



HAL
open science

Planification du placement de caméras pour des mesures 3D de précision

Gustavo Olague

► **To cite this version:**

Gustavo Olague. Planification du placement de caméras pour des mesures 3D de précision. Interface homme-machine [cs.HC]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1998. Français. NNT : . tel-00004898

HAL Id: tel-00004898

<https://theses.hal.science/tel-00004898>

Submitted on 19 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée par

Gustavo OLAGUE

pour obtenir le grade de **DOCTEUR EN SCIENCES**

de l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Arrêté ministériel du 30 Mars 1992)

Spécialité : **Imagerie, vision, robotique**

Planification du placement de caméras pour des mesures 3D de précision

Date de soutenance : le 26 octobre 1998

Composition du jury : Président : **Emmanuel MAZER**
Rapporteurs : **Marc SCHOENAUER**
Humberto SOSSA
Examineurs : **Long QUAN**
Roger MOHR

Thèse préparée au sein du laboratoire GRAVIR - IMAG - INRIA Rhône-Alpes
sous la direction de Roger MOHR

Résumé : Les mesures tridimensionnelles peuvent être obtenues à partir de plusieurs images par la méthode de triangulation. Ce travail étudie le problème du placement des caméras de façon à obtenir une erreur minimale lors des mesures tridimensionnelles. En photogrammétrie, on parlera du concept du réseau de caméras. Nous poserons le problème en termes d'optimisation et nous le diviserons en deux parties: 1) Une partie analytique dédiée à l'analyse de l'erreur de propagation d'où découlera un critère. 2) Un processus global d'optimisation minimisera ce critère. De ce côté-là, l'approche consiste en une analyse d'incertitude appliquée au processus de reconstruction d'où une matrice de covariance sera calculée. Cette matrice représente l'incertitude de la détection pour lequel le critère est dérivé. Par ailleurs, l'optimisation a des aspects discontinus essentiellement dû à l'inobservabilité des points. Ce facteur va nous amener à utiliser un processus d'optimisation combinatoire que nous avons résolu en utilisant un algorithme génétique multicellulaire. Des résultats expérimentaux sont inclus pour illustrer l'efficacité et la rapidité de la solution.

Mots-clés: Concept de réseau de caméras, analyse d'incertitude, optimisation globale, matrice de covariance, algorithmes génétiques.

Abstract : 3D measurements can be recovered from several views by triangulation. This work deals with the problem of where to place the cameras in order to obtain a minimal error in the 3D measurements, also called *camera network design* in photogrammetry. We pose the problem in terms of an optimization design, dividing it into two main components: 1) an analytical part dedicated to the analysis of error propagation from which a criterion is derived, 2) a global optimization process to minimize this criterion. In this way, the approach consists of an uncertainty analysis applied to the reconstruction process from which a covariance matrix is computed. This matrix represents the uncertainty of the detection from which the criterion is derived. Moreover, the optimization has discontinuities mainly due to the unobservability of points, which leads to a combinatorial optimization process. These aspects are solved using a multicellular genetic algorithm. Experimental results are provided to illustrate the effectiveness and efficiency of the solution.

Keywords: Camera network design, uncertainty analysis, global optimization, covariance matrix, genetic algorithms.

Remerciements

*« Have a heart that never hardens,
and a temper that never tires,
and a touch that never hurts. »
to the lovely memory of my father.*

Je tiens tout d'abord à remercier le Conseil National de Science et Technologie du Mexique (CONACYT) pour son financement qui a permis la préparation de cette thèse.

Je voudrais adresser mes remerciements à Monsieur Emmanuel MAZER, Directeur de Recherche CNRS à l'INRIA, qui nous a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je remercie également Monsieur Marc SCHOENAUER, Chargé de Recherche CNRS à l'Ecole Polytechnique et Responsable de l'Equipe Evolution Artificielle et Apprentissage, ainsi que Monsieur Humberto SOSSA, Professeur à l'Institut National Polytechnique du Mexique et Responsable du Laboratoire de Traitement d'Images au Centre de Recherche en Informatique, pour avoir accepté de juger ce travail, ainsi que pour avoir accepté de faire partie du jury de ma thèse.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur Long QUAN, Chargé de Recherche CNRS, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être membre de mon jury.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur Roger MOHR, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble et Responsable de l'Equipe de Vision MOVI, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe ces trois années et m'avoir encadré tout en me laissant le plus libre possible dans mon travail, ainsi que pour nos nombreuses discussions scientifiques.

J'exprime de chaleureux remerciements à toute l'équipe MOVI pour leur sympathie et leur aide pendant mon séjour particulièrement à Danièle Herzog, Jérôme Blanc, Bart Lamiroy, Peter Sturm, Bill Triggs et Sylvaine Picard notamment pour leur disposition toujours très agréable.

Je voudrais remercier plus particulièrement Dieu notre seigneur pour sa confiance, son amour de père, pour son soutien lors des moments difficiles, ainsi que de me permettre de faire partie de l'un d'entre eux (Luc 14.25).

J'adresse un immense merci à ma femme Carméla pour son soutien et sa patience lors des moments difficiles, pour les nombreuses corrections qu'elle a effectué, ainsi que pour l'immense cadeau qu'elle me donne jour après jour (j'espère faire de même dans mon pays).

Je voudrais remercier les membres de ma famille au Mexique, USA et ici en France qui à travers la prière m'ont soutenu sans cesse et plus particulièrement mon frère Oscar que je connaît mieux maintenant.

Finalement, je voudrais remercier l'Esprit Saint qui à travers sa sagesse et son pouvoir créatif est présent en toutes circonstances (Sagesse 19.18).

« It is too easy to condemn. Only yesterday the practical things of today were decried as impractical, and the theories which will be practical tomorrow will always be branded as valueless games by the practical men of today. » William Feller an Introduction to Prob...

Table des matières

1	Introduction	11
1.1	Une disposition favorable des caméras	11
1.2	Le problème de la conception du réseau de caméras	13
1.3	Questions relatives à la recherche	15
1.4	Objet de recherche	16
1.5	Principe de la méthode proposée	17
1.6	Contributions	18
1.7	Organisation du rapport	19
2	État de l'art	21
2.1	Introduction	21
2.2	Systèmes pour l'emplacement d'une seule caméra	23
2.3	Systèmes qui utilisent une méthodologie d'essai et d'erreur	24
2.3.1	Sakane et al. 1987-1992	24
2.3.2	Yi et al. 1989-1995	25
2.3.3	Résumé des méthodes d'essai et d'erreur	25
2.4	Systèmes qui utilisent une méthodologie analytique	27
2.4.1	Cowan et al. 1988-1993	27
2.4.2	Tarabanis et al. 1991-1995	27
2.4.3	Résumé des travaux utilisant une méthodologie analytique	28
2.5	Autres travaux	29
2.6	Systèmes pour l'emplacement de plusieurs caméras	29
2.6.1	Le besoin des multiples stations de saisie	30
2.6.2	Le processus de la mesure tridimensionnelle	31
2.6.3	Fraser 1980-1996	34
2.6.4	Autres travaux	35
2.7	Stratégies pour la conception de réseaux	35
2.7.1	Conception analytique du réseau de caméras	36
2.7.2	Résumé des travaux utilisant une conception analytique	39
2.7.3	Conception par simulation	39

2.7.4	Mason et al. 1992-1997	40
2.8	Conclusion sur l'état de l'art	41
3	La conception du réseau de caméras	43
3.1	Principes mathématiques	43
3.2	Modélisation géométrique d'une caméra	44
3.2.1	La matrice de projection perspective	44
3.2.2	Les paramètres intrinsèques	46
3.2.3	Les paramètres extrinsèques	47
3.2.4	Le processus de formation de l'image	49
3.2.5	Autres modèles	49
3.3	Un système multi-caméra	50
3.3.1	Configuration des multiples stations de saisie	51
3.3.2	Le problème d'une géométrie d'image favorable	53
3.4	Ajustement des faisceaux perspectifs	53
3.4.1	Prise en compte de différentes précisions	54
3.4.2	Propagation d'erreur limitée	56
3.5	Estimation de l'erreur tridimensionnelle	56
3.5.1	Estimation de l'incertitude par la méthode analytique	57
3.6	Estimation de l'erreur dans les images	59
3.6.1	Détermination d'un modèle d'erreur de points image	62
3.7	Les critères	64
3.8	Positionnement des caméras au moyen d'une représentation sphérique	67
3.8.1	Quelques propriétés de la représentation sphérique	68
3.9	Estimation des paramètres optiques	71
3.10	Quelques considérations dans la conception d'un réseau de ca- méras	71
3.10.1	Sélection d'un schéma d'observation	72
3.11	Résumé	77
4	Algorithmes génétiques pour la conception des réseaux de caméras	79
4.1	Algorithmes d'évolution	79
4.1.1	Différents courants d'algorithmes d'évolution	80
4.1.2	Le système adaptatif	81
4.2	Le problème de la conception d'un réseau des caméras	82
4.3	Adéquation de l'algorithme génétique au problème posé	84
4.4	Complexité dans l'espace de recherche	86
4.4.1	Espace de recherche pour des objets convexes	87
4.4.2	Le problème de visibilité et des occultations	89

4.5	Choix des meilleurs bits	90
4.6	L'algorithme d'optimisation multi-cellulaire	93
4.7	Pourquoi les AGs sont-ils utiles dans la conception des réseaux?	97
5	EPOCA: un système pour la conception des réseaux de caméras	99
5.1	L'intégration du système	99
5.1.1	L'architecture du système	100
5.1.2	Modélisation d'un objet et visualisation de résultats	101
5.2	Les contraintes du problème	102
5.2.1	Contraintes primaires	102
5.2.2	Contraintes secondaires	104
5.3	L'algorithme génétique	104
5.3.1	Le processus d'initialisation	104
5.3.2	Le critère d'évaluation	105
5.3.3	Les opérations génétiques	106
5.4	Résultats d'expérimentations	107
5.4.1	Expérimentations sur un plan: analyse d'un essai	107
5.4.2	Expérimentations sur un plan: configurations	109
5.4.3	Résultats sur des objets complexes	122
5.5	Conclusion	123
6	Discussion et Perspectives	125
6.1	Apports à la recherche	125
6.2	Perspectives	126
A	Comparaison avec un tirage aléatoire	129
	Bibliographie	137

Chapitre 1

Introduction

1.1 Une disposition favorable des caméras

La vision par ordinateur et la photogrammétrie sont des disciplines qui se sont améliorées grâce aux avancées technologiques de ce siècle. La croissance continue des performances des ordinateurs, avec les nouveaux paradigmes issus de l'intelligence artificielle, ainsi que les bases mathématiques géométriques, physiques et une connaissance dans son application pratique, font de ces disciplines une science et un art pluridisciplinaires. La photogrammétrie a pour but la mesure de dimensions d'objets à partir d'images. La photogrammétrie à courte distance ou photogrammétrie rapprochée¹ est une branche de la photogrammétrie dont l'objet se situe à une distance comprise entre 1m et 100m. Les premières bases théoriques et pratiques de cette discipline remontent au milieu du XIXe siècle. Celle-ci permet de reconstituer des objets et de déterminer certaines de leurs caractéristiques sans les toucher.

La photogrammétrie à courte distance est une technique de mesure ayant un grand nombre d'applications industrielles. Elle permet un enregistrement et un traitement rapides de l'information grâce à la puissance des ordinateurs, et ceci à partir d'un système à faible coût. Il est également important d'observer que l'on obtient des mesures tridimensionnelles de précision en utilisant un tel système. Cette précision est liée à la configuration des caméras lors de leur prise de vue; nous verrons en effet que, la disposition spatiale des caméras détermine l'exactitude et la précision du système. On appellera réseau de caméras une telle configuration et le sujet de cette étude sera l'optimisation d'un tel réseau.

L'utilisation des configurations convergentes est préférée au cas normal (disposition parallèle) car la direction de prise de vue du réseau par rapport

1. en anglais "close-range photogrammetry".

à l'objet permet une meilleure précision dans la détection des points-objets. La flexibilité dans des systèmes robotiques permettant d'altérer la disposition des caméras en position et en orientation est un point important pour l'automatisation de ce processus. La détermination d'une telle configuration pose cependant un problème de conception très important. La disposition et l'emplacement des caméras est difficile à obtenir en raison du grand nombre de combinaisons possibles, ces dernières ayant toutes une exactitude et une précision très similaire. Ainsi, toutes ces configurations peuvent être très différentes par rapport à la distribution spatiale que les caméras font autour de l'objet. De plus, des contraintes limitant la disposition spatiale doivent être aussi pris en compte. De cette manière, en vue d'optimiser le processus de mesure, une attention spéciale doit être apportée à la phase de conception du réseau. Ainsi, une étude sur la précision et la fiabilité du système proposé au moyen d'une simulation est importante afin de connaître la disposition d'un certain nombre de caméras autour d'un objet. A partir de là, plusieurs perspectives de recherche peuvent être posées.

La conception d'un réseau de caméras est une tâche complexe. En effet, plusieurs points peuvent intervenir pour avoir une disposition spatiale de caméras la plus favorable possible. Par exemple :

1. le type et le nombre des caméras utilisées,
2. le dispositif de mesure sur les images (algorithmes de détection),
3. la prise de vue (position et orientation) de chaque caméra,
4. le facteur d'échelle du système photogrammétrique,
5. le nombre de cibles visibles dans chaque caméra, *etc.*

Toutes ces considérations et les contraintes qui émergent de ces points sont fortement corrélées. Le but que nous nous fixons est d'automatiser le processus d'emplacement des caméras de façon à obtenir une configuration donnant un résultat optimal. La complexité du processus reste cependant délicate à cause de nombreuses contraintes qui interviennent. C'est pour cela que la transformation d'informations utilisant un processus de décisions intelligentes doit être prise en considération. Cette thèse décrit donc le travail de l'automatisation du processus d'emplacement des caméras, de manière à obtenir des mesures les plus précises possibles. Une des ambitions de ce travail est d'atteindre une compréhension dans l'interaction des différentes parties qu'intègre le système dans le cas d'objets complexes. Pour cela, un processus capable d'optimiser un grand nombre de variables liées les unes aux autres de différentes manières sera mis en place. Une des caractéristiques souhaitables

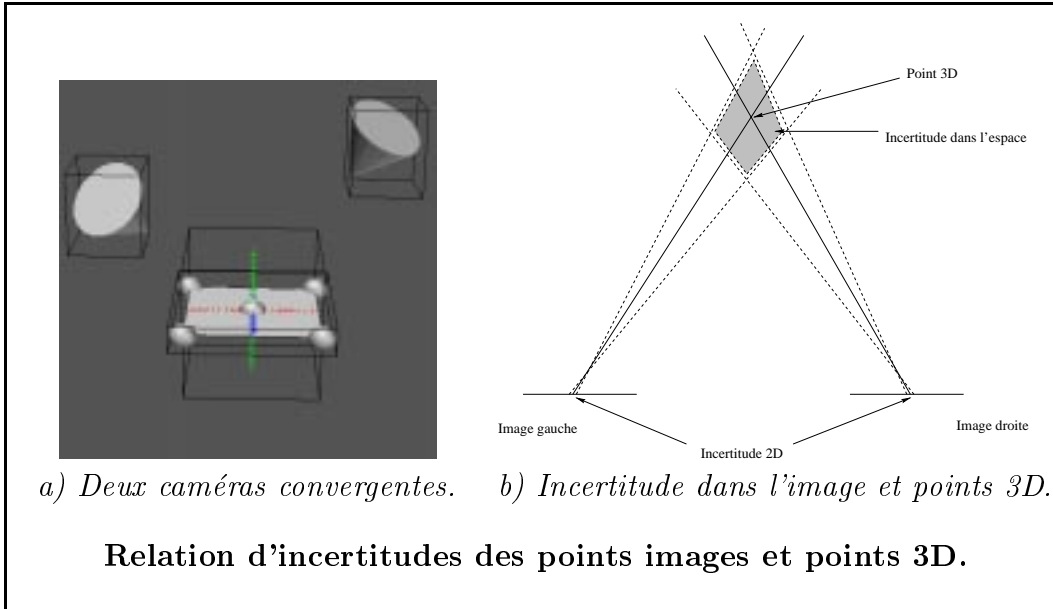


FIG. 1.1 – Deux caméras convergentes. Les cônes illustrent l'attitude des caméras et les ellipsoïdes représentent l'incertitude des cibles observées.

est la capacité d'adaptation à un grand nombre de changements dans l'environnement, dans lequel, la performance totale du système reste la même.

1.2 Le problème de la conception du réseau de caméras

La figure 1.1.a, montre deux caméras observant cinq points placés sur un même plan. Le but est de calculer la position et l'orientation des caméras afin de minimiser l'incertitude des points reconstruits. La figure 1.1.b, montre une représentation bidimensionnelle du problème. L'incertitude présente dans les images (données d'entrée) est propagée dans les points tridimensionnels. De plus, la distance entre les deux images détermine la taille et la forme de la zone d'incertitude. Ainsi, dans le cas d'une disposition orthogonale de deux caméras, une solution optimale est obtenue. L'idée est alors d'optimiser l'emplacement des caméras afin de minimiser l'erreur 3D. L'exemple cité ci-dessus, est donné afin d'illustrer la tâche à développer. Néanmoins, la tâche pour des objets complexes ayant de multiples plans disposés de façon convexe et non convexe, ainsi que pour des cas où plusieurs objets sont cachés les uns par rapport aux autres est plus complexe. La figure 1.2, illustre cette situation dans le cas où plusieurs caméras doivent observer un objet tridimensionnel.

Dans ces circonstances, chaque caméra ne peut pas observer toutes les parties de l'objet en même temps. Un problème combinatoire doit être abordé si on veut optimiser l'emplacement d'un certain nombre de caméras.

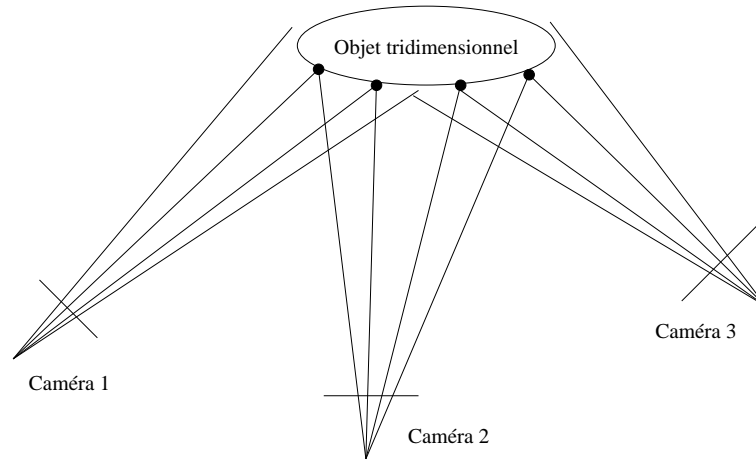


FIG. 1.2 – *Dans le cas d'un objet complexe avec plusieurs caméras observant la scène, comment pouvons nous disposer l'ensemble des caméras afin de réduire l'incertitude des mesures tridimensionnelles?*

De cette façon, la complexité du problème semble presque inabordable au fur et à mesure que l'on ajoute des caméras afin de mesurer tous les plans qui appartiennent à l'objet. La résolution de cette tâche ne peut se faire de façon directe car un certain nombre de contraintes, présentes au moment de la conception limitent l'espace de solutions. Parmi ces contraintes, nous pouvons citer :

- la résolution des caméras,
- la zone de mise au point et
- le champ de vision,

Ce sont des caractéristiques propres à chaque caméra; elles limitent la distance maximale et minimale de la caméra à l'objet. En même temps, il y a d'autres contraintes limitant l'environnement où l'on désire placer les caméras telles que :

- l'espace de travail,
- la visibilité et
- l'illumination.

Finalement une dernière contrainte est l'angle d'observation, propre aux cibles qui représentent les points tridimensionnels que l'on veut reconstruire. Toutes ces contraintes sont impliquées dans la sélection géométrique d'une distribution finale favorable de caméras, afin d'obtenir une erreur minimale. La complexité augmente donc de façon importante en fonction du nombre de contraintes, du nombre de caméras et de la forme de l'objet. Ainsi, si on veut automatiser le processus de conception, une modélisation de ces différents aspects devrait être accomplie afin que l'emplacement des caméras puisse être optimisé et suivi par un processus de simulation par ordinateur.

1.3 Questions relatives à la recherche

A partir du problème exposé ci-dessus et de différentes réflexions sur la complexité de la tâche, une question principale a été posée :

Où doit-on placer les caméras afin d'obtenir un erreur minimale dans les mesures tridimensionnelles?

Cependant, plusieurs autres questions en découlent :

1. Comment pourrions nous développer un bon critère pouvant juger notre configuration?
2. Quels sont les conditions nécessaires pour que notre système fonctionne?
3. Quels sont les aspects reliés entre eux qui s'impliquent dans le développement du système?
4. Quelle bonne méthode d'optimisation pourrait-on utiliser pour le placement des caméras?

TAB. 1.1 – *Quelques questions initiales.*

La détermination d'une disposition spatiale favorable de caméras observant un objet donné, est le point le plus important à résoudre. Ainsi à partir de ces questions clés nous allons aborder le problème de la conception des réseaux de caméras.

1.4 Objet de recherche

Le but de notre travail de recherche est de répondre aux questions posées ci-dessus au sujet de la conception d'un réseau de caméras. L'idée consiste à développer un système capable de placer un certain nombre de caméras afin de mesurer les différentes surfaces d'un objet quelconque, voir figure 1.3.

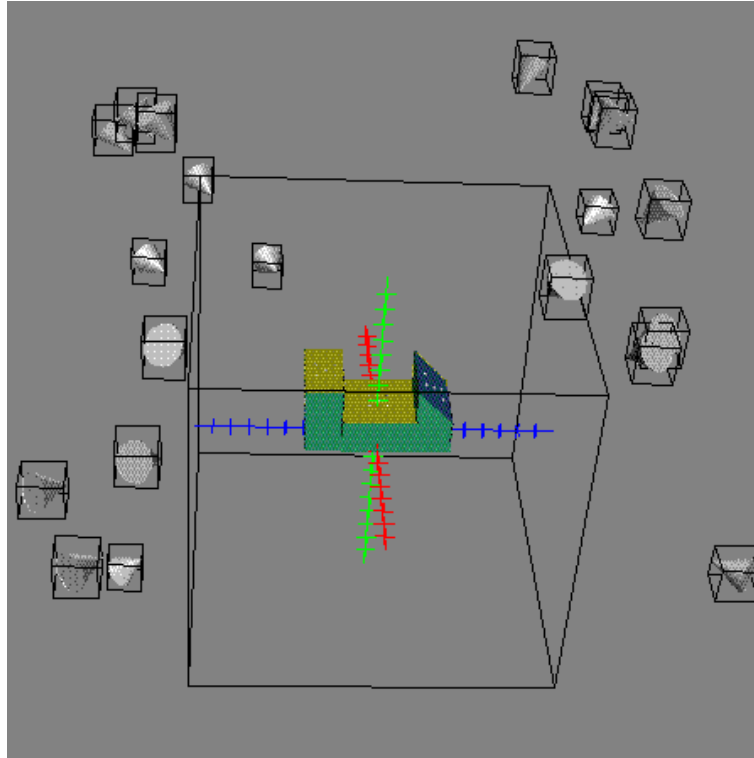


FIG. 1.3 – *Le but de notre travail est de disposer de façon favorable un certain nombre de caméras afin de mesurer un objet complexe.*

Le problème du placement des caméras est essentiellement de nature géométrique. Les deux facteurs principaux dans la conception d'un réseau sont la distribution des caméras autour de l'objet et l'inclinaison de chaque caméra par rapport à chacune des surfaces observées. Notre système doit alors optimiser la distribution de chaque caméra par rapport aux autres afin d'améliorer la convergence du réseau prenant en compte l'inclinaison de chaque caméra. Dans ce sens, l'automatisation d'un tel processus d'emplacement des caméras peut être mis en place comme un problème d'optimisation. L'approche est basée sur la mise en œuvre d'un processus d'optimisation combinatoire capable de gérer la complexité du problème. Une mise en œuvre

optimale devra atteindre la meilleure précision et la meilleure fiabilité possible à un coût réduit.

A partir de ces considérations, notre système de placement des caméras devrait trouver une solution au problème. L'hypothèse principale de notre étude est liée à la manière dont on place chaque caméra. Ce placement est effectué en considérant une sphère dans laquelle l'objet est centré. Les caméras sont déplacées autour de l'objet à mesurer suivant une discrétisation de l'espace sphérique et restent à une distance fixe. De cette manière, on suppose que chaque caméra est comprise entre les distances maximales et minimales pour lesquelles les différentes contraintes liées à la caméra telles que la résolution, le champ de vision et la mise au point sont satisfaites.

D'autre part, notre système doit prendre en compte les zones interdites de l'espace dans lesquelles aucune partie de l'objet n'est visible. De plus, pour des objets complexes, une caméra placée dans l'espace de solution valable ne peut pas observer toutes les différentes surfaces de l'objet en même temps. Ainsi, un problème combinatoire devrait être abordé par notre système. Le calcul doit être effectué dans une limite de temps raisonnable.

De cette manière, une solution au problème du placement des caméras devrait être proposée pour laquelle toutes les contraintes liées à la distribution des caméras seront satisfaites et une valeur minimale d'erreur sera obtenue.

1.5 Principe de la méthode proposée

L'idée générale du système est posée à partir de la définition du problème et de différentes considérations citées ci-dessus à propos de la conception d'un réseau de caméras. Ceci dans le but d'estimer une disposition favorable des caméras pour le cas d'objets complexes. Dans ce contexte, nous avons divisé le problème en deux parties principales :

- Une partie analytique d'où découlera un critère d'optimisation.
- Un processus d'optimisation combinatoire capable de produire une solution.

Notre méthode se base sur le processus d'optimisation des algorithmes génétiques appliqués aux fonctions non linéaires et discontinues. Ces algorithmes ont montré leur efficacité lors de leur application à des processus combinatoires de la même nature que notre problème [BATM95], dans lequel la planification des trajectoires d'un robot sont calculées en considérant différents obstacles.

De cette manière, notre première démarche consistera en la définition d'un critère d'optimisation issue d'une modélisation géométrique qui nous permettra de juger notre configuration C . Cela passe par une estimation de l'erreur tridimensionnelle ΔP , ainsi que de l'erreur dans les images Δp qui lui est lié. Ces deux sources d'erreurs seront en relation directe avec une configuration donnée en coordonnées sphériques sous la forme $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \dots, \alpha_n, \beta_n)$ où ce réseau sera interprété comme : tourner la caméra 1 de α_1 en altitude puis tourner de β_1 en longitude, par rapport à un repère fixe dans le centre de l'objet. Ainsi, une estimation analytique des différentes considérations liées à une distribution de caméras sera obtenue. De cette façon, des règles bien précises issues de ce modèle nous permettront de faire la différence entre une bonne et une mauvaise configuration.

La deuxième partie est basée sur les algorithmes génétiques appliqués au problème de la conception d'un réseau de caméras. La détermination d'un réseau de caméras est un processus complexe dont l'interaction des différents composants n'est pas décrite de façon claire à travers une relation mathématique directe. L'espace de recherche est inconnu, discontinu et avec de multiples dimensions. D'autre part, un grand nombre de solutions peuvent être obtenues dans le cas d'un même objet. Les algorithmes de calcul évolutif sont des méthodes bien adaptées dans la recherche de solutions sous-optimales. Ce groupe de solutions appelées ici "*solutions alternatives*" font preuve d'une qualité très similaire [Mas95a]. Ainsi, on dit qu'elles sont de la même nature. Cependant, elles sont différentes en topologie. Le système doit alors trouver les différentes configurations pour un objet quelconque.

Afin d'illustrer et de montrer l'efficacité de notre méthode nous avons développé un prototype que nous avons appelé EPOCA (Evolution des POsitions des CAMéras), afin de tester notre approche du placement des caméras.

1.6 Contributions

Notre contribution à la recherche consiste à avoir développé une nouvelle méthode pour l'emplacement d'un réseau de caméras afin d'obtenir l'erreur la plus petite lors des mesures tridimensionnelles dans les cas d'objets complexes. La méthode est rapide et elle nous a permis également de connaître la géométrie qu'un réseau de caméras peut avoir dans le cas où un objet complexe est observé en entier pour le système. De cette manière, des configurations empiriques utilisées par les experts photogrammètres ont été redécouvertes et ainsi justifiées par notre système. De plus, de nouvelles configurations ont été proposées pour le cas d'un objet quelconque.

Cette méthode est basée sur une analyse d'incertitude afin d'obtenir une

estimation sur l'erreur des mesures tridimensionnelles. Ainsi, un algorithme génétique sous contraintes a été développé afin d'explorer l'espace de recherche en prenant en compte les zones interdites dans l'emplacement des caméras, et ceci principalement à cause des différentes contraintes impliquées dans le problème. De cette façon, le système reçoit comme entrée une description de l'objet en termes de surfaces qui est intégrée par des normales utiles dans l'orientation ainsi que par un ensemble de points appartenant à chaque surface. A partir de ceci, un algorithme génétique optimise la disposition d'un ensemble de M caméras se déplaçant autour de l'objet à travers une représentation sphérique. Pendant la simulation, des calculs sur la qualité du réseau ainsi que sur les contraintes d'emplacement sont accomplis afin d'estimer une disposition favorable des caméras. En résumé, le système développé nous permet d'étudier le problème d'une distribution favorable de caméras qui est le plus fondamental dans la conception d'un réseau de caméras.

1.7 Organisation du rapport

Le reste de ce mémoire est organisé comme suit : nous présentons d'abord un résumé des travaux antérieurs liés à la planification automatique de l'emplacement d'une seule caméra appliquée aux tâches d'inspection et de reconnaissance. D'autre part, nous étudions les travaux où plusieurs caméras sont disposées autour d'un objet pour des tâches de contrôle et de mesure. Ceci, afin de situer notre travail par rapport aux travaux précédents.

Dans le chapitre 3, nous présentons une modélisation de la perception et de la reconstruction tridimensionnelle issue d'une caméra. Ensuite, nous présentons une modélisation analytique de l'erreur de reconstruction, ainsi qu'une estimation de l'erreur dans les images qui leur sont liées. De cette façon, une estimation de l'erreur tridimensionnelle d'un réseau de caméras sera représentée à travers une matrice de covariance ΛP . A partir de cette matrice un critère d'optimisation sera établi. D'autre part, on parlera de la façon dont on peut placer une caméra autour d'un objet à partir d'une représentation sphérique. Finalement, des exemples sur des configurations standard sont étudiés afin de montrer l'importance du choix d'une géométrie d'image favorable.

Dans le chapitre 4 nous présentons notre algorithme d'emplacement de caméras, les différentes caractéristiques qui sont souhaitables lors de la représentation et codification algorithmique d'un réseau de caméras. De même, nous étudierons la façon dont l'espace de recherche est divisé dans le cas des objets convexes, concaves et complexes.

Finalement, le chapitre 5 se consacre à la description de notre système

appliqué à la conception du réseau de caméras. Des résultats d'expérimentations sont étudiés afin de montrer l'efficacité et la rapidité de la solution.

Le chapitre 6 est présenté sous forme de discussion, résumant les principales contributions du travail de recherche et donnant quelques perspectives ouvertes pour des travaux futurs.

Chapitre 2

État de l'art

2.1 Introduction

La conception de réseaux de caméras est un terme nouveau qui a été élaboré dans le domaine de la photogrammétrie. Nous pourrions définir la conception d'un réseau de caméras comme la disposition d'un ensemble de caméras permettant d'obtenir les mesures tridimensionnelles d'objets les plus précises possibles. Pour cela, une attention particulière dans la phase d'élaboration de l'emplacement des caméras doit être prise en compte. D'autre part, cette discipline s'applique à d'autres domaines de recherche telles que l'inspection automatique visuelle [NJ95] utilisée dans de processus de manufacture; ou encore la planification de capteurs dans les domaines de la vision par ordinateur et de la robotique [TAT95]. La planification de capteurs dans le domaine de la vision (*p. ex.* caméras) est dédiée au développement de stratégies pour la détermination automatique de différents paramètres des capteurs afin d'effectuer diverses tâches dans un environnement qui change. Cependant, le problème concernant l'automatisation de la planification de capteurs dans le but d'obtenir de mesures tridimensionnelles a été peu étudié dans la littérature. En général, la planification de capteurs est appliquée au développement de tâches telles que la reconnaissance d'objets, l'inspection visuelle, ou la reconstruction, visant à planifier une meilleure pose de la caméra à travers une estimation de différentes paramètres optiques ainsi que de la pose d'illumination. Le but de la planification est donc d'automatiser l'emplacement de la caméra et des sources de lumière, en se basant sur la connaissance a priori d'objets, représentés par des modèles CAO. Ainsi, les modèles de caméras et d'illuminations peuvent être associés afin de trouver des caractéristiques physiques et géométriques approximatives lors de la planification. De cette manière, le système doit réaliser la tâche demandée à

partir de sa propre configuration.

La plupart des systèmes que nous allons évoquer, sont basés sur la planification de l'emplacement d'une seule caméra. Comme nous le verrons ce sont des problèmes qui peuvent être posés en termes d'optimisation. Les systèmes diffèrent suivant la méthodologie développée :

- Un ou plusieurs critères sont établis.
- Plusieurs contraintes limitant l'espace de recherche se présentent.
- En général, la complexité du problème est un facteur à considérer.
- La dynamique des problèmes détermine un besoin d'adaptation pour la partie du système qui doit suivre les changements imposés.

Les aspects cités ci-dessus ont posé aux chercheurs la question du besoin d'utilisation de plusieurs capteurs afin de s'affranchir des problèmes et des contraintes existant dans le système. Ceci, dans le but d'améliorer l'exécution ainsi que la qualité des mesures.

Dans ce chapitre nous ferons un tour d'horizon de la planification des capteurs en vision par ordinateur. Nous diviserons l'exposé en deux grandes parties:

1. Systèmes pour l'emplacement d'une seule caméra.
2. Systèmes pour l'emplacement de plusieurs caméras.

La première partie sera divisée d'une part en méthodes utilisant une stratégie d'essai et d'erreur; et d'autre part, par des méthodes utilisant une stratégie analytique. Pour la partie d'emplacement de plusieurs caméras les travaux sont divisés aussi en deux parties :

1. La première s'intéresse à reconnaître des objets et ses caractéristiques à partir de plusieurs vues.
2. La deuxième est caractérisée par une étude sur la disposition de caméras en vue d'obtenir des emplacements aboutissant à des mesures 3D les plus précises possibles.

Pour le deuxième point, deux façons d'aborder le problème sont exposés dans la littérature: 1) Une façon analytique qui souffre de son incapacité à résoudre les problèmes pour des objets complexes. 2) Une façon plus heuristique qui, en utilisant un système expert, essaye de surmonter la complexité du problème.

2.2 Systèmes pour l'emplacement d'une seule caméra

Le problème du placement d'une caméra pour des tâches d'inspection et de reconnaissance a été posé récemment par la communauté de la vision par ordinateur, et a reçu un grand intérêt, d'où la réalisation de plusieurs systèmes. Ceux-ci peuvent être classés de la façon suivante :

1. Systèmes utilisant une méthodologie d'essai et d'erreur, dans lesquels les configurations sont générées et ensuite évaluées par rapport aux contraintes de la tâche. Il s'agit d'une méthodologie énumérative, qui utilise une discrétisation pour limiter l'espace de recherche de configurations de capteurs. La discrétisation de l'espace de recherche dans ces systèmes est effectuée grâce à l'utilisation d'une sphère ayant un pavement en mosaïque. Cette mosaïque limite les emplacements possibles dans la sphère dont la recherche sur le domaine discret est guidé par une série d'heuristiques reliés à la tâche.
2. Systèmes de planification de capteurs qui utilisent une méthodologie de synthèse. Dans cette méthode les tâches requises sont caractérisées analytiquement, les différentes valeurs des paramètres des capteurs sont alors calculées à partir de relations analytiques.

Ainsi, nous exposerons les principaux travaux à partir des grandes parties citées ci-dessus. Le résumé de chaque travail évoquera principalement le but du travail, la description du problème, la méthode choisie, la représentation de l'emplacement des capteurs, les différentes caractéristiques du processus d'emplacement, ainsi que les principaux avantages et inconvénients du système. En général, les problèmes sont basés sur des modèles ayant des processus guidés par des tâches. Les paramètres des capteurs, géométriques et optiques, déterminent les variables du système. Les paramètres géométriques telles que la position et l'orientation sont indépendants des caractéristiques optiques. Les paramètres optiques dépendent du réglage des lentilles et objectifs de la caméra tels que; la distance focale, l'ouverture, le champ de vision et la résolution. Plusieurs travaux ont été effectués dans le but d'étudier les relations entre ces grandeurs (voir [Kro87],[KK88], [Pen85], [LT87], [LT88]). D'autres travaux utilisent une modélisation d'objets à travers des systèmes CAO contenant l'information géométrique et topologique. Cette modélisation est appliquée dans la détection de différentes caractéristiques à travers d'une analyse de visibilité. D'autre part, quelques travaux ont été intéressés dans l'information photométrique utile dans de problèmes d'illumination [SNSS92].

2.3 Systèmes qui utilisent une méthodologie d'essai et d'erreur

Les premiers systèmes développés peuvent être classés comme des méthodes énumératives d'essai et d'erreur qui utilisent une discrétisation afin de limiter l'espace de recherche, et dont leur but était de viser des objets avec une caméra afin d'accomplir des tâches de reconnaissance et de contrôle. Parmi les principaux travaux qu'on trouve dans la littérature on peut citer les suivants :

2.3.1 Sakane et al. 1987-1992

Ses contributions peuvent être résumées par deux travaux dédiés à l'inspection visuelle en utilisant une analyse de visibilité :

Le système HEAVEN ([SIK87], [SS91]) est l'un des premiers systèmes ayant été développé et dont le but était de sélectionner le meilleur point de vue d'une caméra pour lequel une série de critères sont satisfaits tels que : le nombre de contours visibles et cachés ainsi que le nombre de surfaces visibles. Toute cette information est gardée dans une cellule appartenant à une sphère centrée sur l'objet-cible. Ainsi, la planification de la position d'une caméra montée sur le bras terminal d'un robot est achevée à travers des positions ayant remportée le plus grand nombre de caractéristiques visibles. De plus, une analyse d'illumination est incorporée au système pour laquelle différentes sources de lumière sont adaptées dans sa position afin d'éviter les problèmes d'ombres de l'objet.

Le système VIO (système de Vision et Illumination d'un Objet, [SNSS92]) à différence du travail antérieur : il effectue la planification d'une caméra et d'une source de lumière en même temps. De plus, les caractéristiques de l'objet ne restent fixes. Une série de critères sont préselectionnés de façon improvisée, basées sur la visibilité et l'illumination de différentes caractéristiques. De nouveau les capteurs sont placés sur une sphère centrée dans l'objet. Tout d'abord une représentation de l'image est calculée à partir de plusieurs caractéristiques tels que la visibilité et le contraste dans les contours, afin d'évaluer l'efficacité de chaque solution. Certains seuils numériques sont spécifiées afin de distinguer les bonnes valeurs qui satisfont le seuil et les configurations qui seraient éliminées par des considérations a posteriori. Un processus d'adaptation intelligente est proposé en raison du déplacement des objets. Ceci est nécessaire afin de stabiliser la solution. Néanmoins, grâce à une stratégie prenant toutes les combinaisons possibles à plusieurs niveaux de l'algorithme, VIO peut être confronté à des problèmes combinatoires. Tous les seuils que

le système emploie pour réduire ce problème ne peuvent pas travailler dans tous les cas car ils sont préselectionnés d'avance.

2.3.2 Yi et al. 1989-1995

Le système ICE (système d'illumination et contrôle expert, [YHS95]) a été conçu afin de placer de façon automatique un capteur et une source de lumière. De même que les systèmes HEAVEN et VIO, ICE suit une méthode d'essai et d'erreur. Les positions de la caméra et de la lumière sont générés et ensuite évalués à partir d'un critère. La contrainte considérée est la visibilité des contours. La position optimale de la caméra est celle où les caractéristiques de contours apparaissent sans occultation. Ce critère est évalué à partir d'une représentation en forme de graphe, celui-ci désignant l'ensemble des contours d'intérêt étant partiellement ou complètement visibles. Le problème de la planification de l'illumination est posé dans un cadre d'optimisation avec le contraste de contours comme critère d'optimisation. Celui-ci est évalué à travers une simulation de l'emplacement de la source de lumière sur une surface sphérique dont le centre de l'objet est l'origine du système coordonné. Cette surface sphérique est alors approchée par un nombre discret de points, ainsi la distance entre deux points voisins est à-peu-près la même. ICE a l'avantage de fournir un système de planification d'illumination pour des objets quelconques. Néanmoins le problème du placement du capteur est étudié de façon indépendante au placement de la source de lumière. Une position optimale de la caméra est trouvée sans considérer la position de la source de lumière. Le problème de planification de la source de lumière est alors posé en fonction de la position de la caméra suivant le modèle de réflexion de Torrance-Sparrow. De cette manière une solution pour le problème combiné peut être sous optimale parce que la position de la caméra est générée de façon improvisée. De plus, le problème peut être plus difficile avec des objets plus complexes car plusieurs capteurs seront nécessaires pour accomplir la tâche de vision.

2.3.3 Résumé des méthodes d'essai et d'erreur

La méthode d'essai et d'erreur peut être attirante en tant que solution initiale au problème de planification de capteurs et grâce à des techniques bien connues pour discrétiser l'espace de recherche. Il existe plusieurs avantages:

1. Cette méthode utilise une façon directe pour résoudre *le problème d'occultation* en utilisant une recherche sur un dôme. Celui-ci est simple à mettre en œuvre de façon algorithmique.

2. *La mosaïque* appliquée à la sphère est une procédure hiérarchique qui peut rendre la recherche plus efficace, car la recherche sur la sphère est la partie la plus importante.
3. *L'intersection de régions sur la sphère* obtenue à partir des différentes contraintes géométriques permet de déterminer de façon directe la position valable de la caméra.
4. *Les contraintes d'illumination* peuvent être modélisées en utilisant la même représentation que pour des contraintes telle que la visibilité.

Néanmoins, il y a un nombre de problèmes potentiels dans la méthode d'essai et d'erreur:

1. *La complexité algorithmique* de la mosaïque dans des espaces multidimensionnels est importante dans le processus de recherche des paramètres.
2. *La méthode hiérarchique* utilise une division de la sphère pour effectuer une recherche exhaustive; il faut que toutes les combinaisons de facettes existantes pour des objets quelconques prenant en compte des occlusions soient visibles.
3. Ces méthodes marchent bien pour la détection de caractéristiques comme les points, ainsi que pour le cas où il y a une *extension à des lignes et à des plans*. Cependant, pour des objets complexes la méthode pourrait être lourde du point de vue algorithmique.
4. *La taille de la résolution* dans la mosaïque à l'aide d'un icosaèdre comme base de discrétisation de la sphère implique que l'on suppose constant ou que l'on ignore un certain nombre de points de vue dans la détection des paramètres si le nombre de subdivisions n'est pas suffisant. D'autre part, la résolution est supposée généralement constante. Ceci, peut être un inconvénient dans l'observation des caractéristiques multiples par des distances par rapport à l'objet variables. De plus, les paramètres d'orientation de la caméra ne sont pas résolus dans la méthode, les caméras sont considérées comme étant tournées vers le point-cible de l'objet.

2.4 Systèmes qui utilisent une méthodologie analytique

Une des alternatives à la méthodologie discrète d'essai et d'erreur, est de modéliser les contraintes comme des fonctions analytiques. Les résultats sont immédiats dans la caractérisation des paramètres. Les valeurs de position et d'orientation sont en effet connues et optimisées par rapport aux variables du système inconnues tels que le champ de vision, la résolution, la distance focale, que l'on appelle ici contraintes géométriques.

2.4.1 Cowan et al. 1988-1993

Cowan (voir [CK88], [Cow88], [CB89], [CMD92]) a été l'un des pionniers en ce qui concerne le placement automatique des capteurs et des sources de lumière pour l'inspection visuelle. Le but de sa recherche est de développer des techniques visant à positionner une caméra de façon automatique et en satisfaisant plusieurs contraintes géométriques. En d'autres termes, la position de la caméra et des sources de lumière doit satisfaire plusieurs contraintes pour que des objets polyédriques soient visibles, en focus, dans le champ de vision du capteur, à une résolution donnée, ainsi qu'une analyse de la planification des sources de lumière. La méthode générale consiste à formuler tous les problèmes comme une liste de contraintes modélisées par des fonctions analytiques. Chaque tâche requise génère une contrainte géométrique équivalente donnant une position admissible dans l'espace tridimensionnel. Les domaines des solutions admissibles obtenus pour chaque tâche requise se croisent entre eux afin de déterminer la position satisfaisant toutes les contraintes de façon simultanée. Les principales inconvénients des techniques proposées est l'itération. Le problème de visibilité est étudié pour des objets convexes. Les objets concaves ou avec des trous doivent être décomposés en plusieurs formes convexes pour que la méthode soit applicable.

2.4.2 Tarabanis et al. 1991-1995

Le système MVP, (Planificateur de Vision par Ordinateur, [TT91], [TTA91], [TTG94], [TTA94], [TTA95]), utilise une approche similaire à celle de Cowan, où les contraintes sont en effet modélisées comme des fonctions analytiques. MVP prend comme entrée l'information géométrique de l'objet à partir d'une base de données CAO, de même que les modèles de la caméra et des lentilles. En guise de sortie, MVP détermine la pose de la caméra et le réglage des paramètres pour avoir les structures d'intérêt d'objets polyédriques visibles;

c'est-à-dire, que le système trouvera une position du capteur libre d'occlusion. L'objet est donc entièrement contenu dans le champ de vision, l'image est au point, et avec une résolution du capteur pour une spécification donnée. Toutes ces contraintes déterminent un espace de dimension huit (cinq pour les paramètres de position et orientation, et trois pour les paramètres optiques). Des hyper-surfaces sont donc calculées et combinées afin de définir un point de vue satisfaisant les contraintes. Le problème est donc posé en termes d'optimisation.

Le critère est défini comme étant la distance entre un point de vue général et la région des hyper-surfaces dont les contraintes sont satisfaites. L'application à des objets convexes et concaves avec ou sans trous fait partie d'un des avantages du système, la méthode utilisée semble donc être assez générale. Néanmoins, une extension à des multiples caméras n'est pas envisagée par la méthode. La convergence de la méthode n'est pas étudiée, et le choix des poids appropriés dans la fonction est définie de façon improvisée. De plus, la configuration initiale est donnée par l'intuition.

2.4.3 Résumé des travaux utilisant une méthodologie analytique

L'apport le plus important à cette méthodologie est celui de Cowan. Il s'agit d'une compréhension analytique de la relation entre les différents paramètres devant être planifiés, ainsi que leur but à atteindre. Pour résoudre la tâche de vision, les contraintes sont modélisées au niveau de fonctions analytiques, donnant une mesure quantitative sur le niveau d'acceptation d'un tel paramètre. De cette manière, les techniques d'optimisation peuvent être utilisées dans le cadre où plusieurs contraintes de la tâche sont combinées. Néanmoins, l'augmentation de la dimension de l'espace présente un problème au niveau de la recherche d'un point optimal global. Cette complexité de l'espace de recherche peut être réduit en arrondissant l'espace total des solutions. D'autre part, la précision des techniques peut être directement calculée à partir des relations analytiques et facilement ajustée aux spécifications de la tâche. Plusieurs points sur ces techniques restent ouvertes, par exemple:

1. Une analyse de configurations ayant des capteurs multiples dédiée à une tâche particulière, telles que la reconnaissance ou l'obtention des mesures tridimensionnelles reste à faire.
2. Pour le cas de multiples caméras observant un objet complexe, des algorithmes d'optimisation ayant une capacité de gérer l'information

étant proportionnelle à un grand nombre de contraintes et des capteurs semblent être nécessaire. Une telle formulation pose un problème de complexité devant être exploré vers un algorithme d'optimisation conçu pour des multiples fonctions objectives (algorithmes d'optimisation multi-critère).

2.5 Autres travaux

Plusieurs travaux ont été développés dans le domaine de la robotique afin de planifier la tâche du robot appliquée au placement des capteurs. Ces tâches consistent en la reconnaissance et la détermination de la position de l'objet [KK94], la planification de trajectoires dans des environnements contraints [TL95], ou du suivi d'objets ([NPK93],[NK94]). Ainsi dans l'inspection d'objets basée sur des modèles [TWR97] une grande importance est donnée aux problèmes de visibilité. Cette problématique est surmontée en utilisant des techniques telles que le lancé de rayons. D'autre part, un travail sur l'apport de la CAO en Robotique utilisant les algorithmes proposés par Cowan pour estimer le placement automatique de la position de la caméra a été développé par Ben Amar [Ama94]. Ce système tient compte de la résolution spatiale désirée, du degré de mise au point de l'objectif, de la taille du champ de vision, de même qu'une analyse du risque de collision du robot manipulateur. L'aspect contraignant de ce système reste le temps de calcul; compte-tenu de la multitude d'opérations géométriques : réunion, intersection, qu'on effectue sur les volumes de visibilité. D'autres problèmes interviennent tels que: la contrainte d'angle de vue; c'est-à-dire, que les angles maximaux et minimaux doivent éviter les positions de vue coplanaires avec la surface à observer, et la contrainte de visibilité, afin d'éviter le problème des surfaces cachées. Ces deux contraintes peuvent améliorer le système en général si elles sont prises en compte.

2.6 Systèmes pour l'emplacement de plusieurs caméras

La littérature concernant l'utilisation de plusieurs images à partir de multiples stations de saisie est en partie dévouée à résoudre des problèmes de reconnaissance d'objets ([SW92], [GI94]), ou à la planification du point de vue optimal dans le contexte de la robotique ([Abi95], [MLS94]) afin d'améliorer les systèmes développés à partir d'une seule caméra. La planification du positionnement des caméras dans le but d'avoir des mesures tridimension-

nelles les plus précises possibles a été néanmoins peu étudié. Les chercheurs des communautés de la vision par ordinateur et de la photogrammétrie ont reconnu l'importance d'une telle étude, dont la complexité de la tâche a été un des aspects limitant [OM98b]. Dans cette section nous allons exposer les principaux travaux en relation avec la démarche vers l'automatisation d'un tel processus. Tout d'abord nous allons commencer par les travaux de photogramètres chevrons qui ont mis en place les modèles mathématiques outils dans l'implantation d'un système par ordinateur. Finalement, nous étudierons le travail de Mason qui visait à automatiser le processus en utilisant un système expert [Mas94].

2.6.1 Le besoin des multiples stations de saisie

L'information visuelle d'un objet complexe demande l'utilisation de multiples stations de saisie. Tarbox et Gottschlich ont reconnu le besoin d'une planification sur la position et l'orientation des caméras pour une inspection de l'objet en entier ([TG93], [TGG93]). L'objectif initial est de reconnaître un objet 3D basé sur l'acquisition d'un modèle à partir d'images qui est comparé à un modèle de l'objet idéal. Avant d'effectuer cette comparaison un modèle complet et suffisant de l'objet doit être généré à partir de l'information des capteurs. Le travail consiste à développer des algorithmes de planification pour trouver l'ensemble des opérations afin de mesurer de façon complète la surface d'un objet. Le système IVIS (système d'inspection volumétrique intégré) a été développé dans le but de générer un plan dans la séquence d'opérations de saisie. L'idée est de formuler une hypothèse sur le plan et ensuite de la vérifier au travers d'une simulation. Si la simulation montre que le plan est inadéquat, une nouvelle hypothèse est proposée basée sur l'information qu'a causé la non-réussite, le problème majeur reste cependant la visibilité. La génération de plans est posée comme un problème de recherche dans un espace de solutions très grand, plus précisément le problème est montré comme étant NP-complet. Cet espace est discrétisé au moyen d'une sphère qui contient l'objet entier à étudier et qui est projeté complètement dans chaque caméra. La distance entre la caméra et le capteur laser est fixée à un minimum nécessaire pour obtenir une précision donnée. La tâche consiste alors à trouver le nombre minimal d'opérations dans l'espace discret, afin que l'union de tous les sous-ensembles de points de surface décrits par chaque opération détermine complètement les points de surfaces de l'objet. L'évaluation du plan proposé est fait à travers d'une fonction analytique liée au points du surface mesurés à travers d'une série de poids prenant en compte

l'angle oblique par rapport à chaque capteur. Trois algorithmes sont décrits :

- Le premier est basé sur une recherche exhaustive dans l'espace de combinaisons possibles. Le nombre de comparaisons et le choix du poids dans les fonctions ainsi que la simplicité de leur définition rendent cet algorithme inapte à trouver des solutions optimales.
- Un deuxième algorithme dont la fonction principale est redéfinie et dont le but est d'estimer l'angle oblique entre la surface et les capteurs, afin de donner une direction de recherche plus directe au processus. Néanmoins, cette fonction est trompeuse, car la complexité augmente le temps de calcul.
- Un troisième algorithme dont le but est d'effectuer une recherche globale en utilisant une exploration locale est développé. Pour cela la question est reformulée: Est-ce qu'un plan de n opérations peut déterminer complètement l'objet? Le problème consiste à déterminer le nombre d'opérations n . Si n est trop petit, il faudrait beaucoup d'itérations pour prendre une décision. Si n est trop grand le résultat peut être non-optimal. En général l'algorithme commence par un tirage aléatoire. La façon intuitive consiste à effectuer une descente de gradient basée sur la dérivée de la fonction objective. La recherche est néanmoins coincée par un minimum local, un processus heuristique est alors nécessaire. La méthode de recuit simulé est appliquée de façon itérative avec un processus appelant la méthode ayant un nombre différent d'opérations. Cette dernière méthode s'avère être la meilleure solution au problème pour des objets plus complexes. Cependant, la méthode est coûteuse en temps de calcul, car les paramètres de contrôle restent à déterminer pour que l'algorithme trouve la solution dans un temps polynomial. En résumé, la partie la plus délicate reste la définition de la fonction objective qui détermine la qualité de la solution. De plus, une mesure analytique pour déterminer la précision des mesures n'est pas définie.

2.6.2 Le processus de la mesure tridimensionnelle

Un point de vue différent est celui de photogrammètres dont la tâche principale du placement des caméras consiste à obtenir les mesures tridimensionnelles les plus précises possibles. Cependant, ce placement ne se fait pas de façon directe! Le nombre de contraintes limitant la phase de conception reste un problème, la complexité générée est donc comme dans la partie précédente le point à considérer. Plusieurs buts dans la conception sont poursuivis : la précision de la mesure tridimensionnelle, la fiabilité dans la

mesure des objets, ainsi que l'économie du système. L'expertise est nécessaire pour développer un système multi-capteur dans des travaux comme [EHP93], dans lequel l'auteur montre les étapes nécessaires pour l'évaluation d'une configuration donnée. Celle-ci est très délicate et complexe, de ce fait l'automatisation du processus est loin d'être claire. Cependant, des travaux en photogrammétrie visant à automatiser le processus ont été développés [Mas97]. Le processus peut être divisé en quatre étapes suivant la méthodologie développée dans le domaine géodésique, et seulement les trois premières sont à considérer en photogrammétrie rapprochée. La conception du réseau des caméras a été donc divisée en quatre étapes par les photogrammètres chevronnés [Gra74]:

- une partie nommée ZOD (conception d'ordre zéro ou le problème des données),
- une autre appelée FOD (conception de premier ordre ou le problème de configuration),
- une troisième SOD (conception de deuxième ordre ou le problème du poids de réseau),
- et finalement TOD (conception de troisième ordre ou le problème de densification).

L'étape ZOD est liée au choix dans le nombre de points objets qui constituent les données d'entrée. Ceci sera utile dans la détermination des paramètres du système de caméras lors du processus de minimisation. L'étape FOD est en relation à la position et l'orientation des caméras, ceci détermine la précision du système. L'étape SOD consiste à réaliser des multiples prises de vue avec chaque caméra conformant le réseau; ceci est appliquée après avoir déterminé une configuration de base pour laquelle la géométrie d'image est optimale. La dernière étape n'est pas applicable dans la photogrammétrie à courte distance. De plus, les étapes ZOD et SOD sont grandement simplifiées par rapport à la conception de réseaux géodésiques, pour laquelle les quatre étapes ont été conçues initialement. En effet seule FOD, la conception du réseau de caméras, doit être étudiée de manière approfondie pour des tâches du placement de capteurs. Cette partie doit donc déterminer une géométrie d'images et les mesures angulaires pour chaque point appartenant à l'objet 3D dans le but de minimiser l'erreur 3D [Fra96].

S'il est vrai que l'on a besoin d'une seule phase de conception, cette dernière est un processus qui peut devenir très complexe à cause du nombre

de contraintes et de facteurs interdépendants impliqués dans la conception [Mas95b]. Toutes ces contraintes peuvent être résumées de la façon suivante:

- **Contrainte d'échelle dans l'image**, celle-ci est liée à la précision du système, par rapport aux mesures des points tridimensionnels et des points images, à travers la distance focale. Ceci dans le but de déterminer la distance maximale de la caméra par rapport à l'objet.
- **Contrainte de résolution**, Afin de faire du traitement d'images et extraire des caractéristiques bien particulières d'un objet, il faut que celui-ci soit vu avec une résolution donnée pour que l'on puisse observer les détails intéressants. C'est-à-dire que la résolution de l'objet dans l'image doit être suffisante pour conduire les processus de mesure dans les images vers une précision donnée.
- **Contrainte dans l'espace de travail**, les obstructions dans l'environnement compromettent les positions optimales des caméras lors du déplacement dans un environnement robotique. Cette contrainte peut rendre les processus du placement des caméras plus complexe d'un point de vue combinatoire. La position des caméras d'un réseau optimal devrait être recalculée afin de conserver la précision du système.
- **Contrainte de mise au point**, la mise au point doit être faite de telle façon que tous les points de la surface soient dans la focale, ou bien que la profondeur de champ soit suffisante pour contenir tous les points de la surface. Pour une valeur donnée de l'ouverture de l'objectif, cette condition se traduit par une limite minimale de la distance entre les surfaces et le point de vue (plus on est loin, plus la profondeur du champ augmente).
- **Contrainte de champ de vision**, toutes les surfaces que l'on désire visualiser doivent être couvertes par le champ de vision de la caméra. La condition limite se présente lorsque l'objet est juste contenu dans le champ de la caméra. Celle-ci est la distance minimale à laquelle doit se trouver l'objet à visualiser par rapport au centre optique (plus on est loin, plus on couvre d'objets).
- **Contrainte d'angle d'incidence**, la fiabilité de la mesure dans l'image de cibles circulaires diminue par rapport à l'angle d'incidence. Dans le cas des images circulaires la limite est à peu près de 20 degrés et pour des cibles rétro-réfléchissantes elle est de 30 degrés. De cette façon un compromis dans le degré de convergence est imposé à la conception du réseau.

- **Nombre et distribution des points dans les images**, le nombre de cibles dans un réseau a peu d'importance dans la précision de la détermination des points objets, tant qu'il y a un nombre suffisant dans chaque image pour déterminer l'orientation extérieure [Fra84].
- **Contribution aux angles d'intersection ou la géométrie de l'image**, la contribution de chaque caméra doit être prise en considération l'une par rapport à l'autre dans un réseau de caméras. C'est-à-dire, que chaque caméra contribue à la géométrie d'intersection des lignes de vue que nous appellerons par la suite *rayons*. Ainsi, la géométrie d'image détermine la précision de la mesure 3D comme de la mesure dans l'image. Cette question est reliée aux étapes FOD et SOD dans la conception de réseaux.
- **La visibilité**, cette dernière contrainte est reliée aux problèmes d'obstruction dans l'espace de travail. De cette façon tous les points d'intérêt ne seront pas enregistrés dans les images. Si un nombre de rayons dans une configuration optimale est obstrué, une nouvelle configuration doit alors être proposée de manière à ce que la géométrie de l'image reste la plus précise possible. A différence de la contrainte dans l'espace de travail celle-ci ne considère pas les problèmes d'obstructions liés au calcul de trajectoires utile lors du déplacements entre les différentes positions de caméras d'un réseau.

Toutes ces contraintes sont des points à considérer dans le processus de la conception de réseaux de caméras. Parmi celles-ci la contribution à des angles d'intersection dans la géométrie image et la contrainte de l'angle d'incidence s'avèrent être les points principaux pour la précision de la reconstruction. Ensuite, nous allons présenter les travaux des experts dans le domaine de la photogrammétrie et la vision qui ont permis des mises en œuvre pratiques.

2.6.3 Fraser 1980-1996

Parmi les photogrammètres, on peut citer le travail de Fraser ([FV80], [Fra87]) comme l'un des plus reconnus dans le domaine de la photogrammétrie moderne. Fraser a développé des algorithmes pour la reconstruction d'objets à partir de plusieurs images en utilisant la méthode des moindres carrés. Cette méthode est la méthode de base des photogrammètres. Ses travaux ont démontré la capacité d'acquérir des mesures tridimensionnelles d'une grande précision [Fra92]. Parmi ses contributions les plus importantes, on peut citer le fait qu'un modèle réduit appelé LEP (propagation d'erreur limité) a

démonstré sa validité pour des configurations de caméras ayant un haut degré de convergence. De cette manière une compréhension dans la phase de conception FOD, reste le problème le plus important dans la conception de réseaux. Une autre point d'intérêt, est le fait que la matrice de covariance de sortie est optimale après avoir appliqué la loi de propagation d'erreurs dans les équations de colinéarité normalement utilisées dans la photogrammétrie pour une valeur de covariance d'entrée minimale, lorsque la valeur de trace des points objets est minimisée [Fra82]. Plusieurs travaux cités dans la littérature utilisent ces concepts [Mas94]. De plus, dans [FM92] et [FSG95] on peut trouver des exemples de configurations conçus à la main, montrant une grande convergence par rapport à l'objet à mesurer. Ces configurations sont définies grâce à l'expérience acquise par les experts.

2.6.4 Autres travaux

L'utilisation de la vision par ordinateur pour des mesures tridimensionnelles offre des nombreuses applications dans d'autres domaines de recherche. L'utilisation des techniques CAO dans le but de rendre les systèmes de mesures plus autonomes et faciles à utiliser a été exposé dans des contextes comme la robotique [PSA91]. D'autre part, des méthodes pour estimer la précision des mesures ont été exposées dans la littérature (voir, [BH87b], [Tsa87], [GK95]). Le travail de Tsai dédié à la détermination de paramètres du système appliqué à la reconstruction ([TL88], [TT89]), est un exemple de la compréhension de la tâche d'un point de vue algorithmique. Néanmoins, une étude de la relation spatiale entre les capteurs et l'objet à mesurer afin d'avoir une erreur minimale n'a pas été considéré dans ces travaux. Ainsi, une des recherches principales est en relation à l'automatisation d'un tel processus. Une analyse d'incertitude [DW89] dans les mesures tridimensionnelles par rapport à la position et l'orientation des capteurs, s'avère important pour l'automatisation des multiples stations de saisie.

2.7 Stratégies pour la conception de réseaux

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour la compréhension des étapes ZOD, FOD et SOD. De nombreux essais pour combiner toutes ces considérations dans un système de conception de réseaux de caméras ont été proposés. Parmi ceux-ci, trois stratégies différentes peuvent être citées:

- conception improvisée d'essai et d'erreur,

- conception analytique,
- conception par simulation.

La première remonte aux débuts de la photogrammétrie à courte distance où les prises de vues étaient réalisées en prenant en compte deux critères principaux:

1. les points-objets devaient être représentés sur au moins deux, sinon trois clichés, pour des raisons de contrôle,
2. les intersections des rayons perspectifs sur les points-objets devaient être favorables.

Actuellement, la photogrammétrie à courte distance est une technique plutôt utilisée dans le cas où l'objet et l'environnement sont très complexes. De cette façon une simulation ne peut pas être effectuée a priori. Dans ce cas une telle stratégie de nature d'essai et d'erreur peut mal se dérouler même pour les photogramètres chevronnés. Ceci à cause du grand nombre de combinaisons possibles ayant toutes de résultats très similaires en qualité. La définition "point de vue favorable" demande donc un éclaircissement.

Dans les sections suivantes plusieurs travaux utilisant les approches analytiques et par simulation dans la conception du réseaux de caméras seront exposés. A présent, seule la méthode par simulation offre une solution au problème du placement de caméras.

2.7.1 Conception analytique du réseau de caméras

Une solution analytique au problème du placement des capteurs a été étudiée dans la littérature. L'idée d'effectuer une analyse mathématique du problème pour trouver une relation entre les capteurs formant le réseau et l'objet est attirante. Cette relation est liée au niveau FOD dans la phase de conception de réseaux de caméras. Parmi les travaux les plus importants on peut citer les suivants:

Zhang 1992-1995

Le travail de Zhang ([Zha92], [Zha95]) concerne les erreurs de propagation bidimensionnelles pour des capteurs quelconques. Ce travail est basé sur le fait que l'incertitude totale de l'objet à mesurer, varie selon la géométrie du placement relatif des capteurs par rapport à l'objet. L'étude est dirigée vers une compréhension du problème dans le contexte de la robotique, où

des expressions analytiques sont déduites en s'appuyant sur la loi de propagation des erreurs. Des relations spatiales pour deux et trois capteurs sont déterminées et une solution globale est obtenue pour les cas simples. Dans le cas le plus simple, une rotation de 90 degrés sur le placement du capteur ne change ni la forme ni la longueur de l'ellipse d'incertitude, une fois la bonne valeur d'angle trouvée. Ceci est dû au fait que seule l'orientation est prise en compte dans le placement et que les valeurs propres de la matrice de covariance sont préservées sous l'effet des rotations par rapport à l'objet. Dans les cas les plus complexes une augmentation du nombre de solutions est générée, donnant une suite équivalente à *un nombre infini de solutions pour plus de trois capteurs*. Ce travail est un exemple de la complexité du problème pour des cas simples sans contraintes. De plus, le cas tridimensionnel rendant le problème plus complexe dans le nombre de degrés de liberté n'est pas étudié. Un processus de recherche doit être donc mis en place pour trouver des solutions optimales, dans le cas où l'on considère des contraintes dans un contexte robotique pour des espaces de solutions infinis.

Li et al. 1996

Les coordonnées tridimensionnelles d'un objet peuvent être définies de manière unique par deux images du même objet. Le travail développé par Li et al. [LCZ96] est en relation avec la détermination des deux meilleures images à partir d'une séquence d'images satellite donnée, afin d'avoir les mesures les plus précises possibles. La fiabilité et la précision sont des aspects à considérer dans l'extraction et la mise en correspondance des points, la reconstruction d'objets et la reconnaissance. Basé sur la théorie du filtre de Kalman, un algorithme d'optimisation est développé. Un critère optimal de précision et de fiabilité est établi afin de sélectionner les deux meilleures images dans la séquence. Ce critère est défini comme la trace de la matrice de covariance dont une valeur minimale est recherchée. Une séquence de six photos est donnée au programme, à la sortie la meilleure combinaison de deux images est obtenue. Les résultats montrent que les images doivent être écartées le plus possible pour que la triangulation soit faite dans des conditions optimales. Ce travail part de la prise de vue des images a priori. De cette manière, une étude sur le point de vue optimal des caméras devient évidente. Néanmoins, le travail ne prend en compte aucune contrainte de placement. Les images sont imposées le long de la course du satellite. De même, une extension à des multiples images est nécessaire.

Fritsch et al. 1990

Les travaux de Fritsch et Crosilla [FC90], portent sur la détermination de la position des centres de projection en photogrammétrie industrielle. Ils sont liés à la formulation des stratégies pour la phase de conception de première ordre FOD. Une approche analytique est proposée afin d'améliorer la précision des points objet. Celle-ci utilise des déplacements sur les caméras avec l'hypothèse qu'une bonne configuration initiale est donnée. De cette manière, seuls des petits déplacements seront nécessaires pour minimiser l'erreur. Un critère est préétabli et défini pour guider la minimisation en utilisant la valeur de trace de la matrice de covariance des points tridimensionnels. Une configuration optimale est considérée comme bonne, lorsque la matrice d'incertitude des points objets est équivalente à une matrice critère. Celle-ci peut être définie comme étant 30% à 40% plus petite que la matrice originale. D'autres critères peuvent être définis pour obtenir des ellipsoïdes sphériques; les valeurs de la diagonale de la matrice de covariance doivent ainsi être homogènes et isotropes. Dans ce travail plusieurs inconvénients dans la solution analytique peuvent être nommés:

1. La supposition qu'une configuration initiale soit proche de la solution optimale ou idéale, implique que par d'autres moyens une solution au problème FOD a été proposée.
2. La définition d'une matrice critère par rapport à la matrice initiale, implique que l'optimisation doit être relative et non absolue.
3. Les facteurs de fiabilité (multiples prises de vues) aussi importants que la précision ne sont pas considérés dans l'étude.
4. Les déplacements dans un voisinage proche des caméras comme seuls outils d'optimisation limitent les possibilités de générer de nouvelles configurations. D'autant qu'une configuration proche de la solution est donnée, une amélioration est difficilement significative. L'optimisation locale ne suffit pas.
5. Une limite majeure aux méthodes analytiques est le fait de ne pas prendre en compte toutes les contraintes imposées dans les phases de conception. De cette façon, une solution peut être obtenue sans prise en compte des occlusions. Pour cela, des aspects de visibilité doivent être pris en considération dans les inégalités du système d'équations. Il en est de même pour les contraintes comme l'angle d'incidence, la résolution, le champ de vision, *etc.*

2.7.2 Résumé des travaux utilisant une conception analytique

Les travaux visant à trouver une relation analytique entre les objets à mesurer et les caméras sont attirants. Une solution analytique doit donner une réponse exacte au problème. Cependant, il n'y a pas une solution unique même pour le cas le plus simple. La solution devient lourde au fur et à mesure que l'on ajoute des capteurs. De plus, si on prend en compte toutes les contraintes qui interviennent dans un exemple réel, le problème semble être inabordable pour des méthodes analytiques. Un compromis doit être mis en œuvre pour que la solution reste aussi efficace que possible et aussi rapide et stable que nécessaire. Pour cela des solutions utilisant une approche par simulation semble être la plus appropriée.

2.7.3 Conception par simulation

La conception de réseaux de caméras en utilisant une stratégie de simulation est considérée comme une solution viable au problème par les experts photogrammètres (voir [MK92a], [Fra96]). Cette stratégie s'appuie sur les étapes ZOD, FOD et SOD. Tout d'abord, le critère de mesure, c'est-à-dire la précision désirée est déterminée. Ceci est le but à atteindre. Pour cela, un système de mesures constitué de caméras est choisi. Ensuite une configuration initiale est définie de façon à proportionner une géométrie d'image favorable, étape FOD. De plus, une analyse de données ZOD est définie à travers un nombre minimal de contraintes sur les données, un contrôle redondant où la définition arbitraire des données est faite en utilisant un ajustement de réseau-libre. Après la conception initiale terminée, la qualité de réseau est évaluée à travers la précision des points-objets. Si le réseau échoue la spécification requise par le critère, une phase pour diagnostiquer et identifier le problème est effectuée. Une correction FOD ou SOD sera appliquée à la solution. Si les deux sont insuffisantes un nouveau réseau sera proposé jusqu'à l'obtention d'une solution au problème.

De cette manière la stratégie de conception proposée est fondamentalement itérative. Les étapes principales dans la conception sont exécutées dans un ordre précis. Néanmoins, la question principale:

- *Comment choisir une configuration initiale avec une géométrie favorable?*

n'est pas résolue.

D'autre part, combien de caméras et combien de photos par caméra sont nécessaires pour obtenir une précision donnée? Est-ce que les facteurs comme

le champ de vision et la résolution sont satisfaits? Comment déterminer si les objets dans les images ne présentent pas des occlusions? Ces questions ne sont pas considérées dans la méthode et sont laissées à la responsabilité du concepteur. De cette manière parmi les inconvénients de la méthode par simulation, on peut citer le niveau d'expertise nécessaire pour l'utilisateur. D'autre part, la complexité algorithmique est un facteur à considérer principalement à cause de sa nature itérative. De plus, un niveau de réalisme n'est pas réalisable à 100%. Ce dernier point peut être amélioré en utilisant des techniques CAO. De cette manière les facteurs comme la visibilité et l'environnement peuvent être pris en compte.

Deux façon d'aborder le problème sont mentionnées dans la littérature:

1. Une première basée sur des processus d'optimisation, cependant celle-ci a été limitée principalement à cause du haut niveau d'abstraction dans le modèle conceptuel du réseau de caméras et d'une technique qui peut gérer la complexité de la tâche.
2. Une deuxième stratégie s'appuie sur la théorie des systèmes experts, celle-ci a été étudiée par Mason [Mas95a]. Cette étude est basée sur le concept de réseau générique.

2.7.4 Mason et al. 1992-1997

Un système expert pour la conception de réseaux de caméras a été développé par Mason (voir [MK92b], [MG94], [MG95]). Le but de cette étude est de proposer une première approximation géométrique robuste au problème des configurations des multiples stations de saisie. Il s'agit de fixer le nombre de stations de prises de vues et de savoir où les placer en position et en orientation, conception de première ordre FOD. Le modèle est basé sur la théorie des réseaux génériques en s'appuyant sur les connaissances d'experts photogrammètres. Une première configuration idéale des quatre caméras observant un plan est défini. Ce premier réseau contient une compilation des compétences qu'il convient de respecter pour bénéficier d'une géométrie robuste, face à l'ensemble de problèmes de conception. Pour des objets complexes, une approximation au moyen d'une décomposition en plans est effectuée. Un réseau pour chaque plan est proposé et quelques caméras sont ajoutées dans le but d'établir un seul ensemble de données. Cependant, une automatisation complète n'est pas envisageable en utilisant cette méthode [Fra96], principalement dû au bon sens et à la logique utilisés par les experts photogrammètres. De nouvelles méthodes doivent être proposées dans le but d'automatiser le processus FOD pour la conception du réseau des caméras.

2.8 Conclusion sur l'état de l'art

Dans ce chapitre, nous avons fait un tour d'horizon sur les travaux les plus importants de l'automatisation d'un système multi-capteur dans le but d'obtenir des mesures tridimensionnelles de précision. Dans ces travaux plusieurs points communs ont été retenues :

1. La complexité de la tâche avec toutes ses contraintes de nature géométrique et optique :
 - géométrie d'image et angle d'incidence,
 - champ de vision, résolution et mise au point,
 - espace de travail et visibilité.
2. L'utilisation d'une sphère géodésique comme zone de placement des caméras, simplifiant et limitant ainsi le problème.
3. La discrétisation de l'espace afin d'éviter une recherche exhaustive impossible si le nombre de caméras est élevé.
4. L'idée de poser le problème en termes d'optimisation.
5. Un besoin d'adaptation dans un environnement qui change demande une capacité à intégrer un certain nombre de contraintes de nature très diverse.

Toutes ces questions sont notre point de départ, et le but est de proposer un système capable de résoudre le problème le plus fondamental d'une telle saisie en intégrant les différentes contraintes liées à la conception de premier ordre FOD d'un réseau des caméras. De cette manière, une compréhension de la disposition favorable d'un certain nombre de caméras en position et en orientation pour un objet quelconque devrait être apportée.

Chapitre 3

La conception du réseau de caméras

3.1 Principes mathématiques

Ce chapitre se consacre à l'étude des relations analytiques utiles dans la conception du réseau de caméras. Notre objectif est de développer une méthode capable de donner une estimation sur la qualité d'un réseau de caméras. Cette méthode doit avoir un temps d'exécution minimal et doit être en même temps suffisamment précise dans ses estimations. Ceci sera utile lors d'un processus d'optimisation tel que celui des algorithmes génétiques.

Tout d'abord, nous considérons la modélisation géométrique d'une caméra dans la section 3.2. Ensuite, une extension à des multiples caméras est définie dans la section 3.3, afin de connaître les différents aspects liés à une géométrie multi-image utile à notre travail. La section 3.4, décrit la méthode d'ajustement des faisceaux perspectifs d'où découlera une technique connue sous le nom de "propagation d'erreur limitée". Cette technique a été identifiée comme une bonne possibilité pour notre travail. A partir de ceci, dans les sections 3.5 et 3.6 nous décrivons une méthode analytique similaire à l'antérieure qui nous permettra de donner une estimation de l'erreur tridimensionnelle. D'ailleurs, dans la section 3.6 nous développons un modèle qui correspond à la contrainte d'angle d'inclinaison liée à l'erreur dans l'image. Une fois estimée l'erreur de reconstruction à travers une matrice de covariance nous étudions dans la section 3.7, les différents critères qui peuvent être dérivés. La section 3.8, présente la façon dont on peut placer les caméras autour d'un objet de manière à obtenir une distribution convergente du réseau de caméras, afin d'obtenir des caractéristiques souhaitables tels que l'angle d'inclinaison et la géométrie de l'image. Dans la partie 3.9 nous ex-

pliquons comment peuvent être estimées de façon analytique les différentes contraintes optiques. Finalement dans la section 3.10, quelques considérations liées à la conception d'un réseau de caméras sont exposées. Un résumé sous forme de conclusion est présenté dans la section 3.11.

3.2 Modélisation géométrique d'une caméra

Une image prise par une caméra est le résultat d'une projection perspective de l'espace tridimensionnel vers un espace bidimensionnel. Cette transformation peut être modélisée de façon géométrique.

Le modèle de caméra utilisé est celui dit "sténopé"¹. La figure 3.1, illustre cette représentation. Un point $P(X, Y, Z, 1)$ en coordonnées homogènes est projeté en le point $p(u, v)$. Pour cela, on considère que la caméra est attachée à un repère d'origine Oc appelé *centre de projection*, où (Oc, x) et (Oc, y) sont les axes parallèles au plan image. L'axe (Oc, z) appelé aussi *axe optique* est orienté vers la scène et est perpendiculaire au plan image. Ce modèle permet de transformer un point 3D de l'espace en un point 2D de l'image.

On appelle f , distance focale du système optique, la distance entre le centre de projection et le plan image. Ainsi, le point 2D image p est la projection perspective de centre Oc sur le plan image du point 3D de l'espace P , ce qui correspond à l'intersection de la droite (Oc, P) avec le plan image.

La transformation qui décrit le passage des points 3D vers les points images, est composée de trois matrices décrivant les phases nécessaires du processus.

3.2.1 La matrice de projection perspective

A partir du système coordonnées (Oc, x, y, z) lié à la caméra dans l'espace tridimensionnel (voir figure 3.2). L'origine du repère de la caméra est le centre optique Oc . L'axe (Oc, z) est confondu avec l'axe optique de la caméra, formant avec les autres deux axes x et y une base orthonormée dans le plan focal Fc .

De même, le système de coordonnées (O, u, v) lié au plan image I est introduit. L'origine O de ce repère est l'image du centre optique Oc sur le plan image. Les axes (O, u) et (O, v) contenus dans le plan I sont parallèles respectivement aux axes (Oc, x) et (Oc, y) du plan Fc . La relation entre les coordonnées tridimensionnelles (X, Y, Z) d'un point P de l'espace et les coordonnées bidimensionnelles (u, v) de son image p obtenue par projection perspective est

1. en anglais pinhole.

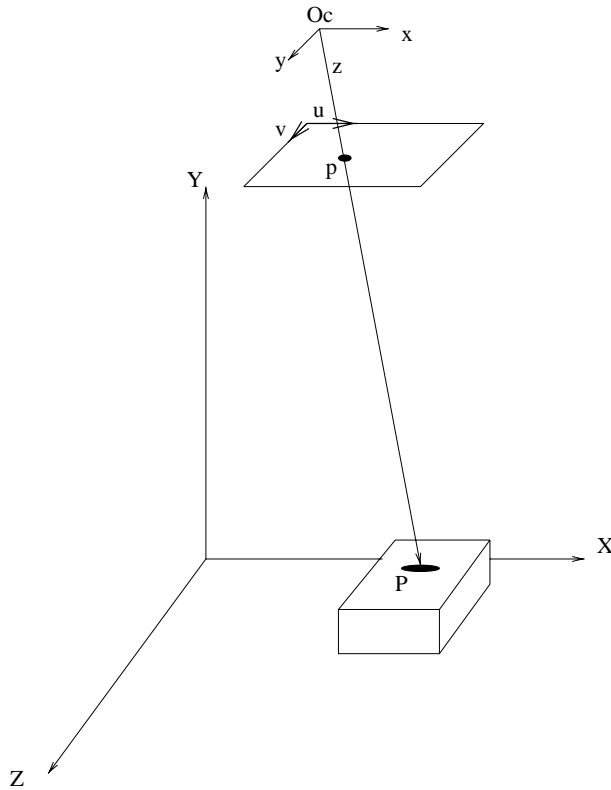


FIG. 3.1 – La formation de l'image.

$$\frac{1}{Z} = \frac{u}{X} = \frac{v}{Y}$$

ce qui peut être réécrit linéairement ainsi

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{M''} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

La matrice M'' est alors une projection perspective pure décrite par une matrice de rang 3, qui appartient aux transformations projectives de l'espace projectif \mathbb{P}^3 au plan projectif \mathbb{P}^2 [Mor93]. Les nouvelles coordonnées ainsi obtenues sont appelées *coordonnées normalisées*.

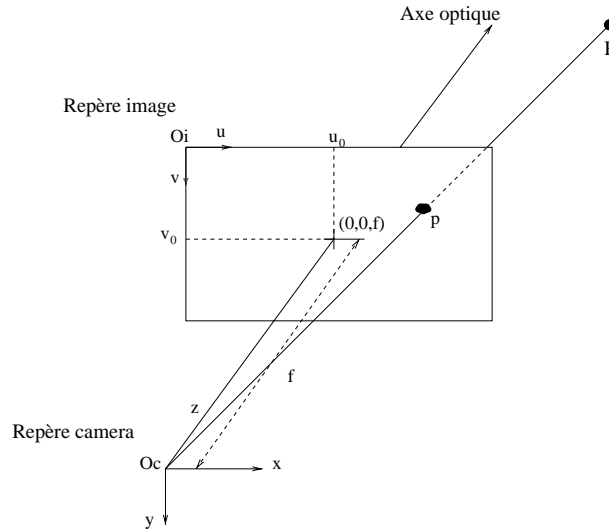


FIG. 3.2 – Représentation géométrique des paramètres intrinsèques.

3.2.2 Les paramètres intrinsèques

Une image obtenue à partir d'une caméra est un tableau de dimension 2 dont les éléments sont appelés pixels. Ainsi, pour passer aux coordonnées pixels, un changement de coordonnées est produit par une transformation affine du plan. Cette dernière est une matrice A de taille 3×3 permettant le passage du repère métrique image lié à la caméra, au repère image en pixels. La transformation affine peut s'écrire sous la forme matricielle suivante

$$\begin{pmatrix} \alpha_u & -\alpha_v \cot \theta & u_0 \\ 0 & \alpha_v \sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$\alpha_u = fk_u$ et $\alpha_v = fk_v$ sont les facteurs d'échelle sur l'axe horizontal et l'axe vertical respectivement. Ils sont fonction de la distance focale f en unité de longueur, et de la taille des pixels $k_u \times k_v$ en pixels/mm. Ainsi, les paramètres α_u et α_v sont exprimés en pixels et peuvent être interprétés comme la taille de la distance focale en pixels respectivement en horizontal et en vertical. De même, u_0 et v_0 sont les coordonnées en pixels du centre image, c'est à dire les coordonnées du point d'intersection de l'axe optique avec le plan image. θ est l'angle entre les deux axes du repère image. Cet angle est très proche de $\frac{\pi}{2}$ radians, et en pratique, on suppose qu'il est égal à $\frac{\pi}{2}$ radians. La matrice n'a alors que 4 paramètres et peut s'écrire sous la forme réduite $M' = AM''$

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{M'} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

La nouvelle matrice de projection perspective permet ainsi de transformer le point P de l'espace exprimé dans le repère lié à la caméra (O_c, x, y, z) en point p exprimé dans le repère image (O_i, u, v). Les paramètres α_u , α_v , u_0 et v_0 ne dépendent pas de la position ni de l'orientation de la caméra dans l'espace et sont par conséquent appelés paramètres intrinsèques.

3.2.3 Les paramètres extrinsèques

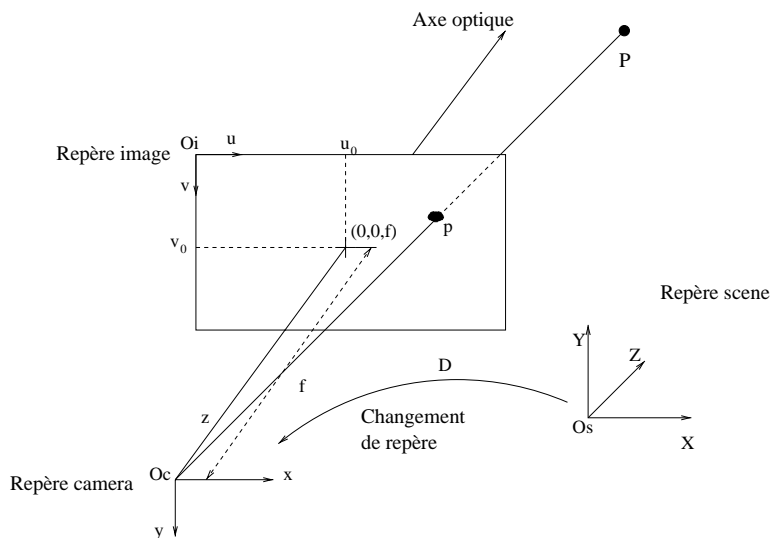


FIG. 3.3 – *Changement de coordonnées et projection affine.*

Les points tridimensionnels exprimés dans un repère de la scène subissent un changement de repère pour passer au repère de la caméra (voir figure 3.3). La transformation décrite par la matrice D est composée de trois matrices de rotation et d'une translation ayant en totale six paramètres.

Les trois paramètres indépendants composant la matrice de rotation sont les angles de rotation α , β et γ autour des axes coordonnées. Les trois rotations sont effectuées dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre. La rotation du système (O_s, X, Y, Z) est alors définie comme étant le produit

de trois matrices de rotation par rapport à chacun des axes, sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 R &= \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \gamma \cos \beta & -\sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha & 0 \\ \sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

R est une matrice qui satisfait aux conditions d'orthogonalité et est appelée matrice orthogonale. Ainsi, l'ensemble de points transformés à partir de cette matrice subira simplement une rotation et ne sera donc pas déformé. Finalement, l'ensemble de points subira une translation T composée de trois paramètres

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & 0 & ty \\ 0 & 0 & 1 & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ainsi, la transformation décrite par la matrice $D = RT$ permet de passer du système de coordonnées lié à la scène à celui lié à la caméra

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R & T \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}}_D \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Ce changement de repère comporte donc 6 paramètres où $0_{1 \times 3}$ est la matrice nulle de dimension 1×3 . La matrice D permet de décrire la position et l'orientation de la caméra par rapport au repère global centré en O_s . Les six paramètres de D sont appelés paramètres extrinsèques de la caméra.

3.2.4 Le processus de formation de l'image

Ainsi, nous pouvons décrire finalement le processus de formation de l'image à travers la relation suivante

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = M'D \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

M est une matrice de dimension 3×4 généralement appelée matrice de projection perspective de la caméra. Soient r_1 , r_2 et r_3 les vecteurs lignes de la matrice de rotation R . La caméra peut être considérée comme un système qui dépend des paramètres intrinsèques et extrinsèques. Soient

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T = \begin{bmatrix} tx \\ ty \\ tz \end{bmatrix}$$

avec

$$r_i = [r_{i1} \quad r_{i2} \quad r_{i3}] \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}.$$

On a donc

$$M = \begin{bmatrix} \alpha_u r_1 + U_0 r_3 & \alpha_u t_x + u_0 t_z \\ \alpha_v r_2 + v_0 r_3 & \alpha_v t_y + v_0 t_z \\ r_3 & t_z \end{bmatrix}.$$

Cette matrice représente donc le déplacement tridimensionnel de l'objet, suivi d'une projection 3D-2D et d'un changement de coordonnées.

3.2.5 Autres modèles

Le choix d'un bon modèle géométrique de caméra est important pour la suite de notre travail. Le modèle de projection perspective sans qu'il soit parfait, est une bonne approximation pour une caméra. D'autres modèles appelés affines (projection orthographique, perspective faible, ...) sont plus simples. Cependant, ils ne sont pas adaptés à tous les type de scène. Le modèle projectif approche mieux une caméra réelle qu'un modèle affine au prix de quelques paramètres en plus.

D'autre part, le modèle de caméra projectif que nous avons présenté ne prend pas en compte la distorsion optique. Les photogrammètres ont développé des méthodes capables de compenser les effets de la distorsion géométrique [Bey92]. Le principe le plus utilisé est celui de la modélisation de la distorsion radiale symétrique par une fonction du type

$$x_d = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)x_r$$

$$y_d = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)y_r$$

avec

$$r = \sqrt{x_r^2 + y_r^2}$$

où (k_1, k_2, \dots) représentent les coefficients de distorsion, r la distance par rapport au centre optique, (x_d, y_d) les coordonnées du point dans l'image et (x_r, y_r) les coordonnées du point théorique.

Un processus itératif estime l'ensemble de ces paramètres à partir d'images de mire, mais en règle générale la fonction de modélisation est plus complexe et prend en compte des informations comme la non orthogonalité du plan image par rapport à l'axe optique ou bien encore des distorsions non radiales ou de décentrage

$$\begin{aligned} dx &= x_d(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + [p_1(r^2 + 2x_d^2) + 2p_2 x_d y_d][1 + p_3 r^2] \\ dy &= y_d(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + [p_2(r^2 + 2y_d^2) + 2p_1 x_d y_d][1 + p_3 r^2] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le principal inconvénient de l'utilisation d'un modèle avec correction de la distorsion ou d'un modèle non-sténopé est de perdre la linéarité projective entre les coordonnées tridimensionnelles et le repère pixel. Pour cela une nouvelle approche a été développée au sein de notre équipe par P. Brand [Bra95]. Celle-ci consiste à déterminer la correction non linéaire indépendamment du modèle de la caméra. Ainsi, après ces corrections, la projection dans l'image peut être considérée comme étant perspective avec une certaine précision. Dans la suite de la thèse nous supposons que la caméra suit alors un modèle géométrique sténopé car l'oubli des distorsions n'a pas d'incidence sur notre problème.

3.3 Un système multi-caméra

Pour rétablir la position et la forme d'un objet à partir de photographies, il faut connaître les relations géométriques qui définissent une photographie, équation 3.3. Ces équations montrent qu'à chaque point de l'objet correspond un point dans l'image. Cependant, le cas contraire montre qu'à chaque point

de l'image correspond une infinité de points dans l'objet. Une seule photographie ne permet donc pas de reconstruire un objet de l'espace. Il faut alors soit une deuxième image, sous un angle de vue différent, soit une information complémentaire sur Z .

L'équation 3.3 est alors étendue au cas d'un système d'équations.

$$\begin{aligned} u_{ij} &= \frac{m_{11}^i X_j + m_{12}^i Y_j + m_{13}^i Z_j + m_{14}^i}{m_{31}^i X_j + m_{32}^i Y_j + m_{33}^i Z_j + m_{34}^i} \\ v_{ij} &= \frac{m_{21}^i X_j + m_{22}^i Y_j + m_{23}^i Z_j + m_{24}^i}{m_{31}^i X_j + m_{32}^i Y_j + m_{33}^i Z_j + m_{34}^i} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ces équations expriment tout simplement la colinéarité des points tridimensionnels avec leurs points correspondants sur le plan image et les centres de projection. Ainsi, un point de la scène P_j où $j = 1 \dots n$, de coordonnées homogènes $(X_j, Y_j, Z_j, 1)^t$ se projette en p_{ij} points de coordonnées images $(u_{ij}, v_{ij})^t$, au travers d'une matrice de projection M_i où $i = 1 \dots m$, de taille 3×4 correspondant à la $i^{\text{ème}}$ image. Ainsi, des mesures tridimensionnelles peuvent être obtenues à partir de plusieurs images.

3.3.1 Configuration des multiples stations de saisie

Une configuration de multiples caméras peut être définie dans le but de mesurer toutes les régions d'intérêt d'un objet. La figure 3.4 montre un exemple d'un réseau de faisceaux perspectifs. Chaque région d'intérêt est projetée dans deux ou plusieurs images séparées dans l'espace. La flexibilité dans la mesure tridimensionnelle d'un tel réseau repose principalement sur la capacité d'altérer la position et l'orientation de chaque caméra. L'attitude individuelle des caméras peut alors suivre la forme de l'objet, les exigences en précision, ainsi que les contraintes imposées au système. De même, on peut ajouter des caméras quand le nombre minimal² d'images $m \geq 2$ n'est pas suffisant. Ceci peut être produit par des occultations d'une partie de l'objet à partir de plusieurs points de vue. Les points-objets doivent alors être représentés sur au moins deux sinon trois clichés pour des raisons de contrôle. Ce nombre minimal est donc important afin d'assurer une fiabilité aux mesures d'un point de vue statistique. D'après Mason [Mas94], une configuration des caméras doit offrir deux propriétés importantes:

1. La convergence de faisceaux perspectifs, et
2. la redondance des observations.

2. Les photogrammètres estiment que ce nombre minimal doit être égal à trois pour assurer que chaque point de l'objet est atteint par un nombre suffisant de rayons.

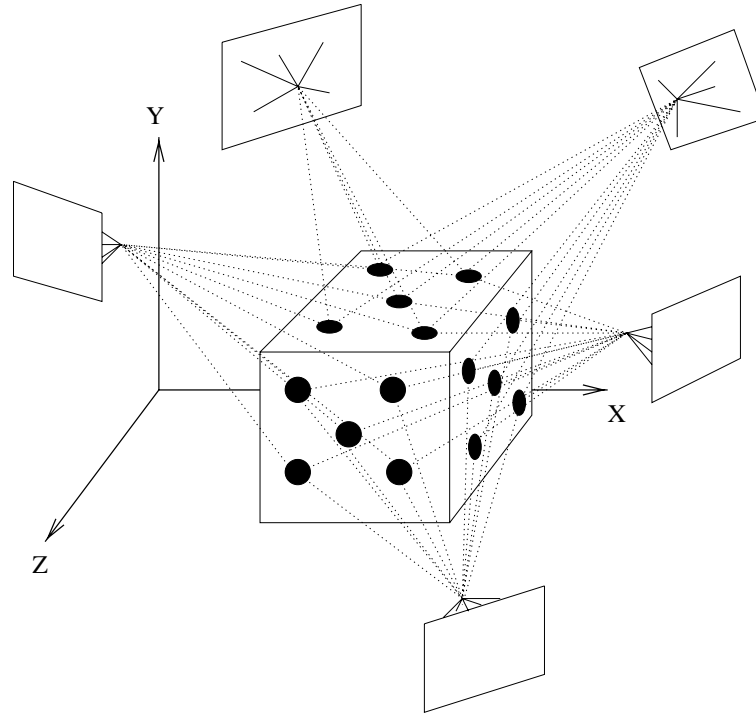


FIG. 3.4 – Réseau de faisceaux perspectifs.

Les avantages d'une géométrie convergente par rapport à une géométrie normale dans laquelle les axes optiques de chaque caméra sont approximativement parallèles et orthogonaux à la surface de l'objet sont résumés :

- Une meilleure précision dans la détection des points-objets est obtenue à travers une configuration convergente par rapport au cas normal, la meilleure précision étant obtenue pour des observations orthogonales.
- Il en résulte que le nombre d'images nécessaires est moins nombreux pour les réseaux convergents que dans le cas normal. Ceci réduit alors le coût de conception, améliorant ainsi l'économie du système.
- Dans le cas d'une géométrie convergente, la redondance des observations produit par une augmentation dans le nombre de prises de vue peut améliorer non seulement la précision mais aussi la fiabilité des mesures.
- La matrice de covariance des mesures tridimensionnelles obtenues à partir des configurations convergentes sont homogènes et isotropes, ce qui n'est pas le cas pour le cas normal.

- Une grande flexibilité dans la conception de premier ordre FOD, est obtenue dans le cas de réseaux convergents.

3.3.2 Le problème d'une géométrie d'image favorable

Dans l'estimation d'un réseau photogrammétrique, chaque point-objet est croisé par des multiples rayons perspectifs de façon convergente. Au fur et à mesure que la distribution et la convergence des rayons perspectifs sur les points-objets sont améliorées, la triangulation donne alors un meilleur résultat par rapport à la précision des mesures. La géométrie d'un réseau de caméras pour un objet quelconque doit être estimée a priori pour s'assurer que l'on obtient une valeur minimale dans les erreurs tridimensionnelles des mesures. Celle-ci doit alors garantir la meilleure précision et fiabilité possibles. Ainsi, l'attitude individuelle de chaque caméra est en relation directe avec chacune des caméras qui composent le réseau. Chaque déplacement produit par une caméra est lié à la qualité de la configuration. Le problème consiste alors à définir une stratégie qui soit capable de donner une solution satisfaisante. Pour cela un critère de mesure doit être établi à partir du système d'équations 3.5. Il faut noter que la résolution du système ne se fait donc pas de façon directe car un certain nombre de contraintes limitent l'espace de solutions. Ainsi, la méthode proposée doit prendre en compte des aspects discontinus pour la résolution du problème comme dans le cas où une caméra sort de la zone de visibilité.

3.4 Ajustement des faisceaux perspectifs

La méthode d'ajustement de faisceaux perspectifs a été développée au sein de la communauté des photogramètres [Sla80]. Cette méthode est basée sur le principe de compensation en utilisant la méthode des moindres carrés. Soit un système d'équations linéaires se présentant sous la forme suivante

$$\sum_i l_i = \sum_{ik} a_{ik} x_k \quad (3.6)$$

où a_{ik} sont les coefficients connus du système, l_i représentent les termes connus d'un vecteur appelé vecteur observation. Ce sont des grandeurs stochastiques, donc entachées d'erreurs accidentelles. Finalement x_k sont les inconnues du système d'équations. Si l'on exprime alors le système sous la forme matricielle $\mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, la solution sera $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{l}$.

En revanche, si l'on dispose d'un nombre d'observations plus grand que d'inconnues, ce qui est recommandé à la fois pour contrôler les observations et

pour accroître la précision, on est confronté à un problème de compensation. Ce système peut être résolu en minimisant la somme des carrés des corrections \mathbf{v} à apporter aux observations \mathbf{l} du système d'équations 3.6. On déduit alors le système des équations d'erreurs

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}. \quad (3.7)$$

Les \hat{x}_k inconnues peuvent alors être obtenues en écrivant la condition de minimalisation

$$\mathbf{v}^t \mathbf{v} = \min = (\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l})^t (\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}) = \hat{\mathbf{x}}^t \mathbf{A}^t \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} - 2\mathbf{l}^t \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}^t \mathbf{l} \quad (3.8)$$

En dérivant le système par rapport à \hat{x} et en égalisant à zéro, on obtient alors

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^t \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{l} \quad (3.9)$$

La matrice $(\mathbf{A}^t \mathbf{A})$ est appelée la matrice des équations normales et \mathbf{A} est la matrice des équations d'erreurs.

La solution décrite jusqu'à présent est appelée la compensation par les observations intermédiaires ou par variation de coordonnées. Pour appliquer cette méthode, le système d'équations 3.5 doit d'abord être linéarisé pour qu'une compensation par les observations intermédiaires puisse être effectuée. L'algorithme de compensation suppose la présence de systèmes linéaires, il convient de linéariser le système par un développement de Taylor limité aux termes du premier ordre. Ainsi, pour résoudre ce problème on peut utiliser l'algorithme de Levenberg-Marquardt [PFTV88] qui est un algorithme bien connu pour les problèmes non linéaires.

3.4.1 Prise en compte de différentes précisions

La prise en compte de différentes précisions de mesure pour les observations \mathbf{l}_i est exprimée par l'intermédiaire de l'écart type σ_i . Dans la compensation ou variation de coordonnées, on tient compte de ces précisions différentes à l'aide d'une pondération $1/\sigma_i^2$ qui est regroupé dans une matrice \mathbf{P}

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & & \\ & 1/\sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1/\sigma_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La condition de minimisation de la somme des carrés des résidus v prend alors la forme $\mathbf{v}^t \mathbf{P} \mathbf{v} = \min$, pour une compensation avec des observations de précisions différentes. Elles conduisent ainsi à la solution

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^t \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{P} \mathbf{I} \quad (3.11)$$

Les résidus \mathbf{v} estimés, correspondant à toutes les observations \mathbf{I} peuvent alors être déterminés à l'aide des inconnues $\hat{\mathbf{x}}$ estimées par l'intermédiaire de l'équation 3.7, les inconnues étant elles mêmes déterminées au moyen des équations 3.9 ou 3.11. Les résidus v permettent également de calculer le facteur d'écart type

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^t \mathbf{P} \mathbf{v}}{i - k}} \quad (3.12)$$

Il est ensuite possible, à l'aide du facteur d'écart type $\hat{\sigma}_0$ et des coefficients de poids (ou cofacteurs) q_{kk} , de donner une estimation des écarts types $\hat{\sigma}_{x_k}$ de toutes les inconnues x_k , selon

$$\hat{\sigma}_{x_k} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{kk}} \quad (3.13)$$

Les coefficients de poids q_{kk} sont les éléments de la diagonale principale de l'inverse de la matrice des équations normales, soit

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^t \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad (3.14)$$

Cette matrice détermine alors la précision des paramètres \hat{x} . De même, ces paramètres peuvent être séparés en deux groupes :

- le premier $\hat{\mathbf{x}}_1$, est compris par les paramètres d'orientations externes (équation 3.4). Ainsi que pour les paramètres additionnels, s'ils sont pris en compte par la compensation de faisceaux en introduisant les polynômes de correction dans les équations d'erreurs.
- Le deuxième $\hat{\mathbf{x}}_2$, est composé par les coordonnées de points-objet.

Le système peut être ainsi réécrit :

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 \\ \hat{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^t \mathbf{P} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1^t \mathbf{P} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_2^t \mathbf{P} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2^t \mathbf{P} \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^t \mathbf{P} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_2^t \mathbf{P} \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Les $\hat{\mathbf{x}}_2$ sont généralement les paramètres d'intérêt dans la simulation. La matrice $\mathbf{A}_2^t \mathbf{P} \mathbf{A}_2$ est une matrice hyperdiagonale, avec des sous-matrice 3×3 . L'inversion de cette matrice est particulièrement simple, car chaque sous-matrice peut être inversée séparément.

3.4.2 Propagation d'erreur limitée

Cette méthode de calcul permet une bonne compensation d'erreurs systématiques. Néanmoins, elle présente les inconvénients suivants :

1. Comme il ne s'agit pas d'un problème linéaire, des méthodes particulières doivent être mises en œuvre pour obtenir les valeurs approchées requises, à partir desquels une linéarisation est possible.
2. La méthode nécessite un important volume de calcul.

Pour cela, des études dont le but est de simplifier le calcul ont été effectuées. Une technique d'ajustement non rigoureuse connue comme *propagation d'erreur limitée*; LEP³, a été développée, ([Fra87]). LEP est équivalente au calcul des coordonnées objet par intersection, où les points-objet sont les seules inconnues du système d'équations. Les paramètres des caméras intrinsèques et extrinsèques sont considérés comme étant libres d'erreur. Ainsi, la variance dans les coordonnées des points-objets survient principalement de la propagation d'erreurs aléatoires produit dans les mesures des coordonnées images. Ce modèle permet donc d'estimer une valeur d'erreur dans les coordonnées des points-objet pour une configuration donnée. De cette façon, nous pouvons étudier la phase de conception de premier ordre FOD. Cependant cette analyse ne permet pas d'étudier les problèmes de données liés à la phase de conception ZOD, telle que la calibration. Néanmoins, notre but ultime est d'estimer l'aspect que pourrait avoir une configuration de caméras ayant un haut degré de convergence, pour le cas d'objets complexes présentant des occultations. Dans cette situation, LEP donne une estimation similaire au cas de propagation totale. Le temps d'exécution nécessaire pour calculer la précision d'un tel réseau est une fraction du temps employé pour la méthode de compensation d'observations intermédiaires. Ce modèle a été utilisé dans des travaux de simulation cherchant à étudier la disposition spatiale des caméras dans le cadre d'un système expert [Mas94]. Ainsi, l'idée est d'estimer de façon automatique une telle configuration, d'une façon algorithmique en utilisant une estimation analytique de l'erreur tridimensionnelle.

3.5 Estimation de l'erreur tridimensionnelle

Le problème de la reconstruction tridimensionnelle implique un ensemble de M caméras qui regardent P points placés sur un objet composé de N surfaces. Conformément au modèle sténopé, une caméra est considérée comme

3. en anglais "limited error propagation".

un système qu'exécute une transformation projective linéaire connue de l'espace projectif \mathbb{P}^3 dans le plan projectif \mathbb{P}^2 . Les matrices de projection de chaque caméra ainsi que les points images étant connus, une étude de propagation des erreurs peut être développée à partir du système d'équations 3.5 réécrit linéairement sous la forme :

$$\begin{bmatrix} (u_{ij}m_{31}^i - m_{11}^i) & (u_{ij}m_{32}^i - m_{12}^i) & (u_{ij}m_{33}^i - m_{13}^i) \\ (v_{ij}m_{31}^i - m_{21}^i) & (v_{ij}m_{32}^i - m_{22}^i) & (v_{ij}m_{33}^i - m_{23}^i) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (m_{14}^i - u_{ij}m_{34}^i) \\ (m_{24}^i - v_{ij}m_{34}^i) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Ce système peut être écrit en notation matricielle comme suit

$$\mathbf{A}(p_{ij}, M_i)\mathbf{P}_j = \mathbf{b}(p_{ij}, M_i), \quad (3.17)$$

en multipliant les deux membres du système d'équations par \mathbf{A}^t on obtient alors

$$\mathbf{A}^t\mathbf{A}\mathbf{P} = \mathbf{A}^t\mathbf{b}, \quad (3.18)$$

si la matrice $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$ est inversible, on obtient la solution

$$\mathbf{P} = (\mathbf{A}^t\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^t\mathbf{b}, \quad (3.19)$$

ce qui minimise $\|\mathbf{A}\mathbf{P} - \mathbf{b}\|^2$.

La forme de la solution est similaire au système d'équations 3.9. Ainsi, nous avons les valeurs au sens des moindres carrés des points tridimensionnels reconstruits. Cette relation exprime tout simplement la relation linéaire entre les points images p_{ij} et les points tridimensionnels P_j à partir de matrices de projection M_i .

3.5.1 Estimation de l'incertitude par la méthode analytique

Afin de mesurer l'incertitude liée au processus de reconstruction et en tenant compte du fait que $P \in \mathbb{R}^{3j}$ a été calculé à partir d'un autre vecteur aléatoire $p \in \mathbb{R}^{2ij}$ en utilisant une fonction f de classe C^1

$$P = f(p) \quad (3.20)$$

la matrice de covariance ΛP est approximée à l'aide du développement de Taylor de la fonction f au voisinage de la moyenne $E[p]$. Ceci est exprimé

par la proposition suivante, voir [Fau93, chapter V].

Proposition 1 *Étant donné un vecteur aléatoire $p \in \mathbb{R}^{2ij}$, de distribution gaussienne de moyenne $E[p]$ et de covariance Λp , et $P \in \mathbb{R}^{3j}$, le vecteur aléatoire donné par $P = f(p)$, où f est une fonction de classe C^1 , la moyenne de P peut être approximée au premier ordre par $f(E[p])$ et sa covariance par*

$$\Lambda P = \frac{\partial f(E[p])}{\partial p} \Lambda p \frac{\partial f(E[p])}{\partial p}^t \quad (3.21)$$

Démonstration: Le développement au premier ordre de la fonction f au voisinage de $E[p]$ est donné par

$$f(p) = f(E[p]) + \frac{\partial f(E[p])}{\partial p} (p - E[p]) + \Theta(p) \quad (3.22)$$

Le terme $\frac{\partial f(E[p])}{\partial p}$ représente la matrice Jacobienne de $f(p)$ en $E[p]$ et $\Theta(p)$ est une fonction bornée en chaque coordonnée par $\varepsilon(\|p - E[p]\|^2)$ où $\varepsilon : t \rightarrow \varepsilon(t)$ de \mathbb{R} dans \mathbb{R} est une fonction telle que $\lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = 0$.

Si on considère maintenant que les réalisations de p sont assez proches de $E[p]$, $f(p)$ peut être approximée par le terme au premier ordre seulement, en négligeant le terme ε dans 3.22. On obtient alors :

$$E[P] \simeq f(E[p])$$

$$f(p) - f(E[p]) \simeq \frac{\partial f(E[p])}{\partial p} (p - E[p])$$

d'où il résulte que

$$\begin{aligned} E[(f(p) - f(E[p]))(f(p) - f(E[p]))^t] &\simeq E\left[\frac{\partial f(E[p])}{\partial p} (p - E[p])(p - E[p])^t \left(\frac{\partial f(E[p])}{\partial p}\right)^t\right] \\ &= \frac{\partial f(E[p])}{\partial p} E[(p - E[p])(p - E[p])^t] \left(\frac{\partial f(E[p])}{\partial p}\right)^t \end{aligned}$$

est l'approximation au premier ordre de la matrice de covariance ΛP en fonction de Λp donné par 3.21. \square

Ainsi, ΛP est une matrice définie, positive et symétrique, que décrit les limites sur $P = f(p)$ dans le voisinage de $E[P] = f(E[p])$ étant donné celui de p dans le voisinage de $E[p]$. Cette proposition nous permet alors de calculer l'incertitude des points tridimensionnels, si l'incertitude des points images Λp est connue. A partir du système d'équations 3.19 on a alors :

$$\Lambda P_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial u_1} & \frac{\partial P_x}{\partial v_1} & \cdots & \frac{\partial P_x}{\partial u_i} & \frac{\partial P_x}{\partial v_i} \\ \frac{\partial P_y}{\partial u_1} & \frac{\partial P_y}{\partial v_1} & \cdots & \frac{\partial P_y}{\partial u_i} & \frac{\partial P_y}{\partial v_i} \\ \frac{\partial P_z}{\partial u_1} & \frac{\partial P_z}{\partial v_1} & \cdots & \frac{\partial P_z}{\partial u_i} & \frac{\partial P_z}{\partial v_i} \end{bmatrix} [\Lambda p_{i \times i}] \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial u_1} & \frac{\partial P_y}{\partial u_1} & \frac{\partial P_z}{\partial u_1} \\ \frac{\partial P_x}{\partial v_1} & \frac{\partial P_y}{\partial v_1} & \frac{\partial P_z}{\partial v_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_x}{\partial u_i} & \frac{\partial P_y}{\partial u_i} & \frac{\partial P_z}{\partial u_i} \\ \frac{\partial P_x}{\partial v_i} & \frac{\partial P_y}{\partial v_i} & \frac{\partial P_z}{\partial v_i} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.6 Estimation de l'erreur dans les images

La matrice de covariance des points images peut être écrit sous la forme

$$\Lambda p_{i \times i} = \begin{bmatrix} \sigma u_1^2 & & & & & \\ & \sigma v_1^2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \sigma u_i^2 & & \\ & & & & \sigma v_i^2 & \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Pour compléter l'étude d'incertitude, une analyse sur les points images doit être réalisée. Pour cela une expérimentation concernant la détection du centre de cibles circulaires sera introduit en utilisant la mire de calibration, (voir figure 3.5). Cette mire est composée de 160 cibles circulaires rétro-réfléchissantes placée dans un volume de $33.7 \times 26.2 \times 26.2 \text{ cm}^3$. La prise d'images a été effectuée avec une caméra PULNIX TM-6EX et un objectif KINOPTIK, de longueur focale 12.5 mm. La carte d'acquisition est une carte "Imaging Technology 150".

Une quantification dans la précision d'extraction sera estimée à l'aide de la Proposition 1. La relation pour déduire l'incertitude des points images sera établie à travers le birapport de quatre points alignés qui est l'invariant projectif fondamental.

Définition 1 Soient A, B, C, D quatre points colinéaires, nous définissons leur birapport, noté $K = [A, B, C, D]$, comme

$$K = [A, B, C, D] = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{\overline{AD} \times \overline{BC}} \quad (3.25)$$

où \overline{AC} est la mesure algébrique de AC .

Cette relation est connue comme étant le théorème fondamental de la géométrie projective, pour laquelle, toute homographie conserve le birapport

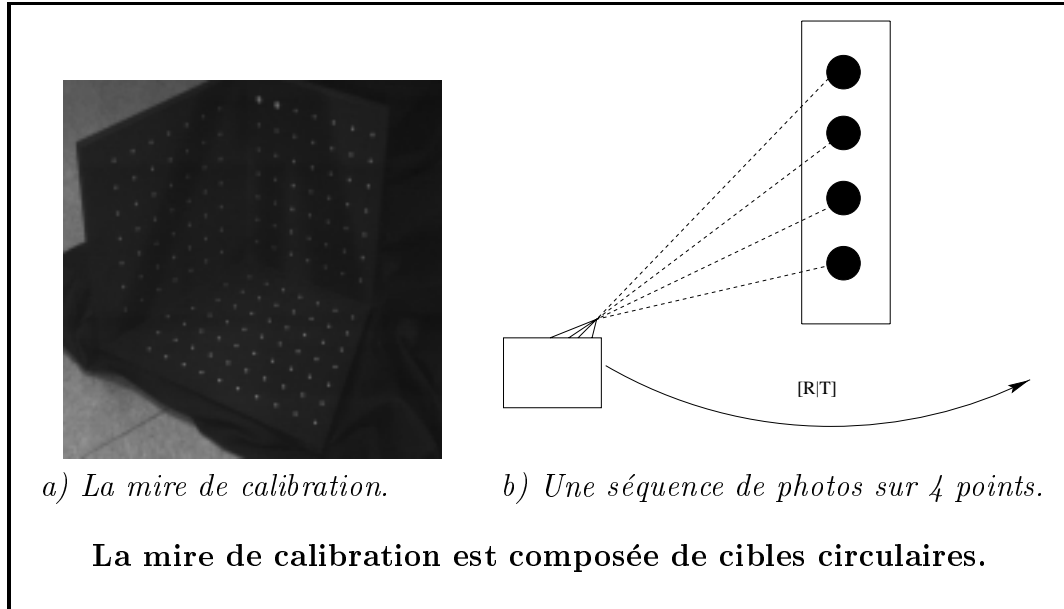


FIG. 3.5 – Une expérimentation est effectuée afin d’estimer l’incertitude des points images. La valeur d’incertitude diminue par rapport à l’angle d’inclinaison

([Moh93]). Ainsi, si on applique une transformation projective au quatre points produisant quatre nouveaux points colinéaires. La relation

$$[A, B, C, D] = [A', B', C', D'] \quad (3.26)$$

reste la même quelque soit l’image dans laquelle 4 points alignés de la scène sont projetés.

La définition précédente nous permet d’évaluer le pouvoir de discrimination d’un birapport de quatre points donnés. Cependant, dans cette section nous cherchons à évaluer l’incertitude sur le birapport de quatre points en fonction de l’incertitude sur ces points. Dans le cas de configurations homothétiques, l’incertitude sur le birapport varie de manière inversement proportionnelle aux distances entre les points ([Mor93]). Ainsi, pour une même image où les incertitudes sur les points peuvent être considérées comme identiques suivant une loi de probabilité normale. On peut choisir une configuration de birapport égale à $K = [0, 3, 2, 1] = 4$ dans la mire utilisée, à partir des points alignés et équidistants les uns des autres pour obtenir des birapports stables.

Afin de réaliser l’expérimentation, nous allons utiliser un détecteur de cibles circulaires, similaire à celui proposé par Gruen [Gru85], pour extraire

sa position dans les images ([Bra95]). La fonction K calculant le birapport peut se linéariser localement autour de la configuration de $K = [0, 3, 2, 1]$. La relation entre l'écart-type des valeurs de birapports et celui de l'erreur d'extraction des cibles peut se déduire du développement de Taylor de K au premier ordre

$$\Lambda K = \partial f(K) \quad \Lambda p \quad \partial f(K)^t \quad (3.27)$$

où

- ΛK de taille 1×1 , est égal à la variance des valeurs du birapport σ_K^2 . Cette valeur est calculée en considérant tous les birapports K_i obtenus à partir de 4 cibles alignées et équidistantes à l'aide de la moyenne discrète

$$\bar{K} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_i$$

en utilisant la méthode statistique

$$\sigma_K^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (K_i - \bar{K})^2$$

- $\partial f(K)$ est le Jacobien de K , dont les dérivées partielles par rapport à chaque point sont calculées comme suit

$$\mathbf{J}_K = \left[\frac{(b-d)(c-d)}{(a-d)^2(b-c)}, \frac{(a-c)(d-c)}{(a-d)(b-c)^2}, \frac{(b-d)(b-a)}{(a-d)(b-c)^2}, \frac{(a-c)(b-a)}{(a-d)^2(b-c)} \right]$$

Considérant, que pour des configurations homothétiques

$$\mathbf{J}_K(\lambda a, \lambda b, \lambda c, \lambda d) = \frac{1}{\lambda} \mathbf{J}_K(a, b, c, d)$$

on obtient alors $\|\mathbf{J}_K(0, 3, 2, 1)\|^2 = 80$.

- Λp est la matrice de covariance des 4 points alignés utilisés pour calculer le birapport K . Comme toutes les cibles sont extraites sans erreurs systématiques

$$\Lambda p = \sigma_p^2 \mathbf{I}_{4 \times 4}$$

où σ_p représente l'écart-type des erreurs d'extractions des cibles, et \mathbf{I} est la matrice identité de taille 4×4 .

Angle α	σ_{p_x}	λ_x	σ_{K_x}	K_x	σ_{p_y}	λ_y	σ_{K_y}	K_y
0°	.011	40.04	2.5×10^{-3}	3.99	.018	57.45	2.9×10^{-3}	4.0
10°	.017	39.61	3.8×10^{-3}	3.99	.011	57.52	1.7×10^{-3}	4.0
20°	.013	38.34	3.0×10^{-3}	3.99	.016	57.79	2.4×10^{-3}	4.0
30°	.014	36.13	3.5×10^{-3}	3.99	.012	58.28	1.8×10^{-3}	4.0
40°	.027	33.25	7.4×10^{-3}	4.00	.023	59.02	3.5×10^{-3}	4.0
50°	.026	29.54	8.0×10^{-3}	3.99	.027	59.95	4.0×10^{-3}	4.0
60°	.029	25.3	1.0×10^{-2}	4.00	.031	61.19	4.6×10^{-3}	4.0
70°	.024	20.84	1.0×10^{-2}	3.98	.022	62.74	3.1×10^{-3}	4.0
75°	.054	18.7	2.6×10^{-2}	3.98	.074	63.69	1.0×10^{-2}	4.0

TAB. 3.1 – Résultats d'expérimentations sur la mire de calibration.

3.6.1 Détermination d'un modèle d'erreur de points image

Ainsi, pour des birapports calculés avec 4 points alignés et équidistants

$$\sigma_K^2 = \sigma_p^2 \|\mathbf{J}_K\|^2 \longrightarrow \sigma_p = \sigma_K \frac{\lambda}{\sqrt{80}} \quad (3.28)$$

où λ est la distance dans l'image entre 2 cibles. Cette distance est sensiblement constante pour des cibles appartenant à la même image car la déformation perspective de nos images est faible. De même la position des cibles sera corrigée afin de prendre en compte les distorsions du système d'acquisition [Bra95]. De cette manière, une expérimentation de 30 photos sur 4 points alignés de façon verticale et horizontale, appartenant à un plan de la mire est réalisée à intervalles réguliers de 10 degrés. De cette manière la distance d'observation et l'angle d'incidence sont à-peu-près similaires pour chaque expérience. Ainsi, nous pouvons calculer l'incertitude des points images σ_p par rapport à l'incertitude mesurée du birapport σ_K en utilisant l'équation 3.28. Les résultats de ces tests sont résumés dans le tableau 3.1. Ainsi, à partir de ces résultats nous avons estimé la variance des cibles rétro-réfléchissantes par rapport à l'angle d'inclinaison de la prise de vue.

Les valeurs d'incertitude associées aux points images diminuent par rapport à la direction de prise d'images. La qualité de la détection des points images σ_p est d'environ 0.015 pixel. σ_p est une fonction de l'angle d'inclinaison α correspondant à chaque direction d'observation. Comme les cibles sont circulaires et en considérant qu'elles sont vues comme des ellipses, nous pouvons supposer que la matrice de covariance de sa position deux-dimensionnelle peut être considérée comme une matrice diagonale par rapport aux axes de référence de l'ellipse, (voir équation 3.24). Ainsi, les incertitudes associées

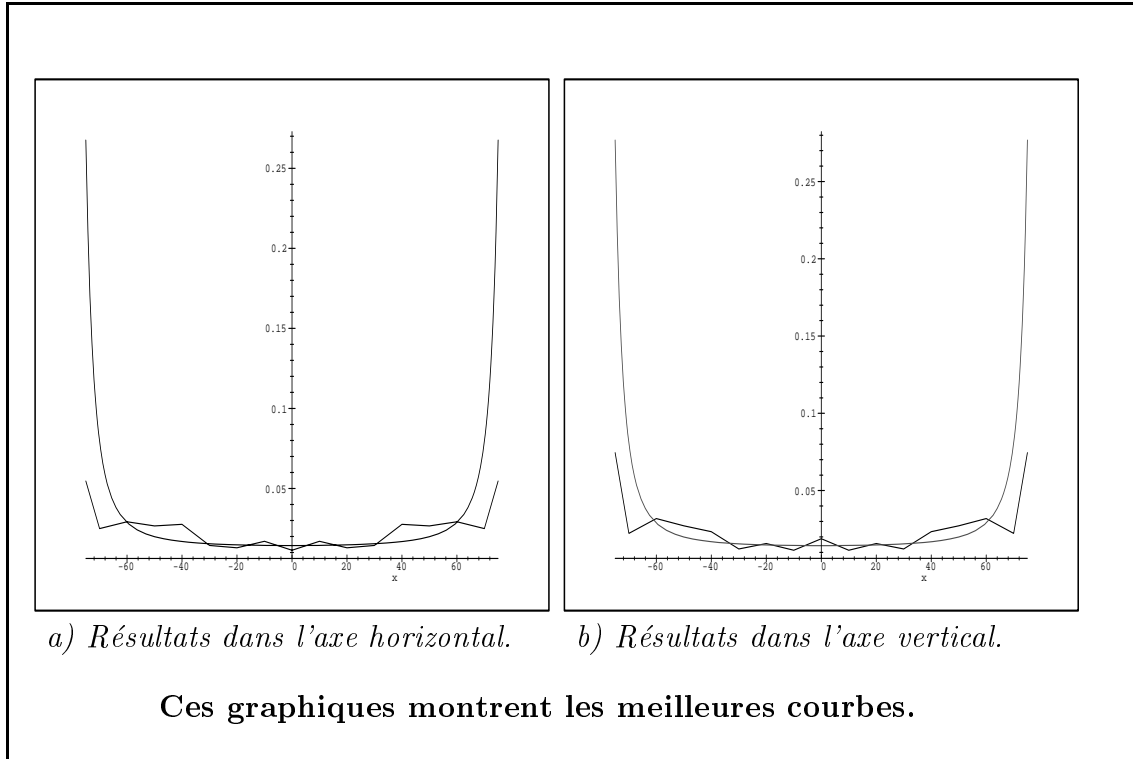


FIG. 3.6 – Les graphiques suivants montrent les courbes σp ajustées aux moindres carrés par rapport aux données du tableau 3.1. Ces courbes montrent le changement d'incertitude par rapport à l'inclinaison des prises de vues. L'axe X correspond à la contrainte d'angle d'inclinaison en degrés et l'axe Y correspond à l'erreur dans l'image.

aux axes de l'ellipse sont représentées par la variance correspondant à l'inclinaison de chaque prise de vue dans les deux directions associées.

Les graphiques de la figure 3.6 montrent les résultats finaux de nos expérimentations autour des axes verticaux et horizontaux. Ces graphiques sont le résultat de l'approximation des données du tableau 3.1 à une fonction hyperbolique. La fonction hyperbolique modèle utilisée est la suivante

$$y = \beta \left(e^{\left(\frac{\alpha}{90-x}\right)} + e^{\left(\frac{\alpha}{90+x}\right)} \right) + \gamma \quad (3.29)$$

Il faut remarquer que les données sont mieux ajustées à une fonction de cette forme. D'après l'estimation des paramètres du modèle 3.29, une seule courbe est définie pour les deux directions d'expérimentation dont les valeurs correspondantes sont $\alpha = 79.74$, $\beta = 1.31 \times 10^{-3}$ et $\gamma = 8 \times 10^{-3}$. Ce modèle correspond à la contrainte d'angle d'incidence dans la conception

de réseaux de caméras. Il faut remarquer que pour un angle supérieur à 80 degrés, nous n'avons plus de mesures et ceci conduit à une valeur d'incertitude infinie. D'autre part, les graphiques 3.6 correspondent au savoir-faire des photogrammètres, en effet à partir de 60 degrés l'incertitude devient très importante. Le modèle Λp est utile pour estimer la matrice de covariance des points tridimensionnels ΛP .

3.7 Les critères

Après l'étude d'incertitude développée dans les sections 3.5 et 3.6, nous pouvons déduire la matrice de covariance ΛP de taille 3×3 appartenant aux points tridimensionnels comme

$$\Lambda P = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{xy}^2 & \sigma_y^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{xz}^2 & \sigma_{yz}^2 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

ΛP est une matrice définie, symétrique et positive. Cette matrice détermine la précision des mesures tridimensionnelles. Plusieurs critères peuvent être déterminés, afin de sélectionner la meilleure matrice de covariance correspondant au réseau de caméras représentant la distribution ou géométrie d'image la plus favorable. Ainsi, la comparaison des matrices de covariance peut être interprétée comme étant la détermination de l'écart-type $\sigma_{\Lambda P}$, de la fonction $P = f(p)$, (voir équation 3.19). L'écart-type $\sigma_{\Lambda P_1}$ exprime alors la valeur d'incertitude liée à la matrice de covariance ΛP_1 , laquelle est meilleure par rapport à un autre écart-type associé à une distribution d'images de covariance ΛP_2 .

$$\Lambda P_1 \leq \Lambda P_2, \quad \sigma_f^{\Lambda P_1} \leq \sigma_f^{\Lambda P_2} \quad (3.31)$$

Ainsi, des mesures peuvent être dérivées de la matrice de covariance ΛP afin d'estimer la qualité quantitative sur une géométrie d'image quelconque.

Parmi les principaux critères on peut citer :

- **La variance individuelle des paramètres.** La précision dans chaque composante d'un point tridimensionnel est obtenue directement des valeurs respectives dans la diagonale de la matrice ΛP .

$$\sigma_x^2, \quad \sigma_y^2, \quad \sigma_z^2$$

- **Des mesures à partir de la variance individuelle.** Une évaluation sur les mesures des coordonnées des points objets peut être dérivée à

partir de la variance dans chaque composante en utilisant des valeurs statistiques dérivées.

- **La trace.** Cette mesure est égale à la somme de tous les éléments sur la diagonale de la matrice ΛP .

$$\text{tr}(\Lambda P) = \sum_{i=1}^3 \Lambda P_{ii} \quad (3.32)$$

- **La variance maximale.** La plus grande valeur de variance dans les éléments de la diagonale de la matrice ΛP , détermine le cas extrême dans lequel la qualité du réseau des caméras proposée peut être évaluée.

$$\mu(P) = \max_{j=1..3} \Lambda P_{jj} \quad (3.33)$$

- **Le niveau d'isotropie.** D'après Mason ([Mas94]), une valeur k seuil peut être estimée à partir d'une valeur maximale, minimale et moyenne des éléments de la diagonale. Cette valeur détermine le niveau d'égalité de la variance dans toutes les directions $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2$.

$$k \leq \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\bar{\sigma}} \quad (3.34)$$

- **Les valeurs propres de ΛP .** Les valeurs propres de la matrice $\Lambda P_{n \times n}$, ont la propriété d'être invariants aux similitudes. Ainsi, à partir de ces valeurs une estimation quantitative sur une géométrie d'image peut être dérivée.
- **L'hyper-ellipsoïde d'incertitude.** Il n'est pas un critère en lui-même, mais il sert à visualiser l'incertitude des mesures tridimensionnelles. En supposant que P a une distribution gaussienne et que ΛP est une matrice définie symétrique et positive non singulière, c'est-à-dire que toutes les valeurs propres sont strictement positives, le vecteur aléatoire χ défini par

$$\chi = \Lambda P^{-\frac{1}{2}}(P - E[P])$$

a une distribution gaussienne, de moyenne nulle et de covariance

$$E[\chi \chi^t] = E[\Lambda P^{-\frac{1}{2}}(P - E[P])(P - E[P])^t \Lambda P^{-\frac{1}{2}}] = \Lambda P^{-\frac{1}{2}} \Lambda P \Lambda P^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{I}$$

Par conséquent, la variable aléatoire δP est définie par

$$\delta P = \chi^t \chi = (P - E[P])^t \Lambda P^{-1} (P - E[P])$$

Il en suit une distribution de χ^2 avec $r = \text{rang}(\Lambda P)$ degrés de liberté. En d'autres termes, ceci peut être exprimé par la proposition bien connue suivante.

Proposition 2 *Si le vecteur aléatoire P de distribution gaussienne est connu, la probabilité qu'une réalisation de P soit à l'intérieur de l'hyper-ellipsoïde d'incertitude de dimension $r = \text{rang}(\Lambda P)$ est défini par l'équation*

$$(P - E[P])^t \Lambda P^{-1} (P - E[P]) = k^2 \quad (3.35)$$

d'où une probabilité

$$P_{\chi^2}(k, r)$$

où k est un scalaire arbitraire. \square

Cette hyper-ellipsoïde permet de représenter graphiquement l'incertitude liée à P . Évidemment, cette visualisation ne peut se faire que si r est inférieur ou égal à trois. Pour un r quelconque, on peut calculer les demi axes de l'hyper-ellipsoïde par la formule

$$a_i = \sqrt{\frac{k^2}{w_i}} \quad (3.36)$$

où les w_i sont les valeurs propres de la matrice ΛP^{-1} ainsi que les directions des axes principaux \mathbf{w}_i qui sont les vecteurs propres correspondants.

- **Une matrice critère.** Finalement, une dernière mesure peut être établie à partir d'une matrice critère généralement de 30% à 40 % plus petite que la matrice originale, voir [FC90]. Celle-ci est une matrice dont le but est d'établir une forme idéale. Förstner a proposé une métrique à partir de la propriété d'invariance des valeurs propres de ΛP

aux similitudes, afin d'obtenir une mesure sur la distance entre deux matrices de covariance ΛP et ΛQ , (voir [För95]).

$$d(\Lambda P, \Lambda Q) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \ln^2 \lambda_i(\Lambda P, \Lambda Q)}. \quad (3.37)$$

Où les valeurs propres $\lambda_i(\Lambda P, \Lambda Q)$ vient de $|\lambda \Lambda P - \Lambda Q| = 0$.

Les différents critères étudiés peuvent servir de modèle afin de caractériser de façon quantitative une configuration de caméras quelconque. Parmi les critères étudiés le choix d'une matrice critère implique qu'une solution au problème FOD ait été réalisée a priori. Ainsi, à partir de la supposition d'une configuration initiale, l'optimisation du réseau doit par définition être relative et non absolue. Notre préoccupation est de donner une solution au problème FOD, ainsi la voie d'une matrice critère n'est pas utilisable. Pour cela, notre idée est d'étudier le problème en termes d'optimisation.

Le choix de la valeur propre maximale λ_{\max} comme critère à minimiser nécessite la décomposition matricielle de ΛP . De même, la valeur $\sqrt{\lambda_{\max}}$ est en relation avec l'écart-type maximal de ΛP . Ainsi, nous pouvons remplacer le critère de valeur propre maximale pour une mesure moins stricte comme la trace. Cependant comme la valeur propre maximale est en relation directe avec l'écart-type maximal, au lieu d'utiliser la trace de ΛP nous proposons comme mesure $\mu(P)$ l'utilisation de *l'élément maximal dans la diagonale de ΛP* . Ceci correspond à la plus mauvaise variance dans toutes les directions de l'hyper-ellipsoïde d'incertitude. Cette mesure est facile à calculer et donne une bonne uniformité de la précision du réseau pour chaque axe des coordonnées.

Nous allons utiliser les ellipsoïdes d'erreur comme un outil de représentation graphique de la solution. De cette manière, le but dans la visualisation sera d'illustrer la qualité du processus de conception d'un réseau; ceci permet une bonne perception de la qualité du résultat obtenu.

3.8 Positionnement des caméras au moyen d'une représentation sphérique

Suivant les approches proposées par plusieurs chercheurs (voir, [Che87], [FD84], [BH87a], section 2.2), nous allons simplifier le problème du placement en supposant nos caméras sur une sphère centrée sur l'objet à observer, (voir figure 3.7).

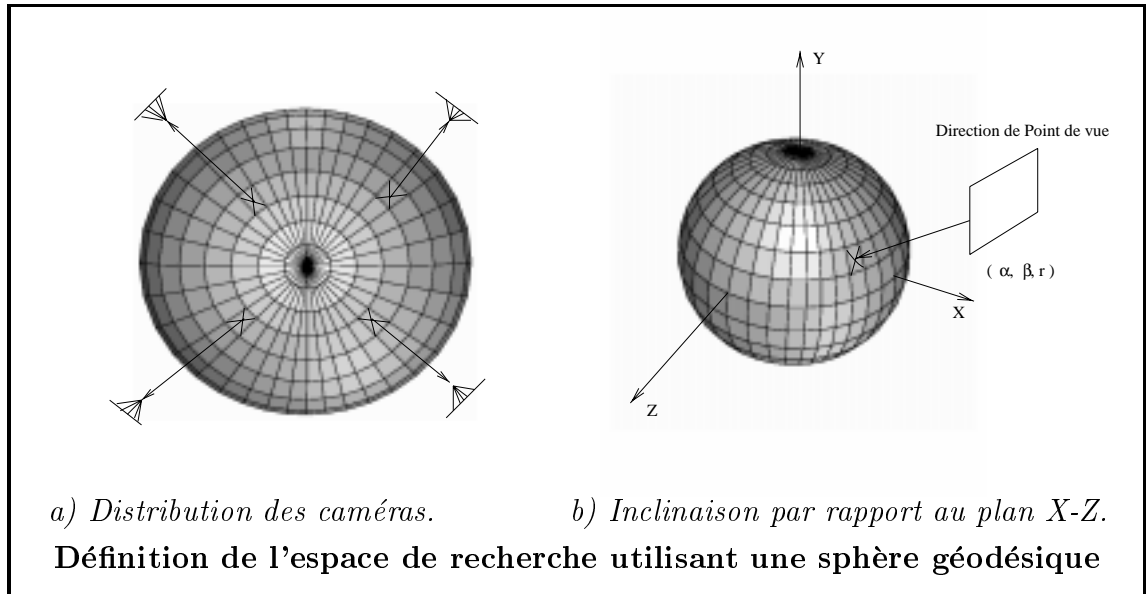


FIG. 3.7 – Ces graphiques montrent une façon de diviser l'espace de recherche à travers l'utilisation d'une sphère qui entoure l'objet à observer. De cette manière, l'attitude de la caméra est déterminée par les angles α et β ainsi que par une distance r de la caméra à l'objet.

Cette représentation a été appelée *la contrainte sphérique* dans les travaux de Mason [Mas94]. Cependant une telle simplification avait déjà été utilisée auparavant ([YHS95], [TG93] et [SNSS92]).

3.8.1 Quelques propriétés de la représentation sphérique

Le but est de déterminer la disposition spatiale idéale de M caméras. Afin d'obtenir la plus petite erreur dans les mesures tridimensionnelles, cette représentation est définie par une discrétisation de l'espace en longitude et latitude à travers une sphère qui recouvre les surfaces à observer. Chaque cellule sur la sphère désigne une direction de prise de vue qui est numérotée afin d'être utilisée ensuite par un processus d'optimisation combinatoire. La relation directe entre les coordonnées sphériques et les propriétés liées à la géométrie des images va nous permettre d'exploiter le processus de recherche en utilisant les caractéristiques suivantes

- La détermination d'un système général de coordonnées (O_s, X, Y, Z). L'origine du repère O_s est localisée au centre nominal de l'objet à

mesurer. De cette manière, chaque caméra est placée sur une cellule de la sphère avec son axe optique dirigé vers le centre de l'objet, (voir figure 3.7).

- La disposition spatiale de chaque caméra est définie à partir de deux rotations d'angles α et β sur les axes X et Y du système de coordonnées général et du rayon r constant. Ceci peut être exprimé par un changement de repère des coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes comme suit

$$\begin{aligned} X &= r \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ Y &= r \cos(\alpha) \\ Z &= -r \sin(\alpha) \cos(\beta) \end{aligned} \tag{3.38}$$

- La discrétisation de l'espace de recherche à travers deux angles α et β qui divisent l'espace en termes de longitude et latitude, peut s'effectuer de plusieurs façons. Cette division devrait permettre une exploration suffisante dans les deux directions principales de recherche. Une première approximation peut être effectuée à l'aide d'un icosaèdre comme base de discrétisation dont chacune des vingt faces peuvent être subdivisées en plusieurs régions, jusqu'à l'obtention d'une résolution acceptable [SNSS92]. D'autre part, une deuxième approximation peut être obtenue directement à partir de la séparation angulaire dans les deux directions

$$\alpha = \{0^\circ, \dots, 180^\circ\}$$

$$\beta = \{0^\circ, \dots, 360^\circ\}$$

Cette discrétisation est simple à implémenter [Mas94]. Cependant, la division de l'espace ne produit pas de cellules égales en taille, c'est-à-dire que la résolution augmente par rapport à la latitude α . Afin de corriger ce problème, une approximation peut être effectuée dans le but d'avoir des cellules de taille similaire [YHS95]. La longueur d'arc ρ de chaque cellule peut varier par rapport à

$$d\rho = \sin(\alpha) d\alpha d\beta .$$

En prenant en compte le fait que $d\alpha$ est constant par rapport à α , que $d\rho$ dépend seulement de $\sin(\alpha)d\beta$, et que nous voulons laisser constant la longueur d'arc ρ pour toute valeur possible de α . Nous pouvons ainsi diviser l'espace de recherche Υ en $360 \sin(\alpha)$ intervalles dans la direction β , de la manière suivante

$$\Upsilon = \{(\alpha, \beta) \mid 0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ, \quad 0^\circ \leq \beta \leq [360 \sin(\alpha)]\}$$

Ainsi, la discrétisation de la sphère est approximée de façon à avoir des cellules de même taille.

- La distance de la caméra par rapport à l'objet r , à travers une direction de vue quelconque, doit satisfaire les contraintes liées à la saisie de l'image. C'est-à-dire que, l'image dans la caméra M_i doit être prise avec une résolution suffisante pour conduire le processus de mesure à la précision demandée. Ceci est exprimé par la distance maximale r_{\max} . De plus il faut que la caméra satisfasse les contraintes de placement qui sont la mise au point et le champ de vision liés à la distance minimale r_{\min} . Ces deux mesures nous donnent un intervalle R des valeurs définies pour chaque caméra par rapport aux différentes surfaces de l'objet à visualiser.

$$R = [r_{\min}, r_{\max}] \quad (3.39)$$

- Finalement, la représentation sphérique pour le placement des caméras permet de travailler de façon naturelle en termes d'angles. Cette propriété est liée aux deux facteurs principaux d'une géométrie d'image favorable :
 1. L'angle d'inclinaison de chaque caméra par rapport à un groupe de cibles appartenant à une surface est déterminé à travers le produit scalaire de deux vecteurs. Le premier vecteur \mathbf{A} est estimé à partir de la position de la caméra et de chacune des cibles observées. Le deuxième vecteur \mathbf{B} est défini comme la normale de la surface observée
 2. La représentation sphérique fait preuve de capacité pour altérer la distribution des caméras en position et orientation. Ceci permet de suivre les exigences au niveau de la précision, afin d'améliorer la convergence des faisceaux et la redondance des observations. De cette manière, un processus de recherche dans l'espace de solution peut être développé et mis en œuvre.

Le problème du placement des caméras est essentiellement de nature géométrique. L'approche en utilisant une répartition sphérique aide à étudier plus simplement les deux facteurs principaux dans la conception d'un réseau qui sont la distribution des caméras autour de l'objet à observer et l'inclinaison de chaque caméra par rapport à chacune de surfaces observées. Ainsi, le modèle géométrique de représentation discrète de l'espace de solution sous forme de sphère sera une base fondamentale dans l'élaboration d'une stratégie capable de résoudre le problème du placement de M caméras.

3.9 Estimation des paramètres optiques

Un des aspects importants dans la conception du réseau des caméras est celui de la détermination de la distance de la caméra par rapport à l'objet. La définition de l'intervalle R des valeurs qui satisfont les contraintes optiques d'une caméra peut être trouvée de différentes façons. Les approches sont essentiellement de nature analytique [CK88]. Le but est de déterminer la position spatiale de la caméra, étant donnés les différents paramètres optiques tels que la distance focale, l'ouverture, le champ de vision et la résolution qui dépendent du réglage des lentilles et des objectifs.

Pour cela, afin d'automatiser le processus d'emplacement d'un capteur, des techniques itératives ont été mises au point [Ama94]. Les méthodes consistent à formuler tous les problèmes en une liste de contraintes modélisées par des fonctions analytiques. Chaque tâche requise génère une contrainte géométrique équivalente donnant une position admissible dans l'espace tridimensionnel. Les domaines de solutions admissibles obtenus pour chaque tâche requise s'intersectent entre elles, afin de déterminer la position satisfaisant toutes les contraintes géométriques de façon simultanée.

Notre travail de recherche se consacre à l'étude d'une disposition favorable des caméras. Comme nous l'avons vu, ce problème est en relation avec la distribution d'une géométrie d'image ainsi que de la contrainte d'angle d'inclinaison. Pour cela, on considère cette distance constante de façon à ce que toutes les contraintes optiques soient satisfaites.

3.10 Quelques considérations dans la conception d'un réseau de caméras

Jusqu'à présent, nous avons étudié les principes mathématiques afin d'établir le critère et les contraintes nécessaires dans la conception d'un réseau de caméras. Dans cette section, nous allons voir comment la précision d'un sys-

tème multi-caméra est déterminée par la distribution des prises d'images, ainsi que par la convergence de chaque image par rapport à un seul plan-objet.

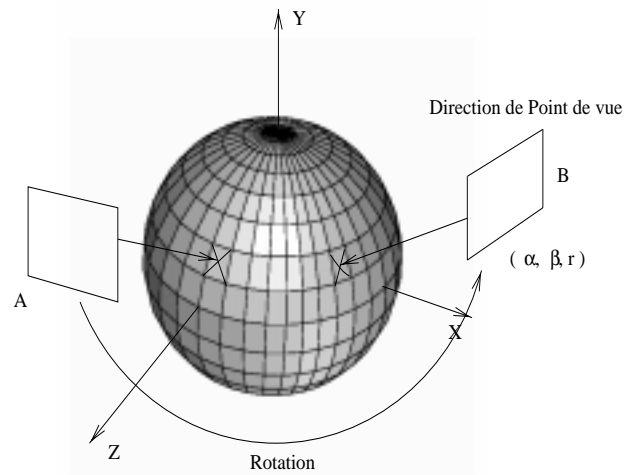
On visualisera dans ce qui suit l'incertitude à l'aide de l'ellipsoïde d'incertitude de la matrice de covariance ΛP . D'autre part, l'emplacement de chacune des caméras autour du plan $X - Z$ sera réalisé à partir du modèle sphérique, voir section 3.8.

3.10.1 Sélection d'un schéma d'observation

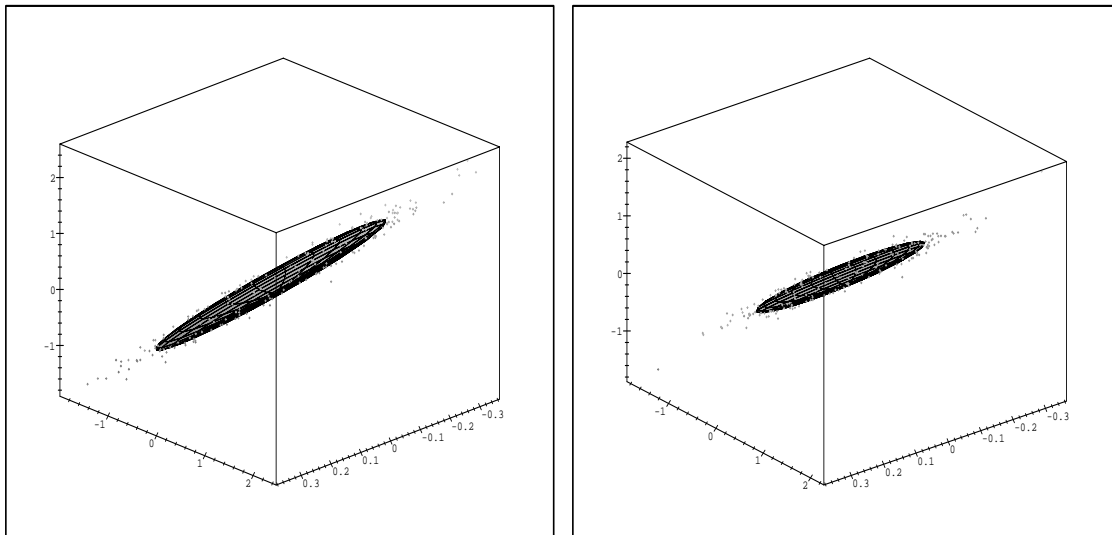
La figure 3.8.a, montre la distribution spatiale pour une configuration de deux caméras autour du plan $X - Z$. Une séquence de 6 configurations est alors calculée afin d'illustrer la qualité de chacune des solutions. La disposition spatiale de chaque caméra est déterminée par les angles $\alpha = 45$ et $\beta = \{10, 30, \dots, 110\}$ du modèle sphérique, de même on considère la valeur r comme constante. D'après les estimations et en utilisant la méthode analytique, voir section 3.5.1, des ellipsoïdes sont calculés. La représentation graphique montre de façon claire les avantages d'une configuration avec un haut degré de convergence. L'ellipsoïde d'erreur pour une séparation spatiale de 90° s'avère être minimal avec un $\sigma_{max} = 0.011$ dans le cas de deux caméras. Ce résultat est confirmé par le savoir-faire de photogrammètres et l'intuition géométrique.

Une analyse sur les résultats de la séquence montre que pour des configurations de caméras proches d'une position orthogonale par rapport à la surface mesurée, la valeur d'incertitude liée à la profondeur devient plus importante. Ainsi, plus on diminue la convergence du réseau plus la distribution s'élargit. À partir de ceci, on peut considérer que chaque ellipsoïde exprime bien l'incertitude en termes de grandeur et de direction des axes principaux par rapport à la disposition des prises d'images.

Un autre exemple de réseau est présenté dans la figure 3.10. Dans ce cas, trois caméras sont placées avec une distribution ayant 120° de séparation entre chaque caméra autour de l'axe Y . Cette configuration est similaire à des configurations utilisées par des experts photogrammètres, ([Fra96]). Dans cette situation, on cherche à étudier la relation du réseau de caméras ayant différents angles de convergence, ainsi qu'un nombre différent de prises d'images. De cette façon les caméras composant le réseau sont déplacées par rapport au plan $X - Z$ variant l'angle d'inclinaison $\alpha = \{70, 60, \dots, 30\}$, pour les cas de 2, 3, \dots , 9 images par caméra. La figure 3.11 montre plusieurs courbes déterminant la précision de chaque configuration. Chaque courbe est calculée à partir de l'inverse de la valeur d'erreur. De cette manière, deux ensembles de courbes sont affichés, chacun correspondant à un des axes



a) Déplacement de la caméra B par rapport à la caméra A.
L'objet à mesurer est au centre de la sphère.



b) Ellipsoïde d'incertitude à 10° .

c) Ellipsoïde d'incertitude à 30° .

FIG. 3.8 – La figure a, montre la géométrie d'image utilisée pour une configuration de deux caméras. La caméra B est déplacée par rapport à la première autour de l'axe Y. Les graphiques b et c montrent l'aspect des ellipsoïdes lors des deux premiers déplacements ($\beta = \{10, 30\}$).

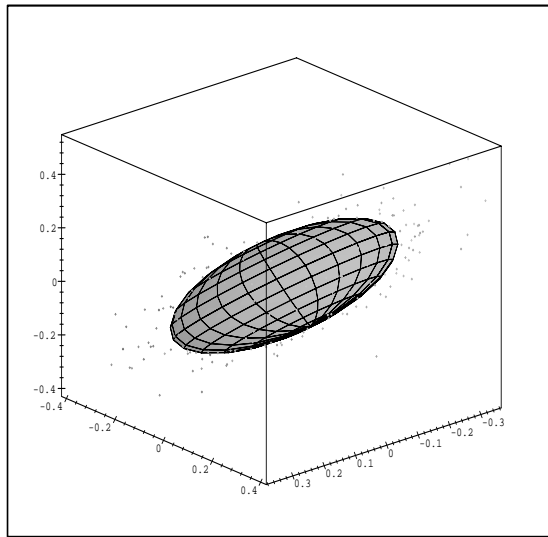
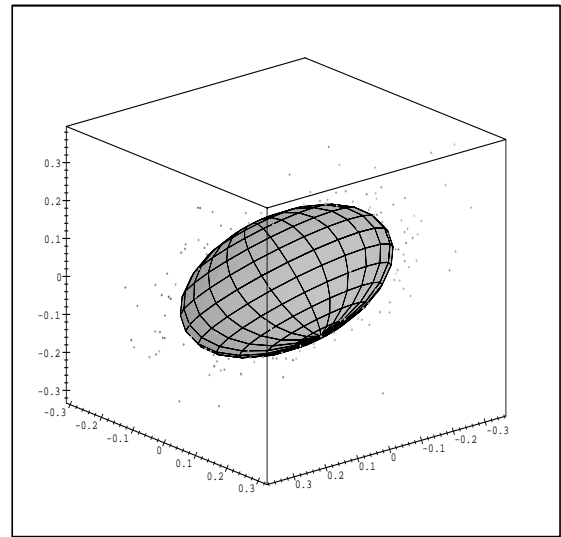
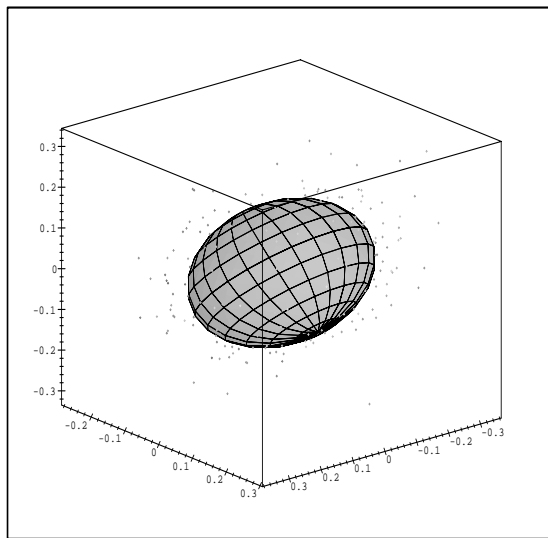
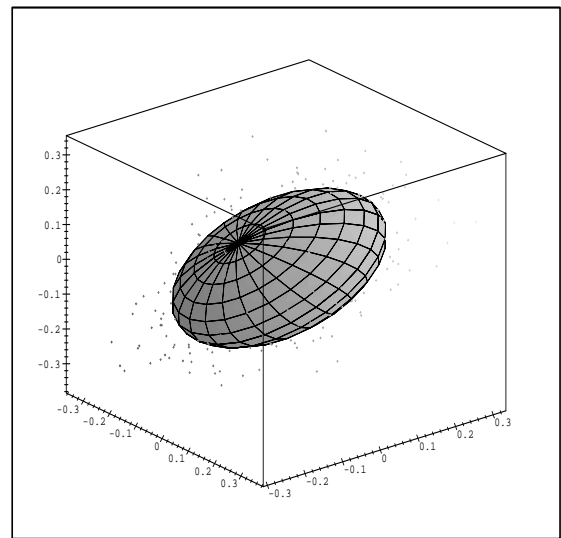
a) *Ellipsoïde d'incertitude à 50°.*b) *Ellipsoïde d'incertitude à 70°.*c) *Ellipsoïde d'incertitude à 90°.*d) *Ellipsoïde d'incertitude à 110°.*

FIG. 3.9 – Ces graphiques montrent les différents ellipsoïdes d'erreur pour une distribution d'image entre 50° et 110°. Dans le cas d'une géométrie d'image à 90° une valeur minimale au niveau de tous les axes est obtenue (attention, les échelles sont différentes). De cette façon les ellipsoïdes approchent le cas homogène.

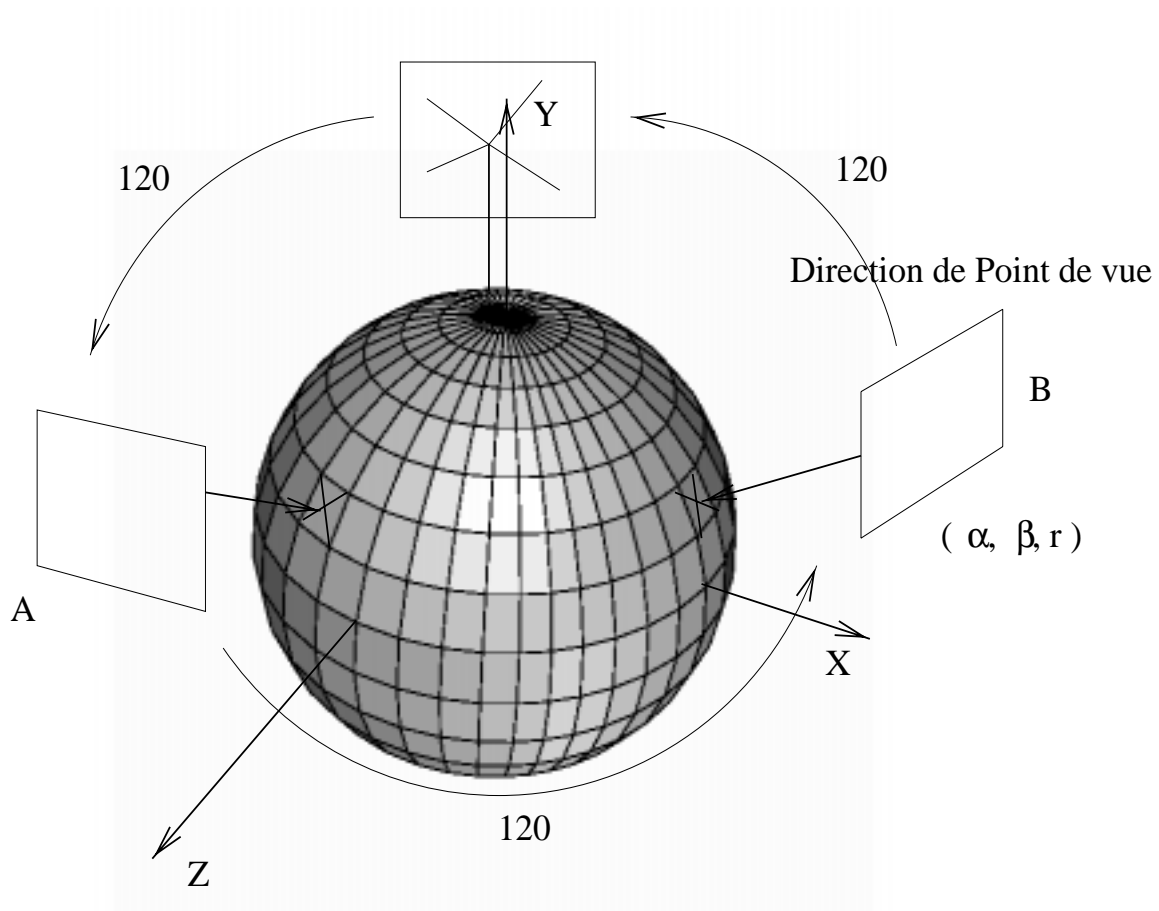


FIG. 3.10 – Trois caméras sont disposées autour de l'axe Y avec une distribution uniforme de 120° , afin d'étudier la configuration par rapport à l'angle d'inclinaison et le nombre d'images.

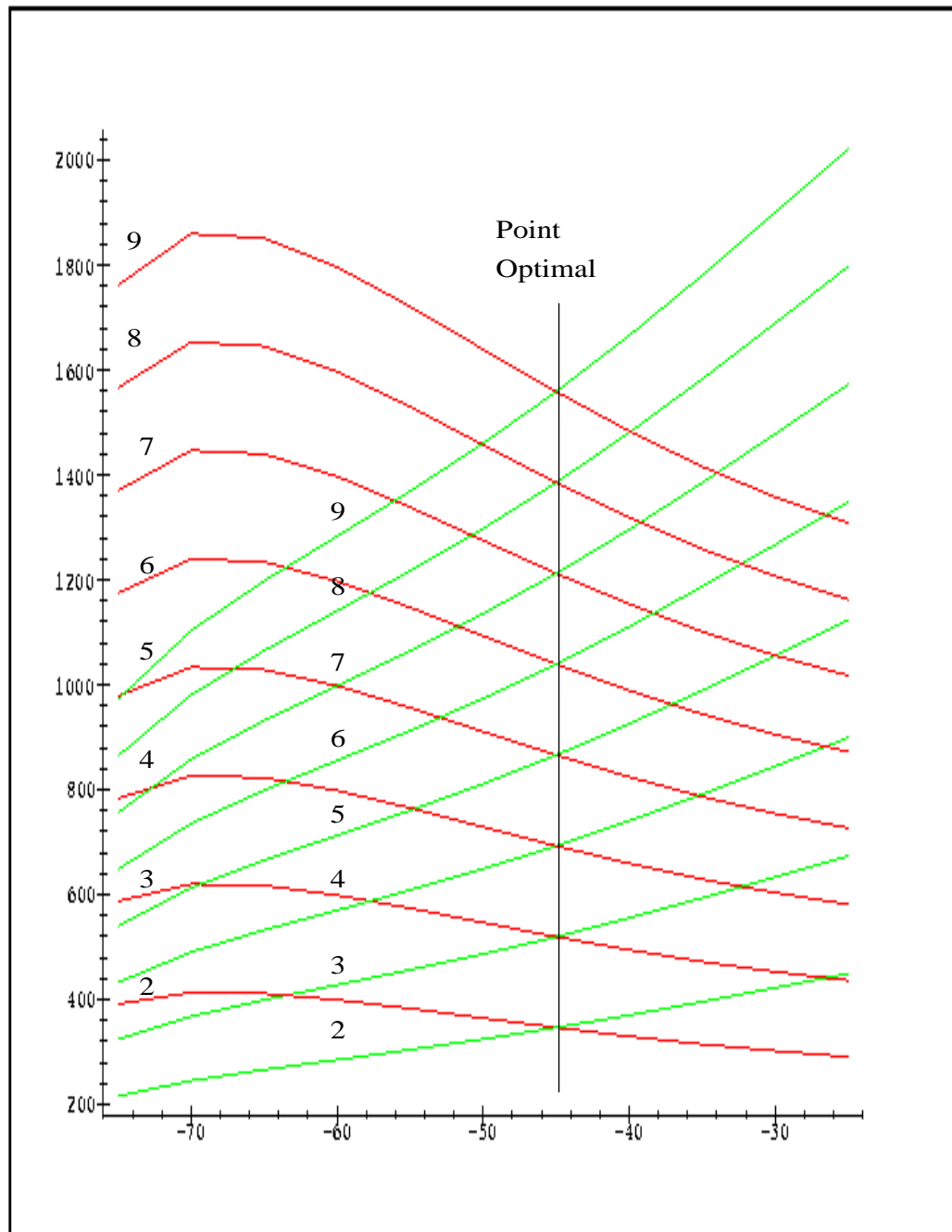


FIG. 3.11 – La distribution des caméras est évaluée aux différents angles de convergence et pour un nombre différent des prises d'images. Ces graphiques montrent que pour un angle de convergence de 45 degrés par rapport au plan $X - Z$, une valeur optimale est obtenue dans tous les cas.

de l'ellipsoïde d'incertitude. Les courbes dont les valeurs d'incertitude sont moins importantes correspondent à la précision dans l'axe des Y , tandis que pour les valeurs de précision autour des axes X et Z très proches les uns des autres nous avons mis sur le graphique seulement la valeur d'incertitude correspondant à la valeur maximale, soit dans ce cas l'inverse de la valeur sur l'axe Z . Cette expérimentation est conforme aux résultats expérimentaux reportés par les photogrammètres. Pour une configuration de caméras ayant une bonne distribution, l'angle de convergence du réseau doit être proche de 45° , soit une séparation spatiale d'à-peu-près 90° . Effectivement, toutes les courbes maximales et minimales se croisent en ce point.

Ces deux exemples montrent l'importance du choix d'une géométrie d'image favorable. Ceci, est défini par une distribution optimale autour de la surface à mesurer, ainsi que par l'angle de convergence de chaque caméra par rapport à la normale de la surface observée. Cependant, d'autres configurations peuvent être proposées avec une valeur minimale similaire au cas exposé ci-dessus. De plus, ces deux exemples correspondent aux cas les plus simples sans contraintes. Notre objectif est d'estimer la disposition d'un certain nombre de caméras qui regardent un objet complexe prenant en compte les différentes contraintes impliquées dans la solution du problème. Pour cela, un processus d'optimisation combinatoire sera mis en place afin d'étudier et de répondre à la question la plus fondamentale dans la conception du réseau de caméras; l'étape FOD, conception de premier ordre ou le problème de la configuration.

3.11 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons étudié les aspects géométriques et analytiques utiles dans la conception du réseau de caméras. Tout d'abord, nous avons développé un modèle géométrique afin de représenter de façon mathématique la modélisation de la perception et de la reconstruction d'un système multi-caméra. A partir de ce modèle, on a appliqué une analyse de propagation des erreurs afin d'effectuer une modélisation sur l'incertitude de la reconstruction, de même que sur l'erreur dans les images qui leur sont liées. A partir de ces résultats nous avons établi un critère qui sera utile lors d'un processus d'optimisation combinatoire lequel sera abordé dans le chapitre suivant. D'autre part, dans le but de proposer une solution au problème de la conception du réseau de caméras, nous avons identifié les objectifs principaux qui sont liés à une distribution favorable de caméras tel qu'une bonne convergence par rapport aux surfaces mesurées et une distribution optimale du réseau. Ainsi, une solution au problème de configuration devrait être pro-

posée pour laquelle la relation entre les différentes caméras observant un objet quelconque devrait être éclaircie.

Chapitre 4

Algorithmes génétiques pour la conception des réseaux de caméras

4.1 Algorithmes d'évolution

Les algorithmes de calcul évolutif sont des méthodes basées sur le principe darwinien: *les plus adaptés survivent*. Ce sont des techniques stochastiques travaillant sur un ensemble de structures. L'idée consiste à faire évoluer les structures qui se développent dans un environnement afin de proposer des solutions aux problèmes que l'environnement pose. Ainsi, les structures survivent aux changements imposés à travers un processus de transformation connu sous le nom d'“évolution” dans la théorie de la sélection naturelle. Pour parvenir à ce point, un processus de sélection agit sur les structures afin de trier les meilleures, en se basant seulement sur la performance relative de chaque structure. Afin de créer de nouvelles structures, des opérations agissent sur les structures déjà sélectionnées. Les deux opérations principales sont la mutation et le croisement. La première consiste à appliquer des modifications aléatoires à une série de structures choisies au hasard. La deuxième consiste à échanger généralement entre deux structures une partie de leur structures afin d'en créer de nouvelles. L'intérêt consiste alors à utiliser ce mécanisme pour la résolution des problèmes.

Dans ce chapitre nous allons proposer un algorithme d'optimisation basé sur les principes des algorithmes génétiques afin de répondre aux exigences très diverses de la conception d'un réseau de caméras. Tout d'abord en guise d'introduction, nous parlerons de différents types d'algorithmes d'évolution auxquels les algorithmes génétiques appartiennent, et des différents éléments

conformant un système adaptif artificiel afin d'identifier les parties principales qui seront utiles lors de la mise en œuvre de notre système. Ensuite, nous rappellerons le problème de la conception du réseau de caméras afin d'identifier les obstacles à franchir lors de la mise en œuvre d'un système capable de résoudre le problème d'une disposition favorable de caméras. La section 4.3, est dédiée à l'adéquation de l'algorithme génétique au problème posé. Tout d'abord, nous présentons la façon dont nous avons codé un réseau de caméras. Ensuite, nous montrons comment les différentes contraintes de notre problème imposent plusieurs évaluations au réseau de caméras. A partir de ceci, nous présentons les différents aspects à considérer lors de la mise en œuvre tel que : l'espace de recherche et la visibilité, qui donnent la complexité au problème. Ces considérations montrent l'importance de structurer la représentation afin d'accumuler des résultats favorables. Ceci se fait suivant une classification des différentes variables afin de sélectionner les meilleurs bits. Dans la section 4.6, nous présentons notre algorithme d'optimisation multicellulaire appliqué au problème de la conception du réseau de caméras. Finalement nous concluons sous forme de question : pourquoi les algorithmes génétiques sont-ils utiles dans la conception des réseaux?

4.1.1 Différents courants d'algorithmes d'évolution

L'étude des systèmes complexes peut être approché en termes d'adaptation. Cette idée provient de l'imitation du mécanisme biologique présent au niveau des êtres vivants. La caractéristique principale d'une telle étude est de considérer l'amélioration comme le principal facteur dans la résolution des problèmes. Le calcul évolutif regroupe quatre grands courants algorithmiques : les stratégies d'évolution, la programmation évolutive, les algorithmes génétiques et la programmation génétique. Une discussion approfondie des différences entre ces approches peut être trouvée dans ([Bac97], [Kin94]). Pour des problèmes d'optimisation numérique appliqués dans le domaine de l'ingénierie les stratégies d'évolution et les algorithmes génétiques ont été les principaux styles de programmation retenus ([gen97], [Mich94]). Ces styles de programmation se distinguent par la façon dont le codage de la structure est effectué, ainsi que pour les opérateurs qui agissent sur les structures [Fog95]. Parmi ces différents styles de programmation, nous retiendrons les algorithmes génétiques dans notre travail de recherche grâce à sa capacité de résoudre des problèmes d'ordre combinatoire et des problèmes d'optimisation numériques dans lesquels la fonction est relativement irrégulière [Gol89]. Ces algorithmes ont été aussi appliqués par d'autres chercheurs avec succès pour des problèmes de nature similaire au notre [BATM95], dans lequel la planification des trajectoires dans le cas d'un robot manipulateur ont été mises au

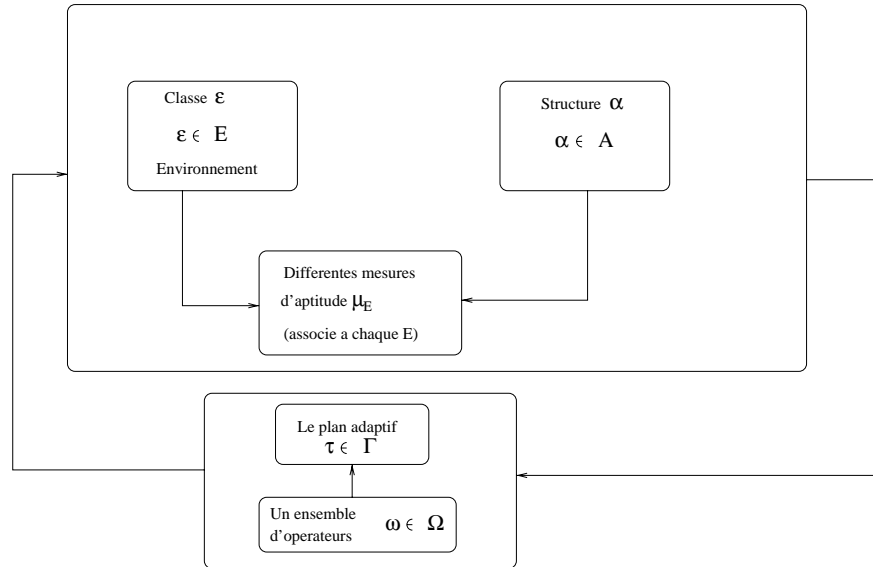
point.

Les algorithmes génétiques sont des techniques d'optimisation probabiliste basées sur le mécanisme de la sélection naturelle et la génétique naturelle [Gol89]. La méthode travaille de façon parallèle dans l'espace de recherche à partir d'un échantillon normalement codé de façon binaire, et qui est transformé grâce au processus évolutif. A partir de leur développement à la fin des années soixante [Hol92], les algorithmes génétiques ont fait preuve d'efficacité dans de grands espaces de recherche, non linéaires, complexes et mal compris. De même, ils ont eu du succès dans des situations où les connaissances d'experts sont peu approfondies et difficiles à programmer, là où les techniques traditionnelles ont échoué. Les algorithmes génétiques sont capables de résoudre des problèmes non linéaires parce qu'ils n'ont pas besoin des dérivées pour guider leur recherche. Ces derniers ne sont pas limités à des problèmes continus car ils cherchent dans l'espace de recherche à partir d'un ensemble de solutions, cette caractéristique leur permettant d'échapper aux minimum locaux. De même, les contraintes du problème sont facilement incorporées à la méthodologie. Cependant, il y a également des désavantages : la solution optimale globale est difficile à atteindre, un grand nombre d'opérations sont nécessaires pour que le processus converge, et cette convergence est jamais garantie.

4.1.2 Le système adaptif

Suivant le travail de Holland [Hol92], un système adaptif est représenté à travers un ensemble de structures A , l'ensemble d'environnements possibles E , et une façon d'évaluer la performance de chaque structure dans leur environnement μ_E . Le plan adaptif interagit sur le système à travers la modification de chaque structure à partir de l'ensemble d'opérateurs en accord avec les contraintes de l'environnement, prenant en compte tout simplement comme base l'évaluation μ_E des structures qui décrivent la solution. De cette manière, le plan adaptif détermine quelles sont les structures qui émergent en fonction de leur réponse à l'environnement. Cette stratégie est représentée à travers un algorithme génétique, laquelle est décrite normalement en cinq étapes, voir Figure 4.1 :

1. *La définition d'une structure, $\alpha \in A$.* Celle-ci représente une solution potentielle au problème, ici comment représenter un réseau de caméras?
2. *L'environnement dans lequel la structure interagit, $\varepsilon \in E$.* Ceci désigne les limites dans l'espace de solutions définies par les contraintes de l'environnement.

FIG. 4.1 – *Le système adaptif.*

3. *Une mesure de performance μ_E* , c'est-à-dire, il faut déterminer une façon de mesurer les solutions pour notre problème. Celui-ci est représenté ici par la valeur $\mu(P)$ de l'équation 3.33.
4. *Le plan adaptif*, $\tau \in \Gamma$, dans lequel la structure est modifiée. Celui-ci prend en compte les caractéristiques de l'environnement qui apportent des améliorations à la structure. C'est l'algorithme génétique qui sera décrit plus tard.
5. *L'ensemble d'opérateurs*, $\omega \in \Omega$, qui sont utilisés par le plan adaptif. Ceux-ci sont définis par les opérations de croisement et de mutation dans l'algorithme génétique.

4.2 Le problème de la conception d'un réseau des caméras

Le problème de la conception d'un réseau de caméras présente des aspects discontinus, principalement à cause de l'impossibilité qu'un emplacement de caméras observe tous les points objets à partir de plusieurs points de vue. Ceci est principalement dû aux contraintes tels que l'angle d'inclinaison limitant la convergence du réseau, les problèmes d'occultations qui se présentent à cause de la forme de l'objet de nature convexe ou concave, ainsi que pour le cas

où il y a des objets qui s'interposent entre la caméra et l'objet. Dans ces situations une stratégie d'optimisation doit gérer une problématique d'ordre combinatoire.

D'après l'état de l'art sur les systèmes pour l'emplacement de plusieurs caméras un besoin d'une stratégie capable de gérer la complexité de la tâche a été mis en évidence. La méthodologie évolutive offre un cadre de solution à cette problématique. Le problème peut être alors posé en termes d'optimisation prenant en compte les besoins d'adaptation que le système demande. De cette manière à partir du chapitre antérieur, où l'on a établi le critère et les contraintes géométriques présentes dans l'environnement à travers des expressions analytiques, un algorithme d'optimisation évolutif sera mis en place. De cette façon, suivant les cinq points cités ci-dessus un algorithme génétique avec une représentation binaire sera développé. Néanmoins, la représentation binaire n'est pas la seule alternative. En effet, celle-ci nous donne la possibilité d'effectuer de grandes mutations comme nous le verrons dans la section 4.5. De plus, la taille de la discrétisation n'a pas d'incidence sur la qualité de la précision car l'évaluation d'un réseau est en relation directe avec la séparation angulaire entre les différentes caméras et non par rapport à une caméra. Ainsi, une fois que l'on a trouvé un bon emplacement, des petits déplacements n'améliorent pas la précision de la configuration. D'autre part, le modèle de représentation sphérique sera important afin d'effectuer une discrétisation de l'espace de recherche. L'algorithme doit alors prendre en compte les zones interdites afin de mener à bien le processus combinatoire dans des espaces de recherche multidimensionnels.

Le problème d'une géométrie d'image favorable présente des configurations dans l'espace des solutions très similaires en qualité mais différentes en topologie [Mas95a]. Il est bien connu qu'un algorithme génétique dans des problèmes multimodaux converge vers des solutions très variées qui sont très proches de la solution optimale [Gol89]. Ainsi, une des caractéristiques importantes que nous allons exploiter dans les algorithmes génétiques est le fait d'avoir plusieurs solutions du problème à travers une représentation binaire. Pour cela, plusieurs exécutions de l'algorithme seront accomplies afin de connaître les topologies qu'un ensemble de caméras peut avoir pour un certain objet. De cette manière, une réponse au problème FOD sera proposée. Il faut remarquer qu'un des buts originaux dans la recherche des algorithmes génétiques était de créer des machines pouvant participer d'une façon plus intelligente et coopérative dans le processus de conception. La détermination d'un réseau de caméras est un processus complexe dont l'interaction des différents composants n'est pas décrite de façon claire au travers d'une relation mathématique directe. L'espace de recherche borné par les contraintes est inconnu, discontinu et avec de multiples dimensions. Les processus d'optimi-

sation traditionnels sont conçus pour atteindre la meilleure solution, mais très mal adaptés pour trouver des solutions alternatives. *Ce groupe de solutions alternatives émerge* à partir d'un ensemble de contraintes et de fonctions objectives décrites de façon générale, à travers le processus de sélection naturelle au lieu d'utiliser des connaissances concrètes pour la résolution d'un problème donné.

En résumé, les obstacles principaux dans la mise en œuvre du plan adaptatif appliquée au problème de la conception du réseaux de caméras sont:

- *L'ensemble A est très grand*, et donc il y a un grand nombre de possibilités à tester.
- *La définition d'une structure α est compliquée*, dans ces circonstances il est difficile de connaître la forme générale responsable d'une bonne performance.
- *La mesure de l'exécution $\mu(P)$ est une fonction compliquée*, il y a un grand nombre des paramètres interdépendants avec des aspects discontinus, non linéaires et dont les optimums globaux sont inconnus.
- *L'environnement E présente au plan adaptatif τ un grand flux d'information*, incluant les mesures de chaque sous-structure et les calculs sur les contraintes géométriques et de visibilité. L'algorithme doit prendre en compte les occultations produites par la forme de l'objet et il doit également prendre en compte les objets qui s'interposent entre la caméra et l'objet à mesurer.

4.3 Adéquation de l'algorithme génétique au problème posé

La définition d'une structure est importante pour le système photogrammétrique comme pour l'algorithme génétique. D'après la définition d'un système multi-caméra dans la section 3.3, un système photogrammétrique est composé de trois parties différentes :

- les points tridimensionnels P_j avec leurs normales correspondantes afin de connaître l'angle de chaque caméra par rapport à la surface,
- les points images p_{ij} projetés sur le plan image, et
- les matrices de projection M_i qui représentent les caméras.

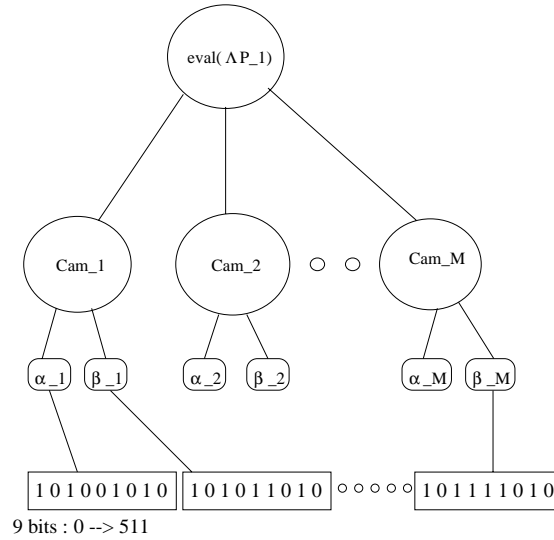


FIG. 4.2 – Un réseau de caméras est représenté par une structure en forme d'arbre, composé d'un nœud où le processus d'évaluation est gardé. Les différentes feuilles correspondent aux variables de chaque caméra. Toutes les caméras sont codées à travers deux paramètres (α, β) car la distance de la caméra à l'objet r est considérée ici comme constante.

Les points tridimensionnels P_j , correspondent aux données d'entrée. Ceci est l'information connue. Ensuite, les points images p_{ij} , qui correspondent aux données mesurées. Finalement, les matrices de projection M_i , qui correspondent aux paramètres à estimer. Ces matrices décrivent la position et l'orientation des caméras par rapport à un repère dans l'espace tridimensionnel centré dans l'objet. A partir de ceci, une représentation d'un réseau de caméras sera effectuée à travers le modèle sphérique (voir section 3.8). Cette représentation, permet que la codification d'un réseau de M caméras soit exprimée par une série de vecteurs de 9 bits correspondants à chaque variable α et β qui conforment une cellule du réseau. Ainsi, un grand vecteur est formé à travers la série de couples $(\alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_i, \beta_i)$, dont chaque couple représente des entiers entre $0, \dots, 512$ à valeurs dans l'espace sphérique $([0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 360^\circ])$. Il faut noter que l'approximation afin d'avoir des cellules de taille similaire ne réduit pas la taille de l'espace de recherche car la discrétisation est faite sur un espace binaire. Il existe des pavages plus réguliers pour la sphère, mais qui se codent mal et ne se prêtent ni à la mutation ni au croisement. Ainsi, une cellule $(\alpha_1, \beta_1) = (000000000, 010000000) = (0, 256)$ représente la position de la caméra $Cam_1 = (0^\circ, 180^\circ)$. La représentation en forme de codage binaire permet de diviser en zones bien précises l'espace de recherche. La figure 4.2, montre un exemple du réseau de caméras.

Jusqu'ici tout se passe selon un algorithme génétique standard. Cependant, à cause de différentes contraintes imposées dans notre problème, plusieurs considérations doivent être prises en compte.

4.4 Complexité dans l'espace de recherche

La représentation de l'espace décrite ci-dessus va nous permettre de placer les caméras appartenant à l'espace de configurations \mathcal{C} tout autour d'un objet. Cependant, il faut prendre en compte les zones interdites de l'espace générées par les contraintes géométriques et de visibilité. La contrainte d'angle d'incidence limite le nombre de caméras qui observent une surface quelconque, créant ainsi des sous-configurations \mathcal{C}_s pour chaque surface. Le décodage de la structure produit alors plusieurs calculs d'erreur qui doivent être interprétés par rapport au nombre de surfaces composant l'objet. Ainsi, parmi toutes ces valeurs, l'évaluation d'une structure correspondra finalement au calcul d'erreur maximal. En résumé, l'interprétation de la structure est réalisée de façon dynamique, au contraire d'un algorithme génétique traditionnel. De cette manière, à l'instar de la programmation génétique, l'interprétation de la structure ne reste pas fixe. Ainsi, des sous-configurations $\mathcal{C}_s \in \mathcal{C}$ sont produites par rapport aux surfaces liées à l'orientation des cibles. Ceci peut être écrit en forme de prédicat de la manière suivante :

$$Cam_1 \in \mathcal{C}_s = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } \theta_1 < \theta_{\max} \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

De cette manière, une caméra peut appartenir à plusieurs configurations en raison de l'orientation des différentes cibles.

Un réseau de caméras doit optimiser la distribution de chaque caméra par rapport aux autres afin d'améliorer la convergence du réseau prenant en compte l'inclinaison de chaque caméra par rapport aux surfaces mesurées et doit en même temps mesurer toutes les cibles avec au moins deux caméras par surface.

Dans ces circonstances, notre méthode d'optimisation devrait affronter un problème d'ordre combinatoire. Au contraire des experts photogramètres ou la stratégie utilisée par Mason [Mas94], la résolution du problème peut être effectuée *sans réduire la complexité*. C'est-à-dire, que l'on n'a ni besoin de diviser l'objet en plusieurs parties afin de résoudre chaque plan ni d'ajouter quelques caméras afin de lier les données, comme nous le verrons dans les expérimentations.

4.4.1 Espace de recherche pour des objets convexes

Dans un processus d'optimisation stochastique tel que celui des algorithmes génétiques, l'espace de recherche \mathcal{C} doit être pris en compte afin de générer des positions de caméras valables. On parle alors d'un algorithme génétique sous contraintes. Une stratégie doit être mise en place afin d'éviter les zones interdites. Pour cela, un processus de pénalisation a été développé afin d'accéder à l'espace réalisable.

L'espace de recherche dans le cas d'un objet convexe est représenté dans la figure 4.3. Cette figure montre la discrétisation de l'espace de recherche entourant un cube. Les zones de l'espace \mathcal{C}_x , \mathcal{C}_y et \mathcal{C}_z représentent les sous espaces où l'on peut placer les caméras qui observent respectivement les surfaces X , Y et Z . Dans cet exemple si l'on veut placer un certain nombre de caméras afin d'observer ces trois surfaces adjacentes, alors des sous espaces de configurations sont définis comme dans le diagramme de Venn au-dessus de la figure. Ainsi, l'espace est divisé en $S = 3$ régions par rapport au nombre de surfaces d'intérêt composant l'objet. L'ensemble de régions

$$Esp_Sol = \bigcup_{i=1}^S \mathcal{C}_s$$

est appelé l'espace de solutions valables qui est contraint dans notre recherche. Dans cet espace, une zone correspondant à l'intersection de tous les sous espaces désigne la position de l'espace dans laquelle on peut regarder en même temps toutes les surfaces d'intérêt de l'objet. Cette zone de l'espace était l'objectif recherché dans les systèmes d'emplacement d'une seule caméra. Cependant, pour un système conçu pour des mesures tridimensionnelles, une distribution spatiale du réseau de caméras doit être effectuée sur tout l'espace valable afin d'obtenir une disposition optimale du point de vue de la convergence du système. Les caméras doivent être séparées dans l'espace afin d'améliorer la convergence du réseau. Un compromis est alors impliqué sur les zones de l'espace désigné par la disjonction de deux surfaces voisines

$$\begin{array}{l} \mathcal{C}_y + \mathcal{C}_z \quad : \quad \mathcal{C}_z + \mathcal{C}_x \quad : \quad \mathcal{C}_x + \mathcal{C}_y \\ \text{où } U + V = \{x \in U \text{ ou } x \in V : x \notin U \cap V\} \end{array}$$

Ainsi, ces régions de l'espace ne permettent pas à chaque caméra d'observer toutes les surfaces de l'objet en même temps. Une position de caméra peut être alors définie de la manière suivante

$$Cam_1(\alpha_1, \beta_1) \in (\mathcal{C}_x + \mathcal{C}_y) = \begin{cases} \text{vrai si } \theta_{x,y} < \theta_{\max} \text{ pour chaque } S_{x,y} \mid \\ \quad Cam_1(\alpha_1, \beta_1) \notin (\mathcal{C}_x \cap \mathcal{C}_y) \\ \text{faux} \quad \text{autrement} \end{cases}$$

$$\mathcal{C}_y \cap \mathcal{C}_x = (0 \text{ * * * * * * * * * *, 000 \text{ * * * * * * * * * *})$$

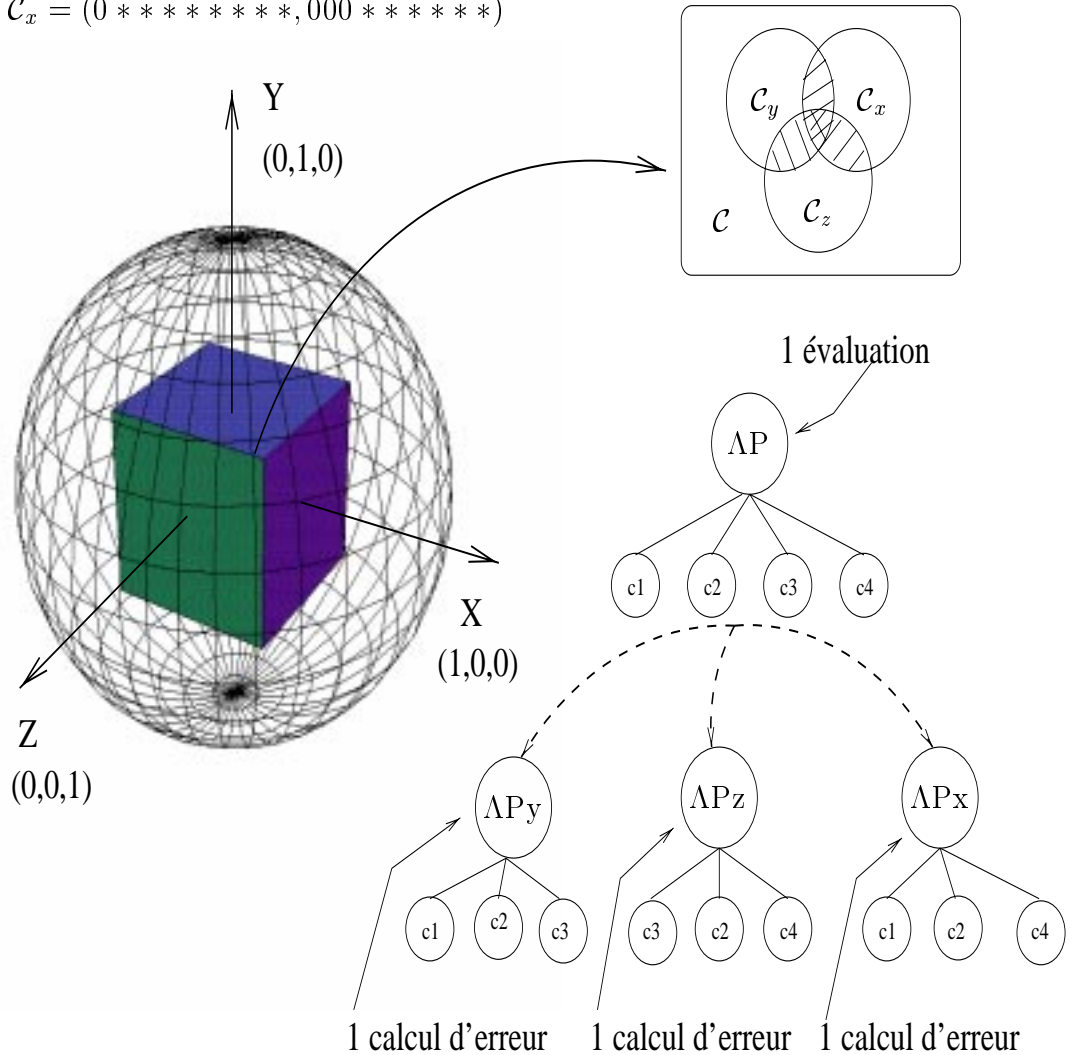


FIG. 4.3 – Cette figure montre comment est discrétisé l'espace de recherche sphérique entourant un cube par rapport aux trois normales (X, Y, Z) . L'intersection de l'espace par rapport à (Y, X) est définie par deux schémas de façon précise. Ceci est valable pour les autres espaces de configurations. Un réseau de caméras doit optimiser la distribution de chaque caméra par rapport aux autres créant ainsi des sous-configurations pour chaque surface mesurée.

De même, on peut observer que dans cet espace existe un sous-espace privilégié

$$(\mathcal{C}_x + \mathcal{C}_y) \cap \mathcal{C}_z$$

qui représente les sous espaces dont on peut observer chaque surface S_x ou S_y en même temps que la surface S_z . Ceci implique une zone de l'espace où une meilleure contribution à la triangulation du système peut être obtenue par rapport aux caméras placées dans la région $\mathcal{C}_y \cap \mathcal{C}_x$. Ce genre de considérations peut être étendu à des objets complexes présentant des régions convexes et concaves.

L'explosion combinatoire générée par ces contraintes croît au fur et à mesure que l'on ajoute des caméras. Un but souhaitable dans notre travail de recherche serait que l'algorithme génétique tout en résolvant le problème sache adapter de façon transparente son temps d'exécution par rapport à la difficulté du problème.

4.4.2 Le problème de visibilité et des occultations

Un autre aspect difficile dans le processus d'optimisation est en relation avec la visibilité des cibles. Cela implique de nouvelles zones interdites qui doivent être prises en compte par le processus de recherche combinatoire. Afin de prendre en compte ces aspects, l'espace de solutions est redéfini par l'espace de visibilité. Il faut éviter de placer des caméras dans les zones où les occultations ne permettent pas d'observer les cibles. Cette contrainte limite les zones de l'espace où l'on peut observer les différentes surfaces de l'objet. L'ensemble de régions est ainsi appelé l'espace de visibilité qui est défini comme

$$Esp_Vis = Esp_Sol = \bigcup_{i=1}^s \mathcal{C}_s \mid \text{au moins une partie de l'objet est visible.}$$

Une discrétisation de l'espace de visibilité peut être effectuée pour chaque surface étudiée composant l'objet afin d'optimiser le test de visibilité. Pour cela, une approximation dans la division de l'espace de recherche est réalisée comme dans la section 3.8.1. Ainsi, la discrétisation de la sphère est approximée de façon à avoir des cellules de même taille. De fait, les visibilitées différentes de chaque cible risquent de conduire à une explosion combinatoire. Quel ensemble de caméras doit observer la cible s ? Ce problème est résolu d'une part par le précalcul de visibilité et la discrétisation de la sphère (à chaque cellule de la sphère est affecté l'ensemble des cibles visibles) et d'autre part par l'optimisation globale qui va chercher une solution dans cet espace de recherche combinatoire.

4.5 Choix des meilleurs bits

Lors de la prise en compte des différentes contraintes du placement, plusieurs évaluations se produisent pour une même structure d'arbre. Ceci correspond au décodage de la structure en plusieurs sous-configurations de caméras. Il faut noter, que l'ordre des différentes caméras lors de la décodification de la structure n'a pas d'importance une fois qu'un bon ensemble des paramètres a été trouvé. En effet, un problème d'ordre combinatoire est impliqué en même temps que notre problème de minimisation car un grand nombre d'emplacements produisent la même précision. De cette manière, un aspect dynamique est impliqué dans la conception du réseau de caméras. Une stratégie doit être implementée dans notre algorithme afin d'obtenir les meilleures solutions au fur et à mesure que le nombre de caméras augmente. Ainsi, on peut envisager un problème de performance par rapport au codage en relation à la longueur des chaînes binaires [MFH93]. Afin de prendre en compte cet aspect, la structure en forme d'arbre permet une classification de l'information. Cette représentation partage les paramètres définissant un réseau en plusieurs parties distinctes ou "cellules", où chacune correspond à une variable de la caméra. Ainsi, chaque paramètre sera associé à son correspondant dans les différents réseaux, afin de suivre la course de l'évolution pour chaque paramètre de façon indépendante, voir figure 4.4. Cette partition fait émerger des sous populations de bons individus comme nous l'avons constaté dans les expérimentations.

Notre problème de représentation peut être décrit comme la découverte d'une chaîne binaire composée de N blocks de K bits. Le temps nécessaire pour découvrir un premier block de K bits est de l'ordre de 2^K . Quel est le temps nécessaire pour découvrir la chaîne complète? Des travaux ont été effectués pour mieux comprendre comment de tels algorithmes convergent et les conditions sous lesquelles on obtient de meilleurs résultats (voir [MHF94]).

Ces travaux considèrent le problème de la découverte d'une chaîne de bits divisée en blocks, dans le cas où l'on peut connaître l'évaluation de chaque block de façon indépendante. Si on considère que la fonction est suffisamment discriminante comme elle l'est dans notre cas, alors la chaîne complète peut être optimisée en identifiant les sous chaînes les plus significatives lors de l'évaluation.

Pour une procédure faite complètement au hasard, l'espérance de temps de découvrir la chaîne complète $E(K, N)$ (sous l'hypothèse où l'on connaît les sous chaînes responsables d'une bonne performance) est égale à l'espérance de temps de découvrir le premier block $E(K, 1)$, plus cette même valeur multipliée par l'inverse de la proportion de bits qui restent à changer $\frac{N}{N-1}$ une fois découvert le premier block, plus la même valeur $E(K, 1)$ multipliée

par $\frac{N}{N-2}$ une fois découvert le deuxième block, *etc.* Ceci produit une suite égale à :

$$E(K, N) = E(k, 1)N[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N}] \approx 2^K N \ln N \quad (4.1)$$

Dans le cas d'un algorithme génétique appelé ici idéal, si la probabilité de trouver un code précis sur une chaîne tirée au hasard est définie ici comme $p = \frac{1}{2^K}$, alors la probabilité de ne pas le trouver est $q = 1 - p$. Ainsi, la probabilité de trouver le code dans le temps t est $\mathbf{P}(t) = (1 - q^t)$. L'expression pour tous les blocks des chaînes dans le temps t est égale à :

$$\mathbf{P}_N(t) = (1 - q^t)^N.$$

La probabilité $P_N(t)$ de trouver exactement tous les N blocks dans le temps t est :

$$P_N(t) = [1 - q^t]^N - [1 - q^{t-1}]^N.$$

Alors, l'espérance de temps de trouver dans un temps précis t la chaîne complète peut être écrit comme :

$$E_N \approx \sum_1^{\infty} t([1 - q^t]^N - [1 - q^{t-1}]^N)$$

Cette somme peut être développée et simplifiée, avec l'expression $q^i = (1 - p)^i \approx 1 - ip$ dans le cas où p est suffisamment petite. Ainsi, on obtient l'approximation suivante [Mit96].

$$E_N \approx \left(\frac{1}{p}\right) \sum_{i=1}^N \frac{1}{i} \approx 2^K \ln N \quad (4.2)$$

Ces résultats impliquent tout simplement que la performance de l'algorithme peut être largement améliorée si :

1. *l'échantillonnage* de chaque paramètre à optimiser est fait de façon indépendante, et
2. *l'évaluation* de la fonction est suffisamment discriminante.

Dans ces circonstances l'algorithme génétique doit se comporter sous sa forme idéal. La vitesse d'exécution sera N fois plus rapide qu'une recherche aléatoire. Pour cela, N doit être suffisamment grande afin d'être significative. Ces considérations ont été vérifiées lors de nos expérimentations.

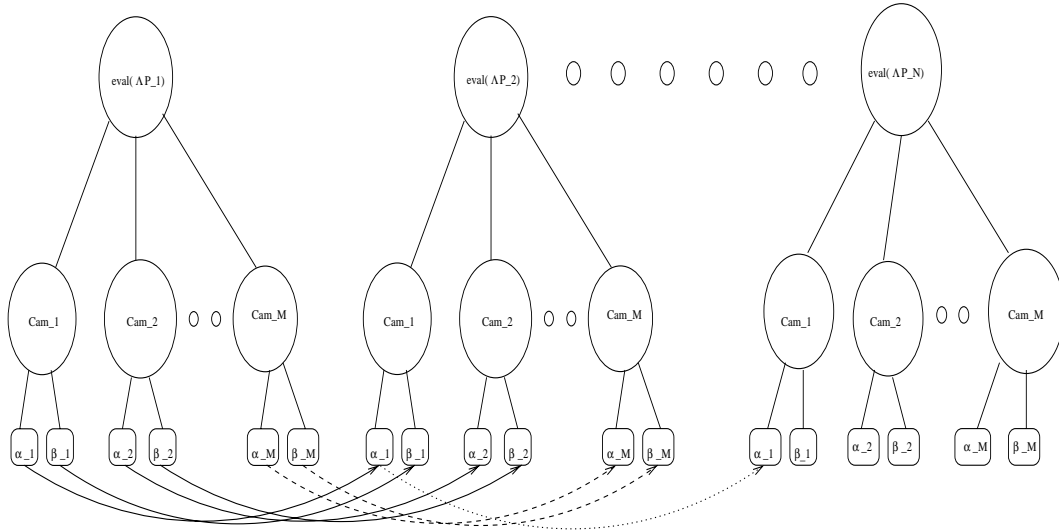


FIG. 4.4 – Une classification des différents paramètres est utilisée afin de sélectionner les meilleurs bits. Chaque paramètre du réseau 1 est lié à son correspondant dans le réseau 2, et ainsi de suite pour les autres réseaux.

A partir de ces considérations un algorithme génétique appelé ici *multi-cellulaire*, a été développé. Dans cet algorithme chaque groupe de cellules est échangé avec son correspondant formant ainsi une longue chaîne binaire. En résumé, la représentation binaire est préférée ici au lieu d'une représentation réelle du fait que *deux chaînes qui ne sont pas proches l'une par rapport à l'autre dans l'espace de représentation sont proches l'une par rapport à l'autre dans l'espace de solutions*. Ceci permet une recherche aléatoire de l'espace en entier. D'autre part, la probabilité d'avoir un grand changement dans la valeur des paramètres, lorsque l'on a échangé un simple bit, est très petite seulement dans les cas des bits des poids les plus forts. De cette façon, une structure robuste est obtenue qui s'exécute bien par rapport aux changements dans l'environnement produits par la forme de l'objet et les contraintes géométriques. Notre algorithme ne mesure pas l'aptitude de chaque cellule de façon individuelle. En effet, notre algorithme effectue une évaluation globale en utilisant des dérivées après avoir appliqué les contraintes géométriques et de visibilité. La structure d'arbre représente un réseau de caméras qui observe plusieurs parties de l'objet. Cette configuration peut être divisée en plusieurs sous-configurations, dont chacune observe un groupe de cibles. Ainsi, un algorithme génétique pour chaque variable est exécuté avec une seule évaluation générale $\mu(P)$ entre toutes les sous-configurations. L'aptitude sera alors la pire parmi toutes les mesures d'un objet complexe. De cette façon, on peut considérer l'algorithme comme un algorithme génétique idéal [Mit96, page

132] où chaque échantillon est obtenu de façon indépendante et le meilleur schéma dans chaque échantillon a tendance à être sélectionné.

4.6 L'algorithme d'optimisation multi-cellulaire

La conception du réseau de caméras peut être approché à travers un algorithme d'optimisation multi-cellulaire sous contraintes. L'algorithme génétique multi-cellulaire présente des caractéristiques différentes par rapport aux méthodes traditionnelles:

- L'algorithme génétique cherche à optimiser à partir d'un ensemble de solutions, et non à partir d'un point en particulier.
- L'algorithme génétique travaille avec un ensemble de solutions codées, cette caractéristique permet de faire une séparation entre le domaine de solution et un domaine de codification. Un passage alterné entre les deux domaines est effectué tout au long de l'exécution de l'algorithme.
- L'algorithme génétique utilise seulement comme information l'évaluation de chaque structure dans son environnement.
- L'algorithme génétique utilise des règles de transition probabiliste, et non des règles déterministes.

Ainsi, un algorithme génétique multi-cellulaire cherche à optimiser la fonction de performance $\mu(P)$ définie dans notre cas sur un espace de représentation binaire codé à travers une série de deux variables $(\alpha, \beta) = \{0, 1\}$ à valeurs dans \mathbb{R}^+ dont l'attitude de chaque caméra est représenté par ces deux variables et pour laquelle la valeur de la fonction de performance est aussi dans \mathbb{R}^+ , voir Figure 4.2.

$$\mu(P) \longrightarrow \mathbb{R}^+ : (\alpha, \beta) = \{0, 1\}^N \longrightarrow \mathbb{R}^+ \quad (4.3)$$

Dans ce contexte un élément représenté par les variables (α, β) , est appelé cellule ou *chromosome* et est regroupé en une seule structure commune appelée individu qui est codé ici en une chaîne de bits dont chaque bit est un *gène*. Une population Ψ est un ensemble de P individus. Une itération de l'algorithme consiste à passer de la population courante Ψ_i à la population suivante Ψ_{i+1} . Cette itération de base de l'algorithme est appelée *génération*. Un algorithme génétique est décrit alors dans sa version canonique de la façon suivante:

1. **Étape d'initialisation.** Tout d'abord, un ensemble de solutions est déterminé aléatoirement, ceci est le cas le plus fréquent. Cet ensemble

initial est appelé population initiale Ψ_0 dans la génération 0. Chacun des $N = 9$ bits de P individus de Ψ_0 est alors tiré aléatoirement dans $\{0, 1\}$. La taille de la chaîne binaire fixée à 9 est largement suffisante car une discrétisation supérieure n'a pas d'incidence sur la précision. D'autre part, le nombre d'individus a été fixé d'après nos expérimentations à 30 comme nous le verrons dans la section 5.4.1. Dans la conception du réseau de caméras, nous ferons attention à prendre en considération les contraintes telles que l'angle d'inclinaison et l'occultation produite par des problèmes de visibilité, afin d'éviter les zones interdites dans l'espace de solution de la population initiale. De cette manière, les caméras qui violent ces contraintes seront rejetées.

2. **Étape d'évaluation.** La performance de chaque individu de la population courante Ψ_i appelée aptitude est calculée. Notons que, dans la plupart des problèmes réels, cette étape consomme la majorité du temps de calcul. Pour cela, un point important dans notre travail de recherche était d'établir un critère rapide telle que la propagation d'erreur limitée, LEP, afin de connaître l'aspect que pouvait avoir une géométrie d'image pour des objets complexes. D'autre part, il est important de noter que lors de l'évaluation, toutes les surfaces d'un objet ne sont pas visibles pour l'ensemble des caméras. De cette façon, on doit calculer la valeur d'incertitude pour chaque surface de l'objet à partir seulement des sous-ensembles des caméras qui les regardent. A partir de ces considérations on choisit la valeur d'incertitude maximale, correspondant au cas extrême, (voir chapitre 3).

$$Aptitude = \mu(P) = \max_{surface=1}^S \left(\max_{j=1\dots 3} \Lambda P_{jj} \right) \quad (4.4)$$

3. **Étape de sélection.** Une population intermédiaire de caméras Ψ'_i de même taille que Ψ_i est créée par copie des individus de Ψ_i . Chaque individu est recopié un certain nombre de fois à travers la sélection par tournoi. Un ensemble de k individus (typiquement, $k = 2$) de la population courante Ψ_i est choisi au hasard de façon uniforme, et le vainqueur du tournoi; c'est-à-dire, l'un des deux individus ayant eu la meilleure performance, est ajouté à la population Ψ'_i . D'autres méthodes existent telles que: le tirage à la roulette, la sélection par le rang, etc; ([Gol89]). Cependant, la sélection par tournoi reste la plus simple à implémenter sans avoir une différence significative en performance [Mit96]. La sélection est considérée comme une opération évolutive qui imite le processus d'évolution darwinien afin de créer les populations d'une géné-

ration à une autre. L'espérance du nombre de copies de chaque cellule, dans notre cas la représentation d'un ensemble de caméras à travers ses deux variables (α, β) , est fonction du rapport entre la performance de l'individu A_i auquel ils appartiennent exprimée par l'évaluation de la fonction aptitude, et la performance moyenne des individus de la population courante notée \bar{A} .

4. **Étape liée aux opérations génétiques.** Dans cette étape le processus qui imite le transfert de l'information génétique des parents aux enfants est représenté par les opérations de croisement et de mutation.

- **Croisement.** Des couples d'individus tirés aléatoirement avec remise dans Ψ'_i appelés *parents*, donnent naissance à des couples d'individus *enfants* calculé à partir des valeurs des parents. L'ensemble de ces enfants constitue la nouvelle population Ψ_i toujours de même taille et qui substitue la population originale. Dans la conception du réseau de caméras chaque cellule ou chromosome appartenant à un même individu est échangé avec les cellules correspondantes du deuxième individu. Ainsi, le croisement n'échange pas l'information des différentes caméras. L'idée générale intuitive peut se résumer de la façon suivante: les enfants peuvent cumuler les bons côtés de leurs parents, et le croisement permettra ainsi de progresser rapidement vers les régions optimales de l'espace de recherche. L'hypothèse posée est qu'il est possible d'échanger des sous-chaînes ou blocs utiles entre solutions et de construire ainsi des solutions meilleures. Cependant, le croisement fait apparaître de nouvelles combinaisons de gènes mais pas de nouveaux gènes. Le croisement est ainsi plus orienté du côté *exploitation-apprentissage* que du côté *exploration*. Dans ce contexte, la méthode consiste à sélectionner les cellules ou caractéristiques de deux individus; par exemple: α_x, α_y , dans la population Ψ'_i et à leur croiser avec une probabilité $p_c = 0.7$ ¹. Si l'on représente les deux parents de façon binaire comme :

$$\alpha_x = [\alpha_{x1} \ \alpha_{x2} \ \alpha_{x3} \ \alpha_{x4} \ \alpha_{x5} \ \alpha_{x6} \ \alpha_{x7} \ \alpha_{x8} \ \alpha_{x9}] ,$$

$$\alpha_y = [\alpha_{y1} \ \alpha_{y2} \ \alpha_{y3} \ \alpha_{y4} \ \alpha_{y5} \ \alpha_{y6} \ \alpha_{y7} \ \alpha_{y8} \ \alpha_{y9}] ,$$

et s'ils sont croisés après la position aléatoire $k = 4$, les enfants seront:

$$\alpha'_x = [\alpha_{x1} \ \alpha_{x2} \ \alpha_{x3} \ \alpha_{x4} \ \alpha_{y5} \ \alpha_{y6} \ \alpha_{y7} \ \alpha_{y8} \ \alpha_{y9}] ,$$

1. Pour une discussion sur les valeurs de seuils associés à p_c et p_m , voir [Mit96]

$$\alpha'_y = [\alpha_{y1} \ \alpha_{y2} \ \alpha_{y3} \ \alpha_{y4} \ \alpha_{x5} \ \alpha_{x6} \ \alpha_{x7} \ \alpha_{x8} \ \alpha_{x9}] .$$

Ainsi, le croisement élabore deux nouvelles caractéristiques ou cellules α'_x et α'_y à partir des cellules parents α_x et α_y . Ce croisement est appelé croisement à 1 point. Ce processus est répété pour chaque cellule donnant comme résultat deux individus nouveaux. L'idée de faire une classification des variables en cellules nous permet d'effectuer un *croisement ou apprentissage avec de multiples points*.

- **Mutation.** La mutation correspond à une reproduction asexuée, chaque gène d'un individu de la nouvelle population Ψ_i est modifié par altération aléatoire, c'est-à-dire qu'un bit sélectionné au hasard est inversé avec une probabilité p_m (typiquement, $p_m = 0.005$) afin d'explorer de nouvelles zones de l'espace. La mutation est considérée originalement dans les algorithmes génétiques comme un opérateur génétique secondaire, pour cela sa valeur de probabilité est basse. En effet, choisir un taux de mutation trop élevé revient tout simplement à remplacer l'évolution génétique par une marche aléatoire. Cependant, c'est la seule opération génétique capable d'explorer des zones nouvelles dans l'espace de recherche. Ainsi dans notre exemple, si le gène $\alpha_{y5} = 1$ est choisi par l'opération de mutation, comme le bit est égal à 1, il sera remplacé par son complémentaire $\alpha_{y5} = 0$.

5. **Dernière étape: génération suivante et critère d'arrêt.** Les opérations décrites produisent une nouvelle génération qui remplace la population originale Ψ_i . Ainsi, ceci correspond à une itération de l'algorithme. La détermination de l'arrêt d'un processus génétique est l'une des difficultés de l'approche. De cette façon, pour notre approche génétique appliquée au problème de conception d'un réseau de caméras où l'on ne connaît pas l'optimum d'une configuration quelconque, on va utiliser la méthode des moindres carrés afin d'estimer lorsqu'il y a une perte de la diversité dans la population. Ainsi, toutes les 10 générations on va effectuer une régression linéaire sur les moyennes des performances. Il faut remarquer qu'on ajoute une valeur de zéro à l'ensemble des données afin de stabiliser la pente. Si la pente est inférieure à un seuil donné (le seuil a été choisi à 12.9 pour notre problème), et si elle reste constante dans la pratique entre 0 et 12 pendant un certain nombre de générations (typiquement 30), on arrête le processus génétique. D'autre part, si pendant l'exécution la valeur de la pente remonte une fois au dessus du seuil, l'opération d'arrêt recommence. Ceci a été

très utile du fait que pour notre problème la différence des variances pour chaque expérience est significative et inconnue a priori. D'autre part, ceci nous permet de déterminer quand la dernière amélioration a été trouvée à compter du début de l'évolution. Enfin, on déclare également un nombre de générations maximal afin de donner une limite au processus évolutif.

4.7 Pourquoi les AGs sont-ils utiles dans la conception des réseaux?

La résolution au problème d'automatisation de la conception du réseau de caméras afin d'avoir les mesures tridimensionnelles les plus précises possibles n'est pas directe! La complexité du problème devient évidente lorsque l'on étudie des objets avec des formes complexes. Si l'on ajoute un grand nombre des caméras afin de mesurer toutes les surfaces de l'objet, la résolution de la tâche semble presque inabordable. Des méthodes déterministes sont mal adaptées principalement à cause du grand nombre de décisions en forme de seuils qui doivent être prises en compte par le système en raison de toutes les contraintes impliquées dans la résolution du problème combinatoire. Pour cela, un processus d'optimisation évolutif offre un cadre de conception approprié à cette problématique. De plus, comme nous l'avons vu dans les chapitres antérieures, des règles bien précises basées sur la géométrie du réseau, telles que la distribution des caméras et l'inclinaison par rapport aux surfaces mesures, nous permettent de différencier une bonne configuration d'une mauvaise. La stratégie d'évolution d'un algorithme génétique est basée principalement sur de simples comparaisons de performance des solutions proposées. Il faut remarquer que l'ensemble des solutions correspondant à des minima locaux n'ont pas de différence quantitative par rapport au minimum global comme les photogramètres le confirment [Mas95b]. Cet ensemble de solutions appelées ici "*solutions alternatives*", font preuve d'une qualité similaire en homogénéité dans toutes les directions de l'ellipsoïde d'incertitude. Ainsi, on dit qu'ils sont de la même nature. Cependant, toutes ces configurations peuvent être très différentes par rapport à la distribution spatiale que les caméras font autour de l'objet. Les méthodes stochastiques ne souffrent pas de ces défauts et c'est pour cela que nous avons choisi une méthode génétique. Dans cette situation un processus de recherche combinatoire tel que celui des algorithmes génétiques, doit trouver les différentes topologies qu'un ensemble de caméras fait par rapport à un objet quelconque, en prenant en compte les contraintes limitant l'espace de recherche. La connaissance de

ces différentes configurations est un point important dans la conception du réseau de caméras.

Chapitre 5

EPOCA: un système pour la conception des réseaux de caméras

5.1 L'intégration du système

L'utilisation des techniques CAO dans le but de rendre les systèmes de mesures plus autonomes et faciles à utiliser a été exposé dans la planification de capteurs en vision. Dans ce contexte, nous avons développé un prototype appelé EPOCA "*évolution des positions des caméras*", afin de tester notre approche de placement des caméras.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différentes parties qui composent notre système. De même, nous parlerons sur les différents aspects utiles dans la mise en œuvre de notre approche génétique appliquée au problème d'emplacement des caméras. Les problèmes considérés dans notre travail appartiennent aux cas dans lesquels les caméras observent l'objet en entier, à partir de cette considération nous avons divisé les contraintes du problème en deux parties par ordre d'importance. D'autre part, dans la section 5.3, on présente des détails algorithmiques de notre approche génétique afin de prendre en compte les zones interdites de l'espace de recherche. Ensuite, nous présenterons des résultats d'expérimentation dans le cas d'un plan, ainsi que pour les cas des objets convexes, concaves et complexes. Un exemple de notre système d'optimisation est détaillé afin d'illustrer la convergence du processus ainsi que les paysages finaux pour les différentes variables du système. Dans la section 5.5, nous concluons.

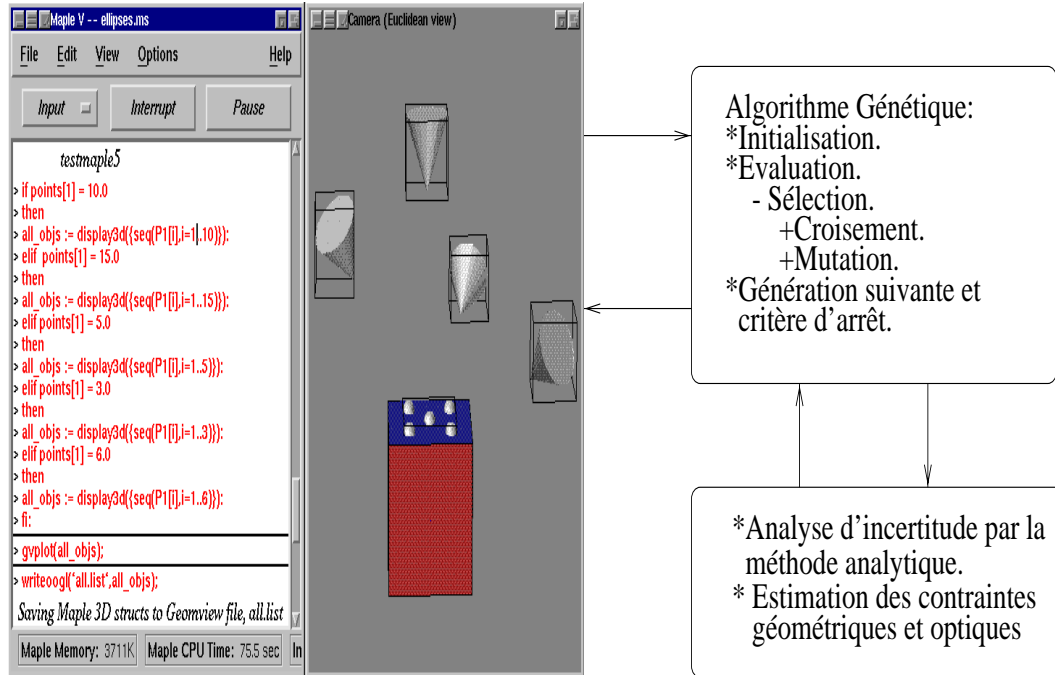
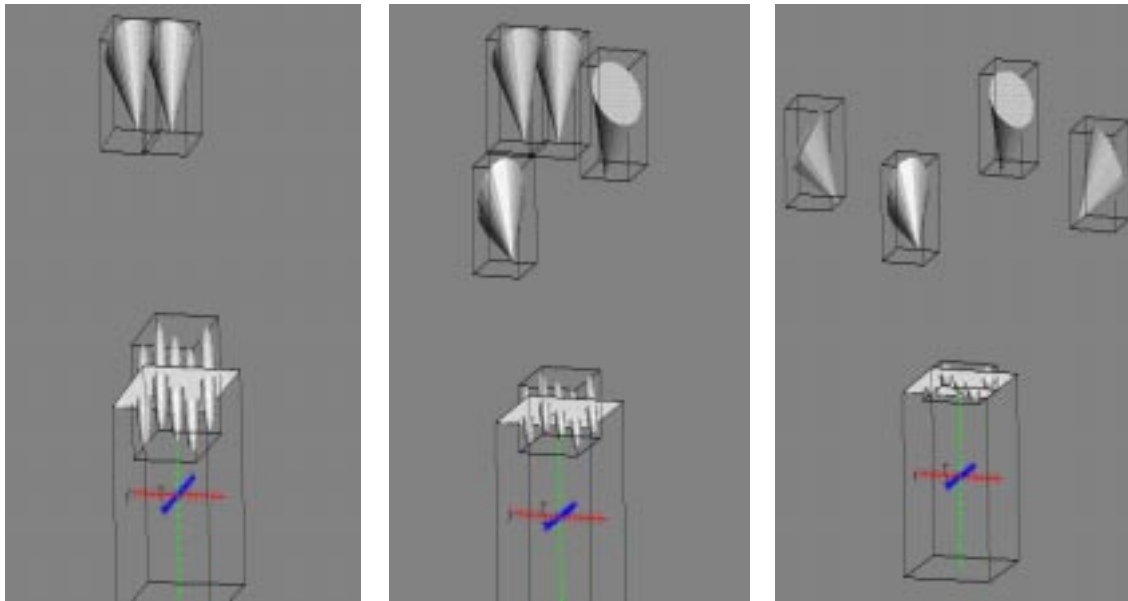


FIG. 5.1 – Cette figure montre l'architecture et le flot de données d'EPOCA.

5.1.1 L'architecture du système

Le système EPOCA pour la conception du réseau de caméras est illustré dans la figure 5.1. Ce système est composé de trois parties principales:

- **Geomview** un logiciel public, pour la visualisation et la manipulation d'objets géométriques tridimensionnels qui prend comme entrée l'information géométrique de l'objet à partir d'une base de données CAO. Ce produit propose une architecture ouverte afin de manipuler les objets, en utilisant un programme écrit en langage C, à travers d'un interpréteur de commande en LISP. De plus, il existe des bibliothèques utiles dans l'affichage d'objets créés pour des langages mathématiques comme Maple.
- **Un algorithme génétique**, notre propre version adaptée au problème de la conception du réseau de caméras.
- **Une analyse d'incertitude**, utile dans l'estimation des erreurs sur les points objets, ainsi que des fonctions analytiques permettant le calcul des contraintes géométriques et optiques afin de pénaliser les zones interdites.



2 caméras sont placées de façon orthogonale au plan X-Z observant cinq points du plan.

2 caméras sont ajoutées aux 2 dernières afin d'améliorer la convergence.

Finalement, les 4 caméras sont placées avec un haut degré de convergence.

FIG. 5.2 – Ces figures montrent l'importance du choix d'une bonne configuration. Dans la première image les ellipsoïdes d'incertitude expriment la perte de précision par rapport à la profondeur sur l'axe Y . Les deux dernières images montrent l'amélioration dans la précision grâce à une meilleure disposition spatiale des caméras.

- **POV-RAY** un logiciel public pour la génération des images de synthèse. Ce logiciel utilise la technique du lancé de rayons (on dispose du code source). Ainsi, à partir de quelques modifications on peut réaliser une analyse de visibilité sur les mêmes objets créés par Geomview.

5.1.2 Modélisation d'un objet et visualisation de résultats

L'intérêt d'une interface graphique est mise en évidence dans la figure 5.2, sur laquelle on visualise trois configurations différentes avec ses ellipsoïdes d'incertitude. La perte de précision est claire dans le cas de deux caméras placées de façon parallèle et orthogonale au plan-objet. L'erreur sur l'axe Y c'est-à-dire sur la coordonnée liée à la profondeur, présente des ellipsoïdes non homogènes, ainsi une perte de précision plus importante par rapport aux autres deux coordonnées est obtenue. Cette situation est forte-

ment améliorée grâce aux deux caméras ajoutées à la configuration normale de base. Les deux nouvelles caméras sont placées de façon convergente par rapport au plan-objet. Ainsi, une diminution dans la taille des ellipsoïdes est obtenue. Une troisième image montre la configuration finale avec les quatre caméras disposées de façon convergente dont la distribution des erreurs est à-peu-près homogène et isotrope. Il est important de remarquer le besoin des interfaces graphiques pour la visualisation des résultats, ceci afin de juger de façon pertinente et rapide les différents résultats obtenus. En effet, la seule évaluation de la performance d'un réseau ne suffit pas car plusieurs configurations peuvent avoir la même performance.

5.2 Les contraintes du problème

D'après le chapitre 4, la conception du réseau de caméras doit affronter une série de contraintes afin de déterminer une disposition favorable des caméras. La précision du système est principalement une fonction de la géométrie d'intersection des rayons optiques dans chaque surface conformant l'objet ainsi que dans la précision des mesures liée à l'angle d'inclinaison que chaque caméra fait par rapport aux surfaces mesurées. Afin de répondre à la question la plus fondamentale d'une géométrie favorable des caméras ou le problème de la configuration FOD, une distinction entre les différentes contraintes limitant l'espace de recherche doit être effectuée. En considérant comme hypothèse le fait que l'objet est observé complètement par chaque caméra, nous avons classé les différentes contraintes en deux groupes par ordre d'importance.

5.2.1 Contraintes primaires

Parmi les contraintes limitant l'espace de recherche, nous avons identifié les quatre suivantes en raison de l'importance dans le problème de conception du réseau de caméras.

1. ***Contribution aux angles d'intersection ou la géométrie de l'image.*** Dans un système d'emplacement de caméras la caractéristique principale est la contribution que chaque caméra fait par rapport aux autres dans le processus de mesure tridimensionnel. Cet aspect a été mis en évidence dans la section 3.10.1, ainsi chaque caméra contribue à la géométrie d'intersection de rayons, donc à la précision de la mesure 3D comme de la mesure dans l'image.

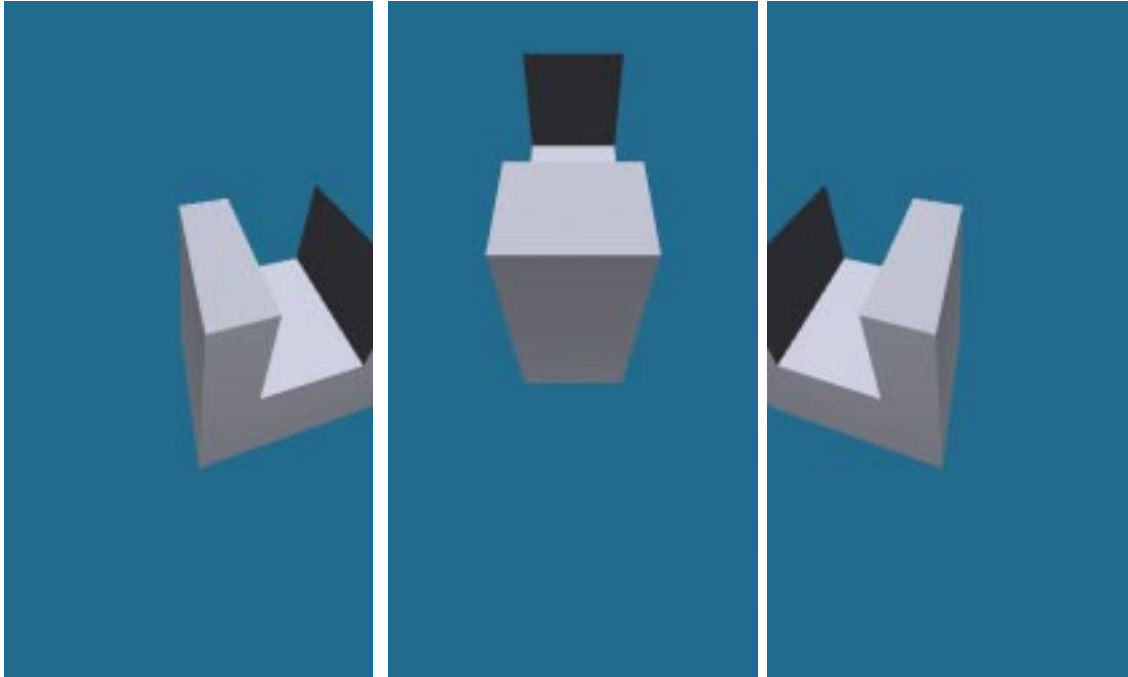


FIG. 5.3 – Une analyse de visibilité peut être effectuée à partir de la technique de lancé de rayons. Chaque surface est testée à partir de tous les points de vue selon le modèle sphérique, ainsi une base de données est créée pour chaque surface. Cette information sera alors exploitée par l'algorithme génétique lors du processus d'optimisation combinatoire.

2. **Contrainte d'angle d'incidence.** Comme nous l'avons vu dans la section 3.6, la fiabilité de la mesure dans l'image de cibles circulaires diminue par rapport à l'angle d'inclinaison de la prise de vue. De cette manière, un compromis au niveau du degré de convergence est imposé dans la conception du réseau de caméras.
3. **Contrainte dans l'espace de travail.** Cette contrainte est imposée par les obstructions de l'environnement. Cet aspect compromet les positions optimales qu'un réseau de caméras peut atteindre.
4. **Le problème de visibilité.** Cette dernière contrainte est liée aux problèmes d'obstructions dans l'espace de travail. Les obstructions peuvent être produites par l'objet lui-même ou par d'autres objets générant ainsi des occultations qui peuvent exclure plusieurs positions de caméras pour lesquelles tous les points d'intérêts ne seront pas enregistrés dans les images, comme nous l'avons vu dans la section 4.4.2. Les images de la figure 5.3, montrent une séquence de trois images autour de l'objet

afin de tester la visibilité de la surface centrée dans les images. Pour réaliser cette procédure, il a fallu implanter la technique de lance de rayons pour effectuer une analyse de visibilité sur des objets complexes afin de mener à bien l'algorithme d'optimisation combinatoire.

5.2.2 Contraintes secondaires

Comme nous l'avons vu tout au long de la thèse, la conception d'un réseau de caméras est une fonction principale de la géométrie d'image ainsi que de l'angle d'inclinaison. De ce fait, le reste des contraintes ne seront pas prises en compte lors de l'estimation d'une géométrie d'image favorable. Ces contraintes ont peu d'importance tant que la caméra observe l'objet en entier. De cette façon, une distance optimale peut être définie a priori afin de mesurer les différents points objets avec une résolution donnée, en considérant que tous les points soient dans la focale et en même temps que toutes les surfaces que l'on désire visualiser soient couvertes par le champ de vision. D'autre part comme nous l'avons aussi évoqué dans l'état de l'art, le nombre de points a peu d'importance dans le problème de la configuration FOD tant qu'il y a un nombre suffisant dans chaque image pour déterminer l'orientation extérieure. Ainsi, nous étudierons le problème de conception du réseau de caméras à partir du modèle développé dans la section 3.5.1.

5.3 L'algorithme génétique

Dans cette section, on étudie des détails algorithmiques utiles dans le processus d'optimisation génétique afin de prendre en compte différentes contraintes limitant l'espace de recherche. D'après la section 4.6, trois parties ont été identifiées comme étant fondamentales lors de la pénalisation de zones interdites. Ces étapes correspondent au processus d'initialisation, à l'étape d'évaluation d'un réseau de caméras et au moment des opérations génétiques de croisement et de mutation.

5.3.1 Le processus d'initialisation

La première étape importante dans la conception du réseau de caméras se présente lors du processus d'initialisation de l'algorithme génétique généralement réalisé au hasard. Néanmoins, un problème se pose : les différentes contraintes limitent en effet les zones d'emplacement des caméras. Lors de nos expérimentations nous avons constaté que si ce facteur n'est pas pris en

compte, un grand nombre de caméras ne sera pas inclu dans les zones de l'espace valable, ce qui affectera la performance de l'algorithme. De cette façon, l'algorithme génétique ne peut pas accéder par lui-même à l'espace réalisable à cause des discontinuités présentes dans l'espace de recherche. Cette partie est d'une importance fondamentale afin d'accéder à l'espace de configurations valable. Ainsi, un tirage aléatoire tout autour de l'espace valable de configurations a été accompli prenant en compte les zones interdites afin d'initialiser le processus génétique. De plus, il faut remarquer qu'une division par zones de l'espace sphérique afin de déplacer les caméras de façon plus précise dans le but de réduire la complexité du problème, n'apporte rien au processus d'optimisation comme nous avons également pu le constaté dans nos expérimentations. Dans ces conditions, le processus d'initialisation présente deux situations :

- Pour le cas d'une surface jusqu'à N surfaces convexes, la position de la caméra est retenue si au moins par rapport à une surface l'angle d'incidence est dans la limite maximale.

$$Cam_1 \in \mathcal{C} = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } (\theta_1 < \theta_{\max}) \text{ ou } \dots \text{ ou } (\theta_N < \theta_{\max}) \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

- D'autre part pour le cas des objets concaves et complexes, la position de la caméra est rejetée si pour toutes les surfaces, l'angle d'incidence est au delà de la limite maximale, ainsi que pour le cas où aucune surface est visible. Dans ce cas là ce test de rejet est plus facile que le test d'acceptation précédent.

5.3.2 Le critère d'évaluation

La deuxième étape importante dans la conception du réseau de caméras se présente lors du processus d'évaluation. Ceci est utile pour connaître l'interaction des différentes caméras et donner une estimation sur la configuration proposée. Cette étape est caractérisée par une validation sur la position de chaque caméra composant le réseau. Il faut remarquer que l'ordre dans la disposition de caméras n'a pas d'incidence sur le processus d'évaluation une fois qu'un bon emplacement a été trouvé. Ainsi, chaque configuration est divisée en plusieurs sous configurations par rapport au nombre de surfaces de l'objet. L'idée est alors d'estimer une évaluation pour chaque sous-configuration et de choisir la valeur correspondant à la plus grande valeur qui représente le cas extrême.

- Dans le cas d'une surface jusqu'à N surfaces convexes, la position de

la caméra est ajoutée à la sous configuration si pour la surface correspondant, l'angle d'inclinaison est dans la limite maximale.

$$(Cam_x \in \mathcal{C}_s) = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } (\theta_x < \theta_{\max}) \text{ pour chaque S} \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

- Pour le cas des objets concaves et complexes, une position de caméra sera ajoutée à la sous configuration si chaque surface est visible et en même temps l'angle d'inclinaison est dans la limite maximale.

$$(Cam_x \in \mathcal{C}_s) = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } (\theta_x < \theta_{\max}) \\ & \text{et en même temps la surface est visible} \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

5.3.3 Les opérations génétiques

Finalement, les dernières étapes dans le processus de pénalisation sont représentées par les opérations génétiques de croisement et de mutation. De nouveau, cette étape est caractérisée par une validation sur la position des caméras conformant les nouvelles solutions issues du processus de transfert de l'information génétique. Cette étape est importante pour générer des solutions représentatives de l'espace de solutions valables. L'idée est alors de valider ces positions par une pénalisation lors des opérations génétiques afin d'accéder à l'espace réalisable. Il faut remarquer que ces opérations de rejet sont appliquées à chaque caméra de façon individuelle et non à un réseau en particulier. De plus, à cause du processus de rejet appliqué lors de l'initialisation ces opérations sont utilisées rarement par le système. Une limite maximale de 10 essais a été fixée pour créer une nouvelle position de caméra au niveau de chaque opérateur génétique. Dans le cas contraire, l'ancienne position est retenue.

Ainsi, dans le cas de l'opération de croisement deux situations se présentent :

- Pour le cas d'une surface jusqu'à N surfaces convexes, la position de deux nouvelles caméras est rejetée si l'angle d'inclinaison de chacune des deux est supérieure à la limite maximale pour toutes les surfaces de l'objet.

$$(Cam_1 \text{ et } Cam_2) \notin \mathcal{C} = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } (\theta_1 > \theta_{\max}) \text{ et } (\theta_2 > \theta_{\max}) \\ & \text{pour au moins une surface} \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

- De même que pour le cas précédent, dans le cas des objets concaves et complexes, la position des deux nouvelles caméras est rejetée si l'angle d'inclinaison de chacune des deux est supérieure à la limite maximale pour toutes les surfaces de l'objet. De plus, il faut que chaque nouvelle caméra observe au moins une partie de l'objet.

$$(Cam_1 \text{ et } Cam_2) \notin \mathcal{C} = \begin{cases} \text{vrai} & \text{si } (\theta_1 > \theta_{\max}) \text{ et } (\theta_2 > \theta_{\max}) \\ & \text{pour toutes les surfaces et en même temps} \\ & \text{au moins une surface est visible} \\ \text{faux} & \text{autrement} \end{cases}$$

De même que dans les cas précédents l'opération de mutation présente les deux mêmes situations et elle sera procédée au rejet dans les mêmes conditions.

5.4 Résultats d'expérimentations

Dans cette section, nous présentons des résultats expérimentaux afin d'illustrer l'efficacité et la rapidité de la solution. Tous les essais ont été effectués avec une population de 30 réseaux de caméras, dont chaque variable est codée par une chaîne binaire de 9 bits. Les probabilités de croisement a été fixée à 0.7, tandis que celle de la mutation a été fixée à une valeur de 0.005. La méthode de sélection utilisée est celle du tournoi. Un exemple typique est détaillé dans le cas de 4 caméras observant un plan. Pour cela, des résultats statistiques et de convergence sont étudiés afin de montrer les différents aspects de notre processus d'optimisation. Ensuite, une série d'exemples correspondant aux résultats les plus représentatifs sont présentés. En effet, dans un processus d'optimisation stochastique on ne peut pas tirer des conclusions sur un seul et unique essai. Ainsi, pour chaque série de configurations, au moins 50 essais ont été effectués avec des populations initiales indépendantes. Les divers résultats obtenus illustrent la géométrie d'image des différents réseaux de caméras dans le cas d'un, deux, et trois plans, ainsi que dans le cas d'un objet complexe. Il faut remarquer, que les résultats obtenus par notre système EPOCA correspondent bien avec les résultats obtenus empiriquement par les experts photogrammètres. Finalement dans la section 5.5, nous concluons le chapitre.

5.4.1 Expérimentations sur un plan: analyse d'un essai

Dans un premier exemple, on étudie le processus d'optimisation pour le cas de quatre caméras observant un objet plan. La figure 5.4, montre une

Caméra	Angle α	Angle β
1	39.02	68.90
2	62.92	308.67
3	0.00	176.48
4	64.33	184.21

TAB. 5.1 – Résultats finaux du réseau de quatre caméras.

série de graphiques qui représentent les résultats statistiques et le temps de convergence pour une exécution typique de l'algorithme. Ces résultats caractéristiques de la plupart de nos essais, montrent les courbes maximale, moyenne et minimale ou bien la meilleure courbe du processus évolutif. La convergence a été obtenue au bout de 72 générations et la meilleure solution a été trouvée dans la génération 59 avec une valeur minimale d'incertitude $\sigma_{\max} = 4.7 \times 10^{-3}$. Cette expérimentation a eu besoin de 7 secondes de temps CPU sur une UltraSPARC 200 Mhz. La figure 5.4.c, montre le moment où un nouveau point minimal a été découvert pendant l'exécution. Il faut noter que l'évolution a été terminée aux environs de la génération 60. Ces résultats correspondent à la configuration de la figure 5.10.d utilisée par Fraser [Fra82] qui n'est pas atypique d'une distribution d'images.

Le tableau 5.1 montre la disposition finale pour notre exemple de configuration de quatre caméras. Il faut noter le comportement de chaque variable dans le processus d'évolution comme il est illustré dans les figures 5.5 et 5.6. Ainsi, nous pouvons observer qu'après une distribution aléatoire de nos échantillons, des configurations cohérentes émergent. De plus, nous pouvons observer comment l'angle α de la caméra 1, voir figure 5.5.a, converge vers deux valeurs dominantes au dessus et au dessous de 40 degrés, tandis que l'angle β de la même caméra converge vers 69 degrés. Cet angle a une deuxième valeur minimale vers 249 degrés, voir figure 5.7.c, soit une séparation de 180 degrés après la première valeur minimale. D'autres configurations dominantes apparaissent aussi, mais elles disparaissent après la moitié du total des itérations. Des observations similaires peuvent être effectuées sur tous les autres paramètres.

Si l'on analyse comment $\mu(P)$ évolue en fonction de ses paramètres, on peut observer les minima locaux des configurations dominantes. La figure 5.7 affiche les graphiques de $\mu(P)$ après sa convergence, seulement par rapport à deux paramètres et pour les caméras 1 et 2. Ceci montre clairement les deux valeurs minimales pour le paramètre β de la caméra 1, tandis que le paysage est assez plat pour le paramètre α . Des observations similaires peuvent être dérivées sur les graphiques de la figure 5.8. Les caméras 2 et 4 ont aussi

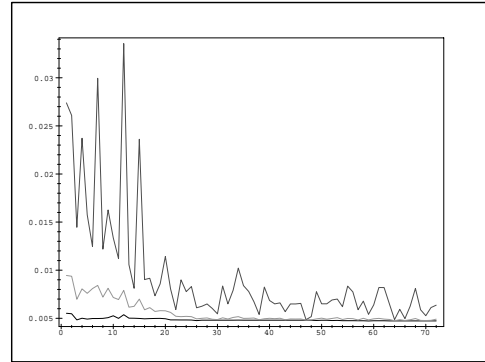
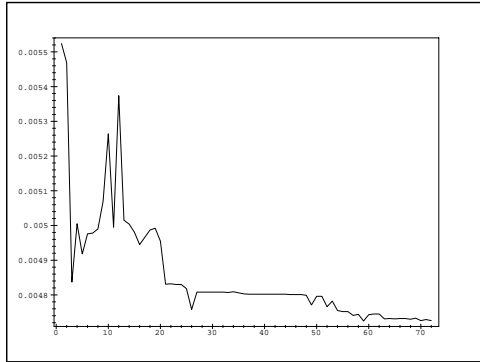
deux valeurs minimales à la différence de la caméra 3 qui présente seulement une valeur minimale. L'angle α est à-peu-près de 0 degrés, c'est-à-dire que la caméra est orthogonale à la surface du plan. En effet, celle-ci représente une configuration singulière pour laquelle le paramètre β peut avoir n'importe quelle valeur.

En général, la taille de la population doit être suffisamment large pour que l'algorithme génétique multicellulaire ait la possibilité de trouver les bonnes solutions. Une petite population (moins de 10 réseaux) peut amener la recherche à une convergence prématurée vers une solution sous optimale, tandis qu'une population très large aura besoin d'un plus grand nombre d'opérations pour aboutir sur les mêmes valeurs minimales. Le problème de la convergence est lié d'habitude à la longueur de la chaîne de bits [MFH93]. Dans notre système EPOCA des chaînes binaires de 300 bits au plus ont été optimisées grâce à la classification des variables. Ainsi, la convergence a été obtenue en moins de 200 générations dans tous les cas.

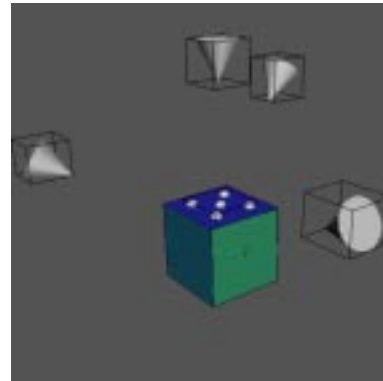
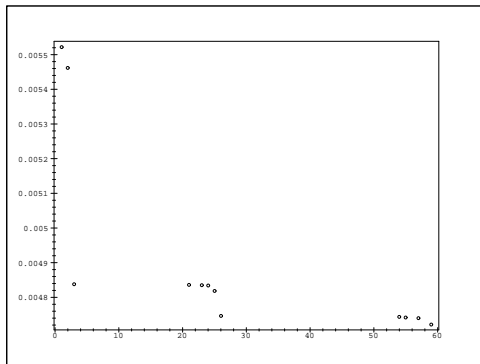
5.4.2 Expérimentations sur un plan: configurations

Les images suivantes montrent une série d'exemples caractéristiques de nos expérimentations. Un processus de sélection visuelle a été effectué sur un total de 50 essais pour chaque groupe de 6 images. Toutes ces images représentent les différentes configurations que nous avons identifiées comme les plus représentatives d'une disposition favorable de caméras. Il faut remarquer que au fur et à mesure que l'objet devient complexe le nombre de configurations différentes diminue.

La figure 5.9, montrent des exemples de configurations pour deux et trois caméras mesurant un plan. La précision dans le cas de deux caméras est d'à-peu-près 1×10^{-2} , tandis que pour le cas de trois caméras elle est de 6×10^{-3} . Dans le cas de quatre caméras, voir figure 5.10.d, une solution a été trouvée laquelle n'est pas la solution standard utilisée par les photogramètres mais qui a été découverte par notre système, voir figure 5.10.a. La solution standard est constituée de quatre caméras placées d'habitude au quatre coins d'un cube avec l'objet à mesurer situé au centre du cube. Dans la nouvelle configuration une des caméras est placée de façon orthogonale à la surface mesurée. En fait, notre configuration avait été déjà commentée par Fraser [Fra82]. Il a remarqué que cette configuration n'est pas atypique d'un réseau de caméras. Notre expérimentation confirme cette affirmation et donc l'équivalence entre ces deux configurations [Mas94].



a) Graphique de la meilleure configuration. b) Résultats maximal, moyen et optimal.



c) Meilleures solutions au cours de l'évolution.

d) La meilleure configuration.

Résultats d'expérimentations typiques d'un essai.

FIG. 5.4 – Les graphiques ci-dessus représentent les résultats statistiques et le temps de convergence pour une exécution de l'algorithme dans le cas de 4 caméras observant un plan. La plupart de nos essais montraient des comportements similaires.

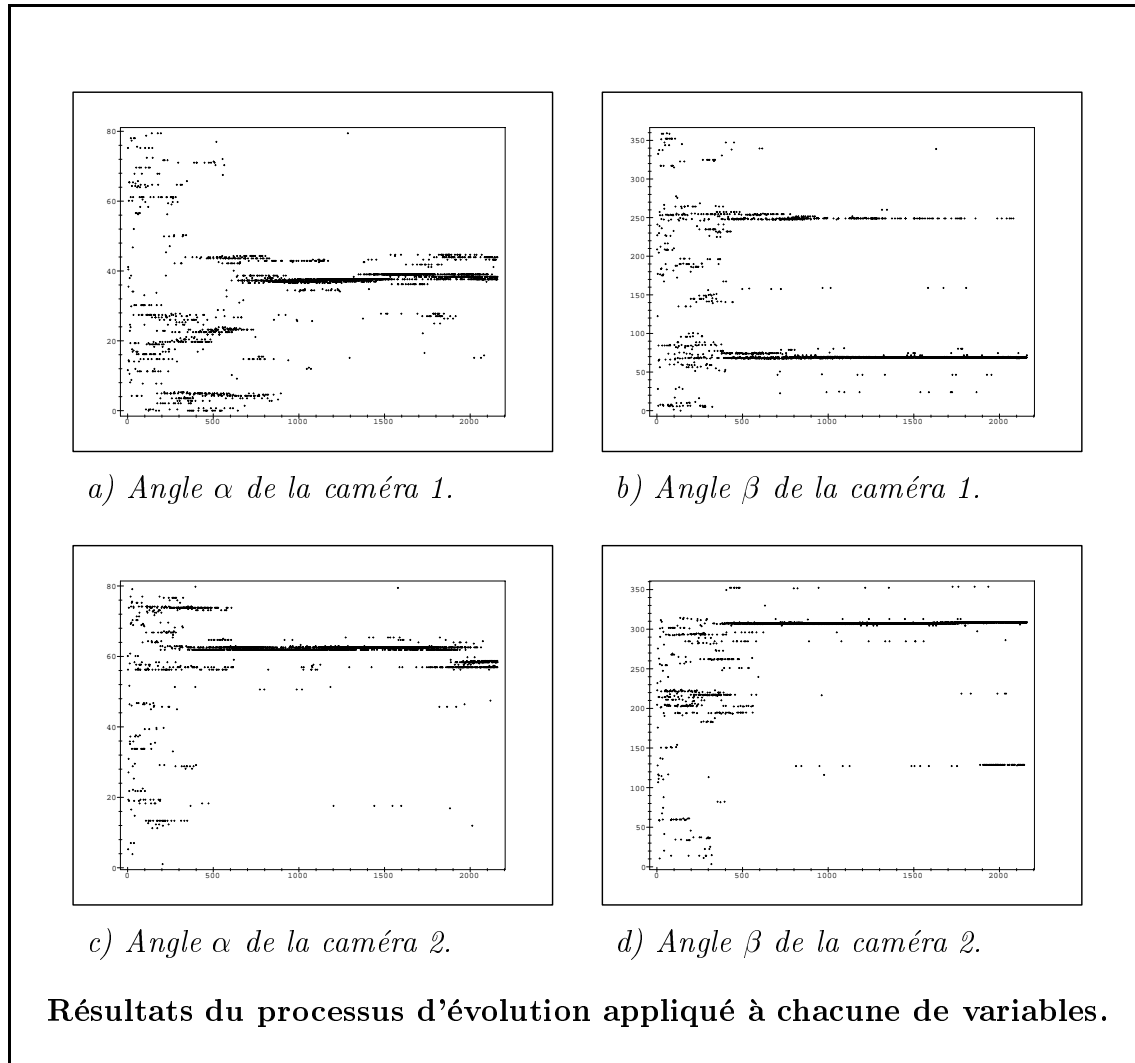


FIG. 5.5 – Les graphiques suivants montrent l'évolution des caméras 1 et 2 représentées par les variables α et β . L'axe Y est en degrés et l'axe X représente le nombre d'échantillons. Il est important de remarquer que chaque graphique est divisé en 72 générations et que chacune est composée de 30 échantillons, nous avons ainsi au total 2160 échantillons.

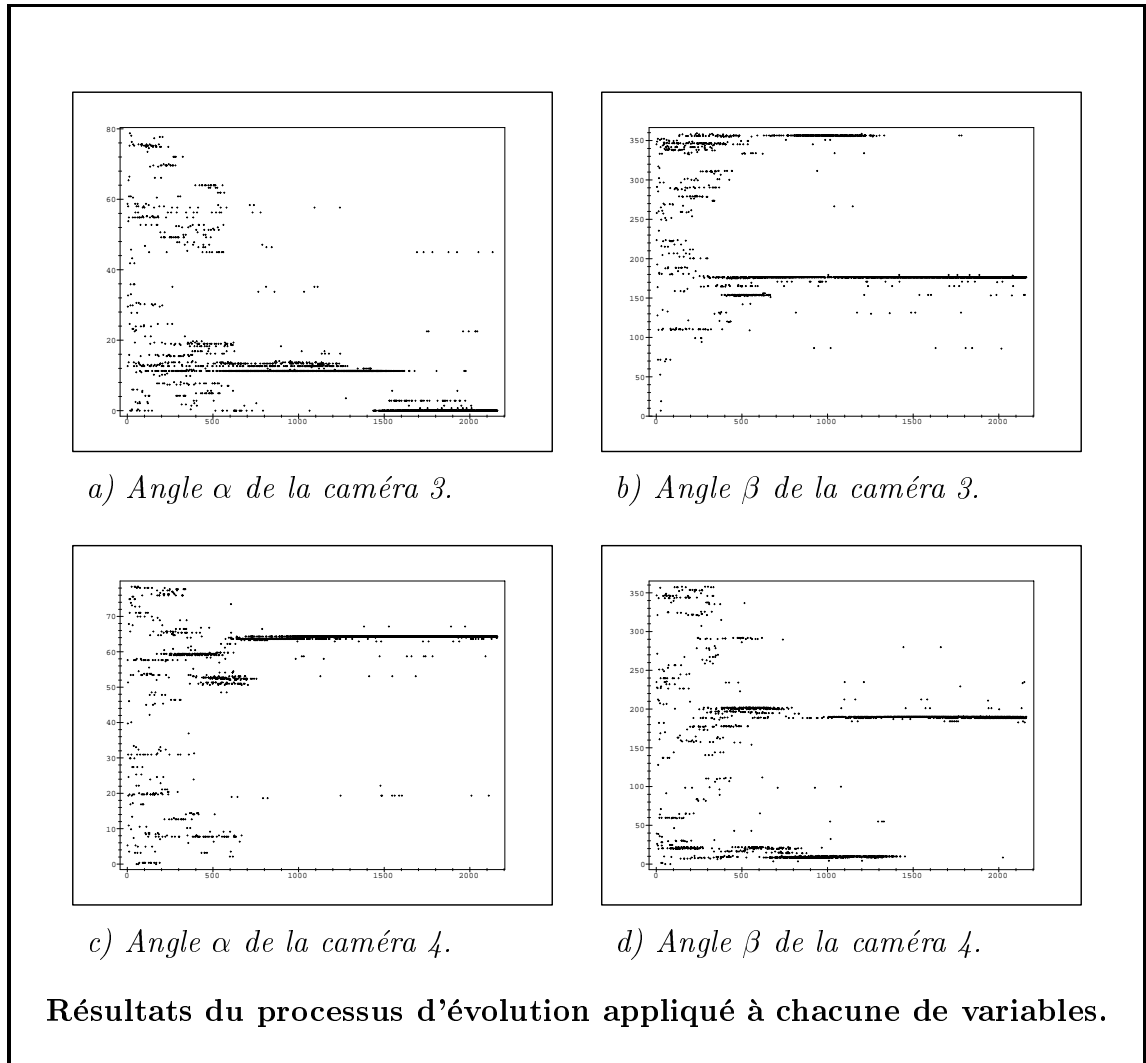
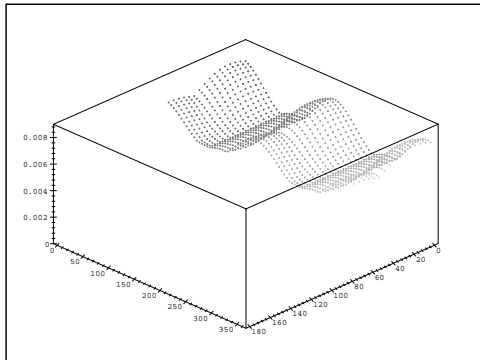
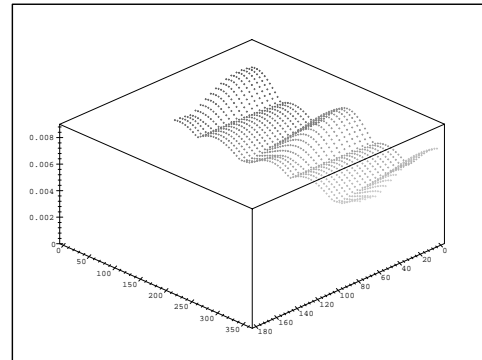


FIG. 5.6 – Les graphiques suivants montrent l'évolution des caméras 3 et 4 représentées par les variables α et β . L'axe Y est en degrés et l'axe X représente le nombre d'échantillons. Il est important de remarquer que chaque graphique est divisé en 72 générations et que chacune est composée de 30 échantillons, nous avons ainsi au total 2160 échantillons.

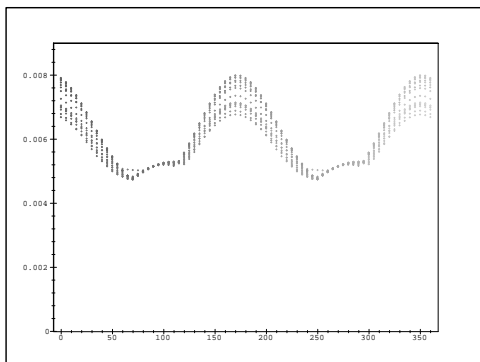
Paysages pour les caméras 1 et 2.



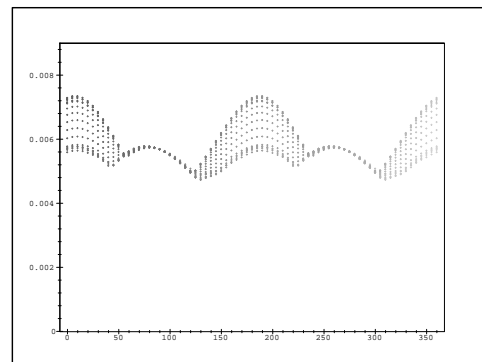
a) Paysage de la caméra 1.



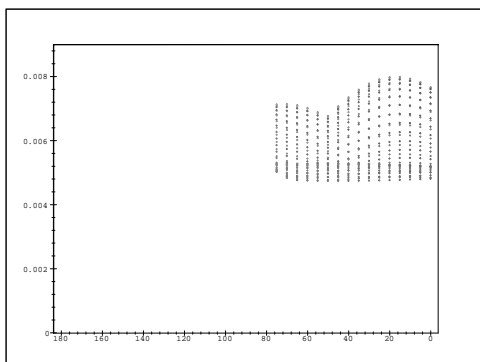
b) Paysage de la caméra 2.



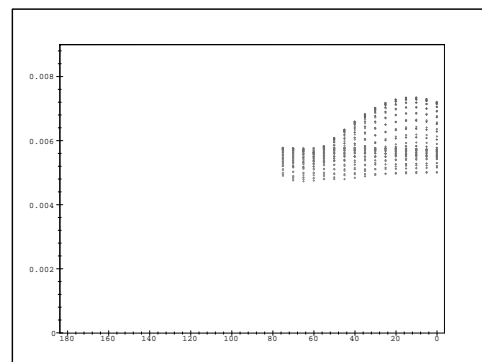
c) Vue frontale du graphique a.



d) Vue frontale du graphique b.



e) Vue latérale du graphique a.

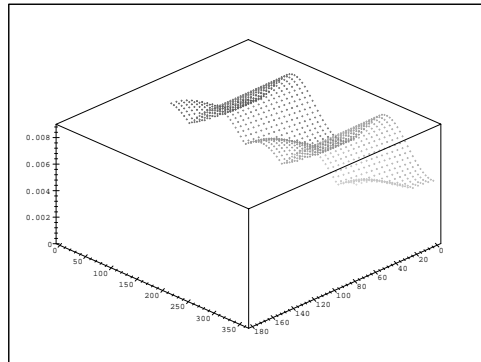
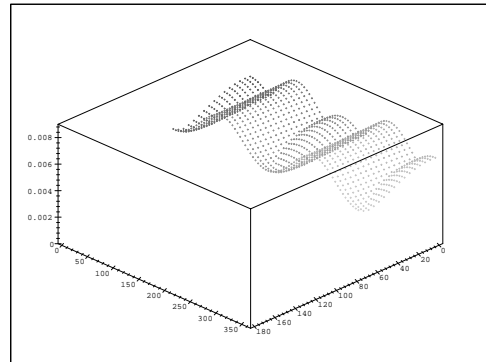
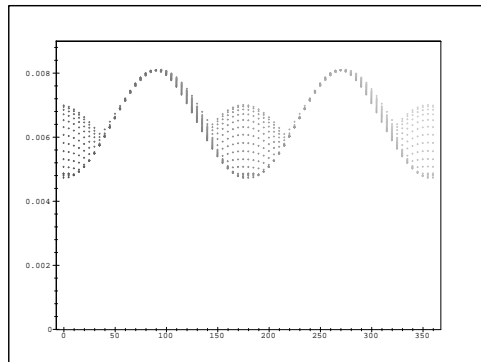
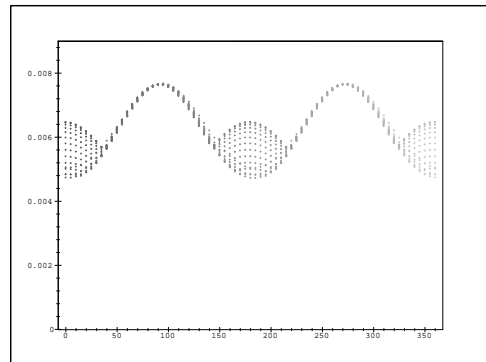
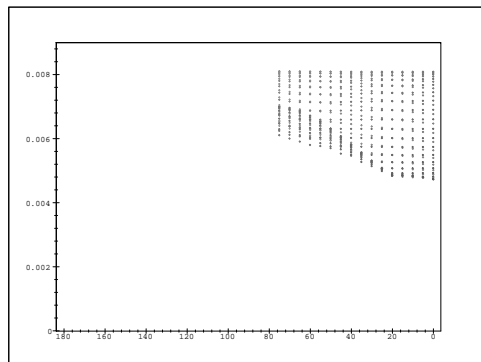
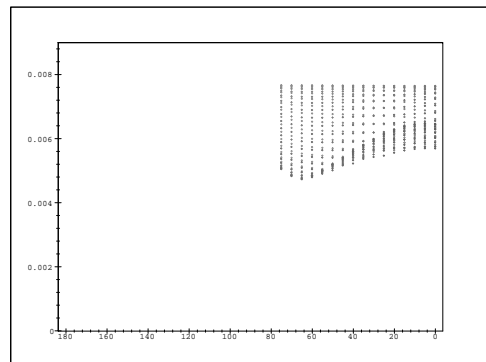


f) Vue latérale du graphique b.

Résultats finaux pour l'exemple de 4 caméras.

FIG. 5.7 – Les surfaces sur la colonne de gauche correspondent au paysage de la caméra 1 tandis que les surfaces de la colonne de droite correspondent au paysage de la caméra 2.

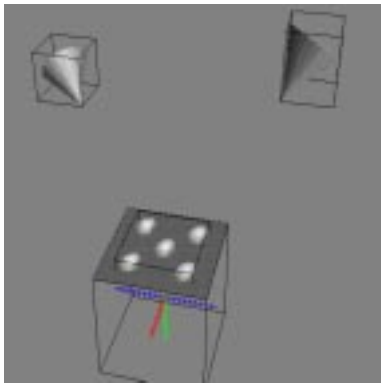
Paysages pour les caméras 3 et 4.

g) *Paysage de la caméra 3.*h) *Paysage de la caméra 4.*i) *Vue frontale du graphique g.*j) *Vue frontale du graphique h.*k) *Vue latérale du graphique g.*l) *Vue latérale du graphique h.*

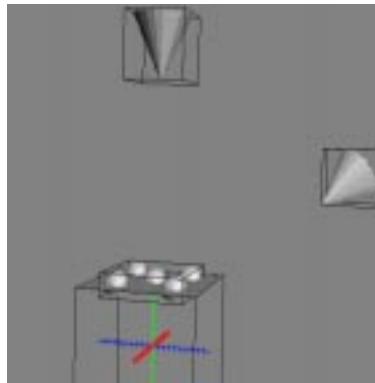
Résultats finaux pour l'exemple de 4 caméras.

FIG. 5.8 – Les surfaces sur la colonne de gauche correspondent au paysage de la caméra 3 tandis que les surfaces de la colonne de droite correspondent au paysage de la caméra 4.

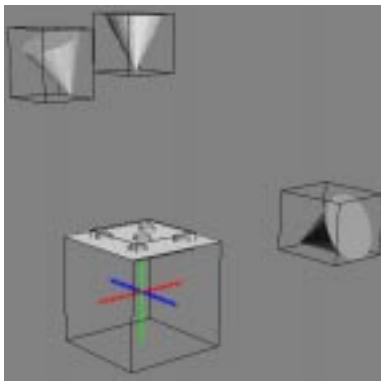
Résultats d'expérimentation.



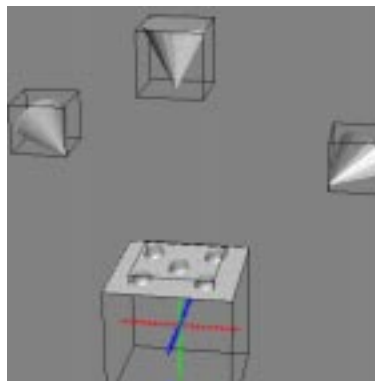
a) 2 caméras observant un plan.



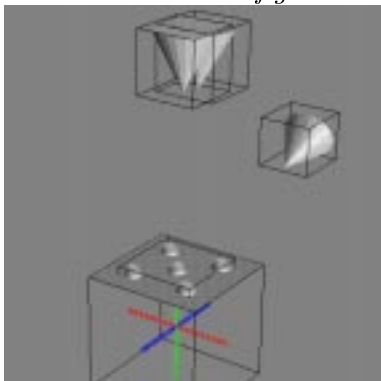
b) 2 caméras observant un plan.



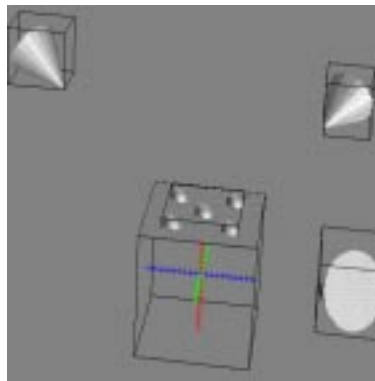
c) 3 caméras dont 2 sont disposées
comme dans la figure 5.9.b.



d) 3 caméras observant un plan.



e) Deux caméras placées
au même endroit.

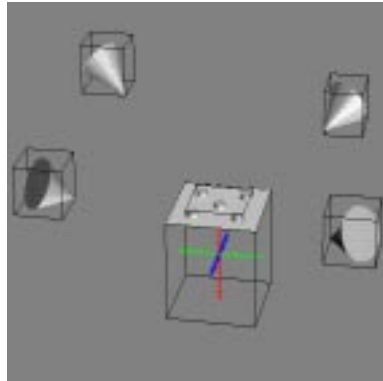


f) 3 caméras disposées autour du plan.

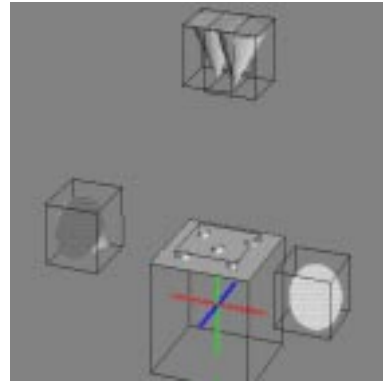
Exemples des configurations obtenues par EPOCA.

FIG. 5.9 – Ces figures montrent des exemples de configurations de deux et trois caméras observant un plan. Ces images ont été obtenues d'une totale de 50 essais.

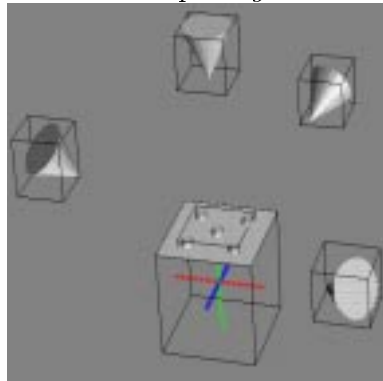
Résultats d'expérimentation.



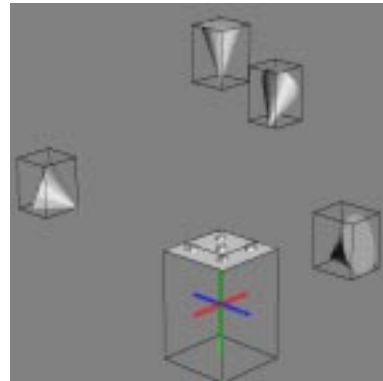
a) Une distribution de 4 caméras similaire aux photogrammètres.



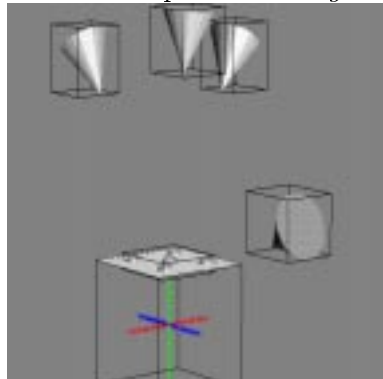
b) 2 caméras occupent une même position.



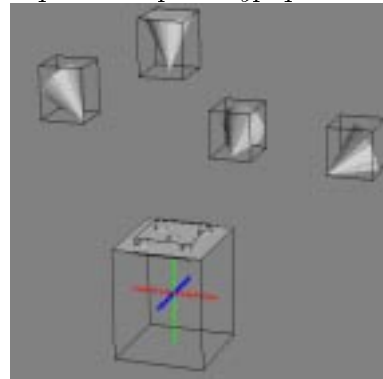
c) 4 caméras disposées autour du plan dont une est placée orthogonalement.



d) Une configuration de caméras qui n'est pas atypique



e) Une disposition de 4 caméras similaire à la figure 5.9.c.



f) Une distribution régulière.

Exemples des configurations obtenues par EPOCA.

FIG. 5.10 – Ces figures montrent des exemples de configurations de quatre caméras observant un plan. Parmi les différents résultats obtenus par EPOCA nous avons identifiés la figure 5.10.d comme une configuration utilisée par Fraser [Fra82] laquelle n'est pas atypique d'une distribution d'images.

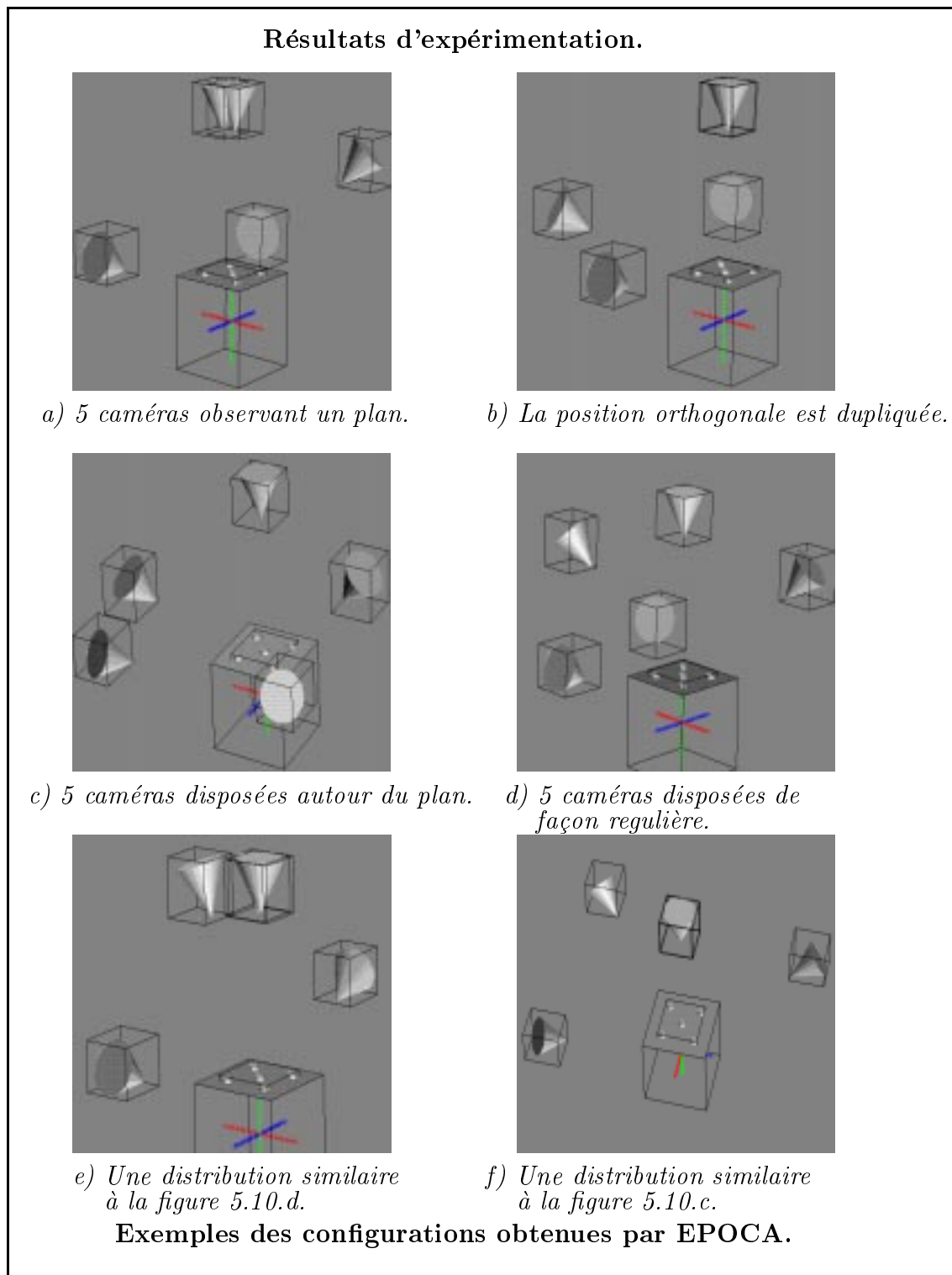


FIG. 5.11 – Ces résultats mettent en évidence le fait que la position de la caméra orthogonale à la surface est souvent répétée. Ceci est lié à l'étape SOD qui consiste à réaliser des multiples prises de vue. Cette opération est appliquée après avoir déterminé une configuration de base.

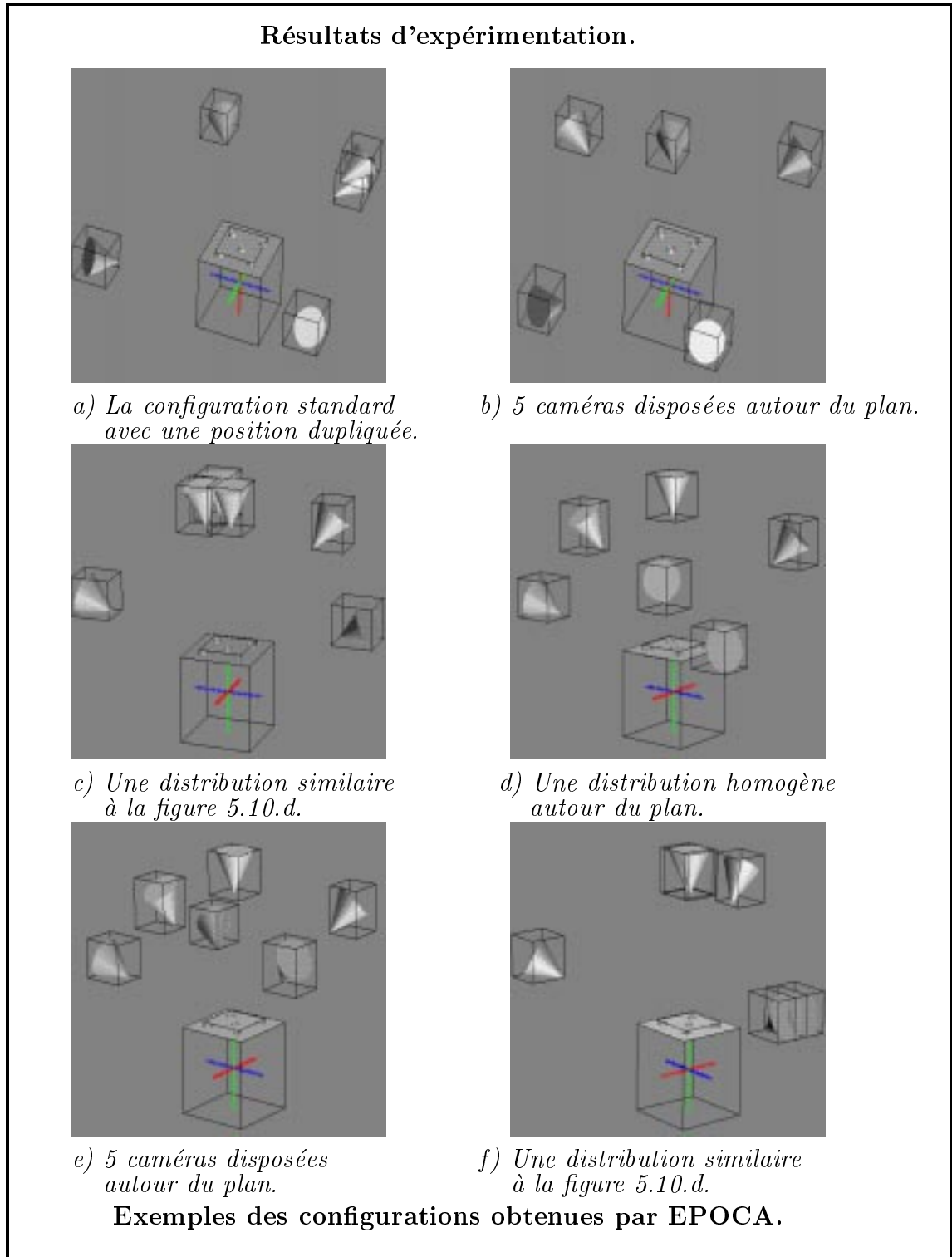


FIG. 5.12 – Ces figures montrent des exemples de configurations de cinq et six caméras observant un plan. De nouveau, des positions de caméras sont placées au même endroit respectant la configuration de base similaire à celle de Fraser.

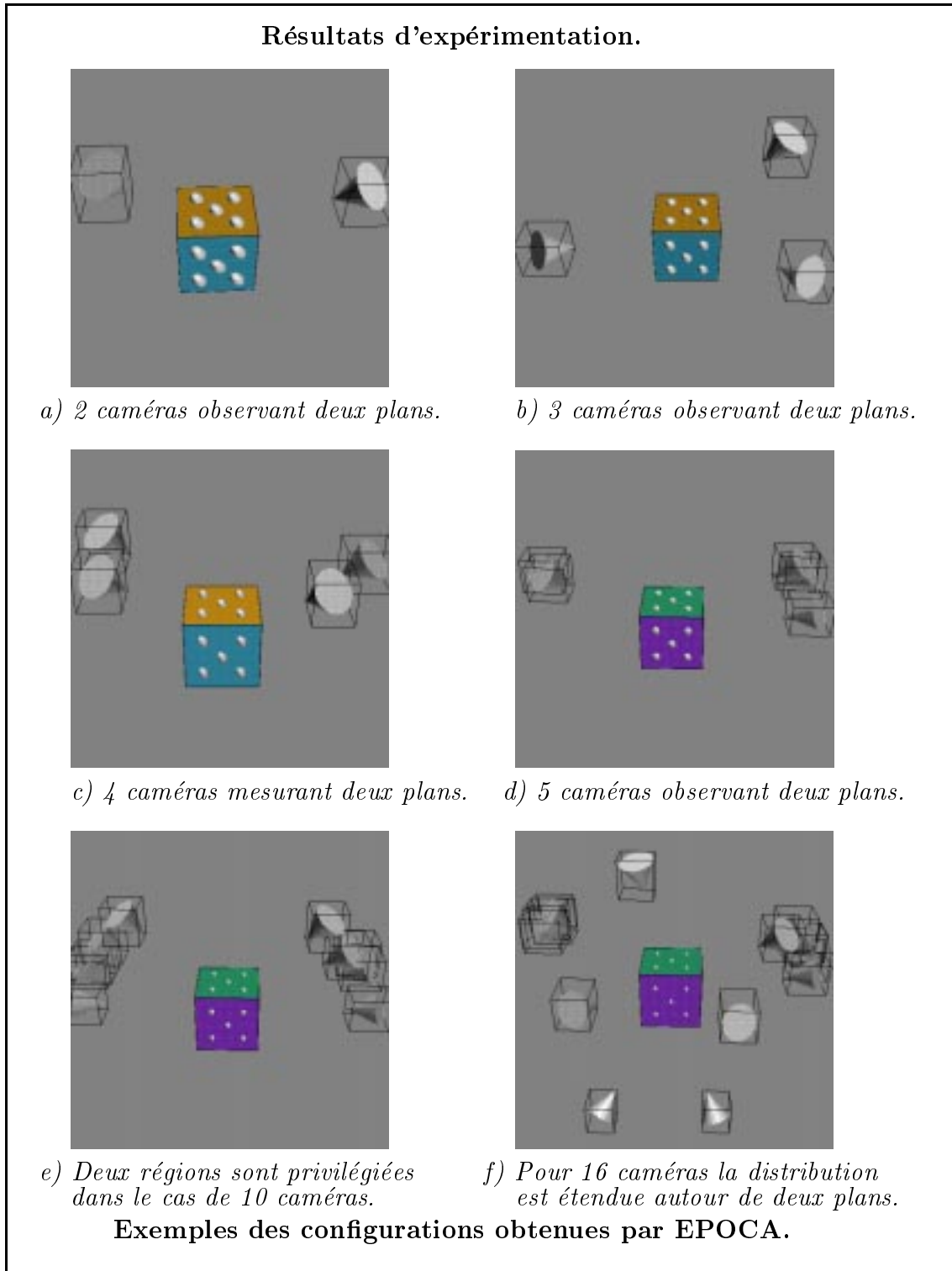
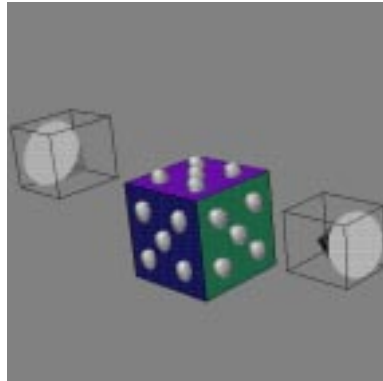
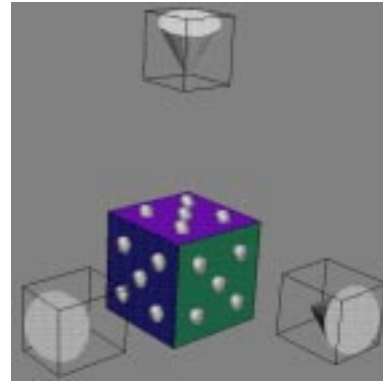


FIG. 5.13 – Ces figures montrent la façon de placer un certain nombre de caméras afin de mesurer deux surfaces. En général deux régions de l'espace sont privilégiées; mais à partir d'un certain nombre de caméras, la distribution du réseau est changée afin d'améliorer la précision. La configuration de la figure 5.13.f. est semblable à celle de Mason [MG95]

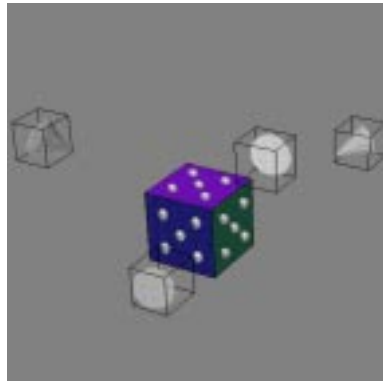
Résultats d'expérimentation.



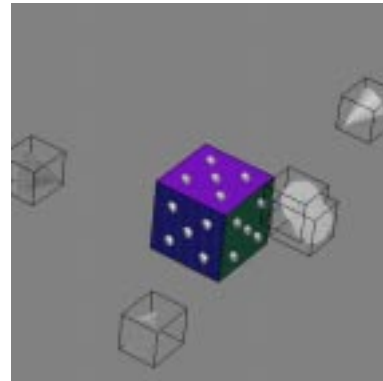
a) 2 caméras observant trois plans.



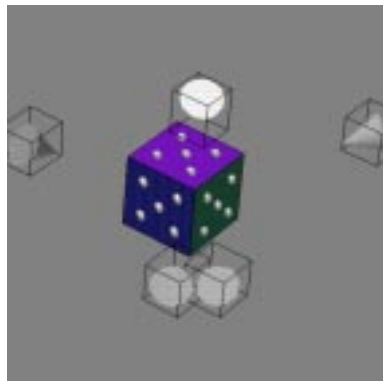
b) 3 caméras observant trois plans.



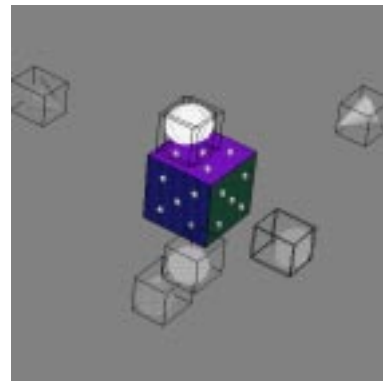
c) 4 caméras observant trois plans.



d) 5 caméras observant trois plans.



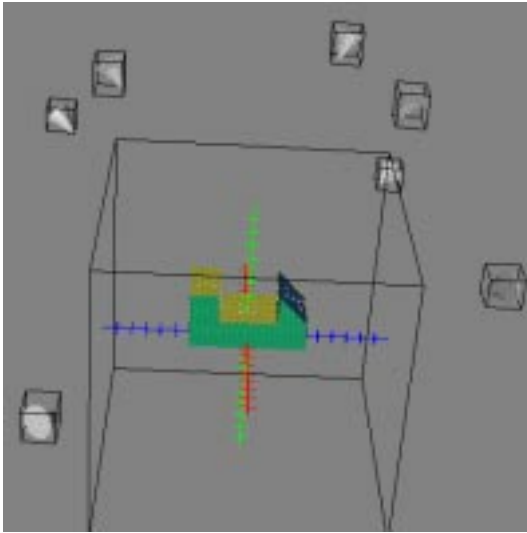
e) 5 caméras observant trois plans.



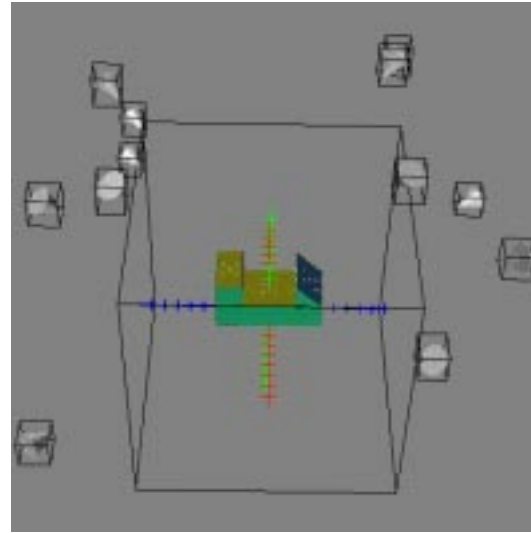
f) 8 caméras observant trois plans.

Exemples des configurations obtenues par EPOCA.

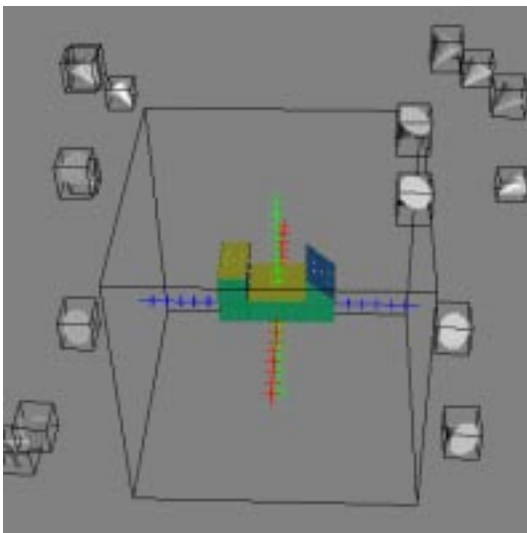
FIG. 5.14 – Ces exemples montrent les différentes configurations des caméras afin de mesurer trois surfaces adjacentes. Dans les deux premières figures, les caméras sont disposées en face de l'objet. Pour les cas où on a au moins quatre caméras la distribution est faite autour de l'objet avec deux nouvelles positions situées aux extrémités de la configuration. Ces 6 configurations ont été extraites de 50 essais, comme c'est le cas pour deux surfaces.



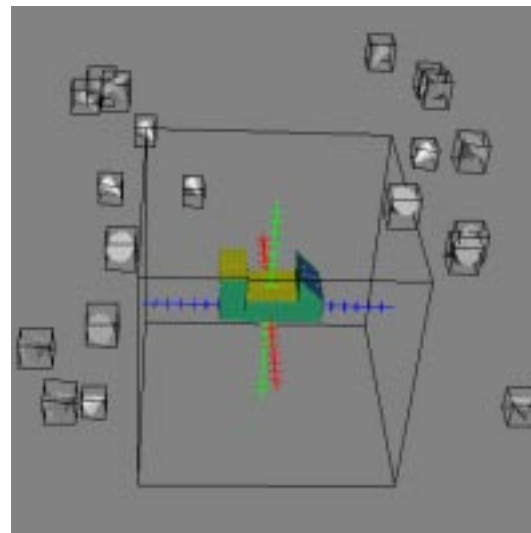
a) 7 caméras sur un objet complexe.



b) 12 caméras mesurant un objet complexe.



c) 16 caméras sur un objet complexe.



d) Une distribution favorable de caméras.

FIG. 5.15 – Ces figures montrent comment sont placés différents ensembles de caméras afin de mesurer le même objet complexe. Dans tous les cas les caméras sont placées dans deux régions de l'espace de façon systématique. De même, certaines de leur positions sont répétées au même endroit. Ces 4 configurations ont été extraites sur un total de 20 essais.

Les figures 5.11 et 5.12, montrent différentes configurations dans les cas de cinq et six caméras. La précision dans le cas de cinq caméras est d'à-peu-près 3.8×10^{-3} tandis que pour le cas de six caméras est de 3.1×10^{-3} . L'importance de ces résultats vient du fait que plusieurs caméras sont placées au même endroit en respectant les configurations de base comme celle de Fraser, voir figure 5.11.e, et 5.12.f, ou bien la configuration standard, voir figure 5.12.a. Ces résultats sont en accord avec l'utilisation de l'étape SOD par les experts photogrammètres. Cette opération consiste à réaliser des multiples prises de vue. L'opération SOD est appliquée normalement après avoir déterminé une configuration de base [Mas94]. Ceci implique une économie dans la phase du conception de fait qu'avec une configuration de base et en utilisant multiples prises de vue la précision continue à être améliorée sans changer la géométrie de l'image.

5.4.3 Résultats sur des objets complexes

Les configurations obtenues dans le cas où l'on veut mesurer deux et trois surfaces sont montrées sur les figures 5.13. et 5.14. Chaque groupe de six configurations a été obtenu à partir de 50 essais. Ces résultats montrent comment la forme de l'objet contraint la région de l'espace où l'on peut placer les caméras. Le nombre de configurations obtenu est moins important. Ainsi, pour le cas de l'objet de la figure 5.15, seule 20 essais ont été nécessaires conduisant tous à une disposition similaire de caméras. Ces résultats sont en accord avec la théorie et montrent comment notre système peut proposer des solutions qui ont été utilisées par les experts photogrammètres. De plus, notre système apporte également des solutions au problème dans le cas d'un objet complexe.

Les résultats de la figure 5.13, montrent des exemples de configurations dans le cas où l'on veut mesurer deux surfaces adjacentes. Dans le cas de deux caméras, la précision est atteinte avec la même incertitude que dans le cas d'un plan. De même, les deux caméras sont placées juste à l'intersection des deux volumes de visibilité. Pour le cas de trois caméras la disposition est faite sous forme d'un triangle avec une précision $\sigma_{\max} = 7 \times 10^{-3}$, ce qui se situe un peu au dessus du cas d'un plan. Dans le cas de quatre caméras la précision atteinte est d'environ $\sigma_{\max} = 5 \times 10^{-3}$. Ainsi, au fur et à mesure qu'on continue à ajouter des caméras la précision diminue de forme exponentielle. Les caméras sont successivement placées dans la même région de l'espace en deux parties principales, voir figure 5.13.e. Cependant, après un certain nombre de caméras la géométrie de l'image est étendue sur tout l'espace de visibilité.

D'autre part, dans le cas de trois surfaces adjacentes, voir figure 5.14,

des résultats similaires aux précédents peuvent être tirés. Les positions des caméras sont toujours placées aux mêmes endroits de façon systématique. Pour un nombre faible de caméras leur positionnement est réalisé devant l'objet mesuré. A partir du fait que le nombre de caméras dépasse un seuil, ici le seuil de quatre caméras, la distribution est faite tout autour de l'espace de visibilité.

Un dernier exemple est illustré dans la figure 5.15. Cet exemple montre comment sont placées 7 à 20 caméras afin de mesurer un objet complexe. Le processus commence à partir d'un tirage aléatoire tout autour de l'objet, principalement du fait qu'il n'y a pas une seule région dans laquelle on puisse voir toutes les surfaces d'intérêt. Ainsi, en moins de 200 générations une distribution d'image favorable apparaît toujours sur deux régions de l'espace comme ceci apparaît sur les images. De nouveau, des positions sont répétées sur des régions très précises.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté notre système pour la conception du réseau de caméras EPOCA, ainsi que la façon dont il a été intégré à travers les différents logiciels utilisés afin de visualiser les résultats, de même, que la façon de traiter les différentes contraintes dans notre système d'optimisation. Finalement des résultats ont été exposés pour montrer la rapidité et l'efficacité de la solution. Parmi les expérimentations réalisées, une comparaison systématique avec la théorie et avec des résultats empiriques a été effectuée afin de montrer la validité de notre méthode. Tous les résultats produits par notre système d'optimisation sont bons en termes de la distribution des caméras et l'angle d'incidence. Ainsi, EPOCA produit avec succès des configurations de deux et trois caméras similaires à celles utilisées par les photogrammètres. Dans le cas des quatre caméras un réseau non standard a été identifié comme un réseau utilisé par Fraser. De plus, notre système peut optimiser des réseaux dans le cas de plusieurs surfaces ainsi que sur des objets complexes. De cette manière, les possibilités d'automatisation sont étendues telles qu'elles sont implantées dans [OM98c].

Chapitre 6

Discussion et Perspectives

6.1 Apports à la recherche

Cette thèse a été consacrée à étudier la planification du placement de caméras pour des mesures 3D de précision. Dans un premier temps, nous avons identifié les différents aspects qui donnent la complexité au problème. A partir de cette étude plusieurs questions ont été posées, parmi ceux ci la détermination d'une disposition favorable de caméras observant un objet donné a été le point le plus important à résoudre. En photogrammétrie on parle du concept du réseau de caméras. A partir de ceci, notre travail a consisté à donner une réponse à ce sujet. Pour cela, nous avons divisé le problème en deux parties :

- Une partie analytique afin d'obtenir un critère d'optimisation.
- Un processus d'optimisation combinatoire capable de produire une solution.

Le critère que nous avons choisi est lié au calcul d'une matrice de covariance ΛP qui représente l'incertitude du processus de reconstruction. Ce critère est défini comme la plus mauvaise valeur de variance dans les éléments de la diagonale de la matrice ΛP qui détermine le cas extrême sur la qualité du réseau de caméras proposé. A partir de ceci, un processus global d'optimisation a été mis au point afin de minimiser ce critère. Par ailleurs, l'optimisation a des aspects discontinus essentiellement dû à l'inobservabilité des points. Ainsi, nous avons développé un système capable de placer un certain nombre de caméras afin de mesurer les différentes surfaces d'un objet quelconque en prenant en compte les deux facteurs principaux dans la conception qui sont la distribution des caméras autour de l'objet et l'inclinaison de chaque caméra par rapport à chacune des surfaces observées. De plus,

une analyse de visibilité a été aussi intégrée afin de prendre en compte les problèmes d'occultation dans les cas d'objets complexes. L'hypothèse principale de notre étude a été liée à la manière dont on place chaque caméra. Ce placement est effectué en considérant l'objet centré dans une sphère. Les caméras sont déplacées autour de l'objet à mesurer suivant une discrétisation de l'espace sphérique et restent à une distance fixe pour laquelle les différentes contraintes optiques liées à la caméra sont satisfaites.

L'apport de cette recherche consiste à avoir développé une nouvelle méthode pour la résolution de cette tâche. La méthode est rapide et elle nous a permis également de connaître la géométrie qu'un réseau de caméras peut avoir dans le cas où l'objet est observé en entier pour le système. Ainsi, des configurations empiriques utilisées par les experts photogrammètres ont été redécouvertes et ainsi justifiées par notre système. De plus, de nouvelles configurations ont été proposées pour le cas d'un objet complexe.

Notre système que nous avons appelé EPOCA, produit des configurations similaires à celles utilisées par les photogrammètres dans les cas de deux et trois caméras. De plus, une configuration de quatre caméras a été trouvée laquelle n'est pas la solution standard utilisée par les photogrammètres. Dans cette nouvelle configuration une des caméras est placée de façon orthogonale à la surface mesurée. En fait, cette solution avait été déjà commentée par Fraser [Fra82]. Il a remarqué que cette configuration n'est pas atypique d'un réseau de caméras. Notre expérimentation confirme cette affirmation et donc l'équivalence entre ces deux configurations [Mas94]. D'autres configurations ont été proposées dans les cas de cinq et six caméras respectant les configurations standard et de Fraser en plaçant plusieurs caméras au même endroit. Ceci peut être interprété comme une opération SOD qui consiste à réaliser des multiples prises de vue une fois déterminé une configuration de base [Mas94].

Des résultats similaires peuvent être tirés dans les cas où on mesure deux ou trois surfaces d'un objet, ainsi que pour des objets complexes. Les caméras sont toujours placées aux mêmes endroits de façon systématique et précise. Tous les résultats produits par notre système d'optimisation sont bons en termes de la distribution des caméras et de l'angle d'incidence.

6.2 Perspectives

Ce travail doit être considéré comme un pas additionnel vers l'automatisation du placement de caméras. L'avantage de notre approche reste sa

généralité. D'autres voies de recherche se présentent donc à nous :

- **Une extension à des objets de grande dimension.** L'hypothèse de base de notre travail a été la façon dont on a placé les caméras autour de l'objet à mesurer. Ce placement a été effectué à travers une sphère qui entoure l'objet en entier. Si l'objet à mesurer est d'une taille supérieure à celle permise dans un contexte robotique comme dans le cas de la construction des avions ou bateaux, (voir figure 6.1), notre placement n'est plus valable. Il faut reconsidérer le problème d'emplacement de façon à obtenir les mêmes propriétés de convergence afin de réduire l'incertitude. De plus, un problème lié aux données étape ZOD, doit être étudié de façon approfondie car tous les points de l'objet appartenant à une même surface ne seront pas enregistrés par les caméras qui les observent.

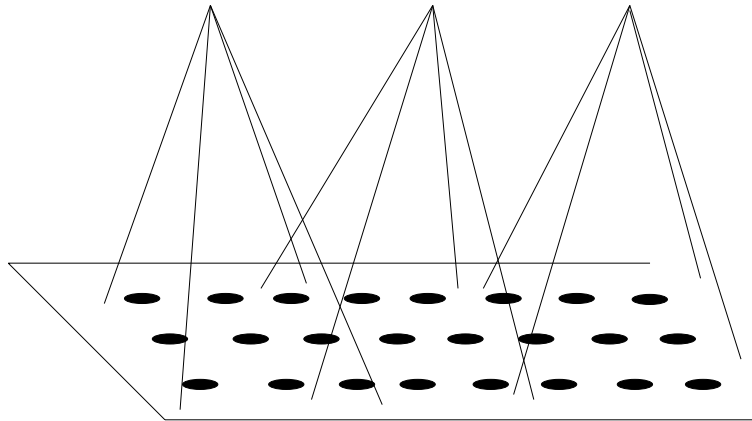


FIG. 6.1 – Dans le cas d'une grande surface, comment pouvons nous disposer les caméras de façon à obtenir des configurations convergentes tout en reliant les données?

- **Utilisation et comparaison avec d'autres méthodes d'optimisation.** La minimisation de notre critère a été effectuée grâce à un algorithme génétique multicellulaire. D'autres méthodes d'optimisation peuvent être utilisées. Cependant, la méthode doit prendre en compte les discontinuités produites par les différentes contraintes, l'aspect combinatoire du problème, ainsi que les nombreux minima locaux.
- **Application de notre méthode à la planification des trajectoires.** Une voie intéressante d'application de notre travail se situe au niveau de la planification des trajectoires dans un environnement robotique où l'on peut utiliser les positions de caméras comme les différents

états qui permettent à un robot de déterminer une suite de mouvements valides.

- **Conception dans des environnements dynamiques.** Notre travail a été consacré à des conditions où l'objet reste fixe. Une extension importante est de considérer la conception des réseaux dans des situations dynamiques. Cette voie de recherche a été exploré par Abrams [AAT] dans le cas d'une seule caméra.

Finalement, une vérification de nos résultats d'expérimentations en grandeur réelle doit être effectuée. Expérimentations qui n'apportent rien quant au principe mais qui illustreront l'applicabilité de l'approche.

Annexe A

Comparaison avec un tirage aléatoire

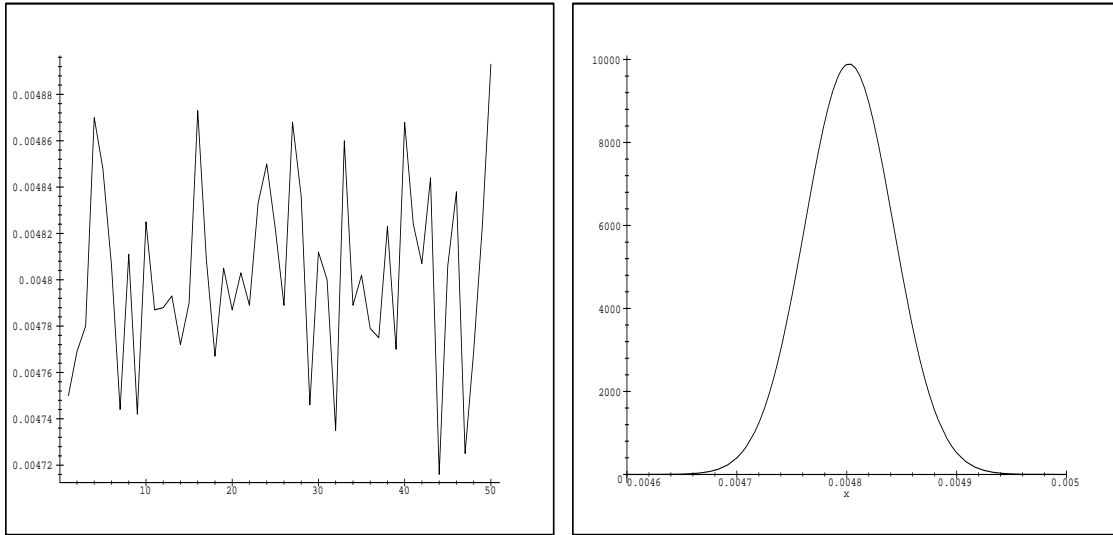
Dans le but d'illustrer l'intérêt de notre méthode d'un point de vue quantitatif dans la solution du problème. Cette annexe est dédiée à une comparaison numérique avec un simple tirage au hasard en termes de précision et de temps d'exécution des solutions apportées par EPOCA. Ce processus aléatoire consiste alors en un tirage de 30 essais qu'on répète pendant 1000 fois en gardant toujours la meilleure solution. Lors du tirage aléatoire les contraintes du placement sont prises en compte comme dans notre processus d'initialisation. En répétant cette procédure, un total de 50 échantillons est obtenu, ce qui représente un ensemble de données qui sera approché par une distribution normale de moyenne \bar{X} et d'écart-type σ , notée: $N(\bar{X}, \sigma)$. Ces résultats seront ensuite comparés avec 50 essais de notre système afin d'étudier la différence des méthodes dans le cas de 4 caméras observant un plan, 5 caméras mesurant deux plans, 6 caméras sur trois plans adjacents et enfin 16 caméras mesurant notre objet complexe.

La première série de statistiques est illustrée dans la figure A.1. Ces graphiques montrent qu'en moyenne le tirage aléatoire trouve des résultats inférieurs à ceux apportés par notre système EPOCA. De plus, on peut observer que la distribution obtenue par notre système est plus élargie. Ceci révèle une caractéristique (défaut ou avantage) de notre méthode dans la robustesse car un pourcentage relativement haut d'essais peut être considéré comme mauvais et donc le compromis exploitation-exploration est manifeste. Le deuxième exemple est montré dans la figure A.2. Ces résultats illustrent une similitude par rapport aux moyennes avec une dispersion majeure pour l'algorithme génétique (côté exploration). Ces résultats peuvent être expliqués par le fait que la meilleure disposition de caméras dans le cas de deux plans adjacents se trouve toujours dans une même région de l'espace très précise et qu'elle est

obtenue grâce à la prise en compte de contraintes lors du processus d'initialisation. D'autre part, un test de Kolmogorov-Smirnov (voir [PFTV88]) nous permet de vérifier que la différence entre les deux distributions est significative avec une probabilité de 28×10^{-6} (lorsque cette probabilité est inférieure à 50% la différence est significative). Cette différence met en évidence la différence de notre approche avec un simple tirage aléatoire.

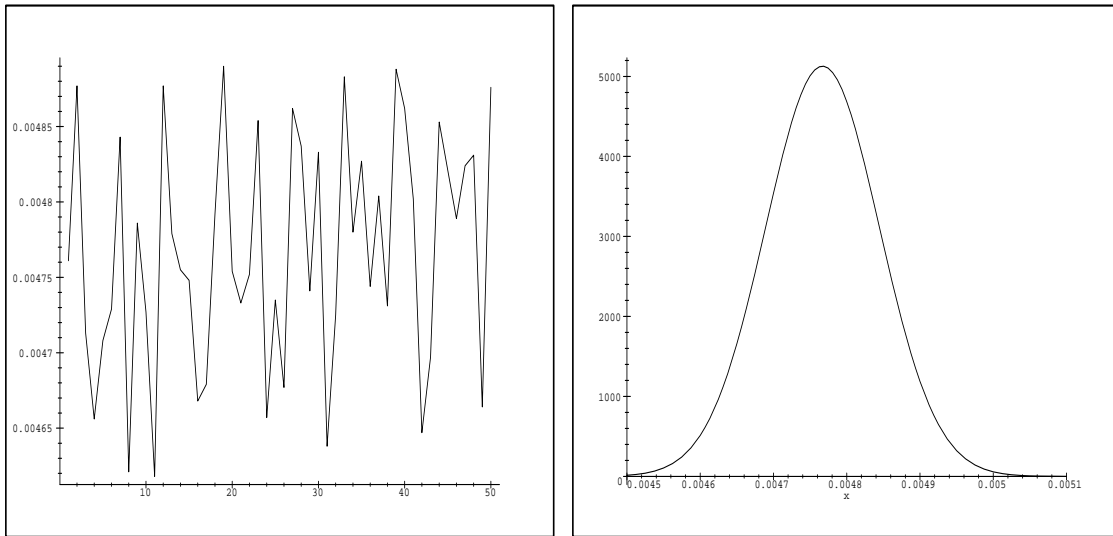
Néanmoins ces deux premiers résultats ne sont pas tout à fait convainquant. Les résultats illustrés dans les figures A.3 et A.4 montrent clairement l'avantage de notre méthode d'optimisation sur un simple tirage au hasard. Ces deux nouveaux exemples montrent que dans les cas de 6 caméras observant trois plans disposés de façon adjacentes ainsi que pour les cas de 16 caméras mesurant un objet complexe, la distribution du processus aléatoire sort complètement en dehors de celle obtenue par notre méthode génétique. De ce fait on peut remarquer l'avantage clair du processus d'optimisation du point de vue de la précision. D'autre part, les figures A.5 et A.6 nous montrent la distribution en temps de convergence mesuré en générations pour les quatre essais de notre système EPOCA. Il faut noter que l'algorithme génétique converge toujours en moins de 200 générations. Ceci devient important du fait que le temps pour trouver une solution peut être estimé comme 5 fois plus rapide dans le cas d'un objet complexe jusqu'à 20 fois plus rapide pour le cas d'un objet plan considérant que pour le test de notre tirage aléatoire on a eu besoin de 1000 itérations. De plus, il faut dire que le temps réel pour accomplir l'ensemble de données pour notre tirage aléatoire dans le cas d'un objet planaire a été de 4 heures tandis que pour le cas de 16 caméras observant l'objet complexe a duré 20 heures.

En résumé on a vérifié que notre problème demande effectivement une stratégie autre qu'un simple tirage aléatoire prenant en compte la précision des résultats et son temps de convergence.



a) Résultats de 4 caméras sur un plan.

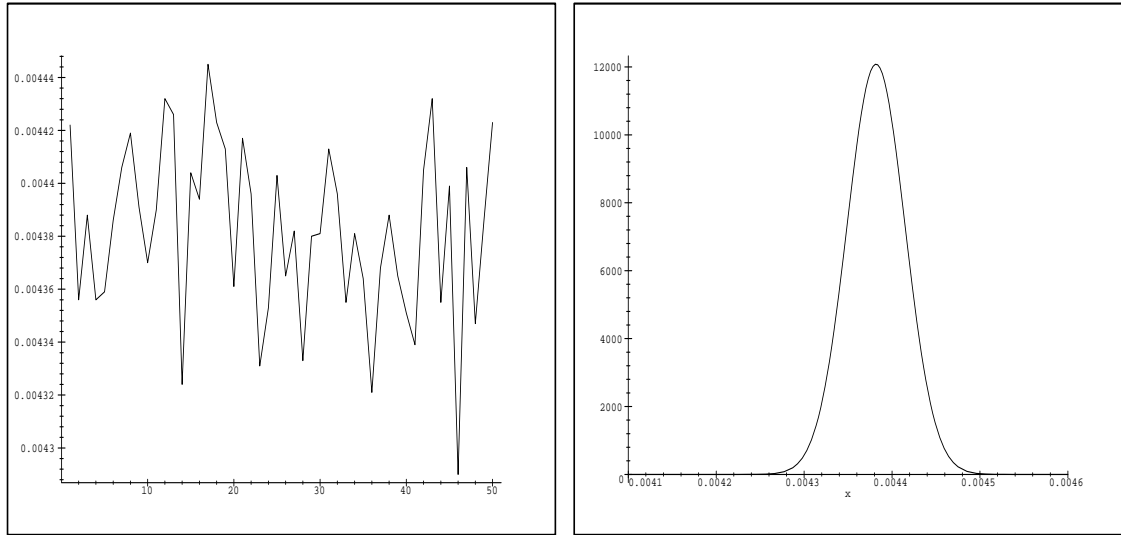
b) $N(\bar{X} = 48.02 \times 10^{-4}, \sigma = 40.31 \times 10^{-6})$



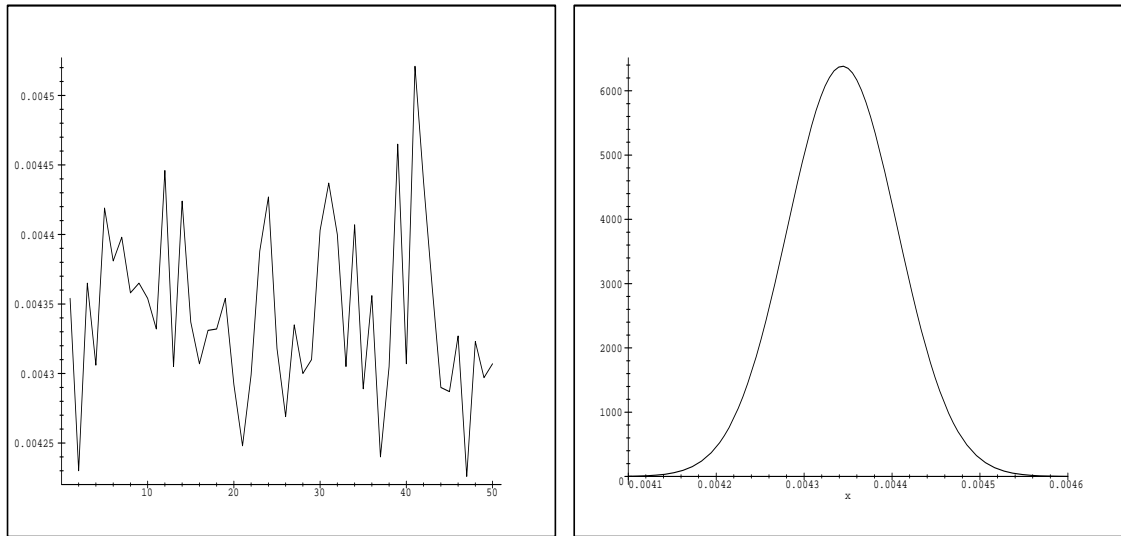
c) Résultats d'EPOCA pour un plan.

d) $N(\bar{X} = 47.66 \times 10^{-4}, \sigma = 77.78 \times 10^{-6})$

FIG. A.1 – Ces graphiques montrent les résultats obtenus par notre système génétique en fonction de la précision (graphiques c et d) ainsi que pour le cas d'un tirage aléatoire avec prise en compte des contraintes (graphiques a et b). Pour chaque expérience 50 essais ont été accomplis pour lesquels on a estimé deux distributions normales (graphiques situés à droite) afin de les comparer.

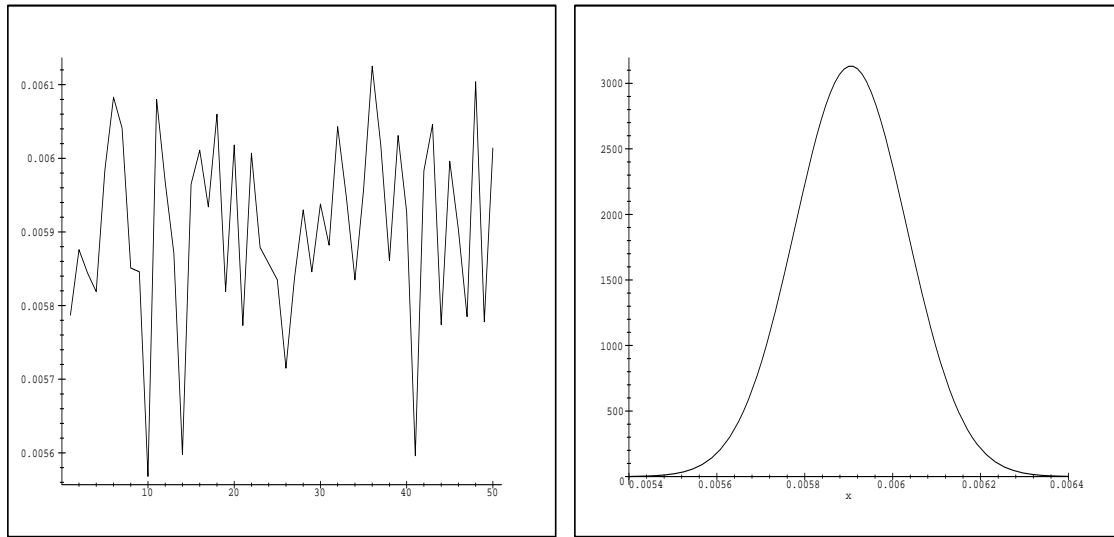


a) Résultats de 5 caméras sur deux plans. b) $N(\bar{X} = 43.81 \times 10^{-4}, \sigma = 33.01 \times 10^{-6})$

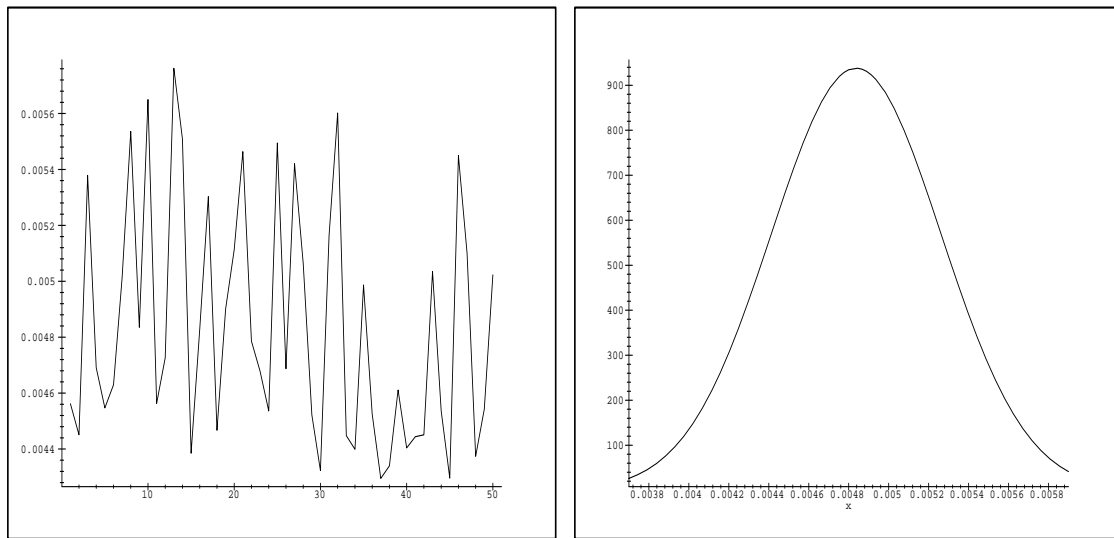


c) Résultats d'EPOCA pour deux plans. d) $N(\bar{X} = 43.43 \times 10^{-4}, \sigma = 62.50 \times 10^{-6})$

FIG. A.2 – Ces graphiques montrent les résultats obtenus par notre système génétique en fonction de la précision (graphiques c et d) ainsi que pour le cas d'un tirage aléatoire avec prise en compte des contraintes (graphiques a et b). Pour chaque expérience 50 essais ont été accomplis pour lesquels on a estimé deux distributions normales (graphiques situés à droite) afin de les comparer.

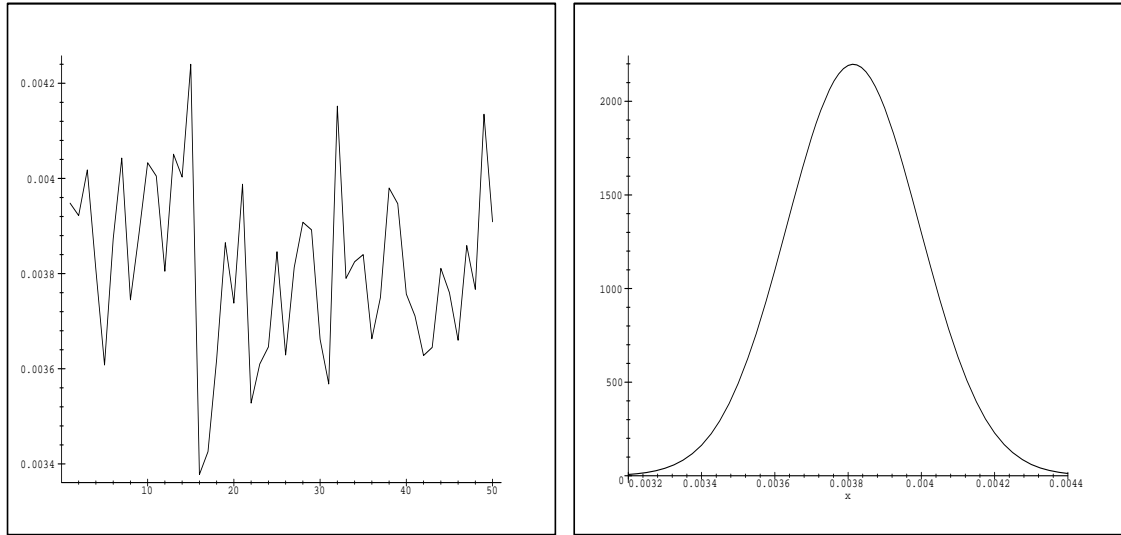


a) Résultats de 6 caméras sur trois plans. b) $N(\bar{X} = 59.09 \times 10^{-4}, \sigma = 12.73 \times 10^{-5})$



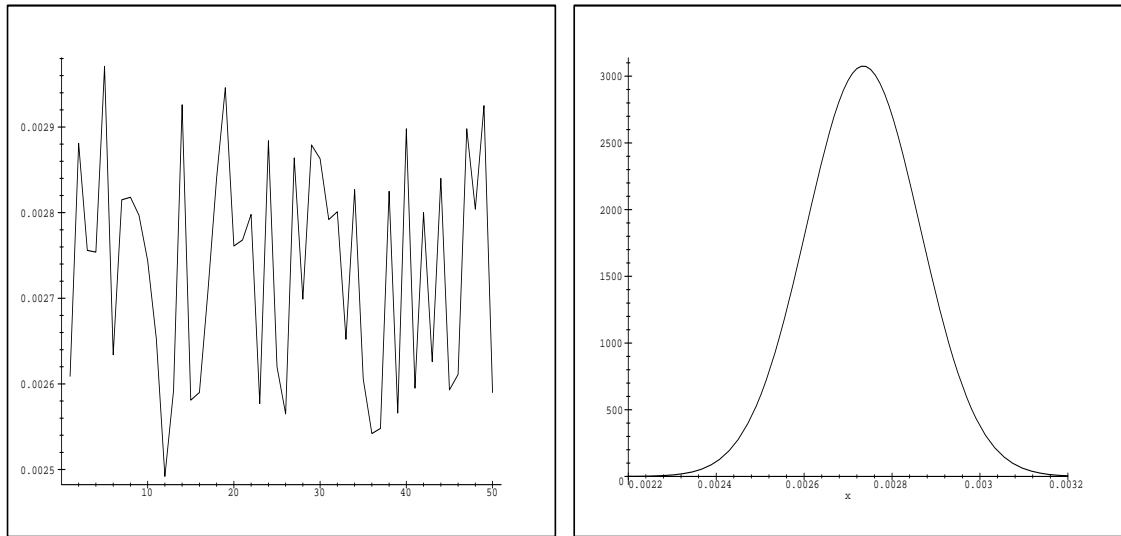
c) Résultats d'EPOCA pour trois plans. d) $N(\bar{X} = 48.37 \times 10^{-4}, \sigma = 42.53 \times 10^{-5})$

FIG. A.3 – Ces graphiques montrent les résultats obtenus par notre système génétique en fonction de la précision (graphiques c et d) ainsi que pour le cas d'un tirage aléatoire avec prise en compte des contraintes (graphiques a et b). Pour chaque expérience 50 essais ont été accomplis pour lesquels on a estimé deux distributions normales (graphiques situés à droite) afin de les comparer.



a) 16 caméras sur un objet complexe.

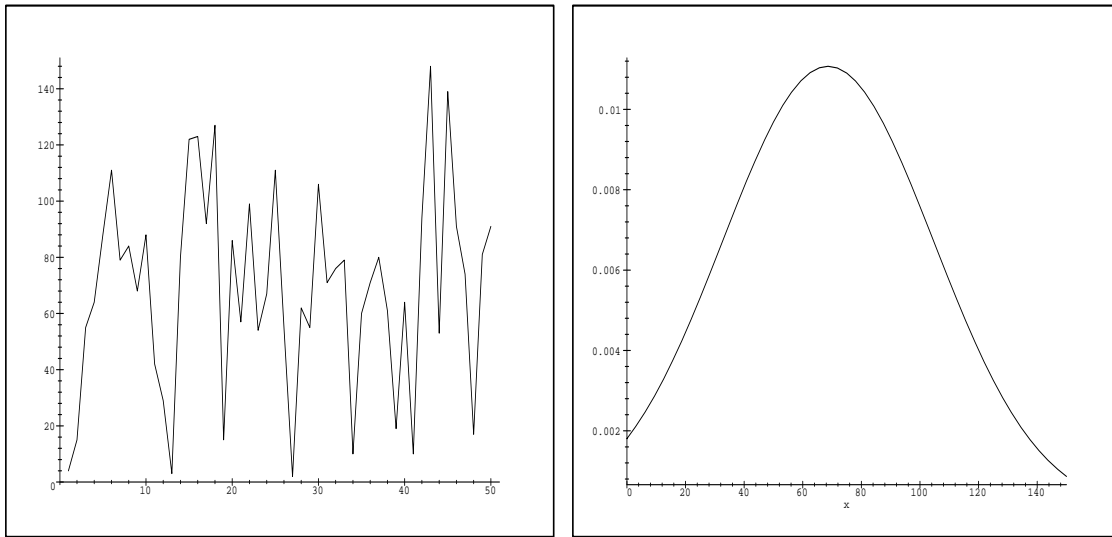
b) $N(\bar{X} = 38.13 \times 10^{-4}, \sigma = 18.15 \times 10^{-5})$



c) EPOCA résolvant un objet complexe.

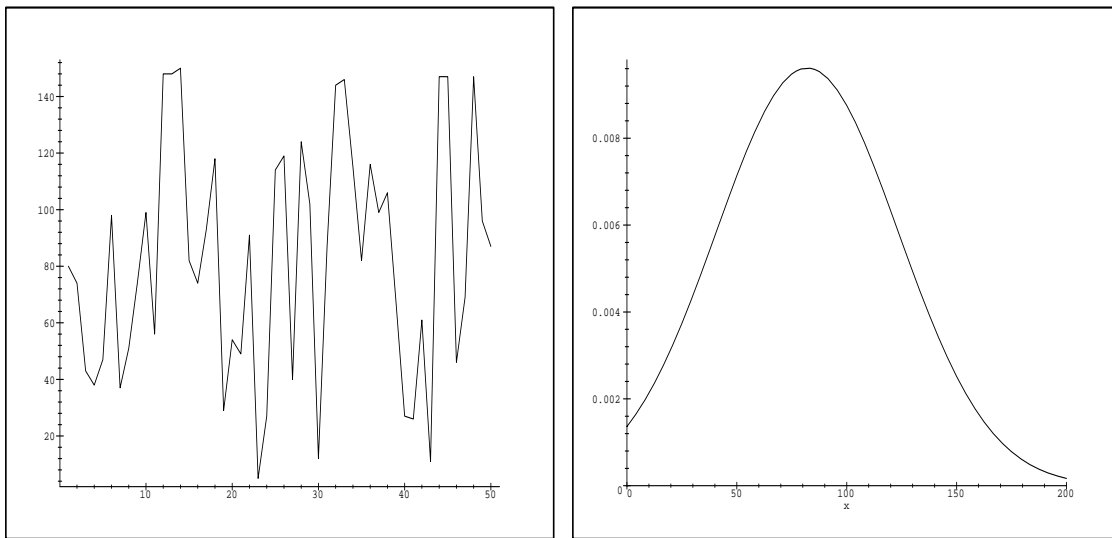
d) $N(\bar{X} = 27.34 \times 10^{-4}, \sigma = 12.96 \times 10^{-5})$

FIG. A.4 – Ces graphiques montrent les résultats obtenus par notre système génétique en fonction de la précision (graphiques c et d) ainsi que pour le cas d'un tirage aléatoire avec prise en compte des contraintes (graphiques a et b). Pour chaque expérience 50 essais ont été accomplis pour lesquels on a estimé deux distributions normales (graphiques situés à droite) afin de les comparer.



a) 4 caméras mesurant un plan.

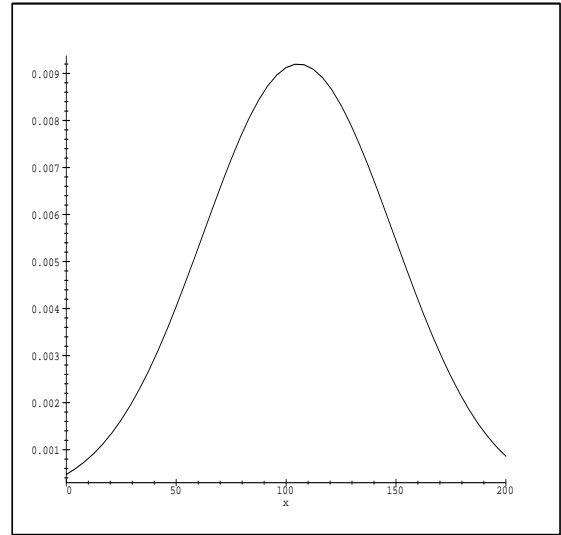
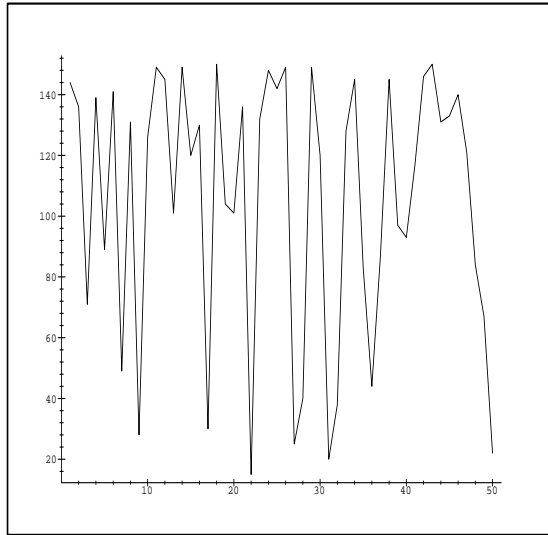
b) $N(\bar{X} = 68.64, \sigma = 36.02)$



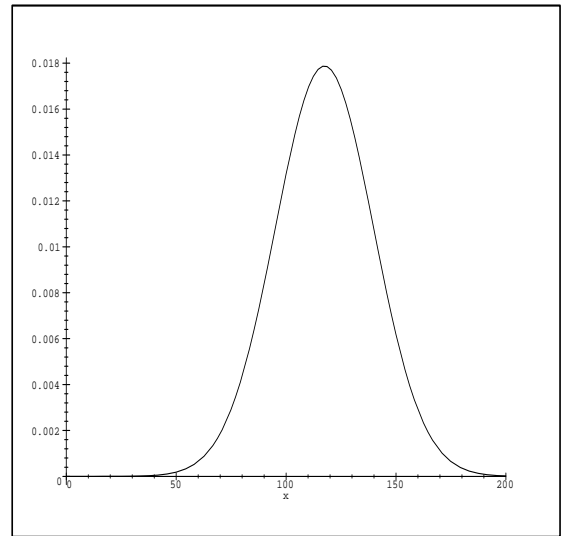
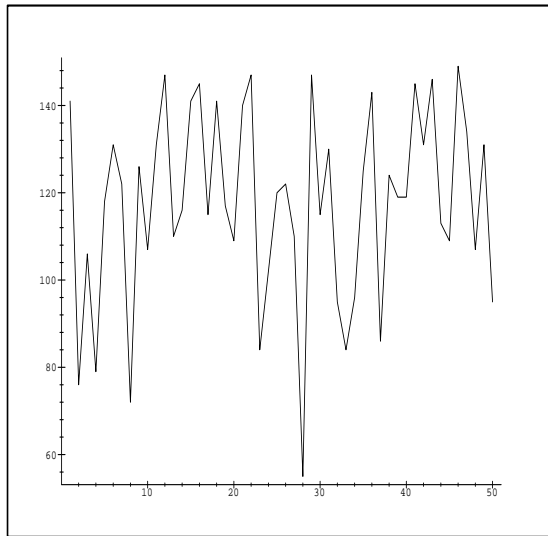
c) 5 caméras mesurant deux plans

d) $N(\bar{X} = 82.04, \sigma = 41.49)$

FIG. A.5 – Ces graphiques montrent les statistiques du temps de convergence de notre système EPOCA pour les quatre exemples antérieures. De même que dans les figures précédentes on a visualisé dans les graphiques à droite les distributions gaussiennes correspondant aux données des graphiques à gauche.



a) 6 caméras mesurant trois plans.

b) $N(\bar{X} = 105.6, \sigma = 43.35)$ 

c) 16 caméras sur l'objet complexe.

d) $N(\bar{X} = 117.46, \sigma = 22.31)$

FIG. A.6 – Ces graphiques montrent les statistiques du temps de convergence de notre système EPOCA pour les quatres exemples antérieures. De même que dans les figures précédentes on a visualisé dans les graphiques à droite les distributions gaussiennes correspondant aux données des graphiques à gauche.

Bibliographie

- [AAT] S. Abrams, P.K. Allen, and K.A. Tarabanis. Dynamic sensor planning. unpublished.
- [Abi95] B.A. Abidi. Automatic sensor placement. In *Intelligent Robots and Computer Vision XIV, Knoxville, TN, USA*, volume 2588, pages 387–398. SPIE - Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, October 1995.
- [Ama94] C. Ben Amar. *Modelisation et placement automatique de capteurs-vision. Integration d'un module-vision dans un systeme de CAO-robotique*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon., October 1994.
- [BATM95] P. Bessière, J.M. Ahuactzin, E. Talbi, and E. Mazer. The ariadnés clew algorithm: Global planning with local methods. In Latombe Goldberg, Halperin and Wilson, editors, *Algorithm Foundations of Robotics*, Boston, MA, 1995. A. K. Peters.
- [Bey92] H.A. Beyer. *Geometric and Radiometric Analysis of a CCD-Camera Based Photogrammetric Close-Range System*. PhD thesis, ETH-Zurich, 1992.
- [Bac97] T. Back, U. Hammel, H.P. Schwefel. *Evolutionary computation comments on the history and current state* IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1(1):3-17, April 1997
- [BH87a] B. Bhanu and C. Ho. Cad-based 3d object representation for robot vision. *Computer*, 20(8):19–35, August 1987.
- [BH87b] S.D. Blostein and T.S. Huang. Error analysis in stereo determination of 3-D point positions. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9(6):752–765, November 1987.

- [Bra95] P. Brand. *Reconstruction tridimensionnelle d'une scène à partir d'une caméra en mouvement: de l'influence de la précision*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard, Lyon I, October 1995.
<ftp://ftp.imag.fr/pub/MOVI/theses/brand.ps.gz>.
- [CB89] C.K. Cowan and A. Bergman. Determining the camera and source light location for a visual task. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Scottsdale, Arizona, USA*, pages 509–514, 1989.
- [Che87] S. Chen. A geometric approach to multisensor fusion and spatial reasoning. In A. Kak, editor, *Workshop on Spatial Reasoning and Multi-Sensor Fusion.*, pages 201–210, St. Charles, IL US, October 1987.
- [CK88] C.K. Cowan and P.D. Kovesi. Automatic sensor placement from vision task requirements. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(3):407–416, May 1988.
- [CMD92] C.K. Cowan, B. Modayur, and J. DeCurtins. Automatic light-source placement for detecting object features. In *Intelligent Robots and Computer Vision XI*, volume 1826, pages 397–408. SPIE - Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1992.
- [Cow88] C.K. Cowan. Model-based synthesis of sensor location. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, pages 900–905, Philadelphia Pennsylvania., 1988. IEEE Robotics and Automation Society.
- [DW89] H.F. Durrant-Whyte. Uncertain geometry. In D. Kapur and J.L. Mundy, editors, *Geometric Reasoning*, pages 447–481. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1989.
- [EHP93] S.F. El-Hakim and N.J. Pizzi. Multicamera vision-based approach to flexible feature measurement for inspection and reverse engineering. *Optical Engineering*, 32(9):2201–2215, September 1993.
- [För95] W. Förstner. A metric for comparing symmetric positive definite matrices. unpublished, August 1995.

- [Fog95] D.B. Fogel. *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995
- [Fau93] O. Faugeras. *Three-Dimensional Computer Vision - A Geometric Viewpoint*. Artificial intelligence. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, Cambridge, MA, 1993.
- [FC90] D. Fritsch and F. Crosilla. First order design strategies for industrial photogrammetry. In *Close-Range Photogrammetry Meets Machine Vision.*, volume 1395, pages 432–438. SPIE - Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1990.
- [FD84] G. Fekete and L.S. Davis. Property spheres: A new representation for 3-d object recognition. In *Workshop on Computer Vision representation and Control.*, pages 192–201. IEEE, May 1984.
- [FM92] C.S. Fraser and J.A. Mallison. Dimensional characterization of a large aircraft structure by photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 58(5):539–543, May 1992.
- [Fra82] C.S. Fraser. Optimization of precision in close-range photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 48(4):561–570, April 1982.
- [Fra84] C.S. Fraser. Network design considerations for non-topographic photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 50(8):1115–1126, 1984.
- [Fra87] C.S. Fraser. Limiting error propagation in network design. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(5):487–493, May 1987.
- [Fra92] C.S. Fraser. Photogrammetric measurement to one part in a million. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 58(3):305–310, March 1992.
- [Fra96] C.S. Fraser. Network design. In K.B. Atkinson, editor, *Close Range Photogrammetry and Machine Vision*, chapter 9, pages 256–281. Whittles Publishing, Roseleigh House, Latheronwheel, Caithness, KW5 6DW, Scotland, UK, 1996.
- [FSG95] C.S. Fraser, M.R. Shortis, and G. Ganci. Multi-sensor system self-calibration. In S.F. El-Hakim, editor, *Proceedings of the*

- SPIE *Conference on Videometrics IV, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, volume 2598 of *SPIE Proceedings Series*. SPIE - Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, October 1995.
- [FV80] C.S. Fraser and S.A. Veress. Self-calibration of a fixed-frame multiple-camera system. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 46(11):1439–1445, 1980.
- [GI94] K.D. Gremban and K. Ikeuchi. Planning multiple observations for object recognition. *International Journal of Computer Vision*, 12(2/3):137–172, April 1994.
- [GK95] A. Gruen and T.P. Kersten. Sequential estimation in robot vision. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 61(1):75–82, January 1995.
- [Gol89] D.E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [Gra74] E. Grafarend. Optimisation of geodetic networks. *Bolletino di Geodesia e Scienze Affini*, 33(4):351–406, 1974.
- [Gru85] A.W. Gruen. Adaptive least squares correlation: a powerful image matching technique. *S. Afr. Journal of Photogrammetry, Remote Sensing and Cartography*, 14(3):175–187, 1985.
- [Hol92] J.H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1992. (2e. édition d'un ouvrage paru en 1975).
- [Kin94] K.E. Kinneer. *Advances in Genetic Programming*. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1994.
- [KK88] E. Krotkov and R. Kories. Adaptive control of cooperating sensors: Focus and stereo ranging with an agile camera system. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, pages 548–553. IEEE Robotics and Automation Society, 1988.
- [KK94] K. Kemmotsu and T. Kanade. Sensor placement design for object pose determination with three light-stripe range finders. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1357–1364. IEEE Robotics and Automation Society, May 1994.

- [Kro87] E. Krotkov. Focusing. *International Journal of Computer Vision*, 1(3):223–237, October 1987.
- [LCZ96] R. Li, M.A. Chapman, and W. Zou. Optimal acquisition of 3d object coordinates from stereoscopic image sequences. In *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing.*, volume XXXI of *Part B3*, pages 449–452, Vienna, 1996.
- [LT87] R.K. Lenz and R.Y. Tsai. Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3D machine vision metrology. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, North Carolina, USA*, pages 68–75, 1987.
- [LT88] R.K. Lenz and R.Y. Tsai. Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3D machine vision metrology. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(5):713–720, September 1988.
- [Mas94] S.O. Mason. *Expert System-Based Design of Photogrammetric Networks*. PhD thesis, Institute for Geodesy and Photogrammetry, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) CH-8093 Zurich, May 1994.
- [Mas95a] S. Mason. Expert system-based design of close-range photogrammetric networks. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 50(5):13–24, 1995.
- [Mas95b] S.O. Mason. Conceptual model of the convergent multistation network configuration task. *Photogrammetric Record*, pages 277–299, October 1995.
- [Mas97] S. Mason. Heuristic reasoning strategy for automated sensor placement. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 63(9):1093–1102, September 1997.
- [MFH93] M. Mitchell, S. Forrest, and J.H. Holland. The royal road for genetic algorithms: Fitness landscapes and ga performance. In F.J. Valera and P. Bourguine, editors, *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*, pages 245–254. MIT Press/Bradford Books, 1993.

- [MG94] S.O. Mason and A. Gruen. Automating the sensor placement task for accurate dimensional inspection. In *2nd CAD-Based Vision Workshop, Champion, Pennsylvania, USA*, pages 142–150, February 1994.
- [MG95] S.O. Mason and A. Gruen. Automatic sensor placement for accurate dimensional inspection. *Computer Vision and Image Understanding*, 3(61):454–467, 1995.
- [MHF94] M. Mitchell, J.H. Holland, and S. Forrest. When will a genetic algorithm outperform hill climbing? *Advances in Neural Information Processing Systems 6.*, 1994.
- [Mit96] M. Mitchell. *An Introduction to Genetic Algorithms*. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, second printing edition, 1996.
- [Mich94] Z. Michalewicz *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs* Springer-Verlag, Second edition, 1994
- [gen97] M. Gen, R. Cheng *Genetic Algorithms & Engineering Design* Wiley-Interscience, John Wiley and Sons, Inc. 1997
- [MK92a] S. Mason and V. Képuska. CONSENS: An expert system for photogrammetric network design. In *Proceedings of the Allgemeine Vermessungs Nachrichten*, pages 384–393, 1992.
- [MK92b] S. Mason and V. Képuska. On the representation of close-range network design knowledge. In *Proceedings of the XVII ISPRS Congress, Washington D.C., USA*, August 1992.
- [MLS94] J. Maver, A. Leonardis, and F. Solina. Planning the optimal set of views using the max-min principle. In J.O. Eklundh, editor, *Computer Vision ECCV'94*, pages 117–122. Springer-Verlag, 1994.
- [Moh93] R. Mohr. Projective geometry and computer vision. In C.H. Chen, L.F.Pau, and S.P. Wang, editors, *Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*. World Scientific Pub., 1993.
- [Mor93] L. Morin. *Quelques contributions des invariants projectifs à la vision par ordinateur*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, January 1993.

- [NJ95] T.S. Newman and A.K. Jain. A survey of automated visual inspection. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(2):231–262, March 1995.
- [NK94] B. Nelson and P.K. Khosla. Integrating sensor placement and visual tracking strategies. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1351–1356. IEEE Robotics and Automation Society, May 1994.
- [NPK93] B. Nelson, N.P. Papanikolopoulos, and P.K. Khosla. Dynamic sensor placement using controlled active vision. In *IFAC 12th Triennial World Congress, Sydney, Australia*, pages 653–656, 1993.
- [OC95] G. Olague and M. Clemente. Programación genética: Una metodología para la inducción de programas. *Revista Soluciones Avanzadas*, 17:59–63, Enero 1995.
- [Ola95] G. Olague. Computación evolutiva sistematización del paradigma y una aplicación con un modelo de filtro adaptivo. Instituto Tecnológico de Chihuahua, Master Thesis, May 1995.
- [OM97a] G. Olague and R. Mohr. Optimal 3d sensor placement to obtain accurate 3d point positions. In *Primer Encuentro de Computación ENC 97: Vision Robotica*, pages 116–123, Queretaro, Qro. Mexico, September 1997.
- [OM97b] G. Olague and R. Mohr. Optimal camera placement to obtain accurate 3d point positions. In *Journées ORASIS 1997, La Colle sur Loup, France*, pages 205–210. INRIA, October 1997.
- [OM98a] G. Olague and R. Mohr. Camera network design by natural selection. In *Symposium on Genetic Algorithms-Genetic Programming Conference, Madison, Wisconsin, USA*, page to appear, 1998.
- [OM98b] G. Olague and R. Mohr. Optimal camera placement for accurate reconstruction. Technical Report 3338, INRIA Rhône Alpes, January 1998.
- [OM98c] G. Olague and R. Mohr. Optimal camera placement to obtain accurate 3d point positions. In *Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition, Brisbane, Australia*, page to appear, 1998.

- [Pen85] A.P. Pentland. A new sense for depth of field. In *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Los Angeles, California, USA*, pages 988–994, August 1985.
- [PFTV88] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.
- [PSA91] J. Paakkari, R. Smit, and H. Ailisto. Computer aided measurement planning for 3-d machine vision. In P. Johansen, editor, *Proceedings of the 7th Scandinavian Conference on Image Analysis, Aalborg, Denmark*, pages 807–814, August 1991.
- [SIK87] S. Sakane, M. Ishii, and M. Kakikura. Occlusion avoidance of visual sensors based on a hand eye action simulator system: Heaven. *Advanced Robotics*, 2(2):149–165, 1987.
- [Sla80] C.C. Slama, editor. *Manual of Photogrammetry, Fourth Edition*. American Society of Photogrammetry and Remote Sensing, Falls Church, Virginia, USA, 1980.
- [SNSS92] S. Sakane, R. Niepold, T. Sato, and T. Shirai. Illumination setup planning for a hand-eye system based on an environmental model. *Advanced Robotics*, 6(4):461–482, 1992.
- [SS91] S. Sakane and T. Sato. Automatic planning of light source and camera placement for an active photometric stereo system. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, USA*, pages 1080–1087. IEEE Robotics and Automation Society, April 1991.
- [SW92] M. Seibert and A.M. Waxman. Adaptive 3-d object recognition from multiple views. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2):107–124, February 1992.
- [TAT95] K.A. Tarabanis, P.K. Allen, and R.Y. Tsai. A survey of sensor planning in computer vision. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(1):86–104, February 1995.
- [TG93] G.H. Tarbox and S.N. Gottschlich. Planning for complete sensor coverage in inspection. Technical Report TR-CAT-93-4, NYS Center for Advanced Technology in Automation and Robotics., 1993.

- [TGG93] G.H. Tarbox, S.N. Gottschlich, and L.A. Gerhardt. Registration of dissimilar featureless models for inspection. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Atlanta, Georgia, USA*, pages 686–691. IEEE Robotics and Automation Society, May 1993.
- [TL88] R.Y. Tsai and R.K. Lenz. Real time versatile robotics hand/eye calibration using 3d machine vision. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, pages 554–561. IEEE Robotics and Automation Society, 1988.
- [TL95] B. Triggs and C. Laugier. Automatic task planning for robot vision. In *International Symposium Robotics Research*, Munich., October 1995.
- [Tsa87] R.Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(4):323–344, August 1987.
- [TT89] R.Y. Tsai and K. Tarabanis. Model-based planning of sensor placement and optical settings. In *Conference on Sensor Fusion II: Human and Machine Strategies*, pages 75–89, Philadelphia, PA., November 1989. SPIE - Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers.
- [TT91] K. Tarabanis and R.Y. Tsai. Computing viewpoints that satisfy optical constraints. In *Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Maui, Hawaii, USA*, pages 152–158, 1991.
- [TTA91] K. Tarabanis, R.Y. Tsai, and P.K. Allen. Automated sensor planning for robotic vision tasks. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, USA*, pages 76–82, April 1991.
- [TTA94] K. Tarabanis, R.Y. Tsai, and P.K. Allen. Analytical characterization of the feature detectability constraints of resolution, focus, and field-of-view for vision sensor planning. *Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding*, 59(3):340–358, May 1994.

- [TTA95] K.A. Tarabanis, R.Y. Tsai, and P.K. Allen. The.mvp sensor planning system for robotic vision tasks. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(1):72–104, February 1995.
- [TTG94] K. Tarabanis, R.Y. Tsai, and D.S. Goodman. Calibration of a computer controlled robotic vision sensor with a zoom lens. *Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding*, 59(2):226–241, March 1994.
- [TWR97] E. Trucco, A.M. Wallace, and V. Roberto. Model-based planning of optimal sensor placements for inspection. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(2):182–194, April 1997.
- [YHS95] S. Yi, R.M. Haralick, and L.G. Shapiro. Optimal sensor and light source positioning for machine vision. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(1):122–137, 1995.
- [Zha92] H. Zhang. Optimal sensor placement. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France*, pages 1825–1830, May 1992.
- [Zha95] H. Zhang. Two-dimensional optimal sensor placement. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 25(5):781–792, May 1995.