



**HAL**  
open science

# Planification de mouvements pour un robot mobile autonome tout-terrain : une approche par utilisation des modèles physiques

Moez Cherif

► **To cite this version:**

Moez Cherif. Planification de mouvements pour un robot mobile autonome tout-terrain : une approche par utilisation des modèles physiques. Interface homme-machine [cs.HC]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1995. Français. NNT : . tel-00005041

**HAL Id: tel-00005041**

**<https://theses.hal.science/tel-00005041>**

Submitted on 24 Feb 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR spécialité INFORMATIQUE

Arrêté ministériel du 30 Mars 1992

—

**PLANIFICATION DE MOUVEMENTS POUR UN ROBOT  
MOBILE AUTONOME TOUT-TERRAIN : UNE APPROCHE PAR  
UTILISATION DES MODÈLES PHYSIQUES**

—

**Moëz CHERIF**

—

Thèse soutenue le 16 Octobre 1995

Composition du jury :

Président :	M. Bernard Espiau
Rapporteurs :	M. Jean-Paul Laumond M. Alain Liégeois
Examineurs :	M. Christophe Coutelle M. Christian Laugier M. Thierry Siméon

Laboratoire d'Informatique Fondamentale et d'Intelligence Artificielle  
467av. Félix Viallet. 38031 Grenoble Cedex



## *Remerciements*

Ce mémoire de thèse présente le travail de recherche que j'ai effectué au sein du Laboratoire d'Informatique Fondamentale et d'Intelligence Artificielle. J'adresse mes premiers remerciements à M. Philippe Jorrand l' Directeur de ce Laboratoire l' pour m'y avoir accueilli.

Je remercie les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail et d'y apporter leur caution :

- M. Bernard Espiau l' Directeur de Recherche INRIA (INRIA Rhône-Alpes l' Grenoble).
- M. Jean-Paul Laumond l' Directeur de Recherche CNRS (LAAS l' Toulouse).
- M. Alain Liégeois l' Professeur à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc (Montpellier 2).
- M. Christophe Coutelle du Service de Recherches l' Direction Générale des Armées (DGA-DRET).
- M. Thierry Siméon l' Chargé de Recherche CNRS (LAAS l' Toulouse).

Parmi les membres du jury l' je tiens à remercier tout spécialement les rapporteurs l' M. Jean-Paul Laumond et Alain Liégeois l' dont les commentaires ont permis l'amélioration substantielle du manuscrit original.

Je remercie tout particulièrement M. Christian Laugier l' Directeur de Recherche INRIA l' pour son encadrement scientifique et sa disponibilité tout au long de ma thèse.

Je tiens à remercier les membres du LIFIA (personnel administratif l' chercheurs et doctorants) qui l' à titres divers l' ont participé au bon déroulement de cette thèse. Je pense en particulier à Mme Danièle Herzog et à Messieurs Juan Manuel Ahuactzin l' Gérard Baille l' Christian Bard l' Fernando De la Rosa l' Thierry Fraichard l' Philippe Garnier l' Ambarish Goswami l' Leszek Lisowski l' Nicolas Mouly l' Cyril Novales et Alexis Scheuer.

Enfin l' j'adresse mes vifs remerciements à Céline Richard pour sa patience et son soutien pendant une grande partie de cette thèse l' et particulièrement pendant les moments difficiles.

*A la mémoire de mes grands-parents (M. M. E. N.)*  
*A mes parents (M. F. Z.)*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Synthèse des principaux travaux en planification de mouvements</b>	<b>5</b>
1.1 La problématique générale . . . . .	5
1.2 Planification de chemins . . . . .	6
1.2.1 Introduction . . . . .	6
1.2.2 Méthodes par décomposition cellulaire . . . . .	7
1.2.3 Méthodes de résolution de type rétraction . . . . .	8
1.2.4 Autres méthodes de planification . . . . .	9
1.3 Planification de chemins et non-holonomie . . . . .	11
1.3.1 Cinématique et notion de non-holonomie . . . . .	11
1.3.2 Planification de chemins non-holonomes . . . . .	13
1.3.2.1 Existence de chemins non-holonomes en présence d'obstacles . . . . .	13
1.3.2.2 Les principales approches de planification . . . . .	13
1.4 Planification de trajectoires . . . . .	15
1.5 Robotique mobile tout-terrain . . . . .	18
1.5.1 Le problème général . . . . .	18
1.5.2 Planification d'itinéraires . . . . .	19
1.5.3 Planification de mouvement contraints . . . . .	20
1.5.3.1 Planification de chemins non-holonomes . . . . .	20
1.5.3.2 Planification de trajectoires . . . . .	21
1.5.4 Simulation de mouvement sur terrains accidentés . . . . .	22
<b>2 Notre approche pour la planification de mouvements contraints</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	23
2.2 Présentation du problème . . . . .	25
2.2.1 L'espace de travail . . . . .	25
2.2.2 Le véhicule . . . . .	26
2.2.2.1 Description du système mécanique du robot . . . . .	26
2.2.2.2 Configuration complète du véhicule . . . . .	28
2.2.2.3 Contrôle du système de locomotion . . . . .	28
2.2.3 Les contraintes . . . . .	29

2.2.4	Formulation du problème abordé . . . . .	30
2.3	Géométrie et déplacements contraints . . . . .	31
2.4	L'approche proposée . . . . .	33
2.4.1	Le principe général de l'approche . . . . .	33
2.4.2	La génération des sous-buts . . . . .	34
2.4.3	La génération locale des mouvements exécutables . . . . .	36
2.4.4	Illustration de l'approche et discussion . . . . .	36
<b>3</b>	<b>Génération de sous-buts</b>	<b>41</b>
3.1	Présentation générale . . . . .	41
3.2	Les modèles . . . . .	42
3.2.1	Représentation en sphères du relief de $\mathcal{W}$ . . . . .	42
3.2.2	Approximation en disques des obstacles . . . . .	42
3.2.3	Modèle cinématique du véhicule . . . . .	43
3.3	L'algorithme de planification . . . . .	49
3.3.1	L'espace $\mathcal{C}_{search}$ et le graphe de recherche $\mathcal{G}$ . . . . .	49
3.3.1.1	Le graphe $\mathcal{G}$ . . . . .	49
3.3.1.2	Approximation de $\mathcal{C}_{search}$ par des voisinages cy- lindriques . . . . .	50
3.3.2	L'algorithme de recherche . . . . .	51
3.3.3	Développement des nœuds du graphe $\mathcal{G}$ . . . . .	53
3.3.4	Non-collision aux obstacles . . . . .	55
3.4	La fonction de coût . . . . .	56
3.4.1	Formulation de la fonction de coût . . . . .	56
3.4.2	L'heuristique . . . . .	56
3.4.2.1	Utilisation d'une distance géodésique . . . . .	56
3.4.2.2	Prise en compte du relief du terrain . . . . .	58
3.5	Convergence vers un voisinage de $q_{final}$ . . . . .	59
3.6	Conclusion . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Modélisation dynamique</b>	<b>63</b>
4.1	La modélisation dynamique adoptée . . . . .	63
4.1.1	Analyse du problème de modélisation considéré . . . . .	63
4.1.2	Approche choisie . . . . .	65
4.1.2.1	Le véhicule . . . . .	65
4.1.2.2	L'environnement . . . . .	66
4.2	Le modèle dynamique $\Phi(\mathcal{A})$ du véhicule . . . . .	67
4.2.1	Dynamique d'un objet rigide . . . . .	67
4.2.2	Modélisation d'un essieu à roues . . . . .	69
4.2.3	Modélisation du système articulé du châssis . . . . .	71
4.2.3.1	Le modèle dynamique discret des segments . . . . .	71
4.2.3.2	Modélisation de la chaîne du châssis . . . . .	73
4.2.4	Définition d'un état de $\Phi(\mathcal{A})$ . . . . .	76

4.3	Modélisation physique de l'environnement . . . . .	77
4.3.1	Modélisation des régions à surfaces déformables . . . . .	77
4.3.2	Modélisation des éléments mobiles . . . . .	78
4.4	Calcul des interactions de contact . . . . .	79
4.4.1	Frottement et glissement . . . . .	79
4.4.2	Modélisation des contacts . . . . .	81
4.4.3	Calcul des interactions de contact . . . . .	82
4.5	Conclusion . . . . .	85
<b>5</b>	<b>La génération des mouvements exécutables</b>	<b>87</b>
5.1	Introduction . . . . .	87
5.2	La solution locale $\Gamma_i$ recherchée . . . . .	88
5.2.1	Les états admissibles de $\mathcal{A}$ . . . . .	89
5.2.2	Conditions aux extrémités . . . . .	90
5.3	La planification locale de mouvement . . . . .	92
5.4	L'algorithme de planification locale . . . . .	94
5.4.1	Représentation de $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$ . . . . .	94
5.4.1.1	Le graphe de recherche $\mathcal{G}_i$ . . . . .	94
5.4.1.2	Considération d'un espace de travail local . . . . .	95
5.4.2	Exploration de $\mathcal{G}_i$ . . . . .	96
5.4.3	Développement des nœuds de $\mathcal{G}_i$ . . . . .	97
5.5	La génération de mouvement . . . . .	99
5.5.1	La détermination des accélérations nominales . . . . .	99
5.5.2	Application des accélérations nominales . . . . .	101
5.5.3	Détermination des paramètres de $U$ . . . . .	104
5.5.4	La simulation de mouvement . . . . .	105
5.6	Discussion . . . . .	105
5.7	Illustration de l'approche de planification et résultats . . . . .	107
5.7.1	Paramètres considérés pour la simulation . . . . .	107
5.7.2	Déplacements en environnement contraint . . . . .	108
5.7.3	Conclusion . . . . .	116
	<b>Conclusion</b>	<b>117</b>
	<b>A Evitement des oscillations des sous-buts</b>	<b>121</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>125</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>133</b>

# Introduction

## Contexte général

Depuis quelques années, un intérêt croissant est porté au sein de la communauté robotique au développement de systèmes intelligents autonomes et de plates-formes expérimentales dans le cadre de la robotique d'intervention. Un tel intérêt peut être perçu comme une conséquence logique à l'apparition d'applications potentielles et au désir de mettre les robots sur des tâches nouvelles telles que les opérations d'intervention sur sites accidentés, la manipulation sur sites sensibles en l'occurrence nucléaires, ou l'exploration de sites maritimes ou planétaires. Dans de tels contextes, et tout comme dans le cas des applications traditionnelles de robotique mobile ou de manipulation, munir les systèmes robotiques d'une capacité de décision et plus particulièrement de planification de leurs mouvements reste l'un des éléments clé dans la mise en œuvre de leur autonomie. A cet effet, les techniques de décision existantes doivent être adaptées pour une meilleure prise en compte des problèmes posés par ce nouveau type de tâche, et enrichies quand des concepts et raisonnements sont nécessaires. C'est dans cette perspective que s'inscrit l'objectif du travail présenté dans cette thèse, au cours de laquelle nous nous sommes intéressés au problème de la planification de mouvements pour des robots mobiles autonomes destinés à évoluer dans des sites naturels.

Au premier abord de la littérature, on peut constater que la planification de mouvement est l'un des domaines qui ont attiré le plus de chercheurs en robotique et qu'un grand nombre de résultats ont été obtenus dans le cadre de sa résolution aussi bien en modélisation qu'en algorithmique. Il en ressort aussi que les premiers travaux proposés à cet effet ont abordé le problème de la planification de mouvement sous une formulation et des hypothèses purement géométriques et se sont concentrés sur le problème de l'évitement d'obstacles pour des robots manipulateurs ou mobiles évoluant dans des environnements intérieurs bien structurés. Ainsi que nous le verrons dans le premier chapitre de cette thèse, ces travaux ont conduit à un large éventail de méthodes de résolution et surtout à montrer que la planification de mouvement est un problème très complexe. Plus récemment,

d'autres approches sont venus s'y ajouter en abordant le problème de la planification pour des robots soumis à des contraintes cinématiques et/ou dynamiques. Là aussi les résultats obtenus confirment que le problème de la planification demeure complexe particulièrement en présence de contraintes dynamiques et ce en dépit d'hypothèses simplificatrices sur les modèles des robots et des espaces de travail considérés.

## Le problème abordé

Pour un robot mobile se déplaçant dans un environnement naturel la planification de mouvement devient un problème encore plus difficile à résoudre que dans le cas où le robot évolue sur un sol plat encombré d'obstacles. Cette difficulté est due au fait qu'en plus des contraintes traditionnellement considérées en planification le robot est soumis à de nouvelles contraintes engendrées par son interaction de contact avec son environnement et ne pouvant être négligées dans un processus de génération de mouvement.

Intuitivement ces nouvelles contraintes dépendent de la combinaison de plusieurs facteurs dont essentiellement la géométrie du site considéré la dynamique et les caractéristiques du système mécanique du robot et les propriétés physiques des zones de contact et des interactions mises en jeu entre le véhicule et son environnement. Aussi la considération de phénomènes sur le frottement entre les objets en contact et leur rigidité/déformation et la présence éventuelle d'éléments naturels mobiles à franchir peuvent être pertinents pour le choix d'un déplacement ou d'un autre pour le robot.

Le problème abordé dans la suite concerne la prise en compte de ces facteurs lors de la planification de mouvement pour un robot mobile articulé à plusieurs essieux. Chacun de ces essieux est muni de deux roues contrôlées séparément par l'application de couples moteurs bornés. De plus le robot considéré est soumis à une liaison cinématique non-holonome et contraint à avoir des vitesses et accélérations bornées tout au long de ses déplacements.

L'environnement du robot est essentiellement constitué d'un terrain tridimensionnel encombré de zones détectées initialement comme des obstacles à éviter et de zones susceptibles d'être franchies comportant des éléments naturels mobiles tels que des cailloux ou des pierres de la taille des roues du robot. De plus nous considérons que certaines de ces régions sont à surfaces déformables. Pour simplifier la prise en compte de la mobilité de telles surfaces nous nous limiterons à des déformations de type élastique.

## Notre approche

La planification de mouvement pour des robots mobiles tout-terrain a eu peu d'intérêt jusqu'à il y a quelques années. Les rares travaux dans ce domaine ont traité essentiellement de la planification d'itinéraires quand le robot est réduit à un point ou de la planification de chemins sous contraintes cinématiques quand l'interaction entre le robot et son environnement est réduite à une analyse purement géométrique. Toutefois ces travaux ont conduit à la formulation de certains problèmes rencontrés en planification de mouvement en environnement naturel et à la mise œuvre de premières méthodes de résolution pertinentes pour la problématique que nous abordons.

En effectuant une première analyse de cette problématique l'on peut constater que la prise en compte de certains paramètres tels que la déformation du terrain, la présence d'éléments mobiles ou encore les propriétés mécaniques de la chaîne articulée du robot peut s'avérer être complexe si on demeure sur des modèles géométriques et dynamiques classiques. Afin d'y remédier notre démarche consiste à introduire des représentations simples et spécifiques à chacun des facteurs à traiter et à les intégrer dans une algorithmique appropriée afin de prendre en compte chacune des contraintes qu'elles induisent.

La solution que nous proposons est basée sur un principe simple consistant à aborder le problème de planification de mouvements contraints par l'intégration de deux niveaux de raisonnement complémentaires. L'algorithme général consiste à construire d'une manière incrémentale une trajectoire solution en alternant itérativement une phase de génération globale de sous-buts intermédiaires à atteindre par le robot et une phase de validation locale de l'atteignabilité de ces sous-buts basée sur un générateur de mouvements exécutables continus.

- **La génération des sous-buts** Afin de réduire la complexité de la résolution le premier niveau considère une formulation géométrique du problème de la planification et consiste en une recherche discrète d'une approximation de la solution dans un sous-espace de l'espace des configurations du robot. Plus précisément le but de cette approximation est de déterminer à chaque itération de l'algorithme général un certain nombre de configurations sous-buts à franchir par le robot en prenant en compte les contraintes d'évitement d'obstacles et cinématiques du véhicule. Notre démarche au cours de la mise en œuvre de ce premier niveau de raisonnement s'inspire des travaux en planification de chemins proposés dans [677].

- **La génération locale des mouvements exécutables** Afin d'introduire les contraintes dynamiques cette recherche est complétée par un second niveau qui

a pour objet de calculer les sous-trajectoires effectives à exécuter par le robot à chaque fois qu'une configuration intermédiaire est désignée à être franchie. A cet effet nous introduirons des représentations spécifiques basées sur le concept de *modèles physiques* afin d'exprimer d'une manière simple et explicite les aspects liés à la dynamique de mouvement du robot et à ses interactions avec l'environnement et de conduire à la formulation des contraintes correspondantes. La recherche des portions de trajectoires est alors re-formulée dans l'espace des états du robot et résolu localement entre deux configurations intermédiaires successives. Pour ce faire une méthode basée sur la recherche locale de mouvements contraints est développée.

## Organisation de la thèse

Dans le premier chapitre de ce mémoire nous passons en revue les principaux travaux menés dans le cadre de la planification de mouvement et les grandes approches développées pour sa résolution. Cette présentation inclura également les travaux existants en robotique mobile tout-terrain. Dans le second chapitre nous réexaminons la problématique abordée et nous introduisons l'approche développée pour la planification de mouvement en milieu naturel. Le chapitre 3 présente le premier niveau de raisonnement de l'algorithme général concernant la génération de sous-buts à atteindre par le robot. Le chapitre 4 traite la modélisation physique adoptée du robot de l'environnement et de leurs interactions. Enfin dans le chapitre 5 nous présentons l'algorithme de génération locale des mouvements contraints pour la validité de l'accessibilité des sous-buts et le calcul de la solution du problème global. Nous présenterons également dans ce chapitre quelques résultats obtenus en simulation pour l'illustration du fonctionnement de l'approche de planification pour un robot mobile articulé.

# Chapitre 1

## Synthèse des principaux travaux en planification de mouvements

Dans ce chapitre nous présentons le problème général de planification et nous passons en revue les grandes approches et méthodes de résolution proposées dans la littérature et pertinentes pour le problème abordé dans cette thèse. Cela comprendra en plus des techniques purement géométriques une synthèse des travaux majeurs en planification de mouvements en présence de contraintes cinématiques non-holonomes et de contraintes dynamiques. Enfin nous présentons la problématique posée en planification de mouvement pour les robots tout-terrain ainsi que les principaux travaux proposés dans ce domaine.

### 1.1 La problématique générale

Pour un robot  $\mathcal{A}$  évoluant dans un environnement  $\mathcal{W}$  donné le problème général de planification consiste à déterminer pour  $\mathcal{A}$  un mouvement lui permettant de se déplacer entre deux configurations données tout en respectant un certain nombre de contraintes et de critères. Ceux-ci découlent de plusieurs facteurs de natures diverses et dépendent généralement des caractéristiques du robot de l'environnement et du type de tâche à exécuter.

En l'occurrence les contraintes relatives au robot concernent sa géométrie sa cinématique et sa dynamique et leur prise en compte peut être complexe selon l'architecture initiale considérée. Cette architecture pouvant correspondre à un système articulé d'objets rigides tel qu'un bras manipulateur une main à plusieurs doigts ou un véhicule tractant des remorques ou encore à plusieurs systèmes de robots à coordonner tels que des bras manipulateurs ou des robots mobiles de type voiture évoluant dans un réseau routier. Les contraintes émanant de l'environnement concernent essentiellement la non-collision aux obstacles fixes

encombrant  $\mathcal{W}$  et la prise en compte d'interactions de contact avec le robot. Si l'évitement d'obstacles dépend de la géométrie de l'environnement et est commun à toutes les tâches robotiques, le second point dépend en général de caractéristiques physiques de  $\mathcal{W}$  telles que l'inertie, les frottements ou les forces appliquées et constitue un paramètre important pour une tâche de manipulation ou de saisie par une main articulée. Enfin, d'autres aspects liés à la présence d'éventuels obstacles mobiles à éviter et à la connaissance partielle de  $\mathcal{W}$  sont aussi importants et requièrent dans les deux cas des techniques de modélisation et de résolution différentes.

Les critères à satisfaire pendant la résolution du problème de planification concernent le fait qu'une solution doit optimiser une fonction de coût exprimée en terme de la distance parcourue par le robot entre les deux configurations extrêmes, de la durée ou de l'énergie nécessaires à l'exécution de son mouvement. D'autres critères peuvent être également considérés tels que la prise en compte de distance de sécurité aux obstacles pour un robot mobile ou manipulateur ou encore la "qualité" et la stabilité des prises pour une main articulée.

Face à la nature aussi diverse de ces aspects et aux difficultés qu'elle peut induire sur un processus de résolution, la plupart des travaux proposés dans le domaine de la planification de mouvement ont porté sur la considération de certaines instances du problème général. Nous présentons dans la suite de ce chapitre les principaux concepts et approches développés à cet effet. Vu le type de problématique abordé dans cette thèse, nous nous intéresserons plus particulièrement aux instances et travaux abordant l'évitement d'obstacles et la prise en compte de contraintes cinématiques et dynamiques.

## 1.2 Planification de chemins

### 1.2.1 Introduction

Historiquement, le problème de planification a été initialement abordé dans le cadre d'un système de robots se déplaçant dans un environnement contenant des obstacles fixes et soumis à la seule contrainte de non-collision. Cette instance du problème général de planification est connue sous le nom du *paradigme du déménageur de piano* et sa résolution a fait l'objet de plusieurs travaux dont nous présentons une brève synthèse dans la suite de cette section.

La plupart de ces travaux sont basés sur le concept d'*espace des configurations* du robot introduit par Lozano-Perez [53]. Par configuration est désignée tout  $n$ -uplet de paramètres indépendants de position/orientation caractérisant d'une manière unique le robot dans son environnement ou espace de travail. Par ce concept, le problème de planification est formulé dans un espace  $\mathcal{CS}_A$  de di-

mension  $n$  l'espace des configurations  $\Gamma$  où le robot est assimilé à un point et les obstacles à des sous-ensembles également de dimension  $n$ . Ainsi un mouvement solution est donné par une courbe dans  $\mathcal{CS}_A$  et correspond à une séquence continue de configurations sans collision reliant les configurations initiale et finale considérées. Selon les cas la solution à générer est contrainte à rester entièrement ou partiellement sans contact avec les obstacles. On parlera alors d'un mouvement dans l'espace des configurations libres ou au contact. De par sa généralité le concept d'espace des configurations a permis d'apporter une réponse quant à l'existence ou non de chemins solutions au problème de planification et de caractériser cela par l'existence d'une composante connexe dans  $\mathcal{CS}_A$ .

## 1.2.2 Méthodes par décomposition cellulaire

Une première approche pour la planification de chemin est connue sous le nom d'approche par décomposition cellulaire. Elle consiste à partitionner l'espace des configurations (ou de travail) libres du robot en un ensemble de régions connexes adjacentes. La description de la décomposition obtenue est alors capturée dans un graphe de connectivité dont les nœuds correspondent aux différentes régions (ou cellules) et les arcs aux relations d'adjacence entre elles. Le problème de planifier un mouvement entre deux configurations situées initialement dans deux cellules différentes est résolu en deux étapes : *a.* exploration du graphe de connectivité et détermination d'un chemin reliant les cellules contenant les deux configurations initiales du graphe *b.* recherche de la solution au problème de planification à partir de l'enveloppe définie par la liste de cellules adjacentes trouvée en *a.*

De par sa généralité l'approche par décomposition a été adoptée dans plusieurs travaux et a conduit à la mise en œuvre de nombreuses méthodes. Celles-ci sont généralement classées en deux catégories et se distinguent par les modèles de décomposition qu'elles utilisent et leur complétude quant à la résolution du problème de planification.

**Méthodes exactes** La première catégorie regroupe les méthodes de résolution dites exactes en ce sens que la décomposition effectuée se base sur un recouvrement exact de l'espace libre du robot de ses contacts en cellules convexes [68–73]. La complétude et la capacité de ce type de méthode à apporter une réponse quant à la résolution du problème général de planification ont été démontrées par Schwartz et Sharir [67]. Le problème de planification est formulé sous forme algébrique en considérant une décomposition de l'espace libre du robot sous forme de composantes cylindriques semi-algébriques (cellules de Collins). Par cette formulation les auteurs aboutissent à l'un des résultats importants sur la complexité de la planification à savoir qu'elle est polynomiale en la complexité de l'environnement et doublement exponentielle en la dimension de l'espace des configurations.

La complexité de l'environnement est mesurée dans la formulation algébrique donnée dans [67] par le nombre et le degré des polynômes utilisés pour la description semi-algébrique de l'espace libre.

**Méthodes approchées** Afin de remédier à cette complexité, des méthodes dites approchées sont généralement appliquées. Elles se distinguent des précédentes par la simplicité de la structure des cellules utilisées pour la décomposition et l'approximation faite de l'espace libre du robot. La structure de celui-ci est généralement capturée dans une représentation hiérarchique en cellules élémentaires identiques et permettant l'adaptation de la taille de celles-ci à la géométrie des zones à recouvrir. Plusieurs types de cellularisation de l'espace du robot sont généralement utilisés en pratique : représentation en octrees [24], découpage en tranches [11, 44] ou encore en polyèdres [75].

En comparant les deux approches de décomposition, il ressort que les méthodes exactes sont plus complètes en théorie que les méthodes approchées. Toutefois, la complexité de leur mise en œuvre, comme en témoigne la solution donnée dans [67], les rend moins appropriées en pratique que les techniques approchées même si celles-ci restent parfois limitées à des espaces de dimension réduite. Cette constatation n'est pas générale puisqu'il apparaît dans [3] qu'une méthode exacte peut conduire dans le cas plan et pour une modélisation polygonale du robot et de son environnement à une implantation efficace.

### 1.2.3 Méthodes de résolution de type rétraction

Une seconde grande approche pour la résolution du problème de planification consiste à ramener la recherche du mouvement du robot dans un espace de plus faible dimension que celle de l'espace admissible. Cela consiste à représenter la connectivité de l'espace libre du robot par un réseau de courbes uni-dimensionnelles pouvant être entièrement dans l'espace libre ou des contacts du robot. La planification de mouvement entre deux configurations données est alors résolue en trois étapes : détermination d'un chemin ramenant le robot de sa configuration initiale à un point situé sur l'une des courbes du réseau de connectivité, détermination d'un chemin entre la configuration finale et le réseau, et enfin exploration de celui-ci afin d'en extraire un chemin reliant les deux points connectés aux configurations initiale et finale.

Une première méthode basée sur ce concept a été proposée par Nilsson pour un espace de travail bi-dimensionnel encombré d'obstacles polygonaux [58]. Dans cette méthode, le réseau est décrit par un graphe dit *graphe de visibilité* où les nœuds correspondent aux sommets des obstacles et les arêtes à des segments

de droite reliant ces sommets dans l'espace libre. L'inconvénient de cette méthode est que les solutions obtenues conduisent le robot à être en contact avec les obstacles en certains de leurs points (les sommets) même en présence d'une solution entièrement contenue dans l'espace libre. Afin d'y remédier une seconde méthode connue sous le nom de *rétraction* et développée par Ó'Dúnlaing et Yap [59] consiste à utiliser un diagramme de Voronoi pour capturer la connectivité de l'espace libre et générer des solutions éloignées le plus des obstacles. Une telle méthode bien qu'elle soit générale en théorie reste limitée à des espaces de dimension pas très élevée. Une autre variante de cette méthode est développée par Brooks pour des espaces de travail polygonaux et se base sur la représentation de ceux-ci par des cylindres généralisés [10]. Les chemins à suivre par le robot sont alors déterminés en considérant la connectivité entre les axes de ces cylindres. Enfin une dernière méthode de type rétraction a été présentée par Canny dans le cadre de la résolution du problème général de la planification [12]. L'algorithme proposé est exponentiel en la dimension de l'espace des configurations et constitue l'un des résultats les plus importants sur la complexité du problème de planification de mouvement.

### 1.2.4 Autres méthodes de planification

Les méthodes exposées dans les paragraphes précédents sont généralement dites *globales* sachant qu'elles se basent toutes sur la structuration de l'espace des configurations et la modélisation a priori de sa connectivité. Afin d'éviter la complexité d'une telle étape de structuration d'autres méthodes dites *locales* sont généralement utilisées. Leur principe consiste à déterminer les déplacements du robot en ne considérant qu'une représentation locale de l'environnement et à percevoir la planification de mouvement comme un problème d'optimisation.

**Méthode du potentiel** Une première méthode largement utilisée dans la littérature consiste à assimiler le robot à une particule contrainte à se déplacer dans un champ de potentiel fictif obtenu par la composition d'un premier champ attractif au but et d'un ensemble de champs répulsifs modélisant la présence d'obstacles dans l'espace du robot. Les déplacements de celui-ci sont alors calculés itérativement par un algorithme de descente du gradient du potentiel obtenu. Un tel concept a été initialement introduit par Khatib et utilisé pour la commande et l'évitement d'obstacles pour un bras manipulateur [41] et étendu par la suite pour la planification de mouvement. Si une méthode de type potentiel peut être facilement implantée et appliquée en temps réel pour des tâches de manipulation ou de navigation d'un robot mobile elle reste sensible à l'occurrence de minima locaux engendrant des configurations de blocage ou d'oscillation. Ces minima sont généralement liés à la géométrie et à la répartition des obstacles

dans l'espace de travail du robot et surtout aux coefficients de pénalités qui leur sont associés pendant la construction du champ de potentiel. Afin de remédier à ces problèmes Barraquand et Latombe proposent dans [74] d'intégrer à la minimisation du potentiel appliqué au robot l'exploration d'une représentation hiérarchique en *bitmap* de l'espace des configurations. L'évitement ou plutôt la sortie d'un minimum local est effectuée par l'application de mouvements aléatoires dits browniens.

Dans le cadre d'une approche par champs de potentiel un autre type de méthode se base sur le calcul variationnel pour la minimisation d'une fonctionnelle en considérant l'ensemble des chemins admissibles. Contrairement à la première méthode où le robot est réduit à un point les méthodes basées sur le calcul variationnel considèrent que la variable de base est donnée par une courbe déformable reliant les deux configurations extrêmes. L'évolution de la courbe est donnée par la résolution d'un système de  $n$  équations correspondant à la discrétisation spatiale de la courbe en  $n$  points. La fonctionnelle à minimiser est généralement composée de divers termes dont un potentiel de non-collision aux obstacles et des critères de continuité et de différentiabilité de la courbe. Enfin la méthode peut fournir des solutions locales au problème de minimisation de la fonctionnelle considérée et est sensible à la position de la courbe choisie initialement avant le début de la recherche. Ce problème est abordé dans [78] qui présente une méthode combinant le calcul variationnel et une technique de programmation dynamique pour la recherche de chemins maintenant une distance de sécurité par rapport aux obstacles.

**Méthode des contraintes** Dans le cadre d'une approche locale Faverjon et Tournassoud proposent une méthode dite des contraintes qui aborde le problème de l'évitement d'obstacles en modélisant localement chacun de ceux-ci par l'ensemble de ses plans tangents [25]. La génération des mouvements du robot est obtenue par la minimisation d'un critère quadratique sur la tâche à effectuer en présence de contraintes linéaires associées aux équations des plans tangents aux obstacles. À la différence de la méthode du potentiel les obstacles n'agissent sur le robot pendant le processus de minimisation que quand il en est très proche et a tendance à y pénétrer. Toutefois la méthode reste sensible à la présence de minima locaux. Ce problème est abordé dans [26] en combinant la méthode locale avec une technique d'apprentissage. Pour plus de détails sur cette approche nous renvoyons le lecteur à [81].

## 1.3 Planification de chemins et non-holonomie

Dans la problématique exposée précédemment la recherche d'une solution est formulée dans un espace (espace des configurations ou espace de travail du robot) défini sur un ensemble de paramètres décrivant le mouvement du robot et indépendants les uns des autres. En considérant des systèmes réels tels que des robots de type bras manipulateurs cette propriété d'indépendance demeure également entre les dérivées de ces paramètres par rapport au temps. Ceci conduit à penser que tout mouvement planifié par l'une des méthodes présentées dans les sections précédentes est exécutable par le robot. Ainsi la faisabilité d'une trajectoire devient une notion équivalente à l'existence d'un chemin dans une composante connexe. Pour certains systèmes tels qu'une voiture par exemple cette équivalence n'est plus aussi immédiate et le problème de leur planifier un mouvement faisable ne peut être abordé sous les mêmes aspects considérés jusqu'ici. Ceci est dû à l'existence d'une liaison particulière entre certains des paramètres de configuration et de vitesse du robot rendant encore plus difficile la génération de ses déplacements.

Dans la suite de cette section nous présentons l'impact de telles liaisons cinématiques sur la problématique de la planification de mouvement et les principaux résultats et méthodes de résolution existantes dans ce domaine.

### 1.3.1 Cinématique et notion de non-holonomie

En toute généralité un mobile est dit soumis à une contrainte cinématique si son mouvement est contraint par une liaison  $G$  i.e. une équation exprimée au premier ordre en fonction du temps  $t$  des paramètres de sa configuration  $q$  et éventuellement de leurs dérivées par rapport à  $t$ .

#### Holonomie

Dans le cas où  $G$  est une liaison d'égalité de la forme  $G(q, t) = 0$  (i.e. ne dépend que de  $q$  et de  $t$ ) et qu'elle est différentiable et de dérivée non nulle il est possible de substituer l'un des paramètres soit  $q_k$  par un terme dépendant de  $t$  et du reste des paramètres de  $q$ .  $G$  décrit alors une variété de dimension  $n - 1$  où  $n$  est la dimension de  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  et permet ainsi de réduire l'espace des configurations admissibles de  $\mathcal{A}$ . Dans le cas où  $G$  est une liaison d'inégalité elle permet de limiter l'espace des configurations admissibles à un sous-ensemble de  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  sans toutefois diminuer sa dimension.

Dans le cas où  $G$  dépend en plus de  $\dot{q}$  et sous les mêmes hypothèses de différentiabilité le problème consiste à ramener  $G$  sous la forme  $G'(q, t) = 0$ . Si

$G$  est intégrable. Une telle transformation est possible et les mêmes remarques concernant l'espace des configurations admissibles restent valides dans les deux cas d'égalité et d'inégalité. Une liaison telle que  $G$  est dite contrainte holonome d'égalité. Enfin, en présence de  $m$  liaisons d'égalité holonomes indépendantes, l'espace des configurations est réduit à une variété de dimension  $(n - m)$ .

### Non-holonomie

Dans le cas où  $G$  est de la forme  $G(q, \dot{q}, t) = 0$  et qu'elle est non intégrable, on parle de liaison non-holonome. Une telle liaison relie les paramètres de configurations  $q$  et de ceux de  $\dot{q}$  sans pour autant qu'aucun élément  $q_k$  de  $q$  ne soit substituable.  $G$  restreint alors l'espace des vitesses admissibles de  $\mathcal{A}$  en gardant l'espace des configurations  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  invariant. Enfin, nous appellerons un robot non-holonome tout système mécanique soumis à une ou plusieurs contraintes non-holonomes.

Dans le cas où le mobile est un robot de type voiture, la configuration de  $\mathcal{A}$  est donnée par le triplet  $(x, y, \theta)$ . Quand les roues de  $\mathcal{A}$  roulent sans glisser sur le sol, les mouvements des centres des essieux sont à tout moment perpendiculaires à leurs axes. Par rapport au comportement du robot, une telle hypothèse se traduit par le fait que celui-ci évolue à tout instant avec une vitesse latérale nulle. En exprimant une telle contrainte en fonction des paramètres de la configuration  $q$  et de ceux de  $\dot{q}$ , on remarque que ceux-ci sont à chaque instant inter-dépendants et s'écrivent sous la forme :

$$\dot{x} \sin(\theta) - \dot{y} \cos(\theta) = 0 \quad (1.1)$$

Une telle liaison a été montrée dans [46] comme étant non intégrable. Cette propriété a pour principale conséquence de restreindre à tout instant  $t$  le champ des vitesses de  $\mathcal{A}$  à un sous-espace bi-dimensionnel de l'espace tangent à  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  sans pour autant diminuer la dimension de celui-ci. Contrairement au cas holonome et partant d'une configuration  $q$  donnée, le robot est contraint à se déplacer dans un espace de configurations de dimension 3 selon deux degrés de liberté uniquement. Ceci conduit à penser que la réponse au problème de planification ne peut plus se limiter à l'existence d'une composante connexe dans l'espace admissible du robot et à la détermination d'un chemin dans cette composante.

Cette nouvelle problématique a été introduite par Laumond [46] depuis près d'une dizaine d'années. Depuis, de nombreux travaux sont venus confirmer l'importance et la difficulté de la prise en compte de la non-holonomie de certains systèmes de robots aussi bien en planification de mouvement que dans le domaine du contrôle.

## 1.3.2 Planification de chemins non-holonomes

### 1.3.2.1 Existence de chemins non-holonomes en présence d'obstacles

L'un des premiers résultats concernant l'impact des contraintes non-holonomes sur la génération de mouvement porte sur la contrôlabilité d'un robot de type voiture. Ce résultat dû à Laumond [46] répond au problème de décision concernant l'existence de chemin faisable pour un tel robot en présence d'obstacles. Il est établi que dans le cas où le robot peut effectuer des manœuvres (changement du sens de déplacement) cette existence est caractérisée par l'existence d'une composante connexe de l'espace des configurations libres. D'une manière plus générale le robot peut atteindre toutes les configurations appartenant à la même composante connexe que sa configuration courante.

Dans la cas où les manœuvres ne sont pas permises l'existence d'un chemin reliant deux configurations données dans un environnement encombré d'obstacles est intuitivement plus difficile à caractériser que dans le cas avec manœuvres. Cette difficulté est d'autant plus importante quand la courbure des chemins à suivre par le robot est majorée. Un premier élément de réponse à ce problème a été donné par Fortune et Wilfong [27]. Les auteurs montrent que si une solution sans manœuvre et à rayon de courbure minoré existe elle peut être calculée à partir de la concaténation de courbes canoniques constituées d'arcs de cercles et de segments de droite et pouvant être en contact en certains points avec les obstacles. La preuve de ce résultat est effectuée grâce un algorithme complexe qui est exponentiel en la complexité de l'environnement du robot.

### 1.3.2.2 Les principales approches de planification

Nous présentons dans cette section certaines des principales approches existantes pour la planification de mouvement dans le cas où le robot peut effectuer des rebroussements de chemins ou non.

#### Cas avec manœuvres

Dans le cas où les manœuvres sont permises une première approche décrite par Laumond et al. dans [49] aborde la résolution du problème par l'application d'un algorithme en trois phases. La première phase consiste à générer pour le robot un chemin holonome sans collision aux obstacles. Une fois déterminé ce chemin est transformé en un chemin faisable par le biais d'un processus itératif consistant à subdiviser la solution initiale en chemins de longueur optimale sans collision et vérifiant les contraintes de non-holonomie et de courbure. Cette seconde phase ne garantissant pas la minimalité en nombre de manœuvres

la dernière phase est appliquée afin d'éliminer d'une manière aléatoire certaines manœuvres "inutiles". Dans la seconde phase les auteurs utilisent les courbes de Reeds et Shepp [64] pour la génération des plus courts chemins entre deux configurations quelconques dans un plan démuné de tout obstacle. Ces courbes ont la particularité de ne contenir que deux points de rebroussement au maximum et pas plus de cinq composantes de type segment de droite ou arc de cercle. Se basant sur l'optimalité de ces courbes [50] introduit la notion de métrique basée sur les plus courts chemins et décrit son utilisation pour l'évitement d'obstacles. Cette notion a été reprise par la suite par Mirtich et Canny [57] qui proposent également une méthode de planification basée sur la transformation de solutions holonomes en solutions non-holonomes.

Une seconde approche proposée par Barraquand et Latombe [6] dans le cadre de la minimisation du nombre de manœuvres se base sur la recherche dans un graphe correspondant à une discrétisation régulière de l'espace des configurations en cellules tri-dimensionnelles. Le graphe de recherche est généré incrémentalement à partir de la configuration initiale en appliquant des mouvements non-holonomes simples de type déplacement longitudinal ou giration. L'obtention de ces chemins est effectuée par application de contrôles maximaux en translation et en rotation sur le robot. L'évitement des obstacles est abordé par un test de collision au niveau de chaque cellule atteinte. Ce test est effectué directement dans l'espace de travail du robot grâce à une représentation en bitmap. Enfin notons que l'optimalité des solutions générées par un tel planificateur est sensible à la taille des cellules et qu'une discrétisation fine de la grille conduit la méthode à n'être applicable efficacement que pour des environnements de taille réduite.

### Cas sans manœuvres

Le problème de planifier un chemin sans manœuvres dans le plan a été abordé pour la première fois par Dubins [23] dans le cas où l'environnement ne contient aucun obstacle. L'auteur montre qu'une solution de longueur minimale et de courbure majorée est déterminée parmi deux familles de courbes chacune composée de la concaténation d'au plus trois portions élémentaires de type arc de cercle ou segment de droite. Plus exactement la première famille est définie par une séquence de trois arcs de cercles tangents en leur points d'intersection et chacun de rayon égal à l'inverse de la borne sur la courbure. La seconde famille quant à elle est constituée d'un arc de cercle tangent à la configuration de départ suivi d'un segment de ligne de droite qui à son tour est connecté à un arc de cercle tangent à la configuration finale.

Si les courbes de Dubins sont assez simples à générer elles ne peuvent être utilisées comme telles quand l'environnement est encombré d'obstacles. La prise en compte des obstacles dans un processus de planification de chemins sans ma-

noeuvre a été abordée pour la première fois par Laumond [47] pour un robot circulaire se déplaçant dans un environnement décrit par des polygones généralisés. L’auteur présente un algorithme basé sur la construction de l’espace des centres de girations du robot et le calcul des solutions à partir de la concaténation de segments de droite et d’arcs de cercle de rayon minimum.

Dans [35] Jacobs et Canny présentent une méthode approchée de planification de chemins sans manœuvres pour un mobile ponctuel en présence d’obstacles polygonaux. L’idée principale de l’algorithme s’appuie sur le résultat établi par Fortune et Wilfong dans [27] et consiste à explorer un graphe dont les noeuds correspondent à des points de discrétisation de l’espace des contacts du robot et les arcs à des chemins canoniques basés sur les courbes de Dubins.

## 1.4 Planification de trajectoires

Dans les sections précédentes uniquement les aspects liés à la planification de chemins en présence d’obstacles fixes et à d’éventuelles contraintes cinématiques holonomes ou non-holonomes ont été abordés. Ainsi que nous l’avons vu les chemins constituant des solutions à ce problème sont généralement décrits par des séquences continues de configurations ou de positions du robot reliant ses deux configurations initiale et finale. Aucune information quant à l’indexage ou l’exécution de cette séquence par rapport au temps n’a été fournie. La paramétrisation par rapport au temps d’un chemin donné constitue en elle même un problème de planification où les solutions sont décrites en terme de trajectoires i.e. courbes continues en fonction du temps. Aussi l’introduction d’un paramètre temporel dans la description des mouvements d’un robot permet de traiter de manière naturelle la présence de certaines contraintes émanant de la dynamique du robot ou encore de son environnement (i.e. quand celui-ci comporte des obstacles mobiles par exemple). Pour le problème de planification en présence d’obstacles mobiles nous renvoyons le lecteur à [43] ou à [28] pour une synthèse des travaux dans ce domaine.

Nous présentons dans la suite les principales méthodes de planification de trajectoires sous contraintes dynamiques du robot. Ces méthodes peuvent être classées en deux catégories selon qu’elles s’intéressent à la planification le long d’un chemin connu a priori ou non. La plupart de ces méthodes ont été proposées pour le contrôle de robots de type manipulateurs quand les trajectoires solutions recherchées sont optimales (ou sous-optimales) par rapport au temps et que les contraintes dynamiques correspondent aux valeurs limites des paramètres de forces/couples de contrôle des différents actionneurs ou des vitesses et accélérations du robot.

## Planification de trajectoire le long d'un chemin donné

Dans ce premier contexte, Bobrow et al. proposent dans [9] une méthode d'optimisation consistant à reformuler le problème de planification dans un espace de phases bi-dimensionnel défini sur la distance parcourue par le point de référence de la pince sur le chemin initial décrit dans l'espace cartésien (abscisse curviligne) et la vitesse correspondante. Les équations de mouvement du manipulateur sont exprimées en fonction des différentes phases et les bornes des forces/couples à appliquer sur les actionneurs sont utilisées pour construire une courbe critique dans l'espace des phases constituant une limite sur la vitesse de la pince. La planification d'une trajectoire optimale est transformée en la recherche d'un ensemble de points de transition permettant de permuer entre l'application d'accélération maximale et de décélération maximale de manière à fournir à l'extrémité du manipulateur une vitesse maximale bornée par la courbe critique des vitesses. Cette recherche est basée sur un processus itératif combinant des intégrations en avant et en arrière des équations de mouvement du robot en considérant comme extrémités initiales les différents points de permutation et les états initial et final considérés. Dans l'algorithme original décrit dans [9], les accélérations/décélérations appliquées sont déterminées à chaque instant par la saturation de l'un des actionneurs du manipulateur (i.e. application d'une valeur limite de la force ou du couple correspondant) et l'ajustement des autres paramètres du vecteur de contrôle par rapport à cette valeur.

D'autres variantes de cet algorithme ont été proposées par ailleurs telles que dans [74] où Shin et McKay utilisent une paramétrisation du chemin initial dans l'espace articulaire du robot et non plus dans l'espace cartésien, ou dans [73] où Shiller et Lu reformulent le choix des accélérations à appliquer de manière à prendre en compte l'existence d'éventuels points critiques de la courbe limite des vitesses. Ceux-ci correspondent soit à des points où plusieurs accélérations peuvent être considérés, soit à des points tels que le choix d'une accélération ou décélération maximale n'est plus valide (violation de la courbe limite).

## Approches directes

La décomposition du problème de planification en deux phases : recherche de chemin et recherche de trajectoire telle que l'on vient de décrire, peut conduire à un schéma de résolution de la planification efficace dans le sens où chaque étape aborde une variété de contraintes différentes (évitement d'obstacles et contraintes cinématiques pour la première, et contraintes dynamiques pour la deuxième). Toutefois, certains facteurs liés à une prise en compte séparée des contraintes peuvent être pénalisants dans certains cas. Un facteur important concerne le fait que contraindre a priori la géométrie de la solution recherchée peut rendre difficile, voire impossible, la vérification des contraintes dynamiques. Aussi, l'optimalité du

chemin initial étant généralement exprimée en terme de sa longueur. La trajectoire à planifier le long de ce chemin peut ne constituer qu'une solution localement optimale au cas où une autre fonction de coût est considérée telle que le temps.

Les approches que l'on nommera ici *directes* viennent dans le but de pallier ces inconvénients et surtout de considérer le problème de planification dans toute sa généralité. Leur principe étant d'aborder les deux instances (recherche de chemin et de trajectoire) simultanément dans un même processus. A la revue des principales méthodes existantes il ressort que la plupart d'entre elles se ramènent à une recherche dans un graphe correspondant soit à l'espace des configurations soit à l'espace des états du robot.

Une de ces méthodes proposée par Shiller et Dubowsky dans [71] consiste à appliquer une méthode hiérarchique pour la détermination de mouvements optimaux en temps pour un bras manipulateur évoluant dans un espace de travail encombré d'obstacles et soumis à des contraintes sur les limites des couples à appliquer sur ses articulations. Dans la première phase un ensemble de chemins canoniques est extrait à partir d'une grille définie sur l'espace des configurations libres du robot en considérant une approximation sur leur optimalité en temps sans prise en compte réelle de la dynamique du robot. L'optimisation effective des trajectoires le long de ces chemins (lissés par des B-splines) en présence des contraintes dynamiques est alors effectuée pendant la seconde phase qui se base sur l'algorithme décrit dans [9]. Afin de relaxer la contrainte sur la géométrie de ces solutions les auteurs introduisent une dernière phase d'optimisation locale dans le but d'améliorer l'optimalité des trajectoires canoniques. Nous reviendrons sur le principe de ce processus local dans la section 1.5.3.2. Dans [66] Sahar et Hollerbach décrivent une seconde méthode de planification qui opère également sur un graphe défini sur l'espace des configurations du robot et où l'adjacence entre les différents nœuds correspondent à des portions de trajectoires optimales en temps. Les solutions finales obtenues par ces deux méthodes sont généralement sous-optimales et la complexité du processus de planification est exponentielle en la taille de la grille. Celle-ci dépendant du taux de résolution considéré pour la génération des nœuds à explorer. Le fait que la complexité soit exponentielle est essentiellement dû à la répartition régulière des différents points de la grille.

Afin de remédier à une telle complexité Canny et al. [13] décrivent dans le cas où le robot est réduit à une particule et soumise à des contraintes sur sa vitesse et son accélération une méthode de planification approchée basée sur une représentation irrégulière de l'espace des états. Les auteurs montrent que la solution optimale peut être approchée à un taux donné en un temps polynomial en la taille de la grille. Cette approche a été étendue dans [22] pour le cas de bras manipulateurs. Plus récemment Fraichard et Scheuer [29] abordent la planification de mouvements sans manœuvre pour un robot mobile non-holonyme de type voiture et soumis à des contraintes dynamiques. La méthode s'appuie sur

une recherche heuristique dans un graphe correspondant à une grille régulière de l'espace des états du robot.

## 1.5 Robotique mobile tout-terrain

### 1.5.1 Le problème général

Nous avons vu dans les sections précédentes que le problème de planification de chemins et de trajectoires pour des mobiles évoluant sur des surfaces planes et soumis à des contraintes cinématiques et dynamiques est complexe. On peut donc s'attendre à ce que la planification de mouvements pour des robots tout-terrain ne l'est pas moins. Ceci est essentiellement dû au fait qu'un certain nombre de facteurs doivent être introduits dans la problématique générale de recherche de déplacements exécutables par le robot. Parmi ces facteurs on peut citer :

- La structure du système mécanique du robot dans le cas où elle est constituée par une chaîne articulée complexe.
- L'aspect tri-dimensionnel de la surface du terrain ce qui implique l'utilisation de modélisations complexes.
- La prise en compte des différents types d'interactions entre le robot et l'environnement. Ce problème peut être traité selon les cas par des outils géométriques ou faire appel à des modèles issus de la mécanique. En l'occurrence les contraintes sur le maintien d'un contact permanent entre les roues et la surface du terrain peuvent être formulées et résolues en géométrie. Contrairement à cela la présence de zones déformables ou de composants naturels mobiles tels que des rochers à franchir par le robot requièrent une modélisation appropriée pour la formulation des phénomènes et des interactions qu'elle induit.
- La diversité des obstacles : la prise en compte de ceux-ci varie selon la connaissance de l'environnement. Si certains obstacles connus a priori sont toujours à éviter et peuvent être traités comme dans les cas plans d'autres ne peuvent être identifiés par l'analyse du contact avec le robot. Cette analyse peut être géométrique en utilisant des critères simples sur la stabilité et le non-renversement du robot par exemple ou nécessiter une analyse plus complexe des forces échangées entre les différents objets en contact.
- La prise en compte de l'incertitude sur la géométrie de l'environnement et du fait que l'environnement est partiellement inconnu.

- L'importance de la dynamique pendant la génération de mouvement du robot dans le cas où celui-ci se déplace à des vitesses élevées.
- La considération de nouveaux critères à optimiser tels que la distance géodésique à parcourir sur le terrain, le temps ou l'énergie requis pour l'exécution de la trajectoire. Ces deux derniers critères ayant été déjà considérés pour des bras manipulateurs ou pour des robots mobiles dans le plan.

Enfin d'autres critères peuvent intervenir pendant le déplacement du robot afin de lui garantir une certaine sûreté dans l'exécution de sa tâche. Ainsi une distance donnée de sécurité aux obstacles et/ou la "visibilité" de certains points caractéristiques de l'environnement peuvent être prises en compte. Ces derniers points pouvant être par exemple des amers nécessaires pour asservir plus tard le mouvement du robot ou des points particuliers situés sur les régions par lesquelles celui-ci est censé passer. De tels critères relèvent plutôt de la navigation ou la planification d'itinéraires que la planification de mouvements proprement dite.

Peu de travaux ont abordé le problème de la planification de mouvements pour des robots tout-terrain. A la revue de ces travaux, ceux-ci peuvent être classés en deux catégories selon qu'ils s'intéressent soit à la planification d'itinéraires, soit à la planification des déplacements sous des contraintes cinématiques et/ou dynamiques. Nous présentons dans les sections suivantes une synthèse des principaux travaux dans ces domaines.

## 1.5.2 Planification d'itinéraires

### Approche par courbes de niveau

Dans [31], Gaw et Meystel proposent une méthode de planification basée sur la représentation du terrain et le grossissement des obstacles par des courbes de niveau discrétisées en contours polygonaux. Le robot est considéré comme un mobile ponctuel contraint à se déplacer entre les sommets des différentes polygones. Ainsi la recherche du mouvement solution du robot est restreinte à la détermination de la séquence de segments de droites reliant les configurations initiale et finale et passant par les sommets de la polygonalisation du terrain. Le processus de planification est basé sur un algorithme de type  $A^*$  pour l'exploration d'un graphe où les nœuds et les arcs correspondent respectivement aux sommets des courbes de niveau et à l'existence d'un critère de visibilité entre eux. Les trajectoires générées par le planificateur minimisent le temps de parcours total calculé au niveau de chaque segment sous l'hypothèse qu'à tout instant le robot se déplace avec une énergie de traction maximale.

L'extension et l'amélioration de cette méthode ont été abordés par Manaoui dans [56]. Si l'auteur adopte toujours une représentation du terrain par courbes

de niveau discrétisées et une recherche d'une solution entre leurs sommets. Il introduit le calcul des interactions entre le terrain et le robot et présente un meilleur calcul de la vitesse et de l'énergie de traction requise pour le déplacement de celui-ci. Les interactions sont prises en compte en étiquetant par des coefficients de frottement les différentes portions d'une grille régulière superposée sur le modèle initial du terrain. Une seconde amélioration de ce type d'approche est apportée par Liégeois et Moignard dans [52]. Une triangulation 2D de Delaunay est extraite des courbes de niveau décrivant initialement le terrain. Ainsi la recherche de la trajectoire du robot est effectuée directement dans le graphe de connectivité de la triangulation où le nombre de voisins d'un sommet donné devient plus limité que dans [31-56]. Dans le même ordre d'idée Liégeois et al. proposent dans [51] et [62] des améliorations au niveau des processus de recherche basées sur l'utilisation respective d'un algorithme de type  $A_c^*$  [61] et d'un algorithme génétique. Par ces deux méthodes une famille de chemins admissibles et sous-optimaux est caractérisée.

### Approche par représentation hiérarchique du terrain

Toujours dans le cadre de la planification d'itinéraires Gat et al. proposent une méthode basée sur la représentation hiérarchique du terrain par plusieurs niveaux de grilles de résolution [30]. Dans cette approche les mouvements du robot sont planifiés par le calcul du gradient par rapport aux différentes grilles en tenant compte du relief du terrain du positionnement des obstacles et de la cinématique du véhicule. Néanmoins l'introduction des contraintes cinématiques pendant le processus de planification n'est pas claire dans [30].

## 1.5.3 Planification de mouvement contraints

Si les méthodes que l'on vient de présenter s'avèrent efficaces pour la génération d'itinéraires elles restent toutefois limitées quant à la génération des déplacements exécutables par le robot. En effet aucune contrainte sur la cinématique du robot et de son placement sur le terrain n'est prise en compte explicitement. Ce problème a été récemment abordé dans un nombre limité de travaux dont essentiellement [270-76-77].

### 1.5.3.1 Planification de chemins non-holonomes

Une deuxième approche pour la planification de déplacements a été introduite par Siméon dans le cas d'un robot à trois roues et un terrain représenté par un ensemble de facettes polygonales [76]. La méthode qui est basée sur une formulation géométrique et cinématique consiste à déterminer une séquence de

configurations admissibles en appliquant une recherche dans une grille régulière représentant l'espace défini sur une configuration réduite  $(x, y, \theta)$  du robot. Les nœuds du graphe de recherche correspondent aux configurations admissibles atteintes à partir de la configuration de départ  $\Gamma$  et les arcs correspondent à des chemins non-holonomes obtenus par le contrôle des vitesses des roues. A l'instar de [20] la notion d'admissibilité d'une configuration est basée sur un critère géométrique de la stabilité et sur la vérification de la non-collision entre le robot et la surface du terrain. D'autres extensions de cette méthode ont été portées Par Siméon et Dacre-Wright dans [77] afin de considérer de nouvelles heuristiques de recherche et un modèle de robot plus complexe. L'intégration du planificateur dans un système de navigation pour un robot à six roues est décrite dans [14].

### 1.5.3.2 Planification de trajectoires

Dans le cadre de la planification de trajectoires optimales en temps Shiller et al. propose dans [70] une méthode permettant de prendre en compte simultanément diverses contraintes définies sur la non collision aux obstacles la dynamique le non glissement et le non renversement d'un robot rigide à quatre roues. Le terrain est supposé à relief continu et de taille plus grande que celle du robot et est décrit par un modèle de B-spline. Les interactions de contact avec le sol sont considérées uniformément réparties au niveau des points de contact des roues du robot permettant ainsi de les réduire directement au niveau du centre de masse du mobile. La modélisation du terrain en B-spline a été par ailleurs utilisée par Ben Amar et al. dans [2] pour aborder la génération de mouvement pour un robot mobile articulé sous un aspect purement cinématique.

L'algorithme général décrit dans [70] est basé sur l'exécution de deux niveaux combinant une recherche locale de chemins optimaux et une phase de génération de trajectoires le long de chacun de ces chemins. Cette dernière phase est basée sur la détermination des accélérations et décélérations maximales à appliquer vérifiant les contraintes dynamiques et de non glissement du robot et une courbe de vitesses limites. Les chemins optimaux sont quant à eux générés par un processus de minimisation d'une fonctionnelle exprimée en fonction des points de contrôle des B-splines décrivant les différents chemins. Afin de prendre en compte les contraintes sur la géométrie des chemins et la présence d'obstacles ou de régions contraignantes celles-ci sont introduites directement dans la fonctionnelle à minimiser au moyen de termes de pénalités exprimés en fonctions du nombre de points inadmissibles des différents chemins. Tout comme les méthodes basées sur le calcul variationnel (cf. 1.2.4) cette dernière phase est sensible aux chemins initiaux considérés pour l'optimisation. Pour y remédier un dernier niveau est appliqué globalement dans le but d'estimer au début de l'algorithme général un ensemble de chemins nominaux dans le voisinage desquels l'optimisation locale et la planification de trajectoires sont effectuées.

### 1.5.4 Simulation de mouvement sur terrains accidentés

Enfin nous pouvons ajouter aux travaux exposés précédemment les approches de génération de mouvement par simulation du comportement du robot sur le terrain. Une première méthode proposée par Bellier et al. dans [8] aborde ce problème sous l'aspect géométrique et cinématique. Le robot considéré est un véhicule à plusieurs essieux se déplaçant sur une surface de terrain représentée par des facettes polygonales. Les déplacements du robot sont calculés à chaque incrément de temps de la simulation par une phase de génération d'un mouvement en considérant que le robot reste dans un plan tangent au sol et en appliquant une séquence de vitesses nominales de rotation des roues et une phase de remplacement de celles-ci sur la surface du terrain. Cette dernière étape est basée sur la minimisation d'une fonction quadratique en présence de contraintes linéaires; la fonction à minimiser correspond à l'énergie potentielle du robot quand il est placé initialement sans contact avec le terrain et les contraintes expriment le fait qu'à chaque instant les roues ne doivent pas pénétrer dans le terrain. La résolution de ce problème est basée sur la méthode locale développée dans [25] en transformant la fonction à minimiser et les contraintes dans l'espace articulaire du robot. Pour chaque placement ainsi généré sa validité est vérifiée par un test sur l'équilibre statique du robot en considérant la répartition des points de contact préalablement obtenus.

Enfin Jimenez et al. [36-37] et Ben Amar et Bidaud [1] proposent deux approches de simulation différentes permettant de prendre en compte les caractéristiques dynamiques du robot et de ses interactions avec le terrain. Le simulateur décrit dans [1] se base sur une formulation classique de chaînes mécaniques articulées pour décrire la dynamique du robot et sur un modèle de spline tel que dans [70-72] pour la représentation du terrain. Aussi divers types de modèles analytiques sont utilisés pour le calcul des interactions dépendant des propriétés des roues (rigides ou pneumatiques) et du sol (rigide ou meuble). L'approche proposée dans [36-37] se base sur le concept du *modèle physique discret* [55] qui consiste à capturer la géométrie et la dynamique aussi bien du robot que la matière constituant le terrain dans une représentation en réseaux de particules élémentaires inter-connectées par des relations de type ressort et amortisseur. De par sa simplicité et sa généralité cette méthode a été appliquée pour la simulation de déplacements de robots sur divers types de terrain déformables et/ou rigides supportant des éléments naturels mobiles. Nous reviendrons en détail sur ce type de modélisation qui nous a largement inspiré dans ce travail de thèse.

# Chapitre 2

## Notre approche pour la planification de mouvements contraints

Ce chapitre présente le problème de planification de mouvement abordé et l'approche de résolution mise en œuvre. Dans la première partie nous présentons les descriptions initiales de l'environnement et du robot à considérer ainsi que les contraintes et les critères d'optimalité à prendre en compte pendant la recherche des mouvements solutions du robot. Dans la seconde partie nous introduisons l'approche que nous avons développée pour la résolution du problème de planification de mouvements contraints pour des robots mobiles tout-terrain.

### 2.1 Introduction

Comme nous l'avons préalablement énoncé nous nous intéressons dans cette thèse à la planification de mouvements d'un robot mobile articulé dans un environnement naturel. Dans un tel contexte le problème de planification d'une trajectoire exécutable par le robot ne peut être considéré sous les mêmes hypothèses et abordé de la même manière qu'un problème de planification de mouvements plans dans des environnements géométriquement structurés. En effet comme nous avons pu le constater dans les chapitres précédents la majorité des travaux en planification de mouvements en robotique mobile considèrent à la base des hypothèses simplificatrices sur l'interaction du robot et de son environnement de manière à ne considérer pour la plupart du temps les trajectoires solutions que d'un point de vue géométrique. En l'occurrence les interactions de contact entre le sol et les différentes roues d'un robot sont généralement supposées régies de manière à ce que le mouvement de celles-ci soit par exemple un

mouvement de roulement parfait sans glissement ce qui permet de simplifier notablement les modèles à considérer et de ramener le problème de planification à une formulation purement géométrique et/ou cinématique. Aussi des contraintes relevant de l'évitement des obstacles et de la cinématique du robot telle que la non-holonomie ont été très souvent considérées comme suffisantes pour la génération de mouvements exécutables par le robot. Pour un robot mobile tout-terrain destiné à évoluer dans un environnement naturel la problématique est différente. Si de telles contraintes sont toujours valides dans un tel contexte elles ne sont cependant plus suffisantes pour générer une solution admissible au problème de la planification de mouvement.

En effet même si le robot est toujours contraint à éviter des zones reconnues comme étant des obstacles et éventuellement à avoir des mouvements sans glissement son comportement dépend également de nouveaux paramètres d'une nature autre que géométrique et/ou cinématique. Ces nouveaux paramètres relèvent essentiellement de la dynamique du robot de la structure et des caractéristiques physiques de l'environnement et plus particulièrement des zones en contact direct avec le robot en l'occurrence le terrain dans notre cas de leurs interactions et enfin des aspects liés au contrôle du système mécanique du robot. Ainsi une prise en compte explicite de ces différents aspects s'impose dans la formulation du problème de planification et un nouveau schéma de résolution doit être élaboré en conséquence. A ce stade cette constatation peut s'expliquer par le fait que la considération de modèles et de méthodes de raisonnement uniquement géométriques peut conduire à des processus très complexes voire insuffisants pour la résolution de certains types de tâches. En effet si la forme et les irrégularités du terrain peuvent être toujours perçues comme des entités géométriques la représentation d'informations structurelles sur la nature physique de certaines zones à franchir par le robot dépend elle de l'utilisation de modèles et d'outils relevant de la mécanique. Les aspects liés à la rigidité et à la déformation de certains milieux et objets naturels sont difficilement calculables et descriptibles d'une manière explicite en géométrie. D'un autre côté bien que le calcul des contacts entre le robot et la surface du terrain doive être basé sur des techniques géométriques le calcul des interactions qu'ils régissent et des mouvements aussi bien du robot et éventuellement de certains éléments du terrain ne peut être quant à lui effectué que par un formalisme basé sur la dynamique.

Il peut paraître dans certains cas qu'une étude cinématique soit suffisante et plus simple qu'une prise en compte explicite de la dynamique de la tâche pendant le processus de recherche de mouvements exécutables par le robot. Cela supposerait que des hypothèses et des modèles adéquats pour la représentation des interactions et la génération des comportements des différents éléments d'une tâche soient mis en œuvre. Hormis la complexité que cela pourrait induire et le fait que dans tous les cas cela ne puisse englober la dimension physique du problème la planification sous contraintes non-holonomes et incluant explicite-

ment l'aspect tri-dimensionnel du mouvement et de l'espace de travail considéré reste jusqu'à ce jour peu abordée dans la littérature voire un problème ouvert. Pour toutes ces raisons nous sommes orientés dans ce travail à considérer le problème de la planification de mouvement sous de nouvelles hypothèses de travail et à explorer de nouveaux schémas de résolution. Plus généralement ce travail constitue une tentative pour l'introduction de nouveaux modèles et concepts dans la planification de mouvements en présence de contraintes dynamiques et géométriques. Aussi nous discuterons tout au long des chapitres suivants le point particulier qui conduit quelquefois à une polémique concernant le choix entre une approche purement géométrique/cinématique ou une approche "dynamique" pour la planification des déplacements de robots mobiles tout-terrain.

## 2.2 Présentation du problème

### 2.2.1 L'espace de travail

L'espace de travail (ou l'environnement)  $\mathcal{W}$  du robot est défini sur un sous-ensemble continu de  $\mathbb{R}^3$  composé de deux régions disjointes : l'une correspondant au volume occupé par le terrain et la seconde à l'espace libre. Une des principales méthodes utilisées dans la littérature pour la représentation de terrain consiste à décrire le relief de celui-ci par un modèle numérique d'élévation [20-32-33-42]. Ce modèle consiste en une grille régulière selon les axes  $(x, y)$  d'un référentiel cartésien  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$  associé à  $\mathcal{W}$ . Tout point de la grille est défini par un triplet  $(x_i, y_j, z_{ij})$  correspondant à sa position dans le plan horizontal et à son élévation par rapport à l'axe  $z$  de  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$ . La construction d'une telle grille est généralement effectuée par le biais d'un système de vision ou encore à partir d'images prises par des sondes dans le cas d'une application spatiale. Généralement une telle description ne tient pas compte de l'existence d'éventuels éléments naturels mobiles sur le terrain et les inclut implicitement au niveau de la grille d'élévation.

Afin de simplifier les hypothèses de travail la géométrie du terrain est supposée initialement décrite par un ensemble d'objets tri-dimensionnels  $\mathcal{O} = \{\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2, \dots, \mathcal{O}_{n_{\mathcal{O}}}\}$  disposés sur une grille d'élévation  $G_{\mathcal{T}}$ . La partie recouverte par cette grille sera notée dans la suite par  $\mathcal{T}$  et sera appelée indifféremment le terrain. Les éléments de  $\mathcal{O}$  correspondent en pratique à des cailloux ou à des rochers censés être franchis par le robot. Chaque objet  $\mathcal{O}_i$  est caractérisé par sa géométrie sa masse  $m_i$  des coefficients de frottement statique et dynamique pour le contact de son interaction de contact avec les roues du robot et éventuellement une mesure sur sa déformation.

La région  $\mathcal{T}$  est structurée en un ensemble de zones à franchir ou à éviter par le robot. Les zones à éviter définies par l'ensemble  $\mathcal{B} = \{\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \dots, \mathcal{B}_{n_{\mathcal{B}}}\}$

correspondent à des obstacles géométriques au sens classique du terme tel qu'un grand rocher ou autre élément naturel à fort relief et à des régions préalablement détectées comme étant infranchissables par le robot telle qu'une mare ou un important cratère. La région franchissable  $\mathcal{T} \setminus \mathcal{B}$  est définie par un ensemble de zones  $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_{n_{\mathcal{T}}}\}$  ayant des propriétés physiques différentes. Celles-ci concernent la rigidité/déformation de leurs surfaces et les paramètres de friction relatifs aux contacts avec le robot. Tout comme pour les objets mobiles nous nous restreindrons à des déformations de type élastique. Enfin nous supposons que les éléments de  $\mathcal{O}$  sont initialement supportés par les régions  $\mathcal{T}_i$ .

Ainsi la géométrie de l'espace de travail est parfaitement définie à l'instant initial par la forme et la répartition des différents éléments  $\mathcal{B}_i \cup \mathcal{O}_i$  et  $\mathcal{T}_i$  par rapport à  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$ . En plus des paramètres inertiels et de rigidité des objets et des coefficients de friction sont associés à chaque paire de composants  $(\mathcal{O}_i, \mathcal{T}_j)$  susceptibles de rentrer en contact. La modélisation complète de  $\mathcal{W}$  pour la prise en compte de la dynamique et des déformations des objets et de leurs interactions fera l'objet du chapitre 4.

## 2.2.2 Le véhicule

### 2.2.2.1 Description du système mécanique du robot

Le robot considéré dans la suite est un véhicule articulé à six roues motrices et dérive d'une architecture initialement proposée dans [40] pour un robot mobile d'exploration planétaire le *Marsokhod*<sup>1</sup>. Le système mécanique est constitué d'une plate-forme qui correspond au corps principal du robot et de trois essieux qui lui sont reliés par le biais d'un châssis articulé (figure 2.1).

Soient  $\mathcal{A}$  le robot  $\mathcal{E}_r \cup \mathcal{E}_c$  et  $\mathcal{E}_f$  respectivement les essieux arrière et central et avant et  $\mathcal{L}$  le châssis.  $\mathcal{L}$  est décrit par l'ensemble  $\{\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots, \mathcal{L}_{n_{\mathcal{L}}}\}$  des segments rigides et de l'ensemble des mécanismes d'articulations passives ou actives qui le composent. Une articulation sera dite active si elle est commandable et passive dans le cas contraire. Aussi chaque articulation est caractérisée par des butées restreignant ainsi les mouvements qu'elle peut régir. La plate-forme de  $\mathcal{A}$  est connectée à l'essieu central  $\mathcal{E}_c$  grâce à une liaison rigide qui permettra de les considérer comme étant un seul corps. Les essieux  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_f$  sont connectés à l'essieu central  $\mathcal{E}_c$  par un système articulé de segments  $\mathcal{L}_i$  leur permettant d'avoir deux types de mouvements régis par des articulations passives : un mouvement d'anti-roulis et un mouvement correspondant à la variation de l'empattement du véhicule. Celui-ci se manifestant par exemple quand les roues de l'essieu central

---

1. Le robot Marsokhod décrit dans [40] a été conçu et réalisé par l'Université de Saint Petersburg (Russie) et a été choisi par le CNES pour son projet d'exploration planétaire intitulé initialement RISP-VAP.

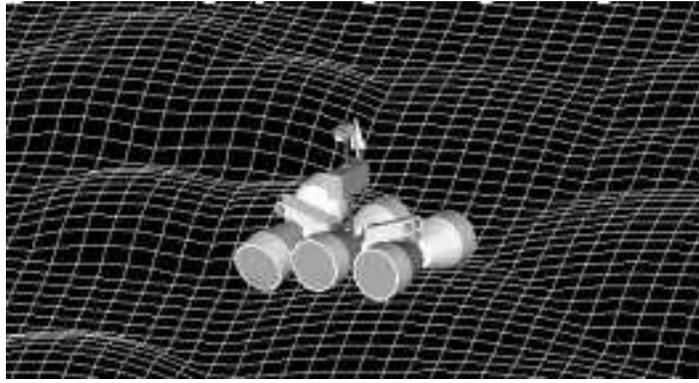


FIG. 2.1 - Le robot mobile articulé  $\mathcal{A}$  sur le terrain  $\mathcal{T}$ .

se trouvent dans une dépression du terrain.

Ces deux types d'articulations favorisent une meilleure adaptation du véhicule à la forme du terrain et deviennent nulles quand la surface de celui-ci est plane. De plus, chacun des deux essieux  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_f$  possède un mouvement dit péristaltique régi par une articulation active telle que indiquée par la figure 2.2. L'objectif de telles articulations étant également de faire varier volontairement l'empattement de  $\mathcal{A}$  afin de faciliter l'exécution de virages ou de manœuvres et de fournir une meilleure capacité de franchissement des régions fortement irrégulières. La description du système articulé du robot est donnée dans la figure 2.2. Afin de simplifier le problème de planification considéré nous considérerons que ces deux articulations sont maintenues à des valeurs arbitraires constantes tout au long des mouvements de  $\mathcal{A}$ .

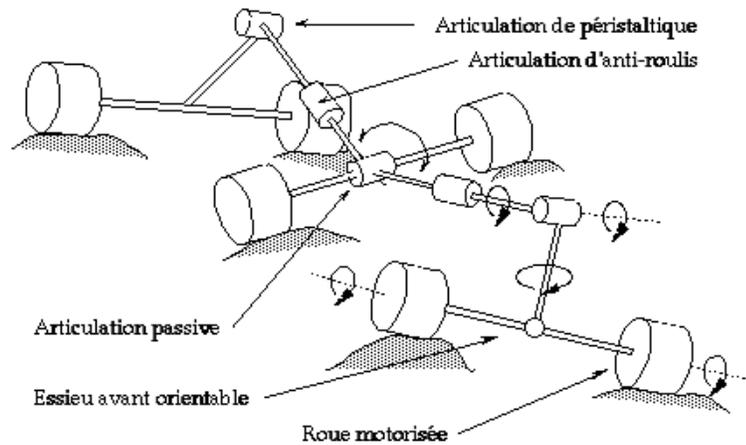


FIG. 2.2 - Description schématique du fonctionnement du système articulé du châssis de  $\mathcal{A}$ .

Nous considérerons que les roues de  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_c$  sont à orientation fixe et que l'essieu  $\mathcal{E}_f$  est quant à lui orientable dans toute sa totalité. Ceci signifie que contrairement aux modèles de robots de type voiture qui eux sont munis d'un essieu avant fixe mais de deux roues séparément orientables  $\mathcal{A}$  possède une articulation supplémentaire au niveau du raccordement de  $\mathcal{E}_f$  et du châssis de manière à ce que la totalité de  $\mathcal{E}_f$  soit orientable. Ainsi en absence de mouvement péristaltique l'axe de  $\mathcal{E}_r$  est constamment contraint à rester dans un plan parallèle à  $\mathcal{E}_c$ . Dans le modèle du Marsokhod les roues  $\mathcal{W}_i$  ( $i = 1 \dots 6$ ) sont constituées chacune d'une partie cylindrique et d'une autre conique. Un tel modèle est adopté dans le but de munir les roues d'une meilleure répartition de contact avec le terrain. Toutefois le choix d'un modèle de roues plus traditionnel à forme cylindrique par exemple n'influe pas sur la nature du problème de planification mais n'intervient par contre qu'au niveau du calcul des contacts et des interactions entre  $\mathcal{A}$  et le terrain  $\mathcal{T}$ .

### 2.2.2.2 Configuration complète du véhicule

Soit  $C_{\mathcal{A}}$  le centre de masse de la plate-forme du robot et soit  $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$  un repère fixe par rapport à  $\mathcal{A}$  et ayant pour origine  $C_{\mathcal{A}}$ . Nous choisirons dans la suite  $C_{\mathcal{A}}$  comme le point de référence de  $\mathcal{A}$ . Une configuration complète  $Q$  de  $\mathcal{A}$  est alors donnée par le vecteur position/orientation  $(x, y, z, \theta, \varphi, \psi)$  du repère  $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$  par rapport au référentiel fixe de l'espace de travail  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$  et par le vecteur  $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_{n_\delta})$  correspondant aux articulations du châssis et aux rotations des roues par rapport à leurs essieux. Les paramètres du vecteur orientation  $(\theta, \varphi, \psi)$  correspondent respectivement au lacet au tangage et au roulis de  $\mathcal{A}$ . En pratique  $(\theta, \varphi, \psi)$  sera donné par les angles d'Euler correspondant à des rotations successives par rapport aux axes  $(Z, Y, X)$  du repère  $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$ .

### 2.2.2.3 Contrôle du système de locomotion

Comme nous l'avons précédemment mentionné les roues  $\mathcal{W}_i$  de  $\mathcal{A}$  sont toutes motorisées. D'un point de vue mécanique ce type de système conduit naturellement à contrôler séparément chacune des roues afin de générer les mouvements du robot. Dans notre cas ces contrôles seront modélisés par un vecteur  $U$  à six paramètres correspondant respectivement aux couples à appliquer sur les six roues. Hormis le fait qu'une telle modélisation des contrôles soit une conséquence directe de la motricité des roues de  $\mathcal{A}$  la considération des couples à appliquer aux  $\mathcal{W}_i$  nous permet d'avoir des paramètres de contrôle aussi bien explicites que compatibles avec le type de modélisation physique qui sera adoptée dans la résolution du problème de planification de mouvements.

Enfin le vecteur  $U$  est complété par l'ensemble des contrôles  $U'$  liés aux arti-

culations actives. En l'occurrence les articulations péristaltiques des essieux avant et arrière. Ainsi le contrôle de  $\mathcal{A}$  sera entièrement donné par le couple  $(U, U')$  où  $U'$  est un vecteur à deux paramètres correspondant aux écarts angulaires des articulations péristaltiques des essieux avant et arrière. Le vecteur  $U'$  ne sera pas considéré dans la suite vu l'hypothèse de garder les articulations correspondantes bloquées.

### 2.2.3 Les contraintes

Les contraintes à considérer pour la planification de mouvements de  $\mathcal{A}$  peuvent être regroupées en deux classes selon qu'elles dépendent de la géométrie de l'environnement et du robot ou de paramètres directement liés à la génération des déplacements de celui-ci.

#### A. Les contraintes géométriques

Les contraintes géométriques auxquelles est soumis le robot sont :

- La non collision et le non franchissement des zones  $\mathcal{B}_i$  désignées comme obstacles de  $\mathcal{W}$ .
- Le maintien d'une relation de contact permanente avec les surfaces des zones  $\mathcal{T}_i$  et/ou des éléments mobiles  $\mathcal{O}_i$ . Cette relation se traduit par l'existence d'un ensemble de contact entre les roues  $\mathcal{W}_j$  du véhicule et ces surfaces sans pour autant qu'il y ait de collision ou de pénétration entre eux. L'objet d'une telle contrainte consiste principalement à assurer aussi bien la stabilité de  $\mathcal{A}$  que la "contrôlabilité" de ses roues. En effet la génération des mouvements de  $\mathcal{A}$  étant effectuée par le biais de contrôles appliqués aux roues l'existence de contacts permettant la formulation d'interactions physiques entre l'ensemble des  $\mathcal{W}_i$  et  $\mathcal{T}$  est nécessaire afin d'agir sur le comportement de  $\mathcal{A}$ . Aussi maintenir un contact entre toutes les roues voire quelques unes par exemple celles des essieux arrière et avant uniquement permet de munir le véhicule d'une certaine stabilité.
- L'évitement du renversement du robot. Ceci se traduit par le fait que les angles du roulis et du tangage du robot soient constamment compris dans l'intervalle  $] -\pi/2, \pi/2[$ .
- La non collision entre les corps du robot autres que les roues et les régions pleines de  $\mathcal{W}$  i.e. le terrain  $\mathcal{T}$  et les éléments  $\mathcal{O}_i$ .

## B. Les contraintes de génération des déplacements de $\mathcal{A}$

Le fait que le système mécanique de  $\mathcal{A}$  soit composé uniquement d'un seul essieu orientable (en l'occurrence celui de l'avant) et que l'essieu arrière ne soit muni que d'une articulation d'anti-roulis fait qu'il est difficile d'affirmer si  $\mathcal{A}$  est soumis ou non à des contraintes cinématiques non-holonomes. Se référant aux hypothèses de roulement sans glissement des roues telles que présentées dans la section 1.3.1, la formulation cinématique établie pour le cas d'un robot à deux essieux de type voiture n'est a priori plus valide pour une architecture de robot telle que celle de  $\mathcal{A}$ . La condition de non glissement ne pourra être respectée que dans le cas où  $\mathcal{A}$  exécute un mouvement en ligne droite. Dans le cas d'un virage, les roues d'au moins l'un des essieux arrière ou central subiront un mouvement de glissement latéral. Néanmoins, sous l'hypothèse qu'uniquement le glissement de l'un des essieux arrière  $\mathcal{E}_r$  ou central  $\mathcal{E}_c$  est toléré, le robot devient soumis à une contrainte cinématique non-holonome. Celle-ci sera présentée en détail dans la section 3.2.3. De plus, la courbure de la trajectoire décrite par le point de référence  $C_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{A}$  est contrainte à rester minorée tout au long des déplacements de celui-ci. Ceci découle du fait que l'angle de braquage de l'essieu avant est limité par une valeur maximale due à l'existence d'une butée mécanique au niveau de l'articulation d'orientation de  $\mathcal{E}_f$ .

Outre les contraintes cinématiques, le mouvement de  $\mathcal{A}$  est soumis à d'autres contraintes engendrées par la dynamique de la tâche. A première vue, celles-ci proviennent de plusieurs facteurs différents influençant directement le comportement réel du véhicule : la dynamique du système mécanique de celui-ci, la mécanique du terrain y compris la déformation de certaines zones ou l'existence de composants mobiles placés sur leurs surfaces et les interactions échangées au niveau des roues du robot. Les contraintes dynamiques considérées sont liées aux fait que les vitesses, les accélérations linéaires et angulaires du robot et les couples de contrôle à appliquer sur ses roues doivent être bornés tout au long du mouvement. Aussi, des contraintes sur la minimisation des phénomènes de glissement et de patinage au niveau des roues seront à considérer.

### 2.2.4 Formulation du problème abordé

Le problème de planification de mouvements du robot  $\mathcal{A}$  à résoudre s'énonce comme suit :

Soit  $\mathcal{W}$  un environnement donné composé d'un terrain  $\mathcal{T}$  encombré d'un ensemble d'obstacles  $\mathcal{B}$  et supportant un certain nombre d'éléments mobiles  $\mathcal{O}_i$ . Soient  $Q_{init}$  et  $Q_{final}$  deux configurations complètes du robot  $\mathcal{A}$  quand il est placé sur le terrain. Étant donné une fonction de coût  $J$  représentative d'un ensemble donné de critères d'optimalité,

calculer si elle existe une trajectoire  $\Gamma$  exécutable et sous-optimale par rapport à  $J$  ainsi que la séquence de contrôles  $\mathcal{U}$  à appliquer aux roues de  $\mathcal{A}$  permettant à celui-ci de se déplacer dans  $\mathcal{W}$  de la configuration  $Q_{init}$  vers la configuration  $Q_{final}$  tout en respectant les contraintes géométriques, cinématiques et dynamiques décrites précédemment.

La trajectoire  $\Gamma$  est définie par l'ensemble des états de  $\mathcal{A}$  que nous définirons lors de la modélisation dynamique du système mécanique. En plus du fait que l'on doit garantir à la solution finale  $\Gamma$  des propriétés de continuité et de différentiabilité,  $\Gamma$  sera contraint à avoir des vitesses nulles aux extrémités de  $\Gamma$ .

Quand un robot se déplace dans un environnement naturel, il est intéressant pour des raisons pratiques de chercher à minimiser certains critères d'optimalité définis sur la distance qu'il a à parcourir, le nombre des manœuvres à exécuter et éventuellement le temps et/ou l'énergie nécessaires à l'exécution de la trajectoire finale. Nous nous restreindrons dans la suite à la génération de solutions sous-optimales par rapport à la distance géodésique séparant les configurations initiale et finale et minimisant le glissement du robot.

## 2.3 Géométrie et déplacements contraints

Le problème ainsi posé, une réponse reste à apporter sur l'intérêt d'aborder la planification de mouvement en présence des contraintes dynamiques de  $\mathcal{A}$  et de la prise en compte de ses interactions physiques avec le terrain. Une telle question est d'autant plus pertinente qu'une planification sous les seules contraintes géométriques et cinématiques et ne prenant en compte que les aspects statiques du mouvement du robot peut sembler suffisante. En d'autres termes, et hormis l'existence de zones déformables ou d'éléments mobiles dans l'environnement  $\mathcal{W}$ , est-ce que les outils géométriques sont capables à eux seuls de capturer la totalité des configurations admissibles ou inadmissibles du robot ?

Afin de fournir un premier élément de réponse à cette question, nous présentons ci-après un exemple simple mettant en évidence la nécessité de prendre en compte les contraintes dynamiques du robot et surtout le calcul des interactions échangées au niveau de ses roues. Le terrain  $\mathcal{T}$  sur lequel doit se déplacer  $\mathcal{A}$  est choisi de structure géométrique relativement régulière et simple. Le terrain est considéré adhérent sur toute sa surface, sauf en une région  $\mathcal{T}_{Gliss}$  constituée de surfaces planes glissantes et initialement considérée comme étant une zone franchissable. Pour simplifier encore l'exemple, les configurations initiale  $Q_{init}$  et finale  $Q_{final}$  de  $\mathcal{A}$  sont choisies de manière à ce que la région  $\mathcal{T}_{Gliss}$  soit située sur l'axe qui les relie. Un premier chemin trivial non-holonyme à planifier serait

de faire déplacer le robot en ligne droite jusqu'à son but tel que le montre la figure 2.3.a. Dans l'exemple un tel chemin est obtenu par la génération d'une séquence discrète de configurations vérifiant les conditions de stabilité statique de  $\mathcal{A}$  et de la relation de contact avec  $\mathcal{T}$ . Le problème de la stabilité est résolu pour chaque configuration  $Q$  en appliquant la loi de Coulomb sous conditions quasi-statiques au niveau des contacts de chaque roue de  $\mathcal{A}$ . Considérant les surfaces du terrain traversé par  $\mathcal{A}$  le fait qu'elles soient pour la plupart planes et horizontales (du moins celles de  $\mathcal{T}_{Gliss}$ ) fait que les roues se trouvent à chaque instant en position statiquement stable bien qu'elles soient situées sur une région non adhérente. Toutefois en essayant d'exécuter le même chemin en introduisant la dynamique du robot celui-ci se trouve bloqué dans une configuration située sur  $\mathcal{T}_{Gliss}$  telle que le montre la figure 2.3.b.

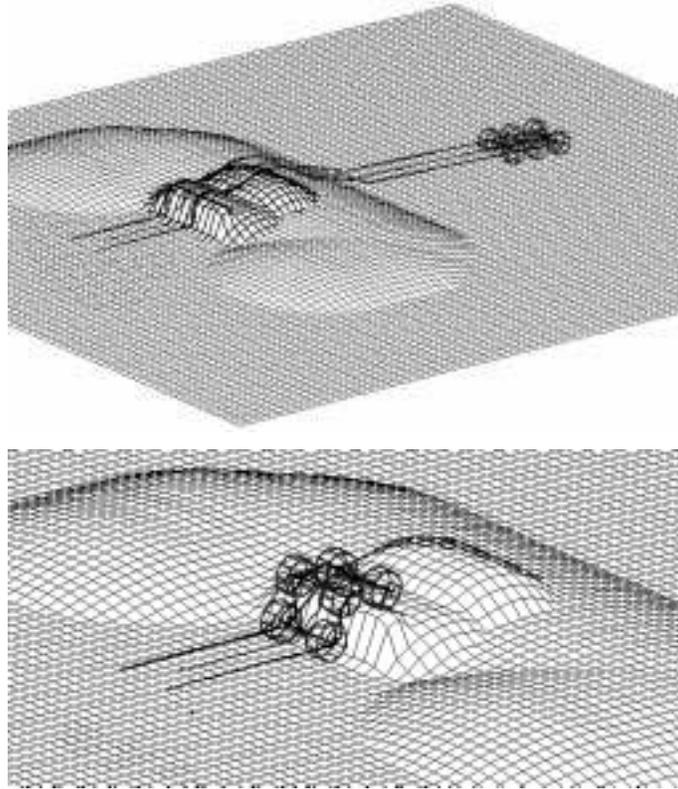


FIG. 2.3 - (a) Chemin généré quand uniquement les contraintes géométriques et cinématiques sont considérées. Ce mouvement est donné par une séquence discrète de configurations vérifiant uniquement des critères de stabilité de  $\mathcal{A}$  sur  $\mathcal{T}$ . (b) La configuration de blocage du robot sur le terrain.

L'analyse de cet échec appelle un certain nombre de remarques :

- Dans le cas géométrique le glissement des roues au contact de la paroi verticale n'a pu être détecté vu que le chemin a été calculé d'une manière discrète. Ceci conduit à considérer la génération des déplacements de  $\mathcal{A}$  d'une manière continue dans l'espace de travail  $\mathcal{W}$ .
- Considérons que ce premier problème peut être résolu par des méthodes géométriques. Le génération du mouvement des roues au contact de la paroi verticale reste toutefois difficile à traiter en absence de l'analyse de la totalité des forces qui leur sont appliquées. Pour une analyse en statique celles-ci ne comprennent que la gravitation et la réaction du sol. En absence d'une modélisation explicite de la dynamique et des interactions au contact la réaction du sol avec des parois horizontales ne peut être obtenue à partir de l'équilibre avec la force de gravité.
- La solution calculée en considérant un modèle approprié des interactions au contact illustre la capacité de franchissement de certaines zones contraignantes par le robot (toujours la paroi verticale glissante) quand certaines de ses roues (celles de l'arrière) peuvent satisfaire les conditions de roulement sans glissement. Enfin la détection d'un échec est traduite par l'impossibilité de contrôler le véhicule et ce malgré le respect des conditions géométriques sur les contacts et de l'équilibre statique.

L'exemple présenté bien qu'il soit assez simple montre les limites d'une analyse géométrique quant à la détection de certaines configurations inadmissibles lors du franchissement de certaines zones contraignantes de  $\mathcal{W}$ . Toutes ces raisons illustrent le besoin et l'intérêt de la prise en compte de modèles et contraintes dynamiques lors de la génération des déplacements exécutables pour un robot évoluant sur des terrains tri-dimensionnels. Néanmoins les modèles et le raisonnement géométriques demeurent des outils indispensables pour la conception de méthodes et d'une algorithmique efficaces pour la résolution du problème de planification de mouvements posé ici.

## 2.4 L'approche proposée

### 2.4.1 Le principe général de l'approche

Il ressort de la discussion menées dans la section 2.3 que les aspects liés à la dynamique des mouvements doivent être considérés plus directement au même titre que la géométrie et la cinématique dans un processus de planification.

D'une manière générale la génération de mouvement en présence de contraintes dynamiques nécessite la considération du problème de planification dans l'espace des états du robot. Considérant la paramétrisation d'une configuration complète de  $\mathcal{A}$  telle que décrite dans la section 2.2.2.2 On peut définir un état de  $\mathcal{A}$  par le vecteur  $(Q, \dot{Q})$  où  $\dot{Q}$  est le vecteur dérivé de  $Q$  par rapport au temps. Ainsi les espaces des configurations et des états du robot que l'on notera respectivement par  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  et  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  seront donnés par des espaces topologiques de dimensions  $n_Q = 6 + n_s$  et  $2n_Q$  où  $n_s$  est le nombre d'articulations du châssis et des roues de  $\mathcal{A}$ . Face à de telles dimensions et à la diversité des aspects et contraintes à considérer une première constatation est qu'une recherche globale et directe de la solution  $\Gamma$  dans l'espace des états  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  peut conduire à une complexité élevée du processus de résolution [71]. Une approche possible consisterait alors à alterner itérativement une phase de planification de chemin dans l'espace des configurations dans le but d'approcher le profil géométrique de  $\Gamma$  et une phase de génération de trajectoire le long de ce chemin [72]. Ainsi que nous l'avons mentionné dans les sections 1.4 et 1.5.3.2 ce type d'approche a pour inconvénient de contraindre a priori la géométrie du mouvement avant la prise en compte des contraintes dynamiques et surtout de ne pas permettre de capturer la totalité des configurations inadmissibles pendant la phase de planification géométrique (cf. exemple donné dans § 2.3).

Afin de remédier à la complexité du problème abordé et prendre en compte d'une manière uniforme la totalité des contraintes imposées sur les déplacements du robot notre approche consiste à construire un mouvement solution d'une manière incrémentale par l'application d'un processus itératif combinant deux niveaux de raisonnement complémentaires. Le premier niveau basé sur une formulation purement géométrique du problème de planification a pour rôle de générer pour chaque configuration courante du robot un ensemble de sous-buts potentiels à atteindre dans l'espace des configurations  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$ . L'atteignabilité réelle de chacun de ces sous-buts est validée par le second niveau qui opère localement en cherchant un mouvement exécutable ramenant le robot de sa configuration courante au sous-but considéré. L'idée de base de l'intégration de ces deux phases est de guider la résolution du problème de planification de mouvements contraints par une recherche dans un graphe correspondant à la discrétisation d'un sous-espace de  $\mathcal{CS}_{\mathcal{A}}$  permettant ainsi de construire la solution effective  $\Gamma$  à partir de portions de trajectoires reliant les différents nœuds de ce graphe et déterminées localement dans l'espace des états du robot [16Γ15].

## 2.4.2 La génération des sous-buts

En ne considérant dans un premier temps que les contraintes géométriques l'espace des configurations admissibles du robot coïncide avec l'ensemble des

configurations  $Q$  satisfaisant la relation de contact avec le terrain et de non collision aux obstacles  $\mathcal{B}_i$ . Sous l'hypothèse supplémentaire que la totalité des roues soient en contact avec le sol toute configuration  $Q$  peut être entièrement déterminée en ne connaissant a priori que le triplet  $q = (x, y, \theta)$  des paramètres de position du point de référence  $C_A$  du robot et d'orientation du repère  $\mathcal{F}_A$  qui lui est fixé par rapport au plan horizontal de l'espace de travail  $\mathcal{W}$ . Ainsi la détermination d'un chemin ou d'une séquence de sous-butts reliant  $Q_{init}$  et  $Q_{final}$  peut se ramener à une recherche dans un sous-espace  $\mathcal{C}_{search}$  de dimension 3 défini sur  $(x, y, \theta)$ .

A l'instar de Siméon [77] nous nous ramenons à une recherche heuristique dans un graphe correspondant à une discrétisation de  $\mathcal{C}_{search}$ . Les nœuds de ce graphe correspondent à des configurations déjà atteintes par le robot ou à des sous-butts devant être franchis par celui-ci. A chaque itération de l'algorithme général la phase de génération des sous-butts consiste à déterminer à partir de la configuration courante et moyennant une discrétisation donnée un ensemble de configurations intermédiaires dans  $\mathcal{C}_{search}$  sans collision. Le calcul de ces configurations est basé sur la considération du modèle cinématique du robot et de déplacements hypothétiques non-holonomes dans le plan  $(x, y)$  de  $\mathcal{W}$  sans prise en compte explicite du relief du terrain.

A ce stade de la présentation et en ne considérant que la phase de génération des sous-butts l'algorithme opère d'une manière similaire au planificateurs de chemins décrits dans [677]. Toutefois l'introduction du second niveau de raisonnement qui a pour rôle majeur de prendre en compte la dynamique du robot et ses interactions avec le terrain et la validation des sous-butts à atteindre par le calcul de mouvements exécutables démarque notre approche de ces travaux.

**Remarque** Il faut remarquer enfin que la considération de  $\mathcal{C}_{search}$  comme espace de recherche peut ne pas suffire si la répartition des contacts entre le robot et le terrain n'est vérifiée que pour un sous ensemble des roues. Dans notre contexte ce cas se manifeste généralement quand le robot achève le franchissement d'une zone fortement irrégulière ou d'un élément mobile. La prise en compte explicite de l'occurrence de telles configurations conduit à définir un espace de recherche de dimension plus élevée que celle de  $\mathcal{C}_{search}$  et à connaître a priori quels sont les roues susceptibles de décoller du sol. Toujours dans un souci de limiter la complexité du problème nous avons choisi de maintenir  $\mathcal{C}_{search}$  comme un premier espace de recherche. Ce choix est d'autant justifié dans notre cas que  $\mathcal{C}_{search}$  ne sera considéré que pour approximer la géométrie de  $\Gamma$ .

### 2.4.3 La génération locale des mouvements exécutables

L'objectif d'une telle phase est de vérifier si un sous-but préalablement généré et sélectionné par le premier niveau est atteignable ou non quand les contraintes d'exécution sont considérées (i.e. contraintes dynamiques et d'interaction non-holonomie du robot et caractéristiques du terrain). Le problème de planification est alors re-formulé dans l'espace des états du robot et résolu localement entre le sous-but et la configuration à partir de laquelle il a été généré initialement.

La résolution de ce problème est effectuée par un processus itératif combinant à tout instant une phase de recherche de contrôles nominaux à appliquer sur les roues du robot et une phase de génération de mouvement basée sur la simulation du comportement dynamique de celui-ci sur le terrain.

La première phase est effectuée par l'application d'une technique d'exploration d'un graphe associé à une discrétisation d'un sous-espace  $\mathcal{RS}_A$  de l'espace des états  $\mathcal{CS}_A$  défini sur  $\mathcal{C}_{search}$  augmenté des vitesses de translation et de rotation du véhicule. L'exploration de  $\mathcal{RS}_A$  est effectuée à tout instant par la détermination d'accélération nominales calculées à partir d'un modèle simplifié du robot et leur transformation en couples de contrôle  $U$  à appliquer sur les roues vérifiant les contraintes d'exécution considérées (i.e. bornes sur les vitesses et les couples  $U$  et minimisation du glissement). Une fois ces couples de contrôle déterminés le mouvement complet du robot est généré par la simulation physique du comportement de celui-ci. Pour ce faire nous introduisons des modèles spécifiques pour la représentation de la dynamique de la chaîne articulée complète du robot et des composants du terrain et de leurs interactions de contact.

Le résultat de l'application de second niveau est donné soit par une trajectoire continue localement exécutable soit par un échec si le but intermédiaire est physiquement inaccessible. Dans ce dernier cas l'algorithme de planification est réitéré en sélectionnant un nouveau sous-but à atteindre par une trajectoire locale exécutable.

### 2.4.4 Illustration de l'approche et discussion

La solution globale  $\Gamma$  est déterminée si elle existe en alternant les deux phases de génération de sous-buts et de trajectoires locales. Ainsi le mouvement effectif du véhicule n'est calculé qu'à travers l'application du second niveau de l'algorithme. Un tel calcul est illustré par la figure 2.4. Dans ce cas la solution finale  $\Gamma$  devra être donnée par la trajectoire  $\Gamma_1$  déjà calculée reliant  $q_{init}$  à la configuration courante  $q_{cour}$  et la concaténation des trajectoires  $\Gamma(q_{cour}, q_i)$  et  $\Gamma(q_i, q_{init})$  qui restent encore à être calculées. La configuration  $q_i$  étant le sous-but sélectionné à être atteint à partir de la configuration  $q_{cour}$ . Dans le cas où  $\Gamma(q_{cour}, q_i)$  ne peut être trouvée suite à un échec dû à la violation d'une contrainte

d'exécution (tel que lors du calcul de  $\Gamma_i$  et  $\Gamma_j$ ) l'algorithme génère une autre configuration de passage afin de guider le processus d'exploration et de recherche de  $\Gamma$ . Le processus est alors itéré en combinant les deux niveaux de planification d'une manière incrémentale jusqu'à la convergence vers  $q_{final}$  et la construction de la solution globale  $\Gamma$ .

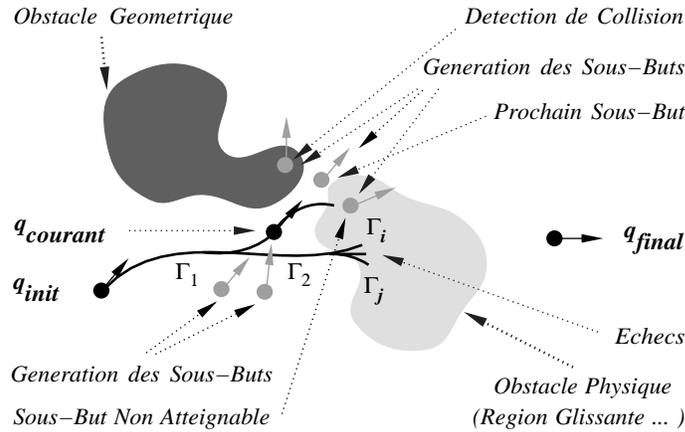


FIG. 2.4 - Principe de construction d'une solution  $\Gamma$  par l'approche de planification à deux niveaux.

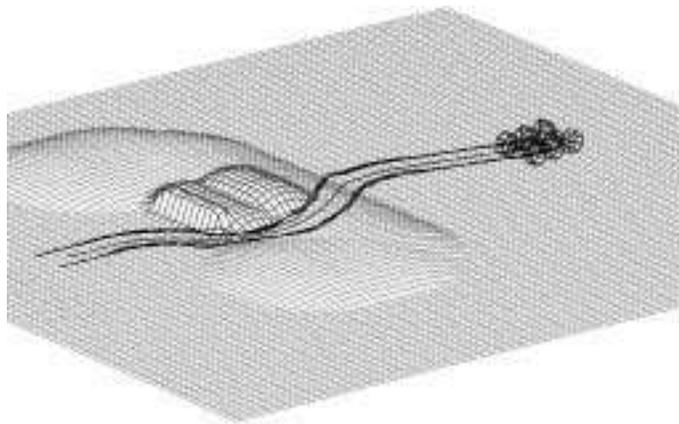


FIG. 2.5 - Le mouvement solution de  $\mathcal{A}$  planifié par la méthode proposée dans le cas où l'environnement est identique à celui décrit dans § 2.3.

L'application du processus de planification à la tâche de déplacement commentée dans la section 2.3 conduit à un évitement complet de la zone initialement

considérée comme glissante  $\Gamma$  en l'occurrence les parois verticales. La trajectoire solution  $\Gamma$  obtenue est donnée dans la figure 2.5. Toutefois il s'avère que dans certains cas un tel évitement n'est pas nécessaire quand les conditions d'adhérence (non patinage ou non glissement latéral) sont violées pour quelques roues du véhicule sans pour autant affecter le comportement et la contrôlabilité de celui-ci. Ce cas est illustré dans la figure 2.6 quand un phénomène de patinage est observé au niveau des roues droites des trois essieux de  $\mathcal{A}$  quand celui-ci essaye de franchir une zone à faibles paramètres de friction caractérisée par la région sombre sur la figure. Cette situation conduit à penser qu'une occurrence de patinage ou de glissement au niveau de certaines roues ne peut être considérée comme seul paramètre pour la caractérisation des configurations ou états inadmissibles du robot  $\Gamma$  mais doit être prise en compte en plus de d'une analyse globale du comportement de celui-ci.

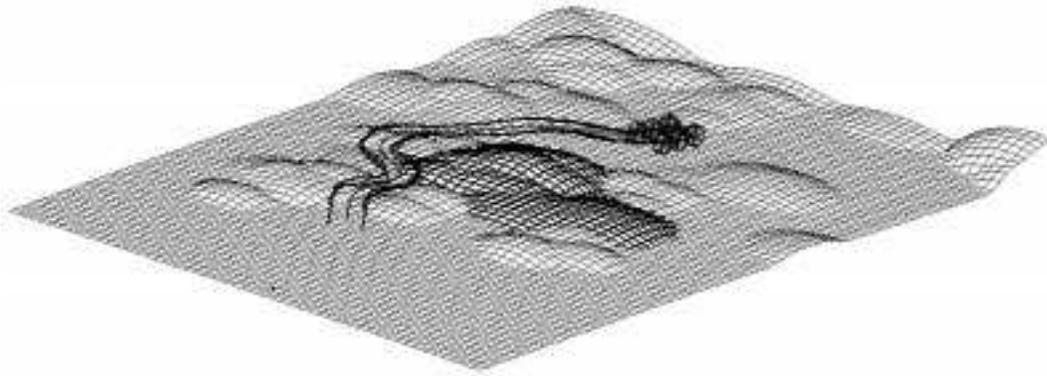


FIG. 2.6 - *Solution avec patinage des roues au contact d'une région glissante.*

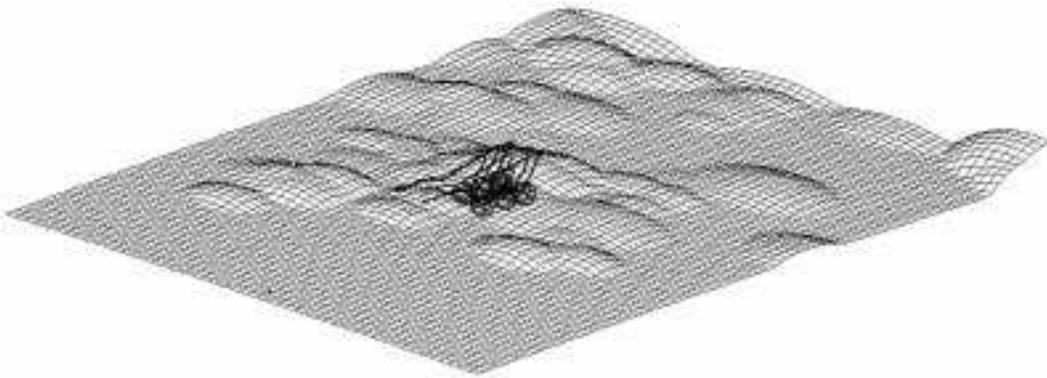


FIG. 2.7 - *Comportement du véhicule sur une région glissante.*

La planification de l'évitement de la région glissante est effectuée par l'analyse du comportement dynamique du robot et la détection de glissement pendant le

processus de génération locale des mouvements exécutables. La figure 2.7 montre la simulation du comportement dynamique de  $\mathcal{A}$  sur la surface de cette région. Trois phases décrivent ce mouvement : une phase de patinage et de progression avant ralentie (progression due à l'effet de l'inertie et de la vitesse non nulle au moment du début du franchissement) une phase assez limitée dans le temps où le robot est presque stable sur le terrain (vitesse infinitésimale) et enfin une phase de glissement arrière jusqu'à convergence vers une position stable. En pratique l'échec du franchissement est détecté par le planificateur local au niveau de l'occurrence de la première phase. Enfin nous montrons dans la figure 2.8 une solution déterminée par le planificateur évitant complètement le patinage et le glissement des roues.

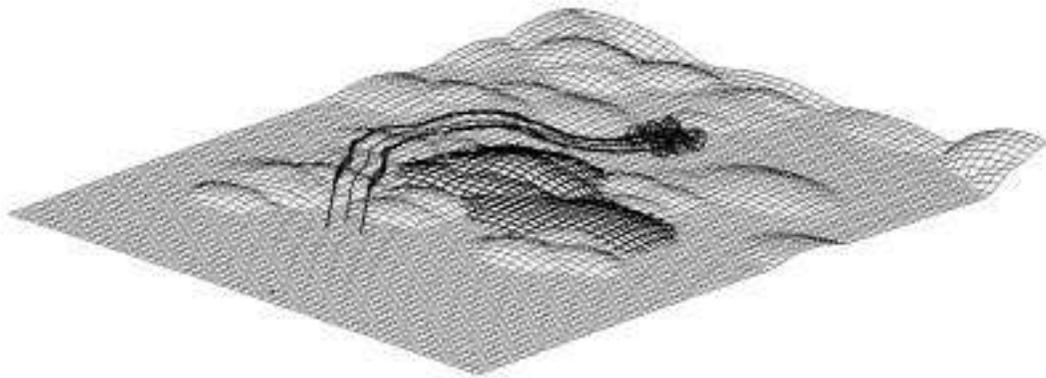


FIG. 2.8 - *Solution évitant complètement les régions glissantes.*



# Chapitre 3

## Génération de sous-buts

### 3.1 Présentation générale

Dans ce chapitre nous abordons le problème de la génération de sous-buts à franchir par le robot durant le processus de recherche de la solution  $\Gamma$  qui lui permet de se déplacer entre deux configurations données  $Q_{init}$  et  $Q_{final}$ . Ce problème est résolu par le biais du premier niveau de raisonnement de l'algorithme général de planification en ne considérant qu'une formulation géométrique et cinématique des déplacements à effectuer par le robot. Ainsi que nous l'avons mentionné dans la section 2.4 le principal objectif de ce niveau est double et consiste à guider globalement le processus de recherche de la trajectoire finale  $\Gamma$  et à prendre en compte les critères d'optimalité considérés initialement sur  $\Gamma$ . Nous rappelons que ces critères concernent essentiellement la minimisation de la distance géodésique à parcourir par le robot sur le terrain et de ses glissements.

Le problème de la génération des sous-buts est formulé dans un sous espace  $\mathcal{C}_{search}$  de l'espace des configurations réelles défini sur le triplet de paramètres  $q = (x, y, \theta)$  de la configuration  $Q$  de  $\mathcal{A}$  (cf. § 2.4). La résolution effectuée opère comme la méthode proposée dans [77] et se base sur l'exploration discrète de l'espace  $\mathcal{C}_{search}$  par l'application d'un algorithme de recherche dans un graphe correspondant à une approximation de  $\mathcal{C}_{search}$ . Le développement des nœuds du graphe de recherche est effectué en considérant des déplacements simples non-holonomes de  $\mathcal{A}$  par rapport au plan horizontal  $(x, y)$  de  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$ . L'admissibilité des configurations intermédiaires est vérifiée par la non-collision aux obstacles.

Dans la première partie du chapitre nous présentons le modèle géométrique  $3D$  de l'environnement et le modèle cinématique du véhicule considérés lors de la phase de génération des sous-buts. Nous présentons également l'approximation effectuée pour la description des obstacles qui servira plus tard au calcul de collision. La seconde partie présente l'algorithmique développée pour la détermi-

nation des configurations intermédiaires du robot et la complémentarité avec le niveau de planification dynamique en vue du calcul exact de  $\Gamma$ .

## 3.2 Les modèles

### 3.2.1 Représentation en sphères du relief de $\mathcal{W}$

La géométrie des composants de  $\mathcal{W}$  est décrite par un ensemble  $\mathcal{ST}$  de primitives sphériques. Pour le terrain en l'occurrence  $\Gamma$  cette description est dérivée à partir du placement d'un ensemble de sphères  $S_i$  approxima la grille d'élévation initiale  $G_{\mathcal{T}}$  décrite dans § 2.2.1 (voir figure 3.1). Ainsi  $\Gamma$  la description géométrique du terrain  $\Gamma$  des obstacles et des éléments mobiles de  $\mathcal{W}$  est obtenue par une représentation volumique et non plus surfacique de leurs formes. La première motivation pour le choix d'entités sphériques comme éléments de base est due essentiellement à leur simplicité pour l'approximation de la géométrie des différents objets [4 $\Gamma$ 60]. De plus  $\Gamma$  cette simplicité combinée avec une description hiérarchisée peut conduire à des modèles efficaces pour le calcul des distances et à la détection de collisions [34 $\Gamma$ 80].

Enfin  $\Gamma$  de par le caractère isotrope des sphères  $\Gamma$  une telle représentation permettra ainsi que nous le verrons dans le chapitre 4  $\Gamma$  un passage simple à la description de la dynamique des composants déformables et/ou mobiles du terrain.

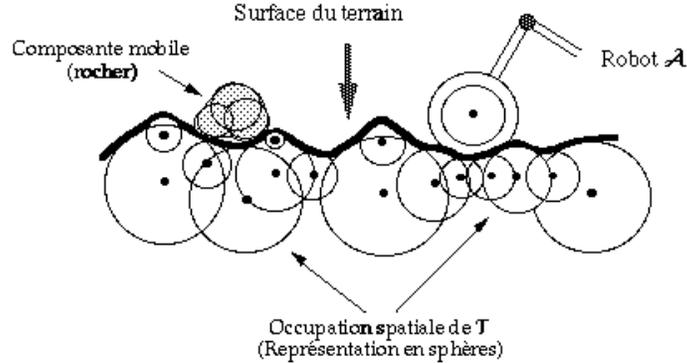


FIG. 3.1 - Approximation du profil du terrain par des sphères.

### 3.2.2 Approximation en disques des obstacles

En plus de la description volumique des obstacles  $\mathcal{B}_i$   $\Gamma$  à chacun de ceux-ci est associée une représentation hiérarchique en disques répartis par rapport au plan  $(x, y)$  de  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$ . L'objet d'une telle représentation étant d'effectuer plus tard le test de collision avec le robot directement dans le plan  $(x, y)$ .

Comme l'illustre la figure 3.2, chaque obstacle  $\mathcal{B}_i$  est décrit par une arborescence de disques à rayons décroissants (3 niveaux de disques sur l'exemple). Afin de mieux tirer profit de ce type de représentation, les disques intermédiaires quel que soit leur emplacement dans l'arborescence doivent couvrir des nombres comparables de disques de rayons inférieurs. En pratique, nous chercherons d'abord une décomposition minimale pour couvrir un obstacle  $\mathcal{B}_i$  qui servira par la suite à la génération des disques successifs de la hiérarchie. Remarquons que cette décomposition peut éventuellement présenter des régions creuses à l'intérieur de  $\mathcal{B}_i$  sous la condition qu'elles soient suffisamment petites (inférieures à la largeur de  $\mathcal{A}$ ) pour que le robot intersecte au moins un disque quand il est dans l'obstacle.

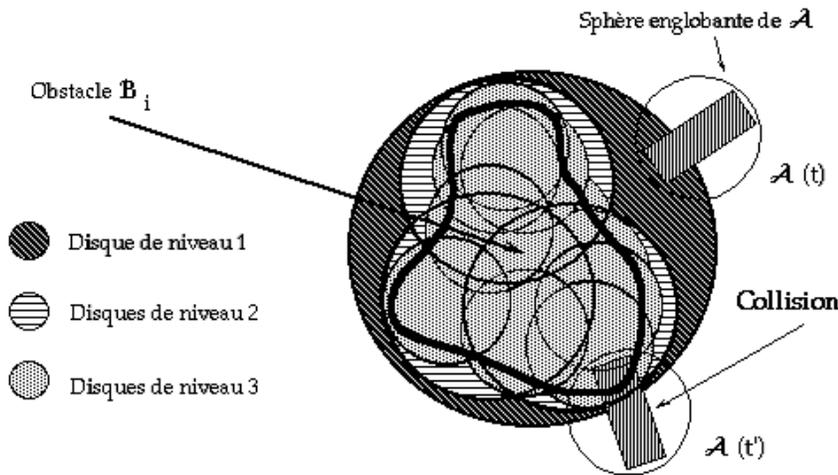


FIG. 3.2 - Description hiérarchique d'un obstacle  $\mathcal{B}_i$ .

### 3.2.3 Modèle cinématique du véhicule

Nous présentons dans cette section le modèle cinématique et la contrainte non-holonyme à laquelle est soumis le véhicule  $\mathcal{A}$  quand il se déplace sur un sol plat non incliné. Ce modèle est utilisé dans la suite pour le calcul des configurations intermédiaires ou sous-butts pendant la phase d'exploration de l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$ .

Quand le robot se déplace sur un terrain plat, les variables articulaires passives et les paramètres du tangage et du roulis  $(\varphi, \psi)$  de  $\mathcal{A}$  sont tous nuls. Sans perte de généralité, nous considérerons que l'articulation passive de variation de l'empattement est constante et instanciée avec une valeur arbitraire. Nous noterons par  $L$  l'empattement, i.e. la distance séparant les centres des essieux arrière et avant, et par  $L_r$  la distance entre les essieux arrière et central.

Ainsi que nous l'avons mentionné dans la section 2.2.2.1 la structure du système mécanique de  $\mathcal{A}$  et plus particulièrement la non-orientabilité des deux essieux arrière rend les mouvements de giration difficiles (voire impossibles) sous des hypothèses de non glissement. Ce problème est traité dans la suite en choisissant à tout instant le centre de rotation tel que la quantité de glissement au niveau des roues soit minimisée.

### Modèle réduit à deux essieux

Considérons en un premier temps que  $\mathcal{A}$  n'est composé que de la partie avant de son système mécanique c'est à dire de  $\mathcal{E}_f$  de l'essieu central  $\mathcal{E}_c$  et des segments  $\mathcal{L}_i$  du châssis les reliant (figure 3.3).

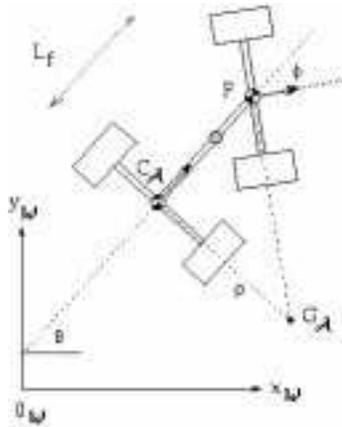


FIG. 3.3 - Modèle cinématique du système mécanique réduit de  $\mathcal{A}$  considérant les deux essieux avant  $\mathcal{E}_c$  et  $\mathcal{E}_f$ .

Dans ce cas sous l'hypothèse de roulement sans glissement des quatre roues sur le sol le modèle et la contrainte cinématique non-holonome sont analogues à ceux présentés dans la section §1.3.1. En admettant les mêmes conditions établies ci-dessus sur les articulations péristaltiques et d'anti-roulis les dérivées par rapport au temps des paramètres  $(x, y, \theta)$  de la configuration  $Q$  de  $\mathcal{A}$  s'écrivent :

$$\dot{x}(t) = v \cos(\theta), \quad \dot{y}(t) = v \sin(\theta), \quad \dot{\theta}(t) = v \frac{\tan \phi}{L_f} \quad (3.1)$$

où  $L_f$  est la distance entre les centres de  $\mathcal{E}_c$  et  $\mathcal{E}_f$   $\phi$  est l'angle de braquage du robot et  $v$  est la vitesse linéaire du point de référence  $C_A$  confondu ici avec le centre de l'essieu  $\mathcal{E}_c$ . Nous rappelons que les deux premières équations expriment le fait que la vitesse de  $C_A$  doit être à tout instant perpendiculaire à l'axe de  $\mathcal{E}_c$ .

Enfin dans le cas d'un mouvement circulaire le centre de rotation instantané de  $\mathcal{A}$  noté dans la suite par  $G_{\mathcal{A}}$  est confondu avec le point d'intersection des axes des deux essieux tel que montré dans la figure 3.3. Le rayon de courbure de la trajectoire décrite par le point  $C_{\mathcal{A}}$  est alors donné par  $\rho_c = L_f / \tan \phi$ .

### Modèle complet à trois essieux

En considérant maintenant la totalité du système mécanique de  $\mathcal{A}$  il devient impératif de reconsidérer les hypothèses sur le type de contact et du mouvement des roues par rapport au sol. En effet le fait que les essieux arrière  $\mathcal{E}_r$  et central  $\mathcal{E}_c$  soient tous les deux non orientables rend les mouvements non rectilignes de  $\mathcal{A}$  impossibles en absence de glissement latéral d'un certain nombre de roues de ces deux essieux. Ceci est d'autant plus compréhensible que quel que soient l'angle de braquage  $\phi$  et la position du centre de rotation instantané  $G_{\mathcal{A}}$  du robot celui-ci ne peut intersecter qu'au plus l'un des deux axes de  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_c$ .

Pour mieux illustrer la présence du glissement au niveau des roues du robot considérons en un premier temps le cas d'une giration d'angle  $\phi < 0$  (i.e. virage à droite) et supposons que  $G_{\mathcal{A}}$  est confondu avec le point d'intersection des axes de  $\mathcal{E}_c$  et  $\mathcal{E}_f$  pendant toute la durée du mouvement de  $\mathcal{A}$ . Dans ce cas la vitesse  $v_{\mathcal{E}_r}$  du centre de l'essieu  $\mathcal{E}_r$  est à tout moment portée par la tangente à la trajectoire ayant pour centre et rayon de courbure respectivement  $G_{\mathcal{A}}$  et  $\rho_r = L_r / \sin \phi'$ . L'angle  $\phi'$  vérifie  $\tan \phi' = (L_r / L_f) \tan \phi$ . Considérons que la vitesse angulaire de  $\mathcal{A}$  soit fixée à une valeur constante  $\dot{\theta}$ . La vitesse  $v_{\mathcal{E}_r}$  est alors donnée par :

$$v_{\mathcal{E}_r} = L_r / \sin \phi' \dot{\theta}$$

Remarquons que dans ce cas le rayon de courbure de la trajectoire du centre de  $\mathcal{E}_f$  est égal à  $\rho_f = L_f / \sin \phi$ . Comme le montre la figure 3.4 l'angle formé par le vecteur vitesse  $v_{\mathcal{E}_r}$  et l'axe du véhicule est donné par l'angle  $\phi'$ . Ainsi la vitesse de glissement latéral des roues de  $\mathcal{E}_r$  est donnée par :

$$v_{\mathcal{E}_r,y} = -v_{\mathcal{E}_r} \sin \phi' = -L_r \dot{\theta}$$

où l'indice  $y$  désigne la composante sur l'axe des ordonnées du repère  $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$  fixé au robot. Il est à noter que dans le cas où  $\dot{\theta} < 0$  (resp.  $\dot{\theta} > 0$ )  $v_{\mathcal{E}_r,y}$  est positive (resp. négative) ce qui signifie que le mouvement de glissement se fait vers l'extérieur (resp. l'intérieur) de la trajectoire quel que soit le sens de déplacement de  $\mathcal{A}$ .

De la même manière si l'on considère l'absence de glissement au niveau des roues de l'essieu arrière et si l'on reprend les mêmes calculs nous obtiendrons une vitesse  $v_{\mathcal{E}_c}$  au point  $C_{\mathcal{A}}$  égale à :

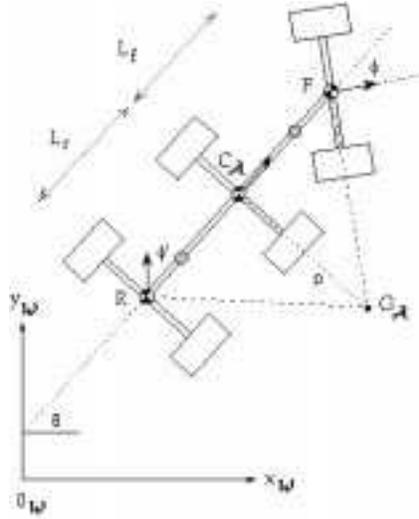


FIG. 3.4 - Modèle cinématique avec glissement latéral de l'essieu  $\mathcal{E}_r$ .

$$v_{\mathcal{E}_c} = L_r / \sin \phi'' \dot{\theta}$$

où  $\phi''$  est l'angle entre la direction de  $v_{\mathcal{E}_c}$  et l'axe de  $\mathcal{A}\Gamma$  et vérifiant  $\tan \phi'' = (L_r/L) \tan \phi$  (voir figure 3.5). La vitesse latérale de glissement des roues de  $\mathcal{E}_c$  est alors égale à :

$$v_{\mathcal{E}_c,y} = v_{\mathcal{E}_c} \sin \phi'' = L_r \dot{\theta}$$

Dans le cas où  $\dot{\theta} < 0$  (resp.  $\dot{\theta} > 0$ )  $v_{\mathcal{E}_c,y}$  est négative (resp. positive) ce qui conduirait à un mouvement de glissement vers l'intérieur (resp. l'extérieur) de la trajectoire de  $\mathcal{A}$ .

Il en ressort ainsi que le maintien de la condition d'un roulement parfait au niveau des deux roues de l'un des essieux  $\mathcal{E}_r$  ou  $\mathcal{E}_c$  conduit dans les deux cas à un glissement latéral caractérisé par une vitesse de module égal à  $L_r |\dot{\theta}|$ . Dans le cas général et pour une vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  donnée le signe et la valeur des vitesses de glissement dépendent de l'emplacement du centre de giration  $G_A$ . La question qui se pose alors est de choisir  $G_A$  de manière à minimiser le glissement latéral ainsi caractérisé et ce au niveau de l'ensemble des quatre roues de  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_c$ . Un tel objectif conduirait ainsi à relaxer les conditions de non glissement de ces deux essieux. Nous caractériserons dans la suite la quantité de glissement subie par  $\mathcal{A}$  par la résultante des vitesses latérales des deux essieux arrières.

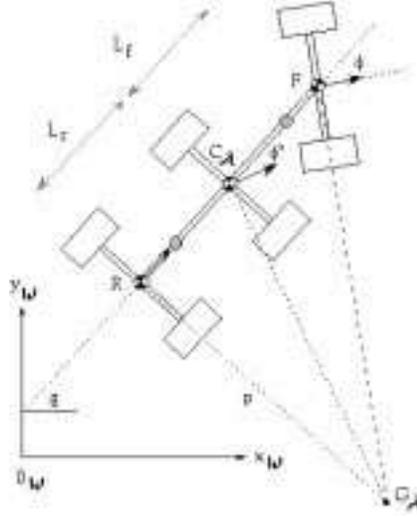


FIG. 3.5 - *Modèle cinématique avec glissement latéral de l'essieu  $\mathcal{E}_c$ .*

Le maintien de l'hypothèse de non glissement de l'essieu  $\mathcal{E}_f$  contraint le point  $G_A$  à être situé à chaque instant  $t$  sur l'axe des roues avant et plus exactement sur la demi-droite ayant pour extrémité le centre  $C_{f,r}$  de la roue droite de  $\mathcal{E}_f$ . Vu le critère considéré sur la quantité de glissement  $\Gamma_{G_A}$  ne peut appartenir qu'au segment de droite ayant pour extrémités les points  $G_r$  et  $G_c$  correspondant aux centres de rotations dans le cas du non glissement de  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_c$  tel qu'illustré dans la figure 3.6. Ceci est intuitif puisque que dans le cas où  $G_A \in ]G_c, C_{f,r}[$  les vitesses de glissement latéral des quatre roues arrières seront toutes de même signe et positives par rapport à  $\mathcal{F}_A$ . Dans le cas où  $G_A$  appartient à la demi-droite  $(\infty, G_r[$  ces vitesses seront toutes négatives. Ainsi le centre  $G_A$  sera confondu avec le point milieu de  $G_r$  et  $G_c$  vérifiant quel que soit la valeur de  $\dot{\theta} \Gamma v_{\mathcal{E}_r,y} + v_{\mathcal{E}_c,y} = 0$ . Les amplitudes des vitesses des centres de  $\mathcal{E}_r$  et  $\mathcal{E}_c$  et les vitesses de glissement latéral sont alors données par :

$$\begin{aligned} v_{\mathcal{E}_r} &= v_{\mathcal{E}_c} = L_r \dot{\theta} / (2 \sin \phi''') \\ v_{\mathcal{E}_r,y} &= -v_{\mathcal{E}_c,y} = -L_r \dot{\theta} / 2 \end{aligned}$$

où  $\phi'''$  est l'angle entre les droites directrices de  $v_{\mathcal{E}_r}$  et  $v_{\mathcal{E}_c}$  et l'axe de  $\mathcal{A}$  et vérifiant :

$$\tan \phi''' = \tan \phi L_r / (2L - L_r) \quad (3.2)$$

Soit  $M$  le point du châssis du véhicule dont la projection sur le plan  $(x, y)$  est confondue avec celle du point  $G_A$  sur l'axe central de  $\mathcal{A}$  (voir figure 3.6).

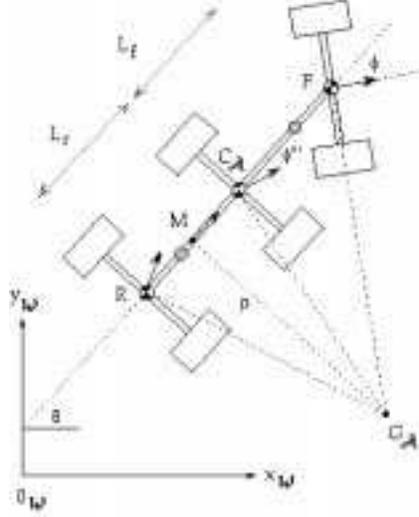


FIG. 3.6 - *Modèle cinématique considéré pour la formulation de la non-holonomie de  $\mathcal{A}$  dans le cas plan.*

Pour une vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  et un angle de braquage  $\phi$  donnés, la vitesse de glissement au point  $M$  est à tout instant nulle. Ceci se traduit alors par le fait que la direction de la vitesse  $v_M$  en  $M$  est toujours portée par l'axe du véhicule. Ainsi, les paramètres des vitesses de translation de  $M$  se trouvent liés par :

$$\dot{x}_M \sin \theta - \dot{y}_M \cos \theta = 0 \quad (3.3)$$

Le point  $M$  se trouve à une distance  $L_r/2$  du centre du robot  $C_A$ . Pour un déplacement plan, les coordonnées de celui-ci sont alors reliées à celles de  $M$  par :

$$\begin{cases} x_M = x - \frac{L_r}{2} \cos \theta \\ y_M = y - \frac{L_r}{2} \sin \theta \end{cases} \quad (3.4)$$

La dérivation de ces deux équations par rapport au temps conduit à la relation suivante entre les différents paramètres des vitesses :

$$\begin{cases} \dot{x}_M = \dot{x} + \frac{L_r}{2} \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_M = \dot{y} - \frac{L_r}{2} \dot{\theta} \cos \theta \end{cases}$$

En reportant les valeurs de  $(\dot{x}_M, \dot{y}_M)$  dans l'équation 3.3, nous obtenons une liaison linéaire entre les paramètres  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})$  donnée par :

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta + \frac{L_r}{2} \dot{\theta} = 0 \quad (3.5)$$

L'utilisation du résultat établi dans [6] pour la caractérisation de l'holonomie de liaisons linéaires scalaires montre que l'équation 3.5 est non-intégrable et constitue ainsi la contrainte non-holonome à laquelle est soumis le point de référence de  $\mathcal{A}$ . En effet en appliquant directement ce résultat et en reprenant les mêmes notations que dans [6] (Corollaire 1) le calcul du coefficient différentiel permettant la caractérisation de la non-holonomie conduit à montrer que celui-ci est non nul. Le coefficient différentiel s'écrit dans notre cas sous la forme :

$$A_{xy\theta} = \omega_x \left( \frac{\partial \omega_\theta}{\partial y} - \frac{\partial \omega_y}{\partial \theta} \right) + \omega_y \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial \theta} - \frac{\partial \omega_\theta}{\partial x} \right) + \omega_\theta \left( \frac{\partial \omega_y}{\partial x} - \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) = 1 \neq 0$$

où

$$\omega_x = \sin \theta, \quad \omega_y = -\cos \theta, \quad \omega_\theta = L_r/2$$

Les paramètres de vitesse  $\dot{q}$  au point  $C_{\mathcal{A}}$  s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= v \cos(\theta + \phi''') \\ \dot{y}(t) &= v \sin(\theta + \phi''') \\ \dot{\theta}(t) &= v \frac{\sin \phi'''}{L_r/2} \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.3 L'algorithme de planification

Comme énoncé dans la section 3.1 le niveau géométrique du processus de planification a pour objectif de guider la recherche du mouvement solution  $\Gamma$  vers le but final. Cela consiste à explorer d'une manière discrète l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$  afin de déterminer un ensemble de configurations intermédiaires par lesquels le robot est susceptible de passer pendant la construction incrémentale de  $\Gamma$ . Plus exactement l'idée de base consiste à appliquer un algorithme de type  $A^*$  pour la recherche d'un chemin sous-optimal dans un graphe  $\mathcal{G}$  étiqueté direct connectant  $q_{init}$  à  $q_{final}$  et correspondant à une discrétisation de l'espace  $\mathcal{C}_{search}$ .

#### 3.3.1 L'espace $\mathcal{C}_{search}$ et le graphe de recherche $\mathcal{G}$

##### 3.3.1.1 Le graphe $\mathcal{G}$

Chaque nœud  $N$  du graphe  $\mathcal{G}$  est défini par la configuration  $q$  atteinte par l'algorithme de planification et un voisinage  $V(q)$  selon les paramètres  $(x, y, \theta)$  et centré en  $q$ . Pour une configuration donnée  $q_0 = (x_0, y_0, \theta_0)$  ce voisinage  $V(q_0)$  est défini par l'ensemble :

$$V(q_0) = \{(x, y) / d(x, y, x_0, y_0) \leq h_{xy}\} \times \{\theta / |\theta_0 - \theta| \leq h_\theta\} \quad (3.7)$$

où  $h_{xy}$  et  $h_\theta$  sont deux constantes positives arbitraires et  $d()$  désigne la distance euclidienne entre deux points dans le plan. Dans l'espace  $\mathcal{C}_{search}$  la région recouverte par le voisinage  $V(q_0)$  d'une configuration  $q_0$  correspond à un cylindre centré en  $q_0$ .

A une itération donnée de l'algorithme nous distinguerons deux types de nœuds : l'ensemble  $\mathcal{G}^-$  des nœuds feuilles qui se trouvent à l'extrémité d'un chemin dans  $\mathcal{G}$  et l'ensemble  $\mathcal{G}^+$  des nœuds qui sont sources d'au moins un nœud de  $\mathcal{G}$ . Deux nœuds  $N(q_i)$  et  $N(q_j)$  de  $\mathcal{G}^+$  seront reliés par un arc s'il existe une trajectoire locale exécutable  $\Gamma_j$  amenant le robot d'une configuration du voisinage  $V(q_i)$  dans le voisinage  $V(q_j)$ . Ainsi toute configuration  $q_r$  d'un nœud de  $\mathcal{G}^+$  et extrémité d'une trajectoire  $\Gamma_r$  peut être connectée à  $q_{init}$  par une trajectoire exécutable. Un nœud  $N$  de  $\mathcal{G}^+$  sera alors caractérisé par une configuration atteinte géométriquement  $q$  le voisinage qui l'entoure et la configuration physique  $q_r$ . Enfin un arc relie un nœud de  $\mathcal{G}^+$  à un nœud de  $\mathcal{G}^-$  si la configuration de celui-ci a été générée géométriquement et que son accessibilité effective n'a pas encore été validée par l'existence d'une trajectoire localement exécutable  $\Gamma_j$ . Ainsi nous pourrions distinguer deux types d'arcs : les arcs dits géométriques dont les extrémités finales correspondent aux nœuds de  $\mathcal{G}^-$  et les arcs correspondant à une trajectoire  $\Gamma_i$  exécutable entre les nœuds de  $\mathcal{G}^+$ .

### 3.3.1.2 Approximation de $\mathcal{C}_{search}$ par des voisinages cylindriques

Une alternative à cette représentation consiste à représenter  $\mathcal{C}_{search}$  sous forme d'une grille régulière selon les trois axes de  $(x, y, \theta)$  comme dans le cas des planificateurs développés dans [677]. Ainsi sous l'hypothèse qu'un nœud du graphe ne peut être visité qu'au plus une fois et si  $n$  est le nombre de cellules sur chaque axe l'algorithme de recherche explorera au plus  $n^3$  cellules. Aussi les configurations générées ne sont pas nécessairement centrées par rapport à ces cellules. Dans le cas où une configuration  $q$  est proche de la frontière de la cellule  $C(q)$  qui la contient il devient possible que selon la taille du voisinage  $V(q)$  celui-ci ne contienne pas la totalité des configurations de  $C(q)$ . De plus  $V(q)$  pourrait recouvrir des parties des cellules adjacentes à  $C(q)$ . Avec le choix de définir un nœud en terme de voisinage  $\mathcal{C}_{search}$  est mieux exploré. L'inconvénient d'une telle représentation reste toutefois lié à la taille du graphe  $\mathcal{G}$  qui pourrait être exploré même si elle est intuitivement bornée. La discrétisation selon l'axe des  $\theta$  étant régulière cette borne dépend du nombre maximum de disques de rayon  $h_{xy}$  pouvant recouvrir le sous ensemble admissible du plan  $(x, y)$  de  $\mathcal{C}_{search}$  tels que leurs centres soient toujours distants au minimum de  $h_{xy}$ .

### 3.3.2 L'algorithme de recherche

Pendant le processus de construction du graphe  $\mathcal{G}$  qui est initialisé en partant du nœud  $N(q_{init})$  l'algorithme de recherche maintient deux listes disjointes de nœuds. La première liste  $LC$  contient tous les nœuds qui ont été générés et qui n'ont pas encore été développés i.e les nœuds de  $\mathcal{G}^-$ . La seconde liste  $LECT$  quant à elle contient tous les nœuds qui ont été "traités" c'est à dire qui ont été sélectionnés par l'algorithme afin de vérifier s'ils sont des points de passage potentiels ou non.  $LEC$  contient entre autres les nœuds de  $\mathcal{G}^+$ . Ceci est effectué en vérifiant si les configurations correspondantes à ces nœuds sont admissibles et atteignables au sens de la totalité des contraintes du problème. Enfin notons qu'un nœud est développé s'il peut être atteint à partir de  $q_{init}$  par un mouvement exécutable. L'algorithme peut être formulé sous sa forme la plus simplifiée comme suit :

```

algorithme Planification_Explore_Deplace ( $s(q_{init}), s(q_{final})$ )
   $\mathcal{G}^+ \leftarrow \{N(q_{init})\};$ 
   $\mathcal{G}^- \leftarrow \text{DeveloppementNœud}(q_{init});$ 
  tantque ( $\mathcal{G}^- \neq \emptyset$ )
     $q_i \leftarrow \text{ConfigurationMeilleurNœud}(\mathcal{G}^-, J);$ 
     $q_{i,p} \leftarrow \text{ConfigurationNœudSource}(\mathcal{G}^+, q_i);$ 
    si ( $\text{SousButAdmissible}(q_i)$ )
      { Soit  $s(q_{i,p})$  l'état de  $\mathcal{A}$  en  $q_{i,p}$ ,
        Soit  $\bar{s}(q_i)$  un état hypothétique de  $\mathcal{A}$  en  $q_i$ ,
         $(\Gamma_i, \mathcal{U}_i, t_{\Gamma_i}) \leftarrow \text{Deplace}(s(q_{i,p}), s(q_i));$ 
         $\mathcal{G}^- \leftarrow \mathcal{G}^- - \{N(q_i)\};$ 
         $\mathcal{G}^+ \leftarrow \mathcal{G}^+ \cup \{N(q_i)\};$ 
        Soit  $s(q_{i,r})$  l'état extrémité final de  $\Gamma_i$ ,
        si ( $s(q_{i,r}) \approx s(q_{final})$ )
          {  $(\Gamma, \mathcal{U}, t_{\Gamma}) \leftarrow \text{ExtraireSolution}(\mathcal{G}, (\Gamma_1, \mathcal{U}_1, t_{\Gamma_1}), \dots, (\Gamma_i, \mathcal{U}_i, t_{\Gamma_i}));$ 
            retourner  $((\Gamma, \mathcal{U}, t_{\Gamma}))$ ;
          }
        }
      si ( $s(q_{i,r}) \approx \bar{s}(q_i)$ )
         $\mathcal{G}^- \leftarrow \mathcal{G}^- \cup \text{DeveloppementNœud}(q_{i,r});$ 
      }
    finfaire;
  retourner  $(\emptyset)$ ;
finalgorithme;

```

#### Validité d'un sous-but et atteignabilité locale

A chacune des itérations de l'algorithme de planification un nœud  $N(q_i)$  précédemment généré est sélectionné de la liste  $LC$  et considéré comme le nœud courant. Une fois retiré de  $LC$   $N(q_i)$  est inséré dans la seconde liste  $LEC$  et

testé si la configuration correspondante  $q_i$  satisfait les contraintes géométriques de non collision aux obstacles  $\mathcal{B}_i$ .

Dans le cas où la configuration  $q_i$  est non valide le nœud  $N(q_i)$  est inscrit comme étant non-admissible et l'algorithme continue sa recherche en considérant un autre nœud dans  $\mathcal{G}$ . Dans le cas où  $q_i$  est admissible nous appliquons le second niveau du processus de planification afin de vérifier si  $q_i$  est atteignable. Ceci consiste à chercher si elle existe une trajectoire  $\Gamma_i$  reliant  $q_i$  à partir d'une configuration  $q_{i,p}$  quand l'ensemble des contraintes sont prises en compte. La configuration  $q_{i,p}$  correspond à la configuration atteinte physiquement et correspondant au nœud dont le développement a servi à générer  $N(q_i)$ . Dans le cas où une trajectoire  $\Gamma_i$  ne peut être trouvée le nœud  $N(q_i)$  est inscrit comme étant non-admissible autrement il est développé. Le problème de la génération locale des mouvements exécutables sera abordé dans le chapitre 5.

### Développement des nœuds

Comme nous allons le présenter dans la suite le développement d'un nœud  $N(q_i)$  consiste à calculer ses successeurs potentiels en utilisant des chemins non-holonomes "simples" dans le plan. Pour chaque nouvelle configuration  $q_{i,s}$  on vérifie si elle appartient au voisinage de l'un des nœuds de  $LEC$  ou  $LC$  i.e. si elle se trouve déjà dans une zone couverte par la recherche. Dans le cas où  $q_{i,s}$  est contenu dans  $LEC$  aucun nœud n'est créé et une autre configuration  $q'_{i,s}$  de la liste des successeurs est sélectionnée. Dans le cas où  $q_{i,s}$  est couverte par le voisinage d'un nœud  $N(q)$  de  $LC$  et que la fonction de coût de celui-ci est supérieure à celle correspondant à  $q_{i,s}$  l'arc reliant  $N(q)$  à son père dans  $\mathcal{G}$  est éliminé et remplacé par un arc dont la source est  $N(q_i)$ . Enfin si  $q_{i,s}$  n'est pas couverte par  $\mathcal{G}$  un nouveau nœud centré en  $q_{i,s}$  est créé et inséré dans la liste  $LC$ . Notons que dans ce dernier cas ainsi que le précédent un test de non-collision aux obstacles est effectué avant la création d'un nœud ou le changement d'un arc. Dans le souci de garantir un mouvement continu du véhicule particulièrement au niveau des points de passage le développement du nœud  $N(q_i)$  est réellement effectué en considérant comme extrémité initiale la configuration  $q_{i,r}$  située dans le voisinage de  $q_i$  et qui a été atteinte par le niveau de planification physique. La configuration  $q_{i,r}$  coïncide en fait avec l'extrémité finale de la trajectoire locale  $\Gamma_i$  servant à conduire le véhicule vers  $q_i$ .

### Solution de l'algorithme

L'exploration de l'ensemble  $\mathcal{C}_{search}$  est alors itérée jusqu'à ce que la liste  $LC$  soit vide ou que le nœud  $N(q_{goal})$  soit atteint. Dans ce dernier cas la solution globale  $\Gamma(q_{init}, q_{final})$  du véhicule est extraite à partir de la séquence des mou-

vements locaux  $\Gamma_i$  reliant les configurations intermédiaires de passage atteintes entre  $q_{init}$  et  $q_{final}$  et correspondantes aux nœuds situés sur le chemin sous-optimal de  $\mathcal{G}$  connectant  $N(q_{init})$  et  $N(q_{final})$ . L'extraction de la solution est effectuée en parcourant en arrière le chaînage entre les nœuds de  $LEC$  et ce en partant de  $N(q_{final})$ . Dans le cas où la liste  $LC$  est vide l'algorithme génère une trajectoire vide ou celle conduisant à la configuration la plus proche de  $q_{final}$  en sélectionnant le meilleur nœud parmi  $LEC$  et en remontant jusqu'à  $N(q_{init})$  par un parcours arrière.

### 3.3.3 Développement des nœuds du graphe $\mathcal{G}$

Nous décrivons dans cette section le principe de développement du nœud dont la configuration atteinte physiquement est donnée par  $q_i$ . Cela consiste en la génération d'un ensemble de configurations géométriquement atteignables à partir de  $q$  et ce par l'utilisation de chemins non-holonomes simples constitués soit d'une ligne droite  $ST$  soit d'un arc de cercle  $C$ . Comme énoncé dans la section 3.2.3 la génération de ces chemins est effectuée directement par rapport au plan horizontal de  $\mathcal{W}$  et considère le modèle cinématique  $2D$  présenté en début de ce chapitre. A l'instar de [6] l'estimation des successeurs de  $q_i$  consiste à sélectionner à chaque fois un vecteur de contrôle (cinématique) parmi un ensemble discret et de l'appliquer pendant une période de temps fixée  $\Delta_G$  sur le robot. Les contrôles considérés sont définis par la vitesse de translation  $v$  et l'angle de braquage  $\phi$  de  $\mathcal{A}$ .

Pour un contrôle  $(v, \phi)$  donné et sous l'hypothèse du glissement au niveau des roues de l'essieu central  $\mathcal{E}_c$  et la contrainte cinématique 3.5 le mouvement du point centre  $C_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{A}$  décrit à tout instant un chemin à rayon de courbure  $\rho$  défini par  $\rho_\phi = L_r / (2 \sin \phi')$  où  $\phi'$  est l'angle entre le vecteur vitesse de translation de  $C_{\mathcal{A}}$  et l'axe longitudinal de  $\mathcal{A}$  (cf. figure 3.6). Dans le cas où  $\phi = 0$  et par conséquent  $\phi' = 0$   $C_{\mathcal{A}}$  décrit un mouvement en ligne de droite. Nous rappelons que  $\phi$  et  $\phi'$  sont liés par l'équation 3.2 i.e.  $\tan \phi' = \tan \phi L_r / (2L - L_r)$ . Le mouvement de  $\mathcal{A}$  est donné par l'équation 3.6 que nous rappelons ici :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= v \cos(\theta + \phi') \\ \dot{y}(t) &= v \sin(\theta + \phi') \\ \dot{\theta}(t) &= v \frac{\sin \phi'}{L_r/2} \end{cases}$$

Le mouvement du robot est paramétré de manière à ce que l'origine du temps ( $t = 0$ ) coïncide avec l'instant où le robot se trouve à la configuration  $q_i$  (i.e.  $q_i = q(0)$ ). En éliminant  $v$  des deux premières équations de (3.1) les paramètres de  $\dot{q}$  peuvent être réécrits comme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \frac{L_r}{2 \sin \phi'} \dot{\theta} \cos(\theta + \phi') \\ \dot{y}(t) &= \frac{L_r}{2 \sin \phi'} \dot{\theta} \sin(\theta + \phi') \\ \dot{\theta}(t) &= v \frac{\sin \phi'}{L_r/2} \end{cases} \quad (3.8)$$

Sous l'hypothèse que  $\phi$  et  $v$  restent constants pendant l'intervalle de temps donné par  $[0, \Delta T_G]$  la configuration  $q(\Delta T_G)$  peut être obtenue par une simple intégration temporelle des vitesses  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})$  données par l'équation 3.8. Ainsi  $q(\Delta T_G)$  est donnée dans le cas où  $\phi \neq 0$  par :

$$\begin{cases} x(\Delta T_G) &= x_i + \frac{L_r}{2 \sin \phi'} (\sin(\theta(\Delta T_G) + \phi') - \sin(\theta_i + \phi')) \\ y(\Delta T_G) &= y_i - \frac{L_r}{2 \sin \phi'} (\cos(\theta(\Delta T_G) + \phi') - \cos(\theta_i + \phi')) \\ \theta(\Delta T_G) &= \theta_i + v \frac{\sin \phi'}{L_r/2} \Delta T_G \end{cases} \quad (3.9)$$

et dans le cas où  $\phi = 0$  par :

$$\begin{cases} x(\Delta T_G) &= x_i + v \cos \theta_i \cdot \Delta T_G \\ y(\Delta T_G) &= y_i + v \sin \theta_i \cdot \Delta T_G \\ \theta(\Delta T_G) &= \theta_i \end{cases} \quad (3.10)$$

Soient  $V_{max}$  et  $\phi_{max}$  les bornes sur la vitesse et l'angle de braquage de  $\mathcal{A}$  i.e.  $\forall t$  on a  $|v(t)| \leq V_{max}$  et  $|\phi(t)| \leq \phi_{max}$ . Ainsi  $\phi$  et  $v$  peuvent se réécrire sous la forme  $\phi = \varepsilon_\phi \phi_{max}$  et  $v = \varepsilon_v V_{max}$  où  $\varepsilon_\phi$  et  $\varepsilon_v$  sont tous deux des réels vérifiant  $|\varepsilon_\phi| \leq 1$  et  $|\varepsilon_v| \leq 1$ . Ainsi les configurations accessibles à l'instant  $\Delta T_G$  à partir de  $q_i$  et en parcourant soit une ligne droite soit un arc de cercle sont obtenues en considérant toutes les instantiations de  $(\varepsilon_\phi, \varepsilon_v)$  choisies dans l'ensemble  $[-1, 1]^2$ . Afin de limiter le temps d'exploration de l'algorithme on se restreindra à un sous ensemble de  $[-1, 1]^2$ . Comme dans la plupart des méthodes basées sur une telle exploration de l'espace de configurations pour la planification de chemins non-holonomes telles que [619] considèrent l'ensemble des contrôles maximaux en la vitesse et l'angle de braquage i.e. l'ensemble  $(\varepsilon_\phi, \varepsilon_v) \in \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 1\}$ . L'ensemble des configurations  $q(\Delta T_G)$  correspond alors à l'exécution de 3 mouvements en marche avant de type virage à gauche, virage à droite et ligne droite et 3 mouvements analogues en marche arrière (figure 3.7). Enfin la période de temps  $\Delta T_G$  est choisie telle que les configurations générées soient toutes éloignées de  $q_i$  d'une distance de l'ordre de la taille de  $\mathcal{A}$ .

### Remarque

La configuration source  $q_i$  étant atteinte préalablement par une trajectoire locale exécutable  $\Gamma_i$  l'état réduit du véhicule à cette configuration est alors connu.

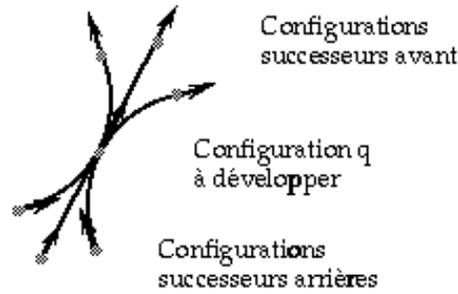


FIG. 3.7 - Génération des successeurs d'une configuration  $q_i$ .

Cet état  $\Gamma$  noté  $s(q_i)\Gamma$  correspond à l'extrémité finale de  $\Gamma_i$  et inclut les vitesses linéaire et angulaire  $(v, \theta)$  de  $\mathcal{A}$  en  $q_i$ . Dans le cas où  $|v| > \underline{v}$  où  $\underline{v}$  est une vitesse seuil les configurations correspondant à un rebroussement de chemin au niveau de  $q$  ne sont pas générées. Ceci est dû au fait que si le véhicule roule à une vitesse assez importante la configuration où il va réellement rebrousser son chemin se trouve dans la plupart des cas éloignée de  $q$ , i.e. en dehors d'un certain voisinage.

### 3.3.4 Non-collision aux obstacles

Le test de non-collision entre les obstacles de l'ensemble  $\mathcal{B}$  et le robot  $\mathcal{A}$  quand il est à une nouvelle configuration  $q$  venant d'être générée dans le graphe  $\mathcal{G}$  est effectué en formulant ce problème directement dans l'espace de travail  $\mathcal{W}$ . Pour ce faire nous utilisons un algorithme simple de détection des collisions basé sur le modèle hiérarchique en disques des obstacles présenté dans la section 3.2.2.

L'algorithme de détection de collision est basé sur une exploration en profondeur de l'arborescence de  $\mathcal{B}_i$  afin de déterminer l'ensemble des disques minimaux en intersection avec  $\mathcal{A}$ . Au départ de cette recherche  $\mathcal{A}$  est approximé par un disque correspondant à la projection sur le plan  $(x, y)$  d'une sphère englobante minimale centrée en son point de référence  $C_{\mathcal{A}}$  (cf. figure 3.2). A chaque fois que ce disque est détecté en intersection avec un disque minimal  $D_i$  de la représentation de  $\mathcal{B}_i$  un test de collision est refait en considérant  $D_i$  et un rectangle couvrant  $\mathcal{A}$ . Ce rectangle est choisi centré en  $C_{\mathcal{A}}$  et de côtés égaux à la largeur et à l'empattement  $L$  au repos de  $\mathcal{A}$ .

## 3.4 La fonction de coût

### 3.4.1 Formulation de la fonction de coût

La fonction de coût  $J$  considérée au niveau global de la planification de la solution  $\Gamma$  est exprimée par la distance géodésique à parcourir par le robot sur le terrain.

Pour une configuration  $q_i$  physiquement atteinte par  $\mathcal{A}\Gamma J$  est donnée par la sommation d'une fonction  $J_h$  correspondant à une valeur heuristique du coût de la trajectoire restante et séparant  $q$  et  $q_{final}$  et d'une fonction  $J_g$  correspondant au coût du mouvement exécuté entre  $q_{init}$  et  $q_i$  quand toutes les contraintes du problème sont prises en compte. La fonction  $J_g$  est calculée par le niveau de planification dynamique lors de la génération de la séquence des mouvements locaux ayant conduit  $\mathcal{A}$  de  $q_{init}$  jusqu'à la configuration  $q_i$ . Ceci permettra de faire remonter au niveau géométrique les coûts effectifs des séquences des mouvements contraints de  $\mathcal{A}\Gamma$  et d'obtenir ainsi un coût  $J$  de la trajectoire solution  $\Gamma$  plus significatif. Dans le cas où  $q_i$  a été générée géométriquement et n'est pas encore validée physiquement  $J$  est donnée par  $J_g(q_{i,p})$  le coût  $J_c$  de l'arc reliant les nœuds  $N(q_{i,p})$  et  $N(q_i)$  dans  $\mathcal{G}$  et la fonction  $J_h(q_i)$ .

Le coût  $J_c$  d'un arc entre deux configurations  $q_{i,p}$  et  $q_i$  est donné essentiellement par la longueur du segment de droite ou de l'arc de cercle qui a été utilisé pendant le développement de  $N(q_{i,p})$ . A l'instar de [6] un terme de pénalité est ajouté dans le cas de minimisation du nombre de manœuvres dans la solution  $\Gamma$  si le robot doit changer de sens de vitesse afin d'atteindre  $q_i$  à partir de  $q_{i,p}$ . Dans le même ordre d'idée d'autres critères de pénalité peuvent être introduits tels que la distance aux obstacles [18]. Il est à noter que dans le cas où  $q_i$  est atteinte par un mouvement exécutable  $\Gamma_i$  une nouvelle valeur de  $J$  doit être calculée en y mettant à jour le coût  $J_c$  i.e. en considérant le coût obtenu de  $\Gamma_i$  et les nouvelles valeurs des termes de pénalité.

### 3.4.2 L'heuristique

#### 3.4.2.1 Utilisation d'une distance géodésique

Dans cette section nous présentons le calcul de la fonction heuristique  $J_h$  dans le cas où la fonction de coût  $J$  exprime la distance parcourue par le robot. L'utilisation d'une heuristique admissible basée uniquement sur la simple distance euclidienne entre une configuration courante  $q$  et la configuration finale  $q_{final}$  du robot peut ne pas être appropriée pour des systèmes non-holonomes. En effet la formulation d'une telle distance ne fournit qu'une information sur les écarts des paramètres des configurations considérées et ne tient compte en aucun cas de la

contrainte sur la courbure du chemin non-holonome qui relie deux configurations.

Afin de remédier à ce problème nous avons utilisé la distance induite par la longueur des courbes de Reeds et Shepp qui caractérisent le plus court chemin avec manœuvres entre deux configurations quelconques dans le plan [64]. Ainsi que nous l'avons mentionné dans la section 1.3.2 ces courbes sont constituées au maximum de cinq portions de type segment de droite  $S$  ou arc de cercle  $C$  de rayon égal à  $\rho_{\phi_{max}}$  et ne comportent au plus que deux points de rebroussement (i.e. changement du sens de déplacement). De plus les différentes portions sont tangentes les unes aux autres en leurs points d'intersection et chaque courbe reliée au point de départ ou d'arrivée est tangente à celui-ci selon l'orientation de la configuration  $q$  correspondante.

Soient  $q_s$  et  $q_g$  deux configurations arbitraires quelconques coïncidant avec les extrémités initiale et finale considérées pour le calcul de l'heuristique  $J_h$ . La longueur du plus court chemin reliant  $q_s$  et  $q_g$  est déterminée en considérant les 9 familles de courbes suivantes :  $CSCTC|C|CTC|CCTCC_\alpha|C_\alphaCTC|C_\alpha C_\alpha|CTC|C_{\pi/2}SCTCC|CTC|C_{\pi/2}SC_{\pi/2}|C$  et  $C|SC_{\pi/2}CT$  où le symbole  $|$  correspond à un rebroussement de chemin et les termes en indices des portions  $C$  correspondent aux angles définissant la longueur parcourue sur  $C$ . Selon les cas l'un ou plusieurs éléments correspondants aux symboles  $CTS$  et  $|$  peuvent être vides. En considérant le sens de déplacement initial à partir de  $q_s$  et en tenant compte du signe des rotations sur les arcs de cercle (i.e. virages gauche ou droite) il est possible d'énumérer 48 types de courbes à partir des 9 formes précédentes parmi lesquelles le plus court chemin peut être déterminé. Nous renvoyons le lecteur à [64] pour le détail des calculs de ces courbes. Notons que l'utilisation des courbes de Reeds et Shepp pour la définition d'une métrique pour des systèmes non-holonomes de type voiture a été par ailleurs adoptée dans [50][57]. Afin de pallier le calcul posé par l'énumération de la totalité de l'ensemble des familles canoniques [57] présente une technique d'indexage basée sur l'utilisation de la métrique géodésique à travers une table optimisée construite a priori i.e. d'une manière hors ligne.

Notons enfin que la combinaison de ces chemins avec une exploration discrète et régulière de  $\mathcal{C}_{search}$  tel que notre cas peut engendrer des solutions finales dont la géométrie est donnée par des courbes plus complexes que celles données par les courbes de Reeds et Shepp. Ceci est illustré dans la figure 3.8 où la construction de la solution  $\Gamma$  est constituée d'une portion  $\Gamma_{i,p}$  séparant  $q_{init}$  et la configuration  $q_{i,p}$  de la forme  $C^+|C^-$  suivie d'un segment de ligne de droite  $S^-$  entre  $q_{i,p}$  et  $q_i$  (chemin généré par le développement du nœud  $N(q_{i,p})$ ) et enfin un chemin de type  $C^-S^-C^-$  séparant  $q_i$  et  $q_{final}$ .

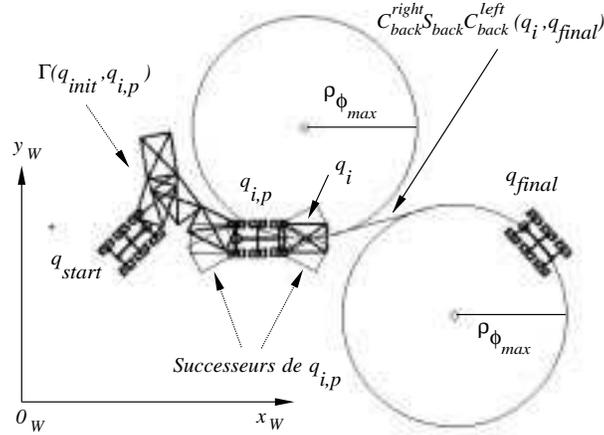


FIG. 3.8 - Exemple d'une courbe complexe générée par la combinaison d'une exploration discrète de  $\mathcal{C}_{search}$  et d'une heuristique basée sur une distance géodésique.

### Remarque

Dans le cas du modèle cinématique de la section 3.2.3 nous nous ramènerons aux mêmes calculs que précédemment en traduisant les configurations au point  $M$  défini par le système de coordonnées 3.4.  $M$  étant le point de l'arrière du châssis tel que la vitesse latérale est nulle (cf. 3.2.3). Ainsi la définition des chemins canoniques et de leurs tangentes restent identiques à celle donnée dans le cas sans glissement des roues de  $\mathcal{E}_c$ . Le rayon de courbure minimum à considérer devient toutefois égal à  $(L_f + L_r/2)/\tan \phi_{max}$ .

#### 3.4.2.2 Prise en compte du relief du terrain

L'approximation de la distance effective à parcourir par le robot sur le terrain et correspondant à un chemin  $\mathcal{P}$  donné est introduite dans le calcul de l'heuristique  $J_h$ . Le calcul de cette distance est basé sur la simple projection de  $\mathcal{P}$  sur la surface  $\partial\mathcal{T}$  du terrain. En pratique cela est déterminé à partir de l'élévation dans  $\mathcal{W}$  d'un ensemble de points discrétisant  $\mathcal{P}$  et projetés sur les sphères décrivant le terrain  $\mathcal{T}$  et les ensembles  $\mathcal{O}$  des éléments mobiles et  $\mathcal{B}$  des obstacles (cf. § 3.2.1). Le taux de discrétisation considéré est de l'ordre du rayon de la roue. Le choix d'un taux aussi grossier est dû au fait que ce calcul est effectué pour l'ensemble des courbes impliquées dans le calcul du plus court chemin. Ainsi le calcul  $J_h$  introduit la distance contrainte par la courbure maximum de  $\mathcal{P}$  et la distance géodésique à parcourir sur le terrain.

### 3.5 Convergence vers un voisinage de $q_{final}$

Le calcul de la distance géodésique entre une configuration  $q_i$  et le but final  $q_{final}$  tel que présenté dans la section 3.4.2.1 ne tient pas compte de la capacité du robot à converger dans le voisinage  $V(q_{final})$ . Nous rappelons que le voisinage  $V$  d'une configuration  $q$  est défini dans l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$  par un cylindre centré en  $q$  (cf. équation 3.7). L'introduction de ce voisinage dans les calculs des plus courts chemins canoniques est un paramètre important pendant l'exploration du graphe  $\mathcal{G}\Gamma$  et plus particulièrement lors du choix des configurations de  $\mathcal{G}^+$  à atteindre dynamiquement. Nous illustrons ce problème par un exemple simple donné par la figure 3.9 en considérant deux configurations arbitraires  $q_s$  et  $q_g$ .

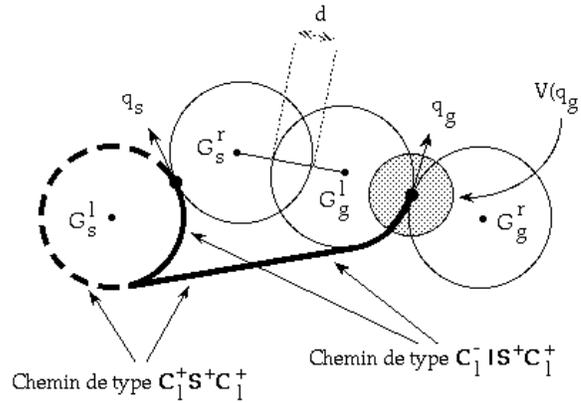


FIG. 3.9 - Plus courts chemins avec et sans manœuvres entre deux configurations  $q_s$  et  $q_g$ , et inadmissibilité du chemin de type  $C_r^+ S^+ C_l^+$ .

Soient  $G_s^l \Gamma G_s^r$  les points centres de giration gauche et droite en  $q_s \Gamma G_g^l \Gamma G_g^r$  et  $G_g^r$  ceux de  $q_g$ . Supposons que le plus court chemin amenant  $\mathcal{A}$  de  $q_s$  à exactement  $q_g$  est de type  $C_l^- | S^+ C_l^+ \Gamma c$  c'est à dire composé d'un virage arrière à gauche suivie d'une manœuvre et d'un déplacement en ligne droite en avant suivie d'un virage à gauche. De la même manière et en absence de manœuvre le plus court chemin est de la forme  $C_l^+ S^+ C_l^+$ . Dans ces deux cas le chemin de la forme  $C_r^+ S^+ C_l^+$  n'a pu être calculé puisque les cercles centrés en  $G_s^r$  et  $G_g^l$  s'intersectent. La formulation de la fonction de coût étant basée sur la longueur de ces chemins le nœud  $N(q_s)$  correspondant à  $q_s$  serait "mal classé" dans la liste  $LC$  malgré le fait que le robot pourrait converger dans  $V(q_g)$  en partant de  $q_s$ . En effet si l'on considère que la distance  $d$  de pénétration des deux cercles est inférieure au rayon du voisinage  $h_{xy}$  il existerait une configuration  $q'_g$  dans  $V(q_g)$  qui soit atteinte par un chemin de la forme  $C_r^+ S^+ C_l^+$ . La caractérisation d'une telle configuration  $q'_g$  dans le cas particulier considéré est assez simple.

Soit  $\mathbf{t}$  le vecteur unitaire porté de la droite joignant  $G_s^r$  et  $G_g^l$ . En translatant

la configuration  $q_g$  de la distance  $d$  dans le sens de  $\mathbf{t}$  la nouvelle configuration obtenue est de même orientation que  $q_g$  et donc toujours dans  $V(q_g)$  puisque  $d \leq h_{xy}$ . En notant  $q'_g$  cette configuration il devient possible de la joindre par un chemin de la forme  $C_r^+ C_l^+$  où le segment de droite est réduit au point d'intersection des deux cercles tel que montré dans la figure 3.10. Le coût d'un tel chemin peut être dans certains cas inférieur que celui initialement obtenu en considérant une convergence exacte sur  $q_g$ . Notons que ce chemin n'est pas non plus le minimum parmi la famille  $C_r^+ S^+ C_l^+$  puisque l'arc  $C_l^+$  pouvait être pris de manière à ce que son extrémité finale  $q''_g$  coïncide avec la première configuration atteinte par  $C_r^+ C_l^+$  et contenue dans  $V(q_g)$ .

La détermination du plus court chemin appartenant à une famille donnée et reliant une configuration  $q_s$  et un voisinage  $V(q_g)$  est donc un paramètre important dans l'efficacité de l'algorithme de planification. Plus généralement c'est la détermination du plus court chemin entre les deux voisinages  $V(q_s)$  et  $V(q_g)$  qui est encore plus importante puisque pour une configuration  $q_s$  générée géométriquement la configuration atteinte physiquement dans  $V(q_s)$  n'est a priori pas connue. Ces deux problèmes étant difficiles nous nous sommes restreints à l'approximation de la longueur du plus court chemin reliant une configuration de départ  $q_s$  à un voisinage  $V(q_g)$  d'une configuration d'arrivée  $q_g$ .

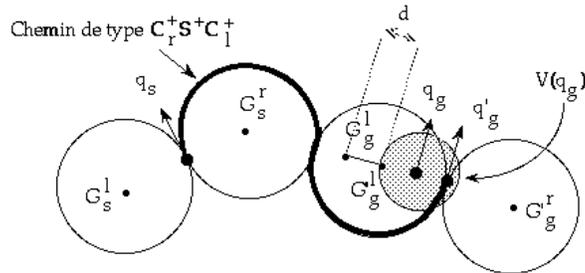


FIG. 3.10 - Distance géodésique donnée par un chemin reliant la configuration  $q_s$  et le voisinage  $V(q_g)$ .

La méthode développée à cet effet est simple et constitue une approximation du plus court chemin convergeant dans le voisinage  $V(q_g)$  dans le sens où elle se base sur l'analyse du plus court chemin généré initialement entre  $q_s$  et  $q_g$  et non pas sur la solution exacte du problème considéré. Dans le cas où un chemin  $\mathcal{P}$  d'un certain type ne peut être généré un test basé sur la translation de la configuration  $q_g$  comme indiqué précédemment est effectué. Ce raisonnement peut s'appliquer à d'autres types de chemins. La figure 3.11 illustre le même raisonnement dans le cas où le centre de rotation  $G_g^r$  est déplacé pour être confondu avec  $G_s^r$  par le biais d'une translation dans le sens contraire du vecteur unitaire  $\mathbf{t}$ .

Dans le cas où un chemin  $\mathcal{P}$  complet de forme donnée est calculable une

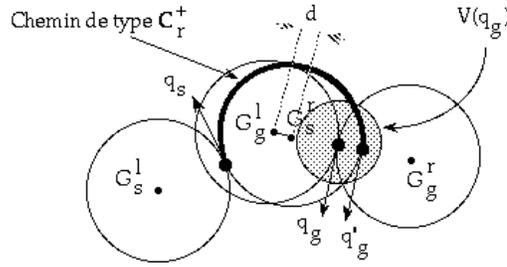


FIG. 3.11 - *Translation de la configuration finale  $q_g$  pour générer un chemin de type  $C_r^+$  (instance d'un chemin de type  $C_r^+ S^+ C_r^+$ ).*

analyse de ses portions qui intersectent le voisinage  $V(q_g)$  est effectuée.  $\mathcal{P}$  est composé de trois portions de la forme  $C_s \Gamma S$  et  $C_g$ . Soient  $P_s$  et  $P_g$  les configurations (positions dans le plan + orientations) d'intersection respectivement de  $C_s$  et  $S \Gamma$  et de  $S$  et  $C_g$ . Dans le cas où le segment de droite  $S$  intersecte pour la première fois  $V(q_i)$  en un point  $P'_g$  et si l'orientation de  $P_s$  appartient à l'intervalle de voisinage centré en  $\theta_g \Gamma$  la configuration  $P'_g$  sera considérée comme le but  $q'_g$  atteint dans  $V(q_g)$ . Ce test de recherche de configurations situées sur  $\mathcal{P}$  et intersectant  $V(q_g)$  est appliqué également aux arcs de cercles  $C_s$  et  $C_g$ . En pratique l'algorithme de génération des chemins  $\mathcal{P}$  est basé sur l'intégration de ces tests de convergence dans  $V(q_g)$  et le principe de translation des centres de giration  $G_g^l$  et  $G_g^r$  dans la construction incrémentale des différentes portions  $C$  et  $S$ . Cette approximation même si elle est loin d'être exacte est importante quand les deux configurations  $q_s$  et  $q_g$  deviennent proches.

### 3.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le niveau de raisonnement géométrique de l'algorithme général de planification de mouvements pour le véhicule  $\mathcal{A}$ . Le rôle de ce niveau consiste à approximer le profil de la solution finale  $\Gamma$  entre les deux configurations initiale  $Q_{init}$  et  $Q_{final}$  en générant d'une manière incrémentale et à chaque pas du processus de planification un ensemble de sous-buts intermédiaires à franchir par le robot. Cette génération est basée sur une exploration discrète à base d'heuristique d'un espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$  défini sur les paramètres  $(x, y, \theta)$  du robot et en considérant des mouvements plans de type déplacements en ligne droite et déplacements en arc de cercle. Le calcul de ces déplacements est basé sur un modèle cinématique du robot minimisant le glissements latéral au niveau des roues. Sachant que la génération des sous-buts n'est qu'hypothétique l'application d'un second niveau de raisonnement tenant compte de la dynamique

de  $\mathcal{A}$  et de ses interactions avec le terrain est à effectuer en complément de l'algorithmique développée jusqu'ici. Ce problème est abordé dans les prochains chapitres.

Le processus global de planification étant essentiellement guidé par ce niveau de raisonnement géométrique, des extensions restent à mener afin d'améliorer son efficacité et par conséquent celle de l'approche. Ces extensions concernent essentiellement les aspects suivants :

- Évitement de l'oscillation des sous-buts due au taux de discrétisation grossier choisi lors du développement des nœuds de  $\mathcal{G}$ . Ce problème est exposé dans l'annexe A qui décrit également une solution basée sur l'utilisation des chemins générés pour le calcul de l'heuristique.
- Utilisation d'un meilleur calcul de collision aux obstacles afin d'éviter de se rapprocher de ceux-ci quand la vitesse du robot est élevée. Ceci peut être effectué à l'instar de [13728] par la considération de zones de sûreté dépendant de la vitesse courante du véhicule.
- Introduction au niveau du calcul du relief du terrain d'un critère sur les pentes à traverser par  $\mathcal{A}$  afin d'éviter l'exploration jusqu'à arriver dans un ravin ou autre fort dénivelé du sol. Ce problème a été discuté dans [76] en proposant de calculer une fonction de type gradient à partir de la description géométrique de la surface du terrain.

Les deux derniers points sont d'autant plus importants dans notre contexte que les déplacements effectifs du robot sont calculés par la phase de planification locale qui constitue comme nous le verrons dans le chapitre 5 la partie la plus coûteuse de l'algorithme global.

# Chapitre 4

## Modélisation dynamique

Nous abordons dans ce chapitre les aspects liés à la modélisation dynamique des différentes entités impliquées dans une tâche de déplacement du robot  $\mathcal{A}$  dans l'environnement  $\mathcal{W}$ . La première partie du chapitre traite de la construction du modèle dynamique du véhicule. Le principe de la modélisation proposée consiste à considérer  $\mathcal{A}$  comme un système physique hybride combinant une formulation classique de chaînes articulées d'objets rigides et un modèle discret basé sur le formalisme de la mécanique du point. La seconde partie est consacrée à la représentation de l'environnement  $\mathcal{W}$  et plus particulièrement des zones du terrain à franchir par le robot. Pour ce faire le terrain est représenté sous une forme simple consistant à capturer sa géométrie et ses caractéristiques physiques telles que l'inertie et les déformations dans un modèle physique basé sur la formalisme de *masse-ressort*. Enfin dans la troisième partie nous aborderons la modélisation et le calcul des interactions physiques régies par le contact entre les différents objets de l'environnement et plus particulièrement entre les roues de  $\mathcal{A}$  et les composants du terrain.

### 4.1 La modélisation dynamique adoptée

#### 4.1.1 Analyse du problème de modélisation considéré

En réexaminant la structure du véhicule  $\mathcal{A}$  quand il est en libre mouvement dans l'espace il apparaît que celle-ci s'apparente le mieux à un modèle de chaîne articulée arborescente. Conformément à la section précédente la plate-forme de  $\mathcal{A}$  sera alors considérée comme étant la base de la chaîne et les trois essieux formeront avec les différentes parties du châssis qui les relient à la plate-forme l'ensemble des chaînes ouvertes du système. Toutefois dès que les roues de  $\mathcal{A}$  rentrent en contact avec le terrain on peut penser que celui-ci forme avec le

système mécanique de  $\mathcal{A}$  une boucle fermée où les liaisons de fermeture seront données par les contraintes sur les contacts.

Une première manière d'aborder la résolution de la dynamique de  $\mathcal{A}$  en présence de contraintes sur le contact consisterait à adopter le formalisme du Lagrangien augmenté. Le principe d'un tel formalisme consiste à introduire dans l'équation de mouvement d'une chaîne articulée des termes de pénalité correspondant à des forces de maintien des contraintes algébriques issues des surfaces sur lesquelles le contact doit être maintenu. Ces forces de contraintes s'écrivent alors comme étant le produit des multiplicateurs dits de Lagrange et la variation des contraintes par rapport aux paramètres de configuration du système articulé (voir [21] pour plus de détails sur ce formalisme). Si à première vue une telle approche reste la mieux adaptée pour ce type de problème elle s'avère difficilement applicable quand les contraintes ne peuvent pas être établies sous une forme analytique simple. Cette difficulté est d'autant plus accrue dans le cas où  $\mathcal{A}$  est contraint à se déplacer sur des régions déformables. Ceci s'explique par le fait que sous l'effet de l'interaction avec le véhicule la géométrie du terrain varie dynamiquement ce qui rend très complexe la formulation a priori des contraintes algébriques sur le maintien des contacts. Indépendamment de cette complexité la prise en compte de la variation de la forme du terrain impose la présence d'un modèle descriptif de la déformation géométrique des surfaces franchies par  $\mathcal{A}$ . Il serait alors pensable de considérer une représentation du terrain qui soit d'une part intrinsèquement simple et d'autre part facile à intégrer dans la formulation de la dynamique de mouvement de  $\mathcal{A}$ . Nous reviendrons sur ces deux points dans la suite de ce chapitre.

Nous avons énoncé dans le chapitre 2 que la planification au niveau physique opère dans l'espace des états  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{A}$ . Un état de  $\mathcal{A}$  a été défini jusqu'ici par l'ensemble des paramètres du vecteur  $(Q, \dot{Q})$  où  $Q$  est la configuration complète du robot définie par la position/orientation de son corps central et les variables articulaires de son châssis et de ses roues. Une telle définition correspond bien à une représentation sous forme de chaîne arborescente d'un système de type robot manipulateur. En effet l'apparition de tous ces paramètres dans le modèle dynamique d'un tel système est nécessaire et découle du fait que les articulations de celui-ci sont généralement toutes motorisées et commandables. Toutefois ce point constitue une différence fondamentale avec certains robots mobiles articulés et particulièrement le modèle du véhicule  $\mathcal{A}$  considéré ici. Dans ce dernier cas les moteurs n'existent qu'au niveau des roues et de certaines articulations du châssis telles que celles régissant les mouvements péristaltiques des essieux. Les articulations non motorisées en l'occurrence les articulations correspondant aux mécanismes d'anti-roulis des essieux avant et arrière sont passives c'est à dire ne subissent pas de contrôle explicite et leurs mouvements ne dépendent en général que de la relation de contact entre le robot et le terrain. En d'autres termes leur variation n'est liée qu'à la cinématique du système articulé de  $\mathcal{A}$ .

à la répartition de ses contacts avec le terrain et à leurs interactions. Face à cette constatation une question se pose concernant la pertinence de considérer explicitement la totalité des paramètres de  $(Q, \dot{Q})$  dans la formulation du modèle dynamique du véhicule  $\mathcal{A}$ .

Il sera alors souhaitable d'adopter une représentation de la mécanique de  $\mathcal{A}$  qui conduirait à un modèle dynamique où uniquement les paramètres pertinents de  $(Q, \dot{Q})$  seraient explicites. Ces paramètres seront alors ceux qui seront nécessaires à la formulation des interactions entre  $\mathcal{A}$  et le terrain et des contraintes qu'elles induisent c'est à dire ne correspondront qu'aux composants de  $\mathcal{A}$  qui y seront impliqués. Il ne s'agit pas d'éliminer brutalement les variables d'état "non-significatives" telles que celles correspondant à des articulations passives mais d'adopter un modèle spécifique de la dynamique de  $\mathcal{A}$  qui soit simple et cohérent le plus possible aux propriétés mécaniques initiales du système. Par un tel modèle nous devons être capables de garantir une simulation réaliste de la dynamique de  $\mathcal{A}$  et d'effectuer un contrôle facile de ses mouvements. Afin d'atteindre ces objectifs et de pallier le problème posé par la considération d'un modèle du terrain et de ses éventuelles déformations notre démarche consiste dans la suite à adopter des représentations spécifiques aussi bien du robot que de son environnement et des méthodes numériques qui soient simples et permettent de prendre en compte facilement les interactions mises en jeu pendant la planification de mouvement pour une tâche donnée.

## 4.1.2 Approche choisie

### 4.1.2.1 Le véhicule

La modélisation de la dynamique de  $\mathcal{A}$  est basée sur une représentation *hybride* de son système mécanique. Cela consiste à associer à la chaîne arborescente de  $\mathcal{A}$  une structure mécaniquement équivalente  $\Phi(\mathcal{A})$  où certaines des contraintes géométriques sur les articulations ou cinématiques sur les mouvements relatifs des différents corps sont traduites directement par le biais de contraintes dynamiques exprimées en terme de forces et couples. La structure  $\Phi(\mathcal{A})$  sera appelée dans la suite *modèle physique* de  $\mathcal{A}$ . Par une telle représentation le système articulé de  $\mathcal{A}$  est vu comme un ensemble de composants ou de sous-structures mécaniques simples et indépendantes reliées explicitement entre elles par des mécanismes physiques destinés à donner à l'ensemble du système les mêmes propriétés cinématiques et dynamiques que la structure arborescente initiale. Une sous-structure mécanique est généralement décrite soit par un corps rigide simple soit par un système articulé de corps rigides. Dans le cas de  $\mathcal{A}$  les structures en corps rigides simples correspondront à la plate-forme centrale et à certains segments du châssis. Les structures articulées seront associées à l'ensemble des roues et des

essieux. Les mécanismes de connexion physique sont utilisés afin de décrire les articulations passives du châssis de  $\mathcal{A}$  et de contraindre les mouvements relatifs entre les corps qu'elles relient. Les liaisons entre deux corps ne sont alors plus exprimées par des contraintes de type géométrique et/ou cinématique mais plutôt par des forces de contraintes exprimées par un modèle de ressort-amortisseur. Nous reviendrons sur ce point particulier dans la suite du chapitre.

Dans les formulations classiques la résolution de la dynamique inverse d'un système articulé est basée sur des méthodes récursives faisant intervenir un calcul de composition des mouvements et de transformations géométriques dépendant de la structure mécanique du système considéré. Les mouvements et les forces sont ainsi propagés d'un corps à un autre tout au long de la chaîne. Pour le problème direct le mouvement solution est déterminé par la résolution d'un système d'équations différentielles non linéaires. Par l'utilisation d'une représentation hybride spécifique de la mécanique de  $\mathcal{A}$  les calculs à effectuer pour la résolution de ces deux types de problèmes deviennent plus simples. En effet la dynamique et le mouvement du système mécanique global de  $\mathcal{A}$  sont obtenus en considérant simultanément et d'une manière indépendante les mouvements de chacune de ses composantes. Notons que ce type de modélisation a été utilisé par ailleurs pour la simulation et la commande de chaînes articulées de robots marcheurs compliant [69].

#### 4.1.2.2 L'environnement

Comme cela a été énoncé dans la section 2.2.1 l'environnement  $\mathcal{W}$  est constitué d'un terrain  $\mathcal{T}$  sur lequel est placé un ensemble d'obstacles  $\mathcal{B}$  à éviter. Le terrain quand il est dépourvu des éléments de  $\mathcal{B}$  est décrit par un sol ayant des régions rigides ou déformables à la surface desquelles se trouvent des corps mobiles tels que des cailloux ou des pierres. La représentation de ceux-ci et des surfaces déformables de  $\mathcal{T}$  uniquement par des primitives géométriques ou algébriques nécessiterait d'avoir une description explicite de leurs mouvements quand elles sont soumises à des forces d'interaction externes. Cela revient à spécifier a priori la trajectoire à suivre par chacune de ces primitives. Une telle modélisation conduit rapidement à des coûts de pré-calculs prohibitifs dès que les objets à considérer sont complexes. De plus dans le cas d'un contact avec d'autres objets de l'environnement les objets ainsi modélisés sont passifs dans le sens où ils ne font que subir les interactions externes sans pouvoir pour autant en générer.

Dans le but de remédier à ce problème et de donner à ces différentes entités un certain réalisme physique nous avons opté pour l'utilisation de nouveaux modèles permettant d'avoir une représentation capable d'exhiber un comportement dynamique naturel des objets simulés. Contrairement aux modèles cinématiques passifs et descriptifs des effets ces modèles sont actifs et générateurs de mou-

vement. Par ces termes nous entendons que le modèle répond d'une manière naturelle aux forces et contraintes qui lui sont appliquées et doit être capable de décrire les causes produisant les mouvements et non directement ceux-ci. Cette description causale passe par l'incorporation à des modèles purement géométriques de certaines lois de la dynamique basées sur des phénomènes physiques et les propriétés des matériaux constituant les objets simulés. Certains de ces modèles ont été proposés dans le domaine de la synthèse d'image et d'animation graphique d'objets élastiquement déformables [79Γ55].

## 4.2 Le modèle dynamique $\Phi(\mathcal{A})$ du véhicule

Nous présentons dans les sections suivantes les différentes entités nécessaires à la modélisation de la dynamique du véhicule  $\mathcal{A}$ . Après un rappel de la modélisation d'un objet rigide simple et la résolution de son mouvement nous présenterons la modélisation des essieux et la représentation adoptée pour le châssis.

### 4.2.1 Dynamique d'un objet rigide

Soit  $\Omega$  un objet rigide de masse  $m$  correspondant à un composant donné de  $\mathcal{A}$  et muni d'un référentiel  $\mathcal{F}_\Omega$  qui lui est attaché et ayant pour origine le centre de masse  $G_\Omega$  de  $\Omega$  (figure 4.1). Nous noterons les vecteurs directeurs de  $G_\Omega$  par  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ . La configuration de  $\Omega$  à un instant  $t$  est donnée par le vecteur  $(\mathbf{r}(t), \alpha(t))$  où  $\mathbf{r}$  désigne le vecteur position de  $G_\Omega$  dans le référentiel  $\mathcal{F}_\mathcal{W}$  de l'espace de travail et où  $\alpha$  correspond au vecteur orientation de  $\mathcal{F}_\Omega$  par rapport à  $\mathcal{F}_\mathcal{W}$ . Les éléments de  $\alpha$  seront définis par les angles d'Euler correspondant à une transformation de type  $Z-Y-X$  entre  $\mathcal{F}_\mathcal{W}$  et  $\mathcal{F}_\Omega$ . L'état de  $\Omega$  est alors défini par le vecteur  $(\mathbf{r}, \alpha, \dot{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\omega})$  où  $\boldsymbol{\omega}$  est la vitesse de rotation instantanée de  $\Omega$ .

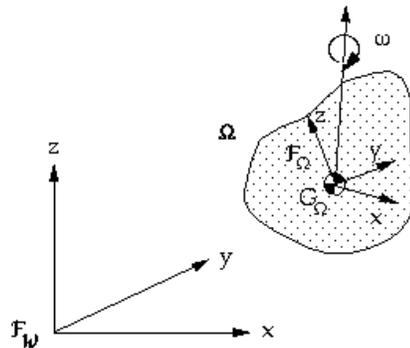


FIG. 4.1 - Modèle d'un objet rigide  $\Omega$ .

Soit  $\mathbf{F}$  la résultante des forces extérieures appliquées sur l'objet  $\Omega$ . Celles-ci sont de deux types : les forces de distance  $\mathbf{F}_d$  dérivant de la gravité et éventuellement de la viscosité de l'environnement  $\mathcal{W}$  où se trouve  $\Omega$  et les forces de contact  $\mathbf{R}_i$  appliquées aux points  $P_i$  situés sur la surface de  $\Omega$ . En adoptant une formulation basée sur la mécanique de Newton le mouvement de translation de  $\Omega$  est régi à tout instant  $t$  par l'équation différentielle suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_d + \sum_i \mathbf{R}_i = m \ddot{\mathbf{r}}(t) \quad (4.1)$$

Connaissant le vecteur  $\mathbf{R} = \sum_i \mathbf{R}_i$  et l'état initial  $(\mathbf{r}(0), \dot{\mathbf{r}}(0))$  il est alors possible de déterminer le mouvement de translation de  $\Omega$  par simple intégration temporelle de 4.1. Le mouvement de rotation de  $\Omega$  quant à lui est défini par l'équation de mouvement communément connue comme l'équation d'Euler :

$$\mathbf{T} = \dot{\mathbf{L}}(t) \quad (4.2)$$

où  $\mathbf{L}(t)$  est le moment angulaire ou cinétique de  $\Omega$  par rapport à son centre de masse  $G_\Omega$  et où  $\mathbf{T}$  est la somme des moments des forces  $\mathbf{R}_i$  par rapport à ce même point. Le vecteur  $\mathbf{T}$  se calcule à partir de :

$$\mathbf{T} = \sum_i (G_\Omega \vec{P}_i \wedge \mathbf{R}_i) + \sum_k \mathbf{T}_k \quad (4.3)$$

où  $\wedge$  désigne le produit de deux vecteurs et où  $\mathbf{T}_k$  sont les moments non associés à des forces extérieures. Comme nous le verrons dans la suite de tels moments correspondent en pratique à la modélisation des vecteurs de contrôle appliqués sur l'objet  $\Omega$  tel que par exemple un couple dans le cas où  $\Omega$  représente une roue.

Soit  $\mathbf{I}_\Omega$  la matrice d'inertie de  $\Omega$  exprimée par rapport aux axes de  $\mathcal{F}_\mathcal{W}$ . Le vecteur  $\mathbf{L}(t)$  est relié à  $\mathbf{I}_\Omega$  et  $\omega$  par l'équation 4.4. En reportant l'expression de  $\mathbf{L}(t)$  ainsi formulée dans l'équation 4.2 nous obtenons l'expression de  $\mathbf{T}$  en fonction de  $\mathbf{I}_\Omega$  et de  $\omega$  (4.5).

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{I}_\Omega \omega \quad (4.4)$$

$$\mathbf{T} = \dot{\mathbf{I}}_\Omega \omega + \mathbf{I}_\Omega \dot{\omega} \quad (4.5)$$

D'un autre côté la matrice de rotation  $R(\alpha)$  de  $\Omega$  est reliée au vecteur  $\omega$  par l'équation :  $dR/dt = \hat{\omega}R$  où  $\hat{\omega}$  est la matrice antisymétrique donnée par :

$$\hat{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Ainsi de même que dans le cas d'une translation le mouvement de rotation de  $\Omega$  est entièrement déterminé par la connaissance des valeurs initiales de  $\omega$  et de la matrice  $R$ . La résolution de  $\omega$  peut être effectuée directement à partir de l'équation 4.5. Cependant l'apparition d'un terme dans la dérivée de  $\mathbf{I}_\Omega$  fait que la matrice d'inertie de  $\Omega_i$  doit être également calculée à chaque instant. En reformulant 4.2 et en considérant la dérivation de  $\mathbf{L}$  dans le repère  $\mathcal{F}_\Omega$  la matrice d'inertie devient constante. Ainsi nous obtenons :

$$\mathbf{T} = \mathbf{I}_\Omega \dot{\omega} + \omega \wedge (\mathbf{I}_\Omega \omega) \quad (4.6)$$

ou encore en choisissant les axes de  $\mathcal{F}_\Omega$  confondus avec les axes principaux d'inertie de  $\Omega$  de manière à annuler les produits d'inertie de  $\mathbf{I}_\Omega$  :

$$T_x = I_{\Omega,x} \dot{\omega}_x + (I_{\Omega,z} - I_{\Omega,y}) \omega_y \omega_z \quad (4.7)$$

$$T_y = I_{\Omega,y} \dot{\omega}_y + (I_{\Omega,x} - I_{\Omega,z}) \omega_x \omega_z \quad (4.8)$$

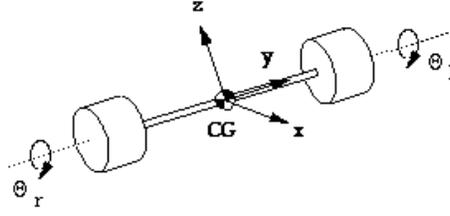
$$T_z = I_{\Omega,z} \dot{\omega}_z + (I_{\Omega,y} - I_{\Omega,x}) \omega_x \omega_y \quad (4.9)$$

Le vecteur  $\omega$  est alors calculé en intégrant ces trois équations par rapport au temps et en considérant une orientation initiale donnée par la matrice  $R$  une vitesse initiale  $\omega(0)$  et un pas de temps  $\delta t$  donné. Une fois  $\omega$  déterminé il est possible de calculer la nouvelle orientation de  $\Omega$  et ainsi sa nouvelle configuration. Enfin notons que les coordonnées du vecteur  $T$  dans les équations 4.7 à 4.9 sont exprimées dans le repère  $\mathcal{F}_\Omega$  attaché à  $\Omega$ .

## 4.2.2 Modélisation d'un essieu à roues

Soit  $\mathcal{E}$  un essieu donné du système mécanique de  $\mathcal{A}$  et soient  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  les deux roues motrices gauche et droite qui lui sont reliées. Comme l'illustre la figure 4.2 à chacun de ces trois composants est attaché un repère ayant pour origine le centre de masse de l'objet correspondant et pour axes les directions principales d'inertie. Nous supposons dans la suite que les axes des  $Y$  des trois repères sont confondus et nous noterons par  $\mathcal{F}_e$ ,  $\mathcal{F}_l$  et  $\mathcal{F}_r$  les repères respectifs à  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$ . L'état de  $\mathcal{E}$  est défini par sa configuration  $(\mathbf{r}, \Theta_e, \Theta_l, \Theta_r)$  et le vecteur  $(\dot{\mathbf{r}}, \omega, \dot{\Theta}_l, \dot{\Theta}_r)$  correspondant aux vitesses de rotation instantanées respectivement du repère lié à l'essieu  $\mathcal{E}$  et des deux roues. Les termes  $(\Theta_l, \Theta_r)$  correspondent à l'orientation des repères  $\mathcal{F}_l$  et  $\mathcal{F}_r$  par rapport à  $\mathcal{F}_e$  et le terme  $\Theta_e$  est donné par les angles d'Euler de celui-ci par rapport au référentiel  $\mathcal{F}_\mathcal{W}$ .

Mis à part les mouvements de rotation des roues par rapport à l'axe de  $\mathcal{E}$  c'est à dire en omettant en un premier temps l'existence des articulations correspondantes l'ensemble  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  composé de  $\mathcal{E}$  et de  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  peut être assimilé

FIG. 4.2 - *Modèle d'un essieu à roues du véhicule A.*

à un objet rigide unique ayant pour centre de masse et pour repère local ceux de l'essieu  $\mathcal{E}$ . Dans ce cas un nouveau tenseur d'inertie est à déterminer à partir de ceux de l'essieu et des roues. De ce fait les mouvements de translation et de rotation de  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  peuvent être résolus en considérant le modèle dynamique décrit dans la section 4.2.1. Ainsi les forces et les moments appliqués sur tout point de  $\mathcal{E}\mathcal{W}_l$  ou de  $\mathcal{W}_r$  interviennent directement dans la génération du mouvement de la totalité de  $\mathcal{E}\mathcal{W}$ . En tenant compte maintenant des articulations des roues uniquement le calcul des mouvements de rotations des objets par rapport aux axes des  $Y$  change. Les moments des forces appliquées sur chacun des objets par rapport à l'axe des  $Y$  interviennent séparément dans la résolution des vitesses instantanées  $(\dot{\Theta}_l, \dot{\Theta}_r)$  (équation 4.8).

Soient  $m_e$  la masse de  $\mathcal{E}$  et  $m$  celle de chacune des roues. Soient  $(\mathbf{F}_e, \mathbf{R}_e)$   $(\mathbf{F}_l, \mathbf{R}_l)$  et  $(\mathbf{F}_r, \mathbf{R}_r)$  les forces appliquées sur  $\mathcal{E}\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  et dues respectivement aux interactions avec les autres composants du robot et aux interactions avec le terrain. Sous l'effet de ces forces  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  subit une translation décrite par l'équation de mouvement 4.1 dans laquelle le terme de masse correspond à la masse totale du système i.e.  $m_e + 2m$ .

$$\mathbf{F}_d + \sum_{i=e,l,r} \mathbf{F}_i + \sum_{i=l,r} \mathbf{R}_i = (m_e + 2m) \ddot{\mathbf{r}}(t) \quad (4.10)$$

où  $\mathbf{F}_d$  est la force de distance appliquée sur  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  telle que la gravité. Remarquons que  $\mathbf{R}_e$  est tout le temps nul puisque  $\mathcal{E}$  ne peut être en aucun cas en contact avec le terrain.

Les équations régissant les rotations du système  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  par rapport à  $X$  et  $Z$  du repère  $\mathcal{F}_e$  restent les mêmes que 4.7 et 4.9 mais avec des termes d'inertie relatifs à l'ensemble de  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  et avec les composantes du moment résultant de la totalité des forces  $\mathbf{F}_j$  et  $\mathbf{R}_j$ ,  $j = e, l, r$ . La matrice  $I'$  est donnée dans la suite. Comme nous venons de le mentionner seul le mouvement de rotation par rapport à  $Y$  diffère du cas d'un objet rigide simple. La rotation de  $\mathcal{E}$  par rapport à cet axe est donnée par :

$$T_{e,y} = I'_y \dot{\omega}_y + (I'_x - I'_z) \omega_x \omega_z \quad (4.11)$$

où  $T_{e,y}$  est la composante du moment des forces  $\mathbf{F}_e$  par rapport à  $Y$  et  $I'$  est la matrice principale d'inertie de  $\mathcal{E}\mathcal{W}$ . Si  $I_e$  et  $I$  sont respectivement les matrices principales d'inertie de  $\mathcal{E}$  et de chacune des roues  $\Gamma$  et si  $d_{GG}$  est la distance entre les centres de masse de  $\mathcal{W}_l$  et de  $\mathcal{W}_r$ , les trois composantes de  $I'$  s'écrivent sous la forme :

$$I'_x = I_{e,x} + 2I_x + md_{GG}^2 \quad (4.12)$$

$$I'_y = I_{e,y} + 2I_y \quad (4.13)$$

$$I'_z = I_{e,z} + 2I_z + md_{GG}^2 \quad (4.14)$$

Une fois la rotation du repère  $\mathcal{F}_e$  résolue, les vitesses articulaires instantanées de  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  sont déterminées relativement à ce même repère à partir de :

$$T_{j,y} + u_j = I_y \ddot{\Theta}_j, \quad j = l, r \quad (4.15)$$

où  $T_{j,y}$  est la composante du moment par rapport à ce même axe des forces  $\mathbf{F}_j$  et  $\mathbf{R}_j$  correspondantes. Enfin, le terme  $u_j$  désigne les couples associés à la motorisation des différentes roues de  $\mathcal{A}$ . C'est ce terme  $u_j$  et plus précisément le vecteur  $U$  de la totalité des couples des roues que nous considérerons dans la suite pour le contrôle de  $\mathcal{A}$ .

### 4.2.3 Modélisation du système articulé du châssis

Nous avons présenté dans la section précédente la modélisation dynamique d'un système articulé  $\mathcal{E}\mathcal{W}$  correspondant à un essieu et aux deux roues qui lui sont solidaires. Comme nous l'avons introduit dans la section 4.1.2.1, les mécanismes d'articulation et les composants du châssis sont décrits par des modèles physiques discrets basés sur la mécanique du point. Le modèle dynamique  $\Phi(\mathcal{A})$  est alors considéré comme étant une représentation hybride consistant en un ensemble de structures articulées classiques (e.g. les composants  $\mathcal{E}\mathcal{W}$ ) inter-connectées par des composants compliant discrets. Nous présentons dans la suite le principe de ce modèle ainsi que son utilisation pour la représentation du système articulé du châssis et de la construction de  $\Phi(\mathcal{A})$ .

#### 4.2.3.1 Le modèle dynamique discret des segments

L'idée de base du modèle discret consiste à approximer la dynamique d'un objet solide  $O$  tel qu'un segment du châssis par un ensemble de points  $P_i$  répartis dans l'espace de manière à respecter sa géométrie et son inertie. Une fois

les points  $P_i$  déterminés et caractérisés par des vecteurs de coordonnées spatiales  $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ . Une inertie (réduite à une simple masse  $m_i$ ) sera donnée à chacun d'eux et un ensemble de liaisons ou de contraintes sur leurs degrés de liberté relatifs leur sera associé (voir figure 4.3). Comme nous l'avons mentionné dans la section 4.1.2.1 ces liaisons sont formulées par le biais de forces de pénalité appliquées entre ces différents points de manière à garantir la cohésion de l'objet. Ainsi celui-ci devient perçu comme une structure en réseau où les nœuds correspondent à des particules et les arcs aux relations de forces qui les relie.

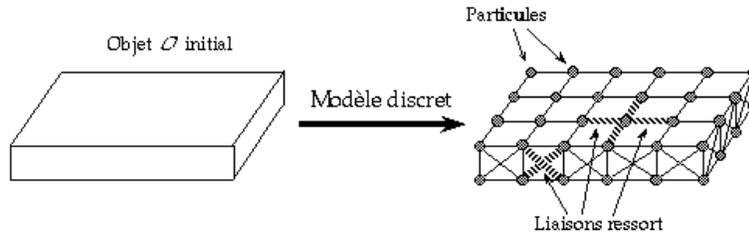


FIG. 4.3 - *Modèle discret pour la représentation d'objet.*

Ce principe est similaire d'un point de vue conceptuel à la méthode des éléments finis sauf que dans celle-ci les objets (ou plus généralement les domaines d'étude considérés) à l'origine continus sont approximés par des maillages (éléments finis) sans recouvrement ni intersection entre les points sommets qui sont contraints par des expressions mathématiques plus complexes sur la variation de leurs distances [82Γ65]. Le modèle discret a été proposé à l'origine par Luciani et al. [55] pour des applications de synthèse et d'animation graphique et a été étendu pour l'étude du comportement de systèmes robotiques articulés dans [36]. C'est également ce type de modèle que nous utiliserons pour traiter des régions et éléments mobiles déformables de l'environnement du robot.

La cohésion de  $O$  ainsi discrétisé est réalisée par des relations internes simples de type ressort-amortisseur appliquées au niveau de chacune des particules. Pour deux particules  $P_i$  et  $P_j$  initialement distantes de  $d_{ij}^0$  et liées par un ressort de raideur  $\kappa_{ij}$  et de coefficient d'amortissement  $\eta_{ij}$  les forces échangées sont à modules égaux et de sens contraires (cf. au principe de l'action et de la réaction). Ces forces  $\mathbf{F}_{ij}$  et  $\mathbf{F}_{ji}$  sont toutes portées par le vecteur unitaire  $\mathbf{n}_{ij}$  liant  $P_i$  à  $P_j$  et leurs modules sont tels que :

$$F_{ij} = -F_{ji} = \kappa_{ij}x_{ij} - \eta_{ij}\dot{x}_{ij} \quad (4.16)$$

où  $\dot{x}_{ij}$  désigne la vitesse relative entre  $P_i$  et  $P_j$  exprimée par rapport à  $\mathbf{n}_{ij}$  et  $x_{ij}$  est la variation de leur distance donnée par :  $x_{ij} = |P_i\vec{P}_j| - d_{ij}^0$ .

### 4.2.3.2 Modélisation de la chaîne du châssis

Nous présentons dans cette section la modélisation des mécanismes d'articulation du châssis du robot par utilisation du modèle discret précédemment introduit. Afin de limiter le nombre de particules impliquées dans la modélisation nous avons réduit la discrétisation des différents segments à un nombre minimal de particules situées aux endroits où les segments sont susceptibles d'être liés par les articulations et de manière à respecter les degrés de liberté de la chaîne.

**Mécanismes de variation de l'empattement de  $\mathcal{A}$**  Considérons la modélisation d'une chaîne articulée constituée de deux segments  $\mathcal{L}_i$  et  $\mathcal{L}_j$  discrétisés et reliés par une articulation de type rotoïde telle que décrite dans la figure 4.4. Ce type de mécanisme correspond aux articulations péristaltiques des essieux et aux articulations passives de variation de l'empattement de  $\mathcal{A}$  placées au niveau de l'essieu central. Dans le cas d'une telle articulation les ensembles des points  $P_{ik}$  et  $P_{jk'}$  de la partie des deux segments en intersection sont contraints à être à tout instant confondus avec l'axe de rotation. Cette contrainte est directement exprimée en limitant les degrés de libertés de chacun de ces points de manière à rester constamment sur cet axe. Les points  $P_{ik}$  et  $P_{jk'}$  se confondant avec l'axe de rotation sont alors reliés par paires par des liaisons explicites de type ressort.

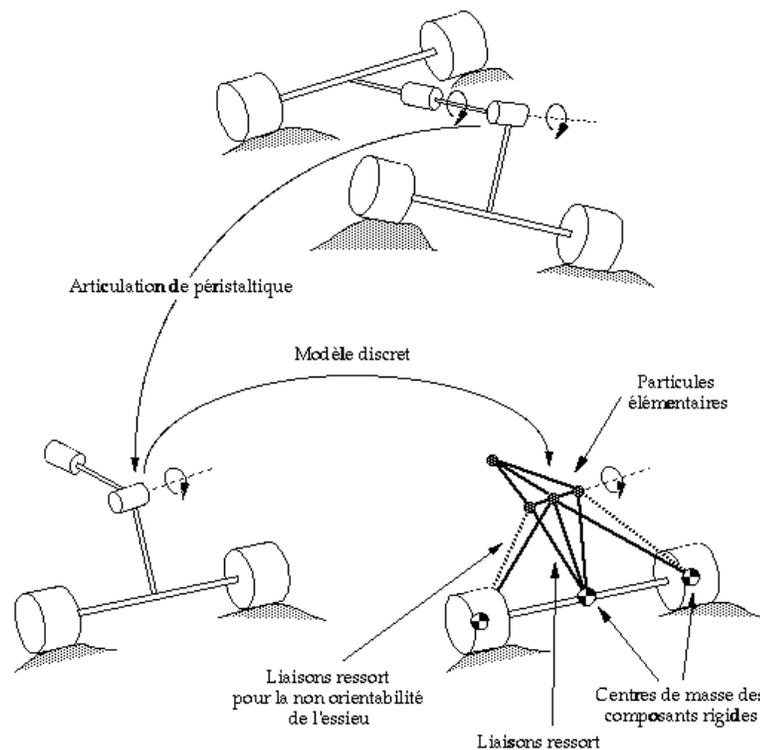


FIG. 4.4 - *Modèle discret d'une articulation péristaltique d'un essieu.*

**Mécanismes d'anti-roulis des essieux** Pour l'articulation passive d'anti-roulis qui a un axe de rotation confondu avec les axes des segments  $\mathcal{L}_i$  et  $\mathcal{L}_j$  qu'elle relie la liaison due au contact de ceux-ci est exprimée en un seul point géométrique correspondant à leur intersection sur l'axe. Ainsi chaque segment devient approximé par un triangle tel que montré par la figure 4.5 où chaque sommet correspond à l'application d'au moins une liaison avec l'extérieur. Afin de contraindre les mouvements des deux segments par rapport aux deux autres axes les nœuds ou points extrémités des deux triangles sont connectés à leur tour également par des liaisons ressort (cf. figure 4.5).

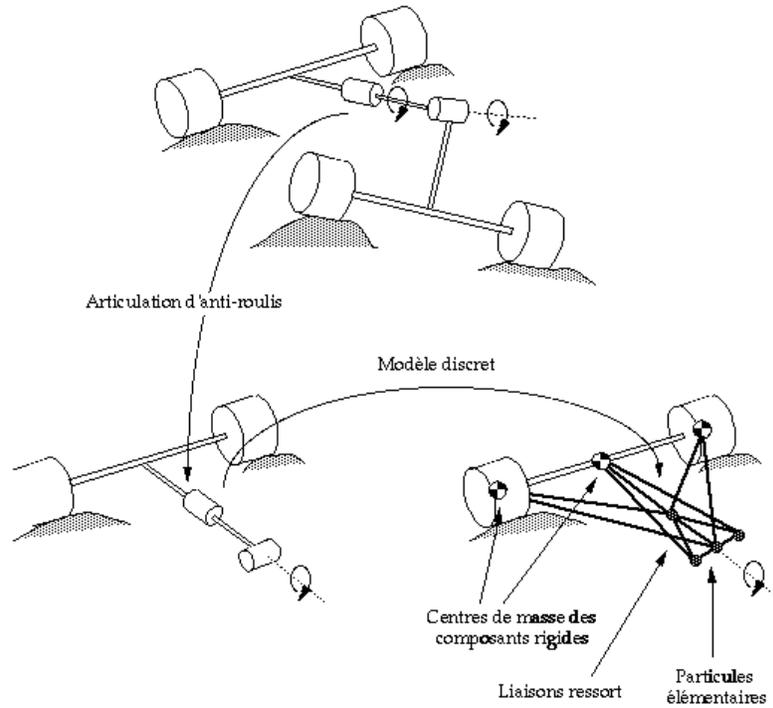


FIG. 4.5 - *Modèle discret d'une articulation d'anti-roulis d'un essieu.*

**Modélisation des butées** Les butées articulaires de la chaîne du châssis sont exprimées par des relations de type ressort agissant uniquement en compression entre deux ou plusieurs points placés sur les segments reliés par l'articulation considérée et plus précisément choisis sur les extrémités extérieures de ceux-ci (cf. figure 4.6). Ainsi les forces de butée entre deux points  $P_i$  et  $P_j$  sont telles que :

$$F_{ij} = -F_{ji} = \begin{cases} \kappa_{ij}x_{ij} - \eta_{ij}\dot{x}_{ij} & \text{si } \kappa_{ij}x_{ij} - \eta_{ij}\dot{x}_{ij} < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.17)$$

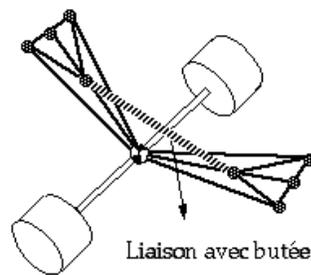


FIG. 4.6 - Modélisation d'une articulation avec butée avec le modèle discret.

**Blocage des articulations péristaltiques** Les articulations péristaltiques des essieux avant et arrière du robot étant considérées comme maintenues constantes dans la suite nous lui associerons des relations rigidifiantes de type ressorts ayant pour points d'applications le centre de l'essieu correspondant et les centres de l'essieu central et du segment du châssis adjacents à celui-ci (voir figure 4.7).

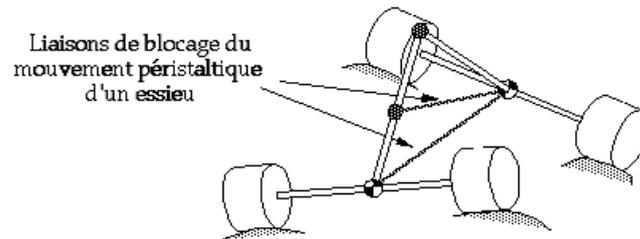


FIG. 4.7 - Blocage de l'articulation péristaltique d'un essieu.

**Chaîne articulée complète du robot** En appliquant les différents types de construction discrète conjointement avec les systèmes articulés des essieux la chaîne complète du véhicule peut être représentée par le modèle hybride illustré dans la figure 4.8. Notons que dans cette construction du modèle les points d'application des liaisons ressort en contact avec chaque essieu sont choisis confondus avec le centre de masse de celui-ci et de ceux des roues.

Remarquons enfin que la modélisation du système du châssis que l'on vient de présenter est particulièrement bien adaptée au modèle de la chaîne articulée du véhicule  $\mathcal{A}$  dans le sens où elle s'applique facilement à des mécanismes d'articulation de type rotoïde passives tels que l'anti-roulis des essieux. La prise en compte explicite d'articulations actives nécessiterait une modélisation basée sur un formalisme classique de chaînes articulées [17]. Par ailleurs d'autres investigations en vue de la modélisation de mécanismes actifs uniquement par des modèles discrets sont reportées dans [38] en introduisant des connecteurs angulaires.

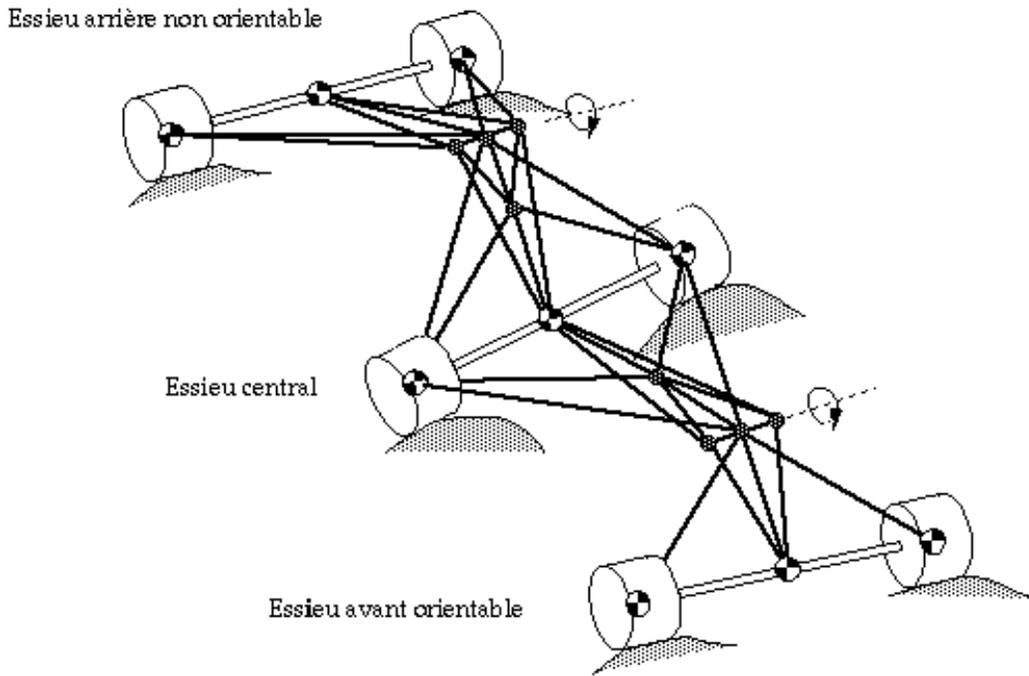


FIG. 4.8 - *Le modèle hybride du véhicule  $\mathcal{A}$ .*

#### 4.2.4 Définition d'un état de $\Phi(\mathcal{A})$

La modélisation hybride de la dynamique du système mécanique du véhicule que l'on vient de présenter conduit à définir un état de  $\mathcal{A}$  autrement que par la définition classique  $(Q, \dot{Q})$ . En effet à un instant donné  $t$  un état  $E(t)$  est caractérisé par l'ensemble des états des différentes sous systèmes composant le modèle  $\Phi(\mathcal{A})$ . Ainsi que nous l'avons mentionné précédemment cela découle du fait que la paramétrisation sur laquelle est basée la formulation de la dynamique de  $\mathcal{A}$  considère à la base chaque élément mécanique comme une entité indépendante. Ainsi l'état  $E(t)$  devient donné par l'ensemble des vecteurs positions/vitesses  $(\mathbf{r}, \Theta_e, \Theta_l, \Theta_r, \dot{\mathbf{r}}, \omega, \dot{\Theta}_l, \dot{\Theta}_r)$  de chaque essieu et de l'ensemble des états  $(r_i, \dot{r}_i)$  des particules élémentaires  $P_i$  modélisant le système articulé du châssis. Nous définissons l'espace des états  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{A}$  comme étant l'ensemble des états  $E(t)$  ainsi décrits. Notons enfin que certains paramètres du vecteur  $(Q, \dot{Q})$  sont explicitement représentés dans l'état  $E(t)$  tels que les orientations et les vitesses angulaires des roues ou encore la position et la vitesse du corps principal qui est considéré confondu avec le centre de l'essieu central. Les variables articulaires passives d'anti-roulis ou de variation de l'empattement de  $\mathcal{A}$  si elles sont implicites dans le modèle  $\Phi(\mathcal{A})$  peuvent être déterminées à chaque instant à partir de la répartition dans l'espace des particules  $P_i$ .

## 4.3 Modélisation physique de l'environnement

Tout comme pour le système articulé du véhicule, la représentation des régions déformables et des composants mobiles de l'environnement  $\mathcal{W}$  est un facteur important dans la résolution du problème de la planification et plus particulièrement pendant la phase de génération des mouvements dynamiques de  $\mathcal{A}$ .

### 4.3.1 Modélisation des régions à surfaces déformables

Afin d'aborder le problème posé par l'existence de certaines régions susceptibles d'être déformées sous l'effet d'interactions extérieures et particulièrement au contact des roues du robot, une représentation appropriée du terrain prenant en compte ses caractéristiques géométriques et physiques devient nécessaire. La modélisation adoptée est largement inspirée de l'étude présentée dans [36] (elle-même basée sur le concept du *modèle physique élastique discret* [55]). Dans notre contexte, l'application de ce modèle consiste à transformer les primitives sphériques de l'ensemble  $\mathcal{ST}$  correspondant aux régions déformables en des entités actives ayant une certaine inertie et un comportement dynamique donné par une loi de mouvement. Nous rappelons que  $\mathcal{ST}$  désigne l'ensemble des sphères correspondant à la description géométrique du terrain  $\mathcal{T}$  et l'ensemble  $\mathcal{O}$  des éléments mobiles placés à sa surface (cf. § 3.2.1).

Soit  $\mathcal{T}_i$  une région du terrain dont la surface  $\partial\mathcal{T}_i$  est supposée initialement déformable. Soit  $\mathcal{ST}_i$  l'ensemble des sphères de  $\mathcal{ST}$  dont le contour est en contact avec  $\partial\mathcal{T}_i$ . Nous notons  $S_{i,j}$  ces sphères et  $C_{i,j}$  leurs centres respectifs. Conformément à [36], une masse  $m_{i,j}$  est placée en chaque point  $C_{i,j}$ . Ainsi,  $C_{i,j}$  devient assimilé à une particule dont les mouvements sont régis par une loi dynamique de la forme  $\ddot{\mathbf{r}}_{i,j} = m_{i,j}^{-1} \mathbf{F}_{i,j}$  où  $\mathbf{r}_{i,j}$  est la position de  $C_{i,j}$  dans le référentiel absolu  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$  et  $\mathbf{F}_{i,j}$  la résultante des forces qui lui sont appliquées. La cohésion interne de la matière de  $\mathcal{T}_i$  est modélisée en reliant les différentes éléments  $C_{i,j}$  entre eux par le biais de relations visco-élastiques (cf. équation 4.16) conduisant ainsi à percevoir  $\mathcal{T}_i$  comme un réseau  $\Phi(\mathcal{T}_i)$  de particules élémentaires tel que montré dans la figure 4.9. La construction de ce réseau ainsi que la détermination des paramètres de raideur/amortissement associés à ses liens et des masses  $m_{i,j}$  doivent être effectuées telles que le comportement global de  $\Phi(\mathcal{T}_i)$  et plus particulièrement le mouvement des sphères englobantes  $S_{i,j}$  génère la déformation escomptée au niveau de la surface  $\partial\mathcal{T}_i$ .

Pour une particule  $C_{i,j}$  donnée, les forces  $\mathbf{F}_{i,j}$  proviennent de trois types d'interactions différents : les interactions avec les roues du robot que nous aborderons dans la section 4.4, les interactions de cohésion interne et les interactions avec les éléments du terrain ne correspondant pas à  $\mathcal{T}_i$ . Plus précisément, ceux-ci correspondent soit à d'éventuels éléments de  $\mathcal{O}$  placés sur  $\mathcal{T}_i$  soit à des composants

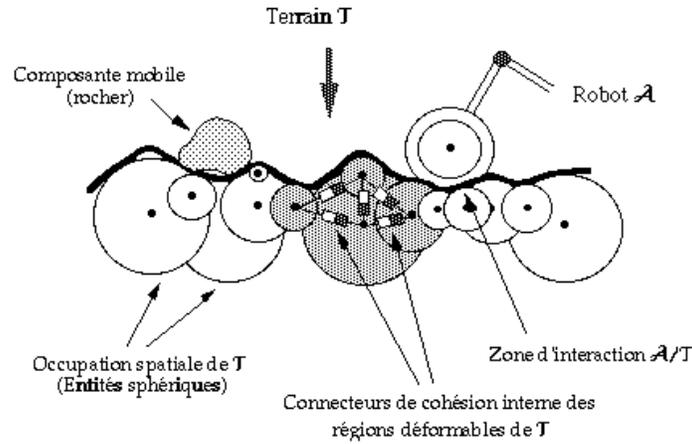


FIG. 4.9 - *Modèle physique des régions déformables du terrain.*

de matière du terrain délimitant  $\mathcal{ST}_i$  servant à supporter physiquement les particules de  $\Phi(\mathcal{T}_i)$ . Dans ce dernier cas les interactions sont modélisées de la même manière que les forces de cohésion interne de  $\Phi(\mathcal{T}_i)$  c'est à dire par des relations visco-élastiques appliquées entre les particules correspondant à la frontière de  $\Phi(\mathcal{T}_i)$  et les centres des sphères (ou éventuellement les particules) du terrain qui leur sont adjacentes et n'appartenant pas à  $\Phi(\mathcal{T}_i)$ . Enfin les forces de contact avec les roues ou les éléments mobiles de  $\mathcal{O}$  seront appliquées sur les points de contour de la sphère  $S_{i,j}$  associée à  $C_{i,j}$ . La formulation de ces forces d'interaction sera abordée dans la section 4.4.

### 4.3.2 Modélisation des éléments mobiles

Les composants mobiles  $\mathcal{O}_k$  peuvent être de deux types : des composants élastiquement déformables ou des composants rigides. Le premier type est modélisé en utilisant une représentation discrète à base de masse-ressort telle que présentée dans le cas des régions élastiquement déformables du terrain. Le comportement des composants rigides est décrit par le modèle dynamique de corps solides introduit dans la section 4.2.1. Dans les deux cas la forme initiale de  $\mathcal{O}_k$  sera approximée par un ensemble  $\mathcal{ST}_k$  minimal de sphères tel que illustré dans la figure 4.10. Cette approximation permettra une détection de contact facile basée sur la considération des centres des sphères de  $\mathcal{ST}_k$  et les primitives de description du terrain et des roues. Dans le cas où  $\mathcal{O}_k$  est rigide nous lui associerons un repère local  $\mathcal{F}_k$  confondu avec les axes principaux d'inertie. La figure 4.10 illustre l'application des deux types de modélisation pour la description de la dynamique d'un composant mobile du terrain.

Les forces d'interactions externes  $\mathbf{F}_{k,j}$  appliquées sur  $\mathcal{O}_k$  sont de deux types : soit des interactions de non-pénétration avec les autres corps en contact soit des

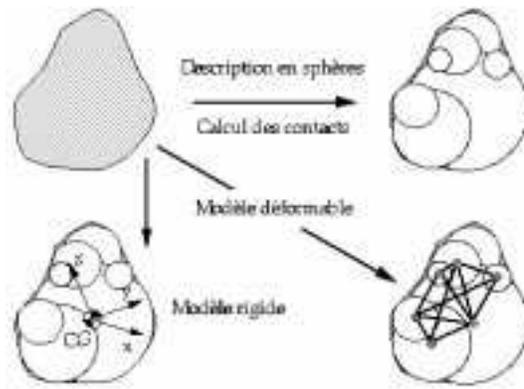


FIG. 4.10 - Un modèle discret ou de solide pour la description de la dynamique d'un composant mobile  $\mathcal{O}_k$  du terrain.

interactions impliquant des phénomènes de type frottement avec les surfaces de ces corps. Ce dernier type d'interaction est considéré pour les contacts avec les roues du robot et les différentes surfaces du terrain sur lesquelles est placé  $\mathcal{O}_k$ . La formulation de ces interactions sera abordée dans la section 4.4. Pour les éventuels contacts avec d'autres composants mobiles  $\mathcal{O}_{k'}$  de  $\mathcal{W}$  nous n'avons considéré que des interactions de non-pénétration. Dans ce dernier cas les forces  $\mathbf{F}_{k,j}$  échangées sont formulées de la même manière que celle donnée par l'équation 4.17. Dans le cas où le modèle physique  $\Phi(\mathcal{O}_k)$  de  $\mathcal{O}_k$  est un modèle discret ces forces s'appliquent au niveau des particules dont les sphères englobantes sont impliquées dans le contact. La génération de mouvement de  $\Phi(\mathcal{O}_k)$  est alors effectuée en considérant l'ensemble des forces  $\mathbf{F}_{k,j}$  et des forces visco-élastiques de cohésion interne du système.

## 4.4 Calcul des interactions de contact

Nous avons présenté dans les sections précédentes les modèles physiques du véhicule  $\mathcal{A}$  et du terrain. Nous abordons dans la suite de ce chapitre le problème de la modélisation et du calcul des interactions mises en jeu quand  $\mathcal{A}$  se déplace dans  $\mathcal{W}$ . La formulation de ces interactions dépend de deux paramètres : la distribution des contacts entre les roues du robot et le terrain et les lois d'interactions entre les surfaces en contact.

### 4.4.1 Frottement et glissement

Nous présentons dans cette section le modèle de Coulomb pour le calcul des forces de frottement ou de résistance au glissement entre deux corps  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$

en contact en un point  $P$ . Considérons que  $P$  est situé sur la surface de  $O_1$ . Dans ce cas les forces de contact exercées sur  $O_1$  par  $O_2$  se réduisent au point  $P$  en une force de réaction  $\mathbf{R}$  et un moment  $\mathbf{M}$  de résistance au pivotement et au roulement. Toutefois l'hypothèse de réduire la zone de contact en un seul point fait que la valeur de  $\mathbf{M}$  est généralement négligeable vu la petite taille de l'aire de contact. La force de réaction  $\mathbf{R}$  est toujours dirigée de  $O_2$  vers l'intérieur de  $O_1$  et est représentée par une composante  $\mathbf{N}$  portée par la normale à la surface de contact et une composante tangentielle  $\mathbf{f}$  dite force de frottement. La force  $\mathbf{N}$  correspond en pratique à la résistance à l'interpénétration entre  $O_1$  et  $O_2$  et agit comme une répulsion entre eux. Nous noterons dans la suite  $N$  et  $f$  les modules de ces deux forces.

Quand un contact surgit entre deux corps donnés le problème à résoudre consiste à déterminer la force  $\mathbf{f}$ . Le modèle de Coulomb bien qu'empirique caractérise les forces de frottements entre deux corps dont les surfaces en contact sont parfaitement sèches i.e. sans présence de fluide ou autre matière lubrifiante. Il permet plus particulièrement de donner des bornes limites sur la force de maintien d'un état d'accrochage entre les deux corps et la force nécessaire au maintien de l'état de glissement. Dans ce cas et pour une valeur  $N > 0$  c'est à dire quand le contact existe entre  $O_1$  et  $O_2$  la valeur  $f$  de la force de frottement au point  $P$  est donnée par :

$$f = \begin{cases} -\mu_k N & \text{si } v > 0 \\ [-\mu_s N, \mu_s N] & \text{si } v = 0 \\ \mu_k N & \text{si } v < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

où  $v$  est la vitesse relative des deux surfaces en contact au point  $P$  et  $\mu_s$  et  $\mu_k$  sont deux constantes positives correspondant respectivement aux coefficients de frottement statique et cinétique<sup>1</sup>. Ces coefficients sont empiriques et dépendent de la nature des objets en contact. De plus ils sont généralement définis tels que  $\mu_s > \mu_k$  ce qui est intuitif si on pense qu'un objet glisse plus facilement quand il est déjà en mouvement que lorsqu'il part d'une position d'arrêt.

Il ressort de l'équation 4.18 que la force de frottement  $\mathbf{f}$  est à tout instant opposée au mouvement de  $O_1$  i.e.  $\mathbf{f} \cdot \mathbf{v} < 0$  et est indépendante de  $v$ . Quand la vitesse  $v$  est nulle la valeur du frottement varie dans un intervalle délimité par  $\pm\mu_s N$  ce qui correspond à la valeur limite de la force de résistance au glissement. D'après ce modèle une fois que le corps  $O_1$  commence à glisser cette force devient instantanément égale la valeur limite  $\pm\mu_k N$ . Rien ne précise l'état du frottement  $f$  entre ces deux valeurs. L'analyse du frottement entre deux corps montre toutefois que celui-ci exhibe un comportement visco-élastique induisant un déplacement "microscopique" tant que  $f$  n'a pas atteint la valeur limite  $\mu_s N$

1. Le coefficient de frottement cinétique  $\mu_k$  est généralement considéré comme constant même si en vérité il varie faiblement avec la vitesse  $v$ .

[63]. Les deux corps sont alors considérés accrochés l'un à l'autre. Une fois la valeur  $\mu_s N$  atteinte un glissement est amorcé et  $f$  décroît jusqu'à  $\mu_k N$ . Remarquons enfin que dans le cas où  $\mu_s = \mu_k$  4.18 est équivalente à la loi classique de Coulomb pour le cas statique.

## 4.4.2 Modélisation des contacts

Quand le robot se déplace sur le terrain la géométrie des zones de contact de ses roues avec celui-ci varie selon la configuration courante et le relief de la région à franchir. Ces contacts peuvent être ponctuels linéaires ou surfaciques. Ce dernier cas se manifeste quand par exemple une région vallonnée épouse parfaitement la forme de la roue. Afin de simplifier le problème de la représentation et du calcul des zones linéaires et surfaciques nous nous ramènerons dans ces deux cas à un contact ponctuel simple ou multiple au niveau des différentes roues.

Une première manière de procéder consiste à chaque instant à identifier dynamiquement la géométrie des différentes zones de contact et à les discrétiser en un ensemble fini de points. Ceci nécessite un calcul préalable de ces zones ce qui peut conduire à un processus complexe si le terrain est fortement accidenté. Afin de remédier à ce problème et de simplifier l'algorithme de détection des contacts la surface de chaque roue est discrétisée en un ensemble régulier de points. La répartition de ceux-ci est effectuée en tenant compte d'un critère sur la répartition moyenne des contacts que l'on désire traiter pendant la résolution du mouvement du robot.

Considérons le cas d'une roue en mouvement sur le terrain. A un instant donné  $t$  la zone de contact est définie par  $n$  couples de points  $(P_i, P'_i)$  situés sur leurs contours respectifs. A chacun de ces couples est associée une liaison dite nœud de contact et notée  $NC_i$  exprimant les différents états sur la relation de contact entre les deux points  $P_i$  et  $P'_i$  et les valeurs des interactions échangées. L'état d'un nœud  $NC_i$  sera donné par le calcul et l'analyse des interactions et des vitesses de mouvement mises en jeu entre la roue et le sol et appliquées géométriquement en  $P_i$  et  $P'_i$ . Les interactions considérées sont de deux types. Le premier type concerne la formulation de forces répulsives afin de vérifier la contrainte de non-pénétration entre les différents corps. Le deuxième quant à lui traite des effets de la friction entre la roue et le sol et se base sur un modèle de frottement de Coulomb tel que présenté dans la section 4.4.1. Ainsi à l'instant  $t$  l'interaction au niveau de la roue/sol sera donnée par l'ensemble des interactions calculées au niveau des  $n$  nœuds  $NC_i$ .

Un nœud  $NC_i$  peut avoir trois états : un état de glissement i.e. quand le point  $P_i$  glisse sur le terrain un état d'accrochage quand la vitesse relative entre  $P_i$  et  $P'_i$  est nulle ou plus précisément inférieure à un certain seuil et enfin un état où le contact est rompu. En pratique les nœuds de contact sont organisés sous

forme d'une liste gérée par un processus dynamique simple servant à créer les nœuds quand des occurrences de contact sont détectées et à éliminer les nœuds correspondant aux contacts rompus. Ainsi il y aura à chaque instant autant de listes pouvant être vides ou non que d'effecteurs tels que les roues dans notre cas. C'est à travers la consultation de ces listes que l'information sur l'état de rupture ou de maintien des contacts entre le robot et le terrain est obtenue. A une roue libre dans l'espace correspondra une liste de nœuds vide.

### 4.4.3 Calcul des interactions de contact

Nous abordons dans cette section la modélisation et le calcul des interactions au niveau d'un nœud de contact  $NC_i$  correspondant à deux points  $P_i$  et  $P'_i$  respectivement de la roue et du terrain. Soit  $S_j$  la primitive sphérique du terrain sur laquelle se trouve le point  $P'_i$  et considérons en un premier temps que la région sur laquelle se déplace la roue est non déformable. Cette hypothèse se traduit par le fait que le centre  $C_j$  de  $S_j$  reste immobile tout au long du mouvement de la roue.

Comme mentionné dans la section précédente deux types d'interactions sont à considérer au niveau du nœud  $NC_i$  : la force  $\mathbf{N}_i$  de résistance à l'inter-pénétration et les forces  $\mathbf{f}_i$  dues à la friction des objets en contact. Soient  $\mathbf{n}$  la normale en  $P'_i$  au plan de contact et  $\mathbf{t}$  le vecteur tangent à ce plan et perpendiculaire à l'axe de la roue considérée et  $\mathbf{s}$  un vecteur tangent tel que  $(P'_i, \mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{s})$  forme un référentiel direct. Notons que de par la représentation du terrain en sphères la normale  $\mathbf{n}$  se déduit directement du vecteur ayant pour extrémité finale  $P'_i$  et pour extrémité initiale  $C_j$ .

Quand le nœud de contact  $NC_i$  est créé le calcul de l'interaction qu'il régit entre les deux points  $P_i$  et  $P'_i$  est décomposé en trois composantes correspondant aux degrés de liberté en translation portés par  $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{s})$ . Ces interactions sont modélisées en créant entre  $P_i$  et  $P'_i$  et au niveau de chacun de ces axes une liaison physique basée une loi de mouvement visco-élastique combinée dans le cas de  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{s}$  avec une loi sur le frottement. Afin de simplifier la présentation considérons en un premier temps que ces relations sont de type ressort pur et notons par  $\kappa_n$ ,  $\kappa_t$  et  $\kappa_s$  leurs raideurs respectives. La figure 4.11 illustre ces trois relations au niveau d'un nœud de contact entre deux points. Soient à un instant donné  $x_n$ ,  $x_t$  et  $x_s$  les déplacements relatifs de  $P_i$  et  $P'_i$  selon la direction et le sens de  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{s}$  respectivement. Par exemple  $x_n$  est donné par le produit scalaire  $\vec{P'_i P_i} \cdot \mathbf{n}$ .

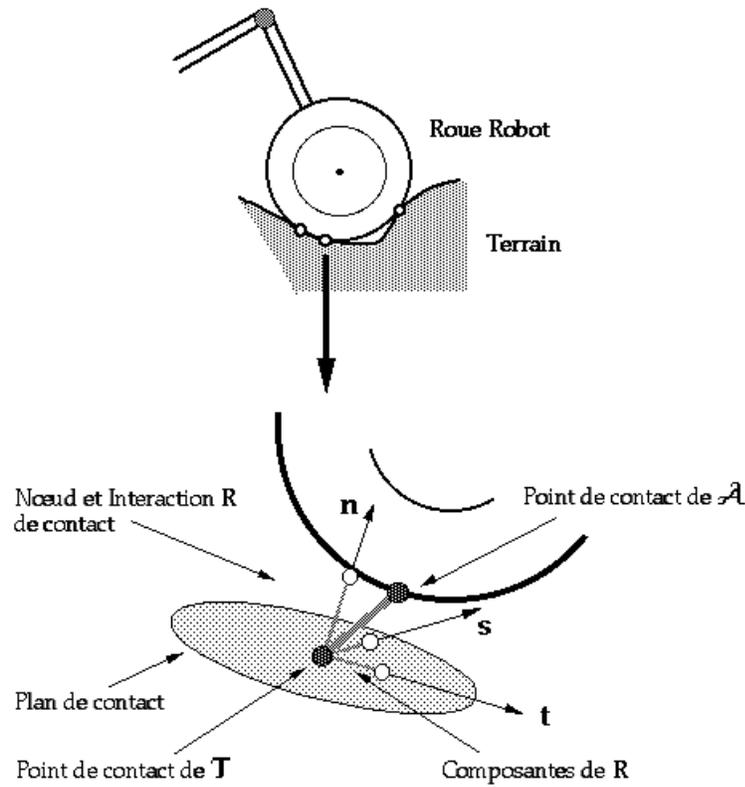


FIG. 4.11 - *Les liaisons linéaires visco-élastiques associées à un nœud de contact.*

### Réaction normale

Afin de modéliser la résistance à la pénétration de  $P_i$  dans le sol, le ressort porté par  $\mathbf{n}$  n'agit qu'uniquement en phase de compression. C'est à dire que quand  $P_i$  interpénètre la sphère  $S_j$  sur laquelle est localisé le point  $P'_i$ . La force répulsive exercée sur  $P_i$  est alors donnée par :

$$N_i = \begin{cases} -\kappa_n x_n & \text{si } x_n < 0 \\ 0 & \text{si } x_n \geq 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Dans le cas où l'on considère la présence d'un amortisseur de coefficient  $\eta_n$  au niveau du ressort, la force  $\mathbf{N}_i$  sera telle que :

$$N_i = \begin{cases} -\kappa_n x_n + \eta_n \dot{x}_n & \text{si } -\kappa_n x_n + \eta_n \dot{x}_n > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.20)$$

## Réactions tangentielles

Dans la cas où la force normale  $\mathbf{N}_i$  s'annule le contact est rompu et le nœud  $NC_i$  est retiré de la liste correspondante. Dans le cas contraire l'état du nœud est analysé par l'utilisation de la loi de Coulomb sur le frottement afin de calculer les deux forces tangentielles  $\mathbf{f}_{i,t}$  et  $\mathbf{f}_{i,s}$  à appliquer sur la roue au point  $P_i$ . Afin d'introduire l'effet visco-élastique pendant l'état d'accrochage nous supposons qu'en dessous d'un seuil  $\dot{x}_r$  de la vitesse tangentielle relative entre les deux points en contact une analyse en statique reste valide. Ainsi les valeurs des forces de frottement s'écrivent sous la forme multi-valuée :

$$f_{i,r} = \begin{cases} -\mu_{k,r}N_i & \text{si } \dot{x}_r > \underline{\dot{x}}_r \\ f'_{i,r} & \text{si } \dot{x}_r \in [-\underline{\dot{x}}_r, \underline{\dot{x}}_r] \\ \mu_{k,r}N_i & \text{si } \dot{x}_r < -\underline{\dot{x}}_r \end{cases} \quad (4.21)$$

où  $r$  est un indice prenant ses valeurs dans  $\{\mathbf{t}, \mathbf{s}\}$  et le cas  $|\dot{x}_r| > \underline{\dot{x}}_r$  correspond à l'état de glissement du point  $P_i$  sur le terrain. Dans le cas contraire ce point reste accroché moyennant un très faible déplacement et la force de frottement correspondante  $f'_{i,r}$  est donnée par :

$$f'_{i,r} = \begin{cases} \mu_{s,r}N_i & \text{si } \kappa_r x_r > \mu_{s,r}N_i \\ \kappa_r x_r & \text{si } \kappa_r x_r \in [-\mu_{s,r}N_i, \mu_{s,r}N_i] \\ -\mu_{s,r}N_i & \text{si } \kappa_r x_r < -\mu_{s,r}N_i \end{cases} \quad (4.22)$$

Tout comme les coefficients de frottements statique  $\mu_{s,r}$  et cinétiques  $\mu_{k,r}$  le seuil  $\underline{\dot{x}}_r$  est une valeur empirique que nous supposons connue. En pratique nous prendrons une valeur assez faible pour ce seuil. Pendant le calcul des forces de réaction tangentielle  $\mathbf{f}_{i,t}$  et  $\mathbf{f}_{i,s}$  les coefficients de frottement et les raideurs des ressorts selon les directions  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{s}$  peuvent être choisis comme étant identiques ou différents selon les dessins des roues. Nous considérerons dans la suite que ces paramètres sont égaux. Enfin la présence d'amortisseurs au niveau des ressorts tangentiels est prise en compte dans le calcul des forces de frottement de la même manière que dans l'équation 4.20. Un terme en  $-\eta_r \dot{x}_r$  est introduit au niveau de l'équation 4.22 dans l'évaluation de  $f'_{i,r}$ .

L'interaction au niveau d'une roue est donnée par l'ensemble des forces de réaction  $\mathbf{R}_i = \mathbf{N}_i + \mathbf{f}_i$  calculées au niveau de chacun de ses nœuds de contact. En plus de la formulation des forces ce modèle d'interaction présente l'avantage de prendre en compte à un même instant plusieurs contacts et avec des zones de terrain pouvant avoir des caractéristiques physiques différentes. Cette différence est prise en compte implicitement puisqu'à chaque nœud de contact  $NC_i$  peuvent être associés des coefficients de frottement et des paramètres de raideur et d'amortissement différents.

## Prise en compte des interactions de contact dans la dynamique du robot et du terrain

Les forces d'interaction que l'on vient de décrire s'appliquent aussi bien aux roues du robot qu'aux composants mobiles du terrain  $\mathcal{T}$  qu'ils soient des régions déformables ou des éléments naturels mobiles. Considérons un système mécanique  $\mathcal{EW}$  constitué d'un segment rigide  $\mathcal{E}$  et de deux roues  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$ . La résolution du mouvement d'un tel système articulé a été présentée dans la section 4.2.2. Nous décrivons dans la suite uniquement la prise en compte des forces d'interactions avec le terrain dans le modèle dynamique de  $\mathcal{EW}$ .

Soient  $\mathbf{R}_l$  et  $\mathbf{R}_r$  les résultantes des forces de contact  $\mathbf{R}_i$  calculées au niveau des nœuds de contact  $NC_i$  de  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  respectivement. De la même manière que les forces de cohésion interne  $\mathbf{F}_l$  et  $\mathbf{F}_r$  de  $\mathcal{A}$  (cf. § 4.2.3)  $\mathbf{R}_l$  et  $\mathbf{R}_r$  interviennent directement dans le mouvement de translation de  $\mathcal{EW}$  à travers l'équation 4.10. Chaque force de réaction  $\mathbf{R}_i$  se traduit par un couple  $\mathbf{T}_i$  à appliquer sur le système  $\mathcal{EW}$ . Afin de pouvoir résoudre le mouvement de rotation par rapport au référentiel  $\mathcal{F}_e$  attaché à  $\mathcal{E}$   $\mathbf{T}_i$  est réécrit dans celui-ci par utilisation de la matrice de transformation  $R$  associé à  $\mathcal{F}_e$ . Ainsi  $\mathbf{T}_i$  sera donné par :

$$\mathbf{T}_i = G_e \vec{P}_i \wedge \mathbf{R}'_i \quad (4.23)$$

où  $G_e$  est le centre de masse de  $\mathcal{E}$   $\vec{P}_i$  est le vecteur position de  $P_i$  dans le référentiel  $\mathcal{F}_e$  et  $\mathbf{R}'_i$  est le vecteur égal à  $R^{-1}\mathbf{R}_i$  avec  $R$  la matrice de rotation de  $\mathcal{EW}$  par rapport à  $\mathcal{F}_W$ . Les composantes de  $\mathbf{R}'_i$  sont alors utilisées dans les équations 4.7 et 4.9 de la rotation de  $\mathcal{EW}$  par rapport aux axes  $X$  et  $Z$  de  $\mathcal{F}_e$  et dans l'équation 4.15 pour la résolution de la rotation relative des roues. Nous rappelons que les forces de contact avec le terrain  $\mathbf{R}_i$  n'interviennent pas directement dans la résolution de la rotation de  $\mathcal{E}$  par rapport à son axe des  $Y$  (cf. équation 4.11).

Une fois le mouvement des différentes chaînes des essieux du robot résolu les interactions de contact sont reprises dans le calcul de la dynamique de l'élément de  $\mathcal{T}$  correspondant. Plus précisément ces interactions agissent en réaction de celles appliquées aux roues et par conséquent elles leur sont égales et opposées. Enfin notons que le même modèle d'interaction est utilisé pour traiter des contacts entre la surface du terrain et les autres éléments naturels qu'elle supporte.

## 4.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les modèles physiques du véhicule  $\mathcal{A}$  et des composantes dynamiques de l'environnement  $\mathcal{W}$  à savoir les zones du terrain

$\mathcal{T}_i$  à surfaces déformables et les éléments mobiles  $\mathcal{O}_i$  encombrant le terrain. Ces modèles seront intégrés dans le prochain chapitre dans le schéma de planification locale pour la recherche de mouvements exécutables de  $\mathcal{A}$ .

Pour modéliser la dynamique du véhicule nous avons introduit une description hybride combinant un modèle classique de chaînes articulées et un modèle discret basé sur la mécanique du point pour représenter respectivement les essieux et roues de  $\mathcal{A}$  et son châssis articulé. Ce modèle discret a été également l'outil de représentation des zones et composants mobiles déformables du terrain. Nous nous sommes restreints dans ces deux cas à des déformations de type élastique exhibées par le comportement des différentes particules utilisées pour la représentation de la matière des différents objets correspondant. Ce modèle peut être facilement étendu pour la description de milieux meubles et d'objets à déformations plastiques. Nous renvoyons le lecteur à [54] pour les détails d'une telle représentation par le formalisme discret.

L'utilisation des modèles discrets a été adoptée dans notre cas pour approximer d'une manière simple le comportement dynamique de systèmes articulés ou déformables complexes. Pour le cas des chaînes articulées ces modèles sont bien adaptés à des mécanismes passifs (dans le sens où ils permettent leur prise en compte de manière implicite dans la formulation de la dynamique) mais restent toutefois très difficiles à appliquer pour des articulations actives devant être contrôlées. Une formulation classique pour des systèmes articulés de corps rigides communément utilisée en robotique restant à notre sens plus appropriée.

Enfin un dernier problème subsiste et concerne la détermination des différents paramètres du modèle discret des composantes dynamiques du terrain. En effet si la forme de tels composants peut être bien détectée dans un contexte d'un environnement tout-terrain par un système de vision embarqué l'identification de leurs caractéristiques physiques est quant à elle un problème plus complexe et ne peut être approximée a priori que qualitativement. A ce stade de notre recherche nous n'avons que très peu abordé ce problème et les paramètres considérés pendant les expérimentations en simulation ne sont calibrés que manuellement.

# Chapitre 5

## La génération des mouvements exécutables

Nous présentons dans ce chapitre le processus local de génération des mouvements exécutables permettant la validation de l'accessibilité effective des sous-butts générés par le premier niveau de l'algorithme général de planification. Ce processus est basé sur la combinaison d'une exploration d'un sous-espace de l'espace des états du robot et d'une phase de simulation tenant compte de la dynamique du robot et de ses interactions avec le terrain. Cette dernière phase est abordée grâce aux modèles physiques du robot  $\Gamma$  de l'environnement et de leurs interactions de contact introduits dans le chapitre précédent. Enfin  $\Gamma$  nous présenterons quelques résultats illustrant la combinaison des deux niveaux de l'algorithme général de planification de mouvements.

### 5.1 Introduction

Soit  $q_i$  la configuration sous-but courante sélectionnée à une itération donnée par l'algorithme d'exploration de l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$  tel qu'il a été présenté dans le chapitre 3. Il ressort de la section 3.3.3 qu'uniquement l'aspect géométrique lié à la génération de déplacements non-holonomes simples sur surface plane est considéré pendant le développement des différents nœuds du graphe de recherche  $\mathcal{G}$ . Ainsi  $\Gamma q_i$  n'est reliée à la configuration  $q_{i,p}$  correspondant à son nœud d'origine dans  $\mathcal{G}$  que par une courbe plane  $\mathcal{P}_i^0$  de type segment de droite ou arc de cercle. Aucun critère concernant le relief du terrain n'a été pris en compte à part dans le calcul de l'heuristique  $J_h \Gamma$  et aucun aspect de la dynamique de mouvement de  $\mathcal{A}$  n'a été considéré.

D'un autre côté  $\mathcal{A}$  a été supposé rejoindre  $q_i$  en maintenant des vitesses linéaires et angulaires maximales tout au long de  $\mathcal{P}_i^0$ . Cette hypothèse peut être

difficile à vérifier en pratique pour un système mécanique tel que  $\mathcal{A}$ . Ceci est dû au fait que sous une telle condition le véhicule doit exécuter des virages ou changer de direction d'une manière instantanée ce qui l'obligerait à avoir des accélérations linéaires et/ou angulaires quasi-infinies aux points de rebroussement ou de virage. Une deuxième raison pour laquelle il est difficile de maintenir des vitesses constantes provient du fait que le véhicule évolue sur un terrain tri-dimensionnel et est amené à traverser des zones vallonnées de nature physique diverses. Aussi cette difficulté devient vite inhérente dès que les paramètres du vecteur de contrôle  $U(t)$  appliqué sur les roues sont contraints à rester bornés tout au long de la trajectoire. En effet il suffit de considérer par exemple le cas où le robot aborde en marche avant un franchissement d'une pente avec une vitesse qui est déjà maximale. Le maintien d'une accélération nulle afin de garder une vitesse maximale peut être difficile à réaliser si les couples de contrôle  $U(t)$  sont déjà maximaux et que les valeurs des paramètres de friction des composants du terrain sont plus ou moins faibles.

Ces raisons illustrent la difficulté qu'un raisonnement purement géométrique et/ou cinématique a à capturer à lui seul tous les aspects liés à la génération d'un mouvement exécutable entre deux configurations successives (ou sous-buts) du graphe  $\mathcal{G}$ . Une planification locale prenant en compte la dynamique du véhicule et de ses interactions avec le terrain ainsi que les caractéristiques des contrôles à appliquer s'impose alors. C'est ce problème que nous abordons dans la suite de ce chapitre et dont la résolution constitue l'objet du second niveau de l'algorithme général de planification. Ainsi que nous l'avons mentionné précédemment l'objectif de ce niveau est de vérifier l'atteignabilité de la configuration sous-but courante  $q_i$  par la recherche locale d'un mouvement exécutable  $\Gamma_i$  permettant de ramener  $\mathcal{A}$  de la configuration  $q_{i,p}$  à  $q_i$  quand les contraintes cinématiques et dynamiques de  $\mathcal{A}$  et ses interactions physiques avec le terrain  $\mathcal{T}$  sont prises en compte.

## 5.2 La solution locale $\Gamma_i$ recherchée

Ainsi que nous l'avons décrit dans la section 4 la dynamique du robot est prise en compte par le biais d'une représentation hybride combinant une modélisation en chaînes articulées des différents essieux et une modélisation discrète du châssis en terme de particules élémentaires. Cette représentation nous a conduit à définir un état complet de  $\mathcal{A}$  par l'ensemble des états de chacun de ces composants de base. Nous noterons dans la suite par  $E(t)$  un état complet de  $\mathcal{A}$  à l'instant  $t$ .

La solution locale à déterminer est une trajectoire définie par une application continue  $\Gamma_i$  de l'intervalle de temps  $[0, t_{\Gamma_i}]$  vers l'espace des états  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  qui à tout instant  $t$  associe un état admissible du robot. La période  $t_{\Gamma_i}$  définit la

durée du mouvement solution  $\Gamma_i$  est supposée inconnue et non bornée. Une telle hypothèse est incontournable dans notre cas puisqu'aucune relation ne peut être établie a priori entre  $t_{\Gamma_i}$  et l'incrément de temps  $\Delta T_G$  utilisé par le niveau géométrique lors de la génération hypothétique de  $q_i$  par un déplacement donné par la courbe  $\mathcal{P}_i^0$  dans le plan horizontal. En effet  $\Delta T_G$  comme nous l'avons déjà souligné dans § 3.3.3 n'est considéré qu'arbitrairement et aucun aspect sur l'exécution effective de  $\mathcal{P}_i^0$  n'a été pris en compte pendant son choix.

La trajectoire globale  $\Gamma$  reliant  $Q_{init}$  et  $Q_{final}$  devant être de longueur la plus courte possible et minimisant au mieux le glissement et le patinage des roues ces deux critères d'optimalité sont pris en compte pendant la recherche de la solution locale  $\Gamma_i$ . Enfin nous imposerons dans la suite une limite sur le nombre de manœuvres le long de  $\Gamma_i$ . Plus précisément celle-ci doit être sans point de rebroussement si la vitesse de translation initiale de  $\mathcal{A}$  quand il est en  $q_{i,p}$  est de même signe que le sens de déplacement considéré lors de la génération de  $\mathcal{P}_i^0$ . Dans le cas où ces signes sont opposés uniquement un seul point de manœuvre est permis pour rejoindre  $q_i$ . Ce cas est obtenu quand un rebroussement de chemin a été décidé par le niveau de génération des sous-butts alors que la vitesse en  $q_{i,p}$  est non nulle mais d'amplitude inférieure à une valeur seuil  $\underline{v}$  (cf. remarque faite dans la section 3.3.3).

### 5.2.1 Les états admissibles de $\mathcal{A}$

Un état complet  $E(t)$  de  $\mathcal{A}$  est dit admissible si  $\mathcal{A}$  vérifie à l'instant  $t$  les contraintes d'exécution mentionnées dans la section 2.2.3. Parmi ces contraintes certaines sont de nature géométrique telles que la non-collision entre le robot et les obstacles  $\mathcal{B}_i$  de  $\mathcal{W}$  la non-collision entre les composants du robot autres que les roues et le terrain le non basculement ou enfin le maintien d'une relation de contact avec la surface du terrain. En plus de ces contraintes  $\mathcal{A}$  doit se déplacer avec des vitesses et accélérations en translation et en rotation bornées. La considération des contraintes sur les accélérations a pour objet d'éviter d'avoir des variations de vitesses instantanément élevées engendrées dans certains cas suite à de fortes interactions extérieures appliquées sur le robot. Une telle situation peut se manifester suite à un choc entre un fort relief du terrain et les roues de  $\mathcal{A}$  quand celui-ci se déplace à une vitesse relativement élevée.

En notant  $\mathbf{r}$  le vecteur position du centre du robot  $C_{\mathcal{A}}$  par rapport au référentiel fixe  $\mathcal{F}_{\mathcal{W}}$  de  $\mathcal{W}$  les contraintes considérées sur les accélérations s'expriment par :

$$|\dot{v}| = |\ddot{\mathbf{r}}| \leq a_{max} \quad (5.1)$$

$$|\dot{\omega}| \leq \dot{\omega}_{max} \quad (5.2)$$

où  $\dot{\omega}$  est l'accélération selon le lacet du véhicule et  $a_{max}$  et  $\dot{\omega}_{max}$  deux constantes positives choisies arbitrairement grandes. De la même manière les contraintes sur les bornes des vitesses sont :

$$|v| = |\dot{\mathbf{r}}| \leq V_{max} \quad (5.3)$$

$$|\omega| \leq \dot{\theta}_{max} = V_{max} \frac{\sin \phi'_{max}}{L_r/2} \quad (5.4)$$

où  $L$  et  $L_r$  sont respectivement l'empattement de  $\mathcal{A}$  et la distance séparant les centres des essieux arrière et central quand  $\mathcal{A}$  est posé sur le plan horizontal.  $\phi'_{max}$  est l'angle maximum entre le vecteur vitesse de  $C_{\mathcal{A}}$  et l'axe de  $\mathcal{A}$  minimisant le glissement au niveau des deux essieux arrière glissement maximal tel que défini dans la section 3.2.3. L'angle  $\phi'_{max}$  est lié à l'angle de braquage maximum  $\phi_{max}$  par  $\tan \phi'_{max} = \tan \phi_{max} L_r / (2L - L_r)$ .

Enfin le robot étant contraint à se déplacer grâce à un vecteur de contrôle  $U$  borné nous avons à chaque instant :

$$|u_i| \leq U_{max}, \quad i = 1..6 \quad (5.5)$$

où  $u_i$  est la composante du vecteur  $U$  correspondant à la  $i^{ème}$  roue  $U_{max}$  est une valeur strictement positive donnée et 6 étant le nombre des roues.

## 5.2.2 Conditions aux extrémités

Les conditions aux extrémités initiale et finale de  $\Gamma_i$  sont définies respectivement par  $\Gamma_i(0) = E(0) = E_{i,p}$  et  $\Gamma_i(t_{\Gamma_i}) = \bar{E}_i \Gamma$  où  $E_{i,p}$  est l'état de  $\mathcal{A}$  quand il a atteint préalablement la configuration  $q_{i,p}$  et  $\bar{E}_i$  est une estimation de l'état désiré qu'il devra avoir lors de la convergence vers la configuration intermédiaire  $q_i$ . L'estimation de  $\bar{E}_i$  est donnée par le voisinage  $V(q_i)$  défini sur les paramètres de configuration  $(x, y, \theta)$  de  $\mathcal{A}$  (cf. 3.3.1.1) et une valeur ou un domaine hypothétique des vitesses de translation et de rotation  $(\bar{v}_i, \bar{\omega}_i)$ . Intuitivement cette valeur dépend de la nature de la configuration  $q_i$  c'est à dire si  $q_i$  correspond à un point de rebroussement ou est située sur un virage ou une ligne droite. Ceci est déterminé en comparant le chemin nominal  $\mathcal{P}_i^0$  (de type  $S$  ou  $C$ ) et la première portion de type  $S$  ou  $C$  du plus court chemin géodésique  $\mathcal{P}_{i,final}$  calculé lors de l'estimation de la distance entre les configurations  $q_i$  et  $q_{final}$  (conformément à § 3.4).

Dans les figures 5.1 et 5.2 nous illustrons respectivement le cas où  $q_i$  est située sur un virage en sens arrière et le cas où une manœuvre est à exécuter en  $q_i$ . Dans le premier (resp. deuxième) cas la courbe  $\mathcal{P}_i^0$  est donné par un arc de cercle de

type  $C_r^-$  (resp.  $C_r^+$ ) et les chemins reliant  $q_i$  à  $q_{final}$  sont respectivement donnés par une séquence de type  $C_r^-|C_l^+S^+$  et  $C_r^-|C_l^+S^+C_r^+$  (instances de  $C|C_{\pi/2}SC$  et  $C|SC_{\pi/2}C$ ).

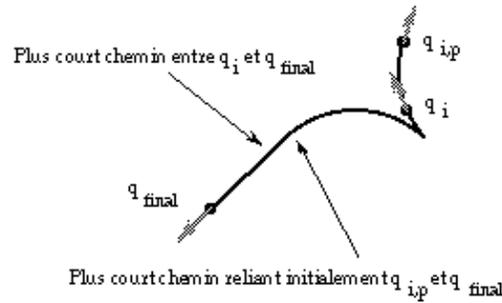


FIG. 5.1 - Configuration sous-but  $q_i$  supposée située sur un virage.

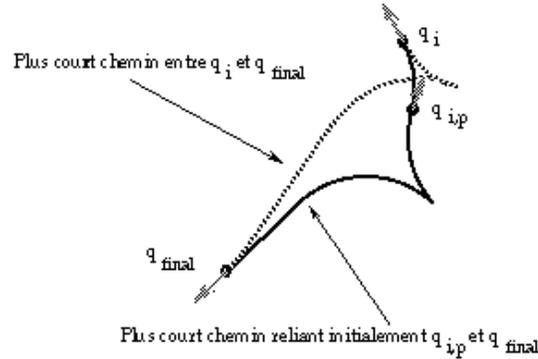


FIG. 5.2 - Configuration sous-but  $q_i$  correspondant à un point de manœuvre.

Nous énumérons dans ce qui suit les différentes estimations des valeurs ou domaines des paramètres de vitesses  $(\bar{v}_i, \bar{\omega}_i)$  pour les différents cas de figure de  $q_i$ .

- Cas où  $q_i$  est un point de manœuvre :  $(\bar{v}_i, \bar{\omega}_i) = (0, 0)$ .
- Cas où  $q_i$  n'est pas un point de manœuvre :  
 La vitesse de translation  $\bar{v}_i$  contenue dans l'intervalle  $[0, V_{max}]$  (resp.  $[-V_{max}, 0]$ ) si la vitesse initiale  $v(0)$  de  $\mathcal{A}$  en  $q_{i,p}$  est positive (resp. négative).  
 L'estimation de  $\bar{\omega}_i$  s'effectue selon les cas suivants :
  - $\mathcal{P}_i^0$  est un segment de droite :  $\bar{\omega}_i = 0$ .

- $\mathcal{P}_i^0$  et la première portion de  $\mathcal{P}_{i,final}$  sont tous deux des arcs de cercle de même type : si  $\mathcal{P}_i^0$  est de type  $C_l^+$  ou  $C_r^-$  alors  $\bar{\omega}_i \in [0, \dot{\theta}_{max}]$  sinon  $\bar{\omega}_i \in [-\dot{\theta}_{max}, 0]$ .
- $\mathcal{P}_i^0$  et la première portion de  $\mathcal{P}_{i,final}$  sont tous deux des arcs de cercle mais de types différents :  $\bar{\omega}_i = 0$ .

Il est à préciser à ce stade que dans le cas où le robot arrive à converger grâce à un mouvement contraint vers le voisinage  $V(q_i)$  avec une valeur effective des vitesses qui ne soit pas strictement incluses dans ces domaines le sous-but  $q_i$  sera considéré comme atteignable à partir de  $q_{i,p}$ . Les estimations sur  $(\bar{v}_i, \bar{\omega}_i)$  seront ainsi perçues uniquement comme termes à approcher pendant la convergence vers  $V(q_i)$ .

### 5.3 La planification locale de mouvement

A l'instar de la plupart des méthodes de planification de trajectoire sous contraintes dynamiques [13] nous ramenons le calcul de la solution  $\Gamma_i$  à une recherche dans un graphe. Dans ces méthodes le graphe de recherche correspond à une discrétisation de l'espace des états du robot et le passage d'un état (ou nœud) à un autre qui lui est adjacent et gouverné par l'application à chaque incrément de temps d'un vecteur de contrôle choisi parmi un ensemble discret d'accélération nominales garantissant le maintien des contraintes dynamiques considérées.

L'application directe d'une telle approche dans notre cas peut conduire à une complexité très élevée vu les dimensions de l'espace des états  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$  et de l'espace des contrôles  $U$  du robot. Nous rappelons que pour le robot  $\mathcal{A}$  considéré le vecteur  $U$  des couples de contrôle des roues est de dimension 6 et la modélisation hybride de  $\Phi(\mathcal{A})$  nous a conduit à définir un état complet  $E$  de  $\mathcal{A}$  comme un vecteur de dimension  $2(8n_e + 3n_p)$ . Conformément à § 4.2.4 le coefficient 8 correspond à la dimension de la configuration dans  $\mathcal{W}$  d'un système composé de deux roues solidaires d'un essieu  $n_e$  est le nombre d'essieux du robot (3 dans notre cas) et  $n_p$  est le nombre de particules élémentaires modélisant la chaîne du châssis.

#### Notre approche

Afin d'éviter une telle complexité la solution que nous proposons consiste à appliquer un algorithme itératif consistant en une recherche dans un graphe  $\mathcal{G}_i$  correspondant à une discrétisation d'un sous-espace  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{SS}_{\mathcal{A}}$ . Par analogie à l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$  considéré au niveau géométrique  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  est défini par un espace de dimension 5 dont les éléments sont paramétrés selon les variables

$(x, y, \theta, v, \omega)$  du robot. Ainsi un élément de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  sera défini par la configuration réduite  $q = (x, y, \theta)$  dans le plan horizontal augmentée du vecteur vitesse  $(v, \omega)$  du point centre  $C_{\mathcal{A}}$  de  $\mathcal{A}$ . Nous noterons dans la suite par  $s$  les éléments de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$ .

L'exploration de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  est effectuée à chaque itération en déterminant à partir de l'état réduit  $s(t)$  correspondant au nœud courant de  $\mathcal{G}_i$  un ensemble d'accélération nominales  $(\tilde{v}_n, \tilde{\omega}_n)$ . Nous nous baserons pour cela sur le modèle du véhicule quand il se déplace sur une surface plane et l'utilisation d'une distance géodésique correspondant à des chemins sans manœuvre reliant la configuration courante au sous-but  $q_i$ . Notre but étant de valider la faisabilité des mouvements de  $\mathcal{A}$  quand la totalité de la dynamique de son système mécanique est prise en compte chacun de ces vecteurs d'accélération est transformé en un vecteur de couples de contrôle  $U$  sur les roues en tenant compte du patinage et du glissement longitudinal de celles-ci. Une fois les paramètres de  $U$  déterminés le déplacement effectif de  $\mathcal{A}$  est calculé par la simulation du modèle physique du robot et de ceux des composants du terrain. Pour chacun des vecteurs  $U$  et par conséquent pour chaque accélération nominale  $(\tilde{v}_n, \tilde{\omega}_n)$  le résultat de cette simulation consiste en un nouvel état complet  $E$  atteint par le robot. Chaque nouvel état  $E$  est alors analysé afin d'écartier les nœuds de  $\mathcal{G}_i$  correspondant à des déplacements solutions violant les contraintes initiales du problème. Par ce schéma le développement des différents nœuds de  $\mathcal{G}_i$  est réalisé par la simulation dynamique du comportement de la totalité de la chaîne articulée du robot.

Notre but étant d'aboutir à une solution globale  $\Gamma$  qui soit de longueur la plus courte possible nous restreindrons la recherche de chaque trajectoire  $\Gamma_i$  à rester dans le voisinage du chemin initial  $\mathcal{P}_i^0$  connectant  $q_{i,p}$  et  $q_i$ . Pour un état courant  $E(t)$  de  $\mathcal{A}$  cette notion de voisinage est caractérisée par l'existence d'une courbe  $\mathcal{P}(t)$  de Dubins [23] de type *CSC* (sans manœuvre) connectant dans le plan horizontal la configuration correspondante  $q$  et  $q_i$ . De plus la courbe  $\mathcal{P}(t)$  servira comme mesure de convergence vers  $q_i$  et sera utilisée pour déterminer l'ensemble des accélérations nominales à considérer lors de l'exploration de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$ .

Pour un pas d'intégration  $\delta t$  donné l'exploration de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  à partir d'un état courant  $s(t)$  suit le schéma de base suivant :

- Calculer la courbe  $\mathcal{P}$  de type *CSC* reliant  $q$  correspondant à  $s(t)$  à  $q_i$  et tel que le signe de déplacement sur  $\mathcal{P}$  soit de même signe que sur  $\mathcal{P}_i^0$ .
- Selon  $\mathcal{P}(t)$  déterminer un ensemble d'accélération nominales  $(\tilde{v}_n, \tilde{\omega}_n)$  à appliquer sur le centre du robot  $C_{\mathcal{A}}$  coïncidant avec le centre de l'essieu central.
- Pour chacune de ces accélérations
  - Déterminer les accélérations correspondantes à appliquer au niveau des centres des autres essieux de  $\mathcal{A}$ .
  - Extraire un vecteur de couples de contrôle  $U$  à appliquer sur les roues.

- Simuler le comportement de  $\mathcal{A}$  sur le terrain en appliquant le vecteur de couples déterminé précédemment. Cette phase est effectuée grâce à la considération des modèles physiques du robot  $\Gamma$  du terrain et de leurs interactions (cf. Chapitre 4).
- Tester la validité de l'état complet  $E(t + \delta t)$  obtenu et des accélérations effectives de  $\mathcal{A}$  par rapport aux contraintes d'exécution initiales.

Nous avons vu dans la section 1.4 que la complexité des techniques de planification de trajectoires basées sur une recherche dans un graphe (mis à part les travaux de [13] et [22]) tend à augmenter d'une manière exponentielle en fonction de la taille des grilles considérées pour la représentation de l'espace des états du robot. Nous rappelons que ces grilles sont généralement choisies comme régulières et leur résolution dépend de l'incrément de temps considéré pour l'intégration des équations de mouvement du robot et donc pour le passage d'un état à un autre. Dans notre cas  $\Gamma$  ce paramètre d'intégration temporelle est généralement choisi comme étant le plus petit possible de manière à éviter des problèmes de divergence pendant le calcul des modèles physiques adoptés. Cette obligation est d'autant plus cruciale pour nous que la plupart des interactions et connecteurs du robot et du terrain sont modélisés à base de ressorts à raideurs généralement élevées. Ainsi  $\Gamma$  on peut s'attendre à ce que la recherche directe de  $\Gamma_i$  dans une grille de  $\mathcal{S}\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$  dépendant du pas de temps  $\delta t$  conduit à des temps de résolution des mouvements locaux de type  $\Gamma_i$  prohibitifs. A cela s'ajoute l'aspect lié à l'espace mémoire requis pour la représentation des différentes informations nécessaires pour la recherche de  $\Gamma_i$ . Parmi ces informations  $\Gamma$  nous pouvons citer essentiellement la totalité des états complets  $E(t)$  atteints par le robot et les états du terrain dans le cas où celui-ci est déformable ou comporte des composants mobiles à sa surface.

Dans les sections suivantes  $\Gamma$  nous présentons l'algorithme de planification locale  $\Gamma$  les différentes phases de génération de mouvements mentionnées précédemment et l'approximation effectuée sur l'exploration de  $\mathcal{R}\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ .

## 5.4 L'algorithme de planification locale

### 5.4.1 Représentation de $\mathcal{R}\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$

#### 5.4.1.1 Le graphe de recherche $\mathcal{G}_i$

Ainsi que nous l'avons introduit précédemment  $\Gamma$  la détermination de la solution  $\Gamma_i$  est effectuée par la recherche dans un graphe  $\mathcal{G}_i$  correspondant à une discrétisation du sous-espace  $\mathcal{R}\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ . Celui-ci est représenté sous forme d'un ensemble de cellules identiques  $CL_k$  correspondant à une discrétisation régulière

des domaines de définition des 5 paramètres  $(x, y, \theta, v, \omega)$ . En plus de la spécification de ses dimensions (i.e. du taux de discrétisation selon les différents axes de  $\mathcal{RS}_A$ ) chaque cellule  $CL_k$  est caractérisée par un état réduit  $s_k^c$  centré en  $CL_k$ . Nous considérerons dans la suite que  $s_{i,p}$  (état réduit du robot en  $q_{i,p}$ ) coïncide avec le centre de la cellule qui le contient. Ce choix permettra pour un taux de discrétisation donné  $\delta_x$  et  $\delta_y$  de déterminer la répartition des différentes positions  $(x_k^c, y_k^c)$  des centres des cellules de  $\mathcal{RS}_A$ . Les termes  $\delta_x$  et  $\delta_y$  seront supposés égaux dans la suite.

Pour un mouvement final  $\Gamma_i$  sans manœuvre (i.e. vitesses  $v(0)$  en  $q_{i,p}$  et  $\bar{v}_i$  en  $q_i$  de même signe) la cellularisation  $CL$  de  $\mathcal{RS}_A$  ne comprendra que les états  $s$  dont la vitesse de translation  $v$  est de même signe que  $v(0)$  (i.e.  $v \in [0, V_{max}]$  si  $v(0) \geq 0$  ou  $v \in [-V_{max}, 0]$  si  $v(0) \leq 0$ ). Dans le cas où  $q_{i,p}$  correspond initialement à un point de rebroussement et que les vitesses en  $q_{i,p}$  et  $q_i$  sont de signes contraires  $CL$  sera constituée de l'ensemble des cellules correspondant à des vitesses  $v$  comprises entre  $v(0)$  et  $\pm V_{max}$ . Enfin les valeurs sur les axes des  $\theta$  et  $\omega$  sont supposées varier respectivement sur les intervalles  $[0, 2\pi[$  et  $[-\theta_{max}, \theta_{max}]$ .

La connectivité de  $\mathcal{RS}_A$  est capturée dans un graphe direct  $\mathcal{G}_i$  où chaque nœud correspond à une cellule  $CL_k$ . Deux cellules  $CL_j$  et  $CL_k$  sont adjacentes dans  $\mathcal{G}_i$  s'il existe une portion de trajectoire exécutable et continue  $\Gamma_{jk}$  ramenant le robot d'un état réduit  $s_j^r$  de  $CL_j$  à un autre état  $s_k^r$  appartenant à  $CL_k$ . En plus de l'information sur le chaînage entre les nœuds  $CL_j$  et  $CL_k$  il sera associé à celui-ci la description complète de la trajectoire  $\Gamma_{jk}$  (i.e. séquence des états complets  $E$  du robot) et l'état des éléments du terrain quand le robot a atteint  $s_k^r$ . Cette dernière information n'est maintenue que si le robot a préalablement franchi une région à surface déformable ou comportant des éléments mobiles.

#### 5.4.1.2 Considération d'un espace de travail local

L'espace de travail du robot considéré localement est limité à une région  $\mathcal{W}_{i,local}$  de l'environnement  $\mathcal{W}$  contenant les deux configurations extrémités  $q_{i,p}$  et  $q_i$ . La restriction de la recherche de  $\Gamma_i$  par rapport à un espace de travail local a pour but d'éviter de générer des mouvements solutions  $\Gamma_i$  éloignant le robot de  $q_{i,p}$  et  $q_i$ .

Dans l'implantation actuelle de l'algorithme cette région est considérée comme étant délimitée par un cercle centré au point milieu de  $(x_{i,p}, y_{i,p})$  et  $(x_i, y_i)$  (coordonnées de  $q_i$  et  $q_{i,p}$  dans le plan horizontal de  $\mathcal{F}_W$ ) et de rayon égal à la valeur :

$$d/2 + h_{xy} + L + \sqrt{2}\delta_x/2 + \epsilon$$

où  $d$  correspond à la distance entre  $(x_{i,p}, y_{i,p})$  et  $(x_i, y_i)$   $h_{xy}$  est le rayon de  $V(q_i)$   $L$  est l'empattement de  $\mathcal{A}$  quand il est au repos sur une surface plane. Le terme

$\epsilon$  est considéré comme nul dans le cas où  $q_{i,p}$  ne correspond pas à un point de manœuvre. Dans le contraire ce terme est choisi arbitrairement égal à  $d/2$ . Dans la suite uniquement les cellules  $CL_k$  telles que les positions centres  $(x_k^c, y_k^c)$  sont à une distance inférieure à  $d/2 + h_{xy} + \sqrt{2}\delta_x/2 + \epsilon$  du point milieu de  $\mathcal{W}_{i,local}$  seront retenues.

Ainsi  $\mathcal{W}_{i,local}$  sera constitué des obstacles de la région du terrain et de ses composants mobiles intersectant cette zone. Le calcul de distance pour la détermination de la répartition du contact entre  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{T}$  et la vérification de la non-collision aux obstacles seront directement effectués par rapport aux sous-ensembles des sphères et disques descriptifs de ces différentes entités. Nous continuerons à noter dans la suite par  $\Phi(\mathcal{T})$  le modèle physique de la région considérée du terrain et des composants mobiles à sa surface.

### 5.4.2 Exploration de $\mathcal{G}_i$

L'exploration de  $\mathcal{G}_i$  est basée sur un algorithme de type  $A^*$  tel qu'il a été présenté dans le chapitre 3 lors de la génération des sous-buts dans l'espace  $\mathcal{C}_{search}$ . Nous ne reviendrons pas dans ce chapitre sur les détails de cet algorithme. A l'instar du niveau géométrique la fonction de coût correspond à la distance parcourue par le robot sur le terrain et l'heuristique à la distance géodésique correspondant à la longueur du plus court chemin sans manœuvre de type  $CSC$  menant le robot de sa configuration courante au but intermédiaire  $q_i$ . Plus précisément nous utiliserons la même approximation faite dans la section 3.5 tenir compte de la convergence vers un voisinage de  $q_i$ . Les chemins générés par ce calcul serviront en plus comme paramètres de détermination des accélérations nominales du robot pendant l'exploration de  $\mathcal{G}_i$ .

L'algorithme s'arrête si une cellule correspondant à l'estimation de l'état du robot en  $q_i$  est atteinte ou qu'aucun nœud ne peut pas être développé dans  $\mathcal{G}_i$ . Aussi à chaque incrément de temps  $\delta t$  l'algorithme vérifie si  $\mathcal{A}$  se trouve à une configuration située au voisinage de  $q_i$  en vérifiant les estimations sur les vitesses. Dans le cas où il y a convergence vers  $q_i$  le triplet  $(\Gamma_i, \mathcal{U}_i, \Delta T_{\Gamma_i})$  constitué de la trajectoire solution de la séquence des couples  $U$  et la durée totale d'exécution de  $\Gamma_i$  est retourné au niveau de génération des sous-buts de l'algorithme général de planification. Le nœud  $N(q_i)$  initialement créé lors de la génération de  $q_i$  est à son tour développé dans le graphe de recherche  $\mathcal{G}$  en considérant comme configuration de départ la configuration  $q_{i,r}$  l'extrémité finale de  $\Gamma_i$ .

Dans le cas où  $q_i$  ne peut pas être atteinte l'algorithme retourne la trajectoire ramenant le robot du sous-but initial  $q_{i,p}$  à la configuration la plus proche de  $q_i$  susceptible de pouvoir générer au moins un successeur dans le graphe des sous-but  $\mathcal{G}$  qui soit sans collision avec les obstacles de  $\mathcal{W}$ .

### 5.4.3 Développement des nœuds de $\mathcal{G}_i$

Nous décrivons dans cette section le principe du processus de développement des nœuds de  $\mathcal{G}_i$  ce qui correspond à la phase de passage d'une cellule de  $CL$  à une autre. Nous supposons tout au long de l'exploration de  $\mathcal{G}_i$  que chaque cellule ne peut être atteinte par  $\mathcal{A}$  qu'au plus une fois. Soit  $CL_k$  la cellule courante de l'algorithme de planification locale et soit  $\Gamma_{jk}$  la portion de trajectoire précédemment calculée lors du développement du nœud correspondant à une cellule adjacente à  $CL_j$  et ramenant  $\mathcal{A}$  jusqu'à celle-ci (figure 5.3). Soit  $s_k^r$  l'état extrémité finale de  $\Gamma_{jk}$ .

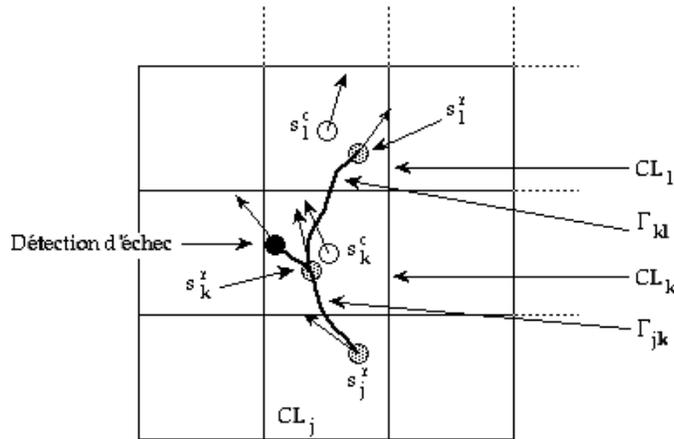


FIG. 5.3 - Trajectoires locales correspondant au développement des nœuds de  $\mathcal{G}_i$ .

Le développement du nœud correspondant à  $CL_k$  est effectué en sélectionnant à partir de l'analyse de l'état complet  $E_k^r$  correspondant à  $s_k^r$  un ensemble d'accélération nominales  $(\tilde{v}, \tilde{\omega})$  bornées qui guideront le passage du robot de  $CL_k$  à des cellules voisines non encore explorées. Ainsi il y aura dans le meilleur des cas autant de cellules atteignables à partir de  $CL_k$  que d'accélération à considérer quand le robot est en  $s_k^r$ . Supposons que l'origine du temps coïncide avec l'instant 0 quand  $\mathcal{A}$  est en  $s_k^r$  et supposons que l'accélération courante choisie est donnée par un vecteur  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$ . La génération de mouvements de  $\mathcal{A}$  pendant chaque incrément du temps  $\delta t$  s'appuie sur le schéma présenté dans la section 5.3 i.e. transformation de  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  en un vecteur de couples  $U$  et simulation du mouvement de  $\mathcal{A}$  sur le terrain. Ce processus est itéré jusqu'à l'accès à un état  $s_k^r$  situé dans une nouvelle cellule  $CL_l$  ou violation de l'une des contraintes d'exécution considérées. La validité des états du robot par rapport à celles-ci est testée en considérant les paramètres de l'état complet de  $\mathcal{A}$  obtenus après la phase de simulation de mouvement.

### Détection des échecs

Nous distinguerons les contraintes à satisfaire strictement et celles qui sont relaxées tant que l'état courant  $s$  du robot est situé à l'intérieur de  $CL_k$ . Les premières contraintes concernent la non-collision entre  $\mathcal{A}$  et les obstacles  $\mathcal{B}_i$ , la non-collision entre le terrain et les composants du robot autres que les roues, le non-basculement et la rupture du contact au niveau de la totalité des roues ou de quelques unes. Les configurations du robot correspondant à ce dernier cas sont telles que quatre roues au moins sont décollées du sol ou que le robot roule uniquement sur trois roues situées toutes du même côté (gauche ou droite). La rupture du contact au niveau d'une roue est implicitement détectée quand l'interaction avec le sol s'annule; cas obtenu quand la liste des nœuds de contact de la roue est vide (cf. § 5.23). Enfin dans le cas où les accélérations effectives en translation et en rotation obtenues par la simulation dépassent les bornes initiales (5.1) l'état  $s$  sera considéré comme inadmissible.

La violation des contraintes sur les bornes des vitesses et sur la frontière de l'espace de travail local est détectée quand l'état  $s$  atteint ne correspond à aucune cellule de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$ . De la même manière sont détectés les rebroussements de chemin non permis (i.e. changement du signe de la vitesse de translation). Dans le cas où les vitesses assignées aux cellules sont toutes de même signe (i.e. cas où la configuration origine  $q_{i,p}$  n'est pas un point de rebroussement) un rebroussement correspond à un état en dehors de  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$ . Dans le cas où  $q_{i,p}$  correspond à un point de manœuvre un seul point de rebroussement au plus est toléré tout au long de la trajectoire reliant  $q_{i,p}$  à l'état courant  $s$ . Cela est détecté quand le signe des vitesses de translation des états centres des cellules traversées par cette trajectoire change de signe deux fois.

### Relaxation de la contrainte de non glissement

Les contraintes à relaxer concernent les glissements longitudinaux et latéraux du véhicule. Une telle relaxation est permise localement pendant le passage d'une cellule à une autre en considérant la vitesse de translation latérale de  $\mathcal{A}$  et le patinage/glissement des roues. Supposons que la génération des déplacements de  $\mathcal{A}$  selon  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  ramène le robot dans une cellule  $CL_l$  voisine à  $CL_k$ . Soit  $\Gamma_{kl}$  la trajectoire obtenue.  $\Gamma_{kl}$  sera considérée comme admissible si en plus des contraintes strictes précédemment mentionnées elle vérifie les deux conditions suivantes :

- *a.* Les états de la portion  $\Gamma_{kl}^k$  de  $\Gamma_{kl}$  contenus dans  $CL_k$  peuvent correspondre à des états de glissement du robot sur le terrain sous la double condition que  $\mathcal{A}$  converge vers  $q_i$  et que la portion de trajectoire  $\Gamma_{jk}^k$  de  $CL_k$  reliant  $s_j^r$  à  $s_k^r$  (voir figure 5.3) soit telle que la vitesse latérale de  $\mathcal{A}$  et

le patinage/glisserment avant des roues sont décroissants. A un instant  $t$  la convergence du robot vers  $q_i$  étant donnée par la comparaison des longueurs des plus courts chemins  $\mathcal{P}(t)$  et  $\mathcal{P}(t - \delta t)$ .

- *b.* La portion  $\Gamma_{kl}^l$  de  $\Gamma_{kl}$  dont les états sont dans  $CL_l$  est telle que la vitesse latérale de  $\mathcal{A}$  et le patinage/glisserment des roues sont décroissants.

Dans le cas où la condition *a.* n'est pas vérifiée le processus du développement de  $s_k^r$  selon  $(\dot{v}_k, \dot{\omega}_k)$  s'arrête et un deuxième vecteur d'accélérations nominales est sélectionné en repartant de  $s_k^r$ . Dans le cas où  $\Gamma_{kl}^l$  a pu être générée la cellule  $CL_l$  devient adjacente à  $CL_k$  dans le graphe local  $\mathcal{G}_i$ . L'état  $s_l^r$  correspondant à l'extrémité finale de  $\Gamma_{kl}^l$  (i.e. jusqu'où le mouvement est calculé dans  $CL_l$ ) est choisi de manière à coïncider avec la première violation de la condition *b.* ou la première occurrence de changement de type du chemin  $\mathcal{P}$  à l'intérieur de  $CL_l$ . Dans le cas où ce changement a eu lieu dans  $CL_k$   $s_l^r$  est choisi comme étant le premier état atteint dans  $CL_l$  ce qui conduit à définir la portion  $\Gamma_{kl}^l$  par l'état complet  $\{E_l^r\}$  du véhicule à cet instant. Enfin dans le cas où *b.* est vérifiée et que le type de  $\mathcal{P}$  est invariant  $s_l^r$  est choisi tel qu'il soit le plus proche de l'état centre  $s_l^c$  de  $CL_l$ .

## 5.5 La génération de mouvement

### 5.5.1 La détermination des accélérations nominales

Dans cette section nous présentons le principe de la détermination des vecteurs d'accélérations nominales utilisées pour le développement des cellules de  $\mathcal{G}_i$ .

Dans le modèle physique hybride  $\Phi(\mathcal{A})$  présenté dans la section 4.2 le système mécanique de  $\mathcal{A}$  est décrit par un ensemble de chaînes articulées simples correspondant aux essieux et aux roues inter-connectées par des mécanismes physiques discrets représentatifs du système articulé du châssis. Cette représentation permet de ne considérer pour l'analyse de la dynamique au point centre du robot  $C_{\mathcal{A}}$  que le système articulé de l'essieu central  $\mathcal{E}_c$  et l'ensemble des interactions de contact qui lui sont appliquées. Une telle réduction est valide dans notre cas pour deux raisons. La première est due au fait que  $C_{\mathcal{A}}$  se trouve confondu à chaque instant avec le centre de  $\mathcal{E}_c$ . La seconde raison découle du fait que dans le modèle physique  $\Phi(\mathcal{A})$  la dynamique du système mécanique de  $\mathcal{A}$  est calculée en considérant chaque composante de base comme une entité indépendante des autres. Ces liaisons étant modélisées par des forces de cohésion interne calculées à partir de connecteurs visco-élastiques (cf. § 4.2.3).

Sous l'hypothèse que pendant le passage d'une cellule à une autre le robot se déplace sur une surface rigide et que la trajectoire décrite par  $C_A$  reste dans le plan  $(x_A, y_A)$  du référentiel  $\mathcal{F}_A$  de  $\mathcal{A}$  les équations de mouvement en ce point peuvent être exprimées par rapport à ce même repère sous la forme :

$$m_c a_x = g_x + F_{c,x} + f_x^r + f_x^l \quad (5.6)$$

$$m_c a_y = g_y + F_{c,y} + f_y^r + f_y^l \quad (5.7)$$

$$I_z \dot{\omega} = (f_x^r - f_x^l)l + M(F_c) \quad (5.8)$$

où  $a_x$  et  $a_y$  sont les accélérations selon  $(x_A$  et  $y_A)$  telles que  $\dot{v} = (a_x^2 + a_y^2)^{1/2}$   $m_c$  et  $I_z$  sont la masse et le moment d'inertie de  $\mathcal{E}_c$   $g$  est la force de gravité  $F_c$  désigne la résultante des forces de liaison appliquées par les autres corps de  $\mathcal{A}$  sur  $\mathcal{E}_c$  et les forces  $f^l$  et  $f^r$  sont les réactions tangentielles du terrain sur les roues gauche et droite. Dans l'équation 5.8 le moment dû aux forces  $f_y$  a été négligé en considérant que le contact est ponctuel durant le mouvement de  $\mathcal{A}$ . Enfin les coefficients de frottement entre chaque roue et le plan sur lequel est supposé se déplacer  $\mathcal{A}$  seront choisis comme étant les plus grands parmi les paramètres correspondant aux nœuds de contact courants.

**Conditions sur l'accélération  $a_x$**  La prise en compte de la borne sur les couples à appliquer sur les roues et la formulation de la condition du non glissement longitudinal conduisent à avoir :

$$\frac{1}{m_c} \left[ -2 \frac{U_{max}}{R} + g_x + F_{c,x} \right] \leq a_x \leq \frac{1}{m_c} \left[ 2 \frac{U_{max}}{R} + g_x + F_{c,x} \right] \quad (5.9)$$

$$\frac{1}{m_c} \left[ -\mu_t^l N^l - \mu_t^r N^r + g_x + F_{c,x} \right] \leq a_x \leq \frac{1}{m_c} \left[ \mu_t^l N^l + \mu_t^r N^r + g_x + F_{c,x} \right] \quad (5.10)$$

où  $R$  est le rayon d'une roue  $\mu_t^r$  (resp.  $\mu_t^l$ ) est le coefficient de frottement statique longitudinal entre la roue droite (resp. gauche) et la surface du terrain et  $N^r$  et  $N^l$  sont les réactions du sol.

**Conditions sur l'accélération  $a_y$**  La condition de non glissement latéral et la contrainte sur la courbure s'expriment par :

$$\frac{1}{m_c} \left[ -\mu_s^l N^l - \mu_s^r N^r + g_y + F_{c,y} \right] \leq a_y \leq \frac{1}{m_c} \left[ \mu_s^l N^l + \mu_s^r N^r + g_y + F_{c,y} \right] \quad (5.11)$$

$$-v^2 / \rho_{max} \leq a_y \leq v^2 / \rho_{max} \quad (5.12)$$

où  $\mu_s^r$  (resp.  $\mu_s^l$ ) est le coefficient de frottement statique latéral entre la roue droite (resp. gauche) et la surface du terrain  $\Gamma$  et  $\rho_{max}$  est le rayon de courbure minimal défini précédemment.

**Condition sur  $\dot{\omega}$**  De la même manière que 5.9  $\Gamma$  la considération des bornes sur les couples des roues s'exprime par :

$$\frac{1}{I_z}[-2\frac{U_{max}}{R}l + M(F_c)] \leq \dot{\omega} \leq \frac{1}{I_z}[2\frac{U_{max}}{R}l + M(F_c)] \quad (5.13)$$

où  $l$  désigne la distance entre les centres des deux roues.

## 5.5.2 Application des accélérations nominales

Soient  $\tilde{v}_a$  et  $\tilde{\omega}_a$  (resp.  $\tilde{v}_d$  et  $\tilde{\omega}_d$ ) les valeurs respectives des accélérations (resp. décélérations) en translation et en rotation à appliquer en  $s_k^r$ . Ces valeurs correspondent aux valeurs maximales et minimales vérifiant les conditions 5.9 à 5.13. Afin d'éviter le développement systématique de l'état courant  $s_k^r$  selon toutes les combinaisons possibles des accélérations/décélérations  $\Gamma$  nous limiterons le choix de  $(\tilde{v}, \tilde{\omega})$  selon le type du plus court chemin  $\mathcal{P}$  reliant la configuration  $q_k^r$  de  $\mathcal{A}$  et le sous-but  $q_i$  et la direction du glissement latéral du robot à l'état  $s_k^r$ . Celle-ci est caractérisée par la composante  $\mathbf{v}_t$  du vecteur vitesse sur l'axe des  $y$  de référentiel  $\mathcal{F}_A$  du robot.

Nous présentons dans la suite ce principe quand le chemin  $\mathcal{P}_i^0$  initial reliant  $q_{i,p}$  et  $q_i$  correspond à un déplacement avant  $\Gamma$ .i.e. la vitesse estimée  $\bar{v}_i$  en  $q_i$  est positive ou nulle. Considérons en un premier temps le cas sans manœuvre  $\Gamma$ .i.e. la vitesse de translation en  $s_k^r$  est strictement positive et soit  $\mathcal{P}$  le plus court chemin de type  $C_1SC_2$  en déplacement avant reliant la configuration  $q_k^r$  de  $\mathcal{A}$  et le sous-but  $q_i$  tel que montré par la figure 5.4. Nous rappelons que le calcul de  $\mathcal{P}$  est effectué par rapport au plan horizontal de  $\mathcal{W}$  et considère le modèle cinématique  $2D$  de  $\mathcal{A}$  présenté dans § 3.2.3. Soit  $\omega_{\mathcal{P}}$  la vitesse de rotation nécessaire pour suivre la première portion de  $\mathcal{P}$   $\Gamma$ .i.e. l'arc de cercle  $C_1$   $\Gamma$  ou  $S$  si  $C_1 = \emptyset$   $\Gamma$  ou  $C_2$  si  $C_1 = S = \emptyset$ .

### Cas où $\omega_{\mathcal{P}} > 0$ et $\omega < 0$

Dans le cas où la première portion de  $\mathcal{P}$  est un arc de cercle tel que  $\omega_{\mathcal{P}} > 0$  et la vitesse de rotation courante en  $s_k^r$  est  $\omega < 0$   $\Gamma$   $\tilde{\omega}_k$  est toujours choisie égale  $\tilde{\omega}_d > 0$ . Le choix de  $\tilde{\omega}_k$  quant à lui dépend s'il y a glissement latéral ou non. En absence de glissement latéral tel que dans la figure 5.4. Dans ce cas  $\Gamma$  le développement

de  $s_k^r$  est limité aux trois vecteurs :  $\tilde{v}_k$  est sélectionnée parmi les trois valeurs  $0 \Gamma \tilde{v}_a$  et  $\tilde{v}_d$ . Ainsi le développement de  $s_k^r$  est limité à trois vecteurs d'accélération nominales.

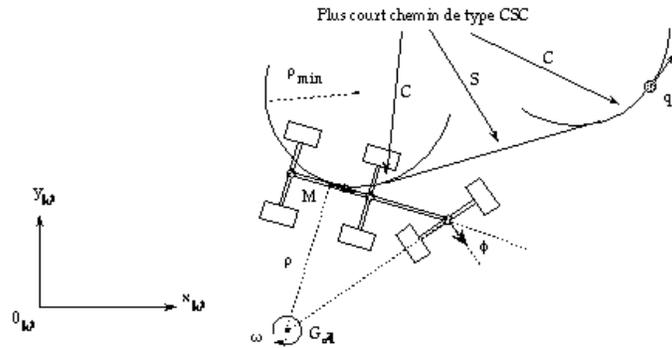


FIG. 5.4 - Cas où  $\omega_p > 0$  et  $\omega < 0$ .

Dans le cas où il y a glissement latéral la sélection de  $\tilde{v}_k$  est effectuée en comparant les directions de  $\mathbf{v}_t$  et le vecteur  $\mathbf{x}_i$  de  $\mathcal{F}_A$  quand  $\mathcal{A}$  est à la configuration finale  $q_i$ . Ainsi dans le cas où  $\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{x}_i < 0$  tel que dans la figure 5.5 (quand  $\mathcal{A}$  se trouve en  $q_k^r$  sur une surface inclinée d'angle  $\alpha$ ) uniquement les valeurs  $0$  et  $\tilde{v}_d$  seront considérées. Dans le cas contraire (cas de la figure 5.6)  $\tilde{v}_k$  prendra ses valeurs parmi  $0 \Gamma \tilde{v}_a$  et  $\tilde{v}_d$ .

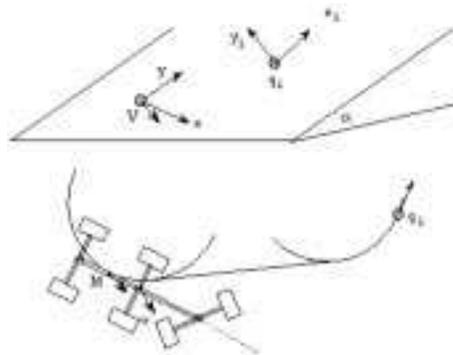


FIG. 5.5 - Cas où  $\tilde{v}_k \in \{\tilde{v}_d, 0\}$  ( $\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{x}_i < 0$ ).

Le cas symétrique (i.e. quand  $\omega_p < 0$  et  $\omega > 0$ ) se traite de la même manière en considérant  $\dot{\omega}_k = \dot{\omega}_d$ .

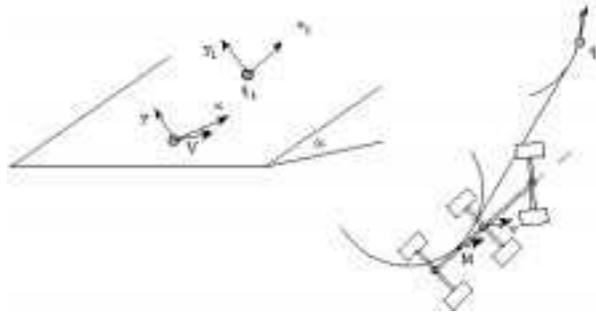


FIG. 5.6 - Cas où  $\tilde{v}_k \in \{\tilde{v}_d, 0, \tilde{v}_a\}$  ( $\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{x}_i \geq 0$ ).

**Cas où  $\omega_p > 0$  et  $\omega > 0$**

Pour le cas où les vitesses de rotation  $\omega_p$  et  $\omega$  sont toutes deux positives (e.g. exemple de la figure 5.7)  $\Gamma(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  est choisi parmi l'ensemble  $\{\tilde{v}_d, 0, \tilde{v}_a\} \times \{\tilde{\omega}_d, 0, \tilde{\omega}_a\}$ . Le même choix sera considéré quand  $\omega_p < 0$  et  $\omega < 0$ .

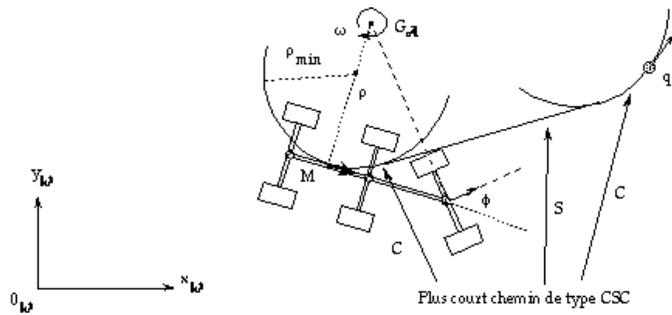


FIG. 5.7 - Cas où  $\omega_p > 0$  et  $\omega > 0$

**Cas où  $\omega_p > 0$  et  $\omega = 0$**

Le vecteur  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  est choisi parmi  $\{\tilde{v}_d, 0, \tilde{v}_a\} \times \{0, \tilde{\omega}_a\}$ . Dans le cas où  $\omega_p < 0$  et  $\omega = 0$   $\tilde{\omega}_k$  sera considérée parmi  $\{\tilde{\omega}_d, 0\}$ .

**Cas où  $\omega_p = 0$**

Dans le cas où la première portion de  $\mathcal{P}$  est un segment de droite le choix du vecteur  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  se fait d'une manière similaire aux cas précédent  $\omega_p > 0$  et

$\omega < 0$  (resp.  $\omega_{\mathcal{P}} < 0$  et  $\omega > 0$ ) si la vitesse de rotation courante est négative (resp. positive).

Dans le cas où  $\omega$  tend vers 0  $\tilde{v}_k$  est choisi parmi  $\{\dot{v}_d, 0, \dot{v}_a\}$ . En absence de glissement latéral l'accélération nominale  $\tilde{\omega}_k$  est considérée comme étant nulle. En présence de glissement elle est choisie selon le sens du vecteur  $\mathbf{v}_t$  par rapport à l'axe des  $y$  de  $\mathcal{F}_A$ . Ainsi  $\tilde{\omega}_k$  est sélectionnée parmi  $\{0, \dot{\omega}_a\}$  si le glissement négatif ou parmi  $\{\dot{\omega}_d, 0\}$  dans le cas contraire.

Considérons maintenant l'exécution d'une manœuvre quand  $\mathcal{P}_i^0$  correspond à un déplacement avant et la vitesse de translation du véhicule en  $s_k^r$  est négative. Dans ce cas  $(\tilde{v}_k, \tilde{\omega}_k)$  est sélectionnée parmi les trois vecteurs  $\{\dot{v}_a\} \times \{\dot{\omega}_d, 0, \dot{\omega}_a\}$  où  $\dot{v}_a$  est positive et correspond à la décélération du mouvement en translation de  $\mathcal{A}$ .

### 5.5.3 Détermination des paramètres de $U$

Soit  $(\tilde{v}, \tilde{\omega})$  le vecteur accélération nominale du centre d'un essieu  $\mathcal{E}$  donné et soient  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  les deux roues gauche et droite qui lui sont solidaires. Soient  $\Theta_l$  et  $\Theta_r$  les angles de rotation de  $\mathcal{W}_r$  et  $\mathcal{W}_l$  par rapport à leur axe (i.e. axe confondu avec l'axe des  $Y$  de  $\mathcal{E}$ ). Sous l'hypothèse que le roulement est parfait pendant la période  $\delta t$  et que le mouvement du système reste dans le même plan que celui considéré dans la section 5.5.1 nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{v} = (\tilde{\Theta}_r + \tilde{\Theta}_l)R/2 \\ \tilde{\omega} = (\tilde{\Theta}_r - \tilde{\Theta}_l)R/l \end{cases} \quad (5.14)$$

où  $R$  est le rayon d'une roue et  $l$  est la distance entre les centres de  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$ .

Connaissant  $\tilde{\Theta}_l$  et  $\tilde{\Theta}_r$  par la résolution de 5.14 les couples  $u_l$  et  $u_r$  de  $U$  à appliquer respectivement sur  $\mathcal{W}_l$  et  $\mathcal{W}_r$  sont calculés par la résolution de la dynamique inverse de celles-ci. Ainsi nous avons :

$$u_j = -T_{j,y} + I_y \tilde{\Theta}_j \quad , j = l, r \quad (5.15)$$

où  $T_{j,y}$  est le moment par rapport à l'axe de la roue créé par les forces d'interaction avec le terrain.

Dans le cas où  $u_j$  n'appartient pas à l'intervalle des valeurs admissibles donné par  $[-U_{max}, U_{max}]$  il est instancié à la valeur maximale  $U_{max}$  ou à la valeur minimale  $-U_{max}$  selon qu'il est positif ou négatif. Dans le cas où une roue est sans contact avec le terrain aucun couple ne lui est appliqué (i.e.  $u_j = 0$ ).

### 5.5.4 La simulation de mouvement

Dans les sections précédentes nous avons abordé le problème lié à la sélection des accélérations nominales servant à guider l'exploration de l'espace  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  et à leur transformation en couples de contrôle à appliquer sur les roues. Dans les deux phases nous nous sommes basés sur des hypothèses simplificatrices en considérant des approximations dans le cas planaire et en omettant l'effet des articulations d'anti-roulis et de variation de l'empattement du véhicule. Aussi l'analyse de la dynamique par rapport au centre du robot  $C_{\mathcal{A}}$  a été prise en compte pendant le choix des accélérations nominales et le calcul des couples des roues a été effectué en considérant la dynamique de chaque roue d'une manière indépendante du reste des composants du robot. Enfin la définition des plans potentiels de contact par rapport auxquels sont déterminés les paramètres de  $U$  ne tient pas compte de la mobilité du terrain et considère que celui-ci est rigide.

Ainsi qu'il a été mentionné précédemment la validité de ces hypothèses et estimations est effectuée par l'analyse du résultat de la phase de simulation. Cette phase étant effectuée à chaque incrément de temps  $\delta t$  grâce à la résolution de la dynamique directe de la chaîne articulée représentée par  $\Phi(\mathcal{A})$  quand le vecteur de couples de contrôle  $U$  est appliqué sur les roues. Dans le cas où l'environnement local considéré pour la recherche de  $\Gamma_i$  comporte des zones à surfaces déformables et/ou des éléments  $O_i$  mobiles cette simulation inclura également la résolution des mouvements des modèles physiques correspondant.

## 5.6 Discussion

Nous avons présenté dans les sections précédentes le processus local de détermination de mouvements exécutables par le robot permettant de valider l'atteignabilité des configurations sous-butts générées par le niveau géométrique de l'algorithme général de planification. Notre démarche pendant l'élaboration d'un tel processus a consisté à appliquer localement entre deux configurations sous-butts successives une recherche dans un graphe correspondant à une discrétisation en cellules d'un sous-espace  $\mathcal{RS}_{\mathcal{A}}$  de l'espace des états du robot. Cette recherche est effectuée en alternant une phase de détermination d'un ensemble d'accélérations nominales du robot basée sur le modèle de celui-ci quand il se déplace sur des surfaces planes et une phase de détermination des vecteurs de couples de contrôle à appliquer sur les roues et de simulation de mouvements. Cette dernière étape utilise les modèles physiques du robot et des éventuels composants mobiles du terrain et de leurs interactions de contact.

Les solutions locales  $\Gamma_i$  générées sont dans certains cas des solutions non optimales par rapport au critère de coût initialement considéré (i.e. la distance par-

courue) et n'évitant pas strictement l'occurrence du glissement ou de patinage des roues. Cela est essentiellement dû à la discrétisation en cellules adoptée de l'espace de recherche  $\mathcal{RS}_A$  et aux hypothèses effectuées lors de son exploration. Le respect de ces critères et la recherche de portions de trajectoires locales respectant la totalité des contraintes conduirait dans notre cas à considérer une cellularisation de  $\mathcal{RS}_A$  qui soit la plus fine possible afin de mieux capturer l'espace des solutions et d'assurer une meilleure complétude du processus local. Toutefois une telle discrétisation peut être pénalisante d'un point de vue espace mémoire sachant que la totalité des états complets atteints par le robot doivent être maintenus. A cela s'ajoute la représentation des états des différents composants mobiles du terrain éventuellement franchis par le robot même s'ils sont pris en compte de manière implicite pendant la recherche de  $\Gamma_i$ .

La détermination du taux de discrétisation permettant de faire le "bon" compromis entre la meilleure représentation de l'espace  $\mathcal{RS}_A$  et par conséquent l'amélioration de la complétude de l'algorithme local d'une part et son efficacité en terme de capacité mémoire d'autre part est un élément déterminant dans notre approche de planification par utilisation des modèles physiques. Les résultats illustrant la combinaison du niveau de planification local avec la génération des sous-buts sont donnés dans la section 5.7.

Enfin un dernier point critique est à mentionner et concerne les estimations effectuées dans la section 5.2.2 sur les vitesses au sous-but  $q_i$  en considérant des distances géodésiques sans prise en compte des obstacles  $\mathcal{B}_i$ . Prenons le cas d'une configuration sous-but  $q_i$  telle que montrée dans la figure 5.2 initialement considérée comme point de manœuvre et supposons qu'elle soit atteignable par l'algorithme local avec une vitesse nulle. La manœuvre peut alors s'effectuer dans la suite selon l'un de ses successeurs en déplacement avant (successeur gauche selon le sens avant dans la figure). Supposons que ce nouveau sous-but ne peut être atteint suite à la détection d'un obstacle par exemple ou un échec "physique" et que le prochain sous-but à sélectionner est un des successeurs de  $q_i$  selon un déplacement arrière (successeur arrière droite). Le robot est contraint à rejoindre ce nouveau sous-but avec une vitesse nulle au départ de  $q_i$  alors qu'il aurait été plus naturel de le rejoindre sans arrêt en  $q_i$ .

Le problème opposé est dû également à l'estimation de l'état de  $q_i$  se manifeste quand le robot est en phase d'approche d'un obstacle qui le sépare de son but final. Considérons le cas de la figure 5.1 et supposons que  $q_i$  est atteint avec une vitesse relativement élevée et qu'aucun de ses successeurs arrières ne peut être généré pour cause de collision avec des obstacles de  $\mathcal{W}$ . Dans le cas où ceux-ci sont assez proches de  $q_i$  aucun rebroussement de chemin ne peut être effectué sans collision en partant de  $q_i$ .

Ces deux situations sont dues essentiellement à deux facteurs. Le premier concerne le fait que la famille des chemins canoniques considérés lors de l'esti-

mation des états des sous-buts à rejoindre n'intègre aucun aspect sur la présence d'obstacles. Remarquons que la prise en compte des obstacles  $\mathcal{B}_i$  dans ce calcul (hormis la complexité que cela peut engendrer) n'apporte pas à elle seule une réponse à ces deux problèmes. L'inaccessibilité des sous-buts étant dépendante également d'autres contraintes sur le comportement du véhicule. Le second facteur est directement lié aux choix effectués initialement concernant la réduction de la recherche des sous-buts dans l'espace  $\mathcal{C}_{search}$  des configurations réduites du robot et ce sans prise en compte de ses vitesses. Si un tel choix conduit à un espace de recherche limité il présente néanmoins l'inconvénient d'assigner aux configurations sous-buts les états obtenus quand ils sont atteints pour la première fois. Ceci peut être pénalisant et influence sensiblement quelques fois l'optimalité et la recherche de la solution globale  $\Gamma$ .

## 5.7 Illustration de l'approche de planification et résultats

Les modèles et les différents algorithmes de génération de sous-buts et de planification locale décrits dans les chapitres et sections précédents ont fait l'objet d'une implantation logiciel en langage C. Diverses expérimentations illustrant le fonctionnement de l'approche ont ainsi pu être mises en œuvre sur une station SUN Sparc. Les résultats obtenus ont ainsi permis de valider en un premier temps le concept général de l'approche sur une base simulée et d'exhiber les limites et les aspects par rapport auxquels des améliorations notamment en terme d'efficacité de temps de calcul doivent être effectuées.

### 5.7.1 Paramètres considérés pour la simulation

Dans les exemples montrés dans la suite le robot  $\mathcal{A}$  est considéré d'emplacement au repos de  $90\text{cm}$  et de largeur égale à  $75\text{cm}$ . L'angle de braquage maximum est choisi arbitrairement égal à  $0.4$  radian. Le système articulé de  $\mathcal{A}$  est considéré constitué d'essieu de masse chacun égale à  $100\text{kg}$  et les particules élémentaires constituant le mécanisme du châssis sont de  $10\text{kg}$  chacune. Les couples appliqués sur les roues varient dans l'intervalle  $[-300\text{Nm}, 300\text{Nm}]$ . Enfin les paramètres de raideur et viscosité des ressorts utilisés pour modéliser les liaisons de cohésion interne du modèle hybride sont respectivement de l'ordre de  $2000\text{N/m}$  et  $500\text{Ns/m}$ . Le même ordre de raideur a été également choisi pour les paramètres de raideur des forces de réaction normales du sol. Le terrain est constitué initialement d'une sphère de rayon très élevé servant à modéliser la partie plate du sol et d'une centaine de sphères en moyenne selon le relief à considérer. Les paramètres de frottement statique pour le contact entre les roues et la surface du terrain

varient selon les régions (i.e. les sphères) de 0.4 à 0.9.

### 5.7.2 Déplacements en environnement contraint

Nous donnons dans la suite quelques résultats obtenus par l'application de l'approche de planification au cas du véhicule à six roues décrit dans le chapitre 2 et pour divers types de terrain. Les résultats présentés dans cette version du mémoire concernent essentiellement l'évitement des obstacles  $\mathcal{B}_i$  de l'espace de travail du robot  $\mathcal{A}$  et la génération de mouvements en présence de zones glissantes. Des expérimentations sont en cours pour la validation de l'approche dans le cas de terrains comportant des régions à surfaces déformables et/ou supportant des éléments mobiles divers. Le taux de discrétisation considérés dans la plupart des cas pour la génération des sous-buts dans l'espace  $\mathcal{C}_{search}$  est de l'ordre de la taille du véhicule. La vitesse maximale pour le robot est de l'ordre de  $5m/s$ .

#### *Mouvement avec manœuvre et franchissement de rocher*

Dans l'exemple illustré par la figure 5.8 la configuration finale est rejointe par le robot  $\mathcal{A}$  en exécutant en un premier temps une trajectoire en sens arrière suivi d'un déplacement en sens avant avec franchissement d'une zone irrégulière comportant un fort relief correspondant à la modélisation d'un rocher de la taille des roues de  $\mathcal{A}$ .

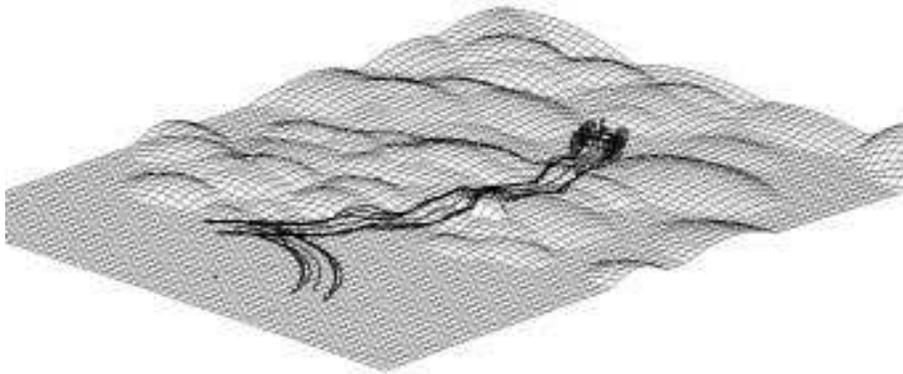


FIG. 5.8 - *Trajectoire planifiée avec manœuvres et franchissement d'un rocher fixe.*

Les figures 5.9 et 5.10 montrent respectivement l'ensemble des sous-buts générés par le niveau géométrique et les configurations correspondantes atteintes localement par l'algorithme exposé dans la première partie de ce chapitre. Par

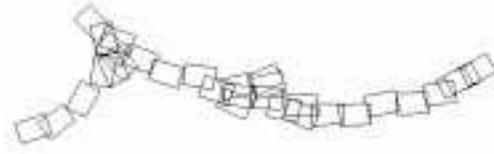


FIG. 5.9 - Les configurations sous-buts générées par l'exploration de l'espace  $\mathcal{C}_{search}$ .



FIG. 5.10 - Les configurations atteintes localement.

souci de simplifier ces deux figures le robot est représenté par rapport au plan  $(x, y)$  par un rectangle de longueur et largeur égales respectivement à l'empattement et la largeur initiales de  $\mathcal{A}$ . La comparaison des deux traces de configurations montre que certains des sous-buts générés pour le franchissement du rocher n'ont pu être atteints localement pour raison de fort glissement latéral ou de violation des contraintes sur les accélérations maximales (cf § 5.2.1). D'autres sous-buts correspondant à l'exécution du rebroussement de chemin n'ont pu être rejoints physiquement à cause de vitesses de translation ou de rotation relativement élevées courantes du robot lors de la génération des sous-buts par le niveau de planification des sous-buts. L'explication de tels échecs rejoint la remarque présentée dans la section 5.6 concernant l'estimation des états assignés aux sous-buts par l'utilisation des plus courts chemins de type *CSC*. Aussi cela permet de mettre en évidence les limites dues à la non prise en compte des paramètres de vitesses courantes lors du développement des nœuds du graphe des sous-buts  $\mathcal{G}$ .

Pendant l'exploration de  $\mathcal{C}_{search}$  30 sous-buts ont été générés dont 7 n'ont pu être atteints localement. La trajectoire finale  $\Gamma$  comporte 22 configurations intermédiaires situées dans le voisinage des sous-buts assignés au robot. Le voisinage considéré initialement pour cet exemple et pour ceux qu'on présentera dans la suite est d'un rayon égal à 25.0cm pour les positions en  $(x, y)$  et de 0.2rd pour l'orientation  $\theta$ . L'écart entre la configuration finale initialement considérée et celle atteinte est égal à 11cm en position et 0.01rd en orientation. La génération de  $\Gamma$  a nécessité 27mn de temps de calcul. Une telle durée s'explique par le fait que l'incrément de temps  $\delta t$  considéré pour l'intégration des équations de mouvements du robot a été choisi de l'ordre de 0.005s vu les raideurs considérées pour

les connecteurs du modèle hybride de  $\mathcal{A}$  et les interactions de non-pénétration avec le sol. Le comportement du véhicule sur le terrain lors du franchissement du rocher est illustré dans la figure 5.11.

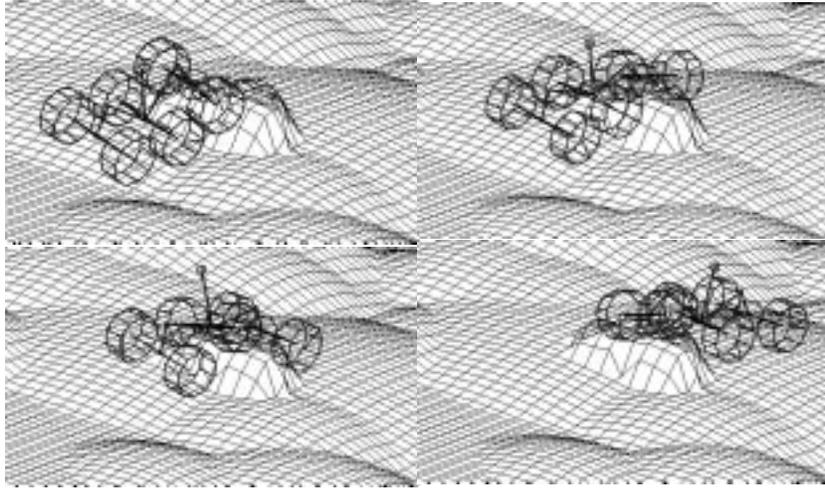


FIG. 5.11 - *Franchissement d'une zone à fort relief du terrain correspondant à un modèle de rocher fixe.*

### *Déplacements sur régions glissantes et en présence d'obstacles*

Dans l'exemple de la figure 5.12 le terrain est constitué d'une région glissante séparant les configurations initiale et finale. Nous avons volontairement associé à cette zone des paramètres de frottement statique et cinétique nuls. La solution finale  $\Gamma$  a été générée au bout de 1h23mn de calcul. Ce temps s'explique par la recherche effectuée par le niveau local pour la détermination de portions de trajectoires exécutables et satisfaisant les contraintes dynamiques imposées. L'exploration effectuée est montrée dans la figure 5.13. Les sous-buts non atteints sont essentiellement détectés suite à des situations de blocage du robot sur la zone glissante d'important glissement ou de violation des contraintes sur les bornes des vitesses. Ce dernier cas dépend de la vitesse initiale du robot et du sens de l'inclinaison de la zone franchie et correspond aux états où une décélération du mouvement du robot ne peut être exécutée. Le blocage correspond à des états du robot tel que la vitesse de translation tend à s'annuler alors que les roues conservent un mouvement de roulement continu. En plus de la prise en compte du glissement décrite dans le schéma de génération de mouvement entre les différentes cellules de l'espace de recherche local  $\mathcal{RS}_A \Gamma$  nous avons introduit des bornes arbitraires sur le patinage et la vitesse latérale du robot.

Dans l'exemple de la figure 5.14 les zones glissantes sont agrandies et le rocher situé au milieu de la première zone est considéré comme adhérent. Aussi

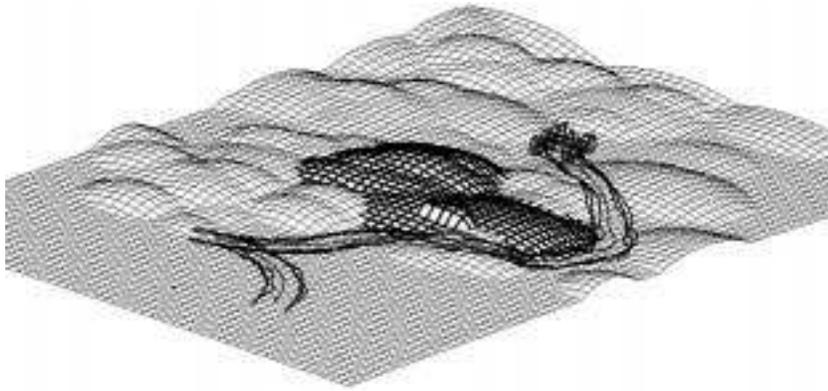


FIG. 5.12 - Trajectoire planifiée illustrant l'évitement des zones glissantes du terrain (zones sombres).

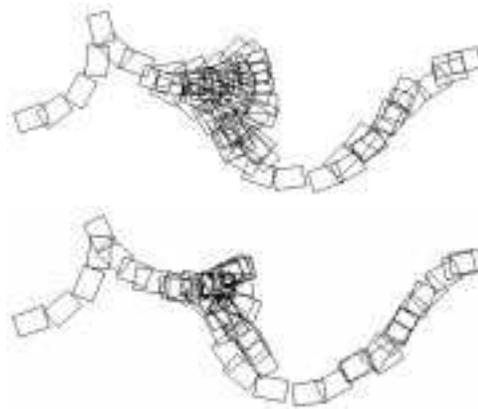


FIG. 5.13 - Les configurations sous-butts générées dans  $\mathcal{C}_{search}$  (fig. du haut), et les configurations atteintes localement (fig. du bas).

nous avons considéré des bornes sur le patinage et le glissement latéral plus faibles que dans l'exemple précédent. Ces changements sur les paramètres de l'environnement et des conditions sur la caractérisation des échecs se traduisent par la différence des explorations effectuées dans les deux cas (voir 5.15 et 5.16) et par conséquent en temps de calcul (voir tableau 5.1) même si les solutions finales sont géométriquement assez similaires.

On peut remarquer d'après les deux traces de l'exploration que certains sous-butts sont atteignables par le robot bien qu'ils correspondent à des configurations telles que la totalité des roues soient sur des régions glissantes. L'atteignabilité de telles configurations dépend de plusieurs facteurs dont la vitesse initiale du robot lors du début du franchissement de la zone glissante et de la dimension de

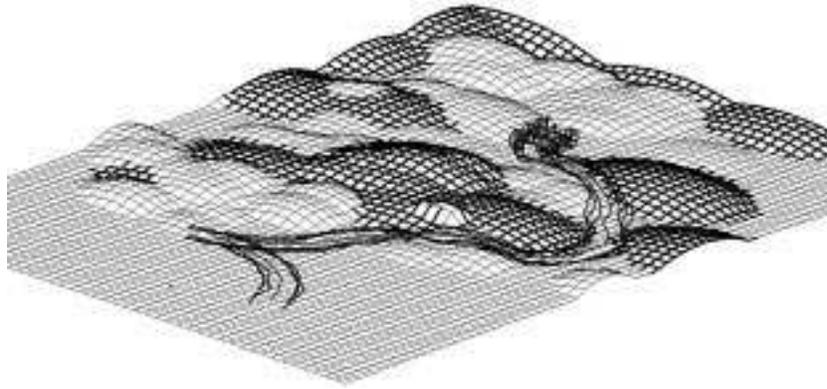


FIG. 5.14 - *Trajectoire planifiée en présence de plusieurs régions glissantes (zones sombres du terrain sauf rocher).*



FIG. 5.15 - *Les configurations sous-buts générées géométriquement.*



FIG. 5.16 - *Les configurations atteintes par le niveau local.*

Exemple	Sous-buts générés	Sous-buts sur $\Gamma$	s-b non atteints	Temps cpu
Figure 5.12	72	26	17	1 h 23 mn
Figure 5.14	121	23	38	2 h 32 mn

TAB. 5.1 -

celle-ci de la pente du terrain et du type de mouvement à exécuter (i.e. déplacement en ligne droite ou virage). En effet la manœuvrabilité du véhicule est plus difficile dans le cas où les sous-buts correspondent à des points de virages tel

qu'on peut le constater par l'exploration donnée dans la figure 5.13 où la plupart des sous-buts atteints en présence du glissement sont des mouvements en ligne droite. Cette constatation se trouve confirmée dans l'exemple montré par les figures 5.17 où le robot se déplace en présence d'obstacles géométriques et où le franchissement de la zone glissante coïncide avec un mouvement de translation en ligne droite. La localisation exacte des obstacles dans l'environnement du robot est donnée par l'ensemble des disques approximant leur forme (figure 5.18). Les paramètres concernant l'exploration des sous buts et le temps de calcul nécessaire à la planification de la trajectoire finale sont donnés dans le tableau 5.7.2.

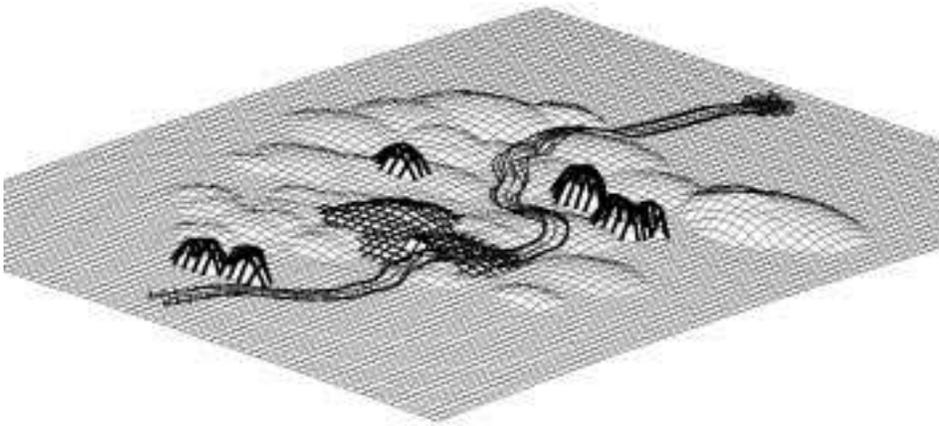


FIG. 5.17 - Déplacement en présence de régions glissantes et d'obstacles géométriques (zones sombres au premier et arrière plans).

Exemple	Sous-buts générés	Sous-buts sur $\Gamma$	s-b non atteints	Temps cpu
Figure 5.17	65	44	11	53 mn



FIG. 5.18 - *Sous-buts générés et configurations correspondantes atteintes localement.*

Dans la suite nous montrons quelques exemples de trajectoires planifiées en présence d'obstacles géométriques et/ou de zones glissantes (figures 5.19, 5.20 et 5.22). Dans ces deux dernières figures les deux trajectoires sont planifiées pour deux taux de discrétisation différents lors de la génération des sous-buts. Le facteur  $\Delta_G$  est choisi de manière à ce que les sous-buts soient éloignés les uns des autres de  $1m$  (resp.  $75cm$ ) pour les déplacements en ligne droite. La géométrie des trajectoires finales est sensiblement la même dans les deux cas mais une telle propriété n'est pas toujours vérifiée selon les régions à franchir et la disposition des obstacles dans l'environnement. Nous donnons dans le tableau 5.2 le coût du calcul des trajectoires finales et le nombre de sous-buts explorés dans les deux cas.

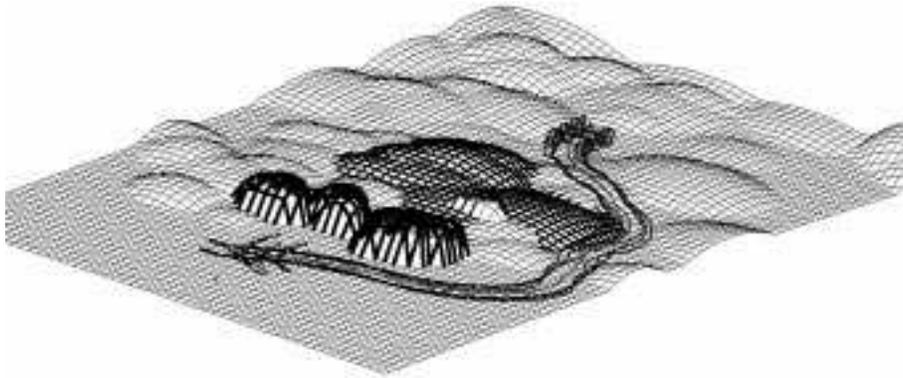


FIG. 5.19 - *Évitement d'obstacles (zones sombres en premier plan) et de régions glissantes (zones sombres en arrière plan).*

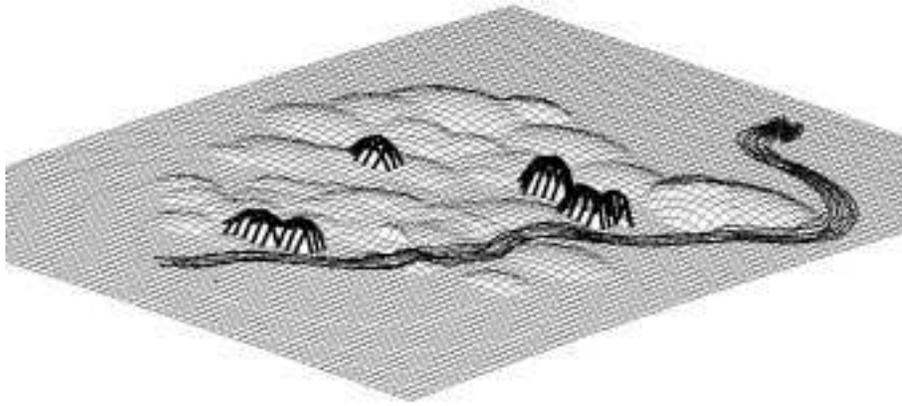


FIG. 5.20 - *Déplacement en présence d'obstacles.*

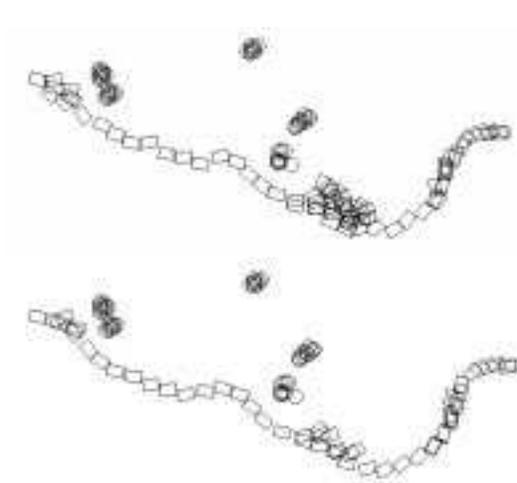


FIG. 5.21 - *Exploration effectuée pour le calcul de la trajectoire de la figure 5.20.*

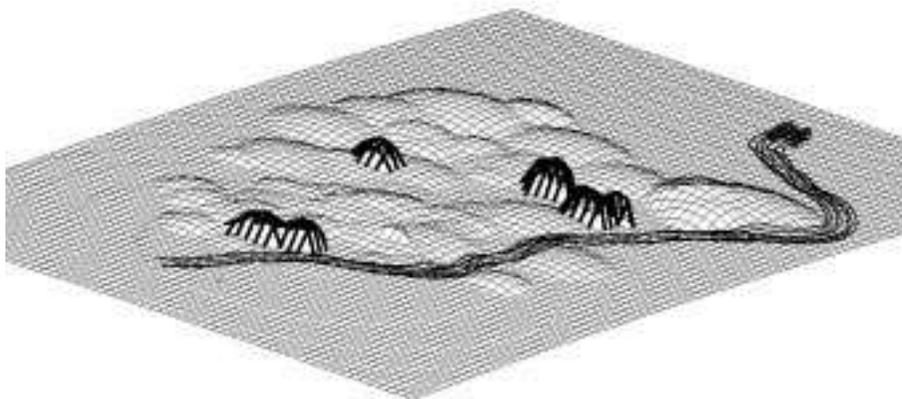


FIG. 5.22 - *Déplacement en présence d'obstacles.*

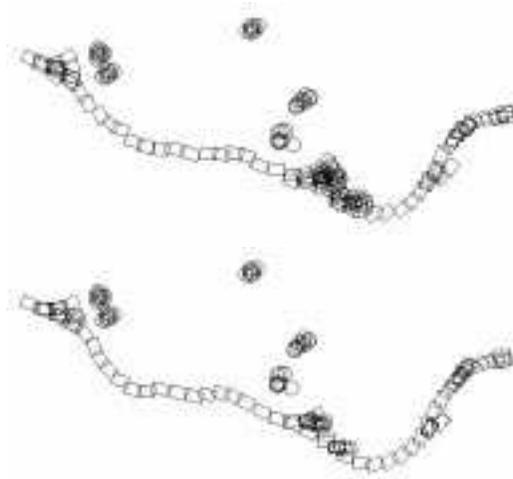


FIG. 5.23 - *Exploration effectuée pour le calcul de la trajectoire de la figure 5.22.*

Exemple	Sous-buts générés	Sous-buts sur $\Gamma$	s-b non atteints	Temps cpu
Figure 5.20	76	36	22	1 h 13 mn
Figure 5.22	109	44	32	1 h 31 mn

TAB. 5.2 -

Pour les deux exemples précédents  $\Gamma$  nous avons introduit dans le calcul de l'heuristique un terme de pénalité associé à la présence d'obstacles. La détection de ceux-ci est effectuée lors du calcul de la distance géodésique à parcourir sur le terrain correspondant à chacun des chemins canoniques considérés par l'heuristique (cf. § 3.4.2.2. L'utilisation d'un tel terme rejoint le principe décrit dans [70] pour la prise en compte d'obstacles lors de la recherche des chemins nominaux à suivre par le robot (voir présentation de l'approche donnée dans § 1.5.3.2). L'objet d'un tel paramètre de pénalisation dans notre cas est de générer les sous-buts le plus loin possible des obstacles afin d'éviter de générer des sous-buts et donc des trajectoires locales (coûteuses en temps de calcul) conduisant à des collisions. Toutefois ce gain n'est pas toujours observé selon la valeur de pénalité considérée et la disposition des obstacles par rapport aux configurations courante et finale du robot  $\Gamma$  et les trajectoires finales peuvent être loin de l'optimum tel qu'on peut le voir dans les exemples 5.19 et 5.19.

### 5.7.3 Conclusion

Ainsi que nous l'avons vu sur les exemples précédents  $\Gamma$  le temps d'exécution dépend de plusieurs facteurs dont la distance à parcourir sur le terrain  $\Gamma$  la disposition des obstacles et des régions contraignantes (e.g. glissantes) dans l'environnement  $\Gamma$  la vitesse maximale permise pour le véhicule  $\Gamma$  et l'éloignement entre les

différents sous-but. Les temps de calcul de l'algorithme sont dans la plupart des cas très élevés et sont de l'ordre de l'heure. Aussi ce temps tend à augmenter si les conditions sur le glissement sont de moins en moins relaxées. Un exemple de cela est donné dans la figure 5.24 où les bornes sur le glissement longitudinal sont choisies très faibles. Comme l'indique le tableau 5.3 la trajectoire finale a été planifiée au bout de 3h30mn en dépit de la relaxation de la condition sur le glissement latéral. On peut alors s'attendre à des temps d'exécution encore plus élevés si aucune violation des contraintes sur le glissement n'est permise. Enfin des expérimentations doivent être menées en considérant des formes de terrains et des paramètres du robot qui soient plus réalistes.

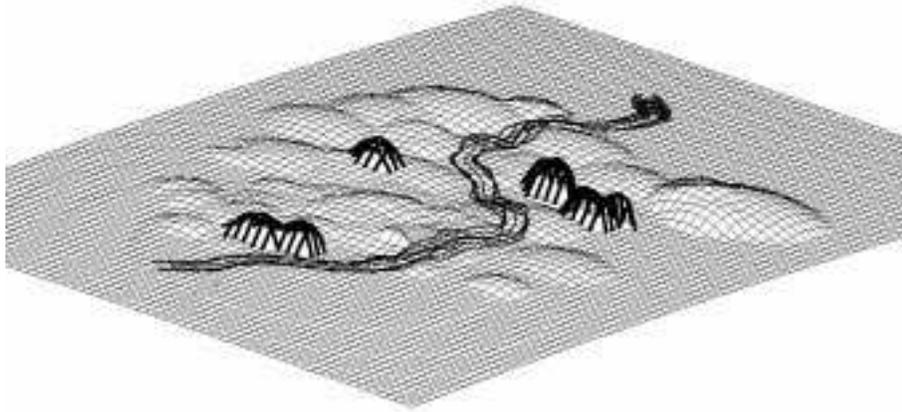


FIG. 5.24 - Déplacement avec minimisation du glissement longitudinal.

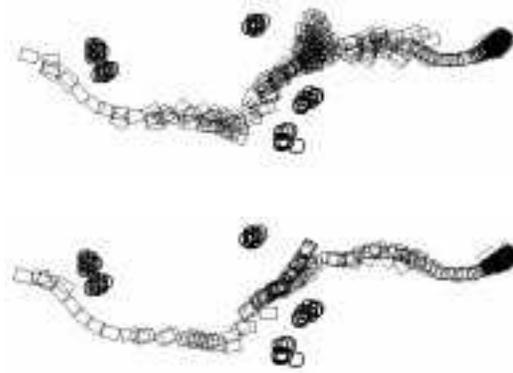


FIG. 5.25 - Exploration effectuée pour le calcul de  $\Gamma$ .

Exemple	Sous-butés générés	Sous-butés sur $\Gamma$	s-b non atteints	Temps cpu
Figure 5.24	300	42	89	$\approx 3\text{ h }30\text{ mn}$

TAB. 5.3 -



# Conclusion

Nous avons abordé dans ce mémoire le problème de la planification de mouvements pour un robot mobile autonome destiné à se déplacer dans un milieu naturel. Le robot considéré est un véhicule articulé à plusieurs essieux soumis à de fortes interactions de contact de la part de son environnement. L'espace de travail du robot est constitué d'un terrain tridimensionnel encombré d'obstacles et composé de régions physiquement contraignantes. Dans le souci de se situer dans un contexte qui soit le plus réaliste possible nous avons considéré que le terrain comporte des zones à surfaces déformables ou rigides sur lesquelles sont placés des éléments naturels mobiles tels que des cailloux ou des pierres.

Un premier point défendu dans cette thèse concerne le fait que dans un contexte de robotique mobile tout-terrain tel que le notre la génération de déplacements exécutables pour le robot ne peut être abordée sous les seuls aspects géométriques et cinématiques du mouvement et en ne considérant qu'une analyse en statique du comportement du véhicule sur le terrain. En effet la prise en compte de la dynamique en présence de phénomènes de frottement entre les roues et le sol est d'une importance capitale pour analyser la capacité du robot à franchir les différentes régions du terrain et mieux caractériser la notion de mouvements exécutables.

Cette problématique peu abordée dans la littérature nous a conduit à traiter de plusieurs aspects divers liés aussi bien à la modélisation pour la prise en compte des caractéristiques du véhicule et de son environnement qu'à l'algorithmique de planification de mouvements contraints. Notre démarche a essentiellement porté sur la combinaison de modèles appropriés pour la prise en compte de tous les aspects géométriques, cinématiques et dynamiques nécessaires à la génération des déplacements du robot et leur intégration dans un processus à deux niveaux. Ceux-ci concernent la génération de sous-buts potentiels à franchir par le robot et susceptibles de le guider globalement jusqu'à son but final et la recherche locale de mouvements exécutables qui a pour rôle de valider l'accessibilité de ces différents sous-buts et le calcul effectif de la solution finale à déterminer. Par ailleurs nous avons montré et les premiers résultats de simulation présentés en témoignent que l'application de ces deux phases de manière incrémentale et complémentaire et la considération de modèles appropriées à chacune d'elles

peut rendre le problème complexe de planification de mouvements contraints en environnement naturel abordable et solvable.

De par sa généralité l'approche de planification peut être étendue à la prise en compte d'autres types d'architectures de véhicules à roues. Aussi le paradigme d'introduire des modèles représentatifs des propriétés physiques d'objets dans un schéma de planification à deux niveaux peut être appliqué également moyennant une adaptation des fonctionnalités de chaque niveau à d'autres types de problématique en robotique telle que la préhension automatique par une main articulée à plusieurs doigts [53945].

Malgré la simplicité conceptuelle de l'approche et sa capacité à résoudre dans la plupart des cas le problème de planification que nous avons abordé un certain nombre d'améliorations restent à mener. La première amélioration concerne essentiellement son efficacité en terme de temps de calcul. Celle-ci dépend en premier lieu de la phase globale de génération de sous-buts en ce sens que le coût de la recherche d'une trajectoire solution dépende du nombre de configurations intermédiaires à explorer. Nous avons mentionné dans la section 3.6 quelques paramètres pouvant conduire à la limitation de ce nombre et à une meilleure exploration de l'espace de recherche des sous-buts. Le coût effectif de l'algorithme de planification est également lié à l'efficacité du processus local de génération de trajectoires. Celle-ci dépendant d'une part de la discrétisation effectuée lors de l'exploration des différents sous-espaces des états considérés localement et au choix de l'incrément de temps utilisé pour l'intégration des équations de mouvements correspondant aux modèles physiques. Cet incrément de temps est généralement choisi relativement faible afin d'éviter la divergence du système vu les raideurs parfois très élevées nécessaires à modéliser des liaisons rigides au niveau de la chaîne du robot et du terrain et les forces de non-pénétration au sol.

Un dernier point important à aborder concerne la construction des modèles physiques discrets du terrain et du châssis articulé du robot. En effet durant les expérimentations menées en simulation la totalité des paramètres de raideur et viscosité des connecteurs servant à établir la cohésion interne des régions déformables et le modèle des interactions de contact ont été calibrés manuellement. Une identification automatique de ces paramètres reste donc à effectuer. Néanmoins nous pouvons avancer intuitivement que ce problème est très complexe vu le contexte général de l'application visée. En effet dans le cas de l'intervention dans un environnement naturel des informations sur les caractéristiques mécaniques du sol sur lequel doit se déplacer le robot sont a priori inconnus et ne peuvent au meilleur des cas être estimés qualitativement. Au problème des paramètres de raideur/viscosité s'ajoute aussi la détermination de la répartition des particules et de la structure des réseaux associés. Ce problème d'identification est pour l'instant complètement ouvert et sa résolution permettra en plus des expérimentations réelles encore souhaitées de valider notre approche.

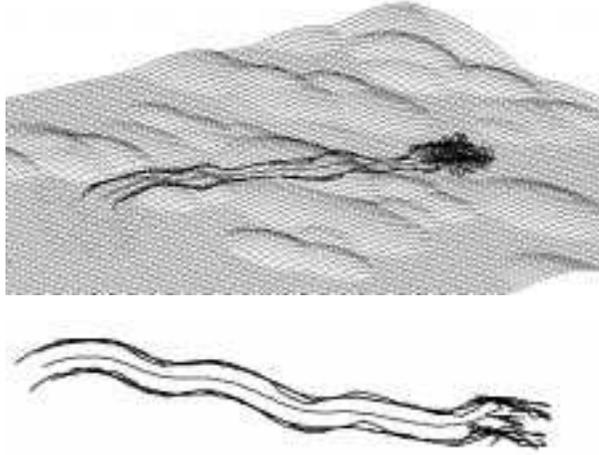
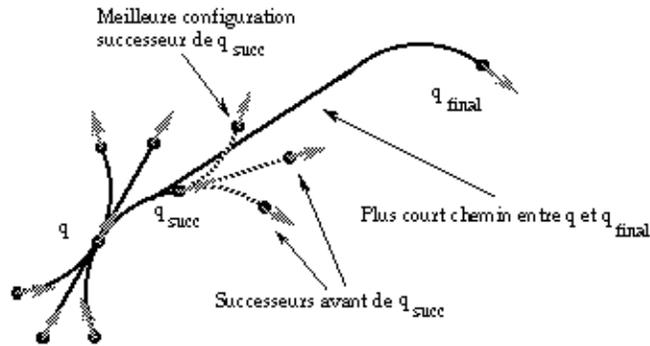
# Annexe A

## Evitement des oscillations des sous-buts

Nous abordons dans cette annexe le problème de l'évitement des oscillations de la trajectoire finale  $\Gamma$ . Par oscillation d'une trajectoire  $\Gamma$  nous désignons la génération d'une séquence de virages à gauche et de virages à droite successifs (cf. à l'exemple de la figure A.1). En analysant l'algorithme de planificateur général on s'aperçoit qu'une telle séquence est due à la génération régulière des sous-buts lors du développement des différents nœuds du graphe  $\mathcal{G}$  correspondant à l'exploration de l'espace de recherche  $\mathcal{C}_{search}$ . Une génération régulière correspond au calcul des six configurations successeurs d'une configuration courante  $q$  en considérant que la durée des déplacements hypothétiques (arcs de cercle ou segments de droite) est tout le temps égale à la valeur arbitraire  $\Delta T_G$  (cf. § 3.3.3).

Considérons le cas simple illustré par la figure A.2 où le plus court chemin  $\mathcal{P}_q$  entre la configuration préalablement atteinte  $q$  et le but final  $q_{final}$  est donné par une courbe de type  $C_r^+ S^+ C_r^+$  (i.e. virage droite suivi d'un déplacement en ligne droite  $\Gamma$  suivi d'un virage droite). Soit  $q_{succ}$  le meilleur sous-but à atteindre localement au cours de l'itération suivante de l'algorithme. Dans le cas où  $q_{succ}$  est atteint le développement du nœud correspondant dans  $\mathcal{G}$  conduirait à générer six configurations dont aucune n'est située sur le chemin  $\mathcal{P}_q$ . De la même manière et sous l'hypothèse que  $q_{succ}$  est accessible localement le robot devra passer par la configuration successeur de  $q_{succ}$  correspondant à un virage à gauche. En itérant l'algorithme le robot atteint  $q_{final}$  en oscillant par rapport au segment de droite de  $\mathcal{P}_q$ . L'analyse que l'on vient de faire est purement géométrique au sens que les configurations intermédiaires ont été supposées toutes accessibles exactement. Toutefois  $\Gamma$  un bon nombre d'expérimentations effectuées en présence du calcul des trajectoires locales ont montré  $\Gamma$  à l'instar de l'exemple de la figure A.1  $\Gamma$  que l'occurrence de telles oscillations persiste toujours.

Afin de remédier à ce problème  $\Gamma$  nous avons modifié le schéma initial de gé-

FIG. A.1 - *Trajectoire avec oscillations.*FIG. A.2 - *Oscillations et génération régulière des sous-buts lors du développement des nœuds de  $\mathcal{G}$ .*

nération des sous-buts en tenant compte de la possibilité de substituer à ceux-ci des nouvelles configurations susceptibles de minimiser les oscillations. Une telle configuration  $\Gamma$  notée  $q'$  et montrée dans la figure A.3  $\Gamma$  correspond à une configuration du voisinage  $V(q_{succ})$  et située sur le chemin hypothétique  $\mathcal{P}_q$  reliant  $q$  à  $q_{final}$ . Plus exactement  $\Gamma q'$  correspond au point d'intersection de l'arc de cercle  $C_r^+$  et  $S^+$ . Ainsi  $\Gamma$  la génération des sous-buts devient non régulière  $\Gamma$  ce qui a permis sensiblement à atténuer les oscillations de trajectoires obtenues tel que le montre la figure A.4.

Nous nous sommes limités au cas où  $q'$  doit appartenir à  $V(q_{succ})$  pour remplacer  $q_{succ}$  dans  $\mathcal{G}$  afin d'éviter les cas d'échecs du niveau local quand les configurations courantes  $q$  et  $q'$  sont assez proches. Un tel échec se manifeste quand

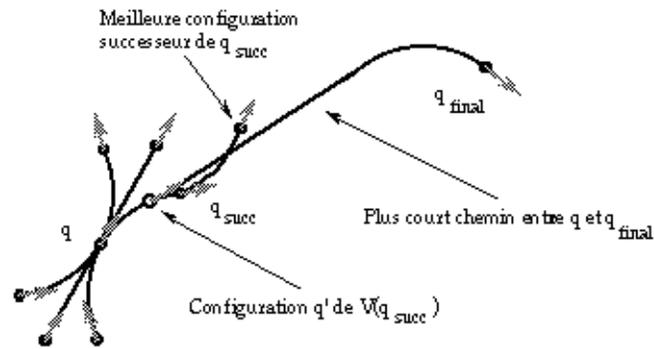


FIG. A.3 - Principe de la génération non régulière des successeurs d'une configuration  $q$ .

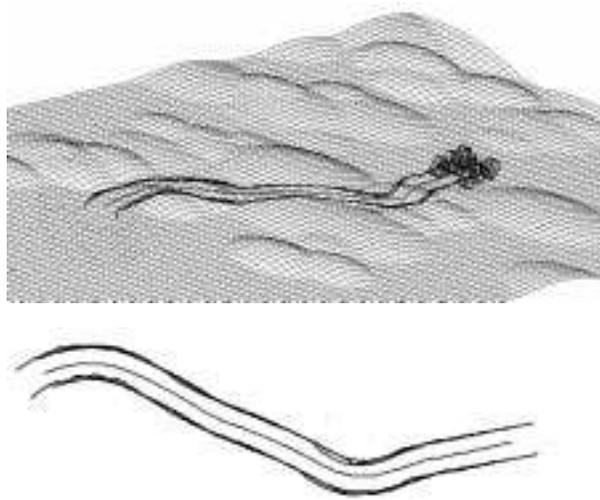


FIG. A.4 - Trajectoire sans oscillations obtenue.

la vitesse du véhicule est relativement élevée et qu'il est contraint à changer de directions pour atteindre une configuration  $q'$  très proche. Enfin il faut noter que dans le cas où  $q$  est proche du but final la condition que  $q'$  soit dans  $V(q_{succ})$  n'est plus généralement suffisante et qu'une comparaison des fonctions de coût  $J$  s'impose avant la substitution des configurations sous-buts initiales  $q_{succ}$ .



# Bibliographie

- [1] F. Ben Amar and Ph. Bidaud. Dynamic analysis of off-road vehicles. In *Preprints of the Fourth Int. Symp. on Experimental Robotics*ΓStanfordΓCA (USA)ΓJune 1995.
- [2] F. Ben AmarΓPh. BidaudΓand F. Ben Ouezdou. On modeling and motion planning of planetary vehicles. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*ΓYokohama (J)Γ1993.
- [3] F. AvnaimΓJ-D. BoissonnatΓand B. Faverjon. A practical exact motion planning algorithm for polygonal objects amidst polygonal obstacles. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*Γpages 1656–1661ΓPhiladelphiaΓPA (USA)ΓApr. 1988.
- [4] N. BadlerΓJ. O'RourkeΓand H. Toltzis. A spherical representation of a human body for visualizing movement. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*Γ67(10)ΓOct. 1979.
- [5] Ch. Bard. *Intégration sensori-motrice en robotique: Application à la préhension automatisée pour une main articulée à plusieurs doigts*. PhD thesisΓInst. Nat. Polytechnique de GrenobleΓSep. 1994.
- [6] J. Barraquand and J-C Latombe. On non-holonomic mobile robots and optimal maneuvering. *Revue d'Intelligence Artificielle*Γ3(2):77–103Γ1989.
- [7] J. Barraquand and J-C. Latombe. Robot motion planning: a distributed representation approach. Research Report STAN-CS-89-1257ΓRobotics LabΓComputer Science DeptΓStanford Univ.ΓCA (USA)ΓMay 1989.
- [8] C. BellierΓC. LaugierΓand B. Faverjon. A kinematic simulator for motion planning of a mobile robot on a terrain. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*ΓYokohama (J)ΓJuly 1993.
- [9] J.E. BobrowΓS. DubowskyΓand J.S. Gibson. Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths. *Int. Journal of Robotics Research*Γ4(3):3–17ΓFall 1985.

- [10] R. A. Brooks. Solving the find-path problem by good representation of free space. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* SMC-13(3):190–197 March/April 1983.
- [11] R.A. Brooks and T. Lozano-Perez. A subdivision algorithm in configuration space for findpath with rotation. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* SMC-15(2):224–233 March/April 1985.
- [12] J. Canny. *The complexity of robot motion planning*. MIT Press Cambridge MA (USA) 1988.
- [13] J. Canny B. Donald J.J. Reif and P. Xavier. On the complexity of kinodynamic planning. In *Proc. of the IEEE Symp. on the Foundations of Computer Science* pages 306–316 White Plains NY (USA) Nov. 1988.
- [14] R. Chatila *et al.* Autonomous navigation in natural environment. In *Preprints of the Third Int. Symp. on Experimental Robotics* Kyoto (J) Oct. 1993.
- [15] M. Cherif and Ch. Laugier. On physically-based modeling and off-road vehicle motion planning. In *Int. Conf. on Intelligent Autonomous Systems (IAS-4)* Karlsruhe (FRG) March 1995.
- [16] M. Cherif Ch. Laugier Ch. Milési-Bellier and B. Faverjon. Planning the motions of an all-terrain vehicle by using geometric and physical models. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 2050–2056 San Diego CA (USA) May 1994.
- [17] J.J. Craig. *Introduction to robotics: mechanics and control*. Addison Wesley Publishing Company 2nd edition 1989.
- [18] B. Dacre-Wright. *Planification de trajectoires pour un robot mobile sur terrain accidenté*. PhD thesis Lab. d'Automatique et d'Analyse des Systèmes Toulouse (F) Oct. 1993.
- [19] B. Dacre-Wright and T. Siméon. Free space representation for a mobile robot moving on a rough terrain. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 37–43 Atlanta (US) May 1993.
- [20] M. Daily *et al.* Autonomous cross-country navigation with the avl. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 718–726 Philadelphia PA (USA) Apr. 1988.
- [21] E. Dombre and W. Khalil. *Modélisation et commande des robots*. Traité des nouvelles technologies Ed. Hermès Paris (F) 1988.

- [22] B. Donald and P. Xavier. A provably good approximation algorithm for optimal time trajectory planning. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 958–963, Scottsdale, AZ (USA), May 1989.
- [23] L.E. Dubins. On curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal positions and tangents. *American Journal of Mathematics* 79:497–516, 1957.
- [24] B. Faverjon. Obstacle avoidance using an octree in the configuration space of a manipulator. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 504–512, Atlanta, GA (USA), 1984.
- [25] B. Faverjon and P. Tournassoud. A local-based approach for path planning of manipulators with a high number of degrees of freedom. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 1152–1158, Raleigh, NC (USA), March 1987.
- [26] B. Faverjon and P. Tournassoud. The mixed approach for motion planning: learning global strategies from a local planner. In *Proc. of the Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence* pages 1131–1137, Milan (I), Aug. 1987.
- [27] S. Fortune and G. Wilfong. Planning constrained motions. In *Proc. of the ACM Symp. on Theory of Computer Science* pages 445–459, Chicago, IL (USA), May 1988.
- [28] Th. Fraichard. *Planification de mouvement pour mobile non-holonome en espace de travail dynamique*. PhD thesis, Inst. Nat. Polytechnique de Grenoble, Apr. 1992.
- [29] Th. Fraichard and A. Scheuer. Car-like robots and moving obstacles. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 64–69, San Diego, CA (USA), May 1994.
- [30] E. Gat, M. Slack, D.P. Miller, and A.J. Firby. Path planning and execution monitoring for planetary rover. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 20–25, Cincinnati, OH (USA), May 1990.
- [31] D. Gaw and A. Meystel. Minimum-time navigation of an unmanned mobile robot in a 2-1/2d world with obstacles. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, San Francisco (USA), Apr. 1986.
- [32] M. Hebert *et al.* Terrain mapping for a roving planetary explorer. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 997–1002, Scottsdale, AZ (USA), May 1989.

- [33] R. Hoffman and E. Krotkov. Perception of rugged terrain for a walking robot: true confessions and new directions. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems* pages 1505–1510 Osaka (J) Nov. 1991.
- [34] J.E. Hopcroft, J.T. Schwartz and M. Sharir. Efficient detection of intersections among spheres. *Int. Journal of Robotics Research* 2(4) winter 1983.
- [35] P. Jacobs and J. Canny. Planning smooth paths for mobile robots. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 2–7 Scottsdale AZ (USA) May 1989.
- [36] S. Jimenez, A. Luciani and C. Laugier. Physical modeling as an help for planning the motions of a land vehicle. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems* Osaka (J) Nov. 1991.
- [37] S. Jimenez, A. Luciani and C. Laugier. Predicting the dynamic behaviour of a planetary vehicle using physical models. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems* Yokohama (J) July 1993.
- [38] A. Joukhadar and Ch. Bard. Modélisation physique pour la planification de saisie avec une main articulée. Research Report RR-2247 INRIA Rhône-Alpes Grenoble (F) Avril 1994. In french.
- [39] A. Joukhadar, Ch. Bard and Ch. Laugier. Planning dextrous operations using physical models. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* May 1994.
- [40] A. Kemurdjian *et al.* Small marsokhod configuration. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 165–168 Nice (F) May 1992.
- [41] O. Khatib. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *Int. Journal of Robotics Research* 5(1) Spring 1986.
- [42] I. S. Kweon and T. Kanade. High resolution terrain map from multiple sensor data. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems* pages 127–134 Tsushuira (J) July 1990.
- [43] J-C. Latombe. *Robot motion planning*. Kluwer Academic Press 1991.
- [44] Ch. Laugier. *Raisonnement géométrique et méthodes de décision en robotique. Application à la programmation automatique des robots*. Thèse d'état Inst. Nat. Polytechnique de Grenoble (F) Dec. 1987.
- [45] Ch. Laugier, Ch. Bard, M. Cheriff and A. Joukhadar. Solving complex motion planning problems by combining geometric and physical models: the cases of a rover and of a dextrous hand. In *Preprints Workshop on The*

- Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR)* Γ San Francisco Γ CA (USA) Γ Feb. 1994.
- [46] J-P. Laumond. Feasible trajectories for mobile robots with kinematic and environment constraints. *Intelligent Autonomous Systems* Γ pages 346–354 Γ Dec. 1986.
- [47] J-P. Laumond. Finding collision-free smooth trajectories for a non-holonomic mobile robot. In *Proc. of the Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence* Γ pages 1120–1123 Γ Milan (I) Γ Aug. 1987.
- [48] J-P. Laumond. Nonholonomic motion planning via optimal control. In *Preprints Workshop on The Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR)* Γ San Francisco Γ CA (USA) Γ Feb. 1994.
- [49] J-P. Laumond Γ P.E. Jacobs Γ M. Taix Γ and R.M. Murray. A motion planner for nonholonomic mobile robots. *IEEE Trans. Robotics and Automation* Γ 10(5):577–593 Γ Oct. 1994.
- [50] J-P. Laumond Γ M. Taix Γ and P. Jacobs. A motion planner for car-like robots based on a mixed global/local approach. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems* Γ pages 765–773 Γ Tsuchiura (J) Γ July 1990.
- [51] A. Liégeois Γ L. Fagegaltier Γ and T. Emmanuel. Applicabilité des algorithmes  $A_\epsilon^*$  à la planification des mouvements de véhicules tout-terrain. In *Journées de raisonnement géométrique, PRC-IA* Γ Toulouse (F) Γ Jan. 1993.
- [52] A. Liégeois and Ch. Moignard. Optimal motion planning of a mobile robot on a triangulated terrain model. In Ch. Laugier Γ editor Γ *Geometric Reasoning for Perception and Action* Γ volume 708 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Γ 1993.
- [53] T. Lozano-Perez. Spatial planning Γ a configuration space approach. *IEEE Trans. Comput.* Γ C-32(2) Γ Feb. 1983.
- [54] A. Luciani and B. Chancelou. Modèles physiques de sols meubles et d'interactions avec un mobile: Simulation des empreintes laissées par un véhicule se déplaçant sur des terrains déformables sablonneux. In *Deuxièmes journées de l'A.F.I.G.* Γ pages 11–22 Γ Ins. de Recherche en Informatique Γ Toulouse (F) Γ Nov. 1994.
- [55] A. Luciani *et al.* An unified view of multiple behaviour Γ flexibility Γ plasticity and fractures: balls Γ bubbles and agglomerates. In *IFIP WG 5.10 on Modeling in Computer Graphics* Γ 1991.

- [56] F.O. Manaoui. *Etude et simulation d'algorithmes de navigation pour robots mobiles autonomes sur terrain inégal*. PhD thesisΓUniversité de Montpellier IIIΓMontpellier (F)ΓDec. 1988.
- [57] B. Mirtich and J. Canny. Using skeletons for non-holonomic path planning among obstacles. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*ΓNice (F)ΓMay 1992.
- [58] N.J. Nilsson. A mobile automaton: an application of artificial intelligence techniques. In *Proc. of the Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*Γpages 509–520ΓWashingtonΓDC (USA)Γ1969.
- [59] C. Ó'Dúnlaing and C. Yap. A retraction method for planning the motion of a disc. *Journal of Algorithms*Γ6:104–111Γ1982.
- [60] J. O'Rourke and N. Badler. Decomposition of three-dimensional objects into spheres. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*Γ1:295–305ΓJuly 1979.
- [61] J. Pearl. Studies in semi-admissible heuristics. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*Γ4(4):392–399Γ1982.
- [62] O. PinchardΓA. LiégeoisΓand T. Emmanuel. A genetic algorithm for outdoor robot path planning. In *Int. Conf. on Intelligent Autonomous Systems (IAS-4)*Γpages 413–419ΓKarlsruhe (FRG)ΓMarch 1995.
- [63] E. Rabinowicz. The nature of the static and kinetic coefficients of friction. *Journal of Applied Physics*Γ22(11):1373–1379Γ1951.
- [64] J.A. Reeds and L.A. Shepp. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards. *Pacific Journal of Mathematics*Γ145(2):367–393Γ1990.
- [65] J-C. Sabonnadière and J-L. Coulomb. *La méthode des éléments finis, du modèle ... à la CAO*. HermèsΓParis (F)Γ1986.
- [66] G. Sahar and J. H. Hollerbach. Planning of minimum-time trajectories for robot arms. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*Γpages 751–758ΓSt LouisΓMI (USA)ΓMarch 1985.
- [67] J. T. Schwartz and M. Sharir. On the piano movers' problem: II. general techniques for computing topological properties of real algebraic manifold. *Advances in Applied Mathematics*Γ4:298–351Γ1983.
- [68] J.T. Schwartz and M. Sharir. On the piano movers' problem: I. the special case of a rigid polygonal body moving amidst polygonal barriers. *Commun. Pure Appl. Math.*Γ36:345–398Γ1983.

- [69] L. Shih and A.A. Frank. A study of gait and flywheel effect on legged machines using a dynamic compliant joint model. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 527–532 Γ Raleigh Γ NC (USA) Γ March 1987.
- [70] Z. Shiller and J.C. Chen. Optimal motion planning of autonomous vehicles in three-dimensional terrains. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 198–203 Γ Cincinnati Γ OH (USA) Γ May 1990.
- [71] Z. Shiller and S. Dubowsky. On computing the global time-optimal motions of robotic manipulators in the presence of obstacles. *IEEE Trans. Robotics and Automation* Γ RA-7(6) Γ Dec. 1991.
- [72] Z. Shiller and Y.R. Gwo. Dynamic motion planning of autonomous vehicles. *IEEE Trans. Robotics and Automation* Γ RA-7(2) Γ Apr. 1991.
- [73] Z. Shiller and H-H. Lu. Robust computation of path constrained time-optimal motion. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 144–149 Γ Cincinnati Γ OH (USA) Γ May 1990.
- [74] K.G. Shin and N.D. McKay. Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints. *IEEE Trans. Autom. Contr.* Γ AC-30:531–541 Γ June 1985.
- [75] T. Siméon. *Génération automatique de trajectoires sans collision et planification de tâches de manipulation en robotique*. PhD thesis Γ Lab. d’Automatique et d’Analyse des Systèmes Γ Toulouse (F) Γ Jan. 1989.
- [76] T. Siméon. Motion planning for a non-holonomic mobile robot on 3-dimensional terrains. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems* pages 1455–1460 Γ Osaka (J) Γ Nov. 1991.
- [77] T. Siméon and B. Dacre-Wright. A practical motion planner for all-terrain mobile robots. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems* Γ Yokohama (J) Γ July 1993.
- [78] S-H. Suh and K.G. Shin. A variational dynamic programming approach to robot-path planning with a distance-safety criterion. *IEEE Trans. Robotics and Automation* Γ 4(3):334–349 Γ June 1988.
- [79] D. Terzopoulos Γ J. Platt Γ A. Barr Γ and K. Fleisher. Elastically deformable models. *Computer Graphics* Γ 21(4):205–214 Γ July 1987.
- [80] J. Tornero Γ G.J. Hamlin Γ and R.B. Kelley. Spherical-object representation and fast distance computation for robotic applications. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation* pages 1602–1608 Γ Sacramento (USA) Γ May 1991.

- [81] P. Tournassoud. *Géométrie et intelligence artificielle pour les robots*. Traité des nouvelles technologiesΓsérie robotique. HermèsΓParis (F)Γ1988.
- [82] O.C. Zienkiewicz. *La méthode des éléments finis*. McGraw-HillΓParis (F)Γ1979.

# Table des figures

2.1	Le robot mobile articulé $\mathcal{A}$ sur le terrain $\mathcal{T}$ . . . . .	27
2.2	Description schématique du fonctionnement du système articulé du châssis de $\mathcal{A}$ . . . . .	27
2.3	(a) Chemin généré quand uniquement les contraintes géométriques et cinématiques sont considérées. Ce mouvement est donné par une séquence discrète de configurations vérifiant uniquement des critères de stabilité de $\mathcal{A}$ sur $\mathcal{T}$ . (b) La configuration de blocage du robot sur le terrain. . . . .	32
2.4	Principe de construction d'une solution $\Gamma$ par l'approche de planification à deux niveaux. . . . .	37
2.5	Le mouvement solution de $\mathcal{A}$ planifié par la méthode proposée dans le cas où l'environnement est identique à celui décrit dans § 2.3. . . . .	37
2.6	Solution avec patinage des roues au contact d'une région glissante. . . . .	38
2.7	Comportement du véhicule sur une région glissante. . . . .	38
2.8	Solution évitant complètement les régions glissantes. . . . .	39
3.1	Approximation du profil du terrain par des sphères. . . . .	42
3.2	Description hiérarchique d'un obstacle $\mathcal{B}_i$ . . . . .	43
3.3	Modèle cinématique du système mécanique réduit de $\mathcal{A}$ considérant les deux essieux avant $\mathcal{E}_c$ et $\mathcal{E}_f$ . . . . .	44
3.4	Modèle cinématique avec glissement latéral de l'essieu $\mathcal{E}_r$ . . . . .	46
3.5	Modèle cinématique avec glissement latéral de l'essieu $\mathcal{E}_c$ . . . . .	47
3.6	Modèle cinématique considéré pour la formulation de la non-holonomie de $\mathcal{A}$ dans le cas plan. . . . .	48
3.7	Génération des successeurs d'une configuration $q_i$ . . . . .	55
3.8	Exemple d'une courbe complexe générée par la combinaison d'une exploration discrète de $\mathcal{C}_{search}$ et d'une heuristique basée sur une distance géodésique. . . . .	58
3.9	Plus courts chemins avec et sans manœuvres entre deux configurations $q_s$ et $q_g$ et inadmissibilité du chemin de type $C_r^+ S^+ C_l^+$ . . . . .	59
3.10	Distance géodésique donnée par un chemin reliant la configuration $q_s$ et le voisinage $V(q_g)$ . . . . .	60
3.11	Translation de la configuration finale $q_g$ pour générer un chemin de type $C_r^+$ (instance d'un chemin de type $C_r^+ S^+ C_r^+$ ). . . . .	61

4.1	Modèle d'un objet rigide $\Omega$ . . . . .	67
4.2	Modèle d'un essieu à roues du véhicule $\mathcal{A}$ . . . . .	70
4.3	Modèle discret pour la représentation d'objet. . . . .	72
4.4	Modèle discret d'une articulation péristaltique d'un essieu. . . . .	73
4.5	Modèle discret d'une articulation d'anti-roulis d'un essieu. . . . .	74
4.6	Modélisation d'une articulation avec butée avec le modèle discret. . . . .	75
4.7	Blocage de l'articulation péristaltique d'un essieu. . . . .	75
4.8	Le modèle hybride du véhicule $\mathcal{A}$ . . . . .	76
4.9	Modèle physique des région déformables du terrain. . . . .	78
4.10	Un modèle discret ou de solide pour la description de la dynamique d'un composant mobile $\mathcal{O}_k$ du terrain. . . . .	79
4.11	Les liaisons linéaires visco-élastiques associées à un nœud de contact. . . . .	83
5.1	Configuration sous-but $q_i$ supposée située sur un virage. . . . .	91
5.2	Configuration sous-but $q_i$ correspondant à un point de manœuvre. . . . .	91
5.3	Trajectoires locales correspondant au développement des nœuds de $\mathcal{G}_i$ . . . . .	97
5.4	Cas où $\omega_p > 0$ et $\omega < 0$ . . . . .	102
5.5	Cas où $\dot{v}_k \in \{ \dot{v}_d, 0 \}$ ( $\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{x}_i < 0$ ). . . . .	102
5.6	Cas où $\dot{v}_k \in \{ \dot{v}_d, 0, \dot{v}_a \}$ ( $\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{x}_i \geq 0$ ). . . . .	103
5.7	Cas où $\omega_p > 0$ et $\omega > 0$ . . . . .	103
5.8	Trajectoire planifiée avec manœuvres et franchissement d'un ro- cher fixe. . . . .	108
5.9	Les configurations sous-buts générées par l'exploration de l'espace $\mathcal{C}_{search}$ . . . . .	109
5.10	Les configurations atteintes localement. . . . .	109
5.11	Franchissement d'une zone à fort relief du terrain correspondant à un modèle de rocher fixe. . . . .	110
5.12	Trajectoire planifiée illustrant l'évitement des zones glissantes du ter- rain (zones sombres). . . . .	111
5.13	Les configurations sous-buts générées dans $\mathcal{C}_{search}$ (fig. du haut) et les configurations atteintes localement (fig. du bas). . . . .	111
5.14	Trajectoire planifiée en présence de plusieurs régions glissantes (zones sombres du terrain sauf rocher). . . . .	112
5.15	Les configurations sous-buts générées géométriquement. . . . .	112
5.16	Les configurations atteintes par le niveau local. . . . .	112
5.17	Déplacement en présence de régions glissantes et d'obstacles géo- métriques (zones sombres au premier et arrière plans). . . . .	113
5.18	Sous-buts générés et configurations correspondantes atteintes lo- calement. . . . .	114
5.19	Evitement d'obstacles (zones sombres en premier plan) et de ré- gions glissantes (zones sombres en arrière plan). . . . .	114
5.20	Déplacement en présence d'obstacles. . . . .	115

5.21	Exploration effectuée pour le calcul de la trajectoire de la figure 5.20.	115
5.22	Déplacement en présence d'obstacles. . . . .	115
5.23	Exploration effectuée pour le calcul de la trajectoire de la figure 5.22.	116
5.24	Déplacement avec minimisation du glissement longitudinal. . . . .	117
5.25	Exploration effectuée pour le calcul de $\Gamma$ . . . . .	117
A.1	Trajectoire avec oscillations. . . . .	122
A.2	Oscillations et génération régulière des sous-buts lors du développement des nœuds de $\mathcal{G}$ . . . . .	122
A.3	Principe de la génération non régulière des successeurs d'une configuration $q$ . . . . .	123
A.4	Trajectoire sans oscillations obtenue. . . . .	123