la méthode d'analyse de l'Enveloppe, notamment l'initialisation de l'algorithme et la prise en compte des oscillateurs, qui nécessitent un traitement particulier. Puis on a abordé les principales mesures utiles aux concepteurs pour traiter les résultats de simulation (PAR, ACPR) et exposé une façon d'estimer l'EVM et le BER à partir des diagrammes de constellation des signaux. Ces mesures ont été implantées dans Eldo RF et le post-processeur graphique Xelga.

Ensuite, dans le cadre ainsi dessiné de la méthode de l'Enveloppe, on a abordé la simulation de circuits complets numériques, analogiques et RF. Tout d'abord, on a

exposé les principes de couplage d'un simulateur analogique/RF (Eldo RFTM) avec un simulateur numérique/mixte (ADVance MSTM) ; à savoir la synchronisation des moteurs et la conversion des signaux. On a ensuite exposé sommairement la prise en compte de modèles décrits dans un langage comportemental (VerilogA, VHDL-AMS) et les implications au niveau de l'itération de Newton-Raphson. On a ensuite développé une nouvelle méthode permettant la simulation efficace de circuits où coexistent les parties analogiques basse-fréquence et les parties RF dans le cadre de la méthode de l'Enveloppe. On a présenté quelques résultats sur des circuits typiques ; on observe des gains significatifs en temps de simulation et en taille de mémoire utilisée. Son intégration dans le nouveau produit ADMS-RF, qui est la plate-forme logicielle de simulation de systèmes complets de communication, est en cours.

On a ensuite développé théoriquement une méthode alternative pour traiter efficacement les parties en bande de base d'une part, et les parties RF d'autre part, basée sur des techniques de relaxation (notamment OSR). Le développement de ces méthodes peut s'avérer une entreprise à la fois intéressante et complémentaire de la solution actuelle.

Les applications abordées dans le dernier chapitre sont typiques des systèmes actuellement développés dans l'industrie et des simulations demandées par les concepteurs. Pour la première fois, des circuits mixtes RF/Analogiques/Numériques, décrits à différents niveaux d'abstraction (transistor, comportemental, langage de description logique, C...) peuvent être simulés et vérifiés dans des temps raisonnables. Cette solution logicielle originale, commercialisée sous le label ADVance MS RFTM (ADMS RF) est destinée à être le produit-phare de la branche Analog-Mixed Signal Simulation de Mentor Graphics dans les années qui viennent.

Les perspectives de ce travail sont nombreuses. Tout d'abord, l'intégration dans le produit des différentes contributions concernant l'optimisation des méthodes d'analyse de l'Equilibrage Harmonique et de l'Enveloppe doit être poursuivie. Ensuite, la méthode de partition analogique et RF basée sur les techniques de relaxation pourra être développée comme solution alternative pour des systèmes peu couplés.

Le couplage avec un simulateur système est envisagé pour profiter de la puissance des méthodes de résolution par flots de données pour simuler des blocs décrits à haut niveau.

Par ailleurs, des circuits complexes comme les oscillateurs, les diviseurs de fréquence (et donc les PLLs) posent toujours des problèmes critiques de simulation dans le cadre de la méthode de l'Enveloppe. Des recherches théoriques sont encore nécessaires dans ce domaine.

<u>Résumé</u>

La taille, la complexité et les performances des circuits électroniques de télécommunication sont de plus en plus contraignantes tandis que le temps et le coût de commercialisation doivent être réduits au maximum. Voulant répondre au vide existant sur le marché de la CAO dans ce domaine, ce travail est consacré à la simulation mixte de systèmes de communication complets parcourus par des signaux numériques, des signaux analogiques basse-fréquence, des signaux quasi-périodiques et des signaux RF à modulation digitale complexe. Le premier chapitre du manuscrit présente les différents types de circuits et de signaux que l'on veut simuler. La deuxième partie décrit d'abord les principales méthodes de simulation RF existantes. On développe ensuite les innovations apportées à la méthode de l'Equilibrage Harmonique, basée sur une utilisation efficace du spectre, et enfin celles apportées à l'algorithme de l'Enveloppe. Le troisième chapitre propose une nouvelle méthodologie pour simuler des circuits complets RF/Analogiques/Numériques dans le cadre de l'algorithme de l'Enveloppe : couplage avec un simulateur numérique, prise en compte de modèles comportementaux et partition analogique/RF des circuits. Enfin, la dernière partie illustre les potentialités de cette nouvelle technique d'analyse sur quelques circuits typiques. Pour la première fois, des systèmes complexes mixtes, décrits aux niveaux logique, transistor et comportemental, peuvent être simulés dans un seul flot et dans des temps raisonnables.

Mots-clés

Simulation mixteEquilibrage harmoniqueCAO micro-électroniqueEnveloppe de FourierRF/Analogique/NumériqueVHDL-AMSCo-simulationSystèmes de télécommunication

SIMULATION OF MIXED RF/ANALOG/DIGITAL ELECTRONIC CIRCUITS DRIVEN BY COMPLEX MODULATION SIGNALS

Abstract

The size, complexity and performances of modern wireless communication circuits are getting more and more challenging whereas marketing time and cost must be reduced as much as possible. In order to fill the current lack in CAD tools, this work is dedicated to the mixed simulation of complete communication systems driven by digital, analog baseband, quasi-periodic and digitally modulated RF signals. The first chapter of the thesis presents the various types of circuits and signals we want to simulate. The second part starts by describing the main RF simulation methods. Then we develop the innovations applied to Harmonic Balance method, based on an efficient spectrum use, and at last, several new contributions to the Envelope algorithm. The third chapter proposes a novel methodology to simulate RF/Analog/Digital complete circuits with an optimized Envelope algorithm : coupling with a digital simulator, behavioral models handling and analog/RF circuit partitioning. Finally, the last part demonstrates the functionalities of this new simulation technique on a few typical circuits. For the first time, complete mixed systems, described at logic, circuit and behavioral level, can be simulated in the same flow in reasonable times.

Keywords

Mixed simulation Micro-electronics CAD RF/Analog/Digital Co-simulation Harmonic balance Fourier envelope VHDL-AMS Telecommunication systems