



HAL
open science

Etude numérique de l'interaction tourbillons-ondes acoustiques

Denis Tschümperlé

► **To cite this version:**

Denis Tschümperlé. Etude numérique de l'interaction tourbillons-ondes acoustiques. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université du Havre, 2000. Français. NNT : . tel-00004646

HAL Id: tel-00004646

<https://theses.hal.science/tel-00004646>

Submitted on 12 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour l'obtention du grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DU HAVRE

spécialité: **Mécanique des Fluides**

présentée par

Denis TSCHUMPERLE

ETUDE NUMERIQUE DE L'INTERACTION TOURBILLONS - ONDE ACOUSTIQUE



soutenue le 25 Janvier 2000

Jury composé de MM.:

- | | |
|------------------|--|
| - M. GUILBAUD | Professeur, Université de POITIERS, <i>Rapporteur</i> |
| - P. BLANC-BENON | Directeur de recherches CNRS, Ecole Centrale de LYON,
<i>Rapporteur</i> |
| - R.D. RAJAONA | Professeur, Université du HAVRE, <i>Directeur de thèse</i> |
| - G. MAZE | Professeur, Université du HAVRE, <i>Président du jury</i> |
| - A. AMBARI | Professeur à l'ENSAM d'ANGERS, <i>Examineur</i> |
| - S. HUBERSON | Professeur, Université du HAVRE, <i>Examineur</i> |
| - J.M. QUENEZ | Ingénieur de recherche, DCN Ingénierie, PARIS, <i>Examineur</i> |

Auteur: Denis TSCHUMPERLE

Titre: Etude numérique de l'interaction tourbillons – onde acoustique.

Résumé: Le travail a pour objet l'étude numérique de l'interaction entre un écoulement et une onde acoustique dans l'eau. Lorsqu'une onde traverse une zone de vorticit de l'écoulement, elle subit une diffusion. Il est alors possible en recueillant l'onde diffusée d'obtenir des renseignements intéressants sur les écoulements insonn s. Cette méthode a ainsi été utilisée expérimentalement comme un moyen de mesure non-intrusif d'écoulements tourbillonnaires ou turbulents.

On développe dans un premier temps la théorie de l'interaction entre une onde et un écoulement. On se propose pour cela de résoudre le problème de Neumann associé par une méthode intégrale pour le calcul de la pression acoustique diffusée. On compare la méthode avec celle décrite dans les travaux de Lund et Rojas qui proposent une formule analytique liant linéairement la vorticité et la pression diffusée dans l'espace de Fourier, dans le cadre de l'approximation de Born en champ lointain.

Par comparaison avec les études expérimentales, on explique comment on peut retrouver les caractéristiques essentielles de l'écoulement dans le cas de l'allée de Von Karman, à l'aide d'une analogie avec les réseaux de diffraction optiques. On valide ensuite ces hypothèses avec le code de calcul développé, dans le cas d'une allée obtenue à l'aide d'un modèle analytique, ou à l'aide de codes de calcul d'écoulement fondés sur une méthode particulière ou de volumes finis.

La méthode d'analyse est ensuite appliquée au cas du tourbillon s il. On montre qu'on peut remonter à la mesure de ses caractéristiques principales: taille, intensité et vitesse. On étudie ensuite le cas du tourbillon marginal derrière un profil d'aile tridimensionnel et on s'intéresse enfin à un modèle analytique d'écoulement modélisant le sillage à l'arrière d'un sous-marin.

Mots clés: tourbillon, onde acoustique, interaction, diffusion acoustique, allée de Von Karman, approximation de Born, insonnation, méthode intégrale

Title: Numerical study of the vortex – sound interaction.

Abstract: The purpose of this work is to study the interaction between a flow and an incident sound wave in water. The incoming wave is scattered mainly by the flow vortices, so acoustic scattering can be used as a way of non-intrusive measurement for rotational flows.

In the first part, we study the theory of the sound – vortex interaction, and we explain how we resolve the induced Neumann problem and compute the scattered acoustic pressure by using a Boundary Element Method (BEM). The link is made with works by Lund & Rojas who gave an analytical formulation linking scattered pressure to vorticity in the Fourier space.

In connection with experimental studies, we show how it is possible to recover some fundamental characteristics of the flow by analysing the scattered pressure in the case of a Von Karman vortex street, thanks to an optical analogy with a diffraction grating. Further validation of our scattering calculation code is then obtained in the cases of a vortex street computed by using an analytical model, a discrete vortex method or a finite volume calculation.

The acoustic characterisation method is then applied to the case of a single vortex. We show that the scattered wave pressure leads to some major vortex characteristics such as the core size, the vortex intensity or speed. Then, the pressure scattered by a wing tip vortex is investigated using a finite volume method for the flow simulation.

Finally, we study an analytical model of a more complex rotational flow modelling the wake past a submarine. The relative effects of the vortex rings shed from the hull and a central three dimensional vortex shed from the propeller are studied.

Keywords: vortex, sound wave, interaction, acoustic scattering, Von Karman vortex street, Born approximation, Boundary Element Method

Remerciements:

Je tiens à remercier Monsieur Rajaona et Monsieur Quenez qui m'ont encadré et conseillé tout au long de mes travaux, ainsi que la DCN qui m'a nourri pendant ces trois années.

Mes remerciements vont également à Monsieur Blanc-Benon et Monsieur Guilbaud qui se sont chargés de la tâche difficile de rapporteurs. Je tiens aussi à remercier Monsieur Maze, Monsieur Huberson et Monsieur Ambari d'avoir bien voulu être membre de mon jury.

Et merci enfin à tous ceux qui, au labo ou ailleurs, m'ont aidé par leurs conseils et/ou leur bonne humeur (en classement par ordre alphabétique merci en particulier à: Afshin, Amine, la CAF, Pierre, Valérie ainsi qu'à toute ma famille).

Sommaire

Introduction

Partie 1: Modélisation de l'interaction entre une onde et un écoulement	15
1. <i>Approximation de Born appliquée à un champ de vorticité</i>	16
1.1. Approximation de Born en champ lointain	16
1.2. Rappels sur les tourbillons	18
1.3. Application au cas du tourbillon seul	21
1.4. Cas de l'allée alternée de tourbillons	23
1.5. Utilisation et perspectives	25
2. <i>Principe de résolution de l'interaction onde-tourbillon</i>	26
2.1. Equations de propagation pour la pression	26
2.2. Approximation de Born et généralisation de la méthode de calcul	29
3. <i>Résolution de l'équation de propagation</i>	30
3.1. Normalisation et transformation spectrale de l'équation de propagation	31
3.2. Equation intégrale	33
3.3. Calcul du terme source	35
3.4. Calcul des éléments de la matrice	37
3.5. Calcul du second membre du système	38
3.6. Résolution du système	39
Partie 2: Validation, utilisation de la méthode sur des cas simples	41
1. <i>Diffraction d'une onde par un cylindre</i>	42
1.1. Cas d'une onde plane	42
1.2. Cas d'une onde sphérique	44
2. <i>Méthode intégrale adaptée à des distributions simples de vortex</i>	48
2.1. Cas d'un vortex seul	49
2.2. Comparaison avec des résultats expérimentaux et une méthode analytique.	54
2.3. Cas de deux vortex	57
Partie 3: Détermination des caractéristiques d'une allée de Von Karman	61
1. <i>Détermination des caractéristiques spatiales</i>	62
1.1. Théorie du réseau	62
1.2. Applications pratiques de l'approximation de Born en champ lointain	64
1.3. Cas de l'allée alternée de tourbillons	66

Sommaire

2.	<i>Mesures de vitesses d'un tourbillon ou d'une allée</i>	71
2.1.	Spectres de pression diffusée	71
2.2.	Mesure du décalage et comparaison avec la théorie	72
Partie 4:	Utilisation de la méthode dans le cas d'une allée calculée numériquement.	75
1.	<i>Calcul de l' allée de Von Karman par une méthode particulière</i>	76
2.	<i>Caractérisation de l'écoulement par investigation acoustique</i>	80
2.1.	Fonction de Green adaptée	80
2.2.	Description du code de calcul utilisé	83
2.3.	Détermination de spectres de pression diffusée	84
3.	<i>Influence de divers paramètres</i>	89
3.1.	Calcul pour différentes accélérations	89
3.2.	Calcul pour un récepteur à différentes distances	91
4.	<i>Diverses modélisations de l' onde incidente</i>	93
4.1.	Théorie	93
4.2.	Onde limitée transversalement	96
4.3.	Onde émise par un transducteur circulaire	102
5.	<i>Cas de l'allée calculée par résolution Navier-Stokes</i>	112
5.1.	Calcul de l'écoulement	112
5.2.	Calcul de la pression diffusée	117
5.3.	Modélisation de l'onde issue d'un transducteur	118
Partie 5:	Caractérisation de tourbillons.	121
1.	<i>Détermination des caractéristiques d' un tourbillon 2D</i>	122
1.1.	Mesure de la taille d'un tourbillon	122
1.2.	Influence de divers paramètres	125
1.3.	Modification appliquée dans le cas du tourbillon d'Oseen	131
2.	<i>Détermination des caractéristiques d'un tourbillon 3D</i>	133
2.1.	Présentation	133
2.2.	Validation de l'extension 3D	134
3.	<i>Application au cas du tourbillon marginal de bout d'aile</i>	136
3.1.	Description du problème et modèle simplifié	136
3.2.	Simulation numérique du tourbillon marginal	139
3.3.	Caractérisation du tourbillon marginal par insonation	143
Partie 6:	Caractérisation acoustique d'un sillage de sous-marin	153
1.	<i>Écoulement dans le sillage d'un sous-marin</i>	154

Sommaire

1.1. Modèle analytique simple	154
1.2. Détermination de la vitesse induite par un anneau tourbillonnaire.	155
2. <i>Analyse des spectres de pression diffusée</i>	156
2.1. Configurations à R_0 constant	157
2.2. Configuration à $R_0=f(S_{tr})$	167

Conclusion

Annexes

Annexe I: Equation de propagation de la pression diffusée et calcul du terme source

Annexe II: Calcul de la vitesse acoustique induite par un transducteur

Annexe III: Paramètres des calculs réalisés sous Fluent

Annexe IV: Dual Reciprocity Boundary Element Method

Introduction

On s'intéresse au problème de l'interaction entre une onde ultrasonore et un écoulement. On est donc amené à étudier l'interaction entre deux champs de vitesse coexistant dans un fluide: le champ de vitesse irrotationnel induit par une onde acoustique et un champ de vitesse le plus souvent rotationnel associé à l'écoulement. Notre travail se situe ainsi aussi bien dans le domaine de l'acoustique que dans celui de la dynamique des fluides.

Comme le mécanisme essentiel de la diffusion d'une onde par un écoulement met en œuvre par la vorticité et du fait de la présence quasi-permanente de tourbillons dans la plupart des écoulements usuels, les applications des méthodes d'investigation d'écoulement basées sur des techniques acoustiques sont nombreuses. Ainsi, on peut tout d'abord utiliser une onde acoustique pour la détection, le repérage ou la caractérisation de tourbillons. Dans l'eau en particulier, de grandes structures tourbillonnaires trahissent la présence d'engins ou bien d'animaux sous-marins. En aéronautique, il est capital de pouvoir dans les a eroports détecter la présence de gros tourbillons qui en l'absence de vent peuvent rester un long moment sur la piste. Les tourbillons de bout d'ailes générés par les gros appareils sont en effet un danger considérable pour les petits appareils.

Enfin, comme l'onde sonore est généralement d'une intensité très faible devant celles des phénomènes caractérisant l'écoulement, une investigation ultrasonore constitue un moyen de mesure non-intrusif d'écoulements tourbillonnaires et turbulents. De nombreuses études expérimentales ont mis en avant le grand intérêt de cette méthode de mesure, comme nous le verrons par la suite.

Lors de l'insonnation d'un écoulement par une onde acoustique, on peut dissocier deux cas limites. Le premier est celui où la longueur d'onde acoustique λ est très faible devant la taille caractéristique L des structures tourbillonnaires. Cette hypothèse est appropriée pour l'étude de la propagation d'ondes acoustiques dans l'atmosphère, où les structures tourbillonnaires ont une taille importante. Dans ce cas, l'étude de la diffusion d'une onde se situe dans le cadre de l'acoustique géométrique utilisant la théorie des rayons. L'étude de l'insonnation d'un vortex seul en utilisant cette hypothèse a été abordée dès 1948 par Linsay ou plus récemment par Nazarenko et al. [34].

Cette approximation n'est en revanche pas bien adaptée pour les expérimentations réalisées en laboratoire où les structures tourbillonnaires générées sont généralement de faible taille. On se trouve alors dans un cas où $\lambda \gg L$ et on peut alors appliquer l'approximation de Born qui consiste à négliger les perturbations acoustiques de second ordre lors de la détermination de l'onde diffusée.

Notons que notre étude se situe dans un cas intermédiaire où l'hypothèse de base est que les tailles caractéristiques des structures de vorticité étudiées sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, soit $\lambda \sim L$. On montrera dans ce cas que ce sont les faibles nombres de Mach des écoulements étudiés qui nous permettent d'utiliser l'approximation de Born.

Lighthill [29] proposa en 1952 une équation de propagation pour la pression dans un milieu fluide en mouvement comportant un terme source composé de la dérivée du tenseur qui porte son nom. En 1979 Candel [9] se proposa de résoudre l'équation de propagation en utilisant une approximation parabolique. Il étudia numériquement la diffusion d'une onde plane par une inhomogénéité cylindrique d'indice constant puis par un vortex stationnaire. Toujours dans le cadre de l'approximation de Born, des travaux soviétiques [21], [22], [26], [33] ou anglo-saxons [24] permirent d'établir des formules analytiques pour la diffusion d'une onde par divers types de structures rotationnelles en deux ou trois dimensions.

Lund [30], [31], [32] s'attacha    démontrer l'influence prépondérante de la vorticité de l'écoulement. Le mécanisme de base de la diffusion du son par un écoulement est fondé sur le fait que les vortex oscillent à la fréquence d'insonnation et que ces oscillations génèrent un son de même fréquence qui représente l'onde diffusée. L'écriture d'équations établies sous l'approximation de Born en champ lointain avec la séparation en deux parties du terme source a permis à Lund et Rojas [32] d'écrire une formule analytique liant linéairement les transformées de Fourier de la pression diffusée et de la vorticité de l'écoulement. Malheureusement cette formulation valable en champ lointain est loin d'être satisfaisante pour une bonne description de l'onde diffusée [5]. Ces travaux mettent cependant en évidence l'intérêt de l'analyse de la pression diffusée par un écoulement qui doit permettre de remonter à des informations sur la vorticité ou sur des quantités turbulentes.

En 1992, Colonius et al. [13] étudient la diffusion d'un vortex en fluide compressible par la résolution des équations de Navier-Stokes en utilisant la méthode des différences finies avec des résultats rappelant ceux de Candel, mais différents de ceux que pourrait donner la simple application de la formule de Lund et Rojas dans le cadre de l'approximation de Born en champ lointain.

Sur le plan expérimental, le caractère non-intrusif de cette méthode de mesure a suscité de nombreuses études. En 1983 Horne [23] étudie la diffusion par un vortex seul et l'on peut retrouver des éléments communs aux études de Colonius et al. et de Candel à savoir

un minimum de l'amplitude de l'onde diffusée dans la direction d'insonnation et un maximum se situant à un angle d'environ $\pm 30^\circ$. Si l'on s'intéresse plus particulièrement à l'aspect détection et caractérisation de structures tourbillonnaires, on peut citer les travaux expérimentaux de Engler et al. [16] et aussi l'étude de Korman et Beyer [27] qui utilisent des faisceaux ultrasonores croisés.

Concernant plus généralement l'effet de la turbulence, les travaux de Blanc-Benon et al. ([6], [7], [8] et [25]) sont consacrés à l'étude de l'influence de la propagation d'ondes acoustiques aux travers d'écoulements turbulents (jets, sillages...). Enfin Fink et al. ([54] et [55]) utilisent un double miroir acoustique à retournement temporel pour analyser la perturbation d'un front d'onde passant au travers un vortex filamentaire et ainsi caractériser celui-ci (circulation, position et taille du cœur).

Plus particulièrement, des travaux sont consacrés à l'étude d'un écoulement qui possède une structure tourbillonnaire spatialement et temporellement régulière: l'allée de Von Karman se développant derrière un cylindre soumis à un écoulement uniforme ou accéléré. On verra par la suite que les propriétés spatiales et temporelles associées à ce type d'écoulement permettent d'extraire des informations intéressantes du signal diffusé et une bonne compréhension du phénomène de diffusion acoustique. Ces travaux sont ceux de Gromov et al. [22], de Baudet [3] et plus récemment ceux de Pinton [42],[43] et Valenza [11], [51], [52].

Le but de notre travail est de proposer une méthode simple de calcul de la pression diffusée, valable dans le cadre de l'approximation de Born, ou dans un cadre moins restrictif, pour des écoulements bi ou tri-dimensionnels. Après avoir validé la méthode proposée, on examinera les résultats de l'insonnation d'une allée de Von Karman par comparaison avec les résultats expérimentaux. En effet, lors de cette étude numérique, nous avons travaillé en étroite collaboration avec Serge Valenza et avec le soutien du Bassin d'Essai des Carènes de la Direction des Constructions Navales. Les confrontations de nos travaux ont été source de nombreuses pistes de travail et autant que possible, nous avons comparé les résultats de nos calculs avec ceux obtenus à l'aide de moyens expérimentaux. Après l'étude détaillée du cas de l'allée, on étend la méthode à d'autres écoulements tourbillonnaires.

La première partie de cet ouvrage reprend les fondements des calculs proposés par Lund et Rojas qui établissent une formule reliant directement la vorticité et la pression

diffusée dans l'espace de Fourier. Malgré son intérêt théorique, cette formule ne permet pas de représenter précisément le champ de pression diffusée. On propose alors une méthode de calcul qui s'appuie sur la résolution d'une équation de propagation avec un terme source. Cette équation est résolue dans l'espace spectral à l'aide d'une méthode intégrale classique.

La deuxième partie valide la méthode utilisée dans le cas d'un cylindre insonné en l'absence d'écoulement. On reprend ensuite le cas simple de l'insonnation d'un vortex seul et l'on compare nos résultats à ceux obtenus précédemment par Colonius et al.

On s'intéresse ensuite au cas de l'allée de Von Karman dans la troisième partie. Par analogie avec les réseaux en optique, on montre comment un spectre de pression diffusée peut amener à la mesure de caractéristiques de l'allée et en particulier au nombre de Strouhal. Le calcul est réalisé dans le cas d'un modèle analytique d'allée.

La Partie 4 présente l'application de la méthode dans le cas d'une allée de Von Karman simulée par un code de calcul particulière ou par un code de calcul industriel (Fluent). On compare les résultats obtenus avec les constatations expérimentales.

On applique ensuite la méthode à la caractérisation d'un écoulement dans le cas du tourbillon seul dans la Partie 5. Les cas simples de modèles analytiques 2D de tourbillons sont traités puis étendus ensuite à un cas plus complexe 3D: le tourbillon marginal se développant derrière un profil portant.

Enfin dans une dernière partie, on réalise une étude paramétrique de la méthode acoustique dans le cas d'un modèle analytique simplifié de sillage de sous-marin en vue de voir si cette méthode peut être employée dans un cadre plus général pour l'étude de sillages complexes et de pouvoir déterminer les paramètres les plus significatifs d'une telle méthode.

Nomenclature

- $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}_0$: vecteur d'onde de diffusion
- \vec{n}_0 : vecteur unitaire dirigeant l'onde incidente
- $\vec{\omega}$: vorticité de l'écoulement
- a : longueur caractéristique servant à l'adimensionnalisation (en m)
- c : vitesse du son dans le milieu (dans l'eau $c \sim 1400 \text{ m.s}^{-1}$)
- C : longueur de la corde d'un profil d'aile (en m)
- f_0 : fréquence de l'onde incidente (en Hz)
- G : fonction de Green
- H : fonction de Hankel
- III_L : peigne de Dirac de période L
- J_0, Y_0 : fonctions de Bessel
- k : nombre d'onde (en m^{-1})
- L : longueur caractéristique de l'écoulement étudié (en m)
- L_{arg} : rayon du transducteur acoustique (en m)
- L_M : grandeur équivalente à une longueur (en m): $L_M = \pi / (k_0 \cos \theta_0)$
- M : nombre de Mach
- P : pression du fluide; P_0 : due à l'écoulement; P_{inc} : due à l'onde acoustique incidente; P_{scat} : due à l'onde diffusée par l'écoulement tourbillonnaire; P_{dif} : due à la diffraction de l'onde incidente par des parois solides (en Pa)
- Re : nombre de Reynolds
- S : terme source de l'équation de propagation acoustique
- S_{tr} : nombre de Strouhal
- t : temps (en s)
- U ou \vec{u} : vitesse du fluide (en m.s^{-1}); \vec{u}_0 : due à l'écoulement, \vec{u}_s : due aux perturbations acoustiques; \vec{u}_{inc} : due à l'onde incidente; \vec{u}_{scat} : due à l'onde diffusée
- Γ : circulation d'un tourbillon (en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
- δ : fonction de Dirac
- η : viscosité cinématique du fluide (pour l'eau $\eta \sim 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$)
- λ ou λ : longueur d'onde (en m)
- ν : pulsation (en rad.s^{-1})
- θ ou θ : angle; θ_0 : angle d'insonnation
- ρ : masse volumique du fluide (en kg.m^{-3})

Partie 1: Modélisation de l'interaction entre une onde et un écoulement

1. Approximation de Born appliquée à un champ de vorticité

1.1. Approximation de Born en champ lointain

Pour introduire notre travail sur la diffusion d'une onde acoustique par un écoulement, on rappelle les travaux de Lund et Rojas [32] amenant à une formule analytique simple exprimant le champ de pression diffusée en champ lointain dans le cadre de l'approximation de Born.

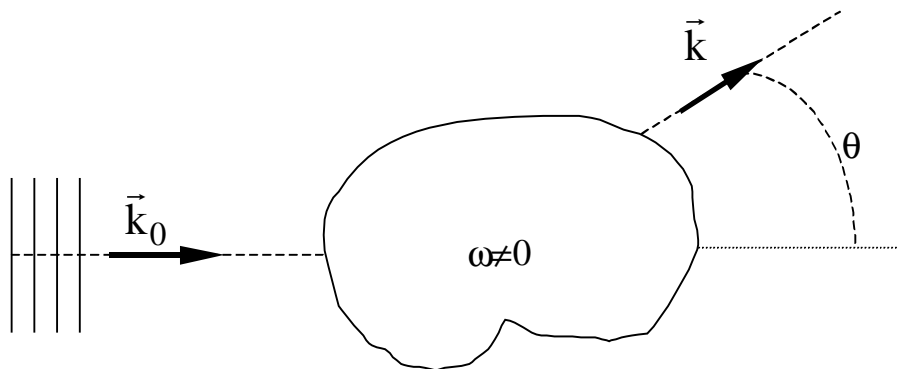


Figure 1.1.1: Onde incidente insonnant une zone de vorticité

Une onde ultrasonore définie par $\vec{u}_{inc} = U_{inc} \cos(k_0 - v_0 t) \vec{n}_0$ (où \vec{n}_0 est le vecteur unitaire dirigeant l'onde) insonne un écoulement dont la vitesse \vec{u}_0 définit un champ de vorticité borné $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}_0$. On suppose

$$U_{inc} \ll \|\vec{u}_0\| \ll c = v_0 / k_0$$

(dans l'eau la célérité de l'onde acoustique vaut $c \sim 1400 \text{ ms}^{-1}$).

Soit P_s la partie compressible du champ de pression liée à la présence de l'onde incidente. P_s est alors la somme de la pression incidente P_{inc} et de la contribution de perturbations dues à la diffusion de l'onde par l'écoulement. Cette grandeur est régie par l'équation de propagation suivante:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_s}{\partial t^2} - \Delta P_s = \rho_0 \vec{\nabla} \cdot [(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}] - \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{u}}{\rho_0} \cdot \vec{\nabla} \rho \right)$$

Eq. 1.1.1

où \vec{u} représente la vitesse totale du fluide ($\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_s$ où \vec{u}_s représente la vitesse due aux perturbations acoustiques).

Lund et Rojas décomposent alors P_S en

$$P_S = P_{inc} + G * S = P_{inc} + P_{scat}$$

où S désigne le second membre de l'Eq. 1.1.1 et où $*$ représente le produit de convolution. G est la fonction de Green solution de l'équation des ondes en milieu infini 3D donnée par

$$G = G(\vec{x} - \vec{x}', t - t') = (4\pi|\vec{x} - \vec{x}'|)^{-1} \delta(t - t' - c^{-1}|\vec{x} - \vec{x}'|).$$

On linéarise (cf. [32] pour plus de détails) le terme source S en fonction des vitesses dues à l'écoulement \vec{u}_0 et à l'onde \vec{u}_s :

$$S = \rho_0 [\vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_0 + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_s + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_0] - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} \rho_s).$$

Le premier terme de S correspond à l'émission de son par l'écoulement en l'absence de toute perturbation incidente, liée à l'échelle de temps du mouvement du fluide. C'est donc un son basse fréquence qui n'intervient pas dans le phénomène de diffusion haute fréquence.

Puisque l'on utilise l'approximation de Born qui consiste à approcher toutes les perturbations acoustiques par l'onde incidente, on néglige donc la contribution éventuelle de toute onde diffusée ou diffractée. On peut alors remplacer dans le terme source \vec{u}_s par \vec{u}_{inc} , et ρ par ρ_{inc} qui sont des grandeurs connues. On écrit alors P_S sous la forme

$$P_S = P_{inc} + P_{scat} = P_{inc} + P_{S1} + P_{S2}$$

où

$$P_{S1} = \rho_0 G * [\vec{\nabla} \cdot (\vec{\omega} \wedge \vec{u}_{inc})]$$

et

$$P_{S2} = \rho_0 G * \left[\nabla^2 (\vec{u}_0 \cdot \vec{u}_{inc}) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla} \rho_{inc}) \right].$$

En utilisant des approximations de champ lointain et en intégrant par parties, Lund & Rojas montrent que

$$P_{S2} = \frac{-P_{S1}}{1 - \cos \theta} \Rightarrow P_{scat} = \left(\frac{-\cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) P_{S2}.$$

En réalisant une transformée de Fourier en temps et en espace, on obtient une relation qui lie la transformée de Fourier temporelle \tilde{P} de la pression diffusée avec la transformée spatio-temporelle de la vorticité $\tilde{\omega}$ pour un point lointain:

$$\tilde{P}_{scat}(\vec{r}, \nu) = P_0 \left(\frac{\pi^3 \nu}{2cr} \right)^{1/2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos \theta - 1} e^{i(kr + 3\pi/4)} \tilde{\omega}(\vec{q}, \Delta \nu)$$

où

$$\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}_0 = \frac{v}{c} \frac{\vec{r}}{r} - \vec{k}_0$$

sera appelé vecteur d'onde de diffusion et $\Delta v = v - v_0$. P_0 représente la pression dans le fluide en l'absence de perturbations acoustiques

On voit qu'il existe dans l'Eq. 1.1.2 une singularité quand θ tend vers 0. On peut pour plus de précisions consulter l'article de Berthet et Lund [5] sur ce sujet qui impute cette indétermination à l'interaction entre l'onde et l'écoulement lorsque le domaine est infini.

L'intérêt de cette formule est de permettre théoriquement de retrouver un champ de vorticité à partir de la pression diffusée et elle sert donc de base à l'étude des écoulements tourbillonnaires en utilisant une technique ultrasonore. En effet, en mesurant le champ de pression diffusée, on peut alors espérer récupérer des informations sur le champ de vorticité.

En vue de l'étude de mouvements désordonnés qui peuvent exister dans les écoulements turbulents, on cherche à exprimer les corrélations de vorticité qui peuvent être reliées à l'intensité acoustique I de l'onde diffusée. En deux dimensions, on a:

$$I(\vec{r}, v) = \frac{1}{4rc^2} \rho_0 U_{inc}^2 \pi v \cos^2 \theta \cot^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \tilde{S}(\vec{q}, v - v_0)$$

Eq. 1.1.3

où \tilde{S} représente la transformée de Fourier de la corrélation en deux points de la vorticité. Cette formulation liant la pression diffusée aux corrélations de vorticité ouvre la perspective de possibles mesures non-intrusives de quantités turbulentes dans un écoulement, puisque l'insonnation ne perturbe pas l'écoulement.

1.2. Rappels sur les tourbillons

Nous présentons ici un rapide rappel théorique sur les tourbillons, qui nous sera utile tout au long de nos travaux. Des informations beaucoup plus complètes peuvent être trouvées dans des ouvrages de référence comme ceux de Batchelor [2], Saffman [45] ou Sheldon Green [46].

Nous nous intéressons ici à des tourbillons 2D, le cas des tourbillons 3D sera abordé ultérieurement. On se place donc en coordonnées cylindriques (r, θ, z) et l'origine du repère est

placée au centre du tourbillon. Pour des tourbillons 2D, seule la composante selon z de la vorticité est non-nulle, puisque la vitesse est confinée dans un plan $z=0$ et

$$\vec{\omega} = \text{rotu} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right] \vec{z}$$

Eq. 1.2.1

où u_r et u_θ sont les composantes radiale et tangentielle de la vitesse induite par le tourbillon.

La forme la plus simple de tourbillon est celle appelée tourbillon ponctuel (ou irrotationnel) définie par

$$\begin{cases} u_\theta = K/r, & K \text{ constant} \\ u_r = u_z = 0 \end{cases}.$$

La vorticité est alors donnée par une fonction delta: $\omega_z = \delta(r)$. Elle est donc nulle partout sauf à l'origine, ce qui donne son nom au tourbillon. La singularité est malgré tout intégrable et on peut obtenir l'expression de la circulation:

$$\Gamma = \iint \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = \oint \vec{u} \cdot d\vec{l} = 2\pi K.$$

Pour ne plus avoir de singularité avec une vitesse tangentielle qui tend vers l'infini à l'origine, on est amené à régulariser la vorticité en lui donnant non plus la forme d'un Dirac, mais celle d'une gaussienne:

$$\omega_z = \omega_0 e^{-r^2/R^2} = \frac{\Gamma_0}{\pi R^2} e^{-r^2/R^2}$$

(avec $\Gamma_0 = \Gamma(\infty)$, circulation totale). On peut en utilisant la formule de Biot-Savart retrouver l'expression de la vitesse (il est plus simple de vérifier que l'on retrouve bien la bonne vorticité en utilisant l'Eq. 1.2.1):

$$u_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-r^2/R^2} \right).$$

Eq. 1.2.2

On obtient ainsi le modèle le plus classique de tourbillon en 2D: le modèle d'Oseen (dit aussi de Lamb) décrivant un tourbillon visqueux¹. Il induit un écoulement 2D symétrique

¹ On utilise le plus souvent ce modèle en introduisant un terme correctif $\alpha \sim 1,26$ dans l'exponentielle, de façon à ce que le maximum d'amplitude soit atteint pour $r=R$. Ce modèle sera utilisé de cette façon ultérieurement (cf. Partie 2).

par rapport à l'origine, dont les lignes de courant sont des cercles concentriques. En fait ce tourbillon est la solution exacte des équations de Navier-Stokes écrites en termes de vorticité

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} = \eta \Delta \bar{\omega}$$

(où η représente la viscosité cinématique du fluide) en prenant comme condition initiale le tourbillon ponctuel. On obtient alors la solution suivante:

$$u_{\theta} = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-r^2/4\eta t}\right).$$

En prenant $R = \sqrt{4\eta t}$, on trouve bien un profil de vitesse correspondant au modèle d'Oseen, avec une taille de tourbillon qui évolue dans le temps avec la diffusion de la vitesse.

On utilisera aussi lors de nos recherches un autre modèle analytique de vitesse induite par un tourbillon qui est le modèle de Taylor. Ce modèle décrit par Taylor en 1918 est le pendant du modèle précédent pour un fluide non-visqueux. Il se comporte exactement comme le modèle d'Oseen au centre du tourbillon, mais son comportement au loin est différent. Alors que le modèle d'Oseen exhibe une décroissance en r^{-1} , le modèle de Taylor possède une décroissance exponentielle:

$$u_{\theta} = \frac{\Gamma_0 r}{2\pi R^2} e^{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)}$$

Eq. 1.2.3

où $\Gamma_0 = \Gamma(R)$. Ici la circulation totale $\Gamma(\infty)$ est nulle.

La Figure 1.2.1 montre les profils de vitesse de ces différents modèles normalisés pour que $u_{\theta} = 1 \text{ ms}^{-1}$ quand $r = R = 1 \text{ m}$.

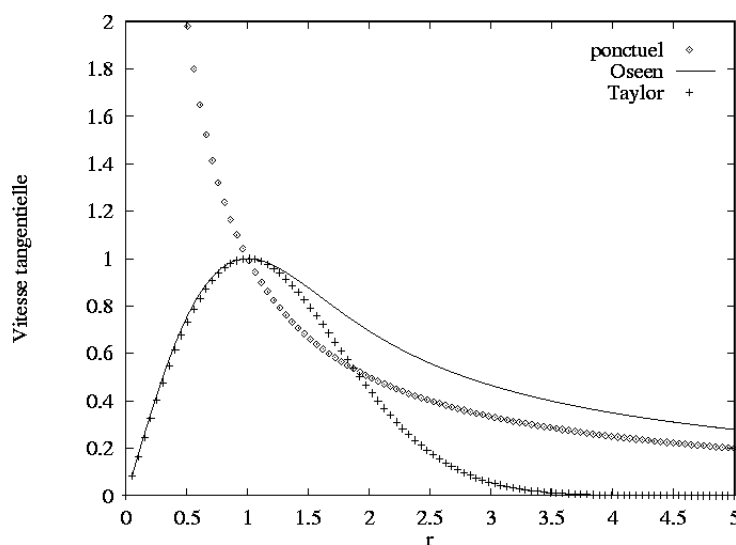


Figure 1.2.1: Vitesse tangentielle (en ms^{-1}) des différents modèles de tourbillons en fonction de r (en m)

1.3. Application au cas du tourbillon seul

Après ce rappel sur les tourbillons, on peut maintenant appliquer l'Eq. 1.1.2 dans le cas d'un tourbillon seul en vue d'obtenir l'expression de la pression diffusée. Pour un tourbillon centré à l'origine, on a vu dans le chapitre précédent que la vorticité donnée par un modèle d'Oseen est:

$$\omega_1(x, y, t) = \frac{\Gamma_0}{4\pi\eta t} e^{-(x^2+y^2)/4\eta t}$$

où η est la viscosité cinématique du fluide.

Le calcul de la transformée de Fourier spatiale donne:

$$\tilde{\omega}_1(q_x, q_y, t) = \Gamma_0 e^{-(q_x^2 + q_y^2)\eta t}.$$

Le calcul de la transformée temporelle est alors immédiat:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_1(q_x, q_y, v) &= \int_0^{\infty} \tilde{\omega}_1(q_x, q_y, t) e^{-ivt} dt = \Gamma_0 \left[-\frac{e^{-[(q_x^2 + q_y^2)\eta + iv]t}}{(q_x^2 + q_y^2)\eta + iv} \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{\Gamma_0}{(q_x^2 + q_y^2)\eta + iv} \end{aligned}$$

On calcule donc $\tilde{\omega}_1(q_x, q_y, \Delta v)$ avec

$$\begin{cases} q_x = \frac{v}{c} \cos \theta - k_0 \\ q_y = \frac{v}{c} \sin \theta \\ \Delta v = v - v_0 \end{cases}$$

Si on étudie la fonction

$$\tilde{\omega}_1(q_x, q_y, \Delta v) = \frac{\Gamma_0}{(q_x^2 + q_y^2)\eta + i(v - v_0)},$$

on voit que $(q_x^2 + q_y^2)\eta$ qui est de l'ordre de 10^{-6} est généralement faible devant $v - v_0$, ce qui fait que le module de $\tilde{\omega}_1$ est faible sauf pour $v = v_0$ où il devient élevé. En reportant

l'expression de $\tilde{\omega}_1$ dans l'Eq. 1.1.2, on peut donc approcher $|\tilde{P}_{\text{scat}}(\vec{r}, \nu)|$ par une fonction de Dirac de la forme $A\delta(\nu - \nu_0)$ où l'amplitude A est donnée par:

$$A = P_0 \left(\frac{\pi^3 \nu_0}{2cr} \right)^{1/2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos \theta - 1} e^{i(k_0 |\vec{x}| + 3\pi/4)} \frac{\Gamma_0}{(q_x^2 + q_y^2) \Big|_{\nu=\nu_0} \eta}.$$

La partie réelle de la pression diffusée est alors $P_{\text{scat}}(t) = A \cos(\nu_0 t)$. La dépendance en θ de l'amplitude de l'onde diffusée est donc contenue dans le terme

$$\frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos \theta - 1} \frac{1}{(q_x^2 + q_y^2) \Big|_{\nu=\nu_0}}.$$

Or $(q_x^2 + q_y^2) \Big|_{\nu=\nu_0} = \left(\frac{\nu_0}{c} \cos \theta - k_0 \right)^2 + \left(\frac{\nu_0}{c} \sin \theta \right)^2 = 2k_0^2 (1 - \cos \theta)$. On étudie donc la fonction

$$f(\theta) = \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1 - \cos \theta)^2}$$

et l'amplitude de la pression diffusée sera proportionnelle à $|f(\theta)|$.

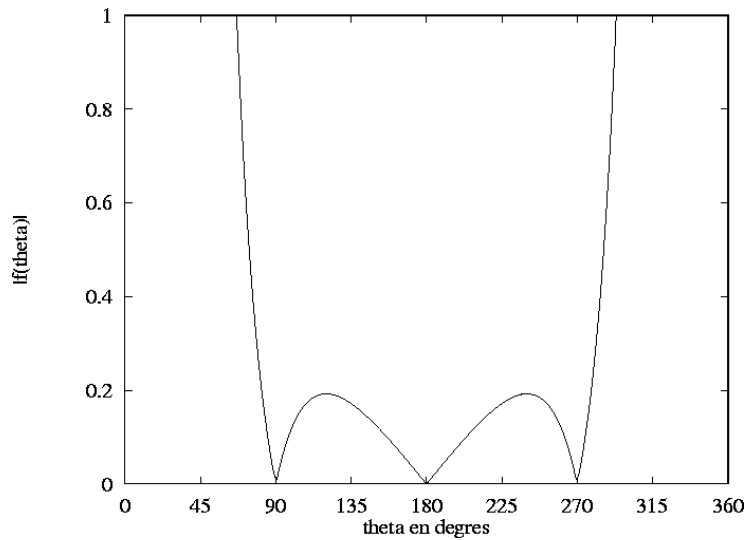


Figure 1.3.1: $|f|$ en fonction de l'angle θ (en degrés)

On retrouve donc bien une indétermination dans la direction incidente $\theta=0$, ce qui est en complète contradiction avec les études numériques de Candel [9] et de Colonius et al. [13] ou encore les études expérimentales de Horne [23] qui indiquent plutôt un minimum de pression diffusée dans cette direction.

On voit donc que dans le cas simple d'un tourbillon seul, l'application de la formule de Lund & Rojas n'est pas en mesure de nous donner une caractérisation satisfaisante de la

pression diffusée. Il nous faut alors trouver une autre méthode pour calculer la pression diffusée par un écoulement en vue de l'étude de ce phénomène.

1.4. Cas de l'allée alternée de tourbillons

Comme on va s'intéresser à la pression diffusée par une allée de Von Karman, observons ce que donne la formule de Lund & Rojas dans le cas précis de cet écoulement. On construit un modèle analytique d'allée en considérant une allée de tourbillons alternés d'écartement longitudinal L et latéral h . (cf. Figure 1.4.1) Les tourbillons sont convectés à la vitesse U .

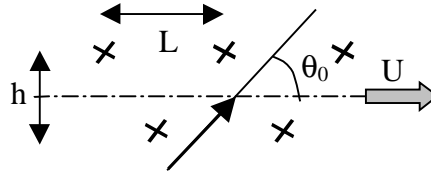


Figure 1.4.1: Configuration du modèle analytique d'allée

La vorticité est donnée par:

$$\omega(x, y, t) = \omega_1(x, y, t) *_{x,y} \left[\begin{array}{l} -\text{III}_L(x + Ut)\delta(y - h/2) \\ + \text{III}_L(x + Ut - L/2)\delta(y + h/2) \end{array} \right]$$

où $*_{x,y}$ représente le produit de convolution dans l'espace à deux dimensions et III_L le peigne de Dirac de période L .

D'où

$$\tilde{\omega}(q_x, q_y, t) = \tilde{\omega}_1(q_x, q_y, t) e^{-iq_x Ut} \text{III}_{2\pi/L}(q_x) [-e^{-iq_y h/2} + e^{iq_y h/2} e^{-iq_x L/2}].$$

Or

$$\int_0^{\infty} \tilde{\omega}_1(q_x, q_y, t) e^{-iq_x Ut} e^{-ivt} dt = \tilde{\omega}_1(q_x, q_y, v - q_x U).$$

Le terme de décalage $q_x U$ correspond à l'effet Doppler induit par la vitesse U des tourbillons.

On a donc:

$$\tilde{\omega}(q_x, q_y, \Delta v) = \Gamma_0 \text{III}_{2\pi/L}(q_x) \frac{-e^{-iq_y h/2} + e^{iq_y h/2} e^{-iq_x L/2}}{(q_x^2 + q_y^2)\eta + i(\Delta v - q_x U)}.$$

Eq. 1.4.1

En reportant cette valeur dans l'Eq. 1.1.2, on peut alors obtenir un spectre de pression diffusée.

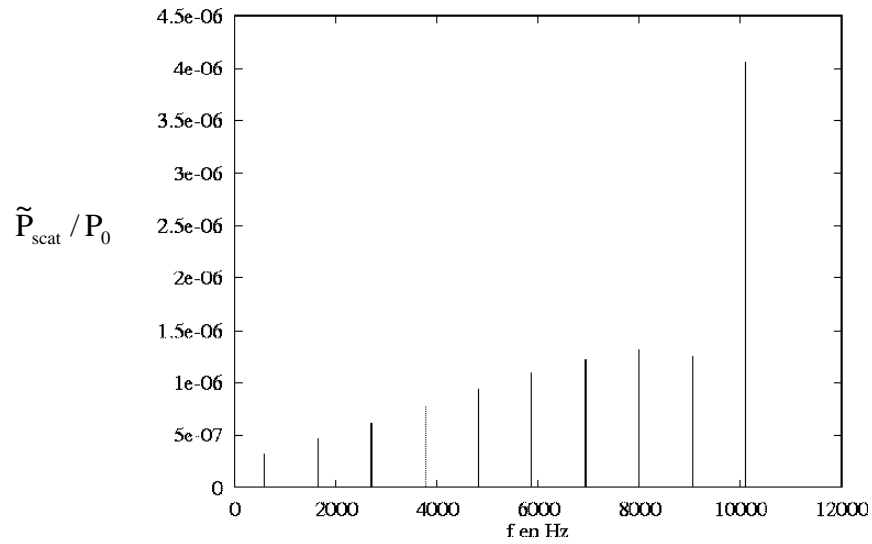


Figure 1.4.2: Spectre de pression diffusée dans le cas du modèle analytique l'allée; $f_0=10\,000$ Hz, $\theta=90^\circ$, $\theta_0=30^\circ$, $r/L=10$

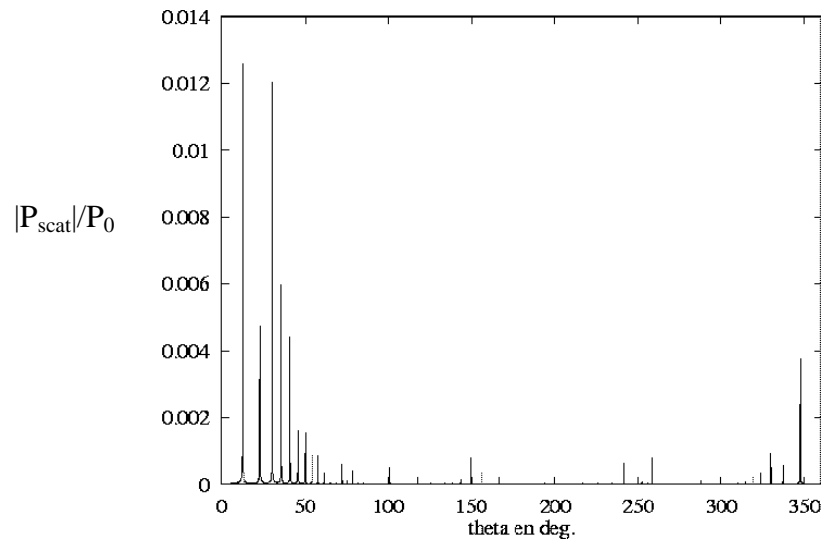


Figure 1.4.3: Diagramme de l'amplitude de pression diffusée en fonction de θ ; $f_0=10\,000$ Hz, $\theta_0=30^\circ$, $r/L=10$

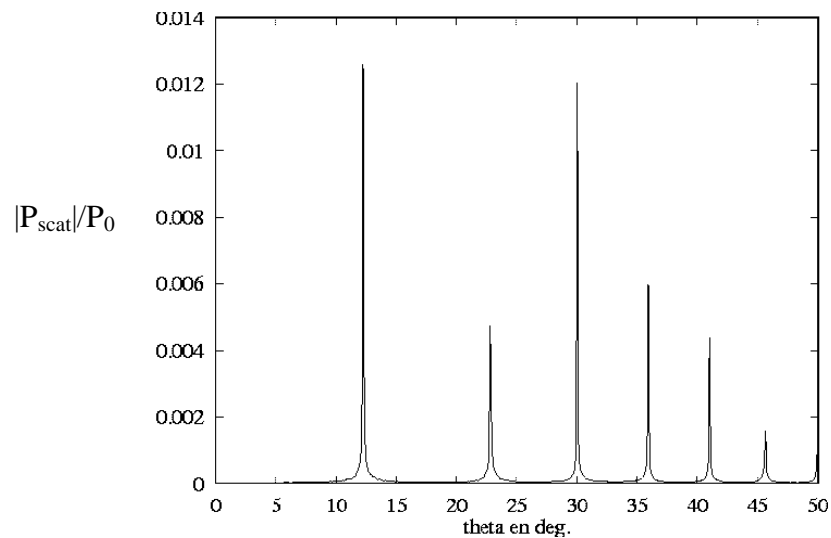


Figure 1.4.4: Détail du diagramme d'amplitude de pression diffusée; $f_0=10\,000$ Hz, $\theta_0=30^\circ$, $r/L=10$

Les figures ci-dessus sont tracées dans le cas d'une onde incidente à une fréquence $f_0=10$ kHz arrivant avec une incidence $\theta_0=30^\circ$ sur une allée avec un nombre de Reynolds $Re=10\,000$ (avec $Re=UL/\eta$). La Figure 1.4.2 montre le spectre de la pression diffusée pour $\theta=90^\circ$. On retrouve bien une allure de peigne de Dirac avec un décalage par rapport à la fréquence incidente qui correspond à l'effet Doppler. La Figure 1.4.3 et la Figure 1.4.4 montrent l'amplitude de pression diffusée en fonction de l'angle θ à un rayon $r/L=10$ du centre du domaine. On retrouve la présence de nombreux pics (l'intervalle de 0 à 2π est discrétisé par 3600 points). Celui correspondant à l'angle incident $\theta=30^\circ$ est théoriquement infini et il est accompagné de plusieurs pics secondaires. On peut noter une faible diffusion arrière.

1.5. Utilisation et perspectives

On voit que la formulation proposée par Lund et Rojas relie linéairement les transformées de Fourier de la pression diffusée et de la vorticité comme l'indique l'Eq. 1.1.2. On peut donc espérer retrouver d'après la mesure de la pression diffusée à l'aide de capteurs, des informations concernant le champ de vorticité ou des quantités caractéristiques de la turbulence.

Des études expérimentales menées par J.F. Pinton [42], [43] dans l'air ou S. Valenza [11], [51], [52] dans l'eau se basent sur cette propriété pour retrouver des caractéristiques d'un écoulement possédant un champ de vorticité régulièrement distribué : l'allée de Von Karman. On verra comment la formule établie dans le cadre de l'approximation de Born en champ lointain que nous avons appliqué à une allée alternée de tourbillons permet d'exploiter les informations contenues dans la pression diffusée.

Si cette approximation permet d'espérer que l'on puisse exploiter les informations données par le champ de pression diffusée, on ne peut cependant se servir directement de l'Eq. 1.1.2 pour calculer ce champ de pression. On voit que dans le cas très simple du tourbillon seul, les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants, avec notamment une indétermination dans la direction de l'onde incidente. Nous sommes donc amené à développer notre propre méthode de calcul de la pression diffusée qu'on comparera à des méthodes existantes dans des cas simples. Nous comparerons également nos résultats à ceux relatifs aux travaux expérimentaux réalisés sur le même sujet par S. Valenza.

2. Principe de résolution de l'interaction onde-tourbillon

Exposons maintenant notre méthode de résolution de l'interaction entre une onde acoustique et un écoulement. Nous cherchons en premier lieu à décomposer les différentes grandeurs de l'écoulement pour isoler le seul phénomène de diffusion.

La méthode adoptée consiste à calculer séparément les caractéristiques de l'écoulement par les équations de Navier-Stokes puis à étudier l'interaction lorsque l'allée de Von Karman est insonnée par une onde acoustique monochromatique. On considère donc que cette onde ne perturbe pas l'écoulement. La viscosité du fluide n'est pas prise en compte pour la détermination de la diffusion, car les échelles de temps caractéristiques des phénomènes acoustiques sont bien inférieures à celle liée aux effets de la viscosité. En revanche celle-ci sera prise en compte lors du calcul du champ de vitesse de l'écoulement.

2.1. Equations de propagation pour la pression

Les équations d'Euler pour un fluide faiblement compressible (de nombre de Mach M faible) adiabatique et non visqueux s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) - \rho \bar{u} \times \bar{\omega} = -\bar{\nabla} P \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \\ \delta P = c^2 \delta \rho \end{array} \right. .$$

Eq. 2.1.1

En combinant ces trois équations, on obtient une équation de propagation avec terme source pour la pression (les calculs de ce chapitre sont détaillés dans l'Annexe I):

$$\Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \bar{\nabla} \cdot \left[\rho \bar{u} \times \bar{\omega} + \bar{u} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) \right].$$

Eq. 2.1.2

Décomposons maintenant toutes les grandeurs en une partie qui provient de l'écoulement (indice "0"), une autre liée à la présence de l'onde incidente (indice "inc"), qui est supposée ne pas perturber l'écoulement, et une troisième issue de l'interaction entre

l'écoulement et l'onde (indice "scat"). Cette composante s'entend comme la perturbation ou plus précisément la diffusion de l'onde acoustique par l'écoulement puisqu'on suppose que l'onde incidente ne perturbe pas l'écoulement. Posons donc:

$$\begin{cases} P = P_0 + P_{inc} + P_{scat} \\ \rho = \rho_0 + \rho_{inc} + \rho_{scat} \\ \vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_{inc} + \vec{u}_{scat} \end{cases}$$

Dans le cadre de cette étude, on se place dans l'hypothèse où la longueur d'onde λ de l'onde incidente est de l'ordre de la grandeur caractéristique de l'écoulement L , ceci pour avoir un pic de diffusion par analogie avec la diffraction de rayons lumineux par un réseau en optique (cf. Partie 3). On peut alors écrire $c\tau \sim U_0 T$, où U_0 et T représentent respectivement les échelles de vitesse et de temps caractéristiques de l'écoulement et on a donc $\tau \sim MT$. Comme le nombre de Mach est faible, la période τ de l'onde est très faible devant T .

Il existe donc deux échelles de temps totalement distinctes qui caractérisent le problème: une pour les évolutions de l'écoulement qui sera de l'ordre de L/U_0 , l'autre pour les évolutions dues au forçage acoustique de l'ordre de L/c . On suppose de plus que les composantes provenant de la présence de l'onde incidente sont de faible amplitude devant celles de l'écoulement.

$$\text{De plus on a } \vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}_0 \text{ puisque } \vec{\nabla} \times \vec{u}_{inc} = \vec{\nabla} \times \vec{u}_{scat} = \vec{0}.$$

En introduisant la décomposition dans l'équation de propagation obtenue précédemment et en gardant les termes de même ordre de grandeur, on peut écrire trois équations (Eq. 2.1.3, Eq. 2.1.4 et Eq. 2.1.5). La première donne l'équation de Poisson vérifiée par la pression P_0 , en gardant les termes d'ordre $\rho_0 U_0^2 / L^2$:

$$\Delta P_0 = \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{u}_0 \times \vec{\omega} - \vec{\nabla} \left(\frac{1}{2} \vec{u}_0^2 \right) \right].$$

Eq. 2.1.3

On a utilisé le fait que le fluide est faiblement compressible pour pouvoir négliger $\vec{u}_0 \partial \rho_0 / \partial t$. Cette équation caractérise l'émission de son basse fréquence engendrée par les variations de vitesse du fluide en mouvement.

Pour l'onde incidente, on peut écrire l'approximation acoustique qui consiste à écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement appliquée aux perturbations induites par l'onde en négligeant les termes de convection:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}_{inc}}{\partial t} = -\vec{\nabla} P_{inc} \Rightarrow P_{inc} \sim \rho_0 U_{inc} c.$$

En gardant les termes d'ordre $\rho_0 U_{inc} c / L^2$, on retrouve l'équation de propagation de l'onde incidente:

$$\Delta P_{inc} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{inc}}{\partial t^2} = 0.$$

Eq. 2.1.4

Notons que si $U_{inc}/U_0 \gg M$, alors les termes en $\rho_0 U_{inc} c / L^2$ sont dominants devant les termes en $\rho_0 U_0^2 / L^2$. En revanche, si ces deux termes venaient à être du même ordre de grandeur, alors on ne pourrait plus découpler les deux équations. Dans le cas des écoulements que nous serons amenés à étudier, le nombre de Mach est très faible de l'ordre de 10^{-5} . Le rapport U_{inc}/U_0 qui est expérimentalement difficile à déterminer et qui dépend directement de la puissance appliquée au transducteur d'émission ne sera jamais plus faible que 10^{-2} . De plus, les fréquences associées à ces deux termes sont différentes et comme on travaillera dans l'espace spectral, le problème du couplage ne devrait pas se poser; bien que des couplages entre modes acoustiques soient toujours possibles.

La troisième équation est celle qui nous intéresse directement car elle donne une équation de propagation pour la pression diffusée par l'écoulement P_{scat} . Les termes de cette équation sont de l'ordre $\rho_0 U_{inc} U_0 / L^2$. On obtient:

$$\Delta P_{scat} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{scat}}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \cdot \left[\rho_0 \vec{u}_{inc} \times \vec{\omega} - \rho_0 \vec{\nabla} (\vec{u}_{inc} \cdot \vec{u}_0) + \vec{u}_0 \frac{\partial \rho_{inc}}{\partial t} \right].$$

Eq. 2.1.5

On voit que $P_{scat} \sim \rho_0 U_{inc} U_0$ et donc que $P_{scat}/P_{inc} \sim M$.

Pour éliminer la présence de ρ_{inc} dans le terme source, on écrit l'équation de continuité en ne gardant que les termes dominants:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho_{inc}}{\partial t}}_{O(\rho_0 U_{inc}/L)} + \underbrace{\rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_{inc}}_{O(\rho_0 U_{inc}/L)} + \underbrace{\rho_{inc} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0}_{O(M \rho_0 U_{inc}/L)} = 0.$$

En négligeant le dernier terme ($M \ll 1$), on obtient $\vec{u}_0 \frac{\partial \rho_{inc}}{\partial t} = -\rho_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_{inc}) \vec{u}_0$.

On a donc finalement

$$\Delta P_{\text{scat}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{scat}}}{\partial t^2} = \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{u}_{\text{inc}} \times \vec{\omega} - \vec{\nabla}(\vec{u}_{\text{inc}} \cdot \vec{u}_0) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_{\text{inc}}) \vec{u}_0 \right].$$

Eq. 2.1.6

2.2. Approximation de Born et généralisation de la méthode de calcul

Dans ce chapitre, on montre la méthode de résolution qui s'appliquerait en dehors du cadre de l'approximation de Born et on en tire l'ordre de grandeur de la vitesse \vec{u}_{scat} . En effet, l'équation de propagation de la pression diffusée (Eq. 2.1.6) est écrite dans le cadre de cette approximation. On a donc implicitement approché dans le second membre de cette équation la vitesse induite par les ondes acoustiques $\vec{u}_s = \vec{u}_{\text{inc}} + \vec{u}_{\text{scat}}$ (cf. chapitre 1.1) par la seule vitesse de l'onde incidente

$$\vec{u}_{\text{inc}} = U_{\text{inc}} \exp[i(\vec{k}_0 \cdot \vec{x} - v_0 t)] \vec{n}_0$$

(où $\vec{n}_0 = \vec{k}_0 / \|\vec{k}_0\|$ est le vecteur unitaire dirigeant l'onde incidente de nombre d'onde k_0 et de pulsation v_0) en négligeant la composante \vec{u}_{scat} due à l'onde diffusée.

De plus, dans le cas de l'allée de Von Karman, le cylindre engendre une onde diffractée. Elle sera calculée ultérieurement et \vec{u}_{inc} désignera alors la vitesse induite par les ondes incidente et diffractée par l'obstacle. On résout l'équation de propagation avec terme source en passant dans l'espace spectral (transformée de Fourier temporelle). Le problème est alors ramené à la résolution d'une équation de Helmholtz non homogène avec des conditions aux limites sur le cylindre et une condition aux limites de Sommerfeld à l'infini.

Si l'on veut maintenant inclure \vec{u}_{scat} dans le calcul de la pression diffusée on fait apparaître un couplage dans l'Eq. 2.1.6 (puisque \vec{u}_{scat} dépend de P_{scat}) qu'on peut résoudre en procédant par itérations.

On calcule $P_{\text{scat}}^{(1)}$ avec $\vec{u}_{\text{inc}}^{(0)} = \vec{u}_{\text{inc}}$ (ce qui correspond à l'approximation de Born).

$$\Delta P_{\text{scat}}^{(1)} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{scat}}^{(1)}}{\partial t^2} = \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{u}_{\text{inc}}^{(0)} \times \vec{\omega} - \vec{\nabla}(\vec{u}_{\text{inc}}^{(0)} \cdot \vec{u}_0) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_{\text{inc}}^{(0)}) \vec{u}_0 \right].$$

Avec $P_{\text{scat}}^{(1)}$ est ensuite calculée une nouvelle vitesse $\vec{u}_{\text{scat}}^{(1)}$, en utilisant l'équation de quantité de mouvement pour l'onde diffusée:

$$\frac{\partial \bar{u}_{\text{scat}}^{(1)}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \bar{\nabla} P_{\text{scat}}^{(1)}.$$

On a vu dans le chapitre précédent que $P_{\text{scat}} \sim \rho_0 U_{\text{inc}} U_0$. La vitesse $\bar{u}_{\text{scat}}^{(1)}$ est donc de l'ordre de $M U_{\text{inc}}$. Suivant les valeurs du nombre de Mach M , il existe alors deux possibilités:

- $M \ll 1$: la vitesse de l'onde diffusée est négligeable devant U_{inc} et on peut résoudre l'Eq. 2.1.6 sans tenir compte de \bar{u}_{scat} . On est alors dans le cadre de l'approximation de Born.

- $M = O(1)$: on doit tenir compte de \bar{u}_{scat} comme perturbation de l'onde diffusée pour le calcul de P_{scat} . On résout alors l'Eq. 2.1.6 en réactualisant $\bar{u}_{\text{inc}}^{(1)} = \bar{u}_{\text{inc}} + \bar{u}_{\text{scat}}^{(1)}$:

$$\Delta P_{\text{scat}}^{(2)} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{scat}}^{(2)}}{\partial t^2} = S(\bar{u}_{\text{inc}}^{(1)}).$$

On continue à itérer ainsi jusqu'à la convergence éventuelle de P_{scat} .

Cependant, pour tous les écoulements hydrodynamiques que nous étudierons ici, les vitesses et donc les nombres de Mach seront trop faibles pour que l'onde diffusée perturbe de manière significative le champ de vitesse de l'onde incidente. Dans ces conditions, l'approximation de Born est tout à fait justifiée et la méthode d'itérations proposée ci-dessus ne sera pas nécessaire. Elle est envisagée comme méthode de résolution si l'on était amené à l'étude d'écoulements plus rapides, dans l'air par exemple.

3. Résolution de l'équation de propagation

On s'intéresse maintenant à la manière dont on va résoudre pratiquement l'équation de propagation présentée précédemment, en particulier dans le cas d'un écoulement avec obstacle (allée de Von Karman derrière un cylindre). Le principe est de la transformer en une équation de Helmholtz - par un passage dans l'espace de Fourier - qu'on va résoudre par une méthode intégrale. La discrétisation de ce problème conduit à l'écriture d'un système linéaire dont la résolution donnera la pression diffusée sur le cylindre. On en déduira ensuite la pression diffusée en un point quelconque du domaine. Le chapitre suivant détaille la méthode

de résolution proposée ainsi que le calcul des grandeurs nécessaires à l'obtention de la pression diffusée.

Un organigramme du code de calcul se trouve dans la Partie 4. Il se rapporte aux éléments décrits ci-dessous.

3.1. Normalisation et transformation spectrale de l'équation de propagation

On se propose de résoudre l'équation de propagation pour la pression diffusée (Eq. 2.1.6). On normalise cette équation en définissant les grandeurs adimensionnelles suivantes:

- $\underline{r}=r/a$: on normalise les longueurs par une longueur de référence a . Dans le cas de l'allée de Von Karman, a représente le rayon du cylindre.

- $\underline{P}_{\text{scat}}=P_{\text{scat}}/(\rho_0 U_0^2)$: on normalise la pression diffusée par la pression de référence dans l'écoulement

- $\underline{u}=u/U_0$: les vitesses sont normalisées par la vitesse de référence de l'écoulement U_0 .

- $\underline{k}=ka$: on adimensionne le nombre d'onde en le multipliant par a , la longueur de référence. Par la suite, ka sera donc utilisé pour désigner le nombre d'onde adimensionnel.

- $\underline{t}=t/(a/U_0)$: l'échelle de temps caractéristique retenue est celle de l'écoulement².

On obtient alors une équation de propagation adimensionnelle qui s'écrit:

$$\Delta \underline{P}_{\text{scat}} - M^2 \frac{\partial^2 \underline{P}_{\text{scat}}}{\partial \underline{t}^2} = \vec{\nabla} \cdot [\underline{\vec{u}}_{\text{inc}} \times \underline{\vec{\omega}} - \vec{\nabla}(\underline{\vec{u}}_{\text{inc}} \cdot \underline{\vec{u}}_0) - (\vec{\nabla} \cdot \underline{\vec{u}}_{\text{inc}}) \underline{\vec{u}}_0].$$

La vitesse induite par une onde incidente plane arrivant sous une incidence θ_0 s'écrit alors en coordonnées polaires (r, θ) sous la forme adimensionnelle suivante:

$$\underline{\vec{u}}_{\text{inc}}(r, \theta) = \underline{U}_{\text{inc}} e^{ik_0(\underline{r} \cos(\theta - \theta_0) - \underline{t}/M)} \underline{\vec{n}}_{\text{inc}}$$

où $\underline{\vec{n}}_{\text{inc}}$ est le vecteur unitaire de la direction de l'onde. La quantité $\underline{U}_{\text{inc}}=U_{\text{inc}}/U_0$ traduit le rapport des amplitudes des vitesses de l'onde acoustique et de l'écoulement. La présence du terme en $1/M$ traduit bien l'existence de deux échelles de temps bien distinctes, une liée à l'écoulement, l'autre à l'onde.

² On aurait aussi pu choisir l'échelle de temps a/c caractéristique des phénomènes acoustiques.

On transforme l'équation de propagation initiale en de multiples équations de Helmholtz par un passage dans l'espace spectral. La transformée de Fourier adimensionnelle de la pression (il en va de même pour les autres grandeurs) s'écrit alors:

$$\underline{\tilde{P}}(\underline{f}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{P}(\underline{t}) \exp(-2i\pi \underline{f} \underline{t}) d\underline{t}.$$

Pour une fonction connue de manière discrète en n points sur un intervalle de temps fini, avec un pas de temps Δt , la transformée discrète (TFD) est définie comme

$$\tilde{P}_j = \underline{\tilde{P}}(\underline{f}_j) = \Delta t \sum_{k=1}^N \underline{P}_k \exp(-2i\pi j k / n) \quad \forall j \in [1, n].$$

On travaille dans un domaine spectral réduit de taille Δf autour de la fréquence d'insonnation f_0 . Si on voulait travailler sur tout le domaine spectral, il faudrait discrétiser avec un pas de temps plus faible que $1/f_0$ ce qui n'est pas envisageable aux fréquences étudiées (pour une longueur caractéristique de l'ordre du cm, on a une fréquence de l'ordre de 10^5 Hz). La taille du domaine spectral d'étude est définie par $\underline{\Delta k} = a \Delta k = a 2\pi / (c \Delta t) = 2\pi M / \underline{\Delta t}$. On définit n éléments \underline{k}_j qui découpent l'intervalle $\underline{\Delta k}$ centré autour de k_0 de manière régulière. On a alors

$$\underline{k}_j = \underline{k}_0 + \left(\frac{j-1}{n-1} - \frac{1}{2} \right) \underline{\Delta k} \quad \forall j \in [1, n].$$

Eq. 3.1.1

En identifiant les composantes, le problème à résoudre devient pour chaque composante j :

$$\Delta \tilde{P}_j + \underline{k}_j^2 \tilde{P}_j = \tilde{S}_j$$

Eq. 3.1.2

Pour simplifier, les notations $\underline{\quad}$ et \sim seront dorénavant implicites. En conséquence et sauf mention contraire, toutes les grandeurs portées sur les différentes figures seront sans dimension. De même l'indice j sera omis, puisque l'on résoudra le problème pour une composante fréquentielle donnée.

Par la suite, on sera amené à étudier l'évolution de l'amplitude adimensionnelle de la pression diffusée. On définit la grandeur

$$|P_{\text{scat}}| = \sqrt{\sum_{j=1}^n P_j^2}.$$

Eq. 3.1.3

Le théorème de Parseval traduisant la conservation de l'énergie

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |P(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{P}(k)|^2 dk$$

nous permet de définir la norme $|P_{\text{scat}}|$ comme l'amplitude du signal de pression diffusée³.

3.2. Equation intégrale

Les équations de Helmholtz obtenues précédemment vont être résolues par une méthode de résolution intégrale dans un domaine Ω de frontières b_1 et b_2 où b_1 représente le contour du cylindre et b_2 la frontière extérieure repoussée à l'infini.

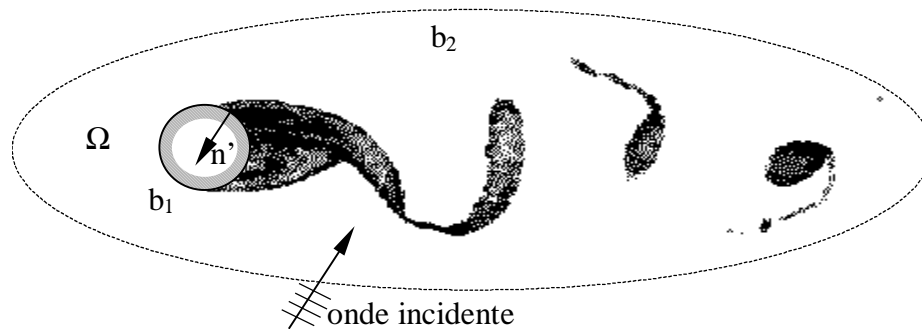


Figure 3.2.1: Configuration géométrique du problème pour la résolution par méthode intégrale

Le problème de Neumann extérieur à résoudre pour la pression diffusée s'écrit:

$$\begin{cases} \Delta P + k^2 P = S \text{ dans } \Omega \\ \partial P / \partial n = 0 \text{ sur } b_1 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} (\partial P / \partial r - ikP) = 0 \text{ sur } b_2 \end{cases} .$$

Eq. 3.2.1

La dernière condition est la condition de radiation de Sommerfeld qui traduit le principe de conservation de l'énergie à l'infini. On rappelle qu'en 3D, la condition de Sommerfeld s'écrit:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r (\partial P / \partial r - ikP) = 0 .$$

Sur b_1 , on écrit une condition aux limites de Neumann traduisant l'annulation de la vitesse normale à la paroi:

³ $|P_{\text{scat}}|$ équivaut à la valeur rms de la pression P_{rms} à une constante multiplicative près.

$$\frac{\partial(\vec{v}_{\text{tot}} \cdot \vec{n})}{\partial t} = \vec{\nabla} P_{\text{tot}} \cdot \vec{n} = \frac{\partial P_{\text{tot}}}{\partial n} = 0.$$

Or on peut décomposer la pression totale en

$$P_{\text{tot}} = \underbrace{P_{\text{inc}}}_{\text{incidente}} + \underbrace{P_{\text{dif}}}_{\text{diffractée par le cylindre}} + \underbrace{P_{\text{scat}}}_{\text{diffusée par l'écoulement}}.$$

Les deux premières composantes sont de l'ordre de $\rho_0 U_{\text{inc}} c$, alors que la dernière est de l'ordre de $\rho_0 U_{\text{inc}} U_0$. On peut donc écrire à l'ordre d'approximation choisi que $\partial P_{\text{scat}} / \partial n = 0$.

Soit G la fonction de Green qui vérifie une condition de Sommerfeld et

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

On rappelle les expressions des fonctions de Green associées aux problèmes 2D et 3D:

$$\begin{cases} G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{i}{4} H_0(k \|\vec{r} - \vec{r}'\|) \text{ en 2D} \\ G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{ik\|\vec{r} - \vec{r}'\|}}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|} \text{ en 3D} \end{cases}.$$

Eq. 3.2.2

En combinant les équations vérifiées par P et G et en intégrant sur le domaine Ω de frontière $b = b_1 \cup b_2$, on obtient:

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} G(\vec{r}, \vec{r}') \Delta P(\vec{r}') + \int_{\Omega} [G(\vec{r}, \vec{r}') \Delta P(\vec{r}') - P(\vec{r}') \Delta G(\vec{r}, \vec{r}')] d\Omega' &= \int_{\Omega} P(\vec{r}') \delta(\vec{r} - \vec{r}') d\Omega' \\ &= \begin{cases} P(M) \text{ si } M \in \Omega \\ 1/2 P(M) \text{ si } M \in b \\ 0 \text{ si } M \notin \Omega \end{cases} \end{aligned}$$

En utilisant la formule de la divergence, on peut réaliser la transformation suivante:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [G(\vec{r}, \vec{r}') \Delta P(\vec{r}') - P(\vec{r}') \Delta G(\vec{r}, \vec{r}')] d\Omega' &= \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (G \vec{\nabla} P - P \vec{\nabla} G) d\Omega' \\ &= \int_b (G \vec{\nabla} P - P \vec{\nabla} G) \cdot \vec{n}' dl' \end{aligned}$$

Or on sait que $\vec{\nabla} P \cdot \vec{n} = \partial P / \partial n = 0$ sur b_1 et que la condition aux limites de Sommerfeld fait que la contribution de l'intégrale sur b_2 est nulle. De plus, le choix des coordonnées polaires nous donne $\partial / \partial n = -\partial / \partial r$. On peut alors écrire pour un point M appartenant à b_1 :

$$\frac{P(M)}{2} - \int_{b_1} P(M') \frac{\partial G}{\partial r'} dl' = - \iint_{\Omega} G S d\Omega'.$$

On discrétise en découpant le cercle en N éléments b_j et on suppose que P est constant sur l'élément et prend la valeur au centre M_j du segment $P_j=P(M_j)$. On peut donc écrire pour $i \in [1, N]$:

$$\frac{P_i}{2} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N P_j \int_{b_j} \frac{\partial G(\vec{r}_i, \vec{r}')}{\partial r'} d\Gamma' = - \iint_{\Omega} G(\vec{r}_i, \vec{r}') S d\Omega'.$$

Eq. 3.2.3

Il reste à résoudre un système du type $\mathbf{XP}=\mathbf{Y}$ où $\mathbf{P}=(P_i)_{i=1, N}$ et

$$X_{ij} = \begin{cases} 1/2 & \text{si } i = j \\ - \int_{b_j} \frac{\partial G(\vec{r}_i, \vec{r}')}{\partial r'} dl' & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \text{et} \quad Y_i = - \iint_{\Omega} G(\vec{r}_i, \vec{r}') S d\Omega'$$

Eq. 3.2.4

et ainsi on connaît toutes les pressions P_i sur b_1 . On peut alors calculer la pression en un point $M(r, \theta)$ quelconque du domaine Ω en écrivant

$$P(M) = - \iint_{\Omega} G(\vec{r}, \vec{r}') S(M') ds' + \sum_{j=1}^N P_j \int_{b_j} \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial r'} dl'.$$

Eq. 3.2.5

On rappelle qu'en 2D, $G(x)$ est une fonction de Hankel (cf. Eq. 3.2.2) qui se comporte au voisinage de 0 comme $1 + 2i\pi^{-1} \ln(x)$ et qu'on peut donc intégrer.

On résout donc un problème de Neumann pour chaque composante fréquentielle pour obtenir un spectre de pression diffusée.

Dans le cas d'un écoulement sans obstacles, l'intégrale sur le contour disparaît et la pression diffusée en un point du domaine est alors simplement donnée par

$$P(M) = - \iint_{\Omega} G(\vec{r}, \vec{r}') S(M') ds' = -G * S.$$

Eq. 3.2.6

3.3. Calcul du terme source

La mise en œuvre numérique de la méthode intégrale implique d'apporter une simplification de l'écriture du terme source. C'est pourquoi on explicite ici ce calcul en 2D et en coordonnées cartésiennes. Écrivons ainsi le terme source adimensionnel qui se décompose en 3 parties:

$$\mathbf{S} = \vec{\nabla} \cdot [\vec{u}_s \times \vec{\omega} - \vec{\nabla}(\vec{u}_s \cdot \vec{u}_0) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s) \vec{u}_0] = S_I - S_{II} - S_{III}.$$

On note \vec{u}_s la vitesse due aux perturbations acoustiques, qui vaut \vec{u}_{inc} dans l'approximation de Born. Explicitons maintenant les différentes parties du terme source, en se rappelant que

$$\text{div}(\vec{u}_0) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0 = 0$$

et

$$\vec{\text{rot}}(\vec{u}_s) = \vec{\nabla} \times \vec{u}_s = \vec{0}.$$

On a:

$$\begin{cases} S_I = \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_s \times \vec{\omega}) = \vec{\omega} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{u}_s) - \vec{u}_s \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\omega}) \\ \quad = -\vec{u}_s \cdot [\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{u}_0)] = -\vec{u}_s \cdot [\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0) - \Delta \vec{u}_0] = \vec{u}_s \cdot \Delta \vec{u}_0 \\ S_{II} = \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla}(\vec{u}_s \cdot \vec{u}_0)] = \Delta(\vec{u}_s \cdot \vec{u}_0) \\ S_{III} = \vec{\nabla} \cdot [(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s) \vec{u}_0] = (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s)(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_0) + \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s) \\ \quad = \vec{u}_0 \cdot [\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{u}_s) + \Delta \vec{u}_s] = \vec{u}_0 \cdot \Delta \vec{u}_s \end{cases}.$$

Et donc

$$\mathbf{S} = \vec{u}_s \cdot \Delta \vec{u}_0 - \Delta(\vec{u}_s \cdot \vec{u}_0) - \vec{u}_0 \cdot \Delta \vec{u}_s.$$

Posons $\vec{u}_0 = (U_x, U_y)$ et $\vec{u}_s = (V_x, V_y)$ en coordonnées cartésiennes en 2D.

En notant $\partial U_x / \partial x = U_{x,x}$ on peut écrire

$$\begin{aligned} S_{II} &= \Delta(\vec{u}_0 \cdot \vec{u}_s) = \vec{u}_0 \cdot \Delta \vec{u}_s + \vec{u}_s \cdot \Delta \vec{u}_0 + 2(U_{x,x} V_{x,x} + U_{x,y} V_{x,y} + U_{y,x} V_{y,x} + U_{y,y} V_{y,y}) \\ &= \vec{u}_s \cdot \Delta \vec{u}_0 + \vec{u}_0 \cdot \Delta \vec{u}_s + 2(\vec{\nabla} U_x \cdot \vec{\nabla} V_x + \vec{\nabla} U_y \cdot \vec{\nabla} V_y) \\ &= S_I + S_{III} + 2(\vec{\nabla} U_x \cdot \vec{\nabla} V_x + \vec{\nabla} U_y \cdot \vec{\nabla} V_y) \end{aligned}$$

et donc

$$\mathbf{S} = -2S_{III} - 2(\vec{\nabla} U_x \cdot \vec{\nabla} V_x + \vec{\nabla} U_y \cdot \vec{\nabla} V_y).$$

De plus pour la vitesse associée au champ de pression acoustique, on sait que $\Delta \vec{u}_s = -k_0^2 \vec{u}_s$ et donc $S_{III} = -k_0^2 \vec{u}_0 \cdot \vec{u}_s$. Le terme source s'exprime donc:

$$\mathbf{S} = 2k_0^2 \vec{u}_0 \cdot \vec{u}_s - 2(\vec{\nabla} U_x \cdot \vec{\nabla} V_x + \vec{\nabla} U_y \cdot \vec{\nabla} V_y).$$

Eq. 3.3.1

On peut alors décomposer le terme source en deux parties bien distinctes S_1 et S_2 avec:

$$\begin{cases} S_1 = 2k_0^2 \vec{u}_0 \cdot \vec{u}_s \\ S_2 = -2(\vec{\nabla}U_x \cdot \vec{\nabla}V_x + \vec{\nabla}U_y \cdot \vec{\nabla}V_y) \end{cases}$$

Eq. 3.3.2

A fréquence élevée, on peut donc considérer que S_2 devient négligeable devant S_1 . Le calcul du terme source en coordonnées polaires est explicité dans l'Annexe I. Cette décomposition permet d'utiliser un calcul analytique des dérivées concernant les expressions des vitesses dues à l'onde incidente.

Pour le calcul de la pression diffusée en un point M , il convient de déterminer

$$P^{srce}(M) = -\iint_{\Omega} G(k|MM'|)S(M')d\Omega'$$

pour chaque composante fréquentielle k . Cette quantité est calculée sur un maillage nécessairement de taille finie. Pour que le résultat soit indépendant du maillage utilisé, il faut que le produit GS donc S soit nul sur la frontière extérieure. Or, dans le cas de l'écoulement arrivant sur un obstacle, la vitesse adimensionnelle de l'écoulement au loin est $\|\vec{u}_0\| = 1$. La transformée de Fourier du terme source s'écrit en première approximation (cf. Eq. 3.3.2)

$$S = 2k_0^2 \vec{u}_0 \cdot \vec{u}_{inc} = 2k_0^2 u_{inc} \cos(\theta_0)$$

et ne s'annule donc pas au loin. Pour réaliser le calcul, on doit retrancher la vitesse de l'écoulement à l'infini ce qui permet à \vec{u}_0 de s'annuler à la frontière extérieure du domaine. On ne prend donc en compte dans le terme source que la vitesse induite par les vortex et par les singularités réparties sur l'obstacle. Cette approche permet de mettre en œuvre la méthode dans le cas de l'écoulement infini autour d'un cylindre calculé à l'aide d'une méthode particulière. D'autres cas faisant intervenir des simulations plus réalistes des conditions expérimentales seront étudiés par la suite.

3.4. Calcul des éléments de la matrice

On se propose maintenant de calculer

$$\int_{b_j} \frac{\partial G(r_i, r')}{\partial r'} dl'$$

En 2D, la fonction de Green en espace libre s'exprime à l'aide d'une fonction de Hankel:

$$G(k\xi) = \frac{i}{4} H_0(k\xi) \text{ et } \frac{\partial H_0(k\xi)}{\partial \xi} = -kH_1(k\xi).$$

On a donc:

$$\frac{\partial G(k\xi)}{\partial r'} = \frac{\partial G(k\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r'} = -\frac{ik}{4} \frac{\partial \xi}{\partial r'} H_1(k\xi).$$

Or ici

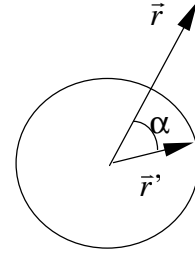
$$\xi = \|\vec{r} - \vec{r}'\| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha}.$$

D'où

$$\frac{\partial \xi}{\partial r'} = \frac{r' - r \cos \alpha}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha}}$$

et donc

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial r'} \right|_r = \frac{1 - r \cos \alpha}{\sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \alpha}}.$$



On intègre donc la fonction

$$f(\alpha) = -\frac{ik}{4} \frac{1 - r \cos \alpha}{\sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \alpha}} H_1\left(k\sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \alpha}\right)$$

sur un arc b_j où on sait que $dl' = d\alpha$. On doit donc calculer

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(\alpha) d\alpha$$

ce qui est fait avec une méthode de Gauss-Legendre sur 10 points.

3.5. Calcul du second membre du système

On veut ici réaliser le calcul de $\iint_{\Omega} G(r_i, r') S(r') d\Omega'$.

Le calcul numérique de cette intégrale est réalisé en faisant la somme

$$\sum_k (GS)|_k \text{ surf}_k.$$

On décompose le domaine de calcul Ω en cellules de surface surf_k , à l'aide d'un maillage en coordonnées polaires. Le produit $(GS)|_k$ est considéré constant dans une cellule donnée et prend la valeur au centre de la maille.

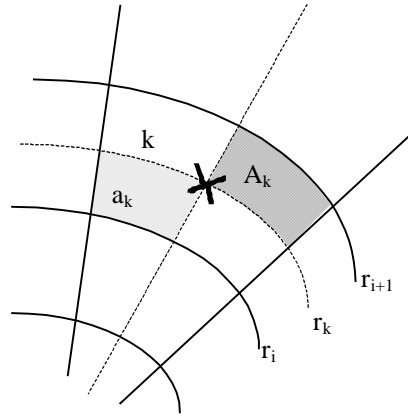


Figure 3.5.1: Schéma d'une cellule du domaine utilisée pour l'intégration du terme source

La surface de la $k^{\text{ème}}$ maille est (en coordonnées polaires r et θ)

$$\text{surf}_k = r_k \Delta\theta \Delta r = 2(A_k + a_k)$$

avec

$$\Delta r = r_{i+1} - r_i \text{ et } r_k = (r_{i+1} + r_i)/2.$$

On doit aussi calculer la valeur S_k du terme source au centre de la maille d'après les valeurs $S_{i,j}$ aux nœuds. Cela est réalisé en associant à chaque nœud un poids qui est le quart de surface opposé de la maille (cf. Figure 3.5.1):

$$S_k = \frac{(S_{i,j} + S_{i,j+1})A_k + (S_{i+1,j} + S_{i+1,j+1})a_k}{\text{surf}_k}.$$

Comme les points de calculs M_i sont situés sur les nœuds du maillage, un calcul de la valeur $G(k|M_i M'_i)$ avec M'_i au centre des mailles évite le cas $M_i = M'_i$.

Notons qu'on utilisera en pratique un maillage en deux parties autour du cylindre (cf. Partie 4). Ceci permet d'éviter d'avoir de trop nombreux points de calcul en amont de l'obstacle où aucune vorticité est générée, et où le terme source est nul.

3.6. Résolution du système

Pour résoudre le système donné par l'Eq. 3.2.4, on sépare les parties réelles et imaginaires des nombres complexes:

$$\sum (X_{i,j}^R + iX_{i,j}^I)(P_j^R + iP_j^I) = \sum [(X_{i,j}^R P_j^R - X_{i,j}^I P_j^I) + i(X_{i,j}^R P_j^I + X_{i,j}^I P_j^R)] = Y_i^R + iY_i^I.$$

En identifiant, on obtient le système suivant:

$$\left(\begin{array}{c|c} \mathbf{X}_{i,j}^R & -\mathbf{X}_{i,j}^I \\ \hline \mathbf{X}_{i,j}^I & \mathbf{X}_{i,j}^R \end{array} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{P}_j^R \\ \mathbf{P}_j^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_i^R \\ \mathbf{Y}_i^I \end{pmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{(2N,2N)} \quad \underbrace{\hspace{3em}}_{(2N,1)} \quad \underbrace{\hspace{3em}}_{(2N,1)}$

où N est le nombre de segments divisant le cylindre. La matrice \mathbf{X} ainsi formée est à diagonale dominante et la résolution du système est réalisée avec une méthode de pivot de Gauss.

D'autre part, on remarque que chaque coefficient $X_{i,j}$ ne dépend que de l'angle α entre les facettes i et j et donc on peut déterminer l'ensemble de la matrice en optimisant le nombre de calculs d'intégrales.

Si on raisonne pour la sous matrice $(X_{i,j})^R$, on calcule pour commencer la première ligne en calculant les $N/2$ premières valeurs (si N est pair) par intégration sur une facette, et en se rappelant que $X_{1,1}^R=1/2$. L'autre moitié de la ligne est alors déterminée par $X_{1,N-j+2}^R=X_{1,j}^R$ pour j variant de $N/2+2$ à N . Le reste de la matrice se déduit par décalage de la première ligne soit $X_{i,j}^R=X_{i-1,j-1}^R$ pour j variant de 2 à N et $X_{i,1}^R=X_{i-1,N}^R$. On obtient alors une sous-matrice symétrique et on procède de même pour les autres sous-matrices.

Cela permet de déterminer la matrice en limitant le nombre d'appels au sous-programme qui calcule l'intégrale sur un segment, ce qui occasionne un gain de temps appréciable.

Partie 2: Validation, utilisation de la méthode sur des cas simples

La méthode intégrale utilisée étant maintenant définie, on veut s'assurer comme première validation que l'on retrouve des résultats corrects dans le cas simple de la diffraction d'une onde par un cylindre sans écoulement. Dans le cas de la diffusion d'une onde par un vortex, on comparera nos résultats à d'autres travaux, en particulier ceux de Colonius, Lele et Moin [13], ce qui fournira une seconde validation de notre code de calcul. Le cas de deux vortex permettra enfin de mieux comprendre le comportement et l'influence du terme source dans le calcul de la pression diffusée.

1. Diffraction d'une onde par un cylindre

On s'intéresse tout d'abord à l'étude de la diffraction (ou de la diffusion selon les fréquences étudiées) d'une onde par un cylindre dans le cas où il n'existe pas d'écoulement. Il n'y a donc pas de terme source pour l'acoustique et seule la présence des parois du cylindre va perturber l'onde incidente.

On distinguera le cas de l'onde plane que nous utiliserons plus tard pour insonner les écoulements étudiés et le cas de l'onde sphérique générée par une source ponctuelle. Ce cas possède une solution analytique à laquelle nous comparerons les résultats obtenus avec notre code de calcul. Cette solution analytique sera plus tard utilisée comme fonction de Green pour notre problème (cf. Partie 4 chapitre 2).

L'onde incidente de vecteur d'onde \vec{k} insonne le cylindre rigide de rayon a sous une incidence θ_0 .

1.1. Cas d'une onde plane

Dans le cas d'une onde plane insonnant un cylindre, la pression acoustique totale P se compose d'une composante incidente P_{inc} et d'une composante diffractée par le cylindre P_{dif} . La pression incidente en un point $M(r,\theta)$ prend la forme adimensionnelle suivante:

$$P_{\text{inc}}(\mathbf{M}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t) = \exp[ikr \cos(\theta - \theta_0) - i\omega t]$$

$$= \left[J_0(kr) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(kr) \cos(m(\theta - \theta_0)) \right] e^{-i\omega t}$$

Eq. 1.1.1

On n'écrira plus la dépendance temporelle en $e^{-i\omega t}$ de l'onde puisque l'on s'intéresse à la composante dans l'espace de Fourier.

On recherche la pression diffusée sous la forme

$$P_{\text{dif}}(\mathbf{M}) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m H_m(kr) \cos(m(\theta - \theta_0))$$

Eq. 1.1.2

et l'écriture des conditions aux limites va donner les valeurs des coefficients C_m . L'annulation de la vitesse normale sur le cylindre impose

$$\left(\vec{\nabla} P \cdot \vec{n} \right)_{r=a} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial P_{\text{dif}}}{\partial r} \right)_{r=a} = - \left(\frac{\partial P_{\text{inc}}}{\partial r} \right)_{r=a}$$

L'orthogonalité des fonctions cosinus nous donne

$$C_0 = - \frac{J_0'(ka)}{H_0'(ka)} \text{ et } C_m = -2i^m \frac{J_m'(ka)}{H_m'(ka)}$$

Eq. 1.1.3

où la notation ' désigne la dérivation selon r . Ces coefficients sont toujours définis quel que soit le nombre d'onde, car les zéros des dérivées des fonctions de Hankel sont des complexes purs.

On veut calculer le champ de vitesse induit par cette onde, qui va nous servir dans le calcul du terme source dans le cas avec écoulement. Pour cela on utilise la relation suivante (exprimée sous une forme adimensionnelle) qu'on peut écrire aussi bien pour l'onde incidente que pour l'onde diffusée:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} P$$

Sachant que la vitesse est périodique de même période que l'onde de pression, on arrive à l'expression des coordonnées polaires de la vitesse induite par l'onde:

$$\vec{v}_{\text{dif}} = \begin{cases} v_r = \frac{1}{i\omega} \left[J_0'(kr) + C_0 H_0'(kr) + \sum_{m=1}^{\infty} (2i^m J_m'(kr) + C_m H_m'(kr)) \cos(m(\theta - \theta_0)) \right] \\ v_\theta = \frac{-1}{i\omega r} \left[\sum_{m=1}^{\infty} m (2i^m J_m(kr) + C_m H_m(kr)) \sin(m(\theta - \theta_0)) \right] \end{cases}$$

On peut alors distinguer 2 cas:

- $ka \ll 1 \Leftrightarrow \lambda \gg a$: dans ce cas, l'obstacle est de taille très faible devant la longueur d'onde et l'onde est diffusée.

- $ka \gg 1 \Leftrightarrow \lambda \ll a$: l'obstacle est alors très grand devant la longueur d'onde et on parle alors de diffraction. Une moitié de l'onde est réfléchiée, alors que l'autre moitié se porte à l'arrière de l'obstacle pour interférer destructivement avec l'onde incidente. Il y a alors création d'une zone d'ombre. La Figure 1.1.1 représentant la pression diffractée et la Figure 1.1.2 représentant la pression totale illustrent ce phénomène pour $ka=22$.

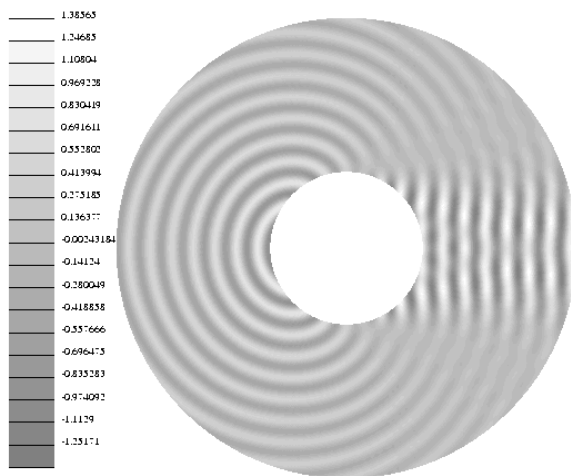


Figure 1.1.1: Amplitude adimensionnelle de la pression diffractée $|P_{\text{dif}}|/|P_{\text{inc}}|$ autour du cylindre

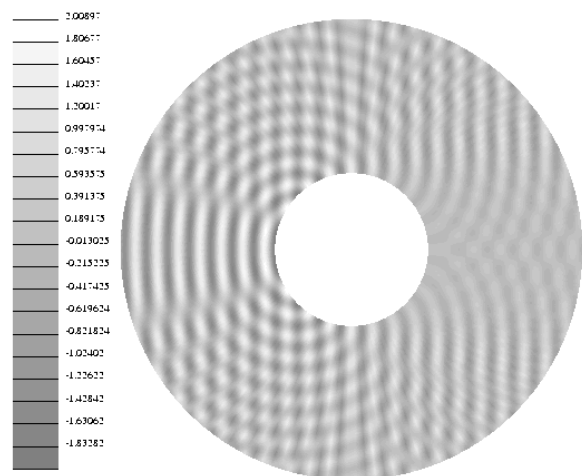


Figure 1.1.2: Amplitude adimensionnelle de la pression totale $|P|/|P_{\text{inc}}|$ autour du cylindre

On a vu qu'on étudiait les configurations où la longueur d'onde avait le même ordre de grandeur que la taille du cylindre et que les tourbillons de l'allée, soit ka de l'ordre de l'unité. On se place donc dans un cas intermédiaire. Il faudra prendre donc en compte la présence d'une zone perturbée à l'arrière du cylindre. Néanmoins, comme l'onde insonne l'écoulement avec une incidence non-nulle, la zone d'ombre ne devrait pas trop empiéter sur la zone de forte vorticité à l'arrière du cylindre, ce qui réduit les perturbations.

1.2. Cas d'une onde sphérique

On valide le code de calcul en étudiant le cas d'une onde incidente cr  e par une source ponctuelle qui insonne un cylindre rigide dans le cas où il n'existe pas d'écoulement.

On remplace simplement dans le code le terme source par une fonction de Dirac. On comparera les résultats obtenus avec une expression analytique de la pression diffractée développée ci-dessous.

On veut résoudre le problème suivant (problème de Neumann extérieur):

$$\begin{cases} \Delta P(M) + k^2 P(M) = -\delta(\vec{r}_s - \vec{r}) \\ \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \text{ sur le cylindre } b_1 \end{cases} + \text{conditions de Sommerfeld à l}'\infty$$

où la source est située en un point $S(r_s, \theta_s)$.

On obtient alors, comme dans le cas d'un problème comportant un terme source, la valeur de la pression en un point M du domaine:

$$P(M) = \frac{i}{4} H_0(k|MS|) - \frac{i}{4} \int_{b_1} P(M') \frac{\partial H_0(k|MM'|)}{\partial n} dl,$$

Eq. 1.2.1

où le premier terme représente la fonction de Green utilisée précédemment (source ponctuelle) et le second représente l'onde diffractée par le cylindre que nous appellerons P_{dif} .

Par ailleurs, l'obtention d'une solution analytique à ce problème s'appuie sur la décomposition en série de la fonction de Hankel:

$$H_0(k|MM'|) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_m(kR') J_m(kR) e^{im(\theta-\theta')} \text{ pour } R' > R.$$

Cette relation sera bien vérifiée numériquement, si R' ne tend pas vers 0 et si M ne tend pas vers M' . Cela sera bien le cas car on choisit un point source très éloigné du cylindre.

L'expression de la pression diffusée par un cylindre de rayon a en un point $M(R, \theta)$ par une onde sonore provenant d'une source placée en $S(R_s, \theta_s)$ pour un nombre d'onde k est alors donnée par (cf. démonstration dans [18])

$$P_{\text{dif}}(M) = -\frac{i}{4} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{J_m'(ka)}{H_m'(ka)} H_m(kR_s) H_m(kR) e^{im(\theta-\theta_s)}.$$

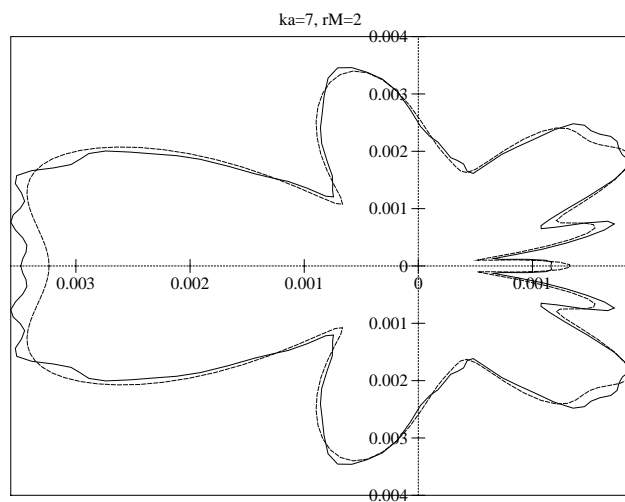
Eq. 1.2.2

En écrivant $\theta_s = \theta_0 + \pi$, on peut mettre la pression incidente sous la même forme que dans le cas de l'onde plane (Eq. 1.1.2) avec

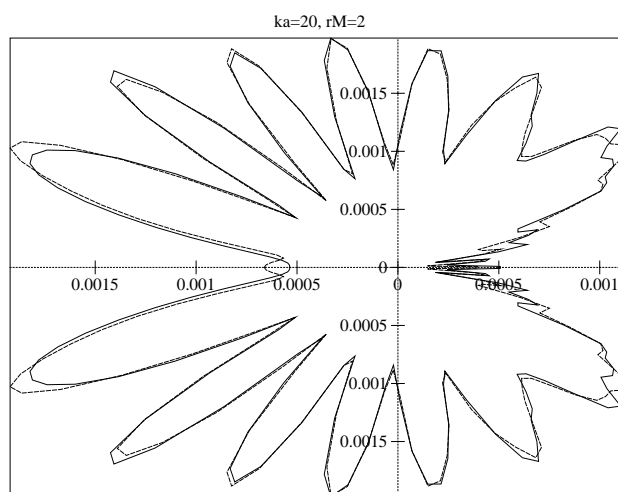
$$C_0 = -\frac{i}{4} H_0(kR_s) \frac{J_0'(ka)}{H_0'(ka)} \text{ et } C_m = \frac{i}{2} H_m(kR_s) \frac{J_m'(ka)}{H_m'(ka)} \text{ pour } m > 0$$

Eq. 1.2.3

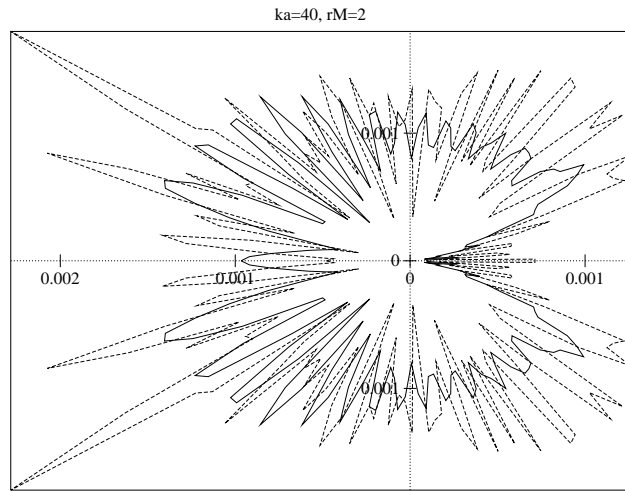
On compare sur la Figure 1.2.1 l'expression de l'amplitude adimensionnelle de la pression totale ($|P|/\rho_0 U_0^2$) obtenue à l'aide des formules analytiques (Eq. 1.2.2 et Eq. 1.2.3) avec une sommation sur 30 termes (trait plein) avec les résultats de notre code de calcul adapté pour calculer la pression diffusée par un cylindre, sans écoulement (ligne pointillée). On se place à un rayon constant $r_M=2$ (les longueurs sont normalisées par le rayon a du cylindre) pour une position fixée du point source S ($r_S=1000$) et on trace dans un diagramme polaire l'amplitude de la pression totale en fonction de l'angle θ pour différentes valeurs du nombre d'onde adimensionnel ka . L'intervalle de 0 à 2π est discrétisé à l'aide de 180 points. On retrouve bien la présence d'une zone d'ombre à l'arrière du cylindre.



(a)



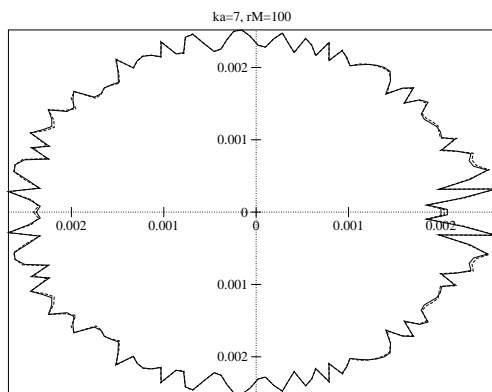
(b)



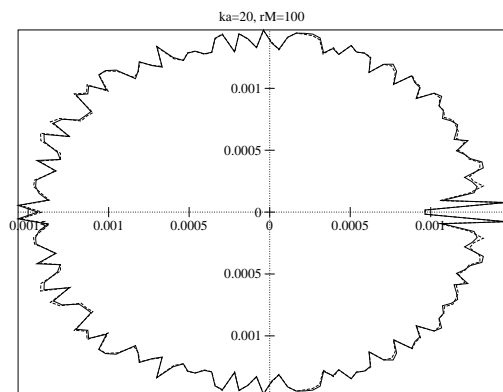
(c)

Figure 1.2.1: Diagramme polaire de l'amplitude de la pression totale $P(M)$ en fonction de l'angle calculée en $r_M=2$, ——— formule analytique, - - - - - code de calcul; (a) $ka=7$; (b) $ka=20$; (c) $ka=40$

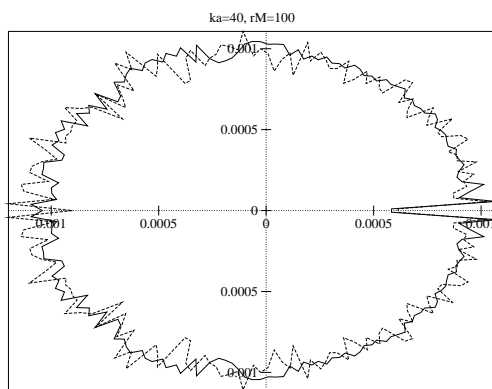
Après avoir étudié le champ proche, on regarde ce qui se passe en champ lointain sur la Figure 1.2.2. Les courbes sont ici tracées pour $r_M=100$ avec les mêmes paramètres que précédemment. Sur la Figure 1.2.3 la méthode de validation a été utilisée avec une sommation sur 100 termes, ce qui donne un meilleur résultat.



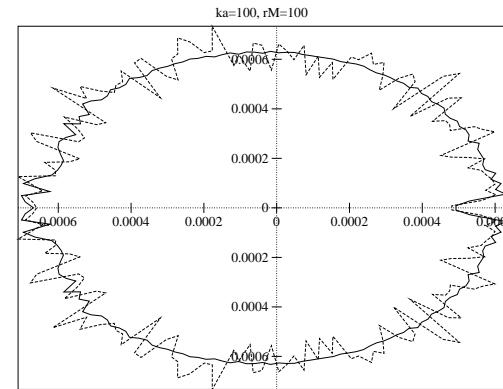
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 1.2.2: Diagramme polaire de l'amplitude de la pression totale $P(M)$ en fonction de l'angle calculée en $r_M=100$, ——— formule analytique, - - - - - code de calcul; (a) $ka=7$; (b) $ka=20$; (c) $ka=40$, (d) $ka=100$

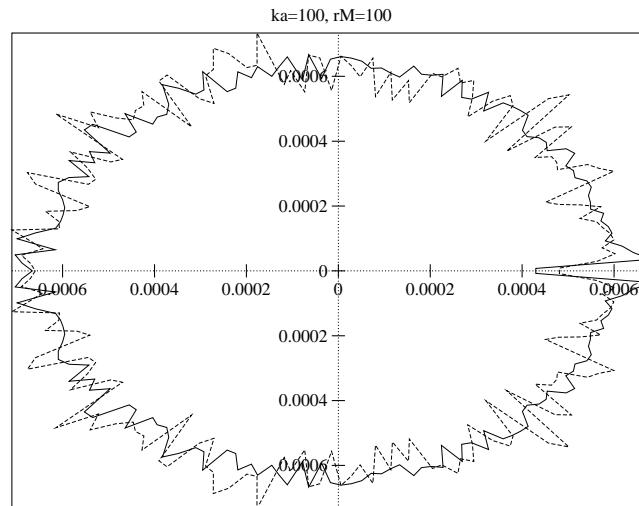


Figure 1.2.3: Diagramme polaire de l'amplitude de la pression totale $P(M)$ en fonction de l'angle calculée en $r_M=100$, $ka=100$, sommation sur 100 termes, ——— formule analytique, - - - - - code de calcul

On voit donc que les résultats obtenus sont très proches. La différence qui apparaît pour des hautes valeurs de ka est d'origine purement numérique et peut se corriger en prenant un plus grand nombre de termes de sommation. Au cours de notre étude, on ne dépassera jamais $ka=10$. Dans cette plage de valeurs du nombre d'onde, on trouve des résultats très proches des formules analytiques, ce qui constitue une validation de notre code de calcul dans le cas classique d'une onde diffractée par un cylindre en l'absence d'écoulement.

On verra de plus par la suite (Partie 4) qu'on peut avantageusement remplacer la fonction de Green classique par l'expression donnée par l'Eq. 1.2.2 pour réaliser une simplification des calculs.

2. Méthode intégrale adaptée à des distributions simples de vortex

Pour valider la méthode intégrale dans le cas simple de la diffusion d'une onde par un vortex seul et pour pouvoir mieux appréhender le phénomène de la diffusion dans le cas d'une distribution plus complexe comme celui d'une allée de Von Karman, nous choisissons dans un premier temps de travailler sur des distributions simples de vortex. Le problème à résoudre se trouve alors simplifié par l'absence d'obstacle.

2.1. Cas d'un vortex seul

Le problème étudié est ici celui d'un vortex seul placé au centre du domaine de calcul insonné par une onde plane monochromatique arrivant avec une incidence $\theta_0=0$. On cherche à déterminer l'amplitude de la pression diffusée à une distance R du vortex en fonction de l'angle θ .

Ce problème à été étudié par Candel [9] à partir d'une équation de Helmholtz pour la pression diffusée résolue par une méthode d'approximation parabolique valide pour de faibles angles de diffusion. On peut aussi utiliser la formule de Lund & Rojas dans le cadre de l'approximation de Born en champ lointain pour déduire une expression pour la pression diffusée. On sait cependant que cette méthode appliquée dans le cas d'un vortex seul donne une indétermination pour l'angle incident (cf. [5]).

En l'absence d'obstacle, le calcul de la pression diffusée se réduit à

$$P_{\text{scat}}(\mathbf{M}) = - \iint_{\Omega} G(k|\mathbf{M}\mathbf{M}'|) S(\mathbf{M}') ds'.$$

Eq. 2.1.1

Pour modéliser la vitesses induite par le tourbillon, on utilise un profil de vitesse donné par un modèle d'Oseen (cf. Partie 1 chapitre 1.2):

$$U_{\theta}(r) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\alpha \left(\frac{r}{L}\right)^2\right) \right]$$

Eq. 2.1.2

où L est la taille caractéristique du tourbillon et $\alpha \sim 1,256431$ est une constante telle que

$$U_{\theta}(L) = U_0 = \frac{\Gamma_0}{2\pi L} [1 - \exp(-\alpha)].$$

On étudie un problème sans compressibilité (pour la partie écoulement) et où il n'y a pas d'évolution temporelle. La vitesse induite par l'onde incidente arrivant selon l'axe \bar{x} est donnée par

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{inc}} = U_{\text{inc}} \exp(ik_0 r \cos \theta - iv_0 t) \bar{\mathbf{x}}.$$

Notons que lors de nos calculs on a choisi $U_{\text{inc}}/U_0=10^{-2}$. En coordonnées polaires, avec $\bar{\mathbf{u}}_{\text{inc}}(V_r, V_{\theta})$ on peut facilement déterminer le terme source qui vaut

$$S = 2 \left[k_0^2 U_\theta V_\theta - \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial r} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) \right].$$

On adimensionne en choisissant une longueur de référence $a=L$. En posant $\underline{u}=u/U_0$, $\underline{r}=r/a$ et $\underline{k}=ka=2\pi/\underline{\lambda}$ on obtient

$$\underline{U}_\theta = \frac{1 - \exp(-\alpha \underline{r}^2)}{\underline{r}[1 - \exp(-\alpha)]}.$$

La transformée de Fourier du terme source dans l'espace des fréquences n'a qu'une seule composante non nulle qu'on peut facilement calculer. Le module de cette valeur nous permet d'obtenir directement l'amplitude adimensionnelle du signal de pression diffusée.

On utilise pour le calcul et l'intégration du terme source un maillage polaire de $m \times n$ points centré sur l'origine du tourbillon et s'étendant jusqu'à $10L$.

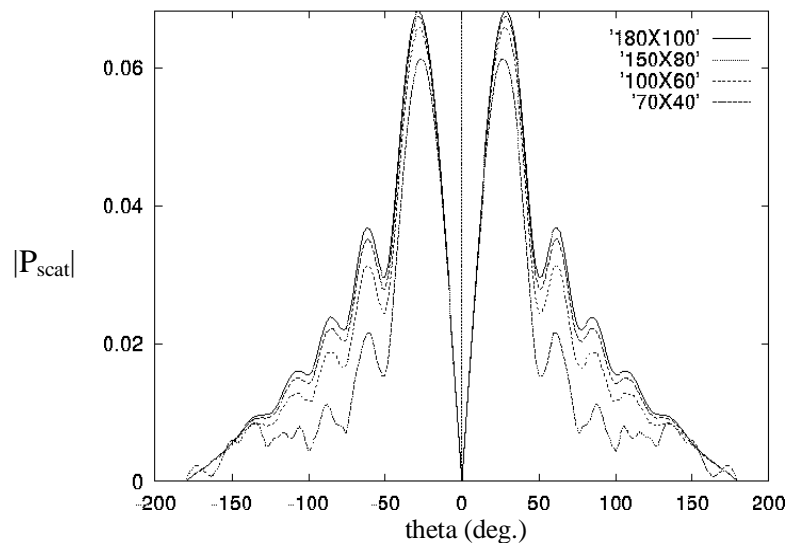


Figure 2.1.1: Amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle θ pour différentes résolution du maillage; $\lambda/L=4$, $R/\lambda=2.5$

La Figure 2.1.1 représente l'amplitude adimensionnelle de pression diffusée (soit $|P_{\text{scat}}|/(\rho_0 U_0^2)$, cf. Partie 1 chapitre 3.1) en fonction de l'angle θ pour un rayon R fixé. Elle montre l'influence de la finesse du maillage utilisé pour le calcul de la pression. On voit qu'un nombre trop faible de mailles donne une sous-évaluation de la pression. On utilisera par la suite un maillage de 150×80 points. Néanmoins, sauf dans le cas d'un maillage très grossier, on n'observe pas de variation dans la position des pics qui reste bien conservée.

Nous pouvons comparer nos résultats aux travaux de Colonius et al [13] qui ont étudié en 1994 le problème de la diffusion d'une onde par un vortex seul en résolvant les équations de Navier-Stokes compressibles.

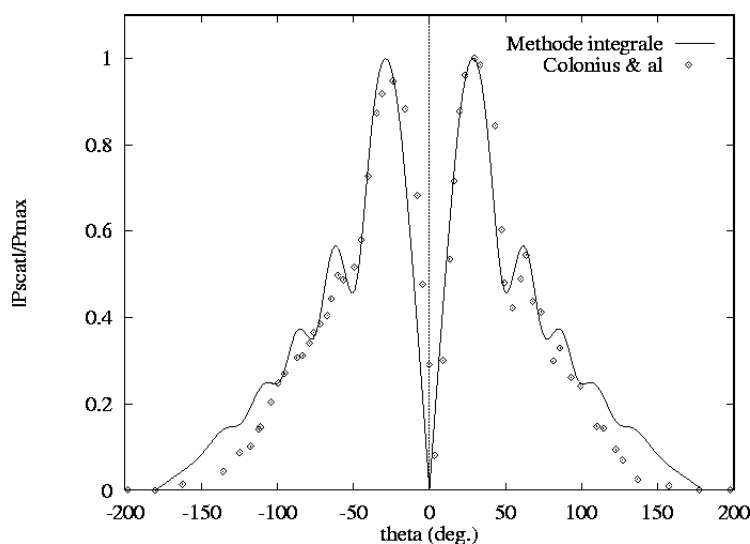


Figure 2.1.2: Amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle normalisée par la valeur maximale, comparaison avec les résultats de Colonius et al [13]; $\lambda/L=4$, $R/\lambda=2.5$

Malgré nos hypothèses simplificatrices (pas d'évolution temporelle et pas de compressibilité), les résultats obtenus par la méthode intégrale sont en bonne adéquation avec ceux de Colonius et al. présentés pour $\lambda/L=4$ et $R/\lambda=2,5$ (Figure 2.1.2) et avec une faible compressibilité (soit un nombre de Mach M faible). Ici R représente la distance du point de mesure par rapport au centre du vortex. On retrouve en particulier la position du pic vers $\pm 30^\circ$ ainsi que la position des pics secondaires. Le comportement en $O(M^2)$ de la pression diffusée en $\theta=0^\circ$ est vérifié puisque dans notre cas $M=0$. On a aussi la confirmation que c'est la compressibilité du vortex qui dissymétrise la courbe de pression diffusée, puisqu'elle est dans notre cas parfaitement symétrique, ce qui est logique au vu du terme source, lui aussi symétrique par rapport à l'axe portant l'onde incidente.

La Figure 2.1.3 nous montre l'évolution de la pression diffusée en fonction du rayon R . On voit que l'amplitude du pic augmente avec le rayon dans la plage étudiée et que celui-ci se déplace vers $\theta=0^\circ$. On retrouve ici le problème observé à la fois par Candel et par Colonius et al., à savoir que l'amplitude de l'onde diffusée ne décroît pas dans le domaine de calcul (qui peut s'étendre jusqu'à $20L$ dans les calculs de Colonius). D'après ces auteurs, cet effet est imputé à la lente décroissance en r^{-1} du champ de vitesse qui interfère de ce fait sur de grandes distances avec l'onde.

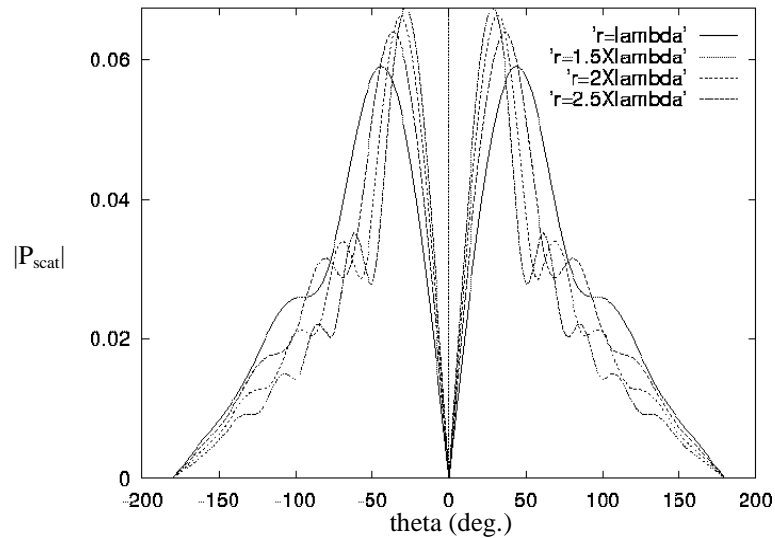


Figure 2.1.3: Amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle pour différents rayons R ; $\lambda/L=4$

Pour s'en convaincre, analysons l'influence de chacune des parties du terme source. La Figure 2.1.4 montre l'allure de S_1 et S_2 (cf. Partie 1 chapitre 3.3) et on met nettement en évidence une composante dipolaire et une composante quadripolaire (l'onde arrive par la gauche selon l'axe x). Le calcul explicite de S_2 en coordonnées cylindriques dans le cas d'un tourbillon seul est réalisé dans l'Annexe I et la structure quadripolaire est alors confirmée.

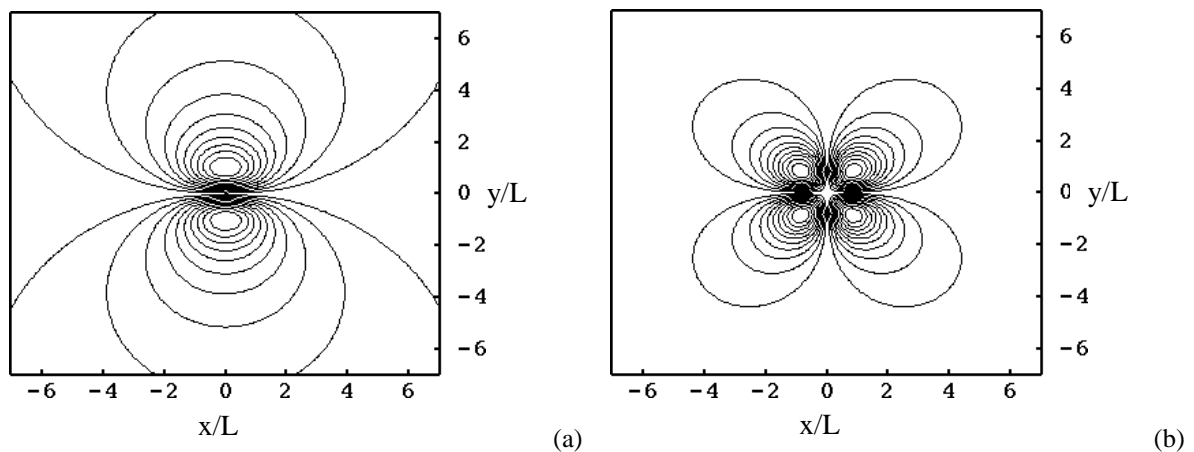


Figure 2.1.4: Isovaleurs du terme source pour un vortex d'Oseen; (a) composante S_1 , (b) composante S_2

La Figure 2.1.5 reprend le principe de la Figure 2.1.3 en ne retenant que la composante S_2 du terme source. On s'aperçoit alors que la pression diffusée induite par ce terme source décroît bien avec le rayon. C'est donc le terme dipolaire en $\vec{u} \cdot \vec{v}$ qui est responsable de ce comportement.

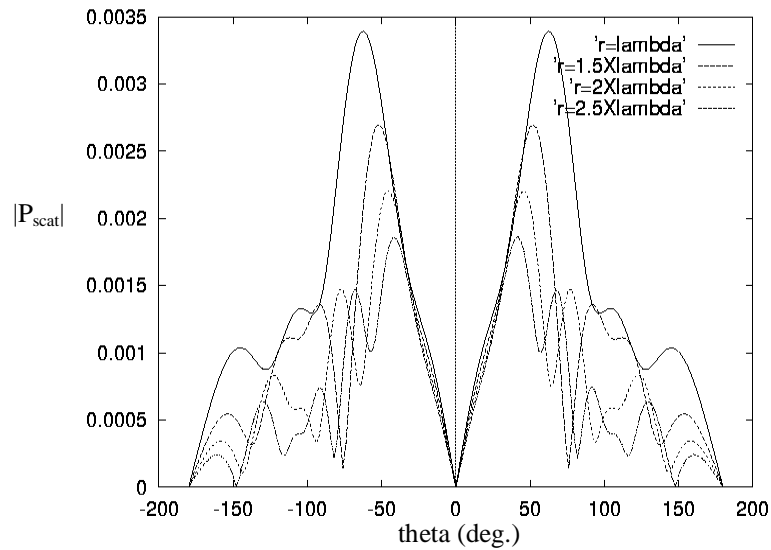


Figure 2.1.5: Amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle pour différents rayons R , calcul avec terme source S_2 seul; $\lambda/L=4$

On peut remarquer que la position du pic principal de pression diffusée est obtenue pour un angle d'autant plus faible que le rayon augmente.

Pour confirmer, on réalise la même opération que Colonius et al.: on va examiner la pression diffusée par un vortex dont la vitesse tangentielle décroît exponentiellement (cf [13] Figure 11). Pour cela on utilise une répartition des vitesses donnée par un modèle de Taylor:

$$\underline{U}_\theta(r) = \underline{r} \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \underline{r}^2)\right]$$

Eq. 2.1.3

et on trace l'amplitude de la pression diffusée normalisée par $r^{-1/2}$ sur la Figure 2.1.6. On s'aperçoit que dans ce cas, la pression décroît en $r^{-1/2}$ pour le champ lointain conformément aux théories de l'acoustique (cf. O'Shea [37]) et à la formule de Lund pour l'approximation de Born qui prévoit ce comportement pour la pression diffusée. Dans ce cas, le comportement en champ lointain est déjà atteint pour un rayon de l'ordre de la longueur d'onde.

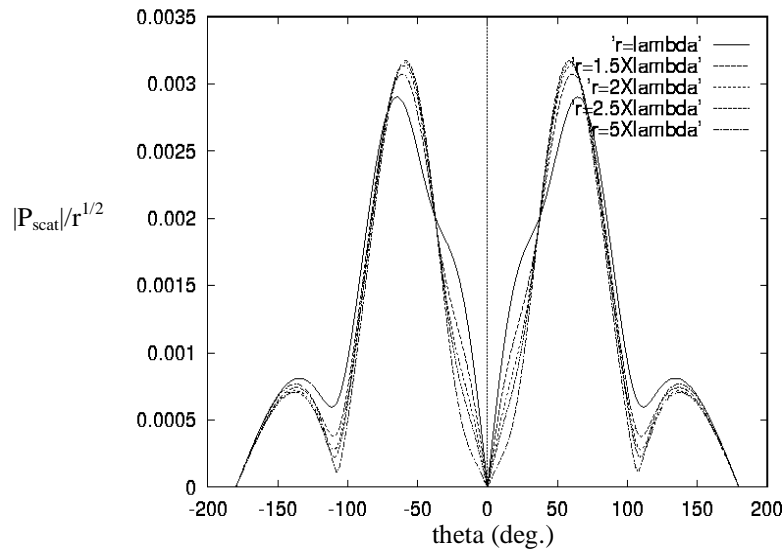


Figure 2.1.6: Amplitude de la pression diffusée normalisée par $r^{-1/2}$ en fonction de l'angle pour différents rayons R , modèle de tourbillon de Taylor; $\lambda/L=4$

On arrive donc à la même conclusion que Colonius et al. dans [13], à savoir que c'est bien l'interaction entre l'onde acoustique et le tourbillon dont la vitesse possède une décroissance lente qui fait que la pression diffusée ne diminue pas en s'éloignant du vortex.

Cet exemple simple nous sert de validation pour notre code de calcul. La simplicité et la rapidité de celui-ci en regard de la coûteuse résolution des équations de Navier-Stokes nous permet de réaliser très simplement des études paramétriques. Nous pouvons ainsi mettre en évidence les contributions de nombreux paramètres, ainsi que les influences respectives des différentes parties du terme source.

2.2. Comparaison avec des résultats expérimentaux et une méthode analytique.

Nous avons vu que l'on peut, grâce à la méthode de calcul développée ici et à l'aide d'un programme relativement simple, retrouver les mêmes constatations que Candel ou Colonius et al. qui utilisent des méthodes de calcul beaucoup plus lourdes.

En avril 1999, soit plus de 3 ans après nos travaux sur ce sujet, est paru un article de R. Ford et G. Llewellyn Smith dans le Journal of Fluid Mechanics [19]. Ces auteurs traitent ce même problème de diffusion d'une onde par un vortex en 2D en écrivant les équations du mouvement pour un gaz idéal homentropique. Par des analyses aux ordres de grandeurs en

fonction de la région du fluide où l'on se trouve, ces auteurs écrivent des équations analytiques caractérisant la pression diffusée.

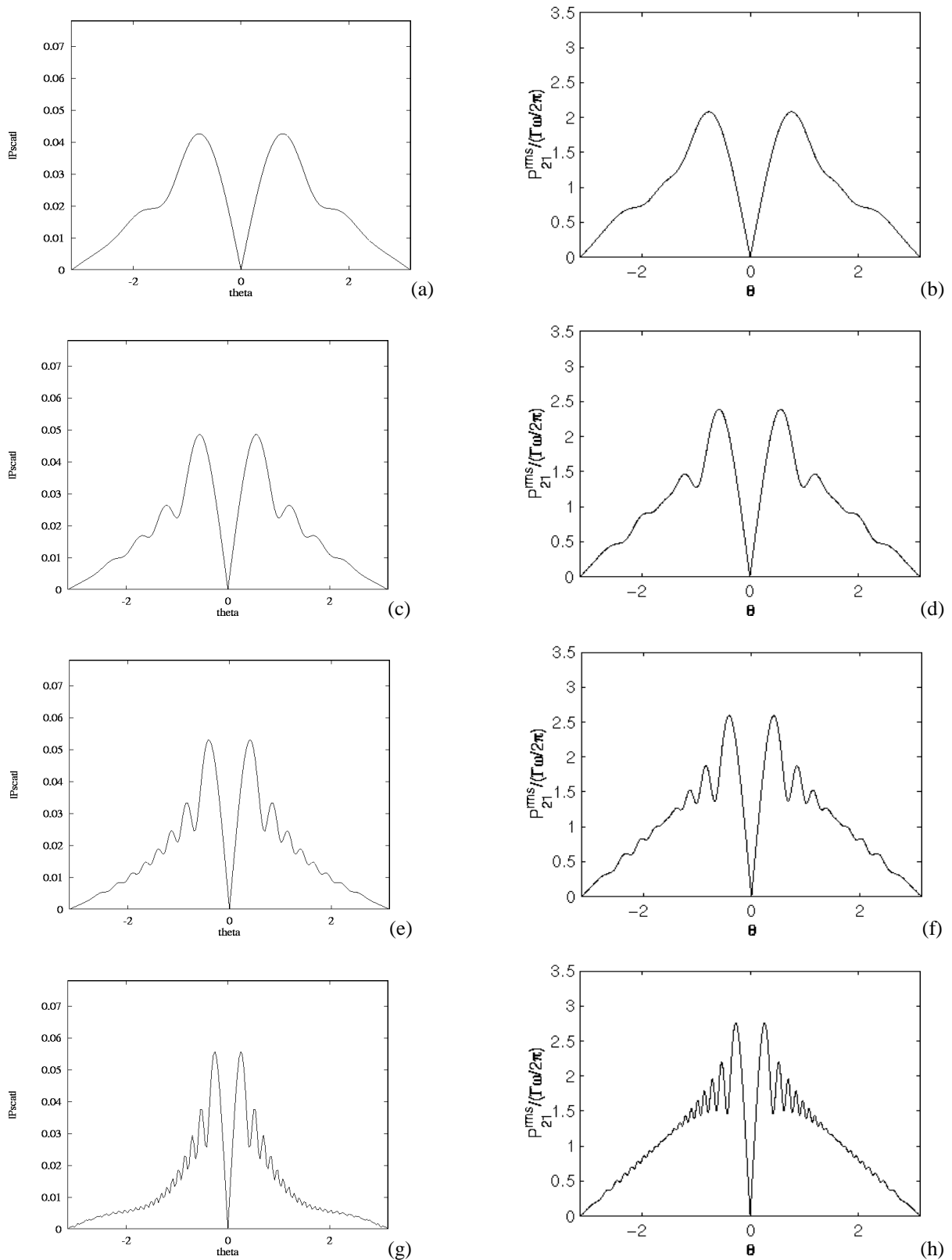


Figure 2.2.1: Amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle θ en radians pour différents rayons R , comparaison avec les calculs de Ford et al. [19]; (a) (c) (e) (g) notre code, (b) (d) (f) (h) Ford et al.; $\lambda/L=4$, (a) et (b) $R/\lambda=1$, (c) et (d) $R/\lambda=2$, (e) et (f) $R/\lambda=4$, (g) et (h) $R/\lambda=10$

Nous comparons sur la Figure 2.2.1 les courbes de diffusion en fonction de l'angle obtenues en faisant varier R , la distance au centre du vortex. A gauche sont présentées les courbes que nous obtenons (identiques à celles de la Figure 2.1.3), que nous comparons aux courbes de Ford et al. à droite, issues de la référence [19].

On ne compare pas ici l'aspect quantitatif des résultats, puisque l'amplitude de la pression n'est pas normalisée de la même façon (par $\rho_0 U_0^2$ dans notre cas et par Γf pour Ford et al.). En revanche, il y a une bonne concordance dans la position des pics, mais aussi dans le nombre d'extrema locaux. De même, conformément aux observations de la Figure 2.1.3, on retrouve bien une amplitude maximale qui croît avec R/λ . Une différence apparaît cependant dans la forme du diagramme pour un point éloigné $R/\lambda=10$. On ne retrouve pas dans nos calculs la forme droite de la partie décroissante de la courbe, nous obtenons une forme plus arrondie pour ce dernier cas.

Il existe peu de travaux expérimentaux sur la diffusion d'une onde par un tourbillon seul. Il est vrai qu'il est difficile d'obtenir une configuration permettant l'obtention d'un tourbillon fixe et stationnaire tout en gardant la possibilité d'utiliser les moyens acoustiques nécessaires à l'insonniation et à la mesure. La NASA avec W.C. Horne [23] a traité ce problème avec un montage expérimental composé d'un vortex localisé entre deux disques en rotation et entretenu par 3 jets d'air tangentiels. La conclusion majeure de cette étude était que l'amplitude de l'onde diffusée se comportait en accord avec les solutions basées sur l'approximation de Born, mais que dans la direction incidente, cette amplitude était non-singulière. Elle avait donc un comportement similaire à celui prévu par les calculs de Candel [9] utilisant une parabolisation des équations de propagation. La Figure 2.2.2 tirée de [23] montre un diagramme de diffusion en fonction de l'angle et compare les résultats obtenus avec et sans vortex.

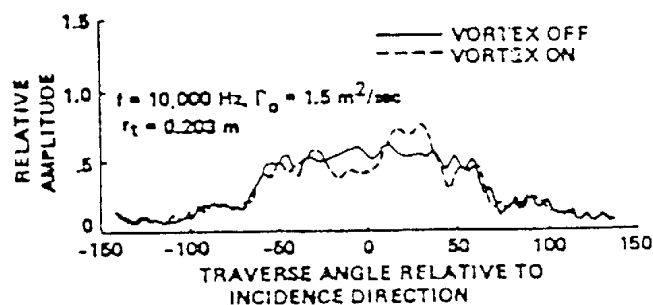


Figure 2.2.2: "Typical effect of vortex field on amplitude distribution", d'après Horne [23]

Même si des bruits importants sont présents puisque le signal observé est perturbé même en l'absence de vortex, on peut faire quelques constatations intéressantes. Tout d'abord, la présence du vortex fait diminuer de façon notable le signal diffusé dans la direction incidente. De plus, ce même signal augmente d'intensité aux alentours de $\pm 30^\circ$ (ce phénomène est plus visible sur des courbes tracées avec des paramètres différents, cf. [23]) et le signal diffusé est faible dans la direction opposée à la direction incidente. Tout ceci est en bon accord avec les diagrammes de diffusion obtenus par les méthodes numériques.

2.3. Cas de deux vortex

On s'intéresse dans un premier temps au cas de deux vortex contrarotatifs. La Figure 2.3.2 montre l'allure du terme source et la pression diffusée par les vortex en fonction de l'angle pour des angles d'insonnation θ_0 valant 0, 20 et 90° .

Tous les calculs sont réalisés avec un maillage cartésien de $m \times m$ points avec les paramètres suivants: $U_{inc}/U_0=10^{-2}$, $\lambda/L=4$, $r/\lambda=2,5$ et $m=101$.

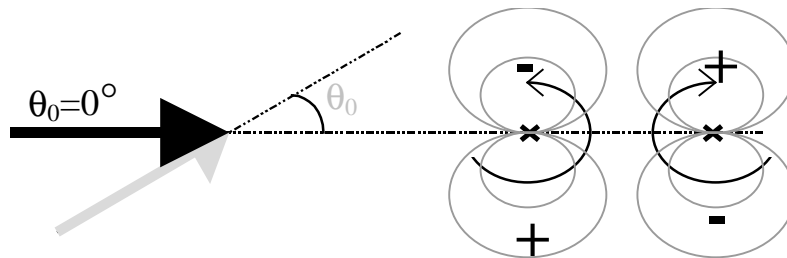
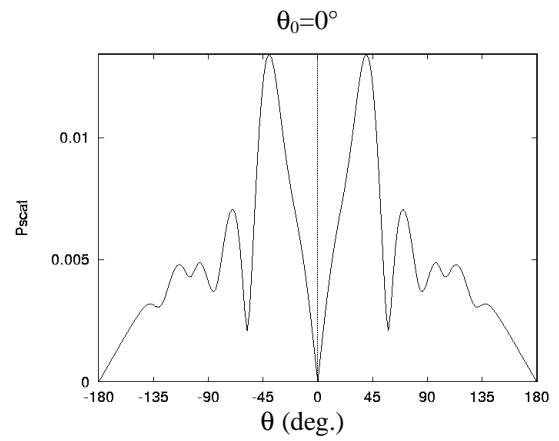
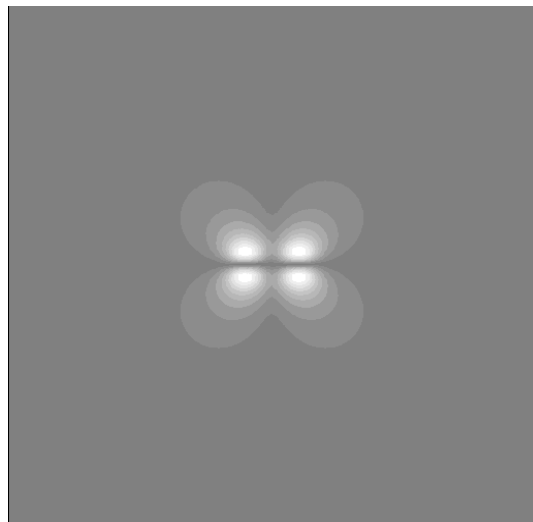
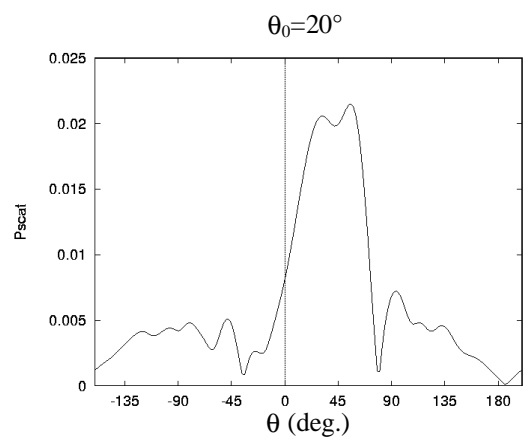
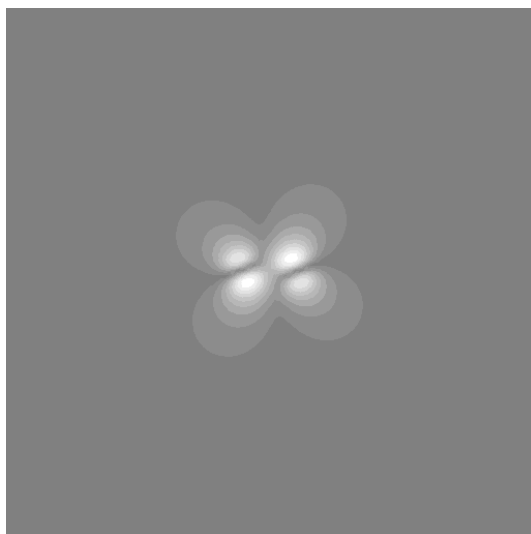


Figure 2.3.1: Onde plane insonnant deux vortex contrarotatifs

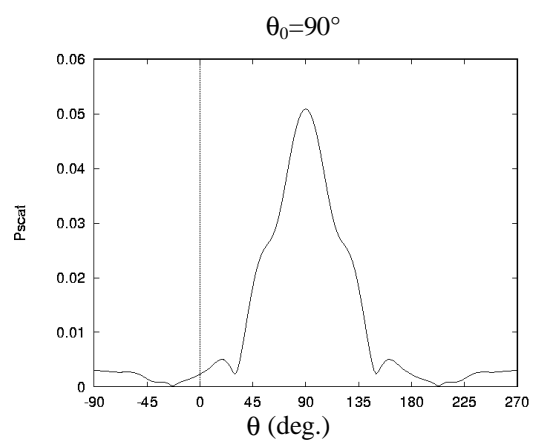
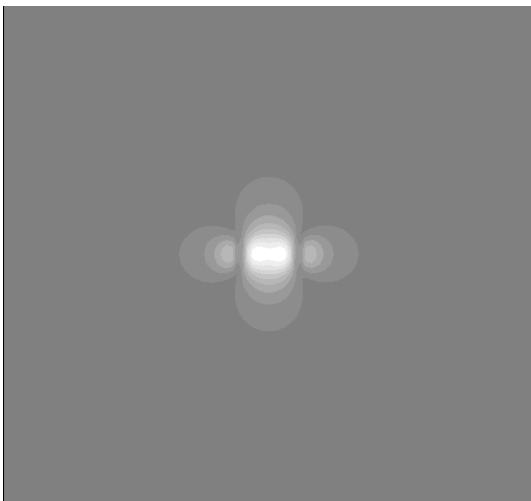
Avec les paramètres étudiés, le terme source se réduit à un dipôle orienté selon θ_0 pour chaque vortex comme on l'a représenté sur le dessin, ce qui correspond au terme dipolaire $S_1=2k^2\vec{u}\cdot\vec{v}$. Les signes + et - portés sur la Figure 2.3.1 donnent la valeur du signe de ce produit scalaire.



(a)



(b)



(c)

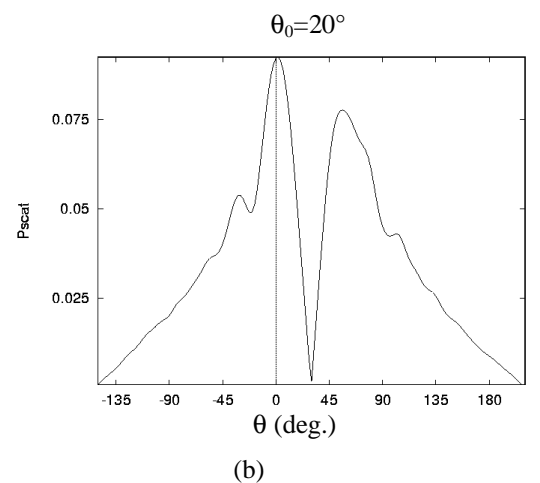
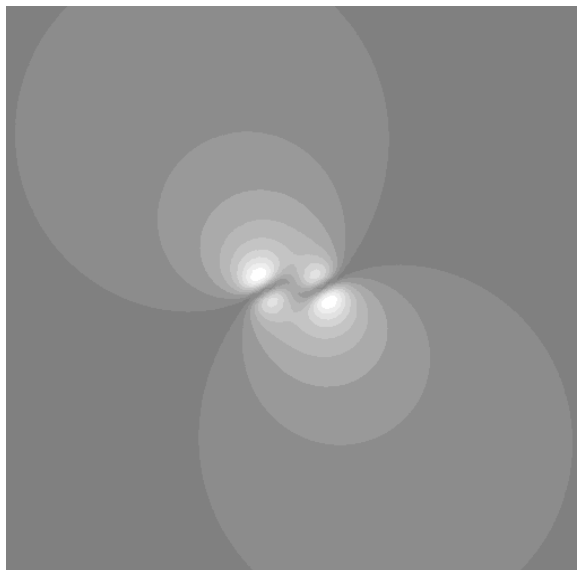
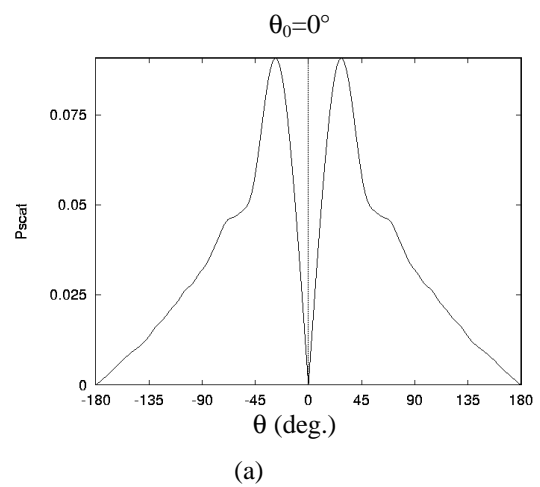
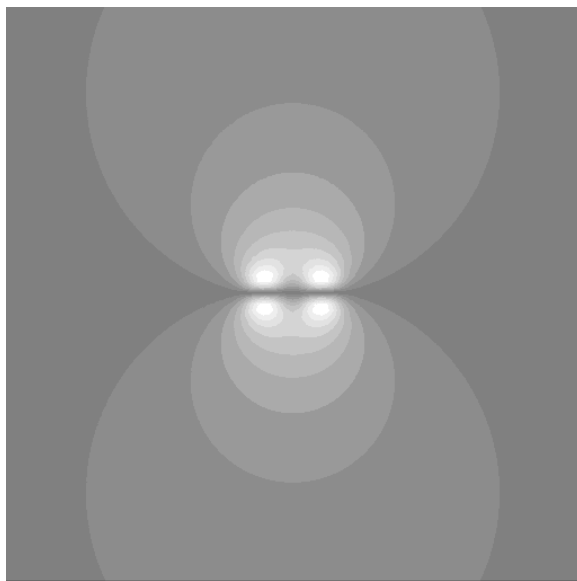
Figure 2.3.2: Cas de 2 vortex contrarotatifs, isovalues du terme source et amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle; (a) $\theta_0=0^\circ$, (b) $\theta_0=20^\circ$, (c) $\theta_0=90^\circ$

Pour $\theta_0=0^\circ$, l'allure du terme source explique bien la présence des deux pics de la pression diffusée.

Pour $\theta_0=20^\circ$, la rotation des dipôles a fait se rapprocher les deux zones positives avec une valeur plus élevée du terme source dans cette zone. Parallèlement, l'éloignement des zones négatives a diminué la valeur du terme source dans celle-ci. Cela explique qu'on retrouve un pic de valeur élevée du côté des θ positifs, alors que le pic du côté θ négatifs a presque disparu.

Pour $\theta_0=90^\circ$, les zones positives ont fusionné en une seule zone où la valeur du terme source est élevée, ce qui amène à la formation d'un gros pic central pour $\theta=90^\circ$.

On réalise ensuite la même opération dans le cas de deux vortex corotatifs.



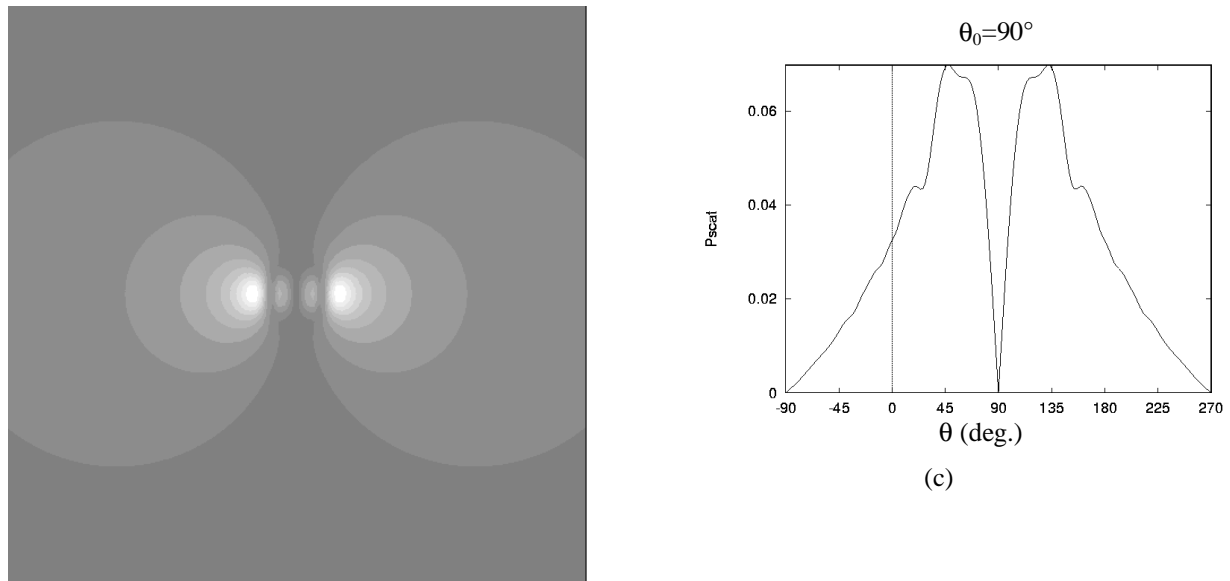


Figure 2.3.3: Cas de 2 vortex corotatifs, isovaleurs du terme source et amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle; (a) $\theta_0=0^\circ$, (b) $\theta_0=30^\circ$, (c) $\theta_0=90^\circ$

Avec cette façon de raisonner sur les dipôles, il est donc possible de prévoir l'allure du terme source pour une distribution simple de vortex. On peut ainsi facilement prévoir que si les deux vortex ont le même sens de rotation, une insonnation à $\theta_0=90^\circ$ va faire se rapprocher deux zones de signes opposés qui vont interférer destructivement et qu'à l'inverse du cas précédent, on va avoir deux pics dans la distribution angulaire de pression diffusée. On peut vérifier cette hypothèse sur la Figure 2.3.3.

Partie 3: Détermination des caractéristiques d'une allée de Von Karman

Après avoir validé la méthode de calcul de la pression diffusée sur quelques cas simples et analysé les rôles respectifs de chacun des termes sources, nous étudions maintenant le cas de l'allée de Von Karman. On se propose ici de montrer comment les informations issues des spectres de pression acoustique diffusée peuvent nous permettre de remonter à des grandeurs essentielles de cet écoulement, en s'aidant de la régularité des structures de vorticités dans ce cas particulier.

1. Détermination des caractéristiques spatiales

1.1. Théorie du réseau

On s'intéresse maintenant à la diffusion d'une onde insonnant une allée de Von Karman avec une incidence θ_0 . Pour les calculs théoriques, on considère l'allée comme une structure de tourbillons alternés d'espacement longitudinal L et latéral h . La structure tourbillonnaire se déplace avec une vitesse de convection U . On veut calculer la pression diffusée en un point $M(r, \theta)$ pour lequel r est grand.

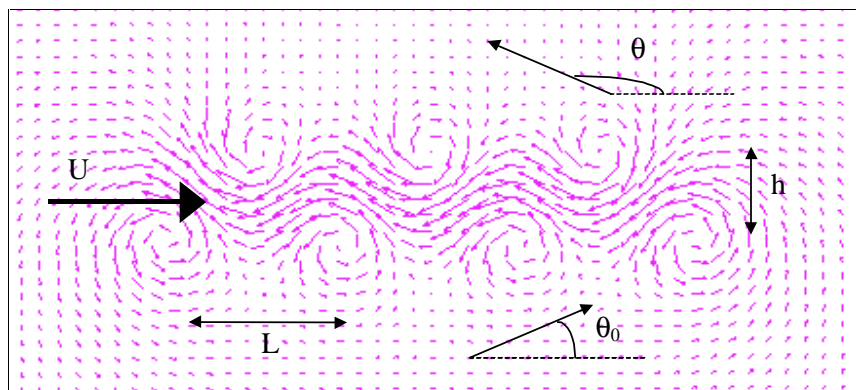


Figure 1.1.1: Allée de Von Karman constituée d'une allée alternée de tourbillons

Considérant notre allée de vortex comme un réseau de pas L , on s'intéresse au faisceau diffracté à l'infini dans la direction angulaire d (cf. Figure 1.1.2).

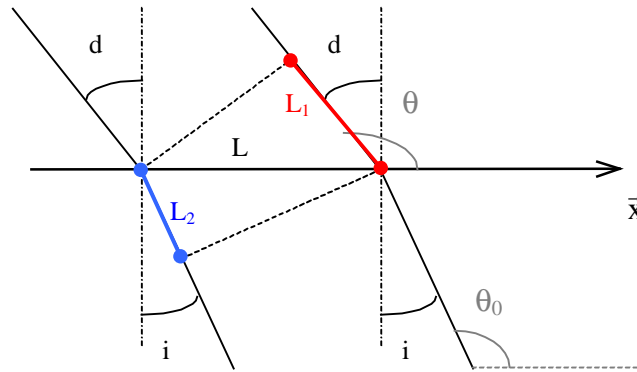


Figure 1.1.2: Faisceaux d'onde diffractés par un réseau

La différence de marche δ entre deux faisceaux consécutifs s'écrit (cf. Figure 1.1.2):

$$\delta = L_1 - L_2 = L(\sin d - \sin i).$$

Le maximum d'intensité à l'infini aura lieu lorsque le déphasage φ entre chaque rayon sera un multiple de 2π , soit $\varphi = 2\pi\delta/\lambda = n2\pi$ avec n entier. La direction d du maximum devient alors

$$\sin d = n \frac{2\pi}{kL} + \sin i.$$

Avec les notations utilisées dans notre problème, on voit que $\theta_0 = \pi/2 + i$ et $\theta = \pi/2 + d$. Si on note k_0 le nombre d'onde incident, alors on peut écrire

$$k_0(\cos \theta_0 - \cos \theta) = n \frac{2\pi}{L}.$$

Eq. 1.1.1

En considérant que $k \sim k_0$, on peut alors introduire le vecteur d'onde de diffusion $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}_0$:

$$-\vec{q} \cdot \vec{x} = n \frac{2\pi}{L}.$$

De même en raisonnant sur la direction transversale, on peut écrire

$$k_0(\sin \theta - \sin \theta_0) = \vec{q} \cdot \vec{y} = n \frac{2\pi}{h}.$$

On s'intéressera ici uniquement à la détermination de L , mais la présence d'un "mini-réseau" de deux éléments dans la direction y peut entraîner des perturbations.

On peut donc expliquer simplement, par analogie avec la théorie des réseaux, les pics de résonance obtenus sur les spectres expérimentaux en faisant varier la fréquence de l'onde.

1.2. Applications pratiques de l'approximation de Brn en champ lointain

La formule théorique de Lund et Rojas (cf. Partie 1) a servi de point de départ aux études expérimentales menées par J.F. Pinton [42], [43] dans l'air et S. Valenza [11], [51], [52] dans l'eau. On se propose de montrer que cette formule contient l'information de la position du pic de résonance qui a été donnée précédemment.

Présentons dans un premier temps les phénomènes observés expérimentalement. L'onde incidente insonne des tourbillons de l'allée de Von Karman dans la zone où celle-ci est bien développée avec un angle θ_0 par rapport à la direction de l'écoulement. Un récepteur reçoit l'onde diffusée à un angle $\theta = \pi - \theta_0$ de telle sorte qu'aux fréquences étudiées on considère que $\Delta v \ll v \sim v_0$. On a donc

$$\begin{cases} q_x = \frac{v}{c} \cos \theta - \frac{v_0}{c} \cos \theta_0 = \frac{v_0}{c} \cos \theta \left(2 + \frac{\Delta v}{v_0} \right) \sim \frac{2v_0}{c} \cos \theta \\ q_y = \frac{v}{c} \sin \theta - \frac{v_0}{c} \sin \theta_0 = \frac{\Delta v}{c} \sin \theta \sim 0 \end{cases}$$

Eq. 1.2.1

Ainsi le vecteur de diffusion \vec{q} est parallèle à l'écoulement. Il n'y a donc pas lieu de prendre en compte une résonance due au réseau transverse.

Expérimentalement, on constate que l'amplitude du pic de diffusion passe par un maximum pour une fréquence incidente donnée (cf. Figure 1.3.6). Les positions observées des pics sont en concordance avec la théorie des réseaux, à des fréquences telles que q_x soit un multiple de $2\pi/L$, les différents multiples correspondant aux modes harmoniques successifs. Les fréquences associées aux modes pairs, c'est-à-dire à l'interférence destructive de deux vortex de signes opposés conduisent à des faibles valeurs du pic de diffusion.

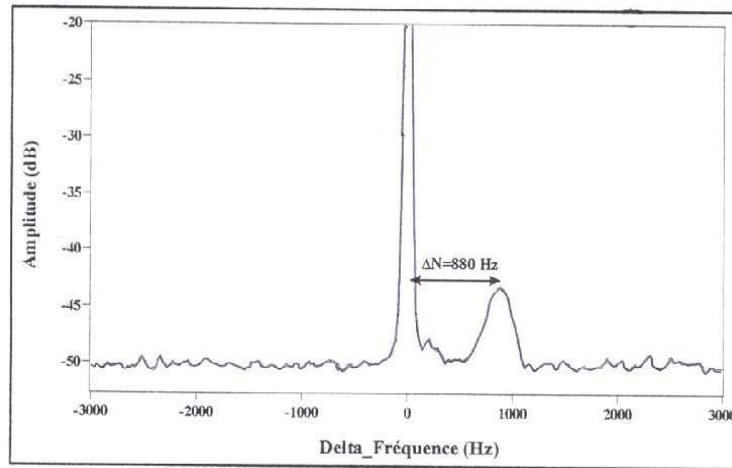


Figure 1.2.1: "Spectre de Diffusion de l'Allée de Karman à $N_0=400$ kHz $u=2$ m/s", d'après Valenza [51]

Si on se place à une fréquence incidente de résonance vérifiant $q_x=m2\pi/L$ et m impair, alors le spectre de pression enregistré par l'émetteur aura l'allure indiquée Figure 1.2.1. Le premier pic correspond aux diverses réflexions que subit l'onde incidente par tous les éléments du montage expérimental. Le second qui est discernable du bruit expérimental uniquement pour des fréquences incidentes de résonance correspond à l'onde diffusée par les vortex. Ce pic possède un décalage dû à l'effet Doppler Δv par rapport au pic principal qui vaut $\Delta v=2m\pi f_s$ (pour le $m^{\text{ème}}$ mode), où $f_s=U/L$ est la fréquence de Strouhal des vortex.

Montrons maintenant que la formule de Lund et Rojas pour l'approximation de Born en champ lointain appliquée au cas de l'allée permet aussi de retrouver ces constatations expérimentales. Reprenons l'Eq. 1.4.1 de la Partie 1 décrivant l'expression de la transformée de Fourier de la vorticité dans le cas d'un modèle analytique d'allée (avec des tourbillons construits à l'aide d'un modèle d'Oseen):

$$\tilde{P}_{\text{scat}}(\vec{r}, \nu) = f(\vec{r}, \theta, \nu) e^{i(kr + 3\pi/4)} \text{III}_{2\pi/L}(q_x) \frac{-e^{-iq_y h/2} + e^{iq_y h/2} e^{-iq_x L/2}}{(q_x^2 + q_y^2)\eta + i(\Delta v - q_x U)}$$

En supposant, si on reprend les mêmes conditions que dans le montage expérimental, que q_x ne dépende que de la fréquence de l'onde incidente, alors la présence du peigne de Dirac nous indique que les fréquences de résonance vérifieront bien $q_x=m2\pi/L$. De plus, sachant que $q_y=0$, alors le terme au numérateur devient $e^{-im\pi}-1$ et s'annule pour m pair.

Plaqons nous maintenant à une fréquence de résonance fixée. L'étude du spectre de pression diffusée fait apparaître que le pic va se produire pour Δv vérifiant $\Delta v - q_x U = 0$, soit

$$\Delta v = q_x U = m \frac{2\pi}{L} U = m 2\pi f_s .$$

Le décalage est donc du signe de $\vec{q} \cdot \vec{U}$. Ceci est parfaitement vérifié par les études expérimentales (cf. Valenza [51] chapitre III.1: discussion sur les configurations amont et aval).

On voit donc que le balayage en fréquence permet d'avoir accès à l'espacement L entre les tourbillons de même signe et que l'étude du spectre permet de remonter à la vitesse de déplacement U des tourbillons. Ceci étant corroboré à la fois par la théorie des réseaux et par l'expression analytique de la pression diffusée en champ lointain donnée par Lund et Rojas, on va tenter de retrouver numériquement ces résultats.

1.3. Cas de l'allée alternée de tourbillons

On prend les modèles analytiques de vortex d'Oseen pour former une allée de Von Karman de pas L formée de 10 tourbillons se déplaçant avec une vitesse adimensionnelle $U=1$ (cf. Figure 1.1.1). L'onde insonne cet écoulement avec un angle d'incidence θ_0 et on mesure la pression diffusée à un angle $\theta=\pi-\theta_0$. Le domaine de calcul rectangulaire a une taille de 80 (suivant x) par 30. On se place en un point suffisamment éloigné de ce domaine (capteur situé à un rayon $r_C=50$ du centre du domaine) et on examine l'évolution de l'amplitude de la pression diffusée en fonction du nombre d'onde incident.

En raisonnant en grandeurs sans dimensions, on sait que la résonance du premier mode doit avoir lieu pour

$$-q_x = 2k_0 \cos \theta_0 = 2\pi/L \Rightarrow L = \pi / (k_0 \cos \theta_0).$$

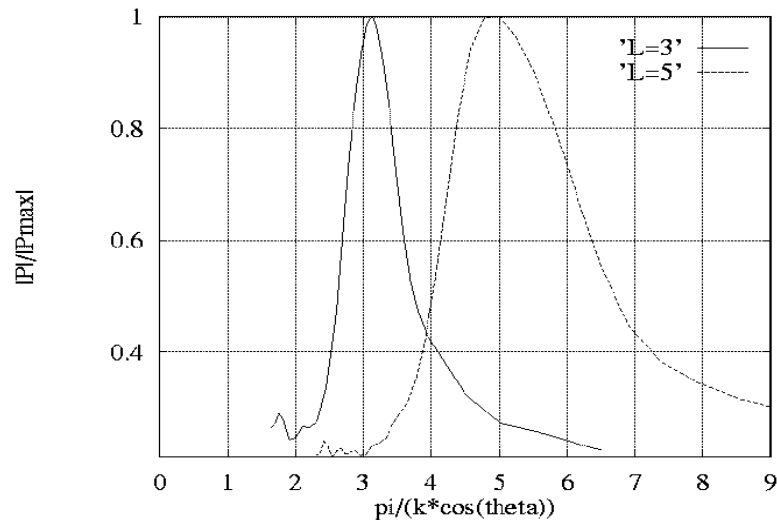


Figure 1.3.1: Amplitude normalisée de la pression diffusée en fonction de $\pi/(k_0 \cos \theta_0)$ pour $L=3$ et $L=5$; $\theta_0=30^\circ$

La Figure 1.3.1 représente la norme de la pression diffusée normalisée (on divise $|P_{\text{scat}}|$ par sa valeur maximale) en fonction de $\pi/(k_0 \cos \theta_0)$ (équivalente à la mesure d'une distance) quand k_0 varie, pour deux valeurs de l'écartement entre les tourbillons ($L=3$ et $L=5$) et pour un angle d'insonnation de 30° . On a défini pour cela une norme dans l'espace spectral (cf. Eq. 3.1.3 Partie 1):

$$|P_{\text{scat}}| = \sqrt{\sum_j |P_j|^2}$$

où les P_j sont les composantes spectrales de la pression diffusée.

On retrouve bien une résonance qui correspond à la longueur effective entre les tourbillons de même signe. Cependant, on peut remarquer un léger décalage, ce qui va nous amener à étudier la position du pic de résonance en fonction de l'angle θ_0 d'insonnation pour $L=3$.

La Figure 1.3.2 nous montre l'évolution de la position du pic de diffusion pour différentes valeurs de θ_0 . On trace sur une même figure les cas de configurations opposées (insonnations dans le sens et en sens inverse de l'écoulement). On constate que plus l'angle d'incidence se rapproche de 90° , plus le décalage de la longueur mesurée par rapport à L devient grand.

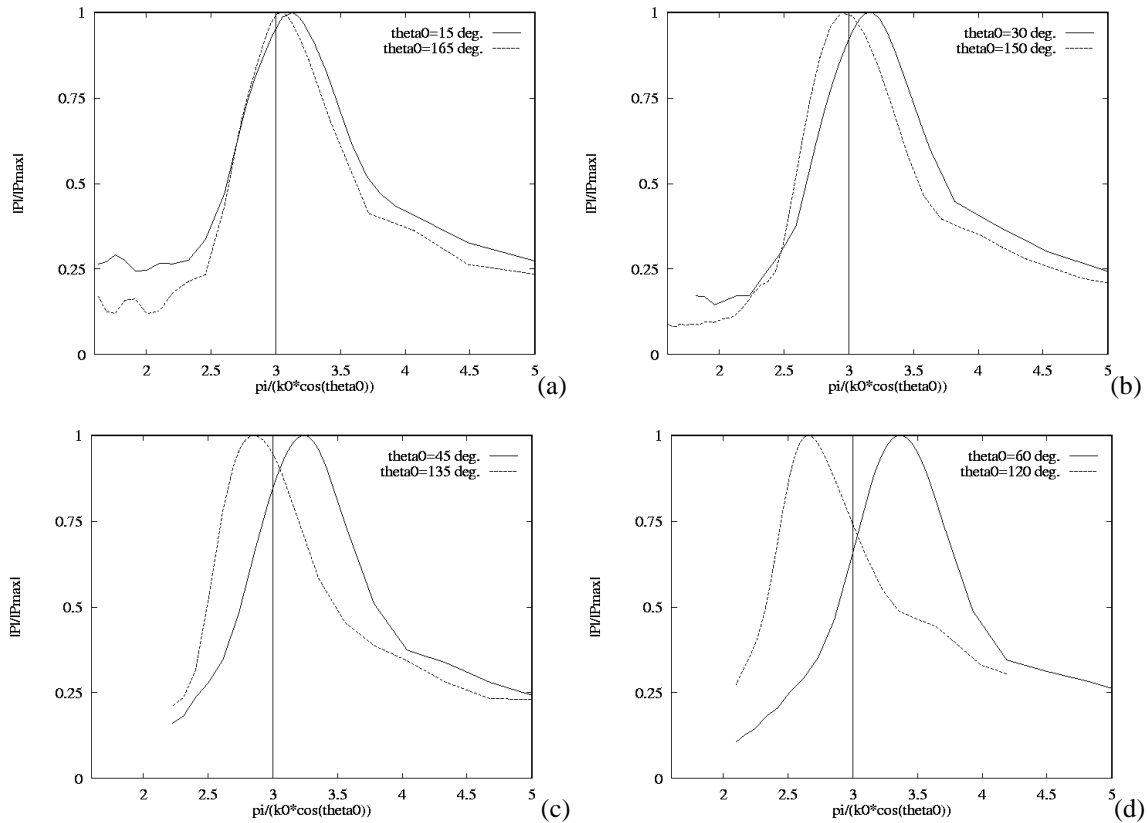


Figure 1.3.2: Amplitude normalisée de la pression diffusée en fonction de $\pi/(k_0 \cos \theta_0)$ pour des angles θ_0 complémentaires; $L=3$, (a) $\theta_0=15$ et 165° , (b) $\theta_0=30$ et 150° , (c) $\theta_0=45$ et 135° , (d) $\theta_0=60$ et 120°

On peut montrer facilement que ce décalage n'est pas dû à l'effet Doppler. Il suffit pour cela d'annuler la vitesse de convection des tourbillons, pour voir que la position du pic ne varie pas (ou si peu) si les tourbillons sont immobiles, même si on peut observer un très léger décalage. La Figure 1.3.3 illustre ce phénomène dans le cas où les tourbillons sont figés. On observe alors la présence de pics secondaires.

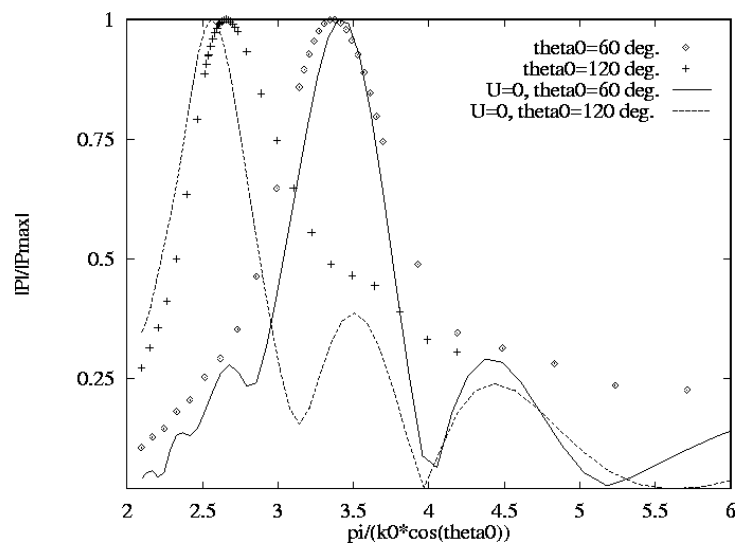


Figure 1.3.3: Amplitude normalisée de la pression diffusée en fonction de $\pi/(k_0 \cos \theta_0)$ pour $\theta_0=60$ et 120° avec ou sans vitesse de convection U ; $L=3$

Ce décalage vient de l'hypothèse que le vecteur de diffusion \bar{q} a la même direction que l'écoulement. On néglige alors la composante $q_y = \Delta v \sin \theta / c$ dont la contribution augmente lorsque θ tend vers 90° .

Ceci nous permet de définir un angle optimal pour la mesure de l'espacement. L'angle θ_0 doit être le plus éloigné possible de 90° , cas qui correspondrait d'ailleurs à un émetteur placé en face du récepteur. Or on sait que dans ce cas, la pression diffusée reçue est minimale (voir les courbes de diffusion en fonction de l'angle de la Partie 2) et il n'est donc plus possible de retirer l'information du signal. Néanmoins, il ne faut pas que θ_0 soit trop proche de 0 ou 180° , pour laquelle l'émetteur et le récepteur sont dans la même direction.

En pratique il est donc préférable d'insonner l'écoulement avec un angle faisant de 15 à 40° avec l'axe de l'écoulement. Cependant on peut toujours obtenir une mesure plus précise de l'espacement en réalisant des calculs pour θ_0 et $\pi - \theta_0$, puis en faisant la moyenne de la position des deux pics obtenus.

On s'intéresse maintenant aux pics correspondants aux modes plus élevés. On étudie un modèle analytique d'allée formée de 10 tourbillons d'espacement $L=5$ se déplaçant à une vitesse $U=1$, insonnée par une onde arrivant avec une incidence $\theta_0=30^\circ$.

On étudie sur la Figure 1.3.4 l'influence du maillage sur la reconnaissance des pics correspondant aux différents modes. La pression diffusée est tracée en échelle logarithmique et on indique en abscisse les multiples du 1^{er} mode qui a lieu pour $ka=0,726$. Dans le cas du maillage 161×61 on obtient non seulement la présence du pic principal, mais aussi ceux des pics correspondant aux modes 3 et 5. De plus, on retrouve bien une valeur faible de la pression aux valeurs de ka correspondant aux modes pairs 2 et 4.

En revanche, dès que le maillage devient moins fin, on perd graduellement ces informations. Le maillage 121×61 ne permet pas de détecter le mode 5, alors que le maillage 81×31 donne des résultats erronés même si le premier mode est convenablement détecté. On peut considérer que l'onde (incidente ou diffusée) est numériquement bien représentée si l'on connaît un minimum de 5 points par longueur d'onde λ . Dans ce cas on peut estimer que le spectre sera valide jusqu'à environ une valeur de k_{\max} telle que $k_{\max} = 2\pi / (5\Delta x)$ où Δx représente le pas d'espace du maillage. Cela donne une valeur critique k_{\max} de 2,51 pour le maillage le plus fin et de 1,88 et 1,26 pour les maillages plus grossiers.

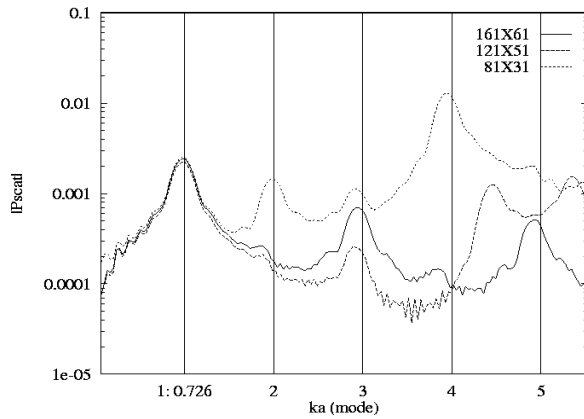


Figure 1.3.4: Courbes de résonance de $|P_{scat}|$ en fonction du nombre d'onde pour différents maillages

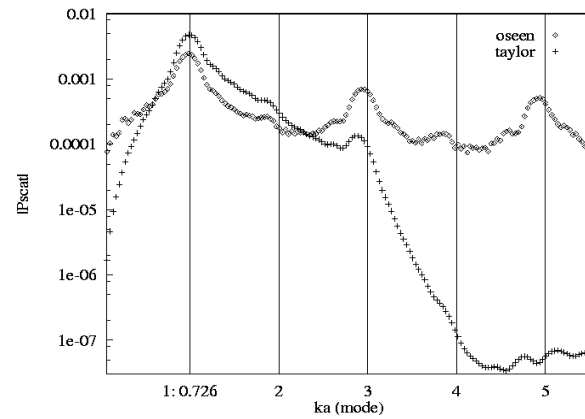


Figure 1.3.5: Courbes de résonance de $|P_{scat}|$ en fonction du nombre d'onde pour différents modèles de tourbillon

La Figure 1.3.5 compare dans le cas du maillage 161x61 les modèles d'Oseen ou de Taylor. Les pics sont trouvés à la même position, mais celui correspondant au premier mode est d'une intensité bien supérieure à celui de ses harmoniques successives. Sur un spectre tracé avec une échelle non logarithmique, les pics suivants seraient indécélables.

Il sera donc bien difficile dans le cas des écoulements réels de détecter des modes différents du mode principal, surtout avec la présence de pics liés à la présence de phénomènes autres que ceux de réseau. Néanmoins, seule la position du pic principal est nécessaire pour le calcul du nombre de Strouhal. On a donc montré qu'avec des paramètres appropriés, l'analyse de la pression diffusée par analogie avec un réseau est tout à fait justifiée.

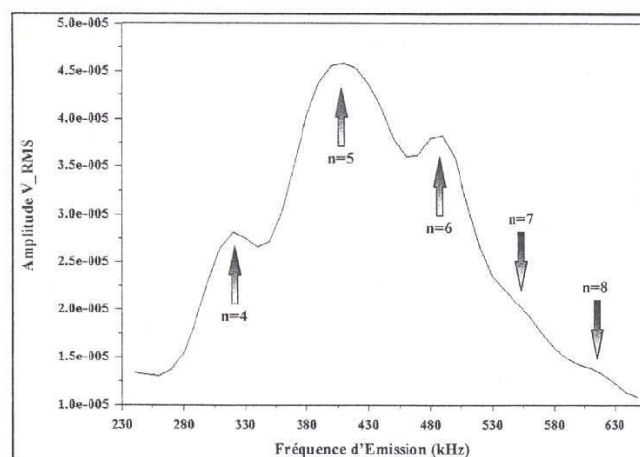


Figure 1.3.6: "Courbe de résonances des modes de l'allée de Von-Karman, $u=2\text{m/s}$ " (d'après Valenza [51])

La Figure 1.3.6 nous montre l'équivalent des courbes précédentes obtenue lors des expérimentations de S. Valenza [51]. On voit que la bande passante des transducteurs

acoustiques ne permet pas d'obtenir les modes de résonance inférieurs, le premier mode impair visible étant le mode 5. Cela oblige à travailler à des fréquences supérieures à celles qui sont utilisées numériquement. On détecte aussi la présence de modes pairs qui sont ici dus à un manque de régularité et de symétrie de l'allée.

2. Mesures de vitesses d'un tourbillon ou d'une allée

2.1. Spectres de pression diffusée

On reprend un modèle d'Oseen ou de Taylor pour calculer la vitesse induite par un tourbillon en translation uniforme à la vitesse U selon l'axe \bar{x} . En obtenant le spectre de pression diffusée en un point modélisant le capteur acoustique par la méthode intégrale, on peut mesurer le décalage dû à l'effet Doppler et donc la vitesse de la structure tourbillonnaire insonnée.

La Figure 2.1.1 montre les spectres de pression obtenus pour $\theta_0=120^\circ$ avec une vitesse adimensionnelle $U=10$, un capteur placé à $r_c=80$ du centre du domaine et une fréquence d'insonnation ayant un nombre d'onde adimensionnel $k=1$, la FFT étant effectuée sur 512 points. On a étudié le cas d'un tourbillon seul et celui d'une allée constituée de 5 tourbillons alternés. La théorie prévoit un décalage donné par $\Delta v = q_x U$ soit

$$\Delta \underline{k} \sim \underline{k}_0 (\cos \theta - \cos \theta_0) M$$

Eq. 2.1.1

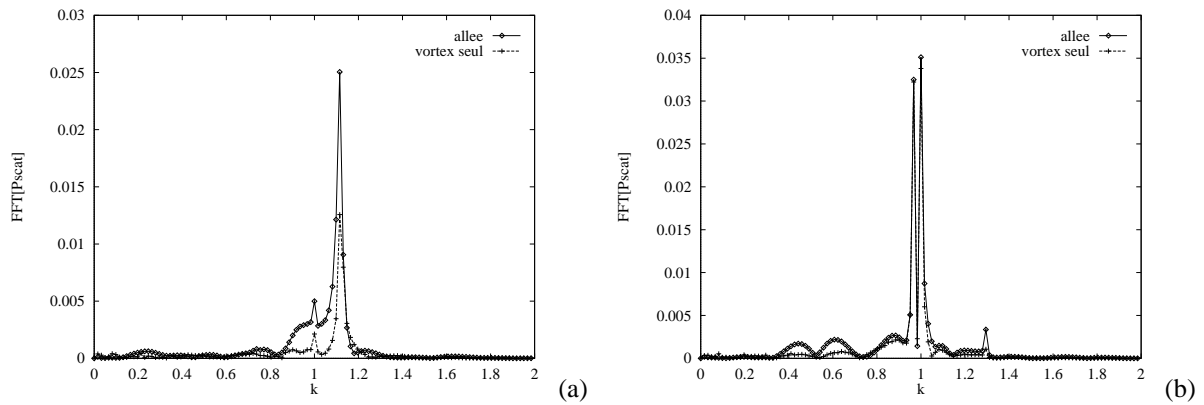
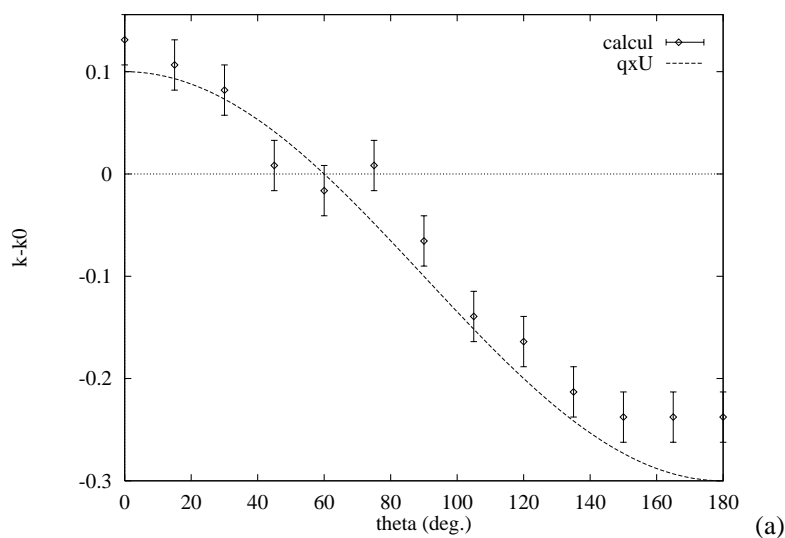


Figure 2.1.1: Spectres de pression diffusée avec pic décalé du à la diffusion; $\theta_0=120^\circ$, (a) $\theta=30^\circ$, (b) $\theta=180^\circ$

Le sens du décalage des pics est bien en accord avec cette formule, puisque le pic pour $\theta=30^\circ$ est décalé vers la droite ($q_x > 0$), alors que le pic pour $\theta=180^\circ$ l'est vers la gauche ($q_x < 0$). On voit que les pics de pression sont les mêmes dans le cas de l'allée et du tourbillon seul. Ce traitement pourra donc être utilisé pour le calcul de la vitesse dans le cas de l'allée de Von Karman.

2.2. Mesure du décalage et comparaison avec la théorie

Dans la Figure 2.2.1, on fixe la vitesse $U=10$ et l'angle d'insonniation respectivement à $\theta_0=60^\circ$ et 90° . On fait ensuite varier l'angle θ et on mesure la valeur du décalage par effet Doppler du pic de diffusion, qu'on compare à la valeur donnée par la formule théorique (Eq. 2.1.1).



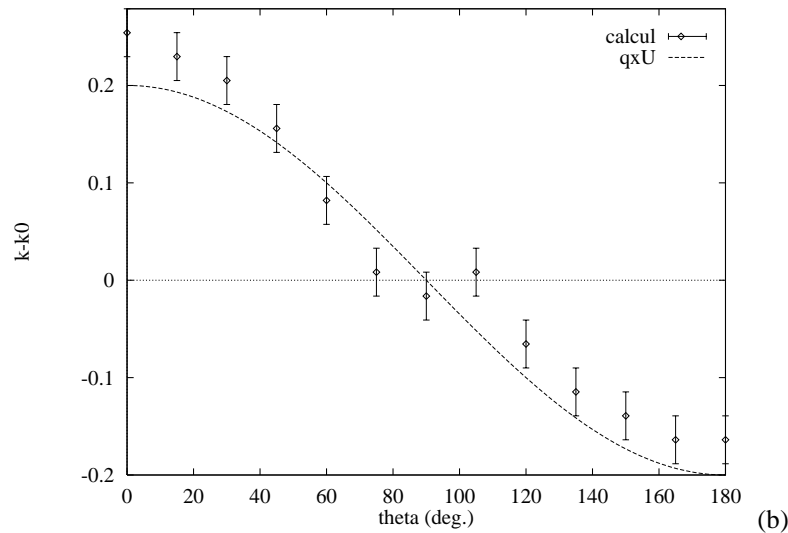


Figure 2.2.1: Décalage en fréquence du pic de diffusion en fonction de l'angle θ , comparaison calculs - théorie; $U=10$, (a) $\theta_0=60^\circ$, (b) $\theta_0=90^\circ$

Les barres d'erreurs sur les valeurs calculées correspondent à l'incertitude due au pas de discrétisation du spectre. On observe que le décalage mesuré reste en bon accord avec les valeurs théoriques, même si l'ensemble des valeurs calculées reste au dessus de la courbe théorique. Des paramètres plus fins de discrétisation spatiale et temporelle devraient corriger ce défaut. Les mauvaises valeurs observées au voisinage de l'angle d'insonation sont dues au fait que pour ces angles, le décalage est faible et le pic décalé ne se distingue alors plus du pic principal.

La Figure 2.2.2 reprend le même principe de visualisation, mais c'est ici la vitesse qui varie alors que le terme q_x reste constant ($\theta_0=120^\circ$ et $\theta=45^\circ$). On obtient donc un décalage qui varie linéairement avec la vitesse, ce qui est bien observé dans les calculs.

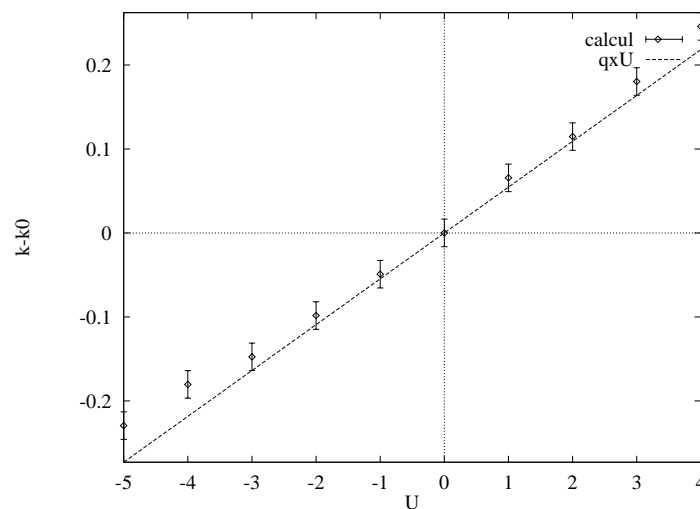


Figure 2.2.2: Décalage en fréquence du pic de diffusion en fonction de la vitesse U ; $\theta_0=120^\circ$ et $\theta=45^\circ$

On voit que le décalage prévu est validé aussi bien par l'expérimentation que par nos calculs numériques. Précisons que dans le cas des modèles analytiques retenus pour ces simulations, le nombre de Mach a été fixé à $M=4 \cdot 10^{-2}$ pour pouvoir observer le décalage. Dans le cas d'écoulements réels dans l'eau simulés numériquement, le nombre de Mach est plus faible, $M=O(10^{-3})$, et la résolution spectrale disponible (512 points de FFT au mieux) ne sera pas suffisante pour mesurer le décalage et en déduire la valeur de la vitesse de l'écoulement.

Partie 4: Utilisation de la méthode dans le cas d'une allée calculée numériquement.

Après avoir dans la Partie 2 validé la méthode intégrale utilisée, on a vu dans la Partie 3 qu'en construisant des écoulements fictifs à l'aide de modèles analytiques de tourbillons, on pouvait retrouver des caractéristiques essentielles de l'écoulement. On va maintenant regarder si les conclusions tirées précédemment sont applicables dans le cas d'une simulation numérique 2D plus réaliste d'une allée de Von Karman.

Le premier chapitre expose la méthode particulière utilisée pour le calcul de l'allée, puis on analyse l'influence de divers paramètres sur les grandeurs mesurées et en particulier l'influence des différentes modélisations possibles de l'onde incidente. On examinera ensuite les cas de calcul avec écoulement simulé par une méthode de résolution des équations de Navier-Stokes en volumes finis à l'aide du logiciel de simulation Fluent.

1. Calcul de l' allée de Von Karman par une méthode particulière

Nous utilisons ici un code de calcul d'une allée de Von Karman se développant derrière un cylindre soumis à un écoulement accéléré. Ce type d'écoulement possède l'avantage par rapport au cas de l'écoulement uniforme de permettre plus rapidement l'obtention d'une allée bien développée, avec moins de particules tourbillonnaires en jeu. Ce code de calcul particulière a été développé par A. Chami [10] et sa mise au point a fait l'objet d'une thèse à laquelle on se référera pour de plus amples détails sur la méthode utilisée. Nous donnons ici un bref aperçu de la méthode.

L'étude de ce type d'écoulement peut se faire par une méthode Eulérienne nécessitant des maillages adaptatifs. Cependant, pour décrire les zones à forts gradients de vitesse, on préfère adopter une méthode particulière purement Lagrangienne couplée à la méthode de diffusion aléatoire Random Vortex Method (RVM) introduite et développée par Chorin [12]. Des études de stabilité et de convergence de cette méthode ont été publiées par Beale et al [4].

Le modèle particulière consiste à représenter les zones tourbillonnaires par un ensemble fini de particules qui sont transportées par convection et diffusion suivant un schéma Lagrangien. Les conditions aux limites sont prises en compte en mettant en œuvre un

processus de génération de particules permettant de satisfaire la condition d'adhérence sur le cylindre.

On considère l'écoulement plan accéléré uniformément autour d'un cylindre circulaire de diamètre D , de frontière ∂D , placé dans un milieu infini: un fluide réel, homogène et incompressible. L'écoulement correspondant est régi par les équations de Navier-Stokes pour le transport de la quantité de mouvement et l'équation de continuité. Soit $Re=U_0D/\eta$ le nombre de Reynolds, ϕ et ψ sont respectivement la fonction potentiel et la fonction de courant associées au problème.

En appliquant l'opérateur rotationnel à l'équation de conservation de la quantité de mouvement et en définissant le champ de vorticité $\vec{\omega}$ comme le rotationnel du champ de vitesse, on obtient le système d'équations adimensionnelles suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = \frac{1}{Re} \Delta \vec{\omega} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \\ \vec{u} = \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \times (\psi \vec{k}) \\ \vec{u} = 0 \quad \text{sur} \quad \partial D \\ \vec{u} \rightarrow \vec{U}(t) \quad \text{pour} \quad |\vec{r}| \rightarrow +\infty \end{array} \right.$$

où \vec{k} est le vecteur unitaire perpendiculaire au plan du cylindre.

La solution de l'équation de transport de la vorticité est obtenue en deux étapes successives en considérant deux problèmes séparés. Le premier problème correspond au système suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \\ \vec{u} = \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \times (\psi \vec{k}) \\ \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur} \quad \partial D \\ \vec{u} \rightarrow \vec{U}(t) \quad \text{pour} \quad |\vec{r}| \rightarrow +\infty \end{array} \right.$$

Ce système décrit le transport de la vorticité par convection. Dans cette étape, on néglige les effets de la viscosité ce qui correspond à un écoulement à grand nombre de

Reynolds. On résout ce problème par la méthode des tourbillons ponctuels qui consiste à discrétiser le champ de vorticité en un nombre fini de particules tourbillonnaires. A chaque particule est associée une surface qui matérialise son support. La seconde étape prend en compte l'effet de viscosité en résolvant le problème suivant:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega \\ \vec{u} \cdot \vec{\tau} = 0 \end{cases}$$

Cette méthode de résolution a été étudiée par Beale et Majda [4] qui ont montré que son taux de convergence augmente quand la viscosité diminue (le nombre de Reynolds augmente) ce qui est adapté à notre problème.

Sur les figures suivantes on représente les positions des particules tourbillonnaires pour différents instants dans le cas de l'écoulement accéléré. On constate une assez bonne représentation du sillage et une allée régulière. Ceci justifie le choix de cet écoulement grâce à l'aspect qualitatif de son sillage pour le calcul numérique des caractéristiques de l'écoulement par la méthode acoustique.

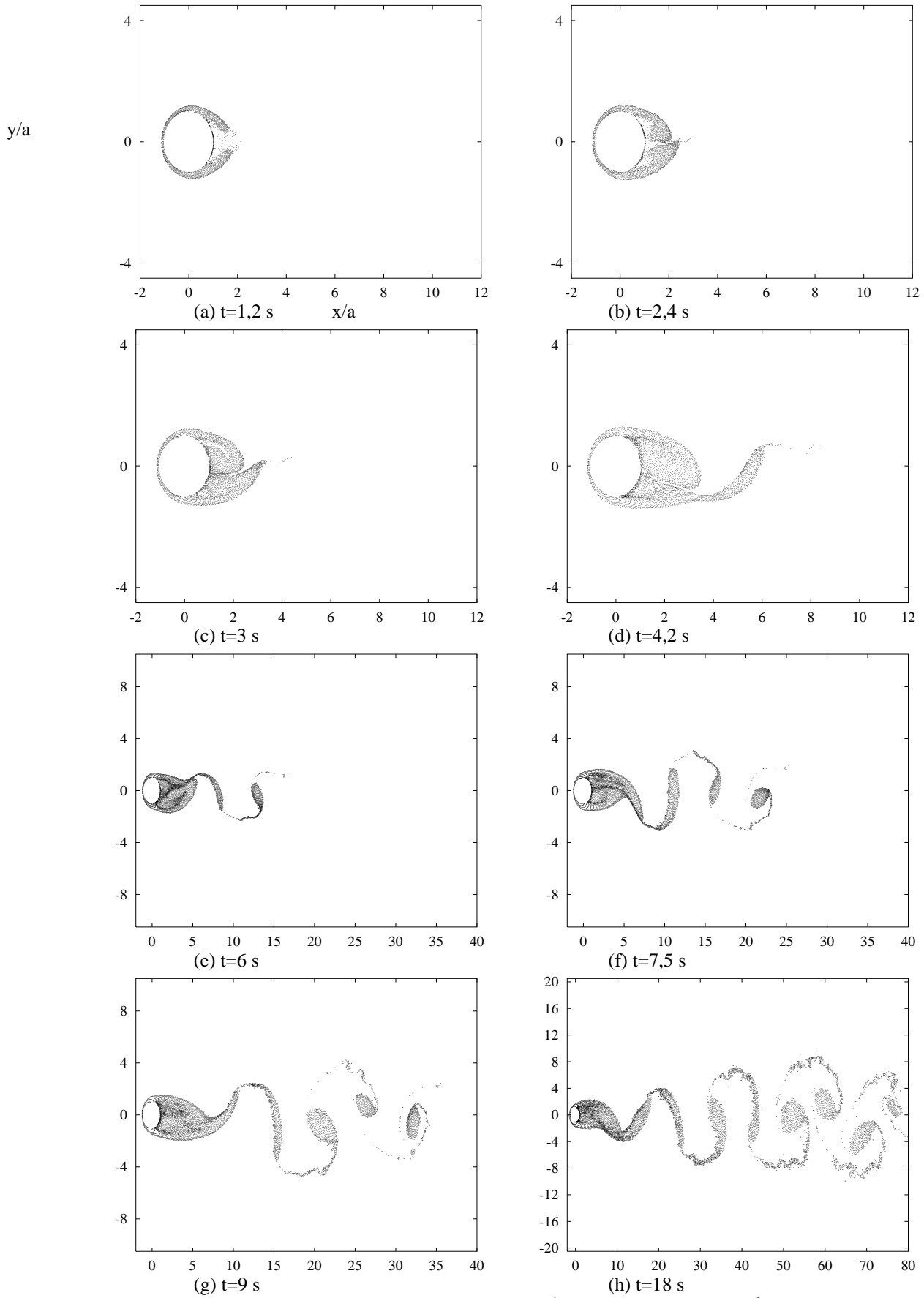


Figure 1.1.1: Cas d'un écoulement avec $U_0=0,2 \text{ ms}^{-1}$, d'accélération $\gamma=0,3 \text{ ms}^{-2}$, $dt=0,06 \text{ s}$
 Cylindre de rayon $a=0,1 \text{ m}$ discrétisé avec 200 facettes

2. Caractérisation de l'écoulement par investigation acoustique

2.1. Fonction de Green adaptée

La méthode de résolution intégrale a été développée dans la Partie 1. Un inconvénient provient de la résolution numérique d'un système. Comme le nombre de facettes du cylindre est nécessairement élevé pour permettre de bien prendre en compte les variations de l'onde dans le domaine, la résolution du système peut demander un temps significatif. Dans la pratique, on utilisera un découpage du cylindre allant jusqu'à 200 facettes, ce qui revient à inverser une matrice 400x400 en tenant compte de la séparation des parties réelles et imaginaires des nombres complexes. Comme le calcul est effectué un grand nombre de fois, le temps d'exécution peut devenir prohibitif.

On examine sur la Figure 2.1.1 l'influence du nombre nf de facettes du cylindre en traçant la composante spectrale de pression diffusée correspondant à $k=k_0$ (avec $k_0a=0,5$) en fonction de l'angle θ pour un rayon $r=50$ fixé, l'onde insonnant une allée de Von Karman calculée à l'aide du code particulière décrit précédemment.

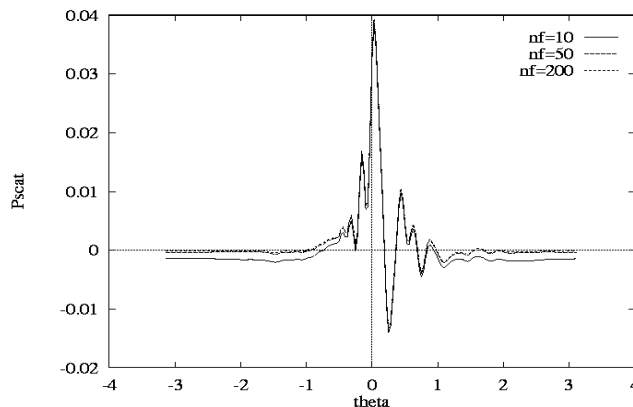


Figure 2.1.1: Composante spectrale à $k=k_0$ de la pression diffusée en $r=50$ en fonction de l'angle θ (en radians); $k_0a=0,5$

Dans ce cas l'onde incidente a une fréquence faible, les variations de pression diffusée sur le cylindre sont peu importantes et un nombre limité de points peut suffire pour retrouver des résultats satisfaisants. Néanmoins pour des ondes à fréquence plus élevée, on choisira de découper le cylindre en 200 facettes, ce qui conduit à des temps de calculs importants.

C'est pour pallier cet inconvénient que nous avons été amené à utiliser la propriété de l'onde sphérique engendrée par une source ponctuelle en présence d'un cylindre, vue dans la Partie 2. On se souvient en effet (cf. Eq. 1.2.1 et Eq. 1.2.2 de la Partie 2) que la pression induite par une telle source vérifie

$$\begin{cases} \Delta P + k^2 P = -\delta_s \text{ dans } \Omega \\ \partial P / \partial n = 0 \text{ sur } b_1 \\ \text{condition de Sommerfeld à l'infini} \end{cases}$$

où b_1 désigne la surface du cylindre et S le point source. On connaît donc une expression analytique de la pression vérifiant ces conditions. En un point $M(r, \theta)$ elle est donnée par:

$$P(M) = \frac{i}{4} H_0(k|MS|) - \sum_{m=0}^{\infty} C_m H_m(kr) \cos[m(\theta - \theta_0)]$$

où

$$C_0 = -\frac{i}{4} H_0(kr) \frac{J_0'(ka)}{H_0'(ka)}$$

et

$$C_m = \frac{i}{2} H_m(kr) \frac{J_m'(ka)}{H_m'(ka)} \text{ pour } m > 0.$$

En choisissant cette fonction comme nouvelle fonction de Green G_1 , la propriété $\partial G_1 / \partial r = 0$ entraîne la disparition du calcul de la pression sur le cylindre, et la pression en un point M quelconque du domaine Ω est alors donnée par le produit de convolution de G_1 avec le terme source S :

$$P_{\text{scat}}(M) = - \iint_{\Omega} G_1(k|\vec{r} - \vec{r}'|) S(M') d\Omega' = -G_1 * S$$

En pratique, le calcul de cette fonction de Green G_1 n'est pas très long, car les termes d'ordres élevés dans la sommation deviennent rapidement négligeables. Pour un point au bord du domaine ($r \sim 50$), les coefficients C_m deviennent négligeables à partir de $m \sim 15$. De plus la partie faisant intervenir des dérivées de fonctions de Bessel dépend uniquement du nombre d'onde adimensionnel ka et n'est donc pas recalculée quand r varie.

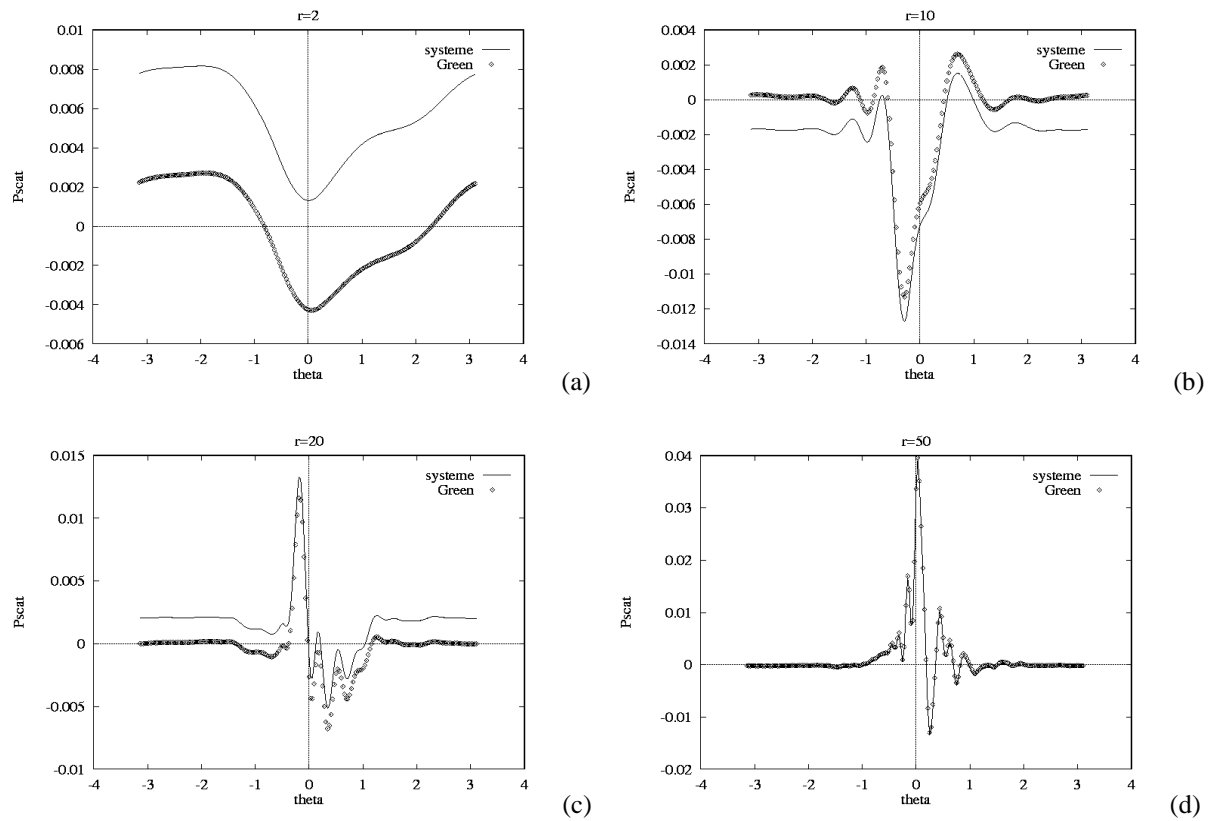


Figure 2.1.2: Composante spectrale à $k=k_0$ de la pression diffusée en fonction de l'angle (en radians), comparaison des méthodes résolution de système - fonction de Green; 200 facettes, $k_0a=0,5$; (a) $r=2$, (b) $r=10$, (c) $r=20$, (d) $r=50$

Sur la Figure 2.1.2, on trace les mêmes courbes que dans la Figure 2.1.1 en comparant les deux méthodes de calcul, pour différentes distances r . On s'aperçoit que plus la distance augmente, plus les résultats donnés par les deux méthodes sont similaires. Cela provient du fondement de la méthode de calcul de la fonction de Green qui s'appuie sur la décomposition de la fonction de Hankel en série. Cette décomposition est d'autant meilleure d'un point de vue numérique que le point de calcul est éloigné de la source et qu'il n'est pas trop proche d'un des points du maillage servant au calcul de l'intégrale (cf. Partie 2 chapitre 1.2).

Comme on calculera la pression diffusée en un point lointain hors du domaine d'intégration, on utilisera donc cette fonction de Green particulière pour nos calculs. Les résultats sont en bonne adéquation comme on le verra par la suite et le gain de temps est tout à fait significatif.

2.2. Description du code de calcul utilisé

Le calcul de l'écoulement est réalisé par la méthode décrite précédemment. On connaît alors les vitesses sur un maillage en coordonnées polaires en deux parties dont on donne une illustration Figure 2.2.1. Ce maillage a été construit pour éviter de mailler des zones où il ne se passe rien du point de vue de la diffusion acoustique.

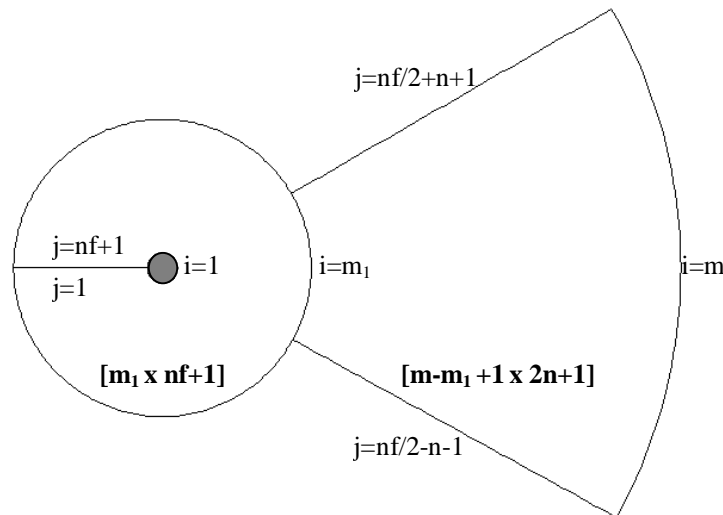


Figure 2.2.1: Maillage en deux parties utilisé pour l'intégration du terme source, indices et nombre de cellules

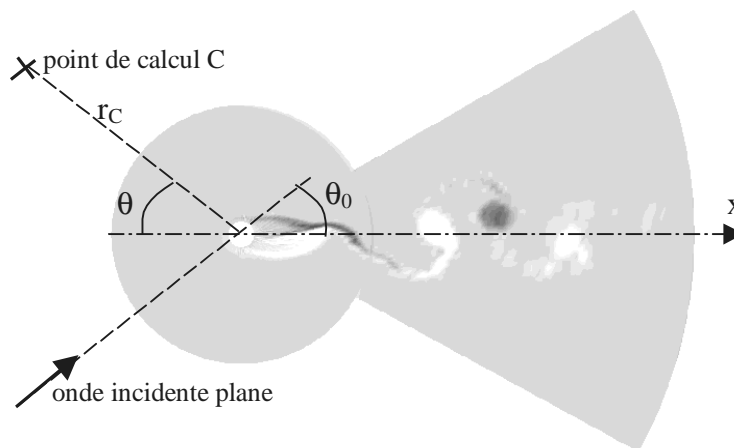
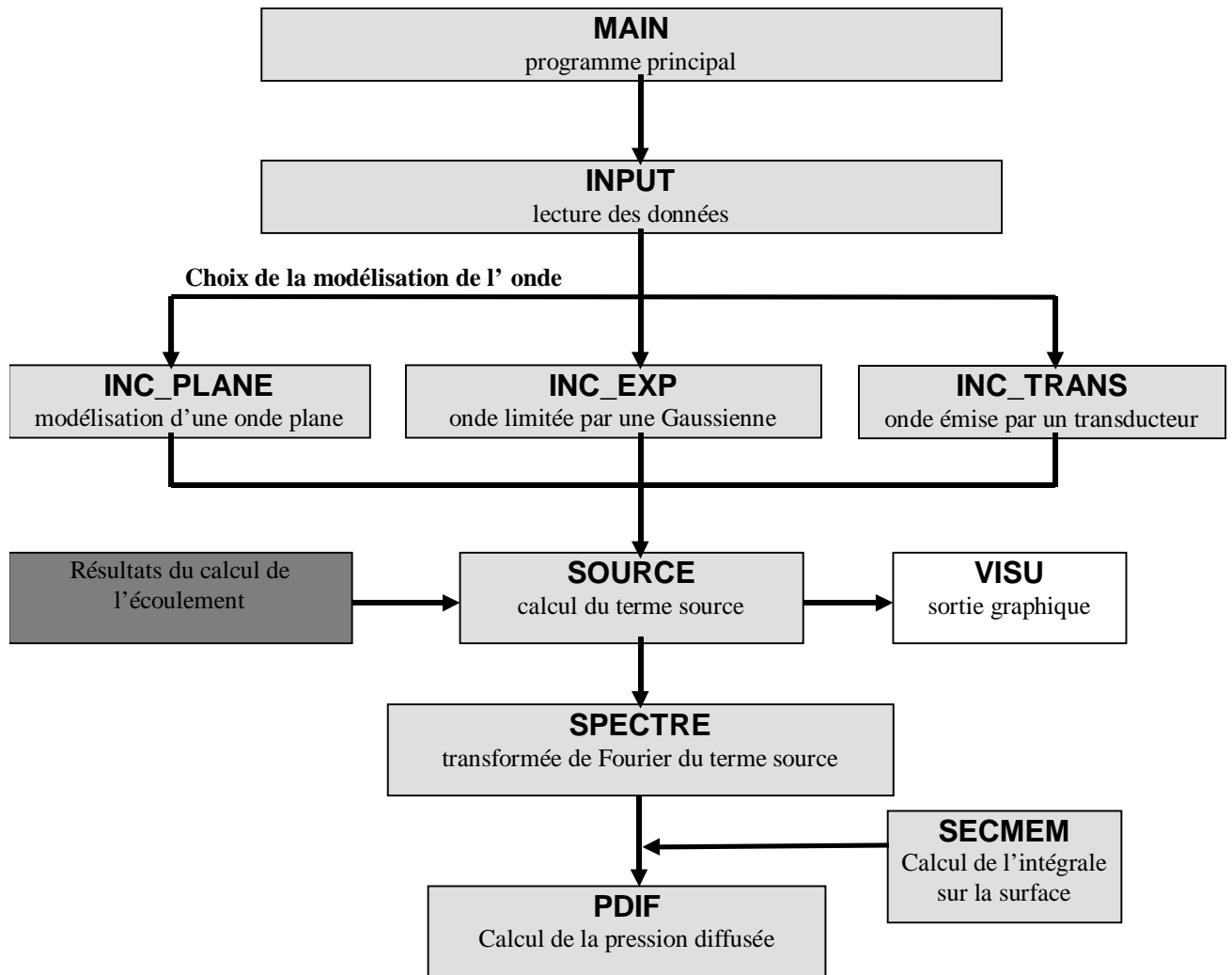


Figure 2.2.2: Onde plane insonnant l'allée derrière un cylindre, amplitude de la vorticité

La Figure 2.2.2 nous montre la configuration correspondant aux calculs qui seront effectués dans cette partie. Le diagramme suivant schématise le déroulement du calcul de la pression diffusée.



2.3. Détermination de spectres de pression diffusée

La procédure reste la même que dans le cas d'un modèle analytique d'allée. L'onde incidente arrive avec un angle $\theta_0=40^\circ$ sur une allée de Von Karman de pas L possédant une vitesse de convection U et on calcule la pression diffusée en un point (r_c, θ) lointain (ici $r_c=70$) avec $\theta=\pi-\theta_0$ (cf. Figure 2.2.2). On cherche à déterminer le nombre de Strouhal S_{tr} de l'allée représentatif de la fréquence de lâcher f des tourbillons (de période T). On définit ici un nombre de Strouhal généralisé valable aussi bien dans le cas de l'écoulement accéléré que continu.

$$S_{tr} = \frac{fD}{U} = \frac{D}{UT} = \frac{D}{\int_t^{t+T} u(t)dt} = \frac{D}{L} = \frac{2}{\underline{L}}$$

où $D=2a$ est le diamètre du cylindre et \underline{L} désigne l'espacement longitudinal adimensionnel entre les tourbillons. La position du pic de résonance correspondant au premier mode, sur les courbes de l'amplitude de la pression diffusée en fonction du nombre d'onde, donnera accès à \underline{L} et donc au nombre de Strouhal (cf. Partie 3). On désignera maintenant le nombre d'onde adimensionnel de l'onde incidente par k ou ka (en omettant l'indice "0" par souci de commodité, de même que le soulignement pour les grandeurs adimensionnelles).

Dans le cas d'une allée calculée numériquement, l'espacement n'a pas la régularité du cas de l'allée idéale. Il est assez variable et l'on ne peut définir avec précision le centre d'un tourbillon. Ceci risque de donner un pic moins marqué que dans les cas précédents.

Le cas étudié ici correspond au premier calcul intitulé "part. 1" effectué à l'Université du Havre et dont les paramètres complets de la simulation numérique de l'écoulement sont donnés dans le tableau du chapitre suivant où différentes accélérations sont testées.

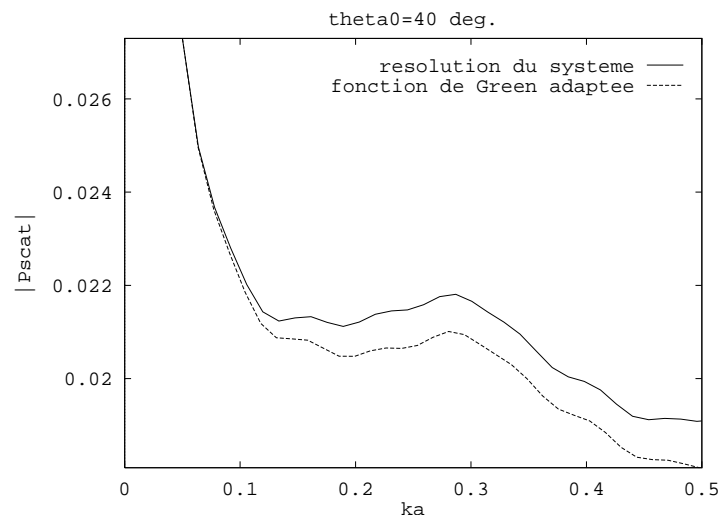


Figure 2.3.1: Courbes de résonance de l'amplitude de pression diffusée $|P_{scat}|$ en fonction du nombre d'onde ka , comparaison des méthodes résolution de système - fonction de Green adaptée; $\theta_0=40^\circ$, $r_C=70$

La Figure 2.3.1 compare les résultats obtenus avec la méthode utilisant la résolution de système et celle avec la fonction de Green modifiée (cf. chapitre 2.1). On voit que quand le nombre d'onde incident ka augmente, une différence apparaît entre les deux méthodes. Ceci est dû à la troncature effectuée sur la sommation dans le calcul de la fonction de Green. Cependant, l'allure des courbes reste identique et la position des pics est conservée. On choisira donc cette dernière méthode sans laquelle les nombreux calculs effectués auraient pris un temps trop important (le calcul présenté pour la méthode avec résolution de système a nécessité l'immobilisation de notre machine durant plusieurs jours).

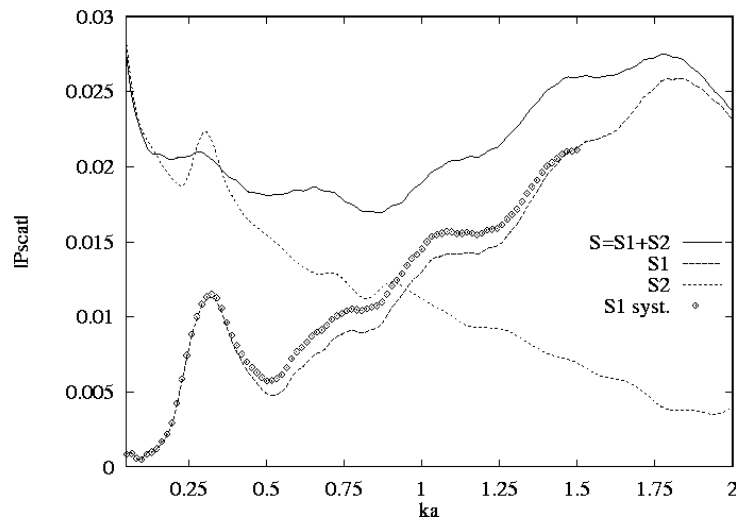


Figure 2.3.2: Courbes de résonance $|P_{scat}|$ en fonction de ka , influence des diverses parties du terme source; $\theta_0=40^\circ$

Sur la Figure 2.3.2 on compare l'influence des différentes parties du terme source. Le calcul noté S (qui correspond au cas vu précédemment) est réalisé avec le terme source total, alors que le calcul noté S_1 ne retient que la contribution du produit scalaire des vitesses $\bar{u}_0 \cdot \bar{u}_{inc}$ (cf. Partie 1 Eq. 3.3.2) et ne tient pas compte des termes faisant intervenir les dérivées de ces vitesses inclus dans S_2 .

On voit alors l'influence des termes dérivés dans le calcul de la pression diffusée. Celle-ci est grande pour ka faible, alors qu'elle devient négligeable pour des nombres d'ondes plus grands. En fait, les valeurs de S_2 sont élevées près du cylindre et apportent donc une contribution importante pour des phénomènes qui ne correspondent pas à l'effet recherché de réseau. On retrouve bien un pic correspondant à cet effet dans tous les calculs, mais celui-ci est bien plus marqué si on ne garde que S_1 . Notre but étant ici d'examiner ces pics, on effectuera par la suite le calcul de cette manière car on évite ainsi le calcul des dérivées des vitesses. On a tracé à l'aide de points le calcul pour S_1 seul effectué par la méthode de résolution du système, pour confirmer le peu de différences entre les méthodes.

La Figure 2.3.3 a été tracée pour des angles θ_0 valant respectivement 10, 20, 40 et 60°. On trace ici l'amplitude de la pression diffusée en fonction du nombre d'onde. On voit que plus l'angle est petit, moins le pic est marqué et plus faible est son intensité, en accord avec nos précédentes observations (cf. Partie 3 chapitre 1.3). On a donc tout intérêt à ne pas choisir un angle d'insonnation trop faible.

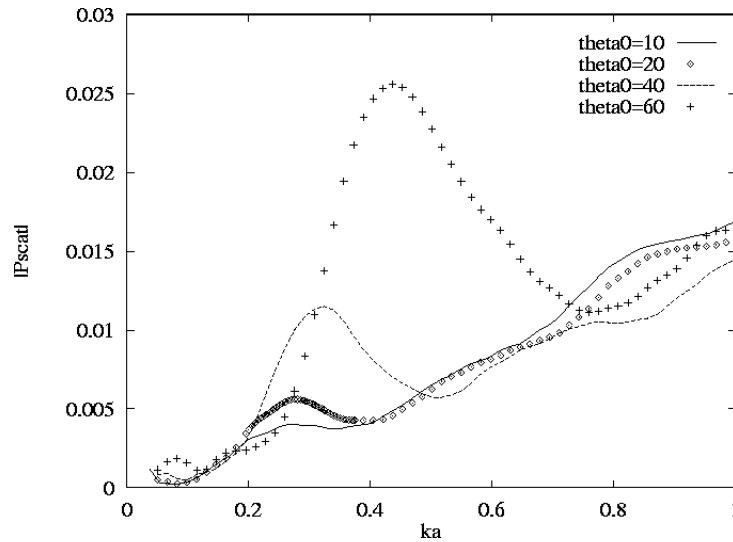


Figure 2.3.3: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|$ en fonction de ka , influence de l'angle d'insonnation θ_0

On peut comparer ces résultats avec les courbes expérimentales obtenues par S. Valenza [51] (cf. Figure 1.3.6 de la Partie 3). Lors de l'insonnation d'une allée de Von Karman avec une vitesse d'entrée $U=2 \text{ ms}^{-1}$, $\theta_0=30^\circ$ et avec un cylindre de 4 mm de diamètre, le pic correspondant au mode 5 est obtenu pour une fréquence de 390 kHz ce qui induit une valeur du vecteur d'onde de diffusion $q=1750 \text{ m}^{-1}$. Calculons donc le nombre d'onde adimensionnel correspondant au 1^{er} mode:

$$ka = \frac{1}{5} \frac{q}{2 \cos \theta_0} a = \frac{1}{5} \times \frac{1750}{2 \times \cos(30^\circ)} \times 2 \cdot 10^{-3} = 0,4.$$

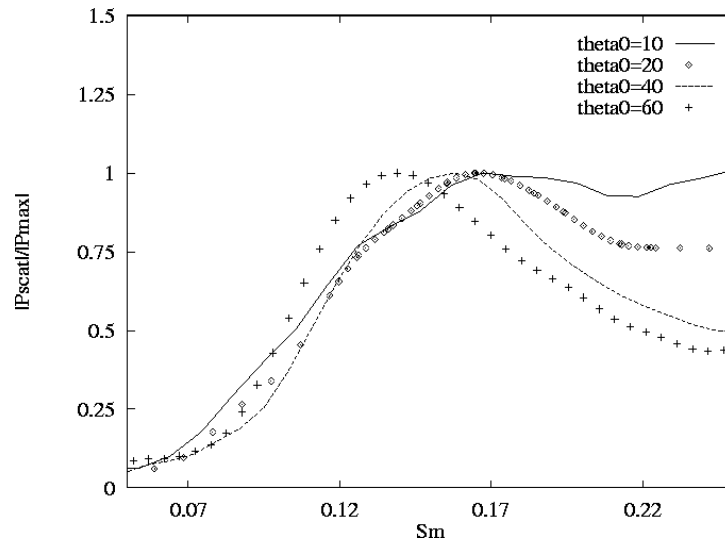
On observe sur la Figure 2.3.3 que les valeurs du nombre d'onde de résonance sont situées au voisinage de $ka=0,4$. Notons que dans la configuration expérimentale citée, le nombre de Strouhal mesuré était plus élevé, aux alentours de 0,2; ce qui correspond à un nombre d'onde de résonance plus élevé.

Sur les figures ci-dessous, on trace la pression diffusée en fonction d'un nombre de Strouhal équivalent (ou mesuré) S_M construit d'après la longueur équivalente $L_M=\pi/(ka \cos \theta_0)$. On a $S_M=2/L_M$ et donc

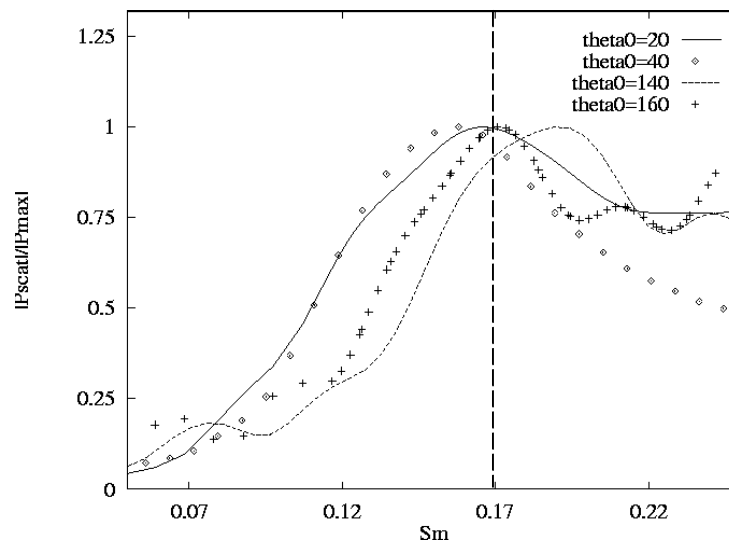
$$S_M=2 ka \cos \theta_0/\pi.$$

Eq. 2.3.1

Au pic de résonance correspondant au premier mode, S_M prendra donc la valeur du nombre de Strouhal de l'écoulement. L'abscisse des courbes se rapportera donc toujours à cette quantité et non au véritable nombre de Strouhal de l'écoulement dépendant du nombre de Reynolds, constant pour un cas de calcul donné.

Figure 2.3.4: Courbe de résonance normalisée de $|P_{scat}|$ en fonction de S_M

La Figure 2.3.4 qui reprend le tracé de la pression diffusée en fonction du nombre de Strouhal équivalent et en normalisant les courbes par leur valeur à la résonance nous montre qu'il existe un décalage en fonction de l'angle θ_0 . On voit que plus l'angle se rapproche de 90° , plus la valeur s'éloigne des nombres de Strouhal couramment observés.

Figure 2.3.5: Courbes de résonance normalisées en fonction de S_M , influence de l'angle d'insonnation

La Figure 2.3.5 tracée pour des angles θ_0 ou $\pi-\theta_0$ valant 20° et 40° nous permet d'encadrer la valeur du nombre de Strouhal qui vaut dans ce cas 0,17. Ceci peut être comparé au nombre de Strouhal obtenu avec les mêmes paramètres en calculant le spectre de la portance pour des calculs numériques ou avec des mesures expérimentales sur la Figure 2.3.6 (d'après Chami [10]).

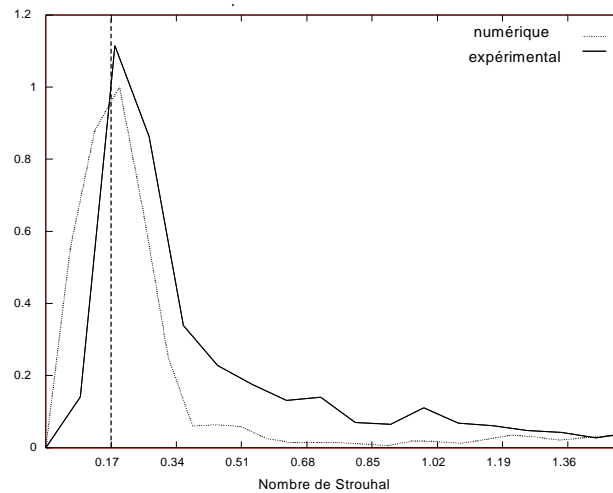


Figure 2.3.6: Spectres numériques et expérimentaux de la portance sur le cylindre tracés en fonction d'un nombre de Strouhal construit sur la fréquence, d'après Chami [10]

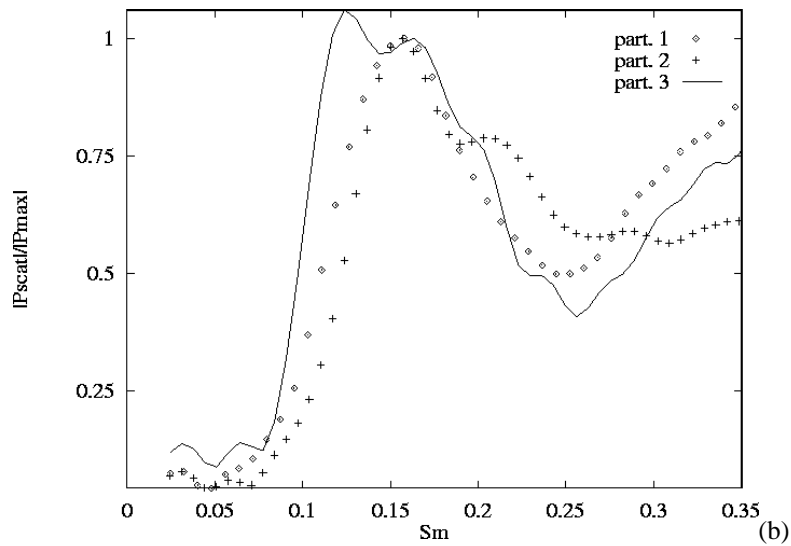
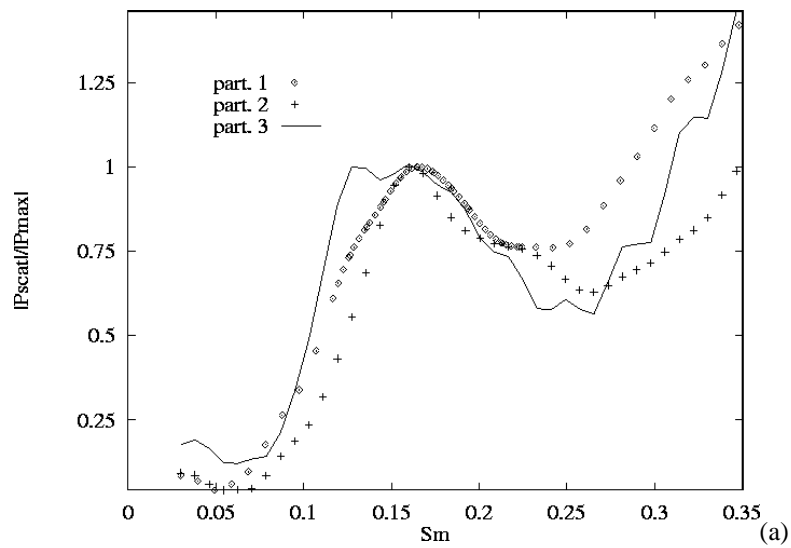
La mesure de l'effet Doppler n'est dans ce cas pas possible, car en considérant des rayons de cylindre de l'ordre du centimètre, le nombre de Mach est de l'ordre de 10^{-4} aux nombres de Reynolds considérés. Sachant que le décalage dépend directement du nombre de Mach, ces faibles vitesses rendent impossible la détermination d'un pic décalé dans le spectre de pression diffusée, surtout si l'on considère le faible nombre de points de résolution spectrale.

3. Influence de divers paramètres

3.1. Calcul pour différentes accélérations

Nous comparons ici trois calculs réalisés pour différentes accélérations. Les deux derniers cas ont été réalisés sur la machine convexe du bassin d'essai des carènes de la DCN au Val de Reuil. Le tableau suivant récapitule les différents paramètres des calculs dans les trois cas intitulés part.1, part.2 et part.3. Dans chaque cas le rayon du cylindre vaut $a=0,1$ m.

Cas de calcul	part. 1	part. 2	part. 3
dt: pas de temps (s)	0.05	0.06	0.06
u_0: vit. initiale (ms^{-1})	0.12	0.2	0.2
np: nbre pas de temps	64	128	128
γ: accélération (ms^{-2})	0.1	0.17	0.3
maillage	30x401+131x75	30x391+151x75	30x391+151x75
rmax (adim.)	60	60	60



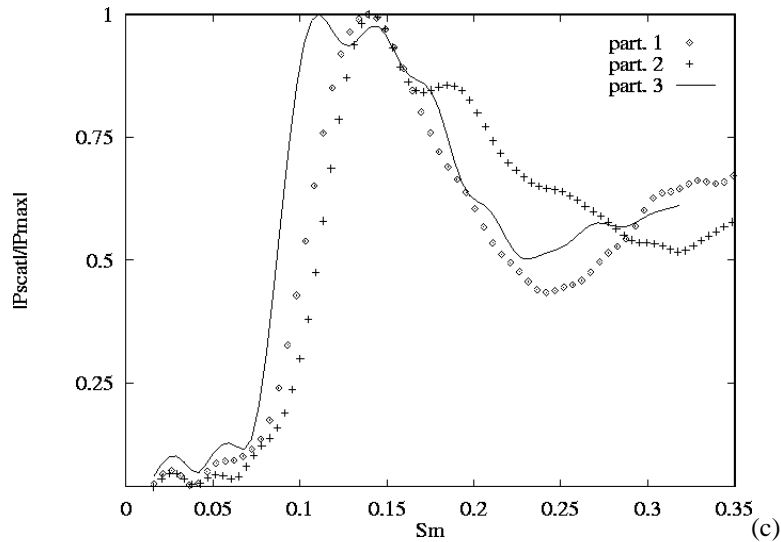


Figure 3.1.1: Courbes de résonance normalisées en fonction de S_M , influence de l'accélération de l'écoulement; (a) $\theta_0=20^\circ$, (b) $\theta_0=40^\circ$, (c) $\theta_0=60^\circ$

La Figure 3.1.1 compare les résultats obtenus dans le cas du calcul avec le terme source S_1 seul pour des angles d'insonnation θ_0 valant respectivement 20, 40 et 60°. Les résultats ont été tracés en fonction du nombre de Strouhal équivalent et la pression est normalisée par la valeur au pic de résonance. La première constatation est que la position du pic reste indépendante de l'accélération. Pour le troisième cas correspondant à l'accélération la plus forte, on remarque en fait un double pic qui traduit une perte de régularité de l'espacement entre tourbillons.

3.2. Calcul pour un récepteur à différentes distances

On étudie ici l'évolution de la pression diffusée en faisant varier r_C , la distance du capteur par rapport au centre du cylindre, pour $\theta_0=40^\circ$ et en utilisant les paramètres du cas de calcul part. 3. On remarque que la position des pics ne dépend pas de la position du récepteur. Seule varie l'évolution de l'amplitude des pics et donc de la pression diffusée. La Figure 3.2.1 nous montre cette évolution.

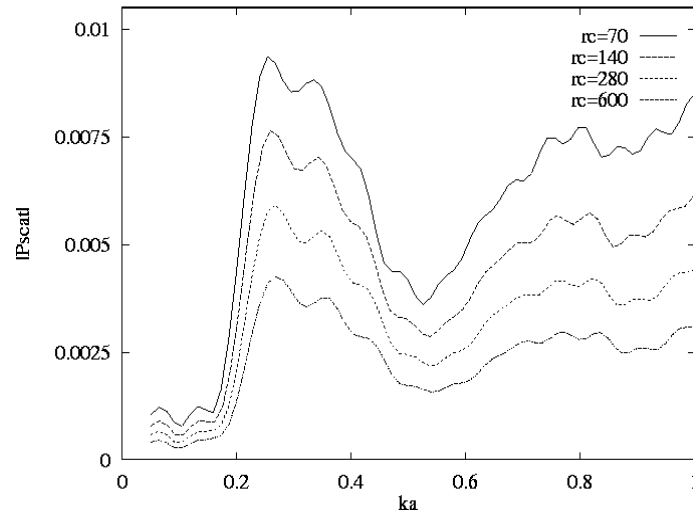


Figure 3.2.1: Courbes de résonance de $|P_{\text{scat}}|$ en fonction de ka , influence de la distance du point de calcul; cas de calcul part. 3, $\theta_0=40^\circ$

On étudie l'évolution de l'amplitude de la pression diffusée en fonction de la distance r_c du capteur. La théorie prédit une décroissance de l'amplitude du champ diffusé lointain en $r^{-1/2}$. On calcule la pression diffusée en un point de coordonnées $(r_c, \theta_c=\pi-\theta_0)$ où θ_0 est fixé à 40° . La courbe est tracée en échelle logarithmique et on voit que les courbes ont une allure linéaire qui correspond à leur comportement en champ lointain.

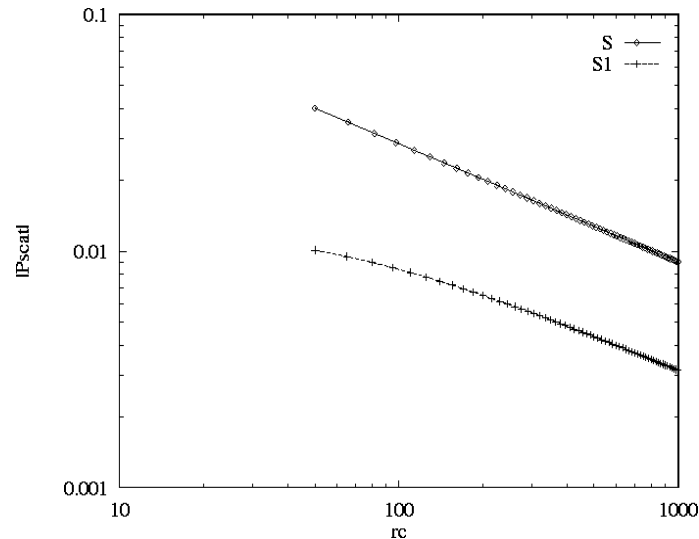


Figure 3.2.2: Amplitude de la pression diffusée en fonction de r_c , comparaison des calculs avec S et S_1 seul

On trace deux courbes, l'une correspondant à un calcul réalisé avec le terme source total S , l'autre ne prenant en compte que S_1 . Les pentes des droites définissant les deux courbes S et S_1 valent respectivement $-0,53$ et $-0,47$. On retrouve donc bien une décroissance en $r^{-1/2}$ du champ acoustique. On peut noter que le comportement de champ lointain s'établit plus rapidement dans le cas du terme source complet.

4. Diverses modélisations de l'onde incidente

4.1. Théorie

On examine ici les diverses modélisations possibles de l'onde incidente et leur influence sur le terme source et sur la pression diffusée par l'écoulement. Dans les calculs précédents, on a utilisé la modélisation la plus simple qui est celle de l'onde plane:

$$\bar{u}_1(\vec{r}, t) = U_{inc} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \vec{n}_0.$$

Eq. 4.1.1

L'onde ainsi définie s'étend sur une largeur infinie, et son amplitude ne décroît jamais. La source de cette onde est repoussée à l'infini. On a vu les problèmes numériques que cette modélisation pose; notamment elle oblige à retirer la vitesse du fluide à l'infini pour le calcul du terme source. De plus cette onde incidente entre en contact avec le cylindre, ce qui nécessite le calcul de l'onde diffractée par ce dernier.

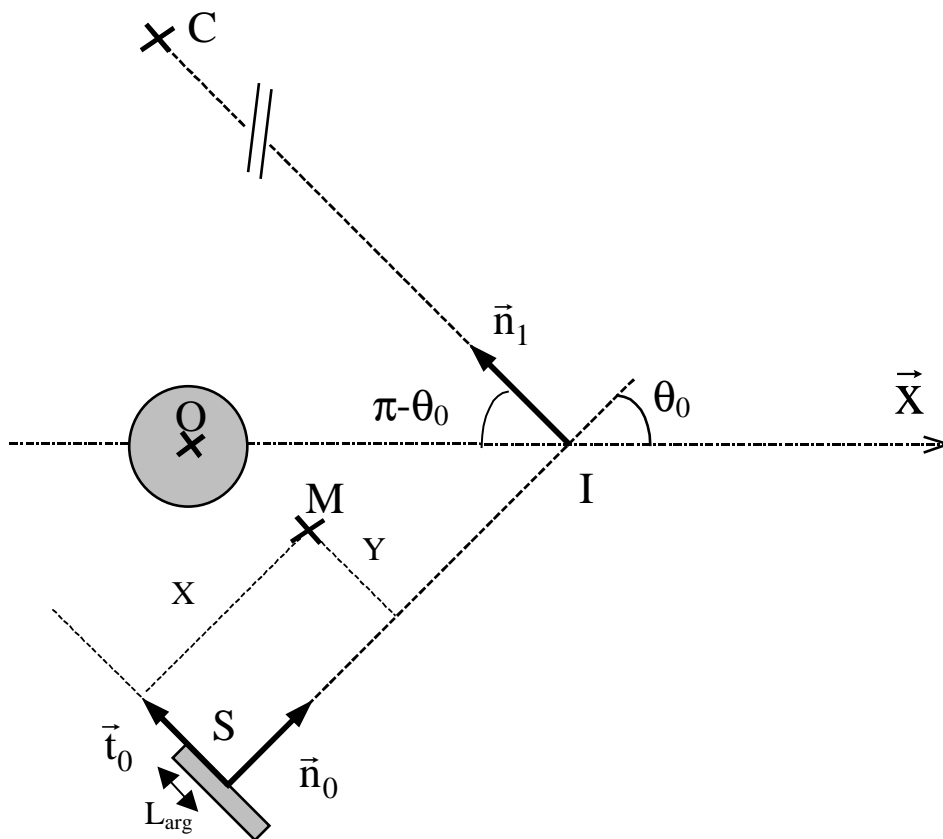


Figure 4.1.1: Configuration du problème et notations pour une onde issue d'un émetteur

Cette modélisation est éloignée de la réalité physique du problème. Une onde émise par des transducteurs acoustiques possède une amplitude décroissante avec la distance et de plus, la largeur de la zone d'insonnation est en réalité limitée. Cela permet de viser une zone bien précise de l'écoulement tourbillonnaire et permet de s'affranchir à la fois de ce qui se passe près du cylindre, où l'écoulement et la vorticité sont complexes, et de l'écoulement loin du cylindre où les tourbillons d g n rent rapidement. On ne cible alors qu'une zone bien précise où l'écoulement est raisonnablement bien décrit par une allée alternée de tourbillons.

Une première solution consiste à limiter transversalement l'extension de l'onde par une gaussienne. Considérons une onde crée par une source placée en un point $S(r_s, \theta_s)$. On travaille en coordonnées polaires et on veut déterminer la pression induite par cette onde en un point lointain $M(r, \theta)$. On note \vec{n}_0 la direction portant l'onde incidente, et \vec{t}_0 la direction perpendiculaire. On note alors:

$$\begin{cases} X = \vec{SM} \cdot \vec{n}_0 = r \cos(\theta - \theta_0) - r_s \cos(\theta_s - \theta_0) \\ Y = \vec{SM} \cdot \vec{t}_0 = r \sin(\theta - \theta_0) - r_s \sin(\theta_s - \theta_0) \end{cases}$$

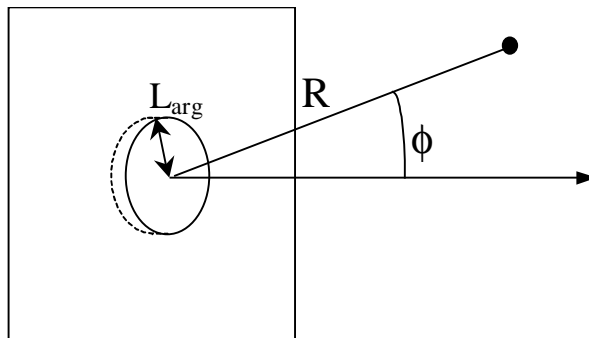
X et Y définissent les coordonnées longitudinales et transversales d'un point dans un repère lié à l'émetteur. La vitesse induite par l'onde est alors donnée par:

$$\vec{u}_2(\vec{r}, t) = U_{inc} e^{i(kX - \omega t)} e^{-(Y/L_{arg})^2} \vec{n}_0$$

Eq. 4.1.2

où la grandeur L_{arg} est reliée à la largeur de la zone d'insonnation. Le terme correctif $\exp[-(Y/L_{arg})^2]$ permet donc de limiter l'onde transversalement. Cependant l'intensité de l'onde ne décroît pas avec la distance à la source. De plus cette modélisation peu physique ne vérifie pas l'équation d'onde.

Une approche plus physique consiste à modéliser une onde émise par un piston circulaire en vibration qui modélise ainsi un transducteur acoustique réel.



Pour un point situé à une distance R et faisant un angle ϕ avec la source, la pression induite par un tel dispositif est donnée par (cf. [14]):

$$P_{\text{inc}}(R, \phi, t) = \frac{i\rho_0 v_p L_{\text{arg}}^2 U_p}{R} e^{i(kR - \omega t)} \frac{J_1(kL_{\text{arg}} \sin \phi)}{kL_{\text{arg}} \sin \phi}$$

Eq. 4.1.3

où L_{arg} représente le rayon du piston, v_p sa pulsation de vibration et U_p sa vitesse de translation. Le problème étant axi-symétrique, la pression ne dépend donc que de R et de ϕ .

Pour des faibles valeurs de kL_{arg} le piston est considéré comme une source compacte, le cas limite étant la source ponctuelle rayonnant dans tout l'espace. En revanche, pour des valeurs plus élevées de kL_{arg} , l'étude de la fonction $J_1(kL_{\text{arg}} \sin \phi)/(kL_{\text{arg}} \sin \phi)$ montre que la pression s'annule pour un angle ϕ_1 tel que $\sin \phi_1 = 3.83/kL_{\text{arg}}$. La région $|\phi| < \phi_1$ correspond au lobe principal du transducteur. Pour un piston fortement non-compact (L_{arg} grand), il y aura un nombre important de lobes secondaires d'intensité décroissante (cf. Figure 4.1.2).

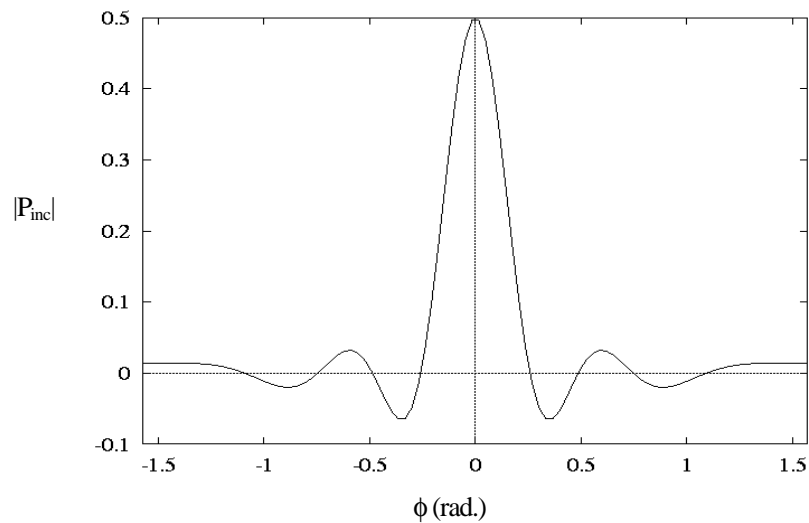


Figure 4.1.2: Pression induite en $R=10$ par un transducteur en fonction de l'angle ϕ pour $kL_{\text{arg}}=15$

On veut tirer de l'Eq. 4.1.3 l'expression de la vitesse induite par le piston. Pour cela on utilise la relation suivante:

$$\frac{\partial \vec{u}_{\text{inc}}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \bar{P}_{\text{inc}}.$$

En utilisant les mêmes notations que précédemment, on a

$$\begin{cases} R \sin \phi = Y = r \sin(\theta - \theta_0) - r_s \sin(\theta - \theta_s) \\ R = \|\vec{r} - \vec{r}_s\| = \sqrt{r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\theta - \theta_s)} \end{cases}$$

Ecrivons donc l'expression de la vitesse adimensionnelle de l'onde:

$$\vec{u}_3(\vec{r}, t) = U_{\text{inc}} e^{-i\omega t} \vec{\nabla} \left[e^{ikR} \frac{J_1(kL_{\text{arg}} Y/R)}{kLY} \right]$$

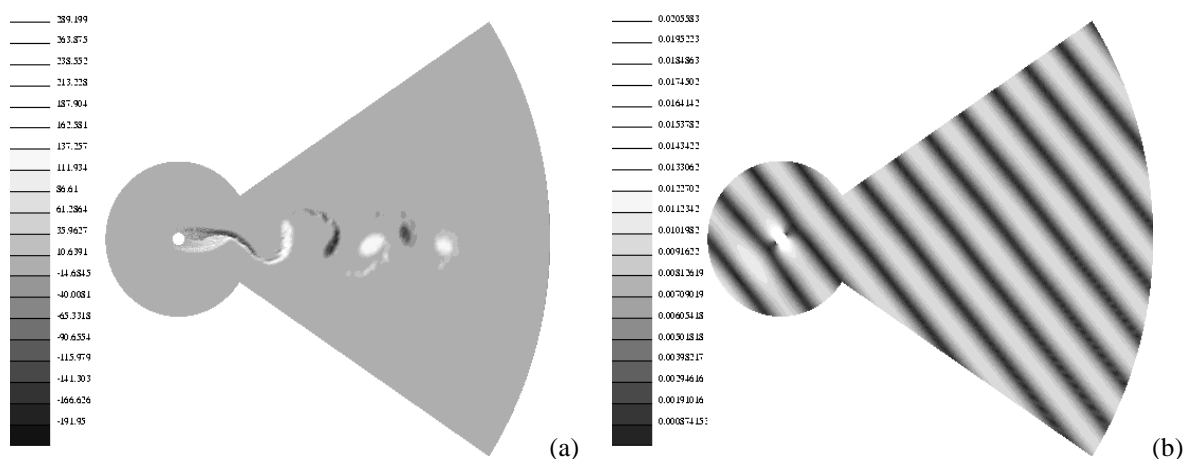
Eq. 4.1.4

Ici U_{inc} va dépendre directement de la vitesse de translation du piston, de son rayon et de la fréquence du mouvement. Le calcul du gradient est développé dans l'Annexe II.

En pratique on a donc besoin des coordonnées du point source S (émetteur) et du récepteur C dans le plan de calcul (cf. Figure 4.1.1). Pour les déterminer, on impose la position du point d'impact I de l'onde sur l'axe de l'écoulement. La position du capteur est alors donnée par $\vec{IC} = r_C \vec{n}_1$ et celle de la source par $\vec{SI} = r_s \vec{n}_0$ où r_C et r_s définissent des distances au point d'impact. Notons que le capteur est sensé être à l'infini et qu'il faut donc prendre soin de prendre r_C suffisamment grand devant la taille du domaine.

4.2. Onde limitée transversalement

On étudie ici l'influence d'une limitation transversale de l'onde sur le comportement du terme source et donc sur la pression diffusée. L'exemple donné sur la Figure 4.2.1 nous permet de comparer avec le cas d'une onde plane, réalisé avec les paramètres part. 1. L'effet de l'angle d'insonnation ayant déjà été analysé, il reste fixé à $\theta_0 = 40^\circ$.



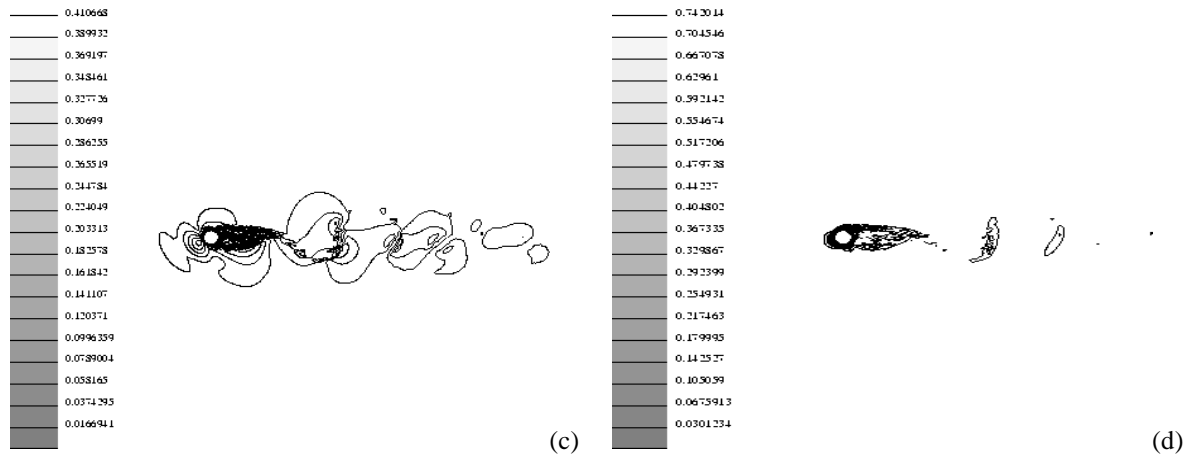
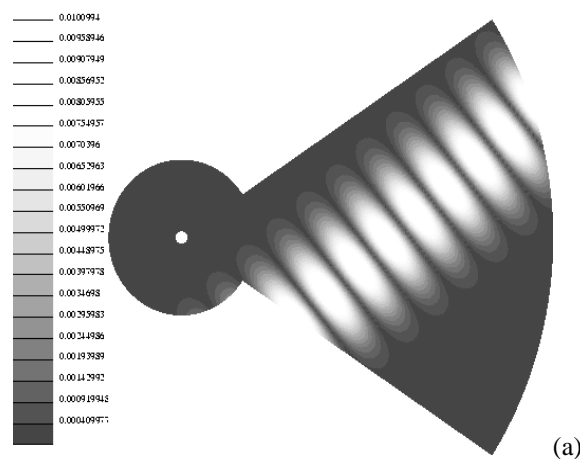


Figure 4.2.1: Cas d'une onde plane insonnant l'allée de Von Karman, (a) valeur de la vorticité au pas de temps $n_p=60$, (b) vitesse de l'onde incidente, (c) isovaleurs de la partie S_1 du terme source, (d) isovaleurs de la partie S_2

Le terme source reflète l'interaction entre le champ de vorticité et le champ acoustique incident. La décomposition du terme source S en deux composantes S_1 et S_2 a été définie dans la première partie. On peut observer la structure dipolaire autour de chaque tourbillon de l'allée pour le terme S_1 . On s'aperçoit aussi de la part importante de la partie située juste derrière le cylindre. Pourtant dans cette zone, l'écoulement n'a pas la structure simple d'une allée de tourbillons et la grande influence de cette partie ne peut être que dommageable pour l'analyse de la pression diffusée. On essaie donc de s'affranchir de cette contrainte par l'utilisation de la limitation transversale de l'onde en visant une zone précise de l'écoulement.

Sur la Figure 4.2.2 on visualise une onde limitée transversalement par une gaussienne de largeur $L_{arg}=20$, soit 20 fois le rayon du cylindre. On voit que dans ce cas, on s'affranchit de la zone juste derrière le cylindre, et l'on peut s'attendre à ce que la pression diffusée en soit modifiée.



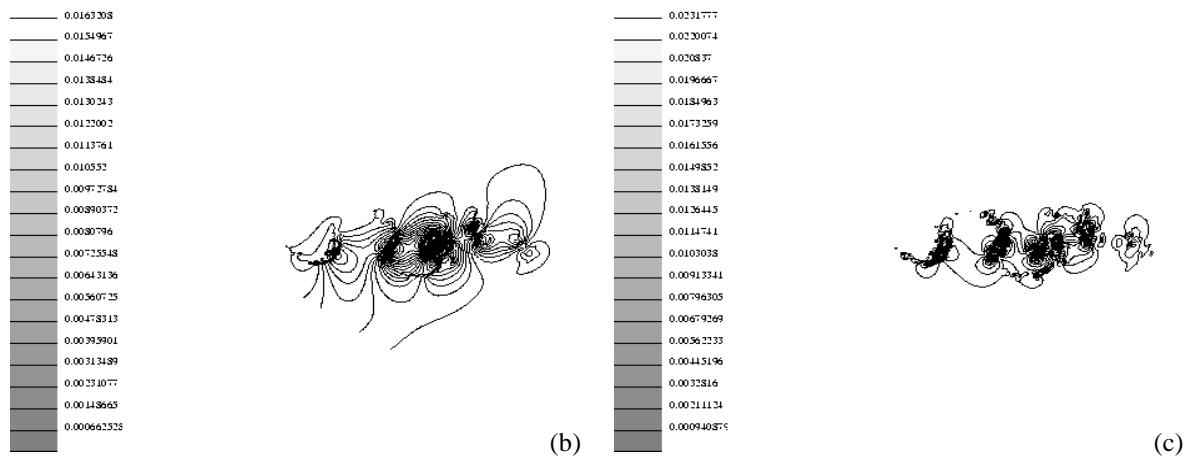


Figure 4.2.2: Cas d'une onde limitée par une gaussienne insonnant l'allée, (a) vitesse de l'onde incidente, (b) isovaleurs de S_1 , (c) isovaleurs de S_2 , $L_{arg}=20$

Dans les figures suivantes, on étudie la pression diffusée toujours pour $\theta_0=40^\circ$ avec un point d'impact situé à l'abscisse $X_I=15$. Les premières figures présentées correspondent à des calculs effectués avec seulement la partie S_1 du terme source. La Figure 4.2.3 nous montre l'influence de la largeur de l'onde qui vaut respectivement 10, 20 et 100. On ajoute de plus la courbe correspondant à la pression diffusée par une onde plane, ce qui correspond à une largeur infinie. On s'aperçoit tout d'abord qu'en diminuant la largeur, le pic de résonance est atteint pour un ka plus faible. Ceci est mieux visualisé sur la Figure 4.2.4 où les courbes sont normalisées par leur valeur maximale.

En fait, plus la zone insonnée est étroite, et moins l'onde "voit" de tourbillons à chaque instant. Dans le faible intervalle de temps où l'on réalise le calcul, la taille devient progressivement trop faible pour être caractéristique de la mesure de la taille du réseau.

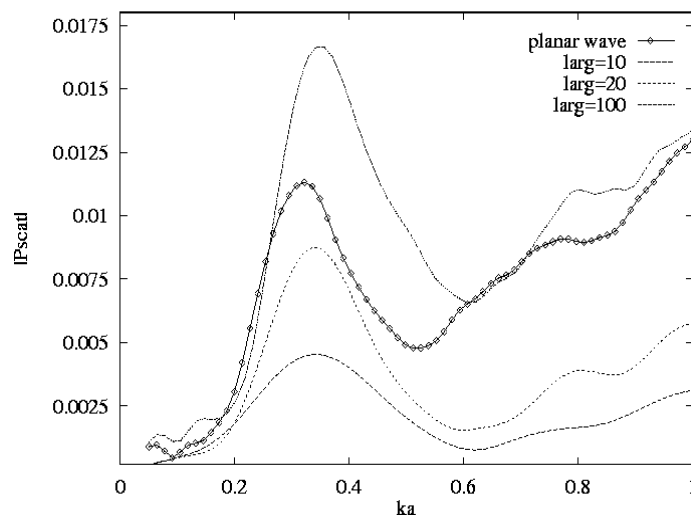


Figure 4.2.3: Courbes de résonance de $|P_{scat}|$ en fonction de ka dans le cas d'une onde limitée par une gaussienne, influence de L_{arg} ; $\theta_0=40^\circ$, $r_C=70$

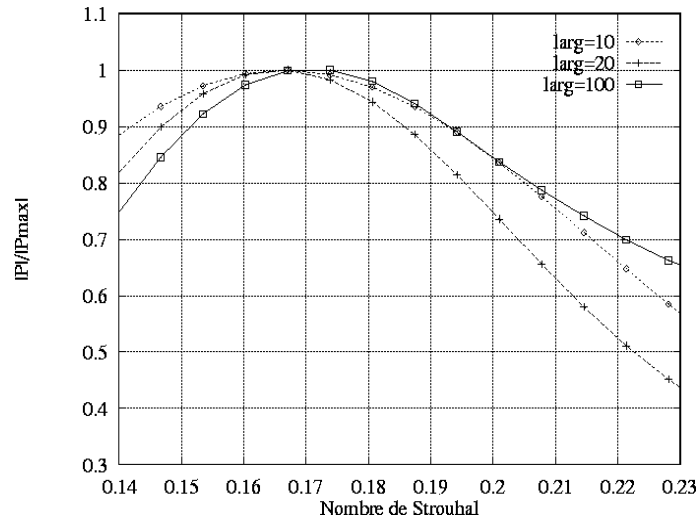
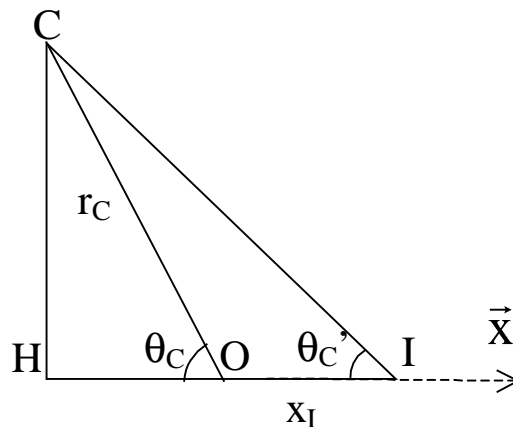


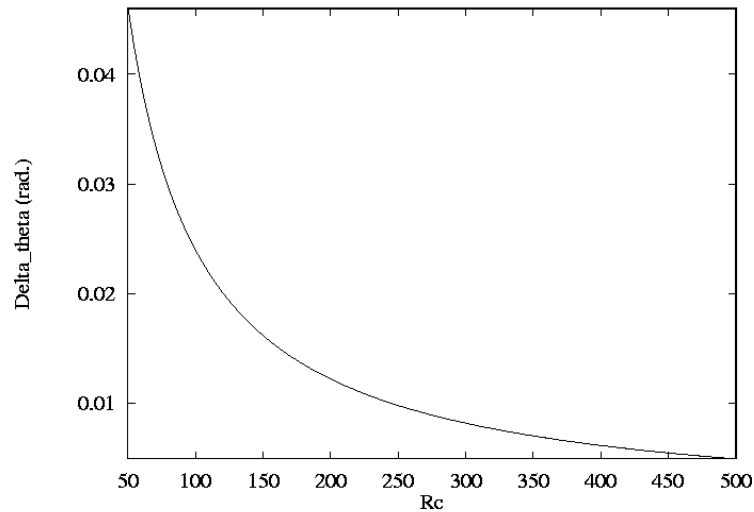
Figure 4.2.4: Courbes de résonance normalisées de $|P_{\text{scat}}|$ en fonction de S_M dans le cas d'une gaussienne, influence de L_{arg} ; $\theta_0=40^\circ$, $r_C=70$

On peut noter la différence entre les courbes pour une largeur d'onde $L_{\text{arg}}=100$ pourtant supérieure à la taille du domaine et la courbe tracée pour l'onde plane. On s'attendrait donc à avoir un pic de résonance exactement au même endroit. En fait le décalage provient du choix qui a été fait au chapitre précédent de calculer les coordonnées du point de réception en fonction de la donnée du point d'impact sur l'axe de l'écoulement (cf. Figure 4.1.1). Dans le calcul, l'angle $\theta_C=\pi-\theta_0$ est défini par (\vec{x}, \vec{OC}) , alors que notre modélisation définit cet angle θ_C' comme (\vec{x}, \vec{IC}) .

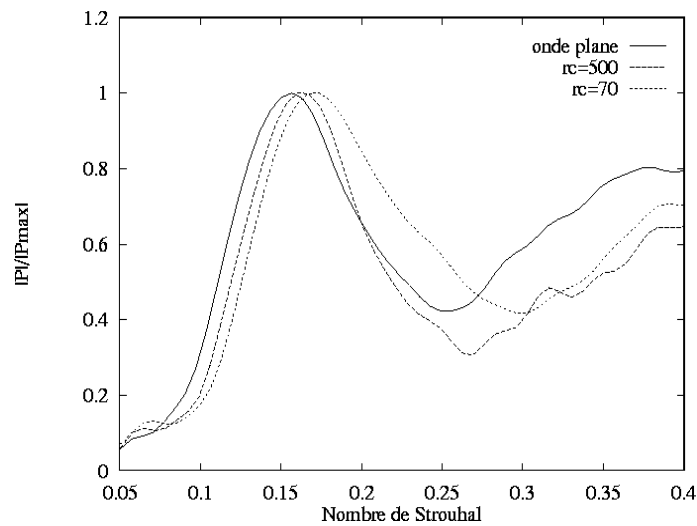


$$\text{On a alors } \tan \theta_C' = \frac{HC}{HO + OI} = \frac{r_C \sin \theta_C}{x_I + r_C \cos \theta_C}.$$

Sur la Figure 4.2.5 on trace la valeur de l'erreur $\Delta\theta=\theta_C-\theta_C'$ en fonction de r_C .

Figure 4.2.5: Décalage de l'angle $\Delta\theta$ en fonction de r_C

On voit qu'il faut prendre r_C suffisamment grand pour que l'erreur sur l'angle soit réduite. Dans le cas précédent, $r_C=70$, ce qui explique le décalage entre les courbes. La Figure 4.2.6 nous montre les mêmes calculs en y ajoutant une courbe tracée pour une distance du point d'impact au capteur de 500 et dans ces conditions la courbe obtenue se rapproche plus de celle correspondant à l'onde plane.

Figure 4.2.6: Courbes de résonance normalisées $|P_{\text{scat}}|=f(S_M)$ pour différentes valeurs de r_C et comparaison avec le cas onde plane; $\theta_0=40^\circ$

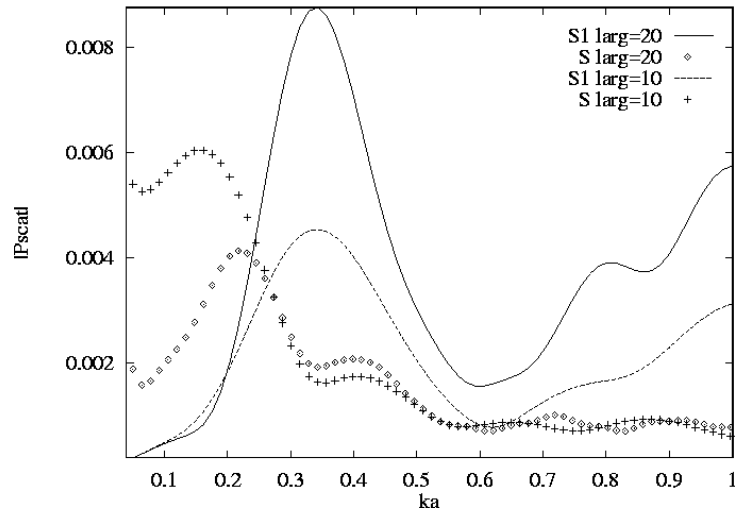


Figure 4.2.7: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence de la modélisation du terme source; $\theta_0=40^\circ$, $r_C=500$

On s'intéresse dans la Figure 4.2.7 à la comparaison entre des calculs réalisés avec le terme source complet S et la seule partie S_1 . Dans le cas d'une onde à bande étroite, le pic observé avec le terme source entier ne correspond plus à la mesure du nombre de Strouhal de l'écoulement. Plus la largeur de l'onde est faible, plus le pic est observé pour un ka faible. Pour des largeurs grandes, l'onde insonne le cylindre et les résultats sont similaires au cas de l'onde plane, c'est à dire que le pic est placé au bon endroit, mais il est difficilement visible.

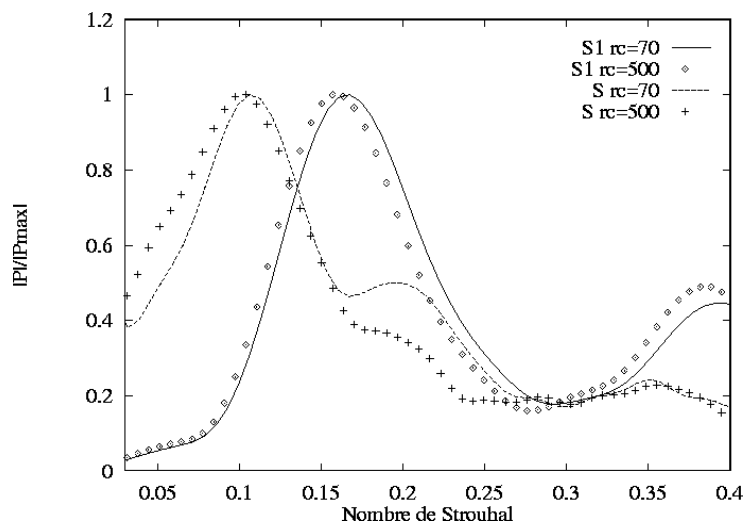


Figure 4.2.8: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(S_M)$, influence du terme source et de la distance; $\theta_0=40^\circ$, $L_{\text{arg}}=20$

La Figure 4.2.8 fait la synthèse de ce qui a été vu en traçant les courbes normalisées de pression diffusée pour une largeur de 20, pour des calculs avec S et S_1 et pour une distance du capteur de 70 et 500.

On voit donc que si on prend en compte la partie S_2 du terme source faisant intervenir les dérivées des vitesses, le pic de pression obtenu ne correspond plus à une mesure de l'espacement entre les tourbillons. On peut supposer que la limitation de l'onde par une gaussienne induit des termes dérivées élevés qui interviennent de manière déterminante dans le calcul de S_2 et qui viennent masquer le phénomène de réseau de l'allée.

Notons aussi cette forme de modélisation de l'onde n'est pas physique et en particulier ne vérifie pas l'équation de propagation d'une onde. Le terme source total n'est donc pas calculé de manière exacte, puisque l'on avait utilisé cette propriété des ondes pour le calcul de S (cf. Partie 1).

4.3. Onde émise par un transducteur circulaire

On utilise maintenant dans les calculs la modélisation d'une onde émise par un transducteur circulaire. Dans ce cas, la forme de l'onde est plus complexe, et en particulier, le vecteur d'onde \vec{k}_0 ne possède plus une direction constante. Pour mieux appréhender l'influence de la modélisation sur le calcul de la pression diffusée, on commence donc par étudier le cas simple de la diffusion de cette onde par un tourbillon fixe. Le problème a déjà été traité dans le cas de l'onde plane dans la Partie 2.

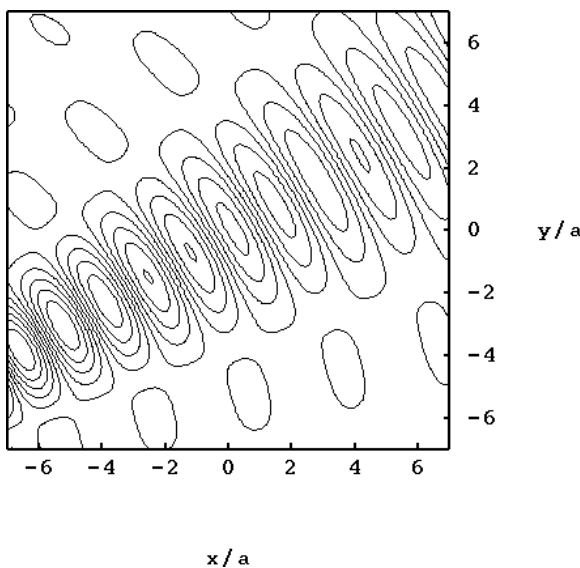


Figure 4.3.1: Isovaleurs de la pression incidente; $\theta_0=30^\circ$, $L=1$; $ka=2$, $L_{arg}=10$

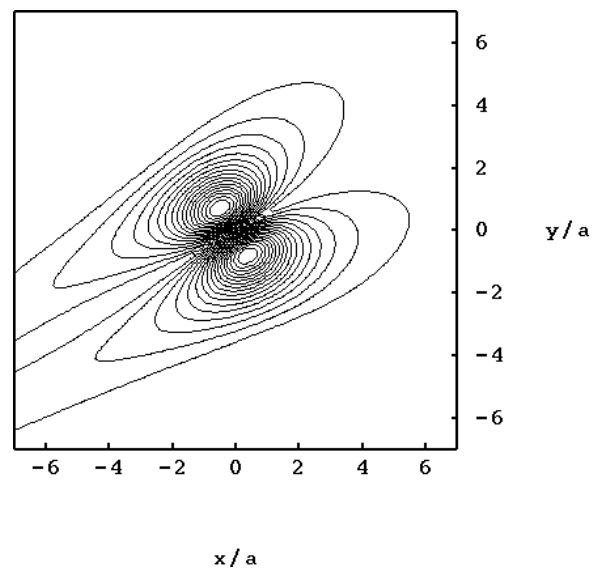


Figure 4.3.2: Isovaleurs du terme source S ; $\theta_0=30^\circ$, $L=1$, $ka=2$, $L_{arg}=10$

La Figure 4.3.1 représente les isovaleurs de la pression incidente émise par le transducteur et la Figure 4.3.2 les isovaleurs du terme source S dans le domaine de calcul. On observe la présence des pics secondaires induits par le transducteur. La décroissance de l'amplitude de la vitesse de l'onde incidente lorsque l'on s'éloigne de l'émetteur conduit à un terme source important en amont du tourbillon, surtout lorsque la vitesse de celui-ci décroît lentement (modèle d'Oseen) comme c'est le cas ici. Pour limiter ces effets dus à la modélisation du transducteur, on veillera à placer celui-ci assez loin de l'écoulement à insonner. Ainsi, les pics secondaires ne seront pas présent dans la zone de l'écoulement étudiée et l'interaction onde-écoulement dans la zone proche de l'émetteur sera plus faible. On obtient alors une allure du terme source assez proche de celle observée dans le cas de l'onde plane.

On compare la variation de l'amplitude de la pression diffusée en fonction de l'angle pour un rayon fixé $r_c=50$ pour une modélisation de l'onde plane et de l'onde émise par un transducteur de rayon $L_{arg}=10$ (la longueur de référence a étant ici déterminée par le rayon où la vitesse tangentielle du tourbillon est maximale). La Figure 4.3.3 (a) est tracée pour le modèle d'Oseen et la Figure 4.3.3 (b) pour le modèle de Taylor.

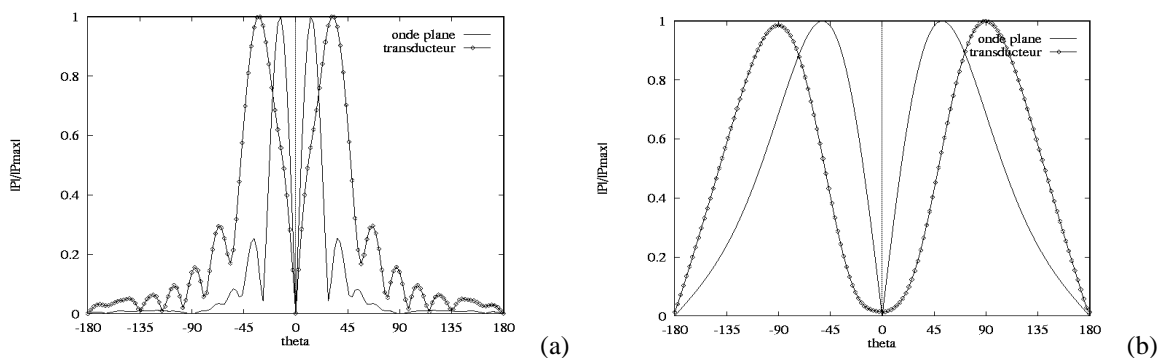


Figure 4.3.3: Amplitude normalisée de la pression diffusée en fonction de l'angle θ (en degrés); (a) modèle de tourbillon d'Oseen, (b) modèle de tourbillon de Taylor, $r_c=50$, $L_{arg}=10$

Dans les deux cas, on s'aperçoit que la modélisation de l'onde issue du transducteur déplace la position du pic principal vers l'extérieur. Cela s'explique par la décroissance en r^{-1} de l'amplitude de la vitesse de l'onde incidente. En effet, la partie du terme source en amont de l'onde possède une influence plus importante et ramène vers elle les pics de pression diffusée (vers des angles plus élevés).

On étudie maintenant le cas de l'allée de Von Karman en insonnant une allée alternée de 9 tourbillons (modèle analytique). La distance entre les tourbillons de même signe vaut $L=4$ et l'onde créée par un transducteur de rayon $L_{arg}=10$ possède une incidence $\theta_0=30^\circ$. Cela conduit théoriquement à un nombre d'onde de résonance $ka=\pi/(L\cos\theta_0)=0,91$. La Figure 4.3.4 (a) montre l'allure du terme source dans le cas de l'onde plane, alors que la Figure 4.3.4 (b) correspond au cas de l'onde transducteur (modèle de tourbillon d'Oseen). Alors que dans le cas de l'onde plane, on retrouve bien autour de chaque tourbillon une structure de dipôle ayant pour axe le vecteur \vec{k}_0 , le cas de l'onde transducteur paraît plus complexe à analyser.

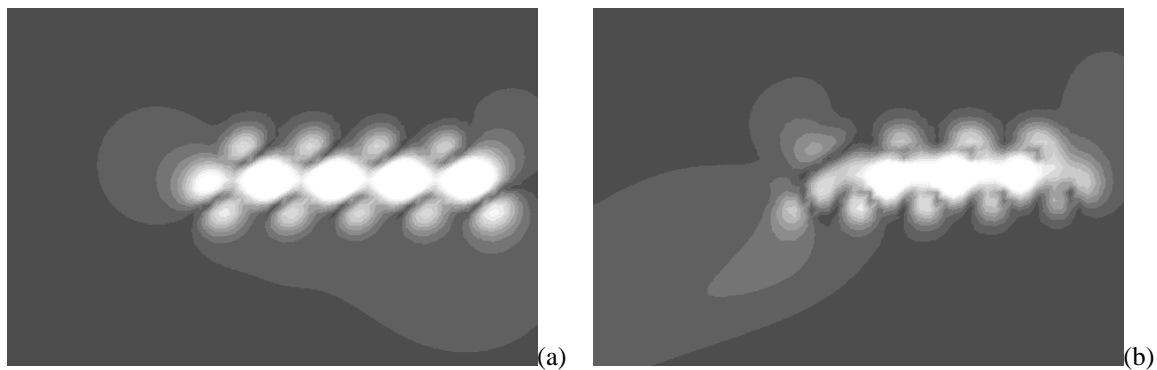


Figure 4.3.4: Valeurs du terme source dans le cas d'un modèle analytique d'allée formée de 9 tourbillons alternés; $\theta_0=30^\circ$, $L=4$; (a) cas de l'onde plane, (b) cas de l'onde transducteur avec $L_{arg}=10$

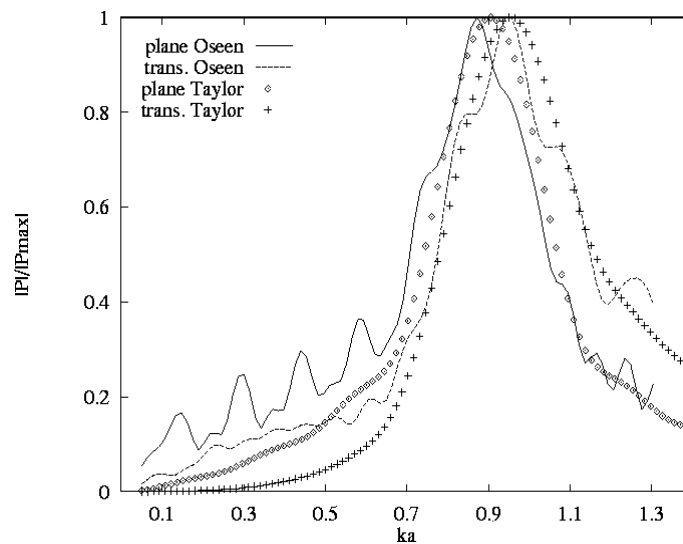


Figure 4.3.5: Courbes de résonance normalisées $|P_{scat}|=f(ka)$ dans le cas du modèle analytique d'allée, influence du choix de la modélisation de l'onde et du vortex; $\theta_0=30^\circ$, $L=4$

La Figure 4.3.5 nous montre la courbe de pression diffusée en fonction du nombre d'onde incident en comparant à la fois les cas de l'onde plane et de l'onde transducteur, mais aussi les modèles de tourbillon d'Oseen et de Taylor. On voit que le choix du modèle de tourbillon n'influe pas sur la position du pic. En revanche le choix de l'onde transducteur

décale nettement le pic. Alors que dans le cas de l'onde plane, le ka de résonance 0,87 est plus faible que le ka théorique à cause de l'influence de l'angle θ_0 , on trouve dans le cas de l'onde transducteur un ka de résonance plus élevé valant 0,96.

Pour vérifier si l'on retrouve ce phénomène dans un cas réaliste d'écoulement, on étudie maintenant l'allée de Von Karman calculée numériquement correspondant aux paramètres de calculs part. 1 (cf. tableau) avec un angle d'insonnation $\theta_0=40^\circ$. Sur la Figure 4.3.6 on fait varier L_{arg} , rayon du transducteur d'émission et on regarde l'influence sur le pic de résonance de la pression diffusée mesurée pour $r_C=70$.

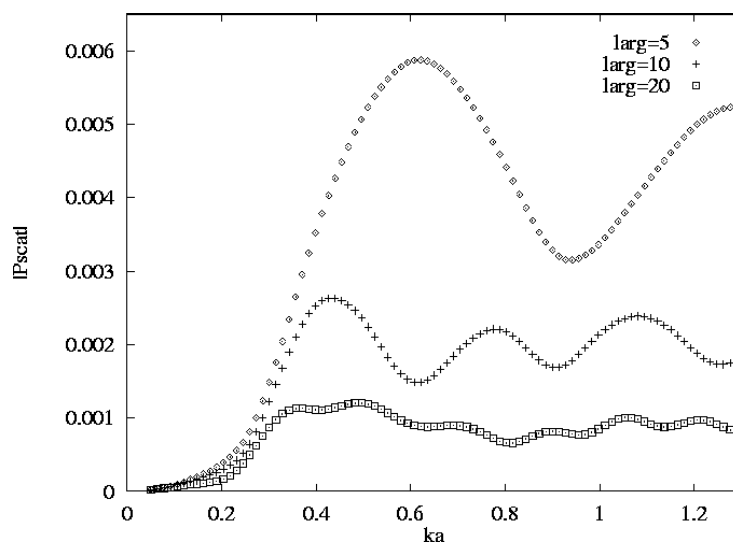


Figure 4.3.6: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la taille du transducteur L_{arg} ; $r_C=70$, $\theta_0=40^\circ$

On s'aperçoit immédiatement que le pic de résonance varie fortement suivant la taille du transducteur (L_{arg}), avec même des décalages plus importants que dans le cas analytique. C'est donc une grandeur prépondérante pour la détermination des caractéristiques de l'allée qui détermine à la fois la largeur et la position du pic de résonance. Nous allons maintenant tenter d'expliquer quelles peuvent être les causes de ce phénomène.

Largeur et décalage du pic de résonance

On voit que la largeur du pic de diffusion est directement liée à la taille du transducteur. On peut expliquer ce phénomène en se rappelant qu'un pic de pression diffusée apparaît à la condition

$$q \sim q_x = -2k_0 \cos \theta_0 = -2\pi/L = \text{cste.}$$

Dans le cas du transducteur, l'angle d'incidence de l'onde sur l'axe de l'écoulement n'est plus constant, au contraire du cas de l'onde plane. Les figures ci-dessous illustrent le phénomène, en se rappelant que plus la taille du transducteur est faible, plus celui-ci se comporte comme une source ponctuelle multi-directionnelle avec des vecteurs \vec{k}_0 de directions différentes. On voit que dans le cas du transducteur de faible taille, la zone de vorticité reçoit l'onde sous une gamme d'angles beaucoup plus large que dans le cas du transducteur de grande taille, ce qui explique que le pic de résonance est alors beaucoup plus large. Ce phénomène est aussi présent dans le cas des études expérimentales (cf. [42], [51]).

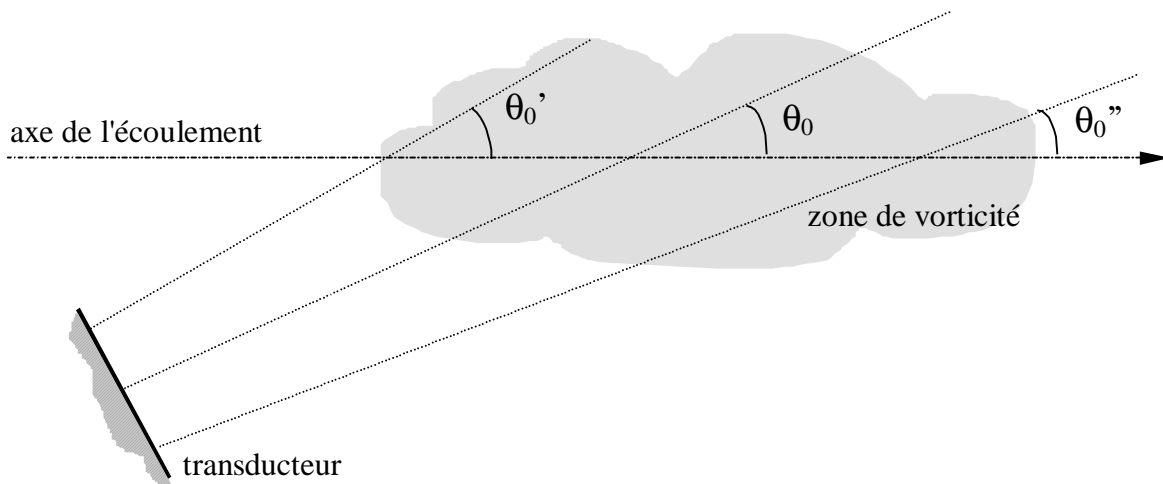


Figure 4.3.7 : Insonnation par un transducteur de grande taille

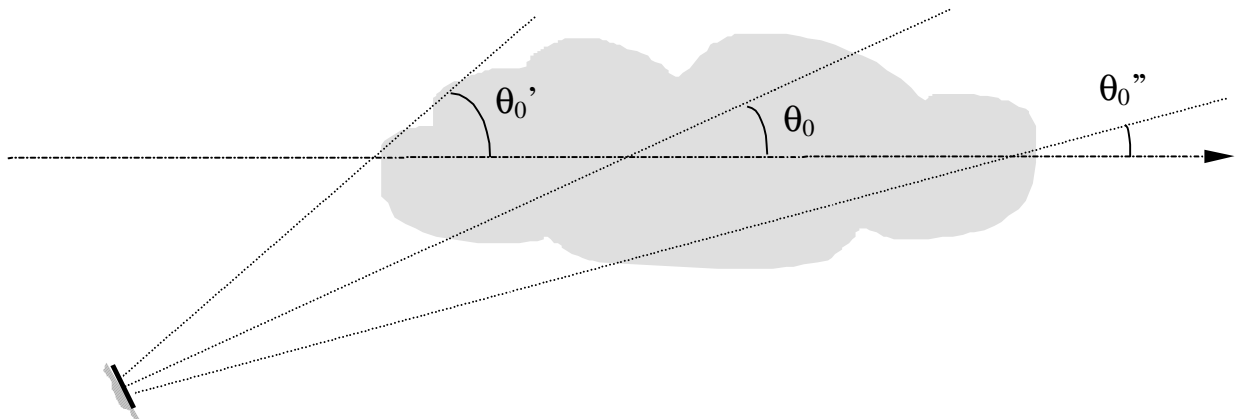


Figure 4.3.8 : Insonnation par un transducteur de faible taille

De même on peut donner une explication à la translation du pic à partir de la zone angulaire d'émission du transducteur en s'intéressant à la condition de résonance due à l'effet de réseau.

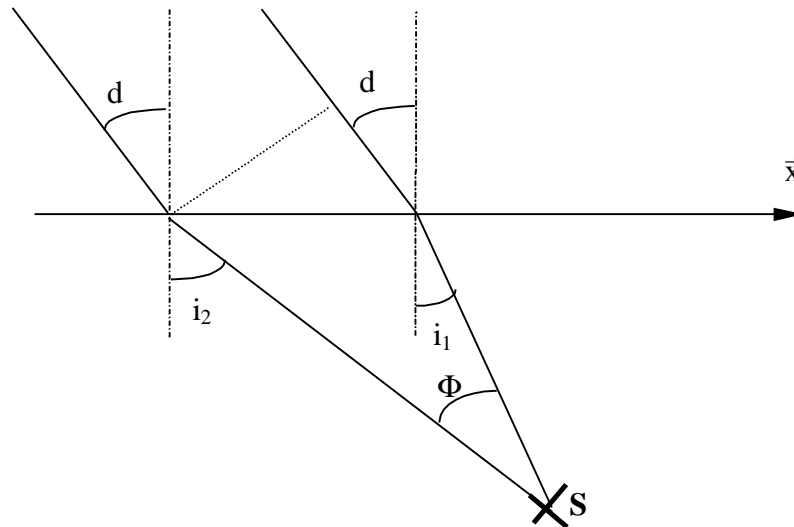


Figure 4.3.9: Diffraction des faisceaux d'onde dans le cas d'une source ponctuelle

On a vu dans la Partie 3 que la condition de résonance s'écrivait

$$\delta = \frac{n2\pi}{kL}$$

où δ représente la différence de marche entre deux faisceaux arrivant sur le réseau de pas L . Dans le cas de l'onde plane, la source est repoussée à l'infini et la différence de marche est donnée par $\delta_{\text{plane}} = L(\sin d - \sin i)$. Dans le cas d'une source à distance finie et avec des angles d'incidence extrêmes i_1 et i_2 (onde transducteur), la différence de marche s'écrit:

$$\delta_{\text{trans}} = L \left[\sin d - \frac{(\cos i_1 - \cos i_2)}{\sin(i_2 - i_1)} \right].$$

On écrit les différences de marche dans le cas onde plane et onde transducteur en fonction de l'angle θ_0 et de l'écartement angulaire $\Phi = i_1 - i_2$ pour obtenir

$$\begin{cases} \delta_{\text{plane}} = 2L \cos \theta_0 \\ \delta_{\text{trans}} = L \left[\cos \theta_0 - \frac{\sin \theta_0 - \sin(\theta_0 + \phi)}{\sin \phi} \right]. \end{cases}$$

Eq. 4.3.1

On voit sur la Figure 4.3.10 tracée pour $\theta_0 = 40^\circ$ et $L = 10$ que plus Φ augmente, plus la différence de marche dans le cas onde transducteur δ_{trans} devient faible et donc plus le nombre d'onde de résonance k augmente (car $k\delta = \text{cste}$).

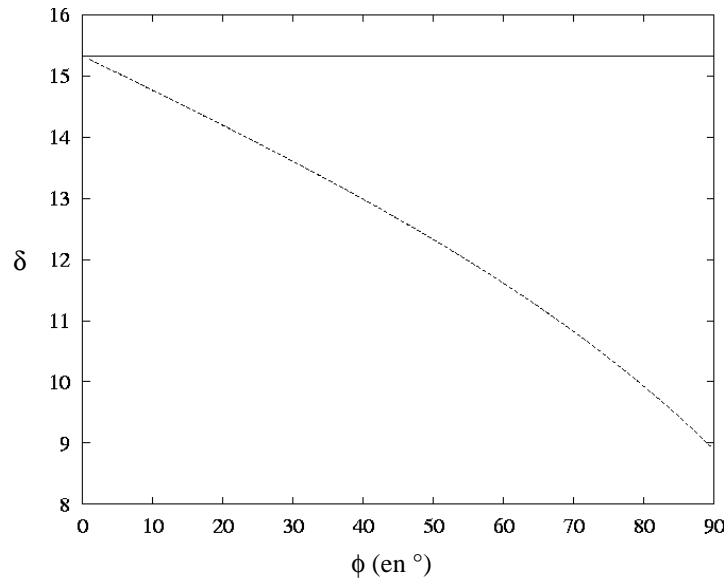


Figure 4.3.10: Tracé de la différence de marche δ en fonction de l'écartement angulaire ϕ ; — δ_{plane} , - - - δ_{trans} ; $\theta_0=40^\circ$, $L=10$

Etudions quantitativement l'écart que ce phénomène induit sur la position du pic diffusé. On sait que $\Delta k/k = -\Delta\delta/\delta$. Pour un transducteur de rayon $L_{\text{arg}}=10$, on peut estimer que l'écartement angulaire du lobe principal frappant la zone tourbillonnaire vaut $\Phi \sim 60^\circ$. On prend un écartement entre les tourbillons $L=10$ (correspondant à un nombre de Strouhal de 0,2) et $\theta_0=40^\circ$. Avec ces valeurs, on arrive à $\delta_{\text{plane}}=15,32$ et $\delta_{\text{trans}}=11,61$ soit $|\Delta k/k| \sim 24\%$.

Ceci explique donc le décalage du pic de diffusion vers des nombres d'onde plus élevés lorsqu'on diminue la largeur du transducteur. Néanmoins, les décalages observés sont supérieurs aux ordres de grandeurs exprimés ici et d'autres phénomènes peuvent entrer en jeu.

Effet de la distance du capteur

Comme dans le cas de l'onde limitée transversalement, la distance du capteur par rapport à l'écoulement influe sur la position du pic (cf. Figure 4.3.11 pour un calcul réalisé avec $L_{\text{arg}}=10$ et $\theta_0=40^\circ$). On gardera donc par la suite un capteur placé à $r_C=500$.

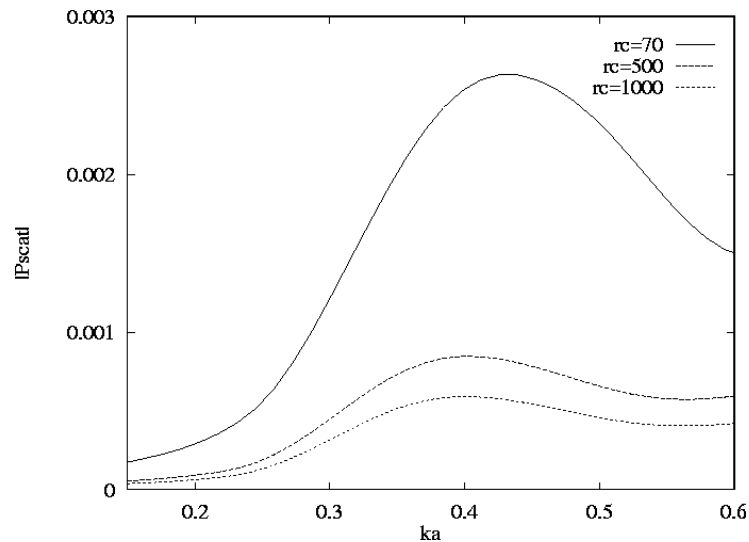


Figure 4.3.11: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$ cas onde transducteur, influence de la distance du capteur; $\theta_0=40^\circ$, $L_{arg}=10$

Effet de la position de la zone tourbillonnaire

On peut mettre en évidence l'influence de la position de la zone tourbillonnaire par rapport à l'onde incidente. Sur le schéma ci-dessous, on peut voir que selon la position des tourbillons (indice g: à gauche de l'axe d'insonnation, d: à droite et 0: centré), les angles d'incidence frappant cette zone vérifieront $\cos(\theta_g) < \cos(\theta_0) < \cos(\theta_d)$ et comme le produit $k_0 \cos \theta_0$ est constant à la résonance, alors les nombres d'ondes de résonance vérifieront $k_g > k_0 > k_d$. On devrait donc avoir un nombre d'onde de résonance plus élevé si les tourbillons sont en amont de l'onde que si ils sont en aval.

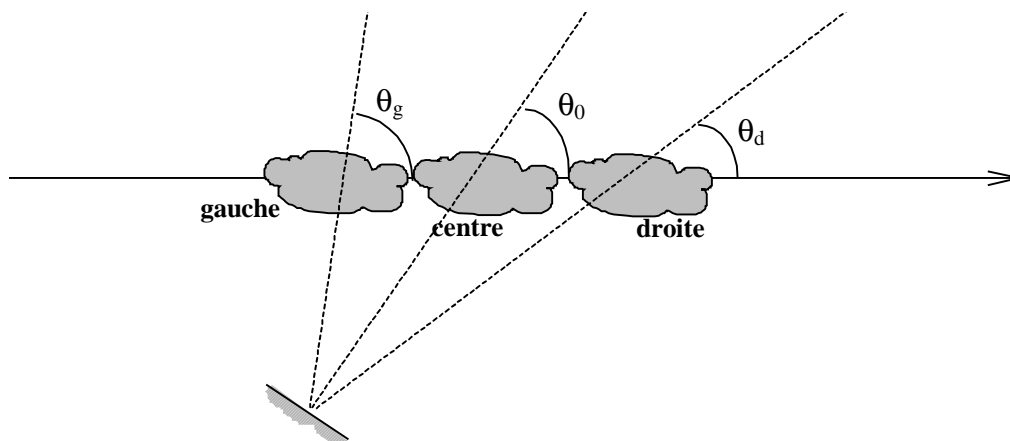


Figure 4.3.12: Positions possibles de la zone tourbillonnaire par rapport au transducteur d'émission

On peut vérifier cela en se servant du modèle analytique d'allée utilisé pour réaliser la Figure 4.3.4 et en déplaçant cette zone de vorticité par rapport à l'axe de l'onde. On observe

bien le décalage des pics sur la Figure 4.3.13 malgré le comportement oscillant dans le cas de la zone tourbillonnaire située à gauche de l'onde.

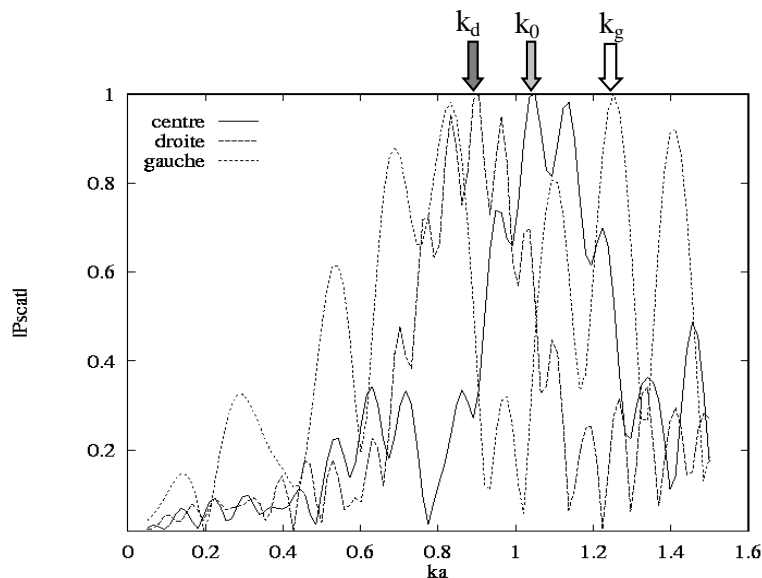


Figure 4.3.13: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la position de la zone tourbillonnaire par rapport à l'émetteur dans le cas d'un modèle analytique d'allée (même paramètres que la Figure 4.3.4)

Comme on insonne en général loin du cylindre pour éviter les perturbations engendrées par celui-ci, on se trouve plutôt dans une configuration dite à gauche qui favoriserait l'obtention de nombres d'onde de résonance plus élevés.

Effet de la diffusion visqueuse : l'effet amont – aval

Un autre paramètre plus subtil influençant la position du pic de résonance a été observé expérimentalement par Pinton [42]. Celui-ci décrit un phénomène qu'il baptise effet amont - aval que nous résumons ci-dessous.

Quand le transducteur d'émission est placé en amont de l'écoulement c'est à dire que \bar{k}_0 est dans le même sens que l'écoulement, l'onde insonne l'arrière de l'écoulement- où les tourbillons ont diffusé- avec des grandes valeurs de l'angle de diffusion $\theta-\theta_0$ correspondant aux grandes valeurs de q . Au contraire dans le cas de l'émetteur en aval, l'arrière de l'écoulement est touché pour les faibles valeurs de l'angle de diffusion et de q . D'un modèle diffusif de sillage, Pinton déduit un terme correctif qui tend à favoriser les grandes ou les faibles valeurs de q selon l'emplacement de l'émetteur. Il en ressort que les courbes de

résonance amonts sont plus larges et mesurent un nombre d'onde résonant plus grand que dans le cas aval. Les essais expérimentaux qu'il réalise viennent confirmer cette hypothèse.

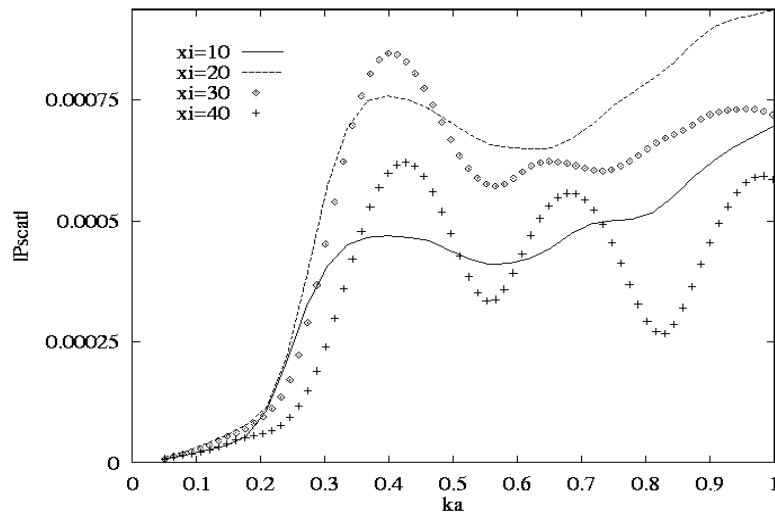


Figure 4.3.14: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, cas de l'onde transducteur, effet de la variation de x_i ; $\theta_0=40^\circ$, $L_{\text{arg}}=10$, $r_C=500$

On peut voir une manifestation de cet effet amont - aval en déplaçant le point d'impact d'abscisse x_I de l'onde sur l'écoulement (cf. Figure 4.1.1). Plus x_I est faible, plus le point d'impact est proche du cylindre et plus le capteur est placé en amont de l'écoulement. On voit bien alors l'élargissement du pic de diffusion pour les faibles valeurs de x_I . En revanche, le décalage vers des nombres d'onde plus grands pour les configurations amont n'est pas observé ici.

En conclusion, on voit donc bien que le diamètre du transducteur acoustique définissant la forme de l'onde incidente peut jouer de bien des manières sur la pression diffusée mesurée. Il convient donc de choisir ce paramètre avec attention lors des simulations numériques ou lors des essais expérimentaux. Les études menées ont permis d'analyser les phénomènes en jeu et de réaliser des comparaisons avec les expérimentations. N'oublions pas néanmoins que lors de celles-ci, il faut également prendre en compte les imperfections du récepteur. En effet dans les calculs, celui-ci est ponctuel et ne reçoit l'onde diffusée que dans une seule direction, ce qui est loin d'être le cas avec un récepteur réel qui possède de plus sa propre bande passante et sa propre directivité.

5. Cas de l'allée calculée par résolution Navier-Stokes

Les calculs d'écoulement effectués grâce au code particulière nous ont donc permis de tester les hypothèses émises dans la Partie 3 (et vérifiées avec des modèles d'écoulement analytiques) sur un écoulement réaliste. Cependant, ce type de calcul ne prenait pas en compte tous les paramètres puisque l'écoulement était non-borné. Pour être encore plus proche des essais, nous considérons maintenant le cas d'une d'allée de Von Karman derrière un cylindre confinée dans un tunnel hydrodynamique.

5.1. Calcul de l'écoulement

Pour réaliser cette simulation, nous utiliserons donc le code de calcul commercial en volumes finis Fluent, en 2D. Ce cas nous permet de plus de nous familiariser avec ce code en vue d'étudier d'autres configurations de structures tourbillonnaires derrière des obstacles. On peut introduire différents modèles de turbulence ou bien résoudre l'écoulement en laminaire.

Nous voulons ici simuler des essais expérimentaux réalisés en veine d'essai avec les paramètres suivants: cylindres de 4 mm et de 10 mm de diamètre, et une vitesse en entrée variant de 1 à 8 ms^{-1} . Cela conduit à des nombres de Reynolds variant entre 40 000 et 80 000. A ces nombres de Reynolds, l'écoulement est considéré comme turbulent.

On procède au calcul dans le cas du cylindre de 10 mm de diamètre avec une vitesse d'entrée de 1 ms^{-1} , d'où un nombre de Reynolds de 10 000. On sait que l'utilisation d'un modèle k- ϵ classique échoue pour décrire un tel type d'écoulement et qu'il faut théoriquement un modèle de turbulence de fermeture au second ordre pour prendre en compte les effets d'anisotropie et d'effets de transport essentiels ici. Or une faiblesse importante du concept à viscosité turbulente est le comportement isotropique des contraintes turbulentes normales. De ce fait, dans les écoulements où les trois contraintes normales varient de façon différente comme dans les zones de recirculation, les modèles de viscosité turbulente même à deux équations ne sont pas très satisfaisants.

Pour simuler au mieux le phénomène de détachement tourbillonnaire derrière le cylindre, nous utiliserons donc une modélisation laminaire qui nécessite un maillage moins fin.

La simulation numérique utilise un maillage structuré, un schéma de discrétisation QUICK et un couplage SIMPLEC pour la pression ainsi qu'une résolution par méthode multigrilles. Le schéma QUICK est un schéma de discrétisation du second-ordre basé sur une interpolation entre un schéma centré et un schéma amont du second-ordre. Son utilisation donne de bons résultats dans le cas d'écoulements rotationnels. SIMPLEC est une méthode de couplage des équations de vitesse et de pression permettant d'avoir une convergence plus rapide (qu'avec un couplage SIMPLE par exemple). Plus de détails sur ces méthodes et leurs incidences sur le calcul sont donnés dans [53]. Les paramètres complets de calcul (pour un calcul en maillage non-structuré) sont fournis dans l'Annexe III.

Le code Fluent traitant des grandeurs dimensionnelles, l'adimensionnalisation sera effectuée seulement pendant le calcul du terme source. De plus, on doit transposer les résultats obtenus avec le maillage utilisé par Fluent sur un maillage adapté au traitement acoustique et donc au calcul du terme source. Ceci nécessite la mise au point d'un programme d'interpolation spécifique pour la transposition des résultats d'un maillage à un autre.

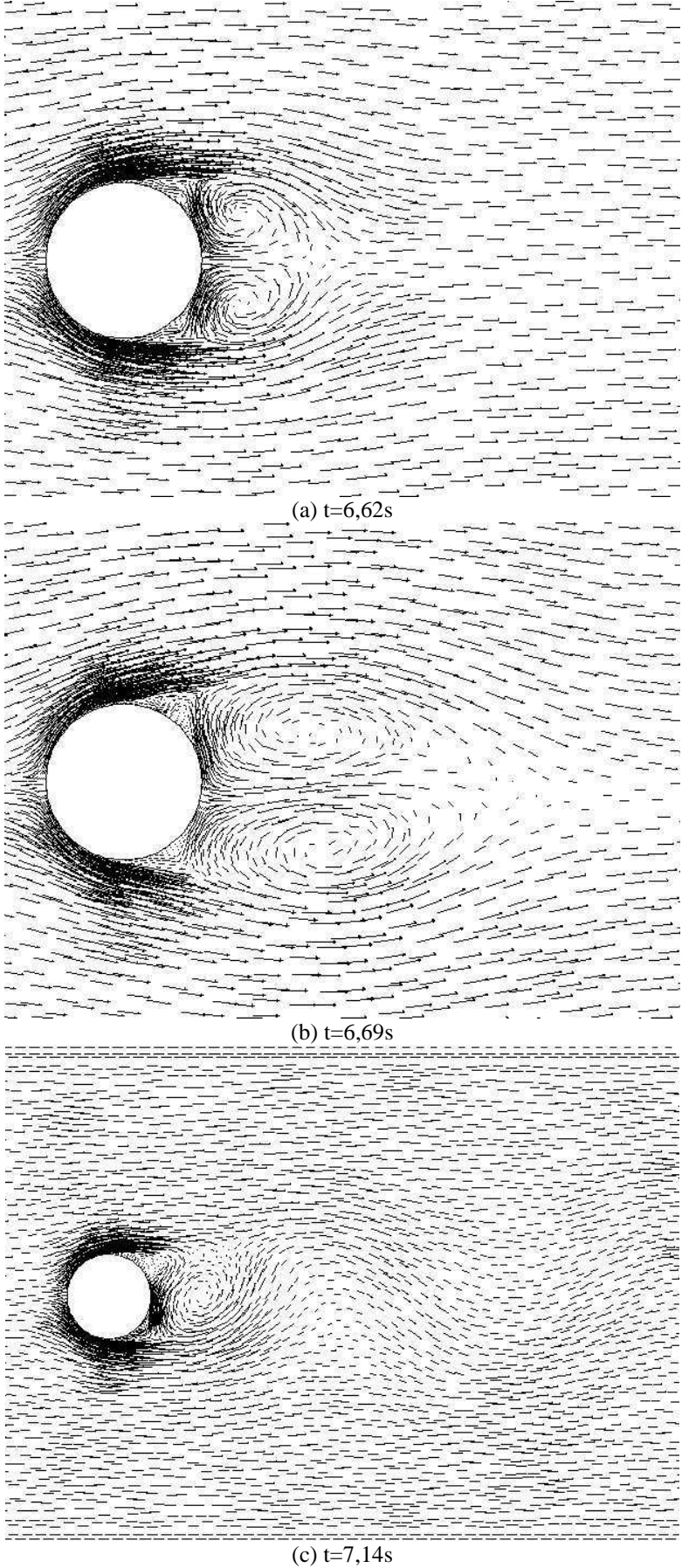
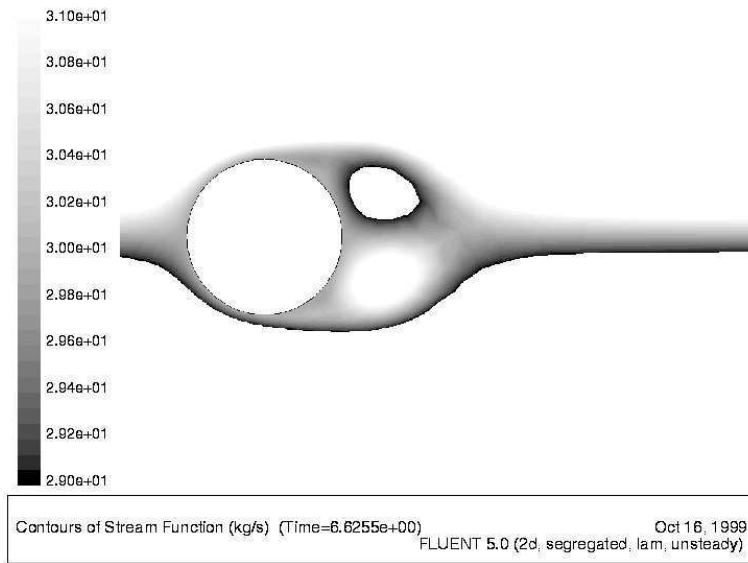
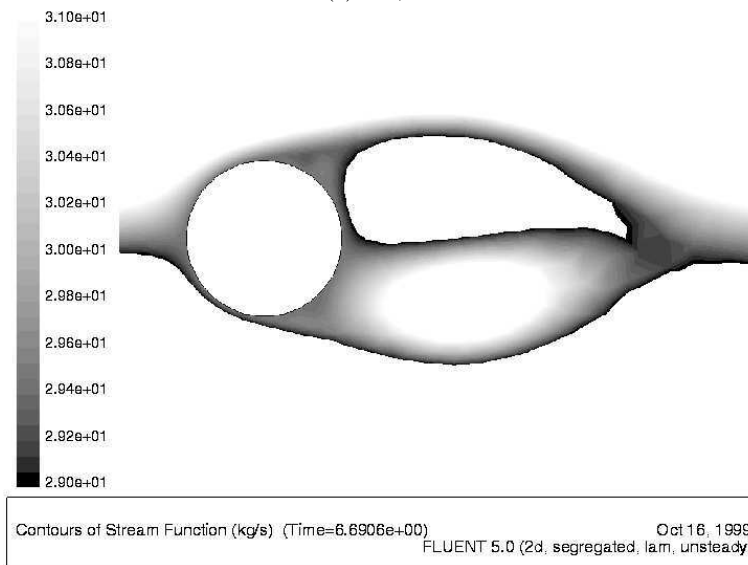


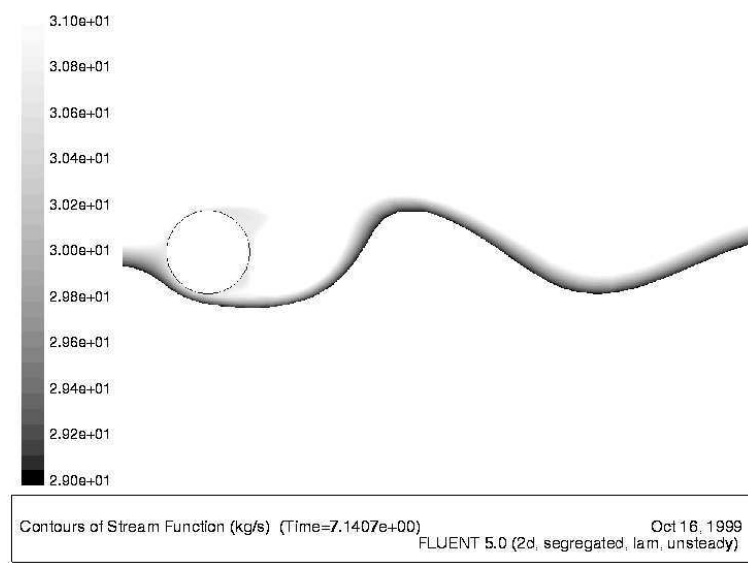
Figure 5.1.1: Vecteurs vitesse à différents instants



(a) t=6,62s

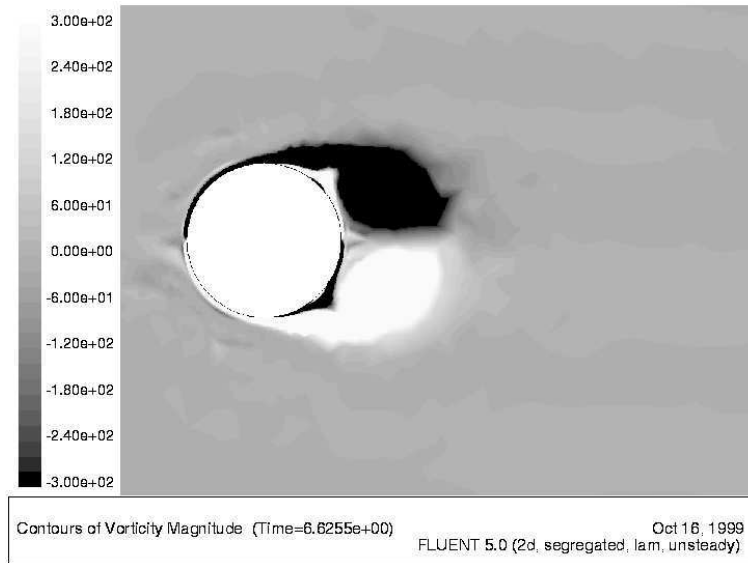


(b) t=6,69s

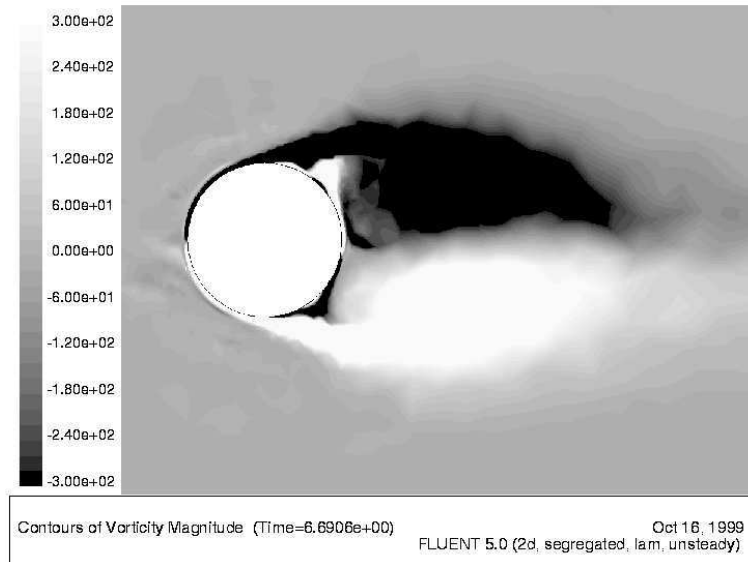


(c) t=7,14s

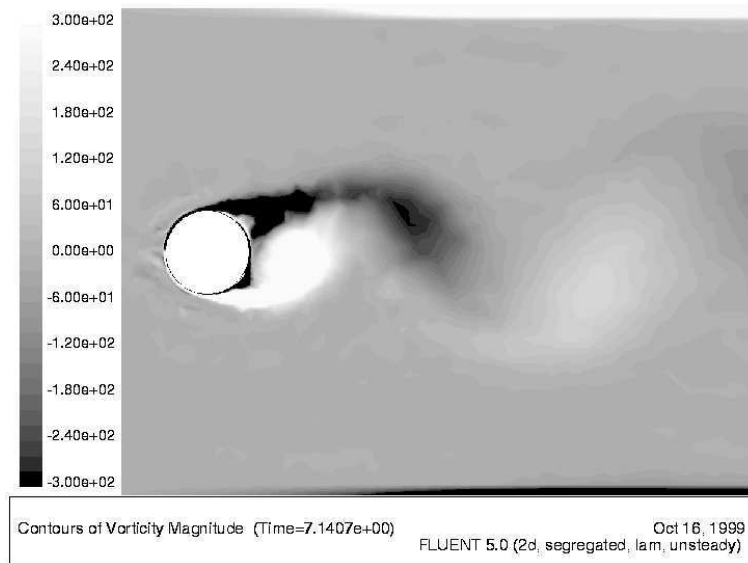
Figure 5.1.2: Fonction de courant (en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$) à différents instants



(a) $t=6,62s$



(b) $t=6,69s$



(c) $t=7,14s$

Figure 5.1.3: Vorticité (en s^{-1}) à différents instants

5.2. Calcul de la pression diffusée

La procédure de résolution du problème reste identique à celle qui a été appliquée aux résultats issus du code de calcul d'écoulement particulaire, de même que les paramètres de calcul. On trace les courbes de l'évolution de la pression diffusée en fonction du nombre de Strouhal équivalent (cf. Eq. 2.3.1) qu'on compare aux cas de calculs précédents.

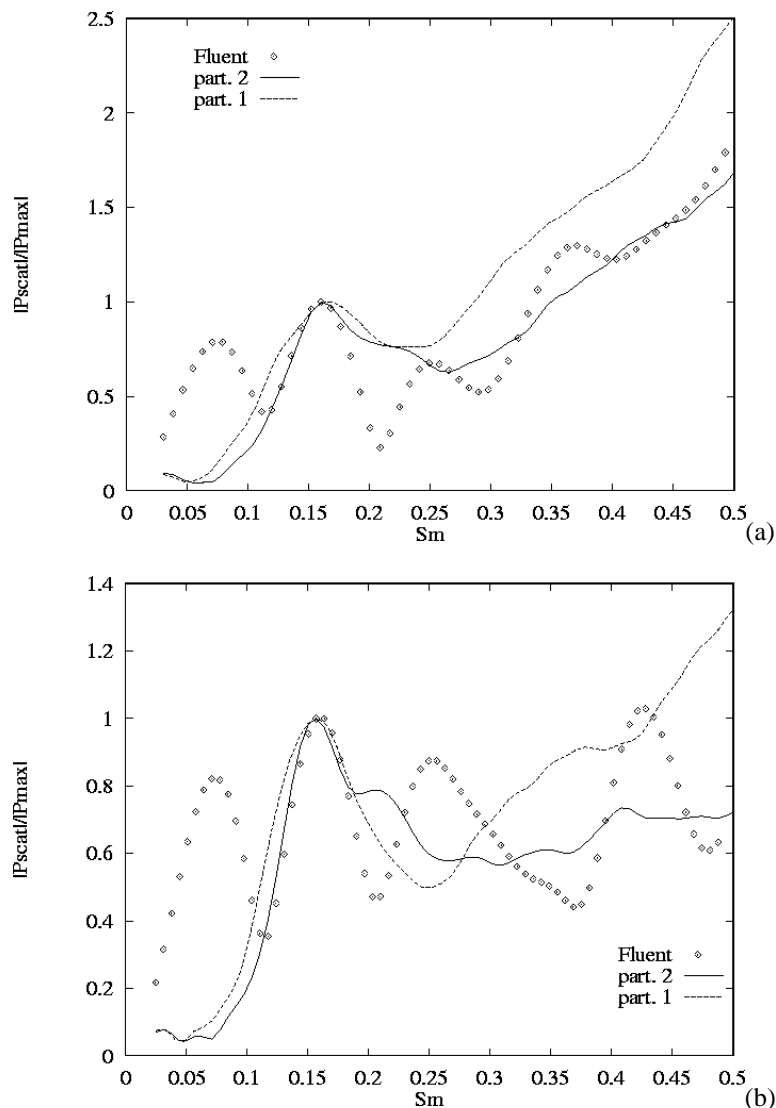


Figure 5.2.1: Courbes de résonance normalisées $|P_{scat}|=f(S_M)$, comparaison calcul Fluent – calcul code particulaire; $r_c=70$, onde plane; (a) $\theta_0=20^\circ$, (b) $\theta_0=40^\circ$

On voit que malgré la différence entre les méthodes de calculs, les conditions aux limites et les paramètres, on retrouve bien un pic à une même position correspondant à un

nombre de Strouhal $S \sim 0,17$. On peut observer pour le cas étudié la présence d'un pic supplémentaire correspondant à un nombre de Strouhal plus petit, donc à un phénomène ayant une fréquence plus faible.

On ne retrouve pas ce pic dans les calculs effectués à l'aide du code particulière. La différence majeure entre les deux simulations est la présence de parois pour le calcul réalisé avec Fluent qui modélise les essais expérimentaux réalisés dans une veine. Le long de cette paroi se développe une couche limite instationnaire. En effet les parois sont assez proches du cylindre et la couche limite est donc influencée par les lâchers tourbillonnaires provenant du cylindre. On peut donc penser que ce phénomène se répercute sur la pression diffusée, entraînant la présence de ces pics supplémentaires.

5.3. Modélisation de l'onde issue d'un transducteur

Pour se rapprocher encore plus des conditions expérimentales, on réalise le calcul avec la modélisation d'une onde émise par un transducteur. Les figures ci-dessous sont réalisées avec un transducteur de largeur $L_{arg}=20$ pour un nombre d'onde adimensionnel $ka=1$ arrivant avec un angle d'incidence $\theta_0=40^\circ$ sur l'écoulement. Le capteur est maintenant situé à une distance $r_c=500$. La Figure 5.3.1 (a) montre le champ de pression incident, alors que la Figure 5.3.1 (b) montre l'amplitude de la vitesse induite par l'écoulement.

Sur la Figure 5.3.2 on étudie l'évolution du spectre de pression diffusée en fonction du rayon L_{arg} du transducteur. On a représenté en trait plein la courbe correspondant à une insonnation par l'onde plane infinie. Quand L_{arg} ne dépasse pas 15, on peut retrouver les deux pics déjà présents dans le cas de l'onde plane. Quand la zone insonnée devient trop étroite (L_{arg} grand), on ne retrouve plus les informations caractéristiques de la fréquence de l'allée de Von Karman. Comme on peut le constater en observant le terme source sur la Figure 5.3.1, la structure spatiale régulière du terme source a disparu (à comparer avec la Figure 4.2.1 ou la Figure 4.3.4). Cette régularité est de plus mise à mal par l'interaction entre la vorticité intense au voisinage des parois et l'onde sonore qui décroît en r^{-1} et qui est donc très forte près de la paroi insonnée, créant des valeurs importantes du terme source.

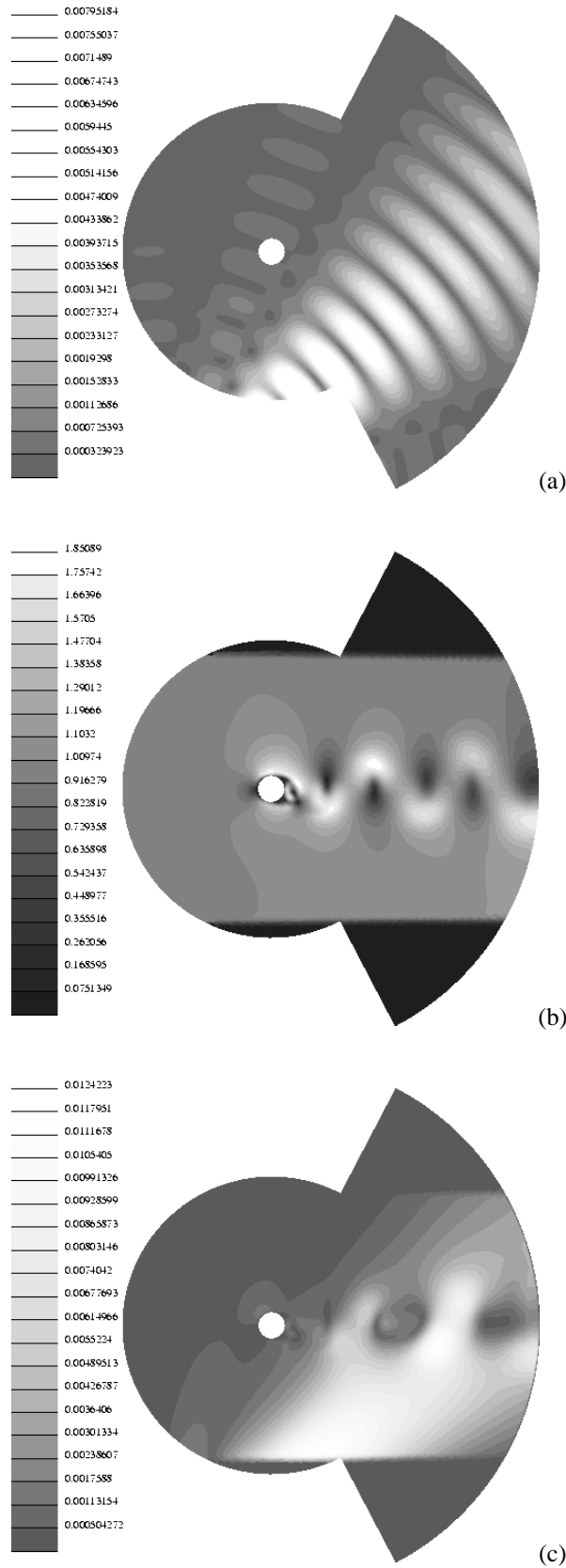


Figure 5.3.1: Visualisations de grandeurs dans le domaine dans le cas de l'onde transducteur; $\theta_0=40^\circ$, $ka=1$, $L_{arg}=20$, $r_C=500$; (a) amplitude de la pression de l'onde incidente, (b) amplitude de la vitesse de l'écoulement, (c) terme source S

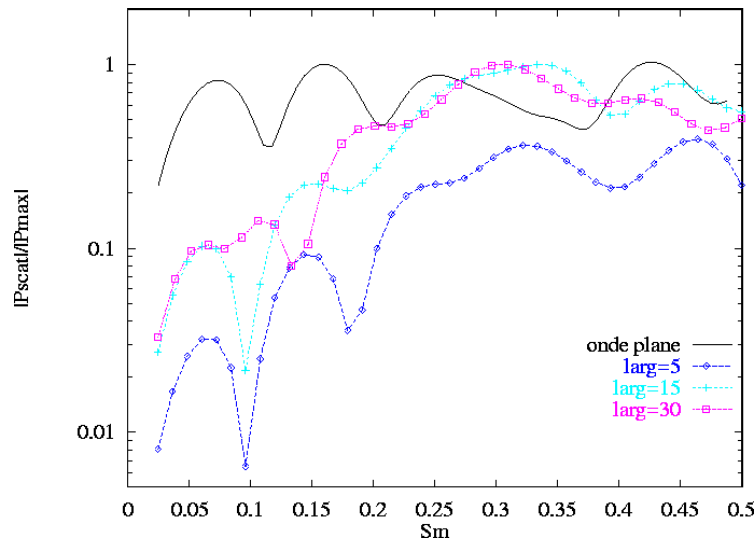


Figure 5.3.2: Courbes de résonance normalisées $|P_{\text{scat}}| = f(S_M)$, cas de l'onde transducteur, effet de la taille L_{arg} de l'émetteur et comparaison avec le cas onde plane; $\theta_0 = 40^\circ$, $r_c = 500$

Une zone d'insonation trop étroite ne nous permet donc plus d'observer un pic caractéristique de l'effet de réseau et donc de retrouver le nombre de Strouhal de l'écoulement. Ici encore, le choix du transducteur d'insonation est donc un paramètre déterminant dans la simulation numérique de ce phénomène.

Pour finir, il faut réaliser que lors des essais, même quand la zone d'insonation est étroite, le temps de mesure est long et un grand nombre de tourbillons passe dans la fenêtre de visibilité acoustique, ce qui permet d'obtenir à la longue l'effet de réseau. Au contraire dans nos calculs, le faible nombre de pas de temps autorisé fait que l'effet de réseau est obtenu principalement grâce à la répartition spatiale des tourbillons. Dès que cette répartition spatiale régulière disparaît comme dans le cas précédent, il est difficile d'obtenir un pic caractéristique du réseau de tourbillons.

Partie 5: Caractérisation de tourbillons.

On se propose dans cette partie d'analyser les performances de la méthode d'insonation et de notre code de calcul pour la caractérisation de tourbillons bi- ou tridimensionnels. Ainsi comme précédemment, à l'aide de la pression diffusée mesurée par le capteur on veut remonter aux informations sur un tourbillon unique et plus particulièrement à sa taille, sa position ou bien sa vitesse.

En effet, on a vu que dans le cas d'une bande d'insonation étroite, on pouvait mesurer une longueur caractéristique non plus d'une allée de Von Karman, mais plutôt une longueur caractéristique d'un faible nombre de tourbillons. En gardant la même démarche que dans le cas de l'allée, on va donc utiliser des modèles analytiques simples de tourbillon et voir si des renseignements intéressants sont fournis par le spectre de pression diffusée.

Enfin, on utilisera la méthode dans un cas réel de vortex 3D: le tourbillon marginal de bout d'aile, après avoir généralisé le code du 2D au 3D.

1. Détermination des caractéristiques d' un tourbillon 2D

1.1. *Mesure de la taille d'un tourbillon*

Dans cette partie on utilise une configuration déjà étudiée précédemment à savoir un tourbillon 2D fixe décrit par un modèle d'Oseen ou de Taylor. Grâce aux travaux expérimentaux de S. Valenza [51] lorsque l'onde arrivant sur l'allée de Von Karman est telle quelle n'insonne qu'un seul tourbillon, on remarque que la résonance obtenue en faisant varier la fréquence de l'onde incidente est alors liée à la taille du tourbillon. On étudie le phénomène numériquement à l'aide de la méthode intégrale utilisée précédemment.

Dans la suite de cette partie, l'angle θ_0 d'insonation sera fixé à 30° . On désigne par L le rayon où l'intensité de la vitesse du tourbillon est maximale (cf. Partie 1 chapitre 1.2). Les distances sont normalisées par une longueur a de référence avec $a=O(L)$. Le capteur est situé à une distance $r_C=50$ du centre du tourbillon avec un angle $\pi-\theta_0$. On calcule l'intégrale surfacique $G*S$ en maillant un domaine carré défini par $|x|<x_{\max}$ et $|y|<x_{\max}$.

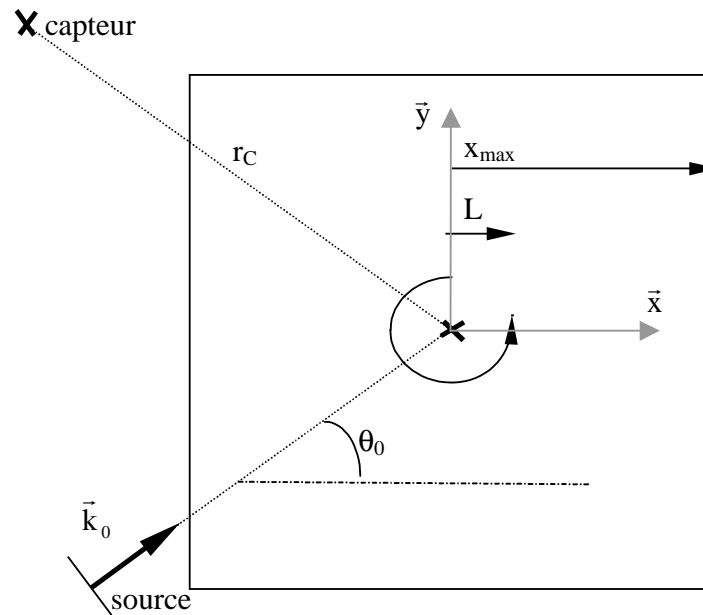
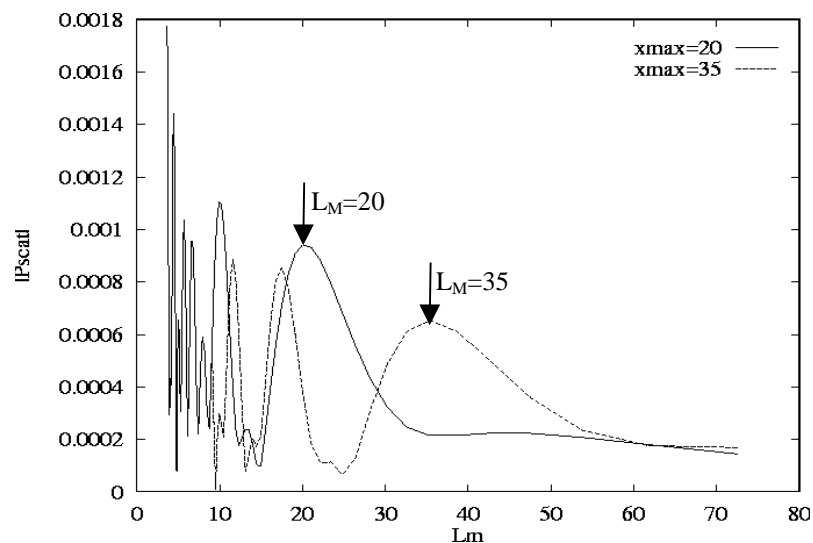


Figure 1.1.1: Configuration du problème pour l'étude du tourbillon seul

On utilise dans un premier temps le modèle de tourbillon d'Oseen dont la vitesse décroît en r^{-1} . Sur la Figure 1.1.2 on trace la courbe de résonance de pression diffusée obtenue en faisant varier le nombre d'onde incident. En abscisse on porte la quantité $L_M = \pi / (ka \cos \theta_0)$ qui correspond à la mesure d'une longueur caractéristique de l'écoulement insonné (par analogie avec les mesures effectuées dans le cas de l'allée de Von Karman, cf. Partie 3 et 4). On réalise le calcul pour $x_{\max} = 20$ et $x_{\max} = 35$ avec $L = 1,5$. On voit sur la Figure 1.1.2 que la valeur de L_M à la résonance correspond à la moitié de la largeur du domaine maillé x_{\max} . Elle est donc d'origine purement numérique, du fait de la lente décroissance de la vitesse du tourbillon qui induit un terme source non nul au bord du domaine.

Figure 1.1.2: Courbes de résonance de l'amplitude de pression diffusée $|P_{\text{scat}}|$ en fonction de $L_M = \pi / (ka \cos \theta_0)$, modèle de tourbillon d'Oseen, influence de la taille x_{\max} du domaine; $L = 1,5$, $\theta_0 = 30^\circ$, $r_c = 50$

On répète l'expérience sur la Figure 1.1.4 en fixant $x_{\max}=20$ et en faisant maintenant varier L . La Figure 1.1.3 nous montre une coupe selon l'axe x de la vitesse induite par le tourbillon. On voit que malgré la taille constante du domaine, la position du 1^{er} pic de résonance de la pression (indiquée par les flèches) et donc la grandeur mesurée L_M est dépendante de la taille du tourbillon.

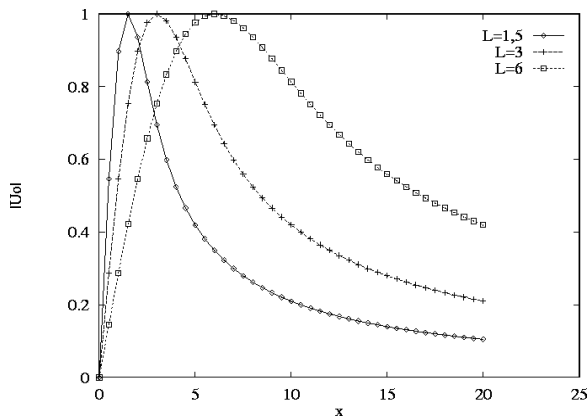


Figure 1.1.3: Profils de la vitesse tangentielle du tourbillon sur l'axe x ; $x_{\max}=20$

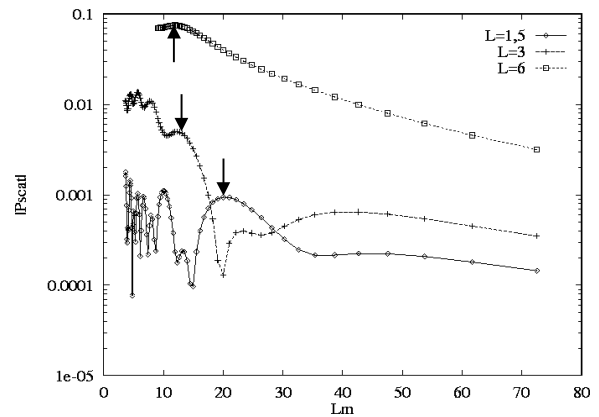


Figure 1.1.4: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(L_M)$, influence de L ; $x_{\max}=20$

On remplace alors le modèle de tourbillon précédent par un modèle de Taylor où la vitesse décroît de manière exponentielle ce qui permet d'avoir une vitesse du fluide nulle à la frontière. Sur la Figure 1.1.5 on réalise le même calcul que précédemment avec ce nouveau modèle. On voit alors que la longueur mesurée augmente avec L . L'influence de la frontière reste dans ce cas minimale (courbe en trait plein pour $L=1,5$ et $x_{\max}=35$ au lieu de 20). On voit donc que dans ce cas, les grandeurs L_M à la résonance et L semblent proportionnelles.

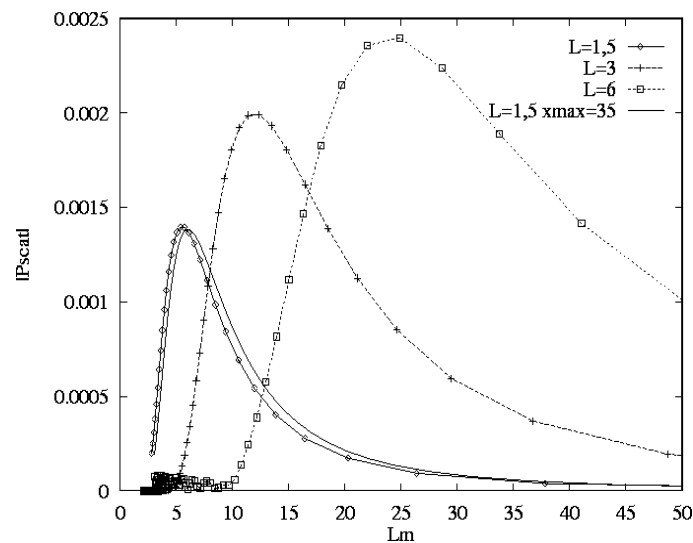


Figure 1.1.5: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(L_M)$, modèle de Taylor, influence de L ; $x_{\max}=20$

On remarque aussi que dans le cas du modèle de Taylor, on ne retrouve pas la présence de pics secondaires qui semblent donc engendrés par la troncature due au maillage.

Pour mieux comprendre à quoi correspond la valeur de L_M à la résonance, on modifie alors le profil de vitesse du tourbillon: le maximum de vitesse est fixé à la position $L=1,5$ mais on modifie la pente de la décroissance de vitesse (la Figure 1.1.6 montre les profils de vitesse en coupe sur l'axe x dans chaque cas). En observant les courbes de résonance sur la Figure 1.1.7 on voit clairement que la longueur mesurée L_M à la résonance correspond à la position où la vitesse induite par le tourbillon (et donc le terme source) va s'annuler.

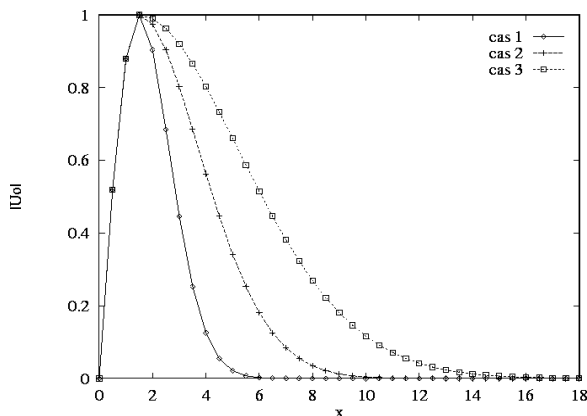


Figure 1.1.6: Profils sur l'axe x de la vitesse tangentielle du tourbillon dans les 3 cas étudiés

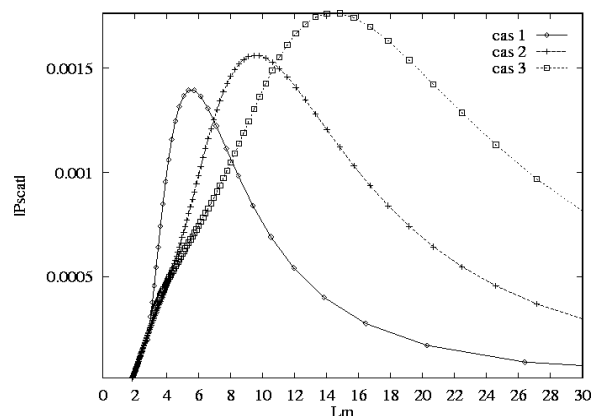


Figure 1.1.7: Courbes de résonance $|P_{scat}| = f(L_M)$ pour chacun des 3 cas

Pour synthétiser, on peut dire que le spectre de pression diffusée construit en faisant varier le nombre d'onde incident détecte un motif périodique aussi bien temporel que spatial (comme par exemple dans le cas de l'allée de Von Karman). Quand on utilise le modèle d'Oseen, on mesure une longueur correspondant à la troncature du maillage. Dans le cas du modèle de Taylor, le motif mesuré correspond au retour de la vitesse du fluide et donc du terme source vers 0. Il paraît donc possible de mesurer la taille caractéristique d'un tourbillon unique par investigation sonore.

1.2. Influence de divers paramètres

Influence de l'angle d'insonnation:

Examinons maintenant l'influence de l'angle θ_0 d'insonnation pour $x_{max}=20$ et $L=3$ dans le cas d'un tourbillon de Taylor. On trace sur la Figure 1.2.1 l'amplitude de la pression

diffusée en fonction du nombre d'onde incident. Si on observe la même courbe normalisée par la valeur du pic (Figure 1.2.2) en fonction de L_M , on s'aperçoit que les courbes obtenues sont identiques. La longueur mesurée est donc indépendante de l'angle d'insonnation et caractéristique du tourbillon étudié, ce qui confirme l'intérêt de ce paramètre L_M pour caractériser un vortex.

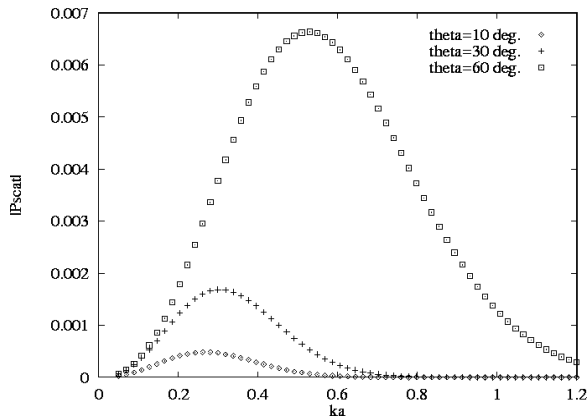


Figure 1.2.1: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de l'angle θ_0 ; $x_{max}=20$, $L=3$

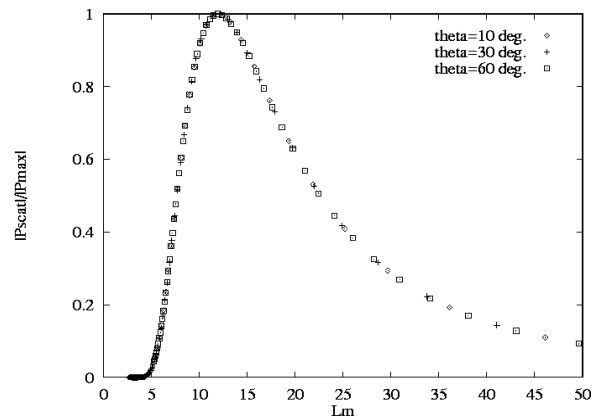


Figure 1.2.2: Courbes de résonance normalisées $|P_{scat}|=f(L_M)$, influence de l'angle θ_0 ; $x_{max}=20$, $L=3$

Influence de la modélisation du terme source:

On cherche maintenant à évaluer l'influence de la modélisation du terme source. On peut utiliser la modélisation complète qui fait intervenir les deux parties S_1 et S_2 (cf. Partie 1 chapitre 3) ou par souci de simplification utiliser la partie S_1 seule (ce qui s'est révélé une solution acceptable dans le cas de l'allée de Von Karman).

Sur la Figure 1.2.3 on compare les résultats obtenus dans le cas d'un tourbillon donné par un modèle de Taylor avec les paramètres suivants: $L=1$, $\theta_0=30^\circ$ et le calcul de la pression diffusée est réalisé à un point situé à une distance $r_C=20$ du centre du tourbillon sur un domaine carré de 12×12 maillé par 121^2 points.

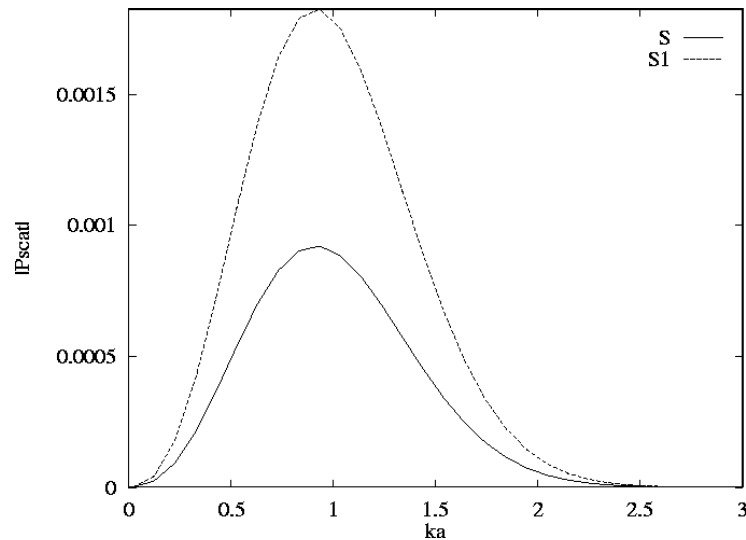


Figure 1.2.3: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence de la modélisation du terme source dans le cas du modèle de Taylor; $x_{\text{max}}=20$, $L=3$, $\theta_0=30^\circ$, $r_c=20$

On s'aperçoit que malgré les différences d'amplitude des pics, ceux-ci se produisent pour un même nombre d'onde ka . On peut cependant remarquer que l'amplitude est plus faible avec le terme source S entier, ce qui semble indiquer que les deux parties du terme source tendent à interférer de façon destructive. Néanmoins, comme c'est principalement la position du pic de résonance qui nous intéresse pour caractériser la taille du tourbillon, on peut approcher S par S_1 dans ce cas de figure.

On réalise maintenant la même opération en utilisant un modèle de tourbillon d'Oseen dont la vitesse tangentielle ne va pas s'annuler sur les bords du domaine. Les paramètres du calcul sont identiques à ceux utilisés dans la Figure 1.1.2.

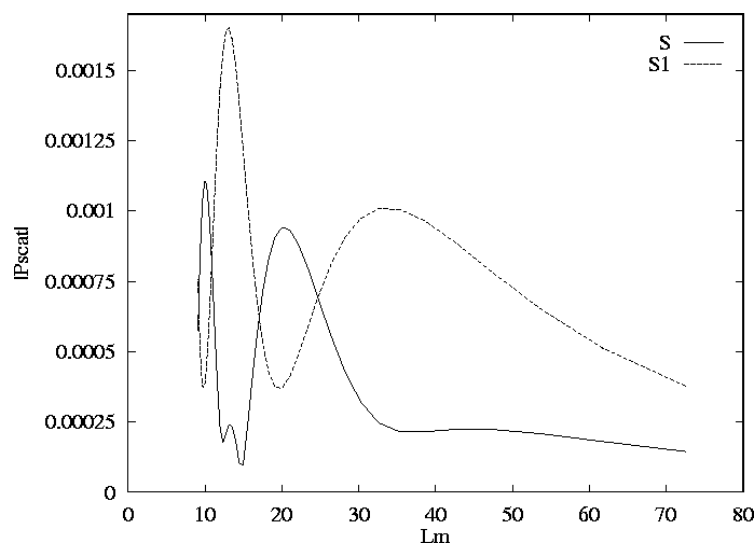


Figure 1.2.4: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(L_M)$, influence de la modélisation du terme source dans le cas du modèle d'Oseen; $x_{\text{max}}=20$, $L=1,5$, $\theta_0=30^\circ$, $r_c=20$

Avec le terme source complet, on retrouve bien un pic de diffusion pour $L_M=20$, ce qui correspond bien à la mesure de la taille x_{\max} du domaine de calcul. On voit en revanche qu'avec le seul terme source S_1 , la position des pics (et pas seulement celle du pic principal) change radicalement. Dans le cas d'un tourbillon quelconque, il sera donc utile d'utiliser la modélisation complète du terme source.

Influence de la taille du domaine:

Dans le cas du modèle de tourbillon de Taylor, le terme source décroît rapidement vers zéro et sous réserve que la taille du domaine soit supérieure à la taille du tourbillon, celle-ci n'a aucune influence sur la détermination de la pression diffusée, contrairement à ce qui se passait dans le cas du modèle d'Oseen où on a vu que la troncature numérique amène à la mesure de la taille du domaine. On remarque aussi outre la présence du pic mesurant cette taille de domaine, la présence d'autres harmoniques dans ce spectre de diffusion. La figure ci-dessous montre la variation de ce spectre avec la variation de longueur x_{\max} du domaine avec toujours les mêmes paramètres que ceux utilisés pour la Figure 1.1.2.

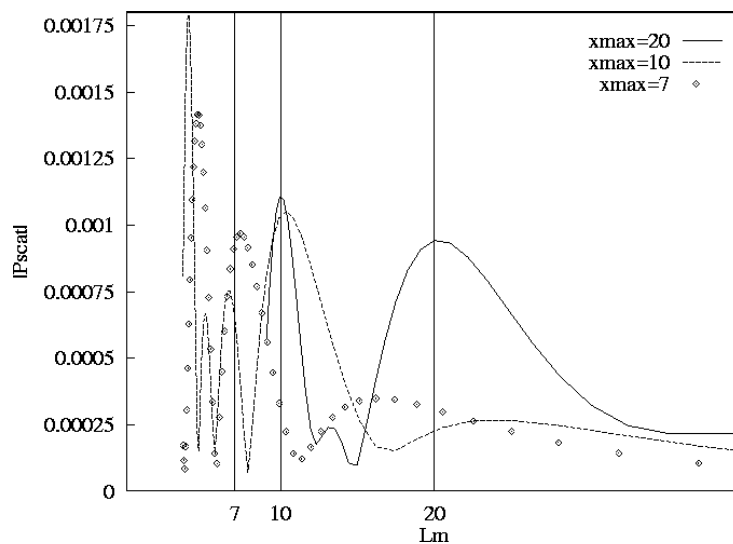


Figure 1.2.5: Courbes de résonance $|P_{scatt}|=f(L_M)$, influence de la taille du domaine, modèle d'Oseen; $L=1,5$

On observe comme prévu dans chaque cas un pic de résonance correspondant à une longueur L_M équivalente à la taille x_{\max} du domaine. Ce qui est intéressant à remarquer, c'est qu'avec la diminution de la taille du domaine, on constate une augmentation de la taille du pic d'un sous-harmonique du pic principal. Alors que cet extremum local reste faible dans le cas

$x_{\max}=20$, l'intensité de ce pic augmente progressivement pour aboutir à $x_{\max}=7$ à un pic bien marqué qu'on pourrait aisément interpréter comme étant le pic principal de diffusion. Il n'est alors pas toujours aisé de distinguer dans le spectre quel est le pic correspondant à une mesure significative du phénomène étudié. Dans le cas présent, pour $x_{\max}=7$, le pic se situant à un nombre d'onde donnant une mesure $L_M \sim 15$, soit plus de deux fois la longueur du domaine, ne peut évidemment pas correspondre à la mesure d'une grandeur caractéristique. Il faut donc bien prendre soin de choisir un domaine de calcul bien plus grand que le domaine tourbillonnaire.

Influence de la modélisation de l'onde:

Intéressons-nous maintenant au cas de la modélisation plus réaliste d'une onde émise par un transducteur circulaire. On utilise le cas du tourbillon de Taylor, avec le terme source S_1 et on compare sur la Figure 1.2.6 le spectre de diffusion obtenu par les deux méthodes de modélisation de l'onde.

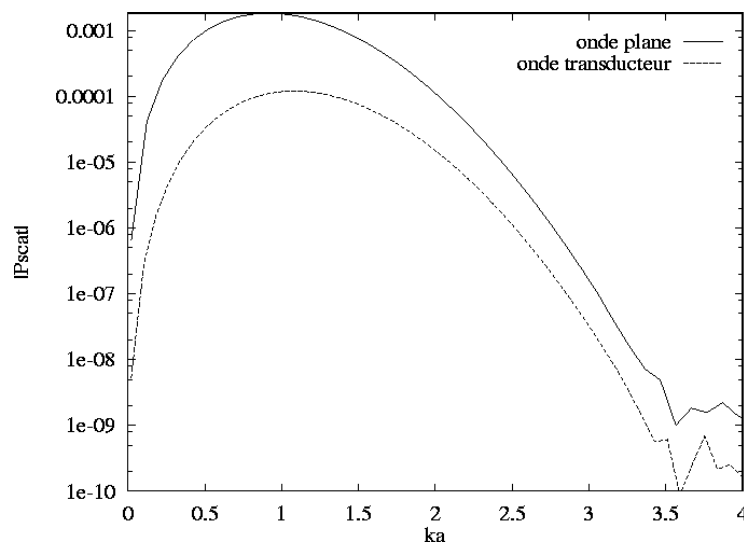


Figure 1.2.6: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence de la modélisation de l'onde, modèle de Taylor; $x_{\max}=20$, $L=1,5$

On voit la différence d'amplitude de pression diffusée due à la décroissance en r^{-1} de l'amplitude de l'onde incidente dans le cas du transducteur. L'émetteur étant éloigné du centre du tourbillon, l'amplitude de l'onde décroît rapidement. En revanche, la position du pic reste bien la même, indépendamment du modèle utilisé.

En faisant varier la largeur du piston du transducteur, on verrait que dans ce cas utilisant un modèle de Taylor, la forme et la position du pic reste relativement invariable, contrairement à ce qui a été vu dans le cas de l'allée de Von Karman (cf. Partie 4). Dans le cas du tourbillon seul, l'étroitesse de la zone d'insonnation n'induit pas de handicap, puisque le tourbillon visé reste toujours insonné, au contraire de l'allée où en rétrécissant la zone, on oublie de nombreux tourbillons, occultant ainsi le phénomène de réseau. De même, la petite taille du tourbillon fait que le vecteur d'onde incident est relativement constant et donc que la largeur du pic de diffusion reste elle aussi constante.

Influence de l'intensité du tourbillon:

En gardant maintenant une modélisation de l'onde émise par un transducteur, observons l'influence de la variation de l'intensité du tourbillon. En gardant tous les autres paramètres constants, on fait varier la circulation Γ_0 du tourbillon, toujours défini par un modèle de Taylor. On réalise plusieurs calculs de pression diffusée en notant à chaque essai l'amplitude du pic de diffusion correspondant au premier mode. On trace la courbe ainsi obtenue pour deux angles $\theta_0=30$ et 45° sur la Figure 1.2.7.

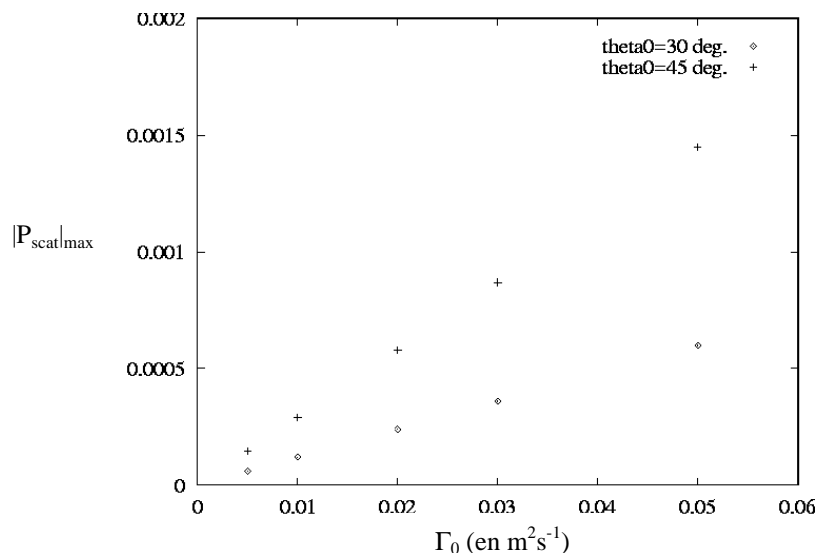


Figure 1.2.7: Amplitude du pic de pression diffusée en fonction de la circulation du tourbillon pour $\theta_0=30^\circ$ et 45° , modèle de Taylor; $x_{\max}=20$, $L=3$

On observe que l'amplitude du pic de pression diffusée varie linéairement avec l'intensité du tourbillon, ce qui est tout à fait logique avec la formulation de notre problème.

On remarque lors des calculs que la position du pic n'est pas influencée par le changement d'intensité du tourbillon.

1.3. Modification appliquée dans le cas du tourbillon d'Oseen

On a vu que si on modélisait le tourbillon par un modèle d'Oseen qui décroît en r^{-1} , la vitesse au bord du domaine était loin d'être négligeable et la grandeur mesurée par investigation ultrasonore ne donnait pas une idée de la taille du tourbillon, mais de la troncature liée à la taille finie du domaine. Pour éviter ce handicap, on va prolonger le profil de vitesse d'Oseen par continuité avec une droite qui ramènera cette vitesse à une valeur nulle pour un rayon r_0 dans le domaine de calcul, comme on le voit sur la Figure 1.3.1.

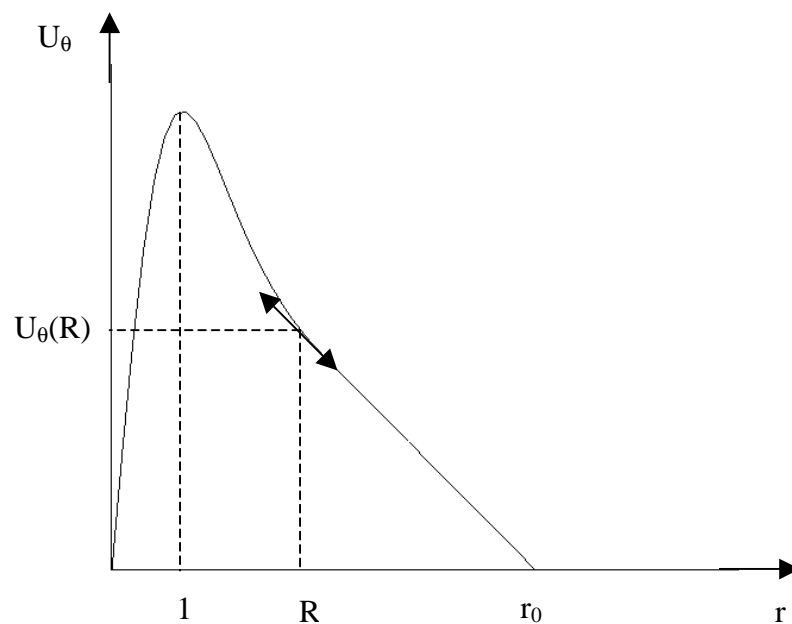


Figure 1.3.1: Profil de vitesse tangentielle du modèle d'Oseen avec prolongement par une droite en $r=R$

Déterminons maintenant les caractéristiques de la droite d'équation $u=ar+b$. A l'endroit où l'on prolonge par continuité ($r=R$) on a

$$\frac{\partial u}{\partial r}(R) = a = \frac{\partial U_{\theta}}{\partial r}(R)$$

et donc

$$a = \frac{\exp(-\alpha R^2)(2\alpha R^2 + 1) - 1}{R^2[1 - \exp(-\alpha)]}$$

De plus $u(R)=aR+b=U_{\theta}(R)$, d'où

$$b = \frac{1 - \exp(-\alpha R^2)(\alpha R^2 + 1)}{R[1 - \exp(-\alpha)]}.$$

On peut ainsi déterminer le rayon r_0 où la vitesse tangentielle va s'annuler. Cette grandeur est donnée par

$$r_0(R) = 2R \frac{\exp(-\alpha R^2)(\alpha R^2 + 1) - 1}{\exp(-\alpha R^2)(2\alpha R^2 + 1) - 1}.$$

Eq. 1.3.1

On va maintenant étudier les courbes de résonances pour diverses valeurs de R (et donc de r_0). La Figure 1.3.2 donne l'exemple d'une telle courbe, obtenue dans le cas $R=2$ et pour un angle d'insonnation $\theta_0=30^\circ$. On voit qu'on obtient un premier pic pour une valeur de la longueur mesurée L_M aux alentours de 4,7. L'Eq. 1.3.1 nous donne $r_0(2)=4,1$.

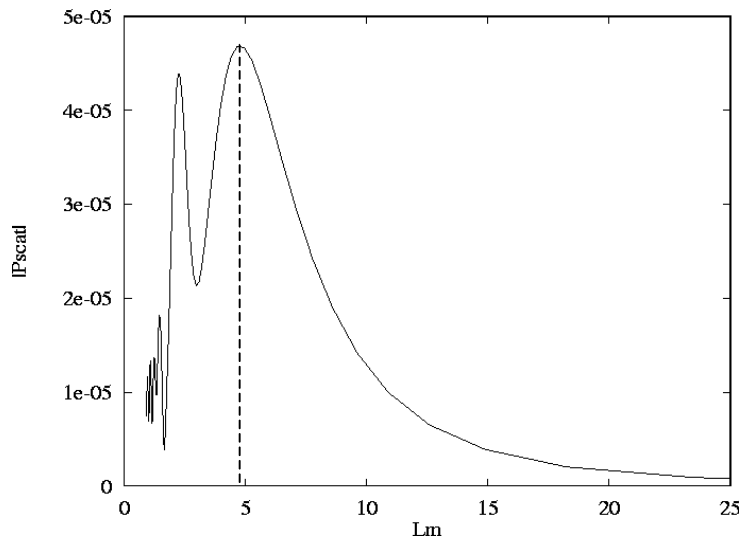


Figure 1.3.2: Courbe de résonance $|P_{scat}|=f(L_M)$ dans le cas du prolongement du profil d'Oseen par une droite en $R=2$, détermination de L_M à la résonance; $L=1$, $\theta_0=30^\circ$, $x_{max}=20$

Sur la Figure 1.3.3 on trace les valeurs de la longueur mesurée de résonance L_M pour différentes valeurs de R et pour deux angles θ_0 différents, ainsi que la courbe $r_0=f(R)$ définie par l'Eq. 1.3.1 qui donne la valeur du retour à 0 de la vitesse du tourbillon. On peut voir que les longueurs mesurées L_M sont proches de la courbe de $r_0(R)$. Comme dans le cas du tourbillon de Taylor, la longueur mesurée par la courbe de résonance correspond donc bien à l'endroit où la vitesse du tourbillon s'annule.

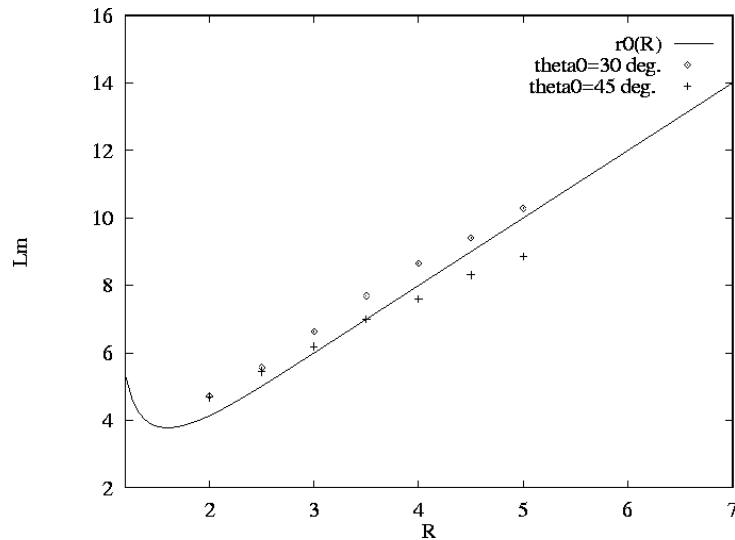


Figure 1.3.3: Courbes L_M à la résonance en fonction de R , cas $\theta_0=30$ et 45° , comparaison avec la courbe $r_0=f(R)$ (donnée par l'Eq. 1.3.1) en trait plein

On peut donc dire que l'interprétation des courbes de résonance de la pression diffusée en fonction de la grandeur $L_M=\pi/(ka \cos\theta_0)$ est justifiée dans le cas d'un tourbillon seul. En effet l'analyse développée dans la Partie 3 faisait ressortir ce paramètre comme la mesure de l'écartement entre les tourbillons dans le cas de l'allée de Von Karman et reposait sur une analogie entre cet écoulement avec un réseau en optique. Or dans le cas du tourbillon unique, on s'aperçoit que la valeur de L_M au pic de résonance reste constante quel que soit l'angle d'insonation θ_0 . C'est donc un paramètre caractéristique du tourbillon dont on a montré au cours de cette partie qu'on pouvait le relier directement à la "taille" du tourbillon. On va maintenant examiner si on peut appliquer cette caractérisation dans le cas d'écoulements 3D plus complexes.

2. Détermination des caractéristiques d'un tourbillon 3D

2.1. Présentation

Après avoir étudié l'insonation de tourbillons en deux dimensions, on étend maintenant l'étude au cas 3D. On réalise la simulation dans un domaine de forme cylindrique où s'étend le tourbillon. Dans le cas d'un tourbillon quelconque, il faudra prendre en compte

les trois composantes de la vitesse en coordonnées cylindrique: radiale, tangentielle et axiale. Cependant, avec notre direction d'insonnation, c'est à priori la composante de vitesse tangentielle U_θ qui devrait intervenir principalement dans le phénomène de pression diffusée.

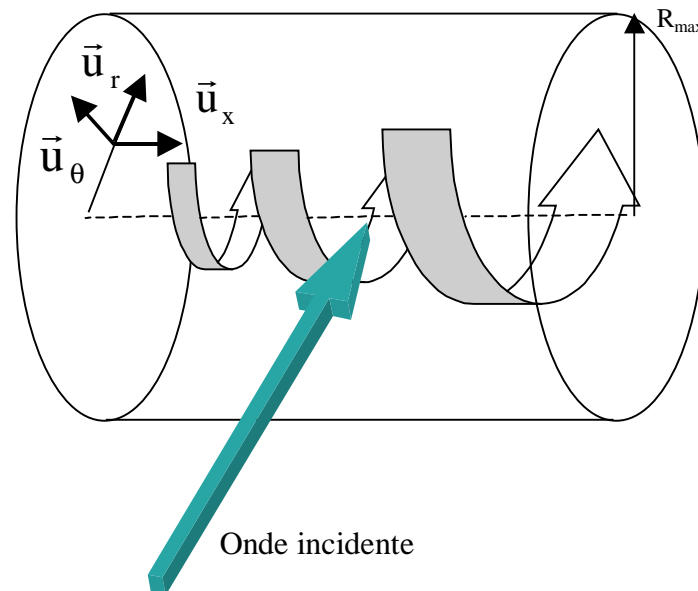


Figure 2.1.1: Configuration du problème en coordonnées cylindriques (r,θ,x) dans le cas 3D

Dans le cas de la modélisation d'une onde émise par un transducteur acoustique circulaire, le calcul de la vitesse induite par l'onde est développé dans l'annexe II.

2.2. Validation de l'extension 3D

On réalise le calcul 3D dans un cas très simple analogue aux calculs 2D réalisés précédemment en vue de valider notre code de calcul en 3D. Pour cette validation, on étend simplement le modèle 2D le long de la direction axiale x (cf. Figure 2.1.1). On ne prend donc en compte que la composante tangentielle de vitesse U_θ qu'on choisit de modéliser par un profil de Taylor, ce qui permet de s'affranchir de l'influence des frontières du domaine de calcul. La Figure 2.2.1 (a) présente le cas de la modélisation onde plane, alors que la Figure 2.2.1 (b) montre les courbes de pression diffusée dans le cas de l'onde transducteur.

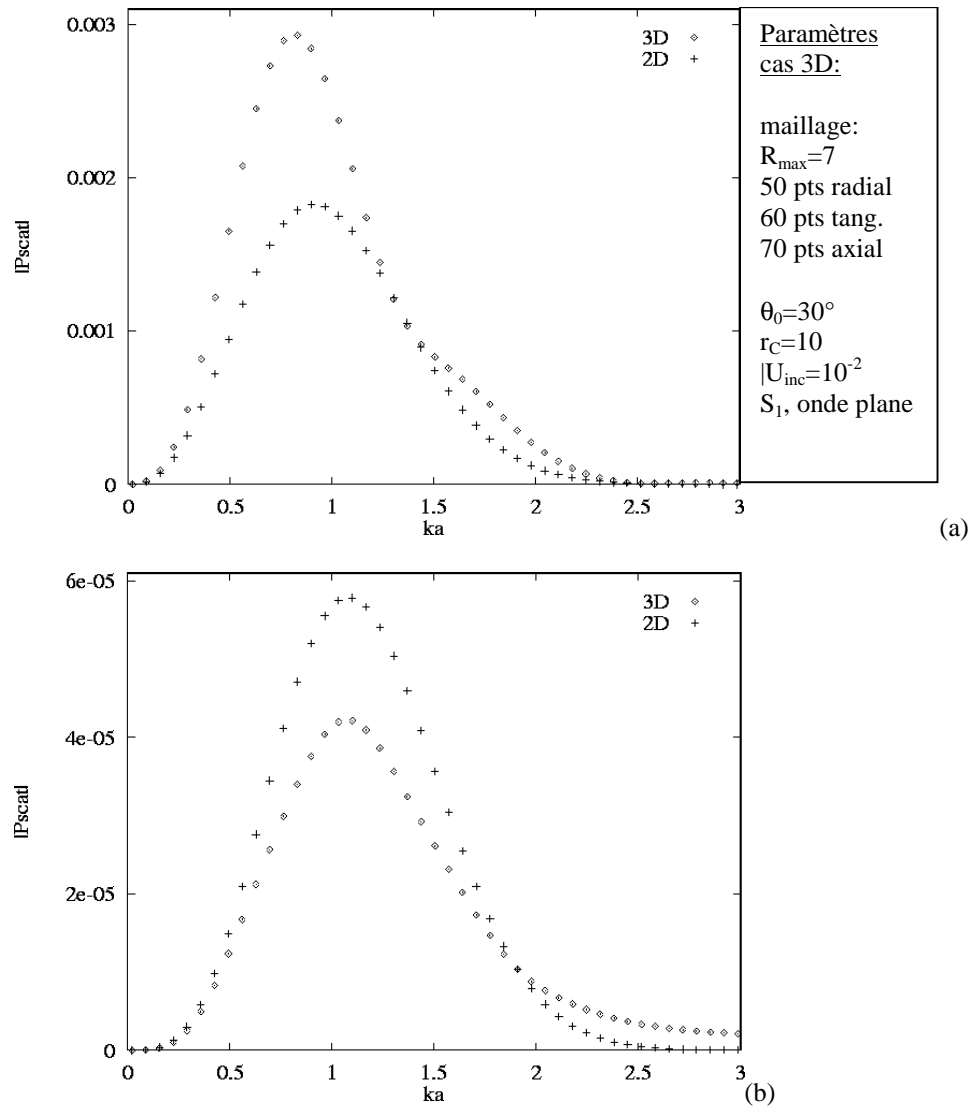


Figure 2.2.1: Courbes $|P_{scat}|=f(ka)$, comparaison des cas 2D et 3D, (a) cas onde plane, (b) cas onde transducteur

On constate que les pics de pression diffusée se produisent bien pour une même valeur du nombre d'onde, malgré un léger décalage dans les deux cas, le cas 3D ayant un nombre d'onde de résonance ka légèrement plus faible que dans le cas 2D.

On voit donc que le passage d'un problème 2D à un problème en trois dimensions ne change pas la grandeur mesurée qui dépend principalement de l'orientation spatiale de l'émetteur et du récepteur. On peut donc utiliser cette modélisation dans le cas d'un tourbillon plus réaliste qui fasse aussi intervenir des vitesses axiales et radiales en plus de la vitesse tangentielle.

3. Application au cas du tourbillon marginal de bout d'aile

3.1. Description du problème et modèle simplifié

On applique ici notre méthode de calcul de pression diffusée en 3D sur un cas de tourbillon simulé numériquement: le tourbillon marginal de bout d'aile ("wing tip vortex" ou "trailing vortex"). Celui-ci est créé par l'écoulement autour de l'extrémité de l'aile, généré par la surpression sous l'intrados. Il y a donc formation de tourbillons de grande taille à chaque extrémité de l'aile, comme on peut le voir sur la Figure 3.1.1. Une vue d'ensemble de ce type de structure tourbillonnaire est donnée par Ogawa [38].

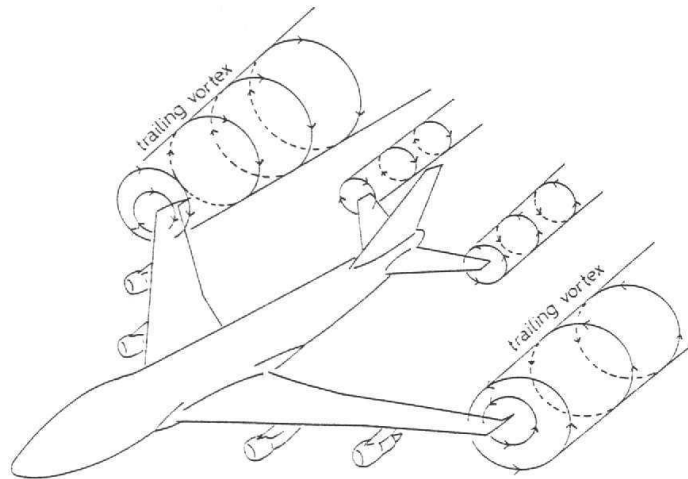


Figure 3.1.1: Tourbillon marginal de bout d'aile derrière un quadriréacteur, d'après Ogawa [38]

En cas de décollage et d'atterrissage d'un gros appareil et en l'absence de vent, ces tourbillons peuvent subsister sur la piste un temps assez long et sont potentiellement très dangereux pour de petits avions qui s'aventureraient à cet instant aux alentours de la piste. L'un des accidents les plus célèbres de ce type est celui du 28 juillet 1983 à l'aéroport de Nagoya (Japon) où la commission d'enquête sur le crash d'un petit appareil de type Cessna conclut que le drame avait été causé par la présence d'un tourbillon de ce type de 20 m de diamètre et dont la vitesse maximale pouvait atteindre 12 ms^{-1} . Celui-ci avait pour origine l'atterrissage une minute auparavant d'un Boeing 727. On voit donc tout l'intérêt des méthodes permettant de détecter la présence et pourquoi pas la taille de tourbillons de ce type aux abords des pistes d'atterrissage.

On présente maintenant la théorie relative aux tourbillons marginaux d'après Newman [35]. Pour réaliser l'analyse mathématique, celui-ci résout les équations de Navier-Stokes en supposant l'écoulement axi-symétrique. Cette hypothèse est vérifiée si l'on se place assez loin du profil. La Figure 3.1.2 schématise le problème avec les notations utilisées.

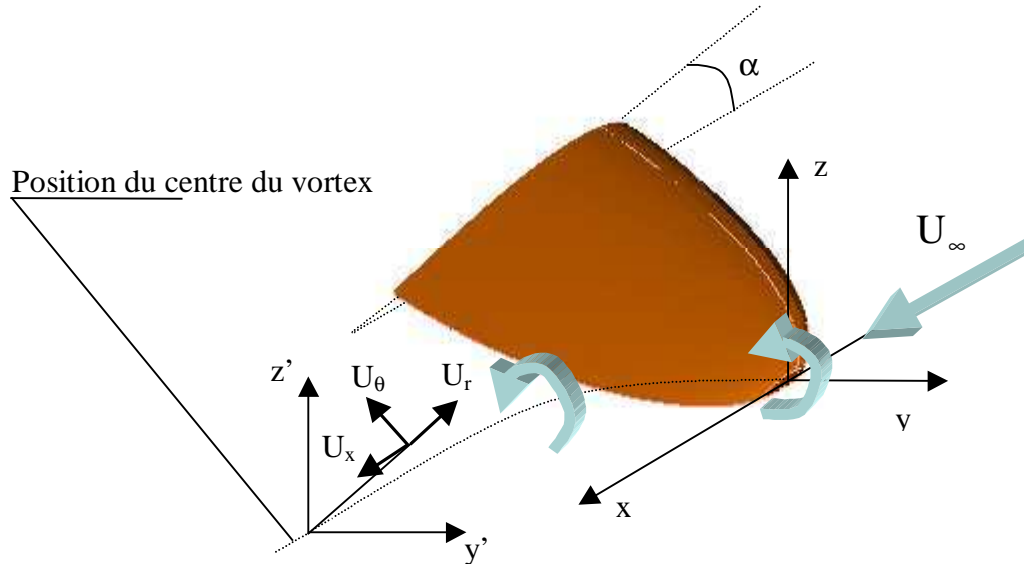


Figure 3.1.2: Configuration géométrique du problème pour l'étude du tourbillon marginal

Les équations sont linéarisées et résolues en tenant compte des hypothèses suivantes:

- Le défaut de vitesse axial $W=U_\infty-U_x$ ainsi que la vitesse tangentielle U_θ sont faibles devant la vitesse du fluide à l'infini U_∞ .
- La vitesse radiale U_r est très faible devant U_∞ .
- Le nombre de Reynolds défini comme $Re=U_\infty x/\eta$ est grand.

Les équations de Navier-Stokes se réduisent alors à la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{U_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ U_\infty \frac{\partial U_\theta}{\partial z} = \eta \left(\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r^2} \right) \\ U_\infty \frac{\partial W}{\partial z} = \eta \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) - \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \end{array} \right.$$

Les conditions aux limites du problème sont les suivantes: $U_\theta \rightarrow 0$ et $W \rightarrow 0$ quand $r \rightarrow \infty$ et $x \rightarrow \infty$ ($x > 0$), $U_\theta = \Gamma_0 / 2\pi r$ et $W = 0$ quand $x = 0 \forall r \neq 0$, où Γ_0 est la circulation initiale du vortex

généralisé dans le plan $x=0$. Sous ses conditions, on obtient les trois composantes de vitesse induites par le tourbillon:

$$\begin{cases} U_r = -\frac{Ar}{2x^2} \exp\left(-\frac{U_\infty r^2}{4\eta x}\right) \\ U_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{U_\infty r^2}{4\eta x}\right)\right] \\ W = U_\infty - U_x = \frac{A}{x} \exp\left(-\frac{U_\infty r^2}{4\eta x}\right) \end{cases}$$

Eq. 3.1.1

où A est une constante exprimée en m^2s^{-1} (équivalent à une circulation). Pour plus de détails sur l'obtention de cette valeur, on se référera à [35]. Le problème étant axi-symétrique ces vitesses ne sont fonctions que de r et de x .

On normalise ces grandeurs pour faire le parallèle avec le cas 2D. On choisit donc une longueur de référence L telle que

$$L^2 = \alpha \frac{4\eta x_M}{U_\infty}$$

où $\alpha=1,256431$ et x_M est une abscisse x de référence (qu'on choisit dans notre cas comme étant la coordonnée x au centre du domaine de calcul). La valeur de α est choisie de telle manière que la vitesse maximale soit la vitesse en $r=L$ et $x=x_M$. La vitesse de référence U_0 est choisie telle que

$$U_0 = U_\theta(L, x_M) = \frac{\Gamma_0}{2\pi L} [1 - \exp(-\alpha)] = \frac{\Gamma_0}{2\pi L} \beta.$$

On exprime maintenant les vitesses adimensionnelles avec $\underline{U}=U/U_0$, $\underline{r}=r/L$ et $\underline{x}=x/L$:

$$\begin{cases} \underline{U}_r = -\frac{\pi A}{\beta \Gamma_0} \frac{\underline{r}}{\underline{x}^2} \exp\left(-\alpha \underline{r}^2 \underline{x}_M / \underline{x}\right) \\ \underline{U}_\theta = \frac{1}{\beta} \frac{1}{\underline{r}} \left[1 - \exp\left(-\alpha \underline{r}^2 \underline{x}_M / \underline{x}\right)\right] \\ \underline{W} = 2 \frac{\pi A}{\beta \Gamma_0} \frac{1}{\underline{x}} \exp\left(-\alpha \underline{r}^2 \underline{x}_M / \underline{x}\right) \end{cases}$$

Eq. 3.1.2

(on omettra par la suite la notation $\underline{\quad}$ par souci de simplification).

On voit que la composante de la vitesse tangentielle est en fait analogue à un profil de vitesse donné par un modèle d'Oseen (qu'on appelle aussi profil de Lamb en référence aux

travaux de ce dernier sur les vortex à noyau visqueux [28]). Les essais réalisés avec cette modélisation font donc apparaître les mêmes limitations que les essais réalisés avec un modèle d'Oseen en deux dimensions, à savoir que la décroissance trop lente de la vitesse entraîne un terme source non nul aux bords du domaine. L'analyse de la pression acoustique diffusée par ce type tourbillon entraîne la mesure d'une longueur correspondant à la taille du domaine de calcul.

Cependant ce modèle simplifié servira à valider les résultats du calcul d'écoulement Navier-Stokes que nous obtiendrons pour le tourbillon marginal de bout d'aile. Plus de détails sur les tourbillons marginaux mais aussi sur les expérimentations et simulations de ce phénomène peuvent être obtenus dans [15], [28], [40] et [47].

3.2. Simulation numérique du tourbillon marginal

On étudie le tourbillon marginal de bout d'aile se développant derrière un profil d'aile NACA 3D 16020 (cf. illustration de ce profil Figure 3.1.2) dans l'eau. Cette simulation numérique cherche à modéliser les essais expérimentaux réalisés par S. Valenza [51] au Bassin d'Essai des Carènes de la DCN. Le profil est placé dans la veine d'essai à une incidence $\alpha=10^\circ$. La longueur de corde du profil est $C=33$ mm et la demi-envergure vaut $S=50$ mm soit 1,5 fois la longueur de corde. La Figure 3.2.1 schématise la configuration du problème. La veine a une section de 80×106 mm. Le domaine de calcul s'étend sur une longueur de 320 mm (légèrement supérieure à $2C$ en avant du profil et $6C$ en arrière).

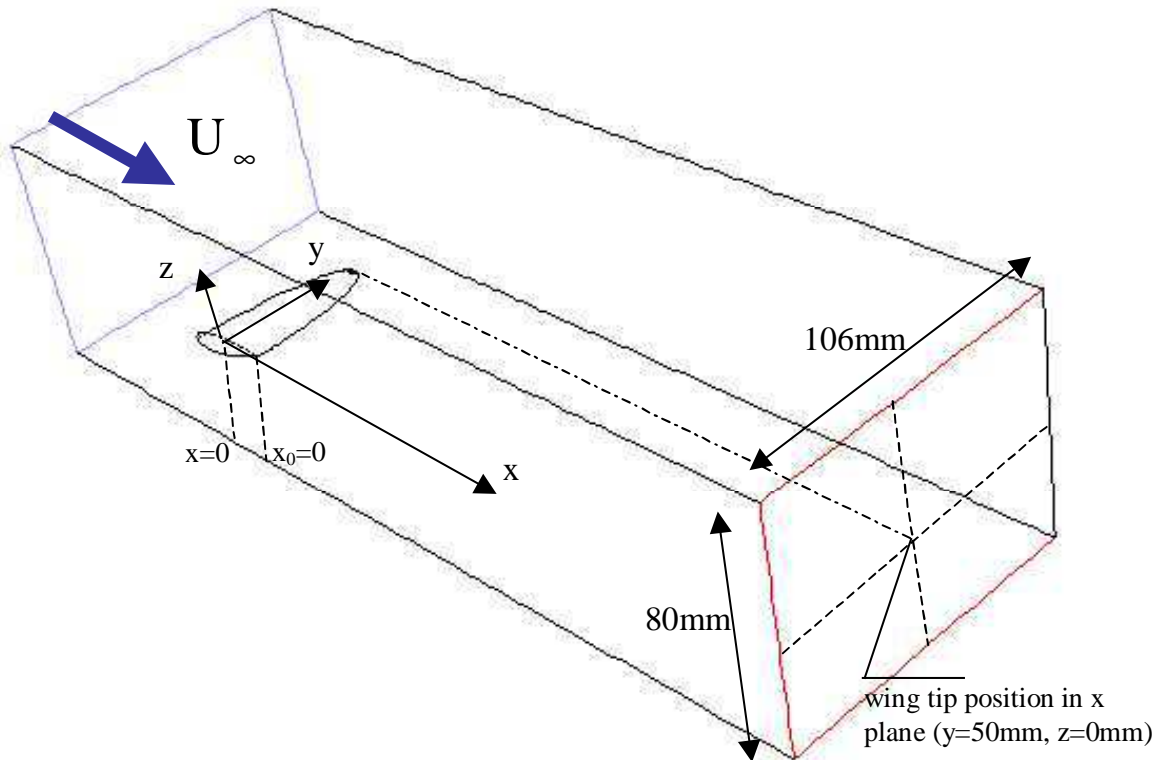


Figure 3.2.1: Configuration du problème pour la simulation du tourbillon marginal avec Fluent

Les hautes vitesses permises dans la veine d'essai (jusqu'à 5 ou 6 ms^{-1}) ont permis de réaliser des expérimentations à un nombre de Reynolds relativement élevé. Le cas test décrit dans [51] a été réalisé pour une vitesse d'entrée de 5,5 ms^{-1} . Notre simulation numérique ne peut recréer ces conditions: le phénomène étant hautement turbulent, le nombre de mailles nécessaires en particulier au voisinage des parois deviendrait prohibitif. Nous avons donc opté pour des vitesses beaucoup plus faibles permettant d'utiliser le modèle laminaire du code de calcul utilisé (Fluent 5.0). La simulation a été réalisée avec une vitesse d'entrée $U_\infty=0,1 \text{ ms}^{-1}$ soit $Re=3\ 300$. Ce calcul permet de mettre en évidence un tourbillon marginal que nous allons étudier par insonation, même s'il ne nous permet pas de recréer à l'identique toutes les conditions des expérimentations.

De même, le calcul réalisé est stationnaire et l'on ne pourra donc pas prendre en compte l'effet des phénomènes instationnaires ou périodiques d'un tel tourbillon. Un calcul instationnaire 3D de ce type serait en effet extrêmement difficile à résoudre.

Le maillage utilisé est un maillage non-structuré composé de trièdres, avec un maillage plus fin composé de quadrangles au voisinage du profil. Plus de détails sur le calcul et ses paramètres sont fournis dans l'Annexe III.

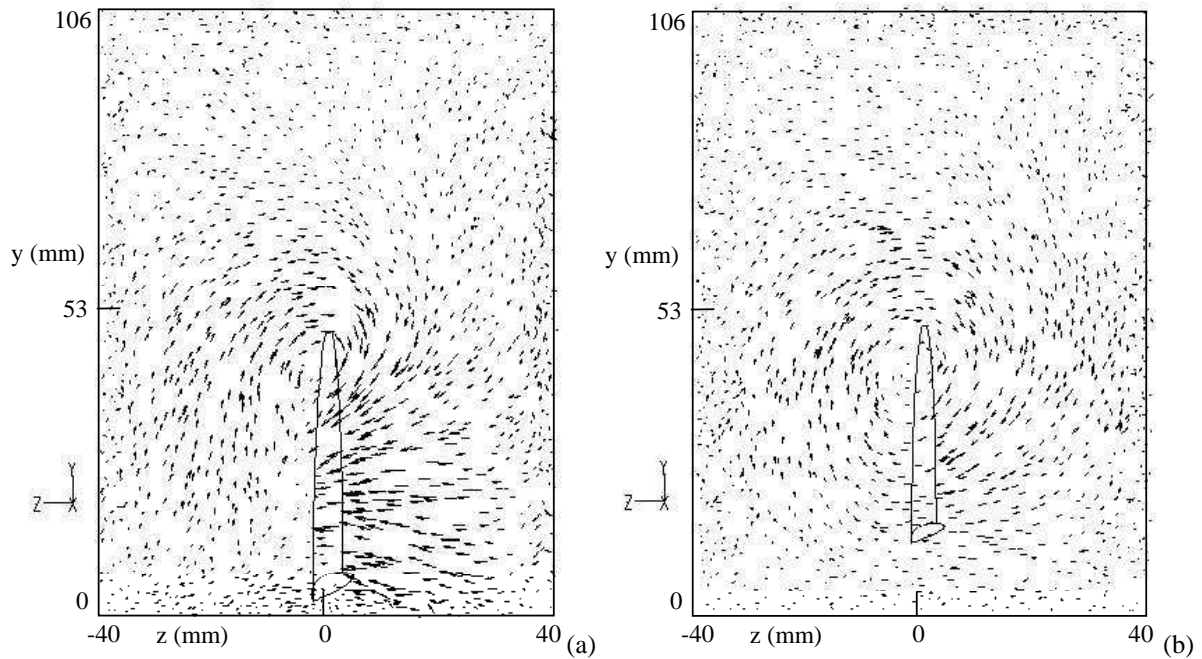


Figure 3.2.2: Vecteurs vitesse vus en coupe dans un plan à x constant, (a) $x=30$ mm, (b) $x=100$ mm; $U_\infty=0,1\text{ms}^{-1}$

Les Figure 3.2.2 (a) et Figure 3.2.2 (b) montrent l'allure des vecteurs vitesses projetés dans un plan $x=\text{cste}$ (c'est-à-dire qu'on ne montre pas la composante axiale de vitesse selon l'axe x) pour les plans $x=30$ mm (soit $x_0/C=0,4$) et $x=100$ mm (soit $x_0/C=2,5$) derrière le profil (on a $x_0=x-C/2$). On observe bien la présence d'un tourbillon marginal qui a pour axe l'extrémité du profil et qui diffuse lors de son évolution dans la direction axiale.

Les figures ci-dessous comparent les profils de vitesse obtenus avec la simulation numérique dans le plan $x_0/C=1$ avec les expressions données par le modèle décrit dans le chapitre 3.1. Les points correspondant à la simulation numérique sont pris sur une courbe $y=S=50$ mm dans le plan considéré, ce qui correspond à la coordonnée y du bout du profil. L'expression analytique de la vitesse axiale U_x tracée dans la Figure 3.2.3 (a) vient de l'expression donnée dans l'Eq. 3.1.1 en normalisant par l'amplitude maximale W_M du défaut de vitesse et la demi-largeur du tourbillon $b/2$, soit

$$U_x = U_\infty - W_M \exp\left[-0,693\left(\frac{r}{b/2}\right)^2\right]$$

avec pour $x_0/C=1$, $U_\infty=0,13\text{ms}^{-1}$; $W_M=0,027\text{ms}^{-1}$ et $b/2=5,5$ mm.

Pour le tracé de la Figure 3.2.3 (b) on représente la vitesse U_z sur le même axe que précédemment, ce qui correspond à une vitesse tangentielle par rapport à l'axe du tourbillon. En normalisant l'expression de la vitesse tangentielle donnée par l'Eq. 3.1.1 par la valeur

maximale $U_{\theta M}$ et par la position r_{θ} de ce maximum, on obtient l'expression analytique suivante:

$$U_{\theta} = U_{\theta M} \frac{1,4}{r/r_{\theta}} \left(1 - \exp \left[-1,26 \left(\frac{r}{r_{\theta}} \right)^2 \right] \right)$$

avec $r_{\theta}=7$ mm et $U_{\theta M}=0,011$ ms^{-1} pour $x_0/C=1$. Pour une meilleure adéquation entre l'expression analytique et les données du calcul, on décale l'origine de $\Delta r=2,4$ mm dans l'équation ci-dessus (ce qui traduit le déplacement de l'axe du tourbillon par rapport à ses coordonnées y et z à l'origine du lâcher, ce qui est d'ailleurs visible à l'œil nu par exemple sur la Figure 3.2.2 (b)). Les résultats obtenus sont en bonne adéquation avec les formules analytiques, sauf bien sûr au voisinage des parois, où la vitesse tend rapidement vers une valeur nulle.

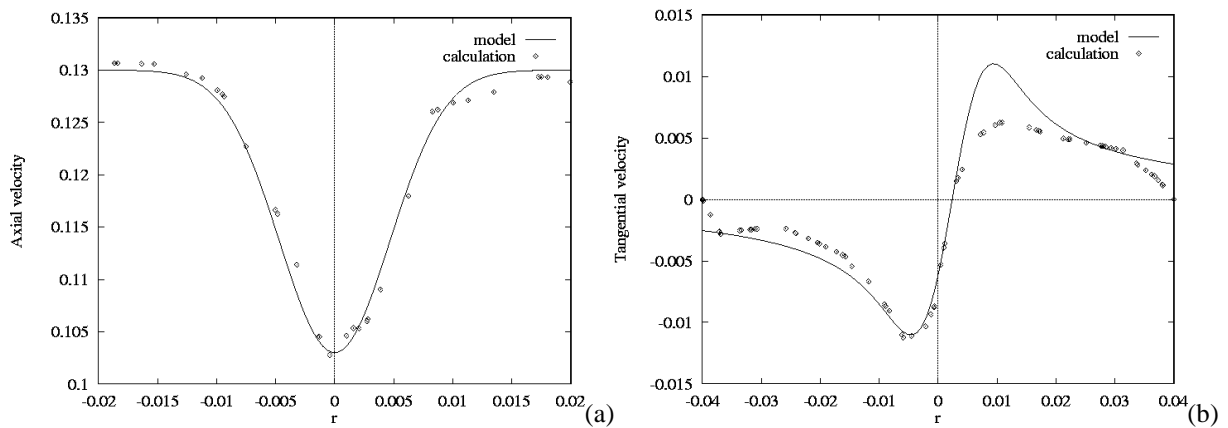


Figure 3.2.3: Profils de vitesse dans le plan $x_0/C=1$ sur l'axe $y=50$ mm, comparaison modèle – calculs; (a) U_x , (b) U_y (tangentielle)

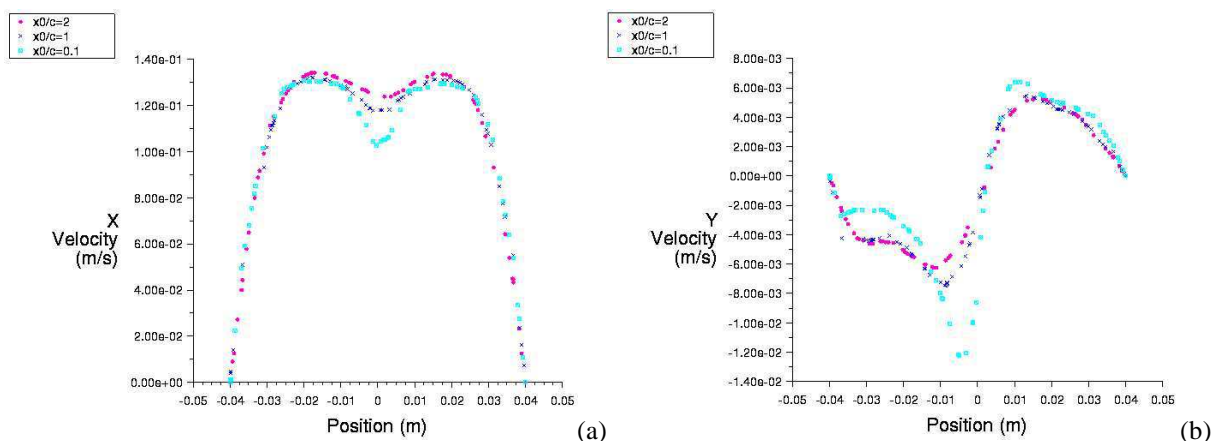


Figure 3.2.4: Profils de vitesse sur l'axe $y=50$ mm pour différentes valeurs de x_0/C ; (a) U_x , (b) U_y (tangentielle)

Les Figure 3.2.4 (a) et Figure 3.2.4 (b) montrent l'évolution de U_x et U_y sur l'axe $y=50$ mm lorsque que l'on s'éloigne du profil (i.e. lorsque x_0/C augmente). Les résultats

obtenus sont conformes à ce que l'on pouvait attendre, à savoir une diffusion du tourbillon caractérisée par une diminution du maximum de l'amplitude de la vitesse tangentielle, et une augmentation du rayon où ce maximum est atteint, lorsque x_0/C augmente. On constate également une diminution du défaut de vitesse axiale lorsque l'on s'éloigne du profil.

3.3. *Caractérisation du tourbillon marginal par insonnation*

On va maintenant étudier le tourbillon marginal ainsi obtenu par insonnation ultrasonore. On ne travaillera pas dans tout le domaine, mais on se placera à l'arrière du sillage de façon à éviter la proximité du profil qui diffracterait l'onde de façon importante. Notre domaine de calcul pour l'acoustique se limitera donc à une section de la veine comprise entre deux abscisses x données. Il faut de plus utiliser un maillage propre au problème de résolution acoustique qui n'obéit pas aux mêmes contraintes que celui utilisé pour la simulation de l'écoulement. En effet, si l'on considère que grossièrement la taille du tourbillon (on parle de la taille au sens où l'on peut la mesurer par insonnation, cf. chapitre 1 de cette partie) à mesurer ne descendra pas en dessous de 15 mm, alors le nombre d'onde de résonance sera $k_{\text{rés}} = \pi/L_M \cos\theta_0 = 242 \text{ m}^{-1}$ si l'on insonne avec un angle de 30° . En admettant donc qu'on pourra atteindre un nombre d'onde $k_{\text{max}} = 300 \text{ m}^{-1}$ et si l'on veut un minimum de 5 points par longueur d'onde, la résolution spatiale du maillage pour l'acoustique devra être supérieure à $2\pi/(5k_{\text{max}}) = 4,2 \text{ mm}$. Une section de veine rectangulaire de taille $80 \times 106 \text{ mm}$ sera maillée par 50×60 points, soit une dimension de maille maximale de 1,8 mm dans une section.

On va dans un premier temps comparer les résultats du calcul du tourbillon marginal avec ceux d'un calcul équivalent (même domaine de calcul) mais utilisant un modèle de Taylor et le modèle analytique de tourbillon marginal vu dans le chapitre 3.1 (équivalent à un modèle d'Oseen). Les paramètres et le domaine de calcul seront les mêmes dans les trois cas, seul l'écoulement va changer.

L'onde arrive avec une incidence de 30° , le vecteur d'onde incident \vec{k}_0 étant contenu dans un plan yz . On utilise le modèle de l'onde plane: ce choix permet de s'affranchir de l'influence de la vitesse axiale de l'écoulement. En effet, comme le vecteur d'onde incident est contenu dans un plan perpendiculaire à la direction axiale de l'écoulement, il n'y a pas de

composante axiale de vitesse acoustique dans cette direction et donc pas de contribution de ces composantes dans le terme source. Le capteur est situé à une abscisse x_C au centre du domaine de calcul, à une distance r_C de l'axe x et à un angle $\theta = \pi - \theta_0$, de telle sorte que le vecteur de diffusion \vec{q} sera colinéaire à l'axe y (cf. Figure 3.3.1).

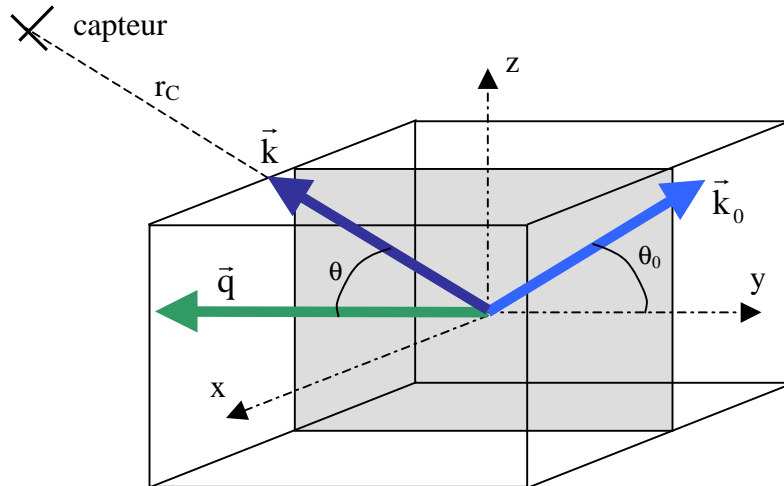


Figure 3.3.1: Configuration de la zone d'insonniation

L'origine des coordonnées est placée au centre du parallélépipède contenant le domaine de calcul. Pour ce premier calcul, on va se placer loin du profil d'aile, avec un domaine de calcul situé entre les plans $x=180$ mm et $x=200$ mm.

Les distances sont normalisées par la demi-largeur en y de la veine d'essai, soit une longueur de référence $a=53$ mm. Les vitesses sont normalisées par la vitesse $U_{/yz}$ maximale, avec

$$U_{/yz} = \sqrt{U_y^2 + U_z^2}$$

qui ne prend pas en compte la vitesse axiale de l'écoulement, qui est élevée dans le cas du tourbillon marginal. La Figure 3.3.2 montre une coupe dans le plan $x=190$ mm (c'est à dire assez loin du profil) de cette vitesse dans les trois cas de calcul, alors que la Figure 3.3.3 montre l'allure de l'isovaleur $U_{/yz}=0,5$. On voit que loin derrière le profil, on retrouve bien des profils de vitesse traduisant la présence d'un tourbillon, même si ceux-ci sont bien irréguliers comparés aux modèles analytiques. On voit aussi que le centre du tourbillon marginal n'est pas placé au centre du domaine, ce qui peut entraîner un décalage de l'angle réel de diffusion. Ce décalage est toutefois minimisé car on place le capteur à une distance suffisamment éloignée du centre du domaine ($r_C=20a$).

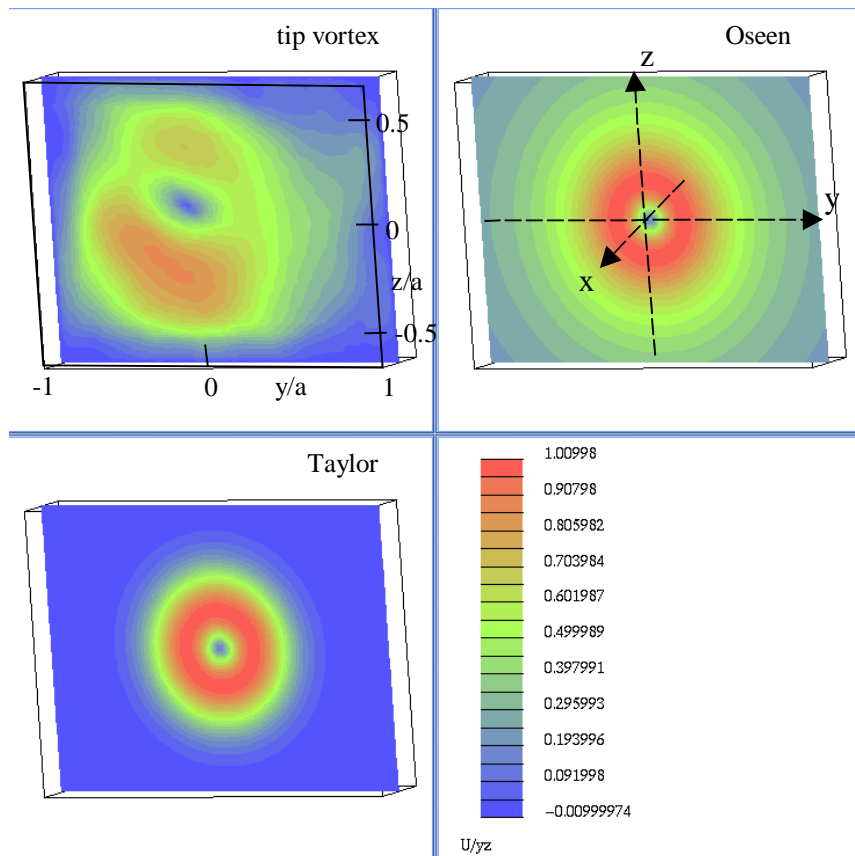


Figure 3.3.2: Amplitude de la vitesse U_{yz} dans le plan $x=190$ mm

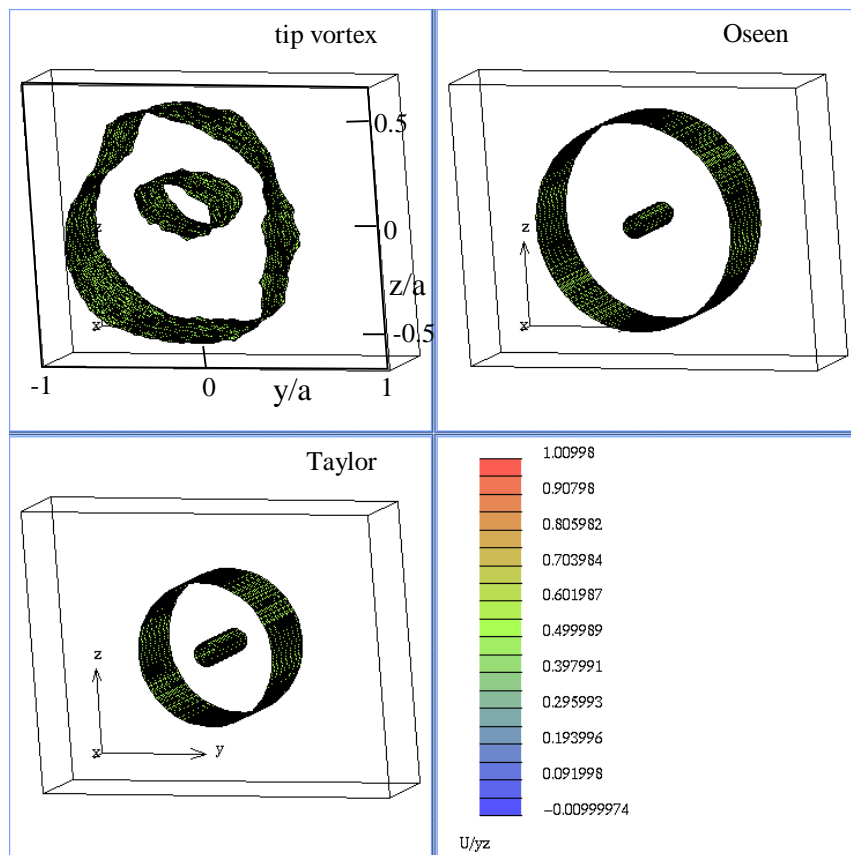


Figure 3.3.3: Isovaleurs $U_{yz}=0,5$ dans le domaine

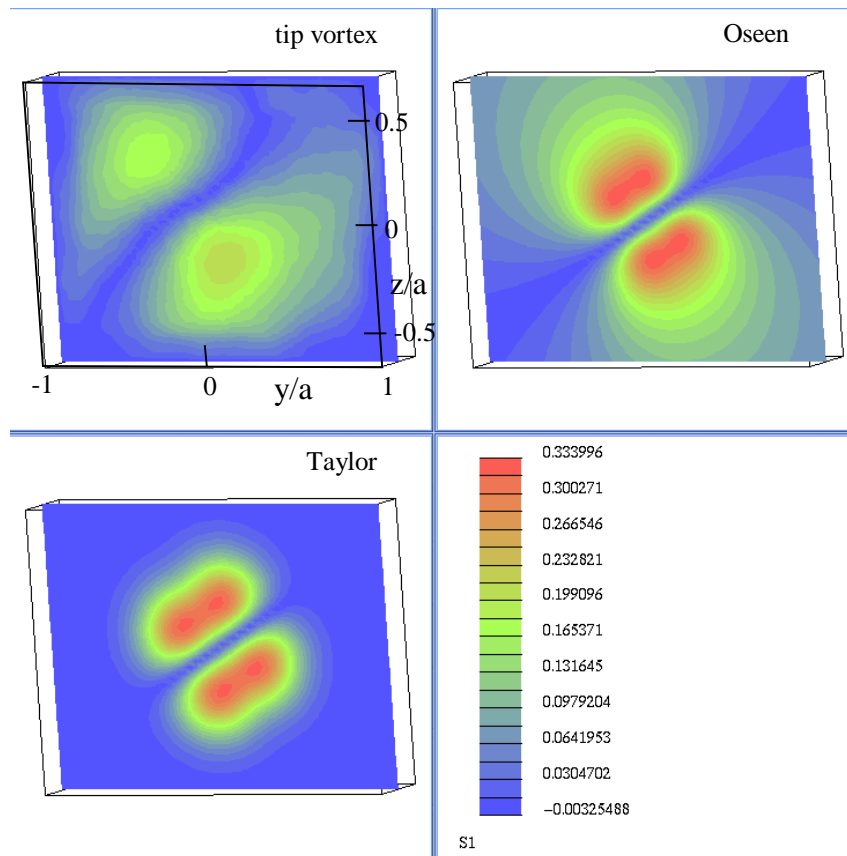


Figure 3.3.4: Amplitude du terme source S_1 dans le plan $x=190$ mm

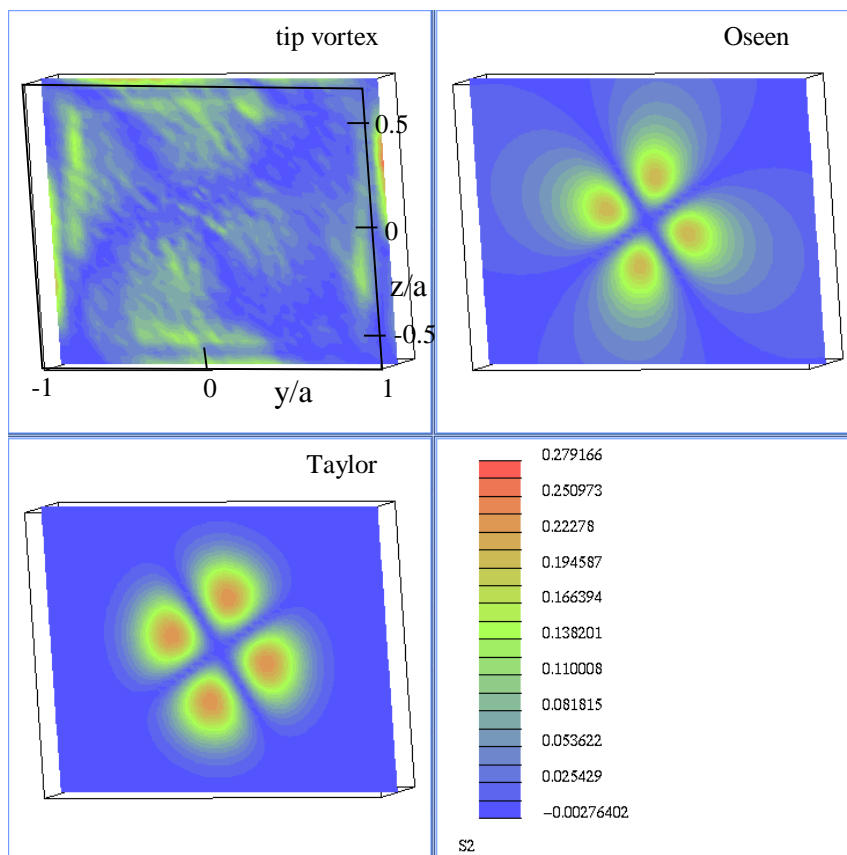


Figure 3.3.5: Amplitude du terme source S_2 dans le plan $x=190$ mm

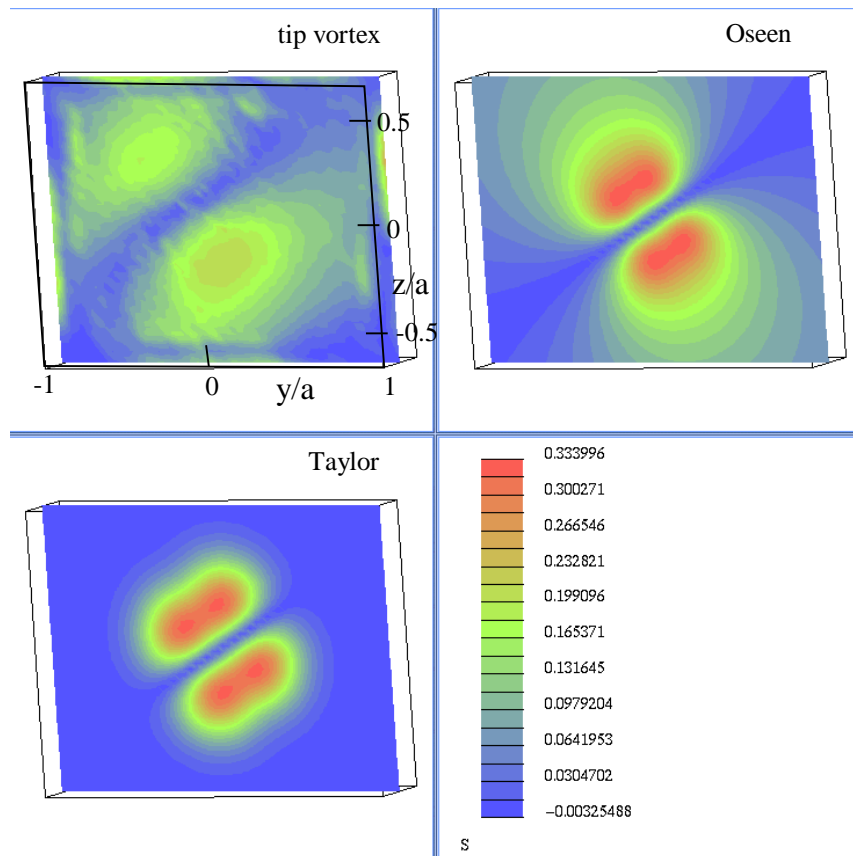


Figure 3.3.6: Amplitude du terme source total S dans le plan $x=190$ mm

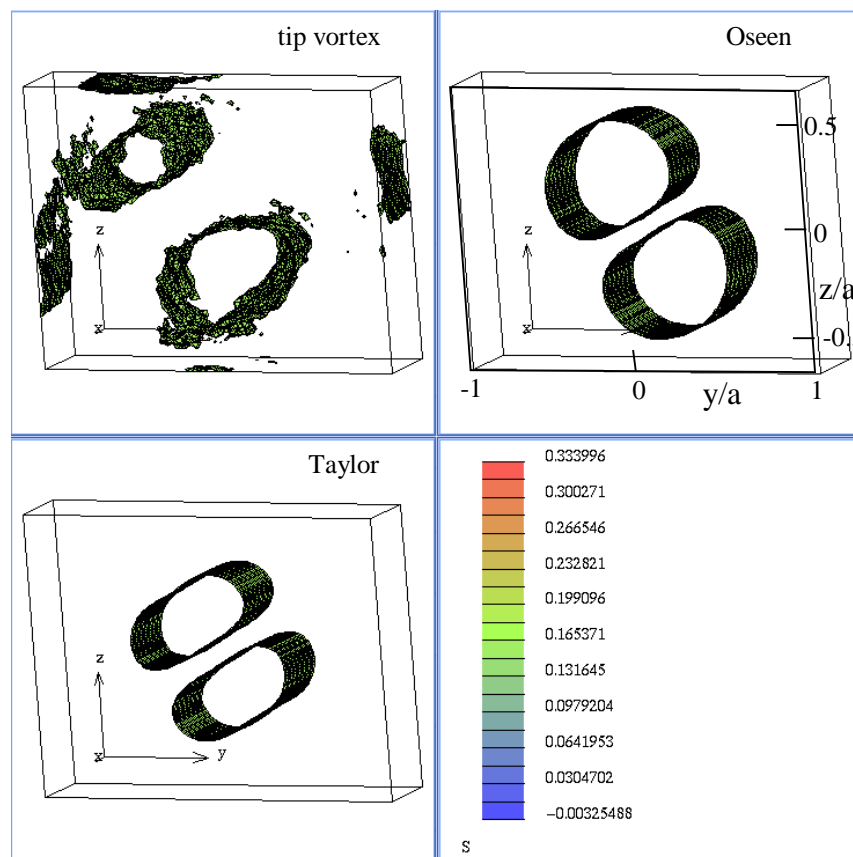


Figure 3.3.7: Isovaleurs $S=0,15$ du terme source dans le domaine

Les Figure 3.3.4 et Figure 3.3.5 montrent l'allure des parties S_1 et S_2 du terme source (toujours dans le même plan). On retrouve bien la classique structure dipolaire pour S_1 et quadripolaire pour S_2 , même s'il s'agit d'un quadripole bien perturbé dans le cas du tourbillon marginal, d'autant que comme S_2 fait intervenir les dérivées des vitesses, ce terme devient important au voisinage des parois, où la vitesse du fluide va chuter brutalement vers 0.

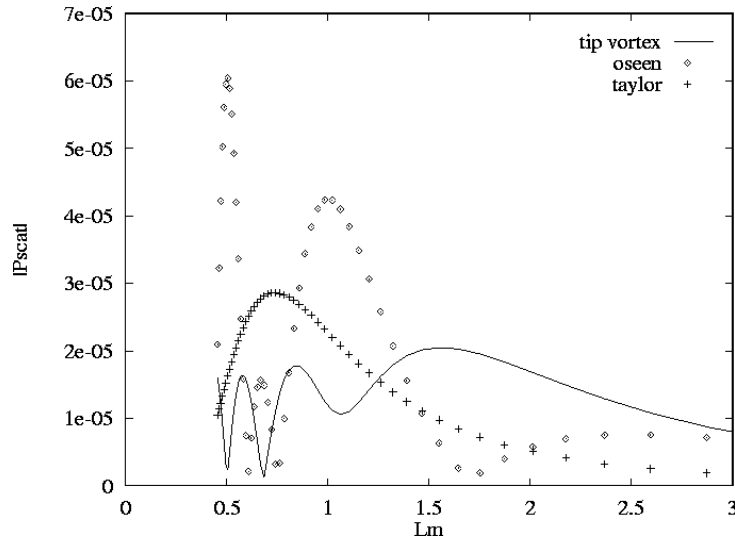


Figure 3.3.8: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(L_M)$, comparaison des cas Oseen, Taylor et tourbillon marginal; $\theta_0=30^\circ$, $r_C=20$

La Figure 3.3.8 montre les courbes de pression diffusée en un point $C(r_C=20a, \pi-\theta_0, x=190 \text{ mm})$ en fonction du paramètre L_M obtenues dans ces trois différents cas de calcul. On retrouve les constatations déjà observées dans les études 2D: le modèle de Taylor donne un pic de pression à l'endroit où la vitesse du tourbillon s'annule ($L_M \sim 0,7$) et le modèle analytique de tourbillon marginal basé sur un modèle d'Oseen fournit une valeur équivalente à la moitié de la taille du domaine dans la direction y (soit $L_M=1$). Pour la courbe correspondant au cas du tourbillon marginal, la présence de multiples pics rend plus difficile l'interprétation de la mesure d'une longueur caractéristique de la taille du tourbillon. Si le pic $L_M \sim 0,8$ peut être interprété en terme de taille de tourbillon par comparaison avec le modèle de Taylor, l'interprétation du pic vers $L_M \sim 1,5$ reste difficile.

Pour les calculs suivants, on choisit un domaine de calcul plus large situé entre les plans $x=50 \text{ mm}$ et $x=200 \text{ mm}$. Sur la Figure 3.3.9, on va comparer le calcul avec le terme source total S et avec le seul terme source S_1 , dans le cas de l'onde plane. Les conclusions sont les mêmes que pour les modèles analytiques de tourbillons, à savoir que la position des pics

reste inchangée et que la modélisation avec S complet entraîne une pression diffusée de plus faible amplitude.

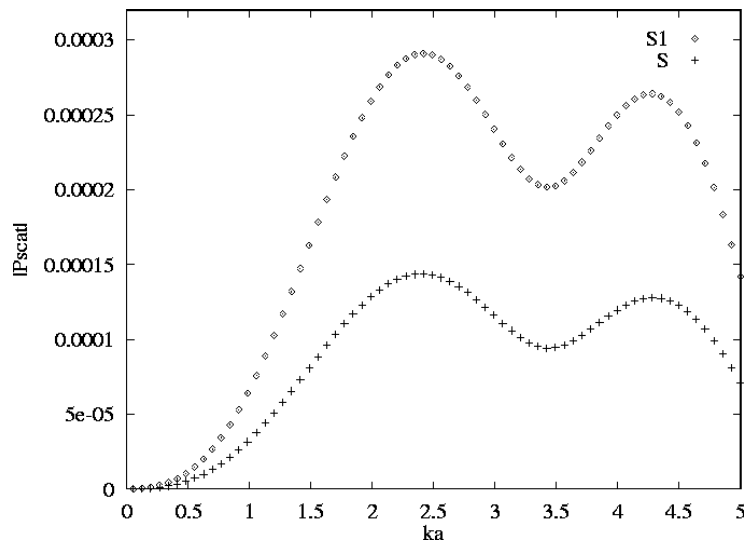


Figure 3.3.9: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la modélisation du terme source; $\theta_0=30^\circ$, $r_C=20$

On va ensuite comparer la différence entre la modélisation onde plane et la modélisation onde transducteur, en utilisant le terme source S_1 seul.

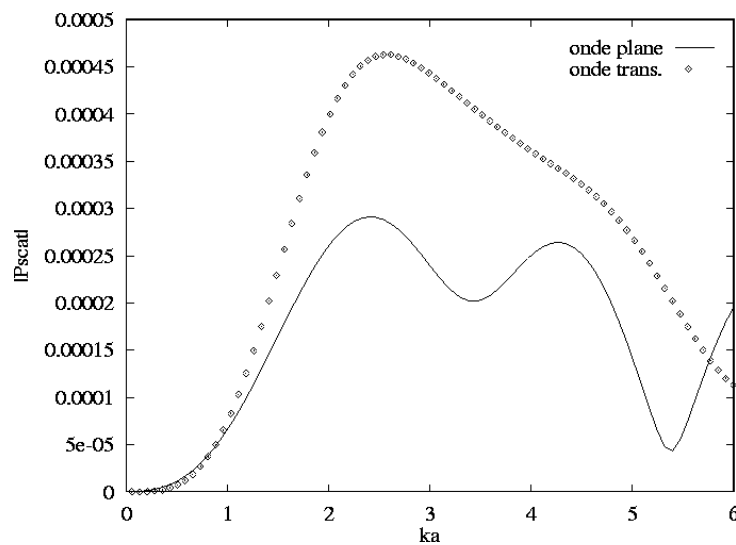
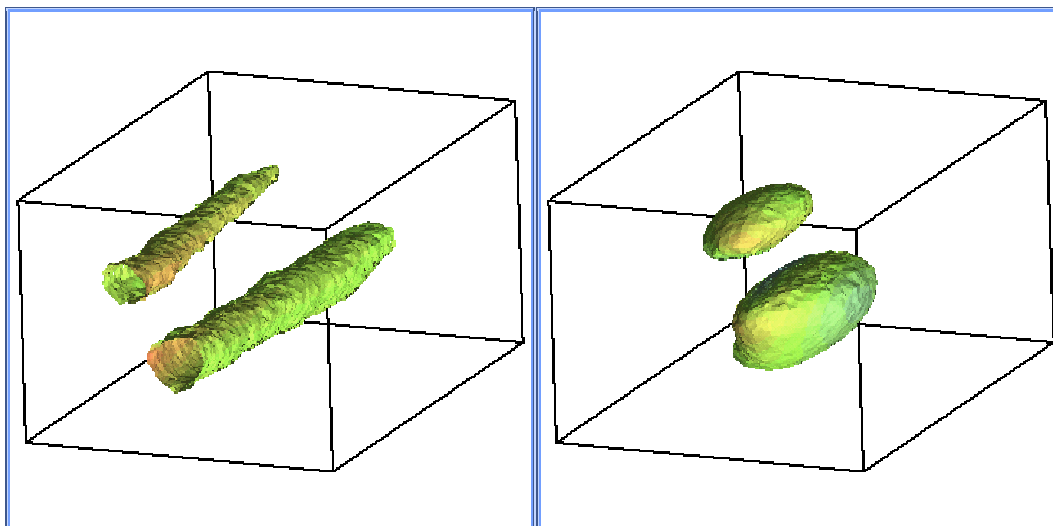
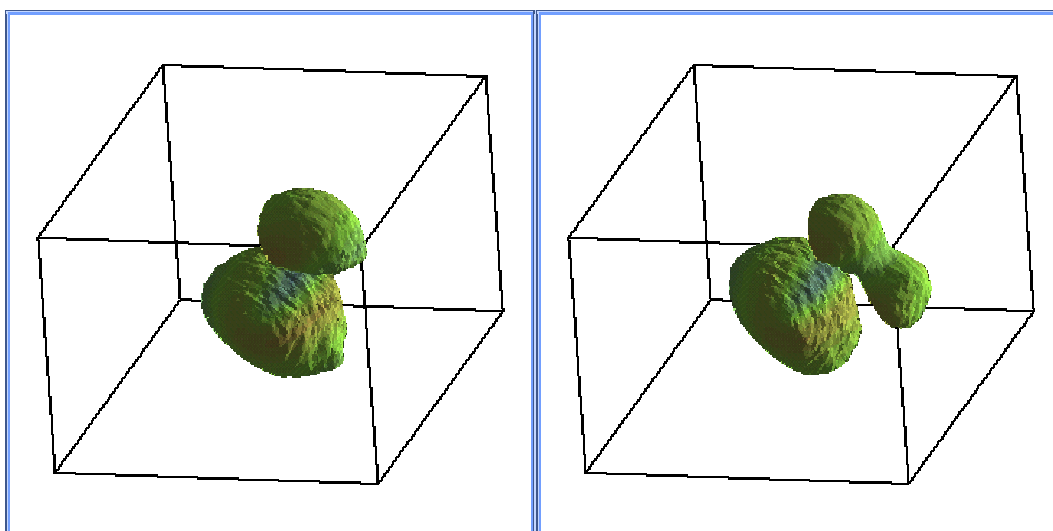
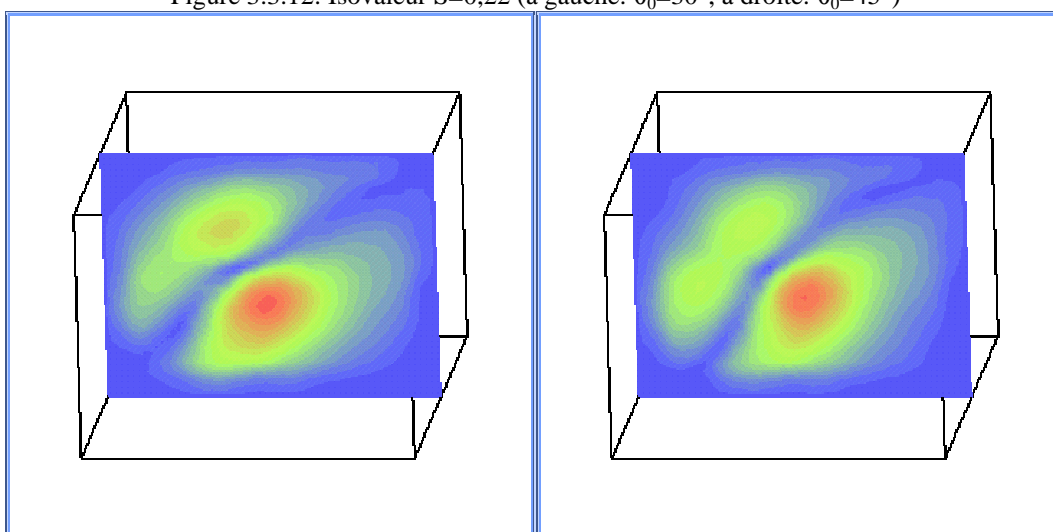


Figure 3.3.10: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la modélisation de l'onde; $\theta_0=30^\circ$, $r_C=20$

Le changement dans le choix de la modélisation de l'onde influe de manière importante sur la courbe de résonance. Les deux pics bien marqués de l'onde plane ne se sont plus visibles dans le cas de l'onde transducteur. En réalité, on retrouve bien le premier pic pour une même valeur du nombre d'onde, mais le second est bien moins marqué, même si l'on remarque une inflexion de la courbe. La Figure 3.3.11 nous montre l'allure du terme source dans ces deux cas (la coloration des surfaces correspond à l'amplitude $U_{/yz}$ de la vitesse).

Figure 3.3.11: Isovaleur $S=0,22$ dans le domaine de calcul (à gauche: onde plane, à droite: onde transducteur)Figure 3.3.12: Isovaleur $S=0,22$ (à gauche: $\theta_0=30^\circ$, à droite: $\theta_0=45^\circ$)Figure 3.3.13: Amplitude du terme source S dans le plan $x=125$ mm (à gauche: $\theta_0=30^\circ$, à droite: $\theta_0=45^\circ$)

Comme les pics obtenus sont difficiles à interpréter, on va faire varier l'angle θ_0 d'insonation et voir quelle est l'influence sur les courbes de pression diffusée. On commence par étudier le cas de l'onde plane.

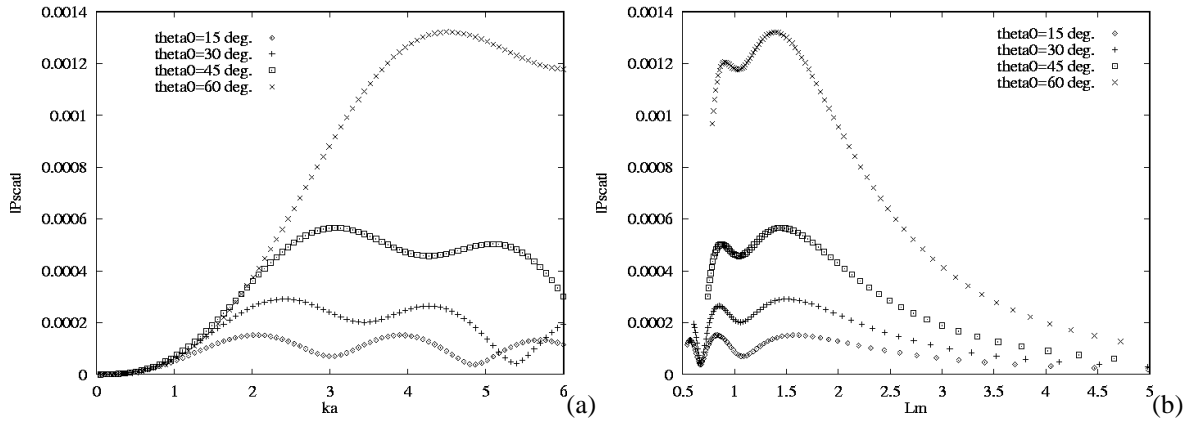


Figure 3.3.14: Courbes de résonance de la pression diffusée pour différents angles θ_0 dans le cas de l'onde plane; $r_C=20$; (a) courbe $|P_{scatt}|=f(ka)$, (b) $|P_{scatt}|=f(L_M)$

On voit que plus l'angle d'insonation s'approche de 90° , plus l'amplitude de l'onde diffusée est élevée et plus les pics de résonance ont lieu pour une valeur élevée du nombre d'onde. En revanche, quelque soit l'angle, on observe toujours la présence des deux pics. En portant en abscisse la grandeur $L_M = \pi / (ka \cos \theta_0)$, on s'aperçoit sur la Figure 3.3.14 (b) que les pics de résonance apparaissent pour une même valeur de L_M . Les figures ci-dessous réalisées dans le cas de l'onde transducteur nous permettent d'arriver à la même conclusion.

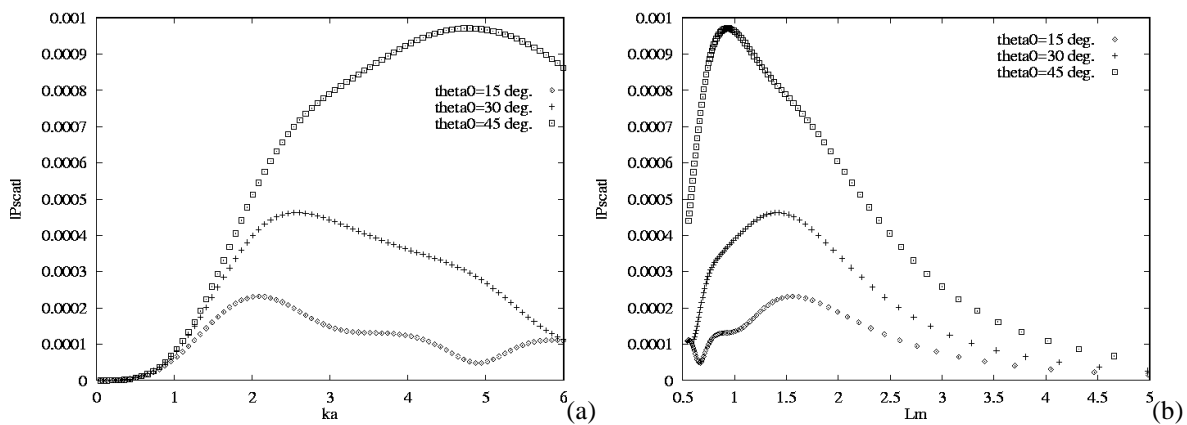


Figure 3.3.15: Courbes de résonance de la pression diffusée pour différents angles θ_0 dans le cas de l'onde transducteur; $r_C=20$; (a) courbe $|P_{scatt}|=f(ka)$, (b) $|P_{scatt}|=f(L_M)$

En revanche, on voit que dans ce cas, l'angle d'insonation va avoir une influence sur la forme de la courbe: un des deux pics de diffusion va apparaître moins clairement selon la variation de θ_0 . Les Figure 3.3.12 et Figure 3.3.13 qui montrent l'aspect du terme source pour les angles $\theta_0=30^\circ$ et $\theta_0=45^\circ$ indiquent bien que l'allure générale de S peut varier fortement en

fonction de l'angle d'insonnation. Ceci est du à la distribution non uniforme de vitesse dans le cas du tourbillon marginal, avec des zones de défaut de vitesse.

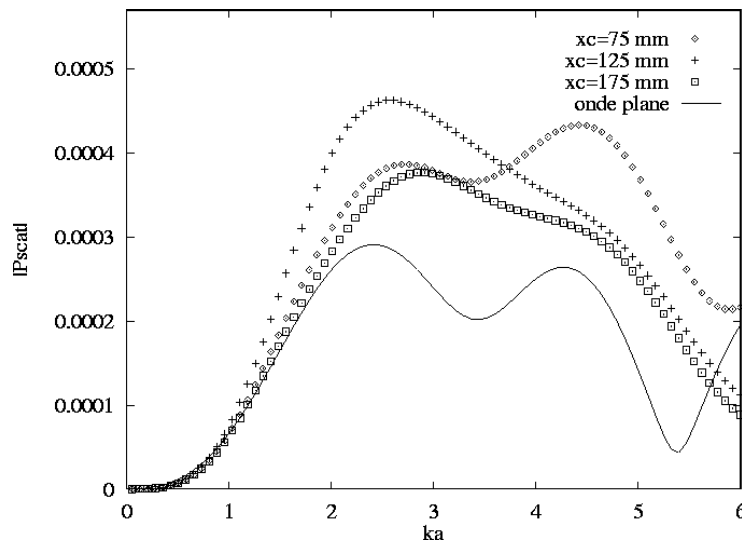


Figure 3.3.16: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, cas onde transducteur, $\theta_0=30^\circ$, influence de la position du plan d'insonnation, comparaison avec le cas onde plane

De même la Figure 3.3.16 nous montre les courbes de pression diffusée obtenues en faisant varier l'abscisse x_C du plan d'insonnation (plan perpendiculaire à l'axe x contenant la source et le capteur) pour $\theta_0=30^\circ$. Ici encore, les pics sont plus ou moins marqués selon la valeur de x_C (coordonnée x du capteur). Dans le cas de l'onde plane, où toute la largeur de la zone est insonnée, on retrouve bien la présence des deux pics.

Dans le cas d'un tourbillon 3D avec des distributions complexes de vitesse, on peut donc dire que les courbes de résonance obtenues sont plus difficiles à interpréter que dans le cas de modèles analytiques axi-symétriques où l'on pouvait lier de façon directe le paramètre L_M à la résonance à la taille du tourbillon. Cependant, on peut affirmer que les grandeurs de L_M à la résonance caractérisent l'écoulement, puisque cette valeur est constante en fonction de l'angle d'insonnation. De même, malgré la complexité du problème, on retrouve des caractéristiques constantes pour les courbes de pression diffusée, à savoir la présence de deux pics, plus ou moins marqués. On peut donc confirmer les constatations expérimentales (cf. [51]) qui indiquent qu'on peut caractériser un tourbillon marginal par insonnation ultrasonore.

Il aurait été utile de pouvoir relancer la simulation de l'écoulement avec des paramètres différents pour observer les changements sur les courbes de pression diffusée. Malheureusement, la complexité de la mise en œuvre de la simulation numérique de l'écoulement fait qu'une telle étude paramétrique de ce problème n'a pu être menée.

Partie 6: Caractérisation acoustique d'un sillage de sous-marin

Pour conclure ce travail et à la demande de la DCN, on tente maintenant de caractériser le sillage d'un sous-marin. On travaille sur un modèle analytique simple constitué par un filet tourbillonnaire représentant le tourbillon induit par l'hélice de l'engin et par une série d'anneaux tourbillonnaires alternés issus des perturbations engendrées par la coque. Cette représentation simplifiée ne rend bien sûr pas compte de manière réaliste de tous les phénomènes prenant place dans le sillage d'un sous-marin, mais elle nous permettra de réaliser une étude paramétrique qui nous donnera des indications sur la nature du spectre de pression diffusée. Cette étude permettra aussi de tester la sensibilité de la mesure par rapport aux différents paramètres de contrôle du problème.

1. Ecoulement dans le sillage d'un sous-marin

1.1. Modèle analytique simple

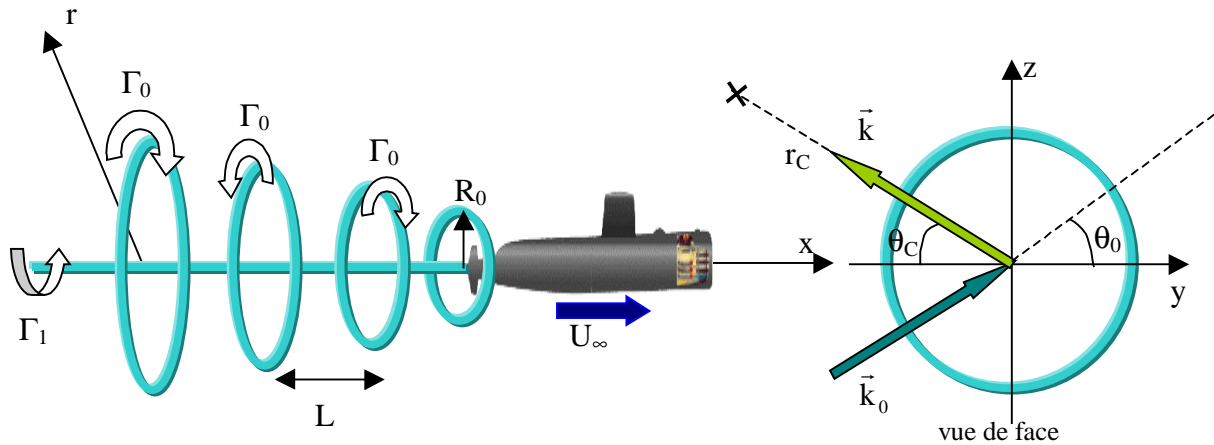


Figure 1.1.1: Configuration du sillage à l'arrière du sous-marin

On donne ici la description d'une structure tourbillonnaire modélisant le sillage à l'arrière d'un sous marin. On supposera donc que celui-ci se compose d'anneaux tourbillonnaires alternés et d'un tourbillon central du à la présence de l'hélice. La fréquence des lâchers de tourbillons est donnée par $f = S_{tr} U_{\infty} / R_0$ où S_{tr} est le nombre de Strouhal et R_0 est le rayon du premier anneau. La longueur L entre deux anneaux successifs vaut $L = R_0 / (2S_{tr})$.

La position de l'anneau est fixe dans un repère lié à la terre. Le rayon R de l'anneau varie en fonction du temps:

$$R(t) = R_0 + \beta U_\infty t$$

où $\beta = \tan(4^\circ)$ est représentatif de la diffusion du sillage.

Comme l'échelle de temps de la mesure acoustique est faible devant l'échelle de temps des phénomènes liés à l'écoulement, on pourra considérer celui-ci comme figé durant la mesure. On obtient donc le rayon du $k^{\text{ème}}$ anneau en fonction du rayon initial:

$$R_0^{(k)} = R_0 \left[1 + (k-1) \frac{\beta}{S_{tr}} \right].$$

Eq. 1.1.1

On obtient donc un sillage axi-symétrique. Notons que si on enlève les anneaux tourbillonnaires, on retrouve le cas étudié précédemment d'un tourbillon unique en 3D.

1.2. Détermination de la vitesse induite par un anneau tourbillonnaire.

Pour pouvoir calculer le terme source associé à la diffusion acoustique, on a besoin de déterminer le champ de vitesse induit par le sillage, et donc en premier lieu, le champ de vitesse induit par un anneau tourbillonnaire. L'anneau est axi-symétrique, infiniment fin et de rayon R_0 . On se place en coordonnées cylindriques (r, θ, x) et l'axi-symétrie ($\partial/\partial\theta=0$) nous permet de calculer la vitesse pour un angle θ quelconque. Le principe du calcul du champ de vitesse induit par un tel anneau est donné par Saffman [45].

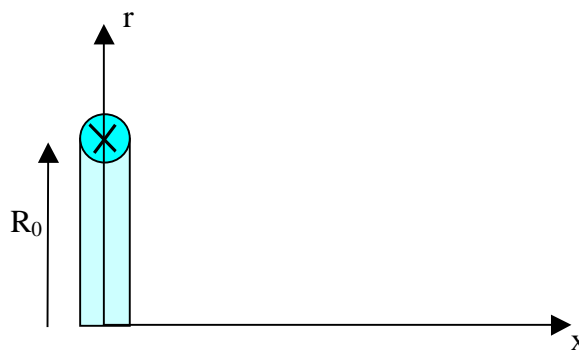


Figure 1.2.1: Système de coordonnées pour le calcul de la vitesse induite par un anneau tourbillonnaire

La méthode consiste à rechercher une fonction de courant ψ telle que

$$U_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad U_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

La vorticité s'écrit alors

$$\omega_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right).$$

La formule de Biot et Savart permet d'obtenir l'expression de ψ

$$\psi(r, x) = \frac{rR_0}{4\pi} \underbrace{\iint_{\Gamma_0} \omega_\theta(x', r') dx' dr'}_{\Gamma_0} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{[x^2 + r^2 + R_0^2 - 2rR_0 \cos \theta]^{1/2}} d\theta$$

où Γ_0 représente la circulation de l'anneau tourbillonnaire. On peut transformer l'expression ci-dessus en exprimant la fonction de courant en fonction d'intégrales elliptiques du 1^{er} et 2nd ordre. On obtient

$$\psi = \frac{\Gamma_0 (rR_0)^{1/2}}{2\pi} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) \mathbf{K}(k) - \frac{2}{k} \mathbf{E}(k) \right]$$

Eq. 1.2.1

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{4rR_0}{x^2 + (r + R_0)^2} \\ \mathbf{K}(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 u)^{-1/2} du \\ \mathbf{E}(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 u)^{1/2} du \end{array} \right.$$

Eq. 1.2.2

On pourrait aussi retenir un champ de vitesse prenant en compte un paramètre de régularisation δ correspondant à la largeur de l'anneau tourbillonnaire (cf. [44]). Néanmoins, cette modélisation est plus complexe, et nous garderons la présente formulation qui dans le cas de vitesses exprimées de façon discrète sur les points d'un maillage donne des résultats très satisfaisants.

2. Analyse des spectres de pression diffusée

On va analyser les spectres de pression diffusée obtenus en faisant varier la fréquence de l'onde incidente. Comme ce problème comporte de très nombreux paramètres, notre étude va tenter de définir ceux qui sont les plus significatifs pour le phénomène étudié.

L'écoulement étant axi-symétrique, le choix de l'angle d'insonnation θ_0 ne sera donc pas un paramètre influant sur les grandeurs mesurées. Il nous faudra étudier en revanche l'influence du nombre d'anneaux et de leur position dans le sillage, de l'écartement L entre 2 anneaux, des rayons R_0 et R_1 , ainsi que des circulations Γ_0 et Γ_1 .

2.1. Configurations à R_0 constant

Dans un premier temps, on va analyser un problème simplifié dans une configuration composée d'anneaux tourbillonnaires de rayon constant R_0 et d'un tourbillon central modélisé par un modèle de Taylor, avec un rayon caractéristique R_1 (i.e. le maximum d'intensité de vitesse se fera pour $r=R_1$) et une circulation Γ_1 . On notera $\gamma=\Gamma_1/\Gamma_0$ le rapport des deux circulations. L'angle d'incidence de l'onde sera fixé à $\theta_0=30^\circ$ et on utilisera la modélisation onde plane, sauf indication contraire.

Les longueurs sont normalisées par une longueur de référence a avec $a=O(R_0)$ et la vitesse de référence est choisie comme étant la vitesse maximale dans le domaine. Le domaine maillé a une taille de 5 selon x et 3 selon la direction radiale r (cf. Figure 2.1.3). Le capteur est placé à une abscisse x_C (au centre du domaine en $x_C=2,5$) et à une distance $r_C=5$ de l'axe x .

Influence du maillage

On effectue le calcul du terme source dans un domaine cylindrique. Le nombre de points dans la direction azimutale (selon θ) est de 90. Sur la Figure 2.1.1, on étudie l'influence du nombre de points du maillage. Le premier chiffre représente le nombre de points dans la direction axiale (selon x) et le second le nombre de points dans la direction radiale (selon r). La configuration de calcul se compose d'un tourbillon central de rayon $R_1=0,2$ et de deux anneaux tourbillonnaires de rayon $R_0=1$ (sauf indication contraire, on gardera toujours $R_0=1$) espacés d'une distance $L=1$.

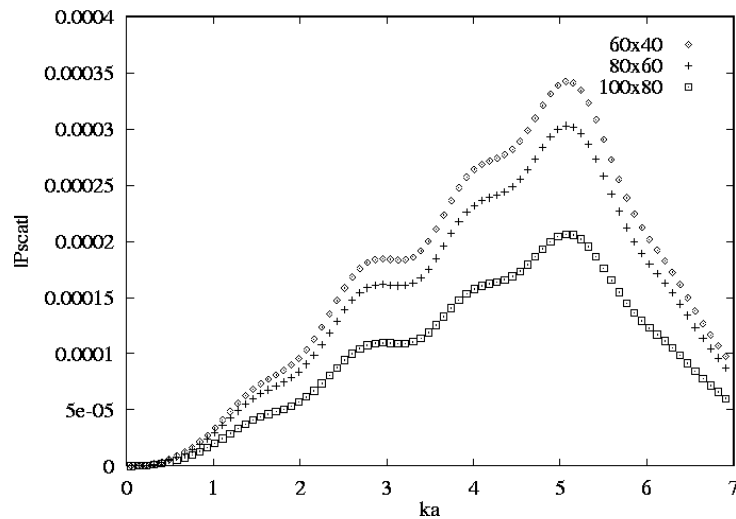


Figure 2.1.1: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la résolution du maillage; 2 anneaux, $\theta_0=30^\circ$, $\gamma=1$, $R_0=1$, $R_1=0,2$

On voit que si la finesse du maillage modifie l'amplitude de la pression diffusée calculée, la position des pics reste en revanche inchangée. Comme c'est cette position qui nous intéresse dans le cadre de ce test de faisabilité, on utilisera par la suite le maillage 80x60.

Influence du nombre d'anneaux tourbillonnaires (1)

Les courbes suivantes vont illustrer une constatation importante: si l'on prend une faible valeur de γ , de façon à ce que l'on puisse quasiment négliger l'influence du tourbillon central, alors on s'aperçoit que si l'on a un nombre impair d'anneaux tourbillonnaires, le signal diffusé calculé est de très faible amplitude, dans les configurations où le plan d'insonnation (contenant l'émetteur et le capteur) est confondu avec le plan de l'anneau central. Ce phénomène peut être expliqué de façon intuitive en analysant les distributions de vitesses induites par l'anneau dans le cas d'un l'anneau seul par exemple (composante de vitesse selon y sur la Figure 2.1.2).

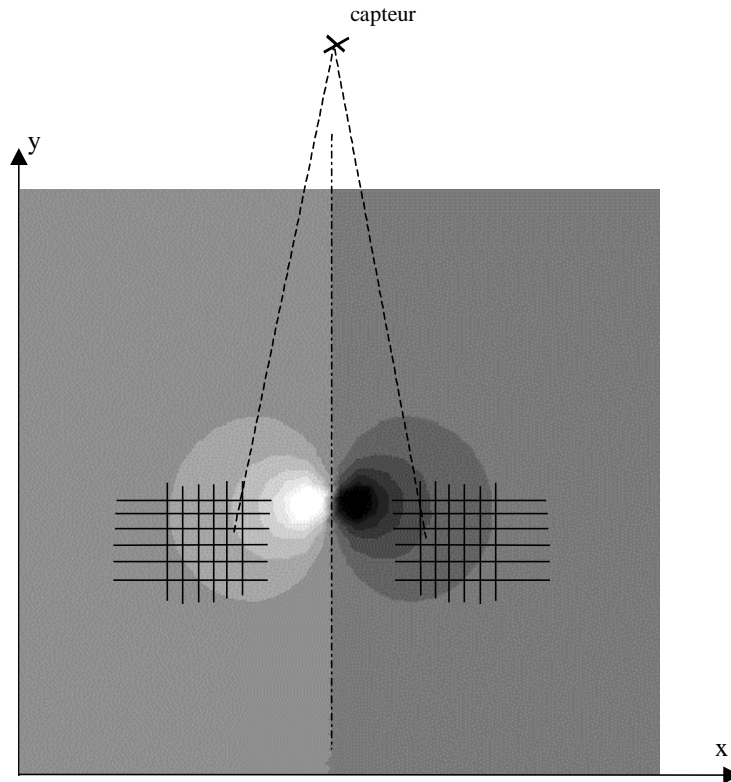


Figure 2.1.2: Amplitude de la vitesse U_y induite par un anneau, coupe dans un plan à θ constant

La distribution de vitesse est anti-symétrique par rapport à un plan coupant le domaine de calcul en son milieu selon la coordonnée x . Or il se trouve que le capteur est justement placé dans ce plan. On rappelle l'expression de la pression diffusée en première approximation (en ne gardant que le terme S_1):

$$P_{\text{scat}}(M) = \iiint G S ds' = \iiint \frac{\exp(ikd(M, M'))}{4\pi d(M, M')} 2k^2 \vec{u}_{\text{inc}}(M') \cdot \vec{u}_0(M') ds'$$

(où $d(M, M')$ exprime la distance entre le capteur et un point M' du domaine). On s'aperçoit alors que la contribution d'une cellule de la partie droite du domaine dans le calcul de l'intégrale va être annulée par la contribution de la cellule symétrique dans la partie gauche. La fonction à l'intérieur de l'intégrale devient impaire par rapport au point de calcul M' , ce qui entraîne des faibles valeurs de l'intégrale et donc de la pression diffusée.

On va illustrer ce phénomène en comparant les pressions diffusées captées par le récepteur dans les trois configurations décrites sur la Figure 2.1.3. Les symboles représentent l'emplacement de la position de l'anneau tourbillonnaire dans un plan à θ constant. Les configurations 1 et 2 possèdent deux anneaux tourbillonnaires et la configuration 3, possède un anneau supplémentaire par rapport à la configuration 1. Dans les trois cas, le plan d'insonnation à x constant coupe le domaine de calcul en son milieu.

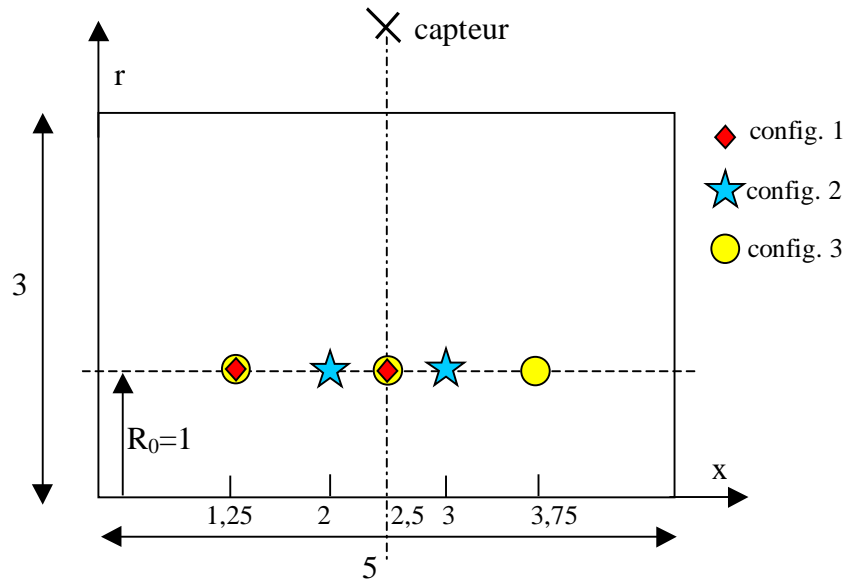
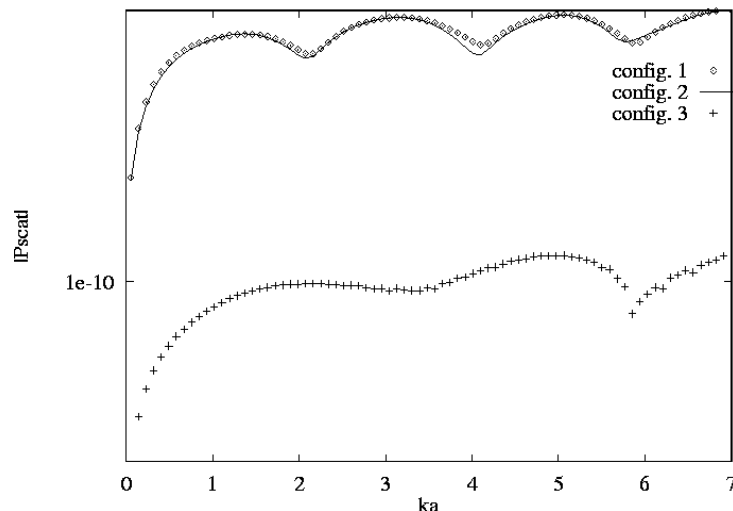


Figure 2.1.3: Visualisation de la position des anneaux pour les 3 configurations de calcul

On voit que les courbes pour les deux premières configurations sont quasiment identiques. En revanche, dès qu'on ajoute un 3^{ème} anneau la valeur de la pression diffusée chute brutalement, conformément au phénomène expliqué précédemment.

Figure 2.1.4: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$ pour les 3 configurations (cf. Figure 2.1.3); $\gamma=1$, $R_1=0,2$

Influence de la position du capteur

Un moyen simple pour éviter ce phénomène de chute de la pression diffusée consiste à faire varier l'abscisse x_C du capteur comme on l'a fait sur la Figure 2.1.5. La courbe $x_C=2,5$ correspond à un capteur placé dans l'axe de l'anneau. On voit que l'amplitude de la pression diffusée reste très faible et ne dépasse pas les 10^{-10} . En revanche, il suffit de déplacer

légèrement le capteur en $x_C=2,6$ ou $2,8$ pour voir l'amplitude de la pression gagner de nombreux ordres de grandeur.

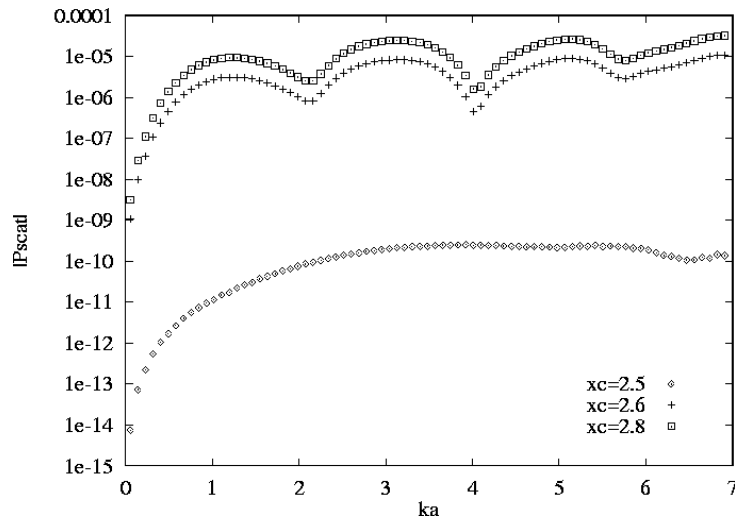


Figure 2.1.5: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence de l'abscisse x_C du capteur; 1 anneau, $\gamma=10^{-6}$, $R_1=0,2$

On retrouve donc un fait démontré lors d'études antérieures d'une onde diffusée par un anneau tourbillonnaire (cf. Howe [24]), à savoir que la diffusion est nulle dans l'axe de l'onde quand on insonne l'anneau perpendiculairement à son axe (cf. Figure 2.1.6). La Figure 2.1.7 montre l'amplitude de la pression diffusée obtenue par nos calculs en faisant varier la position axiale x_C du capteur, avec un tracé en diagramme polaire. On retrouve bien la forme quadripolaire déjà obtenue par Howe.

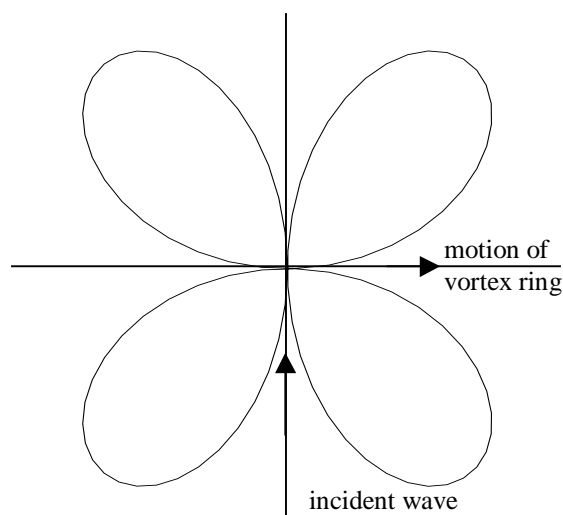


Figure 2.1.6: "Field shape of the scattered sound", d'après Howe [24]

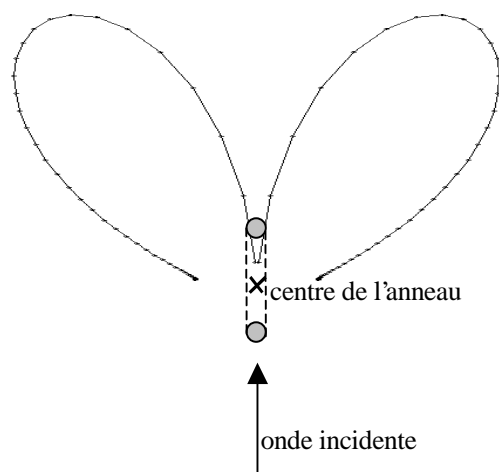


Figure 2.1.7: Diagramme polaire de l'amplitude $|P_{\text{scat}}|$ de la pression diffusée en fonction de x_C pour un anneau tourbillonnaire

Influence de l'espacement axial entre les anneaux

On va à présent faire varier la distance axiale L entre deux anneaux. On utilise une configuration à deux anneaux tourbillonnaires et on choisit $\gamma=10^{-6}$ pour éliminer l'influence du tourbillon central. Les positions de l'émetteur et du capteur acoustique sont choisies à priori de telle manière que l'on mesure un nombre d'onde caractéristique dans une section circulaire du domaine cylindrique perpendiculaire à l'axe x . On peut donc supposer qu'une modification de la configuration de l'écoulement dans une direction axiale ne devrait pas déplacer les pics de pression diffusée.

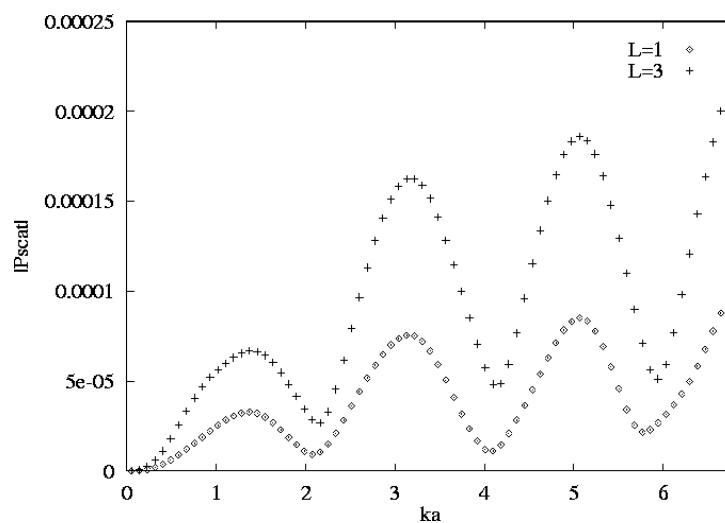


Figure 2.1.8: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la distance axiale L entre les anneaux; 2 anneaux, $\gamma=10^{-6}$, $R_1=0,2$

On constate en effet que la variation de L entraîne une modification de l'amplitude de la pression diffusée, mais pas de la position des pics, en conformité avec nos prévisions.

Influence du tourbillon central

La première courbe de la Figure 2.1.9 correspond à $\gamma=\infty$, c'est à dire qu'on a supprimé les anneaux tourbillonnaires ($\Gamma_0=0$). On retrouve la courbe classique de la diffusion d'une onde par un tourbillon seul comme on a pu l'étudier dans la Partie 5. Si maintenant on place un anneau tourbillonnaire de même circulation que le tourbillon central ($\gamma=1$) dans le plan d'insonnation, alors l'amplitude de la pression diffusée chute à cause du phénomène expliqué précédemment.

Le pic est cependant observé pour une même valeur du nombre d'onde et cette valeur dépend uniquement de la taille du tourbillon central R_1 . En effet, quand on change la valeur de R_1 sur la dernière courbe, la position du pic de résonance varie en conséquence.

Dans une telle configuration, c'est donc le tourbillon central qui va dicter la position du pic de résonance et qui fixe ainsi la longueur mesurée par insonnation. L'anneau tourbillonnaire n'a dans ce cas pas d'influence puisqu'il est placé dans l'axe du capteur qui correspond donc comme on l'a vu précédemment à un minimum de pression diffusée.

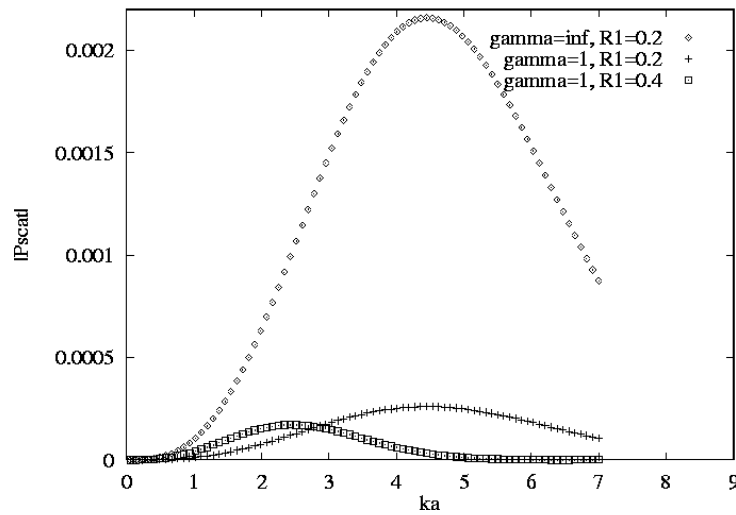
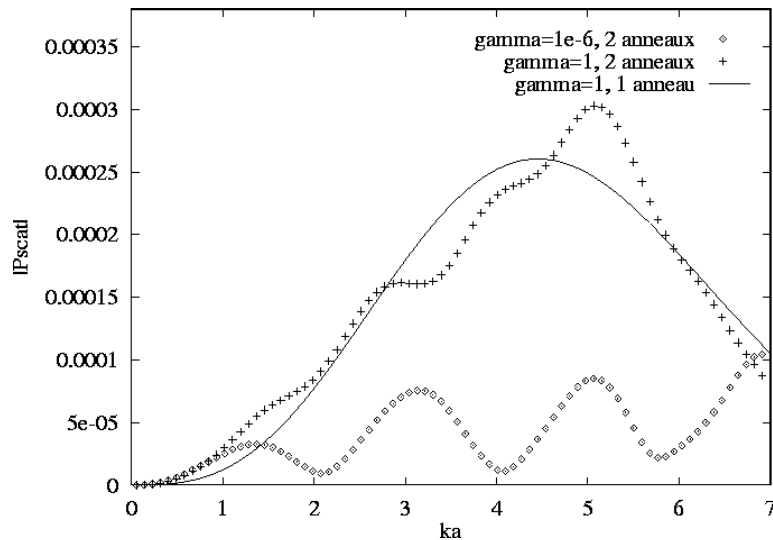


Figure 2.1.9: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$ pour un anneau, influence du tourbillon central; 1 anneau

Influence des anneaux tourbillonnaires

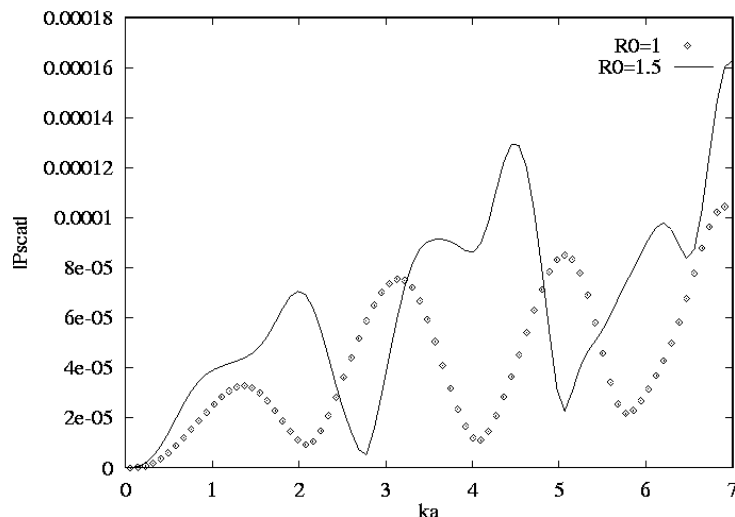
On se place maintenant dans la situation d'un tourbillon central accompagné de deux anneaux de même rayon R_0 , situés en $x=2$ et $x=3$ (le domaine ayant toujours une longueur de 5 dans la direction axiale). La première courbe de la Figure 2.1.10 est obtenue pour $\gamma=10^{-6}$, c'est-à-dire que l'on peut pratiquement négliger l'influence du tourbillon central. Les pics obtenus sont donc uniquement dus aux anneaux.

En prenant $\gamma=1$, on obtient une courbe dont l'allure est influencée aussi bien par le tourbillon central que par les anneaux. En effet, l'allure générale correspond en gros à celle de la courbe en trait plein tracée pour $\gamma=1$ et pour un seul tourbillon, dont on sait qu'elle est due à la seule action du tourbillon central. On retrouve cependant des extrema locaux dus à la présence des anneaux tourbillonnaires.

Figure 2.1.10: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence des anneaux tourbillonnaires; $R_1=0,2$

Influence du rayon de l'anneau tourbillonnaire

Alors que le rayon des anneaux tourbillonnaires était jusqu'à présent fixé à $R_0=1$, on va maintenant prendre $R_0=1,5$ et observer les changements intervenus sur les spectres de diffusion.

Figure 2.1.11: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence du rayon R_0 ; 2 anneaux, $\gamma=10^{-6}$, $R_1=0,2$

La Figure 2.1.11 est tracée pour $\gamma=10^{-6}$, on peut donc négliger l'influence du tourbillon central dans la position des pics de diffusion. On voit clairement que le changement de rayon des anneaux dicte la position des pics de diffusion.

Néanmoins, on ne peut plus comme dans le cas de l'allée de Von Karman ou celui des tourbillons seuls, retrouver d'après ce spectre une mesure de la taille de l'anneau. D'ailleurs, on constate bien que ce spectre est constitué d'harmoniques successifs d'amplitude croissante

et l'on peut donc supposer que le pic d'amplitude maximale représentatif d'une longueur de l'anneau se situe à des nombres d'ondes plus élevés que ceux représentés sur ce spectre. Si l'on reprend notre définition de longueur mesurée L_M , on a $ka_{\text{réso}} = \pi / (L_M \cos \theta_0)$, ce qui nous donne un nombre d'onde de résonance $ka_{\text{réso}} \sim 36$ si l'on considère un angle d'incidence $\theta_0 = 30^\circ$ et un diamètre adimensionnel de l'anneau de l'ordre de 10^{-1} . On ne peut dans nos calculs accéder à des nombres d'ondes aussi élevés: le nombre de points du maillage deviendrait trop important par rapport à la capacité des machines utilisées.

On réalise la même opération sur la Figure 2.1.12 avec un paramètre $\gamma = 1$ soit une configuration influencée aussi bien par le tourbillon central que par les anneaux.

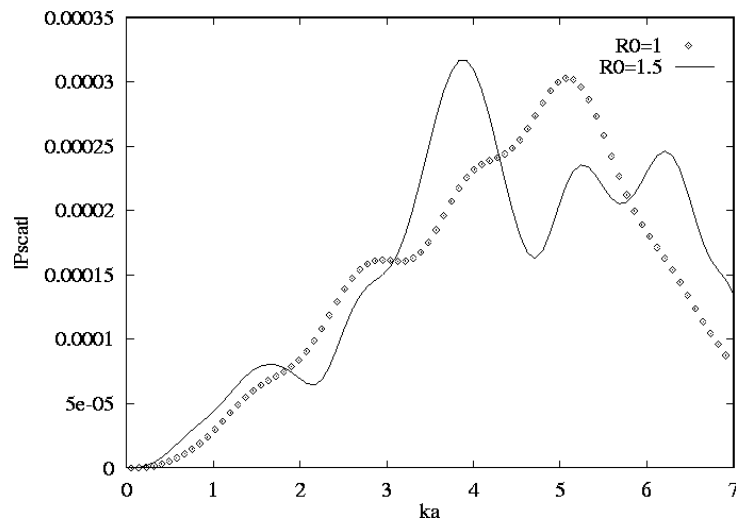


Figure 2.1.12: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence du rayon R_0 ; 2 anneaux, $\gamma=1$, $R_1=0,2$

Encore une fois, la taille de l'anneau tourbillonnaire possède une influence prépondérante sur la position des pics de diffusion qui dépend malgré tout aussi de la taille du tourbillon central.

Influence du nombre d'anneaux tourbillonnaires (2)

On a vu que dans certaines configurations à 1 ou 3 anneaux tourbillonnaires, la pression diffusée devenait très faible. On va maintenant examiner l'influence du nombre de tourbillons dans des configurations où il est possible d'obtenir un signal de forte intensité.

On choisit une configuration où le premier anneau est situé à une abscisse $x=1$ et les anneaux successifs sont à une distance $L=1$ du précédent. Le capteur est placé à $x_C=2,5$ et donc à aucun moment il ne sera dans le plan d'un anneau.

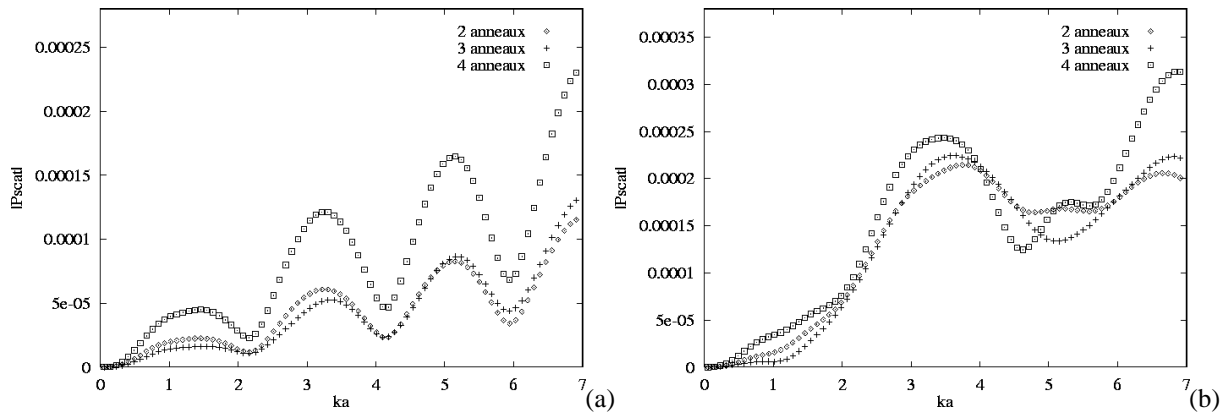


Figure 2.1.13: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence du nombre d'anneaux; $R_1=0,2$; (a) $\gamma=10^{-6}$, (b) $\gamma=1$

Dans le cas $\gamma=10^{-6}$ (Figure 2.1.13 (a)), on ne constate aucun décalage dans la position des pics. Dans le cas $\gamma=1$ (Figure 2.1.13 (b)), la différence entre chaque courbe est plus marquée, même si l'allure générale reste identique. Le choix du nombre d'anneaux tourbillonnaires qui modifie les caractéristiques de l'écoulement dans une direction perpendiculaire au plan d'insonnation n'est donc pas un paramètre prépondérant dans la position des pics de résonance de la pression diffusée.

Influence de la modélisation de l'onde

On a jusqu'à présent utilisé la modélisation de l'onde incidente la plus simple qui est celle de l'onde plane. Observons maintenant l'effet d'une onde incidente induite par un transducteur (cf. Partie 4).

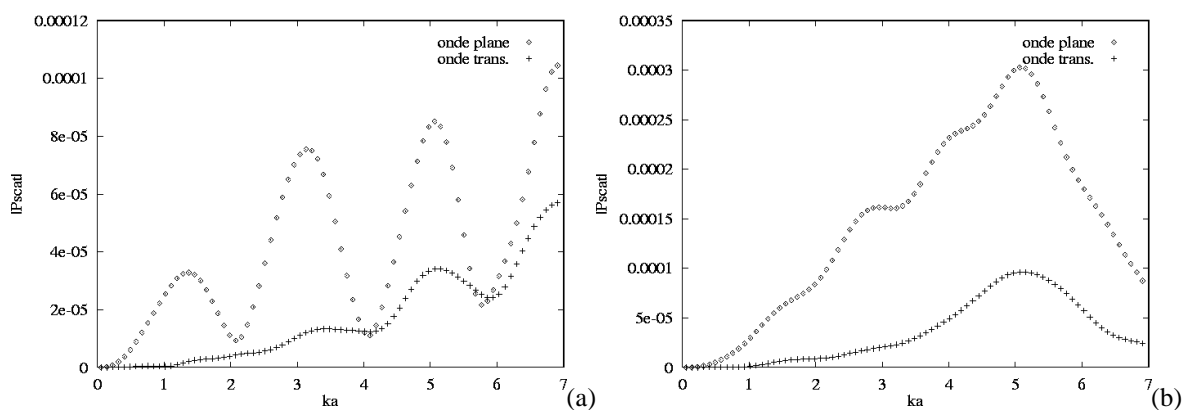


Figure 2.1.14: Courbes de résonance $|P_{\text{scat}}|=f(ka)$, influence de la modélisation de l'onde; 2 anneaux, $R_1=0,2$; (a) $\gamma=10^{-6}$, (b) $\gamma=1$

Dans le cas $\gamma=10^{-6}$ (Figure 2.1.14 (a)), en l'absence du tourbillon central, la modélisation onde transducteur ne rend pas compte aussi nettement des premiers pics que

dans le cas de l'onde plane. La constatation est la même dans le cas $\gamma=1$ (Figure 2.1.14 (b)), cependant le pic principal pour $ka \sim 5$ dû à la présence du tourbillon central est lui bien représenté dans les deux cas. On peut donc en conclure qu'un changement de modélisation de l'onde ne modifiera pas les conclusions sur la caractérisation du sillage.

2.2. Configuration à $R_0=f(S_{tr})$

On étudie maintenant des configurations où le rayon des anneaux tourbillonnaires n'est plus constant et dépend du nombre de Strouhal, selon la formule donnée par l'Eq. 1.1.1.

On présente des visualisations du terme source d'un cas à 4 anneaux, avec un nombre de Strouhal $S_{tr}=0,5$ (ce nombre élevé permet d'avoir des anneaux plus serrés et donc d'insonner plus d'anneaux pour un domaine de même taille). Les autres paramètres du calcul sont $\gamma=1$ et $R_1=0,2$ et on utilise la modélisation d'une onde émise par un transducteur (pour les visualisations ci-dessous). L'angle d'insonnation est fixé à $\theta_0=30^\circ$.

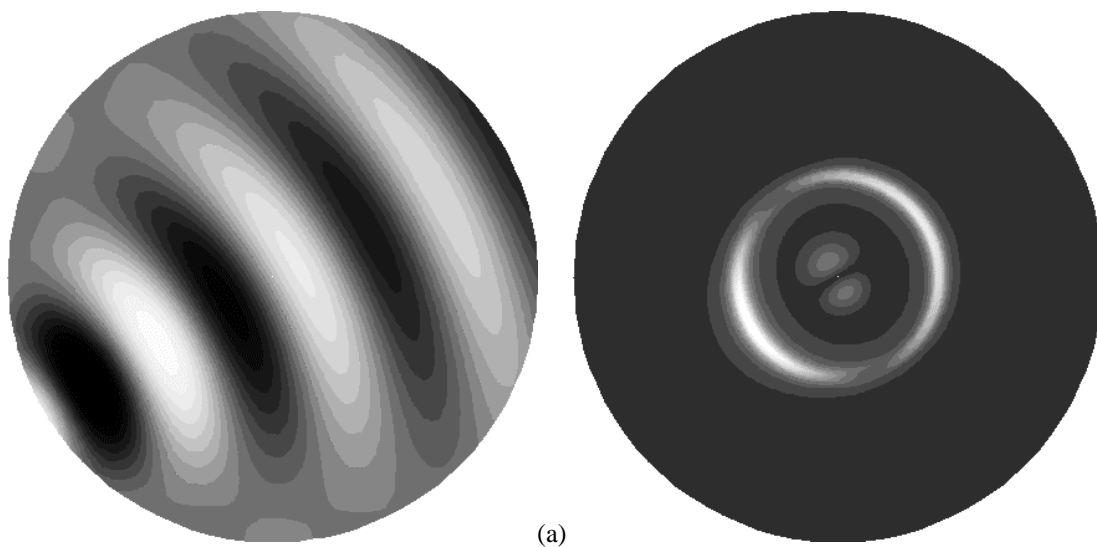


Figure 2.2.1: Vues en coupe dans le plan $x=2$; (a) amplitude de la pression incidente, (b) amplitude du terme source; $\theta_0=30^\circ$, 4 anneaux, $\gamma=1$; $S_{tr}=0,5$

Les Figure 2.2.1 (a) et Figure 2.2.1 (b) présentent respectivement une vue de la pression incidente et le terme source S dans un plan axial $x=2$, soit dans le même plan que le second anneau tourbillonnaire. Pour le terme source, on retrouve bien au centre la structure dipolaire qui provient de la présence du tourbillon central, ainsi que la composante due à l'anneau.

La Figure 2.2.2 nous donne une représentation du terme source dans la section $y=0$ du cylindre. Dans la Figure 2.2.3, on affecte à chaque point du domaine une intensité lumineuse proportionnelle à l'intensité du terme source en ce point. On obtient donc une visualisation de cette grandeur par analogie avec une source lumineuse. On note bien la présence du tourbillon central ainsi que celle des 4 anneaux tourbillonnaires.

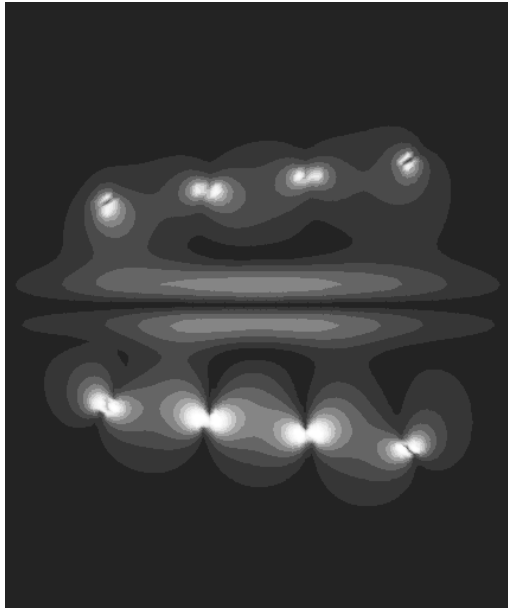


Figure 2.2.2: Amplitude du terme source S , vue en coupe dans le plan $y=0$

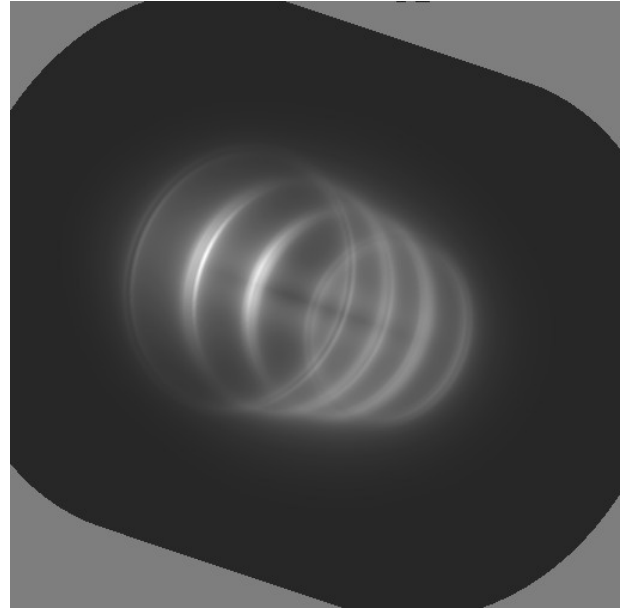
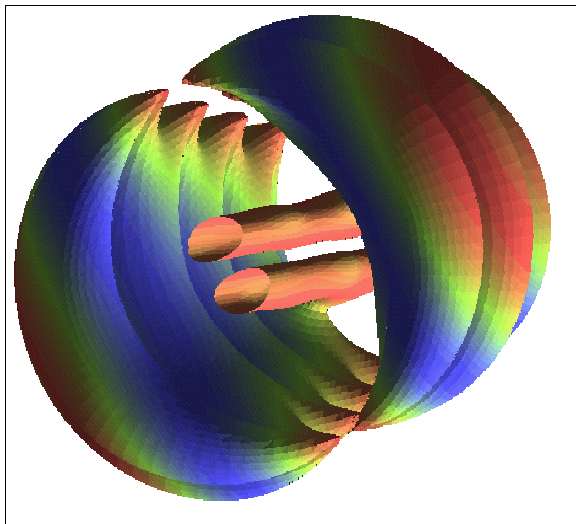
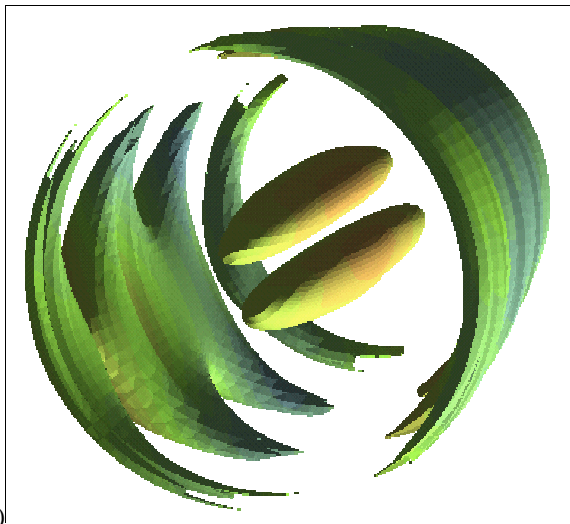


Figure 2.2.3: Amplitude du terme source S dans le domaine



(a)



(b)

Figure 2.2.4: Vue 3D de l'isovaleur $S=0,12$ du terme source, coloration selon l'amplitude de l'onde incidente; (a) cas onde plane, (b) cas onde transducteur

Enfin, pour mieux visualiser ce terme source tridimensionnel, on montre une vue 3D de l'isovaleur $S=0,12$ avec une coloration de surface proportionnelle à l'intensité de la

pression de l'onde incidente (Figure 2.2.4 (a): cas onde plane, Figure 2.2.4 (b): cas onde transducteur).

Pour étudier l'influence du nombre de Strouhal, on s'intéresse maintenant à une configuration à 3 anneaux avec $R_1=0,2$. Notons que la variation de ce paramètre va influencer aussi bien l'espacement axial L entre les anneaux que les rayons successifs de chaque anneau (cf. chapitre 1.1). On a vu dans le chapitre précédent que la variation de L n'a pas d'influence sur la position des pics de pression diffusée. C'est donc la variation de R_0 qui devrait être responsable de la variation de position des pics de diffusion, donc le paramètre principal.

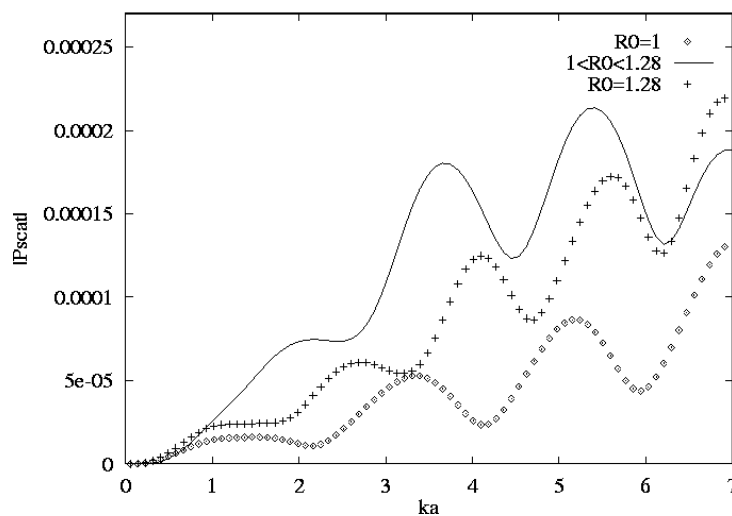


Figure 2.2.5: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, comparaison des cas à R_0 constant et à $R_0=f(S_{tr})$; $\gamma=10^{-6}$, $\theta_0=30^\circ$, $R_1=0,2$,

On compare sur la Figure 2.2.5 la courbe en trait plein obtenue pour une configuration à 3 anneaux avec $S=0,5$ (soient des rayons R_0 valant respectivement 1; 1,14 et 1,28) et des configurations à R_0 constant valant 1 et 1,28. Même si la correspondance entre les courbes n'est pas toujours évidente, on peut observer que la position des pics pour la courbe en trait plein est intermédiaire par rapport à la position des pics des deux autres courbes.

Les deux courbes suivantes montrent l'influence de la variation du nombre de Strouhal dans les cas $\gamma=10^{-6}$ et $\gamma=1$. La variation de la position des pics en fonction de S_{tr} ne peut pas être interprétée de façon évidente. En effet, dans le cas $\gamma=10^{-6}$ (Figure 2.2.6 (a)), on voit par exemple que la position du pic de résonance $ka \sim 3,5$ reste inchangée, alors que les pics suivants sont décalés. Dans le cas $\gamma=1$ en revanche, le décalage des pics est bien marqué.

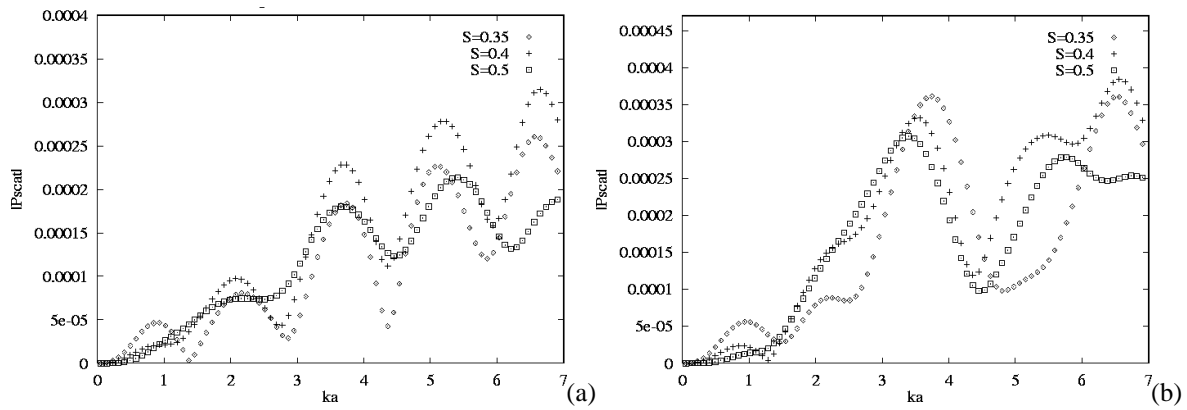


Figure 2.2.6: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence du nombre de Strouhal S_{tr} ; $R_1=0,2$; (a) $\gamma=10^{-6}$, (b) $\gamma=1$

Enfin, dans le cas d'une allée avec R_0 non constant, le choix de la modélisation de l'onde influe de manière plus importante sur l'allure du spectre de pression diffusée, comme on peut le voir sur la Figure 2.2.7.

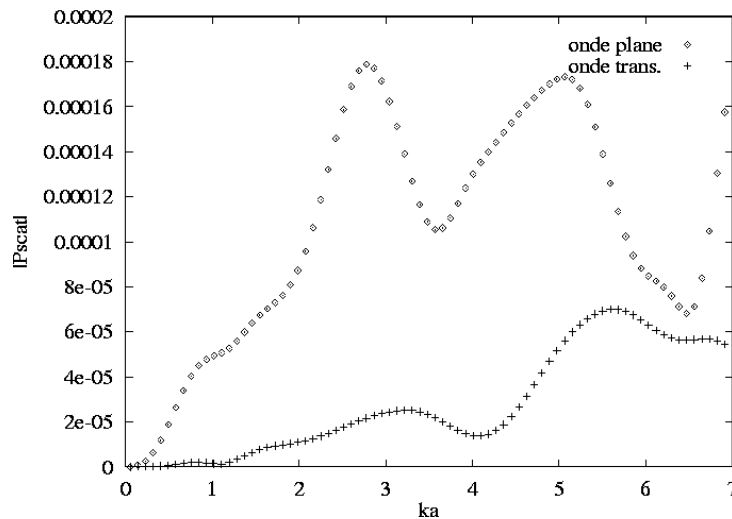


Figure 2.2.7: Courbes de résonance $|P_{scat}|=f(ka)$, influence de la modélisation de l'onde; $\gamma=1$, $R_1=0,2$, $S_{tr}=0,5$

Nous avons donc identifié de façon claire les paramètres influençant la position des pics de diffusion dans le cas de ce modèle analytique de sillage de sous-marin. Les comportements des spectres de pression diffusés sont conformes aux constatations qui ont pu être faites dans le cas de l'allée de Von Karman et du tourbillon seul.

La limitation de nos calculs numériques ne nous permet pas d'avoir accès à des nombres d'onde élevés et donc à d'éventuelles mesures directes de la taille du cœur de la zone tourbillonnaire de l'anneau. Néanmoins, ces limitations n'ont plus cours dans le cas d'expérimentations et l'on peut penser que l'étude expérimentale d'un tel sillage par insonnation ultrasonore permettrait d'effectuer de manière directe des mesures de grandeurs caractérisant l'écoulement.

Il reste que comme dans le cas du tourbillon marginal étudié dans la partie 5, la difficulté réside alors dans l'interprétation des pics de diffusion obtenus. Dans le cas $\gamma=1$ où les anneaux sont de même intensité que le tourbillon central, il peut devenir difficile de séparer les influences respectives de chaque structure dans l'allure du spectre de diffusion.

Cependant, l'étude montre clairement que la caractérisation acoustique dépend de la taille des structures tourbillonnaires dans une direction donnée qu'on maîtrise parfaitement puisqu'elle dépend du vecteur d'onde de diffusion et donc de la position de l'émetteur et du capteur acoustique. Par exemple, dans cette étude, le vecteur d'onde était perpendiculaire à l'axe x de l'écoulement, ce qui nous a permis de relier les positions des pics de pression diffusée aux rayons de structures tourbillonnaires (R_0 ou R_1). Si l'on voulait effectuer des mesures dans la direction de l'écoulement, comme par exemple la mesure de l'espacement L entre les anneaux, il suffirait de déplacer l'émetteur et le capteur de façon à ce que le vecteur d'onde de diffusion soit colinéaire à l'axe x .

Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons établi une méthode de calcul permettant d'obtenir la pression diffusée dans le cas de l'insonnation d'un écoulement par une onde incidente. Le principe repose sur une transformation spectrale de l'équation de propagation avec terme source de la pression diffusée. L'équation de Helmholtz ainsi obtenue est ensuite résolue par une méthode intégrale prenant en compte la présence éventuelle d'obstacles. Nous avons validé cette méthode dans des cas simples et nous avons montré qu'on pouvait retrouver dans le cas du tourbillon seul les résultats obtenus par Colonius et al. à l'aide d'une méthode de résolution des équations de Navier-Stokes. Les diagrammes de pression diffusée en fonction de l'angle ont permis de répondre à quelques questions importantes et de mettre en évidence les influences respectives de chacune des parties du terme source. On a pu confirmer en particulier que l'interaction sur une longue distance entre l'onde et l'écoulement induisait une pression diffusée dont l'amplitude ne décroissait pas avec la distance. De même, la confirmation d'un minimum de pression diffusée pour un angle correspondant à l'angle d'incidence a des applications directes pour le repérage de tourbillons: un minimum de pression diffusée indique le passage de la structure tourbillonnaire.

Concernant le formalisme de Lund et Rojas, conduisant à une expression reliant la pression diffusée avec la vorticité, et les études expérimentales sur le sujet, nous avons montré comment une insonnation acoustique permettait de remonter aux caractéristiques essentielles d'un écoulement possédant une répartition spatiale régulière de tourbillons: l'allée de Von Karman. Nous avons utilisé notre code de calcul pour construire des spectres de pression diffusée en fonction du nombre d'onde incident. En accord avec nos prévisions et avec les études expérimentales sur le sujet, nous avons été en mesure de remonter au nombre de Strouhal de l'écoulement. Nous avons mis en particulier en évidence les influences de l'angle d'insonnation et de la position de l'émetteur et du récepteur. Pour représenter au mieux les essais expérimentaux de S. Valenza, nous avons utilisé la modélisation d'une onde émise par un piston circulaire en vibration, se rapprochant ainsi du cas réel d'un transducteur émetteur.

A la suite à des observations expérimentales, réalisées dans le cas de l'allée de Von Karman lorsqu'un seul vortex se trouvait dans la zone d'insonnation, nous avons

appliqué notre méthode de caractérisation acoustique au cas d'un vortex seul. L'application de cette méthode à des modèles analytiques de tourbillon a fait apparaître qu'on pouvait lier directement le nombre d'onde de résonance à la taille du tourbillon. De même, l'intensité du pic de pression diffusée est proportionnelle à l'intensité du tourbillon. L'investigation acoustique permet donc de caractériser de manière précise un vortex et ce de manière non-intrusive.

Les simulations réalisées dans le cas d'un tourbillon marginal en 3D montrent que la grandeur $\pi/(k_{\text{rés}}\cos\theta_0)$ est bien caractéristique du tourbillon étudié même si dans ce cas complexe, on ne peut la relier de manière immédiate à une grandeur connue de l'écoulement étudié.

Ce travail, réalisé grâce à un financement DRET/CNRS et avec le soutien du Bassin d'Essai des Carènes de la DCN au Val de Reuil, s'est déroulé dans l'optique d'une comparaison et d'une validation par recoupement avec les essais expérimentaux menés par Serge Valenza.

D'une part, il est important d'observer que les contraintes expérimentales liées à l'utilisation d'équipements lourds ne permettaient pas de faire varier facilement des paramètres comme la position des transducteurs par exemple. Les calculs numériques ont permis d'apporter des informations sur l'importance de ce paramètre. De même, il n'est pas facile d'avoir expérimentalement une bonne maîtrise de la configuration des tourbillons dans le cas de l'allée de Von Karman. Enfin il reste très difficile de générer un tourbillon unique stationnaire.

D'autre part, les contraintes relatives à la simulation numérique de ce phénomène sont aussi nombreuses, quoique d'un autre ordre. En particulier, la mémoire des machines impose une limitation sur le nombre de points du maillage pour l'intégration du terme source. Il n'a donc pas été possible d'effectuer le calcul pour des nombres d'ondes élevés comparables à ceux des expérimentations. En effet, la bande passante des transducteurs faisait que dans le cas de l'allée, le premier mode mesurable était le mode 5 (cf. [51]). De même, le nombre de pas de temps lors des transformations spectrales était limité et il n'a donc pas été possible de simuler des mesures se déroulant pendant une longue durée, limitant ainsi l'étude des phénomènes temporels.

Malgré tout, nous avons été en mesure de mettre en évidence les phénomènes observés expérimentalement ainsi que de mesurer les mêmes longueurs caractéristiques. La souplesse de la simulation numérique a permis de fournir rapidement des données utiles à la réalisation des expérimentations, telles que les positions préférentielles de l'émetteur et du capteur.

Enfin, en vue d'application à des structures tourbillonnaires plus complexes, nous avons appliqué notre méthode de caractérisation à un modèle analytique de sillage de sous-marin. L'étude paramétrique de ce cas nous a permis de mettre en avant les paramètres influant de manière prépondérante sur les grandeurs mesurées lors de l'insonation et de mieux appréhender les éventuelles interactions entre différents types de structures.

Sur un plan plus fondamental, les études numériques réalisées au travers de ce travail ont permis de mettre en avant les mécanismes de base de la diffusion d'une onde par une structure tourbillonnaire et donc de la méthode d'investigation ultrasonore d'un écoulement, telle qu'elle a été pratiquée lors des études expérimentales sur le sujet. Nous avons bien mis en évidence deux parties distinctes se comportant de manière différentes dans le terme source. De même les études ont permis de montrer que la valeur du nombre d'onde de résonance permettait de remonter à la mesure d'une longueur caractéristique de l'écoulement selon une direction bien précise. En effet, le choix des positions de l'émetteur et du récepteur acoustique détermine la valeur du vecteur d'onde de diffusion \bar{q} qui indique la direction de la mesure. Ainsi peut-on en modifiant ces positions mesurer les tailles caractéristiques de structures tourbillonnaires selon différents axes.

Le code de calcul acoustique réalisé ayant permis de comprendre les mécanismes de bases de la diffusion et la caractérisation structures tourbillonnaires simples, il conviendrait maintenant d'utiliser celui-ci en vue de l'analyse d'écoulements plus complexes, comme par exemple dans le cas d'un sillage réel. La seule entrée du code étant constituée par les vitesses de l'écoulement, il peut donc être utilisé facilement par quiconque veut étudier numériquement les phénomènes de diffusion acoustique.

Une autre perspective intéressante serait de pouvoir réaliser expérimentalement le cas du tourbillon stationnaire unique, permettant de recouper les résultats obtenus.

Enfin, lors des essais, il avait été mis en avant l'importance primordiale des effets dus à la cavitation et à la présence de bulles d'air dans l'écoulement. En effet, le cœur des tourbillons étant une zone de basse pression, la concentration de bulles y est forte, ce qui peut influencer de manière prépondérante sur la diffusion d'une onde acoustique. Pour prendre en compte ces bulles d'air dans l'écoulement d'un point de vue numérique, il faut envisager la résolution d'une équation de propagation avec un nombre d'onde variable dans l'espace. A cette fin, nous avons étudié la résolution d'une telle équation à l'aide de méthodes de résolution intégrale DRBEM (cf. Annexe IV). Malheureusement le temps nous a manqué pour adapter ces méthodes complexes à notre code de calcul acoustique. Réaliser cette intégration constitue une perspective prometteuse pour la simulation numérique des phénomènes de diffusion dans un milieu diphasique.

Bibliographie

- [1] Azevedo J.P.S., Brebbia C.A., "An efficient technique for reducing domain integral to the boundary", in *Boundary Elements X vol. 1, Computational Mechanics Publications* (1988).
- [2] Batchelor G.K., "An introduction to fluid mechanics", Cambridge University Press (1967).
- [3] Baudet C., Ciliberto S., Pinton J.-F., "Spectral analysis of the Von Karman vortex street using ultrasound scattering", *Phys. Rev. Lett.* (67) 2 (1991).
- [4] Beale T., Majda A., "High order accurate vortex method with explicit velocity kernels", *J. Comp. Phys.* 58 (1985).
- [5] Berthet R., Lund F., "The forward scattering of sound by vorticity", *Phy Fluids* 7, p.2522 (1995).
- [6] Blanc-Benon P., "Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques", *Thèse de Docteur-Ingénieur présentée devant l'Ecole Centrale de Lyon* (1981).
- [7] Blanc-Benon P., Juvé D., "Effet d'un jet turbulent sur le niveau de l'onde cohérente et sur l'intensité d'un faisceau acoustique", *C.R. Acad. Sci. Paris*, 292 (1981).
- [8] Blanc-Benon P., Juvé D., "Elargissement spectral d'un faisceau ultrasonore par traversée d'un champ turbulent", *C.R. Acad. Sci. Paris*, 294 (1982).
- [9] Candel S.M., "Numerical solution of wave scattering problems in the parabolic approximation", *J. Fluid Mech. vol. 90*, p.465 (1979).
- [10] Chami A., "Etude numérique et expérimentale de l'écoulement accéléré", *Thèse présentée devant l'Université du Havre* (1997).
- [11] Chami A., Tschumperlé D., Rajaona R.D., Valenza S., Jarno-Druaux A., Maze G., "Sur l'interaction entre une onde acoustique plane et un sillage de Von Karman", *6^{ème} journées de l'Hydrodynamique, Nantes* (1997).
- [12] Chorin, "Vortex street approximation of boundary layers", *J. Comp. Phys.* 27 (1978).
- [13] Colonius T., Lele S.K., Moin P., "The scattering of sound waves by a vortex: numerical simulations and analytical solutions", *J. Fluid Mech. vol. 269*, p.271 (1994).

- [14] Crighton D.G., Dowling A.P., Ffowcs Williams J.E., Heckl M., Leppington F.G., "Modern methods in analytical acoustics", *Springer-Verlag* (1992).
- [15] Dosanjh D.S., Gasperek E.P., Eskinazi S., "Decay of a viscous trailing vortex", *Aeronaut. Q., May* (1962).
- [16] Engler R.H., Schmidt D.W., Wagner W.J., "Nondisturbing acoustical measurement of flow fields -New developments and applications", *J. Acoust. Soc. Am.* 85(1), p.72 (1989).
- [17] Ezersky A.B., Zobin A.B., Soustov P.L., Chernov V.V., "A wake behind a heated cylinder at small mach numbers: bifurcations of the vortex street and potentialities of acoustic diagnostics", *IUTAM Symposium on Variable density low-speed turbulent flows*, p.33 (1997).
- [18] Filippi P.J.T., "Acoustique générale", *EDP Sciences* (1994).
- [19] Ford R., Llewellyn Smith S.G., "Scattering of acoustics waves by vortex", *Journal of Fluid Mechanics*, 386 (1999).
- [20] Gipson G.S., "Boundary elements fundamentals : basic concepts and recents developments in the Poisson equation", *Computational Mechanics Publications* (1987).
- [21] Golovchanskaya A.E., Lyamshev L.M., Skvortsov A.T., "Sound scattering by three-dimensionnal point vortices", *Sov. Phys. Acoust.* 35(5), p.805 (1989).
- [22] Gromov P.R., Ezersky A.B., Fabrikant A.L., "Sound scattering by a vortex wake behind a cylinder", *Sov. Phys. Acoust.* 28(6), p.763 (1982).
- [23] Horne W.C., "Measurements of the scattering of sound by a line vortex", *Proceedings of the AIAA 8th Aeroacoustics Conference*, p.567 (1983).
- [24] Howe M.S., "On the scattering of sound by a vortex ring", *J. Sound and Vibration* 87 (1983).
- [25] Karweit M., Blanc-Benon P., Juvé D., Comte-Bellot G., "Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field: a study of phase variance", *J. Acoust. Soc. Am.*, 89, 1 (1991).
- [26] Klimov V.V., Prozorovsky V.L., "Scattering of acoustic waves by a three-dimensional vortex", *Sov. Phys. Acoust.* 33(1), p.128 (1987).
- [27] Korman M. S., Beyer R.T., "Nonlinear scattering of crossed ultrasonic beams in the presence of turbulence in water II: Theory", *J. Acoust. Soc. Am.* 85(2), p.611 (1989).
- [28] Lamb H., "Hydrodynamics, 6th edition", *Cambridge University Press* (1932).

- [29] Lighthill M.J., "On sound generated aerodynamically: I General theory", *Proceedings of the Royal Society London A211* (1952).
- [30] Lund F., "Weakly nonlinear interactions in fluid dynamics", *2nd Latin American Workshop on Nonlinear Phenomena, Santiago*, p.508 (1990).
- [31] Lund F., Reisenegger A., Rojas C., "Vortex variations", *2nd Workshop on Instabilities and Nonequilibrium Structures, Valparaiso* (1987).
- [32] Lund F., Rojas C., "Ultrasound as a probe of turbulence", *Physica D* 37 (1989).
- [33] Lyamshev L.M., Skvortsov A.T., "Sound scattering by a vortex soliton in axisymmetrical shear flow", *Sov. Phys. Acoust.* 35(6), p.477 (1989).
- [34] Nazarenko S.V., Zabusky N.J., Scheidegger T., "Nonlinear sound-vortex interactions in an inviscid isentropic fluid: A two-fluid model", *Phys. Fluids* 7(10) (1995).
- [35] Newman B.G., "Flow in a viscous trailing vortex", *Aeronaut. Q.*, May (1959).
- [36] Nowak A. J., "The Multiple Reciprocity Method of solving transient heat conduction problems", in *Boundary Elements XI vol. 2, Computational Mechanics Publications* (1989).
- [37] O'Shea, "Sound scattering by a potential vortex", *J. Sound Vib.* 43 (1975).
- [38] Ogawa A., "Vortex flow", *CRC Series on Fine Particle Science and Technology, CRC Press*.
- [39] Partridge P.W., Brebbia C.A., Wrobel L.C., "The Dual Reciprocity Element Method", *Computational Mechanics Publications*.
- [40] Pauchet A., Briançon-Marjollet L., Gowing S., Cerrutti P., Pichon T., "Effects of foil size and shape on tip vortex occurrence", *Second International Symposium on Cavitation, Tokyo* (1994).
- [41] Perrey-Debain E., "Développement et applications d'une methode d'intégrales de frontière (DRBEM) à l'étude de la propagation acoustique en écoulements anisothermes externes", *Thèse présentée devant l'Université de Poitiers* (1998).
- [42] Pinton J.F., "Mesure de vorticité par diffusion ultrasonore", *Thèse présentée devant l'Université Lyon I* (1992).
- [43] Pinton J.-F., Baudet C., Ciliberto S., "Measurement of vorticity by scattering of ultrasonic waves", *Proceedings of Les Houches workshop on turbulence in spatially extended systems* (1992).

- [44] Rivoalen E., Huberson S., "Numerical simulation of axisymmetric viscous flows by means of a particle method", *Journal of Computational Physics*, 152 (1999).
- [45] Saffman P.G., "Vortex dynamics", *Cambridge University Press* (1992)
- [46] Sheldon Green I., "Fluid vortices", *Kluwer Academic Publishers* (1995).
- [47] Squire H.B., "The growth of a vortex in turbulent flow", *Aeronaut. Q.*, August (1965).
- [48] Tschümperlé D., Chami A., Rajaona R.D., "Modélisation numérique de l'interaction entre une onde acoustique plane et un sillage de Von Karman", 4^{ème} *Congrès Français d'Acoustique, Marseille* (1997).
- [49] Tschümperlé D., Chami A., Rajaona R.D., "Numerical study of the interaction between a flow and a sound wave: case of the Von Karman vortex street", *Acoustics Letters*, vol. 21, No 3 (1998).
- [50] Tschümperlé D., Rajaona R.D., "Non-intrusive vortex measurement by acoustic scattering", 4th *AIAA/CEAS Aeroacoustics conference, Toulouse* (1998).
- [51] Valenza S., " Etude de l'interaction onde acoustique ultrasonore – turbulence dans l'eau", *Thèse présentée devant l'Université du Havre* (1998).
- [52] Valenza S., Jarno-Druaux A., Rajaona R.D., Maze G., "Underwater acoustic method applied to flow characterisation – Benard/Von Karman street study", *Acoust. Lett.* 20 (7) (1998).
- [53] "Fluent 5 User's Guide Volume 3", *by Fluent Incorporated* (1998).
- [54] Manneville S., Maurel A., Fink M., Petitjeans P., Wesfreid J.E., "Vortex dynamics and its characterization using ultrasound", *Non Linear Dynamical Systems and Acoustics, Barcelone* (1998).
- [55] Roux P., Maurel A., Fink M., "Détection de vortex par une méthode ultrasonore", *Actes du 13^{ème} Congrès Français de Mécanique, Poitiers* (1997).