



Quasicristaux optiques : refroidissement et piégeage d'atomes de césium dans un potentiel lumineux quasi-périodique

Luca Guidoni

► To cite this version:

Luca Guidoni. Quasicristaux optiques : refroidissement et piégeage d'atomes de césium dans un potentiel lumineux quasi-périodique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998. Français. NNT : . tel-00004625

HAL Id: tel-00004625

<https://theses.hal.science/tel-00004625>

Submitted on 11 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE QUANTIQUE

présentée par

LUCA GUIDONI

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie
—Paris VI—

Sujet de la thèse

QUASICRISTAUX OPTIQUES :
REFROIDISSEMENT ET PIÉGEAGE D'ATOMES DE CÉSIMUM
DANS UN POTENTIEL LUMINEUX QUASI-PÉRIODIQUE

Soutenue le 7 janvier 1998 devant le jury composé de :

M. Claude COHEN-TANNOUDJI	<i>Président</i>
M. Ennio ARIMONDO	<i>Rapporteur</i>
M. Denis GRATIAS	<i>Rapporteur</i>
M. Alain ASPECT	<i>Examineur</i>
M. Claude DELALANDE	<i>Examineur</i>
M. Philippe VERKERK	<i>Directeur de thèse</i>

Resumé

Cette thèse est consacrée à l'étude expérimentale des réseaux optiques brillants dans des situations où le potentiel lumineux perd partiellement ou totalement ses propriétés de périodicité spatiale. Elle s'inscrit dans le domaine du refroidissement d'atomes par laser tout en étudiant des systèmes qui partagent leurs propriétés de symétrie avec les quasicristaux (structures ordonnées non périodiques découvertes en physique des solides). Nous décrivons comment obtenir des potentiels lumineux quasi-périodiques et nous expliquons comment nous avons refroidi et piégé des atomes de césium dans des réseaux optiques incommensurables, dans des super-réseaux optiques (potentiels lumineux modulés à grande échelle) et dans des quasicristaux optiques avec une symétrie rotationnelle d'ordre cinq.

Nous avons caractérisé ces nouveaux systèmes physiques par des techniques de temps de vol, de spectroscopie pompe-sonde, de diffraction de Bragg et d'imagerie directe. Nous avons ainsi obtenu des informations sur la température cinétique, sur le mouvement des atomes dans les puits de potentiel lumineux, sur la distribution de densité atomique (ordre à grande échelle) et sur les propriétés de transport des réseaux optiques quasi-périodiques.

Dans une dernière partie de la thèse, nous avons effectué une étude numérique par simulation Monte-Carlo semi-classique des réseaux optiques périodiques et quasi-périodiques à trois dimensions. Les résultats de ces simulations sur la température, la localisation et les propriétés de transport sont en bon accord qualitatif avec les expériences. Ces simulations ont permis d'améliorer notablement la compréhension du comportement des atomes dans ce nouveau type de réseau optique.

Mots Clés

Refroidissement laser, Effet Sisyphe, Potentiel lumineux, Réseaux optiques, Super-réseaux, Atomes de césium, Fonctions quasi-périodiques, Quasicristaux, Spectroscopie pompe-sonde, Diffusion spatiale, Diffraction de Bragg, Simulations Monte-Carlo semi-classiques

Abstract

In this thesis we report the results of an experimental investigation of bright optical lattices. The lattices that we studied cool and trap cesium atoms in quasi-periodic optical potentials. Therefore this thesis involves laser cooling techniques but studies physical systems that share some symmetry properties with solid-state quasicrystals (non-periodic, long-range ordered solid-state materials discovered in 1984). In particular, we demonstrate the cooling and trapping capabilities of incommensurate optical lattices, optical superlattices and optical quasicrystals (optical lattices with a five-fold rotational symmetry).

In order to study these new physical systems, a wide variety of diagnostics have been used: time of flight, pump-probe spectroscopy, Bragg scattering and direct imaging techniques. We thus obtained information about kinetic temperature, atomic motion at the bottom of the optical potential wells, long range quasi-periodic order and transport properties.

In the last part of the manuscript, we report the results obtained from a three-dimensional semi- classical Monte-Carlo simulation. Even though the atomic transition that we consider is different to the actual transition of cesium atoms, the results are in good qualitative agreement with experimental data. The information obtained from the simulation has been very useful for understanding the atomic behaviour in these complicated new optical structures.

Key Words

Laser cooling, Sisyphus effect, Optical potential, Optical lattices, Superlattices, Cesium atoms, Quasi-periodic functions, Quasicrystals, Pump-probe spectroscopy, Spatial diffusion, Bragg scattering, Semiclassical Monte-Carlo simulations.

REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire Kastler Brossel et je tiens d'abord à remercier sa directrice, Michèle Leduc, de m'y avoir accueilli et de m'avoir encouragé pendant toute la durée de ma thèse. J'ai pu ainsi bénéficier d'un environnement scientifique exceptionnel et de conditions de recherche particulièrement propices.

Je voudrais aussi exprimer toute ma reconnaissance à Gilbert Grynberg pour m'avoir accepté au sein de l'équipe d'optique non-linéaire qu'il dirige. Je veux en particulier qu'il sache combien j'apprécie sa sympathie cordiale qui m'a permis très rapidement de me sentir à l'aise dans son groupe de recherche. Merci d'avoir toujours trouvé le temps pour répondre à mes questions et pour son intérêt inlassable pour la physique qu'il sait si bien communiquer à tous ceux qui l'entourent.

Cette thèse n'aurait pas vu le jour si mon chemin n'avait pas croisé avec celui de Philippe Verkerk lorsque je finissais ma "tesi di laurea" à l'Université de Pise. Même après quatre années passées ensemble à "manip" dans les situations les plus variées, je ne cesse pas de m'émerveiller ni face à son habilité "naturelle" pour résoudre les problèmes expérimentaux ni face à l'affinité, presque miraculeuse, qui arrive à se créer entre nos deux points de vue. Je suis très honoré d'avoir été son premier étudiant en thèse et je le remercie d'avoir partagé avec moi aussi bien les difficultés des expériences que le surmenage imposé par les délais de consigne du manuscrit. Je ne veux pas dénombrer ici l'infinité d'autres choses pour lesquelles je devrais le remercier ; je veux juste qu'il sache que je tiens l'amitié qui désormais nous lie pour quelque chose de très précieux.

Lorsque je suis arrivé dans l'équipe, un groupe très dynamique de thésards travaillait avec enthousiasme aux expériences sur les réseaux optiques. Ce n'est que grâce à leur aide que j'ai commencé à m'orienter dans cet obscur dédale de miroirs, tiges et câbles qui constitue une "manip d'atomes froids". Un chaleureux merci à Christine Triché, Cécile Robilliard et Samuel Guibal pour l'accueil qu'ils m'ont réservé, d'abord, et pour la véritable joie que j'ai ensuite éprouvée en travaillant en équipe avec eux. Je garderai toujours un excellent souvenir des trois années de thèse passées à leurs côtés, avec les bons et les mauvais moments que nous avons vécus ensemble. Je n'oublierai pas pour autant tout ce que je dois aux

théoriciens du groupe, Jean-Yves Courtois et Konstantinos Petsas. L'interaction avec eux et l'intérêt qu'ils portaient aux résultats expérimentaux m'ont poussé, sur une suggestion dont je dois remercier Gilbert, vers les simulations numériques des quasicristaux optiques. C'est seulement grâce à leur aide et à leurs pertinents conseils que j'ai pu tirer quelques résultats de cette aventure stimulante.

Merci aussi aux visiteurs, post-docs et stagiaires de l'équipe avec lesquels j'ai eu l'occasion de travailler, en particulier à Jerzy Zachorowski et Frédéric Chevy qui ont partagé avec moi le travail expérimental. Je n'oublierai pas Christophe Jurczak, David Lucas et Peter Horak qui ont rejoint l'équipe lorsque mon travail était sur le point d'être terminé.

Les relations entre notre groupe et l'équipe "atomes ultra froids" ont toujours été très étroites. J'ai ainsi très souvent pu bénéficier de bons conseils, de prêt ou échange de matériel mais aussi d'agréables pauses déjeuner partagées dans le jardin du laboratoire. Pour tout cela et pour tout ce que j'ai oublié, un grand merci groupé à tous les "gens du sous-sol".

Je tiens enfin à remercier tout le personnel technique et des ateliers d'électronique et de mécanique du laboratoire auquel nous avons sans cesse fait appel. En particulier merci à André Clouqueur pour son efficacité et sa sympathie et à Jean Outrequin pour m'avoir introduit au monde fascinant des tours et des fraiseuses. Ma reconnaissance va aussi aux responsables du réseau informatique du Département de Physique de l'E.N.S.: Cécile Combier, Zaïre Dissi et Thierry Besançon ainsi qu'aux secrétaires du Laboratoire et aux bibliothécaires du Département.

Lors de la rédaction du manuscrit, j'ai pu bénéficier des corrections attentives et très instructives de Philippe Verkerk, Anne-Marie Turcan et Jean-Yves Courtois. Merci beaucoup à tous les trois de m'avoir aidé à clarifier mes idées et à corriger les immanquables fautes d'orthographe.

Je veux exprimer ici toute ma reconnaissance à MM. Ennio Arimondo et Denis Gratias pour l'intérêt qu'ils ont montré pour ce travail en acceptant la charge de rapporteurs et pour les pertinentes remarques qu'ils ont bien voulu m'adresser. Je tiens aussi à remercier MM. Alain Aspect, Claude Cohen-Tannoudji et Claude Delalande qui m'ont fait un grand honneur en acceptant de faire partie du jury de soutenance.

Pendant les deux premières années de thèse j'ai pu bénéficier d'un financement de la Communauté Européenne que je tiens donc à remercier. Je veux aussi exprimer ma plus vive reconnaissance au Collège de France et en particulier à M. le Professeur Claude Cohen-Tannoudji, pour le soutien reçu au cours de ma troisième année de thèse.

Pour finir, j'ose à peine remercier ma femme, Letizia, pour avoir supporté le rythme de vie de physicien que je lui ai imposé. J'ai juste le vain espoir d'arriver un jour à l'aider et à la soutenir aussi bien qu'elle l'a fait avec moi, avec la même tendresse et la même bonne humeur.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les progrès récents dans le domaine du refroidissement laser [1, 2] ont conduit la physique atomique à intégrer les degrés de liberté “externes” de l’atome dans la description de l’interaction matière-rayonnement. Des moyens astucieux qui tirent profit de la conservation de l’impulsion lors de l’échange des photons et de la cohérence des faisceaux laser permettent de “manipuler” les atomes, de les confiner et de les refroidir jusqu’à des températures très basses. Cette ligne de recherche très active, a tout récemment poussé ce contrôle de l’état externe d’un ensemble d’atomes jusqu’à la situation limite où les phénomènes de dégénérescence quantique se manifestent : tous les atomes d’un gaz dilué se retrouvent alors dans le même état quantique (condensation de Bose-Einstein)[3].

Un aspect particulièrement intéressant du contrôle de l’état externe atomique par la lumière laser reste tout de même la possibilité d’imposer un “potentiel optique” aux atomes *via* le déplacement lumineux [4]. En présence d’une figure d’interférence engendrée par des faisceaux laser, les atomes ont une énergie potentielle qui dépend de leur position à l’échelle de la longueur d’onde optique. La profondeur des “puits de potentiel lumineux” obtenus en laboratoire est très faible (de l’ordre du mK) mais ce fait est compensé par les faibles températures que l’on est capable d’atteindre avec les techniques de refroidissement laser (jusqu’aux nK pour le césium).

L’ensemble constitué par les atomes froids qui occupent les puits d’un potentiel optique engendré par plusieurs faisceaux laser est appelé un “réseau optique” [5]. Un réseau optique se présente donc comme un ensemble d’atomes à l’état gazeux qui se trouvent rangés dans une structure ordonnée. Il existe une analogie naturelle entre les cristaux de la physique des solides et les réseaux optiques : les atomes peuvent être comparés aux électrons et le potentiel lumineux est l’analogue du potentiel d’interaction entre l’électron et la matrice d’ions qui constitue la maille cristalline. Cette analogie a été récemment confirmée, et de façon

très nette, avec l’observation directe des oscillations de Bloch et des échelles de Wannier-Stark dans les réseaux optiques non dissipatifs [6, 7, 8]. Ces phénomènes sont très difficiles à observer dans les échantillons solides ; les réseaux optiques peuvent donc jouer un rôle primordial dans la compréhension et clarification des phénomènes de transport dans le régime quantique [9].

Il existe un autre domaine qui s’est développé très récemment en physique des solides où (entre autres) la compréhension des phénomènes de transport reste un problème ouvert : il s’agit de l’étude des structures quasi-cristallines [10]. Ce nouvel état d’agrégation de la matière a été découvert en 1984 [11] et il est caractérisé par la présence d’un ordre à grande échelle en absence de toute symétrie par translation. En particulier, on est aujourd’hui capable de produire des alliages de métaux qui ont les caractéristiques suivantes :

- les pics de Bragg sont aussi fins que ceux d’un cristal (synonyme de structure ordonnée),
- le groupe de symétrie ponctuel est celui de l’icosaèdre (incompatible avec la symétrie par translation),
- la conductivité électrique est inférieure à celle d’un semi-conducteur dopé (mobilité des électrons très réduite).

Pour un solide, la possibilité de “quasi-cristalliser” dépend de façon cruciale des détails de sa composition chimique. Ce sont en fait les interactions entre les différents ions qui déterminent la disposition qui minimise l’énergie et donc la structure du solide. Dans un réseau optique, en revanche, la symétrie du système est imposée par l’expérimentateur avec l’orientation relative entre les faisceaux piégeants. C’est à partir de cette idée que des structures quasi-périodiques bi-dimensionnelles composées de micro-sphères en polystyrène plongées dans un milieu visqueux ont été réalisées en 1990 [12], et c’est toujours à partir de cette idée que nous avons réalisé des potentiels lumineux quasi-périodiques.

Ce travail de thèse s’insère donc dans la ligne de recherche de l’étude des réseaux optiques et porte plus spécifiquement sur l’extension des réseaux optiques de type “Sisyphé” à des situations où la périodicité du potentiel optique est remplacée par la notion, moins forte, de quasi-périodicité. L’étude de ce nouveau type

de réseau présente donc un double intérêt : d'une part, permettre la réalisation d'une "maquette" d'un quasicristal solide pour essayer de mieux comprendre les propriétés de ces objets qui restent en partie mystérieuses, d'autre part permettre d'agrandir la famille des réseaux optiques, systèmes qui ne cessent d'offrir de nouveaux résultats.

Ce mémoire est articulé en trois parties.

Dans une première partie, nous introduisons le refroidissement laser et les réseaux optiques en présentant une revue des résultats obtenus dans ce domaine. Il s'agit d'une revue qui situe le point de départ de ce travail de thèse tout en introduisant les outils qui seront employés dans la suite. La description concise des techniques de refroidissement qui ont été développées jusqu'à présent occupe donc un premier chapitre. Dans ce chapitre, nous introduisons aussi les réseaux optiques de type "Sisyphé" qui sont à la base de l'extension vers les situations quasi-périodiques que nous avons étudiées. Les techniques d'étude théorique et de diagnostic (théorique et expérimental) des réseaux optiques sont les sujets de deux chapitres suivants. Pour conclure, un chapitre présente le montage expérimental. Nous y décrivons rapidement un ensemble de schémas et de montages dont certains ont été déjà développés et décrits dans d'autres thèses. D'autres systèmes sont en revanche complètement nouveaux ou présentent des modifications et des améliorations par rapport aux montages préexistants.

La deuxième partie débute avec une introduction (à l'usage du physicien atomiste) des quasicristaux étudiés en physique des solides. Cette partie est entièrement consacrée à l'étude expérimentale des quasicristaux optiques et cette introduction nous donne l'occasion de présenter de façon naturelle les propriétés des potentiels lumineux quasi-périodiques. Nous passons ensuite à la présentation de résultats obtenus pour les trois configurations que nous avons étudiées en détail : un réseau optique incommensurable, un super-réseau optique et un quasicristal à symétrie pentagonale. Ces résultats sont le reflet de ce qui a été un travail de défrichage. Au cours des expériences, nous avons pu constater que les réseaux optiques quasi-périodiques sont capables de piéger et de refroidir les atomes au moins aussi bien que les réseaux optiques périodiques. Nous avons en fait démontré, par diffraction de Bragg et par spectroscopie pompe-sonde, que les atomes se rangent dans des structures qui reproduisent la topographie

du potentiel lumineux. Il en résulte la possibilité de créer une grande variété de nouvelles structures quasi-périodiques où les atomes sont toujours refroidis à des températures sub-Doppler. Un autre résultat important de cette extension des réseaux optiques, a été l'observation directe des atomes piégés et refroidis dans un potentiel lumineux de grand paramètre de maille.

La troisième partie est consacrée aux résultats des simulations numériques que nous avons effectuées dans le but de mieux comprendre les subtilités des quasicristaux optiques. Ces simulations se sont révélées extrêmement utiles pour pouvoir caractériser ces nouveaux systèmes et pour obtenir des informations qui ne sont pas accessibles aux expériences. Nous présentons d'abord la technique de simulation employée et, ensuite, les résultats obtenus dans un cas bi-dimensionnel et dans un cas tri-dimensionnel. En particulier, nous avons étudié la distribution de densité atomique dans le potentiel lumineux, ce qui nous a permis de reconstruire les figures de diffraction attendues pour les réseaux optiques quasi-périodiques. Nous avons aussi abordé les propriétés de diffusion dans ces systèmes, dans une des premières (à notre connaissance) simulations 3D de la dynamique atomique dans un réseau optique.

PREMIÈRE PARTIE

RÉSEAUX OPTIQUES :

UNE REVUE

INTRODUCTION

Cette partie est consacrée à une présentation de l'état d'avancement des recherches sur les réseaux optiques. En particulier, nous donnerons quelques détails sur les travaux récents de notre équipe, aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental. Nous passerons aussi en revue les résultats obtenus par d'autres équipes, en mettant particulièrement l'accent sur les méthodes que nous avons utilisées au cours de nos recherches sur les quasicristaux optiques, présentées en deuxième partie. Après avoir situé les réseaux optiques dans le domaine du refroidissement laser, nous présenterons quelques propriétés des potentiels lumineux obtenus dans la configuration Sisyphe à une dimension. Les extensions de ce modèle aux cas bi- et tridimensionnels seront présentées un peu plus en détail, car c'est avec une procédure de généralisation analogue que nous arriverons aux cas quasi-périodiques. Une revue des approches théoriques et des outils de diagnostic mis au point pour étudier les réseaux optiques sera ensuite présentée. Nous essaierons de focaliser notre attention sur la physique simple et nous renverrons le lecteur aux références pour les subtilités et les complications toujours présentes. Nous passerons ensuite un certain temps sur la description du montage expérimental qui permet l'observation des réseaux optiques. En particulier, nous décrirons les techniques pour obtenir des sources laser assez puissantes et avec de bonnes propriétés spectrales, ainsi que des montages optiques ou électroniques qui se sont révélés particulièrement efficaces.

CHAPITRE I

REFROIDISSEMENT LASER, EFFET SISYPHE ET RÉSEAUX OPTIQUES

I.1 Refroidir les atomes avec la lumière

La possibilité de refroidir les atomes en utilisant leur interaction avec un champ électromagnétique dérive directement des lois fondamentales de conservation. Par exemple, la conservation de l'impulsion lorsqu'un atome absorbe ou émet un photon joue un rôle essentiel dans tout processus de refroidissement laser.

En mécanique quantique, on décrit un atome en séparant les états électroniques internes (en tenant compte de toutes les corrections dues à l'interaction spin-orbite et orbite-noyau) des degrés de liberté externes (mouvement du centre de masse). Le refroidissement laser est obtenu lorsqu'un atome (à l'état gazeux) perd progressivement son énergie cinétique liée au mouvement du centre de masse à la suite de nombreuses transitions entre états internes. Généralement, de tels cycles sont obtenus en éclairant l'atome avec un champ laser (radiation électromagnétique quasi monochromatique, cohérente et intense) dont la fréquence $\omega_L = 2\pi\nu_L = 2\pi c/\lambda_L = k_L c$ est telle que

$$\hbar\omega_L \simeq \Delta E = \hbar\omega_0, \quad (\text{I.1})$$

où ΔE est l'énergie qui sépare deux états internes de l'atome¹

1. Il existe des configurations de refroidissement laser qui utilisent plusieurs fréquences différentes interagissant éventuellement avec des transitions différentes, le principe de base restant toujours valable.

I.1.1 Etats internes: l'atome à deux niveaux

L'atome le plus simple peut être décrit comme possédant seulement deux niveaux (un niveau fondamental $|g\rangle$ et un niveau excité $|e\rangle$) qui interagissent d'une façon quasi-résonnante avec la lumière. Dans ce cas (atome à deux niveaux), la physique de l'interaction atome-champ est complètement déterminée par les paramètres suivants :

ω_0 : pulsation de la transition atomique

Γ : largeur naturelle de l'état excité

$\Delta = \omega_L - \omega_0$: désaccord du laser par rapport à la transition atomique,

Ω : fréquence de Rabi, qui contient les informations sur l'intensité laser I et sur le couplage atome-champ (en particulier $\Omega^2 \propto I$).

Le paramètre de saturation est aussi un paramètre qui revêt une importance particulière :

$$s = \frac{\Omega^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}. \quad (\text{I.2})$$

Considérons maintenant un atome à deux niveaux, immobile, plongé dans une onde plane progressive : après une phase transitoire dont la durée est de l'ordre de Γ^{-1} , la population de l'état excité atteint sa valeur stationnaire $\Pi_e = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s}$ et l'atome émet $\Pi_e \Gamma$ photons spontanés par unité de temps. Chaque émission spontanée d'un photon est bien sûr précédée par l'absorption d'un photon du faisceau. Il est particulièrement intéressant de considérer le *régime de faible saturation* qui intervient lorsque $s \ll 1$. Dans ce cas, $\Pi_e \simeq s/2 \ll 1$ et l'atome passe la majorité de son temps dans l'état fondamental $|g\rangle$ tout en restant couplé à la lumière.

I.1.2 Etats externes: recul et refroidissement Doppler

Il est temps maintenant de considérer les degrés de liberté externes de l'atome. La conservation de l'impulsion nous dit que chaque fois que l'atome de masse M absorbe ou bien émet un photon de vecteur d'onde $\mathbf{k}$, il doit encaisser un recul dans la direction opposée à celle de la propagation du photon. La vitesse qu'un atome immobile acquiert lors de l'absorption d'un photon résonnant s'appelle vitesse de recul v_r et vaut $v_r = \hbar k_0 / M$. L'énergie cinétique correspondante s'ap-

pelle énergie de recul E_r et vaut $E_r = \hbar^2 k_0^2 / 2M$. Lorsqu'un atome est plongé dans une onde plane progressive, il absorbe toujours des photons qui ont une direction déterminée et il émet des photons spontanés qui ont des directions aléatoires. Le résultat net est une force, dite de pression de radiation (ou dissipative), qui pousse l'atome dans la direction de propagation du faisceau laser. Cette force est égale au nombre de photons spontanés émis par unité de temps multiplié par l'impulsion d'un photon laser :

$$\mathcal{F}_{dissip} = \Gamma \Pi_e \hbar k_L = \frac{\Gamma}{2} \hbar k_L \frac{s}{1+s}. \quad (\text{I.3})$$

Dans la limite de faible saturation, on trouve donc :

$$\mathcal{F}_{dissip} \simeq \frac{\Gamma}{4} \hbar k_L \frac{\Omega^2 / \Gamma^2}{\Delta^2 / \Gamma^2 + 1/4}. \quad (\text{I.4})$$

Bien que l'échange d'impulsion lié à chaque photon soit très faible par rapport à l'impulsion totale de l'atome, la durée de vie du niveau excité est si courte qu'un grand nombre de photons peut être échangé par unité de temps. Le résultat est une force qui atteint pour un atome de césium et pour $\Delta = -\Gamma/2$ et $\Omega = \Gamma$ ($s = 1$), une valeur 3000 fois plus importante que la force de pesanteur. La première expérience qui utilisa cette force pour dévier un faisceau atomique avec de la lumière résonnante date de 1933, bien avant le développement des lasers [13].

La possibilité de changer l'impulsion d'un atome permet d'accélérer (et donc de ralentir !) des faisceaux atomiques, mais ne permet pas (sans astuces supplémentaires) de les refroidir. En fait, pour refroidir il faut arriver à rétrécir la dispersion des vitesses autour d'une vitesse moyenne plutôt que de diminuer cette vitesse moyenne. C'est pour cela que, dans tout mécanisme de refroidissement laser, il est nécessaire de trouver une méthode pour diminuer l'impulsion des atomes chauds sans augmenter celle des atomes déjà froids.

La première technique utilisée pour obtenir ce résultat est connue sous le nom de refroidissement Doppler et a été proposée en 1975, indépendamment pour les atomes neutres [14] et pour les ions [15]. Comme son nom l'indique, le refroidissement Doppler est basé sur le fait qu'un atome en mouvement avec une vitesse v le long de la direction d'un faisceau voit une fréquence laser multipliée par un facteur $1 \pm v/c$ (le signe dépendant du sens de propagation). La technique

pour refroidir, par exemple, la direction z consiste donc à utiliser un couple de faisceaux qui se propagent en sens opposés le long de l'axe z et dont la fréquence est sur le rouge de la transition atomique. Un atome avec une vitesse v_z positive est poussé par la pression de radiation dans la direction des z négatifs à cause de la dépendance en fréquence de la force I.3 (via le paramètre s) qui déséquilibre les forces dues aux deux faisceaux :

$$\mathcal{F}_{Dopp} = \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{s_+}{1+s_+} \hbar k_{L+} - \frac{s_-}{1+s_-} \hbar k_{L-} \right) \simeq \hbar k_L^2 v \frac{\Omega^2}{\Gamma^2} \frac{\Delta/\Gamma}{(\Delta^2/\Gamma^2 + 1/4)^2} \quad (\text{I.5})$$

(l'approximation est valable pour les faibles saturations et pour $k_L v \ll \Gamma$). Les atomes qui ont une vitesse v_z nulle subissent une force moyenne nulle. En utilisant trois couples de faisceaux mutuellement orthogonaux, il est donc possible de refroidir un nuage atomique le long des trois directions de l'espace. L'énergie cinétique des atomes est dissipée par les cycles d'absorption-émission spontanée. Pendant ces cycles l'atome absorbe des photons décalés vers le rouge et émet des photons qui, en moyenne, n'ont pas de décalage par rapport à la transition atomique. Il est important de noter que les atomes sont refroidis dans ce que l'on appelle une *mélasse optique* (étant donné la force visqueuse de freinage) mais qu'il n'y a aucune force de rappel.

Ce type de refroidissement a été étudié en détail du point de vue théorique [16] et il est intéressant de citer quelques résultats fondamentaux de ces études : la distribution de vitesse finale est une distribution de Maxwell-Boltzmann et sa largeur est déterminée par l'émission spontanée qui chauffe les atomes en leur donnant une impulsion de recul aléatoire. Le minimum de température $k_B T_D = \hbar\Gamma/2$ est obtenu à faible intensité et pour un désaccord $\Delta = -\Gamma/2$. D'autre part, seuls les atomes dont la vitesse v est telle que $|k_L v| \simeq \Gamma$ (déplacement Doppler de l'ordre de la largeur naturelle) ont la possibilité d'être freinés. On peut donc définir une vitesse de capture v_{capt} qui vaut $v_{capt} \simeq \Gamma/k_L$. La première mélasse optique a été observée en 1985 avec des atomes de sodium [17] et d'autres expériences analogues ont suivi. Les expériences confirmaient les résultats théoriques obtenus pour un atome à deux niveaux.

L'absence de force de rappel dans les mélasses optiques est une limitation majeure à la densité et à la durée de vie du nuage d'atomes froids que l'on peut obtenir. Il est donc naturel de chercher des configurations de faisceaux qui puissent allier le piégeage au refroidissement. Malheureusement, après quelques tentatives

[18] on s'est aperçu que, en vertu du “théorème d'Earnshaw optique” [19], il n'est pas possible de piéger un atome à deux niveaux en utilisant seulement la force de pression de radiation due à des faisceaux dont l'intensité est indépendante du temps.

I.1.3 La conservation du moment cinétique: polarisation, sous-niveaux Zeeman et pompage optique.

L'approximation de l'atome à deux niveaux décrit très bien le refroidissement Doppler, mais des atomes plus compliqués peuvent présenter des caractéristiques plus riches : ce sont, de toute façon, les atomes effectivement utilisés au cours des expériences. L'étape suivante consiste donc à examiner l'interaction atome-champ dans le cas des atomes (par exemple les alcalins) qui présentent plusieurs sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental. Deux phénomènes importants, déterminés par la conservation du moment cinétique, apparaissent : les règles de sélection concernant la polarisation des photons et les coefficients de Clebsch-Gordan. On trouve que l'absorption d'un photon polarisé σ^+ (σ^-) peut seulement augmenter (diminuer) le nombre quantique m d'une unité², et que l'absorption d'un photon polarisé π doit laisser m inchangé. De plus, le couplage entre les sous-niveaux du fondamental $|g, m\rangle$ et les sous-niveaux de l'état excité $|e, m\rangle$ dépend de la polarisation du photon échangé. A titre d'exemple, on considère une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$ (figure I.1) : un atome dans l'état $|g, +1/2\rangle$ peut absorber un photon σ^+ et passer en $|e, +3/2\rangle$, absorber un photon σ^- et passer en $|e, -1/2\rangle$ ou absorber un photon π et passer en $|e, +1/2\rangle$. A égalité d'intensité pour les trois composantes, le premier cas a une probabilité trois fois plus importante que le deuxième et une fois et demie plus importante que le troisième.

Une fois dans l'état excité, l'atome retombe par émission spontanée dans le fondamental. Les probabilités de retombée dépendent aussi, toujours *via* les coefficients de Clebsch-Gordan, de la polarisation du photon émis. Cette situation conduit au phénomène du pompage optique [4] : l'interaction avec un champ lumi-

2. Comme d'habitude, on indique avec m les valeurs propres de J_z qui est la projection du moment cinétique total J sur l'axe z . Cet axe de quantification doit être imposé au système, par exemple à l'aide d'un champ magnétique homogène.

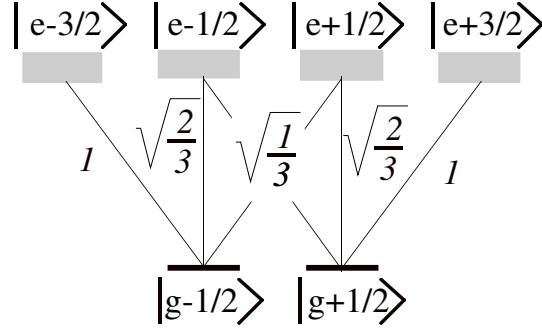


FIG. I.1: Schéma des niveaux et coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition de type $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$.

neux impose la population stationnaire des sous-niveaux Zeeman³. Si on reprend l'exemple précédent, on voit qu'un atome qui interagit avec un champ polarisé σ^+ doit nécessairement se retrouver (après un temps caractéristique τ_p , dit de pompage optique) en train d'effectuer des cycles d'absorption-émission spontanée entre les états extrêmes $|g, +1/2\rangle$ et $|e, +3/2\rangle$.

I.1.4 Le piège magnéto-optique

L'impossibilité d'utiliser la pression de radiation pour piéger les atomes à deux niveaux disparaît dans le cas d'atomes avec plusieurs sous-niveaux. A partir de cette considération [20], il s'agit de chercher un mécanisme analogue au refroidissement Doppler efficace dans l'espace des positions. L'idée est de rendre sélectivement sensibles à la pression de radiation d'un faisceau seulement les atomes qui se sont déplacés d'un "centre" dans le sens opposé à celui de propagation du faisceau. Un tel mécanisme fournit une force de rappel et permet donc, en principe, d'obtenir un piège. La sensibilité à la position peut être obtenue en exploitant un changement d'état interne dû au pompage optique [20, 21], ou un déplacement énergétique des états internes dû à la présence d'un champ externe inhomogène. Cette dernière possibilité est à la base du piège magnéto-optique (PMO) qui est de loin le moyen le plus répandu pour obtenir un échantillon

3. On peut parler par exemple d'alignement de l'atome au champ directeur.

d'atomes froids en laboratoire.

On considère, par souci de simplicité, un atome fictif de spin 0 sur une transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$ dans une région soumise à un champ magnétique statique $\mathbf{B} = b\mathbf{z}$. Deux faisceaux se propagent en sens opposés le long de l'axe z et sont polarisés σ^+ et σ^- (figure I.2). Comme pour le refroidissement Doppler, la fréquence

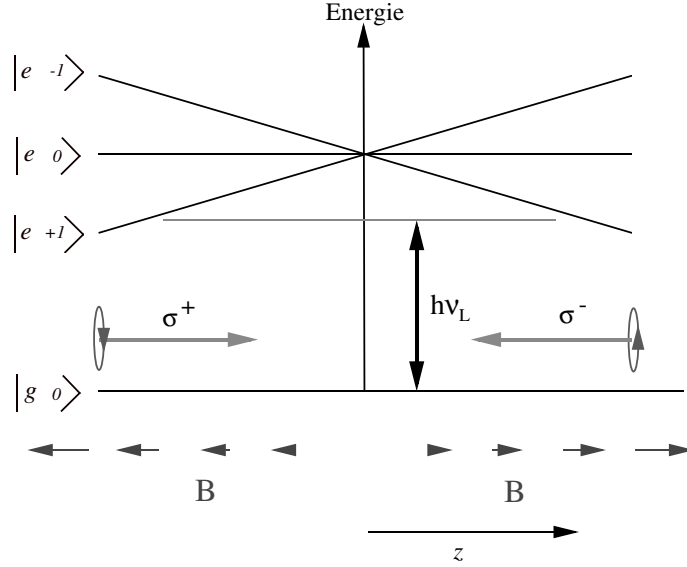


FIG. I.2: Schéma de fonctionnement du piège magnéto-optique (PMO). Un atome sur une transition $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ est soumis à un champ magnétique inhomogène $\mathbf{B} = b\mathbf{z}$ et à un couple de faisceaux laser décalés vers le rouge. La polarisation des deux faisceaux est circulaire opposée. Un atome qui s'éloigne du point $z = 0$ voit se rapprocher de résonance le faisceau qui se propage dans le sens opposé à son déplacement.

est décalée vers le rouge et donc une force de friction est présente. Pour un atome immobile en $z = 0$, les deux forces de pression de radiation dues à chacun des faisceaux se compensent. Un atome éloigné de l'origine vers les z positifs, en revanche, devient plus sensible à l'onde polarisée σ^- et moins sensible à celle polarisée σ^+ à cause du déplacement Zeeman des sous-niveaux de l'état excité (voir figure I.2). Ce déplacement rapproche de résonance le faisceau qui pousse l'atome vers l'origine, engendrant ainsi une force de rappel. Si l'atome se trouve

éloigné dans la direction opposée, le déplacement Zeeman change de signe et c'est le faisceau σ^+ qui repousse l'atome vers l'origine. Un tel système se généralise à trois dimensions en utilisant un champ magnétique quadripolaire et trois couples de faisceaux.

Le premier PMO fut réalisé avec des atomes de sodium sur une transition $2 \rightarrow 3$ [22]. Ce piège était chargé par un faisceau atomique ralenti par laser et ses caractéristiques étaient exceptionnelles : 10^6 atomes ont été concentrés dans une région de diamètre 0.32 mm avec une durée de vie de l'ordre de 120 s et une température de l'ordre de 500 μ K. Le gradient de champ magnétique utilisé était de l'ordre de 10 G cm $^{-1}$ et le désaccord $-1\Gamma \leq \Delta \leq 2\Gamma$. Quelques années plus tard [23], la possibilité de refroidir et piéger les atomes dans un PMO en partant directement d'une vapeur à basse pression et à température ambiante a été démontrée, permettant ainsi une simplification considérable des techniques expérimentales.

I.2 Trop froid! : le refroidissement sub-Doppler et l'effet Sisyphe 1D

En 1988, une expérience-clé [24] démontra que l'on pouvait obtenir des mélasses optiques à des températures plus froides que la température limite prévue par la théorie du refroidissement Doppler. Cette expérience utilisait des atomes de sodium sur la transition $2 \rightarrow 3$ de la raie D_2 avec des polarisations orthogonales pour les trois ondes stationnaires engendrant la mélasse optique. Non seulement les températures obtenues étaient trop faibles, mais la dépendance avec le désaccord Δ montrait un comportement opposé à celui prévu par la théorie : la température diminuait de façon monotone lorsque l'on s'éloignait de résonance.

I.2.1 Les mécanismes de refroidissement sub-Doppler

L'explication de ces résultats, à première vue surprenants, vient de la présence de plusieurs sous-niveaux dans les transitions atomiques utilisées pour les expériences. Cette explication a été publiée indépendamment par deux équipes en 1989 [25, 26].

L'idée fondamentale est la suivante : lorsque le champ électromagnétique présente une polarisation qui dépend de la position, les phénomènes de pompage optique ont tendance à adapter l'état fondamental de l'atome à la polarisation du champ. Si l'atome est en mouvement et que les variations spatiales de polarisation sont rapides (comme dans le cas des ondes stationnaires⁴, où la périodicité spatiale est imposée par λ_L), l'adaptation ne se produit pas de façon adiabatique. Les transitions non adiabatiques qui en découlent sont à l'origine de la friction et donc du refroidissement.

Un autre ingrédient fondamental du refroidissement par gradient de polarisation est le déplacement lumineux. Lors de l'interaction atome-champ, l'interaction du dipôle induit par le laser avec le champ laser lui-même provoque un écartement entre l'état fondamental $|g\rangle$ et l'état excité $|e\rangle$. Dans le cas simple d'un atome à deux niveaux plongé dans une onde progressive, on obtient :

$$\delta E_g = -\delta E_e = \hbar\Delta' = \hbar\Delta s/2 \quad (\text{I.6})$$

Dans le cas d'une transition avec multiplicité Zeeman, le déplacement lumineux d'un sous-niveau du fondamental dépend de son couplage avec les états excités et donc de la polarisation du champ (*via* les coefficients de Clebsch-Gordan). Lorsque l'intensité et/ou la polarisation du champ ont des variations spatiales rapides, les niveaux énergétiques du fondamental se trouvent déplacés de quantités différentes selon la position de l'atome à l'échelle de la longueur d'onde λ_L . Ces déplacements peuvent être vus comme une énergie potentielle effective pour les degrés de liberté externes⁵; on se trouve donc en présence simultanée d'un potentiel lumineux et de phénomènes de pompage optique.

Comme nous l'avons fait jusqu'à présent, les mécanismes seront présentés seulement avec une vision semi-classique, où les degrés de liberté externes ne sont pas décrits en termes quantiques. L'approximation des faibles saturations ($s \ll 1$) sera aussi utilisée, ce qui permettra de considérer l'atome comme étant

4. On utilisera dans ce manuscrit le terme "onde stationnaire" (et parfois le terme "figure d'interférence") avec une acception plus large que celle habituellement employée. En particulier, on pourra changer la polarisation de l'onde rétro-réfléchie.

5. En général les sous-niveaux Zeeman ne sont plus les états propres du hamiltonien effectif : en chaque point, c'est une combinaison linéaire des sous-niveaux qui est un état propre de l'énergie.

toujours dans l'état fondamental $|g\rangle$ en négligeant le potentiel lumineux associé à l'état excité $|e\rangle$. Les deux configurations en onde stationnaire qui ont été étudiées en détail sont la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ et la configuration $lin \perp lin$. La première configuration est celle utilisée, par exemple, dans le PMO; la deuxième est, comme on le verra, à la base du fonctionnement des réseaux optiques.

I.2.2 Mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$

Dans la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$, on considère l'interaction d'un atome sur une transition $J = 1 \rightarrow J' = 2^6$ avec une onde stationnaire engendrée par deux ondes planes de même fréquence ω_L et de même intensité I_0 qui se propagent en directions opposées le long de l'axe z et avec des polarisations circulaires opposées. Les deux ondes ne pouvant pas interférer au sens classique du terme, l'intensité ne dépend pas de la position. Cette onde stationnaire présente en tout point une polarisation linéaire dont le vecteur décrit une hélice linéaire de pas λ_L . On est donc en présence d'un gradient de polarisation qui n'est pas dû à une variation d'ellipticité. Dans cette configuration, seuls les phénomènes d'orientation sont importants, étant donné que les déplacements lumineux des sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont indépendants de la position. Si l'on prend un atome au repos et un désaccord $\Delta < 0$, on trouve que les trois sous-niveaux ont des populations et des déplacements lumineux différents : $|g, -1\rangle$ et $|g, +1\rangle$ sont moins peuplés et moins déplacés que $|g, 0\rangle$.

Pour un atome en mouvement, on peut introduire un référentiel tournant en mouvement où la polarisation linéaire garde une direction fixe et où l'atome est immobile. Un tel changement de référentiel fait apparaître dans le hamiltonien un terme inertiel qui est décrit par un champ magnétique homogène fictif le long de l'axe z . La présence de ce champ magnétique peut être traitée comme une perturbation si l'atome est lent ; il en résulte des nouveaux vecteurs propres pour l'état fondamental qui sont des mélanges des sous-niveaux Zeeman. On peut calculer les populations stationnaires dans la nouvelle base et exprimer le résultat dans le référentiel du laboratoire. On démontre ainsi qu'il y a, pour l'atome en mouvement, une différence de population entre l'état $|g, -1\rangle$ et l'état $|g, +1\rangle$

6. Ce mécanisme est en fait efficace dans toutes les transitions du type $J \rightarrow J + 1$; $J \geq 1$.

(orientation) :

$$\Pi_{+1} - \Pi_{-1} \propto k_L v / \Delta'_{\pm 1}. \quad (\text{I.7})$$

La différence de population que l'on a trouvée est responsable de la force de friction : pour un désaccord sur le rouge ($\Delta < 0 \rightarrow \Delta'_{\pm 1} < 0$) les atomes en mouvement absorbent préférentiellement les photons de l'onde qui se propage dans la direction opposée à leur vitesse. Ce mécanisme permet d'atteindre des températures d'équilibre plus faibles que le mécanisme Doppler, étant donné que la force de friction reste très grande même à faibles vitesses. Du point de vue de la vitesse de capture, on voit bien qu'il faut que le pompage optique ait le temps de se produire pendant que l'atome parcourt une distance de l'ordre de la longueur d'onde λ_L . Un bon ordre de grandeur est donc donné par $k_L v_{\text{capt}} \simeq \Gamma$. La lenteur des processus de pompage optique permet donc d'obtenir une friction importante au prix d'une faible vitesse de capture. Le bilan énergétique de ce processus s'explique, comme dans le cas de l'effet Doppler, par le fait que les photons spontanés émis sont, en moyenne, décalés sur le bleu par rapport aux photons absorbés. Il faut remarquer aussi que, dans cette configuration, il n'existe pas de potentiel lumineux modulé : comme les déplacements lumineux de l'état $|g\rangle$ ne dépendent pas de la position, aucune force réactive n'est présente. Le terme de mélasse optique s'applique donc bien, en contraste avec la configuration présentée dans le prochain paragraphe.

I.2.3 Configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$: effet Sisyphe

Dans la configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$, on considère l'interaction d'un atome sur une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$ avec une onde stationnaire engendrée par deux ondes planes qui se propagent en directions opposées le long de l'axe z et avec des polarisations linéaires orthogonales. Comme dans le cas précédent, il n'y a pas de modulation d'intensité, mais cette fois l'ellipticité de la polarisation ne reste pas constante. Si l'on fixe l'origine à un endroit où les deux ondes sont en quadrature, on y trouve une polarisation circulaire σ^- . Lorsque l'on se déplace de $\lambda_L/8$ dans la direction des z positifs, les deux ondes se trouvent en opposition de phase (polarisation linéaire à 45°). On trouve en $z = \lambda_L/4$ la quadrature opposée à celle de l'origine (polarisation σ^+); en $z = 3\lambda_L/8$, les ondes sont en phase (polarisation linéaire à -45°); et en $z = \lambda_L/2$, la polarisation est circulaire comme à l'origine

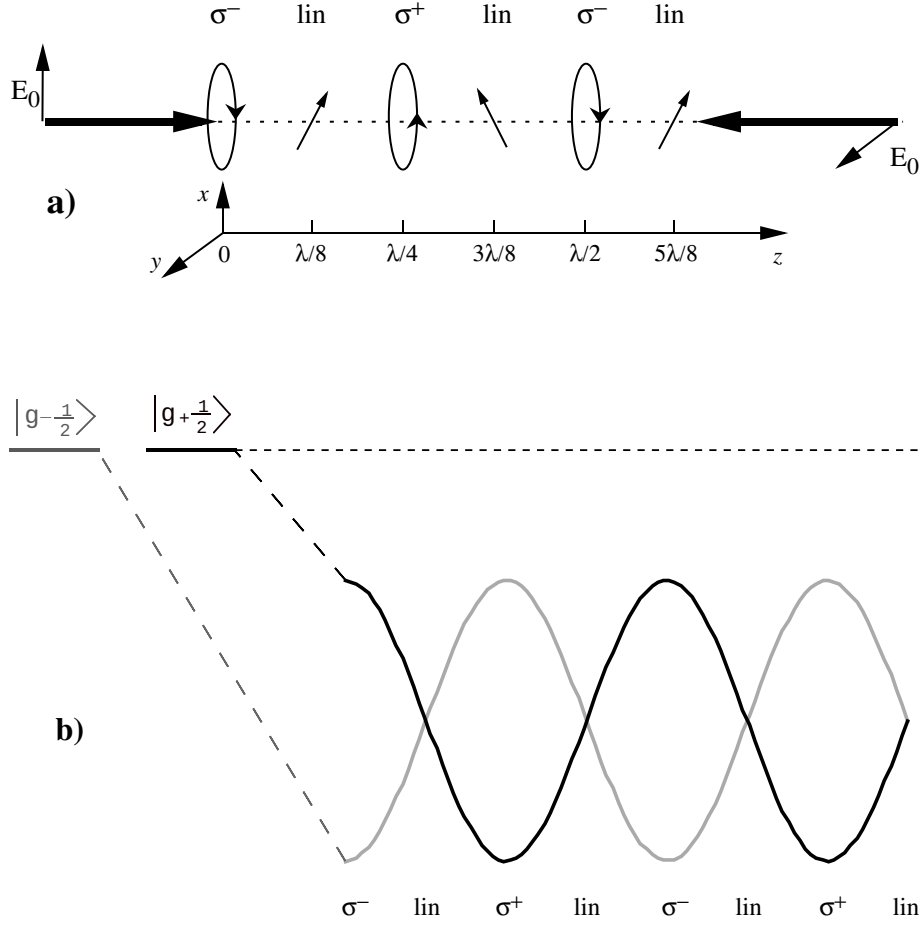


FIG. 1.3: **(a)** Configuration du champ $\text{lin} \perp \text{lin}$: l'interférence entre les deux ondes engendre une alternance de sites de polarisation circulaire opposée à une distance de $\lambda_L/4$. **(b)** Les déplacements lumineux des sous-niveaux Zeeman (ici pour une transition $1/2 \rightarrow 3/2$) varient avec la position car le couplage dépend de la polarisation (voir les coefficients de Clebsch-Gordan dans la figure précédente).

(figure I.3a). Cette situation engendre des déplacements lumineux qui dépendent de la position pour les deux sous-niveaux Zeeman du fondamental $|g, +1/2\rangle$ et $|g, -1/2\rangle$, et donc la présence d'un potentiel lumineux qui a une période de $\lambda_L/2$ (figure I.3b).

Considérons d'abord un atome au repos et un désaccord $\Delta < 0$: le pompage optique peuple les deux sous-niveaux de façon différente selon la position occupée par l'atome. En particulier, le sous-niveau le plus déplacé (avec une énergie plus faible) est aussi le plus peuplé. Aux endroits de polarisation σ^+ , par exemple, le déplacement lumineux est maximum pour l'état $|g, +1/2\rangle$ et c'est dans ce sous-niveau que l'atome est pompé optiquement. Si l'atome possède une vitesse non nulle, le sous-niveau effectivement occupé par l'atome à un instant donné ne correspond plus au sous-niveau le plus probable du cas stationnaire dans la même position. Cela est dû au temps relativement long nécessaire pour atteindre l'équilibre par pompage optique. Cette situation fait que, quand un cycle de pompage optique se produit, l'atome a plus de chances de perdre de l'énergie que d'en gagner. En effet, le niveau le plus peuplé est toujours celui qui a l'énergie la plus faible. Si l'on considère, en particulier, un atome qui avance avec une vitesse telle que $v/\Gamma' \simeq \lambda_L/4$, on constate que sa trajectoire la plus probable le porte à gravir toutes les collines de potentiel et à ne jamais les descendre (figure I.4)⁷. Le mécanisme de dissipation est dans ce cas bien évident : l'énergie cinétique se transforme d'abord en énergie potentielle pendant la montée de la colline ; quand le cycle de pompage optique intervient, l'énergie potentielle est remise à zéro par le photon spontané émis, qui est plus énergétique que le photon absorbé d'une quantité de l'ordre de $\hbar\Delta'$. On arrive à donner une estimation du coefficient de friction par la considération suivante : la puissance dissipée par une force de friction est $P = -\alpha v^2$; l'atome à la vitesse $v \simeq \Gamma'/k_L$ perd l'énergie $\hbar\Delta'$ dans un temps de l'ordre de $1/\Gamma'$. On obtient donc : $\alpha \simeq -\hbar k_L^2 \Delta'/\Gamma'$ qui devient, pour les faibles intensités et à grand désaccord : $\alpha \simeq -\hbar k_L^2 \Delta/\Gamma$. Comme dans le cas de la mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$, la vitesse de capture est imposée par la longueur d'onde optique λ_L et le temps caractéristique du pompage optique $1/\Gamma'$: un atome trop

7. D'où le nom d'*effet Sisyphe* qui a été donné à ce mécanisme de refroidissement. Plus exactement, ce nom a été employé la première fois pour décrire un phénomène tout à fait analogue qui se produit entre deux niveaux d'un atome habillé par effet du déplacement lumineux dépendant de la position dans une onde stationnaire [27].

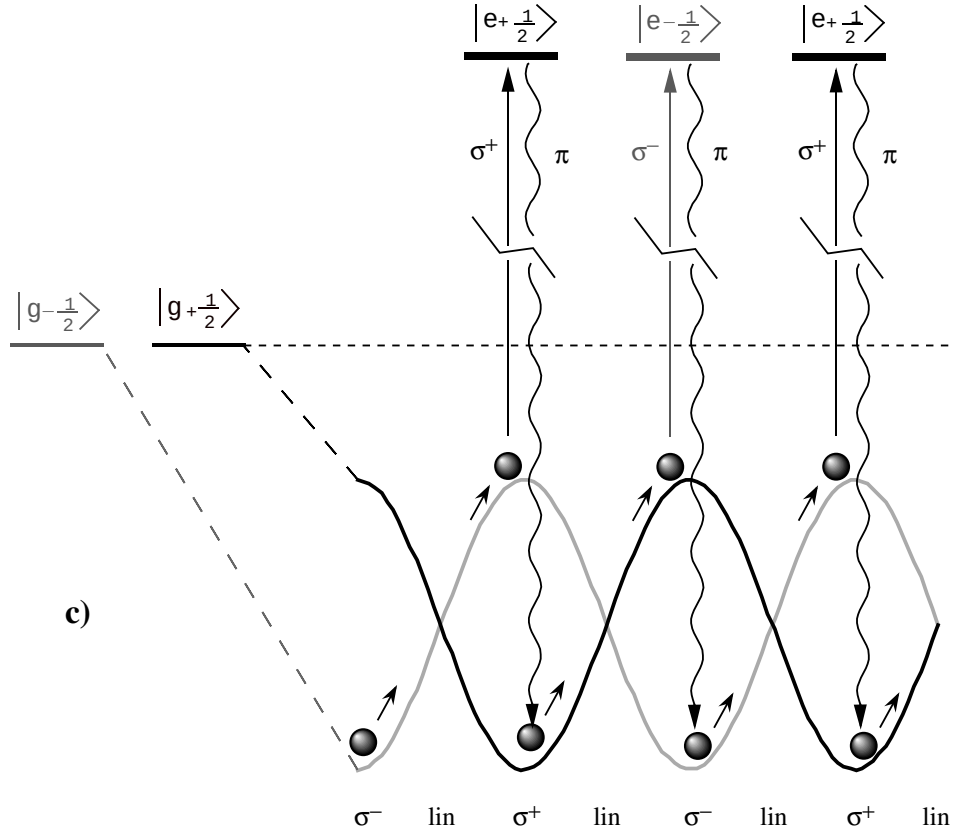


FIG. I.4: La corrélation spatiale entre pompage optique et déplacement lumineux conduit à une perte d'énergie cinétique pour un atome en mouvement : l'atome monte toujours des collines de potentiel mais n'en descend jamais (effet Sisyphus).

rapide finit par subir les cycles de pompage optique à des endroits qui n'ont plus de relation précise avec le potentiel lumineux, ce qui diminue notablement l'efficacité du refroidissement.

Par rapport aux mécanismes de refroidissement analysés précédemment, il y a ici un aspect complètement nouveau. A l'état stationnaire, on obtient des atomes qui sont non seulement *refroidis* mais aussi *ordonnés* à l'échelle de la longueur d'onde optique. Une vision semi-classique nous porte à conclure que, quand l'énergie cinétique de l'atome est devenue plus petite que la barrière de potentiel lumineux, l'atome commence à osciller autour de sa position d'équilibre. Ce système, composé d'atomes rangés plongés dans un potentiel lumineux engendré par l'interférence de plusieurs faisceaux laser, est appelé *réseau optique* (en anglais *Optical Lattice*). Une étude détaillée de ce type de structure sera entreprise dans la prochaine section.

I.2.4 Autres configurations de refroidissement sub-Doppler

Il existe d'autres configurations de refroidissement laser qui permettent d'atteindre des températures sub-Doppler. Une description détaillée de ces mécanismes est au-delà des buts de ce manuscrit ; on en donne donc seulement une brève description par souci de complétude.

Effet MASE [28, 29, 30, 31] Dans le cas de l'effet MASE (en anglais *Magnetic Assisted Sisyphus Effect*: Effet Sisyphe induit par champ magnétique), on considère l'interaction d'un atome sur une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$ avec une onde stationnaire engendrée par deux ondes qui se propagent en sens opposé, ayant la même polarisation circulaire σ^+ et un désaccord $\Delta < 0$. Le potentiel lumineux qui en dérive présente des minima et des maxima aux mêmes endroits pour les deux sous-niveaux Zeeman $|g, +1/2\rangle$ et $|g, -1/2\rangle$, mais le sous-niveau $|g, +1/2\rangle$ est toujours plus déplacé à cause des coefficients de Clebsch-Gordan. Le pompage optique peuple le sous-niveau le plus déplacé $|g, +1/2\rangle$, et ceci en toute position le long de l'axe de propagation z sauf aux noeuds de l'onde stationnaire, où les deux déplacements lumineux sont nuls. Dans cette situation, un atome en mouvement reste toujours dans l'état $|g, +1/2\rangle$ et aucun refroidissement ne

se produit. Si maintenant on ajoute un faible champ magnétique transverse (par rapport à l'axe z), on provoque un couplage entre les deux sous-niveaux. Si le champ est faible, ce couplage n'est efficace qu'aux endroits où l'intensité lumineuse est nulle (ailleurs la précession n'est pas possible à cause de la différence d'énergie entre les sous-niveaux). Ce phénomène permet à l'atome de changer de sous-niveau seulement aux noeuds de l'onde stationnaire qui correspondent à un maximum du potentiel. Il sera ensuite pompé optiquement vers le niveau le plus déplacé, perdant donc de l'énergie comme dans l'effet Sisyphe "standard". Comme dans la configuration $lin \perp lin$, ce type de mécanisme conduit à la localisation des atomes au fond des puits de potentiel [30] et donc à un réseau optique.

Mélasses grises et réseaux gris [32, 33, 34, 35] Dans le cas des mélasses grises, on considère l'effet du déplacement lumineux et du pompage optique sur des transitions atomiques $J \rightarrow J$ ou $J \rightarrow J - 1$. Dans cette nouvelle situation, on trouve que, sans tenir compte de l'impulsion de l'atome, il y a au moins un état (superposition linéaire des sous-niveaux Zeeman du fondamental) qui n'est pas couplé à la lumière (la valeur propre du hamiltonien effectif est nulle) [36]. Dans le cas particulier de la transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$ (décrit dans le prochain paragraphe), il continue d'exister un état non couplé (dit *état noir*) même si l'on tient compte des degrés de liberté externes ; dans les autres cas un *couplage motionnel* [37] intervient, et on parle alors d'états faiblement couplés à la lumière ou d'*états gris*⁸. Lorsque le désaccord est sur le bleu de la transition ($\Delta > 0$), les états couplés ont une énergie potentielle plus importante que celle des états gris. Si l'on considère des atomes immobiles, on trouve que le pompage optique les accumule dans les états non-couplés. A cause du couplage motionnel, les atomes en mouvement peuvent être pompés optiquement d'une nappe du potentiel lumineux vers une autre. Comme dans l'effet Sisyphe, ce processus entraîne une perte d'énergie cinétique et engendre une force de friction qui refroidit les atomes. La principale différence entre cette configuration et l'effet Sisyphe "standard" concerne l'état final de l'atome : au lieu d'être accumulés aux endroits où leur interaction avec la lumière est maximale (réseaux brillants), les atomes se retrouvent la plu-

8. Une méthode pour obtenir de vrais états noirs dans le cas des autres transitions a été aussi proposée [38, 39, 40, 41].

part du temps dans des états faiblement couplés à la lumière. Pour cette raison, les températures minimales des mélasses grises sont plus faibles que celles des mélasses ou des réseaux brillants, comme l'ont montré les expériences menées sur des atomes de césium [34, 42, 43]⁹.

L'énergie des états non couplés ne dépend pas de la position, même s'il y a dans le champ laser des gradients de polarisation qui garantissent le refroidissement. Une méthode pour introduire une modulation de la nappe de potentiel lumineux la moins énergétique et pour obtenir ainsi des *réseaux gris* a été proposée [32] et réalisée expérimentalement [33, 35, 43]. Cette méthode utilise une configuration $lin \perp lin$ et introduit un champ magnétique homogène le long de l'axe de symétrie qui déplace par effet Zeeman les états gris et engendre un potentiel "magnéto-optique" périodique pour les atomes.

VSCPT [44, 45, 46] La présence d'états noirs, par exemple pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$, permet d'obtenir un piégeage cohérent de population sélectif en vitesse (en anglais *Velocity Selective Coherent Population Trapping, VSCPT*). Dans sa configuration 1D la plus simple, ce mécanisme de refroidissement est basé sur le fait que, lorsque les atomes se trouvent dans un état quantique spécifique obtenu comme combinaison linéaire des sous-niveaux Zeeman $|g, -1\rangle$ et $|g, +1\rangle$ associés aux impulsions $\pm \hbar k_L$, une interférence quantique destructive se produit et aucune absorption de photons n'est plus possible. Le processus de refroidissement s'obtient donc par un filtrage des atomes qui sont tombés dans cet état (d'impulsion moyenne nulle!) auquel est associé un recyclage des atomes se trouvant encore dans les états couplés. Les atomes se trouvant dans l'état noir y restent alors que tous les autres sont encore couplés à la lumière, ce qui leur donne une chance de tomber dans l'état piège [37, 47]. Le résultat final est une accumulation des atomes dans l'état non couplé qui se présente dans l'espace des impulsions comme une superposition de deux ondes planes d'impulsion $\pm \hbar k_L$ ¹⁰. On peut définir une "température" pour ce type d'états en considérant la lar-

9. La température minimale est le résultat d'un équilibre dynamique entre le refroidissement par force de friction et le chauffage dû à la diffusion de photons. Dans le cas des mélasses grises, ce deuxième terme est très nettement diminué.

10. Ce résultat est valable dans le cas 1D [44] où les atomes interagissent avec deux ondes qui se propagent en sens opposés; des extensions à 2D et 3D ont aussi été réalisées [45, 46]

geur à mi-hauteur d'un seul pic de la distribution en impulsion¹¹, qui s'avère être une lorentzienne. Ce type de refroidissement conduit à des températures qui sont de plus en plus basses lorsque le temps d'interaction augmente. Les valeurs expérimentales obtenues sont bien plus faibles que la température de recul $T_r = Mv_r^2/k_B$ (k_B est la constante de Boltzmann). On parle alors de refroidissement sub-recul car on a franchi la limite, propre au refroidissement sub-Doppler du type Sisyphe, d'une distribution d'impulsion qui est imposée par l'échange d'impulsion aléatoire qui a lieu lorsqu'une émission spontanée se produit. Il faut aussi noter que ce processus de refroidissement ne peut plus être décrit en termes de force de friction et que l'aspect thermodynamique statistique du problème met en jeu des lois de distribution autres que la loi normale [37, 47, 49].

Raman [50, 51] Le refroidissement Raman est, avec le VSCPT, l'un des deux mécanismes de refroidissement laser qui permettent d'obtenir des températures sub-recul. Ce mécanisme repose lui aussi sur un filtrage dans l'espace des vitesses (on ne change la vitesse des atomes que si elle est non nulle). Cette fois-ci, le filtrage est obtenu à l'aide d'impulsions Raman sélectives en vitesse. En choisissant le profil temporel de l'impulsion Raman (une impulsion laser qui contient deux composantes spectrales dont la différence est proche de la fréquence d'une transition atomique), on détermine finement ses caractéristiques spectrales (*via* la transformée de Fourier). Par l'intermédiaire de l'effet Doppler, on sélectionne ainsi la classe de vitesses qui peut effectuer une transition Raman entre deux niveaux (en général deux sous-niveaux hyperfins du fondamental). Le recyclage est obtenu grâce à un photon émis lors du repompage vers le niveau hyperfin initial. Ce photon spontané change la vitesse de l'atome de façon aléatoire ; si la vitesse finale est nulle, l'atome restera "piégé". La sélectivité en vitesse est un point-clé du mécanisme et, pour obtenir des températures sub-recul, un contrôle très fin de la différence de fréquence entre les deux faisceaux qui causent la transition Raman est nécessaire. Cette méthode offre également la possibilité d'utiliser les mêmes transitions Raman pour sonder une distribution de vitesse donnée avec une grande précision. Comme dans le cas du VSCPT, le refroidissement n'est pas

11. Des expériences récentes qui utilisent le "passage adiabatique" [48] montrent la possibilité d'obtenir une distribution en impulsion avec un seul pic, et ceci même dans le cas de refroidissement 3D

basé sur une force de friction et, pour les atomes “piégés”, il n’y a pas de photons spontanés et donc la température de recul T_r n’est plus une limite infranchissable.

I.3 Réseaux optiques

Dans cette section, nous présentons le problème de l’étude des réseaux optiques. Comme nous l’avons vu au cours de la présentation semi-classique qualitative, l’effet Sisyphe est un mécanisme qui permet de refroidir et piéger des atomes froids dans un potentiel lumineux périodique. Il est important de remarquer que ce système peut être naturellement décrit en séparant la partie hamiltonienne de l’interaction atome-champ de la partie dissipative qui décrit le refroidissement [1]. Cette situation nous permet, au moins en théorie, d’examiner d’abord le potentiel lumineux pour en déduire certaines propriétés (par exemple toutes les propriétés de symétrie) et de n’aborder que plus tard le problème complet. Cette approche garantit une certaine généralité (des réseaux optiques autres que le système $lin \perp lin$ Sisyphe peuvent aussi rentrer dans la description), mais il ne faut pas oublier que les réseaux optiques ne “fonctionnent” que si les effets dissipatifs (ou l’absence complète de ces effets) permettent de garder un atome dans le potentiel lumineux pendant un temps assez long. Dans le cas dissipatif, la grande majorité des caractéristiques dynamiques et statiques d’un réseau ne peuvent pas être déduites sans tenir compte du détail des mécanismes de relaxation.

La présence de particules (les atomes), qui se déplacent dans un potentiel externe dépendant de façon périodique de la position (il est engendré par l’interférence de faisceaux laser), fait apparaître une analogie naturelle avec les électrons qui se propagent dans un solide cristallin. Cette analogie est très importante mais il est nécessaire de mettre en lumière tous les détails qui différencient les deux types de système (par exemple la nature des phénomènes de dissipation) pour savoir, par exemple, dans quelle situation un réseau optique peut être considéré comme un bon modèle pour un vrai solide.

I.3.1 Potentiels lumineux 1D

Nous considérons maintenant en détail les caractéristiques d'un réseau optique "Sisyphé" 1D. Le potentiel lumineux est obtenu avec deux ondes planes de même intensité I_0 et de même longueur d'onde λ_L qui se propagent en sens opposé le long de l'axe z avec des polarisations orthogonales. On peut écrire le champ électrique total comme¹² :

$$\mathbf{E}_L(z) = \frac{1}{2}E_0 e^{-i\omega_L t} \sqrt{2} [\boldsymbol{\epsilon}_- \cos(k_L z + \phi) + i\boldsymbol{\epsilon}_+ \sin(k_L z + \phi)] + c.c., \quad (\text{I.8})$$

en ayant introduit la base circulaire pour les polarisations :

$$\boldsymbol{\epsilon}_\pm = \mp \frac{(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.9})$$

Il est d'abord intéressant de remarquer qu'une variation de la phase relative ϕ entre les faisceaux correspond à une simple translation de l'origine. Dans la suite, nous choisirons l'origine des z de telle sorte que cette phase ϕ soit nulle. Pour des raisons de commodité, nous introduisons les intensités I_+ et I_- des composantes σ^+ et σ^- du champ total :

$$I_\pm = I_0(1 \mp \cos 2k_L z). \quad (\text{I.10})$$

On trouve de façon évidente que la périodicité spatiale des intensités est de $\lambda_L/2$.

En général, les propriétés de symétrie par translation d'une figure d'interférence peuvent être déterminées à partir des vecteurs d'onde des faisceaux qui l'engendrent. Considérons par exemple

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}e^{-i\omega_L t} \sum_{j=1}^2 \boldsymbol{\epsilon}_j E_j e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}} + c.c., \quad (\text{I.11})$$

cette expression peut être écrite sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_L t)} (\boldsymbol{\epsilon}_1 E_1 + \boldsymbol{\epsilon}_2 E_2 e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}}) + c.c.. \quad (\text{I.12})$$

Mis à part une phase, on retrouve le même champ pour toutes les positions $\mathbf{r}_n$ telles que $(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}_n = 2n\pi$. On peut alors identifier le vecteur $\mathbf{K} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ avec

12. Ce résultat est obtenu lorsque l'on choisit l'origine des temps.

le vecteur de base du réseau réciproque qui détermine les propriétés de symétrie de la figure d'interférence et donc de notre "réseau optique". Il est intéressant de remarquer que ces propriétés de symétrie ne dépendent ni de la polarisation ni de l'intensité relative des faisceaux [52]. Dans le cas de la configuration $lin \perp lin$, on retrouve donc simplement que $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = 2k_L \mathbf{e}_z$ et que la périodicité spatiale vaut $\lambda_L/2$.

Pour décrire les autres propriétés du potentiel lumineux, il faut savoir quelle transition atomique est excitée par les faisceaux. Nous nous intéresserons à deux transitions particulières : $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$ et $J = 4 \rightarrow J' = 5$. Le premier cas est choisi pour des raisons de simplicité, le deuxième correspond à la transition atomique du césium effectivement étudiée expérimentalement.

$\mathbf{J} = 1/2 \rightarrow \mathbf{J}' = 3/2$ Commençons par le cas simple d'une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$: il s'agit du cas modèle de l'effet Sisyphe [25]. Etant donné l'absence de composante de polarisation π , le champ I.8 ne couple pas les deux sous-niveaux $|g, -1/2\rangle$ et $|g, +1/2\rangle$. Cette situation très particulière conduit à une simplification majeure du problème : en tout point de l'espace, les deux sous-niveaux Zeeman du fondamental $|g\rangle$ sont aussi les états propres du hamiltonien effectif [1]. Il est ainsi possible de donner une expression analytique du déplacement lumineux (potentiel lumineux) associé à chaque sous-niveau en tout point de l'axe z (on parle dans ce cas de bi-potentiel lumineux) :

$$U_{\pm}(z) = \frac{2}{3} \hbar \Delta'_0 [2 \mp \cos(2k_L z)] \quad (\text{I.13})$$

où $\Delta'_0 = \Delta s_0/2$ est le déplacement lumineux par onde¹³, et U_+ (resp. U_-) est le potentiel lumineux associé à $|g, +1/2\rangle$ (resp. $|g, -1/2\rangle$). On peut remarquer que les minima de la nappe de potentiel lumineux pour un sous-niveau coïncident avec des maxima de la nappe correspondant à l'autre sous-niveau (voir plus haut la figure I.4, page 22). Ces extrema correspondent à des sites où la polarisation est purement circulaire : par exemple, une polarisation σ^+ conduit, pour $\Delta < 0$, à un minimum d'énergie potentielle pour $|g, +1/2\rangle$. D'autre part, les mécanismes

13. Nous utiliserons au cours de tout le mémoire s_0 comme symbole indiquant le paramètre de saturation *par onde*. Les grandeurs relatives à des configurations à plusieurs faisceaux seront toujours exprimées en fonction de ce paramètre.

dissipatifs accumulent les atomes dans les minima du potentiel lumineux. A ces endroits, l'interaction atome-lumière est maximale, vu la valeur du coefficient de Clebsch-Gordan. Il en résulte une diffusion d'un grand nombre de photons par les atomes piégés dans ce type de réseau, ce qui justifie la dénomination de réseau brillant qui leur est donnée.

$\mathbf{J} = 4 \rightarrow \mathbf{J}' = 5$ Pour la transition $J = 4 \rightarrow J' = 5$, qui est celle effectivement étudiée expérimentalement dans le césium, on a neuf sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental. Les coefficients de Clebsch-Gordan pour cette transition sont

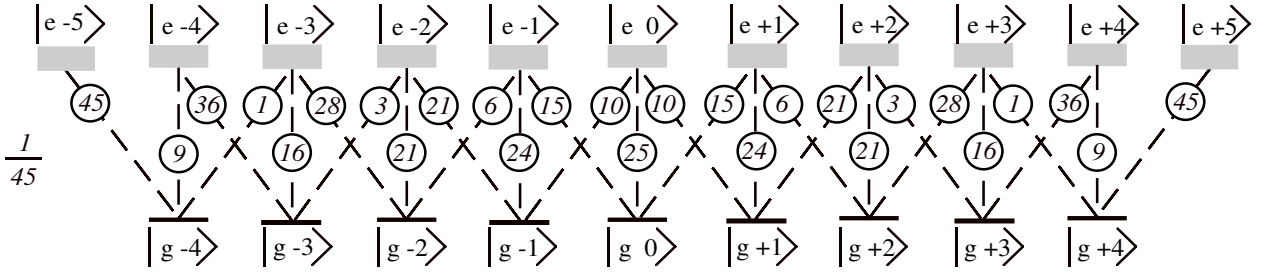


FIG. I.5: Carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition $4 \rightarrow 5$. Toutes les valeurs doivent être multipliées par le facteur commun $1/45$. Pour une transition $J \rightarrow J + 1$ tous les coefficients de Clebsch-Gordan sont positifs.

représentés en figure I.5. L'absence de lumière π conduit encore à une simplification du problème : les sous-niveaux de m pair ne sont pas couplés aux sous-niveaux de m impair par le champ. On trouve en revanche que les sous-niveaux Zeeman ne sont plus les états propres du hamiltonien effectif : en chaque point z , on peut diagonaliser ce hamiltonien pour trouver les neuf combinaisons linéaires des $|g, m\rangle$ qui sont les vecteurs propres de H_{eff} . Si l'on ne tient pas compte de la partie cinétique du hamiltonien, les valeurs propres correspondantes constituent neuf nappes de potentiel lumineux, chacune associée à un état propre en tout point de l'axe z (figure I.6)¹⁴.

14. On néglige aussi toute contribution à l'énergie potentielle liée à la dépendance spatiale des fonctions d'onde qui peut être décrite par des potentiels topologiques [53]; dans le cas des réseaux brillants, cette contribution est de toute façon faible par rapport au potentiel dû au déplacement lumineux [54].

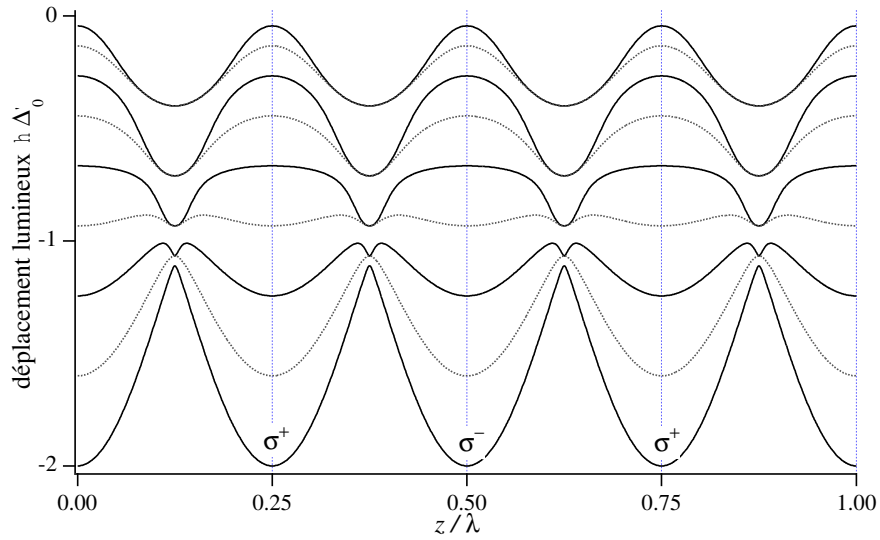


FIG. I.6: *Potentiel lumineux adiabatique calculé pour une configuration Sisyphus 1D et une transition $4 \rightarrow 5$. Chaque nappe de potentiel est associée à un état propre du hamiltonien effectif qui est une combinaison linéaire des sous-niveaux Zeeman. Il existe deux familles d'états qui ne sont pas couplées par le champ: les états obtenus avec les sous-niveaux impairs (en noir) et ceux obtenus avec les sous-niveaux pairs (en gris).*

Pour un atome en mouvement, la situation se complique à cause des transitions non-adiabatiques qui se produisent entre les différentes nappes de potentiel lumineux. A l'état stationnaire, ce réseau présente néanmoins des caractéristiques similaires au cas $1/2 \rightarrow 3/2$. Les atomes s'accumulent aussi, grâce aux phénomènes dissipatifs, dans les minima de la nappe de potentiel la plus déplacée. Ces minima correspondent à une polarisation circulaire pour le champ laser (alternativement σ^+ et σ^-). En ces points, la fonction d'onde pour l'état interne est dominée par le sous-niveau Zeeman extrême ($m = +4$ pour une polarisation σ^+). Comme dans le cas $1/2 \rightarrow 3/2$, l'interaction atome-lumière est maximale exactement là où les atomes s'accumulent; on obtient donc encore un réseau brillant. On peut remarquer aussi que des atomes dans un tel réseau constituent un milieu ordonné de façon anti-ferromagnétique (les spins sont orientés selon deux directions opposées dans deux sites voisins).

Il est intéressant d'examiner en détail la courbure du potentiel au fond des puits. En effet, lorsqu'un atome est bien localisé, il va effectuer un mouvement d'oscillation et l'on va considérer (au moins en première approximation) le potentiel comme harmonique. La courbure du potentiel détermine alors la fréquence de l'oscillation. Comme nous l'avons déjà mentionné, les minima du potentiel correspondent avec les sites de polarisation purement circulaire. Pour fixer les idées, considérons le site σ^- qui est à l'origine $z = 0$. Au fond de ce puits, l'état le plus déplacé est le sous-niveau $|g, -4\rangle$. L'énergie de ce niveau ($\langle g, -4 | H_{eff} | g, -4 \rangle$) est simplement proportionnelle à $I_- + I_+/45$, le facteur $1/45$ étant le carré du coefficient de Clebsch-Gordan de la transition $|F = 4, m = -4\rangle \rightarrow |F' = 5, m' = -3\rangle$. En ne considérant que cette énergie, on obtient ce que l'on appelle *potentiel diabatique*. Le potentiel adiabatique est plus complexe, mais au voisinage du fond des puits on peut faire un calcul perturbatif (I_+ est nulle au fond du puits)¹⁵. On trouve alors que le potentiel adiabatique est proportionnel à $I_- + I_+/17$. Le facteur $1/17$ vient du rapport entre le facteur précédent ($1/45$) et la différence des coefficients de $|F = 4, m = -4\rangle \rightarrow |F' = 5, m' = -5\rangle$ et de $|F = 4, m = -2\rangle \rightarrow |F' = 5, m' = -3\rangle$. Sur la figure I.7, on voit que cette approximation est excellente jusqu'au croisement de niveaux. L'erreur maximale est facile à évaluer. En effet, elle se produit lorsque $I_+ = I_-$, c'est à dire lorsque la polarisation est

15. Il suffit de diagonaliser le hamiltonien effectif en considérant comme perturbation le couplage entre les états $|g, -4\rangle$ et $|g, -2\rangle$ induit par le champ E_+ .

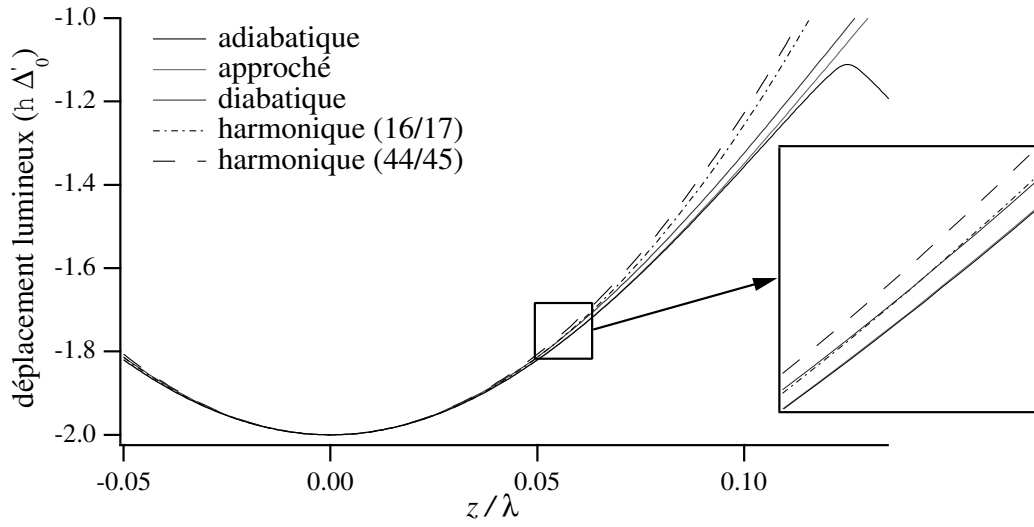


FIG. I.7: *Approximations pour le potentiel lumineux de la configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$ 1D sur la transition $4 \rightarrow 5$. Le potentiel adiabatique au fond d'un puits σ^- peut être approché par l'expression $I_- + I_+/17$ (gris clair) ou par le potentiel diabatique correspondant à l'état $|g, -4\rangle$ ($I_- + I_+/45$ en gris foncé). Les approximations harmoniques correspondantes sont aussi représentées. Le cadre correspond au croisement entre l'approximation harmonique adiabatique et le potentiel diabatique.*

linéaire, l'énergie du niveau le plus déplacé vaut dans cette situation $2I_+ 25/45$. On se trompe donc de moins de 5% en prenant la formule approchée.

Pour calculer la courbure du potentiel, il faut considérer les développements limités des intensités I_+ et I_- au deuxième ordre en z et les utiliser dans l'évaluation du potentiel. L'expression I.10, nous donne $I_+ \simeq 2I_0 k_L^2 z^2$ et $I_- \simeq 2I_0(1 - k_L^2 z^2)$. La fréquence de vibration Ω_v calculée avec le potentiel diabatique vaut donc avec cette approximation harmonique

$$\frac{\hbar\Omega_v}{E_r} \simeq 2\sqrt{\frac{2\hbar\Delta'_0}{E_r} \frac{44}{45}}, \quad (\text{I.14})$$

alors que le potentiel adiabatique approché donne :

$$\frac{\hbar\Omega_v}{E_r} \simeq 2\sqrt{\frac{2\hbar\Delta'_0}{E_r} \frac{16}{17}}. \quad (\text{I.15})$$

I.3.2 La conquête des autres dimensions de l'espace

Les réseaux optiques 1D ont été étudiés du point de vue théorique (numérique) [55, 56, 57, 58] et expérimental [59, 60], les techniques utilisées seront décrites en détail dans les prochains paragraphes. Bien évidemment, le problème de la réalisation des réseaux optiques capables de fonctionner à 2D et à 3D fut aussitôt attaqué. Les motivations pour de telles recherches sont multiples. D'une part, le fait que le piégeage et le refroidissement agissent sur une seule dimension (ou même sur deux) permet aux atomes de s'échapper le long des directions libres et provoque une durée de vie expérimentale trop faible pour une étude complète des réseaux. D'autre part, l'analogie avec les solides et la possibilité d'obtenir un refroidissement transverse pour des faisceaux atomiques¹⁶ rendaient l'étude des configurations à 3D et à 2D particulièrement intéressante. Nous présentons ici les résultats de ces études en ce qui concerne l'aspect statique : les potentiels lumineux et leur cristallographie [52], avec une attention particulière sur le rôle joué par le nombre de faisceaux utilisés et par les phases relatives entre ces faisceaux [63].

16. L'utilisation de potentiels lumineux pour obtenir un refroidissement et une focalisation d'un faisceau atomique a récemment permis des progrès spectaculaires [61, 62] dans le domaine de la *lithographie atomique*. Dans ce cas, le réseau optique (1D ou 2D) est utilisé pour contrôler un flux d'atomes (métalliques ou métastables) et obtenir ainsi une déposition de nanostructures ordonnées dont les dimensions caractéristiques peuvent atteindre la dizaine de nm.

Potentiels lumineux 2D Comme nous l'avons vu, quand on utilise deux faisceaux piégeant dans la configuration $lin \perp lin$ à 1D, les phases des faisceaux ont un rôle bien déterminé : la phase absolue est sans importance car elle disparaît lors du choix de l'origine des temps alors qu'une variation de la phase relative ϕ entre les deux faisceaux conduit à une translation de l'origine de l'axe z . La topographie du potentiel ne dépend pas des phases¹⁷ : on trouve toujours des puits avec des polarisations circulaires opposées qui alternent à une distance de $\lambda_L/4$. Pour garder cette simplicité dans une configuration à deux dimensions, la seule méthode consiste à utiliser une figure d'interférence engendrée par trois faisceaux [63]. Dans cette situation, la phase libre associée au faisceau ajouté va permettre d'explorer le degré de liberté par translation supplémentaire qui existe dans un plan. Il est alors possible de trouver des configurations à trois faisceaux engendrant des potentiels lumineux qui présentent des minima en des points du plan xy où la polarisation de la lumière est circulaire (par rapport à l'axe z). La topographie d'une telle configuration 2D à trois faisceaux est invariante par changement des phases relatives [63]. Dans un champ ainsi construit, le mécanisme dissipatif Sisyphe permet de refroidir les atomes et de les accumuler au fond des puits de potentiel.

Il est toutefois intéressant de noter que la première extension à 2D de l'effet Sisyphe (aussi bien expérimentale [64] que théorique [65]) n'a pas été obtenue en utilisant trois faisceaux (configuration à *nombre minimal de faisceaux*). Le potentiel lumineux était engendré par l'interférence de quatre faisceaux se propageant dans le plan (deux couples de faisceaux en configuration $lin \parallel lin$ avec des polarisations orthogonales). Pour une valeur bien définie de la phase relative entre les deux ondes stationnaires, le potentiel lumineux présente, en analogie avec le cas 1D, des puits de potentiel où la polarisation de la lumière est circulaire. Pour d'autres valeurs de la phase relative, la polarisation de la lumière est partout linéaire et il n'y a plus d'accumulation des atomes au fond des puits de potentiel lumineux. Cette sensibilité à la phase relative oblige l'expérimentateur à la verrouiller par un asservissement autour de sa valeur optimale [64].

En ce qui concerne les propriétés de symétrie par translation des réseaux

17. Cette propriété qui relie un changement de phase à une simple translation est valable pour toute figure d'interférence stationnaire engendrée par deux faisceaux de même longueur d'onde qui se propagent selon deux directions opposées.

2D et leur cristallographie [52], on obtient des résultats analogues au cas 1D. On peut construire le réseau réciproque d'un réseau optique 2D en choisissant comme vecteurs de base les différences entre les vecteurs d'onde des faisceaux qui engendrent le potentiel lumineux. La décoration de la maille élémentaire est en revanche déterminée par la polarisation des faisceaux : la présence de puits de potentiel et la polarisation de la lumière au fond de ces puits dépendent du choix des polarisations des faisceaux individuels. Ces résultats sont valables quel que soit le nombre de faisceaux employés pour engendrer le potentiel lumineux. Dans le cas où le nombre de faisceaux est redondant, la décoration de la maille (mais pas ses propriétés de symétrie par translation) peut dépendre aussi de la phase relative entre les faisceaux.

Potentieux lumineux 3D Le principe du nombre minimal des faisceaux est applicable dans l'espace à 3D exactement de la même façon que dans l'espace à 2D¹⁸. On peut donc obtenir des potentiels lumineux à 3D en utilisant la figure d'interférence de quatre ondes planes non coplanaires. Ces potentiels lumineux ont alors une topographie qui ne dépend pas des phases relatives entre faisceaux [63, 52]. Même si, du point de vue des propriétés géométriques, ces potentiels lumineux 3D ne présentent pas des caractéristiques vraiment nouvelles, du point de vue physique ils permettent d'obtenir des systèmes stables pour lesquels on a parlé de "nouvel état de la matière". Les atomes peuvent être refroidis et gardés dans ces cristaux optiques pendant un temps très long (des durées de vie de l'ordre de la seconde sont tout à fait standard) et, tout en restant à l'état gazeux, ils présentent un ordre périodique à grande échelle. L'arrangement géométrique des faisceaux piégeant et leur polarisation déterminent, exactement comme dans le cas 2D, la structure cristalline du réseau optique. De nombreuses possibilités pour obtenir des réseaux optiques à 3D sont décrites en détail dans la Ref. [52] ; nous présentons en particulier une configuration (dite en *tétraèdre standard*) qui sera à la base des évolutions présentées dans la prochaine partie, et qui est également la configuration de réseau optique la plus étudiée [66, 67, 68].

18. Son application est même utile dans les espaces géométriques de dimension plus élevée, comme on le verra dans la deuxième partie.

I.3.3 Tétraèdre Standard

L'arrangement géométrique du tétraèdre standard dérive directement de la configuration 1D $lin \perp lin$: chaque onde plane de la configuration originelle est ici remplacée par un couple d'ondes planes. Les directions de propagation dans

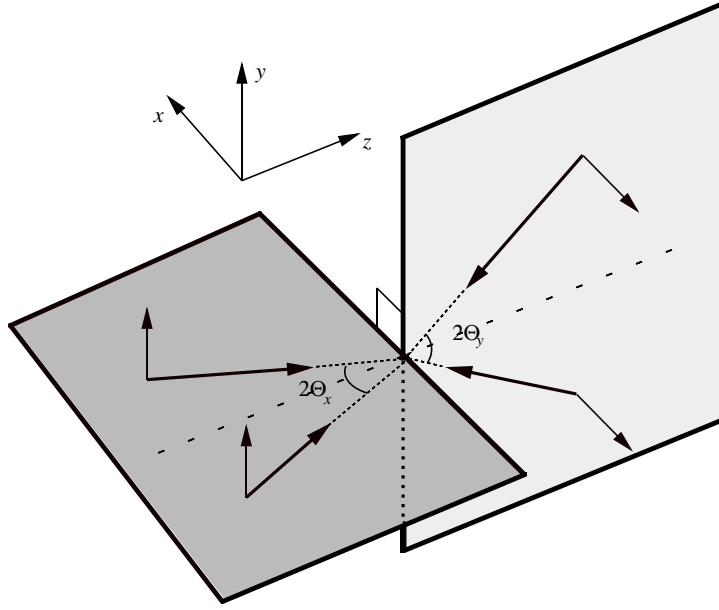


FIG. I.8: *Configuration des faisceaux piégeant pour le réseau optique dit en tétraèdre standard. Les deux couples de faisceaux se propagent sur deux plans orthogonaux avec des polarisations linéaires orthogonales aux plans de propagation.*

chaque couple forment le même angle avec l'axe de la configuration de départ; cet axe reste donc la bissectrice commune du système. Chaque couple garde la polarisation du faisceau dont il dérive et se propage dans un plan orthogonal à cette même polarisation (figure I.8). Le champ total étant une superposition de quatre ondes de même intensité (nombre minimal de faisceaux à 3D), les phases relatives peuvent être choisies librement dans son expression analytique¹⁹. Le

¹⁹. Cette opération représente le choix de l'origine des temps et de l'espace.

champ total peut donc s'écrire :

$$\mathbf{E}_L(x, y, z) = \frac{1}{2}E_0 e^{-i\omega_L t} \sqrt{2} e^{ik_+ z} (\boldsymbol{\epsilon}_+ E_+ + \boldsymbol{\epsilon}_- E_-) + c.c., \quad (\text{I.15a})$$

$$E_+ = e^{ik_+ z} \cos(k_x x) - e^{-ik_+ z} \cos(k_y y), \quad (\text{I.15b})$$

$$E_- = e^{ik_+ z} \cos(k_x x) + e^{-ik_+ z} \cos(k_y y). \quad (\text{I.15c})$$

Dans cette expression, on utilise la base circulaire introduite en I.9, le repère et les angles Θ_x et Θ_y définis en figure I.8, et on a introduit les notations :

$$k_x = 2\pi/\lambda_x = k_L \sin(\Theta_x)$$

$$k_y = 2\pi/\lambda_y = k_L \sin(\Theta_y)$$

$$k_{\pm} = 2\pi/\lambda_{\pm} = k_L (\cos \Theta_x \pm \cos \Theta_y)/2.$$

Les propriétés de symétrie de ce réseau dépendent des différences des vecteurs d'onde et donc des angles Θ_x et Θ_y . Dans le cas le plus général ($\Theta_x \neq \Theta_y$), on obtient un réseau orthorhombique de pas $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_+/2$. Si $\Theta_x = \Theta_y$ on obtient un réseau tétragonal de pas $\lambda_x = \lambda_y, \lambda_+/2$. Ce réseau tétragonal devient cubique centré lorsque $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_+/2$, c'est à dire pour $\cos \Theta_x = \cos \Theta_y = 1/\sqrt{5}$ ($\Theta_x \simeq 63^\circ$). On peut obtenir aussi une symétrie cubique à faces centrées lorsque les quatre faisceaux sont orientés selon les axes de symétrie ternaire d'un tétraèdre régulier et donc $2\Theta_x = 2\Theta_y \simeq 109^\circ$ ($\cos \Theta_x = \cos \Theta_y = 1/\sqrt{3}$) [52]. Dans ce système, le champ électromagnétique ne présente pas de composante π (par rapport à l'axe de symétrie défini par la bissectrice commune), exactement comme la configuration 1D dont il dérive. Dans le cas d'une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 3/2$, il est aisé d'obtenir une expression analytique pour le bi-potentiel lumineux en tout point de l'espace²⁰ :

$$U_{\pm}(x, y, z) = -\frac{8}{3} \hbar \Delta'_0 [\cos^2(k_x x) + \cos^2(k_y y) \mp \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(2k_+ z)]. \quad (\text{I.17})$$

Pour toute valeur des angles Θ_x et Θ_y , on trouve ainsi des puits de potentiel aux endroits où la polarisation de la lumière est circulaire. On trouve dans la structure des puits et dans leur alternance des réminiscences de la configuration Sisyphe

20. On pourrait trouver une expression analytique pour le potentiel lumineux adiabatique aussi pour les transitions $J \rightarrow J+1$ avec $J \leq 7/2$. En revanche, la diagonalisation d'une matrice de dimension plus élevée n'est pas possible sans passer au calcul numérique.

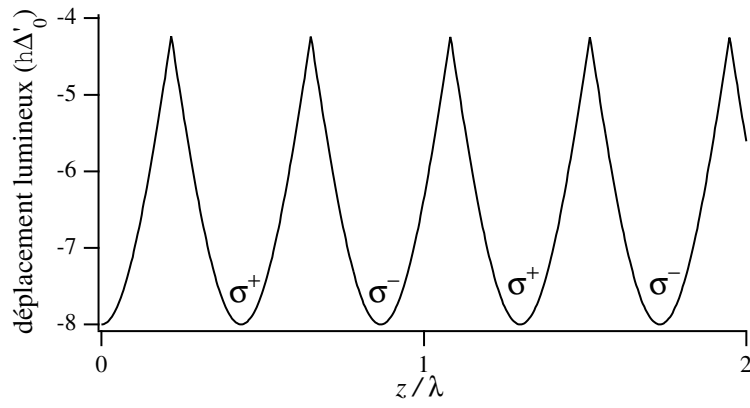


FIG. I.9: *Section d'un potentiel lumineux adiabatique 3D pour la transition $4 \rightarrow 5$ (nappe la plus déplacée) obtenu avec la configuration en tétraèdre standard. La section correspond à la droite $x = y = 0$ dans une situation où les faisceaux sont alignés sur les axes d'un tétraèdre régulier. Mis à part la différence des échelles verticales et horizontales, cette section est identique au potentiel 1D de la figure I.6.*

initiale. Par exemple, une section selon z pour $x = y = 0$ du potentiel lumineux pour la transition $J = 4 \rightarrow J' = 5$ est, mis à part la profondeur des puits et la période spatiale, identique à la configuration 1D de départ (voir figure I.9). Il ne faut pas oublier quand même que le potentiel 3D est bien plus complexe et peut présenter des situations assez particulières. On trouve, par exemple, des directions selon lesquelles l'intensité totale est toujours nulle, ou d'autres selon lesquelles la lumière garde toujours la même ellipticité. Un exemple de potentiel lumineux 3D (pour une transition $4 \rightarrow 5$) est présenté en figure I.10. Dans le cas 3D, la fréquence de vibration Ω_v dépend de la direction d'oscillation de l'atome. Dans l'approximation harmonique, les fréquences de vibration pour une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ valent :

$$\frac{\hbar\Omega_{x,y}}{E_r} = 4 \sin \Theta_{x,y} \sqrt{\frac{\hbar\Delta'_0}{E_r}} \quad (\text{I.18})$$

et

$$\frac{\hbar\Omega_z}{E_r} = 4(\cos \Theta_x + \cos \Theta_y) \sqrt{\frac{\hbar\Delta'_0}{3E_r}}. \quad (\text{I.19})$$

Dans le cas d'une transition $4 \rightarrow 5$, et en considérant l'approximation harmonique pour un potentiel adiabatique simplifié (voir la discussion en fin du § I.3.1, page 33), on obtient comme seule différence :

$$\frac{\hbar\Omega_z}{E_r} = 4 \frac{\cos \Theta_x + \cos \Theta_y}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{16\hbar\Delta'_0}{17E_r}}. \quad (\text{I.20})$$

Il est intéressant de remarquer que, dans le cas des faisceaux alignés selon les axes d'un tétraèdre régulier (figure I.10), les trois fréquences sont pratiquement dégénérées dans le cas $4 \rightarrow 5$ ($\Omega_z = \sqrt{\frac{16}{17}}\Omega_{x,y}$) alors que $\Omega_z \neq \Omega_{x,y}$ pour $1/2 \rightarrow 3/2$.

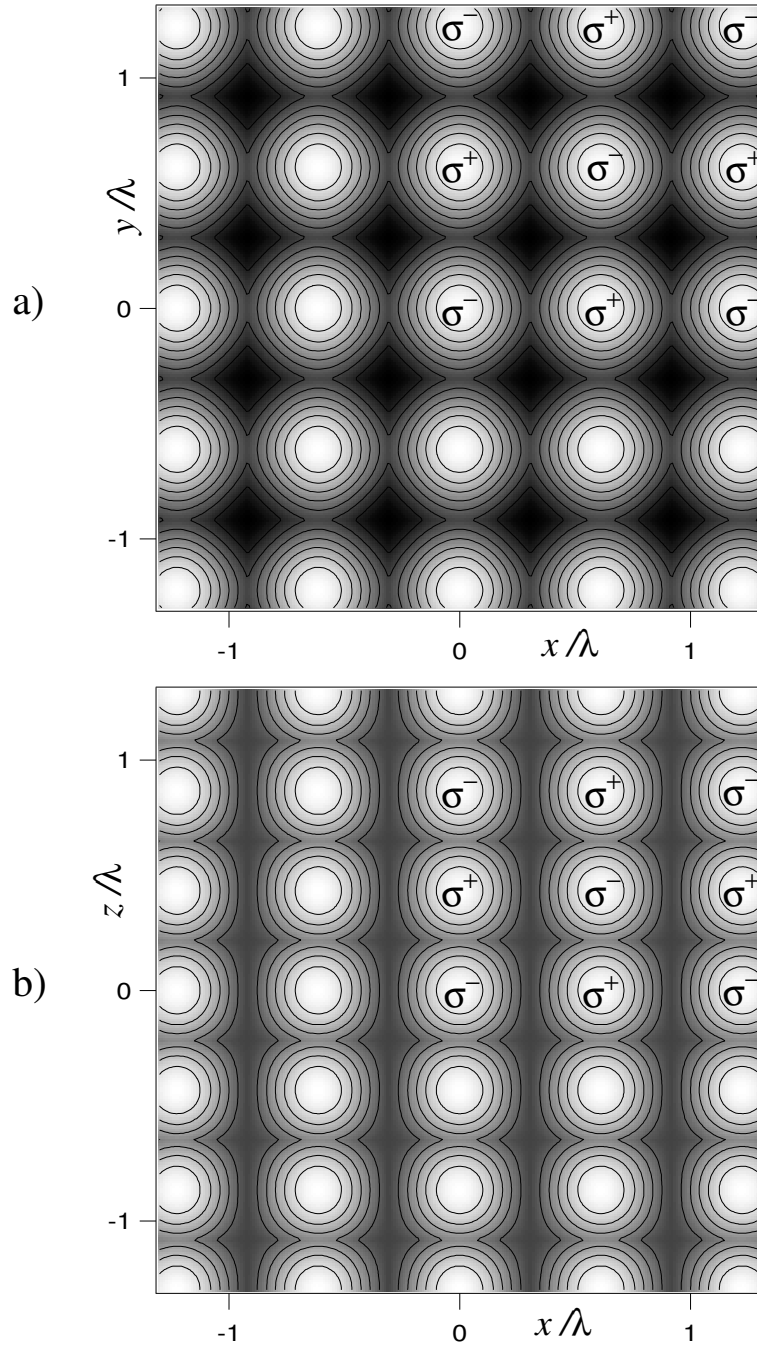


FIG. I.10: Sections dans le plan xy (a) et xz (b) du potentiel lumineux adiabatique 3D pour la transition $4 \rightarrow 5$ (nappe la plus déplacée). Les minima du potentiel (en clair dans les figures) sont obtenus aux endroits où la lumière est polarisée circulairement. Une alternance des sites σ^+ et σ^- induit une orientation de type anti-ferromagnétique dans le milieu. Ce potentiel est obtenu avec $\Theta_x = \Theta_y = 54.7^\circ$ (tétraèdre régulier).

CHAPITRE II

APPROCHES THÉORIQUES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Dans ce chapitre, nous présentons très rapidement les techniques théoriques qui peuvent être utilisées pour résoudre le problème du mouvement d'un atome (dont la transition présente plusieurs sous-niveaux Zeeman) plongé dans un champ électromagnétique $\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t)$ engendré par plusieurs ondes planes de même pulsation ω_L . Le point de départ commun est donné par les équations de Bloch optiques généralisées qui décrivent l'évolution temporelle de la matrice densité atomique. On obtient ces équations en considérant le champ laser comme classique et l'interaction atome-champ de type dipolaire électrique dans l'approximation des ondes tournantes. Le champ du vide est un réservoir quantique et il est responsable des phénomènes de relaxation (émission spontanée).

Le problème complet n'est pas intégrable analytiquement même dans les cas les plus simples ; les méthodes d'approche qui ont été mises au point reposent donc sur des approximations plus ou moins contraignantes et le recours au calcul numérique est fréquent. On essaye ici d'esquisser une liste qui mette en évidence avantages et inconvénients associés à chaque méthode proposée.

II.1 L'équation du pompage optique

On part des équations de Bloch optiques et, en introduisant les hypothèses supplémentaires de faible saturation

$$s(\mathbf{r}) \ll 1, \quad (\text{II.1})$$

de grand désaccord

$$|\Delta| = |\omega_L - \omega_0| \gg \Gamma, \quad (\text{II.2})$$

et de faibles vitesses (on indique avec $\bar{v}$ la vitesse quadratique moyenne de l'atome)¹

$$k_L \bar{v} \ll \Gamma, \quad (\text{II.3})$$

on peut procéder à l'élimination adiabatique des états excités qui conduit à l'équation du pompage optique [69, 1] :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_{eff}, \sigma] + \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{relax} \quad (\text{II.4})$$

Cette équation décrit l'évolution temporelle de la matrice densité σ restreinte à l'état fondamental. Il s'agit d'une matrice carrée dont la dimension est déterminée par le nombre de sous-niveaux Zeeman du fondamental. Les termes diagonaux σ_{ii} représentent les populations des sous-niveaux Zeeman et les termes non-diagonaux $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}^*$ les cohérences Zeeman induites par le champ lumineux. Comme on l'avait annoncé, l'équation II.4 est naturellement séparée en deux parties :

- Une première partie réactive, qui décrit le mouvement hamiltonien, est basée sur le hamiltonien effectif :

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \hat{\Lambda}(\mathbf{R}). \quad (\text{II.5})$$

L'opérateur $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ est dit *opérateur des déplacements lumineux* et décrit le potentiel lumineux. Cet opérateur dépend de l'amplitude et de la polarisation locale du champ $\mathbf{E}_L(\mathbf{R})$, du désaccord Δ , et de la largeur de la transition Γ . Son expression en fonction du paramètre de saturation s , du désaccord Δ et du moment dipolaire réduit $\hat{\mathbf{d}}^\pm$ est :

$$\hat{\Lambda}(\mathbf{R}) = \hbar \frac{\Delta s(\mathbf{R})}{2} \hat{A}(\mathbf{R}), \quad (\text{II.6})$$

avec

$$\hat{A}(\mathbf{R}) = \left[\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L^*(\mathbf{R}) \right] \left[\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L(\mathbf{R}) \right]. \quad (\text{II.7})$$

1. Cette approximation interdit de tenir compte du refroidissement Doppler, mais elle est nécessaire pour pouvoir négliger les commutateurs entre le terme cinétique et la matrice densité pour l'élimination adiabatique des états excités

On a écrit ici le champ laser en termes d'amplitude et de polarisation locale sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{2} E_L(\mathbf{R}) e^{-i\omega_L t} \boldsymbol{\varepsilon}_L(\mathbf{R}) + c.c. \quad (\text{II.8})$$

Si on utilise la base circulaire

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\pm 1} = \mp \frac{(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}} \quad (\text{II.8a})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{e}_z \quad (\text{II.8b})$$

(privilégiée à cause de la conservation du moment cinétique), on obtient que les éléments de matrice entre sous-niveaux Zeeman de l'opérateur dipolaire réduit $\hat{d}_q^\pm = \boldsymbol{\varepsilon}_q \cdot \hat{\mathbf{d}}^\pm$, introduit dans l'équation II.7, ($q = 0, \pm 1$) sont les coefficients de Clebsch-Gordan de la transition considérée.

La quantité $\hbar\Delta' = \hbar\Delta s/2$ est le déplacement lumineux de l'état fondamental $|g\rangle$ d'un atome à deux niveaux en présence d'un champ total d'amplitude E_L (voir équation I.6, page 17). Cette énergie donne l'ordre de grandeur du potentiel lumineux, mis à part la dépendance fine due à la géométrie et à la polarisation locale du champ contenue dans $\hat{A}$. Les vecteurs propres de l'opérateur II.6 sont, en général, des combinaisons linéaires des sous-niveaux Zeeman qui dépendent du point $\mathbf{r}$. Les valeurs propres qui leur sont associées définissent des "nappes de potentiel lumineux". Il faut néanmoins remarquer que le terme d'énergie cinétique dans l'équation II.5 ne commute pas avec $\hat{\Lambda}$, et qu'il n'est donc pas possible de séparer le hamiltonien effectif à moins d'introduire des approximations supplémentaires.

- Une seconde partie dissipative qui tient compte des processus de relaxation est décrite par le terme :

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{relax} = -\frac{\Gamma'}{2} \left\{ \hat{A}(\mathbf{R}), \sigma \right\} + \frac{3\Gamma'}{8\pi} \int d^2\Omega_{\boldsymbol{\kappa}} \sum_{\boldsymbol{\epsilon} \perp \boldsymbol{\kappa}} \hat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}^\dagger(\mathbf{R}) e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{R}} \sigma e^{i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{R}} \hat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{R}), \quad (\text{II.10})$$

où $\hat{A}(\mathbf{R})$ est défini en II.7 et $\Gamma' = \Gamma'(\mathbf{r}) = \Gamma s(\mathbf{r})/2$. Le deuxième terme de l'équation II.10 décrit l'émission des photons de fluorescence de vecteur d'onde $\boldsymbol{\kappa}$ et polarisés $\boldsymbol{\epsilon}$ dans l'angle solide $d^2\Omega_{\boldsymbol{\kappa}}$ en utilisant les opérateurs $\hat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{R})$ définis par :

$$\hat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{R}) = \left[\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L^*(\mathbf{R}) \right] \left[\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon} \right]. \quad (\text{II.11})$$

La quantité Γ' détermine l'échelle de temps naturelle pour les phénomènes de pompage optique qui sont décrits par cette partie de l'équation II.4 ; elle représente le taux de diffusion de photons et dépend, à travers le paramètre de saturation $s(\mathbf{r})$, du point $\mathbf{r}$.

II.2 Méthodes de résolution de l'équation du pompage optique

L'équation du pompage optique II.4 est très complexe et plusieurs approximations ont été utilisées pour en trouver des solutions stationnaires dans le cas de problèmes à une, deux et trois dimensions. La transition modèle $1/2 \rightarrow 3/2$ est de loin la plus étudiée à cause de la simplification déjà mentionnée : en l'absence de lumière π les cohérences Zeeman s'annulent. L'étude des transitions atomiques plus compliquées est en revanche motivée par une comparaison avec les expériences qui sont souvent menées sur $4 \rightarrow 5$ (raie D_2 du césium), sur $2 \rightarrow 3$ (raie D_2 du sodium ou du rubidium 87) ou $3 \rightarrow 4$ (D_2 du rubidium 85).

II.2.1 Elimination des degrés de liberté internes

Cette approche, introduite dans la Ref. [25], et dérivée des descriptions du refroidissement Doppler, consiste à éliminer adiabatiquement les degrés de liberté internes de l'atome et à décrire le processus de refroidissement par une équation de type Fokker-Planck où les degrés de liberté externes de l'atome sont traités de façon classique. Les effets du déplacement lumineux et du pompage optique sont décrits en termes d'une force de friction et d'un coefficient de diffusion en impulsion qui permettent d'obtenir les distributions stationnaires de position et d'impulsion. Ce type d'approche a été appliqué pour interpréter les températures dans les mélasses optiques [70, 71] et les phénomènes de diffusion dans les réseaux optiques 2D [72, 73]. Ce type de description n'est malheureusement plus valable dans les situations (fréquentes pour les réseaux optiques) où l'atome est localisé à l'échelle de la longueur d'onde du faisceau piégeant. En particulier, l'approche semi-classique n'est pas capable de décrire le phénomène de *décrochage* qui intervient à faible déplacement lumineux. Dans ce cas, une description quantique

(éventuellement simplifiée) de l'atome est capitale.

II.2.2 Intégration directe

Dans le cas de l'intégration directe, on essaye de résoudre le problème II.4 complet [56, 65]. Pour étudier numériquement l'évolution de la matrice densité σ , on a besoin de prendre en compte un nombre fini d'états (discrétisation de l'impulsion $\mathbf{p}$). On se limite aux régimes des faibles intensités, là où les distributions stationnaires d'impulsion ne sont pas trop larges (et donc où le nombre d'états discrets à considérer n'est pas énorme). Même en simplifiant davantage le problème en tenant compte des symétries du champ et en choisissant un diagramme d'émission spontanée simplifié dans le deuxième terme de l'équation II.10 (ce qui permet de prendre une maille de taille $\hbar k_L$ dans l'espace des impulsions), on est toujours limité par la taille des matrices à traiter. En particulier, déjà dans le cas des réseaux optiques 2D sur $1/2 \rightarrow 3/2$ [65], il faut manier 300000 éléments de matrice. Même si la méthode d'intégration directe n'introduit pas d'approximations, son implémentation est très coûteuse en ressources de calcul ; il est évident, par exemple, qu'une extension à 3D de cette méthode n'est pas envisageable.

II.2.3 Méthode des bandes

Avec la méthode des bandes, introduite à 1D pour la transition $1/2 \rightarrow 3/2$ en Ref. [55], on utilise la symétrie par translation propre au réseau optique Sisyphe (périodicité du potentiel lumineux) pour simplifier la résolution de l'équation II.4. Comme dans le cas des électrons dans les solides cristallins, la fonction d'onde de l'atome dans un potentiel lumineux périodique satisfait le théorème de Bloch. On utilise donc la base des états de Bloch pour réécrire l'équation II.4. Si maintenant on néglige les cohérences entre bandes (approximation séculaire), on peut écrire une équation de taux pour obtenir les populations stationnaires de chaque bande. Cette approximation consiste à traiter de façon perturbative le terme de relaxation II.10 et correspond, dans le cas 1D, au *régime oscillant* : un atome a le temps d'osciller plusieurs fois au fond d'un puits de potentiel avant de subir un cycle d'absorption-émission spontanée. La méthode des bandes a l'avantage

d'être un traitement entièrement quantique. Elle a été utilisée dans le cas de transitions complexes [56] et pour étudier les propriétés dynamiques [74, 57] et le magnétisme des réseaux optiques 1D [54, 75]. Le domaine de validité de l'approximation séculaire est, déjà à 1D, limité aux grands désaccords laser (difficilement accessibles aux expériences). En augmentant la dimension du problème, on obtient une dégénérescence plus élevée des bandes [65] et donc un domaine de validité de moins en moins raisonnable.

II.2.4 Monte-Carlo quantique

L'approche Monte-Carlo quantique [76] a été introduite pour traiter les phénomènes dissipatifs en optique quantique sans devoir intégrer une équation pilote pour la matrice densité (opération, comme on l'a vu, très coûteuse du point de vue du calcul numérique). L'idée de base est la suivante : on calcule plusieurs fois l'évolution temporelle d'une fonction d'onde du système et on obtient ainsi un ensemble statistique de fonctions d'onde. Il est maintenant possible d'obtenir des informations sur les opérateurs qui nous intéressent en calculant leurs valeurs moyennes sur l'ensemble statistique. On simule l'évolution de la fonction d'onde en associant des périodes d'évolution hamiltonienne (considérant un hamiltonien non hermitien) à des sauts quantiques qui se produisent lors de l'émission d'un photon spontané. Cette méthode a été utilisée avec succès dans le cas des mélasses optiques à 3D pour déterminer la loi de variation de la température avec le déplacement lumineux [77]. Une telle loi s'est révélée en excellent accord avec les données expérimentales pour les transitions $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$, et $4 \rightarrow 5$. Une autre application de cette méthode a été l'étude de la température, du spectre de fluorescence et des phénomènes de diffusion anormale dans le réseau Sisyphé 1D [58, 78, 73]. Le principal atout de l'approche Monte-Carlo quantique est qu'elle permet de traiter sans approximations une transition atomique quelconque. La simulation permet aussi d'obtenir des distributions d'impulsion et de position [77], même si le cas des réseaux optiques à 2D ou à 3D n'a jamais été étudié en détail. La puissance de calcul requise limite néanmoins l'utilisation de cette méthode. D'autre part, il est difficile de dégager une image physique des phénomènes élémentaires qui conduisent le système à l'état stationnaire.

II.2.5 Monte-Carlo semi-classique

La simulation numérique Monte-Carlo semi-classique, introduite en Ref. [65], garde la structure interne de l'atome présente dans l'équation II.4 mais décrit les degrés de liberté externes de l'atome de façon semi-classique. En particulier, on utilise un développement limité de la représentation de Wigner de σ à l'ordre deux en $\hbar k_L / \bar{p}$ (où $\bar{p}$ est la largeur typique de la distribution d'impulsion stationnaire) qui ne reste valable que si la distribution d'impulsion n'est pas trop étroite². Ce type de simulation est très utile dans le cas d'une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ avec une configuration de champ de type Sisyphé (pas de composante π de la polarisation). Dans ces cas (y compris donc le *Tétraèdre standard*, voir § I.3.3, page 37), l'équation II.4 se transforme en deux équations de Fokker-Planck couplées par des taux de pompage optique qui décrivent l'évolution d'une particule brownienne classique dans un bi-potentiel (le potentiel lumineux). La particule est aussi soumise à l'effet du pompage optique (qui la fait changer d'état interne) et à une force de pression de radiation. Un coefficient de diffusion en impulsion rend compte des effets liés au recul pendant les émissions spontanées et les processus d'absorption laser. Ce type de simulation a été utilisé pour étudier le cas des réseaux optiques à 1D et à 2D [65, 79, 80, 54, 81, 43] dans le cas de la transition $1/2 \rightarrow 3/2$. Une extension au cas des transitions atomiques plus complexes a aussi été réalisée [54], bien que le domaine de validité soit, dans ce cas, moins étendu, étant donné l'hypothèse de suivi adiabatique nécessaire pour pouvoir négliger les cohérences Zeeman. Le grand avantage de la simulation Monte-Carlo semi-classique $1/2 \rightarrow 3/2$ est donc lié à sa simplicité (comme on le verra en détail dans la troisième partie, nous l'avons utilisée dans le cas de configurations 3D) et au fait que l'on peut contrôler tous les mécanismes présents, vu la "transparence" des équations d'évolution. Le désavantage majeur reste quand même la difficulté à simuler rigoureusement les transitions de moment cinétique élevé à 2D ou 3D, ce qui empêche, par exemple, une description détaillée du refroidissement local [54, 82] qui semble être dominant dans les réseaux optiques.

2. Cette condition est équivalente à demander une fonction d'onde spatiale bien localisée, et donc une petite longueur de cohérence.

CHAPITRE III

CARACTÉRISATION DES RÉSEAUX OPTIQUES ET ÉTUDE DE LA DYNAMIQUE ATOMIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons une revue concise des méthodes qui permettent d'obtenir des informations sur le comportement des atomes soumis à un potentiel lumineux périodique. Par exemple, nous montrerons comment, à partir de l'analyse de la fluorescence émise par les atomes, on peut accéder aux propriétés de localisation et de diffusion dans un réseau optique [60, 81]. Les réseaux optiques partagent beaucoup de techniques de diagnostic avec les autres expériences sur les atomes refroidis par laser ; néanmoins il existe des méthodes spécifiques (par exemple la diffraction de Bragg) qui exploitent et mettent en évidence l'aspect de système ordonné propre aux réseaux. Toutes les méthodes de diagnostic ont un aspect en commun : comme elles constituent des outils pour étudier les réseaux optiques, elles doivent conjuguer la possibilité d'une réalisation expérimentale à une interprétation théorique directe des résultats.

III.1 Spectroscopie pompe-sonde

La spectroscopie pompe-sonde des atomes refroidis par laser a été introduite en 1991 [83] et a conduit ensuite à la première observation des mouvements d'oscillation des atomes piégés dans les réseaux optiques 1D [59, 57]. Cette technique de diagnostic s'est révélée très souple et performante dans le cas des réseaux optiques et a permis une bonne compréhension de la dynamique atomique dans ces structures [74, 84, 85, 43]. La méthode repose sur l'idée, couramment utilisée en optique non linéaire [86], de faire interagir un échantillon avec une onde laser intense (pompe) à la fréquence ω_p et un autre faisceau faible (sonde) à la fréquence ω_s . On peut alors soit étudier la transmission de la sonde en fonction du désaccord $\delta_{ps} = \omega_s - \omega_p$, soit s'intéresser au mélange à quatre ondes toujours en fonction

de δ_{ps} . Dans les deux cas, des processus de diffusion stimulée apportent des informations sur les modes dynamiques du système et sur leur fréquence propre. Si l'on considère le cas particulier des atomes refroidis par laser, le rôle de la pompe peut être joué par le champ laser piégeant; il suffit alors d'ajouter au système un seul faisceau sonde de faible intensité caractérisé par son désaccord $\delta = \omega_s - \omega_L$.

III.1.1 Spectroscopie par transmission

Cette méthode de diagnostic consiste à étudier la transmission d'un faisceau sonde de faible intensité en fonction de son désaccord $\delta = \omega_s - \omega_L$ par rapport aux faisceaux du réseau. Elle a été appliquée aux cas des réseaux 1D [59, 30],

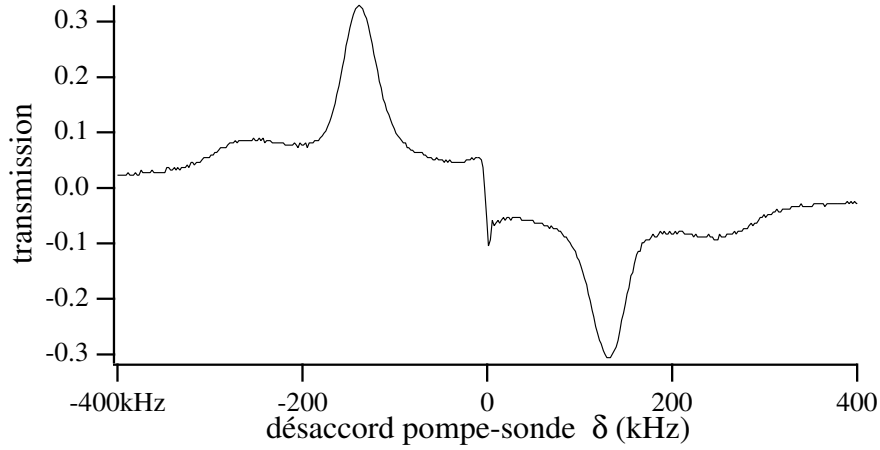


FIG. III.1: *Spectre de transmission expérimental obtenu en balayant la fréquence d'une sonde ω_s autour de la fréquence des faisceaux piégeant ω_L dans un réseau optique en tétraèdre standard. Conditions expérimentales: $\Theta_x = \Theta_y = 55 \pm 1^\circ$, Intensité par faisceau $I_0 = 17 \text{ mW/cm}^2$, intensité de la sonde $I_s = 110 \mu\text{W/cm}^2$, direction de la sonde $\mathbf{x} + \mathbf{y}$, polarisation de la sonde dans le plan xy .*

2D [64, 63] et 3D [63, 87, 66] et son interprétation théorique a été obtenue pour les cas 1D [57] et 2D [88]. Un exemple de spectre de transmission expérimental obtenu dans le cas d'un tétraèdre standard 3D est présenté en figure III.1. Les détails de ce spectre dépendent des paramètres tels que la géométrie du réseau,

l'orientation de la sonde par rapport au réseau, la polarisation de la sonde¹. Nous pouvons néanmoins prendre ce spectre comme exemple et en identifier les structures principales en donnant une interprétation heuristique de ces résonances.

- Les deux pics symétriquement disposés par rapport à l'origine et de signe opposé (gain pour $\delta < 0$ et absorption pour $\delta > 0$) sont interprétés en termes de transitions Raman entre les niveaux vibrationnels associés au

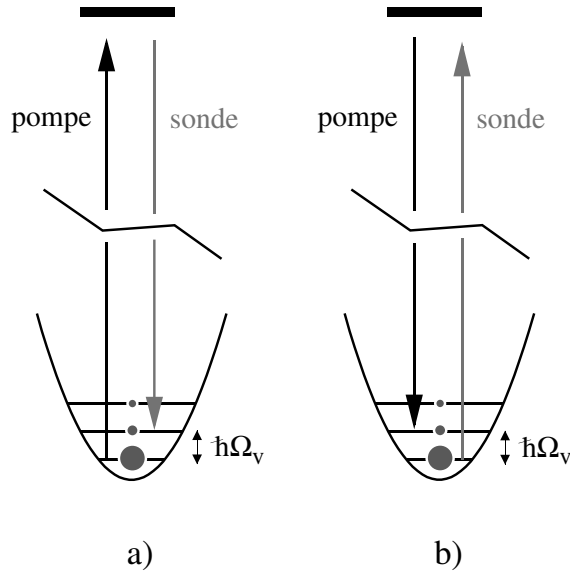


FIG. III.2: Schéma des processus Raman qui engendrent les pics principaux dans un spectre de transmission. **(a)**: lorsque $\delta = -\Omega_v$, le processus dominant (à cause de la différence de population) est l'absorption d'un photon pompe suivi de l'émission d'un photon sonde (gain pour la sonde). **(b)**: pour $\delta = \Omega_v$ c'est la sonde qui est préférentiellement absorbée.

mouvement de l'atome dans un puits de potentiel. Comme nous l'avons déjà dit, la théorie quantique du refroidissement Sisyphe prévoit une structure de bandes pour les degrés de liberté externes de l'atome [55]. La spectroscopie pompe-sonde permet de mettre en évidence cette structure avec des

1. Une étude détaillée des spectres pompe-sonde dans le cas des réseaux optiques périodiques 3D est présentée dans la thèse de Samuel Guibal [85].

transitions à deux photons. De telles transitions sont résonnantes lorsque $\delta = \pm\Omega_v$, où $\hbar\Omega_v$ est la séparation en énergie entre deux bandes successives². Le signe des résonances est aussi expliqué par la théorie, qui prévoit une population stationnaire plus importante pour les bandes les moins énergétiques (voir figure III.2). Enfin, la largeur des raies “Raman” présente un aspect à première vue déconcertant : sa valeur est bien inférieure à celle du taux de diffusion de photons. La conclusion que l’on en tire (justifiée, bien sûr, du point de vue théorique [57]) est que l’émission d’un photon spontané ne détruit pas forcément la cohérence entre bandes. En termes semi-classiques, l’oscillation de l’atome au fond d’un puits de potentiel ne perd pas totalement la mémoire de sa phase lorsque l’atome subit un cycle d’absorption–émission spontanée. Ce phénomène est dû à la localisation de l’atome à l’échelle de la longueur d’onde atomique (régime de rétrécissement de Lamb-Dicke)³.

- La structure fine centrée autour de la fréquence nulle est une résonance stimulée de type Rayleigh⁴. L’interprétation de cette résonance est obtenue en termes de mélange à deux ondes (phénomène déjà observé dans les vapeurs atomiques [91]) ; une description détaillée dans le cas des réseaux optiques 1D en est donnée dans la référence [57]. Nous ne décrivons ici qu’un exemple qui ne recouvre pas la grande variété des phénomènes mis en jeu, ne prétendant pas en refaire la description complète. Lorsqu’une sonde est ajoutée à un réseau optique, on introduit, à cause des phénomènes d’interférence, une modulation supplémentaire des propriétés du réseau. Pour fixer les idées, on peut penser à une modulation de la profondeur des puits de potentiel lumineux. Cette modulation sera statique seulement si $\delta = 0$, autrement elle se déplacera avec une vitesse qui dépend linéairement de δ . Dans le cas stationnaire, les atomes s’arrangent dans le réseau selon un

2. Dans le cas 3D, il est nécessaire de considérer les règles de sélection qui limitent, en général, les couplages entre les bandes.

3. La possibilité d’observer des raies fines n’est pas forcément due à un mécanisme de rétrécissement de type Lamb-Dicke. Des observations récentes [89, 90] dans un réseau optique (différent du tétraèdre standard) en présence d’un champ magnétique ont montré que même dans un “régime sautant” on peut obtenir des raies de vibration fines.

4. Le nom de cette résonance vient de sa nature quasi-élastique : le photon de la pompe et celui de la sonde ont dans ce cas presque la même énergie.

nouvel équilibre où les puits les plus profonds sont aussi les plus peuplés. On a créé ainsi une modulation de densité atomique qui calque, sans aucun déphasage, la modulation de profondeur induite par la sonde⁵. Dans cette situation, aucun transfert de puissance n'est possible entre pompe et sonde pour des raisons de symétrie. Si maintenant on considère une valeur de δ finie mais petite, on voit que les atomes auront tendance à suivre la modulation mais qu'un déphasage s'introduit entre la densité atomique et la figure d'interférence à cause du temps de réponse fini. C'est dans cette situation qu'un transfert de puissance entre pompe et sonde peut se produire à cause d'un phénomène de diffraction sur le réseau de densité atomique. Selon le signe du déphasage, on obtient soit une diffraction des pompes dans la direction de la sonde (gain pour la sonde) soit le phénomène inverse (absorption). Pour des valeurs de δ très grandes par rapport au temps de réponse atomique, les atomes ne peuvent pas suivre la figure d'interférence et il n'y a ni gain ni absorption. L'allure de la résonance Rayleigh est donc de type dispersif (on peut démontrer qu'elle est décrite par une superposition de courbes de dispersion [57]) et sa largeur est liée aux phénomènes de diffusion dans le réseau optique.

Les structures que nous avons présentées ne sont pas les seules que l'on puisse trouver dans un spectre de transmission d'un tétraèdre standard. En particulier, des résonances (dites résonances *Brillouin*) associées à des modes de propagation ont été démontrées pour des tétraèdres à petit angle [79, 85]. Dans ce cas, un nouveau pic de résonance est associé à un mode propagatif selon une des deux directions propres orthogonales à l'axe de symétrie du tétraèdre (x ou y)[88]. La vitesse caractéristique de ce mode ne dépend que du déplacement lumineux et de la géométrie des faisceaux piégeant. L'excitation de ce mode propagatif est efficace lorsque la figure d'interférence pompe-sonde se déplace avec une vitesse proche de la vitesse de propagation du mode. C'est pour cette raison que la position du pic sur un spectre de transmission dépend de l'angle entre pompe et sonde, tout comme dans le cas des résonances de type Brillouin (la vitesse

5. Cette situation est effectivement obtenue seulement si la force de pression de radiation due à la sonde peut être négligée. Dans le cas contraire, la situation se complique et des phénomènes nouveaux peuvent apparaître [80].

caractéristique jouant le rôle de la vitesse du son)⁶. Un autre type de résonance Raman, intervenant entre différentes nappes du potentiel lumineux, peut aussi être observé pour des orientations et polarisations spécifiques de la sonde.

Du point de vue théorique, on calcule les spectres de transmission en incluant la sonde dans le champ total au premier ordre en $\epsilon = E_{sonde}/E_{pompe}$. En utilisant soit la méthode quantique à 1D [57, 74, 54], soit l'approche semi-classique à 2D [88, 43], on peut calculer la puissance moyenne transférée par les atomes dans le champ sonde. Du point de vue expérimental, cette technique ne présente pas de difficultés majeures et permet d'obtenir des signaux avec un très bon rapport signal sur bruit sans nécessiter de longs temps d'acquisition. Le seul aspect délicat est la fréquence relative entre champ pompe (faisceaux piégeant) et sonde qui doit être garantie à mieux qu'un kHz (largeur des structures les plus fines). Ceci est obtenu en dérivant les deux faisceaux de la même source laser, comme on le montrera dans le prochain chapitre.

III.1.2 Transitoires cohérents

La méthode de diagnostic des transitoires cohérents est une extension de la spectroscopie pompe-sonde par transmission qui a été démontrée en 1993 [87] et développée récemment dans notre équipe [92, 43]. Comme dans le cas traité dans le paragraphe précédent, on ajoute un faisceau sonde faible au réseau optique pour en exciter les modes dynamiques. Dans ce cas, la fréquence ω_s est d'abord maintenue fixe pendant un temps suffisant pour atteindre un régime stationnaire dans le réseau. Par exemple, on peut forcer les oscillations des atomes dans les puits de potentiel (créant ainsi une cohérence entre bandes vibrationnelles) en choisissant $\delta \simeq \Omega_v$. Une fois le régime stationnaire atteint, la fréquence de la sonde est décalée très rapidement (dans un temps bien inférieur à tout temps caractéristique du système) et sa valeur finale est telle qu'aucun mode dynamique du réseau ne puisse être excité. Dans cette nouvelle situation, le réseau subit une relaxation libre vers son état d'équilibre ; pendant cette phase, la lumière des pompes est diffractée de façon cohérente dans la direction de la sonde excitatrice. Cette lumière peut

6. Il faut remarquer que, dans le cas des résonances Brillouin standard, la vitesse du son est déterminée par les interaction entre atomes alors que, dans le cas des réseaux optiques, la vitesse caractéristique est due à des effets à un seul atome.

être facilement détectée grâce à la présence de la sonde à sa nouvelle fréquence qui sert d'oscillateur local pour une détection hétérodyne. L'information sur la dynamique des atomes dans le réseau est donc incluse dans l'enveloppe du signal de battement que l'on obtient. Du point de vue théorique, une relation par transformée de Fourier peut être démontrée entre les signaux obtenus par spectroscopie de transmission résolue en fréquence et par transitoire cohérent résolu en temps. Une telle relation n'est valable que dans le cas linéaire ; dans le cas de sonde relativement intense, des phénomènes de saturation sélective peuvent être mis en évidence par la méthode des transitoires cohérents, mais ils échappent à la spectroscopie par transmission. Du point de vue expérimental, le transitoire cohérent est particulièrement robuste et permet, dans certaines conditions, d'augmenter le signal sur bruit d'un facteur 10 par rapport à la spectroscopie par transmission. Le point délicat est la réalisation du saut en fréquence (de l'ordre de 1 MHz), qui doit être obtenu tout en conservant la phase du faisceau si l'on veut pouvoir moyenner les résultats sur plusieurs réalisations du réseau.

III.1.3 Mélange à quatre ondes

Le mélange à quatre ondes est un phénomène d'optique non-linéaire qui peut être mis en évidence avec la spectroscopie pompe-sonde. La caractéristique essentielle de ce processus est la conservation de l'énergie et de l'impulsion lors de l'absorption et de l'émission de quatre photons (deux photons sont absorbés et deux autres émis)⁷. La condition d'accord de phase, qui exprime la conservation de l'impulsion, assure une amplification cohérente des photons émis à une fréquence donnée et dans une direction déterminée. Dans le cas des réseaux optiques, deux phénomènes de mélange à quatre ondes ont été mis en évidence : la conjugaison de phase et la diffusion élastique cohérente. Ces deux processus se distinguent par la nature (pompe ou sonde) d'un des photons émis.

- Dans le premier cas, les deux photons absorbés sont des photons pompe et une onde de fréquence $\omega_e = 2\omega_p - \omega_s$ est émise. Pour un réseau 1D [30], cette onde se propage en sens opposé par rapport à la sonde et son

7. Dans le cas de la spectroscopie pompe-sonde, les processus qui font intervenir deux photons pompe sont les seuls processus probables.

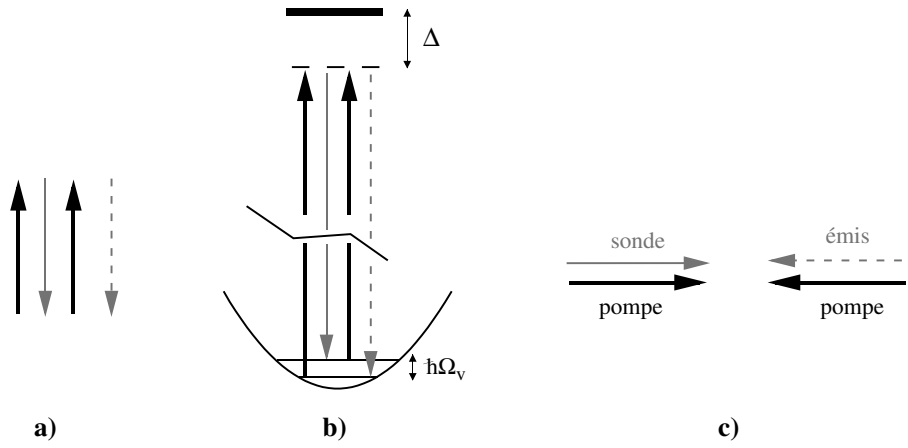


FIG. III.3: *Processus de conjugaison de phase dans un réseau optique 1D. (a) Schéma d'absorption/émission des quatre photons: l'absorption d'un photon pompe (en noir) est suivie de l'émission stimulée d'un photon sonde (en gris) et de l'absorption d'un nouveau photon pompe. L'onde conjuguée est représentée en gris pointillé. (b) Conservation de l'énergie lors de transitions entre niveaux vibrationnels: le processus est résonnant pour $\delta = \omega_p - \omega_s = \pm\Omega_v$, ce qui implique $\omega_e - \omega_s = 2\delta$. (c) Conservation de l'impulsion pour un réseau 1D: l'onde conjuguée est émise dans la direction opposée à celle de la sonde.*

amplitude est proportionnelle au complexe conjugué de celle de la sonde. Le processus mis en jeu fait intervenir la polarisation du milieu créée par l'absorption d'un photon dans une pompe. Cette absorption est suivie de l'émission stimulée d'un photon dans la sonde et enfin de l'absorption d'un photon de l'autre pompe. Le vecteur d'onde de cette polarisation vaut $\mathbf{k}_e = \mathbf{k}_{p,1} - \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_{p,2} = -\mathbf{k}_s$ car $\mathbf{k}_{p,1} = -\mathbf{k}_{p,2}$ (voir figure III.3). On peut enregistrer en même temps un spectre de transmission (voir paragraphe précédent) et un spectre de conjugaison de phase qui présentent des pics pour le même désaccord δ . Ce processus est en fait résonnant lorsque $\omega_p - \omega_s = 0, \pm\Omega_v$.

- Dans le cas de la diffusion élastique cohérente, c'est un photon pompe et un photon sonde qui sont absorbés et l'onde émise à la même fréquence que la sonde. La condition d'accord de phase pour ce processus impose que $\mathbf{k}_{p,i} - \mathbf{k}_{p,j} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_e$. Cette condition correspond à la condition de Bragg dans le cas des réseaux optiques [63] (voir III.3, page 66). Dans un réseau optique, une sonde qui se propage en sens opposé à une pompe peut engendrer une diffusion élastique dans toutes les directions opposées aux autres pompes. En fait, deux processus, qui diffèrent par l'ordre dans lequel les photons sont absorbés et émis, concourent à cette diffusion (voir figure III.4). Le milieu



FIG. III.4: *Schéma d'absorption-émission des quatre photons pour les deux types de processus de diffusion élastique cohérente. (a) Une pompe se diffracte sur une observable induite par l'absorption d'un photon sonde (en gris) suivie de l'émission stimulée d'un photon pompe (en noir). (b) Diffraction de Bragg: la sonde se diffracte sur une observable induite par une absorption-émission stimulée de deux photons pompe.*

peut absorber d'abord un photon sonde, puis émettre un photon pompe et enfin absorber un photon d'une autre pompe. Ce processus est résonnant

lorsque $\omega_p - \omega_s = 0, \pm\Omega_v$ et on peut mettre en évidence les transitions Raman entre bandes vibrationnelles. Le second processus possible, qui rejoint la diffraction de Bragg, consiste à absorber un photon pompe puis émettre un photon dans une autre pompe et enfin absorber un photon sonde. On peut noter que, dans ce processus, l'étape intermédiaire (après une absorption-émission) est toujours résonnante. Lorsque l'observable créée dans le fondamental est la densité, on retrouve bien la diffraction de Bragg. En fait, ce sont bien des processus d'absorption-émission stimulée qui sont à l'origine des forces dipolaires qui tiennent les atomes dans les réseaux optiques.

III.1.4 Résonances induites par le recul

Pour conclure cette section, nous décrivons une résonance, mise en évidence par spectroscopie pompe-sonde dans un nuage d'atomes froids libres, qui présente des analogies avec le mécanisme de gain dans les laser à électrons libres : la résonance induite par le recul [93]. Ce phénomène est très intéressant car il peut être utilisé comme outil de diagnostic *in situ* pour mesurer la température d'un nuage d'atomes froids [94]. Les atomes sont libres et une pompe et une sonde dont les vecteurs d'onde forment un petit angle θ se propagent dans le milieu (voir figure III.5). Si l'on se place dans la représentation en impulsion, on voit que l'absorption d'un photon pompe suivie de l'émission d'un photon sonde correspond à une transition Raman entre des états dont les impulsions transverses diffèrent de la quantité $\hbar k_L \theta$. Selon le désaccord δ entre pompe et sonde, seuls les atomes d'impulsion $p_{transv} = \frac{M\delta}{k_L \theta}$ peuvent effectuer une transition Raman résonnante⁸. La probabilité d'effectuer cette transition Raman est pondérée par la différence de population entre les états de départ et d'arrivée. Pour cette raison, dans le cas des distributions en impulsion transverse dont la largeur est importante par rapport à $\hbar k_L$, le spectre de transmission de la sonde est proportionnel à la dérivée de la distribution en impulsion. Cette méthode de mesure de la température a été comparée à la méthode de mesure par temps de vol (voir section III.4) [94], ce qui a prouvé sa validité.

Nous avons également étudié cette résonance induite par le recul en régime

8. Il s'agit de la classe d'atomes pour laquelle l'énergie et l'impulsion sont conservées au même temps.

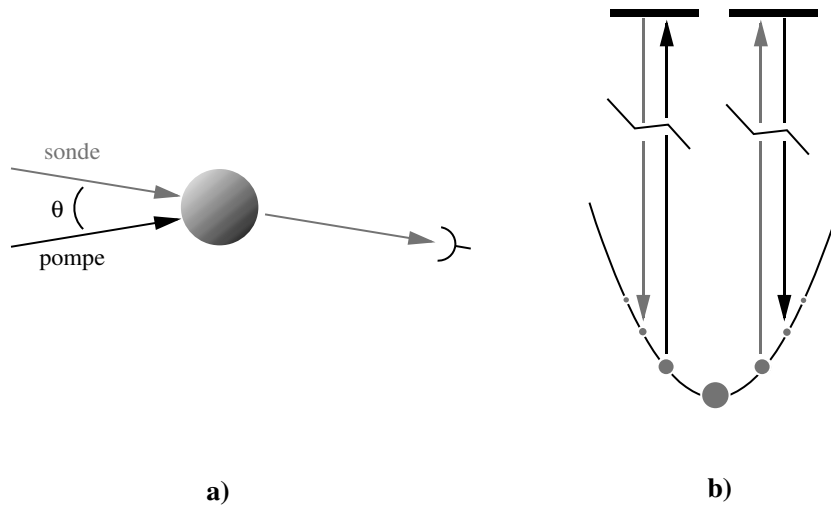


FIG. III.5: *Résonances induites par le recul dans un nuage d'atomes libres. (a) Schéma de détection: deux faisceaux forment un petit angle θ et on mesure la transmission du faisceau sonde. (b) Transitions Raman entre états d'impulsion différente. Les différences de population (les populations sont schématisées par la dimension des disques gris) conduisent à une amplification de la sonde pour $\delta < 0$ et à une absorption pour $\delta > 0$.*

transitoire [95]. Lorsque l'on considère le spectre de transmission de la sonde en fonction du désaccord pompe-sonde δ , il faut considérer qu'un mécanisme d'amortissement maintient le système en équilibre. L'étude des transitoires révèle le processus selon lequel le système atteint cet équilibre en présence d'une pompe et d'une sonde. La géométrie de détection est inchangée mais, maintenant, la fréquence de la sonde reste fixe et on allume la pompe très rapidement (en moins d'une μs).

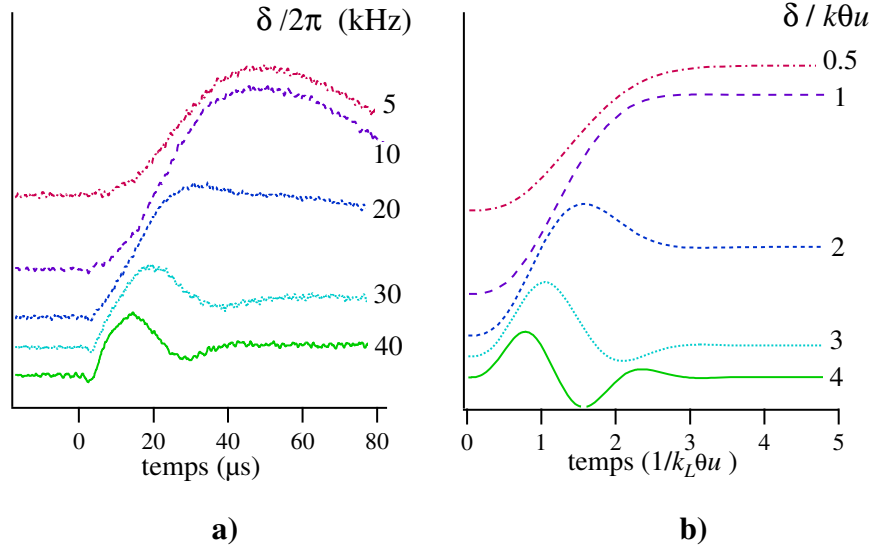


FIG. III.6: *Résonances induites par le recul dans le régime transitoire. (a) Transmission de la sonde en fonction du temps pour différentes valeurs de δ . L'angle θ vaut $\theta = 10^\circ$ et la température T du nuage d'atomes est telle que $k_L\theta u = k_L\theta(k_B T/M)^{1/2} = 10 \text{ kHz}$. L'origine des temps est fixée à l'instant d'allumage de la pompe. (b) Signaux de transitoire de recul calculés pour différentes valeurs du paramètre $\delta/k\theta u$.*

Dans ces conditions, nous enregistrons l'évolution de l'intensité transmise pendant une centaine de μs . Cette séquence est répétée plusieurs fois pour différentes valeurs de δ ; un exemple de résultats est donné en figure III.6 a).

Les prédictions théoriques des signaux de transitoire de recul peuvent être ob-

tenues aussi bien avec une image quantique dans l'espace des impulsions qu'avec une image classique en position. Comme pour les spectres de recul, on peut considérer soit des transitions Raman entre états d'impulsions différentes, soit un regroupement des atomes dans la figure d'interférence pompe-sonde. Dans la première image, la probabilité de transition Raman nous donne le nombre de photons transférés de la pompe vers la sonde, donc le gain en intensité de la sonde. Dans la seconde image, les atomes se groupent et forment donc un réseau de densité sur lequel la pompe se diffracte. L'onde diffractée interfère alors avec la sonde, en modifiant ainsi la transmission du milieu. Les calculs se mènent sans difficultés majeures [95] : les résultats sont reportés en figure III.6 b). Ce calcul montre que le système atteint son état stationnaire en un temps de l'ordre de l'inverse de la largeur Doppler. En l'absence de largeur homogène (ou quand celle-ci est négligeable), c'est la largeur inhomogène qui prend le relais⁹.

III.2 Analyse de la fluorescence

L'analyse spectrale de la fluorescence émise par un nuage d'atomes froids est la première méthode qui a démontré la présence d'un rétrécissement de type Lamb-Dicke et donc d'une localisation atomique à l'échelle de la longueur d'onde laser dans une mélasse optique [98]. Pour obtenir la résolution suffisante, une méthode d'hétérodynage avec un oscillateur local dérivé des faisceaux piégeant se révèle nécessaire. Des expériences qui analysent en fréquence l'intensité diffusée par les atomes piégés dans un réseau optique ont été réalisées en 1992 pour le cas 1D [60] et en 1997 pour un tétraèdre standard 3D [99]. Une extension de la méthode qui consiste à exploiter les corrélations entre les photons diffusés a été appliquée tout récemment au cas d'un réseau optique 3D [68] pour étudier les phénomènes de diffusion.

9. C'est vraisemblablement cette largeur inhomogène qui interdit d'atteindre le régime d'oscillation spontanée prédit par Rodolfo Bonifacio dans son modèle de CARL (Collective Atomic Recoil Laser) [96, 97]

III.2.1 Spectre de fluorescence

En analysant la fluorescence d'un réseau optique 1D, on peut mettre en évidence des bandes latérales engendrées par les oscillations des atomes au fond des puits de potentiel [60]. Plus précisément, la fluorescence est émise en grande partie dans un pic de diffusion élastique très étroit (sa largeur expérimentale de quelques kHz est en partie attribuée aux vibrations des miroirs) et dans une moindre mesure dans deux pics symétriquement disposés autour de ce pic central. La distance entre ces pics et le pic central coïncide avec la fréquence de vibration classique de l'atome au fond du puits de potentiel Ω_v . La présence de cette composante dans la lumière diffusée est expliquée par des transitions Raman spontanées entre bandes vibrationnelles dans le réseau optique (voir figure III.7) : l'absorption d'un photon dans le champ du réseau peut être suivie par l'émission spontanée d'un photon moins (resp. plus) énergétique qui fait passer l'atome dans une bande caractérisée par une énergie plus (resp. moins) élevée. Le rapport entre événements de diffusion élastique et inélastique étant très petit, on peut conclure que l'atome est localisé sur une distance plus petite que la longueur d'onde optique (régime de Lamb-Dicke). De plus, la différence d'intensité entre les transitions Raman Stokes (photon émis moins énergétique) et anti-Stokes (photon émis plus énergétique) peut permettre de remonter à la différence de population entre bandes vibrationnelles. Comme dans le cas de la spectroscopie pompe-sonde, le choix de la direction d'observation permet de sélectionner la direction des oscillations atomiques détectées.

Du point de vue théorique, le calcul de la lumière diffusée par un réseau optique 1D a été effectué soit par des méthodes semi-classiques [100, 81] soit par Monte Carlo quantique [58]. Du point de vue expérimental, la méthode présente un inconvénient majeur lié à la détection des phénomènes spontanés : le signal est très faible et des temps d'acquisition de l'ordre de l'heure sont nécessaires pour obtenir un bon rapport signal sur bruit.

III.2.2 Corrélations d'intensité

L'étude des corrélations d'intensité est une alternative à l'analyse spectrale de la fluorescence qui exploite les corrélations temporelles entre les photons émis par

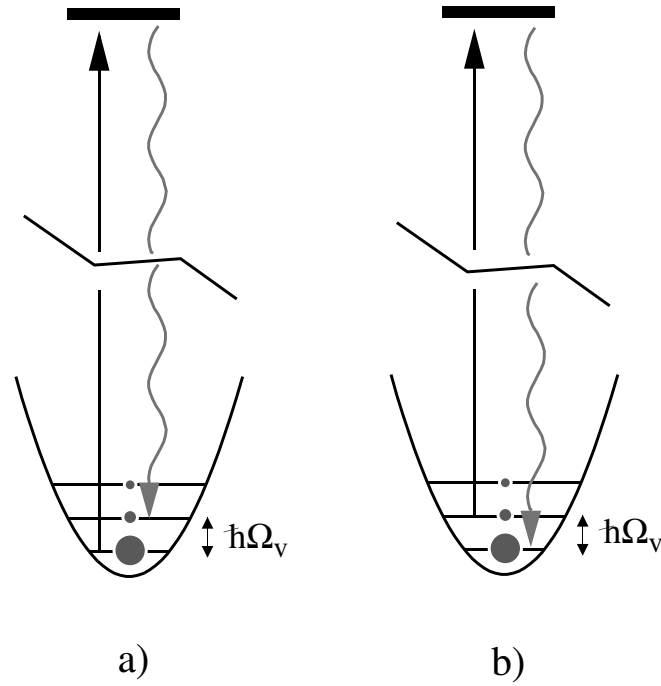


FIG. III.7: *Processus Raman spontané dans un réseau optique. (a) Transition Raman Stokes spontanée: l'atome absorbe un photon dans un faisceau piégeant et émet un photon spontané qui le fait tomber dans une bande plus énergétique. (b) Transition Raman anti-Stokes: le photon émis est à une fréquence plus haute que celle des faisceaux piégeant.*

un atome en mouvement dans un réseau optique. Cette méthode de diagnostic a été appliquée à l'étude d'un réseau optique du type *tétraèdre standard* avec l'analyse de l'auto-corrélation entre photons de même polarisation et la corrélation croisée entre photons de polarisation circulaire opposée [81]. Dans le premier cas, on obtient des informations tout à fait analogues à celles de l'analyse spectrale de la fluorescence. Il existe en fait une simple relation de transformée de Fourier entre les deux types de signal (théorème de Wiener-Khintchine). En étudiant les corrélations croisées, on a accès en revanche à de nouvelles informations sur le temps caractérisant les sauts qu'un atome effectue entre puits de potentiel de polarisation circulaire opposée. Dans l'hypothèse de mouvement diffusif, on peut déduire de ce temps un coefficient de diffusion. La valeur expérimentale de ce coefficient [68] montre une nette réduction du coefficient de diffusion lorsque l'on passe des mélasses [72] aux réseaux optiques.

Du point de vue théorique, cette méthode a été analysée dans le cadre des simulations Monte Carlo semi-classiques à 1D et 2D [81]. Pour obtenir la fonction de corrélation d'intensité, on ramène le calcul quantique de la probabilité d'émission de deux photons à deux instants différents à une moyenne classique sur un ensemble de trajectoires. Du point de vue expérimental, cette technique partage avec l'analyse spectrale de la fluorescence le long temps d'accumulation requis par l'analyse des phénomènes spontanés.

III.3 Diffraction de Bragg

La démonstration du phénomène de la diffraction de Bragg dans les réseaux optiques a donné la première preuve incontestable de l'ordre à grande échelle présent dans ces structures [101, 102, 103]. Exactement comme dans le cas des solides cristallins, il y a dans les réseaux optiques une modulation régulière de la densité atomique qui reste cohérente à grande échelle. Dans les solides cristallins, cette modulation a une périodicité de l'ordre de 0.1 nm (distance typique entre noyaux de la maille) et est imposée par la minimisation de l'énergie d'interaction entre les atomes (ou ions) qui forment le réseau. Pour les réseaux optiques, en revanche, la modulation est imposée par les faisceaux piégeant et présente donc une longueur caractéristique de l'ordre de $\lambda_L \simeq 1\mu\text{m}$. Avec une expérience de

diffraction de Bragg, on met en évidence la cohérence à grande échelle de cette modulation grâce à un phénomène d'interférence constructive sélectif en angle qui affecte la lumière diffusée par une structure ordonnée. Dans son interprétation la plus simple, la diffraction de Bragg s'explique en considérant l'interférence

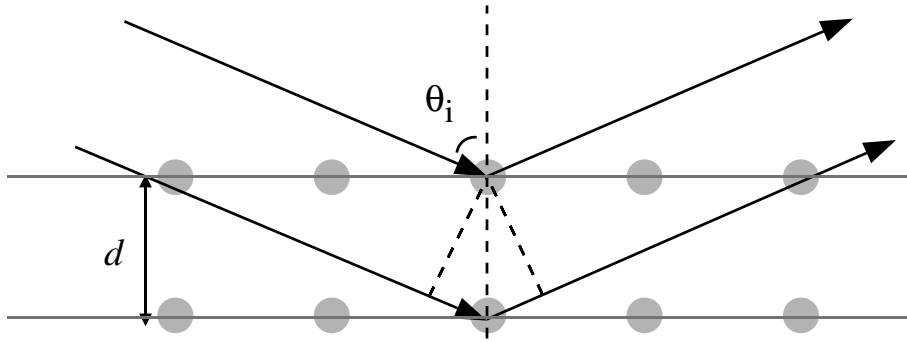


FIG. III.8: *Diffraction de Bragg dans un cristal. La condition d'interférence constructive entre les réflexions dues à deux plans successifs impose, pour une sonde de longueur d'onde λ_b , un angle d'incidence tel que $2d \cos \theta_i = n\lambda_b$.*

constructive qui se produit lorsque la réflexion spéculaire engendrée par deux plans atomiques successifs se trouve en phase (voir figure III.8). Pour remplir la condition d'interférence constructive, il faut que l'angle d'incidence θ_i , la longueur d'onde du faisceau sonde λ_b et la distance entre plans successifs d soient tels que :

$$\frac{2d \cos \theta_i}{\lambda_b} = n, \quad (\text{III.1})$$

avec n entier. Lorsque le nombre de plans cristallins augmente, la condition d'accord de phase devient plus contraignante et la dispersion angulaire $\delta\theta_i$ du faisceau diffracté tend vers la limite de diffraction $\delta\theta_i \simeq d/2L$ (L longueur de l'échantillon). La grande différence entre le cas des solides cristallins et celui des réseaux optiques est due aux quatre ordres de grandeur qui séparent les distances entre sites atomiques. De ce fait, la diffraction de Bragg se produit avec des rayons X dans le cas des solides cristallins et avec de la radiation visible (ou dans le proche infrarouge) dans le cas des réseaux optiques.

III.3.1 Condition de Bragg pour les réseaux optiques

Dans sa forme la plus générale, la condition de Bragg s'exprime en fonction des vecteurs du réseau réciproque. Un faisceau incident de vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$ peut être diffracté dans un faisceau de vecteur d'onde $\mathbf{k}_d$ seulement si $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_d = \mathbf{K}$ où $\mathbf{K}$ est un vecteur du réseau réciproque [104]. Comme on l'a vu, dans le cas des réseaux optiques, une base dans l'espace réciproque est donnée par les différences entre les vecteurs d'onde des faisceaux piégeant [52, 63]. Une fois choisi un vecteur du réseau réciproque $\mathbf{K}_0$, les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_d$ qui satisfont la condition de

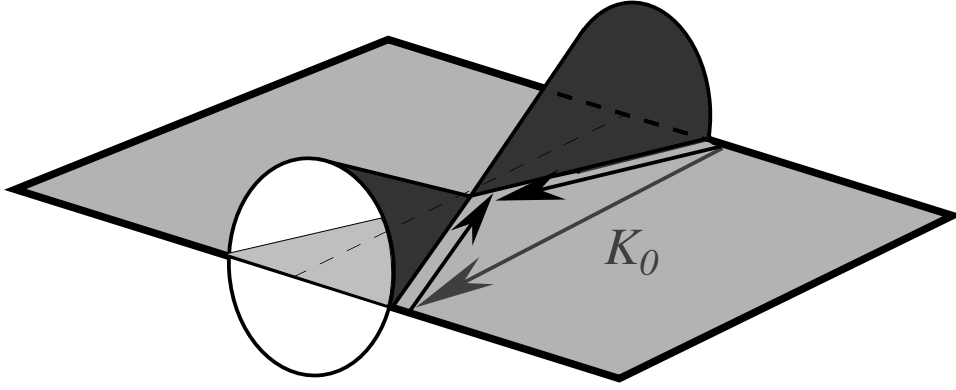


FIG. III.9: *Diffraction de Bragg dans les réseaux optiques. La condition de Bragg définit un cône qui a comme axe un vecteur du réseau réciproque $\mathbf{K}_0$. En particulier, chaque couple de faisceaux piégeant appartient à un cône.*

Bragg définissent un cône d'axe parallèle à $\mathbf{K}_0$ (voir la figure III.9)¹⁰. Si l'on utilise une longueur d'onde de détection λ_b proche de celle de piégeage λ_L , les seuls vecteurs du réseau réciproque $\mathbf{K}'$ de longueur inférieure à $2k_L$ permettent de satisfaire la condition de Bragg. Dans ce cas, les directions selon lesquelles on peut aligner une sonde pour observer la diffraction de Bragg sont définies par tous les cônes associés aux vecteurs $\mathbf{K}'$. On remarquera que, en particulier, chaque couple de faisceaux piégeant appartient à un “cône de Bragg”; ce résultat implique que chacun de ces faisceaux peut être diffracté dans la direction des autres faisceaux

10. Le choix de $\mathbf{K}_0$ fixe une famille de plans cristallins parallèles; on obtient le cône en considérant que la relation III.1 est invariante par rotation autour de la normale au plan.

piégeant [63, 105].

III.3.2 Le problème du mélange à quatre ondes

Comme on l’a mentionné dans le § III.1 III.1.3, dans le cas des réseaux optiques, la condition de Bragg et la condition d’accord de phase pour le mélange à quatre ondes coïncident. Cette circonstance empêche de conclure que l’observation de la “diffraction de Bragg” est une preuve de l’ordre à grande échelle dans un réseau optique [63], étant donné que le mélange à quatre ondes se produit aussi bien dans un milieu désordonné. Pour lever cette ambiguïté, deux approches ont été mises au point. Dans un premier cas, on ne détecte le signal de diffraction de Bragg qu’après avoir éteint les faisceaux piège [101]. Cette méthode garantit l’absence d’une composante due au mélange à quatre ondes dans le signal Bragg, simplement parce qu’il n’y a qu’une seule onde laser qui sonde l’ordre atomique. Une deuxième approche consiste à utiliser un faisceau sonde très désaccordé par rapport aux faisceaux piégeant [102, 103]. Dans ce cas, le réseau de polarisation induit par l’interférence pompe-sonde se déplace à une vitesse trop élevée pour que les atomes puissent le suivre. Comme résultat, la composante due au mélange à quatre ondes dans le signal Bragg est minimisée par rapport à la composante due à la régularité de la distribution de densité atomique (voir figure III.4).

III.3.3 La diffraction de Bragg comme diagnostic

Le signal de diffraction de Bragg est sensible aux détails de la distribution de densité atomique dans le réseau optique. En particulier, une augmentation de la dispersion des positions atomiques autour des positions d’équilibre $\Delta\zeta^2$ provoque une diminution du signal diffracté qui peut être décrite par le facteur de Debye-Waller $\exp(-K^2\Delta\zeta^2)$. Cette dépendance a permis pour la première fois l’observation précise de la dynamique de localisation et de refroidissement dans les réseaux optiques 1D et 3D, à travers l’étude de la variation du signal Bragg en fonction du temps [106]. Le même genre de mesure apporte aussi des informations sur le mouvement du paquet d’onde atomique au fond des puits de potentiel lorsque le potentiel est modulé en fonction du temps [107]. Un cas particulier de cette dernière mesure est obtenu lorsqu’une sonde supplémentaire

excite l'oscillation des atomes au fond des puits de potentiel : la perte de signal Bragg montre une augmentation de $\Delta\zeta^2$ due aux atomes qui passent dans les bandes plus énergétiques par transitions Raman stimulées [102]. Un autre aspect très intéressant de la diffraction de Bragg est sa sensibilité aux modifications d'indice provoquées dans le réseau optique par la présence des atomes piégés [105, 101, 102].

III.4 Temps de vol

Le temps de vol est une méthode, mise au point dans le cas des mélasses optiques [24, 108], qui sert à obtenir des informations sur la distribution d'impulsion des atomes piégés. Son principe de fonctionnement est très simple : à un instant donné les faisceaux piégeant sont coupés et les atomes tombent librement sous l'action de la pesanteur. Au cours du temps la taille du nuage atomique augmente à cause de la distribution d'impulsion initiale. En mesurant la distribution des temps d'arrivée $\rho(t)$ des atomes après une hauteur de chute fixe, on peut reconstruire la distribution d'impulsion selon la direction verticale. Si nous supposons que les distributions initiales en position et en impulsion sont gaussiennes ($\rho_r(z) = A_r \exp -z^2/\sigma_z^2$ et $\rho_p(z) = A_p \exp -p_z^2/\sigma_{p_z}^2 = A_p \exp -p_z^2/Mk_B T_z$) on obtient, pour un temps moyen de chute $t_0 = \sqrt{2\hbar/g}$ suffisamment grand :

$$\rho(t) = A_t e^{(t-t_0)^2/\sigma_t^2}. \quad (\text{III.2})$$

La température T_z s'exprime alors en fonction de σ_t , σ_z et σ_{det} (qui décrit la largeur de la hauteur de détection) comme :

$$T_z = \frac{M}{k_B} (g^2 \sigma_t^2 - (\sigma_z^2 + \sigma_{det}^2)/t_0^2) \quad (\text{III.3})$$

Le même principe peut être appliqué pour mesurer les distributions d'impulsion selon toutes les directions si l'on arrive à enregistrer les profils spatiaux du nuage (par exemple par des méthodes d'imagerie [109]) après un temps donné d'évolution libre. Pour l'interprétation théorique, cette technique ne présente pas de difficultés. Du point de vue expérimental, deux points peuvent être délicats : la connaissance de la taille initiale du nuage est un paramètre critique surtout dans le cas des faibles températures, et le temps de coupure des faisceaux piégeant

doit être très court par rapport à tout temps caractérisant la dynamique atomique dans le réseau.

CHAPITRE IV

MONTAGE EXPÉRIMENTAL

IV.1 L'atome de césium

Le césium est le plus lourd des métaux alcalins naturels ; le seul isotope stable est le ^{133}Cs qui a un poids atomique de 133 U.A. (ce qui correspond à une masse par atome de $M = 2.21 \cdot 10^{-25}$ Kg). Sa température de fusion est de 28.7 °C et il présente une couleur jaune métallique. Du point de vue spectroscopique, il partage avec les autres alcalins la simplicité des niveaux électroniques due au seul électron de valence. En particulier, l'interaction spin-orbite lève la dégénérescence entre les premiers états excités $6P_{1/2}$ et $6P_{3/2}$, donnant lieu à un doublet de raies de structure fine tout à fait analogue à celui bien connu du sodium. Les longueurs d'onde des raies D_1 ($6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$) et D_2 ($6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$) valent respectivement 894.4 et 852.1 nm. Le noyau du césium possède un spin $I = 7/2$ et l'interaction de ce spin avec le moment cinétique électronique engendre une structure hyperfine dont les séparations sont relativement importantes vu la valeur élevée du nombre atomique ($Z=55$). Un schéma des premiers niveaux énergétiques du césium est présenté en figure IV.1. La fréquence de la transition $6S_{1/2}F = 3 \rightarrow 6S_{1/2}F = 4$ définit l'unité de temps dans le S.I.. L'utilisation d'atomes froids dans une horloge à césium permet d'allonger le *temps d'interrogation* d'un atome et donc de réduire l'erreur sur la détermination de la fréquence de la transition [110]. Cette raison, associée à la disponibilité de sources laser à semi-conducteur, fait que le césium est très souvent employé dans les expériences de refroidissement laser. La largeur naturelle du niveau excité $6P_{3/2}F' = 5$ vaut $\Gamma = 2\pi \cdot 5.22 \pm 0.01$ Mhz [111]. L'intensité de saturation (définie comme l'intensité pour laquelle $\Omega = \Gamma/\sqrt{2}$) pour la transition $6S_{1/2} F=4 m_F=+4 \rightarrow 6P_{3/2} F'=5 m'_F=+5$ vaut $I_{sat} = 1.1$ mW/cm². Les déplacements Zeeman des niveaux $6S_{1/2}, F = 4$ et $6P_{3/2}, F' = 5$ valent respectivement +351 et +560 kHz/(Gauss· m_F). Vu la masse

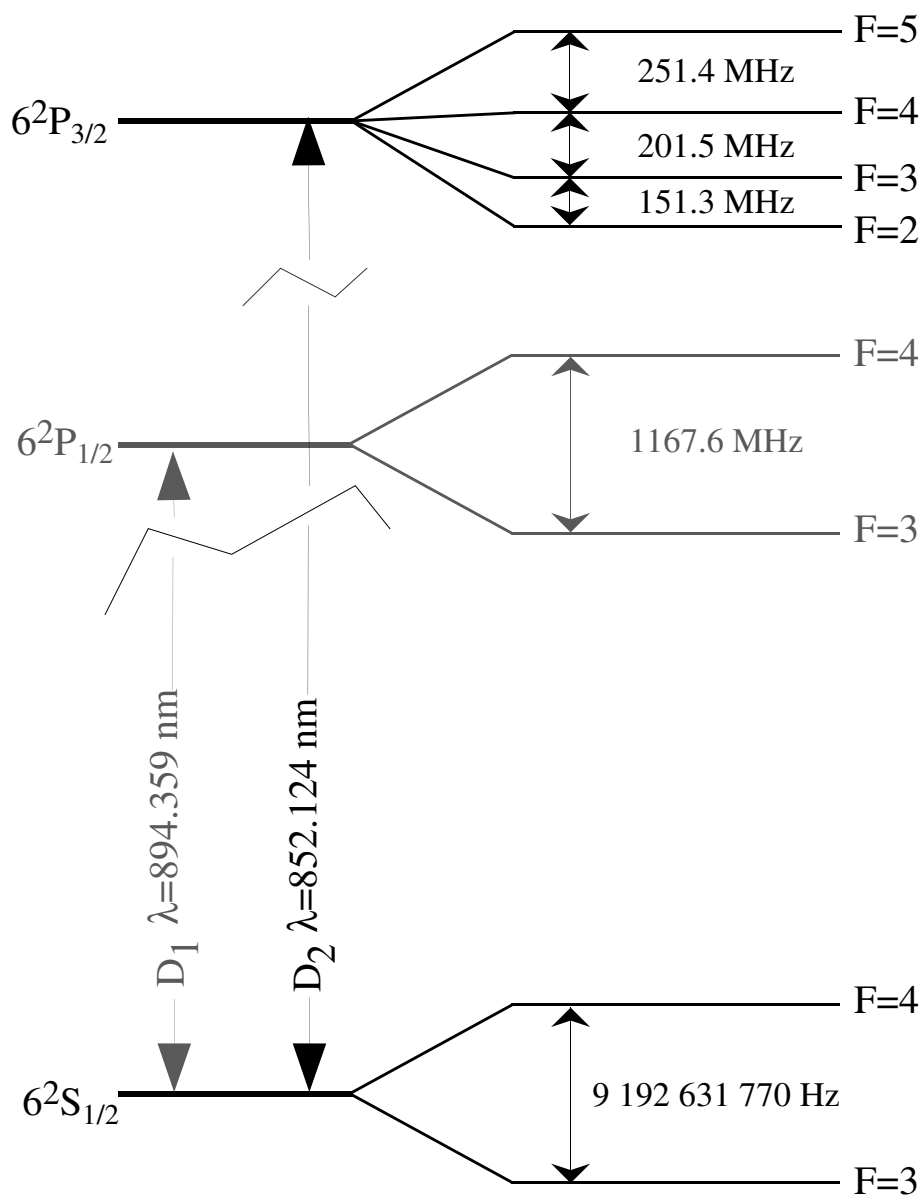


FIG. IV.1: Niveaux d'énergie du césium.

importante, la vitesse de recul du césium pour la raie D_2 est relativement faible : $v_r = 3.52$ mm/s. Les grandeurs dérivées de la vitesse de recul sont reportées,

Nom	Notation	Définition	Valeur
vitesse de recul	v_r	$\hbar k_0 / M$	3.52 mm/s
énergie de recul	E_r	$\frac{1}{2} M v_r^2 = \hbar^2 k_0^2 / 2M$	$1.37 \cdot 10^{-30}$ J = $8.56 \cdot 10^{-12}$ eV
température de recul	T_r	$M v_r^2 / k_B$	198 nK
fréquence de recul	ν_r	E_r / h	2.07 kHz

TAB. IV.1: *Grandeurs dérivées de la vitesse de recul pour l'atome de césium sur la raie D_2 .*

avec leur définition, dans la table IV.1.

Les expériences décrites dans la suite ont été faites sur la raie D_2 , plus précisément sur la transition $6S_{1/2} F=4 \rightarrow 6P_{3/2} F'=5$. A cause de la faible distance ($\simeq 250$ MHz) qui sépare cette transition de sa première voisine, une excitation non résonnante de transition $6S_{1/2} F=4 \rightarrow 6P_{3/2} F'=4$ n'est pas toujours négligeable. Un atome excité en $6P_{3/2} F'=4$ a une probabilité de retombée non nulle vers l'état $6S_{1/2} F=3$ (on parle de transition *ouverte*). En présence de la seule lumière sur $6S_{1/2} F=4 \rightarrow 6P_{3/2} F'=5$, tous les atomes finiraient par être pompés optiquement vers l'état $6S_{1/2} F=3$ qui n'interagit plus avec la lumière. Pour éviter ce problème, on ajoute un faisceau dit “repompeur” accordé sur la transition $6S_{1/2} F=3 \rightarrow 6P_{3/2} F'=4$ et donc décalé de $\Delta \simeq -9$ GHz par rapport aux faisceaux principaux¹. Lorsque les atomes passent la grande majorité de leur temps dans l'état $6S_{1/2} F=4$ (cette situation peut être obtenue avec une intensité proche de l'intensité de saturation pour le faisceau repompeur), l'atome peut être considéré sur une transition fermée². Un autre effet de la faible séparation entre les niveaux hyperfins $6P_{3/2} F'=5$ et $6P_{3/2} F'=4$ est celui d'imposer une limita-

1. On peut obtenir le même effet en engendrant une bande latérale directement sur les faisceaux principaux, par exemple à l'aide d'un modulateur électro-optique

2. On considère toujours que le seul effet du faisceau repompeur est de récupérer les atomes tombés dans le sous-niveau $6S_{1/2} F = 3$. Cet argument reste valable seulement si les forces dues au faisceau repompeur sont négligeables par rapport à la force réactive engendrée par les faisceaux principaux.

tion pratique aux désaccords vers le rouge au cours des expériences. Si l'on veut interpréter les observations en ne considérant que la transition $J = 4 \rightarrow J' = 5$, il faut toujours que $|\Delta_{4 \rightarrow 5}| \ll |\Delta_{4 \rightarrow 4}|$. Certains phénomènes observés, tels que l'augmentation de température dans les réseaux optiques pour $\Delta_{4 \rightarrow 5} < -30\Gamma$, sont vraisemblablement dus au rôle du niveau $6P_{3/2} F'=4$.

IV.2 Les sources laser

Les caractéristiques de la transition atomique choisie et les ordres de grandeur typiques des phénomènes de refroidissement laser imposent les performances des sources laser utilisées en termes de propriétés spectrales et de puissance. En particulier, la largeur naturelle $\Gamma = 2\pi \cdot 5.2$ MHz de la transition D_2 du césium que l'on utilise impose que les sources soient stabilisées en fréquence au moins au MHz près³. L'accordabilité est un autre élément-clé. Dans ce cas, c'est la distance entre sous-niveaux hyperfins (typiquement la centaine de MHz) qui nous donne la consigne; ce problème est résolu chez nous à l'aide de modulateurs acousto-optiques (MAO). Dernière spécification: la puissance. Dans le cas des réseaux brillants, et si l'on veut se limiter aux régimes de faible saturation, ce paramètre n'est pas critique. Pour un désaccord de -30Γ dans un tétraèdre standard, la limite de faible saturation ($s < 0.1$) est respectée pour des intensités totales $I < 80$ mW/cm². On voit donc que des diodes laser de puissance commerciales (P=150 mW) permettent de réaliser l'expérience, pourvu qu'elles aient les caractéristiques spectrales demandées⁴.

3. Par exemple, si l'on veut explorer une gamme de désaccords à résonance $-30\Gamma < \Delta < -2\Gamma$, la précision sur le déplacement lumineux sera dominée par l'incertitude sur la mesure de l'intensité I (de l'ordre de 10 %) pour une fréquence stabilisée au MHz.

4. Dans le cas des réseaux très désaccordés non dissipatifs [7, 112, 113] (cas qui ne sera pas traité dans cette thèse), les spécifications de largeur spectrale et de puissance sont inversées par rapport au cas des réseaux brillants: il faut beaucoup de puissance pour avoir des puits de potentiel assez profonds, mais la largeur spectrale n'est pas critique. Dans cette situation, la source laser couramment employée est le laser titane-saphir qui nécessite un laser à Argon de pompe avec une puissance d'une dizaine de Watts. Une autre solution, disponible depuis peu, est le MOPA.

IV.2.1 Diodes laser

L'élément de base des sources laser utilisées au cours des expériences est la diode laser à semi-conducteur. Son principe de fonctionnement est basé sur l'émission d'une jonction où le courant de pompe est orthogonal à la direction de propagation de la lumière. La cavité laser est limitée par les deux interfaces semi-conducteur air. La réflectivité de ces interfaces est limitée (finesse de la cavité très petite) mais suffisante pour donner lieu à un effet laser monomode longitudinal. La distance entre modes longitudinaux est de l'ordre de 300 GHz alors que le profil transverse est monomode grâce à un guidage d'onde optimisé. Le réglage fin de la fréquence d'émission d'une diode est obtenu en ajustant deux paramètres : intensité du courant et température de la jonction. Bien sûr, le premier paramètre affecte aussi la puissance de sortie. La largeur de raie est typiquement de quelques dizaines de MHz. Nous avons utilisé des diodes fournies par le constructeur Spectra Diode Labs (SDL) dont il existe plusieurs modèles à 850nm de différentes puissances nominales (50, 100, 150 et 200 mW).

IV.2.2 Diode laser en cavité étendue

Les propriétés spectrales des diodes libres ne sont pas suffisantes pour effectuer les expériences ; en particulier, il est nécessaire de rétrécir la raie d'émission et d'imposer au laser sa fréquence d'oscillation. Pour obtenir cet effet, on réinjecte une partie de la lumière émise par la diode dans la cavité laser en ayant effectué une sélection spectrale au préalable. Le système couramment employé consiste à construire une deuxième cavité dans laquelle la diode est insérée en stricte analogie avec le milieu de gain dans une cavité laser standard. Cette cavité, bien plus longue que la cavité laser initiale de la diode ($\simeq 20$ cm à comparer au mm)⁵, permet d'affiner la raie d'émission tout en rapprochant les modes longitudinaux (l'intervalle spectral libre (ISL) passe de quelques centaines de GHz au GHz). L'élément de couplage de la cavité est un réseau monté "à la" Littrow : l'ordre 1

5. Il convient de rappeler ici que des longueurs de cavité externe trop importantes (de l'ordre du mètre) engendrent des comportements instables, voir chaotiques, de l'intensité et de la fréquence de la diode [114]. Ce type de phénomène rend nécessaire l'utilisation d'isolateurs optiques pour découpler les diodes laser stabilisées de toute réinjection accidentelle due à une rétro-réflexion.

est rétro-réfléchi alors que l'ordre 0 sert de couplage vers l'extérieur. La présence du réseau permet, comme dans les cavités laser ordinaires, de sélectionner la longueur d'onde d'oscillation en baissant sélectivement le seuil pour les seules fréquences rétro-réfléchies (réglage de l'angle du réseau). Un réglage plus fin de la fréquence (à l'intérieur de l'ISL de la cavité) peut être obtenu avec des variations de la longueur de la cavité à l'aide d'une cale piézo-électrique.

La principale différence entre ce montage et un montage où l'on utilise un vrai milieu de gain vient de la compétition entre l'oscillation laser dans deux cavités présentes en même temps. Cette compétition constitue une limitation à la puissance qu'un tel système peut délivrer : quand le gain est trop important, le système oscille à nouveau à une fréquence imposée par la seule cavité interne. Une seconde limitation à la puissance de sortie est imposée par la puissance maximale admise au niveau de l'interface semi-conducteur air. Dans un montage Littrow et avec des réseaux blazés de bonne qualité, 30 % de la puissance est rétro-réfléchi. En limitant la puissance intracavité à une valeur raisonnable, on obtient une puissance de sortie qui ne doit pas excéder 30 % de la puissance nominale de la diode.

Le montage, déjà développé au laboratoire, utilise une diode SDL stabilisée en température⁶, un objectif de colimation (Melles Griots 06 GLC 002) collé sur un support en aluminium et un réseau de 1800 traits/mm blazé à 780 nm monté sur un support Θ, Φ . Nous avons notablement amélioré la stabilité du montage existant en y apportant quelques modifications. La base en laiton sur laquelle sont fixés les trois supports indépendants de la diode, de l'objectif et du réseau est maintenant posée sur des supports souples en mousse pour absorber les vibrations de la table, et elle est enfermée dans une boîte en aluminium qui l'isole des courants d'air et des vibrations acoustiques. Nous avons également beaucoup travaillé à l'optimisation de la stabilisation en température de la base qui assure la stabilité de la longueur de la cavité ($\simeq 15$ cm). En particulier, nous avons ajouté une deuxième sonde de température sur la base et nous avons optimisé le circuit de stabilisation après avoir enregistré les variations de température au cours de 24 heures. Un autre détail s'est révélé essentiel : un bon contact thermique entre

6. Des diodes de puissance élevée ne sont pas bien adaptées, étant donné la limitation du courant d'auto-injection ; l'optimum se situe entre 50 et 100 mW

la base et l'extérieur est nécessaire pour permettre une bonne stabilisation (étant donné que la base ne peut pas être refroidie activement). On a obtenu cela en enrobant la mousse anti-vibrations avec du papier aluminium, de façon à établir un bon contact thermique entre la base et la table optique (en acier). Les points faibles de ce montage restent probablement les deux supports (indépendants et de matériaux différents) de la diode et de l'objectif qui permettent des jeux trop importants par rapport à la base.

IV.2.3 Stabilisation par absorption saturée

Les propriétés spectrales d'une diode en cavité étendue sont tout à fait satisfaisantes (largeur de l'ordre de la centaine de kHz et accordabilité sur un GHz) mais son fonctionnement n'est pas stable (essentiellement à cause des dérives thermiques). Pour que la fréquence d'oscillation (réglée finement par la longueur de la cavité étendue) soit stable, il faut la verrouiller sur une fréquence bien définie, par exemple celle d'une transition atomique. Comme nous utilisons nos laser pour le refroidissement du césium, le choix naturel pour la référence de fréquence est une transition du césium. Nous utilisons à cet effet un montage par absorption saturée dans une cellule de césium à la température ambiante. Ce montage permet de s'affranchir de l'élargissement par effet Doppler dû à l'agitation thermique des atomes (largeur de 500 MHz à la température ambiante) en saturant la transition pour une classe de vitesses bien choisie. Le principe de base est très simple : on envoie sur l'échantillon deux ondes, une onde sonde S et une onde pompe P aux fréquences ν_S et $\nu_P = \nu_S + \delta_\nu$ respectivement et se propageant en sens opposé. L'onde P est assez intense pour saturer la transition ; donc les atomes (et ceux là seulement) qui se propagent autour de la vitesse v_{sat} telle que $\nu_0 = \nu_P(1 + v_{sat}/c)$ constituent un milieu transparent. Or, ces mêmes atomes voient une sonde de fréquence $\nu_S(1 - v_{sat}/c)$, ce qui implique que lorsque $\nu_0 = \nu_S(1 - v_{sat}/c)$ la sonde cesse d'être absorbée par les atomes et ceci pour un intervalle de fréquence lié à la largeur naturelle de la transition.

Comme résultat, on trouvera une nette diminution de l'absorption sur une plage de fréquence comparable à la largeur naturelle lorsque $\nu_P = \nu_0 + \delta_\nu/2$. La situation se complique un peu lorsque plusieurs transitions sont présentes en même temps (c'est le cas des transitions hyperfines du césium) : on trouve

un pic d'absorption saturée associé à chacune des transitions (dû au mécanisme que l'on vient de décrire) mais un autre processus peut intervenir. Considérons deux transitions aux fréquences ν_1 et ν_2 : une certaine classe de vitesse peut se trouver à résonance avec la pompe sur la transition ν_1 et en même temps avec la sonde sur la transition ν_2 . Dans ce cas aussi, comme la pompe dépeuple le niveau fondamental, on obtient une diminution d'absorption pour la sonde. Ce phénomène se présente lorsque $\nu_P \simeq (\nu_1 + \nu_2)/2 + \delta_\nu/2$ et augmente le nombre de pics d'absorption saturé par rapport au nombre de niveaux hyperfins présents. Les nouveaux pics s'appellent *croisements de niveaux*.

Les signaux d'absorption saturée peuvent être utilisés comme référence pour la stabilisation du laser : en figure IV.2 nous montrons un spectre obtenu lorsque

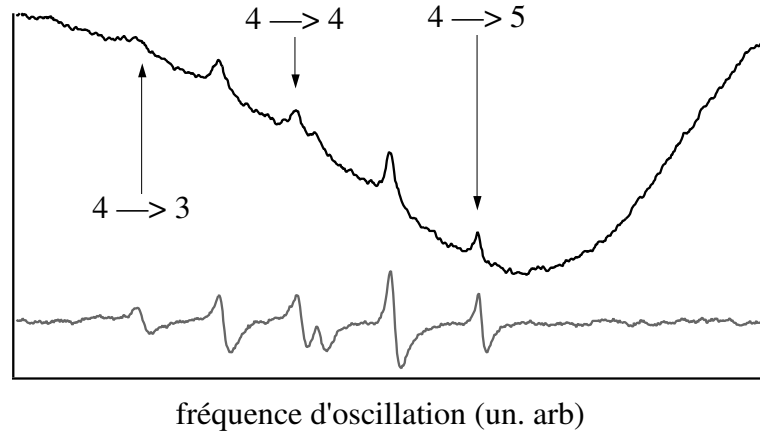


FIG. IV.2: *Spectre d'absorption saturée de la raie D_2 du césium. Le spectre est obtenu en balayant la fréquence du laser en cavité étendue. La distance entre les deux pics extrêmes est de 453 MHz. Le signal en gris est obtenu par une méthode de détection synchrone (modulation de la fréquence de la pompe à 10 kHz) et est directement utilisé comme signal d'erreur.*

la fréquence du laser (ν_S dans la discussion précédente) est balayé en fréquence dans la région des transitions hyperfines de la raie D_2 au départ du sous-niveau $F = 4$. Le schéma du montage est reporté en figure IV.3. La pompe est décalée en fréquence par rapport au faisceau principal par un modulateur acousto-optique

monté en double passage (ce montage sera décrit en détail dans le § IV.2.4, page 84) qui sert donc aussi de modulateur de fréquence. La fréquence de la

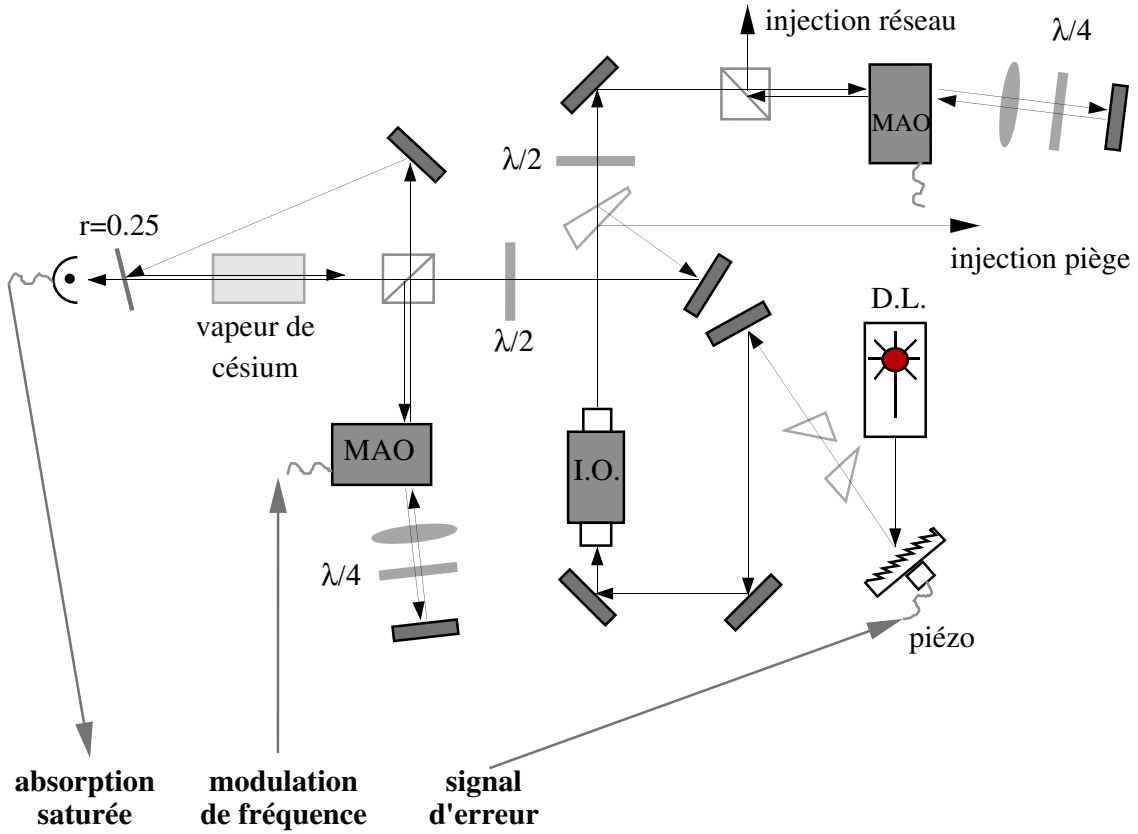


FIG. IV.3: Schéma de montage pour un asservissement par absorption saturée d'une diode laser en cavité étendue. Les faisceaux pompe et sonde sont dérivés du faisceau principal. Le faisceau pompe est ensuite décalé et modulé en fréquence avec le MAO et croise le faisceau sonde dans une cellule contenant de la vapeur de césium. Le reste de la puissance laser est utilisé en partie pour l'injection de la diode piège et en partie pour l'injection du laser qui engendre le réseau.

pompe est modulée à 10 kHz autour de sa valeur moyenne pour pouvoir obtenir la dérivée du signal d'absorption saturée (voir figure IV.2). Une détection synchrone est utilisée pour extraire le signal d'erreur qui nous permettra d'asservir nos laser sur la résonance. Il faut noter également que la détection synchrone améliore la sensibilité de la mesure et "amplifie" les structures étroites (dérivation). La sonde

est prélevée directement sur le faisceau principal qui, de cette façon, ne présente pas de modulation de fréquence résiduelle. Le signal de sortie de la détection synchrone est utilisé directement comme signal d'erreur et il est donc envoyé à la cale piézo-électrique qui corrige ainsi les fluctuations de fréquence du laser. Un avantage de ce montage est de pouvoir fixer, par le choix de la fréquence δ_ν , la fréquence de sortie du laser à une valeur qui peut être différente de celle d'une transition atomique. La stabilité relative de ce montage a été mesurée en faisant battre les faisceaux de deux lasers maîtres : le jitter mesuré est inférieur au MHz.

IV.2.4 Diode laser esclave

Comme nous l'avons déjà expliqué, une diode en cavité étendue ne peut pas délivrer une puissance suffisante pour mener à bien les expériences. Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé un montage de verrouillage par injection (injection locking) d'une diode de puissance. Le principe est exactement le même que celui déjà utilisé pour la diode en cavité étendue : la présence de lumière à une certaine fréquence dans la cavité de la diode baisse sélectivement le seuil pour l'effet laser et impose la fréquence d'oscillation. La diode de puissance devient alors un amplificateur optique qui préserve la fréquence et la phase du faisceau injecteur. La diode est montée sur un support fixe et un objectif monté sur un support réglable assure la collimation du faisceau. Un couple de prismes anamorphoseurs corrige l'ellipticité du faisceau et un isolateur optique empêche les instabilités de fonctionnement éventuellement engendrées par des rétro-réflexions. Le trajet du faisceau d'injection est schématisé en figure IV.4 : le faisceau injecteur est aligné sur le faisceau de la diode de puissance en entrant par la voie d'éjection du biprisme de sortie de l'isolateur optique. Cette méthode d'injection permet de coupler efficacement les modes des deux laser. L'asservissement par injection d'une diode est plus facile si la fréquence naturelle du laser esclave est proche de la fréquence imposée et si le faisceau injecteur est puissant. L'injection n'est donc efficace que sur une plage restreinte de courant à une température donnée. Pour vérifier l'injection de la diode laser, une technique simple consiste à contrôler l'absorption du faisceau de sortie à travers une cellule de césium : lorsque le laser est asservi, sa fréquence d'oscillation se trouve près d'une transition du césium et

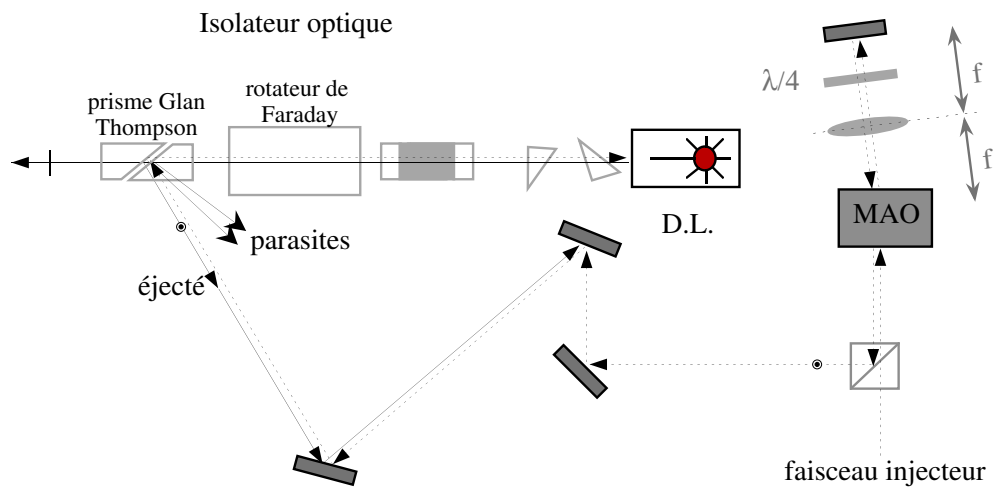


FIG. IV.4: Schéma du montage pour une diode laser esclave. Le faisceau injecteur est d'abord décalé en fréquence d'une quantité ajustable par un MAO monté en oeil de chat. L'oeil de chat est optimisé lorsque le waist du faisceau incident (qui doit être positionné sur le cristal) est imagé sur le miroir de rétro-réflexion. Le faisceau est ensuite superposé au faisceau éjecté par le polariseur de sortie de l'isolateur optique de la diode esclave. Ce faisceau éjecté ne doit pas être confondu avec des réflexions parasites sur les faces des polariseurs.

donc le faisceau est fortement absorbé dans la cellule⁷.

i) Accordabilité en fréquence

La fréquence de la source de puissance est imposée par celle du faisceau injecteur. Ce fait peut être exploité pour obtenir une bonne accordabilité en fréquence. L'élément clé pour le choix de la fréquence dans notre montage est le modulateur acousto-optique (MAO). Il s'agit d'un dispositif basé sur un cristal biréfringent (TeO_2 ou PbMoO_4) dans lequel un transducteur piézo-électrique excite une onde sonore à des fréquences de l'ordre de la centaine de MHz. L'onde sonore est vue par un faisceau lumineux comme un réseau de diffraction en mouvement à la vitesse du son dans le cristal. Le faisceau est donc diffracté, mais sa fréquence change à cause de l'effet Doppler. On peut ainsi obtenir des faisceaux laser dont la fréquence est finement réglable⁸. Le MAO est donc un outil très souple qui permet de changer la fréquence d'un faisceau laser dans le domaine de la centaine de MHz (domaine caractéristique de la structure hyperfine du césium!). Le seul inconvénient est que l'angle de diffraction du faisceau dépend du décalage en fréquence imposé. Pour pouvoir changer la fréquence d'une source de puissance, il est donc nécessaire de changer la fréquence du faisceau injecteur (sinon tous les alignements sont perdus!). Un schéma souple pour ce faire est le montage en oeil de chat, dont le schéma de principe est reporté en figure IV.4. Il s'agit d'utiliser un MAO en *double passage* et d'éviter ainsi que l'angle du faisceau en sortie change lorsque l'on change la fréquence de modulation. Avec la méthode du verrouillage par injection associée à l'emploi des MAO, on dispose donc de sources puissantes et accordables pour les expériences. Un autre avantage de cette méthode est que l'on peut utiliser le même laser maître pour injecter plusieurs diodes laser esclaves qui oscillent à des fréquences différentes.

7. Une technique alternative consiste à vérifier la pureté spectrale du faisceau de sortie à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot. Lorsque le laser est injecté, son mode doit être asservi sur la fréquence du faisceau injecteur et il doit donc être plus stable que pendant le fonctionnement libre.

8. La précision est imposée par la source R.F. qui pilote le MAO et peut atteindre le Hz dans le cas des synthétiseurs.

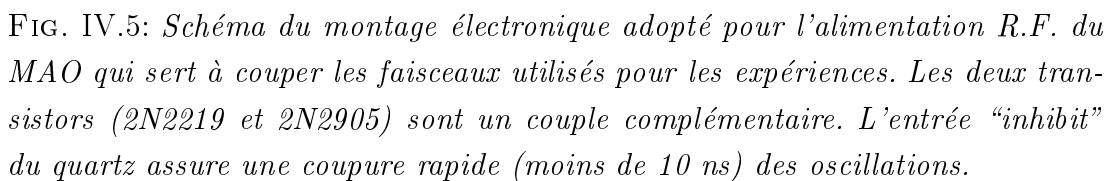
IV.2.5 Extinction des faisceaux laser

Le modulateur acousto-optique peut être aussi utilisé comme interrupteur pour un faisceau laser : si l'on n'utilise que la partie diffractée du faisceau pour l'expérience, sa puissance chutera lorsque la R.F. qui engendre l'onde acoustique s'éteint. Le temps de coupure limite ne dépend en principe que de la dimension du faisceau au niveau du cristal et de la vitesse du son dans le cristal. Avec des dimensions de faisceau raisonnables⁹ (qui sont imposées par l'efficacité requise) des temps de l'ordre de la dizaine de ns sont envisageables. Pour obtenir ce temps, il faut disposer d'interrupteurs rapides pour la R.F.. La stratégie que nous avons adoptée utilise un oscillateur TTL à quartz à fréquence fixe (80 MHz) comme source de R.F. pour les MAO qui servent d'interrupteur. Cet oscillateur dispose d'un inhibiteur digital qui éteint toute oscillation dans un temps de l'ordre de la dizaine de ns et qui est donc parfaitement adapté à nos exigences. Pour permettre un réglage de la puissance¹⁰, on utilise aussi un modulateur PAS3 qui, en revanche, ne permet pas d'atteindre des temps de coupure assez brefs. Le schéma du montage électronique est représenté en figure IV.5, l'amplificateur de puissance que nous avons utilisé est le modèle ZHL3A de mini-circuits dont la bande passante (150 MHz) ne limite pas les performances de l'interrupteur. Il faut remarquer que des temps de coupure bien plus courts que les temps caractéristiques de la dynamique dans les réseaux optiques sont nécessaires si l'on veut, par exemple, mesurer par temps de vol une température fiable. L'étude reportée dans la référence [67] montre que des temps de coupure inférieurs à la μ s sont nécessaires.

Il est également indispensable d'éliminer toute lumière parasite qui puisse atteindre les atomes lorsque, par exemple, ils sont en train de tomber librement

9. Le choix de la dimension du faisceau est dicté par un compromis entre l'efficacité de diffraction (gros faisceau) et le temps de coupure (petit faisceau).

10. L'efficacité de diffraction dépend de l'amplitude de l'onde sonore dans le cristal. Lorsque l'on baisse le niveau de R.F., on obtient donc moins de puissance dans le faisceau utilisé pour les expériences. Lorsque l'on utilise cette méthode de réglage, il faut tenir compte d'un phénomène très gênant qui peut se présenter dans les MAO : l'intensité de la composante de polarisation orthogonale à celle du faisceau principal peut dépendre de la température du cristal. Il est alors nécessaire d'éliminer cette composante avec un polariseur avant d'utiliser le faisceau pour les expériences.



IV.3 Acheminement des faisceaux

- Une source de puissance à fréquence fixe (à -15 MHz de la transition $4 \rightarrow 5$ de la raie D_2 du césium) qui est utilisée pour le piège magnéto optique et pour les sondes résonnantes (temps de vol, imagerie, Bragg). Le piège magnéto-optique (voir § I.1.4, page 14) est utilisé comme source d'atomes

froids nécessaire pour le remplissage des réseaux optiques.

- Une source de puissance accordable de façon continue entre la transition $4 \rightarrow 5$ et la transition $4 \rightarrow 4$ dont dérivent les faisceaux pour les réseaux optiques et les sondes pour la spectroscopie des réseaux.
- Une source sur cavité étendue, directement utilisée pour le faisceau repompeur à résonance sur la transition $3 \rightarrow 4$ de la raie D_2 du césium.

A titre d'exemple, nous reportons en figure IV.6 le schéma d'acheminement des faisceaux utilisés pour engendrer un potentiel lumineux à symétrie pentagonale (voir § IX.1, page 162). L'équilibrage de l'intensité entre les différents bras est obtenu par un couple formé d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur qui permet un réglage suffisamment fin des coefficients de réflexion et de transmission. Il faut remarquer que la sonde qui sert pour les expériences de spectroscopie pompe-sonde dérive du laser également employé pour le réseau. De ce fait, les variations de fréquence relative (qui sont les seules importantes) ne proviennent que des fluctuations entre les sources R.F. qui pilotent les MAO (facilement réduites au Hz par un verrouillage en phase de deux synthétiseurs)¹¹.

IV.3.1 Temps de vol

Pour la méthode de mesure de température par temps de vol (voir § III.4, page 70), il faut disposer d'une sonde résonnante qui intercepte la chute libre des atomes après une certaine distance. Nous utilisons comme faisceau sonde pour le temps de vol le faisceau non diffracté par le MAO de coupure du piège magnéto optique. Ce faisceau garde toute la puissance du laser piège lorsque les atomes tombent (et donc lorsque le piège est éteint). Ce faisceau traverse un MAO à 95 MHz qui le ramène à résonance et il est ensuite utilisé aussi bien comme faisceau pour le temps de vol que comme faisceau "flash" pour obtenir des images par effet d'ombre (voir § VIII.3, page 157) ou encore comme sonde de

11. Des phénomènes de vibration des miroirs peuvent aussi affecter la fréquence relative entre pompes et sonde. Nous avons mesuré un battement entre pompe et sonde pendant les expériences sur les transitoires cohérents (voir § III.1.2, page 56) et nous en avons déduit que la résolution en fréquence est de l'ordre de 300 Hz.

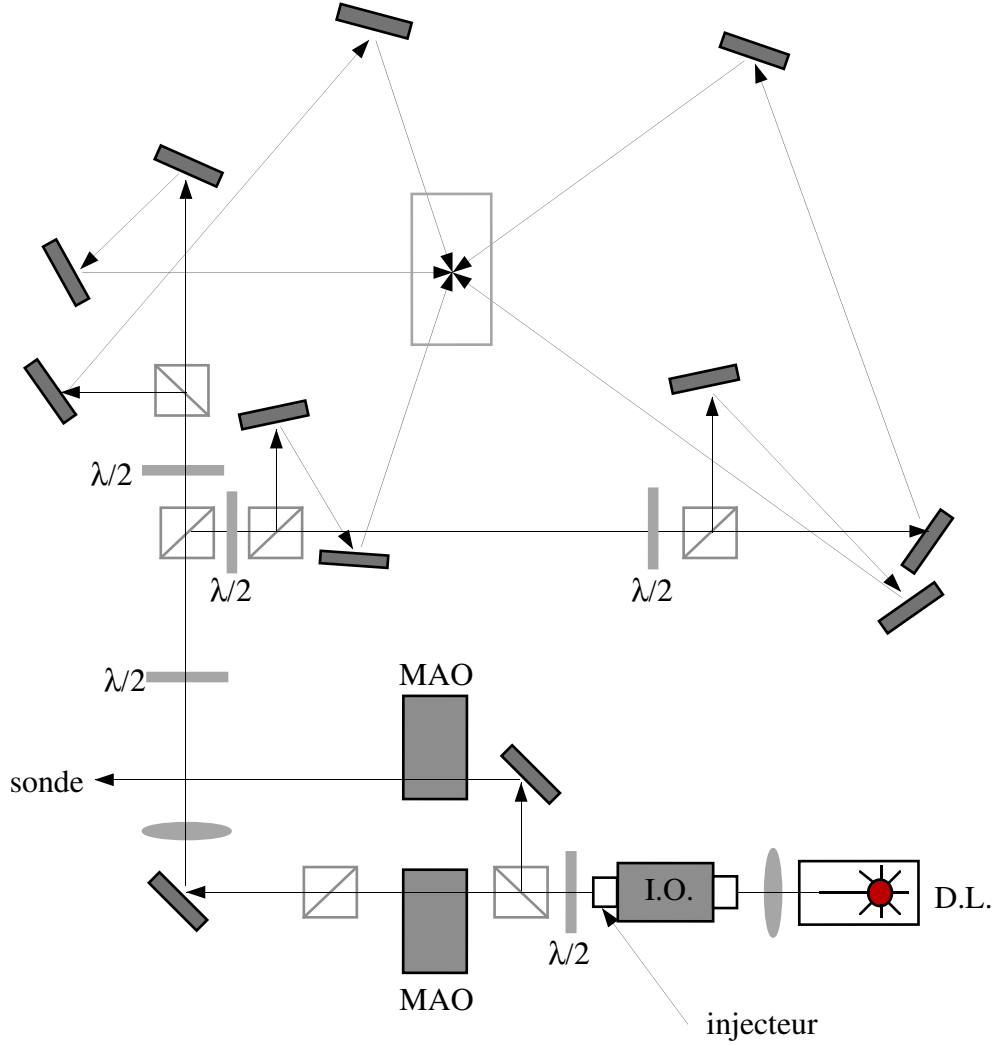


FIG. IV.6: Schéma d'acheminement des faisceaux pour engendrer un réseau optique quasi-périodique à symétrie cinq. La séparation entre les différents bras du réseau est obtenue à l'aide de lames demi-onde et de cubes polariseurs. Le faisceau sonde, utilisé dans les expériences de spectroscopie non-linéaire, est aussi obtenu de la même façon. Dans ce cas, la séparation est faite avant de passer par le MAO à fréquence fixe qui assure l'extinction des faisceaux.

Bragg (dans ce cas, la fréquence du MAO est de 90 MHz, voir § VII.4, page 141) . Pour que la mesure par temps de vol soit précise, il faut que l'épaisseur de la nappe de lumière traversée par les atomes soit faible et que la distance verticale parcourue par les atomes soit grande. En figure IV.7, nous présentons le schéma

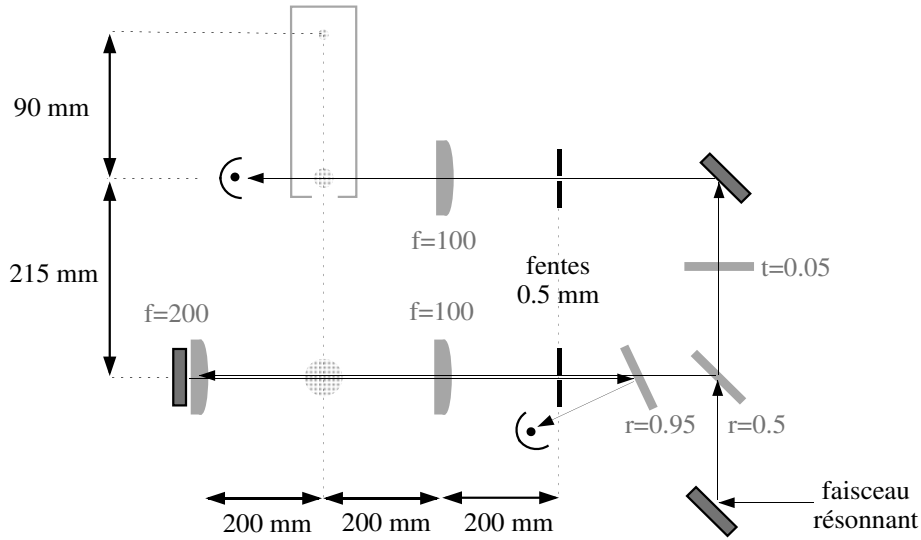


FIG. IV.7: Schéma du montage du diagnostic par temps de vol pour la mesure de la température cinétique des atomes. Le montage comporte deux nappes de lumière résonnante à deux hauteurs de chute différentes (9 et 30 cm). Dans les deux cas, les faisceaux traversent une fente de 0.5 mm qui est imagée par des lentilles cylindriques sur l'axe de chute. Le faisceau inférieur est aussi rétro-réfléchi avant de mesurer son absorption sur une photodiode. Ce montage permet de mesurer la température et la taille verticale du nuage d'atomes.

de détection par double temps de vol que nous avons utilisé sur la deuxième génération d'expériences (celles menées sur la cellule en quartz, voir le paragraphe suivant)¹². Cette méthode de double temps de vol nous permet de mesurer la taille du nuage. Nous sommes alors en mesure de corriger précisément la mesure de température des contributions géométriques et nous nous affranchissons des

12. Pendant la première série d'expériences, nous ne disposions que d'une seule sonde placée 15 cm au dessous du piège. Le montage était le même (dans le sens strict du terme) que celui utilisé pour le temps de vol inférieur dans la deuxième série d'expériences

variations de la taille finale du nuage en fonction des divers paramètres. Nous mesurons la transmission des faisceaux sonde ; le faisceau inférieur est réfléchi sur lui même pour maximiser le signal (qui est plus faible, vu la perte d'atomes pendant les 30 cm de chute, surtout à “haute” température).

IV.3.2 Cellule

Nous avons présenté jusqu'à présent tous les ingrédients nécessaires pour la réalisation d'un réseau optique, sauf que nous n'avons pas encore d'atomes pour le remplir. Toutes les expériences ont été réalisées dans une cellule sous un vide de l'ordre de 10^{-8} Bar, obtenu par une pompe ionique de 20 l/s. La cellule communique à travers une vanne avec un réservoir de césium à la température ambiante. En choisissant l'ouverture de cette vanne, nous avons un réglage de la pression résiduelle de césium dans la cellule¹³. Pendant le déroulement des expériences, nous avons utilisé deux cellules différentes. Dans un premier temps, nous avons utilisé une cellule en acier inoxydable amagnétique dont la forme est celle d'un cube octaèdre (un cube de 15 cm de coté dont on coupe les huit sommets) avec 13 fenêtres traitées antireflet scellées avec des joints en indium. Il s'agissait d'une cellule très bien adaptée pour une géométrie fixe (celle d'un réseau optique dont les faisceaux se propagent le long des axes d'un tétraèdre régulier) mais qui ne donnait pas la souplesse nécessaire pour la réalisation de réseaux optiques plus variés ou complexes. Dans un deuxième temps, nous avons utilisé une cellule entièrement en quartz, de la forme d'un parallélépipède (5x10x15 cm). Les parois de la cellule ont une épaisseur de 6 mm et sont traitées antireflet seulement sur la face externe ; l'accès optique est dans ce cas pratiquement illimité.

IV.4 Champs magnétiques

Dans les processus de refroidissement laser, les champs magnétiques jouent un rôle très important : par exemple, c'est en exploitant le déplacement Zeeman induit par un champ magnétique quadripolaire que le piège magnéto-optique fonc-

13. Une estimation de cette pression est fournie par le temps de chargement du piège magnéto-optique ; ce temps était généralement compris entre 0.5 et 2.5 s pendant les expériences.

tionne. Lorsque l'on considère les mécanismes sub-Doppler, on constate que leur efficacité dépend de la corrélation entre l'état interne de l'atome et la polarisation du champ laser. Tout mécanisme tendant à briser cette corrélation a comme conséquence une perte d'efficacité et une augmentation de la température. En particulier, la présence de champs magnétiques parasites induit une précession des spins atomiques qui entraîne un changement d'état interne qui n'a pas de relation avec le champ laser. C'est pour cette raison qu'une compensation fine du champ magnétique au niveau de la cellule s'impose pour les expériences sur les réseaux optiques.

IV.4.1 Piège, gradient de champ magnétique

Pour le fonctionnement du piège magnéto-optique (voir § I.1.4, page 14) il est nécessaire de produire un champ magnétique quadripolaire. Nous avons réalisé¹⁴ à cet effet un couple de bobines circulaires de rayon $r = 5.5$ cm qui sont montés en configuration "anti-Helmholtz" à l'extérieur de la cellule (la distance entre les bobines vaut $2d = 15$ cm). Chaque bobine compte $N = 42$ spires pour une résistance de 72 m Ω . Un tube de cuivre dans lequel circule de l'eau assure le refroidissement des bobines. Pour alimenter ces bobines, nous avons utilisé une alimentation à découpage¹⁵ au coût modeste. Elle délivre une tension fixe de 5 V et peut débiter jusqu'à 30 A. Les bobines sont montées en série et le courant qui les traverse vaut $I = 25$ A (mesuré "à froid"). Le gradient de champ sur l'axe des bobines vaut donc

$$b_{axe} = \mu_0 N I \frac{3r^2 d}{(r^2 + d^2)^{5/2}} = 13 \text{ G/cm} \quad (\text{IV.1})$$

Pour des raisons de symétrie, le gradient transverse vaut $b_{tr} = b_{axe}/2 = 6.5$ G/cm.

Le piège n'étant utilisé que comme source d'atome froids, il est nécessaire de couper le champ quadripolaire de façon rapide pour passer à la phase de piégeage dans le réseau optique. Nous avons mis au point à cet effet un montage basé sur un transistor FET dont le schéma est reporté en figure IV.8. L'énergie accu-

14. Il s'agit du deuxième montage expérimental, avec une cellule en quartz

15. Ce type d'alimentation nécessite d'un filtre sur le secteur et d'une boîte métallique bien fermée pour éviter la présence de parasites

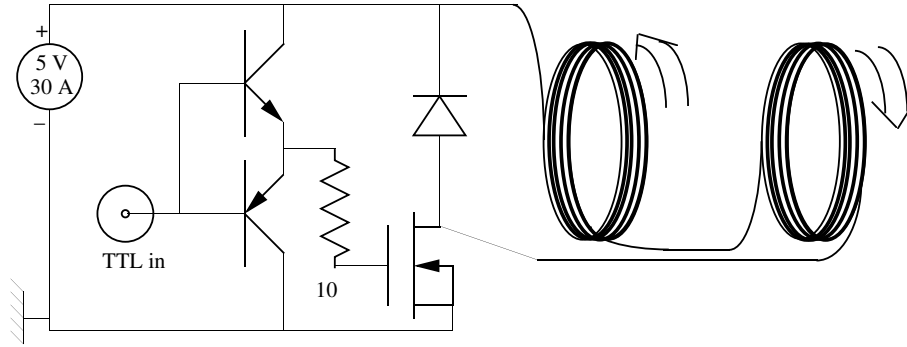


FIG. IV.8: Schéma du montage électronique utilisé pour couper le gradient de champ magnétique du PMO. La diode est une diode de type “transil” (1.5KE8.2CA) qui entre en conduction à 8.2 V. Le FET (BUK556-60H1) supporte un courant de 60 A. Les deux transistors (2N2219 et 2N2905) sont un couple complémentaire. Le temps de coupure mesuré est inférieur à la ms.

mulée dans le champ magnétique doit être dissipée le plus rapidement possible par un élément du circuit sans créer de surtensions trop élevées ni sur le transistor ni entre les spires des bobines (pour éviter des arcs qui détérioreraient l’isolement). Pour obtenir des temps de coupure courts, il est donc nécessaire d’utiliser un élément non-linéaire (ici il s’agit de la diode “transil”) qui laisse la tension s’élever suffisamment pour obtenir une dissipation rapide. Avec le montage de la figure IV.8, nous avons mesuré des temps de coupure inférieurs à la ms, ce qui est tout à fait adapté aux besoins d’une expérience sur les réseaux optiques¹⁶.

IV.4.2 Compensation des champs résiduels

La compensation des champs résiduels (dont le champ magnétique terrestre) est obtenue grâce à trois couples de bobines disposés selon trois directions orthogonales. Il s’agit d’une compensation statique dont le réglage est effectué à l’aide d’un Gauss-mètre. On arrive de cette façon à une compensation précise à 50–100

¹⁶. On peut envisager une réduction supplémentaire du temps de coupure par l’utilisation de diodes transil avec un seuil plus élevé et avec des FET plus performants (en termes de tension maximale supportée).

mGauss près du champ statique, mais nous sommes complètement dépourvus d'une compensation pour les composantes oscillantes du champ magnétique. Ce type de compensation est habituellement obtenue grâce à des blindages en μ -métal. Dans notre situation, cette technique introduirait des contraintes géométriques trop importantes pour la réalisation des réseaux optiques quasi-périodiques qui nécessitent d'un nombre élevé de faisceaux avec des orientations variables. L'absence de compensation pour les champs magnétiques oscillants ne pose pas de problèmes majeurs tant que nous ne travaillons qu'avec des réseaux brillants. Il convient tout de même de remarquer que, en utilisant le même montage expérimental, Christine Triché a obtenu dans le cas des mélasses grises des températures équivalentes (voir inférieures) à celles obtenues dans des montages équipés de blindage en μ -métal. Ces résultats semblent montrer que la contribution des champs oscillants dans notre montage est suffisamment faible. Une solution alternative au blindage en μ -métal, plus compliquée à réaliser, consisterait à compenser activement le champ magnétique.

DEUXIÈME PARTIE

QUASICRISTAUX OPTIQUES

INTRODUCTION

Dans cette partie, nous décrirons l’extension du concept de réseau optique aux situations dans lesquelles le potentiel optique perd, partiellement ou totalement, ses propriétés de périodicité spatiale tout en restant ordonné à grande échelle. Au cours de la première partie, nous avons montré que les réseaux optiques périodiques constituent un milieu où l’on a mis en évidence plusieurs phénomènes très originaux (ordre à grande échelle dans un milieu gazeux, quantification du mouvement atomique, propriétés de diffusion, etc.). Une démarche naturelle consiste donc à relâcher certaines propriétés de symétrie de ces systèmes en étudiant les conséquences de la perte partielle d’ordre. Ce problème présente des aspects particulièrement intéressants étant donné sa relation étroite avec la compréhension des systèmes non périodiques et désordonnés en physique des solides. En particulier, étant donné la grande flexibilité des réseaux optiques pour la réalisation de potentiels optiques “sur commande”, nous verrons qu’il est possible d’étudier des situations particulièrement simples qui permettent de mieux comprendre le rôle de la périodicité dans ces systèmes. L’idée de cette étude vient donc directement de la physique des solides. Dans ce domaine, on a découvert en 1984 (à la même époque, la première mélasse optique était obtenue) qu’il existe une classe de solides stables qui ne présentent pas de symétrie par translation tout en gardant un ordre à grande échelle (pics de Bragg fins) [11]. Ces nouveaux solides ont été appelés *quasicristaux* [115], un mot qui rappelle aussi bien la nature quasi-périodique de l’ordre du réseau atomique que la position stratégique (à mi-chemin entre un cristal et un amorphe) qu’occupent ces matériaux.

Nous commencerons cette partie en rappelant rapidement les principaux résultats obtenus en physique des solides pour ce qui concerne la description et l’étude des propriétés des quasicristaux. Les techniques de réalisation des potentiels optiques quasi-périodiques seront présentées ensuite. Il s’agit d’un exemple représentatif de la relation étroite entre ces systèmes et la physique des solides : les réseaux optiques fournissent une application très simple (même paradigmatique) de la méthode de “coupe et projection” introduite pour expliquer les propriétés structu-

rales des solides quasi-cristallins. Une fois les techniques géométriques présentées, nous passerons à l'étude expérimentale des réseaux optiques quasi-périodiques. Nous décrirons d'abord un système dans lequel une seule direction de l'espace se présente ordonnée de façon quasi-périodique. Les propriétés de ce système seront décrites en détail et l'ordre quasi-périodique de la densité atomique sera démontré par une expérience de diffraction de Bragg.

Nous présenterons ensuite la réalisation d'un super-réseau optique (une structure modulée bien décrite par la technique de la "coupe et projection") qui a permis l'observation directe de l'ordre atomique.

Pour terminer, un dernier type de quasicristal optique sera étudié. Il s'agit d'un "vrai" quasicristal dont il existe un analogue en physique des solides (phase décagonale : empilement périodique de plans quasi-périodiques à symétrie cinq).

CHAPITRE V

LES QUASICRISTAUX

EN PHYSIQUE DES SOLIDES

Nous décrivons très rapidement dans ce chapitre les résultats les plus importants qui ont été obtenus dans le domaine des quasicristaux en physique des solides depuis la découverte de ces structures en 1984 [11]. Il faut noter que, même du point de vue du physicien des solides, il y a trois grands problèmes en quelque sorte indépendants qui se posent. La première question est : comment peut-on décrire la structure d'un quasicristal. Deuxième question : comment cette structure peut-elle être obtenue à partir des composants simples. Troisième problème : comment expliquer les propriétés mécaniques remarquables ainsi que les propriétés de transport étonnantes que ces structures présentent. Du point de vue de l'obtention d'un quasicristal optique, la réponse à la première question est vitale car elle doit nous guider pour construire le potentiel optique quasi-périodique. La deuxième question est moins pertinente, car un réseau optique est un système où le potentiel est imposé par les faisceaux laser et ne dérive pas de l'interaction entre atomes. La troisième question est plutôt stimulante, car le réseau optique peut être vu comme un système modèle qui permettrait de vérifier certaines hypothèses sur le rôle de la quasi-périodicité dans les phénomènes dynamiques. Un dernier aspect très important concerne les “*approximants*” périodiques des quasicristaux aussi bien pour leur aspect structural que pour leurs propriétés dynamiques.

Les quasicristaux connus actuellement sont des composés métalliques qui contiennent surtout de l'aluminium (entre 60 et 85 % des atomes) et généralement un ou deux autres métaux (nobles ou de transition) en proportion moins importante. Les premiers quasicristaux n'étaient que métastables (par exemple $\text{Al}_{86}\text{Mn}_{14}$ [11]), mais on est aujourd'hui capable de produire des échantillons stables et doués de très bonnes propriétés structurales (par exemple $\text{Al}_{62.5}\text{Cu}_{25.5}\text{Fe}_{12.5}$ [116]). La caractéristique vraiment spectaculaire de ces solides apparaît dans leurs spectres

de diffraction de Bragg : la présence de pics fins (à la limite de résolution pour les bons échantillons) montre un ordre à grande échelle parfait. Néanmoins, les spectres ne sont compatibles qu'avec le groupe de symétrie ponctuel de l'icosaèdre (qui présente des axes d'ordre cinq) et donc ils démontrent qu'il n'y a pas de symétrie par translation¹. La possibilité des structures quasi-périodiques avait été démontrée du point de vue géométrique par Penrose avec l'introduction de ses célèbres pavages à 2D [119, 120, 121]. Des verres métalliques à symétrie icosaédrique (avec un ordre translationnel réduit) avaient aussi été observés avec des simulations numériques [122, 123], ce qui laissait envisager la possibilité qu'un solide réel prenne cette forme.

V.1 Propriétés structurales

Les propriétés structurales des quasicristaux et des cristaux incommensurables sont décrites par le formalisme des fonctions quasi-périodiques [124]. Dans le cas des quasicristaux solides, on est confronté à une structure discrète et des méthodes de discrétisation du problème ont donc été développées. On introduira d'abord l'algorithme de la coupe et projection dans le cas 1D [125] pour analyser ensuite ses conséquences pour les propriétés structurales des quasicristaux solides. Une méthode tout à fait analogue, mais plus proche de la formulation continue de H. Bohr, sera utilisée dans la prochaine section pour décrire les potentiels optiques quasi-périodiques.

V.1.1 Coupe et projection

L'idée clé de la méthode de coupe et projection repose sur le fait qu'un système quasi-périodique dérive d'un système périodique dans un espace (dit *super-espace*) de dimension plus élevée. Pour le cas simple d'un réseau quasi-périodique 1D, on peut partir, par exemple, d'un réseau carré dans l'espace 2D dont les sites forment

1. Il est opportun de souligner que les quasicristaux ne sont pas les seuls solides qui présentent un ordre parfait à grande échelle et l'absence de symétrie par translation. Les phases cristallines modulées de façon incommensurable, déjà étudiées dans les années 70 [117, 118], en sont un autre exemple.

une maille de pas a . On considère maintenant une droite quelconque dans le plan xy qui passe par l'origine. Si sa pente $\tan \alpha$ est un nombre irrationnel, cette droite ne croquera aucun noeud du réseau 2D, exceptée l'origine. Le sous-espace 1D constitué par cette droite s'appelle espace parallèle $E_{\parallel}$ et sera l'espace physique accessible du système quasi-périodique. Le sous-espace orthogonal $E_{\perp}$, qui est le complémentaire de $E_{\parallel}$, est un espace non-physique qui sert à décrire le système. On introduit dans cet espace les "surfaces atomiques" qui sont ici des segments de longueur $a/\cos \alpha$. Ces surfaces atomiques sont orthogonales à notre droite et centrées sur les noeuds du réseau 2D². L'ensemble quasi-périodique est alors obtenu en considérant comme sites de la structure 1D tous les endroits où la droite $E_{\parallel}$ croise une surface atomique. On peut facilement comprendre que cet ensemble présente une alternance non périodique de deux distances entre sites. Ces distances valent $a \cos \alpha$ et $a \sin \alpha$ (voir figure V.1). Avec ce mécanisme de projection, on trouve donc un ensemble discret de point dans l'espace parallèle; si on considère les projections sur l'espace orthogonal des sites du réseau 2D dont on a coupé la surface atomique, on voit qu'elles remplissent de façon dense un segment de dimension $a/\cos \alpha$.

La puissance de la méthode de coupe et projection est particulièrement évidente lorsqu'on considère le réseau réciproque. Pour obtenir la transformée de Fourier de la distribution quasi-périodique de points (donc sa figure de diffraction de Bragg), on peut raisonner dans l'espace réciproque du réseau 2D. Dans cet espace, tout est très simple : on trouve le réseau réciproque d'un réseau carré, les surfaces atomiques se transforment en sinus cardinaux centrés sur les sites et on a encore un espace parallèle et un espace orthogonal bien définis. Comme la fonction sinc n'est pas bornée dans l'espace orthogonal, chaque noeud du réseau 2D va contribuer au spectre de Fourier; l'amplitude du pic sera d'autant plus faible que la distance entre le noeud et l'espace parallèle est grande. Le résultat est un spectre de Fourier dense dans l'espace réciproque du réseau 1D dont les pics peuvent être indexés par un couple d'entiers qui définissent un noeud dans le super-espace 2D. Bien que le nombre de pics de Fourier soit infini, on démontre que les pics dont l'intensité dépasse un seuil donné, sont toujours en nombre fini

2. On évite ici toute complication pour la définition des surfaces atomiques. Des situations plus riches peuvent être décrites par une décoration de la maille et par des surfaces de forme ou d'orientation différentes.

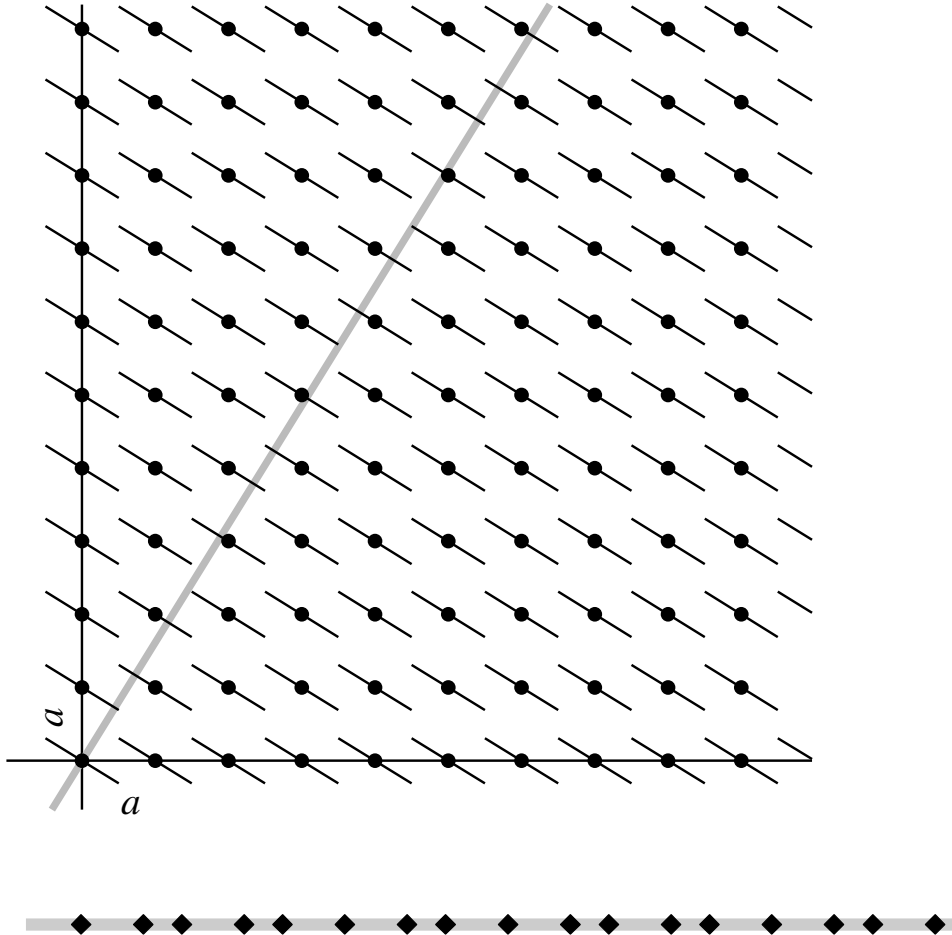


FIG. V.1: Exemple d'application de la technique de coupe et projection : un réseau périodique carré dans le super-espace 2D est utilisé pour décrire un réseau quasi-périodique 1D. La droite de pente $(1 + 5^{1/2})/2$ définit l'espace parallèle $E_{\parallel}$ (espace physique) et chaque site du réseau 2D supporte une surface atomique définie dans l'espace orthogonal $E_{\perp}$ (segments orthogonaux à la droite). Les intersections entre surfaces atomiques et espace $E_{\parallel}$ définissent les sites d'un ensemble quasi-périodique de points (reporté en bas de la figure).

dans l'unité de volume réciproque. Cette propriété est essentielle lorsque l'on veut interpréter un spectre expérimental : étant donné la limitation de sensibilité, on aura toujours accès à un nombre discret de pics de diffraction, bien séparés les uns des autres.

V.1.2 propriétés d'invariance

Le réseau quasi-périodique 1D que l'on a construit dans le paragraphe précédent, ne présente pas de symétrie par translation. Cependant, la régularité des fonctions quasi-périodiques par rapport, par exemple, au cas du désordre stochastique, donne aux quasicristaux des propriétés d'invariance très marquées. Commençons par décrire une propriété, dite de *répétitivité* qui est l'analogue pour les quasicristaux de la répétitivité des cristaux périodiques (le cristal est décrit par une maille élémentaire qui engendre tout le solide par simple translation). Considérons une séquence bien déterminée de notre “pavage” à une dimension. On peut démontrer que cette séquence se répète un nombre infini de fois dans le quasicristal. En plus, la distance moyenne qui sépare deux séquences identiques est une fonction croissante de la dimension de la séquence considérée [126]³. Une autre propriété d'invariance, qui cette fois n'a pas d'analogue pour le cas périodique, est dite d'*isomorphisme local* [127]. Dans ce cas, on considère toujours une séquence du pavage et on démontre que cette séquence se retrouve dans tout nouveau quasicristal obtenu par une translation du sous-espace de coupe dans l'espace $E_{\perp}$. Cette propriété fait intervenir directement l'espace orthogonal et montre l'importance que ce sous-espace a priori “non physique” peut avoir, en particulier sur la topologie des quasicristaux. Comme on le fera remarquer dans un prochain paragraphe (voir page 105), cette propriété d'invariance topologique a besoin d'autres hypothèses pour pouvoir être étendue aux quasicristaux de dimension plus élevée.

3. Dans le cas des pentes décrites par un irrationnel algébrique, cette distance est simplement proportionnelle à la dimension de la séquence. Dans le cas d'un irrationnel quelconque, la situation est moins simple et peut faire intervenir des lois plus compliquées que les lois de puissance.

V.1.3 approximants

Toute la discussion des deux paragraphes précédents, repose sur l'hypothèse que la pente de la droite qui définit l'espace $E_{||}$ est un nombre irrationnel. Comme tout nombre irrationnel peut être approché par un nombre rationnel, il est légitime de se demander ce qui deviennent les propriétés des structures obtenues par coupe et projection lorsque l'on choisit une pente rationnelle, en particulier une pente proche d'une pente irrationnelle.

Commençons par définir un “approximant” rationnel à un nombre irrationnel donné. On considère la *fraction continue* associée au nombre réel α définie de la façon suivante : soit $a_0 = [\alpha]$ la partie entière de α , on considère $\alpha_1 = (\alpha - a_0)^{-1} \geq 1$ et on a

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{\alpha_1}. \quad (\text{V.1})$$

Cette construction peut être itérée en définissant $a_k = [\alpha_k]$ et $\alpha_{k+1} = (\alpha_k - a_k)^{-1}$, on obtient ainsi la fraction continue de α à l'ordre n :

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\dots \frac{1}{a_n + \frac{1}{\alpha_{n+1}}}}}}. \quad (\text{V.2})$$

L'approximant $\alpha^{(n)} = p_n/q_n$ à l'ordre n est obtenu en remplaçant $1/\alpha_{n+1}$ par 0 ; cet approximant est, par construction, rationnel. Considérons maintenant un réseau obtenu par coupe et projection dans une situation où la pente est un approximant d'ordre n d'un irrationnel. Comme résultat de notre approximation, on obtient que, pour $0 \leq x \leq q_n$ la droite $y = \alpha x$ et la droite $y = \frac{p_n}{q_n}x$ définissent la même séquence de sites dans l'espace $E_{||}$. Donc, la maille élémentaire du réseau défini par l'approximant (qui est, bien évidemment, un réseau périodique), est contenue dans l'ensemble quasi-périodique parent. Cette situation se retrouve aussi dans l'espace réciproque : tous les pics de Bragg de l'approximant seront aussi présents dans le spectre du quasicristal bien que décalés par rapport à ces derniers. Pour ce qui concerne les propriétés d'invariance, la *répétitivité* reste valable (comme dans tout réseau périodique !), mais l'*isomorphisme local* est perdu dans la mesure où les différents réseaux périodiques que l'on obtient par translation de $E_{||}$ le long de $E_{\perp}$ ne contiennent pas forcément les mêmes séquences.

V.1.4 extensions aux dimensions plus élevées

La méthode de coupe et projection reste valable dans le cas des structures à dimension plus élevée. Par exemple, dans le cas des quasicristaux 3D observés expérimentalement (qui admettent le groupe de symétrie de l'icosaèdre), l'espace parallèle a une dimension 3 tout comme l'espace orthogonal. Dans ce cas, les “surfaces atomiques” deviennent des volumes dont la forme doit être déterminée à partir des données expérimentales.

Un aspect nouveau dans le cas 2D et 3D est le lien entre la quasi-périodicité et la symétrie d'orientation. Pour les quasicristaux qui ont le groupe de symétrie de l'icosaèdre, la symétrie pentagonale impose comme “pente” irrationnelle le nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 2\cos(\pi/5)$ qui intervient, par exemple, dans les distances relatives entre pics de diffraction. Les propriétés d'invariance des quasicristaux 2D et 3D sont analogues à celles d'un quasicristal 1D. En particulier, la propriété de *répétitivité* est conservée et, dans les quasicristaux qui ont été étudiés expérimentalement, la proportion linéaire entre la taille de la configuration et distance moyenne à laquelle on la retrouve est respectée. L'isomorphisme local se comporte en revanche de façon différente. Dans le cas 1D, il n'existe que deux situations : “pente irrationnelle” (qui conduit à isomorphisme local) et “pente rationnelle” (qui empêche l'isomorphisme local). Cette situation est due au fait que la projection du réseau dans l'espace $E_{\perp}$ est soit *dense* partout (quasicristal) soit *discrète* (réseau périodique). Dans les espaces à dimension plus élevée des situations intermédiaires peuvent se produire (au moins du point de vue théorique) et on obtient des *classes d'isomorphisme local*. Du point de vue expérimental, on a toujours des quasicristaux “complètement irrationnels” et donc qui appartiennent à la même classe d'isomorphisme local [126].

Le problème des approximants périodiques aux quasicristaux 3D a été étudié en détail [128, 129]. La principale motivation de ces études, dérive de la nécessité de comprendre dans quelles situations et moyennant combien de déplacements atomiques une phase quasi-cristalline peut se transformer en cristal périodique (avec une maille élémentaire de grande taille). Cet aspect géométrique discret qui fait entrer en jeu les interactions entre atomes n'a pas de contrepartie dans le cas des réseaux optiques. En revanche, un aspect très intéressant de ces approximants est qu'ils sont souvent presque indiscernables de leur structure quasi-cristalline

parente, aussi bien du point de vue géométrique (figures de diffraction) que des propriétés macroscopiques.

V.2 Transport dans les quasicristaux

Les propriétés dynamiques des quasicristaux présentent des différences remarquables par rapport au cas des solides cristallins. Nous aborderons essentiellement les propriétés de transport électronique, car elles peuvent avoir un analogue dans le cas des quasicristaux optiques (diffusion des atomes dans le potentiel optique). En revanche, les autres aspects dynamiques, comme les modes de vibration des atomes qui constituent la maille du réseau (*phonons* si ces vibrations ont lieu dans l'espace parallèle, *phasons* si elles sont liées à l'espace perpendiculaire), ne seront pas décrits, même s'il présentent des caractéristiques originales.

Le transport électronique dans les milieux quasi-cristallins présente des caractéristiques assez particulières qui rendent les quasicristaux différents aussi bien des métaux cristallins que des amorphes métalliques et des semi-conducteurs fortement dopés. Les aspects les plus importants qui affectent la résistivité électrique sont : la densité d'états à l'énergie de Fermi (nombre d'électrons disponibles), les caractéristiques des fonctions d'onde électroniques (délocalisation, localisation dynamique ...) et les phénomènes de diffusion incohérente dus aux défauts. Ces trois aspects peuvent évoluer de façon indépendante lorsque la température change, engendrant ainsi des dépendances de la conductivité en fonction de la température caractéristiques de chaque type de milieu. La résistivité d'un métal cristallin, par exemple, augmente quand la température augmente. Ce phénomène peut être compris en considérant que les états électroniques dans un cristal idéal sont délocalisés en vertu du théorème de Bloch. Dans ce cas, la mobilité des électrons est limitée par les phénomènes de choc sur les imperfections structurales et sur les phonons, ce qui donne au mouvement des électrons un caractère diffusif. Lorsque la température augmente (ou lorsque la qualité structurale de l'échantillon est moins bonne) le temps d'évolution cohérente τ_{coh} devient petit et le coefficient de diffusion diminue. Si on considère les amorphes métalliques (qui peuvent être vus comme des cristaux de très mauvaise qualité structurale), on trouve donc une résistivité à température nulle qui dépend de l'échantillon ; plus l'échantillon est

désordonné plus la résistivité est grande. La résistivité à température nulle $\rho_{T=0}$ donne dans ce cas une mesure du désordre. Les variations de la résistivité en fonction de la température dépendent également du degré de désordre. A partir d'une certaine valeur de $\rho_{T=0}$ ($150 \mu\Omega \text{ cm}$), la résistivité diminue avec la température⁴ [130] alors que dans le cas des cristaux elle augmentait. La diminution de la densité d'états ne peut pas expliquer ces résultats. Des phénomènes d'interférence quantique entre trajectoires électroniques, qui réduiraient le coefficient de diffusion, pourraient en revanche expliquer cette dépendance. Ce phénomène cohérent tend à disparaître pour τ_{coh} petit, c'est à dire à haute température. Une description globale (qui comprend aussi les semi-conducteurs dopés) des phénomènes de transport dans les milieux désordonnés et de l'influence de l'interférence quantique a été proposée en termes de *localisation dynamique* [131]. Dans le cadre de cette description, on obtient une *transition métal isolant* [132]: à partir d'une valeur critique $\rho_{Mott} \simeq 5 \cdot 10^3 \mu\Omega \text{ cm}$ de la résistivité, les propriétés de transport d'un matériau seront dominées par des effets dus à la localisation de la fonction d'onde électronique.

Les premières expériences sur les quasicristaux solides ont montré que les échantillons métastables et d'ordre structural modeste ont un comportement analogue à celui d'un amorphe métallique de composition moyenne proche [133]. En particulier, la résistivité $\rho_{T=0}$ est bien plus importante que pour la phase cristalline ($\rho_{T=0} \simeq 400 \mu\Omega \text{ cm}$ par rapport à $\rho_{T=0} \simeq 10 \mu\Omega \text{ cm}$) et augmente très légèrement avec la température. C'est avec la découverte des phases stables et de très bon ordre structural (AlCuFe, AlPdMn, AlPdRe) que des propriétés remarquables ont été mises en évidence [134, 135].

- Les résistivités des quasicristaux sont anormalement élevées pour des composés constitués exclusivement de métaux a priori bons conducteurs. Des valeurs de $\rho_{T=0} \simeq 10000 \mu\Omega \text{ cm}$ (AlCuFe) et $\rho_{T=0} \simeq 1 \Omega \text{ cm}$ (AlPdRe) ont été reportées. De telles valeurs sont plus proches de celles mesurées dans les semi-conducteurs que dans les amorphes métalliques. En particulier, AlPdRe présente une résistivité $\rho_{T=0}$ supérieure à la valeur critique ρ_{Mott} .
- La résistivité d'un quasicristal augmente lorsque l'ordre structural aug-

4. Dans cette situation, la résistivité ne dépend que faiblement de la température, la variation étant de quelques pourcents entre 4 K and 300 K.

mente. Ce phénomène totalement nouveau n'a d'analogue ni dans le cas des amorphes ni dans le cas des semi-conducteurs. Le rôle des phénomènes cohérents dans les propriétés de conductivité semble être, ici, très important.

- Le comportement des approximants périodiques dont la maille élémentaire est de grande dimension ($\simeq 20\text{--}30\text{ \AA}$) est très peu différent du comportement d'une phase quasi-cristalline. Les échantillons en phase décagonale (empilement périodique de plans quasi-périodiques, par exemple en AlNiCo) montrent une anisotropie évidente des propriétés de transport. La direction périodique est plutôt métallique alors que la résistivité le long des plans quasi-périodiques est plus élevée et diminue avec la température [136].

Ces propriétés de transport dans les quasicristaux peuvent être interprétées en termes d'effets d'interférence quantique. Les caractéristiques des fonctions d'onde électroniques dans le cas d'un potentiel quasi-périodique semblent jouer un rôle particulier [137]. On obtient pour les fonctions d'onde des *états critiques* qui se situent à mi-chemin entre les états localisés (semi-conducteur dopé, amorphe) et les états de Bloch délocalisés (métal cristallin). La quasi-périodicité du potentiel semble donc jouer un rôle important sur les propriétés de diffusion dans ces systèmes. Il est cependant important de remarquer que des bons approximants ont des comportements équivalents aux systèmes quasi-périodiques. Ce fait est à mettre en relation avec la longueur de cohérence des électrons qui ne dépasse pas la vingtaine d'Angströms même dans les meilleurs échantillons.

CHAPITRE VI

POTENTIELS OPTIQUES QUASI-PÉRIODIQUES

Nous allons maintenant décrire comment obtenir et étudier une nouvelle classe de systèmes physiques quasi-périodiques¹. Comme nous l’avons vu dans la première partie, les techniques de refroidissement laser permettent de créer des *gaz ordonnés* d’atomes froids (réseaux optiques). Toutes les propriétés de symétrie de ces systèmes sont imposées par l’arrangement géométrique des faisceaux piégeants. Cette flexibilité peut être employée en particulier pour élaborer des potentiels optiques quasi-périodiques “sur mesure”. Par rapport aux cas des solides quasi-cristallins, nous avons maintenant le “choix des armes” : le groupe de symétrie est imposé par l’expérimentateur et même l’espace orthogonal est en quelque sorte accessible. Les réseaux optiques se présentent donc comme des bons systèmes pour étudier les propriétés liées à la quasi-périodicité.

VI.1 Géométrie des faisceaux et espace réciproque

Une fonction quasi-périodique dans un espace de dimension donnée, peut toujours être vue comme la restriction d’une fonction parfaitement périodique définie dans un *super-espace* de dimension plus élevée [118]. Cette propriété est à la clé de la méthode employée pour obtenir et décrire des potentiels optiques quasi-périodiques. Comme on l’a vu dans la première partie, le nombre minimal de faisceaux que l’on doit utiliser pour piéger des atomes dans un potentiel optique

1. La possibilité d’utiliser une figure d’interférence pour piéger des microsphères dans un potentiel optique quasi-périodique 2D a été démontrée pour la première fois en 1990 par M. M. Burns *et al.* [12]. Même si ces travaux ont plusieurs points de contact avec nos résultats, l’utilisation d’atomes à la place de microsphères rend la physique des réseaux optiques quasi-périodiques complètement différente.

est $n_{min} = D + 1$ où D indique la dimensionalité du potentiel [63]. En utilisant le nombre minimal de faisceaux, on peut obtenir alors des potentiels à 1D avec deux faisceaux, à 2D avec trois faisceaux et à 3D avec quatre faisceaux (voir § I.3.2, page 34). Nous désignerons donc par $\mathbf{k}_i$ ($i = 0, D$) les vecteurs d'onde des faisceaux piégeants. Dans cette situation, le nombre de degrés de liberté associés aux phases relatives ϕ_i ($i = 1, D$) entre faisceaux correspond exactement à la dimension de l'espace physique dans lequel le potentiel est plongé. Par exemple, en changeant la phase d'un faisceau particulier, on ne fait que translater rigide-ment le potentiel dans une direction de l'espace bien déterminée. La cristallographie de ce potentiel est entièrement décrite par les vecteurs du réseau réciproque $\mathbf{K}_i = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_0$ (voir I.3).

Une question naturelle se pose : quel type de potentiel optique peut engendrer une configuration avec un nombre redondant de faisceaux ? La réponse est simple du point de vue mathématique : grâce au degré de liberté supplémentaire associé à sa phase ϕ_{i+1} , lorsqu'un nouveau faisceau de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{i+1}$ est ajouté à une configuration périodique, une nouvelle "dimension" peut être explorée. Il est important de remarquer que deux possibilités distinctes se présentent.

- 1) Le nouveau faisceau introduit dans l'espace réciproque un vecteur $\mathbf{K}_{i+1} = \mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{k}_0$ qui ne peut pas s'exprimer comme combinaison linéaire à coefficients rationnels des autres vecteurs déjà présents. Dans ce cas, le potentiel perd la périodicité et doit être décrit en termes de fonctions quasi-périodiques.
- 2) Le nouveau faisceau a un vecteur d'onde qui s'exprime comme :

$$\mathbf{k}_{i+1} = \mathbf{K}_Z + \mathbf{k}_j, \quad (\text{VI.1})$$

où $\mathbf{K}_Z$ est une combinaison linéaire à coefficients rationnels de vecteurs de l'espace réciproque et $\mathbf{k}_j$ est le vecteur d'onde d'un autre faisceau déjà présent. Dans ce cas, les propriétés de symétrie du réseau peuvent changer à cause de la présence du nouveau faisceau, mais le réseau reste périodique. Le cas particulier qui se vérifie lorsque

$$\mathbf{k}_{i+1} = \mathbf{K}_N + \mathbf{k}_j, \quad (\text{VI.2})$$

avec $\mathbf{K}_N$ combinaison linéaire à coefficients entiers de vecteurs de l'espace réciproque est aussi intéressant². Dans ce cas, les propriétés de symétrie du réseau ne changent pas, même si le potentiel peut devenir radicalement différent. On peut ainsi construire des “décorations” de la maille qui diffèrent selon le choix de la phase ϕ_{i+1} .

Bien que la “dimension” ajoutée ne corresponde pas à une vraie dimension de l'espace physique, elle permet tout de même de garder une description du potentiel optique en termes de fonctions périodiques dont la topographie ne dépend pas de la phase. On reconnaît alors la présence d'un super-espace tout à fait analogue à celui introduit dans le domaine des fonctions quasi-périodiques pour décrire les quasicristaux. Comme le mouvement des atomes est limité à l'espace physique, on ne doit considérer qu'une coupe du potentiel qui est périodique dans le super-espace.

VI.2 Confinement dans le cas 1D

VI.2.1 Coupe d'un potentiel optique

Pour comprendre les conséquences d'une coupe d'un potentiel qui est périodique dans un espace de dimension plus élevée, considérons un exemple simple. On part d'un potentiel optique périodique 2D à maille carrée de côté λ_L et on étudie le potentiel auquel serait soumis un atome confiné dans un sous-espace de dimension 1 (donc sur une droite). Comme on peut le voir en figure VI.1, les caractéristiques du potentiel vu par les atomes dépendent du choix de la droite. Exactement comme on l'a vu pour la méthode de coupe et projection, les droites de pente rationnelle ($y = \frac{n_y}{n_x}x$) engendrent des potentiels optiques périodiques alors que, si la pente est irrationnelle (par exemple $y = \sqrt{5}x$), le potentiel n'a pas de symétrie par translation. Le potentiel 2D dépend de façon simple de la phase relative entre les faisceaux qui l'engendrent : un changement de phase correspond à une translation. Le potentiel vu par l'atome confiné ne garde pas cette propriété : un changement de phase correspond à une translation de la coupe (l'“espace parallèle” $E_{\parallel}$) dans

2. Cette condition est très stricte dans le cas habituel où tous les faisceaux ont la même longueur d'onde, et donc $|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}_j| \forall i, j$.

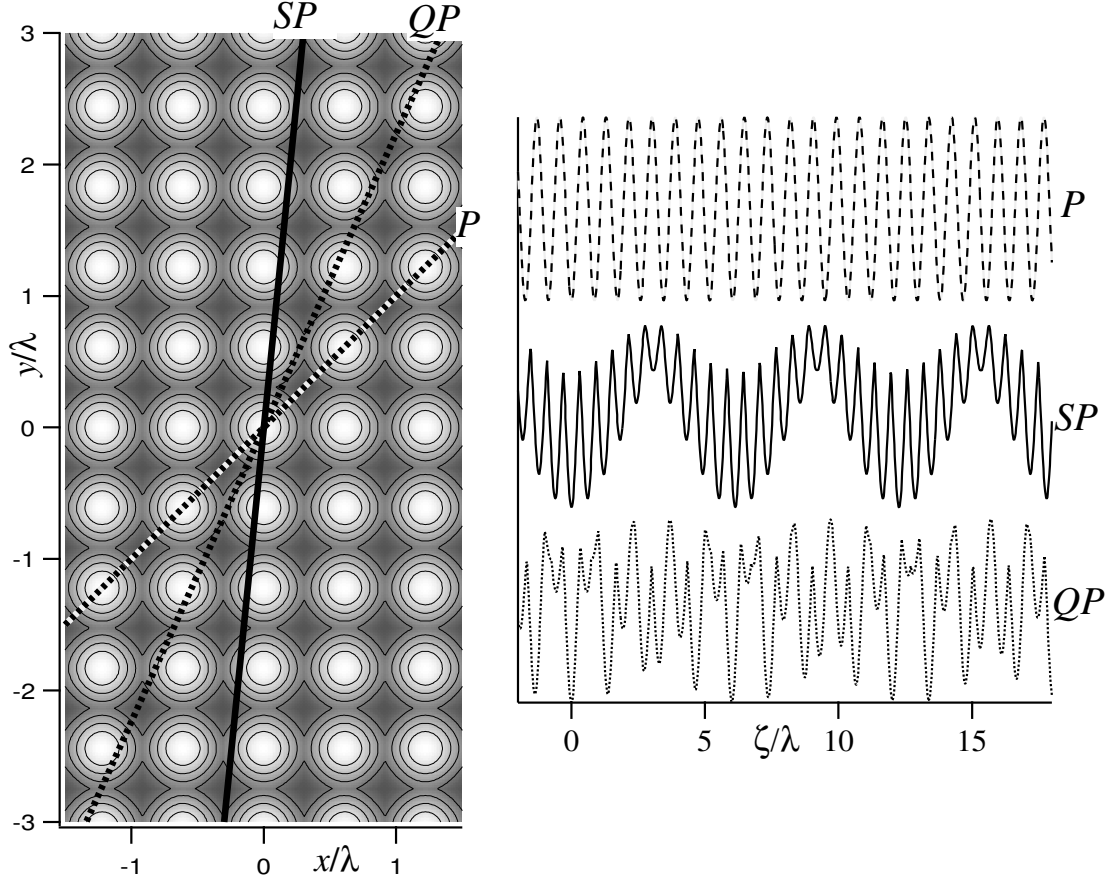


FIG. VI.1: *Exemple de l'effet du confinement dans le cas des potentiels optiques. Un potentiel optique périodique à maille carrée dans le plan 2D est coupé par un sous-espace de dimension 1 (une droite). Selon le choix de la pente, on peut obtenir des potentiels différents. Dans le cas de pente rationnelle simple ($n_x = n_y = 1$ pour l'exemple marqué P), on obtient un potentiel équivalent à un potentiel périodique 1D. Si la pente est toujours rationnelle mais plus raide ($n_x = 1, n_y = 10$ pour l'exemple marqué SP), on obtient un potentiel dit super-périodique: il y a une séparation nette entre deux échelles caractéristiques mais la symétrie par translation est conservée. Dans le cas de pente irrationnelle (égale à $5^{1/2}$ pour l'exemple marqué QP), la symétrie par translation est perdue mais le potentiel garde un ordre à grande échelle: on a obtenu un quasicristal optique.*

le *super-espace*. Cette translation a des conséquences différentes selon que la pente est rationnelle ou irrationnelle comme on l’a déjà vu dans le cas des solides.

- Dans le cas quasi-périodique (pente irrationnelle), on retrouve les propriétés d’isomorphisme local et de répétitivité : toute translation de $E_{\parallel}$ (dans la direction de $E_{\perp}$ ou parallèlement à lui-même) laisse les propriétés topologiques du potentiel optique inchangées. Localement, le potentiel dépend de la phase relative entre faisceaux mais toutes ses propriétés globales sont préservées même si on ne peut pas réduire à une simple translation les changements survenus.
- Dans le cas de pente rationnelle, la situation est complètement différente : une translation dans la direction de $E_{\perp}$ peut entraîner un changement radical du potentiel vu par les atomes. Les effets d’un tel changement peuvent conduire, par exemple, à la disparition complète du potentiel optique.

La situation dans le cas des potentiels optiques est donc très bien décrite par le formalisme déjà développé en physique des solides. Il convient toutefois de remarquer la différence notable qui existe entre la coupe d’un potentiel optique et la définition des sites cristallins par la méthode de coupe et projection. En physique des solides, on a défini des “surfaces atomiques” et les sites de la restriction correspondent à l’intersection de ces surfaces avec la droite considérée. Lorsque la droite se déplace, un site peut brusquement apparaître ou disparaître si on franchit le bord d’une surface. Les potentiels optiques, en revanche, sont des fonctions continues. Les sites sont définis en coïncidence avec le fond des puits de potentiel dans l’espace de coupe. Comme dans le cas précédant, une translation de $E_{\parallel}$ le long de $E_{\perp}$ modifie la répartition des sites. Mais la disparition d’un site se fait continuellement : le puits correspondant s’amenuise progressivement avant de s’estomper. Comme nous le verrons dans la suite, le taux d’occupation des puits peu profonds est très faible dans les réseaux optiques. Un site cesse donc d’être occupé de façon significative bien avant de disparaître.

Revenons maintenant à la description du potentiel optique 1D vu par l’atome confiné de la figure VI.1. Pour certaines valeurs rationnelles de la pente, le potentiel peut prendre des allures particulièrement simples. Si, par exemple, la droite est très raide ($n_y \gg n_x$, voir le cas *SP* de la figure VI.1) ou presque horizon-

tale ($n_x \gg n_y$), deux échelles de longueur se séparent clairement. On trouve d'une part une longueur caractéristique imposée par la périodicité du potentiel 2D sous-jacent (de l'ordre de λ_L pour un potentiel optique) et d'autre part une *super-période* de l'ordre de $\lambda_L \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$. Le potentiel optique ressemble alors à un signal radio en modulation d'amplitude. On a une "porteuse" à haute fréquence dont l'amplitude est modulée à basse fréquence. Une telle séparation en deux échelles de longueur se produit, en fait, chaque fois que la droite de coupe a une pente voisine d'un *rationnel simple*. Considérons, par exemple, une droite de pente 99/100. On retrouvera, dans ce cas également, une modulation du potentiel à l'échelle de λ_L et une super-période d'une centaine de λ_L . Ce genre de résultat reste aussi valable si la pente est irrationnelle mais proche d'un rationnel simple. On a alors une porteuse de fréquence élevée avec une enveloppe basse fréquence. Néanmoins, la plus grande des deux longueurs caractéristiques (celle qui correspond à l'enveloppe) ne peut pas correspondre à une période spatiale du potentiel optique vu que le potentiel n'est plus invariant par translation.

VI.2.2 Systèmes physiques, irrationnels et approximants

Un problème, très intéressant du point de vue expérimental, concerne l'influence de la phase relative dans le cas des approximants rationnels. Si la notion d'irrationnel est parfaitement définie du point de vue mathématique, le fait que l'on puisse toujours trouver un rationnel arbitrairement proche d'un irrationnel donné pose le problème de la pertinence de cette notion dans les systèmes réels. En particulier, dans le cas des réseaux optiques nous travaillons avec des échantillons de longueur finie (généralement de l'ordre du millimètre, c'est-à-dire un peu plus d'un millier de longueurs d'onde). On peut en déduire immédiatement que deux droites dont les pentes diffèrent de moins de 10^{-3} conduisent au même potentiel sur l'échantillon. En fait, cette condition est très prudente : dans les systèmes physiques, on trouve une échelle de longueur caractéristique bien plus petite que la taille de l'échantillon. Cette longueur peut être donnée par la cohérence d'une fonction d'onde ou par la distance moyenne parcourue lors d'un vol balistique. On définit de cette façon une sorte d'horizon : l'atome (ou l'électron) n'est pas sensible à ce qui se passe au-delà de cette longueur caractéristique. On peut en conclure que deux potentiels qui ne diffèrent pas sur cette échelle de longueur

caractéristique conduiront aux mêmes propriétés physiques³.

Cette discussion sur les potentiels équivalents pose à nouveau et de façon aiguë le problème de la sensibilité du potentiel à la phase relative ϕ . Jusqu'à présent, nous avons affirmé qu'une coupe avec une pente irrationnelle conduit à un potentiel quasi-périodique, globalement indifférent à la phase, alors qu'un potentiel périodique (pente rationnelle) y est sensible. C'est en fait cette dernière partie de l'affirmation qu'il convient de nuancer.

Considérons une droite de pente rationnelle $\frac{n_y}{n_x}$ avec n_x et n_y premiers entre eux. La distance entre le site (i, j) et cette droite vaut

$$d = \frac{(in_y - jn_x)\lambda_L}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}. \quad (\text{VI.3})$$

L'égalité de Bezout nous dit que le site le plus proche de la droite se trouve à la distance

$$d_{min} = \frac{\lambda_L}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}. \quad (\text{VI.4})$$

Lorsque la droite s'est déplacée de cette distance d_{min} perpendiculairement à elle-même, le potentiel a repris son allure d'origine (il a subi une simple translation). Tout le problème est de déterminer les modifications du potentiel entre-temps. Souvenons-nous que le potentiel optique est, grosso modo, donné par une intensité lumineuse. Il s'exprime donc comme une somme de $\cos(\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r})$ où $|\mathbf{k}_L| \simeq \frac{2\pi}{\lambda_L}$. On en déduit immédiatement que, si $\sqrt{n_x^2 + n_y^2}$ est suffisamment grand, les arguments varient peu sur la distance d_{min} et le potentiel devient insensible à la phase. On peut même noter qu'au voisinage des minima de potentiel les variations sont au pire quadratiques. Une valeur de quelques unités pour $\sqrt{n_x^2 + n_y^2}$ suffit donc pour que la phase relative n'influe pas sur le potentiel⁴.

3. Cette conclusion est confirmée par le comportement des approximants aux quasicristaux en physique des solides.

4. Ce genre de considération permet de mieux cerner ce que l'on entend par *rationnel simple*. On peut sommairement se contenter de 0, 1, 2 et 3 ainsi que de leur inverse. Des rationnels comme 3/2 et 4 seront les plus complexes que l'on pourra éventuellement considérer comme simples.

VI.3 Exemple de confinement 2D

Toute la discussion développée dans le paragraphe précédent peut servir à mettre sous une lumière différente le problème des réseaux optiques périodiques 2D obtenus avec un nombre redondant de faisceaux [64]. Dans cette situation, le potentiel vu par les atomes dérive d’une coupe par l’espace parallèle 2D d’un potentiel optique invariant dans un super-espace à 3D⁵. Il est intéressant de remarquer que le super-espace 3D de ce problème est isomorphe avec l’espace physique 3D d’une configuration en tétraèdre standard symétrique ($\Theta_x = \Theta_y$, voir § I.3.3, page 37). L’espace parallèle 2D est alors un plan orthogonal à la direction z . En effectuant une translation de $E_{\parallel}$ le long de l’axe z ($E_{\perp}$), on obtient toutes les configurations du potentiel optique qui, avec la méthode décrite dans la référence [64], étaient obtenues en faisant varier une phase relative. Comme le potentiel optique est périodique (“pente” rationnelle simple), une variation de la phase relative entre les faisceaux ne garde pas les propriétés topologiques du potentiel intactes. C’est pour cela que, par exemple, la localisation ne peut être observée que si l’on verrouille la phase relative autour de sa “bonne valeur”, empêchant ainsi à l’espace parallèle de fluctuer dans le super-espace.

5. Les auteurs de la référence [64] utilisaient quatre faisceaux à 2D.

CHAPITRE VII

RÉSEAUX OPTIQUES INCOMMENSURABLES

Dans ce chapitre, nous décrivons la réalisation d'un réseau optique qui refroidit et piège les atomes dans un potentiel optique quasi-périodique. Ce potentiel est obtenu en ajoutant un cinquième faisceau (pour certaines expériences un sixième faisceau sera aussi employé) à la configuration à quatre faisceaux du tétraèdre standard. Pour un choix judicieux de la géométrie, on obtient une situation qui correspond à celle d'un cristal modulé de façon incommensurable. Après avoir discuté les propriétés du potentiel optique, nous caractérisons du point de vue expérimental ce réseau optique. En particulier, nous présentons des résultats qui concernent la température cinétique (mesurée par temps de vol), la spectroscopie pompe-sonde, et l'ordre à grande échelle de la densité atomique (mesurée par diffraction de Bragg). Comme nous avons accès à la structure périodique "parente" (le réseau optique périodique en tétraèdre standard), les propriétés du réseau incommensurable sont systématiquement comparées à celles du cas périodique.

VII.1 Géométrie des faisceaux et potentiels optiques

Nous allons maintenant montrer comment nous avons réalisé un potentiel quasi-périodique en partant de la configuration en tétraèdre standard qui a été présentée dans la première partie. Considérons la situation complètement symétrique obtenue lorsque les quatre faisceaux sont alignés sur les axes d'un tétraèdre régulier ($\Theta_x = \Theta_y \simeq 54.7^\circ = \arccos(\frac{1}{\sqrt{3}})$). Dans ce cas, la cristallographie du réseau est cubique centrée avec un paramètre de maille $\sqrt{3}\lambda_L/2$ [54]. Lorsque l'on ajoute à cette configuration un cinquième faisceau qui se propage le long de la bissectrice commune (voir figure VII.1), le potentiel optique ne perd pas sa périodicité dans les directions transverses, étant donné que le faisceau ajouté

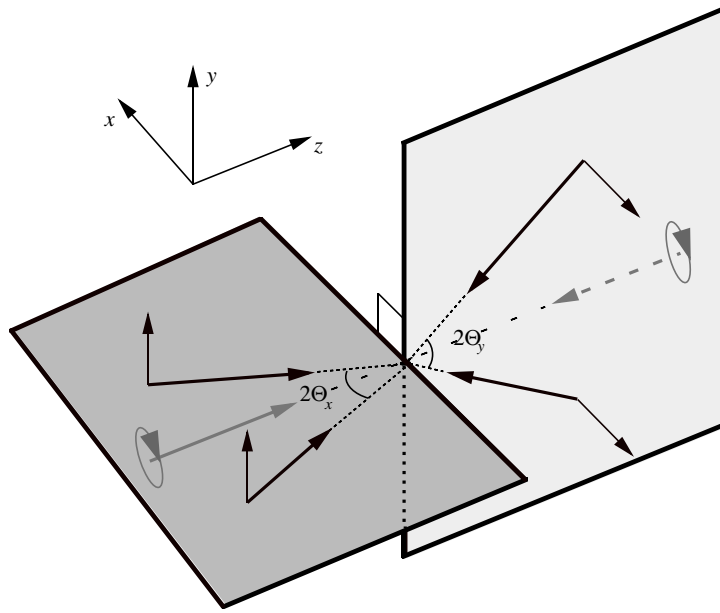


FIG. VII.1: Configuration pour les faisceaux piégeants utilisée pour obtenir un réseau optique incommensurable. Un faisceau supplémentaire (éventuellement rétro-réfléchi) est aligné le long de la bissectrice commune d'une configuration en tétraèdre standard. La polarisation de ce faisceau est circulaire.

est invariant par translation dans le plan xy . Pour bien comprendre ce qui se passe sur l'axe z , on peut donc se limiter à l'examen d'une ligne $x = y = 0$ (c'est-à-dire une ligne qui passe par les ventres des deux ondes stationnaires qui forment le tétraèdre). Comme nous l'avons vu en première partie (voir figure I.9, page 39), pour un tétraèdre régulier on retrouve, le long de ces lignes, la configuration Sisyphe 1D originelle, mais avec des vecteurs d'onde plus courts. Ces vecteurs d'onde correspondent à la projection des quatre vecteurs d'onde originaux sur la bissectrice et leur module vaut donc $\frac{k_L}{\sqrt{3}}$. Après l'ajout du cinquième faisceau, on obtient, toujours le long de ces lignes, une configuration à trois faisceaux. Les vecteurs d'onde de ces faisceaux valent $\pm \frac{k_L}{\sqrt{3}}$ et k_L , ce qui conduit à un potentiel quasi-périodique. La polarisation du faisceau supplémentaire est choisie circulaire, étant donné que dans le réseau à quatre faisceaux les fonds des puits de potentiel correspondent à des sites de polarisation circulaire. De cette façon, les deux classes de puits qui étaient dégénérées dans la configuration de départ se distinguent. Le faisceau supplémentaire (polarisé σ^+ pour fixer les idées), ne pouvant interférer qu'avec la composante σ^+ , modifie la profondeur des puits σ^+ et laisse inchangée celle des puits σ^- ¹.

Les potentiels lumineux adiabatiques pour une transition $4 \rightarrow 5$ (sections dans les plans xz , yz , et xy) sont reportés dans la figure VII.2². On peut remarquer que la symétrie entre la direction x et la direction y est brisée à cause de la présence du cinquième faisceau et que, comme prévu, le potentiel n'est plus périodique le long de la direction z . Dans ce type de réseau la pression de radiation moyenne n'est pas nulle (on a plus de faisceaux dans un sens que dans l'autre). Ce n'est néanmoins pas trop gênant si les expériences sont faites à grand désaccord Δ . Cependant, cette configuration ne permet pas une étude complète de la température en fonction de tous les paramètres des laser piégeants (en particulier, on ne peut pas travailler près de la résonance). C'est pour cette raison que nous avons étudié également une configuration où nous ajoutons un sixième faisceau obtenu par retro-réflexion du cinquième³. Une coupe du potentiel dans le cas à six faisceaux

1. Cette image est très simplifiée. En effet, il faut considérer que les sites des puits du potentiel à cinq faisceaux ne correspondent plus aux sites d'origine et que la polarisation au fond des puits n'est plus exactement circulaire.

2. Pour des raisons de simplicité, seule la nappe la plus déplacée est représentée

3. En partant de la configuration à cinq faisceaux basée sur le tétraèdre régulier, le sixième faisceau respecte la condition VI.1 (page 110) ($\mathbf{k}_{i+1} = \mathbf{k}_5 = \mathbf{k}_0 + \frac{1}{2}(\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3) - \mathbf{K}_4$).

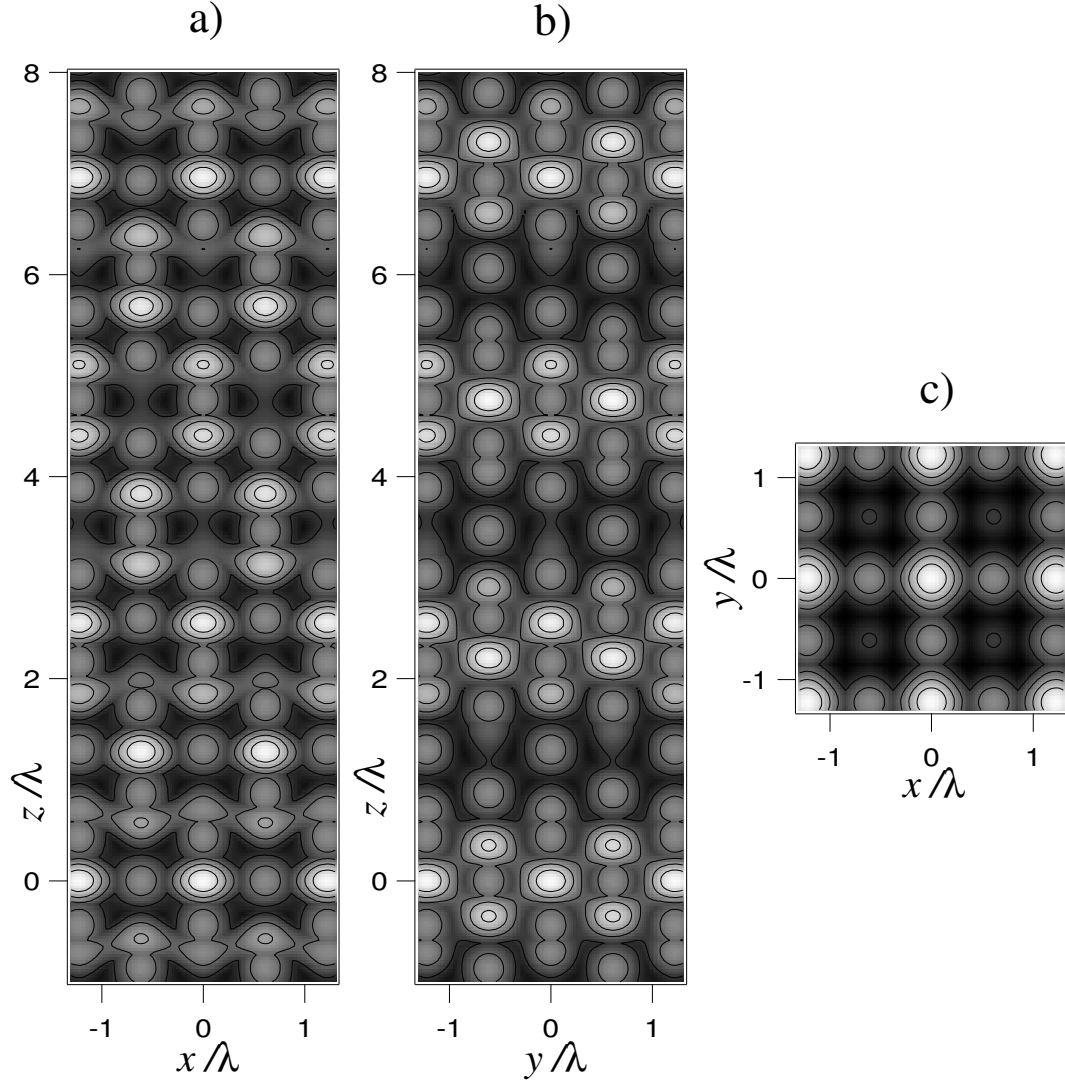


FIG. VII.2: *Potentiel optique adiabatique pour une transition $4 \rightarrow 5$ (atome de césium) obtenu avec la configuration à cinq faisceaux de la figure VII.1 et avec la même intensité dans chaque bras. (a) coupe dans le plan xz pour $y = 0$; (b) coupe dans le plan yz pour $x = 0$; (c) coupe dans le plan xy pour $z = 0$. Les atomes ont tendance à s'accumuler au voisinage des minima du potentiel (en clair dans les figures). La périodicité est préservée selon x et y alors que le potentiel est quasi-périodique selon z . La symétrie entre x et y , qui était vérifiée pour le potentiel à quatre faisceaux, est brisée à cause de la présence du cinquième faisceau.*

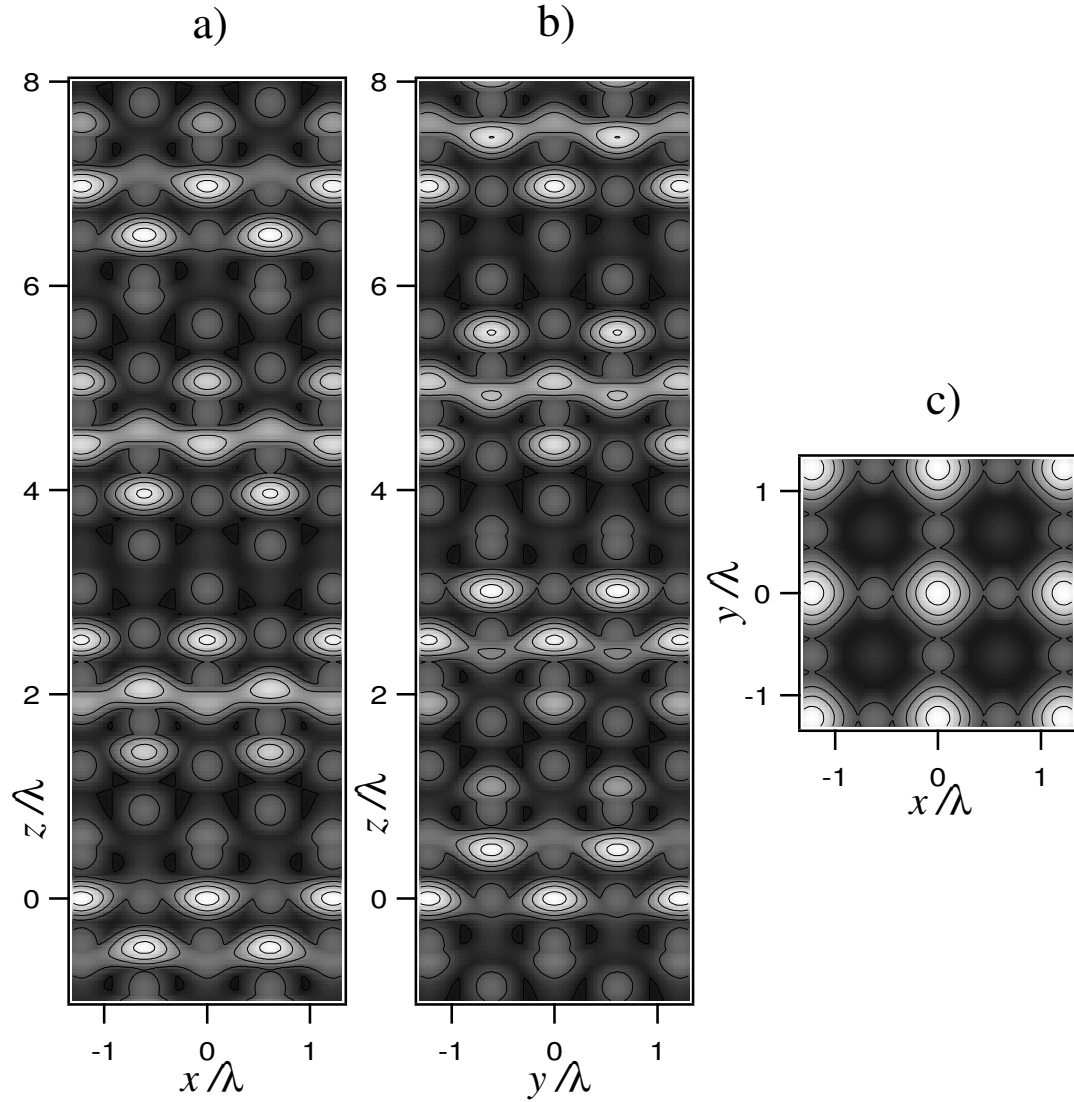


FIG. VII.3: *Potentiel optique adiabatique pour une transition $4 \rightarrow 5$ obtenu avec la configuration à six faisceaux (cinquième faisceau rétro-réfléchi) et avec la même intensité dans chaque bras. (a) coupe dans le plan xz pour $y = 0$; (b) coupe dans le plan yz pour $x = 0$; (c) coupe dans le plan xy pour $z = 0$. Comme dans le cas à cinq faisceaux, le potentiel est périodique selon x et y et quasi-périodique selon z . En revanche, dans cette configuration la pression de radiation est parfaitement équilibrée et la symétrie entre x et y est rétablie.*

est représenté en figure VII.3. Dans ce cas, les directions x et y sont à nouveau équivalentes.

VII.2 Mesures de température cinétique

Nous décrivons maintenant les mesures obtenues par le diagnostic du temps de vol dans les configurations à cinq ou six faisceaux. Une comparaison avec les résultats obtenus pour la configuration périodique à quatre faisceaux (étudiée dans les mêmes conditions expérimentales) permet de mieux évaluer les caractéristiques nouvelles des réseaux quasi-périodiques. Le paramètre expérimental pertinent est dans ce cas l'*intensité par onde* I_0 . Le faisceau sonde du temps de vol se trouve 15 cm en dessous du piège, permettant ainsi une mesure fiable de la température avec une correction géométrique (voir III.4, page 70) due à la taille finie du nuage de l'ordre de $1.5 \mu\text{K}$.

VII.2.1 Durée de vie, efficacité de capture

Première constatation à faire : les réseaux quasi-périodiques arrivent à refroidir et à piéger les atomes, et cela pour des valeurs de désaccord et d'intensité des faisceaux piégeants comparables à celles utilisées pour les réseaux périodiques. A titre d'exemple, nous présentons en figure VII.4 des mesures du nombre d'atomes restés dans les deux types de réseau optique en fonction du temps écoulé après le chargement. Ce nombre d'atomes a été évalué (en unités arbitraires) en mesurant l'aire du signal de temps de vol. On peut constater que les durées de vie sont du même ordre de grandeur ; cependant la durée de vie du réseau quasi-périodique

Dans cette situation, la topologie du potentiel dépend de la phase relative entre les faisceaux. En particulier, les conditions pour avoir les propriétés d'isomorphisme local ne sont pas respectées. Toutefois, comme on l'a remarqué dans le paragraphe précédent, dans une situation expérimentale où la longueur de l'échantillon est finie et dans laquelle on ne peut pas contrôler les angles de façon infiniment précise, ces effets de dégénérescence "accidentelle" n'ont pas de conséquences physiques. Il suffit en fait qu'un petit défaut d'alignement angulaire de l'ordre de $\delta\Theta \simeq 10^{-3}$ radian soit présent pour retomber dans la situation où l'invariance topologique est réalisée. Cette géométrie un peu pathologique a été choisie à cause des contraintes physiques imposées par la cellule dans laquelle ont été menées les expériences.

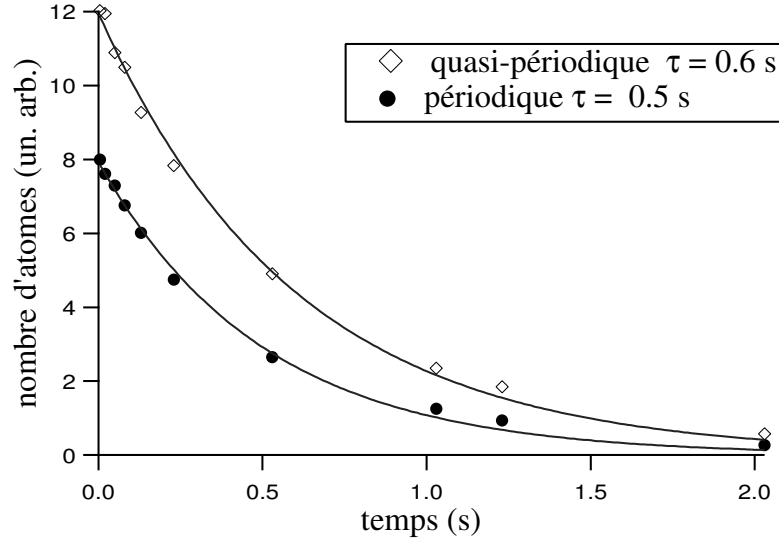


FIG. VII.4: Mesure de la durée de vie d'un réseau optique. Le nombre d'atomes (obtenu par temps de vol) est réporté en fonction du temps de piégeage. Le cas du réseau quasi-périodique ($\diamond$) est comparé à celui du réseau périodique ($\bullet$). Les deux réseaux sont obtenus avec un désaccord $\Delta = -50$ MHz et une intensité par onde $I_0 = 1.6$ mW/cm². Les traits continus sont les ajustements en loi exponentielle dont on peut tirer les valeurs pour la durée de vie. Comme le vide résiduel contribue de la même façon aux pertes des deux réseaux, on pourrait attribuer les 20 % de variation observée à une différence entre les coefficients de diffusion.

est systématiquement plus longue (à peu près 20 % en plus). Les deux causes principales de perte d'atomes dans un réseau optique sont d'une part les collisions avec les atomes du vide résiduel (strictement identiques dans les deux cas) et d'autre part la diffusion des atomes hors des faisceaux piégeants. On serait donc tenté d'expliquer l'allongement de la durée de vie d'un réseau quasi-périodique par un *coefficient de diffusion spatiale plus faible*.

Lorsque l'on charge un réseau optique à partir d'un nuage d'atomes refroidis dans un piège magnéto-optique, l'efficacité de transfert atteint 100 % si les atomes sont suffisamment froids au départ. En augmentant la température des atomes employés pour charger le réseau, on peut évaluer les éventuelles différences d'efficacité de capture entre les deux types de réseau. Le nombre d'atomes capturés en

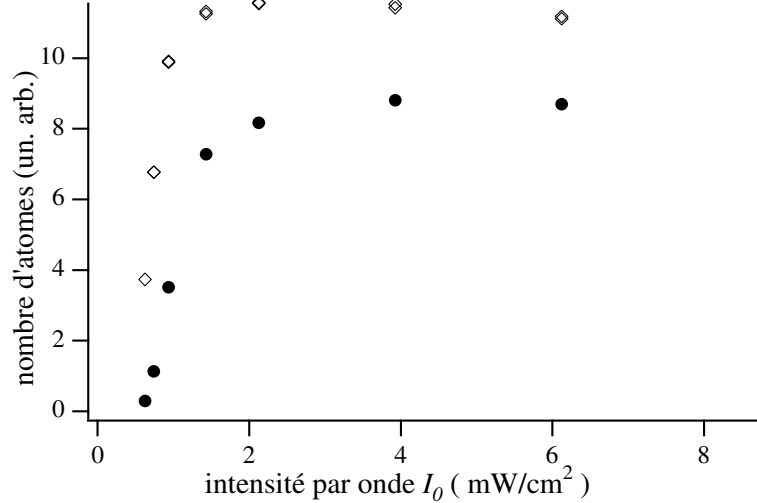


FIG. VII.5: *Nombre d'atomes capturés dans un réseau périodique (●) et quasi-périodique à six faisceaux (◇) en fonction de l'intensité par onde I_0 . Le nombre d'atomes est évalué (en unités arbitraires) par l'aire d'un signal de temps de vol. Les données sont obtenues pour un désaccord $\Delta = -125$ MHz. La brusque diminution que l'on peut observer à faible intensité est due au phénomène du décrochage: le réseau n'arrive plus à refroidir et piéger les atomes.*

fonction de l'intensité par onde est reporté en figure VII.5 pour une température initiale des atomes du piège de l'ordre de 800 μ K. On peut remarquer que le

nombre d'atomes capturés par le réseau optique est plus grand dans le cas quasi-périodique. L'efficacité de capture est donc, pour un même désaccord Δ , meilleure pour un réseau quasi-périodique.

VII.2.2 Température et profondeur des puits

Les réseaux optiques périodiques “Sisyphé” et les mélasses optiques partagent une loi de variation simple pour la température d'équilibre en fonction de l'intensité et du désaccord des laser piégeants. Le paramètre pertinent est le déplacement lumineux $\hbar\Delta'$: au-delà d'une valeur de seuil, la température augmente linéairement en fonction de $\hbar\Delta'$ ⁴. Le déplacement lumineux qui correspond au seuil définit (dans le cas des réseaux) la profondeur des puits minimale nécessaire pour obtenir le refroidissement et le piégeage. Pour des valeurs de $\hbar\Delta'$ trop petites, on a un phénomène de *décrochage* : la température augmente très rapidement lorsque la profondeur des puits diminue.

Cette situation simple, caractéristique de l'effet Sisyphé, se présente aussi dans le cas des réseaux quasi-périodiques. En figure VII.6 on peut comparer, dans les mêmes conditions expérimentales, la température dans un réseau périodique à quatre faisceaux et dans un réseau quasi-périodique à six faisceaux en fonction de l'intensité par onde I_0 . On peut remarquer que la pente de la partie linéaire est plus raide dans le cas à six faisceaux. Ce fait s'explique en considérant que, à intensité par onde donnée, les puits de potentiel sont en moyenne plus profonds dans le cas de la configuration à six faisceaux. Une autre conséquence de cette profondeur accrue est que le décrochage se déplace vers des valeurs de I_0 plus faibles.

Que pouvons-nous dire de la variation de la pente de la partie linéaire en fonction du nombre des faisceaux piégeants et de leur configuration ? En figure VII.7, nous avons rassemblé les données expérimentales pour les configurations à quatre faisceaux (réseau périodique), cinq et six faisceaux (réseaux quasi-périodiques). Cette fois-ci, la température est reportée en fonction du déplacement lumineux par

4. Les expériences montrent en fait que, pour un déplacement lumineux donné, des températures légèrement plus faibles peuvent être obtenues pour les grands désaccords. Cependant, cette petite correction reste inférieure à 5 % dans le domaine des désaccords accessibles à l'expérience.

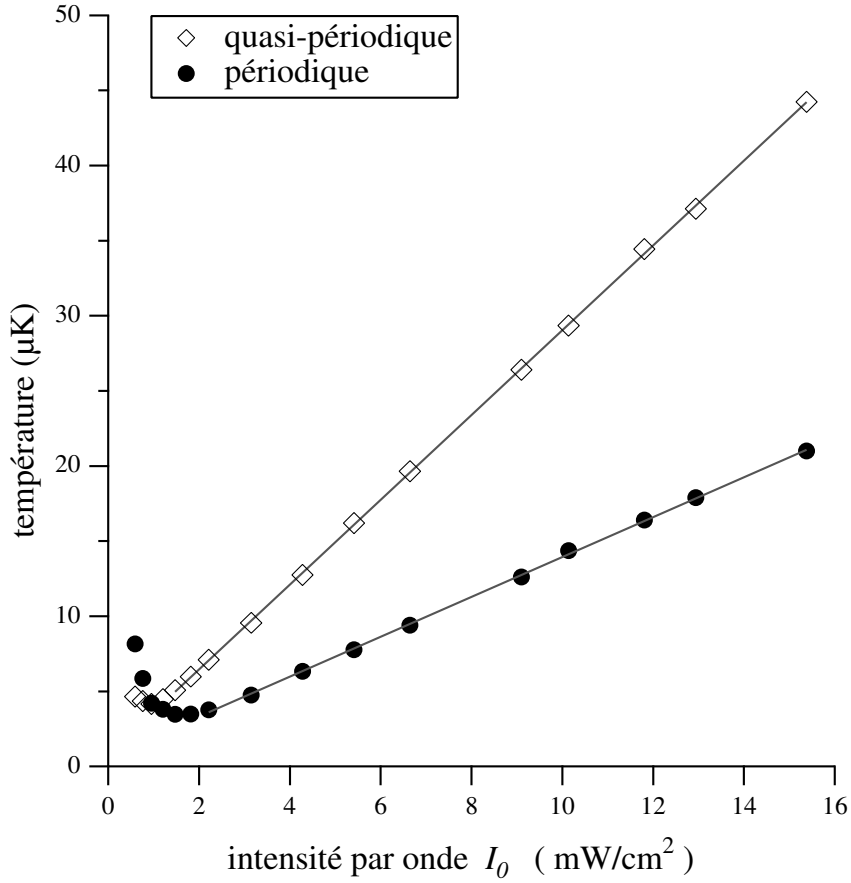


FIG. VII.6: Comportement de la température en fonction de l'intensité par onde I_0 pour un réseau quasi-périodique à six faisceaux ($\diamond$) et pour un réseau périodique ($\bullet$). Les températures sont obtenues par la méthode du temps de vol (décrite dans le §III.4, page 70) et pour un désaccord $\Delta = -160\text{MHz}$. Dans la partie linéaire, la pente correspondant au réseau quasi-périodique est plus raide. Ce fait se comprend simplement en considérant que l'intensité moyenne est plus grande, pour le même I_0 , dans la configuration à six faisceaux.

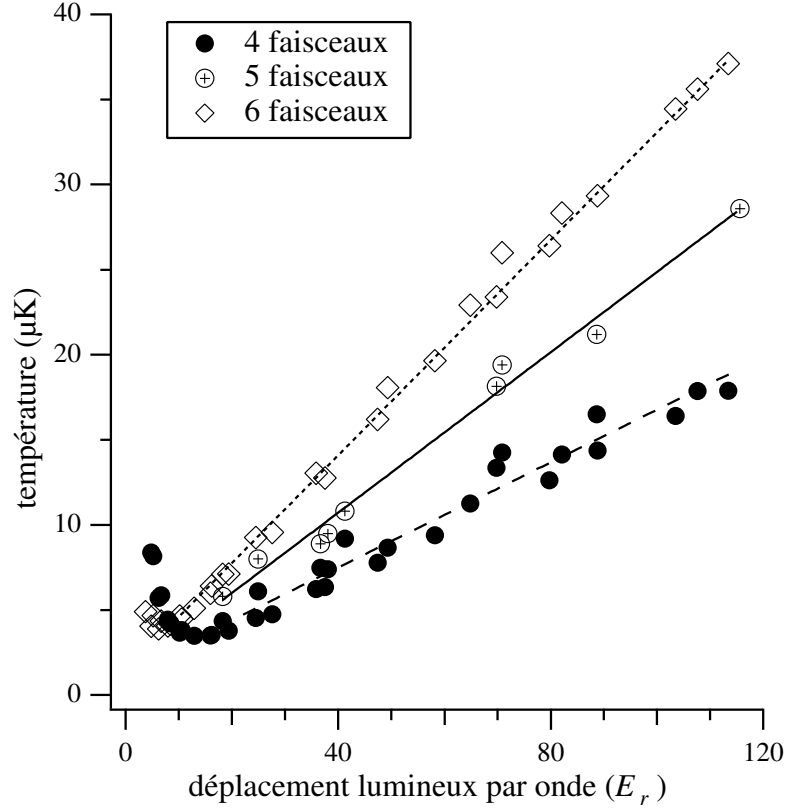


FIG. VII.7: Variation de la température en fonction du déplacement lumineux par onde Δ'_0 pour un réseau périodique à quatre faisceaux ($\bullet$), un réseau quasi-périodique à cinq faisceaux ($\oplus$) et un réseau quasi-périodique à six faisceaux ($\diamond$). Les données correspondent à plusieurs désaccords compris entre -25 et -160 MHz. Dans la configuration à cinq faisceaux, la pression de radiation impose une limite au désaccord Δ : les points correspondent à $100 \text{ MHz} < |\Delta| < 160 \text{ MHz}$.

onde $\hbar\Delta'_0$, tel que l'on peut l'évaluer à partir des valeurs d'intensité et désaccord pour les différents ensembles de données. Les pentes de la partie linéaire sont reportées dans la table VII.1 où elles sont comparées aux résultats de la référence [99] (réseau périodique à quatre faisceaux). On peut tout d'abord constater un

configuration	pente	rapport	I_{moy}	I_{max}
4 faisceaux (ici)	0.8 ± 0.15	1 ± 0.2	4	8
4 faisceaux (réf. [99])	0.97 ± 0.11	1.2 ± 0.2	4	8
5 faisceaux	1.24 ± 0.15	1.55 ± 0.12	5	14.7
6 faisceaux	1.7 ± 0.2	2.12 ± 0.11	6	23.3

TAB. VII.1: *Comparaison entre les pentes de la partie linéaire de la courbe T vs I_0 pour les cas périodique et quasi-périodique. Les valeurs pour les pentes sont calculés en unités sans dimensions en reportant la température en unités de T_r et le déplacement lumineux par onde $\hbar\Delta'_0$ en unités de E_r . Pour permettre une comparaison, nous reportons aussi le rapport entre ces pentes et la pente du tétraèdre standard ainsi que les valeurs de l'intensité moyenne et maximale.*

bon accord entre les valeurs obtenues pour les deux réseaux à quatre faisceaux (compte tenu de la difficulté d'une mesure d'intensité absolue et des différences dans la géométrie des deux expériences).

Essayons maintenant de tirer de ces pentes des informations supplémentaires. Dans les réseaux périodiques à quatre faisceaux tous les puits de potentiel sont équivalents. L'intensité au fond des puits correspond à l'intensité maximale (interférence constructive) et vaut $I_{max} = 8I_0$. Dans les réseaux quasi-périodiques, on trouve des puits de potentiel qui diffèrent par leur profondeur ; les puits les plus profonds correspondent toujours à l'intensité maximale (interférence constructive de toutes les ondes). On peut conjecturer deux situations extrêmes pour ce qui concerne la dépendance de la température de l'intensité dans les réseaux optiques⁵ :

1) la température est proportionnelle au déplacement lumineux moyen (intensité moyenne),

5. On ne prend en compte que le coefficient de proportionnalité de la partie linéaire.

2) les atomes étant localisés, la température est proportionnelle au déplacement lumineux au fond des puits occupés par les atomes.

Dans le cas des réseaux périodiques les deux hypothèses donnent le même résultat mais pour les réseaux quasi-périodiques les deux hypothèses sont incompatibles. Les rapports des pentes mesurées peuvent donc être ainsi interprétés :

1) la température dans un réseau optique ne dépend pas que de l'intensité moyenne (les températures des réseaux quasi-périodiques sont trop hautes),

2) les atomes ont tendance à occuper les puits les plus profonds dans les réseaux quasi-périodiques (une distribution uniforme ne suffit pas à expliquer la raideur des pentes).

mélasse

VII.2.3 Mesures des fluctuations de température

Comme nous l'avons déjà dit plusieurs fois, les réseaux optiques à quatre faisceaux ont un potentiel dont la topographie ne dépend pas de la phase relative entre les faisceaux piégeants. Pour les réseaux optiques quasi-périodiques, cette propriété n'est plus valable, mais une propriété d'isomorphisme local subsiste. Une conséquence directe de cette invariance topologique serait l'indépendance des observables non locales (c'est à dire moyennées sur l'ensemble du réseau) par rapport à la phase relative entre les faisceaux piégeants (donc une situation analogue au cas des réseaux périodiques à quatre faisceaux). Nous avons démontré cette propriété en enregistrant pendant plusieurs heures la température d'un réseau optique quasi-périodique à six faisceaux.

Dans notre montage expérimental, la phase relative entre les faisceaux n'est pas verrouillée. Cette situation conduit à une dérive, sur des temps de l'ordre de la dizaine des secondes, des phases relatives⁶. L'analyse statistique d'un ensemble de mesures acquises pendant un temps de l'ordre de l'heure permet donc un test de la dépendance par rapport à la phase des propriétés des réseaux optiques. En figure VII.8 sont reportés les histogrammes relatifs aux mesures de température dans le cas d'un réseau périodique et d'un réseau quasi-périodique. Les différentes

6. Cette dérive a été directement mesurée par une méthode interférométrique.

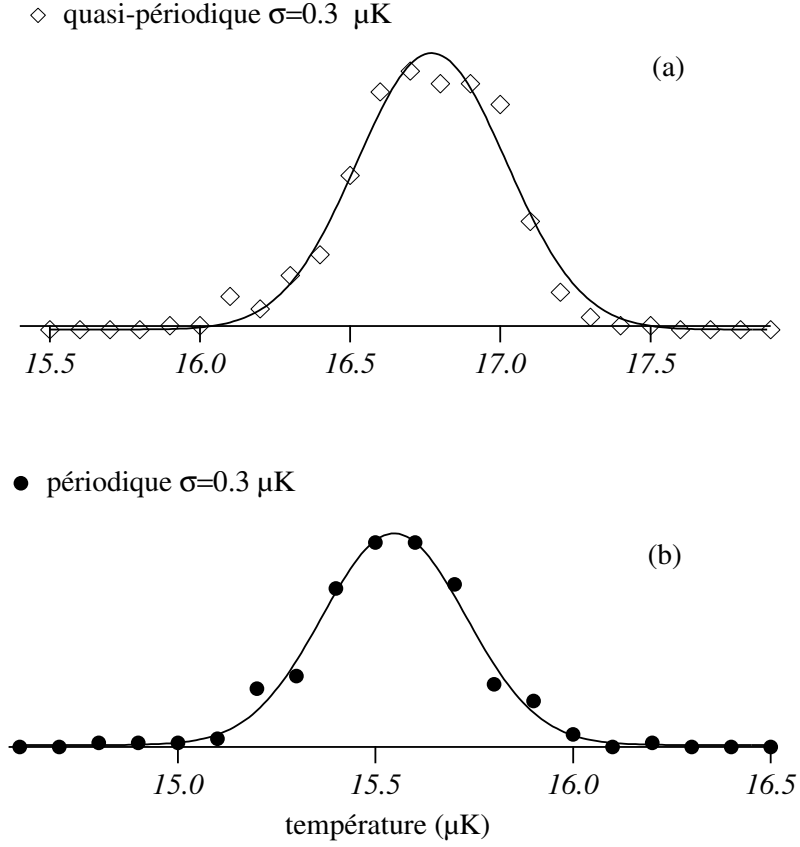


FIG. VII.8: *Histogrammes obtenus en répétant une mesure de température dans les mêmes conditions expérimentales pendant un temps très long (une heure environ, ce qui correspond à 300–400 mesures). Le cas d'un réseau quasi-périodique à six faisceaux (◇) est comparé à celui d'un réseau périodique (●). On peut constater que ni la forme de la distribution ni sa largeur ne dépendent du type de réseau considéré. Ces résultats démontrent que les variations de phase relative entre faisceaux (qui se produisent de façon aléatoire pendant le temps de mesure) n'affectent pas la température du réseau quasi-périodique même si le potentiel optique en dépend (propriété d'isomorphisme local du potentiel quasi-périodique).*

mesures sont dispersées autour de leur valeur moyenne suivant une distribution bien représentée par une loi normale (ajustement en trait continu)⁷. La valeur de la variance est la même (à l'incertitude expérimentale près) pour le cas périodique et quasi-périodique et correspond à peu près à 1.5 fois la température de recul. Ce résultat a été vérifié pour différentes valeurs de l'intensité (et donc de la température) pour un désaccord de -10Γ . En conclusion, dans ces mesures de fluctuation de température et à la limite de l'incertitude expérimentale, aucune différence n'a été mise en évidence entre les réseaux périodiques et quasi-périodiques. Ce résultat est donc une preuve de l'invariance topologique dans ce nouveau type de réseau.

VII.3 Spectroscopie pompe-sonde

Nous passons maintenant à l'étude du réseau quasi-périodique par spectroscopie pompe-sonde. Un réseau optique quasi-périodique se différencie d'un réseau optique périodique par la présence de plusieurs classes de puits de potentiel optique. Les différents puits se distinguent par leur profondeur, par les fréquences de vibration associés aux oscillations des atomes et par les taux de départ. Les atomes n'ont donc a priori aucune raison de se répartir de façon aléatoire entre les sites du réseau comme dans le cas périodique. Avec la spectroscopie pompe-sonde, nous avons accès à la dynamique des atomes localisés qui oscillent au fond des puits de potentiel. Nous pouvons également obtenir des informations sur la répartition des atomes dans le réseau.

VII.3.1 Spectres de transmission

Nous présentons en figure VII.9 des spectres de transmission pour un réseau quasi-périodique à six faisceaux comparés à ceux observés dans le cas périodique. Les spectres ont été obtenus avec une sonde se propageant presque parallèlement

7. Une mesure de la variance d'Allan montre que la variance minimale est atteinte très rapidement (une dizaine de minutes). La variance recommence à augmenter (à cause des dérives dans le système) après une heure et demi de mesure. Les fluctuations de température résiduelles peuvent probablement être attribuées aux fluctuations d'intensité des lasers.

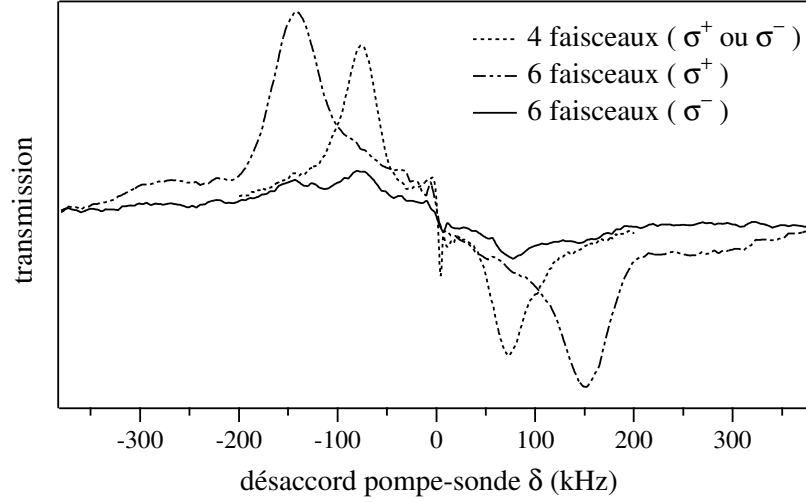


FIG. VII.9: Spectres de transmission obtenus par spectroscopie pompe-sonde dans le cas d'un réseau quasi-périodique à six faisceaux (traits continu et mixte), et d'un réseau périodique (pointillé). Les spectres correspondent à une sonde presque longitudinale (angle $\theta = 2.0 \pm 0.1^\circ$ avec l'axe z) et les résultats pour les deux polarisations circulaires orthogonales sont reportés. Dans le cas σ^+ , la sonde a la même polarisation de l'onde stationnaire engendrée par le cinquième et sixième faisceaux. L'échelle verticale est la même pour les trois courbes. Conditions expérimentales : intensité par onde $I_0 = 8.9 \text{ mW/cm}^2$, désaccord $\Delta = -100 \text{ MHz}$, intensité de la sonde $7 \mu\text{W/cm}^2$, vitesses de balayage 20 kHz/ms (quatre faisceaux) et 40 kHz/ms (six faisceaux).

à l'axe de symétrie du système (sonde dite “longitudinale” dans la référence [85]) avec une polarisation soit parallèle (σ^+) soit orthogonale (σ^-) à l'onde stationnaire engendrée par le cinquième et sixième faisceaux. Le troisième spectre de la figure, obtenu dans les mêmes conditions pour le réseau périodique à quatre faisceaux permet une comparaison directe entre les deux cas. Dans tous les spectres, on reconnaît les deux raies en gain (pour $\delta < 0$) et en absorption ($\delta > 0$) dues aux transitions Raman entre niveaux vibrationnels (voir § III.1.1, page 53). Le choix de la polarisation circulaire de la sonde (σ^+ ou σ^-) permet de sonder sélectivement les puits de potentiel pour lesquels la polarisation majoritaire du champ piégeant est celle de la sonde. Ce fait peut se comprendre simplement en considérant que le mouvement d'oscillation de l'atome est excité par la sonde qui “secoue” le puits de potentiel. Ceci n'est possible, en un certain site, que si la sonde peut interférer avec le champ piégeant et donc s'ils ont la même polarisation. Pour une explication détaillée des règles de sélection en spectroscopie pompe-sonde, le lecteur consultera la référence [74].

On constate une grande différence d'intensité des raies Raman entre le cas de la sonde σ^+ et celui de la sonde σ^- pour le réseau quasi-périodique. Ce résultat peut s'interpréter en termes de dépeuplement des puits polarisés σ^- au profit des puits polarisés σ^+ ⁸. Outre la différence d'intensité, on remarque également que la position du maximum est notablement différente dans les deux cas. Alors que le spectre en polarisation σ^- montre une fréquence de vibration très proche de celle du réseau périodique, le maximum du spectre σ^+ est nettement déplacé vers les hautes fréquences. Ce résultat se comprend en considérant que l'onde ajoutée est polarisée σ^+ et donc que les effets d'interférence modifient la profondeur des puits σ^+ . Les puits σ^+ pouvant être plus profonds, la fréquence de vibration mesurée par une sonde σ^+ peut être plus élevée que celle mesurée dans le cas périodique. Les puits σ^- , en revanche, gardent presque inchangée la profondeur qu'ils avaient

8. Un déséquilibre entre les populations des puits de différente polarisation se produit aussi dans un réseau périodique à quatre faisceaux en présence d'un faible champ magnétique longitudinal uniforme [138, 85]. Même s'il y a des analogies entre le paramagnétisme des réseaux optiques périodiques et la situation considérée ici (l'onde stationnaire polarisée circulairement jouant le rôle de champ magnétique fictif), il faut remarquer la profonde différence entre les deux systèmes. En particulier, avec des atomes sur une transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ on n'obtient pas de comportement paramagnétique alors que, comme on le verra dans la troisième partie, on trouve un déséquilibre de population très prononcé dans le cas des réseaux quasi-périodiques.

dans le cas périodique et présentent donc la même fréquence de vibration.

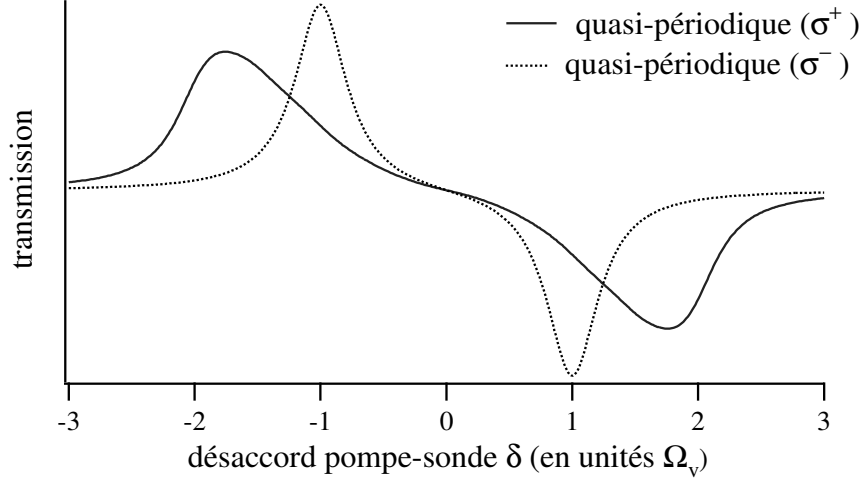


FIG. VII.10: *Spectres pompe-sonde calculés à partir de la courbure des puits de potentiel optique dans le cas quasi-périodique à six faisceaux. Les spectres sont obtenus en imposant une distribution uniforme des atomes entre les puits de potentiel et en séparant les contributions des puits où la lumière est polarisée σ^+ et σ^- .*

Pour essayer de mieux comprendre l'influence de la distribution de population sur l'allure des spectres, nous avons reporté en figure VII.10 deux spectres calculés à partir de la distribution des courbures pour le potentiel optique VII.3 moyennant trois hypothèses très simples :

- Chaque puits contribue au spectre avec une lorentzienne. La fréquence de cette composante correspond à la courbure au fond du puits et sa largeur est constante (égale à celle mesurée expérimentalement pour la raie de vibration du réseau périodique).
- Le poids de cette contribution est proportionnel à l'intensité de la composante du champ pompe (le champ piégeant) de même polarisation que la sonde. On prend ainsi en compte la dépendance du gain dû à un processus Raman à deux photons.

- La distribution des atomes entre les différents puits est supposée uniforme. Il n’y a donc pas de mécanisme qui peuple préférentiellement les puits les plus profonds.

Les spectres ainsi calculés montrent très clairement deux différences par rapport au spectres expérimentaux :

1) le spectre calculé pour une sonde σ^- est beaucoup plus important que celui mesuré,

2) la forme de raie est trop étendue vers les basses fréquences pour le cas σ^+ . Ces deux faits portent à conclure que la distribution des populations réelle privilégie les puits de potentiel les plus profonds. On peut noter que, pour un puits σ^- , l’onde ajoutée (polarisée σ^+) introduit un mécanisme de “vidage”. En effet, par pompage optique les atomes auront tendance à quitter les puits σ^- . On comprend donc aisément que le signal mesuré avec une sonde σ^- soit plus faible que ce que prédit notre modèle simpliste de remplissage uniforme. L’absence de l’aile basse fréquence sur les spectres mesurés avec une sonde σ^+ montre que les atomes préfèrent s’accumuler dans les puits les plus profonds. Ce résultat, très intuitif, n’est pas évident a priori. Il faut certes d’autant plus d’énergie pour sortir d’un puits qu’il est profond. Mais il ne faut pas oublier que le taux de diffusion de photons (qui détermine la diffusion en impulsion et donc l’échauffement) augmente aussi avec la profondeur du puits. Le bilan global favorise les puits les plus profonds comme le confirment les simulations numériques (voir la troisième partie).

Nous avons aussi étudié l’évolution de la position des raies vibrationnelles en fonction des paramètres expérimentaux (intensité I_0 et désaccord Δ). Dans le cas périodique à quatre faisceaux, on attend une simple variation⁹

$$\Omega_v \propto \sqrt{\hbar \Delta_0'} \simeq \sqrt{\frac{I_0}{\Delta}}. \quad (\text{VII.1})$$

Dans le cas quasi-périodique, on s’attend à trouver une loi similaire. En fi-

9. Cette loi simple peut être utilisée pour mesurer l’intensité à laquelle sont soumis les atomes. Comme le désaccord est déterminé à 1 MHz près et la fréquence de vibration sur un spectre peut être pointée à 10 % près, cette méthode nous fournit l’intensité absolue avec une petite erreur statistique. Il est moins facile de quantifier l’erreur systématique induite par l’utilisation de l’approximation harmonique et des potentiels adiabatiques

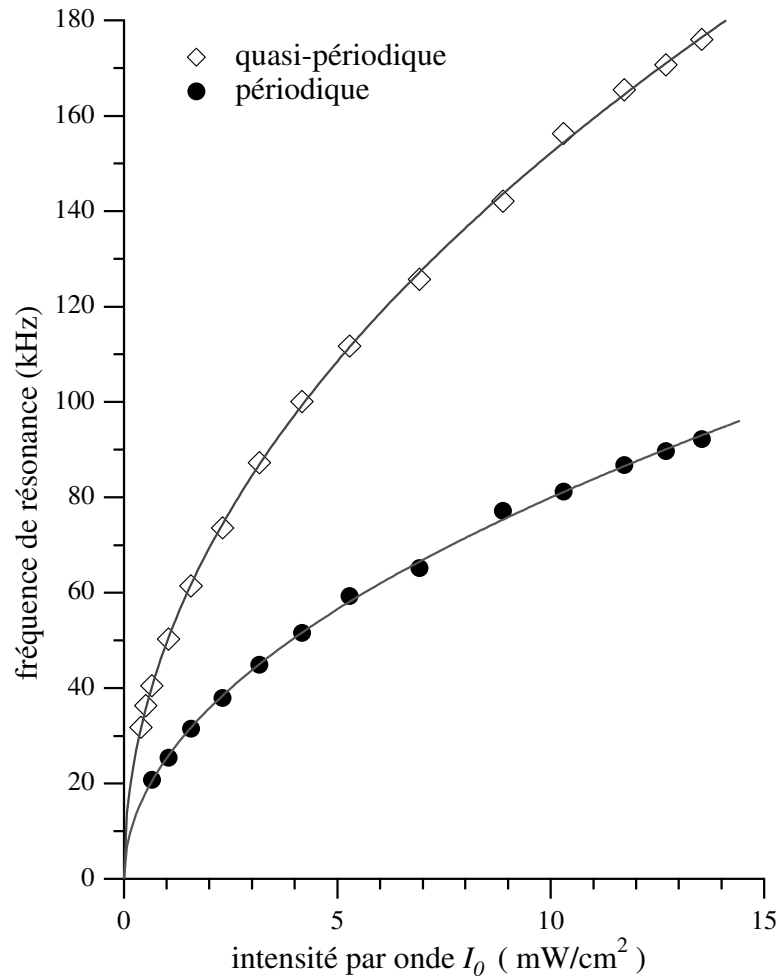


FIG. VII.11: Variation de la fréquence de vibration longitudinale Ω_v (déterminée par la position de la raie Raman sur un spectre de transmission) en fonction de l'intensité par onde I_0 . Le cas d'un réseau quasi-périodique à six faisceaux ($\diamond$) est comparé à celui du réseau périodique ($\bullet$). Les conditions expérimentales sont : désaccord $\Delta = -100$ MHz, intensité de la sonde $7 \mu\text{W}/\text{cm}^2$. Les traits continus représentent un ajustement avec la loi $\Omega_v = aI_0^{1/2}$.

gure VII.11, nous montrons la variation de la fréquence de vibration pour le cas périodique et quasi-périodique à six faisceaux en fonction de l'intensité pour un désaccord de -100 MHz. Pour les deux types de réseau la variation est en $I_0^{1/2}$. Le rapport entre les fréquences de vibration mesurées dans les deux cas est constant. fonction du

VII.3.2 Transitoires cohérents

Les transitoires cohérents peuvent apporter une variante à la spectroscopie pompe-sonde présentée dans le paragraphe précédent. On passe alors des spectres de transmission résolus en fréquence à des spectres résolus en temps. Les propriétés de ces spectres ont été étudiées en détail dans le cas des réseaux optiques périodiques par Christine Triché [43]. Comme nous l'avons expliqué dans la première partie (voir § III.1.2, page 56), un des intérêts de cette méthode est d'améliorer le rapport signal sur bruit. Cette amélioration est liée à une double sélectivité : la première lors de l'excitation et la seconde dans la phase de détection. On montre en figure VII.12 des signaux temporels obtenus par transitoire cohérent dans le cas d'un réseau optique quasi-périodique à six faisceaux ainsi que les spectres de Fourier associés.

Les transitoires cohérents ont été utilisés pour mesurer la largeur de la “résonance” Rayleigh des spectres pompe-sonde. Cette composante à fréquence nulle revêt un intérêt particulier car elle est liée à la formation de réseaux de densité dans le milieu [88]. Sa largeur fournit donc des informations sur le temps nécessaire pour créer ou faire disparaître une modulation de densité dans le réseau optique. Cette largeur est difficile à déterminer sur un spectre de transmission, car la forme de la structure centrale n'est pas très bien définie et souvent les ailes des autres composantes se superposent à la résonance Rayleigh. En revanche, les transitoires cohérents permettent des mesures simples et précises. La figure VII.13 compare les variations de cette largeur Rayleigh pour $\Delta = -7T$ en fonction de l'intensité par onde dans les cas périodique et quasi-périodique. Dans les deux cas, on observe un comportement linéaire, mais les pentes diffèrent notablement¹⁰.

10. Le problème de l'interprétation de cette largeur dans le cas périodique est traité en détail dans la référence [43]

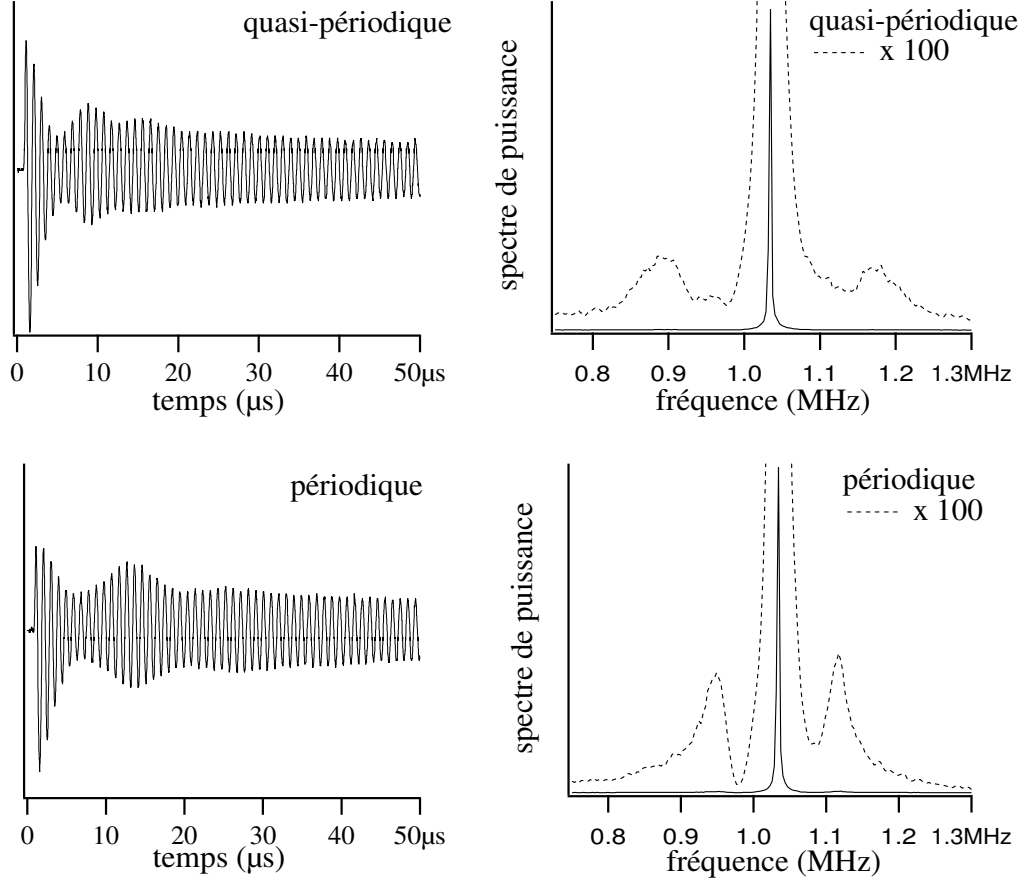


FIG. VII.12: *Signaux temporels (à gauche) et spectres de puissance associés (à droite) obtenus par la méthode des transitoires cohérents dans le cas d'un réseau optique quasi-périodique à six faisceaux (en haut) et d'un réseau périodique (en bas). Les spectres sont obtenus pour $\Delta = -150$ MHz et $I_0 = 17$ mW/cm². La sonde est polarisée σ^+ , elle a une puissance de 110 $\mu\text{W}/\text{cm}^2$, et subit un saut en fréquence de 1.033 MHz. La fréquence d'excitation (désaccord initial entre pompe et sonde, comme expliqué en première partie § III.1.2 page 56) est choisie nulle (excitation Rayleigh).*

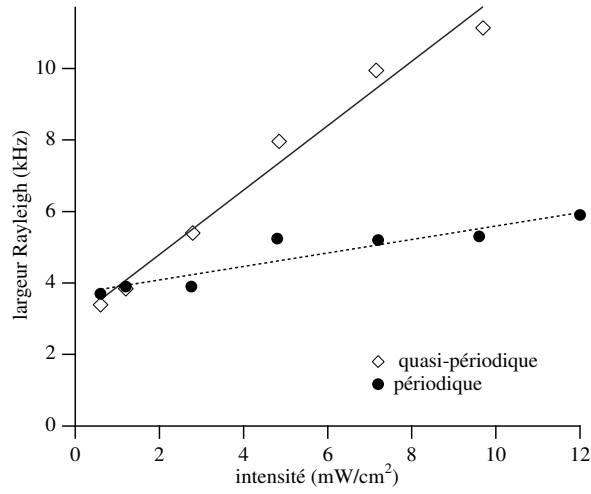


FIG. VII.13: *Evolution de la largeur de la composante Rayleigh en fonction de l'intensité I_0 pour un réseau quasi-périodique à six faisceaux (◇) et pour un réseau périodique (●). Conditions expérimentales : $\Delta = -35$ MHz, intensité de la sonde $400 \mu\text{W}/\text{cm}^2$, polarisation de la sonde σ^+ . Les données sont obtenues par la technique des transitoires cohérents ; la méthode garantit une résolution de 300 Hz, limitée par la stabilité mécanique du montage.*

Dans un réseau quasi-périodique, la raie de résonance Raman est élargie de façon inhomogène à cause de la présence de puits de plusieurs profondeurs différentes. En principe, l'utilisation d'une sonde saturante permet de déterminer la largeur homogène liée à chaque classe de puits, de façon analogue à la spectroscopie par absorption saturée dans le cas de l'élargissement par effet Doppler. Nous avons effectivement observé cet effet de saturation dans le cas d'un réseau

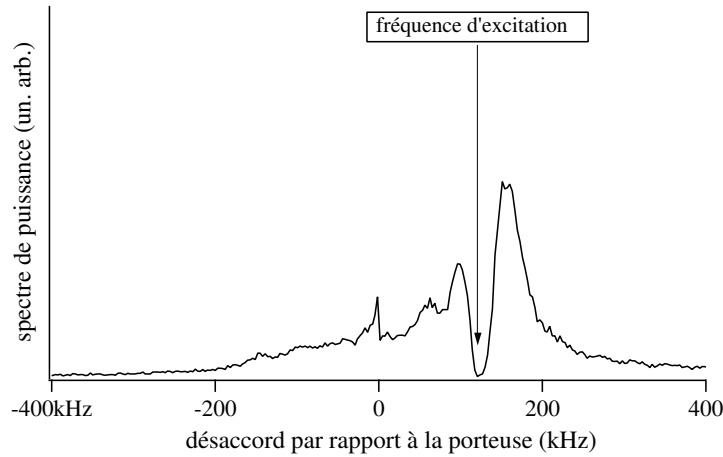


FIG. VII.14: *Spectre de puissance d'un signal de transitoire cohérent obtenu pour un réseau optique quasi-périodique à six faisceaux. Les conditions expérimentales sont : $\Delta = -150$ MHz, $I_0 = 17$ mW/cm², intensité sonde 400 μ W/cm², polarisation de la sonde σ^+ . La fréquence excitatrice de la sonde est indiquée par une flèche. On observe un net effet de saturation.*

optique quasi-périodique (voir figure VII.14). Néanmoins, l'analyse théorique de ce type de phénomène est excessivement complexe. En effet, deux types de saturation coexistent. D'une part, on observe un phénomène de saturation des cohérences Raman liées aux différents niveaux vibrationnels (déjà présente dans le cas périodique¹¹). D'autre part, on s'attend à trouver dans les réseaux optiques quasi-périodiques, une saturation sélective d'une classe de puits particulière.

¹¹. Le lecteur intéressé trouvera une explication détaillée de ce phénomène dans la référence [43]

VII.4 Diffraction de Bragg

Bien que plusieurs indices laissent pressentir que la distribution de densité atomique dans un réseau optique quasi-périodique est bien quasi-périodique, il n'y a qu'un seul type d'expérience qui puisse le démontrer de façon claire : une expérience de diffraction de Bragg. Exactement comme dans le cas des solides cristallins ou quasi-cristallins, la diffraction de Bragg démontre la présence de l'ordre à grande échelle dans l'échantillon. En détectant un pic de diffraction caractéristique de l'ordre quasi-périodique, on peut donc démontrer que le nuage d'atomes suit bien l'ordre qui lui est imposé par le potentiel optique. Nous avons donc effectué une expérience de diffraction de Bragg avec une technique de détection qui diffère légèrement de celles utilisées dans les deux expériences déjà menées sur des réseaux optiques périodiques [101, 102]. Ce montage nous a permis non seulement de démontrer la quasi-périodicité de la distribution de densité atomique, mais aussi de suivre la transformation de cette distribution lorsque l'on impose à un réseau périodique un nouvel ordre en allumant graduellement le faisceau supplémentaire.

VII.4.1 Géométrie de détection

La condition de diffraction Bragg dans le cas d'un réseau optique est très simple (voir en première partie § III.3.1 page 68) : il suffit que la différence entre le vecteur d'onde du faisceau incident $\mathbf{k}_{inc}$ et le vecteur d'onde du faisceau diffracté $\mathbf{k}_{diff}$ appartienne au réseau réciproque. Cette condition est valable aussi bien dans le cas périodique que dans le cas quasi-périodique. Une géométrie particulièrement simple dans laquelle cette condition est respectée est obtenue en envoyant un faisceau sonde parallèlement à l'un des faisceaux piégeants. Dans ce cas, comme les vecteurs de base du réseau réciproque sont donnés par les différences entre les vecteurs d'onde des faisceaux piégeants, on trouve une composante diffractée parallèlement à tous les autres faisceaux piégeants. Ce résultat a été souligné dans la référence [63] et utilisé pour l'expérience dans la référence [101]. Cette géométrie ne permet pas l'utilisation d'un faisceau sonde à la même fréquence ω_L des faisceaux piégeants car, dans ce cas, rien ne distingue le mélange à quatre ondes de la diffraction de Bragg. Cette difficulté peut être contournée en effectuant

l'expérience en régime transitoire après avoir éteint les faisceaux piégeants [101].

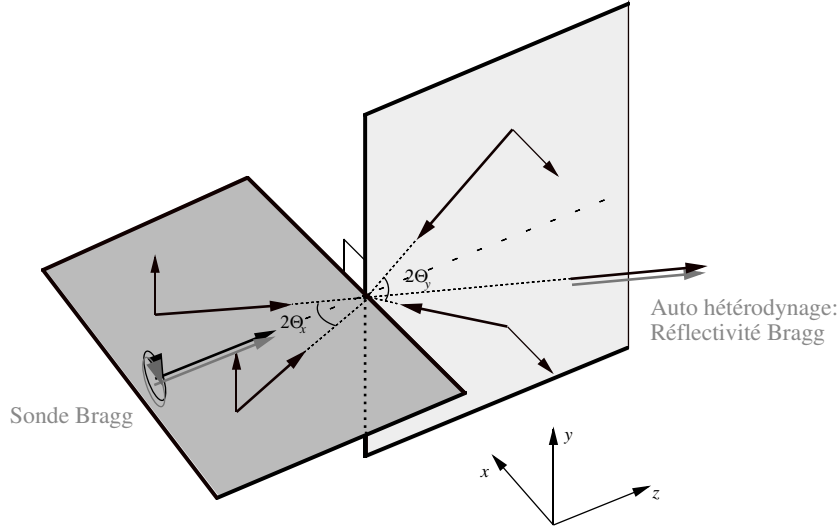


FIG. VII.15: *Schéma de détection utilisé pour la mesure de la diffraction de Bragg dans un réseau optique quasi-périodique à cinq faisceaux. La sonde de Bragg S_B est alignée sur le cinquième faisceau avec une précision du mrad. L'onde diffractée dans la direction d'un autre faisceau est détectée par une méthode d'hétérodynage: une photodiode rapide (bande passante $\simeq 1$ GHz) mesure le signal de battement et l'envoie à l'analyseur de spectre.*

Nous avons adopté une stratégie alternative qui consiste à utiliser cette géométrie mais avec une sonde décalée en fréquence par rapport aux faisceaux piégeants. Un décalage en fréquence de la sonde a été utilisé aussi dans la référence [102], mais nous avons choisi de travailler avec une différence de fréquence bien plus petite. Cette situation présente aussi un avantage expérimental non négligeable : l'onde diffractée interfère avec le faisceau piégeant co-propageant permettant ainsi de la détecter par auto-hétérodynage. Il faut remarquer aussi que si le décalage est assez important¹², on évite tout problème lié à la coexistence entre diffraction de Bragg et mélange à quatre ondes, problème que nous avons déjà discuté dans le § III.3.2 (voir page 69). Le géométrie du montage expérimental est schématisée

¹². Il faut en fait que la figure d'interférence pompe-sonde ait un mouvement de translation assez rapide pour n'exciter aucune variable atomique

en figure VII.15 : Un faisceau sonde S_B désaccordé de $\Delta_B = -\Gamma$ par rapport à la résonance atomique est aligné le long du cinquième faisceau ; le faisceau diffracté est détecté sur une photodiode rapide (bande passante de l'ordre du GHz) car il engendre un battement à la fréquence $\omega_{batt}/2\pi = |\Delta - \Delta_B|/2\pi \simeq 100\text{--}150$ MHz. Ce battement est enregistré sur un analyseur de spectre et transféré sur l'ordinateur qui pilote l'expérience. La superposition entre le cinquième faisceau et la sonde doit être ajustée au milliradian près, étant donné la grande sensibilité angulaire de la condition de diffraction de Bragg. Pour la même raison, la divergence angulaire du faisceau S_B doit être très faible comme celle du faisceau piégeant qui sert d'oscillateur local. L'intensité du faisceau S_B doit être très faible ($\simeq 1\mu\text{W}/\text{cm}^2$) pour éviter de trop perturber le réseau optique (la pression de radiation peut pousser les atomes hors des puits de potentiel). Ce fait rend la détection hétérodyne très adaptée, étant donné sa grande sensibilité. Une dernière remarque concerne la stabilité de la fréquence relative entre sonde de Bragg et faisceaux piégeants. Pour que le signal soit exploitable, il faut que les deux faisceaux soient dérivés du même laser maître et que tous les générateurs R.F. employés dans le choix des fréquences finales soient stables à mieux que la bande passante utilisée par l'analyseur de spectre (soit 3–10 kHz).

VII.4.2 Mesure statique de la réflectivité

La géométrie décrite dans le paragraphe précédent nous a permis de démontrer l'ordre à grande échelle du réseau optique quasi-périodique. Des réflectivités dans le domaine $10^{-4}\text{--}10^{-3}$ sont assez représentatives pour une configuration quasi-périodique avec l'intensité équitablement répartie entre les cinq faisceaux. Ces réflectivités sont comparables à celles trouvées dans le cas périodique [101, 102]. Pour pouvoir comparer ces résultats aux valeurs théoriques, il faut connaître en détail la distribution de densité atomique dans le potentiel quasi-périodique. Cette comparaison sera faite dans la troisième partie, lorsque nous présenterons les résultats des simulations numériques.

Pour les expériences de diffraction de Bragg, la géométrie à cinq faisceaux a été préférée à celle à six faisceaux pour une raison de simplicité d'interprétation. En fait, si le sixième faisceau est présent, la sonde de Bragg S_B est aussi rétro-réfléchie

sur l'échantillon (par le même miroir) et subit donc une deuxième diffraction¹³. Or, l'onde diffractée à l'aller n'a pas la même phase de celle diffractée au retour et les deux ondes peuvent interférer. Cette différence de phase est due au déphasage entre le faisceau piégeant et la sonde ; ce déphasage s'accumule pendant l'aller-retour entre l'échantillon d'atomes froids et le miroir à cause de la différence de fréquence (pour 150 MHz de décalage, il faut parcourir 2 m pour obtenir un déphasage de 2π).

Le fait que le faisceau sonde, aligné le long du cinquième faisceau, soit diffracté prouve que l'échantillon est rangé de façon quasi-périodique : la direction de détection ne respecte pas la condition de Bragg pour le réseau périodique en l'absence du cinquième faisceau. Cette situation permet d'étudier en détail comment les atomes se rangent dans le potentiel optique lorsque l'on augmente, à partir de zéro, l'intensité du cinquième faisceau I_5 en gardant constante l'intensité I_0 des autres faisceaux. Une courbe expérimentale qui décrit ce comportement est présentée en figure VII.16. On peut remarquer que la réflectivité augmente d'abord linéairement avec le rapport des intensités I_5/I_0 . Ensuite le taux de croissance diminue quelque peu dans un comportement qui ressemble à une loi de saturation. La partie linéaire de la courbe ($I_5 \ll I_0$) s'explique par un traitement perturbatif de l'effet du cinquième faisceau sur la distribution de densité atomique dans un réseau périodique. Ce problème a été étudié en détail dans le cadre de la spectroscopie pompe-sonde pour une fréquence dégénérée entre pompe et sonde [74, 80]. Dans la limite des très fortes intensités du cinquième faisceau, on peut imaginer un traitement perturbatif où la perturbation est cette fois donnée par le champ des quatre faisceaux par rapport au cinquième faisceau ($I_0 \ll I_5$). Dans ce cas, on attend un effet linéaire en I_0 et donc une décroissance en $\frac{1}{I_5/I_0}$ de l'intensité diffractée. En fait, expérimentalement on n'atteint jamais ce régime, mais le raccordement des deux cas limites doit se faire par une espèce de saturation.

VII.4.3 Signal Bragg résolu en temps

Le signal de diffraction de Bragg est sensible à la présence d'atomes localisés dans les puits de potentiel optique. Tout phénomène qui a tendance à diminuer

13. Si la condition de Bragg est remplie à l'aller, elle l'est aussi au retour, étant donné que les deux faisceaux sont parfaitement superposés.

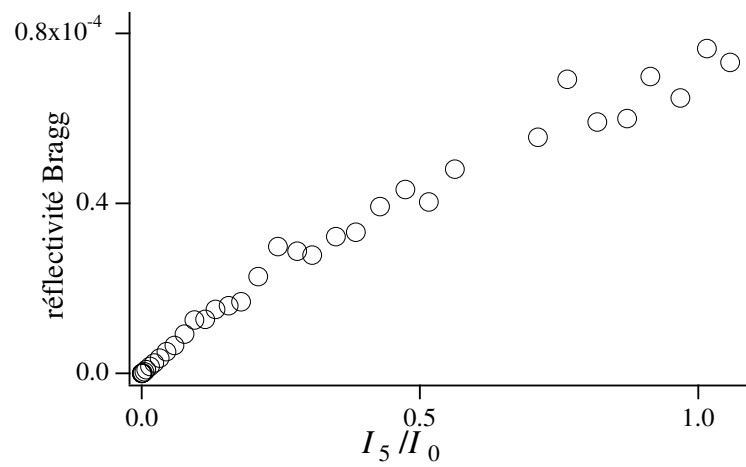


FIG. VII.16: *Evolution de la réflectivité de Bragg en fonction de l'intensité du cinquième faisceau pour un réseau optique quasi-périodique. Les données sont obtenues pour $I_0 = 7.5 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta = -150 \text{ MHz}$ (ce qui correspond à une différence de fréquence avec la sonde $|\Delta - \Delta_B| = 145 \text{ MHz}$), puissance de la sonde Bragg $100 \mu\text{W/cm}^2$.*

la localisation des atomes produit une baisse de la réflectivité qui peut être mesurée. Cette caractéristique est à la base des applications de la diffraction de Bragg comme diagnostic des réseaux optiques (voir en première partie, § III.3.3, page 69). Suivant la méthode proposée dans la référence [102], nous avons mesuré la chute de la réflectivité Bragg qui se produit dans un réseau quasi-périodique lorsque une sonde Raman S_R excite les oscillations des atomes au fond des puits de potentiel. La configuration expérimentale est schématisée en figure VII.17 :

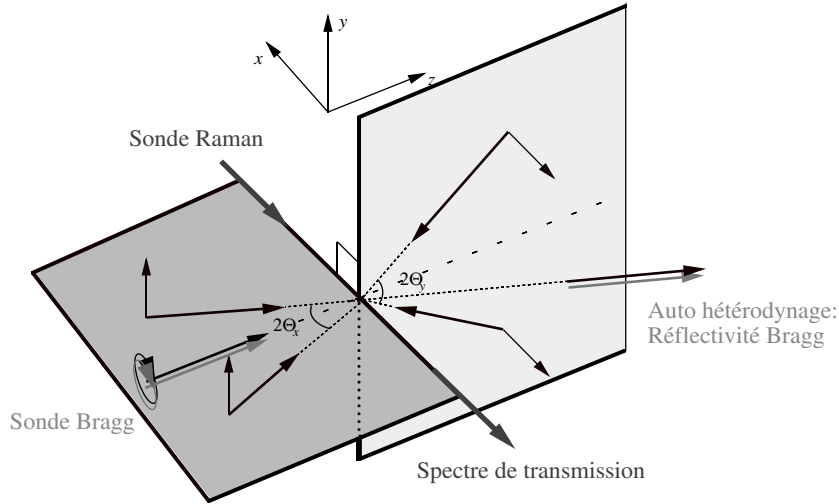


FIG. VII.17: *Configuration expérimentale utilisée pour détecter les oscillations atomiques par diffraction de Bragg. Une sonde Raman S_R qui a un vecteur d'onde orthogonal au cinquième faisceau est utilisée pour mettre en mouvement les atomes dans les puits de potentiel optique.*

la réflectivité de Bragg est détectée comme nous l'avons décrit précédemment, excepté le fait que l'analyseur de spectre est utilisé en mode "zero-span", ce qui permet de suivre l'évolution du signal au cours du temps¹⁴. La sonde S_R se propage dans une direction orthogonale à l'axe de symétrie du réseau avec une polarisation perpendiculaire à cet axe (sonde dite "transverse σ " en référence [85]). Son désaccord δ par rapport aux faisceaux piégeants est balayé en 20 ms entre

¹⁴. Cette méthode de détection a évidemment une résolution temporelle limitée par la bande passante de l'analyseur de spectre. Il est nécessaire de trouver un compromis entre le rapport signal sur bruit (bande étroite) et la résolution (bande large).

-250 et $+250$ kHz et sa transmission est détectée par une photodiode. Des intensités relativement importantes (de l'ordre de 2 mW/cm^2) sont nécessaires pour que l'effet de la sonde S_R soit bien visible sur la localisation atomique. Simultanément, la sonde S_B est diffractée par les atomes et la valeur de la réflectivité enregistrée sur l'analyseur de spectre. En figure VII.18, nous montrons le résultat

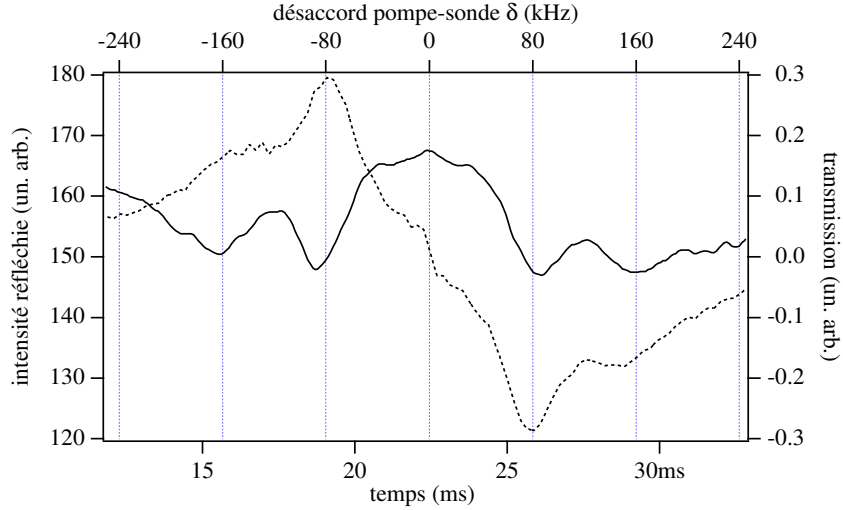


FIG. VII.18: *Réflectivité Bragg (trait continu) et transmission d'une sonde transverse S_R (pointillé) en fonction du désaccord δ entre les faisceaux piégeants et la sonde S_R . Le réseau quasi-périodique à six faisceaux est obtenu pour $\Delta = -150 \text{ MHz}$ et $I_0 = 12.2 \text{ mW/cm}^2$. Sur l'axe de gauche est reportée l'échelle de réflectivité de Bragg, sur l'axe du haut le désaccord pompe-sonde $\delta/2\pi$ et sur l'axe du bas, le temps.*

de cette expérience. La trace du bas n'est rien d'autre qu'un spectre transverse de transmission pompe-sonde pour un réseau quasi-périodique tout à fait analogue aux résultats présentés dans le § VII.3.1, alors que la trace du haut reporte les variations de la réflectivité Bragg correspondantes. On peut remarquer que lorsque l'on passe sur la raie Raman ($\delta \simeq \pm\Omega_{tr}$) on trouve comme prévu une chute de réflectivité. Une caractéristique plus surprenante est la chute assez importante du signal Bragg qui se présente lorsque la fréquence d'excitation est le double de la fréquence de vibration ($\delta \simeq \pm 2\Omega_{tr}$). Ce pic n'est pas très visible sur le spectre de transmission alors qu'il est bien net sur le signal Bragg. Une

interprétation possible de ce fait est la suivante : lorsque la sonde secoue le potentiel à la fréquence $2\Omega_{tr}$, les atomes sont mis en mouvement par un phénomène d'oscillation paramétrique. Néanmoins ils n'oscillent pas à la fréquence $2\Omega_{tr}$ mais plutôt à Ω_{tr} . La spectroscopie pompe-sonde ne peut pas détecter ce mouvement (c'est une détection homodyne) alors que la réflectivité de Bragg chute à la suite de la perte de localisation induite par l'oscillation.

CHAPITRE VIII

UN SUPER-RÉSEAU OPTIQUE

Dans ce chapitre, nous décrivons la réalisation et l'observation directe par une méthode d'imagerie d'un réseau optique obtenu avec une configuration à cinq faisceaux [139]. Ce réseau optique présente une modulation à grande échelle de la profondeur des puits de potentiel, il est donc, sous certains aspects, l'analogie optique des super-réseaux étudiés en physique des solides. Cette modulation de profondeur, associée au mécanisme de refroidissement de type Sisyphe, conduit à une modulation macroscopique de la densité atomique sur des distances de l'ordre de la centaine de μm . Il est alors possible d'utiliser une technique d'imagerie pour observer directement et mesurer la modulation de densité atomique en fonction des paramètres imposés au potentiel optique. Ce *super-réseau* optique est remarquable par sa simplicité, aussi bien du point de vue de la réalisation pratique que de la description théorique. La modulation à grande échelle est en fait obtenue par un simple choix de l'orientation d'un faisceau laser. Le réseau reste un réseau optique de type Sisyphe dont les mécanismes de refroidissement et de confinement sont relativement bien connus¹. Un intérêt pour ce type de systèmes est lié à la possibilité d'augmenter localement la densité atomique. Si, dans le cas des réseaux brillants, on se heurtera toujours à des problèmes d'interactions dipôle-dipôle induites par la lumière [143, 144], dans le cas des réseaux noirs [145] ou très désaccordés [146] les super-réseaux gardent leurs atouts.

1. D'autres systèmes basés sur les atomes refroidis par laser ont déjà démontré la possibilité d'obtenir une modulation périodique de densité directement observable [140, 141]. Le problème avec ces systèmes vient soit de l'absence de mécanismes de refroidissement (référence [141]), soit de l'extrême difficulté d'une modélisation théorique due à la complexité du système (référence [140], voir aussi [142]).

VIII.1 Géométrie des faisceaux

L'idée de base pour obtenir une modulation à grande échelle dans un réseau optique est très simple : nous avons besoin d'un vecteur de l'espace direct très long, donc d'un vecteur dans l'espace réciproque très court. Les vecteurs de base de l'espace réciproque étant les différences entre les vecteurs d'onde des faisceaux piégeants, il suffit que l'angle entre un couple de faisceaux piégeants soit petit. Ceci peut se comprendre plus directement en termes de figure d'interférence entre ces deux faisceaux dont les vecteurs d'onde forment un petit angle Θ : les franges parallèles à la bissectrice seront espacées d'une distance λ_L/Θ qui peut être très grande pour des petits angles. Le problème dans les cas d'un réseau à nombre minimal de faisceau est lié à l'efficacité du refroidissement le long de cette direction : si la taille des faisceaux est de l'ordre du mm et l'interfrange de l'ordre de $100\ \mu\text{m}$, on n'obtient qu'une dizaine de puits de potentiel. Il est donc évident qu'un atome en mouvement dans cette direction ne peut pas être refroidi de façon importante avant de sortir des faisceaux piégeants.

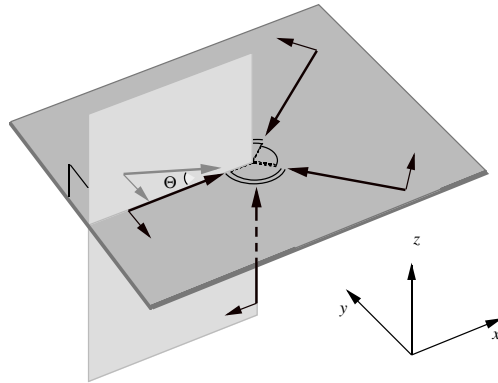


FIG. VIII.1: *Configuration à cinq faisceaux utilisée pour obtenir un réseau optique super-périodique. Tous les faisceaux sont polarisés parallèlement au plan xy et l'angle Θ entre le vecteur d'onde du cinquième faisceau et le plan xy est très petit (de l'ordre de la dizaine de milliradians).*

Une solution à ce problème est donnée par une configuration à nombre redondant de faisceaux dont la géométrie est illustrée en figure VIII.1. Nous partons

d'une configuration 3D à quatre faisceaux dont trois se propagent dans le plan xy et un quatrième le long de l'axe z . C'est un réseau optique périodique qui présente une périodicité exactement égale à λ_L le long de z . Nous ajoutons maintenant un cinquième faisceau qui se propage dans un plan orthogonal au plan xy et qui contient un des trois vecteurs d'onde appartenants au plan. Ce faisceau forme un petit angle $\Theta \simeq 10$ mrad avec le faisceau presque co-propageant. Le résultat est une modulation spatiale presque verticale et de pas λ_L/Θ des puits de potentiel optique². En figure VIII.2, nous présentons une section le long d'une

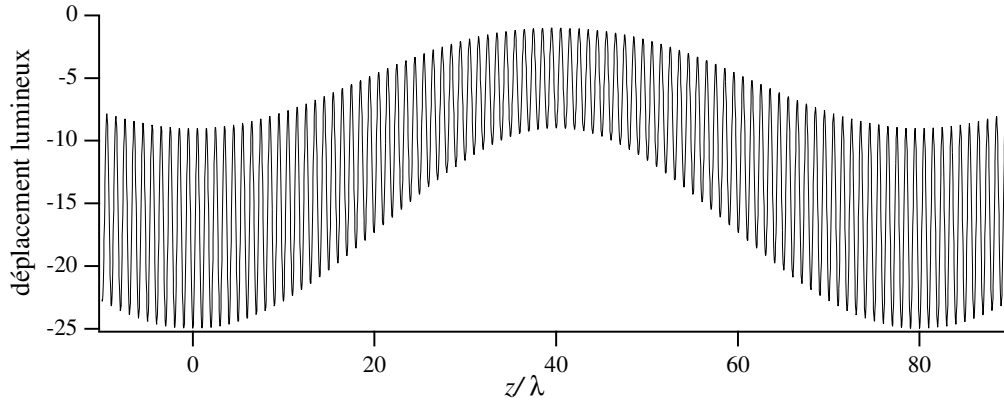


FIG. VIII.2: *Section du potentiel optique adiabatique pour une transition $4 \rightarrow 5$ engendré par la configuration à cinq faisceaux de la figure précédente. La droite de section est parallèle à l'axe z et passe par le fond d'une rangée de puits de potentiel. L'angle Θ est choisi égal à 12.5 mrad.*

rangée de puits verticaux du potentiel optique adiabatique engendré par la configuration en figure VIII.1 avec $\Theta = 12.5$ mrad et pour une transition $4 \rightarrow 5$. Il est important de remarquer que les puits les plus profonds se trouvent tous rangés dans des plans presque horizontaux. Ce système a un comportement assez simple vis-à-vis de la phase relative entre faisceaux : la topologie globale est pratiquement indépendante de la phase, mais la position des plans qui contiennent les puits les plus profonds en dépend. Cette dépendance peut causer une perte de

2. La présence du cinquième faisceau produit aussi une modulation supplémentaire le long de l'axe x . Toutefois cette modulation est négligeable.

contraste pour les expériences d'imagerie qui seront décrites dans les prochains paragraphes. Il convient quand même de rappeler que les phases relatives entre les faisceaux restent stables pour des intervalles de temps de l'ordre de la dizaine de secondes, ce qui ne rend pas problématique l'observation directe de ce type de réseau.

VIII.2 Système d'imagerie

Un des intérêts des réseaux de grand pas est la possibilité d'une observation directe de la modulation de densité, observation qui n'est pas envisageable pour des réseaux optiques "standard" pour lesquels la distance entre sites est de l'ordre de la longueur d'onde optique³. La réalisation de systèmes d'imagerie très performants est une thématique très actuelle, étant donné l'importance que cet élément revêt dans les expériences de condensation de Bose-Einstein [3]. Dans notre cas, nous n'avons pas des exigences aussi poussées : il s'agit de résoudre des structures dont la dimension atteint quelques dizaines de μm sans trop d'aberrations et avec une profondeur de champ aussi grande que possible. Le système optique qui a été utilisé dans la suite est schématisé en figure VIII.3 : un ménisque est suivi de deux doublets l'un en face de l'autre. Le grandissement global du système est de 2.5 et sa résolution théorique (c'est à dire calculée à partir des données techniques fournies par le fabricant) est de $7 \mu\text{m}$. Le capteur CCD que nous avons utilisé a une taille du pixel de $22\mu\text{m} \times 22\mu\text{m}$ et est refroidi par effet Peltier à -40°C . Avec ce montage, c'est donc la taille du pixel qui limite la résolution globale du système d'imagerie. Un obturateur mécanique relativement lent (temps de réponse de l'ordre de la ms) permet de déclencher la caméra. Nous avons calculé l'effet de la profondeur de champ en tenant compte des ef-

3. Ce problème peut être contourné en utilisant pour l'observation une longueur d'onde bien plus petite que celle utilisée pour le piégeage. Dans cette ligne de recherche se situent les travaux, en cours de réalisation, des équipes de MM. H. Walther et T. W. Hänsch à Munich. Par exemple, on peut obtenir un potentiel optique avec un laser CO_2 dont la longueur d'onde est assez importante pour permettre une observation directe des atomes localisés. Il faut encore signaler la possibilité d'engendrer des réseaux de pièges dipolaires par des méthodes holographiques et d'observer directement les atomes piégés dans ces structures, structures assimilables en quelque sorte aux réseaux optiques [146, 147].

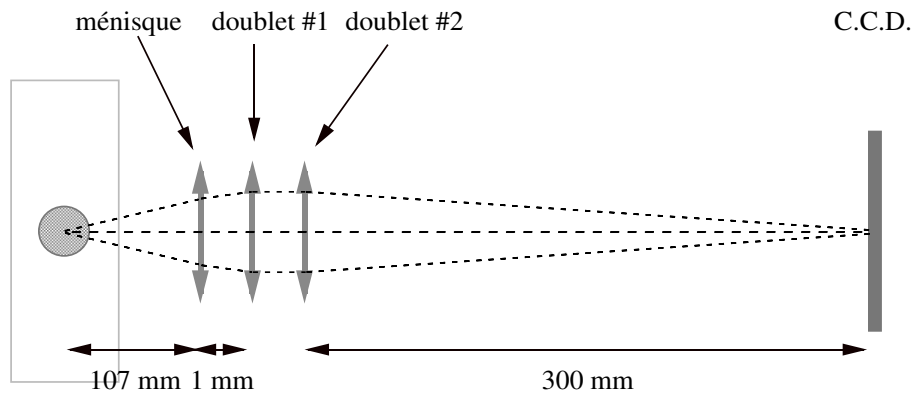


FIG. VIII.3: Schéma du système optique utilisé pour obtenir l'image du nuage d'atomes froids. Le premier couple ménisque-doublet achromatique (Melles Griots 01LAM225+01LAO225) a une longueur focale de 118 mm et est dessiné pour conjuguer l'objet à l'infini. Le deuxième doublet achromatique (Melles Griots 01LAO248) a une longueur focale de 300 mm et est aussi dessiné pour une conjugaison infini-image. L'ouverture numérique globale est de 0.15 et le grandissement $g = 2.54$.

fets de diffraction⁴. Nous avons trouvé qu'un objet idéal qui émet une intensité de type $I(x, y, z) = e^{-(x^2/\sigma_x^2 + y^2/\sigma_y^2 + z^2/\sigma_z^2)}(1 + \cos Kz)$ (donc modulé de 100 % le long de l'axe z) ne produit que 55 % de modulation sur le plan image $x'z'$ pour $\sigma_y = 100\mu\text{m}$ et $2\pi/K = 70\mu\text{m}$ (paramètres qui correspondent grosso modo aux conditions expérimentales).

VIII.3 Images, mesures de contraste

Une fois le système d'imagerie mis en oeuvre, on peut détecter directement la lumière de fluorescence émise par les atomes piégés et refroidis dans le réseau optique (il s'agit en fait d'un réseau brillant!). En figure VIII.4, sont reportées deux images de ce type. La première (figure VIII.4 a) est obtenue avec la configuration à cinq faisceaux alors que pour la deuxième image (figure VIII.4 b) le faisceau supplémentaire avait été arrêté avant d'arriver sur les atomes. On peut remarquer que la forme globale du nuage est la même mais que, dans le cas du super-réseau, la fluorescence présente une modulation spatiale. Nous avons vérifié que la période spatiale de modulation varie bien avec la loi attendue $\Lambda = \lambda_L/\Theta$. Dans l'exemple reporté en figure VIII.4 $\Theta = 12.5 \pm 0.8$ mrad et $\Lambda = 68 \pm 4\mu\text{m}$. Ces images ont été obtenues pour une intensité par onde $I_0 = 4$ mW/cm² et pour un désaccord $\Delta = -20\Gamma$. Dans ces conditions, la pression de radiation (qui n'est pas compensée dans la configuration étudiée) pousse encore les atomes dans la direction verticale. Il est néanmoins possible d'observer le nuage d'atomes pendant 500 ms car sa vitesse moyenne reste de l'ordre de 1 mm/s.

L'observation d'une modulation spatiale de la fluorescence ne prouve pas la présence d'une modulation de densité dans le nuage d'atomes froids. Ce fait s'explique en considérant que l'intensité incidente sur les atomes présente déjà une modulation spatiale (c'est en fait pour cela que la profondeur des puits est modulée). Même une distribution de densité uniforme donnerait donc lieu à une fluorescence modulée et donc à des images du même genre de celles présentées en figure VIII.4. Une réponse possible à cette objection vient de la mesure du contraste obtenu sur les images en fluorescence : il y a en fait un excédent de

4. La direction d'observation est la direction y , voir figure VIII.1.

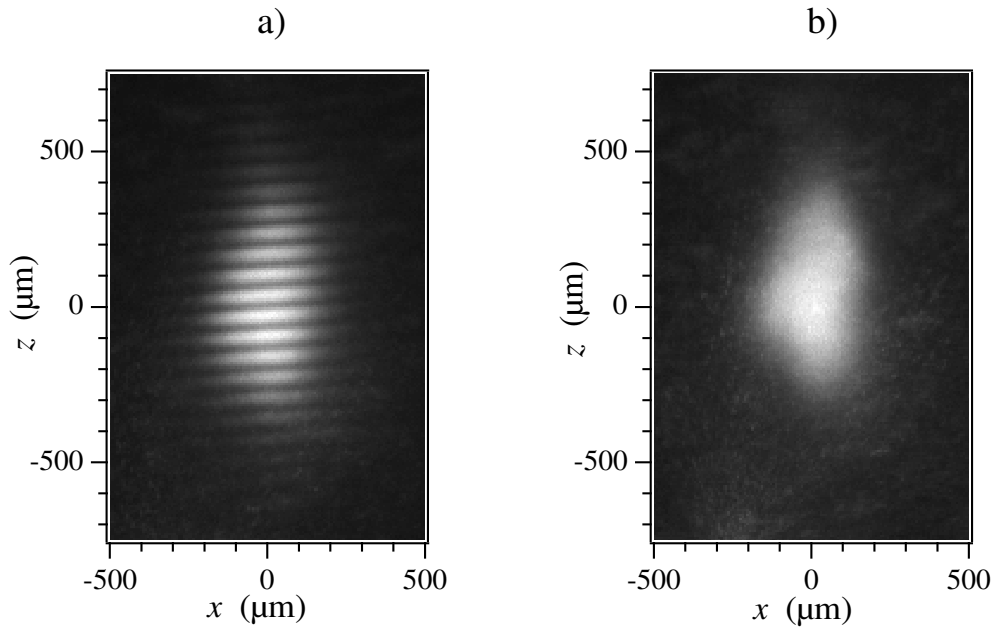


FIG. VIII.4: Images de la fluorescence émise par un réseau optique. **(a)** réseau super-périodique obtenu avec la configuration à cinq faisceaux reportée en figure VIII.1. **(b)** réseau périodique obtenu en l'absence du cinquième faisceau. Dans les deux cas, l'intensité par onde est $I_0 = 4 \text{ mW/cm}^2$ et le désaccord $\Delta = -100 \text{ MHz}$.

contraste qui démontre la présence d'une modulation de densité⁵. Une alternative, plus élégante et utile, consiste à mesurer directement la modulation de densité sur une image du nuage d'atomes obtenue par effet d'ombre [109]. Pour mettre en oeuvre cette méthode, nous avons utilisé un faisceau résonnant de grande taille (quelques centimètres), collimaté et de faible intensité qui est envoyé sur la camera CCD à travers le nuage d'atomes. On obtient de cette façon une image "en négatif" de la densité atomique intégrée le long de l'axe d'observation. Pour s'affranchir des irrégularités du profil et d'autres effets systématiques, on soustrait une image obtenue sans atomes en obtenant ainsi une image dont l'intensité est proportionnelle à la densité atomique⁶. La séquence expérimentale que nous avons adoptée est la suivante :

- Lorsque les atomes ont atteint leur état stationnaire dans le réseau optique, les faisceaux piégeants sont coupés (temps de coupure $\simeq 50$ ns) et l'obturateur de la camera est ouvert.
- Immédiatement après (retard de l'ordre de la dizaine de μ s) le faisceau de "flash" est allumé pendant un temps de 100 μ s.
- L'obturateur de la camera est fermé après 10 ms (temps d'exposition minimum) mais aucun faisceau n'est allumé après l'extinction du "flash".

L'intensité du faisceau flash est choisie de façon à ne saturer ni les atomes ni la camera ($I_{flash} = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$). Les atomes sont sondés lorsque ils sont complètement libres et le faible bruit de la camera refroidie empêche le brouillage des images pendant les 10 ms d'acquisition "dans le noir". Un exemple d'image obtenue par cette technique est montré en figure VIII.5. Le contraste de cette image étant directement proportionnel à la modulation de densité⁷, on peut

5. La modulation d'intensité, intégrée le long de la direction d'observation y , est de 40 % pour la configuration à cinq faisceaux VIII.1 avec la même intensité dans chaque bras. Lorsque l'on tient compte des effets de profondeur de champ, on trouve que le contraste maximum observable avec un échantillon de densité uniforme est de 22 %. Le contraste mesuré est de 30 ± 1 %, ce qui implique un excédent de 36 ± 5 %.

6. L'épaisseur optique de notre nuage est faible: $k\chi_0\ell \simeq 0.1$.

7. Même pour les images par effet d'ombre, il faut tenir compte du facteur de correction dû à la profondeur de champ. Mais avec ce schéma de détection, une autre cause de perte de contraste est due au mouvement libre des atomes pendant la phase de flash. La distance

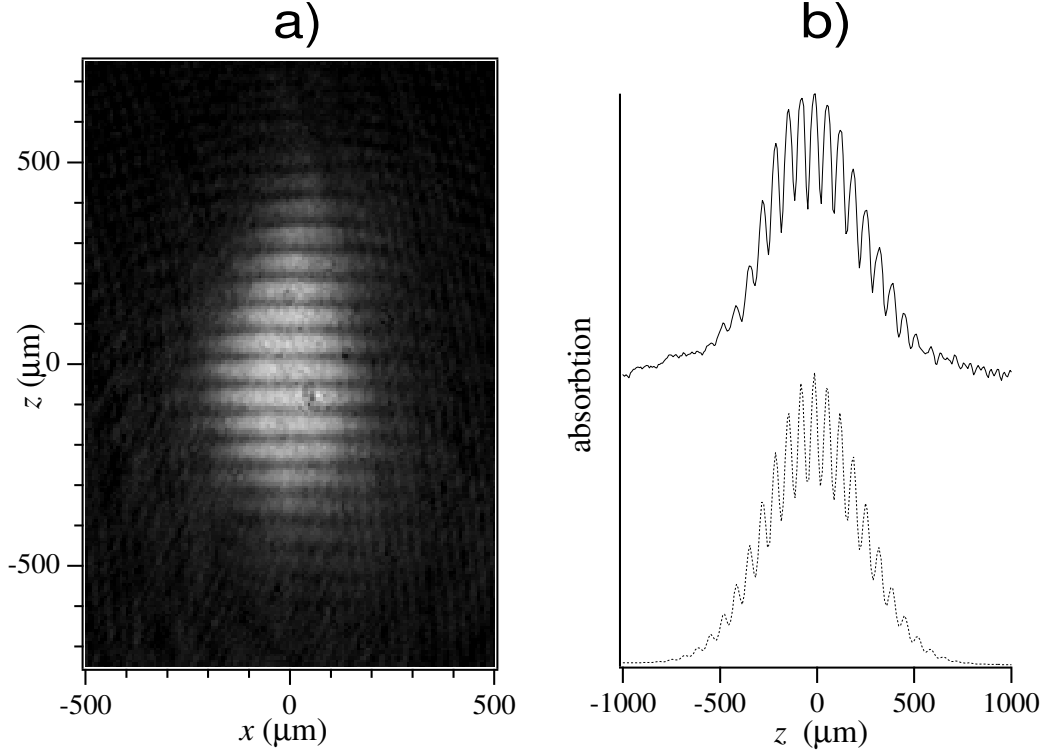


FIG. VIII.5: **(a)**:Image d'un super-réseau optique obtenue par effet d'ombre. Conditions expérimentales: $I_0 = 4 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta = -100 \text{ MHz}$. Le faisceau "flash" résonnant est allumé pendant $100 \mu\text{s}$ et son intensité vaut $100 \mu\text{W/cm}^2$. Les faisceaux piégeants sont éteints juste avant l'acquisition. L'image présentée est obtenue après avoir soustrait une image acquise sans atomes dans le réseau. **(b)**:Profil vertical de l'image a) obtenu en moyennant sur dix pixels horizontaux (trait continu). La courbe en pointillé est un ajustement qui suit la loi $ae^{-z^2/\sigma^2}(1 + b \cos(Kz + \phi))$, utilisée pour la mesure de la modulation d'intensité.

directement conclure que dans ce type de réseau optique on obtient une forte concentration d'atomes dans le puits de potentiel les plus profonds. La qualité des images obtenues par cette méthode permet une mesure de la modulation de densité atomique. Pour cela, nous avons pris des sections verticales de l'image, dont un exemple est reporté en figure VIII.5, et nous avons effectué un ajustement avec une loi $ae^{-z^2/\sigma^2}[1+b\cos(Kz+\phi)]$. Dans cette expression, le coefficient b donne la modulation de densité. Comme pour chaque image nous disposons d'un grand nombre de ces sections, une bonne estimation des erreurs statistiques qui affectent la mesure est aussi obtenue. Nous avons employé cette méthode pour étudier la répartition des atomes dans le super-réseau en fonction de la modulation de profondeur des puits de potentiel. En effet, en changeant l'intensité du faisceau supplémentaire I_5 , on modifie l'amplitude de modulation des puits de potentiel. Dans la figure VIII.6, nous présentons les résultats de cette étude. Pour chaque

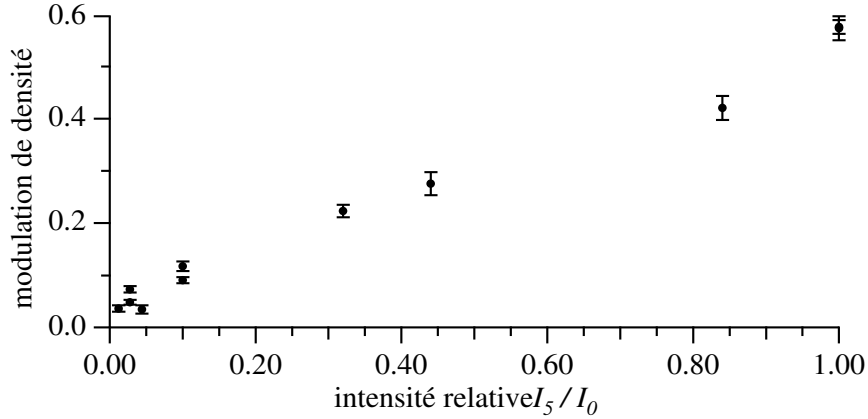


FIG. VIII.6: *Variation de la modulation de densité atomique en fonction de l'intensité du cinquième faisceau I_5 dans un super-réseau optique. La modulation de densité est mesurée sur des images obtenue par effet d'ombre.*

intensité I_5 du faisceau supplémentaire, une image a été acquise et la modulation de densité mesurée. Comme nous l'avons décrit précédemment, cette modulation de densité a été aussi corrigée par le facteur 1.82 ($=1/0.55$) dû à l'efficacité du parcours parcourue par les atomes pendant ce temps est comprise entre 5 et $10\mu\text{m}$, ce qui n'est pas tout à fait négligeable par rapport à l'interfrange de $\simeq 70\mu\text{m}$

système d'imagerie. La conclusion de cette étude confirme la tendance marquée des atomes à occuper les puits les plus profonds dans un potentiel optique non périodique.

Les résultats de cette expérience ont une relation étroite avec l'étude, présentée dans le § VII.4.2, sur la naissance de l'ordre quasi-périodique mesuré par diffraction de Bragg. En fait, la technique d'imagerie par effet d'ombre peut toujours être vue comme une expérience de diffraction dans laquelle on recompose sur le détecteur, à travers l'optique de collection, tous les ordres diffractés en obtenant ainsi l'image du diffracteur⁸. Dans cette vision, mis à part la différence entre les deux potentiels optiques, les deux expériences sont équivalentes, ce qui explique en partie les allures comparables de la courbe en figure VIII.6 et de la courbe VII.16. Il est aussi intéressant de comparer la mesure de la modulation de densité atomique que nous avons effectuée à l'explication de la résonance Rayleigh en spectroscopie pompe-sonde (voir le § III.1.1). Cette résonance est interprétée en termes de diffraction des faisceaux pompes sur la modulation de densité induite par la présence de la sonde [57, 88]. Avec notre expérience, nous avons un accès direct à cette modulation de densité et nous avons montré (courbe en figure VIII.6) que pour des "sondes" dont l'intensité est seulement 3 % des pompes, la modulation de densité atteint déjà la valeur considérable de 3.5 %. Une expérience supplémentaire a démontré la possibilité d'observer directement le défilement de la modulation de densité lorsque la fréquence du faisceau supplémentaire ω_5 est légèrement différente de celle des autres faisceaux piégeants. Une étude quantitative de ce phénomène nécessite un système d'imagerie plus perfectionné (caméra déclenchable avec des temps de réponse plus rapides). Il permettrait néanmoins de mettre en évidence le déphasage entre la modulation de profondeur des puits et la modulation de densité atomique qui est la cause de la largeur de la raie Rayleigh.

8. Remarquons que le diamètre de la lentille coupe les ordres élevés, ce qui conduit à une perte des détails de l'objet.

CHAPITRE IX

QUASICRISTAUX OPTIQUES À SYMÉTRIE PENTAGONALE

Dans ce chapitre, nous décrivons la réalisation expérimentale d'un réseau optique dont le potentiel possède une symétrie de rotation d'ordre cinq. Ce réseau optique partage donc avec les quasicristaux que l'on peut trouver en physique des solides la caractéristique de présenter un ordre quasi-périodique à grande échelle intimement lié aux propriétés de symétrie par rotation. Cette symétrie d'ordre cinq est imposée aux atomes par le choix de l'orientation des vecteurs d'onde des faisceaux piégeants. Pour obtenir un système capable de refroidir et piéger les atomes dans les trois dimensions nous avons aussi utilisé une configuration à six ou sept faisceaux. Dans ce cas, les vecteurs de base dans l'espace réciproque sont orientés selon les axes d'un icosaèdre déformé à cause des contraintes imposées par la longueur constante des vecteurs d'onde (icosaèdre étiré). Ce vrai quasicristal optique se présente alors sous forme d'un empilement périodique de plans quasi-périodiques (de façon tout à fait analogue aux *phases décagonales* étudiées en physique des solides [136]).

La procédure d'analyse expérimentale de ces structures est moins immédiate que celle que nous avons suivie dans les deux chapitres précédents pour les réseaux incommensurables et pour les super-réseaux. Comme ces quasicristaux optiques sont obtenus à partir de cinq faisceaux laser orientés le long des axes d'un pentagone régulier, les potentiels lumineux présentent maintenant une topographie qui diffère notablement de celle des potentiels rencontrés dans les deux chapitres précédents. Nous avons en particulier perdu, dans ce cas, une structure périodique "parente" à laquelle nous reporter pour marquer les différences et les nouveautés introduites dans le comportement du réseau optique par la quasi-périodicité. Nous avons aussi analysé des phénomènes, liés vraisemblablement à la densité atomique, qui se manifestent de façon particulièrement évidente dans ces quasicristaux op-

tiques. Il est quand même possible que des phénomènes analogues puissent se manifester dans le cas périodique, même s'ils n'ont jamais été étudiés en détail. Pour conclure ce chapitre, nous présenterons une étude de la diffusion spatiale dans les quasicristaux optiques. La méthode utilisée consiste à enregistrer une longue séquence d'images de la fluorescence émise par les atomes piégés dans le réseau optique et à en extraire l'évolution de la taille en fonction du temps. Il s'agit d'une méthode déjà employée dans le cas des mélasse $lin \perp lin$ dans la référence [72] et qui est ici appliquée, pour la première fois, à l'étude d'un réseau optique.

IX.1 Propriétés Géométriques : Pavages de Penrose optiques

Les potentiels optiques que nous présentons dans ce paragraphe sont tous obtenus en partant de la configuration 2D schématisée en figure IX.1. Les propriétés de symétrie de l'arrangement des faisceaux piégeants imposent au potentiel optique une symétrie de rotation d'ordre cinq autour de l'axe z , symétrie qui interdit toute invariance par translation dans une direction quelconque orthogonale à cet axe. Une section du potentiel optique dans le plan xy est représentée en figure IX.2. Ce potentiel est l'analogie continue d'un *pavage de Penrose* : la structure dont Penrose démontra en 1974 l'ordre à grande échelle sans symétrie par translation [119, 120]. La quasi-périodicité du potentiel optique IX.2 se comprend en considérant que les cinq faisceaux utilisés pour l'engendrer sont en nombre redondant pour l'espace 2D (où le nombre minimal est trois). Ce potentiel optique 2D ne confine pas le mouvement le long de la direction z ; ce fait n'empêche pas une étude expérimentale de cette configuration mais en limite néanmoins les possibilités, en particulier pour ce qui concerne l'étude de la diffusion spatiale. C'est pour cela que nous avons aussi utilisé des configurations où un ou deux faisceaux le long de l'axe z sont ajoutés, comme montré en figure IX.3. Dans ce cas, nous obtenons un réseau optique qui refroidit et confine les atomes à 3D, ce qui allonge considérablement le temps disponible pour une étude expérimentale. Le potentiel

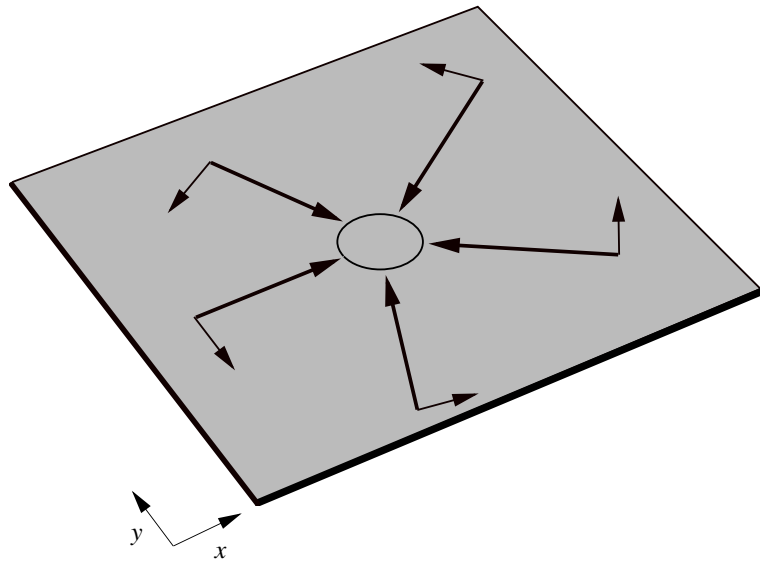


FIG. IX.1: *Configuration géométrique utilisée pour engendrer un potentiel optique à 2D qui présente une symétrie par rotation d'ordre cinq. La polarisation des faisceaux piégeants est choisie parallèle au plan de propagation.*

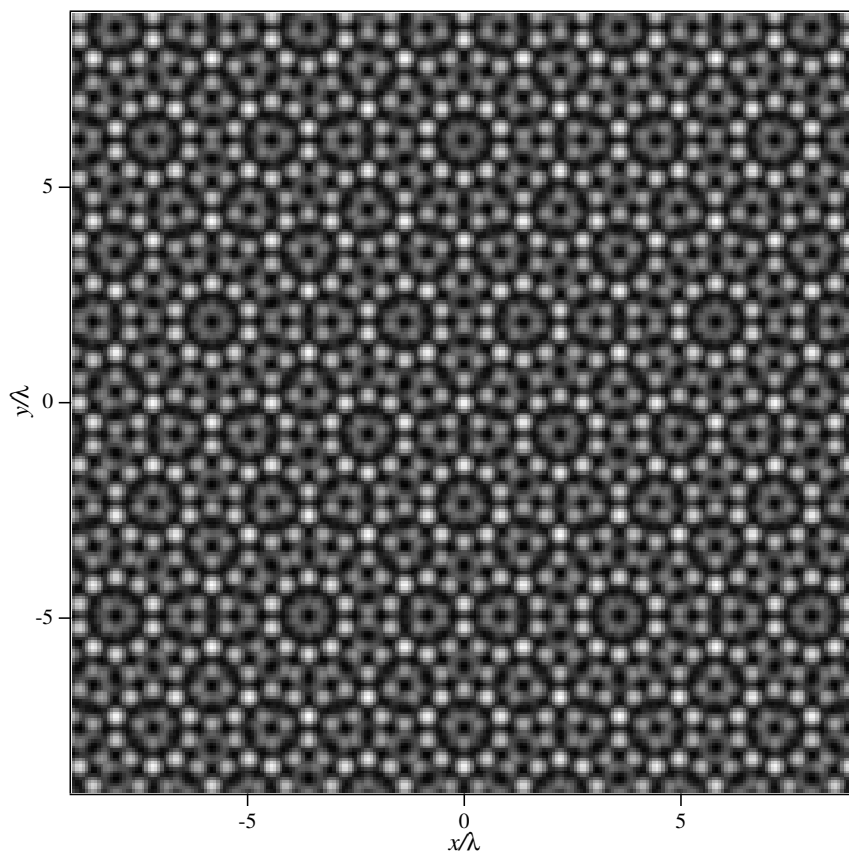


FIG. IX.2: *Potentiel lumineux de type “Penrose” obtenu à l’aide de la configuration montrée dans la figure précédente pour une transition atomique $4 \rightarrow 5$. Les atomes ont tendance à s’accumuler dans les minima du potentiel (en clair dans la figure). Comme on peut le constater, ce potentiel n’est pas invariant par translation bien qu’il conserve une très grande régularité.*

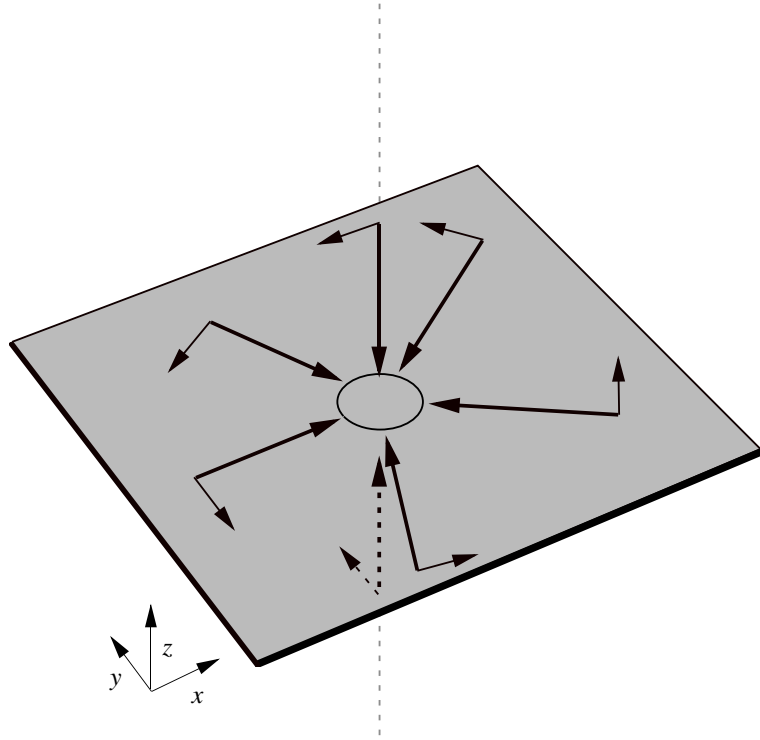


FIG. IX.3: Configuration à sept faisceaux utilisée pour engendrer un potentiel lumineux 3D à symétrie d'ordre cinq. Une onde stationnaire en configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$ le long de l'axe z est ajoutée aux cinq faisceaux disposés selon la symétrie pentagonale. Toutes les polarisations sont parallèles au plan xy , ce qui annule la composante z du champ, comme dans le cas du tétraèdre standard.

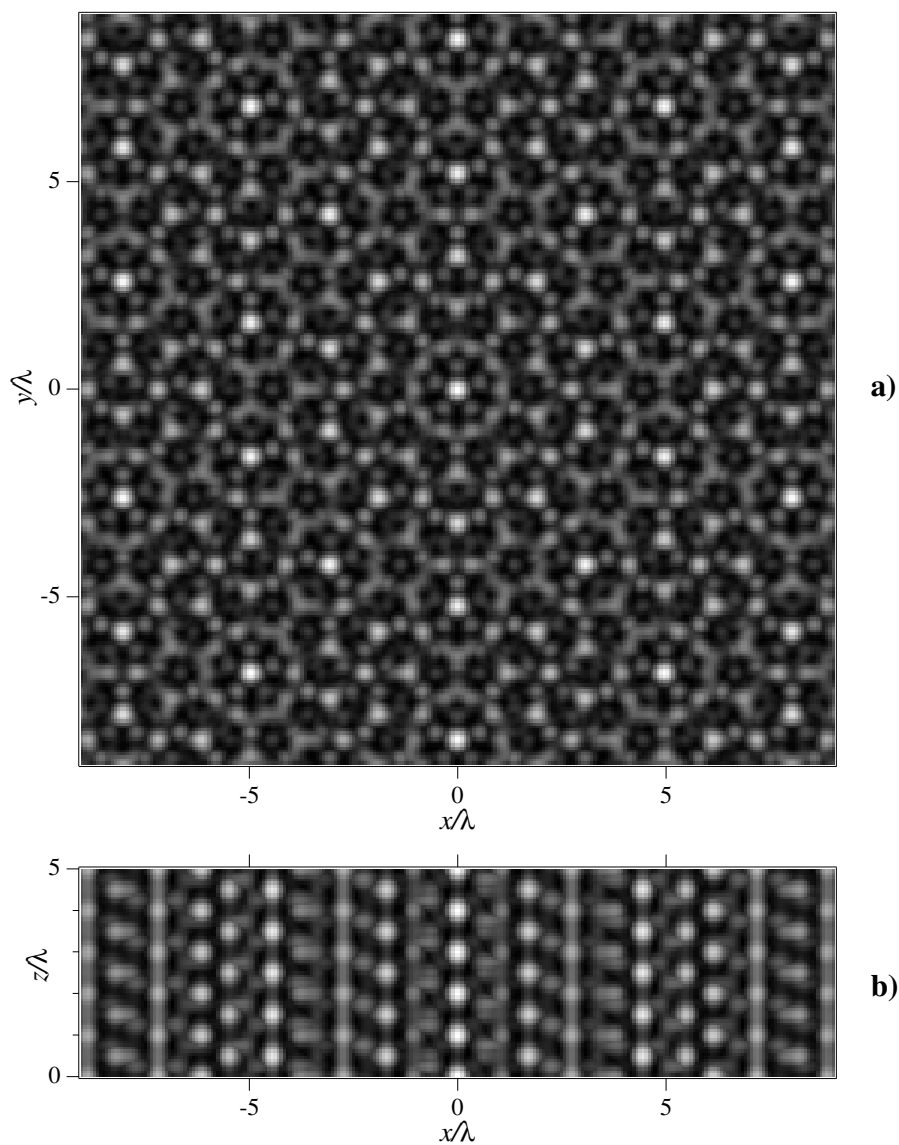


FIG. IX.4: Sections dans le plan xy (a) et dans le plan xz (b) du potentiel lumineux pour un atome sur une transition $4 \rightarrow 5$ obtenu avec une configuration à sept faisceaux. Les minima du potentiel sont représentés en clair. Le potentiel peut être vu comme un empilement périodique le long de la direction z de plans quasi-périodiques. La période spatiale le long de l'axe z est de λ_L .

devient dans ce cas périodique le long de la direction z ¹. Les réseaux optiques qui peuvent être ainsi obtenus sont donc l'analogue optique d'une phase décagonale en physique des solides. En figure IX.4 sont reportées les sections, horizontale et verticale, du potentiel optique obtenu avec l'utilisation de sept faisceaux.

IX.2 Expériences sur la configuration 2D

Nous présentons ici les résultats expérimentaux obtenus pour des réseaux optiques 2D de type Penrose. Comme pour des raisons techniques le refroidissement était obtenu dans le plan horizontal, il nous a été impossible d'obtenir des mesures de température par temps de vol². Nous avons néanmoins pu vérifier le fonctionnement de ce réseau optique quasi-périodique par spectroscopie pompe-sonde. En figure IX.5a nous reportons un spectre obtenu avec une sonde presque colinéaire à l'un des faisceaux piégeants et polarisée dans le plan de propagation. Deux raies de vibration, que l'on peut interpréter comme dues aux processus Raman entre niveaux vibrationnels (voir III.1.1, page 53) sont bien résolues montrant ainsi que ce réseau optique est capable de refroidir et de localiser les atomes au fond des puits de potentiel arrangés de façon quasi-périodique. Pour pouvoir mieux situer ces résultats, nous avons aussi effectué un spectre sur un réseau périodique 2D directement dérivé du réseau quasi-périodique "Penrose". Ce réseau est obtenu simplement en bloquant deux des cinq faisceaux, ce qui nous fait retomber dans la condition de nombre minimal de faisceaux (pour le plan). Un exemple de spectre que nous avons acquis dans ces conditions est reporté en figure IX.5b. Dans ce spectre on voit aussi deux raies à faible fréquence ($\simeq 50$ kHz) qui pourraient être attribuées à des phénomènes de type Brillouin (voir page 56). Dans

1. Dans la géométrie à sept faisceaux, la force de pression de radiation moyenne est nulle mais la topographie dépend de la phase relative des ondes (en cas d'alignement parfait du faisceau rétro-réfléchi)

2. Nous avons développé à cet effet une technique pour la mesure de la température transverse par une méthode d'imagerie. Le faisceau utilisé pour la mesure de la température verticale par temps de vol peut en fait sonder, par effet d'ombre, le profil transverse du nuage atomique en chute libre. Nous avons imagé ce faisceau sur une barrette CCD dont l'acquisition était déclancheable. La méthode fonctionne mais elle nécessite d'une très bonne stabilité du profil spatial du faisceau sonde. Les résultats obtenus de façon préliminaire n'étant pas complètement satisfaisants, nous avons préféré abandonner cette voie.

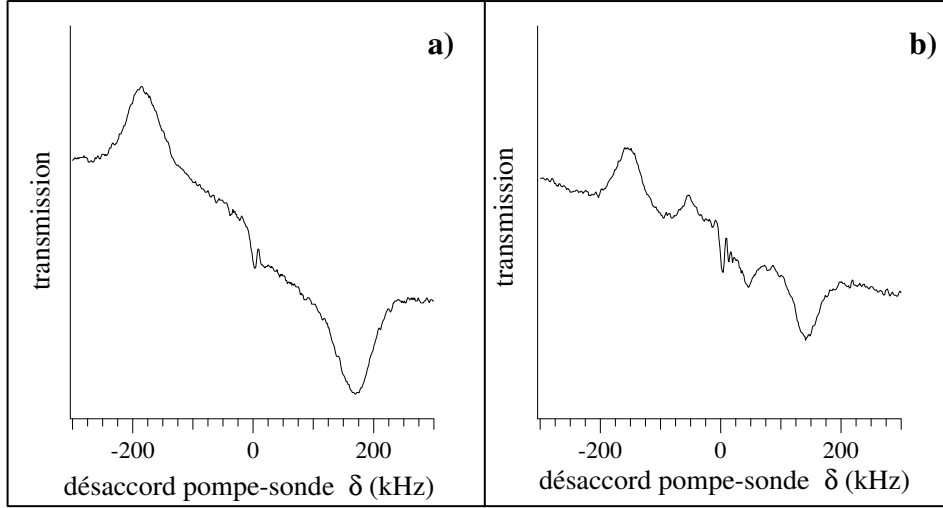


FIG. IX.5: Spectres de transmission obtenus pour des réseaux optiques 2D. **(a)** Réseau quasi-périodique 2D de type “Penrose”. Les faisceaux piégeants ont une intensité $I_0 = 45 \text{ mW/cm}^2$ et un désaccord $\Delta = -81 \text{ MHz}$. La sonde a une intensité de $700 \mu\text{W/cm}^2$ et sa polarisation est parallèle au plan de propagation. La sonde est presque colinéaire à l’un des faisceaux piégeants et sa vitesse de balayage est de 7 kHz/ms . **(b)** Réseau optique périodique 2D à trois faisceaux dérivé du réseau optique “Penrose”. Deux des cinq faisceaux originaux ont été bloqués pour engendrer une configuration périodique. Les conditions expérimentales sont les mêmes qu’en (a). Les deux pics autour de $\pm 50 \text{ kHz}$ sont vraisemblablement dus à un processus de type “Brillouin” qui pourrait se produire dans ce réseau optique 2D. Les deux figures ont les mêmes échelles horizontales et verticales.

ce cas aussi, on obtient des raies de vibration centrées en $\delta = \pm\Omega_v$. En passant du cas périodique au cas quasi-périodique nous pouvons constater une augmentation de la fréquence de vibration et un élargissement des raies. Cet élargissement est très vraisemblablement de type inhomogène et dû à la présence de plusieurs fréquences de vibration. Nous pouvons donc conclure qu'avec ce type de réseau il est possible d'obtenir un refroidissement 2D d'atomes dans une structure quasi-périodique. Ce schéma de refroidissement pourrait être utilisé, par exemple, pour obtenir la déposition par lithographie atomique d'un échantillon arrangé de façon quasi-périodique à partir d'un faisceau atomique [62].

IX.3 Quasicristaux optiques 3D

Nous décrivons maintenant les résultats expérimentaux obtenus avec une configuration à symétrie pentagonale capable de refroidir et piéger les atomes à trois dimensions. Ce quasicristal optique est obtenu en partant de la configuration à symétrie pentagonale dans le plan horizontal et en y ajoutant soit une onde stationnaire (un couple de faisceaux en configuration $lin \perp lin$) soit une onde progressive le long de l'axe z . Ces quasicristaux optiques ont été caractérisés par des mesures de température cinétique obtenues par temps de vol, par des spectres de transmission obtenus par spectroscopie pompe-sonde et par des mesures de diffusion obtenues par une méthode d'imagerie.

IX.3.1 Température cinétique

En figure IX.6, nous reportons le résultat d'une mesure de température cinétique obtenue par la méthode du temps de vol pour deux quasicristaux optiques à symétrie pentagonale. Les deux quasicristaux ont été obtenus en utilisant respectivement six et sept faisceaux (onde progressive ou onde stationnaire le long de l'axe z). Comme on peut le constater, le comportement de la température est similaire au comportement obtenu pour les autres types de réseaux optiques. On retrouve l'allure caractéristique du refroidissement Sisyphe qui présente une vaste plage dans laquelle la température croît linéairement avec l'intensité par onde I_0 . Il est intéressant de constater que, contrairement au cas du réseau incommensu-

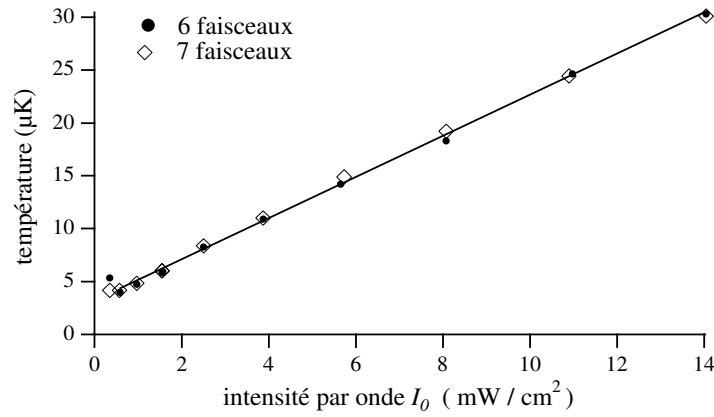


FIG. IX.6: *Température en fonction de l'intensité par onde I_0 pour des quasicristaux optiques à symétrie pentagonale. (●): quasicristal à six faisceaux obtenu en ajoutant une onde progressive verticale à la configuration de la figure IX.1. (◇): quasicristal à sept faisceaux obtenu en utilisant la configuration de la figure IX.3. Les données sont obtenues pour $\Delta = -100$ MHz avec la méthode du double temps de vol. la taille verticale du nuage, que l'on peut mesurer par cette même méthode, est de 1 mm.*

nable présenté dans le chapitre VII, le nombre de faisceaux mis en jeu ne semble pas affecter de façon très importante la température cinétique. Ce fait pourrait suggérer que les atomes se répartissent de façon plus uniforme dans ce type de réseau que dans les réseaux incommensurables et donc sont plutôt sensibles à l'intensité moyenne qu'à l'intensité maximale. La pente de la partie linéaire de cette courbe vaut, en unités sans dimension T_r/E_r , 0.65 ± 0.10 à comparer à 0.80 ± 0.10 pour le tétraèdre standard. Cette valeur faible contraste avec la nette augmentation de la pente que l'on avait trouvée dans le cas des réseaux optiques incommensurables (voir la table VII.1, page 128) et se place aux alentours de la valeur de 0.57 obtenue dans la référence [148] pour une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$.

Nous avons aussi mesuré, comme dans le cas des réseaux incommensurables, la durée de vie du quasicristal optique, toujours par la méthode du temps de vol. En figure IX.7, nous reportons le nombre d'atomes (évalué en unités arbitraires

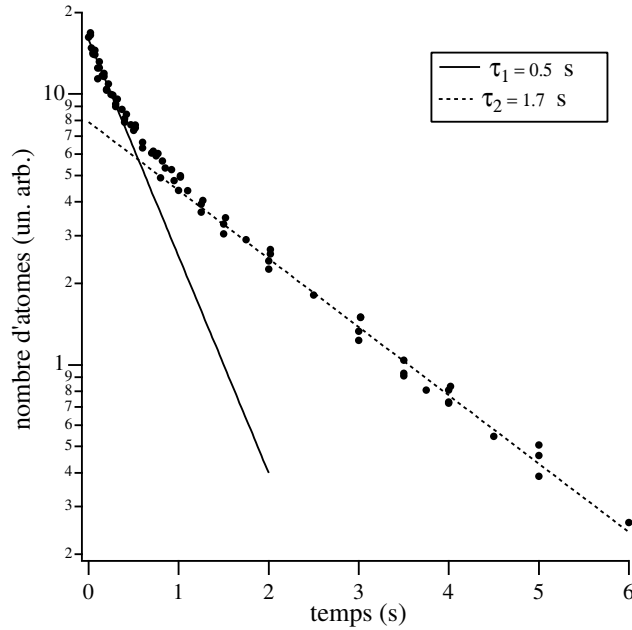


FIG. IX.7: *Nombre d'atomes en fonction du temps de piégeage pour un quasicristal optique à sept faisceaux. On peut distinguer deux échelles de temps. La perte d'atomes aux temps courts est probablement due à des effets de densité.*

par l'aire du signal de temps de vol) en fonction de la durée de la phase de piégeage dans le quasicristal optique. Contrairement aux cas incommensurables et périodique, analysés dans le chapitre VII, cette courbe ne peut pas être décrite par une simple décroissance exponentielle du nombre d'atomes. Deux échelles de temps différentes se manifestent : une queue exponentielle qui correspond à une durée de vie de l'ordre de 2 s qui peut être attribuée aux collisions avec le gaz chaud du vide résiduel³. L'autre temps caractéristique, de l'ordre de 500 ms et donc bien plus court, pourrait être attribué à des effets liés à la densité atomique.

Une variation de la température en fonction du temps de piégeage des atomes dans le réseau optique quasi-périodique a aussi été mesurée. La température décroît d'à peu près 15 % après 4 s de séjour des atomes dans le réseau. Ce phénomène est probablement lié à un effet de sélection des atomes les plus froids qui survivent plus longtemps dans le réseau en vertu des pertes par diffusion réduites⁴.

IX.3.2 Spectroscopie pompe-sonde

Comme dans la configuration 2D, nous avons effectué des mesures par spectroscopie pompe-sonde dans le quasicristal à sept faisceaux. En figure IX.8a, nous reportons un exemple de spectre obtenu pour $\Delta = -125$ MHz. On peut très bien identifier le pic associé aux transitions Raman entre niveaux vibrationnels, et nous avons vérifié que la position de ce pic varie avec une loi du type $\Omega_{vib} \propto \sqrt{\hbar\Delta_0}$ (voir figure IX.8b).

La spectroscopie pompe-sonde peut nous donner des renseignements complémentaires aux mesures de température sur les phénomènes liés à la sélection qui se présentent dans les quasicristaux optiques. Nous avons en particulier réalisé des spectres de transmission à différents instants après le chargement du réseau. Sur chacun de

3. Ces expériences ont été réalisées sur le nouveau montage avec une cellule en quartz. Le vide était dans ce cas légèrement amélioré par rapport aux expériences sur les réseaux incommensurables et la contribution à la durée de vie donnée par les collisions avec les atomes chauds s'en trouve réduite.

4. Nous avons vérifié que ce phénomène n'a pas comme cause principale la diminution de densité atomique. Pour cela nous avons effectué des expériences en faisant varier la densité initiale du nuage atomique. Dans ce cas, la température ne présente pas de variations significatives.

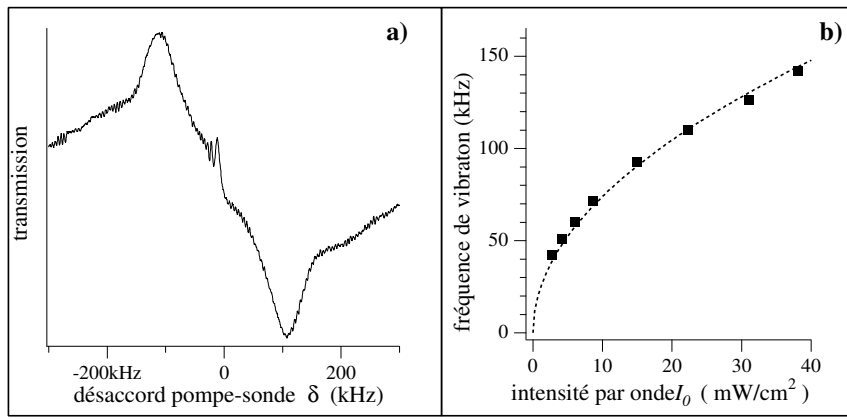


FIG. IX.8: *Spectroscopie pompe-sonde d'un quasicristal optique à sept faisceaux. (a) Exemple de spectre de transmission obtenu pour $I_0 = 22 \text{ mW/cm}^2$ et $\Delta = -125 \text{ MHz}$. La sonde se propage dans le plan xy , sa polarisation est parallèle au plan et sa puissance est de $700 \mu\text{W/cm}^2$. (b) Variation de la fréquence de vibration en fonction de l'intensité par onde I_0 obtenue pour $\Delta = -125 \text{ MHz}$. Le trait pointillé est un ajustement avec la loi $\Omega_v \propto I_0^{0.5}$.*

ces spectres, on peut identifier aisément le pic de transition Raman entre niveaux vibrationnels (voir figure IX.8a). La position de ce pic n'est pas constante au cours du temps : une lente dérive le déplace de 10 % vers les hautes fréquences au cours des quatre secondes de mesure. Ce déplacement indique que les atomes occupent, en moyenne, des puits de plus en plus profonds au cours du temps. Ce comportement, associé à la diminution de température que nous avons déjà décrite, renforce l'hypothèse d'un mécanisme de sélection des atomes les plus froids et les mieux localisés qui seraient moins sujets à la diffusion et donc auraient une durée de vie plus longue. Ces atomes se trouveraient dans les puits les plus profonds et ils auraient donc des fréquences de vibration plus élevées.

IX.3.3 Diffusion spatiale

Dans cette section, nous décrivons des mesures de coefficients de diffusion spatiale que nous avons effectuées sur un quasicristal optique à sept faisceaux. La méthode adoptée est en principe très simple : avec le système d'imagerie que nous avons déjà utilisé pour l'observation directe du super-réseau optique (voir § VIII.2, page 153 pour sa description) nous pouvons suivre l'évolution d'un nuage d'atomes dont la taille initiale est choisie relativement petite (quelques centaines de μm). Avec un système de numérisation des images "en continu", qui a été mis au point en collaboration étroite avec André Clouqueur du service d'électronique du laboratoire, nous pouvons enregistrer les images de fluorescence d'un même nuage pendant environ une seconde avec un temps de pose de 20 ms (temps standard de balayage pour une caméra CCD)⁵. Ce système nous affranchit complètement de tous les problèmes liés aux fluctuations de la taille et de la position initiale du nuage. Il est ainsi possible d'évaluer l'évolution de la taille en fonction du temps et d'en déduire les coefficients de diffusion relatifs aux directions z (qui est une direction périodique pour le potentiel IX.4) et x (qui est

5. Le système de numérisation des images est basé sur une caméra CCD dont nous avons les plans de construction. Le signal video est extrait avant tout traitement analogique et numérisé pixel par pixel sur 12 bits. L'information est stockée ligne par ligne et en temps réel dans les 16 Moctets d'une carte d'acquisition pour PC qui a été développée exprès pour cette application. Le PC a ensuite tout le temps pour transférer les données sur le disque dur (en pratique sur une cartouche amovible). Ce système permet de disposer de 27 images (54 trames de 494x287 pixels) acquises en continu et synchronisées sur un événement extérieur.

une direction quasi-périodique). En figure IX.9 sont reportées, à titre d'exemple,

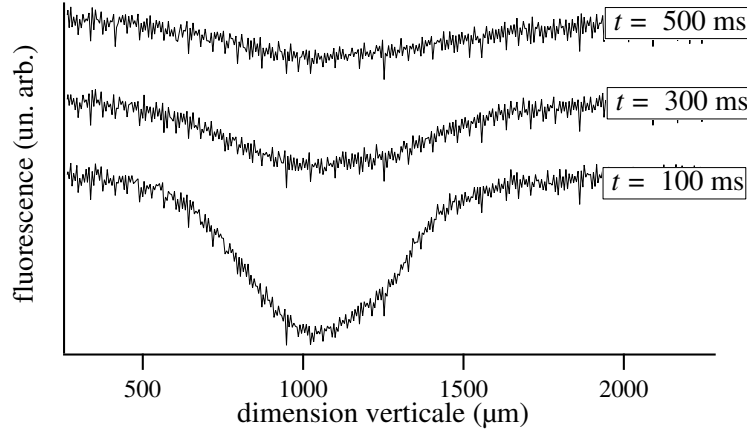


FIG. IX.9: *Exemple de profils verticaux d'images utilisés pour l'étude de la diffusion dans le réseau quasi-périodique. Les trois profils sont obtenus à 200ms d'intervalle pour $I_0 = 5.2 \text{ mW/cm}^2$ et $\Delta = -50 \text{ MHz}$. Chaque profil est intégré le long de la direction x .*

trois sections le long de la direction z à différents instants. Comme on peut le constater, la distribution de fluorescence est grosso modo gaussienne et il n'y a pas de difficultés majeures pour en tirer une largeur⁶.

En figure IX.10, nous avons reporté l'évolution du carré des deux largeurs en fonction du temps, pour $I_0 = 5.2 \text{ mW/cm}^2$ et $\Delta = -50 \text{ MHz}$. Le carré de la largeur croît linéairement avec le temps, ce qui montre un comportement diffusif pour l'expansion du nuage d'atomes dans le potentiel optique aussi bien selon la direction x que selon la direction z . Les valeurs des coefficients de diffusion mesurés par cette méthode sont reportées dans la figure IX.11. Nous avons mesuré ici la demi-largeur $\sigma_{x,z}$ à $1/e$. La relation entre le carré de cette largeur et le coefficient de diffusion est donc :

$$\sigma_x^2 = 2\langle x^2 \rangle = 4D_x t + \sigma_0^2. \quad (\text{IX.1})$$

6. La taille effective des pixels (horizontale et verticale) a été mesurée en observant, au préalable, une fente de $100 \mu\text{m}$ éclairée par une lampe de poche.

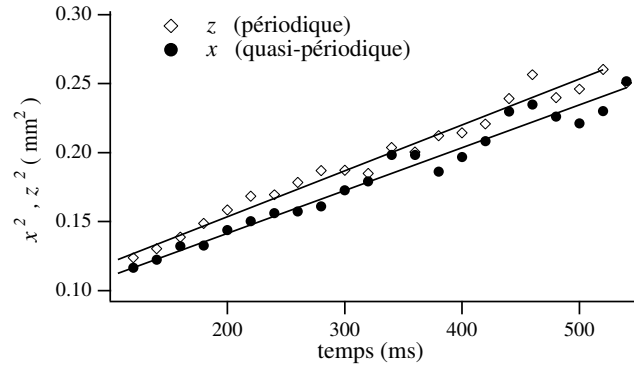


FIG. IX.10: Carré de la largeur, mesurée à $1/e$, du nuage d'atomes en fonction du temps pour la direction x ($\bullet$, quasi-périodique) et la direction z ($\diamond$, périodique). La variation linéaire indique une expansion diffusive du nuage; le coefficient de diffusion le long des deux directions est du même ordre de grandeur. Les lignes en trait continu sont les ajustements utilisés pour déterminer les coefficients de diffusion.

On peut tout d'abord remarquer que, si une anisotropie entre la direction x et la direction z existe, elle est néanmoins trop faible pour être détectée par cette méthode. Une autre caractéristique des coefficients de diffusion est leur faible variation en fonction des paramètres expérimentaux (intensité par onde I_0 et désaccord Δ). Ce type de comportement a déjà été mis en évidence aussi bien par des simulations numériques [73, 43] (voir aussi § XII.4.1, page 226) que par des expériences sur une mélasse $lin \perp lin$ [72] et sur un tétraèdre standard [68]. A ce propos, il faut remarquer que notre méthode de mesure n'est efficace que lorsque les atomes diffusent un nombre raisonnable de photons. C'est en fait grâce aux photons diffusés que l'on peut remonter à la taille du nuage. Cette circonstance limite *de facto* le domaine d'application de la méthode aux conditions pour lesquelles le transport est de type diffusif [73].

Les valeurs absolues des coefficients de diffusion sont pratiquement équivalentes aux valeurs mesurées avec la même méthode balistique pour des atomes de rubidium 85 (transition $3 \rightarrow 4$) dans une mélasse $lin \perp lin$. On trouve en fait 90–310 $\hbar/M$ dans la référence [72], ce qui correspond à 14–50 $\hbar/M$. En revanche ces

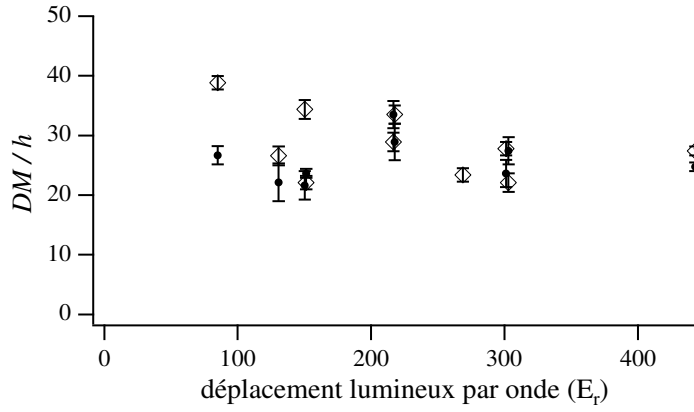


FIG. IX.11: Coefficients de diffusion D_x (●) et D_z (◇) exprimés en unités de h/M en fonction de $\hbar\Delta'_0$. Les points sont obtenus pour différents désaccords ($-50, -100, -150$ MHz). Les barres d'erreur sont tirées de chaque ajustement en loi linéaire mais il est évident qu'il existent d'autres sources d'incertitude. Même si aucune dépendance précise ne peut être mise en évidence, on peut conclure que il n'y a pas d'anisotropie entre les directions x et z et que l'ordre de grandeur des coefficients de diffusion est en bon accord avec les résultats obtenus pour les mélasses $\text{lin} \perp \text{lin}$.

valeurs sont d'un ordre de grandeur plus élevées que celles mesurées par la technique des corrélations de photons pour un réseau optique en tétraèdre standard : On trouve 7.5–11.5 $\hbar/M$ dans la référence [68], ce qui correspond à 1.2–1.8 $\hbar/M$ (voir § III.2.2, page 64).

TROISIÈME PARTIE

SIMULATIONS NUMÉRIQUES

INTRODUCTION

Dans cette partie, nous présenterons les résultats des simulations numériques de type Monte-Carlo semi-classique sur le comportement des atomes piégés dans des réseaux optiques quasi-périodiques. Ces simulations se sont révélées indispensables pour la compréhension, au niveau “microscopique”, de la distribution stationnaire des populations dans un réseau optique dont les puits de potentiel n’ont pas tous les mêmes caractéristiques. La connaissance de la distribution des populations nous a permis, en particulier, de reconstruire les figures de diffraction de Bragg prévues pour ce genre de réseaux et donc de confirmer le comportement déjà étudié du point de vue expérimental. Nous avons aussi étudié les propriétés de la diffusion spatiale dans ces réseaux, pour chercher à comprendre le rôle joué dans ce problème par la quasi-périodicité du potentiel optique.

Lorsque nous comparerons les résultats de ces simulations aux expériences, nous considérerons un atome fictif ayant la même masse et la même largeur de raie que celles du césium, mais sur une transition $1/2 \rightarrow 3/2$. Il faut toujours avoir présent à l’esprit que cette approximation est extrêmement brutale et que beaucoup de phénomènes qui peuvent se présenter sur une transition $4 \rightarrow 5$ (par exemple le refroidissement local ou les transitions non-adiabatiques [54, 82]) ne peuvent pas être pris en compte par les simulations. Néanmoins, nous avons la possibilité de comprendre les aspects qualitatifs des propriétés d’équilibre du système fictif même si, comme on le verra, les prédictions quantitatives restent au moins du même ordre de grandeur que celles effectivement observées.

Dans un premier chapitre, nous présenterons rapidement la technique de simulation. Les programmes sont basés sur un algorithme, déjà développé dans notre équipe par Jean-Yves Courtois, qui a bien démontré son efficacité [88]. Les aspects du potentiel optique dans la configuration à cinq faisceaux (dont la géométrie a été présentée dans le § VII.1, page 118) seront aussi discutés. Nous porterons une attention particulière au rôle de la phase relative dans le cas des approximants.

Nous passerons ensuite aux résultats obtenus par une simulation 2D pour ce qui concerne la température cinétique et la diffraction de Bragg. Dans ce type

de simulation, le mouvement atomique est confiné sur un plan. Comme ce plan est choisi pour contenir les puits de potentiel optique, les propriétés “locales” du réseau (c’est à dire les propriétés déterminées par l’environnement local d’un atome) peuvent être bien estimées. Pour l’étude de la diffusion spatiale, en revanche, la complexité du potentiel optique de ce réseau nous a obligé à renoncer à l’approximation 2D qui est usuellement employée dans le cas périodique. Nous présenterons donc des résultats obtenus avec une extension de la méthode de simulation au cas 3D. Cette étude numérique est, à notre connaissance, l’une des premières à simuler un réseau optique à trois dimensions. Pour cette raison, nous discuterons en détail les principales différences rencontrées dans le passage 2D–3D.

CHAPITRE X

MÉTHODE DE SIMULATION

Nous passons maintenant à la description de la méthode de simulation. Il s'agit d'une simulation Monte-Carlo semi-classique introduite par Yvan Castin *et al.* dans la référence [65], développée dans notre équipe par Jean-Yves Courtois [88] et employée pour déterminer les propriétés des réseaux optiques périodiques¹. Dans le cas des réseaux quasi-périodiques, le choix de ce type de simulation est pratiquement imposé par la nature du problème : une approche de type “modèle des bandes” [55] n'est pas praticable, étant donné que le théorème de Bloch ne s'applique pas. La seule alternative serait une approche Monte-Carlo quantique, qui demande malheureusement des puissances de calcul bien supérieures. Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi de traiter le cas d'une transition atomique $1/2 \rightarrow 3/2$. Bien que ce choix ne décrive pas la situation expérimentale (transition $4 \rightarrow 5$ pour l'atome de césium) il a au moins l'avantage d'avoir un domaine de validité très clair (il n'est pas nécessaire d'introduire l'hypothèse d'adiabaticité) et de pouvoir être aisément étendu aux réseaux optiques 3D.

X.1 Approximation semi-classique

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre (voir § II.1), le point de départ de toute méthode d'étude pour les réseaux optiques est l'équation du pompage optique II.4 (voir page 44) [4]. Pour la résoudre de façon semi-classique, nous commençons par introduire la transformée de Wigner de la matrice densité $\rho(t)$ [149] :

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{u} \langle \mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{u} | \rho(t) | \mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{u} \rangle \exp\left(-\frac{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{u}}{\hbar}\right). \quad (\text{X.1})$$

1. Une partie des travaux de thèse de Kostantinos Petsas [54], Christophe Jurczak [81], Christine Triché [43] et Cécile Robilliard portent sur des simulations 2D de ce type dans le cas des réseaux périodiques.

On obtient alors une matrice carrée $W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ de dimension $2(2J_g + 1) \times 2(2J_g + 1)$ qui décrit une distribution de “quasi-probabilités” dans l’espace des phases. Il faut remarquer que cette transformation n’introduit aucune approximation, il s’agit simplement d’une description alternative de l’opérateur $\rho(t)$ [149]. Si l’on considère maintenant la transformation de Wigner de l’équation du pompage optique II.4, on obtient un système d’équations différentielles couplées qui décrivent l’évolution des quasi-probabilités associées à chaque sous-niveau du fondamental. Comme le champ électrique n’a pas de composante π (pour les configurations géométriques auxquelles nous nous intéressons), nous nous trouvons, dans le cas $1/2 \rightarrow 3/2$, avec seulement deux équations couplées pour les quantités $\Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \langle g, \pm \frac{1}{2} | W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) | g, \pm \frac{1}{2} \rangle$. Ces équations ne sont pas locales car l’absorption et l’émission d’un photon couplent $\Pi_m(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ à $\Pi_m(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t)$ avec $|\mathbf{p} - \mathbf{p}'| < 2\hbar k$. Dans cette propriété, on retrouve la nature quantique de l’équation II.4.

On introduit maintenant l’approximation semi-classique : on suppose que la largeur de cohérence de la distribution atomique est très faible par rapport à la longueur d’onde optique λ_L . De manière équivalente, la largeur $\bar{p}$ de la distribution en impulsion est grande par rapport à l’impulsion d’un photon $\hbar k_0$. Dans ces conditions on peut introduire un développement limité au second ordre en fonction du petit paramètre $\hbar k_0 / \bar{p}$ dans la transformée de l’équation II.4 et obtenir ainsi des équations semi-classiques :

$$\begin{aligned}
 (\partial_t + \frac{\mathbf{p}}{M} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - \nabla_{\mathbf{r}} U_{\pm}(\mathbf{r}) \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \Pi_{\pm} = & \gamma_{\pm}^+ \Pi_+ + \gamma_{\pm}^- \Pi_- \\
 & - \mathbf{F}_{\pm}^+ \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \Pi_+ - \mathbf{F}_{\pm}^- \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \Pi_- \\
 & + \overleftrightarrow{D}_{\pm}^+ : \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}} \Pi_+ + \overleftrightarrow{D}_{\pm}^- : \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}} \Pi_-
 \end{aligned} \tag{X.2}$$

On a introduit ici les quantités $U_{\pm}$, $\gamma_{\pm}^{\pm}$, $\mathbf{F}_{\pm}^{\pm}$, $\overleftrightarrow{D}_{\pm}^{\pm}$, dont les expressions en fonction du champ électrique sont données en appendice XIII, page 237. Les termes correspondant à l’ordre zéro du développement en $\hbar k_0 / \bar{p}$, décrivent la dynamique d’un ensemble de particules libres soumises au pompage optique qui les fait passer du sous-niveau $|+1/2\rangle$ (resp. $|-1/2\rangle$) au sous-niveau $|-1/2\rangle$ (resp. $|+1/2\rangle$) avec un taux $\gamma_{-}^{+} = -\gamma_{+}^{+}$ (resp. $\gamma_{+}^{-} = -\gamma_{-}^{-}$).

Au premier ordre en $\hbar k_0 / \bar{p}$, les forces radiatives rentrent dans le problème. Nous trouvons le bi-potentiel optique $U_{\pm}$ qui rend compte de la partie réactive de

la force (pour un atome dans l'état $|\pm 1/2\rangle$), et deux types de forces dissipatives. Les forces dissipatives $\mathbf{F}_{\pm}^{\pm}$ décrivent les processus spontanés qui laissent l'atome dans le même sous-niveau Zeeman alors que les $\mathbf{F}_{\mp}^{\pm}$ décrivent le terme de pression de radiation associé à un changement de niveau.

Les effets de chauffage liés aux fluctuations ne rentrent qu'au deuxième ordre en $\hbar k_0/\bar{p}$ et sont décrits par des "tenseurs de diffusion en impulsion" $\vec{\vec{D}}$. Encore une fois, on peut distinguer les processus qui laissent l'atome dans le même sous-niveau Zeeman ($\vec{\vec{D}}_{\pm}^{\pm}$) de ceux qui sont associés à un changement de sous-niveau ($\vec{\vec{D}}_{\mp}^{\pm}$).

X.2 Algorithme de simulation

L'équation X.2 peut être intégrée numériquement d'une façon relativement simple par une méthode Monte-Carlo. En tout point $\mathbf{r}$, nous disposons en fait d'une expression analytique pour les taux de pompage γ , pour les composantes des forces réactive et dissipative et pour les composantes des tenseurs de diffusion en impulsion $\vec{\vec{D}}$. L'évolution de l'atome dans l'espace des phases est obtenue en divisant le temps en petits² intervalles d'intégration dt . Etant donné la position de l'atome dans l'espace des phases et son état interne à l'instant $t = 0$, nous obtenons sa nouvelle position et son nouvel état interne à l'instant dt à l'aide de plusieurs tirages de nombres pseudo-aléatoires³ et d'une intégration de type Runge-Kutta d'ordre deux. Nous décrivons donc cette détermination :

- Supposons, sans perte de généralité, que l'atome soit, à $t = 0$, en $\mathbf{r}_0$, dans l'état $|+ 1/2\rangle$. Avec un premier tirage d'un nombre pseudo-aléatoire, nous pouvons décider si l'atome va changer de sous-niveau ou s'il restera dans le même. Pour cela, il suffit de comparer le résultat du tirage à la probabilité $\gamma_{-}^{+}(\mathbf{r}_0)dt$ d'avoir quitté l'état $|+ 1/2\rangle$ au temps dt : si le tirage donne un nombre aléatoire α tel que $\alpha > \gamma_{-}^{+}(\mathbf{r}_0)dt$ l'atome reste en $|+ 1/2\rangle$, autrement il passe en $|- 1/2\rangle$.

2. Nous discuterons dans la suite la définition de "petit"

3. Nous utilisons la routine FORTRAN RAN3, décrite dans la référence [150]

- Il faut maintenant calculer la position dans l'espace des phases de l'atome au temps dt . La partie déterministe du problème est simple. La seule subtilité provient des phénomènes de diffusion en impulsion décrits par les tenseurs $\vec{\vec{D}}(\mathbf{r})$. Cette diffusion est simulée à l'aide d'une force aléatoire $\mathbf{f}(\mathbf{r})$ [54]. A la position $\mathbf{r}_0$, le tenseur de diffusion pertinent ($\vec{\vec{D}}_+^-$ si l'atome a changé de niveau, $\vec{\vec{D}}_+^+$ s'il n'a pas changé) est diagonalisé. On détermine ainsi les directions propres de diffusion et les valeurs propres λ_{ζ_i} correspondantes. Les composantes de la force aléatoire le long des directions propres de diffusion doivent avoir une valeur moyenne nulle ($\langle f_{\zeta_i} \rangle = 0$) et une variance $\langle (f_{\zeta_i})^2 \rangle = 2\lambda_{\zeta_i}/dt$. La valeur de chacune de ces composantes est obtenue par le tirage d'un nombre pseudo-aléatoire⁴. Les composantes cartésiennes de la force aléatoire sont ensuite calculées à partir des vecteurs propres.
- Une fois connues les forces aléatoires, nous avons tous les ingrédients pour calculer la nouvelle position et la nouvelle impulsion de l'atome : la force aléatoire, la force réactive et la force dissipative pertinente ($\mathbf{F}_+^-$ si l'atome a changé de niveau, $\mathbf{F}_+^+$ autrement).

Chaque pas d'intégration demande donc un certain nombre d'opérations complexes (tirage de nombres pseudo-aléatoires, calcul de fonctions trigonométriques, diagonalisation d'une matrice) ; c'est pour cette raison qu'un algorithme Runge-Kutta d'ordre deux est un bon compromis entre la précision et le temps de calcul. Il faut aussi remarquer que dans le cas quasi-périodique que nous avons étudié ici il est pratiquement impossible (pour des raisons de taille de la mémoire disponible sur les ordinateurs) d'accumuler en mémoire les grandeurs qui dépendent de la position, ce qui éviterait pourtant de devoir les calculer à chaque pas de temps.

4. Pour obtenir une distribution de variance donnée on peut toujours utiliser l'algorithme RAN3. La variable pseudo-aléatoire α donnée par l'algorithme RAN3 est distribuée uniformément dans l'intervalle $[0, 1[$. La variable $\alpha_0 = (\alpha - 1/2)\sqrt{12A}$ aura donc comme premiers moments $\langle \alpha_0 \rangle = 0$ et $\langle \alpha_0^2 \rangle = A$.

X.3 Choix des paramètres numériques

Le choix du bon pas de temps dt représente une étude préliminaire indispensable à l'optimisation d'un algorithme de simulation. Dans le cas de l'équation X.2, on peut identifier trois échelles de temps caractéristiques :

- Le taux de diffusion de photons $(\Gamma')^{-1}$. Dans le cas d'un réseau optique quasi-périodique à cinq faisceaux, $\Gamma'(\mathbf{r})$ est toujours borné par :

$$\Gamma' \leq (9 + 4\sqrt{2})\Gamma'_0. \quad (\text{X.3})$$

Cette condition exprime le fait que la diffusion maximale de photons est obtenue au fond du puits de potentiel le plus profond, là où tous les champs interfèrent constructivement. Une première condition sur le pas de temps peut donc s'écrire :

$$dt \ll 0.07(\Gamma'_0)^{-1}. \quad (\text{X.4})$$

- La période d'oscillation $1/\Omega_v$ au fond des puits de potentiel, qui est aussi limitée (puits le plus profond) :

$$\frac{\hbar\Omega_v}{E_r} \leq \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\hbar\Delta'_0}{E_r}} (1 + \sqrt{3}\sqrt{2}) \quad (\text{X.5})$$

La condition imposée au pas de temps par cette quantité s'écrit :

$$dt \ll \frac{\Gamma}{\Delta} \sqrt{\frac{\hbar\Delta'_0}{E_r}} (\Gamma'_0)^{-1}. \quad (\text{X.6})$$

Cette condition n'est jamais plus contraignante que la condition précédente dans le cas des désaccords accessibles aux expériences ($|\Delta| \leq 35\Gamma$).

- Le temps qu'un atome rapide (par exemple dans la queue d'une distribution thermique) met à parcourir l'extension spatiale d'un puits de potentiel ($\simeq \lambda_L/4$). Cette échelle de temps peut en fait constituer une limitation sérieuse si l'on veut étudier des propriétés telles que la vitesse de capture d'un réseau optique. Il est intéressant d'exprimer la contrainte imposée à dt par ce temps en termes d'impulsion maximale qui peut être prise en compte dans la simulation. On obtient dans ce cas :

$$\frac{p}{\hbar k_L} \ll \frac{\Gamma}{\Delta} \frac{\hbar\Delta'_0}{E_r} \frac{1}{dt\Gamma'_0}. \quad (\text{X.7})$$

Cette limitation doit toujours être comparée à la limite de validité des approximations introduites dans l'équation du pompage optique. En particulier, étant donné que l'on ne tient pas compte de l'effet Doppler, une impulsion maximale pour l'atome est de toute façon imposée par la condition :

$$\frac{p}{\hbar k_L} \leq 5 \sqrt{\frac{\Delta}{\Gamma} \frac{\hbar \Delta'_0}{E_r}} \quad (\text{X.8})$$

obtenue en imposant une friction Doppler équivalente à la friction Sisyphe dans le cas 1D [1].

Un deuxième problème dans le choix des paramètres de la simulation est la détermination du temps nécessaire au système pour atteindre un état d'équilibre. Pour calculer des quantités telles que la distribution de densité atomique ou la température cinétique, on a en fait besoin d'effectuer une moyenne sur le temps. Cette détermination ne présente pas de difficulté majeure pour des puits de potentiel assez profonds. Dans le cas de puits peu profonds (donc à proximité du *décrochage*) et en présence d'une force de pression de radiation importante (petits désaccords), il faut en revanche être très prudents. Face à ce problème, nous avons décidé d'adopter un point de vue "d'expérimentateur" : nous imposons une taille finie et raisonnable (de l'ordre du mm) au réseau optique et nous considérons comme perdus les atomes qui sortent du piège. Les moyennes ne portent donc que sur les atomes restés dans le piège et le temps d'intégration total ne dépasse jamais la centaine de ms. A ce filtrage s'ajoute un contrôle de l'impulsion de l'atome qui ne peut pas dépasser les limites imposées par le choix du pas de temps, qui ont été déjà discutées.

X.4 Potentiel optique, choix de l'approximant

Par rapport au cas des réseaux périodiques, l'étude des réseaux quasi-périodiques présente un premier inconvénient : l'absence de maille élémentaire. Dans notre cas, cette situation se présente seulement selon la direction z , étant donné que le champ électrique reste périodique selon x et y . Ce fait nous empêcherait *de facto* d'étudier la distribution de densité atomique et donc les propriétés de diffraction de Bragg dans ce type de réseau. Une solution à ce problème, déjà uti-

lisée dans le cas des solides quasicristallins, consiste à considérer un approximant périodique du potentiel optique. Dans notre cas, nous avons utilisé l'approximant d'ordre quatre (voir l'équation V.2, page 104), ce qui revient à imposer $\cos \Theta_x = \cos \Theta_y = 4/7 \simeq 1/\sqrt{3}$.

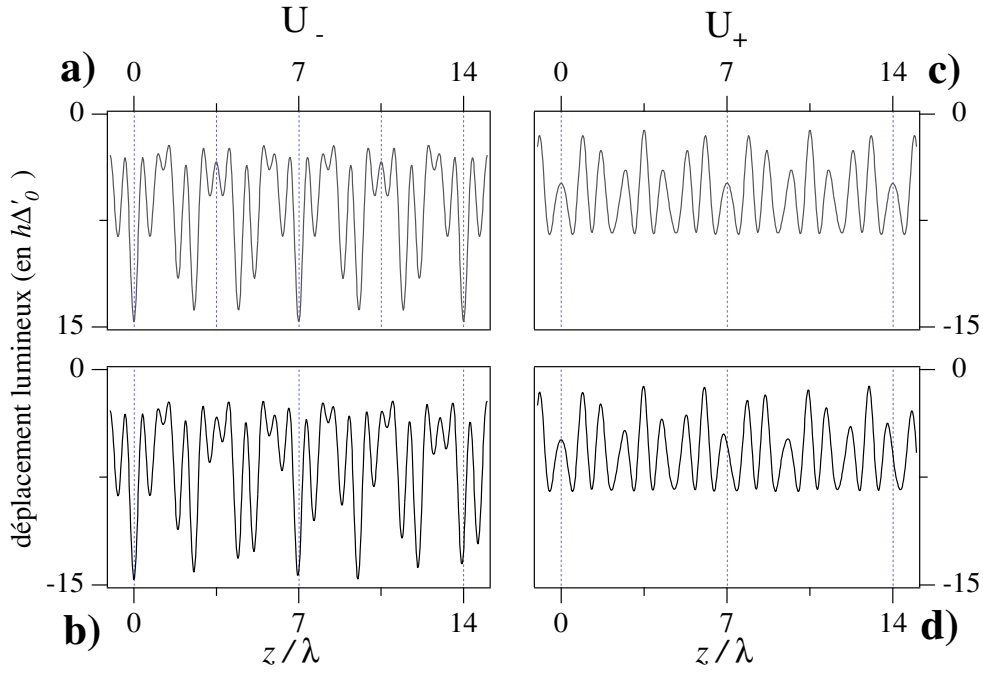


FIG. X.1: Comparaison entre un potentiel optique quasi-périodique et son approximant d'ordre quatre. Dans la colonne de gauche sont reportées les sections le long de la droite $x = y = 0$ du potentiel optique U_- (équation X.8b) pour : (a) l'approximant rationnel, (b) le cas quasi-périodique. Dans la colonne de droite est représenté le potentiel optique pour l'état $|+1/2\rangle$ (équation X.8a). Pour les coupes du potentiel approximant, la périodicité spatiale est de $7\lambda_L$.

Dans le cas d'une transition $1/2 \rightarrow 3/2$, L'expression du bi-potentiel optique

est analytique, et nous obtenons donc :

$$U_+ = \frac{8}{3}\hbar\Delta'_0[\cos^2 k_x x + \cos^2 k_y y - \cos k_x x \cos k_y y \cos(2k_+ z + 2\phi) \\ + \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{4}(\cos k_x x \cos(k_1 z - k_1 \phi/k_+) + \cos k_y y \cos(2k_+ z + 2\phi + k_1 z - k_1 \phi/k_+))] \quad (\text{X.8a})$$

$$U_- = \frac{8}{3}\hbar\Delta'_0[\cos^2 k_x x + \cos^2 k_y y + \cos k_x x \cos k_y y \cos(2k_+ z + 2\phi) \\ + \frac{3}{8} + \frac{3\sqrt{2}}{4}(\cos k_x x \cos(k_1 z - k_1 \phi/k_+) + \cos k_y y \cos(2k_+ z + 2\phi + k_1 z - k_1 \phi/k_+))] \quad (\text{X.8b})$$

En figure X.1 nous présentons des sections du potentiel optique pour les deux états $|\pm 1/2\rangle$, dans le cas irrationnel ($k_+ = k_L/\sqrt{3}$, $k_1 = k_L(1 - 1/\sqrt{3})$, $k_x = k_y = k_L\sqrt{2/3}$), et dans le cas de l'approximant que nous avons utilisé dans la suite ($k_+ = k_L 4/7$, $k_1 = k_L 3/7$, $k_x = k_y = k_L\sqrt{33}/7$). Dans le cas de l'approximant, on trouve trois périodes spatiales commensurables le long de la direction z , ce qui impose une période de $7\lambda_L$ au potentiel optique. Un choix pour les vecteurs du réseau réciproque du potentiel optique approximant est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 &= (0, 0, k_+/2) \\ \mathbf{K}_1 &= (k_x, 0, -k_+/4) \\ \mathbf{K}_2 &= (0, -k_x, k_+/4) \end{aligned} \quad (\text{X.9})$$

On peut alors construire des vecteurs de base pour le réseau direct :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= (\frac{\lambda_\perp}{2}, \frac{\lambda_\perp}{2}, \frac{7\lambda_L}{2}) \\ \mathbf{R}_1 &= (\lambda_\perp, 0, 0) \\ \mathbf{R}_2 &= (0, \lambda_\perp, 0) \end{aligned} \quad (\text{X.10})$$

avec $\lambda_\perp = \frac{7\lambda_L}{\sqrt{33}}$. Les vecteurs $\mathbf{R}_{1,2}$ décrivent les translations dans les plans xy qui gardent les mêmes propriétés de la configuration à quatre faisceaux (voir figure X.2. Par rapport à la configuration périodique, le cinquième faisceau fait perdre une translation $(\lambda_\perp/2, \lambda_\perp/2, 0)$ qui est remplacée par $\mathbf{R}_0$. Ce vecteur indique quand même que le potentiel optique est constitué par seulement deux familles de “tubes” qui se distinguent par la succession de puits le long de l'axe

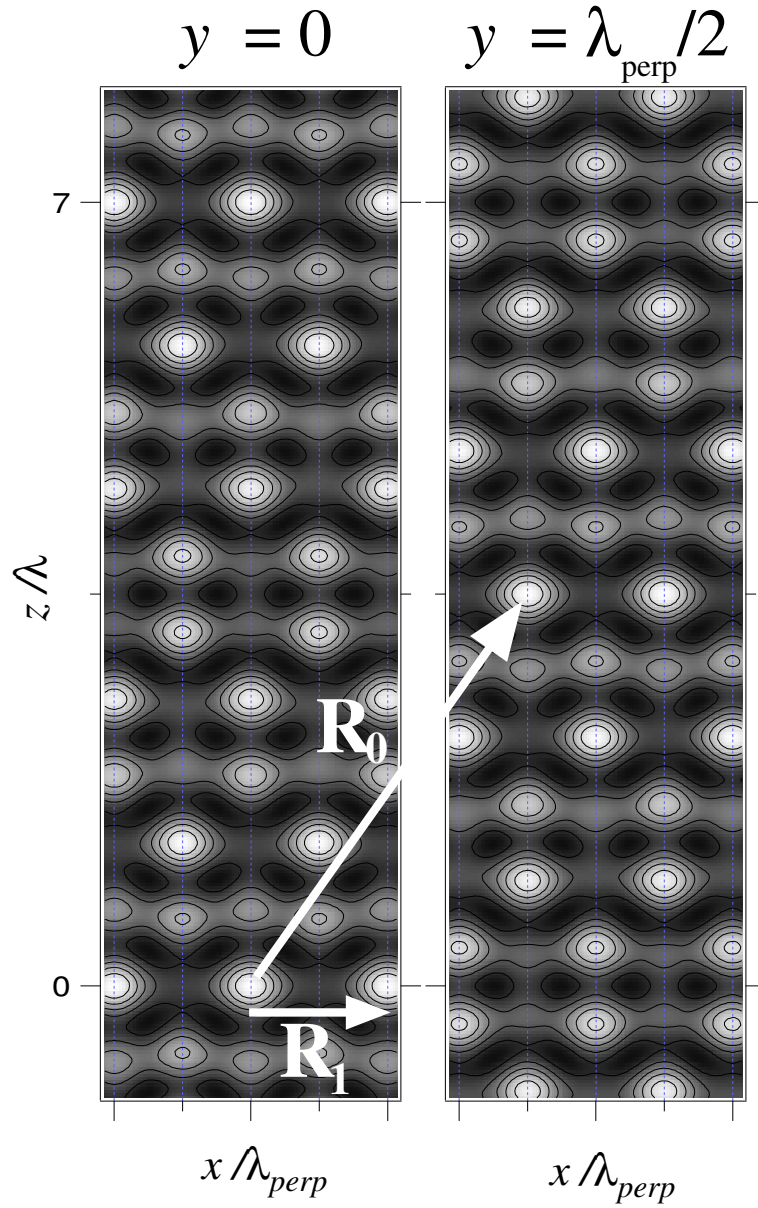


FIG. X.2: Propriétés de symétrie par translation du potentiel approximant utilisé pour les simulations numériques. En figure sont réportées deux coupes $y = 0$ et $y = \lambda_{\perp}/2$ du potentiel optique U_- . La translation $\mathbf{R}_1$ décrit la périodicité (inchangée par rapport à la configuration à quatre faisceaux) le long de l'axe x . La translation $\mathbf{R}_0$ décrit la nouvelle (super-)périodicité le long de l'axe z . Cette translation montre aussi l'équivalence deux à deux entre les quatre "tubes de potentiel" présents dans la maille élémentaire définie par $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$.

z . La première famille comprend les puits dont les fonds s'alignent sur la droite $x = y = 0$. La deuxième famille est située par la droite $x = \lambda_{\perp}/2, y = 0$. Un troisième tube indentifié par $x = \lambda_{\perp}/2, y = \lambda_{\perp}/2$ qui pourrait sembler a priori différent des autres appartient à la même famille du tube $x = y = 0$, car les deux sont connectés *via* $\mathbf{R}_0$ (voir figure X.2).

Les expressions X.8a et X.8b dépendent d'une phase ϕ . Il s'agit de la seule des phases relatives dont la variation ne corresponde pas forcément à une simple translation du potentiel dans l'espace physique 3D (nous nous trouvons en fait dans une configuration à nombre de faisceaux redondant). Comme nous l'avons déjà expliqué, une variation de cette phase permet d'explorer l'espace orthogonal $E_{\perp}$ (voir § VI.2.2, page 115). Cependant, le mouvement de l'espace de coupe dans la direction $E_{\perp}$ est borné. C'est seulement pour $0 < \phi \leq \pi/12$ que l'on trouve de vraies variations de la topographie du potentiel optique. Pour $\phi = \pi/12$, l'espace de coupe se trouve à la même distance d'un noeud du super-espace qu'il avait pour $\phi = 0$. Dans cette situation, on obtient pour le potentiel la topographie initiale. La seule différence par rapport à $\phi = 0$ est une simple translation. Si on augmentait l'ordre de l'approximant on obtiendrait des intervalles libres de plus en plus réduits (ce qui se traduit en des variations de plus en plus faibles de la topographie du potentiel optique) mais les translations en fin d'intervalle libre seraient de plus en plus grandes. Pour donner une idée des variations résiduelles dans le cas de l'approximant d'ordre quatre que nous avons utilisé, nous présentons en figure X.3 des sections du potentiel optique obtenues pour $\phi = 0$, $\phi = \pi/24$ et $\phi = \pi/12$. Nous avons vérifié avec des simulations numériques effectués pour différentes valeurs de la phase ϕ que les atomes ne sont effectivement pas sensibles aux faibles variations du potentiel optique dues à un changement de phase.

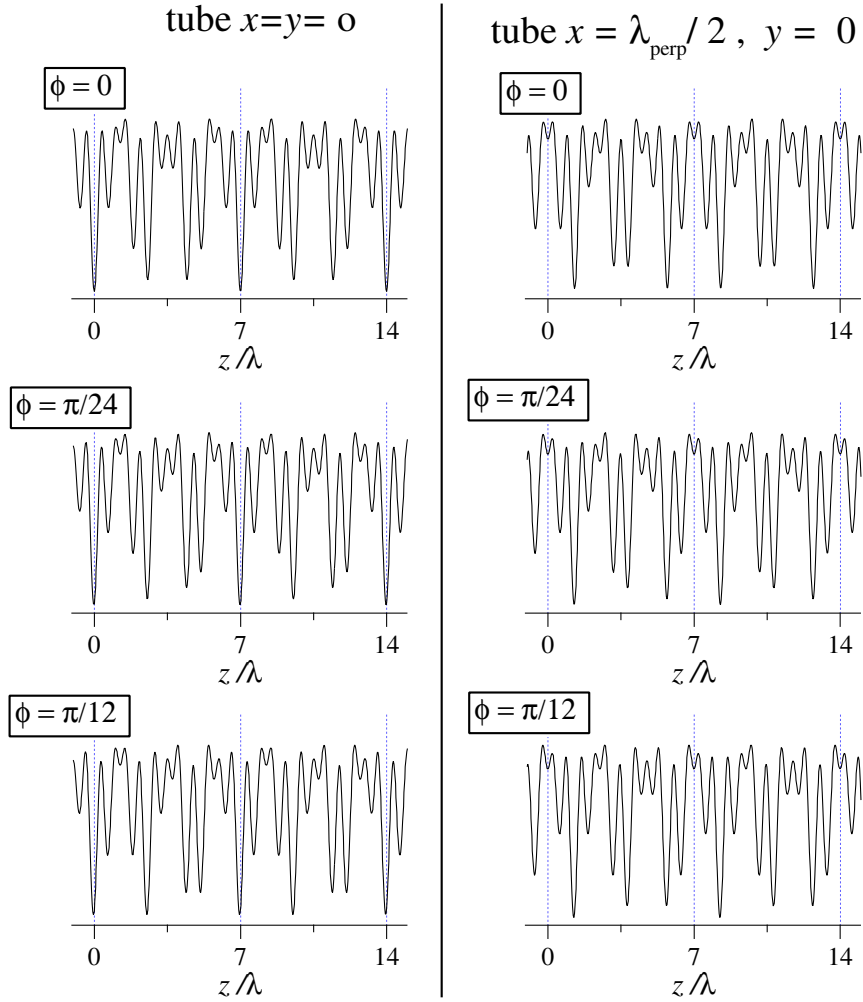


FIG. X.3: Dépendance résiduelle en fonction de la phase pour le potentiel optique approximant utilisé pour les simulations numériques. Des sections du potentiel optique correspondant aux deux familles de tubes sont reportées pour différentes phases ϕ . A la fin de l'intervalle de variation libre ($0-\pi/12$), on retrouve une simple translation qui échange les deux tubes et les déplace de $5\lambda/4$.

CHAPITRE XI

RÉSULTATS D'UNE SIMULATION 2D

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des simulations numériques pour des atomes dans le bi-potentiel optique X.8a X.8b, dans le cas où seulement le mouvement dans le plan $y = 0$ est pris en compte. Cette simplification est souvent adoptée dans le cas des réseaux périodiques [88, 81, 43] et permet d'avoir une image simple de la répartition des atomes dans les puits de potentiel. Nous avons aussi utilisé d'autres simplifications :

- La force dissipative et la diffusion en impulsion associées aux sauts de niveau ne sont pas prises en compte. Cette simplification a été adoptée en quelque sorte a posteriori : comme les atomes effectuent en moyenne un saut tous les cent pas d'intégration, la contribution de ces termes est négligeable par rapport aux termes en l'absence de sauts. Cette simplification permet d'augmenter la vitesse d'exécution du programme.
- Les tenseurs de diffusion en impulsion peuvent présenter des valeurs propres négatives. Ce phénomène, discuté en détail dans la référence [65], est lié au caractère quantique de la diffusion en impulsion. Cette situation ne peut pas être simulée par des équations semi-classiques et nous ne pouvons pas adopter la stratégie adoptée en référence [65]¹, car les puits de potentiel ne sont plus tous équivalents. Nous avons en revanche décidé de remplacer toute valeur propre négative du tenseur par une valeur propre nulle². Cette approximation n'est pas trop brutale : ce terme de correction quantique introduit des valeurs propres qui ne sont que faiblement négatives, et ce dans des régions où la densité atomique est très faible.

1. Il s'agit de remplacer les tenseurs de diffusion en impulsion par des expressions approchées. En particulier, le tenseur $\overset{\pm}{D}_{\pm}$ est remplacé par une constante qui représente sa valeur au fond des puits de potentiel.

2. La même stratégie a été adoptée dans le cas des réseaux gris en référence [54].

Une conséquence remarquable de la restriction du mouvement dans le plan $y = 0$ est la modification de la force dissipative moyenne. La configuration périodique à quatre faisceaux, qui à 3D ne présente pas de déséquilibre de pression de radiation, conduit à une force non nulle qui pousse les atomes dans la direction $-z$. En revanche, la configuration à cinq faisceaux, qui présenterait à 3D une force dans la direction $+z$, se retrouve pratiquement équilibrée dans le plan $y = 0$. Ces phénomènes ont des conséquences principalement près du décrochage, lorsque les atomes sont mal localisés dans les puits de potentiel.

XI.1 Température cinétique

Nous présentons maintenant les résultats de l'étude de l'évolution de la température en fonction du déplacement lumineux par onde $\hbar\Delta'_0$. Comme dans le cas des expériences, nous avons considéré aussi bien le cas périodique à quatre faisceaux que le cas quasi-périodique à cinq faisceaux. Pour mesurer la température à $\hbar\Delta'_0$ donné, un ensemble de 1000 atomes a été considéré pour lesquels on évalue la moyenne des valeurs de $p_{x,z}$ et $p_{x,z}^2$ pendant un temps de l'ordre de $1000 (\Gamma'_0)^{-1}$ ³. En figure XI.1, sont reportées les variations de la "température" dans la direction x (la grandeur $\langle p_x^2 - \langle p_x \rangle^2 \rangle$) en unités de E_r (unités naturelles pour des simulations numériques)⁴ en fonction de $\hbar\Delta'_0$ pour un réseau périodique et quasi-périodique (approximant). Le comportement est tout à fait comparable aux résultats expérimentaux présentés dans le § VII.2, page 127. Pour des valeurs de $\hbar\Delta'_0$ assez importantes, la température croît linéairement avec la profondeur des puits aussi bien dans le cas périodique que dans le cas quasi-périodique. La température pour la configuration à cinq faisceaux est, dans le régime linéaire, plus élevée que celle du réseau périodique. Le rapport entre les pentes vaut, pour la direction x , 1.50 ± 0.05 , en bon accord avec la valeur expérimentale de 1.55 ± 0.12 . Même les valeurs absolues de la température sont en surprenant accord avec les valeurs mesurées expérimentalement (surprenant si on considère que la transition atomique est différente et que nous avons considéré une situation

3. Pour un désaccord $\Delta = -10\Gamma$ et une intensité par onde de 1.1 mW/cm^2 (donc pour $\hbar\Delta'_0 = 63E_r$), ce temps correspond à 12 ms.

4. le symbole $\langle \rangle$ indique une moyenne sur l'ensemble *et* sur le temps. Le système est à l'équilibre et il est supposé être ergodique.

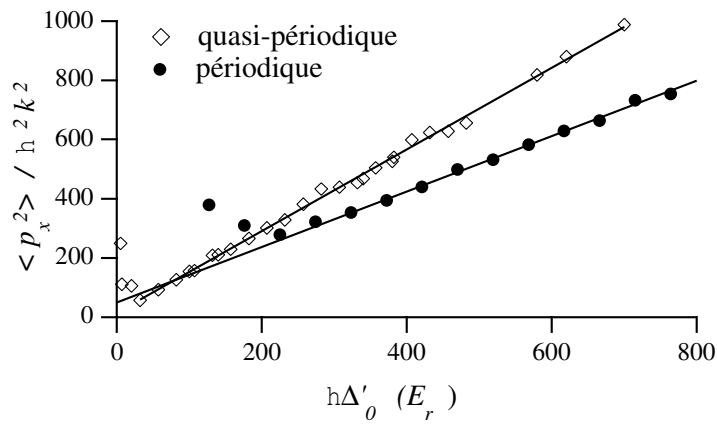


FIG. XI.1: Comparaison entre les températures cinétiques selon la direction x obtenues pour la configuration à cinq faisceaux ($\diamond$) et à quatre faisceaux ($\bullet$). Le rapport entre les pentes de la partie linéaire (1.50 ± 0.05) est en très bonne accord avec la valeur expérimentale (1.55 ± 0.12). Pour les faibles profondeurs des puits du potentiel optique, le déséquilibre de la pression de radiation fausse les résultats dans le cas périodique.

2D). En figure XI.2, nous comparons directement les données expérimentales et

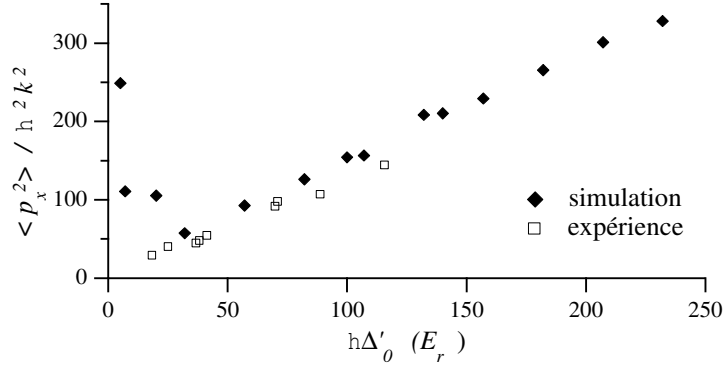


FIG. XI.2: *Comparaison entre les températures cinétiques mesurées expérimentalement et calculées par simulation numérique pour la configuration à cinq faisceaux. Même si la transition considérée est différente, les données semblent être en bon accord quantitatif.*

numériques pour la configuration à cinq faisceaux et on peut constater un accord remarquable (et probablement fortuit) entre simulation et expérience.

Comme le montre la figure XI.3, la température dans la direction z est systématiquement plus faible que celle dans la direction x . Ce fait, qui est commun aux cas périodique et quasi-périodique, n'a jamais été étudié en détail du point de vue expérimental. Il est possible d'envisager une explication qualitative de ce phénomène. Le taux de pompage vers l'autre sous-niveau croît lorsque l'on s'éloigne du fond du puits, mais de façon différente selon x et en z . Il augmente quadratiquement en z mais seulement en x^4 . De ce fait, les états avec une extension spatiale importante selon z auraient une durée de vie plus faible que les états de même énergie avec une extension spatiale plutôt selon x . L'impulsion selon z à l'état stationnaire se trouve alors "coupée" à des valeurs plus faibles que celle selon x . Dans ce cas, au lieu de retrouver le théorème d'équipartition, on obtient une durée de vie systématiquement plus longue pour les états faiblement excités selon z , ce qui conduirait à l'anisotropie reportée.

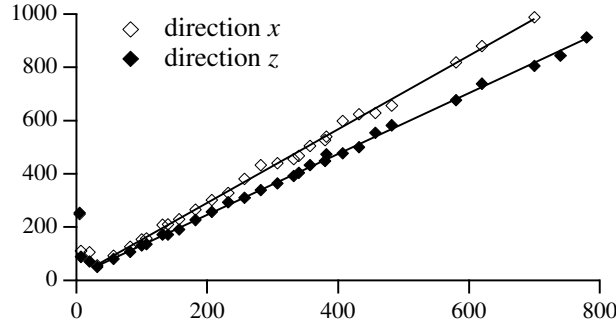


FIG. XI.3: *Température cinétique selon les directions x et z pour un réseau optique quasi-périodique (approximant). La température selon z est systématiquement plus faible que celle selon x . le rapport des pentes dans la partie linéaire vaut 1.21 ± 0.05 .*

XI.2 Densité atomique

L'intérêt principal des simulations numériques est d'offrir accès aux propriétés microscopiques des réseaux optiques. En particulier, on peut obtenir des informations sur la distribution de densité des atomes à l'échelle de la longueur d'onde optique. Cette information, qui n'est pas disponible du côté de l'expérience, nous permet de comprendre en détail comment les atomes se repartissent entre les puits de potentiel, puits qui ne sont plus équivalents dans le cas quasi-périodique. Pour obtenir cette information, nous avons divisé la maille élémentaire de notre approximant en 64×512 cellules et calculé le temps de séjour moyen d'un atome dans chaque cellule. Comme dans le cas des mesures de température cinétique, nous attendons d'abord que le système soit à l'équilibre. Ensuite, supposant l'ergodicité, nous considérons une moyenne conjointe (sur l'ensemble et sur le temps) des probabilités de présence à une certaine position. Un exemple de distribution de densité est montré en figure XI.4. Par comparaison directe avec le potentiel optique, on peut constater que les atomes ont tendance à n'occuper que les sites les plus profonds du potentiel optique. Une autre remarque concerne le déséquilibre entre la population de l'état $|+1/2\rangle$ et $|-1/2\rangle$. Comme on peut le voir en figure XI.5, lorsque le cinquième faisceau (polarisé σ^-) est présent, la population

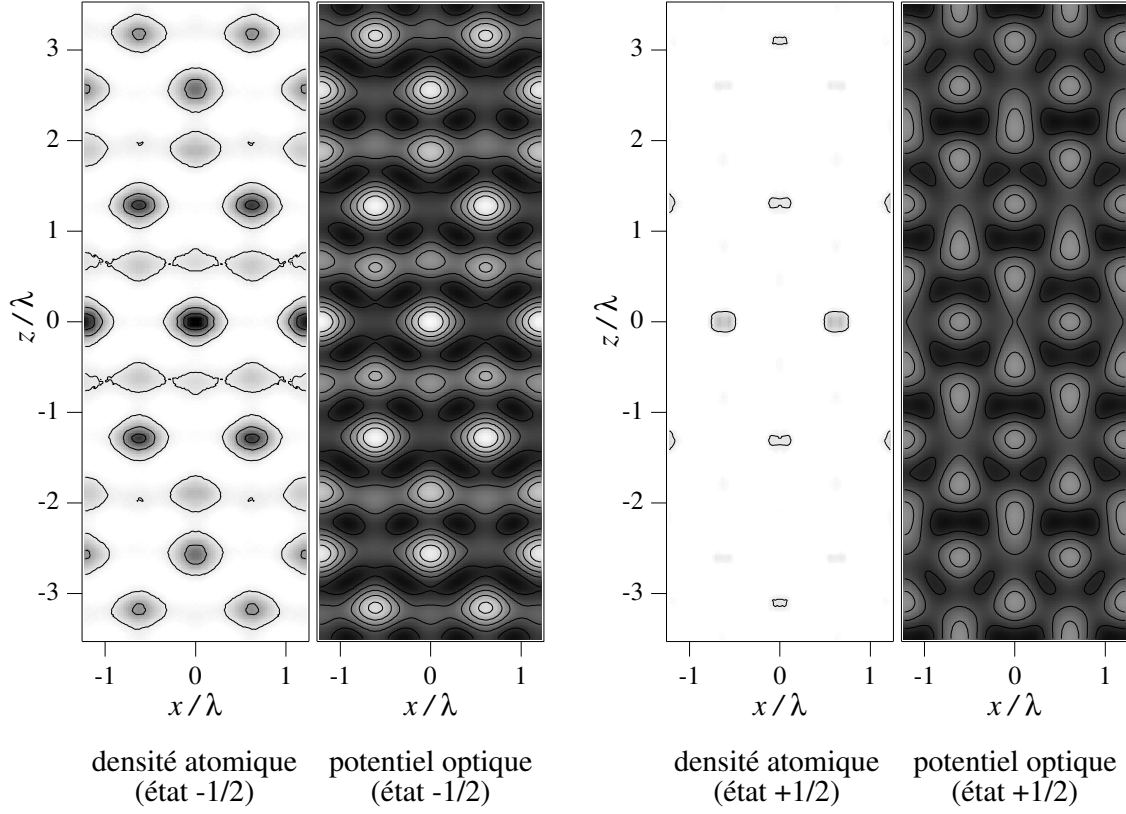


FIG. XI.4: *Densité atomique dans le plan xz obtenue par simulation numérique pour une configuration à cinq faisceaux de même intensité par onde I_0 . Les paramètres de la simulation sont: $\hbar\Delta'_0 = 100E_r$ et $\Delta = -30\Gamma$. La densité dans chaque sous-niveau (à gauche, en noir les densités les plus importantes) est comparée au potentiel optique correspondant (à droite, en clair les puits les plus profonds).*

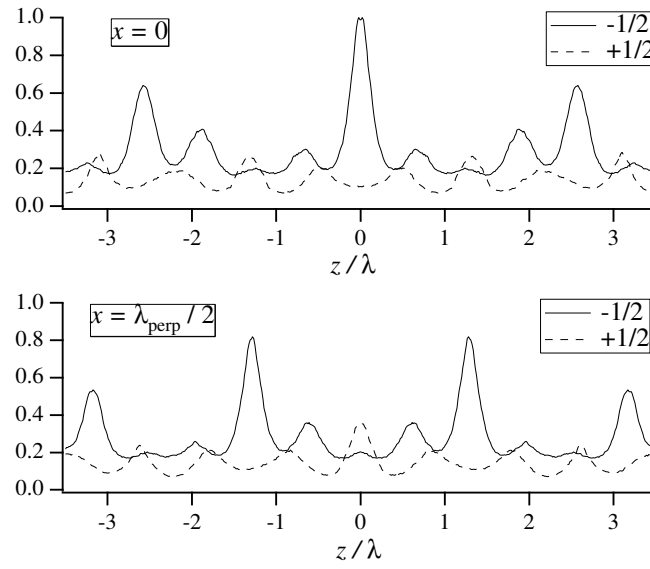


FIG. XI.5: Sections le long de la direction z de la densité atomique présentée dans la figure précédente. Les sections sont obtenues le long de deux tubes de potentiel pour les atomes dans le sous-niveau $|+1/2\rangle$ (pointillé) et pour ceux dans le sous-niveau $| - 1/2\rangle$ (trait plein). La présence du cinquième faisceau (polarisé σ^-) dépeuple le sous-niveau $|+1/2\rangle$.

dans l'état $|+1/2\rangle$ a tendance à diminuer nettement, conduisant à une orientation magnétique du réseau quasi-périodique.

XI.2.1 Figures de diffraction

Une fois la distribution de densité atomique connue, nous avons accès à toutes les informations sur les propriétés optiques de ce nouveau milieu qui est constitué par des atomes rangés de façon quasi-périodique⁵. En particulier, il est possible de calculer la transformée de Fourier spatiale de la distribution de densité et d'obtenir ainsi la figure de diffraction attendue pour ce réseau optique. En figure XI.6 nous reportons deux figures de diffraction obtenues pour le cas périodique à quatre faisceaux et pour le cas quasi-périodique (approximant) à cinq faisceaux. La présence du cinquième faisceau crée une distribution de densité plus compliquée qui conduit à l'apparition de nombreux nouveaux pics de diffraction. Exactement comme dans les cas rencontrés en physique des solides, ces pics présentent des satellites et ont des intensités qui ne varient pas de façon simple quand on s'éloigne de l'origine. Au contraire, la situation périodique est beaucoup plus simple : la distribution de densité n'est pas très éloignée d'une distribution sinusoïdale et les harmoniques sont très faibles.

XI.2.2 Réflectivité Bragg

La connaissance de la distribution de densité atomique obtenue par la simulation numérique permet un calcul direct de la réflectivité de Bragg attendue dans un réseau optique quasi-périodique. Néanmoins, pour comparer la valeur obtenue par la simulation à celle mesurée expérimentalement, nous devons connaître le nombre d'atomes présents et également modéliser la contribution de chaque atome. Considérons la polarisabilité atomique α pour la sonde :

$$\alpha = \alpha_0 \frac{\Gamma \Delta_s - i\Gamma/2}{2 \Delta_s^2 + \Gamma^2/4}. \quad (\text{XI.1})$$

5. Comme les simulations numériques ne considèrent qu'un atome à la fois, nous n'avons pas accès à tous les phénomènes pour lesquels l'interaction entre atomes et/ou les modifications causées par les atomes au champ laser sont importantes. Il s'agira donc toujours d'un milieu optiquement mince, situation généralement vérifiée dans les expériences.

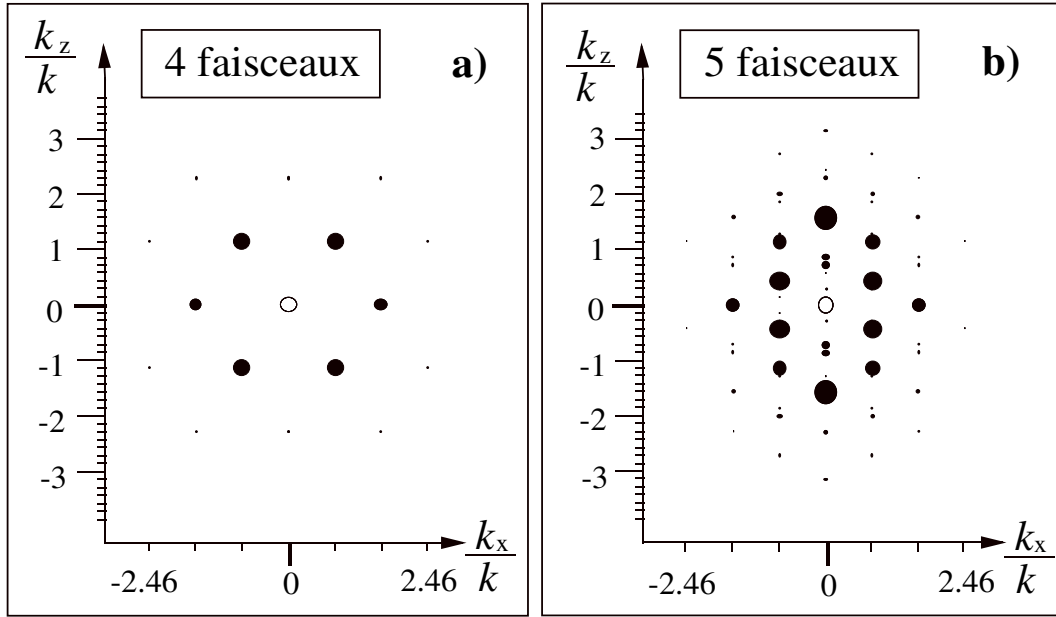


FIG. XI.6: *Figures de diffraction obtenues par transformée de Fourier de distributions de densité atomique du type de celle reportée en figure XI.4. La taille de chaque point est proportionnelle à l'intensité du pic de diffraction. L'échelle naturelle dans l'espace réciproque est donnée par $k_L/7$ pour la direction z et par $k_\perp \simeq 0.82k_L$ pour la direction x . (a) Figure de diffraction correspondant à une configuration périodique à quatre faisceaux ($I_5 = 0$). Les pics de Bragg sont peu nombreux et, en particulier, les harmoniques sont peu intenses. (b) Figure de diffraction pour le potentiel optique quasi-périodique (approximant). Plusieurs nouveaux pics ont apparus ; leur intensité ne dépend pas d'une façon simple de la distance de l'origine.*

dans la limite de la réponse linéaire, on peut écrire la polarisation macroscopique du milieu

$$\varepsilon_0 n \alpha E_{inc}. \quad (\text{XI.2})$$

Dans les expériences de diffraction de Bragg, nous avons utilisé une sonde désaccordé de $\Delta_B = -\Gamma$ par rapport à résonance qui agit en présence des faisceaux piégeants. Nous avons donc un milieu dont la densité $n(\mathbf{r})$ est modulée spatialement et dont le désaccord local par rapport à la résonance dépend de la position *via* le déplacement lumineux $\Delta'(\mathbf{r})$:

$$\Delta_s(\mathbf{r}) \simeq \Delta_B + 2\Delta'(\mathbf{r}). \quad (\text{XI.3})$$

Pour calculer l'amplitude diffractée dans la direction identifiée par $\mathbf{k}_{diff}$, il faut évaluer la composante de la polarisation qui rayonne dans cette direction (le milieu est optiquement mince). Il suffit donc de considérer la composante en $\mathbf{K} = \mathbf{k}_{diff} - \mathbf{k}_{inc}$ de la transformée de Fourier spatiale du produit $n\alpha$:

$$|E_{diff}| = |E_{inc}| k_L \ell |\mathcal{F}[\alpha(\mathbf{r})n(\mathbf{r})]_{\mathbf{K}}|. \quad (\text{XI.4})$$

Comme on est en train de considérer des processus cohérents, on retrouve la dépendance de l'intensité diffractée avec le carré du nombre d'atomes éclairés. Le produit $k_L \ell \alpha_0 n_0$ peut être déterminé expérimentalement par une mesure d'absorption. Pour notre échantillon, on trouve

$$k_L \ell \alpha_0 n_0 = 1.8 \pm 0.5. \quad (\text{XI.5})$$

Les valeurs des composantes de Fourier peuvent être évaluées directement à partir de la densité atomique simulée et du potentiel optique. Un ordre de grandeur pour la réflectivité ainsi calculée est donné par le nombre $R_B = 0.002 \pm 0.0007$ obtenu pour le pic de Bragg observé au cours des expériences. Cette valeur est supérieure par un bon facteur cinq aux réflectivités les plus importantes obtenues au cours de expériences décrites dans la deuxième partie (voir § VII.4.2, page 143). La cause de ce désaccord peut être recherchée dans les erreurs systématiques induites par la méthode de détection. En fait, une divergence trop importante du faisceau sonde et un “mode matching” non parfait avec l'oscillateur local, peuvent très facilement conduire à une sous-estimation de la réflectivité Bragg. Nous n'avons pas non plus pris en compte d'autres facteurs tels que la polarisation relative entre le faisceau

diffraité et le faisceau piégeant qui sert d'oscillateur local et les variations spatiales du déplacement lumineux pour l'état excité de l'atome. Il convient de remarquer que, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, la variation relative de la réflectivité est en revanche en bon accord avec les expériences. Ce fait semble donc rendre plausible l'hypothèse d'une erreur systématique.

XI.2.3 Naissance de l'ordre quasi-périodique

La possibilité d'accéder à la densité atomique nous permet aussi de calculer par simulation numérique les variations de réflectivité Bragg qui se produisent lorsque l'on augmente l'intensité du cinquième faisceau à partir de zéro. On a ici la contrepartie théorique des expériences décrites dans le septième chapitre : on peut suivre la naissance de l'ordre quasi-périodique qui est imposé par la présence du cinquième faisceau. La présence du cinquième faisceau a tendance à dépeupler

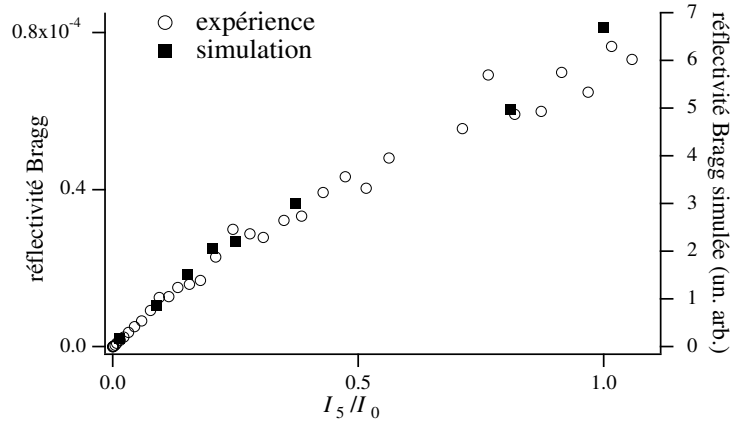


FIG. XI.7: *Comparaison entre réflectivité de Bragg mesurée (échelle de gauche) et réflectivité de Bragg simulée (échelle de droite, en unités arbitraires). Même si la valeur absolue de la réflectivité mesurée est cinq fois plus faible de celle calculée, il y a un bon accord pour les variations relatives.*

le niveau $|+1/2\rangle$ et à peupler les puits les plus profonds du niveau $| -1/2\rangle$ de façon progressive. Lorsque l'on calcule par transformée de Fourier la réflectivité Bragg attendue pour le pic mesuré expérimentalement, on observe une dépendance en

I_5/I_0 qui est, mise à part la valeur absolue de la réflectivité dont nous avons parlé dans le paragraphe précédent, en très bon accord avec l'expérience. En figure XI.7, nous avons reporté cette variation. On peut constater que l'intensité diffractée croît d'abord linéairement avec l'intensité I_5 , puis son rythme de croissance est moins élevé.

XI.3 Diffusion et vitesse de capture

Les propriétés de transport des quasicristaux solides montrent des caractéristiques très différentes des celles que l'on peut observer dans des cristaux périodiques de composition similaire. La mobilité des électrons semble dramatiquement réduite dans le cas quasi-périodique. Les résultats expérimentaux obtenus avec le réseau optique quasi-périodique à six faisceaux (voir § VII.2.1, page 122) montrent d'autre part un accroissement très net du nombre d'atomes capturés et une durée de vie rallongée par rapport au cas périodique. Comme nous l'avons mentionné, ces résultats peuvent être interprétés en termes de mobilité réduite des atomes. Pour essayer de comprendre ces mécanismes, nous avons étudié par simulation numérique les propriétés de mobilité des atomes dans un réseau optique quasi-périodique à cinq faisceaux en les comparant au cas périodique à quatre faisceaux.

Ces données sont obtenues avec une simulation 2D. Les propriétés de diffusion peuvent s'en trouver altérées, étant donné que nous interdisons aux atomes d'emprunter des chemins qui seraient disponibles dans le cas 3D. Il faut donc interpréter ces données avec prudence : elles ne sont comparables aux situations 3D que lorsque le rôle de la direction x (qui est prise en compte) est équivalent à celui de la direction y (qui est "perdue")⁶. Nous reportons en figure XI.8 les résultats d'un calcul de coefficient de diffusion dans le cas périodique et quasi-périodique à cinq faisceaux. On considère un ensemble de 500 atomes et chaque atome évolue d'abord librement pendant un temps suffisant à atteindre l'équilibre. À partir de ce moment, les variables $\langle x^2 - \langle x \rangle^2 \rangle$ et $\langle z^2 - \langle z \rangle^2 \rangle$ sont calculées. Dans les situations d'étalement diffusif du nuage d'atomes, on trouve une croissance linéaire de

6. En particulier, on n'attend donc pas de surprises pour un réseau optique périodique si l'on pose, comme nous le faisons, $\Theta_x = \Theta_y$. Dans le cas d'un réseau quasi-périodique à six faisceaux la symétrie x - y est également conservée.

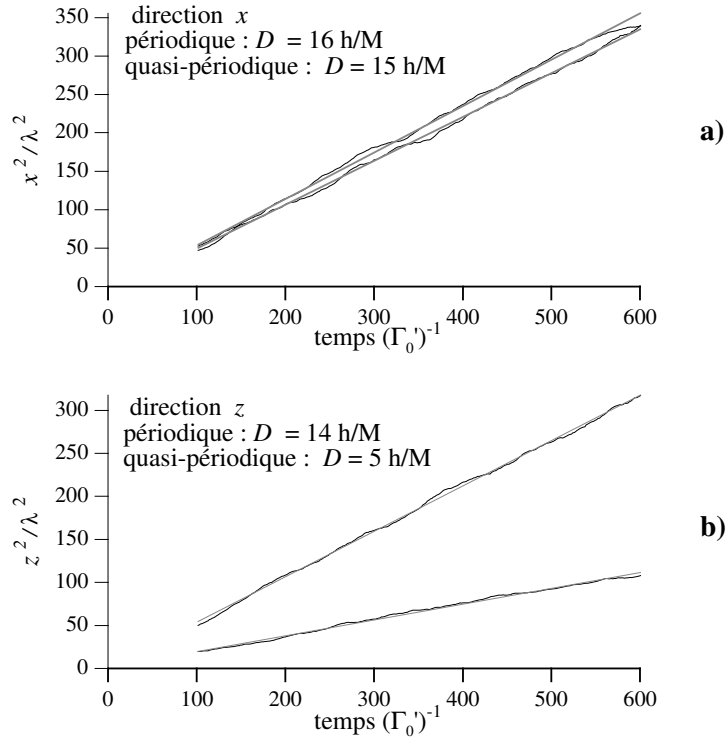


FIG. XI.8: Résultats d'une simulation numérique 2D pour le calcul du coefficient de diffusion. L'évolution des grandeurs $\langle x^2 - \langle x \rangle^2 \rangle$ et $\langle z^2 - \langle z \rangle^2 \rangle$ est linéaire en fonction du temps, ce qui montre un comportement diffusif du système. La pente des droites est donc proportionnelle au coefficient de diffusion. On peut remarquer une nette diminution de la mobilité des atomes le long de la direction quasi-périodique (b).

la variance avec le temps. Par exemple si l'on observe la direction z on trouve :

$$\langle z^2 - \langle z \rangle^2 \rangle = 2D_z t. \quad (\text{XI.6})$$

Le coefficient de diffusion D_z est donc proportionnel à la pente des droites reportées en figure XI.8 b.

Pour n'être sensibles qu'aux effets liés à la quasi-périodicité, nous nous sommes placés dans le régime de fonctionnement "normal" des réseaux optiques. Les données sont donc obtenues loin du décrochage qui se manifeste pour des faibles valeurs de $\hbar\Delta'_0$ (nous avons fixé sa valeur à $\hbar\Delta'_0 = 500E_r$). Comme on peut le constater, pour ce qui concerne la direction x (qui reste périodique même dans le cas du réseau à cinq faisceaux) il n'y a pas de variations majeures dans le coefficient de diffusion lorsque l'on passe du réseau périodique au réseau quasi-périodique. En revanche, une très nette diminution du coefficient de diffusion se manifeste pour la direction z . Ces résultats nous confirment le rôle particulier joué par la quasi-périodicité dans les propriétés de diffusion. La présence d'un coefficient de diffusion réduit dans la simulation 2D laisse prévoir que dans les situations symétriques en x et y (donc la configuration à six faisceaux étudiée dans l'expérience) cette propriété subsiste même à trois dimensions.

Nous avons également effectué un test sur les variations de la vitesse de capture . Il s'agit de comprendre pourquoi un réseau quasi-périodique capture plus d'atomes qu'un réseau périodique, à température initiale du nuage donnée et à égalité d'intensité par onde I_0 (voir figure VII.5, page 124). Nous avons donc calculé la température finale d'un nuage d'atomes après un temps fini d'interaction avec le réseau optique (temps de l'ordre de 0.5 ms) en fonction de la température initiale pour les cas à quatre et à cinq faisceaux. Les résultats sont reportés en figure XI.9. Dans une large gamme de températures initiales, la température finale reste constante. A partir d'une certaine valeur de seuil T_{crit} pour la température initiale, le refroidissement n'est plus aussi efficace⁷. La température finale commence alors à augmenter pour rester proche de la température initiale. Il est intéressant de constater que le seuil T_{crit} se déplace sensiblement vers les hautes températures dans le cas du réseau quasi-périodique. Ce résultat semble donc

7. Pour des vitesses initiales trop élevées, on peut aussi sortir du domaine de validité des simulations. Nous avons bien vérifié que cette circonstance ne se présente pas au seuil.

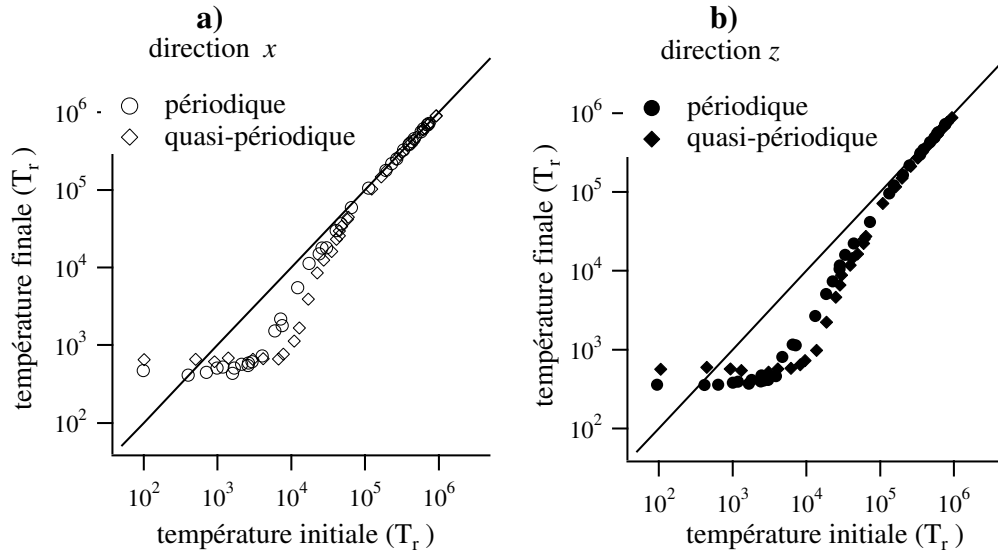


FIG. XI.9: Différences entre la vitesse de capture d'un réseau optique périodique et celle d'un réseau quasi-périodique. Le seuil de température après lequel le réseau n'est plus capable de refroidir tous les atomes est déplacé vers les hautes températures dans le cas du réseau quasi-périodique. Paramètres de simulation: $\hbar\Delta'_0 = 500E_r$, $\Delta = -30\Gamma$, $t = 0.5$ ms.

confirmer la meilleure efficacité de capture des réseaux quasi-périodiques qui a été observée expérimentalement.

CHAPITRE XII

RÉSULTATS DE SIMULATIONS 3D

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de quelques simulations Monte-Carlo semi-classiques visant à comprendre le comportement des atomes soumis à un potentiel lumineux tridimensionnel périodique ou quasi-périodique (configurations à quatre et à cinq faisceaux). L'algorithme de simulation et les potentiels optiques sont inchangés par rapport au cas 2D du chapitre précédent. La dimensionalité plus importante oblige néanmoins à une optimisation rigoureuse des programmes pour obtenir des temps d'exécution raisonnables. Les principales différences que nous avons rencontrées, par rapport aux résultats obtenus dans le chapitre précédent, concernent les propriétés de diffusion spatiale et l'identification des lignes de fuite dans le cas des réseaux optiques 3D. Nous avons aussi abordé l'étude de la dynamique de la localisation et du refroidissement, dont les résultats sont comparables à ceux obtenus au cours des expériences 3D décrites dans la référence [106]. Ces simulations sont obtenues avec l'hypothèse de taille finie de l'échantillon : un atome qui sort de la zone d'interaction est considéré comme perdu pour l'observation. Cette méthode, associée à la présence de lignes de fuite et donc de pertes par diffusion non négligeables, permet de mieux situer les observations expérimentales effectuées avec des valeurs faibles du déplacement lumineux par onde $\hbar\Delta'_0$. En particulier, des mécanismes de sélection peuvent être à la base d'une diminution de la température cinétique de l'échantillon au cours du temps. Nous avons mesuré expérimentalement un phénomène analogue dans le cas d'un quasicristal optique, que nous avons décrit dans le huitième chapitre.

Nous commencerons ce chapitre par la description de la dynamique de refroidissement dans les réseaux optiques. Nous aborderons ensuite les propriétés des distributions en impulsion des atomes refroidis dans ces réseaux et en particulier la température cinétique des configurations à quatre et à cinq faisceaux. Les distributions de densité atomique, avec les figures de diffraction qui en dérivent, seront abordés dans une autre section. Nous terminerons avec les propriétés de

diffusion dans le cas périodique et quasi-périodique avec l'identification des lignes de fuite pour le tétraèdre standard.

XII.1 Dynamique du refroidissement

L'étude de la dynamique du refroidissement dans les réseaux optiques a récemment soulevé beaucoup d'intérêt, vu la possibilité d'accéder par la méthode de diffraction de Bragg à une mesure directe de cette propriété [106, 107]. Du point de vue des simulations numériques, une étude 3D du phénomène n'a jamais été abordée et nous présentons donc les résultats que nous avons obtenus pour le cas d'une transition $1/2 \rightarrow 3/2$. En figure XII.1 nous reportons la température cinétique

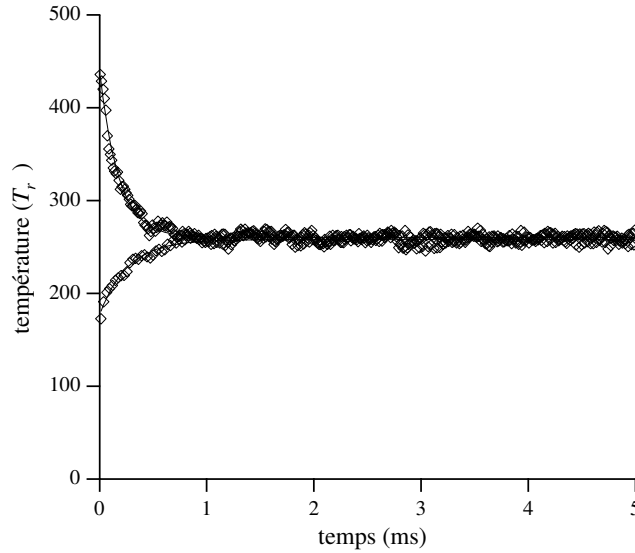


FIG. XII.1: *Température dans la direction x en fonction du temps pour un réseau optique quasi-périodique. Deux situations sont reportées dans la figure : la température initiale est choisie plus élevée ou moins élevée que la température d'équilibre. Les constantes de temps, obtenues par un ajustement en loi exponentielle, valent respectivement 260 ± 15 ms (chauffage) et 178 ± 5 ms (refroidissement). La simulation est obtenue pour $\Delta = -30\Gamma$ et $\hbar\Delta'_0 = 200E_r$.*

(deuxième moment de la distribution d'impulsion) en fonction du temps obtenue

dans le cas d'un réseau optique quasi-périodique à cinq faisceaux. Deux situations sont analysées, obtenues avec deux températures initiales différentes (une plus haute et l'autre plus basse que la température d'équilibre). Dans les deux cas, nous obtenons une relaxation exponentielle vers une température d'équilibre qui ne dépend pas de l'état initial. La constante de temps de cette relaxation dépend de la température initiale : nous retrouvons, en particulier, la différence observée en référence [107] entre le refroidissement et le chauffage¹. Ces résultats sont obtenus en utilisant un échantillon de 3000 atomes qui évoluent pendant un temps de 5 ms. Les grandeurs $\langle p_i^2 - \langle p_i \rangle^2 \rangle(t)$ ($i = x, y, z$) sont évaluées toutes les 13 μs en calculant une moyenne sur le temps et sur l'ensemble.

Un autre aspect très intéressant de la dynamique de refroidissement est donné par le comportement oscillant de la température qui se manifeste aux temps courts lorsque l'on remplit un réseau optique avec des atomes uniformément repartis dans l'espace. Ce phénomène est tout à fait analogue aux oscillations qui se produisent lorsqu'un changement soudain de la profondeur des puits est imposé aux atomes piégés dans le potentiel optique [151, 107]. Il s'agit d'un mouvement "respiratoire" des atomes qui s'amortit avec un temps caractéristique plus court que le temps de thermalisation et dont l'ordre de grandeur est donné par l'anharmonicité du potentiel optique. Nous avons obtenu par simulation numérique cette variation de la température dans le cas d'un réseau 3D comme le montre la figure XII.2 qui est obtenue pour un déplacement lumineux par onde de $\hbar\Delta'_0 = 100E_r$ et un désaccord $\Delta = -30\Gamma$. Il convient de rappeler que ce type de comportement est purement classique, c'est pour cette raison qu'il est possible de le reproduire fidèlement par des simulations semi-classiques. En revanche, l'éventuelle apparition des résurgences quantiques (Quantum Revivals) qui a été suggérée par Raithel *et al.* ne pourrait pas être mise en évidence. La fréquence caractéristique des oscillations est imposée par la courbure du potentiel optique et correspond, grosso modo (c'est à dire en négligeant l'anharmonicité), au double de la fréquence d'oscillation Ω_p . Dans le cas de la figure XII.2, la fréquence est réduite par l'anharmonicité à 0.7 fois sa valeur au fond du puits.

1. Cette différence est peut être due au fait qu'un atome initialement trop froid a besoin d'un certain temps pour pouvoir sortir du puits de potentiel pour se thermaliser. En revanche, un atome trop chaud a tout de suite accès au processus de refroidissement.

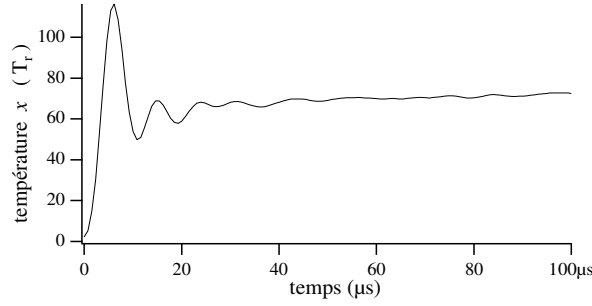


FIG. XII.2: *Comportement oscillant de la température selon la direction x dû au mouvement “respiratoire” des atomes après le branchement soudain du potentiel lumineux. Cette courbe est obtenue pour un réseau périodique avec $\hbar\Delta'_0 = 100E_r$ et $\Delta = -30\Gamma$. A cause de l’anharmonicité, la fréquence des oscillations est réduite d’un facteur 0.7 par rapport à sa valeur calculée au fond du puits.*

XII.2 Température cinétique, distributions en impulsion

Dans cette section, nous présentons les résultats des simulations concernant la température cinétique et les propriétés des distributions en impulsion des réseaux optiques 3D, évaluées à l’aide des simulations numériques. Le calcul de la température cinétique peut être effectué comme dans le cas 2D (voir § XI.1, page 196) et nous avons obtenu des résultats comparables à ceux déjà montrés dans le chapitre précédent. Par exemple, nous reportons en figure XII.3 la variation de la température selon la direction z en fonction du déplacement lumineux par onde dans le cas périodique et quasi-périodique (approximant). On retrouve l’augmentation de la pente dans la partie linéaire que nous avons déjà trouvée à 2D dans le plan xz . Dans la figure XII.4, nous comparons les résultats à 2D et 3D selon les directions x et z . Comme on peut le constater, les valeurs absolues des pentes sont pratiquement inchangées. L’anisotropie entre la direction z et les directions x et y est toujours présente, aussi bien dans le cas périodique que dans le cas quasi-périodique (figures XII.4 a et b). Le décrochage, qui se présente pour le cas périodique 2D pour $\hbar\Delta'_0 \simeq 200E_r$, se trouve déplacé vers les faibles

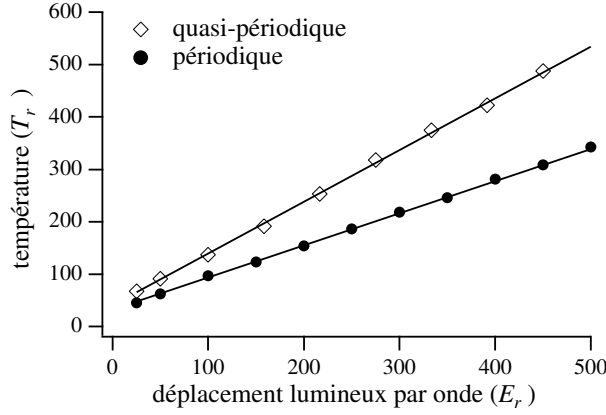


FIG. XII.3: Température selon la direction z pour un réseau optique périodique et pour un réseau optique quasi-périodique. Le rapport entre les pentes des ajustements en loi linéaire vaut 1.62 ± 0.05 (1.47 ± 0.12 pour la direction x). La simulation est obtenue pour $\Delta = -30\Gamma$.

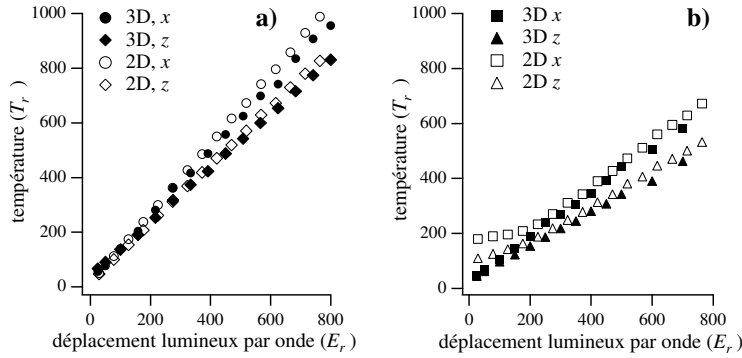


FIG. XII.4: Comparaison globale entre les températures obtenues par simulation 2D et 3D. (a) résultats obtenus pour le cas quasi-périodique à $\Delta = -30\Gamma$. (b) résultats obtenus pour le cas périodique à $\Delta = -30\Gamma$. Dans le cas périodique 2D le décrochage est visible même si la sélection en position a été appliquée.

profondeurs de puits. Cet effet est dû à la disparition du déséquilibre fictif de la pression de radiation causé par le confinement sur le plan xz .

Nous présentons maintenant les résultats pour les distributions en impulsion pour des atomes refroidis dans un réseau optique périodique ou quasi-périodique (approximant). Les distributions en impulsion sont obtenues par un histogramme des temps de séjour des atomes dans l'espace des impulsions, espace qui est discretisé en cellules élémentaires. Pour des raisons pratiques imposées par la taille de la mémoire, chaque cellule a une dimension comprise entre $\hbar k_L$ et une dizaine de $\hbar k_L$, selon la largeur attendue pour la distribution. Chaque histogramme est obtenu en effectuant une moyenne conjointe sur le temps (pendant un temps de l'ordre de $1000 (\Gamma'_0)^{-1}$) et sur un ensemble de 3000 atomes. La moyenne prend en compte seulement les atomes à l'équilibre : chaque atome a un temps d'évolution "libre" (de l'ordre de $200 (\Gamma'_0)^{-1}$) pendant lequel il ne contribue pas à l'histogramme². Nous présentons en figure XII.5 des exemples de distributions en impulsion obtenues pour un réseau périodique et pour un réseau quasi-périodique. Chaque distribution 3D est représentée par trois projections 2D sur les plans $p_x p_y$, $p_x p_z$ et $p_y p_z$ qui sont obtenues en intégrant la direction orthogonale au plan de coupe (il s'agit en quelque sorte d'images par effet d'ombre virtuelles). Des représentations 1D qui correspondent à des "temps de vol" selon les trois directions sont aussi reportés en figure XII.6. On peut remarquer que les distributions sont grosso modo gaussiennes, même si les directions x et y présentent des ailes moins prononcées qu'une gaussienne alors que la distribution selon z présente plus d'ailes qu'une distribution gaussienne de même variance. La différence entre les largeurs (la distribution selon z toujours plus étroite) est probablement due à des effets de pompage optique sélectif en position, comme on l'a déjà discuté dans le chapitre précédent.

Les distributions que nous avons présentées sont obtenues avec un déplacement lumineux par onde de $160 E_r$ et $\Delta = -30\Gamma$. Dans cette situation, la présence de lignes de fuite n'a pas de conséquences notables sur la distribution en impulsion. Pour des simulations à faible profondeur de puits et en absence du filtrage imposé par l'hypothèse de taille finie de la zone d'interaction, on obtient des distributions

2. Pour des valeurs de $\hbar\Delta'_0$ faibles, la notion d'équilibre devient moins évidente à cause de la présence de lignes de fuite par lesquelles le réseau se vide. Voir à ce propos la discussion en fin de la section XII.4.2, page 229.

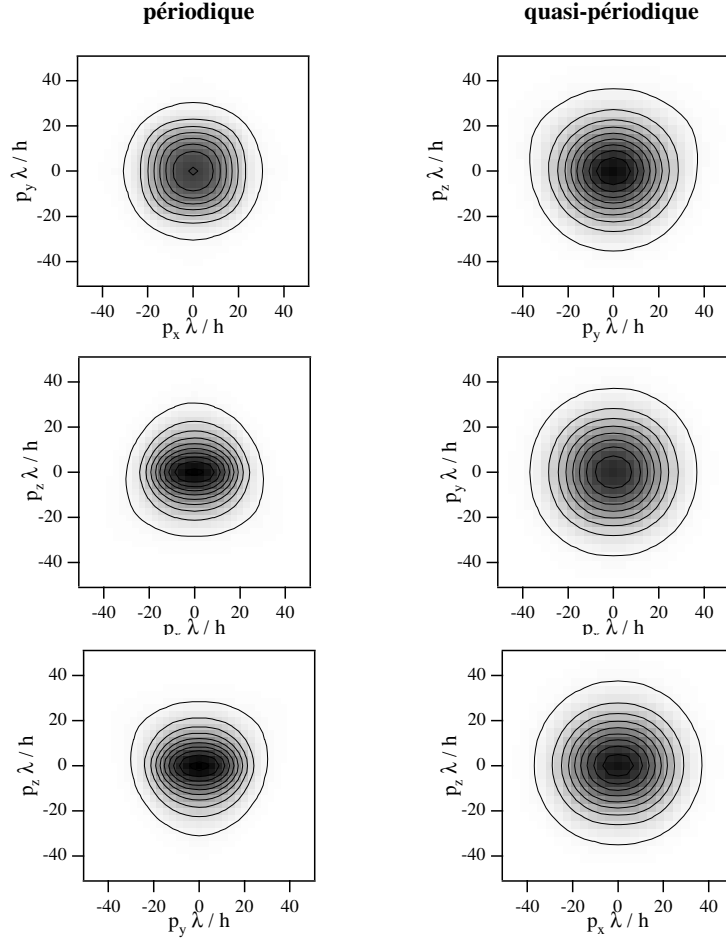


FIG. XII.5: *Distributions des impulsions atomiques 3D projetées sur les plans xy , xz , yz . Les résultats pour le cas périodique (colonne de gauche) sont comparés aux résultats du cas quasi-périodique (colonne de droite). Dans les deux cas $\hbar\Delta'_0 = 160E_r$ et $\Delta = -30\Gamma$.*

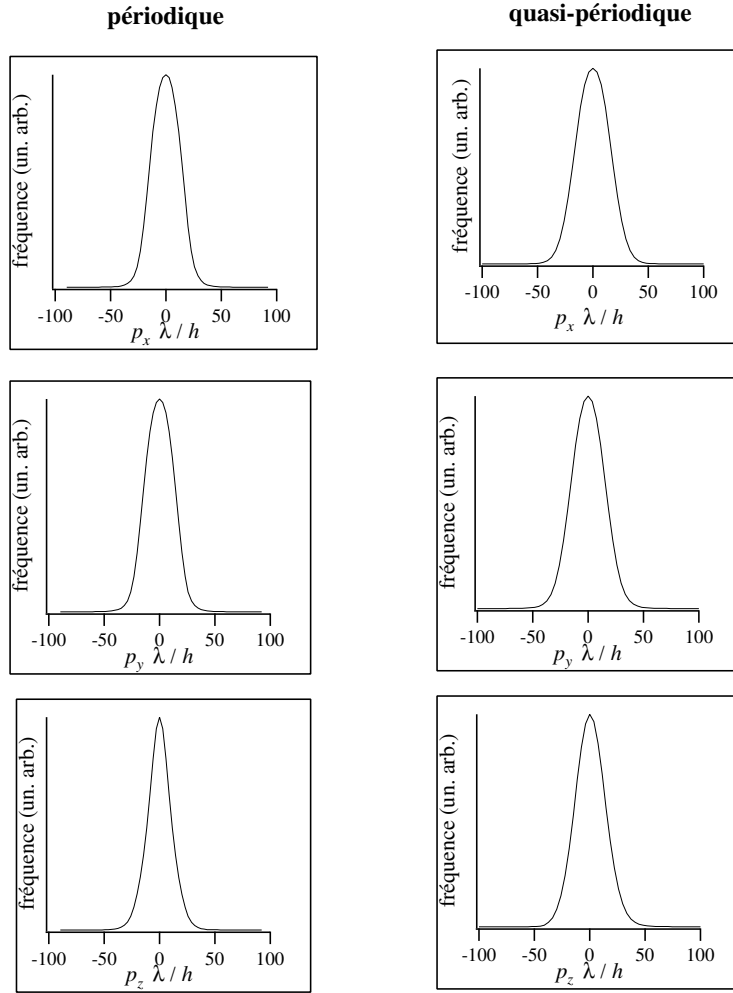


FIG. XII.6: “temps de vol” simulés selon les trois directions de l’espace pour le cas périodique (colonne de gauche) et quasi-périodique (colonne de droite). La distribution en impulsion selon z est, dans les deux cas, plus étroite et plus gaussienne que les distributions selon x et y . Ce phénomène est probablement lié à la dépendance spatiale des taux de pompage au fond des puits de potentiel.

en impulsion qui montrent la présence de lignes de fuite le long des faisceaux piégeants comme on le verra dans la section XII.4.2, page 229.

XII.3 Densité atomique, figures de diffraction

Comme dans le cas 2D, les simulations numériques permettent d'accéder aux détails de la distribution atomique à l'échelle de la longueur d'onde des faisceaux piégeants. Dans le cas des distributions de densité tridimensionnelles, une représentation graphique de la densité atomique n'est pas très facile à mettre en oeuvre. Nous présentons pourtant en figure XII.7 trois coupes de la distribution de densité, obtenue dans le cas quasi-périodique, dans les plans xz , yz et xy . Comme on peut le constater par une comparaison directe avec la figure XI.5 (page 201), l'allure que nous avons obtenue pour le plan xz ne se différencie pas de façon dramatique de celle obtenue par des simulations 2D restreintes au même plan. On peut néanmoins constater une diminution considérable du “fond” dû aux atomes non localisés qui était vraisemblablement faussé par les déséquilibres de pression de radiation dans le cas 2D. A ce propos, il est intéressant de constater que l'on retrouve une caractéristique, déjà observé dans le cas 1D [54] mais perdue dans les simulations 2D : il existent des endroits où la densité atomique est pratiquement nulle. Pour mieux visualiser ce phénomène, nous présentons en figure XII.8 des sections 1D de la densité atomique le long des “tubes” de potentiel que nous avons présentés au dixième chapitre. L'étude de ces coupes permet aussi de déterminer l'extension spatiale de la distribution de densité au fond des puits de potentiel (degré de localisation atomique). Dans le cas périodique, des expériences par diffraction de Bragg [99] ont montré que cette extension est pratiquement indépendante du déplacement lumineux par onde. La même conclusion peut être tirée, toujours dans le cas périodique, par les mesures de température si l'on suppose valable le théorème d'équipartition³. Les résultats de nos simulations montrent, pour le cas périodique, une extension spatiale de la densité atomique de $\lambda_L/7.7$ selon les directions x et y et de $\lambda_L/8.2$ le long de la direc-

3. Comme, dans le régime linéaire, la température dépend linéairement du déplacement lumineux tout comme la profondeur des puits de potentiel, le niveau de “remplissage” des puits reste constant lorsque $\hbar\Delta'_0$ varie.

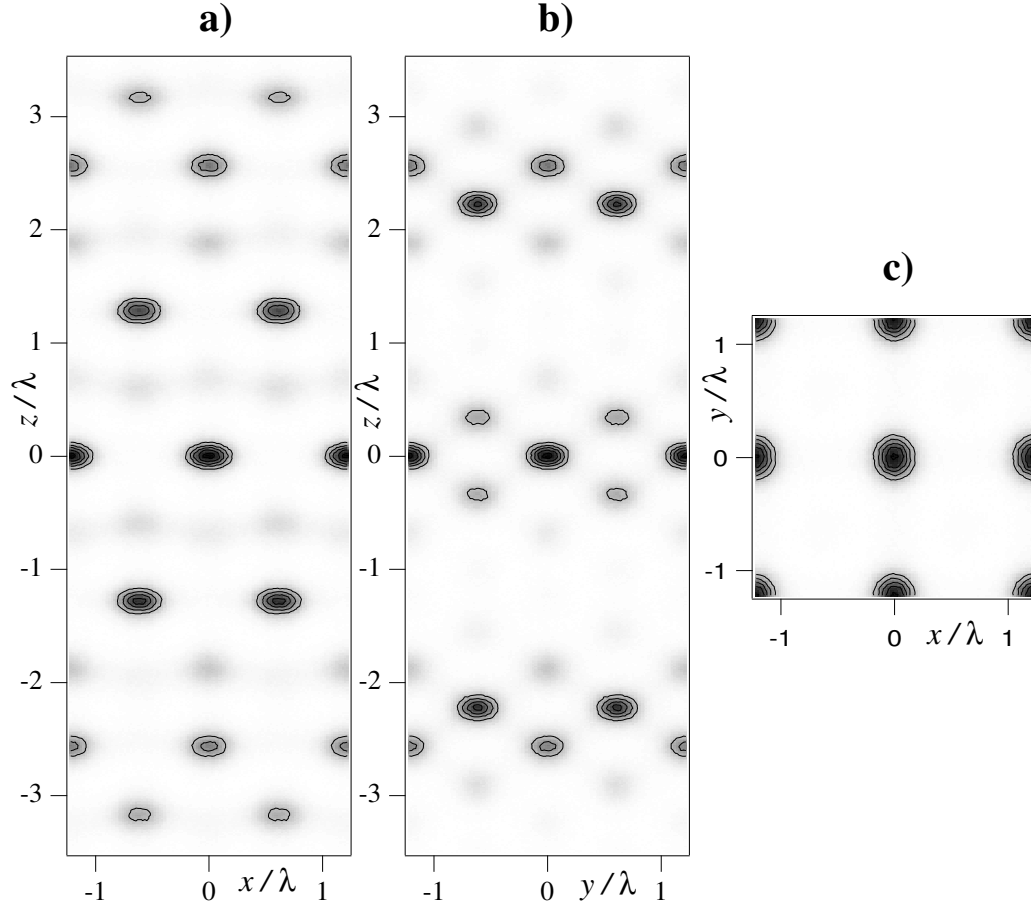


FIG. XII.7: *Densité atomique dans l'état $| -1/2 \rangle$ obtenue par simulation 3D dans le cas d'un réseau optique quasi-périodique. (a) coupe selon le plan xz ; (b) coupe selon le plan yz ; (c) coupe selon le plan xy . Les atomes sont mieux localisés que dans le cas 2D présenté dans le chapitre précédent. Les conditions de la simulation sont : $\hbar\Delta'_0 = 160E_r$ et $\Delta = -30\Gamma$.*

tion z . Ces chiffres correspondent à une énergie moyenne qui se situe à 12 % (z) et 20 % (x, y) de la profondeur diabatique des puits. En termes de profondeur “adiabatique”⁴ on obtient 37 % selon z et 30 % selon x, y . L’anisotropie entre la

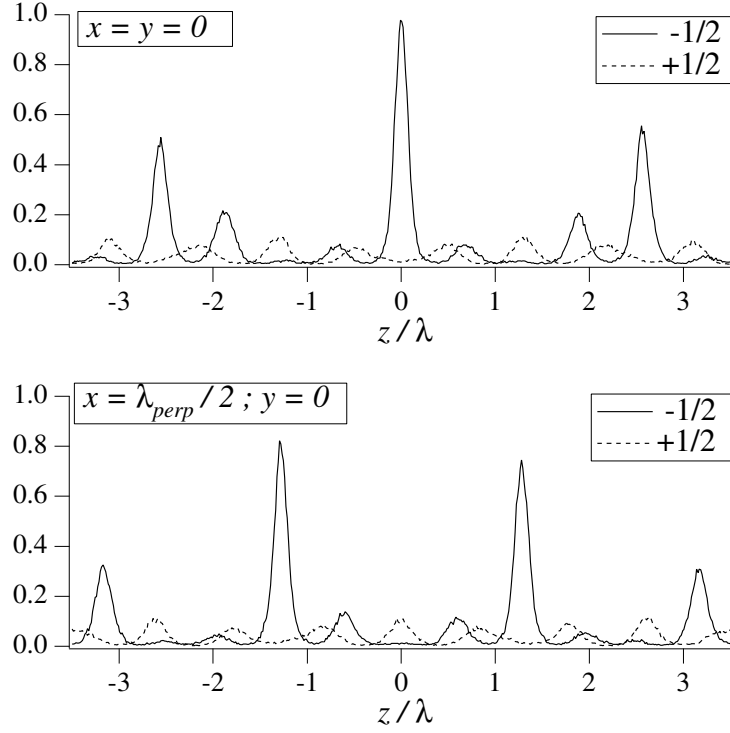


FIG. XII.8: Coupes de la densité atomique dans l’état $| - 1/2 \rangle$ (trait continu) et $| + 1/2 \rangle$ (pointillé) obtenues le long des deux tubes de potentiel lumineux (lignes de section $x = y = 0$ et $x = \lambda_{\perp}; y = 0$).

direction z et les autres directions est dans le sens contraire à celui prévu par le théorème d’équipartition (le potentiel lumineux est plus évasé selon z que selon x ou y). En fait, selon la direction z , les atomes remplissent les puits jusqu’à une hauteur qui est inférieure de 40 % à celle atteinte selon les autres directions. Comme nous l’avons fait déjà remarquer, cette anisotropie est probablement liée

4. Dans le cas de la transition $1/2 \rightarrow 3/2$, nous considérons comme profondeur adiabatique la différence d’énergie entre le fond du puits et le premier croisement avec l’autre nappe du potentiel lumineux.

à des phénomènes de pompage optique qui agissent sur les ailes de la distribution selon z . Nous avons aussi constaté que les extensions spatiales des distributions de densité sont pratiquement indépendantes de $\hbar\Delta'_0$ et de Δ si on considère le régime “normal” de fonctionnement des réseaux (loin du décrochage).

Pour le cas quasi-périodique la situation se complique, étant donné qu’il existe plusieurs puits de profondeur différente et que, a priori, il n’y a pas de raisons pour pouvoir décrire l’équilibre entre puits avec une température globale⁵. Si on ne considère que le puits le plus profond (là où toutes les ondes interfèrent constructivement), on trouve une extension spatiale de $\lambda_L/12.5$ dans la direction z , ce qui correspond à une énergie moyenne qui se trouve à 10 % de la profondeur diabatique et à 18 % de la profondeur adiabatique. Selon les directions x et y , on trouve une extension comparable à celle obtenue dans le cas périodique ($\lambda_L/7.7$), ce qui correspond à une énergie moyenne placée à 15 % de la profondeur diabatique et à 23 % de la profondeur adiabatique. L’anisotropie constatée dans le cas périodique est donc toujours présente pour ce puits particulier du réseau quasi-périodique.

XII.3.1 Figures de diffraction, réflectivité Bragg

Exactement comme dans le cas 2D, à partir de la distribution de densité nous pouvons obtenir par transformée de Fourier spatiale les figures de diffractions attendues pour le réseau quasi-périodique.

Si l’on considère toujours la direction d’observation y pour une expérience de diffraction fictive (avec des photons de longueur d’onde infiniment petite), on obtient la figure de diffraction reportée dans la figure XII.9. Cette figure de diffraction n’est rien d’autre que la transformée de Fourier spatiale de la densité atomique de la figure XII.7 qui a été projetée dans le plan $k_x k_y$. Comme on peut le voir par comparaison avec la figure XI.6, ces résultats ne diffèrent pas sensiblement de ceux obtenus par simulation 2D. A partir des figures de diffraction 3D, nous avons donc calculé la réflectivité de Bragg pour le pic mesuré au cours des expériences. Les résultats de ce calcul sont reportés en figure XII.10 en fonc-

5. Nous avons en fait essayé de décrire les résultats avec une température globale mais ceci s’est avéré impossible.

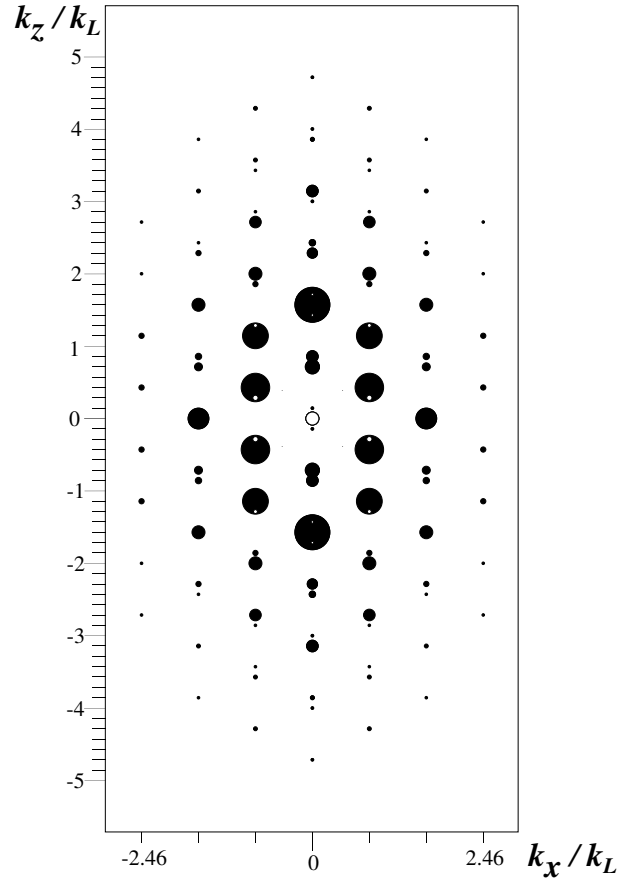


FIG. XII.9: *Figure de diffraction pour une direction d'observation y obtenue par simulation numérique 3D. La transformée de Fourier spatiale de la densité atomique est projetée sur le plan $k_x k_z$. Chaque point a une surface proportionnelle à l'intensité du pic de diffraction. L'échelle "naturelle" est donnée par $k_L/7$ pour la direction k_z et par $k_L \sin \Theta_x \simeq 0.82 k_L$ pour la direction k_x . Les conditions de la simulation sont: $\Delta = -30\Gamma$ et $\hbar\Delta'_0 = 160E_T$. Par rapport au résultat 2D, on peut remarquer juste une légère augmentation du poids relatif des harmoniques (pics les plus déplacés de l'origine).*

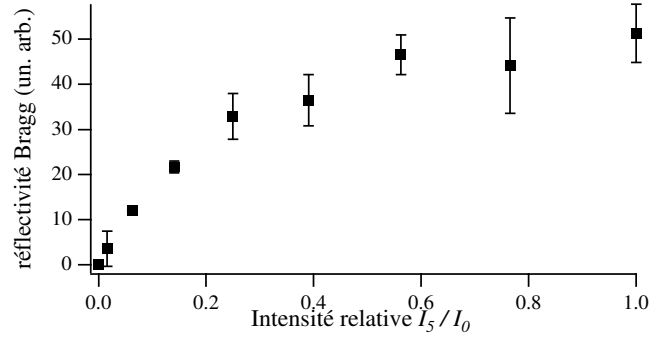


FIG. XII.10: *Réflectivité de Bragg (en unités arbitraires) en fonction de l'intensité relative I_5/I_0 obtenue par des simulations 3D. Les conditions de la simulation sont : $\Delta = -30\Gamma$ et $\hbar\Delta'_0 = 160E_r$.*

tion de l'intensité I_5 du cinquième faisceau. Comme on peut le voir, l'allure est comparable à celle déjà obtenue dans le cas 2D.

XII.3.2 Dépendance de la phase

Comme nous l'avons expliqué dans le dixième chapitre, le potentiel lumineux approximant que nous avons utilisé pour simuler le réseau optique quasi-périodique présente une dépendance résiduelle de la phase ϕ . Pour vérifier la validité des résultats présentés, qui ont toujours été obtenus avec $\phi = 0$, nous avons effectué des simulations qui explorent le domaine de variation libre de cette phase. Les résultats, dont un exemple est reporté en figure XII.11, montrent que les éventuelles variations des grandeurs mesurables (réflectivité Bragg, température, etc.) restent comprises dans l'incertitude statistique. Ce résultat semble confirmer l'hypothèse selon laquelle les réseaux optiques quasi-périodiques sont relativement robustes par rapport aux variations fines des paramètres expérimentaux. Par exemple, des petites variations de l'angle entre faisceaux ne semblent pas pouvoir provoquer des variations observables des grandeurs mesurées.

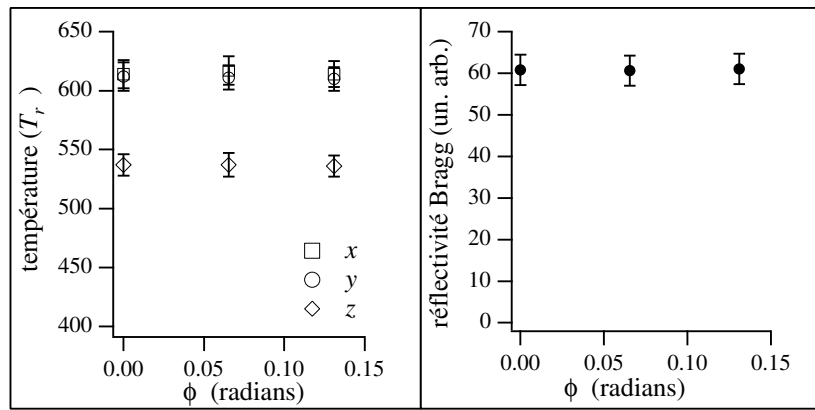


FIG. XII.11: *Dépendance résiduelle de la phase ϕ des grandeurs mesurées dans le réseau optique approximant que nous utilisons pour les simulations. (a) température (en unités de T_r) en fonction de la phase ϕ pour $0 < \phi < \pi/24$ (intervalle libre). (b) réflectivité Bragg (en unités arbitraires) toujours en fonction de ϕ . Ces résultats confirment la validité des approximations introduites par le potentiel optique approximant.*

XII.4 Transport atomique: diffusion et lignes de fuite

Les résultats que nous venons de présenter dans ce chapitre semblaient globalement justifier l'approximation 2D qui a été utilisée pour l'investigation numérique des réseaux optiques [79, 80]. Les différences entre 2D et 3D que nous avons rencontrées ne sont en fait dues qu'au déséquilibre fictif de la pression de radiation que produit le confinement du mouvement des atomes dans le plan $y = 0$. L'étude des propriétés de transport que nous décrivons dans cette section montre, en revanche, que la troisième dimension joue un rôle crucial, au moins dans le cas de la configuration à cinq faisceaux.

XII.4.1 Diffusion spatiale

Comme nous l'avons vu, dans ce cas le potentiel lumineux n'est pas symétrique en x et y (voir figure VII.2, page 120). Ce fait produit non seulement une anisotropie des propriétés de transport entre x et y mais affecte aussi le coefficient de diffusion le long de la direction z lorsque l'on ouvre de nouveaux chemins aux atomes en leur permettant de sortir du plan xz . En figure XII.12 nous présentons la variation des grandeurs $\langle x^2 \rangle$, $\langle y^2 \rangle$ et $\langle z^2 \rangle$ en fonction du temps dans les cas d'un réseau périodique à quatre faisceaux et d'un réseau quasi-périodique à cinq faisceaux. Pour permettre une comparaison directe, nous reportons dans la figure XII.13 les mêmes grandeurs comparées directement aux résultats 2D, déjà présentés dans la figure XI.8, page 207. Comme on peut le constater, si dans le cas périodique le passage de 2D à 3D n'a pas de conséquences dramatiques, le cas quasi-périodique présente des changements non négligeables. La variation la plus importante est obtenue pour la direction z : le coefficient de diffusion D_z (qui est donné par la pente de la partie linéaire de la courbe), qui dans le cas 2D était fortement réduit par rapport au cas périodique, n'est plus très différent de D_x dans le cas 3D. Le coefficient D_y est en revanche plus grand que celui selon x d'un facteur compris entre 2 et 5 (selon le désaccord), ce qui confirme la forte anisotropie xy du réseau optique obtenu en ajoutant un cinquième faisceau sur la bissectrice.

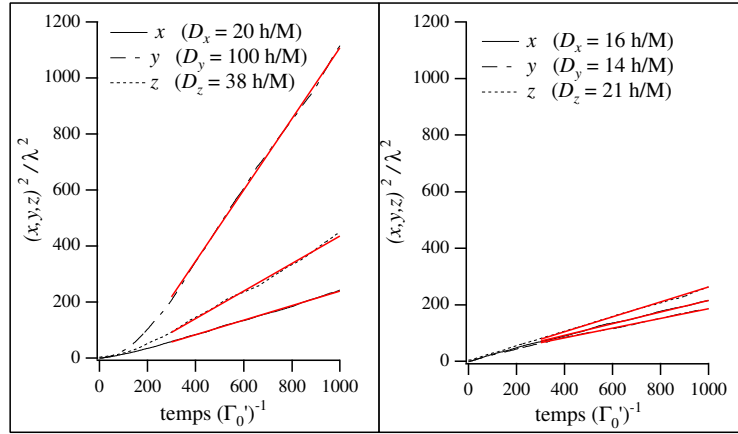


FIG. XII.12: *Evolution des grandeurs $\langle x^2 \rangle$, $\langle y^2 \rangle$ et $\langle z^2 \rangle$ en fonction du temps pour un réseau optique quasi-périodique à cinq faisceaux. (à gauche) et pour un réseau optique périodique (à droite) Les atomes sont lâchés hors d'équilibre au temps $t = 0$ autour de l'origine. Après le temps de thermalisation (ici $\simeq 300(\Gamma_0')^{-1}$), l'évolution est linéaire ce qui démontre un comportement diffusif. On peut remarquer la forte anisotropie des propriétés de diffusion du cas quasi-périodique par rapport au tétraèdre standard. Les conditions de la simulation sont: $\Delta = -10\Gamma$ et $\hbar\Delta'_0 = 500E_r$.*

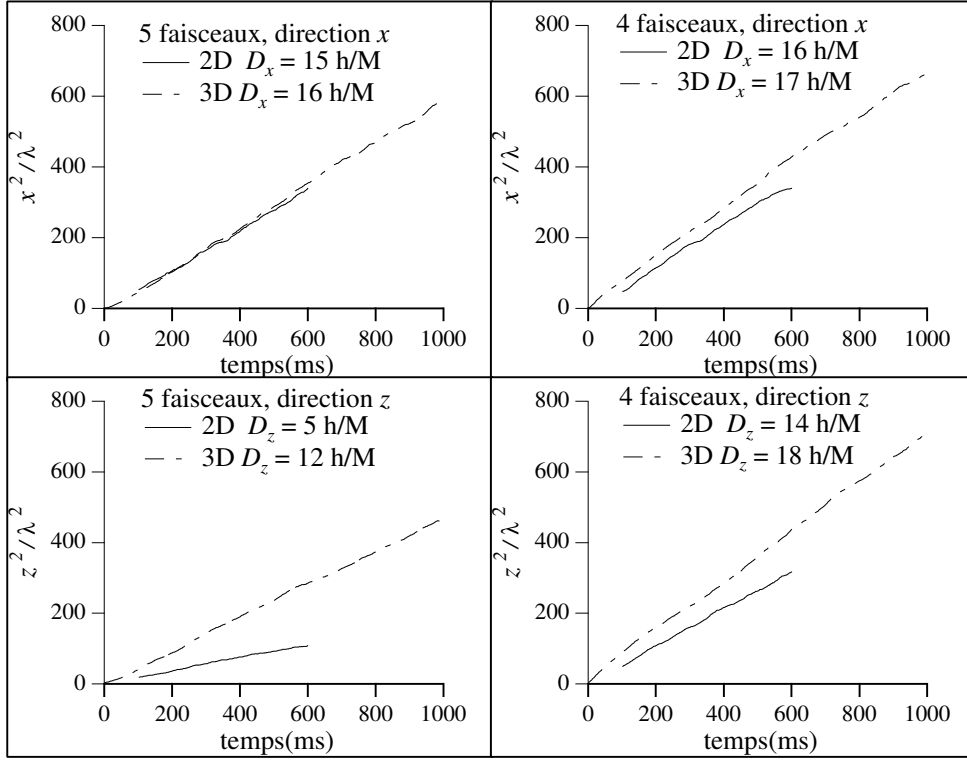


FIG. XII.13: Comparaison entre la dynamique de la diffusion spatiale obtenue par simulation 2D et 3D. Dans la colonne de gauche sont réportés les résultats pour le cas quasi-périodique (cinq faisceaux). Dans la colonne de droite les mêmes quantités sont calculés pour un réseau périodique (4 faisceaux). Il est évident que l'ouverture de nouveaux chemins pour les atomes modifie de façon notable les propriétés de diffusion spatiale. Les conditions de simulations sont les mêmes pour toutes les données : $\Delta = -30\Gamma$ et $\hbar\Delta'_0 = 500E_r$.

Il est aussi intéressant d'étudier les variations des trois coefficients de diffusion en fonction du déplacement lumineux. En figure XII.14 nous reportons des

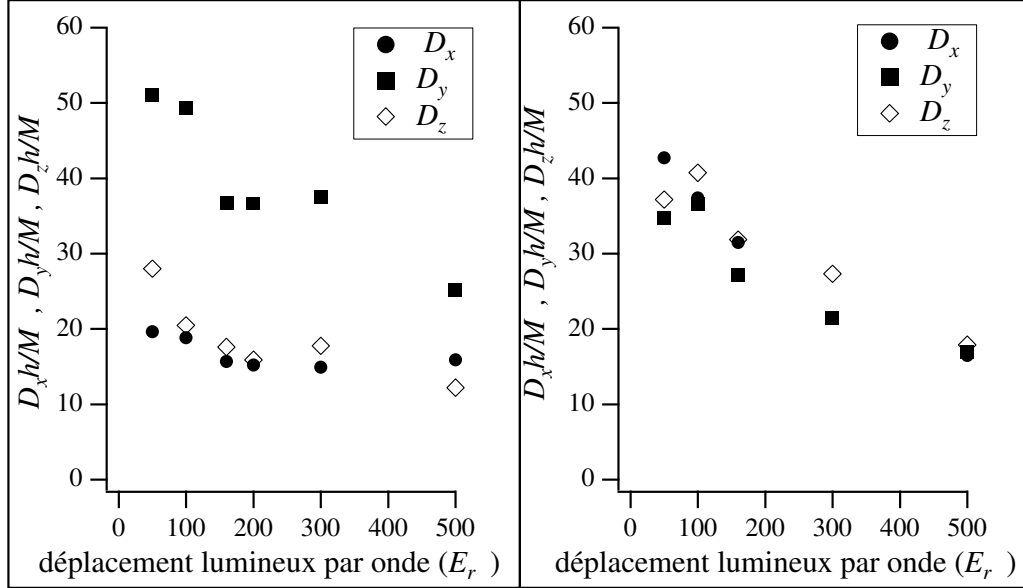


FIG. XII.14: Coefficients de diffusion spatiale (en unités h/M) en fonction du déplacement lumineux par onde $\hbar\Delta'_0$ obtenus par simulation Monte-Carlo 3D. Le cas du réseau optique quasi-périodique (à gauche) est comparé à celui du tétraèdre standard (à droite).

résultats obtenus pour un désaccord $\Delta = -30\Gamma$ dans le cas quasi-périodique et dans le cas périodique. Dans les deux cas, le coefficient de diffusion diminue lorsque la profondeur des puits de potentiel augmente. Il faut néanmoins remarquer que cette dépendance n'est pas très marquée.

XII.4.2 Lignes de fuite, décrochage

Lorsque le déplacement lumineux devient plus petit qu'une valeur de seuil caractéristique, le refroidissement de type Sisyphé devient de moins en moins efficace et le réseau optique “décroche” [56]. C'est exactement au voisinage de cette condition limite que les phénomènes de transport dans les réseaux optiques

peuvent présenter des caractéristiques inhabituelles telles que la diffusion anormale, comme l'ont montré des études numériques dans le cas 1D et 2D [73]. Un autre phénomène de transport, qui a été démontré par des simulations dans les réseaux 2D [65, 152, 73], est dû à la présence de directions particulières le long desquelles les atomes ne sont pas refroidis. C'est exactement le long de ces directions que les atomes ont tendance à s'échapper lorsque le réseau décroche et la présence de ces lignes de fuite introduit donc une anisotropie supplémentaire pour le transport atomique. En figure XII.15 nous reportons les projections selon xz et xy des distributions en impulsion obtenues pour les configurations à quatre et à cinq faisceaux près du décrochage. Comme on peut le constater, plusieurs lignes de fuite sont présentes dans les réseaux 3D. Dans le cas périodique, on retrouve, en particulier, des lignes de fuite orientées selon les bissectrices du plan xy ⁶ et d'autres lignes de fuite orientées le long des faisceaux piégeants. Lorsque on passe à la configuration à cinq faisceaux, la symétrie entre les directions x et y est brisée. On trouve des nouvelles lignes de fuite avec une orientation globale $+z$ (effet de la pression de radiation du cinquième faisceau).

Il est intéressant de discuter les aspects "expérimentaux" liés à la présence de ce mécanisme de vidage du réseau optique. Lorsque le réseau optique opère près du décrochage, les atomes qui empruntent une ligne de fuite sont très rapidement perdus pour l'observation expérimentale. Un atome de césium avec une impulsion de $100\hbar k_L$ sort de la zone d'interaction d'un demi centimètre en 15 ms et en général ne peut pas être détecté par temps de vol⁷. Ceci explique les observations expérimentales par temps de vol qui montrent souvent un décrochage très marqué pour le nombre d'atomes alors que la température continue à décroître. Du côté des simulations numériques, la présence de certains atomes qui ont emprunté ces lignes de fuite fait diverger la variance de la distribution en impulsion même si 95 % des atomes restent piégés et froids. Une stratégie possible consiste alors

6. Ces lignes de fuite ont été déjà constatées dans les simulations numériques de la configuration $lin \perp lin$ 2D [65]. Il est intéressant de rappeler que le potentiel lumineux est, dans cette situation, exactement la coupe selon un plan xy du potentiel engendré par une configuration en tétraèdre standard.

7. Si le réseau est obtenu de façon à orienter une ligne de fuite selon la verticale, cette considération n'est pas valable. Pendant la première série d'études expérimentales (avec la cellule en cube octaèdre) nous nous sommes trouvés (à notre insu!) exactement dans cette situation.

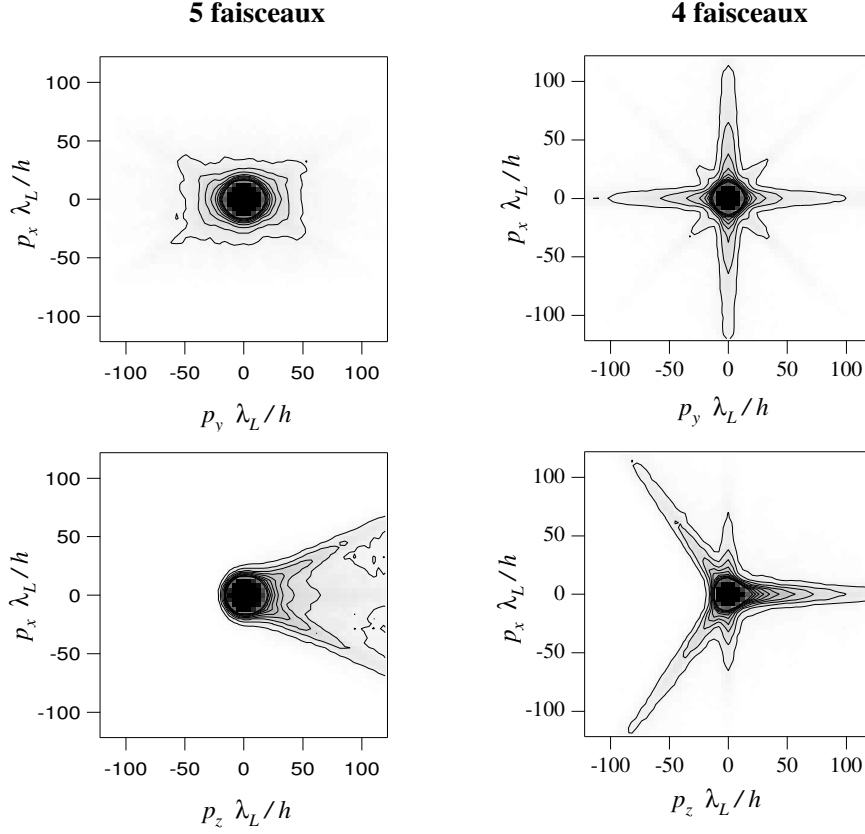


FIG. XII.15: *Distributions en impulsion obtenues avec un réseau quasi-périodique à cinq faisceaux (colonne de gauche) et périodique à quatre faisceaux (colonne de droite). Dans les deux cas on est près du décrochage: $\hbar\Delta'_0 = 25E_r$, $\Delta = -30\Gamma$. Dans le cas périodique on peut très bien reconnaître les directions des faisceaux piégeants ($\Theta \simeq 55^\circ$) qui engendrent des lignes de fuite bien marquées. Toujours dans ce cas, les lignes de fuite supplémentaires, orientées le long des bissectrices du plan xy , sont équivalentes à celles étudiées par Castin et al. [65]. Il faut remarquer que ces distributions ne sont pas stationnaires: au cours du temps, les atomes acquièrent des vitesses de plus en plus élevées le long des lignes de fuite.*

à éliminer la contribution des atomes trop rapides [65] ou, comme nous avons fait, à éliminer les atomes qui sortent d’une “zone d’interaction”. Cette dernière alternative permet d’évaluer la contribution des lignes de fuite aux pertes par diffusion dans un réseau optique. A titre d’exemple nous reportons en figure XII.16

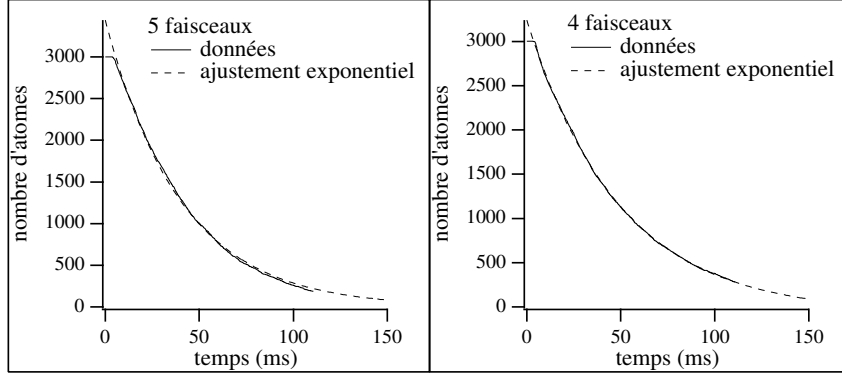


FIG. XII.16: *Nombre d’atomes restés dans une sphère de rayon $500\lambda_L$ en fonction du temps pour les configurations à cinq faisceaux (à gauche) et à quatre faisceaux (à droite). Les conditions des simulations correspondent à celles de la figure précédente. La durée de vie, estimée par l’ajustement en loi exponentielle (en pointillé), est de 50 ms pour le cas périodique et de 40 ms pour la configuration à cinq faisceaux.*

le nombre d’atomes restés à l’intérieur d’une sphère de rayon $500\lambda_L$ en fonction du temps pour les configurations à cinq et à quatre faisceaux près du décrochage ($\hbar\Delta'_0 = 25E_r$). On peut constater une décroissance exponentielle avec une durée de vie de 50 ms. Si maintenant nous cherchons sur la surface de la sphère les endroits d’où les atomes sortent (voir figure XII.17), nous pouvons constater que le départ le long des lignes de fuite constitue la contribution prépondérante aux pertes du réseau pour les deux types de réseau optique⁸.

⁸. Nos simulations numériques ne tiennent pas compte des pertes dues aux collisions avec les atomes chauds du gaz résiduel. Il est néanmoins probable que la cause principale des pertes au décrochage soit le départ des atomes le long des lignes de fuite.

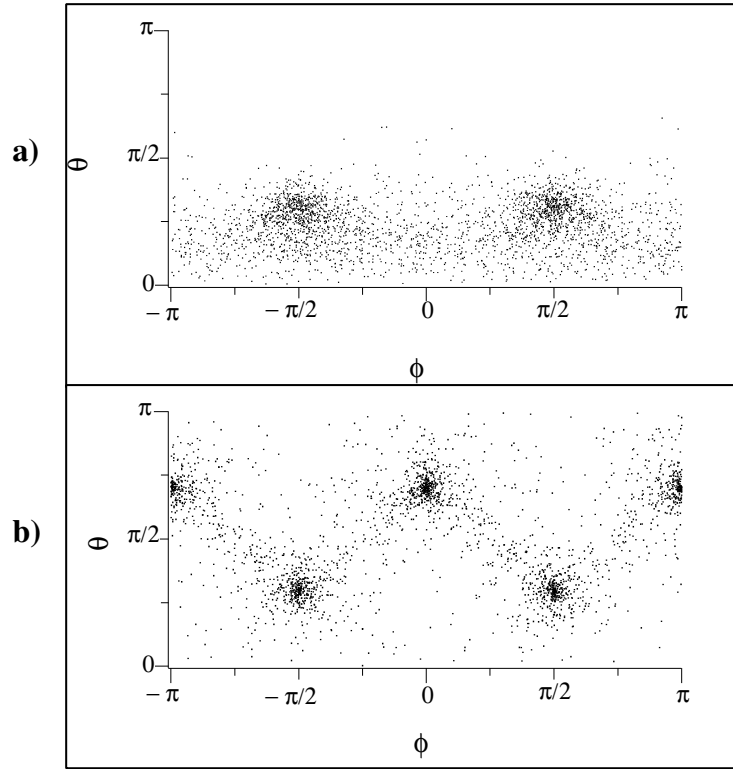


FIG. XII.17: Carte des points de sortie des atomes en coordonnées sphériques (θ, ϕ) . Chaque fois qu'un atome sort de la sphère de rayon 500λ , une trace est enregistrée sur la surface. **(a)** Réseau optique à cinq faisceaux : deux lignes de fuite vers les z positif sont nettement visibles. **(b)** Tétraèdre standard : les lignes de fuite sont orientées le long des faisceaux piégeants. Comme on peut le constater, dans les deux cas les pertes le long des lignes de fuite sont largement majoritaires.

CONCLUSION

Au cours de ce manuscrit, nous avons montré comment la géométrie des faisceaux habituellement utilisée pour obtenir des réseaux optiques de type Sisyphe peut être généralisée pour engendrer des potentiels lumineux quasi-périodiques et super-périodiques. Ces potentiels ont été obtenus en utilisant des configurations à nombre redondant de faisceaux et cette méthode permet d’obtenir des structures dont les propriétés de symétrie peuvent être choisies de façon arbitraire. Nous avons aussi abordé la description de ce nouveau type de réseau optique en adaptant les outils développés en physique des solides pour la description des quasicristaux.

Les résultats expérimentaux montrent clairement que les atomes sont refroidis et piégés très efficacement dans ces “quasicristaux optiques”. Les études par diffraction de Bragg et par spectroscopie pompe-sonde démontrent aussi que les atomes se rangent dans des structures qui reproduisent les propriétés de symétrie du potentiel lumineux imposé aux atomes. Ces réseaux optiques peuvent donc être considérés à juste titre comme un nouvel exemple de système physique quasi-périodique. Le même type de réseau, avec un paramètre de maille très grand, nous a permis aussi l’observation directe, par une méthode d’imagerie, de l’ordre spatial imposé aux atomes par la lumière.

A l’aide de simulations numériques nous avons abordé le problème du mouvement diffusif des atomes dans ce nouveau type de réseau optique, problème qui est en relation très étroite avec les propriétés de conductivité très originales découvertes dans les quasicristaux solides.

Les systèmes que nous avons étudiés sont tous basés sur un mécanisme de refroidissement de type “Sisyphe”. Il s’agit, en particulier, de réseaux optiques de type dissipatif où les cycles d’absorption-émission spontanée sont très fréquents (réseaux brillants). Même si l’importance de la dissipation peut être ajustée en changeant le désaccord Δ , ce type de réseau ne permet pas d’atteindre un régime

de fonctionnement dans lequel le temps qui sépare deux événements d'émission spontanée est long par rapport aux temps caractéristiques de la dynamique atomique. Ces processus de diffusion très fréquents ont un effet similaire à la présence de beaucoup de défauts dans un solide : ils empêchent toute manifestation des phénomènes liés à la cohérence de la fonction d'onde atomique. C'est pour cette raison, par exemple, que les expériences qui ont mis en évidence les oscillations de Bloch [7] ont dû être menées sur un réseau optique très désaccordé où l'on peut négliger les effets dissipatifs.

Les nouvelles études que l'on peut envisager sur les quasicristaux optiques, sont donc naturellement orientées vers le régime quantique. Même si dans le cas des réseaux très désaccordés les difficultés expérimentales augmentent (on n'a plus de mécanismes de refroidissement), l'enjeu est très important. Les réseaux optiques sont en fait d'excellents candidats pour explorer de façon quantitative les phénomènes de transport dans le régime quantique [9]. Par exemple, une proposition pour l'étude de la transition métal-isolant [132] en présence d'une force oscillante a déjà été avancée [153]. Les résultats de ce travail montrent aussi que de multiples configurations exploitant le choix d'orientation entre les faisceaux piégeants peuvent être proposées.

APPENDICE :

EXPRESSION DES DIFFÉRENTS TERMES
DE L'ÉQUATION D'ÉVOLUTION
SEMI-CLASSIQUE

Comme nous l'avons vu au dixième chapitre, les simulations Monte-Carlo semi-classiques permettent une approche simple et efficace de la dynamique des atomes dans les réseaux optiques. La description est semi-classique dans le sens où les degrés de liberté externes de l'atome sont traités classiquement, alors que la structure interne reste quantique. On introduit la représentation de Wigner de l'opérateur densité σ et on fait un développement limité de l'équation pilote II.4 au deuxième ordre en $\hbar k_L/\bar{p}$. Dans le cas d'une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ et dans une configuration *standard* (sans composante π pour le champ total), l'équation pilote se transforme en deux équations couplées. Ces équations décrivent le mouvement d'une particule brownienne classique dans un bi-potentiel. Le pompage optique fait passer l'atome d'un état interne à l'autre. La particule est également soumise à une force de pression de radiation et une diffusion en impulsion résume les effets liés au recul lors de l'absorption et de l'émission d'un photon. Le but de cet appendice est de montrer succinctement comment on dérive de l'équation pilote l'expression des taux de pompage ainsi que les forces et les taux de diffusion. La représentation de Wigner de l'opérateur densité peut être vue comme un cas particulier de la transformation de Weyl et nous allons fréquemment utiliser des

résultats généraux démontrés mathématiquement¹. La transformation de Weyl fait correspondre à chaque opérateur $\hat{A}$ une fonction $a(p, q)$:

$$\hat{A} = \frac{1}{h^3} \int a(p, q) \hat{\Delta}(p, q) dp dq \quad (\text{A.0a})$$

$$a(p, q) = \int e^{i\frac{q \cdot u}{h}} \langle p + 1/2u | \hat{A} | p - 1/2u \rangle du \quad (\text{A.0b})$$

$$\hat{\Delta}(p, q) = \int e^{i\frac{p \cdot v}{h}} |q + 1/2v\rangle \langle q - 1/2v| dv \quad (\text{A.0c})$$

Dans le cas où l'opérateur considéré est l'opérateur densité σ , l'expression A.0b redonne bien la forme usuelle de la fonction de Wigner. Le produit de deux opérateurs $\hat{A}$ et $\hat{B}$, qui ont pour transformées $a(p, q)$ et $b(p, q)$, s'écrit simplement :

$$\widehat{AB} \leftrightarrow \exp \left[\frac{\hbar}{2i} \left(\frac{\partial^{(a)}}{\partial p} \frac{\partial^{(b)}}{\partial q} - \frac{\partial^{(a)}}{\partial q} \frac{\partial^{(b)}}{\partial p} \right) \right] a(p, q) b(p, q). \quad (\text{A.2})$$

Comme nous nous intéresserons à l'approximation semi-classique, nous n'aurons besoin que des développements au second ordre. Nous pouvons dans ce cas expliciter cette expression :

$$\begin{aligned} \widehat{AB} \leftrightarrow & a(p, q) b(p, q) + \frac{\hbar}{2i} \left[\frac{\partial a}{\partial p} \frac{\partial b}{\partial q} - \frac{\partial a}{\partial q} \frac{\partial b}{\partial p} \right] \\ & - \frac{\hbar^2}{8} \left[\frac{\partial^{(a)}}{\partial p} \frac{\partial^{(b)}}{\partial q} - \frac{\partial^{(a)}}{\partial q} \frac{\partial^{(b)}}{\partial p} \right]^2 a(p, q) b(p, q) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Revenons maintenant à notre équation pilote II.4 Le terme d'évolution hamiltonienne prend une forme simple, car pour un commutateur les termes pairs de l'expression générale disparaissent. Il reste donc :

$$[H_{eff}, \sigma] \leftrightarrow -\frac{p}{M} \frac{\partial W}{\partial q} + \frac{\partial \Lambda}{\partial q} \frac{\partial W}{\partial p}. \quad (\text{A.5})$$

Il nous reste à travailler sur le terme de relaxation II.10 qui peut se mettre sous la forme de Lindblad² :

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{relax} = \sum_i \left[-\frac{1}{2} (C_i^\dagger C_i \sigma + \sigma C_i^\dagger C_i) + C_i \sigma C_i^\dagger \right]. \quad (\text{A.6})$$

1. Ces résultats sont tirés de la référence [149].

2. On peut démontrer que pour pouvoir interpréter σ comme un opérateur densité (c'est à dire que $Tr(\sigma) = 1$ et que $\langle \varphi | \sigma | \varphi \rangle \geq 0$ pour toute fonction d'onde $|\varphi\rangle$), le terme de relaxation se met nécessairement sous cette forme (G. Lindblad, référence [154])

La somme se fait ici sur toutes les directions d'émission spontanée et sur toutes les polarisations possibles du photon émis. Les opérateurs C_i s'expriment simplement en fonction des $\widehat{B}_\epsilon$ introduits en II.11. On peut remarquer que les opérateurs C_i dépendent de la position $\mathbf{R}$ mais pas de l'impulsion $\mathbf{P}$. Il en découle que la transformée $c_i(p, q)$ ne dépend que de q . L'expression de la transformée des produits $C_i\sigma$ se simplifie notablement. Pour alléger les expressions, dans un premier temps, nous laisserons tomber l'indice i . On trouve alors :

$$C^\dagger C \sigma \leftrightarrow c^\dagger(q) c(q) W(p, q) + \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial q} (c^\dagger c) \frac{\partial W}{\partial p} - \frac{\hbar^2}{8} \frac{\partial^2}{\partial q^2} (c^\dagger c) : \frac{\partial^2 W}{\partial p^2} \quad (\text{A.6a})$$

$$\sigma C^\dagger C \leftrightarrow W c^\dagger c - \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial W}{\partial p} \frac{\partial}{\partial q} (c^\dagger c) - \frac{\hbar^2}{8} \frac{\partial^2 W}{\partial p^2} : \frac{\partial^2}{\partial q^2} (c^\dagger c) \quad (\text{A.6b})$$

$$\begin{aligned} C \sigma C^\dagger \leftrightarrow & c W c^\dagger + \frac{i\hbar}{2} \left[\frac{\partial c}{\partial q} \frac{\partial W}{\partial p} c^\dagger - c \frac{\partial W}{\partial p} \frac{\partial c^\dagger}{\partial q} \right] \\ & - \frac{\hbar^2}{8} \left[\frac{\partial^2 c}{\partial q^2} : \frac{\partial^2 W}{\partial p^2} c^\dagger - 2 \frac{\partial c}{\partial q} \frac{\partial^2 W}{\partial p^2} \frac{\partial c^\dagger}{\partial q} + c \frac{\partial^2 W}{\partial p^2} : \frac{\partial^2 c^\dagger}{\partial q^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.6c})$$

Notons au passage que p et q sont des vecteurs. Les notations simplifiées $\frac{\partial}{\partial q}$, $\frac{\partial}{\partial p}$ sont donc des opérateurs ∇_q et ∇_p et les dérivées du second ordre $\frac{\partial^2}{\partial q^2}$ ou $\frac{\partial^2}{\partial p^2}$ sont des tenseurs. Le symbole $:$ représente le produit tensoriel, mais nous avons omis le $\cdot$ du produit scalaire de deux vecteurs.

Il nous reste à considérer les états internes $|m\rangle$ qui correspondent aux deux sous-niveaux Zeeman du fondamental. Nous insérerons la relation de fermeture sur les états internes là où c'est nécessaire et nous ne garderons que les populations, c'est-à-dire les éléments diagonaux de W : $\Pi_m = \langle m | W | m \rangle$. En fait, on démontre aisément que, dans le cas d'une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ avec un champ sans composante π , il n'y a pas, pour les cohérences, de terme-source proportionnel aux populations. En effet, les éventuels termes de couplage sont de la forme $\langle n | c^\dagger | i \rangle \langle i | c | m \rangle$ avec $n \neq m$. Comme i ne peut prendre que les deux valeurs n et m , un des deux facteurs est nul car les photons spontanés π ou $\sigma^\pm$ couplent soit les sous-niveaux $n \neq m$ soit un niveau n ou m avec lui-même mais jamais les deux. Sans terme-source, les cohérences sont condamnées à s'amortir et à disparaître. Nous séparons les trois ordres successifs en $\frac{\partial}{\partial p}$.

Le terme “classique” :

$$\dot{\Pi}_{n\ sp}^{(0)} = -\langle n|c^\dagger c|n\rangle \Pi_n + \sum_m \langle n|c|m\rangle \langle m|c^\dagger|n\rangle \Pi_m. \quad (\text{A.8})$$

La première correction :

$$\dot{\Pi}_{n\ sp}^{(1)} = \frac{i\hbar}{2} \sum_m [\langle n|\frac{\partial c}{\partial q}|m\rangle \langle m|c^\dagger|n\rangle - \langle n|c|m\rangle \langle m|\frac{\partial c^\dagger}{\partial q}|n\rangle] \frac{\partial \Pi_m}{\partial p}. \quad (\text{A.9})$$

La seconde correction :

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_{n\ sp}^{(2)} = & \frac{\hbar^2}{8} \langle n|\frac{\partial^2}{\partial q^2}(c^\dagger c)|n\rangle \frac{\partial^2 \Pi_n}{\partial p^2} \\ & - \frac{\hbar^2}{8} \sum_m \left[\langle n|\frac{\partial^2 c}{\partial q^2}|m\rangle \langle m|c^\dagger|n\rangle + \langle n|c|m\rangle \langle m|\frac{\partial^2 c^\dagger}{\partial q^2}|n\rangle - 2\langle n|\frac{\partial c}{\partial q}|m\rangle \langle m|\frac{\partial c^\dagger}{\partial q}|n\rangle \right] \frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial p^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

En fait, les opérateurs C_i contiennent un opérateur $e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}}$ lié à la direction d’émission du photon spontané :

$$C_i^\dagger = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} \hat{B}_\epsilon(\mathbf{R}). \quad (\text{A.12})$$

L’opérateur $\hat{B}_\epsilon(\mathbf{R})$ a été introduit en II.11 et nous noterons $b_\epsilon(q)$ sa transformée. Comme les deux facteurs ne dépendent que de $\mathbf{R}$, la transformée du produit est simple (opérateur différentiel nul).

$$\begin{aligned} c_i^\dagger &= e^{ikq} b_\epsilon(q) \\ \frac{\partial c_i^\dagger}{\partial q} &= e^{ikq} (ik b_\epsilon + \frac{\partial b_\epsilon}{\partial q}) \\ \frac{\partial^2 c_i^\dagger}{\partial q^2} &= e^{ikq} (-k^2 b_\epsilon + 2ik \frac{\partial b_\epsilon}{\partial q} + \frac{\partial^2 b_\epsilon}{\partial q^2}). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Les exponentielles disparaissent car tous les termes des expressions A.8, A.9, A.10 contiennent un produit de c_i et $c_i^\dagger$. Dans l’étape suivante du calcul, nous prenons une moyenne sur le diagramme d’émission spontanée. Les termes proportionnels à k vont donc disparaître car les directions k et $-k$ sont équiprobables et le tenseur k^2 prend une forme diagonale qui dépend de la polarisation du photon émis.

$$\text{pour les photons } \pi : \vec{\vec{K}}_\pi = \langle k_\pi^2 \rangle = \begin{pmatrix} 2/5 & 0 & 0 \\ 0 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix} k_L^2 \quad (\text{A.15})$$

$$\text{pour les photons } \sigma : \vec{\vec{K}}_\sigma = \langle k_\sigma^2 \rangle = \begin{pmatrix} 3/10 & 0 & 0 \\ 0 & 3/10 & 0 \\ 0 & 0 & 2/5 \end{pmatrix} k_L^2 \quad (\text{A.16})$$

Si on considère le diagramme d'émission simplifié [65], que nous avons effectivement utilisé pour les simulations, on trouve alors

$$\vec{\vec{K}}_\pi = \langle k_\pi^2 \rangle = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} k_L^2, \quad (\text{A.17})$$

$$\vec{\vec{K}}_\sigma = \langle k_\sigma^2 \rangle = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} k_L^2. \quad (\text{A.18})$$

Nous pouvons alors récrire les différents termes en fonction des b_ϵ .

Terme classique :

$$\dot{\Pi}_{n \text{ } sp}^{(0)} = \sum_m \gamma_n^m \Pi_m, \quad (\text{A.19})$$

avec

$$\gamma_n^n = \sum_\epsilon [-\langle n | b_\epsilon b_\epsilon^\dagger | n \rangle + |\langle n | b_\epsilon | n \rangle|^2] \quad (\text{A.20})$$

et

$$\gamma_n^m = \sum_\epsilon |\langle m | b_\epsilon | n \rangle|^2, m \neq n. \quad (\text{A.21})$$

Première correction :

$$\dot{\Pi}_{n \text{ } sp}^{(1)} = - \sum_m \mathbf{F}_n^m \frac{\partial \Pi_m}{\partial p}, \quad (\text{A.22})$$

avec

$$\mathbf{F}_n^m = \hbar \sum_\epsilon \Im m(\langle n | \frac{\partial b_\epsilon^\dagger}{\partial q} | m \rangle \langle m | b_\epsilon | n \rangle). \quad (\text{A.23})$$

Deuxième correction :

$$\dot{\Pi}_{n \text{ } sp}^{(2)} = - \sum_m \vec{\vec{D}}_n^m : \frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial p^2}, \quad (\text{A.24})$$

avec

$$\begin{aligned} \vec{\vec{D}}_n^m = & -\frac{\hbar^2}{8} \frac{\partial^2}{\partial q^2} \gamma_n^m + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\epsilon} \langle n | \frac{\partial b_{\epsilon}^{\dagger}}{\partial q} | m \rangle \langle m | \frac{\partial b_{\epsilon}}{\partial q} | n \rangle \\ & + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\epsilon} \vec{K}_{\epsilon} \langle n | b_{\epsilon}^{\dagger} | m \rangle \langle m | b_{\epsilon} | n \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Il nous reste maintenant à expliciter les b_{ϵ} et leurs éléments de matrice en fonction des composantes $\sigma^{\pm}$ du champ. Pour alléger les notations, nous introduisons les amplitudes normalisées

$$\mathcal{E}_{\pm} = \frac{\mathbf{E}_{\pm}}{\frac{1}{2} E_0 e^{-i\omega t}}; \quad (\text{A.27})$$

et les intensités normalisées

$$\mathcal{I}_{\pm} = |\mathcal{E}_{\pm}|^2. \quad (\text{A.28})$$

Ces amplitudes normalisées décrivent la configuration de faisceaux choisie en tenant compte de la polarisation des ondes. Cette notation permet d'écrire des expressions plus compactes que celles obtenues en séparant l'amplitude et la polarisation du champ total. Tous les $\langle n | b_{\epsilon} | m \rangle$ s'expriment simplement en fonction de $\sqrt{\Gamma'_0}$ et de $\mathcal{E}_{\pm}$. On trouve donc

$$\langle - | b_{\pm}^{\dagger} | + \rangle = \langle + | b_{\pm}^{\dagger} | - \rangle = 0, \quad (\text{A.29})$$

$$\langle + | b_0^{\dagger} | + \rangle = \langle - | b_0^{\dagger} | - \rangle = 0, \quad (\text{A.30})$$

$$\langle + | b_+^{\dagger} | + \rangle = \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_+, \quad (\text{A.31})$$

$$\langle - | b_-^{\dagger} | - \rangle = \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_-, \quad (\text{A.32})$$

$$\langle + | b_-^{\dagger} | + \rangle = \frac{1}{3} \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_-, \quad (\text{A.33})$$

$$\langle - | b_+^{\dagger} | - \rangle = \frac{1}{3} \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_+, \quad (\text{A.34})$$

$$\langle - | b_0^{\dagger} | + \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_-, \quad (\text{A.35})$$

$$\langle + | b_0^{\dagger} | - \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\Gamma'_0} \mathcal{E}_+, \quad (\text{A.36})$$

$$\langle + | \sum_{\epsilon} b_{\epsilon} b_{\epsilon}^{\dagger} | + \rangle = \Gamma'_0 \left(\mathcal{I}_+ + \frac{1}{3} \mathcal{I}_- \right), \quad (\text{A.37})$$

$$\langle - | \sum_{\boldsymbol{\epsilon}} b_{\boldsymbol{\epsilon}} b_{\boldsymbol{\epsilon}}^{\dagger} | - \rangle = \Gamma'_0 \left(\mathcal{I}_- + \frac{1}{3} \mathcal{I}_+ \right). \quad (\text{A.38})$$

En utilisant ces éléments de matrice dans les expressions précédentes, on obtient :

$$\gamma_-^+ = -\gamma_+^+ = \frac{2}{9} \Gamma'_0 \mathcal{I}_-, \quad (\text{A.39})$$

$$\gamma_+^- = -\gamma_-^- = \frac{2}{9} \Gamma'_0 \mathcal{I}_+, \quad (\text{A.40})$$

$$\mathbf{F}_+^+ = \hbar \Gamma'_0 \Im m \left[(\nabla \mathcal{E}_+) \mathcal{E}_+^* + \frac{1}{9} (\nabla \mathcal{E}_-) \mathcal{E}_-^* \right], \quad (\text{A.41})$$

$$\mathbf{F}_-^+ = \frac{2}{9} \hbar \Gamma'_0 \Im m \left[(\nabla \mathcal{E}_-) \mathcal{E}_-^* \right], \quad (\text{A.42})$$

$$\mathbf{F}_-^- = \hbar \Gamma'_0 \Im m \left[(\nabla \mathcal{E}_-) \mathcal{E}_-^* + \frac{1}{9} (\nabla \mathcal{E}_+) \mathcal{E}_+^* \right], \quad (\text{A.43})$$

$$\mathbf{F}_+^- = \frac{2}{9} \hbar \Gamma'_0 \Im m \left[(\nabla \mathcal{E}_+) \mathcal{E}_+^* \right], \quad (\text{A.44})$$

$$\vec{\vec{D}}_+^+ = \frac{\hbar^2}{8} \Gamma'_0 \left[\frac{2}{9} \nabla \nabla \mathcal{I}_- + 4 \nabla \mathcal{E}_+ \nabla \mathcal{E}_+^* + \frac{4}{9} \nabla \mathcal{E}_- \nabla \mathcal{E}_-^* + \left(\mathcal{I}_+ + \frac{1}{9} \mathcal{I}_- \right) \vec{\vec{K}}_{\sigma} \right], \quad (\text{A.45})$$

$$\vec{\vec{D}}_+^- = \frac{\hbar^2}{8} \Gamma'_0 \left[-\frac{2}{9} \nabla \nabla \mathcal{I}_+ + \frac{8}{9} \nabla \mathcal{E}_+ \nabla \mathcal{E}_+^* + \frac{2}{9} \mathcal{I}_+ \vec{\vec{K}}_{\pi} \right], \quad (\text{A.46})$$

$$\vec{\vec{D}}_-^- = \frac{\hbar^2}{8} \Gamma'_0 \left[\frac{2}{9} \nabla \nabla \mathcal{I}_+ + 4 \nabla \mathcal{E}_- \nabla \mathcal{E}_-^* + \frac{4}{9} \nabla \mathcal{E}_+ \nabla \mathcal{E}_+^* + \left(\mathcal{I}_- + \frac{1}{9} \mathcal{I}_+ \right) \vec{\vec{K}}_{\sigma} \right], \quad (\text{A.47})$$

$$\vec{\vec{D}}_-^+ = \frac{\hbar^2}{8} \Gamma'_0 \left[-\frac{2}{9} \nabla \nabla \mathcal{I}_- + \frac{8}{9} \nabla \mathcal{E}_- \nabla \mathcal{E}_-^* + \frac{2}{9} \mathcal{I}_- \vec{\vec{K}}_{\pi} \right]. \quad (\text{A.48})$$

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] C. COHEN-TANNOUDJI. « *Atomic motion in laser light* », dans « *Fundamental Systems in Quantum Optics* », Les Houches 1990, Session LIII. Edité par J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND, ET J. ZINN-JUSTIN , p. 1. Elsevier Science, Amsterdam (1992).
- [2] S. CHU. « *Laser manipulation of atoms and particles* ». Science **253**, 861 (1993).
- [3] M. H. ANDERSON, J. H. ENSHER, M. R. MATHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL. « *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor* ». Science **269**, 198 (1995).
- [4] C. COHEN-TANNOUDJI. « *Théorie quantique du cycle de pompage optique* ». Ann. Phys. (Paris) **7**, 423 (1962).
- [5] G. GRYNBERG ET C. TRICHÉ. Atoms in optical lattices, dans « *Coherent and collective interactions of particles and radiation beams* », Proceedings of the International School of Physics « Enrico Fermi ». Course CXXXI, Varenna 1995. Edité par A. ASPECT, W. BARLETTA, ET R. BONIFACIO. North-Holland, Amsterdam (1996).
- [6] M. BEN DAHAN. « *Transport et relaxation d'atomes de césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1997).
- [7] M. BEN DAHAN, E. PEIK, J. REICHEL, Y. CASTIN, ET C. SALOMON. « *Bloch oscillations of atoms in an optical potential* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 4508 (1996).

- [8] S. WILKINSON, C. BARUCHA, K. MADISON, QIAN NIU, ET M. RAIZEN. « *Observation of atomic Wannier-Stark ladders in an accelerating optical potential* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996).
- [9] QIAN NIU, C. SALOMON, ET M. RAIZEN. « *New light on quantum transport* ». Physics Today , p. 30 (Juillet 1997).
- [10] Edité par F. HIPPERT ET D. GRATIAS. « *Lectures on quasicrystals* ». Les Editions de Physique Paris (1994).
- [11] D. SHECHTMAN, I. BLECH, D. GRATIAS, ET J. W. CAHN. « *Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry* ». Phys. Rev. Lett. **53**, 1951 (1984).
- [12] M. M. BURNS, J.-M. FOURNIER, ET J. A. GOLOVCHENKO. « *Optical matter: crystallisation and binding in intense optical fields* ». Science **249**, 749 (1990).
- [13] O. R. FRISCH. « *Experimenteller nachweis des Einsteinischen Strahlungsrückstosses* ». Z. Phys. **86**, 42 (1933).
- [14] T. W. HÄNSCH ET A. L. SCHAWLOW. « *Cooling of gases by laser radiation* ». Opt. Comm. **13**, 68 (1975).
- [15] D. WINELAND ET H. DEHMELT. « *Proposed $10^{14} \Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ mono-ion oscillator III* ». Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).
- [16] S. STENHOLM. « *The semiclassical theory of laser cooling* ». Rev. Mod. Phys. **58**, 699 (1986).
- [17] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE, ET A. ASHKIN. « *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure* ». Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [18] V. G. MINOGIN ET J. JAVANAINEN. « *A tetrahedral light pressure trap for atoms* ». Opt. Commun. **43**, 119 (1982).
- [19] A. ASHKIN ET J. P. GORDON. « *Stability of radiation-pressure particle traps: an optical Earnshaw theorem* ». Opt. Lett. **8**, 511 (1983).

- [20] D. E. PRITCHARD, E. L. RAAB, V. BAGNATO, C. E. WEIMAN, ET R. N. WATTS. « *Light traps using spontaneous forces* ». Phys. Rev. Lett. **57**, 310 (1986).
- [21] P. BOUYER. « *Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique* ». Thèse de Doctorat, Université Paris XI Orsay - Orsay (1994).
- [22] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, ET D. E. PRITCHARD. « *Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure* ». Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [23] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON, ET C. WIEMAN. « *Very cold trapped atoms in a vapor cell* ». Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990).
- [24] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, P. L. GOULD, ET H. J. METCALF. « *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit* ». Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988).
- [25] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models* ». J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [26] P. J. UNGAR, D. S. WEISS, E. RIIS, ET S. CHU. « *Optical molasses and multilevel atoms: theory* ». J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2058 (1989).
- [27] A. ASPECT, J. DALIBARD, A. HEIDMANN, C. SALOMON, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Cooling atoms with stimulated emission* ». Phys. Rev. Lett. **57**, 1688 (1986).
- [28] B. SHEEHY, S. Q. SHANG, P. VAN DER STRATEN, S. HATAMIAN, ET H. METCALF. « *Magnetic-Field-Induced Laser Cooling below the Doppler limit* ». Phys. Rev. Lett. **64**, 858 (1990).
- [29] C. VALENTIN, M. C. GAGNÉ, J. YU, ET P. PILLET. « *One-dimension sub-Doppler molasses in the presence of static magnetic field* ». Europhys. Lett. **17**, 133–138 (1992).

- [30] B. LOUNIS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Quantized atomic motion in 1D cesium molasses with magnetic field* ». Europhys. Lett. **21**, 13 (1993).
- [31] O. EMILE, R. KAISER, C. GERZ, H. WALLIS, A. ASPECT, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Magnetic Assisted Sisyphus Effect* ». J. Phys. II (France) **3**, 1709–1733 (1993).
- [32] G. GRYNBERG ET J.-Y. COURTOIS. « *Proposal for a magneto-optical lattice for trapping atoms in nearly-dark states* ». Europhys. Lett. **27**, 41–46 (1994).
- [33] A. HEMMERICH, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, C. ZIMMERMANN, ET T. W. HÄNSCH. « *Trapping atoms in a dark optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 37 (1995).
- [34] D. BOIRON, C. TRICHÉ, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Three-dimensional cooling of cesium atoms in four beam gray optical molasses* ». Phys. Rev. A **52**, R3425 (1995).
- [35] C. TRICHÉ, D. BOIRON, S. GUIBAL, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Cesium atoms in grey optical lattices. Study of temperature and capture efficiency* ». Opt. Comm. **126**, 49–54 (1996).
- [36] E. ARIMONDO ET G. ORRIOLS. « *Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping* ». Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976).
- [37] C. COHEN-TANNOUDJI. « *Atomes ultrafroids - Approches statistiques et perspectives nouvelles* », Cours de Physique atomique et moléculaire donné au Collège de France. Non publié. (1995-1996).
- [38] M. A. OL'SHANII. « *Velocity selective coherent population trapping induced by the dynamic stark effect* ». Opt. Spectr. **76**, 174 (1994).
- [39] R. DUM. « *Cooling using velocity or mode selection for alkali-metal atoms* ». Phys. Rev. A **54**, 3299 (1996).

- [40] C. MENOTTI, P. HORAK, H. RITSCH, J. H. MÜLLER, ET E. ARIMONDO. « *Dynamics of high-angular-momentum velocity-selective coherent population trapping* ». Phys. Rev. A **56**, 2123 (1997).
- [41] C. MENOTTI, G. MORIGI, J. H. MÜLLER, ET E. ARIMONDO. « *Scaling laws in velocity-selective coherent population trapping in the presence of polarization gradient cooling* ». Phys. Rev. A **56**, 4327 (1997).
- [42] D. BOIRON, A. MICHAUD, P. LEMONDE, Y. CASTIN, C. SALOMON, S. WEYERS, K. SZYMANIEC, L. COGNET, ET A. CLAIRON. « *Laser cooling of cesium atoms in gray optical molasses down to 1.1 μ K* ». Phys. Rev. A **53**, R3734 (1996).
- [43] C. TRICHÉ. « *Refroidissement et dynamique d'atomes dans des potentiels lumineux : mélasses grises, réseaux de plots et réseaux brillants* ». Thèse de Doctorat, École Polytechnique - Palaiseau (1997).
- [44] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping* ». Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988). Voir aussi : A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI, « *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping: theoretical analysis* », J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2112 (1989).
- [45] J. LAWALL, F. BARDOU, B. SAUBAMÉA, K. SHIMIZU, M. LEDUC, A. ASPECT, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Two dimensional subrecoil laser cooling* ». Phys. Rev. Lett. **73**, 1915 (1994).
- [46] J. LAWALL, S. KULIN, B. SAUBAMEA, N. BIGELOW, M. LEDUC, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Three-dimensional laser cooling of helium beyond the single-photon recoil limit* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 4195 (1995).
- [47] F. BARDOU. « *Refroidissement laser sub-recul par résonances noires : - Expériences avec des atomes d'hélium métastables. - Approches Monte-Carlo quantique et vols de Lévy.* ». Thèse de Doctorat, Université Paris XI - Orsay (1995).

- [48] S. KULIN, B. SAUBAMEA, E. PEIK, J. LAWALL, T. W. HIJMAN, M. LEDUC, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Direct measurement of the spatial correlation function of ultracold atoms* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 4185 (1997).
- [49] F. BARDOU, J. P. BOUCHAUD, O. EMILE, A. ASPECT, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Subrecoil laser cooling and Lévy flights* ». Phys. Rev. Lett. **72**, 203 (1994).
- [50] M. KASEVICH ET S. CHU. « *Laser cooling below a photon recoil with three level atoms* ». Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992).
- [51] J. REICHEL, F. BARDOU, M. BEN DAHAN, E. PEIK, S. RAND, C. SALOMON, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Raman cooling below 4 nK: new approach inspired by Levy flights statistics* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 4575 (1995).
- [52] K. I. PETSAS, A. B. COATES, ET G. GRYNBERG. « *Crystallography of optical lattices* ». Phys. Rev. A **50**, 5173 (1994).
- [53] R. DUM ET M. OL'SHANII. « *Gauge structures in atom-laser interaction: Bloch oscillations in a dark lattice* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 1788 (1996).
- [54] K. I. PETSAS. « *Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière: étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1996).
- [55] Y. CASTIN ET J. DALIBARD. « *Quantization of atomic motion in optical molasses* ». Europhys. Lett. **14**, 761 (1991).
- [56] Y. CASTIN. « *Les limites du refroidissement laser dans les mélasses optiques à une dimension* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1992).
- [57] J.-Y. COURTOIS ET G. GRYNBERG. « *Probe transmission in one-dimensional optical molasses: Theory for linearly cross-polarized cooling beams* ». Phys. Rev. A **46**, 7060 (1992).

- [58] P. MARTE, R. DUM, R. TAÏEB, P. D. LETT, ET P. ZOLLER. « *Quantum wave function simulation of the resonance fluorescence spectrum from one-dimensional optical molasses* ». Phys. Rev. Lett. **71**, 1335 (1993).
- [59] P. VERKERK, B. LOUNIS, C. SALOMON, C. COHEN-TANNOUDJI, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Dynamics and spatial order of cold cesium atoms in a periodic optical potential* ». Phys. Rev. Lett. **68**, 3861 (1992).
- [60] P. S. JESSEN, C. GERZ, P. D. LETT, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, R. J. C. SPREEUW, ET C. I. WESTBROOK. « *Observation of quantized motion of Rb atoms in an optical field* ». Phys. Rev. Lett. **69**, 49 (1992).
- [61] R. GUPTA, J. J. MCCLELLAND, P. MARTE, ET R. J. CELOTTA. « *Raman-induced avoided crossings in adiabatic optical potentials: observation of $\lambda/8$ spatial frequency in the distribution of atoms* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 4689 (1996).
- [62] R. H. BEHRINGER, V. NATARAJAN, ET G. TIMP. « *Laser focused atomic deposition: a new lithography tool* ». Appl. Phys. Lett. **68**, 1034 (1995).
- [63] G. GRYNBERG, B. LOUNIS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, ET C. SALOMON. « *Quantized motion of cold cesium atoms in two- and three-dimensional optical potentials* ». Phys. Rev. Lett. **70**, 2249 (1993).
- [64] A. HEMMERICH ET T. W. HÄNSCH. « *Two-dimensional atomic crystal bound by light* ». Phys. Rev. Lett. **70**, 410 (1993).
- [65] Y. CASTIN, K. BERG-SØRENSEN, J. DALIBARD, ET K. MØLMER. « *Two-dimensional Sisyphus cooling* ». Phys. Rev. A **50**, 5092 (1994).
- [66] P. VERKERK, D. R. MEACHER, A. B. COATES, J.-Y. COURTOIS, S. GUIBAL, B. LOUNIS, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Designing 3D optical lattices - an investigation with cesium atoms* ». Europhys. Lett. **26**, 171 (1994).
- [67] A. KASTBERG, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, ET R. J. SPREEUW. « *Adiabatic cooling of cesium to 700 nK in an optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 1542 (1995).

- [68] C. JURCZAK, B. DESRUELLE, K. SENGSTOCK, J.-Y. COURTOIS, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT. « *Atomic transport in an optical lattice: an investigation through polarization-selective intensity correlations* ». Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996).
- [69] J.-P. BARRAT ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Etude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité* ». J. Phys. (Paris) **22**, 329 (1961).
- [70] K. MØLMER. « *Friction and diffusion coefficients for cooling of atoms in laser fields with multidimensional periodicity* ». Phys. Rev. A **44**, 5820 (1991).
- [71] J. JAVANAINEN. « *Polarization gradient cooling in three dimensions: comparison of theory and experiment* ». J. Phys. B **27**, L47 (1994).
- [72] T. W. HODAPP, C. GERZ, C. FURTHLEHNER, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, ET J. DALIBARD. « *Spatial diffusion in 3D optical molasses* ». Appl. Phys. B **60**, 135 (1995).
- [73] S. MARKSTEINER, K. ELLINGER, ET P. ZOLLER. « *Anomalous diffusion and Lévy walks in optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 3409 (1996).
- [74] J.-Y. COURTOIS. « *Spectroscopie Raman et Rayleigh stimulée d'atomes refroidis par laser. Dynamique des mélasses optiques unidimensionnelles* ». Thèse de Doctorat, École Polytechnique - Palaiseau (1993). Publié dans Ann. Phys. Fr., **21**, pp. 1–265 (1996).
- [75] K. I. PETSAS, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Temperature and magnetism of gray optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 2533 (1996).
- [76] J. DALIBARD, Y. CASTIN, ET K. MØLMER. « *Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics* ». Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).
- [77] Y. CASTIN ET K. MØLMER. « *Monte Carlo wave-function analysis of 3D optical molasses* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 3772 (1995).
- [78] R. TAÏEB, P. MARTE, R. DUM, ET P. ZOLLER. « *Spectrum of resonance fluorescence and cooling dynamics in quantized one dimensional molasses: Effects of laser configuration* ». Phys. Rev. A **47**, 4986 (1993).

- [79] J.-Y. COURTOIS, S. GUIBAL, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Propagating elementary excitation in a dilute optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996).
- [80] S. GUIBAL, C. MENNERAT-ROBILLIARD, D. LAROUSSE, C. TRICHÉ, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Radiation pressure in a rubidium optical lattice: an atomic analog to the photorefractive effect* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997).
- [81] C. JURCZAK. « *Spectroscopie par corrélation d'intensité d'atomes refroidis par laser. Application à l'étude de la dynamique et du transport dans les réseaux atomiques* ». Thèse de Doctorat, École Polytechnique - Palaiseau (1996).
- [82] I. H. DEUTSCH, J. GRONDALSKI, ET P. M. ALSING. « *Local dynamics of laser cooling in an optical lattice* ». Phys. Rev. A **56**, R1705 (1997).
- [83] D. GRISON, B. LOUNIS, C. SALOMON, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Raman spectroscopy of cesium atoms in a laser trap* ». Europhys. Lett. **15**, 149 (1991).
- [84] B. LOUNIS. « *Atomes refroidis par laser: de la mélasse au cristal optique* ». Thèse de Doctorat, Université Paris XI - Orsay (1993).
- [85] S. GUIBAL. « *Dynamique d'atomes froids piégés dans un réseau lumineux: étude par spectroscopie pompe-sonde* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1997).
- [86] R. W. BOYD. *Nonlinear optics*. Academic Press Boston (1992).
- [87] A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN, ET T. W. HÄNSCH. « *Sub-kHz Rayleigh resonance in a cubic atomic crystal* ». Europhys. Lett. **22**, 89 (1993).
- [88] J.-Y. COURTOIS. « *Novel stimulated scattering process in optical lattices* », dans « *Coherent and collective interactions of particles and radiation beams* », Proceedings of the International School of Physics « Enrico Fermi ». Course CXXXI, Varenna 1995. Edité par A. ASPECT, W. BARLETTA, ET R. BONIFACIO, p. 341. North-Holland, Amsterdam (1996).

- [89] C. MENNERAT-ROBILLIARD, L. GUIDONI, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Cooling and trapping cesium atoms in π -polarized potential wells: the jumping regime of optical lattices* ». Europhys. Lett. **38**, 429–434 (1997).
- [90] C. MENNERAT-ROBILLIARD, L. GUIDONI, K. I. PETSAS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Bright optical lattices in a longitudinal magnetic field* ». Eur. Phys. J. D **1**, 33–45 (1998).
- [91] G. GRYNBERG, M. VALLET, ET M. PINARD. « *Redistribution of photons and frequency mixing with cross-polarized beams in sodium* ». Phys. Rev. Lett. **65**, 701 (1990).
- [92] C. TRICHÉ, L. GUIDONI, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Coherent transients in optical lattices* », dans Trends in Optics and Photonics: ultracold atoms and Bose-Einstein-Condensation. Edité par K. BURNETT, p. 82. Optical Society of America, Washington DC (1997).
- [93] J.-Y. COURTOIS, G. GRYNBERG, B. LOUNIS, ET P. VERKERK. « *Recoil-induced resonances in cesium: an atomic analog to the free-electron laser* ». Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1996).
- [94] D. R. MEACHER, D. BOIRON, H. METCALF, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Method for velocimetry of cold atoms* ». Phys. Rev. A **50**, R1992 (1994).
- [95] S. GUIBAL, C. TRICHÉ, L. GUIDONI, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Recoil-induced resonances of cesium atoms in the transient domain* ». Optics Commun. **131**, 61–65 (1996).
- [96] R. BONIFACIO, L. DE SALVO, L. M. NARDUCCI, ET E. J. D'ANGELO. « *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser* ». Phys. Rev. A **50**, 1716 (1994).
- [97] R. BONIFACIO ET P. VERKERK. « *Doppler broadening and collision effects in a collective atomic recoil laser* ». Optics Commun. **124**, 469–474 (1996).

- [98] C. I. WESTBROOK, R. N. WATTS, C. E. TANNER, S. L. ROLSTON, W. D. PHILLIPS, P. D. LETT, ET P. L. GOULD. « *Localization of atoms in a three-dimensional standing wave* ». Phys. Rev. Lett. **65**, 33 (1990).
- [99] M. GATZKE, G. BIRKL, P. S. JESSEN, A. KATSBERG, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS. « *Temperature and localization of atoms in three-dimensional optical lattices* ». Phys. Rev. A **55**, R3987–R3990 (1997).
- [100] P. MARTE, R. DUM, R. TAÏEB, ET P. ZOLLER. « *Resonance fluorescence from quantized one-dimensional molasses* ». Phys. Rev. A **47**, 1378 (1993).
- [101] G. BIRKL, M. GATZKE, I. H. DEUTSCH, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS. « *Bragg scattering from atoms in optical lattices* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [102] M. WEIDEMÜLLER, A. HEMMERICH, A. GÖRLITZ, T. ESSLINGER, ET T. W. HÄNSCH. « *Bragg diffraction in an atomic lattice bound by light* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [103] L. GUIDONI, C. TRICHÉ, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Quasiperiodic optical lattices* ». Phys. Rev. Lett. **79**, 3363 (1997).
- [104] N. W. ASHCROFT ET N. D. MERMIN. « *Solid State Physics* ». HRW International Editions New York (1976).
- [105] I. H. DEUTSCH, R. J. C. SPREEUW, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS. « *Photonic band gaps in optical lattices* ». Phys. Rev. A **52**, 1394 (1995).
- [106] G. RAITHEL, G. BIRKL, A. KATSBERG, W. D. PHILLIPS, ET S. L. ROLSTON. « *Cooling and localization dynamics in optical lattices* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 630 (1997).
- [107] G. RAITHEL, G. BIRKL, W. D. PHILLIPS, ET S. L. ROLSTON. « *Compression and parametric driving of atoms in optical lattices* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 2928 (1997).
- [108] C. SALOMON, J. DALIBARD, W. D. PHILLIPS, A. CLAIRON, ET S. GUELLATI. « *Laser cooling of cesium atoms below $3\mu K$* ». Europhys. Lett. **12**, 683–688 (1990).

- [109] M. WALHOUT, U. STERR, C. ORZEL, M. HOOPERLAND, ET S. L. ROLSTON. « *Optical control of ultracold collisions in metastable xenon* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 506 (1995).
- [110] A. CLAIRON, C. SALOMON, S. GUELLATI, ET W. D. PHILLIPS. « *Ramsey resonance in a Zacharias fountain* ». Europhys. Lett. **16**, 165 (1991).
- [111] R. J. RAFAC, C. E. TANNER, A. E. LIVINGSTON, K. W. KUKLA, H. G. BERRY, ET C. A. KURTZ. « *Precision lifetime measurements of the $6p^2P_{1/2,3/2}$ states in atomic cesium* ». Phys. Rev. A **50**, R1976 (1994).
- [112] T. MÜLLER-SEYDLITZ, M. HARTL, B. BREZGER, H. HÄNSEL, C. KELLER, A. SCHNETZ, R. J. C. SPREEUW, T. PFAU, ET J. MLYNEK. « *Atoms in the lowest motional band of a three-dimensional optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 1038 (1997).
- [113] D. L. HAYCOCK, S. E. HAMANN, G. KLOSE, ET P. S. JESSEN. « *Atom trapping in deeply bound states of a far-off-resonance optical lattice* ». Phys. Rev. A **55**, R3991 (1997).
- [114] J. MØRK, B. TRONBORG, ET J. MARK. « *Chaos in semiconductor lasers with optical feedback. Theory and experiment* ». IEEE J. Quantum Electron. **QE 28**, 93–108 (1992). Voir aussi : F. DE TOMASI, E. CERBONESCHI ET E. ARIMONDO, « *Asymetric pulse shape in the LFF instabilities of a semiconductor laser with optical feedback* », IEEE J. Quantum Electron. **QE 30**, 2277 (1994).
- [115] D. LEVINE ET P. J. STEINHARDT. « *Quasicrystals: a new class of ordered structures* ». Phys. Rev. Lett. **53**, 2477 (1984).
- [116] T. KLEIN, C. BERGER, D. MAYOU, ET F. CYROT-LACKMANN. « *Proximity of a metal-insulator transition in icosahedral phases of high structural quality* ». Phys. Rev. Lett. **66**, 2907 (1991).
- [117] P. M. DE WOLFF. « *The Pseudo-Symmetry of Modulated Crystal Structures* ». Acta Cryst. A **30**, 777 (1974).
- [118] A. JANNER ET T. JANSSEN. « *Symmetry of periodically distorted crystals* ». Phys. Rev. B **15**, 643 (1977).

- [119] R. PENROSE. Bull. Inst. Math. and its Appl. **10**, 266–271 (1974).
- [120] M. GARDNER. « *Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tiles* ». Sci. Am. **236**, 110 (Janvier 1977).
- [121] R. PENROSE. Mathematical Intelligencer **2**, 32 (1979).
- [122] P. J. STEINHARDT, D. R. NELSON, ET M. ROUCHETTI. « *Icosahedral bond orientational order in supercooled liquids* ». Phys. Rev. Lett. **47**, 1297 (1981).
- [123] P. J. STEINHARDT, D. R. NELSON, ET M. ROUCHETTI. « *Bond orientational order in liquids and glasses* ». Phys. Rev. B **28**, 784 (1983).
- [124] H. BOHR. « *Zur Theorie der fastperiodischen Funktionen* ». Acta Math. **45**, 29 (1925). L'article continue dans : Acta Math. **46**, 101 (1925) ; Acta Math. **47**, 237 (1926).
- [125] M. DUNEAU ET A. KATZ. « *Quasiperiodic patterns* ». Phys. Rev. Lett. **54**, 2688 (1985).
- [126] A. KATZ ET D. GRATIAS. « *Tilings and quasicrystals* », dans Lectures on quasicrystals. Edité par F. HIPPERT ET D. GRATIAS. Les Editions de Physique, Paris (1994).
- [127] J. E. S. SOCOLAR, P. J. STEINHARDT, ET D. LEVINE. « *Quasicrystals with arbitrary orientational symmetry* ». Phys. Rev. B **32**, 5547 (1985).
- [128] D. GRATIAS, A. KATZ, ET M. QUIQUANDON. « *Geometry of approximant structures in quasicrystals* ». J. Phys. Condens. Matter **7**, 9101 (1995).
- [129] M. DUNEAU ET M. AUDIER. « *Approximant phases of quasicrystals* », dans Lectures on quasicrystals. Edité par F. HIPPERT ET D. GRATIAS. Les Editions de Physique, Paris (1994).
- [130] J. H. MOOIJ. « *Electrical Conduction in Concentrated Disordered Transition Metal Alloys* ». Phys. Status Solidi A **17**, 521 (1973).
- [131] P. A. LEE ET T. V. RAMAKRISHNAN. « *Disordered electronic systems* ». Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).

- [132] N. F. MOTT. « *Metal-Insulator transition* ». Taylor and Francis London (1990).
- [133] C. BERGER, A. GOZLAN, J. C. LASJAUNIAS, G. FOURCAUDOT, ET F. CYROT-LACKMANN. « *Electronic Properties of Quasicrystals* ». Phys. Scr. T **35**, 90 (1991).
- [134] D. MAYOU, C. BERGER, F. CYROT-LACKMANN, T. KLEIN, ET P. LANCO. « *Evidence for unconventional electronic transport in quasicrystals* ». Phys. Rev. Lett. **70**, 3915 (1993).
- [135] F. S. PIERCE, Q. GUO, ET S. J. POON. « *Enhanced insulatorlike electron transport behavior of thermally tuned quasicrystalline states of Al-Pd-Re alloys* ». Phys. Rev. Lett. **73**, 2220 (1994).
- [136] S. MARTIN, A. F. HEBARD, A. R. KORTAN, ET F. A. THIEL. « *Transport properties of $Al_{65}Cu_{15}Co_{20}$ and $Al_{70}Ni_{15}Co_{15}$ decagonal quasicrystals* ». Phys. Rev. Lett. **67**, 719 (1991).
- [137] C. SIRE. « *Properties of quasiperiodic hamiltonians spectra, wavefunctions and transport* », dans Lectures on quasicrystals. Edité par F. HIPPERT ET D. GRATIAS. Les Editions de Physique, Paris (1994).
- [138] D. R. MEACHER, S. GUIBAL, C. MENNERAT, J.-Y. COURTOIS, K. I. PETSAS, ET G. GRYNBERG. « *Paramagnetism in a cesium optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 1958 (1995).
- [139] L. GUIDONI ET P. VERKERK. « *Direct observation of atomic localization in optical superlattices* ». Phys. Rev. A **57**, R1501 (1998).
- [140] N. P. BIGELOW ET M. G. PRENTISS. « *Observation of channeling of atoms in the three-dimensional interference pattern of optical standing waves* ». Phys. Rev. Lett. **65**, 29 (1990).
- [141] T. T. GROVE, B. C. DUNCAN, V. SACHEZ-VILICANA, ET P. L. GOULD. « *Observation of three-level rectified dipole forces acting on trapped atoms* ». Phys. Rev. A **51**, R4325 (1995).

- [142] A. M. STEANE, M. CHOWDHURY, ET C. J. FOOT. « *Radiation force in the magneto-optical trap* ». J. Opt. Soc. Am. B **9**, 2142 (1992).
- [143] T. WALKER, D. SESKO, ET C. WIEMAN. « *Collective behavior of optically trapped neutral atoms* ». Phys. Rev. Lett. **408**, 64 (1990).
- [144] E. V. GOLDSTEIN, P. PAX, ET P. MEYSTRE. « *Dipole-dipole interaction in three-dimensional optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 2604 (1996).
- [145] P. HORAK ET H. RITSCH. « *Self-induced Bragg-type scattering in dark optical superlattices* ». Phys. Rev. A **55**, 2176 (1997).
- [146] D. BOIRON. « *Etude du refroidissement et du piégeage d'atomes de césium dans des structures lumineuses à faible taux de diffusion* ». Thèse de Doctorat, Université Paris VI - Paris (1998).
- [147] D. BOIRON, A. MICHAUD, J.-M. FOURNIER, M. SPRENGER, L. SIMARD, G. GRYNBERG, ET C. SALOMON. « *Strong confinement in far detuned dipole traps, lattices and speckle patterns* ». A paraître.
- [148] C. G. TOWNSEND, N. H. EDWARDS, C. J. COOPER, K. P. ZETIE, C. J. FOOT, A. M. STEANE, P. SZRIFTGISER, H. PERRIN, ET J. DALIBARD. « *Phase-space density in the magneto-optical trap* ». Phys. Rev. A **52**, 1423 (1995).
- [149] S. DE GROOT. « *La transformation de Weyl et la fonction de Wigner: une forme alternative de la mécanique quantique* ». Les Presses de l'Université de Montréal Montréal (1975).
- [150] W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY, ET W. T. VETTERLING. « *Numerical recipes. The art of scientific computing* ». Cambridge University Press, Cambridge (1964).
- [151] M KOZUMA, K. NAKAGAWA, W. JHE, ET M. OHTSU. « *Observation of temporal behavior of an atomic wave packet localized in an optical potential* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 2428 (1996).
- [152] K. BERG-SØRENSEN. « *Two-dimensional Sisyphus cooling in a three-beam laser configuration* ». Phys. Rev. A **49**, R4297 (1994).

- [153] K. DRESE ET M. HOLTHAUS. « *Exploring a metal-insulator transition with ultracold atoms in standing light waves?* ». Phys. Rev. Lett. **78**, 2932 (1997).
- [154] G. LINDBLAD. « *On the generators of quantum dynamical semigroups* ». Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
PARTIE I : RÉSEAUX OPTIQUES : UNE REVUE	5
Introduction	7
Chapitre I : REFROIDISSEMENT LASER, EFFET SISYPHE ET RÉSEAUX OPTIQUES	9
I.1 Refroidir les atomes avec la lumière	9
I.1.1 Etats internes: l'atome à deux niveaux	10
I.1.2 Etats externes: recul et refroidissement Doppler	10
I.1.3 La conservation du moment cinétique: polarisation, sous-niveaux Zeeman et pompage optique.	13
I.1.4 Le piège magnéto-optique	14
I.2 Trop froid!: le refroidissement sub-Doppler et l'effet Sisyphes 1D	16
I.2.1 Les mécanismes de refroidissement sub-Doppler	16
I.2.2 Mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$	18
I.2.3 Configuration lin $\perp$ lin : effet Sisyphes	19
I.2.4 Autres configurations de refroidissement sub-Doppler	23
I.3 Réseaux optiques	27

I.3.1	Potentiels lumineux 1D	28
I.3.2	La conquête des autres dimensions de l'espace	34
I.3.3	Tétraèdre Standard	37
Chapitre II : APPROCHES THÉORIQUES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES		43
II.1	L'équation du pompage optique	43
II.2	Méthodes de résolution de l'équation du pompage optique	46
II.2.1	Elimination des degrés de liberté internes	46
II.2.2	Intégration directe	47
II.2.3	Méthode des bandes	47
II.2.4	Monte-Carlo quantique	48
II.2.5	Monte-Carlo semi-classique	49
Chapitre III : CARACTÉRISATION DES RÉSEAUX OPTIQUES ET ÉTUDE DE LA DYNAMIQUE ATOMIQUE		51
III.1	Spectroscopie pompe-sonde	51
III.1.1	Spectroscopie par transmission	52
III.1.2	Transitoires cohérents	56
III.1.3	Mélange à quatre ondes	57
III.1.4	Résonances induites par le recul	60
III.2	Analyse de la fluorescence	63
III.2.1	Spectre de fluorescence	64
III.2.2	Corrélations d'intensité	64
III.3	Diffraction de Bragg	66
III.3.1	Condition de Bragg pour les réseaux optiques	68
III.3.2	Le problème du mélange à quatre ondes	69
III.3.3	La diffraction de Bragg comme diagnostic	69

III.4 Temps de vol	70
Chapitre IV : MONTAGE EXPÉRIMENTAL	73
IV.1 L'atome de césium	73
IV.2 Les sources laser	76
IV.2.1 Diodes laser	77
IV.2.2 Diode laser en cavité étendue	77
IV.2.3 Stabilisation par absorption saturée	79
IV.2.4 Diode laser esclave	82
i) Accordabilité en fréquence	84
IV.2.5 Extinction des faisceaux laser	85
IV.3 Acheminement des faisceaux	86
IV.3.1 Temps de vol	87
IV.3.2 Cellule	90
IV.4 Champs magnétiques	90
IV.4.1 Piège, gradient de champ magnétique	91
IV.4.2 Compensation des champs résiduels	92
 PARTIE II : QUASICRISTAUX OPTIQUES	 95
Introduction	97
 Chapitre V : LES QUASICRISTAUX EN PHYSIQUE DES SOLIDES	 99
V.1 Propriétés structurales	100
V.1.1 Coupe et projection	100
V.1.2 propriétés d'invariance	103
V.1.3 approximants	104

V.1.4 extensions aux dimensions plus élevées	105
V.2 Transport dans les quasicristaux	106
Chapitre VI: POTENTIELS OPTIQUES QUASI-PÉRIODIQUES	109
VI.1 Géométrie des faisceaux et espace réciproque	109
VI.2 Confinement dans le cas 1D	111
VI.2.1 Coupe d'un potentiel optique	111
VI.2.2 Systèmes physiques, irrationnels et approximants	114
VI.3 Exemple de confinement 2D	116
Chapitre VII: RÉSEAUX OPTIQUES INCOMMENSURABLES	117
VII.1 Géométrie des faisceaux et potentiels optiques	117
VII.2 Mesures de température cinétique	122
VII.2.1 Durée de vie, efficacité de capture	122
VII.2.2 Température et profondeur des puits	125
VII.2.3 Mesures des fluctuations de température	129
VII.3 Spectroscopie pompe-sonde	131
VII.3.1 Spectres de transmission	131
VII.3.2 Transitoires cohérents	137
VII.4 Diffraction de Bragg	141
VII.4.1 Géométrie de détection	141
VII.4.2 Mesure statique de la réflectivité	143
VII.4.3 Signal Bragg résolu en temps	144
Chapitre VIII: UN SUPER-RÉSEAU OPTIQUE	149
VIII.1 Géométrie des faisceaux	150
VIII.2 Système d'imagerie	152

VIII.3 Images, mesures de contraste	154
Chapitre IX : QUASICRISTAUX OPTIQUES À SYMÉTRIE PENTAGONALE	161
IX.1 Propriétés Géométriques : Pavages de Penrose optiques	162
IX.2 Expériences sur la configuration 2D	167
IX.3 Quasicristaux optiques 3D	169
IX.3.1 Température cinétique	169
IX.3.2 Spectroscopie pompe-sonde	172
IX.3.3 Diffusion spatiale	174
 PARTIE III : SIMULATIONS NUMÉRIQUES	 179
 Introduction	 181
 Chapitre X : MÉTHODE DE SIMULATION	 183
X.1 Approximation semi-classique	183
X.2 Algorithme de simulation	185
X.3 Choix des paramètres numériques	187
X.4 Potentiel optique, choix de l'approximant	188
 Chapitre XI : RÉSULTATS D'UNE SIMULATION 2D	 195
XI.1 Température cinétique	196
XI.2 Densité atomique	199
XI.2.1 Figures de diffraction	202
XI.2.2 Réflectivité Bragg	202
XI.2.3 Naissance de l'ordre quasi-périodique	205
XI.3 Diffusion et vitesse de capture	206

Chapitre XII : RÉSULTATS DE SIMULATIONS 3D	211
XII.1 Dynamique du refroidissement	212
XII.2 Température cinétique, distributions en impulsion	214
XII.3 Densité atomique, figures de diffraction	219
XII.3.1 Figures de diffraction, réflectivité Bragg	222
XII.3.2 Dépendance de la phase	224
XII.4 Transport atomique: diffusion et lignes de fuite	226
XII.4.1 Diffusion spatiale	226
XII.4.2 Lignes de fuite, décrochage	229
CONCLUSION	234
Appendice : EXPRESSION DES DIFFÉRENTS TERMES DE L'ÉQUATION D'ÉVOLUTION SEMI-CLASSIQUE	237
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	245