



HAL
open science

Etude de la dynamique d'un écoulement à cisaillements croisés : interaction couche de mélange - sillage

Caroline Braud

► **To cite this version:**

Caroline Braud. Etude de la dynamique d'un écoulement à cisaillements croisés : interaction couche de mélange - sillage. Autre. Université de Poitiers, 2003. Français. NNT : . tel-00004751

HAL Id: tel-00004751

<https://theses.hal.science/tel-00004751>

Submitted on 17 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année 2003

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de

Docteur de l'Université de Poitiers

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées

(Diplôme national - Arrêté du 25 avril 2002)

Ecole doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur

Secteur de Recherche : Mécanique des Milieux Fluides

Présentée par :

Caroline BRAUD

ÉTUDE DE LA DYNAMIQUE D'UN ÉCOULEMENT À CISAILLEMENTS CROISÉS : INTERACTION COUCHE DE MÉLANGE - SILLAGE

Direction de thèse : Jean-Paul BONNET - Joël DELVILLE

Thèse soutenue le 12 Décembre 2003 devant la commission d'examen

- JURY -

G. ARROYO	Ingénieur des Travaux ruraux, Cemagref, Rennes	Examineur
J.-P. BONNET	Directeur de Recherche, CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
J. DELVILLE	Ingénieur de Recherche, CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
P. GIVONE	Directeur scientifique Adjoint, Cemagref, Antony	Examineur
M. PROVANSAL	Professeur, Université d'Aix-Marseille, IRPHE	Rapporteur
M. STANISLAS	Professeur, Ecole Centrale de Lille	Rapporteur

- INVITÉ -

D. HEITZ Chargé de Recherche, Cemagref, Rennes

*A ma petite soeur Nathalie,
(et Ollie aussi bien sûr!)*

*à ma petite mère,
à ton tour d'écrire ...,*

*à mon père, mon frère et
ma soeur ainée,*

à tous ceux qui me sont chers.

Avant-propos

La présente étude a été effectuée au L.E.A./C.E.A.T.¹ de Poitiers et à l'unité de recherches T.E.R.E.² du Cemagref de Rennes, sous la direction conjointe de J.-P. Bonnet, Directeur de Recherches au CNRS et J. Delville, Ingénieur de Recherche au CNRS et le soutien financier de la région Poitou - Charentes.

Je tiens à remercier J.-P. Bonnet d'avoir accepté la direction de cette thèse et de m'avoir accueillie au sein du L.E.A. Je lui suis également très reconnaissante pour la qualité de ses conseils.

Je remercie tout particulièrement J. Delville, co-directeur de cette thèse, pour toutes les connaissances qu'il a su me communiquer. Qu'il soit également remercié pour sa totale disponibilité, ses conseils et remarques toujours pertinentes qui m'ont permis de mener ce projet jusqu'au bout.

Je remercie vivement G. Arroyo pour sa disponibilité, son soutien quotidien et particulièrement pour ses qualités humaines.

Que les professeurs M. Provansal de l'université d'Aix-Marseille et M. Stanislas de l'université de Lille veuillent trouver ici l'expression de mes remerciements pour m'avoir fait l'honneur de porter un jugement sur mon travail en qualité de rapporteur.

J'exprime ma profonde gratitude à P. Givone, Directeur Scientifique Adjoint du Cemagref, de m'avoir fait l'honneur de prendre sur son temps pour juger de ce travail.

Je suis également reconnaissante à A. Davenel, responsable de l'unité T.E.R.E., pour le regard extérieur à la discipline scientifique de cette étude qu'il m'a apporté lors des différents comités de thèse.

J'exprime toute ma gratitude à D. Heitz qui a bien voulu partager avec moi ses connaissances sur l'écoulement étudié ici. Je le remercie également pour l'écoute et la patience dont il a fait preuve lors des grands "pics" de stress inhérent à la vie d'un(e) thésard(e).

Ma reconnaissance s'adresse également à Henri Garem et Patrick Braud ainsi qu'à l'ensemble du personnel technique du C.E.A.T. sans qui les expériences réalisées au cours de cette étude n'auraient pu voir le jour.

Je ne peux oublier les administrateurs réseaux Michel Bachelier pour le C.E.A.T., Vincent Louveau et Amina Omar pour le Cemagref, qui sont régulièrement intervenus sur mon poste de travail.

Bien évidemment je remercie Madame Auzanneau du C.E.A.T., Marie Christine Marçais et Yvonne Petit Pierre du Cemagref de m'avoir bien souvent déchargée des démarches administratives.

¹Laboratoire d'Etude Aérodynamique du Centre d'Etude Aérodynamique et Thermique

²Technologie des Equipements Agro-Alimentaires

Je remercie Claudie du C.E.A.T. pour toutes les photocopies qu'elle a réalisées pour mon compte avec bonne humeur, Brigitte Marchix du Cemagref pour son sourire quotidien et également le "maître des clés" du Cemagef André Mahé ...

Par ailleurs, je tiens à remercier l'ensemble du personnel du C.E.A.T. (plus généralement celui du L.E.A.) et du Cemagref qui, quotidiennement, de près ou de loin m'ont aidée, encouragée et soutenue. En particulier je remercie les thésards et thésardes avec qui j'ai partagé beaucoup de temps : François Coiffet, Laurent Perret, Hélène Boursier, Angélique Métais ...

Enfin je remercie mon grand frère de s'être déplacé de si loin pour entendre sa petite soeur parler ... et tous(tes) mes ami(e)s proches qui m'ont été d'un soutien indispensable.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Bibliographie	5
2.1	Couche de mélange et Sillage classiques	5
2.1.1	Loi d'évolution	6
2.1.2	Instabilités - Structures	10
2.2	Tridimensionalisation des sillages	19
2.2.1	Par leur nature intrinsèque	19
2.2.2	Par la géométrie ou l'écoulement incident	26
3	Outils d'analyse	39
3.1	PIV	39
3.1.1	Moyen de mesure	40
3.1.2	Evaluation de la vitesse	44
3.1.3	Post-traitement	47
3.1.4	Exploitation des données	48
3.2	POD - POD Galerkin	50
3.2.1	Historique	50
3.2.2	POD	53
3.2.3	Théorème de la décomposition orthogonale	57
3.2.4	POD 3D-inhomogène	58
3.2.5	POD-Galerkin	59
4	Procédures expérimentales	65
4.1	Soufflerie	65
4.2	Repère de l'étude	67
4.3	Première campagne de mesures	67
4.3.1	Anémométrie fil chaud	68
4.3.2	Mesures pariétales	69
4.3.3	Paramètres de l'étude	69
4.3.4	Grandeurs mesurées	73
4.4	Deuxième campagne de mesures	74
4.4.1	Paramètres de l'étude	75
4.4.2	Composants de la chaîne d'acquisition	75
4.4.3	Choix des paramètres de mesures PIV	77
4.4.4	Description des acquisitions	78
4.4.5	Séparation des deux plans PIV	79
4.4.6	Alignement des caméras et des plans lasers	79
4.4.7	Post-traitement	81

4.4.8	Evaluation de la précision et validation	81
4.4.9	Estimation du noyau POD	86
5	Etude de l'influence de Re, L/D et β	89
5.1	Evolution générale des grandeurs moyennes	90
5.2	Influence du rapport d'aspect : L/D	93
5.2.1	Nombre de Strouhal	93
5.2.2	Coefficient de succion	94
5.2.3	Longueur de formation	95
5.3	Influence du nombre de Reynolds : Re	95
5.3.1	Nombre de Strouhal	96
5.3.2	Coefficient de succion	97
5.3.3	Longueur de formation	97
5.4	Synthèse de l'influence de Re_m et de L/D	98
5.5	Influence du cisaillement : β	101
5.5.1	Distribution de la fréquence	101
5.5.2	Coefficient de succion	103
5.5.3	Longueur de formation	106
5.6	Synthèse	106
6	Grandeurs statistiques issues des mesures PIV	109
6.1	Champ moyen et tensions de Reynolds	110
6.1.1	Couche de mélange	110
6.1.2	Sillage	113
6.1.3	Interaction couche de mélange - sillage	117
6.2	Corrélations spatiales en deux points	122
6.2.1	Couche de mélange et sillage	124
6.2.2	Zone d'interaction	129
6.3	Synthèse	133
7	POD spatiale - POD Galerkin	135
7.1	Analyse par zones : POD2D-2C à z fixe	136
7.1.1	Valeurs propres	137
7.1.2	Vecteurs propres	142
7.2	Analyse globale : POD3D-2C	149
7.2.1	Valeurs propres	150
7.2.2	Vecteurs propres	152
7.3	POD-Galerkin	160
7.3.1	Troncature	160
7.3.2	Formulation	161
7.3.3	Résolution	163
7.3.4	Analyse de la dynamique	164
7.4	Synthèse	169
8	Exploitation des données DNS	173
8.1	Méthode et paramètres du calcul DNS	174
8.2	Caractéristiques de l'écoulement simulé	176
8.3	Analyse POD dans le plan $z/D = 0$	182
8.3.1	Valeurs propres	183

8.3.2	Coefficients $a^{(n)}(t)$	183
8.3.3	Fonctions spatiales $\phi_i^{(n)}(x, y)$	184
8.4	Synthèse	188
9	Conclusions et perspectives	189
9.1	Conclusions	189
9.2	Perspectives	190
	Bibliographie	192
A	Grandeurs issues de l'étude de l'influence de Re, L/D et β	207
A.1	Spectres à $x/D = 2$ et $z/D = 1$	207
A.2	Coefficients de traînée	211
B	Grandeurs turbulentes (PIV)	213
C	Grandeurs turbulentes (DNS)	219
D	Formulation en vorticité fluctuante des coefficients du LODS	225
D.1	Expression de l'équation de vorticité	226
D.2	Expression de l'équation de vorticité fluctuante	226
D.3	Décomposition POD	227
D.4	Projection de Galerkin	227
D.5	Expression analytique des coefficients dans le cas général	229
D.6	Expression analytique des coefficients dans le plan de symétrie	233
D.6.1	Simplifications	233
D.6.2	Expressions analytiques des coefficients	234

Table des figures

1.1	“Flux progressif”	2
1.2	Modèle d’interaction d’une couche de mélange avec un cylindre circulaire.	2
2.1	Schématisation de l’évolution de la couche de mélange plane turbulente en zone similitude.	7
2.2	Définition de l’épaisseur de vorticité.	8
2.3	Schématisation de l’évolution du sillage uniforme en zone de similitude	9
2.4	Structures Cohérentes d’une couche de mélange air-He au moyen de visualisation strosopique par Brown & Roshko (1974)	11
2.5	Schématisation des structures cohérentes d’une couche de mélange, d’après (Bernal & Roshko, 1986).	12
2.6	Schématisation topologique de l’organisation des tourbillons à grande échelle dans une couche de mélange plane, d’après Delville (1995)	13
2.7	Différents types d’actionneur au bord de fuite de la plaque de séparation, zone de réceptivité maximale pour le contrôle d’une couche de mélange plane turbulente, d’après Fiedler (1998).	14
2.8	Région de perturbation de l’écoulement de sillage uniforme, d’après Zdravkovich (1997).	15
2.9	Allée tourbillonnaire de von-K�rm�n en aval d’un cylindre, cliché de S. Tadena de l’université de Kyushu, d’après Van-Dyke (1982)	15
2.10	Evolution du nombre de Strouhal à travers un large domaine du nombre Reynolds, d’après Williamson (1996a).	16
2.11	Evolution du coefficient de succion ($-C_{pb}$) � travers un large domaine du nombre de Reynolds, d’après Williamson (1996a).	18
2.12	Mode de lâcher de tourbillons derrière un cylindre circulaire, d’après Eisenlohr & Eckelmann (1989).	21
2.13	Spectres de fréquence pour des conditions de lâcher parallèle (“parallel shedding”) et des conditions de lâcher oblique (“oblique shedding”) pour $Re \simeq 260$, d’après Prasad & Williamson (1997a).	22
2.14	Dislocation de tourbillons forcée par la présence d’un anneau autour du cylindre, placé à la mi-envergure, d’après Williamson (1992).	22
2.15	Evolution du spectre de fréquence à travers la transition $Re = 5\,000$, d’après Prasad & Williamson (1997a).	23
2.16	Instabilités de mode A et B d’un sillage uniforme cliché de Williamson.	24
2.17	Mode “bi-stable” : $Re = 2.10^3$, $L/D = 5$ a) lâcher de tourbillon régulier b) �coulement irrégulier, d’après Norberg (1994).	25
2.18	Schématisations des modes de lâcher de tourbillons pour un écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, d’après Lewis & Gharib (1992).	26

2.19	Apparition des modes direct et indirect de l'écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, en fonction du rapport entre les diamètres et du nombre de Reynolds, d'après Lewis & Gharib (1992).	27
2.20	Schématisation de la liaison entre les tourbillons de sillage pour le mode direct d'un écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, d'après Lewis & Gharib (1992).	27
2.21	Isocontours de vorticité transversale instantée, pour un écoulement derrière un obstacle composé de deux cylindres de diamètre différent, d'après Vallès <i>et al.</i> (2002a).	28
2.22	Isocontours de pression instationnaire, visualisant le mode de lâcher incliné pour un écoulement derrière un cône, d'après Vallès <i>et al.</i> (2002a).	29
2.23	Schématisation des différents modes de lâcher présents derrière un obstacle possédant un bord de fuite sinusoïdal.	30
2.24	Distribution du spectre de fréquence le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Maull & Young (1973).	31
2.25	Distribution du spectre de fréquence le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Mukhopadhyay <i>et al.</i> (2002).	32
2.26	Evolution temporelle des dislocations le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Mukhopadhyay <i>et al.</i> (2002).	32
2.27	Topologie des 10 premiers modes d'une snapshot POD issues d'une simulation numérique d'un écoulement de type sillage uniformément cisailé, d'après Zhao & Ling (2003).	33
2.28	Distribution du coefficient de pression sur le bord de fuite du cylindre - $Re_m = 7\ 500$ extrait de Heitz (1999)	34
2.29	Evolution de la longueur de formation suivant l'envergure du cylindre pour un écoulement d'interaction couche de mélange sillage, comparée à la longueur de formation équivalente du nombre de Reynolds local, d'après Heitz (1999).	35
2.30	Distribution spectrale suivant l'envergure du cylindre pour l'écoulement d'interaction couche de mélange-sillage, d'après Heitz (1999).	36
2.31	Module de vorticité et distribution du spectre de la vitesse verticale suivant l'envergure du cylindre, d'après Silvestrini & Lamballais (2003), pour un écoulement derrière un cylindre dont l'écoulement incident est uniformément cisailé ou de type couche de mélange.	37
3.1	Arrangement expérimental pour la PIV dans une soufflerie (Raffel <i>et al.</i> , 2000)	40
3.2	Schématisation de la synchronisation de la cadence de la camera avec le pulse laser	43
3.3	Pic de corrélation dans la fenêtre d'interrogation.	45
3.4	Relation entre les différentes méthodes de calcul de la fonction de corrélation et du spectre spatial au moyen du théorème de Wiener-Khinchine.	45
4.1	Soufflerie subsonique R300 à recirculation du CEAT/LEA.	66
4.2	Repère de l'écoulement couche de mélange - sillage.	67

4.3	Superposition de douze profils de vitesse moyenne longitudinales mesurées au fil chaud droit.	70
4.4	Superposition de dix profils de taux de turbulence longitudinales mesurées au fil chaud droit.	71
4.5	Evolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité et positions longitudinales du barreau.	71
4.6	Schématisation du montage expérimental de l'expérience PIV "Multiplans".	76
4.7	Convergence statistique des champs moyens U et V et des tensions de Reynolds \overline{uu} et \overline{vv}	80
4.8	Densité de probabilité de la vitesse fluctuante à partir de 380 champs instantanés pour un déplacement moyen de a) $U_{moy} = 17$ m/s soit b) $U_{moy} = 4,5$ pixels.	82
4.9	Comparaison des mesures par fil chaud droit et PIV dans le plan $y - z$. .	85
5.1	Spectres suivant l'envergure du cylindre pour $\beta = 0,42$, $Re = 14\ 850$ et $L/D = 18$	90
5.2	Notation des différentes régions de la distribution du nombre de Strouhal. .	92
5.3	Répartition de la fréquence le long de l'envergure du barreau ($\beta = 0,42$). .	92
5.4	Influence du rapport d'aspect sur le nombre de Strouhal St ($\beta = 0,42$). . .	93
5.5	Influence du rapport d'aspect (L/D) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($\beta = 0,42$).	94
5.6	Influence du rapport d'aspect (L/D) sur la longueur de formation (L_f) ($\beta = 0,42$).	95
5.7	Influence du nombre de Reynolds (Re) sur le nombre de Strouhal (St), ($\beta = 0,42$).	96
5.8	Influence du nombre de Reynolds (Re) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($\beta = 0,42$).	97
5.9	Influence du nombre de Reynolds (Re) sur la longueur de formation (L_f), ($\beta = 0,42$).	98
5.10	Influence de l'effet simultané $Re - L/D$ sur le nombre de Strouhal (St), ($\beta = 0,42$).	100
5.11	Influence du paramètre de raideur (β) sur la fréquence ($Re = 7\ 920$ et $L/D = 34$).	101
5.12	Influence du cisaillement sur la distribution de fréquence.	102
5.13	Influence du cisaillement β sur le positionnement de la cellule secondaire y_s .	103
5.14	Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 7\ 920$ et $L/D = 34$).	104
5.15	Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$) ($Re = 14\ 850$ et $L/D = 18$).	105
5.16	Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 7\ 920$ et $L/D = 34$).	105
5.17	Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 14\ 850$ et $L/D = 18$).	106
5.18	Influence du paramètre de raideur (β) sur la longueur de formation (L_f), ($Re = 7\ 920$ et $L/D = 34$).	107
5.19	Influence du paramètre de raideur (β) sur la longueur de formation (L_f), ($Re = 14\ 850$ et $L/D = 18$).	107
6.1	PIV - $Re_m = 7\ 920$: domaine de mesure : $L_x \times L_y \times L_z = 10,5D \times 7,75D \times 8D$.	109

6.2	PIV - $Re_m = 7\,920$: regroupement des profils moyens $(U - U_b)/\Delta U$	110
6.3	PIV - $Re_m = 7\,920$: évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité δ_w	111
6.4	PIV - $Re_m = 7\,920$: regroupement des profils de tension de Reynolds $\overline{u_i u_j}/\Delta U^2$	112
6.5	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution transversale du décalage vertical (y_0) de l'axe de la couche de mélange ($z/D = 4$).	112
6.6	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution transversale de l'épaisseur de vorticité (δ_w).	113
6.7	PIV - $Re_m = 7\,920$: regroupement des profils du champ moyen $(U_\infty - U)/U_s$ pour le sillage.	114
6.8	PIV - $Re_m = 7\,920$: Tension de Reynolds ($\overline{u_i u_j}/\Delta U^2$) � la position longitudinale $x/D = 1, 15$	115
6.9	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution longitudinale du déficit de vitesse U_s/U_∞	116
6.10	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution de l'épaisseur du sillage suivant l'envergure du cylindre.	116
6.11	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution de la vitesse moyenne $-V/\Delta U$ suivant l'envergure du cylindre, y , � la position $z/D = 0$	118
6.12	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution de la vitesse moyenne $-V/\Delta U$ suivant la direction z , � la position $x/D = 1$	119
6.13	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution de $-V/\Delta U$ suivant la direction transversale (z), $x/D = 9, 7$	119
6.14	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution transversale z de la vitesse moyenne longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$, côté haute et basse vitesse de la couche de mélange $y/D \simeq 3$ à la position longitudinale $x/D \simeq 1$	120
6.15	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution de $(U - U_b)/\Delta U$ suivant l'envergure du cylindre y/D	121
6.16	PIV - $Re_m = 7\,920$: �volution longitudinale des tensions fluctuantes $\overline{uu}/\Delta U^2$ pour différentes positions le long de l'envergure du cylindre.	122
6.17	PIV - $Re_m = 7\,920$: exemple de représentation bidimensionnelle des corrélations spatiales en deux points.	123
6.18	PIV - $Re_m = 7\,920$: $R_{vv} = \overline{v(x_a, y_a)v(x, y)}/U_m^2$ dans la zone d'influence de la couche de mélange.	125
6.19	Schématisation des tourbillons primaires instantanés d'une couche de mélange plane turbulente avec la superposition des zones de vitesse verticale.	126
6.20	PIV - $Re_m = 7\,920$: isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/U_m^2$ dans les couches cisailées décollées du cylindre du côté basse vitesse.	127
6.21	PIV - $Re_m = 7\,920$: isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/U_m^2$ dans les couches cisailées décollées du cylindre du côté haute vitesse.	127
6.22	Schématisation d'une allée de von-K�rm�n instantanée avec superposition des zones de vitesses longitudinales.	128
6.23	PIV - $Re_m = 7\,920$: isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/\Delta U_m^2$, dans le plan $x - z$, à mi-envergure du cylindre.	129
6.24	PIV - $Re_m = 7\,920$: Comparaison de l'évolution du nombre de Strouhal suivant l'envergure du barreau entre des mesures fil chaud et à partir des corrélations en deux points dans le plan $x - z$	130
6.25	PIV - $Re_m = 7\,920$: isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, y_a)u(x, y)}/U_m^2$, dans le plan $x - y$,	131

6.26	PIV - $Re_m = 7\ 920$: Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \frac{\overline{u(y_a, z_a)u(y, z)}}{U_m^2}$	132
6.27	PIV - $Re_m = 7\ 920$: évolution longitudinale de la position des points singuliers suivant l'envergure du cylindre (y/D).	133
7.1	Schématisation des plans $x - y$	136
7.2	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: spectre des valeurs λ_i	137
7.3	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: Evolution, relative à l'énergie cinétique totale, de l'énergie cinétique contenue dans les N_{nyq} . en fonction de la direction transversale.	138
7.4	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: évolution transversale (z) de l'énergie cinétique turbulente.	139
7.5	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: évolution transversale de la valeur propre du premier mode POD.	139
7.6	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: Convergence des valeurs propres en fonction du numéro du mode n/N , pour trois organisations structurales différentes.	140
7.7	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: évolution des valeurs propres en fonction du numéro du mode, pour trois organisations structurales différentes. . . .	141
7.8	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -4$: mode 1 et 2. . . .	143
7.9	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -4$: mode 3 et 4. . . .	144
7.10	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du premier mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -0, 87$	145
7.11	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du troisième mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -1, 25$	146
7.12	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du troisième mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -0, 87$ et $z/D = -0, 5$	147
7.13	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -2, 25$	148
7.14	PIV - POD2D-2C - $Re_m = 7\ 920$: topologie du premier mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = 0$	149
7.15	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours de vecteurs propres $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_w^{(1)} = \pm 0, 02$ reconstruits par l'équation de continuité.	150
7.16	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: Evolution des valeurs propres (λ_i/E) issues du problème POD3D-2C en fonction du numéro du mode	151
7.17	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(1)}$	152
7.18	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: Isocontours des vecteurs propres $\Phi_v^{(1)}$	153
7.19	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du rotationnel des vecteurs propres $\Psi_z^{(1)}$	153
7.20	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: schématisation de la topologie des structures en forme de V, du premier mode POD.	154
7.21	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(2)}$	156
7.22	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(3)}$	157
7.23	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(4)} = \pm 0, 02$	157
7.24	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\ 920$: isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(7)}$	158

7.25	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\,920$: Isocontours du vecteur propre $\Phi_u^{(8)}$	158
7.26	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: Comparaison entre les corrélations reconstruites (POD2D-2C, $z/D = 0$) et celle mesurées.	162
7.27	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: champ moyen W dans le plan $y - z$ à la position longitudinale $x/D \simeq 1D$	164
7.28	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: portraits de phase, cycle limite pour $\alpha_{tronc} = 23$	165
7.29	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: portraits de phase pour $\alpha_c = 20$	166
7.30	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: schématisation du comportement dynamique du LODS en fonction du paramètre α_{tronc}	167
7.31	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: signaux $a^{(n)}(t)$ obtenus à partir du LODS pour $\alpha_c = 20$ avant divergence.	168
7.32	PIV - POD Galerkin - $Re_m = 7\,920$: analyse spectrale des quinze signaux du LODS en fonction du numéro du mode, $\alpha_c = 20$	168
7.33	Reconstruction du champ de fluctuation de vitesse pour $\alpha_c = 20$ et un instant correspondant au pic du signal $a^{(1)}(t)$	169
8.1	DNS - $Re_m = 400$: Isocontours de la norme de la vorticité d'une réalisation instantanée de l'écoulement d'interaction sillage-couche de mélange.	173
8.2	DNS - $Re_m = 400$: domaine de calcul DNS et domaine de mesure PIV.	175
8.3	DNS - $Re_m = 400$: isocontours et négatifs de la corrélation en deux points $R_{uu}(x, z, x_a, z_a) = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}$	176
8.4	DNS - $Re_m = 400$: vitesse moyenne verticale $-V/\Delta U$ à la position transversale $z/D = 0$	178
8.5	DNS - $Re_m = 400$: vitesse moyenne verticale $-V/\Delta U$ à la position longitudinale $x/D = 1, 5$	179
8.6	DNS - $Re_m = 400$: vitesse moyenne longitudinale à la position $z/D = 0$	180
8.7	DNS - $Re_m = 400$: isocontours de corrélation en deux points, $R_{uu}(x, y, x_a, y_a) = \overline{u(x_a, y_a)u(x, y)}$	181
8.8	DNS - $Re_m = 400$: longueur de formation suivant l'envergure du cylindre.	182
8.9	DNS - POD2D-2C - $Re_m = 400$: évolution des dix premiers modes POD des signaux $a^{(n)}(t)$	184
8.10	DNS - POD2D-3C - $Re_m = 400$: évolution des dix premiers modes POD des signaux $a^{(n)}(t)$	185
8.11	DNS - POD2D-2C - $Re_m = 400$: champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(1)}(x, y), \phi_v^{(1)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$	185
8.12	DNS - POD2D-3C - $Re_m = 400$: champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(1)}(x, y), \phi_v^{(1)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$	186
8.13	DNS - POD2D-3C - $Re_m = 400$: champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(4)}(x, y), \phi_v^{(4)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$	187
8.14	DNS - POD2D-3C - $Re_m = 400$: isocontours de la fonction spatiale $\phi_w^{(1)}(x, y)$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$	187
A.1	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0$, 14.208	
A.2	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0$, 22.208	
A.3	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0.42$, 209	
A.4	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\,850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.26$, 209	
A.5	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\,850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.42$, 210	
A.6	Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\,850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.82$, 210	

A.7	Coefficients de traînée ($C_D(y)$) de l'étude paramétrique	211
B.1	Champs de vitesse longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ dans le plan $y - z$: comparaison des mesures par fil chaud droit et PIV pour $x/D = 1,5$ et $x/D = 2,5$.	214
B.2	Champs de vitesse longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ dans le plan $y - z$: comparaison des mesures par fil chaud droit et PIV pour $x/D = 5$ et $x/D = 10$.	215
B.3	Champ moyen de vitesse verticale $-V/\Delta U$ dans le plan $y - z$ pour plusieurs positions longitudinale.	216
B.4	Tensions de Reynolds : comparaison des mesures par fil chaud droit et PIV pour $x/D = 5,5$	217
C.1	DNS - $Re_m = 400$: champ moyen U dans le plan $y - z$, a) $x/D = 1,5$; b) $x/D = 5,5$; c) $x/D = 10,5$; d) $x/D = 25$	220
C.2	DNS - $Re_m = 400$: champ moyen V dans le plan $y - z$, a) $x/D = 0,56$; b) $x/D = 1,5$; c) $x/D = 2,5$; d) $x/D = 5,5$	221
C.3	DNS - $Re_m = 400$: champ moyen V dans le plan $y - z$: a) $x/D = 10,5$; b) $x/D = 25$; $x/D = 0,56$, b) $x/D = 1,5$	222
C.4	DNS - $Re_m = 400$: tension de Reynolds $\overline{u_i u_i}/\Delta U$ dans le plan $y - z$ pour deux positions longitudinales : a)-b)-c) $x/D = 1,5$ et d)-e)-f) $x/D = 5,5$	223

Liste des tableaux

2.1	Récapitulatif des valeurs du nombre de Strouhal d'un sillage uniforme pour les différents régimes de l'étude.	17
4.1	Paramètres de l'étude pour l'analyse de l'influence de L/D , Re_m et β	73
4.2	Paramètres de l'étude pour les mesures PIV "Multiplans".	75
4.3	Erreur aléatoire à 95% de confiance du champ de vitesse moyenne.	83
4.4	Intervalle d'erreur à 95% de confiance de l'intensité fluctuante.	84
5.1	Synthèse de l'influence du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds sur la cellule secondaire de Strouhal côté basse vitesse.	99
5.2	Synthèse de l'influence du cisaillement sur l'angle d'inclinaison de la cellule secondaire de Strouhal côté basse vitesse.	104
6.1	PIV - $Re_m = 7\,920$: invariants du tenseur de Reynolds pour la couche de mélange.	111
6.2	PIV - $Re_m = 7\,920$: Invariants du tenseur de Reynolds pour les sillages haute et basse vitesse.	114
6.3	Synthèse des échelles spatiales des corrélations R_{ij} dans la région de type couche de mélange.	126
7.1	PIV - POD2D-2C - $Re = 7\,920$: exemple de convergence des valeurs propres à la position $z/D = -4$	140
7.2	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\,920$: valeurs propres λ_i/E en fonction du numéro du mode n et n/N	151
7.3	PIV - POD3D-2C - $Re_m = 7\,920$: quantification des grandeurs dans la région d'interactions : θ , Λ_x/D , Λ_{x0}/D	154
7.4	Exemple de convergence des valeurs propres issues d'une POD2D-2C réalisée à la position $z/D = 0$. Mesures PIV.	160
8.1	DNS - $Re_m = 400$: paramètres du calcul DNS comparés à ceux des mesures PIV.	175
8.2	DNS - POD2D-2C - $Re_m = 4\,00$: Quelques valeurs de la convergence des valeurs propres ($\sum^n \lambda_i/E$) issues d'une POD2D-2C et d'une POD2D-3C.	183

Liste des Notations

$a^{(n)}$	n^{ieme} mode d'une décomposition POD
b	Largeur du sillage
C	Tenseur des corrélations temporelles en 2 points
d	Déplacement des particules dans une fenêtre de corrélation
C_{pb}	Coefficient de pression au culot du barreau cylindrique
C_{pbl}	Coefficient de pression de base locale
C_D	Coefficient de traînée
d_p	Diamètre des particules d'ensemencement
D	Diamètre du barreau cylindrique
E	Energie cinétique turbulente du domaine considéré
dx	Résolution spatiale dans la direction x
dy	Résolution spatiale dans la direction y
dz	Résolution spatiale dans la direction z
dt	Résolution temporelle
f	Fréquence
f_a	Cellule de fréquence du côté haute vitesse
f_{b1}	Première cellule de fréquence du côté basse vitesse
f_{b2}	Deuxième cellule de fréquence du côté basse vitesse
f_p	Fréquence de passage des structures de la couche de mélange
g	Accélération gravitationnelle
L_f	Longueur de formation
L	Longueur du cylindre
L_x	Dimension longitudinale du domaine de mesure (ou de calcul) (x)
L_y	Dimension du domaine de mesure (ou de calcul) dans la direction y
L_z	Dimension du domaine de mesure (ou de calcul) dans la direction z
N	Nombre total de points
N_x	Nombre de points dans la direction x
N_y	Nombre de points dans la direction y
N_z	Nombre de points dans la direction z
$N_{Nyq.}$	Nombre de valeurs propres représentatives
N_{POD}	Nombre de modes POD résolus
N_{LODS}	Nombre de modes POD retenus pour le LODS
n_c	Nombre de composantes de vitesse
R	Constante des gaz parfait (air)
R_{ij}	Tenseur des corrélations (spatial ou spatio-temporel) en 2 points (i,j valent u,v ou w)
R_p	Pic principal de l'auto corrélation dans la fenêtre d'interrogation PIV
$R_{D\pm}$	Pic de déplacement (positif ou négatif) pour l'auto corrélation
R_c	Pic de bruit dans la fenêtre de corrélation.
Re_a	($= U_a D / \nu$) Nombre de Reynolds du côté haute vitesse
Re_b	($= U_b D / \nu$) Nombre de Reynolds du côté basse vitesse
Re_m	($= U_m D / \nu$) Nombre de Reynolds moyen
Re_t	Nombre de Reynolds turbulent
r	Rapport de vitesse ($= U_b / U_a$)

S_t	Nombre de Strouhal
St_i	(= L/Λ_x) Nombre de Strouhal défini à partir des échelles spatiales longitudinales des corrélations R_{ii}
S_θ	Nombre de Strouhal pour du lâcher tourbillonnaire oblique
S_0	Nombre de Strouhal pour du lâcher tourbillonnaire parallèle
s	Ecart type de la mesure
T	Durée du signal
T_c	Cadence de la caméra
T_p	Temps entre les deux couples de pulses laser
U_f	Vitesse Eulérienne du fluide
U_g	Vitesse de sédimentation
U_p	Vitesse Lagrangienne des particules
U_{median}	Vitesse médiane instantanée
U_{ij}	Vitesse instantanée dans le plan PIV au point i,j
Ux_{ij}	Composante de U_{ij} dans la direction x
Uy_{ij}	Composante de U_{ij} dans la direction y
U_a	Vitesse haute (H.V.) longitudinale de la couche de mélange
U_b	Vitesse basse (B.V.) longitudinale de la couche de mélange
U_m	Vitesse moyenne $(U_a + U_b)/2$
U_c	Vitesse de convection (= U_m)
U_0	Vitesse longitudinale moyenne sur l'axe du sillage
U_s	Déficit de vitesse (= $U_\infty - U_0$)
u_i	i^{ieme} composante de la vitesse instantanée ($i=1,3$) noté également : u,v ou w
u	Fluctuation de vitesse (u, v, w)
u_i	i^{ieme} composante de la fluctuation de vitesse ($i=1,3$) noté également : u,v ou w
U	Composante de vitesse moyenne suivant x
U_∞	Vitesse moyenne longitudinale incidente
V	Composante de vitesse moyenne suivant y
W	Composante de vitesse moyenne suivant z
x	Coordonnée longitudinale comptée depuis l'axe du barreau
x_{bf}	Coordonnée longitudinale à partir du bord de fuite de la plaque de séparation de la couche de mélange
x_{sim}	Position de début de similitude
y	Coordonnée suivant l'envergure du barreau
z	Coordonnée parallèle au bord de fuite de la plaque de séparation de la couche de mélange
x_0, y_0, z_0	Coordonnées de l'origine virtuelle de la couche de mélange ou du sillage
$(.)$	Moyenne temporelle ou d'ensemble
α	(= δ_w/D) Position du cylindre par rapport à l'épaisseur de cisaillement
α_{tronc}	Paramètre de troncature du système dynamique
β	Paramètre de raideur basé sur la vitesse moyenne U_m
δ_w	Epaisseur de vortacité
δ_{wl}	Epaisseur de vortacité locale
δ_{wa}	Epaisseur de vortacité au centre du domaine de mesure
δ_{mk}	Symbole de Kronecker

Δt	Temps entre les deux expositions de l'image de particule
ΔU	Différence de vitesse génératrice de la couche de mélange $U_a - U_b$
Δy_s	Largeur du "saut" secondaire du nombre de Strouhal
ΔSt_s	Hauteur du "saut" secondaire du nombre de Strouhal
ϵ_a	Erreur de biais
ϵ_a	Erreur aléatoire
γ	Pente du "saut" secondaire du nombre de Strouhal
λ_l	Longueur d'onde du faisceau lumineux du laser
$\lambda^{(n)}$	Valeurs propres du mode n
Λ_x	Echelle spatiale longitudinale
Φ_n	Lignes d'expansion de la couche de mélange, $n = 0.1$ à 0.9
$\Phi^{(n)}$	n^{ieme} mode des fonctions (Φ_u, Φ_v, Φ_w) issues d'une décomposition POD
ν	(= μ/ρ) viscosité cinématique
ρ_p	Masse volumique des particules
ρ	Masse volumique de l'air
σ	Paramètre d'expansion de la couche de mélange
σ_0	Paramètre d'expansion d'une couche de mélange avec un côté au repos
σ_{stat}	Ecart type vrai
σ_u	Ecart type suivant u
σ_v	Ecart type suivant v
$\Psi^{(n)}$	Rotationnel de $\Phi^{(n)}$
τ	Temps de relaxation
θ	Angle de lâcher des tourbillons de sillage
θ_a	Angle azimutal
θ_{qdm}	Epaisseur de quantité de mouvement
μ	Viscosité dynamique de l'air
\mathcal{D}	Domaine spatio-temporel
Ω	Champ de vorticité
Ω	Domaine spatial
η	Variable de similitude spatiale

CCD Charge Coupled Device

LODS Low Order Dynamical System

POD Proper Orthogonal Decomposition

POD2D-2C POD : à partir de deux composantes de vitesse dans un plan

POD2D-3C POD : à partir de trois composantes de vitesse dans un plan

POD3D-2C POD : à partir de deux composantes de vitesse dans un domaine 3D

PIV Particle Image Velocimetry

PIV2D-2C PIV : mesure de deux composantes de vitesse dans un plan

PIV2D-3C PIV : mesure de trois composantes de vitesse dans un plan

PIV3D-2C PIV : mesure de deux composantes de vitesse dans un domaine 3D

Chapitre 1

Introduction

a - Problématique ingénierie

Cette étude est motivée par une problématique dans le domaine de l'Industrie Agro-Alimentaire (IAA). Celle-ci se situe au niveau de la protection contre la contamination microbienne dans les chaînes de productions alimentaires. Le Cemagref, où a été réalisée en partie la présente étude, a mis au point des techniques innovantes de protection localisée des produits, qui permettent une sécurité renforcée au niveau des aliments, mais aussi un allègement des coûts d'investissement et de fonctionnement des salles blanches. La figure 1.1 présente le principe de fonctionnement d'une de ces techniques, réalisée à l'aide d'un flux d'air propre soufflé sur les aliments d'une chaîne alimentaire.

Dans cet exemple, l'interface entre l'air propre soufflé et l'air ambiant pollué doit être maîtrisée pour limiter les transferts de polluants. Ce problème de maîtrise des transferts à travers des couches à dynamique cisailée est un verrou important pour le développement de techniques performantes, non seulement pour la protection localisée des aliments mais, plus largement, pour la maîtrise des ambiances locales ouvertes sur des atmosphères quelconques. Pour l'approcher, on s'appuie sur les connaissances développées en mécanique des fluides sur les écoulements cisailés libres (l'interface peut par exemple être assimilé à un jet ou une couche de mélange ...). La motivation particulière de la présente thèse est le maintien de la maîtrise de cette interface dans le cas où l'intrusion d'un objet allongé (bras humain, robot, canalisation ...) vient perturber l'écoulement, avec risque supplémentaire de transfert de polluant vers l'espace protégé. On se trouve alors face à un écoulement fortement tridimensionnel induit par des cisaillements croisés, l'un de type couche de mélange (interface entre flux parallèles à vitesses différentes) et l'autre de type sillage (écoulement derrière un obstacle). La question initiale est donc, pour la présente étude, d'approfondir la connaissance des écoulements résultant de l'interaction entre une couche de mélange et un sillage. La traduction de ces connaissances en action technologique pour la limitation des transferts fera l'objet d'études ultérieures de la part du Cemagref. Un modèle simplifié a été élaboré sous la forme d'une couche de mélange « standard » générée en soufflerie, dans laquelle un barreau cylindrique, perpendiculaire à celle-ci, est placé dans des conditions à la fois proches de la situation industrielle (par la valeur du nombre de Reynolds et l'épaisseur de cisaillement) et propices à une analyse académique. La figure 1.2 présente cette configuration telle qu'elle a été mise en œuvre en soufflerie, d'abord dans la thèse de D. Heitz (1999), puis dans la présente étude.



FIG. 1.1 – Exemple d’une technique de protection localisée des produits alimentaires, mise au point par le Cemagref, par l’utilisation d’un air propre soufflé dans un air ambiant pollué : “Flux progressif”.

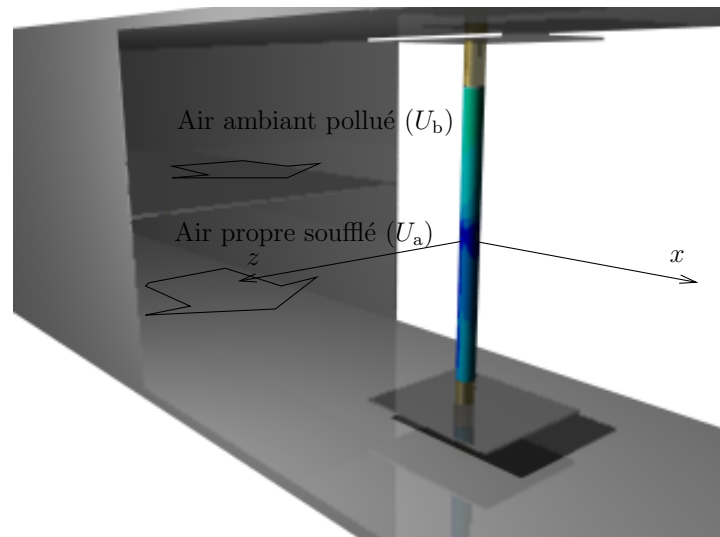


FIG. 1.2 – Modèle d’interaction d’une couche de mélange avec un cylindre circulaire. La couche de mélange constituée d’une vitesse haute (i.e. U_a) et d’une vitesse basse (i.e. U_b) permet la modélisation de l’interface entre l’air propre soufflé et l’air ambiant pollué, tandis que le cylindre circulaire modélise l’introduction d’un objet dans cette zone protégée (Heitz, 1999).

b - Etude

L'interaction d'une couche de mélange avec un sillage de barreau cylindrique est un problème communément rencontré dans de nombreuses applications industrielles ou océaniques telles que les écoulements autour des tubes et enveloppes des échangeurs thermiques, derrière les cheminées ou les poteaux d'éoliennes ou encore les plates-formes de forage en mer (...). Elle s'inscrit dans l'étude des écoulements cisailés libres complexes.

La première étude réalisée sur ce sujet est celle de Heitz (1999). Elle portait sur une configuration unique en terme de dimensions et de vitesses appliquées. Elle a permis la mise en évidence de caractéristiques spécifiques à cet écoulement. Les principaux résultats en sont rappelés dans le chapitre 2. La présente étude s'appuie sur ces résultats et sur les méthodes développées lors de cette précédente thèse pour :

1. en confirmer les conclusions par un premier jeu d'expériences ;
2. en compléter les apports en étudiant l'influence des paramètres susceptibles de faire varier la dynamique de cet écoulement ;
3. réaliser une étude entièrement nouvelle sur la dynamique de cet écoulement, avec des outils adaptés.

Pour cela, les approches successives mises en œuvre sont les suivantes :

- l'étude des paramètres susceptibles de faire varier la dynamique de cet écoulement, le nombre de Reynolds moyen, le rapport d'aspect et enfin le cisaillement créé par l'écoulement incident,
- l'étude de l'organisation des structures cohérentes dans le sillage proche du cylindre. Pour ceci la PIV (Particule Image Velocimetry) et la POD classique (Proper Orthogonal Décomposition) sont mises à contribution. La PIV, permet l'acquisition de données instantanées sur un large domaine de l'écoulement tridimensionnel d'interaction couche de mélange-sillage. La POD permet d'extraire les structures cohérentes les plus énergétiques responsables de l'organisation de l'écoulement.
- l'étude de la dynamique, abordée au moyen de la projection de Galerkin (POD-Galerkin), permet la construction d'un LODS (Low Order Dynamical System ou système dynamique d'ordre bas). Celui-ci est formulé dans le plan dans l'axe du cylindre où l'organisation est particulière ;
- enfin, des données numériques issues d'une DNS (Direct Numerical Simulation) à bas nombre de Reynolds de l'écoulement d'interaction couche de mélange - sillage sont exploitées afin de conforter certaines conclusions tirées de l'étude expérimentale.

Pour toute les études expérimentales qui ont été réalisées la couche de mélange possède une vitesse haute de 18 m/s et une vitesse basse de 11,7 m/s.

Organisation du document

Ce document est constitué, outre ce chapitre introductif et la conclusion, de sept chapitres principaux et de quatre annexes. Il s'articule de la manière suivante :

Le chapitre 2 présente brièvement les études classiquement réalisées sur les écoulements canoniques qui composent l'écoulement complexe étudié ici : la couche de mélange et le sillage uniforme. Par la suite est développée une étude bibliographique portant sur les apports de connaissance les plus récents en matière de tridimensionalisation des sillages.

Le chapitre 3 concerne une étude bibliographique sur trois outils d'analyse utilisés dans la présente étude : la PIV qui permet de mesurer des champs de vitesses instantanées sur un large domaine, la POD qui permet d'extraire les structures cohérentes de l'écoulement et la projection Galerkin à partir de laquelle un LODS (Low Order Dynamical System) peut être construit.

Le chapitre 4 présente les procédures expérimentales utilisées pour l'analyse de l'écoulement. Après une présentation de la soufflerie et du repère de l'étude, les deux campagnes de mesures exploitées dans ce document sont détaillées. La première concerne les mesures par fil chaud et mesures pariétales utilisées pour l'analyse paramétrique du chapitre 5. La seconde concerne les mesures PIV exploitées dans les chapitre 6 et 7. Dans ce chapitre est détaillée la manière dont les plans PIV sont acquis pour une exploitation POD 3D.

Le chapitre 5 présente l'analyse de l'influence du nombre de Reynolds moyen Re_m , du rapport d'aspect L/D et du paramètre de raideur β . On s'intéresse aux grandeurs moyennes suivantes : la longueur de formation L_f , le coefficient de succion $-C_{bpl}$ et le nombre de Strouhal St .

Le chapitre 6 présente l'analyse des grandeurs statistiques des données PIV : le champ moyen, les tensions de Reynolds et les corrélations en deux points. Elles sont étudiées systématiquement dans les régions bordant le domaine, où un comportement de type couche de mélange et sillage peut être retrouvé, puis dans la région où ces deux écoulements interagissent.

Le chapitre 7 présente l'exploitation des données PIV par l'outil POD. Trois analyses sont réalisées : une première qui permet d'analyser les tranches de l'écoulement définies par les plans PIV (approche POD2D-2C), une deuxième prenant en compte l'espace 3D (approche POD3D-2C) et enfin une dernière qui utilise la base extraite par une POD2D-2C pour réaliser une projection de Galerkin et ainsi obtenir les $a^{(n)}(t)$ non disponibles expérimentalement.

Le chapitre 8 concerne l'analyse des données issues d'une DNS (Direct Numerical Simulation ou Simulation Numérique Directe) de l'écoulement étudié pour un nombre de Reynolds beaucoup plus faible. Il est ici analysé à la lumière des résultats expérimentaux au moyen des grandeurs statistiques (champ moyen et corrélation en deux points) et de deux approches Snapshot POD (POD2D-2C et POD2D-3C) dans le plan dans l'axe du cylindre où l'organisation est particulière.

Les annexes A à D regroupent des données ou des formulations non retenues dans la présentation principale mais qui ont servi à construire notre analyse et permettront au lecteur d'en affiner l'examen critique.

Chapitre 2

Écoulements en jeu - Revue bibliographique

L'analyse de l'écoulement complexe composé de l'interaction d'une couche de mélange plane turbulente et d'un sillage de cylindre circulaire est étudiée ici. Cette étude constitue la deuxième étude expérimentale de cet écoulement. L'étude précédente (Heitz, 1999) a conduit à le considérer préférentiellement comme un sillage perturbé par un écoulement incident de couche de mélange. De plus Heitz (1999) a montré que cette configuration engendre un forte tridimensionalisation au culot du cylindre.

Après une présentation succincte des études classiques des deux écoulements cisailés libres qui composent l'écoulement étudié (i.e. la couche de mélange plane turbulente et le sillage d'un cylindre circulaire), on s'intéresse aux tridimensionalisations des écoulements de sillage. Cette tridimensionalisation dérive soit de la nature intrinsèque du sillage soit de la modification de l'écoulement incident et/ou de la forme de l'obstacle. Les principaux résultats de la première étude expérimentale réalisée par Heitz (1999) sont rappelés à la fin du chapitre et analysés à la lumière des références bibliographiques présentées précédemment.

2.1 Couche de mélange et Sillage classiques

La couche de mélange comme le sillage uniforme sont des écoulements classiquement étudiés dans le domaine de la mécanique des fluides et plus particulièrement pour l'étude des écoulements cisailés libres. On trouve des introductions générales dans Ho & Huerre (1984), Fiedler (1998) pour la couche de mélange et Coutanceau & Defaye (1991); Zdravkovich (1997); Williamson (1995, 1996a); Noack (1999a,b) pour le sillage uniforme.

Dans ce paragraphe sont introduites les différentes lois d'évolution classiques des grandeurs caractéristiques de ces deux écoulements dans leur région de similitude. On y rappelle les principaux mécanismes d'instabilité à l'origine de la structuration principale de ces écoulements. Enfin, la topologie des structures cohérentes et les paramètres influant sur leur organisation sont résumés brièvement.

2.1.1 Lois d'évolution en écoulement canonique seul

Pour la suite du document, on utilise les notations suivantes (exprimées dans le repère des figures 2.3 et 4.2) :

- u_i : i^{ieme} composante de la vitesse instantanée ($i=1,3$) suivant x,y et z , notée également : u,v ou w ;
- U_i : i^{ieme} composante de la vitesse moyenne ($i=1,3$), noté également : U,V ou W ;
- u_i : i^{ieme} composante de la vitesse fluctuante ($i=1,3$), noté également : u,v ou w et obtenue par décomposition de Reynolds ($u_i = U_i + u_i$) ;
- \mathbf{U} : représente le vecteur de la vitesse moyenne (U,V,W) ;
- \mathbf{u} : représente le vecteur de la fluctuation de vitesse (u,v,w) ;
- $(\overline{\quad})$ représente la moyenne temporelle ou d'ensemble par hypothèse d'ergodicité.

Les lois d'évolution des grandeurs caractéristiques turbulentes dans la région développée sont établies à partir des équations de Naviers-Stokes développées sous les hypothèses suivantes :

- écoulement statistiquement stationnaire : $\frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial t} = 0$;
- écoulement bidimensionnel en moyenne :
 - pour la couche de mélange (z direction d'homogénéité)

$$W = 0, \quad \frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial z} = 0, \quad \overline{uw} = \overline{vw} = 0 ;$$
 - pour le sillage (y direction d'homogénéité)

$$V = 0, \quad \frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial y} = 0, \quad \overline{uv} = \overline{vw} = 0 ;$$
- le gradient de pression longitudinal (suivant x) à l'extérieur de l'écoulement est négligeable ;
- les effets visqueux sont négligeables ($\mu = 0$) ;
- approximation de couches minces (i.e. les échelles transversales sont négligeables devant les échelles longitudinales) ce qui entraîne :
 - pour la couche de mélange : $V \ll U$ et $\frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial x} \ll \frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial y}$;
 - pour le sillage : $W \ll U$ et $\frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial x} \ll \frac{\partial \overline{(\quad)}}{\partial z}$.

Les écoulements suivant ces lois d'évolution sont dits "en région de similitude". Par des ajustements ("fit") des données expérimentales avec les lois d'évolution de la vitesse longitudinale moyenne (cf. Eq. 2.5 et 2.8), il est possible d'étudier les états de similitude de la couche de mélange et du sillage. Ces ajustements permettent également le calcul des grandeurs caractéristiques de ces écoulements de référence. Les lois d'évolution et les grandeurs caractéristiques des écoulements de couche de mélange et de sillage en région de similitude sont rappelées brièvement ci-après.

a - Couche de mélange

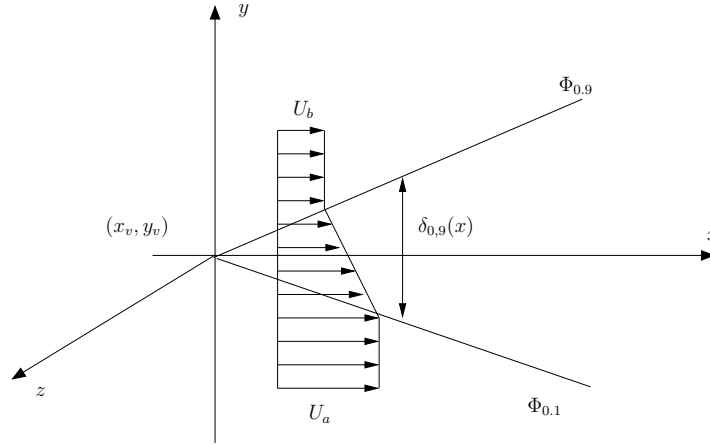


FIG. 2.1 – Schématisation de l'évolution de la couche de mélange plane turbulente en zone de similitude. Notons que le repère est choisi ici en conformité avec celui du problème initial : l'axe z correspond à la direction transversale de la couche de mélange.

Le développement des équations de Navier-Stokes à partir des hypothèses énumérées ci-dessus pour une couche de mélange plane turbulente conduit aux équations de quantité de mouvement et de continuité suivantes :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\partial \bar{u}v}{\partial y} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

Ce système d'équations aux dérivées partielles peut être ramené à l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$F''' + 2\sigma^2 F F'' = 0, \quad (2.3)$$

où σ est le paramètre d'expansion de la couche de mélange et $F'(\eta) = 1 \pm \lambda$, pour $\eta = \pm\infty$. Ici λ est le paramètre de vitesse $(U_a - U_b)/(U_a + U_b)$ et η est la variable réduite égale à η_0 sur l'axe de la couche de mélange. Elle vaut :

$$\eta = \sigma \frac{y - y_v}{x - x_v}, \quad (2.4)$$

où (x_v, y_v) sont les coordonnées de l'origine virtuelle de la couche de mélange.

L'équation 2.3 peut être résolue après introduction d'une fermeture pour modéliser les tensions de Reynolds (par exemple : la viscosité turbulente de Boussinesq (Boussinesq, 1877) et le schéma de longueur de mélange de Prandtl (Prandtl, 1935)).

Une expression de la loi d'évolution pour la vitesse longitudinale moyenne, est ainsi établie et définie ci-dessous :

$$\frac{U - U_b}{U_a - U_b} = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{erf}(\eta - \eta_0)) \quad (2.5)$$

Dans la zone de similitude, les grandeurs caractéristiques suivantes peuvent être définies :

- le rapport de vitesse : $r = U_b/U_a$,
où U_b et U_a sont respectivement la vitesses haute et basse de la couche de mélange ;
- le paramètre de vitesse $\lambda = \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} = \frac{\Delta U}{2U_c} = \frac{1 - r}{1 + r}$,
où ΔU est la différence de vitesse ($= U_a - U_b$) et U_c la vitesse de convection ($= (U_a + U_b)/2$).
- l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange (cf. Fig. 2.2) :

$$\delta_w = \frac{U_a - U_b}{\left(\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|\right)_{max}}$$

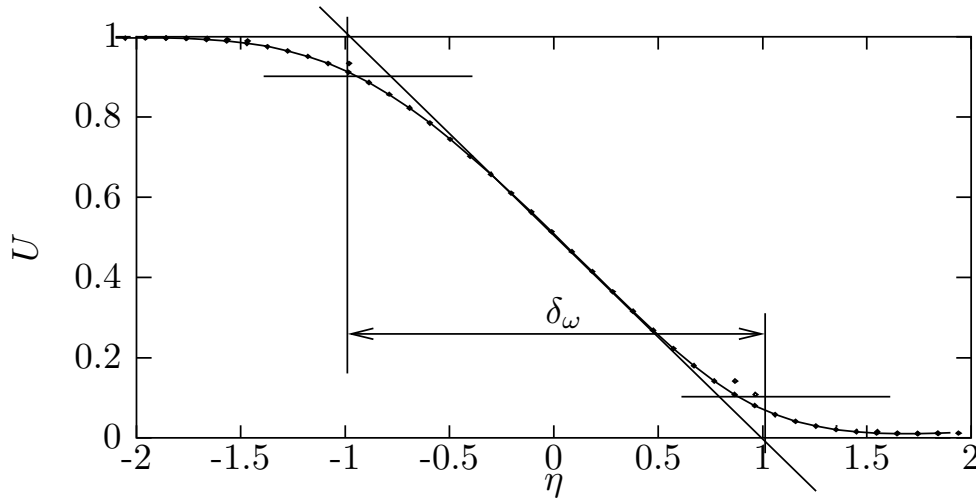


FIG. 2.2 – Définition de l'épaisseur de vorticité.

- les lignes d'expansion qui sont définies par les droites d'isovaleur Φ_n dans le plan $x - y$ avec :

$$\Phi_n = \frac{U(y_n) - U_b}{U_a - U_b};$$

généralement on considère Φ_n variant de 0,1 à 0,9;

- l'épaisseur de quantité de mouvement :

$$\theta_{qdm} = \int_{\Phi_{0,1}}^{\Phi_{0,9}} \frac{U(y) - U_b}{U_a - U_b} \left(1 - \frac{U(y) - U_b}{U_a - U_b}\right) dy;$$

- le paramètre d'expansion de la couche de mélange :

$$\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{\frac{d\delta_w}{dx}};$$

- le paramètre d'expansion correspondant au cas où un côté de la couche de mélange est au repos (σ_0), extrait de la "règle d'Abramovich-Sabin" (Abramovich, 1963) est de l'ordre de 11 et l'on vérifie en première approximation $\sigma_0 = \lambda\sigma$.

Fiedler (1998) propose une distance x à partir de laquelle l'auto-similarité de la vitesse moyenne est atteinte, défini comme suit :

$$400 < \lambda x / \sum \Theta < 600,$$

où $\sum \Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + h$ est la somme des épaisseurs de quantité de mouvement des couches limites situées de part et d'autre de la plaque séparatrice et de l'épaisseur h de cette plaque. Dans la présente étude, la similitude sera approximative dans les zones de mesure de la veine d'essai.

b - Sillage

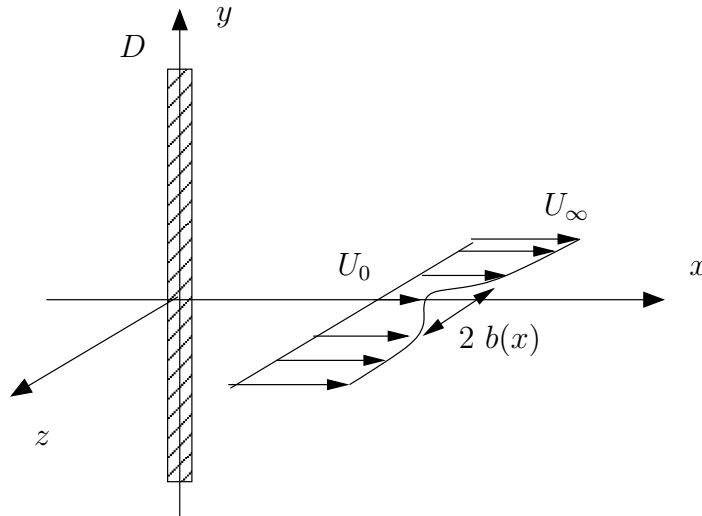


FIG. 2.3 – Schématisation de l'évolution du sillage uniforme en zone de similitude. On note que la direction 'z' correspondra à la direction transversale de la couche de mélange dans l'écoulement.

Pour l'écoulement de sillage uniforme, les équations de Navier-Stokes sont exprimées comme suit :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

On montre qu'à partir des équations 2.6 et 2.7 il est possible d'obtenir une loi d'évolution pour la vitesse moyenne longitudinale donnée par :

$$\frac{U_\infty - U}{U_s} = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{z^2}{b^2}\right) \quad (2.8)$$

où la demi épaisseur de sillage (b) et le déficit de vitesse ($U_s = U_\infty - U_0$), (cf. Fig. 2.3) suivent les lois d'évolution longitudinale définies ci-dessous :

$$b = B(x - x_0)^n \quad (2.9)$$

$$U_s = A(x - x_0)^{n-1} \quad (2.10)$$

Ici x_0 est l'origine virtuelle et $n = 1/2$ pour $U_s \ll U_\infty$. Les constantes A et B sont quant à elle définies comme suit :

$$A^2 = \frac{Re_t}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} U_\infty^2 \theta_{qdm} \quad (2.11)$$

$$B^2 = \frac{1}{Re_t} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \theta_{qdm} \quad (2.12)$$

θ_{qdm} représente l'épaisseur de quantité de mouvement ($\theta_{qdm} = D/2$ pour $10\,000 < Re < 100\,000$) et $Re_t (\simeq 12,5)$ est le nombre de Reynolds turbulent.

Les lois d'évolution des grandeurs caractéristiques définies ci-dessus ne sont valables que dans une région suffisamment éloignée de la zone de réorganisation du sillage. Townsend (1976) montre que les sillages sont en région similitude pour $x/D > 100$. Les études réalisées ici se concentrent sur le sillage proche, ainsi la similitude observée ne peut être qu'approximative.

2.1.2 Instabilités - Structures

La découverte d'une cohérence spatiale organisée à grande échelle dans les écoulements turbulents apparaît dans les années 1950. L'exemple de visualisation des structures cohérentes le plus connu et certainement l'un des premiers, est celui de Brown & Roshko (1974) (cf. Fig. 2.4).

Actuellement la présence de ces structures cohérentes est bien reconnue bien qu'il n'existe pas de définition universelle de ce terme. L'intérêt de leur détection est évidente dans le sens où elles influent sur les propriétés physiques de l'écoulement telles que le mélange, le bruit, les vibrations, le transfert thermique, la traînée, la portance ... De plus la connaissance et la compréhension de leur dynamique, de leur morphologie et de

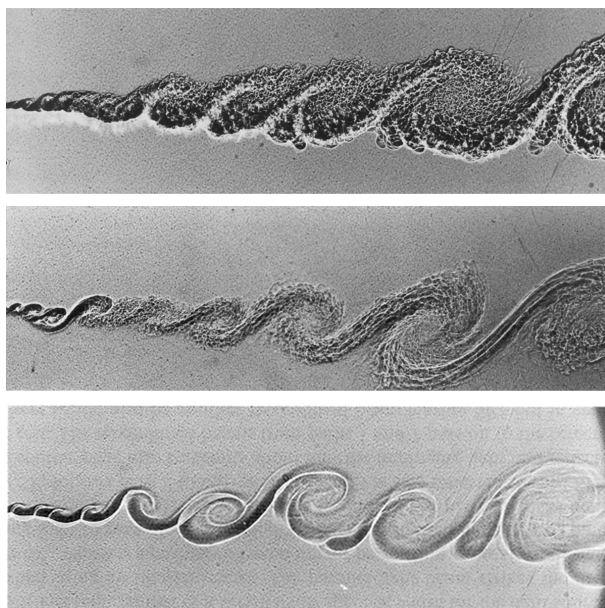


FIG. 2.4 – Structures Cohérentes d’une couche de mélange air-He au moyen de visualisation strioscopique par Brown & Roshko (1974)

la manière dont elles inter-agissent avec l’écoulement environnant est un point essentiel pour leur contrôle Bonnet *et al.* (1998).

Certains de ces mécanismes complexes d’organisation sont associés à une instabilité hydrodynamique (Drazin & Reid, 1981). Pour les écoulements de couches cisailées libres (jets, couches de mélange, sillages ...) l’instabilité principalement reconnue comme étant responsable de la naissance de structures organisées à grande échelle est l’instabilité de Kelvin-Helmholtz. Cette dernière, décrite par Lesieur (1997), se situe au niveau du cisaillement. Une petite perturbation conduit à une ondulation de l’interface, créant ainsi des parties concaves et convexes qui, par le même phénomène qui crée la portance d’une aile d’avion, conduit à l’amplification de l’ondulation. La courbure de cette onde est entraînée plus rapidement du côté haute vitesse conduisant à un enroulement en spirale. On parle alors de nappe tourbillonnaire constituée de “Tourbillons de Kelvin-Helmholtz”. Suivant le type d’écoulement étudié, l’instabilité peut d’après Huerre & Monkewitz (1990), soit :

- se propager dans tout l’écoulement entraînant l’instabilité globale, l’écoulement est alors dit “absolument instable” ;
- se convecter, ainsi la perturbation se propage sans perturber l’écoulement de base il est alors dit “convectivement instable”.

Huerre & Monkewitz (1985) montrent que pour la couche de mélange avec un profil de la forme $U(y; \lambda) = 1 + \lambda \tanh(\frac{1}{2}y)$ l’instabilité est convectivement instable pour des rapports de vitesse $\lambda < 1,315$. Tandis que Mattingly & Criminal (1972) montrent que pour un profil de type sillage ($U/U_\infty = 1 - U_s/U_\infty \operatorname{sech}^2(z/b)$) l’écoulement devient absolument instable dès que $U_s/U_\infty > 0,94$, dans ce cas l’instabilité est initiée en aval puis remonte vers l’obstacle.

De plus, une condition nécessaire (mais non suffisante) d’instabilité est donnée par le

critère de Rayleigh : le profil de base (U_0) doit posséder au moins un point d'inflexion ($U_0'' = 0$), ou de manière équivalente la vorticité doit présenter un extremum. Une condition supplémentaire dite de Fjortoff revient à supposer que la valeur absolue de la vorticité de base atteint un maximum (Pécheux, 1999).

Par la suite sont décrites les topologies classiquement reconnues des structures cohérentes pour les écoulements de couche de mélange et de sillage uniforme, ainsi que leurs paramètres d'influence.

a - Couche de mélange :

Les deux principales organisations qui coexistent dans un écoulement de couche de mélange sont (voir en particulier Delville *et al.*, 1999) (cf. Fig. 2.5) :

- des tourbillons cylindriques bidimensionnels alignés suivant l'envergure (z) : tourbillons primaires ;
- des tourbillons longitudinaux contrarotatifs superposés aux tourbillons principaux qui les relient entre eux : tourbillons secondaires.

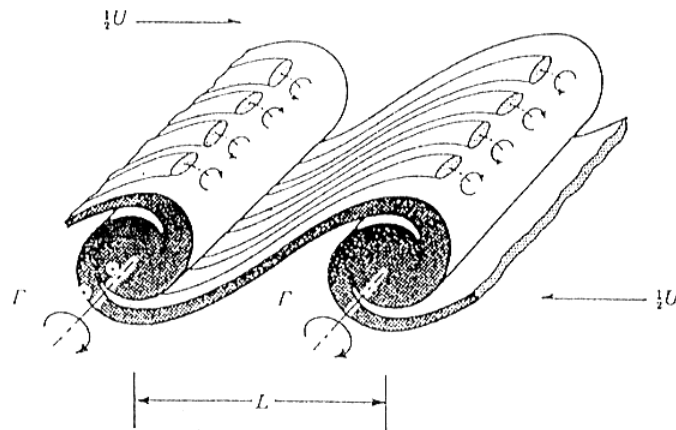


FIG. 2.5 – Schématisation des structures cohérentes d'une couche de mélange, d'après (Bernal & Roshko, 1986).

i - Tourbillons primaires

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz initiée par le cisaillement entre la haute (U_a) et la basse vitesse (U_b) de la couche de mélange est responsable de son organisation à grande échelle (Ho & Huerre, 1984; Liu, 1989). La génération de structures primaires à tendance bidimensionnelle est initialement mise en évidence par les visualisations de Brown & Roshko (1974) (cf. Fig. 2.4). Le phénomène de production de cette organisation qui domine tous les autres phénomènes du cycle de la turbulence (diffusion, dissipation ...) (Wygnanski *et al.*, 1979) est entretenu par le profil initial de vitesse (moyenne ou instantanée) qui présente un point d'inflexion. Ces structures représentatives de l'organisation principale de la couche de mélange, sont convectées à une vitesse quasi-constante ($U_c \simeq (U_a + U_b)/2$). La taille et l'espacement entre les

structures augmentent lors de l'appariement avec les structures voisines. Ce processus, lié à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz est responsable de l'épanouissement des couches de mélanges.

Un nombre adimensionnel caractéristique de la fréquence de passage des structures primaires, appelé nombre de Strouhal, est défini classiquement par $St = f\delta_{wl}/U_c$, où δ_{wl} l'épaisseur de vorticité locale et f la fréquence. Ce nombre est de l'ordre de 0,25 à 0,33 pour les couches de mélange classiques, conduisant à un espacement moyen des structures primaires de l'ordre de 3   4 δ_w (cf. Eq. 6.2).

ii - Tourbillons secondaires

Les premières preuves visuelles évidentes de cette organisation secondaire sont réalisées par Konrad (1976) et Breidenthal (1981). L'instabilité à l'origine de la structuration secondaire (i.e. tourbillons longitudinaux) correspond à une ondulation de la structure primaire. Bernal & Roshko (1986) trouvent un espacement entre les structures longitudinales de 0,67, lorsqu'il est normalisé par l'espacement local moyen des structures primaires et est indépendant du rapport de vitesse. Lasheras & Choi (1988) montrent, par l'introduction d'une perturbation amont 3D de la couche de mélange, que l'origine de la vorticité longitudinale se situe entre le cœur des tourbillons primaires, région nommée "braids" dans la littérature. Au niveau topologique, cette région peut être définie comme un point selle responsable de la production turbulente (90% de la tension de cisaillement turbulent $-\overline{uv}$ dans un sillage Zhou & Antonia (1994)), tandis que le cœur des tourbillons primaires peut être associé à un point singulier de type "focus" et est schématisé par Delville (1995) (cf. Fig. 2.6).

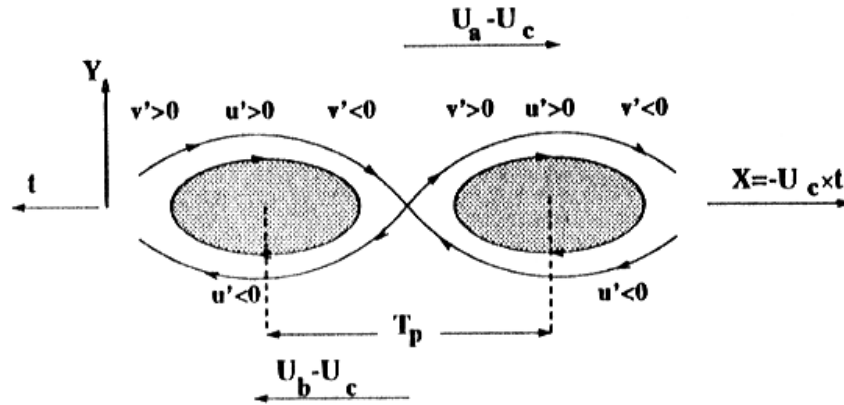


FIG. 2.6 – Schématisation topologique de l'organisation des tourbillons à grande échelle dans une couche de mélange plane, d'après Delville (1995)

iii - Paramètres de contrôle

Les différentes études expérimentales (Bradshaw, 1966; Ho & Huerre, 1984; Dziomba & Fiedler, 1985; Hussain, 1986, en particulier) menées sur ce type d'écoulement ont conduit à mettre en évidence les différents paramètres influant sur son organisation structurale. De manière générale sa structuration ne dépend pas du nombre de Reynolds. Le paramètre le plus sensible est le taux d'expansion de la couche de mélange (σ). Il varie en fonction du rapport de vitesse (r), de l'intensité turbulente de l'écoulement libre, de la géométrie de la plaque séparatrice ou encore de l'état

des couches limites initiales (laminaires ou turbulentes). Dans Fiedler (1998) on trouve les différentes possibilités de contrôle de l'écoulement de couche de mélange. Que ce soit par excitation acoustique, aspiration, soufflage ou d'autres méthodes, la zone de réceptivité maximale se situe dans la région du bord de fuite de la plaque séparatrice de la couche de mélange (cf. Fig. 2.7). Plus récemment les études s'orientent vers une description complètement tridimensionnelle des structures de l'écoulement (Metcalf *et al.*, 1987; Delville *et al.*, 1999).

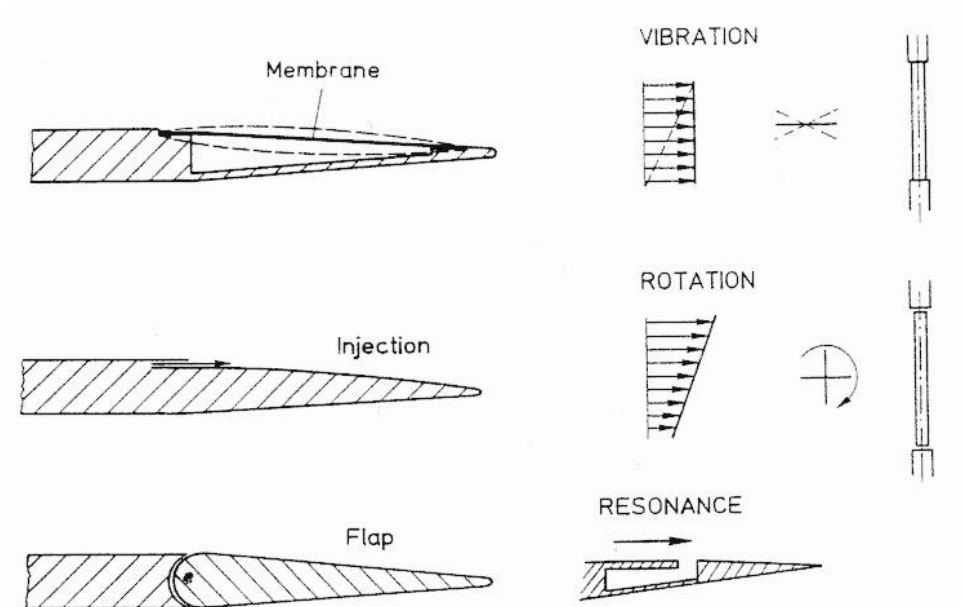


FIG. 2.7 – Différents types d'actionneur au bord de fuite de la plaque de séparation, zone de réceptivité maximale pour le contrôle d'une couche de mélange plane turbulente, d'après Fiedler (1998). On trouve à droite les actionneurs utilisés pour un contrôle passif et à gauche ceux utilisés pour un contrôle actif.

b - Sillage :

L'abondance des phénomènes observés dans les écoulements à l'arrière des obstacles (plaque plane, triangle, rectangle, cylindre ...) est une conséquence directe du fait qu'ils sont, outre la nature de l'écoulement amont, issus de la superposition de trois sortes d'écoulements cisailés fondamentaux :

- les couches limites sur l'obstacle (cf. Fig. 2.8 (ii)),
- les couches cisailées séparées (cf. Fig. 2.8 (iii)),
- le sillage (cf. Fig. 2.8 (iv)).

Les couches limites sur le cylindre sont soumises à un gradient de pression favorable, suivi d'un gradient de pression adverse avant leur séparation de l'obstacle. Après leur séparation, elles continuent de se développer en aval comme des couches cisailées libres et bordent initialement le sillage proche. Chacun de ces écoulements développe des instabilités liées d'une part à leur état respectif (i.e. laminaire, transitionnel et turbulent), et d'autre part à leur interaction.

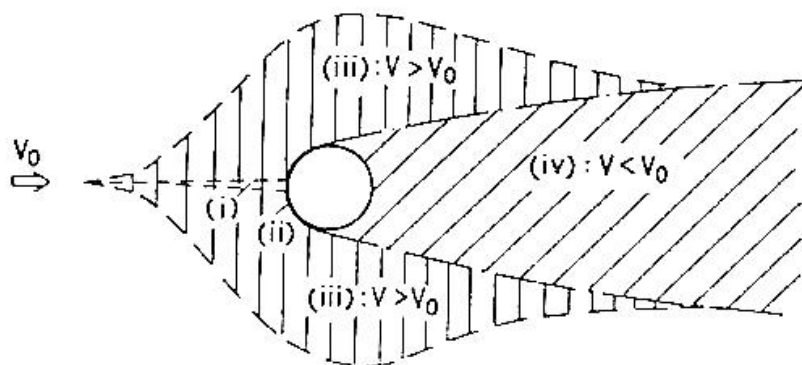


FIG. 2.8 – Région de perturbation de l'écoulement de sillage uniforme, d'après Zdravkovich (1997).

Pour les écoulements autour d'un cylindre circulaire on définit un nombre de Reynolds ($Re = U_\infty D/\nu$, où U_∞ est la vitesse incidente et D le diamètre du cylindre), traduisant le rapport entre les forces d'inertie et de viscosité mis en jeu autour du barreau. Les très nombreuses études réalisées derrière ce type d'obstacle (à faible Reynolds essentiellement) ont permis de classer les différents comportements de l'écoulement suivant l'évolution du nombre de Reynolds.

i - Tourbillons primaires :

Le régime laminaire débute pour un nombre de Reynolds $Re \simeq 49$, pour lequel la première instabilité apparaît. Cette dernière est caractérisée par un lâcher régulier de tourbillons alternés de vorticités de signe opposé, de part et d'autre du cylindre. Cette double allée de tourbillons est nommée "allée de von-Kármán" (cf. Fig. 2.9).

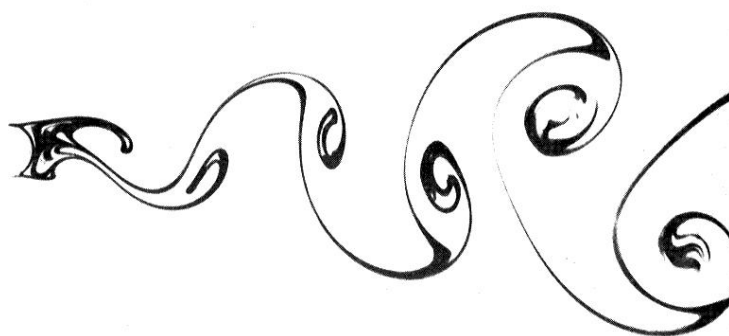


FIG. 2.9 – Allée tourbillonnaire de von-Kármán en aval d'un cylindre, cliché de S. Tadana de l'université de Kyushu, d'après Van-Dyke (1982)

L'aspect bidimensionnel de cette instabilité de sillage est actuellement bien compris et expliqué dans le contexte d'une bifurcation de Hopf (Provansal *et al.*, 1987). A partir de la fréquence caractéristique de cette allée, f , un nombre sans dimension $St = fD/U_\infty$, appelé le nombre de Strouhal, est défini.

ii - Les différents régimes :

Avec l'augmentation du nombre de Reynolds, l'écoulement se décline en différents régimes. Ces derniers sont classiquement délimités par les discontinuités dans l'évolution du nombre de Strouhal St en fonction du nombre de Reynolds (courbe $St - Re$, cf. Fig. 2.10).

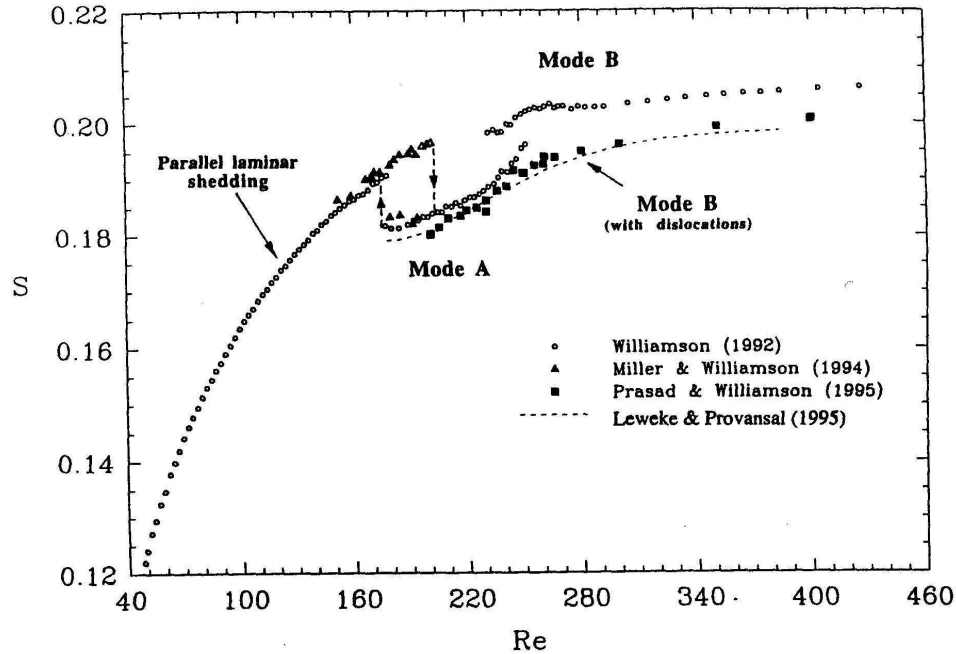


FIG. 2.10 – Evolution du nombre de Strouhal à travers un large domaine du nombre Reynolds, d'après Williamson (1996a).

Zdravkovich (1997) a introduit une classification de ces régimes qui sont pour des nombres de Reynolds croissants définis comme suit :

- le régime **TrW** ($49 < Re < 260$) : dans ce régime les perturbations produites en aval de l'obstacle se propagent tout le long de l'écoulement de sillage. Ce régime est largement exploré par la littérature puisque de simples visualisations permettent de caractériser le mode de lâcher tourbillonnaire. Il peut être découpé en deux sous-régimes (Zdravkovich, 1997) :
 - **TrW1** ou régime laminaire ($49 < Re < 180-200$) où le lâcher tourbillonnaire est parallèle au cylindre ;
 - **TrW2** ou régime de transition ($180 - 200 < Re < 260$) où sont présents les modes d'instabilité A et B décrits dans le paragraphe 2.2.1 ;
- le régime **TrSL** ou régime sous-critique ($260 < Re < 100\ 000 - 200\ 000$) : A ce régime des structures secondaires sont susceptibles d'apparaître à la fois sur les tourbillons primaires des couches cisailées mais aussi sur les allées de von-Kármán. La transition vers la turbulence remonte des couches cisailées décollées vers l'obstacle. Les couches cisailées sont ainsi très sensible aux perturbations externes comme le taux de turbulence de l'écoulement libre ou l'état des couches limites sur l'obstacle (laminaire, transitionnelle ou turbulente) (Ho & Huerre, 1984) et conduisent à une grande variation du début des instabilités ; Ce régime peut être découpé en trois sous-régimes :

- **TrSL1** ($250 - 400 < Re < 1k - 2k$) : où se développe des ondes de transition ;
- **TrSL2** ($1k - 2k < Re < 20k - 40k$) : où la transition laminaire-turbulent remonte vers l'obstacle ;
- **TrSL3** ($20k - 40k < Re < 100k - 200k$) : où les couches cisillées sont complètement turbulentes.

Au delà du régime **TrSL** la transition remonte dans les couches limites du cylindre. Nous ne présentons pas ce régime qui n'est pas rencontré dans la présente étude.

Récemment Fey *et al.* (1998) ont défini une loi qui décrit la variation de la courbe $St - Re$ pour $47 < Re < 2 \times 10^5$ (cf. Eq. 2.13) :

$$St = St^* + m/\sqrt{Re} \quad (2.13)$$

où St^* et m sont les coefficients établis pour chaque régime de Reynolds.

Pour les régimes du nombre de Reynolds rencontrés dans notre étude, ils possèdent les valeurs suivantes :

- $180 < Re < 230$: $St^* = 0,2437$ et $m = -0,8607$;
- $360 < Re < 1\,300$: $St^* = 0,2257$ et $m = -0,4402$;
- $5\,000 < Re < 2 \times 10^5$: $St^* = 0,1776$ et $m = 2,2023$.

A titre de référence pour les différentes analyses qui seront menées dans les chapitres suivants, nous donnons ci-dessous les valeurs calculées avec l'équation 2.13 pour les sillages ou parties de sillage rencontrés dans nos études de l'écoulement d'interaction couche de mélange-sillage (cf. Tab. 2.1).

Type de données	Re	St
DNS	200 (Re_a) (TrW1 : lâcher parallèle)	0,183
	400 (Re_m)	0,204
	600 (Re_b) (TrW2 : mode B)	0,208
PIV & Fil-chaud	6 240 (Re_a) (TrSL2)	0,205
	7 920 (Re_m)	0,202
	9 600 (Re_b) (TrSL2)	0,200
Fil-chaud	11 700 (Re_a) (TrSL2)	0,198
	14 850 (Re_m)	0,196
	18 000 (Re_b) (TrSL2)	0,194

TAB. 2.1 – Récapitulatif des valeurs du nombre de Strouhal d'un sillage uniforme pour les différents régimes de l'étude, en fonctions des données acquises : Re_a correspond au nombre de Reynolds défini à partir de la haute vitesse (U_a) de la couche de mélange, Re_b correspond au nombre de Reynolds défini à partir de la basse vitesse (U_b) de la couche de mélange et Re_m correspond au nombre de Reynolds défini à partir de la vitesse de convection (ou de la vitesse moyenne $U_m = U_c$) de la couche de mélange

iii - Autres grandeurs caractéristiques :

Outre le nombre de Strouhal, les grandeurs moyennes sensibles à l'organisation qui prennent place derrière le cylindre sont les suivantes :

- le coefficient de suction¹ $-C_{pb}$ défini par :

$$-C_{pb} = -\frac{P - P_{\infty}}{1/2\rho U^2}, \quad (2.14)$$

où P est la pression pariétale au culot du cylindre, P_{∞} est la pression statique de l'écoulement incident libre et U est la vitesse moyenne longitudinale incidente. Aux discontinuités de l'évolution du nombre de Strouhal correspondent généralement des discontinuités dans l'évolution du coefficient de suction en fonction du nombre de Reynolds (courbe $C_{pb} - Re$, cf. Fig. 2.11) ;

- une autre grandeur, sensible à l'organisation des structures dans la zone de recirculation et encore trop peu étudiée (Gerrard, 1966), est la longueur de la zone de formation L_f ;
- on note également les mesures classiques du coefficient de traînée, d'un intérêt industriel (C_D) :

$$C_D = \int C_p \cos\theta_a d\theta_a, \quad (2.15)$$

où C_p est le coefficient de pression pariétal mesuré autour du cylindre et θ_a est l'angle azimutal de l'axe du cylindre.

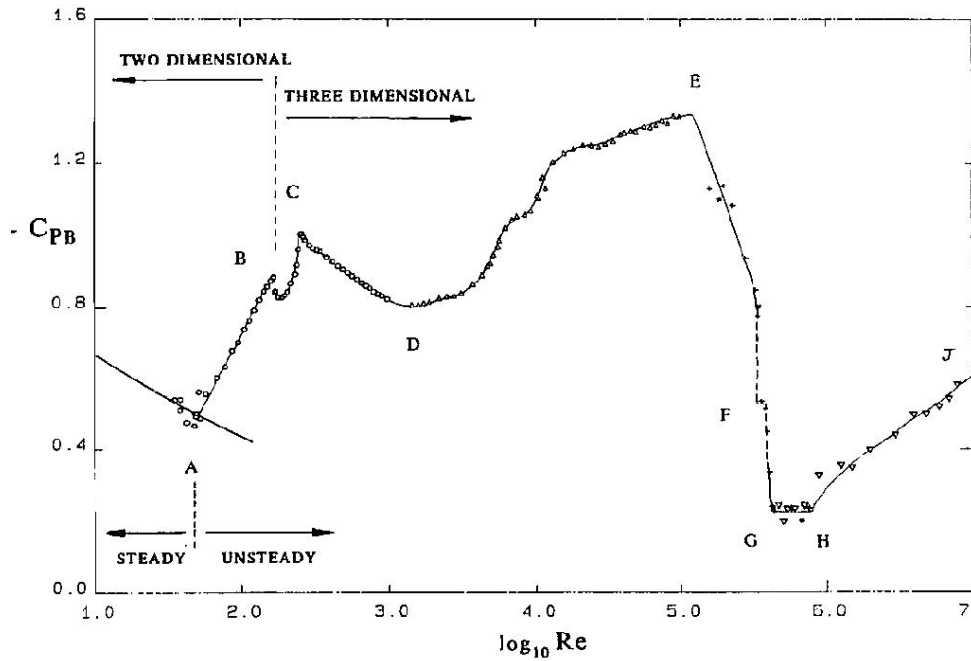


FIG. 2.11 - Evolution du coefficient de suction ($-C_{pb}$) à travers un large domaine du nombre de Reynolds, d'après Williamson (1996a).

¹Ou coefficient de base C_{pb}

iv - Paramètres de contrôle :

Les écoulements de sillage sont affectés par une grande variété de paramètres qui peuvent dans un grand nombre de cas affecter l'organisation des structures de l'écoulement. Zdravkovich (1997) indique la possibilité d'utiliser ces paramètres comme paramètres de contrôle lorsqu'ils dépassent un certain seuil d'influence. On donne ici quelques exemples de paramètres :

- le taux de turbulence de l'écoulement infini amont : T_i . Gerrard (1966) montre que l'augmentation de ce paramètre lors du développement de la turbulence le long des couches cisillées diminue la longueur de formation ;
- le rapport d'aspect L/D ;
- la forme des bouts du cylindre (plaques de bouts ...) ;
- les extrémités libres ;
- la rugosité ;
- (...).

2.2 Tridimensionalisation des sillages

On s'intéresse maintenant aux connaissances récentes de la tridimensionalisation des sillages. Fiedler *et al.* (1998) les classe en trois catégories :

- la tridimensionalisation par la nature intrinsèque de l'écoulement ;
- la tridimensionalisation par la géométrie de l'obstacle ;
- la tridimensionalisation par l'écoulement incident.

2.2.1 Tridimensionalisation par la nature intrinsèque de l'écoulement

Fey *et al.* (1998) montrent que l'évolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds est une signature de la tridimensionalisation d'un sillage. Il a été montré par ailleurs que le rapport d'aspect (L/D) et les conditions d'extrémités (plaques positionnées aux extrémités du cylindre) sont des paramètres qui influencent de manière significative la "route vers la tridimensionalisation". En effet, alors que pour le régime laminaire la diminution du rapport d'aspect conduit à un avancement de la tridimensionalisation de l'écoulement de sillage uniforme, de nombreux auteurs (Voir par exemple Szepessy, 1993; Norberg, 1994; Henderson, 1997; Mittal, 2001; Law & Ko, 2001; Shouveiler & Provansal, 2001) rapportent son effet stabilisateur pour le régime transitionnel. La manipulation des conditions d'extrémités conduit quant à elle à la modification du mode de lâcher tourbillonnaire, entre lâcher parallèle et lâcher oblique, dont toute modification est la première étape vers la tridimensionalisation (Voir par exemple Stansby, 1974; Gerich & Eckelmann, 1982; Williamson, 1988a,b). De nombreuses études ont ainsi porté sur la manipulation des extrémités du barreau pour obtenir soit un "lâcher parallèle", équivalent à l'écoulement derrière un cylindre infini, soit un "lâcher oblique".

Pour l'étude de notre écoulement, nous nous intéressons essentiellement aux différentes topologies et à la caractérisation des différentes instabilités présentes dans les sillages uniformes obtenues à la fois avec des "conditions de lâcher parallèle" et des "conditions de lâcher oblique".

a - Modes parallèle et oblique

i - Pour le régime laminaire

Slaouti & Gerrard (1981) montrent, au moyen de visualisations, une forte distorsion des lignes de tourbillons du lâcher parallèle près des extrémités du cylindre. Ramberg (1983) quant à lui étudie la présence d'un mode de lâcher oblique derrière les cylindres inclinés plongés dans un écoulement uniforme. En utilisant des plaques orientables aux extrémités du cylindre, il montre que le lâcher de tourbillons est très sensible aux petits changements de l'inclinaison des plaques.

Par la suite, Williamson (1988a,b) montre la possibilité de maîtriser le mode de lâcher tourbillonnaire (parallèle ou obliques) par manipulation des plaques aux extrémités du cylindre dans les sillages uniformes. De plus, il parvient à supprimer la discontinuité de la courbe $St - Re$ (vers $Re \simeq 64$) en maintenant un lâcher parallèle. A partir de cette démonstration, il établit une relation entre le nombre de Strouhal du lâcher oblique et du lâcher parallèle, définie comme suit :

$$S_\theta = S_0 \cos \theta \quad (2.16)$$

où S_0 est le nombre de Strouhal correspondant aux "conditions de lâcher parallèle" et S_θ est le nombre de Strouhal correspondant aux "conditions de lâcher oblique" selon un angle θ .

Le lâcher de tourbillons parallèles, considéré comme équivalent au lâcher de tourbillons d'un cylindre infini, peut être maintenu par d'autres moyens : Eisenlohr & Eckelmann (1989) utilisent des cylindres coaxiaux plus larges aux extrémités (cf. Fig. 2.12), Hamache & Gharib (1991) utilisent un cylindre transversal positionné en amont de l'obstacle, Miller & Williamson (1994) et Monkewitz *et al.* (1996) utilisent une technique d'aspiration aux extrémités. Pour toutes ces méthodes l'écoulement est accéléré aux extrémités ce qui compense ainsi la décélération due aux effets de viscosité dans la région proche des parois.

ii - Pour le régime de transition

Pour le régime de transition, les plaques d'extrémités sont inefficaces en raison de l'apparition de "dislocations" à des positions aléatoires suivant l'envergure du cylindre (Williamson, 1988b, 1996b; Prasad & Williamson, 1997a).

Prasad & Williamson (1997a) poursuivent leurs mesures au delà du régime transitionnel pour les deux conditions de lâcher (oblique et parallèle). Ils constatent de nouveau la maîtrise du lâcher par manipulation des extrémités jusqu'à $Re = 5\,000$. Ils notent toutefois une déviation par rapport à la loi en cosinus (cf. Eq. 2.16) trouvée pour le régime

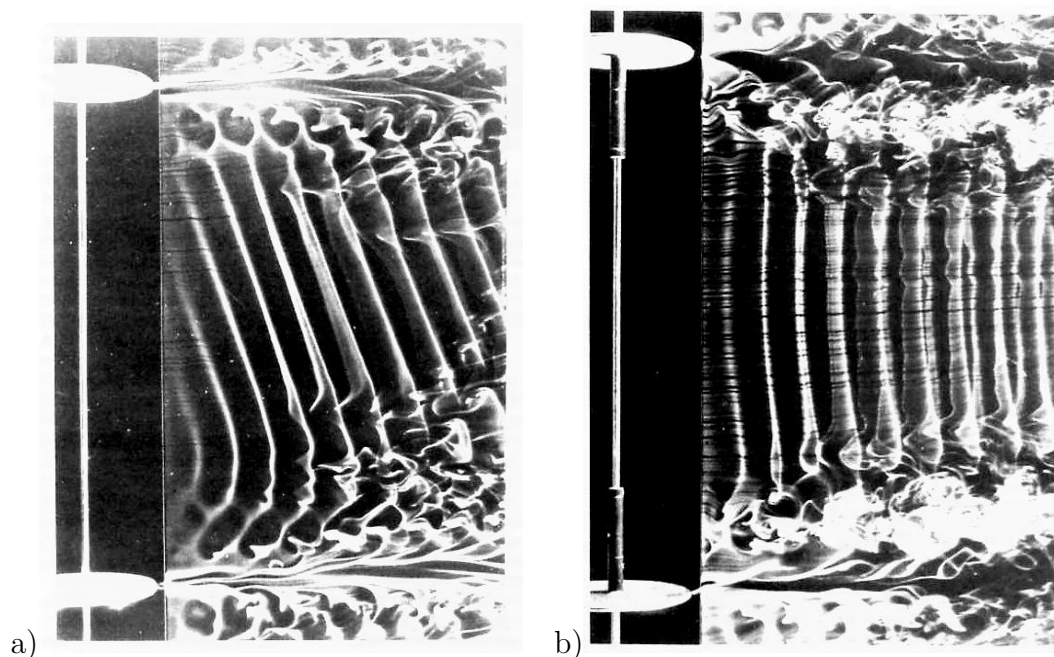


FIG. 2.12 – Mode de lâcher de tourbillons derrière un cylindre circulaire, d’après Eisenlohr & Eckelmann (1989) : a) Lâcher oblique b) Lâcher parallèle par manipulation des extrémités du cylindre (plaques de garde = disques).

laminaire.

Ces auteurs montrent que le lâcher oblique est associé à un élargissement, une diminution de l’intensité et un déplacement vers les basses fréquences du spectre de fréquence (cf. Fig. 2.13). Au moyen de visualisations ils montrent que l’élargissement de la largeur de bande du spectre est lié à la présence de dislocations (dont la définition est donnée plus bas). Le lâcher de tourbillons obliques apparaît alors comme étant la première étape conduisant à la tridimensionalisation de l’écoulement.

b - Dislocation

A l’élargissement de la bande passante du spectre, correspond un processus de lâcher tourbillonnaire plus incohérent. Initialement, (Gerich & Eckelmann, 1982; Eisenlohr & Eckelmann, 1989) visualisent pour le régime transitionnel une séparation des tourbillons du lâcher tourbillonnaire (“vortex splitting”) le long du cylindre. Plus tard, (Williamson, 1988a, 1989) nomment ces larges structures 3D “dislocations” (cf. Fig. 2.14).

Les dislocations des tourbillons du lâcher oblique sont présentes pour le **régime de transition**. Elles disparaissent au delà de $Re = 260$ pour des conditions de lâcher parallèle. Lorsque les conditions de lâcher oblique sont forcées, Prasad & Williamson (1997a) montrent que les dislocations sont maintenues au delà de $Re = 260$. Avec l’augmentation du nombre de Reynolds ($Re > 4\,500$), Prasad & Williamson (1997a) montrent de nouveau l’apparition de dislocations. Cela se traduit par l’apparition d’une nouvelle discontinuité de la courbe $St - Re$ (Norberg, 1987). Celle-ci est associée à une diminution du pic du spectre de fréquence, à un élargissement de sa largeur de bande et à l’apparition d’un deuxième pic de fréquence (Prasad & Williamson, 1997a) (cf. Fig. 2.15).

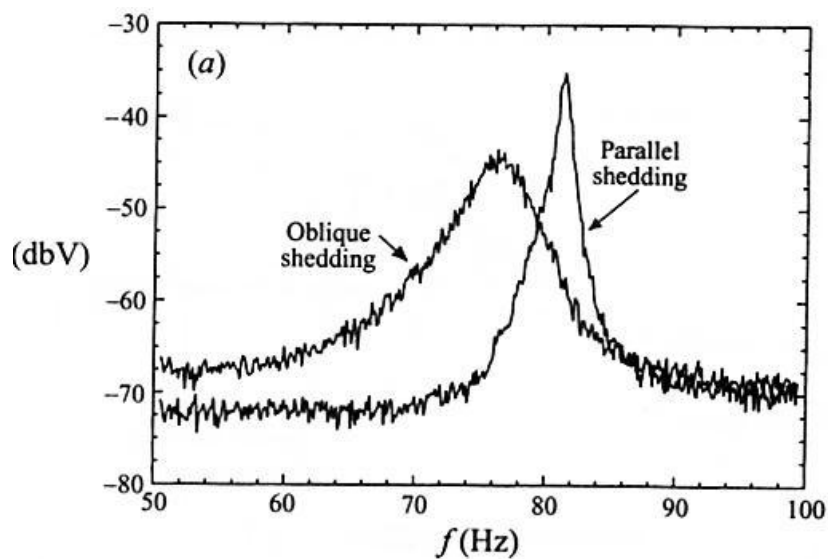


FIG. 2.13 – Spectres de fréquence pour des conditions de lâcher parallèle (“parallel shedding”) et des conditions de lâcher oblique (“oblique shedding”) pour $Re \simeq 260$, d’après Prasad & Williamson (1997a).

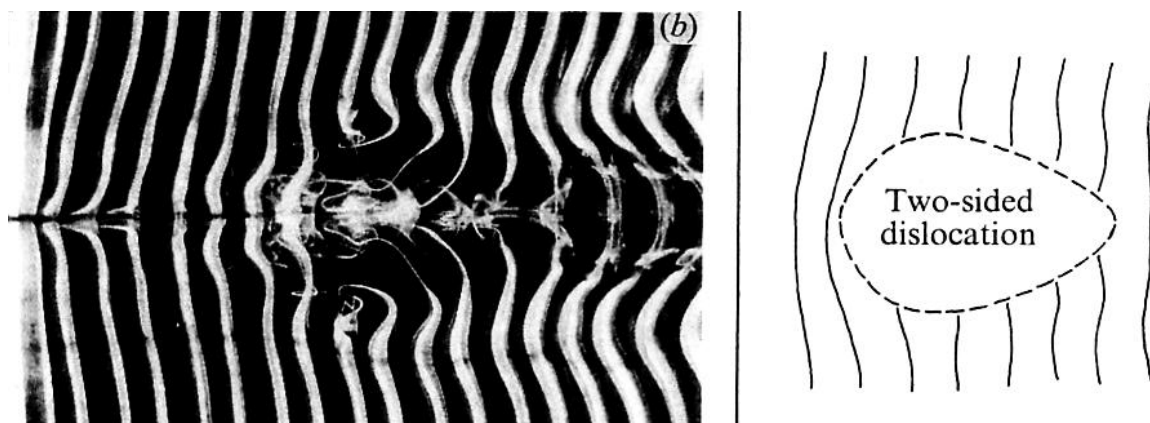


FIG. 2.14 – Dislocation de tourbillons forcée par la présence d’un anneau autour du cylindre, placé à la mi-envergure, d’après Williamson (1992).

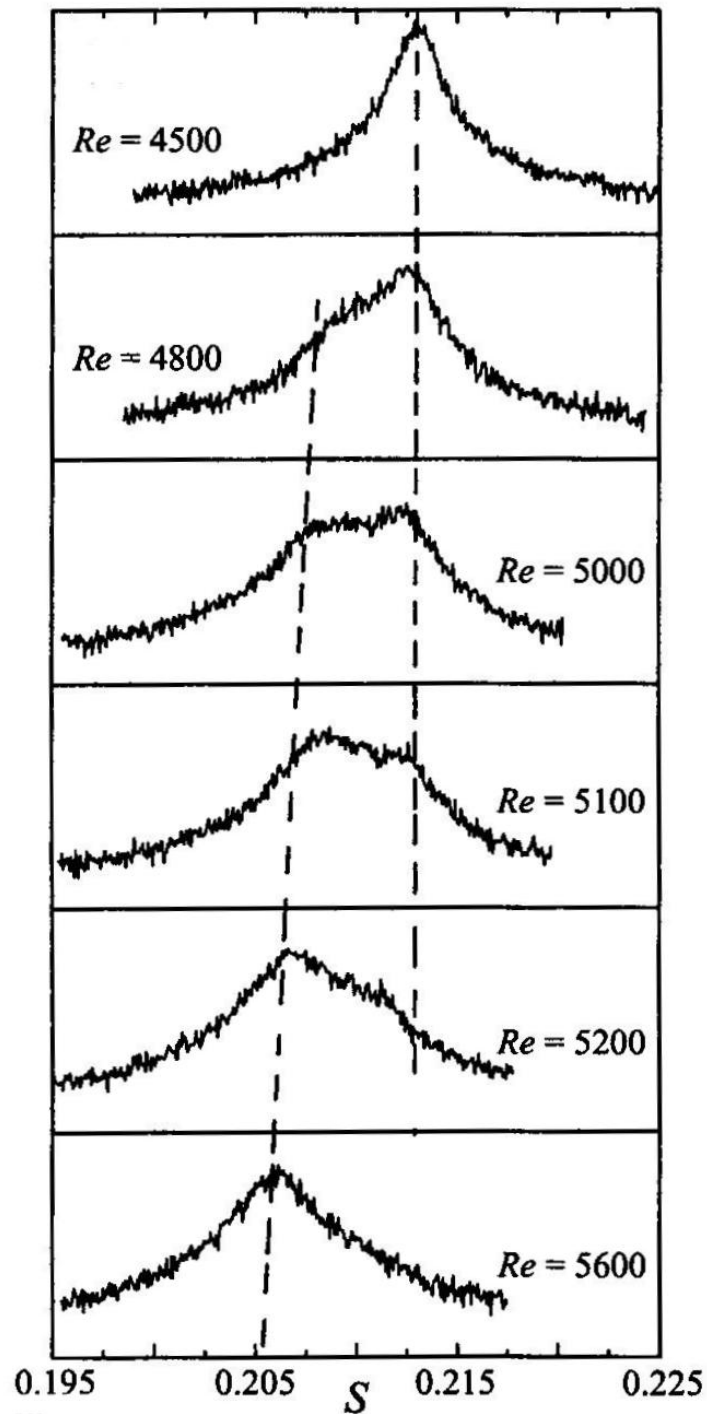


FIG. 2.15 – Evolution du spectre de fréquence à travers la transition $Re = 5\,000$: Transfert graduel d'énergie d'un mode à un autre avec l'augmentation du nombre de Reynolds (phénomène "twin-peak"), d'après Prasad & Williamson (1997a).

D'une manière générale les dislocations apparaissent en concomitance avec le passage d'un mode à un autre. Outre les modes de lâcher parallèle et oblique, deux autres modes d'instabilité sont actuellement bien reconnus pour le régime transitionnel : le mode A et B.

c - Mode A - mode B

Les instabilités de mode A et B sont associées à l'apparition de structures longitudinales dont la topologie est clarifiée par Brede *et al.* (1996) :

- pour l'instabilité de mode A (cf. Fig. 2.16 a)) : les structures primaires sont déformées en une forme ondulée durant le processus de lâcher. Une boucle de tourbillon se forme puis subit un étirement longitudinal. Les structures secondaires engendrées par ce type d'instabilité sont caractérisées par une longueur d'onde suivant l'envergure du cylindre, de l'ordre de celles des tourbillons primaires ($\simeq 4D$). Le transfert de l'énergie du mode de lâcher oblique vers le mode A est soumis à un phénomène d'hystérésis, marqué par la possibilité de présence de deux pics de fréquence au même nombre de Reynolds (phénomène "twin peak").
- pour l'instabilité de mode B (cf. Fig. 2.16 b)) : la longueur d'onde le long de l'envergure du cylindre est plus petite ($\simeq 1D$). Elle est associée à des structures longitudinales d'échelles plus petites. Le transfert de l'énergie du mode A vers le mode B est graduel. Pour cette instabilité il y a coexistence de deux pics de fréquence, plutôt dus au passage du mode A vers le mode B qu'à la coexistence de deux modes (Williamson, 1996a).

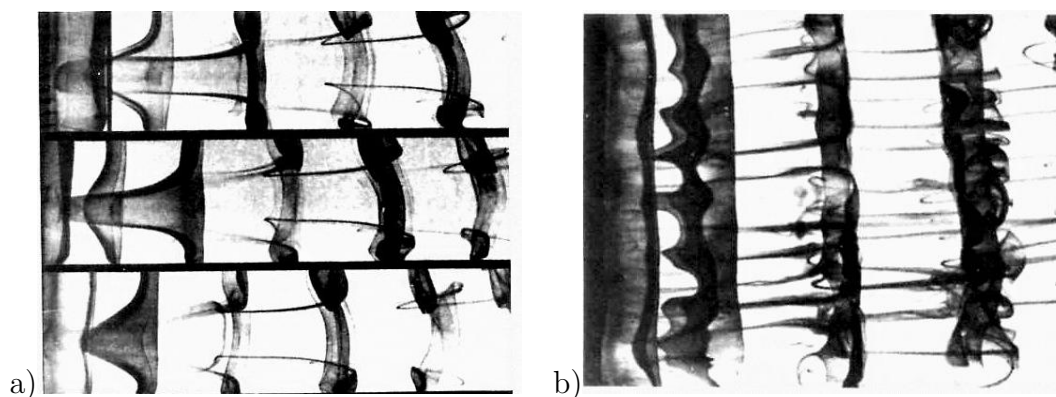


FIG. 2.16 – Instabilités de mode A a) et B b) d'un sillage uniforme, cliché de Williamson de l'université de Cornell, USA Ithaca, d'après Coutanceau & Defaye (1991).

Barkley & Henderson (1996) analysent ces deux modes à l'aide de la théorie de stabilité linéaire de Floquet et suggèrent les valeurs critiques du nombre de Reynolds pour le début de l'instabilité $Re = 188 \pm 1$. et 259 respectivement. Pour $Re \simeq 260$ et des conditions de lâcher parallèle, cette organisation se traduit par le passage par un maximum pour le coefficient de succion $-C_{pb}$ (cf. Fig. 2.11 B-C). De plus les tourbillons longitudinaux du mode B sont particulièrement ordonnés à ce régime. Prasad & Williamson (1997a) expliquent que cette organisation est liée à la résonance de la fréquence du sillage primaire avec celles des couches cisailées.

Pour les régimes du nombre de Reynolds plus élevés ($Re > 5\,000$), Norberg (1994) puis Prasad & Williamson (1997a) montrent le passage d’une fréquence à une autre (cf. Fig. 2.15). En raisonnant par analogie avec le régime transitionnel ils avancent que cette transition se comporte comme l’inverse de la transition du mode A vers le mode B avec la réintroduction des dislocations. Par ailleurs, Lin *et al.* (1995) montrent que l’organisation des structures longitudinales du mode B est encore présente pour $Re = 10\,000$. Au total, l’origine de cette nouvelle instabilité est encore mal connue.

d - Mode “bi-stable”

Se basant sur des visualisations pour un nombre de Reynolds du régime **TrSL** ($Re = 2\,000$), Norberg (1994) montre que la longueur de formation (L_f) augmente avec la diminution du rapport d’aspect (L/D). Troujillo & Karniadakis (1999), dans une approche numérique ($Re = 1\,000$), confirment cette tendance. Comme expliqué par Gerrard (1966) la diminution de la longueur de formation est associée au rapprochement des structures tourbillonnaires dépressionnaires vers la base du cylindre et donc à une augmentation du coefficient de succion ($-C_{pbl}$).

Pour le régime **TrSL** et de très faibles rapports d’aspect ($L/D < 7$), Szepessy (1993); Norberg (1994); Law & Ko (2001) montrent une alternance entre un mode de lâcher régulier et un mode de lâcher irrégulier (cf. Fig. 2.17). Le mode irrégulier est nommé “sillage stationnaire” par Szepessy (1993) et “sillage large” par Law & Ko (2001).

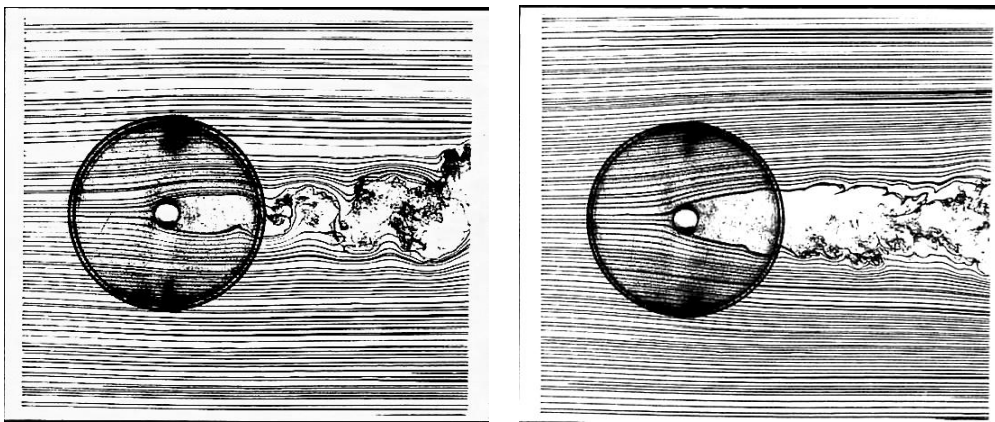


FIG. 2.17 – Mode “bi-stable” : $Re = 2.10^3$, $L/D = 5$ a) lâcher de tourbillon régulier b) écoulement irrégulier, d’après Norberg (1994).

Norberg (1994) fait remarquer que cet écoulement “bi-stable” apparaît seulement pour des faibles diamètres de plaques d’extrémités (i.e. $D_{EP}/D = 10$, où D_{EP} est le diamètre des plaques de bout). Il suggère que la courte étendue aval de la plaque de garde qu’il utilise, par rapport à la longueur de la zone de formation, introduit une interaction de l’écoulement extérieur avec l’enroulement des tourbillons primaires. Un écoulement axial secondaire engendré par le déplacement de fluide depuis la zone extérieur vers la zone de plus basse pression où se produisent les tourbillons de sillage, est supposé être responsable de l’inhibition du développement alterné du mode régulier.

2.2.2 Tridimensionalisation par la géométrie ou l'écoulement incident

Intuitivement, la variation de la géométrie de l'obstacle ou de l'écoulement incident conduit à une amplification de l'organisation des structures de sillage. Nous présentons ici les principaux résultats de la littérature sur les modifications apportées aux sillages par actions sur la géométrie ou sur l'écoulement incident dans la direction de l'envergure du cylindre. Dans les paragraphes suivants, z correspond à la direction suivant l'envergure du cylindre sauf pour le cas de l'écoulement d'interaction couche de mélange - sillage pour lequel cette direction est notée y .

a - Par la géométrie

Lewis & Gharib (1992) étudient l'écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents (d_L : large diamètre et d_S : petit diamètre). Ils montrent la présence de structures inclinées dans le sillage proche, d'angle $\theta_L = 23,8^\circ$ du côté du cylindre de large diamètre et $\theta_S = 8,8^\circ$ du côté du cylindre de plus faible diamètre. Ils rapportent également l'existence de deux modes de comportement du sillage plus en aval, nommés mode direct (cf. Fig. 2.18 a)) et mode indirect (cf. Fig. 2.18 b)).

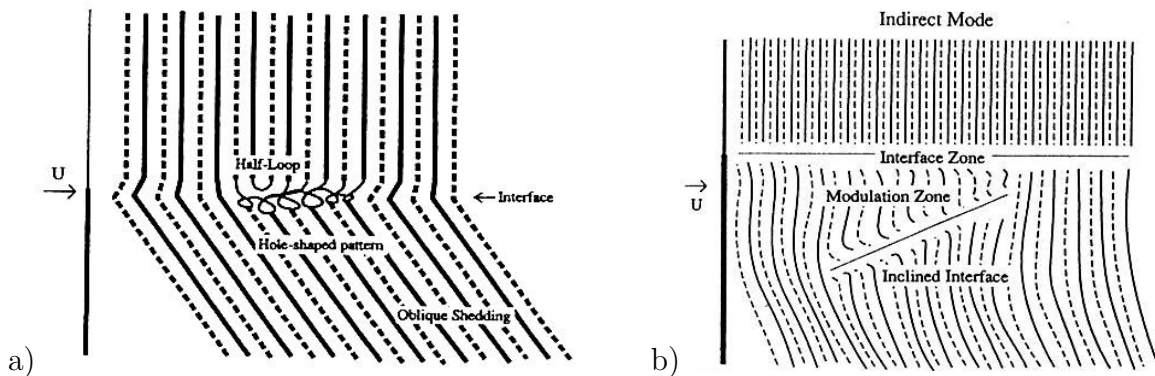


FIG. 2.18 – Schématisations des modes de lâcher de tourbillons pour un écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, réalisés à partir de visualisations, d'après Lewis & Gharib (1992) : a) Mode direct ; b) Mode indirect.

La présence de l'un ou l'autre des modes dépend du nombre de Reynolds et du rapport entre les diamètres (cf. Fig. 2.19). Pour le mode direct ils proposent un phénomène de reconnection des tourbillons dans la zone de dislocation, présenté sur la figure 2.20. Le mode indirect correspond à l'apparition d'une troisième fréquence, près de l'interface, du côté du sillage correspondant au plus large diamètre. Cette dernière fréquence est plus petite que celle trouvée dans le sillage propre à chaque diamètre (f_L et f_S) et ne correspond pas à une interaction quasi périodique de f_L et f_S .

Vallès *et al.* (2002a) réalisent une simulation numérique de ce même écoulement qui fournit une représentation du mode direct basé sur la vorticité instantanée (cf. Fig. 2.21). Pour ce mode, ils confirment les résultats de Lewis & Gharib (1992) en précisant que la

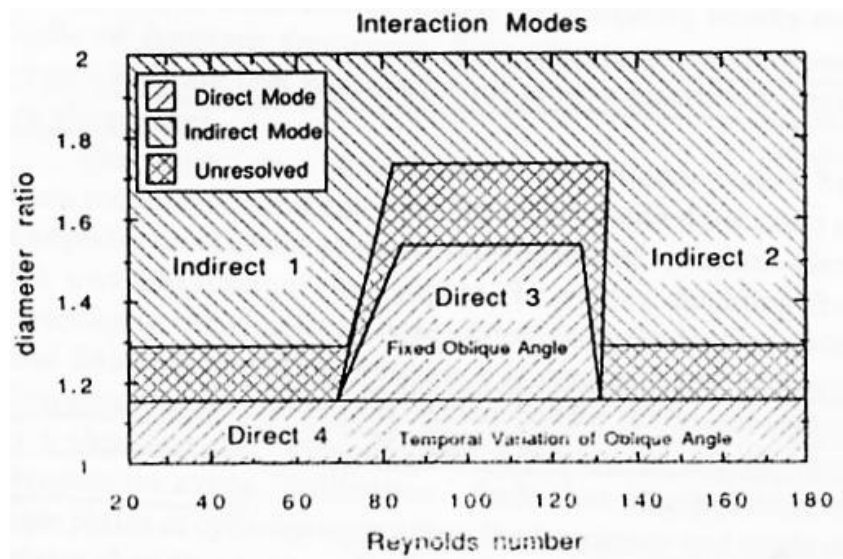


FIG. 2.19 – Apparition des modes direct et indirect de l'écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, en fonction du rapport entre les diamètres et du nombre de Reynolds, d'après Lewis & Gharib (1992).

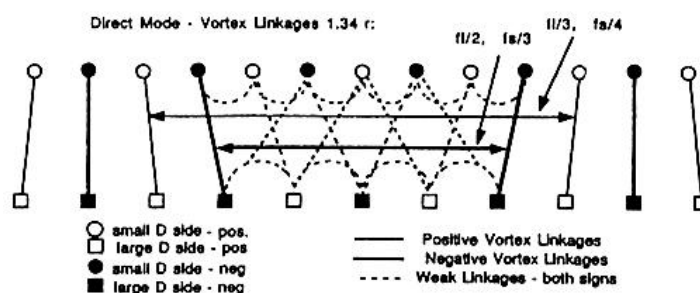


FIG. 2.20 – Schématisation de la liaison entre les tourbillons de sillage pour le mode direct d'un écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents, d'après Lewis & Gharib (1992).

reconnection dans la zone de dislocation (i.e. “half loop” de la figure 2.18) est formée tous les trois lâcher de tourbillons.

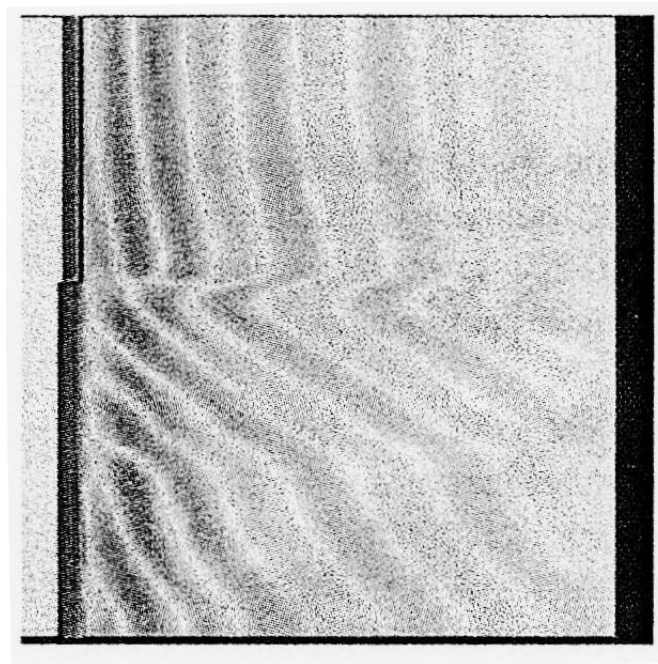


FIG. 2.21 – Isocontours de vorticité transversale instantanée, pour un écoulement derrière un obstacle composé de deux cylindres de diamètre diff rent, d’après Vall s *et al.* (2002a).

Gaster (1969) est le premier à explorer le cas de l’écoulement derrière un cône. Suivent ensuite les expériences de Papangelou (1992). Ces auteurs démontrent clairement la présence de cellules de fréquence constante le long de l’envergure du cylindre pour des nombres de Reynolds faibles. Dans ces études le rapport de conicité (TR , “taper ratio”) est défini par le rapport entre la hauteur totale et la variation de la largeur. Récemment, Castro & Rogers (2002)  tudient ce même écoulement à haut nombre de Reynolds (de l’ordre de 10^4) pour $20 < TR < 60$. Ils analysent l’influence du rapport d’aspect (AR) et du rapport de conicité. Pour $AR > TR$, ils montrent qu’il n’existe qu’une seule cellule de fréquence constante qui apparaît à la fin de la région la plus large du cône. Pour $AR < TR$, un changement des conditions d’extrémités mène à l’existence de multiples cellules distribuées le long de l’envergure du cône. De plus les spectres de ces cellules présentent une plus grande largeur de bande. Ces cellules s’étendent typiquement sur un quart de l’envergure du cône.

Vall s *et al.* (2002b) analysent numériquement cette dernière configuration, pour $75 < TR < 100$ et des nombres de Reynolds faibles ($Re = 130$   180 , basé sur le plus large diamètre). A partir de l’analyse du champ de pression, ils confirment l’existence de cellules de fréquence discrètes. On trouvera sur la figure 2.22 une représentation instantanée de l’inclinaison des structures par rapport à l’axe du cylindre (cf. Fig. 2.22). Enfin ils soulignent la présence de dislocations dont la position le long de l’envergure du cylindre évolue dans le temps depuis l’extrémité la plus étroite jusqu’à la plus large du cône.

Tombazis & Bearman (1987)  tudient quant à eux l’écoulement complexe se produisant derrière un obstacle composé d’un bord de fuite sinusoïdal dans le plan de la plaque. Ils

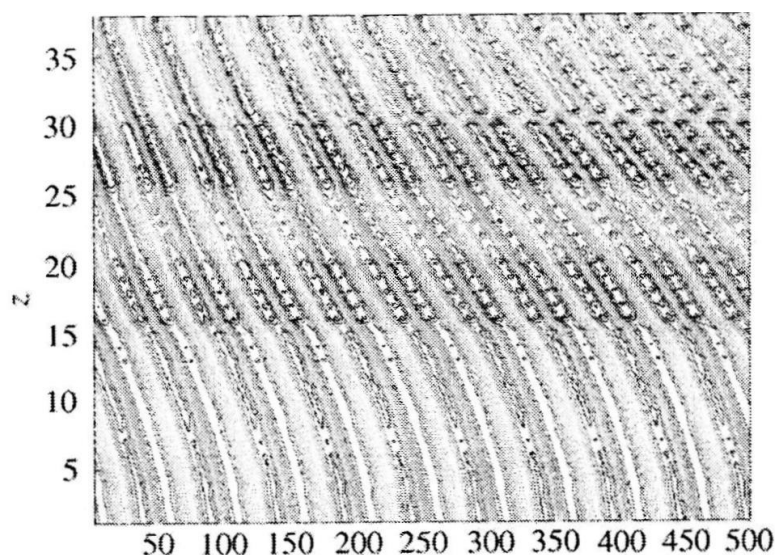


FIG. 2.22 – Isocontours de pression instationnaire, visualisant le mode de lâcher incliné pour un écoulement derrière un cône, d’après Vallès *et al.* (2002a).

mettent en évidence la présence de deux fréquences, avec la plus haute qui correspond à un minimum du profil sinusoïdale (“valley”). A ces mêmes positions, ils montrent que le coefficient de pression de base est plus élevé et la longueur de formation plus faible. Plusieurs modes de lâcher tourbillonnaire sont trouvés. De plus, ils observent l’apparition régulière de dislocations, à une fréquence égale à la différence entre les deux fréquences de lâcher de base (à la position du “peak” et de la “valley”) et pour une position qui se déplace le long de l’envergure en fonction du mode (cf. Fig. 2.23).

b - Par l’écoulement incident

Parmis les tridimensionalisations induites par variation de l’écoulement incident, la plus étudiée est certainement celle où l’écoulement incident est uniformément cisailé. Pour ces écoulements le nombre de Reynolds de référence Re_m est basé sur l’écoulement incident moyen. Les premières études réalisées par Maull & Young (1973), pour $Re_m = 2,85 \cdot 10^4$, montrent des cellules de fréquences constantes réparties suivant l’envergure du cylindre et d’une largeur de $7D$ (cf. Fig. 2.24). Ils émettent l’hypothèse, qu’entre ces cellules de fréquence existent des structures longitudinales.

Woo *et al.* (1989) s’intéressent à l’écoulement secondaire qui prend place derrière ce type de configuration, pour $800 < Re_m < 1,4 \cdot 10^4$ et le paramètre de raideur $\beta = 0,017$ à $0,096$ défini par l’équation 4.5. Ils montrent la présence d’un mouvement secondaire de la haute vers la basse vitesse au bord d’attaque du cylindre et un mouvement inversé de la basse vers la haute vitesse au culot du cylindre. La vitesse verticale au culot du cylindre est de l’ordre de 0,44 fois la vitesse moyenne longitudinale de l’écoulement ($|V| \simeq 0,44U_m$).

Tavoularis *et al.* (1987) confirment l’occurrence de cellules de fréquence constante suivant l’envergure du cylindre pour les sillages perturbés par un écoulement incident cisailé uniformément. Ils soulignent également la présence d’une grande variation de la pression de base et d’une diminution du nombre de Strouhal moyen par rapport à celui des écoulements de sillage uniforme.

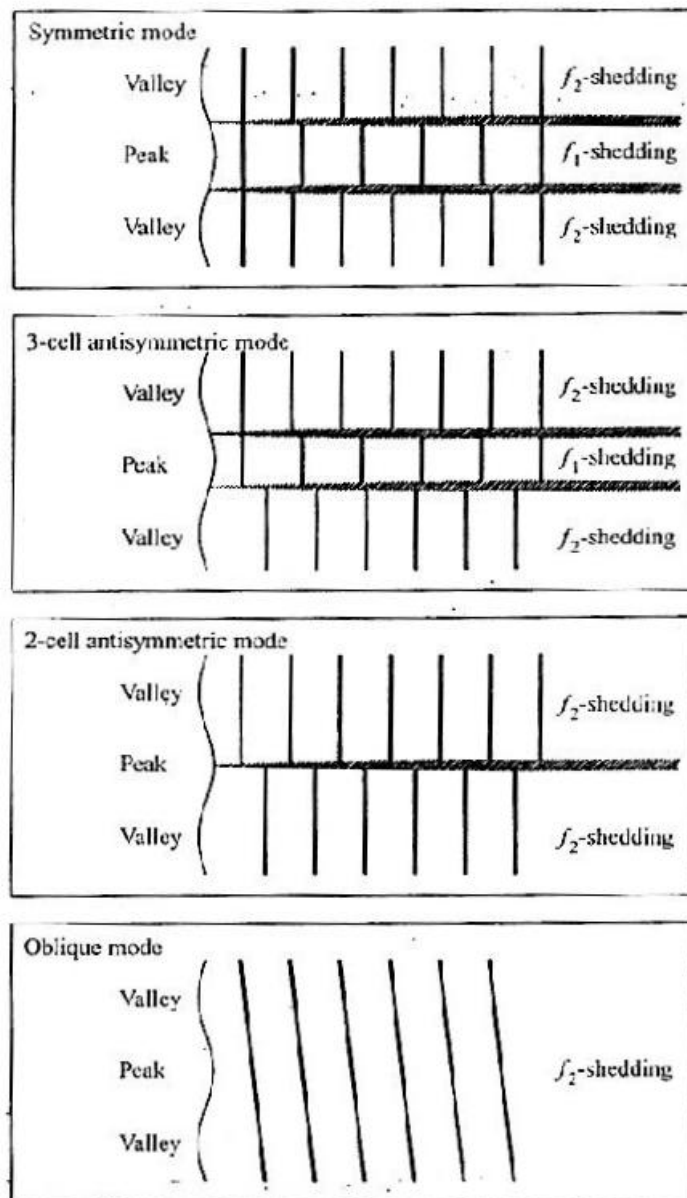


FIG. 2.23 – Schématisation des différents modes de lâcher présents derrière un obstacle possédant un bord de fuite sinusoïdal; les zones hachurées correspondent aux positions de dislocations, d'après Tombazis & Bearman (1987).

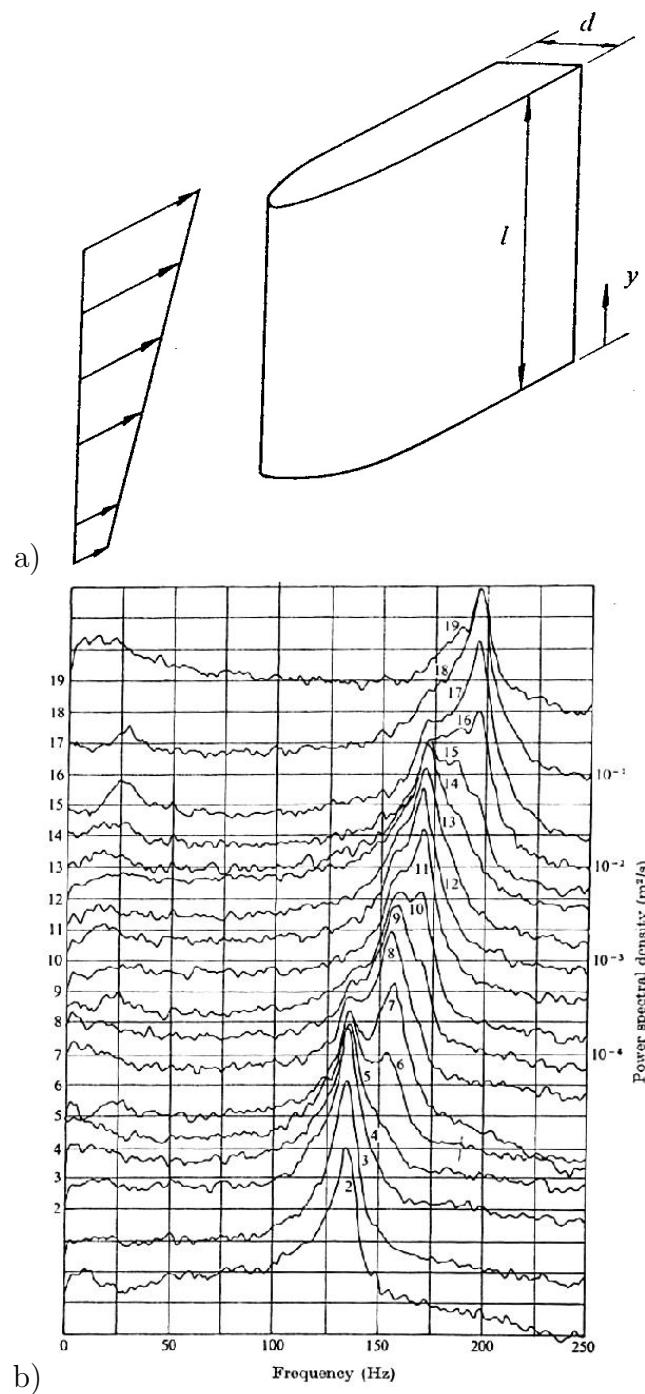


FIG. 2.24 – Distribution du spectre de fréquence le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Maull & Young (1973) : a) Configuration de l'écoulement ; b) Spectres de fréquence.

Plus récemment Mukhopadhyay *et al.* (2002) réalisent une simulation numérique directe 3D de ce même type d'écoulement ($\beta = 0,02$ et $Re_m = 131,5$, $L/D = 24$ et 48). Ils trouvent que les cellules de fréquence constantes ont une longueur de $3D$ à $7D$ le long de l'envergure (cf. Fig. 2.25).

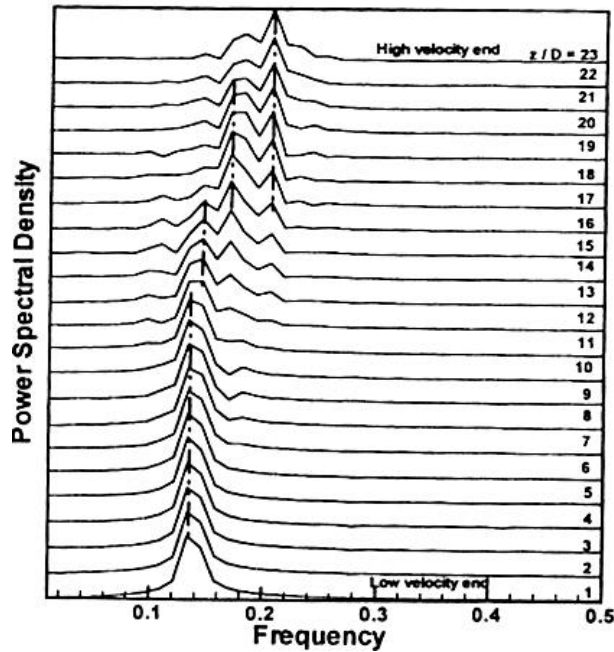


FIG. 2.25 – Distribution du spectre de fréquence le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Mukhopadhyay *et al.* (2002).

A l'aide des isocontours de la vitesse transversale, ils montrent l'évolution temporelle des structures le long de l'envergure, mettant ainsi en évidence la présence de structures inclinées avec apparitions de dislocations (cf. Fig. 2.26). Enfin ils expliquent la diminution de la fréquence par la présence d'un écoulement parallèle à l'axe du cylindre dans le sillage proche.

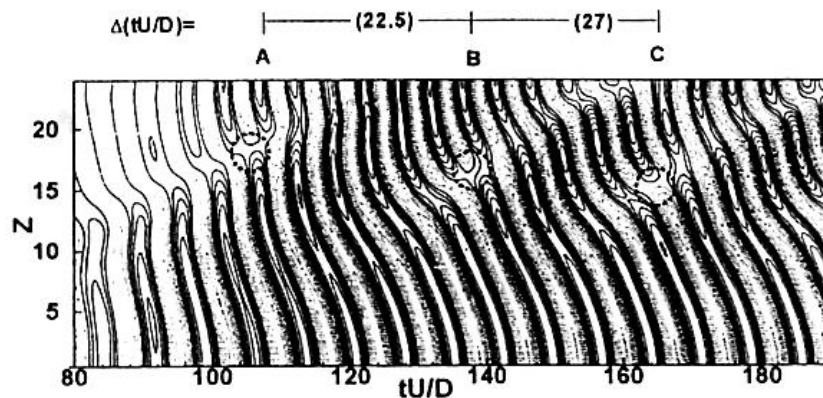


FIG. 2.26 – Evolution temporelle des dislocations le long de l'envergure d'un obstacle dont l'écoulement incident est uniformément cisailé, d'après Mukhopadhyay *et al.* (2002).

Encore plus récemment, Zhao & Ling (2003) réalisent pour la première fois une approche POD et un LODS (cf. 3.2) sur ce type d'écoulement. Par cette technique, ils

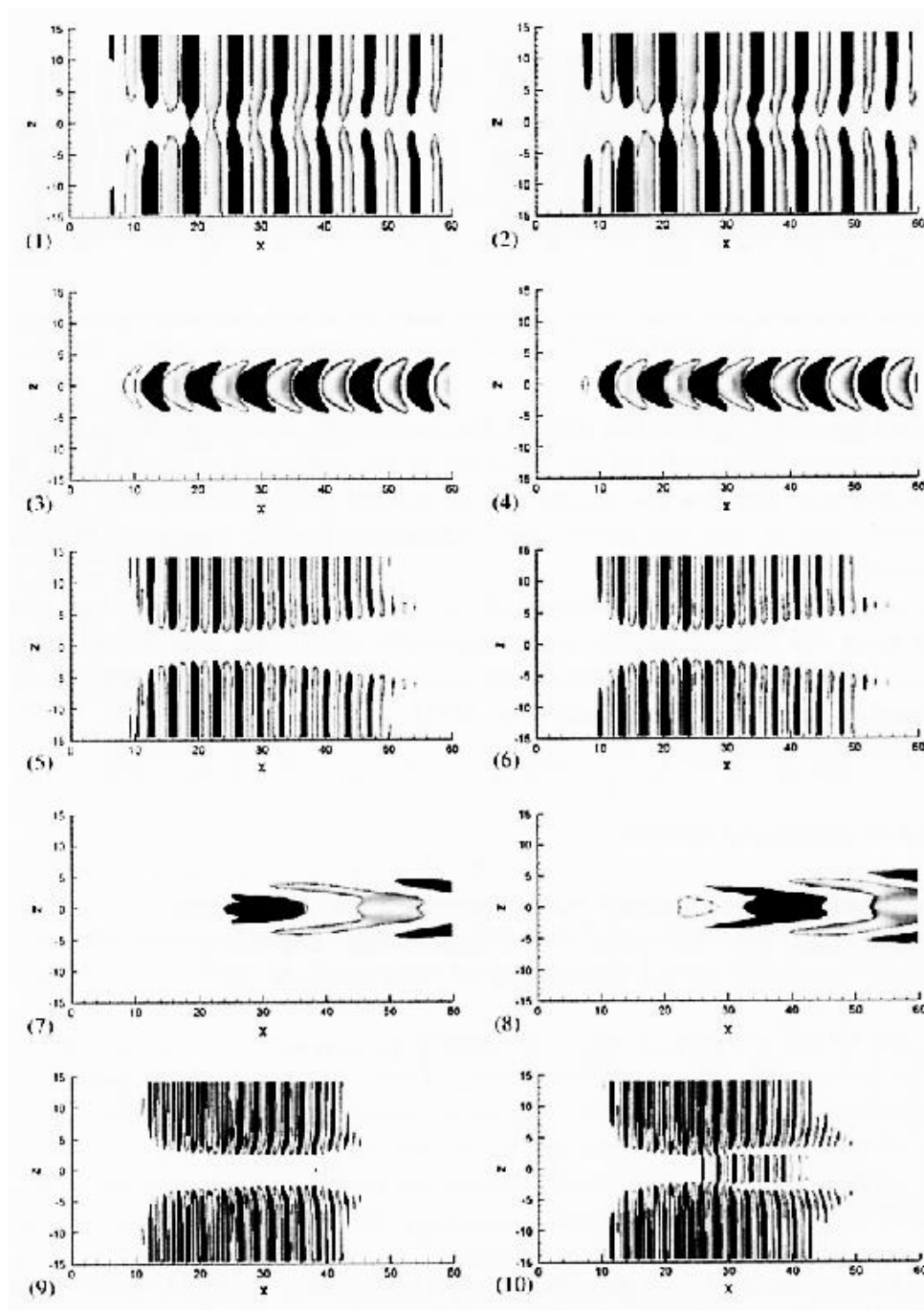


FIG. 2.27 – Topologie des 10 premiers modes d'une snapshot POD issues d'une simulation numérique d'un écoulement de type sillage uniformément cisailé, d'après Zhao & Ling (2003).

extraient les modes sur un critère énergétique. Les premiers modes montrent les propriétés classiques de ce type d'écoulement, tandis qu'ils attribuent les modes 3,4 et 7,8, qui s'allongent longitudinalement (cf. Fig. 2.27), à des structures de dislocation. Vingt modes sont trouvés énergétiquement significatifs pour la réalisation d'un LODS autorisant l'étude de la dynamique du phénomène de dislocation. Ils montrent que le quatrième mode du LODS, dont la représentation physique est associée à une dislocation, met en évidence un battement entre les deux fréquences fondamentales.

Heitz (1999) réalise pour la première fois l'analyse d'un écoulement d'interaction couche de mélange - sillage ($Re_m = 7\,500$ et $\beta = 0,4$). On note que pour cette configuration la position du cylindre est fixée de sorte que la taille des structures de couche de mélange impactant le cylindre soit de l'ordre de son diamètre. Des visualisations permettent de mettre en évidence un mouvement secondaire instationnaire qui prend place de la basse vers la haute vitesse au culot du cylindre. La distribution du coefficient de pression au culot du cylindre le long de l'envergure ($C_{pba} = (P - P_\infty)/1/2\rho U_a^2$), montre qu'il existe une zone de forte dépression à l'endroit de l'impact de la couche de mélange. Cette forte dépression initie un mouvement de fluide de la basse vitesse vers le centre (P_{BV} vers $P_{y=0}$) plus important que celui créé de la haute vitesse vers le centre (P_{HV} vers $P_{y=0}$, cf. Fig. 2.28). Il en résulte un mouvement majoritaire vers les hautes vitesses.

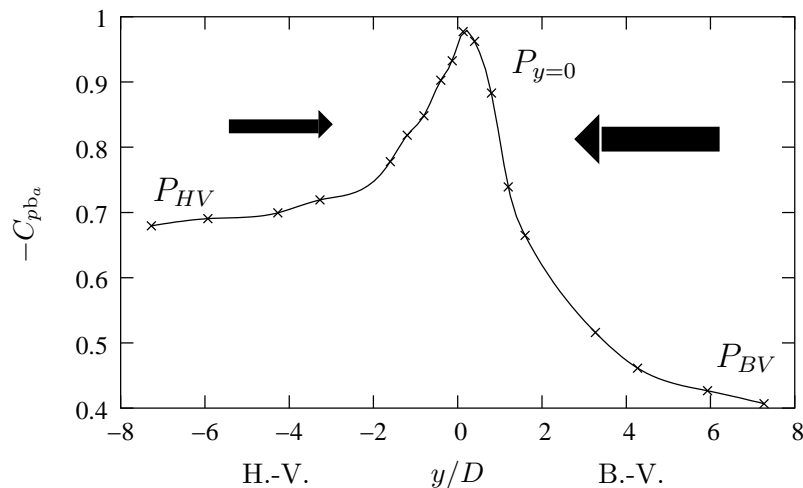


FIG. 2.28 – Distribution du coefficient de pression sur le bord de fuite du cylindre - $Re_m = 7\,500$ extrait de Heitz (1999)

Une comparaison systématique des grandeurs moyennes avec celles d'un sillage uniforme, basé sur le nombre de Reynolds local déduit du profil incident de la couche de mélange, montre que cet écoulement ne se comporte pas comme la simple juxtaposition d'un sillage haute et basse vitesse. En particulier, il considère la variation de la longueur de formation le long de l'envergure, en fonction du nombre de Reynolds local. Il montre qu'elle a un comportement inverse à un sillage uniforme équivalent (cf. Fig. 2.29).

Il montre, par une analyse spectrale, la présence de trois cellules de fréquence constante (cf. Fig. 2.30). Les deux premières sont liées aux sillages haute et basse vitesse, tandis que la troisième se situe du côté basse vitesse. L'origine de la présence de cette troisième cellule de fréquence reste encore mal connue. Notons que la fréquence de cette dernière cellule est plus élevée que celle trouvée du côté basse vitesse.

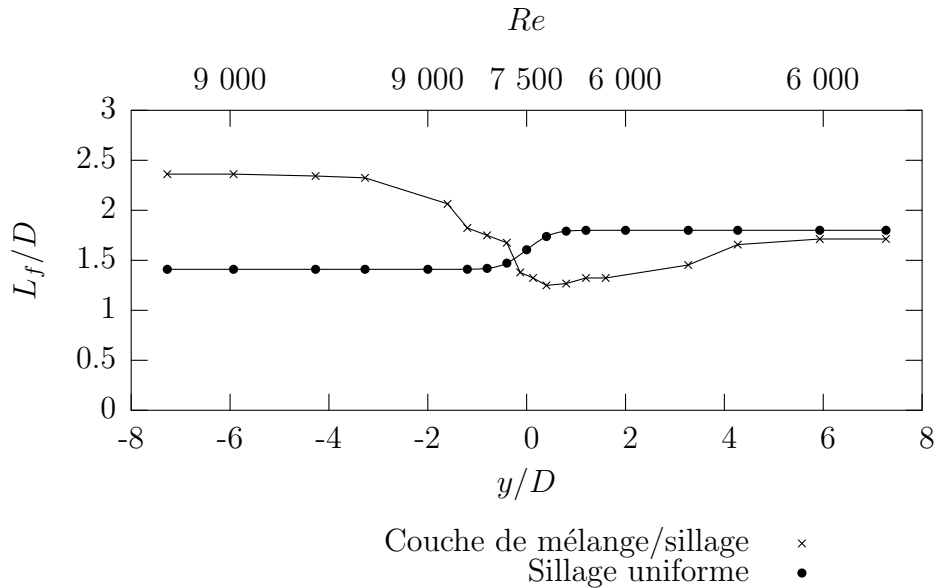


FIG. 2.29 – Evolution de la longueur de formation suivant l’envergure du cylindre pour un écoulement d’interaction couche de mélange sillage, comparée à la longueur de formation équivalente du nombre de Reynolds local, d’après Heitz (1999).

Les mesures des grandeurs turbulentes montrent une contraction locale de la zone de formation des tourbillons qui est attribuée à l’influence de la couche de mélange.

Le déficit de vitesse observé dans la zone de proche sillage est inversé par rapport à son comportement classique. Ainsi pour un profil proche de la zone de recirculation on a un déficit du côté haute vitesse qui est plus faible que celui mesuré du côté basse vitesse.

L’organisation du sillage proche et du sillage plus en aval ($x/D \simeq 20$) sont analysés. Dans le sillage proche, il suppose un enroulement de la couche mélange impactant le cylindre. Plus en aval, il propose un scénario de reconnections des tourbillons de couches de mélange avec ceux des deux sillages (côté haute et basse vitesse).

En reprenant des conditions analogues à celle de l’étude expérimentale réalisé par Heitz (1999), Lamballais & Silvestrini (2002) réalisent une DNS 3D pour un nombre de Reynolds plus faible ($Re = 400$). Ils quantifient le mouvement de fluide descendant à une valeur de l’ordre de $0,74 U_c$ ($\Delta U = U_c$).

Ultérieurement, Silvestrini & Lamballais (2003) montrent à partir de cette simulation la relation entre la distribution spectrale et l’inclinaison des tourbillons suivant l’envergure du cylindre pour deux configurations : l’écoulement derrière un obstacle dont l’écoulement amont est uniformément cisailé (cf. Fig. 2.31-a et Fig. 2.31-a) et l’interaction couche de mélange - sillage (cf. Fig. 2.31-b et Fig. 2.31-b).

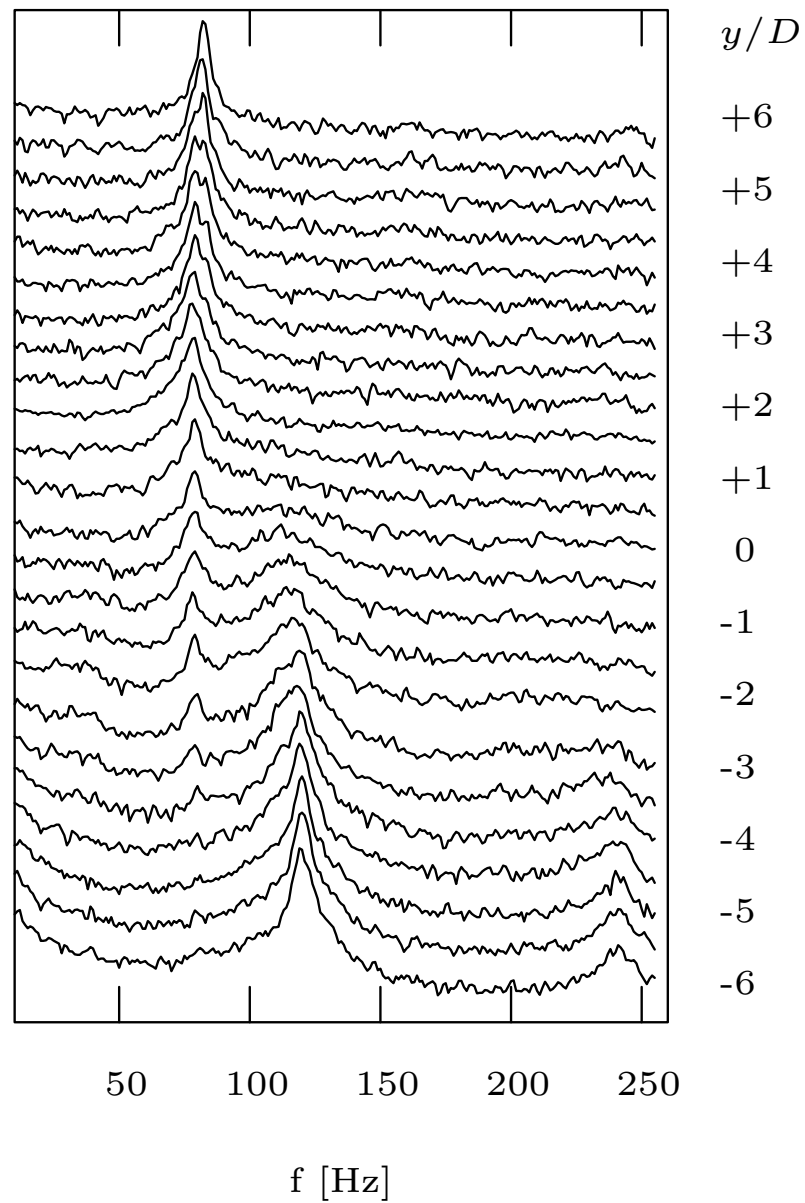


FIG. 2.30 – Distribution spectrale suivant l'envergure du cylindre pour l'écoulement d'interaction couche de mélange-sillage, d'après Heitz (1999).

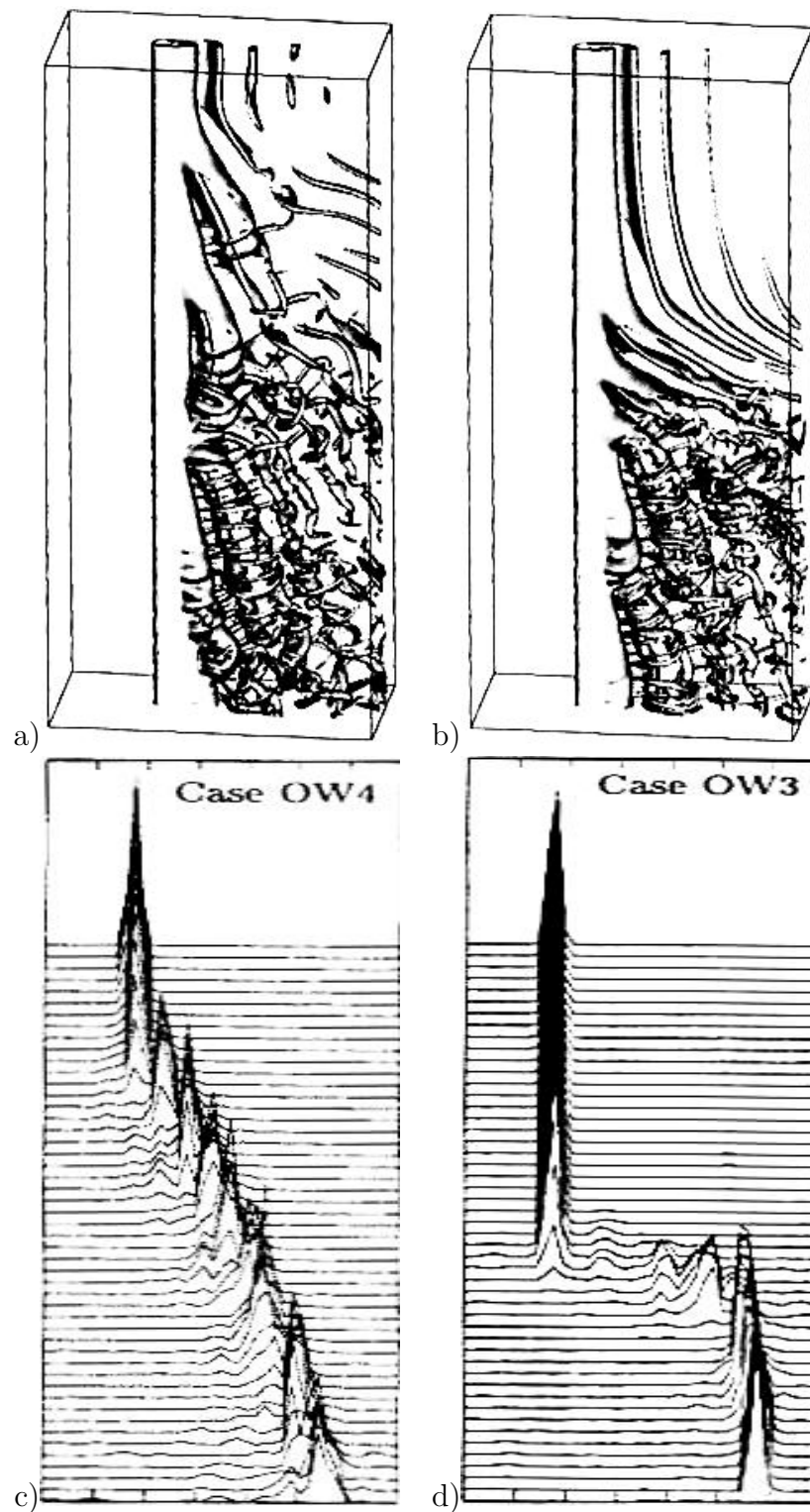


FIG. 2.31 – Module de vorticité (en haut) et distribution du spectre de la vitesse verticale suivant l’envergure du cylindre (en bas), d’après Silvestrini & Lamballais (2003), pour un écoulement derrière un cylindre dont l’écoulement incident est uniformément cisailé (  gauche) ou de type couche de mélange (  droite).

c - Caractéristiques communes

Pour conclure, nous regroupons ici tous les phénomènes récurrents des différentes configurations des sillages perturbés suivant l'envergure du cylindre :

- il existe un mode de lâcher incliné de tourbillons. L'inclinaison est plus prononcée là où le nombre de Reynolds local est le plus élevé ;
- le spectre de fréquence est organisé en cellules de fréquence constante le long de l'envergure ;
- entre ces cellules des dislocations apparaissent à une fréquence de battement faible.
- les observations sur l'organisation du lâcher de tourbillons dans la zone de dislocations entraînent la plupart des auteurs à proposer des scénarios de connexions des tourbillons. Si les scénarios proposés sont assez différents, ils montrent toutefois l'évidence de l'appariement des tourbillons dans la zone de dislocation ;
- pour les écoulements dont la tridimensionalisation est réalisée par la modification de l'écoulement incident, plusieurs auteurs (Woo *et al.*, 1989; Heitz, 1999; Lamballais & Silvestrini, 2002) montrent l'existence d'un fort mouvement de fluide de la basse vitesse vers la haute vitesse dans le culot du cylindre. Ce mouvement est lié à la distribution de pression qui est modifiée le long de l'obstacle. Il devrait être présent dans tous ces écoulements, même si il n'est pas toujours mis en évidence.

Les études réalisées sur le sillages et ses dérivées (diamètre variable, cône, sillage uniformément cisailé, interaction couche de mélange - sillage ...) nous permettent ainsi de soupçonner une certaine universalité des modes de lâcher tourbillonnaire qui mènent à la tridimensionalisation de l'écoulement de sillage.

Afin de caractériser l'organisation des structures qui prend place dans le sillage proche de l'écoulement d'interaction couche de mélange - sillage, la PIV et la POD sont principalement utilisées dans l'étude présentée ici. Une présentation de ces outils d'analyse est réalisée dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Outils d'analyse

3.1 P.I.V. (Particule Image Velocimetry)

Depuis près de 20 ans le développement des techniques optiques, lasers, électroniques, vidéos et numériques a permis de passer de la visualisation qualitative à la mesure quantitative d'un écoulement. Parmi les nombreuses techniques de mesures de l'écoulement (fil chaud, tube de Pitot, vélocimétrie laser ...), la PIV permet des mesures de champs de vitesses instantanées pour un large domaine, résolu spatialement avec la détection simultanée des grandes et petites échelles du champ de vitesse. Une autre motivation de la PIV est la comparaison des données expérimentales avec les données numériques (DNS, LES ...).

C'est une technique de mesure non intrusive et indirecte (à partir de particule d'ensemencement). Son principe de base est l'évaluation d'un mouvement Eulérien de fluide à partir d'un mouvement Lagrangien de particules d'ensemencement. Pour un déplacement (d) d'un ensemble de particules d'ensemencement pendant un temps (Δt), la vitesse de l'écoulement (U_f) est assimilée au mouvement des particules et est donnée par $U_f = d/\Delta t$.

A l'heure actuelle l'acquisition expérimentale d'un champ de vecteurs PIV peut être décrite de la manière suivante (cf. Fig. 3.1) : des particules sont introduites dans l'écoulement étudié, elles sont éclairées par une source lumineuse et diffusent la lumière vers des capteurs sensibles. Ces derniers enregistrent l'image qui peut être traitée afin d'évaluer le champ de vitesse. Le champ de vecteurs ainsi obtenu comporte des erreurs qu'il convient d'ôter. Enfin il peut être exploité. Afin d'évaluer la précision des mesures et des algorithmes de traitement de données expérimentales PIV, des images synthétiques obtenues par simulation de Monte Carlo sont souvent utilisées.

Dans les paragraphes suivants sont présentés les moyens de mesures, l'évaluation de la vitesse et le post-traitement des données utilisés classiquement pour l'analyse PIV. Le lecteur peut se référer à Adrian (1991), Lecordier (1997) ou Raffel *et al.* (2000) pour des revues plus exhaustives sur le sujet. Enfin, on présente les diverses exploitations réalisées sur ce type de données.

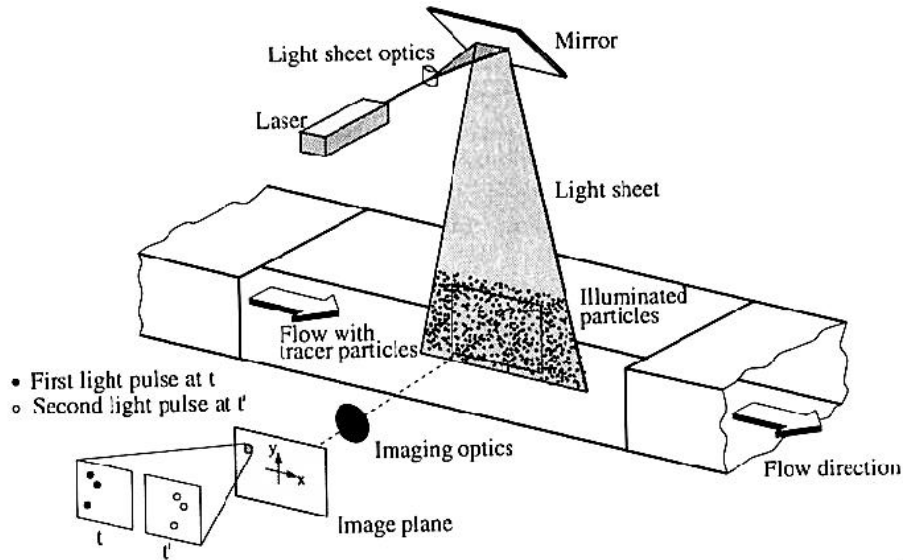


FIG. 3.1 – Arrangement expérimental pour la PIV dans une soufflerie (Raffel *et al.*, 2000)

3.1.1 Moyen de mesure

a - Les particules

Les propriétés les plus importantes des particules d'ensemencement pour la PIV sont le suivi du mouvement fluide sans perturbation de l'écoulement ou des propriétés du fluide et la diffusion de la lumière.

i - Suivi du mouvement fluide :

Théoriquement, la vitesse de sédimentation (U_g) peut être exprimée à partir de la loi de traînée de Stokes de particules sphériques à bas Reynolds.

$$U_g = d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho)}{18\mu} g,$$

où g est l'accélération due à la gravité, μ la viscosité dynamique du fluide, d_p le diamètre de la particule, ρ_p la densité des particules et ρ la densité du fluide. Par analogie il est possible de dériver une estimation pour le retard de vitesse de la particule dans un fluide accéléré continuellement :

$$U_p - U_f = d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho)}{18\mu} a,$$

où a est l'accélération du fluide, U_p la vitesse de la particule et U_f la vitesse du fluide.

La loi de réponse de la vitesse de la particule suit typiquement une loi exponentielle si la densité de la particule est plus grande que la densité du fluide :

$$U_p(t) = U_f[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}],$$

où τ est le temps de relaxation exprimé par la relation :

$$\tau = d_p^2 \frac{\rho_p}{18\mu}.$$

Ainsi pour un type de fluide (eau, air ...) et une densité donnée, diminuer la taille des particules permet d'améliorer le temps de relaxation et donc le suivi du mouvement fluide par les particules.

ii - Diffusion :

La diffusion de la lumière par les particules dépend du rapport entre l'indice de réfraction des particules et le milieu qui les entoure, de la taille, de l'orientation et de la forme de celles-ci. Une manière d'augmenter la diffusion est d'augmenter la taille des particules. Le choix de la taille des particules est donc souvent lié à un compromis entre la nécessité d'un faible temps de relaxation (i.e. suivi du mouvement fluide par les particules) et une diffusion suffisante de lumière. Ceci est d'autant plus vrai lorsque l'écoulement est rapide et donc le temps d'exposition court. De plus il est souvent moins coûteux d'augmenter l'intensité des images de particules par une meilleure diffusion de celles-ci que par une augmentation de l'intensité de la source lumineuse.

La diffusion dépend également de l'angle d'observation. La plupart du temps l'acquisition est réalisée dans des plans avec un angle de 90° par rapport à la lumière incidente, pour ces angles d'observations la direction de polarisation est tournée. Or garder la polarisation de la lumière est essentiel pour la séparation d'image (Kähler & Kompenhans, 2000) ou le déplacement d'image (Adrian, 1986). Une telle technique fonctionne bien, seulement avec l'utilisation de certaines particules comme par exemple l'huile d'olive avec des diamètres de $1\mu m$ dans l'air. Notons qu'il est possible de séparer les images par codage de la couleur des plans lumineux (Brücker, 1996).

iii - Homogénéité :

La distribution des particules dans le plan laser est également un facteur important, afin d'améliorer l'homogénéité de la taille, de la forme et de la densité des particules d'ensemencement Kähler *et al.* (2002) étudient la distribution de la taille des particules générées par différents types d'atomiseur.

Les traceurs sont répertoriés sous plusieurs formes : solides, liquides ou gazeux. Leur choix dépend de l'écoulement étudié. Pour les écoulements à fort gradient ou en présence de choc on utilise de préférence des particules à faible temps de relaxation (de petite taille). Tandis que pour les écoulements lents (dans de l'eau par exemple), des traceurs plus gros (comme les billes de verres) permettent une bonne diffusion lumineuse pour un coût d'éclairage faible tout en assurant un temps de relaxation rapide.

b - Source lumineuse

La source lumineuse permet d'émettre la lumière qui sera diffusée par les particules. Pour la PIV, les principales exigences de cette lumière sont les suivantes :

- avoir une intensité lumineuse importante qui est définie par la puissance du laser,
- avoir l'intensité lumineuse la plus homogène possible dans le domaine de mesure,
- le temps entre deux expositions Δt doit être réglable (en fonction de l'écoulement étudié).

La lumière blanche, bien qu'elle soit plus économique, ne permet pas d'obtenir un faisceau de rayons lumineux parallèles comme la lumière monochromatique. Ainsi la plupart du temps les lasers qui sont capables d'émettre une lumière monochromatique d'une haute intensité lumineuse sont préférés. La lumière est émise sous forme de photons obtenus par stimulation d'atomes¹ contenus dans la cavité du laser. Différents types de lasers existent, le laser Hélium-néon (He-Ne, $\lambda_l = 633$ nm) est le plus communément utilisé. Le laser Neodym-Yag (Nd :Yag, $\lambda_l = 532$ nm) est le plus énergétique, son faisceau est réalisé par excitation optique des ions Nd^{3+} . La longueur d'onde fondamentale émise (1064 nm) est ensuite séparée en deux (532 nm, longueur d'onde dans le visible). Par l'ajout d'un interrupteur dans la cavité (Q-switch) la lumière est pulsée. La maîtrise de la pulsation par cet interrupteur permet à l'utilisateur d'ajuster la séparation entre les deux illuminations indépendamment de la puissance du pulse.

Le faisceau lumineux ainsi réalisé doit ensuite être transformé en un plan lumineux fin² et de grande intensité lumineuse. La principale optique dédiée à cet effet est la lentille cylindrique.

Le temps entre les deux pulses lasers est guidé par les échelles temporelles de l'écoulement, mais aussi par les contraintes matérielles des différents acteurs de la mesure PIV : la disparition des paires d'une même particule hors du plan de mesure, la cadence de la caméra ... Pour maintenir la détectabilité du pic de corrélation (voir §3.1.2) Keane & Adrian (1990) préconisent de parcourir un déplacement inférieur à 20 – 30% de la fenêtre de corrélation.

c - Capteurs sensibles

Les particules contenues dans le plan laser diffusent la lumière vers des capteurs sensibles (caméras à films, appareils photos, cameras CCD ...) qui enregistrent les 2 "images" de particules nécessaires à la détermination de la vitesse. Les principales qualités requises sont :

- un domaine de mesure large et précis (résolution spatiale importante),
- une cadence d'acquisition ou résolution temporelle suffisante (élevée si l'on s'intéresse à la résolution temporelle des écoulements rapides).

Les appareils photos (film ou numériques) ont été utilisés au début de la PIV. Ces dernières techniques conduisent à des traitements longs et laborieux. Ils ont été rapidement

¹par radiation électromagnétique, courant électrique, collision d'atome ou de molécules avec des électrons ou des ions

²sauf la stéréo PIV qui utilise l'épaisseur du plan laser pour calculer la troisième composante

remplacés par des cameras CCD³ Willert & Gharib (1991) qui s'inscrivent classiquement dans des chaînes d'acquisition automatique du champ de vitesse (à part l'ensemencement).

Les capteurs sensibles de ces derniers sont appelés pixels et sont généralement regroupés en rangées rectangulaires pour former l'aire sensible à la lumière.

Les pixels agissent comme une capacité capable de stocker des charges (électrons). L'efficacité du pixel est définie par le rapport entre le nombre de photo-électrons collectés (photon à l'origine de l'accumulation de la charge du pixel) et le nombre de photons incidents par pixel. Elle est mesurée en charge collectée sur l'intensité lumineuse ($\text{Cb}/\text{J}\cdot\text{cm}^2$). Notons que les électrons s'accumule en suivant une loi linéaire durant toute la durée de l'exposition et toute nonlinéarité est due à une sur-exposition ou à une trop faible charge accumulée non détectée. Une propriété importante du capteur est le niveau de gris (codé en bits) qu'il est capable de définir (typiquement 100 - 200 niveau de gris). Cette propriété est appelée rang dynamique. La charge accumulée par les pixels est ensuite déplacée vers une partie masquée dans laquelle la conversion charge-voltage est opérée. Cette partie masquée entraîne une différence entre l'aire sensible et l'aire totale des capteurs dont le rapport est donnée par le "fill factor".

Suivant la rapidité de lecture de l'image, il est possible de réaliser plusieurs expositions sur une image ou une exposition par image. La figure 3.2 montre la schématisation de la synchronisation de la cadence de la camera avec le pulse laser dans le cas d'une exposition par image. T_p représente le temps entre deux couples de pulses lasers souvent limité par la cadence de la camera T_c (classiquement $f_c = 30$ Hz), tandis que Δt représente le temps entre deux pulses qu'il convient de régler suivant les échelles temporelles de l'écoulement étudié.

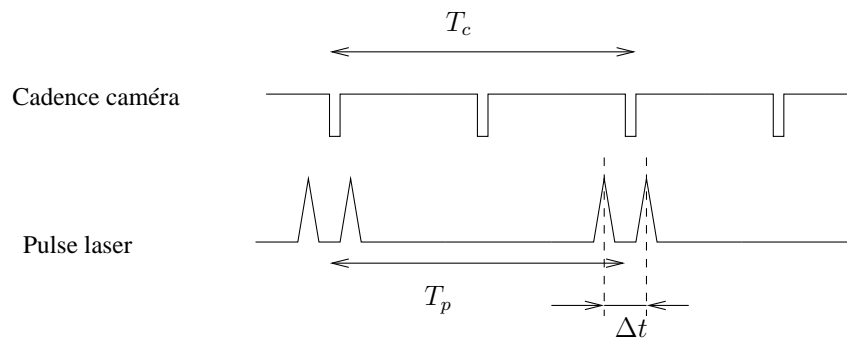


FIG. 3.2 – Schématisation de la synchronisation de la cadence de la camera avec le pulse laser

Pour les caméras CCD classiquement utilisées ($f_c \simeq 30$ Hz) on peut estimer un nombre de Reynolds maximal au delà duquel les échelles temporelles de l'écoulement étudié ne peuvent être décrites par les mesures PIV : $Re = UL/\nu = 10^3$ pour l'air et $Re = 10^4$ pour l'eau (Upatnieks *et al.*, 2002) ($L \simeq 0.01$ et 0.1 m, échelle caractéristique de longueur). Plusieurs auteurs ont mis au point des caméras qui permettent de repousser cette limitation (voir par exemple Lecordier *et al.* (1994), Raffel *et al.* (1995), Upatnieks *et al.* (2002), Zhang (2000), Honoré *et al.* (2000)). La caméra à film rotatif réalisée par Upatnieks *et al.*

³Charge Coupled Device

(2002) permet l'acquisition d'une séquence de 4 000 images à une fréquence de 8 000 images par seconde. A l'heure actuelle les caméras digitales hautes vitesses disponibles commercialement ont une résolution et une cadence inférieure aux caméras analogiques, mais suffisante pour la mesure PIV des écoulements transitionnels, supersoniques, turbulents et également l'étude spectrale.

d - Conclusion sur les moyens de mesures

Ainsi pour le choix de chaque composant de la mesure PIV (particules, laser, camera) il convient de faire un compromis entre la taille du domaine, la résolution désirée (dictée par les échelles spatiales de l'écoulement étudié), la durée du phénomène étudié, sa cadence (résolution temporelle) et enfin les moyens disponibles.

3.1.2 Evaluation de la vitesse

La densité des images PIV en particule n'autorise pas comme la PTV (particle tracking velocimetry) le suivi des particules par simple visualisation des images. Ainsi couramment après la numérisation de l'image, le déplacement est évalué dans un sous domaine défini par la "fenêtre de corrélation" (typiquement de taille 32×32 pixels²) par la détermination de la position du maximum de pic de corrélation.

Lorsque deux expositions se situent sur une seule image on effectue l'auto-corrélation des fenêtres de corrélation, ce qui conduit à trois pics (cf. Fig. 3.3 a)) :

- Le premier (R_p) correspond à l'auto-corrélation de l'image avec elle même et est centré dans le plan de corrélation.
- Les deux autres (R_{D+} et R_{D-}) correspondent au déplacement (positif ou négatif) cherché.
- Les pics les plus petits (R_c) correspondent au bruit.

La technique d'auto-corrélation n'est plus beaucoup utilisée à l'heure actuelle en raison de l'indétermination du signe du vecteur vitesse, mais aussi à cause du bruit plus élevé et de la limitation de l'accès aux petits déplacements (superposition du pic central et des pics de déplacement). Notons toutefois que cette technique a permis la mise au point d'une méthode de déplacement des images ("Image shifting") Adrian (1986) qui consiste à ajouter un déplacement imposé à l'image avant la corrélation et est encore activement utilisée aujourd'hui.

Lorsque les deux expositions se situent sur deux images distinctes la corrélation entre les deux images (intercorrélation ou "cross-correlation") mène à un seul pic (R_D) correspondant au déplacement des particules entre la première exposition et la deuxième exposition. (cf. Fig. 3.3 b)).

Pour chaque fenêtre de corrélation qui compose l'image, la position du pic est évaluée et ainsi le déplacement entre les images. La vitesse correspondante est calculée à l'aide du temps connu entre les deux exposition de l'image. Pour réaliser le calcul des corrélations trois principales voies sont explorées (cf. Fig. 3.4) :

- Le calcul par transformé de Fourier optique permet d'obtenir le pic de corrélation

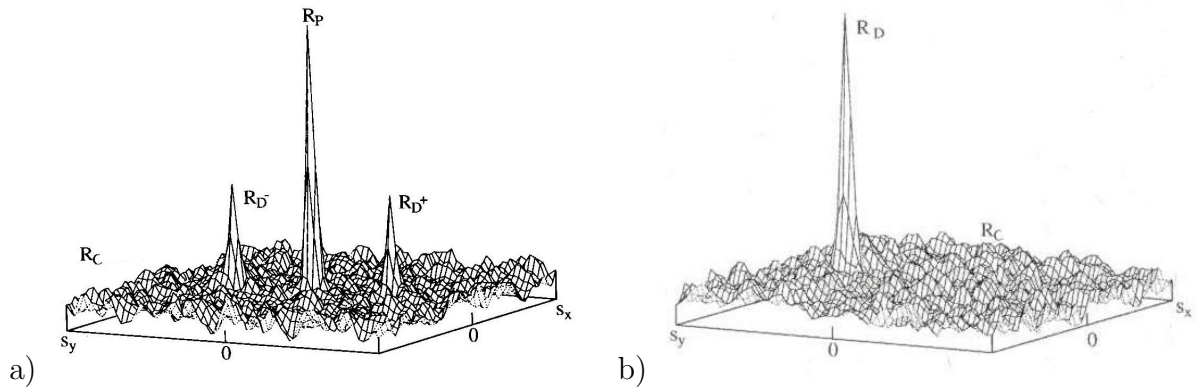


FIG. 3.3 – Pic de corrélation dans la fenêtre d’interrogation, R_P pic principal a) Auto-corrélation b) Inter-corrélation

continue. A l’heure actuelle la difficulté de mise en oeuvre, le manque de souplesse dans le post-traitement et la longueur de cette méthode, ont fait qu’elle a été très rapidement remplacée par des méthodes numériques.

- Le calcul direct, actuellement réalisable, nécessite, pour des tailles de fenêtre de corrélation $n \times m$, $(n \times m)^2$ multiplications et additions et reste donc très coûteux en temps de calcul.
- Le calcul du pic de corrélation dans l’espace spectral permet de gagner en rapidité de calcul par rapport aux méthodes directes, au prix des inconvénients classiques du traitement du signal.

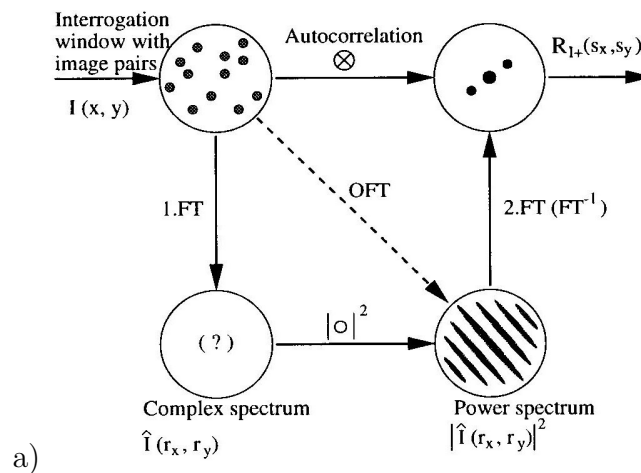


FIG. 3.4 – Relation entre les différentes méthodes de calcul de la fonction de corrélation et du spectre spatial au moyen du théorème de Wiener-Khinchin. FT : Transformée de Fourier, FT^{-1} : Transformée de Fourier inverse, OFT : Transformée de Fourier Optique. D’après Raffel *et al.* (2000).

Les différents inconvénients du calcul de la fonction de corrélation par Transformée de Fourier sont décrits ci-dessous :

- taille des échantillons fixée par le traitement FFT (dimension de base 2) ;
- le signal est périodisé ce qui entraîne une surestimation de la valeur de corrélation ;

- aliasing : le critère de Nyquist doit être vérifié ($d < N/2$, avec d le déplacement et N la taille de la fenêtre). En cas d'aliasing il convient d'augmenter la fenêtre de corrélation ou de diminuer le temps entre les pulses lasers Δt (pour diminuer le déplacement).

Il convient donc de trouver un compromis entre le calcul direct et le calcul par FFT (FFT dynamique, corrélation hybride (McKenna & McGillis (2002))).

Les données issues du calcul de la fonction de corrélation sont discrètes. Le pic de corrélation est donc défini pour des valeurs entières de pixel. La détermination de son maximum est ainsi soumis à un “biais” vers les valeurs entières de pixel, appelé “peak-locking”. L'origine du “peak-locking” provient de la variation du niveau de gris sur un pixel. Une des solutions est d'augmenter la taille de l'image des particules (le diamètre doit être défini sur un minimum de 2 à 3 pixels), une autre solution est d'améliorer la détermination de la position du maximum du pic de corrélation par interpolation sous-pixel.

Plusieurs méthodes sont développées dans ce sens et sont dites de précision “sub-pixel” (Willert & Gharib, 1991). On note trois principaux types de méthodes :

- traitement statistique des échantillons prélevés sur l'enveloppe du pic de corrélation. (Centroïde : barycentre du maximum et de ses voisins),
- interpolation du pic de corrélation à l'aide d'une fonction continue (Lourenco & Krothapalli, 1995) (gaussienne, parabole ...),
- par sur-échantillonnage de l'image de corrélation. Ce traitement nécessite une transformée de Fourier directe et inverse.

Les méthodes les plus utilisées sont celles d'interpolation et principalement celles qui utilisent l'ajustement du pic par une fonction gaussienne (la plus proche du pic de corrélation).

Actuellement les algorithmes d'estimation de la vitesse sont étendus dans le but d'améliorer le rang dynamique et la précision tout en gardant une bonne résolution. Scarrano & Reithmuller (2000); Lecuona *et al.* (2002) utilisent une prédiction itérative de la vitesse, Lourenco & Krothapalli (2000); Wereley & Meinhart (2001) modifient le schéma de calcul de la vitesse, Cummings (2000) utilise un filtre non-linéaire pour la micro PIV, Takehara *et al.* (2000) développent de nouveaux algorithmes afin d'obtenir une haute résolution ...

Westerweel (2000) réalise une analyse théorique de la mesure de la précision en PIV, qui confirme que pour de très petits déplacements (i.e. sous-pixels) l'erreur est directement proportionnelle au déplacement, et que l'erreur minimum est obtenue pour des particules dont le diamètre est défini sur deux pixels.

3.1.3 Post-traitement

Après évaluation automatique du champ de vecteurs vitesses de l'image de particules, un certain nombre de vecteurs apparaît de manière évidente incorrecte. L'origine de ces vecteurs erratiques provient des forts gradients de vitesse et des mouvements hors et dans le plan laser des particules d'ensemencement mais également du bruit créé durant le processus d'enregistrement (Huang *et al.*, 1993*a,b*).

Ces vecteurs faux (ou "outliers") peuvent être définis comme des vecteurs complètement différents en norme, en direction et en sens par rapport aux vecteurs alentours. Ces vecteurs sont la plupart du temps isolés. Pour le calcul de certaines grandeurs, comme les dérivées du champ de vitesse (vorticité, divergence ...), un tel vecteur par la discontinuité qu'il engendre peut augmenter considérablement le bruit. Il convient donc de les enlever. Dans la plupart des cas ces vecteurs peuvent être ôtés manuellement par simple visualisation. Toutefois, l'automatisation de l'acquisition des champs de vecteurs est de plus en plus requise (traitement statistique des écoulements turbulents ...), ainsi plusieurs algorithmes ont été développés pour extraire les vecteurs faux et également pour les remplacer. Le lecteur pourra se référer à Westerweel (1994) pour plus de détail sur l'élimination des vecteurs faux et leur remplacement.

Le premier critère usuel d'élimination des vecteurs faux est le **R**apport **S**ignal sur **B**ruit ("RSB") qui consiste à ôter les pics de corrélation (R_D) du même ordre de grandeur que les pics du bruit de mesure (R_c). Classiquement, on ôte tous les vecteurs calculés à partir d'un rapport RSB inférieur à environ 1,2.

Des algorithmes basés sur l'étude des vecteurs alentours aux vecteurs faux ont été développés et les principaux sont :

- Opérateur global d'histogramme.
- Opérateur de la valeur moyenne dynamique.
- Test médian.

Le premier algorithme suppose que la différence entre un vecteur et son voisin reste inférieur à un certain seuil. Ceci est certainement vrai lorsque les échelles de longueur de l'écoulement sont beaucoup plus grandes que la distance entre les vecteurs voisins.

Pour le deuxième algorithme la valeur de chaque vecteur est comparée à la valeur moyenne des vecteurs voisins et est ôtée si elle est supérieure à un certain seuil défini comme une fonction de l'écart type. L'inconvénient de cette méthode est la nécessité de posséder un certain nombre de voisins pour calculer la moyenne (i.e. non valable sur les bords).

Le test médian ordonne les vecteurs voisins au vecteur analysé (U_{ij}) en fonction de leur norme ou de l'une des deux composantes du plan. La valeur centrale est la valeur médiane (U_{median}). Le vecteur inspecté est valide si :

$$|U_{median} - U_{ij}| < \epsilon$$

Avec ϵ un seuil à déterminer.

Toujours à l'aide des vecteurs voisins, Liang *et al.* (2003) utilisent les réseaux de

neurones pour déterminer les vecteurs faux. Rohaly *et al.* (2000) quant à eux montrent que lorsqu'un gradient de vitesse est présent dans la fenêtre de corrélation, des pics de déplacement faux apparaissent de manière symétrique par rapport au pic de déplacement vrai. De cette manière, déterminer une symétrie fautive dans le champ de corrélation permet de détecter le déplacement vrai d'un signal dont le niveau est en-dessous du niveau de bruit. Après avoir éprouvé la méthode à l'aide d'une simulation de Monte Carlo, ils montrent l'amélioration de 20 – 25% de la probabilité de détection du pic pour un écoulement cisailé uniformément. Heinz *et al.* (2002) proposent un algorithme pour les écoulements turbulents, ils se basent sur le PDF (Probability Density Function) des fluctuations de vitesses dont ils supposent une décroissance exponentielle. Cette méthode permet de corriger le calcul des moments statistiques d'ordre élevé.

3.1.4 Exploitation des données

a - Domaine de mesure

Le but originel de la PIV est d'obtenir une description instantanée quantitative de l'écoulement. Classiquement, elle fournit deux composantes de vitesses instantanées (2C) dans un plan bidimensionnel (2D) à l'aide de plans PIV2D-2C. La PIV stéréoscopique (Westerweel, 1999) permet quant à elle d'obtenir la troisième composante de vitesse, perpendiculaire au plan de mesure (2D-3C). Quoiqu'il en soit, l'acquisition instantanée des trois composantes de vitesse dans un domaine 3D, ne peut être obtenue expérimentalement que sur un domaine restreint (quelques points LDV, fil chaud ...). Ainsi plusieurs méthodes se sont développées pour étendre le domaine de mesure. Peireira *et al.* (2000) réalisent une DDPIV (i.e. Defocusing Digital Particule Image Velocimetry) qui permet la description de bulles 3D-3C (en dessous du millimètre). Sousa (2002) obtient la description 3D de l'écoulement à partir d'une série de plans PIV2D-2C et de l'équation de continuité. Toutefois cette méthode nécessite la connaissance la composante calculée sur une limite du domaine pour le calcul de la primitive.

b - Grandeurs accessibles par la PIV

A partir de la mesure du champ de vitesse instantanée PIV, on accède classiquement aux grandeurs suivantes : champ moyen, champ de vorticité, champ de contrainte, champ de pression (pour les écoulements incompressibles) (Lecuona *et al.*, 2002), tensions de Reynolds, spectres (avec TPIV) ...

Récemment une méthode nommée "Dual-plane" introduite par Raffel *et al.* (1995); Kähler & Kompenhans (1999) et Lourenco *et al.* (1998) permet d'acquérir deux plans PIV stéréoscopiques pour deux positions de l'espace simultanément ou décalé d'un temps déterminé ($2 \times 2D-3C$). Cette méthode donne accès aux grandeurs comme l'accélération (Christensen & Adrian, 2002) ou les corrélations temporelles et spatiales-temporelles en deux points (Kähler *et al.*, 2000).

c - Identifications de structures à grandes échelles

A partir de ces grandeurs, diverses méthodes d'identification de structures cohérentes

peuvent être mises en oeuvre (Rockwell, 2000). Carlier (2001) étudie les structures cohérentes de la turbulence de paroi à grand nombre de Reynolds au moyen d'une snapshot POD. Pedersen & Meyer (2002) analysent les structures dominantes d'un pièce ventilée au moyen d'une snapshot POD. D'autres méthodes d'identification peuvent être utilisées, Camussi (2002) présente l'utilisation des ondelettes pour des données PIV.

Dans cette étude on s'intéresse à l'organisation des structures à grandes échelles de l'écoulement complexe d'interaction couche de mélange-sillage à partir de données PIV. Pour ce faire, la POD est utilisée (Braud *et al.*, 2003).

3.2 POD - POD Galerkin

3.2.1 Historique

Parmi toutes les méthodes mises en oeuvre afin d'identifier les structures cohérentes (Visualisation, Statistiques, Méthodes topologiques, techniques conditionnelles, théorie de stabilités, POD, LES ...) la **POD** (**P**roper **O**rthogonale **D**ecomposition ou décomposition aux valeurs propres) est l'une des plus objectives dans le sens où elle ne fait pas d'hypothèses au préalable sur l'écoulement (Bonnet & Delville, 2001). Elle est aussi connue sous le nom de décomposition de Karhunen-Loeve (KLD : Karhunen-Loeve decomposition), analyse en composantes principales (ACP) ou décomposition aux valeurs singulières (SVD : Singular Value Decomposition) (Liang *et al.*, 2002). La POD est une décomposition modale, au même titre que la décomposition de Fourier, optimale au sens de l'énergie :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_n a^{(n)} \Phi^{(n)}(\mathbf{x}, t), \quad (3.1)$$

où $\Phi^{(n)}$ sont les fonctions propres (ou déterministes) et $a^{(n)}$ les coefficients de projection (dans le cadre d'une POD Spatiale, cf. §3.2.2).

La convergence rapide de l'énergie contenue dans chaque mode POD, justifie la représentation de l'organisation des structures à grande échelle par une troncature aux premiers modes. Ainsi la plupart du temps la POD est associée à une projection de Galerkin qui consiste à ramener les **E**quations aux **D**érivées **P**artielles (**EDP**) qui régissent l'écoulement, à un système d'équation aux dérivées ordinaires d'ordre bas : **LODS** (**L**ow **O**rdre **D**ynamical **S**ystem) à l'aide d'une base POD tronquée. Au niveau théorique, une première approche de Landau (1944) consistait à considérer le chemin menant l'écoulement à l'état chaotique (ou turbulent) comme une suite infinie de bifurcations. Par cette approche, pour devenir chaotique, un écoulement devait posséder un très grand nombre de degrés de liberté. Elle est remise en question par Ruelle & Takens (1971) qui montrent par une théorie mathématique rigoureuse, qu'il est possible de reproduire un comportement chaotique correspondant aux caractéristiques d'un écoulement turbulent à partir d'un système dynamique présentant trois degrés de liberté. Ils introduisent ainsi la notion d'attracteur étrange qui peut être décrit par un nombre faible de degrés de liberté, ce qui induit un regain d'intérêt de la théorie des systèmes dynamiques. Un exemple⁴ connu de justification de cette théorie est le modèle de Lorentz (1963) qui permet de modéliser la convection de Rayleigh-Bénard à partir de 3 degrés de liberté. En conséquence le caractère imprédictible des écoulements ne serait pas dû à un comportement aléatoire mais à la présence d'un chaos déterministe. Ainsi l'approche de la POD suivie d'une projection de Galerkin et l'apport de la théorie des systèmes dynamiques, largement développée depuis 1971 (Thompson & Stewart, 1986), constituent d'excellent outils pour l'étude et la compréhension de l'organisation des structures cohérentes dans un écoulement complexe comme celui présenté ici. Ravindran (2002) fait remarquer que l'analyse de la stabilité et des bifurcations n'est pas réalisable à partir d'un modèle résultant d'une simulation à haute résolution d'un écoulement complexe alors qu'un LODS le permet. De plus, ce

⁴antérieur à la théorie de Ruelle et Takens

dernier présente un gain de coût et de temps en terme de résolution numérique (en comparaison avec la résolution numérique directe DNS).

a - Quelques applications de la POD

Parmi les précurseurs de la POD on note Lumley (1967) qui introduit la POD Classique (ou Spatiale) pour la mécanique des fluides. La première application est expérimentale et réalisée par Payne & Lumley (1967). Sirovich (1987) introduit la Snapshot POD, qui est réalisée classiquement à partir de données possédant une résolution spatiale importante et une résolution temporelle faible de type simulation numérique DNS (Direct Numerical Simulation) ou mesures PIV. Puis Aubry *et al.* (1991) introduisent une généralisation de l'approche de Lumley (1967) et Sirovich (1987). Maurel *et al.* (2001) réalisent une EPOD (Extended Proper Orthogonal Decomposition). Celle-ci permet d'extraire une région spécifique de l'écoulement que l'on cherche à examiner mais qui ne possède qu'une faible portion de l'énergie cinétique. Afin de déterminer la contribution de l'organisation alentour, les modes extraits sont corrélés au reste du domaine.

i - Quelques applications de la POD en écoulement turbulent

Depuis près de 25 ans, la POD est largement répandue dans des applications aussi variées que la compression de données (M. Kirby, 1990), les équations de Burgers (Chambers *et al.*, 1988), la combustion (Palacios *et al.*, 1998), l'étude des instabilités baroclines (Stephen *et al.*, 1999)... Généralement on rencontre la POD pour trois grands types d'écoulement : les écoulements cisailés libres, les écoulements de parois et les écoulements convectifs. Soit par exemple :

Écoulement cisailé libre	
Arndt <i>et al.</i> (1997)	jet
Delville <i>et al.</i> (1999)	couche de mélange plane
Gordeyev & Thomas (2000, 2002)	jet plan
Citriniti & George (2000)	couche de mélange axisymétrique
Écoulement de paroi	
Bakewell & Lumley (1967)	couche limite
Moin & Kim (1985)	canal
Sirovich <i>et al.</i> (1990)	canal
Rempfer (1996)	couche limite
Manhart (1998)	cube
Alfonsi <i>et al.</i> (2003)	cube
Écoulement de convection libre	
Deane & Sirovich (1991)	cavité Rayleigh-Bénard
Hung & Tran (2001)	Rayleigh-Bénard état stable

Feeny & Kappagantu (1998) montrent, pour le cas des systèmes vibratoires, qu'il existe un lien entre les modes POD individuels et une représentation physique de l'écoulement. Pour la turbulence, Lumley (1967) associe les modes POD individuels aux principaux axes d'inertie des données utilisées pour la réalisation du problème.

Récemment, Citriniti & George (2000) ont utilisé la POD comme une base optimale pour examiner le cycle de vie des structures cohérentes. Ils l'observent pour les structures cohérentes d'un jet axisymétrique. Le principal évènement, mis en évidence par les coefficients ($a^{(n)}(t)$) de la POD, est le "burst" de type "volcan" associé au passage des structures cohérentes azimutales. De la même manière, les différentes études POD menées sur l'analyse des structures de la couche de mélange ont permis d'appréhender leur cycle de vie : la couche de mélange est dominée par les tourbillons de Kelvin-Helmholtz, extraits par le premier mode POD (Delville *et al.*, 1999). Ceux-ci contrôlent le grossissement et le mélange de la turbulence. Les coefficients $a^{(n)}(t)$ issus d'une décomposition POD donnent ainsi la possibilité d'inhiber ou d'activer les différents modes à différents points de l'évolution des structures cohérentes, dont la topologie est donnée par les vecteurs propres $\Phi_i(\mathbf{x})$ (Citriniti & George, 2000).

ii - Influence du type de données sur la POD effectuée

Toute réalisation d'une POD nécessite l'acquisition du tenseur des corrélations en deux points simultanés (cf. Eq. 3.9). On note deux types de données, les données riches en temps mais pauvres en espace de type fils chauds ou peigne de fils chauds et les données détaillées en espace mais pauvre en temps de type DNS (temps de simulation court) ou PIV (résolution temporelle faible).

Pour les données riches en temps mais pauvres en espace, l'acquisition du tenseur des corrélations en deux points dans la direction longitudinale est problématique en raison de l'"ombre" des sondes. Ainsi dans la plupart des cas cette direction est supposée homogène et l'hypothèse de Taylor est utilisée (voir par exemple Payne & Lumley (1967); Delville *et al.* (1999); Gordeyev & Thomas (2000); Citriniti & George (2000)). Or, dans les directions d'homogénéité, la POD se ramène à une décomposition de Fourier qui entraîne une "indétermination de phase" (Berkooz *et al.*, 1993) et empêche le retour dans l'espace physique. Plusieurs méthodes existent afin de décrire la topologie des structures cohérentes dans l'espace physique. On note par exemple l'étude de Delville (1995) qui utilise la théorie du Shot noise, et celle de Gordeyev & Thomas (2002) qui utilisent un triple peigne de fils chauds avec la LSE (Linear Stochastique Estimation).

Pour les données qui sont riches en espace (c'est à dire avec une bonne résolution spatiale) et pauvres en temps de type DNS (voir par exemple Allery (2002); Günther & von Rohr (2003); Alfonsi *et al.* (2003)) ou PIV (voir par exemple Bernero & Fiedler (2000); Patte-Rouland *et al.* (2001); Maurel *et al.* (2001)), le tenseur des corrélations en deux points dans le cas d'une POD spatiale devient vite énorme (cf. Eq. 3.9), pour cette raison la Snapshot POD est généralement utilisée. Toutefois cette méthode ne prend pas en compte les corrélations croisées (pour plus de détail voir §3.2.4).

Classiquement la POD Spatiale est réalisée pour le premier type de données tandis que la Snapshot POD est activement utilisée pour le deuxième type de données (cf. §3.2.2). Toutefois, Alfonsi *et al.* (2003) réalisent une POD spatiale à partir de données issues d'une LES dans un sous domaine d'un écoulement tridimensionnel derrière un cube. On note que la POD peut également être appliquée sur des scalaires tels que la température, la pression ... (voir par exemple Arndt *et al.* (1997); Picard (2001); Kitagawa *et al.* (2002)).

b - Systèmes dynamiques

Par la suite, une projection de Galerkin peut être réalisée. La première application de la projection de Galerkin et ainsi la construction d'un **LODS** pour un écoulement réaliste est à attribuer à Aubry *et al.* (1988). Ce système dynamique est encore activement exploité (Podvin & Lumley, 1998; Podvin, 2001) et inspire même le contrôle de l'écoulement (Tang & Aubry, 2000). Depuis ce modèle, de nombreux autres ont été construits (par exemple Christensen *et al.* (1993); Noack & Eckelmann (1994); Rajaei *et al.* (1994); Rempfer (1996); Lumley & Poje (1997)). Pour plus de détails le lecteur peut se référer à Holmes *et al.* (1997).

Récemment, (Sahan *et al.*, 1998) utilisent 4 modes d'une Snapshot POD (99% de l'énergie) extraits d'une simulation numérique d'un écoulement bidimensionnel d'un canal cannelé périodiquement pour réaliser un LODS. Ukeiley *et al.* (2001) réalisent un LODS à partir des données expérimentales acquises à l'aide de peignes de fils chauds dans une couche de mélange plane par Delville *et al.* (1999). Ma *et al.* (2002) réalisent quant à eux une snapshot POD à partir d'un champ de vitesse et de température, acquis par DPIV (Digital Particle Image Velocymetry) et DPIT (Digital Particle Image Thermometry) respectivement, derrière un cylindre. Ils montrent qu'un LODS réalisé à partir de 2 modes de vitesse et 4 modes de température est capable de capturer la dynamique de l'écoulement et le transfert thermique. Ma & Karniadakis (2002) réalisent un LODS à partir de la simulation numérique d'un sillage. Ils analysent la dynamique du LODS et montrent la présence d'une bifurcation correspondant à la discontinuité du nombre de Strouhal du régime transitionnel. Jorgensen *et al.* (2003) développent un LODS avec deux paramètres de contrôle pour un écoulement transitionnel.

A partir d'un LODS réalisé par projection de Galerkin, il est possible d'identifier et de décrire les principaux mécanismes de l'organisation de l'écoulement qui sont très difficiles à détecter à partir de simulations complètes de type DNS (Rempfer, 2000). Un autre but de la modélisation d'un système réel est le contrôle en boucle fermée (Holmes *et al.*, 1997). Singh *et al.* (2002) appliquent un contrôle en boucle fermée d'un LODS réalisé à partir d'un écoulement de sillage bidimensionnel instationnaire. La principale critique trouvée dans la littérature pour l'utilisation des LODS dans ce type d'approche tient au fait que les modes POD sont issus de l'écoulement et dépendent donc de son évolution lors de l'insertion d'un contrôle. Ravindran (2000) met en oeuvre une procédure qui permet d'adapter les modes POD et ainsi le LODS durant la phase de contrôle. Ravindran (2002) réalise le contrôle en boucle fermée d'un écoulement derrière une marche dans un canal bidimensionnel, à partir d'une DNS. La position des actionneurs est adaptée et optimisée pour une meilleure performance du contrôle. Celui-ci est réalisé par soufflage et aspiration tangentielle. Il montre ainsi la possibilité d'un contrôle de l'écoulement en temps réel pour les problèmes industriels.

3.2.2 POD : problème aux valeurs propres - vecteurs propres

Dans la suite du document, les fonctions propres Φ_i sont considérées uniquement comme réelles. Pour une approche plus générale introduisant notamment la décomposition de Fourier dans les directions homogènes de l'écoulement on peut se référer à Delville (1995).

La base du problème de la décomposition POD (cf. Eq. 3.1) réside dans l'identification d'une fonction $\Phi(\mathbf{x}, t)$ déterministe dont on veut vérifier le *parallélisme* avec une fonction aléatoire $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$. Ces fonctions appartiennent à l'espace des fonctions réelles ($\in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^+$) dont les composantes Φ_i sont des fonctions réelles continues à variables réelles $\mathbf{x}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$. On se restreint à l'espace des fonctions au carré intégrable \mathcal{L}^2 (i.e. énergie finie), où on peut définir le produit scalaire (\mathbf{u}, Φ) et la norme $\|\mathbf{u}\|$ de la manière suivante :

$$(\mathbf{u}, \Phi) = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \Phi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt = \sum_{i=1}^{nc} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) \Phi_i(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \quad (3.2)$$

$$\|\mathbf{u}\|^2 = \sum_{i=1}^{nc} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \in \mathbb{R}^+, \quad (3.3)$$

où n_c représente le nombre de composante et \mathcal{D} étant le domaine spatio-temporel étudié.

Le problème de recherche des fonctions modales de la décomposition POD se ramène mathématiquement à un problème de maximisation posé ainsi :

$$\frac{\langle (\mathbf{u}, \Phi)^2 \rangle}{(\Phi, \Phi)} \stackrel{!}{=} Max, \quad (3.4)$$

L'opérateur $\langle \bullet \rangle$ est défini soit comme une moyenne d'espace, de temps ou conditionnel indifféremment. En introduisant le tenseur des corrélations en deux points $R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t') = \langle (u_i(\mathbf{x}, t), u_j(\mathbf{x}', t')) \rangle$ et un opérateur symétrique, \mathbf{A} , tel que :

$$\mathbf{A} \cdot \Phi_i = \sum_{j=1}^{nc} \int_{\mathcal{D}} R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t') \Phi_j(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \quad (3.5)$$

A l'aide de la définition 3.2, on peut ré-écrire $\langle (\mathbf{u}, \Phi)^2 \rangle$ sous la forme⁵ :

$$\langle (\mathbf{u}, \Phi)^2 \rangle = \sum_{i=1}^{nc} (\mathbf{A} \cdot \Phi_i, \Phi_i) \quad (3.6)$$

Ainsi le problème POD revient à maximiser :

$$\frac{(\mathbf{A} \cdot \Phi_i, \Phi_i)}{(\Phi, \Phi)} \quad (3.7)$$

⁵La solution cherchée étant déterministe elle sera supposée indépendante de l'opérateur moyenne

Ce problème classique peut être résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange ou par analyse variationnelle. Il se ramène à un problème aux valeurs propres :

$$\mathbf{A} \cdot \Phi = \lambda \Phi \quad (3.8)$$

qui, ré-écrit sous forme intégrale, se présente sous la forme d'une équation intégrale de Fredholm ayant pour noyau le tenseur des corrélations en deux points :

$$\sum_{j=1}^{nc} \int_{\mathcal{D}} R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t') \Phi_j(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt = \lambda \Phi_i(\mathbf{x}, t) \quad (3.9)$$

L'opérateur moyenne $\langle \bullet \rangle$ est temporel, spatial, spatio-temporel ou conditionnel suivant les différentes approche de la POD :

- **Moyenne temporelle ou d'ensemble** : Elle se nomme la POD "Classique" et est introduite par Lumley (1967). Cette approche consiste à utiliser le tenseur des corrélations spatiales en deux points à retard nul ($R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \langle (u_i(\mathbf{x}), u_j(\mathbf{x}')) \rangle$) (cf. Eq. 3.11).
- **Moyenne spatiale** : Elle se nomme la Snapshot POD et est introduite par Sirovich (1987). Cette approche consiste à utiliser le tenseur des corrélations temporel en deux points ($C(t, t') = \langle (u_i(t), u_i(t')) \rangle$) (cf. Eq. 3.14).
- **Moyenne spatiale conditionnelle** : estimée à partir des réalisations de l'écoulement prises à partir de conditions initiales différentes. Elle est introduite par Glezer *et al.* (1989).
- **Moyenne spatiale ou temporelle** : évaluée à partir des réalisations spatio-temporelles de l'écoulement sans qu'aucune hypothèse de stationnarité ou d'ergodicité du signal ne soit nécessaire. Elle est introduite par Aubry *et al.* (1991).

On se place maintenant dans le cadre d'une POD Spatiale ou Snapshot dont l'équivalence est démontrée par Sirovich (1987). Elles utilisent la décomposition suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_n a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.10)$$

a - POD Classique (Lumley, 1967)

Le problème intégral à résoudre est de la forme :

$$\sum_{j=1}^{nc} \int_{\Omega} R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \Phi_j(\mathbf{x})^{(n)} d\mathbf{x} = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}), \quad (3.11)$$

où le noyau est défini à partir d'une moyenne d'ensemble assimilée à une moyenne temporelle :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{T} \int_T u_i^{(n)}(\mathbf{x}, t) u_j^{(n)}(\mathbf{x}', t) \quad T \longrightarrow \infty \quad (3.12)$$

En conséquence, après résolution du problème POD classique, les fonctions propres sont données par $\Phi_i^{(n)}(\mathbf{x})$ et sont uniquement spatiales. Par la simple étude topologique de ces fonctions, il est possible de caractériser l'influence de la contribution énergétique de chacun des modes (n) sur l'organisation spatiale du champ de vitesses. Les coefficients de projection sont donnés par :

$$a^{(n)}(t) = \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.13)$$

Cette approche présente deux inconvénients si on la compare avec la Snapshot POD. Tout d'abord l'acquisition du tenseur des corrélations en deux points dans tout l'espace (cf. Eq. 3.11) peut augmenter considérablement la taille du problème à résoudre. De plus, dans les directions d'homogénéité la théorie de Hilbert n'est plus applicable puisque le domaine n'est plus borné (cf. §3.2.3). Une décomposition supplémentaire est alors nécessaire. On note que l'application de la décomposition de Fourier conduit à une "perte de phase" lors du retour à l'espace physique, ce qui peut être résolu par la théorie Shot-noise. On note également la possibilité d'utiliser d'autres décompositions que les décompositions de Fourier comme les ondelettes (Berkooz *et al.*, 1994). Malgré cela la POD classique présente l'avantage de calculer des vecteurs propres qui prennent en compte les corrélations croisées inter-composantes de manière explicite (cf. Eq. 3.12).

b - Snapshot POD (Sirovich, 1987)

Le problème intégral à résoudre est de la forme :

$$\int_{\mathcal{T}} C(t, t') a^{(n)}(t) = \lambda a^{(n)}(t), \quad (3.14)$$

où le noyau est défini à partir d'une moyenne spatiale :

$$C(t, t') = \frac{1}{\varepsilon} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t') d\mathbf{x} \quad (3.15)$$

On accède ainsi aux signaux $a^{(n)}(t)$. Ils permettent l'étude de la contribution énergétique de l'évolution temporelle de chaque mode. Les fonctions spatiales $\Phi^{(n)}(\mathbf{x})$ sont données par :

$$\Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{T}} u_i(\mathbf{x}, t) a^{(n)}(t) dt, \quad (3.16)$$

On note de manière immédiate que les corrélations croisées ($u_i u_j$ avec $i \neq j$) ne sont pas prises en compte (cf. Eq. 3.15). Cette approche permet de réduire considérablement le problème aux valeurs propres à résoudre (cf. Eq. 3.14) dans la mesure où le nombre d'échantillons temporels est bien inférieur au nombre de points de mesures du domaine considéré. Ainsi typiquement la Snapshot POD est adaptée pour les données de type DNS ou PIV.

3.2.3 Théorème de la décomposition orthogonale

Dans cette section est réalisé un bref rappel des propriétés de la POD dans le cadre de l'approche de type POD spatiale (cf. Eq. 3.11), pour de plus amples détails le lecteur peut se référer à Loève (1955).

Selon la théorie d'Hilbert Schmidt, la solution du problème intégral aux valeurs propres (cf. Eq. 3.9) admet des solutions tant que le problème est borné. Pour les directions d'invariances de l'écoulement, la POD ne peut être appliquée et est généralement remplacée par une décomposition de Fourier. Pour qu'il y ait existence et unicité de la base de vecteurs propres, il faut que le tenseur des corrélations ($R_{ij}(\mathbf{x}; \mathbf{x}') = \langle (u_i(\mathbf{x}), u_j(\mathbf{x}')) \rangle$) soit défini positif et qu'il appartienne à l'espace des fonctions à carré sommable. Pour les problèmes qui nous intéressent, ces conditions sont généralement satisfaites. Il est ainsi possible d'appliquer le théorème de la décomposition orthogonale. Les principaux résultats découlant de ce théorème sont détaillés ci-dessous :

- si le domaine est borné les valeurs propres sont dénombrables et le problème admet une suite discrète ($n = 1, 2, 3 \dots$) de solutions vérifiant :

$$\sum_{j=1}^{nc} \int_{\mathcal{D}} R_{ij}(\mathbf{x}; \mathbf{x}') \Phi_j^{(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}); \quad (3.17)$$

- les vecteurs propres ou fonctions empiriques $\Phi(\mathbf{x}, t)$ sont choisis orthogonaux :

$$\int_{\mathcal{D}} \Phi_i^{(p)}(\mathbf{x}) \Phi_i^{(q)}(\mathbf{x}) = \delta_{pq}$$

;

avec $\delta_{pq} = \begin{cases} 0 & \text{pour } p \neq q \\ 1 & \text{pour } p = q \end{cases}$

- les valeurs propres sont réelles, positives, leur somme est finie et leur série converge. On peut vérifier que :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{(n)} = \int_{\mathcal{D}} \sum_{i=1}^{nc} R_{ii}(\mathbf{x}; \mathbf{x}') d\mathbf{x}. \quad (3.18)$$

En particulier, pour un champ de vitesse, la somme des valeurs propres est égale à l'énergie cinétique turbulente totale correspondant au domaine d'intégration (\mathcal{D}) et au nombre de composantes de vitesse (n_c) prises en compte pour la décomposition POD ;

- on trie les valeurs propres par ordre décroissant, $\lambda_{i+1} < \lambda_i$;
- par construction, l'énergie comprise dans les n premiers éléments de cette base est plus grande que celle comprise dans les n éléments premiers de toute autre base ;
- les coefficients aléatoires $a^{(n)}$ sont calculés par projection des réalisations de l'écoulement \mathbf{u} sur les fonctions propres Φ issues de l'équation (cf. Eq. 3.9) :

$$a^{(n)} = \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}) \phi_i^{*(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} ; \quad (3.19)$$

- les $a^{(n)}$ sont de moyenne nulle $\langle a^{(n)} \rangle = 0$ et non corrélés entre eux : $\langle a^{(n)} a^{(m)} \rangle = \delta_{mn} \lambda^{(n)}$.
- on peut décomposer le noyau en double série de $\Phi^{(n)}$:

$$R_{ij}(\mathbf{x}; \mathbf{x}') = \sum_n^{\infty} \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \Phi_j^{(n)}(\mathbf{x}') \quad (3.20)$$

Et la série converge uniformément.

Enfin toute réalisation du champ aléatoire fluctuant, $u_i(\mathbf{x}, t)$, peut être reconstruite à partir des fonctions déterministes $\Phi(\mathbf{x})$ et des coefficients aléatoires $a^{(n)}(t)$ sous la forme :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_n a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x})$$

3.2.4 POD 3D-inhomogène

La mesure du tenseur des corrélations en deux points nécessaire à la réalisation d'une POD a longtemps été une limitation pour ce type d'approche. En particulier un certain nombre d'auteurs ont été conduits à utiliser des techniques supplémentaires de type Gram-Charlier, équation de continuité (Delville, 1995; Druault & Delville, 2000). Avec l'amélioration des techniques de mesure (peigne de fils chauds, PIV ...) et des simulations (DNS, LES) la taille du noyau POD Spatial peut dépasser la capacité des ordinateurs actuels. Or l'utilisation d'algorithmes classiques de résolution de problèmes aux valeurs propres de type QR, utilisée par les bibliothèques scientifiques NAG ou LAPACK⁶ (Anderson *et al.*, 1999), ne permettent pas d'extraire les valeurs propres et les vecteurs propres correspondant sans résoudre le problème aux valeurs propres dans son intégralité. Ainsi la taille du problème résoluble est limitée par le stockage possible en mémoire. Par exemple, si l'on note N la taille de la matrice A (cf. Eq. 3.8), alors la taille nécessaire de stockage en mémoire est de $4 \times N^2$ (pour un stockage en simple précision). Ainsi avec 1 Goctets de mémoire disponible la taille POD maximale est de l'ordre de 16 000, soit pour un problème 3D à peine 20 points de mesure dans chaque direction. Afin de repousser les limites de ces problèmes, les méthodes de Lanczos (Fahl, 2001) et particulièrement Sorensen (1996)

⁶<http://www.netlib.org/lapack/>

(voir ARPACK⁷) n'utilisent que des opérations matrices vecteurs ramenant ainsi la taille de stockage en mémoire à $N \times N_{val}$ où N_{val} est le nombre de valeurs propres désirées. Cette méthode de résolution appelée aussi TSVD (Truncated Singular Value Decomposition) permet de ne résoudre qu'une partie des valeurs propres avec N opérations sur les flottants au lieu des N^2 des algorithmes classiques.

De tels problèmes sont souvent lourds à résoudre alors que pour une approche de type Snapshot la taille du noyau (tenseur des corrélations temporelles) est de taille $M \times M$ où M est le nombre de réalisations de l'écoulement qui est souvent bien inférieur au nombre de points du maillage pour des données de type DNS ou PIV, ce qui permet de se ramener à un problème beaucoup moins gros. De plus, pour une approche POD tridimensionnelle, les techniques de mesure ne permettent pas encore à l'heure actuelle une description instantanée 3D-3 composantes de l'écoulement avec une taille de domaine et une résolution 3D similaire à la PIV. Toutefois, Delville (1994) montre que la POD est d'autant plus représentative que le degré de complexité de l'écoulement est pris en compte dans le tenseur des corrélations en deux points. Or, la Snapshot POD ne prend pas en compte explicitement les corrélations inter-composantes (cf. Eq. 3.15) dont on montre souvent le rôle important dans le mécanisme de cisaillement.

Notons également que l'exploitation d'un écoulement inhomogène dans les trois directions de l'espace augmente la taille du problème POD Spatial. Par exemple, si l'on considère un écoulement avec une direction d'homogénéité x , alors N_x problèmes POD de tailles $N = N_y \times N_z \times n_c$ sont à résoudre, tandis que pour un problème complètement inhomogène le problème est unique et de rang $N = N_x \times N_y \times N_z \times n_c$. En revanche l'étude d'un écoulement inhomogène dans les trois directions pour une POD spatiale est un moyen de s'affranchir du passage dans l'espace spectral, dont le retour vers l'espace physique reste lourd à mettre en oeuvre. De plus, la PIV permet de s'affranchir de l'hypothèse d'homogénéité dans la direction de l'écoulement en prenant directement en compte l'épanouissement des structures cohérentes.

Ainsi, une POD spatiale d'un écoulement 3D et inhomogène dans les trois directions de l'espace est un problème à la fois intéressant pour la caractérisation des structures tridimensionnelles d'un écoulement complexe mais correspond à un problème de grosse taille à résoudre.

L'application d'une POD dans un sous-espace restreint est possible et permet l'analyse zonale de l'écoulement qu'il convient toutefois d'interpréter avec prudence puisqu'elle ignore les nombres d'onde transversaux correspondant à des grandes échelles (Alfonsi *et al.*, 2003; Braud *et al.*, 2002).

3.2.5 POD-Galerkin

Différentes formulations des équations de Navier-Stokes peuvent être envisagées pour la projection de Galerkin. Cordier (1996) présente l'expression des coefficients des LODS en vitesses totales et fluctuantes aussi bien pour la formulation des équations en vitesse-pression qu'en vorticité. Allery (2002) rajoute l'expression des coefficients pour une formu-

⁷<http://www.caam.rice.edu/software/ARPACK/>

lation des équations en contrainte, tandis que Ma *et al.* (2002) présentent une formulation pour un champ de température. La formulation Pression-vitesse présente l'inconvénient de devoir connaître le terme de pression sur le bord du domaine d'étude. La formulation vorticité permet de s'affranchir de cette condition limite souvent non disponible. Toutefois elle nécessite une dérivation sur le champ de vitesse, souvent source d'erreurs supplémentaires.

Quelle que soit la formulation choisie et le but final (contrôle ou étude d'un écoulement complexe), la mise en oeuvre d'un LODS est confrontée à différents problèmes de fermeture, troncature et stabilité que nous aborderons après une brève introduction générale sur la projection Galerkin à réaliser pour l'obtention d'un LODS.

a - Formulation

Suivant Rempfer (1996), la projection de Galerkin peut être formulée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = \mathcal{F}(u), \quad u = u(\mathbf{x}, t), \quad t \geq 0 \\ x \in \mathcal{D} \end{aligned} \quad (3.21)$$

où \mathcal{F} est l'opérateur différentiel non linéaire, représentatif des différentes formulations des équations de Navier-Stokes. Cette équation différentielle est complétée par les conditions initiales $u(\mathbf{x}, 0)$ et les conditions aux limites, issues du problème de Navier-Stokes initial. Elles sont formulées dans le cas général de la manière suivante :

$$\mathcal{R}(u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}, t)), \quad t \geq 0, \quad x \in \partial\mathcal{D}. \quad (3.22)$$

Si l'on nomme $P^{(n)} = (\Phi^{(n)}, \cdot)$ l'opérateur de projection alors :

$$P^{(n)} \frac{\partial u}{\partial t} = P^{(n)} \mathcal{F}(u), \quad \Rightarrow \quad (\Phi^{(n)}, \frac{\partial u}{\partial t}) = (\Phi^{(n)}, \mathcal{F}), i = 1, 2... \quad (3.23)$$

Pour que la solution soit unique il faut que la fonction de base $(\Phi^{(n)})$ soit linéairement indépendante. Une telle projection conduit à un LODS avec une fonction non linéaire pour le second membre et des coefficients exprimés à l'aide des fonctions propres spatiales issues d'une POD spatiale ou Snapshot :

$$\frac{da^{(n)}(t)}{dt} = F_n(a^{(1)}(t), a^{(2)}(t), \dots) \quad (3.24)$$

où

$$\begin{aligned} a^{(n)}(t) &= (\Phi^{(n)}, u) \\ F_n &= (a^{(n)}, \mathcal{F}) \end{aligned}$$

Les fonctions propres spatiales pouvant être exprimées comme un combinaison linéaire de la vitesse, héritent naturellement des propriétés des champs de vitesse. En particulier les conditions aux limites homogènes et linéaires sont vérifiées implicitement. Les conditions initiales nécessaires à la résolution du système d'équation 3.24, qui se ramène à la forme $a^{(n)}(t = 0)$, peuvent être calculées par projection des fonctions propres spatiales sur le champ de vitesse à un instant donné.

b - Fermeture

i - Fluctuation de vitesse

De nombreux auteurs montrent qu'une POD appliquée au champ de vitesse instantanée se ramène à celle réalisée à partir d'un champ de vitesse fluctuante. Le premier mode d'une POD appliquée à la vitesse instantanée est représentatif du champ moyen (Cordier, 1996; Allery, 2002). Ainsi la plupart du temps la résolution d'une équation supplémentaire du LODS (cf. Eq. 3.24) peut être évitée en utilisant directement la formulation en vitesse fluctuante. En contre partie cette formulation nécessite la modélisation d'un terme supplémentaire $\overline{a^{(m)}(t)a^{(k)}(t)}$. Plusieurs expressions de ce terme sont possibles :

- estimer ce terme au cours de l'intégration numérique du LODS par une moyenne sur le pas de temps précédent,
- imposer le terme constant : $\overline{a^{(m)}(t)a^{(k)}(t)} = \lambda^{(m)}\delta_{mk}$,
- le terme peut être rapporté à l'expression suivante :

$$(\Phi^{(n)}, \mathcal{F}(\bar{u})) = (\Phi^{(n)}, \text{grad}\Phi^{(n)}\Phi^{(m)})\overline{a^{(n)}a^{(m)}} \quad , n = 1, 2, \dots, \quad (3.25)$$

par la démarche suivante :

- on réalise la moyenne de l'équation 3.22 après y avoir introduit la décomposition de Reynolds (même démarche que la réalisation d'une équation de transport) :

$$\overline{\frac{\partial \bar{u} - u}{\partial t}} = \overline{\mathcal{F}(\bar{u} - u)},$$

- on suppose le champ stationnaire en moyenne :

$$0 = \mathcal{F}(\bar{u}) - \overline{\text{grad}(uu)},$$

- il ne reste plus qu'à effectuer la décomposition POD (cf. Eq. 3.1) et à réaliser la projection de Galerkin (cf. Eq. 3.23) :

$$(\Phi^{(n)}, \mathcal{F}(\bar{u})) = (\Phi^{(n)}, \text{grad}(\Phi^{(n)}.\Phi^{(m)}))\overline{a^{(n)}a^{(m)}},$$

ii - Champ moyen

Dans les équations 3.24 apparaît le champ moyen. Celui-ci évolue au cours de l'intégration temporelle. Ainsi l'utilisation d'un champ moyen constant introduit un biais qui dans le cas d'un écoulement de proche paroi (Aubry *et al.*, 1988) est écarté avec succès par l'introduction d'une modélisation du champ moyen par l'équation de Boussinesq. Cordier (1996) quant à lui montre les carences de cette modélisation ainsi que celle réalisée à partir de l'équation de quantité de mouvement pour le cas d'une couche de mélange. Dans tous les cas ces modèles introduisent un terme cubique dans le second membre de l'équation 3.24. Pour le cas des écoulements complexes qui nous concerne, la modélisation du champ moyen en fonction des fluctuations de vitesse semble délicat, c'est pour cette raison que l'utilisation du champ moyen initial sera retenue.

c - Troncature

L'utilisation de la POD avec conservation d'un nombre réduit de modes pour la réalisation d'un LODS est justifiée par la forte représentativité énergétique des premiers modes POD (souvent $\geq 50\%$ de l'énergie contenue dans le domaine d'étude). Les petites échelles sont très peu énergétiques et ainsi ne sont pas présentes dans les modes POD les plus élevés et donc ne sont pas prises en compte pour la modélisation. En revanche, pour les écoulements à haut nombre de Reynolds ou forte turbulence, elles sont responsables de la dissipation du système. Le modèle ainsi réalisé semble incapable de dissiper l'énergie créée par les premiers modes et "explose". Iollo *et al.* (2000) montrent qu'il est nécessaire d'implanter une stabilisation numérique afin de prendre en compte les modes POD non retenus lors de la troncature, ce qui s'est avéré pertinent dans la plupart des études.

Plusieurs options sont possibles pour ce faire :

- ajout d'une viscosité tourbillonnaire supplémentaire qu'il convient d'ajuster pour ne pas être trop dissipatif et ainsi éviter de se ramener à la solution triviale nulle (voir par exemple Aubry *et al.* (1988); Cordier (1996)).
- la viscosité évoluant proportionnellement au mode il est possible d'ajouter un facteur multiplicatif à la viscosité ($1 + \nu_{add}$) :

$$\nu_{add}^i = i \times C$$

- Avec ajustement de la constante C (Allery, 2002) ;
- pour le cas d'une cavité entraînée Cazemier *et al.* (1998) introduit un coefficient d'amortissement linéaire qui revient à modifier le coefficient $1/R_e$ dans le système d'équations 3.24 ;
- Vigo (2000) ajoute un terme de stabilisation cubique et une correction des coefficients $a^{(n)}(t)$ par l'intermédiaire d'informations sur la solution.

On note également l'article de Ma & Karniadakis (2002) qui trouvent une dynamique stable sans ajout d'un quelconque viscosité pour des écoulements de sillage dans un canal (écoulement interne). Ils citent également une approche qui permet d'obtenir un LODS stable même avec une troncature sévère : "nonlinear Galerkin projection" (Jauberteau *et al.*, 1997; Ma, 2001).

b -Stabilité

Les systèmes physiques étudiés sont des systèmes dissipatifs dont la principale propriété est d'avoir un ensemble d'état représenté dans l'espace des phases dont le volume décroît avec le temps. Ainsi l'identification d'un attracteur chaotique, qui peut être défini comme une structure stable d'une trajectoire à long terme dans une région bornée de l'espace des phases, peut constituer une preuve de la stabilité d'un système.

Toutefois, la théorie des systèmes dynamiques montre que plusieurs états du système peuvent coexister pour un même paramètre de bifurcation (voir par exemple Thompson & Stewart (1986)). L'état de ce système dépend des conditions initiales qui peuvent se trouver dans le bassin d'attraction de l'une ou l'autre des solutions du système. Pour être sûr que le comportement observé n'est pas un artefact du processus de troncature, Rempfer (2000) suggère l'utilisation de l'analyse de Floquet.

Dans cet esprit, plusieurs études (Aubry *et al.*, 1988; Cordier, 1996; Jorgensen *et al.*, 2003) étudient la stabilité et les bassins d'attraction des solutions d'équilibres, périodiques et chaotique des LODS à l'aide du logiciel Auto (Doedel *et al.*, 1997, 2001). Cette étude de stabilité n'est pas réalisée dans ce document. Elle mériterait d'être intégrée dans les développements futurs.

e - Extrapolation

Le système dynamique ainsi modélisé exhibe plusieurs comportements, la plupart du temps il est possible de reproduire pour un temps très court la dynamique initiale. Mais souvent, le système dynamique s'avère incapable d'extrapoler le comportement de l'écoulement et plus particulièrement pour des nombres de Reynolds différents de ceux utilisés. On note toutefois Tarman & Sirovich (1998) qui utilisent une snapshot POD à partir d'un DNS pour l'étude de la convection thermique et montrent la robustesse des modes pour des nombres de Rayleigh-Bénard différents de ceux utilisés pour calculer la base POD. Christensen *et al.* (1993) montrent quant à eux, pour le cas d'un réservoir cylindrique dont l'extrémité est mise en rotation, que la POD et par conséquent le LODS doit être réalisé à partir de données provenant de deux Reynolds différents pour retrouver les bifurcations de Hopf du système. Le principal inconvénient est l'interprétation physique des modes POD ainsi réalisés. De la même manière, Ma & Karniadakis (2002) retrouvent la transition vers la tridimensionalisation d'un écoulement de sillage uniforme ($Re = 185$) en utilisant une base "hybride" issue de modes POD 3D et 2D.

Notons pour conclure que les différentes études réalisées jusque là montrent l'efficacité des LODS à reproduire la dynamique d'un système. Ainsi, si on aborde le problème en supposant que notre système peut être mis sous la forme d'un LODS, alors il suffit d'identifier les coefficients de ce système à partir des réalisations de l'écoulement et de la POD (Tang *et al.*, 2001). Cette démarche "inverse" permet de s'affranchir de la formulation des coefficients du LODS, souvent très lourde.

Chapitre 4

Procédures expérimentales

Deux campagnes de mesures distinctes sont menées :

- la première, consiste en l'acquisition de mesures par anémométrie fil chaud et pressions pariétales pour la réalisation de l'étude de l'influence du nombre de Reynolds (i.e. Re), du rapport d'aspect (i.e. L/D) et du paramètre de raideur (i.e. β) (cf. Chapitre 5) ;
- la seconde est réalisée au moyen de la PIV (ou Vélocimétrie par image de particule). Deux plans PIV2D-2C sont acquis sur un maillage de 21 positions et pour 231 configurations afin de réaliser l'analyse des structures cohérentes de notre écoulement. L'analyse de ces données est réalisée dans les chapitres 6 et 7.

Dans ce chapitre, on présente tout d'abord la soufflerie utilisée. Ensuite, on présente le repère de l'étude de l'écoulement complet (i.e. couche de mélange en interaction avec le sillage). Puis, une description détaillée des deux campagnes de mesure est effectuée.

4.1 Soufflerie

Les expériences ont été réalisées au **C.E.A.T./L.E.A.** de l'université de Poitiers dans la soufflerie subsonique à recirculation R300, illustrée sur la figure 4.1. Cette soufflerie possède les caractéristiques générales suivantes :

- un moteur continu à vitesse variable d'une puissance de 7,4 kW ;
- un asservissement de la vitesse en rotation du moteur ;
- une vitesse réglable de 2 à 35m/s ;
- un convergent de rapport de contraction 10 ;
- une dérive thermique de l'écoulement typiquement inférieure à 1°C/heure après stabilisation.

La chambre de tranquilisation, qui précède la veine d'essais, possède une section de 1 m² et contient des filtres anémométriques et des grillages. Ces grillages ont été agencés de façon à générer un écoulement le plus homogène possible avec un taux de turbulence

le plus faible possible.

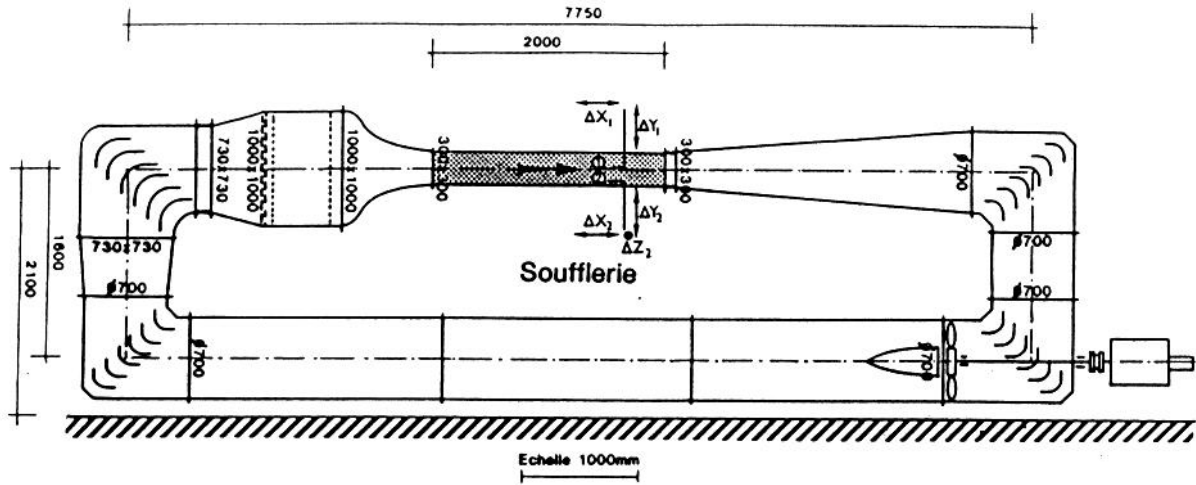


FIG. 4.1 – Soufflerie subsonique R300 à recirculation du CEAT/LEA.

Afin de générer un écoulement de couche de mélange, la soufflerie est équipée d'une plaque séparatrice en amont de la veine d'essai. Le bord de fuite de celle-ci est en forme de lame effilée d'épaisseur de l'ordre de 1 mm. L'obtention des hautes et basses vitesses de la couche de mélange est réalisée au moyen de filtres de pertes de charge (i.e deux filtres côté haute vitesse et neuf filtres côté basse vitesse). Trois bandes rugueuses de 50 mm de large sont placées à 412 mm du bord de fuite de la plaque séparatrice afin de déclencher la turbulence.

Le réglage de la vitesse de la soufflerie est vérifié au moyen de tubes de Pitot placés côté haute vitesse et côté basse vitesse en entrée de la veine d'essai. Les mesures de pression totale P_0 et de pression statique P_∞ sont reliées à des capteurs de pression différentielle qui fournissent la pression dynamique. Ces capteurs sont de marque Lucas Nova Sensor NPH. La gamme de fonctionnement est de $-2\,500$ Pa à $+2\,500$ Pa, ce qui correspond à une tension délivrée par les capteurs allant de -5 V à $+5$ V. Les capteurs peuvent supporter jusqu'à quatre fois la pression maximale $2\,500$ Pa. La loi d'étalonnage est linéaire. Pour calculer la vitesse moyenne longitudinale U , nous appliquons la formule de Bernoulli isentropique (cf. Eq. 4.1).

$$U^2 = \frac{2\gamma RT}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{P_0}{P_\infty}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right), \quad (4.1)$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques ($\gamma = 1,4$ pour l'air), R la constante des gaz parfaits pour l'air $R = 287 \text{ m}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$, T la température absolue de l'air (en Kelvin).

Afin d'effectuer la mesure de la température de l'écoulement, nous disposons d'un thermocouple de type K dont la sensibilité est de $0,045 \text{ V}/^\circ\text{C}$. Le thermocouple est installé dans la veine d'essai en aval de l'écoulement étudié. L'erreur sur la mesure de pression est

de 0,1%. La précision sur la température est de 0,5°C pour une température de 273 K. En considérant l'équation 4.1, on obtient une précision sur la vitesse de l'ordre de 0,13%.

4.2 Repère de l'étude

Le repère de l'écoulement de couche de mélange - sillage utilisé dans la suite du document est présenté sur la figure 4.2.

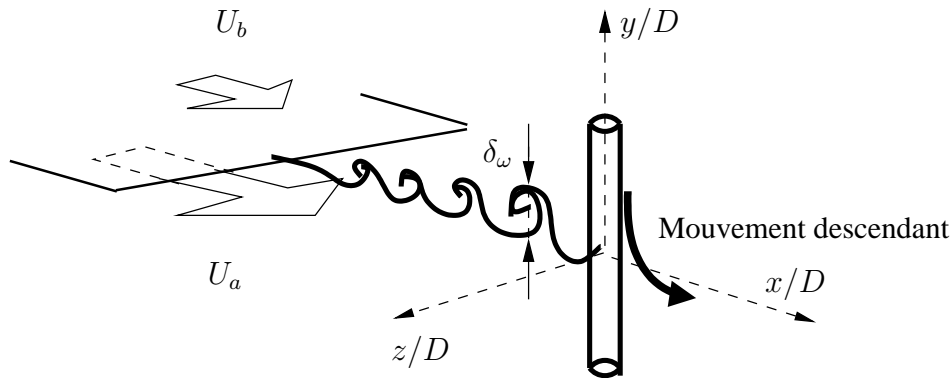


FIG. 4.2 – Repère de l'écoulement couche de mélange - sillage.

L'origine du repère est située sur l'axe du barreau cylindrique au niveau de la plaque de séparation de la couche de mélange. Il est composé des axes définis comme suit :

- l'axe (x) représente la direction de l'écoulement moyen ;
- l'axe (y) représente la direction perpendiculaire à la plaque de séparation de la couche de mélange et parallèle à la génératrice du cylindre ;
- l'axe (z) représente la direction parallèle à la plaque de séparation, correspondant à l'axe des tourbillons primaires de la couche de mélange.

Afin de limiter l'influence de l'effet d'extrémité du cylindre des plaques de garde sont utilisées (Stansby, 1974). Elles sont rectangulaires de $8D$ de long, $7D$ de large. On note X_a la distance entre l'axe du cylindre et le bord d'attaque de la plaque et $X_f = 3,5D$ la distance entre l'axe du cylindre et le bord de fuite de la plaque.

4.3 Première campagne de mesures

Pour cette première campagne, qui a été menée pour étudier l'influence de Re , L/D et β , des mesures par anémométrie fil chaud et de pression pariétale sont réalisées. Pour chacune de ces méthodes de mesure, le matériel utilisé est décrit. Puis, on présente les différentes configurations expérimentales qui ont permis la réalisation de cette étude paramétrique.

4.3.1 Anémométrie fil chaud

a - Principe

Le principe de l'anémométrie fil chaud consiste à placer un fil fin, chauffé électriquement, dans un écoulement. Il est placé dans une branche d'un pont de Wheatstone, la température du fil étant maintenue constante par un asservissement (CTA Constant Temperature Anemometry). La puissance nécessaire pour la régulation est liée aux transferts de chaleur par convection autour du fil, et donc à la vitesse de l'écoulement normal à celui-ci. Les anémomètres utilisés sont modulaires T.S.I. 1750, intégrés par les soins du laboratoire : alimentation, générateurs de signaux tests, indicateur de casse de fil, protection contre les surchauffes parasites. Le coefficient de surchauffe appliqué est élevé (de l'ordre de 0,8), afin de diminuer la sensibilité du fil à la température de l'écoulement.

On peut montrer que dans ce cas, la tension $e(t)$ délivrée par l'anémomètre est reliée à la valeur instantanée de la composante de vitesse normale au fil (vitesse de refroidissement), u_r , par la relation de type King (King, 1914) :

$$e^2(t) = a + b u_r^n(t). \quad (4.2)$$

Les coefficients a, b et n de cette relation doivent être déterminés par un étalonnage.

En utilisant la relation 4.2, on peut obtenir l'expression de la vitesse moyenne suivante :

$$U = \left(\frac{\bar{e}^2 - a}{b} \right)^{1/n}. \quad (4.3)$$

On peut en déduire une loi linéarisée (cf. Eq. 4.4) obtenue à l'aide d'une hypothèse de "petites fluctuations" et de la dérivée logarithmique de l'équation 4.3.

$$\frac{u}{U} = \frac{2}{n} \cdot \frac{\bar{e}e'}{\bar{e}^2 - a}. \quad (4.4)$$

On accède ainsi à une estimation de la vitesse moyenne U et de l'intensité turbulente $\sqrt{u'^2}/U$ par simple mesure des composantes \bar{e} et RMS de la tension $\sqrt{e'^2}$ délivrée par l'anémomètre. Ainsi, pour les mesures des longueurs de formation L_f qui ne nécessitent que la mesure de la position du maximum de fluctuation et non une mesure de sa valeur, seules les tensions du signal sont acquises. Pour les autres mesures, les coefficients a, b et n de la loi relation 4.2 sont obtenus par étalonnage *in situ* dans la soufflerie.

Dans cette étude un fil chaud droit, qui intègre les composantes de vitesse normale au fil, est utilisé. L'élément sensible du fil est soudé entre deux broches rigides. Il est constitué de Tungstène recouvert d'une fine couche de platine pour éviter son oxydation. Il possède un diamètre de $2,5 \mu\text{m}$ et une longueur de $0,5 \text{ mm}$.

b - Chaîne d'acquisition

Une chaîne d'acquisition ETEP a été utilisée afin de numériser les signaux de tension délivrés par les anémomètres fil chaud. Cette chaîne possède les caractéristiques suivantes :

- 40 voies de résolution 16 bits ;
- dynamique des signaux d'entrée ± 5 Volts ;
- les voies sont paramétrables indépendamment en gain ;
- conversion de type $\sum \Delta$ avec filtrage anti-repliement ;
- fréquence d'échantillonnage paramétrable pour chaque voie ;
- des durées très longues d'enregistrement peuvent être obtenues par un stockage en temps réel (DMA) sur un disque dur de 9 Go.

Pour l'utilisation qui nous concerne, seule 1 voie est utilisée. On estime les échelles spatiales de notre écoulement variant de $2D$ à $10D$. On peut ainsi à l'aide de l'hypothèse de Taylor (cf. Eq. 6.2) estimer la fréquence caractéristique du passage des structures comme variant de 100 Hz à 925 Hz. La fréquence d'échantillonnage, choisie de l'ordre de 50KHz, permet la résolution des échelles temporelles de notre écoulement. De plus, on prend un temps d'acquisition de deux minutes pour la réalisation des spectres, assurant ainsi une intégration temporelle sur un temps correspondant à un nombre de lâchers tourbillonnaires de l'ordre de 18 000 côté basse vitesse (pour $D = 15$ mm).

4.3.2 Mesures pariétales

Afin de mesurer les pressions pariétales $P(y)$ le long du barreau, des trous sont distribués suivant l'envergure pour les deux cylindres de diamètre $D = 8$ mm et $D = 15$ mm. Ces trous sont reliés à un capteur unique mis en communication avec un capteur différentiel par un système de distribution automatisé. Le barreau tourne autour de son axe permettant la mesure de la pression pour un angle θ , $P(\theta)$. Une prise de pression statique de référence est placée sur les parois de la soufflerie en amont de l'obstacle (P_∞). Le capteur différentiel de marque Lucas Nova sensor permet la mesure de $P(y, \theta) - P_\infty$. La gamme de fonctionnement de celui-ci est de 2 500 Pa. L'erreur de mesure est de 0,1% sur la pression.

4.3.3 Paramètres de l'étude

Avant toute étude de l'écoulement complet d'interaction couche de mélange - sillage, les caractéristiques de la couche de mélange seule doivent être déterminées puisque le barreau est positionné en fonction de l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange. On choisit la position longitudinale x/D de manière à ce que l'épaisseur de vorticité soit proportionnelle au diamètre du barreau ($\delta_w/D = \alpha$, où α est le coefficient de proportionnalité que l'on fait varier). Avant toute introduction du barreau, il convient donc de vérifier que l'on se trouve bien en présence d'une couche de mélange plane turbulente en région de similitude, avec en particulier une évolution linéaire de l'épaisseur de vorticité. A partir de cette dernière grandeur, sont déterminées les positions longitudinales du barreau, où les études seront menées.

a - Positionnement du barreau :

Les grandeurs dimensionnantes (cf. §2.1.1) de la couche de mélange sont calculées par un ajustement des données acquises par anémométrie fil chaud avec la courbe théorique de l'évolution de la vitesse longitudinale (cf. Eq. 2.5).

L'homogénéité suivant la direction transversale (z) est quantifiée par l'évolution transversale de l'épaisseur de vorticité $\delta_w(z)$. On obtient ainsi une précision de 0,1%. L' tat de similitude de la couche de mélange sans la présence du barreau est vérifié par la superposition de douze profils de la vitesse moyenne longitudinale et de dix profils de taux de turbulence (cf. Fig. 4.3 et 4.4). Il est ainsi possible de conclure quant à la présence d'une couche de mélange plane turbulente dont la similitude débute d s $x_{bf} = 116$ mm pour le champ de vitesse et à partir de $x_{bf} = 290$ mm pour les grandeurs fluctuantes.

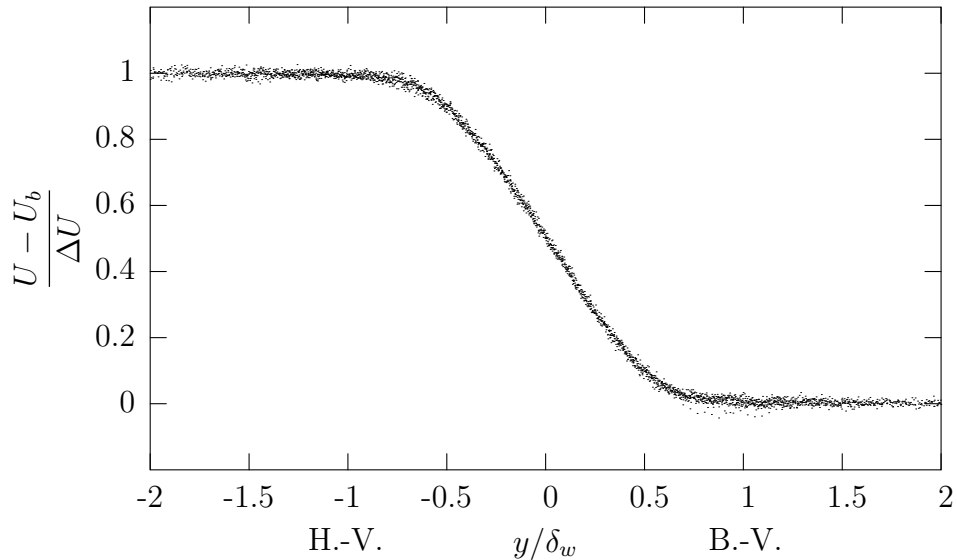


FIG. 4.3 – Superposition de douze profils de vitesse moyenne longitudinales mesurées au fil chaud droit, dans la région de similitude de la couche de mélange pour : $116 \text{ mm} < x_{bf} < 966 \text{ mm}$

En particulier, l'évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité ($d\delta_w/dx$) vaut 0.037. Ceci mène à un paramètre d'expansion de $\sigma \simeq 48$ qui est consistant avec les résultats de (Sabin, 1965). Trois positions du barreau sont choisies pour cette étude et représentées sur la figure 4.5 en fonction de l'évolution de l'épaisseur de vorticité.

b - Coefficient de raideur :

A partir du barreau ainsi positionné, on cherche à définir un paramètre de cisaillement pour notre écoulement, afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux trouvés pour des écoulements de sillage perturbés suivant l'envergure par un écoulement incident uni-

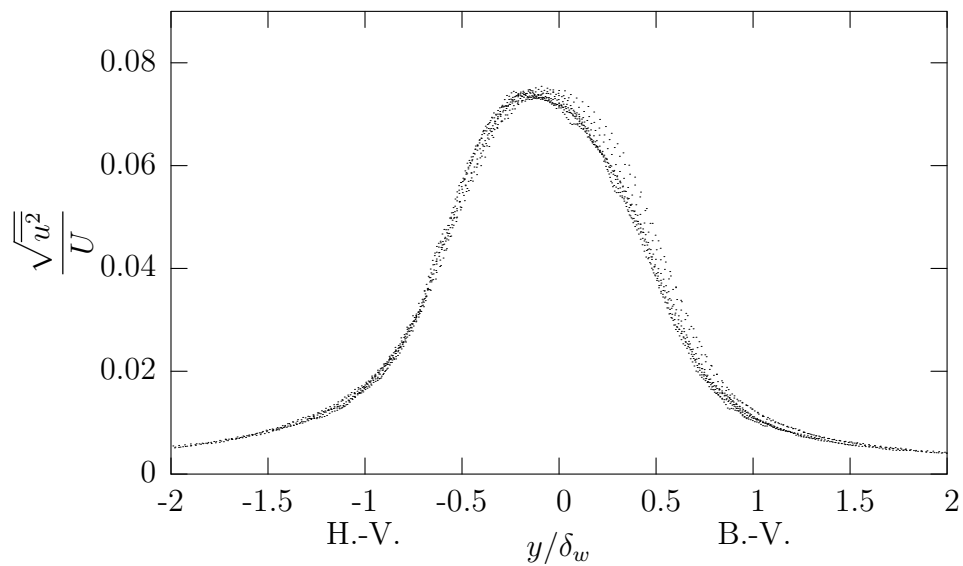


FIG. 4.4 – Superposition de dix profils de taux de turbulence longitudinales, mesurées au fil chaud droit, dans la région de similitude de la couche de mélange pour : $290 \text{ mm} < x_{bf} < 1040 \text{ mm}$

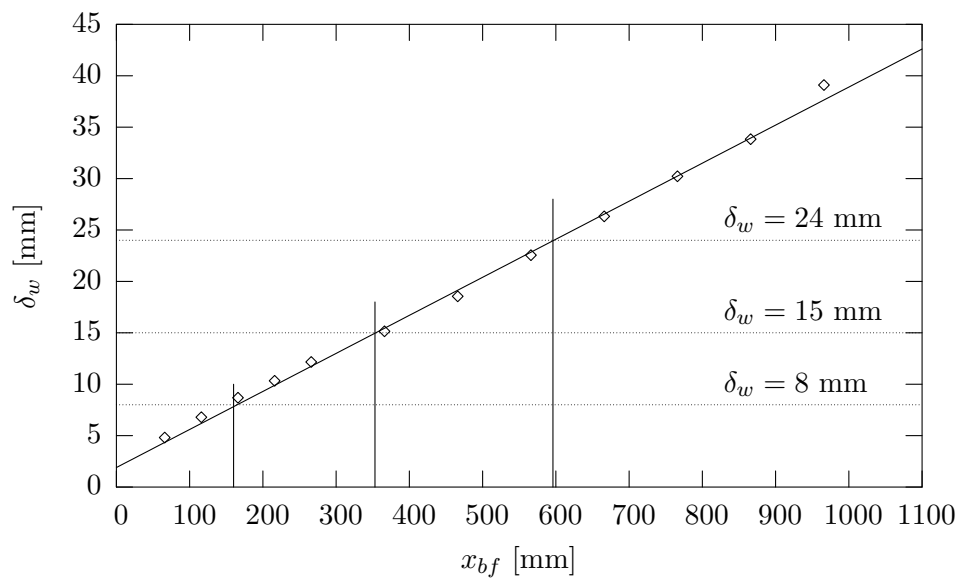


FIG. 4.5 – Evolution longitudinale de l'épaisseur de vortacité et positions longitudinales du barreau où : $x_{bf}(\delta_w = 8 \text{ mm}) = 160 \text{ mm}$, $x_{bf}(\delta_w = 15 \text{ mm}) = 350 \text{ mm}$ et $x_{bf}(\delta_w = 24 \text{ mm}) = 590 \text{ mm}$.

formément cisailé. Généralement pour ce type d'écoulement on définit (cf. §2.2.2) :

$$\beta = \frac{D}{U_m} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{max}. \quad (4.5)$$

Ainsi, à partir de la définition de l'épaisseur de vorticité :

$$\delta_w = \frac{\Delta U}{\left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{max}}, \quad (4.6)$$

le coefficient de raideur (ou paramètre de cisaillement) de l'écoulement d'interaction couche de mélange - sillage peut être défini comme suit (avec $U_m = U_c$ pour notre écoulement)¹ :

$$\beta = \frac{2\lambda}{\alpha} \quad (4.7)$$

c - Récapitulation des paramètres de l'étude : Re_m , L/D et β

Pour l'étude paramétrique, on choisit d'étudier deux nombres de Reynolds basés sur la vitesse de convection ($Re_m = (U_c D)/\nu$), deux rapports d'aspect (L/D), et cinq cisaillements différents (β). La variation du paramètre β peut être obtenue par les méthodes suivantes :

- la première consiste à changer le rapport de vitesse r et ainsi changer λ (cf. Eq. 4.7). Cette méthode a été exclue dans notre étude en raison de la nécessité de déterminer les caractéristiques de la couche de mélange (homogénéité, état de similitude, lois d'évolutions) pour chaque rapport de vitesse r . On travaille donc à r constant ;
- la deuxième consiste à déplacer le barreau par rapport à la couche de mélange. En conséquence, en augmentant x , on augmente α et on diminue le cisaillement ;
- la troisième consiste à changer le diamètre du barreau (D). Cette dernière méthode entraîne simultanément une variation du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect.

En conclusion, pour une couche de mélange donnée, trois positions du barreau par rapport à la couche de mélange sont étudiées, pour deux diamètres de cylindre différents, ce qui conduit à l'étude des paramètres suivants (résumés dans le tableau 4.1) :

- le rapport d'aspect : L/D (A1/B4, A1/B2),
- le nombre de Reynolds : Re (B2/B4, A1/B2),
- le cisaillement par le déplacement du barreau par rapport à l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange : $\delta_w/D = \alpha$ ou de manière équivalente $\beta = 2\lambda/\alpha$ (A1/A2/A3, B1/B2/B3),

¹ $\beta = \frac{\Delta U D}{U_c \delta_w} = \frac{2\lambda D}{\delta_w} = \frac{2\lambda}{\alpha}$

$D \backslash \delta_\omega$	8	15	24	15 ^a	
8	$Re_m = 7\,920$ $\beta = 0.42$ $L/D \simeq 34$	$Re_m = 7\,920$ $\beta = 0.22$ $L/D \simeq 34$	$Re_m = 7\,920$ $\beta = 0.14$ $L/D \simeq 34$	néant	A
15	$Re_m = 14\,850$ $\beta = 0.8$ $L/D \simeq 18$	$Re_m = 14\,850$ $\beta = 0.42$ $L/D \simeq 18$	$Re_m = 14\,850$ $\beta = 0.26$ $L/D \simeq 18$	$Re_m = 7\,500$ $\beta = 0.42$ $L/D \simeq 18$	B
	1	2	3	4	

^aCette colonne correspond à Heitz (1999)

TAB. 4.1 – Paramètres de l'étude pour une configuration de couche de mélange donnée : $U_a = 18$ m/s, $U_b = 11,7$ m/s soit $r = 0,65$

4.3.4 Grandeurs mesurées

Pour chacune des configurations décrites plus haut, les grandeurs moyennes de longueur de formation L_f , du coefficient de pression local C_{pbl} , du coefficient de traînée C_D et du nombre de Strouhal St , sensibles à l'organisation des tourbillons derrière l'obstacle, sont acquises et décrites ci-dessous. On note que pour notre écoulement, contrairement à l'écoulement de sillage uniforme, les grandeurs évoluent suivant l'envergure du cylindre (y). Elles sont donc mesurées et définies en fonction de cette direction.

a - Nombre de Strouhal : $St(y)$

Le nombre de Strouhal permet de quantifier la fréquence du lâcher tourbillonnaire de l'allée de von-Kàrmàn pour les écoulements de sillage (cf. §2.3). De la même manière que Heitz (1999), les mesures du spectre de fréquence sont obtenues par un fil chaud droit orienté parallèlement à la génératrice du cylindre dans les couches cisailées détachées de l'obstacle (i.e. $z/D = 1$ et $x/D = 2$). Le nombre de Strouhal peut être calculé par la relation suivante :

$$St(y) = \frac{fD}{U_l(y)}, \quad (4.8)$$

où $U_l(y)$ est la vitesse moyenne longitudinale locale définie par le profil de l'écoulement incident (i.e. le profil de la couche de mélange).

b - Longueur de formation : $L_f(y)$

Pour déterminer la longueur de la zone de formation, on utilise le critère proposé par Bloor & Gerrard (1966) : $L_f(y)$ est définie par la position du maximum de la courbe de fluctuation de vitesse sur l'axe du cylindre. Pour accéder à cette grandeur, la sonde de fil chaud droit est positionnée parallèlement à l'axe du cylindre (direction y), en $z/D = 0$. De cette façon elle est sensible aux composantes de vitesse situées dans le plan normal à

la direction y . Puis, on balaie la direction longitudinale x , à y constant, afin de mesurer l'évolution de la fluctuation de vitesse dans l'axe du cylindre. Le maximum de cette courbe fixe la fin de la zone de formation.

c - Coefficient de traînée : $C_D(y)$

Le coefficient de traînée est une valeur couramment calculée dans la littérature puisqu'il représente le coût à vaincre en aérodynamique. Il est obtenu dans les sillages classiques par une mesure de pression pariétale autour du barreau à mi-envergure. Dans notre écoulement il est défini comme suit :

$$C_D(y) = \int C_p(y, \theta) \cos \theta \, d\theta, \quad (4.9)$$

où θ est l'angle autour du barreau, $\theta = 0^\circ$ au bord d'attaque du barreau. $C_p(y, \theta)$ est le coefficient de pression mesuré autour du cylindre, défini par la relation :

$$C_p(y, \theta) = \frac{P(y, \theta) - P_\infty}{P_a}, \quad (4.10)$$

ici P_a est la pression au bord d'attaque du cylindre, $\theta = 0^\circ$.

d - Coefficient de succion : $-C_{pbl}(y)$

Le coefficient de succion est défini par l'opposé de la valeur du coefficient de pression au culot du cylindre ($\theta = 180^\circ$) :

$$-C_{pbl}(y) = -\frac{P(y) - P_\infty}{P_a} \quad (4.11)$$

4.4 Deuxième campagne de mesures

Afin de réaliser une POD3D-2C spatiale, deux plans PIV2D-2C sont acquis simultanément pour 231 configurations (cf. §4.4.9). Une première expérience de faisabilité non décrite ici, réalisée sur une couche de mélange turbulente, a permis de mettre en évidence deux points à prendre en compte par la suite :

- Une dérive du rapport de vitesse a été observée. En première hypothèse, elle fut attribuée à l'encrassement des filtres de perte de charge par les particules d'ensemencement, hypothèse confirmée plus tard lors du changement des filtres !
- Les particules d'ensemencement de fumée de spectacle se sont avérées mal adaptées au maintien de la polarisation.

Quoiqu'il en soit, les échelles spatiales de longueur des corrélations en deux points (noyau de la POD, Eq. 3.12) ont pu être retrouvées. En conséquence, l'acquisition de

deux plans PIV est pertinent pour la mesure des corrélations pour l'écoulement complet d'interaction couche de mélange-sillage.

Afin de minimiser la variation du rapport de vitesse, la durée de la campagne de mesures a été optimisée. De plus, la haute et la basse vitesse de la couche de mélange ont été contrôlées en continu au moyen de tubes de Pitot placés en amont de l'écoulement, permettant de quantifier une augmentation du cisaillement limitée à 5% entre le début et la fin de l'expérience. Pour ce qui concerne la polarisation, des particules d'huile d'olive ont été utilisées. Elles se sont avérées très adaptées à la séparation des plans lumineux par polarisation (cf. §4.4.5).

4.4.1 Paramètres de l'étude

Pour cette expérience, les caractéristiques de la couche de mélange sont identiques à celles de l'étude paramétrique (cf. §4.3.3). Le barreau de diamètre $D = 8$ mm est placé à la position longitudinale qui correspond à $\delta_w/D = 1$ soit à un paramètre de cisaillement $\beta = 0,42$ (cf. Tab. 4.1, A1). Le domaine de mesure est situé dans la région proche du cylindre (le début des plans PIV est situé à $0,9D$ de l'axe du cylindre). Il est de taille $L_x \times L_y \times L_z = 10D \times 7D \times 8D$, pour un nombre total de points $N_{tot} = N_x \times N_y \times N_z = 45 \times 27 \times 21$. Les paramètres de l'étude sont résumés dans le tableau 4.2.

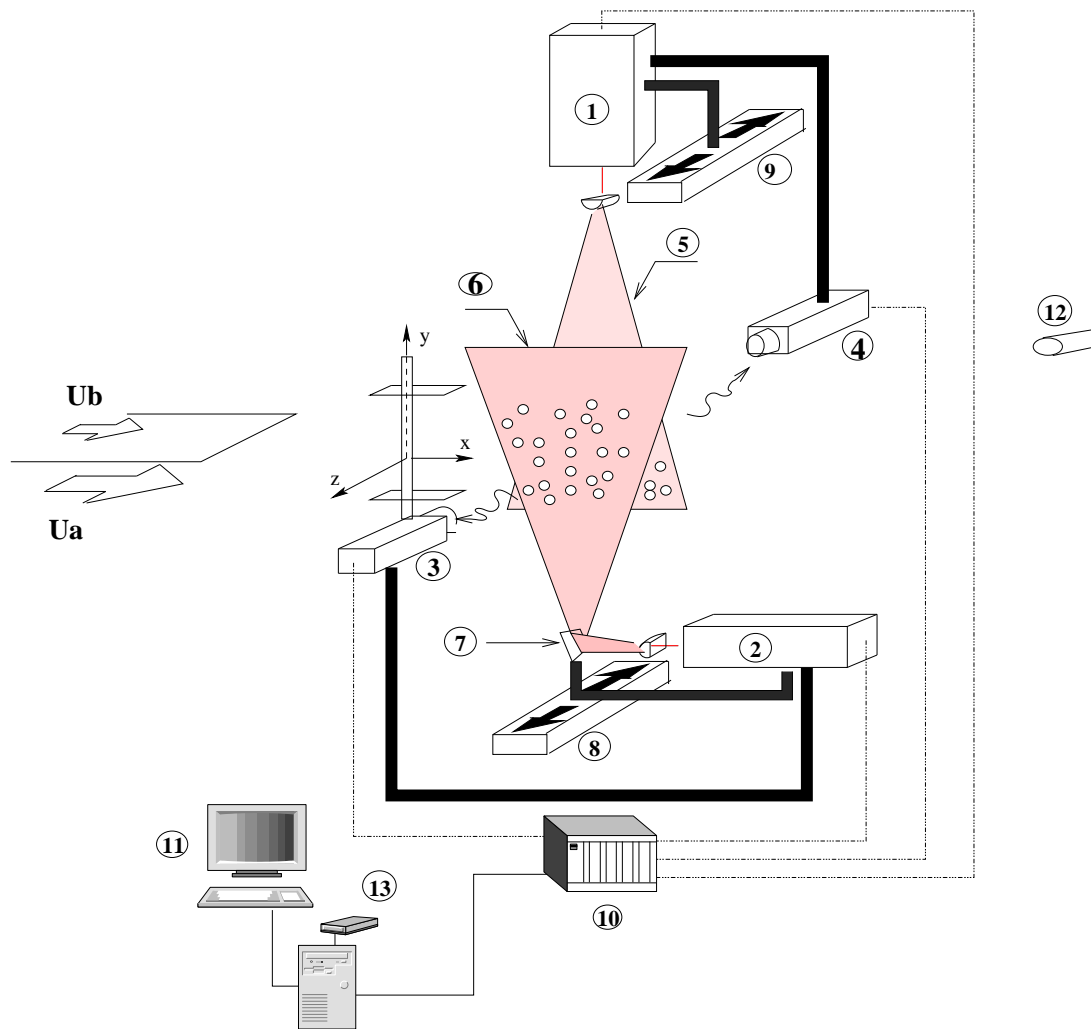
D	8	[mm]
L/D	34	
U_a	18	[m/s]
U_b	11.7	[m/s]
$Re_m = U_m D / \nu$	7 920	
$L_x \times L_y \times L_z$	$10D \times 7D \times 8D$	
$N_x \times N_y \times N_z$	$45 \times 27 \times 21$	

TAB. 4.2 – Paramètres de l'écoulement de couche de mélange - sillage pour les mesures PIV "Multiplans".

4.4.2 Composants de la chaîne d'acquisition

Les mesures PIV sont réalisées avec les matériels suivant :

- **ensemencement** : des particules d'huile d'olive ($\simeq 1\mu\text{m}$ de diamètre) (cf. Fig. 4.6 (12)) ;
- **illumination** : deux lasers Nd :Yag (Quantel et NewWave) $T_p = 20$ Hz de 30 mJ par pulse, $\lambda_l = 532\text{nm}$ (cf. Fig. 4.6 (1) et (2)) ;
- **enregistrement** : deux caméras Kodak CCD type (700) de 789×468 pixels et 8 bits de rang dynamique (cf. Fig. 4.6 (3) et (4)), équipées de filtres polarisants ;
- **évaluation des vecteurs vitesses** : le processeur FlowMap de chez Dantec (cf. Fig. 4.6 (10)) ;
- **post-traitement** : un PC muni du logiciel FlowMap (cf. Fig. 4.6 (11)) ;



- | | | | |
|-----|---|-----|-------------------------|
| 1 | Laser Quantel (20 Hz, 2×30 mJ) | 8 9 | Systèmes de déplacement |
| 2 | Laser NewWave (20 Hz, 2×30 mJ) | 10 | Processeur FlowMap |
| 3 4 | Caméras CCD (munis de filtres polarisant) | 11 | PC |
| 5 6 | Plans lasers | 12 | Ensemencement aval |
| 7 | Miroir | 13 | Disque dur externe |

FIG. 4.6 – Schématisation du montage expérimental de l'expérience PIV "Multiplans".

Le choix des différents éléments de la chaîne de mesure dépend des phénomènes observés, mais aussi du matériel disponible (cf. §3.1). On note en particulier que la cadence des caméras CCD (15 Hz) ne nous permet pas une résolution temporelle des mesures (i.e. le temps entre deux enregistrements d'image est bien supérieur à l'évolution temporelle des grandes échelles de l'écoulement²).

Pour diffuser les particules d'huile d'olive, on utilise un générateur conçu au LEA, qui utilise une pressurisation et une plaque impactante pour homogénéiser la taille, la forme et la distribution de celles-ci. De plus, l'ensemencement est placé en aval de l'écoulement obligeant les particules à parcourir tout le circuit aérodynamique de la soufflerie avant d'arriver dans le domaine de mesure.

4.4.3 Choix des paramètres de mesures PIV

Pour cette étude, 231 configurations sont nécessaires au remplissage du noyau POD3D-2C (cf. §4.4.9). De plus le temps d'acquisition doit être optimisé pour limiter la dérive du rapport de vitesse de la couche de mélange. En conséquence il est choisi de se placer dans des conditions classiques d'utilisation de la PIV. Le déplacement est ainsi évalué à partir des fenêtres de corrélation 32×32 pixels² pour 50% de recouvrement. Les images des particules sont définies sur 2 à 3 pixels comme préconisé par Westerweel (2000). Ceci permet de limiter l'effet du "peak-locking" de l'algorithme "sub-pixel" (interpolation gaussienne) du processeur Flowmap.

Il reste à déterminer les paramètres en relation avec l'écoulement étudié : la taille du domaine de mesure, sa résolution, le temps entre les deux images de corrélations et le nombre de réalisations nécessaires pour obtenir une convergence statistique suffisante des grandeurs turbulentes.

a - Taille du domaine et résolution spatiale :

Cette étude s'intéresse plus particulièrement à la région proche du cylindre, ainsi, le début des plans PIV2D-2C est positionné à 0.9D de l'axe du barreau. Les limites du volume de mesure doivent se situer en dehors de la région d'interaction. De plus, la résolution doit être suffisante pour la description des grandes échelles spatiales étudiées ici. Un compromis est donc nécessaire entre la taille du domaine et sa résolution.

i - Taille du domaine :

Les limites du domaine de mesure nécessaires à la première contrainte sont évaluées à partir de l'analyse réalisée par Heitz (1999). Ceci conduit à la définition du domaine suivant :

- dans la direction x et y , les plans PIV2D-2C ont une taille donnée par $L_x \times L_y = 10D \times 7D$,
- dans la direction transversale (z), le domaine de mesure, défini par la distance entre les plans PIV2D-2C acquis aux extrémités de cette direction, est de taille $L_z = 8D$.

²Il faudrait au moins $f \simeq 1000\text{Hz}$ pour obtenir une résolution temporelle suffisante.

ii - Résolution :

Pour notre écoulement on estime les échelles spatiales de l'ordre de $2D$ à $5D$. On choisit une résolution de $dx \simeq 0,2D$ et $dy \simeq 0,25D$ dans les plans PIV. Dans la direction transversale, la résolution, définie par la distance entre les plans PIV2D-2C, est choisie variable à mesure que l'on s'approche de la zone d'interaction, soit $dz \simeq 2$ dans la zone d'interaction et $dz \simeq 0,5D$ dans la zone de la couche de mélange. Ceci permet de limiter le nombre de configurations à acquérir.

b - Δt :

Le choix du temps Δt entre les deux expositions est dicté par la vitesse de l'écoulement. Il convient de trouver un compromis entre un temps grand pour obtenir un déplacement cohérent et un temps petit pour ne pas perdre toutes les particules présentes lors de la première exposition. On choisit un temps entre les pulses laser de manière à parcourir 20 à 30 % de la fenêtre de corrélation comme préconisé par Keane & Adrian (1990). Soit, pour une fenêtre de corrélation 32×32 , cela revient à parcourir $d_{pixels} = 10$ pixels, ainsi pour une vitesse maximale de $U_a = 18$ m/s, le temps³ nécessaire entre les deux pulses laser est de $50\mu s$.

c - Nombre de réalisations :

Le choix du nombre de réalisations est fonction de l'erreur minimale que l'on veut obtenir sur les moments d'ordre 2, celle-ci diminuant lorsque l'on augmente le nombre de réalisations. L'intervalle de confiance de l'erreur des moments d'ordre 2 est donné, pour une distribution des mesures suivant une loi Gaussienne, par la distribution χ^2 définie pour N degrés de libertés (Bendat & Piersol, 1986). Afin de minimiser le temps d'acquisition de la campagne, un intervalle de confiance de l'erreur de 5% est choisi menant à un nombre de réalisations de $N = 380$.

Les figures 4.7 a)-d) présentent la convergence des moments d'ordre 1 (champ moyen U et V) et des moments d'ordre 2 (tension de Reynolds uu , vv) à différents endroits de l'écoulement, obtenue pour 380 réalisations.

Le nombre de réalisations défini est trouvé suffisant, d'autant qu'un gain faible de la précision implique d'augmenter considérablement le nombre de réalisations. Par exemple, si on choisit un intervalle de confiance de l'erreur de 1%, 14 500 réalisations sont nécessaires.

4.4.4 Description des acquisitions

Pour chaque configuration :

- l'écoulement estensemencé par des particules d'huile d'olive en aval de la veine d'essai. L'image des particules est vérifiée à l'aide d'un moniteur vidéo ;
- deux plans PIV2D-2C perpendiculaires à la plaque de séparation de la couche de mélange (plan $x - y$) et parallèles entre eux sont acquis simultanément ;

³ $\Delta t = d_{mm}/U_a = (L_x/N_{cx}) \cdot d_{pixel}/U_a$, avec $N_{cx} = 789$ la résolution de la caméra en x

- l'ensemencement, réalisé manuellement, n'a pas permis que la mesure soit automatisée. Toutefois le déplacement l'a été : entre chaque acquisition, les deux paires "caméra-laser" ont été conjointement déplacées suivant l'axe z de manière indépendante par un système de déplacement commandé à l'aide du logiciel Labview ;
- les synchronisations⁴, le calcul des corrélations et l'évaluation des vecteurs ont été réalisés par le processeur FlowMap ;
- les champs de vecteurs ont été transmis ensuite vers un PC comportant le logiciel FlowMap. Ce dernier permet une visualisation et un post-traitement des deux séquences de champ de vitesse ;
- enfin, les données ont été stockées sur un disque dur externe SCSI de 40 Goctets.

Au final la campagne d'acquisition a été stockée⁵ sur environ 20 Goctets pour près de 150 heures de mesures.

4.4.5 Séparation des deux plans PIV

Pour la séparation de la lumière émise par les deux plans lasers proches l'un de l'autre, plusieurs solutions sont possibles : utilisation de fréquences d'émission laser différentes (Brücker, 1996), utilisation de la profondeur de champ de la caméra ou l'utilisation de la polarisation de la lumière Raffel *et al.* (2000). Pour notre cas, où les deux plans sont superposés sur vingt et une positions, la polarisation de la lumière a été choisie. Les deux lasers sont initialement polarisés dans la même direction, chaque faisceau est ensuite transformé en un plan fin (inférieur à 1 mm) par une lentille semi-cylindrique. Un miroir (cf. Fig. 4.6 (7)) est placé pour changer l'orientation et la polarisation d'un des plans laser. En équipant chaque caméra d'un filtre polarisant correspondant à un plan laser, le système est capable de capturer des images indépendantes de l'écoulement.

Afin de vérifier l'efficacité de la polarisation, les caméras sont positionnées pour voir un des plans laser et l'autre est éteint (et inversement). Un moniteur vidéo permet de visualiser l'image des particules de la caméra correspondant au laser éteint. Les N_z configurations de superposition des plans lasers ont montré une image totalement noire de l'écoulement et ainsi une parfaite séparation de la lumière de chaque plan laser. De plus, le champ de vecteurs correspondant à l'image du laser éteint, visualisés en direct par le logiciel FlowMap, ne comporte que des vecteurs faux.

4.4.6 Alignement des caméras et des plans lasers

Les deux caméras, solidaires chacune d'un laser, sont placées de chaque côté de la section test. Les caméras doivent être positionnées de manière à ce que la profondeur de champ et le grandissement du système optique soient aussi identique que possible. Chaque caméra est fixée sur un montage en translation dans la direction z permettant ainsi la réduction des degrés de liberté et une précision de 1/10 de mm pour le déplacement. L'alignement des deux axes de translation entre eux et par rapport à la soufflerie est

⁴De la caméra avec le laser de chaque paire "caméra-laser" individuelle et entre les paires

⁵seuls les champs de vecteurs ont été stockés

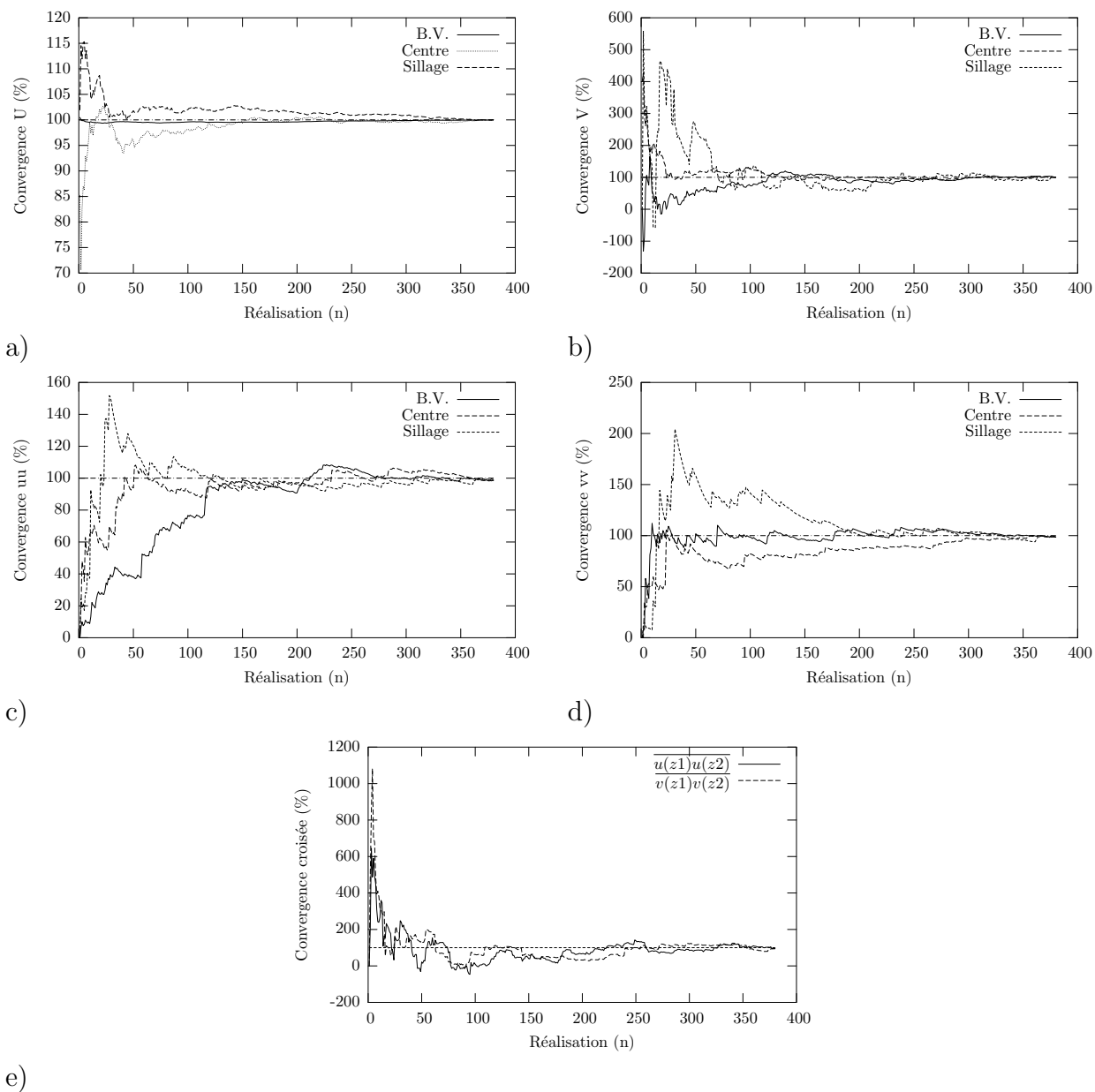


FIG. 4.7 – Convergence statistique des champs moyens U et V a) et b) et des tensions de Reynolds \overline{uu} et \overline{vv} c) et d) pour $N = 380$ réalisations. “B.V.” correspond à la position $(10D; 3D; -4D)$, “Centre” correspond à la position $(10D; 0D; 0D)$ et “Sillage” correspond à la position $(10D; 0D; 1, 25D)$. e) représente la convergence statistique de la corrélation \overline{uu} et \overline{vv} entre deux champs PIV2D à des positions différentes en z , $(10D; 0D; z1 = 2, 25D)$ et $(10D; 0D; z2 = 1, 75D)$

réalisé par l'utilisation d'une cible placée dans la soufflerie. Cette cible représente un plan quadrillé et est placée perpendiculairement au plancher de la soufflerie et à la plaque de séparation de la couche de mélange dans la veine d'essais. Les plans lasers sont alignés sur cette cible l'un après l'autre sur une même position. Chaque caméra étant jointe au laser par système d'équerrage, la perpendicularité entre le plan laser et la caméra est assurée. L'image de la cible peut être visualisée et son quadrillage permet de quantifier l'alignement et l'agrandissement optique. Il faut noter toutefois qu'il est pratiquement impossible d'ajuster parfaitement les caméras, une simple rotation des rangées de pixels par rapport au corps de la caméra non exactement reproduite par l'autre caméra empêche l'alignement parfait. Quoiqu'il en soit l'ajustement ainsi réalisé reste en dessous de 1 pixel pour une image définie sur 486 pixels soit une erreur de moins 0,2% sur la globalité de l'image.

Pour chaque position de superposition des caméras, une analyse du champ moyen et des tensions de Reynolds est réalisée. Elle permet de vérifier la superposition des lignes d'isocontour et ainsi de s'assurer du non décalage des plans l'un par rapport à l'autre lors des multiples déplacements.

4.4.7 Post-traitement

Le post-traitement des champs de vitesse est réalisé à l'aide du logiciel FlowMap. Une première validation consiste à ôter tous les vecteurs dont le RSB (rapport signal sur bruit : chapitre 3.1) est inférieur à 1,3. Une deuxième validation est basée sur la comparaison de la norme de chaque vecteur avec une borne minimale et maximale :

$$Vit_{min} < ||U_{ij}|| < Vit_{max}$$

Avec $||U_{ij}|| = \sqrt{Ux_{ij}^2 + Uy_{ij}^2}$, $Vit_{min} = 3,7\text{m/s}$ et $Vit_{max} = 36\text{m/s}$

Les champs de vecteurs obtenus en direct permettent de vérifier visuellement les vecteurs faux éliminés. Après ce post-traitement, au maximum 1% des vecteurs a été enlevés. Avant exploitation des données, les bords des plans PIV sont retirés car comportant systématiquement des aberrations.

4.4.8 Evaluation de la précision et validation

a - Précision

Outre les caractéristiques propres des divers éléments constituant la chaîne de mesure (aberrations optiques, précision de l'interpolation sub-pixel ...) les incertitudes de mesures proviennent également des conditions expérimentales (Qualité de l'ensemencement, temps entre les deux images ...).

La précision des algorithmes du logiciel Flowmap utilisé dans cette étude a été évaluée dans l'étude réalisée Callaud (2003) à partir d'une image réelle d'un écoulement ensemencé de particules solides dont le déplacement est imposé. Pour le traitement "conventionnel" réalisé ici, il trouve une résolution de l'approximation sub-pixel de $1/64$ de pixels et l'apparition de maxima locaux pour des valeurs entières de pixels traduisant l'effet de "peak locking" inhérent à l'approximation sub-pixel et aux divers biais de mesures. Pour ce qui concerne la précision liée à notre configuration d'écoulement, la densité de probabilité (DSP) des fluctuations de vitesse a été déterminée à partir d'une série de 380 champs instantanés (cf. Fig.4.8). Cette représentation montre l'existence de minima ou maxima locaux traduisant l'effet de peak-locking et permet de montrer que la turbulence est codée sur $\simeq 4$ pixels.

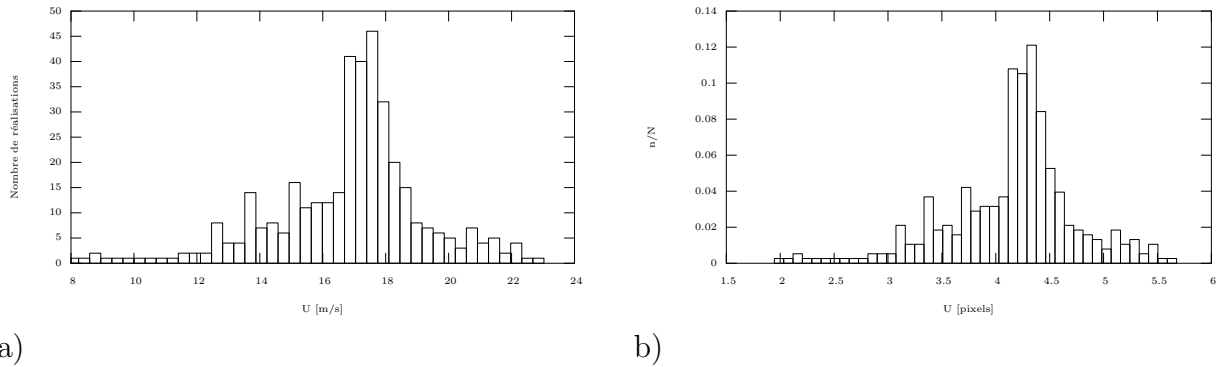


FIG. 4.8 – Densité de probabilité de la vitesse fluctuante à partir de 380 champs instantanés pour un déplacement moyen de a) $U_{moy} = 17$ m/s soit b) $U_{moy} = 4,5$ pixels.

L'incertitude de mesure peut également être calculé à l'aide de considérations statistiques. En effet Raffel *et al.* (2000) considère que la somme totale des erreurs peut être estimée par la somme d'une erreur de biais calculée par la différence entre la valeur moyenne vraie et la valeur moyenne mesurée noté ϵ_b et une erreur aléatoire ϵ_a qui correspond à la dispersion de la distribution autour de la valeur moyenne.

Dans les conditions expérimentales des mesures réalisées dans cette étude, l'erreur de biais de la vitesse est estimée à partir des mesures de référence issues des tubes de Pitot situés côté haute et basse vitesse de la couche de mélange incidente et des $N = 380$ réalisations retenues pour la moyenne d'ensemble. L'erreur entre la mesure PIV et le tube de Pitot (d'une précision de 1%) est de $\epsilon_b = 0,5$ m/s soit 2,6% de la vitesse moyenne.

L'erreur aléatoire est ici évaluée par des considérations statistiques élémentaires Bendat & Piersol (1986). On suppose que la distribution des mesures suit une loi gaussienne. En conséquence l'intervalle de confiance des mesures de la vitesse moyenne est donnée par la relation suivante :

$$U \pm \frac{t_{\alpha/2, N-1} s}{\sqrt{N}} \quad (4.12)$$

où $t_{\alpha/2, N-1}$ est la valeur critique maximale de la distribution t et s l'écart type mesuré

pour $N-1$ réalisations, donné en première approximation par $s \simeq \sqrt{u^2}$. Pour un intervalle de confiance de l'erreur à 95%, $\alpha = 0,05$ et $t_{\alpha/2, N-1} \simeq 2$ (valeur majorée). Ainsi l'erreur de mesure aléatoire de la vitesse moyenne à 95% de confiance peut être estimée par la relation :

$$U_i \pm 0,1\sqrt{u_i^2} \quad (4.13)$$

Soit, si on note $\epsilon_a(U_i)$ l'erreur aléatoire sur la vitesse moyenne à 95% de confiance, on obtient :

Positions	$\epsilon_a(U)$	$\epsilon_a(V)$
B.V., $z/D = -4$	0,009	0,003
B.V., $z/D = 0$	0,062	0,05
Centre, $z/D = -4$	0,039	0,024
Centre, $z/D = 0$	0,09	0,084
H.V., $z/D = -4$	0,012	0,05
H.V., $z/D = 0$	0,106	0,083

TAB. 4.3 – Erreur aléatoire (en m/s) à 95% de confiance du champ de vitesse moyenne pour plusieurs positions dans l'écoulement : B.V. ($(x, y) \simeq (10D, 3D)$), Centre $(x, y) \simeq (10D, -3, 5D)$ et H.V. ($(x, y) \simeq (10D, 0D)$)

Une estimation de l'erreur de l'intensité fluctuante u est donnée par l'erreur de l'écart type σ_{stat} non biaisé. L'intervalle de confiance de l'écart type σ_{stat} est défini à partir de la distribution χ^2 par la relation suivante :

$$\sqrt{\frac{(N-1)s^2}{\chi_{\alpha/2, N-1}^2}} \leq \sigma_{stat} \leq \sqrt{\frac{(N-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2, N-1}^2}} \quad (4.14)$$

où $\chi_{1-\alpha/2, N-1}^2$ est la borne supérieure de la valeur critique de la distribution χ^2 avec $N-1$ degré de liberté.

A 95% de confiance, $\chi_{1-\alpha/2, N-1}^2 = 363$ et $\chi_{\alpha/2, N-1}^2 = 457$, ainsi l'intervalle peut être estimé par la relation 4.15. Le tableau 4.4 présente l'estimation de cet intervalle pour plusieurs positions dans l'écoulement.

$$0,934 \sqrt{u_i^2} \leq \sigma_{stat} \leq 1,048 \sqrt{u_i^2} \quad (4.15)$$

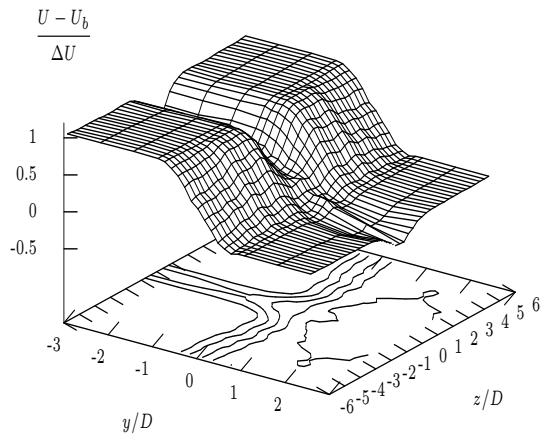
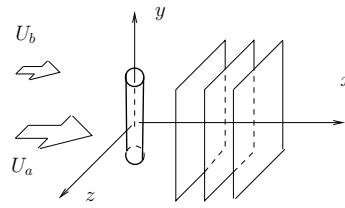
b - validation

Les principales caractéristiques de l'écoulement sont retrouvées. L'écoulement derrière le barreau est marqué par une séparation en deux sillages différents (sillage haute et basse vitesse), due à l'effet de la couche de mélange. Dans la zone de la couche de mélange

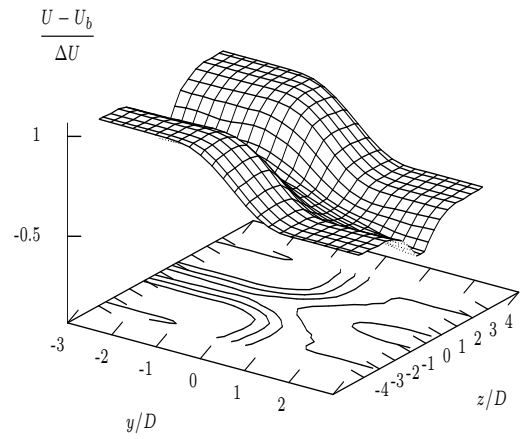
Positions	$\sqrt{u^2}$	$\sqrt{v^2}$	σ_u	σ_v
B.V., $z/D = -4$	0,09	0,03	$0,084 \leq \sigma_u \leq 0,094$	$0,028 \leq \sigma_v \leq 0,031$
B.V., $z/D = 0$	0,62	0,50	$0,57 \leq \sigma_u \leq 0,65$	$0,47 \leq \sigma_v \leq 0,52$
Centre, $z/D = -4$	0,39	0,24	$0,36 \leq \sigma_u \leq 0,41$	$0,22 \leq \sigma_v \leq 0,25$
Centre, $z/D = 0$	0,91	0,84	$0,85 \leq \sigma_u \leq 0,95$	$0,78 \leq \sigma_v \leq 0,88$
H.V., $z/D = -4$	0,12	0,50	$0,11 \leq \sigma_u \leq 0,13$	$0,47 \leq \sigma_v \leq 0,52$
H.V., $z/D = 0$	1,06	0,83	$0,99 \leq \sigma_u \leq 1,11$	$0,77 \leq \sigma_v \leq 0,87$

TAB. 4.4 – Intervalle d’erreur (en m/s) à 95% de confiance de l’intensité fluctuante, pour plusieurs positions dans l’écoulement : B.V. ($(x, y) \simeq (10D, 3D)$), Centre $(x, y) \simeq (10D, -3, 5D)$ et H.V. ($(x, y) \simeq (10D, 0D)$)

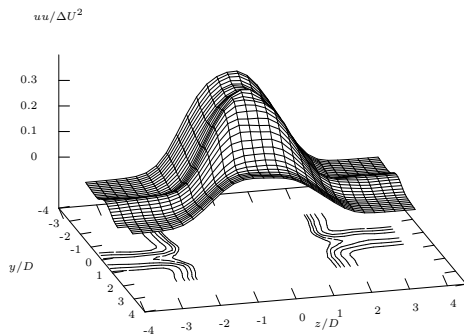
$|z/D = 4|$, on retrouve une évolution linéaire de l’épaisseur de vorticité ($d\delta_w/dx = 0.037$) de la couche de mélange seule. Dans la zone de sillage, $|y/D| > 3$ dans le plan $x - z$, les invariants du tenseurs de Reynolds sont trouvés avec une erreur relative de 3% par rapport aux mesures par fil chaud réalisées par Heitz (1999) (cf. Tab. 4.6, B4) : $(\overline{u^2})/(\overline{v^2}) = 1,5$ côté basse vitesse et 1,45 côté haute vitesse. La zone d’interaction entre le sillage et la couche de mélange, montre une forme identique et un niveau comparable des grandeurs moyennes et fluctuantes (cf. Fig. 4.4.8) par rapport aux mesures réalisées par Heitz (1999). Ces résultats sont suffisants pour valider les données PIV par rapport à la topologie et au comportement dynamique de l’écoulement, nécessaires pour les méthodes d’identification des structures.



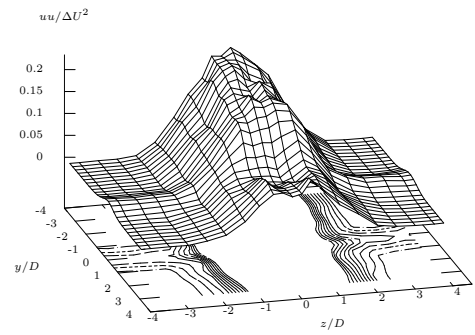
a)



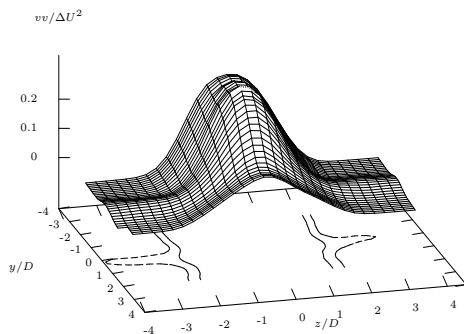
d)



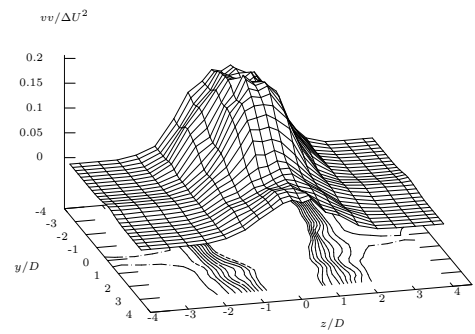
b)



e)



d)



f)

FIG. 4.9 – Comparaison des mesures par fil chaud droit et PIV dans le plan $y - z$ pour $x/D = 5$: a)-d) $(U - U_b)/\Delta U$, c)-e) $\overline{uu}/\Delta U^2$ et c)-f) $\overline{vv}/\Delta U^2$

4.4.9 Estimation du noyau POD

Ce paragraphe explique comment le tenseur des corrélations spatiales en deux points, nécessaire à la réalisation d'une POD spatiale, peut être obtenu par les expériences.

Noyau 3D

Les deux plans de $N_x \times N_y$ vecteurs sont acquis simultanément pour 231 combinaisons de $N_z = 21$ positions dans la direction transversale z . Pour chaque paire de plans PIV (p,q) (pour un couple de positions donné z, z'), un tenseur des corrélations en deux points 2D peut être calculé, noté $R_{ij}(x, y, x', y')_{pq}$, pour les deux premières composantes de la fluctuation de vitesse.

Pour $i,j=1,2$:

$$R_{ij}(x, y, x', y')_{pq} = \begin{pmatrix} R_{uu}(x, y, x', y') & R_{uv}(x, y, x', y') \\ R_{vu}(x, y, x', y') & R_{vv}(x, y, x', y') \end{pmatrix}_{pq} \quad (4.16)$$

Ensuite le tenseur des corrélations en deux points 3D, noté $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t = t' = 0)$ peut être obtenu par le balayage des différentes combinaisons possibles des deux plans PIV pour les N_z positions en z .

Pour $p, q = 1, \dots, N_z$:

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = [R_{ij}(x, y, x', y')_{pq}] \quad (4.17)$$

Finalement, le rang du tenseur des corrélations 3D-2C est de taille $N_{tot} = 2 \times N_x \times N_y \times N_z = 51\ 030$. Notons qu'en considérant les symétries block⁶ et hermitienne⁷ du tenseur des corrélations, il n'est pas nécessaire d'estimer les N_{tot} corrélations, seule la partie triangulaire supérieure (ou inférieure) du tenseur 3D est utile. Ainsi seulement $(N_z + 1) \times N_z / 2 = 231$ paires de plans PIV sont à acquérir. La POD réalisée à partir du tenseur des corrélations 3D-2C est notée POD3D-2C.

Noyau 2D

En considérant seulement les positions transversales (pour une paire de plan PIV à la même position $z = z'$), un tenseur des corrélations 2D bien plus petit peut être utilisé pour une première analyse (l'ordre de grandeur du problème à résoudre devient $2 \times N_x \times N_y$). Dans ce cas, nous appliquons indépendamment, pour chaque positions en z , ce que nous appellerons indifféremment une POD tranche (slice POD en littérature anglo-saxonne) ou POD2D-2C. Cette dernière fournit une description par zone de l'organisation

⁶ $R_{ij}(x, y, x', y')_{pq} = R_{ij}(x, y, x', y')_{qp}$

⁷Pour $i=j$: $R_{ii}(x, y, x', y') = R_{ii}(x', y', x, y)$

de l'écoulement ne tenant pas compte de l'organisation transversale. Notons que cette approche est un sous-problème du problème global 3D où seulement les blocs situés sur la diagonale (i.e. $p=q$) de $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ sont considérés (tous les blocs fournis par $p \neq q$ sont mis à zéro).

Chapitre 5

Etude de l'influence de Re , L/D et β

Bearman (1965), Tombazis & Bearman (1987), Roshko (1993) et Williamson (1995) ont montré que le nombre de Strouhal St , le coefficient de succion $-C_{pbl}$, la longueur de formation L_f et le coefficient de traînée C_D sont sensibles aux mécanismes de formation des tourbillons dans le sillage proche. En effet, plus L_f est courte plus les tourbillons et les zones de basse pression qui leurs sont associées sont proches du culot du cylindre, augmentant ainsi la valeur du coefficient de succion $-C_{pbl}$. Pour les sillages uniformes, la longueur de la zone de formation L_f représente une échelle caractéristique de longueur. Gerrard (1966) montre qu'elle devient encore plus significative lorsque l'on introduit des interférences, tels par exemple des éléments séparateurs. Le nombre de Strouhal est quant à lui représentatif de la fréquence du lâcher des tourbillons du sillage uniforme (allées de von-Kármán) mais également de toute modification de ce dernier. De plus, les différentes études menées sur les écoulements de sillage perturbés suivant l'envergure du cylindre, soit par la géométrie du cylindre soit par l'écoulement incident, montrent que pour une telle configuration les grandeurs définies plus haut sont sensibles au nombre de Reynolds (Re), au cisaillement suivant l'envergure (β , TR ou d_L/d_s ...), mais aussi au rapport d'aspect (L/D) et aux conditions d'extrémités (cf. §2.2.2).

Or, la première étude de notre écoulement, réalisée par Heitz (1999), a concerné l'analyse d'une configuration particulière : $Re = 7\,500$, $L/D = 18$ et $\beta = 0,42$ (cf. §4.3.3, Tab. 4.1 B4). Pour cette dernière configuration les structures de la couche de mélange qui impactent le cylindre sont de la même taille que le barreau ($\delta_w/D = 1$). L'organisation qui en résulte pourrait être singulière. De ce fait, la principale interrogation à laquelle nous avons tenté de répondre est : que se passe-t-il lorsque l'on fait varier les paramètres tels que le nombre de Reynolds, le rapport d'aspect et le cisaillement ?

Dans la suite de ce chapitre on montre l'évolution générale des grandeurs moyennes (L_f , $-C_{pbl}$ et St), suivant l'envergure du cylindre. Puis, on se concentre sur la quantification de l'influence des paramètres, Re , L/D et β sur ces dernières grandeurs. Pour ce faire, deux rapports d'aspect ($L/D = 18$ et 34), deux nombres de Reynolds moyens ($Re_m = 7\,920$ et $Re = 14\,500$) et cinq cisaillements ($\beta = 0,14$; $0,22$; $0,26$; $0,42$ et $0,8$) sont utilisés (cf. Chapitre 4).

5.1 Evolution générale des grandeurs moyennes

Sur la base des différentes configurations de notre étude paramétrique, dont la procédure expérimentale est décrite dans le paragraphe 4.3, on montre que les caractéristiques principales de la distribution suivant l'envergure du barreau de la longueur de formation, du coefficient de pression et du nombre de Strouhal décrites par Heitz (1999), sont retrouvées :

- Les évolutions de la longueur de formation suivant le nombre de Reynolds local et le nombre de Reynolds moyen (Re_m) sont opposées. En effet, L_f augmente lorsque le nombre de Reynolds local augmente, conduisant à une longueur de formation plus élevée du côté haute vitesse que du côté basse vitesse, et L_f diminue lorsque Re_m augmente ;
- le coefficient de pression au culot du cylindre présente, pour toutes les configurations, une forte dépression du côté basse vitesse, au niveau de l'impact de la couche de mélange ;
- le spectre de fréquence possède trois cellules de fréquence (cf. Fig. 5.1) : une première côté haute vitesse (f_a) dont la valeur diminue suivant l'envergure à l'approche de la région d'interaction, et deux cellules de fréquence constante, f_{b1} et f_{b2} ($f_{b1} < f_{b2}$) du côté basse vitesse.

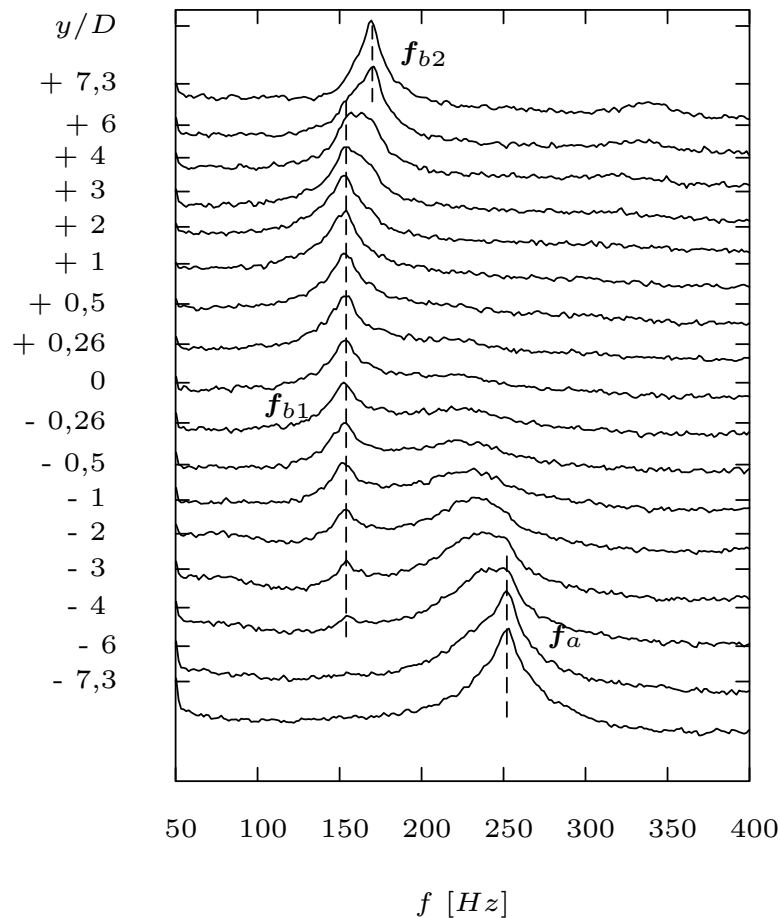


FIG. 5.1 – Spectres suivant l'envergure du cylindre pour $\beta = 0.42$, $Re = 14\ 850$ et $L/D = 18$.

Notons qu'il peut exister trois cellules du côté basse vitesse. Cette organisation spectrale reste globalement identique pour toutes les configurations étudiées (cf. Annexes A.1). Un déphasage du lâcher tourbillonnaire entre deux cellules de fréquences constantes distinctes entraîne une dislocation, décrite comme une structure de plus grosse taille (voir par exemple Prasad & Williamson (1997a), Braza *et al.* (2001) et Zhao & Ling (2003)). Dans la distribution spectrale de la figure 5.1, deux zones sont susceptibles de laisser apparaître, par intermittence, des cellules de dislocation. La zone de dislocations principales (dislocations principales) est définie entre les cellules f_a et f_{b1} et la zone de dislocations secondaires (dislocations secondaires) entre les cellules de fréquence f_{b1} et f_{b2} .

Heitz (1999) interprète la présence des deux cellules de fréquences distinctes côté basse vitesse par une amplification de l'effet de bout du cylindre sous l'action de l'écoulement secondaire dû à la couche de mélange. Cependant, cette interprétation est incompatible avec les résultats de Gerich & Eckelmann (1982) et Williamson (1988a, 1989) qui montrent qu'un effet de bout est lié à la présence de cellules de plus basse fréquence aux extrémités du cylindre par rapport à la cellule principale, or ici $f_{b2} > f_{b1}$. Quoiqu'il en soit, l'origine d'une telle cellule f_{b2} reste à clarifier.

A cette fin, la distribution du nombre de Strouhal, associée à la répartition de fréquence, est analysée. La figure 5.2 représente l'évolution typique du nombre de Strouhal suivant l'envergure du cylindre. On notera l'existence d'un "saut" de fréquence variant de f_{b1} à f_{b2} à la position $y/D \simeq 5$. Toutefois le nombre de points de mesure entre ces deux fréquences n'est pas suffisant pour conclure sur la présence d'un ou plusieurs "sauts". Quoiqu'il en soit, ce "saut" peut être caractérisé et sera défini par les notations suivantes : $\gamma = (D\Delta St_s)/\Delta y_s$ qui définit la pente de la transition entre les cellules f_{b1} et f_{b2} et y_c qui représente la position du centre de cette transition (cf. Fig. 5.2). On note que le "saut" principal de la cellule f_{b1} présent dans la distribution du nombre de Strouhal à la position $y/D = 0$ est créé artificiellement par l'adimensionnement de la fréquence avec le profil de vitesse longitudinale amont de la couche de mélange (cf. §4.3.4, Eq. 4.8). En effet il n'est pas observable sur la distribution de fréquence (voir par exemple Fig. 5.3).

Note sur l'influence des plaques de garde

Pour l'analyse de l'influence paramétrique réalisée par la suite, nos résultats seront comparés en partie à ceux de Heitz (1999). Pour cette raison, il convient de rappeler que les conditions d'extrémité du cylindre sont légèrement différentes. En effet, les plaques de garde de notre étude ont une distance entre l'axe du cylindre et le bord de fuite X_f plus petite de $1D$ et une distance entre l'axe du cylindre et le bord d'attaque X_a plus grande de $1D$ (cf. §4.2) par rapport aux dimensions utilisées par Heitz (1999). Norberg (1994) montre quant à lui, pour des rapports d'aspect $L/D < 7$ et $Re = 1\ 360$, qu'une distance X_f trop faible par rapport à la longueur de formation peut entraîner une dynamique d'écoulement "bi-stable" (cf. §2.3). Il montre cependant que cette remarque n'est valable que pour de très faibles rapports d'aspect ($L/D < 7$) et une longueur de formation supérieure à la distance X_f de sa plaque. Dans la présente étude la distance $X_f = 3,5D$ est supérieure à la longueur de formation maximale mesurée, $L_f \simeq 2,5D$. De ce fait, on supposera par la suite que les faibles différences de dimensions entre les plaques de la présente étude et celle de l'étude réalisée par Heitz (1999) n'influencent pas de manière significative les grandeurs mesurées.

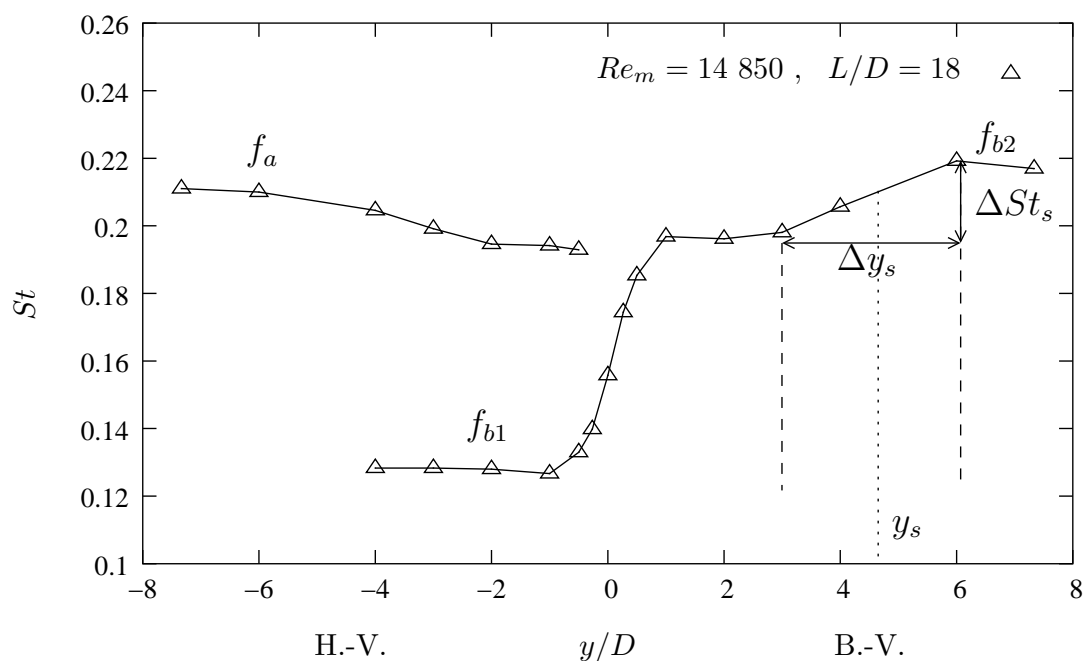


FIG. 5.2 – Notation des différentes régions de la distribution du nombre de Strouhal : $\gamma = (\Delta St_s D) / (\Delta y_s)$ représente la pente de la transition entre les cellules f_{b1} et f_{b2} ($\beta = 0,42$).

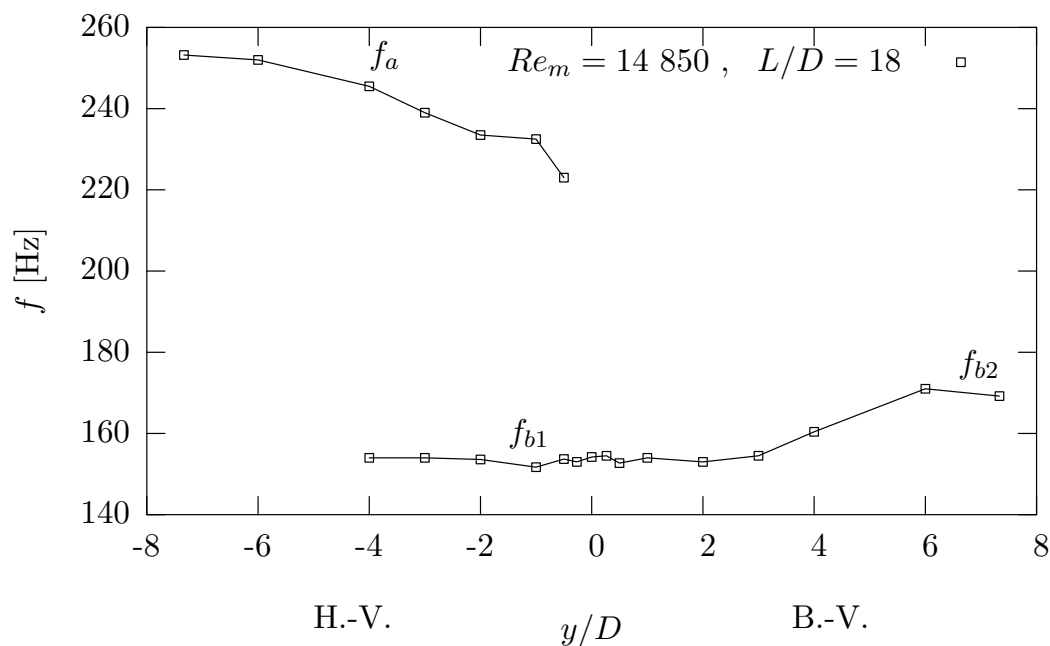


FIG. 5.3 – Répartition de la fréquence le long de l'envergure du barreau ($\beta = 0,42$).

5.2 Influence du rapport d'aspect : L/D

Norberg (1994) montre qu'il est nécessaire d'avoir un rapport d'aspect $L/D > 60$ pour $4\,000 < Re < 10^4$ pour que les grandeurs des sillages uniformes ne soient pas influencées par les conditions d'extrémité. Il est ainsi intéressant de voir comment ce paramètre est susceptible d'influencer l'écoulement étudié ici.

Dans ce paragraphe, les figures présentent systématiquement la comparaison de deux configurations (cf. 4.1 (A1 et B4)) comportant un nombre de Reynolds proche ($Re = 7\,500$ et $Re = 7\,920$) et un rapport d'aspect diminuant de 47% ($L/D = 34$ et $L/D = 18$).

5.2.1 Nombre de Strouhal

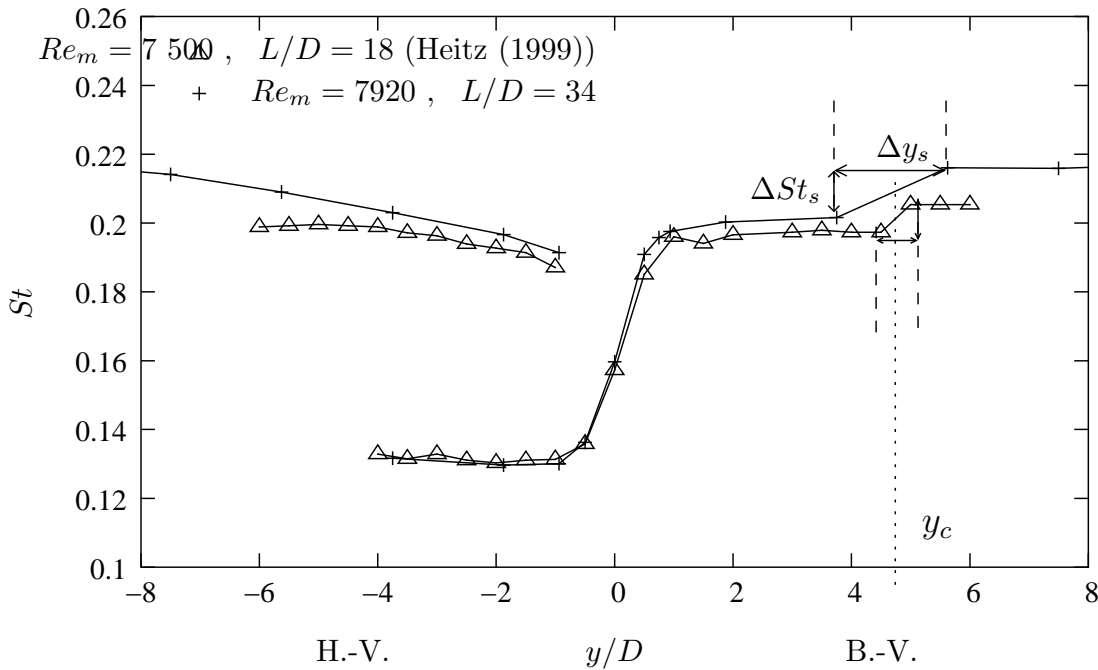


FIG. 5.4 – Influence du rapport d'aspect sur le nombre de Strouhal St ($\beta = 0,42$).

La figure 5.4 montre l'influence de L/D sur le nombre de Strouhal pour $\beta = 0,42$. On remarque qu'à une augmentation du rapport d'aspect correspond une augmentation globale de la valeur du nombre de Strouhal. Ce phénomène pourrait s'expliquer par le redressement du déversement parallèle des tourbillons de sillages qui donne lieu à une fréquence de déversement plus forte (voir par exemple Monkewitz *et al.* (1996)). Toutefois la valeur du nombre de Strouhal est supérieure à 0,20, valeur communément obtenue pour cette gamme de Reynolds. Cette dernière constatation pourrait être liée à un biais de mesure de la vitesse moyenne, qui reste toutefois à éclaircir par des mesures supplémentaires. Si la valeur absolue du nombre de Strouhal soulève des interrogations, en revanche son évolution suivant l'envergure peut être analysée.

On observe que les phénomènes sont principalement accentués du côté haute et basse vitesse (H.V. et B.V.) avec l'augmentation du rapport d'aspect. Côté haute vitesse, le

nombre de Strouhal St augmente plus rapidement à mesure que l'on se rapproche des extrémités lorsque le rapport d'aspect est plus élevé. Tandis que du côté basse vitesse la transition entre les deux cellules est modifiée plus par la largeur du "saut" Δy_s que par sa hauteur ΔSt_s . Ceci conduit à une diminution de la pente γ de la transition entre les deux cellules de fréquence du côté basse vitesse. De plus, on remarque que la position de cette transition reste inchangée ($y_c = 4, 7$). On suppose donc que la taille de la dislocation secondaire, associée aux deux cellules de fréquence f_{b1} et f_{b2} , augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect, sans que sa position ne soit influencée. En conséquence, dans cette région, la tridimensionalisation de l'organisation entre ces cellules semble plus importante avec l'augmentation du nombre de rapport d'aspect. Ceci est en accord avec les résultats de la littérature qui montrent que l'influence du rapport d'aspect est proche de celui réalisé par le nombre de Reynolds pour les sillages uniformes (voir par exemple Szepessy (1993), Norberg (1994), Henderson (1997), Mittal (2001), Law & Ko (2001)).

5.2.2 Coefficient de succion

Lorsque l'on modifie le rapport d'aspect, on observe un écart de $\Delta C_{pbl} \simeq 0,11$: lorsque $L/D \nearrow$ alors $-C_{pbl} \nearrow$. Or, dans les sillages uniformes et pour le régime sub-critique, une diminution du coefficient de pression correspond à une diminution du nombre de Reynolds (cf. Fig. 2.11, D - E). En conséquence, l'effet stabilisateur de la diminution de L/D est ici retrouvé sur l'évolution du coefficient de succion.

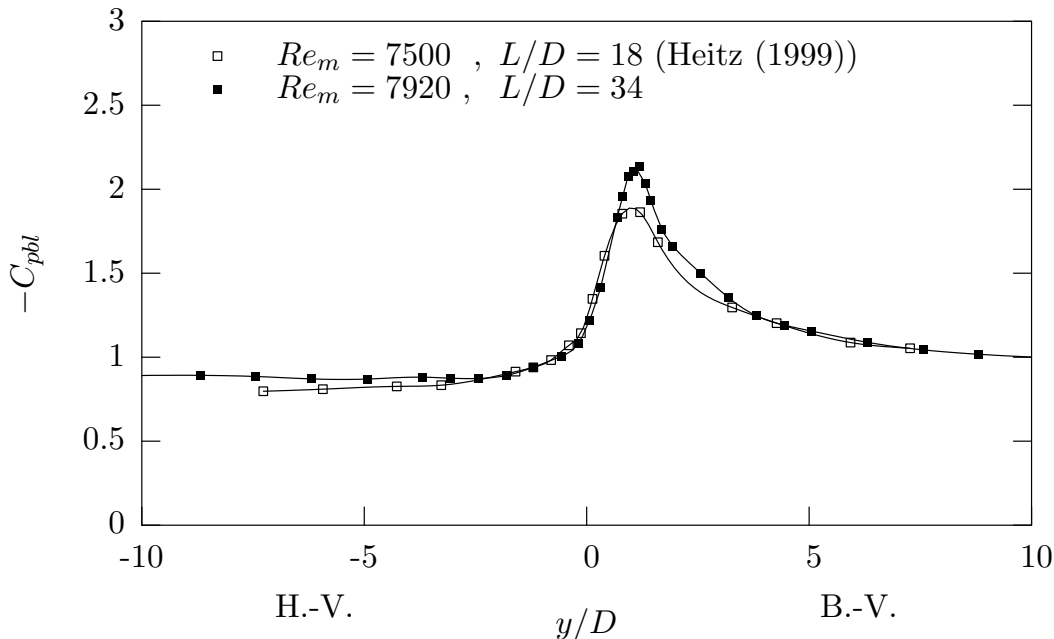


FIG. 5.5 – Influence du rapport d'aspect (L/D) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$). Un déplacement global de $\Delta C_{pbl} = 0,11$ est ajouté à la courbe correspondant au plus bas rapport d'aspect, $L/D = 18$ ($\beta = 0,42$).

La figure 5.5 montre la distribution du coefficient de succion suivant l'envergure du cylindre pour deux rapports d'aspect. La courbe a été translatée de $\Delta C_{pbl} \simeq 0,11$ relativement au rapport d'aspect le plus bas. Ceci permet d'observer plus en détail la différence

entre les deux courbes. On remarque une diminution du pic de suction, pour $y/D = 1$, et un changement de courbure côté basse et haute vitesse pour $|y/D| > 3$. Cette influence reste toutefois mineure par rapport à celle de l'augmentation globale du coefficient de suction et peut être lié à une indétermination entre les deux configurations comparées.

5.2.3 Longueur de formation

La figure 5.6 représente la longueur de formation suivant l'envergure du cylindre pour deux rapports d'aspect. On observe, pour une diminution du rapport d'aspect, une augmentation globale de L_f . Ceci est cohérent avec la diminution du coefficient de suction auquel on peut associer l'éloignement des tourbillons de la zone de formation. De plus, cette évolution de L_f en fonction de L/D est comparable à celle observée dans les sillages uniformes (Norberg, 1994). On remarque que par ailleurs globalement qu'un quasi-doublment du rapport d'aspect ne modifie pas l'allure générale de la courbe, montrant ainsi que l'influence principale de la couche de mélange sur l'évolution de L_f avec l'envergure du cylindre est pratiquement indépendante du rapport d'aspect.

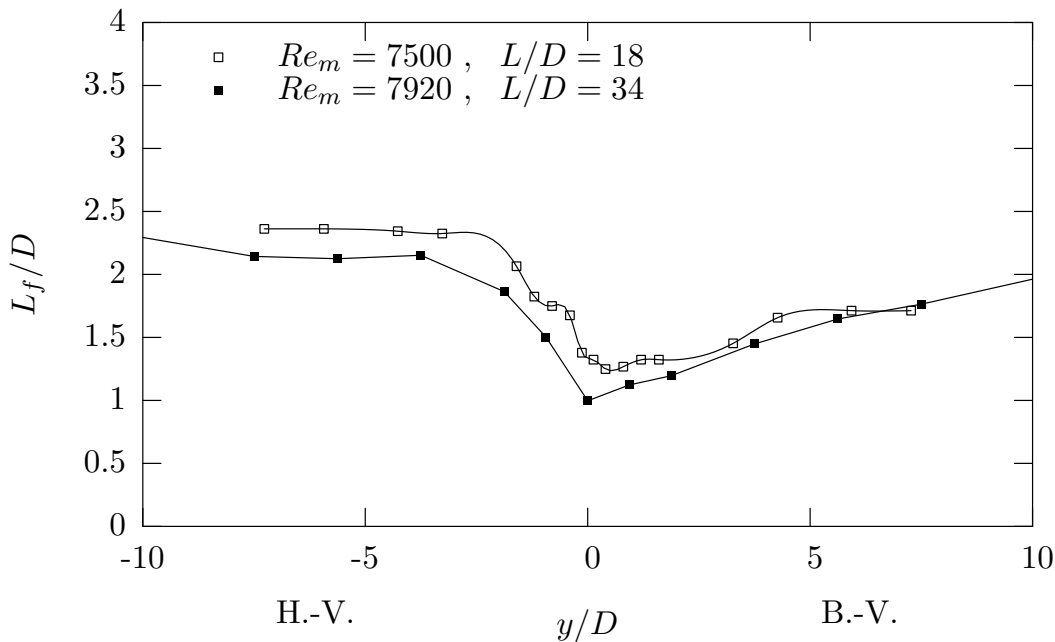


FIG. 5.6 – Influence du rapport d'aspect (L/D) sur la longueur de formation (L_f) ($\beta = 0,42$).

5.3 Influence du nombre de Reynolds : Re

Les nombres de Reynolds comparés ici sont définis à partir de la vitesse moyenne de la couche de mélange $Re_m = (U_m D)/\nu$. Pour l'analyse de l'influence de ce nombre, deux configurations peuvent être comparées, celle de Heitz (1999) avec un nombre de Reynolds $Re_m = 7\,500$ et celle réalisée avec un nombre de Reynolds $Re_m = 14\,850$ pour le même

rapport d'aspect ($L/D = 18$) et le même cisaillement ($\beta = 0,42$) (cf. Tab. 4.1 B2/B4). Ceci conduit à l'étude d'une augmentation d'environ 100% du nombre de Reynolds moyen.

5.3.1 Nombre de Strouhal

La figure (5.7) représente l'évolution du nombre de Strouhal suivant l'envergure du cylindre pour deux nombres de Reynolds. On observe tout d'abord le côté basse vitesse dans la région des dislocations secondaires (transition entre les cellules de fréquences f_{b1} et f_{b2}). On remarque qu'une augmentation du nombre de Reynolds conduit à un changement de cette transition avec ΔSt_s et Δy_s qui augmentent tandis que γ diminue. De plus y_s reste identique. Ceci est une évolution comparable à celle obtenue lors de la modification du rapport d'aspect et semble indiquer que leur influence serait proche.

Si l'on observe maintenant la région de dislocations principales, on remarque que l'écart entre les cellules f_a et f_{b1} est plus important avec l'augmentation du nombre de Reynolds qu'avec l'augmentation du rapport d'aspect. On est ainsi amené à penser que le nombre de Reynolds est plus influant dans cette région que ne peut l'être l'effet de L/D .

Quoiqu'il en soit, en dehors de ces aspects locaux dans les régions de dislocations, l'effet du changement de nombre de Reynolds est pratiquement nul sur la courbe du nombre de Strouhal.

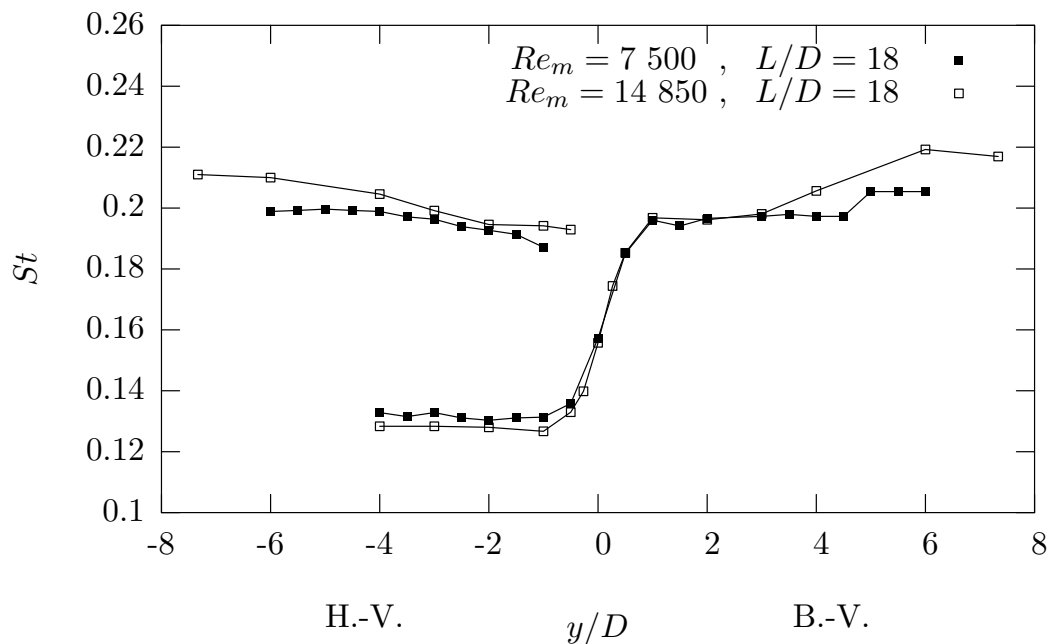


FIG. 5.7 – Influence du nombre de Reynolds (Re) sur le nombre de Strouhal (St), ($\beta = 0,42$).

5.3.2 Coefficient de succion

On observe, avec l'augmentation du nombre de Reynolds, une augmentation globale du coefficient de succion. Cette évolution associée à un rapprochement des tourbillons vers le culot du cylindre est un résultat conforme à l'évolution du coefficient de succion classiquement obtenue pour le cas des sillages uniformes en régime sub-critique.

La figure 5.8 représente l'évolution du coefficient de succion suivant l'envergure pour deux nombres de Reynolds. La courbe correspondant au nombre de Reynolds le plus faible a été translatée de $\Delta C_{pbl} \simeq 0,14$. On observe que l'écart du coefficient de succion imposé par une augmentation du nombre de Reynolds est dissymétrique. La différence du coefficient de succion entre les deux nombres de Reynolds moyens peut être attribuée au fait que le côté basse vitesse est encore influencé par l'évolution de la transition vers la turbulence dans les couches cisailées qui décollent du cylindre, contrairement au côté haute vitesse. En effet pour $Re_m = 14\,850$, Re_a et Re_b sont supérieurs à 10^4 , valeur pour laquelle Coutanceau & Defaye (1991) décrivent la fin des couches cisailées transitionnelles, alors que pour $Re_m = 7\,500$, $Re_a = 9\,000$ et $Re_b = 6\,000$, et dans ce cas le côté basse vitesse est encore dans un régime qui correspond à des couches cisailées dont la transition laminaire/turbulente remonte vers l'obstacle en fonction du nombre de Reynolds.

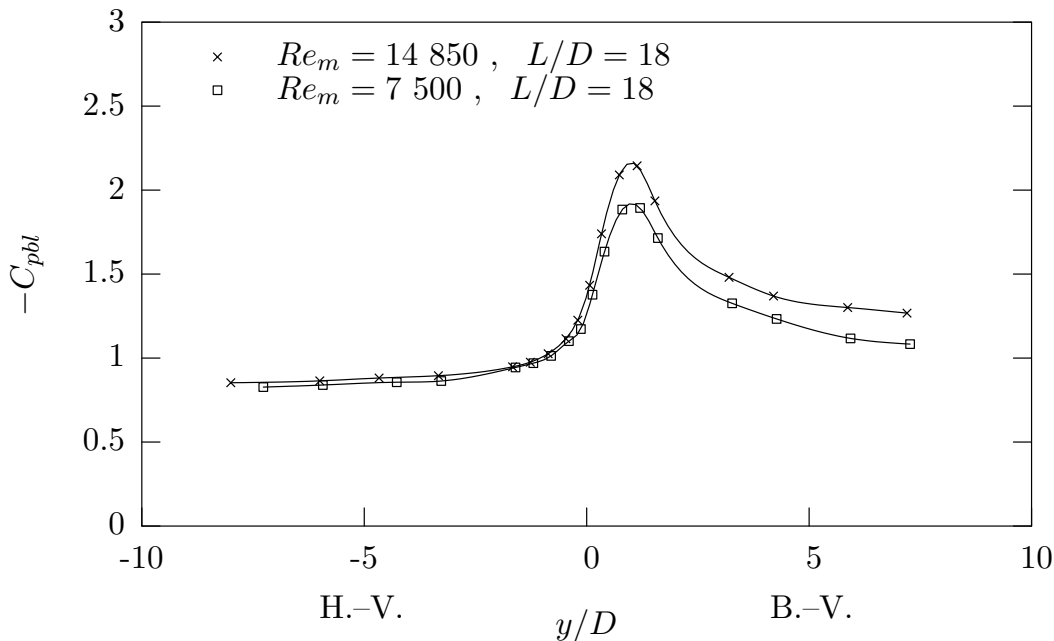


FIG. 5.8 – Influence du nombre de Reynolds (Re) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$). La courbe correspondant au nombre de Reynolds le plus faible est augmenté de $\Delta C_{pbl} = 0,14$, ($\beta = 0,42$).

5.3.3 Longueur de formation

La figure 5.9 représente la longueur de formation suivant l'envergure du cylindre pour deux nombres de Reynolds. A une augmentation du nombre de Reynolds correspond une diminution de la longueur de formation. Ce résultat est cohérent avec le rapprochement

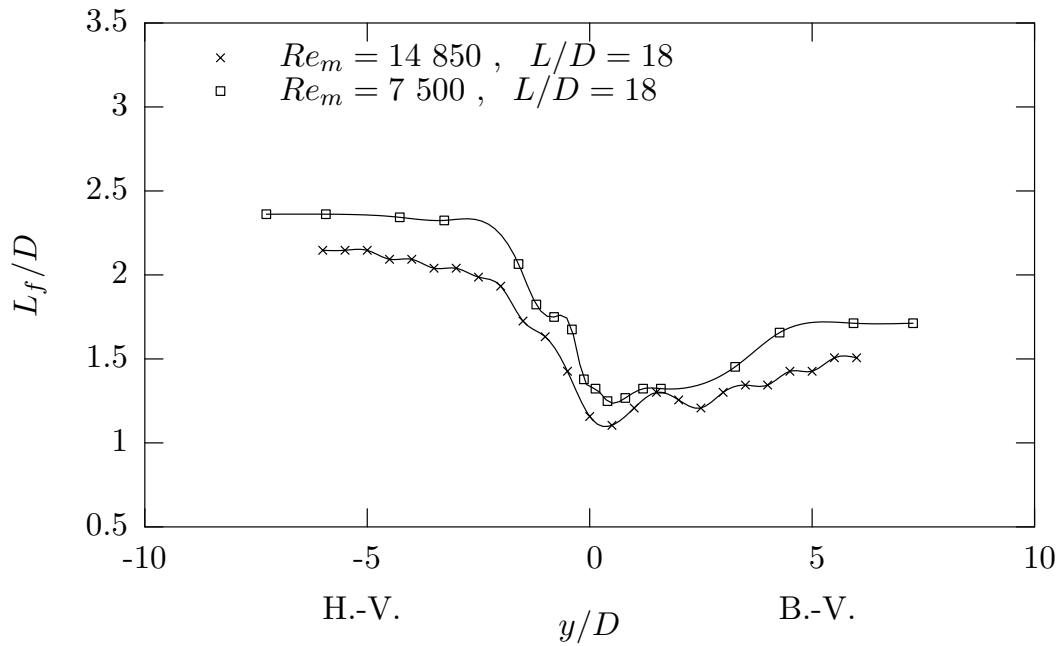


FIG. 5.9 – Influence du nombre de Reynolds (Re) sur la longueur de formation (L_f), ($\beta = 0,42$).

des tourbillons vers le culot du cylindre et sa conséquence, l'augmentation du coefficient de succion. Cela est également conforme aux résultats classiquement rencontrés pour le régime **TrSL2** des sillages uniformes.

On remarque que pour $y/D \simeq 1$, où le pic de succion est le plus élevé, la longueur de formation est identique pour les deux nombres de Reynolds. Ceci peut s'expliquer par le changement de l'état des couches limites du cylindre au niveau de l'impact de la couche de mélange.

Toutefois le déplacement des courbes est pratiquement parallèle et donc l'effet de la couche de mélange sur l'évolution de L_f suivant l'envergure est conservé quand on double le nombre de Reynolds¹.

5.4 Synthèse de l'influence de Re_m et de L/D

De manière générale, avec l'influence des paramètres Re_m et L/D , on observe une variation des grandeurs moyennes L_f et $-C_{pbl}$ identique à celle observée pour les sillages uniformes dans le régime sub-critique :

- pour $Re_m \nearrow$, $L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow$,
- pour $L/D \nearrow$, $L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow$.

Par l'analyse de la distribution du nombre de Strouhal suivant l'envergure du cylindre, on observe une action similaire du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds sur la taille

¹pour les régimes du nombre de Reynolds étudiés

de la transition entre les cellules de fréquence f_{b1} et f_{b2} (résumé dans le tableau 5.1) :

- pour $L/D \nearrow$: $\Delta y_s \nearrow$, $\Delta St_s \nearrow$ et $\gamma \searrow$;
- pour $Re_m \nearrow$: $\Delta y_s \nearrow$, $\Delta St_s \nearrow$ et $\gamma \searrow$.

Re_m	7 500	7 920	14 850
L/D	18	34	18
y_s/D	4,7	4,7	4,7
$\Delta y_s/D$	0,5	1,8	3
ΔSt_s	0,01	0,016	0,021
$\gamma = \frac{D\Delta St_s}{\Delta y_s}$	0,02	0,008	0,007

TAB. 5.1 – Synthèse de l'influence du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds sur la cellule secondaire de Strouhal côté basse vitesse ($\beta = 0,42$).

La figure 5.10 montre l'action simultanée d'une diminution du rapport d'aspect et d'une augmentation du nombre de Reynolds (Tab. 4.1 A1/B2), pour des données acquises avec les mêmes conditions d'extrémités. La quasi-superposition des courbes confirme les analyses précédentes.

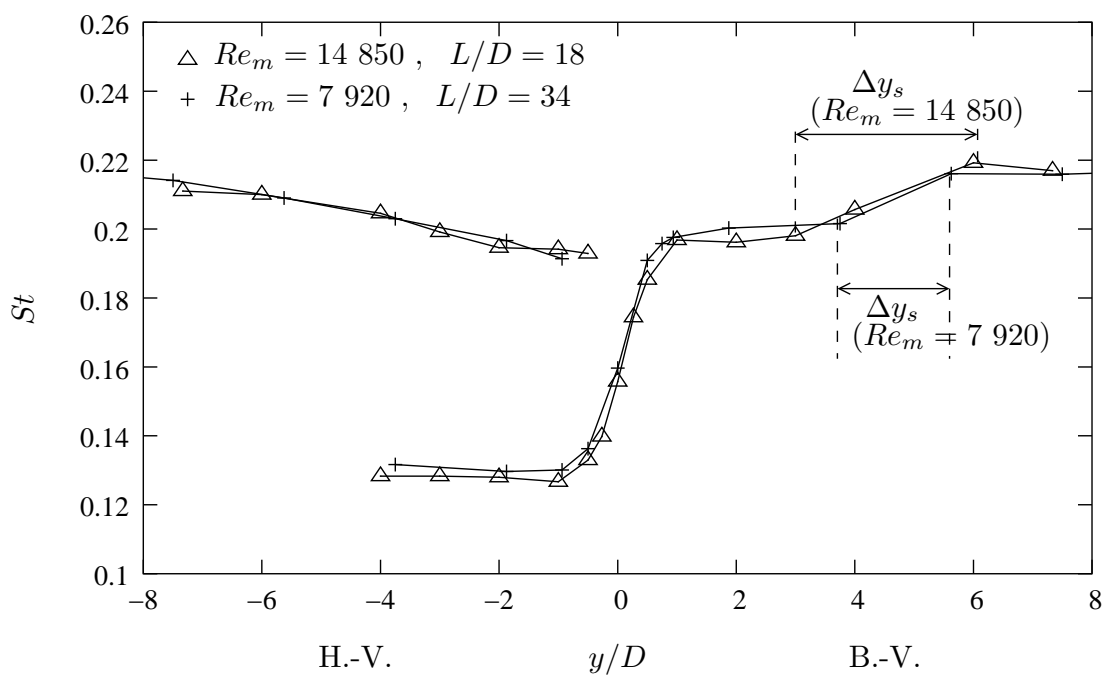


FIG. 5.10 – Influence de l'effet simultané $Re - L/D$ sur le nombre de Strouhal (St), ($\beta = 0,42$).

5.5 Influence du cisaillement : β

Le cisaillement suivant l'envergure du barreau est créé par l'écoulement amont de couche de mélange et défini à l'aide du paramètre de raideur $\beta = 2\lambda/\alpha$ (cf. §4.3.3). On rappelle que l'on fait évoluer la valeur du cisaillement par déplacement longitudinal du cylindre par rapport à l'épaisseur de la couche de mélange. De ce fait seul le paramètre $\alpha = \delta_w/D$ varie. L'étude est réalisée pour deux diamètres de barreau différents (cf. Tab. 4.1 A1/A2/A3 et B1/B2/B3).

5.5.1 Distribution de la fréquence

Pour cette étude, la comparaison peut être réalisée à partir des configurations possédant le même nombre de Reynolds. De ce fait, il est possible de réaliser une comparaison directe des fréquences entre les configurations. Les figures 5.11 et 5.12 présentent l'évolution de la fréquence suivant l'envergure du cylindre pour différentes valeurs du paramètre de raideur β . Pour la figure 5.11 le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect sont fixés à $Re = 7\,920$ et $L/D = 34$. Pour la figure 5.12 le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect sont fixés à $Re = 14\,850$ et $L/D = 18$.

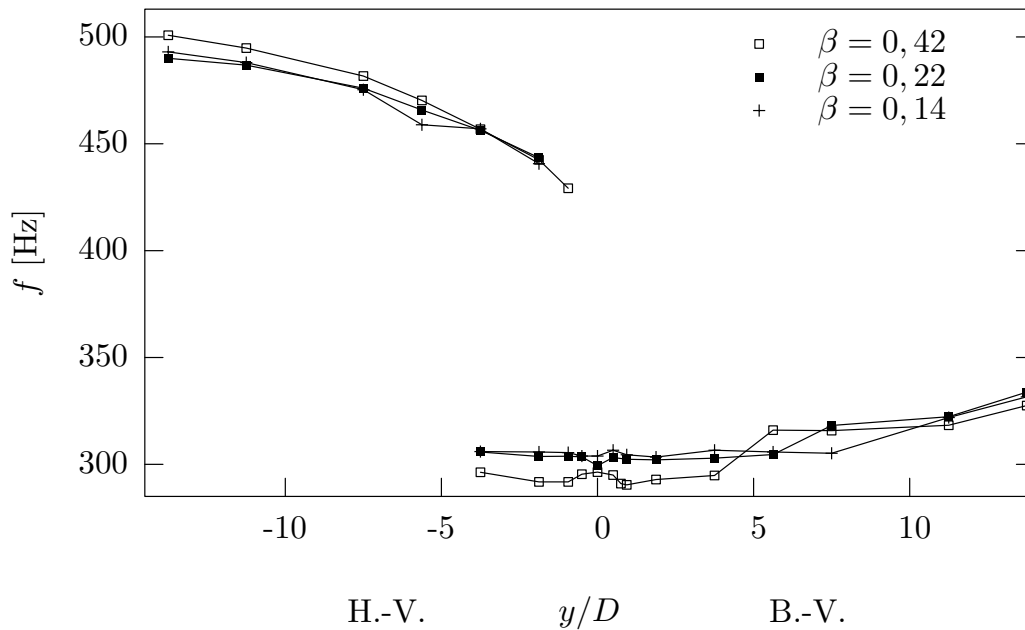


FIG. 5.11 – Influence du paramètre de raideur (β) sur la fréquence ($Re = 7\,920$ et $L/D = 34$).

On observe deux phénomènes distincts : une diminution de la taille de la cellule de fréquence f_{b1} avec l'augmentation du cisaillement et un déplacement de la région de dislocations secondaires (transition entre les cellules de fréquences f_{b1} et f_{b2}) vers $y/D = 0$ avec l'augmentation du cisaillement.

Afin de visualiser plus clairement le déplacement de la région de dislocations secondaires avec le cisaillement, la figure 5.13 est tracée. Elle présente l'évolution de la po-

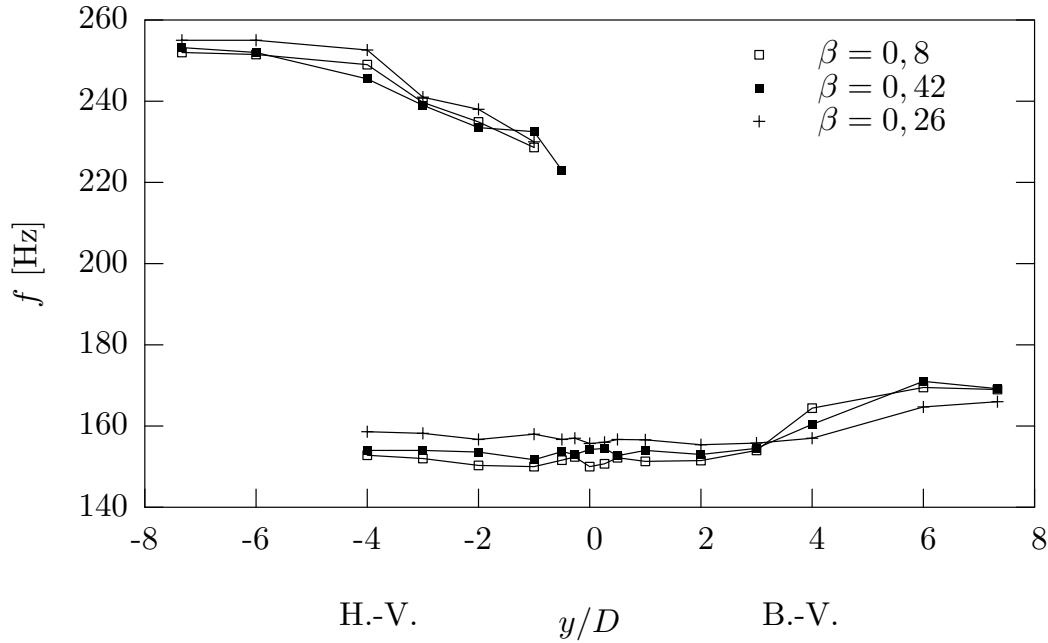


FIG. 5.12 – Influence du cisaillement sur la distribution fréquence ($Re = 14\,850$ et $L/D = 18$)

sition du centre de la région de dislocations secondaires, y_s , en fonction du paramètre de raideur β pour toutes les configurations acquises. A ces évolutions sont superposées les valeurs de y_s multipliées par le paramètre de raideur. Cette dernière opération permet de ramener l'évolution de la position des transitions à une évolution quasi-linéaire ($y_s/D \times \beta \simeq 1,5$). Pour notre configuration d'écoulement et dans les limites des paramètres de raideur étudiés, le cisaillement semble être un paramètre dimensionnant, et donc responsable du déplacement des cellules de dislocation. Rappelons que dans cette étude les variations de β sont obtenues uniquement par l'évolution de l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange sur le cylindre. Ainsi δ_w est un paramètre dimensionnant pour les phénomènes observés.

Le tableau 5.2 présente la quantification en terme de nombre de Strouhal des cellules de fréquence côté basse vitesse. Les valeurs sont comparées à celles obtenues dans un sillage uniforme, noté St_0 (Fey *et al.*, 1998) (cf. §2.1.2). Par ailleurs on utilise la loi donnée par Williamson (1989) (cf. §2.2.1, Eq. 2.16) pour déterminer un ordre de grandeur des angles du lâcher tourbillonnaire, noté $\theta = \arccos(St/St_0)$. Les valeurs obtenues mettent en évidence un accroissement de l'angle du lâcher tourbillonnaire d'une part en fonction de l'augmentation du paramètre de raideur, d'autre part lorsque l'on se rapproche de la mi-envergure du cylindre $y/D = 0$.

Si on fait une synthèse de l'influence du paramètre de cisaillement, on observe que plus le lâcher tourbillonnaire est incliné, plus l'initiation de la première cellule de dislocation du côté basse vitesse se rapproche de $y/D = 0$. Ce phénomène est cohérent avec la propagation de l'inclinaison de l'angle des structures du lâcher tourbillonnaire, proposé par Williamson (1989) dans le cadre de l'influence des extrémités d'un cylindre dans un écoulement uniforme. Dans notre cas, l'inclinaison est initiée par l'impact de la couche de mélange. Cette inclinaison se propage vers l'extrémité du cylindre côté basse vitesse, provoquant des régions de dislocations secondaires au delà d'une certaine distance. Cette

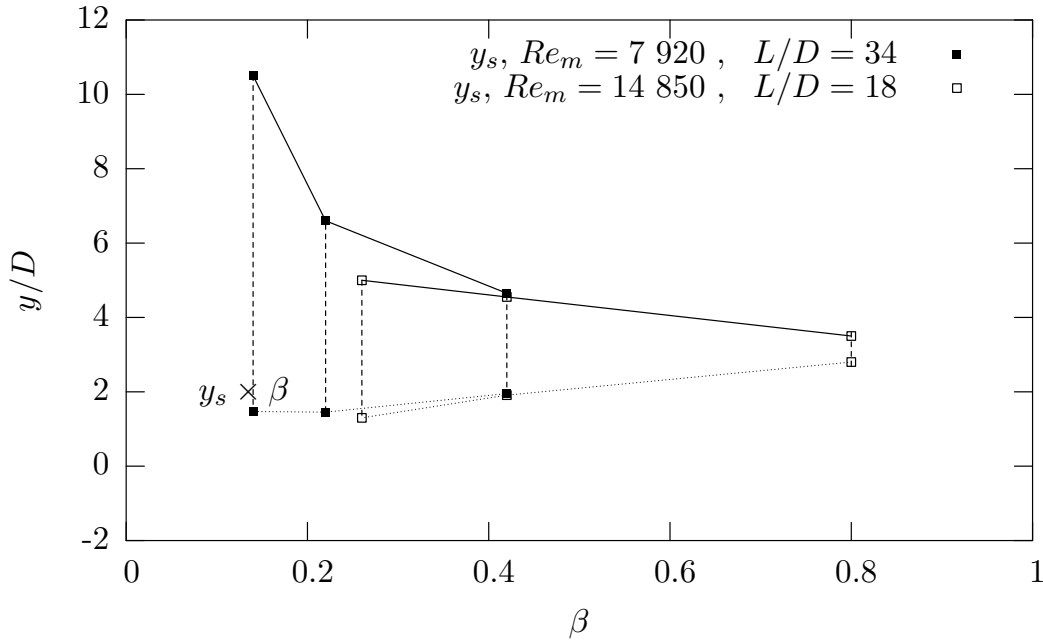


FIG. 5.13 – Influence du cisaillement β sur le positionnement de la cellule secondaire y_s .

dernière correspond certainement à une valeur “seuil” d’étirement des structures du lâcher tourbillonnaire, liée à la valeur du cisaillement amont. Tandis que, côté haute vitesse, la propagation de l’inclinaison serait inhibée du fait de la forte tridimensionalisation de l’écoulement dans cette région.

5.5.2 Coefficient de suction

Les figures 5.14 et 5.15 présentent la variation du coefficient de suction suivant l’envergure du cylindre pour différentes valeurs du paramètre de raideur. Pour la figure 5.14 le nombre de Reynolds et le rapport d’aspect sont fixés à $Re = 7920$ et $L/D = 34$. Pour la figure 5.15 le nombre de Reynolds et le rapport d’aspect sont fixés à $Re = 14850$ et $L/D = 18$. On observe un déplacement du pic de dépression vers $y/D = 0$ avec l’augmentation du cisaillement pour les deux configurations.

Ces mêmes figures adimensionnées par l’épaisseur de vorticité (cf. Fig. 5.16 et 5.17) montrent un regroupement des pics de suction à la position $y/\delta_w = 1$. On confirme donc ici que le paramètre δ_w (ou β) est un paramètre dimensionnant et que le pic de dépression se situe à $y \simeq \delta_w$

On note également sur la figure 5.16 et 5.17 que la dépression du côté basse vitesse, augmente avec le paramètre de raideur. Ceci pourrait être attribué à l’augmentation de l’intensité de l’écoulement secondaire avec le paramètre de raideur, β . En effet les analyses réalisées par Woo *et al.* (1989) montrent, pour le cas d’un écoulement uniformément cisailé, qu’augmenter β revient à augmenter l’écoulement secondaire au culot du cylindre et ainsi à augmenter le coefficient de suction ($\beta \nearrow, -C_{pbl} \nearrow$). On remarque que ce phénomène est plus marqué pour un nombre de Reynolds plus faible ($Re_m = 7920$, Fig. 5.16), laissant ainsi penser que l’augmentation du nombre de Reynolds tends à diminuer

Configuration	β	St	θ ($^\circ$)
$Re_b = 6\ 240$	0,42	$St(f_{b1}) = 0,18$	28,6
		$St(f_{b2}) = 0,197$	16
		$St(f_{b3}) = 0,205$	0
et $L/D = 34$	0,22	$St(f_{b1}) = 0,188$	23,5
		$St(f_{b2}) = 0,200$	12,7
		$St(f_{b3}) = 0,206$	-
	0,14	$St(f_{b1}) = 0,19$	22
		$St(f_{b2}) = 0,206$	-
$Re_b = 11\ 700$	0,8	$St(f_{b1}) = 0,182$	26,6
		$St(f_{b2}) = 0,195$	10
et $L/D = 18$	0,42	$St(f_{b1}) = 0,179$	25,3
		$St(f_{b2}) = 0,199$	-
	0,14	$St(f_{b1}) = 0,183$	22,4
		$St(f_{b2}) = 0,193$	13

TAB. 5.2 – Synthèse de l'influence du cisaillement sur l'angle d'inclinaison de la cellule secondaire de Strouhal côté basse vitesse ($\beta = 0,42$, $St_0(Re = 6\ 240) = 0,205$ et $St_0(Re = 11\ 700) = 0,198$). f_{b3} correspond à une troisième cellule de fréquences côté basse vitesse, présente pour seulement deux des configurations étudiées et menant ainsi à une deuxième région de dislocations secondaires.

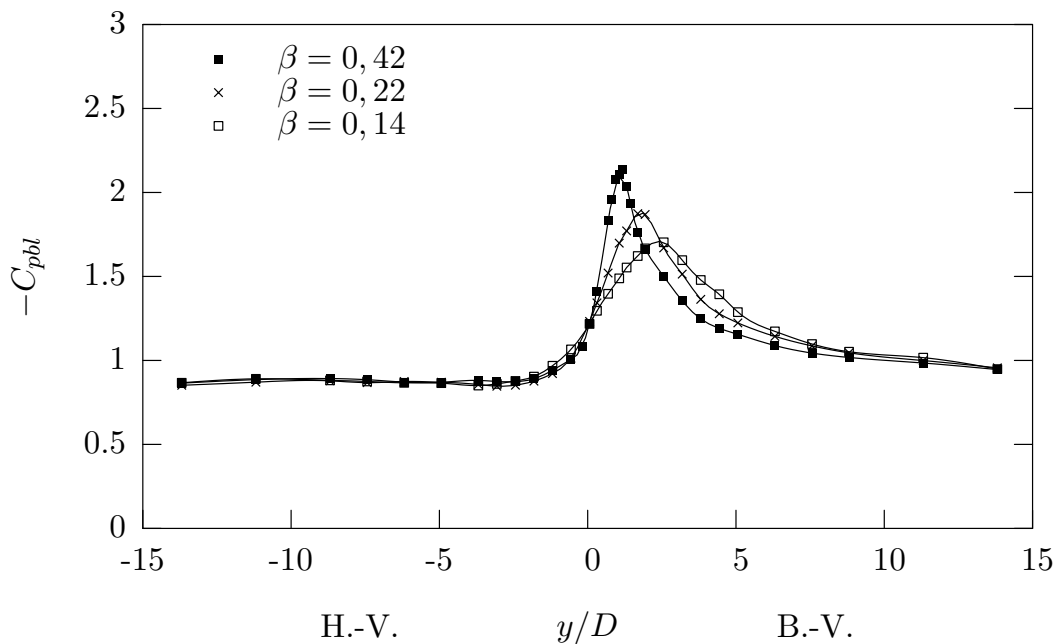


FIG. 5.14 – Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 7\ 920$ et $L/D = 34$).

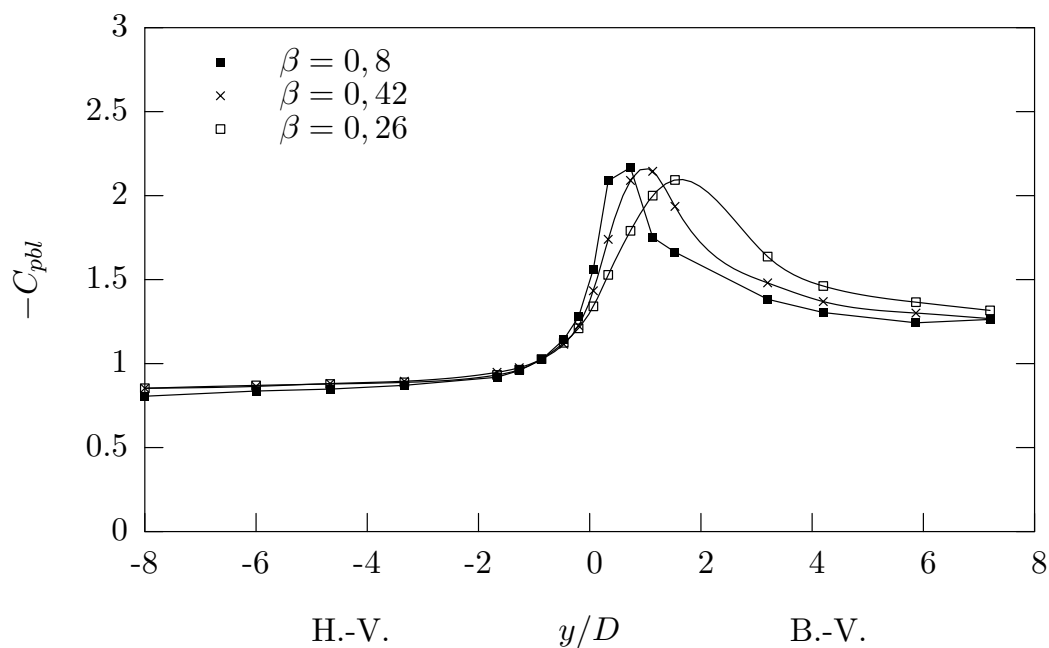


FIG. 5.15 – Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$) ($Re = 14\,850$ et $L/D = 18$).

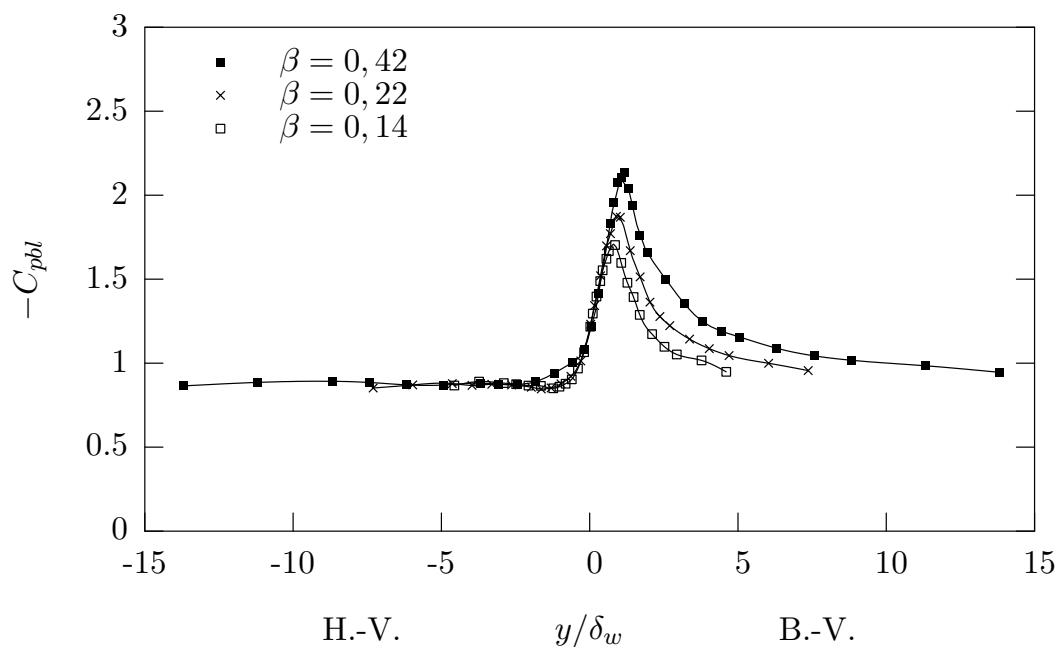


FIG. 5.16 – Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 7\,920$ et $L/D = 34$).

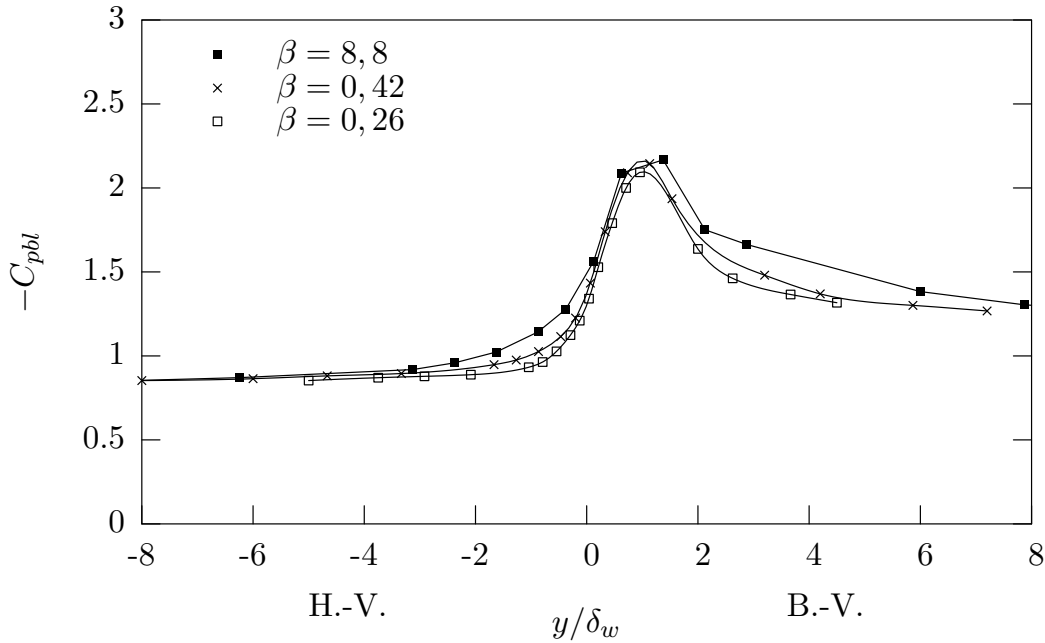


FIG. 5.17 – Influence du paramètre de raideur (β) sur le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), ($Re = 14\,850$ et $L/D = 18$).

l'influence du mouvement secondaire.

5.5.3 Longueur de formation

Les figures 5.18 et 5.19 montrent l'évolution de la longueur de formation suivant l'envergure du cylindre pour différentes valeurs du paramètre de raideur. Pour le nombre de Reynolds le plus faible (cf. Fig. 5.18), on observe que δ_w est une grandeur dimensionnante à mi-envergure du cylindre $y \simeq 0$, tandis que de part et d'autre de cette région on observe l'évolution suivante : $L_f \searrow$ lorsque $\beta \nearrow$. Ceci est cohérent avec l'évolution du coefficient de succion trouvée dans cette région. Pour le nombre de Reynolds plus élevé (cf. Fig. 5.19), l'écart entre les courbes est beaucoup moins significatif. On montre ici que pour ce régime du nombre de Reynolds l'évolution du cisaillement principal marque beaucoup moins l'organisation de l'écoulement étudié.

5.6 Synthèse

Les allures générales des courbes des grandeurs moyennes trouvées par Heitz (1999) acquises pour une configuration unique sont ici confirmées. En particulier la persistance de deux cellules de fréquences constantes (voir trois) du côté basse vitesse est retrouvée. On confirme ici que l'écoulement d'interaction couche de mélange/sillage peut être considéré comme un sillage perturbé par un écoulement incident de couche de mélange plutôt que comme une couche de mélange perturbé par un sillage.

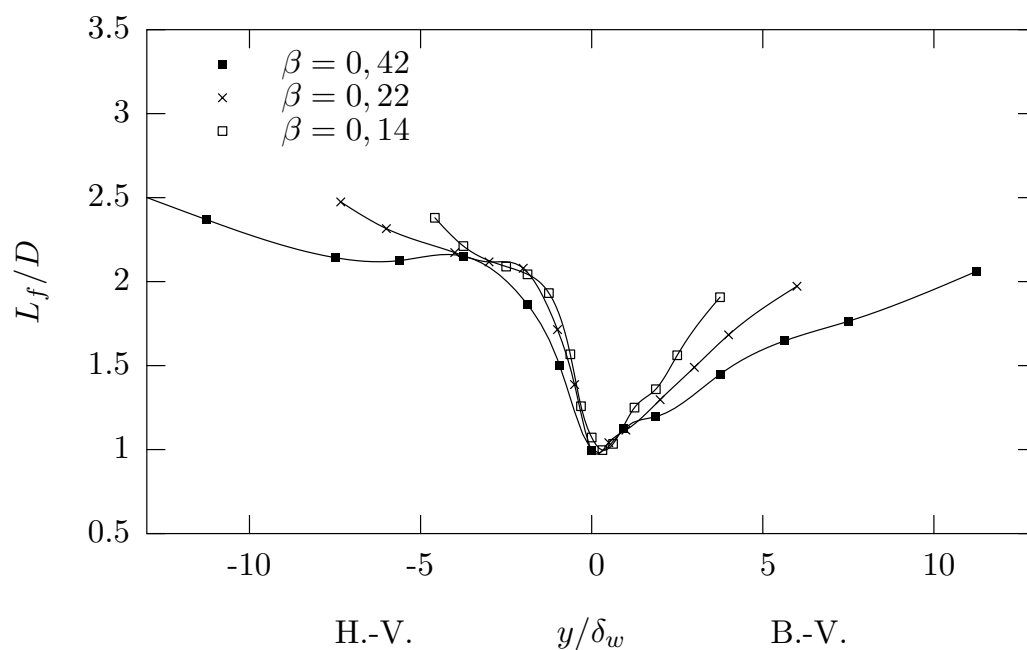


FIG. 5.18 – Influence du paramètre de raideur (β) sur la longueur de formation (L_f), ($Re = 7\,920$ et $L/D = 34$).

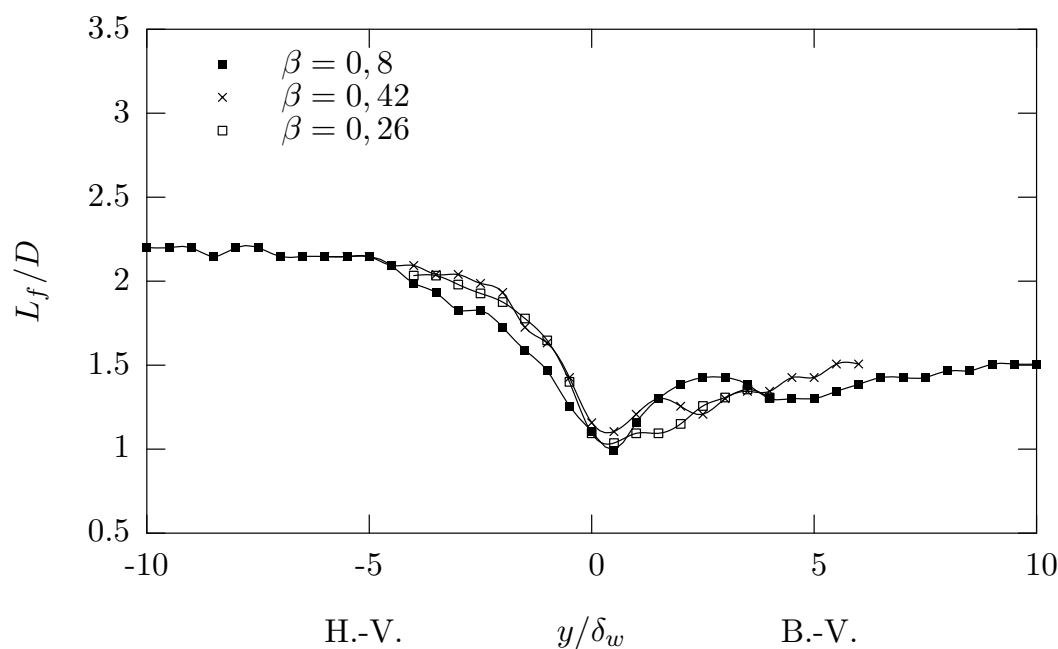


FIG. 5.19 – Influence du paramètre de raideur (β) sur la longueur de formation (L_f), ($Re = 14\,850$ et $L/D = 18$).

Une étude de l'influence des paramètres Re_m , L/D et β sur les grandeurs classiques (St , C_{pbl} et L_f) de l'écoulement a été menée.

L'influence de Re_m et L/D est proche de celle trouvée dans les sillages uniformes, ainsi on montre que :

- pour $Re_m \nearrow$: $L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow$;
- pour $L/D \nearrow$: $L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow$.

Toutefois la distribution du nombre de Strouhal, montre que l'influence de ces paramètres se situe plus en dehors de la zone de dislocation principale avec en particulier une modification de la taille de la cellule de dislocation secondaire située du côté basse vitesse :

- pour $L/D \nearrow$: $\Delta y_s \nearrow$, $\Delta St_s \nearrow$ et $\gamma \searrow$;
- pour $Re_m \nearrow$: $\Delta y_s \nearrow$, $\Delta St_s \nearrow$ et $\gamma \searrow$.

L'analyse de l'influence du paramètre de raideur (β) montre quant à elle, de manière cohérente avec les analyses réalisées sur les écoulements uniformément cisailés, que le coefficient de succion est plus important (et la longueur de formation plus faible) lorsque le cisaillement augmente. De plus, le cisaillement principal, réalisé par l'écoulement incident moyen, dirige (dans la limite des paramètres de raideur étudiés) la propagation de l'inclinaison des structures du lâcher tourbillonnaire et la position de la dislocation du côté basse vitesse. On résume les différentes variations trouvées lors de l'analyse de l'influence du paramètre de raideur (β) de la manière suivante :

- lorsque $\beta \nearrow$: $-C_{pbl} \nearrow$ et $L_f \searrow$ et $\theta \nearrow$,
- lorsque $y \rightarrow 0$: $\theta \nearrow$.

Un résultat important est que δ_w est la grandeur dimensionnante, lorsque le rapport δ_w/D varie, pour la localisation des singularités au culot du cylindre.

Du côté haute vitesse, l'analyse spectrale met en évidence la présence de deux cellules de fréquence (f_a et f_{b1}) à l'origine de la présence de dislocations. L'analyse des structures cohérentes réalisée dans le chapitre 7 va permettre de clarifier l'organisation de cette région.

Chapitre 6

Grandeurs statistiques issues des mesures PIV

A partir de la masse de données acquise au cours de la deuxième campagne de mesure (cf. §4.4), une première analyse de l'écoulement peut être réalisée en terme de grandeurs statistiques. On rappelle ici que les plans PIV2D-2C de cette campagne sont acquis sur un volume $L_x \times L_y \times L_z = 10,5D \times 7,75D \times 8D$, centré en y et z et commençant à $0,9D$ du bord de fuite du cylindre (cf. Fig. 6.1).

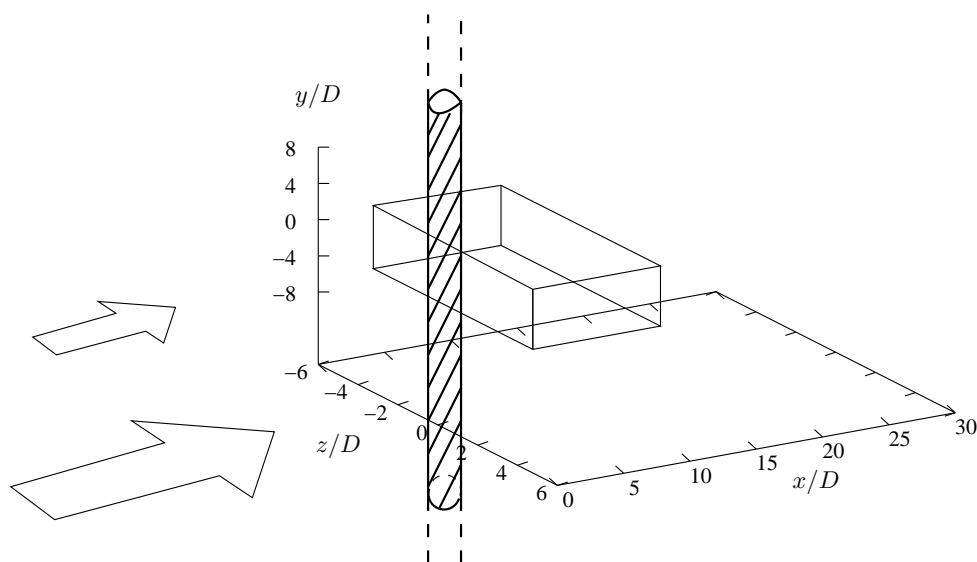


FIG. 6.1 – Domaine de mesure acquis à l'aide de deux plans PIV2D-2C sur 21 positions dans la direction z : $L_x \times L_y \times L_z = 10,5D \times 7,75D \times 8D$.

Dans un premier temps on analyse le champ moyen et les tensions de Reynolds de ce domaine. Puis, on présente une analyse du tenseur des corrélations en deux points.

6.1 Champ moyen et tensions de Reynolds

Le champ de vitesse 3D-2C, acquis par les plans PIV2D-2C, permet la description directe du champ moyen (U, V) et des tensions de Reynolds $(\overline{uu}, \overline{vv}, \overline{uv})$ dans toutes les coupes du volume de mesure. A l'aide de ces deux types de grandeur, l'écoulement est analysé tout d'abord dans les régions bordant le domaine : l'organisation de type couche de mélange dans les plans $x - y$ et l'organisation de type sillage uniforme dans les plans $x - z$. On s'intéresse ensuite à l'organisation dans la zone d'interaction (i.e. $y \rightarrow 0$ et $z \rightarrow 0$). Le comportement canonique des écoulements de couche de mélange et de sillage en similitude ne peut être obtenu que pour des domaines de mesures suffisamment étendus en aval de l'origine du phénomène (cf. Chapitre 2), pour cette raison la quantification des grandeurs caractéristiques n'est ici qu'approximative et seule leur évolution est discutée.

6.1.1 Couche de mélange

a - Evolution dans le plan $|z/D| = 4$

On s'intéresse tout d'abord au comportement de l'écoulement dans les plan $x - y$ à la position $|z/D| = 4$ la plus éloignée du plan central $z/D = 0$. Par ajustement des profils de la vitesse longitudinale de ces plans avec la loi d'évolution présentée dans le paragraphe 2.1.1, les caractéristiques de la couche de mélange peuvent y être calculées.

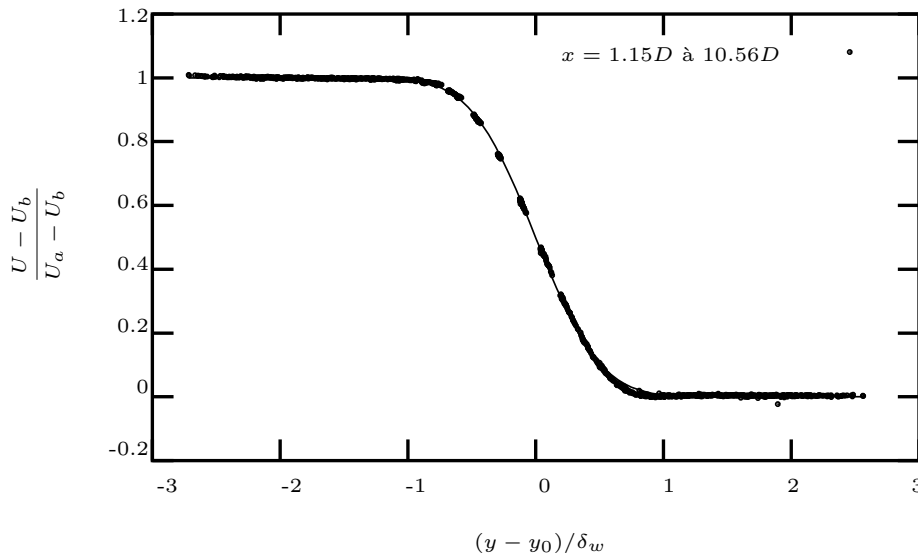


FIG. 6.2 – Regroupement des $N_x = 45$ profils du champ moyen $(U - U_b)/\Delta U$ du plan PIV situé à la position $z = 4D$ en fonction de $(y - y_0)/\delta_w$.

A l'aide de ces caractéristiques, les profils moyens de la vitesse longitudinale (cf. Fig. 6.2) se regroupent à partir de la position longitudinale $x/D \simeq 1, 15$. De plus l'évolution de l'épaisseur de vorticit   à partir de cette position est lin  aire, $d\delta_w/dx = 0.037$ (cf. Fig. 6.3). Elle est identique    celle mesur  e pour la couche de m  lange seule (cf.   4.3.3), attestant d'un comportement de type couche de m  lange en similitude dans cette r  gion, du

moins pour la vitesse moyenne. Ce comportement est vérifié pour les deux plans $z/D = -4$ et $z/D = 4$.

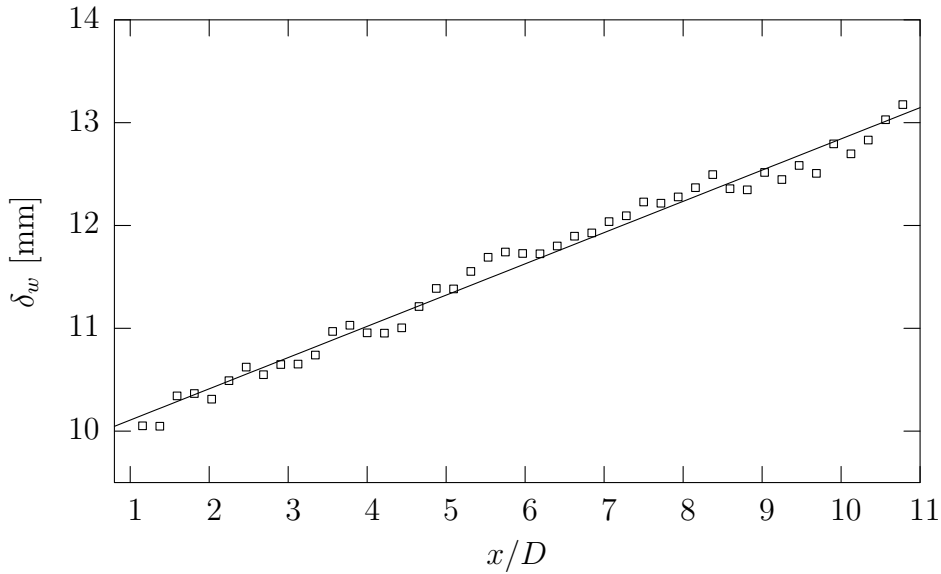


FIG. 6.3 – Evolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité, δ_w , mesure PIV.

Pour ce qui concerne les tensions de Reynolds, dans ces plans, le regroupement des profils est retrouvé pour $\overline{v'v'}$ et $\overline{u'v'}$ (cf. Fig. 6.4)   partir de $x/D = 1, 15$. En revanche les profils des tensions de Reynolds $\overline{u'u'}$ affiche encore un décalage dans leur évolution dans la direction longitudinale. De plus, les invariants de la couche de mélange, rassemblés dans le tableau 6.1 sont moins bien conservés pour $\overline{u'v'}/\overline{v'^2}$ et $\overline{u'^2}/\overline{v'^2}$. Ainsi dans ces plans $|z/D| = 4$ bordant le volume de mesure, l'influence du sillage est encore présente. Ceci est cohérent avec Heitz (1999) qui montre dans son étude que la couche de mélange est influencée par le sillage du barreau jusqu'à $|z/D| = 6$.

	$\frac{\overline{u'v'}}{\overline{u'^2}}$	$\frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'^2}}$	$\frac{2\overline{u'v'}}{\overline{u'^2 + v'^2}}$	$\frac{\overline{u'^2}}{\overline{v'^2}}$
Townsend (1976) (couche de mélange)	0,33	0,66	0,43	1,75
Bellin (1991) (couche de mélange)	0,38	0,6	0,47	1,5
Heitz (1999)	0,41	0,66	0,5	1,62
Présente étude à $ z/D = 4$	0,35	1	0,52	2,8

TAB. 6.1 – Invariants du tenseur de Reynolds pour la couche de mélange seule et l'écoulement d'interaction couche de mélange - sillage.

a - Evolution dans des plans $|z/D| < 4$

On s'intéresse maintenant à l'évolution des grandeurs caractéristiques de la couche de mélange (δ_w et y_0)   l'approche de la zone d'interaction (c'est à dire quand z se rapproche de 0). Dans l'étude réalisée par Heitz (1999), les analyses débutent seulement au dessus de $|z/D| = 2$. De ce fait, l'information présentée ici permet de compléter ces résultats.

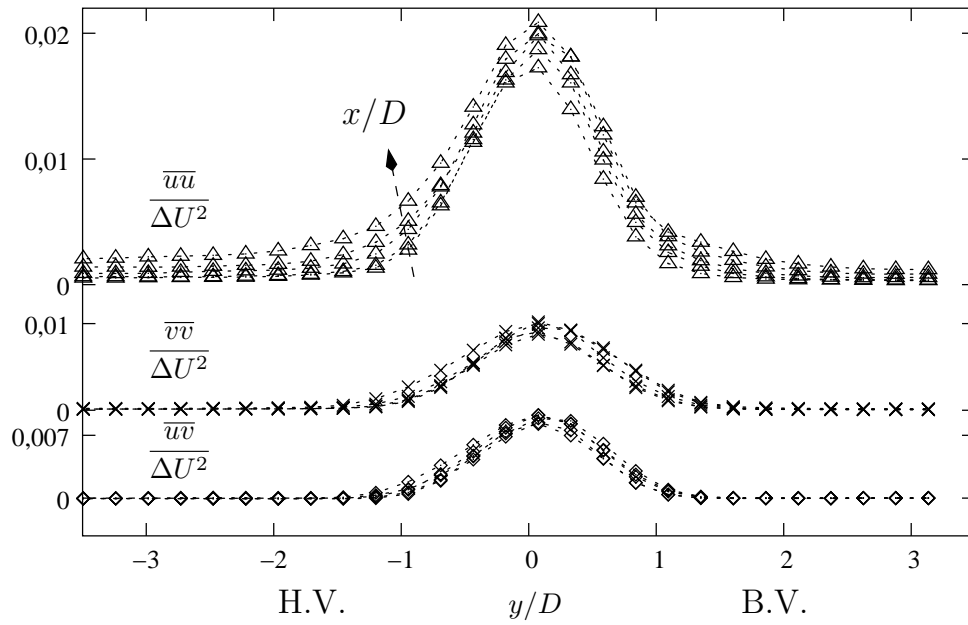


FIG. 6.4 – Regroupement des profils de tension de Reynolds $\overline{u_i u_j} / \Delta U^2$ pour $z/D = 4$ pour x/D variant de 1 à 10,5. Mesure PIV.

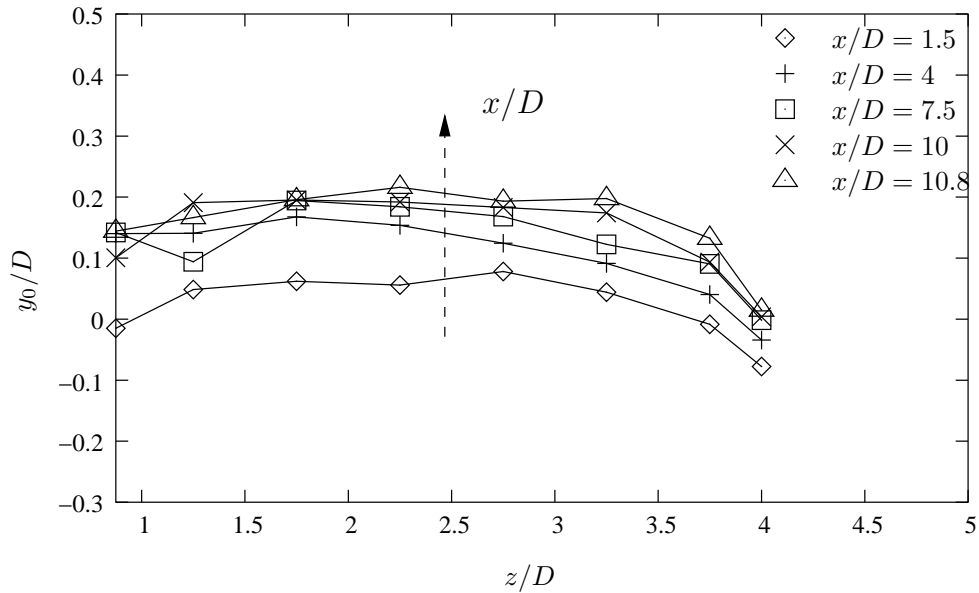


FIG. 6.5 – Evolution transversale du décalage vertical (y_0) de l'axe de la couche de mélange pour différentes positions longitudinales ($x/D = 1,5; 4; 7,5; 10; 10,8$).

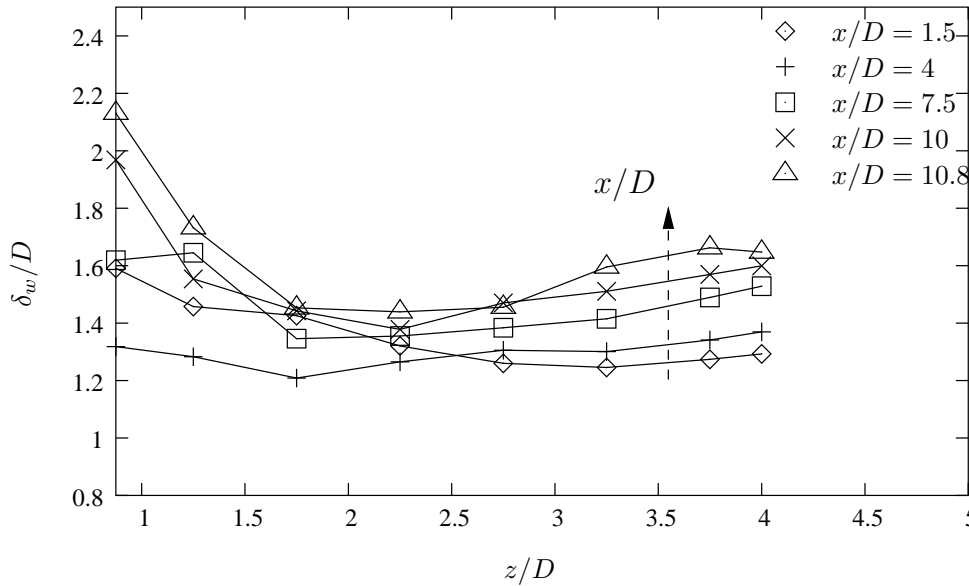


FIG. 6.6 – Evolution transversale de l'épaisseur de vorticité (δ_w) pour différentes positions longitudinales ($x/D = 1, 5; 4; 7, 5; 10; 10, 8$), $z/D = 4$. Mesures PIV.

La figure 6.5 montre l'évolution transversale de la hauteur (y_0) de l'axe de la couche de mélange (hauteur y_0 du point central de chaque profil de la vitesse moyenne longitudinale en “erf” local), pour différentes positions longitudinales. On observe, pour chaque position transversale z fixée, un décalage de la hauteur de la couche de mélange vers les basses vitesses. Pour une position longitudinale x fixée, elle se décale vers les basses vitesses de la position $z/D \simeq 4$ jusqu'à la position $z/D \simeq 3$. A partir de celle-ci, la hauteur de l'axe de la couche de mélange est stable jusqu'à la position $z/D \simeq 1, 7$.

Associée à ce comportement, est présentée sur la figure 6.6 l'évolution de l'épaisseur de vorticité. On observe au bord du domaine, $z/D = 4$, une évolution classique de l'épaisseur de vorticité cohérente avec l'expansion linéaire suivant x . A partir de la position $z/D = 3$ la couche de mélange se contracte jusqu'à la position $y/D \simeq 1, 7$. A l'approche de la zone d'interaction, elle subit un accroissement qui est plus accentué en aval de l'écoulement ($x/D > 10$).

Ce comportement de la couche de mélange peut être attribué, conformément à l'analyse réalisée par Heitz (1999), à un effet de confinement entre les parois fixes de la soufflerie et les parois “virtuelles” générées par le sillage, dont les positions évoluent dans la direction longitudinale.

6.1.2 Sillage

a - Vitesse moyenne

Le comportement de type sillage est analysé dans des plans $x - z$ reconstitués à partir de l'ensemble des plans $x - y$ PIV2D-2C. Les caractéristiques du comportement de type sillage, susceptible d'être présent aux extrémités du domaine, sont calculées par

un ajustement des données PIV avec la courbe théorique d'un sillage uniforme (cf. Eq. 2.8). Comme on pourrait s'y attendre, le regroupement des profils moyens de vitesse longitudinale de cette région de proche sillage n'est qu'approximatif (cf. Fig. 6.7).

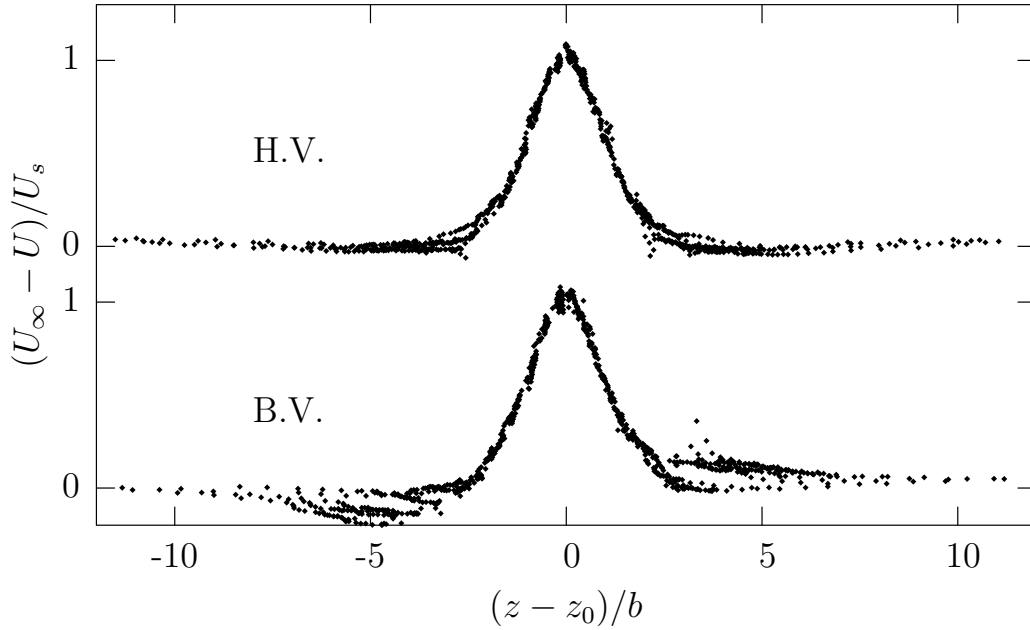


FIG. 6.7 – Regroupement des $N_x = 45$ profils du champ moyen $(U_\infty - U)/U_s$ pour le sillage côté haute vitesse ($y/D = -3.5$) et le sillage côté basse vitesse ($y/D = 3$) pour x/D variant de 1 à 10, 5. Mesure PIV.

Les profils de tension de Reynolds présentés sur la figure 6.8 pour une position longitudinale proche du cylindre, $x/D = 1, 15$, montrent pour $\overline{uu}/\Delta U^2$ la présence de deux pics de part et d'autre de la position du cylindre, en $|y/D| = 0, 5$, caractéristiques de l'organisation des couches cisailées libres décollées du barreau. La forme de ces tensions de Reynolds est proche pour les trois zones présentées (i.e. H.V., B.V. et centre), avec seulement une différence de niveau des tensions de Reynolds, le côté haute vitesse possédant les valeurs les plus élevées. Pour des profils de tensions de Reynolds situés à la fin du domaine de mesure, la valeur de l'invariant $\overline{u^2}/\overline{v^2}$ est trouvée cohérente avec celle mesurée par Heitz (1999) (cf. Tab. 6.2).

		$\frac{\overline{u^2}}{\overline{v^2}}$
Townsend (1976)	(sillage uniforme)	1,6
Heitz (1999)	H.V.	1,4
	B.V.	1,45
PIV	H.V.	1,45
	B.V.	1,5

TAB. 6.2 – Invariants du tenseur de Reynolds pour les sillages haute et basse vitesse comparées aux données de Heitz (1999) et à celle d'un sillage uniforme (Townsend, 1976), $x/D = 10$.

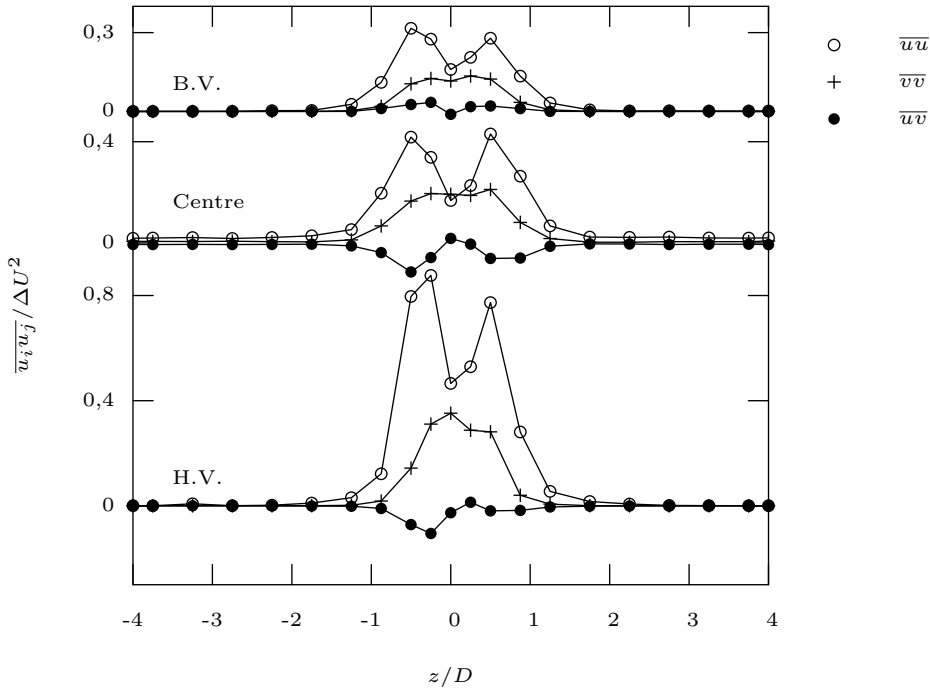


FIG. 6.8 – Tension de Reynolds ($\overline{u_i u_j} / \Delta U^2$) à la position longitudinale $x/D = 1,15$ pour le sillage côté B.V., au centre $y = 0$ et pour le côté H.V., mesure PIV.

b - Grandeurs caractéristiques (b et U_s) à l'approche de la zone d'interaction ($y \rightarrow 0$)

Dans l'écoulement présenté ici, l'évolution du déficit de vitesse est perturbée suivant l'envergure du cylindre sous l'effet de la couche de mélange. La figure 6.9 présente l'évolution longitudinale du déficit de vitesse, U_s/U_∞ , pour trois régions : le côté basse vitesse (B.V. : $3,135 \geq y/D \geq 1,6$), région "Centre" (i.e. Centre : $1 \geq y/D \geq 0,075$) et le côté haute vitesse (H.V. : $-1,45 \geq y/D \geq -3,5$).

Dans la région H.V., les courbes se superposent à partir de la position longitudinale $x/D \simeq 5$. Au delà de cette position le déficit de vitesse évolue de manière strictement identique quand on se déplace suivant l'envergure. En deçà ($x/D > 5$) le déficit est d'autant plus grand que l'on s'éloigne de l'influence de la couche de mélange. Dans la région "centre", les courbes d'évolutions sont de même forme, avec un décalage montrant que le déficit de vitesse diminue à mesure que l'on se rapproche du côté basse vitesse. Dans la région B.V. les courbes restent approximativement parallèles, mais le déficit redevient croissant quand on s'éloigne de la couche de mélange. Au total, il existe un profil minimum, obtenu à la hauteur $y/D \simeq 1$ le long de l'envergure du cylindre, côté basse vitesse.

A cette évolution du déficit de vitesse est associée celle de la demi largeur du sillage b suivant l'envergure du cylindre (cf. Fig. 6.10). Pour des positions longitudinales proches du culot du cylindre ($x/D < 2,7$), on observe à la position $y/D \simeq 1$, où le déficit de vitesse est minimum, un pic de la grandeur b traduisant l'élargissement local du sillage.

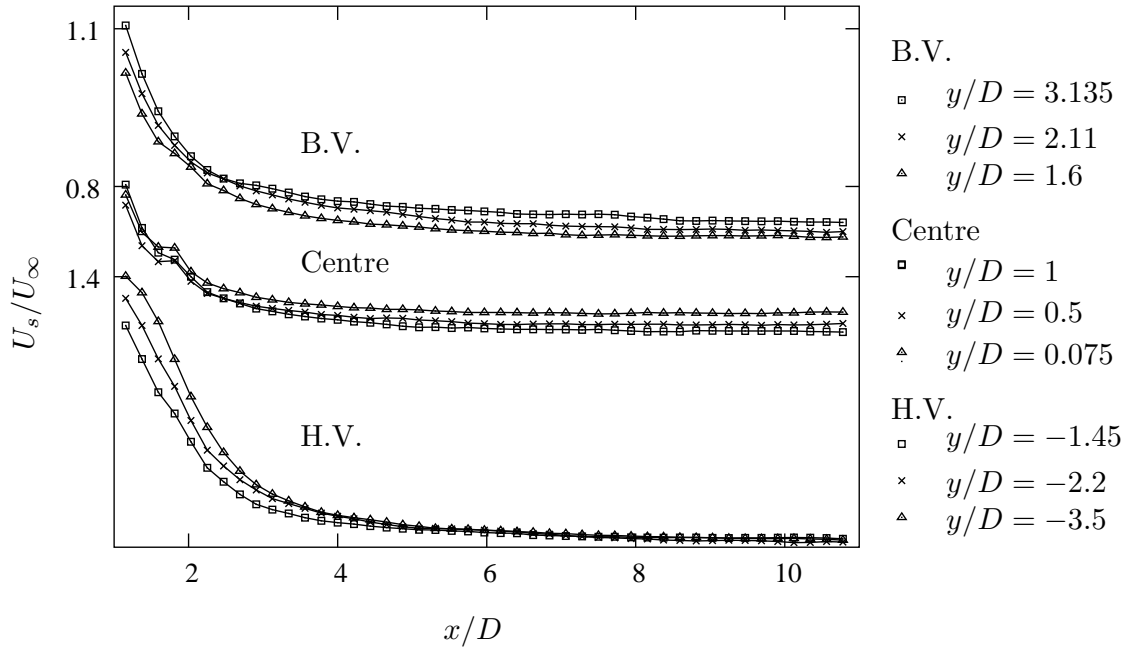


FIG. 6.9 – Evolution longitudinale du déficit de vitesse U_s/U_∞ pour le côté haute vitesse, le “centre” et le côté basse vitesse pour plusieurs positions le long du barreau (y/D). Mesure PIV.

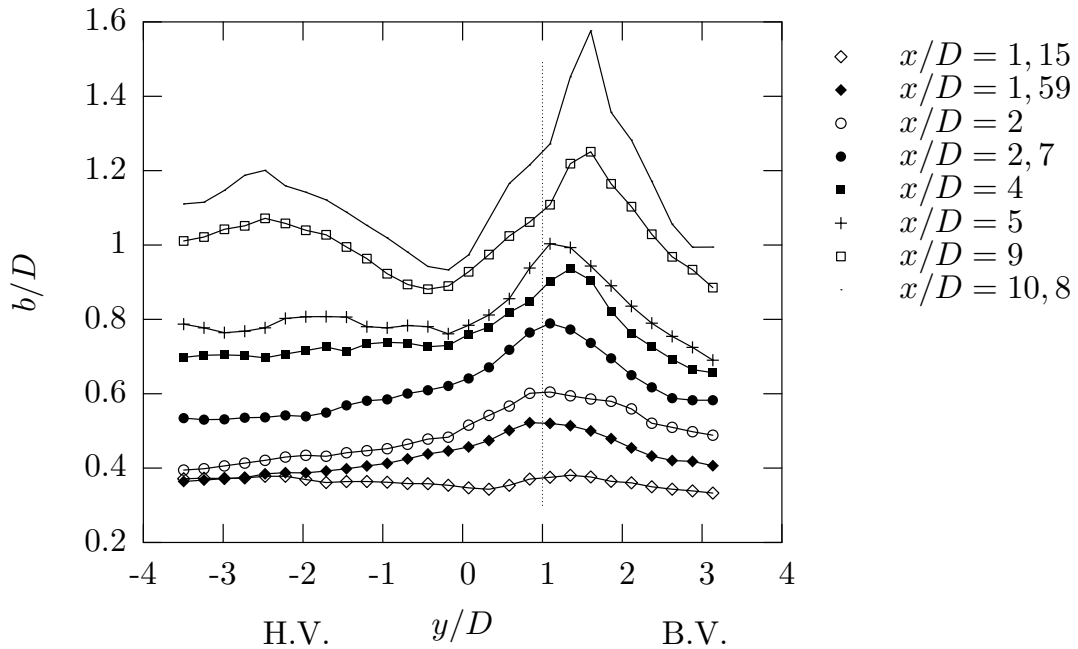


FIG. 6.10 – Evolution de l'épaisseur du sillage (b) suivant l'envergure du cylindre pour plusieurs positions longitudinales.

Heitz (1999) montre quant à lui, à partir de l'analyse du coefficient de pression amont, qu'un mouvement secondaire de la haute vitesse vers la basse vitesse existe, déplaçant la zone d'impact de la couche de mélange vers les basses vitesses. Il montre également que la séparation des couches limites sur l'obstacle est fortement retardée vers l'aval pour $y/D \simeq 1$. Il semble donc cohérent d'associer la position $y/D \simeq 1$ à la position d'impact de la couche de mélange sur le cylindre. De plus on remarque que cette position correspond à la valeur maximale du coefficient de succion $-C_{pbl}$ (cf. §5.5.2). Donc, pour notre configuration où la position du cylindre est telle que $\delta_w = D$, l'impact de la couche de mélange se répercute derrière le cylindre à la position $y/\delta_w = 1$. En se basant sur les études du chapitre 5, on peut penser que c'est bien δ_w qui est dimensionnant pour ce genre de phénomène, toutefois nous ne pouvons affirmer à partir de cette seule étude, qu'une modification du rapport D/δ_w serait sans influence sur cette position d'impact.

Au delà de $x/D = 2,7$, la position correspondant à l'élargissement local b est décalée vers les extrémités du cylindre (cf. Fig. 6.10). Ce déplacement rappelle fortement le déplacement des cellules de dislocation avec l'augmentation du paramètre β , présenté au §5.5. On observe également une amplification de l'élargissement à mesure que l'on se déplace en x . On mesure ici une forme de sur-épanouissement qui s'applique au sillage dans sa zone élargie.

6.1.3 Interaction couche de mélange - sillage

Dans la région d'interaction ($|y/D| < 1$ et $|z/D| < 1$), Heitz (1999) montre des comportements particuliers de notre écoulement qui sont ici quantifiés.

a - Transfert de fluide de la basse vers la haute vitesse :

Heitz (1999) montre, au moyen de visualisations dans le plan central du sillage $z/D = 0$, l'existence d'un écoulement secondaire instationnaire qui prend place au culot du cylindre et qui va de la basse vitesse vers la haute vitesse. Il remarque que lorsque l'on ensemece l'écoulement du côté basse vitesse, la fumée s'étale suivant l'envergure du barreau jusqu'au niveau de l'axe de la couche de mélange ($y/D \simeq 0$), avec des passages instationnaires du côté haute vitesse. Il explique la présence d'un tel mouvement à l'aide de l'analyse de la répartition du coefficient de pression au culot (cf. §2.2.2 , Fig. 2.28).

Dans notre étude, les profils de la composante verticale du champ de vitesse moyenne ($-V$), extraits des plans PIV2D-2C à la position $z/D = 0$, montrent également en le quantifiant, ce mouvement de fluide descendant en moyenne. Dans la région proche du culot, pour $x/D = 1,5$, le mouvement descendant est associé à une composante "verticale" $V \simeq 0,8\Delta U$ (cf. Fig. 6.11).

Cette valeur est cohérente avec les résultats obtenus par Lamballais & Silvestrini (2002) qui quantifient, à partir d'une simulation DNS 3D, à bas nombre de Reynolds, proche de notre écoulement, un mouvement descendant de l'ordre de $0,74 \Delta U$. Ainsi il semble que la valeur d'un tel mouvement dépend essentiellement de la valeur du cisaillement incident et non pas du nombre de Reynolds.

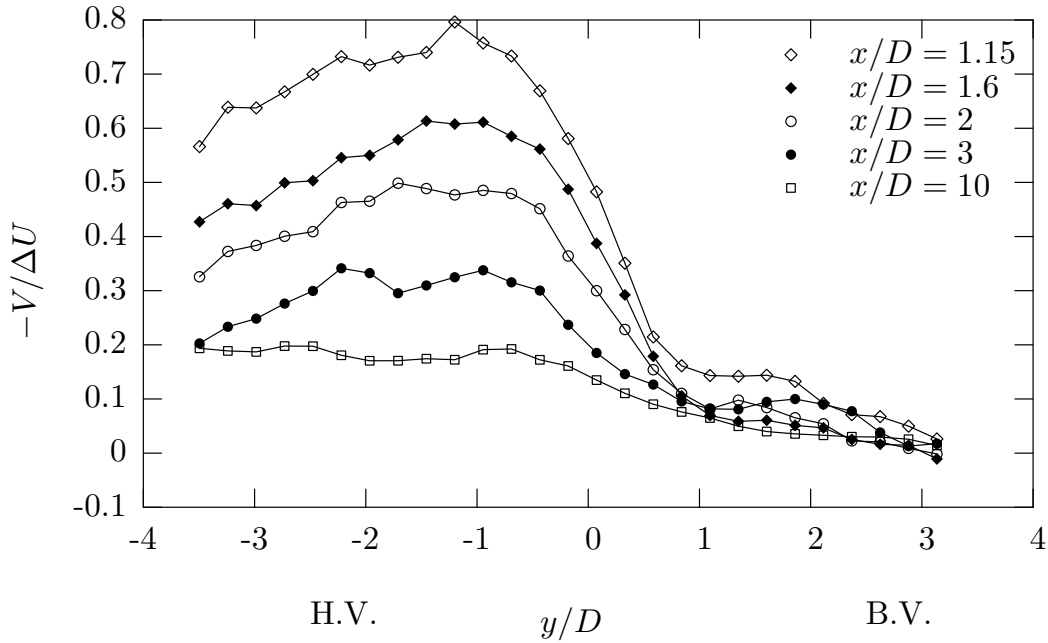


FIG. 6.11 – Déplacement moyen du fluide $-V/\Delta U$ suivant l'envergure du barreau, y , à la position $z/D = 0$, pour différentes positions longitudinales.

La figure 6.12 montre que cette valeur décroît rapidement lorsque l'on se déplace en aval du cylindre. A la fin du domaine de mesure elle a déjà perdu 60% de sa valeur. On peut penser qu'à la fin de la zone d'influence de ce mouvement, correspond une nouvelle dominance de la dynamique de sillage. Le mouvement descendant débute vers la position $y/D \simeq 1$ (ou $y \simeq \delta_w$) qui correspond à la position d'impact de la couche de mélange, et atteint son maximum pour $y/D \simeq -1$.

La descente de fluide est également visible sur les profils moyens de la composante verticale ($-V$), dans les plans $y - z$, d'où sont extraits les profils de la figure 6.12 et 6.13, pour deux positions longitudinales $x/D = 1$ et $x/D = 9,7$. La figure 6.12 montre que la descente de fluide se produit essentiellement pour $|z/D| < 1$. La figure 6.13 montre quant à elle que ce mouvement s'épanouit avec la distance longitudinale en concordance avec l'épanouissement de l'épaisseur de sillage.

La dynamique de ce mouvement de fluide, a été trouvée instationnaire par Heitz (1999). Elle sera analysée plus en détails au moyen de la mise en œuvre d'un LODS (Low Order Dynamical System) (cf. §7.3).

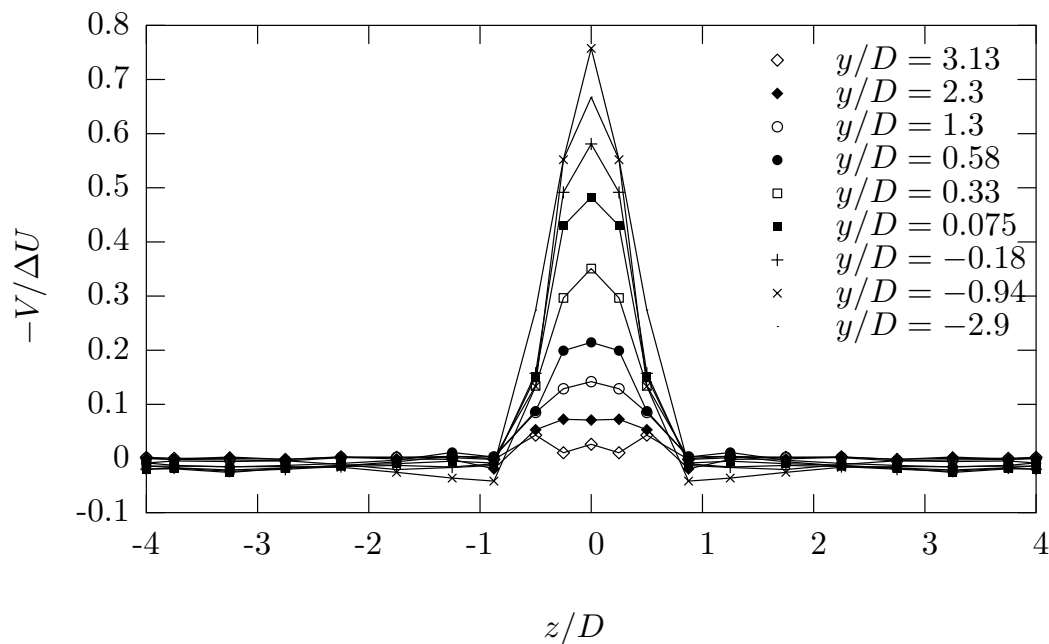


FIG. 6.12 – Déplacement moyen de fluide $-V/\Delta U$ suivant la direction transversale (z) à la position $x/D = 1$, pour différentes positions suivant l'envergure du cylindre.

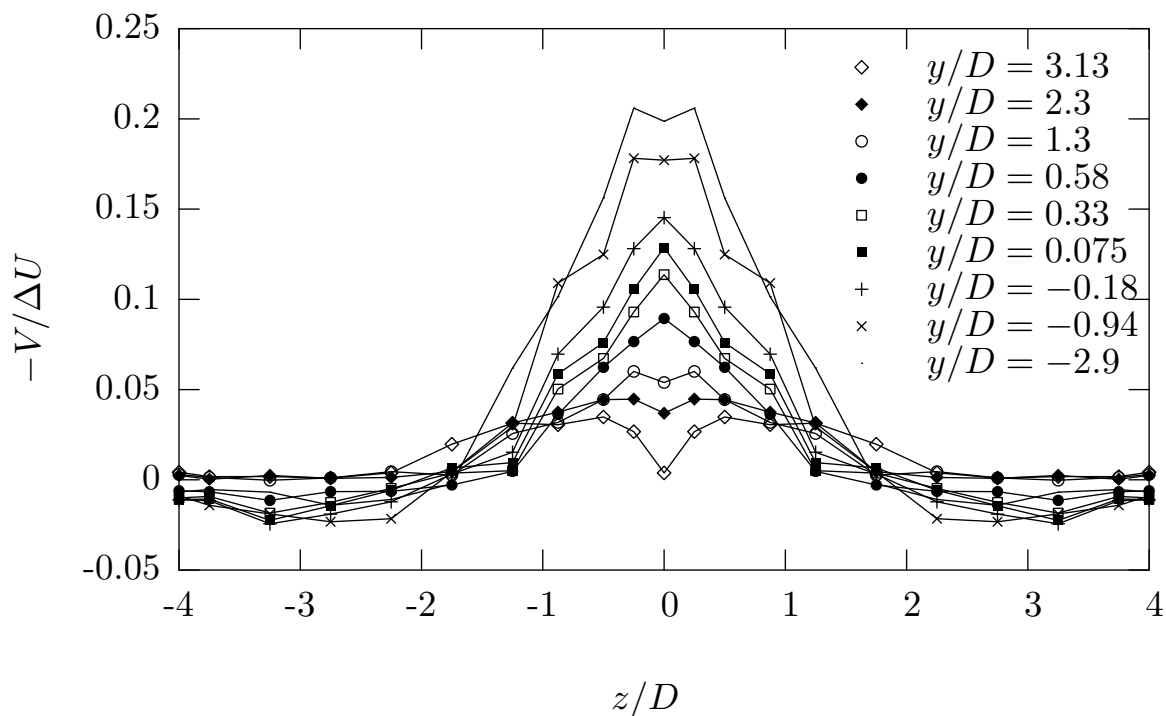


FIG. 6.13 – Déplacement moyen de fluide $-V/\Delta U$ suivant la direction transversale (z), $x/D = 9,7$, pour différentes positions le long du barreau. Mesure PIV.

b - Réorientation du profil moyen

La figure 6.14 est extraite d'un plan $y - z$ à la position $x/D \simeq 1$. Elle présente l'évolution de la vitesse moyenne longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ en fonction de la distance transversale z/D , pour un profil du côté haute vitesse (H.V.) et un profil du côté basse vitesse (B.V.).

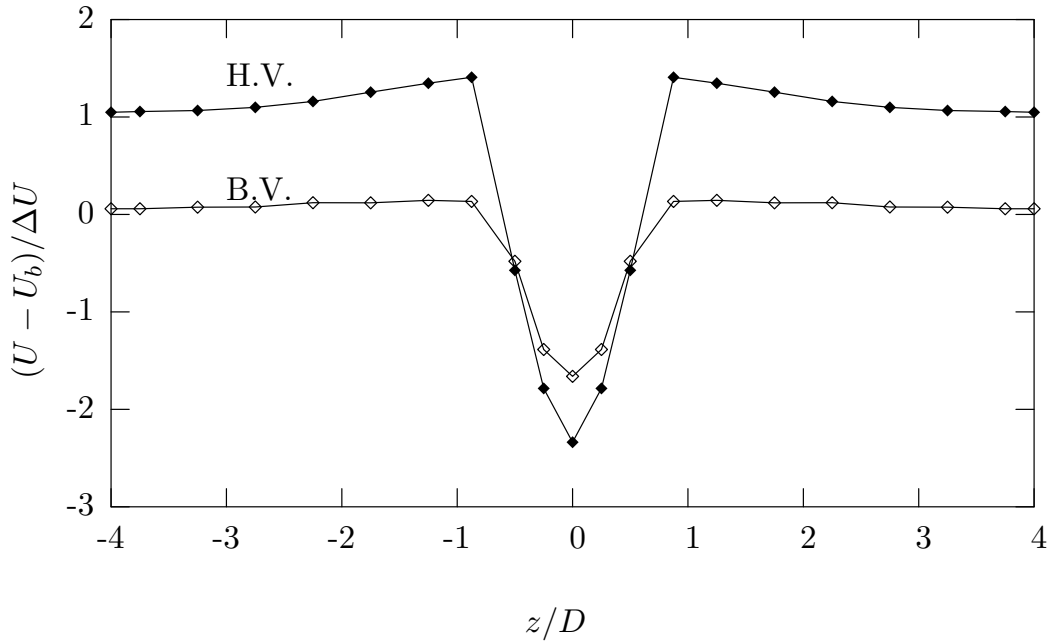


FIG. 6.14 – Evolution transversale z de la vitesse moyenne longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$, côté haute basse vitesse dans la région de culot du barreau $x/D \simeq 1$. Mesure PIV.

Dans cette région, proche du culot du cylindre où le mouvement descendant du fluide est dominant, le déficit de vitesse est plus important pour le côté haute vitesse que pour le côté basse vitesse. Ce comportement, mis en évidence initialement par Heitz (1999), est paradoxal si on le compare à un comportement de sillage uniforme du régime TrSL2¹. Le profil de vitesse longitudinale moyen reprend son évolution habituelle à la fin du domaine de mesure (x/D élevé), où le mouvement descendant a perdu 60% de son influence. En effet, la figure (6.15) montre une survitesse locale de la vitesse moyenne longitudinale pour $-\delta_w < y < \delta_w$ à la position $x/D \simeq 1$. Ce maximum n'est plus visible lorsqu'on se déplace en aval à partir de la position $x/D \simeq 7,5$. On observe qu'à partir de cette position la vitesse longitudinale prend la forme du profil de vitesse incident de couche de mélange.

Ces deux approches transversales au sens du sillage et au sens de la couche de mélange constituent des formes complémentaires d'appréhension de l'interaction entre les deux cisaillements croisés.

¹ $U_s \searrow$ lorsque $Re \nearrow$ et $L_f \searrow$ lorsque $Re \nearrow$.

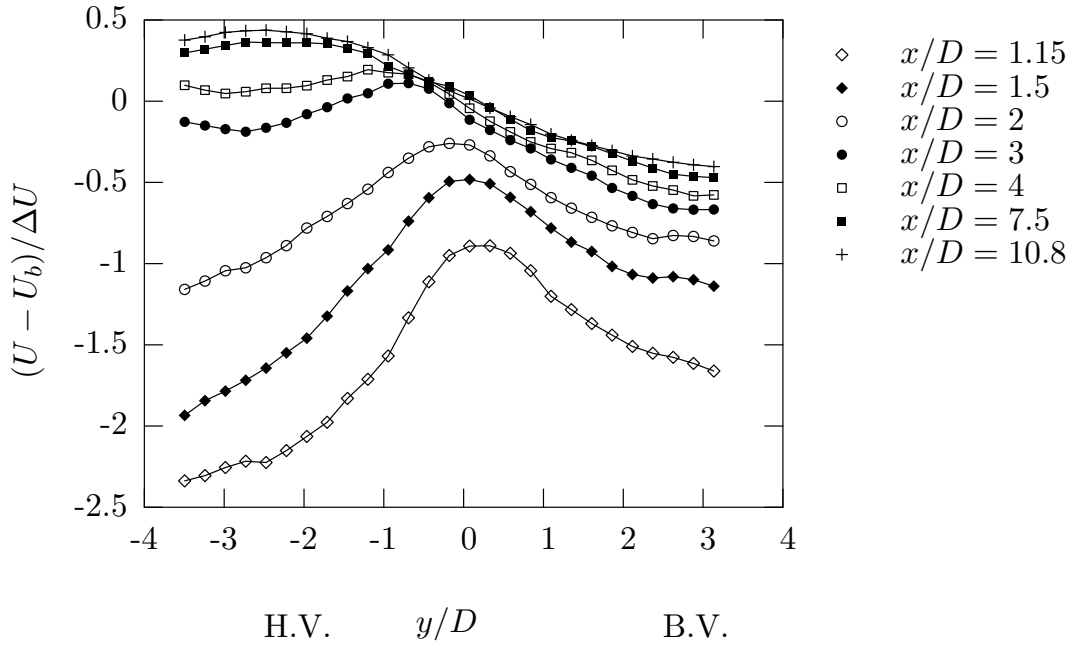


FIG. 6.15 – Réorientation des profils moyens de vitesse longitudinale $((U - U_b)/\Delta U)$ suivant l'envergure du cylindre (y/D) au fur et à mesure d'un déplacement en aval x/D à la position transversale $z/D = 0$ (plan axial de l'écoulement au culot du cylindre).

c - Remarques sur la longueur de formation :

Noca *et al.* (1998) définissent plusieurs critères pour mesurer la longueur de formation (voir aussi §4.3.4) :

- La position longitudinale de la vitesse moyenne nulle sur sa ligne centrale.
- La position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds longitudinale \overline{uu} .
- La position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds transversale \overline{ww} .
- La position longitudinale du maximum des fluctuations de vitesse $(\overline{uu} + \overline{ww})$.
- La position longitudinale du maximum de la vorticité fluctuante d'axe l'envergure du barreau.

À partir des mesures PIV réalisées, seules les déterminations de la longueur de formation à partir des deux premiers critères est réalisable. La figure 6.16 présente l'évolution longitudinale des tensions fluctuantes $\overline{uu}/\Delta U^2$ pour plusieurs positions suivant l'envergure du cylindre (B.V., milieu, H.V.). Seules les tensions fluctuantes côté haute vitesse présentent un maximum dont la position est mesurable.

Cette position, $x/D \simeq 1,7$, est plus faible de environ $0,4D$ lorsqu'elle est comparée à celle mesurée à partir du maximum de la RMS d'un fil chaud, qui intègre les composantes longitudinale et transversale, $\overline{uu} + \overline{vv}$ (cf. §5.5.3, Fig. 5.18). En conséquence, pour mesurer la longueur de formation similaire aux mesures fil chaud à l'aide de données PIV, la mesure de la troisième composante est nécessaire. Cette remarque est cohérente avec les résultats de Noca *et al.* (1998) qui montrent, pour un écoulement de sillage uniforme, que la valeur de la longueur de formation peut être diminuée de $\simeq 0,6D$ entre la mesure réalisé à partir du critère \overline{uu} et du critère \overline{ww} (ou $\overline{uu} + \overline{ww}$) et ceci de manière quasiment invariante avec

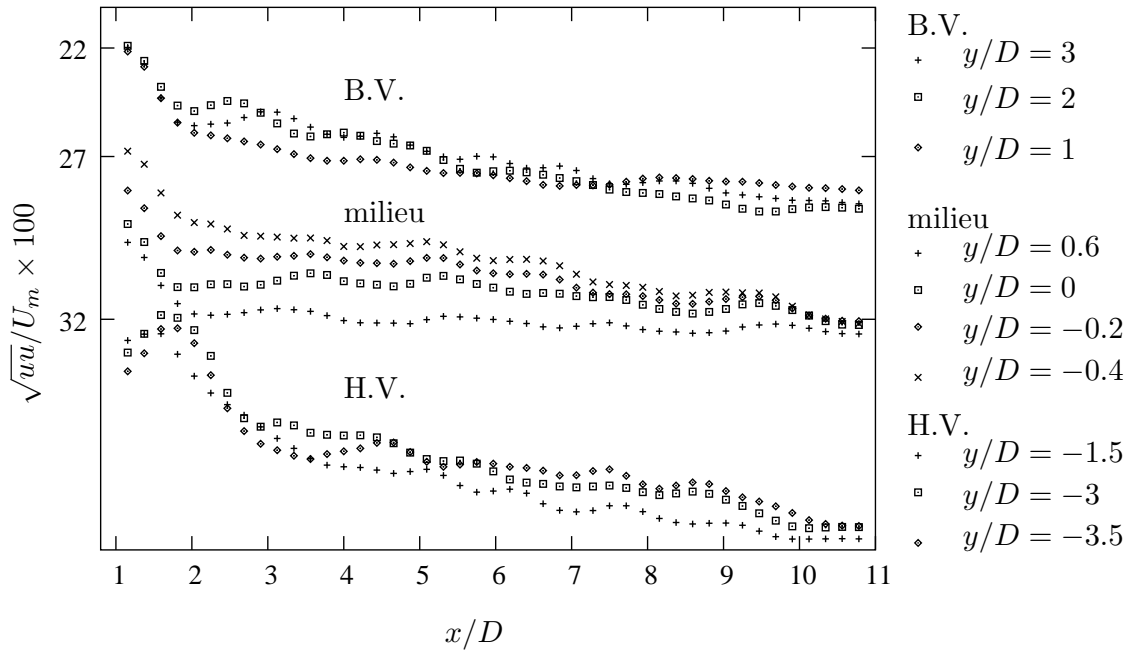


FIG. 6.16 – Evolution longitudinale des tensions fluctuantes $\overline{uu}/\Delta U^2$ pour différentes positions le long de l’envergure du cylindre à la position transversale $|z/D| = 1$.

le nombre de Reynolds. Compte tenu de ce phénomène les données PIV ne permettent pas une analyse correcte de l’évolution de la longueur de formation dans le volume exploré.

6.2 Corrélations spatiales en deux points

La corrélation en deux points est une grandeur statistique qui permet de quantifier l’importance de la relation entre deux variables en deux points de l’espace (corrélations spatiales) ou du temps (corrélations temporelles) ou de l’espace et du temps (corrélations spatio-temporelles). Cette grandeur, calculée à partir des fluctuations de vitesse, a permis d’introduire la notion d’organisation de l’écoulement. Townsend (1976) est le premier à proposer une démarche empirique, permettant de remonter à une image de l’écoulement. Classiquement, l’analyse de la forme et de l’échelle spatiale des corrélations apporte des informations quantitatives sur la forme et les dimensions des structures cohérentes.

Dans cette étude, l’acquisition des plans PIV2D-2C n’est pas résolue temporellement, de ce fait les champs de vitesse sont décorrélés entre eux et seules les corrélations spatiales peuvent être analysées. La deuxième campagne de mesure permet la représentation du tenseur des corrélations en deux points dans les trois directions inhomogènes de notre écoulement (cf. §4.4.9). Il est calculé à partir d’une moyenne d’ensemble et est défini par la relation suivante, pour $i=j=1,2$:

$$R_{ij}(x, y, z, x', y', z') = \frac{\overline{u_i(x, y, z)u_j(x', y', z')}}{U_m^2} \quad (6.1)$$

La représentation d'un tel tenseur n'est pas aisée de par sa taille, correspondant à toutes les combinaisons d'un maillage de $N = N_x \times N_y \times N_z = 45 \times 27 \times 21 \simeq 50\,000$ points, mais également par sa représentation dans l'espace physique. Par la suite nous utilisons la représentation introduite par Delville (1995). Cette représentation consiste à tracer les isocontours des surfaces de corrélations obtenues par la corrélation d'un point de référence, noté $\mathbf{A} = (\mathbf{x}_a, \mathbf{y}_a, \mathbf{z}_a)$, avec tous les points d'un plan considéré. Le point de référence est représenté par l'intersection entre les droites verticales et horizontales des figures. Dix isocontours positifs et négatifs permettent de mettre en valeur le changement de signe des corrélations entre le vecteur u_i et u_j en moyenne. Le pas entre les isocontours est choisi constant. Notons que ce pas peut être choisi différent entre les isocontours négatifs et positifs. Le tenseur des corrélations est ainsi ramené à une représentation bidimensionnelle (cf. Fig. 6.17).

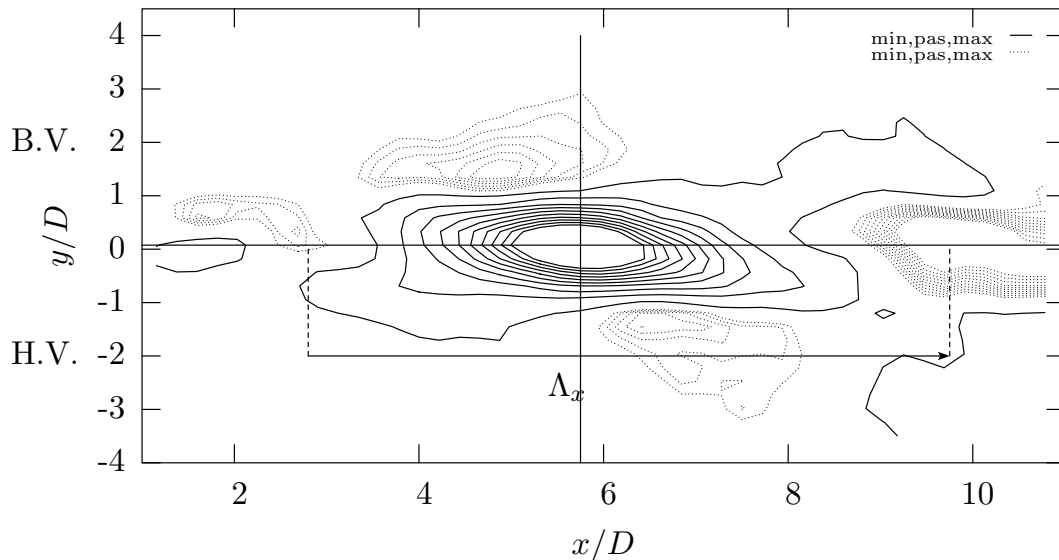


FIG. 6.17 – Exemple de représentation bidimensionnelle des corrélations spatiales en deux points : isocontours positifs (—) et négatifs (···) des corrélations $R_{uu} = \frac{u(x_a, y_a)u(x, y)}{U_m^2}$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = z_a = 4$, où le point de référence est situé au centre du domaine $\mathbf{A} = (\mathbf{x}_a = 5.9\mathbf{D}, \mathbf{y}_a = 0.075\mathbf{D})$. Les valeurs des dix isocontours sont définies entre la valeur minimale (“min”) et maximale (“max”) incrémentées d’un pas constant (“pas”).

A partir de ces figures sont évaluées les échelles intégrales longitudinales (Λ_x), définies par la distance séparant le centre des isocontours négatifs entourant la zone de corrélation positive au point de référence. Pour toutes les analyses, on réalise une évaluation de la fréquence associée à la topologie des structures à grande échelle par l’utilisation de l’hypothèse de Taylor suivante (où U_c est la vitesse de convection (cf. §2.1)) :

$$f_i = \frac{U_c}{\Lambda_x}. \quad (6.2)$$

Le nombre de Strouhal peut être évalué par la relation suivante :

$$St_i = \frac{f_i L_{carac}}{U_c} = L_{carac} / \Lambda_x, \quad (6.3)$$

où L_{carac} est la longueur caractéristique dont la valeur est définie à partir du type d'organisation des structures. Pour exemple, dans les régions de type sillage $L_{carac} = D$ tandis que dans les régions de type couche de mélange $L_{carac} = \delta_{wl}$ (i.e. l'épaisseur de vorticité locale au point de référence). La valeur de l'échelle intégrale longitudinale dépend de l'isocontour de fluctuation de vitesse choisi pour la représentation des structures (u ou v). Deux valeurs du nombre de Strouhal sont possibles. Elles seront notées St_u et St_v . Les corrélations étant bruitées, pour leur représentation on utilise un lissage glissant de 9 points défini comme suit :

$$R_{ij}^a = \frac{1}{\sum_{i=-1}^{i=1} \sum_{j=-1}^{j=1} W_{i,j}} \sum_{i=-1}^{i=1} \sum_{j=-1}^{j=1} R_{ij}^a \times W_{i,j}, \quad (6.4)$$

où R_{ij}^a représente le tenseur des corrélations au point \mathbf{A} , ij est la position relative des points environnants dans le plan défini par les directions i et j et $W_{i,j}$ représentent les "poids" et possèdent les valeurs suivantes : $W_{-1,-1} = W_{-1,1} = W_{1,-1} = W_{1,1} = 1$, $W_{-1,0} = W_{0,-1} = W_{0,1} = W_{1,0} = 3$ et $W_{0,0} = 4$.

6.2.1 Corrélation en deux points dans les zones de type couche de mélange et sillage

De la même manière que pour l'analyse des statistiques en un point, les corrélations montrent, aux limites du domaine de mesure, une organisation similaire à celle des écoulements canoniques de couche de mélange et de sillage. Les corrélations en deux points apportent une représentation des structures cohérentes de chaque région, dont on quantifie les échelles spatiales. On note que les isocontours de vitesses fluctuantes verticales, v , sont trouvées plus représentatives de l'organisation de type couche de mélange, tandis que les isocontours de vitesses fluctuantes horizontale, u , le sont pour l'organisation de type sillage.

a - Couche de mélange

Pour l'analyse de cette région, on se place dans les plans $x - y$   la position $z_a = 4D$, avec un point de référence $\mathbf{A} = (5, 9D; 0, 075D)$, situé au milieu du plan. Les corrélations obtenues sont représentées ici pour les isocontours de corrélations correspondant à la fluctuation de vitesse verticale v (cf. Fig. 6.18).

La topologie des corrélations de cette zone montre des structures cohérentes dont l'échelle spatiale verticale s'étend sur $-2 < y/D < 2$. Les isocontours positifs de la

corrélation centrale sont entourés d'isocontours négatifs caractéristiques d'un changement de signe entre la composante $v(x, y)$ et $v(x_a, y_a)$. Cette topologie est cohérente avec une représentation statistique des zones de vitesse verticale présentes dans une organisation de type couche de mélange, schématisée sur la figure 6.19 (cf. §2.1.2, Fig. 2.6). A partir de ces corrélations et également des corrélations R_{uu} et R_{uv} , les nombres de Strouhal peuvent être évalués par la relation 6.3 (cf. Tab. 6.3). Toutes ces valeurs sont trouvées en bon accord avec Delville *et al.* (1999). On met donc en évidence un comportement dynamique de type couche de mélange, ici $L_{carac} = \delta_{wl} = 11,5\text{mm}$ au point de référence **A**.

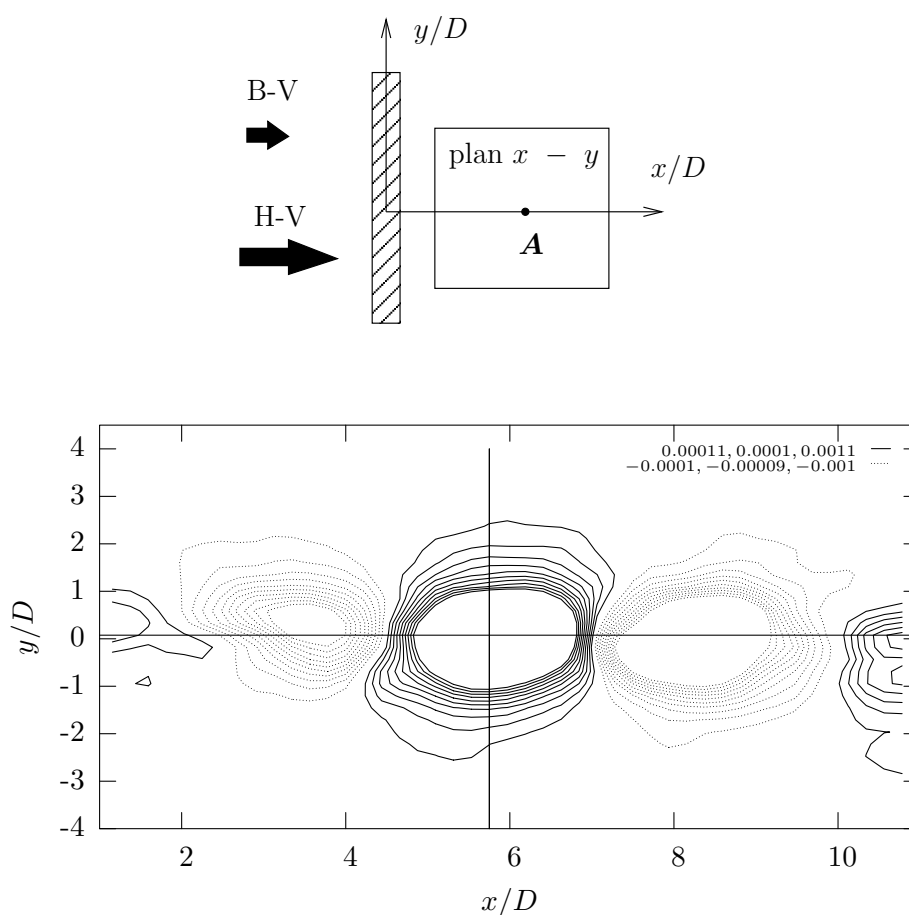


FIG. 6.18 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{vv} = \overline{v(x_a, y_a)v(x, y)}/U_m^2$, dans le plan $x - y$ dans la zone d'influence de la couche de mélange ($z/D = 4$) avec un point de référence au centre du domaine $\mathbf{A} = (5.9D, 0.075D)$. Les isocontours positifs sont en trait plein (—) et les isocontours négatifs en pointillés (\cdots).

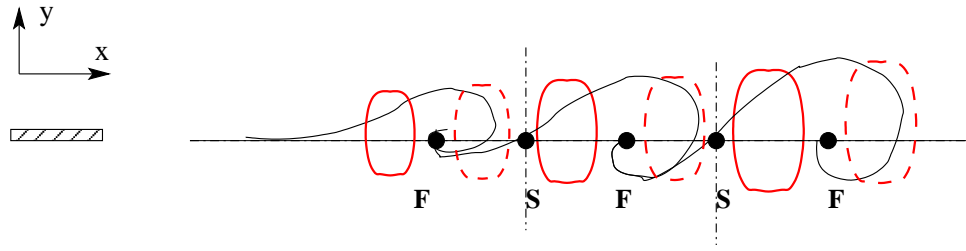


FIG. 6.19 – Schématisation des tourbillons primaires instantanés d’une couche de mélange plane turbulente avec la superposition des zones de vitesse verticale négatives (---) et positives (—). **S** et **F** représentent les points singuliers : Selle et Focus.

$z/D = 4$	Λ_x/D	f [Hz]	St
R_{uu}	7,5	322	0,2
R_{vv}	5	390	0,29
R_{uv}	5	390	0,29

TAB. 6.3 – Synthèse des échelles spatiales des corrélations R_{ij} dans la région de type couche de mélange, associées à leur fréquence et nombre de Strouhal évalués à l’aide de l’hypothèse de Taylor.

b - Sillage

Pour l’analyse de la région de sillage, on se place dans les plans $x - z$ à la position $|y| \simeq |y_a| \simeq 3D$, avec un point de référence situé dans les couches cisailées décollées du cylindre $\mathbf{A} = (5.9D; -1, 25D)$. Les corrélations obtenues sont représentées ici pour les isocontours correspondant à la vitesse longitudinale u (cf. Fig. 6.20 et Fig. 6.21).

La topologie des structures cohérentes mise en évidence par cette représentation est en accord avec l’organisation de l’allée de von-Kármán d’un sillage uniforme. En effet celle-ci est organisée en tourbillons alternés de signe opposé donnant lieu à des zones de vitesses horizontales schématisées sur la figure 6.22. A cette schématisation sont superposés les points singuliers de type points selle (**S**) et focus (**F**) dont la position est rappelée par Sung & Yoo (2003) et marquent un changement de signe de la vitesse fluctuante longitudinale (u) retrouvé sur la topologie des corrélations des figures 6.20 et 6.21. On remarque toutefois, côté haute et basse vitesse, qu’au delà de $x/D \simeq 6$, les tourbillons perdent de leur cohérence, les tourbillons positifs de part et d’autre de l’allée semblant interagir entre eux. Une quantification des échelles de longueur est réalisée dans le paragraphe suivant.

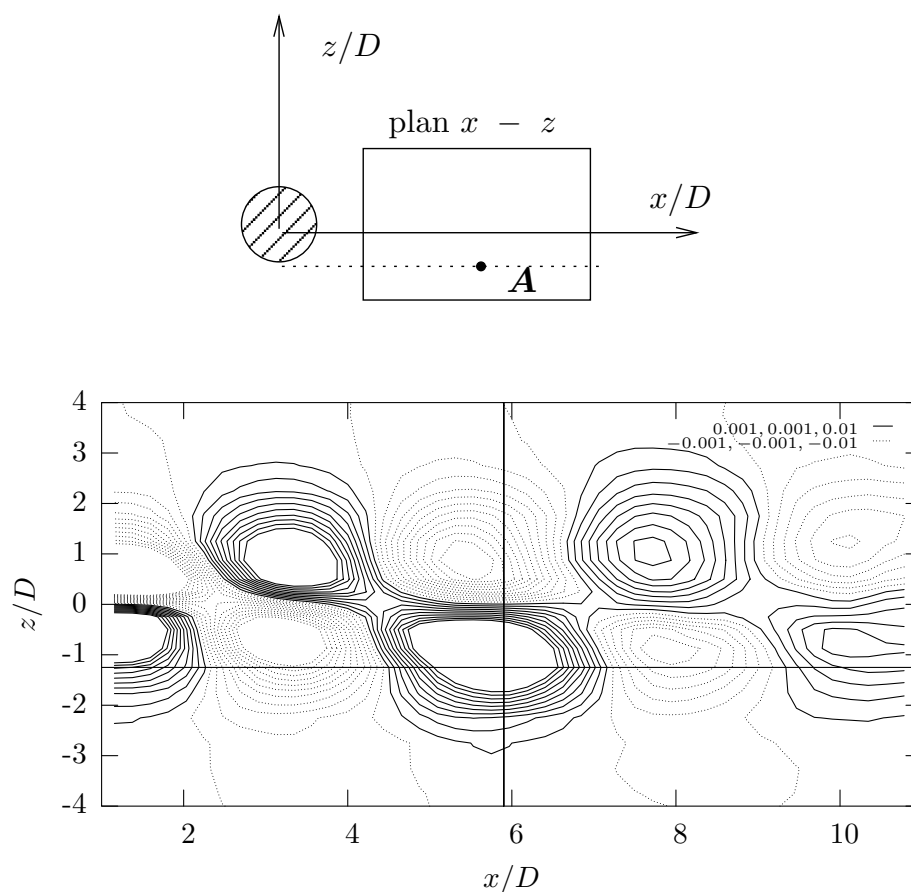


FIG. 6.20 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/U_m^2$, dans le plan $x - z$, avec un point de référence situé dans les couches cisailées décollées du cylindre $\mathbf{A} = (5.9D; -1, 25D)$ pour le côté basse vitesse ($y/D = 3$)

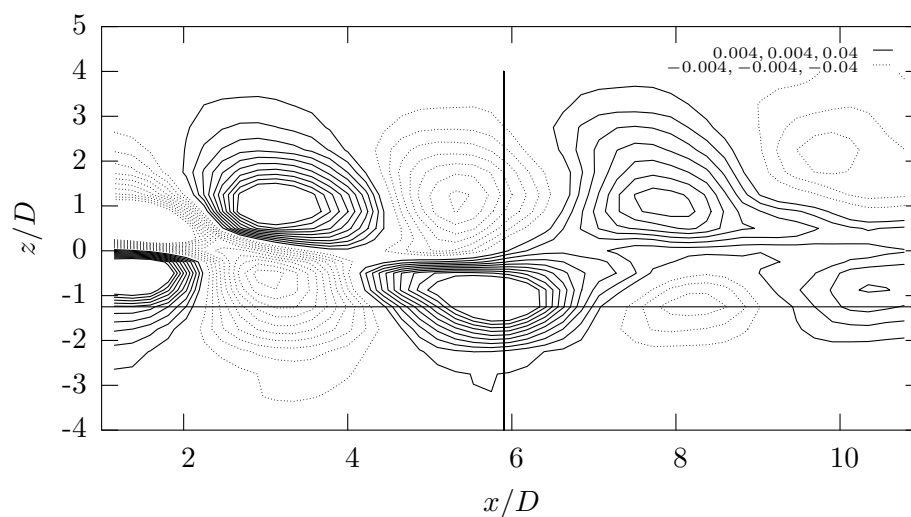


FIG. 6.21 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/U_m^2$, dans le plan $x - z$, avec un point de référence situé dans les couches cisailées décollées du cylindre $\mathbf{A} = (5.9D; -1, 25D)$ pour le côté haute vitesse ($y/D = -3, 5$)

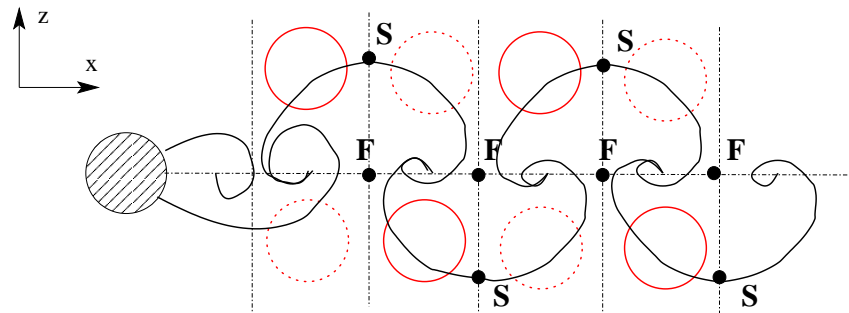


FIG. 6.22 – Schématisation d’une allée de von-Kármán instantanée avec superposition des zones de vitesses longitudinales négatives (- - -) et positives (—). **S** et **F** représentent les points singuliers : Selle et Focus (Sung & Yoo, 2003).

6.2.2 Zone d'interaction

a - Plan $x - z$:

Les isocontours de corrélation R_{uu} dans le plan $x - z$ se déforment dans la direction longitudinale à l'approche de la zone d'interaction (i.e. $y \rightarrow 0$) (cf. Fig. 6.23).

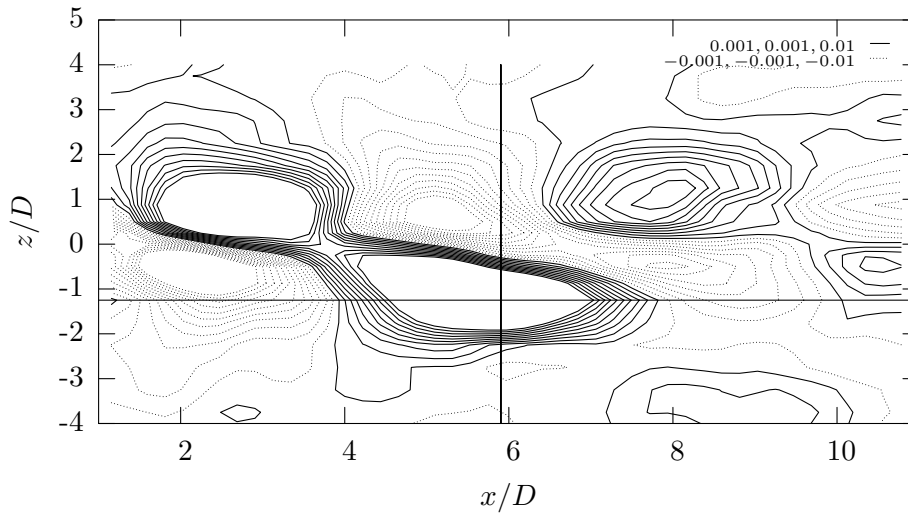


FIG. 6.23 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}/\Delta U_m^2$, dans le plan $x - z$, à mi-envergure du cylindre ($y/D = 0,075$), pour un point de référence situé dans les couches cisailées décollées du cylindre $\mathbf{A} = (5.9D; -1,25D)$.

Afin de quantifier l'évolution de cette déformation suivant l'envergure du cylindre, le nombre de Strouhal St_u est évalué pour tous les plans $x - z$, à partir des corrélations en deux points pour un point de référence situé dans les couches cisailées décollées du barreau. La figure 6.24 présente l'évolution de cette grandeur, à laquelle on superpose le nombre de Strouhal obtenu à l'aide d'un fil chaud positionné dans les couches cisailées libres (CCL) décollées du cylindre. On observe, côté haute et basse vitesse, que le nombre de Strouhal est proche de celui trouvé par mesures fil chaud $St \simeq 0,2$. En revanche, dans la région $-2 < y/D < 1$, une cellule de valeur plus faible $St \simeq 0,16$ est présente. Cette valeur du nombre de Strouhal se situe entre les deux valeurs distinctes mesurées par Heitz (1999) au fil chaud. La différence de quantification entre ces deux nombres de Strouhal provient certainement du choix de la définition de l'échelle spatiale. En effet, choisir une échelle intégrale définie par la distance entre les deux isocontours négatifs qui entourent le pic principal de corrélation, ne nous permet pas de trouver deux échelles spatiales. Quoiqu'il en soit, la quantification présentée ici montre que la cellule de basse fréquence dans la région $-2 < y/D < 1$ est liée à une déformation dans la direction longitudinale des structures du lâcher tourbillonnaire du côté haute vitesse.

b - Plan $x - y$:

L'organisation des structures cohérentes de notre écoulement dans les plans $x - y$ évolue d'une organisation de type couche de mélange (cf. fig. 6.18) à une organisation

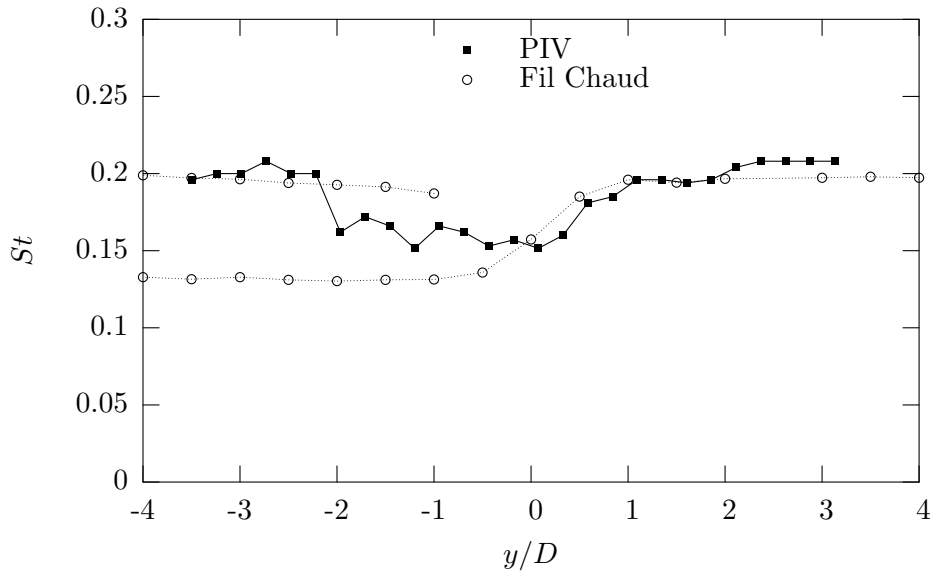


FIG. 6.24 – Comparaison de l'évolution du nombre de Strouhal suivant l'envergure du barreau entre des mesures fil chaud et à partir des corrélations en deux points dans le plan $x - z$ obtenues par mesure PIV. $y > 0$: côté basse vitesse et $y < 0$: côté haute vitesse.

particulière dans le plan derrière l'axe du cylindre (cf. Fig. 6.25-b), en passant par une organisation en forme de V non symétriques (cf. Fig. 6.25-a). Cette dernière organisation est retrouvée aux positions $2,25 < |z/D| < 0,25$, où l'influence des CCL décollées du cylindre est prépondérante. Cette topologie montre que la déformation des structures de sillage observée dans le plan $x - z$ (cf. Fig. 6.23) correspond à une l'inclinaison de ces dernières dans la direction longitudinale. Cette organisation en forme chevrons dissymétriques sera analysée plus en détails dans le paragraphe 7.2. Toutefois, on observe dès à présent que les structures s'inclinent de part et d'autre de la position d'impact de la couche de mélange, $y/D \simeq 1$, mise en évidence au §6.1.

Dans le plan central ($z/D = 0$), où le mouvement descendant est maximal, la forme des corrélations montre une échelle spatiale de longueur $\Lambda_x/D \simeq 12$, de l'ordre de deux fois celle trouvée dans la région de type couche de mélange. Cette organisation particulière sera également analysée plus en détail dans le paragraphe 7.3.

c - Plan $y - z$:

La forme des corrélations $R_{uu} = \overline{u(y_a, z_a)u(y, z)}/U_m^2$ dans un plan $y - z$ pour un point de référence situé dans les CCL, $\mathbf{A} = (-0, 18D; -1, 25D)$, est montrée sur les figures 6.26 a) et b). La figure 6.26 a) présente la corrélation R_{uu} à la position longitudinale proche du culot du cylindre $x/D = 1,15$. On observe la présence d'un point singulier, P_1 , à la position $y/D \simeq -1$, où la descente de fluide est maximale (cf. chapitre 6.1.3). La figure 6.26 b) montre quant à elle la forme de la corrélation R_{uu} à une position longitudinale plus en aval, $x/D = 5,3$. On observe cette fois-ci l'apparition d'un autre point singulier, P_2 , à la position $y/D \simeq 0,7$, proche de la position d'impact de la couche de mélange sur le cylindre $y/D \simeq 1$.

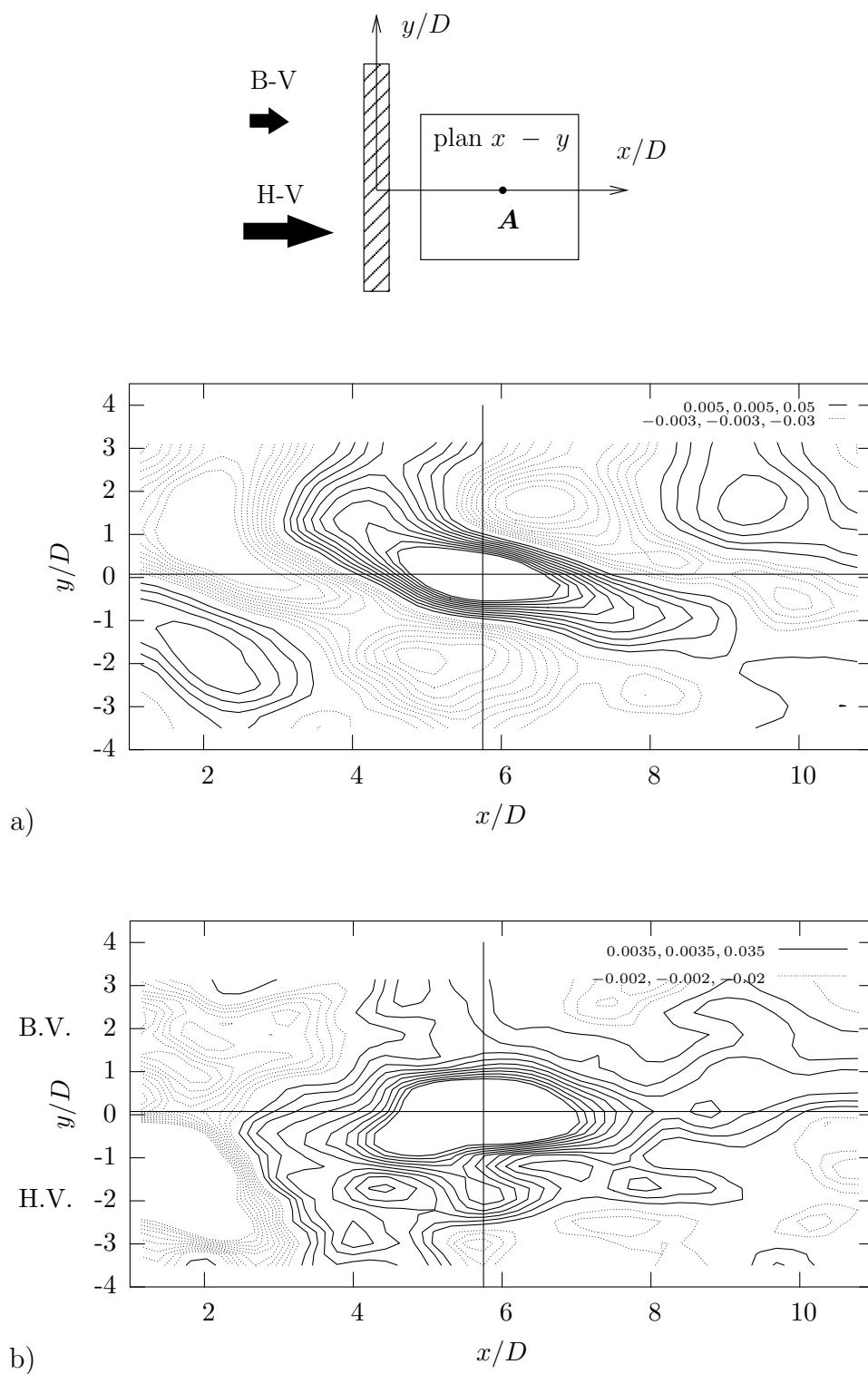


FIG. 6.25 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(x_a, y_a)u(x, y)}/U_m^2$, dans le plan $x - y$, pour un point de référence au centre du domaine $\mathbf{A} = (5,9D; 0,075D)$: a) Dans la zone d'influence des structures en forme de V ($z/D = 1,25$) - b) Dans le plan de symétrie $z/D = 0$.

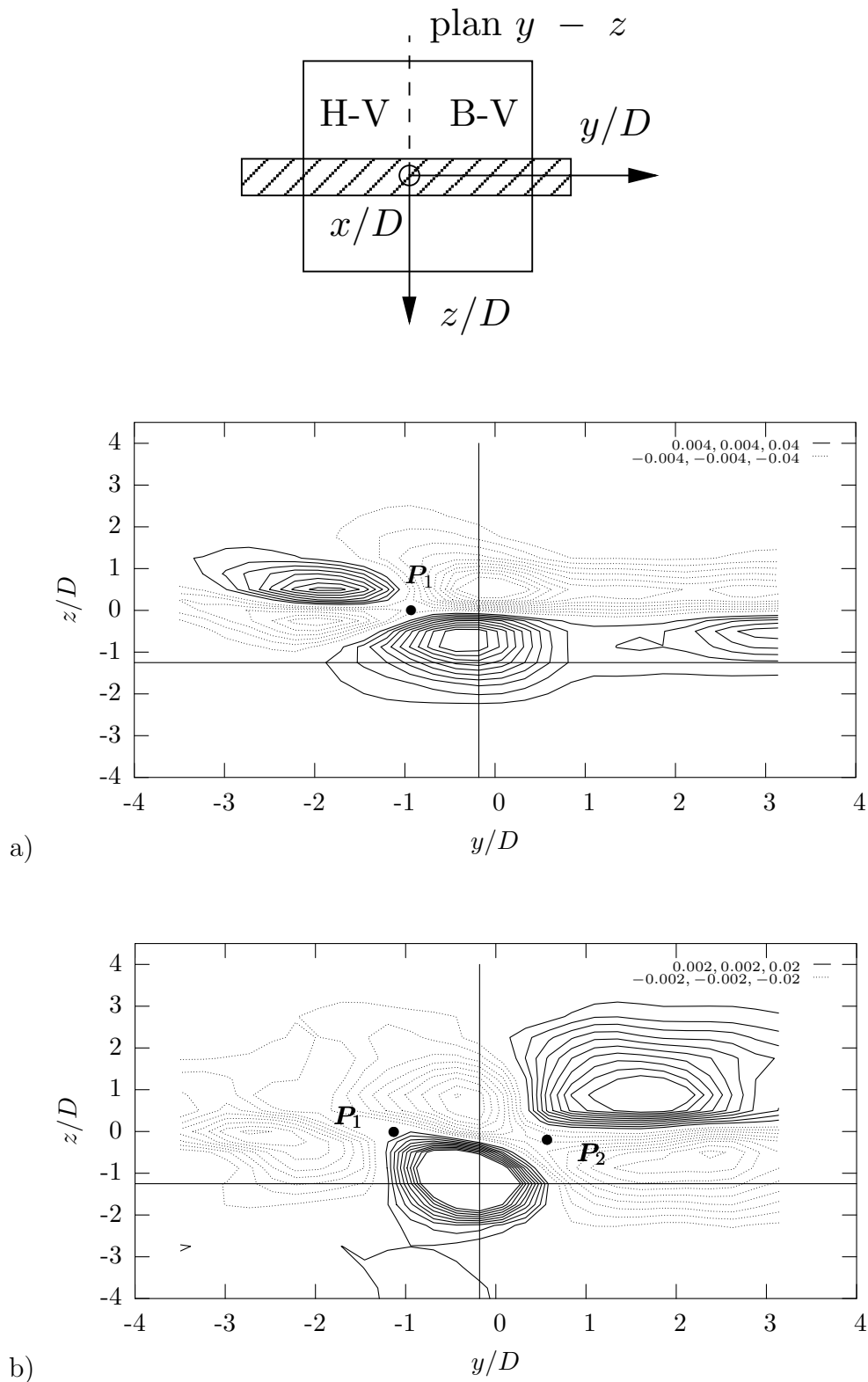


FIG. 6.26 – Isocontours des corrélations en deux points, $R_{uu} = \overline{u(y_a, z_a)u(y, z)}/U_m^2$, dans le plan $x - y$, pour un point de référence $\mathbf{A} = (-0, 18D; -1, 25D)$ pour deux positions longitudinales : a) $x/D = 1,15$ - b) $x/D = 5,3$.

De manière à situer la position longitudinale de transition entre les deux topologies des figures 6.26 a-b, l'évolution longitudinale de la position des points singuliers est évaluée à partir des isocontours de corrélations R_{uu} , R_{vv} et R_{uv} et présentée sur la figure 6.27. On observe la présence d'un point singulier unique à la position $y/D \simeq -1$, jusqu'à la position longitudinale $x/D \simeq 4$. A partir de cette position, deux points singuliers sont présent et situés approximativement aux positions $y/D \simeq 1$ et $y/D \simeq -1$. A ce stade de l'étude, on se contente de signaler cette singularité qui sera analysée au paragraphe 7.2 à la lumière des résultats issus de la POD.

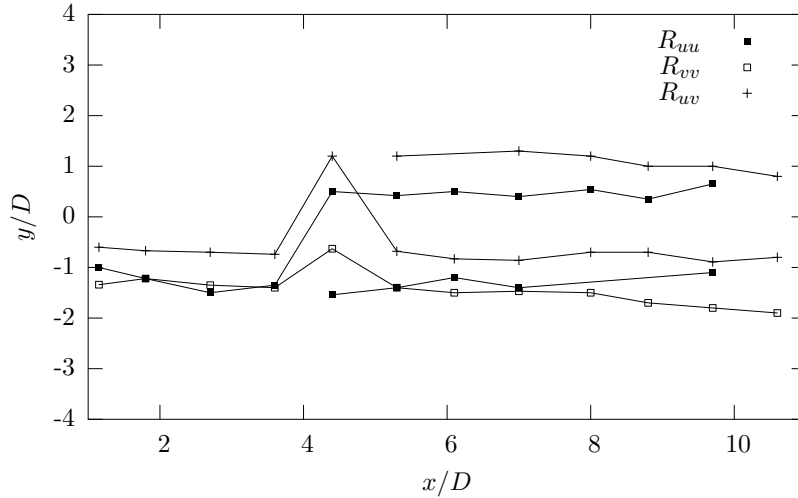


FIG. 6.27 – Evolution longitudinale de la position des points singuliers suivant l'envergure du cylindre (y/D), évalués à partir de la topologie des corrélations R_{uu}, R_{vv} et R_{uv} .

6.3 Synthèse

Aux limites du domaine de nos mesures PIV, le comportement de notre écoulement est similaire aux écoulements canoniques qui le composent : en $|z/D| = 4$ l'écoulement est de type couche de mélange, en $|y/D| = 3$ l'écoulement est de type sillage.

A l'approche de la zone d'interaction, il existe suivant l'envergure du cylindre, à la position $y \simeq \delta_w$, un élargissement local de l'épaisseur du sillage. A cette position, on a précédemment observé un pic du coefficient de succion (cf. §5). En s'appuyant sur l'analyse réalisée par Heitz (1999), on montre qu'elle correspond à la position d'impact de la couche de mélange sur le cylindre. Les corrélations en deux points révèlent que de part et d'autre de cette position est initiée une inclinaison des structures du lâcher tourbillonnaire.

La région d'interaction présente également un mouvement descendant montré ici par l'analyse de la vitesse verticale moyenne. Les expérience de Heitz (1999) avaient montré le caractère instationnaire de ce mouvement. Il est initié à la position d'impact de la couche de mélange sur le cylindre et présente une valeur maximale de $-V = 0,8 \Delta U$, à la position $y \simeq -\delta_w$, dans la région de sillage proche ($x/D \simeq 1, 15$). Il perd 60% de sa valeur à la fin du domaine de mesure, où l'on montre dans le plan central une réorientation du profil de vitesse moyenne longitudinal vers un retour à un profil de type couche de mélange. Dans

ce plan central, $z/D = 0$, où le mouvement descendant est maximal, les échelles intégrales des corrélations sont trouvées deux fois plus grandes que dans la région de type couche de mélange.

Chapitre 7

POD spatiale - POD Galerkin

Pour les écoulements de sillage uniforme à bas nombre de Reynolds, la topologie des structures cohérentes est mise en évidence essentiellement au moyen de visualisations (cf. §2.2). Pour les écoulements turbulents, les petites échelles obscurcissent les visualisations des plus grandes échelles dont la contribution à l'organisation des écoulements cisailés est essentielle. Lumley (1967) propose une méthode pour laquelle les structures les plus énergétiques des écoulements turbulents cisailés peuvent être objectivement retrouvées. Elle est connue sous le nom de la POD spatiale (pour plus de détails sur la méthode cf. §3.2.2). Dans celle-ci, on rappelle que le champ de vitesse fluctuante est décomposé de la manière suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_n a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (7.1)$$

où $a^{(n)}(t)$ sont les n modes POD du coefficient de projection et $\Phi^{(n)}(\mathbf{x})$ sont les n fonctions propres POD. Ces dernières sont obtenues, dans notre étude, à partir de l'équation intégrale de Fredholm (cf. Eq. 3.11) dont le noyau est acquis expérimentalement au moyen de plans PIV. La POD est réalisée ici pour deux sous-problèmes de la POD complète, POD3D-3C (cf. §4.4.9) :

- un problème limité à la taille des plans PIV et utilisant deux composantes de vitesse (POD2D-2C ou POD tranche, plan $x - y$),
- un problème utilisant l'espace 3D et les deux composantes de vitesse du plan PIV (POD3D-2C).

Dans un premier temps, on présente une analyse des structures cohérentes pour des zones de l'écoulement à partir de problèmes POD2D-2C. Ensuite on présente l'analyse globale de l'organisation des structures cohérentes de l'écoulement, au moyen d'une POD3D-2C. Les champs PIV sont décorrélés entre eux, ce qui ne permet pas une description de l'évolution temporelle de l'écoulement. Toutefois l'utilisation d'une projection de Galerkin (cf. §3.2.5) sur la base POD permet d'obtenir les $a^{(n)}(t)$ représentatifs de la dynamique de l'écoulement. On présente ici la réalisation d'un LODS à partir d'une POD2D-2C dans le plan de symétrie (dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$). Cette dernière approche

présente une introduction à la constitution d'un modèle d'ordre bas pour notre écoulement et également une analyse de la dynamique particulière de l'écoulement à cette position.

7.1 Analyse par zones : POD2D-2C à z fixe

La réalisation d'une POD tranche permet l'analyse de l'organisation des structures cohérentes dans une zone de l'écoulement (Alfonsi *et al.*, 2003). De plus le rang du problème est N_z fois plus petit¹ que celui de l'approche POD3D-2C et permet ainsi une première approche POD. L'écoulement est inhomogène dans les deux directions du plan PIV2D-2C considéré, la décomposition POD peut donc y être appliquée. Le noyau de la POD, obtenu par moyenne d'ensemble, est ramené à l'expression suivante, pour $i=1,2$; $j=1,2$:

$$R_{ij}(x, y, x', y') = \overline{u_i(x, y)u_j(x', y')}. \quad (7.2)$$

Après résolution du problème aux valeurs propres (cf. Eq. 7.3), on obtient les vecteurs propres $\Phi_u^{(n)}$ et $\Phi_v^{(n)}$ réels, dont chaque mode POD peut être décrit dans l'espace physique.

$$\sum_{j=1}^2 \int_{\Omega} R_{ij}(x, y, x', y') \Phi_j^{(n)}(x', y') dx' dy' = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(x, y). \quad (7.3)$$

Vingt et une POD2D-2C sont ici réalisées pour les N_z positions des plans PIV2D-2C, dont on rappelle l'orientation par rapport à l'écoulement sur la figure 7.1. L'analyse est réalisée à partir des 10 premiers modes POD des valeurs propres λ_i et des vecteurs propres Φ_i pour toutes les positions en z .

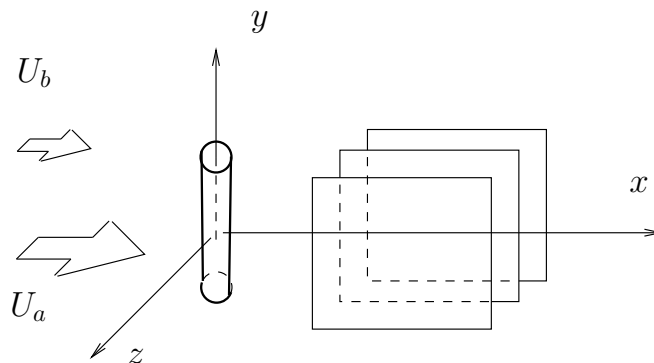


FIG. 7.1 – Schématisation des plans $x - y$.

¹puisque $N = N_x \times N_y \times n_c = 2\,430$ au lieu de $N = N_x \times N_y \times N_z \times n_c \simeq 51\,030$

7.1.1 Valeurs propres

a - Troncature des valeurs propres

La POD est réalisée sur un nombre fini de modes, désigné par n : le nombre de points du maillage en POD classique (N), et par le nombre de réalisations en Snapshot POD (M). Il existe donc une troncature du problème POD (la décomposition POD n'est plus définie que par la somme d'un nombre fini de modes).

La figure 7.2 présente le spectre des valeurs propres, c'est à dire le tracé logarithmique des valeurs propres, λ_i , en fonction du mode n , pour trois positions où l'organisation des structures cohérentes est différente (cf. §6.2) : l'organisation de type couche de mélange ($z/D = -4$), l'organisation en forme de chevrons dissymétriques ($z/D = -0,5$) et une organisation particulière pour ($z/D = 0$). Cette figure montre que la distribution des valeurs propres en fonction du numéro du mode est discontinue pour $N_{nyq.} = 380$, dont la valeur correspond au nombre d'échantillons utilisés pour réaliser la moyenne d'ensemble (nombre de pulses laser). Cette coupure est retrouvée de manière récurrente pour chaque POD tranche réalisée. Ainsi, seuls les $N_{nyq.} = 380$ modes sont ici significatifs.

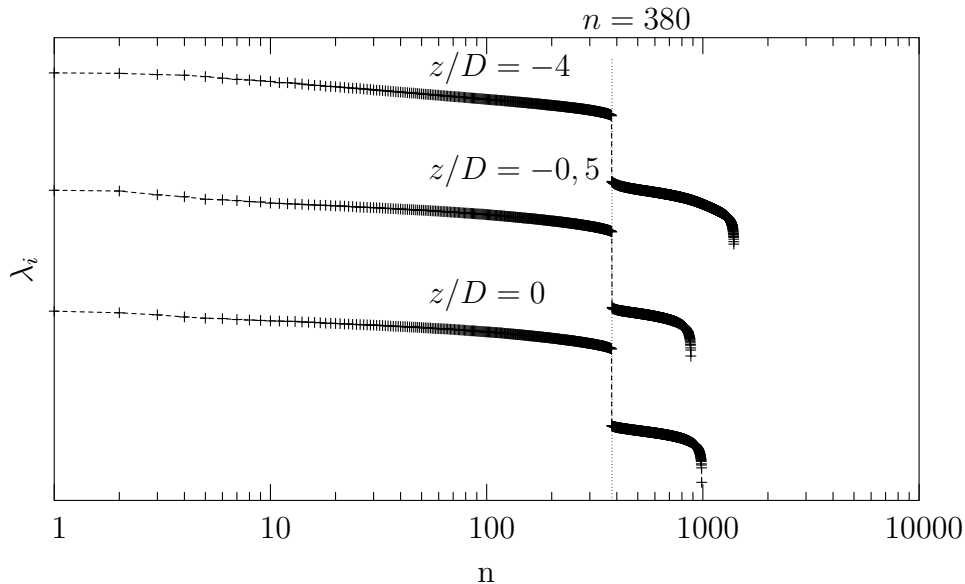


FIG. 7.2 – Spectre des valeurs λ_i : troncature des valeurs propres pour $n \simeq 380$. Mesures PIV.

A partir de cette constatation, on se pose maintenant la question de la représentation énergétique de ces $N_{nyq.}$ modes par rapport à l'énergie contenue dans le problème POD2D-2C ($E = \frac{1}{U_m^2} \int_{\Omega} (\overline{uu} + \overline{vv}) d\Omega = \sum^{(N)} \lambda_i$, où Ω est le domaine 2D-2C). La figure 7.3 a) présente la somme des $N_{nyq.}$ premières valeurs propres rapportée à E en fonction de la position transversale z . On observe que les $N_{nyq.}$ premiers modes surestiment l'énergie réelle E . Ceci conduit à l'apparition de valeurs propres négatives, dont la valeur est plus importante dans la région d'interaction. La présence de ces valeurs propres négatives est un résultat spécifique à la POD spatiale lorsque le nombre d'échantillons est faible devant le nombre de nœuds (il existe plus de nœuds que de degrés de liberté). Dans notre cas, ces valeurs propres négatives restent cependant inférieures à 1% de l'énergie cinétique totale

contenue dans le problème POD et sont présentes uniquement pour les modes POD élevés, correspondant aux petites échelles de structures. De ce fait, dans la suite du document, ces modes seront négligés.

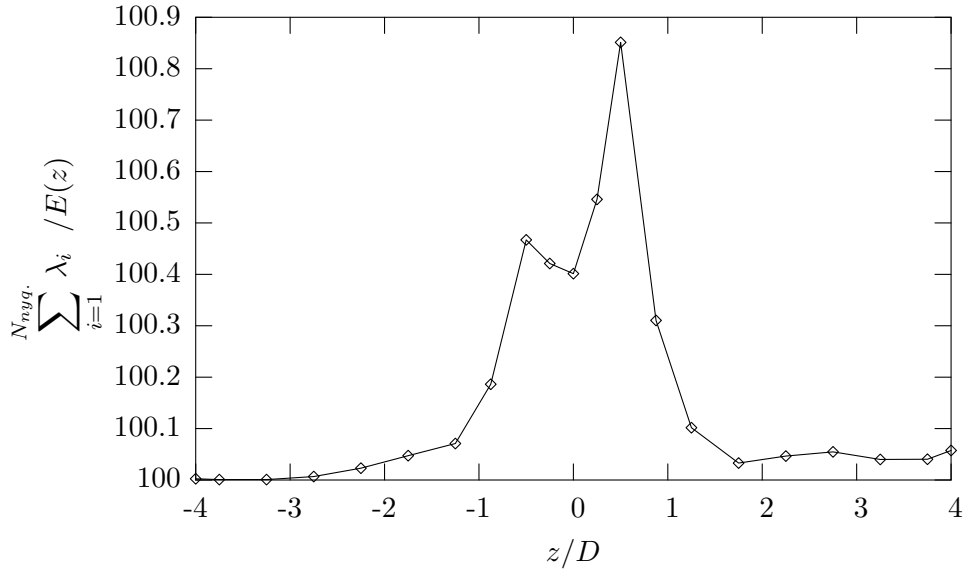


FIG. 7.3 – Evolution, relative à l'énergie cinétique totale, de l'énergie cinétique contenue dans les $N_{nyq.}$ ($\sum_{i=1}^{N_{nyq.}} \lambda_i / E$) en fonction de la direction transversale (z) : mise en évidence de la surestimation des valeurs propres des $N_{nyq.}$ modes. Mesures PIV. Résultats obtenus sans symétrisation.

b - Energie cinétique

La figure 7.4 représente l'énergie cinétique $E(z)$ de chaque POD tranche en fonction de la direction transversale z . On observe la forte dominance de l'énergie cinétique dans la région d'interaction de l'écoulement, $|z/D| \leq 1$, par rapport aux régions de type couche de mélange $|z/D| = 4$. On remarque également la présence de deux "bosses" d'énergie à la position $z/D \simeq 0,5$, de part et d'autre du cylindre, où l'organisation dominante est celle des couches cisailées libres décollées du barreau.

La figure 7.5 présente l'évolution transversale (z) de la contribution énergétique du premier mode POD de chaque POD tranche $\lambda^{(1)}/E(z)$. On observe que ce mode est du même ordre de grandeur, de l'ordre de 8% suivant la direction transversale. Cependant dans les deux régions transitionnelles de l'écoulement, $|z/D| \simeq 2$ ("couche de mélange-sillage") et $|z/D| \simeq 0$, le niveau baisse. Dans celles-ci, le comportement de l'écoulement est certainement plus tridimensionnel expliquant ainsi l'efficacité moins importante de la POD.

On observe que, si l'énergie cinétique totale est bien plus importante dans la région d'interaction (cf. Fig. 7.4), en revanche l'énergie contenue dans le premier mode POD est du même ordre de grandeur dans les différentes régions en z . On soupçonne ainsi une meilleure efficacité de la POD à extraire l'énergie dans les régions de type couche de mélange que dans la région d'interaction. Afin d'analyser la manière dont l'énergie est accumulée au fur et à mesure des modes, la convergence des valeurs propres est analysée dans le paragraphe suivant.

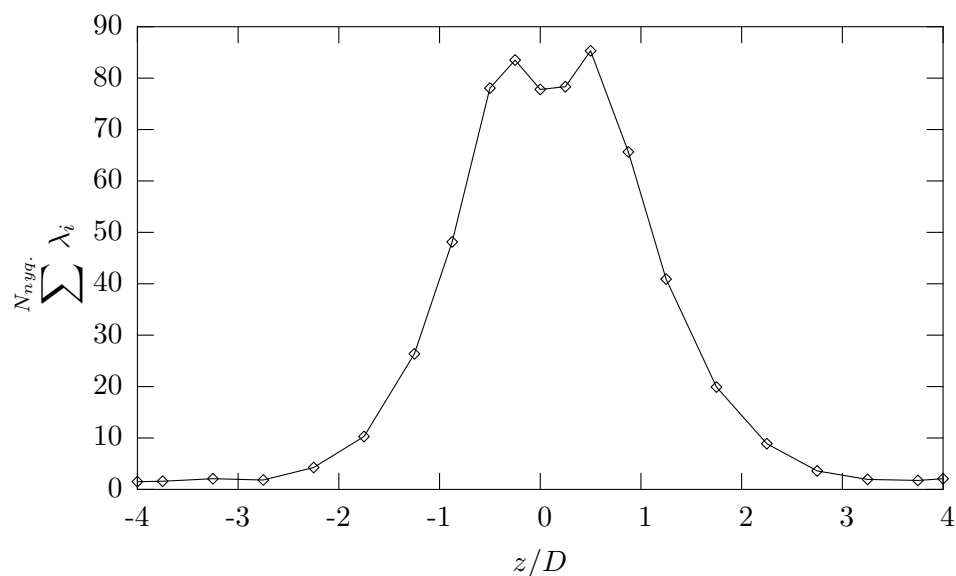


FIG. 7.4 – Evolution transversale (z) de l'énergie cinétique turbulente totale ($E(z) = \sum_n \lambda_i$). Mesures PIV.

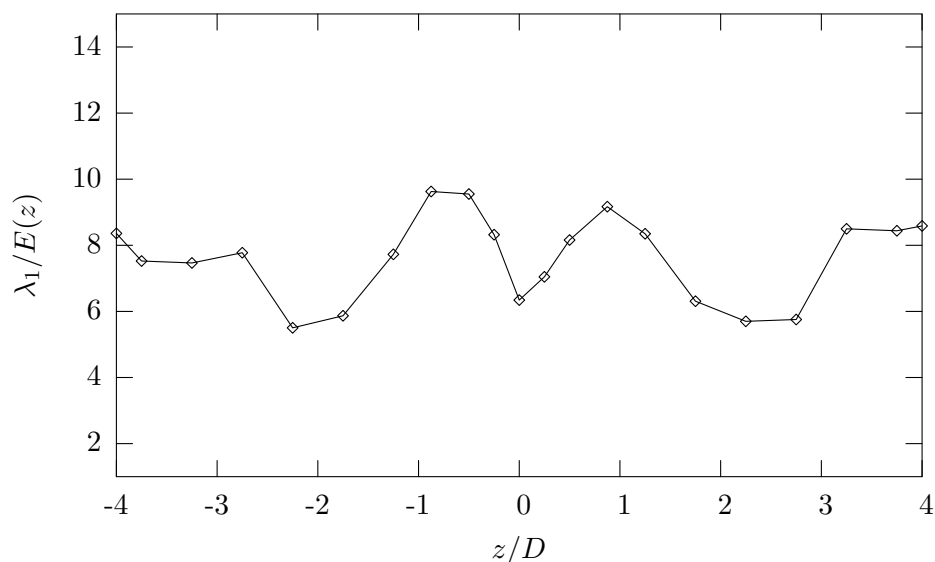


FIG. 7.5 – Evolution transversale (z) de la valeur propre du premier mode POD relative à l'énergie cinétique ($\lambda_1/E(z)$). Mesures PIV.

c - Convergence des valeurs propres

Pour une comparaison de la convergence des valeurs propres entre les différentes POD spatiales de la littérature, nous avons rapporté le nombre de mode (n) au nombre total des modes (N). Pour notre écoulement, dans la région de type couche de mélange ($z/D = -4$), 33% des modes significatifs sont suffisants pour capturer 90% de l'énergie (cf. Tab. 7.1). Cette convergence est du même ordre de grandeur que celle trouvée par Delville (1995), 35% des modes pour 90% de l'énergie, pour le cas d'une couche de mélange plane turbulente². Dans notre cas, 33% des modes représentent 132 modes. Toutefois Delville (1994) montre que la POD est d'autant plus représentative de l'écoulement que le degré de complexité de l'écoulement est pris en compte (pour plus de détails cf. §3.2.4).

$n/N_{nyq.}$ (%)	n	$\sum^n \lambda_i/E$ (%)
0,2	1	8,3
1,7	7	39
3	12	50
3,7	15	55
5	20	60
16	64	80
33	132	90

TAB. 7.1 – Exemple de convergence des valeurs propres issues d'une POD2D-2C réalisée à la position $z/D = -4$. Mesures PIV.

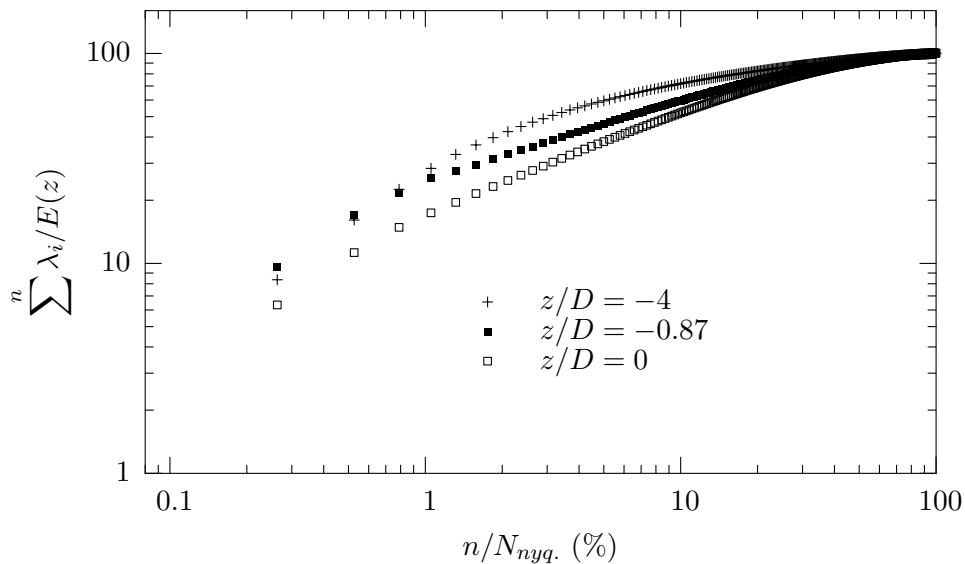


FIG. 7.6 – Convergence des valeurs propres en fonction du numéro du mode n/N , pour trois organisations structurales différentes : de type couche de mélange $z/D = -4$, de type structures inclinées de sillage $z/D = -0,87$, dans la zone d'interaction $z/D = 0$. Mesures PIV.

²Dans son cas $N = 44$

La figure 7.6 représente la convergence des valeurs propres des POD2D-2C réalisées pour trois positions transversales : $z/D = -4$, $z/D = -0,87$ et $z/D = 0$. On observe que l'évolution de la convergence des quatre premiers modes de la région en forme de chevrons dissymétriques ($z/D = -0,87$) et de la région de type couche de mélange ($z/D = -4$) est proche et plus élevée que pour la région dans l'axe du cylindre $z/D = 0$. A partir du cinquième mode la région de la couche de mélange montre une convergence rapide.

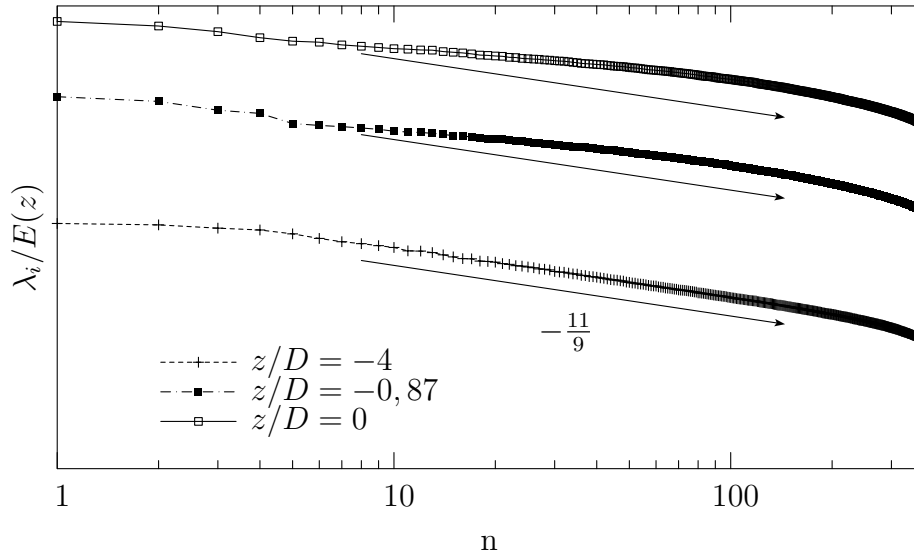


FIG. 7.7 – Evolution des valeurs propres (λ_i/E) en fonction du numéro du mode (n), pour trois organisations structurales différentes : de type couche de mélange $z/D = -4$, de type structures inclinées de sillage $z/D = -0,87$, dans la zone d'interaction $z/D = 0$. Mesures PIV.

Afin de quantifier l'évolution de l'énergie contenue dans les modes élevés, le numéro du mode est assimilé à un nombre d'onde ou à une fréquence. De manière analogique avec la loi de décroissance de Kolmogorov, $\alpha \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$, issue d'une décomposition de Fourier, la loi de décroissance du domaine inertiel issu d'une POD est donnée par $\lambda^{(n)} \propto n^{-11/9}$ (voir par exemple Delville (1995)). La figure 7.7 présente l'évolution des valeurs propres, λ_i/E , en fonction du numéro du mode n , pour différentes positions de l'écoulement dans la direction transversale. De cette manière, les pentes inertielles peuvent être comparées entre elles. On observe de cette façon que le comportement inertiel est retrouvé pour la région de type couche de mélange. En revanche à mesure que l'on se rapproche de la zone d'interaction, $z \rightarrow 0$, la pente augmente, s'éloignant de la loi de décroissance $\lambda^{(n)} \propto n^{-11/9}$. Ce comportement est cohérent avec l'apparition d'une organisation tridimensionnelle dans ces régions, l'homogénéisation de l'écoulement rendant la POD moins efficace. La topologie des corrélations en deux points dans le plan $z/D = 0$, dont l'échelle spatiale est deux fois plus grande que celle de la couche de mélange (cf. §6.2), pourrait être à l'origine de la modification de l'évolution du domaine inertiel dans la région d'interaction.

La figure 7.7 montre également que les premières valeurs propres sont regroupées par paire dans la région de type couche de mélange ($z/D = 4$) et dans le plan $z/D = 0$ comme c'est le cas dans de nombreuses études (voir par exemple : Cordier, 1996; Delville, 1995; Allery, 2002), ceci étant reliée à la nature convective de l'écoulement (Rempfer, 1996). En revanche, dans l'axe du barreau ($z/D = 0$) l'évolution des premières valeurs propres

est régulière. Ce comportement atypique est retrouvé par Cazemier *et al.* (1998), pour le cas d'un écoulement de cavité entraînée tridimensionnelle à grand nombre de Reynolds ($Re = 10000$). On peut donc supposer que le comportement fortement tridimensionnel dans cette région de l'écoulement étudié ici serait à l'origine de l'absence d'organisation des valeurs propres par paire.

7.1.2 Vecteurs propres

Citriniti & George (2000) utilisent la POD comme une base optimale pour examiner le cycle de vie des structures cohérentes. Les coefficients $a^{(n)}(t)$ issus d'une décomposition POD, donnent ainsi la possibilité d'inhiber ou d'activer les différents modes à différents points de l'évolution des structures cohérentes, dont la topologie est donnée par les vecteurs propres $\Phi_i(\mathbf{x})$.

Pour nos mesures, les coefficients $a^{(n)}(t)$, non résolus temporellement, ne nous permettent pas de déterminer la manière dont les modes interagissent entre eux. Toutefois, la topologie des modes individuels des vecteurs propres POD, $\Phi_i(\mathbf{x})$, peut être analysée. Elles est étudiée à l'aide de la représentation du champ des vecteurs propres Φ_u et Φ_v dans les plans $x - y$, sur lesquels on superpose un des deux isocontours de vecteur propre, Φ_u ou Φ_v . On choisit de tracer quatre isocontours, deux négatifs (\cdots) et deux positifs ($-$). Leur valeur est donnée dans le coin en haut à droite des figures (cf. par exemple Fig. 7.8). De la même façon que lors de l'analyse des corrélations, les isocontours Φ_v sont trouvés plus pertinents au niveau des échelles spatiales pour la région de type couche de mélange, tandis que les isocontours Φ_u le sont pour la région d'interaction.

a - Zone de type couche de mélange : $|z/D| = 4$

Les deux premiers modes de cette région de l'écoulement, présentés sur la figure 7.8, montrent une échelle spatiale deux fois plus grande (de l'ordre de $\Lambda_x/D \simeq 12$) que celle présentée par l'analyse des corrélations en deux points (cf. §6.2). La présence de cette échelle de longueur plus élevée dans les premiers modes POD est singulier et pourrait être liée à l'influence de la zone d'interaction encore présente dans cette région (cf. Chapitre 6) où la forte organisation présente derrière le barreau viendrait exciter le mode sous harmonique de la couche de mélange. Quoiqu'il en soit l'échelle spatiale est retrouvée pour le mode 3 et 4 ($\Lambda_x/D \simeq 5$) (cf. Fig. 7.9), dont l'énergie est proche de celle des modes 1 et 2.

D'autre part, les modes POD plus élevés montrent une diminution progressive de l'échelle des structures, confirmant ainsi la capacité de la POD à capturer les grosses échelles de l'écoulement dans les premiers modes.

b - Région de part et d'autre du cylindre

Pour $0,25 < |z/D| < 2,25$, on retrouve la topologie des structures en forme de V, mise en évidence par l'analyse de la topologie des corrélations en deux points du paragraphe 6.2 (cf. Fig. 7.10). On observe, de manière consistante avec l'analyse statistique (cf. Chapitre 6), que l'inclinaison des structures cohérentes est initiée, de part et d'autre de la position

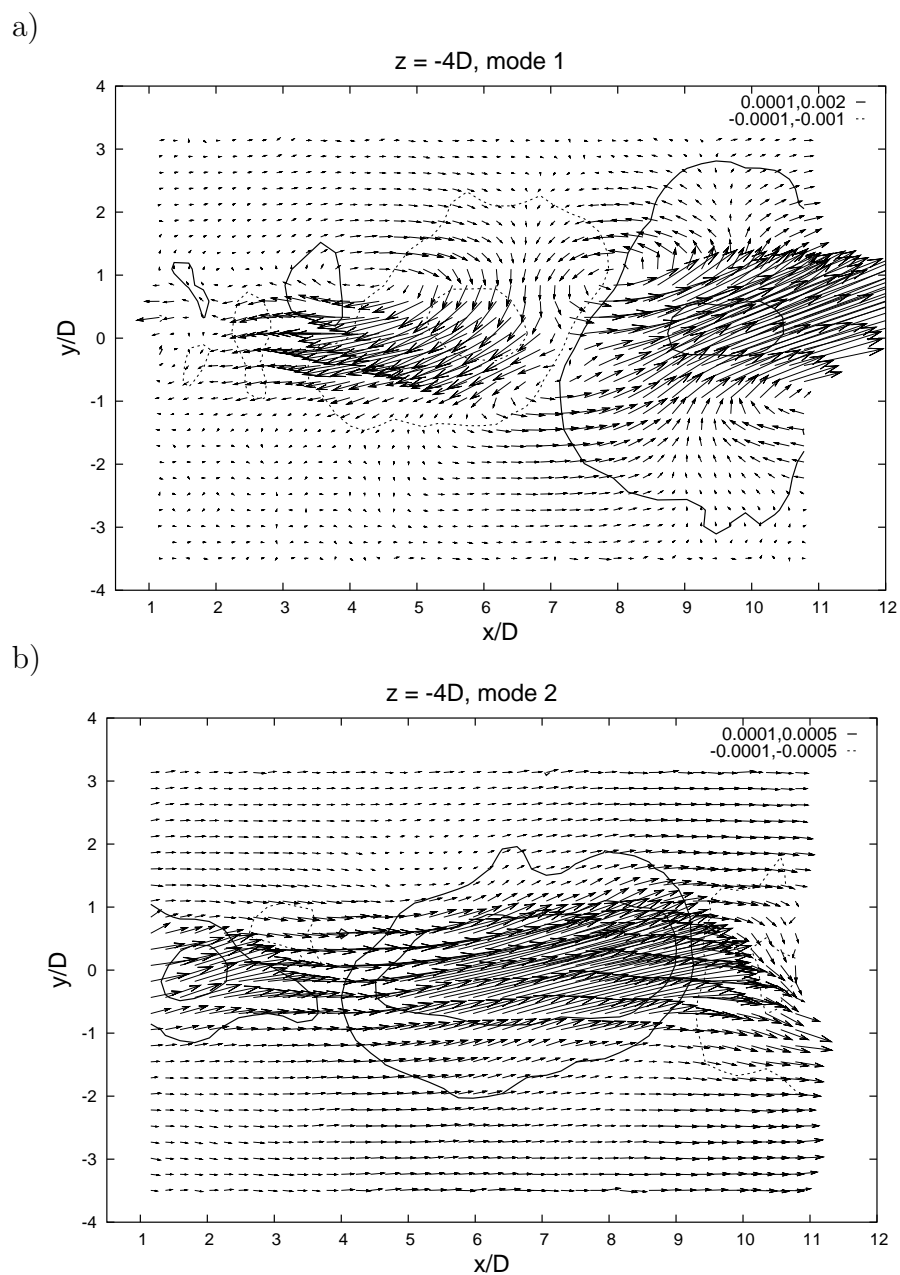


FIG. 7.8 – Topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C pour la région de type couche de mélange $z/D = -4$. a) Mode 1 - b) Mode 2. Superposition des isocontours positif et négatif de la composantes Φ_v sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

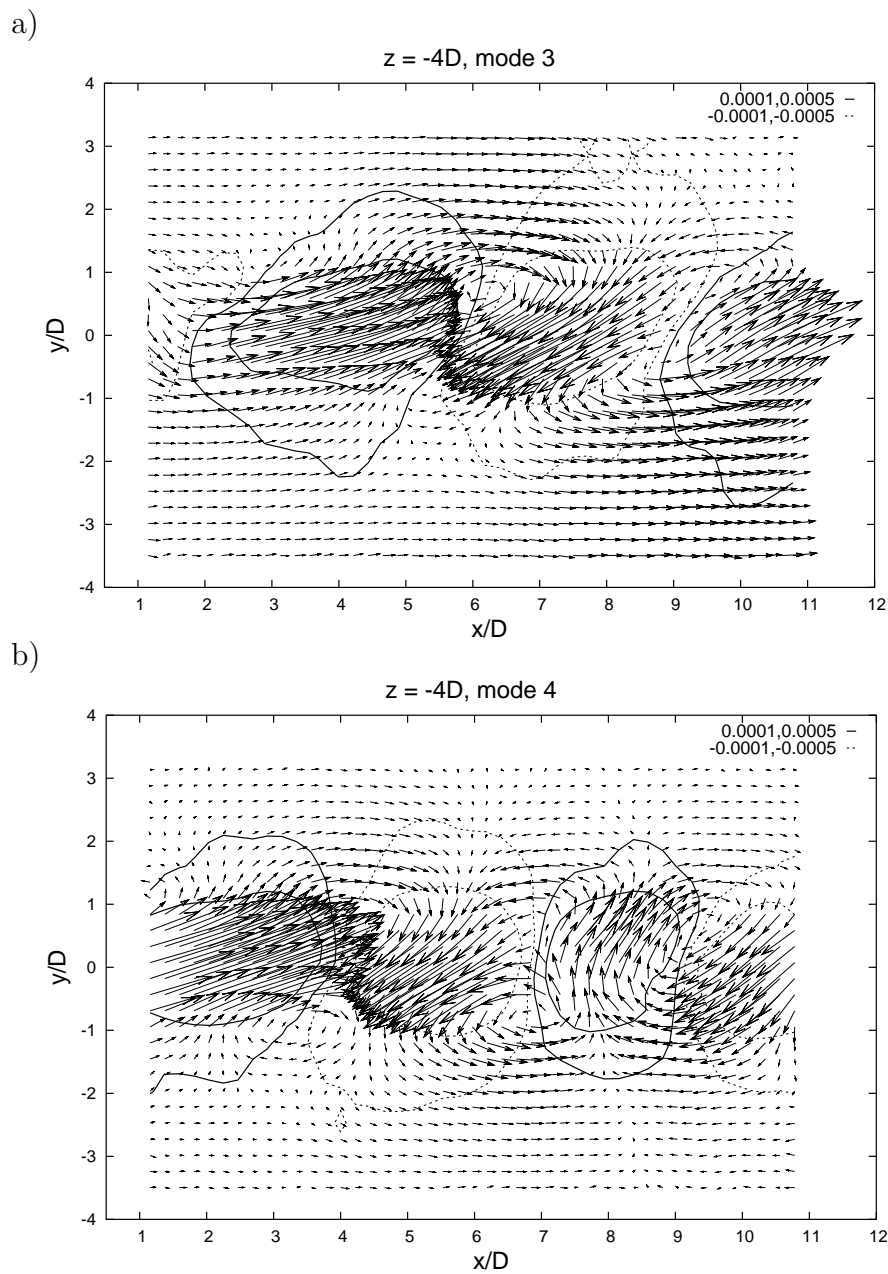


FIG. 7.9 – Topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -4$. a) Mode 3 - b) Mode 4. Superposition des isocontours positif et négatif de la composante Φ_v sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

$y/D = 1$, où la couche de mélange impacte sur le cylindre.

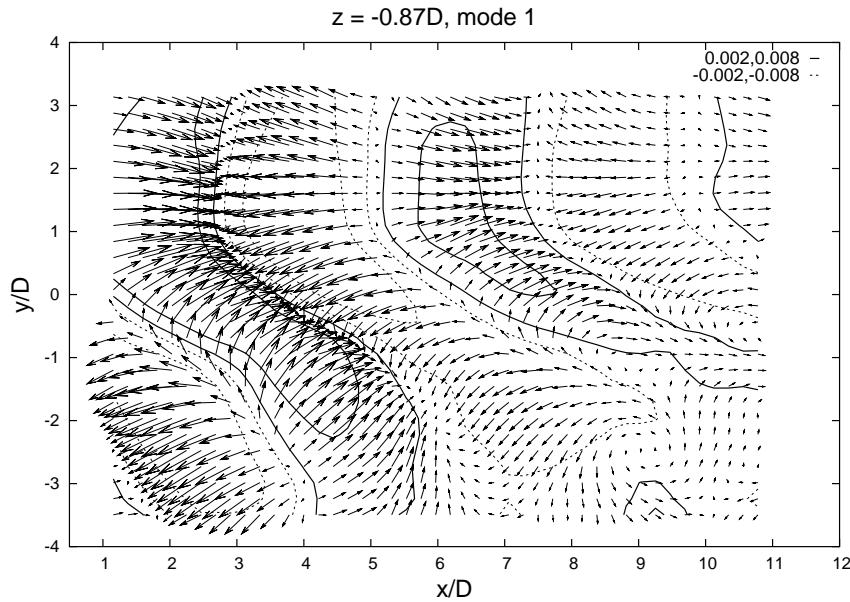


FIG. 7.10 – Topologie du premier mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -0,87$. Superposition des isocontours positif et négatif de la composante Φ_u sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

On se focalise maintenant sur l'information apportée par les modes plus élevés. Les figures 7.11 et 7.12 présentent la topologie du troisième mode POD, pour plusieurs positions des couches cisillées du cylindre : $z/D = -1,25$, $z/D = -0,87$ et $z/D = -0,5$. Pour ce mode et le mode 4 (non montré ici), il existe une séparation de l'organisation des structures cohérentes entre le côté haute vitesse et le côté basse vitesse. On observe que, pour un mode fixé et à l'approche de la zone d'interaction ($z \rightarrow 0$), la position de cette séparation se déplace de l'aval vers le culot du cylindre. De même, pour un mode fixé et à l'approche de la zone d'interaction ($z \rightarrow 0$), la séparation se déplace d'une position centrale ($y/D \simeq 0$) vers une position située du côté haute vitesse ($y/D \simeq -1$), où deux cellules de fréquence ont été mises en évidence par l'analyse spectrale (f_a, f_{b1} cf. Chapitre 5, Fig. 5.1).

De plus, les études sur les écoulements de sillage (cf. §2.2) montrent qu'il apparaît, par instants, des structures à grandes échelles nommées "dislocations" entre deux cellules de fréquence constante suivant l'envergure du cylindre. Or, pour notre écoulement, la distribution de fréquence montre l'existence de deux cellules côté haute vitesse. Il semble donc que le phénomène extrait par les modes POD individuels des sections POD2D-2C de cette région soit un phénomène de dislocation, dont l'origine se situe côté haute vitesse ($y/D \simeq 1$).

La figure 7.13 a) présente le mode 5 des vecteurs propres issus de la POD2D-2C à la position $z/D = -2,25$. On observe pour ce mode la coalescence de deux structures de même signe côté basse vitesse, en une seule côté haute vitesse. Ce même type de coalescence est observé par Mukhopadhyay *et al.* (2002) à l'aval d'un obstacle soumis à un écoulement uniformément cisailé (pour plus de détails cf. §2.2, Fig. 2.26).

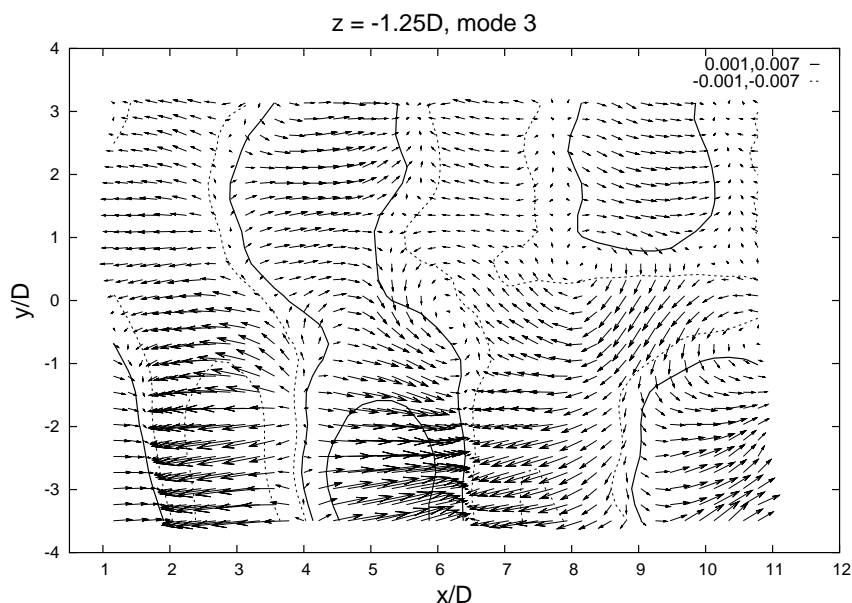


FIG. 7.11 – Topologie du troisième mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -1,25$. Superposition des isocontours positif et négatif de la composante Φ_u sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

La figure 7.13 b) présente le mode 7 des vecteurs propres issus de la POD2D-2C à la position $z/D = -2,25$. Les structures cohérentes de ce mode présentent une échelle verticale plus petite que celle des modes précédents. Ce changement radical d'échelle est également observé dans un écoulement derrière un obstacle cisailé uniformément à partir d'une Snapshot POD réalisée par Zhao & Ling (2003) (cf. §2.2, Fig. 2.27, mode 3,4 et 7,8). Nous ne nous aventurerons pas plus loin dans l'analyse des modes individuels issus de la POD2D-2C, dont la contribution à l'organisation globale de l'écoulement n'est ici que partielle.

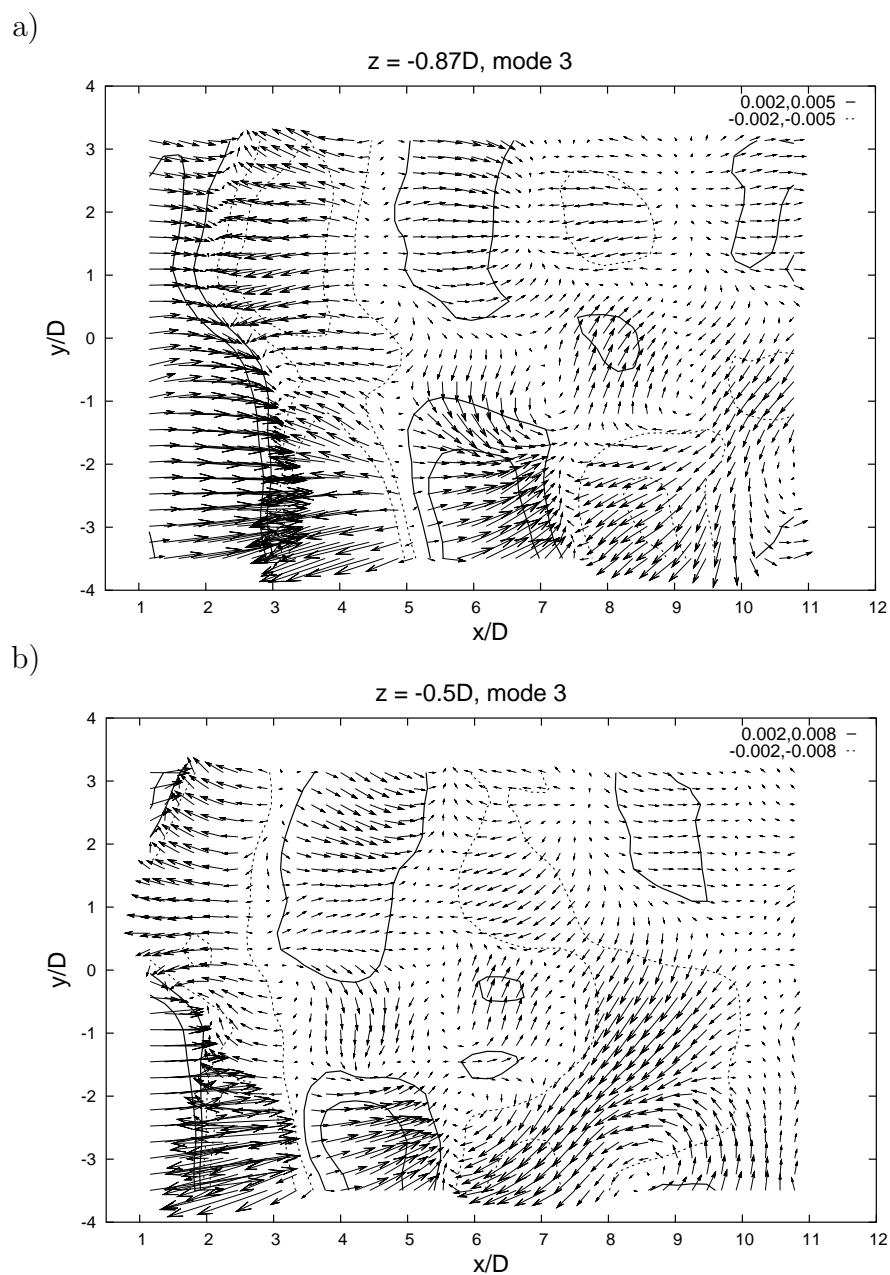


FIG. 7.12 – Topologie du troisième mode du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position : a) $z/D = -0,87$ - b) $z/D = -0,5$. Superposition des isocontours positif et négatif de la composantes Φ_u sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

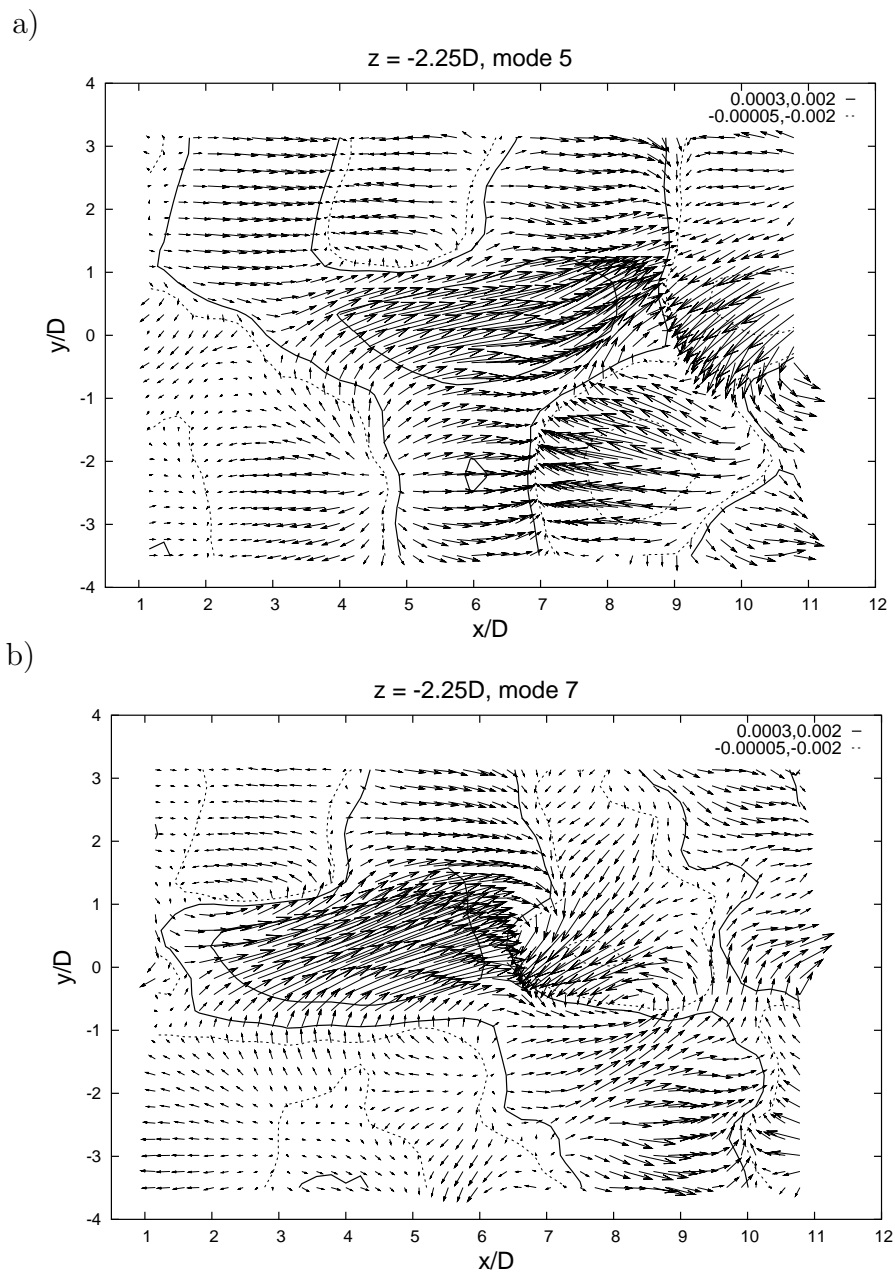


FIG. 7.13 – Topologie du champ de vecteurs propres (Φ_u, Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = -2,25$: a) mode 5 - b) mode 7. Superposition des isocontours positifs et négatifs de la composante Φ_u sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

c - Région centrale, $z/D = 0$

La topologie du premier mode du champ des vecteurs propres, Φ_u et Φ_v , de la région centrale ($z/D = 0$) est présentée sur la figure 7.14. On observe un mouvement globalement descendant, cohérent avec l'analyse du champ moyen vertical ($-V$). De plus on retrouve la topologie des corrélations de ce plan (cf. §6.2.2). Pour cette position particulière, un LODS sera construit pour l'analyse de la dynamique du champ de vitesse fluctuante. On trouvera une analyse de l'interaction des modes dans cette région à l'aide de la construction des $a^{(n)}(t)$ par l'intermédiaire d'une projection de Galerkin (cf. §7.3).

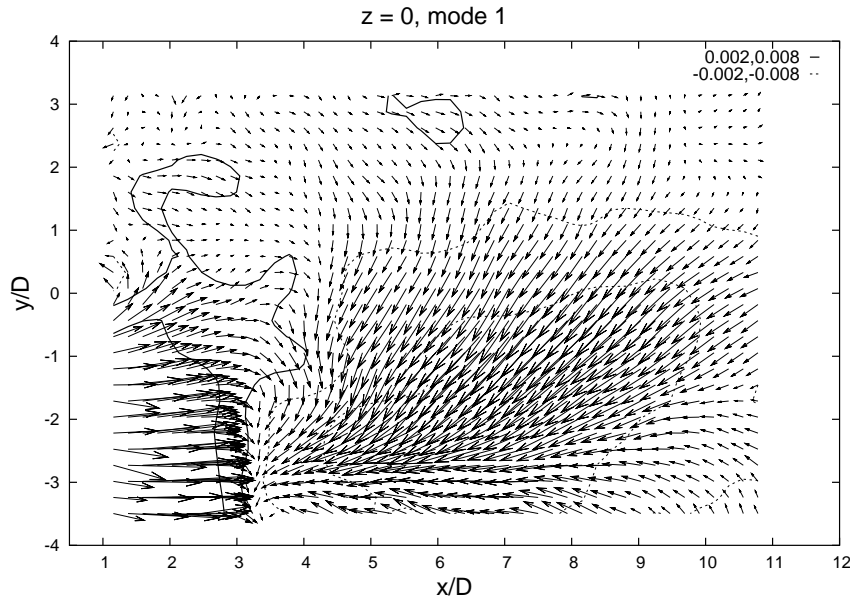


FIG. 7.14 – Topologie du premier mode du champ de vecteurs propres (Φ_u , Φ_v) issu d'une POD2D-2C à la position $z/D = 0$. Superposition des isocontours positif et négatif de la composante Φ_u sur les champs de vecteurs. Mesures PIV.

7.2 Analyse globale : POD3D-2C

Après une première analyse POD2D-2C des structures cohérentes présentes dans les tranches PIV2D-2C, on s'intéresse à une analyse POD3D-2C prenant en compte l'énergie contenue dans le domaine 3D. Pour ce problème, l'équation intégrale de Fredholm est ramenée à la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^2 \int_{\Omega} R_{ij}(x, y, z, x', y', z') \Phi_j^{(n)}(x', y', z') dx' dy' dz' = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(x, y, z), \quad (7.4)$$

où le tenseur des corrélations en deux points, obtenu par moyenne d'ensemble, est défini

comme suit, pour $i=1,2; j=1,2$:

$$R_{ij}(x, y, z, x', y', z') = \frac{\overline{u_i(x, y, z)u_j(x', y', z')}}{U_m^2}. \quad (7.5)$$

Après résolution du problème nous disposons des valeurs propres $\lambda^{(n)}$ représentatives du domaine de mesure tridimensionnel, ainsi que des vecteurs propres $\Phi_u^{(n)}$ et $\Phi_v^{(n)}$. On précise que la partie impaire de la troisième composante du vecteur propre peut être calculée à l'aide de l'équation de continuité et d'une condition limite nulle dans le plan de symétrie de l'écoulement moyen $z/D = 0$:

$$\Phi_w^{(n)}(\mathbf{x}) = - \int_0^z \left(\frac{\partial \Phi_u^{(n)}(x, y, \nu)}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_v^{(n)}(x, y, \nu)}{\partial y} \right) d\nu \quad (7.6)$$

Toutefois, la topologie de cette information, représentée sur la figure 7.15, reste impropre à une interprétation physique cohérente pour le moment. De plus, il est important de noter que, même si il nous était possible d'utiliser une condition limite mesurée (ou connue), les valeurs propres resteraient seulement représentatives de l'énergie contenue dans le problème POD3D-2C résolu ($E = \sum^{(N)} \lambda_i = \frac{1}{U_m^2} \int_{\Omega} (\overline{uu} + \overline{vv}) d\Omega$).

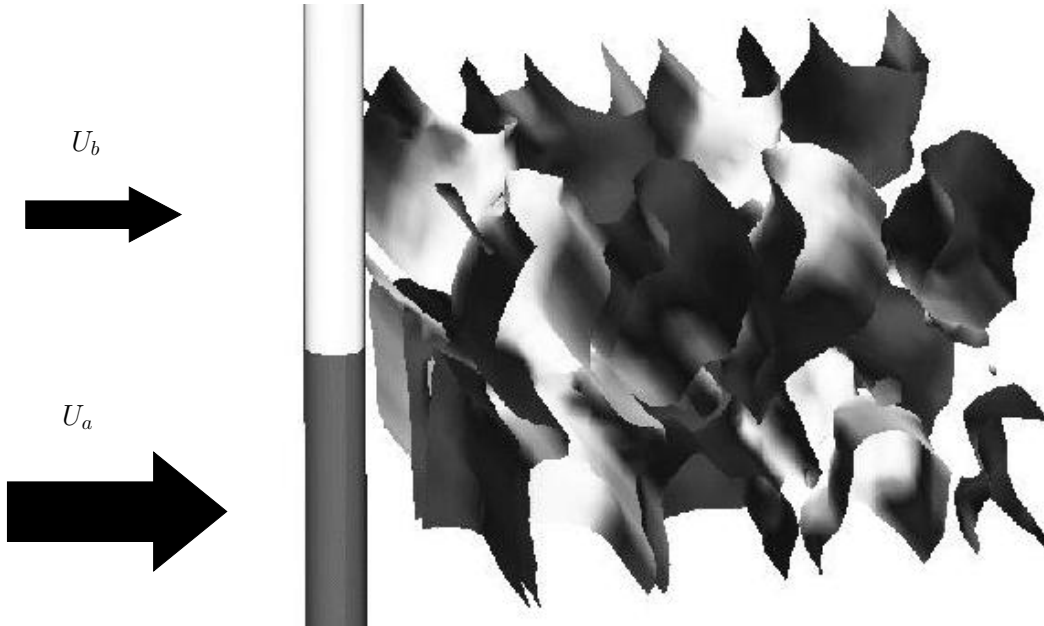


FIG. 7.15 – Isocontours de vecteurs propres $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_w^{(1)} = \pm 0,02$ reconstruits par l'équation de continuité : positif (gris clair) et négatif (gris foncé). Mesures PIV.

7.2.1 Valeurs propres

Le problème à résoudre (cf. Eq. 7.4) est de rang $N \simeq 50\,000$. De ce fait, il fait partie des problèmes aux valeurs propres de grosse taille et a nécessité l'utilisation d'une librairie

appropriée, ARPACK. Cette dernière, permet un stockage moindre (de l'ordre de N au lieu de N^2 , pour plus de détails cf. §3.2.4). Toutefois cette méthode limite le nombre de valeurs propres pouvant être obtenues. On choisit de se limiter aux 500 premières valeurs propres de notre problème POD (cf. Tab. 7.2).

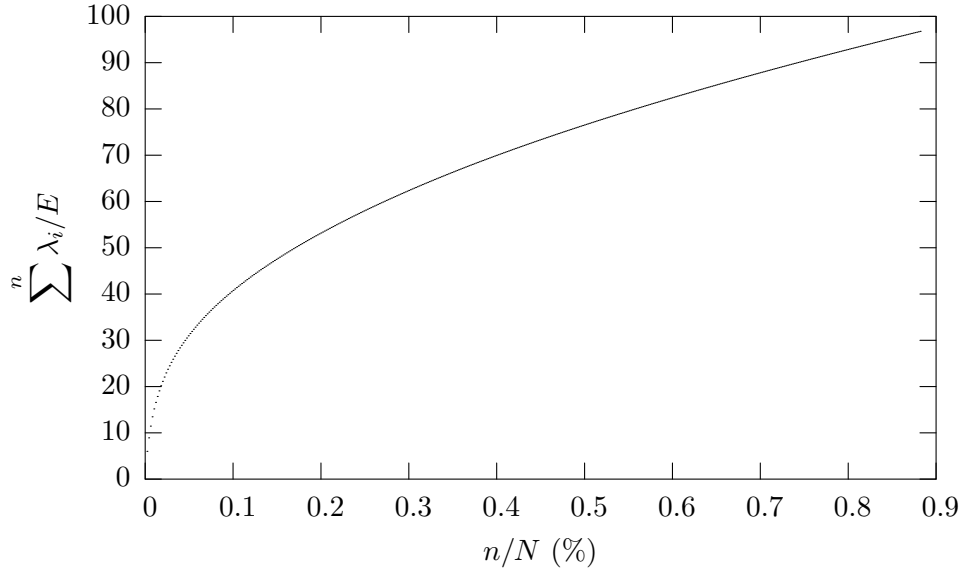


FIG. 7.16 – Evolution des valeurs propres (λ_i/E) issues du problème POD3D-2C en fonction du numéro du mode (n/N). Mesures PIV.

n/N (%)	n	$\sum \lambda_i/E$ (%)
0,0019	1	6
0,09	46	39
0,17	87	50
0,21	111	55
0,27	139	60
0,55	285	80
0,74	379	90
0,9	450	97

TAB. 7.2 – Valeurs propres λ_i/E en fonction du numéro du mode n et n/N .

La figure 7.16 présente la convergence des valeurs propres λ_i/E en fonction du numéro du mode n/N . On observe que les N_{nyq} premiers modes, significatifs (cf. §7.1), contiennent 90% de l'énergie. Ainsi, de la même manière que pour l'analyse des valeurs propres de la POD2D-2C, les N_{nyq} premiers modes contiennent la majorité de l'énergie.

Par la suite, pour caractériser la topologie des vecteurs propres dans l'espace $3D$, on utilise les isocontours des vecteurs propres $\sqrt{\lambda^{(n)}}\Phi_u^{(n)}$, $\sqrt{\lambda^{(n)}}\Phi_v^{(n)}$ et du rotationnel $\frac{\partial \Phi_u^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \Phi_v^{(n)}}{\partial x} = \Psi_z^{(n)}$.

7.2.2 Vecteurs propres

a - Organisation du premier mode

La figure 7.17 présente les isocontours positifs (en gris clair) et négatifs (en gris foncé) du vecteur propre ($\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_u^{(1)} = \pm 0,02$) du premier mode issu de la POD3D-2C.

On observe tout d'abord que l'organisation des structures cohérentes extraites correspond à celle en forme de chevrons dissymétriques, observée dans les plans $x - y$ de la région des couches cisailées décollées du cylindre (cf. §7.1.2). La plus grande inclinaison est située du côté haute vitesse, où le spectre présente deux cellules de fréquence : f_a et f_{b1} (cf. chapitre 5). De plus, l'inclinaison est initiée coté basse vitesse à $y/D \simeq 1$, où impacte la couche de mélange. L'analyse des valeurs propres de la POD2D-2C montre que l'énergie cinétique turbulente de l'écoulement est dominante (cf. Fig. 7.4). On montre de cette manière la capacité de la POD3D-2C à extraire l'organisation des structures cohérentes dont l'énergie contenue dans notre domaine d'étude est dominante.

La topologie du premier mode de cette POD3D-2C est susceptible d'expliquer celle des corrélations en deux points obtenues dans les plans $y - z$ à x fixé (cf. §6.2.2, Fig. 6.26 a) et b)). En effet, si l'on réalise des coupes $y - z$, on remarque que jusqu'à l'apparition de la structure du deuxième lâcher du côté basse vitesse ($x/D \simeq 4$), il n'existe qu'un seul point singulier de type P_1 . Au delà de cette région, l'inclinaison des structures cohérentes dans la direction longitudinale laisse apparaître un deuxième point singulier de type P_2 .

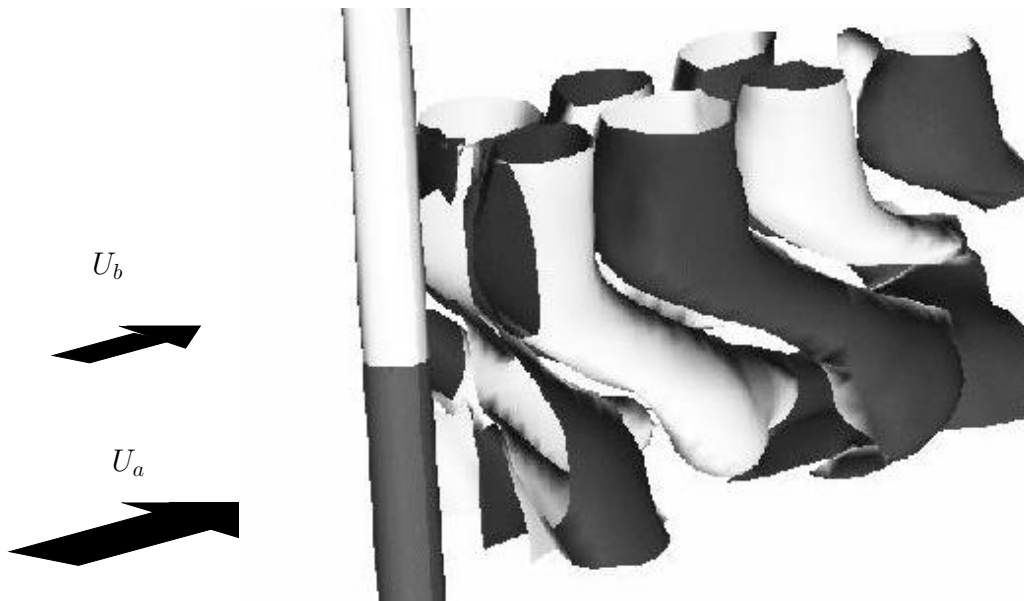


FIG. 7.17 – Isocontours positif (gris clair) et négatif (gris foncé) du vecteur propre du premier mode POD3D-2C : $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_u^{(1)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

Les figures 7.18 et 7.19 présentent les isocontours $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_v^{(1)}$ et $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Psi_z^{(1)}$ respectivement. La topologie de ces dernières présente également une structuration en forme de chevrons dissymétriques, avec une particularité : les isocontours se séparent au niveau de la position d'impact de la couche de mélange.



FIG. 7.18 – Isocontours positif (noir) et négatif (gris) des vecteurs propres POD : $\sqrt{\lambda^{(1)}}\Phi_v^{(1)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

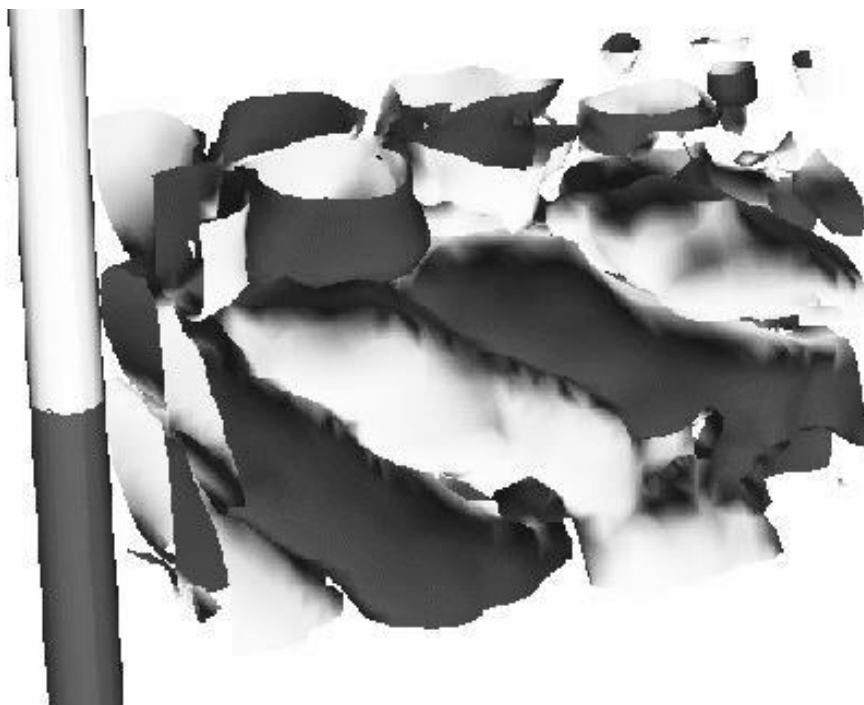


FIG. 7.19 – Isocontours positif (noir) et négatif (gris) du rotationnel des vecteurs propres POD $\sqrt{\lambda^{(1)}}\psi_z^{(n)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

A la lumière de cette représentation, on s'intéresse à la quantification des angles et des échelles spatiales des structures cohérentes inclinées. Pour ce faire, on les schématise sur la figure 7.20. Sur cette schématisation on définit les échelles spatiales longitudinales Λ_x et l'angle θ pour le côté haute vitesse θ_{HV} et le côté basse vitesse θ_{BV} . De plus on introduit l'échelle spatiale Λ_{x0} , représentant ici le lâcher des structures du sillage équivalent au lâcher parallèle. D'après la relation donnée par (Williamson, 1989), $\Lambda_{x0} = \Lambda_x \cos\theta$. En conséquence si on mesure les angles des structures inclinées et les échelles spatiales Λ_x , on en déduit Λ_{x0} . Les différentes valeurs de ces grandeurs sont répertoriées dans le tableau 7.3. Sur cette schématisation on superpose la trace des isocontours positifs et négatifs du vecteur propre $\Phi_u^{(1)}$ issu de la POD3D-2C dans le plan $x - y$ à la position $z/D \simeq 0,87$.

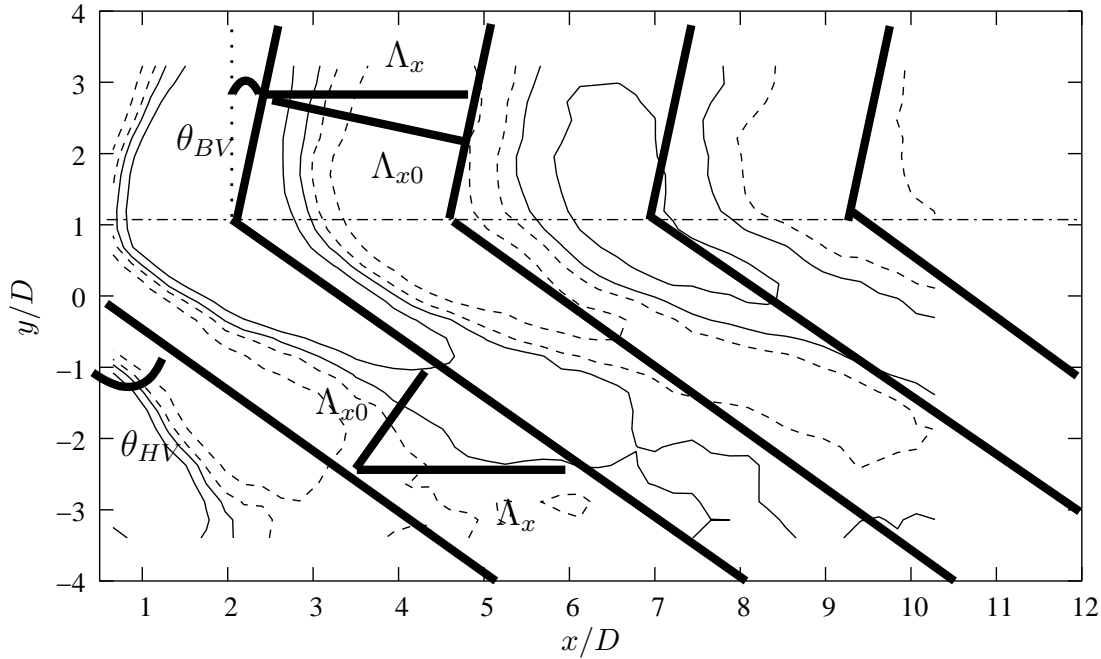


FIG. 7.20 – Schématisation de la topologie des structures en forme de V, du premier mode POD. Avec superposition des isocontours $\Phi_u^{(1)}$ positifs et négatifs issus de la POD3D-2C dans le plan $x - y$, $z/D \simeq 0,87$.

Zone de vitesse	θ [°]	Λ_x/D	Λ_{x0}/D	$St = D/\Lambda_x$	$St = D/\Lambda_{x0}$
$y > 1$	18	5	4,8	0,2	0,21
$y < 1$	50	5	3,2	0,2	0,31

TAB. 7.3 – Quantification des grandeurs dans la région d'interaction : θ , Λ_x/D , Λ_{x0}/D . Mesures PIV.

A l'analyse du tableau 7.3, on observe tout d'abord que l'échelle spatiale $\Lambda_x/D \simeq 5$ est la même pour $y/D < 1$ et $y/D > 1$ et correspond à celle trouvée dans la région de type couche de mélange. En outre, la position $y/D \simeq 1$ joue un rôle particulier en séparant la topologie des structures cohérentes en deux comportements différents.

i - Pour $y/D > 1$

Dans cette région située dans la zone basse vitesse, on trouve un angle d'inclinaison $\theta \simeq 18^\circ$ qui est inférieur à celui trouvé au §5.5.1 à l'aide de mesure fil chaud soit $\theta = 29^\circ$.

Toutefois, le nombre de Strouhal correspondant au lâcher parallèle $St = D/\Lambda_{x0} \simeq 0,21$, est proche de celui du sillage uniforme $St \simeq 0,205$ (Fey *et al.*, 1998). De plus, les isocontours de $\Phi_u^{(1)}$ superposés à la schématisation de la figure 7.20, montrent que l'angle d'inclinaison est plus fort au culot du cylindre et diminue à mesure que l'on se déplace en aval. Or, notre schématisation représente un angle moyen. De ce fait, l'angle d'inclinaison schématisé sur la figure 7.20 est sous estimé par rapport à celui mesuré à $x/D = 2$ par la sonde fil chaud qui intègre à la fois les composantes longitudinales (u) et transversales (w).

ii - Pour $y/D < 1$

Pour cette région d'écoulement, l'angle d'inclinaison est beaucoup plus fort que celui du côté basse vitesse $\theta_{HV} = 50^\circ$. Cet angle est plus important que tous ceux répertoriés dans la littérature qui ne dépassent pas 30° . Par exemple, Lewis & Gharib (1992) trouvent un angle de 28° dans le cas d'un écoulement derrière un obstacle composé de la juxtaposition de deux cylindres de diamètres différents. Cette forte valeur de θ_{HV} peut s'expliquer par le fait que notre configuration possède un paramètre de raideur, $\beta = 0,4$, bien plus élevé que ceux des écoulements uniformément cisailés de la littérature (par exemple $\beta \simeq 0,017$ à $0,096$, d'après (Woo *et al.*, 1989)). On remarque également que le nombre de Strouhal équivalent à un lâcher parallèle, $St \simeq 0,31$, est plus important que ceux trouvés dans la littérature des sillages uniformes $St \simeq 0,2$. Il semble donc que la topologie de ces structures cohérentes ne suive pas une loi classique d'inclinaison des structures de sillage.

Si on compare le comportement de l'angle par rapport à la région $y/D > 1$, on observe que l'évolution est inversée. Ainsi, à mesure que l'on se déplace en aval, les structures s'allongent dans la direction longitudinale, augmentant l'angle θ_{HV} . Ce phénomène est certainement lié la présence de dislocations dans cette région, marquée par la coexistence de deux cellules de fréquence (f_a et f_{b1}), ainsi que par l'élargissement et la diminution du pic de fréquence f_a (Prasad & Williamson, 1997a) (pour plus de détails cf. §2.2.1). Les dislocations, qui marquent une séparation entre les structures, semblent plus importantes en aval. Les structures du côté basse vitesse sont ainsi désolidarisées de celle du côté haute vitesse pour des positions plus en aval et ont tendance à se redresser. Ceci expliquerait l'évolution de l'angle de lâcher des structures cohérentes pour $y/D > 1$.

Quoiqu'il en soit, le premier mode POD3D-2C des figures 7.17, 7.18 et 7.19 indique que le mode de lâcher oblique est le phénomène le plus énergétique de la tridimensionalisation de notre écoulement.

b - Topologie des modes POD élevés

Les vecteurs propres dont le numéro de mode est plus élevé montrent plusieurs organisations différentes que nous allons tenter de décrire ci-dessous.

i - Modes 2;3;4

Tout d'abord, on observe une coalescence des structures cohérentes du côté haute vitesse. Celle-ci est légèrement différente de celle observée à l'aide de la POD2D-2C (cf. Fig. 7.13-a). En effet, l'organisation des structures cohérentes dominantes du mode 2,3,4 montre une coalescence de part et d'autre du sillage qui se situe, côté haute vitesse, entre les structures du côté basse vitesse de même signe, (par exemple cf. 7.21). Ceci conduit

à une plus grosse structure côté haute vitesse. De plus, on observe que la coalescence remonte vers l'obstacle à mesure que le mode augmente (cf. mode 2,3 et 4 Fig. 7.21, 7.22 et 7.23).

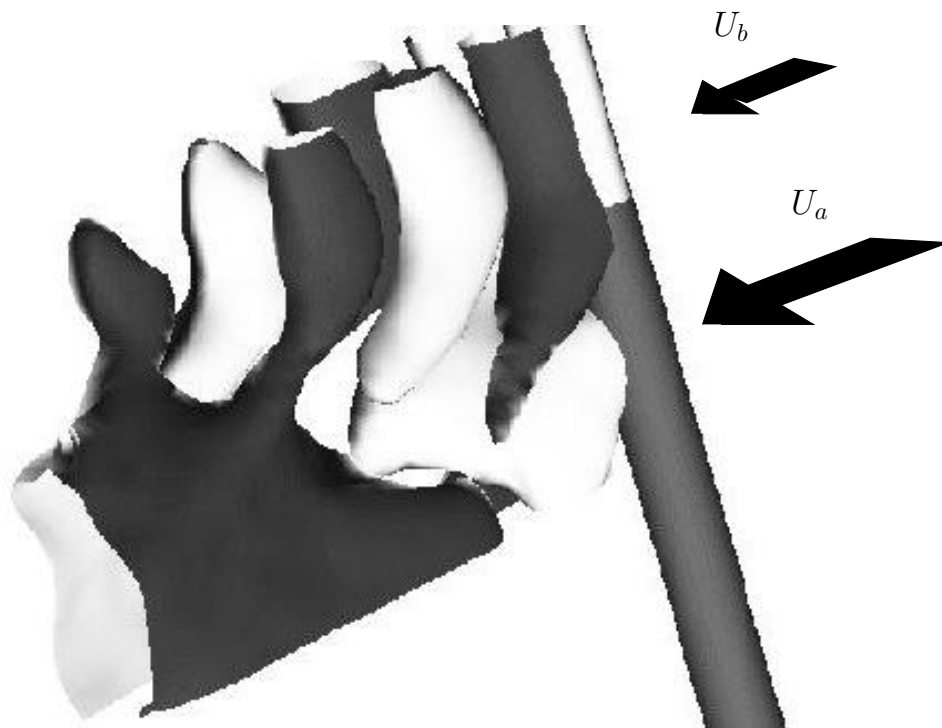


FIG. 7.21 – Isocontours positifs (gris clair) et négatifs (gris foncé) du vecteur propre $\sqrt{\lambda^{(2)}}\Phi_u^{(2)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

ii - Modes 7;8

Les résultats de cette POD3D-2C permettent de mettre en évidence un mode de structures longitudinales (cf. 7.24), tandis que la figure 7.25 représente un mode de dislocations coté haute vitesse, apparaissant comme la séparation des structures côté haute vitesse et basse vitesse. Ces modes rappellent le mode B des sillages uniformes, dont la présence est montrée concomitante avec les phénomènes de dislocation, lorsque l'inclinaison est forcée (cf. §2.2.1).

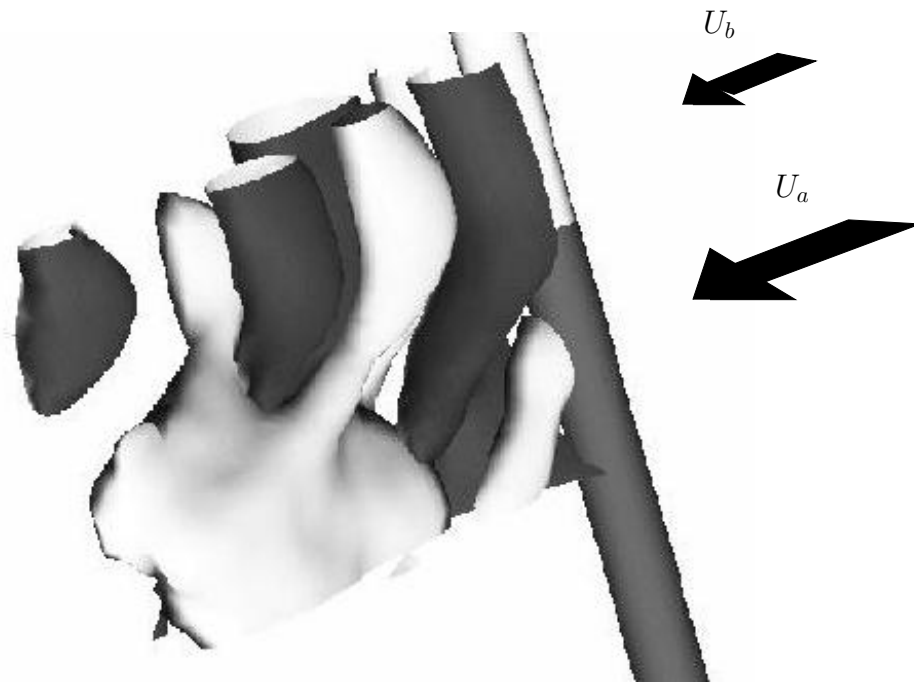


FIG. 7.22 – Isocontours positifs (gris clair) et négatifs (gris foncé) du vecteur propre $\sqrt{\lambda^{(3)}}\Phi_u^{(3)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

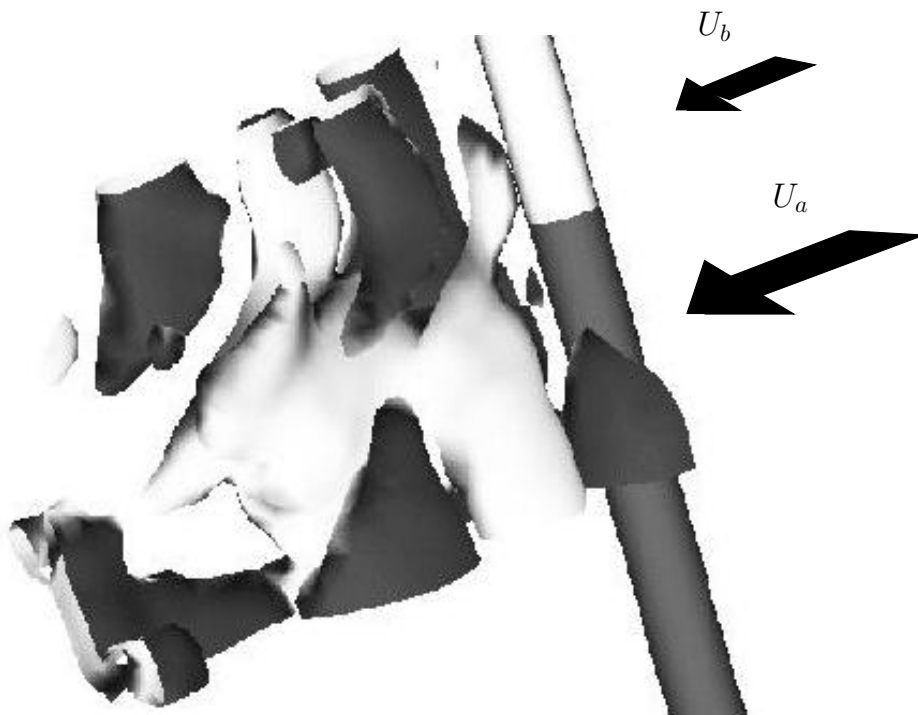


FIG. 7.23 – Isocontours positifs (gris clair) et négatifs (gris foncé) du vecteur propre $\sqrt{\lambda^{(4)}}\Phi_u^{(4)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

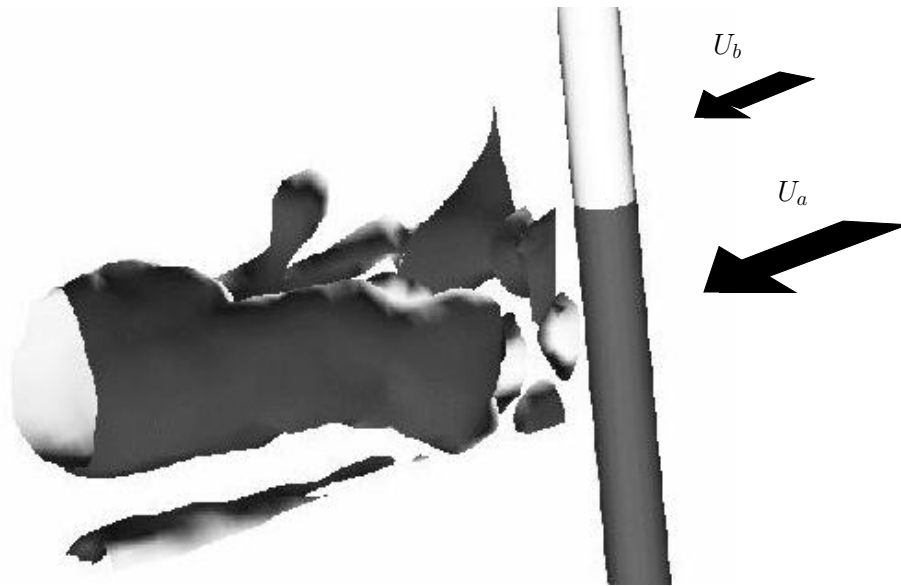


FIG. 7.24 – Isocontours positif (gris clair) et négatif (gris foncé) du vecteur propre $\sqrt{\lambda^{(7)}}\Phi_u^{(7)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.



FIG. 7.25 – Isocontours positif (gris clair) et négatif (gris foncé) du vecteur propre $\sqrt{\lambda^{(8)}}\Phi_u^{(8)} = \pm 0,02$. Mesures PIV.

iii - Interprétation

Par analogie avec les sillages dont la tridimensionalisation est engendrée par variation des conditions suivant l'envergure du cylindre (cf. §2.2), on suppose que les modes présentés ci-dessus peuvent être représentatifs des différentes étapes qui mènent à la tridimensionalisation de notre écoulement, avec l'apparition de modes similaires :

- structures inclinées,
- coalescence des structures de même signe,
- allongement longitudinal des structures,
- dislocation.

Faute de savoir comment les modes interagissent entre eux, leur cycle de vie ne peut qu'être imaginé :

on suppose que les structures de sillage s'inclinent avec l'impact de la couche de mélange à la position $y/D = 1$. L'inclinaison est maintenue par la convection de l'écoulement de couche de mélange. On force ainsi l'apparition de structures longitudinales de type "mode B", dont la première étape est la coalescence des structures dans la région où l'inclinaison est la plus forte. A partir d'une certaine taille de celles-ci, la convection de l'écoulement oblige les structures cohérentes à se détacher des structures de sillage déversées côté basse vitesse, donnant lieu à l'apparition aléatoire de dislocations côté haute vitesse.

Tout ceci n'est évidemment qu'une hypothèse qui demande à être confirmée par d'autres études. En particulier, l'établissement d'un LODS construit à partir d'une projection de Galerkin sur la base POD présentée ci-dessus, permettrait certainement de clarifier le cycle de vie des structures cohérentes. Dans la présente étude, on se restreint à l'introduction de la formulation d'un LODS dans le plan de symétrie de notre écoulement. C'est l'objet du paragraphe suivant.

7.3 POD-Galerkin

Le plan de symétrie du champ moyen de notre écoulement ($z/D = 0$) présente un comportement particulier mis en évidence par les analyses précédentes (Heitz, 1999; Silvestrini & Lamballais, 2003), les grandeurs statistiques (cf. Chapitre 6) et la POD2D-2C (cf. §7.1.2). En effet, pour cette région, il existe un mouvement descendant instationnaire, maximal du côté haute vitesse au culot du cylindre. Plus loin, les échelles spatiales des corrélations et des structures cohérentes sont deux fois plus grandes que dans les autres régions de l'écoulement. On propose ici de réaliser un LODS dans ce plan particulier, au moyen de données issues d'une PIV2D-2C.

On présente tout d'abord la troncature de la décomposition POD2D-2C adoptée pour la réalisation de ce LODS. Puis on présente brièvement sa formulation. Enfin, on présente l'analyse de la dynamique du champ de vitesse fluctuante de ce plan.

7.3.1 Troncature

Les valeurs propres du problème POD2D-2C utilisées pour la projection de Galerkin ont été analysées dans le paragraphe 7.1. Ainsi 12% des modes sont suffisants pour retrouver 99% de l'énergie (E). Berkooz *et al.* (1993) montrent que dans le cas où les valeurs propres convergent rapidement vers zéro, il est possible d'obtenir une représentation fine (dans le sens non dissipé) dans l'espace des phases. Toutefois 12% représente encore 269 modes (cf. Tab. 7.4).

n/N (%)	n	$\sum^n \lambda_i/E$ (%)
0.2	5	27
0.4	10	36
0.6	15	44
1	20	49
1.5	30	58
1.6	40	64
4	100	86
12	269	99
13.5	370	100

TAB. 7.4 – Exemple de convergence des valeurs propres issues d'une POD2D-2C réalisée à la position $z/D = 0$. Mesures PIV.

Un compromis est donc nécessaire pour réduire la taille du système tout en gardant un part significative de l'énergie. Afin de s'assurer que les modes retenus sont capables de reproduire l'organisation des structures à grande échelle, les corrélations en deux points reconstruites doivent être comparables à celles mesurées³.

Elles sont reconstruites à partir de la relation suivante (cf. Chapitre 3.2) :

³Ces dernières sont lissées

$$R_{ij}(x, y, x_a, y_a) = \sum_{n=1}^{N_{rec}} \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(x, y) \Phi_j^{(n)}(x_a, y_a),$$

où N_{rec} est le nombre de modes retenus pour la reconstruction des corrélations et $A = (x_a, y_a)$ le point de référence.

Les figures 7.26 a) et b) représentent les corrélations “reconstruites” comparées à celles mesurées. Quinze modes ($N_{rec} = 15$) sont nécessaires pour retrouver les échelles spatiales des corrélations. Ces derniers représentant 44% de l’énergie, une troncature à ces quinze modes paraît raisonnable.

7.3.2 Formulation

Pour la projection de Galerkin nous choisissons la formulation en vorticité fluctuante qui présente l’avantage de s’affranchir de la formulation du terme de pression (cf. §3.2.5). L’établissement du LODS est réalisé par la projection des équations de Navier-Stokes, en formulation vorticité fluctuante, sur la base POD issue de la POD2D-2C du plan $z/D = 0$. Pour cette formulation on fait l’hypothèse que Φ_u et Φ_v sont paires et Φ_w impaire en z . On rappelle ici les principales étapes de cette formulation (pour plus de détails cf. Annexe D).

Il convient tout d’abord de réaliser la décomposition POD du champ de vitesses fluctuantes (cf. POD2D2C §7.1), pour $i=1,2$:

$$u_i(x, y, t) = \sum_{n=1}^{15} a^{(n)}(t) \Phi_i^{(n)}(x, y).$$

Pour l’introduction de la décomposition POD en vorticité fluctuante définie comme suit :

$$\Omega_i(x, y, t) = \sum_{n=1}^{15} a^{(n)}(t) \Psi_i^{(n)}(x, y),$$

on utilise la relation suivante : $\Psi_i^{(n)}(x, y) = \text{rot}(\Phi_i^{(n)}(x, y))$.

Ensuite, la projection analytique des équations de Navier-Stokes sur la base POD composée des vecteurs propres $\Psi_i^{(n)}(x, y)$ est réalisée :

$$\int \Psi \cdot \left(\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Omega - \Omega \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{Re_m} \nabla^2 \Omega \right) d\mathbf{x} = 0.$$

Ceci permet de ramener les équations aux dérivées partielles que sont les équations de

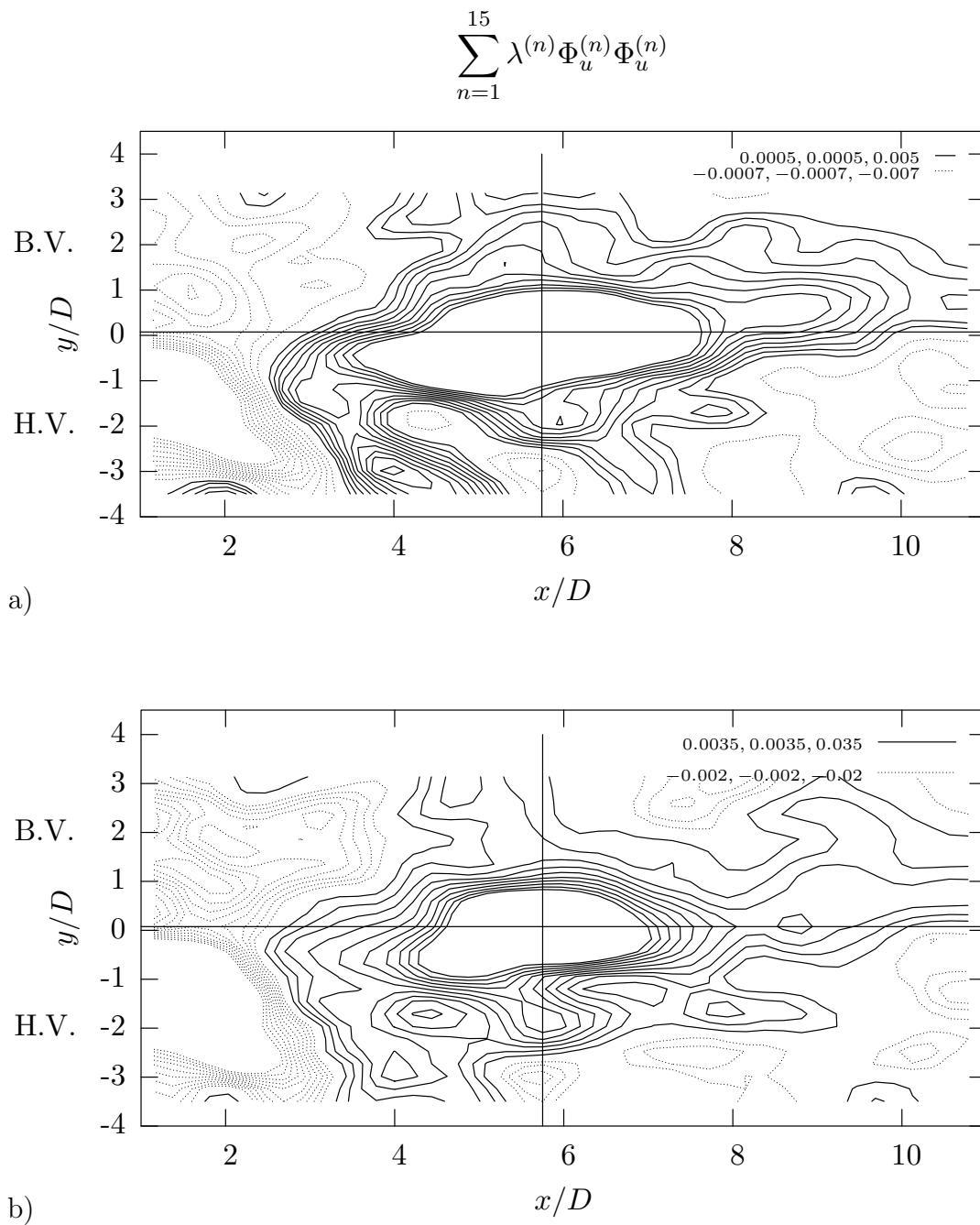


FIG. 7.26 – Comparaison entre les corrélations : a) reconstruites à partir des vecteurs propres issus de la POD2D-2C ($N_{rec} = 15$) - b) mesurées. Mesures PIV.

Navier-Stokes à un système d'équation aux dérivées ordinaires d'ordre bas ($N_{gal} = 15$ équations), pour $n = 1, N_{gal}$ (LODS) :

$$\frac{da^{(n)}}{dt} = \sum_{m=1}^{N_{gal}} \left[\mathbf{L} + \frac{1}{Re_m} (1 + \alpha_{tronc}) \mathbf{L}' \right] a^{(m)} + \sum_{m,k=1}^{15} \mathbf{Q} \left(a^{(m)} a^{(k)} - \overline{a^{(m)} a^{(k)}} \right), \quad (7.7)$$

où α_{tronc} modélise l'apport d'énergie des modes non pris en compte par la troncature.

7.3.3 Résolution

L'expression des coefficients du système d'équation 7.7 est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{nm} &= \Psi_w^{(n)} \Psi_w^{(m)} \\ \mathbf{L} &= \int_{\Omega} \left((\mathbf{a}_{nm})^{-1} \left[\frac{\partial W}{\partial z} a_{nm} - \left(U \frac{\partial \Psi_w^{(m)}}{\partial x} + V \frac{\partial \Psi_w^{(m)}}{\partial y} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{\partial \Omega_z}{\partial x} \Phi_u^{(m)} + \frac{\partial \Omega_z}{\partial y} \Phi_v^{(m)} \right] \Psi_w^{(n)} + \frac{\partial \Phi_w^{(m)}}{\partial z} \Omega_z \Psi_w^{(n)} \right] \right) d\mathbf{x} \\ \mathbf{L}' &= \int_{\Omega} \left((\mathbf{a}_{nm})^{-1} \cdot \left[-\frac{\partial^3 \Phi_w}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial x \partial z^2} + \frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 \Phi_u}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial x \partial y^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\partial^3 \Phi_u}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 \Phi_u}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 \Phi_w}{\partial x \partial y \partial z} \right] \Psi_w^{(n)} \right) d\mathbf{x} \\ \mathbf{Q} &= \int_{\Omega} \left((\mathbf{a}_{nm})^{-1} \cdot \left[-\Phi_u^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \Phi_v^{(m)}}{\partial x^2} \right) - \Phi_v^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \Phi_v^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Phi_u^{(m)}}{\partial y^2} \right) \right] \Psi_w^{(n)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial \Phi_w^{(k)}}{\partial z} \Psi_w^{(m)} \Psi_w^{(n)} \right) d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Pour le calcul de ces coefficients on utilise des différences finies du deuxième ordre. Avant l'intégration du LODS il convient de modéliser les termes suivants :

- les composantes de l'écoulement moyen U, V sont extraites des données expérimentales. La composante W est calculée à l'aide de l'équation de continuité, avec l'utilisation de la condition de symétrie ($W(z=0) = 0$). Elle est représentée sur la figure 7.27 pour la position longitudinale $x/D \simeq 1$:

$$W(\mathbf{x}) = - \int_0^z \left(\frac{\partial U(x, y, \nu)}{\partial x} + \frac{\partial V(x, y, \nu)}{\partial y} \right) d\nu, \quad (7.8)$$

- une contribution transversale est ajoutée à l'aide de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial z} = - \frac{\partial \Phi_u}{\partial x} - \frac{\partial \Phi_v}{\partial y}, \quad (7.9)$$

- les termes de la dérivée seconde par rapport à z sont modélisés par une hypothèse d'isotropie locale :

$$\frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial x \partial z^2} = 2 \frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial x \partial y^2} \quad (7.10)$$

$$\frac{\partial^3 \Phi_u}{\partial y \partial z^2} = 2 \frac{\partial^3 \Phi_v}{\partial y \partial x^2}, \quad (7.11)$$

- le terme issu de l'expression des coefficients en fluctuation de vitesse est modélisé en supposant que les $a^{(t)}$ satisfont la décomposition POD, ainsi :

$$\overline{a^{(m)} a^{(k)}} = \lambda^{(m)} \delta_{mk}, \quad (7.12)$$

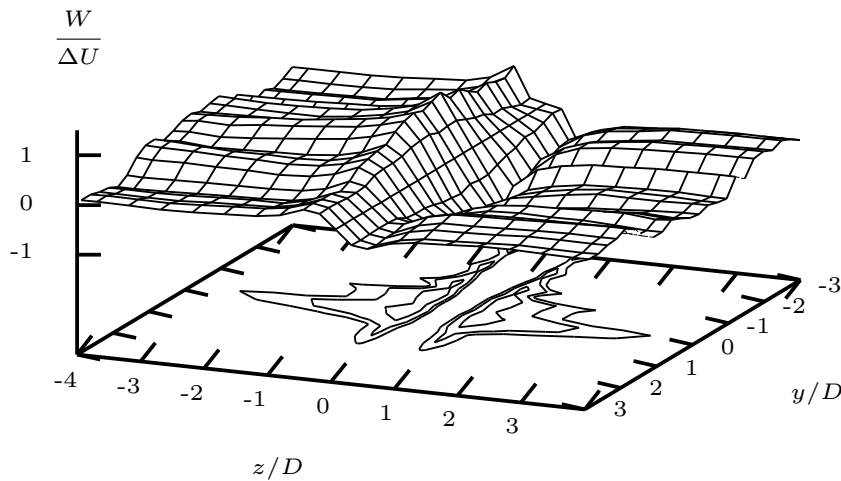


FIG. 7.27 – Champ moyen W dans le plan $y - z$ à la position longitudinale $x/D \simeq 1D$. Mesures PIV.

Pour l'intégration du LODS (cf. Eq. 7.7) on utilise l'algorithme Runge Kutta du quatrième ordre. Afin de se placer dans le bassin d'attraction des solutions correspondant à notre configuration d'écoulement, les conditions initiales expérimentales extraites de la POD2D-2C sont utilisées. On sélectionne au hasard une réalisation que l'on projette sur la base POD, on obtient ainsi les coefficients de projections $a(t = 0)$ utilisés comme condition initiale.

7.3.4 Analyse de la dynamique

a - Paramètre α_{tronc}

Plusieurs tests sont menés en faisant varier le coefficient α_{tronc} . Une solution stationnaire triviale est trouvée pour $\alpha_{tronc} \simeq 30$. En revanche en deçà d'une valeur critique,

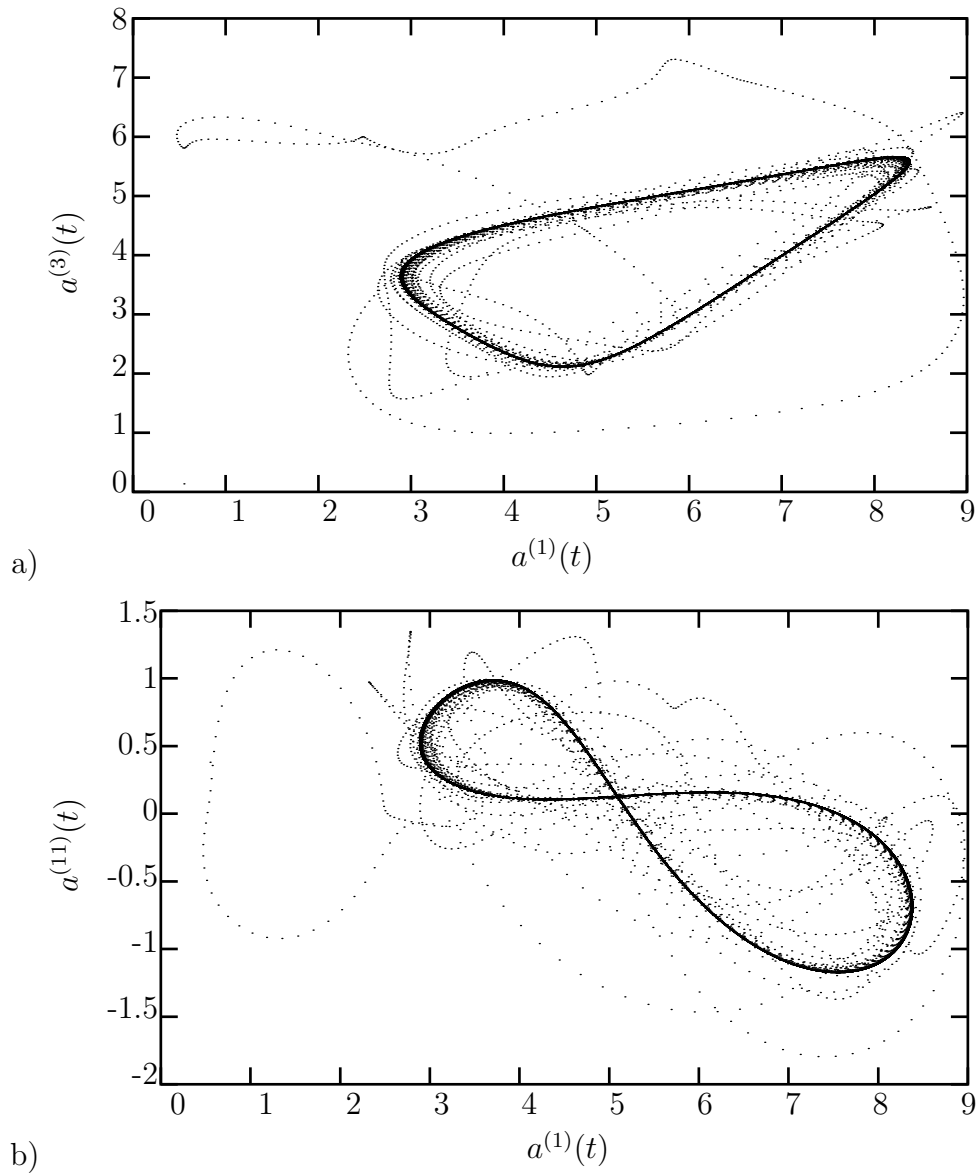


FIG. 7.28 – Portraits de phase : cycle limite pour $\alpha_{tronc} = 23$ a) Mode 1 - Mode 3 - b) Mode 1 - Mode 11.

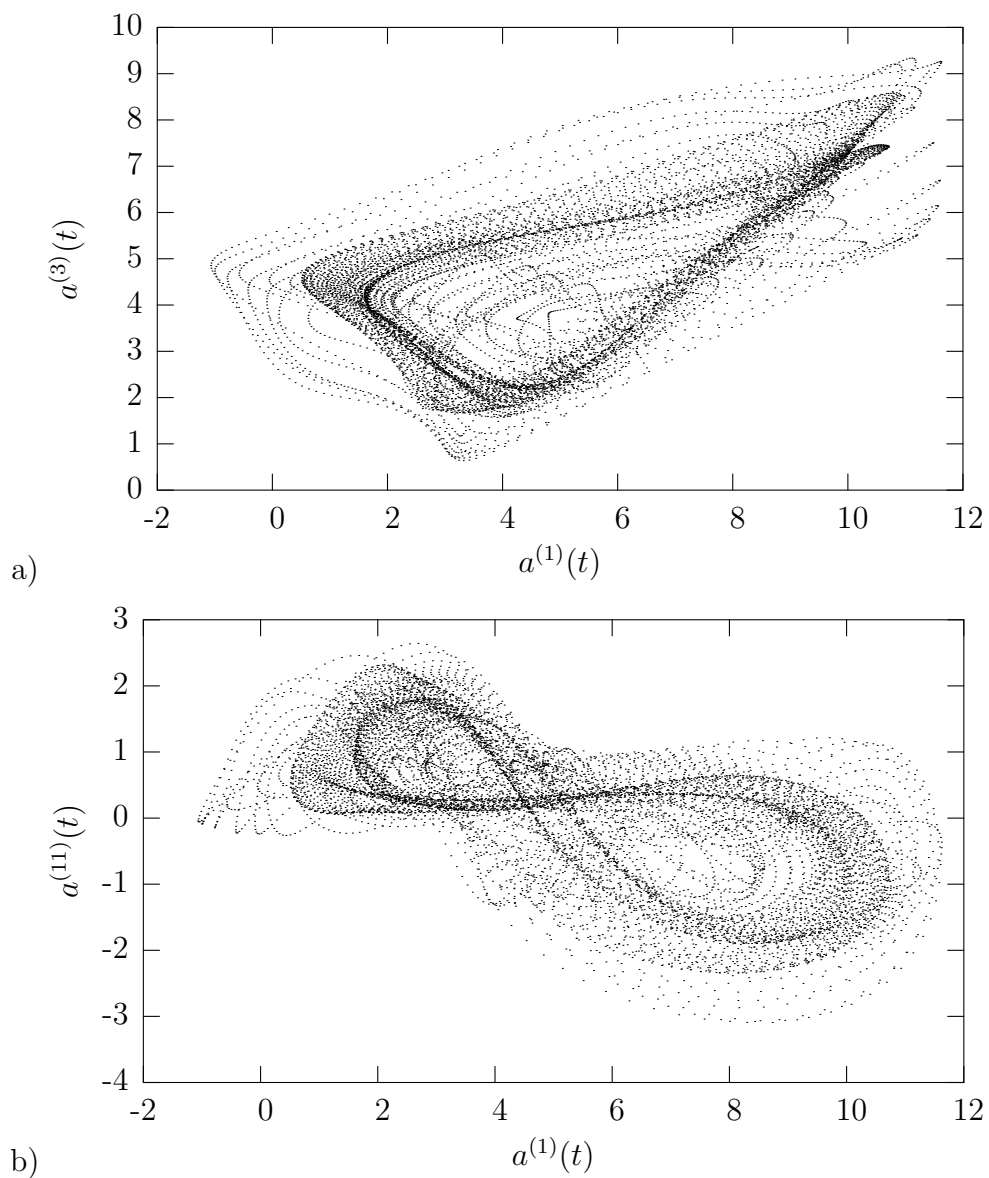


FIG. 7.29 – Portraits de phase pour $\alpha_c = 20$ a) Mode 1 - Mode 3 - b) Mode 1 - Mode 11.

$\alpha_c \simeq 20$, le système diverge. Entre ces deux valeurs, $20 < \alpha_{tronc} < 30$, le comportement du système montre une dynamique de cycle limite qui est stable pour au moins $tU_m/D = 3\,500$ unités de temps adimensionnel (900 périodes du lâcher de tourbillons pour le côté haute vitesse). La figure 7.28 présente le portrait de phase de quelques coefficients du LODS pour $\alpha_{tronc} = 23$, lorsque le système possède une dynamique de cycle limite. Pour $\alpha_c = 20$, l'évolution des quinze coefficients de projection exhibe un portrait de phase beaucoup plus dispersé (cf. Fig. 7.29 a) et b)).

L'évolution de la dynamique du système en fonction du coefficient α_{tronc} peut être schématisée sur la figure 7.30. Dans le contexte de la théorie des systèmes dynamiques (Thompson & Stewart, 1986), il est donc considéré comme un paramètre de bifurcation.

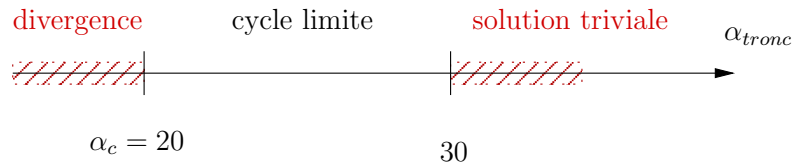


FIG. 7.30 – Schématisation du comportement dynamique du LODS en fonction du paramètre α_{tronc} .

b - Analyse spectrale, $\alpha_c = 20$

On s'intéresse maintenant aux fréquences des signaux du LODS pour $\alpha_c = 20$, dont l'évolution est présentée sur la figure 7.31. Une analyse spectrale est réalisée et présentée sur la figure 7.32 en fonction du numéro du mode.

Cette analyse met en évidence la présence d'une fréquence de l'ordre de $f \simeq 150\text{Hz}$, dominante sur la majorité des signaux. De la même manière que Lewis & Gharib (1992), pour un écoulement derrière un obstacle composé de cylindre de deux diamètres différents, on trouve une fréquence plus petite que les fréquences des écoulements canoniques de couche de mélange et sillage. On s'attend à ce que cette fréquence soit issue d'une combinaison des trois oscillateurs qui composent notre écoulement : f_a , f_{b1} et f_p , où f_p représente⁴ la fréquence de passage des structures de la couche de mélange qui impactent le cylindre. Or, de la même manière que Lewis & Gharib (1992), elle ne correspond pas à une interaction quasi-périodique de f_a , f_{b1} et f_p . Cette fréquence est toutefois cohérente avec la taille des structures ($\Lambda_x/D \simeq 12$) mises en évidence à l'aide des corrélations en deux points et de la POD2D-2C pour ce plan $z/D = 0$. Afin de visualiser la dynamique correspondant à cette fréquence particulière, le champ de vitesses fluctuantes est reconstruit et l'analyse de celui-ci est présentée dans le paragraphe suivant.

c - Analyse de la dynamique $\alpha_c = 20$

A l'aide du système dynamique obtenu pour $\alpha_c = 20$, les $a^{(n)}(t)$, non disponibles expérimentalement, peuvent être calculés. De cette manière, le champ de vitesses fluc-

⁴ $f_p \simeq St_u U_m / \delta_{wl} \simeq 258 \text{ Hz}$.

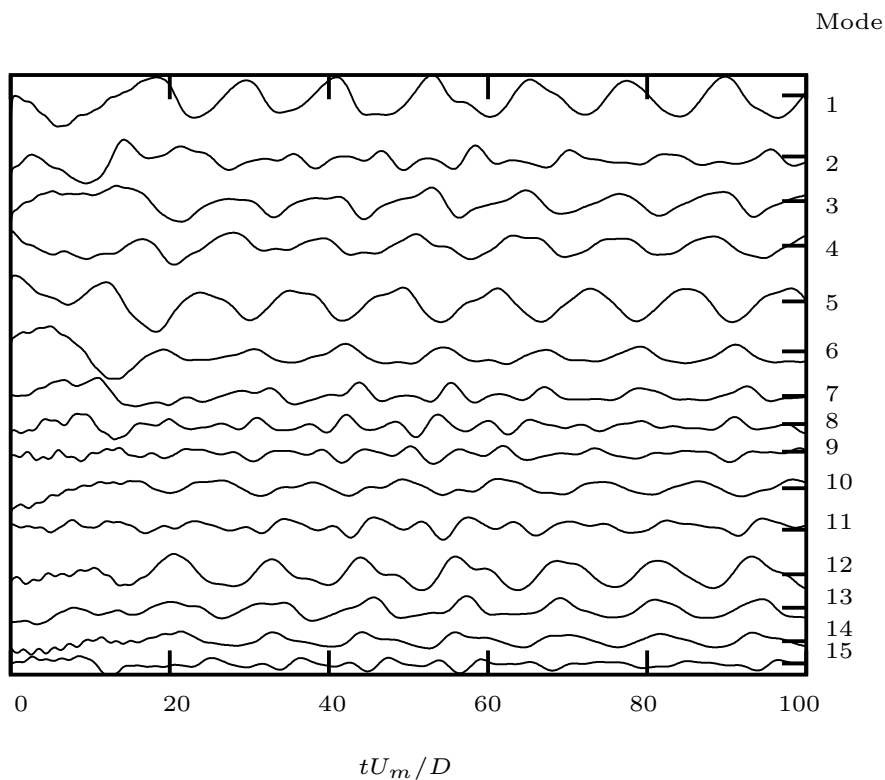


FIG. 7.31 – Signaux $a^{(n)}(t)$ obtenues à partir du LODS pour $\alpha_c = 20$ avant divergence.

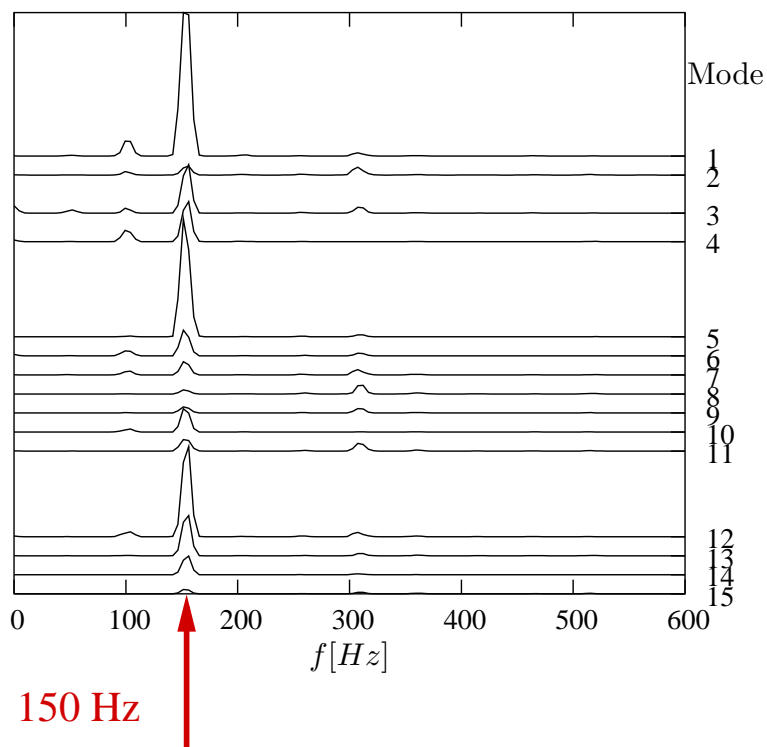


FIG. 7.32 – Analyse spectrale des quinze signaux du LODS en fonction du numéro du mode, $\alpha_c = 20$.

tuantes, noté $u_{i(rec)}$, peut être reconstruit par la relation suivante :

$$u_{i(rec)}(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N_{gal}} a^{(n)}(t) \Phi_i^{(n)} \quad (7.13)$$

La dynamique du champ de vitesse est reconstruite pour une période définie sur l'intervalle de temps $41 < (tU_m)/D < 53$, correspondant à une période du premier mode $a^{(1)}(t)$. La dynamique représente principalement un mouvement de battement du fluide coté haute vitesse (des animations permettant de voir clairement ce battement).

Afin de se rendre compte de l'origine de ce battement, on présente la topologie du champ de vecteurs fluctuants (u_{rec}, v_{rec}) reconstruit, pour l'instant correspondant au pic du signal dont la fréquence est de 150 Hz, soit le pic du signal $a^{(1)}(t)$ (cf. Fig. 7.33). On observe une "injection" de fluide à la position $y/D \simeq -1$, marquée par une flèche sur la figure 7.33. Ce mouvement est cohérent avec le comportement particulier du sillage proche, où Heitz (1999) constate une forte analogie des grandeurs moyennes du coté haute vitesse, au culot du cylindre, avec les écoulements connus de contrôle de sillage par jet pulsé. A la lumière de ces résultats, on suppose que cette "injection" de fluide est à l'origine de la dislocation des structures de sillage côté haute vitesse dans les régions dominées par les couches cisailées libres.

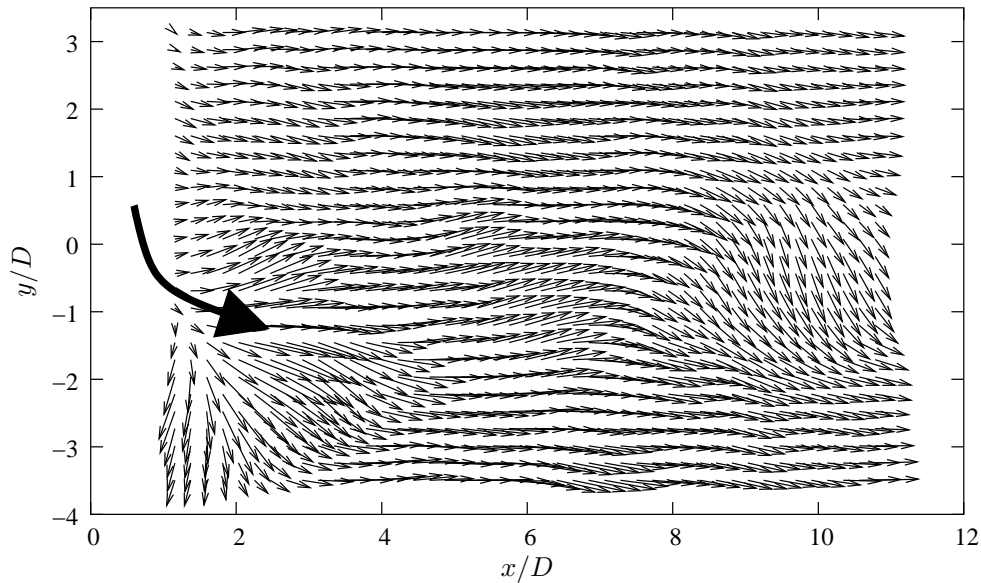


FIG. 7.33 – Reconstruction du champ de fluctuation de vitesse pour $\alpha_c = 20$ et un instant correspondant au pic du signal $a^{(1)}(t)$.

7.4 Synthèse

Dans ce chapitre ont été présentés trois types d'analyses basées sur la décomposition POD :

- la première a consisté en une analyse POD2D-2C dans les tranches $x - y$ transversales de l'écoulement,
- la deuxième a permis une analyse globale de l'organisation des structures de l'écoulement à partir d'une POD3D-2C,
- dans la dernière une projection de Galerkin a été réalisée sur une base issue d'une POD2D-2C dans le plan de symétrie de l'écoulement moyen, $z/D = 0$.

POD2D-2C

On a analysé tout d'abord les valeurs propres issues des différentes POD2D-2C réalisées dans la direction transversale (z). On a montré ainsi que le nombre d'échantillons utilisés pour la moyenne d'ensemble était équivalent au nombre de valeurs propres représentatives du problème. L'analyse de l'énergie cinétique turbulente contenue dans chaque POD tranche a montré qu'elle était dominante dans les régions des couches cisailées libres décollées du cylindre. Par la suite on s'est intéressé à l'analyse des vecteurs propres. On a montré que l'on retrouvait, dans ces plans $x - y$, trois organisations qui ont été mises en évidence par l'analyse des corrélations :

- une organisation de type couche de mélange,
- une organisation en forme de chevrons dissymétriques, dont l'inclinaison est initiée à la position $y/D \simeq 1$, où impacte la couche de mélange,
- une organisation particulière pour $z/D = 0$.

POD3D-2C

La topologie du premier mode de la POD3D-2C a montré des structures de sillage 3D inclinées de part et d'autre de la position $y/D \simeq 1$, où impacte la couche de mélange. De manière cohérente, ce problème POD a permis d'extraire l'organisation énergétiquement dominante du domaine de mesure, à savoir la région des couches cisailées libres.

A la lumière de ces résultats, les angles d'inclinaison et les échelles spatiales ont été quantifiés. On a trouvé côté basse vitesse un angle de l'ordre de 18° et côté haute vitesse un angle de l'ordre de 50° . A l'aide de la comparaison avec la relation en cosinus donnée par Williamson (1989), on a montré que, pour $y/D > 1$, les structures sont simplement inclinées par rapport à celles du lâcher parallèle équivalent. En revanche, pour $y/D < 1$, il existe un phénomène de dislocation dont le processus le plus énergétique est un lâcher de tourbillons obliques. Cette interprétation a été appuyée par les modes POD élevés, dont les formes rappellent celles rencontrées lors de la tridimensionalisation des sillages : inclinaison, coalescence, allongement longitudinal, dislocation.

LODS à la position $z/D = 0$

Enfin, un système d'ordre bas (LODS) à été construit dans le plan de symétrie ($z/D \simeq 0$) où les structures cohérentes possèdent une échelle longitudinale deux fois plus grande, mais aussi où la descente de fluide est montrée la plus importante en moyenne ($-V$). Ce LODS a été construit par projection de la formulation vorticité fluctuante des équations de Navier-Stokes sur une base POD2D-2C. Afin de compenser la troncature du système d'équations on a introduit un paramètre α_{tronc} dont on a montré l'équivalence avec un

paramètre de bifurcation. Pour la valeur critique de $\alpha_c = 20$, en dessous de laquelle le système diverge, une analyse spectrale des signaux du système a permis de mettre en évidence la présence d'une fréquence principale de l'ordre de 150 Hz. A cette fréquence a été associée une injection de fluide à la position $y/D = -1$, dans le sillage proche du cylindre, cohérente avec l'analyse de Heitz (1999). Ce comportement a été supposé à l'origine de la dislocation des structures de sillage côté haute vitesse.

Chapitre 8

Exploitation des données DNS

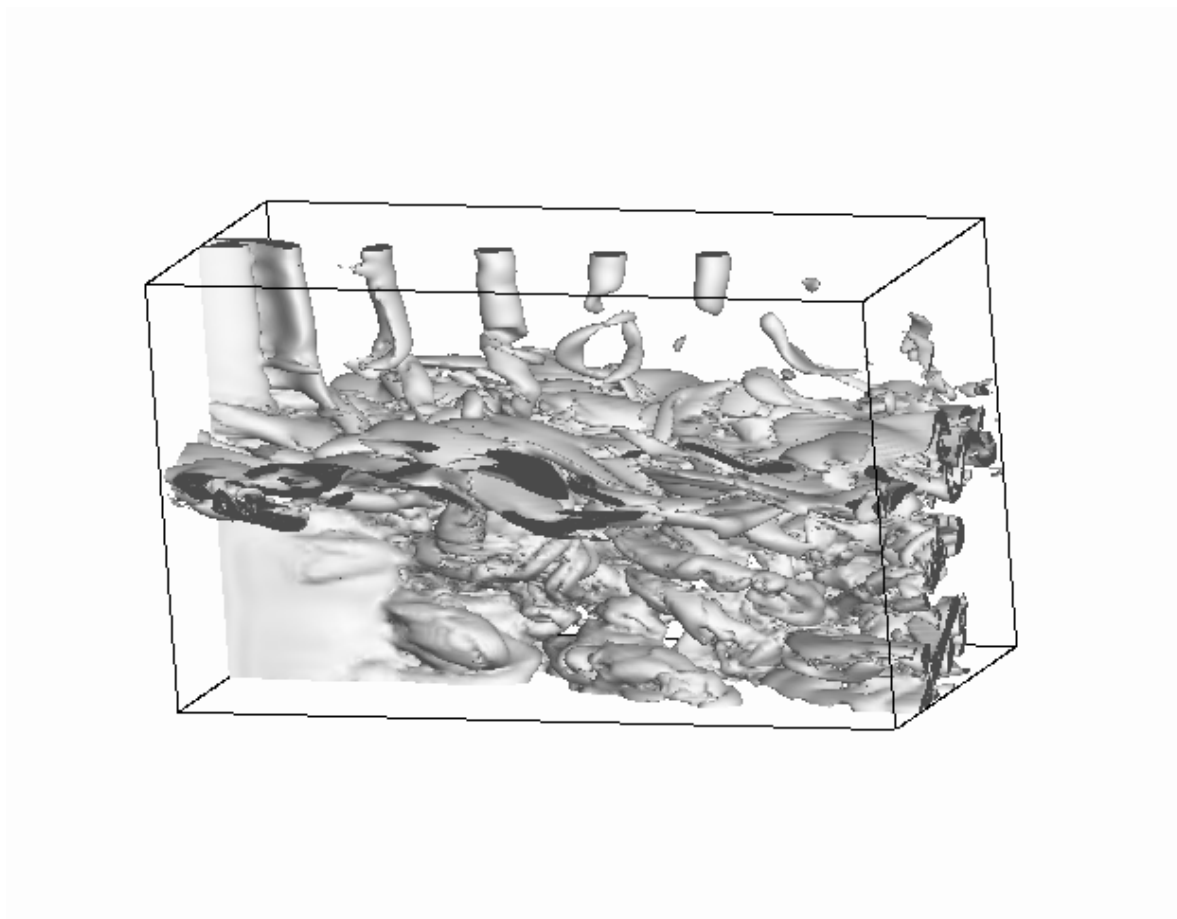


FIG. 8.1 – Isocontours de la norme de la vorticité de une réalisation instantanée de l'écoulement d'interaction sillage-couche de mélange issue d'une DNS réalisée par Lamballais & Silvestrini (2002).

Classiquement pour réaliser une simulation numérique directe (DNS), une résolution spatiale et temporelle des plus petites échelles de structures de l'écoulement est nécessaire, afin de reproduire le cycle de la turbulence. De plus, le domaine de calcul doit être assez large et le temps de calcul assez important pour d'une part limiter les effets d s aux parois

et d'autre part assurer une convergence des grandeurs statistiques. Une autre condition indispensable pour la simulation de notre écoulement complexe est une approche 3D. Toutes ces exigences allongent significativement le coût de calcul. Pour cette raison, les résultats de la DNS dont nous disposons ont été obtenus pour un nombre de Reynolds faible $Re_m \simeq 400$, éloigné des conditions de la problématique ingénierie de départ. Pour ce nombre de Reynolds, les régimes du sillage côté haute vitesse et côté basse vitesse sont différents : le côté haute vitesse $Re = 600$ correspond à un régime sub-critique de sillage uniforme avec instabilité de type mode B et le côté basse vitesse $Re = 200$ correspond à un régime transitionnel de sillage uniforme avec instabilité de type mode A avec dislocations. De plus, dans cette configuration la couche de mélange impacte le cylindre à la position correspondant à une épaisseur de vorticit e $\delta_w = 2D$ et le rapport de vitesse est deux fois plus petit ($r = 0,33$). Ceci conduit à un param etre de raideur important $\beta = 1$.

La premi ere partie de ce chapitre pr esente les param etres du calcul r ealis e par (Lamballais & Silvestrini, 2002) que l'on met en parall ele avec ceux des mesures PIV. Dans la deuxi eme partie on rappelle bri evement les diff erents comportements caract eristiques de notre configuration d' ecoulement (interaction couche de m elange sillage) que l'on retrouve dans les r esultats de simulation. Elles sont compar ees aux mesures PIV (cf. Chapitre 6) en s'appuyant sur l'influence des param etres Re , L/D et β du chapitre 5. Enfin, on analyse l'organisation des structures coh erentes du plan $z/D = 0$ à partir de deux approches Snapshot POD : une premi ere similaire à la POD tranche de l'analyse PIV (POD2D-2C) et une seconde prenant en compte la troisi eme composante (POD2D-3C).

8.1 M ethode et param etres du calcul DNS

M ethode de calcul

Le calcul est r ealis e à l'aide de la discr etisation des  equations de Naviers-Stokes incompressibles par diff erences finies d'ordre  elev e. Pour mod eliser l'obstacle, la technique des fronti eres virtuelles est utilis ee. Cette m ethode consiste à imposer une condition de non-glissement dans la zone de l' ecoulement qui d efinit l'obstacle. Pour plus de d etails le lecteur peut se r ef erer à Lamballais & Silvestrini (2002).

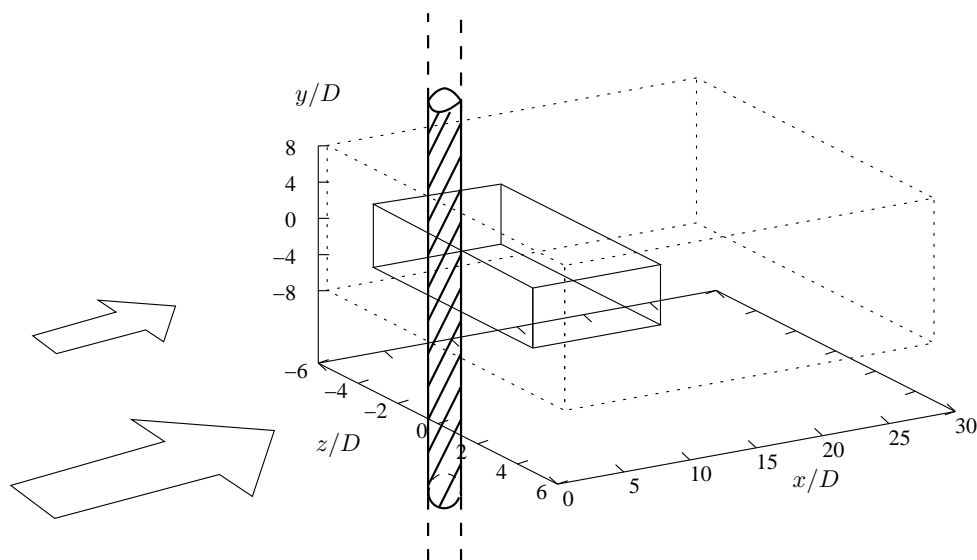
Conditions limites

Une condition de glissement libre est impos ee aux positions $y/D = \pm L_y$. On note ainsi que le rapport d'aspect est donnée par la dimension de la taille du domaine de calcul dans cette direction $L/D = L_y/D$. Une condition de p eriodicit e est impos ee dans la direction z . La condition d'entr ee correspond à un d eveloppement spatial de la couche de m elange qui atteint son  etat transitionnel juste avant le barreau. Les conditions de sortie sont g en er ees par la r esolution de l' equation de convection dans le plan de sortie.

Les param etres du calcul sont pr esent es dans le tableau 8.1 en comparaison avec ceux des mesures PIV (cf. Chapitre 6). La figure 8.2 pr esente quant à elle la taille du domaine de chaque  etude.

Paramètres	DNS (Lamballais & Silvestrini, 2002)	PIV “Multiplans”
$L_x \times L_y \times L_z$	$28D \times 16D \times 12D$	$10D \times 7D \times 8D$
$N_x \times N_y \times N_z$	$174 \times 97 \times 144$	$45 \times 27 \times 21$
réalisations	420	380
dt	0,09876	non résolue
$\lambda = (1 - r)/(1 + r)$ $= \Delta U/(2U_c)$	0.5	0.21
$r = U_b/U_a$	0.33	0.65
L/D	16	34
β	1	0,42
U_a	1,125 [m/s]	18 [m/s]
U_b	0,375 [m/s]	11.7 [m/s]
$Re_m = U_m D/\nu$	400	7 920
$Re_a = U_a D/\nu$	600 (mode B)	9 600 (régime sub-critique)
$Re_b = U_b D/\nu$	200 (mode A avec dislocations)	6 240 (régime sub-critique)

TAB. 8.1 – Paramètres du calcul DNS comparés à ceux des mesures PIV.

FIG. 8.2 – Domaine de calcul DNS (\cdots) et domaine de mesure PIV (—).

8.2 Caractéristiques de l'écoulement simulé

a - Couche de mélange et sillage

On observe aux limites du domaine de l'étude ($|z/D| \simeq 6$ et $|y/D| \simeq 8$) un comportement de type couche de mélange et de type sillage. Pour le comportement de type couche de mélange, on trouve une évolution linéaire de l'épaisseur de vorticité de pente $d\delta_w/dx \simeq 0,042$ et un paramètre d'expansion de l'ordre de $\sigma \simeq 42$.

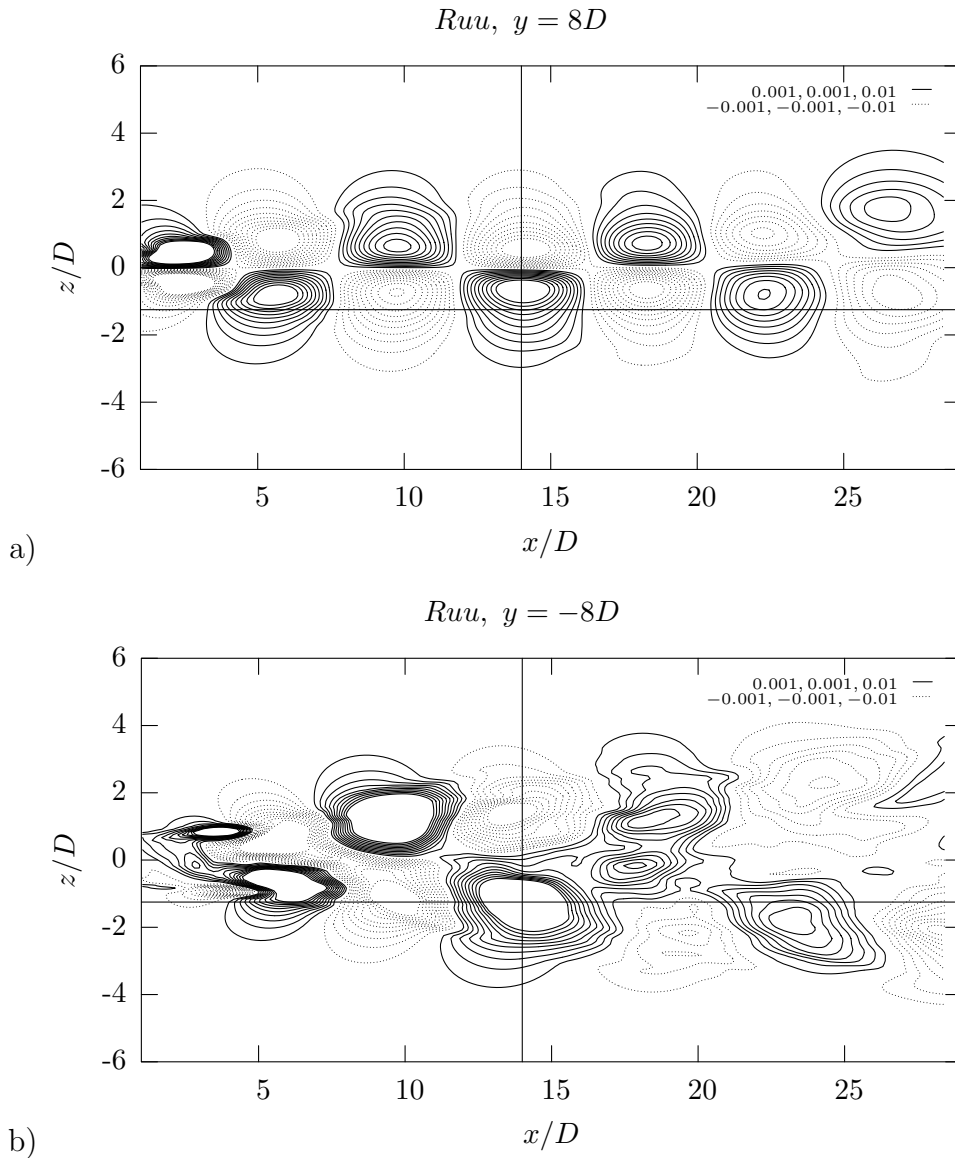


FIG. 8.3 – Isocontours positifs (—) et négatifs (···) de corrélation en deux points $R_{uu}(x, z, x_a, z_a) = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}$ pour le point de référence $A = (x_a, z_a) = (14D, -1, 25D)$: a) à la position $y/D = 8$ (B.V.), b) à la position $y/D = -8$ (H.V.). DNS.

Pour le comportement de type sillage, Lamballais & Silvestrini (2002) trouvent un nombre de Strouhal de l'ordre de $St \simeq 0,2$ pour le côté haute vitesse et de l'ordre de

$St \simeq 0,14$ pour le côté basse vitesse. On retrouve ce comportement à partir de l'analyse de la topologie des corrélations en deux points de ces régions. La figure 8.3-a présente la corrélation $R_{uu} = \overline{u(x_a, z_a)u(x, z)}$ dans le plan $x - z$ côté basse vitesse pour un point de référence situé dans les couches cisillées du cylindre. On mesure une échelle spatiale $\Lambda_x/D \simeq 7$ en accord avec le nombre de Strouhal $St = D/\Lambda_x \simeq 0,14$ trouvé par Lamballais & Silvestrini (2002). La figure 8.3-b présente les mêmes corrélations pour le côté haute vitesse. Cette représentation, dont le nombre de Reynolds correspond à un régime sous-critique, est beaucoup plus "bruitée" que celle du côté basse vitesse. De plus, on remarque un élargissement du sillage beaucoup plus important, qui, d'après les études expérimentales, pourrait être lié à l'"injection de fluide". On observe également une cohérence moins importante à partir de la position longitudinale $x/D = 15$. Ceci rappelle les résultats de Heitz (1999) qui montre à partir de cette position une réorganisation du sillage. On ne s'attardera pas sur ce comportement particulier, situé beaucoup plus en aval de la réorganisation du sillage proche de notre étude et également en dehors du domaine des mesures PIV (cf. Fig. 8.2). En revanche on note que la prise en compte de cette organisation particulière dans une approche POD est susceptible d'influencer l'organisation des premiers modes.

b - Région d'interaction

On s'intéresse maintenant aux particularités de la région d'interaction.

i - Descente de fluide

La figure 8.4-b présente l'évolution suivant l'envergure du cylindre de la vitesse moyenne $-V/\Delta U$ pour plusieurs positions longitudinales. Ces profils sont extraits le plan $x - y$ à la position centrale $z/D = 0$ (cf. Fig. 8.4-a), où les analyses expérimentales montrent un transfert de fluide de la basse vitesse vers la haute vitesse initié par la distribution de pression suivant y au culot du cylindre.

Dans la configuration de cette étude numérique, on observe que la valeur maximale de la vitesse moyenne verticale est du même ordre de grandeur que celle mesurée expérimentalement, $-V/\Delta U \simeq 0,8$ (cf. Chapitre 6, Fig. 6.11). On remarque que ce maximum est situé à mi-envergure du cylindre pour la position longitudinale $x/D \simeq 0,72$. Il se dirige ensuite vers le côté haute vitesse à mesure que l'on se déplace en x , tout en s'élargissant du côté haute vitesse. Ce phénomène, observable également dans l'annexe C, est cohérent avec la présence de structures longitudinales engendrées par la dislocation principale se situant dans cette même région.

On observe également que ce mouvement débute à la position $y/D \simeq 2$, soit, de manière cohérente avec l'étude expérimentale, à la position $y/\delta_w = 1$. Toutefois, contrairement aux mesures expérimentales, le mouvement est contenu dans l'intervalle $-\delta_w < y < \delta_w$ pour des positions proches du barreau. Ceci pourrait être expliqué par l'augmentation du paramètre de raideur β , dont l'étude paramétrique du chapitre 5 a montré qu'il tend à diminuer la largeur du pic du coefficient de succion et donc à confiner le mouvement descendant qui lui est associé.

Enfin, on observe que l'influence de la vitesse verticale dans la direction longitudinale diminue moins rapidement que dans la configuration PIV. Pour exemple, à la position

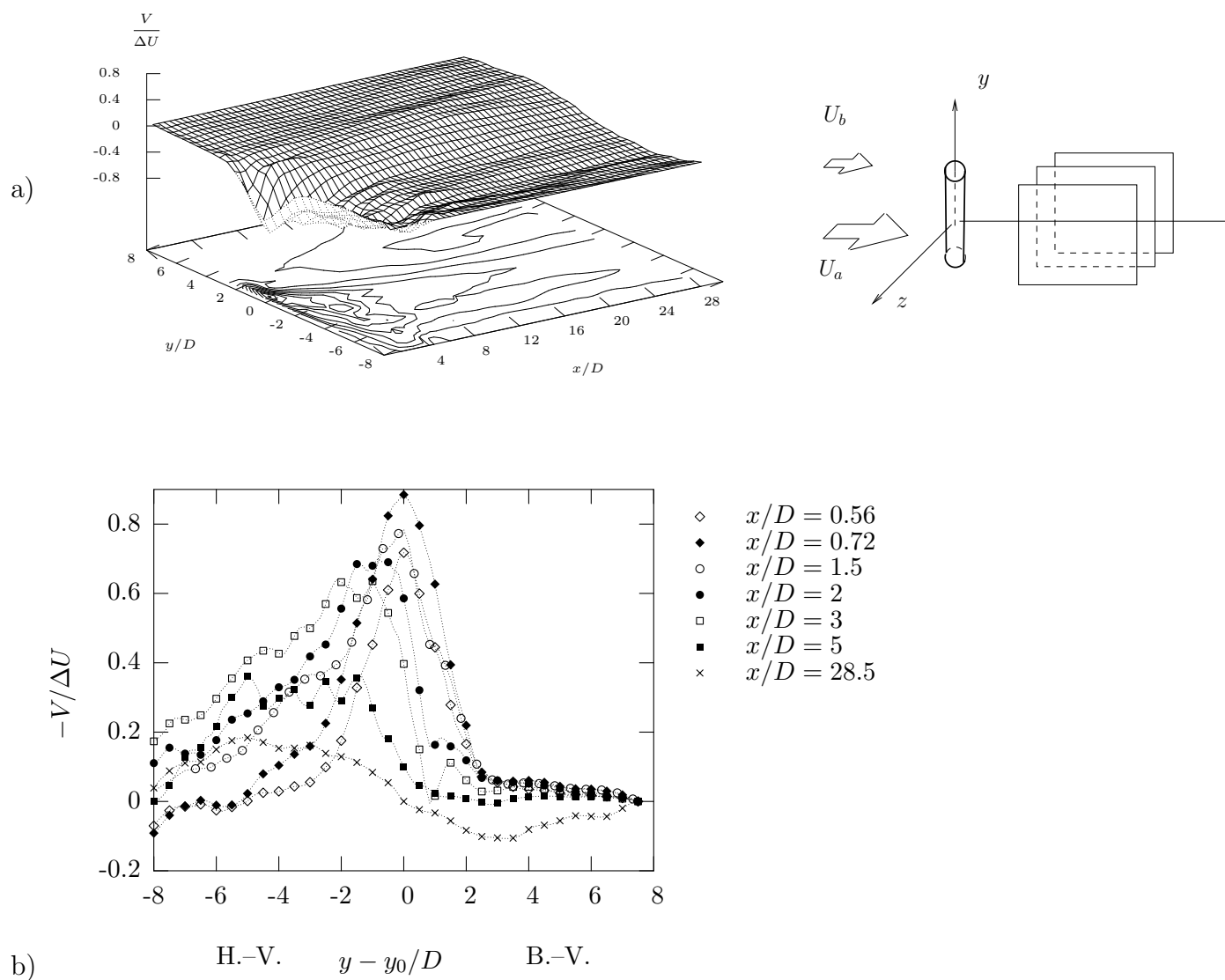


FIG. 8.4 – Vitesse moyenne verticale $-V/\Delta U$ à la position transversale $z/D = 0$: a) dans le plan $x - y$, b) évolution suivant l'envergure du cylindre (y) pour plusieurs positions longitudinales (x).

longitudinale $x/D \simeq 3$, on trouve $-V/\Delta U \simeq 0,6$ pour la configuration DNS alors que l'analyse PIV donne $-V/\Delta U \simeq 0,3$. Ceci est cohérent avec l'augmentation du pic de succion lié à l'augmentation de β , comme l'a montré l'étude paramétrique du chapitre 5. De plus, ce phénomène est amplifié par le faible rapport d'aspect $L/D = 16$ de la configuration DNS, dont l'étude paramétrique du chapitre 5 a montré que son influence correspond également à une augmentation du pic du coefficient de succion (cf. Fig. 5.16 et Fig. 5.5).

La figure 8.5-b présente l'évolution transversale de la vitesse moyenne verticale $-V/\Delta U$ pour plusieurs positions suivant l'envergure du cylindre. Ces profils sont extraits du plan $y - z$ à la position longitudinale $x/D \simeq 1,5$ (cf. Fig. 8.5-a). On observe ainsi que, dans la direction transversale et pour des positions proches du cylindre, le mouvement vertical est présent pour les positions $|y| < D$. Ce mouvement provenant de la distribution de pression au culot du cylindre, il est logiquement confiné derrière le barreau.

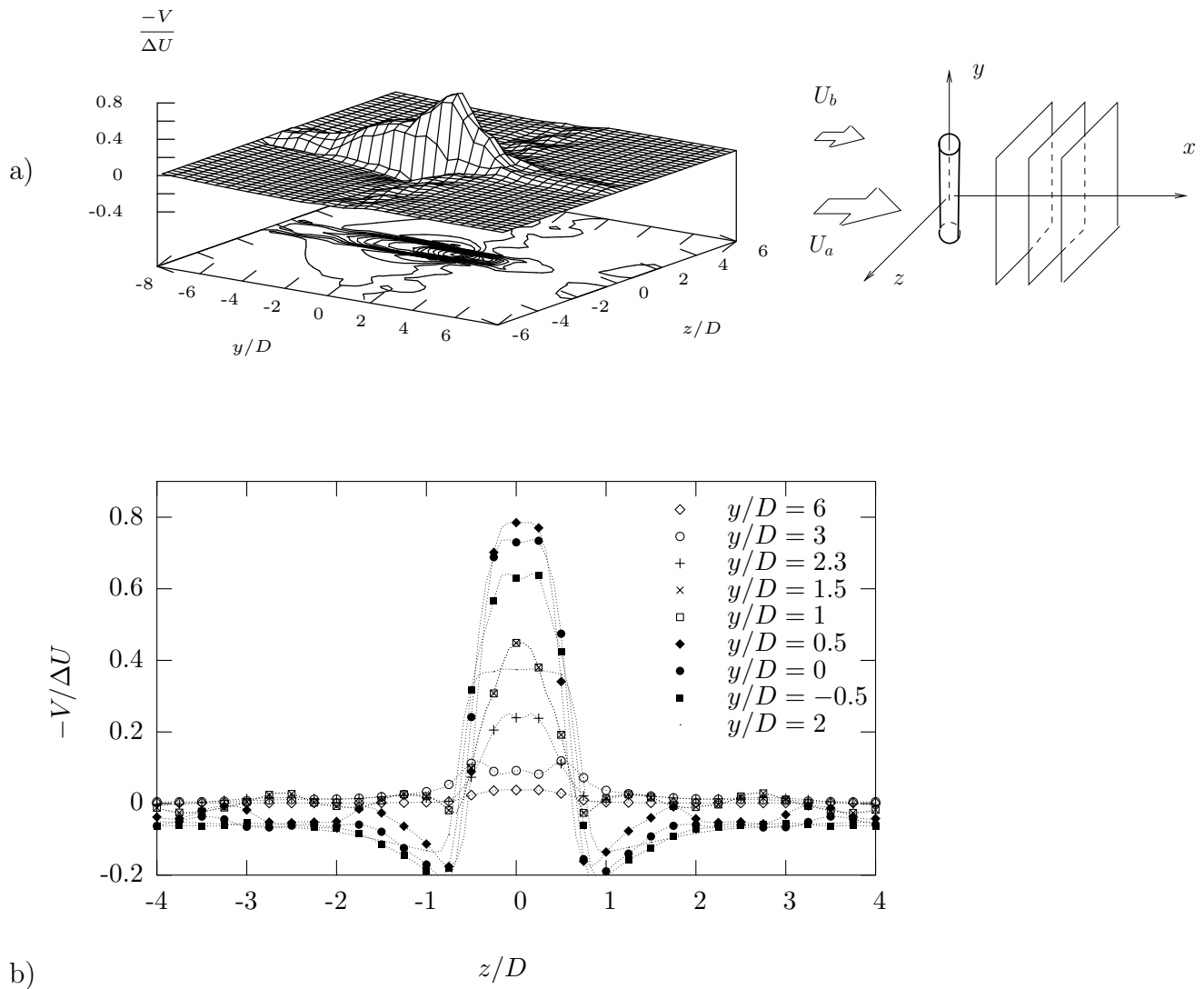


FIG. 8.5 – Vitesse moyenne verticale $-V/\Delta U$ à la position longitudinale $x/D = 1,5$: a) dans le plan $y - z$, b) évolution suivant la direction transversale (z) pour plusieurs positions le long du barreau (y). DNS.

ii - Réorientation du profil moyen

La figure 8.6-b présente l'évolution suivant l'envergure du cylindre de la vitesse moyenne longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ pour plusieurs positions longitudinales. Ces profils sont extraits du plan $x - y$ à la position centrale $z/D = 0$ (cf. Fig. 8.6-a). Dans cette région d'interaction, où le mouvement descendant domine (dans la région proche du culot du cylindre), cette configuration numérique montre, de la même manière que la configuration expérimentale PIV, une réorientation du profil moyen de vitesse longitudinale. En revanche la distance longitudinale sur laquelle elle s'effectue est beaucoup plus importante. Ceci traduit l'influence du mouvement vertical qui est maintenue plus en aval dans cette configuration numérique.

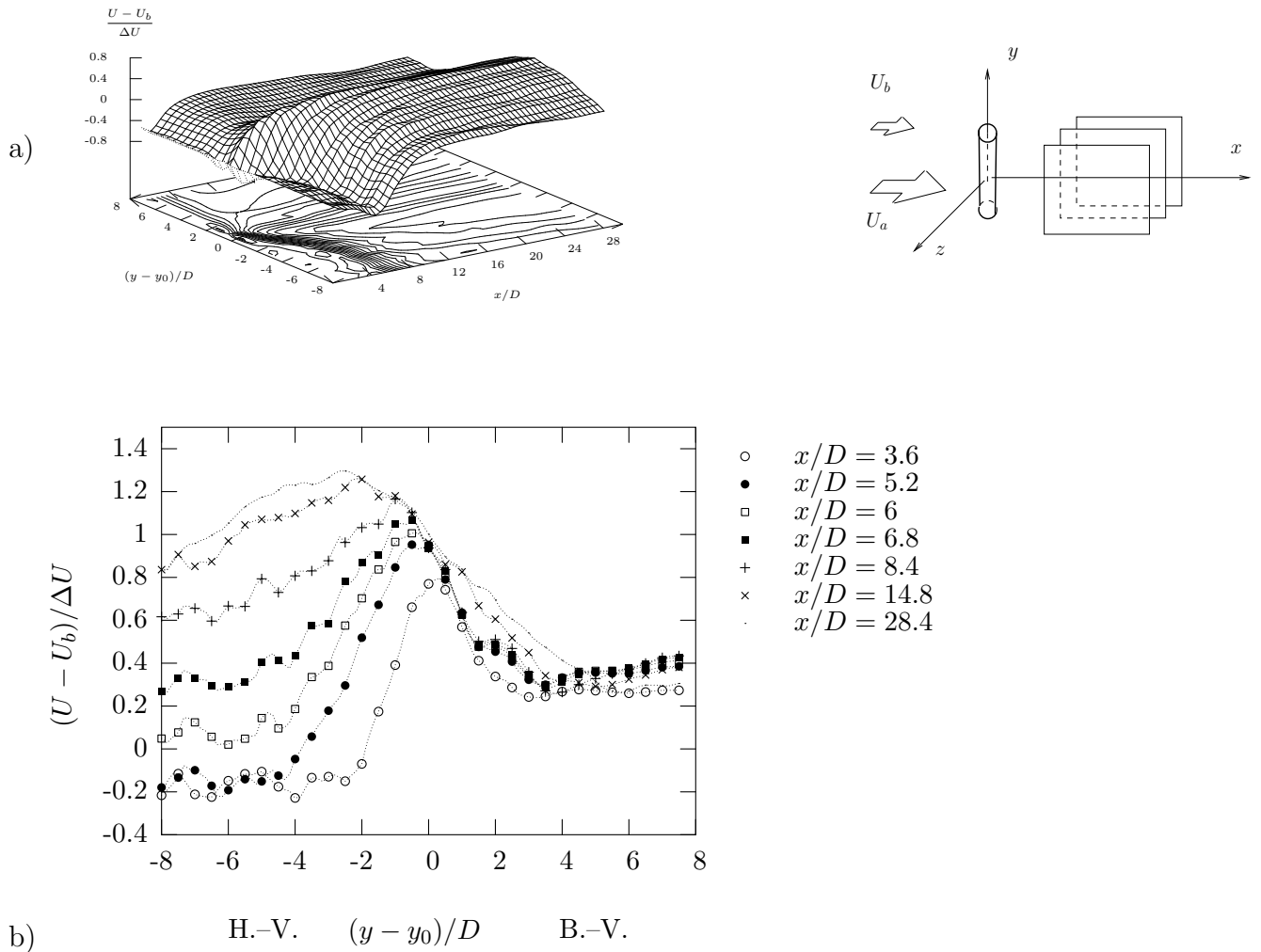


FIG. 8.6 – Vitesse moyenne longitudinale à la position $z/D = 0$: a) dans le plan $x - y$, b) évolution le long du barreau (y) pour plusieurs positions longitudinales (x). DNS.

iii - Structures en forme de V

Afin d'examiner la présence des structures inclinées dans les couches cisillées du cylindre, on se place à la position $z/D \simeq 1$ où l'étude expérimentale a mis en évidence ce type d'organisation. La figure 8.7 utilise la représentation du tenseur des corrélations définie au §6.2. Elle présente le tenseur des corrélations spatiales $R_{uu}(x, y, x_a, y_a) = \overline{u(x_a, y_a)u(x, y)}$

dans le plan $x - y$ pour un point de référence $(x_a, y_a) = (14D, -4D)$ situé du côté haute vitesse. On observe ainsi qu'il existe une séparation des structures cohérentes de part et d'autre de $-\delta_w < y < \delta_w$. Cette topologie montre que le cisaillement, plus fort dans cette configuration, est susceptible de séparer les structures de sillage du côté haute et basse vitesse. Toutefois, on remarque que pour le côté haute vitesse l'angle d'inclinaison des structures de sillage est de l'ordre de $45,5^\circ$, ce qui est cohérent avec l'analyse expérimentale PIV où $\theta \simeq 50^\circ$.

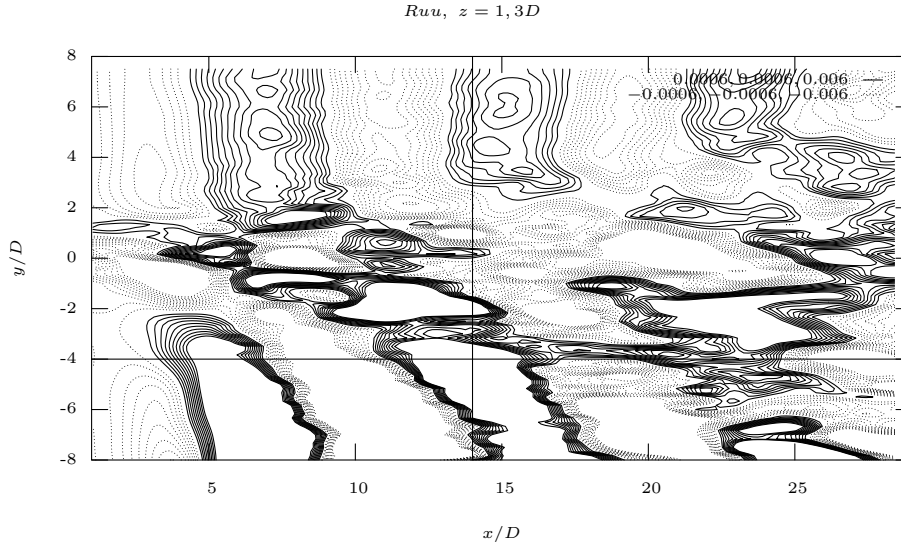


FIG. 8.7 – Isocontours positifs (—), négatifs (...) de corrélation en deux points, $R_{uu}(x, y, x_a, y_a) = u(x_a, y_a)u(x, y)$, avec comme point de référence $A = (x_a, y_a) = (14D, -4D)$, $z/D = 1, 3$. DNS.

c - Longueur de formation

La figure 8.8 présente la longueur de formation mesurée à partir de trois critères définis par Noca *et al.* (1998) :

- la position longitudinale de la vitesse moyenne nulle sur sa ligne centrale, $U_{z=0} = 0$;
- la position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds longitudinales \overline{uu} , $(\overline{uu})_{max}$;
- et la position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds transversales \overline{ww} , $(\overline{ww})_{max}$.

On observe que la longueur de formation estimée par le critère \overline{uu} est inférieure de l'ordre de $1D$ par rapport à celle mesurée par le critère \overline{ww} . Ceci confirme l'impossibilité de mesurer la longueur de formation à l'aide des mesures PIV2D-2C (u et v), dont le domaine débute à $1D$ (cf. §6.1.3).

Si l'on observe maintenant l'évolution de cette grandeur suivant l'envergure du cylindre, on observe que l'allure caractéristique de celle-ci pour notre configuration est retrouvée, à savoir une longueur de formation plus élevée du côté haute vitesse que du côté basse vitesse. Toutefois si l'on se base sur le critère \overline{ww} , le plus proche de l'évaluation de L_f par mesures fil chaud, alors la longueur de formation est plus élevée ici que pour

les mesures expérimentales du chapitre 5. Cette augmentation de L_f est dissymétrique par rapport au côté haute vitesse et basse vitesse. En effet, on trouve une longueur de formation 3 fois plus grande pour le côté haute vitesse et 1,5 fois plus grande pour le côté basse vitesse.

Pour cette configuration numérique le paramètre de raideur β augmente alors que le rapport d'aspect et le nombre de Reynolds diminuent par rapport aux configurations expérimentales. Une première explication de la différence de L_f entre ces deux configurations provient donc en premier lieu de la variation de ces paramètres dont l'étude paramétrique du chapitre 5 montre qu'ils agissent dans le même sens. Pour ce qui concerne la dissymétrie de l'augmentation, l'explication se situe essentiellement dans la différence de régime entre les deux côtés. En effet, pour le côté basse vitesse, les couches cisillées du cylindre sont laminares et décollent ainsi plus tardivement que celles du côté haute vitesse, où le régime est transitionnel (cf. §2.1.2).

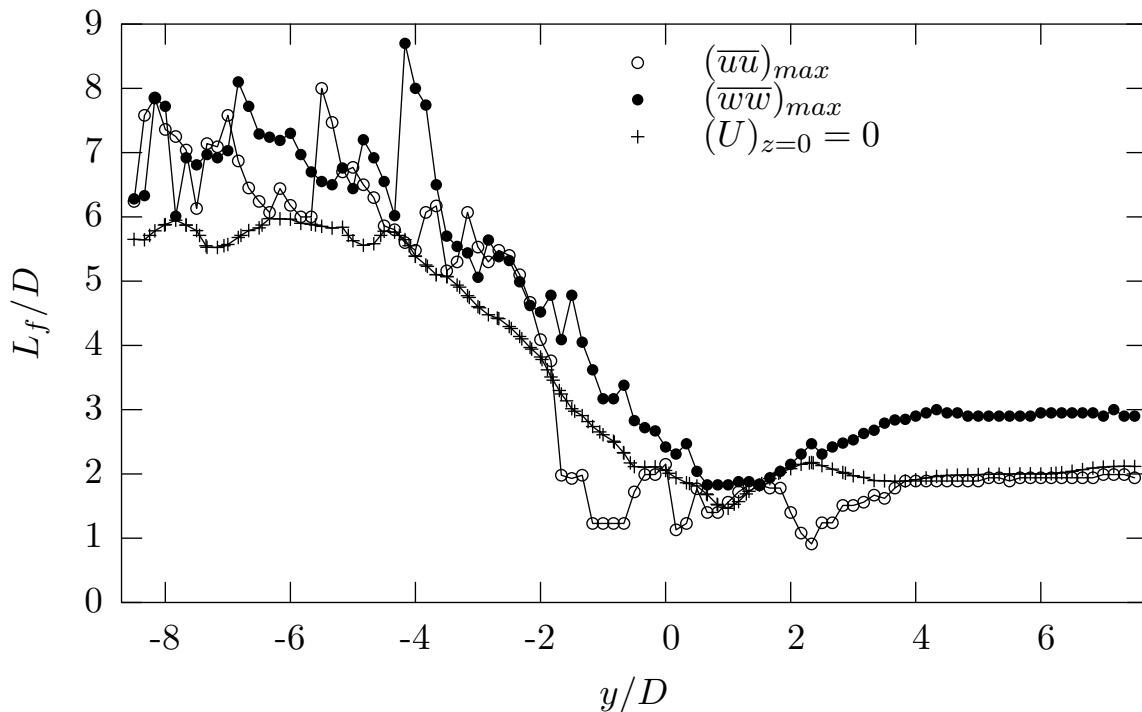


FIG. 8.8 – Longueur de formation suivant l'envergure du cylindre, mesurée à partir de trois critères : 1- La position longitudinale de la vitesse moyenne longitudinale nulle sur l'axe ($(U)_{z=0}$); 2- La position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds longitudinales ($(\overline{uu})_{max}$) 3- La position longitudinale du maximum des tensions de Reynolds transversales ($(\overline{ww})_{max}$). DNS.

8.3 Analyse POD dans le plan $z/D = 0$

Même si quelques différences subsistent entre les configurations numériques et expérimentales, les principales caractéristiques de notre configuration d'écoulement sont retrouvées, à savoir une région d'interaction comportant un transfert de fluide de la haute

vers la basse vitesse, accompagné d'une réorganisation des structures cohérentes du côté haute vitesse, où la longueur de formation est plus élevée. On peut donc supposer qu'il existe d'une part, côté haute vitesse, un mécanisme de tridimensionalisation et d'autre part, la présence dans le plan central $z/D = 0$ d'un battement de fréquence faible. Afin de confirmer la présence de ces phénomènes et également de montrer l'influence de la troisième composante dans la décomposition POD de ce plan $z/D = 0$, deux types d'exploitation sont comparées : une Snapshot POD2D-2C, et une Snapshot POD2D-3C.

Pour l'approche Snapshot utilisée ici, le rang du problème est équivalent au nombre de réalisations temporelles (cf. Eq. 3.14). Le noyau du problème est défini comme suit :

$$C(t, t') = \frac{1}{L_x L_y} \int_{\mathcal{D}} u_i(x, y, t) u_i(x, y, t') dx dy, \quad (8.1)$$

où \mathcal{D} représente le domaine du plan 2D à la position $z/D = 0$. Pour la Snapshot POD2D-2C, seules deux composantes de vitesse sont utilisées $i=1,2$, et pour la POD2D-3C, $i=1,3$. Après résolution du problème Snapshot POD, on obtient les coefficients $a^{(n)}(t)$ et les valeurs propres $\lambda^{(n)}$, les fonctions spatiales $\phi_i^{(n)}$ étant calculées par projection des coefficients $a^{(n)}(t)$ sur les fluctuations de vitesse $u_i(x, y)$ (cf. Eq. 3.16).

8.3.1 Valeurs propres

Le tableau 8.2 présente quelques valeurs de la convergence des valeurs propres pour les deux problèmes POD (POD2D-2C et POD2D-3C). On observe ainsi que la convergence des valeurs propres issues de la Snapshot prenant en compte la troisième composante de vitesse est plus rapide. Cette différence de convergence sera expliquée plus en détail au §8.3.3 à l'aide de la topologie du champ spatial de la POD2D-2C.

n/N (%)	n	POD2D-2C	POD2D-3C
0,2	1	7,7	11
2,4	10	39	55
4	16	50	66
4,5	19	55	70
11	45	80	95
17	70	90	96
40,5	170	99	99

TAB. 8.2 – Quelques valeurs de la convergence des valeurs propres ($\sum^n \lambda_i/E$) issues d'une POD2D-2C et d'une POD2D-3C. DNS.

8.3.2 Coefficients $a^{(n)}(t)$

La figure 8.9 présente l'évolution des signaux résolus temporellement $a^{(n)}(t)$ pour les dix premiers modes de la Snapshot POD2D-2C, tandis que la figure 8.10 présente

l'évolution de ces mêmes signaux $a^{(n)}(t)$ issus de la POD2D-3C.

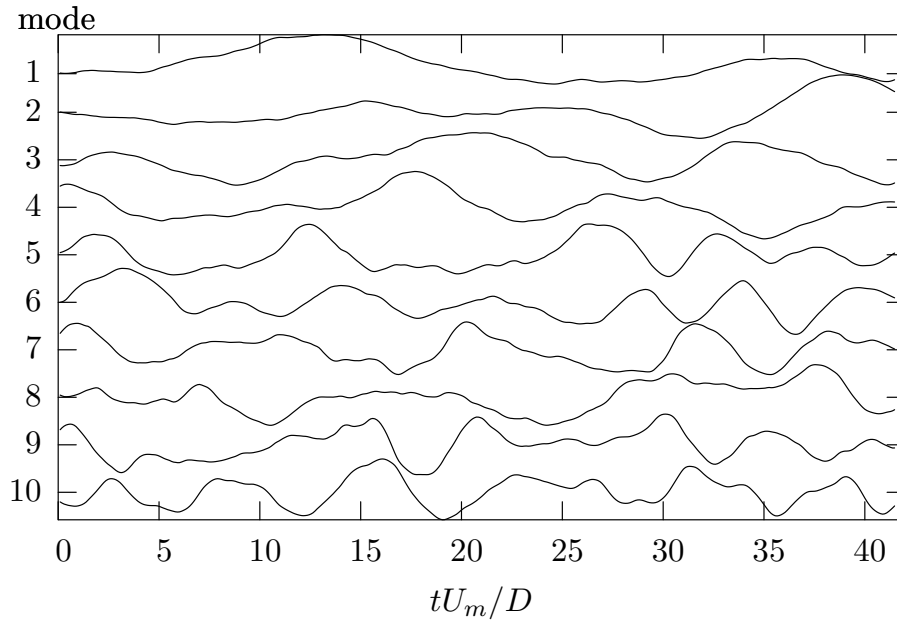


FIG. 8.9 – Evolution des dix premiers modes POD des signaux $a^{(n)}(t)$ issus d'une Snapshot POD2D-2C.

On observe que l'apport de la troisième composante dans le problème POD modifie significativement la fréquence des deux premiers modes. Pour la POD2D-2C on observe une basse fréquence de l'ordre de $f = D/(tU_m) \simeq 0,06$ pour le premier mode. Cette valeur est inférieure à celle mise en évidence lors de l'analyse des mesures PIV : $f = D/(tU_m) \simeq 0,1$ (cf. §7.3.4) et correspondant à une “injection” de fluide côté haute vitesse. Pour la POD2D-3C, on observe une fréquence de l'ordre de $f = D/(tU_m) \simeq 0,2$ plus élevée que celle de la POD2D-2C mais également deux fois plus élevée que celle de l'analyse PIV. Toutefois, pour cette dernière décomposition, les modes 3 et 4 présentent une fréquence du même ordre de grandeur que celle de l’ “injection de fluide” trouvée expérimentalement, $f = D/(tU_m) \simeq 0,1$. Il est nécessaire à ce stade d'analyser la topologie associée à ces signaux. Pour cela les fonctions spatiales $\phi^{(n)}(x, y)$ sont reconstruites et présentées au paragraphe suivant.

8.3.3 Fonctions spatiales $\phi_i^{(n)}(x, y)$

La figure 8.11 présente le champ des fonctions spatiales $\phi_u^{(1)}(x, y)$ et $\phi_v^{(1)}(x, y)$ reconstruit dans le plan $z/D = 0$ à partir du signal issu de la POD2D-2C. On observe la présence de deux grosses structures cohérentes longitudinales côté haute vitesse, de part et d'autre de la position $y = -\delta_w$ ($y = -2D$) où l'analyse PIV montrait une “injection” de fluide (cf. §7.3.4). Dans le cas de la POD issue des données DNS, et contrairement au cas expérimental, les structures longitudinales, dont on suppose qu'elles proviennent de l'injection de fluide à la position $y = -\delta_w$, sont l'organisation la plus énergétique. Une explication plausible est que la POD issue de la DNS prend en compte l'énergie d'un domaine de mesure plus large (cf. Fig. 8.2), ce qui introduit des composantes dynamiques nouvelles sur les premiers modes (cf. §8.2, Fig. 8.3).

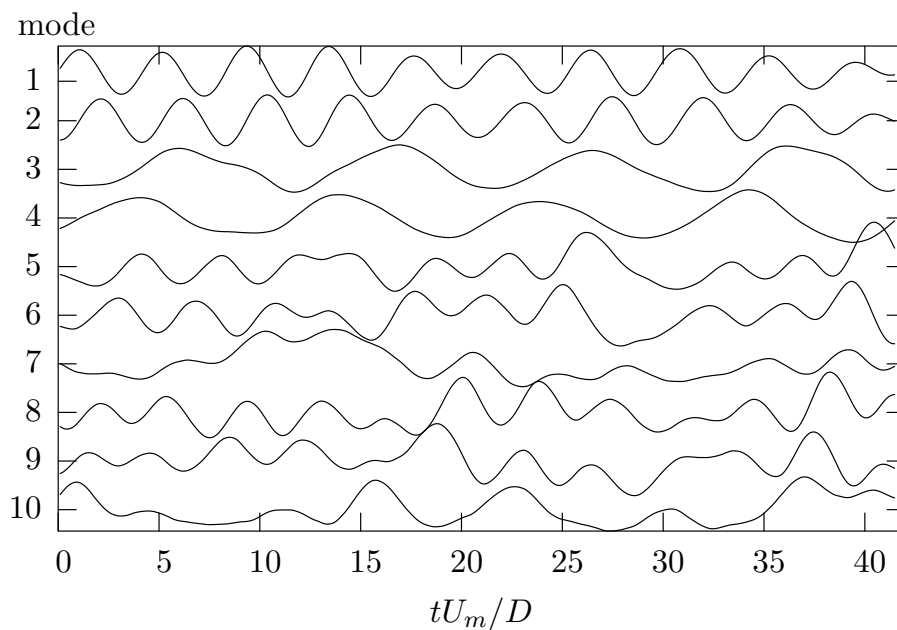


FIG. 8.10 – Evolution des dix premiers modes POD des signaux $a^{(n)}(t)$ issus d'une Snapshot POD2D-3C. DNS.

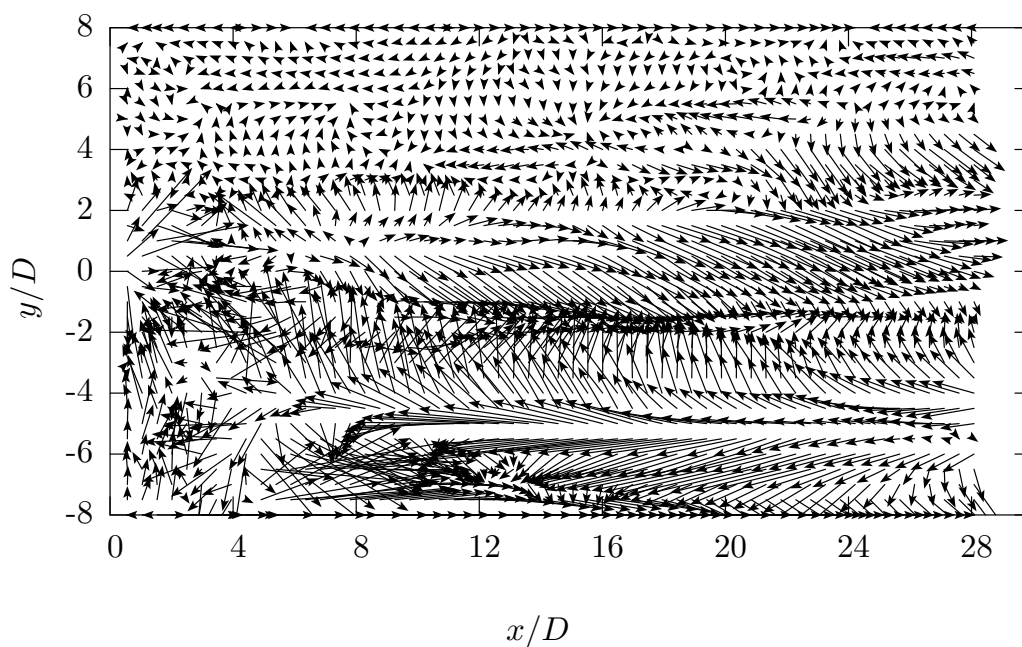


FIG. 8.11 – champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(1)}(x, y), \phi_v^{(1)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$. DNS POD2D-2C.

On analyse maintenant l'influence de la troisième composante dans le problème POD du plan $z/D = 0$. La figure présente le champ de vecteurs $\phi_u^{(n)}(x, y)$ et $\phi_v^{(n)}(x, y)$ issu de la POD2D-3C. Sur celle-ci, aucune structure longitudinale ne peut être distinguée.

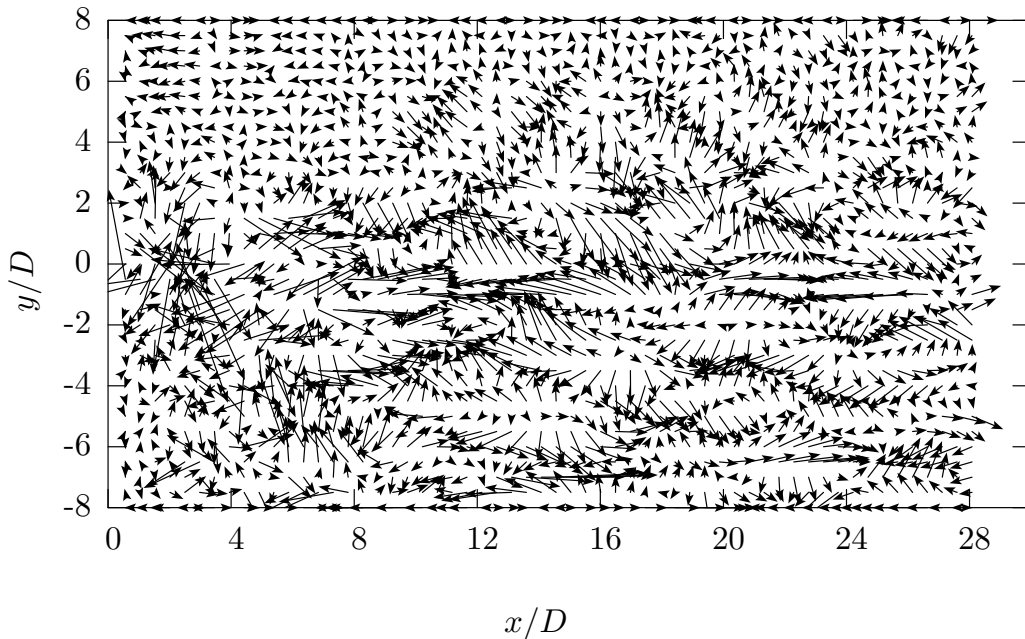


FIG. 8.12 – champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(1)}(x, y), \phi_v^{(1)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$. DNS POD2D-3C.

La figure 8.14 présente quant à elle les isocontours de troisième composante $\phi_w^{(1)}(x, y)$. Cette dernière, issue de la contribution des corrélations R_{ww} dans le problème POD2D-3C, montre une organisation similaire à celle présentée par les corrélations R_{uu} des positions de part et d'autre du plan $z/D = 0$, à savoir des structures de sillage inclinées du côté haute vitesse. Ainsi, l'énergie apportée par les corrélations R_{ww} est représentative de l'organisation de sillage et est supposée plus élevée que toute autre organisation. Ceci expliquerait l'augmentation de la convergence des valeurs propres de la POD2D-3C par rapport à celle de la POD2D-2C et également la présence d'une fréquence plus élevée ($St \simeq 0, 2$) pour les deux premiers modes des signaux $a^{(n)}(t)$ issus de la POD2D-3C.

La figure 8.13 qui présente champ de vecteurs $\phi_u^{(4)}(x, y)$ et $\phi_v^{(4)}(x, y)$ issu de la POD2D-3C vient appuyer cette hypothèse. En effet, on retrouve pour ce mode la topologie des deux structures longitudinales de part et d'autre de la position d' "injection" de fluide $y \simeq -\delta_w$. La composante transversale viendrait donc masquer l'organisation des structures longitudinales dont l'énergie est moins importante.

Il apparaît donc que l'application des deux types de Snapshot POD permet à la fois une confirmation du phénomène principal d'injection instationnaire de fluide vers $y \simeq \delta_w$, tout en montrant que ce phénomène peut être masqué par d'autres composantes de la dynamique, suivant la façon dont la POD prend en compte ou non les différentes composantes de vitesse ou certaines zones particulières de l'écoulement.

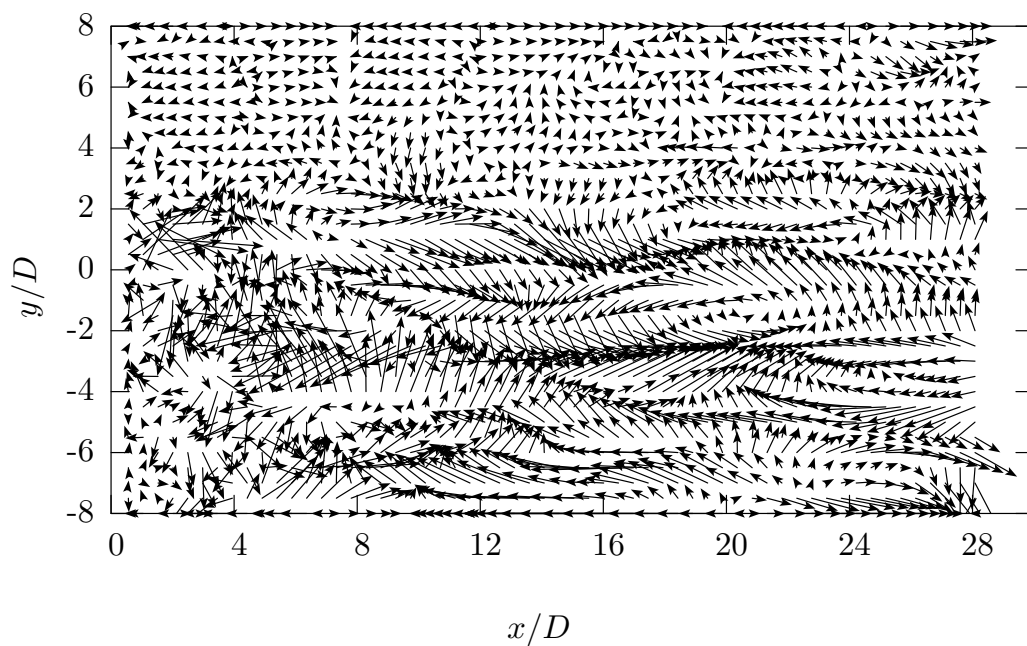


FIG. 8.13 – champ de vecteur des fonctions spatiales $(\phi_u^{(4)}(x, y), \phi_v^{(4)}(x, y))$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$. DNS POD2D-3C.

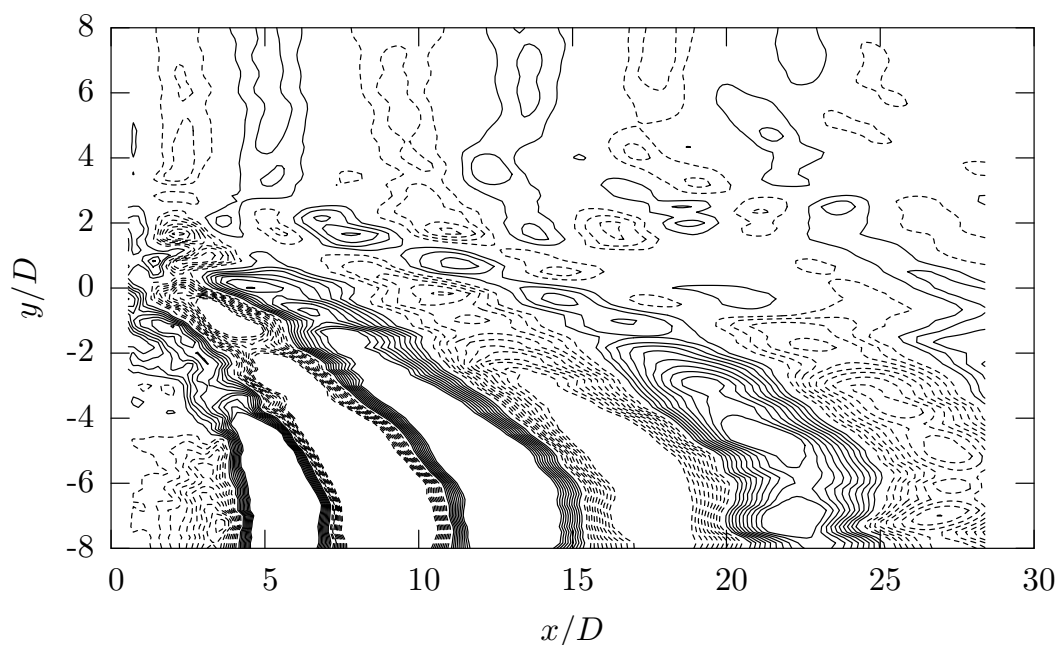


FIG. 8.14 – Isocontours positifs (—) négatifs (· · ·) de la fonction spatiale $\phi_w^{(1)}(x, y)$ dans le plan $x - y$ à la position $z/D = 0$. DNS POD2D-3C.

8.4 Synthèse

Dans ce chapitre on a réalisé une analyse succincte d'une version simulée (DNS) de notre configuration d'écoulement, à la lumière des connaissances tirées des études expérimentales. Pour celle-ci, les paramètres de calcul diffèrent significativement de ceux du cas expérimental : $Re_m = 400$, $L/D = 18$ et $\beta = 1$. Bien que la configuration soit différente de celle du cas expérimental, les caractéristiques principales de notre écoulement sont retrouvées :

- comportement de type couche de mélange et sillage au bord du domaine,
- transfert de fluide de la basse vers la haute vitesse au culot du cylindre initié à la position $y = \delta_w$ dans le plan central $z/D = 0$,
- réorientation du profil moyen,
- inclinaison des structures de sillage du côté haute vitesse,
- longueur de formation plus élevée côté haute vitesse que côté basse vitesse.

Cela conforte donc les conclusions des études expérimentales et fait de ces caractéristiques des éléments vraisemblablement valides sur un large spectre du nombre de Reynolds.

L'organisation de la dynamique du plan $z/D = 0$, où l'étude expérimentale montre une injection de fluide à la position $y \simeq -\delta_w$ de fréquence de battement faible, a été confortée par la réalisation de deux types de Snapshot POD dans ce plan (POD2D-2C et POD2D-3C). De plus, on montre que la contribution de la troisième composante est susceptible de venir masquer la présence cette organisation particulière du plan central.

Chapitre 9

Conclusions et perspectives

9.1 Conclusions

Dans ce document trois types d'analyses ont permis d'approfondir, après les premiers travaux de Heitz (1999), la connaissance de l'écoulement complexe d'interaction couche de mélange-sillage dans la région proche du cylindre.

La première analyse a concerné l'étude de l'influence du nombre de Reynolds (Re), du rapport d'aspect (L/D) et du cisaillement (β) sur l'évolution des grandeurs moyennes suivant l'envergure cylindre : le nombre de Strouhal (St), le coefficient de succion ($-C_{pbl}$), et la longueur de formation (L_f). On a confirmé les caractéristiques très spécifiques des grandeurs moyennes ainsi que la présence systématique de deux cellules de fréquence constante du côté basse vitesse. La présence de ce "saut" de fréquence a été analysée plus en détail. On a montré que la transition entre ces deux cellules de fréquence, définie par sa largeur Δy_s et sa hauteur ΔSt_s , évolue avec les paramètres L/D et Re de la manière suivante :

- $L/D \nearrow : \Delta y_s \nearrow, \Delta St_s \nearrow,$
- $Re \nearrow : \Delta y_s \nearrow, \Delta St_s \nearrow.$

On a par ailleurs montré que seul le paramètre de raideur β déplace la position de cette transition ($\beta \nearrow \implies y_s \longrightarrow 0$). En liaison avec cette influence de β , δ_w s'avère être un paramètre dimensionnant suivant l'envergure du cylindre. De plus on a montré que l'angle (θ) du lâcher des structures du côté basse vitesse croît à mesure que le cisaillement augmente et est plus élevé dans la région d'impact de la couche de mélange. Pour ce qui concerne l'influence générale du nombre de Reynolds moyen et du rapport d'aspect, on a montré qu'elle était proche de celle trouvée dans les sillages uniformes :

- $Re_m \nearrow \implies L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow;$
- $L/D \nearrow \implies L_f \searrow$ et $-C_{pbl} \nearrow.$

Afin d'avoir une vision globale de l'organisation des structures cohérentes de cet écoulement complexe, une deuxième analyse a été réalisée à partir de plusieurs plans

PIV2D-2C acquis dans un volume tridimensionnel proche du cylindre.

A l'aide des grandeurs statistiques de ces mesures (champ moyen, tensions de Reynolds et corrélations en deux points), on a mis en évidence la présence de l'élargissement du sillage à la position $y/D \simeq 1$ où impacte la couche de mélange. De part et d'autre de cette position, la topologie des corrélations en deux points a montré l'inclinaison des structures cohérentes du sillage. De plus, à partir de cette position on a mis en évidence le début d'un mouvement descendant en moyenne dont la valeur maximale se trouve à la position $y/\delta_w \simeq -1$ et est de l'ordre de $-V = 0,8\Delta U$. Celui-ci voit son amplitude décroître, jusqu'à perdre 60% de son intensité en fin de domaine, où se produit une réorientation du profil de vitesse moyenne longitudinale. Dans le plan central derrière l'axe du cylindre, où le mouvement descendant est maximal, les corrélations en deux points ont une échelle intégrale deux fois plus grande.

Par la suite, trois approches POD ont été réalisées (POD2D-2C, POD3D-2C et POD Galerkin). L'analyse issue de la POD2D-2C dans la direction transversale de l'écoulement a montré trois organisations principales : une de type couche de mélange, une en forme de V dans la zone d'interaction et une organisation particulière dans le plan central. La réalisation d'une POD3D-2C a permis quant à elle de montrer que l'organisation en structures inclinées de part et d'autre de la position $y/\delta_w \simeq 1$, où impacte la couche de mélange, était l'organisation la plus énergétique. On a trouvé côté basse vitesse un angle de l'ordre de 18° et côté haute vitesse un angle de l'ordre de 50° . Côté haute vitesse, où l'écoulement est tridimensionnel et où coexistent deux cellules de fréquence, l'analyse des modes POD individuels plus élevés a montré la présence de coalescences de structures, de structures longitudinales et de dislocations. Enfin, la dernière approche POD réalisée à partir des données expérimentales PIV a consisté en la réalisation d'une projection de Galerkin dans le plan derrière l'axe du cylindre, où l'organisation a été trouvée particulière. Dans cette région l'analyse des signaux du LODS a montré la présence d'une basse fréquence de l'ordre de 150 Hz, correspondant à une "injection" de fluide dans le sillage proche côté haute vitesse à la position $y/\delta_w \simeq -1$, en totale cohérence avec les observations expérimentales.

La dernière analyse a été réalisée à partir de données issues d'une DNS. On a montré que, malgré la différence de régime entre la configuration expérimentale et celle simulée, une bonne partie des caractéristiques statistiques de l'écoulement d'interaction-sillage se voit confirmée. Par ailleurs, l'application de la Snapshot POD dans la tranche centrale qui, en données expérimentales, avait été analysée par la POD-Galerkin, a permis de compléter l'analyse en confrontant deux types d'approche. La POD2D-2C a permis de montrer la présence de structures longitudinales de part et d'autre de la position $y/\delta_w = -1$ dont la fréquence associée est du même ordre que celle trouvée expérimentalement. Enfin, l'approche POD2D-3C a montré que l'apport de la troisième composante dans ce plan peut masquer l'apparition de ces structures dans les premiers modes de la POD.

9.2 Perspectives

La poursuite des travaux sur la connaissance de l'écoulement d'interaction couche de mélange sillage est fortement souhaitable tant au niveau paramétrique qu'au niveau dynamique. En effet, pour ce qui concerne l'étude paramétrique, chaque paramètre peut

devenir prépondérant par rapport à un autre à partir d'un certain seuil (Zdravkovich, 1997), ainsi en cas de diminution importante du paramètre de cisaillement β , les autres paramètres tels que le rapport d'aspect ou le nombre de Reynolds pourraient prendre une influence prépondérante. Inversement une augmentation excessive de β pourrait changer l'organisation de la dynamique des structures de l'écoulement.

Afin de déterminer le seuil de validité de l'organisation structurelle trouvée pour les régimes subsoniques en rapport avec l'application industrielle, l'étude de l'influence du paramètre β à la fois par le déplacement du barreau et par l'augmentation du rapport de vitesse r est importante à poursuivre.

Pour ce qui concerne la dynamique de l'écoulement, l'analyse du LODS à l'aide de la théorie des systèmes dynamiques (à l'aide du logiciel "Auto") permettrait de confirmer toutes ses solutions et sa stabilité. De plus, un LODS réalisé à partir des modes individuels de la POD3D-2C viendrait apporter l'information sur l'interaction de ceux-ci.

Quoiqu'il en soit l'analyse réalisée ici met en évidence deux positions, suivant l'envergure du cylindre, sensibles à l'organisation de la dynamique de l'écoulement : $y/\delta_w \simeq \pm 1$. Ainsi, pour le contrôle de l'écoulement dans le cadre de l'application ingénierie, on peut envisager de redresser les structures inclinées à l'origine de la tridimensionalisation de l'écoulement et donc du mélange entre l'air propre et l'air ambiant. Ceci pourrait être réalisé, par analogie avec les sillages uniformes, en introduisant une plaque du côté haute vitesse proche de la position $y/\delta_w \simeq -1$ et inclinée perpendiculairement aux structures. Toutefois, l'angle d'inclinaison étant important, les techniques par soufflage ou aspiration pourraient être plus adaptées. Un autre phénomène quantifié dans cette étude est le fort mouvement descendant qui favorise l'apport de particules contaminantes au niveau de l'air propre soufflé. On peut penser à une parade consistant à agir par soufflage ou aspiration à la position au pic du coefficient de succion afin de le diminuer.

Enfin pour l'application agro-alimentaire il serait important d'apporter une quantification du transfert de masse (ou de particule polluante) réalisé dans ce type d'écoulement. De plus, les produits étant le plus souvent manipulé sous des températures permettant de limiter le développement des bactéries, il serait également nécessaire de quantifier le transfert de chaleur lors de l'intrusion d'un obstacle dans la région protégée.

Bibliographie

- ABRAMOVICH, G. 1963 The theory of turbulent jets. MIT Press.
- ADRIAN, R. 1986 Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry. *Appl. Optics* **Vol. 25**, pp. 3855–3858.
- ADRIAN, R. 1991 Particule-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **Vol. 23**, pp. 261–304.
- ALFONSI, G., RESTANO, C. & PRIMAVERA, L. 2003 Coherent structures of the flow around a surface-mounted cubic obstacle in turbulent channel flow. *J. of Wind Ing. and Ind. Aero.* **Vol. 91**, pp. 495–511.
- ALLERY, C. 2002 Contribution à l'identification des bifurcations et à l'étude des écoulements fluides par des systèmes dynamiques d'ordre faible (P.O.D.). Thèse de l'université de Poitiers.
- ANDERSON, E., BAI, Z., BISCHOF, C., BLACKFORD, S., DEMMEL, J., DONGARRA, J., DU CROZ, J., GREENBAUM, A., HAMMARLING, S., MCKENNEY, A. & SORENSEN, D. 1999 LAPACK Users' Guide, 3rd edn. Philadelphia, PA : Society for Industrial and Applied Mathematics.
- ARNDT, R., LONG, D. & GLAUSER, M. 1997 The proper orthogonal decomposition of pressure fluctuation surrounding a turbulent jet. *J. Fluid Mech.* **Vol. 340**, pp. 1–33.
- AUBRY, N., GUYONNET, R. & LIMA, R. 1991 Spatio-temporal analysis of a complex signals : theory and applications **Vol. 3/4**, pp. 683–739.
- AUBRY, N., HOLMES, P., LUMLEY, J. & STONE, E. 1988 The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **Vol. 192**, pp. 115–173.
- BAKEWEL, P. & LUMLEY, J. 1967 Viscous sublayer and adjacent wall region in turbulent pipe flow. *Phys. Fluid.* **Vol. 10**, pp. 1880–89.
- BARKLEY, D. & HENDERSON, R. 1996 Three-dimensional floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.* pp. 215–241.
- BEARMAN, P. 1965 Investigation of the flow behind a two dimensional model with a blunt trailing edge and fitted with splitter plates. *J. Fluid Mech.* **Vol. 18**, pp. 207.
- BELLIN, S. 1991 Etude expérimentale des structures cohérentes d'une couche de mélange plane turbulente de fluide incompressible. Thèse de l'université de Poitiers.

- BENDAT, J. S. & PIERSOL, A. G. 1986 Random data : analysis and measurement procedures, 2nd edn. John Wiley & Sons.
- BERKOOZ, G., ELEZGARAY, J., HOLMES, P., LUMLEY, J. & POJE, A. 1994 The proper orthogonal decomposition, wavelets and modal approaches to the dynamics of coherent structures. *App. Scient. Research* **Vol. 53**, pp. 321–338.
- BERKOOZ, G., HOLMES, P. & LUMLEY, J. 1993 The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **Vol. 25**, pp. 539–75.
- BERNAL, L. & ROSHKO, A. 1986 Streamwise vortex structure in plane mixing layers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 170**, pp. 499–525.
- BERNERO, S. & FIEDLER, H. E. 2000 Application of particule image velocymetry and proper orthogonal decomposition to the study of a jet in a counterflow. *Exp. in fluids* [Suppl], pp. S274-S281.
- BLOOR, M. S. & GERRARD, J. H. 1966 Measurements on turbulent vorticies in a cylinder wake. *Proc. R. Soc. Lond.* **Vol. 294** (294), pp. 319–342.
- BONNET, J. & DELVILLE, J. 2001 Review of coherent structures in turbulent free shear flows and their possible influence on computational methods. *Flow, Turb. and Comb.* **Vol. 66**, pp 333–353.
- BONNET, J.-P., DELVILLE, J., GLAUSER, M., ANTONIA, R., BISSET, D., COLE, D., FIEDLER, H., GAREM, J., HILBERG, D., JEONG, J., KEVLAHAN, N., UKEILEY, L. & VINCENDEAU, E. 1998 Collaborative testing of eddy structure identification methods in free shear flows. *Exp. in fluids* **Vol. 25**, pp. 197–225.
- BOUSSINESQ, J. 1877 Essai sur la théorie des eaux courantes. *Mém. prés. Acad. Sci.* XXIII **Vol. 46**.
- BRADSHAW, P. 1966 The effect of initial conditions on the development of a free shear layer. *J. Fluid Mech.* **Vol. 26** (2), pp. 225–236.
- BRAUD, C., HEITZ, D., ARROYO, G. & DELVILLE, J. 2003 Analysis of the wake-mixing layer interaction using multiple plane PIV and 3D classical POD. *Exp. in fluids* **accepted for publication**.
- BRAUD, C., HEITZ, D., BRAUD, P., ARROYO, G. & DELVILLE, J. 2002 Investigation of plane mixing layer - wake interaction by means of two 2D PIV planes and of POD. In *11'th Int. Symp. on appl. of laser tech. to fluid mech.*. Lisboa – Portugal.
- BRAZA, M., FAGHANI, D. & PERSILLON, H. 2001 Successive stages and the role of natural vortex dislocation in three-dimensional wake transition. *J. Fluid Mech.* **Vol. 439**, pp. 1–41.
- BRÜCKER, C. 1996 3-D PIV via spatial correlation in color-coded light-sheet. *Exp. in fluids* **Vol. 21**, pp. 312–314.
- BREDE, M., ECKELMANN, H. & ROCKWELL, D. 1996 On secondary vortices in the cylinder wake. *Phys. Fluid.* **Vol. 8** (8), pp. 2117–2124.

- BREIDENTHAL, R. 1981 Structure in turbulent mixing layers and wakes using a chemical reaction. *J. Fluid Mech.* .
- BROWN, G. & ROSHKO, A. 1974 On the density effects and large scale structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 64**, pp. 775–816.
- CALLUAUD, D. 2003 Développement d'une méthode de mesures tridimensionnelles par p.i.v. stéréoscopique. application à l'étude de l'écoulement naissant et établi autour d'un parallélépipède. Thèse de l'université de Poitiers.
- CAMUSSI, R. 2002 Coherent structure identification from wavelet analysis of particule image velocimetry data. *Exp. in fluids* **Vol. 32**, pp. 76–86.
- CARLIER, J. 2001 Etude des structures cohérentes de la turbulence de paroi à grand nombre de reynolds par vélocimétrie par images de particule. Thèse de l'université de Lille.
- CASTRO, I. & ROGERS, P. 2002 Vortex shedding from tapered plates. *Exp. in fluids* **Vol. 33**, pp. 66–74.
- CAZEMIER, W., VERSTAPPEN, R. & VELDMAN, A. 1998 Proper orthogonal decomposition and low-dimensional models for driven cavity flows. *Phys. Fluid.* **Vol. 10** (7), pp. 467–492.
- CHAMBERS, D., ADRIAN, R., MOIN, P., STEWART, D. & SUNG, H. 1988 Karhunen-Loève expansions of Burger's model of turbulence. *Phys. Fluid.* **Vol. 31** (9), pp. 2573–2582.
- CHRISTENSEN, E., SORENSEN, J., BRONS, M. & CHRISTIANSEN, P. 1993 Low dimensional representations of early transition in rotating fluid flow. *Theoret. Compt. Fluid Dynamics* **Vol. 5**, pp. 259–267.
- CHRISTENSEN, K. & ADRIAN, R. 2002 Measurement of instantaneous eulerian acceleration fields by particule image accelerometry : method and accuracy. *Exp. in fluids* **Vol. 33**, pp. 759–769.
- CITRINITI, J. & GEORGE, W. K. 2000 Reconstruction of the global velocity field in axisymmetric mixing layer utilizing the proper orthogonal. *J. Fluid Mech.* **Vol. 418**, pp. 137–166.
- CORDIER, L. 1996 Etude des systèmes dynamiques basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). application à la couche de mélange turbulente et à l'écoulement entre deux disques contra-rotatifs. Thèse de l'université de Poitiers.
- COUTANCEAU, M. & DEFAYE, J. 1991 Circular cylinder wake configurations : a flow visualization survey. *Appl. Mech. Rev.* **Vol. 44** (6).
- CUMMINGS, E. 2000 An image processing and optimal nonlinear filtering technique for particule image velocimetry of microflows. *Exp. in fluids* [Suppl], pp. S42–S50.
- DEANE, A. & SIROVICH, L. 1991 A computational study of Rayleigh-Bénard convection. part 1. Rayleigh-number scaling. *J. Fluid Mech.* **Vol. 222**, pp. 231–250.

- DELVILLE, J. 1994 Characterization of the organization in shear layers via the proper orthogonal decomposition. *App. Scient. Research* **Vol. 53**, pp. 263–281.
- DELVILLE, J. 1995 La décomposition orthogonale aux valeurs propres et l'analyse de l'organisation tridimensionnelle des écoulements turbulents cisailés libres. Thèse de l'université de Poitiers.
- DELVILLE, J., UKEILEY, L., CORDIER, L., BONNET, J. & GLAUSER, M. 1999 Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer. part 1. proper orthogonal decomposition. *J. Fluid Mech.* **Vol. 391**, pp. 91–122.
- DOEDEL, E. J., CHAMPNEYS, A. R., FAIRGRIEVE, T. F., KUZNETSOV, Y., SANDSTEDE, B. & WANG, X.-J. 1997 AUTO97 : Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations. *Tech. Rep.*. Department of Computer Science, Concordia University, Montreal, Canada, (Available by FTP from ftp.cs.concordia.ca in directory pub/doedel/auto).
- DOEDEL, E. J., PAFFENROTH, R., CHAMPNEYS, A. R., FAIRGRIEVE, T. F., KUZNETSOV, Y. A., SANDSTEDE, B. & WANG, X.-J. 2001 AUTO2000 : Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations(with homcont) (see <http://auto2000.sourceforge.net/> for download). *Tech. Rep.*. Caltech.
- DRAZIN, P. & REID, W. 1981 Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press.
- DRUAULT, P. & DELVILLE, J. 2000 Représentation du tenseur de corrélation spatiale de vitesse en écoulements turbulents libres. *C. R. de l'Acad. Sci.* **Vol. 328**, pp. 135–141.
- DZIOMBA, B. & FIEDLER, H. 1985 Effects of initial conditions on two -dimensional free shear layers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 16**, pp. 365–424.
- EISENLOHR, H. & ECKELMANN, H. 1989 Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low Reynolds number. *Physics of Fluids A* **Vol. 206**, pp. 579.
- FAHL, M. 2001 Computation of POD basis functions for fluid flows with Lanczos methods. *Math. and Comp. Modeling* **Vol. 34**, pp. 91–107.
- FEENY, B. & KAPPAGANTU, R. 1998 On the physical interpretation of proper orthogonal modes in vibrations **Vol. 211** (4), pp. 607–616.
- FEY, U., KÖNIG, M. & ECKELMANN, H. 1998 A new Strouhal-Reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range $47 < Re < 2 \times 10^5$. *Physics of Fluids A* **Vol. 1**, pp. 189–192.
- FIEDLER, H. 1998 Flow Control - fundamentals and practices, Chap. Control of free turbulent shear flows, pp. 335–429., edn. Springer.
- FIEDLER, H. E., NAYERI, C., SPIEWEG, R. & PASCHEREIT, C. O. 1998 Three-dimensional mixing layers and their relatives. *Exp. Thermal and Fluid Science* **Vol. 16**, pp. 3–21.
- GASTER, M. 1969 Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 38**, pp. 565.

- GERICH, D. & ECKELMANN, H. 1982 The influence of end plates and free ends on the shedding frequency of circular cylinder. *J. Fluid Mech.* **Vol. 122**, pp. 109–121.
- GERRARD, J. H. 1966 The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *J. Fluid Mech.* **Vol. 25** (2), pp. 401–413.
- GLEZER, A., A. J. KADIOGLU & PEARLSTEIN, A. J. 1989 Developpement of an extended proper orthogonal and its application to a time periodically forced plane mixing layer. *Physics of Fluids A* **Vol. 1** (8), pp. 1363–1373.
- GÜNTHER, A. & VON ROHR, P. R. 2003 Large-scale structures in a developed flow over a wavy wall. *J. Fluid Mech.* **Vol. 478**, pp. 257–285.
- GORDEYEV, S. & THOMAS, F. 2000 Coherent structure in the turbulent planar jet. part 1. extraction of proper orthogonal decomposition eigenmodes and their self-similarity. *J. Fluid Mech.* **Vol. 414**, pp. 145–194.
- GORDEYEV, S. & THOMAS, F. 2002 Coherent structure in the turbulent planar jet. part 2. structural topology via POD eigenmode projection. *J. Fluid Mech.* **Vol. 460**, pp. 349–380.
- HAMMACHE, M. & GHARIB, M. 1991 An experimental study of the parallel and oblique vortex shedding from circular cylinder. *J. Fluid Mech.* **Vol. 232**, pp. 576–590.
- HEINZ, O., LLYUSHIN, B. & MARKOVICH, D. 2002 PIV data validation algorithm based on statistical analysis for ensemble of turbulent velocity fields. In *11th Int. Symp. on appl. of laser tech. to fluid mech.*. Lisboa – Portugal.
- HEITZ, D. 1999 Etude expérimentale du sillage d'un barreau cylindrique se développant dans une couche de mélange plane turbulente. Thèse de l'université de Poitiers.
- HENDERSON, R. D. 1997 Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transiion. *J. Fluid Mech.* **Vol. 352** (pp. 65-112).
- HO, C.-M. & HUERRE, P. 1984 Perturbed free shear layers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 16**, pp. 365–424.
- HOLMES, P., LUMLEY, J., BERKOOZ, G., MATTINGLY, J. & WITTENBERG, R. 1997 Low-dimensional models of coherent structures in turbulence. *Physics Reports* **Vol. 287**, pp. 337–384.
- HONORÉ, D., LECORDIER, B., SUSSET, A., JAFFRÉ, D., PERRIN, M., MOST, J. & TRINITÉ, M. 2000 Time-resolved particle image velocimetry in confined bluff-body burner flames. *Exp. in fluids* [Suppl], pp S248–S254.
- HUANG, H., FIEDLER, H. & WANG, J. 1993a Limitation and improvement of PIV, part I : limitation of conventional techniques due to deformation of particle image patterns. *Exp. in fluids* **Vol. 15**, pp. 168–174.
- HUANG, H., FIEDLER, H. & WANG, J. 1993b Limitation and improvement of PIV, part II : Particle image distortion, a novel technique. *Exp. in fluids* **Vol. 15**, pp. 263–273.
- HUERRE, P. & MONKEWITZ, P. 1985 Absolute and convective instabilities in free shear layers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 159**, pp. 151–168.

- HUERRE, P. & MONKEWITZ, P. 1990 Local & global instabilities in spatially developing flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **Vol. 22**, pp. 473–537.
- HUNG, V. & TRAN, H. 2001 Modeling and control of physical processes using proper orthogonal decomposition. *Math. and Comp. Modeling* **Vol. 33**, pp. 223–236.
- HUSSAIN, A. 1986 Coherent structures and turbulence. *J. Fluid Mech.* **Vol. 173**, pp. 303–356.
- IOLLO, A., LANTERI, S. & DÉSIDÉRI, J. 2000 Stability properties of POD-Galerkin approximations for compressible Navier-Stokes equations. *Theoret. Compt. Fluid Dynamics* **Vol. 13** (pp. 377–396).
- JAUBERTEAU, F., ROSIER, D. & TEMAM, R. 1997 A nonlinear Galerkin method for the Navier-Stokes equations. *Compt. Meth. Appl. Mech. Eng.* **Vol. 8**, pp. 245–260.
- JORGENSEN, H., SØRENSEN, N. & BRONS, M. 2003 Low-dimensional modeling of a driven cavity flow with two free parameters. *Theoret. Compt. Fluid Dynamics* **Vol. 16**, pp. 299–317.
- KEANE, R. & ADRIAN, R. 1990 Optimization of particle image velocimeters. part I : double pulsed systems. *Meas. Sci. Technol* **Vol. 2**, pp. 963–974.
- KÄHLER, C. & KOMPENHANS, J. 1999 Multiple plane stereo PIV, technical realization and fluid-mechanical significance. In *3rd Int. Workshop on PIV*. Santa Barbara – USA.
- KÄHLER, C. & KOMPENHANS, J. 2000 Fundamentals of multiple plane stereo particle image velocimetry. *Exp. in fluids* ([suppl]), pp. S70–S77.
- KÄHLER, C., SAMMLER, B. & KOMPENHANS, J. 2002 Generation and control of tracer particles for optical flow investigations in air. *Exp. in fluids* **Vol. 33**, pp. 736–742.
- KÄHLER, C., STANISLAS, M. & DEWHIRST, T. 2000 Investigation of wall bounded flows by means of multiple plane stereo PIV. In *10th Int. Symp. on appl. of laser tech. to fluid mech., stereo PIV*.
- KING, L. 1914 On the convection of heat small cylinders in a stream of fluid : determination of the convection constants of small platinum wires, with applications to hot-wire anemometry. *Proc. R. Soc. Lond.* **Vol. 214A** (14), pp. 373–432.
- KITAGAWA, T., FUJINO, Y., KIMURA, K. & MIZUNO, Y. 2002 Wind pressures measurement on end-cell-induced vibration of a cantilevered circular cylinder. *J. of Wind Ing. and Ind. Aero.* **Vol. 90**, pp. 395–405.
- KONRAD, J. 1976 An experimental investigation of mixing in two dimensional turbulent shear flows with applications to diffusion-limited chemical reaction. PhD thesis, California institute of technology.
- LAMBALLAIS, E. & SILVESTRINI, J. 2002 Direct numerical simulation of interactions between a mixing layer and a wake around a cylinder. *J. of Turb.* **Vol. 3**, pp. 1–21.
- LANDAU, L. D. 1944 On the problem of turbulence. *C. R. de l'Acad. Sci.* **Vol. 44**, pp. 311.

- LASHERAS, J. & CHOI, H. 1988 Three-dimensional instability of a plane free shear layer. *J. Fluid Mech.* **Vol. 189**, pp. 53–86.
- LAW, C. W. & KO, N. W. 2001 Bistable flow in lower transition regime of circular cylinder. *Fluid Dynamics Research* **Vol. 29**, pp. 313–344.
- LECORDIER, B. 1997 Etude de l'interaction de la propagation d'une flamme prémélangée avec le champ aérodynamique, par association de la tomographie laser et de la vélocimétrie par images de particules. Thèse de l'université de Rouen.
- LECORDIER, B., MOUQALLID, M., VOTTIER, S., ROULAND, E., ALLANO, D. & TRINITE, M. 1994 CCD recording method for cross-correlation PIV development in unstationary high speed flow. *Exp. in fluids* **Vol. 17**, pp. 205–208.
- LECUONA, A., RUIZ-RIVAS, U. & RODRIGUEZ-AUMENTE, P. 2002 Near field vortex dynamics in axially forced, co-flowing jets : quantitative description of a low-frequency configuration. *Euro. J. of Mech. B/Fluids* **Vol. 21**, pp. 701–720.
- LESIEUR, M. 1997 Turbulence. Kluwer academic.
- LEWIS, C. & GHARIB, M. 1992 An exploration of the wake three dimensionalities caused by a local discontinuity in cylinder diameter. *Physics of Fluids A* **Vol. 4** (1), pp. 104–117.
- LIANG, D., JIANG, C. & LI, Y. 2003 Cellular neural network to detect spurious vectors in PIV data. *Exp. in fluids* **Vol. 34**, pp. 52–62.
- LIANG, Y., LEE, H., LIM, P., LIN, W., LEE, K. & WU, C. 2002 Proper orthogonal decomposition and its application-part 1 : theory. *J. of Sound and Vibration* **Vol. 252** (3), pp. 527–544.
- LIN, J. C., VOROBIEF, P. & ROCKWELL, D. 1995 Three-dimensional patterns of stream-wise vorticity in the turbulent near-wake of a cylinder. *J. of Fluids and Struc.* **Vol. 9**, pp. 231–234.
- LIU, J. 1989 Coherent structures in transitional and turbulent free shear flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **Vol. 21**, pp. 285–315.
- LORENTZ, E. N. 1963 Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sciences* **Vol. 20**, pp. 130–141.
- LOURENCO, L., ALKISLAR, M. & SEN, R. 1998 Measurement of the velocity feild spectra by means of PIV. In *9'th Int. Symp. on the Appl. of laser tech. to Fluid Mech.*. Lisbon – Portugal.
- LOURENCO, L. & KROTHAPALLI, A. 1995 On the accuracy of velocity and vorticity measurements with PIV. *Exp. in fluids* **Vol. 18**, pp. 421–428.
- LOURENCO, L. & KROTHAPALLI, A. 2000 True resolution PIV : A mesh-free second-order accurate algoritm. In *10'rd International Symposium on Applications of Laser Techniques in Fluid Mechanics*. Lisbon – Portugal.
- LOÈVE, N. 1955 Probability theory. Van Nostrand.

- LUMLEY, J. 1967 The structure of inhomogeneous turbulent flows. In *Atmos. Turb. and Radio Wave Prop.* (ed. A. Yaglom & V. Tatarski), pp. 166–178. Nauka, Moscou.
- LUMLEY, J. & POJE, A. 1997 Low-dimensional models for flows with density fluctuations. *Phys. Fluid.* **Vol. 9** (7), pp. 2023–2031.
- M. KIRBY, L. S. 1990 Application of the Karhunen-Loève procedure for the characterization of human faces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **Vol. 12** (1), pp. 103–108.
- MA, X. 2001 Hierarchical Galerkin and non-linear Galerkin models for laminar and turbulent wakes. PhD thesis, Division of applied Mathematics - Brown University.
- MA, X. & KARNIADAKIS, G. 2002 A low-dimensional model for simulating three-dimensional cylinder flow. *J. Fluid Mech.* **Vol. 458**, pp. 181–190.
- MA, X., KARNIADAKIS, G., PARK, H. & GHARIB, M. 2002 DPIV/T-driven convective heat transfer simulation. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* **Vol. 45**, pp. 3517–3527.
- MANHART, M. 1998 Vortex shedding from a hemisphere in a turbulent boundary layer. *Theoret. Compt. Fluid Dynamics* **Vol. 12**, pp. 1–28.
- MATTINGLY, G. & CRIMAL, W. 1972 The stability on an incompressible two-dimensional wake. *J. Fluid Mech.* **Vol. 51**.
- MAULL, D. & YOUNG, R. 1973 Vortex shedding from bluff bodies in a shear flow. *J. Fluid Mech.* **Vol. 60** (2), pp. 401–409.
- MAUREL, S., BORÉE, J. & LUMLEY, J. 2001 Extended proper orthogonal decomposition : Application to jet/vortex interaction. *Flow, Turb. and Comb.* **Vol. 67**, pp. 125–136.
- MCKENNA, S. & MCGILLIS, W. 2002 Performance of digital image velocimetry processing techniques. *Exp. in fluids* **Vol. 32**, pp. 106–115.
- METCALFE, R. W., ORSZAG, S. A., BRACHET, M. E., MENON, M. & RILEY, J. 1987 Secondary instability of a temporally growing mixing layer. *J. Fluid Mech.* **Vol. 184**, pp. 207–243.
- MILLER, G. D. & WILLIAMSON, C. H. K. 1994 Control of three-dimensional phase dynamics in a cylinder wake. *Exp. in fluids* **Vol. 18**, pp. 26–35.
- MITTAL, S. 2001 Computation of three-dimensional flows past circular cylinder of low aspect ratio. *Phys. Fluid.* **Vol. 13** (1), pp. 177–191.
- MOIN, P. & KIM, J. 1985 The structure of the vorticity field in turbulent channel flow. part 1. analysis of instantaneous fields and statistical correlations. *J. Fluid Mech.* **Vol. 155**, pp. 441–464.
- MONKEWITZ, P. A., WILLIAMSON, C. H. K. & MILLER, G. D. 1996 Phase dynamics of Kármán vortices in cylinder wakes. *Phys. Fluid.* **Vol. 8** (1).
- MUKHOPADHYAY, A., VENUGOPAL, P. & VANKA, S. 2002 Oblique vortex shedding from a circular cylinder in linear shear flow. *Computers & Fluids* **31**, pp. 1–24.

- NOACK, B. 1999a On the flow around a circular cylinder. part I : laminar and transitional regime. *Z. angew. Math. Mech.* **Vol. 79**, pp. 223–226.
- NOACK, B. 1999b On the flow around a circular cylinder. part II : turbulence regime. *Z. angew. Math. Mech.* **Vol. 79**, pp. 227–230.
- NOACK, B. & ECKELMANN, H. 1994 A low-dimensional Galerkin method for the three-dimensional flow around a circular cylinder. *Phys. Fluid.* **Vol. 6** (1), pp. 124–143.
- NOCA, F., PARK, H. & GHARIB, M. 1998 Vortex formation length of a circular cylinder using PIV. In *Proceedings of FEDSM'98*. Washington - DC : ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting.
- NORBERG, C. 1987 Effects of Reynolds number and a low-intensity free stream turbulence on flow around a circular cylinder. Tech. Rep. Publ. 87/2. Dept. of Applied Thermodynamics and fluid Mechanics, Chalmers University of technology.
- NORBERG, C. 1994 An experimental investigation of the flow around a circular cylinder : influence of aspect ratio. *J. Fluid Mech.* **Vol. 258**, pp. 287–316.
- PALACIOS, A., GUNARATNE, G. H., GORMAN, M. & ROBBINS, K. A. 1998 Karhunen-Loève analysis of spatiotemporal flame patterns. *Physical Review E* **Vol. 57** (5).
- PAPANGELOU, A. 1992 Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 242**, pp. 299–321.
- PATTE-ROULAND, B., LALIZEL, G., MOREAU, J. & ROULANG, E. 2001 Flow analysis of an annular jet by particle image velocimetry and proper orthogonal decomposition. *Meas. Sci. Technol* **Vol. 12**, pp. 1404–1412.
- PAYNE, F. & LUMLEY, J. 1967 Large eddy structure of the turbulent wake behind a circular cylinder. *Phys. Fluid.* **Vol. S194**.
- PÉCHEUX, J. 1999 Stabilité en aérothermique. Université de Poitiers, cours du DEA d'Aérodynamique et Mécanique des fluides, Combustion, Thermique.
- PEDERSEN, J. & MEYER, K. 2002 POD analysis of flow structures in a scale model of a ventilated room. *Exp. in fluids* **Vol. 33**, pp. 940–949.
- PEIREIRA, F., GHARIB, M., DABIRI, D. & MODARRESS, D. 2000 Defocusing digital particle image velocimetry : a 3-component 3-dimensional DPIV measurement technique. application to bubbly flows. *Exp. in fluids* [Suppl], pp. S78–S84.
- PICARD, C. 2001 Etude expérimentale de l'identification des sources acoustiques dans les jets par l'analyse de la fluctuation de pression en champ proche. Thèse de l'université de Poitiers.
- PODVIN, B. 2001 On the adequacy of the ten-dimensional model for the wall layer. *Phys. Fluid.* **Vol. 13** (1), pp. 210–224.
- PODVIN, B. & LUMLEY, J. 1998 A low-dimensional approach for the minimal flow unit. *J. Fluid Mech.* **Vol. 362**, pp. 121–155.
- PRANDTL, L. 1935 The mechanics of viscous fluids, chap. Aerodynamics Theory III. In W.F. Durand.

- PRASAD, A. & WILLIAMSON, C. H. K. 1997a Three-dimensional effects in turbulent bluff-body. *J. Fluid Mech.* **Vol. 343**, pp. 235–265.
- PROVANSAL, M., MATHIS, C. & BOYER, L. 1987 Bénard von-Kármán instability : transient and forced regimes. *J. Fluid Mech.* **Vol. 182** (1).
- RAFFEL, M., KOMPENHANS, J., STASICKI, B., BRETTHAUER, B. & MEIER, G. 1995 Velocity measurement of compressible air flows utilizing a high-speed video camera. *Exp. in fluids* **Vol. 18**, pp. 204–215.
- RAFFEL, M., WILLERT, C. & KOMPENHANS, J. 2000 *Particle Image Velocimetry*. Springer.
- RAJAEI, M., KARLSSON, S. & SIROVICH, L. 1994 Low-dimensional description of free-shear-flow coherent structures and their dynamical behaviour. *J. Fluid Mech.* **Vol. 258**, pp. 1–29.
- RAMBERG, S. E. 1983 The effects of yaw and finite length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders. *J. Fluid Mech.* **Vol. 128**, pp. 81–107.
- RAVINDRAN, S. 2000 Reduced-order adaptive controllers for fluid flows using POD. *J. of Scien. Comp.* **Vol. 15** (5), pp. 457–478.
- RAVINDRAN, S. 2002 Control of separation over a forward-facing step by model reduction. *Compt. Meth. Appl. Mech. Eng.* **Vol. 191**, pp. 4599–4617.
- REMPFER, D. 1996 Investigations of boundary layer transition via Galerkin projections on empirical eigenfunctions. *Phys. Fluid.* **Vol. 8** (1), pp. 175–188.
- REMPFER, D. 2000 On low-dimensional galerkin models for fluid flow. *Theoret. Compt. Fluid Dynamics* **Vol. 14**, pp. 75–88.
- ROCKWELL, D. 2000 Imaging of unsteady separated flows : global interpretation with particle image velocimetry. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S255–S273.
- ROHALY, J., NAKAJIMA, T. & IKEDA, Y. 2000 Identification of true particle image displacement based on false correlation symmetry at poor signal peak detectability. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S23–S33.
- ROSHKO, A. 1993 Perspectives on bluff body aerodynamics pp. pp. 49–79.
- RUELLE, D. & TAKENS, F. 1971 On the nature of turbulence. *Communs. Math. Phys.* **Vol. 82**, pp. 137.
- SABIN, C. 1965 An analytical and experimental study of the plane, incompressible turbulent free shear layer with an arbitrary velocity ratio and pressure gradient. In ASME, paper 64-WA/FE 19.
- SAHAN, R., GUNES, H. & LIAKOPOULOS, A. 1998 A modeling approach to transitional channel flow. *Compters & Fluids* **Vol. 27**, pp. 121–136.
- SCARANO, F. & REITHMULLER, M. 2000 Advances in iterative multigrid PIV image processing. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S51–S60.

- SHOUVEILER, L. & PROVANSAL, M. 2001 Periodic wakes of low aspect ratio cylinders with free hemispherical ends **Vol. 15**, pp. 565–573.
- SILVESTRINI, J. & LAMBALLAIS, E. 2003 Direct numerical simulation of oblique vortex shedding from a cylinder in shear flow. In *3rd Turbulence and Shear Flow Phenomena*. Sendai – Japan.
- SINGH, S., MYATT, J. H., ADDINGTON, G., BANDA, S. & HALL, J. 2002 Adaptive feedback linearizing control of proper orthogonal decomposition nonlinear flow models. *Nonlinear Dynamics* **Vol. 28**, pp. 71–81.
- SIROVICH, L. 1987 Turbulence and the dynamics of coherent structures. part 1 :coherent structures. *Quarterly of Applied Mathematics* **XLV Vol. 3**, pp. 561–571.
- SIROVICH, L., BALL, K. & KEEFE, L. 1990 Plane waves and structures in turbulent channel flow. *Physics of Fluids A2* **Vol. A2** (2), pp. 2217–2226.
- SLAOUTI, A. & GERRARD, J. H. 1981 An experimental investigation of the effects on the wake of a circular cylinder towed through water at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 112**, pp. 297–314.
- SORENSEN, D. 1996 Implicitly restarted arnoldi/lanczos methods for large scale eigenvalue calculations. *Tech. Rep.*. Departement of computational and Applied Mathematics, Rice University, Houston, nASA - CR - 198342.
- SOUSA, J. 2002 Turbulent flow around a surface-mounted obstacle using 2D-3C DPIV. *Exp. in fluids* **Vol. 33**, pp. 854–862.
- STANSBY, P. 1974 The effect of end plates on the base pressure coefficient of circular cylinder. *R. Aero. J.* **Vol. 78**, pp. 36–37.
- STEPHEN, A. V., MOROZ, I. M. & READ, P. L. 1999 POD analysis of baroclinic wave flows in the thermally-driven, rotating annulus experiment. *Phys. Chem. Earth(B)* **Vol. 24** (5), pp. 449–453.
- SUNG, J. & YOO, J. 2003 Near-wake vortex motions behind a circular cylinder at low reynolds number. *J. of Fluids and Struc.* **Vol. 17**, pp. 261–274.
- SZEPESSY, S. 1993 On the control of circular-cylinder flow by end-plates. *Euro. J. of Mech. B/Fluids* **Vol. 12**, pp. 217–244.
- TAKEHARA, K., ADRIAN, R., ETOH, G. & CHRISTENSEN, K. 2000 A Kalman tracker for super-resolution PIV. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S34–S41.
- TANG, D., KHOLODAR, D., JUANG, J. & DOWELL, E. 2001 System identification and proper orthogonal decomposition method applied to unsteady aerodynamics. *AIAA* **Vol. 39** (8), pp. 1569–1576.
- TANG, S. & AUBRY, N. 2000 Suppression of the vortex shedding inspired by a low-dimensional model. *J. of Fluids and Struc.* **Vol. 14**, pp. 443–468.
- TARMAN, I. & SIROVICH, L. 1998 Extensions to Karhunen-Loève based approximation of complicated phenomena. *Compt. Meth. Appl. Mech. Eng.* **Vol. 155**, pp. 359–368.

- TAVOULARIS, S., STAPOUNTZIS, H. & KARNIK, U. 1987 Vortex shedding from bluff cylinders in strongly sheared turbulent streams. *J. of Wind Ing. and Ind. Aero.* **Vol. 26**, pp. 166–178.
- THOMPSON, J. & STEWART, H. 1986 *Nonlinear Dynamics and Chaos : Geometrical Methods for Engineers and scientists.* edn. John Wiley & Sons Ltd.
- TOMBAZIS, N. & BEARMAN, P. 1987 A study of three-dimensional aspect of vortex shedding from a bluff body with a mild geometric disturbance. *J. Fluid Mech.* **Vol. 330**, pp. 85–112.
- TOWNSEND, A. 1976 *The Structure of Turbulent Shear Flows.* Cambridge University Press.
- TROUJILLO, J. & KARNIADAKIS, G. 1999 A penalty method for the vorticity-velocity formulation. *J. of Comp. Physics* **Vol. 149**, pp. 32–58.
- UKEILEY, L., CORDIER, L., MANCEAU, R., DELVILLE, J. & BONNET, J. 2001 Examination of large-scale structure in turbulent plane mixing layer. part 2. dynamical systems model. *J. Fluid Mech.* **Vol. 441**, pp. 67–108.
- UPATNIEKS, A., LABERTEAUX, K. & CECCIO, S. 2002 A kilohertz frame rate cinematic PIV system for laboratory-scale turbulent and unsteady flows. *Exp. in fluids* **Vol. 32**, pp. 87–98.
- VALLÈS, B., ANDERSON, H. & JENSSEN, C. 2002a Direct-mode interactions in the wake behind a stepped cylinder. *Phys. Fluid.* **Vol. 14** (4), pp. 1548–1551.
- VALLÈS, B., ANDERSON, H. & JENSSEN, C. 2002b Oblique vortex shedding behind a tapered cylinder. *J. of Fluids and Struc.* **Vol. 16** (4), pp. 453–463.
- VAN-DYKE, M. 1982 *An album of fluid motion.* Stanford : Parabolic Press.
- VIGO, G. 2000 Extension de la POD à des systèmes complexes avec conditions aux bords non-homogènes, application aux jet pulsés turbulent. *INRIA Research Report RR-3945*.
- WERELEY, S. & MEINHART, C. 2001 Second-order accurate particule image velocimetry. *Exp. in fluids* **Vol. 31**, pp. 258–268.
- WESTERWEEL, J. 1994 Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. *Exp. in fluids* **Vol. 16**, pp. 236–247.
- WESTERWEEL, J. 1999 *Stereoscopic PIV measurement in a turbulent boundary layer.* Kluwer Dorducht.
- WESTERWEEL, J. 2000 Theoretical analysis of the measurement precision in particule image velocimetry. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S3–S12.
- WILLERT, C. & GHARIB, M. 1991 Digital particle image velocimetry. *Exp. in fluids* **Vol. 10**, pp. 181–193.
- WILLIAMSON, C. 1992 The natural and forced formation of spot-like 'vortex dislocations' in the transition of a wake. *J. Fluid Mech.* **Vol. 243**, pp. 393–441.

- WILLIAMSON, C. H. K. 1988a Defining a universal and continuous strouhal-reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. *Phys. Fluid.* **Vol. 31**, pp. 2742–2746.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1988b The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake. *Phys. Fluid.* **Vol. 31**, pp. 3165.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1989 Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of circular cylinders at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **Vol. 206**, pp. 579.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1995 Fluid vortices, Chap. V : Vortex dynamics in the wake of a cylinder. Kluwer Academic Publishers.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1996a Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **Vol. 28**, pp. 477–539.
- WILLIAMSON, C. H. K. 1996b Three-dimensional wake transition. *J. Fluid Mech.* **Vol. 328**, pp. 345–407.
- WOO, H., CERMAK, J. & PETERKA, J. 1989 Secondary flows and vortex formation around a circular cylinder in constant–shear flow. *J. Fluid Mech.* **Vol. 204**, pp. 523–542.
- WYGNANSKI, I., OSTER, D., FIEDLER, H. & DZIOMBA, B. 1979 On the perseverance of a quasi-two-dimensional eddy-structure in a turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.* .
- ZDRAVKOVICH, M. M. 1997 Flow around circular cylinders - Vol 1 : Fundamentals. Oxford University Press.
- ZHANG, Y. 2000 Experimental studies of the turbulence structures of impinging reacting jets using time-resolved particle image velocimetry visualisation, hot wire anemometry and acoustic signal processing. *Exp. in fluids* [**Suppl**], pp. S282–S290.
- ZHAO, H. & LING, G. 2003 Low-dimensional dynamical systems for a wake-type shear flow with vortex dislocations. *Fluid Dynamics Research* **Vol. 33**, pp. 299–312.
- ZHOU, Y. & ANTONIA, R. 1994 Critical points in a turbulent near wake. *J. Fluid Mech.* **Vol. 275**, pp. 59–81.

Annexe A

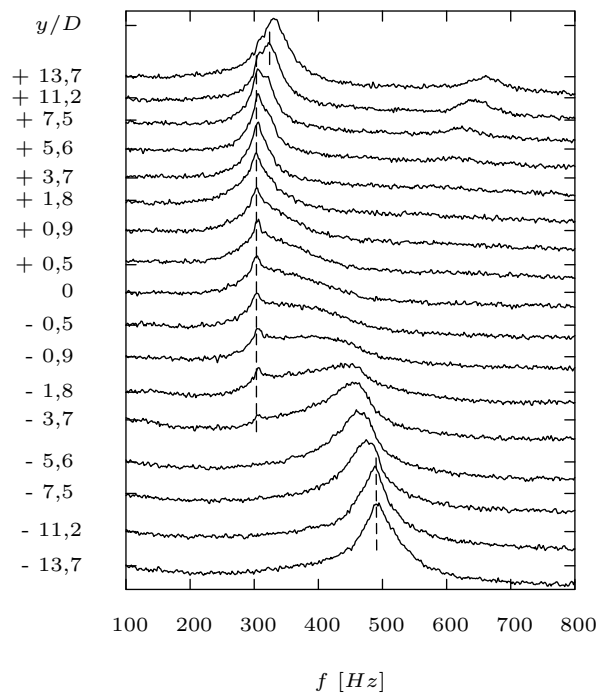
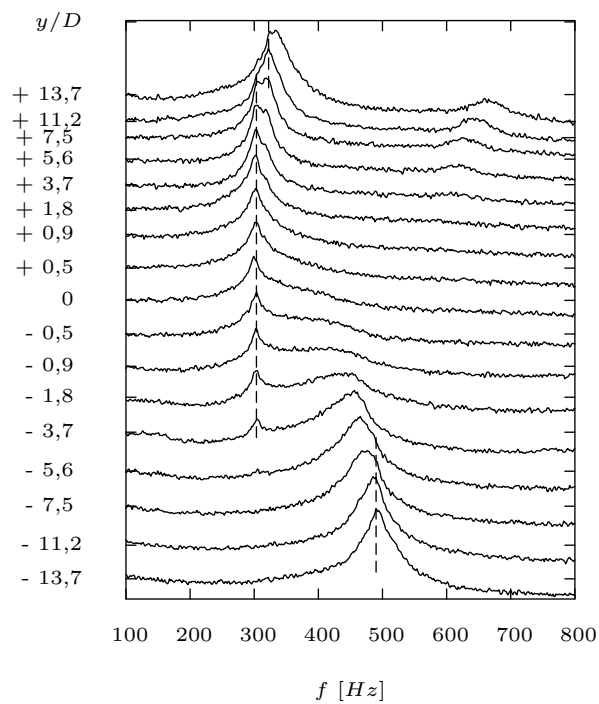
Grandeurs issues de l'étude de l'influence de Re , L/D et β

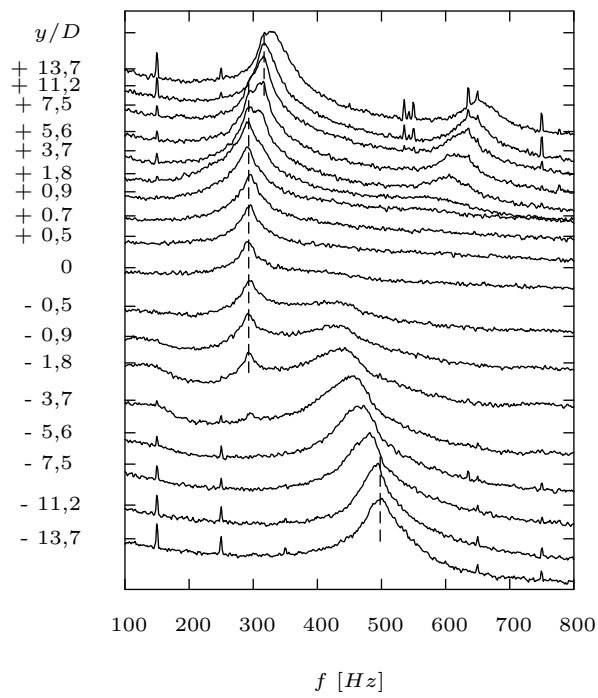
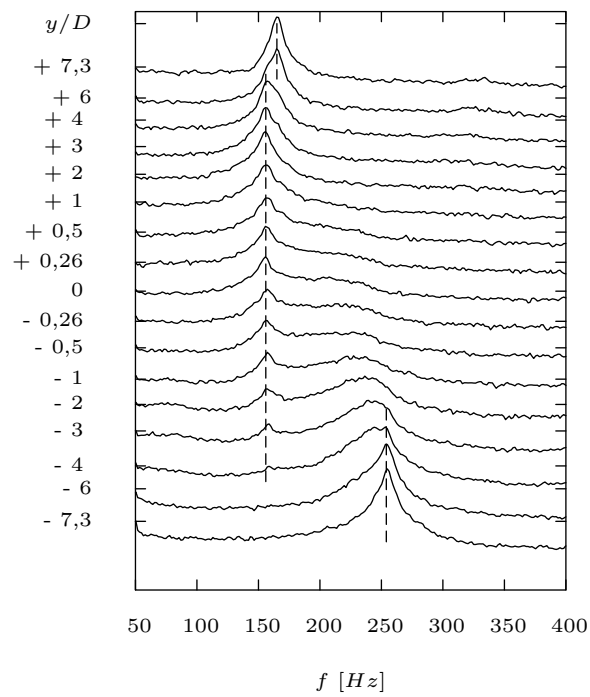
Les grandeurs présentées dans ce chapitre sont issues de l'étude paramétrique (i.e. Re , L/D , β) étudiés dans le chapitre 5. Ils ont les valeurs suivantes :

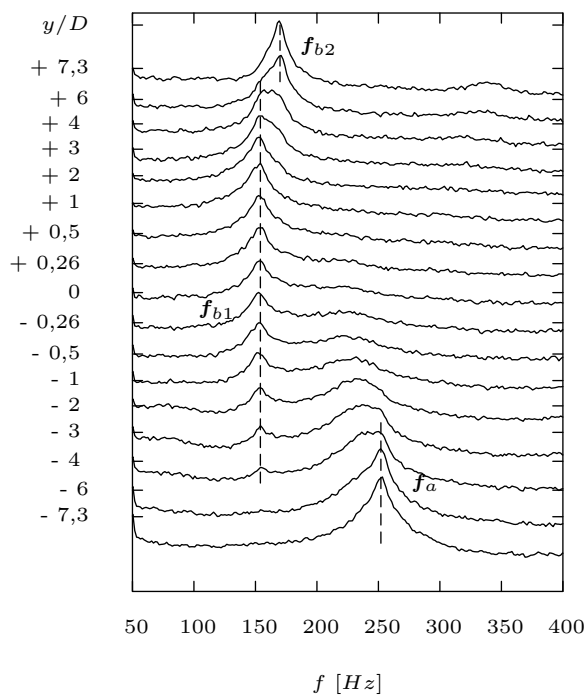
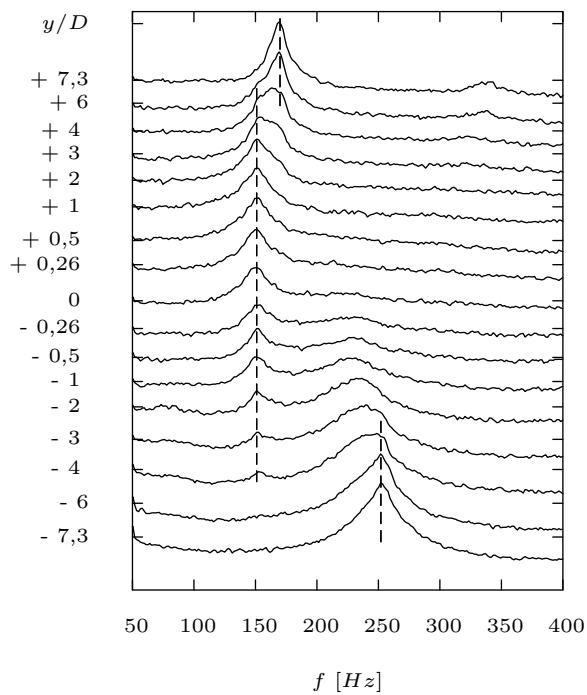
- $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0,14; 0,22; 0,42$
- $Re = 14\,850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0,26; 0,42; 0,8$

On présente tout d'abord les distributions des spectres le long de l'envergure du cylindre. Puis, on regroupe les évolutions du coefficient de traînée suivant l'envergure du cylindre, qui pourront être utiles en complément des analyses aérodynamiques données au chapitre 5.

A.1 Spectres à $x/D = 2$ et $z/D = 1$

FIG. A.1 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0,14$.FIG. A.2 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0,22$.

FIG. A.3 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ et $\beta = 0.42$.FIG. A.4 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\,850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.26$.

FIG. A.5 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\ 850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.42$ FIG. A.6 – Spectres suivant l'envergure du cylindre : $Re = 14\ 850$, $L/D = 18$ et $\beta = 0.8$

A.2 Coefficients de traînée

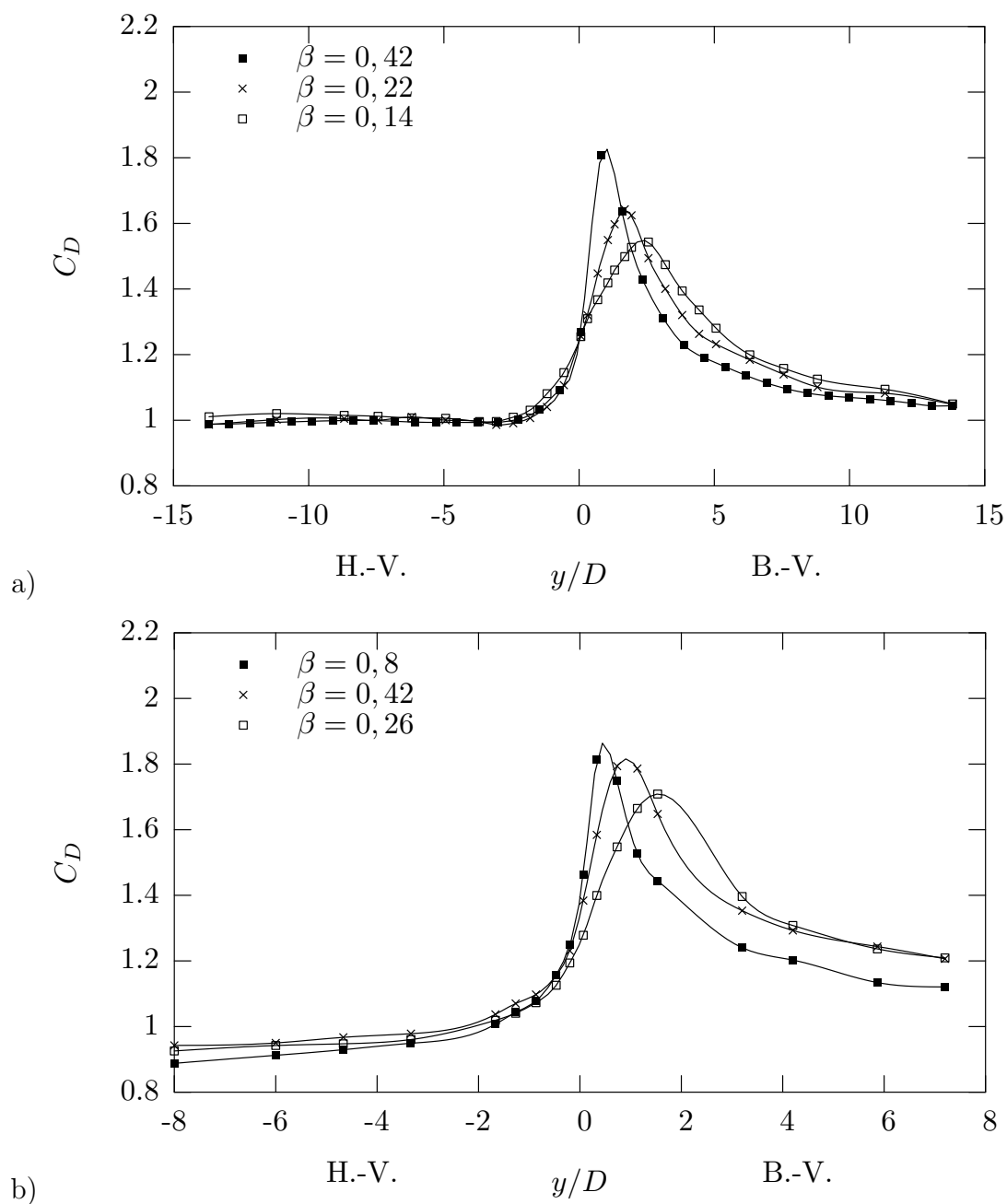


FIG. A.7 – Coefficient de traînée ($C_D(y)$) pour : a) $Re = 7\,920$, $L/D = 34$ - b) $Re = 14\,850$, $L/D = 18$

Annexe B

Grandeurs turbulentes (PIV)

Dans cette annexe sont présentés des échantillons des grandeurs statistiques calculées à partir des mesures PIV2D-2C sur 21 positions transversales (z). Elles sont présentées dans le plan $y - z$ et pour des positions longitudinales fixées. On trouve des mesures de champ moyen (i.e. U et V) et de tensions de Reynolds (i.e. \overline{uu} , \overline{vv} et \overline{uv}). Ces grandeurs sont représentées, dans la mesure du possible, en comparaison avec celles mesurées par Heitz (1999) au moyen de fil chaud droit.

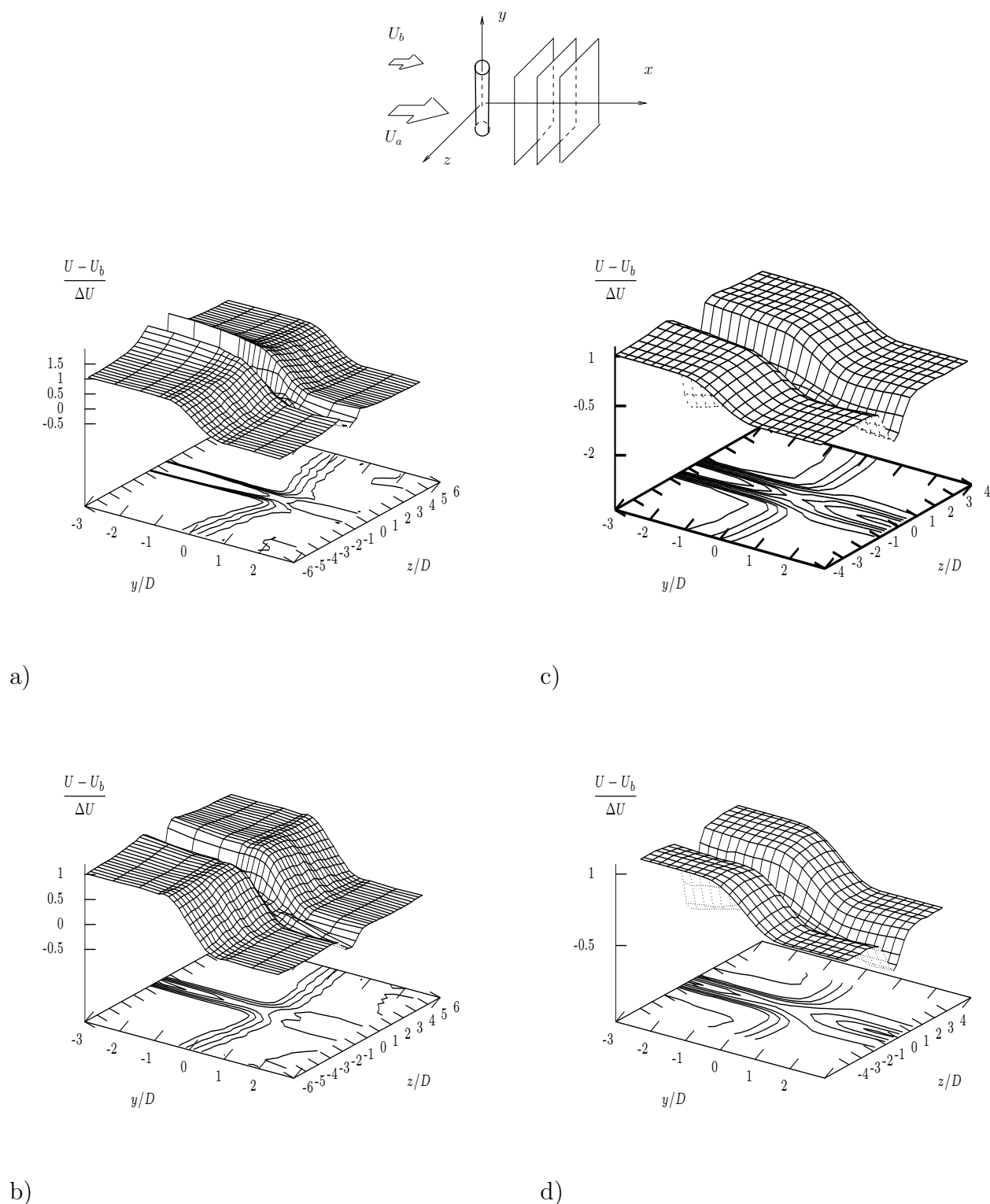
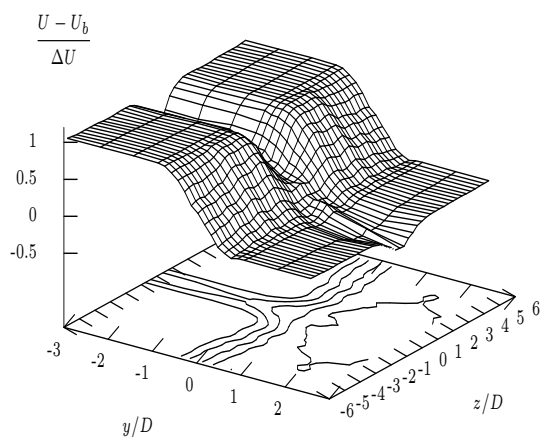
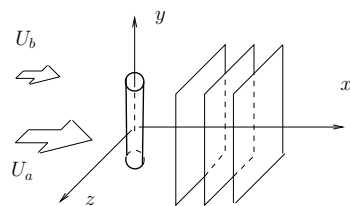
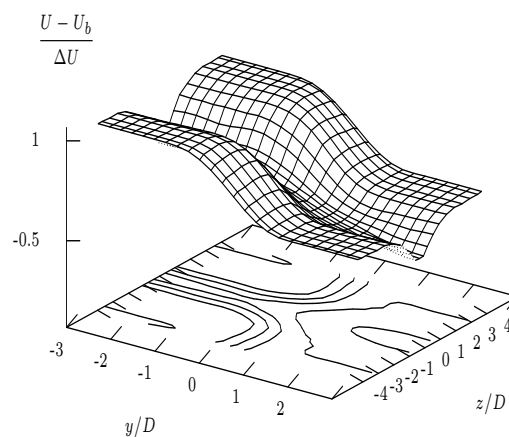


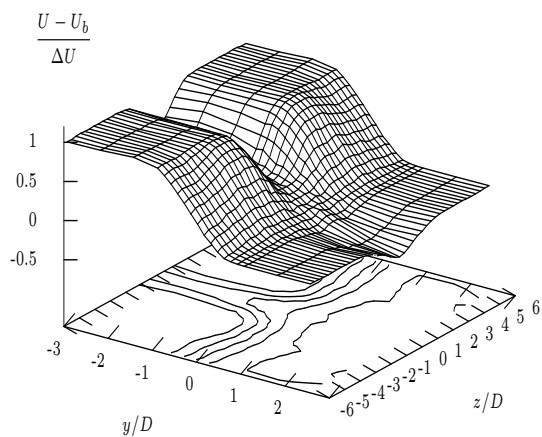
FIG. B.1 – Champ moyen de vitesse longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ dans le plan $y - z$, comparaison des mesures fil chaud Heitz (1999) (a et b) et PIV (b et c) pour : a)-c) $x/D = 1, 5$ - b)-d) $x/D = 2, 5$.



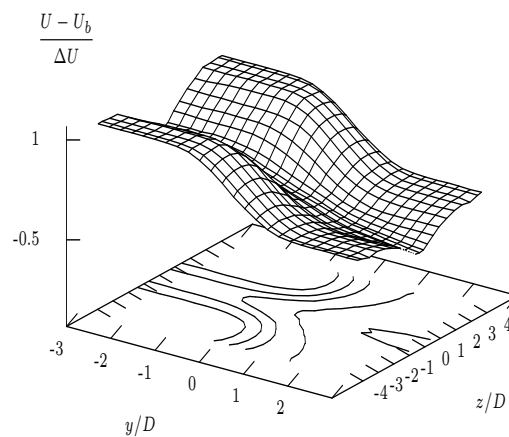
a)



c)



b)



d)

FIG. B.2 – Champ moyen de vitesse longitudinale $(U - U_b)/\Delta U$ dans le plan $y - z$, comparaison des mesures fil chaud Heitz (1999) (a et b) et PIV (b et c) pour : a)-c) $x/D = 5$ - b)-d) $x/D = 10$.

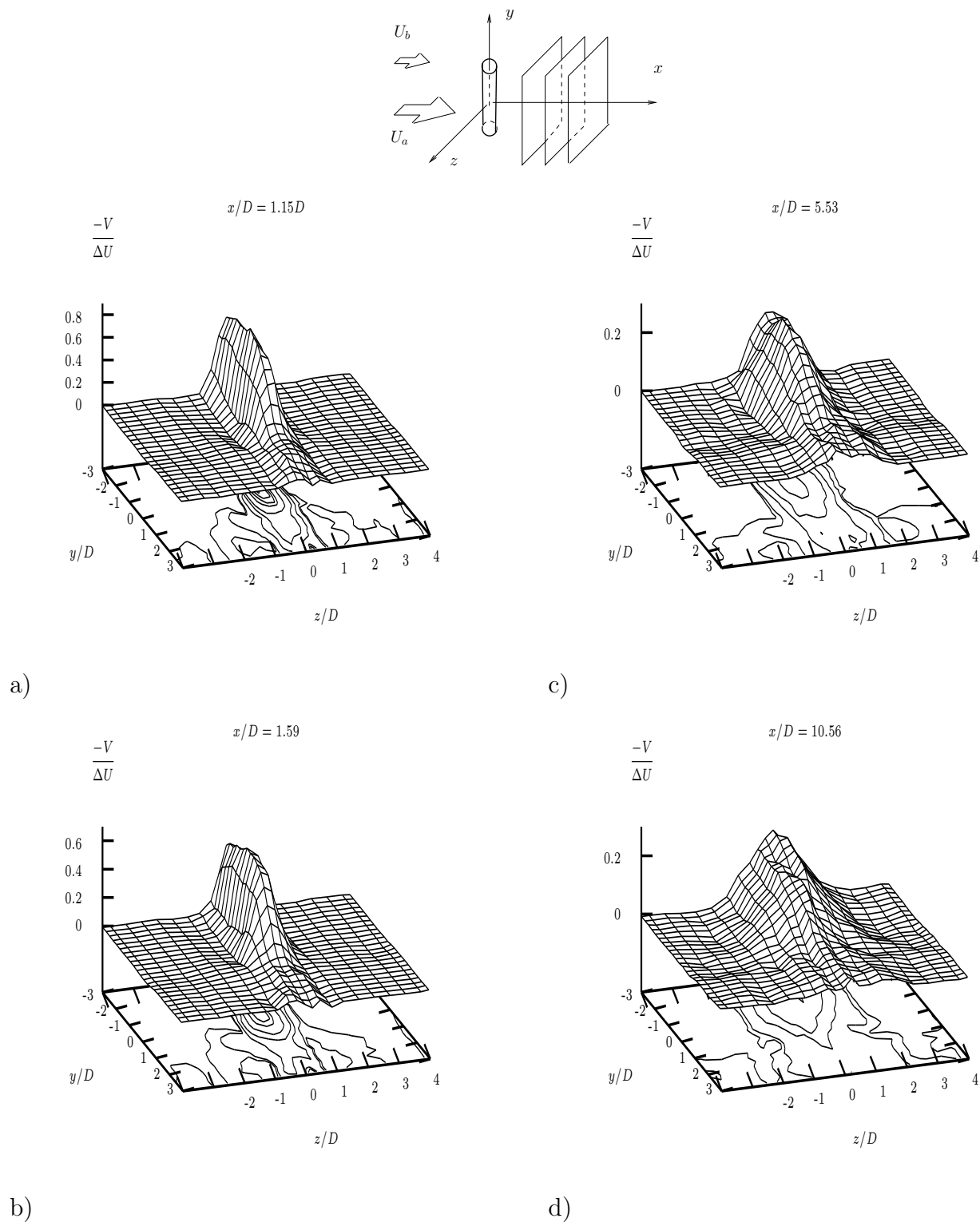


FIG. B.3 – PIV $Re_m = 7\,920$: Champ moyen de vitesse $-V/\Delta U$ dans le plan $y - z$
 - a) $x/D = 1$; b) $x/D = 1,6$; c) $x/D = 5,5$ d) $x/D = 10,6$

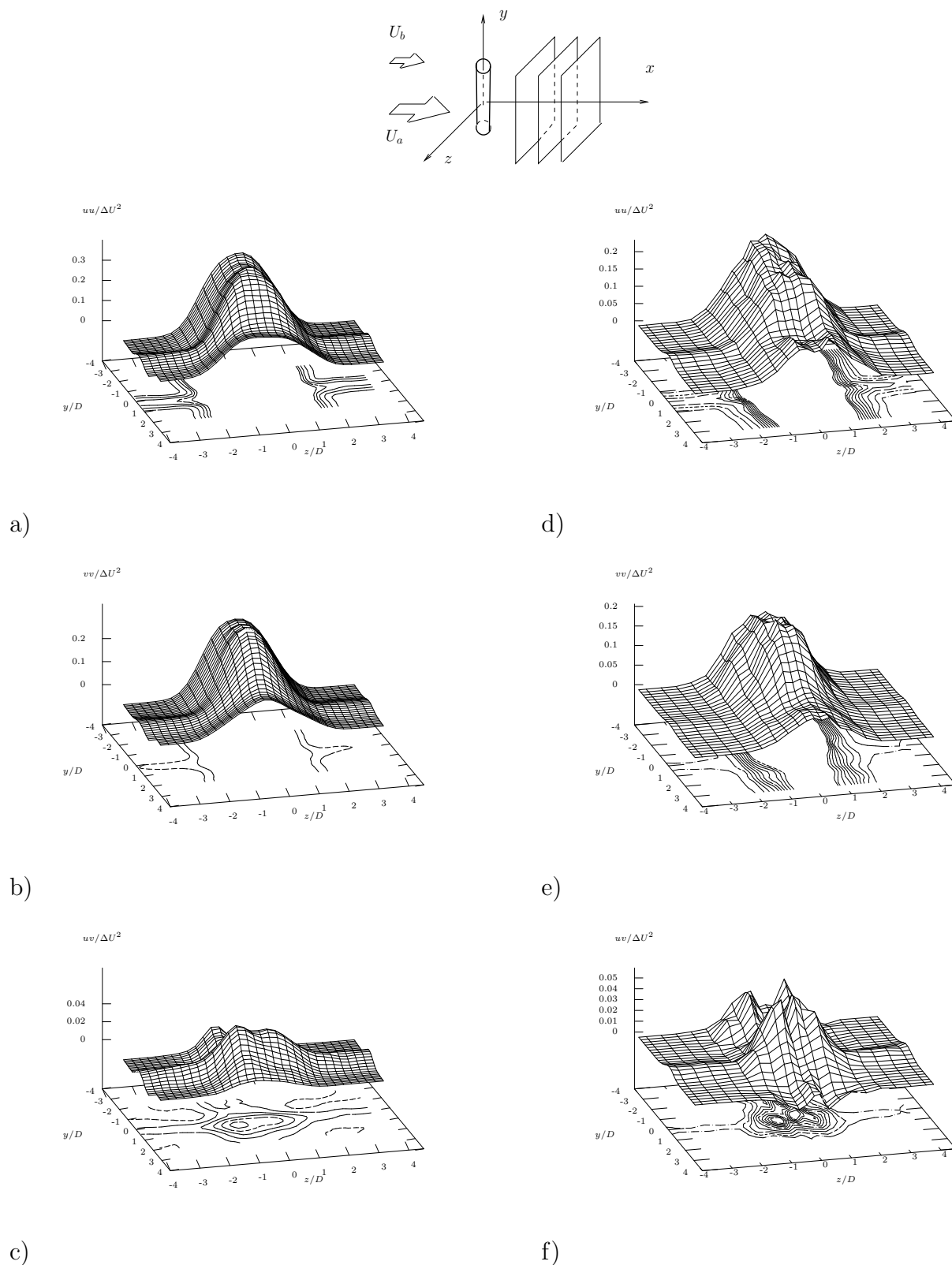
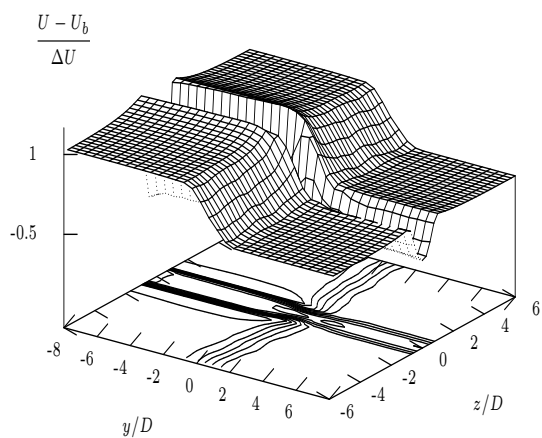
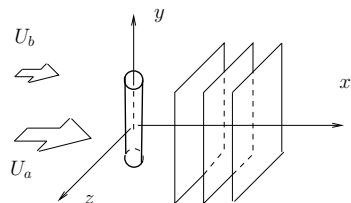


FIG. B.4 – Comparaison des mesures fil chaud droit Heitz (1999) $Re_m = 7\,500$ (a et b) et PIV $Re_m = 7\,920$ (c et d) dans le plan $y - z$, pour $x/D = 5,5$: a)-d) $\frac{\overline{uu}}{\Delta U^2}$; b)-e) $\frac{\overline{vv}}{\Delta U^2}$ et c)-f) $\frac{\overline{uv}}{\Delta U^2}$.

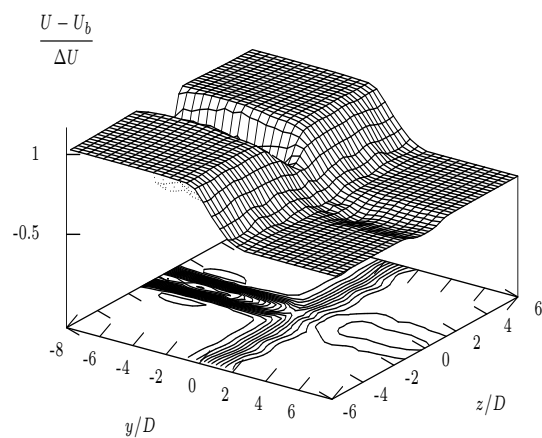
Annexe C

Grandeurs turbulentes (DNS)

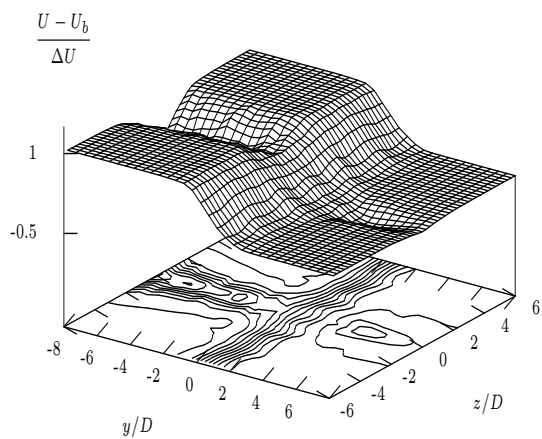
On trouve dans cette annexe des échantillons des grandeurs statistiques calculées à partir des données DNS. Elles sont présentées dans le plan $y - z$ et pour des positions longitudinales fixées. On trouve des mesures de champ moyen (i.e. U , V et W) et de tensions de Reynolds (i.e. \overline{uu} , \overline{vv} et \overline{ww}).



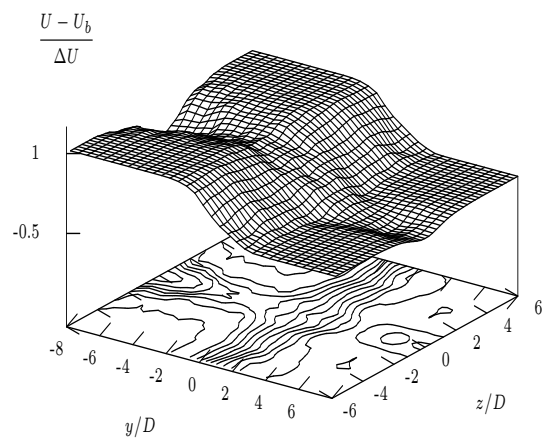
a)



b)

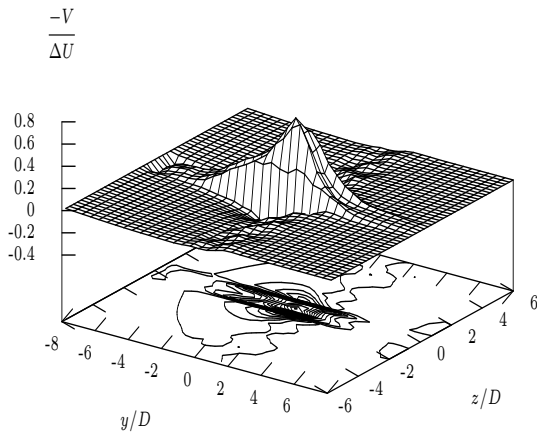
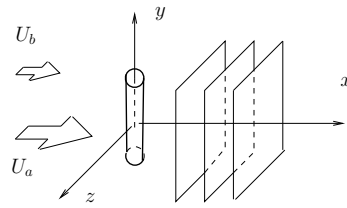


c)

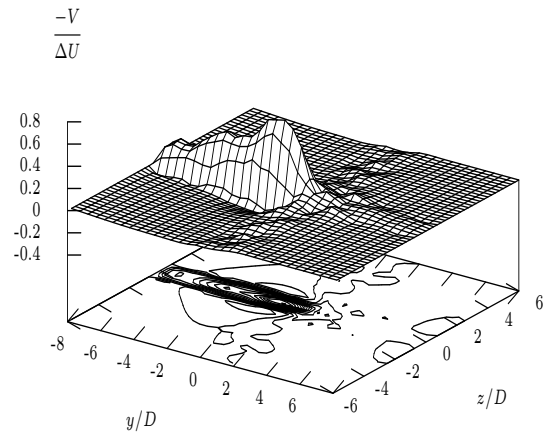


d)

FIG. C.1 – DNS - $Re_m = 400$: champ moyen U dans le plan $y - z$, a) $x/D = 1,5$; b) $x/D = 5,5$; c) $x/D = 10,5$; d) $x/D = 25$.

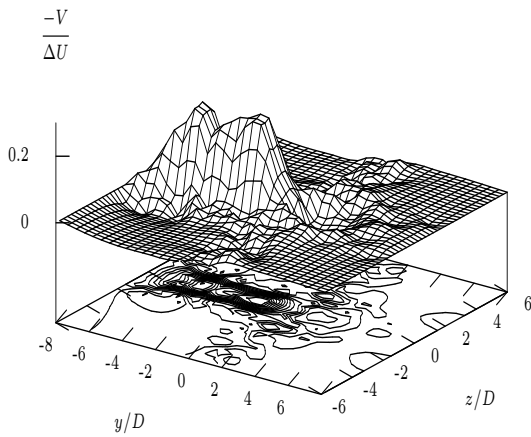


a)

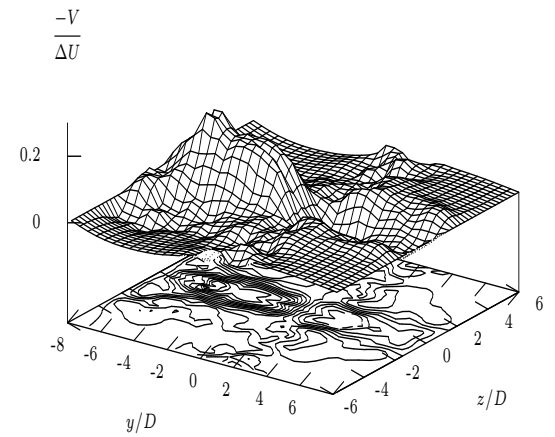


b)

$x/D = 25$



c)



d)

FIG. C.2 – DNS - $Re_m = 400$: champ moyen V dans le plan $y - z$, a) $x/D = 0,56$; b) $x/D = 1,5$; c) $x/D = 2,5$; d) $x/D = 5,5$.

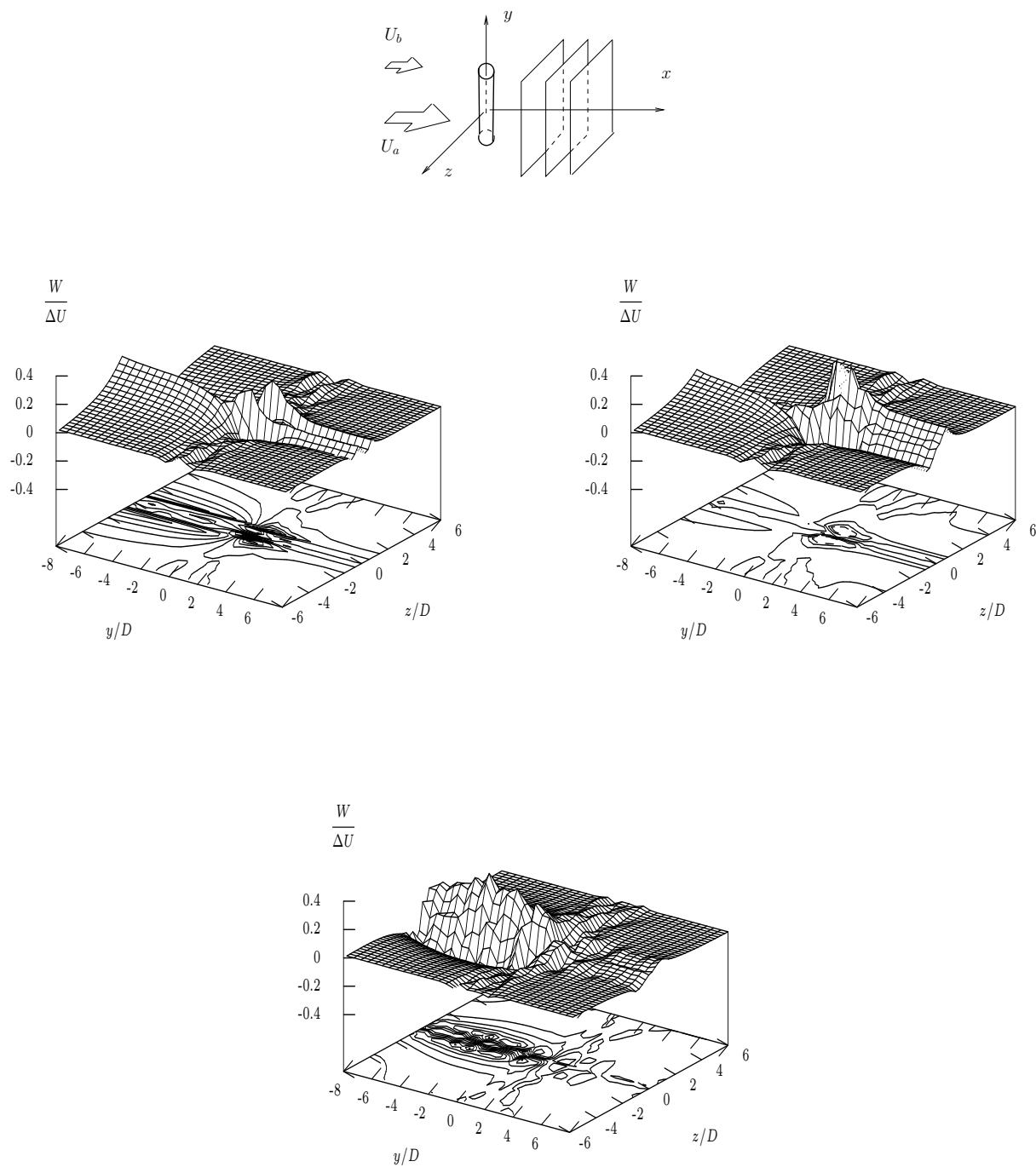


FIG. C.3 – DNS - $Re_m = 400$: champ moyen V dans le plan $y - z$: a) $x/D = 10,5$; b) $x/D = 25$; c) $x/D = 0,56$, d) $x/D = 1,5$

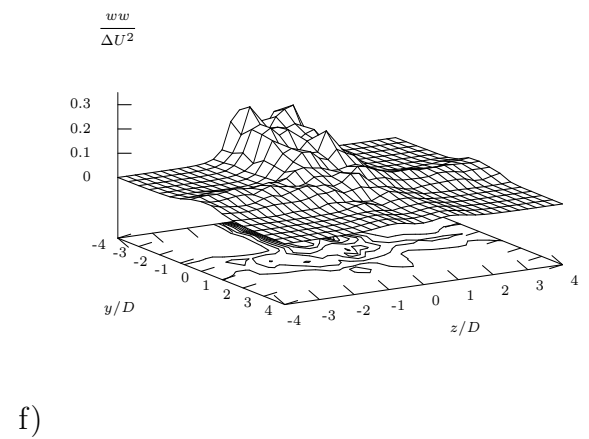
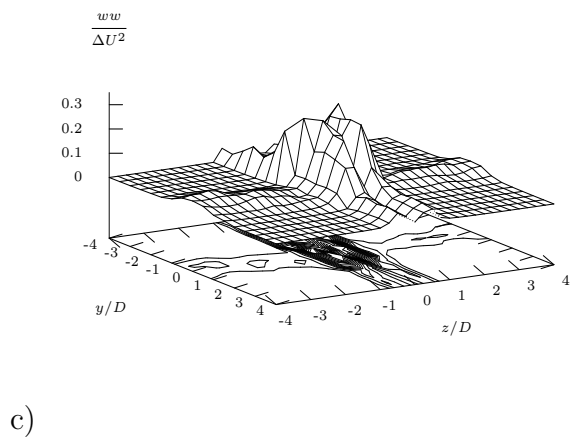
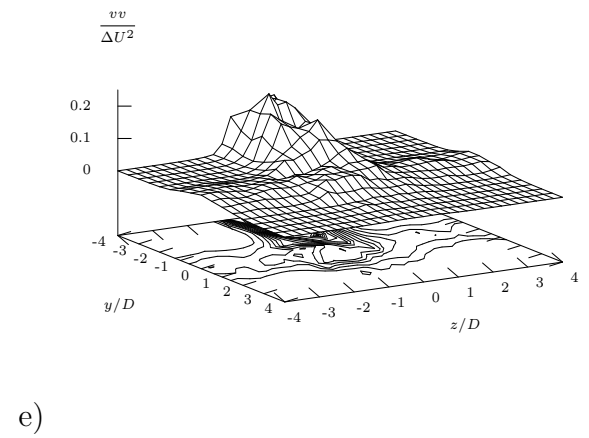
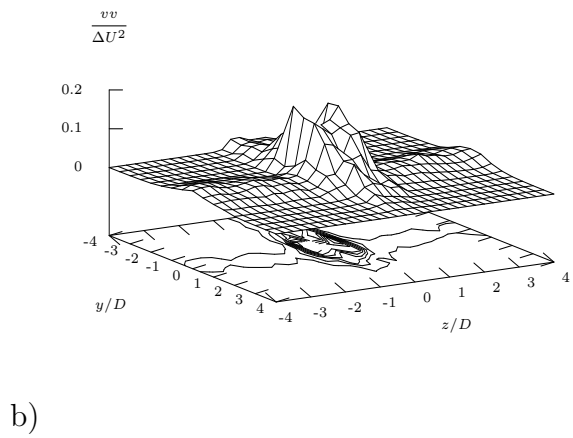
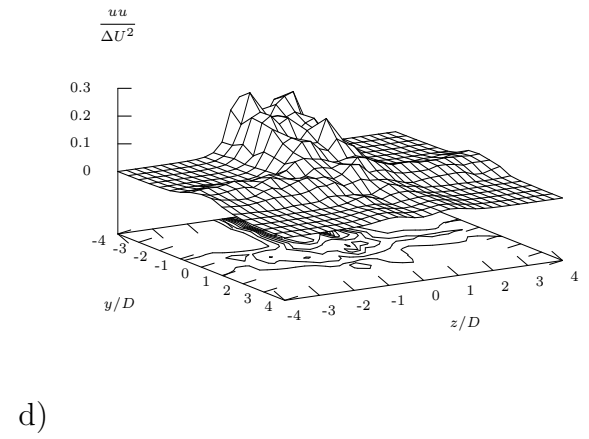
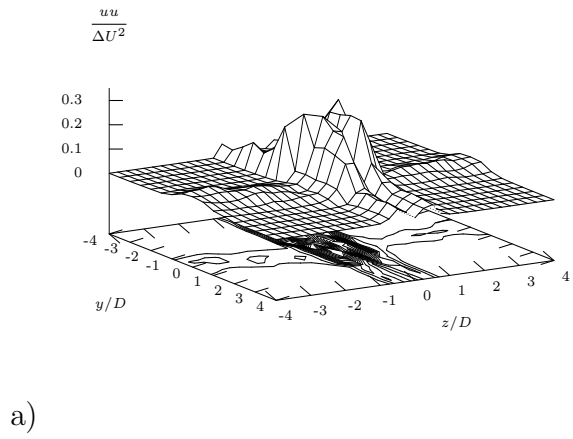
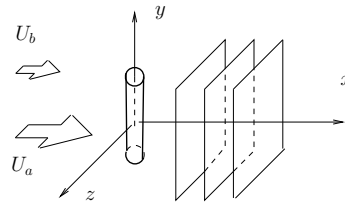


FIG. C.4 – DNS - $Re_m = 400$: tension de Reynolds $\overline{u_i u_i} / \Delta U$ dans le plan $y - z$ pour deux positions longitudinales : a)-b)-c) $x/D = 1,5$ et d)-e)-f) $x/D = 5,5$

Annexe D

Formulation en vorticité fluctuante des coefficients du LODS

Dans cette annexe les notations suivantes sont utilisées :

$\mathbf{X} = (x, y, z, t)$	Variable spatio-temporelle
$\mathbf{x} = (x, y, z)$	Variabes spatiale
$\mathbf{u} = u(\mathbf{X}).\vec{e}_x + v(\mathbf{X}).\vec{e}_y + w(\mathbf{X}).\vec{e}_z$	Champ de vecteurs vitesses instantané
	3D-3 composantes
$\mathbf{\Omega} = \Omega_x(\mathbf{X}).\vec{e}_x + \Omega_y(\mathbf{X}).\vec{e}_y + \Omega_z(\mathbf{X}).\vec{e}_z$	Champ de vecteurs vorticités instantané
	3D-3 composantes
$\mathbf{\Phi}^{(n)} = \Phi_u^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_x + \Phi_v^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_y + \Phi_w^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_z$	n^{ieme} fonction propre issue d'une décomposition
	POD d'un champ de vecteur vitesse
$\mathbf{\Psi}^{(n)} = \Psi_u^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_x + \Psi_v^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_y + \Psi_w^{(n)}(\mathbf{x}).\vec{e}_z$	$= \text{rot}(\mathbf{\Phi}^{(n)})$
$\overrightarrow{\cdot}$	Opérateur tensoriel
\sim	Grandeur fluctuante
$\bar{\cdot}$	Moyenne temporelle (ou moyenne d'ensemble)

Ici, la formulation analytique des coefficients du LODS à partir de l'équation de vorticité fluctuantes des équations de Navier-Stokes est détaillée. Tout d'abord est présenté l'expression de l'équation de vorticité et son équivalent après introduction des décompositions de Reynolds. Puis, à cette dernière formulation est introduite la décomposition POD. Enfin la formulation analytique des coefficients du LODS est obtenue par projection de Galerkin de ces dernières équations sur une base POD, pour le cas général et le cas particulier d'un plan de symétrie.

D.1 Expression de l'équation de vorticité

Formulation des équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible à force volumique négligeable :

– Quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}(P) + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (\text{D.1})$$

– Continuité :

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (\text{D.2})$$

Afin d'établir l'équation de vorticité on applique le rotationnel à l'équation de Navier-Stokes (D.1) :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right) + \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(P)) + \nu \overrightarrow{\text{rot}}(\Delta \mathbf{u})$$

Or :

$$\begin{aligned} & - \overrightarrow{\text{rot}}(\Delta \mathbf{u}) = \Delta(\overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u})) \\ & - \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(P)) = 0 \\ & - \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{u} - \overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u}) + \overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u}) \cdot \text{div}(\mathbf{u}) \end{aligned}$$

Donc en tenant compte de l'équation de continuité (D.2), nous obtenons :

$$\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u})}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{u} - \overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u}) = \nu \Delta(\overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u}))$$

Posons : $\overrightarrow{\Omega} = \overrightarrow{\text{rot}}(\mathbf{u})$, avec Ω le champ de vorticité, alors l'équation de vorticité pour un champ instantané s'écrit :

$$\frac{D\Omega}{Dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(\Omega) \cdot \mathbf{u} = \overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \Omega + \nu \Delta \Omega \quad (\text{D.3})$$

D.2 Expression de l'équation de vorticité fluctuante

Soit $Re_m = U_m D / \nu$, alors :

$$\frac{D\Omega}{Dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(\Omega) \cdot \mathbf{u} = \overrightarrow{\text{grad}}(\mathbf{u}) \cdot \Omega + \frac{1}{Re} \Delta \Omega \quad (\text{D.4})$$

On introduit les décompositions de Reynolds pour le champ de vitesse et de vorticité :
 $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}$ et $\boldsymbol{\Omega} = \bar{\boldsymbol{\Omega}} + \tilde{\boldsymbol{\Omega}}$.

Afin d'obtenir la formulation du champ de fluctuations (1.1), on utilise la relation suivante : (1.1) = (1.1) - (1.1)

Soit $\overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\mathbf{v}}} = \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\mathbf{v}}} + \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\mathbf{v}}}$, alors (1.1) :

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Omega}}}{\partial t} + \overline{\text{grad}(\bar{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \bar{\mathbf{u}}} + \overline{\text{grad}(\tilde{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \tilde{\mathbf{u}}} = \overline{\text{grad}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}} + \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}} + \frac{1}{Re} \Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}$$

D'où finalement la formulation en grandeurs fluctuantes pour le champ de vorticité (1.1) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\Omega}}}{\partial t} + \overline{\text{grad}(\tilde{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \tilde{\mathbf{u}}} - \overline{\text{grad}(\tilde{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \tilde{\mathbf{u}}} + \overline{\text{grad}(\bar{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \tilde{\mathbf{u}}} + \overline{\text{grad}(\tilde{\boldsymbol{\Omega}}) \cdot \bar{\mathbf{u}}} \\ = \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}} - \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}} + \overline{\text{grad}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}} + \overline{\text{grad}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}} + \frac{1}{Re} \Delta \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

D.3 Décomposition POD

On introduit la décomposition POD suivante, où $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}(\mathbf{x}) = \text{rot}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(\mathbf{x}))$ et N_{POD} est le nombre de modes *POD* résolus :

$$\begin{cases} \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_{POD}} \tilde{a}^{(n)}(t) \tilde{\Phi}_i^{(n)}(\mathbf{x}) \\ \tilde{\Omega}_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_{POD}} \tilde{a}^{(n)}(t) \tilde{\Psi}_i^{(n)}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

D.4 Projection de Galerkin

La décomposition POD (Eq. D.6) est introduite dans l'équation D.5 et l'équation ainsi obtenue est projetée sur la base POD (Chap.3.2.5). A la suite de cette étape, en utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions propres POD, le système **EDP** est ramené à

un LODS ($\forall m, n, k = 1, \dots, N_{LODS}$) :

$$\sum_{m=1}^{N_{LODS}} \alpha_{nm} \frac{d \tilde{a}^{(m)}(t)}{dt} = \sum_{m=1}^{N_{LODS}} \beta_{nm} \tilde{a}^{(m)}(t) + \sum_{m=1}^{N_{LODS}} \sum_{k=1}^{N_{LODS}} \gamma_{nmk} \left[\tilde{a}^{(m)}(t) \tilde{a}^{(k)}(t) - \overline{\tilde{a}^{(m)}(t) \tilde{a}^{(k)}(t)} \right] \quad (\text{D.7})$$

où les coefficients du LODS (D.7) sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \alpha_{nm} &= \left(\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}), \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right) = \int_{\mathcal{D}} \tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ \beta_{nm} &= - \left(\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}), \left[- \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) + \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \bar{\mathbf{u}} + \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\bar{\Omega}) \cdot \tilde{\Phi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Phi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \bar{\Omega} - \frac{1}{Re} \Delta(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \right] \right) \\ &= - \int_{\mathcal{D}} \tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \left[- \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) + \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \bar{\mathbf{u}} + \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\bar{\Omega}) \cdot \tilde{\Phi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right. \\ &\quad \left. - \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Phi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \bar{\Omega} - \frac{1}{Re} \Delta(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \right] \, d\mathbf{x} \\ \gamma_{nmk} &= - \left(\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}), \left[\overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x}) - \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x})) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right] \right) \\ &= - \int_{\mathcal{D}} \tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \left[\overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x})) \cdot \tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x}) - \overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x})) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right] \, d\mathbf{x} \end{aligned}$$

D.5 Expression analytique des coefficients dans le cas général

- Pour le coefficient α_{nm} :

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Pour le coefficient β_{nm} :

Terme 1 : $\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overset{\Rightarrow}{\text{grad}}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)} \right)$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \end{pmatrix} \\ &+ \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &+ \left[\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Terme 2 : $\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overset{(\Rightarrow)}{\text{grad}} (\tilde{\Psi}^{(m)}) \cdot \bar{\mathbf{u}} \right)$

$$\begin{aligned}
&= \left[\bar{u} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial z} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial y \partial z} \right) + \bar{w} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z^2} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\bar{u} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x^2} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial y} \right) + \bar{w} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial z} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&+ \left[\bar{u} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial x \partial y} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y^2} \right) + \bar{w} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y \partial z} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

Terme 3 : $\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overset{(\Rightarrow)}{\text{grad}} (\bar{\Omega}) \cdot \tilde{\Phi}^{(m)} \right)$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{\partial \bar{\Omega}_x}{\partial x} \tilde{\Phi}_u^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_x}{\partial y} \tilde{\Phi}_v^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_x}{\partial z} \tilde{\Phi}_w^{(m)} \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \bar{\Omega}_y}{\partial x} \tilde{\Phi}_u^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_y}{\partial y} \tilde{\Phi}_v^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_y}{\partial z} \tilde{\Phi}_w^{(m)} \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \bar{\Omega}_z}{\partial x} \tilde{\Phi}_u^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_z}{\partial y} \tilde{\Phi}_v^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_z}{\partial z} \tilde{\Phi}_w^{(m)} \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

Terme 4 : $\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overset{\Rightarrow}{\text{grad}} \left(\tilde{\Phi}^{(m)} \right) \cdot \bar{\Omega} \right)$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial x} \bar{\Omega}_x + \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \bar{\Omega}_y + \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} \bar{\Omega}_z \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} \bar{\Omega}_x + \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial y} \bar{\Omega}_y + \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \bar{\Omega}_z \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \bar{\Omega}_x + \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} \bar{\Omega}_y + \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial z} \bar{\Omega}_z \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

Terme 5 : $\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \Delta \tilde{\Phi}^{(m)}$

$$\begin{aligned}
&= - \left[\frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial x \partial y \partial z} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial y^2 \partial z} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x^2 \partial z} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial x \partial y \partial z} \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&- \left[\frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial y \partial z} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial y^2 \partial z} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial x^2 \partial z} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial y \partial z} \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&- \left[-\frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial y \partial z^2} \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

- Pour le coefficient γ_{nmk} :

Terme 1 : $\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \left[\overset{\Rightarrow}{\text{grad}} \left(\tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right) \cdot \tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x}) \right]$

$$\begin{aligned}
&= \left[\tilde{\Phi}_u^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial z} \right) + \tilde{\Phi}_v^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial y \partial z} \right) + \tilde{\Phi}_w^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z^2} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\tilde{\Phi}_u^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x^2} \right) + \tilde{\Phi}_v^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial y} \right) + \tilde{\Phi}_w^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial z} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&+ \left[\tilde{\Phi}_u^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x \partial y} \right) + \tilde{\Phi}_v^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y^2} \right) + \tilde{\Phi}_w^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y \partial z} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

Terme 2 : $\tilde{\Psi}(\mathbf{x}) \left[\Rightarrow \text{grad}(\tilde{\Phi}(\mathbf{x})), \tilde{\Psi}(\mathbf{x}) \right]$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(k)}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(k)}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(k)}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(k)}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(n)}}{\partial x} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(k)}}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(k)}}{\partial y} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \\
&\quad \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

D.6 Expression analytique des coefficients dans le plan de symétrie

D.6.1 Simplifications

Les équations sont formulées dans le plan de symétrie ($z/D = 0$) à partir d'une POD tranche avec l'addition d'une contribution transversale ($\frac{\partial \Phi_w}{\partial z}$). On suppose Φ_u et Φ_v paires et Φ_w impaire par rapport à z . Dans ces conditions :

$$\tilde{\Phi}_w(x, y, 0, t) = 0$$

Donc

$$\forall x, y \in \text{plan} \quad \begin{cases} \frac{\partial \tilde{\Phi}_w(x, y, 0, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_w(x, y, 0, t)}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

et

$$\forall x, y \in \text{plan} \quad \begin{cases} \frac{\partial \tilde{\Phi}_u(x, y, 0, t)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_v(x, y, 0, t)}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

En conséquence, en dérivant par rapport à x et y :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_w}{\partial x \partial y} = 0$$

Et

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v}{\partial y \partial z} = 0$$

Puis en dérivant de nouveau :

$$\frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial y^3} = \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_w}{\partial x \partial y^2} = 0$$

Et, pour $\tilde{\Phi}_u$ et $\tilde{\Phi}_v$:

$$\frac{\partial^3 \tilde{}}{\partial x^2 \partial z} = \frac{\partial^3 \tilde{}}{\partial y^2 \partial z} = \frac{\partial^3 \tilde{}}{\partial x \partial y \partial z} = 0$$

D.6.2 Expressions analytiques des coefficients

- Pour le coefficient α_{nm} :

$$\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right)$$

- Pour le coefficient β_{nm} :

Terme 1 :

$$\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot \tilde{\Psi}^{(m)} \right) = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)$$

Terme 2 :

$$\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\tilde{\Psi}^{(m)}) \cdot \bar{\mathbf{u}} \right) = \left[\bar{u} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial x \partial y} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y^2} \right) \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)$$

Terme 3 :

$$\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\bar{\Omega}) \cdot \tilde{\Phi}^{(m)} \right) = \left[\frac{\partial \bar{\Omega}_z}{\partial x} \tilde{\Phi}_u^{(m)} + \frac{\partial \bar{\Omega}_z}{\partial y} \tilde{\Phi}_v^{(m)} \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)$$

Terme 4 :

$$\tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\tilde{\Phi}^{(m)}) \cdot \bar{\Omega} \right) = \frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(m)}}{\partial z} \bar{\Omega}_z \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)$$

Terme 5 :

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\Psi}^{(n)} \cdot \Delta \tilde{\Phi}^{(m)} \\
 &= - \left[-\frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_v}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \tilde{\Phi}_u}{\partial y \partial z^2} \right] \\
 & \times \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
 \end{aligned}$$

- Pour le coefficient γ_{nmk} :

Terme 1 :

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \left[\Rightarrow \tilde{\Phi}^{(m)}(\mathbf{x}), \tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x}) \right] \\
 &= \left[\tilde{\Phi}_u^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x^2} \right) + \tilde{\Phi}_v^{(k)} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y^2} \right) \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)
 \end{aligned}$$

Terme 2 :

$$\tilde{\Psi}^{(n)}(\mathbf{x}) \left[\Rightarrow \tilde{\Phi}^{(k)}(\mathbf{x}), \tilde{\Psi}^{(m)}(\mathbf{x}) \right] = \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}_w^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(m)}}{\partial y} \right) \right] \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_v^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\Phi}_u^{(n)}}{\partial y} \right)$$

Résumé

Dans cette étude, on s'intéresse à la compréhension de la dynamique de l'écoulement d'interaction d'une couche de mélange plane turbulente avec un cylindre circulaire. Cet écoulement tridimensionnel et inhomogène dans les trois directions est analysé, dans un premier temps, à l'aide de mesures fils chauds et de mesures de pressions pariétales. A partir de ces données, on montre l'influence du nombre de Reynolds, du rapport d'aspect et du paramètre de cisaillement sur le nombre de Strouhal, le coefficient de succion et la longueur de formation. En particulier, les analyses montrent que, dans la région au dessus de l'impact de la couche de mélange (du côté basse vitesse), l'analyse spectrale présente systématiquement au moins deux cellules de fréquence constante. L'organisation principale est quant à elle analysée à l'aide de mesures PIV (Vélocimétrie par Image de Particule) et au moyen de la POD (Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres). Les premiers modes POD, représentant l'organisation des structures cohérentes énergétiquement dominantes, montrent clairement la présence de structures inclinées de part et d'autre de la région d'impact de la couche de mélange. En dessous de l'impact (du côté haute vitesse), où l'écoulement est tridimensionnel, les modes POD plus élevés présentent des modes de coalescence de structures, de structures longitudinales et de dislocations de structures, proches de ceux trouvés lors de la tridimensionalisation des sillages (par leur nature intrinsèque ou par perturbation suivant l'envergure du cylindre). Par ailleurs, à l'aide d'une projection de Galerkin dans le plan derrière l'axe du cylindre, un LODS (Low Order Dynamical System) est construit. Son analyse révèle l'existence d'une "injection" de fluide du côté haute vitesse de fréquence de battement faible. Enfin, une analyse de données simulées à bas nombre de Reynolds (DNS) permet de conforter les résultats expérimentaux sur la présence de comportements caractéristiques à cette configuration d'écoulement.

Mots clés : Turbulence, Ecoulement cisailé libre, Sillage, Couche de mélange, Vélocimétrie par Image de Particule, Décomposition aux valeurs propres, Structures cohérentes, Dislocation, Système dynamique d'ordre bas.

Title : "Dynamics investigation of a cross shear flow : mixing layer - wake interaction".

Abstract

The aim of this study is to understand the dynamics of a complex flow : a mixing layer - wake interaction. This flow, 3D and inhomogeneous in all three directions, is first analyzed with hot wire and wall pressure measurements. From those data, the Reynolds number, the aspect ratio and the shear parameter influence have been analyzed on the Strouhal number, the base pressure coefficient and the vortex-formation length. In particular, analyses show that, above the impact area of the mixing layer (the low velocity side), the spectral analysis systematically shows at least two cells of different frequency. The main organization is then analyzed by means of PIV (Particle Image Velocimetry) and of POD (Proper Orthogonal Decomposition). First POD modes, which are representative of the energetically dominant coherent structures, clearly show the presence of oblique structures on each side of the mixing layer impact area. In the high velocity zone, where flow is three-dimensional, the higher POD modes show linkages of structures, longitudinal structures and dislocation of structures, close to those found at the time of the wake three-dimensionalisation (both by their intrinsic nature or by perturbations along the span of the cylinder). In addition, a LODS (Low Order Dynamical System) is constructed using a Galerkin projection in the plane behind the cylinder axis. The analyze reveals the existence of a low beating frequency of an "injecting" flow on the high velocity side. Lastly, low Reynolds number simulated data comfort experimental results on the characteristic behavior for this flow configuration.

Key words : Turbulence, free shear flow, wake, Mixing layer, Particle Image Velocimetry, Proper Orthogonal Decomposition, Coherent Structures , Dislocation, Low Order Dynamical System.