



Mesure et prévision de l'évolution des endommagements dans les composites stratifiés

Christophe Bois

► To cite this version:

Christophe Bois. Mesure et prévision de l'évolution des endommagements dans les composites stratifiés. Mécanique [physics.med-ph]. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2003. Français. NNT : . tel-00005264v2

HAL Id: tel-00005264

<https://theses.hal.science/tel-00005264v2>

Submitted on 2 Feb 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LA MÉDITERRANÉE AIX-MARSEILLE II
LABORATOIRE DE MÉCANIQUE ET D'ACOUSTIQUE

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ AIX-MARSEILLE II

Discipline : MÉCANIQUE

Option : MÉCANIQUE DU SOLIDE

Présentée et soutenue publiquement par

Christophe BOIS

le 17 décembre 2003

**MESURE ET PRÉVISION DE L'ÉVOLUTION
DES ENDOMMAGEMENTS DANS LES
COMPOSITES STRATIFIÉS**

JURY

D. BAPTISTE	Professeur des Universités ENSAM Paris	Rapporteur
D. BALAGEAS	Directeur de Recherche ONERA	Rapporteur
O. ALLIX	Professeur des Universités LMT Cachan	Président du jury
F.-K. CHANG	Professeur Stanford University, USA	Examineur
Y. JAYET	Professeur des Universités INSA Lyon	Examineur
C. HOCHARD	Maître de conférence LMA Marseille	Directeur de thèse
F. BALAYN	Ingénieur Recherche Eurocopter	Invité
P. HERZOG	Chargé de Recherche CNRS LMA Marseille	Invité

Remerciements

Je remercie Michel Raous de m'avoir accueilli au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique et Jean-Claude Michel de m'avoir accueilli au sein de l'équipe MESH (Matériaux Et Structure Hétérogène).

Pour m'avoir proposé ce sujet de thèse qui par sa pluridisciplinarité m'a permis de découvrir d'autres domaines que celui de la mécanique, j'exprime ma vive gratitude à Christian Hochard. Je le remercie également pour sa grande disponibilité et pour m'avoir conseillé tout en me laissant développer mes idées.

Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail ; je remercie particulièrement le Professeur Olivier Allix pour avoir présidé ce jury, ainsi que le Directeur de Recherche Daniel Balageas et le Professeur Didier Baptiste pour avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire de thèse.

Ce travail n'aurait pu être réalisé sans l'aide de nombreux collaborateurs au sein du laboratoire. Je remercie tout particulièrement Philippe Herzog pour avoir partagé avec moi ses connaissances dans le domaine de l'électro-acoustique, Frédéric Mazerolle pour son aide et sa disponibilité lors de la réalisation des essais mécaniques, Daniel De Vadder pour avoir réalisé une grande partie des expériences ultrasonores, Yann Gélébart pour le travail effectué lors de son stage de DEA, et Norbert Cherat pour m'avoir aidé à fabriquer les plaques composites stratifiées.

Je tiens à remercier également les membres du GEMPPM (Groupe d'Étude de Métallurgie Physique et de Physique des Matériaux) de l'INSA de Lyon avec qui j'ai collaboré, et particulièrement Thomas Monnier et Philippe Guy.

Ayant découvert les matériaux composites et l'aéronautique lors de ma thèse, je remercie Jean Paul Charles et Gérard Genoux pour avoir partagé avec moi leurs expériences dans ces domaines.

Je remercie tous les chercheurs que j'ai côtoyé durant ces trois années pour leurs conseils et leurs remarques constructives qu'ils m'ont apportées lors de discussions ou de présentations orales.

REMERCIEMENTS

L'informatique me laissant parfois perplexe, je remercie Hervé Moulinec, Bruno Vincendon, Martine Culioli et Iulian Rosu pour leurs aides précieuses.

Je souhaite également remercier l'ensemble du personnel administratif du laboratoire et particulièrement Annie Fornacciari pour sa compétence et sa disponibilité.

Je salue les doctorants et jeunes docteurs qui m'ont permis, durant ces trois années, de travailler dans la joie et la bonne humeur, Benoît, Cyril, Juliette, Lotfi, Noël, Olivier B., Olivier M. et tous les autres.

Enfin, merci à Alice pour son soutien constant et sa patience les soirs où je rentrais tard.

Table des Matières

INTRODUCTION.....	7
CHAPITRE I	
ÉTAT DE L'ART DU CONTRÔLE DE SANTÉ PAR CAPTEURS INTÉGRÉS	
CHOIX D'UN SYSTÈME DE MESURE.....	11
1.1 Le contrôle de santé par capteurs intégrés	11
1.2 Pourquoi choisir des transducteurs piézoélectriques	14
CHAPITRE II	
COMPOTEMENT DES COMPOSITES STRATIFIÉS.....	17
2.1 Qu'est ce qu'un composite stratifié	17
2.2 Comportement élastique.....	18
2.3 Les mécanismes d'endommagement.....	19
2.3.1 Cas des plis unidirectionnels	19
2.3.2 Cas des plis tissés équilibrés.....	22
2.4 Un modèle d'endommagement pour les composites stratifiés.....	23
2.4.1 Description du modèle local	23
2.4.2 Identification des paramètres du modèle.....	25
2.4.3 Application à une structure : la plaque trouée.....	28
CHAPITRE III	
MESURE D'IMPÉDANCE ÉLECTROMÉCANIQUE	31
3.1 Dispositif expérimental.....	32
3.2 Un exemple : poutre stratifiée carbone/époxy.....	33
3.3 Un modèle piézoélectrique général adapté aux transducteurs minces	34
3.3.1 Relations de comportement piézoélectrique	34
3.3.2 Formulation globale et problème de structure	35
3.3.3 Analyse de l'expression analytique de l'admittance	38
3.4 Exploitation d'une mesure d'impédance électromécanique	39
3.4.1 Séparation des parties statique et dynamique.....	39
3.4.2 Identification des paramètres modaux	40

CHAPITRE IV

SURVEILLANCE D'UN DÉLAMINAGE PAR MESURE

D'IMPÉDANCE ÉLECTROMÉCANIQUE.....	43
4.1 Modèle simplifié pour le calcul direct	43
4.1.1 Théorie pour les stratifiés comportant un pli piézoélectrique	45
4.1.2 Matrice de transfert pour le découpage de la poutre	51
4.1.3 Calcul de l'impédance	52
4.2 Résultats expérimentaux - Validation du modèle	54
4.2.1 Description des éprouvettes étudiées.....	54
4.2.2 Éprouvette saine : sans délaminage.....	55
4.2.3 Influence d'un délaminage sur la partie statique de la capacité	56
4.2.4 Influence d'un délaminage sur la partie dynamique de la capacité	59
4.2.5 Sensibilité de la mesure	60
4.3 Caractérisation du délaminage par calcul inverse	61
4.3.1 Délaminage débouchant.....	61
4.3.2 Délaminage non débouchant.....	64
4.4 Conclusions et perspectives	66

CHAPITRE V

DÉTERMINATION D'UN NIVEAU D'ENDOMMAGEMENT DIFFUS

PAR MESURE D'IMPÉDANCE ÉLECTROMÉCANIQUE.....	67
5.1 Objectif de la mesure.....	67
5.2 Description et modélisation de l'endommagement diffus	68
5.2.1 Description microscopique et mésoscopique	68
5.2.2 Modèle mésoscopique pour des plis tissés	70
5.3 Mesures dynamiques de l'endommagement diffus.....	75
5.3.1 Mesure d'impédance basse fréquence	75
5.3.2 Mesure d'impédance haute fréquence	84
5.4 Conclusion sur la mesure de l'endommagement diffus	86

CHAPITRE VI

DÉTECTION D'UN MACRO-DÉFAUT PAR PROPAGATION D'ONDES DE LAMB.....

6.1 Modèle analytique – Courbes de dispersion.....	88
6.1.1 Onde de pression et de cisaillement vertical (P-SV)	90
6.1.2 Onde de cisaillement horizontal (SH)	92
6.2 Etude de l'interaction par la méthode des éléments finis.....	94
6.2.1 Hypothèses, optimisation du maillage, et validation	95
6.2.2 Interaction avec une fissure.....	100
6.2.3 Interaction avec un délaminage	106
6.2.4 Conclusion sur l'étude numérique	108
6.3 Résultats expérimentaux.....	109
6.3.1 Interaction avec une fissure.....	109
6.3.2 Interaction avec un délaminage	111
6.3.3 Conclusion sur l'étude expérimental	113
6.4 Conclusion sur la détection de macro-défauts	113

CONCLUSION	115
------------------	-----

TABLE DES RÉFÉRENCES.....	117
---------------------------	-----

ANNEXES	125
---------------	-----

Introduction

Le choix d'un matériau composite pour la réalisation d'une pièce mécanique n'est plus réservé à des applications spécifiques produites à faible unité comme les satellites, le sport de compétition, les voitures de luxe... Des domaines comme le génie civil, l'automobile, les loisirs envisagent désormais l'emploi de matériaux composites comme moyen d'innovation et d'augmentation des performances de leurs produits. Bien sûr, l'aéronautique demeure le principal demandeur de matériaux légers et performants [18]. Bien que la masse totale de matériau utilisée dans ce domaine (120 000 tonnes par an en Europe) soit sans commune mesure avec d'autres domaines comme l'automobile (environ 30 millions de tonnes par an en Europe), le gain occasionné par l'emploi d'un matériau composite en remplacement d'un alliage d'aluminium (25 à 30 % en masse) justifie les efforts d'investissement autour de ces matériaux. Le principal inconvénient des matériaux composites reste le coût d'achat du matériau : un kilogramme de pré-imprégné est dix fois plus cher qu'un kilogramme d'alliage d'aluminium. Cependant le développement de ce marché, ces 30 dernières années, a fait chuter le prix des fibres à haut module de 300 à 30 Euro le kilogramme. De plus, paradoxalement, l'utilisation des matériaux composites permet, par leur mode de fabrication, de diminuer les chutes et le nombre de sous-ensembles ; ainsi on constate des coûts de fabrication 50 % inférieurs par rapport à une solution métallique. On peut également noter la bonne résistance au chargement de fatigue, et l'absence de corrosion.

Aujourd'hui un avion comme l'Airbus A320 est constitué de 4500 kilogrammes de matériaux composites, soit 20 % de la masse totale de l'appareil à vide. Les pièces concernées sont essentiellement les carénages, les voilures mobiles, les radômes, la dérive et les plans horizontaux arrières. Mais certaines pièces de structure très sollicitées sont désormais réalisées en nappe pré-imprégnée de fibres de carbone et de résine époxy ; citons par exemple les poutres ventrales reprenant les efforts du train d'atterrissage sur l'Airbus A340 -500/600. Le futur gros porteur d'Airbus, l'A380, verra une innovation sans précédent. Sur cet appareil le caisson central (7x7x3 m³) sera réalisé en composite, ce qui constituera un gain de masse de 3 tonnes. Notons également que l'utilisation des matériaux composites est plus

marquée dans la fabrication des hélicoptères : en moyenne 25 à 30 % de la masse de l'appareil.

Pour augmenter ce pourcentage et améliorer les performances, les industriels se heurtent à quelques difficultés. La certification des nouvelles pièces est délicate en raison du changement radical des technologies utilisées, tant pour le dimensionnement que pour la fabrication. Le passage des matériaux métalliques aux matériaux composites engendre des coûts importants, mais il s'agit en fait d'un investissement à moyen et long terme. L'amélioration des moyens de conception et en particulier la compréhension, la modélisation et le contrôle des mécanismes d'endommagement, devraient élargir le champ d'application de ces matériaux à des secteurs de l'industrie qui demandent à la fois une fiabilité élevée et des coûts de maintenance réduits.

L'inhomogénéité et l'anisotropie des matériaux composites rendent leurs mécanismes d'endommagement nombreux et complexes. Au sein d'une structure composite, on peut voir apparaître un endommagement diffus constitué de micro-décohésions et de micro-fissures, des ruptures de plis, des délaminages et des ruptures de stratifiés. Ces endommagements sont la conséquence de chargements de service (statique et fatigue) ou des chargements accidentels (impacts). Depuis quelques années, de nombreuses études portent sur la « Surveillance de Santé des Structures ». La plupart de ces études concernent la mesure des endommagements : localisation et étendue de zones délaminées suite à un impact ; rupture de fibres... Si ces mesures permettent de connaître l'état de la structure, elles ne permettent pas de savoir si les endommagements mesurés sont acceptables ou s'ils nécessitent une intervention (arrêt de l'appareil, réparation,...). Par exemple, dans le cas d'un délaminage, un chargement en traction dans la zone aura peu de conséquences, alors qu'un chargement en compression sera catastrophique. Il est donc nécessaire de pouvoir prédire l'évolution des endommagements pour réaliser un véritable système de surveillance.

Depuis plusieurs dizaines d'années, de nombreux laboratoires travaillent sur la prévision de l'évolution des endommagements dans les structures composites stratifiées [3, 56, 92]. Comme nous l'avons déjà évoqué, les mécanismes d'endommagement sont nombreux et difficiles à décrire, particulièrement la propagation des délaminages et des ruptures de pli. De plus, ces mécanismes sont souvent couplés et certains auteurs utilisent des modélisations 3D pour les décrire [29, 83]. Ce type d'approche est difficilement utilisable dans un contexte industriel.

Dans le cas de stratifiés constitués de plis tissés, utilisés par exemple pour les peaux des pales d'hélicoptère, les mécanismes d'endommagement sont moins nombreux (pas de rupture transverse et faible sensibilité au délaminage), et donc plus simple à modéliser (calcul 2D en contraintes planes).

Dans le cadre de ce travail, nous proposons de réaliser un système de surveillance pour les stratifiés constitués de plis tissés sous chargement statique. Ce système comprend la mesure de l'endommagement diffus et la prévision de son évolution. Nous proposons également de détecter les zones délaminées et les ruptures de

stratifié, mais uniquement lorsqu'ils se trouvent le long d'un bord. Dans le cadre de l'application aux pales d'hélicoptère, ces macro-défauts sont généralement réparés lorsqu'ils sont détectés et qu'ils atteignent une taille critique. Actuellement, cette taille critique est déterminée expérimentalement ; il serait évidemment plus intéressant de simuler leurs évolutions, mais ce type de problème est très complexe. Notons que les modèles de prévision des évolutions des endommagements orientent la nature et la technique de mesure.

Ces modèles de prévision des évolutions des endommagements peuvent être utilisés en bureau d'étude pour concevoir et optimiser les structures par rapport à des chargements donnés. Dans le cas du suivi de l'état de santé des structures, nous avons vu que la mesure seule n'est pas suffisante. La modélisation seule n'est également pas suffisante. En effet, dans le cas des chargements de service, statique ou de fatigue, les incertitudes sur les conditions aux limites et les imperfections du modèle ne sont pas négligeables. Il est donc nécessaire de recalibrer les modèles par des mesures.

Un système de mesure comprend des capteurs, leur câblage, et un dispositif de commande, d'acquisition, et d'analyse. L'acquisition et l'analyse peuvent être faites en continu ou périodiquement. Dans le but de diminuer les durées et les coûts de maintenance, notre étude s'est orientée vers des capteurs intégrés à la structure. Ces capteurs sont insérés entre deux plis du stratifié, ou collés sur la surface du stratifié. Ils doivent donc être de petite taille et en particulier de faible épaisseur afin de ne pas perturber le comportement de la structure. Notre choix s'est porté sur des transducteurs piézoélectriques. Ces transducteurs permettent, par une mesure électrique, d'obtenir des informations sur le comportement dynamique de la structure. Deux types de mesures sont possibles : la mesure d'impédance et la propagation d'ondes. Nous verrons que ces deux types de mesures apportent des informations complémentaires.

Dans le premier chapitre, je présenterai les différentes techniques développées ces dernières années, et je justifierai le choix que nous avons effectué d'utiliser des transducteurs piézoélectriques pour réaliser cette surveillance.

Dans le second chapitre, je présenterai le comportement des matériaux composites stratifiés en détaillant l'évolution et l'interaction des différents endommagements. Je finirai ce chapitre en présentant un modèle élasto-plastique endommageable écrit à l'échelle du pli.

Dans le troisième chapitre, la mesure d'impédance de transducteur mince est présentée et illustrée à travers un exemple. Un modèle électromécanique général est proposé pour comprendre le couplage électromécanique et extraire les phénomènes mécaniques.

Dans le quatrième chapitre, la mesure d'impédance électromécanique est appliquée à la détection et à la caractérisation d'un délaminage. Pour cela un modèle électromécanique, basé sur la théorie des stratifiés, est développé pour des structures poutres présentant un délaminage. Ce modèle est validé par des

résultats expérimentaux et ensuite utilisé pour caractériser un délaminage par calcul inverse.

Dans le cinquième chapitre, la mesure d'impédance électromécanique est utilisée pour déterminer un niveau d'endommagement diffus. Le comportement dynamique à faible amplitude dépend fortement des phénomènes microscopiques. Dans un premier temps, nous avons donc cherché à identifier les phénomènes microscopiques liés à l'endommagement diffus à partir de l'observation du comportement mésoscopique des composites stratifiés. Un modèle est alors présenté pour valider cette identification qualitative. A partir de ce travail deux méthodes de mesure sont proposées et testées : la première consiste à effectuer des mesures d'impédance à moyenne fréquence (10-50 kHz), la seconde à haute fréquence (1-40 MHz).

Dans le sixième chapitre, nous présentons les résultats obtenus sur la détection de macro-endommagements par propagation d'ondes de Lamb. Après une présentation rapide du calcul analytique des courbes de dispersion, nous détaillons les simulations par éléments finis effectuées pour analyser l'interaction de ce type d'ondes avec une fissure complète de stratifié ou un délaminage. Ces résultats numériques sont ensuite confrontés à des résultats expérimentaux.

Chapitre 1

État de l'art du contrôle de santé par capteurs intégrés Choix d'un système de mesure

1.1 Le contrôle de santé par capteurs intégrés

Pour répondre aux besoins des industriels en terme de réduction des coûts et des temps de maintenance [34] de nombreux travaux ont été effectués ces dix dernières années dans le domaine de la surveillance intégrée des structures. Ces travaux ont permis de développer différents systèmes de mesure et certains systèmes de surveillance sont déjà utilisés dans l'industrie aéronautique ou du génie civil [77].

Les systèmes de mesure intégrés aux structures sont le plus souvent issus du Contrôle Non Destructif (CND) classique : citons tout d'abord les méthodes dynamiques, que ce soit l'analyse modale par mesure d'impédance mécanique ou par observation de la forme des modes [13, 21, 23, 72, 78], les méthodes de propagation d'ondes ultrasonores (échographie ou transmission) [51] ou encore l'écoute acoustique [10, 67, 96, 98]. Ces techniques utilisent le plus souvent des accéléromètres ou des transducteurs piézoélectriques dont la taille et en particulier l'épaisseur est assez importante (plus de 10 mm). Citons également les mesures par champs magnétiques [30].

Pour adapter ces méthodes à la mesure in-situ, il est nécessaire de réduire la taille des capteurs ou plus généralement des systèmes sensitifs et en particulier leurs épaisseurs. Ainsi de nombreux auteurs utilisent des pastilles piézoélectriques nues de faible épaisseur (moins de 0.25 mm) pour les méthodes dynamiques [68]. Un procédé de fabrication a même permis d'intégrer un réseau de capteurs et leur câblage entre deux plis sans altérer la résistance du stratifié (Figure 1.1). La mesure de l'impédance électromécanique d'un piézoélectrique couplé à la structure permet d'obtenir des informations sur sa réponse fréquentielle dynamique [66] (Figure 1.2). Ces mêmes transducteurs sont utilisés pour générer et recevoir des ondes de Lamb dans des plaques ou des coques [14, 33] (Figure 1.3).

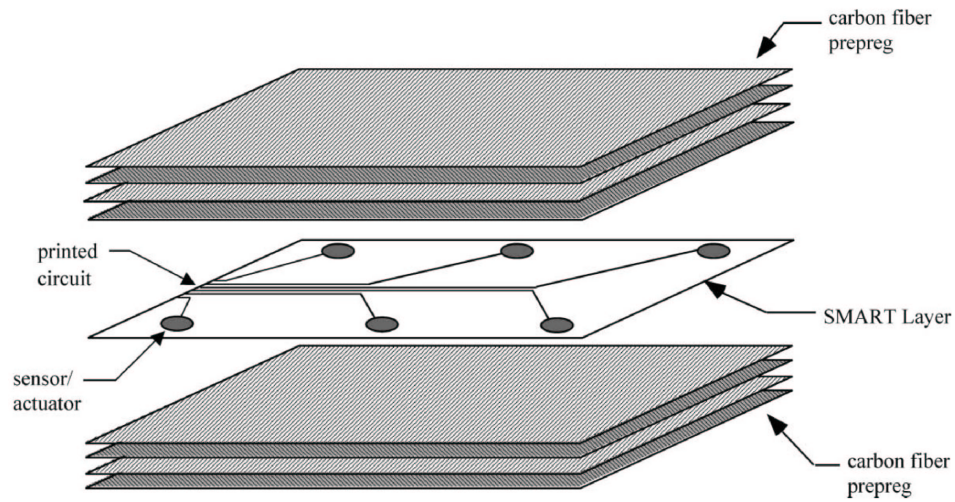


Figure 1.1. Intégration des capteurs et de leur câblage dans une même couche. Concept proposé et réalisé par Lin et Chang [65].

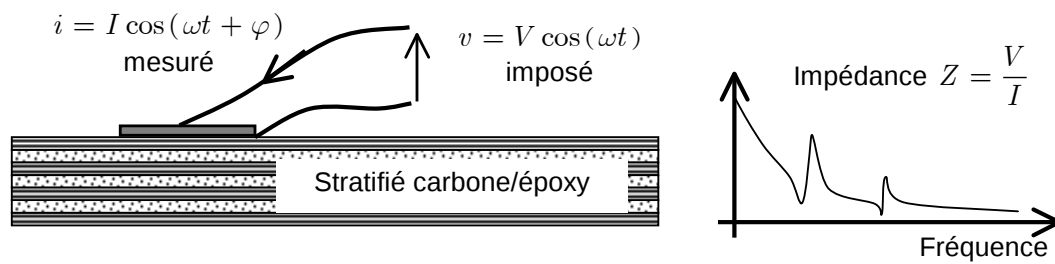


Figure 1.2. Principe de la mesure d'impédance électromécanique.

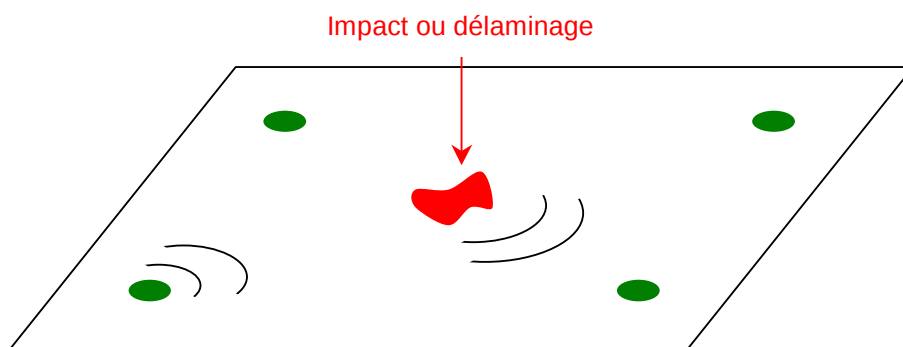


Figure 1.3. Principe de la propagation d'onde de Lamb.

La nécessité de miniaturiser a également donné naissance à de nouveaux capteurs comme les fibres optiques utilisées pour détecter un impact [6] ou des fissures [74], mesurer une déformation [19, 24, 61], une température [19] ou servir de récepteur en transmission d'ondes de Lamb [22]. L'insertion de fibres optiques reste un problème, même si aujourd'hui certaines ne dépassent pas 100 μm de diamètre (Figure 1.4). Le matériau est parfois utilisé comme capteur, c'est le cas quand on mesure ses propriétés électriques (Figure 1.5). On peut alors mesurer la résistance avec un courant continu. Cette grandeur est étroitement liée aux fibres de carbone, très conductrices, et donne des informations sur leur rupture [1, 17, 46, 81, 82, 84, 88]. Si on souhaite s'intéresser aux dégradations de la matrice ou des interfaces entre fibres et matrice on peut alors mesurer la capacité électrique avec un courant alternatif [2, 52]. Mais les plans équipotentiels que génèrent les fibres conductrices rendent cette méthode globale.

On a vu que des capteurs pouvant s'intégrer aux structures étaient disponibles ; encore faut-il réaliser des mesures exploitables pour obtenir des informations sur l'endommagement du matériau ou de la structure. La mesure d'impédance électromécanique est utilisée par plusieurs auteurs pour détecter un délaminage et observer son évolution. Certaines études restent qualitatives [50], tandis que d'autres proposent des modèles simplifiés pour déterminer la taille et la position du défaut [11, 48, 49]. Cette méthode est également utilisée pour détecter des fissures [27, 85] et pour contrôler la polymérisation lors de la fabrication de composite [80].

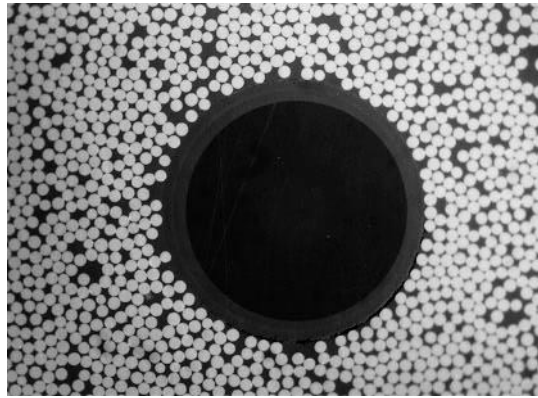


Figure 1.4. Insertion d'une fibre optique dans un composite carbone époxy.

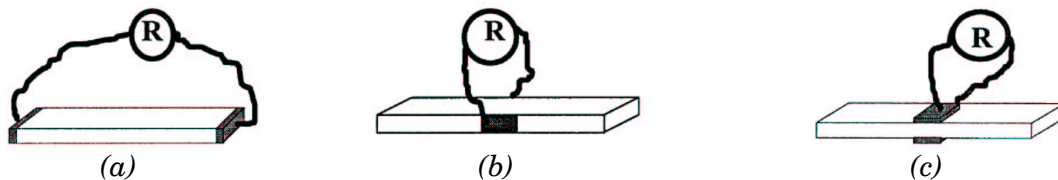


Figure 1.5. Principe de la mesure de résistance électrique [1].
(a) sens fibre, (b) à travers la largeur, et (c) à travers l'épaisseur.

Mais aujourd'hui la majorité des travaux concernent la propagation d'ondes de Lamb dans les structures minces. En effet ces ondes ont l'avantage de se propager sur de longues distances et donc de limiter le nombre de capteurs. Cependant, leur utilisation présente quelques difficultés : elles sont dispersives, à une fréquence donnée plusieurs modes peuvent se propager à différentes vitesses. Leur propagation dans des milieux anisotropes et multicouches accroît encore la complexité. Des travaux ont permis d'établir analytiquement les courbes de dispersion [20, 36, 53, 71, 94], de les valider expérimentalement [33, 73], et d'étudier l'effet de la dispersion sur de longs trajets [97]. Deux points majeurs restent aujourd'hui à étudier : le premier est d'analyser la génération des ondes de Lamb par transducteur piézoélectrique. Le second est d'analyser l'interaction de ces ondes avec différents types d'endommagement.

En ce qui concerne la génération des ondes de Lamb, Moulin et al [70] ont développé un modèle couplant la méthode des éléments finis et une méthode de projection sur la base des modes propres. Cette méthode permet de limiter les temps de calcul et donc d'effectuer une étude paramétrique. Grondel et al [31] ont utilisé cette modélisation pour optimiser la génération du mode fondamental A0 en utilisant des transducteurs multi-éléments. En ce qui concerne l'interaction des ondes de Lamb avec différents types d'endommagement, beaucoup d'études sont expérimentales : détection d'impacts [7, 90, 91], de délaminages [86], ou de fissures [32]. A l'aide de différents outils de traitement du signal comme les représentations temps fréquences, ces études tentent d'extraire un ou plusieurs paramètres caractérisant la dégradation. Certains auteurs proposent d'étudier la réflexion des ondes et la conversion des modes au passage d'un défaut par la méthodes des éléments finis [69] ou en utilisant des éléments bande [37]. Une méthode de décomposition de domaine (MDD) a été proposée [8] pour déterminer la position et la taille d'une fissure. Ce modèle simplifié, moins coûteux en temps, permet de traiter un problème inverse mais il n'a pas été confronté à des résultats expérimentaux. En utilisant uniquement les vitesses de propagation de chaque mode, Osmont et al. [75] sont parvenus à localiser un trou dans une structure sandwich dissymétrique. Les ondes de Lamb peuvent également être générées par un impact ou l'agrandissement d'une fissure, l'objectif est alors de localiser la source en « écouter » en permanence et à différents endroits de la structure surveillée [47].

1.2 Pourquoi choisir des transducteurs piézoélectriques

Comme on l'a vu précédemment, les nombreux travaux dans le domaine de la surveillance intégrée des endommagements ont permis de développer différents systèmes de mesure. Parmi ceux-ci, les systèmes utilisant des transducteurs piézoélectriques font l'objet de la majorité des études. L'utilisation de ce type de transducteur présente en effet l'avantage de pouvoir effectuer différents types de mesures comme des mesures d'impédance ou des mesures en propagation d'ondes. Ces deux types de mesure sont complémentaires et permettent d'élargir les possibilités de surveillance. De plus, les matériaux piézoélectriques sont utilisés

dans d'autres domaines comme le contrôle actif ou les nano-technologies ce qui leur assure un développement rapide et durable.

Le matériau piézoélectrique le plus souvent utilisé est le PZT (Plomb, Zirconate, Titanate). Il possède des coefficients de couplage piézoélectrique importants, mais il ne supporte pas les déformations supérieures à 1% ce qui est un inconvénient pour l'utilisation in-situ. Le PVDF (PolyVynilDiFluorure) supporte des déformations de plusieurs pourcents, mais il a des propriétés piézoélectriques moins importantes. Parmi les nombreuses études concernant les matériaux piézoélectriques, certaines s'attachent à créer de nouveaux matériaux piézoélectriques et en particulier des matériaux composites alliant souplesse et performance [64]. Dans les travaux réalisés durant cette thèse, nous avons utilisé des transducteurs PZT issus de buzzers électroniques, d'épaisseur faible (140 μm) et coûtant moins d'un Euro pièce.

Nous avons utilisé les deux techniques qu'offre ce type de capteur. Pour détecter et caractériser un défaut macroscopique comme un délaminage, nous avons utilisé la mesure d'impédance (Chapitre 4). En effet, elle permet la réalisation de modèles simplifiés intégrant la dégradation et donc de déterminer les caractéristiques de l'endommagement en résolvant le problème inverse. A l'inverse, pour détecter des défauts localisés de quelques millimètres, comme une fissure, nous avons choisi d'effectuer des mesures ultrasonores même si en l'absence de modélisation simplifiée il est très difficile de retrouver avec précision la position et la taille du défaut (Chapitre 6). Pour mesurer le niveau d'un endommagement étendu constitué de micro-fissures et de micro-décohésions on aurait pu utiliser les deux types de mesure. Cependant, l'analyse est plus simple dans le cas de la mesure d'impédance (Chapitre 5).

Chapitre 2

Comportement des composites stratifiés

2.1 Qu'est ce qu'un composite stratifié

On distingue différents types de stratifiés. Les monolithiques sont constitués uniquement de plis composites fibres/résine, les sandwichs sont constitués de deux couches monolithiques appelées peaux, séparées par une âme en mousse ou en nid d'abeille. Un stratifié monolithique est constitué de plusieurs plis caractérisés par leur orientation. La Figure 2.1 présente la composition d'un stratifié dit quasi-isotrope $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_S$.

Il existe différents types de pli (Figure 2.2). Lorsque les fibres sont toutes dans la même direction, le pli est dit unidirectionnel ; lorsque les fibres se présentent sous forme de tissu, le pli est dit tissé, il comporte des fibres dans deux directions appelées sens chaîne et sens trame. S'il y a autant de fibres dans les sens chaîne et trame le pli est dit tissé équilibré.

Les fibres peuvent être en verre ou en carbone, les résines les plus utilisées sont les époxydes et les polyesters insaturés.

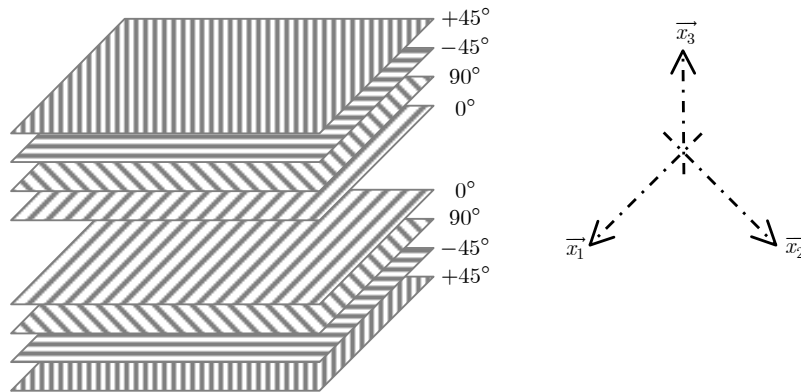
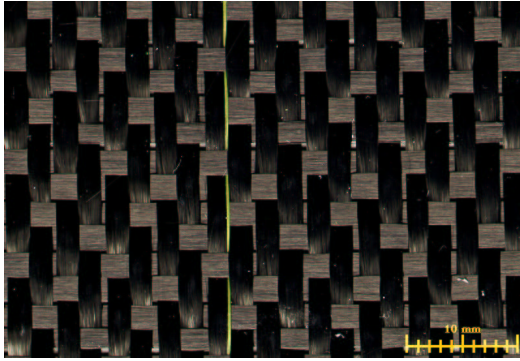
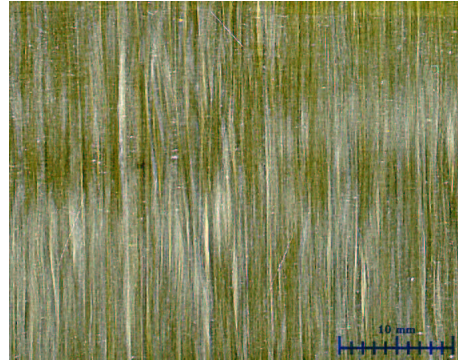


Figure 2.1. Composition d'un stratifié quasi-isotrope $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_S$.



(a) Satin 4 équilibré carbone (T300)



(b) Nappe de fibre de verre (R)

Figure 2.2. Exemple de pli tissé (a) et de pli unidirectionnel (b).

2.2 Comportement élastique

Le comportement élastique d'un pli est bien évidemment anisotrope, mais l'anisotropie dépend du type de pli. Un pli unidirectionnel a un comportement isotrope transverse, son tenseur de souplesse est de la forme :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)} \quad (1)$$

Un pli tissé équilibré a un comportement orthotrope, son tenseur de souplesse est de la forme :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)} \quad (2)$$

Le comportement élastique d'un composite stratifié est plus complexe à décrire, il dépend de l'orientation de chacun des plis qui le compose. Les structures composites stratifiées étant le plus souvent minces et donc assimilables à des plaques ou des coques, on utilise la théorie des stratifiés qui consiste à se placer en contraintes planes et à prendre une cinématique de type Euler-Bernoulli ou Kirchhoff-Love. Ainsi on homogénéise le comportement du stratifié dans son épaisseur pour obtenir une modélisation bidimensionnelle de type plaque ou coque.

2.3 Les mécanismes d'endommagement

L'objectif de cette partie est de présenter les différents types d'endommagement pouvant se développer dans une structure composite stratifiée. Comme pour la plupart des matériaux, l'endommagement dans les matériaux composites est dû aux hétérogénéités qui engendrent des concentrations de contrainte. C'est le cas à l'interface entre fibre et matrice où on peut voir apparaître des décohésions. L'anisotropie provoque également des concentrations de contrainte, notamment à l'interface entre deux plis d'orientations différentes, provoquant des délaminages. Pour comprendre les mécanismes d'endommagement décrivons de manière chronologique l'évolution typique de l'état d'endommagement d'une structure composite stratifiée. Et pour mettre en évidence l'influence de la microstructure, c'est à dire de l'agencement entre fibres et matrice, présentons ce scénario pour des plis unidirectionnels et des plis tissés.

2.3.1 Cas des plis unidirectionnels

Il est difficile de définir un scénario type qui mènerait à la ruine des structures composites stratifiées tant les mécanismes d'endommagement sont nombreux et complexes [55]. Cependant nous pouvons décrire l'ordre d'apparition des différents

endommagements. Dans un premier temps et pour des niveaux de chargement faible on voit apparaître des décohésions entre les fibres et la matrice (Figure 2.3.a). Cet endommagement microscopique, à l'échelle de la fibre, est réparti de manière homogène et il évolue progressivement ; nous l'appelons endommagement diffus. La deuxième étape est marquée par l'apparition de ruptures transverses, c'est à dire de fissure traversant la totalité d'un pli et se propageant le long des fibres (Figure 2.3.b). Suivant la configuration de la structure : orientations des plis, zones de concentration de contrainte, on peut voir apparaître des délaminages sur les bords de la structure (Figure 2.3.c). Dans la dernière étape les fissures transverses et les délaminages se propagent, des fibres cassent (Figure 2.3.d). Alors, une rupture complète de stratifié apparaît et conduit rapidement à la ruine de la structure. La photo présentée sur la Figure 2.4 illustre les décohésions fibre matrice. Les photos présentées sur la Figure 2.5 illustrent les différents endommagements macroscopiques.

La Figure 2.6 présente un essai de traction dans les trois directions caractérisant le comportement homogène (aucun macro-endommagement) d'un pli unidirectionnel. On observe un comportement élastique fragile dans la direction des fibres (à 0°) et élastique endommageable avec déformation résiduelle dans les directions transverses (à 90°) et de cisaillement (à 45°). L'endommagement diffus affecte donc uniquement le comportement transverse et en cisaillement. Cependant, pour les plis unidirectionnels, les macro-endommagements peuvent survenir très rapidement rendant la prévision du comportement très complexe.

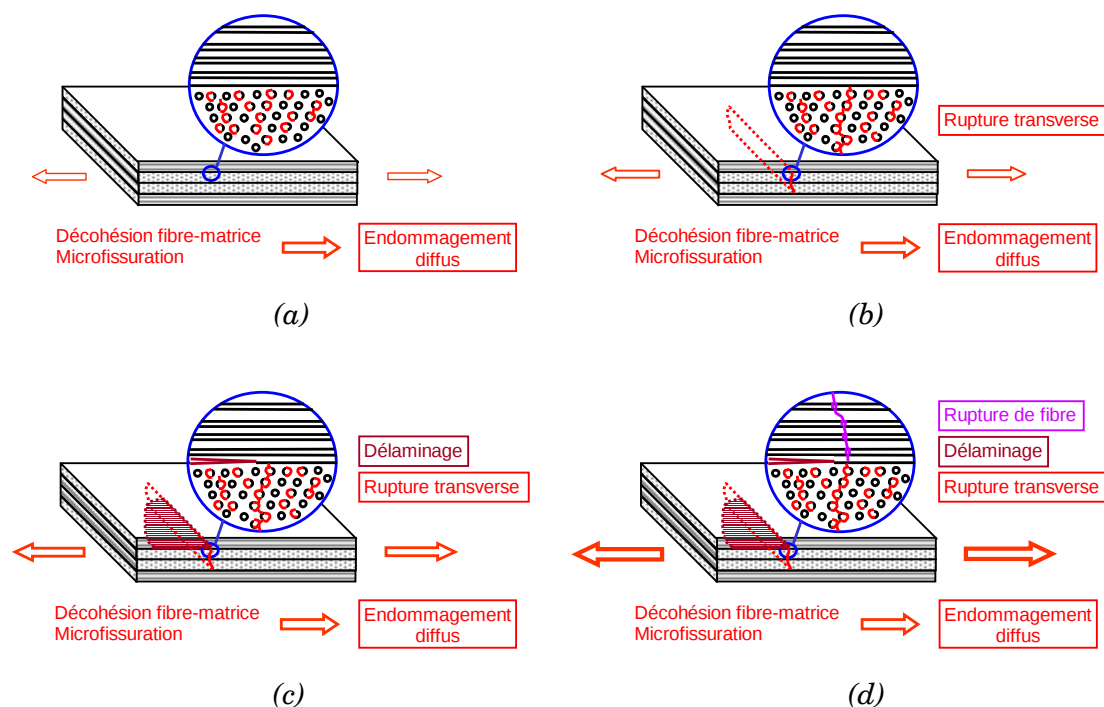


Figure 2.3. Évolution des endommagements.

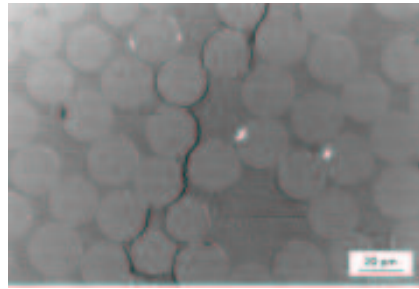


Figure 2.4. Illustration de la décohésion fibre matrice.

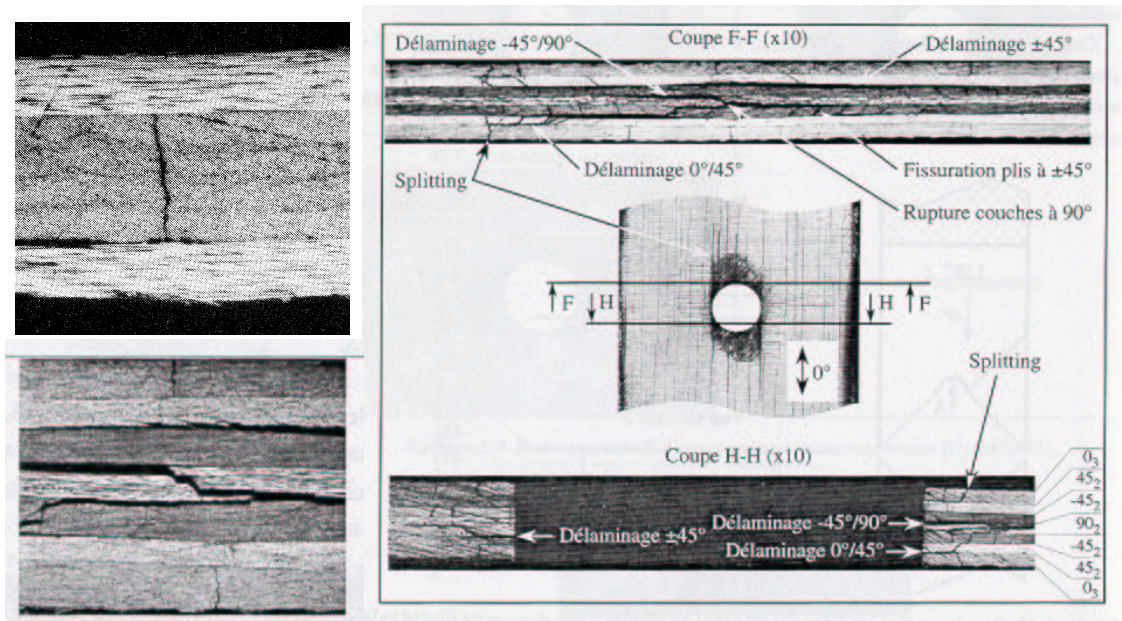


Figure 2.5. Illustration des différents endommagements macroscopiques pour une plaque trouée [4].

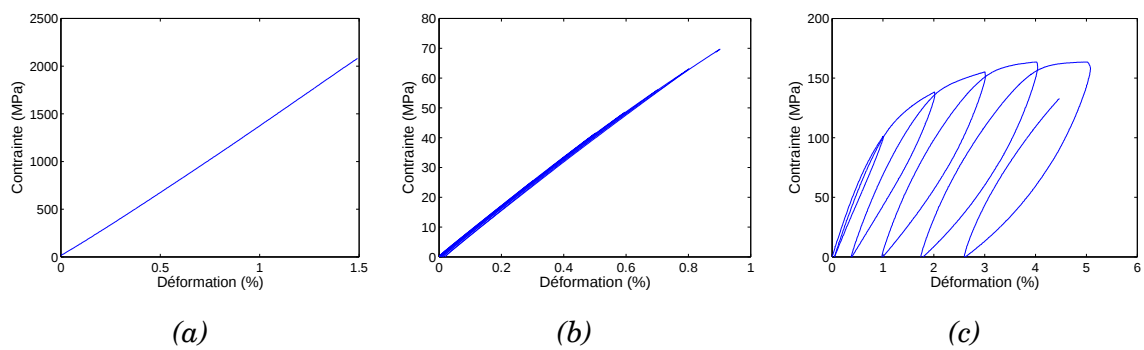


Figure 2.6. Comportement d'un pli unidirectionnel. (a) direction longitudinale, (b) direction transverse, et (c) direction à 45° (cisaillement).

2.3.2 Cas des plis tissés équilibrés

La Figure 2.7 présente un essai de traction dans les deux directions caractérisant le comportement d'un pli tissé équilibré. On observe un comportement élastique fragile dans la direction des fibres (à 0° et 90°) et élastique endommageable avec déformation résiduelle en cisaillement (à 45°). L'endommagement diffus affecte donc uniquement le comportement en cisaillement.

Le tissage propre à ce type de pli présente deux avantages. D'abord, comme le montre la Figure 2.8, il bloque l'apparition et la progression des fissures, il n'y a donc pas de rupture transverse [89]. De plus, il augmente la résistance au délaminage. Le Tableau 2.1 résume les résultats obtenus lors d'essais normalisés DNC, ENF, et MMF. Pour tous les essais statiques que nous avons effectués sur des stratifiés constitués de plis tissés, l'apparition d'une macro-fissure, inévitablement liée à des ruptures de fibres, est critique pour le stratifié. La prévision du comportement jusqu'à rupture ne nécessite donc pas la modélisation de la propagation de fissures ou de délaminages. En fait, un modèle 2D en contraintes planes, qui intègre le comportement endommageable à l'échelle du pli, permet de décrire la rupture de tout stratifié. Le gain réalisé dans le cadre d'un calcul de structure éléments finis est important. Un modèle de comportement endommageable ainsi qu'une simulation sur structure sont présentés dans la partie suivante.

Tableau 2.1. Comparaison des taux de restitution d'énergie (J/m^2) entre plis tissés et plis unidirectionnels.

Matériaux (type de pli)	G_c^I Essais DNC	G_c^{II} Essais ENF	G_c^{mixte} Essais MMF
Pli unidirectionnel (T300/914)	180	440	237
Pli tissé (G802/914)	400	2000	1130

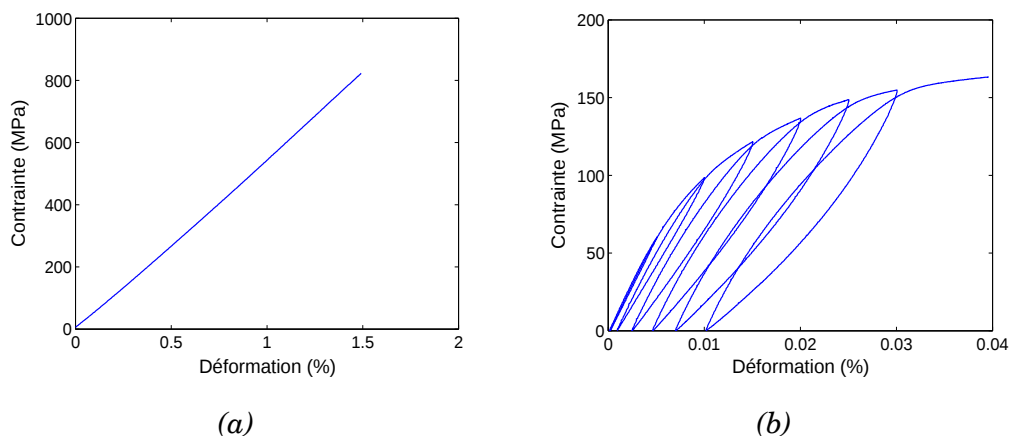


Figure 2.7. Comportement d'un pli tissé équilibré.
(a) directions longitudinale et transverse, (b) direction à 45° (cisaillement).

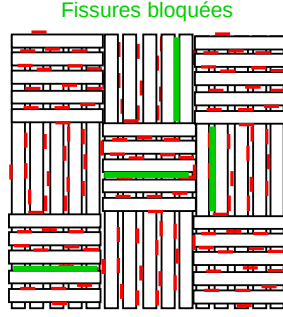


Figure 2.8. Blocage des fissures par le tissage.

2.4 Un modèle d'endommagement pour les composites stratifiés

2.4.1 Description du modèle local

Le modèle présenté est issu du travail de Ladevèze et al. sur la modélisation à l'échelle du pli de l'endommagement de composites stratifiés [54]. Il a été adapté à des stratifiés constitués de plis tissés par Hochard et al. [41, 42]. Cette modélisation en contrainte plane et sous l'hypothèse des petites perturbations a pour but de décrire de manière locale le comportement. Il s'inscrit dans le formalisme thermodynamique à variables internes. Aux variables classiques, tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ et tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$, s'ajoutent des variables d'endommagement d_i ($i = 1, 2, 12$) pour modéliser les chutes de rigidité dans chaque pli :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_1^0 (1 - d_1) \\ E_2 &= E_2^0 (1 - d_2) \\ G_{12} &= G_{12}^0 (1 - d_{12}) \end{aligned} \quad (3)$$

E_1^0 , E_2^0 et G_{12}^0 étant les rigidités initiales du matériau. L'énergie interne du matériau est alors définie par :

$$\begin{aligned} \psi(\sigma, d_1, d_2, d_{12}) &= \frac{1}{2} \left[\frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+^2}{E_1^0 (1 - d_1)} + \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_-^2}{E_1^0} - \frac{2\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{E_1^0} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2^0 (1 - d_2)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2^0} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0 (1 - d_{12})} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

où $\langle x \rangle_+$ et $\langle x \rangle_-$ désignent respectivement la partie positive et la partie négative de x . Les énergies de traction et de compression sont séparées afin de traduire l'ouverture et la fermeture des micro-fissures.

De l'expression (4) nous pouvons déduire les forces thermodynamiques associées aux différentes variables d'endommagement :

$$\begin{aligned} Y_{d_1} &= \frac{\partial \psi}{\partial d_1} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+^2}{2E_1^0 (1 - d_1)^2} \\ Y_{d_2} &= \frac{\partial \psi}{\partial d_2} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2E_2^0 (1 - d_2)^2} \\ Y_{d_{12}} &= \frac{\partial \psi}{\partial d_{12}} = \frac{\langle \sigma_{12} \rangle_+^2}{2G_{12}^0 (1 - d_{12})^2} \end{aligned} \quad (5)$$

L'évolution des endommagements dépend de ces forces thermodynamiques, et plus précisément de leur maximum sur l'histoire du chargement. d_1 et d_2 évoluent brutalement puisque le comportement est fragile dans le sens des fibres :

$$\begin{aligned} d_i &= 0 \text{ si } Y_{d_i} < Y_{f_i} \\ d_i &= 1 \text{ si } Y_{d_i} \geq Y_{f_i} \end{aligned} \quad \text{pour } i = 1 \text{ et } 2 \quad (6)$$

où Y_{f_1} et Y_{f_2} sont les paramètres qui définissent la limite à rupture dans les sens chaîne et trame.

Pour ce qui est de l'évolution de d_{12} , on introduit un couplage traction cisaillement : un chargement de traction engendre un endommagement en cisaillement [87]. En fait d_{12} est gouverné par les trois forces thermodynamiques Y_{d_1} , Y_{d_2} et $Y_{d_{12}}$. On définit donc une force thermodynamique globale Y qui dépend de ce trois variables :

$$Y = \alpha_1 Y_{d_1} + \alpha_2 Y_{d_2} + Y_{d_{12}} \quad (7)$$

où α_1 et α_2 sont des paramètres dépendants du couplage traction cisaillement. Finalement l'évolution de d_{12} peut s'écrire sous la forme :

$$d_{12} = \left\langle \frac{\sqrt{\bar{Y}} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \right\rangle_+ \quad \text{avec } \bar{Y} = \sup_{\tau \leq t} (Y(\tau)) \quad (8)$$

où Y_0 définit un seuil d'endommagement et Y_c une valeur critique.

Après avoir chargé et endommagé le matériau, on observe en cisaillement une déformation résiduelle. Celle-ci est étroitement liée au phénomène d'endommagement ; elle résulte d'un état d'équilibre particulier lié aux phénomènes d'adhérence et de glissement. La façon la plus simple de modéliser cette déformation résiduelle est de prendre une loi d'écrouissage isotrope. Notons que ce type de plasticité ne permet pas de modéliser l'hystérésis observée lors d'une charge décharge.

Le couplage endommagement « plasticité » est pris en compte en utilisant les grandeurs effectives $\tilde{\sigma}_{12}$ et $\tilde{\varepsilon}_{12}^p$ définies par :

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{1 - d_{12}} \\ \tilde{\varepsilon}_{12}^p &= \varepsilon_{12}^p (1 - d_{12})\end{aligned}\tag{9}$$

Les contraintes hors cisaillement σ_{11} et σ_{22} n'interviennent pas dans la fonction seuil de plasticité définie par :

$$f(\tilde{\sigma}_{12}, p) = |\tilde{\sigma}_{12}| - (R(p) + R_0)\tag{10}$$

où R_0 est la limite élastique initiale, p la déformation plastique cumulée, et $R(p)$ la fonction d'écrouissage choisie sous la forme :

$$R(p) = Kp^\gamma\tag{11}$$

En imposant un taux de déformation plastique normal à la frontière du domaine élastique, on obtient :

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_{12}^p = \dot{p} \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{12}} = \dot{p} \operatorname{signe}(\tilde{\sigma}_{12}) = \dot{p} \frac{\tilde{\sigma}_{12}}{R(p) + R_0}\tag{12}$$

L'évolution de p peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \left| \dot{\tilde{\varepsilon}}_{12}^p \right| = \frac{\left| \dot{\tilde{\sigma}}_{12} \right|}{\frac{\partial R}{\partial p}} \text{ et } \dot{f} = 0 \quad \text{si } f = 0 \\ \dot{p} &= 0 \quad \text{si } f < 0\end{aligned}\tag{13}$$

2.4.2 Identification des paramètres du modèle

Le Tableau 2.2 liste les paramètres du modèle à identifier. Dans le cas de plis tissés équilibrés on prend $E_1 = E_2 = E$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, et $Y_{f_1} = Y_{f_2} = Y_f$, ainsi nous avons 10 paramètres à déterminer.

L'identification de E , ν_{12} , et Y_f est réalisée sur un essai de traction sens chaîne ou trame en plaçant deux jauges de déformation : une dans la direction de chargement et l'autre perpendiculairement à cette direction.

Tableau 2.2. Paramètres du modèle.

Désignation	Unité	Notation
Module de Young longitudinal initial	GPa	E_1^0
Module de Young transverse initial	GPa	E_2^0
Coefficient de Poisson	-	ν_{12}
Force thermodynamique maximale longitudinale	MPa	Y_{f_1}
Force thermodynamique maximale transverse	MPa	Y_{f_2}
Module de cisaillement initial	GPa	G_{12}^0
Limite élastique initiale en cisaillement	MPa	R_0
Module d'écrouissage	MPa	K
Puissance de la loi d'écrouissage	-	γ
Seuil d'endommagement en cisaillement	MPa	Y_0
Valeur critique de la force thermodynamique de cisaillement	MPa	Y_c
Coefficient de couplage traction longitudinal - cisaillement	-	α_1
Coefficient de couplage traction transverse - cisaillement	-	α_2

Les autres paramètres sont calculés à partir d'un essai de traction sur un stratifié $[45^\circ]_8$. En effet cet essai permet d'avoir un cisaillement maximum ; le tenseur des contraintes ayant la forme suivante dans le repère du stratifié :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{2} & \frac{\sigma_{xx}}{2} & 0 \\ \frac{\sigma_{xx}}{2} & \frac{\sigma_{xx}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)} \quad (14)$$

où σ_{xx} est la contrainte longitudinale mesurée. G_{12}^0 et R_0 sont déterminés à partir de la courbe de traction en début de chargement. Y_0 et Y_c sont obtenus en traçant l'évolution de l'endommagement d_{12} (chute de rigidité moyenne sur un cycle) en fonction de la déformation élastique maximum atteinte sur le cycle (Figure 2.9). La loi d'écrouissage est déterminée en traçant dans les phases d'endommagement (et donc de « plastification ») $\log(\tilde{\sigma}_{12} - R_0)$ en fonction de $\log(p)$ (Figure 2.10).

Pour déterminer α il faudrait effectuer un essai bi-axial couplant un chargement sans fibre et un chargement de cisaillement. Pour l'instant, ne disposant pas de la machine nécessaire à ce type d'essai, α a été calculé à partir d'une analogie entre plis tissés et plis unidirectionnels [42].

Le Tableau 2.3 résume les résultats ainsi obtenus pour le pré-imprégné G939/963. Cette identification est validée sur un essai de traction sur un stratifié $[-20^\circ, 20^\circ]_{4S}$.

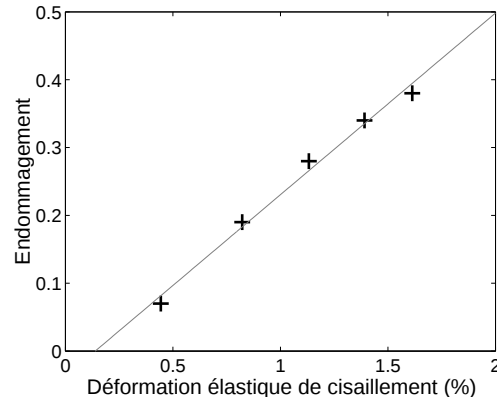
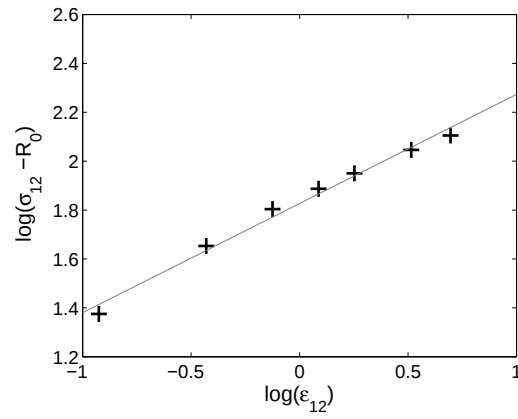
Figure 2.9. Identification de Y_0 et Y_c .Figure 2.10. Identification de K et γ .

Tableau 2.3. Résultat de l'identification des paramètres du modèle.

Notation	Unité	Valeur
E_1^0	GPa	54.7
ν_{12}	-	0.037
Y_f	MPa	6.04
G_{12}^0	GPa	3.7
R_0	MPa	30
K	MPa	600
γ	-	0.4
Y_0	MPa	0.42
Y_c	MPa	9.24
α	-	0.4

2.4.3 Application à une structure : la plaque trouée

Le comportement local présenté précédemment a été intégré dans le code éléments finis Abaqus® standard par l'intermédiaire d'une routine utilisateur Umat [12].

La structure testée en traction est une plaque trouée (Figure 2.11). La Figure 2.12 permet de comparer juste avant rupture le champ de déformation près du trou obtenu expérimentalement avec celui obtenu avec la simulation pour un stratifié $[45^\circ, -45^\circ]_{2S}$. La mesure expérimentale du champ de déformation a été effectuée par corrélation d'image. On observe une bande de forte déformation à 45° partant du haut du trou. L'endommagement obtenu par simulation dans ces zones est de 0.5.

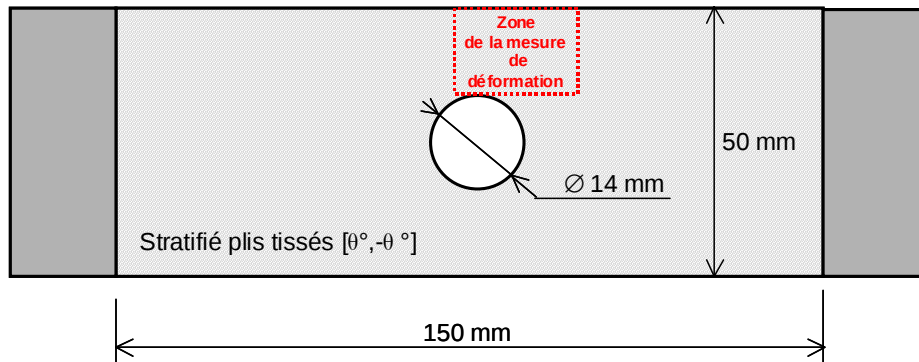


Figure 2.11. Essai de traction sur plaque trouée.

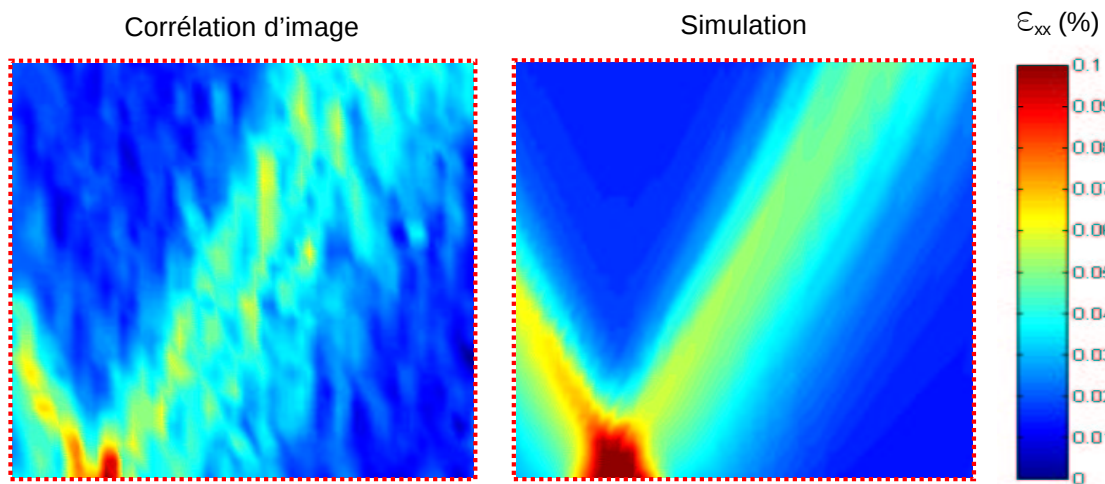


Figure 2.12. Comparaison expérience simulation du champ de déformation près du trou juste avant rupture.

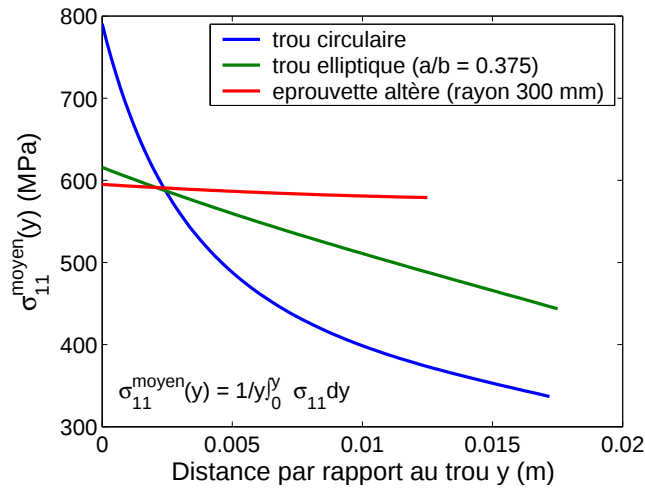


Figure 2.13. Mise en évidence d'une distance caractéristique.

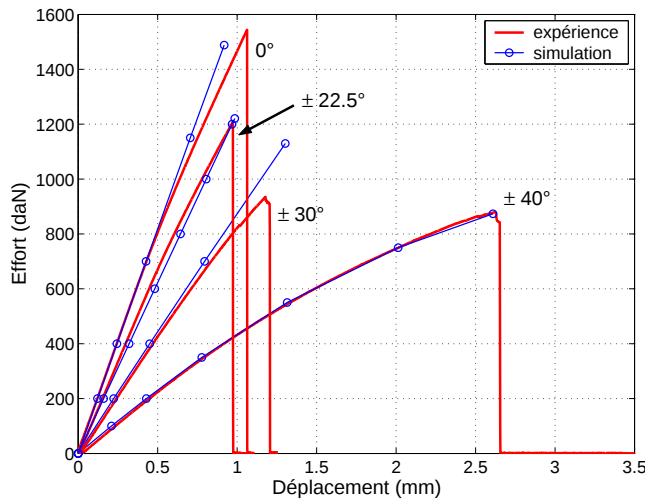


Figure 2.14. Validation du modèle pour des stratifiés de différentes orientations.

La rupture sens fibre ne peut être déterminée par un critère local. La Figure 2.13 représente la distribution des contraintes moyennes dans le sens des fibres obtenue par un calcul éléments finis. Cette distribution correspond à l'effort à rupture expérimental. On remarque que la contrainte maximale sur le bord dépend de la géométrie. Cependant, il existe une longueur caractéristique indépendante du gradient de contrainte qui permet de définir un critère de rupture sens fibre non local [57]. La Figure 2.14 permet de comparer le modèle aux résultats expérimentaux pour différentes orientation des plis.

Chapitre 3

Mesure d'impédance électromécanique

Les mesures d'impédance mécanique sont utilisées depuis plusieurs décennies pour déterminer la réponse modale d'une structure. Elles utilisent le plus souvent comme actionneurs des pots vibrants ou des vérins hydrauliques pour les structures massives en génie civil. Les récepteurs ou capteurs peuvent être, par exemple, des accéléromètres ou un vibromètre laser. Ces techniques consistent à utiliser les caractéristiques modales telles que les fréquences de résonance, l'amortissement, ou la forme des modes pour détecter un défaut ou un endommagement.

Pour réaliser une mesure in-situ on doit utiliser des actionneurs et capteurs de petites dimensions par rapport aux dimensions de la structure. La solution proposée est l'utilisation de transducteurs piézoélectriques qui jouent à la fois les rôles d'actionneurs et de capteurs. En fait un seul transducteur permet une mesure d'impédance non plus purement mécanique mais électromécanique. Pour cela, comme le montre la Figure 3.1, on impose une tension harmonique aux bornes du transducteur et on mesure l'intensité le traversant. L'impédance ainsi mesurée traduit le comportement électrique du matériau piézoélectrique et le comportement mécanique de la structure.

Dans ce chapitre, après avoir détaillé le dispositif expérimental, un exemple de mesure d'impédance d'un transducteur collé à une poutre stratifiée est présenté ; puis un modèle électromécanique général est développé pour comprendre les couplages électromécaniques. A l'aide de ce modèle, à titre d'exemple, on exploitera les résultats de la mesure effectuée précédemment, en particulier on extraira les paramètres modaux. On reproduira cette analyse dans les chapitres suivants pour caractériser différents types d'endommagement.

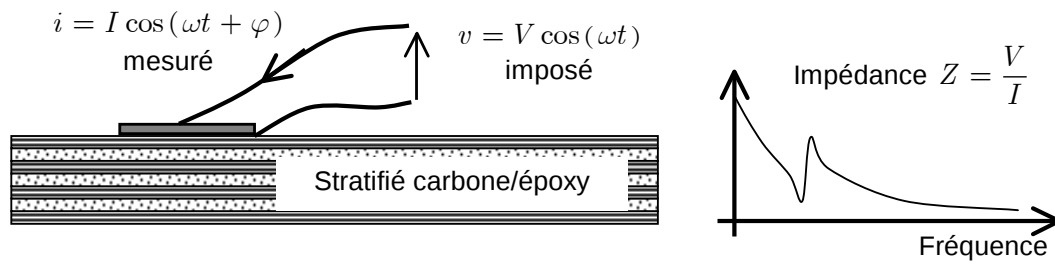


Figure 3.1. Principe de la mesure d'impédance électromécanique.

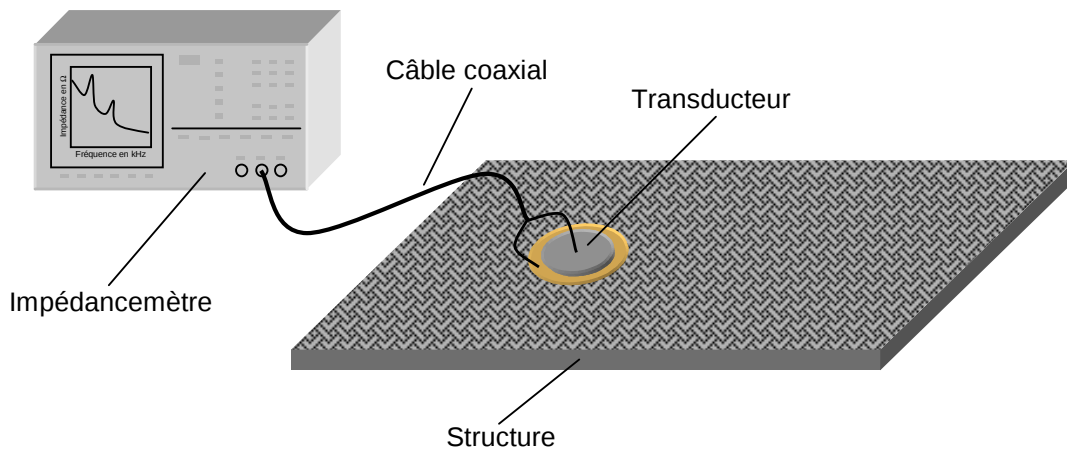


Figure 3.2. Montage expérimental.

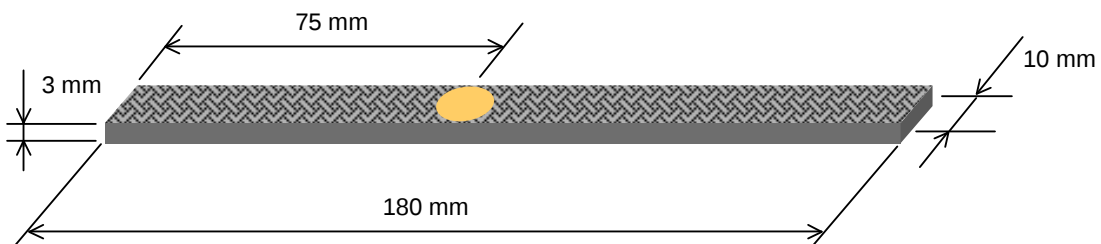


Figure 3.3. Dimension de la poutre stratifiée.

3.1 Dispositif expérimental

La Figure 3.2 décrit le montage expérimental permettant la mesure d'impédance d'un transducteur piézoélectrique couplé à une structure. Si on dispose d'un impédancemètre, il suffit de brancher les deux bornes du transducteur à l'une des entrées de l'appareil. Si on utilise un analyseur de spectre, un montage intermédiaire comprenant une résistance en série avec le transducteur permet d'obtenir l'intensité. Chacun des appareils permet alors de tracer le spectre

souhaité par FRF ou par vobulation. La FRF consiste à générer un bruit large bande et à appliquer une transformée de Fourier à la réponse temporelle pour obtenir la réponse fréquentielle. La méthode de vobulation consiste à générer une excitation sinusoïdale mono-fréquentielle et à faire évoluer pas par pas cette fréquence afin de balayer la bande souhaitée. Cette dernière technique donne un meilleur rapport signal sur bruit mais elle est moins rapide (surtout à basse fréquence).

3.2 Un exemple : poutre stratifiée carbone/époxy

Cette technique est appliquée à une poutre stratifiée $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_{2S}$ constituées de 16 plis unidirectionnels de composite carbone/époxy (Figure 3.3). Un transducteur est fixé à cette structure avec une colle cyanoacrylate à 75 mm du bord. La mesure d'impédance est réalisée par un analyseur Stanford, l'excitation est réalisée par vobulation.

Une bande de fréquence 300 Hz - 30 000 Hz permet de visualiser les modes de flexion de la poutre. La Figure 3.4 représente la partie réelle et la partie imaginaire de l'admittance. On observe aisément une série de modes sur le spectre de la partie réelle. Le Tableau 3.1 permet de comparer les fréquences de résonance obtenues par la mesure d'impédance et celles déduites de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli. Il y a une bonne correspondance entre les deux résultats. On note tout de même que l'écart augmente avec le numéro du mode, ceci pouvant s'expliquer par le couplage entre les modes de flexion et les modes présents aux fréquences plus élevées comme les modes de tension et de torsion. Pour exploiter plus finement la mesure effectuée et, par exemple, obtenir des informations quantitatives sur les caractéristiques modales, il est nécessaire d'étudier le couplage électromécanique afin d'extraire du comportement global le comportement mécanique de la structure.

Tableau 3.1. Fréquences de résonance mesurées et calculées.

Numéro du mode	1	2	3	4	5	6
Fréquences de résonance mesurées (Hz)	526	1408	2725	4335	5958	8078
Fréquences de résonance calculées (Hz)	506	1400	2747	4532	6749	9416
Écart (%)	-3.9	-0.6	0.8	4.5	13	16

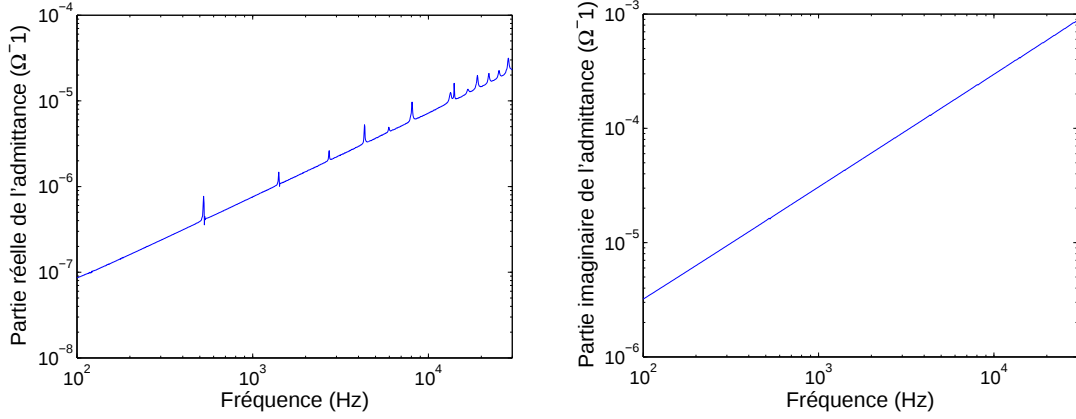


Figure 3.4. Partie réelle et imaginaire de l'admittance.

3.3 Un modèle piézoélectrique général adapté aux transducteurs minces

L'objectif de cette partie est de présenter un modèle simple, linéaire, où notamment les pertes électriques sont négligées. Ce modèle permet d'analyser le couplage électromécanique et de séparer les phénomènes mécaniques et les phénomènes électriques d'une part, les phénomènes statiques et les phénomènes dynamiques d'autre part. Cette analyse sera utilisée pour exploiter les mesures d'impédance dans les chapitres suivants. Un exemple d'exploitation de résultats expérimentaux est donné dans la partie 3.4.

Dans un premier temps, les relations de comportement locales piézoélectriques sont présentées. Ensuite, à l'aide d'une formulation globale, un problème de structure est traité. Enfin, une analyse des différents termes de l'expression analytique est proposée.

3.3.1 Relations de comportement piézoélectrique

Les relations de comportement piézoélectriques relient les grandeurs mécaniques aux grandeurs électriques, c'est à dire d'un côté le tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ défini à partir du champ de déplacement $\vec{U}$:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (15)$$

et le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$; et de l'autre côté le champ électrique $\vec{E}$ défini à partir du potentiel électrique V :

$$E_l = V_{,l} \quad (16)$$

et le déplacement des charges électriques $\vec{D}$.

Tableau 3.2. Relations de comportement piézoélectriques.

Variables indépendantes	Grandeur électrique	Grandeur mécanique
ε_{kl}, E_k	$D_p = e_{pkl}\varepsilon_{kl} + \varepsilon_{pq}^E E_q$	$\sigma_{ij} = K_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{ijq} E_q$
σ_{ij}, E_q	$D_p = d_{pij}\sigma_{ij} + \varepsilon_{pq}^D E_q$	$\varepsilon_{kl} = S_{klpq}^E \sigma_{ij} + d_{klq} E_q$
ε_{kl}, D_q	$E_q = -h_{qkl}\varepsilon_{kl} + \varepsilon_{qp}^E D_p$	$\sigma_{ij} = K_{ijkl}^D \varepsilon_{kl} - h_{ijp} D_p$
σ_{ij}, D_q	$E_q = -g_{qij}\sigma_{ij} + \varepsilon_{qp}^D D_p$	$\varepsilon_{kl} = S_{klpq}^D \sigma_{ij} + g_{klp} D_p$

Ces relations peuvent s'exprimer de différentes manières selon le couple de variables indépendantes. Le Tableau 3.2 donne les relations de comportement piézoélectriques dans chacun des cas.

Notons que la dissipation du matériau, d'origine visqueuse par exemple, peut être prise en compte dans le domaine fréquentiel en prenant des rigidités complexes.

3.3.2 Formulation globale et problème de structure

Considérons la structure piézoélectrique décrite sur la Figure 3.5. Comme seul chargement on impose un potentiel électrique nul sur la borne – et un déplacement de charges électriques harmonique $Q^+ \exp(j\omega t)$ dans la direction $\vec{x}_3$ sur la borne +. Dans notre application le matériau piézoélectrique a une forme particulière, celle d'une pastille d'épaisseur faible par rapport à son diamètre. Ainsi le champ électrique et le déplacement des charges électriques sont principalement orientés selon la direction $\vec{x}_3$. De plus, on peut considérer que le champ électrique est constant dans la pastille. En résumé :

$$V = \frac{x_3}{h_p} V^+ \exp(j\omega t) \quad (17)$$

$$E_1 = 0, E_2 = 0, \text{ et } E_3 = \frac{V^+ \exp(j\omega t)}{h_p} \quad (18)$$

où h_p est l'épaisseur de la pastille piézoélectrique et V^+ le potentiel électrique de la borne +.

Notre objectif est de déterminer V^+ en fonction de Q^+ afin de déterminer l'impédance ou l'admittance électrique.

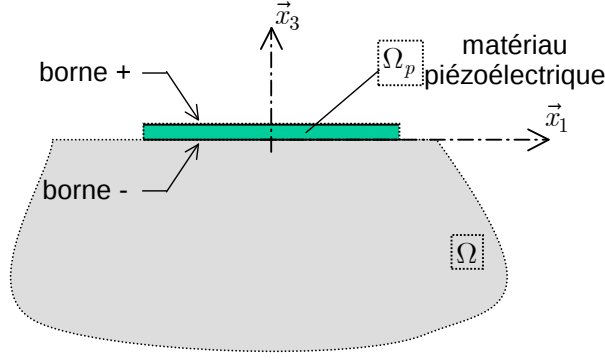


Figure 3.5. Structure piézoélectrique.

L'équilibre mécanique s'écrit de manière globale sous la forme :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv = \int_{\Omega} \rho \frac{d^2 U_i}{dt^2} \delta U_i d\Omega \quad \forall \delta U \quad (19)$$

où ρ est la masse volumique et $\overrightarrow{\delta U}$ le déplacement virtuel.

L'équilibre électrique s'écrit de manière globale sous la forme :

$$\int_{\Omega_p} D_p \delta E_p dv - \int_{\text{borne} +} Q \delta V dv = 0 \quad \forall \delta V \quad (20)$$

où Q est un déplacement de charges électriques surfacique et δV le potentiel électrique virtuel.

En utilisant les relations de comportement données dans le Tableau 3.2 on obtient la formulation globale de notre problème de structure piézoélectrique :

$$\int_{\Omega} K_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{ij} dv - \int_{\Omega_p} e_{ijq} E_q \delta \varepsilon_{ij} dv = \int_{\Omega} \rho \frac{d^2 U_i}{dt^2} \delta U_i d\Omega \quad \forall \delta U \quad (21)$$

$$\int_{\Omega_p} e_{pkl} \varepsilon_{kl} \delta E_p dv + \int_{\Omega_p} \varepsilon_{pq}^E E_q \delta E_p dv - \int_{\text{borne} +} Q \delta V dv = 0 \quad \forall \delta V \quad (22)$$

Pour exprimer littéralement l'admittance, discrétisons spatialement le champ de déplacement par la méthode des éléments finis :

$$U_i(x_1, x_2, x_3) = \sum_{p=1}^n N^p(x_1, x_2, x_3) U_i^p \quad (23)$$

où U_i^p désigne le déplacement au nœud n° p selon la direction $\vec{x}_i$, N^p la fonction de base au nœud n° p , et n le nombre de nœuds.

Pour le potentiel électrique utilisons l'approximation résumée dans les équations (17) et (18).

En prenant pour les champs virtuels les mêmes discrétisations que celles des champs solutions, on obtient un système d'équation de la forme suivante :

$$\begin{cases} (K + \omega^2 M)U - PV^+ = 0 \\ P^T U + CV^+ = F_e \end{cases} \quad (24)$$

où U désigne le vecteur colonne des déplacements nodaux, K la matrice de rigidité, M la matrice de masse, P le vecteur colonne de couplage électromécanique, F_e le déplacement des charges électriques, et C la capacité électrique. F_e et C sont définis par :

$$F_e = \int_{\text{borne} +} Q^+ \exp(j\omega t) ds \text{ et } C = \frac{S\varepsilon_{33}}{h_p} \quad (25)$$

où S désigne l'aire de la borne + (ou de la borne -).

Notons que le seul degré de liberté électrique est V^+ , ce qui explique pourquoi P est un vecteur.

En éliminant U dans le système (24) on obtient :

$$\left[P^T (K + \omega^2 M)^{-1} P + C \right] V^+ = F_e \quad (26)$$

L'admittance est définie par :

$$Y = \frac{I}{V^+} \quad (27)$$

I étant le courant passant par la borne +, il peut être calculé à partir du déplacement des charges électriques surfacique imposé sur cette borne :

$$I = \int_{\text{borne} +} \dot{Q} ds = j\omega \int_{\text{borne} +} Q^+ \exp(j\omega t) ds = j\omega F_e \quad (28)$$

Les équations (26) et (28) permettent de déterminer l'admittance Y :

$$Y = j\omega \left[P^T (K + \omega^2 M)^{-1} P + C \right] \quad (29)$$

3.3.3 Analyse de l'expression analytique de l'admittance

Le vecteur P traduit le couplage électromécanique (unité : Newton/Volt), il dépend notamment de la position du transducteur et du coefficient de couplage piézoélectrique.

Dans cette expression on voit apparaître la matrice de rigidité dynamique mécanique définit par :

$$K_{dyn} = K + \omega^2 M \quad (30)$$

D'un point de vue électrique le transducteur se comporte comme un condensateur. Cependant pour un matériau piézoélectrique la capacité dépend étroitement de l'état de contrainte : on peut définir la capacité totale C_T :

$$C_T = \left[P^T (K + \omega^2 M)^{-1} P + C \right] \quad (31)$$

On peut extraire de cette capacité totale la partie statique :

$$C_s = P^T K^{-1} P + C \quad (32)$$

Arbitrairement et par soustraction on peut définir la capacité dynamique :

$$C_d = C_T - C_s \quad (33)$$

La capacité dynamique devient faible lorsque l'on s'éloigne des fréquences de résonance, en particulier à basse fréquence comme le montre la Figure 3.4. Cette propriété nous permettra d'extraire des résultats expérimentaux la capacité statique.

3.4 Exploitation d'une mesure d'impédance électromécanique

La première étape consiste à extraire de l'admittance électrique les parties statique et dynamique. La partie statique donne des informations sur l'environnement du transducteur : plus l'environnement du transducteur sera rigide moins la capacité statique sera élevée. La partie dynamique est égale, à un facteur près, à l'admittance mécanique définie par :

$$Y_m = \frac{\dot{U}_p}{F_p} \quad (34)$$

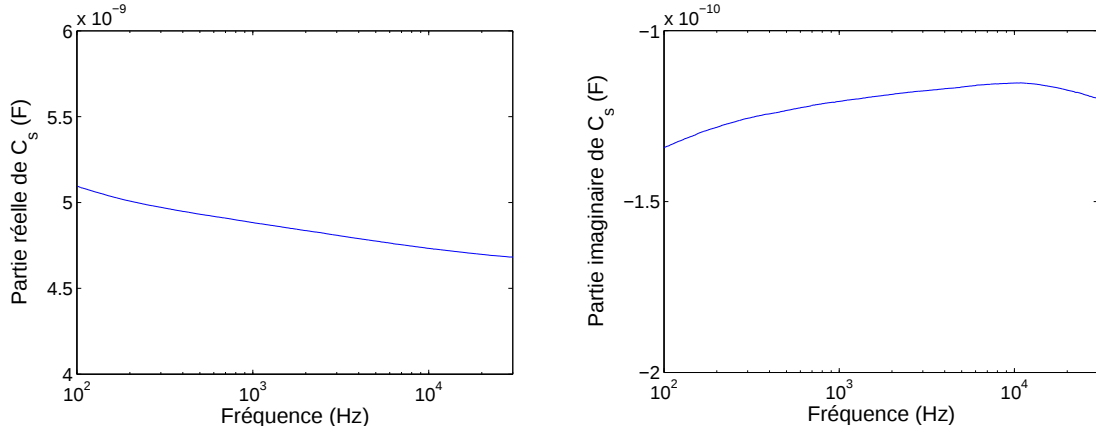
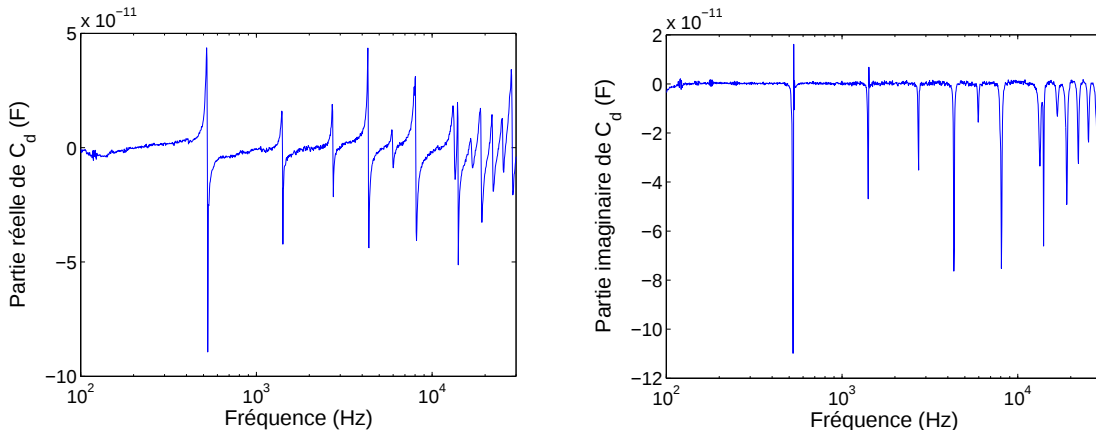
$\dot{U}_p$ étant la vitesse en un point p où on impose un effort F_p . On peut donc utiliser la capacité dynamique pour extraire les paramètres de chaque mode : fréquence de résonance f_r , facteur de qualité Q , et amplitude A .

3.4.1 Séparation des parties statique et dynamique

D'un point de vue expérimental, il suffit d'identifier la capacité statique C_s du transducteur à partir de l'allure globale du spectre d'admittance et ensuite de la soustraire à l'admittance pour obtenir la capacité dynamique :

$$C_d = \frac{Y}{j\omega} - C_s \quad (35)$$

Les Figure 3.6 et Figure 3.7 présentent les parties statique et dynamique extraites de la mesure effectuée en 3.2. Notons que d'après le modèle présenté dans le paragraphe précédent, la partie statique devrait être constante. Expérimentalement on observe une variation de celle-ci avec la fréquence. À ce niveau de fréquence, il semble peut probable que cette variation soit due au comportement capacitif du transducteur. Si l'origine de ce phénomène est mécanique, il pourrait être utilisé pour détecter un endommagement. Pour l'instant nous n'avons pas utilisé ce phénomène.


 Figure 3.6. Partie statique de la capacité : C_s .

 Figure 3.7. Partie dynamique de la capacité : C_d .

3.4.2 Identification des paramètres modaux

Écrivons l'admittance d'un système mécanique à un seul degré de liberté comme celui présenté sur la Figure 3.8. Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$m\ddot{U} + k^*\dot{U} + kU = F \quad (36)$$

Ce qui nous donne pour l'admittance mécanique l'expression :

$$Y_m = \frac{\dot{U}}{F} = \frac{j\omega \frac{1}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2 + j\omega \frac{k^*}{m}} \quad (37)$$

Avec les définitions suivantes :

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad Q = \frac{2\pi f_r m}{k^*}, \text{ et } A = \frac{1}{k^*} \quad (38)$$

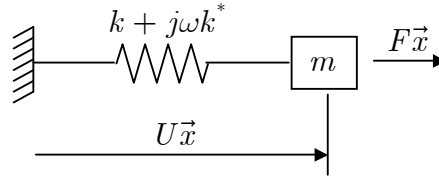


Figure 3.8. Système mécanique à un degré de liberté.

on obtient :

$$Y_m = \frac{\dot{U}}{F} = A \frac{j \frac{f}{f_r} \frac{1}{Q}}{1 - \frac{f^2}{f_r^2} + j \frac{f}{f_r} \frac{1}{Q}} \quad (39)$$

Si on représente cette fonction de transfert dans le plan complexe le mode se traduit par un cercle. Identifier les paramètres modaux à partir de cette représentation, c'est à dire en utilisant la partie réelle et la partie imaginaire de l'admittance, est beaucoup plus précis que d'utiliser uniquement la partie réelle par exemple. J'ai utilisé un algorithme développé par Le Roux et Herzog [59, 60] et basé sur la méthode des moindres carrés pour réaliser cette identification. La Figure 3.9 représente le troisième mode observé sur la Figure 3.7 et l'identification ainsi réalisée. Les paramètres modaux obtenus pour les 6 premiers modes sont présentés dans le Tableau 3.3. La Figure 3.10 montre le résultat obtenu après l'identification de tous les modes. L'amortissement étant faible, les modes sont suffisamment séparés pour que l'identification mode par mode donne un résultat global satisfaisant.

Cette méthode d'extraction des paramètres modaux permet d'obtenir des informations quantitatives et donc de faciliter l'analyse de l'influence des endommagements comme nous le verrons dans les chapitres suivants.

Tableau 3.3. Paramètres modaux obtenus pour les 6 premiers modes.

Numéro du mode	1	2	3	4	5	6
Fréquences de résonance f_r (Hz)	526	1408	2725	4335	5958	8078
Facteur de qualité Q (sans unité)	74.6	92.1	81.5	94.0	65.6	72.0
Amplitude A ($10^{-9} \text{ m.s}^{-1}.\text{N}^{-1}$)	0.131	0.0555	0.0391	0.0899	0.0168	0.0733

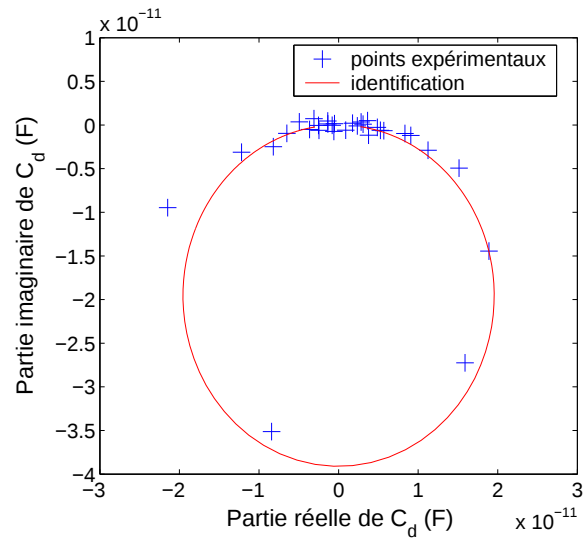


Figure 3.9. Identification du troisième mode du spectre présenté sur la Figure 3.7.

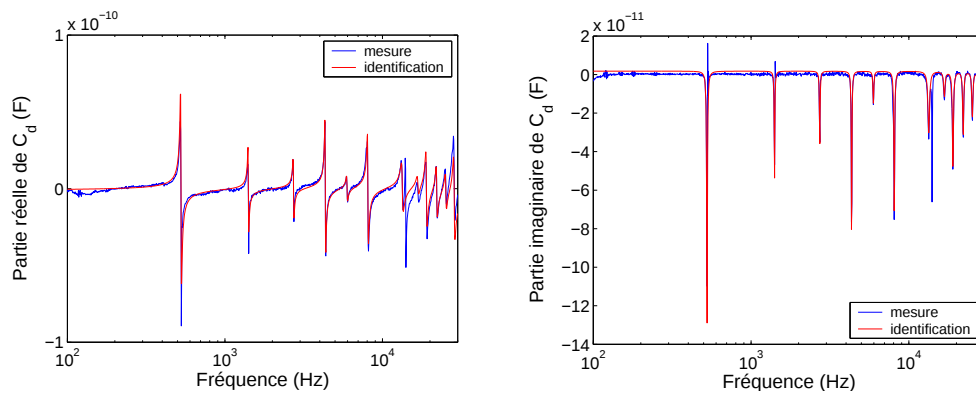


Figure 3.10. Comparaison entre la capacité dynamique expérimentale et son identification.

Chapitre 4

Surveillance d'un délaminage par mesure d'impédance électromécanique

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, la mesure d'impédance électrique d'un transducteur fixé à une structure permet d'obtenir des informations sur le comportement statique et dynamique de la structure.

Dans ce chapitre, notre objectif est d'utiliser ces informations pour caractériser un délaminage. Pour cela nous utilisons un modèle simplifié prenant en compte la présence d'un délaminage et d'un transducteur piézoélectrique pour déterminer par calcul inverse les caractéristiques du délaminage : position, taille et profondeur. La méthode proposée est validée par des résultats expérimentaux sur des structures poutres.

4.1 Modèle simplifié pour le calcul direct

L'objectif est d'obtenir une modélisation suffisamment précise et peu coûteuse en temps afin de pouvoir l'utiliser en calcul inverse. Il est donc nécessaire de modéliser à la fois le transducteur et le délaminage, sans utiliser un modèle éléments finis 3D.

Des modèles simplifiés prenant en compte un transducteur piézoélectrique ont été développés par plusieurs auteurs [28]. Certains modélisent des poutres symétriques, c'est à dire avec deux transducteurs en vis à vis, pour isoler les modes de flexion [48, 58, 93, 95]. Le transducteur est généralement modélisé par un actionneur fixé en deux points de la structure [26]. Nous souhaitons avoir une modélisation plus précise, pour cela nous avons adapté la théorie des stratifiés en incorporant un pli piézoélectrique et en effectuant des hypothèses sur les grandeurs électriques (voir 3.3). Des travaux ont déjà été menés dans ce sens [44, 79, 99], notamment dans le domaine du contrôle actif. Cette approche permet d'obtenir un modèle analytique pour les structures poutres, et, pour les plaques, elle peut s'adapter au calcul par éléments finis.

En ce qui concerne la modélisation des délaminages des études ont également été menées. La méthode consiste à découper la structure en plusieurs parties pour faire apparaître le délaminage et écrire l'équilibre aux interfaces. Cho et Kim [16] proposent un formalisme général, basé sur la théorie des distributions, appliqué aux plaques par l'intermédiaire de la méthode des éléments finis. Hu et al. [43] utilisent une approche similaire pour étudier la courbure de plaques délaminées excitées dynamiquement.

Seuls Keilers et Chang [48] proposent un modèle prenant en compte à la fois le transducteur et le délaminage ; mais ceci uniquement pour des poutres symétriques sollicitées en flexion (avec deux transducteurs en vis à vis). Nous proposons donc un modèle plus général et basé sur des hypothèses moins fortes. Cependant, aussi bien d'un point de vue expérimental que numérique, il est préférable, dans un premier temps, pour valider la technique, de se limiter au cas de structures poutres.

La modélisation comporte donc deux étapes : la première consiste à adapter la théorie des stratifiés à un stratifié comportant un pli piézoélectrique. Dans la deuxième étape nous utilisons la méthode des matrices de transfert pour découper notre poutre en plusieurs éléments et ainsi prendre en compte le transducteur et simuler un délaminage.

4.1.1 Théorie pour les stratifiés comportant un pli piézoélectrique

Notons que la théorie des poutres classique (contrainte uni axiale) est insuffisante dans le cas des stratifiés car l'anisotropie du matériau et les différentes orientations engendrent des couplages entre les différentes sollicitations : tension-flexion selon $\vec{x}_1$, tension-flexion selon $\vec{x}_2$, et cisaillement dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Ces couplages génèrent des contraintes dans la direction $\vec{x}_2$ à l'échelle des plis ; même si globalement, à l'échelle du stratifié, les efforts sont nuls.

En contraintes planes ; définissons les vecteurs de contrainte et de déformation suivants :

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \text{ et } \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Pour un matériau élastique non piézoélectrique la relation de comportement peut s'écrire :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{S}} \underline{\sigma} \quad (41)$$

avec, par exemple, pour un matériau orthotrope :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Reprenons les hypothèses énoncées dans la partie 3.3 justifiées par la faible épaisseur du transducteur :

$$V = \frac{x_3}{e_p} V^+ \exp(j\omega t) \quad (43)$$

$$E_1 = 0, E_2 = 0, \text{ et } E_3 = \frac{V^+ \exp(j\omega t)}{e_p} \quad (44)$$

où e_p est l'épaisseur de la pastille piézoélectrique et V^+ le potentiel électrique de la borne +.

Avec cette hypothèse les relations de comportement piézoélectrique données par le Tableau 3.2 s'écrivent en contrainte plane et en champ électrique uni axial :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{S}}^E \underline{\sigma} + \underline{d} E_3 \quad (45)$$

$$D_3 = \underline{d}^T \underline{\sigma} + \varepsilon_{33}^\sigma E_3 \quad (46)$$

avec :

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} d_{113} \\ d_{223} \\ d_{123} \end{bmatrix} \quad (47)$$

En extrayant $\underline{\sigma}$ de l'équation (45) et en le reportant dans l'équation (46) on obtient :

$$D_3 = \underline{d}^T (\underline{\underline{S}}^E)^{-1} \underline{\varepsilon} + \left(\varepsilon_{33}^\sigma - \underline{d}^T (\underline{\underline{S}}^E)^{-1} \underline{d} \right) E_3 \quad (48)$$

Calculons maintenant les efforts généralisés : effort de tension et moment définis par :

$$\begin{cases} \underline{N} = \int_{h_1}^{h_{n+1}} \underline{\sigma} dx_3 = \sum_{i=1}^n \left(\int_{h_i}^{h_{i+1}} \underline{\sigma} dx_3 \right) \\ \underline{M} = \int_{h_1}^{h_{n+1}} \underline{\sigma} x_3 dx_3 = \sum_{i=1}^n \left(\int_{h_i}^{h_{i+1}} \underline{\sigma} x_3 dx_3 \right) \end{cases} \quad (49)$$

Où n est le nombre de plis. h_i et h_{i+1} sont définis sur la Figure 4.1.

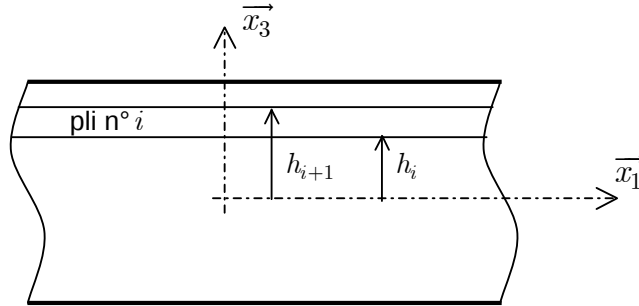


Figure 4.1. Description du stratifié.

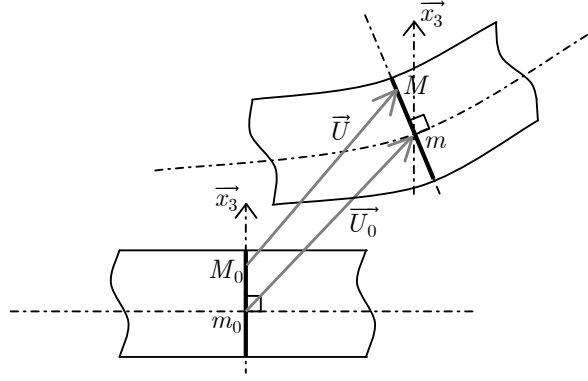


Figure 4.2. Cinématique de Kirchhoff-Love.

En extrayant $\underline{\varepsilon}$ de l'équation (45) et en le reportant dans le système (49) on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{N} = \int_{h_1}^{h_{n+1}} (\underline{S}^E)^{-1} \underline{\varepsilon} dx_3 - \int_{h_1}^{h_{n+1}} (\underline{S}^E)^{-1} dE_3 dx_3 \\ \underline{M} = \int_{h_1}^{h_{n+1}} (\underline{S}^E)^{-1} \underline{\varepsilon} x_3 dx_3 - \int_{h_1}^{h_{n+1}} (\underline{S}^E)^{-1} dE_3 x_3 dx_3 \end{array} \right. \quad (50)$$

Nous choisissons une cinématique de type plaque et plus précisément celle de Kirchhoff-Love, illustrée sur la Figure 4.2 et définie par :

$$\vec{U} = \vec{U}^0 - x_3 \overrightarrow{\text{grad}}(U_3^0) \quad (51)$$

où $\vec{U}^0$ est le déplacement du point m^0 . Notons que $\vec{U}^0$ ne dépend pas de x_3 . Le vecteur des déformations défini par l'équation (40) s'écrit alors sous la forme :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^0 + x_3 \underline{K} \quad (52)$$

avec :

$$\underline{\varepsilon}^0 = \begin{bmatrix} U_{1,1}^0 \\ U_{2,2}^0 \\ U_{1,2}^0 + U_{2,1}^0 \end{bmatrix} \text{ et } \underline{K} = \begin{bmatrix} -U_{3,11}^0 \\ -U_{3,22}^0 \\ -2U_{3,12}^0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

En utilisant cette cinématique le système (50) donne:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{N} = \underline{A}\underline{\varepsilon}^0 + \underline{B}\underline{K} - \underline{F}E_3 \\ \underline{M} = \underline{B}\underline{\varepsilon}^0 + \underline{D}\underline{K} - \underline{G}E_3 \end{array} \right. \quad (54)$$

avec :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{A}} &= \sum_{i=1}^n \left(\underline{\underline{S}}_i^E \right)^{-1} (h_{i+1} - h_i), \quad \underline{\underline{B}} = \sum_{i=1}^n \left(\underline{\underline{S}}_i^E \right)^{-1} \frac{h_{i+1}^2 - h_i^2}{2}, \\ \underline{\underline{D}} &= \sum_{i=1}^n \left(\underline{\underline{S}}_i^E \right)^{-1} \frac{h_{i+1}^3 - h_i^3}{3}, \quad \underline{\underline{F}} = (h_{p+1} - h_p) \left(\underline{\underline{S}}_p^E \right)^{-1} \underline{\underline{d}}, \\ \text{et } \underline{\underline{G}} &= \frac{h_{p+1}^2 - h_p^2}{2} \left(\underline{\underline{S}}_p^E \right)^{-1} \underline{\underline{d}} \end{aligned} \quad (55)$$

où p est l'indice du pli piézoélectrique.

Faisons de même avec l'équation (48) :

$$D_3 = \underline{\underline{d}}^T \left(\underline{\underline{S}}^E \right)^{-1} (\underline{\underline{\varepsilon}}^0 + x_3 \underline{\underline{K}}) + \left(\varepsilon_{33}^\sigma - \underline{\underline{d}}^T \left(\underline{\underline{S}}^E \right)^{-1} \underline{\underline{d}} \right) E_3 \quad (56)$$

On voit que D_3 dépend de x_3 , ce qui est incompatible avec notre hypothèse de départ. En fait, l'équilibre électrique donné par l'équation (20) ne peut être vérifié exactement. Cependant, la couche piézoélectrique étant mince, cette dépendance est faible. Et, comme le transducteur est généralement placé loin de la fibre neutre, on peut prendre comme approximation la moyenne du déplacement des charges électriques suivant x_3 :

$$\tilde{D}_3 = \underline{\underline{d}}^T \left(\underline{\underline{S}}_p^E \right)^{-1} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}^0 + \frac{h_{p+1} + h_p}{2} \underline{\underline{K}} \right) + \left(\varepsilon_{33}^\sigma - \underline{\underline{d}}^T \left(\underline{\underline{S}}_p^E \right)^{-1} \underline{\underline{d}} \right) E_3 \quad (57)$$

Notre objectif étant d'étudier les modes de flexion d'une poutre dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_3)$ nous cherchons des solutions où seuls les efforts dans la direction $\vec{x}_1$ ne sont pas nuls, ce qui se traduit par :

$$N_{22} = 0, \quad M_{22} = 0, \quad N_{12} = 0, \quad \text{et} \quad M_{12} = 0 \quad (58)$$

Bien sûr, pour la plupart des stratifiés, il y a des couplages entre les différentes directions ; donc ε_{22}^0 , K_{22} , ε_{12}^0 , et K_{12} sont généralement non nulles. En fait les conditions données par (58) et les relations de comportement (54) permettent de calculer ces déformations en fonction de ε_{11}^0 , K_{11} , et E_3 . Il suffit de résoudre le système suivant :

$$\begin{bmatrix} A_{22} & B_{22} & A_{23} & B_{23} \\ B_{22} & D_{22} & B_{23} & D_{23} \\ A_{32} & B_{32} & A_{33} & B_{33} \\ B_{32} & D_{32} & B_{33} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{22}^0 \\ K_{22} \\ \varepsilon_{12}^0 \\ K_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{12}\varepsilon_{11}^0 - B_{12}K_{11} + F_2E_3 \\ -B_{12}\varepsilon_{11}^0 - D_{12}K_{11} + G_2E_3 \\ -A_{13}\varepsilon_{11}^0 - B_{13}K_{11} + F_3E_3 \\ -B_{13}\varepsilon_{11}^0 - D_{13}K_{11} + G_3E_3 \end{bmatrix} \quad (59)$$

On obtient ainsi l'expression de N_{11} et de M_{11} en fonction de ces trois variables :

$$\begin{cases} N_{11} = A^N \varepsilon_{11}^0 + B^N K_{11} - F^N E_3 \\ M_{11} = B^M \varepsilon_{11}^0 + D^M K_{11} - G^M E_3 \end{cases} \quad (60)$$

De la même manière la relation (57) donne :

$$\tilde{D}_3 = P^D \varepsilon_{11}^0 + Q^D K_{11} + J^D E_3 \quad (61)$$

Les coefficients A^N , B^N , F^N , B^M , D^M , G^M , P^D , Q^D , et J^D sont calculés numériquement.

Déterminons maintenant l'équation différentielle du mouvement ; pour cela utilisons les équations d'équilibre dynamiques données par la théorie des plaques de Kirchhoff-Love :

$$\begin{cases} N_{11,1} + N_{12,2} - \lambda U_{1,tt}^0 = 0 \\ N_{22,2} + N_{12,1} - \lambda U_{2,tt}^0 = 0 \\ M_{11,11} + M_{22,22} + M_{12,12} - \lambda U_{3,tt}^0 = 0 \end{cases} \quad (62)$$

avec λ la masse surfacique :

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \rho_i (h_{i+1} - h_i) \quad (63)$$

La première fréquence de résonance du mode longitudinal étant largement supérieure à la première fréquence de résonance du mode de flexion, on peut négliger les forces d'inerties suivant $\vec{x}_1$ et $\vec{x}_2$:

$$\begin{cases} N_{11,1} + N_{12,2} = 0 \\ N_{22,2} + N_{12,1} = 0 \\ M_{11,11} + M_{22,22} + M_{12,12} + \lambda \omega^2 U_3^0 = 0 \end{cases} \quad (64)$$

Avec les conditions (58) le système (64) devient :

$$\begin{cases} N_{11,1} = 0 \\ M_{11,11} + \lambda \omega^2 U_3^0 = 0 \end{cases} \quad (65)$$

Reportons les équations du système (60) dans le système (65) :

$$\begin{cases} A^N U_{1,11}^0 - B^N U_{3,111}^0 - F^N E_{3,1} = 0 \\ B^M U_{1,111}^0 - D^M U_{3,1111}^0 - G^M E_{3,11} + \lambda \omega^2 U_3^0 = 0 \end{cases} \quad (66)$$

Après avoir remarqué que selon les hypothèses, E_3 est indépendant de x_1 , on obtient :

$$\begin{cases} A^N U_{1,11}^0 - B^N U_{3,111}^0 = 0 \\ B^M U_{1,111}^0 - D^M U_{3,1111}^0 + \lambda \omega^2 U_3^0 = 0 \end{cases} \quad (67)$$

Notons que si le stratifié est symétrique, nous pouvons avoir B^N et B^M qui s'annulent ; les équations du système (67) seraient alors découplées (pas de couplage flexion-tension). Cependant dans la zone délaminée, ou dans celle comportant un pli piézoélectrique, la dissymétrie est inévitable.

Découplons le système (67) en utilisant la première équation de ce système :

$$U_{1,11}^0 = \frac{B^N}{A^N} U_{3,111}^0 \quad (68)$$

Reporté dans la deuxième équation du système on obtient :

$$R U_{3,1111}^0 - \lambda \omega^2 U_3^0 = 0 \quad (69)$$

avec :

$$R = D^M - \frac{B^N B^M}{A^N} \quad (70)$$

Les solutions de l'équation (69) sont de la forme :

$$U_3^0(x_1) = a_1 \cos(\Omega x_1) + a_2 \sin(\Omega x_1) + a_3 \cosh(\Omega x_1) + a_4 \sinh(\Omega x_1) \quad (71)$$

avec :

$$\Omega^4 = \frac{\lambda \omega^2}{R} \quad (72)$$

Ainsi les solutions de l'équation (68) sont de la forme :

$$U_1^0(x_1) = \frac{\Omega B^N}{A^N} [-a_1 \sin(\Omega x_1) + a_2 \cos(\Omega x_1) + a_3 \sinh(\Omega x_1) + a_4 \cosh(\Omega x_1)] + a_5 x_1 + a_6 \quad (73)$$

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 et a_6 étant des constantes déterminées à partir des conditions limites en effort et en déplacement.

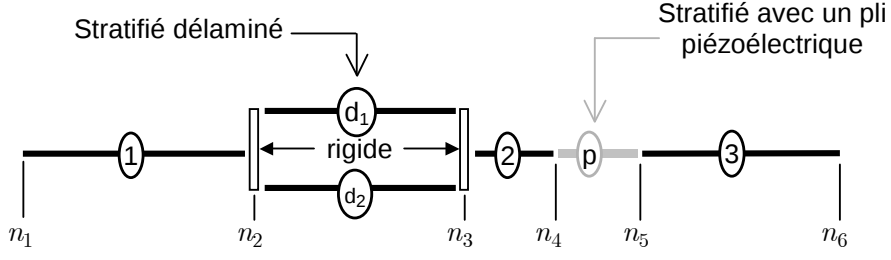


Figure 4.3. Découpage de la poutre.

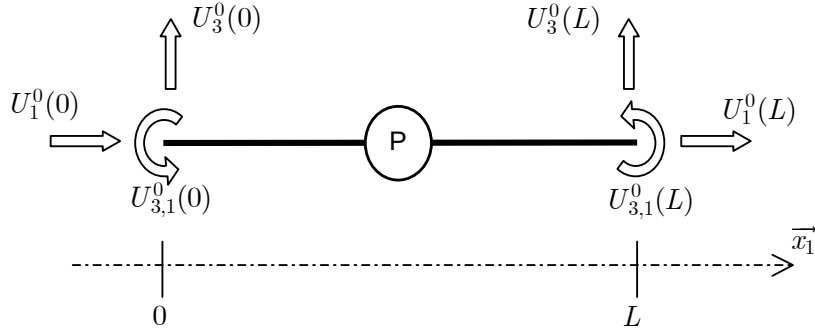


Figure 4.4. Grandeurs cinématiques aux nœuds.

4.1.2 Matrice de transfert pour le découpage de la poutre

Comme le montre la Figure 4.3, la poutre est découpée en plusieurs parties afin de faire apparaître les différents stratifiés. L'objectif est d'écrire les conditions de continuité cinématique et dynamique à chaque coupure de la poutre. Afin de vérifier automatiquement les conditions cinématiques, écrivons les solutions de $U_3^0(x_1)$ et $U_1^0(x_1)$ données par les équations (71) et (73) en fonction des 6 grandeurs cinématiques aux nœuds de découpage définies sur la Figure 4.4. Pour cela il faut déterminer les coefficients a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 et a_6 en fonction de ces grandeurs cinématiques. Alors les déplacements $U_3^0(x_1)$ et $U_1^0(x_1)$ s'écrivent sous la forme :

$$U_3^0(x_1) = \begin{bmatrix} U_3^0(0) \\ U_3^0(L) \\ U_{3,1}^0(0) \\ U_{3,1}^0(L) \\ U_1^0(0) \\ U_1^0(L) \end{bmatrix}^T CL_3^T \begin{bmatrix} \cos(\Omega x_1) \\ \sin(\Omega x_1) \\ \cosh(\Omega x_1) \\ \sinh(\Omega x_1) \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$U_1^0(x_1) = \begin{bmatrix} U_3^0(0) \\ U_3^0(L) \\ U_{3,1}^0(0) \\ U_{3,1}^0(L) \\ U_1^0(0) \\ U_1^0(L) \end{bmatrix}^T CL_1^T \begin{bmatrix} \cos(\Omega x_1) \\ \sin(\Omega x_1) \\ \cosh(\Omega x_1) \\ \sinh(\Omega x_1) \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Les expressions analytiques de CL_3 et CL_1 sont données en Annexe 1.

Il ne reste plus qu'à écrire l'équilibre dynamique de chaque nœud de découpage ; par exemple écrivons l'équilibre du nœud n_2 :

$$N_{11}^1(n_2) = N_{11}^{d1}(n_2) + N_{11}^{d2}(n_2) \quad (76)$$

$$M_{11}^1(n_2) = M_{11}^{d1}(n_2) + M_{11}^{d2}(n_2) \quad (77)$$

$$M_{11,1}^1(n_2) = M_{11,1}^{d1}(n_2) + M_{11,1}^{d2}(n_2) \quad (78)$$

Il est important de noter que les moments de flexion sont tous écrits en un même point ; ainsi le fait que les différentes parties de la poutre n'aient pas la même fibre neutre est pris en compte.

Les relations de comportement (60) et les équations (74) et (75) permettent alors d'exprimer ces équations en fonction des grandeurs cinématiques aux nœuds de découpage. On obtient ainsi un système de $3n_n$ équations linéaire où n_n est le nombre de nœuds. On détermine ainsi les champs de déplacement et de rotation en fonction du potentiel électrique V^+ de la borne +. Notons que le modèle étant linéaire les champs solutions sont proportionnels au potentiel électrique V^+ .

4.1.3 Calcul de l'impédance

L'impédance du transducteur est définie par :

$$Z = \frac{V^+}{I} \quad (79)$$

I étant le courant passant par la borne +, il peut être calculé à partir du déplacement des charges électriques :

$$I = \int_{\text{borne } +} \dot{D}_3 ds = j\varpi \int_{\text{borne } +} D_3 ds = j\varpi b \int_{n_p}^{n_p+1} D_3 dx_1 \quad (80)$$

où n_p et n_{p+1} sont les nœuds des extrémités du transducteur.

L'équation (61) permet de calculer ce courant à partir des champs de déplacement et de rotation calculés précédemment :

$$I = j\varpi b \int_{n_p}^{n_p+1} (P^D U_{1,1}^0 - Q^D U_{3,1}^0 + J^D E_3) dx_1 \quad (81)$$

$$I = j\varpi b V^+ \left(P^D \Delta U_1^0 - Q^D \Delta U_{3,1}^0 + J^D \frac{L_p}{h_p} \right) \quad (82)$$

où L_p est la longueur du transducteur, et avec :

$$\begin{aligned} \Delta U_1^0 &= \frac{U_1^0(n_{p+1}) - U_1^0(n_p)}{V^+} \\ \Delta U_{3,1}^0 &= \frac{U_{3,1}^0(n_{p+1}) - U_{3,1}^0(n_p)}{V^+} \end{aligned} \quad (83)$$

Exprimons alors l'admittance électromécanique :

$$Y = j\varpi \left[b(P^D \Delta U_1^0 - Q^D \Delta U_{3,1}^0) + J^D \frac{S}{h_p} \right] \quad (84)$$

Comme pour le modèle présenté en 3.3 on voit apparaître un terme d'origine électrique et un terme d'origine mécanique. La capacité statique C_s du transducteur peut être calculée en annulant les termes d'inertie. L'équation (35) permet alors de déterminer le terme dynamique C_d .

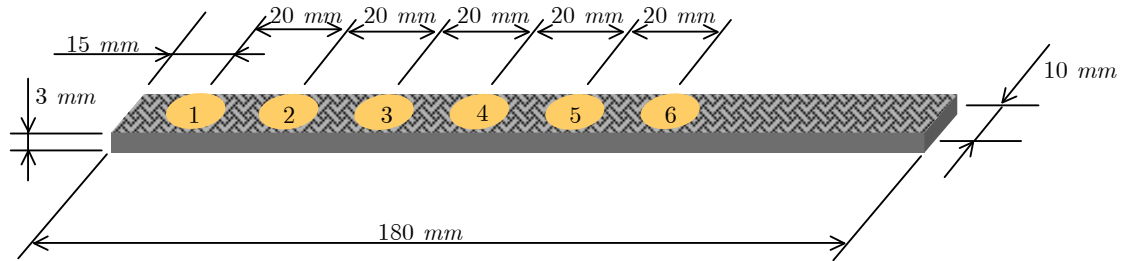


Figure 4.5. Poutre étudiée.

4.2 Résultats expérimentaux - Validation du modèle

4.2.1 Description des éprouvettes étudiées

Le stratifié carbone époxy utilisé est un quasi-isotrope $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_{2S}$ constitué de 16 plis unidirectionnels. La poutre étudiée est présentée sur la Figure 4.5. 6 transducteurs, numérotés de 1 à 6, ont été collés sur la structure. Nous avons utilisé des transducteurs piézoélectriques issus de buzzers électroniques bon marchés. Ils sont constitués d'une couche de 0.1 mm de PZT et d'une couche de 0.04 mm d'acier (Figure 4.6). Les caractéristiques des différents matériaux sont présentées dans le Tableau 4.1.

Un délaminage est introduit entre les 11^{ème} et 12^{ème} plis. Il est initié par un film plastique démoulant et ensuite agrandi en mode d'ouverture (mode I). Deux types de délaminage ont été étudiés : le premier débouchant à l'extrémité gauche de la poutre, l'autre non débouchant, débutant à 20 mm de l'extrémité gauche de la poutre. Les délaminages ont été agrandis progressivement vers la droite.

Les mesures ont été réalisées avec un analyseur de spectre Stanford comme indiqué dans la partie 3.1. Le modèle présenté dans la partie précédente a été programmé à l'aide du logiciel Matlab. Avec un PC équipé d'un processeur de 2 GHz et de 512 Mo de RAM le temps de calcul est d'environ 1 s pour 300 valeurs de fréquence.

Tableau 4.1. Caractéristiques des matériaux.

Caractéristiques matériaux	Composite	PZT	Acier
Rigidité GPa	$E_1 / E_2 / G_{12} / \nu_{12}$ 135/9/4/0.33	$E_1 / E_2 / \nu_{12}$ 64.5/64.5/0.3	E / ν 210/0.3
Coefficient d'amortissement : ξ $E^* = E(1 + j\xi)$	$\xi_1 / \xi_2 / \xi_{12}$ 0.002/0.02/0.03	$\xi_1 / \xi_2 / \xi_{12}$ 0.001/0.001/0.001	ξ 0.001
Masse volumique Kg/m ³	1600	7500	7800
Permittivité: ε_{33} C/m/V	-	$6.9 \cdot 10^{-9}$	-
Terme de couplage : d_{113} et d_{223} m/V	-	$-5.54 \cdot 10^{-11}$	-

4.2.2 Éprouvette saine : sans délaminage

La Figure 4.7 permet de comparer la mesure et la simulation. Comme on l'a vu en 3.4, expérimentalement, la partie réelle de la partie statique C_s évolue avec la fréquence, ce que ne prend pas en compte notre modèle simplifié. Cependant, comme on le verra par la suite, les variations de C_s provoquées par un délaminage sont bien évaluées par notre modèle. Pour ce qui est de la partie imaginaire de C_s l'écart sur le niveau global peut être justifié par une légère erreur de phase lors de la mesure ; en effet la partie réelle étant très supérieure à la partie imaginaire, un déphasage de un degré suffirait à supprimer cet écart. Nous avons vérifié que cette erreur de phase n'avait pas ou très peu d'influence sur l'identification des paramètres modaux, et donc sur l'exploitation des résultats.

Concernant les phénomènes dynamiques on voit que les fréquences de résonance concordent en dessous de 10 kHz. Pour comparer plus précisément le comportement dynamique de notre structure nous avons extrait les paramètres de chaque mode avec la technique énoncée en 3.4. Le Tableau 4.2 résume les résultats obtenus. Le facteur de qualité et l'amplitude sont surestimés : l'amortissement réel est supérieur à celui modélisé. Il faudrait doubler l'amortissement dans le modèle pour retrouver les paramètres expérimentaux. De plus, le rapport entre amplitudes mesurées et simulées n'est pas constant. L'amplitude n'est donc pas un paramètre aussi fiable que la fréquence de résonance.

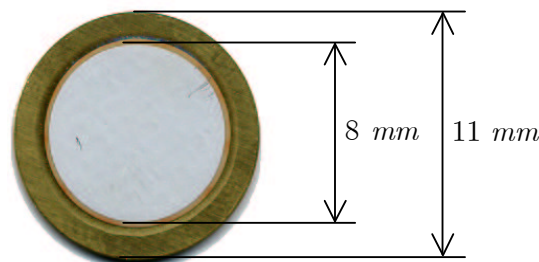


Figure 4.6. Description du transducteur piézoélectrique.

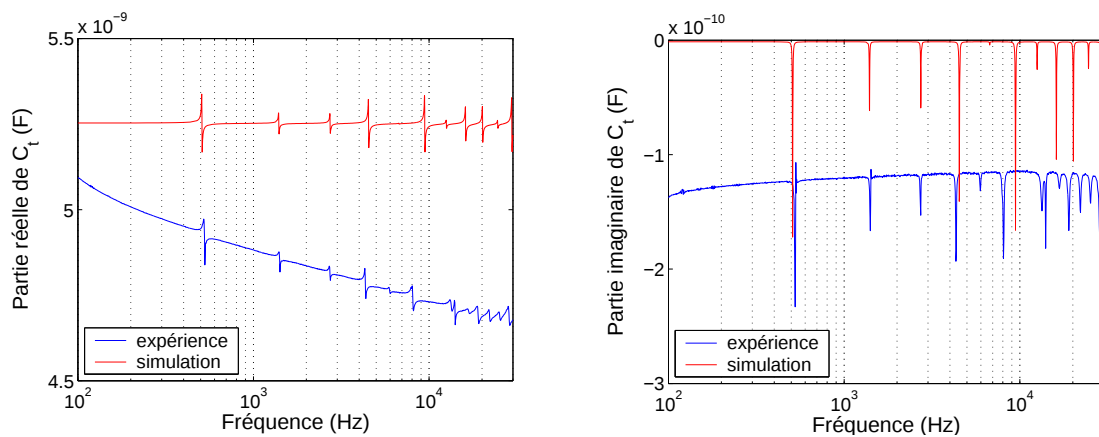


Figure 4.7. Comparaison expérience simulation sur l'éprouvette saine.
Transducteur n°4.

Tableau 4.2. Paramètres des 6 premiers modes.

Numéro du mode		1	2	3	4	5	6
Fréquences de résonance f_r (Hz)	Expérience	526	1408	2725	4335	5958	8078
	Simulation	509	1394	2731	4522	6738	9444
Facteur de qualité Q (sans unité)	Expérience	74.6	92.1	81.5	94.0	65.6	71.9
	Simulation	175.5	173.7	173.7	175.0	174.1	175.4
Amplitude A (10^{-9} m.s $^{-1}$.N $^{-1}$)	Expérience	0.131	0.0555	0.0391	0.0899	0.0168	0.0735
	Simulation	0.173	0.0631	0.0584	0.141	0.0028	0.165

4.2.3 Influence d'un délaminage sur la partie statique de la capacité

4.2.3.1 Délaminage débouchant

La Figure 4.8 présente l'évolution de la capacité totale du transducteur n°2 en fonction de la longueur du délaminage. La présence d'un délaminage sous le transducteur se traduit par une augmentation de la partie statique de la capacité. La Figure 4.9 montre l'évolution de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour les différents transducteurs. Lorsque le délaminage atteint le transducteur on observe une augmentation brutale.

Les simulations réalisées avec notre modèle simplifié aboutissent aux mêmes observations (Figure 4.10 et Figure 4.11). Cependant, lors des simulations, une fois que le délaminage a franchi le transducteur la partie statique de la capacité augmente progressivement.

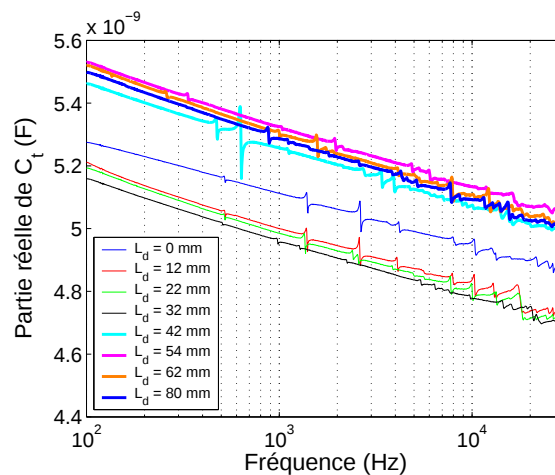


Figure 4.8. Évolution de la capacité totale en fonction de la longueur du délaminage. Transducteur n°2. Expérience délaminage débouchant.

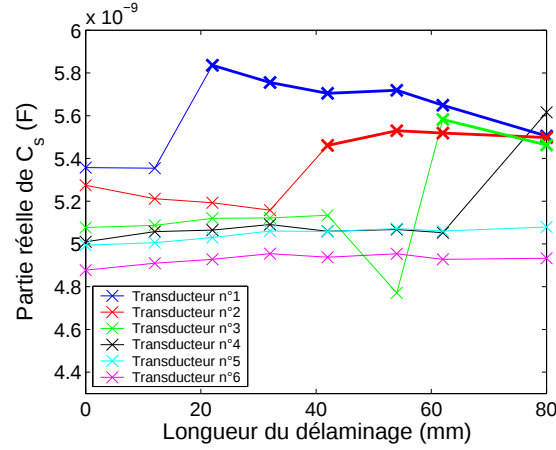


Figure 4.9. Évolution de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour chaque transducteur. Expérience délaminage débouchant.

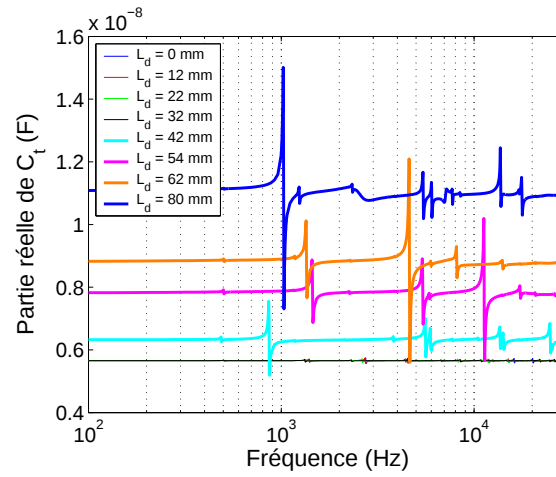


Figure 4.10. Évolution de la capacité totale en fonction de la longueur du délaminage. Transducteur n°2. Simulation délaminage débouchant.

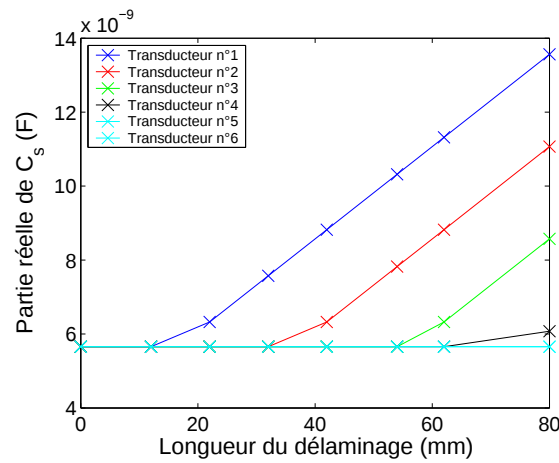


Figure 4.11. Évolution de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour chaque transducteur. Simulation délaminage débouchant.

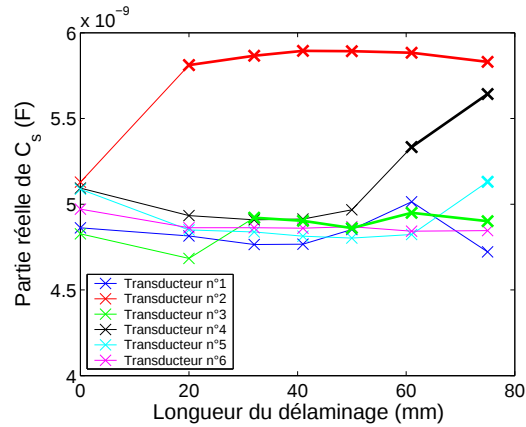


Figure 4.12. Évolution de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour chaque transducteur. Expérience délaminage non débouchant.

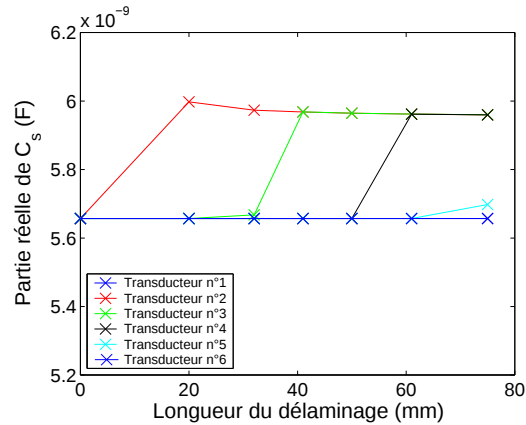


Figure 4.13. Évolution de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour chaque transducteur. Simulation délaminage non débouchant.

4.2.3.2 Délaminage non débouchant

La Figure 4.12 et la Figure 4.13 permettent de comparer les évolutions expérimentales et simulées de la capacité statique en fonction de la longueur du délaminage pour chaque transducteur. Comme pour le délaminage débouchant, l'arrivée d'un délaminage sous le transducteur génère une augmentation brusque de la capacité statique. Expérimentalement, tous les transducteurs n'offrent pas la même sensibilité ; notamment le transducteur n° 3 voit une augmentation moins importante que les transducteurs n°2 et n°4. Ceci met en évidence l'importance du couplage transducteur structure.

4.2.3.3 Conclusion

L'observation de la partie statique de la capacité nous permet de détecter un délaminage s'il se trouve sous le transducteur. Si on effectuait seulement cette analyse la surveillance d'une structure nécessiterait un grand nombre de capteurs. Cependant dans certains cas où l'on souhaite surveiller une zone critique ou une zone ayant subi des réparations, cette mesure, peu coûteuse en temps et très simple à exploiter, pourrait être mise en œuvre.

4.2.4 Influence d'un délaminage sur la partie dynamique de la capacité

On a vu que l'observation de la partie statique de la capacité était insuffisante pour détecter un délaminage si celui-ci n'était pas en-dessous du transducteur. De plus, cette mesure ne permet pas de déterminer la taille et la position du délaminage. Intéressons-nous donc à la partie dynamique de la capacité.

La présence d'un délaminage se traduit dynamiquement par une augmentation de la densité de modes comme on le voit aussi bien expérimentalement que sur les simulations (Figure 4.14 et Figure 4.15). Initialement, sur la structure saine, on voit une seule série de modes correspondant aux modes de flexion de la poutre. La présence d'un délaminage génère une autre série de modes qui s'ajoute aux précédents et se traduit notamment par la présence de modes très proches les uns des autres. Bien sûr ces deux séries de modes sont couplées, en particulier la présence d'un délaminage modifie les modes initiaux de la poutre.

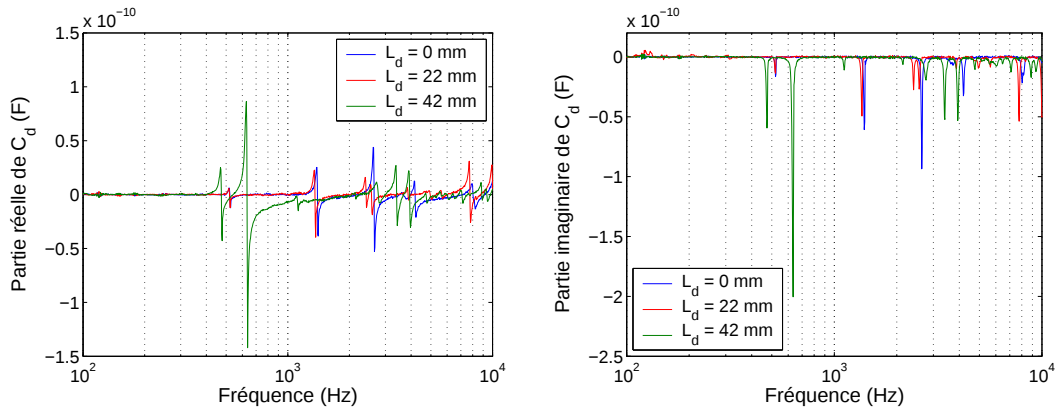


Figure 4.14. Évolution de la capacité dynamique en fonction de la longueur du délaminage. Transducteur n°2. Expérience délaminage débouchant.

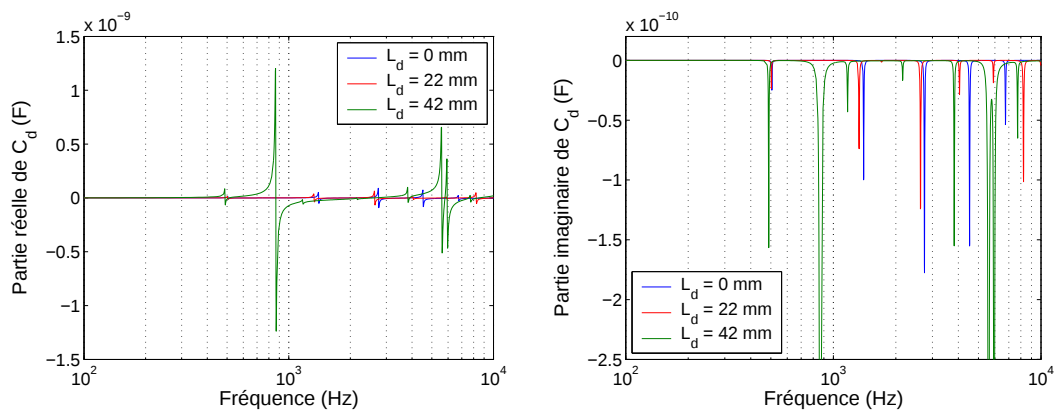


Figure 4.15. Évolution de la capacité dynamique en fonction de la longueur du délaminage. Transducteur n°2. Simulation délaminage débouchant.

L'observation des spectres donne une information qualitative sur la taille du délaminage. Pour obtenir une information précise et fiable, la comparaison entre résultats expérimentaux et simulations doit être plus approfondie. C'est l'objectif de la partie 4.3. Avant cela, déterminons la sensibilité de la mesure en regardant l'influence de la distance entre le délaminage et le transducteur.

4.2.5 Sensibilité de la mesure

On a vu que la partie statique de la capacité permettait de détecter un délaminage seulement s'il était sous un transducteur. Si l'on souhaite équiper la structure à surveiller d'un nombre limité de transducteurs nous devons donc nous intéresser au comportement dynamique, et en particulier aux modes de la structure. La Figure 4.16 montre que, dans notre cas, chaque mode modifié ou créé par le délaminage est détecté par tous les transducteurs dans la mesure où le transducteur n'est pas trop près d'un nœud du mode. Cependant il est évident que les dimensions de la structure, ici faibles par rapport à celle du délaminage, les dimensions du transducteur et les conditions limites jouent un rôle important dans la sensibilité de la mesure. Pour regarder l'influence de ces différents paramètres on peut utiliser le modèle simplifié [11].

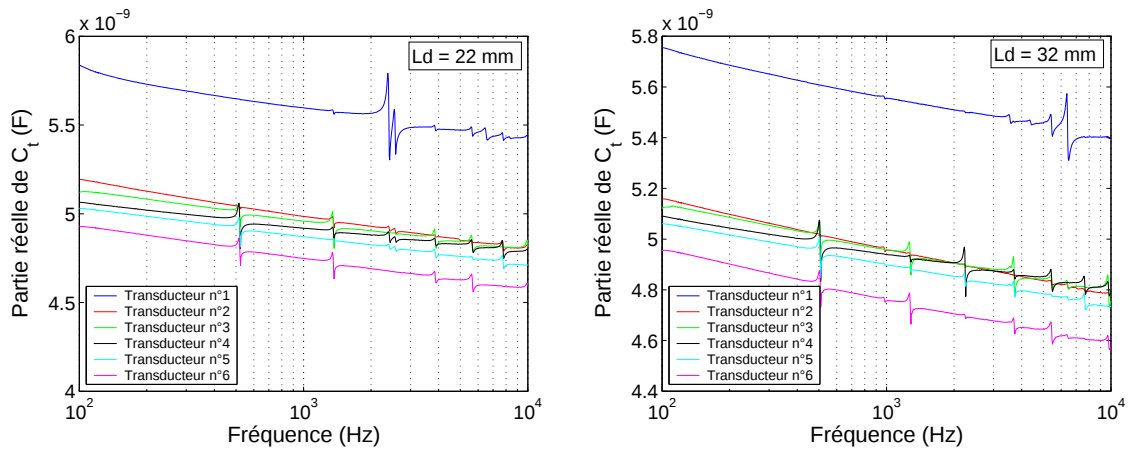


Figure 4.16. Influence de la position du transducteur pour deux longueurs de délaminage : $L_d = 22$ mm et $L_d = 32$ mm. Expérience.

4.3 Caractérisation du délaminage par calcul inverse

Nous disposons d'un outil de mesure et d'un modèle simplifié permettant de déterminer les caractéristiques modales de poutres délaminées. Essayons de caractériser chaque délaminage (longueur, position, et profondeur) par calcul inverse, c'est à dire en comparant certains éléments de nos mesures avec ceux de notre modèle.

La caractérisation d'un défaut par calcul inverse nécessite plusieurs choses :

- Un modèle peu coûteux en temps mais rendant compte des évolutions des paramètres du défaut à identifier
- Une fonction coût rendant compte des écarts entre simulation et expérience
- Un algorithme de minimisation globale performant (rapide et fiable)

Notre objectif est de déterminer si notre modèle est apte à s'intégrer dans une procédure de calcul inverse. Pour cela, nous avons défini une fonction coût que nous avons tracée en fonction des caractéristiques du délaminage. Nous pouvons alors dire que l'association modèle-fonction coût est bonne si le tracé présente un minimum global clairement identifiable et que ce minimum est atteint pour des caractéristiques du délaminage proches de celles mesurées réellement.

Nous avons d'abord testé une fonction coût basée uniquement sur les fréquences de résonance de la structure, car elles constituent les paramètres les plus fiables. Pour avoir un temps de calcul raisonnable, nous utilisons uniquement les quatre premières résonances :

$$F_{C_1} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{f_{ri}^{mesurée} - f_{ri}^{simulée}}{f_{ri}^{mesurée}} \right)^2} \quad (85)$$

4.3.1 Délaminage débouchant

Pour le délaminage débouchant à l'extrémité gauche de la poutre seuls deux paramètres caractérisent le délaminage : la longueur et la profondeur (ou l'interface délaminée). La Figure 4.17 montre l'évolution de la fonction coût F_{C_1} pour différentes longueurs de délaminage. Le transducteur utilisé est le n°5. Chaque courbe présente un minimum clairement identifiable. A chaque possibilité d'interface délaminée correspond une longueur de délaminage. Les plis à 0° donnent l'essentiel de la rigidité au stratifié et les plis 10 et 11 étant respectivement à -45° et 90°, il est logique que les interfaces 9, 10, et 11 donnent des résultats assez proches.

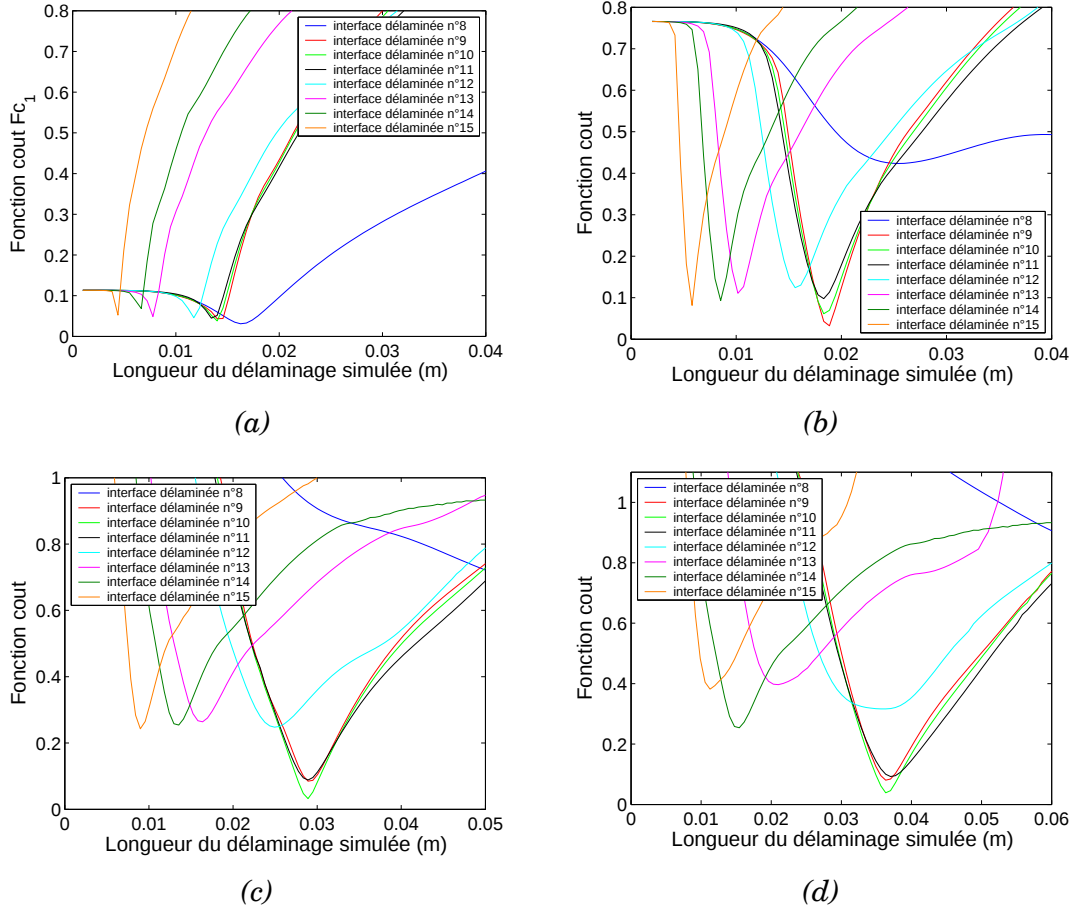


Figure 4.17. Évolution de la fonction coût F_{c1} pour différentes longueurs de délaminage. (a) $L_d = 12$ mm, (b) $L_d = 22$ mm, (c) $L_d = 32$ mm, et (d) $L_d = 42$ mm.

Pour déterminer avec certitude la longueur du délaminage il faut connaître l'interface délaminiée (dans notre cas la 11^{ème}). Bien que certaines interfaces soit plus exposées au délaminage en raison de l'orientation des plis l'entourant, il serait préférable de déterminer à la fois la longueur du délaminage et l'interface délaminiée. Pour cela il faut enrichir la fonction coût en utilisant d'autres paramètres comme l'amplitude des modes. Construisons une seconde fonction coût basée sur les amplitudes des quatre premières résonances :

$$F_{c2} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{A_i^{\text{mesurée}} - A_i^{\text{simulée}}}{A_i^{\text{mesurée}}} \right)^2} \quad (86)$$

La Figure 4.18 montre l'évolution de la fonction coût F_{c2} pour un délaminage de 42 mm. Le minimum est beaucoup plus proche de zéro pour les interfaces 9, 10, et 11. Combinons les deux fonctions coût pour obtenir une fonction coût F_c optimum :

$$F_c = F_{c1} + F_{c2} \quad (87)$$

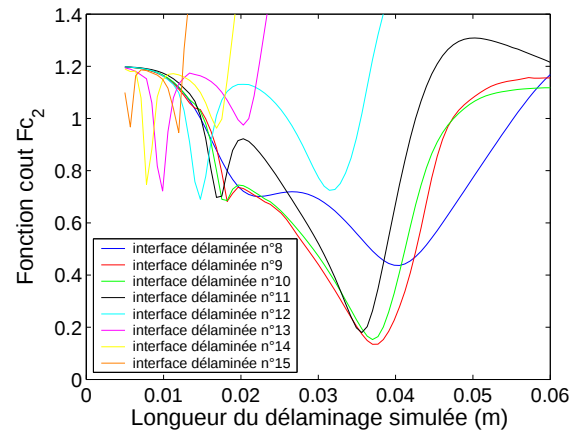


Figure 4.18. Évolution de la fonction coût F_{c_2} pour un délaminage de 42 mm.

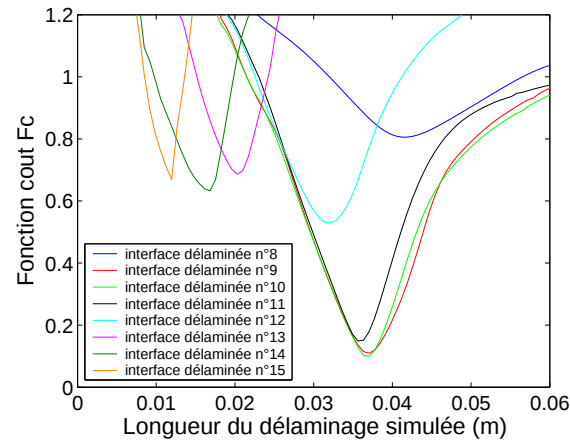


Figure 4.19. Évolution de la fonction coût F_c pour un délaminage de 42 mm.

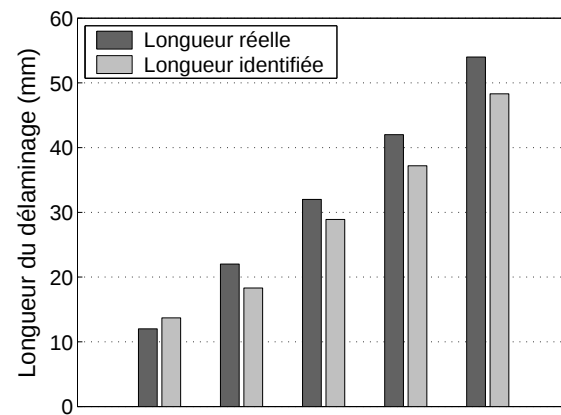


Figure 4.20. Comparaison entre les longueurs identifiées et celles mesurées réellement.

La Figure 4.19 montre le résultat de cette combinaison. Le minimum global est obtenu pour un délaminage de 37 mm. Par rapport au tracé de la fonction coût F_{c1} le minimum global est plus marqué.

La Figure 4.20 permet de comparer les longueurs identifiées et celles mesurées réellement. La taille du délaminage est sous estimée d'environ 10 % ; ce qui peut s'expliquer par la présence d'une zone d'adhérence en fin de délaminage.

4.3.2 Délaminage non débouchant

Pour le délaminage non débouchant trois paramètres caractérisent le délaminage : la longueur, la position et la profondeur (ou l'interface délaminée). La Figure 4.21 montre l'évolution de la fonction coût F_c pour un délaminage d'une longueur de 32 mm en supposant connue l'interface délaminée. Le transducteur utilisé est toujours le n°5. Le minimum est obtenu pour un délaminage de 29.4 mm (mesuré 32 mm) à 20 mm du bord gauche (mesuré 20 mm).

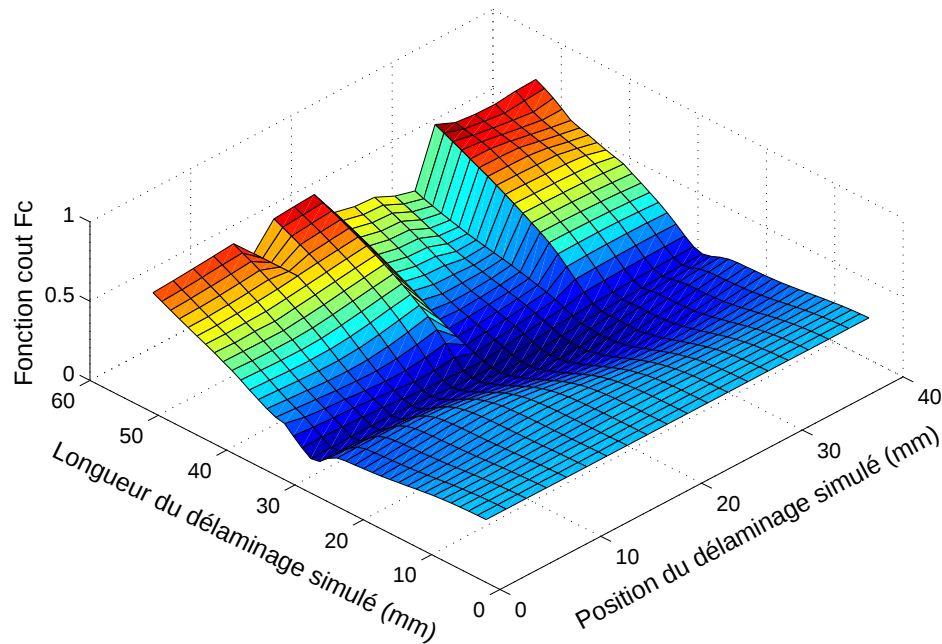


Figure 4.21. Évolution de la fonction coût F_c pour un délaminage d'une longueur de 32 mm.

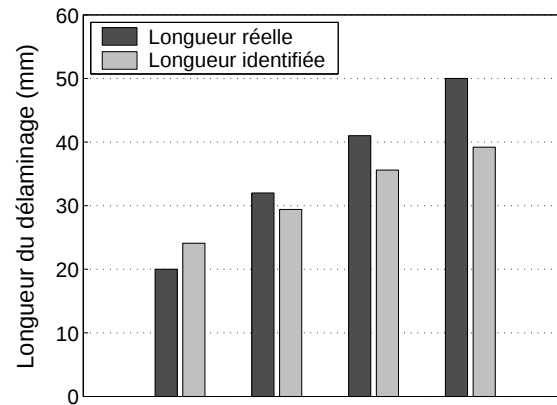


Figure 4.22. Comparaison entre les longueurs identifiées et celles mesurées réellement.

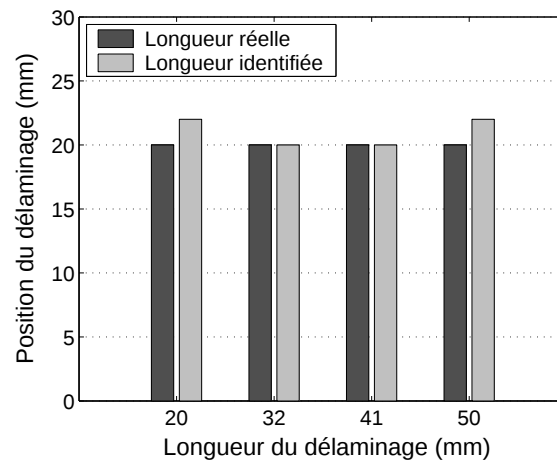


Figure 4.23. Comparaison entre les positions identifiées et celles mesurées réellement.

La Figure 4.22 permet de comparer les longueurs et positions identifiées avec celles mesurées réellement. La taille du délaminage est sous estimée d'environ 15 %, davantage que pour le délaminage débouchant. Des zones d'adhérence en début et en fin de délaminage peuvent expliquer cette sous estimation.

La Figure 4.23 montre que la position du délaminage est bien retrouvée.

4.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre nous avons utilisé la mesure d'impédance d'un transducteur piézoélectrique pour caractériser un délaminage.

Le comportement statique du transducteur ne permet que de détecter les délaminages se trouvant sous celui-ci. Se limiter à cette analyse rendrait la zone d'action d'un capteur très limitée. Cependant, dans le cas où l'on souhaite surveiller une zone critique, ou une zone ayant subi des réparations, cette mesure, peu coûteuse en temps et très simple à exploiter, pourrait s'avérer intéressante.

Pour augmenter la zone d'action du transducteur nous nous sommes intéressés au comportement dynamique. Nous avons montré qu'un capteur placé sur une poutre de taille limitée (environ 10 fois la longueur du délaminage) permettait de déterminer la longueur et la position du délaminage ; ceci en effectuant un calcul inverse à partir d'un modèle simplifié.

La zone d'action d'un capteur dépendra de la configuration de la structure (dimension, conditions limites), et de celle du délaminage (délaminage ouvert ou non, débouchant ou non). Le modèle simplifié pourrait être utilisé pour étudier l'influence de ces paramètres ; mais, à ce stade de développement, on peut directement s'intéresser à des problèmes précis proposés par les industriels.

La plupart des problèmes proposés par les industriels ne peuvent être traités en utilisant un modèle poutre. Un modèle analytique ne peut être développé dans le cas de structure 2D (plaque) : les éléments finis semblent être la meilleure alternative. Il existe aujourd'hui des modèles éléments finis 2D intégrant un délaminage et d'autres intégrant un transducteur piézoélectrique. Sur la base de ces modèles et de celui développé dans ce chapitre nous avons développé un modèle éléments finis 2D utilisant des éléments DKT (Discret Kirchhoff Triangular) peu coûteux en temps de calcul. Ce modèle n'ayant pas été validé numériquement et expérimentalement, il n'est pas présenté dans ce mémoire de thèse. Disposer d'un modèle précis et peu coûteux en temps de calcul n'est pas la seule difficulté à résoudre pour traiter un problème 2D. En effet, pour une structure 2D, la densité de modes et le couplage entre les différents modes rendra l'identification des caractéristiques du délaminage par calcul inverse plus délicate.

L'une des applications de cette technique serait de détecter un délaminage le long du bord de fuite d'une pale d'hélicoptère. Le comportement dynamique de cette structure élancée est assez simple. De plus, le délaminage se propage uniquement le long du bord. Ainsi, traiter ce problème, certes plus complexe que celui d'une poutre, serait envisageable.

Chapitre 5

Détermination d'un niveau d'endommagement diffus par mesure d'impédance électromécanique

5.1 Objectif de la mesure

Dans le Chapitre 1 nous avons défini l'endommagement diffus comme étant l'ensemble des micro-endommagements, c'est à dire ceux ayant la longueur de quelques fibres : décohésion fibre-matrice, micro-fissuration de la matrice (Figure 5.1). Cette dénomination vient du fait que cet endommagement est réparti de manière continue à l'échelle mésoscopique (du pli) ; son évolution peut donc être décrite par un modèle continu comme on l'a montré dans le Chapitre 2. Pour les structures constituées de plis tissés, l'absence de macro-endommagements permet à cette modélisation de prévoir la rupture.

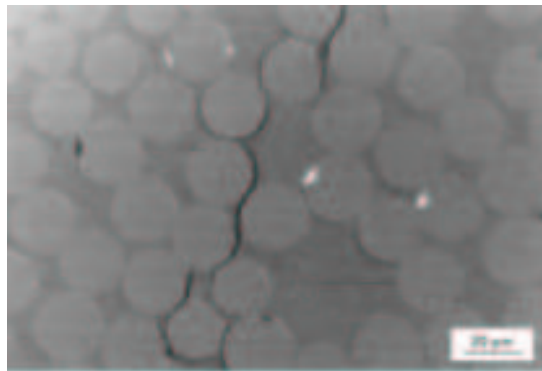


Figure 5.1. Micrographie de l'endommagement diffus.

Cependant ce modèle demeure complexe, de par le nombre de phénomènes pris en compte. Les paramètres à identifier sont nombreux, ajoutés aux erreurs inhérentes à un calcul de structure : écart sur les conditions limites, influence de la température et de l'humidité ..., la fiabilité de telles simulations sur des structures industrielles n'est pas toujours acceptable. Comme nous l'avons vu en introduction, pour corriger ces écarts, nous proposons d'associer aux outils de simulation des mesures régulières. Ainsi, les prévisions données par les simulations peuvent être affinées au cours de la vie de la structure. Les grandeurs mesurées peuvent être variées : déformation, température... Mais l'idéal serait de mesurer directement le niveau d'endommagement diffus, car lors d'un chargement de fatigue à déformation imposée l'endommagement diffus évolue [76].

Pour faciliter la comparaison modèle-réalité nous souhaitons obtenir une valeur locale du niveau d'endommagement diffus, ou tout au moins dans une zone relativement restreinte. Une autre difficulté est de s'assurer que la grandeur mesurée ne dépend que de la variable d'endommagement définie dans le modèle. Pour réaliser une telle mesure, il est nécessaire de bien comprendre les liens entre l'endommagement diffus et le comportement mésoscopique du matériau. C'est l'objectif de la première partie. Dans la deuxième nous présenterons les résultats obtenus par mesure d'impédance électromécanique.

5.2 Description et modélisation de l'endommagement diffus

Dans cette partie nous nous attachons à comprendre les mécanismes liés à l'endommagement diffus pour faciliter l'analyse et l'interprétation des mesures. Pour cela, après avoir décrit les liens entre l'endommagement diffus et le comportement mésoscopique, nous proposons un modèle d'endommagement à l'échelle mésoscopique.

5.2.1 Description microscopique et mésoscopique

A l'échelle microscopique l'endommagement diffus se caractérise par des décohésions fibre-matrice et des fissures dans la matrice parallèles aux fibres. À l'échelle mésoscopique ces endommagements se traduisent par une chute de rigidité, des déformations résiduelles, et des hystérésis. Les fibres n'étant pas atteintes par cet endommagement, ces phénomènes ne sont visibles qu'en cisaillement pour des plis tissés, en cisaillement et dans la direction transverse pour des plis unidirectionnels (Figure 2.6 et Figure 2.7). Essayons de déterminer le scénario à l'origine du comportement observé lors d'un essai de traction sur un stratifié $[+45^\circ, -45^\circ]_S$. Le chargement, principalement en cisaillement, génère l'endommagement diffus précédemment décrit.

La Figure 5.2 montre que lorsque le taux de déformation change de signe, on recouvre la rigidité initiale. Les fissures restent donc fermées ; leurs deux faces glissent l'une par rapport à l'autre, engendrant des déformations résiduelles et des hystérésis lors des cycles charge décharge. De plus, la matrice est très faiblement

plastique et visqueuse, et sa déformation à rupture ne dépasse pas les 2%. Seul ce phénomène de glissement peut expliquer les déformations résiduelles importantes et les hystérésis. Une étude dynamique de Hug et al. [45] confirme cette analyse.

Remarquons cependant que pour un chargement combinant une contrainte de cisaillement et une contrainte sens fibre importante, les fissures pourraient s'ouvrir. Ce n'est pas le cas lors d'un essai de traction sur un stratifié $[+45^\circ, -45^\circ]_S$, car la contrainte sens fibre est faible.

En conclusion, un seul phénomène semble être à l'origine du comportement élastoplastique endommageable du matériau composite : l'adhérence et le glissement au sein de fissures fermées. Pour valider cette hypothèse, j'ai réalisé un modèle mésoscopique présenté dans la partie suivante.

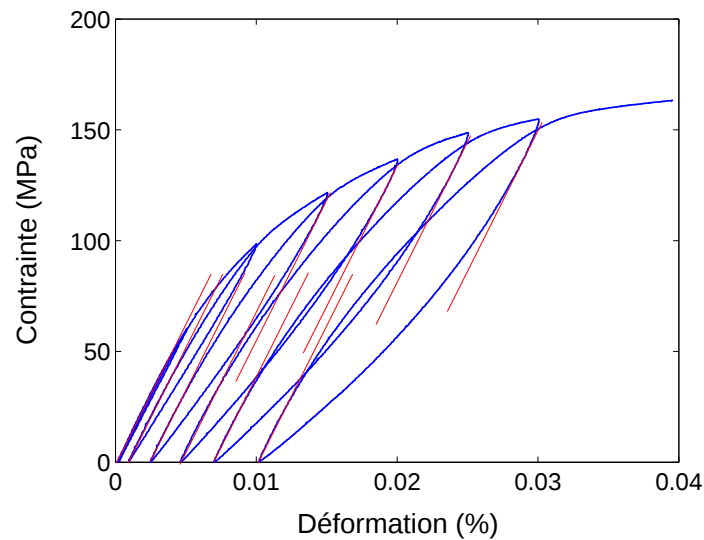


Figure 5.2. Rigidités tangentés après changement de signe du taux de déformation.

5.2.2 Modèle mésoscopique pour des plis tissés

De nombreux auteurs se sont intéressés à modéliser le comportement de matériaux endommagés : bétons ou roches fissurés et composites présentant des fissures et des décohésions. Andrieux et al. [5] ont proposé un modèle élasto-plastique endommageable issu de l'homogénéisation du comportement avec frottement de Coulomb d'une cellule de base comportant une fissure. De manière similaire Halm et Dragon [35] ont développé un modèle d'endommagement anisotrope avec frottement. Ces modèles font le lien micro-macro, sans prendre en compte l'aspect aléatoire de l'endommagement dû principalement au caractère fortement hétérogène des matériaux étudiés. Hild et al. [38, 39], en partant d'une cellule de base endommagée aux caractéristiques répondant à une distribution aléatoire, aboutissent à un modèle décrivant de manière progressive l'évolution des endommagements, des décollements (ouverture de fissure) et des glissements. L'identification de ce modèle est ensuite réalisée à partir d'essais macroscopiques. Dans le cas des plis tissés, l'endommagement diffus ne modifie que le comportement en cisaillement. Cependant, comme on l'a vu dans le Chapitre 1, l'évolution de l'endommagement est fonction des chargements hors cisaillement. Le modèle présenté ici ne prend en compte aucun couplage tension-cisaillement, il s'agit de vérifier l'origine des phénomènes observés lors d'un essai de traction sur un stratifié $[+45^\circ, -45^\circ]_S$.

5.2.2.1 Modélisation des phénomènes de glissement et d'adhérence

Pour modéliser les phénomènes de glissement et d'adhérence au sein d'une fissure, considérons la cellule de base représentée sur la Figure 5.3. La fissure représentée en rouge est sollicitée en mode II par la contrainte de cisaillement. Les contraintes internes génèrent des forces normales à la surface de contact. Avec une loi de Coulomb on obtient le comportement présenté sur la Figure 5.4. L'aspect uni-axial de cette modélisation nous permet de représenter ce comportement de manière rhéologique comme représenté sur la Figure 5.5 (a). L'hétérogénéité du matériau rend les paramètres de la cellule de base aléatoires. Cette dispersion peut être prise en compte en augmentant le nombre de branches du modèle rhéologique (Figure 5.5 (b)).

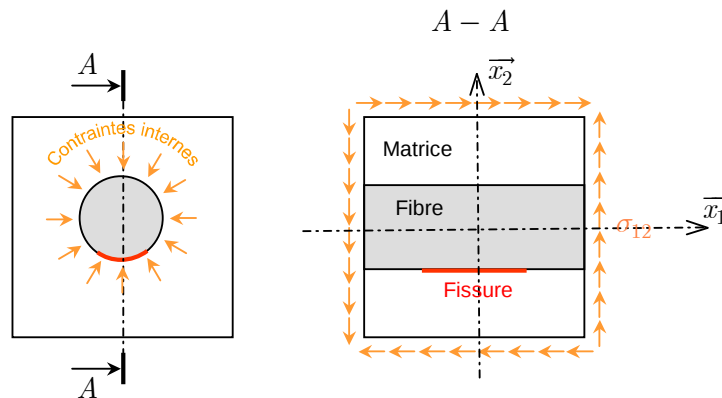


Figure 5.3. Cellule de base.

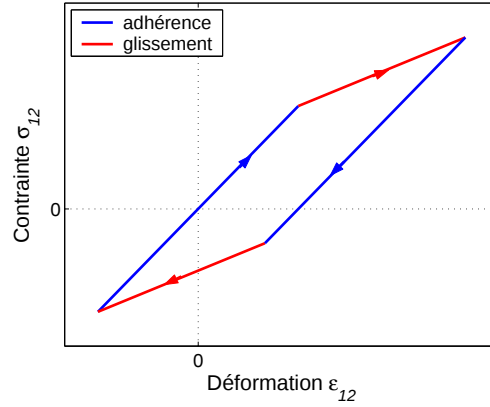


Figure 5.4. Comportement d'un matériau avec une fissure fermée.

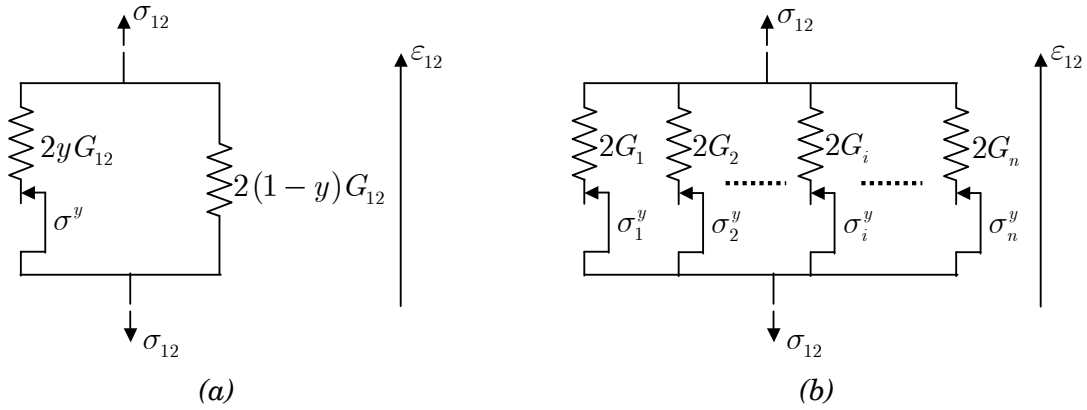


Figure 5.5. Représentation rhéologique du comportement d'un matériau avec fissures fermées. (a) une branche, (b) plusieurs branches.

L'Annexe 2 présente le calcul de la contrainte σ_{12} en fonction de la déformation ϵ_{12} pour un nombre fini et infini de branches. On obtient ainsi un modèle de plasticité cinématique progressif.

5.2.2.2 Modélisation de l'évolution de l'endommagement

La création d'une fissure au sein du matériau élastique se traduit par le comportement tracé sur la Figure 5.6. Nous choisissons comme représentation rhéologique de ce comportement le schéma de la Figure 5.7 (a). Pour modéliser l'évolution de l'endommagement, c'est-à-dire la création d'une multitude de fissures, il suffit, comme pour les phénomènes de glissement et d'adhérence, de multiplier les branches du modèle rhéologique (Figure 5.7 (b)).

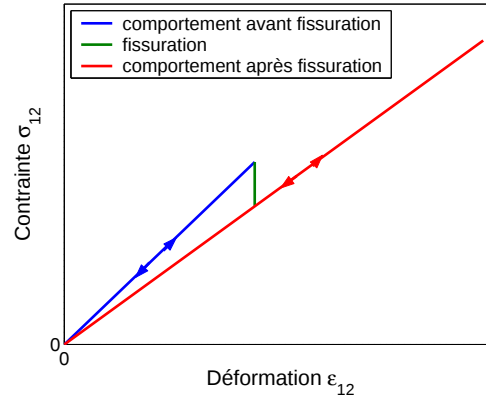


Figure 5.6. Comportement d'un matériau élastique avec création d'une fissure.

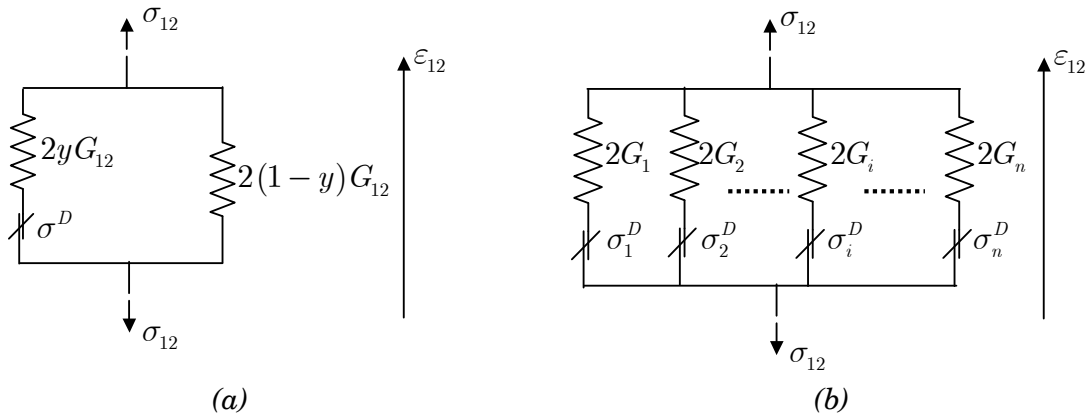


Figure 5.7. Représentation rhéologique du comportement d'un matériau élastique avec création de fissures. (a) une branche, (b) plusieurs branches.

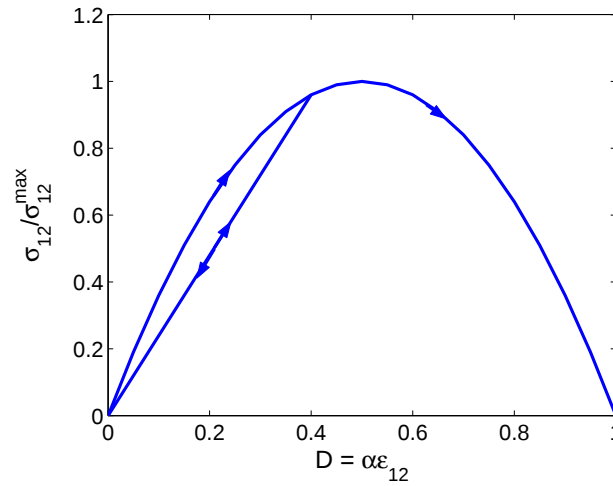


Figure 5.8. Comportement élastique endommageable.

L'Annexe 3 présente le calcul de la contrainte σ_{12} en fonction de la déformation ε_{12} pour un nombre fini et infini de branches. On obtient alors un comportement élastique endommageable classique représenté sur la Figure 5.8. Pour cet exemple, on a choisi une répartition linéaire des seuils de ruptures.

5.2.2.3 Modèle élasto-plastique endommageable

Pour obtenir le modèle complet (élasto-plastique endommageable) on couple les deux modèles rhéologiques précédents, ce qui donne pour une branche le schéma de la Figure 5.9. Notons que, tant qu'il n'y a pas rupture, la contrainte dans la branche de glissement est nulle. Prenons $\sigma^D > \sigma^y$ afin d'obtenir le comportement représenté sur la Figure 5.10. Comme précédemment, la progressivité des évolutions est obtenue en multipliant le nombre de branches (Figure 5.11).

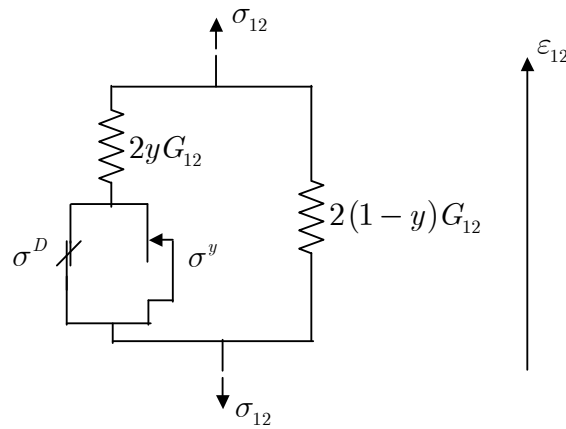


Figure 5.9. Représentation rhéologique du comportement élasto-plastique endommageable à une branche.

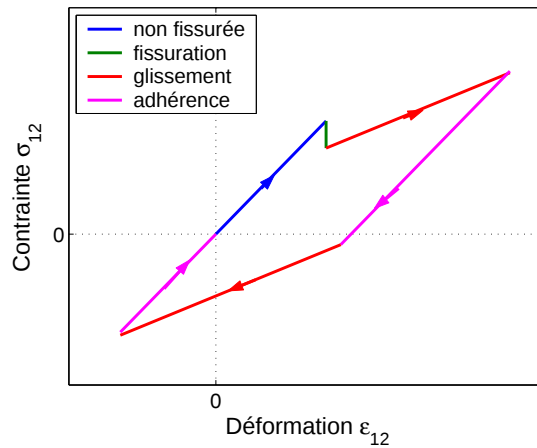


Figure 5.10. Comportement d'un matériau avec création d'une fissure avec frottement de Coulomb.

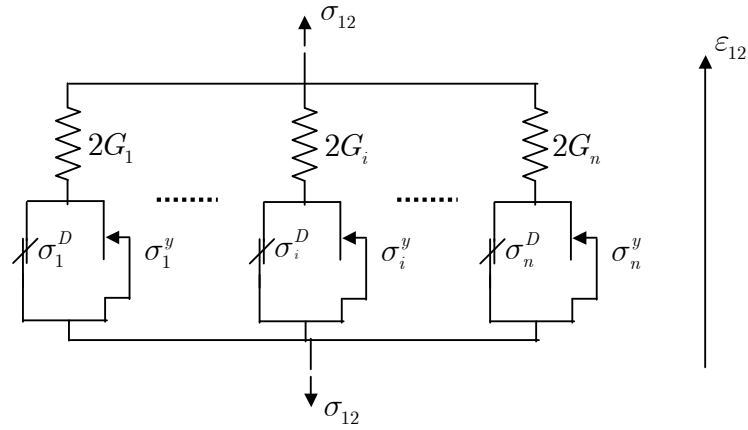


Figure 5.11. Représentation rhéologique du comportement élasto-plastique endommageable à plusieurs branches.

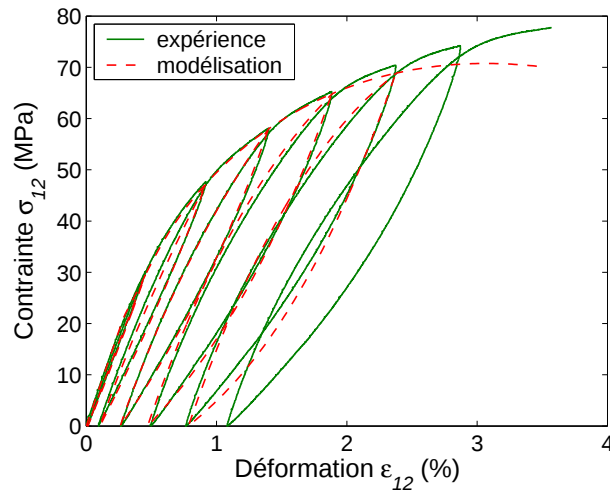


Figure 5.12. Comparaison entre le modèle et l'expérience.

L'Annexe 4 présente le calcul de la contrainte σ_{12} en fonction de la déformation ϵ_{12} pour un nombre fini et infini de branches.

L'identification de ce modèle est présentée en Annexe 5. La Figure 5.12 permet de comparer le modèle et l'expérience. La chute de rigidité, les déformations résiduelles ainsi que l'hystérésis sont bien décrites. Les hypothèses qui sont à l'origine de ce modèle sont donc validées et on a montré que la chute de rigidité et les déformations résiduelles provenaient du glissement de fissures fermées.

La détection de l'endommagement nécessite l'activation de ces glissements et donc un moyen de mesure adapté.

5.3 Mesures dynamiques de l'endommagement diffus

Dans la partie précédente nous avons identifié les phénomènes liés à l'endommagement diffus. La mesure de cet endommagement nécessite un niveau d'énergie suffisant à l'échelle des fissures.

Comme nous souhaitons utiliser des transducteurs de petite taille, l'énergie disponible est faible. Nous avons réalisé deux types de mesure d'impédance électromécanique. La première consiste à effectuer les mesures à moyenne fréquence (10-50 kHz) tout en sollicitant la structure afin d'utiliser ce chargement important pour activer les glissements. La seconde consiste à effectuer des mesures haute fréquence (3-10 MHz) pour diminuer les longueurs d'onde et se rapprocher de l'échelle de l'endommagement.

Dans les deux cas il s'agit d'observer l'évolution des paramètres modaux en fonction du niveau d'endommagement.

5.3.1 Mesure d'impédance basse fréquence

Une première série de mesures sur des éprouvettes présentant des niveaux d'endommagements différents avait montré que les fréquences de résonance n'étaient pas modifiées de manières significatives par la présence d'un endommagement diffus, confirmant ainsi l'analyse précédente. En fait les variations observées pouvaient provenir des différences de géométrie ou de caractéristiques matériaux entre chaque éprouvette.

Pour détecter l'influence de l'endommagement il fallait donc réaliser des mesures plus précises. Pour cela nous avons mis au point une expérience où les mesures d'impédance sont effectuées tout au long de l'essai de traction. Ainsi on obtient une évolution continue du spectre d'impédance et donc des paramètres modaux en fonction de la contrainte, de la déformation, et du niveau d'endommagement.

5.3.1.1 Dispositif expérimental

La Figure 5.13. montre le dispositif expérimental. Une éprouvette de traction constitué d'un stratifié de plis tissés $[+45^\circ, -45^\circ]_{2s}$ est disposée dans les mors de la machine de traction. Un transducteur piézoélectrique est fixé sur l'éprouvette. Les déformations importantes générées lors de l'essai de traction ne permettent pas de coller de manière rigide le transducteur sur l'éprouvette. Ainsi, nous avons utilisé une graisse pour réaliser le couplage avec la structure. Ceci ayant des conséquences sur le facteur de qualité et l'amplitude des modes observés.

La déformation est mesurée par une jauge résistive et un extensomètre, l'effort par le capteur de la machine de traction. La vitesse de déplacement de la traverse est de 0.5 mm/mn ce qui correspond à un taux de déformation de $0.25 \text{ } \%/mn^{-1}$. La mesure d'impédance est réalisée avec un analyseur Stanford et l'excitation est de type impulsionnel pour obtenir un temps de mesure de l'ordre d'une seconde. Ainsi nous pouvons considérer que la mesure d'impédance est quasi instantanée.

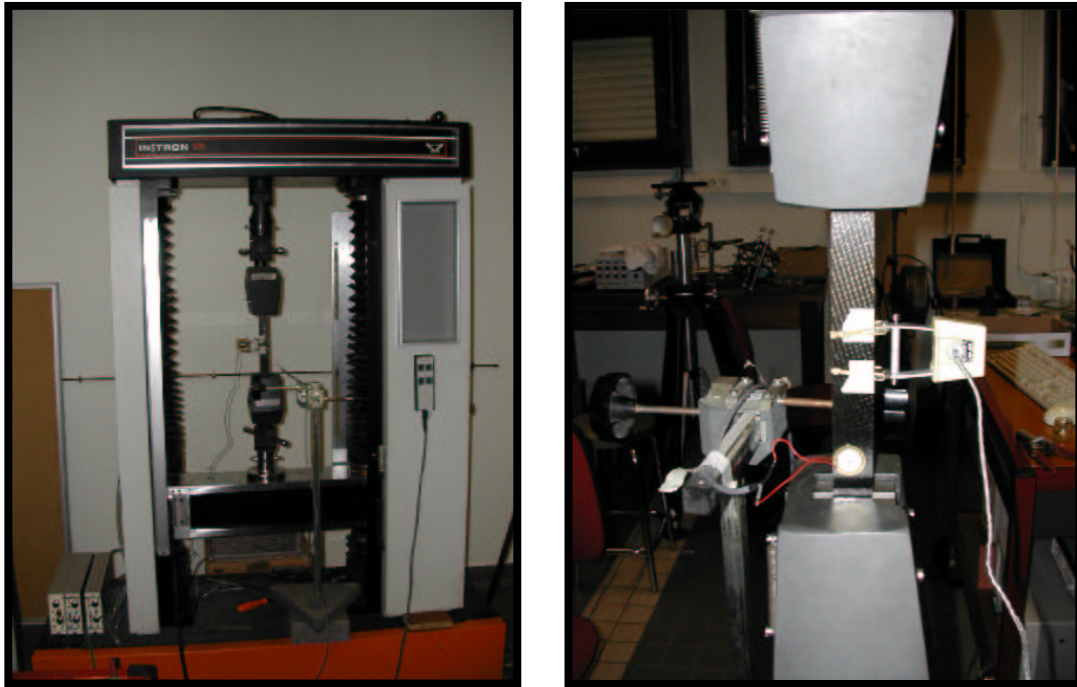


Figure 5.13. Photographies du dispositif expérimental.

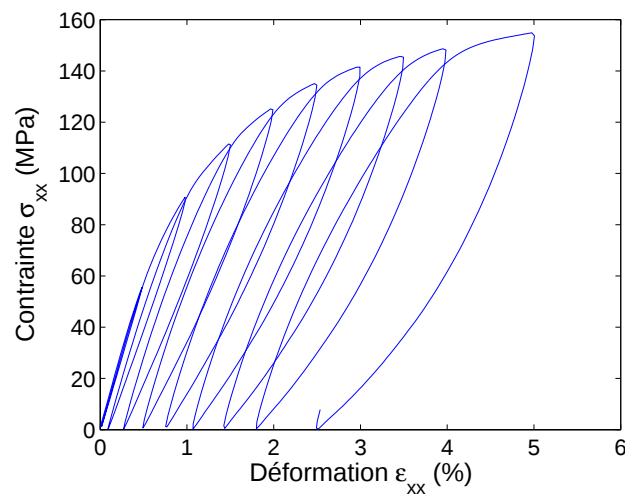


Figure 5.14. Courbe de traction.

5.3.1.2 Résultats

La Figure 5.14 présente la courbe de traction obtenue durant l'essai. Neuf cycles correspondant chacun à un niveau d'endommagement ont été réalisés. La Figure 5.15 montre le spectre d'admittance mesuré au début de l'essai. La gamme de fréquence 10-50 kHz a été choisie pour éliminer le bruit de mesure présent à basse fréquence, et pour exciter différents types de mode (flexion, tension, torsion).

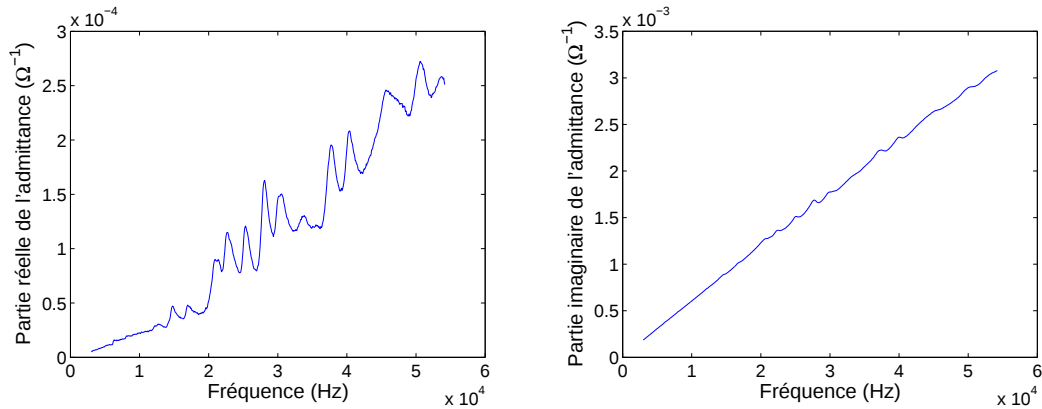


Figure 5.15. Spectre d'admittance au début de l'essai.

Pour observer les évolutions du spectre intéressons nous aux paramètres modaux. Pour extraire ces paramètres nous avons utilisé la méthode décrite en 3.4.2. Dix modes ont ainsi été identifiés. Les variations d'amplitude et du facteur de qualité étant faibles, et le couplage, non rigide, pouvant évoluer durant l'essai, ces deux paramètres ne peuvent être utilisés. Nous nous sommes donc restreints à étudier l'évolution des fréquences de résonance.

La Figure 5.16 montre l'évolution relative du décalage des fréquences de résonance pour les dix modes. On observe tout d'abord que tous les modes ne sont pas modifiés de la même manière. Par exemple, les deux premiers sont beaucoup plus décalés que les autres. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans cette gamme de fréquence on peut exciter des modes de flexion, de tension ou de torsion, et même des modes couplés.

Les principales variations des fréquences de résonance sont provoquées par l'augmentation de l'effort. Ce phénomène est bien connu et il peut être facilement modélisé pour les modes de flexion.

D'autres phénomènes que celui-ci provoquent des décalages de fréquence car, pour une contrainte ou un effort donné, les fréquences de résonance diminuent de quelques pourcents pour la plupart des modes (7 sur 10). On pourrait conclure que cette légère diminution provient d'une chute de rigidité due à l'endommagement. Mais d'aussi faibles décalages peuvent provenir d'autres phénomènes, comme la variation de géométrie provoquée par la déformation de l'éprouvette. Pour identifier l'origine de ce décalage nous avons tout d'abord modélisé les variations dues à l'augmentation de l'effort ; puis nous avons associé à ce modèle tour à tour une chute de rigidité et les variations de géométrie. Cette modélisation a été effectuée pour le premier mode en supposant que celui-ci était un mode de flexion.

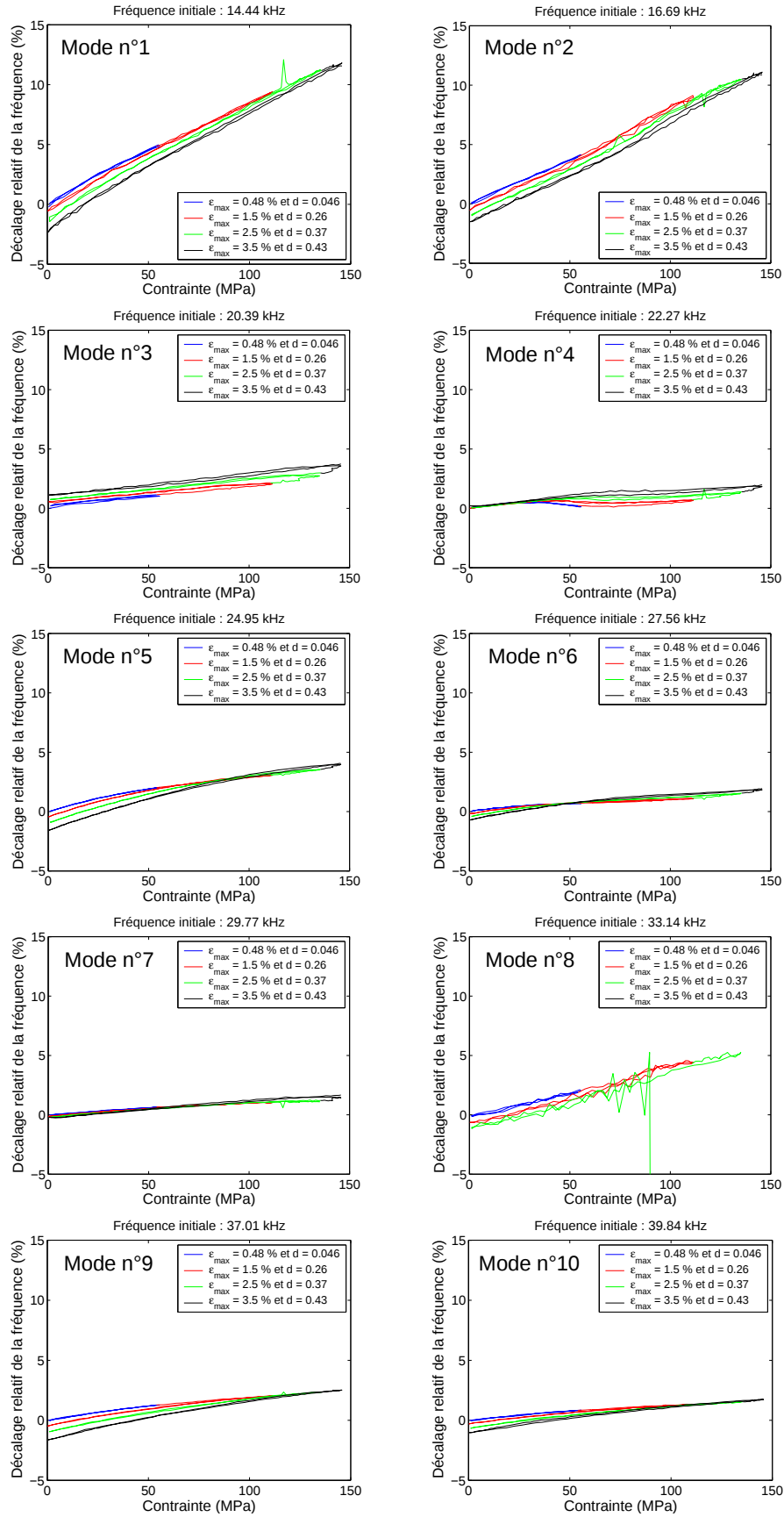


Figure 5.16. Évolution du décalage relatif des fréquences de résonance.

Modélisation de l'influence de l'effort

Considérons une poutre encastree de longueur initiale L^0 , de largeur initiale b^0 , d'épaisseur initiale h^0 , et de module de Young initial E_{xx}^0 dans la direction $\vec{x}$. Pour des modes de flexion la fréquence de résonance du mode n° i s'exprime sous la forme :

$$f_i^0 = \frac{\beta_i^2}{2\pi(L^0)^2} \sqrt{\frac{E_{xx}^0 I_{yy}^0}{\lambda^0}} \quad (88)$$

ou I_{yy}^0 est le moment d'inertie, λ^0 la masse linéique de la poutre, et β_i la $i^{\text{ème}}$ solution de l'équation :

$$\cos(\beta) \operatorname{ch}(\beta) = 1 \quad (89)$$

En écrivant l'équilibre dynamique dans la configuration déformée, on montre que sous un effort F la fréquence de résonance n° i est :

$$f_i = f_i^0 \sqrt{1 + \frac{F}{F_{c_i}}} \quad (90)$$

ou F_{c_i} est la force critique du mode de flambage n° i . L'expression de F_{c_i} est :

$$F_{c_i} = \alpha_i^2 \frac{E_{xx}^0 I_{yy}^0}{(L^0)^2} \quad (91)$$

où α_i est la $i^{\text{ème}}$ solution de l'équation :

$$2(1 - \cos(\alpha)) - \alpha \sin(\alpha) = 0 \quad (92)$$

Modélisation de l'influence d'une chute de rigidité

Soit d_{dyn} l'endommagement caractérisant la chute de rigidité en dynamique :

$$E_{xx} = E_{xx}^0 (1 - d_{dyn}) \quad (93)$$

En remplaçant E_{xx}^0 par E_{xx} dans les équations (88) et (91) on peut calculer l'évolution des fréquences de résonance en fonction de l'effort et d'une chute de rigidité. La Figure 5.17 permet de comparer ce calcul avec le résultat obtenu expérimentalement pour le mode ayant une fréquence de résonance initiale de 14.44 kHz. L'endommagement d_{dyn} a été identifié à 10% de celui observé sur l'essai de traction monotone. On peut conclure qu'une chute de rigidité peut être à l'origine des décalages de fréquences de résonance.

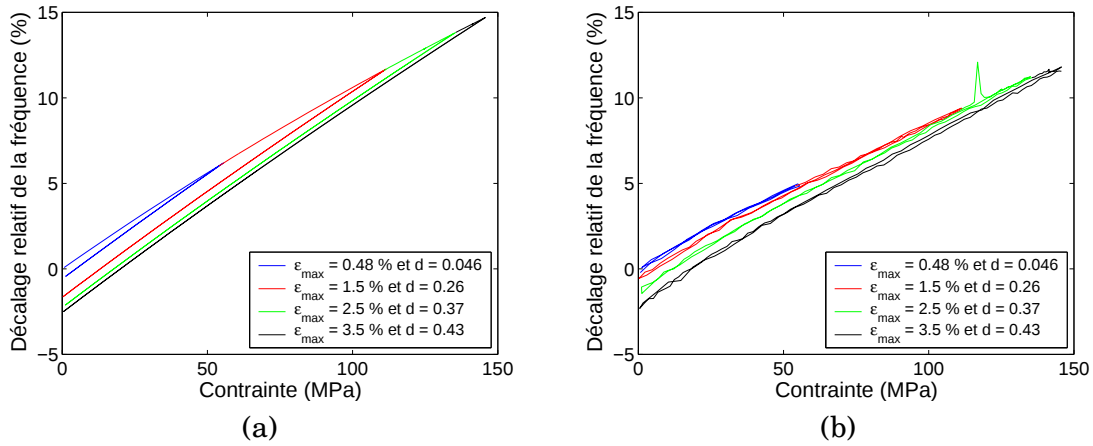


Figure 5.17. Évolution du décalage relatif de la fréquence de résonance du mode n°1. (a) Modèle avec chute de rigidité. (b) Expérience.

Modélisation de l'influence de la variation de géométrie

Connaissant la déformation nous pouvons calculer les dimensions et la masse volumique de la poutre à chaque instant durant l'essai. Pour un stratifié $[+45^\circ, -45^\circ]_{2s}$ la déformation de la poutre se traduit également par un réalignement des fibres. Ce réalignement engendre une augmentation de la rigidité. Le coefficient de Poisson ν_{xy} étant proche de 1, l'angle de rotation des fibres est environ égal à la déformation ϵ_{xx} . Le calcul analytique de cette hausse de rigidité est présenté en Annexe 6. Le Tableau 5.1 résume les relations entre grandeurs initiales et instantanées.

Il suffit de remplacer les grandeurs initiales par les grandeurs instantanées dans les expressions (88) et (91) pour obtenir le résultat souhaité. Pour différencier l'influence de la géométrie de celle de la chute de rigidité, nous avons effectué ce calcul sans chute de rigidité due à l'endommagement : $d_{dyn} = 0$ et donc $E_{xx} = E_{xx}^0$. La Figure 5.18 permet de comparer ce calcul avec le résultat obtenu expérimentalement pour le mode ayant une fréquence de résonance initiale de 14.44 kHz. Les variations de géométrie engendrent bien une chute des fréquences de résonance, mais celle-ci est inférieure à celle observée expérimentalement.

Tableau 5.1. Relations entre grandeurs initiales et instantanées.

Grandeur	initiale	instantanée
Longueur	L^0	$L^0 (1 + \epsilon_{xx})$
Largeur	b^0	$b^0 (1 - \nu_{xy} \epsilon_{xx})$
Épaisseur	h^0	$h^0 (1 - \nu_{xz} \epsilon_{xx})$
Masse volumique	ρ^0	$\rho^0 (1 + \epsilon_{xx})^{-1} (1 - \nu_{xy} \epsilon_{xx})^{-1} (1 - \nu_{xz} \epsilon_{xx})^{-1}$
Module de Young	E_{xx}^0	$E_{xx}(\epsilon_{xx})$ (voir Annexe 6)

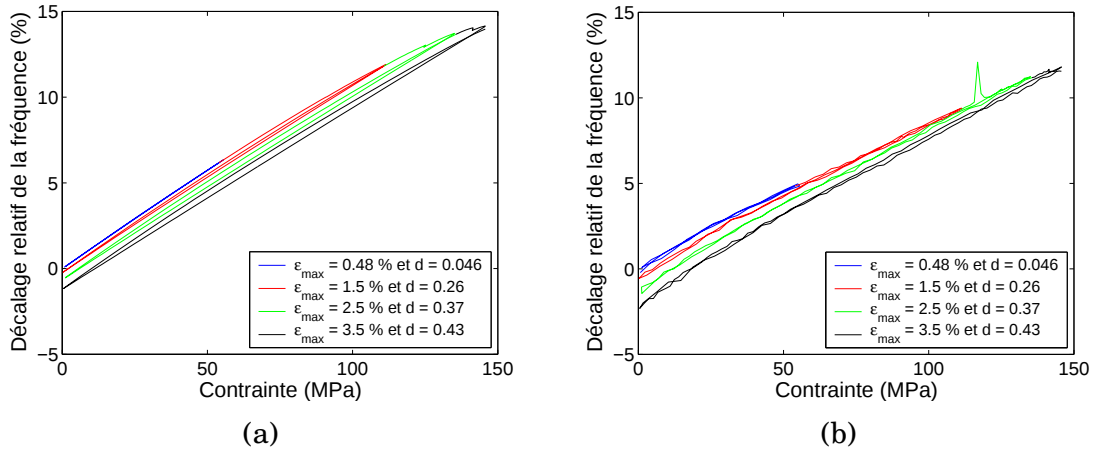


Figure 5.18. Évolution du décalage relatif de la fréquence de résonance du mode n°1. (a) Modèle avec variation de la géométrie. (b) Expérience.

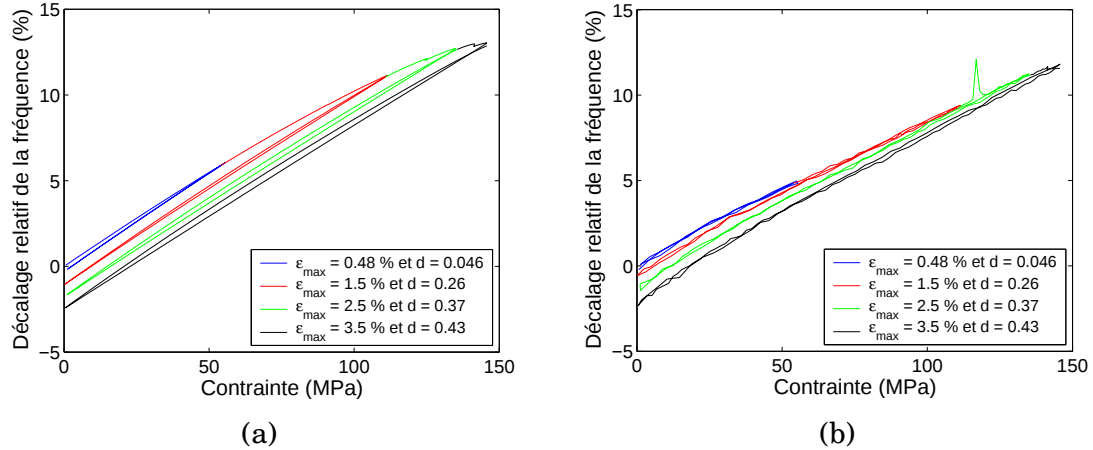


Figure 5.19. Évolution du décalage relatif de la fréquence de résonance du mode n°1. (a) Modèle avec chute de rigidité et variation de la géométrie. (b) Expérience.

Les deux phénomènes testés numériquement peuvent justifier le décalage observé expérimentalement. Nous avons couplé ces deux phénomènes dans un même modèle. Le résultat est présenté sur la Figure 5.19. L'endommagement d_{dyn} a été identifié à 5% de celui observé sur l'essai de traction monotone. On voit que les variations dues à l'effort sont moins importantes que pour les deux modèles précédents ; ce qui permet de se rapprocher du résultat expérimental. En fait la rigidification provoquée par le réalignement des fibres augmente la force critique de flambage au fur et à mesure que l'éprouvette se déforme.

Finalement, ce travail permet de conclure que trois phénomènes sont à l'origine du décalage des fréquences de résonance :

- L'influence de l'effort de traction
- La variation de la géométrie de l'éprouvette
- La chute de rigidité

Parmi ces trois phénomènes, seul le premier n'est pas lié à l'endommagement. En effet les variations géométriques sont en partie dues aux déformations plastiques

provoquées par les glissements au sein des micro-décohésions et des micro-fissures. Ainsi le décalage observé, pour un effort donné, caractériserait le niveau d'endommagement. Cependant, pour un chargement alterné, type fatigue, les déformations résiduelles n'évoluent pas avec l'endommagement, il n'y a donc pas d'influence des variations géométriques. Le chargement monotone testé ici est plus favorable puisque les déformations résiduelles en fin de décharge croissent avec l'endommagement.

Pour vérifier que le décalage relatif observé pour un effort donné peut être un paramètre d'endommagement, nous avons tracé sur la Figure 5.20 ce décalage en fonction de l'endommagement mesuré sur la courbe de traction. L'influence des différents phénomènes s'effectue dans des proportions différentes selon les modes. Ainsi les modes n°3 et 4 voient une augmentation des fréquences de résonance ; pour ces modes le réalignement des fibres semble prépondérant. La Figure 5.21 montre l'évolution du décalage relatif normé en fonction de l'endommagement. A l'exception des modes n°3 et 4, tous les modes ont la même évolution. En fait pour le mode n° i on peut écrire :

$$\Delta f_i = A_i d^\xi \quad (94)$$

où Δf_i est le décalage relatif de la fréquence de résonance du mode n° i , A_i un paramètre lié au mode n° i , et ξ un paramètre lié à la série de modes considérée. A_i et ξ sont a priori inconnus ; cette méthode de mesure nécessite donc un étalonnage.

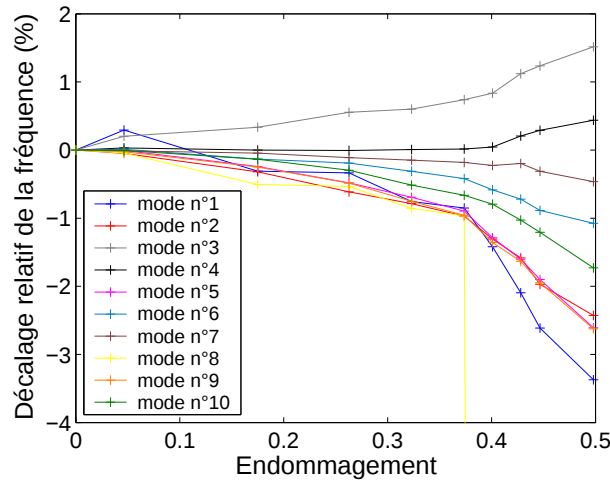


Figure 5.20. Évolution du décalage relatif des fréquences de résonance en fonction de l'endommagement mesuré sur la courbe de traction.

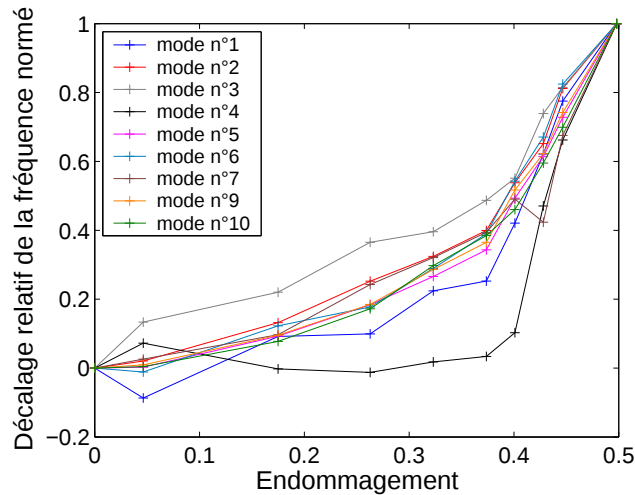


Figure 5.21. Évolution du décalage relatif normé des fréquences de résonance en fonction de l'endommagement mesuré sur la courbe de traction.

5.3.1.3 Conclusion

La mesure effectuée permet d'extraire un paramètre qui évolue progressivement avec l'endommagement diffus. Mais cette mesure présente trois inconvénients majeurs :

- Le besoin de connaître l'effort de traction pour éliminer son influence
- La mesure est globale et elle dépend de la géométrie de la structure
- Dans un contexte industriel d'autres paramètres peuvent provoquer un décalage aussi faible des fréquences de résonance : température, degré d'humidité, ...

Pour pallier au premier inconvénient on peut s'intéresser à des modes moins influencés par l'effort de traction, comme dans notre cas les modes n°7, 9 et 10. Pour pallier le second inconvénient et localiser la mesure, les solutions seraient d'appliquer une méthode de fenêtrage temporel et donc de se rapprocher des techniques ultrasonores ou d'augmenter les fréquences d'excitation. Le dernier inconvénient nécessiterait, comme pour tous les systèmes de mesures in-situ, de nombreux essais pour constituer une base de données et étalonner la mesure.

5.3.2 Mesure d'impédance haute fréquence

Comme on l'a vu dans la partie précédente les fréquences de résonance ne sont que très faiblement décalées par la présence d'un endommagement diffus, ce qui rend ce principe de mesure délicat à mettre en œuvre. Nous avons donc essayé de mesurer l'impact de l'endommagement diffus sur l'amortissement du matériau. A des fréquences de l'ordre de 10 kHz aucune variation significative de l'amortissement n'était visible. Nous avons donc effectué des mesures d'impédance électromécanique à haute fréquence. En effet plus les fréquences sont élevées, plus les longueurs d'onde sont petites et donc proches de l'échelle de la microstructure et donc de l'endommagement.

5.3.2.1 Dispositif expérimental

L'utilisation de l'amortissement comme paramètre d'endommagement nécessite un couplage fiable ; c'est à dire n'évoluant avec le temps. Nous avons donc collé les transducteurs avec une colle cyanoacrylate. Le collage résistant à 2% de déformation tout au plus, il est impossible d'effectuer un essai de traction sur une éprouvette préalablement équipée de transducteurs. Nous avons tout d'abord endommagé une éprouvette à un niveau d'endommagement d'environ 0.5, pour y coller ensuite trois transducteurs (Figure 5.22). Nous avons fait de même avec une éprouvette saine.

Ne disposant pas, au Laboratoire, de moyens de mesure permettant de dépasser 100 kHz, j'ai effectué les mesures avec un impédancemètre HP au Groupe d'Étude de Métallurgie Physique et de Physique des Matériaux (GEMPPM) à l'INSA de Lyon. Cet appareil permet d'atteindre une fréquence de 40 MHz.

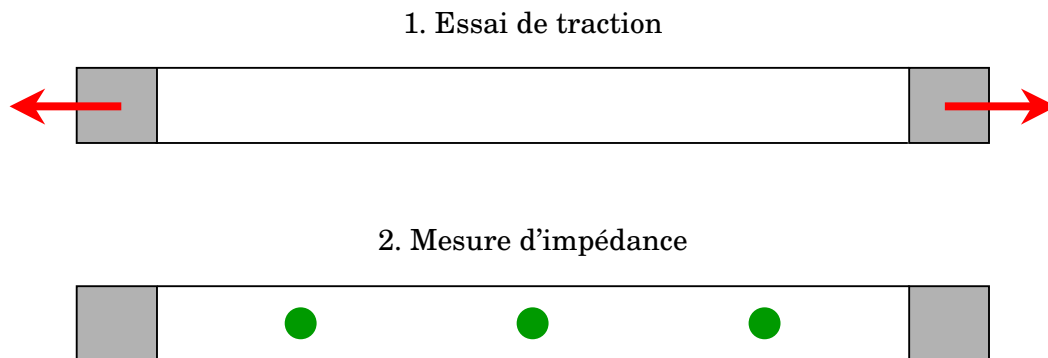


Figure 5.22. Principe de la mesure.

5.3.2.2 Résultats

La gamme de fréquence a été choisie afin d'exciter les modes d'épaisseur du stratifié. La fréquence de résonance du mode n° i est :

$$f_i = \frac{i}{2h} \sqrt{\frac{K_{zz}}{\rho}} \quad (95)$$

où h est l'épaisseur du stratifié, K_{zz} le terme selon $\vec{z} - \vec{z}$ du tenseur de rigidité, et ρ la masse volumique.

Les stratifiés utilisés ayant 12 plis unidirectionnels et une épaisseur de 2.2 mm, la première fréquence de résonance et l'écart entre chaque résonance valent 580 kHz. Nous avons choisi la gamme de fréquence 3-10 MHz pour que les modes d'épaisseur ne soient pas confondus avec d'autres types de modes. Notons que le fait de s'intéresser aux modes d'épaisseur permet de localiser la mesure en n'excitant que la partie de la structure se trouvant sous le transducteur.

La Figure 5.23 représente la capacité totale des transducteurs collés sur l'éprouvette saine. On peut y observer les modes d'épaisseur espacés d'environ 600 kHz. La Figure 5.24 représente la capacité totale des transducteurs collés sur l'éprouvette endommagée. Les modes ne sont quasiment plus visibles ; l'endommagement a suffisamment augmenté l'amortissement pour annuler l'amplitude.

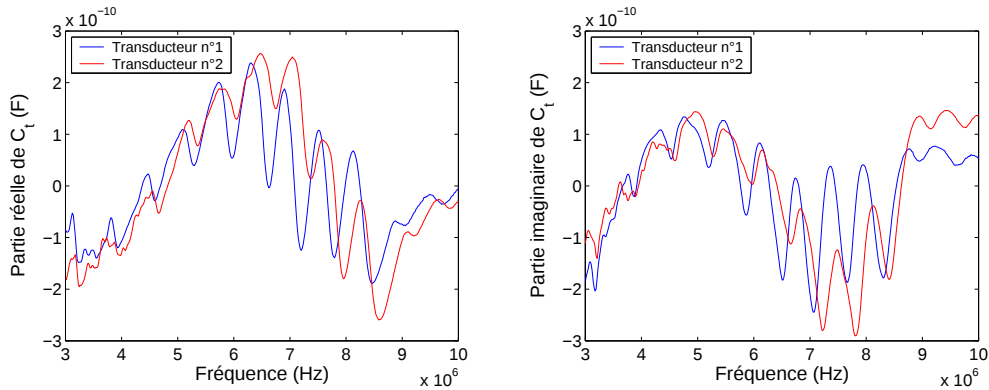


Figure 5.23. Capacité totale des transducteurs collés sur l'éprouvette saine.

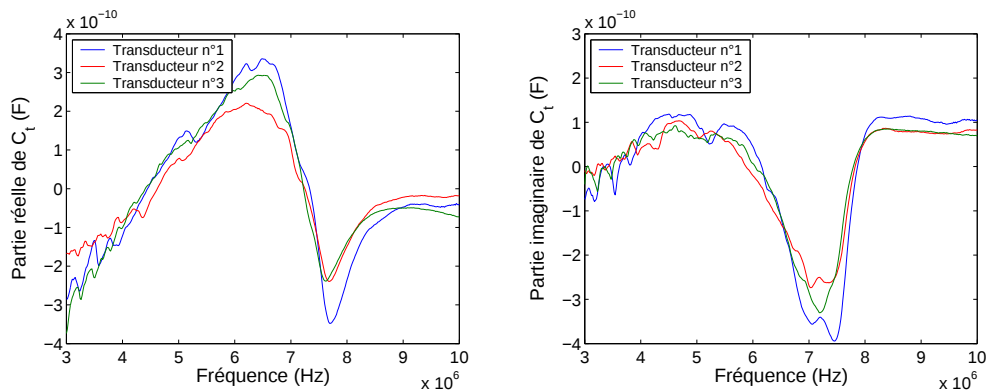


Figure 5.24. Capacité totale des transducteurs collés sur l'éprouvette endommagée.

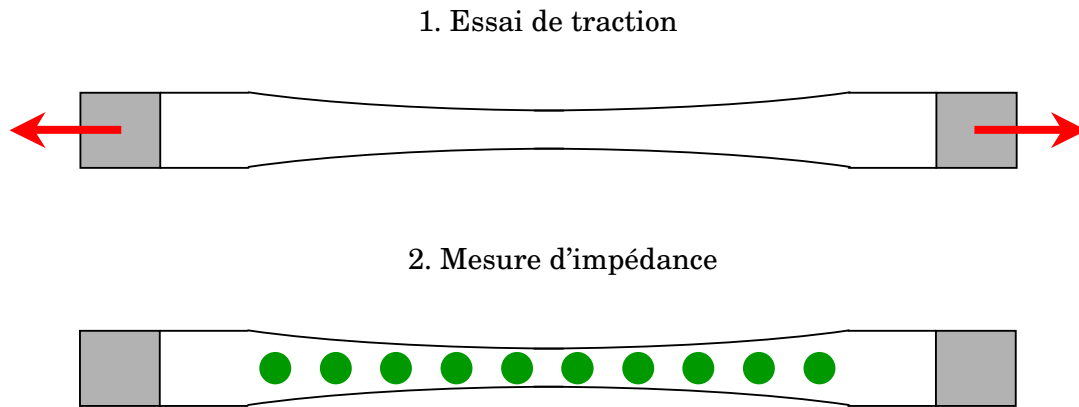


Figure 5.25. Essai sur une éprouvette à section variable.

5.3.2.3 Conclusions et perspectives

La première série de mesure montre que l'endommagement a une influence sur l'amplitude des modes d'épaisseur d'un stratifié ; mais pour déterminer la sensibilité et la précision de cette technique de mesure, il faut la tester sur un large éventail de niveaux d'endommagement.

Pour cela nous prévoyons d'effectuer un essai de traction sur une éprouvette à section variable (Figure 5.25). Nous profitons ainsi de l'aspect local de la mesure ; en effet nous pouvons considérer que l'endommagement associé à chaque transducteur peut être calculé à partir de l'effort de traction et de la section considérée. L'éprouvette doit être suffisamment longue car les effets de bord près des mors sont particulièrement importants pour un stratifié $[+45^\circ, -45^\circ]$.

Une fois ce travail effectué, l'objectif est de tester cette technique sur une plaque trouée où le champ d'endommagement est très hétérogène comme on l'a vu dans la partie 2.4.3.

5.4 Conclusion sur la mesure de l'endommagement diffus

Cette étude nous a permis de comprendre les phénomènes liés à l'endommagement diffus. Elle permet d'expliquer pourquoi la chute de rigidité importante, visible sur des chargements de grandes amplitudes, n'est quasiment pas mesurable en dynamique vibratoire à faible amplitude.

En fait, une diminution des fréquences de résonance de quelques pourcents peut être détectée, mais elle est si faible que la mise en oeuvre de cette technique serait délicate dans un cadre industriel.

Nos investigations futures s'orientent donc vers la mesure à haute fréquence de la hausse d'amortissement provoqué par l'endommagement. Les mesures hautes fréquences nécessitent un matériel plus coûteux, mais elles permettent d'obtenir une information locale. Cette information locale pourrait être alors directement comparée aux résultats de simulation en vu de corriger les paramètres du modèle de prévision des endommagements.

Chapitre 6

Détection d'un macro-défaut par propagation d'ondes de Lamb

Ce travail a été réalisé en collaboration avec Yann Gélébart dans le cadre d'un stage de DEA [25].

La propagation d'ondes pour caractériser un matériau, ou détecter des défauts ou des endommagements dans les structures est utilisée depuis plusieurs décennies. Les structures composites stratifiées auxquelles nous nous intéressons sont de manière générale d'épaisseur faible. Elles constituent des guides d'ondes dans lesquels les bords libres inférieur et supérieur modifient les vitesses de propagation et donnent au champ de déplacement des formes particulières. Ce champ de déplacement varie non seulement dans la direction de propagation, mais également dans l'épaisseur. Ainsi, pour respecter l'équilibre mécanique, la longueur d'onde s'adapte à la pulsation (et vice-versa), donnant une multitude de vitesses de propagation possibles, chacune associée à une longueur d'onde et une pulsation. Les courbes représentant l'évolution de la vitesse en fonction de la pulsation (ou de la fréquence) sont appelées courbes de dispersion. Ces ondes de plaques ou de coques sont appelées ondes de Lamb.

Les composites stratifiés étant anisotropes et multicouches, l'étude de la propagation des ondes de Lamb dans ce type de structure est complexe. Cependant, de nombreux auteurs ont permis d'établir analytiquement les courbes de dispersion et la forme des modes. La mise en équation aboutit à un problème aux valeurs propres dont la résolution numérique reste la grande difficulté.

Les courbes de dispersion permettent de comprendre et de valider les expériences de propagation d'une onde établie dans une plaque infinie, d'épaisseur constante et sans aucun défaut. Pour modéliser l'interaction d'une onde de Lamb avec un bord ou un défaut, il faut utiliser des modèles plus complexes (décomposition de domaine [8], éléments finis bande [37],...) ou plus coûteux en temps (éléments finis [69]). Notre objectif n'étant pas de résoudre un problème inverse mais de comprendre l'interaction entre l'onde et le défaut afin de mettre au point le dispositif expérimental, nous nous sommes orientés vers la méthode des éléments finis.

Dans ce chapitre, nous débutons en présentant rapidement le calcul des courbes de dispersion pour un matériau orthotrope mono-couche. Ensuite, nous proposons un modèle éléments finis pour étudier l'interaction des ondes de Lamb avec une fissure ou un délaminage. Enfin, nous comparons ces résultats de simulation avec des résultats expérimentaux, et nous concluons sur l'utilisation de ce type de mesures pour détecter des macro-endommagements.

6.1 Modèle analytique – Courbes de dispersion

L'objet de cette partie n'est pas de faire l'étude générale de la propagation d'ondes dans un stratifié constitué de couches anisotropes, mais de déterminer dans un cas particulier, correspondant aux expériences que nous avons menées, les courbes de dispersion. On peut se référer à l'ouvrage de A. Neyfey [71] et à la thèse de T. Monnier [69] pour une étude plus générale.

Considérons une plaque mono-couche, infinie dans la direction $\vec{x}_2$, constituée d'un matériau orthotrope (ou isotrope transverse) ayant $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ comme base d'orthotropie (ou d'isotropie transverse) (Figure 6.1). Cherchons les ondes se propageant dans la direction $\vec{x}_1$, et dont le déplacement $\vec{U}$ ne dépend pas de $\vec{x}_2$:

$$\vec{U} = U_1(x_1, x_3)\vec{x}_1 + U_2(x_1, x_3)\vec{x}_2 + U_3(x_1, x_3)\vec{x}_3 \quad (96)$$

Le champ de déformation s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} U_{1,1} & \frac{U_{2,1}}{2} & \frac{U_{3,1} + U_{1,3}}{2} \\ \frac{U_{2,1}}{2} & 0 & \frac{U_{2,3}}{2} \\ \frac{U_{3,1} + U_{1,3}}{2} & \frac{U_{2,3}}{2} & U_{3,3} \end{bmatrix} \quad (97)$$

Soit en notation vecteur :

$$\hat{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \begin{bmatrix} U_{1,1} \\ 0 \\ U_{3,3} \\ U_{2,3} \\ U_{3,1} + U_{1,3} \\ U_{2,1} \end{bmatrix} \quad (98)$$

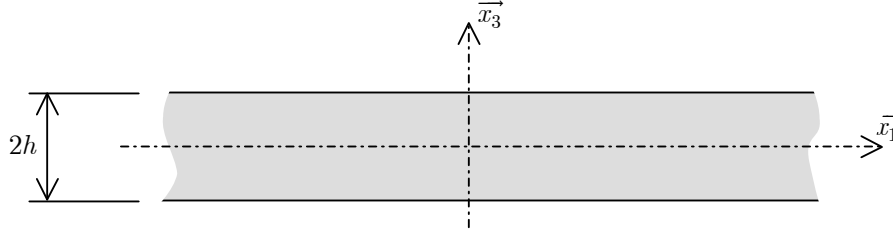


Figure 6.1. Plaque infinie dans la direction $\vec{x}_2$.

La relation de comportement du matériau s'écrit :

$$\hat{\sigma}_i = K_{ij} \hat{\varepsilon}_j \quad (99)$$

avec $\underline{\underline{K}}$ de la forme :

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \quad (100)$$

On peut alors calculer la contrainte :

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \begin{bmatrix} K_{11}U_{1,1} + K_{13}U_{3,3} \\ K_{21}U_{1,1} + K_{23}U_{3,3} \\ K_{31}U_{1,1} + K_{33}U_{3,3} \\ K_{44}U_{2,3} \\ K_{55}(U_{3,1} + U_{1,3}) \\ K_{66}U_{2,1} \end{bmatrix} \quad (101)$$

L'équilibre mécanique s'écrit :

$$\underline{\underline{\text{div}}}(\underline{\underline{\sigma}}) = \rho \frac{d^2 \vec{U}}{dt^2} \quad (102)$$

ce qui donne le système suivant :

$$\begin{cases} \rho U_{1,tt} = K_{11}U_{1,11} + K_{13}U_{3,31} + K_{55}(U_{3,13} + U_{1,33}) \\ \rho U_{2,tt} = K_{66}U_{2,11} + K_{44}U_{2,33} \\ \rho U_{3,tt} = K_{33}U_{3,33} + K_{13}U_{1,13} + K_{55}(U_{3,13} + U_{1,33}) \end{cases} \quad (103)$$

La première et la troisième équation de ce système sont couplées. En fait, il existe deux types d'ondes : une onde de pression et de cisaillement vertical, appelée P-SV, engendrant des déplacements selon $\vec{x}_1$ et $\vec{x}_3$, et une onde de cisaillement horizontal, appelée SH, engendrant des déplacements selon $\vec{x}_2$.

6.1.1 Onde de pression et de cisaillement vertical (P-SV)

Le champ de déplacement que nous cherchons est de la forme :

$$\begin{cases} U_1 = f_1(x_3) \exp(i(kx_1 - \omega t)) \\ U_2 = 0 \\ U_3 = f_3(x_3) \exp(i(kx_1 - \omega t)) \end{cases} \quad (104)$$

Où k est le nombre d'onde et ω la pulsation.

Reporté dans le système (103) on obtient, sous forme matricielle, le système suivant :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} K_{55} & 0 \\ 0 & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1''(x_3) \\ f_3''(x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & ik(K_{13} + K_{55}) \\ ik(K_{13} + K_{55}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1'(x_3) \\ f_3'(x_3) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \rho\omega^2 - K_{11}k^2 & 0 \\ 0 & \rho\omega^2 - K_{55}k^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(x_3) \\ f_3(x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (105)$$

Écrivons maintenant les conditions de bord libre en $x_3 = h$ et $x_3 = -h$:

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}(x_3 = h) \vec{x}_3 = \vec{0} \\ \underline{\underline{\sigma}}(x_3 = -h) \vec{x}_3 = \vec{0} \end{cases} \quad (106)$$

En utilisant l'équation (101) on obtient :

$$\begin{cases} f_1(h) = 0 \\ f_1(-h) = 0 \\ ikf_3(h) + f_1'(h) = 0 \\ ikf_3(-h) + f_1'(-h) = 0 \end{cases} \quad (107)$$

Les couples (ω, k) solutions de ce problème aux valeurs propres permettent d'obtenir des solutions non nulles f_1 et f_3 au système différentiel (105) avec les conditions limites définies par l'équation (107).

On peut alors définir la vitesse de phase v_p :

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (108)$$

Elle correspondrait à la vitesse à laquelle se propagerait une onde monofréquentielle.

En pratique une telle onde n'existe pas : plusieurs fréquences sont présentes et on démontre alors que la vitesse de propagation, appelée vitesse de groupe v_g , vaut :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (109)$$

En utilisant l'équation (108) on obtient :

$$v_g = v_p + k \frac{dv_p}{dk} \quad (110)$$

Dans les zones non dispersives, c'est-à-dire où v_p ne varie pas avec k , vitesse de groupe et vitesse de phase sont identiques.

J'ai utilisé un algorithme réalisé par T. Monnier pour résoudre numériquement ce problème, et obtenir les courbes de dispersion et la forme des modes pour un stratifié quasi-isotrope. Les rigidités de chaque pli du stratifié sont homogénéisées en effectuant la moyenne des tenseurs de rigidité $\underline{\underline{K}}$. Cette hypothèse d'homogénéisation a été validée avec un modèle multicouches par T. Monnier. Pour ce type de stratifié elle s'avère valable pour des fréquences inférieures à 3 MHz.mm.

La Figure 6.2 présente les courbes de dispersion des vitesses de phase et de groupe. On distingue deux types de modes, les modes symétriques et les modes antisymétriques. Les modes d'ordre zéro ou fondamentaux S_0 et A_0 sont les seuls à se propager à basse fréquence. Expérimentalement, on se place à des produits fréquence épaisseur voisins de 0.5 MHz.mm afin de se trouver dans une zone peu dispersive et de limiter le nombre de modes.

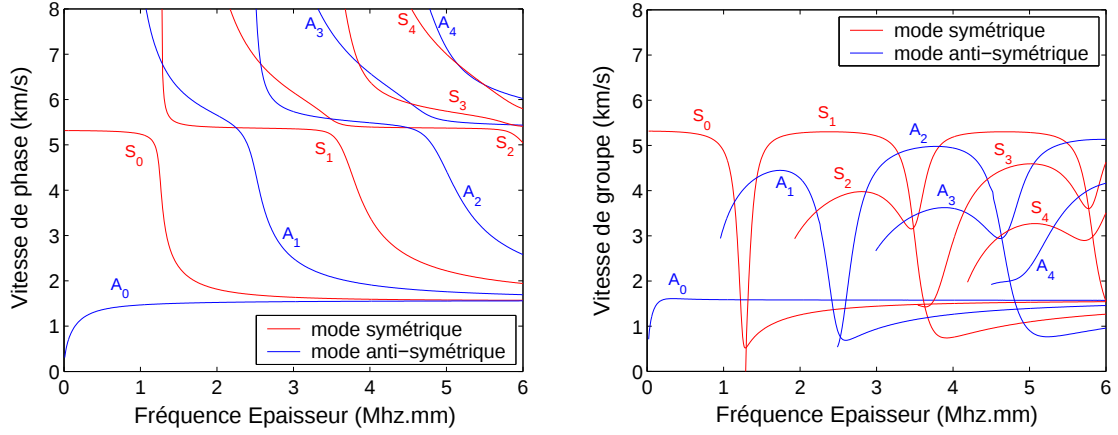


Figure 6.2. Ondes P-SV. Vitesses de phase et de groupe pour un stratifié quasi-isotrope.

6.1.2 Onde de cisaillement horizontal (SH)

Le champ de déplacement que nous cherchons est de la forme :

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = f_2(x_3) \exp(i(kx_1 - \omega t)) \\ U_3 = 0 \end{cases} \quad (111)$$

Reporté dans le système (103), on obtient l'équation suivante :

$$K_{44}f_2''(x_3) + (k^2K_{66} - \rho\omega^2)f_2(x_3) = 0 \quad (112)$$

En posant :

$$\Omega^2 = \frac{k^2K_{66} - \rho\omega^2}{K_{44}} \quad (113)$$

on obtient :

$$f_2''(x_3) + \Omega^2 f_2(x_3) = 0 \quad (114)$$

Les solutions de l'équation (114) sont de la forme :

$$f_2(x_3) = A \cos(\Omega x_3) + B \sin(\Omega x_3) \quad (115)$$

où A et B sont des constantes.

Écrivons maintenant les conditions de bord libre en $x_3 = h$ et $x_3 = -h$:

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}(x_3 = h) \vec{x}_3 = \vec{0} \\ \underline{\underline{\sigma}}(x_3 = -h) \vec{x}_3 = \vec{0} \end{cases} \quad (116)$$

En utilisant l'équation (101), on obtient :

$$\begin{cases} f_2'(h) = 0 \\ f_2'(-h) = 0 \end{cases} \quad (117)$$

Reporté dans (115), on obtient le système matriciel :

$$\begin{bmatrix} -\Omega \sin(\Omega h) & \Omega \cos(\Omega h) \\ \Omega \sin(\Omega h) & \Omega \cos(\Omega h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (118)$$

Les couples (ω, k) solutions de ce problème aux valeurs propres sont donc solutions de l'équation :

$$\sin(\Omega h) \cos(\Omega h) = 0 \quad (119)$$

Soit :

$$\Omega = \frac{n\pi}{2h} \text{ avec } n \in N^+ \quad (120)$$

Chaque valeur de n correspond à un mode. Les vecteurs propres permettent de déterminer les champs de déplacement.

Avec la définition de Ω on peut calculer la vitesse de phase en fonction de k :

$$v_p = \sqrt{\frac{K_{66}}{\rho}} \sqrt{1 + \frac{K_{44}}{K_{66}} \left(\frac{n\pi}{2hk} \right)^2} \text{ avec } n \in N^+ \quad (121)$$

L'équation (110) permet alors de calculer les vitesses de groupe :

$$v_g = \frac{\sqrt{\frac{K_{66}}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K_{44}}{K_{66}} \left(\frac{n\pi}{2hk} \right)^2}} \text{ avec } n \in N^+ \quad (122)$$

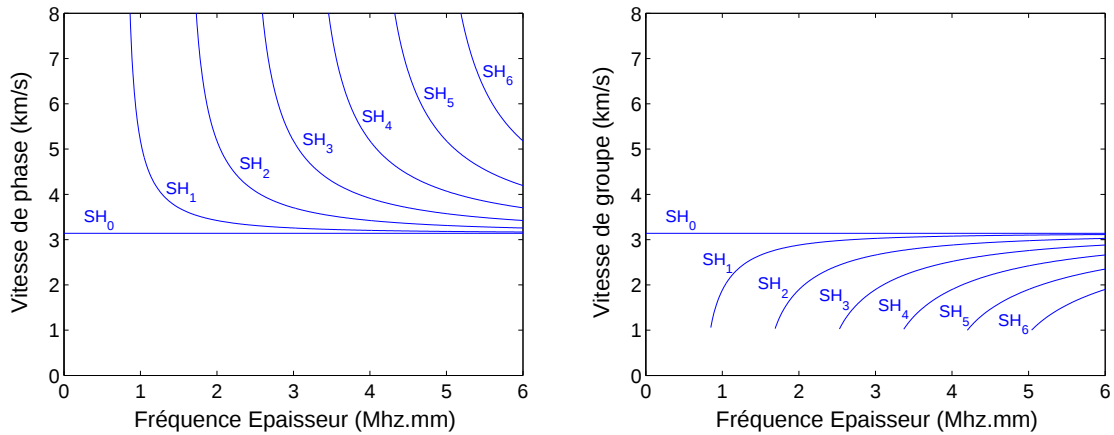


Figure 6.3. Ondes SH. Vitesses de phase et de groupe pour un stratifié quasi-isotrope.

La Figure 6.3 présente les courbes de dispersion des vitesses de phase et de groupe pour un stratifié quasi-isotrope. Le premier mode SH n'est pas dispersif, il correspond à l'onde de cisaillement qui se propagerait dans un volume infini. Les autres modes SH sont très dispersifs ou inexistant dans la gamme de fréquence utilisée, ils ne sont donc pas visibles.

Cette modélisation analytique nous permettra de valider les résultats de simulation et les premières expériences.

6.2 Étude de l'interaction par la méthode des éléments finis

L'objectif de cette partie est de comprendre comment les ondes de Lamb peuvent interagir avec un macro-endommagement. Les deux types de macro-endommagement que nous souhaitons étudier sont les fissures de stratifié et les délaminages (Figure 6.4). Notre étude se limite aux fissures concernant la totalité du stratifié et partant d'un bord libre. Pour les délaminages on se limitera à un problème 2D.

La méthode des éléments finis est la plus simple à mettre en œuvre, et elle offre une grande flexibilité au niveau de la géométrie. Les progrès informatiques permettent aujourd'hui de traiter des problèmes dynamiques sur des structures 3D. Nous avons utilisé le code de calcul Abaqus pour réaliser ces simulations.

Dans un premier temps, nous définirons et justifierons les hypothèses et les simplifications de notre modélisation. Ensuite nous optimiserons le maillage afin de limiter les temps de calcul. La validation du modèle éléments finis sans endommagement sera faite à partir du modèle analytique. Alors nous pourrions simuler la présence d'une fissure avec un modèle 3D et celle d'un délaminage avec un modèle 2D.

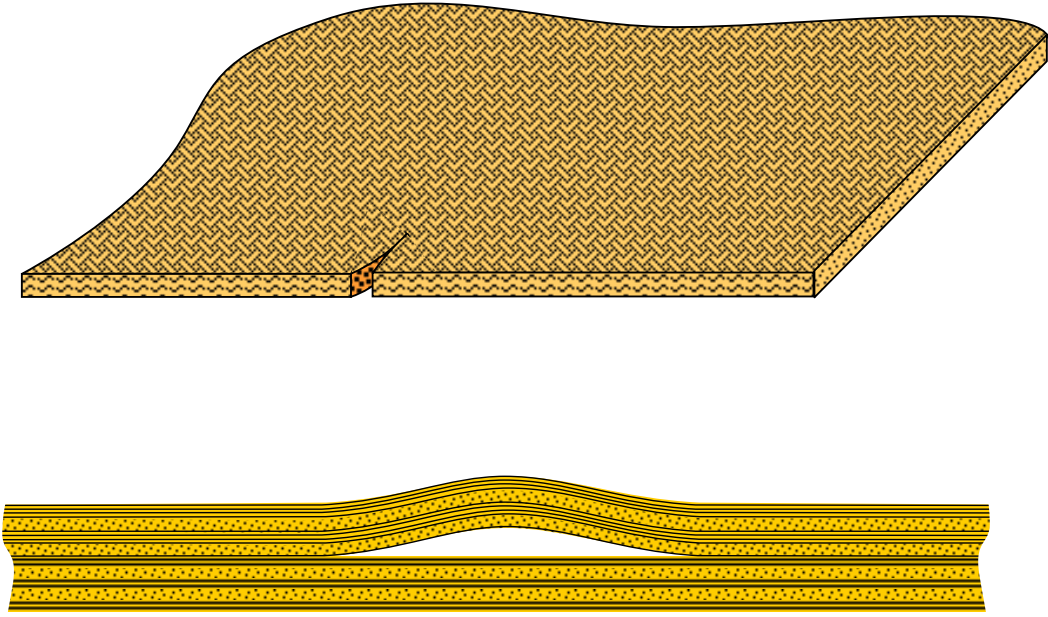


Figure 6.4. Fissures complètes de stratifié et délaminages.

6.2.1 Hypothèses, optimisation du maillage, et validation

6.2.1.1 Hypothèses de la modélisation

Matériau

Le stratifié que nous souhaitons modéliser est un quasi-isotrope $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_{2S}$. Modéliser chacun des 16 plis serait trop coûteux en temps et limiterait les dimensions de la plaque. De plus, homogénéiser le stratifié dans l'épaisseur, comme on l'a fait pour le modèle analytique, n'est pas une hypothèse forte. Le matériau que nous utiliserons est donc homogène et orthotrope.

Transducteur

Le code de calcul Abaqus ne permettant pas d'utiliser des éléments piézoélectriques en dynamique, nous avons modélisé l'excitation par un déplacement imposé. Expérimentalement, l'émetteur est loin du défaut et placé près du bord, l'onde générée peut donc être considérée comme une onde plane se propageant selon $\vec{x}_1$. Les déformations dans la direction $\vec{x}_2$ sont beaucoup plus faibles que celles dans la direction $\vec{x}_1$. D'autre part, au vu des fréquences d'excitation utilisées, le couplage dans la directions $\vec{x}_3$ peut être négligé. Pour ces raisons, nous avons modélisé l'excitation par un déplacement imposé selon $\vec{x}_1$, de manière opposée en deux points distants de la longueur d'un transducteur (Figure 6.5).

Sur le même principe, la réception du signal consiste à faire la différence du déplacement selon $\vec{x}_1$ entre deux points distants de la longueur d'un transducteur.

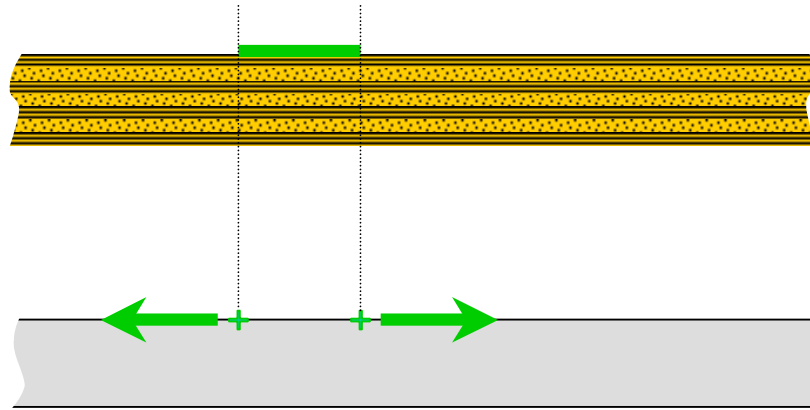


Figure 6.5. Modélisation du transducteur.

Géométrie

Plusieurs modes de Lamb peuvent se propager dans la plaque à différentes vitesses. Par exemple, l'onde symétrique peut se propager plus de deux fois plus vite que l'onde anti-symétrique. Ainsi, si la plaque n'est pas assez longue, la réflexion de l'onde symétrique peut se superposer à l'onde anti-symétrique dans la zone où le défaut a été introduit, rendant l'interprétation des résultats très délicate. Pour éviter ce type de problème et limiter au maximum le nombre de degrés de liberté, nous avons tout d'abord mis des conditions de symétrie à l'endroit de l'excitation (Figure 6.6) ; puis nous avons disposé des éléments infinis à l'extrémité droite de la plaque. Ces éléments permettent d'absorber les ondes incidentes et d'éliminer les réflexions. Cependant, seuls des éléments infinis isotropes sont disponibles ; ainsi des réflexions, certes faibles, sont générées à l'interface entre les deux matériaux.

Le modèle complet finalement retenu est présenté sur la Figure 6.7.

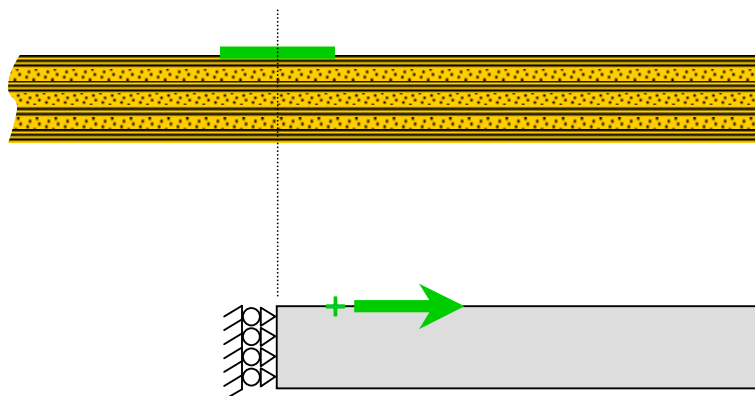


Figure 6.6. Condition de symétrie à l'endroit de l'excitation.

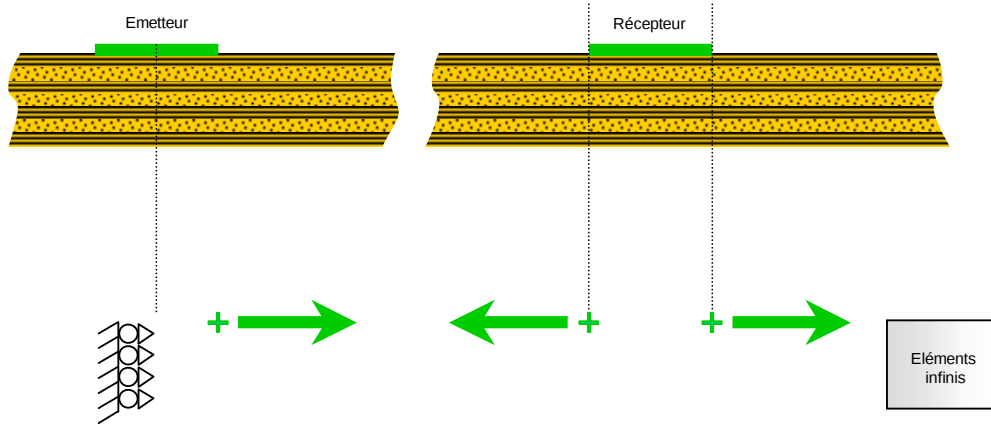


Figure 6.7. Modèle complet.

6.2.1.2 Optimisation du maillage

La simulation d'une fissure nécessite un modèle 3D. Il est donc primordial d'optimiser le nombre de degrés de liberté et le nombre de pas de temps pour garder des temps de calcul raisonnables. Pour cela, nous avons effectué une étude de convergence en faisant varier la discrétisation spatiale dans l'épaisseur δx_3 et dans le plan de la plaque δx_{12} , ainsi que la discrétisation temporelle δt .

Un modèle 2D en déformation plane sans endommagement est suffisant pour cette étude. Afin de simplifier le problème, nous avons utilisé un matériau isotrope : l'acier qui a un rapport rigidité densité proche de celle du stratifié quasi-isotrope. La présence d'un défaut, en particulier celle d'une fissure, génère des réflexions. Pour que la discrétisation reste valable après l'introduction d'un défaut, nous avons réalisé cette optimisation en laissant les ondes se réfléchir sur l'extrémité droite de la plaque. Nous avons choisi comme signal d'excitation un sinus fenêtré par une gaussienne à une fréquence de 150 kHz (0.45 MHz.mm). La Figure 6.8 montre la représentation temporelle et fréquentielle de ce signal.

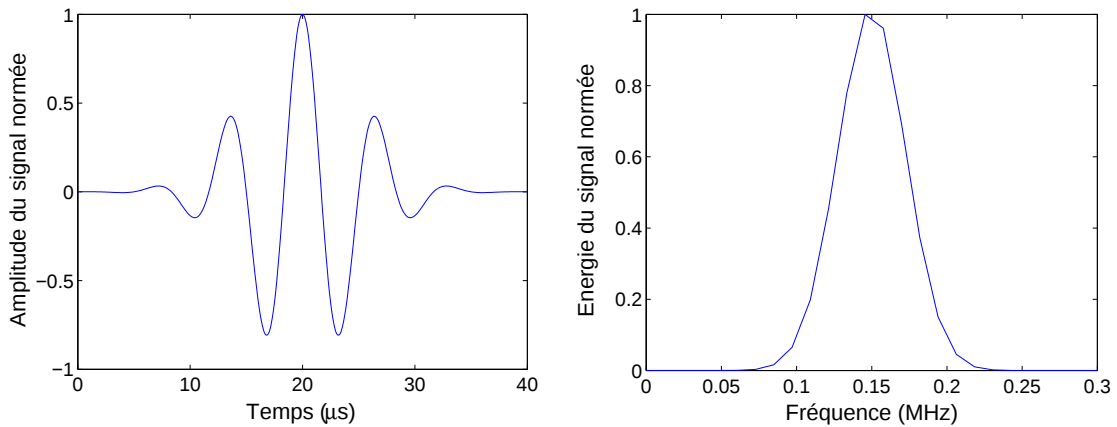


Figure 6.8. Signal d'excitation. Représentation temporelle et fréquentielle.

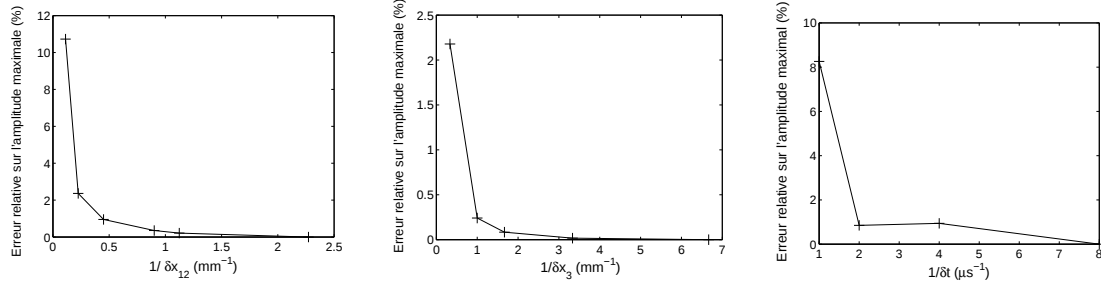


Figure 6.9. Influence des discrétisations.

Pour comparer les résultats obtenus pour chaque discrétisation, nous avons choisi un paramètre scalaire qui converge progressivement lorsque l'on raffine le modèle. Les vitesses de propagation évoluant discrètement, nous avons choisi l'amplitude maximum du signal reçu. Les discrétisations finalement choisies sont des éléments de 1 mm selon $\vec{x}_1$, de 0.3 mm selon $\vec{x}_3$, et des pas de temps de 0.25 μ s. La Figure 6.9 montre l'influence des 3 discrétisations sur les variations relatives de l'amplitude maximum.

6.2.1.3 Validation

La Figure 6.10 présente les courbes de dispersion pour l'acier. Le trait vertical correspond à la fréquence d'excitation. A cette fréquence, on peut voir se propager uniquement les deux modes fondamentaux à une vitesse de 5 km/s pour l'onde symétrique et de 2.7 km/s pour l'onde anti-symétrique.

Le résultat du calcul éléments finis met également en évidence la présence de deux ondes : une symétrique et l'autre anti-symétrique, comme le montre le maillage déformé de la Figure 6.11. Ces modes se propageant respectivement à 4.92 km/s et 2.5 km/s. La Figure 6.12 représente le signal temporel reçu par un transducteur fictif modélisé comme indiqué en 6.2.1.1. On observe bien deux trains d'ondes d'amplitudes relatives comparables à celles obtenues expérimentalement, ce qui valide la manière de modéliser l'excitation et la réception. La simulation permet également de visualiser les champs de déplacement U_1 et U_3 (Figure 6.13 et Figure 6.14).

La propagation des modes fondamentaux est donc bien simulée par le modèle éléments finis, nous pouvons maintenant intégrer un défaut pour observer son interaction avec les ondes de Lamb.

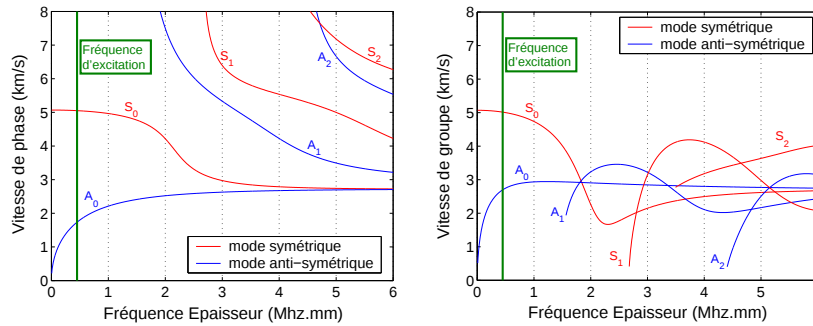


Figure 6.10. Courbes de dispersion pour l'acier.

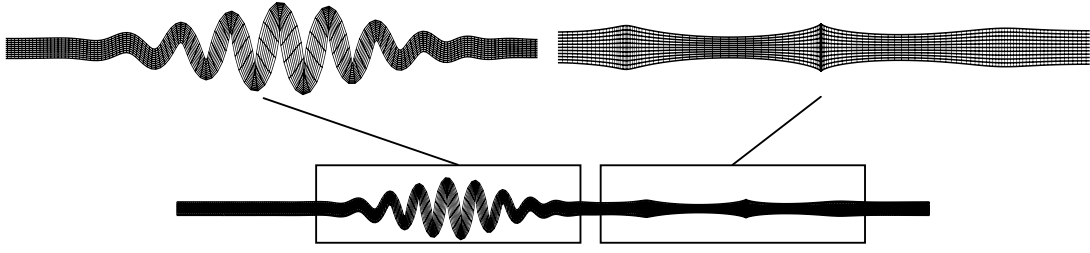


Figure 6.11. Maillage déformé pour un temps $t = 100 \mu s$.

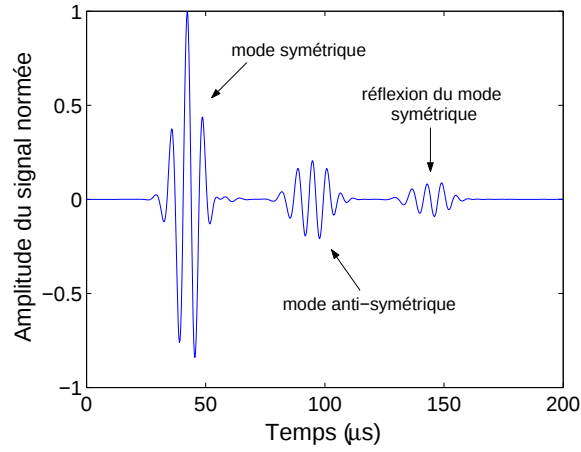


Figure 6.12. Signal reçu à 50 mm de l'excitation.

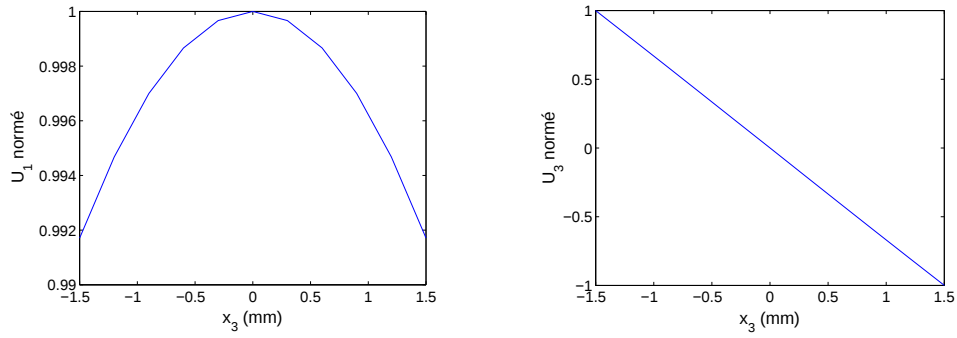


Figure 6.13. Champs de déplacement U_1 et U_3 pour le mode symétrique.

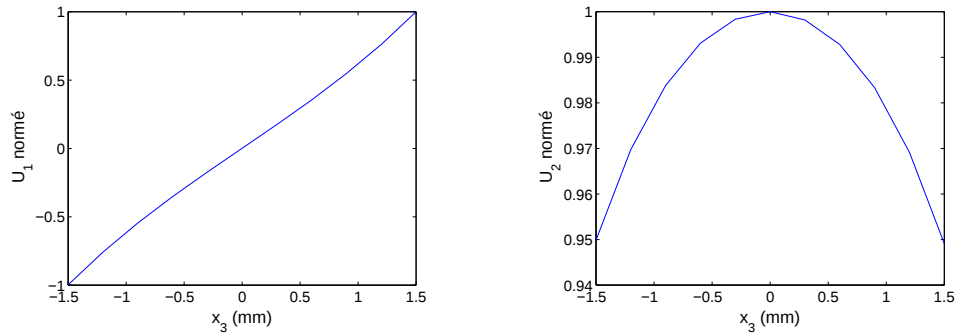


Figure 6.14. Champs de déplacement U_1 et U_3 pour le mode anti-symétrique.

6.2.2 Interaction avec une fissure

6.2.2.1 Modèle

Comme on l'a vu précédemment cette étude nécessite un maillage 3D, et donc un nombre de degrés de liberté important. On a vu dans la partie 6.2.1 que la longueur de la plaque devait être suffisante pour éviter la superposition d'ondes incidentes et réfléchies. Les discrétisations ont été déterminées dans la partie 6.2.1.2.

Ainsi seule la largeur de la plaque reste à déterminer. Afin d'étudier l'influence de paramètres comme la longueur de la fissure, le temps de calcul doit rester raisonnable. Nous avons choisi une durée de calcul maximale d'environ 12 H. Avec les moyens dont nous disposons, cela nous permet d'envisager des modèles comprenant 100 000 degrés de liberté. Cela correspond à une plaque de seulement 12 mm de large. Au vu de la Figure 6.9 on peut diminuer légèrement la discrétisation dans la direction $\vec{x}_3$ en mettant 6 éléments au lieu de 10. On atteint ainsi une largeur de 20 mm. Pour augmenter artificiellement la largeur de la plaque nous avons mis des conditions de symétrie sur le côté non fissuré : cela permet de doubler la largeur, mais on simule ainsi deux fissures comme illustré sur la Figure 6.15.

La Figure 6.16 montre le maillage ainsi réalisé. La fissure est modélisée en remplaçant une partie du matériau initial par un matériau « mou ». L'excitation est modélisée par un déplacement selon $\vec{x}_1$ imposé aux nœuds se trouvant sur la droite $x_1 = 5\text{mm}$ pour modéliser un transducteur de 10 mm de large. L'onde ainsi générée est plane, ce qui expérimentalement est réalisé en plaçant le transducteur à une distance suffisante de la fissure (supérieure à 50 mm).

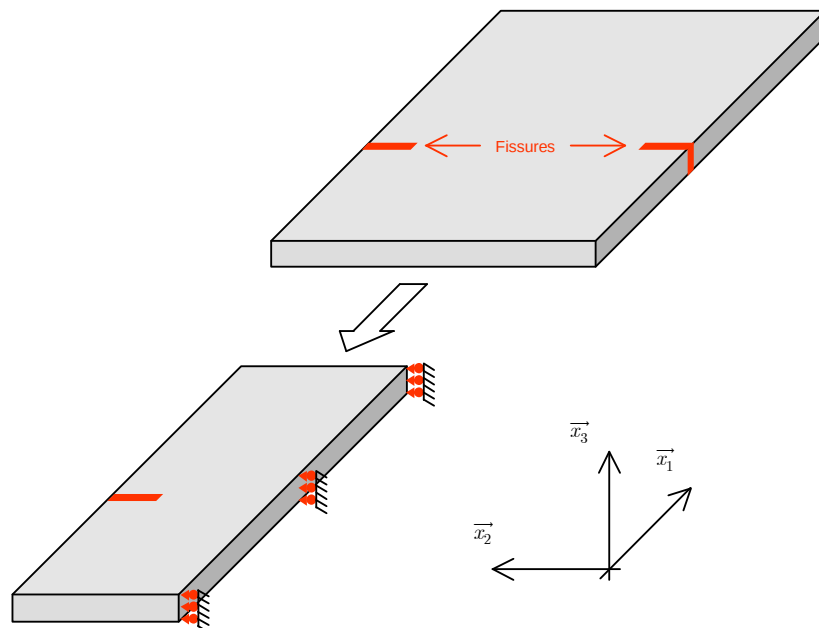
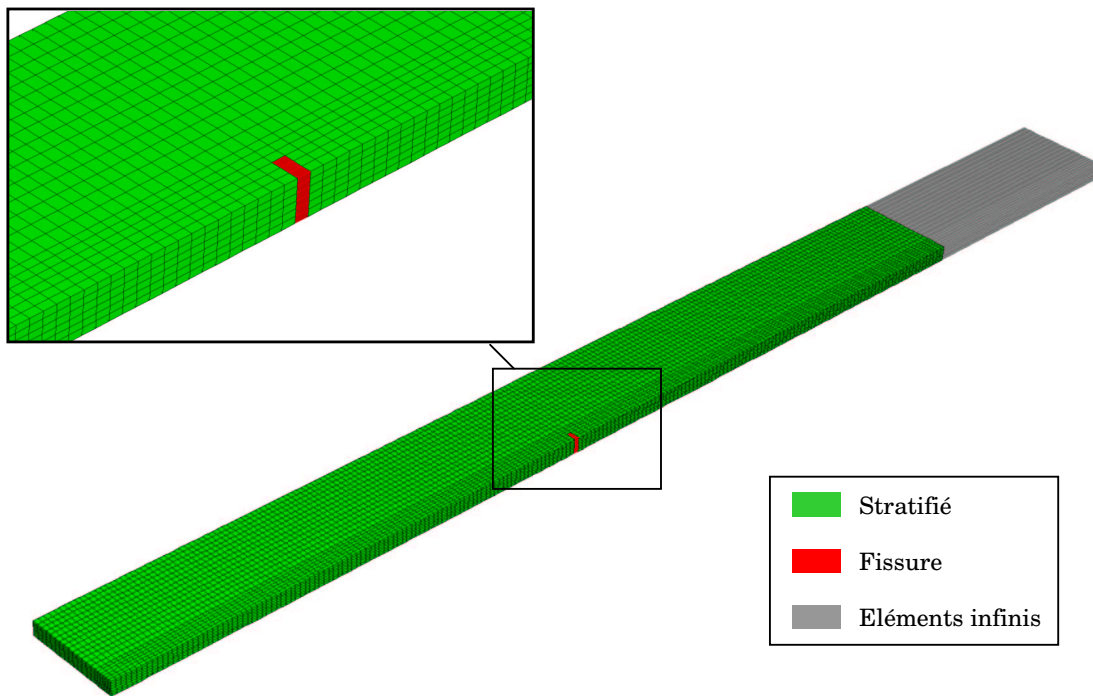


Figure 6.15. Condition de symétrie sur le côté non fissuré.



*Figure 6.16. Maillage de la plaque.
Largeur 20 mm, longueur 200 mm, épaisseur 3 mm. 89 000 degrés de liberté.*

6.2.2.2 Résultats

La Figure 6.17 montre les déformées obtenues avec une fissure de 2 mm placée à 100 mm du bord gauche :

- À $t = 25 \mu\text{s}$ on voit se propager les ondes symétrique et anti-symétrique,
- À $t = 35 \mu\text{s}$ l'onde symétrique atteint la fissure et engendre une onde de bord essentiellement polarisée selon $\vec{x}_2$,
- À $t = 50 \mu\text{s}$ l'onde de bord se propage dans les deux directions,
- À $t = 60 \mu\text{s}$ l'onde anti-symétrique atteint la fissure,
- À $t = 80 \mu\text{s}$ une partie de l'onde anti-symétrique est réfléchiée.

En regardant le champ de contrainte de cisaillement σ_{12} , on voit que l'onde de bord est en fait une onde SH. En regardant le champ de contrainte σ_{11} , on voit que l'onde symétrique se réfléchit en partie sur la fissure.

Expérimentalement, nous n'avons pas accès à la déformée de la structure, ni au champ de déplacements ou au champ de contraintes. Regardons donc les signaux temporels reçus par un récepteur fictif placé en un point donné. Les paramètres pouvant avoir une influence sur le signal reçu sont la longueur de la fissure et la position du récepteur par rapport à la fissure (selon $\vec{x}_1$ et $\vec{x}_2$). L'émission n'a que peu d'influence puisqu'elle génère des ondes planes.

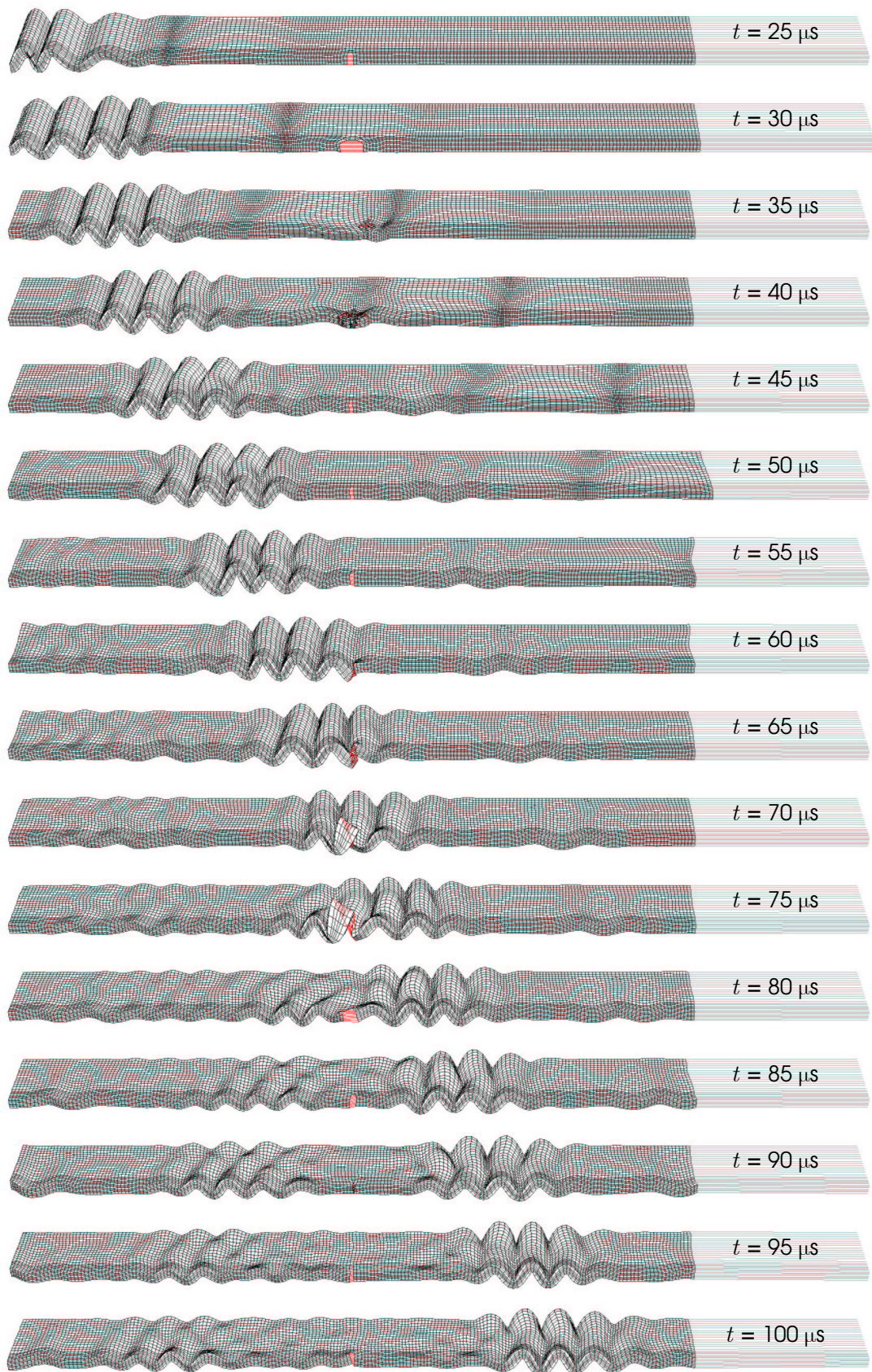


Figure 6.17. Déformées obtenues avec une fissure de 2 mm.

La Figure 6.18 montre l'influence de la longueur de la fissure lorsque le transducteur est placé près du bord, 10 mm devant et 50 mm derrière celle-ci. Plus la fissure est importante plus le signal est modifié. Pour caractériser la fissure nous avons choisi d'utiliser un paramètre scalaire simple : l'énergie contenue dans le signal. La Figure 6.19 montre l'évolution de l'énergie du signal en fonction de la longueur de la fissure pour différentes positions du transducteur selon $\vec{x}_1$. Lorsque le récepteur est placé derrière la fissure, après un palier on voit l'énergie diminuer progressivement. Plus le récepteur est près de la fissure, plus la décroissance est rapide. A l'inverse, lorsque le récepteur est placé devant la fissure, l'énergie augmente progressivement. Dans cette configuration, la position du récepteur a une grande influence. En fait, la largeur de la plaque étant faible, une partie de l'énergie reçue provient des réflexions sur le bord opposé à celui de la fissure.

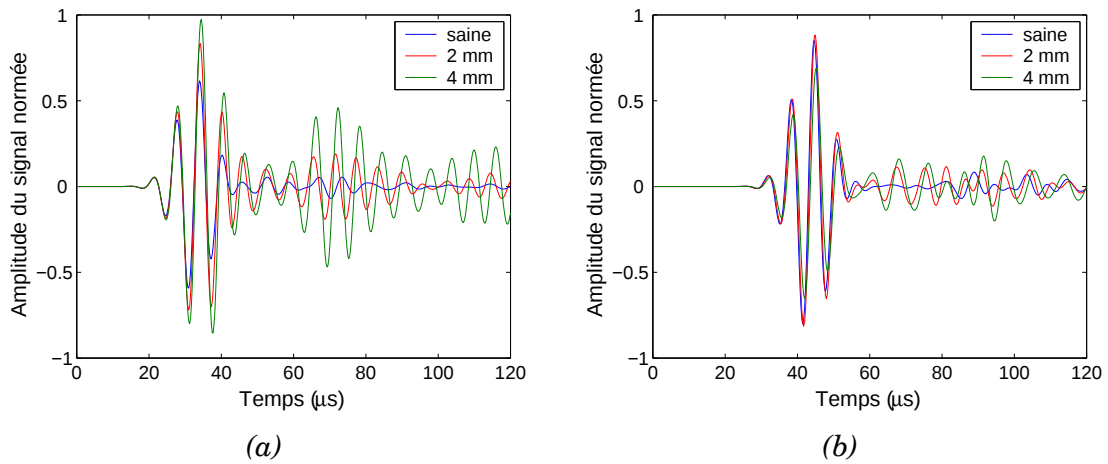


Figure 6.18. Influence de la longueur de la fissure sur le signal reçu.

(a) récepteur placé 10 mm devant la fissure,
(b) récepteur placé 50 mm derrière la fissure.

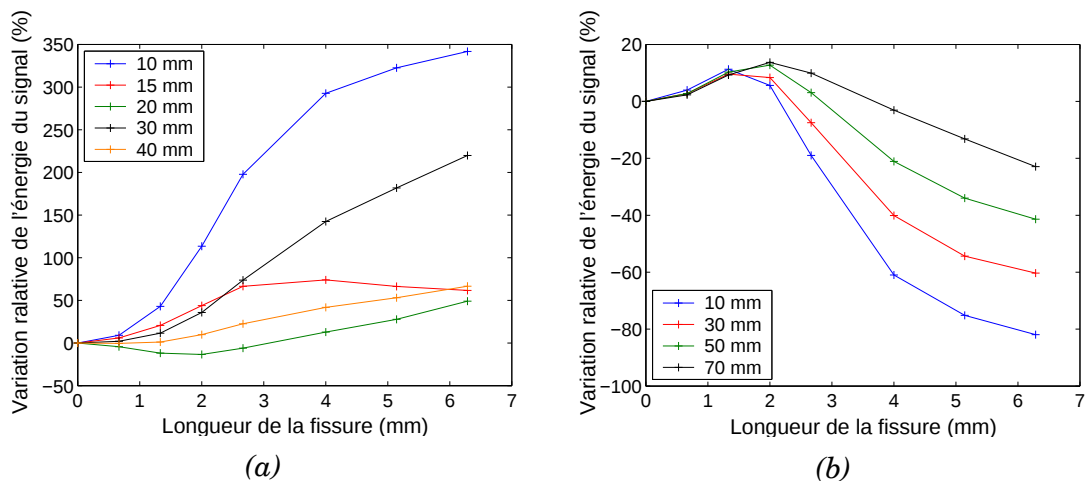


Figure 6.19. Influence de la longueur de la fissure sur l'énergie du signal reçu pour différentes positions du récepteur selon $\vec{x}_1$.

(a) récepteur placé devant la fissure,
(b) récepteur placé derrière la fissure.

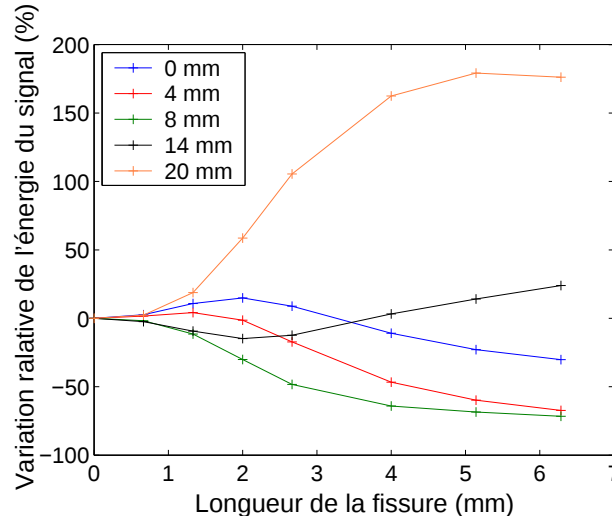


Figure 6.20. Influence de la longueur de la fissure sur l'énergie du signal reçu pour différentes positions du récepteur selon $\vec{x}_2$. Récepteur placé 50 mm derrière la fissure.

L'influence de ces réflexions est encore plus marquée lorsque l'on s'intéresse à la position du transducteur selon $\vec{x}_2$. La Figure 6.20 montre que la fissure ne fait que dévier l'énergie, il y a une forte diminution de celle-ci si le récepteur est placé derrière la fissure, et une augmentation si il est décalé par rapport à la fissure. La Figure 6.20 montre également que la distance optimum entre le bord et le récepteur est de 8 mm. Pour cette position la décroissance est immédiate, sans palier, et permet donc de détecter des fissures de petite taille.

La largeur de la plaque utilisée pour étudier l'influence de la longueur de la fissure étant faible, il nous fallait connaître l'influence de ce paramètre pour valider les résultats obtenus précédemment. Ne pouvant réaliser des simulations pour plusieurs longueurs de fissure et plusieurs largeurs de plaque, nous avons uniquement fait varier la largeur de la plaque pour une fissure de 2 mm de long.

La Figure 6.21 montre l'influence de la largeur de la plaque sur les signaux reçus le long du bord 50 mm derrière la fissure. Le premier train d'onde, correspondant à l'onde symétrique, n'est pas modifié. Le reste du signal, qui comprend l'onde de bord et l'onde anti-symétrique, est perturbé par les réflexions des ondes diffractées par la fissure. La Figure 6.22 montre l'influence de la largeur de la plaque sur l'énergie du signal reçu lorsque le transducteur est derrière la fissure. Plus la plaque est large, moins l'énergie dépend de la position du récepteur. L'évolution obtenu pour des largeurs de 40 et 60 mm sont proches, une largeur de 40 mm semble donc suffisante pour simuler une plaque semi infinie dans la direction $\vec{x}_2$, du moins lorsque le récepteur est placé derrière la fissure. Des simulations avec cette largeur de plaque et différentes longueurs de fissure sont en cours de réalisation.

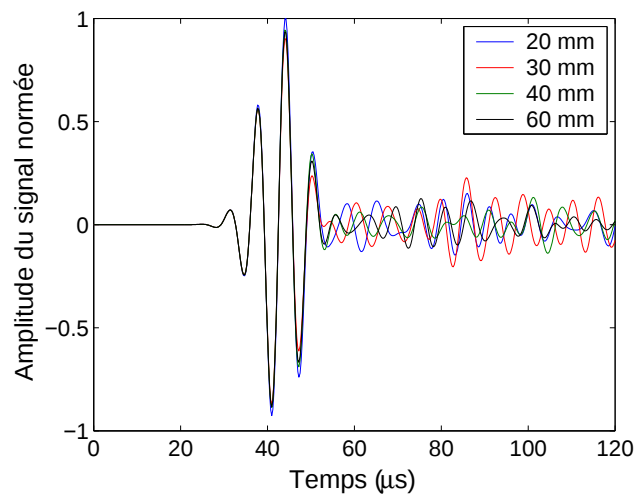


Figure 6.21. Influence de la largeur de la plaque sur le signal reçu.
Récepteur placé 50 mm derrière la fissure.

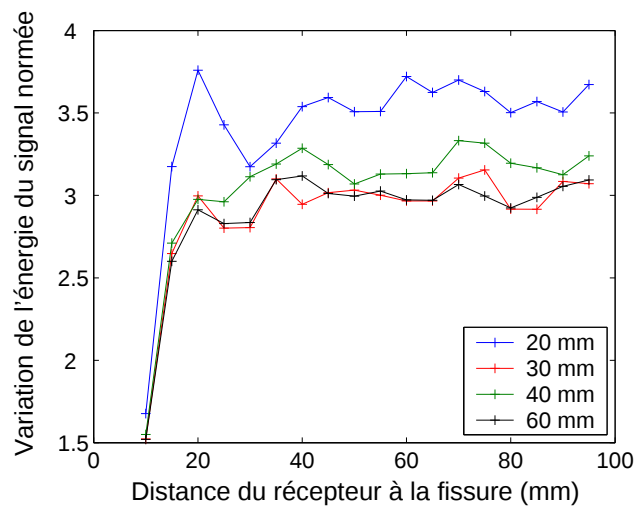


Figure 6.22. Influence de la largeur de la plaque sur l'énergie du signal reçu.
Récepteur placé derrière la fissure.

6.2.3 Interaction avec un délaminage

6.2.3.1 Modèle

Nous avons choisi de réaliser un modèle 2D en déformation plane pour étudier l'interaction des ondes de Lamb avec un délaminage. Ce modèle 2D nous permet d'avoir une discrétisation fine dans l'épaisseur du stratifié, et une plaque de longueur importante (400 mm) en gardant des temps de calcul raisonnables.

Comme pour la fissure, le délaminage est modélisé en remplaçant une partie du matériau initial par un matériau « mou ». Ainsi, on crée un espace entre les parties supérieure et inférieure du délaminage. Notre simulation est donc valable pour des délaminages ouverts. Cette restriction est certes discutable, mais un modèle avec contact unilatéral et frottement ne serait pas plus proche de la réalité. En effet, les petits transducteurs que nous utilisons expérimentalement engendrent des déplacements inférieurs au dixième de micron ; donc, s'il y a contact entre les deux parties du stratifié, l'énergie produite par le transducteur sera insuffisante pour les « décoller ». La Figure 6.23 montre le maillage utilisé pour cette étude.



*Figure 6.23. Maillage de la plaque.
Longueur 400 mm, épaisseur 3 mm. 8800 degrés de liberté.*

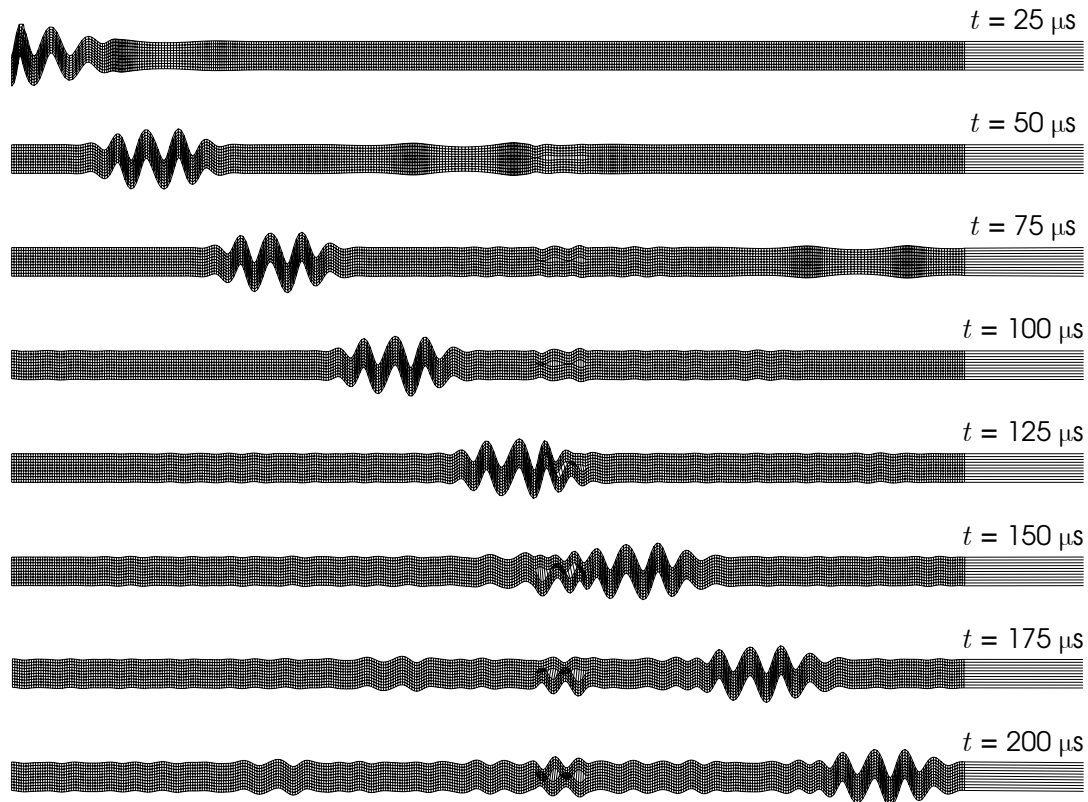


Figure 6.24. Déformées obtenues avec un délaminage de 20 mm.

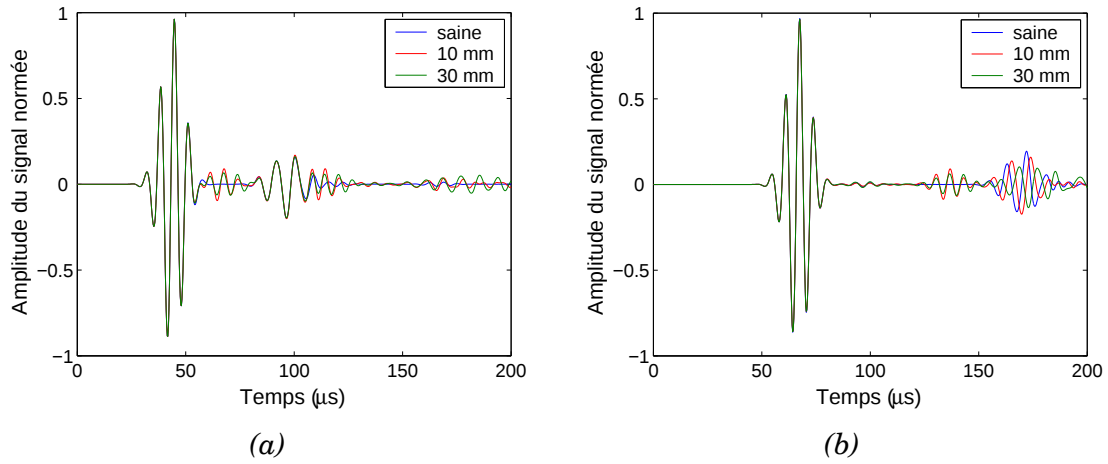


Figure 6.25. Influence de la longueur du délaminage sur le signal reçu.
 (a) récepteur placé 70 mm devant le délaminage,
 (b) récepteur placé 80 mm derrière le début du délaminage.

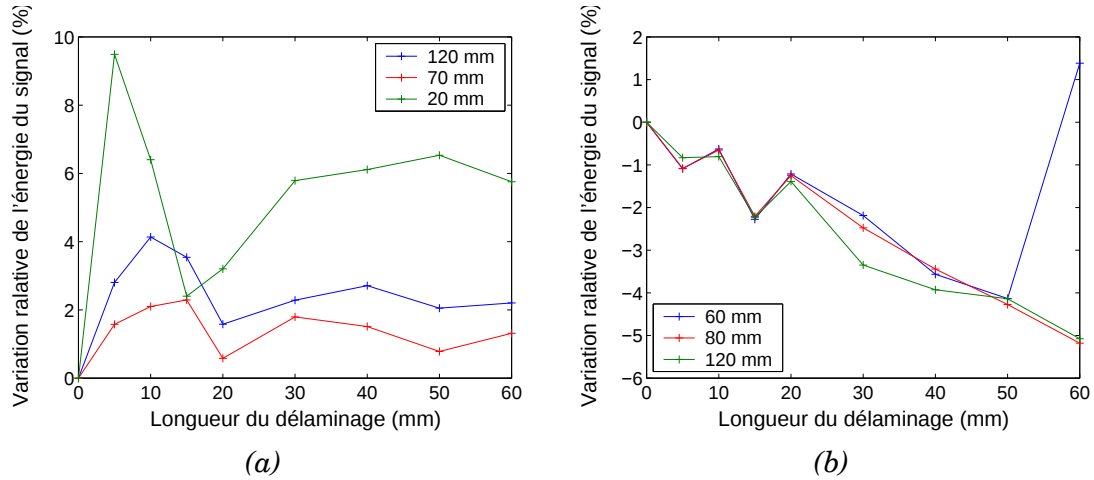


Figure 6.26. Influence de la longueur du délaminage sur l'énergie du signal reçu pour différentes positions du récepteur selon x_1 .
 (a) récepteur placé devant le début du délaminage,
 (b) récepteur placé derrière le début du délaminage.

6.2.3.2 Résultats

La Figure 6.24 montre les déformées obtenues avec un délaminage de 20 mm placée à 220 mm du bord gauche. Après le passage de l'onde symétrique sur le défaut, on observe une localisation d'énergie au-dessus et en-dessous du délaminage, et des réflexions assez faibles ($t = 75 \mu s$). L'interaction de l'onde anti-symétrique avec le défaut est plus difficile à analyser en raison du passage antérieur de l'onde symétrique, mais on observe également quelques réflexions. Regardons les signaux temporels reçus par un récepteur fictif placé en un point donné. La Figure 6.25 montre l'influence de la longueur du délaminage lorsque le récepteur est placé 70 mm devant le délaminage et 80 mm derrière le délaminage.

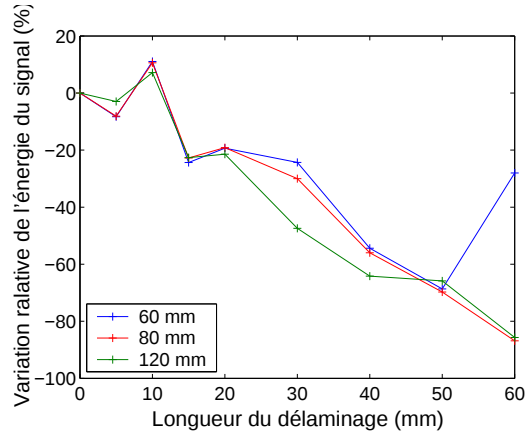


Figure 6.27. Influence de la longueur du délaminage sur l'énergie du signal reçu sans le mode symétrique pour différentes positions du récepteur selon $\vec{x}_1$. Récepteur placé derrière le délaminage.

Lorsque le récepteur est placé devant le délaminage, on observe après le passage des modes symétrique et anti-symétrique des réflexions, mais l'amplitude de ces réflexions ne semble pas croître progressivement avec la taille du délaminage. Lorsque le récepteur est placé devant le délaminage, on observe trois trains d'ondes : celui du mode symétrique, celui du mode anti-symétrique, et entre les deux, un autre train d'ondes issu d'une double réflexion. Seul le mode anti-symétrique semble varier progressivement avec la taille du délaminage. Notons que ces résultats concordent avec l'étude de Hayashi et al. [37] qui montre que l'amplitude des réflexions sur un délaminage évolue périodiquement avec la longueur de délaminage.

Comme pour la fissure, utilisons l'énergie contenue dans le signal pour caractériser le délaminage. La Figure 6.26 montre l'évolution de l'énergie du signal en fonction de la longueur du délaminage pour différentes positions du transducteur selon $\vec{x}_1$. Le mode symétrique, qui contient une grande partie de l'énergie, n'interagissant que très peu avec le défaut, les variations d'énergie sont faibles. Lorsque le récepteur est placé devant le délaminage, l'évolution n'est absolument pas progressive. A l'inverse, lorsque le récepteur est placé derrière le délaminage, l'évolution est certes faible mais progressive. Pour accroître la sensibilité de la mesure il suffit d'enlever le mode symétrique dans le calcul de l'énergie, on obtient alors les évolutions présentées sur la Figure 6.27.

6.2.4 Conclusion sur l'étude numérique

Les simulations éléments finis montre que la mesure d'un paramètre aussi simple que l'énergie du signal reçu permet de détecter et d'observer l'évolution d'un macro-endommagement. De plus, en plaçant le récepteur devant le défaut on peut différencier une fissure d'un délaminage.

Cependant, certaines hypothèses de modélisation sont fortes, et il est nécessaire de valider ces résultats par des mesures expérimentales ; c'est l'objet de la partie suivante.

6.3 Résultats expérimentaux

Toutes les mesures ont été effectuées sur des stratifiés quasi-isotropes $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_{2S}$ équipés de pastilles piézoélectriques identiques à celles utilisées pour la détection de délaminage par mesure d'impédance (Figure 4.6). Deux types d'excitation ont été utilisées : impulsion et sinus fenêtré par une gaussienne. Les fréquences d'excitations ont été choisies pour optimiser le rapport signal sur bruit. Notons que les fréquences retenues donnent des vitesses de propagation très proches de celles obtenues lors des simulations.

6.3.1 Interaction avec une fissure

6.3.1.1 Configuration expérimental

La Figure 6.28 montre la configuration de l'essai. La plaque a été choisie assez grande pour ne pas être perturbée par les réflexions sur les bords. La fissure a été créée avec une scie. Un grand nombre de transducteur ont été collés afin d'étudier l'influence de la position de l'émetteur et du récepteur.

6.3.1.2 Résultats

La Figure 6.29 (a) montre l'influence de la longueur de la fissure sur le signal reçu pour le trajet de A vers B. Même pour une fissure de 10 mm de long, il y a très peu d'énergie réfléchi. La Figure 6.29 (b) montre l'influence de la longueur de la fissure sur le signal reçu pour le trajet de A vers E. Pour des raisons pratiques, seul le début du signal a pu être enregistré. Notons que cette portion du signal contient plus de 90 % de l'énergie. L'amplitude diminue progressivement avec la taille de la fissure.

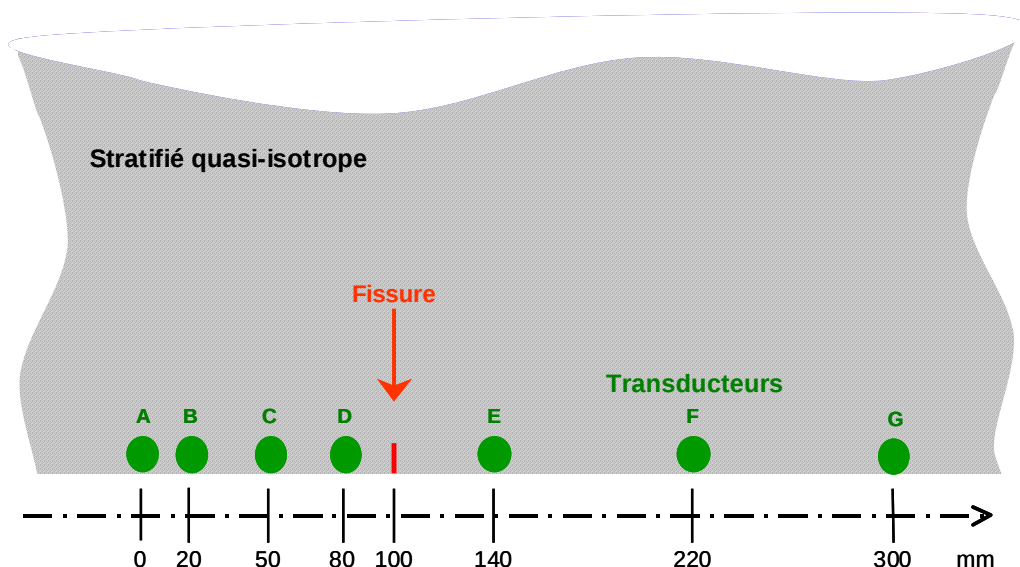


Figure 6.28. Configuration de l'essai avec fissure.

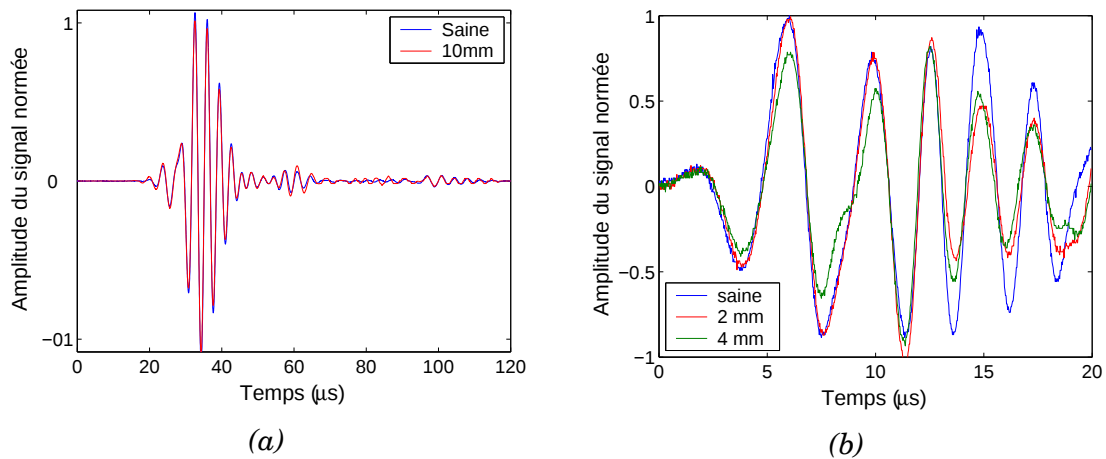


Figure 6.29. Influence de la longueur de la fissure sur le signal reçu.
(a) trajet de A vers B, (b) trajet de A vers E.

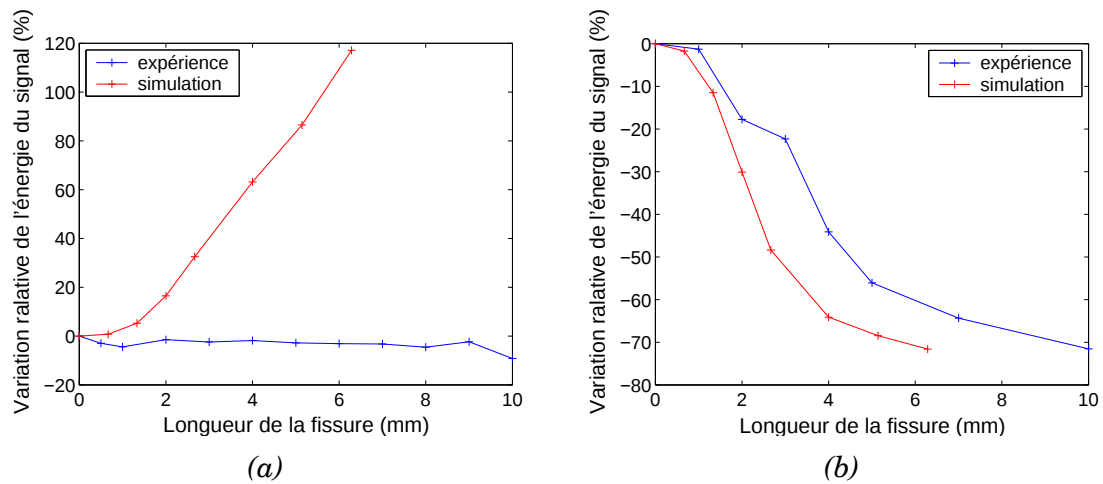


Figure 6.30. Influence de la longueur de la fissure sur l'énergie du signal reçu.
(a) trajet de A vers B, (b) trajet de A vers E.

La Figure 6.30 permet de comparer les résultats expérimentaux et de simulations sur l'influence de la longueur de la fissure sur l'énergie du signal reçu. Il y a une bonne concordance lorsque le récepteur est placé derrière la fissure, mais pas quand il est placé devant la fissure. En fait, les ondes diffractées par la fissure partent dans toutes les directions et comme la plaque utilisée lors des expériences est très large peu d'énergie retourne vers l'émetteur (Figure 6.31 (a)). Ce n'est pas le cas lors des simulations où la plaque ne fait que 20 mm de large (Figure 6.31 (b)). En revanche, même pour une plaque peu large, la fissure empêche les ondes d'atteindre le récepteur placé derrière elle (Figure 6.31).

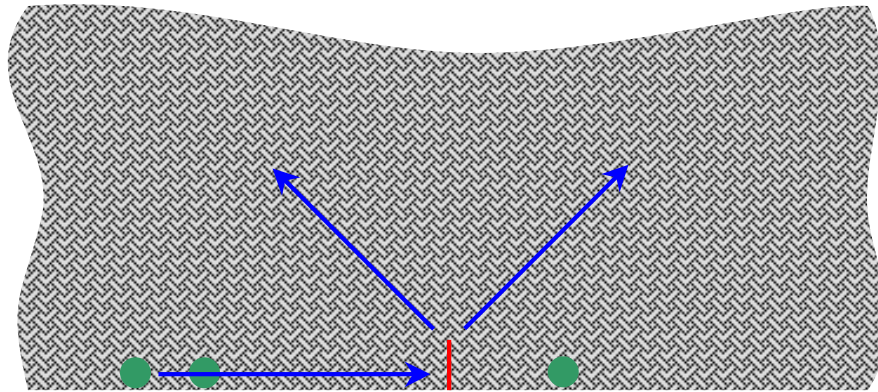
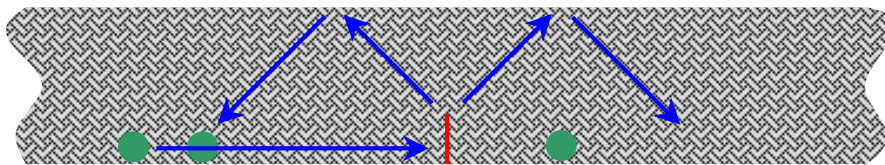
(a) *Plaque très large.*(b) *Plaque peu large.*

Figure 6.31. Diffraction de l'onde sur la fissure.

6.3.2 Interaction avec un délaminage

6.3.2.1 Configuration expérimental

La Figure 6.32 montre la configuration de l'essai. La plaque a été choisie assez longue pour ne pas être perturbée par les réflexions aux extrémités. Le délaminage a été initialisé avec un film anti-adhérent placé entre les plis n°3 et 4 avant la polymérisation de la plaque, et agrandi avec une lame très fine (Figure 6.33). Afin de pouvoir agrandir le délaminage sur toute la largeur de l'éprouvette, on a choisi de découper des bandes de 30 mm de large dans la plaque.

6.3.2.2 Résultats

La Figure 6.34 (a) montre l'influence de la longueur du délaminage sur le signal reçu pour le trajet de A vers B. La présence d'un délaminage semble modifier le signal avant que les réflexions n'aient pu atteindre le récepteur. Ce phénomène reste inexpliqué. La Figure 6.34 (b) montre l'influence de la longueur de la fissure sur le signal reçu pour le trajet de A vers C. L'amplitude diminue avec la taille du délaminage. Remarquons que les signaux reçus sont assez complexes, même pour la poutre saine il est difficile de distinguer les ondes symétrique et anti-symétrique. Ceci peut s'expliquer par le fait que la poutre étant plus large que le transducteur, de multiples réflexions peuvent se produire.

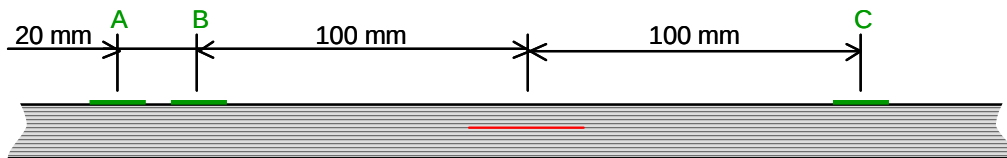


Figure 6.32. Configuration de l'essai avec délaminage.

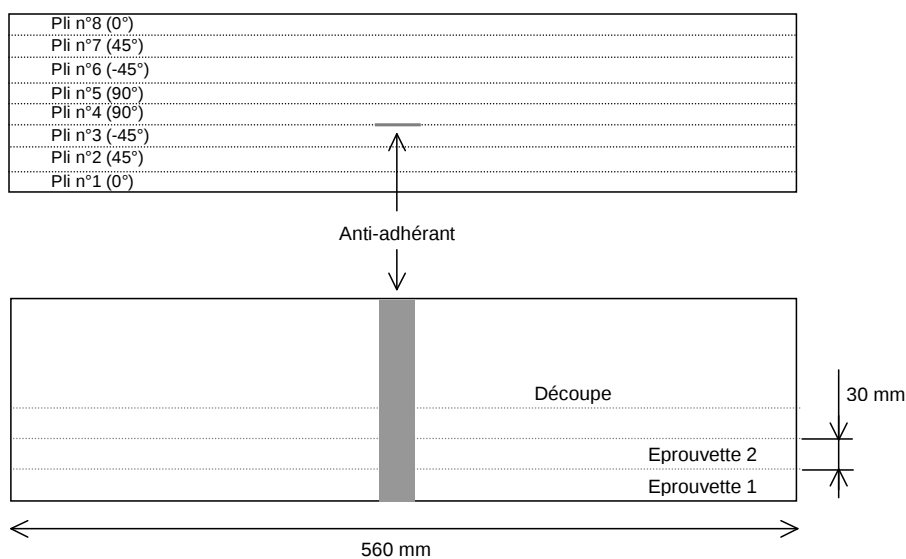


Figure 6.33. Création du délaminage et découpe des éprouvettes.

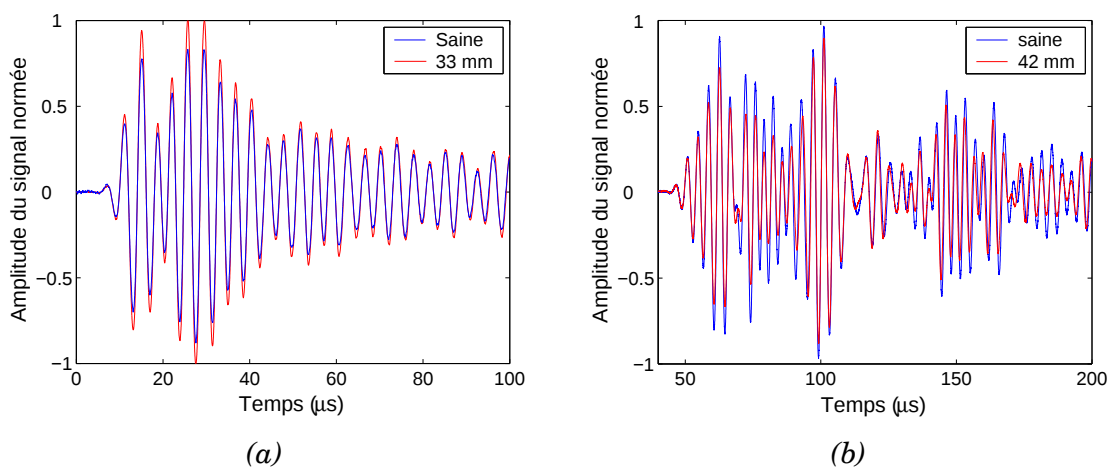


Figure 6.34. Influence de la longueur du délaminage sur le signal reçu.
(a) trajet de A vers B, (b) trajet de A vers C.

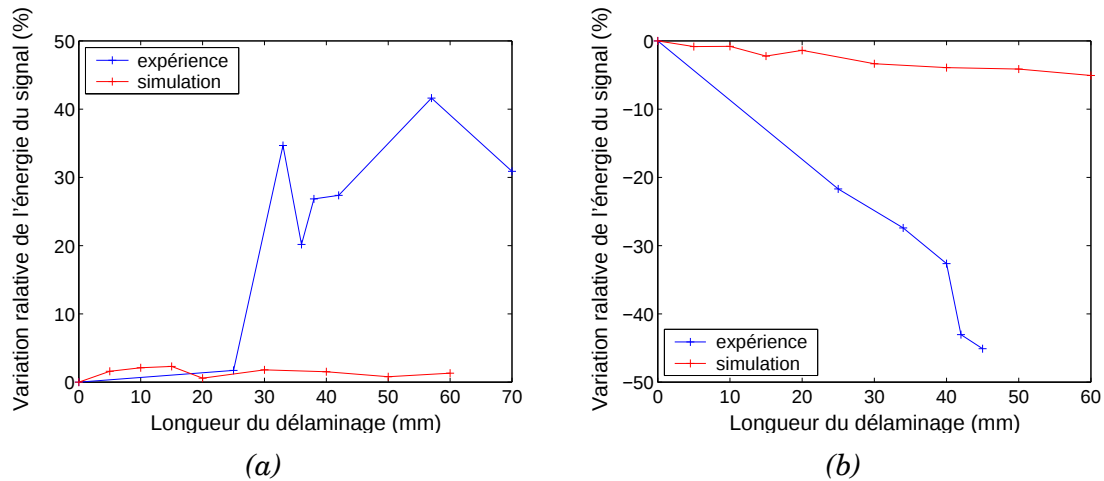


Figure 6.35. Influence de la longueur du délaminage sur l'énergie du signal reçu.
(a) trajet de A vers B, (b) trajet de A vers C.

La Figure 6.35 permet de comparer les résultats expérimentaux et de simulations sur l'influence de la longueur du délaminage sur l'énergie du signal reçu. Dans les deux configurations les variations sont plus marquées expérimentalement. Lorsque le récepteur est placé devant le délaminage, l'augmentation n'est pas progressive. En revanche, lorsque le récepteur est placé derrière le délaminage, la diminution est progressive.

6.3.3 Conclusion sur l'étude expérimental

Les expériences effectuées confirment en partie les simulations présentées précédemment. Les écarts sont principalement dus à des configurations simulées par éléments finis différentes de celles étudiées expérimentalement. Dans le cas de la fissure, il est délicat de simuler une plaque semi infinie. En ce qui concerne le délaminage, il faudrait effectuer des simulations 3D.

6.4 Conclusion sur la détection de macro-défauts

Les résultats expérimentaux, comme les simulations, montrent que la présence d'une fissure ou d'un délaminage se traduit par une diminution de l'énergie des signaux transmis entre deux transducteurs placés de part et d'autre du défaut. De plus, cette diminution croît progressivement avec la taille du défaut ; il est ainsi possible d'observer l'agrandissement d'une fissure ou d'un délaminage. Une mesure en réflexion pourrait permettre de différencier les deux types de défaut, mais cette mesure dépend fortement de la configuration : largeur de la plaque et position du récepteur. De nouvelles expériences et des simulations sont prévues pour identifier plus précisément l'influence de ces paramètres.

La mesure par génération d'ondes de Lamb s'avère complémentaire de la mesure d'impédance : elle permet de détecter un défaut sur de longues distances sans pouvoir déterminer avec précision son type, sa taille, ou sa position ; tandis que la mesure d'impédance a une zone d'action limitée, mais elle permet de caractériser le défaut plus précisément.

Conclusion

Nous avons montré dans ce travail la nécessité d'associer la mesure des endommagements à des modèles de prévision de leurs évolutions. Dans les composites stratifiés, les mécanismes d'endommagement sont complexes, particulièrement pour les structures constituées de plis unidirectionnels. La modélisation de propagation de fissures et délaminages nécessite encore des développements importants, particulièrement sous chargement de fatigue. Dans le cas de stratifiés constitués de plis tissés, la modélisation des endommagements est plus simple, au moins pour des chargements statiques. La peau d'une pale d'hélicoptère, qui est constituée de plis tissés à 45° , est un candidat possible à l'installation d'un système de surveillance tel que nous l'avons défini.

Dans ce travail, nous avons montré que les transducteurs piézoélectriques permettaient d'explorer différentes techniques de mesures (impédance électromécanique, propagation d'ondes de Lamb). De plus, grâce à leur faible épaisseur, ils peuvent être insérés entre deux plis d'un composite stratifié. Un problème important demeure : ces transducteurs ne supportent pas des déformations importantes, or certaines mesures ont besoin d'un couplage fort et surtout n'évoluant pas avec le temps, notamment lors de chargements de fatigue.

Nous avons développé des techniques permettant la détection et même la caractérisation de macro-endommagement comme des délaminages ou des fissures. La mesure de l'endommagement diffus semble plus difficile, car, avec le peu d'énergie fournie par les transducteurs, les micro-fissures sont difficiles à activer (phénomènes de frottement avec glissement). Ainsi une complémentarité apparaît : les macro-endommagements, délicats à modéliser, sont relativement faciles à mesurer ; tandis que l'endommagement diffus, dont l'évolution peut être prédite, pose des problèmes de mesure.

À cours terme, un premier système de surveillance pourrait, par des mesures d'impédance périodiques, détecter des décollements entre peau et âme d'une pale d'hélicoptère, améliorant les techniques de tapping utilisées aujourd'hui. Des mesures du même type détermineraient le niveau d'endommagement diffus dans la peau afin de recalibrer les modèles d'évolution. Sur le bord de fuite, où les déformations sont plus faibles, des capteurs pourraient être insérés et

permettraient ainsi de détecter l'apparition d'une fissure ou d'un délaminage sans immobiliser l'appareil. L'objectif à plus long terme, sera de développer des modèles de prévision afin de déterminer si ces endommagements macroscopiques sont critiques ou non, et si il y a lieu d'effectuer une réparation. La mesure de l'endommagement diffus par un système embarqué, nécessitera la résolution des problèmes de couplage transducteur structure.

Un travail important sur les deux aspects, mesure et prévision des évolutions, reste à accomplir pour réaliser un système de surveillance performant, qui réduira les temps et les coûts de maintenance et améliorera la sécurité.

Table des références

- [1] Abry, J.C., et al., *In situ detection of damage in CFRP laminates by electrical resistance measurements*. Composites Science and Technology, 1999. **59**(6): p. 925-935.
- [2] Abry, J.C., et al., *In-situ monitoring of damage in CFRP laminates by means of AC and DC measurements*. Composites Science and Technology, 2001. **61**(6): p. 855-864.
- [3] Allix, O., *A composite damage meso-model for impact problems*. Composite Sciences and Technology, 2001. 61(15): p. 2193-2205.
- [4] Allix, O., D. Levêque, and L. Perret, *Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model*. Composites Science and Technology, 1998. **58**(5): p. 671-678.
- [5] Andrieux, S., Y. Bamberger, and J.J. Marigo, *Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches*. Journal de Mécanique théorique et appliquée, 1986. **5**(3): p. 471-513.
- [6] Balageas, D., et al., *Comparison between non-destructive evaluation techniques and integrated fiber optic health monitoring systems for composite sandwich structures*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2000. **11**(6): p. 426-437.
- [7] Beard, S. and F.-K. Chang, *Active damage detection in filament wound composite tubes using built-in sensors and actuators*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1997. **8**(10): p. 891-897.
- [8] Beaumont, F., *Prédiction du mouvement 2D d'une plaque épaisse fissurée et caractérisation de la fissure par inversion de la réponse à une sollicitation périodique*. Thèse de l'Université de la Méditerranée, 2000.
- [9] Benmedakhene, S., M. Kenane, and M.L. Benzeggagh, *Initiation and growth of delamination in glass/epoxy composites subjected to static and dynamic loading by acoustic emission monitoring*. Composites Science and Technology, 1999. **59**(2): p. 201-208.

- [10] Benmedakhene, S., M. Kenane, and M.L. Benzeggagh, Initiation and growth of delamination in glass/epoxy composites subjected to static and dynamic loading by acoustic emission monitoring. *Composites Science and Technology*, 1999. **59**(2): p. 201-208.
- [11] Bois, C. and C. Hochard, *Monitoring of laminated composites delamination based on electro-mechanical impedance measurement*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2004. **15**(1): p. 59-67.
- [12] Bordreuil, C. and C. Hochard, *Finite element computation of woven ply laminated structure up to failure*. *Applied Composite Material*, 2004. **In press**.
- [13] Burgueno, R., et al., *Experimental dynamic characterization of an FRP composite bridge superstructure assembly*. *Composite Structures*, 2001. **54**(4): p. 427-444.
- [14] Cawley, P. and D. Alleyne, *The use of Lamb waves for the long range inspection of large structures*. *Ultrasonics*, 1996. **34**(2-5): p. 287-290.
- [15] Chang, K.-Y., S.L. Liu, and F.-K. Chang, *Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to tensile loadings*. *Journal of Composite Materials*, 1991. **25**: p. 274-301.
- [16] Cho, M. and J.S. Kim, *Higher-order zig-zag theory for laminated composites with multiple delaminations*. *Journal of Applied Mechanics*, 2001. **68**(6): p. 869-877.
- [17] Chung, D.D.L., *Structural health monitoring by electrical resistance measurement*. *Smart Materials and Structures*, 2001. **10**(4): p. 624-636.
- [18] Cinquin, J. *Utilisation des composites en aérospatiale*. Treizièmes Journées Nationales sur les Composites, 2003. Strasbourg, France.
- [19] Dewynter-Marty, V., et al., *Embedded Fiber Bragg Grating sensors for industrial composite cure monitoring*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1998. **9**(10): p. 785-787.
- [20] Dieulesaint, E. and D. Royer, *Ondes élastiques dans les solides - Tome 1 : Propagation libre et guidée*, ed. Masson. 1996, Paris.
- [21] Doebling, S.W., C.R. Farrar, and M.B. Prime, *A summary review of vibration-based damage identification methods*. *The Shock and Vibration Digest*, 1998. **30**(2): p. 91-105.
- [22] Gachagan, A., et al., *Generation and reception of ultrasonic guided waves in composite plates using conformable piezoelectric transmitters and optical-fiber detectors*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1999. **46**(1): p. 72-81.
- [23] Gadelrab, R.M., *The effect of delamination on the natural frequencies of a laminated composite beam*. *Journal of Sound and Vibration*, 1996. **197**(3): p. 283-292.

- [24] Gafsi, R. and M.A. El-Sherif, *Analysis of induced-birefringence effects on fiber Bragg gratings*. Optical Fiber Technology, 2000. **6**(3): p. 299-323.
- [25] Gélébart, Y., *Mesures et modélisation des endommagements dans les composites stratifiés*. Rapport de DEA du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Marseille, 2003.
- [26] Giurgiutiu, V. and A.N. Zagrai, *Characterisation of piezoelectric wafer active sensors*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2001. **11**(12): p. 959-976.
- [27] Giurgiutiu, V. and A.N. Zagrai, *Embedded self-sensing piezoelectric active sensors for on-line structural identification*. Journal of Vibration and Acoustics, 2002. **124**(1): p. 116-125.
- [28] Gopinathan, S.V., V.V. Varadan, and V.K. Varadan, *A review and critique of theories for piezoelectric laminates*. Smart Materials and Structures, 2000. **9**(1): p. 24-48.
- [29] Gornet, L., *Simulation des endommagements et de la rupture dans les composites stratifiés*. Thèse de l'Université Paris 6, 1996.
- [30] Govindaraju, M.R., et al., *Nondestructive evaluation of creep damage in power-plant steam generators and piping by magnetic measurements*. NDT&E international, 1997. **30**(1): p. 11-17
- [31] Grondel, S., et al., *Design of optimal configuration for generating A0 Lamb mode in a composite plate using piezoceramic transducers*. Journal of the Acoustical Society of America, 2002. **112**(1): p. 84-90.
- [32] Grondel, S., et al., *Fatigue crack monitoring of riveted aluminium strap joints by Lamb wave analysis and acoustic emission measurement techniques*. NDT&E international, 2002. **35**(3): p. 137-146.
- [33] Grondel, S., et al., *The propagation of Lamb waves in multilayered plates : phase-velocity measurement*. Measurement science & technology, 1999. **10**(5): p. 348-353.
- [34] Guedra-Degeorges, D., et al. *Emerging health monitoring technologies: A route towards a flexible maintenance of aerospace structures*. Proceedings of Conference on Structural Health Monitoring, 2002. Ecole Normale Supérieure de Cachan, France.
- [35] Halm, D. and A. Dragon, *An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials*. European Journal of Mechanics, A/Solids, 1998. **17**(3): p. 439-460.
- [36] Harker, A.H., *Elastic waves in solids*, ed. British. gas. 1987, Bristol.
- [37] Hayashi, T. and K. Kawashima, *Multiple reflections of Lamb waves at a delamination*. Ultrasonics, 2002. **40**(1-8): p. 193-197.
- [38] Hild, F., A. Burr, and F.A. Leckie, *Matrix cracking and debonding of ceramic-matrix composites*. International Journal of Solids and Structures, 1996. **33**(8): p. 1209-1220.

- [39] Hild, F., A. Burr, and P. Feillard, *On the mechanical behaviour of fiber-reinforced composites*. Composite Structures, 1997. **39**(3-4): p. 273-282.
- [40] Hill, R., R. Brooks, and D. Kaloedes, *Characterization of transverse failure in composites using acoustic emission*. Ultrasonics, 1998. **36**(1-5): p. 517-523.
- [41] Hochard, C., *Optimum design of laminated composite structures*. Composite Structures, 2004. **63**(2): p. 159-165.
- [42] Hochard, C., P.A. Aubourg, and J.P. Charles, *Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to rupture*. Composites Science and Technology, 2001. **61**(2): p. 221-230.
- [43] Hu, N., et al., *Vibration analysis of delaminated composite beams and plates using a higher-order finite element*. International Journal of Mechanical Sciences, 2002. **44**(7): p. 1479-1503.
- [44] Huang, D. and B.H. Sun, *Approximate solution on smart composite beams by using MATLAB*. Composite Structures, 2001. **54**(2-3): p. 197-205.
- [45] Hug, G., et al. *Analyse de l'endommagement dans les stratifiés carbone/epoxy soumis à un chargement de traction à vitesse élevée*. Treizièmes Journées Nationales sur les Composites, 2003. Strasbourg, France.
- [46] Irving, P.E. and C. Thiagarajan, *Fatigue damage characterization in carbon fibre composite materials using an electrical potential technique*. Smart Materials and Structures, 1998. **7**(4): p. 456-466.
- [47] Jeong, H. and Y.S. Jang, *Wavelet analysis of plate wave propagation in composite laminates*. Composite Structures, 2000. **49**(4): p. 443-450.
- [48] Keilers, C.H. and F.-K. Chang, *Identifying delamination in composites beams using built-in piezoelectrics: Part I - Experiments and analysis*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1995. **6**(5): p. 649-663.
- [49] Keilers, C.H. and F.-K. Chang, *Identifying delamination in composites beams using built-in piezoelectrics: Part II - An identification method*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1995. **6**(5): p. 664-672.
- [50] Kessler, S.S., et al., *Damage detection in composite materials using frequency response methods*. Composites. Part B, Engineering, 2002. **33**(1): p. 87-95.
- [51] Krautkrämer, J. and H. Krautkrämer, *Ultrasonic Testing of Materials*, ed. Springer-Verlag. 1990, Berlin.
- [52] Kupke, M., K. Schulte, and R. Schüler, *Non-destructive testing of FRP by d.c. and a.c. electrical methods*. Composites Science and Technology, 2001. **61**(6): p. 837-847.
- [53] Kuznetsov, S.V., *Subsonic Lamb waves in anisotropic layers*. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2001. **65**(2): p. 291-299.

- [54] Ladevèze, P. and E.L. Dantec, *Damage modelling of the elementary ply for laminates composites*. Composites Science and Technology, 1992. **43**(3): p. 257-268.
- [55] Ladevèze, P. and G. Lubineau, *On a damage mesomodel for laminates: micromechanics basis and improvement*. Mechanics of Materials, 2003. **35**: p. 763–775.
- [56] Ladevèze, P., *A damage computational method for composite structures*. Computers and Structures, 1992. 44(1-2): p. 79-87.
- [57] Lahellec, N., C. Bordreuil, and C. Hochard. *Etude de critères non locaux pour la rupture fragile de composites stratifiés à fibres de carbones*. Colloque National MECAMAT, Mécanismes et Mécanique des Matériaux et Structures à Longueur interne : Comportement et Effets d'Echelles. 2004. Aussois.
- [58] Lalande, F., Z. Chaudhry, and C.A. Rogers, *Impedance-based modelling of actuators bounded to shell structures*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1995. **6**(6): p. 765-775.
- [59] Le Roux, J.C. and P. Herzog. *Effect of suspension on electrodynamic loudspeaker*. Proceedings of the 31st Conference on Acoustics. 1994. Prague.
- [60] Le Roux, J.C., *Le haut-parleur électrodynamique : estimation des paramètres électroacoustiques aux basses fréquences et modélisation de la suspension*. Thèse de l'Université du Maine, 1994.
- [61] Lee, D.C., et al., *Monitoring of fatigue damage of composite structures by using embedded intensity-based optical fiber sensors*. Smart Materials and Structures, 2001. **10**(2): p. 285 - 292.
- [62] Lee, J., *Plate waves in multi-directional composite laminates*. Composite Structures, 1999. **46**(3): p. 289-297.
- [63] Lemaitre, J. and J.L. Chaboche, *Mécanique des matériaux solides*, ed. Dunod. 1992, Paris.
- [64] Levassort, F., et al., *A matrix method for modeling electroelastic moduli of 0-3 piezo-composites*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1997. **44**(2): p. 445-452.
- [65] Lin, M. and F.-K. Chang, *The manufacture of composite structures with a built-in network of piezoceramics*. Composites Science and Technology, 2002. **62**(7-8): p. 919-939.
- [66] Ling, S.F. and Y. Xie, *Detecting mechanical impedance of structures using the sensing capability of a piezoceramic inertial actuator*. Sensors and Actuators A Physical, 2001. **93**(3): p. 243-249.
- [67] Mizutani, Y., et al., *Fracture mechanism characterization of cross-ply carbon-fiber composites using acoustic emission analysis*. NDT & E International, 2000. **33**(2): p. 101-110.

- [68] Monnier, T., et al., *The piezoelectric implant method : implementation and practical applications*. Smart Materials and Structures, 2000. **9**(3): p. 267-272.
- [69] Monnier, T., *Ondes de Lamb dans les milieux stratifiés. Application à la surveillance in situ et en temps réel de l'endommagement de structures composites*. Thèse de l'INSA de Lyon, 2001.
- [70] Moulin, E., et al., *Modeling of integrated Lamb waves generation systems using a coupled finite element-normal modes expansion method*. Ultrasonics, 2000. **38**(1-8): p. 522-526.
- [71] Nayfeh, A.D., *Wave propagation in layered anisotropic media with applications to composites*, ed. Elsevier. 1995, Amsterdam.
- [72] Ndambi, J.M., et al., *Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures*. Engineering Structures, 2000. **22**(9): p. 1159-1166.
- [73] Niethammer, M., et al., *Time-frequency representations of Lamb waves*. Journal of Acoustical Society of America, 2001. **109**(5): p. 1841-1847.
- [74] Okabe, Y., N. Tanaka, and N. Takeda, *Effect of fiber coating on crack detection in carbon fiber reinforced plastic composites using fiber Bragg grating sensors*. Smart materials and structures, 2002. **11**(6): p. 892-898.
- [75] Osmont, D., et al. *Health monitoring of Sandwich plates based on the analysis of the interaction of Lamb waves with damages*. Proceedings of Conference on Structural Health Monitoring, 2002. Ecole Normale Supérieure de Cachan, France.
- [76] Payan, J. and C. Hochard, *Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and fatigue loading*. International Journal of Fatigue, 2001. **24**(2-4): p. 299-306.
- [77] Petitjean, B., J. Saniger, and J.-P. Dupuis. *Maintenance flexibility through structural health monitoring: Examples on EADS products*. Proceedings of Conference on Structural Health Monitoring, 2003. Stanford University, USA.
- [78] Prabhakar, S., A.S. Sekhar, and A.R. Mohanty, *Detection and monitoring of cracks using mechanical impedance of rotor-bearing system*. Journal of Acoustical Society of America, 2001. **110**(5): p. 2351-2359.
- [79] Rahmoune, M., et al., *New thin piezoelectric plate models*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1998. **9**(12): p. 1017-1029.
- [80] Saint-Pierre, N., et al., *Ultrasonic evaluation of dispersive polymers by the piezoelectric embedded element method: modelling and experimental validation*. Ultrasonics, 1998. **36**(6): p. 783-788.
- [81] Schueler, R., S.P. Joshi, and K. Schulte, *Damage detection in CFRP by electrical conductivity mapping*. Composites Science and Technology, 2001. **61**(6): p. 921-930.

- [82] Seo, D.C. and J.J. Lee, *Damage detection of CFRP laminates using electrical resistance measurement and neural network*. Composite Structures, 1999. **47**(1-4): p. 525-530.
- [83] Shokrieh, M.M and L.B. Lessard, *Progressive fatigue damage modeling of composite materials, part I: Modeling*. Journal of Composite Materials, 2000, **34**(13): p. 1056-1080.
- [84] Sihai Wen, D.D.L. and D.D.L. Chung, *Damage monitoring of cement paste by electrical resistance measurement*. Cement and Concrete Research, 2000. **30**(12): p. 1979-1982.
- [85] Sun, F.P., et al., *Truss structure integrity identification using PZT sensor-actuator*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1995. **6**(1): p. 134-139.
- [86] Tan, K.S., N. Guo, and B.S. Wong, *Experimental evaluation of delamination in composite plates by the use of Lamb waves*. Composites Science and Technology, 1995. **53**(1): p. 77-84.
- [87] Tanaka, T., T. Fujii, and M. Kamada, *Effect of loading path on the stress-strain relation and progressive damage of a polymer-matrix composite under tension/torsion biaxial loading*. Journal of thermoplastic composite materials, 1996. **9**, p. 329-341.
- [88] Todoroki, A. and Y. Tanaka, *Delamination identification of cross-ply graphite/epoxy composite beams using electric resistance change method*. Composites Science and Technology, 2002. **62**(5): p. 629-639.
- [89] Toshiko, O., N. Asami, and H. Hiroyuki, *Initial fracture behavior of satin woven fabric composites*. Composite Structures, 2003. **61**: p. 333-339.
- [90] Tracy, M. and F.-K. Chang, *Identifying impacts in composite plates with piezoelectric strain sensors, part II: Experiment*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1998. **9**(11): p. 929-937.
- [91] Tracy, M., and F.-K. Chang, *Identifying impacts in composite plates with piezoelectric strain sensors, part I: Piezoelectric strain sensors*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1998. **9**(11): p. 920-928.
- [92] Tsai, S.W., *Composites design, 4th edition*, ed. Think Composites. 1988, Dayton.
- [93] Wang, B.T. and R.L. Chen, *The use of piezoceramic transducers for smart structural testing*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2000. **11**(9): p. 713-724.
- [94] Wang, L. and S.I. Rokhlin, *Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media*. Ultrasonics, 2001. **39**(6): p. 413-424.
- [95] Wang, Q. and S.T. Quek, *A model for the analysis of beams with embedded piezoelectric layers*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2002. **13**(1): p. 61-70.

- [96] Wevers, M., Listening to the sound of materials : acoustic emission for the analysis of material behaviour. NDT & E International, 1997. **30**(2): p. 99-106.
- [97] Wilcox, P.D., M. Lowe, and P. Cawley, *The effect of dispersion on long-range inspection using ultrasonic guided waves*. NDT&E international, 2001. **34**(1): p. 1-9.
- [98] Wolfinger, C., et al., *Health-monitoring-system based on piezoelectric transducers*. Aerospace Science and Technologie, 1998. **2**(6): p. 391-400.
- [99] Xu Zhou, A., A. Chattopadhyay, and R. Thornburgh, *Analysis of piezoelectric smart composites using a coupled piezoelectric-mechanical model*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2000. **11**(3): p. 169-179

Annexe 1. Expression des matrices CL_3 et CL_1

$$CL_3 = \frac{1}{\Omega Y} \begin{bmatrix} \Omega(Ch - Co) & \Omega(CoCh - SiSh - 1) & \Omega(ChSi + CoSh) & \Omega(Ch - Co) \\ \Omega(Si + Sh) & \Omega(Co - Ch) & -\Omega(ChSi + CoSh) & \Omega(Si + Sh) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (123)$$

$$CL_1 = \begin{bmatrix} -\frac{X\Omega}{Y}(ChSi + CoSh) & -\frac{X\Omega}{Y}(Si + Sh) & \frac{X\Omega}{Y}(SiSh - CoCh + 1) & \frac{X\Omega}{Y}(Co - Ch) & -\frac{X\Omega}{Y}(ChSi + CoSh) & \frac{X\Omega}{Y}(Si + Sh) & \frac{X\Omega}{Y}(CoCh + SiSh - 1) & \frac{X\Omega}{Y}(Co - Ch) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{X}{Y}(CoCh + SiSh - 1) & \frac{X}{Y}(Ch - Co) & 0 & 0 \\ \frac{X}{Y}(ChSi - CoSh) & \frac{X}{Y}(Sh - Si) & 0 & 0 \\ \frac{X}{Y}(CoCh - SiSh - 1) & \frac{X}{Y}(Co - Ch) & 0 & 0 \\ \frac{X}{Y}(ChSi - CoSh) & \frac{X}{Y}(Sh - Si) & 0 & 0 \\ \frac{X}{L} & -\frac{X}{L} & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ -X & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (124)$$

Avec :

$$Co = \cos(\Omega L), \quad Si = \sin(\Omega L), \quad Ch = \cosh(\Omega L), \quad Sh = \sinh(\Omega L),$$

$$X = \frac{B^N}{A^N}, \quad \text{et} \quad Y = 2(CoCh - 1) \quad (125)$$

Annexe 2. Calcul de la contrainte de cisaillement pour le modèle de glissement

Répartissons la rigidité de cisaillement G_{12} sur chaque branche :

$$G_i = \frac{G_{12}}{n} \quad (126)$$

Les seuils de glissement σ_i^y sont rangés par ordre croissant : $i > j$, $\sigma_i^y > \sigma_j^y$. Ainsi, si le patin n° i glisse, alors tous les patins n° j tel que $j < i$ glissent aussi. On note σ_i la contrainte dans la branche n° i et g_i le glissement du patin n° i . Soit q le numéro du dernier patin glissant, on a alors :

$$\begin{cases} \forall i \leq q : \sigma_i = \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma_i^y \\ \forall i > q : \sigma_i = \frac{2G_{12}}{n} (\varepsilon_{12} - g_i) \end{cases} \quad (127)$$

On peut alors calculer la contrainte totale σ_{12} :

$$\sigma_{12} = \sum_{i=1}^q \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma_i^y + \sum_{i=q+1}^n \frac{2G_{12}}{n} (\varepsilon_{12} - g_i) \quad (128)$$

Si on fait tendre n vers l'infini, σ_i et σ_i^y tendent vers 0 ; utilisons donc les grandeurs suivantes qui, elles, restent finies :

$$x = \frac{i}{n}, \quad X = \frac{q}{n}, \quad \sigma(x) = n\sigma_i, \quad g(x) = g_i \quad \text{et} \quad \sigma^y(x) = n\sigma_i^y \quad (129)$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \forall x \leq X : \sigma(x) = \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma^y(x) \\ \forall x > X : \sigma(x) = 2G_{12} (\varepsilon_{12} - g(x)) \end{cases} \quad (130)$$

Calculons alors la contrainte totale :

$$\sigma_{12} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \sigma_i = \frac{1}{n} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n n\sigma_i = \int_0^1 \sigma(x) dx \quad (131)$$

$$\sigma_{12} = \int_0^X \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma^y(x) dx + \int_X^1 2G_{12} (\varepsilon_{12} - g(x)) dx \quad (132)$$

L'évolution de X est donnée par la distribution des contraintes seuils de glissement $\sigma^y(x)$. En fait X augmente toujours lors d'une charge ou d'une décharge et il revient instantanément à 0 lorsqu'il y a changement du signe du taux de déformation. Pour obtenir la valeur de X il suffit d'écrire la condition à la limite du glissement :

$$\text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right)\sigma^y(X) = 2G_{12}(\varepsilon_{12} - g(X)) \quad (133)$$

Notons que la fonction $g(x)$ est inchangée au court du temps entre X et 1 :

$$\forall x \in]X, 1] : \frac{dg(x)}{dt} = 0 \quad (134)$$

La Figure A2.1 décrit l'évolution de $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$, $\sigma(x)$, et $g(x)$. On a choisi la forme la plus simple pour $\sigma^y(x)$, linéaire :

$$\sigma^y(x) = 2\sigma_{12}^f x \quad (135)$$

Remarquons que $g(x)$ dépend fortement de l'histoire du chargement, il décrit les déformations résiduelles et permet, en particulier, de calculer l'énergie libre stockée.

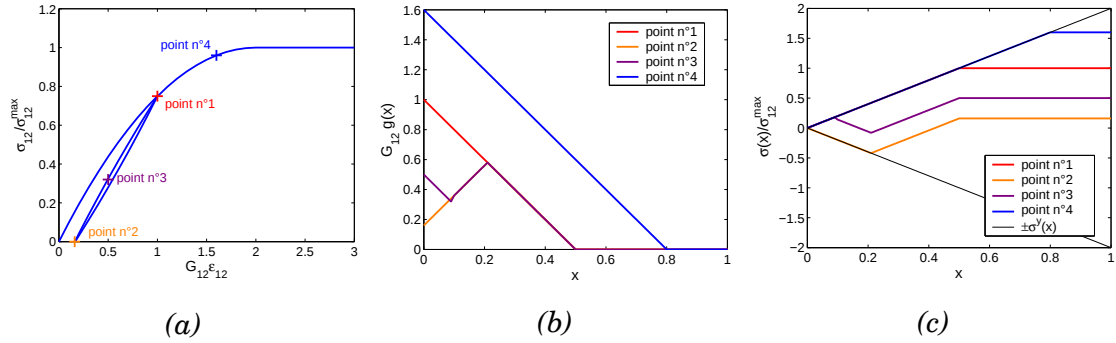


Figure A2.1. Évolution de (a) $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$, (b) $g(x)$, et (c) $\sigma(x)$.

Annexe 3. Calcul de la contrainte de cisaillement pour le modèle d'endommagement

Comme pour le modèle de plasticité répartissons la rigidité de cisaillement G_{12} sur chaque branche :

$$G_i = \frac{G_{12}}{n} \quad (136)$$

Les seuils de rupture σ_i^D sont rangés par ordre croissant : $i > j$, $\sigma_i^D > \sigma_j^D$. On note σ_i la contrainte dans la branche n° i . Soit k le numéro de la dernière branche cassée, on a alors :

$$\begin{cases} \forall i \leq k : \sigma_i = 0 \\ \forall i > k : \sigma_i = \frac{2G_{12}}{n} \varepsilon_{12} \end{cases} \quad (137)$$

et donc :

$$\sigma_{12} = \sum_{i=k+1}^n \frac{2G_{12}}{n} \varepsilon_{12} = 2G_{12} \frac{n-k}{n} \varepsilon_{12} \quad (138)$$

Comme pour le modèle de plasticité, si on fait tendre n vers l'infini, σ_i et σ_i^D tendent vers 0 ; utilisons donc les grandeurs suivantes qui, elles, restent finies :

$$x = \frac{i}{n}, \quad D = \frac{k}{n}, \quad \sigma(x) = n\sigma_i, \text{ et } \sigma^D(x) = n\sigma_i^D \quad (139)$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \forall x \leq D : \sigma(x) = 0 \\ \forall x > D : \sigma(x) = 2G_{12}\varepsilon_{12} \end{cases} \quad (140)$$

En utilisant l'équation (131) calculons la contrainte totale :

$$\sigma_{12} = \int_0^1 \sigma(x) dx = 2G_{12}(1-D)\varepsilon_{12} \quad (141)$$

L'évolution de D est donnée par la répartition des contraintes seuils de rupture $\sigma^D(x)$. Lorsque D augmente, D est solution de l'équation :

$$\sigma^D(D) = 2G_{12}\varepsilon_{12} \quad (142)$$

Annexe 4. Calcul de la contrainte de cisaillement pour le modèle élasto-plastique endommageable

Comme pour les modèles précédents répartissons la rigidité de cisaillement G_{12} sur chaque branche :

$$G_i = \frac{G_{12}}{n} \quad (143)$$

Les seuils de glissement σ_i^y et de rupture σ_i^D sont rangés par ordre croissant. En notant σ_i la contrainte dans la branche n° i , q le numéro du dernier patin glissant, et k le numéro de la dernière branche cassée, on a alors :

$$\begin{cases} \forall i \in \llbracket 0, q \rrbracket : \sigma_i = \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma_i^y \\ \forall i \in \llbracket q + 1, k \rrbracket : \sigma_i = \frac{2G_{12}}{n} (\varepsilon_{12} - g_i) \\ \forall i \in \llbracket k + 1, n \rrbracket : \sigma_i = \frac{2G_{12}}{n} \varepsilon_{12} \end{cases} \quad (144)$$

Comme pour les modèles précédents, faisons tendre n vers l'infini pour obtenir :

$$\begin{cases} \forall x \in [0, X] : \sigma(x) = \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma^y(x) \\ \forall x \in]X, D] : \sigma(x) = 2G_{12} (\varepsilon_{12} - g(x)) \\ \forall x \in]X, D] : \sigma(x) = 2G_{12} \varepsilon_{12} \end{cases} \quad (145)$$

En utilisant l'équation (131) calculons la contrainte totale :

$$\sigma = \int_0^X \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \sigma^y(x) dx + \int_X^D 2G_{12} (\varepsilon_{12} - g(x)) dx + \int_D^1 2G_{12} \varepsilon_{12} dx \quad (146)$$

Ou encore :

$$\sigma = \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right) \int_0^X \sigma^y(x) dx - \int_X^D 2G_{12} g(x) dx + 2(1 - X) G_{12} \varepsilon_{12} \quad (147)$$

L'évolution de D est donnée par :

$$\begin{cases} \text{si } \frac{dD}{dt} > 0 \text{ alors : } \sigma^D(D) = 2G_{12}\varepsilon_{12} \\ \text{si non : } \frac{dD}{dt} = 0 \end{cases} \quad (148)$$

Pour obtenir la valeur de X il suffit d'écrire la condition à la limite du glissement :

$$\begin{cases} \text{si } X < D \text{ alors : } \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right)\sigma^y(X) = 2G_{12}(\varepsilon_{12} - g(X)) \\ \text{si non : } X = D \end{cases} \quad (149)$$

Par exemple, choisissons la forme la plus simple pour $\sigma^y(x)$ et $\sigma^D(x)$, linéaire :

$$\begin{cases} \sigma^y(x) = 2\sigma_{12}^f x \\ \sigma^D(x) = 2\alpha G_{12} x \end{cases} \quad (150)$$

Définissons le paramètre $\beta \geq 1$ comme le rapport entre les seuils de rupture et les seuils de glissement :

$$\beta = \frac{\alpha G_{12}}{\sigma_{12}^f} \quad (151)$$

La Figure A4.1 décrit l'évolution de $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$, $\sigma(x)$, et $g(x)$ pour $\beta = 1.5$. On voit que la chute de rigidité, les déformations résiduelles, et l'hystérésis sont bien décrites. La Figure A4.2 donne la courbe $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$ obtenue pour un chargement 0, $\sigma_{12}^{\max}$, $-\sigma_{12}^{\max}$. On remarque que, lors de la décharge, la rigidité tangente diminue jusqu'à saturer à une valeur liée au niveau d'endommagement.

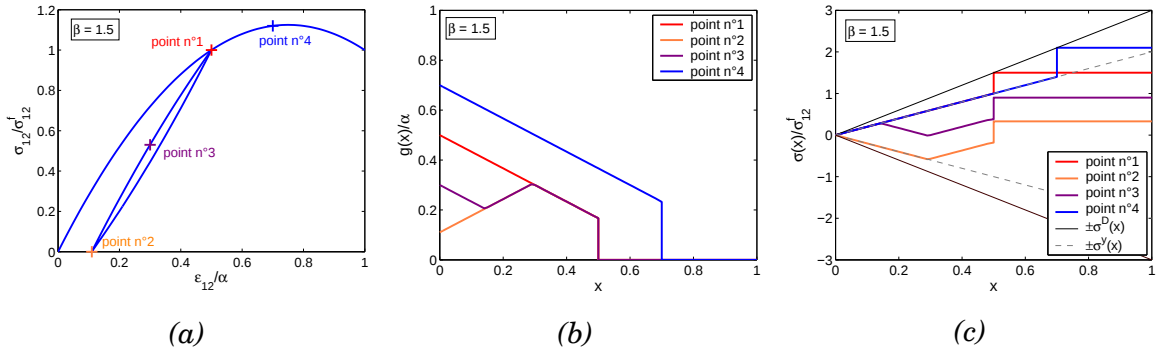


Figure A4.1. Évolution de (a) $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$, (b) $g(x)$, et (c) $\sigma(x)$ pour $\beta = 1.5$.

ANNEXE 4. CALCUL DE LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT
POUR LE MODÈLE ÉLASTO-PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE

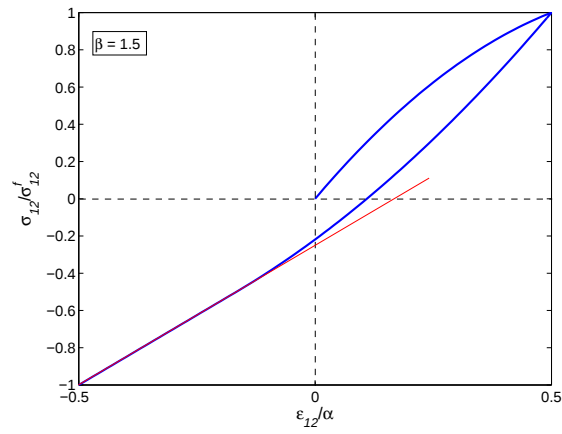


Figure A4.2. Évolution de $\sigma_{12}(\varepsilon_{12})$ pour un chargement 0, $\sigma_{12}^{\max}$, $-\sigma_{12}^{\max}$.

Annexe 5. Identification du modèle élasto-plastique endommageable

Pour identifier ce modèle nous disposons d'essais de traction sur stratifié $[0^\circ]_8$ et $[45^\circ, -45^\circ]_{2s}$ constitués de plis tissés. Lors de l'essai de traction sur stratifié $[45^\circ, -45^\circ]_{2s}$ l'état de contrainte, dans le repère des plis, n'est pas uni axial (Figure : A5.1). Si on note σ_{xx} la contrainte longitudinale mesurée dans la direction de chargement, le tenseur des contraintes exprimé dans le repère des plis est le suivant :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{2} & \frac{\sigma_{xx}}{2} & 0 \\ \frac{\sigma_{xx}}{2} & \frac{\sigma_{xx}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3} \quad (152)$$

Les plis sont sollicités en cisaillement et en traction. L'objectif est d'extraire le comportement en cisaillement : c'est à dire tracer la contrainte de cisaillement en fonction de la déformation de cisaillement. Pour cela calculons cette déformation en fonction de la déformation longitudinale mesurée ε_{xx} . En effectuant un changement de repère on obtient :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{xx} - \frac{1}{2}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad (153)$$

Le comportement dans le sens des fibres étant élastique fragile, on peut calculer ε_{11} et ε_{22} en fonction de σ_{xx} :

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \frac{1 - \nu_{12}}{E_1} \frac{\sigma_{xx}}{2} \quad (154)$$

En reportant l'équation (154) dans l'équation (153) on obtient :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{xx} - \frac{1 - \nu_{12}}{E_1} \frac{\sigma_{xx}}{2} \quad (155)$$

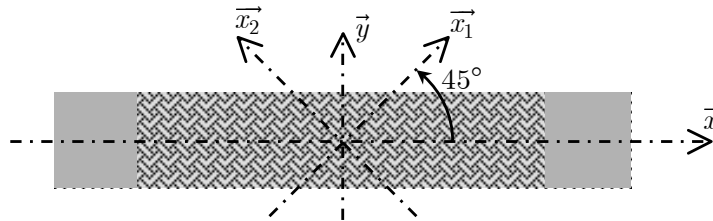


Figure A5.1. Essai de traction sur stratifié $[45^\circ, -45^\circ]_{2s}$.

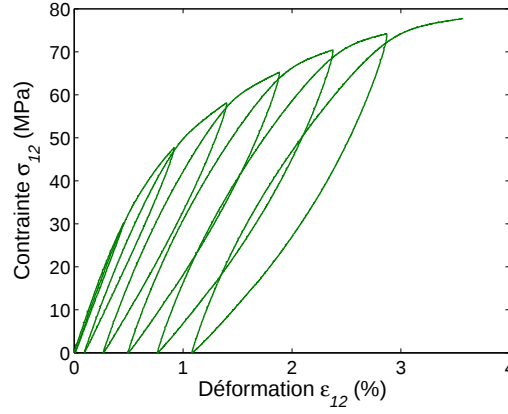


Figure A5.2. Comportement en cisaillement.

La Figure A5.2 montre l'évolution de σ_{12} en fonction de ε_{12} . A partir de cette courbe on peut aisément identifier le module de cisaillement initial. En ce qui concerne $\sigma^D(x)$ et $\sigma^y(x)$ deux méthodes sont envisageables. La première consiste à postuler une forme : puissance, exponentielle... et trouver les paramètres de cette loi qui minimisent globalement l'écart, au sens des moindres carrés par exemple, sur la courbe contrainte-déformation entre les résultats de simulation et expérimentaux. Cette méthode a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre mais, étant globale, elle fournit peu d'informations sur l'origine des erreurs. La seconde technique consiste à extraire, des résultats expérimentaux, les lois $\sigma^D(x)$ et $\sigma^y(x)$ et à trouver directement la meilleure approximation possible. Cette approche demeure proche du modèle et permet de comprendre les problèmes posés par l'identification, mais elle exige un travail approfondi sur les liens entre les variables D et X et les grandeurs mesurées expérimentalement. On peut également envisager de coupler ces deux méthodes.

Nous avons choisi dans un premier temps de mettre en œuvre la seconde technique énoncée. Cherchons à lier la loi $\sigma^D(x)$ aux grandeurs mesurées. Lorsque D croît $\sigma^D(D) = 2G_{12}\varepsilon_{12}$, donc il suffirait de tracer $2G_{12}\varepsilon_{12}$ en fonction de D pour obtenir l'évolution de $\sigma^D(x)$. Or on ne mesure pas D ! Cependant lors d'une décharge, X croît jusqu'à atteindre D et alors ni X , ni D n'évoluent : on observe une zone linéaire sur la courbe de traction (Figure A4.2). Calculons la rigidité tangente lors d'une décharge, avant que D évolue :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{12}}{dt} = & \text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right)\sigma^y(x)\frac{dX}{dt} - 2G_{12}\left(-g(x)\frac{dX}{dt}\right) \\ & + 2G_{12}\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}(1-X) - 2G_{12}\varepsilon_{12}\frac{dX}{dt} \end{aligned} \quad (156)$$

Or :

$$\text{signe}\left(\frac{d\varepsilon_{12}}{dt}\right)\sigma^y(x) + 2G_{12}\left(g(x)\frac{dX}{dt} - \varepsilon_{12}\frac{dX}{dt}\right) = 0 \quad (157)$$

Donc :

$$\frac{d\sigma_{12}}{dt} = 2G_{12}(1 - X) \frac{d\varepsilon_{12}}{dt} \quad (158)$$

Ce qui veut dire que la rigidité tangente K^t vaut :

$$K^t = 2G_{12}(1 - X) \quad (159)$$

X peut être défini alors comme l'endommagement tangent apparent. On peut donc extraire expérimentalement D : c'est la valeur maximale et de saturation de l'endommagement apparent tangent lors d'une décharge. En pratique, cette saturation intervient pour une contrainte de cisaillement légèrement négative, ce qui nécessite des essais appropriés : cisaillement pur, traction compression sur stratifié $[45^\circ]$. Des essais de traction compression sont en cours de réalisation. Dans un premier temps nous pouvons toutefois utiliser les essais de traction pour identifier la loi d'évolution $\sigma^D(x)$.

La Figure A5.3 montre l'évolution de la rigidité tangente apparente au cours du chargement. Elle permet de déterminer approximativement l'endommagement pour chaque cycle et ainsi de tracer $2G_{12}\varepsilon_{12}$ en fonction de son évolution, c'est à dire l'évolution de $\sigma^D(x)$ (Figure A5.4). La meilleure interpolation est obtenue avec une fonction exponentielle $\sigma^D(x) = \sigma_s^D \exp(\gamma x)$, où σ_s^D est un seuil d'endommagement et γ un paramètre adimensionnel.

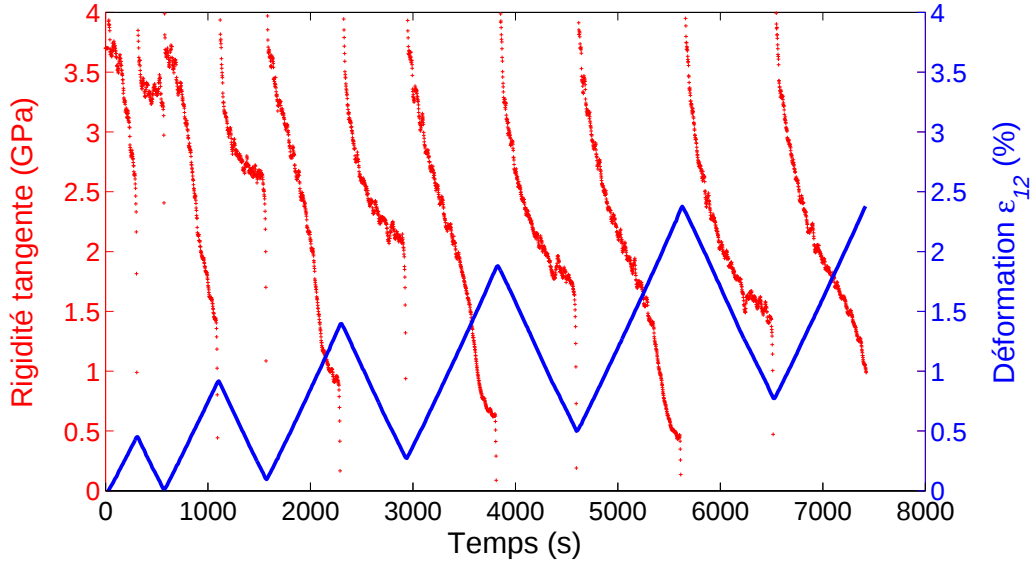


Figure A5.3. Évolution de la rigidité tangente au cours du chargement.

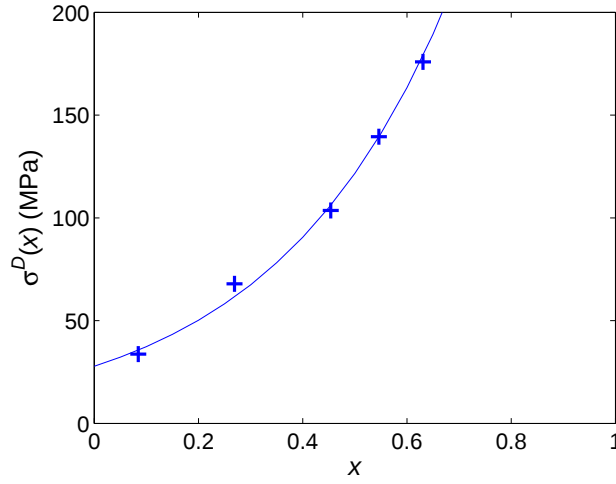


Figure A5.4. Évolution de $\sigma^D(x)$.

Faisons de même avec la loi $\sigma^y(x)$. Lors d'une décharge après avoir atteint une déformation maximale $\varepsilon_{12}^{\max}$ on a :

$$\begin{cases} \frac{dD}{dt} = 0 \\ -\sigma^y(X) = 2G_{12}(\varepsilon_{12} - g(X)) \\ g(X) = \varepsilon_{12}^{\max} - \frac{\sigma^y(X)}{2G_{12}} \end{cases} \quad (160)$$

donc :

$$\sigma^y(X) = 2G_{12}(\varepsilon_{12}^{\max} - \varepsilon_{12}) \quad (161)$$

X étant l'endommagement apparent tangent, il suffit de tracer $2G_{12}(\varepsilon_{12}^{\max} - \varepsilon_{12})$ en fonction de l'endommagement apparent tangent pour obtenir l'évolution de $\sigma^y(x)$. En le traçant sur la Figure A5.5, on s'aperçoit que $\sigma^y(x)$ dépend de D . En fait, lorsque le matériau s'endommage, les contraintes internes se relâchent en partie, et les seuils de glissement diminuent. La meilleure interpolation est obtenue avec une fonction exponentielle : $\sigma^y(x) = a \exp(bx)$, où a et b dépendent de D . La Figure A5.6 montre l'évolution de a et b en fonction de D . Là encore, la meilleure interpolation est obtenue avec des fonctions exponentielles : $a(D) = a_1 \exp(a_2 D)$ et $b(D) = b_1 \exp(b_2 D)$.

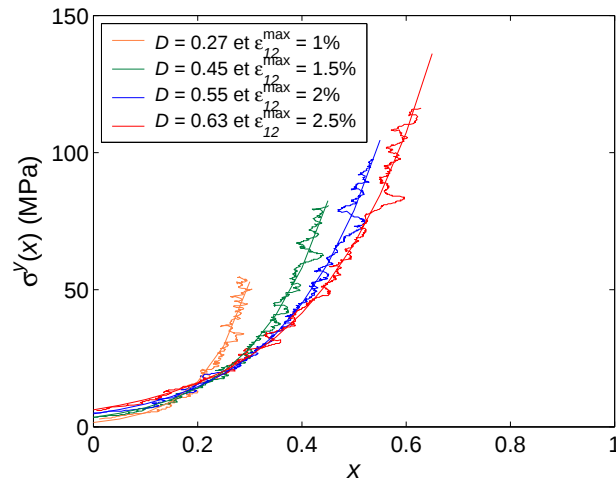


Figure A5.5. Évolution de $\sigma^y(x)$.

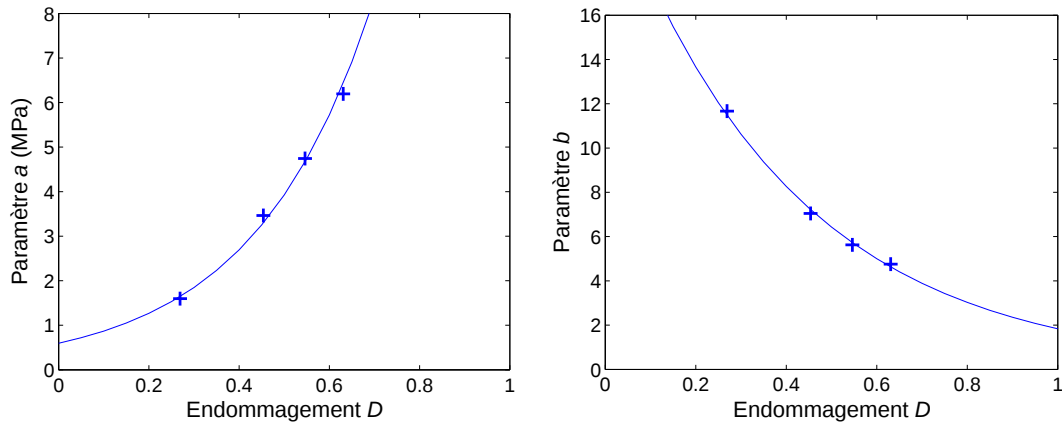


Figure A5.6. Évolution de a et b en fonction de D .

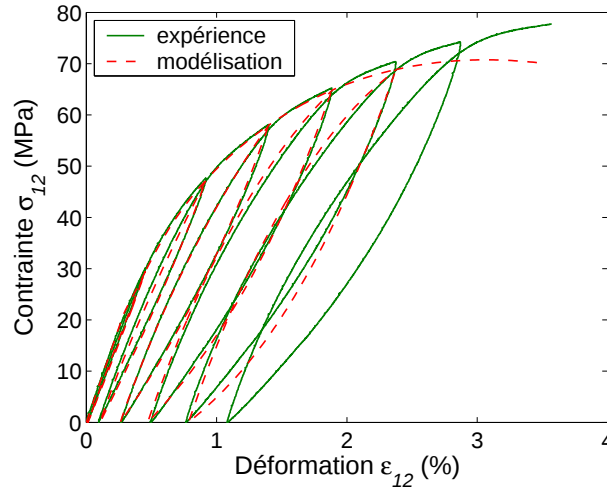
Le Tableau A5.1 résume les paramètres du modèles ainsi identifiés. 7 paramètres suffisent à décrire les phénomènes progressifs d'endommagement et de glissement. La comparaison entre le modèle ainsi identifié et le résultat obtenu expérimentalement n'est pas satisfaisante ; en particulier les déformations résiduelles en fin de décharge sont mal prédites. Ceci peut s'expliquer par le peu de précision obtenue lors de l'identification de l'endommagement. Cependant ce premier travail d'identification nous a permis de déterminer la forme exponentielle des évolutions des différentes lois.

Tableau A5.1. Paramètres du modèle identifiés de manière directe.

Module initial G_{12} (GPa)	3.7		
Loi des seuils de rupture :	σ_s^D (GPa)	2.8E-2	
$\sigma^D(x) = \sigma_s^D \exp(\gamma x)$	γ	2.95	
Loi des seuils de glissement :	$a(D) = a_1 \exp(a_2 D)$	a_1 (GPa)	5.95E-4
		a_2	3.77
	$\sigma^y(x) = a \exp(bx)$	b_1	22.57
	$b(D) = b_1 \exp(b_2 D)$	b_2	-2.51

Tableau A5.2. Paramètres du modèle identifiés de manière globale.

Module initial G_{12} (GPa)	3.7		
Loi des seuils de rupture :	σ_s^D (GPa)	2.13E-2	
$\sigma^D(x) = \sigma_s^D \exp(\gamma x)$	γ	2.99	
Loi des seuils de glissement :	$a(D) = a_1 \exp(a_2 D)$	a_1 (GPa)	2.61E-4
		a_2	7.55
	$\sigma^y(x) = a \exp(bx)$	b_1	54.2
	$b(D) = b_1 \exp(b_2 D)$	b_2	-5.66

*Figure A5.7. Comparaison entre la modélisation et l'expérience.*

Utilisons ces mêmes formes d'interpolation et cherchons les paramètres qui minimisent globalement l'écart, au sens des moindres carrés, sur la courbe contrainte déformation entre les résultats de simulation et expérimentaux.

Nous avons choisi comme fonction coût la somme quadratique des écarts de contrainte entre les résultats expérimentaux et de simulation aux points de fin de charge et de décharge. Nous avons ajouté à cette fonction coût des pénalisations f_1^p et f_2^p afin d'écarter des solutions « non physiques » :

$$f_1^p = \int_0^D \left\langle \sigma^D(x) - \sigma^y(x, D) \right\rangle_- dx \quad (162)$$

$$f_2^p = \int_0^1 \left\langle \frac{d(\sigma^D(x) - \sigma^y(x, D))}{dD} \right\rangle_- dD \quad (163)$$

Nous avons choisi comme point de départ de notre minimisation les paramètres du Tableau A5.1. La rigidité initiale est fixée : il y a donc 6 paramètres à optimiser. L'identification a été faite avec les quatre premières charges-décharges, au-delà on voit l'effet du réaligement des fibres qui se traduit expérimentalement par une rigidification. Le Tableau A5.2 et la Figure A5.7 présentent les résultats de cette optimisation. La bonne représentation des hystérésis malgré le faible nombre de points pris en compte dans la fonction coût montre la pertinence des phénomènes introduits dans notre modèle.

Annexe 6. Calcul de la hausse de rigidité provoquée par le réalignement des fibres.

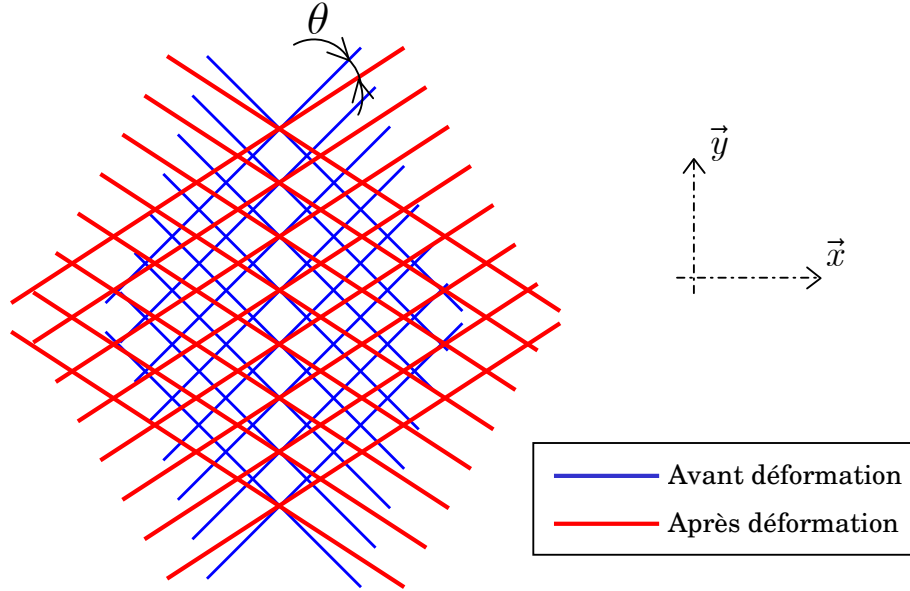


Figure A6.1. Orientation des fibres avant et après déformation.

Considérons une poutre constituée d'un stratifié de plis unidirectionnels $[45^\circ - \theta, -45^\circ + \theta]_S$ où θ représente l'angle de réalignement (Figure A6.1). L'objectif est de calculer le module de Young dans la direction $\vec{x}$ de la poutre. Pour cela utilisons la théorie des stratifiés. Le tenseur de souplesse en contrainte plane est de la forme suivante dans le repère du pli :

$$S^{CP} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)} \quad (164)$$

Pour obtenir la matrice de souplesse dans le repère du stratifié écrivons la relation de changement de repère :

$$S_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^{CP}(\alpha) = R_\alpha^\varepsilon S_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)}^{CP} (R_\alpha^\sigma)^{-1} \quad (165)$$

avec :

$$R_{\alpha}^{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ -2\cos(\alpha)\sin(\alpha) & 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (166)$$

et :

$$R_{\alpha}^{\sigma} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (167)$$

Le tenseur de souplesse du stratifié « homogénéisé » selon les hypothèses de la théorie des stratifiés est alors :

$$S_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^{CPH} = \left\{ \frac{1}{2} \left[S_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^{CP} \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) \right]^{-1} + \frac{1}{2} \left[S_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^{CP} \left(-\frac{\pi}{4} + \theta \right) \right]^{-1} \right\}^{-1} \quad (168)$$

Pour obtenir le module de Young dans la direction $\vec{x}$ il suffit de prendre l'inverse du terme $x-x$ de $S_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^{CPH}$. En résolvant ces équations analytiquement on obtient :

$$E_{xx} = \frac{-3E_1(E_1 + E_2) - 4E_1G_{12} - 2E_1E_2\nu_{12} + 4E_2G_{12}\nu_{12}^2}{+ (E_1(E_1 + E_2 - 4G_{12}) - 2E_1E_2\nu_{12} + 4E_2G_{12}\nu_{12}^2)\cos(4\theta) + 4E_1(E_1 - E_2)\sin(2\theta)} \quad (169)$$

$$\frac{-4E_1(E_1(E_2 + G_{12}) + E_2G_{12}(1 + 2\nu_{12})) + 4E_1(E_1(E_2 - G_{12}) - E_2G_{12}(1 + 2\nu_{12}))\cos(4\theta)}{}$$

Nos essais ont été réalisés avec des plis tissés, mais nous pouvons utiliser la relation (169) en considérant qu'un pli tissé peut être remplacé par deux plis unidirectionnels. La Figure A6.2 montre l'évolution de E_{xx} en fonction de θ . On a vu que θ était proche de ε_{xx} . Expérimentalement ε_{xx} atteint 5% donc E_{xx} variera entre 13.5 et 16.1 MPa.

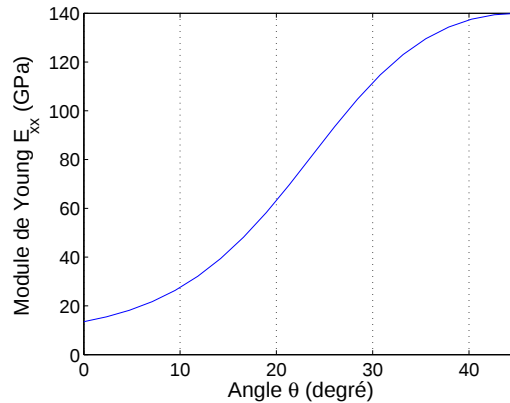


Figure A6.2. Évolution du module de Young E_{xx} en fonction de θ .