HAL
open science

Modélisation et optimisation des performances CEM d'une association variateur de vitesse – machine asynchrone

Bertrand Revol

▶ **To cite this version:**

Bertrand Revol. Modélisation et optimisation des performances CEM d'une association variateur de vitesse – machine asynchrone. Energie électrique. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT : . tel-00006396

HAL Id: tel-00006396

https://theses.hal.science/tel-00006396

Submitted on 6 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Joseph Fourier

N° attribué par la bibliothèque
/__/__/__/__/__/__/__/__/__/__/

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UJF

Spécialité : « Génie Electrique »

Préparée au **Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble**
UMR 5529
Dans le cadre de l'école doctorale « **E**lectronique, **E**lectrotechnique, **A**utomatique, **T**raitement du **S**ignal »

présentée et soutenue publiquement
par

Bertrand REVOL

Le 21 novembre 2003

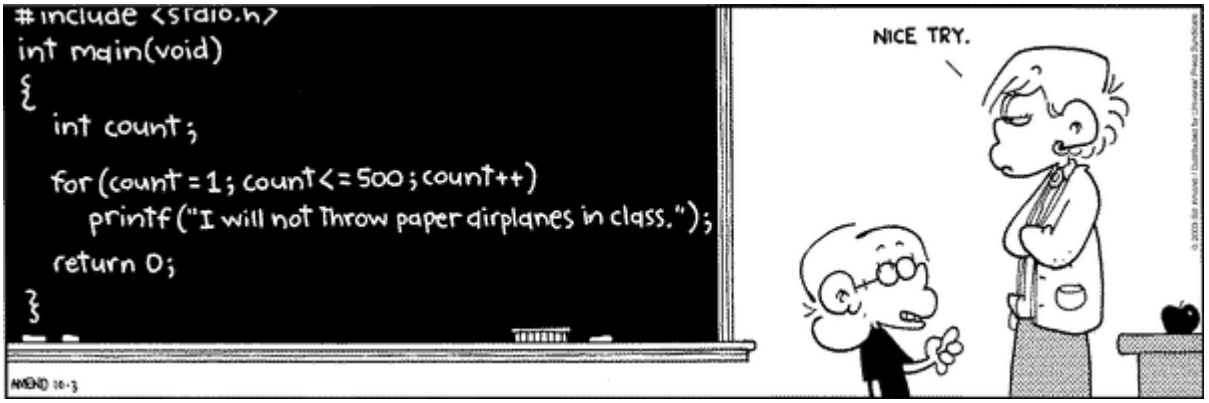
Titre :

Modélisation et optimisation des performances CEM d'une association variateur de vitesse – machine asynchrone

Directeur de thèse : James ROUDET

JURY

M. ROBERT PERRET	, Président
M. FRANÇOIS COSTA	, Rapporteur
M. YVON CHERON	, Rapporteur
M. JAMES ROUDET	, Directeur de thèse
M. PHILIPPE LOIZELET	, Examinateur


#include <stdio.h>
int main(void)
{
int count;
for (count = 1; count <= 500; count++)
printf ("I will not throw paper airplanes in class.");
return 0;
}
NICE TRY.
AMEND 10-3

REMERCIEMENTS

La rédaction du mémoire fait sûrement partie des moments les plus délicats voire les plus difficiles de la thèse, et quand tout semble fini il reste évidement le temps des remerciements. Il s'agit alors, soit de remercier tout le monde sans omettre une personne ni commettre d'injustice, soit de rassembler le maximum de personne sous des étiquettes pour se simplifier un travail quelque peu ingrat. Que choisir ? Soyons pragmatiques…

Il est avant tout indispensable de remercier le LEG et les personnes qui tous les jours travaillent consciencieusement à son bon fonctionnement. Je pense notamment à l'équipe de direction et aux personnels technique et administratif. Quant aux chercheurs, je pense qu'ils n'aspirent à aucun remerciement, leur humilité étant le gage de leur sagesse…

Je ferais toutefois une exception pour James à qui je ne sais comment réellement exprimer ma reconnaissance. Son dynamisme, son expérience et ses qualités humaines en font une personne d'exception qui impose bien plus que le respect. Merci de la confiance qu'il a placée en moi toutes ces années.

Je tiens naturellement à exprimer ma gratitude aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur de participer à la dernière étape de cette thèse : la soutenance. Je remercie de ce fait Mr Yvon Chéron directeur de recherche au CNRS et directeur du LEEI, ainsi que Mr François Costa, professeur à l'IUFM de Créteil et chercheur au laboratoire SATIE, qui ont eu la tâche ingrate d'être les rapporteurs de ce mémoire. Je ne peux alors oublier de remercier Robert Perret qui a eu la gentillesse d'être le président de ce jury. J'adresse également mes sincères remerciements à Philippe Loizelet, ingénieur STIE, pour m'avoir aidé à faire le lien entre les exigences du monde industriel et "les envolées" du milieu de la recherche.

Aux amis…

Après ces remerciements quelque peu protocolaires mais nécessaires, j'aimerai dédier les lignes qui vont suivre aux thésards de l'équipe EP. Plus que de simples collègues de travail, ils sont devenus tout au long de ces années de véritables amis. Ces compagnons d'infortune ont su tous les jours dynamiser ou plutôt exalter les travaux que nous avons menés et je vais prendre le risque d'en nommer certains.

Pour commencer, un grand merci aux anciens, Coy (un ex-tôlier), P'tit Lu (le toulousain), Yvan (quand un bedo rencontre un ventre jaune), Jean-Mich (Java hot line), Max (l'homme qui faisait des fentes des les busbarres), POJ (tonton le mauriennais), Karim (1m90, 90 kg de muscles et il s'évanouit à la vue d'un condo).

Il y a évidement les moins vieux, Guybrush (le Robin Hood des temps modernes, l'homme qui traque la faute plus vite que son ombre), Jean Sac (Petit Jean de Sherwood qui croit toujours que mon oncle est une célébrité), Goubs (l'inventeur génial de la goubserie et spécialiste des high scores), Hervé (l'un des plus vieux parmis les moins vieux, il est aussi le Seigneur des Nano), Rico (il est né avec des skis aux pieds), Kazuya (tapez "otbm" sur le web et vous connaîtrez le personnage; je suis sûr que le Fazer regrettera mon superbe casque du C'Velec).

Il reste les plus jeunes ou devrais-je dire les "ptdm", Francky (NLP, no comments), KiKi (Mr 100000 volts, pourtant il est savoyard ???), JPEG (élevé au Matlab depuis sa naissance), Roger Souchard (mon premier boulet), Mariya et Nataliya (un peu de charme et d'innocence au milieu de toutes ces brutes), adi (Smart-Woman, pourtant elle a le permis ???)…

Je dois sûrement oublier des personnes, et je m'en excuse. Toutefois, je fais confiance à ceux qui ne sont pas mentionnés pour ne pas m'en tenir rigueur.

"Celui qui n'est plus ton ami ne l'a jamais été."

Aristote

A la famille…

Ces remerciements s'adressent naturellement à la famille proche qui a toujours eu confiance en moi et m'a soutenu jusqu'au bout. Sans elle, je n'aurais pu écrire ces quelques mots aujourd'hui. J'admire le courage et le dévouement en toute circonstance des personnes qui m'ont entouré toutes ces années et j'aspire à leur apporter autant de choses qu'elles l'ont fait pour moi.

Si vous pensez qu'une thèse est une activité plutôt sympathique et qu'il n'existe pas réellement de difficultés autres que scientifiques, demandez son avis à celui ou à celle qui vous accompagne et mettez-vous, ne serait-ce qu'un instant, à sa place. Vous comprendrez peut-être alors ce que les mots dévouement, sacrifice et surtout amour veulent réellement dire et qu'il ne faut pas en abuser.

Les derniers mots de ces remerciements je les lui dois. Elle incarne, pour moi, la force et le courage. Pour toutes les privations endurées durant ces trois années je ne saurais, je pense, jamais comment la remercier. Elle est brillante. Ne démériteant jamais, elle réussit tout ce qu'elle entreprend et j'aspire, plus que jamais, à faire partie de ses réussites.

Bien que cela soit peu de choses par rapport à tout ce que tu m'as déjà apporté, Isa merci…

"Quand Isabelle dort plus rien ne bouge
Quand Isabelle dort au berceau de sa joie
Elle vole les rêves et les jeux
D'une rose et d'un bouton d'or
Pour se les poser dans les yeux
Belle Isabelle quand elle dort"

Jacques Brel
Extrait d'*Isabelle*

TABLE DES MATIERES

Table des matières

CHAPITRE I INTRODUCTION GENERALE 13

I POSITION DU PROBLEME – COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE (CEM) ET CONCEPTION –..... 15

II. CADRE DE L'ETUDE 15

III. OBJECTIF ET DEMARCHE DE L'ETUDE 16

CHAPITRE II LES METHODES D'ESTIMATION SPECTRALE POUR L'ANALYSE ET LA CONCEPTION 19

I. INTRODUCTION..... 21

II. LE TRAITEMENT DU SIGNAL DANS TOUT ÇA 23

II.1 La transformée de Fourier 24
II.2 La transformée de Laplace..... 25
II.3 Produit de convolution..... 25
II.4 Inter-corrélation..... 27
II.5 Représentation spectrale: convention..... 27

III. QUELQUES RAPPELS SUR LES MECANISMES DE LA CEM DANS LES CONVERTISSEURS STATIQUES..... 27

III.1 Généralités..... 27
III.2 Les Normes CEM..... 29
III.3 Les mesures normatives et la simulation..... 30

IV. MODELISATION EN ELECTRONIQUE DE PUISSANCE 31

IV.1 Les semiconducteurs..... 31
IV.2 Les composants passifs..... 32
IV.3 Quelques mots sur la connectique et sa modélisation 32

V. METHODES INDIRECTES: SIMULATIONS TEMPORELLES 33

V.1 Principe..... 33
V.2 Simulation temporelle et étude fréquentielle 33

VI. METHODES DIRECTES..... 37

VI.1 Sources de perturbations localisées: linéarisation de la structure..... 37
VI.2 Approche par fonction de transferts 42
VI.3 Approche Matricielle 46
VI.4 Analyse fréquentielle par représentation d'état..... 49
VI.5 Légitimité des Sources de perturbations..... 52
VI.6 Mécanisme d'interaction des sources 61

VII. CONFRONTATION MESURES – SIMULATIONS..... 61

VII.1 Modèle SPICE – Simulation temporelle & FFT –..... 64
VII.2 Calcul Fréquentiel – Représentation d'état –..... 65

VII.3 Calcul Fréquentiel – Représentation Matricielle – 66
VII.4 Calcul Fréquentiel – Fonctions de transfert – 67

VIII. SYNTHESES ET CONCLUSIONS 68

CHAPITRE III IMPACT CEM DES REDRESSEURS A DIODES 71

I. INTRODUCTION 73

II. REDRESSEUR EN CONDUCTION CONTINUE 73
II.1 Phénomènes d'empiètement 74
II.2 Association d'un Convertisseur et du pont de diodes en conduction continue 77

III. ETUDE DU REDRESSEUR EN CONDUCTION DISCONTINU 80
III.1 Etude d'un modèle basse fréquence 80
III.2 Mise en équation de la conduction des diodes 81
III.3 Mise en équation du système quand les diodes sont bloquées 82
III.4 Détermination directe du régime permanent 83
III.5 Détermination des perturbations générés par le pont 86
III.6 Confrontation Simulations – Mesures 94
III.7 Prise en compte des capacités de mode commun du redresseur 95

IV. ASSOCIATION D'UN PONT DE DIODE EN CONDUCTION DISCONTINUE ET D'UN CONVERTISSEUR HAUTE FREQUENCE 99
IV.1 Détermination du point de fonctionnement des diodes 100
IV.2 Etude des perturbations conduites 104
IV.3 Sommation des perturbations élémentaires 106
IV.4 Etude complète des phases et recombinaison spectrale 107

V. CONCLUSION 108

CHAPITRE IV MODELISATION CEM D'UN ONDULEUR TRIPHASE 111

I. INTRODUCTION 113

II. LOCALISATION DES SOURCES DE PERTURBATIONS DE L'ONDULEUR 113
II.1 Potentiels Critiques 114
II.2 Schéma équivalent fréquentiel de la cellule de commutation 115

III. ELABORATION DES SOURCES DE PERTURBATIONS EN TENSION 116
III.1 Définition des créneaux modulés 116
III.2 Discussion autour de la synchronisation des signaux et des fréquences de calcul. 117

IV. DETERMINATION DES INSTANTS DE COMMUTATION 119
IV.1 MLI vectorielle 119
IV.2 MLI intersectives 122
IV.3 Approche analytique 123
IV.4 Echantillonnage des signaux 125
IV.5 Recherche des instants de commutation sans échantillonnage 126
IV.6 Comparaison avec l'échantillonnage des signaux de commande 126
IV.7 Discussion autour des temps de garde 127
IV.8 Conclusion 128

V. INFLUENCE DE LA MODULATION DES FRONTS 129

VI. ETUDE COMPARATIVE DES SOURCES EN FONCTION DES STRATEGIES DE MLI 131
VI.1 Influence des lois de commande 132
VI.2 Remarque générale sur les lois de commande 133
VI.3 Conclusion 134
VI.4 Identification des stratégies par la mesure 134
VI.5 Influence du type de porteuse 135
VI.6 Remarque 136

VII. CALCUL DU COURANT GENERE PAR L'ONDULEUR – DEFINITION DE LA SOURCE DE PERTURBATIONS DIFFERENTIELLES– 136
VII.1 Source parfaite 137
VII.2 Calcul des courants en fonction de la charge 141
VII.3 Remarque 143

VIII. PROBLEME RENCONTRE EN MESURES AVEC UN ANALYSEUR DE SPECTRE 144
VIII.1 Principe du filtrage d'un analyseur de spectre 144
VIII.2 Filtre théorique 145
VIII.3 Application à la MLI 146

IX. MODELISATION FREQUENTIELLE DE L'ONDULEUR 147
IX.1 Source équivalente de mode commun - Schéma simplifié 147
IX.2 Exemple simple 149
IX.3 Influence du mode différentiel 150
IX.4 Schéma global - Approche Matricielle 152
IX.5 Approche modulaire – Association d'hexapôles 155

X. CONCLUSION 159

CHAPITRE V MODELISATION DE L'ASSOCIATION DU CABLE ET DE LA MACHINE ASYNCHRONE 161

I. MODELISATION HAUTE FREQUENCE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE 163
I.1 Modèle simple 163
I.2 Modèle à cellules résonantes 171
I.3 Conclusion 173

II. MODELISATION DES CABLES D'ALIMENTATION 174
II.1 Tenir compte de la propagation 175
II.2 Extraction des paramètres par réflectométrie 175
II.3 Extraction des paramètres en utilisant la mesure d'impédance 177
II.4 Effet de la propagation dans le domaine fréquentiel 178
II.5 Remarque sur l'homogénéité du milieu 179
II.6 Modélisation par tronçon de matrice 179
II.7 Elaboration d'un modèle prédictif 180

III. REPARTITION DE LA DENSITE DE COURANT DANS LES CABLES 187

IV. ASSOCIATION DU CABLE ET DU MOTEUR 188
IV.1 Impédance totale vue par le variateur de vitesse 189
IV.2 Mesure de l'impédance de mode commun total 189

V. ESTIMATION DES PERTURBATIONS CONDUITES 191
V.1 Comparaison simulations mesures 191
V.2 Etude de sensibilité 193

VI. CONCLUSION 196

CHAPITRE VI FILTRAGES PASSIFS DES STRUCTURES -INTRODUCTION A L'OPTIMISATION GLOBALE 197

I. INTRODUCTION 199

II. MATERIAUX MAGNETIQUES UTILISES 199

III. MODELISATION D'UNE INDUCTANCE DE MODE COMMUN 201
III.1 Fonctionnement d'une CMC 201
III.2 Modélisation simple (Modèle théorique) 203
III.3 Caractérisation et modèle associé (Modèle d'analyse) 206
III.4 Problème de la saturation 214

IV. SIMULATION DU FILTRE COMPLET 215
IV.1 Simulation du filtre idéal 215
IV.2 Simulation du filtre complet 217
IV.3 Conclusion 218

V. DIMENSIONNEMENT DES ELEMENTS DU FILTRE 218
V.1 Inductance de mode commun 219
V.2 Condensateurs du filtre 221

VI. OPTIMISATION D'UN FILTRE DE MODE COMMUN 223
VI.1 La fonction objectif 224
VI.2 Les contraintes 225
VI.3 Résultats 225

VII. CONCLUSION 229

CHAPITRE VII CONCLUSION GENERALE 231

BIBLIOGRAPHIE 235

ANNEXES 243

Chapitre I
INTRODUCTION GENERALE

La succession de chercheurs est comparable à un seul homme qui apprend indéfiniment

B.PASCAL

I. POSITION DU PROBLEME – COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE (CEM) ET CONCEPTION –

Jusqu'à présent et comme dans beaucoup d'autres domaines, la conception d'un dispositif d'électronique de puissance se fait au mieux mais sans moyen véritable de prédiction des perturbations électromagnétiques au cours de la phase d'élaboration du produit. Ce n'est qu'une fois le prototype achevé que les tests de pré-certification sont réalisés que l'on calcule réellement le filtre dédié à la réduction des perturbations conduites. Quant au bruit en mode rayonné, encore plus difficile à appréhender, on s'en remet au blindage pour respecter les gabarits normatifs. La compatibilité électromagnétique, qu'elle soit conduite ou rayonnée, n'est pas gérée comme une contrainte au moment de la conception, mais seulement comme une épreuve que l'on fait subir au prototype avant la fabrication en série.

Bien entendu, cette démarche n'est pas rationnelle, mais avons-nous les moyens scientifiques et techniques d'envisager une conception sous contrainte, qui elle, permet au moins sinon de passer les différentes normes du premier coup, et d'avoir une idée quantitative sur le degrés probable de pollution de l'équipement. L'apparition et l'utilisation des techniques de conception sous contraintes sont relativement récentes et pour l'instant peu voire pas utilisées par l'industrie qui met plutôt à profit son retour d'expérience ou les règles d'homothétie. La conception sous contraintes permet à partir d'un cahier des charges extrêmement léger décrivant le comportement d'une boîte noire d'aboutir à un dimensionnement des composants de cette dernière, une fois la structure topologique connue bien évidement. La rapidité de la conception sous contraintes liée à une démarche entièrement informatisée permet l'évaluation et la comparaison de plusieurs structures topologiques. L'état de l'art dans ce domaine concerne cependant la conception fonctionnelle d'un équipement, s'arrêtant à la mise en œuvre de composant idéaux. L'estimation des perturbations électromagnétiques et, dans une moindre mesure, l'estimation des pertes reposent sur la bonne connaissance de paramètres du second ordre (éléments parasites) qu'il est bien plus difficile de maîtriser. A titre d'exemple, nous avons rencontré la situation extrême certes, d'un transistor dont le drain en face arrière du boîtier venait à se coupler selon sa position (verticale ou horizontale) à l'entrée du filtre anti-parasites. On mesure donc bien à travers cet exemple toute la difficulté de prévoir ce type de phénomènes. Cependant, en l'état actuel des connaissances, nous ne voyons pas d'alternative à l'application de la conception sous contraintes en ce qui concerne les aspects de la compatibilité électromagnétique conduite au moins dans un premier temps. Les résultats obtenus ne seront peut être pas entièrement convaincants mais nous voulons explorer cette piste avant de changer de stratégie. Par ailleurs, la simulation de type circuit, y compris avec des outils puissants comme SABER®, reste insuffisante. Il est nécessaire de savoir rentrer des modèles de composants pertinents, et l'augmentation non maîtrisable du nombre de paramètres ne permet ni une bonne compréhension des phénomènes physiques ni même d'envisager avec réalisme la phase de conception.

II. CADRE DE L'ETUDE

Les variateurs de vitesse ou les associations convertisseur-machine-charge se doivent de répondre aux normes conduite et rayonnée comme la plupart des équipements électriques de nos jours. Même si leur utilisation, prépondérante dans le secteur industriel, leur permettrait parfois d'échapper à cette contrainte, leur utilisation progressive en milieu tertiaire

nécessite de remplir, ou au moins de prévoir, l'aspect normatif. C'est à ce type d'exigences que sont aujourd'hui confrontées les entreprises spécialisées dans la conception de variateurs de vitesse et plus globalement de convertisseurs statiques. Les applications liées à la variation de vitesse, qui de nos jours s'implantent dans de nombreux secteurs tertiaires, représentent les structures de puissance faisant partie des plus complexes sur le plan de la conception et de la modélisation : de par leur nombre de composants actifs et passifs, des stratégies de commandes complexes, parfois multiples pour un même convertisseur, et des machines tournantes associées. L'étude des perturbations électromagnétique de ces convertisseurs constitue une démarche délicate et ambitieuse. En effet, les travaux réalisés dans ce domaine, et dont la liste ne peut être exhaustive, montrent la nécessité de considérer l'actionneur électromécanique et sa connectique comme des parties indissociables de l'onduleur. D'un point de vue pratique, la qualification normative du produit impose qu'il soit testé avec sa charge. Il est de ce fait évident que la conception des organes de filtrage, devenus inévitables, nécessite la prise en compte de cette configuration d'essais.

Pour revenir sur les applications intégrant des dispositifs à vitesse variable, nous pouvons énumérer les quelques cas classiques suivants:

- ventilation/climatisation,
- pompes et compresseurs,
- manutention horizontale et verticale,
- emballage/conditionnement,
- machines spéciales.

Ces applications, nécessitant des puissances différentes, ont comme principal point commun une conversion AC/AC. La conversion DC/AC n'est pas exclue pour autant, les exemples les plus probants étant les équipements dédiés à la propulsion électrique dont l'énergie est fournie par une matrice de batteries. Le besoin réel de maîtriser les perturbations conduites et rayonnées, néfastes pour les autres systèmes électriques embarqués, se fait ressentir malgré l'absence de réglementation normative pour ce type d'appareillages à ce jour.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés plus particulièrement sur deux gammes de variateurs de vitesse, appartenant à la série ALTIVAR (ATV08 et ATV58), et conçus par la société S.T.I.E (Schneider-Toshiba-Inverter-Europe), filiale du groupe Schneider Electric. Les caractéristiques techniques de ces convertisseurs sont intéressantes. Les ATV 58 permettent le démarrage, l'arrêt progressif et la variation de vitesse des moteurs asynchrones. Ils sont disponibles pour deux plages de tensions (200/240 V monophasé et triphasé et 380/500 V triphasé) et pour treize niveaux de puissance soit six calibres de 0,37 kW à 37 kW pour la version 200/240 V et sept calibres de 0,75 kW à 75 kW pour la version 380/500 V. Ce variateur, à contrôle vectoriel de flux (VFC Vector Flux Control) sans capteur, couvre une large gamme de vitesses dont les fréquences associées vont de 1 à 100 Hz. Plus compacte que la précédente, la gamme ATV 08 est destinée aux moteurs asynchrones pour des petites applications tertiaires et industrielles, telles que les applications de pompes de dosage, de ventilateurs et de convoyeurs, ainsi que les portes de garage. Elle est disponible en trois puissances suivant trois calibres: 0,18 kW, 0,37 kW et 0,75 kW à 240 V monophasé.

III. OBJECTIF ET DEMARCHE DE L'ETUDE

L'objectif direct de ce travail est d'appréhender par la simulation le niveau d'émission conduite. L'estimation de ces perturbations doit permettre de déterminer un pré-dimensionnement du filtrage en utilisant des techniques d'optimisation, et de réduire ainsi le nombre de prototypes qui pénalise les phases de développement. Pour cela, il nous faut mettre

en œuvre des méthodes et des modèles qui permettent la prédétermination des perturbations conduites engendrées par les commutations des interrupteurs.

Nous avons consacré le deuxième chapitre au rappel des méthodes d'estimation spectrale existantes, et à la présentation d'une technique de modélisation rapide permettant de s'affranchir de l'écriture des équations régissant un système électrique. Nous avons dressé un tableau comparatif qui permet, à l'aide de différents critères, de choisir quelles méthodes utiliser suivant les besoins. Les diverses démonstrations établies montrent le bienfondé de la méthode que nous avons retenue pour une approche basée sur la conception et le pré-dimensionnement. Ainsi, la démarche basée sur l'hypothèse de sources de perturbations au sein des convertisseurs engendrant le bruit perturbateur rejeté sur le réseau par mode conduit, initialement validée pour des structures simples comme le hacheur série, a été étendue à l'étude des onduleurs triphasés.

Nous venons de le présenter, les structures dont nous avons à faire l'étude, réalisent une conversion AC/AC. Or, pour les convertisseurs de faible niveau de puissance (<15kW), le premier étage de conversion est assuré par un simple redresseur à diodes dont le régime est, pour la majeure partie des cas, discontinu. Pour des puissances plus élevées, un filtrage des harmoniques rejetés sur le réseau d'alimentation est alors nécessaire. Les études réalisées sur les redresseurs commandés et non commandés se focalisent généralement sur les 50 premières harmoniques réseaux, dont les niveaux sont imposés par les normes CEM basses fréquences. Nous avons préféré mener une étude parallèle peut-être moins restrictive qui présente l'impact CEM direct et indirect d'un redresseur sur la plage de fréquences relative aux perturbations conduites. Cette étude, qui a donné lieu à un certain nombre de formulations analytiques sur les redresseurs en conduction discontinue, fait l'objet du troisième chapitre.

Le chapitre suivant détaille l'élaboration du modèle d'un onduleur triphasé au travers des hypothèses présentées. Une discussion est alors menée sur l'importance de la loi de commande des interrupteurs, et son impact sur l'estimation des perturbations conduites. De ce fait, un ensemble représentatif des différentes stratégies de Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) est présenté ; nous verrons quelles sont les grandeurs nécessaires à l'élaboration des sources de perturbations, sur lesquelles repose notre approche.

L'importance de la modélisation de la charge constituée d'une machine asynchrone méritait qu'un chapitre lui soit consacré. Nous verrons que cette charge constitue l'un des principaux chemins de propagation des perturbations de mode commun. A partir d'un modèle fréquentiel simple, basé sur une description rationnelle des principaux couplages parasites, nous avons développé un modèle comportemental permettant une meilleure représentation des impédances de la machine. Le câble reliant le variateur au moteur constitue également l'un des principaux acteurs CEM : les problèmes de surtensions aux bornes du moteur, qui sont liés à sa longueur, en sont l'exemple. Ce chemin privilégié pour les principaux courants de mode commun offre alors un parfait support pour les émissions rayonnées. Les modèles de câbles sont nombreux et bien connus. Nous proposons toutefois une approche différente, qui permet d'estimer, avec certaines approximations, les paramètres des conducteurs en tenant compte de la géométrie.

Le filtrage passif reste la technique la plus utilisée pour maîtriser les perturbations conduites. Malheureusement, leur efficacité en fréquence est limitée par les éléments parasites des composants inductifs et capacitifs qui les constituent. De plus, l'utilisation d'un matériau magnétique, et les phénomènes de saturation qui lui sont associés, compliquent le dimensionnement de ces filtres. De ce fait, assurer le passage des gabarits normatifs en minimisant le nombre de prototypes devient une opération délicate. Il est alors indispensable, d'une part, de comprendre comment le filtre se comporte, et d'autre part, d'identifier les éléments qui limitent son efficacité. Après une introduction sur les principaux composants et les structures de filtres passifs utilisés pour limiter les perturbations des convertisseurs

statiques, l'avant-dernier chapitre présente divers modèles. De plus, une méthode de caractérisation des composants magnétiques est également proposée. Un modèle analytique est alors proposé pour représenter le comportement de ce composant au sein de l'organe de filtrage. Actuellement, le dimensionnement du filtre CEM s'effectue par des méthodes du type "essais-erreurs" à l'aide de prototypes. Disposant ainsi d'une modélisation globale du variateur et de sa charge, nous pouvons intégrer un processus d'optimisation de la cellule de filtrage qui n'est plus traitée *a posteriori.* L'optimisation du dispositif de filtrage fait également partie de ce dernier chapitre. Nous présenterons les premiers résultats d'optimisation obtenus grâce à cette modélisation.

Chapitre II
LES METHODES D'ESTIMATION SPECTRALE POUR L'ANALYSE ET LA CONCEPTION

Une grandeur physique se définit bien plus exactement par une équation que par une mesure; mais en procédant de la sorte on renonce au fond à connaître la signification propre de la grandeur en cause, tout en lui conservant son nom, ce qui entraîne facilement des imprécisions et des malentendus.

M. PLANCK

I. INTRODUCTION

La Compatibilité ElectroMagnétique étant le fil conducteur de ces travaux, nous nous permettrons quelques familiarités en la rappelant au cours du texte par son abréviation CEM. Cette dernière possède l'un des plus vastes domaines d'applications. De la foudre tombant sur une ligne haute tension aux téléphones portables brouillant l'image de la télévision, elle s'immisce dans notre quotidien sans penser qu'elle représente la bête noire des ingénieurs chargés de nous concevoir les merveilles technologiques de demain. Elle permet de nous rappeler que l'électromagnétisme est une discipline complexe dont les "voies semblent parfois impénétrables".

Dans le cas non moins complexe de l'électronique de puissance, les phénomènes indésirables sont nombreux et sont inhérents à ce type de conversion. Les fortes variations de tension et de courant au sein du circuit électrique, associées aux divers modes de couplages parasites internes à la structure, engendrent des perturbations électromagnétiques indésirables. L'existence de ces dernières peut s'avérer critique pour le bon fonctionnement du convertisseur lui-même et des équipements placés dans un environnement proche. La forte augmentation des performances des composants actifs (calibre, vitesse de commutation…), la multiplicité des structures de conversion et le développement de nouvelles techniques de commande en sont les causes principales, et conditionnent directement la signature CEM des convertisseurs statiques. Toute la complexité de la CEM des structures de puissance réside donc dans la nécessité d'établir un compromis entre les performances générales du convertisseur (puissance, rendement, volume, coût…) et son niveau de perturbations.

Depuis ces dernières années, les nombreux travaux effectués dans ce domaine ont permis une meilleure compréhension des phénomènes physiques mis en jeu, et de ce fait, une connaissance plus approfondie des principaux acteurs.

Dès lors, différentes méthodes d'estimation CEM ont été élaborées. On entend par ces termes la possibilité de prédire le niveau de perturbations généré par un équipement électrique sans la réalisation de prototypes. Seule la structure du convertisseur ainsi que ses divers composants sont connus. L'accès à certaines grandeurs électriques au sein du convertisseur, tels que les courants de mode commun et le courant de puissance, devient indispensable pour le dimensionnement des diverses cellules de filtrage.

Dans l'étude préliminaire qui va suivre, nous allons rappeler et détailler les principales méthodes utilisées dans le cadre de l'étude CEM des convertisseurs statiques. Le but de cette première partie est de présenter d'une part les facilités ou les difficultés de mise en œuvre de ces méthodes, et d'autre part leurs domaines d'application. D'un point de vue général, deux classes de méthodes se distinguent:

- *Les estimations indirectes*, basées sur une étude temporelle du système suivie d'une analyse fréquentielle des signaux simulés. Le spectre des perturbations n'est déterminé qu'une fois le calcul temporel effectué.
- *Les estimations directes*, dont l'objectif est de déterminer le spectre des signaux directement dans le domaine fréquentiel.

Les méthodes d'estimation indirectes sont basées sur la définition et la résolution de l'ensemble des équations différentielles reliant les différentes grandeurs d'état du système considéré. Dans le cas particulier de l'électronique de puissance, le changement de topologie lié aux commutations des interrupteurs de puissance entraîne une non-linéarité des systèmes d'équations. Pour des cas extrêmement simples, un ensemble de solutions analytiques peut

être envisagé, la solution générale étant définie par le raccordement de ces solutions pour chaque état du système. Le degré de difficultés d'une approche analytique est ainsi directement lié au nombre d'éléments réactifs présents dans le schéma électrique équivalent de la structure. Cette simple constatation nous permet d'exclure définitivement ce type de résolution dans le cas d'une étude CEM complète, pour laquelle le nombre de ces éléments peut devenir très important. Pour pallier cette limitation, des algorithmes performants de résolution de systèmes non-linéaires sont utilisés dans des logiciels dédiés (SPICE®, SABER®…). L'analyse des structures de l'électronique de puissance s'effectue maintenant couramment à l'aide de simulations temporelles, grâce aux logiciels de type circuit, dont les performances et les niveaux de modélisation n'ont cessé de croître depuis ces dix dernières années. Dans le but de définir la signature spectrale d'un convertisseur, les résultats des simulations temporelles sont naturellement traités par des algorithmes de Transformé de Fourier Rapide (TFR), plus connus sous leurs abréviations anglaises (Fast Fourier Transforms: FFT). Toutefois, la vocation première des logiciels de simulations temporelles, utilisés dans le cadre de l'électronique de puissance, est de représenter l'aspect fonctionnel du système par le calcul des formes d'ondes principales. Pour des phénomènes du second ordre engendrés par des éléments parasites indissociables d'une étude CEM, les simulations temporelles atteignent leurs limites. En effet, la complexité des systèmes à résoudre, ainsi que la plage spectrale des signaux à couvrir, imposent des pas de calcul extrêmement petits. Ainsi, pour des temps de simulation devant rendre compte de phénomènes de très basse fréquence (ex: ~50 Hz pour des structures AC-DC) avec la contrainte de couvrir une plage de fréquences pouvant atteindre 40 MHz, le pas de calcul doit être, en théorie, inférieur à 25 ns. Ceci implique des ressources informatiques considérables, d'une part, pour limiter les temps de calcul, et d'autre part, pour supporter un volume de données conséquent (>1GigaOctect). Toutefois ces considérations, quelque peu effrayantes, ne prennent de sens que si le degré de finesse des modèles permet un comportement suffisamment fidèle à la réalité pour des fréquences aussi élevées.

Les techniques de prédétermination directes s'effectuent, comme nous l'avons vu précédemment, dans le domaine fréquentiel. A l'inverse des méthodes d'estimation indirectes qui peuvent finalement se résumer à une simulation temporelle dont le protocole de réalisation reste inchangé suivant le type de structure, il existe plusieurs façons de déterminer le spectre des perturbations conduites directement. Ces diverses méthodes, que nous allons détailler dans les paragraphes qui vont suivre, permettent de calculer la valeur des harmoniques du signal considéré. Ces techniques nécessitent avant tout un certain nombre de notions, tant sur le plan de l'électronique de puissance que sur le plan du traitement du signal. En effet, la diversité des signaux rencontrés, ainsi que l'analyse et le calcul des représentations spectrales, entraînent une forte interaction entre la CEM et les techniques de traitement du signal. Dans le cas d'une étude temporelle suivie de calcul numérique par des FFT, cet aspect reste relativement transparent ; toutefois, ces notions se retrouvent cachées derrière le choix du pas de calcul, de la durée de simulation et des méthodes d'intégration. Dans le cas des méthodes fréquentielles, le choix des fréquences de calcul, de la définition des signaux, du nombre de fréquences à traiter sont extrêmement critiques, et conditionnent directement les résultats. Les méthodes de calcul directes sont nombreuses. Certaines sont basées du point de vue mathématique sur une description fréquentielle des caractéristiques non-linéaires des composants, ce qui, dans le cas de l'électronique de puissance, se vérifie. Ceci implique généralement un traitement mathématique complexe, par le biais de polynômes orthogonaux faisant parfois intervenir des phases itératives combinant les domaines temporel et fréquentiel [IORDACH-02]. Ces techniques semblent toutefois intéressantes pour la détermination d'un petit nombre d'harmoniques, et trouvent un intérêt particulier pour l'étude des harmoniques

réseau dont le nombre est fixé à 50. Gardons à l'esprit que le but d'une analyse CEM n'est pas seulement de déterminer le spectre des émissions conduites et rayonnées mais de déterminer la meilleure réalisation d'un convertisseur donné pour minimiser son niveau de pollution électromagnétique. Cette dernière réflexion entrouvre la porte au processus d'optimisation dont les nombreuses itérations imposent des temps de calcul les plus petits possibles. Deux méthodes se distinguent alors. La première, et la plus utilisée, est basée sur une étude phénoménologique CEM ; elle consiste à substituer la cellule de commutation par un ensemble de sources de tension et de courant [SCHEICH-93] [TEULING-97] [CREBIER-99]. Le remplacement des composants actifs permet une linéarisation de la structure. Ainsi, la topologie du circuit peut être décrite dans le domaine fréquentiel par des impédances localisées représentant, d'une part, le comportement en fréquence des composants passifs (condensateur, inductance, transformateurs …) et, d'autre part, la connectique (câble, routage…), sans oublier les diverses impédances de couplage parasite. La deuxième méthode, plus récente, repose sur la représentation des convertisseurs par variables d'état [POPESCU-99]. A chaque topologie de la structure, suivant l'état des interrupteurs, est associée une matrice d'état. Le vecteur des solutions est directement calculé dans le domaine fréquentiel par l'intermédiaire d'une transformée de Laplace. La dimension maximale des matrices est, de ce fait, égale au nombre d'éléments réactifs, qu'ils soient intentionnels ou non.

Nous allons ainsi consacrer ce premier chapitre à présenter ces différentes méthodes pour définir leurs champs d'utilisation, leurs performances et leurs limitations suivant le problème considéré. Comme nous l'avons vu précédemment, avant de se plonger dans ces différentes techniques de calcul, il est important de rappeler quelques notions élémentaires notamment sur les techniques de traitement du signal, dont nous aurons besoin pour la suite.

II. LE TRAITEMENT DU SIGNAL DANS TOUT ÇA

Les notions de traitement du signal que nous allons aborder maintenant se présentent essentiellement sous la forme d'opérateurs mathématiques. En se plaçant en tant qu'utilisateurs, ces quelques définitions n'ont pas la prétention d'être conformes en tout point à un formalisme mathématique rigoureux, n'en déplaise aux puristes de la discipline. Dans cette optique, nous considérerons que les conditions d'application de ces outils sont toujours respectées, par la nature même des signaux traités. Nous supposerons, d'une part, que les signaux temporels qui nous intéressent sont réels et, d'autre part, que les conditions de stationnarité et de causalité sont assurées. Ces hypothèses sont toutefois réalistes, puisque nous traitons des signaux réels issus de systèmes physiques électriques naturellement causaux, et dont la première vocation est d'appartenir à la grande famille des signaux stationnaires [MAX].

En effet, une contrainte importante pour la formalisation de nombreux problèmes est de respecter la notion de causalité (les effets ne peuvent pas précéder la cause).

En théorie, les signaux peuvent se classer en deux grandes familles (Figure II-1). Nous trouvons, dans un premier temps, les signaux "déterministes", dont l'évolution en fonction du temps est prévisible par un modèle mathématique approprié. C'est principalement ce type de grandeurs avec lesquelles nous allons travailler. La deuxième catégorie est constituée des signaux dits "aléatoires", qui ont un caractère non reproductible et imprévisible, comme le bruit électronique issue d'une mesure.

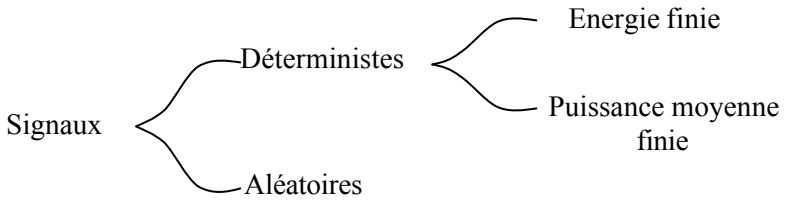


Figure II-1. Classification des signaux

En électronique de puissance, la majeure partie (sinon la totalité des signaux) est à puissance moyenne finie. Autrement dit, quels que soient les signaux rencontrés, la puissance au sens où nous l'entendons, est bornée (Eq. II-1). Par définition, l'ensemble des grandeurs électriques périodiques rencontrées en électronique de puissance appartient à la famille des signaux à puissance moyenne finie.

$$P_\chi = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left(|\chi(t)| \right)^2 dt < \infty \qquad \textbf{Eq. II-1}$$

II.1 La transformée de Fourier

Les systèmes physiques réels nous fournissent des signaux qui dépendent de manière continue ou discrète du temps. En électronique de puissance, et en particulier en CEM, lorsque l'on considère un signal, il est indispensable d'avoir deux représentations présentes à l'esprit. Pour la "représentation temps" du signal s(t) ou s(k), la variable t, ou k, est la durée qui s'écoule continûment ou par sauts discrets. Pour la "représentation fréquence" du signal, les fréquences pures constituent une base de description. La transformée de Fourier est un opérateur ($\mathcal{TF}$) qui permet de passer réciproquement du domaine temporel au domaine fréquentiel, et constitue pour nous un outil de base (Eq. II-2).

$$\mathcal{TF}\{s(t)\} \longrightarrow S(\nu)$$

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-2\pi j \cdot \nu \cdot t}\, dt \qquad \textbf{Eq. II-2}$$

Dans le cas particulier des signaux périodiques, la transformée de Fourier n'est définie qu'aux multiples de la fréquence du signal, et se détermine par la relation suivante (Eq. II-3):

$$S_n = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cdot e^{-2\pi j \cdot n \cdot \frac{t}{T}}\, dt \qquad \textbf{Eq. II-3}$$

Le spectre S_n complexe et discret fait apparaître des fréquences positives (n>0) et négatives (n<0). Dans le cas des signaux réels, on a la relation:

$S_{-n} = \overline{S_n}$ avec $\overline{x}$ = complexe conjugé de x

Interprétation physique de la transformée de Fourier: Lorsque l'on cherche, pour une fréquence ν donnée, la valeur de $S(\nu)$, cela signifie que l'on cherche, dans toute l'histoire de $s(t)$, ce qui correspond à cette fréquence. On peut interpréter ceci par un filtrage infiniment sélectif, ce qui n'est pas physiquement réalisable ; c'est pourquoi les analyseurs de spectre ne donnent qu'une représentation approchée des spectres "réels". Il nous faut alors faire mathématiquement intervenir la distribution de Dirac $\delta(\nu)$, définie par la relation (Eq. II-4).

$$\delta(\nu) \rightarrow \left| \begin{array}{ll} 0 & \forall\ \nu \neq 0 \\ 1 & \nu = 0 \end{array} \right. \qquad \textbf{Eq. II-4}$$

De même, si l'on veut retrouver $s(t)$ à partir de $S(\nu)$, il faut en théorie connaître le spectre pour toutes les fréquences jusqu'à l'infini. Dans notre cas, nous fixerons une limite à l'étendue des spectres que nous traiterons, en supposant que l'énergie portée par des fréquences supérieures n'a "quasiment" plus d'influence sur le signal. Ceci revient naturellement à fixer une fréquence d'échantillonnage dans le cas d'un traitement numérique.

Il est également intéressant de rappeler quelques propriétés élémentaires de la transformée de Fourier qui, nous le verrons par la suite, vont s'avérées fort utiles. Les deux principales expriment la transformée de Fourier de la dérivée $s'(t)$ et de la translatée $s(t-\tau)$ du signal, en fonction de sa propre transformée $S(\nu)$, respectivement données par les relations Eq. II-5 Eq. II-6.

$$\mathcal{TF}\left\{\frac{ds(t)}{dt}\right\} \longrightarrow 2\pi j\nu \cdot \mathcal{TF}\{s(t)\} \qquad \textbf{Eq. II-5}$$

$$\mathcal{TF}\{s(t-\tau)\} \longrightarrow e^{-2\pi j\nu \cdot \tau} \cdot \mathcal{TF}\{s(t)\} \qquad \textbf{Eq. II-6}$$

II.2 La transformée de Laplace

La transformée de Laplace, telle que nous allons l'utiliser par la suite, est définie comme étant un cas particulier de la transformée de Fourier. En faisant encore une fois intervenir la notion de causalité, l'expression de la transformée de Laplace d'une fonction f nulle pour les temps négatifs, est donnée par l'équation Eq. II-7. Cette transformée est alors dite unilatérale.

$$L_f(t) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-p \cdot t}\, dt \qquad p \in \mathbb{C} \qquad \textbf{Eq. II-7}$$

En comparant cette dernière relation avec celle référencée en Eq. II-2, nous pouvons constater que la transformée de Laplace est équivalente à la transformée de Fourier en posant $p=2\pi \cdot j \cdot \nu$. De ce fait, les propriétés de la transformée de Fourier que nous avons brièvement rappelées s'appliquent directement sans condition particulière.

II.3 Produit de convolution

La convolution correspond à l'effet d'un système physique sur un signal. Le signal de sortie est appelé produit de convolution. Il se définit par l'opérateur suivant:

$$y(t) = h(t) * e(t) \qquad y(t) = \int_0^t e(\tau) \cdot h(t-\tau)\, d\tau \qquad \textbf{Eq. II-8}$$

L'opération de convolution traduit le fait qu'un signal infiniment bref $\delta(t)$ à l'entrée d'un système dépendant du temps $h(\tau)$ sera déformé pour obtenir un signal en sortie de durée finie . De plus, la causalité des systèmes physiques assure que le signal de sortie n'apparaîtra pas avant le signal d'entrée.

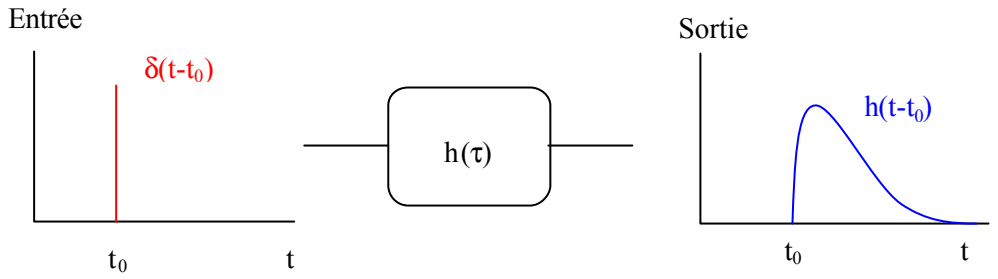


Figure II-2. Réponse impulsionnelle

Cette définition simple, associée à l'équation Eq. II-8, permet de montrer que la distribution de Dirac $\delta(t)$ représente l'élément neutre de la convolution.

$$h(t) * \delta(t) = h(t)$$

La convolution possède les propriétés de commutativité, d'associativité et de distributivité d'une multiplication classique. Toutefois, la plus intéressante des propriétés est définie par le théorème de Plancherel. Ce dernier établit que la transformée de Fourier d'un produit de convolution correspond au produit simple et réciproquement :

$$X(t) * Y(t) \Leftrightarrow X(\nu) \cdot Y(\nu)$$
$$x(t) \cdot y(t) \Leftrightarrow X(\nu) * Y(\nu)$$

Pour des spectres discrets implicitement dus à la périodicité des signaux temporels, le produit de convolution s'exprime par la relation dans laquelle S_n correspond à l'harmonique n du signal résultant:

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left(X_i \cdot \overline{Y_{i-n}} + \overline{X_i} \cdot Y_{i+n} \right) \qquad n \in \mathbb{Z} \qquad \textbf{Eq. II-9}$$

Le produit de convolution trouve un support tout particulier avec les convertisseurs statiques commandés de l'électronique de puissance. En effet, les interrupteurs de puissance sont commandés à l'ouverture et la fermeture par le circuit de commande. Il est alors possible de représenter ce signal par une fonction dépendante du temps, que nous appellerons "fonction de commutation" $f_C(t)$, et dont la transformée de Fourier est noté $F_C(\nu)$. Soit e(t) un signal temporel, sur lequel s'applique $F_C(t)$ (Figure II-3) possédant également une transformée de Fourier $E(\nu)$. Le signal de sortie s(t) résulte du découpage de la grandeur d'entrée par les interrupteurs. La cellule de commutation simplifiée présentée ci-dessous joue le rôle de multiplieur de signaux.

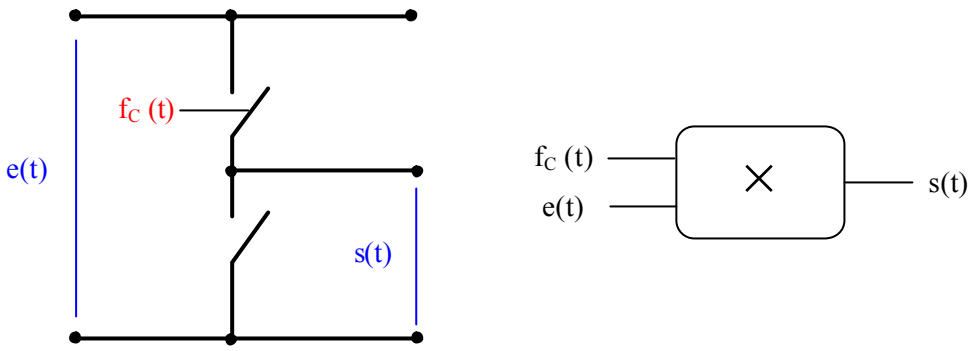


Figure II-3. Cellule de commutation: Filtre temporel

Ainsi, dans le domaine fréquentiel, la transformée de Fourier du signal de sortie est définie par le produit de convolution de $F_C(\nu)$ et $E(\nu)$.

$$S(\nu) = F_C(\nu) * E(\nu)$$

II.4 Inter-corrélation

La dernière notion liée au traitement de signal que nous allons introduire dans cette première partie représente l'inter-corrélation de deux signaux (Eq. II-10). Couramment utilisé par les "traiteurs de signaux", cet opérateur permet de vérifier la vraisemblance de deux signaux. Indirectement, l'inter-corrélation permet de détecter la présence d'un signal dans un autre. Nous verrons, en perspective, l'intérêt de ces méthodes pour l'analyse des convertisseurs, et pour la détection des sources de perturbations les plus pénalisantes au sein d'un équipement complexe constitué d'un ou de plusieurs convertisseurs.

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot y(t-\tau)\, dt \qquad \textbf{Eq. II-10}$$

II.5 Représentation spectrale: convention

Quelle que soit la technique de calcul utilisée, nous avons choisi la convention la plus classique pour représenter la densité spectrale d'un signal. Ainsi, nous ne représenterons que les fréquences positives des harmoniques sur lesquelles l'amplitude maximale sera portée. Cette représentation permet, d'une part, une lecture simple du spectre et, d'autre part, de comparer, sous certaines conditions, les résultats de simulation aux spectres mesurés sur un dispositif réel (à partir d'un analyseur de spectre par exemple).

III. QUELQUES RAPPELS SUR LES MECANISMES DE LA CEM DANS LES CONVERTISSEURS STATIQUES

III.1 Généralités

"***Emission*** et ***Susceptibilité***" sont les deux mots clés de la CEM. Si l'émission représente l'aptitude d'un appareil à transmettre des signaux perturbateurs à son entourage, la susceptibilité concerne la capacité de ce même dispositif à être perturbé par l'extérieur. Le

couplage de ces deux phénomènes entraîne une troisième définition: l'***auto-perturbation***, autrement dit, la possibilité d'un système de se perturber lui-même. Ces termes génériques permettent d'introduire les trois notions de bases de l'analyse CEM des dispositifs électriques : les ***Sources***, les ***Chemins*** et les ***Victimes***. En effet les générateurs de perturbations ou sources vont, par l'intermédiaire de chemins de propagation, agir sur une victime, par définition susceptible [COSTA]. La modélisation CEM consiste donc à représenter au mieux ces trois composantes.

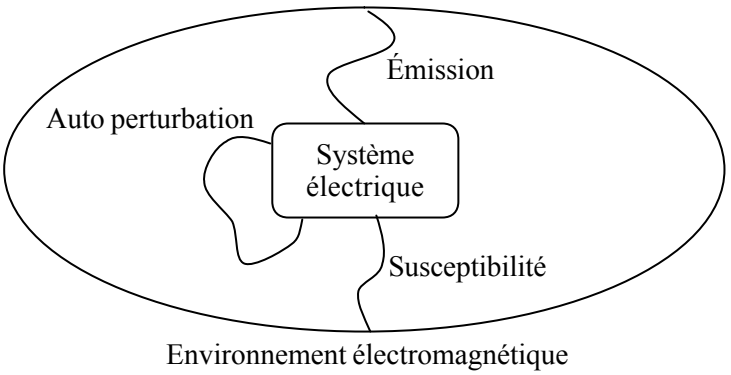


Figure II-4 Représentation des trois composantes CEM

L'identification des sources au sein d'un dispositif électrique ou des appareils perturbateurs n'est pas toujours évidente. Toutefois, en électronique de puissance, certains générateurs sont intuitivement détectables. En effet, les principales perturbations CEM conduites sont engendrées par les changements d'état des interrupteurs de puissance du convertisseur statique. Ces basculements brutaux amènent des variations rapides de courant ou de tension aux bornes des différents composants. Si les règles de l'électronique de puissance sont respectées, aucune variation brutale n'est imposée à une variable d'état du système ; malheureusement, les éléments parasites induits par la réalisation technologique font que des courants vont varier brutalement à l'intérieur d'inductances parasites, et que des fronts de tension vont s'appliquer à des capacités parasites, induisant alors des courants perturbateurs non désirés. Ainsi, les interrupteurs de puissance sont les principaux acteurs de la génération de courants et de tensions parasites.

Les chemins ou canaux de propagation sont multiples et peuvent être de nature totalement différentes : citons par exemple le vide ou plus simplement l'air, les isolants, la connectique constituée de circuits imprimés ou de câbles, sans oublier les semiconducteurs et le reste des composants. Ceci introduit la notion de couplage, déterminant le mode de transmission d'une perturbation électromagnétique de la source à un circuit victime. Globalement, on définit 5 types de couplage différents, bien que certains d'entre eux semblent très voisins. Nous pouvons ainsi distinguer les couplages:

- champ à boucle (effet des champs magnétiques)
- champ à fil (effet des champs électrostatiques)
- par diaphonie inductive
- par diaphonie capacitive
- par impédance commune

Les chemins de propagation sont alors constitués par l'ensemble de ces couplages. Dans le cas de la CEM conduite des convertisseurs statiques, l'étude que nous menons n'a pas la prétention de tenir compte de l'ensemble des couplages parasites, d'une part, parce que l'environnement électromagnétique n'est pas nécessairement connue, et d'autre part, parce que certains de ces modes de transmission n'ont qu'un poids relatif sur les gammes de fréquences que nous étudions. Aussi, nous ne retiendrons que les effets induits et directs des grandeurs électriques (diaphonies et impédance commune).

Le but de la modélisation CEM est de retranscrire ces principaux couplages avec un maximum de vraisemblance. Elle doit également intégrer une représentation suffisamment précise des victimes et à plus forte raison des sources.

III.2 Les Normes CEM

L'analyse et la compréhension des problèmes de CEM des convertisseurs ou tout autre appareil électronique sont implicitement guidées par les multiples normes européennes et internationales, aujourd'hui imposées pour la commercialisation d'un équipement électrique. Le respect des normes CEM représente pour le constructeur un gage de qualité et de compétitivité de ces produits. Cette conformité devient alors un véritable argument de vente. Ces normes peuvent se scinder en deux groupes. Le premier définit le niveau d'émission conduite et rayonnée. Le deuxième groupe traite des niveaux de susceptibilité des équipements. Comme nous l'avons précédemment vu, cette étude porte sur l'estimation des perturbations conduites. Pour cela, nous allons prendre comme support la norme générique européenne EN55022, spécifiant les niveaux hautes fréquences des émissions conduites et rayonnées applicables aux domaines résidentiels, commerciaux et à l'industrie légère. Nous aurons également pour référence la norme CENELEC EN 61800-3, spécifiant les conditions de mesure et les niveaux d'émission des entraînements électriques et de la variation de vitesse. Les niveaux sont donnés sur une échelle logarithmique en dBµV ; ce système d'échelle sera donc utilisé par la suite pour toutes les représentations spectrales.

$$\mathrm{dB\mu V}(\mathrm{V}) = 20\log_{10}\left(\frac{\mathrm{V}}{10^{-6}}\right) \qquad \textbf{Eq. II-11}$$

Les spécifications des normes relatives aux perturbations conduites dans la bande des fréquences radio (150kHz-30MHz) se divisent en deux catégories [CISPR16]. La première, désignée par l'appellation "Classe A", définit le niveau d'émission pour des appareils destinés au secteur industriel. La seconde, et certainement non la moindre, est réservée au secteur domestique et hospitalier : c'est la Classe B. Comme nous pouvons le constater sur la Figure II-5, cette dernière possède un gabarit nettement plus contraignant que celui de la Classe A, et dont les niveaux sont ceux du Tableau II-1. Généralement, les concepteurs des équipements électriques cherchent à répondre aux critères de la Classe B, ceci leur permettant de couvrir un marché plus vaste, voire, en allégeant les moyens de filtrage, de ne répondre qu'à la classe A.

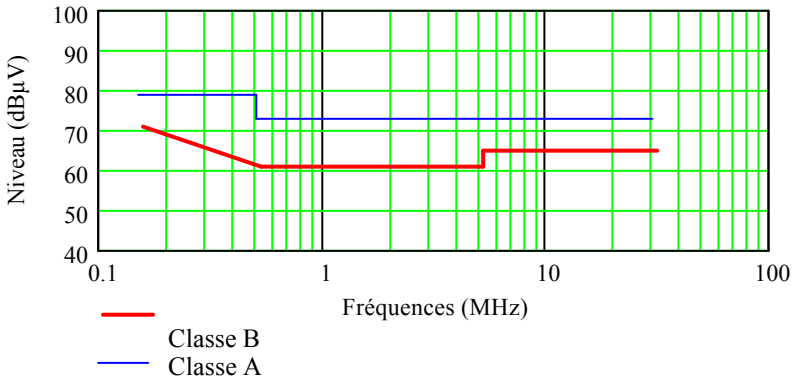


Figure II-5. Niveau de perturbations conduites EN61800-3

Fréquences (MHz)	Classe A (dBµV)	Classe B (dBµV)
0,15 – 0.5	79	66 – 56
0,5 – 5	73	56
5 – 30	73	60

Tableau II-1. Valeurs limites des gabarits pour les Classes A et B

Ceci étant, spécifier un gabarit normatif serait inutile sans un protocole de mesure clairement défini et imposé ; il nous faut donc introduire les dispositifs de mesure qui seront par la suite indissociables des études que nous allons mener.

III.3 Les mesures normatives et la simulation

Pour le mode conduit, le dispositif de mesure dépend essentiellement du niveau de courant absorbé par l'équipement sous test. Pour des courants de ligne inférieurs à 100 A, ce qui est le cas des équipements sur lesquels porte notre étude, le Réseau Stabilisateur d'Impédance de Ligne (RSIL) s'impose ; au-delà, il est possible d'utiliser des sondes de fréquence. Le RSIL permet comme son nom l'indique, de définir une impédance caractéristique stable des branches de mesure sur toute la plage de fréquences normative (150 kHz-30 MHz). Il permet ainsi une reproductibilité des mesures et de fixer, en partie, les conditions de mesure. Il existe plusieurs structures de RSIL, suivant les spécifications des Normes CEM relatives aux équipements testés. Toutefois, qu'ils soient composés d'une ou plusieurs cellules de filtrage, leurs branches de mesure se doivent de respecter une impédance de 50 Ω de quelques kilohertz jusqu'à la fin de la bande fréquentielle imposée. Cette valeur permet l'adaptation d'impédance des appareils de mesure tels que l'analyseur de spectre, sur lequel nous reviendrons ultérieurement. En simulation, les imperfections de la source d'alimentation ne sont que partiellement prises en compte avec une impédance de ligne. De plus, des perturbations issues de l'environnement du convertisseur ne sont pas représentées. De ce fait, dans le cadre de notre étude nous avons choisi une structure simplifiée de RSIL, dont le comportement en fréquence est tout à fait satisfaisant. Elle permet de réduire la dimension des circuits simulés, tout en conservant la dynamique des grandeurs électriques.

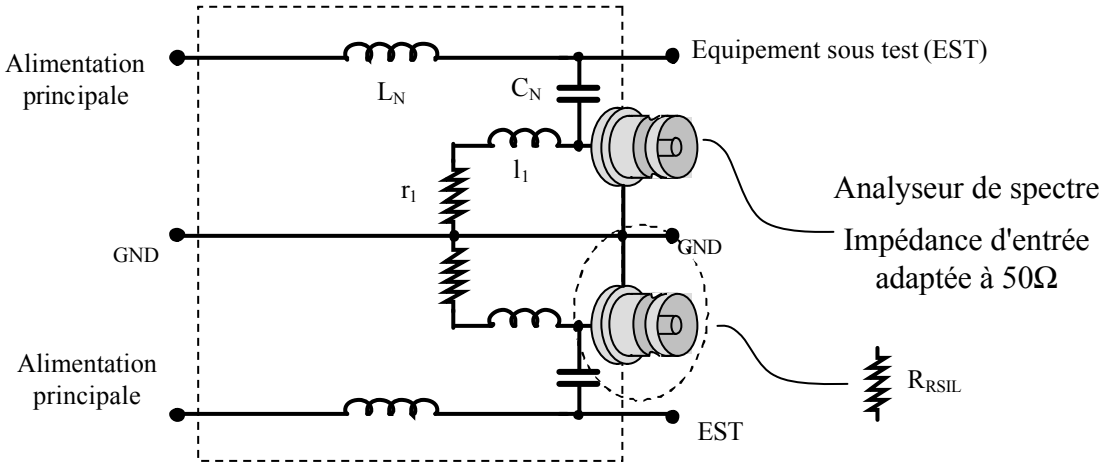


Figure II-6 Structure du RSIL à une cellule

Les valeurs des éléments sont choisies en accord avec les spécifications des normes précédemment introduites:

L_N	C_N	l_l	r_l	R_{RSIL}
250 µH	220 nF	50 µH	5 Ω	50 Ω

Tableau II-2 Eléments du RSIL simplifié

IV. MODELISATION EN ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

Les différentes étapes de la modélisation CEM des convertisseurs statiques sont aujourd'hui connues, pour ne pas dire maîtrisées. Ces étapes se résument à la définition et l'élaboration des modèles des principaux acteurs influençant la signature CEM du convertisseur. La représentation de la structure, qu'elle soit de type circuit ou mathématique, correspond à une juxtaposition cohérente des différents modèles de composants qui la composent. Il est de fait naturel que le choix des modèles doive se faire en accord avec la méthode de calcul utilisée. Les premiers modèles vont porter sur les composants discrets, avant de s'intéresser à la connectique.

IV.1 Les semiconducteurs

Le point commun à toute structure de puissance est l'interrupteur servant au découpage des grandeurs électriques, et c'est ce sur quoi les premières attentions doivent être portées. Plus exactement, il s'agit de la représentation des composants définissant la cellule de commutation et de l'association "Diode-Diode", "Interrupteur commandé - Diode", "Interrupteur commandé – Interrupteur commandé". Les modèles CEM de composants ne cherchent pas à décrire l'état exact du matériau semiconducteur d'un point de vue microscopique, mais tendent à représenter un comportement réaliste durant les phases de transition. Nous cherchons ainsi un modèle comportemental capable de représenter les principaux phénomènes, tels que les oscillations de tension ou les phases de recouvrement lors des différentes commutations. Généralement, pour approcher le comportement réel uniquement du composant, il faut en toute logique entrer dans les détails de sa physique. Les travaux dans ce domaine sont nombreux, [AKHBARI-00], [VERNEAU-03], pour le transistor MOSFET ,[LETURQ], [AKHBARI-00] pour la diode (Figure II-7). Ces différents modèles permettent de prendre en compte les non-linéarités des capacités et des résistances intrinsèques des composants. Les descriptions de ces éléments sont analytiques, et nécessitent l'emploi de méthodes d'intégrations performantes et robustes. Ces modèles sont ainsi naturellement destinés aux simulations temporelles, et ne peuvent être utilisés pour des méthodes de calcul directes, qui supposent que les équations différentielles associées aux circuits et aux composants soient linéaires et à coefficients constants. Ceci impose de définir des modèles de composants à l'aide d'éléments constants.

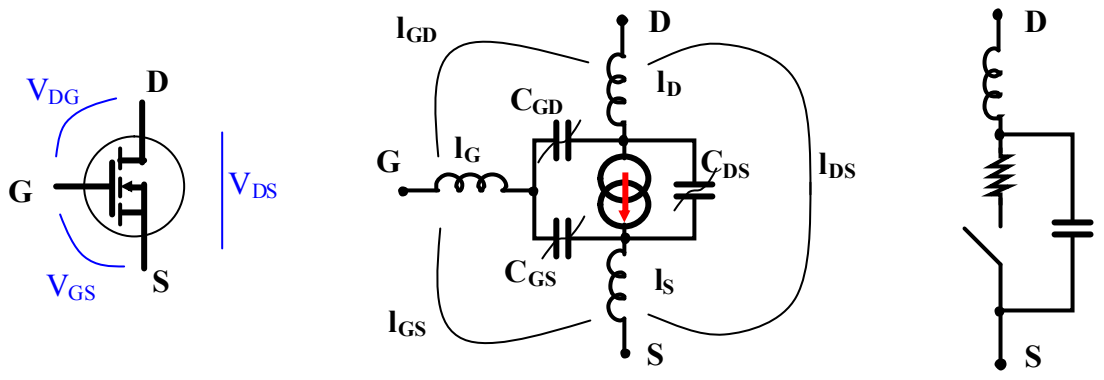


Figure II-7 Modèle de transistor MOSFET

IV.2 Les composants passifs

Les modèles de composants passifs sont maintenant pour la plupart définis avec des protocoles d'identification de paramètres bien maîtrisés. Si certains d'entre eux sont relativement simples à mettre en œuvre quel que soit le mode de simulation dans lequel ils sont implantés, certaines familles de composants nécessitent plus de précautions [JOURDAN-02]. Prenons l'exemple des éléments inductifs bobinés, dont les schémas classiques représentatifs semblent simples. Ces schémas à constantes localisées ne permettent pas de tenir compte des phénomènes de saturation dus au matériau magnétique utilisé pour leur réalisation. Les non-linéarités introduites par le cycle d'hystérésis ne sont pas transposables dans le domaine fréquentiel. De ce fait, les modèles incluant ce type de phénomènes ne peuvent être viables que lors d'une approche itérative parfaitement adaptée pour la simulation temporelle. Les modèles fréquentiels sont, à ce titre, moins réalistes puisqu'ils nécessitent la linéarisation des éléments qui les composent. Ils ne permettent pas de traduire leur comportement en tout point de leur plage de fonctionnement. Il faut alors distinguer deux classes de modèles pour couvrir tous les domaines et les aspects de la modélisation. La première regroupe les modèles de conception qui, comme leur nom l'indique, sont dédiés au développement et au dimensionnement des systèmes dans lesquels ils sont utilisés. Parmi eux, des déclinaisons existent suivant leur complexité, citons comme exemple les modèles utilisés pour le pré-dimensionnement qui demandent un minimum d'informations sur les composants réels. Ces connaissances se matérialisent généralement par des "données constructeurs". Le but de ces modèles est de permettre une aide pour le concepteur sur le choix du composant suivant des critères comme les pertes, le coût, ou encore le volume. La deuxième famille est constituée des modèles d'analyse, comme les descriptions par éléments finis. Beaucoup plus élaborés que les précédents, ces modèles permettent un niveau de réalisme supérieur. Leur description est généralement plus proche de la physique.

IV.3 Quelques mots sur la connectique et sa modélisation

La connectique joue un rôle important sur la signature spectrale des convertisseurs car elle intervient directement dans le parcours des courants de perturbation. Lors d'une étude CEM son rôle est non négligeable, car, associée aux variations de courant pendant la commutation, elle contribue principalement aux différentes diaphonies précédemment énumérées, sans oublier les couplages par impédances communes. L'évaluation de l'influence de la connectique se fait, pour la majeure partie des études, via la détermination d'une impédance équivalente. Depuis plusieurs années, les nombreux travaux menés sur ce thème

ont permis de développer des formulations analytiques. Toutefois, deux familles de calculs se distinguent pour le calcul des éléments inductifs. La première est basée sur la résolution des équations de Maxwell, ou plus exactement le calcul de la densité de courant pour des conducteurs cylindriques : c'est la méthode des fils fins (MFF) [GAUTIER],[GUENA] élaborée au SATIE et initiée par François COSTA. La deuxième approche, menée au LEG, est basée sur la formulation PEEC (Partial electrical element circuit) [SCHANEN-00] [CLAVEL-96], qui, à partir de la circulation du potentiel vecteur, permet de définir une impédance partielle équivalente pour une portion de conducteur. Certaines de ces méthodes, maintenant éprouvées, ont été implantées dans des logiciels, tels que InCa3D (Inductance Calculation) pour la formulation PEEC.

V. METHODES INDIRECTES : SIMULATIONS TEMPORELLES

V.1 Principe

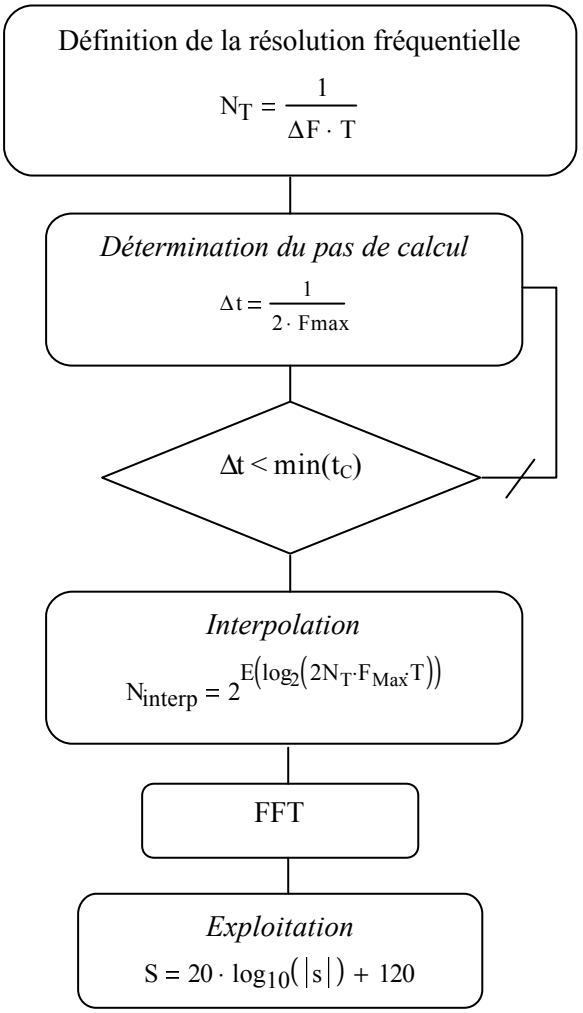
La simulation temporelle, si elle est capable d'intégrer la finesse des différents modèles de composant, permet de visualiser parfaitement ces phénomènes. Elle permet également de traiter des phénomènes non-linéaires, tels que la saturation des circuits magnétiques, ou les variations avec la tension des capacités des composants semiconducteurs. En effet, le moteur de calcul, plus connu sous le terme de "solveur", accomplit une intégration numérique par rapport au temps du système d'équations différentielles issues de l'interprétation du circuit. La gestion du pas de calcul au cours de la simulation, ainsi que des tests effectués sur certaines variables, permettent une précision satisfaisante sur les formes d'onde, particulièrement dans les cas complexes de conduction discontinue. Dans un premier temps, le "solveur circuit" génère les équations du circuit à partir de sa représentation topologique, préalablement définie par l'utilisateur, des équations caractéristiques des composants utilisés et des lois de Kirchhoff. Généralement, le système d'équations ainsi généré possède un vecteur d'inconnues de dimension supérieure au nombre de variables indépendantes. Les conséquences directes de ce conditionnement se traduisent par des problèmes de convergence.

Pour qu'une analyse fréquentielle soit cohérente, il est nécessaire que le nombre d'échantillons (ie. de points de calcul) soit suffisamment important, et que le régime permanent soit établi [POPESCU-99]. L'obtention de ce dernier pose quelques difficultés. La présence d'éléments réactifs de fortes valeurs (filtrage, RSIL…) allonge considérablement les phases transitoires des signaux [CREBIER-99]. En ajoutant à cela les très faibles valeurs du pas de calcul, les durées de simulation deviennent considérables. La "puissance de calcul" des équipements informatiques devient l'un des facteurs limitatifs, et l'augmentation des fréquences d'horloges des ordinateurs n'est pas une fin en soi.

V.2 Simulation temporelle et étude fréquentielle

L'analyse spectrale réalisée à la suite d'une simulation temporelle nécessite un protocole bien défini. En effet, pour obtenir correctement un spectre sur une plage de fréquences données, le pas de calcul doit être choisi suffisamment petit pour respecter les propriétés relatives à l'échantillonnage des signaux. Cela signifie, en théorie, que le pas de calcul doit être fixé en fonction de la plus petite constante de temps du système électrique étudié. Malheureusement, ces modes sont généralement inconnus. Il faudrait ainsi une étude préliminaire complexe pour détecter ces temps, ce qui n'est pas réellement compatible avec l'utilisation des simulateurs temporels, qui tendent justement à simplifier et à rendre

transparentes ces phases d'analyse. Des critères différents doivent alors intervenir. Pour une représentation spectrale viable, il est impératif que les phases transitoires soient terminées, sinon l'étude fréquentielle n'est pas réalisée sur une vraie période. De plus, la durée de simulation sur laquelle est effectuée la FFT doit correspondre à un multiple de la fréquence de période du signal. Dans le cas relativement simple d'une structure DC-DC, la période vraie correspondra à celle utilisée pour le découpage. Nous reviendrons ultérieurement sur ce critère pour l'étude des Modulations de Largeur d'Impulsion (MLI). Les principales étapes de la simulation qu'il est souhaitable de respecter pour minimiser les erreurs de calcul de spectre sont décrites par le synoptique suivant :



T : Période vrai du signal

N_T : Nombre de Période d'étude

F_{Max} : Fréquence max du spectre

Δt : pas de calcul max

ΔF : résolution fréquentielle

N_{interp} : Nombre de points interpolés

t_C : temps de commutation

$E(x)$ = Partie Entière de x $\forall x \in \mathbb{R}^+$

Figure II-8. Synoptique d'une simulation temporelle suivie d'une étude fréquentielle

Nous savons, à ce stade, que la simulation temporelle permet une analyse CEM dont la finesse dépend, bien évidemment, de la précision des modèles utilisés ; et, comme nous l'avons constaté jusqu'à présent, cette précision a malheureusement un prix. Dans cette première partie de l'étude, il est donc nécessaire de connaître quelle est la place des modèles comportementaux simples, face aux modèles précis basés sur une description physique, qui sont généralement implantés dans les multiples librairies des logiciels de simulations temporelles. Ces modèles, élaborés dans la plupart des cas avec une association de composants discrets (Figure II-7), s'accordent parfaitement avec les objectifs de la conception et du pré-dimensionnement. Peuvent-ils permettre une estimation des perturbations conduites suffisamment pertinente ? Pour répondre à cette question, la simulation temporelle peut nous

apporter quelques éléments. Nous avons utilisé comme support de simulations une structure de hacheur abaisseur, au combien classique, mais tout à fait représentative de ce que nous voulons illustrer dans ce chapitre. Le schéma électrique simulé est représenté sur la Figure II-9. Il intègre, comme nous pouvons le constater, le RSIL et un certain nombre d'éléments parasites, permettant de représenter les imperfections des composants et de la connectique. Avant tout, nous supposerons que le circuit est défini avec une association cohérente d'éléments pour éviter tout problème de convergence sur une durée quelconque, ce qui dans le cas d'une étude CEM est parfois assez difficile à mettre en œuvre. Pour être plus précis, nous savons que les problèmes de convergences sont en partie liés à une mauvaise association d'éléments réactifs qui, d'un point de vue dynamique, ne permettent pas de respecter les règles classiques d'associations des sources.

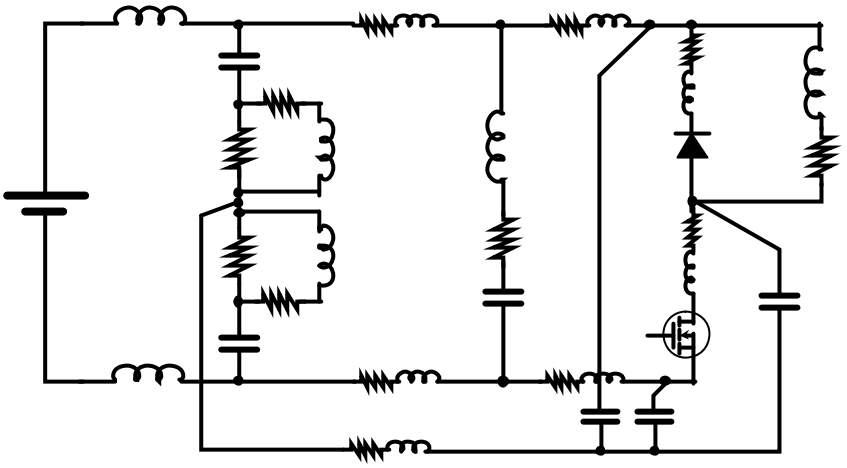


Figure II-9 Modélisation CEM du Hacheur série

Sur la Figure II-10, nous pouvons comparer les spectres de la tension aux bornes d'une branche du RSIL issus de la simulation d'un hacheur abaisseur. Nous avons utilisé dans un cas un modèle de transistor IRFP450 proposé par SPICE, et dans l'autre cas des schémas simplifiés présentés sur la Figure II-7. Pour ces deux simulations, la diode est une BYT06-400, dont le modèle est également proposé dans les librairies du simulateur. Nous ne traitons ainsi que l'influence du modèle de transistor, dont les paramètres ont été ajustés à l'aide des données constructeur. Néanmoins, un ajustement manuel des éléments du schéma simplifié est nécessaire pour que les deux méthodes présentent les mêmes représentations spectrales des perturbations sur le RSIL.

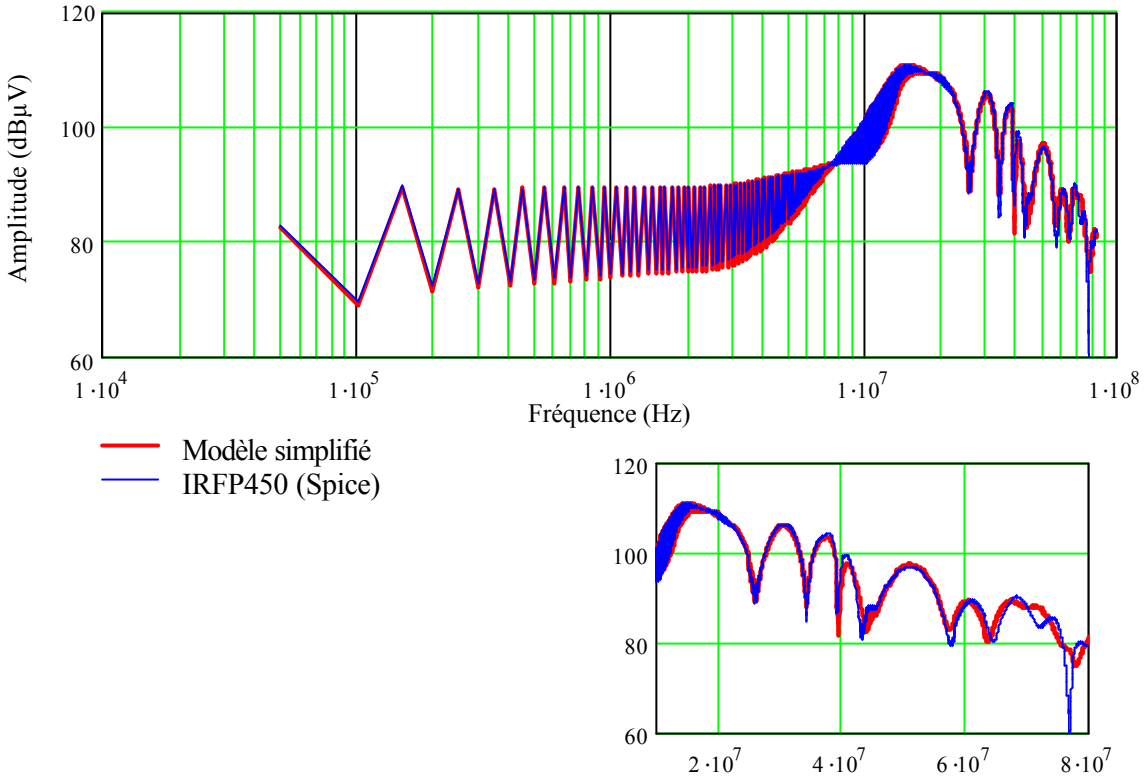


Figure II-10 Comparaison des modèles d'interrupteurs

Malgré les quelques différences qui apparaissent pour les plus hautes fréquences, la cohérence des deux spectres permet de justifier l'utilisation de ces modèles sur une gamme de fréquences satisfaisante. Sans ajustement des paramètres autours de ceux donnés par le constructeur, les deux simulations offrent des résultats identiques pour des fréquences inférieures à 10MHz.

Si le modèle simplifié de l'interrupteur donne des résultats tout à fait satisfaisants d'un point de vue spectral, et ce malgré l'aspect fortement non-linéaire des composants semiconducteurs commandés, il n'en pas de même pour la diode, dont les phases de recouvrement ne sont pas modélisables par une association simple de composants linéaires. Le recouvrement des diodes de puissance influence généralement le spectre des perturbations pour des fréquences supérieures à 10MHz, ce qui fixe la limite de validité des modèles simples, comme celui représenté sur la figure ci-dessous (Figure II-11).

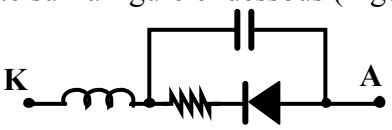


Figure II-11 Modèle simplifié d'une diode de puissance sans recouvrement

Toutefois, bien que les simulations soient considérablement simplifiées, les régimes transitoires n'en sont pas moins longs et délicats à atteindre. De façon générale, la simulation temporelle reste un outil d'analyse permettant généralement d'élaborer la fonctionnalité des systèmes électriques, mais elle ne représente pas un instrument viable pour l'optimisation automatique ; c'est pourquoi le développement de méthodes directes ou duales est nécessaire.

VI. METHODES DIRECTES

Sachant que l'objectif de la modélisation CEM est d'approcher le spectre des signaux perturbateurs, il semble très intéressant, pour ne pas dire idéal, de travailler directement et uniquement dans le domaine fréquentiel. Toutefois, les méthodes basées sur une approche directe demandent parfois plus de recul et d'expérience que celles ayant recours aux simulations temporelles. La plupart nécessite de connaître, pour une structure donnée, d'une part les principaux mécanismes de génération des perturbations, et d'autre part, l'ensemble des chemins de propagation critiques, ce qui peut rapidement s'avérer complexe.

VI.1 Sources de perturbations localisées: linéarisation de la structure

Depuis plusieurs années, le LEG propose une approche simplifiée, non totalement rigoureuse sur le plan théorique, mais qui a l'avantage d'aider à la compréhension des phénomènes, de faire les analyses de sensibilité et d'aborder enfin le problème de la conception. La démarche est simple, et repose sur la décomposition de sources de perturbations, et de chemins de propagations. Les sources de perturbations se décomposent en celles de mode différentielle (sources de courant) et celles de mode commun (sources de tension). Cette dissociation des effets des variations de courants et de tensions permet une analyse phénoménologique plus simple et rapide. Si cette méthode est totalement basée sur une démarche "Source-Chemin-victime", elle demande cependant une bonne connaissance de la structure de puissance, comme nous allons le voir par la suite.

VI.1.1 Définition des sources de perturbations

L'approche par les modèles des sources de perturbations proposée par [SCHEICH-93] consiste à remplacer la cellule de commutation par des générateurs équivalents. Ces générateurs représentent les signaux de puissance au sein de cette cellule, et engendrent, directement ou indirectement, les courants de mode différentiel et de mode commun. Prenons un exemple simple mais représentatif. Dans le cas du hacheur série, le mode différentiel est supposé généré par le courant absorbé sur le réseau ; il est donc naturellement représenté par un générateur de courant harmonique. L'origine des perturbations de mode commun étant plutôt due aux variations brutales du point milieu de la cellule, celles-ci sont représentées par un générateur de tension harmonique équivalent. Ces sources viennent ainsi se substituer à la cellule de commutation et au réseau d'alimentation. Elles contiennent les informations nécessaires sur la puissance et le découpage pour retranscrire, avec un certain degré de réalisme, les phénomènes susceptibles de générer les courants parasites recherchés.

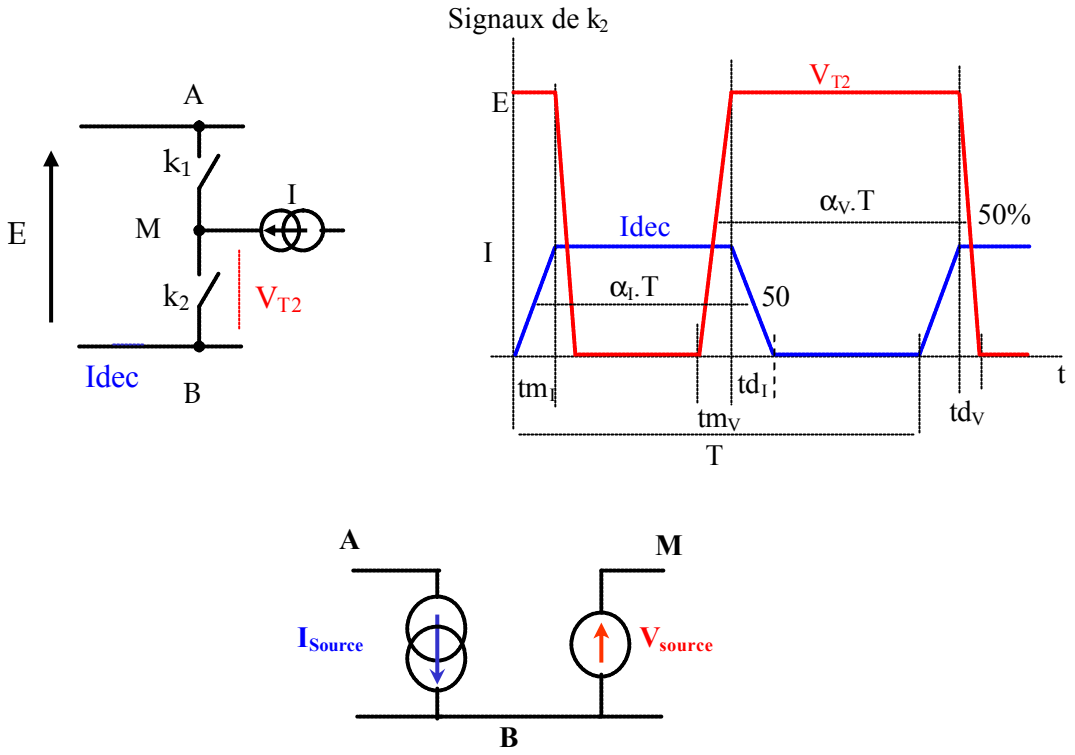
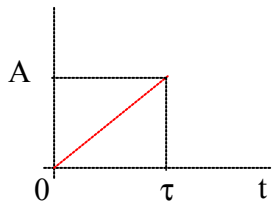


Figure II-12 Linéarisation de la simulation – définition des sources de perturbations

La première étape de ce type de modélisation consiste ainsi à définir ces générateurs équivalents. Dans cette optique, et surtout à la vue des formes d'ondes que nous rencontrons continuellement en électronique de puissance, il est assez simple d'établir les expressions analytiques de ces grandeurs dans le domaine fréquentiel. La forme d'onde la plus élémentaire et la plus générique que l'on puisse donner à ces sources est trapézoïdale. Elle permet de définir des temps de montée et de descente, censés rendre compte des commutations, qui ne sont évidement pas instantanées. Généralement, l'utilisation des transformées de Fourier s'impose naturellement pour déterminer la représentation fréquentielle d'un signal donné. Bien que la plupart des formes d'onde que nous traitons soit connue et tabulée, il est parfois nécessaire de recalculer la transformée de Fourier à partir de sa définition (Eq. II-3). Nous avons choisi une approche parallèle tout aussi connue mais souvent peu exploitée en utilisant des transformées de Laplace élémentaires qui permettent de construire des signaux de façon extrêmement simple et surtout rapide. Comme nous l'avons introduit précédemment, il n'existe qu'une relation de causalité entre ces deux types de transformées permettant le changement d'espace que nous recherchons. Ainsi, pour élaborer la transformée d'un signal trapézoïdal, comme ceux représentés sur la Figure II-12, nous n'avons besoin que de la transformée d'une rampe de pente donnée (Eq. II-12).



$$R(p) = \frac{A/\tau}{p^2}$$ **Eq. II-12**

L'utilisation de ces transformées permet de construire très rapidement et surtout très facilement les courants et tensions caractéristiques des structures de puissance. La figure ci-dessous illustre la simplicité de construction de ces générateurs.

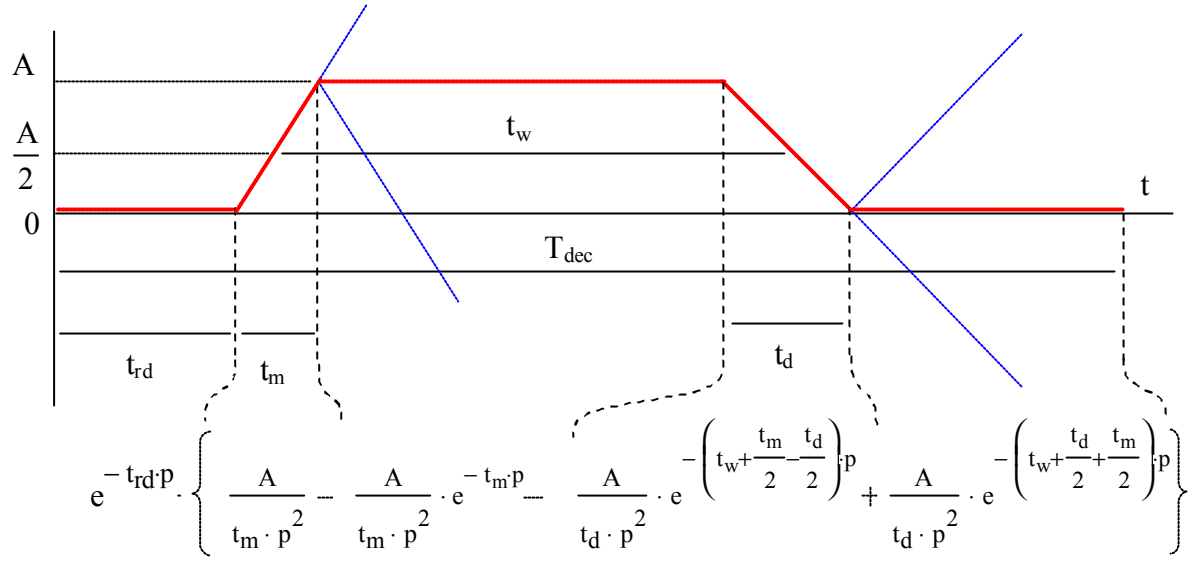


Figure II-13 Construction du trapèze par transformées de Laplace

La transformée de Laplace d'un signal trapézoïdal d'amplitude A et décalé dans le temps $L_{trap}(p)$ prend la forme suivante (Eq. II-13) :

$$L_{trap}(p) = A\cdot\left[\frac{1-e^{-t_m\cdot p}}{t_m\cdot p^2}-\frac{1-e^{-t_d\cdot p}}{t_d\cdot p^2}\cdot e^{-\left(t_w+\frac{t_m}{2}-\frac{t_d}{2}\right)\cdot p}\right]\cdot e^{-t_{rd}\cdot p} \qquad \textbf{Eq. II-13}$$

La fonction continue complexe ainsi obtenue dépend de la variable complexe de Laplace (p). A ce stade, nous venons de définir l'enveloppe du trapèze, mais avec une amplitude qui ne correspond pas encore aux valeurs désirées. La représentation spectrale que nous recherchons nécessite deux étapes qui, indirectement, sont liées à la périodicité du signal (T_{dec}). La première consiste à déterminer les fréquences pour lesquelles le signal est défini. Ce dernier étant périodique, seules les harmoniques multiples de sa fréquence sont susceptibles de porter de l'énergie. Enfin, pour que les amplitudes soient correctement établies, cette même fréquence doit pondérer la transformée. Ainsi, la relation finale que nous souhaitions établir dans le domaine fréquentiel s'écrit de la façon suivante:

$$F_{trap}(\nu_n) = A\frac{t_w}{T_{dec}}\cdot\left[\frac{\mathrm{sinC}(t_m\cdot\pi\nu_n)\cdot e^{j t_w\pi\nu_n}-\mathrm{sinC}(t_d\cdot\pi\nu_n)\cdot e^{-j t_w\pi\nu_n}}{t_w\cdot(j\pi\nu_n)}\right]\cdot e^{-j(2\cdot t_{rd}+t_m+t_w)\pi\nu_n}$$

$$\text{Avec}\quad \mathrm{sinC}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \qquad \forall\, x\neq 0 \qquad \text{et} \qquad \mathrm{sinC}(0) = 1 \qquad \textbf{Eq. II-14}$$

Nous pouvons, à partir de cette expression, facilement montrer que la valeur moyenne du signal trapézoïdal $\langle f_{trap}(t)\rangle$ est également définie :

$$\lim_{\nu\to 0} F_{trap}(\nu)\to 2\cdot A\cdot\frac{t_w}{T_{dec}} = 2\cdot\langle f_{trap}(t)\rangle$$

A partir de cette représentation, la définition de la source de courant et de tension devient évidente. Les relations Eq. II-15 et Eq. II-16 nous permettent d'avoir une description analytique fréquentielle respectivement de V_S et I_S, représentée sur la Figure II-12.

$$V_{S_n} = \alpha_V \cdot E \cdot \left(\frac{\sin C\left(t_{m_V} \pi \nu_n\right) \cdot e^{j \cdot n \pi \cdot \alpha_V} - \sin C\left(t_{m_V} \pi \nu_n\right) \cdot e^{-j \cdot n \pi \cdot \alpha_V}}{j \cdot n \cdot \pi \cdot \alpha_V} \right) \cdot e^{-j\left(2 \cdot t_{m_I} + t_{m_V} + \alpha_V \cdot T_{dcec}\right) \cdot \pi \cdot \nu_n}$$

Eq. II-15

$$I_{S_n} = \alpha_I \cdot I \cdot \left(\frac{\sin C\left(t_{m_I} \pi \nu_n\right) \cdot e^{j \cdot n \pi \cdot \alpha_I} - \sin C\left(t_{m_I} \pi \nu_n\right) \cdot e^{-j \cdot n \pi \cdot \alpha_I}}{j \cdot n \cdot \pi \cdot \alpha_I} \right) \cdot e^{-j\left(t_{m_I} + \alpha_I \cdot T_{dcec}\right) \cdot \pi \cdot \nu_n}$$

Eq. II-16

Le signal trapézoïdal que nous venons d'étudier permet d'élaborer des formes plus complexes et surtout plus réalistes. En effet, les phases de transitions pendant les commutations ne sont jamais aussi brutales que celle du trapèze. Physiquement, la dérivée de ces grandeurs ne peut subir de fortes discontinuités. Plutôt que de définir dans le temps les fronts par superposition de fonctions polynomiales ou exponentielles, nous pouvons utiliser les effets de la convolution du trapèze avec un créneau [REBY-99]. Indirectement, cette opération de convolution, illustrée sur la Figure II-14, correspond à l'intégration des fronts du trapèze. De ce fait, la durée de la transition se trouve modifiée. Pour respecter l'ordre de grandeur des temps de transition définis pour le trapèze, il est préférable que la largeur τ du créneau reste inférieure au minimum des temps de montée et de descente. De plus, cette condition permet de conserver la valeur des pentes pour les deux fronts.

Dans l'espace des fréquences, c'est le produit simple des fonctions qui s'opère, simplifiant ainsi considérablement la démarche. Le créneau se transforme alors en une fonction de filtrage, dont l'expression est donnée ci-dessous (Eq. II-17).

$$F_{\widetilde{trap}}(\nu) = F_{trap}(\nu) \cdot S_W(\nu)$$

Eq. II-17

avec $\quad S_W(\nu) = \sin C(\pi \tau \nu)\, e^{-j \pi \tau \cdot \nu}$

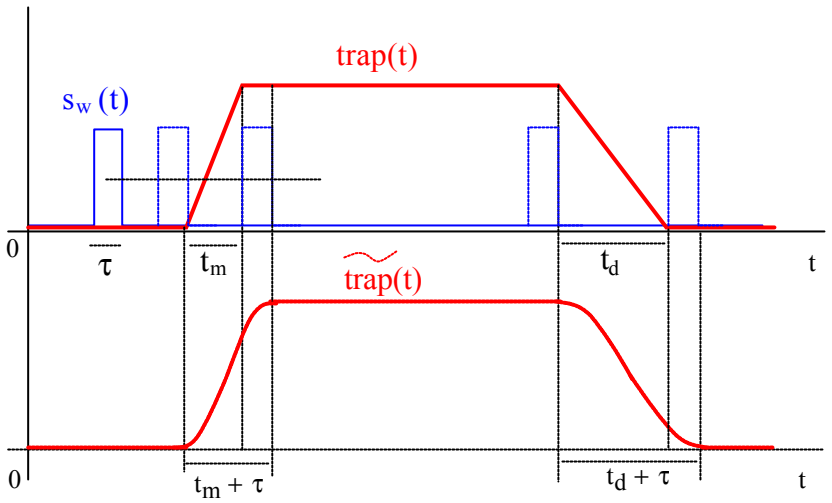


Figure II-14 Lissage d'un Trapèze par convolution temporelle

L'augmentation de l'ordre de dérivabilité de ce signal a pour conséquence directe un niveau plus faible des composantes spectrales pour des fréquences relativement élevées (>10MHz) (Figure II-15).

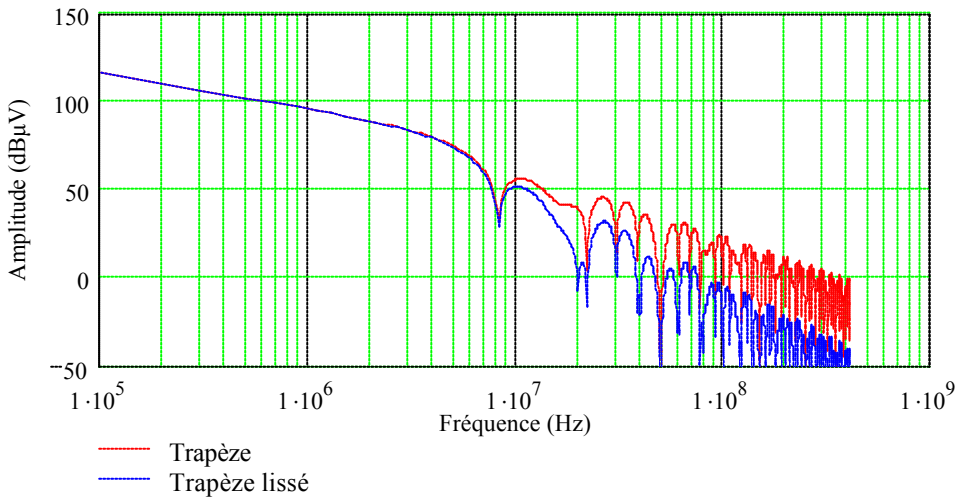


Figure II-15 Enveloppes spectrales du Trapèze et du Trapèze lissé
(A = 100, F_{dec} = 100kHz, t_w = 0,5 T_{dec}, t_m =100ns, t_d = 160ns, τ = 50ns)

Ainsi, ces formes d'ondes relativement idéales permettent une représentation fréquentielle acceptable pour une gamme de fréquences moyennes. Cependant, nous pouvons apporter plus de réalisme aux sources, en tenant compte de certains phénomènes parfois critiques, tels que les oscillations à l'ouverture présentes sur la tension aux bornes du transistor, ou les phases de recouvrement de la diode visible sur le courant commuté. Aux précédentes relations (Eq. II-15 Eq. II-16), il faut ajouter de nouvelles relations définies également par des transformées de Laplace [CREBIER-99].

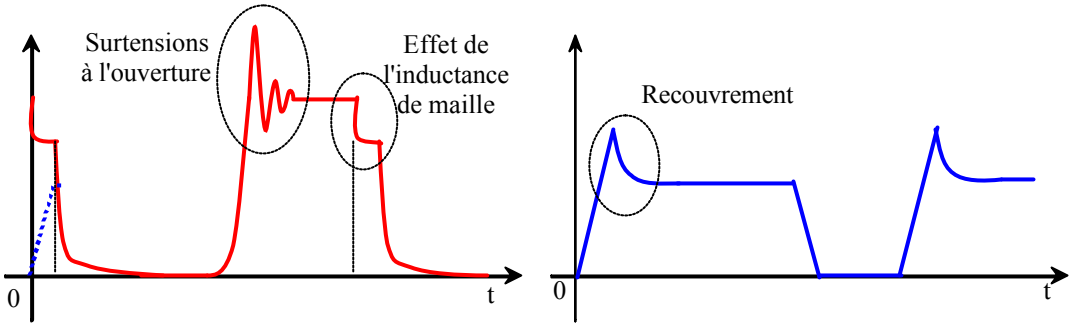


Figure II-16 Représentation temporelle des sources de Perturbations améliorées

Une fois les sources de perturbations identifiées et mathématiquement élaborées, il reste à définir les chemins de propagation en décrivant le reste du circuit. Cette phase peut s'avérer délicate suivant d'une part la complexité de la structure traitée, et d'autre part le niveau de connaissances *a priori* des composants utilisés. C'est au modélisateur de proposer un schéma décrivant les chemins les plus critiques, en incluant bien évidement les sources de perturbations et le RSIL (Figure II-17).

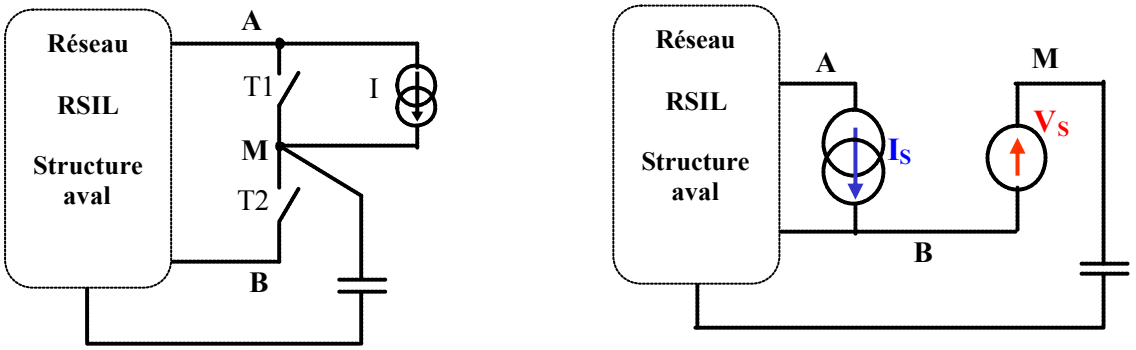


Figure II-17 Modélisation des convertisseurs

VI.2 Approche par fonction de transferts

Une première méthode consiste à dissocier le mode commun du mode différentiel en établissant deux fonctions de transfert entre les sources et le RSIL dans le domaine fréquentiel (Figure II-18). La première, définie par le rapport entre les tensions aux bornes des résistances de mesure (V_{RSIL_b} pour le bras du bas, V_{RSIL_h} pour le bras du haut) et I_S, représente le mode différentiel (FT_{MD}). La seconde, définie par le rapport entre $V_{RSILb,h}$ et V_S correspond au mode commun (FT_{MC}). Ainsi, la reconstitution du spectre sur les branches du RSIL est possible en sommant les résultats obtenus par les deux fonctions.

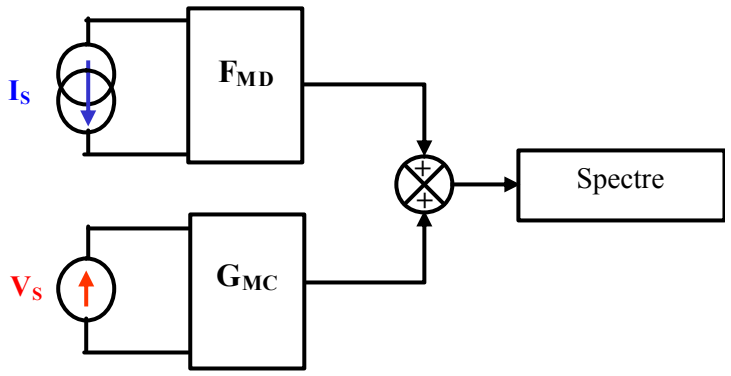


Figure II-18: Dissociation des modes de propagation

La détermination de ces fonctions de transfert reste simple, si le nombre d'éléments parasites présents sur la structure n'est pas trop élevé. Bien évidement, la première phase consiste à remplacer la cellule de commutation par sa représentation fréquentielle équivalente (Figure II-19).

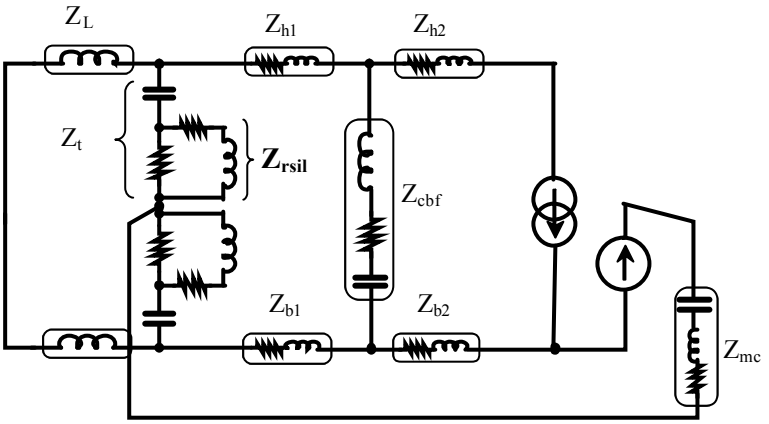


Figure II-19 Structure fréquentielle linéarisée

Pour obtenir la fonction de transfert de mode commun, il faut faire l'hypothèse que le mode différentiel n'a aucune influence sur la circulation des courants de mode commun, ce qui implique que la source de courant n'est pas considérée. La fonction de transfert de mode différentiel est déterminée en supposant qu'il n'y a pas de boucle de courant entre le convertisseur et la terre. Le calcul des fonctions de transfert se fait alors en effectuant la décomposition représentée par les schémas suivants (Figure II-20, Figure II-21).

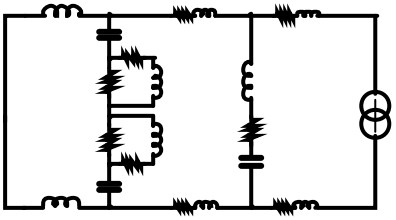


Figure II-20 Mode différentiel

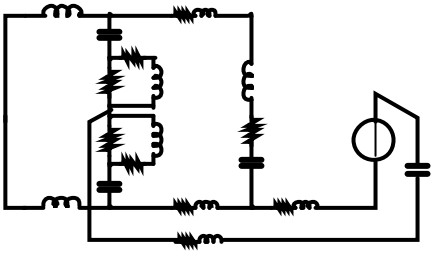


Figure II-21 Mode commun

L'expression relative au mode différentiel est établie, comme nous venons de le voir, sans le chemin matérialisé par l'impédance Z_{mc} de mode commun. De ce fait, la fonction qui lui est associée, devient alors assez simple et ne demande pas de calcul intermédiaire (Eq. II-18). Il en est tout autre pour l'expression de la fonction de mode commun, rendue rapidement complexe par les impédances parasites de câblage (Z_{h1} Z_{b1} Z_{h2} Z_{b2}). En négligeant ces termes censés rendre compte d'effets hautes fréquences, la fonction de transfert de mode commun G_{MC} est alors définie par la relation Eq. II-19. Toutefois, cette représentation n'est pas unique, certaines approximations peuvent être faites. En effet, l'influence des inductances de filtrage du RSIL, encore une fois supposées parfaites, peut être négligée, car elle offre une impédance trop importante sur la gamme de fréquences qui nous intéresse. Ceci entraîne une simplification considérablement des équations présentées ci-dessous.

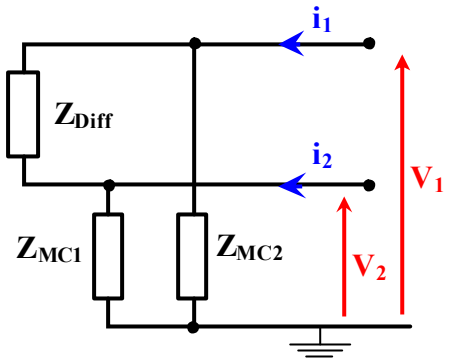
$$F_{MD} = \frac{Z_{rsil}}{2 \cdot Z_t} \cdot \frac{2\dfrac{Z_t \cdot Z_L}{Z_t + Z_L} \cdot Z_{cbf}}{2\dfrac{Z_t \cdot Z_L}{Z_t + Z_L} + Z_{h1} + Z_{b1} + Z_{cbf}} \qquad \textbf{Eq. II-18}$$

$$G_{MC} = \frac{Z_{rsil} \cdot Z_t \cdot \dfrac{2 \cdot Z_L + Z_{cbf}}{\left(Z_t + 2 \cdot Z_{mc} + Z_{cbf}\right)}}{2 \cdot Z_L \cdot Z_t + Z_{cbf} \cdot \left[\dfrac{2 \cdot Z_L \cdot Z_{mc} + \left(Z_t\right)^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_{mc}}{\left(Z_t + 2 \cdot Z_{mc} + Z_{cbf}\right)}\right]} \qquad \textbf{Eq. II-19}$$

Comme nous pouvons le constater, la dissociation et la localisation topologique des sources et des chemins constitue ainsi l'hypothèse forte de cette méthode. Cela suppose également que les interactions entre le mode commun et le mode différentiel sont négligeables, ce qui n'est malheureusement pas toujours le cas.

VI.2.1 Interaction Mode commun Mode différentiel

La dissociation des modes de propagation par séparation des fonctions de transfert trouve un intérêt tout particulier pour estimer l'influence relative de chacun d'eux. En terme de conception, cette démarche permet de se focaliser séparément sur le filtrage du mode différentiel ou celui du mode commun. Toutefois, ces deux types de perturbations "agressent" simultanément le RSIL qui, rappelons le, se place en tant que victime. Dès lors, cette technique n'est pas toujours possible, car, suivant la symétrie électrique du montage, le mode commun peut se recombiner en mode différentiel et inversement. Le schéma simple suivant permet la mise en évidence de cette dernière remarque.



$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_{Diff}} + \frac{1}{Z_{mc1}} & -\frac{1}{Z_{Diff}} \\ -\frac{1}{Z_{Diff}} & \frac{1}{Z_{Diff}} + \frac{1}{Z_{mc2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Eq. II-20

Figure II-22 Schéma équivalent d'un dispositif monophasé et sa représentation matricielle

Pour poursuivre cette étude, nous allons utiliser les définitions classiques des tensions et des courants de mode différentiel (V_{md}, i_{md}) et de mode commun (V_{mc}, i_{mc}).

$$V_{md} = V_1 - V_2 \qquad i_{md} = \frac{i_1 - i_2}{2}$$

Eq. II-21

$$V_{mc} = \frac{V_1 + V_2}{2} \qquad i_{mc} = i_1 + i_2$$

Le système précédent peut alors être décrit dans la nouvelle base définie ci-dessus. La relation matricielle Eq. II-22 met en évidence le couplage entre les modes commun et différentielle au sens des grandeurs introduites avec les définitions données par Eq. II-21. De cette relation, relativement simple, il est possible de définir une représentation matricielle hybride qui combine V_{md} et i_{mc} en fonction de i_{mc} et V_{mc} (Eq. II-23).

$$\begin{pmatrix} i_{md} \\ i_{mc} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Diff}} + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{Z_{mc1}} + \frac{1}{Z_{mc2}} \right) & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{Z_{mc1}} - \frac{1}{Z_{mc2}} \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{Z_{mc1}} - \frac{1}{Z_{mc2}} \right) & \frac{1}{Z_{mc1}} + \frac{1}{Z_{mc2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{md} \\ V_{cm} \end{pmatrix}$$

Eq. II-22

$$\begin{pmatrix} V_{md} \\ i_{mc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{md} & F_{mc} \\ -F_{md} & Y_{mc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{md} \\ V_{mc} \end{pmatrix}$$

Eq. II-23

Avec

$$Z_{md} = \frac{4 \cdot Z_{Diff} \cdot Z_{mc1} \cdot Z_{mc2}}{4 \cdot Z_{mc1} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc1}}$$

$$F_{mc} = \frac{2 \cdot \left(Z_{mc1} - Z_{mc2} \right) \cdot Z_{Diff}}{4 \cdot Z_{mc1} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc1}}$$

$$F_{md} = -F_{mc}$$

$$Y_{mc} = \frac{4 \cdot \left(Z_{Diff} + Z_{mc2} + Z_{mc1}\right)}{\left(4 \cdot Z_{mc1} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc2} + Z_{Diff} \cdot Z_{mc1}\right)}$$

A ce stade, les éléments de cette dernière représentation matricielle permettent d'établir quelques parallèles entre les grandeurs i_{md}, V_{mc} et les sources de perturbations I_S et V_S introduites dans le paragraphe précédent. En supposant que i_{md} et V_{mc} soient respectivement les images des sources I_S et V_S, le courant de mode différentiel i_{Diff}, circulant dans les impédances Z_{mc1} et Z_{mc2} et imposé par V_{md}, ne dépend pas exclusivement de I_S. La même remarque peut être faite pour le courant de mode commun i_{mc} avec la source V_S.

$$i_{Diff} = \frac{Z_{md}}{Z_{mc1} + Zmc2} \cdot I_S + \frac{F_{mc}}{Z_{mc1} + Zmc2} \cdot V_{mc} \qquad \textbf{Eq. II-24}$$

$$i_{mc} = -F_{md} \cdot I_S + Y_{mc} \cdot V_{mc} \qquad \textbf{Eq. II-25}$$

L'étude séparée du mode commun et du mode différentiel correspondant à la dissociation des chemins de propagation ne prend pas en compte des fonctions de couplage telles que F_{mc} ou F_{md}. Nous pouvons cependant constater qu'une symétrie des chemins, impliquant l'égalité de Z_{mc1} et Z_{mc2}, entraîne l'annulation des fonctions de couplage. Si cette égalité est vérifiée pour certaines structures, l'approche par fonction de transfert se justifie. Cette méthode trouve sa force dans sa simplicité, et permet, dans le cas de circuits relativement simples, de définir des relations analytiques très intéressantes dans une démarche globale de conception. Pour rester dans cette logique, tout en conservant le maximum de chemins de propagation, nous avons développé un formalisme permettant de traiter simultanément les sources de perturbations de mode commun et de mode différentiel.

VI.3 Approche Matricielle

La représentation matricielle, détaillée en ANNEXE I, est avant tout basée sur l'écriture rapide des équations régies par les deux principales lois de Kirchhoff. Ces lois, incontournables et représentant la base de la résolution des systèmes électriques, permettent de définir l'ensemble des grandeurs d'un circuit par des applications linéaires reliant les différents courants et tensions entre eux. La démarche, à la fois simple et rigoureuse, consiste à définir l'ensemble des courants de maille indépendants du schéma électrique traité. Ces courants principaux définissent les mailles élémentaires avec lesquelles le système matriciel est établi. La procédure classique effectuée pour établir une représentation matricielle de circuit électrique passe inévitablement par l'écriture des équations de mailles. Cette phase, parfois laborieuse suivant la complexité du schéma étudié est source d'erreur ; c'est pourquoi nous avons mis en évidence une procédure rapide et fiable pour déterminer la représentation matricielle minimale d'un circuit, basée sur l'orientation des tensions aux bornes de chaque élément et du sens des courants initialement définis.

A partir de l'allure générale des systèmes matriciels obtenus pour différents exemples tout en détaillant les mécanismes de cette technique, nous avons défini une forme générique de ces représentations linéaires dont les grandeurs d'excitations correspondent aux sources de tension et de courant connues.

Nous obtenons une une relation matricielle classique (Eq. II-26) dans laquelle [H] représente la matrice du système, $[I_{nc}]$ le vecteur des inconnues et [S] le vecteurs d'excitation. La forme générique de ces différentes grandeurs est donnée par la Figure II-23.

$$[H]\cdot[I_{nc}]+[S]=0 \qquad \textbf{Eq. II-26}$$

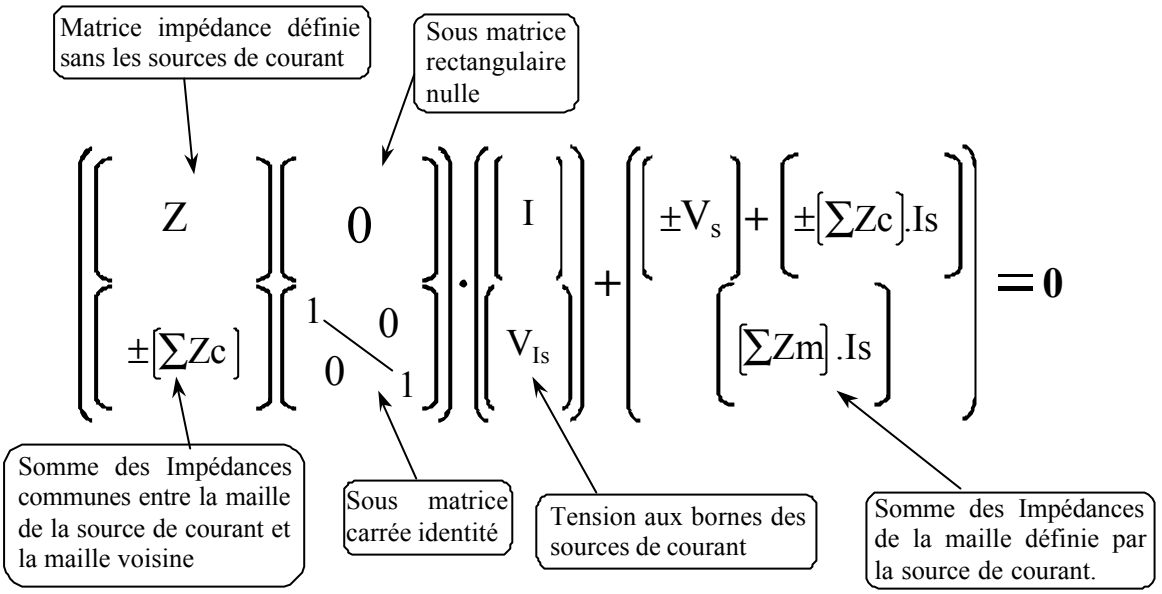


Figure II-23 : Définition des blocs de la matrice finale

Dans cette représentation, I correspond au vecteur constitué des courants principaux de maille, Is aux sources de courant, et Vs aux sources de tension d'excitation. Si N est le nombre de mailles total, et si M correspond au nombre de sources de courant, les dimensions du système et des sous matrices sont les suivantes:

[Z] = (N−M)×(N−M) , matrice Impédance définie sans les sources Is
[±(∑Zc)] = M×(N−M) , sous matrice des impédances communes avec les sources Is
[Id] = M×M , sous matrice carrée identité
[I] = (N−M)×1, Vecteur des courants principaux de mailles
[V_{Is}] = M×1 , Vecteur des tensions aux bornes des sources de courant
[Vs] = (N−M)×1, Vecteur des sources de tension Vs

Si les mailles sont correctement définies, les courants principaux sont tous indépendants. Leur nombre correspond alors au nombre minimum de variables nécessaires pour résoudre le système. De ce fait, la matrice finale [H] est inversible si la matrice [Z] est non nulle. Si la matrice [Z] est non nulle et que [H] n'est pas inversible, le système est donc dégénéré. Autrement dit, il existe une combinaison linéaire C telle que $C(Im,V_{Is}) = 0$. Ces conditions impliquent que le nombre d'inconnues est supérieur au nombre de variables nécessaires ; certains courants sont donc linéairement dépendants, ce qui implique que le choix des courants principaux est incorrect. Malgré la complexité apparente de la forme générique de la matrice, nous allons montrer sur l'exemple suivant (Figure II-24) qu'il n'en est rien. A l'instar des schémas précédents du hacheur série, les principaux chemins de propagation associés à cette structure sont représentés. La cellule de commutation est remplacée par son schéma fréquentiel équivalent et l'alimentation du convertisseur est naturellement supposée parfaite, ce qui permet de la remplacer par un court-circuit. Une

représentation monocellulaire du RSIL est également insérée. Par cette technique, les sources de perturbations ne sont pas étudiées séparément. De plus, nous pouvons également tenir compte d'impédances, telles que celles représentant la charge ou la connectique, qui étaient négligées dans le cas précédent pour simplifier la détermination de fonctions de transfert.

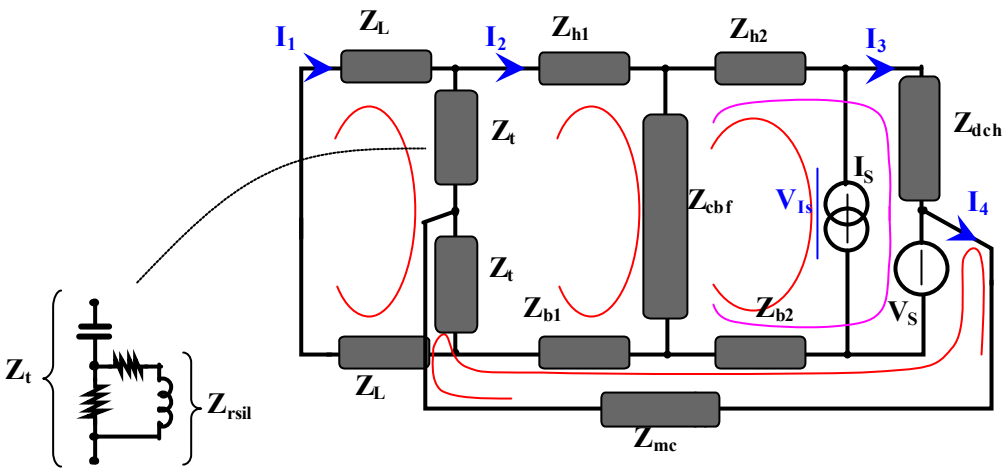


Figure II-24 Schéma fréquentiel équivalent du hacheur abaisseur

Pour cette représentation fréquentielle, le système matriciel associé est le suivant :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ V_{Is} \end{pmatrix} = H^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{cbf} \cdot I_S \\ -V_S - \left(Z_{h2} + Z_{b2} + Z_{cbf}\right) \cdot I_S \\ V_S + Z_{b2} \cdot I_s \\ -\left(Z_{h2} + Z_{b2} + Z_{cbf}\right) \cdot I_S \end{bmatrix} \qquad \textbf{Eq. II-27}$$

avec

$$H = \begin{bmatrix} 2\left(Z_t + Z_L\right) & -2Z_t & 0 & Z_t & 0 \\ -2Z_t & Z_{h1} + Z_{b1} + Z_{cbf} + 2Z_t & -Z_{cbf} & -\left(Z_{b1} + Z_t\right) & 0 \\ 0 & -Z_{cbf} & Z_{dch} + Z_{h2} + Z_{b2} + Z_{cbf} & -Z_{b2} & 0 \\ Z_t & -\left(Z_{b1} + Z_t\right) & -Z_{b2} & Z_{b1} + Z_{b2} + Z_{mc} + Z_t & 0 \\ 0 & -Z_{cbf} & Z_{h2} + Z_{b2} + Z_{cbf} & -Z_{b2} & -1 \end{bmatrix}$$

La grandeur finale recherchée s'exprime alors simplement par une combinaison linéaire des variables calculées. Le spectre des perturbations conduites estimées au travers des impédances de mesure du RSIL est déterminé fréquence par fréquence à partir des relations Eq. II-28 et Eq. II-29, respectivement pour la branche positive et négative du RSIL. Les grandeurs observables ne se limitent pas à celles-ci, le vecteur d'inconnues permet de représenter tous les courants de la structure, ainsi que l'ondulation de tension du bus continu, par l'intermédiaire de la tension aux bornes de la source de courant, ce qui d'un point de vue dimensionnement s'avère fort utile. L'exemple le plus probant est celui du filtrage, car nous avons accès d'une part directement au spectre des perturbations, et d'autre part au courant de

mode commun, informations qui constituent respectivement une contrainte à respecter et une grandeur de dimensionnement des inductances de mode commun.

$$V_{rsil\_h} = Z_{rsil} \cdot (1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ V_{Is} \end{pmatrix} \qquad V_{rsil\_b} = Z_{rsil} \cdot (1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 0) \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ V_{Is} \end{pmatrix}$$

Eq. II-28 **Eq. II-29**

La matrice que nous avons établie permet de représenter l'ensemble des chemins de propagation. De plus, telle qu'elle est constituée ici, cette représentation nous renseigne directement sur les couplages par impédances communes entre les différents courants. Si nous sommes capables de le calculer, le déterminant de la matrice constitue un élément important, puisqu'il contient toutes les fréquences de résonance du système. De la même manière, pour des dimensions de matrice raisonnable (par exemple [12×12] pour un onduleur), il est possible d'obtenir, à l'aide de logiciels spécifiques, une représentation analytique de la matrice inverse. Les fonctions analytiques obtenues permettent des études de sensibilité précises et le gain significatif sur les temps de calcul laisse envisager des phases d'optimisation rapides à l'aide d'algorithmes déterministes de type gradient.

VI.4 Analyse fréquentielle par représentation d'état

Nous allons dans ce paragraphe présenter comment utiliser le formalisme d'état pour réaliser l'estimation des perturbations conduites [POPESCU-99]. Tout système linéaire ou linéaire par morceau, défini à partir d'un jeu d'équations différentielles possédant des grandeurs d'états, peut se mettre sous une forme matricielle.

Nous connaissons les techniques basées sur la représentation d'état pour leur utilisation et leur performance pour l'étude de la dynamique et de la commandabilité des systèmes régulés ou asservis au travers d'une analyse "petits signaux". De façon plus générale, la forme d'état permet de déterminer l'évolution des différentes variables d'états, grâce aux techniques de résolution de systèmes différentiels définis par l'équation Eq. II-30.

$$\frac{d\,x(t)}{dt} = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot U(t) \qquad \textbf{Eq. II-30}$$

Dans cette relation x constitue le vecteur d'état, et U représente le vecteur des entrées (généralement connu). Le vecteur de sortie du système est donné par la relation Eq. II-31. Evidement, nous supposons ici que ces différentes matrices sont localement intégrables, ce qui assure l'existence et l'unicité de la solution pour tout régime transitoire.

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot U(t) \qquad \textbf{Eq. II-31}$$

La solution élargie de l'équation d'état représentée par le vecteur x est la suivante:

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} (A(\tau) \cdot x(\tau) + B(\tau) \cdot U(\tau))\, d\tau \qquad \textbf{Eq. II-32}$$

Dans le cas des systèmes périodiques tels que les convertisseurs de l'électronique de puissance, l'utilisation d'éléments réactifs (dont les variables d'états associées sont le courant

pour les inductances et la tension pour les capacités) permet ce type de représentation. Pour ces structures, les changements de topologie suivant l'état des interrupteurs impliquent la multiplicité des représentations d'état. Autrement dit, lorsqu'un composant commandé change d'état il modifie le système matriciel. Ainsi, en supposant les éléments passifs invariants dans le temps nous pouvons écrire:

$$A(t) = A(t+T_0) \quad B(t) = B(t+T_0) \quad C(t) = C(t+T_0) \quad D(t) = D(t+T_0)$$

Ainsi, entre deux commutations, l'évolution du système est représentée par:

$$\frac{d\,x_k(t)}{dt} = A_k(t)\cdot x_k(t) + B_k(t)\cdot U_k(t) \qquad k \in [\,1\,,\,N_{Sw}\,]$$

dans laquelle N_{Sw} correspond au nombre d'intervalles entre les commutations sur une période T_0.

Ainsi, sur un intervalle k, la solution temporelle est de la forme de l'équation Eq. II-33, qui intègre la notion d'exponentielle de matrice.

$$y_k(t) = C_k(t)\cdot\left(e^{A_k(t-t_{k-1})}\cdot x_k(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^{t} e^{A_k(t-\tau)}\cdot B_k\cdot U(\tau)\,d\tau\right) + D_k(t)\cdot U(t) \qquad \textbf{Eq. II-33}$$

A partir de ce premier résultat, nous ne cherchons pas à résoudre ce système dans le domaine temporel. Grâce à une transformée de Laplace, nous cherchons une solution directement dans l'espace des fréquences. La solution finale est alors donnée par:

$$Y(p) = \sum_{k=1}^{N_{Sw}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y_k(t)\cdot e^{-p\cdot t}\,dt \qquad \textbf{Eq. II-34}$$

A partir de la relation précédente, l'amplitude des harmoniques de rang n constituant le spectre final de la grandeur recherchée est donnée simplement par l'expression Eq. II-35.

$$S_n = \frac{2}{T_0}\cdot\left|Y\left(j\cdot\frac{2\pi\cdot n}{T_0}\right)\right| \qquad \textbf{Eq. II-35}$$

Pour les convertisseurs, les sources extérieures et indépendantes sont considérées comme des entrées. Les conditions initiales en régime permanent sont calculées grâce à un algorithme d'optimisation, dont la contrainte est de respecter la condition de périodicité suivante :

$$x_k(t_k) = x_{k+1}(t_k) \qquad \text{ou encore} \qquad x_1(0) = x_{N_{Sw}}(T_0)$$

Dans l'optique d'une modélisation CEM, la représentation d'état d'un convertisseur doit intégrer les principaux éléments parasites réactifs, des composants passifs, de la connectique, et bien évidement des interrupteurs de puissance. Nous revenons ainsi sur le choix d'un modèle d'interrupteur adapté à cette méthode, dont les éléments doivent être invariants dans le temps. En revanche, ces modèles peuvent contenir des éléments commandés parfaits. Le modèle proposé précédemment rappelé sur la Figure II-25 répond à ces différentes exigences. Sur ce schéma, S_K représente un interrupteur idéal commandé, l'inductance des connexions internes du circuit de drain et source est définie par L_K, quant à la résistance R_K elle représente la caractère ohmique du composant lorsqu'il est passant.

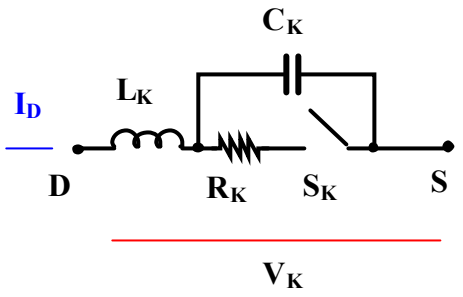


Figure II-25 Modèle équivalent d'interrupteur pour la représentation d'état

L'agencement des éléments est fait de façon cohérente, il est en accord avec les règles élémentaires d'association des sources dynamiques. En effet, la source de courant liée à l'inductance n'est jamais ouverte brutalement grâce à la capacité. La résistance permet également de ne pas court-circuiter la source de tension représentée par la capacité. La continuité des grandeurs d'état est ainsi respectée. La diode est également représentée par un circuit similaire. De façon à conserver la ligne directrice de ce chapitre, la structure simulée est identique aux précédentes, à la seule différence que l'interrupteur et la diode de ce hacheur série sont définis sur le principe que nous venons de développer. Ainsi, pour cette représentation CEM simplifiée (Figure II-26) et sur laquelle seul les principaux éléments représentatifs ont été gardés, le nombre d'éléments réactifs permet de définir douze équations différentielles indépendantes après quelques simplifications.

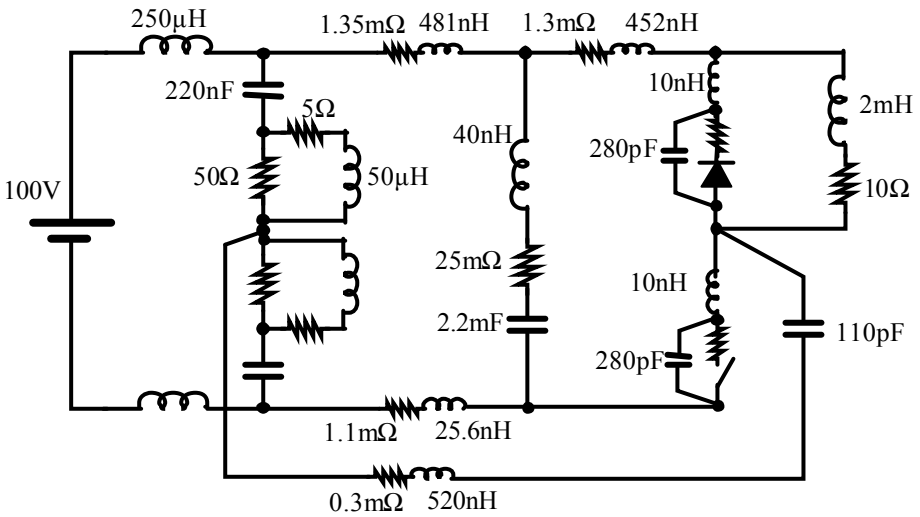


Figure II-26 Schéma électrique simulé

Les simulations réalisées à partir de cette méthode montre l'exactitude du traitement fréquentiel en comparant ce dernier aux résultats obtenus par une simulation temporelle. Toutefois, l'ajustement des éléments relatifs aux semiconducteurs par rapport aux modèles SPICE ou SABER n'est pas immédiat. Il est parfois nécessaire de se baser sur les données détaillées des documents fournis par les fabricants de composants actifs.

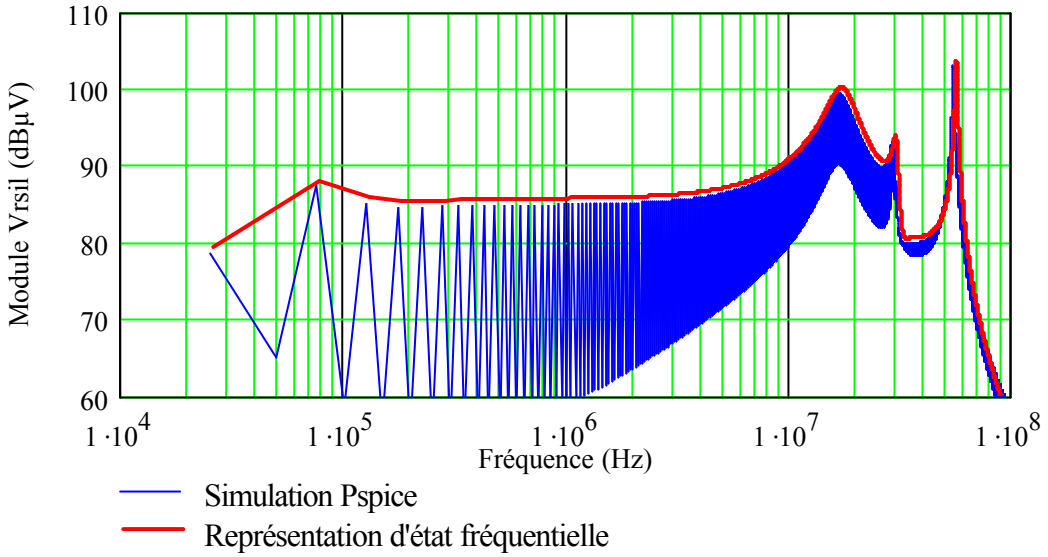


Figure II-27. Spectre des perturbations par la représentation d'état fréquentielle (Comparaison avec Pspice)

VI.5 Légitimité des Sources de perturbations

L'approche faite par les sources de perturbations est extrêmement intuitive. Comme nous l'avons vu précédemment, elle permet une représentation phénoménologique de la CEM pour les structures de puissance. Elle souffre pourtant d'un manque de rigueur de par les approximations parfois fortes, telles que la séparation des modes de propagation dans le cas des fonctions de transfert, ou des formes d'ondes idéalisées pour représenter les sources. Malgré ces défauts, elle offre cependant des résultats tout à fait probants. Alors, quel crédit devons-nous apporter à ce type de méthode? Pour répondre à cette question, nous allons établir les principales relations reliant les grandeurs CEM caractéristiques définies par Eq. II-21 pour une structure simple mais démonstrative. Ces relations vont nous permettre de mettre en évidence les grandeurs qui influencent directement les courants de mode commun et de mode différentiel. A partir de ce jeu d'équations, nous allons montrer qu'il existe de fortes similitudes entre le calcul rigoureux développé ci-dessous et la représentation matricielle utilisant les sources de perturbations.

Dans cette démarche, l'accent n'est pas porté sur le réalisme des commutations de l'interrupteur ou de la diode ; au contraire, les formes d'ondes seront idéalisées, de façon à redéfinir la cellule de commutation en introduisant la notion de fonction de commutation.

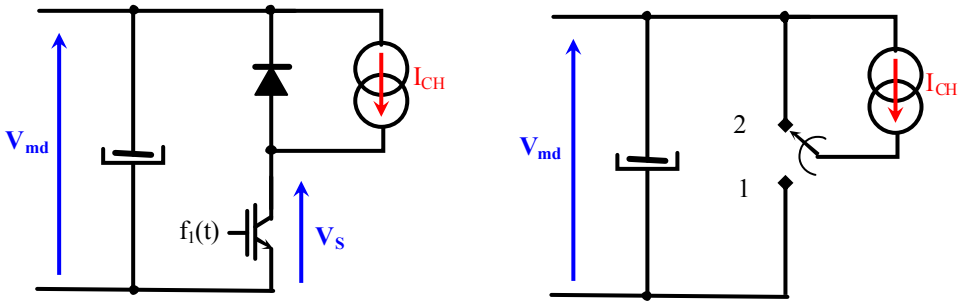


Figure II-28. Représentation de la cellule de commutation par aiguillage

Les deux interrupteurs sont remplacés par un système d'aiguillage, dont le basculement se fait de façon instantanée. La position de l'aiguilleur est alors décrite par deux fonctions unitaires complémentaires $f_1(t)$ et $f_2(t)$, définies à partir de la fonction de Heaviside H(t) du rapport cyclique α et de la période du découpage.

$$f_1(t) = H(t) - H(t - \alpha T_{dec})$$

$$f_2(t) = H(t - \alpha T_{dec}) - H(T_{dec})$$

$$f_1(t) + f_2(t) = 1 \qquad t \in [0 \quad T_{dec}] \qquad \textbf{Eq. II-36}$$

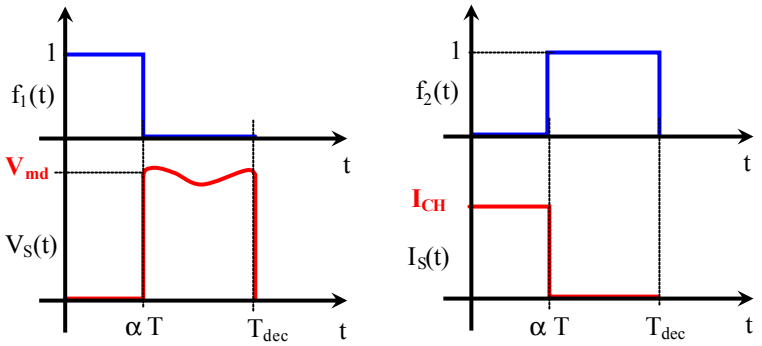


Figure II-29 Fonctions de commutation

Pour compléter le circuit de puissance et rendre compte de la propagation des courants perturbateurs, la capacité parasite C_{mc} entre le point milieu de la cellule et la terre, ainsi qu'une représentation simplifié du RSIL ont été ajoutées. Nous allons, de plus, supposer que la source de courant de charge débite un courant constant I_{CH}. Les courants et les tensions portés sur la Figure II-30 permettent de définir entièrement les équations représentant les divers états de la structure.

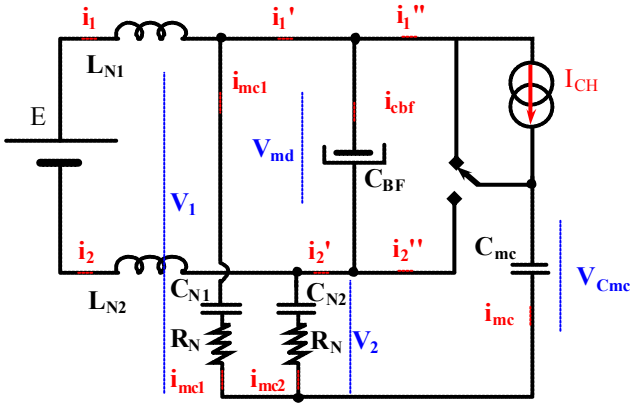


Figure II-30. Représentation de la structure de test

Pour ce type de convertisseur élémentaire, la conduction continue, directement définie par les hypothèses posées précédemment, n'impose que deux états. Bien entendu, le but de cette étude n'est pas d'établir à nouveau la théorie relative au hacheur abaisseur, mais de montrer l'impact des changements de topologie, en détaillant les relations sur les équations différentielles de chacune des phases. Nous pouvons, dans un premier temps, établir les relations qui ne sont pas directement modifiées suivant la topologie du convertisseur.

$$V_1 = V_{mc} + \frac{V_{md}}{2}$$ **Eq. II-37**

$$V_2 = V_{mc} - \frac{V_{md}}{2}$$ **Eq. II-38**

$$i_{md} = \frac{i_1' - i_2'}{2}$$ **Eq. II-39**

$$i_{mc} = -\left(i_{mc1} + i_{mc2} \right)$$ **Eq. II-40**

$$i_{mc} = i_1' + i_2' = i_1'' + i_2''$$

$$E = V_{md} + L_N \cdot \frac{di_1}{dt} \qquad \text{avec} \qquad L_N = L_{N1} + L_{N2}$$

La dernière relation reste la plus intéressante, puisqu'elle concerne la définition du courant de mode commun. A partir des tensions aux bornes des branches de mesure du RSIL et des courants qui les traversent (Eq. II-41 Eq. II-42), nous pouvons affirmer que le courant de mode commun i_{mc} ne peut être défini qu'en fonction de V_{mc}. Cette dernière constatation était pourtant prévisible à la vue des résultats sur l'interaction entre les modes commun et différentiel.

$$V_1 = V_{C_{N1}} + R_N \cdot i_{mc1}$$

$$V_2 = V_{C_{N2}} + R_N \cdot i_{mc2}$$ **Eq. II-41**

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_{C_{N1}} + V_{C_{N2}}}{2} + R_N \cdot \frac{i_{mc1} + i_{mc2}}{2} \right)$$ **Eq. II-42**

$$\frac{di_{mc}}{dt} + \frac{1}{C_N \cdot R_N} \cdot i_{mc} = -\frac{2}{R_N} \cdot \frac{dV_{mc}}{dt}$$ **Eq. II-43**

Toutefois, cette relation n'est pas suffisante, car elle ne met pas en évidence les principales causes de la création des courants de mode commun. Autrement dit, nous ne savons pas, à ce stade, quelles sont les grandeurs qui influencent la tension V_{mc}.
Si l'on s'intéresse maintenant au courant de mode différentiel, en partant de sa définition (Eq. II-39) et des courants dans chaque branche du RSIL, nous obtenons:

$$i_{md} = i_1 - \left(\frac{i_{mc1} - i_{mc2}}{2} \right) \qquad \text{et} \qquad \frac{d\,i_1}{dt} = \frac{E - V_{md}}{L_N}$$

Soit $$\frac{d\left(i_{mc1} - i_{mc2}\right)}{dt} = 2 \cdot \frac{E - V_{md}}{L_N} - 2 \cdot \frac{d\,i_{md}}{dt}$$ **Eq. II-44**

De plus, les équations Eq. II-41 et Eq. II-42 entraînent:

$$\frac{d\,V_{md}}{dt} = \frac{i_{mc1} - i_{mc2}}{C_N} + R_N \cdot \frac{d\left(i_{mc1} - i_{mc2}\right)}{dt}$$ **Eq. II-45**

De ces deux dernières formules, nous obtenons une équation reliant le courant et la tension de mode différentiel.

$$\frac{d^2 i_{md}}{dt^2} + \frac{1}{\tau_N} \cdot \frac{di_{md}}{dt} = \frac{1}{\tau_N \cdot L_N} \cdot E - \frac{1}{2 \cdot R_N} \cdot \frac{d^2 V_{md}}{dt^2} - \frac{1}{L_N} \cdot \frac{dV_{md}}{dt} - \frac{1}{\tau_N \cdot L_N} \cdot V_{md} \qquad \textbf{Eq. II-46}$$

avec $\tau_N = R_N \cdot C_N$

VI.5.1 Interrupteur fermé Diode bloquée: Phase 1

Dans cette première phase, l'interrupteur commandé est fermé de 0 à $\alpha ?T_{dec}$, l'aiguillage se trouve donc sur la position 1.

$f_1(t)=1$

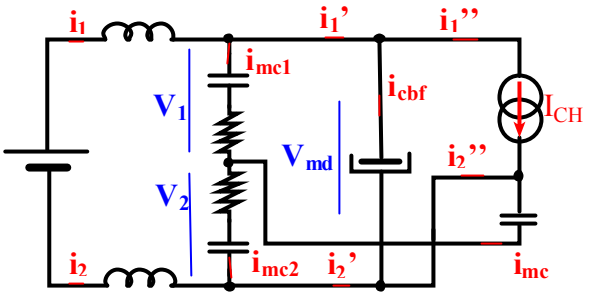


Figure II-31. Topologie du circuit pour l'interrupteur fermé

La tension du bus continu aux bornes du condensateur C_{bf} est directement appliquée sur la charge représentée par la source de courant. Cette tension est supposée quelconque à ce stade. De plus, la tension aux bornes de la capacité parasite C_{mc} se reporte sur la branche de mesure du RSIL pour laquelle nous avons défini la tension V_2. Nous pouvons ainsi montrer:

$V_{Cmc}= V_2$

$$i_{md} = I_{CH} + i_{Cbf} - \frac{i_{mc}}{2}$$

VI.5.2 Interrupteur bloqué - Diode passante: Phase 2

Dans cette phase, l'étude est similaire à la précédente. La tension de la capacité parasite s'applique directement sur la première branche du RSIL. La diode jouant son rôle de roue libre, le courant de charge I_{CH} n'apparaît plus dans l'expression du courant de mode différentiel i_{md}, et paradoxalement le courant de mode commun intervient encore.

$V_{Cmc}= V_1$

$$i_{md} = i_{Cbf} + \frac{i_{mc}}{2}$$

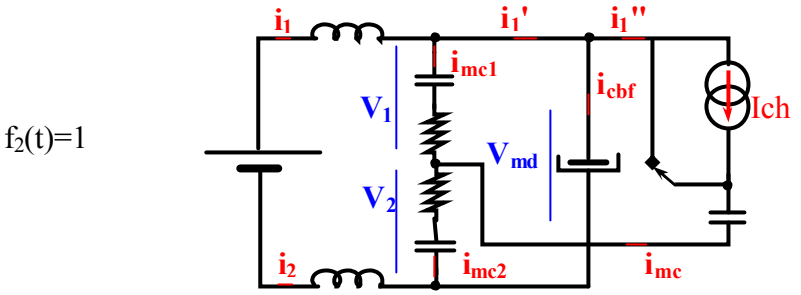


Figure II-32. Topologie du circuit pour la diode passante

VI.5.3 Regroupement des phases sur une période Tdec

A partir des équations invariantes et de celles définies suivant la position de l'aiguilleur, il est possible de faire apparaître les fonctions de commutation pour définir le système sur toute la période de découpage. Elles jouent un rôle de pondération devant les expressions relatives à chacune des phases

$$i_{md} = I_{CH} \cdot f_1(t) - i_{mc} \cdot \left(\frac{f_1(t) - f_2(t)}{2} \right) + C_{bf} \cdot \frac{dV_{md}}{dt}$$

Soit

$$i_{md} = I_{CH} \cdot f_1(t) - \frac{1}{2} \cdot i_{mc} \cdot (1 - 2 \cdot f_2(t)) + C_{bf} \cdot \frac{dV_{md}}{dt} \qquad \textbf{Eq. II-47}$$

$$V_{Cmc} = V_2 \cdot f_1(t) + V_1 \cdot f_2(t)$$

A partir des équations Eq. II-37 Eq. II-38, nous pouvons en déduire une relation entre la tension de la capacité parasite C_{mc} et les tensions de mode commun V_{mc} et de mode différentiel V_{md}.

$$V_{Cmc} = \frac{(V_1 + V_2)}{2} \cdot (f_1(t) + f_1(t)) - \frac{1}{2} \cdot (f_1(t) - f_2(t))\, V_{md}$$

La dérivée temporelle de cette équation nous amène naturellement à une nouvelle égalité, permettant de relier directement le courant de mode commun traversant la capacité parasite avec la tension de mode commun et la tension de mode différentiel pondérée par les fonctions de commutation.

$$i_{mc} = C_{mc} \cdot \frac{dV_{mc}}{dt} - \frac{C_{mc}}{2} \cdot \frac{d}{dt}\{V_{md} \cdot (f_1(t) - f_2(t))\} \quad \text{avec} \quad i_{mc} = C_{mc} \cdot \frac{dV_{Cmc}}{dt} \qquad \textbf{Eq. II-48}$$

Cependant, l'expression la plus intéressante est obtenue à partir des équations Eq. II-43 Eq. II-48.

$$\frac{R_N \cdot C_{mc}}{2} \cdot \frac{d\, i_{mc}}{dt} + \left(1 + \frac{C_{mc}}{2 \cdot C_N}\right) \cdot i_{mc} = -\frac{C_{mc}}{2} \cdot \frac{d}{dt}\{V_{md} \cdot (f_1(t) - f_2(t))\} \qquad \textbf{Eq. II-49}$$

Soit

$$\frac{R_N \cdot C_{mc}}{2} \cdot \frac{d\, i_{mc}}{dt} + \left(1 + \frac{C_{mc}}{2 \cdot C_N}\right) \cdot i_{mc} = C_{mc} \cdot \frac{d\, V_{md} \cdot f_2(t)}{dt} - \frac{C_{mc}}{2} \cdot \frac{d\, V_{md}}{dt} \qquad \textbf{Eq. II-50}$$

Nous pouvons constater, grâce à l'égalité Eq. II-50, que le courant de mode commun est uniquement défini en fonction de la tension de mode différentiel et de la fonction de commutation $f_2(t)$. Ainsi, le changement de base que nous avons effectué en manipulant les

variables initiales permet d'étudier le fonctionnement, au sens de la CEM, de cette structure en fonction des trois variables V_{md} i_{mc} i_{md}. Le choix de ces dernières est compréhensible, puisqu'elles représentent des grandeurs facilement interprétables au travers des équations rappelées ci-dessous.

$$i_{md} = I_{CH} \cdot f_1(t) - \frac{1}{2} \cdot i_{mc} \cdot (1 - 2 \cdot f_2(t)) + C_{bf} \cdot \frac{dV_{md}}{dt}$$

$$\frac{C_N \cdot L_N}{2} \cdot \frac{d^2 V_{md}}{dt^2} + R_N \cdot C_N \cdot \frac{dV_{md}}{dt} + V_{md} = E - R_N \cdot C_N \cdot L_N \cdot \frac{d^2 i_{md}}{dt^2} - L_N \cdot \frac{d i_{mc}}{dt} \quad \textbf{Eq. II-51}$$

$$\frac{R_N \cdot C_{mc}}{2} \cdot \frac{d i_{mc}}{dt} + \left(1 + \frac{C_{mc}}{2 \cdot C_N}\right) \cdot i_{mc} = C_{mc} \cdot \frac{d V_{md} \cdot f_2(t)}{dt} - \frac{C_{mc}}{2} \cdot \frac{d V_{md}}{dt}$$

La première de ces trois équations montre clairement que le courant de mode différentiel ne dépend pas exclusivement du courant de charge découpé présent sous la forme $I_{CH} \cdot f_1(t)$, mais aussi de l'ondulation de tension du bus continu, ce qui semble naturel, et enfin d'une partie du courant de mode commun. La deuxième équation montre simplement la dépendance de l'ondulation de tension du bus continu au courant de mode différentiel. Si le courant de mode différentiel est défini en partie par le courant de charge commuté, celui de mode commun, quant à lui, se caractérise par le découpage de la tension de mode différentiel ($V_{md} \cdot f_1(t)$) comme l'indique la troisième relation. Nous voyons ainsi clairement que les courants de mode commun et différentiel sont directement fonctions des grandeurs de puissances découpées.

VI.5.4 Comparaison

Pour recentrer cette étude sur les sources de perturbations et justifier leur utilisation, nous comparons ces trois dernières équations avec celles obtenues à partir d'une représentation matricielle incluant les générateurs. Pour cela, le système matriciel que nous allons étudier est réalisé en utilisant le schéma de la Figure II-33. Ce schéma correspond à la représentation fréquentielle du circuit que nous venons d'étudier. Ainsi, nous retrouvons le RSIL directement associé au condensateur de filtrage basses fréquences du bus continu. L'impédance Z_{mc} représente le couplage de mode commun initialement défini par la capacité C_{mc}.

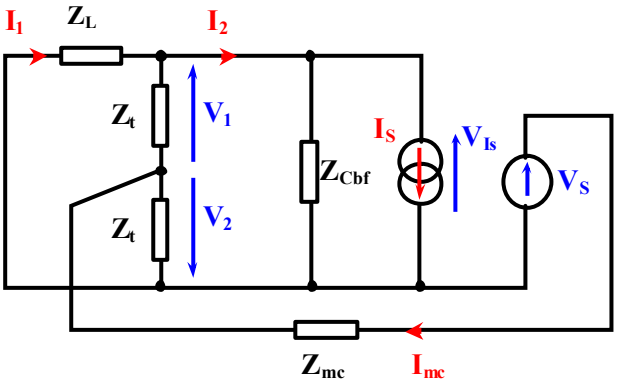


Figure II-33 Schéma fréquentiel équivalent

Les tensions et les courants principaux permettant de construire le système linéaire sont respectivement V_S, V_{Is} I_1 I_2 I_{mc} et I_S. Ces grandeurs complexes sont définies, comme nous l'avons vu précédemment, pour chaque multiple de la fréquence de découpage. Les sources de perturbations I_S et V_S sont les seuls termes connus et représentent les courants et les tensions commutés par les interrupteurs commandés. Le système matriciel associé à ce schéma est donné par la relation Eq. II-52. Nous ne cherchons pas, ici, à calculer les courants parasites transitant au sein du RSIL, mais à mettre en évidence les principales relations qui relient les variables les unes aux autres, c'est pourquoi la matrice n'est pas inversée.

$$\begin{pmatrix} Z_L + 2\cdot Z_t & -2\cdot Z_t & Z_t & 0 \\ -2\cdot Z_t & 2\cdot Z_t + Z_{Cbf} & -Z_t & 0 \\ Z_t & -Z_t & Z_{pm} + Z_t & 0 \\ 0 & -Z_{Cbf} & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_{mc} \\ V_{Is} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Z_{Cbf}\cdot I_s \\ V_S \\ -Z_{Cbf}\cdot I_S \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. II-52}$$

Pour définir I_1, I_2, I_{mc}, et V_{Is} en fonction du système de variables que nous avons utilisé précédemment, nous utilisons une matrice de changement de base. Bien évidement, ces variables sont complexes, mais leur définition reste inchangée. L'établissement de cette matrice permet également de montrer que la tension de mode commun V_{mc} n'est pas utile pour définir les quatre inconnues déjà mentionnées.

$$\begin{pmatrix} Z_L + 2\cdot Z_t & -2Z_t & Z_t & 0 \\ -2Z_t & 2Z_t + Z_{Cbf} & -Z_t & 0 \\ Z_t & -Z_t & Z_{pm} + Z_t & 0 \\ 0 & -Z_{Cbf} & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2Z_t} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{md} \\ V_{md} \\ i_{mc} \\ V_{mc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Z_{Cbf}\cdot I_s \\ V_S \\ -Z_{Cbf}\cdot I_S \end{pmatrix}$$

Grâce à ce système, nous obtenons quatre équations dont trois sont indépendantes. Ces trois relations sont les suivantes:

$$\left.\begin{aligned} & i_{md} + \frac{1}{2}\cdot i_{mc} = I_s + \frac{1}{Z_{Cbf}}\cdot V_{md} \\ & Z_L\cdot i_{md} + \frac{Z_L + 2\cdot Z_t}{2\cdot Z_t}\cdot V_{md} = 0 \\ & \frac{1}{2}\cdot V_{md} + \left(\frac{Z_t}{2} + Z_{pm}\right)\cdot i_{mc} = V_s \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{Eq. II-53}$$

L'objectif de cette étude est de montrer les similitudes entre ces trois équations et celles décrites précédemment dans le domaine temporel ; pour cela chaque impédance est décrite par ses éléments respectifs.

$$\left.\begin{aligned}
& i_{md} + \frac{1}{2}\cdot i_{mc} = I_S + C_{bf}\cdot p\cdot V_{md} \\
& \left(C_N\cdot L_N\cdot R_N\cdot p^2 + L_N\cdot p\right)\cdot i_{md} = -\left(\frac{C_N\cdot L_N}{2}\cdot p^2 + R_N\cdot C_N\cdot p + 1\right)\cdot V_{md} \\
& \left(\frac{R_N}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C_N\cdot p} + \frac{1}{C_{mc}\cdot p}\right)\cdot I_{mc} = V_S - \frac{1}{2}\cdot V_{md}
\end{aligned}\right\} \quad \textbf{Eq. II-54}$$

Pour pouvoir réellement comparer ces deux modèles, les expressions temporelles Eq. II-51 sont traduites dans le domaine fréquentiel. Ce passage nécessite la définition des variables I_{mc} I_{md} $\mathcal{V}_{md}$ représentant respectivement les transformées de Fourier de i_{mc} i_{md} V_{md}. Il reste à définir le transfert des grandeurs découpées. Pour cela, nous allons utiliser le formalisme présenté ci-dessous (Eq. II-55). Pour ne pas surcharger les expressions, il est préférable de masquer les produits de convolution qui apparaissent naturellement du fait de la multiplication des grandeurs temporelles. En ce qui concerne les transformées des grandeurs continues supposées parfaites, telles que la tension d'alimentation, il est nécessaire d'utiliser la distribution de Dirac que nous avons initialement définie. Bien que les valeurs moyennes ne soient pas notre principal sujet d'étude, un minimum de rigueur nous impose de définir ces grandeurs sous la forme Eq. II-56.

$$X_v\cdot f_i \xrightarrow{\mathcal{TF}} \mathcal{X}_v * f_i \equiv \mathcal{X}f_v^i \quad \textbf{Eq. II-55}$$

$$E \xrightarrow{\mathcal{TF}} E * \delta \equiv \mathcal{E}_\delta \quad \textbf{Eq. II-56}$$

Ainsi les trois équations différentielles se traduisent dans le domaine fréquentiel par les expressions suivantes:

$$\left.\begin{aligned}
& I_{md} + \frac{1}{2}\cdot I_{mc} = If_{CH}^1 + If_{mc}^2 + C_{bf}\cdot p\cdot \mathcal{V}_{md} \\
& \left(C_N\cdot L_N\cdot R_N\cdot p^2 + L_N\cdot p\right)\cdot I_{md} = \mathcal{E}_\delta - \left(\frac{C_N\cdot L_N}{2}\cdot p^2 + R_N\cdot C_N\cdot p + 1\right)\cdot \mathcal{V}_{md} \\
& \left(\frac{R_N}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C_N\cdot p} + \frac{1}{C_{mc}\cdot p}\right)\cdot I_{mc} = \mathcal{V}f_{md}^2 - \frac{1}{2}\cdot \mathcal{V}_{md}
\end{aligned}\right\} \quad \textbf{Eq. II-57}$$

A ce stade, les équations sont suffisamment explicites pour permettre les comparaisons que nous cherchions à établir. La ressemblance de ces expressions nous offre la possibilité d'établir les rapprochements suivants:

$$I_S \longleftarrow If_{CH}^1 + If_{mc}^2$$

$$V_S \longleftarrow \mathcal{V}f_{md}^2$$

Les hypothèses faites de façon empirique et jusqu'alors non réellement justifiées sur l'utilisation des sources de perturbations prennent un sens. Nous pouvons ainsi en déduire que la source de mode commun est constituée uniquement de la tension aux bornes de l'interrupteur de puissance. Seulement, pour que les deux modèles soient identiques, la source de courant I_S doit être constituée d'une part du courant de charge découpé, et d'autre part du courant de mode commun pondéré par une fonction de commutation. Paradoxalement, le courant de mode commun constitue l'une des grandeurs que nous recherchons, il est donc

difficile de l'utiliser comme variable d'entrée. L'une des approximations consiste alors à négliger ce courant lors du calcul de ce générateur. De plus, cette dernière constatation permet de définir une première limite à l'utilisation des sources de perturbations, outre les aspects liés à la vraisemblance des commutations. Grossièrement, tant que les harmoniques du courant découpé sont supérieures à celles du courant de mode commun pondéré, la source de courant I_S peut être constituée uniquement du courant de puissance traversant l'interrupteur. Les conclusions que nous pouvons alors apporter au travers de cet exemple sont relativement simples. Les similitudes entre les modèles topologiques et fréquentiels sont frappantes. Elles mettent en évidence l'adéquation entre les modèles exacts et les modèles avec des sources de perturbations localisées. Pour appuyer ces affirmations, nous avons simplement comparé les spectres issus de simulations fréquentielles par système d'état et par représentation matricielle. Comme nous l'avons déjà longuement détaillé, le système d'état permet des simulations exactes aux schémas des interrupteurs près, ce qui permet de les prendre en référence. La vraisemblance des spectres pour des fréquences inférieures à 20 MHz n'est pas à remettre en question. Pourtant, sur cet exemple, un point mérite d'être éclairci. Les deux résonances marquées au dessus de 20MHz correspondent dans cet exemple respectivement à la résonance des éléments de l'interrupteur (17MHz) et de la diode (55MHz). Pour la modélisation du circuit par la méthode matricielle, nous avons placé une impédance équivalente représentant la diode permettant ainsi de tenir compte de ce chemin de propagation. De ce fait, les modes oscillatoires propres à la diode sont correctement pris en compte, contrairement à l'interrupteur pour lequel aucune impédance n'est définie. Si nous avions choisi de remplacer la diode par le générateur équivalent de perturbations, nous aurions pu modéliser les phénomènes relatifs à l'interrupteur. Nous pouvons ainsi conclure que le placement des sources ne devient critique que si l'on désire modéliser les composants de puissance.

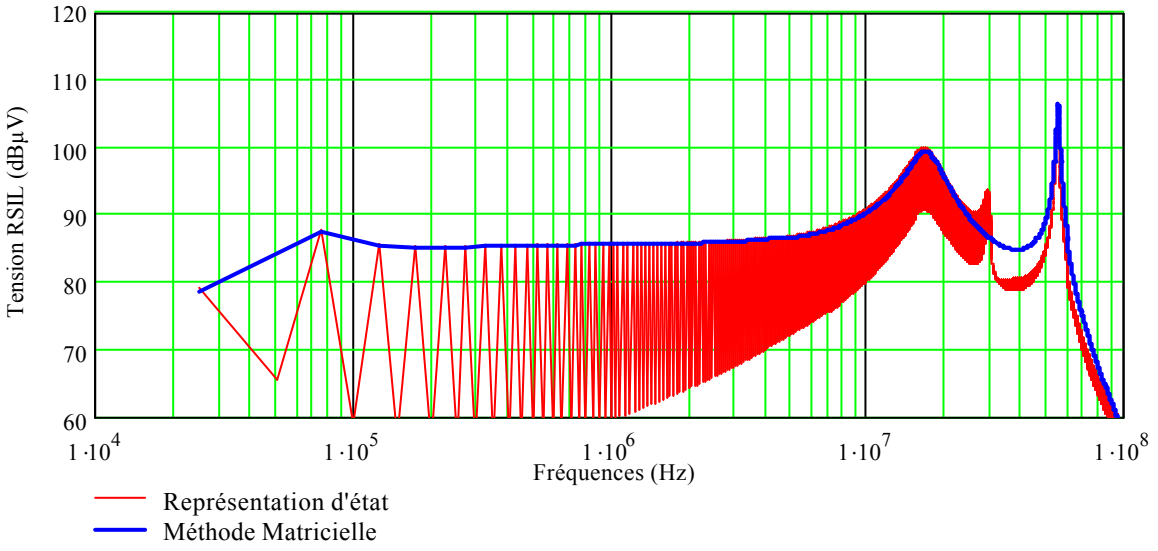


Figure II-34 Comparaison Méthode matricielle et représentation d'état

Si dans l'absolu nous étions capables de déterminer avec précision le courant de charge et la tension du bus continu, les différences entre les deux modèles seraient minimes. Le calcul des sources de perturbations nécessite pourtant quelques éclaircissements sur les grandeurs à partir desquelles elles sont déterminées. Les principales quantités dont nous parlons sont bien évidement la tension du bus continu et le courant circulant dans la charge. Il est possible de montrer simplement comment ces deux variables interagissent en fonction des commutations.

VI.6 Mécanisme d'interaction des sources

Comme nous avons pu le voir précédemment, la cellule de commutation ou plus exactement les interrupteurs jouent le rôle d'un multiplieur temporel. De ce fait, l'ondulation de la tension du bus continu ainsi que celle du courant de charge sont également découpées par les composants commandés. Les variations de courant au travers des éléments parasites inductifs des circuits engendrent des variations tensions supplémentaires sur le bus continu qui se reportent à leur tour sur le courant de charge. Ces phénomènes d'interactions dus aux éléments parasites sont définis comme étant du second ordre, ils n'ont généralement qu'une faible incidence sur le niveau spectral global des perturbations conduites. L'enchaînement présenté sur la Figure II-35 permet de comprendre ces mécanismes.

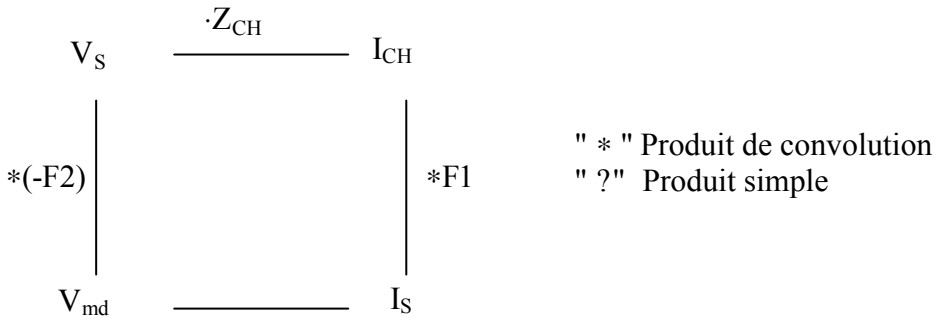


Figure II-35 Interaction des sources

Il résulte de ce mécanisme une variation du spectre des sources de perturbations. Ceci constitue le phénomène principal d'interaction entre le courant de charge et la tension du réseau continu. Il contribue en partie aux phases d'oscillations des courants et des tensions lors des commutations mais n'est pas le principal.

VII. CONFRONTATION MESURES – SIMULATIONS

Pour démontrer l'efficacité de ces méthodes, nous allons les comparer sur un exemple concret. Nous avons ainsi mis en œuvre un hacheur abaisseur, qui depuis le début représente le support de notre étude. Nous adoptons, de ce fait, une démarche d'analyse puisque l'ensemble des composants est déterminé contrairement à la conception et au pré-dimensionnement pour lesquels aucun élément n'est connu. La cellule de commutation est constituée de l'association d'un transistor MOSFET IRFP450 et d'une diode BYT06-PI400, qui représentent un choix tout à fait standard pour un convertisseur de 200W fonctionnant à 100kHz. La tension d'alimentation continue est fixée à 100V pour un courant de charge nominal de 2A. La charge est constituée d'une inductance de 1mH, réalisée sur un noyau ferrite, et d'une résistance bobinée réglable placée en série. Son impédance est caractérisée au pont d'impédance HP 4194A autour d'un point de fonctionnement que nous avons choisi à 1A. Cette étude préliminaire nous permet de caractériser correctement ces composants, dont les non-linéarités liées à des effets de saturation peuvent dégrader fortement leur comportement fréquentiel. Dans notre cas, les mesures avec et sans polarisation n'ont pas montré de différences significatives. Cependant, les effets des éléments parasites se manifestent rapidement en fréquence comme en témoignent les différentes résonances visibles sur la Figure II-37.

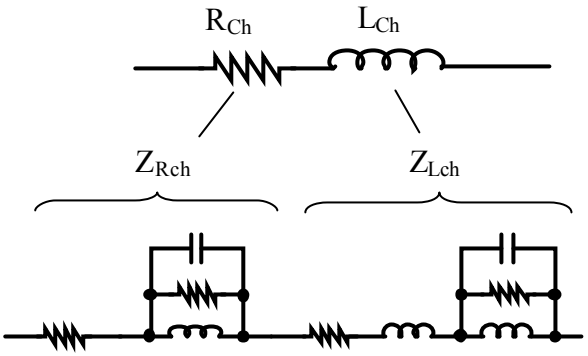


Figure II-36 Modélisation de la charge

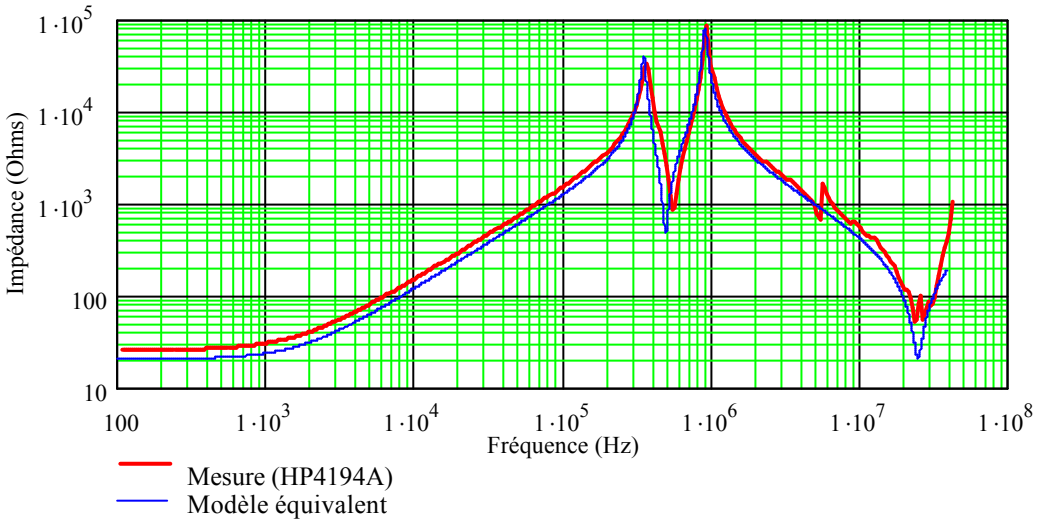


Figure II-37 Confrontation des impédances simulées et mesurées

Une démarche équivalente est appliquée pour l'étude du condensateur chimique, présent sur le montage pour stabiliser la tension continue délivrée par l'alimentation. Un modèle équivalent de ce composant est indispensable pour représenter correctement les ondulations de courant à l'entrée du convertisseur, et de ce fait, une partie du courant de mode différentiel. Les modèles de condensateur sont nombreux, et n'ont pas tous le même objectif. Ainsi, le modèle présenté ci-dessous est une représentation classique en CEM, puisqu'il permet de retranscrire avec réalisme le comportement fréquentiel du composant avec un minimum d'éléments. Des modèles plus complexes proposés par certains constructeurs [EUROFARAD] [NICHICON] apportent, par exemple, plus de précision sur les pertes du composant et/ou couvrent une plage de fréquences plus étendue. Comme nous pouvons le constater, le modèle utilisé ici est pleinement satisfaisant pour la plage de fréquences sur laquelle nous travaillons (150kHz – 30MHz). De plus, sa simplicité permet d'extraire rapidement et simplement ses trois paramètres.

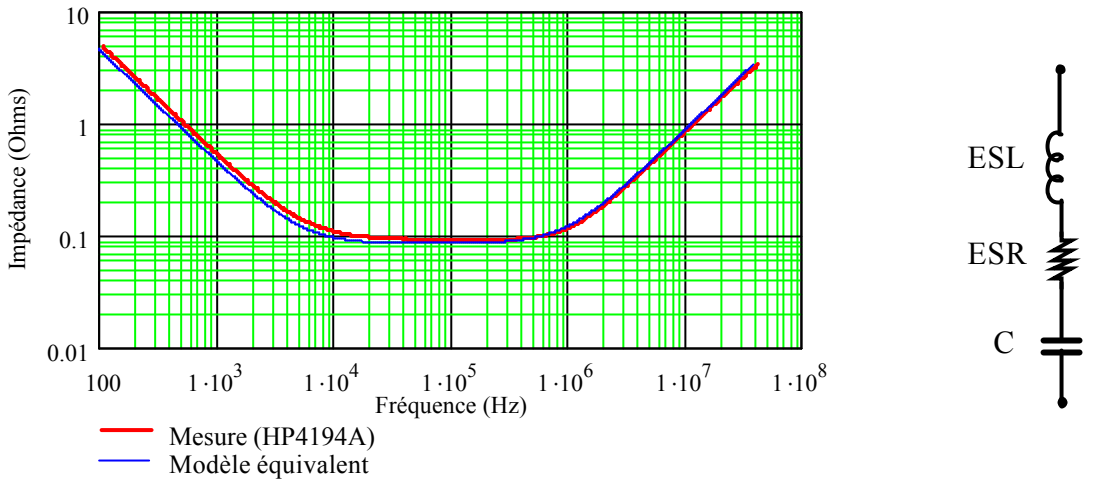
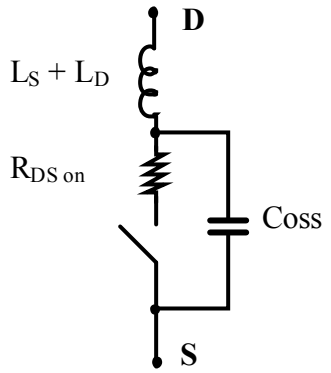


Figure II-38 Modélisation et Mesure du Condensateur chimique

Les deux modèles que nous venons de présenter sont communs aux trois méthodes que nous avons exposées. Il n'en est pas de même pour les composants actifs, dont les modèles diffèrent suivant le type de simulation utilisée. Bien évidement, pour les simulations indirectes utilisant SABER® ou SPICE®, nous allons utiliser les modèles fournis. Nous avons montré précédemment la pertinence des modèles simplifiés d'interrupteurs qui sont utilisés pour le calcul fréquentiel par représentation d'état, il nous faut donc également déterminer les paramètres. Pour cela, nous allons utiliser les données proposées par le constructeur qui permettent rapidement d'obtenir un ordre de grandeur intéressant des paramètres utiles au modèle simplifié. Le tableau ci-dessous présente le lien entre ces données et le schéma équivalent proposé. Si les valeurs de la résistance à l'état passant ($R_{DS\ on}$) et de la capacité de sortie (Coss) sont liées au dimensionnement du MOSFET, les inductances présentées (L_S, L_D) sont essentiellement induites par la connectique interne du boîtier utilisé (TO-247) ; elles représentent donc la valeur minimale d'inductance présente dans la maille de commutation. Pour valider ces ordres de grandeur, une mesure d'impédance Drain-Source avec une tension grille source imposée à 15V nous donne pour 100kHz une valeur d'inductance de 13,7nH et une résistance de 327mΩ. A l'état bloqué ($V_{GS} \approx -5V$), pour une polarisation de 40V ($V_{DS} = 40$ V), la capacité relevée également à 100kHz est de 287pF. Le pont d'impédance ne permettant pas de délivrer des tensions continues supérieures à 40V, il est difficile d'estimer correctement la valeur de cette capacité, nous pouvons toutefois supposer que cette valeur n'évoluera pas considérablement conformément aux lois physiques.



	Limites des constructeurs			Mesures	Unités
	min	typ	max		
$R_{DS\ on}$	–	0.3	0.4	0.327	Ω
L_S	–	12.5	–	13.7	nH
L_D	–	5	–		nH
Coss	100	400(1)	6000	287 Sous tension	pF

Tableau II-3 Corrélation entre les données constructeurs et le modèle simplifié équivalent

(1) Mesure réalisée pour V_{DS} = 25V, V_{GS} = 0 V à une fréquence de 1MHz

Le routage extrêmement simple que nous avons réalisé pour ce convertisseur permet d'estimer rapidement par des formulations analytiques l'ordre de grandeur des éléments parasites et des couplages des portions de ce circuit. Ainsi, les valeurs retenues pour les inductances et mutuelles partielles de la maille de commutation sont proches de 20nH. Nous pouvons alors en déduire un schéma équivalent, constitué d'éléments découplés pour utiliser celui présentés au cours des paragraphes précédents.

Nous allons comparer les résultats obtenus par les différentes méthodes aux résultats expérimentaux relevés à l'aide l'analyseur de spectre HP8560 [ANALYS 8560]. Ces relevés sont effectués sur les branches de mesure d'une structure simple de RSIL réalisée par nos soins. Les spectres déterminés par la simulation sont superposés aux résultats expérimentaux, en tenant compte d'un décalage de –3dBµV, sachant que l'analyseur effectue une mesure en valeur efficace des composantes spectrales. De plus, aucun post-traitement n'est nécessaire sur les résultats simulés, compte tenu de l'écart entre la bande passante (RBW) du filtre d'entrée de l'analyseur, imposée par les spécifications normatives à 10kHz, et la fréquence de découpage, dix fois supérieure dans notre cas. Autrement dit, les raies sont suffisamment distinctes pour éviter tout recouvrement, mais nous reviendrons sur ce sujet ultérieurement. Il est important d'avoir à l'esprit qu'il est extrêmement difficile d'obtenir un spectre simulé identique en tout point à celui mesuré. Si les amplitudes des raies pour les plus basses fréquences sont généralement bien déterminées, des divergences apparaissent aux fréquences supérieures.

VII.1 Modèle SPICE – Simulation temporelle & FFT –

Pour cette première simulation, nous avons utilisé directement les modèles de composants fournis par les diverses librairies. Nous avons naturellement veillé à ce que la commande de l'interrupteur possède une valeur de résistance de grille permettant des temps de commutation similaires. Le pas de calcul est fixé à 5ns pour obtenir une fréquence limite de 100MHz. De plus, l'étude spectrale est effectuée sur une période de découpage dont le régime permanent est supposé établi. Ces conditions nous assurent une représentation correcte du spectre pour une gamme de fréquences supérieure à celle définie pour le mode conduit. Nous pouvons constater que des différences importantes apparaissent notamment pour des fréquences élevées (>10Mhz), pour lesquelles les phases de commutation de la diode et de l'interrupteur ont une influence significative. Pour des fréquences plus modestes, le spectre est

essentiellement conditionné par les impédances des principaux composants, expliquant ainsi la bonne corrélation entre les mesures et la simulation (Figure II-39).

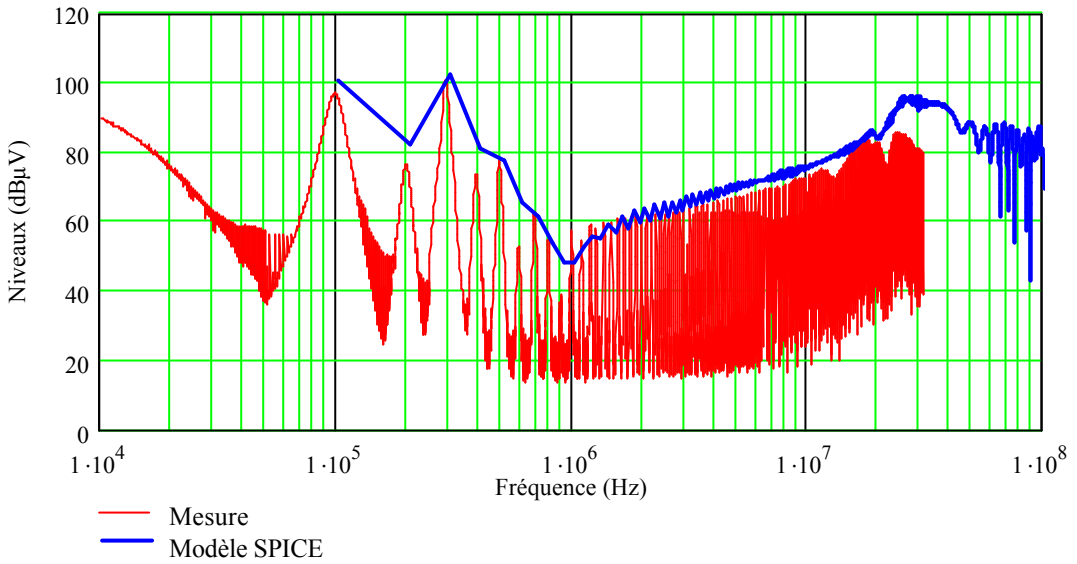


Figure II-39 Comparaison des spectres mesurés et simulé sous PSPICE®

Nous voulons montrer par cette simulation qu'une représentation relativement sommaire d'une structure est parfois suffisante pour estimer de façon tout à fait satisfaisante le niveau spectral des perturbations conduites. Seuls les principaux composants sont modélisés, et les ordres de grandeur des éléments parasites liés au routage sont fixés (leur impact étant essentiellement visible pour les très hautes fréquences >10MHz). La simulation temporelle apporte ici la preuve de son efficacité.

VII.2 Calcul Fréquentiel – Représentation d'état –

Une représentation de la charge telle que nous l'avons faite nécessite 8 variables d'état, ce qui impose un total de 20 équations différentielles indépendantes pour l'ensemble de la structure, ce qui donne un ordre d'idée de la complexité de mise en œuvre de cette méthode. Telle que nous l'avons montrée, la représentation d'état fréquentielle donne des résultats très proches de la simulation temporelle, ce qui se vérifie avec cet exemple. Les différences entre les spectres issus des simulations temporelles et par représentation d'état que nous pouvons observer (Figure II-40) sont alors dues aux modèles simplifiés des semiconducteurs et plus précisément à celui de la diode. Nous avons vu que les diodes à fort recouvrement ne sont pas modélisées correctement, puisque cette phase n'est pas prise en compte. Toutefois, l'influence de ce pic de courant n'apparaît visiblement que pour des fréquences généralement supérieures à 10MHz.

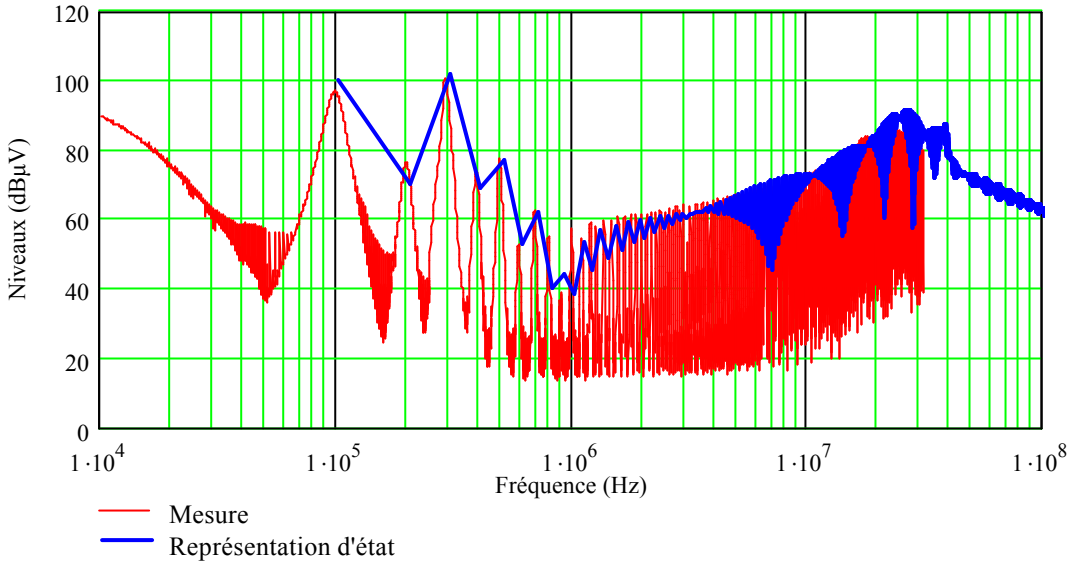


Figure II-40 Comparaison des spectres mesurés et simulé par représentation d'état

VII.3 Calcul Fréquentiel – Représentation Matricielle –

Pour cette structure, nous avons utilisé la représentation matricielle présentée précédemment (Eq. II-27). Il nous faut alors définir les sources de perturbations relatives aux variations de potentiels du point milieu de la cellule de commutation, ainsi qu'aux variations de courant du bus continu. La démarche que nous entreprenons ici est particulière, car nous avons un maximum de renseignements sur les composants, et notamment sur la charge, dont nous connaissons l'impédance. Grâce à cette dernière, nous allons pouvoir déterminer le point de fonctionnement du hacheur et construire directement la source de courant. Pour cela, nous avons effectué l'enchaînement de calcul suivant. Une première source de tension est initialement calculée à l'aide de l'expression Eq. II-15 pour représenter la tension aux bornes de la diode, en modifiant le rapport cyclique et le décalage de la courbe. Le courant circulant dans la charge est alors calculé grâce à l'impédance pour chaque fréquence multiple de la fréquence de découpage avec laquelle la source de tension est définie. Nous pouvons alors déterminer la source de courant en convoluant le courant de charge avec la fonction de commutation définie à partir de la relation Eq. II-16. La tension aux bornes de l'interrupteur est alors calculée pour représenter la deuxième source du système. Cependant, pour plus de réalisme, nous avons ajouté à cette fonction un terme permettant de représenter le recouvrement de la diode. Les résultats obtenus et présentés sur la Figure II-41 permettent de valider cette approche.

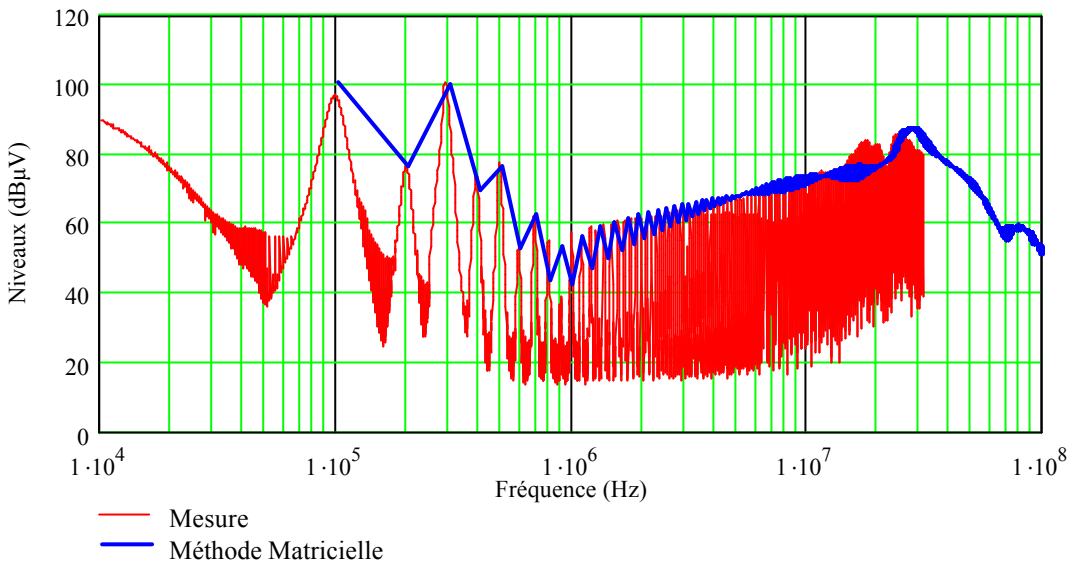


Figure II-41 Comparaison des spectres mesurés et simulé avec une représentation matricielle

VII.4 Calcul Fréquentiel – Fonctions de transfert –

Pour cette quatrième et dernière technique, les fonctions de transfert sont données par les relations Eq. II-18 Eq. II-19, représentant respectivement la fonction de mode différentielle et celle de mode commun. Naturellement, les sources de perturbations calculées précédemment sont utilisées dans ce cas. Encore une fois, nous pouvons constater que les premières raies sont très bien estimées, toutefois cette méthode affiche des résultats (Figure II-42) moins intéressants que les précédentes pour des fréquences plus élevées. Ceci s'explique par la simplicité des expressions utilisées.

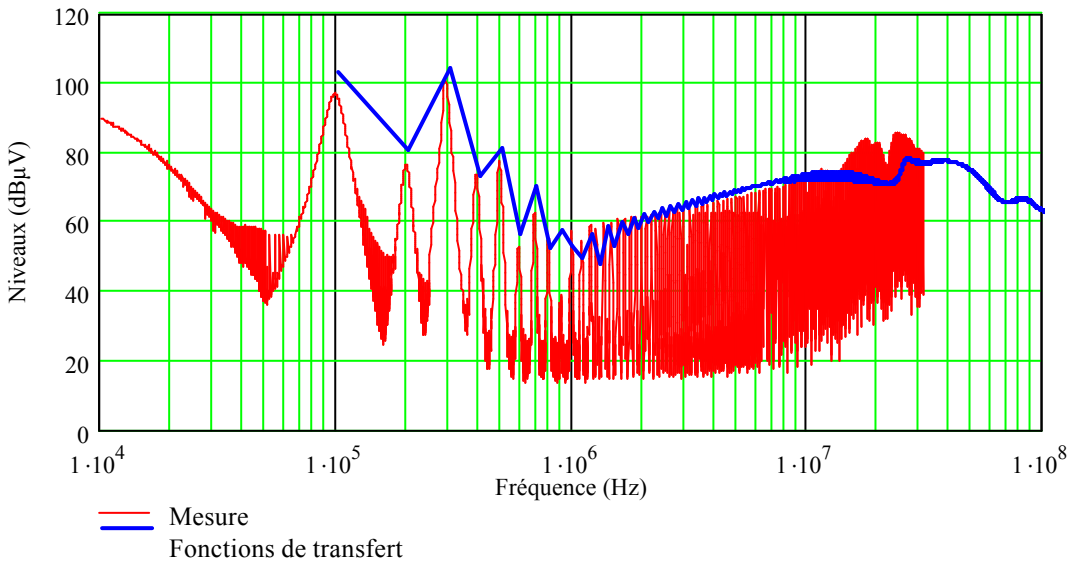


Figure II-42 Comparaison des spectres mesurés et simulé par fonctions de transfert

VIII. SYNTHESES ET CONCLUSIONS

Nous allons conclure ce chapitre en présentant les points forts, et naturellement les faiblesses de ces différentes méthodes, dont l'utilisation va dépendre nécessairement de l'application étudiée. Pour cela, il nous faut établir les principaux critères qui vont nous permettre de comparer ces différentes méthodes. Ces critères sont nombreux et dépendent essentiellement des objectifs visés. De manière générale, nous pouvons distinguer deux objectifs à la simulation. Le premier vise une étude fine des systèmes, qui, au travers de modèles complexes et précis, sont décrits fidèlement. En approchant avec un maximum de précision le comportement réel, il est possible d'atteindre des grandeurs, qui parfois ne sont pas accessibles par la mesure, ou de quantifier avec exactitude l'impact de l'un des éléments constitutifs sur le fonctionnement ou les performances du système. Le deuxième objectif est de pouvoir aider le concepteur dans ses choix lors du développement des systèmes. La simulation est alors un outil de conception et de pré-dimensionnement qui ne nécessite pas une précision aussi importante des modèles. C'est dans cette optique que nous avons établi le tableau dans lequel cinq critères sont présentés. Le premier est défini par le degré de simplicité de la modélisation. L'un des principaux arguments appartenant à ce critère concerne les risques d'erreurs, liés à la construction d'un modèle mathématique ou schématique associé à des structures parfois complexes, qui doit être minimal. Le deuxième critère juge la pertinence des résultats sur une gamme de fréquences donnée. Les performances en termes de robustesse des calculs ou des temps de simulations sont également comparées. Il est alors intéressant de savoir si ces méthodes permettent des études de sensibilité sur les différents composants et éléments de la structure. Pour finir, l'optimisation de certains composants ou association de composants, constituant le principal enjeu des outils de conception, est elle envisageable avec les méthodes proposées ? Le tableau ci-dessous (Tableau II-4) présente la liste des principaux arguments relatifs aux critères énoncés et retenus pour chacune des méthodes.

	Simulations temporelles	Représentation d'état fréquentielle	Méthode Matricielle	Fonctions de transfert
Simplicité de modélisation	• Description rapide grâce aux librairies fournies • Schéma évolutif avec facilité • Convivialité des interfaces des logiciels • Modèles linéaires et non linéaires	• Définition laborieuse du système d'état (détermination des équations d'état) • Définition des matrices d'état phase par phase • Non évolutive • Risque important d'erreurs • Modèles simples d'interrupteur • Pas de modèles de diode à fort recouvrement • Pas de modèles non linéaires	• Modélisation intuitive • Nécessité de connaître les formes d'ondes associées aux interrupteurs • Description mathématique simplifiée (pas d'équations posées) • Quelques degrés d'évolution (matrice conditionnée par le nombre de mailles) • Modèles linéaires	• Modélisation intuitive par placement de sources de perturbations localisées • Nécessité de connaître les formes d'ondes associées aux interrupteurs • Définition laborieuse des fonctions de transfert • Risque important d'erreurs • Modèles linéaires • Nécessité de simplifier la structure
Validité des résultats	• Très bonne validité des résultats • Représentation réaliste des formes d'onde suivant les modèles	• Bonne validité des résultats suivant le type d'association d'interrupteurs et le bon choix des paramètres	• Représentations spectrales correctes pour des fréquences jusqu'à 20 MHz suivant le réalisme des sources de perturbations	• Représentations spectrales correctes pour les premiers multiples de la fréquence de découpage seulement
Robustesse	• Problèmes de convergence liés aux méthodes numériques de résolution • Problèmes de régime transitoire	• Peu de problèmes de convergence • Méthodes de calcul robustes implantées dans Matlab®	• Pas de problème de convergence	• Pas de problème de convergence
Temps de calcul	• Temps de calcul très grands • Volume de données très important • Nécessité d'un post traitement pour le calcul de spectre	• Simulations très rapides pour des structures simples (fréquence fixe) • Dépendant du type de commande	• Simulations très rapides • Dépendant du type de commande • Amélioration des performances par codage en C++ ou Java	• Simulations très rapides • Dépendant du type de commande
Etudes de sensibilités	• Possibles mais peu rapides • Peu induire des problèmes de convergence	• Entières latitudes pour les variations de paramètres sans modification structurelle	• Entières latitudes pour les variations de paramètres • Modification possible des impédances	• Idem
Optimisation	• Très Difficile • Extrêmement longues et coûteuses en ressources informatiques • Peu induire des problèmes de convergence	• Très bien adaptée aux algorithmes aléatoires • Méthodes déterministes complexes	• Idem	• Très bien adaptée aux algorithmes déterministes • Très Rapides

Tableau II-4 Comparatif des méthodes d'estimation spectrales

Les méthodes basées sur la simulation temporelle posent un réel dilemme. Malgré leurs performances pour réaliser des analyses très fines des circuits suivant la complexité des modèles utilisés, leurs innombrables problèmes de convergences liés aux méthodes d'intégration numériques les pénalisent fortement. De ce fait, les études de sensibilités sont délicates, car une modification significative d'un paramètre sensible peut entraîner une divergence violente des calculs provoquant inévitablement l'arrêt de la simulation. Dans les mêmes conditions, les phases d'optimisation par des méthodes généralement basées sur du Monte-Carlo, envisagées par les concepteurs de logiciels tels que SABER® ou SPICE®, sont extrêmement instables dans le cas des études CEM complexes des convertisseurs statiques. Ceci est sans compter sur les régimes transitoires et la finesse du pas de calcul qui alourdissent considérablement la simulation. Les méthodes fréquentielles offrent de ce fait une alternative intéressante, malgré la simplicité des modèles portant sur les interrupteurs ou la cellule de commutation. Leurs performances en termes de temps de calcul et la robustesse des traitements numériques sont en adéquation avec les exigences de la conception et des phases d'optimisation qui désormais s'y rattachent. De plus, nous verrons par la suite qu'un pré-dimensionnement des cellules de filtrage ne nécessite pas une plage de fréquences aussi importante que celle utilisée dans notre exemple. Notre choix c'est donc naturellement porté sur ces méthodes directes. Il faut rappeler que l'objectif de ce travail est d'apporter une modélisation et des techniques de calcul permettant l'optimisation des organes de filtrage d'un onduleur MLI associé à une machine asynchrone. Il est alors nécessaire d'utiliser une méthode d'estimation rapide nous permettant d'obtenir un certain nombre de grandeurs, telles que le courant de mode commun total ou les courants efficaces circulant dans les condensateurs de filtrage du bus continu. Elle doit également garantir une estimation correcte des perturbations conduites sur une plage de fréquences satisfaisante. Nous pouvons exclure d'ors et déjà la modélisation par fonctions de transfert, dont les résultats sont les moins satisfaisants. De plus, nous verrons qu'il est nécessaire de définir au minimum quatre sources de perturbations, ce qui implique quatre fonctions de transfert dont la détermination est extrêmement laborieuse et source d'erreurs. Les deux méthodes en lice offrent des performances comparables pour une complexité de mise en œuvre toutefois bien différente. Sachant qu'il existe huit configurations différentes des interrupteurs pour un onduleur triphasé, la méthode fréquentielle basée sur la représentation d'état nécessite donc huit matrices distinctes, dont la taille dépend en partie du nombre d'éléments parasites. De plus, l'enchaînement de ces états suivant une stratégie de modulation impose une mise en œuvre complexe mais surtout des temps de calcul ralentis par la sommation des différents états pour une fréquence donnée comme le montre l'expression Eq. II-34. Cette méthode reste toutefois la plus intéressante pour des structures plus simples possédant peu de changements d'état. C'est évidement à l'utilisateur de cerner clairement ses besoins et d'utiliser la ou les méthodes les plus appropriées pour résoudre son problème. Les différentes techniques présentées dans ce chapitre sont, évidement, complémentaires. Ainsi, la méthode qui nous apparaît comme la plus pertinente pour l'étude que nous désirons mener est celle basée sur représentation matricielle des chemins de propagation et une description des sources de perturbations. Nous verrons par la suite, quand nous aborderons l'optimisation du filtrage, que nous utiliserons une méthode dérivée de cette représentation matricielle qui nous permettra un gain non négligeable des temps de calcul.

Chapitre III
IMPACT CEM DES REDRESSEURS A DIODES

I. INTRODUCTION

Les variateurs de vitesse que nous étudions sont destinés à des applications classiques, dont les sources d'alimentation sont alternatives. Naturellement, suivant la puissance demandée et le contexte dans lequel est utilisé le convertisseur, la source peut être monophasée ou triphasée. Quel que soit le nombre de phases de l'alimentation, ces convertisseurs commercialisés sont constitués d'un étage de redressement à diodes ou à thyristors.

Les ponts de diodes font partie des structures de conversion les plus simples que l'on puisse rencontrer en électronique de puissance. Ils sont généralement considérés comme des générateurs d'harmoniques basses fréquences, principalement lorsqu'ils fonctionnent en conduction discontinue. La plupart des études CEM de ces structures se limitent aux 50 premières harmoniques de la fréquence du réseau [REDL]. Nous oublions alors que les diodes possèdent également des phases de commutation dont l'origine est liée à l'annulation des courants. Suivant la nature des circuits placés sur le même réseau que le pont, ces commutations peuvent alors devenir de véritables générateurs de perturbations hautes fréquences [MAHDAVI-94]. De plus, lorsqu'ils sont associés à des convertisseurs statiques, il faut s'attendre à une combinaison des perturbations propres à chacun d'entre eux. Avant de traiter ce type d'association, nous allons consacrer la première partie de ce chapitre à identifier et modéliser les perturbations uniquement associées aux ponts de diodes. Nous commencerons par présenter succinctement le cas de la conduction continue, et plus précisément des phases d'empiètement qui se manifestent. Nous focaliserons une grande partie de ce chapitre sur la conduction discontinue qui représente le principal régime de fonctionnement des variateurs. Nous verrons alors qu'il est possible de traiter simultanément le cas des harmoniques basses fréquences et hautes fréquences à partir de schémas équivalents relativement simples. Pour plus de clarté, les formulations analytiques sont élaborées pour des structures monophasées, et c'est sous certaines conditions que nous étendrons ces résultats aux structures triphasées.

II. REDRESSEUR EN CONDUCTION CONTINUE

Nous allons supposer que le pont est en conduction continue, ou plus exactement que la conduction des diodes est forcée par un courant continu imposé par la charge. Ce type de fonctionnement est rendu possible par un filtrage inductif important du coté continu. Une inductance de forte valeur impose un courant de sortie bien lissé. Toute cette partie est alors remplacée par une source de courant continu équivalente. L'utilisation d'un RSIL sur le côté alternatif modifie le point de fonctionnement du pont par l'addition de ses deux inductances (L_N) aux inductances de ligne du réseau. Elles accentuent de ce fait les phases d'empiètement des diodes.

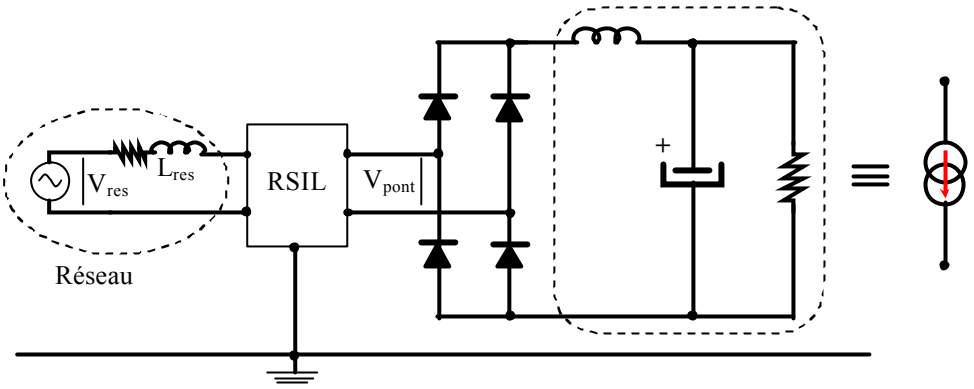


Figure III-1 Schéma du pont de diode sur une charge principalement inductive

II.1 Phénomènes d'empiètement

Durant la phase de commutation d'un bras du pont à l'autre, l'inductance de ligne totale entraîne la conduction simultanée des diodes qui initialement conduisent ou qui sont susceptibles de conduire sur l'alternance suivante. Ainsi, durant la phase de la commutation de D_3 sur D_1, la tension aux bornes du pont (V_{pont}) est nulle. A la fin de la commutation, la tension, V_{pont} subit une variation importante en rejoignant la tension du réseau qui a continué d'évoluer durant la phase d'empiètement. C'est ce saut de tension qui se trouve à l'origine des perturbations de mode différentiel.

L'angle d'empiètement μ se calcule très simplement en le supposant petit devant 2π, la fonction sinus définissant la tension d'alimentation est alors approximée par la valeur de cet angle.

$$V_r(t) = V_{res} \cdot \sin(\omega_r \cdot t) \approx V_{res} \cdot (\omega_r \cdot t) \qquad \textbf{Eq. III-1}$$

$$\mu = 2\sqrt{\frac{L_{res} \cdot \omega_r \cdot I_{ch}}{V_{res}}} \qquad \textbf{Eq. III-2}$$

Le saut de tension ΔV s'exprime à l'aide des deux expressions précédentes (Eq. III-1 Eq. III-2). Durant l'empiètement, c'est l'inductance de ligne qui supporte la différence de tension entre celle du réseau V_r et celle du pont V_{pont}.

$$\Delta V = 2\sqrt{V_{res} \cdot L_{res} \cdot \omega_r \cdot I_{ch}} \qquad \textbf{Eq. III-3}$$

Le circuit excité par cette variation de tension est alors constitué de l'inductance totale du réseau, dans laquelle les inductances du RSIL sont comprises, et des capacités des branches de mesure du RSIL, qui, vis-à-vis du mode différentiel, se trouvent placées en série. Le schéma équivalent extrêmement simple, présenté sur la Figure III-2, illustre la fin de l'empiètement de D_3 sur D_1.

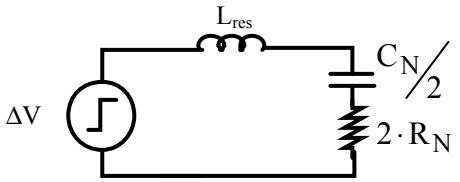


Figure III-2 Schéma simplifié d'une transition

A partir de ce schéma, nous pouvons poser les relations différentielles qui régissent ce système. Nous cherchons ainsi à calculer la tension aux bornes de la résistance équivalente de mesure du RSIL (V_{R_N}). Cette tension représente l'image des perturbations de mode différentiel engendrées uniquement par le fonctionnement du pont de diodes. Pour mener à bien ce calcul, l'échelon de tension est alors assimilé à une tension d'excitation ($\Delta V \rightarrow V_{exc}(t)$)

$$V_{exc}(t) = \frac{L_{res} \cdot C_N}{2} \cdot \frac{d^2 V_{C_N}}{dt^2} + R_N \cdot C_N \cdot \frac{dV_{C_N}}{dt} + V_{C_N} \qquad \textbf{Eq. III-4}$$

$$I_{C_N}(t) = \frac{C_N}{2} \cdot \frac{dV_{C_N}}{dt} \qquad \textbf{Eq. III-5}$$

Pour résoudre ce système, sachant que seul le régime transitoire nous intéresse, il est naturellement plus simple d'utiliser les transformées de Laplace et leurs propriétés. Nous obtenons ainsi une fonction de transfert $FT_L(p)$, définissant le rapport entre les transformées de la tension du condensateur $V_{C_N}(p)$ et celle de la source d'excitation $V_{exc}(p)$ dans laquelle p représente l'opérateur de Laplace, comme nous l'avons défini dans le premier chapitre.

$$TF_L(p) = \frac{1}{1 + \tau_N \cdot p + \left(\frac{p}{\omega_{N'}}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \tau_N = R_N \cdot C_N \quad \text{et} \quad \omega_{N'} = \sqrt{\frac{2}{L_{res} \cdot C_N}} \qquad \textbf{Eq. III-6}$$

En supposant que la variation de tension est instantanée, la tension d'excitation est alors constituée d'un échelon d'amplitude ΔV, dont la représentation fréquentielle est bien connue. Ainsi, à partir de cette fonction de transfert (Eq. III-6) et de la transformée de l'expression Eq. III-5, nous obtenons l'image dans l'espace de Laplace de la tension V_{R_N} (Eq. III-7).

$$V_{R_N}(p) = \frac{R_N \cdot C_N}{2} \cdot p \cdot TF_L \cdot V_{exc}(p) \qquad \textbf{Eq. III-7}$$

avec $$V_{exc}(p) = \frac{\Delta V}{p}$$

L'expression fréquentielle de cette tension dans le domaine de Laplace s'écrit:

$$V_{R_N}(p) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_N}{1 + \tau_N \cdot p + \left(\frac{p}{\omega_{N'}}\right)^2} \cdot \Delta V \qquad \textbf{Eq. III-8}$$

Présentée sous cette forme, l'expression Eq. III-8 possède une transformation de Laplace inverse donnée par la relation suivante:

$$V_{R_N}(t) = \Delta V \cdot \frac{\delta}{\omega_p} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_p \cdot t) \qquad \textbf{Eq. III-9}$$

avec $\delta = \frac{R_N}{L_{res}}$ $\qquad \omega_p = \sqrt{\omega_{N'}^2 - \delta^2}$

Nous pouvons vérifier que la pulsation propre de ce circuit évolue en fonction de l'inductance que nous avons introduite. Naturellement, plus cette inductance augmente plus la fréquence des oscillations diminue. Ainsi, pour une inductance de ligne supposée égale à la somme des inductances du RSIL (500µH), la fréquence propre des perturbations avoisine 15 kHz. Cette fréquence, imposée par le RSIL, peut être considérée comme une limite théorique, puisque l'impédance du réseau n'est jamais nulle. Malheureusement, plus la valeur de l'inductance de ligne est importante, plus la variation de tension ΔV l'est aussi. Nous pouvons remarquer également que le coefficient d'amortissement δ diminue avec l'augmentation de L_{res}. Ceci entraîne une accentuation du phénomène oscillatoire avec des amplitudes non négligeables.

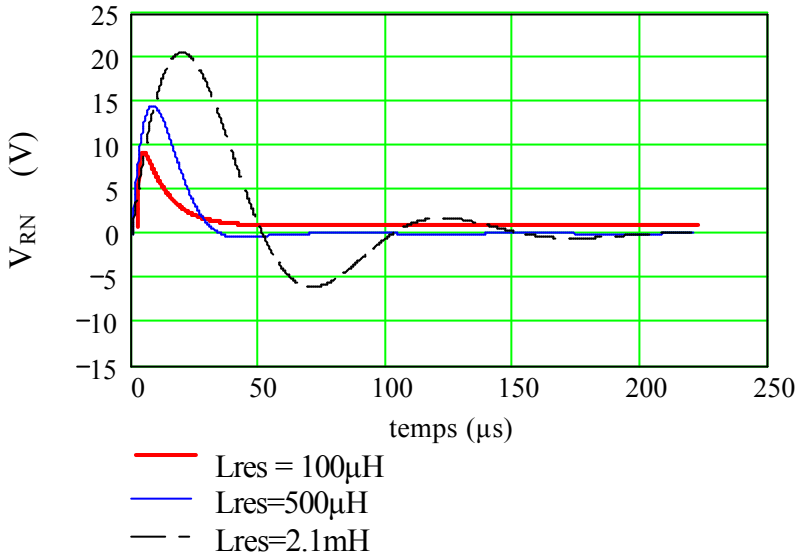


Figure III-3 Représentation temporelle des perturbations avec I_{CH} = 10A V_{res} = 220 V_{eff} f_r = 50Hz

Le spectre de ces perturbations se déduit immédiatement de la transformée de Laplace établie précédemment (Eq. III-8), dans laquelle la variable complexe p est remplacée par j·ω. Le spectre que nous obtenons est alors continu et ne tient pas compte de la nature périodique des signaux. Pour définir correctement le spectre de ces perturbations en tenant compte de la périodicité des signaux, les fréquences potentiellement porteuses d'informations correspondent aux harmoniques de la fréquence du réseau. De plus, une réflexion qualitative préliminaire, axée sur les symétries des formes d'ondes temporelles sur une période, permet de sélectionner les fréquences utiles du signal. Pour l'alternance négative de la tension du réseau, le saut de tension est également négatif, et de même amplitude que le précédent. Le signal total étant impair, il est normal que ses harmoniques le soient aussi. Nous pouvons le vérifier rapidement en définissant la tension de perturbation totale ($V_{per}(p)$) sur une période du réseau (T_r).

$$V_{per}(p_n) = V_{R_N}(p_n) \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_r}{2} \cdot p_n}\right) \qquad \text{avec } p_n = j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_r \qquad \textbf{Eq. III-10}$$

En ne sélectionnant que les multiples de la période réseau, nous obtenons le résultat classique suivant:

$$\left(1-e^{-\frac{T_r}{2}\cdot p_n}\right)=\left(1-e^{-j\cdot n\cdot\pi}\right)=1-(-1)^n \qquad \textbf{Eq. III-11}$$

La transformée de Fourier permettant de représenter le spectre de ces signaux est alors données par la relation discrète suivante:

$$V_{R_N\ n}=2\cdot f_r\cdot\frac{\tau_N\cdot\Delta V}{1-\left(\frac{2\pi\cdot n\cdot f_r}{\omega_{N'}}\right)^2+2\pi\cdot j\cdot\tau_N\cdot n\cdot f_r} \qquad n\in 1,3,5\ldots \qquad \textbf{Eq. III-12}$$

Ces perturbations sont uniquement dues au mode propre du RSIL, inséré sur le réseau alternatif. Ce réseau fictif n'est alors pas transparent et perturbe sa propre mesure, ce qui, de par sa fonction, est totalement inacceptable. Nous pouvons toutefois modérer cette dernière critique en remarquant que la fréquence de résonance du RSIL n'appartient pas à la plage de fréquences définie par les normes d'émissions conduites hautes fréquences qui commence à 150kHz. Nous verrons par la suite que le mode commun généré uniquement par le redresseur peut être négligé devant le mode différentiel.

II.2 Association d'un Convertisseur et du pont de diodes en conduction continue

Dans ce paragraphe, nous allons brièvement présenter l'impact du pont de diodes sur le spectre des perturbations conduites d'un convertisseur. Le pont de diodes est inséré entre le RSIL et le convertisseur statique et l'hypothèse de la conduction continue est toujours maintenue. Si les perturbations propres au redresseur se manifestent directement dans le RSIL, celles du convertisseur ne voient le dispositif de mesure qu'à travers le redresseur. Si l'impédance interne des diodes en conduction est considérée comme négligeable devant toutes les autres, le redresseur joue alors un rôle d'aiguilleur de perturbations en fonction de l'état des diodes. De ce fait, les perturbations générées par l'interaction entre le pont de diode et le RSIL se superposent à celles délivrées par le convertisseur. Cela suppose également que le bruit du convertisseur ne modifie pas le temps de conduction des diodes, car dans le cas contraire les perturbations ne sont pas décorrélées et leur superposition n'est pas valide.

Afin de simplifier cette étude et de ne présenter que les aspects phénoménologiques, nous allons supposer que les perturbations propres au convertisseur ne modifie pas le point de fonctionnement du pont. Nous pouvons alors dissocier les deux modes de perturbations du convertisseur, et traiter ainsi séparément le mode différentiel et le mode commun. Nous obtenons ainsi 3 fonctions temporelles $F_{pont}(t)$ $F_{md}(t)$ $F_{mc}(t)$ représentant respectivement les perturbations liées au redresseur sur une demi-période du réseau, au mode différentiel et au mode commun du convertisseur sur une période de découpage. Nous allons également supposer que la fréquence de découpage est un multiple de la fréquence du réseau (Eq. III-13). Cette dernière hypothèse est assez facilement justifiable, puisque les fréquences de découpage des convertisseurs dont nous parlons sont au minimum 50 à 100 fois supérieures. Si toutefois N n'est pas entier, la fenêtre d'étude doit être rallongée pour que l'étude fréquentielle soit correcte.

$$N=\frac{T_r}{T_{dec}} \qquad \textbf{Eq. III-13}$$

La fonction temporelle représentant l'ensemble des perturbations sur une période basse fréquence est donnée par la forme suivante:

$$f_{tot}(t) = f_{pont}(t) + f_{conv}(t)$$

La fonction $f_{conv}(t)$ représente les perturbations générées par le convertisseur et modifiées par le redresseur sur une période du réseau. Elle est elle-même définie par f_{md} et f_{mc}.

$$f_{conv}(t) = f\left(f_{mc}(t), f_{md}(t)\right)$$

La Figure III-4 illustre la décomposition de ces trois signaux.

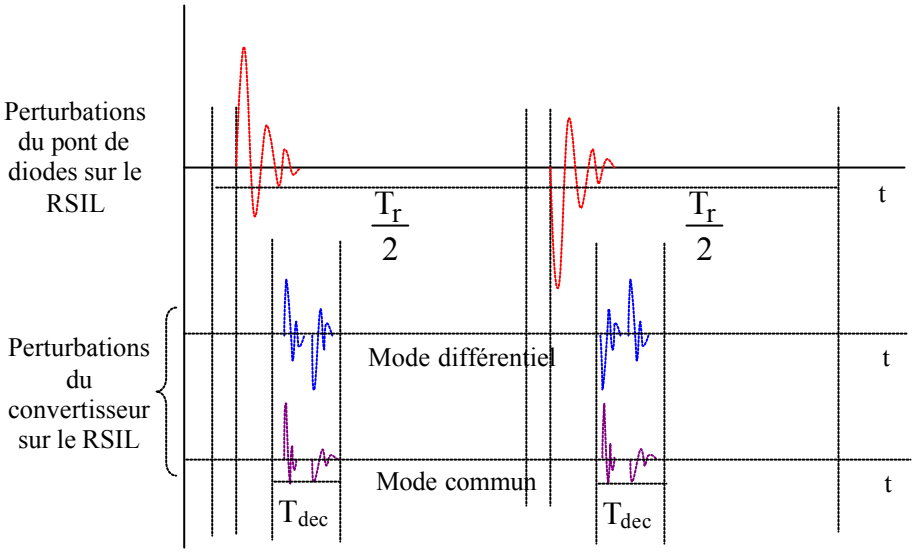


Figure III-4 Superposition des 3 signaux perturbateurs

Nous allons également faire une hypothèse supplémentaire sur le convertisseur. Bien que cela restreigne le champ d'application de cette étude, nous allons supposer que le convertisseur associé au redresseur est une structure symétrique du point de vue de la CEM. La symétrie, telle que celle que nous l'entendons, exprime l'égalité des impédances (ie des chemins de propagation) de l'ensemble de la structure vue par les branches de mesure du RSIL.

Cette hypothèse, forte mais très souvent utilisée, permet de garantir l'égalité des courants de mode commun dans chacune des branches de mesure du RSIL. En considérant, des caractéristiques identiques pour les diodes, le redresseur monophasé est également une structure symétrique, et ne joue aucun rôle vis-à-vis des perturbations de mode commun. Malgré l'inversion des chemins de propagation au changement d'alternances du réseau, les courants de mode commun restent identiques dans les branches de mesure contrairement aux courants de mode différentiel (Figure III-4). Ceci nous permet alors décrire la relation suivante:

$$f_{conv}(t) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(f_{md}\left(t - i \cdot T_{dec}\right) - f_{md}\left(t - \frac{T_r}{2} - i \cdot T_{dec}\right) \right) + \sum_{i=0}^{N-1} f_{mc}\left(t - i \cdot T_{dec}\right)$$

Eq. III-14

La transformée de Fourier de l'équation Eq. III-14 est alors immédiate. En regroupant les termes sous une seule somme, nous voyons apparaître des fonctions de pondération des transformées de Fourier de $f_{md}(t)$ et $f_{mc}(t)$.

$$F_{conv}(\nu) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[F_{md}(\nu) \cdot \left(1 - e^{-j T_r \pi \nu}\right) + F_{mc}(\nu) \cdot \left(1 + e^{-j T_r \pi \nu}\right) \right] \cdot e^{-j 2\pi \nu \cdot i T_{dec}}$$

Eq. III-15

Ce signal composé de la somme totale des perturbations, possède nécessairement la fréquence du réseau f_r. Sa représentation spectrale ne doit alors être étudiée que pour les multiples de f_r. Ainsi, la fréquence continue ν est alors remplacée par la fréquence discrète $n \cdot f_r$ dans laquelle n représente le rang de l'harmonique. L'équation Eq. III-15 devient à l'aide de la relation Eq. III-13:

$$F_{conv_n} = \left[F_{md_n} \cdot \left(1 - e^{-j\pi n}\right) + F_{mc_n} \cdot \left(1 + e^{-j\pi n}\right) \right] \cdot \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{-j 2 \cdot \pi \frac{n \cdot i}{N}}$$

Eq. III-16

Le calcul des fonctions de pondération (Eq. III-17) permet les conclusions suivantes. Les perturbations de mode différentiel ne sont définies que pour des harmoniques impaires, contrairement à celles de mode commun, qui n'existent que pour des multiples pairs. Cette constatation, assez intéressante, montre que le pont de diodes agit, en théorie, comme un séparateur de modes.

$$\left(1 - e^{-j\pi n}\right) = 1 - (-1)^n$$

$$\left(1 + e^{-j\pi n}\right) = 1 + (-1)^n$$

Eq. III-17

La dernière fonction de pondération est réalisée par la série géométrique dont la raison représente l'expression du décalage temporel des perturbations réparties sur une période du réseau. Le développement de la somme en une suite limitée fournit la relation équivalente suivante:

$$\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{-j 2\pi \frac{n \cdot i}{N}} = \frac{1 - e^{-j\pi n}}{1 - e^{-j 2\pi \frac{n}{N}}} = \frac{\sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(n \cdot \frac{\pi}{N}\right)} \cdot e^{-j n \cdot \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{N}\right)}$$

Eq. III-18

Ainsi, pour les rangs harmoniques impairs, la fonction de pondération est définie par la relation Eq. III-18. Pour les indices pairs, cette même fonction est nulle, exceptée pour les multiples de la fréquence de découpage, qui aboutissent à une forme indéterminée. Pour lever cette indétermination, il faut revenir à l'expression de la somme en posant $n = k \cdot N$, on obtient le résultat présenté ci-dessous.

$$\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} (\cos(2\cdot\pi\cdot k\cdot i) - j\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot k\cdot i)) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} 1 = \frac{N}{2} \qquad \forall\, k \in \mathbb{N}$$

Le mode commun n'est alors défini qu'aux multiples de la fréquence de découpage, alors que le mode différentiel couvre toute la plage de fréquences, et se trouve modulé par la fonction de pondération précédente. Le spectre des perturbations générées par le convertisseur est alors défini quel que soit le rang harmonique. Malheureusement, ces conclusions sont extrêmement difficiles à vérifier précisément par la mesure.

III. ETUDE DU REDRESSEUR EN CONDUCTION DISCONTINU

Dans la plupart des structures, le pont de diodes est précédé naturellement par le réseau d'alimentation, et par un système de filtrage anti-harmoniques basses fréquences et/ou hautes fréquences (Figure III-5). Pour des puissances inférieures à 15kVA, le circuit aval, propre à la structure, est en général constitué d'une capacité permettant d'absorber les variations de courants et de stabiliser ainsi la tension du bus continu. Les courants dans les diodes du pont redresseur sont constitués d'impulsions dont les formes, les amplitudes et les durées dépendent fortement de l'impédance du réseau. De plus, il n'existe pas d'expressions analytiques exactes permettant de représenter rigoureusement le fonctionnement du pont dans ce type de régime. Toutefois, nous allons poser le jeu d'équations modélisant ce mode de fonctionnement, et présenter deux méthodes pour le résoudre. Pour cela, l'hypothèse de la conduction discontinue est évidement faite, et nous verrons qu'elle sera par la suite toujours validée. Le pont est alimenté au travers d'un RSIL dont les inductances s'ajoutent naturellement à celle de la ligne. La charge est constituée d'un condensateur en parallèle sur une résistance, comme le montre la figure III-1. Nous allons montrer, dans une première partie, que des phénomènes similaires à ceux présentés dans les paragraphes précédents apparaissent nécessairement dès l'utilisation du RSIL [REVOL-02].

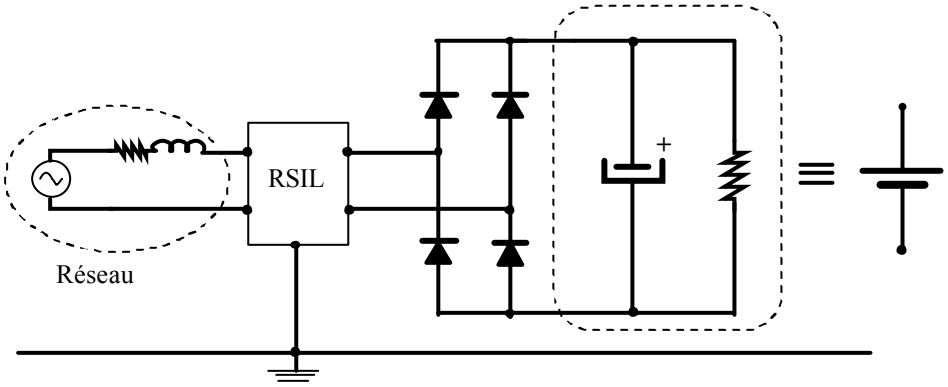


Figure III-5 : Représentation du pont de diodes et de ses circuits amont et aval

III.1 Etude d'un modèle basse fréquence

Afin de comprendre les phénomènes engendrés par le pont de diodes, il est important dans un premier temps de déterminer les principales grandeurs électriques et temporelles qui caractérisent le fonctionnement du pont. La majeure partie des éléments parasites n'est pas

prise en compte, seules les inductances de lignes sont modélisées, afin de regarder l'influence de l'impédance du réseau d'alimentation. Toutefois, le condensateur étant considéré comme une source dynamique de tension, il peut dans le cas de la conduction discontinue, être directement associé à la tension d'alimentation. En effet, ces deux sources ne se trouvent en parallèle que lorsque leur tension est identique, condition nécessaire pour la mise en conduction des diodes. La commutation des éléments semiconducteurs est naturelle. Les diodes s'amorcent dès que la tension à leurs bornes s'annule, et se bloquent si le courant qui les traverse devient nul.

Le modèle simple présenté sur la Figure III-6 permet de déterminer la tension aux bornes du condensateur et le courant absorbé par le pont de diode et sa charge ; ce dernier étant relativement peu chargé en harmoniques, ce modèle peut être alors qualifié de "***modèle basse fréquence***".

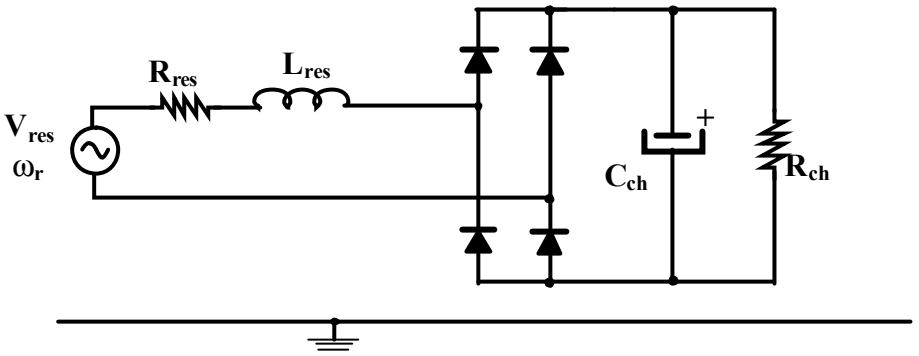


Figure III-6: Modèle simple basse fréquence

III.2 Mise en équation de la conduction des diodes

La symétrie du système ainsi que le redressement bi-alternance permet de restreindre l'étude à une demie période réseau. La diode est modélisée dans son état passant par une résistance de faible valeur. Les inductances du réseau fictif et celles du câble sont regroupées pour former l'inductance de ligne L_{res}, et la démarche est réalisée pour les résistances (R_{res}), comme le montre la Figure III-7.

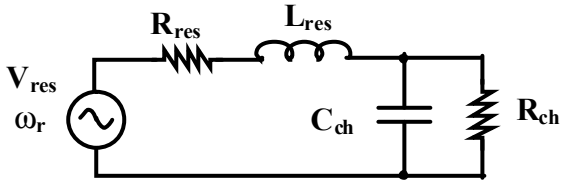


Figure III-7: Schéma simplifié

A partir de ce schéma simplifié, nous avons pu établir les relations différentielles du second ordre présentées ci-dessous (Eq. III-19). Elles définissent ainsi entièrement le comportement du système durant la phase de conduction des diodes. Il faut alors déterminer les solutions de ce système différentiel.

$$L_{res}\cdot C_{CH}\,\frac{d^2V_C(t)}{dt^2}+\left(\frac{L_{res}}{R_{ch}}+R_{res}.C_{ch}\right)\cdot\frac{dV_C(t)}{dt}+\left(\frac{R_{res}}{R_{ch}}+1\right)\cdot V_C(t)=V_{res}\cdot\sin(\omega.t)$$

Eq. III-19

Ce type d'équation différentielle du second ordre avec second membre est parfaitement connu, et ne nécessite que quelques réminiscences mathématiques. La solution générale est alors donnée par la relation Eq. III-20, dans laquelle A et ϕ représentent les constantes d'intégration. Les autres variables de cette équation sont connues, à l'exception de l'angle θ qui représente le retard à l'amorçage des diodes (ANNEXE II).

$$V_C(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t - \phi) + V_{res} \cdot |G| \cdot \sin(\omega_r \cdot t + \psi + \theta) \qquad \textbf{Eq. III-20}$$

III.3 Mise en équation du système quand les diodes sont bloquées

Tant que le courant de ligne est positif, l'énergie est fournie par le réseau, ce qui permet au condensateur de se charger. Dès que ce courant s'annule, les diodes se bloquent. La charge et le réseau sont alors déconnectés, ce qui entraîne la décharge du condensateur dans la résistance. Ces différentes phases sont représentées sur la Figure III-8. Durant la phase de blocage, le courant de ligne (Il) reste nul. La tension du réseau est alors reportée à l'entrée du pont de diodes.

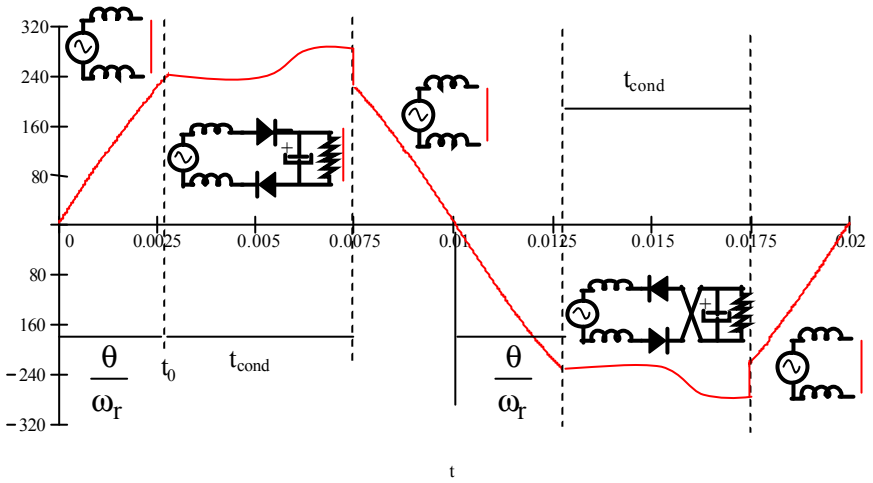


Figure III-8: Tension à l'entrée du pont de diodes

Durant la phase de blocage des diodes, la tension du condensateur de sortie est régie par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{1}{C_{ch} \cdot R_{ch}} \cdot V_C(t) = 0$$

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution:

$$V_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{R_{ch} \cdot C_{ch}}}$$

Dans cette solution, K représente la constante d'intégration. La solution particulière de cette équation est nulle, puisque le second membre est nul également. Autrement dit, il n'existe pas de source extérieure pour entretenir le signal une fois le régime transitoire fini. Les conditions initiales de cette solution dépendent du système précédent. La solution Vc(t)

devient valide, dès que les diodes se bloquent. A cet instant, la tension aux bornes du condensateur vaut Vc1, et $t = t_{cond}$. Le temps t_{cond} permet alors de rester synchronisé avec la tension du réseau. Si la mise en conduction des diodes représente toujours l'origine des temps ($t_0 = 0$), alors la tension ainsi que le courant du condensateur dans cette phase s'écrivent:

$$V_C(t) = Vc1 \cdot e^{-\frac{t-t_{cond}}{R_{ch} \cdot C_{ch}}} \qquad \textbf{Eq. III-21}$$

$$I_C(t) = \frac{Vc1}{R_{ch}} \cdot e^{-\frac{t-t_{cond}}{R_{ch} \cdot C_{ch}}} \qquad \textbf{Eq. III-22}$$

La détermination des différentes constantes de ce système reste complexe. Il n'existe pas d'expression littérale exacte donnant leur valeur en régime permanent.

III.4 Détermination directe du régime permanent

Nous savons à partir des différentes relations détaillées précédemment qu'il ne peut exister de solutions analytiques pour définir les inconnues de ce système. Cependant, nous avons suffisamment d'équations pour les déterminer à partir des méthodes de résolution de systèmes non-linéaires. Comme nous allons le voir, le nombre d'inconnues s'élève à 4, il nous faut donc obtenir 4 équations indépendantes.

III.4.1 Expressions relatives au courant de ligne

Le courant de ligne (Eq. III-23) (Annexe II) permet d'établir deux équations. La première représente le moment de la mise en conduction des diodes lorsque le courant est nul (Eq. III-24). La deuxième relation correspond à l'expression du courant au moment du blocage (Eq. III-25)

$$I_L(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \left(C_{ch} \cdot |r| \cdot \cos(\beta \cdot t - \phi + \chi) + \frac{\cos(\beta \cdot t - \phi)}{R_{ch}} \right) \ldots + B \cdot |G| \cdot V_{res} \cdot \cos(\omega_r \cdot t + \psi + \theta + \sigma) \qquad \textbf{Eq. III-23}$$

avec $B = \sqrt{(C_{ch} \cdot \omega_r)^2 + \left(\frac{1}{R_{ch}}\right)^2}$ $\qquad \sigma = -\arctan\left(\frac{1}{R_{ch} \cdot C_{ch} \cdot \omega_r}\right)$

<u>Utilisation des conditions initiales:</u>

- ***à t = 0 $I_L(0) = 0$***

$$A \cdot \left(C_{ch} \cdot |r| \cdot \cos(\phi - \chi) + \frac{\cos(\phi)}{R_{ch}} \right) + B \cdot |G| \cdot V_{res} \cdot \cos(\psi + \theta + \sigma) = 0 \qquad \textbf{Eq. III-24}$$

- ***à $t = t_{cond}$ $\qquad I_L(t_{cond}) = 0$***

$$A \cdot e^{-\alpha \cdot t_{cond}} \cdot \left(C_{ch} \cdot |r| \cdot \cos(\beta \cdot t_{cond} - \phi + \chi) + \frac{\cos(\beta \cdot t_{cond} - \phi)}{R_{ch}} \right) \ldots = 0 \qquad \textbf{Eq. III-25}$$
$$+ B \cdot |G| \cdot V_{res} \cdot \cos(\omega_r \cdot t_{cond} + \psi + \theta + \sigma)$$

III.4.2 Expressions relatives à la tension du condensateur

Nous allons appliquer la même démarche avec la tension du condensateur. Pour exprimer le régime permanent, on peut écrire qu'à la fermeture des diodes, la tension du condensateur est égale à la tension de l'alimentation de deux façons différentes. La démonstration devient évidente en exprimant le courant moyen du condensateur (Eq. III-26) en fonction de la tension du condensateur. Nous obtenons ainsi deux nouvelles relations (Eq. III-27Eq. III-28).

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T I_C(t)\, dt = \frac{C_{ch}}{T} \cdot \int_0^T \frac{dV_C(t)}{dt}\, dt = \frac{C_{ch}}{T} \cdot \left(V_C(T) - V_C(0)\right) = 0 \qquad \textbf{Eq. III-26}$$

$$\text{avec} \quad T = \frac{T_r}{2}$$

- ***Au début de la période Vc(0) = Vc0***

$$A \cdot \cos(\phi) + V_{res} \cdot |G| \cdot \sin(\psi + \theta) = V_{res} \cdot \sin(\theta) \qquad \textbf{Eq. III-27}$$

- ***A la fin de la période Vc(T) = Vc0***

$$\left(A \cdot e^{-\alpha \cdot t_{cond}} \cdot \cos(\beta \cdot t_{cond} - \phi) + V_{res} \cdot |G| \cdot \sin(\omega_r \cdot t_{cond} + \psi + \theta) \right) \cdot e^{-\frac{\frac{T_r}{2} - t_{cond}}{R_{ch} \cdot C_{ch}}} = V_{res} \cdot \sin(\theta)$$

Eq. III-28

Les quatre inconnues de ce système sont constituées des deux constantes d'intégration de l'équation différentielle ϕ, A, du retard de la mise en conduction des diodes θ, et de la durée de conduction des diodes t_{cond}. La résolution du système non linéaire, constitué des équations Eq. III-24 Eq. III-25 Eq. III-27 Eq. III-28à l'aide de méthodes de type gradient, Levenberg-Marquardt ou encore quasi-Newton, permet de déterminer ces différentes constantes. Cependant, ces méthodes imposent une initialisation de la valeur des inconnues. De plus nous n'avons pas de garantie sur l'unicité de la solution. Dans notre cas, l'ordre de grandeur de certaine de ces constantes est connue. Par exemple, l'angle de retard θ ne peut dépasser $\pi/2$ et la durée de conduction reste inférieure à la moitié de la période du réseau.

III.4.3 Illustration

Dans l'exemple suivant, l'inductance du réseau est supposée égale à 3,9mH (valeur issue d'une mesure de l'impédance en court circuit d'un autotransformateur de faible puissance ~2kVA). Avec les éléments du RSIL; l'inductance de ligne totale (L_{res}) s'élève à 4500 µH. Les

pertes associées à cette ligne sont représentées par une résistance (R_{res}) de 4,3 Ω. Les valeurs du condensateur (C_{ch}) de sortie et de la résistance de charge sont respectivement fixées à 460 µF et 70 Ω. Ces constantes sont directement injectées dans l'expression Eq. III-21 pour obtenir la forme d'onde du courant de ligne. Les temps de calcul obtenus ne sont évidement pas comparable à la durée d'une simulation temporelle classique.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ A \\ t_{cond} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 3.0114(\text{rad}) \\ 0.8468(\text{rad}) \\ -123.0805(\text{V}) \\ 0.0047(\text{s}) \end{bmatrix}$$

Exemple de constantes calculées à partir des données précédentes

En posant $t_1 = \dfrac{\theta}{\omega_r}$ $\quad t_2 = \dfrac{\theta + \pi}{\omega_r}$

Le courant de ligne s'exprime par la relation Figure III-34 dans laquelle I_L est défini par l'expression Eq. III-23.

$$I_{Ligne}(t) = \begin{cases} I_L(t - t_1) \text{ si}(t \geq t_1) \text{ et}(t \leq t_1 + t_{cond}) \\ -I_L(t - t_1) \text{ si}(t \geq t_2) \text{ et}(t \leq t_2 + t_{cond}) \\ 0 \text{sinon} \end{cases}$$

Eq. III-29

A ce stade, le spectre du courant de ligne est obtenu par une FFT (Figure III-9). Nous présentons, au travers de cet exemple, une forme d'onde classique qui met en évidence la forte distorsion liée aux harmoniques impaires basses fréquences des courants de ligne.

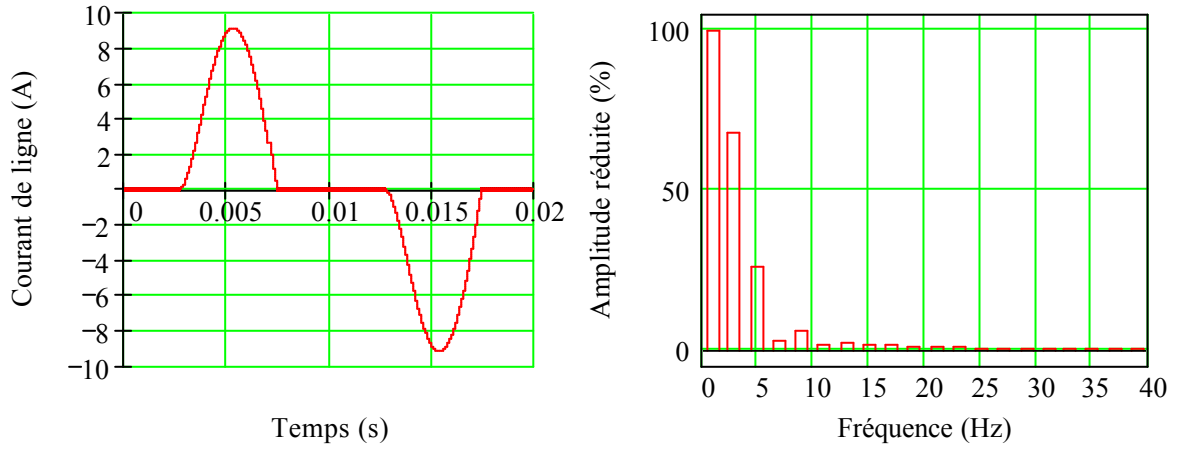


Figure III-9: Représentation du courant de ligne et de ses harmoniques basses fréquences exprimées en % par rapport au fondamental

Ce courant dépend fortement de la charge (Rch) du pont de diodes pour une valeur de condensateur (Cch) donnée. Pour les très faibles valeurs de Rch, le pont de diodes tend vers une conduction continue, ce qui implique un faible taux de distorsion. Pour de faibles puissances absorbées (fortes valeurs de R_{ch}), les harmoniques basses fréquences sont importantes, et provoquent une nette augmentation du taux de distorsion, les impulsions sont alors extrêmement brèves et de faibles amplitudes.

III.4.4 Systèmes triphasé

Les principales relations, présentées ici, sont établies pour décrire le fonctionnement d'un redresseur monophasé. Leur généricité permet également de les utiliser pour l'étude des redresseurs triphasés en conduction discontinue sans empiètement (Figure III-10). Les quatre équations posées précédemment permettent de déterminer le courant dans une diode en posant:

$$V_{res} \longrightarrow V_{res} \cdot \sqrt{3} \qquad L_{res} \longrightarrow 2 \cdot L_{res}$$

$$T_r \longrightarrow T_r/3 \qquad R_{res} \longrightarrow 2 \cdot R_{res}$$

Le courant de ligne est obtenu par l'addition des lobes relatifs aux différentes diodes. Ces relations ne permettent malheureusement pas de tenir compte des phases d'empiètement.

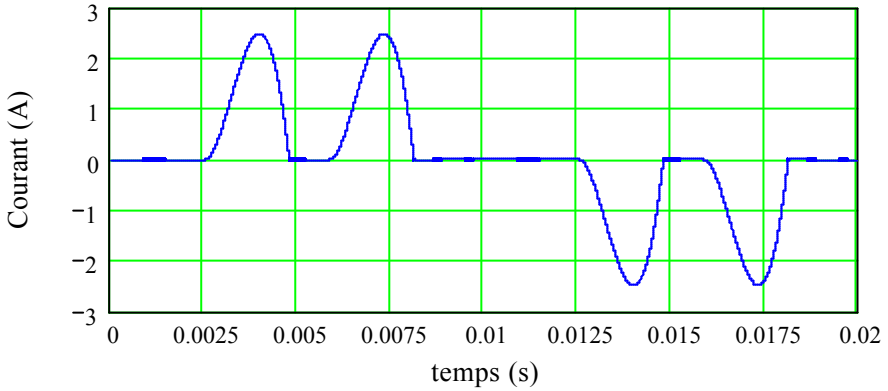


Figure III-10 Courant issu d'un redresseur triphasé en conduction discontinue (ex: L_{res}=3mH, R_{res}=2Ω, V_{res} =220V)

III.5 Détermination des perturbations générés par le pont

III.5.1 Définition de la source de perturbation

Cette partie est consacrée à l'étude des perturbations générées par le pont de diodes. Avant tout, il est nécessaire de déterminer quelles sont les grandeurs électriques qui caractérisent le fonctionnement du pont. Sachant que les perturbations sont mesurées grâce au RSIL (figure III-12), il semble plus judicieux de s'intéresser aux grandeurs électriques situées à l'entrée du pont. De ce fait, il ne reste que deux grandeurs : le courant de ligne et la tension aux bornes du pont. Ces deux grandeurs possèdent l'ensemble des informations concernant le pont de diodes et la charge. Ainsi, il est possible de remplacer le redresseur et sa charge par un générateur représentant soit le courant de ligne, soit la tension aux bornes alternatives du pont, comme le présente la Figure III-11.

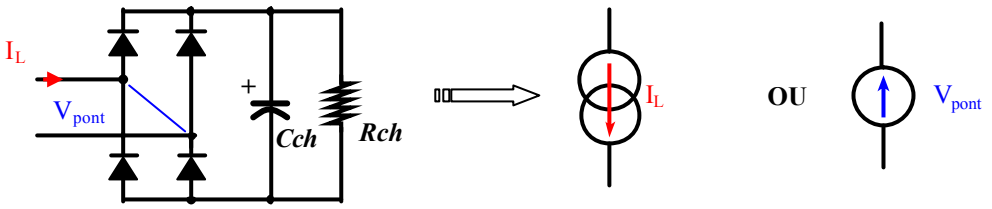


Figure III-11: Générateurs équivalents au pont de diodes

Ce générateur sera, de ce fait, qualifié de "***source de perturbations du pont***", puisqu'il est le seul élément du schéma étudié contenant un grand nombre d'harmoniques. Dans cette première configuration d'étude, les perturbations étudiées sont de type différentiel, puisque le pont de diodes et la charge ne présentent pas de couplage par rapport à la terre. Il est nettement plus facile de travailler avec la source de courant, puisque nous possédons son expression temporelle donnée par la relation Eq. III-23. De plus les termes relativement simples, qui la constituent, possèdent des transformées de Fourier connues. Nous avons ainsi la possibilité d'exprimer le courant absorbé par le pont dans le domaine fréquentiel. Dans l'expression de cette transformée, présentée ci-dessous, I_{L_n} représente l'harmonique complexe n du courant de ligne.

$$I_{L_n} = 2 \cdot \left(Tf1_n + Tf2_n + Tf3_n\right) \cdot \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-j\left[(n-1)\cdot\frac{\pi}{2} + n\cdot\theta\right]} \qquad \textbf{Eq. III-30}$$

$$Tf1_n = 2 \cdot f_r \cdot A_1 \cdot \frac{(\alpha + j \cdot n \cdot \omega_r) \cdot \cos(\phi_1) - \omega_1 \cdot \sin(\phi_1)}{(\alpha + j \cdot n \cdot \omega_r)^2 + \omega_1^2} \qquad \begin{cases} A_1 = A \cdot C_{ch} \cdot |r| \\ \phi_1 = \chi - \phi \end{cases}$$

$$Tf2_n = 2 \cdot f_r \cdot A_2 \cdot \frac{(\alpha + j \cdot n \cdot \omega_r) \cdot \cos(\phi_2) - \omega_1 \cdot \sin(\phi_2)}{(\alpha + j \cdot n \cdot \omega_r)^2 + \omega_2^2} \qquad \begin{cases} A_2 = \dfrac{A}{R_{ch}} \\ \phi_1 = -\phi \end{cases}$$

$$Tf3_n = 2 \cdot A_3 \cdot \frac{n \cdot \cos(\phi_3) + j \cdot \sin(\phi_3)}{n+1} \cdot \mathrm{sinC}(n \cdot \pi - \pi) \cdot e^{-j\pi(n-1)} \qquad \begin{cases} A_3 = B \cdot |G| \cdot V_{res} \\ \phi_3 = \psi + \theta + \sigma \end{cases}$$

La symétrie axiale de ce signal entraîne que les harmoniques qui le définissent sont impaires, comme le montre l'argument du sinus de la relation ci-dessus. Dans le reste du document, nous travaillerons, à quelques exceptions près, toujours avec une représentation complexe des transformées.

L'étude du spectre des perturbations passe inévitablement par la définition des sources de perturbations dans le domaine fréquentiel. Le modèle proposé nécessite également la transformée de Fourier de la tension du réseau.

$$V_{res}(\nu) = j\frac{V_{res}}{2} \cdot \left(\delta(\nu + F_r) - \delta(\nu - F_r)\right) \qquad \textbf{Eq. III-31}$$

III.5.2 Etude des perturbations hautes fréquences

Pour la réalisation de cette étude, la méthode matricielle est très bien adaptée. Le schéma équivalent présente deux mailles principales, dans lesquelles circulent un courant inconnu et le courant de la source de perturbations Figure III-12. De plus, pour ne pas surcharger les diverses équations et relations matricielles, le rang des harmoniques n ne sera plus indiqué.

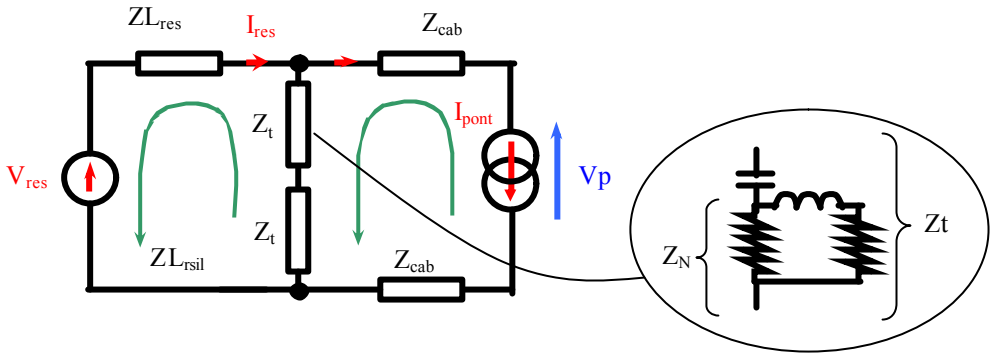


Figure III-12: Définition des mailles du schéma équivalent

La représentation matricielle associée à ce système et donc la suivante :

$$\begin{pmatrix} I_{res} \\ V_{pont} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t & 0 \\ -2 \cdot Z_t & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_{res} + 2Z_t \cdot I_L \\ -2\left(Z_t + Z_{cab}\right) \cdot I_L \end{bmatrix} \qquad \textbf{Eq. III-32}$$

Ce système linéaire très simple, peut se mettre sous la forme de fonctions de transferts plus faciles à étudier. Ainsi, le courant du réseau en amont du RSIL et la tension aux bornes du pont de diodes s'écrivent en fonction du courant absorbé par le redresseur I_L que nous avons défini précédemment et de la tension réseau V_{res} (Eq. III-33, Eq. III-34).

$$I_{res} = \frac{2 \cdot Z_t}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)} \cdot I_L + \frac{1}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)} \cdot V_{res} \qquad \textbf{Eq. III-33}$$

$$V_{pont} = \frac{2 \cdot Z_t}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)} \cdot V_{res} - \left[\frac{2 \cdot Z_{L_{res}} \cdot Z_t}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)} + 2 \cdot Z_{cab}\right] I_L \qquad \textbf{Eq. III-34}$$

Le courant I_t circulant dans les branches du RSIL se déduit des courants du réseau et du pont respectivement I_{res} et I_L. Ce courant est alors défini en fonction de la tension réseau, pondéré par un terme d'admittance, et du courant absorbé par le redresseur au travers du diviseur de courant constitué des impédances du réseau et du RSIL.

$$I_t = Y \cdot V_{res} + T \cdot I_L \qquad \textbf{Eq. III-35}$$

avec $Y = \dfrac{1}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)}$ $\qquad T = \dfrac{Z_{L_{res}}}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)}$

Le dénominateur commun de ces deux termes correspond naturellement au déterminant de la matrice (Eq. III-32). Il est constitué de l'impédance totale du réseau, dans laquelle est incluse celle des inductances du RSIL, et de l'impédance des branches de mesure

de ce dernier. Comme nous pouvons le constater, ce terme induit une résonance dont la fréquence est uniquement définie par l'inductance du réseau (L_{res}) et la capacité du RSIL.

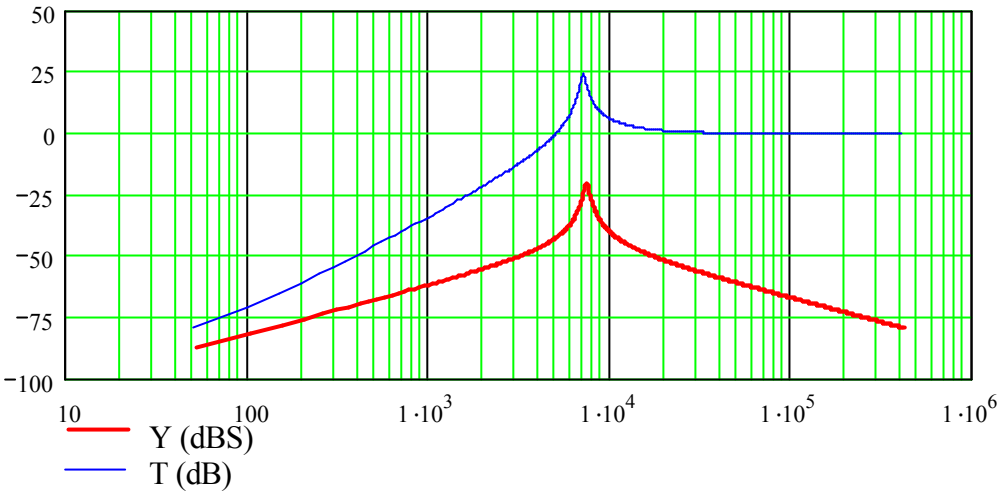


Figure III-13 Représentation des termes définissant le courant de perturbation pour L_{res} = 3.9mH et C_N = 220nF

Le premier terme constitué de l'admittance Y et de la tension du réseau n'impose qu'une composante à 50Hz dans les branches de mesures du RSIL. Ce courant est alors négligeable, puisque le RSIL joue son rôle de filtre en coupant fortement les fréquences les plus faibles. A 50 Hz, l'atténuation est de 83 dBS, ce qui correspond à un courant efficace de 17 mA dans le RSIL, pour une tension d'alimentation de 220 V. Le deuxième terme défini par la fonction T et le courant absorbé par le redresseur, conditionne le reste du spectre des courants de perturbations (Figure III-14).

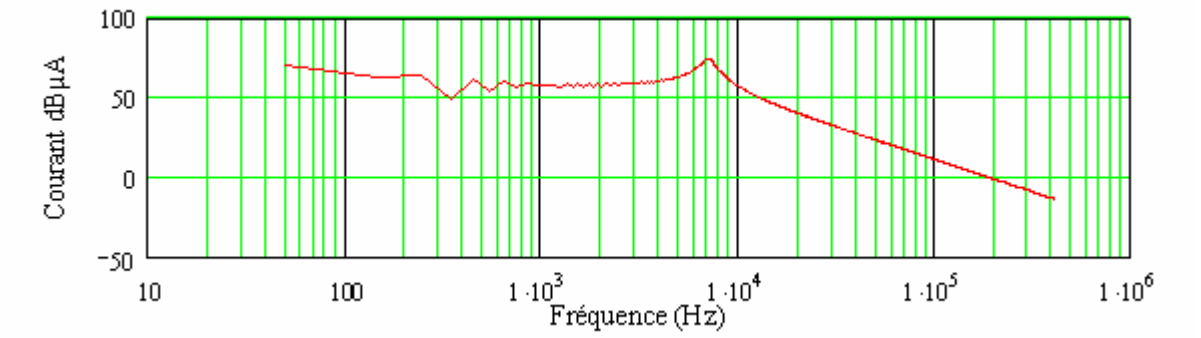


Figure III-14 Spectre du courant I_t dans le RSIL

La résonance, visible sur la Figure III-14 ci-dessus, se traduit par des oscillations non négligeables du courant I_t au blocage des diodes (Figure III-15). Pour le vérifier, nous avons la possibilité de passer dans le domaine temporel à l'aide de transformées de Fourier rapides inverses. La coupure brutale du courant imposée par la commutation des diodes excite le circuit oscillant que nous avons défini précédemment. Ces oscillations sont ainsi dépendantes de l'inductance du réseau sur laquelle nous n'avons malheureusement que peu d'influence.

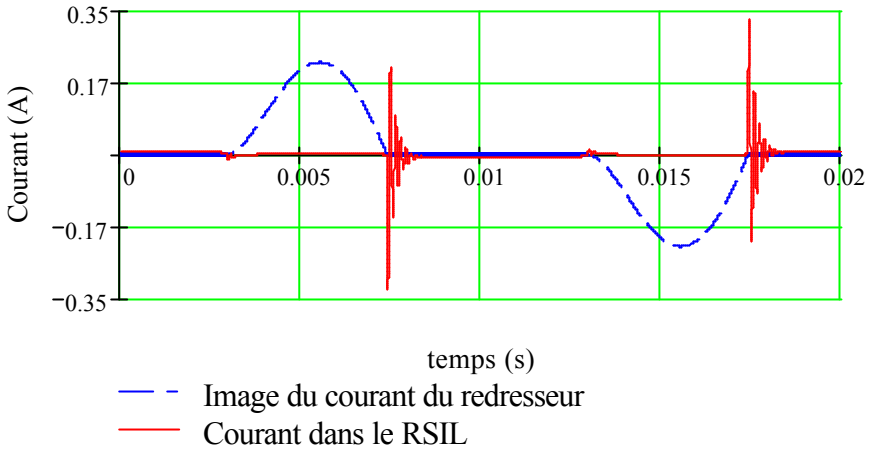


Figure III-15: Représentation du courant dans les branches du RSIL

Au blocage des diodes, on retrouve un phénomène similaire au saut de tension à la fin de l'empiètement des diodes du pont, lorsque ce dernier fonctionne en conduction continue. A cet instant, des oscillations similaires à celles des courants parasites circulant dans les branches du RSIL (Figure III-15) se manifestent également au niveau de la tension à l'entrée du pont de diodes, comme le montre la Figure III-16.

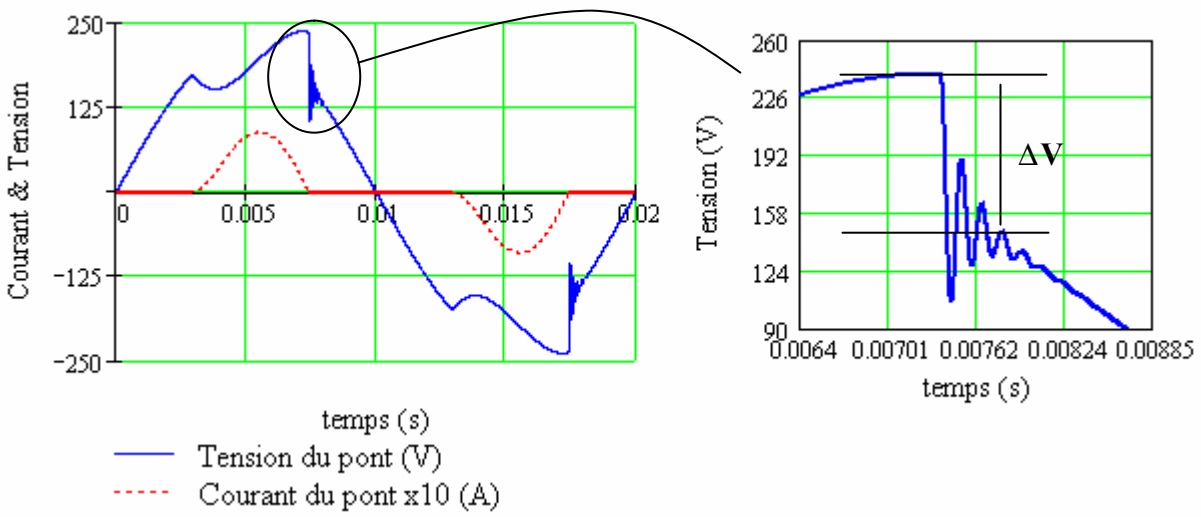


Figure III-16:Courant et tension à l'entrée du pont

Ces oscillations se propagent de la même façon sur le courant du réseau I_{res}. La Figure III-17 met en évidence la différence entre le courant de l'alimentation circulant dans les inductances du RSIL, et le courant du pont de diodes. Au blocage des diodes, le courant du pont est nul, contrairement au courant de l'alimentation qui commence une phase d'oscillations.

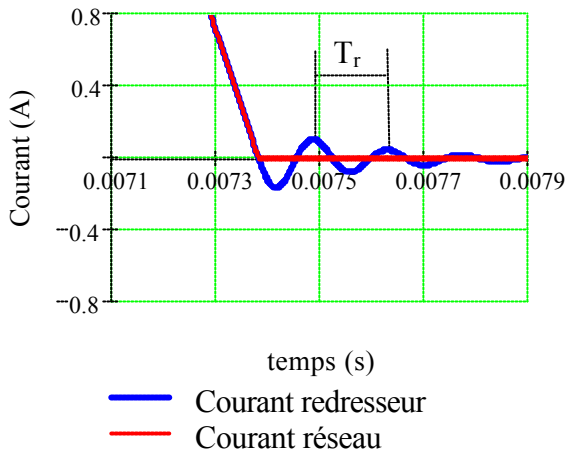


Figure III-17 Représentation des oscillations de courant

Tous les phénomènes que nous venons d'évoquer sont uniquement induits par le blocage des diodes et la coupure du courant traversant les inductances, dont la valeur totale est non négligeable (réseau et RSIL) ; ce sont donc des perturbations dont le niveau est défini par la dérivée du courant. La démonstration est évidente, si l'on revient sur l'expression Eq. III-36 représentant le courant circulant dans les branches du RSIL, tout en négligeant le terme fonction de la tension d'alimentation V_{res}. Cette expression se réduit alors à:

$$I_t = \frac{Z_{L_{res}}}{\left(Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t\right)} \cdot I_L \qquad \textbf{Eq. III-36}$$

Dans cette expression, apparaît le produit $Z_{L_{res}} \cdot I_L$, qui permet de montrer que le courant I_t est lié à la dérivée du courant absorbé (Eq. III-37).

$$Z_{L_{res}} \cdot I_L = L_{res} \cdot 2 \cdot \pi \cdot j \cdot \nu \cdot I_L \xrightarrow{\mathcal{TF}^{-1}} L_{res} \cdot \frac{di_L}{dt} \qquad \textbf{Eq. III-37}$$

La représentation temporelle de cette tension montre clairement la forte variation de la dérivée du courant, qui se traduit par un saut de tension important suivant la valeur de l'inductance considérée. Durant la conduction des diodes, la tension à l'entrée du redresseur est égale à la tension continue, et c'est l'impédance de ligne qui compense la différence de tension avec celle du réseau. De ce fait, le saut de tension de la tension aux bornes du redresseur correspond à celui présenté sur la Figure III-18.

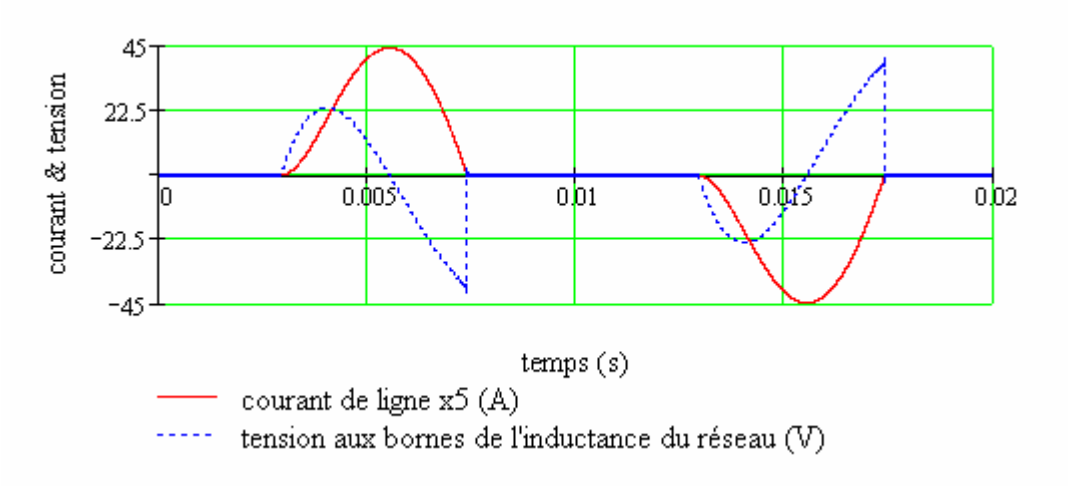


Figure III-18 Courant et tension de l'inductance du réseau

III.5.3 Estimation du courant It en fonction de la tension

Nous venons de montrer que le saut de tension est provoqué par la coupure brutale du courant via les inductances du réseau. Autrement dit, nous pouvons relier le niveau des perturbations au saut de tension très facilement visible sur la tension à l'entrée du pont de diodes, et dont l'expression est donnée ci-dessous.

$$L_{res} \cdot \left.\frac{di_t(t)}{dt}\right|_{t_{cond}} = \Delta V \qquad \textbf{Eq. III-38}$$

Cette amplitude, associée à un échelon de tension, permet de donner un modèle simplifié de l'excitation, et de ce fait, du courant dans les branches du RSIL.

$$I_t \approx \frac{1}{Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t} \cdot \frac{\Delta V}{p} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_N}{1 + \tau_N \cdot p + \left(\frac{p}{\omega_{N''}}\right)^2} \cdot \Delta V \qquad \textbf{Eq. III-39}$$

avec $\omega_{N''} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{L_{res} \cdot C_N}{2}}}$ $\qquad \tau_N = R_N \cdot C_N$

L'expression Eq. III-39 nous renvoie ainsi directement aux relations Eq. III-8 et Eq. III-9 établies dans la première partie ce qui prouve l'équivalence des phénomènes.

Le saut de tension dépend principalement des éléments R_{ch}, C_{ch} que nous imposons, et de L_{res} dont nous n'avons que des ordres de grandeur. Une étude de sensibilité de ces paramètres est alors nécessaire pour déterminer quel est le poids de chacun sur le saut de tension ou sur la dérivée du courant de ligne au blocage des diodes. Sans l'adjonction de filtre, l'inductance du réseau n'est pas un élément sur lequel nous pouvons agir facilement, c'est pourquoi, dans un premier temps, elle est supposée invariante et fixée arbitrairement à la valeur que nous avons utilisée jusqu'ici (≈4mH). Cette hypothèse permet de ne s'intéresser qu'à l'évolution de ΔV en fonction de R_{ch} et C_{ch}. Pour Rch variant de 50 Ω à 300 Ω, et Cch variant de 200 µF à 1 mF, la Figure III-19 met en évidence la faible influence de C_{ch} sur ΔV

pour une inductance élevée. Pour ces combinaisons, les variations de tension peuvent atteindre des valeurs non négligeables (> 50 V). *A contrario*, pour une inductance plus faible, c'est essentiellement le condensateur qui conditionne le saut de tension, comme nous pouvons le constater sur la Figure III-20. Toutefois, l'amplitude de ΔV a considérablement diminué pour des couples (R_{ch}, C_{ch}) identiques, ce qui montre clairement l'influence de l'inductance de ligne.

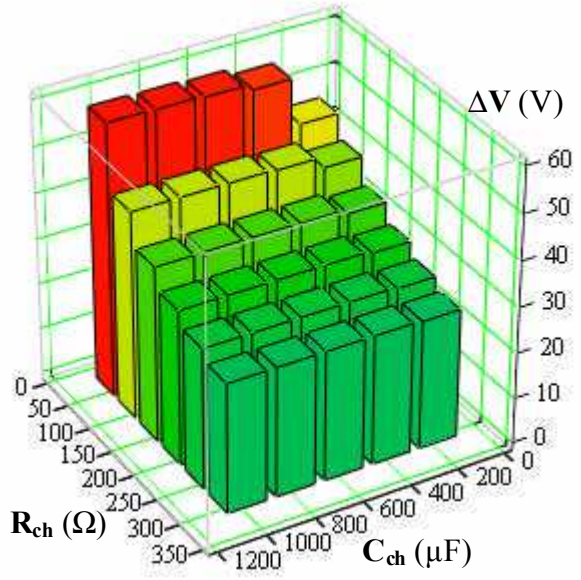


Figure III-19 ΔV en fonction de R_{ch} et C_{ch} pour L_{res}≈4mH

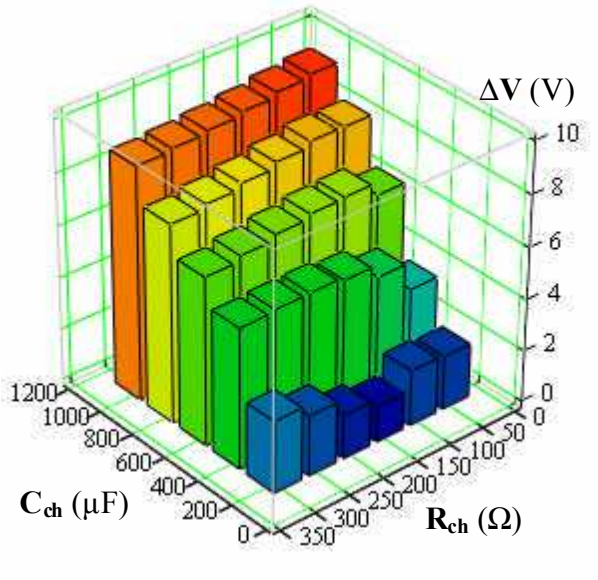


Figure III-20 ΔV en fonction de R_{ch} et C_{ch} pour L_{res}=500µH

L'importance de l'inductance totale du réseau sur ΔV, et de ce fait sur les perturbations, se comprend facilement puisqu'elle définit directement la tension à ses bornes (Eq. III-38). Toutefois, son impact sur la vitesse d'évolution du courant est beaucoup moins intuitif. En fixant un couple R_{ch} C_{ch}, l'évolution de ΔV en fonction de l'inductance (L_{res}) est monotone. De plus, le calcul de la dérivée moyenne du courant pour les différentes valeurs de L_{res} au blocage des diodes montre le caractère quasi-linéaire de cette évolution comme le montre la Figure III-21. L'inductance joue également sur la puissance absorbée par le redresseur, puisqu'elle contribue à fixer la tension du réseau continu. Il est intéressant de constater qu'il existe une valeur d'inductance pour laquelle la puissance est maximale pour des valeurs de résistance et de condensateur de charge données (Figure III-22). Nous pourrions alors envisager une étude inverse en cherchant la valeur de l'inductance et du condensateur qui minimise le saut de tension pour une puissance donnée.

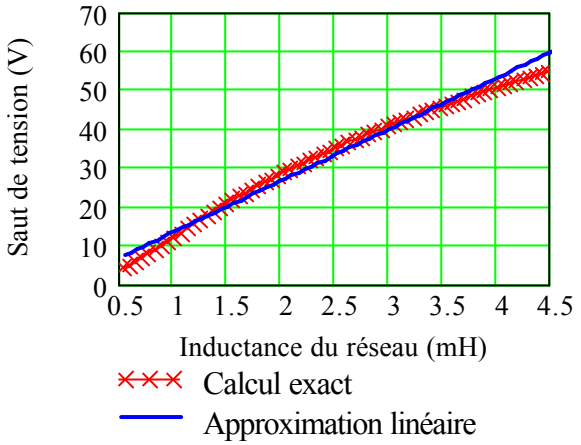


Figure III-21 Evolution de ΔV en fonction de L_{res}

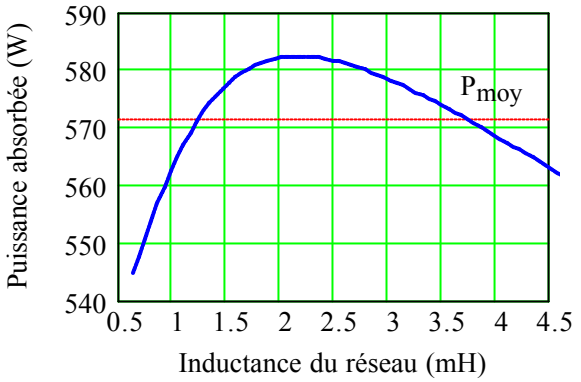


Figure III-22 Evolution de la puissance en fonction de L_{res}

III.6 Confrontation Simulations – Mesures

Pour confronter directement les résultats de la simulation aux mesures, nous avons complété le modèle initial en tenant compte des imperfections du RSIL et de sa structure complète. Nous avons également supposé que l'impédance du réseau est entièrement définie par celle d'un autotransformateur de 2kVA présent pour l'alimentation du montage. Le schéma équivalent de cette impédance est alors déduit des mesures réalisées au pont d'impédance. La charge résistive est, quant à elle, fixée à 80 pour une capacité de 460 µF.

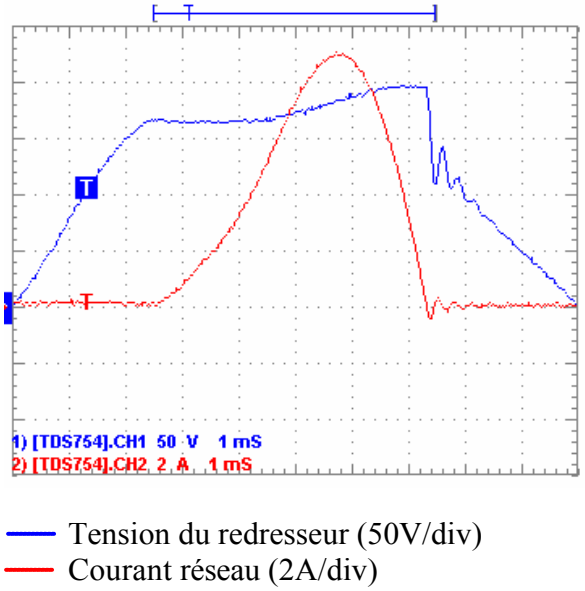


Figure III-23 Mesures sur une alternance réseau du courant réseau et de la tension aux bornes du redresseur

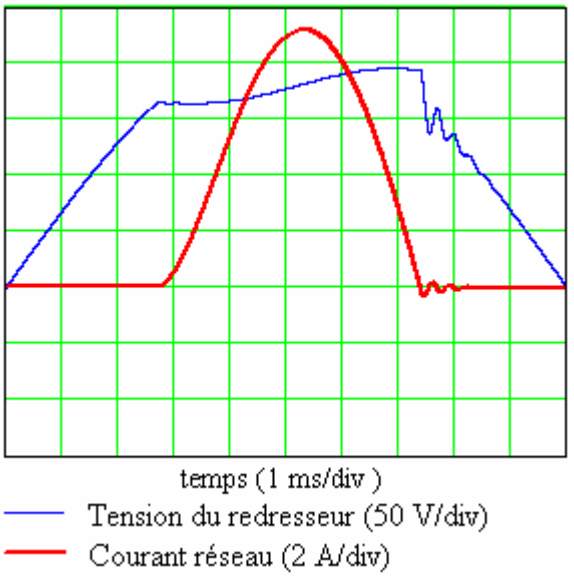
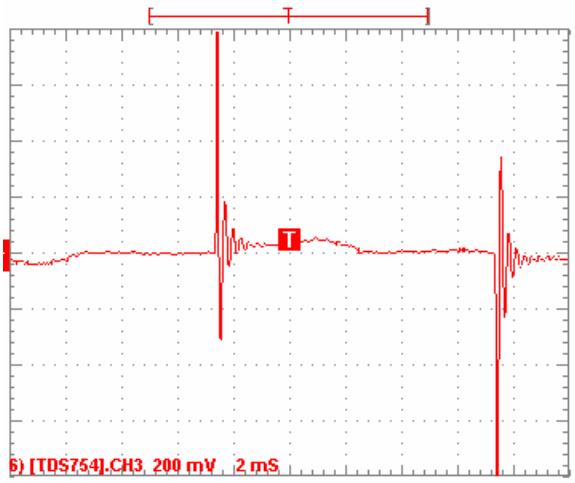


Figure III-24 Simulation du courant réseau et de la tension aux bornes du redresseur

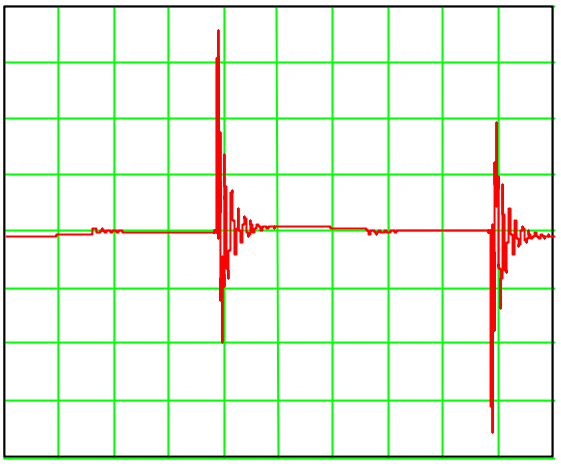
Les formes d'ondes de puissances simulées et mesurées concordent. Nous pouvons constater que des oscillations apparaissent également sur le courant du réseau. La fréquence des oscillations, visibles sur les courbes, est identique. Comme nous pouvons le constater sur les Figure III-25 et Figure III-26, le niveau de perturbations est également bien estimé et les

instants d'apparition correspondent, ce qui permet de valider le calcul des quatre inconnues du système d'équations. De très faibles oscillations apparaissent également à l'amorçage des diodes bien que le courant ne subisse pas de démarrage violent. Toutefois, à cet instant, c'est la tension aux bornes du pont qui subit une variation de sa dérivée.



200 mV / div 2ms/div

Figure III-25 Perturbations mesurées sur le RSIL



200mV / div 2ms/div

Figure III-26 Perturbations simulées

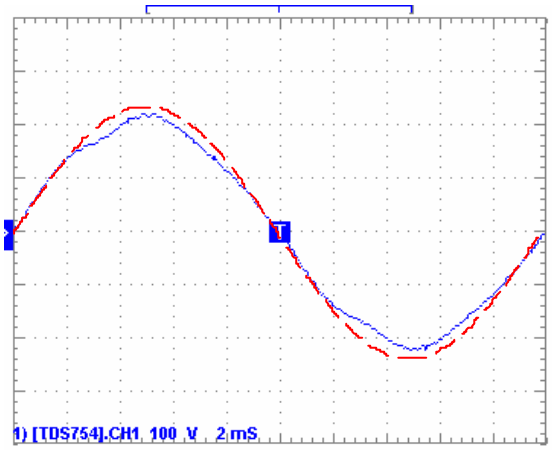


Figure III-27 Tension du réseau "à vide"

Les différences qui apparaissent entre les formes d'ondes mesurées et simulées s'expliquent par les différentes imperfections du réseau qui ne sont pas prises en compte. La principale concerne la forme d'onde de la tension du réseau qui est loin d'être parfaite, comme nous pouvons le constater sur la Figure III-27.

Dans cet exemple, tous les chemins de mode commun n'ont pas été pris en compte. Les perturbations étudiées dans ce paragraphe sont du type différentiel et sont donc générées au blocage des diodes. Cependant, les variations rapides de la tension d'entrée du pont peuvent également générer des courants parasites de mode commun via des couplages capacitifs entre les électrodes des diodes de redressement et le plan de masse, qui se trouve au potentiel du radiateur.

III.7 Prise en compte des capacités de mode commun du redresseur

Pour des courants plus élevés, un système de refroidissement est parfois nécessaire, et s'il est relié à la terre du système pour des raisons de sécurité, des couplages capacitifs parasites apparaissent et sont susceptibles des provoquer des courants de mode commun. Les

couplages capacitifs parasites les plus préjudiciables sont généralement associés aux potentiels qui peuvent évoluer brutalement. Ainsi, les capacités de mode commun que nous allons retenir et associer au pont de diodes sont représentées sur la Figure III-28 par les éléments Cmc_1 et Cmc_2. Ces deux capacités voient alors les sauts de tension provoqués par le blocage des diodes, dont nous avons pu constater l'influence sur les perturbations de mode différentiel.

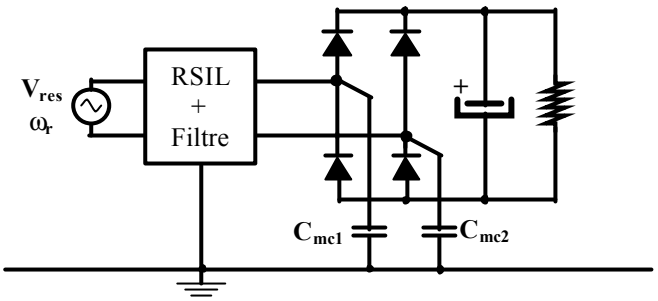


Figure III-28 Capacités de mode commun du redresseur

III.7.1 Estimation du courant de mode commun

Ces capacités sont modélisées par des impédances représentant deux chemins de propagation supplémentaires par rapport au schéma équivalent présenté sur la Figure III-12.

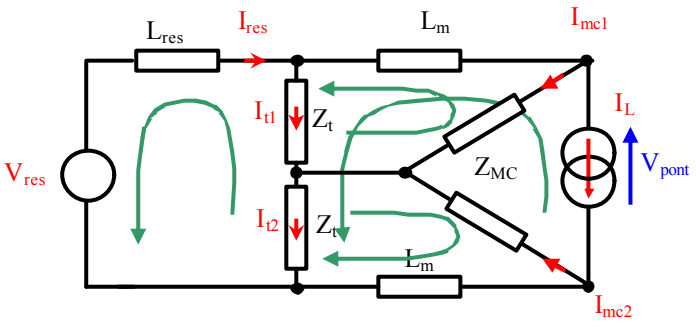


Figure III-29 Schéma équivalent du pont avec capacités de mode commun

Aux deux nouveaux parcours, sont associés deux nouvelles variables représentant les courants de mode commun de chaque capacité parasite. La nouvelle matrice associée à ce schéma est présentée ci-dessous.

$$\begin{pmatrix} I_{res} \\ I_{mc1} \\ I_{mc2} \\ V_{pont} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{L_{res}} + 2 \cdot Z_t & -Z_t & Z_t & 0 \\ -Z_t & Z_t + Z_{cab} + Z_{mc1} & 0 & 0 \\ Z_t & 0 & Z_t + Z_{cab} + Z_{mc2} & 0 \\ -2Z_t & Z_t + Z_{cab} & -(Z_t + Z_{cab}) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_{res} + 2Z_t \cdot I_L \\ -(Z_t + Z_{cab}) \cdot I_L \\ (Z_t + Z_{cab}) \cdot I_L \\ -2(Z_t + Z_{cab}) \cdot I_L \end{bmatrix}$$

Eq. III-40

Ainsi le courant de mode commun total est directement calculable grâce aux courants I_{mc1} et I_{mc2} :

$$I_{mc} = I_{mc1} + I_{mc2}$$

Avec cette représentation matricielle, les courants I_{t1} et I_{t2} circulant respectivement dans les branches haute et basse du RSIL sont définis par les relations suivantes:

$$I_{t1} = I_{res} - I_L - I_{mc1}$$

$$I_{t2} = I_{res} - I_L + I_{mc2}$$

De plus, en appliquant la définition classique du courant de mode différentiel (I_{diff}), nous obtenons:

$$I_{diff} = I_{res} - I_L - \frac{I_{mc1} - I_{mc2}}{2}$$

Grâce à la simulation, nous avons la possibilité de définir des capacités parasites Cmc_1 et Cmc_2 quelconques. Il faut alors distinguer deux cas de figure. Le premier consiste à considérer des valeurs de capacités parasites identiques. Naturellement, le deuxième, plus vraisemblable, envisage que la valeur de ces éléments diffère sensiblement.

Dans le premier cas, les capacités de mêmes valeurs permettent de conserver la symétrie du schéma. Les courants Imc_1 et Imc_2 se compensent, de telle sorte que le courant de mode commun normalement issu de ces éléments est nul. Il en résulte que le courant généré par ces capacités est du type différentiel. Nous obtenons donc:

$$I_{mc1} = - I_{mc2}$$

Pour l'exemple suivant, les valeurs des capacités de mode commun Cmc_1 et Cmc_2 sont choisies arbitrairement, et valent respectivement de 20 pF et 22 pF, soit une différence de 10%. Nous pouvons alors constater que l'écart entre les spectres du courant dans le RSIL et du courant de mode commun est de 100 dBµA sur la quasi-totalité de la plage de fréquences (Figure III-30). Avec une telle différence, nous pouvons conclure que le courant de mode commun est totalement négligeable devant le courant de mode différentiel.

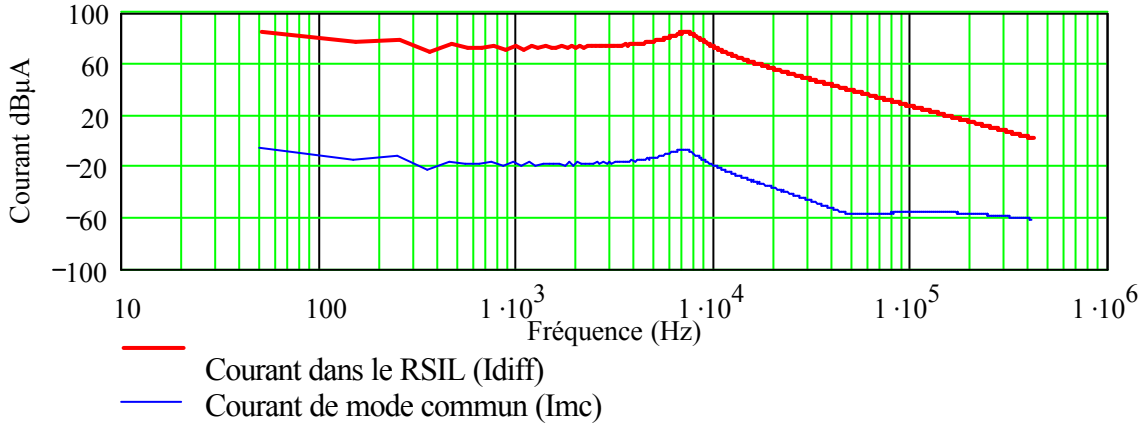


Figure III-30 Comparaison entre le courant de mode commun et le courant dans le RSIL

En développant l'inverse de la matrice du système, on obtient les relations permettant d'exprimer les courants I_{t1} I_{t2} et I_{mc}. Nous pouvons alors facilement quantifier le rapport entre les courants dans les branches du RSIL et le courant de mode commun en fonction des différentes impédances. Pour limiter la complexité des calculs, nous pouvons supposer que

l'influence du câblage représenté par l'impédance Z_{cab} est négligeable. Cette hypothèse permet ainsi d'obtenir les relations suivantes (Eq. III-41):

$$\frac{I_{t1}}{I_{mc}} = \frac{\left(Z_t + Z_{mc1}\right) \cdot Z_{mc2}}{\left(Z_{mc1} - Z_{mc2}\right) \cdot Z_t} \qquad \frac{I_{t2}}{I_{mc}} = \frac{\left(Z_t + Z_{mc2}\right) \cdot Z_{mc1}}{\left(Z_{mc1} - Z_{mc2}\right) \cdot Z_t} \qquad \textbf{Eq. III-41}$$

Les deux résultats étant équivalents, nous pouvons n'en traiter qu'un et exprimer le module du rapport en fonction des éléments:

$$\left|\frac{I_{t1}}{I_{mc}}\right| = \frac{\left(C_{mc2} + C_N\right)}{\left|C_{mc1} - C_{mc2}\right|} \cdot \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{R_N \cdot C_N \cdot C_{mc2}}{C_{mc2} + C_N}\omega\right)^2}{1 + \left(R_N \cdot C_N \cdot \omega\right)^2}} \qquad \textbf{Eq. III-42}$$

Nous obtenons ainsi une relation permettant d'estimer le rapport entre le courant de mode différentiel circulant principalement dans les branches du RSIL et le courant traversant une capacité parasite de mode commun de pont en fonction de C_N et C_{mc1} et C_{mc2} sur toute la plage de fréquences.

En supposant que la capacité parasite C_{mc2} est faible devant celle du RSIL, le rapport se définit de deux façons différentes suivant la fréquence. Pour les fréquences les plus basses, ce rapport s'exprime par la relation ci-dessous:

$$\left|\frac{I_{t1}}{I_{mc}}\right| \approx \frac{C_N}{\left|C_{mc1} - C_{mc2}\right|} \qquad \omega \text{ petit } (< 100 \text{ kHz}) \qquad \textbf{Eq. III-43}$$

Pour des fréquences plus élevées, le rapport ne dépend plus que des éléments parasites et ne fait plus intervenir la capacité du RSIL.

$$\left|\frac{I_{t1}}{I_{mc}}\right| \approx \frac{C_{mc2}}{\left|C_{mc1} - C_{mc2}\right|} \qquad \omega \text{ grand } (>1 \text{ MHz}) \qquad \textbf{Eq. III-44}$$

Une démarche similaire permet d'aboutir aux mêmes conclusions quant au rapport entre le courant de mode différentiel et de mode commun. En basse fréquence, l'expression est identique à la relation Eq. III-43, et pour des fréquences plus élevées nous trouvons une expression assez intuitive (Eq. III-45) qui fait intervenir la somme des capacités parasites.

$$\left|\frac{I_{diff}}{I_{mc}}\right| = \frac{C_{mc1} + C_{mc2}}{\left|C_{mc1} - C_{mc2}\right|} \qquad \textbf{Eq. III-45}$$

Ces différentes relations montrent clairement que les écarts entre le mode commun et le mode différentiel sont fonctions de la différence des capacités parasites. Plus cette différence est petite, plus le rapport est important. Pour une gamme de fréquences moyennes, on constate que le courant de mode différentiel reste majoritaire, malgré d'importantes différences entre les capacités parasites. De plus, il est peu probable qu'il existe une grande disparité entre les capacités Cmc_1 et Cmc_2, qu'elles soient purement parasites ou discrètes (capacité Y d'un filtre de mode commun). Nous pouvons ainsi conclure que les courants de mode commun générés par le redresseur peuvent être négligés devant ceux de mode différentiel.

III.7.2 Capacités parasites entre le bus continu et la terre

Les capacités parasites présentes entre les pistes du bus continu C_- et C_+ et le plan de masse (Figure III-31) ne sont pas soumises à de fortes variations de potentiels. Les conclusions sont alors similaires, le courant de mode commun représentant la somme des courants traversant ses éléments reste négligeable devant le courant circulant dans les branches du RSIL.

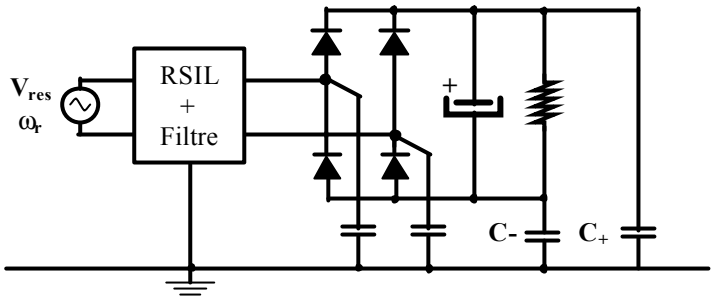


Figure III-31: Représentation des capacités parasites C_+ et C_- du bus continu

Il faut toutefois tenir compte de ces éléments dans le cas de l'association d'un pont de diodes et d'un convertisseur. En effet, les surtensions provoquées par les commutations, dégradent le réseau continu et induisent des courants de mode commun au travers des capacités parasites C_+ et C_-. Ces deux éléments créent de nouveaux chemins de propagation de mode commun. De ce fait, la prise en compte de ces capacités parasites doit être faite au niveau de la modélisation du convertisseur haute fréquence.

IV. ASSOCIATION D'UN PONT DE DIODE EN CONDUCTION DISCONTINUE ET D'UN CONVERTISSEUR HAUTE FREQUENCE

Nous avons vu dans les paragraphes précédents de quelle façon les perturbations conduites sont théoriquement modifiées en associant un redresseur à un convertisseur statique, dont la structure permet la conduction continue des diodes. Il nous faut maintenant traiter l'impact de la conduction discontinue sur les perturbations. Le pont de diodes est alors directement chargé par un convertisseur dont l'alimentation est normalement réalisée par une source de tension continue. Ce convertisseur constitue alors une charge capacitive pour le redresseur.

Pour commencer cette étude, le convertisseur traité est représenté par un hacheur abaisseur (Figure III-32) dont la structure, certes rudimentaire, permet de se familiariser avec les principaux phénomènes, sans pour autant restreindre la portée de l'étude. Il possède également l'avantage de s'apparenter directement à des structures telles que les onduleurs triphasés. Les parties qui suivent s'attachent à présenter comment calculer les perturbations conduites de ce convertisseur en tenant compte du redresseur, tout en conservant la méthode d'estimation matricielle étudiée dans le chapitre précédent. Pour cela, nous allons proposer une technique simple pour déterminer le point de fonctionnement du redresseur, permettant ainsi d'estimer le niveau de la tension continue qui représente l'un des principaux paramètres des sources de perturbation.

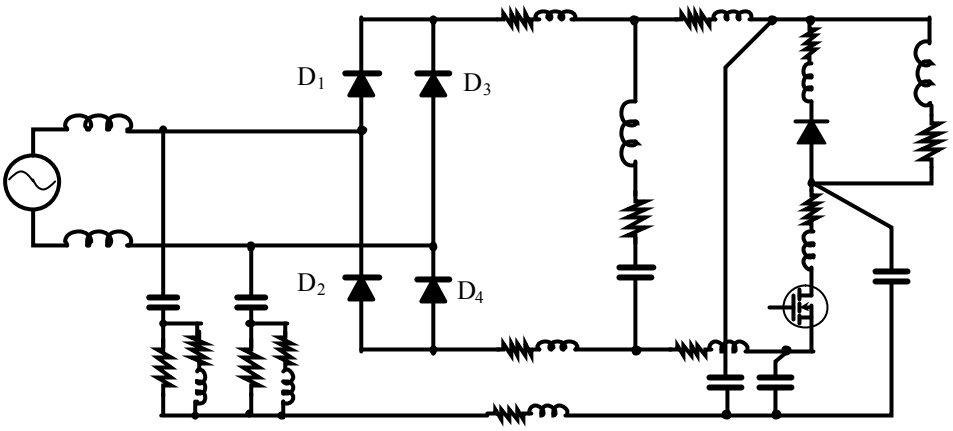


Figure III-32 Association du redresseur et du hacheur

IV.1 Détermination du point de fonctionnement des diodes

Dans un premier temps, il est important de comprendre comment se comporte le redresseur lorsque sa charge n'est plus une simple résistance mais un convertisseur. Les courbes présentées sur les figures qui suivent sont issues de mesures sur une structure abaisseuse identique à celle étudiée dans le chapitre précédent. Nous pouvons constater sur les différents relevés ci-dessous que les formes d'ondes alternatives (Figure III-33) ont une forme similaire à celles du redresseur chargé par une simple résistance. L'allure générale de la tension continue bien que bruitée par les commutations des interrupteurs est également identique.

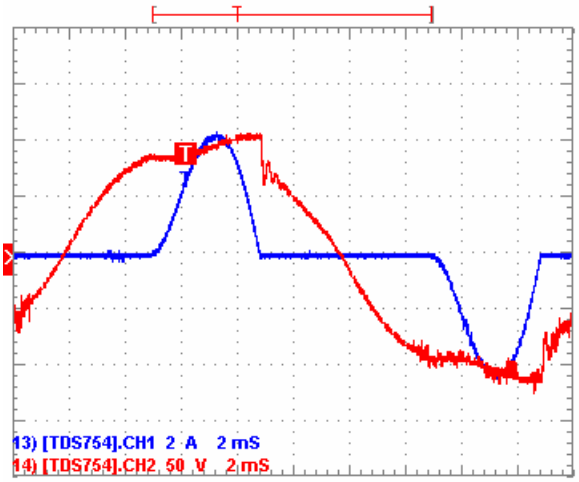


Figure III-33 Tension (rouge) et Courant alternatif d'entrée (bleu)

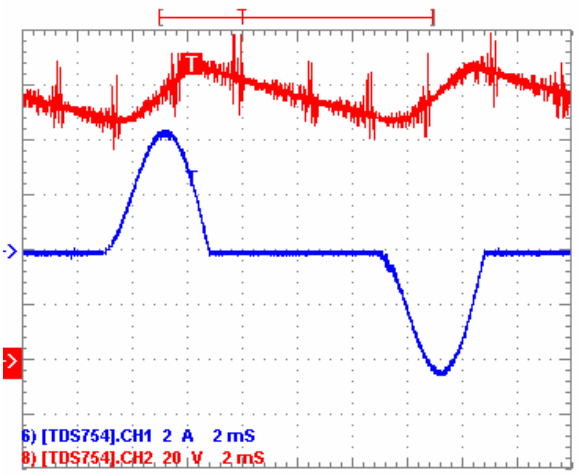


Figure III-34 Tension redressée (rouge) et courant alternatif (bleu)

Le fonctionnement du convertisseur n'engendre pas de phénomène supplémentaire en basse fréquence, nous retrouvons les déformations de la tension liées aux phases de conduction et de blocage. Nous pouvons en conclure que le convertisseur se comporte comme une résistance équivalente, dont la valeur dépend alors du niveau de puissance fourni à la charge de ce dernier. Autrement dit, du coté alternatif cette résistance doit imposer la même puissance active que le convertisseur, définissant ainsi un point de fonctionnement équivalent. Le but de cette étude est d'estimer le point de fonctionnement du redresseur. En terme de

puissance active, la plupart des systèmes peut se représenter par une résistance équivalente, et c'est ce que nous allons faire pour le convertisseur (Figure III-35). Pour déterminer cette résistance équivalente, il faut comparer les puissances du convertisseur et du redresseur seul dans un premier temps, et s'intéresser aux grandeurs d'entrées de ce dernier.

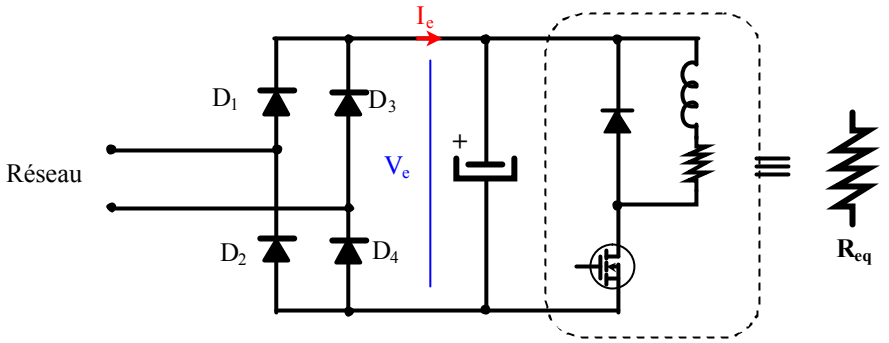


Figure III-35 Représentation de la puissance du convertisseur par une résistance équivalente

Si Ve(t) et Ie(t) représentent respectivement la tension et le courant à l'entrée du hacheur, ces grandeurs peuvent se décomposer en série de Fourier. Le courant I_e correspond au courant de charge du hacheur découpé par l'interrupteur et filtré par le ou les condensateurs de découplage du réseau continu. Nous pouvons alors supposer que la valeur moyenne constitue la principale composante de ce courant, et que l'ondulation associée au découpage est faible. Pour assurer cette condition, nous allons supposer que l'ondulation du courant n'est induite que par le découpage, et que l'ondulation de tension n'est due qu'au redresseur. De plus nous pouvons faire l'hypothèse réaliste que le rapport entre la fréquence de découpage et celle de l'ondulation de tension est un nombre entier N. La décomposition en série de Fourier de ces grandeurs est alors donnée par les expressions suivantes:

$$V_e(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} V_n \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t + \phi_{V_n}\right) \qquad I_e(t) = I_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} I_m \cdot \sin\left(m \cdot N \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t + \phi_{I_m}\right)$$

Par définition, la puissance active absorbée par le hacheur série se détermine par la valeur moyenne de la puissance instantanée sur la période la plus grande, soit T (Eq. III-46).

$$P_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T V_e(t) \cdot I_e(t)\, dt = V_0 \cdot I_0 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} V_{(N \cdot n)} \cdot I_n \cdot \cos\left(\phi_{V_{N \cdot n}} - \phi_{I_n}\right) \qquad \textbf{Eq. III-46}$$

Nous voyons alors que la puissance portée par les harmoniques est très faible puisque l'amplitude des harmoniques diminue rapidement avec l'augmentation de la fréquence. Ainsi, du développement de cette expression, seul le terme correspondant au produit des valeurs moyennes est retenu. Ce terme permet de donner une très bonne estimation de la puissance active absorbée par le hacheur. Connaissant la nature et les éléments de la charge, la valeur moyenne du courant est alors relativement simple à déterminer.

En ce qui concerne l'expression de la puissance consommée par la résistance de charge du redresseur seul, la relation Eq. III-46 reste valable pour N = 1 et permet d'aboutir facilement à l'équation classique donnée par Eq. III-47.

$$P_r = \frac{V_0^2}{R_{ch}} + \frac{1}{2 \cdot R_{ch}} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} V_n^2 \qquad \textbf{Eq. III-47}$$

De cette relation, nous ne retiendrons également que le premier terme. Nous vérifierons par la suite, sur quelques exemples, que la puissance portée par les harmoniques de la tension est négligeable. Le hacheur peut être alors assimilé à la résistance R_{ch} en veillant à respecter l'égalité Eq. III-48 dans laquelle I_0 correspond moyen à l'entrée du convertisseur et V_0 représente la valeur moyenne de la tension redressée:

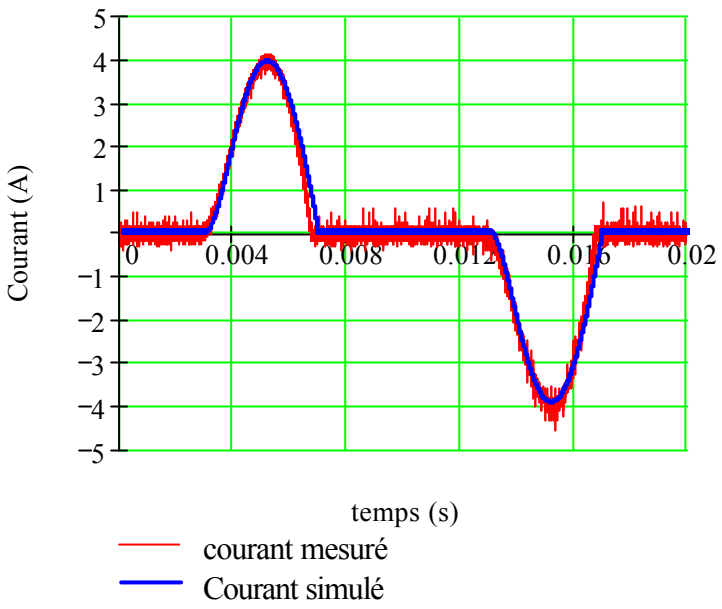
$$\frac{V_0}{R_{ch}} = I_0\big|_{\text{Convertisseur}} \qquad \textbf{Eq. III-48}$$

Cependant, nous devons faire face à un problème supplémentaire, puisque la tension aux bornes du condensateur est également fonction de la résistance de charge, qui constitue l'élément que nous recherchons. Pour sortir de cette impasse, il faut établir la valeur moyenne de la tension aux bornes du condensateur (Eq. III-49).

$$\begin{aligned} V_0 = {} & \frac{2 \cdot A}{T_r} \cdot e^{-\alpha \cdot t_{cond}} \cdot \left(\cos\left(\beta \cdot t_{cond} - \phi + \chi\right) - \cos(\phi - \chi)\right) \ldots \\ & + \frac{V_{res} \cdot |G|}{\pi} \cdot \left(\cos(\psi + \theta) - \cos\left(\omega_r \cdot t_{cond} + \psi + \theta\right)\right) \ldots \\ & + \frac{2 \cdot R_{ch} \cdot C_{ch}}{T_r} \cdot \begin{pmatrix} |G| \cdot V_{res} \cdot \cos\left(\omega_r \cdot t_{cond} + \psi + \theta\right) \ldots \\ + A e^{-\alpha \cdot t_{cond}} \cdot \cos\left(\beta \cdot t_{cond} + \phi\right) \end{pmatrix} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_r - 2 \cdot t_{cond}}{2 \cdot R_{ch} \cdot C_{ch}}}\right) \end{aligned}$$

Eq. III-49

Dans cette expression, la quasi-totalité des constantes, qu'elles soient connues ou recherchées dépend de R_{ch}. La solution consiste alors à définir un nouveau jeu d'équations non linéaires, constitué des relations précédentes et dans lequel l'équation Eq. III-49 est ajoutée. Les inconnues de ce système sont alors θ, ϕ, A, t_{cond} et R_{ch}. Beaucoup plus simple à mettre en œuvre que la précédente, cette méthode offre la possibilité, comme nous l'avons déjà vu, d'exprimer le régime permanent directement grâce à ces cinq variables.



$V_{res} = 115$ V
$L_{res} \approx 4$ mH
$C_{ch} = 390$ µF
$I_0 = 2$A
Rapport cyclique ≈ 50%

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ A \\ t_{cond} \\ R_{ch} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6.19824(\text{rad}) \\ 0.92384(\text{rad}) \\ 45.6068(\text{V}) \\ 0.00394(\text{s}) \\ 102.3524(\Omega) \end{bmatrix}$$

Figure III-36 Comparaison mesure simulation

Les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants. Dans cet exemple, la valeur moyenne de la tension est estimée par la mesure à 97V pour une valeur simulée de 96,7V. La puissance active, calculée à 91,4 W, est alors d'autant plus proche de la mesure qui, aux incertitudes près, est estimée à 92W à l'entrée du convertisseur. Nous pouvons en conclure que le point de fonctionnement du redresseur est parfaitement estimé.

Malgré ces résultats très probants, il faut garder à l'esprit qu'ils sont fortement dépendants de l'inductance du réseau qui, dans notre cas, est relativement simple à estimer. Pour une approche de conception entièrement basée sur la simulation, cette inductance est inconnue. Si seules les inductances du RSIL sont prisent en compte pour définir l'impédance du réseau, l'erreur peut devenir importante, comme en témoigne la Figure III-37 ci-dessous.

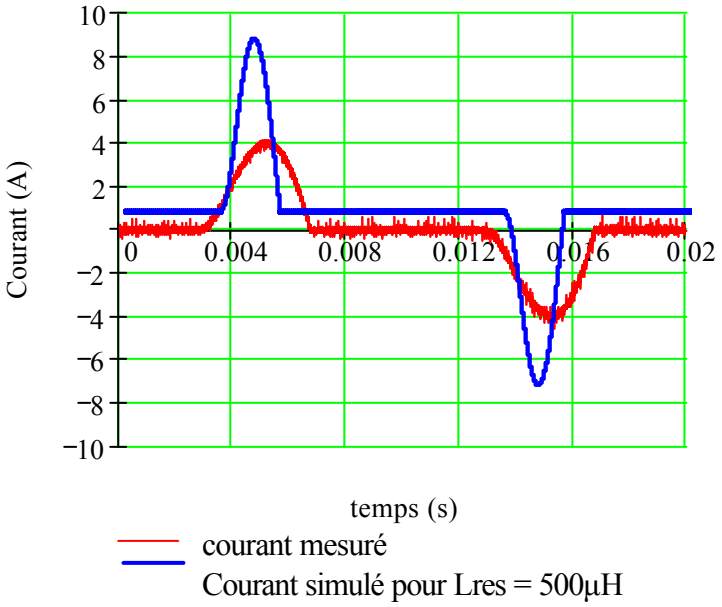


Figure III-37 Influence de l'inductance du réseau

La diminution de la durée de conduction des diodes pour une puissance donnée ne compense pas l'augmentation de l'amplitude des impulsions, ce qui a pour conséquence directe une augmentation de la valeur efficace du courant dans les diodes, faussant ainsi leur dimensionnement. Le manque d'information sur l'inductance totale peut également induire un surdimensionnement du filtrage différentiel, mais avons-nous réellement le choix?

IV.2 Etude des perturbations conduites

Une mesure directe des perturbations aux bornes des résistances de 50 Ω du RSIL montre l'influence du redresseur durant les phases de conduction des diodes. La conduction discontinue des diodes présente trois états distincts (2 états de conduction + 1 état bloqué) qui se répercutent autant sur les grandeurs de puissance que sur les perturbations hautes fréquences. Pour une branche de mesure, nous pouvons constater une différence du niveau de perturbations suivant la conduction des diodes. Pour la deuxième branche, les mécanismes s'inversent.

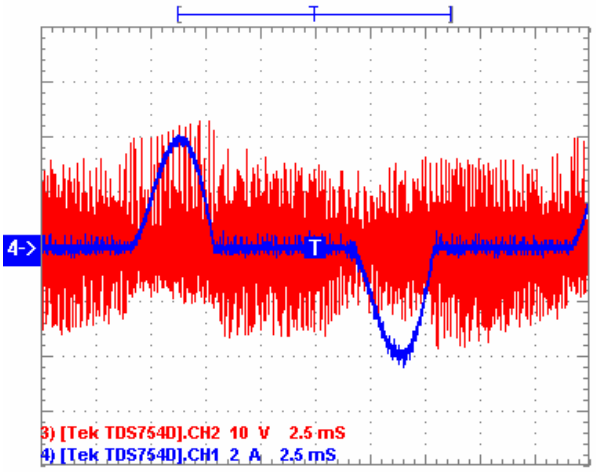


Figure III-38 Mesure temporelle des perturbations (rouge) et courant alternatif absorbé (bleu) d'une association redresseur – hacheur série

Sur le relevé, le niveau des perturbations est tel que nous ne pouvons malheureusement pas visualiser clairement les oscillations propres au redresseur au blocage des diodes. Les perturbations du convertisseur sont portées par le courant de puissance durant la conduction des diodes, qui offrent naturellement une impédance relativement faible. Durant le blocage, les éléments parasites (capacités) intrinsèques aux diodes sont suffisamment importants pour permettrent la circulation des courants parasites hautes fréquences.

Pour estimer le plus simplement possible le niveau de perturbations de ce type de d'association, nous avons choisi de conserver la méthode fréquentielle basée sur la résolution d'un système matriciel. Nous avons déjà pu constater l'efficacité de ce type de méthode lorsqu'elle est appliquée aux convertisseurs. Cette approche nécessite l'hypothèse forte que le pont de diodes et le convertisseur peuvent se linéariser.

IV.2.1 Perturbations associées aux phases de conduction des diodes

Durant les phases de conduction, les couples de diodes passantes (D_1 et D_4 pour l'alternance positive et D_2 et D_3 pour l'alternance négative) sont modélisées par des

impédances identiques de faibles valeurs. Le convertisseur est alors représenté par un schéma fréquentiel à l'aide de source de perturbations (Figure III-39). Son système matriciel est donné, à titre d'exemple, par la relation Eq. III-50.

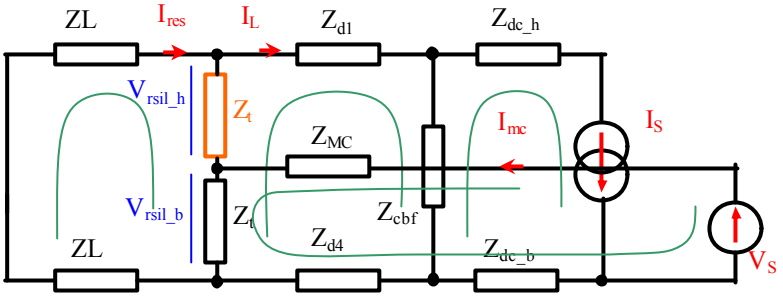


Figure III-39: Schéma fréquentiel relatif à l'alternance positive (D_1 et D_4 passantes)

$$\begin{pmatrix} I_{res} \\ I_L \\ I_{mc} \\ V_{Is} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot(Z_L+Z_t) & -2Z_t & Z_t & 0 \\ -2Z_t & \begin{pmatrix} Z_{d1}+Z_{d4}\ldots \\ +2\cdot Z_t+Z_{cbf} \end{pmatrix} & -(Z_t+Z_{d4}) & 0 \\ Z_t & -(Z_t+Z_{d4}) & \begin{pmatrix} Z_{mc}+Z_{d4}\ldots \\ +2\cdot Z_t+Z_{dc\_b} \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & -Z_{cbf} & -Z_{dc\_b} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{cbf}\cdot I_S \\ V_S+Z_{dc\_b}\cdot I_S \\ -\begin{pmatrix} Z_{cbf}\ldots \\ +Z_{dc\_h}\ldots \\ +Z_{dc\_b} \end{pmatrix}\cdot I_S \end{bmatrix}$$

Eq. III-50

Les courants obtenus par la résolution du système linéaire précédent permettent de calculer les tensions des branches de mesure du RSIL (Eq. III-51).

$$\left.\begin{aligned} V_{RSIL\_h} &= Z_t\cdot(I_{res}-I_L) \\ V_{RSIL\_b} &= Z_t\cdot(I_L-I_{res}-I_{mc}) \end{aligned}\right\} \quad \textbf{Eq. III-51}$$

Pour l'alternance négative, les diodes D_2 et D_3 sont passantes, ce qui revient à inverser la source de courant I_S. Le système matriciel est alors identique, en inversant le signe de la source de courant. La source de mode commun, quant à elle, est inchangée. Ainsi, pour une branche donnée du RSIL, la tension est modifiée suivant la phase de conduction. Dans un cas, les courants de mode commun et de mode différentiel s'additionnent, dans l'autre, ils se soustraient. On observe alors le comportement dual sur l'autre branche de mesure.

IV.2.2 Phase de blocage des diodes

Durant la phase de blocage, les diodes supposées identiques se répartissent les tensions. De plus nous pouvons admettre que les courants de perturbations sont trop rapides pour remettre en conduction les diodes de redressement (Figure III-40). Ainsi, seules les capacités parasites sont susceptibles de laisser passer les courants hautes fréquences. A l'instar des interrupteurs de puissance, les diodes présentent des capacités variables (en fonction de la tension qu'elles supportent) qui ne sont évidement pas modélisables simplement en fréquence. Si nous voulons conserver une démarche fréquentielle simple, la diode est représentée par une capacité constante.

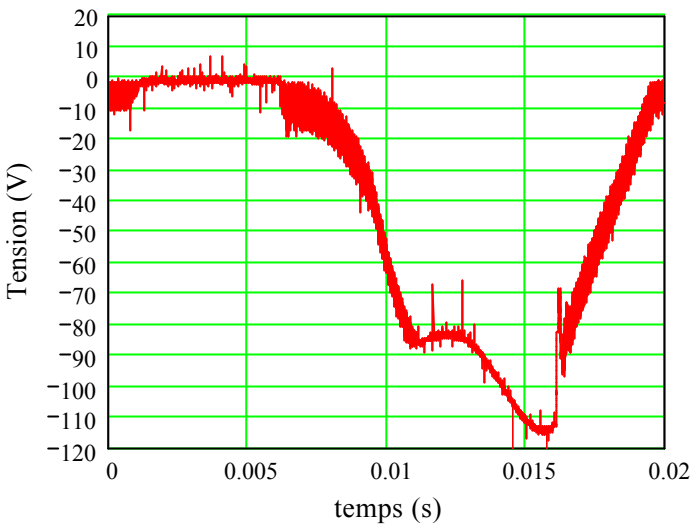


Figure III-40 Tension aux bornes d' une diode de redressement

La représentation matricielle (Eq. III-50) reste valable pour cette phase en modifiant les impédances des diodes.

IV.3 Sommation des perturbations élémentaires

Chacune des phases de conduction précédentes possède sa propre signature spectrale. Le travail mené sur le calcul du point de fonctionnement du pont permet de déterminer la durée de conduction des diodes. Ces temps définissent la quantité de perturbations qu'il faut considérer sur chacune des phases de conduction. Nous pouvons alors définir le nombre (N_i) de périodes de découpage comprises dans la phase i. Evidemment, la probabilité que ce nombre soit un entier est faible, nous pouvons toutefois supposer que N_i est suffisamment grand pour pourvoir arrondir sa valeur et négliger les effets des parties de période non considérées.

L'étape suivante consiste à sommer les spectres S_{deci} élémentaires définis sur une période de découpage appartenant à la phase i (Figure III-41).

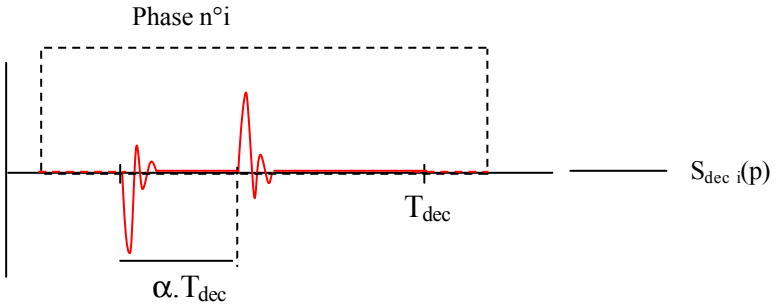


Figure III-41 Perturbations élémentaires associées à la phase i

Le spectre global (S_{tot}) est obtenu *in fine* en sommant les trois phases (Eq. III-52).

$$S_{tot} = \sum_{i=1}^{3} \left(S_{dec.i} \cdot \sum_{k=0}^{N_i - 1} e^{-\frac{k}{N_0} \cdot 2\pi j} \right) \quad \text{avec} \quad N_0 = \frac{T_r}{T_{dec}} \qquad \textbf{Eq. III-52}$$

Cependant, ce calcul simplifié n'est plus viable pour des commandes MLI, puisque les instants de commutation ne sont plus équidistants. Pour être rigoureux, il faut réaliser une étude spectrale pour chaque commutation, ce qui semble peu réaliste pour des fréquences de découpage élevées. Cette solution n'est alors pas retenue pour l'étude spectrale des variateurs de vitesse.

IV.4 Etude complète des phases et recombinaison spectrale

Ce calcul s'inspire du précédent. Les sources excitatrices de mode commun et de mode différentiel sont définies ici sur une période de redressement T_r. Dans cette optique, chaque phase représente une fenêtre temporelle d'étude dont la durée est parfaitement connue. Les spectres des perturbations conduites relatifs à chaque topologie sont déterminés via des représentations matricielles. Si Π_i (t) représente la fenêtre temporelle associée à la phase i et $s_i(t)$ le signal temporel de durée T_r représentant les perturbations associées à cette phase, alors le signal total ($s_{tot}(t)$) des perturbations sur une période réseau s'exprime par la relation (Eq. III-53).

$$s_{tot}(t) = \sum_{i=1}^{3} s_i(t) \cdot \Pi_i(t) \qquad \textbf{Eq. III-53}$$

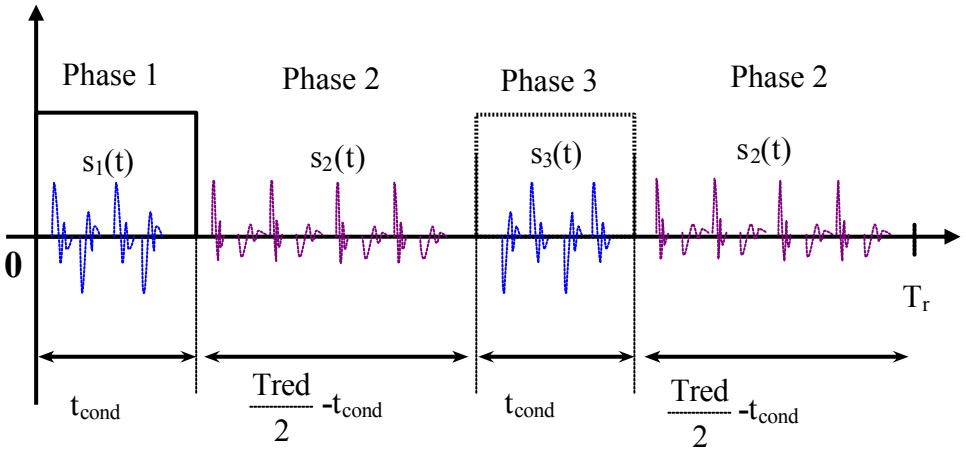


Figure III-42: Représentation des phases et de leur fenêtre associée

Ces produits de fonctions temporelles amènent naturellement des produits de convolution des transformées de Fourier dans le domaine fréquentiel (Eq. III-54).

$$S_{tot}(f) = \sum_{i=1}^{3} S_i(f) * \prod_i(f) \qquad \textbf{Eq. III-54}$$

avec $\prod_i(f)$ transformées de Fourier $\Pi_i(t)$

et $S_i(f)$ transformées de Fourier $s_i(t)$

Afin de généraliser le modèle, une seule matrice est définie à partir du schéma représenté sur la Figure III-43. Le courant absorbé par le pont de diodes est également représenté comme une source de perturbation pour ces effets en basse fréquence.

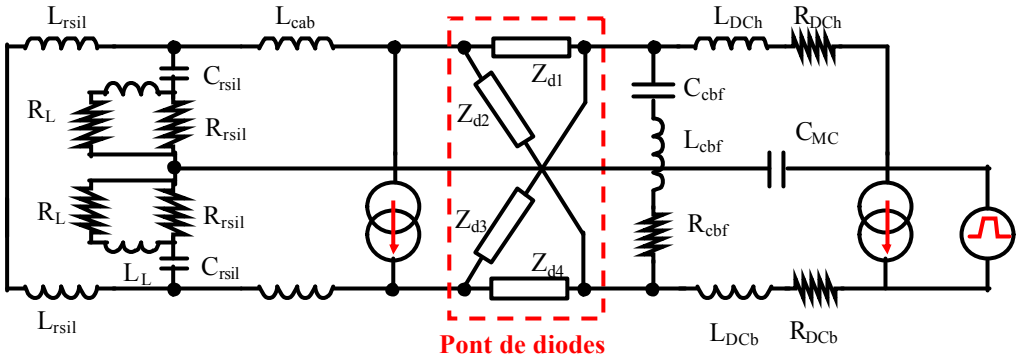


Figure III-43 Schéma fréquentiel complet

L'impédance des diodes est choisie en fonction de la phase dans laquelle se trouve le pont. Ainsi, les diodes passantes sont modélisées par des circuits R,L séries et les diodes bloquées par des circuits L,C séries. La sélection des phases se fait alors au sein de la matrice, en modifiant les impédances Z_{d1}, Z_{d2}, Z_{d3} et Z_{d4} (Figure III-44). Les spectres calculés à partir de chacune de ces matrices sont convolués aux fenêtres de conduction puis sommés.

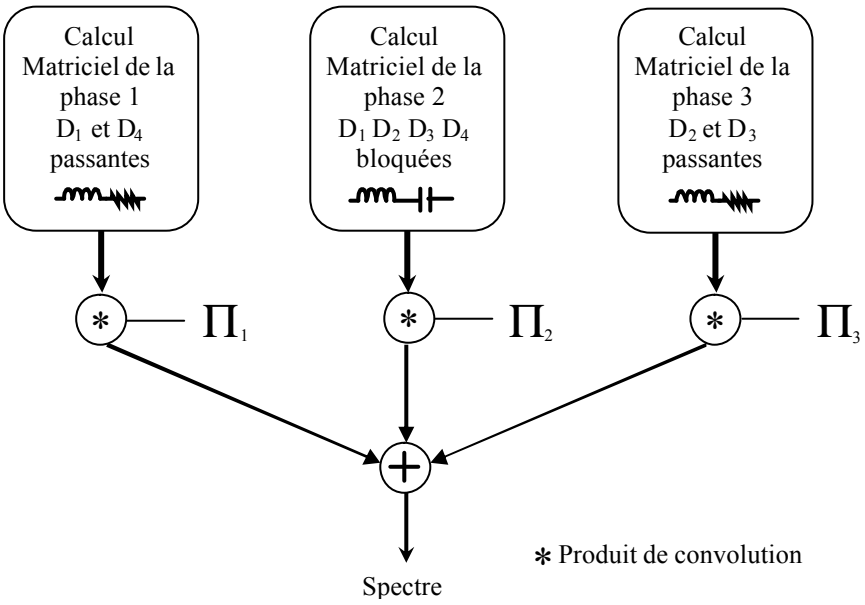


Figure III-44 Synoptique général de l'analyse spectrale

V. CONCLUSION

Cette étude est essentiellement dédiée à la modélisation d'un pont de diodes en conduction discontinue. L'idée maîtresse de ce travail est d'approcher le spectre résultant de l'association d'un convertisseur et d'un redresseur par des modèles simples permettant des calculs rapides. Bien que cette approche manque de rigueur, elle permet d'appréhender les phénomènes et met en évidence les interactions possibles entre une structure de redressement et son environnement. Cette démarche nécessite une mise en équation du système différentiel

relatif au pont de diodes, dont la résolution permet de connaître les différentes phases de conduction des diodes. Ces phases imposent des chemins de propagations différents dont la prise en compte est possible grâce à une représentation générale de la structure. La méthode d'analyse des perturbations conduites basée sur des sources de perturbations locales reste valide, et permet de traiter le problème dans le domaine fréquentiel. Naturellement, il existe des méthodes de résolution fréquentielle moins restrictives [IORDACH-02] qui sont basées sur l'itération de produit de convolution. Ces méthodes, qui ne nécessitent aucune hypothèse, sont malheureusement pénalisées par des temps de résolution extrêmement longs. La solution que nous proposons reste alors compétitive.

Chapitre IV
MODELISATION CEM D'UN ONDULEUR TRIPHASE

I. INTRODUCTION

Les techniques de modélisation que nous venons d'explorer permettent, quelle que soit la structure étudiée, d'estimer le niveau des perturbations conduites. Cette première étape, bien qu'essentiellement théorique, était indispensable pour confirmer l'efficacité des méthodes basées sur une représentation par des sources de perturbations localisées qui permettent une modélisation tout à fait acceptable et relativement simple des convertisseurs de puissance. Rappelons toutefois que pour la plupart des structures simples, de part leurs topologies ou leur loi de commande, les diverses méthodes présentées dans le chapitre précédent se valent. Cependant, l'augmentation du nombre d'interrupteurs entraîne rapidement un clivage entre ces méthodes. Pour ne pas perdre de vue la démarche de conception vers laquelle nous cherchons à aboutir, nous nous sommes orientés naturellement vers une approche uniquement fréquentielle grâce à la modélisation matricielle. Cette étude nécessite malgré tout une première phase portant sur "l'analyse CEM" de la structure. Nous espérons par là, interpréter les principaux phénomènes, déterminer les éléments les plus critiques et *in fine* proposer une représentation CEM pertinente. La structure de variateur de vitesse étudiée est classique puisqu'elle comprend un premier étage de redressement non commandé dont nous avons vu l'influence dans le chapitre précédent, suivi d'un onduleur triphasé à modulation de largeurs d'impulsions (MLI), sans oublier la charge constituée d'une machine asynchrone et de son câble d'alimentation (Figure IV-1). Les travaux de modélisation CEM des onduleurs triphasés sont nombreux et ont pour objectif commun la réduction des perturbations générées par ce type d'équipement [GRANDI]. Toutefois, l'approche généralement utilisée est basée essentiellement sur des études expérimentales associées à des simulations temporelles.

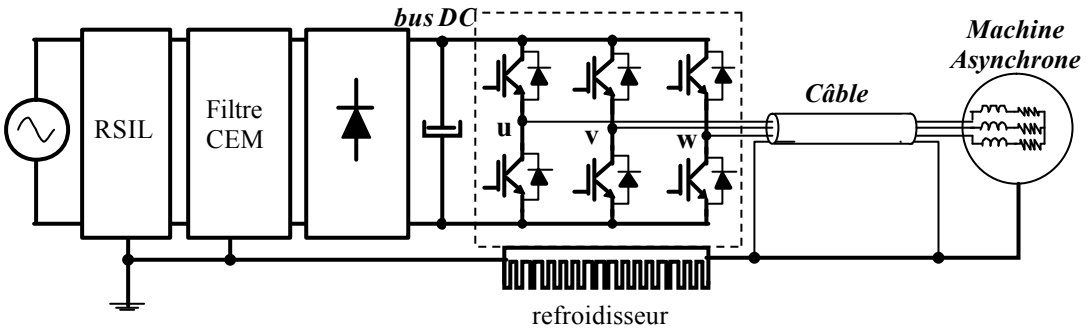


Figure IV-1 Structure du variateur de vitesse étudiée

II. LOCALISATION DES SOURCES DE PERTURBATIONS DE L'ONDULEUR

Nous avons vu au cours du second chapitre les principaux mécanismes CEM d'un convertisseur élémentaire ne possédant qu'une seule cellule de commutation, le hacheur série. Dans le cas d'un onduleur triphasé, la démarche reste identique ; c'est l'analyse à trois composantes "source-chemin-victime" qui permet d'élaborer un schéma équivalent pertinent. Dans cette étude, le RSIL représente évidement toujours la victime qui se situe à l'interface entre le réseau d'alimentation et l'équipement testé. Les sources, quant à elles, sont relativement simples à localiser puisqu'elles sont encore une fois associées aux interrupteurs de puissance et plus précisément aux fortes variations de potentiels et de courants que ces derniers provoquent. Les stratégies de commande sont nettement plus complexes et

engendrent des densités spectrales larges bandes comme nous le verrons en détail par la suite. La troisième et dernière composante, que représentent les chemins de propagation, est plus délicate à aborder puisqu'elle est constituée d'un ensemble d'éléments de nature différente. En effet, nous allons voir que la charge constituée d'un système triphasé de conducteurs et d'une machine asynchrone représente l'un des principaux trajets pour les courants parasites. Pour la gamme de fréquences sur laquelle cette étude s'appuie, nous pouvons définir un schéma électrique équivalent dans le domaine fréquentiel par des impédances équivalentes qui, à l'aide des sources localisées, permet de linéariser le convertisseur.

II.1 Potentiels Critiques

Il peut exister de nombreuses connexions dont les potentiels sont susceptibles de varier fortement au sein d'une structure de puissance. Outre la tension aux bornes des interrupteurs, sur laquelle nous reviendrons, les tensions imposées par les dispositifs de commande sont également sujettes à de fortes variations. En effet, la vitesse des commutations en sortie des circuits de commande peut atteindre parfois $1^{kV}/_{\mu s}$ ce qui représente le même ordre de grandeur que les vitesses de commutation des tensions aux bornes de puissance des interrupteurs. Cependant nous allons supposer que les couplages capacitifs parasites entre ces potentiels et la terre responsables des courants de mode commun sont moins importants que ceux du circuit de puissance. Cette hypothèse est réaliste car dans la plupart des applications les étages de commande rapprochés sont réalisés par des circuits spécifiques placés à proximité des interrupteurs de puissance minimisant ainsi le nombre de composants et les surfaces en regard. De plus, la majeure partie des interactions entre les circuits de puissance et de commande est généralement due aux diaphonies inductives [MERIENNE-96].

Les modules de puissance des variateurs de vitesse utilisés comme support de cette étude constituent un ensemble de six IGBTs et leurs diodes antiparallèles brasés sur des pistes de cuivre [SEMIKRON]. Le redresseur d'entrée est également implanté dans ce module. Les pistes sont elles-mêmes placées sur un même substrat en céramique fin (≈ 600µm) dont la face arrière est également cuivrée pour améliorer la conductivité thermique du module. De ce fait, les puces de silicium ainsi que les différentes pistes de cuivre se trouvent directement à proximité d'un potentiel de terre par l'intermédiaire du radiateur qui se trouve naturellement relié à la terre pour des questions de sécurité. Ceci a pour effet direct un couplage capacitif important entre les pistes placées au potentiel des collecteurs avec la surface arrière du module. Nous avons vu précédemment que ces couplages modélisés par des capacités parasites sont à l'origine des courants de mode commun des structures de puissance. La valeur de ces éléments parasites est relativement faible, rendant ainsi leur mesure très approximative. (<15pF sur le module testé). Des ordres de grandeur peuvent être alors donnés à partir de relations classiques connaissant la géométrie des pistes cuivrées dans le module [WALKER].

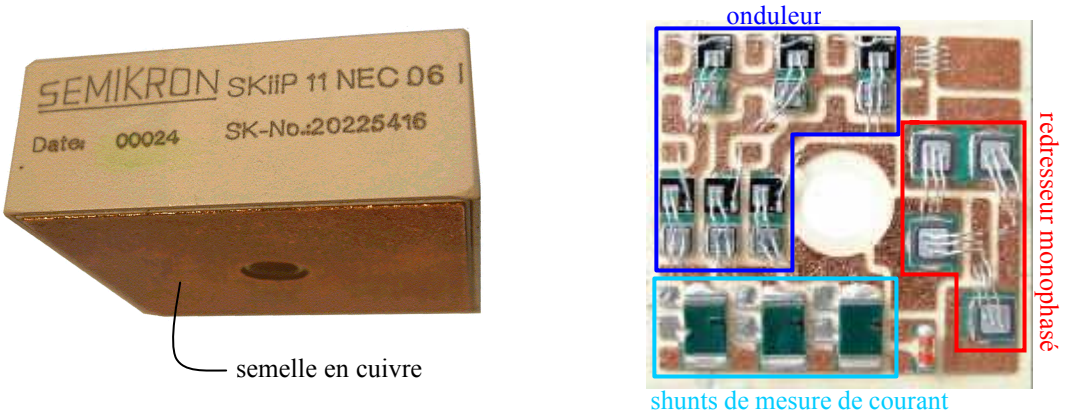


Figure IV-2 Module de puissance IGBT (Semikron 600V – 17A) contenant un redresseur monophasé et un onduleur triphasé

II.2 Schéma équivalent fréquentiel de la cellule de commutation

Un onduleur triphasé est d'un point de vue topologique un convertisseur symétrique. Autrement dit, les courants parasites de mode commun n'ont, *a priori*, pas de chemins privilégiés et circulent dans l'ensemble de la structure pour retourner au lieu où ils ont été créés. Cette symétrie se situe notamment au niveau des cellules de commutation qui, contrairement à celle du hacheur série que nous avons déjà présenté, possède deux interrupteurs identiques ayant la même fonction et commandés de façon complémentaire (Figure IV-3). Si l'on se reporte au second chapitre, le schéma fréquentiel équivalent d'une cellule se compose de deux générateurs de perturbations représentant d'une part les fortes variations de potentiel du point milieu (M), considérés comme une cause directe des courants de mode commun, et d'autre part les variations de courant générées par le découpage du courant de puissance absorbé par la charge. Pour un onduleur, cette représentation est tout à fait valide puisque les composants de puissance, intégrés au module présenté dans le paragraphe précédent, présente une fois de plus des liaisons capacitives parasites compatibles avec ce schéma.

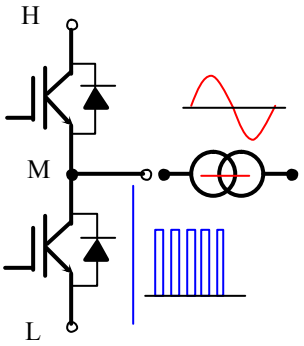


Figure IV-3 Cellule de commutation à deux interrupteurs

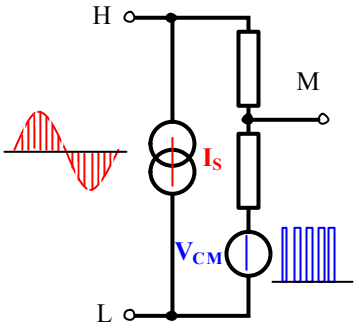


Figure IV-4 Schéma équivalent fréquentiel

Les perturbations conduites estimées à l'aide de cette approche sont évidemment fortement dépendantes des sources que nous venons de rappeler. La multiplicité et la complexité des lois de commande qui définissent directement ces générateurs ajoutent une difficulté supplémentaire au calcul des harmoniques prépondérants. Pour un onduleur triphasé, il existe

alors trois sources de perturbations en tension sur lesquelles nous allons nous focaliser dans un premier temps.

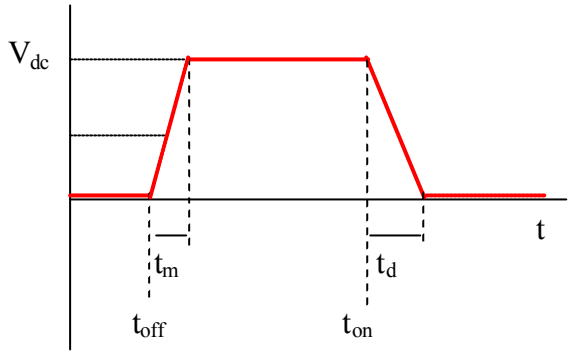
III. ELABORATION DES SOURCES DE PERTURBATIONS EN TENSION

Nous allons détailler, dans ce paragraphe, comment décrire les sources de perturbations en tension pour chaque bras de l'onduleur. La source de mode différentiel, modélisée par le générateur de courant, n'est volontairement pas traitée pour le moment, un paragraphe lui étant directement consacrée dans la suite de ce chapitre. Comme nous venons de le présenter, les trois sources de tensions sont définies dans le domaine fréquentiel, à l'aide de transformées de Laplace usuelles. La démarche est donc identique à celle présentée dans le paragraphe VI.1.1 du second chapitre [REVOL-03-1].

III.1 Définition des créneaux modulés

Les signaux définis par une modulation de largeur d'impulsion possèdent un contenu spectral beaucoup plus complexe que des formes d'onde classiques telles que les signaux en créneau ou trapèze. Pourtant, sur une période de découpage, ces grandeurs sont similaires puisque la forme temporelle de la tension aux bornes d'un interrupteur correspond toujours au découpage d'une tension continue. C'est naturellement la somme d'un nombre élevé de signaux élémentaires dont l'un des paramètres évolue au cours du temps qui modifie considérablement la densité spectrale. Dans le cas de modulations de largeur d'impulsion usuelles, c'est l'évolution de la largueur du créneau de la tension de commande d'une période de découpage à l'autre qui engendre des composantes basses fréquences suivant la stratégie de commande. La tension de sortie issue de la conversion contient alors les composantes fréquentielles de loi de commande. Pour calculer les sources de perturbations de l'onduleur nous allons suivre une démarche identique à celle proposée dans le second chapitre. Il nous faut cependant tenir compte de l'évolution des instants d'amorçage et de blocage des interrupteurs sur la totalité de la "période vraie" du système.

En supposant dans un premier temps que les instants d'amorçage et de blocage sur une période de découpage soient connus, nous pouvons utiliser la relation (Eq. II-13) définie dans le second chapitre. Cette expression permet de décrire dans le domaine fréquentiel un signal trapézoïdal dont la position, la largeur et les fronts relatifs aux commutations sont réglables. Pour représenter ce que nous avons défini comme la tension de sortie des bras d'onduleur et de ce fait les sources de perturbations de l'onduleur, il faut correctement définir l'évolution des créneaux au cours du temps. Les instants de commutation (t_{off}, t_{on}), régis par les stratégies de commande sur lesquelles nous reviendrons, changent d'une période de découpage à une autre. En partant du principe qu'il existe toujours un nombre pair de commutation sur la période de découpage étudiée, ces dates essentielles peuvent se classer suivant le type de commutation auxquelles elles sont associées (ouverture, fermeture) (Figure IV-5).



Ainsi pour la $i^{ème}$ période étudiée nous noterons t_{on_i} l'instant correspondant à la mise en conduction du transistor et t_{off_i} celui relatif au blocage de ce dernier.

Figure IV-5 Trapèze élémentaire

La décomposition harmonique sur toute la période étudiée est fournie par l'expression Eq. IV-1 dans laquelle N représente le nombre entier de période de découpage comprise dans la fenêtre temporelle étudiée. Le choix de la fenêtre temporelle d'étude, sur laquelle est déterminée la représentation fréquentielle ci-dessus, n'est pas arbitraire et dépend fortement des principales fréquences de fonctionnement telles que la fréquence de découpage ou la fréquence des courants statoriques que nous cherchons indirectement à imposer.

$$V_{S_n} = V_{dc} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\mathrm{sinC}\left(\frac{t_m \cdot n}{T_s}\right) \cdot e^{-\pi j \frac{\left(2 \cdot t_{off_i} + t_m\right)}{T_s} \cdot n} - \mathrm{sinC}\left(\frac{t_d \cdot n}{T_s}\right) \cdot e^{-\pi j \frac{\left(2 \cdot t_{on_i} + t_d\right)}{T_s} \cdot n}}{2\pi j \cdot n}$$

Eq. IV-1

Si l'on s'attarde un peu sur la relation ci-dessus, nous pouvons remarquer de façon qualitative que la somme n'influence pas la dynamique fréquentielle de l'enveloppe du spectre. De plus, les sinus cardinaux associés aux temps de montée et de descente, respectivement t_m et t_d, n'ont pas d'influence sur les plus basses fréquences puisque leurs arguments restent très faibles. Le spectre possède alors une décroissance inversement proportionnelle à la fréquence, soit 20 dBµV par décade. Pour des fréquences plus élevées, le dénominateur des sinus cardinaux intervient en augmentant la vitesse de décroissance du spectre. Ainsi, comme pour la plupart des spectres théoriques des tensions aux bornes des interrupteurs de puissance, l'amplitude des raies décroît en fonction de la fréquence. Autrement dit, ce signal étant créé à partir d'une superposition de créneaux, il est tout naturel que son spectre présente des caractéristiques similaires.

III.2 Discussion autour de la synchronisation des signaux et des fréquences de calcul

Toute la difficulté de représenter correctement le spectre du signal modulé réside dans la définition des fréquences qui le compose ce qui implicitement correspond à la durée sur laquelle le signal est étudié. Dans ces différentes relations, nous supposons que la fréquence de découpage est un multiple entier de la fréquence des courants statoriques. La MLI ainsi obtenue est dite "synchrone" et la période vraie du signal correspond bien à celle des courants du moteur que l'on désire imposer. Dans le cas contraire cette fréquence ne peut plus être celle de référence utilisée pour le calcul du spectre des sources. Pour que les transformées restent

rigoureuses, il est nécessaire de déterminer un pas de calcul correspondant à un sous-multiple à la fois de la fréquence de découpage et de la fréquence moteur désirée.

$F_{dec} = M \cdot \delta f \qquad M \in \mathbb{N} \qquad F_S = N \cdot \delta f \qquad N \in \mathbb{N}$

Pour réduire au maximum le nombre de fréquences traitées et de ce fait les temps de calcul, il est préférable d'utiliser la plus grande fréquence commune entre F_{dec} et F_s qui correspond alors à la véritable fréquence du signal considéré. Ainsi la fréquence de calcul est définie par la relation Eq. IV-2 dans laquelle $P\gcd(x,y)$ représente la fonction déterminant le plus grand commun diviseur entre x et y.

$$\delta f = P\gcd(F_{dec}, F_S) \qquad \textbf{Eq. IV-2}$$

Si cette condition n'est pas respectée, l'analyse fréquentielle n'est pas réalisée sur un nombre entier de périodes et la transformée de Fourier des signaux traités présente des harmoniques supplémentaires. Ceci se montre clairement sur un exemple très simple. Prenons un signal composé de deux fréquences f_1 et f_2 qui valent respectivement 50Hz et 1030 Hz et dont leur amplitude associée est fixée à 1. Dans un premier temps, l'écart important entre les deux fréquences pourrait justifier une étude fréquentielle de ce signal à 50Hz toutefois, nous pouvons constater sur la figure que sur les deux fréquences normalement présentes, seule celle à 50Hz est correctement représentée. Avec une résolution fréquentielle choisie à 50Hz la deuxième fréquence ne peut être visible. De plus des raies apparaissent autours de f_2 pour des fréquences qui n'existent normalement pas. La véritable fréquence de ce signal est égale à 10Hz. Une analyse fréquentielle réalisée avec cette fréquence de 10Hz permet naturellement d'obtenir le spectre attendu.

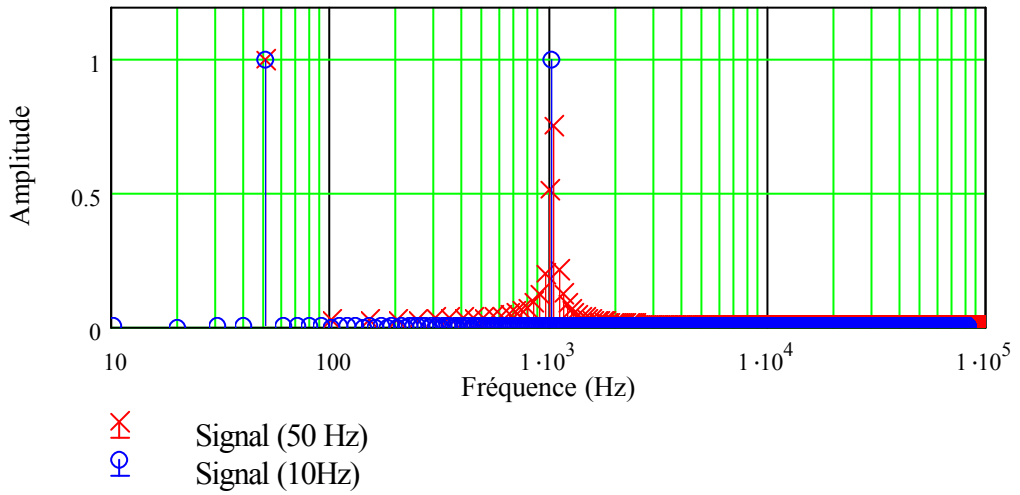


Figure IV-6 Influence de la fréquence d'analyse sur le spectre

Les problèmes rencontrés en simulation et liés aux régimes transitoires engendrent des phénomènes rigoureusement identiques. Tant que le signal n'a pas atteint une réelle périodicité, l'analyse spectrale n'est pas valable. Ce raisonnement peut également s'étendre à la mesure en veillant à faire l'acquisition des signaux sur une durée correctement définie. En réalité, le régime permanent n'est jamais réellement maintenu puisque le système de régulation modifie "constamment" le point de fonctionnement du convertisseur. Ces variations sont heureusement relativement faibles et des mesures réalisées sur des temps assez longs (quelques périodes) permettent indirectement d'effectuer un moyennage des grandeurs minimisant ainsi les erreurs dues aux disparités des mesures [POPESCU-99].

IV. DETERMINATION DES INSTANTS DE COMMUTATION

Nous venons de le voir, la technique que nous utilisons pour élaborer les sources de perturbations nécessite de connaître les instants de commutation t_{on} et t_{off} définis précédemment. L'objectif de cette partie est de montrer quelle est l'influence des stratégies de MLI sur les perturbations hautes fréquences des variateurs. Deux grandes familles de MLI se distinguent:

- La première regroupe l'ensemble des stratégies permettant l'évolution des largeurs d'impulsions à partir de grandeurs instantanées. Qu'elles soient locales (commande d'une cellule) ou globales (gestion vectorielle de plusieurs cellules), les MLI instantanées sont généralement utilisées dans les applications pour lesquels la fréquence de découpage (F_{dec}) est grande devant celle du fondamental (F_m).
- La deuxième famille englobe les techniques au travers desquelles les formes d'ondes sont calculées sur une période fondamentale, mémorisées puis utilisées le cas échéant en cours de fonctionnement ; on les appelle MLI calculées. Toutefois, la multiplicité des techniques ne permet pas une étude exhaustive, c'est pourquoi nous allons restreindre cette dernière à quelques cas qui malgré tout sont assez représentatifs. En effet, nous allons mettre en évidence les différences notables existant entre les modulations simples de type "intersectives" et les modulations "vectorielles" couramment utilisées pour la variation de vitesse.

IV.1 MLI vectorielle

Les MLI vectorielles sont apparues avec l'essor des techniques de commande des machines à courant alternatif et sont liées à l'utilisation des différents opérateurs de changement de base (Park, Concordia…). Elles permettent un contrôle global des bras de l'onduleur contrairement aux MLI intersectives, mais nous reviendrons sur ce point plus tard. La commande par MLI vectorielle consiste à contrôler l'onduleur par l'intermédiaire d'un vecteur défini dans le repère de Concordia dont la transformée inverse est donnée par la relation Eq. IV-3. Les coordonnées de ce vecteur de contrôle sont fonctions des vecteurs élémentaires associés à chaque état des interrupteurs.

$$\begin{pmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{un} \\ V_{vn} \\ V_{wn} \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. IV-3}$$

IV.1.1 Principes de la MLI vectorielle

Avec trois bras ne possédant que deux états chacun le nombre de configurations possibles pour ce type d'onduleur s'élève à 8 (2^3). A chacune de ces configurations est associé un vecteur représentant l'image des tensions de la charge dans le repère de Concordia. Pour déterminer ces tensions il nous faut introduire une tension de référence V_{mn} entre la masse de l'onduleur et le point neutre de la charge (Eq. IV-4). Les tensions aux bornes de la charge, supposées triphasées et équilibrées, sont alors définies à partir des fonctions de commutation ou fonctions de modulation (f_m) associées à chaque bras de l'onduleur (Eq. IV-5).

$$V_{nm} = \frac{V_{um} + V_{vm} + V_{wm}}{3} = \frac{E \cdot \left(f_u + f_v + f_w \right)}{3} \qquad \textbf{Eq. IV-4}$$

$$\begin{pmatrix} V_{un} \\ V_{vn} \\ V_{wn} \end{pmatrix} = \frac{E}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_u \\ f_v \\ f_w \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. IV-5}$$

La transformée de Concordia inverse des trois vecteurs définie ci-dessus et permet d'établir le diagramme des tensions de sortie dans le repère $\mathcal{R}(\alpha,\beta)$ (Figure IV-8).

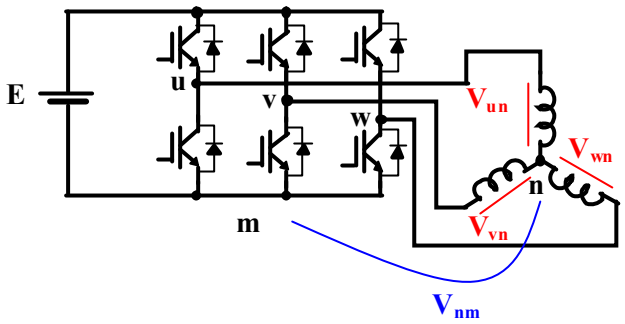


Figure IV-7 Structure de l'onduleur

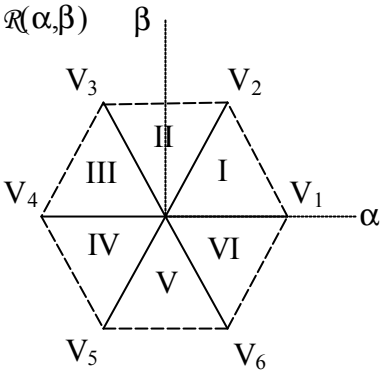


Figure IV-8 Diagramme vectoriel des tensions de sorties dans le repère de Concordia

Les différentes relations introduites dans cette partie permettent d'établir la valeur de chacune des grandeurs et de les répertorier dans le Tableau IV-1 ci-dessous. Nous pouvons ainsi dissocier six vecteurs non nuls. Ainsi, c'est à ce stade qu'intervient la notion de modulation de largeur d'impulsion afin de contrôler efficacement le vecteur de sortie.

Fonctions de modulation			***Tension neutre***	***Tensions triphasées simples***			***Tensions transformées réduites***	
f_u	f_v	f_w	V_{nm}	V_{un}	V_{vn}	V_{wn}	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{V_\alpha}{E}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{V_\beta}{E}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	$E/3$	$2/3 \cdot E$	$-E/3$	$-E/3$	1	0
1	1	0	$2/3 \cdot E$	$E/3$	$E/3$	$-2/3 \cdot E$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$
0	1	0	$E/3$	$-E/3$	$2/3 \cdot E$	$-E/3$	$-1/2$	$\sqrt{3}/2$
0	1	1	$2/3 \cdot E$	$-2/3 \cdot E$	$E/3$	$E/3$	-1	0
0	0	1	$E/3$	$-E/3$	$-E/3$	$2/3 \cdot E$	$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$
1	0	1	$2/3 \cdot E$	$E/3$	$-2/3 \cdot E$	$E/3$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$
1	1	1	$E/3$	0	0	0	0	0

Tableau IV-1 Définition des états de l'onduleur triphasé

L'objectif est de fabriquer un vecteur moyen par rapport à la période de découpage représentant les tensions de sortie désirées en effectuant une combinaison linéaire des deux vecteurs élémentaires qui définissent les limites du quadrant dans lequel il se situe. On définit ainsi la durée de conduction que doivent prendre les interrupteurs sur la période de découpage considérée. Pour illustrer cette démarche et comprendre comment sont déterminés les instants de commutation, nous avons choisi une configuration classique dans laquelle les créneaux sont centrés sur la demi-période de découpage. La Figure IV-9 montre comment se construit le vecteur $V_{\alpha 1\ \beta 1}$ dans le premier quadrant à l'aide de ses projections sur les vecteurs V_1 et V_2. La succession des états que nous avons représenté sur la Figure IV-9 est un exemple de stratégie qui consiste à centrer les créneaux de commande des interrupteurs sur la demi période de découpage. L'enchaînement des vecteurs d'état pairs et impairs permet de réduire à 2 le nombre de commutations par bras sur une période de haute fréquence. La fréquence de commutation est donc naturellement égale à la fréquence de découpage.

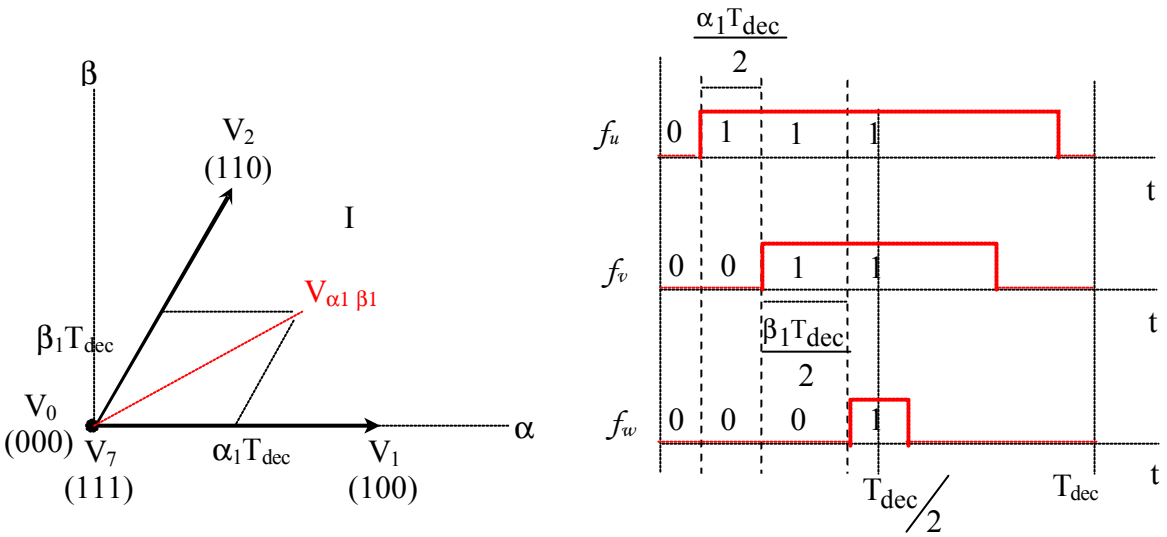


Figure IV-9 Construction du vecteur dans le premier cadrant

Nous voyons grâce à cette description que les temps de conduction des interrupteurs peuvent être exprimé en fonction des durées de chaque état.

IV.1.2 Calcul des durées de conduction des interrupteurs

Pour construire les générateurs de perturbation dont nous avons besoin, il est indispensable de connaître, soit la durée de conduction des interrupteurs, soit les instants de commutation, les deux étant, évidement, liés. Ces temps de conduction sont déterminés en introduisant la notion de valeur moyenne des tensions sur période de découpage. Des formules largement démontrées [GUIRAUD-98] donnent directement les temps de conduction de chaque interrupteur, sur les trois bras de l'onduleur, quelle que soit la période de MLI en cours:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{T_{dec}}{2E}[2.V_{um} + E] \\ T_2 &= \frac{T_{dec}}{2E}[2.V_{vm} + E] \\ T_3 &= \frac{T_{dec}}{2E}[2.V_{wm} + E] \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{Eq. IV-6}$$

T1, T2 et T3 étant les temps de conduction de chaque interrupteur du haut (ceux du bas sont déduits par complémentarité au temps de garde près), E la tension d'entrée de l'onduleur et T_{dec} la période de découpage. Les tensions V_{um}, V_{vm} et V_{wm} sont données, à chaque pas de période haute fréquence, par les expressions suivantes :

$$\left.\begin{aligned} V_{um} &= V_{un} + V_{nm} \\ V_{vm} &= V_{vn} + V_{nm} \\ V_{wm} &= V_{wn} + V_{nm} \end{aligned}\right\} \quad \text{avec} \quad \langle V_{nm} \rangle = -\frac{1}{2}\left[V_{sup} + V_{inf}\right] \qquad \textbf{Eq. IV-7}$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} V_{sup} = \mathrm{Sup}\{\langle V_{un} \rangle, \langle V_{vn} \rangle, \langle V_{wn} \rangle\} \\ V_{inf} = \mathrm{Inf}\{\langle V_{un} \rangle, \langle V_{vn} \rangle, \langle V_{wn} \rangle\} \end{cases}$$

IV.1.3 Représentation spectrale

La MLI vectorielle, construite à partir des relations précédentes, possède la représentation spectrale présentée ci-dessous. Nous savons que la partie haute fréquence du spectre est conditionnée par les fronts de commutation et la forme trapézoïdale des créneaux élémentaires. La loi de commande n'a donc pas d'influence significative sur cette bande de fréquence comme nous le verrons dans les paragraphes suivants. Cette commande vectorielle impose des harmoniques basses fréquences liées à la fréquence des courants statoriques et indirectement à la vitesse de la machine. La modulation, quant à elle, crée un nuage de raies autour de celles portées par les multiples de la fréquence de découpage. Ces résultats classiques mettent en évidence la richesse du spectre de ce type de commande.

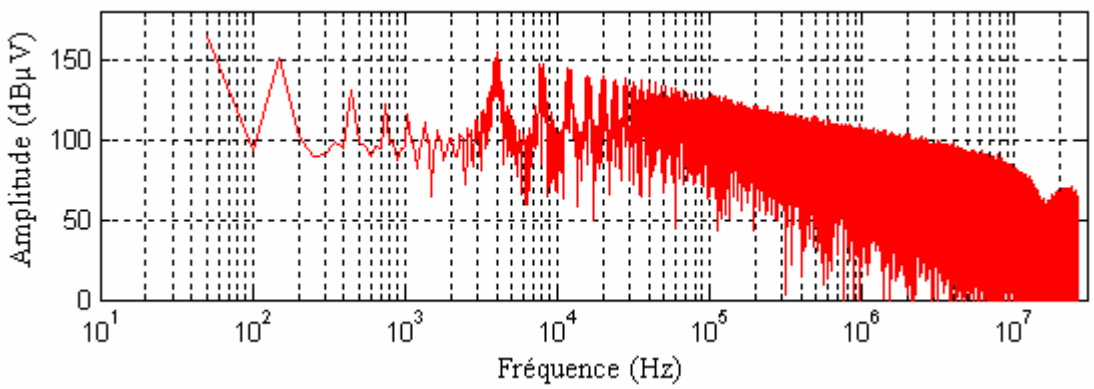


Figure IV-10 Représentation spectrale de la tension de sortie définie par une MLI vectorielle centrée

IV.2 MLI intersectives

Commençons par le cas le plus simple des modulations intersectives qui, comme leur nom l'indique, consistent à détecter l'intersection de deux signaux. Elles réalisent une gestion

décentralisée de la commande. Autrement dit, chaque bras (ie. cellule) de l'onduleur est piloté par un signal modulant qui lui est propre, équivalant ainsi à une commande monophasée. Son objectif est de générer un signal évoluant à la fréquence de découpage dont la largeur d'impulsion est une fonction quasi-linéaire d'une grandeur de consigne comme l'illustre la Figure IV-11. Les opérateurs permettant de créer ces signaux sont, soit numériques soit analogiques. Dans les deux cas, la démarche est sensiblement équivalente. La modulation alternative est obtenue en injectant une consigne analogique alternative dans le premier cas et d'une image discrétisée de cette consigne dans le deuxième cas. Le vocabulaire associé aux techniques de modulation de largeur d'impulsion analogiques et numériques est directement emprunté à la transmission de données ce qui nous ramène inexorablement au traitement de l'information et du signal. Ainsi, le signal chargé de transporter "l'information" utile à la charge dans le cas d'un onduleur est appelé "Porteuse". L'information en question est issue d'un signal dont on souhaite imposer la forme temporelle à la charge, c'est la "Modulante". La MLI intersective est un croisement entre la modulation d'amplitude et la modulation de fréquence. La porteuse est généralement réalisée par des signaux triangulaires ou en dents de scie.

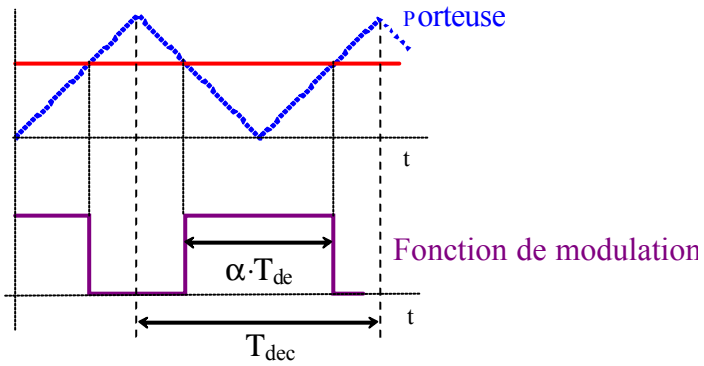


Figure IV-11 Principe de la modulation analogique

Bien que généralement considérées comme étant moins performantes et limitées en terme de commande des systèmes contrairement aux stratégies vectorielles, elles sont encore largement utilisées dans les applications à fréquence fixe telles que les alimentations sans interruption (ASI). Pour la variation de vitesse elles sont généralement associées à un contrôle vectoriel. Elles possèdent les avantages d'être suffisamment explicites et intuitives pour définir analytiquement la représentation spectrale des tensions aux bornes des interrupteurs. C'est pour ces différentes raisons que nous ne limiterons pas notre étude à la commande vectorielle.

IV.3 Approche analytique

Pour les MLI intersectives sinusoïdales, la représentation fréquentielle du signal découpé peut s'exprimer analytiquement par l'intermédiaire de fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n $J_n(x)$ (Tableau IV-2). Toutefois, cette expression n'est valable que si la fréquence de la porteuse est grande devant celle de la modulante du fait des différentes approximations nécessaires. Ces relations permettent de définir le contenu spectral des signaux de commande et indirectement des tensions aux bornes des interrupteurs, ce qui nous intéresse prioritairement. La Figure IV-12 présente plus précisément les fréquences autour d'un multiple de la fréquence de découpage. Ces expressions sont obtenues à partir d'une MLI synchrone ce qui signifie que la fréquence de la porteuse est égale à un multiple N de la

fréquence de la modulante. Pour cette description analytique nous avons alors besoin de définir les différentes fréquences caractéristiques qui composent le spectre.

$$N = {}^{F_{dec}}\!/_{F_S}$$

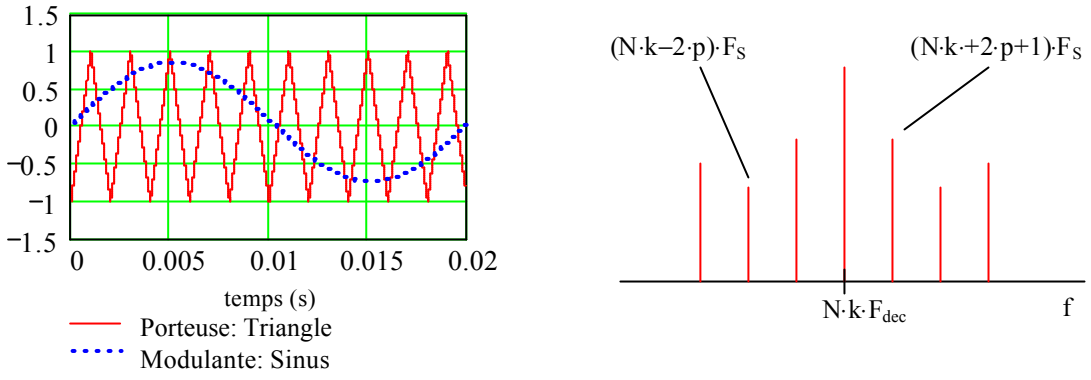


Figure IV-12 Placement des raies caractéristiques d'une MLI sinusoïdale intersective

Fréquences	Harmoniques
$f = F_S$	$h_1 = m$
$f = N \cdot k \cdot F_S$	$h_{N \cdot k} = \frac{4 \cdot (-1)^k}{\pi \cdot k} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \cdot J_0\left(\frac{\pi \cdot k \cdot m}{2}\right)$
$f = (N \cdot k + 2 \cdot p) \cdot F_S$ $f = (N \cdot k - 2 \cdot p) \cdot F_S$	$h_{N \cdot k \pm 2 \cdot p} = \frac{4 \cdot (-1)^k}{\pi \cdot k} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \cdot J_{2 \cdot p}\left(\frac{\pi \cdot k \cdot m}{2}\right)$
$f = (N \cdot k + 2 \cdot p + 1) \cdot F_S$ $f = (N \cdot k - 2 \cdot p - 1) \cdot F_S$	$h_{N \cdot k \pm (2 \cdot p + 1)} = \frac{4 \cdot (-1)^k}{\pi \cdot k} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \cdot J_{2 \cdot p + 1}\left(\frac{\pi \cdot k \cdot m}{2}\right)$

Tableau IV-2 Expressions analytiques des harmoniques par fonctions de Bessel

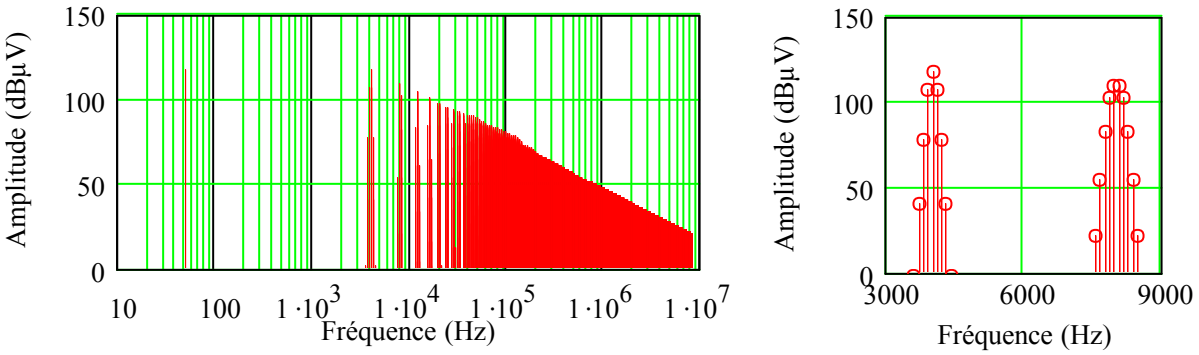


Figure IV-13 Spectre d'une MLI intersective sinusoïdale par fonction de Bessel

Cette approche analytique n'offre cependant qu'un intérêt limité, puisqu'une telle démarche ne permet pas de prendre en compte les fronts. Une représentation correcte et pertinente des tensions modulées nécessite d'une part de connaître les instants de commutation, et d'autre part de définir des formes d'onde en commutation, ce qui justifie l'utilisation de l'expression Eq. IV-1.

IV.4 Echantillonnage des signaux

Il est évident que les fonctions conditionnelles dont nous avons besoin pour détecter à quel moment la modulante devient supérieure à la porteuse ne sont pas transposables dans le domaine fréquentiel. Il est donc nécessaire de faire intervenir le temps. Le moyen le plus simple à mettre en œuvre consiste à échantillonner les signaux. De ce fait, la simulation temporelle, tout à fait adaptée, s'impose naturellement. Ceci suscite quelques questions. Quelle fréquence d'échantillonnage doit-on choisir ? Et quelle est son influence sur les résultats spectraux ? En utilisant un simulateur circuit (SABER®, SPICE®…) les réponses sont simples puisque c'est le pas de calcul qui impose cette fréquence. De plus, elle n'est pas visible sur les spectres simulés puisque la fréquence limite de ces derniers correspond, sans traitement particulier, à la moitié de la fréquence de calcul. Si toutefois les différents signaux ne sont pas associés à la même horloge, il existe une erreur sur la détermination des instants de commutation telle que le montre la Figure IV-14.

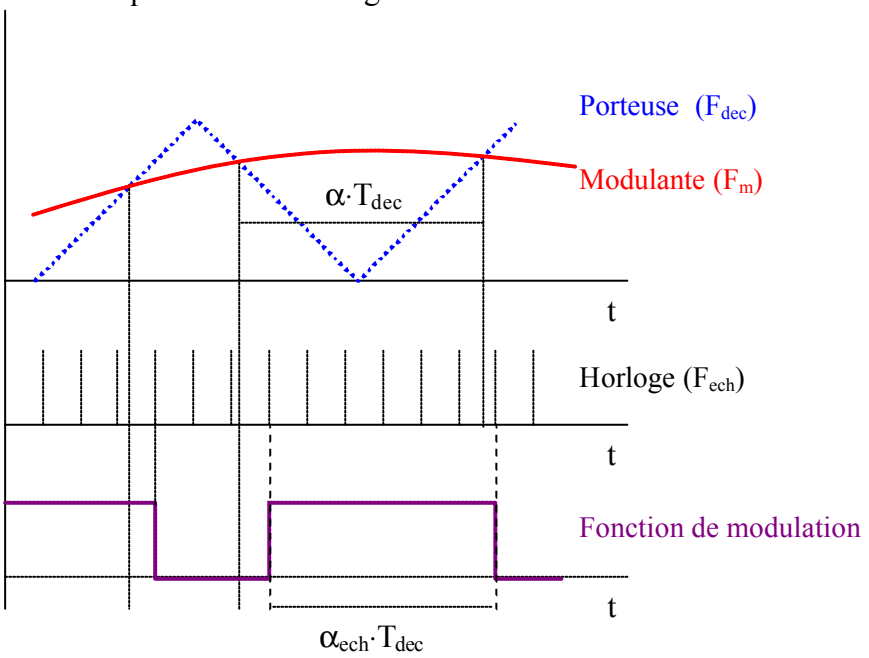


Figure IV-14 Fonction de modulation et échantillonnage

Ne perdons pas de vue l'objectif de ce travail qui consiste à définir notre système dans le domaine fréquentiel pour justement éviter les nombreux problèmes liés à l'échantillonnage déjà évoqués dans le second chapitre.

IV.5 Recherche des instants de commutation sans échantillonnage

Afin d'éviter tous les problèmes d'échantillonnage, nous avons adapté une technique classique basée sur la détection des prochaines dates importantes (pdi) et utilisée dans certain logiciel de simulation (ex: Circuit). L'algorithme que nous avons développé (ANNEXE III) utilise une méthode de résolution de Newton. Cette technique permet de déterminer les intersections entre la porteuse et la modulante avec la précision désirée.

L'inconvénient majeur de cette méthode de calcul est sa sensibilité au choix du point de départ et il ne faut pas oublier que la convergence est locale. Si ce point est mal choisi ("trop loin" de la solution), la méthode peut soit diverger, soit converger vers une autre solution. Dans notre cas, l'intersection, si elle existe, est unique sur une demi-période de découpage, ce qui implique évidemment que la solution est unique. Nous pouvons ainsi constater que ce calcul, si simple soit il, est parfaitement bien adapté à notre problème. Les temps de calcul sont par conséquent extrêmement réduits, et les résultats sont naturellement plus précis, contrairement à une démarche de détection par échantillonnage.

IV.6 Comparaison avec l'échantillonnage des signaux de commande

L'exemple que nous avons choisi pour illustrer nos propos est le suivant. La fréquence de la modulante est fixée à 50 Hz pour un taux de modulation de 80%. La porteuse est un signal triangulaire dont la fréquence est égale à 4kHz. Les deux signaux sont échantillonnés à une fréquence de 2MHz qui correspond à un ordre de grandeur de la fréquence de fonctionnement des circuits numériques spécialisés pour des applications de modulation de largeur d'impulsion.

Le fait de prendre les instants de commutation les plus précis possibles entraîne le respect de la symétrie de ces temps par rapport au centre de la période d'étude. Il en résulte que les harmoniques générées par le signal sur la première demi-période du signal sont mieux compensées par celles créées par la seconde. Ceci entraîne que le niveau de bruit est exclusivement défini par les limites numériques. Le niveau haut du spectre, quant à lui, n'est pas touché.

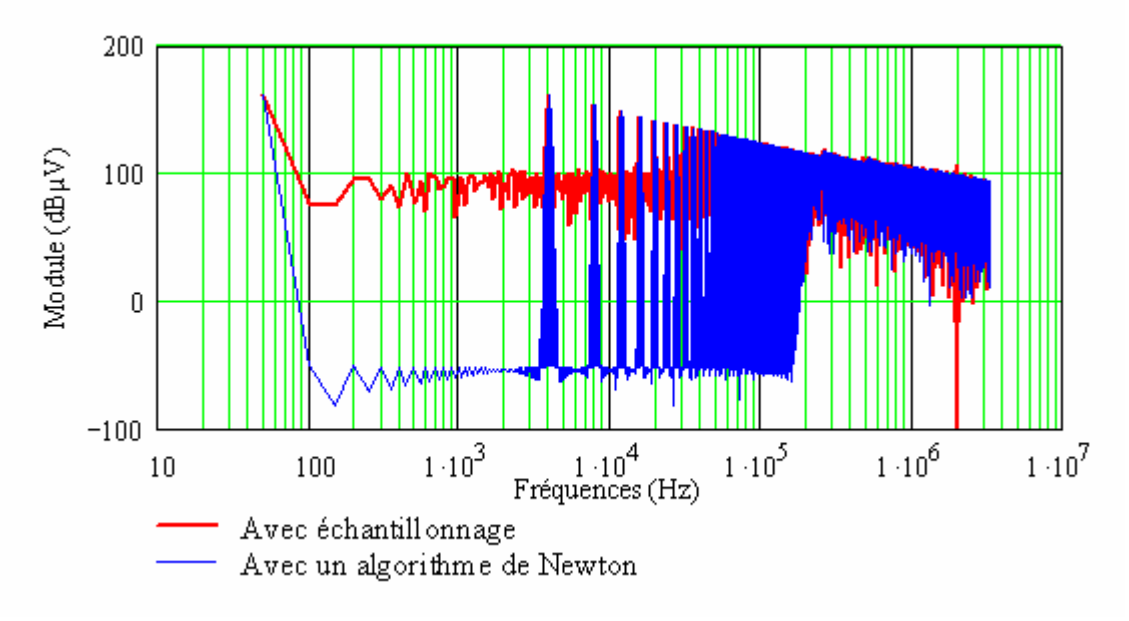


Figure IV-15 Influence de la précision des instants de commutation

Bien que la fréquence d'échantillonnage n'apparaisse pas directement, ces effets sont clairement visibles si on limite le spectre autour de cette fréquence.

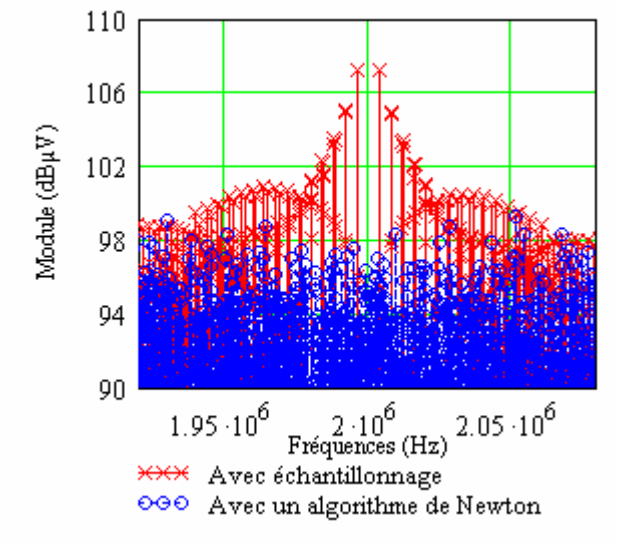


Figure IV-16 Zoom sur la fréquence d'échantillonnage

En réalisant un zoom autour de la fréquence d'échantillonnage (2MHz), nous pouvons constater que l'échantillonnage de la commande introduit des raies supplémentaires dont l'amplitude peut atteindre 10dBµV de plus. Ces raies sont également créées par un phénomène de modulation.

Les créneaux modulés sont naturellement définis par un nombre entier de périodes d'échantillonnage qui se reproduisent toutes les périodes de découpage. La porteuse est alors définie à la fréquence d'échantillonnage, alors que la fréquence de la modulante correspond à la fréquence de découpage. Les raies qui apparaissent autour de la fréquence d'échantillonnage, présentées sur la Figure IV-16, sont alors distantes de F_{dec} (la fréquence de découpage).

IV.7 Discussion autour des temps de garde

Dans les structures telles que les onduleurs ou les redresseurs synchrones, la cellule de commutation est constituée de deux interrupteurs commandés. Dans la plupart des cas, leur commande est complémentaire ce qui peut provoquer, suivant les retards induits par la commutation et si aucune précaution particulière n'est prise, des phases de courts-circuits entraînant l'échauffement des composants et parfois leur destruction. La précaution la plus répandue consiste à introduire "des temps morts ou temps de garde" entre les phases d'amorçages et de blocages. Ces commandes de voies particulières entraînent une déformation de la tension de sortie et plus précisément une modification de la largeur des créneaux sur une période de découpage. Suivant le type d'interrupteurs (MOSFET, IGBT…) choisi, ces temps peuvent atteindre quelques microsecondes et de ce fait masquer des créneaux de largeur inférieure. La Figure IV-17 ci-dessous met en évidence l'influence des temps morts sur la largeur des créneaux de la tension V_S aux bornes de l'interrupteur k_2. Nous savons également que les temps de retard ainsi que la durée des commutations sont conditionnés par le courant de charge qui dans cet exemple correspond à I_S.
Pour un courant de charge positif, la conduction s'effectue grâce aux composants T_1 et D_2. C'est donc l'amorçage et le blocage de T_1 qui impose la forme de V_S. Pour un courant négatif, la forme de V_S est définie par les commutations de T_2. Malheureusement, la dépendance des temps de retard au courant de charge et au circuit de commande est particulièrement complexe à représenter pour des composant tels que les IGBT. Il est alors assez difficile de déterminer la largeur exacte des créneaux de la tension de sortie. Nous allons donc faire

l'hypothèse du cas limite pour lequel les temps de retard correspondent aux temps de garde afin d'en mesurer l'impact sur le spectre des sources. De la même façon que l'échantillonnage, la variation des instants due aux temps de garde détériore la symétrie effective en basse fréquence des créneaux par rapport aux deux alternances du signal modulant. La principale conséquence, que nous pouvons immédiatement constater, est une élévation du niveau bas du spectre sur une plage de fréquences inférieures comme en témoigne les spectres des Figure IV-18 A et B. Le niveau haut du spectre, quant à lui, reste inchangé. Dans le cas du signal parfait sans temps morts (Figure IV-18 A), le niveau bas du spectre défini normalement par la résolution numérique comme nous l'avons vu précédemment est volontairement fixé à 6dBµV pour des raisons évidentes de clarté des graphiques.

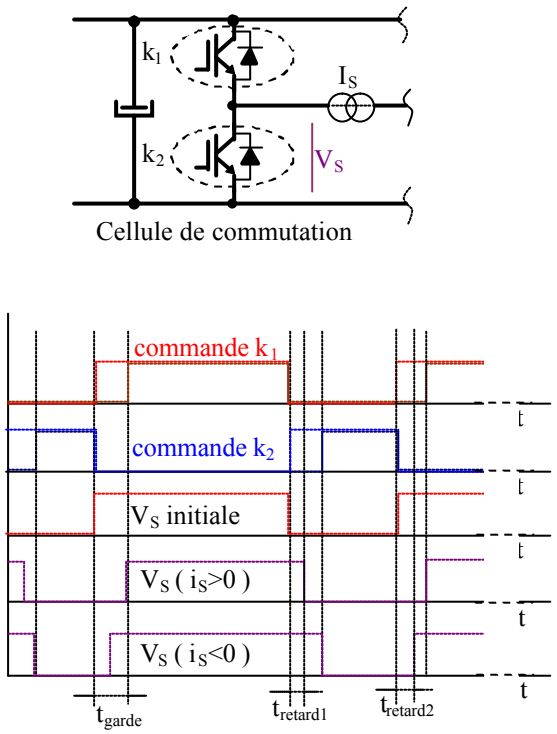


Figure IV-17 Effet des temps de garde sur les formes d'onde temporelles

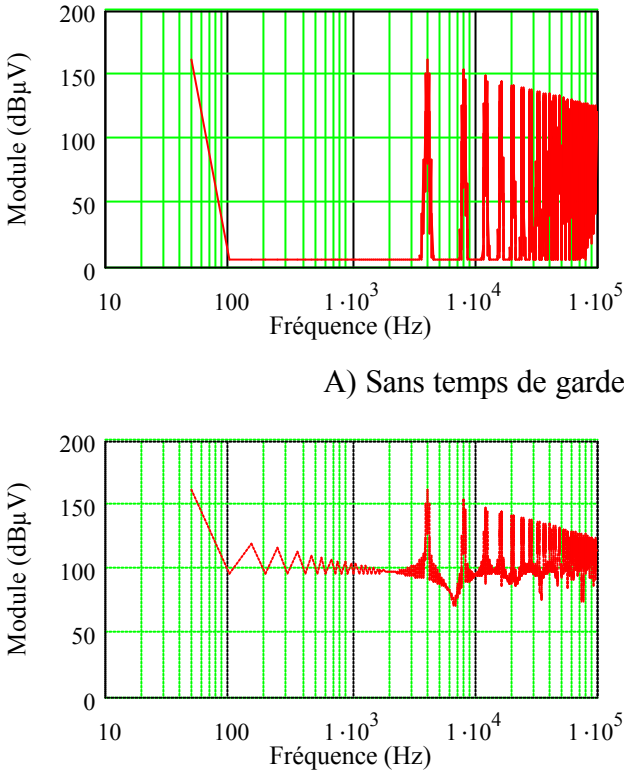


Figure IV-18 Influence des temps de garde sur le spectre de V_S

IV.8 Conclusion

La précision de calcul des instants de commutation n'est pas réellement critique sur les maxima puisque les temps morts ainsi que les temps de retard, induits par l'électronique de commande et le courant de charge, modifient considérablement ces instants. Toutefois la technique de calcul que venons de présenter permet de réduire les temps de calcul et surtout de s'affranchir des calculs d'échantillonnage temporel des signaux de commande qui d'une part sont extrêmement coûteux en temps, et d'autre part engendrent des pics supplémentaires autour des multiples de la fréquence d'échantillonnage.

V. INFLUENCE DE LA MODULATION DES FRONTS

Contrairement à une structure simple pour laquelle le courant de charge, découpé par les interrupteurs, est constant, le courant défini par la machine évolue quasi-sinusoïdalement au cours de la période. Le courant commuté n'est donc jamais le même sur une période de découpage. Nous savons également que les temps de commutation sont en grande partie conditionné par le niveau de courant commuté quel que soit le type de semiconducteurs (MOSFET, IGBT…). Dans notre cas de figure les règles de commutation sont parfaitement bien définies et bien connues [FERRIEUX-99]. Avec la convention de signe que nous avons choisie et présentée sur la Figure IV-19, lorsque le courant est positif, c'est la fermeture commandée de k_1 que provoque l'ouverture spontanée de k_2. Toujours dans les mêmes conditions, la fermeture spontanée de k_2 est induite par l'ouverture commandée de k_1. Pour un courant négatif les rôles des interrupteurs sont naturellement inversés. A partir de ces conditions, nous savons que la commutation s'effectue toujours sur une cellule IGBT–Diode de roue libre.

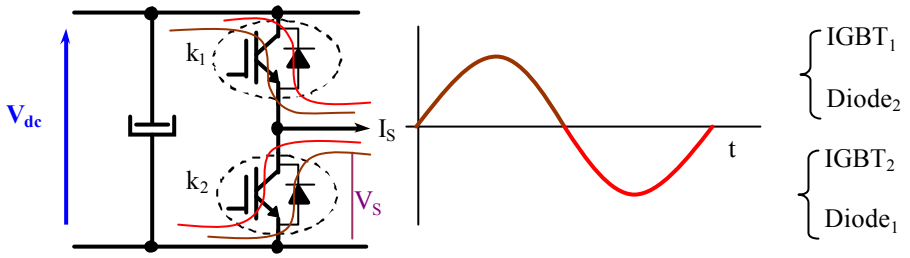


Figure IV-19 Convention de signe de la tension et du courant de sortie d'une cellule

Pour illustrer cette partie, nous allons nous appuyer sur le relevé de la tension de sortie (V_S) d'une phase d'un variateur industriel (Altivar 28 1500W). La Figure IV-20 présente la tension et le courant de sortie d'une cellule dont les fronts montants et descendants ont été extraits. Comme nous pouvons le voir, à la vitesse nominale (50Hz), ce variateur possède une loi de commande permettant de saturer la tension de sortie par sur-modulation pendant quelques millisecondes. Cette technique de modulation couramment utilisée permet de limiter le nombre de commutations, ce qui explique l'absence de fronts sur certaines périodes.

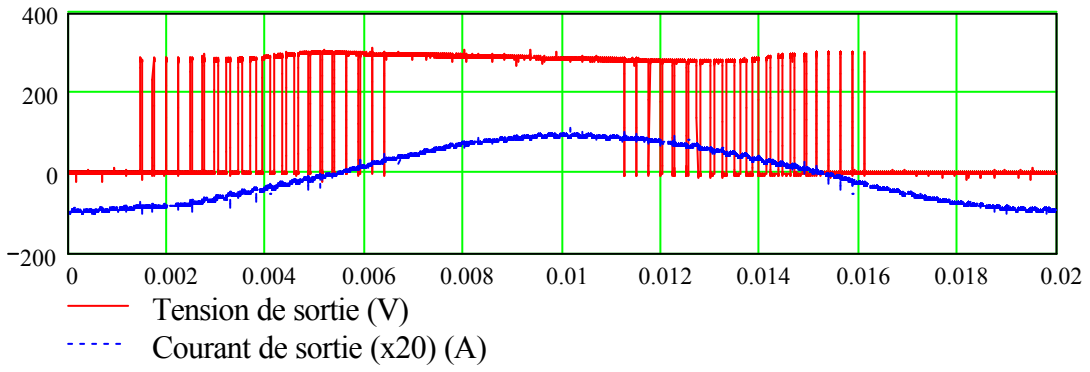


Figure IV-20 Tension et courant de sortie d'un bras de l'Altivar 28 1.5kW

L'extraction des fronts présentés ci-dessous (Figure IV-21 Figure IV-22) met clairement en évidence l'évolution des temps de commutation. Nous pouvons également constater la netteté des fronts et l'absence de fortes oscillations induites par les commutations.

Ce type de linéarité est obtenu soit par l'utilisation de circuit d'aide à la commutation (CALC) soit par des capacités parasites lors de l'ouverture des composants de puissance. Le condensateur du CALC et/ou les capacités parasites se charge à courant constant car ce dernier est supposé quasi-invariant durant cette phase. Avec de telles formes d'onde, la modélisation des sources à l'aide de signaux élémentaires trapézoïdaux, dont les changements violents de pente sont limités, est alors réaliste.

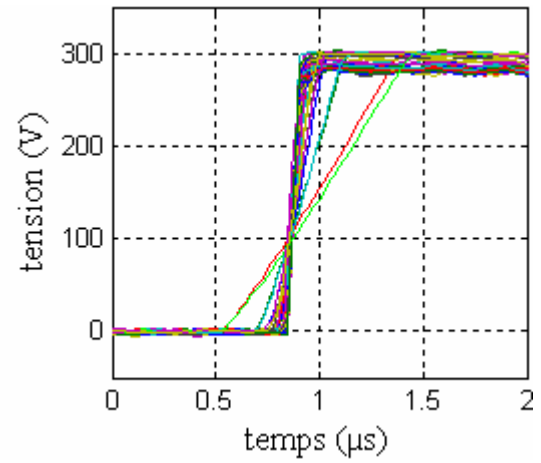


Figure IV-21 Fronts montants

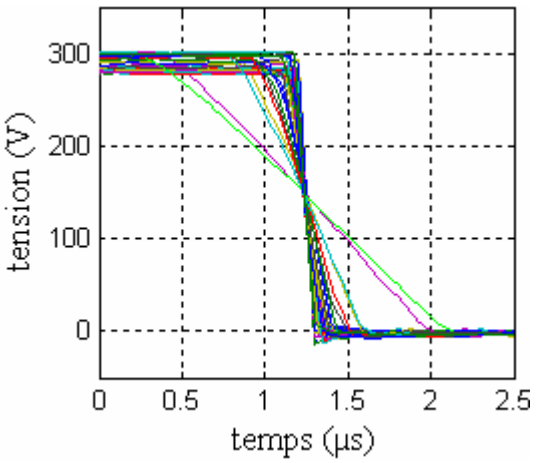


Figure IV-22 Fronts descendants

Comme il est possible de le constater sur la Figure IV-23, représentant l'évolution des temps de commutation en fonction du courant de sortie de la cellule, plus ce dernier est faible plus la durée de la commutation est importante et inversement. Ainsi, pour un courant positif c'est le circuit d'aide relatif à l'interrupteur k_1 qui conditionne le temps de descente de k_2, les commutations lors de la fermeture étant alors ralenties. L'ouverture, quant à elle, n'est pas affectée et reste indépendante du courant. Les mêmes remarques sont alors valables pour un courant négatif ce qui implique que les temps évolues alors de 100ns à 1.6µs.

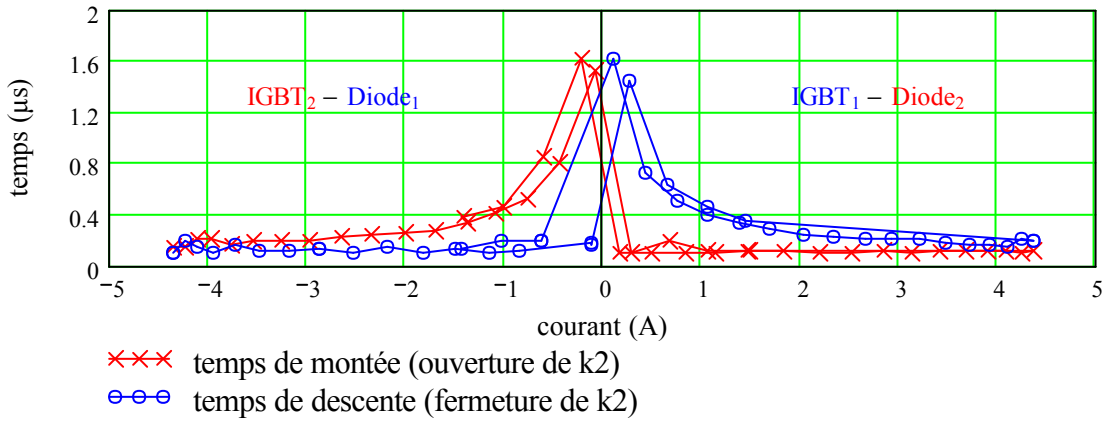


Figure IV-23 Evolution des temps de montée et de descente en fonction du courant de charge

Le but de cette étude n'est pas de détailler précisément les mécanismes de la commutation assistée par des circuits d'aide dont le fonctionnement est connu. Nous allons plutôt nous intéresser à l'influence de l'évolution des temps de commutation sur le spectre des tensions de sorties. Il est alors possible de représenter ces spectres à l'aide de l'équation Eq.

IV-1 dans laquelle les durées t_m et t_d sont calculées à l'aide de fonctions empiriques f_d et f_m définies par morceaux (Eq. IV-8) qui reproduisent l'évolution des temps de montée et de descente en fonction du courant à l'image de celle représentée sur la Figure IV-23.

$$f_d = \begin{cases} \left(\alpha \cdot C^{-\beta}\right) \cdot si \cdot (C > 0) \\ \gamma \cdot si \cdot (C < 0) \end{cases} \qquad \text{Avec} \qquad \begin{aligned} \alpha &= 4.255 \cdot 10^{-7} \\ \beta &= 0.575 \\ \gamma &= 110 \end{aligned} \qquad \textbf{Eq. IV-8}$$

$$f_m = \begin{cases} \left[\alpha \cdot (|C|)^{-\beta}\right] \cdot si \cdot (C < 0) \\ \gamma \cdot si \cdot (C > 0) \end{cases}$$

Les lobes caractéristiques visibles sur le spectre de signaux trapézoïdaux sont dus aux temps de montée et de descente fixes sur la période. Lorsque ces derniers évoluent, comme nous avons pu le constater, la superposition des trapèzes modifie la représentation spectrale des sources. Nous pouvons alors constater grâce à la Figure IV-24 que les lobes du spectre apparaissent pour des fréquences supérieures à 30MHz alors que pour des temps de commutation fixes, les premiers rebonds sont visibles à partir de 15MHz. Dans cet exemple, les temps de montée et de descente fixes permettant d'obtenir le spectre de référence ci-dessous correspondent respectivement à la valeur moyenne des temps de montée et de descente variables sur la période. Paradoxalement, cette modification intervient à la fois pour les hautes et les basses fréquences. Nous pouvons constater que l'enveloppe du spectre définie à partir des temps fixes est totalement inscrite dans celle du deuxième.

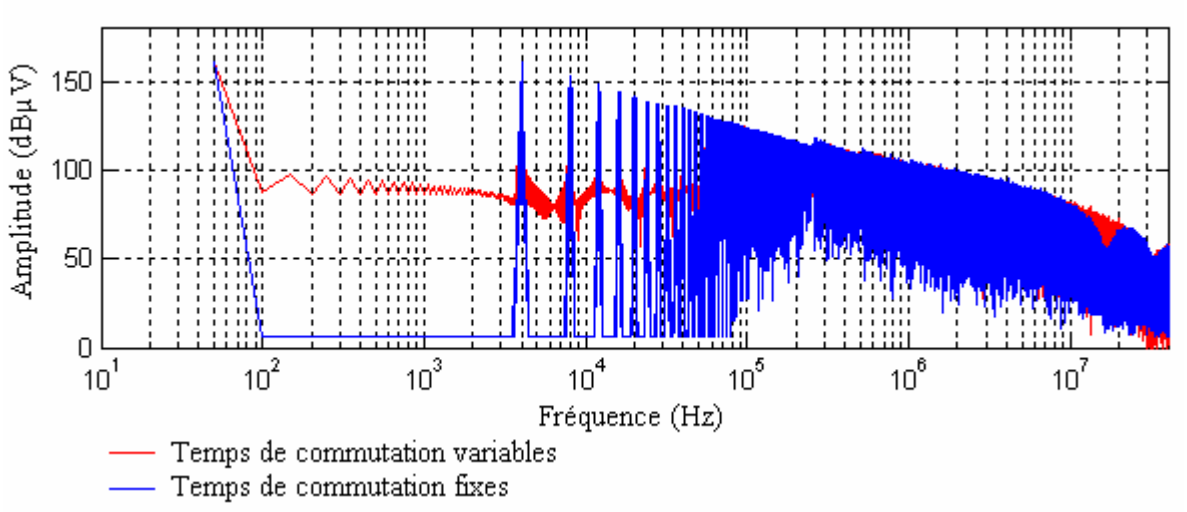


Figure IV-24 Représentations spectrales de signaux MLI à temps de commutation fixes (200ns) et variables

VI. ETUDE COMPARATIVE DES SOURCES EN FONCTION DES STRATEGIES DE MLI

Les sources fréquentielles utilisées pour estimer le niveau de perturbations de la structure étudiée sont directement dépendantes du type de stratégie de commande. Il existe un nombre important de stratégies de MLI et les étudier toutes est évidemment peu envisageable. Cependant le panel présenté dans cette partie est assez représentatif des techniques les plus utilisées. Nous avons vu que l'enveloppe du spectre pour les fréquences les plus élevées est

essentiellement conditionnée par les formes d'ondes en commutation. A ce stade, ces formes d'ondes sont toujours supposées parfaites et quasiment invariantes quelle que soit la stratégie de commande. De ce fait et bien que la gamme de fréquences sur laquelle nous travaillons s'étende jusqu'à 30MHz, cette étude se limite à la première partie du spectre (1MHz) de façon à représenter clairement les différences existantes entre les techniques de modulation exposées dans les paragraphes qui suivent. Pour les exemples qui suivent, la fréquence de découpage est définie à 4kHz.

VI.1 Influence des lois de commande

Nous retrouvons en premier lieu la MLI intersective sinusoïdale sur laquelle nous ne reviendrons pas puisque nous l'avons traitée précédemment pour déterminer les instants de commutations. Toutefois sa représentation spectrale peut nous servir ici de référence. Le taux de modulation est choisi arbitrairement à 80% pour cette simulation ce qui permet d'obtenir une valeur efficace du fondamental de la tension de sortie proche de 95 V. Nous allons définir ici le taux de modulation des différentes lois de commande, détaillées ci-dessous, comme étant le rapport entre l'amplitude paramétrable des modulantes et l'amplitude de la porteuse qui, dans ces différents exemples, est un signal triangulaire d'amplitude unitaire.

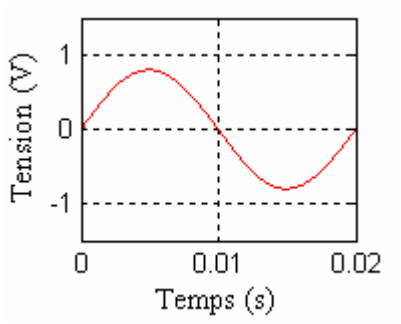


Figure IV-25 Modulante sinusoïdale, taux de modulation fixé à 80%

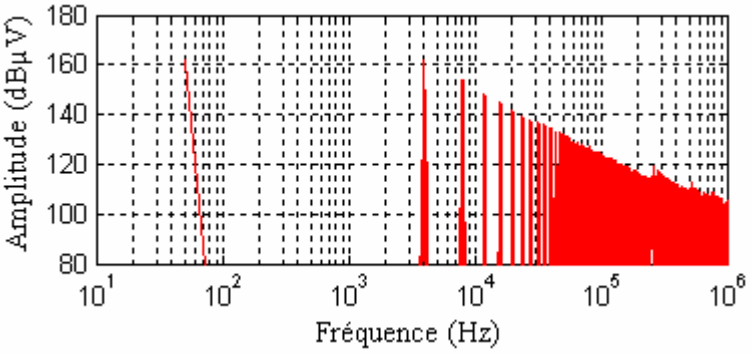


Figure IV-26 Spectre de tension de sortie associé à une modulante sinusoïdale

La commande "Triplen", dont la définition exacte est donnée en ANNEXE IV est une stratégie MLI dont la fonction modulante permet d'injecter des harmoniques impaires. Ces fréquences supplémentaires, qui dégradent le contenu spectral basse fréquence de la tension de sortie, augmentent parallèlement l'énergie apportée au moteur. En effet pour un taux de modulation identique au précédent (80%) la valeur du fondamental est augmentée de 16%. La troisième fréquence harmonique, visible sur le spectre de la Figure IV-28, représente alors 14% du fondamental. Les paliers du signal de commande (Figure IV-27) induisent des largeurs d'impulsion constantes sur un tiers de la période. De ce fait, plus ces largeurs sont petites pour des taux de modulation élevés, plus les lobes liés à la transformée de Fourier d'un créneau deviennent importants. L'enveloppe maximale du spectre est alors supérieure à celle de la MLI sinusoïdale. Nous pouvons également constater une augmentation du nombre de raies autour des multiples de la fréquence de découpage qui enrichissent fortement le spectre.

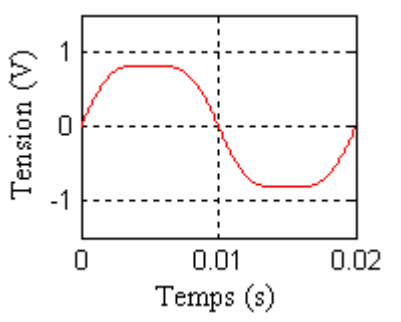


Figure IV-27 Modulante triplen

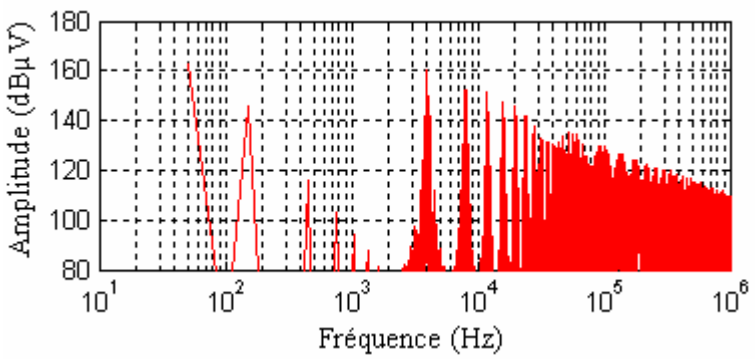


Figure IV-28 Spectre de tension de sortie associé à une modulante triplen

Plus complexe que la précédente, la commande "DeadBanded" détaillée en ANNEXE IV s'apparente par sa forme présentée ci-dessous (Figure IV-29) à une commande unipolaire à aiguillage [MALLISON-02]. Toutefois, certaines parties de la modulante sont volontairement supérieures à la porteuse ce qui impose une sur-modulation provoquant la saturation des commandes. Ces paliers sont centrés sur les maxima et minima de la modulante ce qui permet de dégrader légèrement le contenu basse fréquence du signal en gardant une certaine symétrie du signal modulé. Cette technique a pour but de diminuer d'environ 30% les pertes des semiconducteurs en limitant le nombre de commutations et d'augmenter, comme la fonction précédente, la valeur efficace du fondamental. Malheureusement, elle engendre également des harmoniques basses fréquences néfastes pour le moteur. Malgré la réduction possible du nombre de commutation, la densité spectrale reste riche.

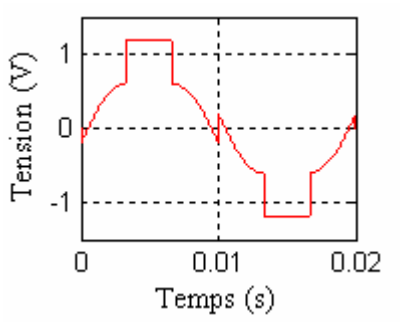


Figure IV-29 Modulante deadBanded de 0.8V

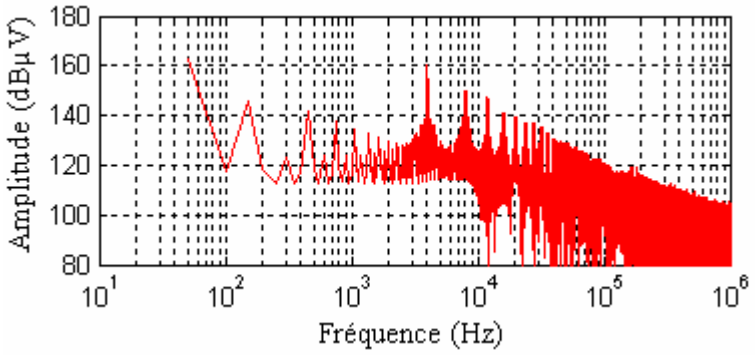


Figure IV-30 Spectre de tension de sortie associé à une modulante deadBanded

VI.2 Remarque générale sur les lois de commande

Ces deux dernières lois de commande permettent d'augmenter la puissance de l'onduleur sans en modifier la structure ni le dimensionnement.

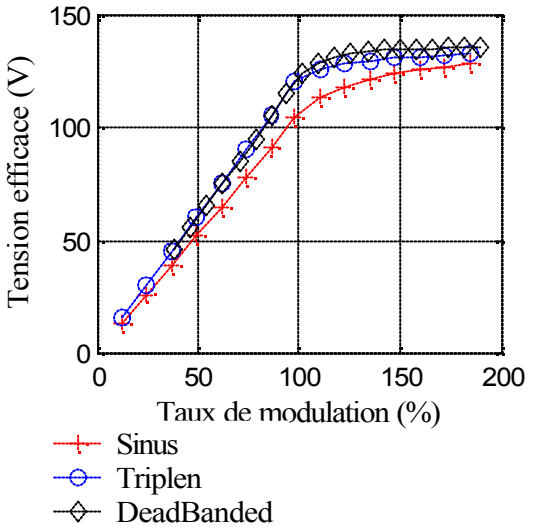


Figure IV-31 Valeur efficace du fondamental de la tension de sortie en fonction du taux de modulation de la commande

Pour des commandes classiques, telles que la MLI sinusoïdale ou Triplen, la valeur du fondamental des tensions de sortie de l'onduleur est directement proportionnel au taux de modulation que nous avons défini (Figure IV-31). La DeadBanded, quant à elle, présente une caractéristique très proche de la Triplen. Pour des valeurs importantes (>100%), l'ensemble des lois de commande tendent naturellement vers la commande pleine onde qui dans ce cas précis limite la valeur efficace du fondamentale à 135V.

Nous pouvons alors constater que la MLI sinusoïdale est moins performante que les autres. Pour une amplitude de modulante donnée, ces lois de commande permettent une augmentation de 16% du fondamental de la tension de sortie par rapport à une MLI sinusoïdale.

VI.3 Conclusion

D'une façon générale, les lois de commande influencent l'enveloppe du spectre de la tension de sortie. Cette influence se limite toutefois à la première partie du spectre en relevant fortement les premières harmoniques (<2kHz). Bien que cette gamme de fréquences soit très éloignée de la bande normative conduite (150kHz – 30MHz), une trop forte augmentation de ces composantes peut entraîner d'une part un courant homopolaire basse fréquence important et donc incompatible avec les dispositifs de protection en amont des installations électriques, et d'autre part une modification du dimensionnement des éléments de filtrage sur lesquels nous reviendrons.

VI.4 Identification des stratégies par la mesure

Sur un variateur de vitesse industriel, la loi de commande n'est généralement pas accessible aux utilisateurs sans démonter l'équipement. Nous savons toutefois que cette information est entièrement contenue dans la tension de sortie. De ce fait une extraction de la partie basse fréquence du spectre à l'aide d'un moyennage sur la mesure de cette tension permet d'accéder rapidement à une image de la fonction modulante. La courbe ci-dessous (Figure IV-32) est issue d'une mesure réalisée à l'aide d'un oscilloscope TEKTRONIC 754D sur un variateur de vitesse ATV28 1500W alimenté sous 300V environ (tension secteur redressée). Elle fait clairement apparaître une MLI intersective DeadBanded et il est alors possible de comparer cette tension moyennée à la loi de commande théorique. Cette dernière

pondérée par la demi amplitude de la tension maximale $\left(E/2\right)$ se superpose parfaitement à la mesure pour une certaine valeur de la commande.

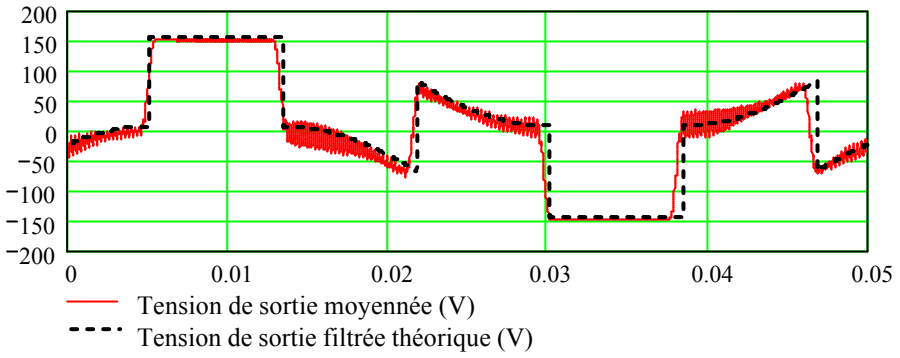


Figure IV-32 Moyennage de la tension de sortie pour une fréquence moteur de 20Hz: Identification de d'une MLI DeadBanded A = 0.8V

VI.5 Influence du type de porteuse

Nous avons vu jusqu'à présent l'influence de la modulante et des instants de commutation, qu'en est-il alors de la porteuse ? En effet, cette dernière peut prendre plusieurs formes suivant les circuits électroniques spécialisés utilisés ou la stratégie définie par les concepteur de la commande. Les deux formes d'onde présentées ci-dessous font partie des plus classiques, puisqu'il s'agit d'un "triangle" et d'une "dents de scie" croissante. Ces fonctions possèdent évidement une amplitude unitaire et sont centrées en zéro. Ces deux fonctions permettent de distinguer, d'un point de vue CEM, deux classes de MLI intersectives. La première, définie par la forme triangulaire, impose des instants de commutation à l'ouverture et à la fermeture variables d'une période de découpage à une autre. Si l'on considère encore une fois une fréquence de découpage très grande devant celle désirée pour le moteur, la fonction modulante peut être supposée constante, ce qui implique des ordres de commande centrés autour des sommets du triangle. Dans le cas d'une porteuse en dents de scie, qu'elle soit croissante ou décroissante, l'un des deux ordres de commandes est nécessairement défini par un multiple de la période de découpage, on parle alors d'une MLI intersective centrée à gauche ou à droite.

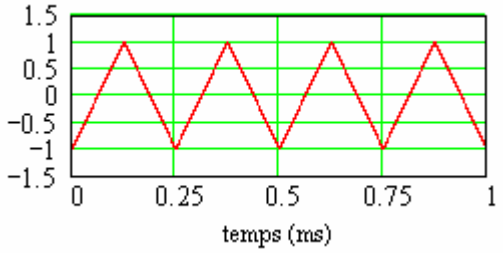


Figure IV-33 Exemple d'une porteuse triangulaire à 4kHz

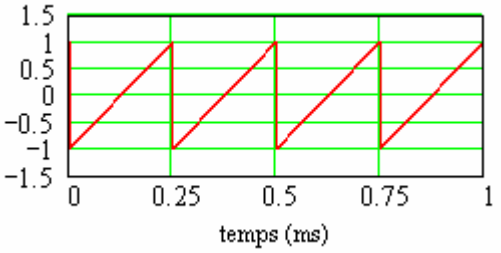


Figure IV-34 Exemple d'une porteuse en dents de scie à 4kHz

Leur influence sur le spectre des tensions de sortie est alors significative, comme nous pouvons le constater sur les figures ci-dessous. Sur la Figure IV-35, représentant qu'une petite

partie du spectre autour de la fréquence de découpage fixée à 4kHz, nous pouvons observer, dans le cas classique d'une modulante sinusoïdale, la forte augmentation des raies impaires multiples de basse fréquence normalement limitées par les effets de symétrie évoqués précédemment. Le deuxième exemple réalisé à partir d'une modulante de type Triplen permet d'aboutir à des conclusions identiques.

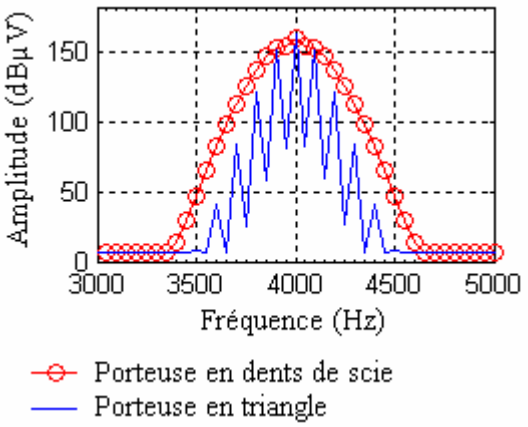


Figure IV-35 Influence de la porteuse sur le spectre issu d'une modulante sinusoïdale 50Hz

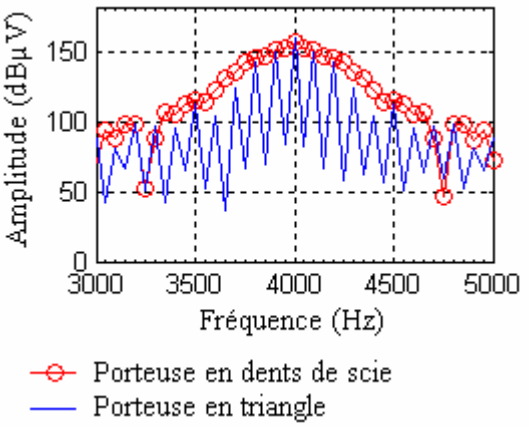


Figure IV-36 Influence de la porteuse sur le spectre issu d'une modulante Triplen 50Hz

Pour une loi de modulation donnée (sinusoïde, triplen, DeadBanded…), les raies maximales, qui définissent l'enveloppe supérieure du spectre, sont sensiblement les mêmes quelle que soit le type de porteuse utilisée. Cette constatation tend à supposer que l'impact des porteuses en dents de scie ou tout autre signal asymétrique sur les perturbations conduites est minimal. Nous verrons par la suite que cette conclusion est abusive. En effet, la densité du spectre sur des bandes de fréquences basses, caractéristique d'une MLI, contribue par l'intermédiaire des protocoles de mesures normatives à l'augmentation du niveau de perturbations conduites.

VI.6 Remarque

Nous pouvons, à l'aide de ces diverses techniques, construire des tensions de sortie réalistes représentant les principales sources de perturbation de l'onduleur. Les mesures réalisées sur des variateurs industriels confortent les hypothèses faites sur les formes d'onde en commutation, et permettent de connaître les techniques de modulations utilisées sur ce type d'équipement. Ces stratégies sont nombreuses et les trois exemples exposés ici ne représentent malheureusement pas une liste exhaustive.

VII. CALCUL DU COURANT GENERE PAR L'ONDULEUR – DEFINITION DE LA SOURCE DE PERTURBATIONS DIFFERENTIELLES –

Nous avons vu au cours du second chapitre que les variations du courant de puissance, circulant sur le bus continu, jouent naturellement un rôle important sur le niveau global de perturbations. Le courant de charge, quant à lui, est imposé par les enroulements du moteur via la charge de l'arbre. Dans le cas des onduleurs de tension, le courant de sortie d'une cellule est alternatif. En effet, les moteurs associés aux variateurs de vitesse sont intrinsèquement des charges fortement inductives pour des fréquences peu élevées. Ce filtrage naturel associé à la modulation des tensions de sortie engendrent des courants quasi-sinusoïdaux. Le courant I_{cel},

défini comme le courant d'une cellule de commutation isolée, correspond au courant de sortie découpé par la même fonction de commutation que V_s, la tension aux bornes de l'interrupteur k_2 (Figure IV-37).

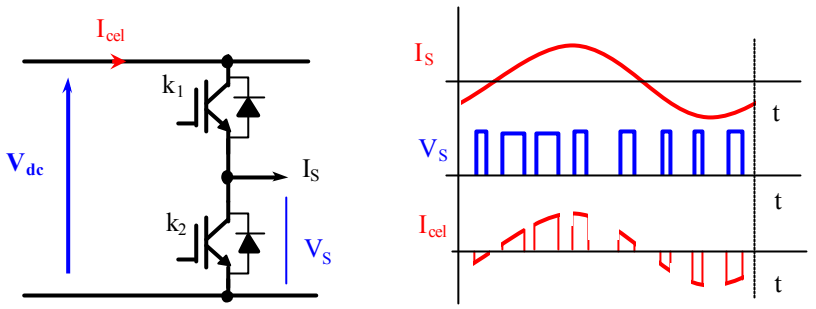


Figure IV-37 Convention de signe de la tension et du courant de sortie d'une cellule

En associant les trois bras de l'onduleur, la somme des courants des cellules permet de ne représenter qu'une seule source de courant qui se place en dérivation à l'entrée de l'onduleur. Cette source est alors définie en fonction des courants de sortie et de la loi de commande des interrupteurs de chaque bras. A l'instar des sources de tension, la source de courant doit être définie dans le domaine fréquentiel pour conserver les avantages d'une simulation directe. Si la définition des sources de tension reste relativement simple grâce à la somme des créneaux modulés, la source de courant semble toutefois plus complexe puisque les créneaux également modulés possèdent une amplitude qui évolue au cours du temps. Deux approches sont alors possibles pour définir cette source dans le domaine fréquentiel. La première suppose que les courants dans la machine sont parfaits et parfaitement connus, ce qui permet d'aboutir à des expressions analytiques du courant de puissance. La deuxième nécessite de connaître l'impédance des enroulements du moteur sur une large plage de fréquences comme nous allons le voir. Dans les deux cas, nous avons besoin de la transformée de Fourier d'un trapèze élémentaire d'amplitude unitaire relatif à la $i^{ème}$ période de découpage. Cette transformée, directement déduite de l'expression Eq. IV-1, est également exprimée en fonction de la phase de sortie de l'onduleur (p). Les variables $t_{off_{i,p}}$ $t_{on_{i,p}}$ correspondent donc respectivement aux instants de blocage et d'amorçage pour la période i et la phase p considérées.

$$\mathcal{T}rap_i^p(\nu) = F_S \frac{\mathrm{sinC}(t_m \cdot \nu) \cdot e^{-\pi \cdot j \cdot \left(2 \cdot t_{on_{i,p}} + t_m\right) \cdot \nu} - \mathrm{sinC}(t_d \cdot \nu) \cdot e^{-\pi \cdot j \cdot \left(2 \cdot t_{off_{i,p}} + t_d\right) \cdot \nu}}{2 \cdot \pi \cdot j \cdot \nu}$$

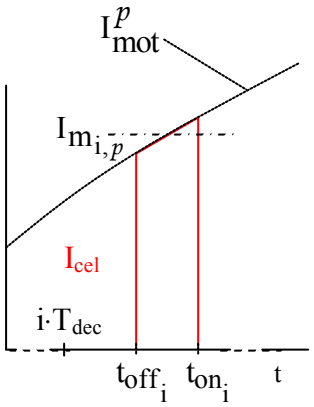
Avec $\mathrm{sinC}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ **Eq. IV-9**

VII.1 Source parfaite

La première hypothèse que nous pouvons faire pour construire cette source suppose que la machine filtre parfaitement le courant dans chaque phase. Les trois courants obtenus forment alors un système de courants sinusoïdaux triphasé équilibré dont l'amplitude I et la phase ϕ sont fixées par la puissance demandée par la machine et sa charge.

$$I_{mot}^p = I \cdot \sin\left(\omega_S \cdot t + \phi - p \cdot \frac{2\pi}{3}\right)$$

Encore une fois, deux possibilités s'offrent à nous pour déterminer la représentation spectrale du courant que nous recherchons. La première consiste à utiliser directement une expression similaire à la relation Eq. IV-1, dans laquelle l'amplitude des créneaux est modifiée pour chaque période de découpage. Cette méthode nécessite toutefois l'hypothèse que la fréquence de la porteuse soit grande devant celle de la modulante, auquel cas les variations du courant considéré sont suffisamment faibles pour supposer le courant constant sur la durée de conduction à l'intérieur d'une période de découpage. L'amplitude moyenne d'un pseudo créneau du courant I_{cel} sur la $i^{ème}$ période de découpage est alors exprimée en fonction des instants d'amorçage et de blocage et des constantes définissant le courant de sortie (Eq. IV-10).



$$Im_{i,p} = I \cdot \sin\left(\alpha \cdot \pi + \phi - p \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \mathrm{sinC}(\beta \cdot \pi)$$

Eq. IV-10

avec

$$\alpha_{i,p} = \frac{t_{on_{i,p}} + t_{off_{i,p}}}{T_s} \qquad \beta_{i,p} = \frac{t_{on_{i,p}} - t_{off_{i,p}}}{T_s}$$

Les harmoniques de courant de la cellule de commutation, que nous avons introduits précédemment, relatifs à la phase p de l'onduleur s'expriment alors par la relation Eq. IV-11. Les termes t_m et t_d correspondent alors respectivement aux temps de montée et de descente du courant supposé, dans un premier temps, linéaire durant la commutation.

$$Icel_n^p = \sum_{i=0}^{N-1} Im_{i,p} \cdot Trap_i^p\left(\frac{n}{T_s}\right)$$

Eq. IV-11

Le spectre de la source de bruits qui correspond au courant circulant sur le bus continu en amont des trois bras de l'onduleur s'exprime alors simplement en sommant le courant de chaque cellule.

$$IS_n = \sum_{p=0}^{2} Icel_n^p$$

Eq. IV-12

Dans l'exemple qui suit, la MLI utilisée est intersective. La fonction modulante est sinusoïdale avec une fréquence fixée à 50Hz. Sur le spectre de ce générateur, apparaissent pour les plus basses fréquences, des harmoniques dont l'amplitude est relativement élevée. En théorie, ces fréquences ne portent normalement aucune information, puisqu'il n'existe aucun motif sur le signal. Ainsi, l'approximation effectuée sur les amplitudes des créneaux introduit ces composantes pour chaque bras qui ne sont pas compensées convenablement lors de la sommation. Naturellement, plus le rapport entre la fréquence de découpage et la fréquence statorique désirée est important, plus l'amplitude de ces raies diminue.

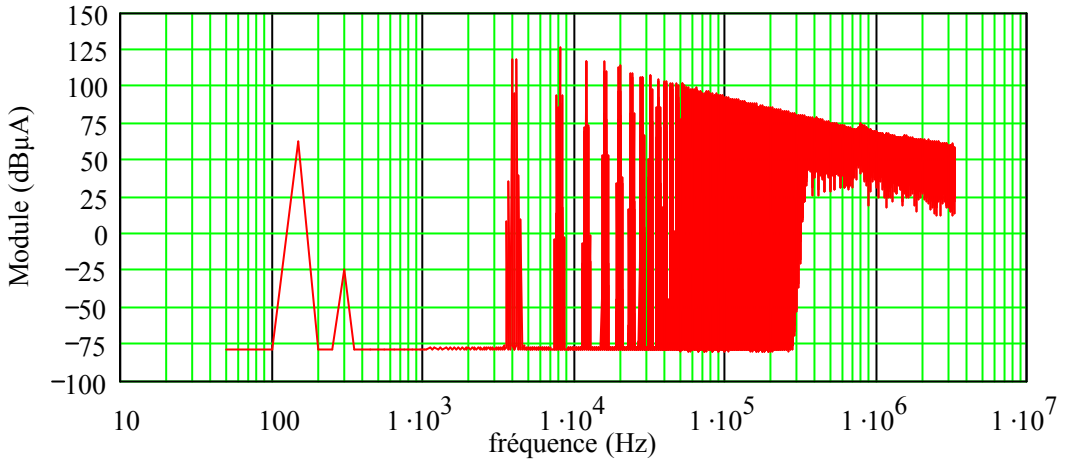


Figure IV-38 Représentation spectrale de la source de courant pour I = 10 et $\phi = -30°$

Bien que ces phénomènes ne soient toutefois pas critiques pour l'estimation des perturbations hautes fréquences, ils peuvent induire des erreurs assez importantes pour le dimensionnement des éléments passifs situés en amont de l'onduleur, tels que les condensateurs ou les inductances dédiées au filtrage des courants de mode différentiel. Pour éviter ces erreurs, il est nécessaire d'adopter une approche différente en tenant compte de l'évolution des courants durant les phases de conduction. Pour cela, nous allons utiliser la transformée de Fourier des courants sinusoïdaux de sortie de l'onduleur (Eq. IV-13), et exploiter les propriétés de la distribution de Dirac qui simplifient considérablement les calculs dans le domaine fréquentiel.

$$If_{mot}^{p}(\nu) = \frac{I}{2\cdot j}\cdot\left(\delta(\nu - F_S)\cdot e^{-j\cdot\left(p\cdot\frac{2\pi}{3}-\phi\right)} - \delta(\nu + F_S)\cdot e^{j\cdot\left(p\cdot\frac{2\pi}{3}-\phi\right)}\right) \qquad \textbf{Eq. IV-13}$$

Le courant d'une cellule de commutation, tel que nous l'avons défini, correspond au produit temporel du courant de sortie par la fonction de modulation de l'interrupteur k_1 représentant elle-même l'image de la tension de sortie ; c'est donc un produit de convolution que nous devons réaliser dans le domaine fréquentiel. De plus, la distribution de Dirac étant l'élément neutre du produit de convolution on peut poser directement le résultat sans calculs intermédiaires. Les harmoniques de la source de perturbation parfaite sont alors donnés par la relation Eq. IV-14 suivante:

$$I_{S_n} = \frac{I}{2j}\cdot\sum_{p=0}^{2}\sum_{i=0}^{N-1}\mathcal{T}rap_i^p\left(\frac{n-1}{T_S}\right)\cdot e^{-j\cdot\left(p\cdot\frac{2\pi}{3}-\phi\right)} - \mathcal{T}rap_i^p\left(\frac{n+1}{T_S}\right)\cdot e^{j\cdot\left(p\cdot\frac{2\pi}{3}-\phi\right)} \qquad \textbf{Eq. IV-14}$$

Le spectre (Figure IV-39) calculé à partir de la relation ci-dessus ne présente plus les anomalies du précédent. Pour une MLI sinusoïdale intersective classique, les premières raies apparaissent effectivement pour la fréquence de découpage.

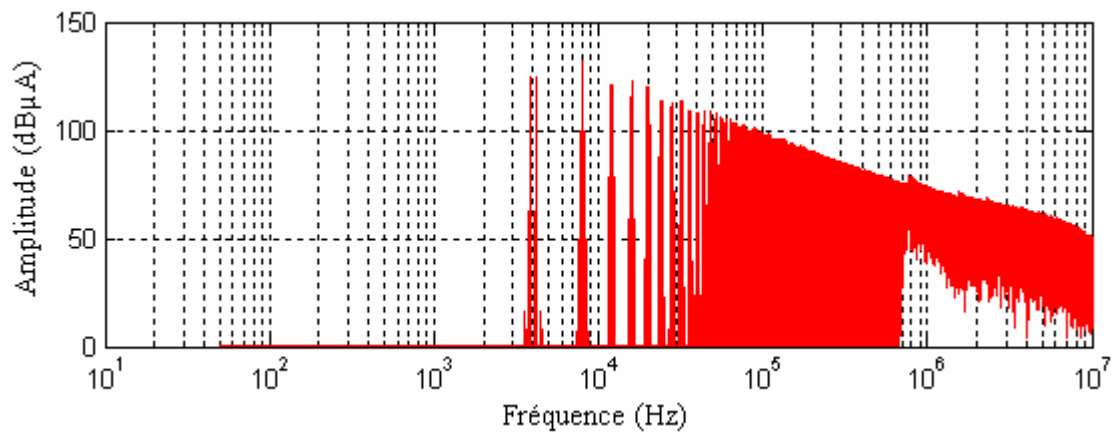


Figure IV-39 Représentation spectrale de la source de courant pour I = 10 et $\phi = -30°$

La détermination du spectre exacte est toutefois extrêmement coûteuse en terme de calcul numérique, car elle demande de réaliser une double somme pour chaque fréquence. Cependant, grâce à l'approche par sources de perturbations localisées, si le point de fonctionnement de l'onduleur ne varie pas, ce calcul n'est réalisé qu'une seule fois. Les formulations analytiques que nous utilisons ici sont exactes, et la précision des résultats obtenus dans le domaine fréquentiel est indépendante du nombre de fréquences traitées. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'approche fréquentiel n'est évidemment pas restrictive. En effet, à l'aide d'un nombre de fréquences approprié ($N = 2^P$, $P \in \mathbb{N}$), l'utilisation de transformée de Fourier rapide inverse est possible, permettant d'obtenir les principales grandeurs également dans le domaine temporel. Si le spectre calculé est exact, il n'est cependant pas infini, ce qui a pour effet d'entraîner de légères oscillations du signal au voisinage des discontinuités. Il s'agit du phénomène de Gibbs visible sur la Figure IV-41

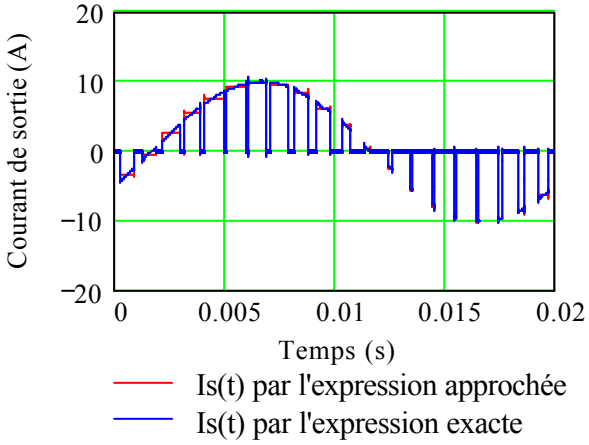


Figure IV-40 FFT inverse du courant de sortie pour une fréquence de découpage de 1kHz

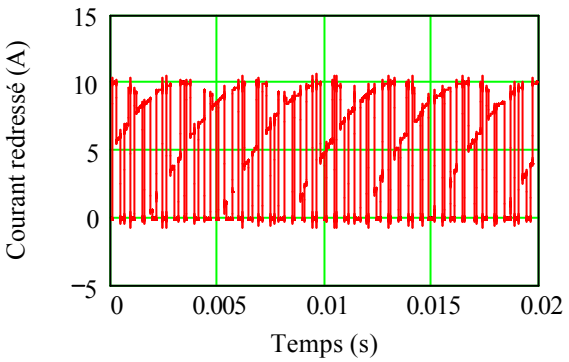


Figure IV-41 Reconstitution temporelle du courant redressé par la FFT inverse du spectre exact pour une fréquence de découpage de 1kHz

Le spectre de la source de perturbations que nous venons de définir ne tient pas compte des déformations liées à la loi de commande. En effet, cette technique suppose que la charge filtre parfaitement les harmoniques des créneaux modulés pour ne conserver que le fondamental. Si cette hypothèse est vérifiée pour une modulation sinusoïdale, elle se trouve

rapidement mise en défaut pour des lois plus complexes. Il reste alors une dernière possibilité qui nécessite une connaissance plus approfondie de la charge.

VII.2 Calcul des courants en fonction de la charge

A ce stade, nous n'avons pas encore tenu compte de la machine et de son comportement haute fréquence lorsque cette dernière est alimentée par des tensions fortement chargées en harmoniques. Pour pallier ce manque de rigueur, il est nécessaire d'utiliser la technique présentée dans le second chapitre dans laquelle la charge et le découpage interviennent pour le calcul de la source de courant. Pour mémoire, cette technique consiste à déterminer le courant imposé par la tension aux bornes de la charge, et de le découper à l'aide de la fonction de commutation adéquat. Dans ce cas de figure, la charge est définie par une machine asynchrone. Si le fonctionnement de ce type de moteur du point de vue de la puissance est aujourd'hui parfaitement connu et se retrouve dans la plupart des manuels d'électrotechnique, son comportement pour des fréquences élevées n'est pas encore totalement maîtrisé. Nous allons réserver l'étude fréquentielle de cet organe pour le chapitre suivant et nous contenter ici uniquement du développement de la méthode de calcul.

Cette étude se focalise dans un premier temps uniquement sur les courants de puissance absorbés par la machine, sans se préoccuper des courants de mode commun. Nous allons faire l'hypothèse que le moteur présente un système d'impédances triphasées équilibrées, ce qui permet de définir une impédance propre aux enroulements notée Z_e, ainsi qu'une impédance mutuelle Z_M afin de tenir compte des couplages magnétiques au sein de la machine, et de conserver une représentation générique de la charge. La structure simplifiée de l'onduleur, présentée sur la Figure IV-42, permet d'établir un schéma fréquentiel extrêmement simple pour le calcul des courants dans chaque phase de la machine. Ce schéma est constitué des trois tensions de sortie de l'onduleur que nous avons longuement détaillées précédemment.

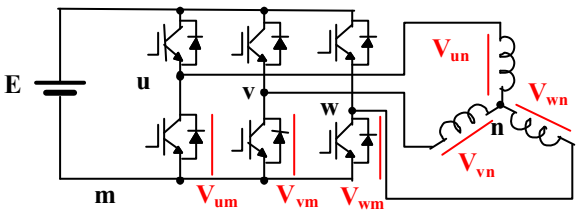


Figure IV-42 Structure de l'onduleur avec sa charge triphasée équilibrée

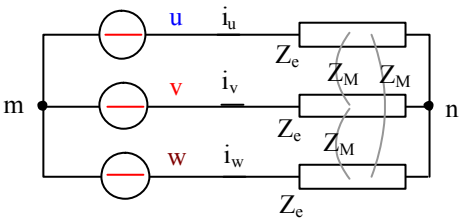


Figure IV-43 Schéma équivalent pour le calcul des courants

Les courants dans chacune des phases de l'onduleur se déduisent très facilement à l'aide de la relation Eq. IV-1 dans laquelle intervient l'impédance équivalente par phase d'un enroulement Z_{eq}. Naturellement, bien que cette impédance constitue un filtre passe-bas, des harmoniques liées au découpage subsistent et se reportent sur le spectre de ces trois courants.

$$\begin{pmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \end{pmatrix} = \frac{1}{3 \cdot Z_{eq}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathcal{V}_{um} \\ \mathcal{V}_{vm} \\ \mathcal{V}_{wm} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad Z_{eq} = Z_e - Z_M \qquad \textbf{Eq. IV-15}$$

Dans le plus simple et certainement le plus favorable des cas, la machine est modélisée par une charge inductive dont l'inductance et la résistance sont fixées pour absorber un courant réaliste de quelques ampères. Ains,i le courant calculé à partir d'une résistance de 10Ω et une inductance de 40mH présente encore des harmoniques importants autours des multiples de la fréquence de découpage qui sont peu visibles sur la forme temporelle de ce courant (Figure IV-44).

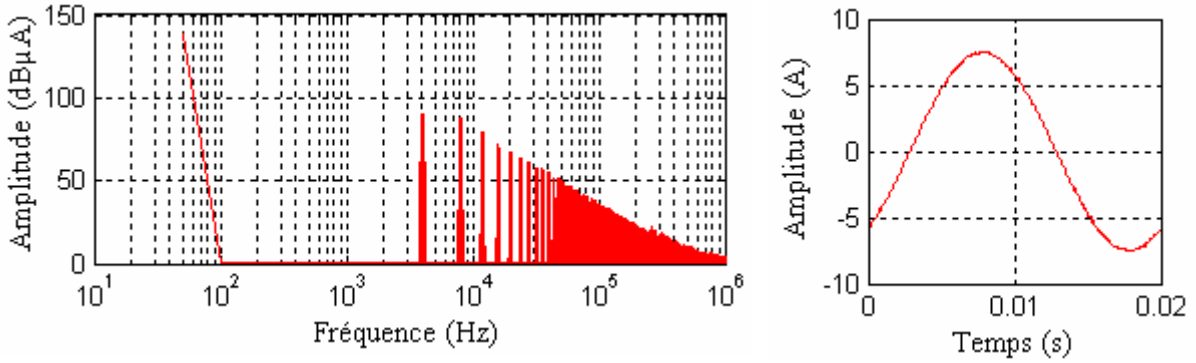


Figure IV-44 Courant de sortie calculé à partir des impédances de la charge

Pour obtenir le spectre de la source de courant de perturbations, il est nécessaire de découper les trois courants obtenus à l'aide des lois de commande relatives à chaque bras de l'onduleur (Figure IV-37). Il s'agit alors de réaliser la convolution fréquentielle des courants par leur fonction de commutation respective. Si $\mathcal{F}_u$, $\mathcal{F}_v$ $\mathcal{F}_w$ représentent respectivement les expressions fréquentielles des lois de commande des phases U, V, W, la source de courant est alors définie à l'aide de la relation Eq. IV-16 ci-dessous.

$$I_S = I_u * \mathcal{F}_u + I_v * \mathcal{F}_v + I_w * \mathcal{F}_w \qquad \textbf{Eq. IV-16}$$

Globalement, le spectre de la source calculé par cette méthode (Figure IV-45) est similaire à celui de la source définie par des courants parfaits (Figure IV-39). Des différences apparaissent cependant pour les plus basses fréquences, ce qui implique que les harmoniques ne se compensent pas exactement contrairement au cas de la source parfaite. Pour des fréquences plus élevées, les spectres possèdent le même comportement.

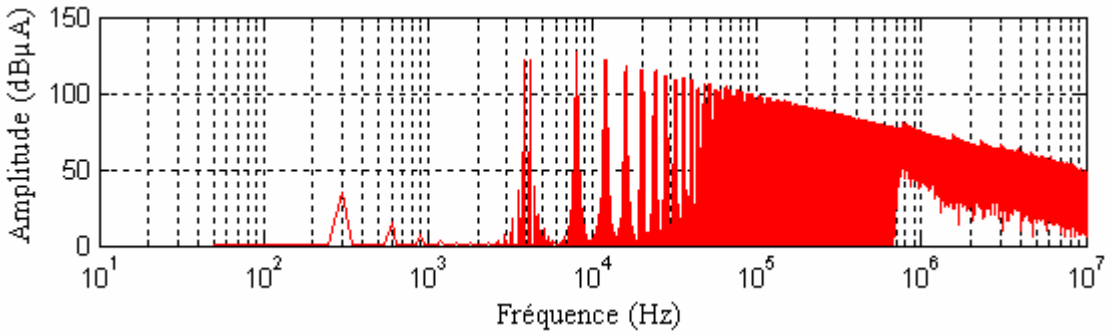


Figure IV-45 Courant du bus continu

Si l'on s'intéresse plus précisément aux raies placées autours des fréquences multiples du découpage (Figure IV-46), nous pouvons remarquer que le spectre issu des courants dans la charge est plus riche que le premier. Encore une fois, si ces raies supplémentaires sont

nettement plus faibles que les autres, elles n'en sont pas moins néfastes et contribuent à augmenter les pertes des composants passifs de filtrage.

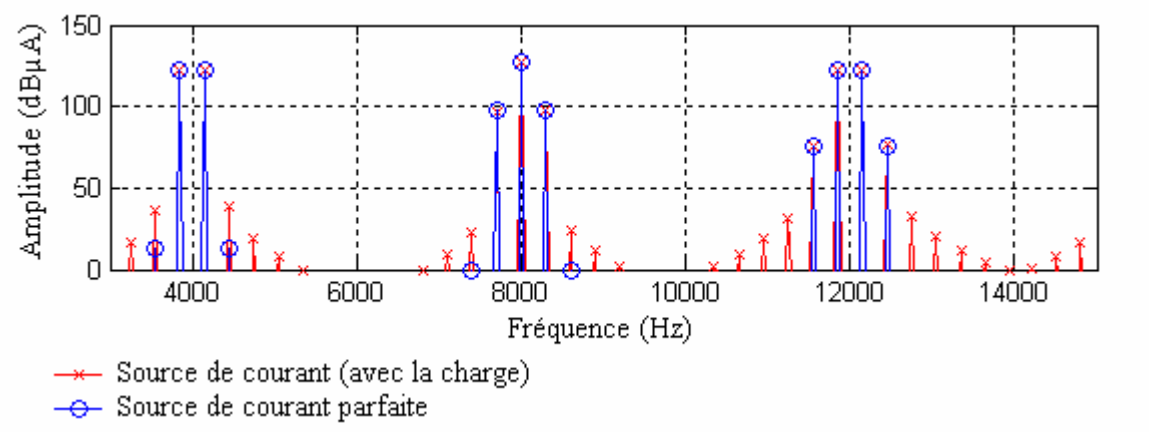


Figure IV-46 Comparaison entre la source calculée avec des courants parfait et la source calculée avec la charge

A l'aide des transformées inverses que nous avons déjà évoquées précédemment, nous avons la possibilité d'observer la forme d'onde temporelle du courant absorbé par l'onduleur. La courbe ci-dessous, obtenue à partir d'une MLI intersective sinusoïdale, met en évidence d'une part la complexité de ce signal, et d'autre part les fortes variations de courant, dont les valeurs dépendent de la phase et de l'amplitude des courants absorbés par le moteur.

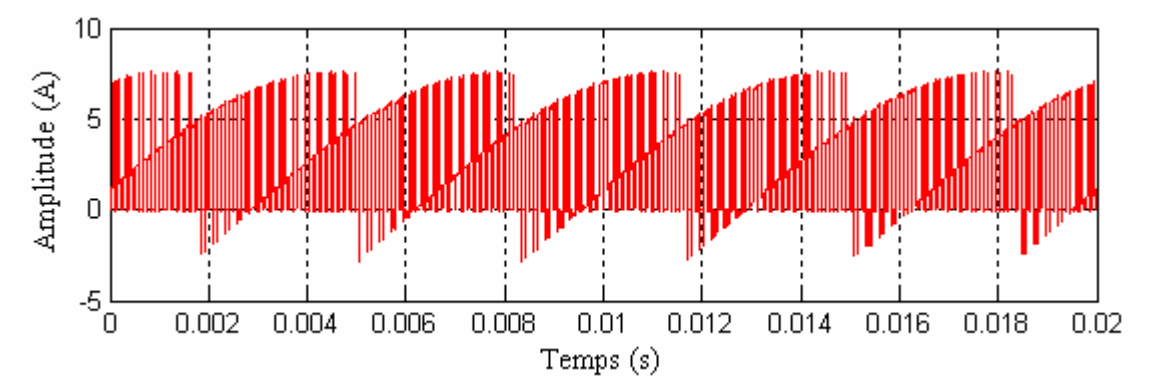


Figure IV-47 Représentation temporelle de la source de courant (MLI intersective sinusoïdale 80% E = 300V R=10Ω L = 40mH)

VII.3 Remarque

Outre l'importance de la source de courant pour l'estimation des perturbations conduites, le calcul fréquentiel du courant absorbé par l'onduleur pour un point de fonctionnement donné apporte des informations indispensables au dimensionnement des interrupteurs de puissance et des condensateurs de filtrage présents sur le bus continu de l'onduleur. La valeur moyenne de ce courant est bien évidemment immédiate, puisqu'elle correspond au premier terme du spectre. La valeur efficace des courants calculés s'exprime à partir des composantes spectrales par l'intermédiaire du théorème de Parceval (Eq. IV-17).

$$IS_{eff} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \left(\left| IS_n \right| \right)^2}$$ Avec N : Nombre de fréquences calculées **Eq. IV-17**

VIII. PROBLEME RENCONTRE EN MESURES AVEC UN ANALYSEUR DE SPECTRE

Qu'il soit analogique ou numérique, l'analyseur de spectre représente le principal support de mesure pour une étude CEM. Cependant, une mesure directe à l'analyseur de spectre des perturbations ou de signaux totalement connus n'est pas aussi simple qu'il n'y parait. Comme pour l'ensemble des appareils de mesure, l'utilisation d'un analyseur de spectre passe avant tout par la compréhension de son principe de fonctionnement. Sans réellement entrer dans les détails intimes de son anatomie électronique, il faut néanmoins connaître les principales fonctions des étages qui le constituent.

VIII.1 Principe du filtrage d'un analyseur de spectre

Dans notre cas, nous avons utilisé un analyseur de spectre à balayage ou superhétérodyne HP8560A. Le principe de cet appareil est assez simple, puisqu'il consiste à multiplier le signal d'entrée, initialement filtré, avec une fréquence pure et d'exploiter ensuite le produit mathématique contenant la somme et la différence des fréquences ainsi que leurs fréquences intermédiaires. Le signal est ainsi translaté dans une gamme de fréquences plus facilement exploitable. Il passe alors dans un filtre sélectif dont la bande passante est variable puis par un détecteur d'enveloppe. Un générateur de rampe pilote la fréquence délivrée par l'oscillateur sinusoïdal permettant ainsi de couvrir toute la gamme de fréquences. Le principe de balayage et de translation des signaux réalisé par l'analyseur permet de réaliser un lien direct avec la convolution de deux signaux. En effet, l'analyseur de spectre permet de réaliser la convolution fréquentielle du signal mesuré avec la réponse du filtre passe-bande. Le schéma de principe présenté sur la Figure IV-48 résume simplement le fonctionnement que nous venons brièvement de décrire.

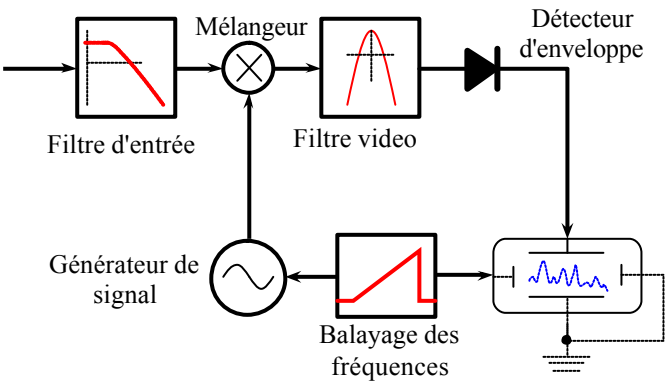


Figure IV-48 Schéma de principe d'un analyseur de spectre à balayage

Le filtre situé en aval du mélangeur constitue non seulement un organe essentiel au fonctionnement de l'analyseur mais également un élément clé dans la mesure des perturbations conduites. En effet, la largeur de sa bande passante RBW (Resolution BandWidth) est imposée dans le cadre d'une étude normative. Il conditionne directement la

résolution fréquentielle. Autrement dit, lorsque un signal contenant deux fréquences voisines est injecté dans ce filtre, il faut que l'on puisse distinguer à l'affichage deux raies de la même différence de fréquence qu'à l'entrée. C'est le pouvoir séparateur du filtre qui permet le cas échéant de respecter cette condition. Si la largeur de bande est plus grande que la différence de ces deux fréquences, la raie de plus faible amplitude disparaît sous la jupe de la réponse de l'autre. La fréquence centrale et l'amplitude de la pseudo-raie obtenue correspondent alors respectivement à une combinaison des fréquences et des amplitudes des deux raies initiales. De ce fait, l'analyseur ne fournira qu'une information très partielle du signal d'entrée. La Figure IV-49 illustre ce phénomène en présentant le signal en sortie d'un filtre idéal dont l'allure est supposée rectangulaire. Les première raies ($A_{1...3}$) constituant le signal initial sont cumulée au passage du filtre, seule la dernière (A_4) est suffisamment éloignée pour être détectée correctement.

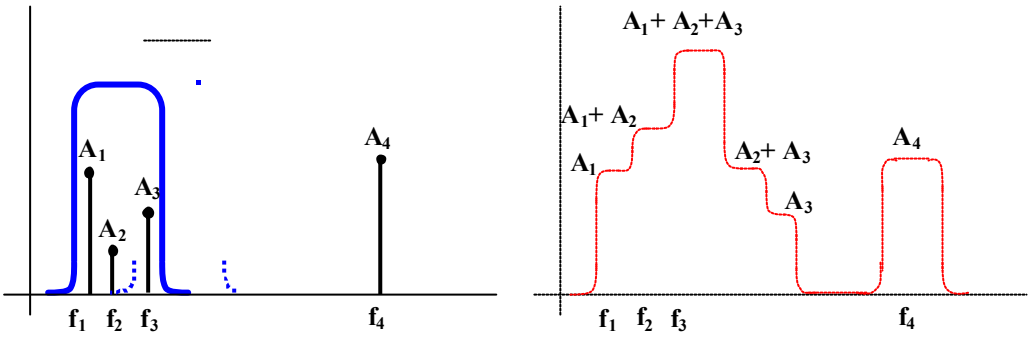


Figure IV-49 Influence de la largeur de bande (RBW)

Suivant les dispositifs testés, les normes d'émissions conduites définissent des largeurs de bande précises. Pour la mesure des perturbations conduites de 150kHz à 30MHz, les normes citées dans le chapitre II auxquelles nous faisons référence spécifient une largeur de bande de 9kHz, pour une atténuation de −3 dB ou de −6 dB suivant le type d'appareil utilisé. Ainsi, pour des convertisseurs de l'électronique de puissance dont la fréquence de découpage est fixe, nous savons, en théorie, que seules les multiples de cette fréquence sont susceptibles de porter de l'information. Si la fréquence de découpage est supérieure à 9kHz, les raies sont distinctes permettant une comparaison directe du spectre mesuré avec celui obtenu par la simulation. Dans le cas contraire, la démarche est un peu plus délicate. C'est typiquement le cas des onduleurs MLI, dont les fréquences de découpage sont généralement peu élevées. De plus, comme nous pouvons le constater, leur contenu spectral est nettement plus riche du fait de la présence des sous-harmoniques engendrées par la modulation. Il est alors nécessaire d'inclure les effets du filtrage dans la simulation, afin de pouvoir mener une étude cohérente et surtout de se placer dans des conditions normatives.

VIII.2 Filtre théorique

Pour rendre compte au cours de la simulation des modifications du spectre induites par ce filtre, nous allons simplement définir une fonction de filtrage présentant des caractéristiques similaires à celles du filtre réel. Le filtre le plus souvent utilisé possède une allure gaussienne avec une largeur de bande (RBW) définie à −3dB. L'expression Eq. IV-18 ci-dessous représente la fonction de transfert du filtre $\mathcal{F}$ d'ordre N centré sur une fréquence ν_0, et dont la bande passante RBW est implicitement définie par la constante λ.

$$\mathcal{F}_{?_0}^{N}(?) = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\lambda\cdot(\nu-\nu_0)^2}} \right)^N \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{4}{RBW^2}\cdot\left(e^{\frac{3\cdot\ln(10)}{10\cdot N}} - 1 \right) \qquad \textbf{Eq. IV-18}$$

La réponse du filtre est obtenue en appliquant à l'entrée de l'analyseur une sinusoïde d'amplitude unitaire, dont la fréquence est arbitrairement fixée à 20kHz. La résolution du filtre est fixée à 1kHz pour représenter correctement l'enveloppe du filtre. Cette mesure permet d'identifier très facilement l'ordre du filtre. Comme nous pouvons le constater sur la Figure IV-50, le filtre que nous avons défini possède naturellement la même bande passante et le même profil d'atténuation que celui de l'analyseur pour l'ordre 4. Les écarts sont alors négligeables, et entre les deux courbes pour des valeurs raisonnables d'atténuation (>−60dB) en dessous le filtre réel atteint ses limites et le bruit de mesure devient plus important.

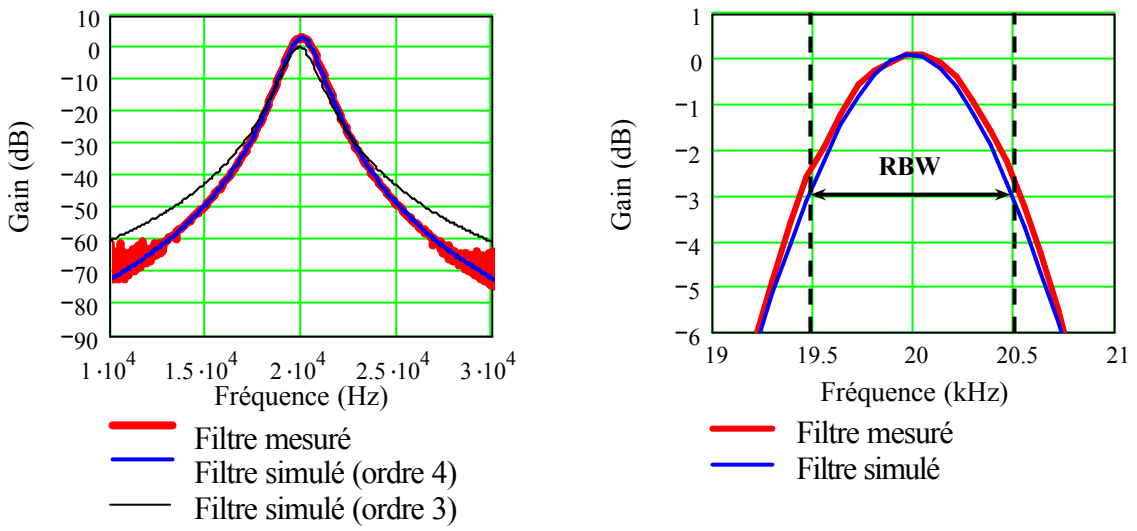


Figure IV-50 Réponses des filtres mesurés et simulés

Le spectre calculé théoriquement peut être corrigé, afin qu'il soit comparable à la mesure. Il faut également garder à l'esprit que la mesure elle-même n'est jamais parfaite, car l'utilisation de l'analyseur de spectre induits de nombreuses sources d'erreurs.

VIII.3 Application à la MLI

Comme nous pouvons le constater, le filtre est susceptible de modifier considérablement le spectre d'une grandeur électrique, il est alors extrêmement difficile d'identifier clairement une tension modulée par une mesure directe avec ce type d'appareil. Dans le cas d'un signal modulé tels que ceux traités ici, le spectre subit des modifications de forme et d'amplitude importantes suivant la largeur de bande du filtre comme le montre clairement la Figure IV-51.

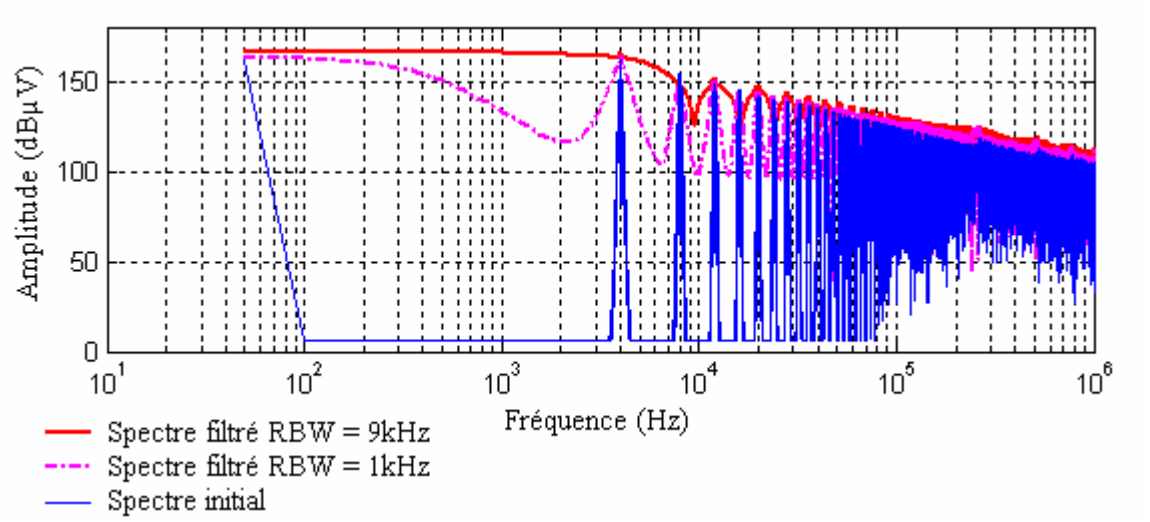


Figure IV-51 Influence de l'analyseur sur le spectre d'une tension modulée sinusoïdalement

IX. MODELISATION FREQUENTIELLE DE L'ONDULEUR

Par sa nature même, un onduleur triphasé MLI est un générateur de courants de mode commun. Malgré une charge triphasée, constituée des enroulements du moteur, supposée parfaitement équilibrée, il existe donc toujours une tension homopolaire résiduelle qui engendre via un ensemble de couplages capacitifs parasites des courants de mode commun importants. Ces perturbations se referment grâce aux chemins de propagation prévus à cet effet (Filtre, RSIL) ou indésirables (directement dans l'alimentation), comme nous avons eu l'occasion de le voir au cours des chapitres précédents. L'objectif de cette partie est d'élaborer un schéma électrique équivalent de ce type de structure capable de rendre compte, de façon acceptable, du niveau de perturbations.

IX.1 Source équivalente de mode commun - Schéma simplifié

Les trois bras de l'onduleur constituent les principales sources de perturbations de cette structure. Plus précisément, ces sources sont modélisées par trois générateurs d'harmoniques de tension. Les nombreux travaux déjà réalisés dans cet axe de recherche [HOENE][CONSOLI] mettent en évidence la prédominance des courants de mode commun, et négligent l'influence du mode différentiel sur la gamme de fréquence relative aux perturbations conduites. Ce constat permet d'établir le schéma équivalent fréquentiel extrêmement simple de la structure. Ce schéma, présenté Figure IV-52, intègre les trois générateurs de tension ainsi que les chemins de propagation définis par la charge (moteur et câble), sur laquelle nous reviendrons ultérieurement. Le RSIL est également représenté par l'intermédiaire de l'impédance Z_{rsil}. Ce schéma repose cependant sur l'hypothèse de la symétrie de l'onduleur du point de vue des chemins de propagation de mode commun, et suppose de ce fait que le courant total de mode commun se répartisse équitablement dans les deux branches de mesure du RSIL. Ces dernières se trouvent donc en parallèle. La charge et l'ensemble de ses couplages à la terre sont représentés par une impédance équivalente par phase (Figure IV-53).

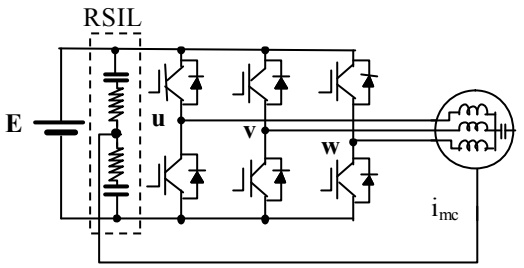


Figure IV-52 Structure simplifiée de l'onduleur

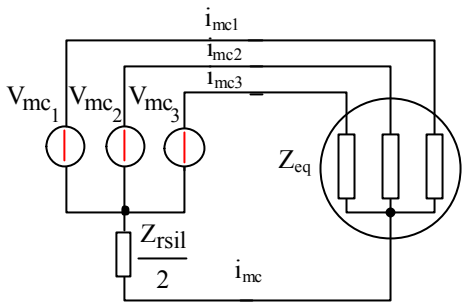


Figure IV-53 Schéma équivalent de mode commun

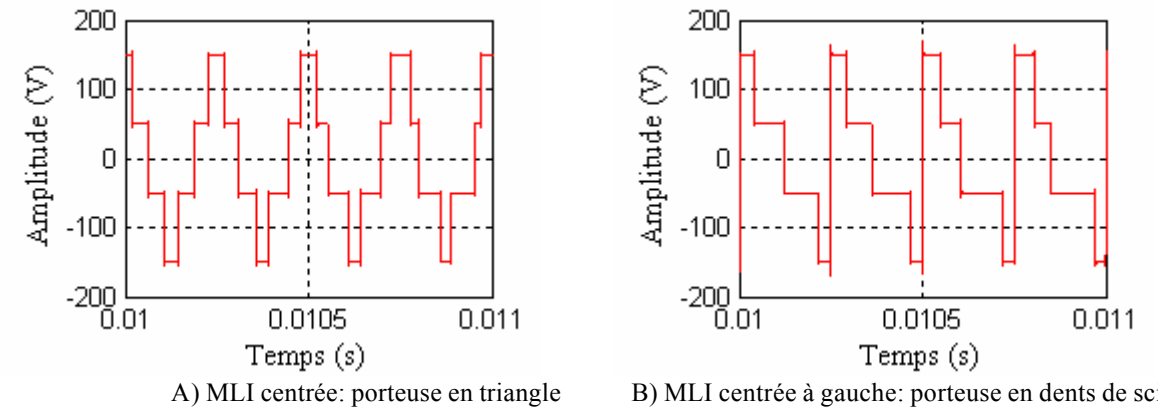
$$V_{mc_i} = Z_{eq} \cdot i_{mc_i} + \frac{Z_{rsil}}{2} \cdot i_{mc} \qquad \text{avec } i = 1,2,3 \qquad \textbf{Eq. IV-19}$$

La somme des trois relations synthétisées par l'équation Eq. IV-19 permet d'exprimer le courant de mode commun total en fonction des générateurs et des principaux chemins de propagation de ce même mode. La relation ainsi trouvée apporte un degré de simplification supplémentaire en transposant le schéma triphasé (Figure IV-53) en monophasé ce qui, *a posteriori*, semble devenir relativement évident. Ainsi, à l'instar des impédances du RSIL, les éléments de la charge se retrouvent en parallèle. La source unique de mode commun V_{MC} est alors équivalente à la "moyenne"des trois générateurs initialement dissociés.

$$i_{mc} = \frac{1}{\frac{Z_{eq}}{3} + \frac{Z_{rsil}}{2}} \cdot V_{MC} \qquad \text{avec} \qquad V_{MC} = \frac{V_{mc_1} + V_{mc_2} + V_{mc_3}}{3} \qquad \textbf{Eq. IV-20}$$

Il est évident que ce schéma est extrêmement sommaire, il permet cependant une estimation rapide et simple des courants de mode commun d'une structure qui, à l'origine, semble relativement complexe. Il fait également apparaître la principale source de mode commun qui représente naturellement la tension homopolaire précédemment introduite au travers de l'étude de la MLI vectorielle. Cette source, définie par la superposition de l'ensemble des créneaux modulés, est une tension multiniveaux dont l'amplitude est alors comprise entre $-E/2$ et $E/2$, si E représente la tension du bus continu.

La Figure IV-54 ci-dessous présente deux formes temporelles de la tension de mode commun issue d'une MLI intersective sinusoïdale avec deux porteuses différentes à 4kHz. Dans le premier cas, la porteuse utilisée est triangulaire, les différents paliers sont alors quasiment centrés faisant apparaître six transitions distinctes sur une période de découpage. Dans le deuxième cas, la porteuse en dents de scie impose des commutations aux mêmes instants, ce qui limite à quatre le nombre de transitions sur une période de découpage. L'une de ces transitions est alors trois fois plus importante que les autres et se reproduit à l'identique à chaque période, ce qui a pour principale conséquence une augmentation du nombre de sous-harmoniques, comme nous avons déjà pu le constater. Ce type d'étude permet de confirmer l'aspect négatif des lois de commande à instants de commutation fixes sur le plan des perturbations conduites de mode commun.



A) MLI centrée: porteuse en triangle B) MLI centrée à gauche: porteuse en dents de scie

Figure IV-54 Représentations temporelles de la tension de mode commun pour deux porteuses différentes

Le caractère triphasé des générateurs composant V_{MC} implique que la composante spectrale principale, définie à la fréquence électrique statorique imposée par la modulation, est nulle. Ce mécanisme apparaît également au niveau des raies réparties autour des harmoniques de la fréquence de découpage diminuant ainsi la densité spectrale de cette source (Figure IV-55).

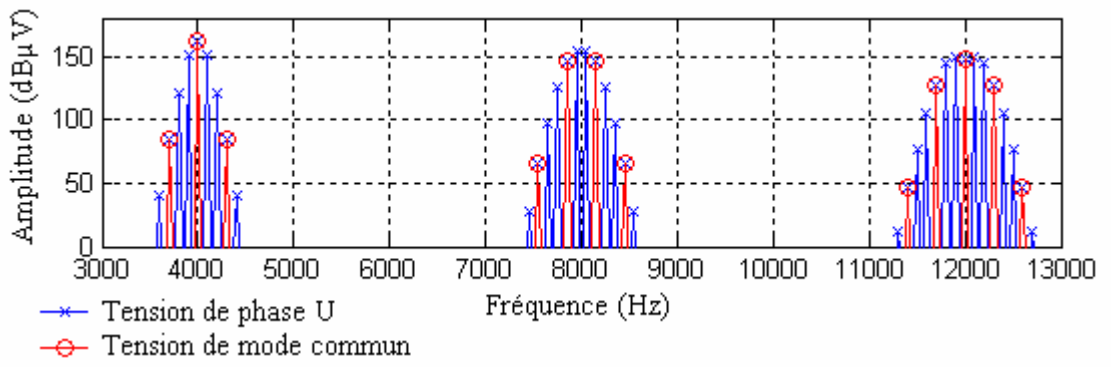


Figure IV-55 Comparaison entre les spectres de la tension de sortie d'une phase et de la tension de mode commun

IX.2 Exemple simple

Pour se rendre compte de l'allure générale d'un spectre de mode commun relatif à un onduleur triphasé en utilisant cette première représentation, il est nécessaire d'utiliser un premier modèle de la machine pour le mode commun. Ce modèle est basé sur une description électrique des principaux phénomènes physiques présents sur un enroulement (Figure IV-56). On peut alors assimiler la capacité C_1 aux effets électrostatiques propres à l'enroulement modélisé sommairement par l'association d'une résistance R_e et d'une inductance L_e. La seconde C_2 capacité représente alors le couplage capacitif parasite entre cet enroulement et le châssis du moteur supposé au potentiel de terre. Sans anticiper sur les résultats du prochain chapitre, dédié en partie aux modèles de moteur, celui-ci n'offre de bons résultats que sur une gamme fréquentielle réduite (<1MHz). Il s'avère cependant tout à fait adapté à ce type d'étude préliminaire. Les valeurs des éléments de ce modèle, proposées dans cet exemple, permettent de donner des ordres de grandeur tout à fait réalistes pour des enroulements de machine de faible puissance (<1kW). Nous verrons par la suite comment extraire ce type de données à partir d'une mesure d'impédance aux bornes de la machine asynchrone.

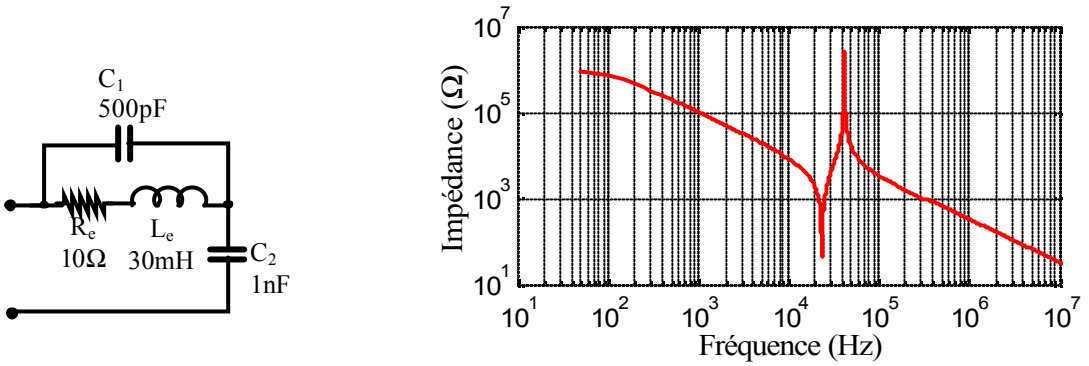


Figure IV-56 Schéma équivalent d'un enroulement du moteur

Le spectre calculé à partir de l'impédance du RSIL montre clairement l'influence de la charge et de ces impédances équivalentes. En effet les résonances et anti-résonances clairement visibles sur le module de l'impédance (Figure IV-56) se reportent directement sur le niveau de perturbation.

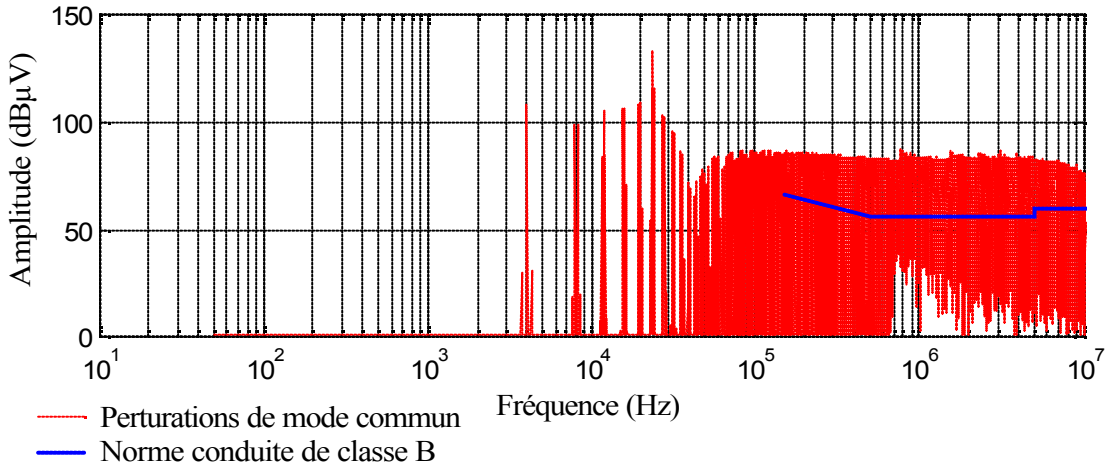


Figure IV-57 Spectre de mode commun

Cette première estimation réalisée à partir d'un schéma extrêmement simple met en évidence l'importance du mode commun sur les perturbations collectées par le RSIL. L'écart entre le niveau maximum du spectre et la norme de classe B prouve la nécessité de déterminer un filtrage approprié.

IX.3 Influence du mode différentiel

Les études CEM réalisées sur les onduleurs se focalisent généralement sur le mode commun en supposant que les perturbations de mode différentiel n'ont qu'une faible influence sur le spectre étudié sur la plage de fréquences relatives aux normes des émissions conduites. Cet aspect, certes réaliste dans le cas d'un filtrage parfait, est cependant trop restrictif et ne permet pas de dimensionner au mieux les éléments de filtrage. Une étude similaire à celle menée pour le mode commun peut s'appliquer en utilisant, cette fois-ci, la source de courant définie précédemment. Dans ce cas de figure, toute la partie active de l'onduleur est remplacée par cette source de courant représentant le courant circulant sur le bus continu. Il est alors

indispensable de représenter le condensateur du bus continu nécessaire au filtrage de ce dernier, sans lequel la majeure partie des harmoniques se reporte dans le RSIL.

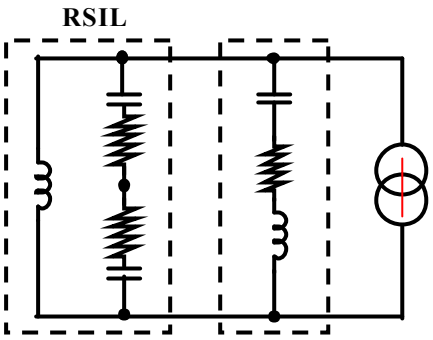


Figure IV-58 Schéma équivalent de mode différentiel

Données:		
Puissance: Bus DC MLI	1kW 300V sinusoïdale (80%)	
Condensateur		C = 1mF R = 50mΩ L = 50nF

Tableau IV-3 Données du modèle

C'est principalement le condensateur qui conditionne le niveau de perturbations perçu par les éléments du RSIL. Les harmoniques générées par les courants de puissance du moteur et les commutations sont filtrées par cet élément, généralement de forte valeur. Malheureusement, son efficacité est considérablement réduite par ses éléments parasites intrinsèques. Pour cet exemple à la fois simple et réaliste grâce aux différentes valeurs choisies (Tableau IV-3), le niveau du spectre de mode différentiel est tangeant au gabarit issu de la norme de classe B, et bien qu'il reste nettement inférieur à celui du mode commun, il reste critique par rapport au niveau imposé.

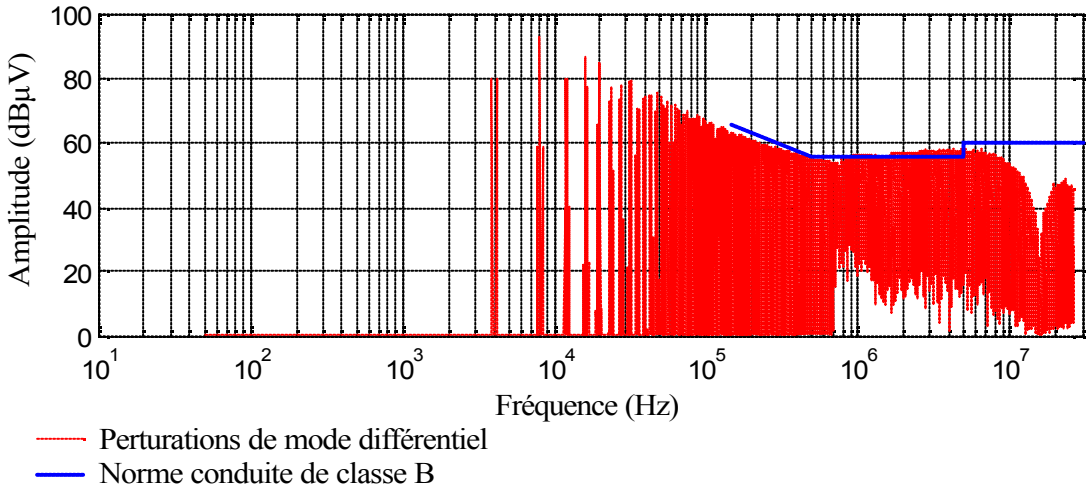


Figure IV-59 Spectre de mode différentiel

L'impact des éléments parasites sur les perturbations induites par le courant découpé ne peut être totalement négligé, et si l'accent est généralement porté sur l'étude des perturbations de mode commun, le mode différentiel joue un rôle important sur le niveau global des émissions conduites. Il devient ainsi nécessaire d'établir un modèle général intégrant ces deux principaux modes de propagation sans les dissocier.

IX.4 Schéma global - Approche Matricielle

Les premiers calculs simples effectués précédemment sur l'onduleur sont évidemment basés sur la méthode de séparation des sources présentée dans le second chapitre. Cette méthode, nous l'avons vu, limite le nombre de chemins communs entre les modes de propagations. De plus, le calcul des fonctions de transferts associées au mode commun et au mode différentiel devient extrêmement complexe pour un schéma plus détaillé. L'approche matricielle permet de s'affranchir de ces problèmes en traitant simultanément l'ensemble des sources de perturbations pour un schéma équivalent identique à celui présenté ci-dessous (Figure IV-60). Ce premier schéma représente l'onduleur placé sur un réseau continu. De ce fait, la source d'alimentation de cette structure, supposée parfaite, représente un court-circuit d'un point de vue dynamique, elle n'apparaît donc pas sur le schéma. Le RSIL placé en tête est représenté sous une forme simplifiée, pour éviter de surcharger le modèle par des mailles supplémentaire peu influente. Le premier étage est constitué d'impédances permettant de modéliser une structure de filtre classique et/ou le câble d'alimentation de la structure dont l'impédance n'est pas nécessairement négligeable (1µH/m). Le filtrage capacitif du bus continu ainsi qu'une représentation simple des éléments parasites de ce dernier sont également représentés pour estimer correctement les effets du courant de puissance. Rappelons simplement que les variations de tension, engendrées par le courant de puissance au travers de ces éléments induisent des courants de mode commun supplémentaires au travers des couplages capacitifs à la terre toujours présents.

La charge est présente sous la forme de trois impédances couplées reliées directement à la terre. Les schémas équivalents des trois cellules de commutations sont associés en parallèle, et forment ainsi le cœur du modèle CEM de l'onduleur. Cette structure présente ainsi de façon simple les principaux chemins de propagations, ainsi que le placement des sources qui donnent naissance aux perturbations de mode commun mais également de mode différentiel.

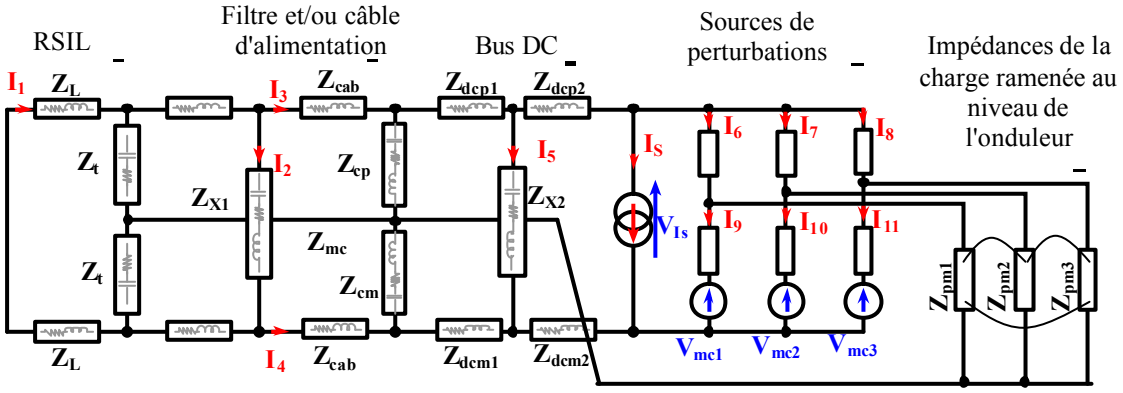


Figure IV-60 Schéma équivalent global

Le nombre de mailles indépendantes de ce schéma s'élève à douze, ce qui implique nécessairement que la dimension de la matrice principale associée à ce schéma est de 12×12. Le vecteur de sortie de ce système se compose alors des onze courants de maille inconnus et de la tension aux bornes de la source de courant. La matrice et le vecteur d'excitation sont donnés en ANNEXE V.

IX.4.1 Résultats préliminaires

La première simulation présentée ci-dessous représente l'estimation du spectre des perturbations pour une MLI intersective sinusoïdale dont le taux de modulation est fixé à 80% pour reprendre les conditions des simulations précédentes. Le modèle de la machine est identique à celui présenté dans le paragraphe traitant du schéma équivalent simplifié de mode commun. Pour ce type de modèle, nous n'avons pas défini d'impédances mutuelles au niveau de la charge, ce qui permet d'obtenir des résultats comparables aux précédents. Les couplages capacitifs parasites, présents entre le point milieu des cellules de commutation et la terre et dues notamment à la proximité du système de refroidissement, sont également pris en compte sous la forme de capacités et intégrés aux impédances de la charge Z_{pm}. Ces dernières permettent également de calculer directement, les courants dans les trois phases de sortie de l'onduleur et indirectement, le spectre de la source de courant I_S. Le modèle du condensateur de filtrage, représenté par Z_{X2}, est également identique (Tableau IV-3). Les éléments du bus continu, dont les effets apparaissent généralement pour des fréquences élevées, sont fixés par des ordres de grandeur relatifs aux pistes de circuits imprimés dont les dimensions restent faibles (exemple: piste de cuivre 40µm×1cm×10cm, L<10nH, R<10mΩ). De plus, le filtrage des perturbations n'étant pas considéré dans cette première étude, l'impédance Z_{X1} est supposée infinie.

Le spectre calculé pour l'une des branches du RSIL (Figure IV-61) présente une allure globale sensiblement identique à celle de la Figure IV-57 représentant le spectre des perturbations de mode commun calculé à partir d'un schéma simplifié. La cohérence de ces deux spectres permet d'une part de vérifier simplement les résultats obtenus par le calcul matriciel, et d'autre part de montrer *a priori* l'importance des impédances relatives à la charge. Nous pouvons également remarquer les modifications de l'enveloppe du spectre, si l'on tient compte du filtrage de l'analyseur de spectre imposé dans le cas d'une étude normative.

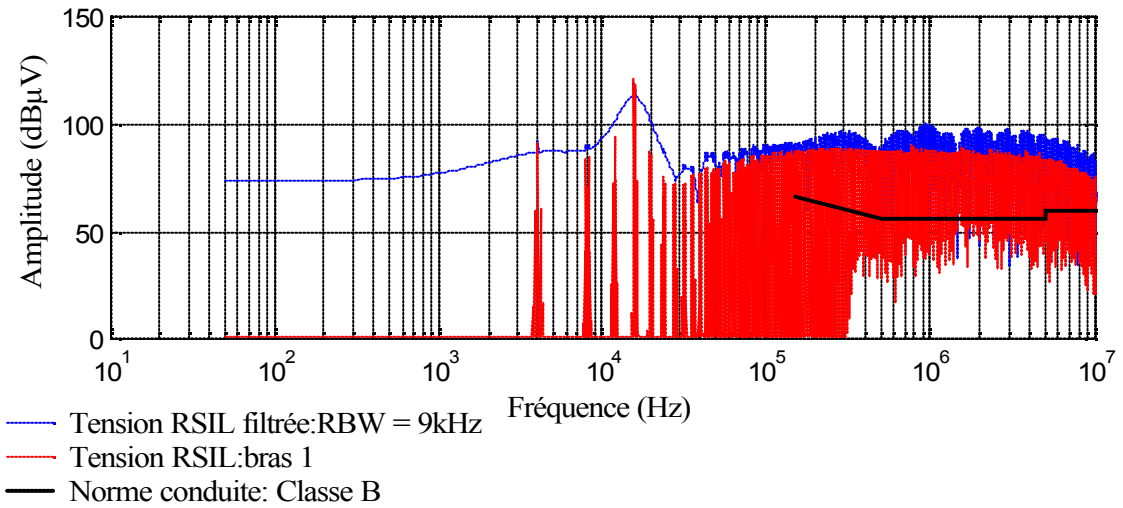


Figure IV-61 Spectre global simulé

Pour valider cette approche fréquentielle et de ce fait cet outil de simulation, le spectre précédent est comparé à celui issu d'une simulation temporelle à l'aide du logiciel SABER. Le but de cette étude n'est pas de vérifier le spectre d'une simulation à partir d'une autre, mais de montrer qu'une approche purement fréquentielle, et les hypothèses qu'elle nécessite, apporte des résultats équivalents pour des performances de calcul et de stabilité nettement supérieures [REVOL-03-2]. Nous avons déjà pu le constater pour une structure simple et nous pouvons le

vérifier également pour un onduleur triphasé (Figure IV-62). La loi de commande définie pour cette simulation est évidemment rigoureusement la même que celle utilisée pour le calcul fréquentiel. Comme nous pouvons le constater, l'enveloppe supérieure du spectre obtenue à partir d'une FFT est identique à la précédente. Les différences qui apparaissent sur le niveau bas du spectre se justifient d'une part par le simple fait de travailler sur des signaux discrets et d'autre part par l'utilisation de temps de garde fixes. L'utilisation de temps mort s'avère essentielle avant tout pour garantir une simulation réaliste de ce type de structure, mais également pour limiter les problèmes de convergence engendrés par des variations trop violentes de courant durant les phases sensibles de commutation.

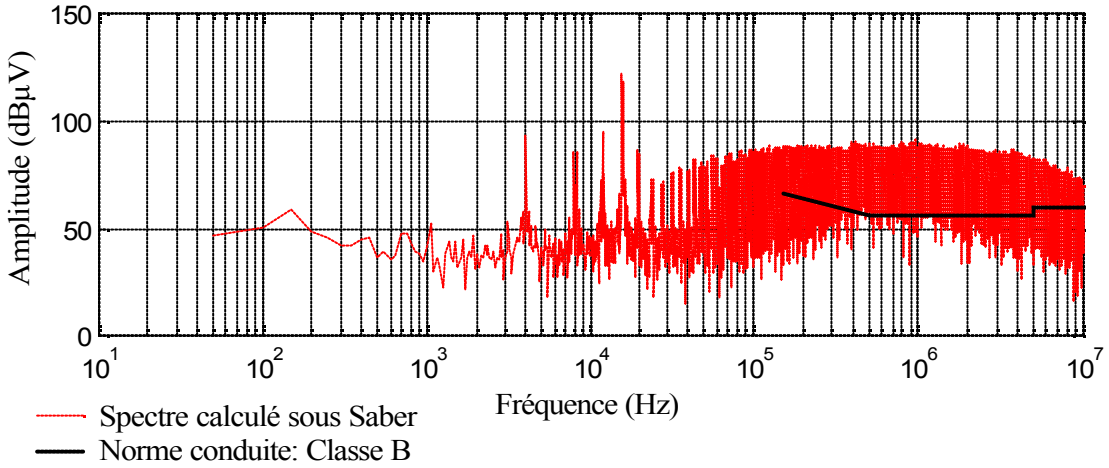


Figure IV-62 Spectre des perturbations conduites calculé sous SABER

Pour clairement prendre conscience de l'impact du moteur sur le mode commun, la simulation suivante (Figure IV-63) présente un spectre calculé en supposant que les couplages capacitifs du moteur avec la terre sont négligeables devant ceux de l'onduleur par l'intermédiaire du refroidisseur. Dans cet exemple, les capacités de mode commun du module sont fixées à 20pF ce qui représente un ordre de grandeur assez représentatif. Pour des éléments parasites de cette valeur, les perturbations de mode commun sont négligeables devant celles de mode différentiel, et dans ce cas la principale source de perturbations correspond au courant de puissance découpé du bus continu.

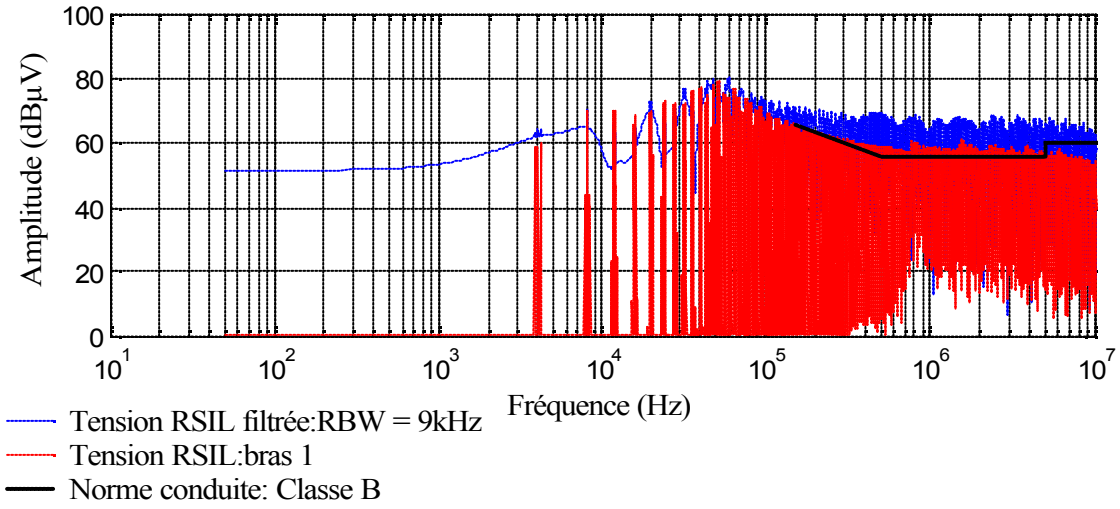


Figure IV-63 Spectre global simulé sans couplage capacitif du moteur à la terre

Pour un point de fonctionnement identique, le spectre associé à une loi de commande du type DeadBanded est globalement du même niveau que le précédent. Nous pouvons alors constater et confirmer l'influence de ce type de stratégie sur les fréquences les plus basses.

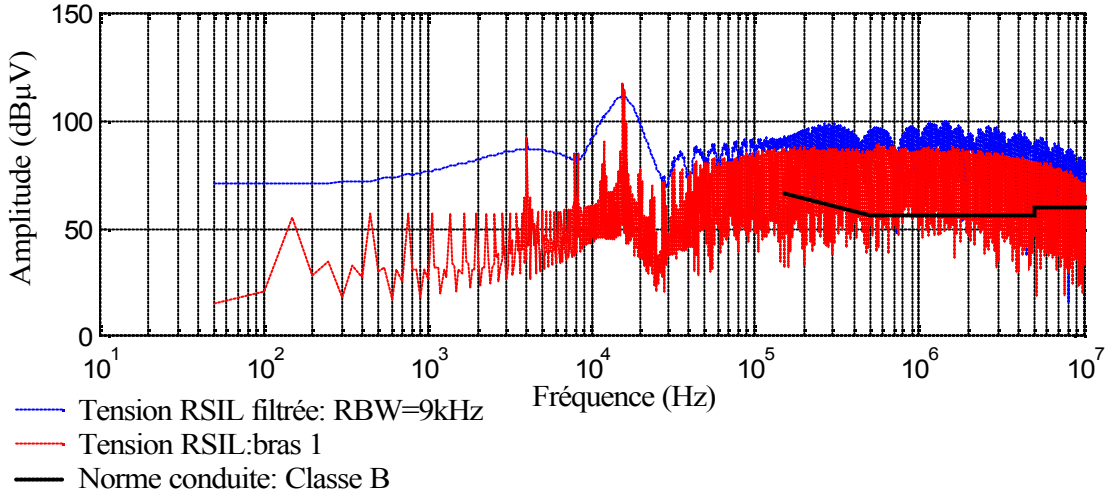


Figure IV-64 Spectre global (MLI intersective deadBanded)

IX.5 Approche modulaire – Association d'hexapôles

Malgré son efficacité, la méthode matricielle présente toutefois l'inconvénient d'être peu évolutive comme nous l'avions signalé en conclusion du second chapitre. Pour contourner ce problème tout en gardant une démarche basée sur une résolution en fréquence, nous proposons une approche modulaire à partir de l'association en cascade de blocs élémentaires [COYAUD-02]. Cette technique permet de dissocier les différents étages (filtre, pond de diodes, RSI,…) du variateur (Figure IV-65) en les traitant séparément avant de les associer. Ces blocs sont alors définis par des matrices de transfert ayant pour grandeurs d'entrée et de sortie les courants et les tensions. Ces matrices ont l'avantage d'être de faible dimension [4×4] et relativement simples à déterminer. Seul le bloc extrême relatif aux sources de perturbations et à la charge ne peut se mettre exactement sous la forme d'une matrice de transfert.

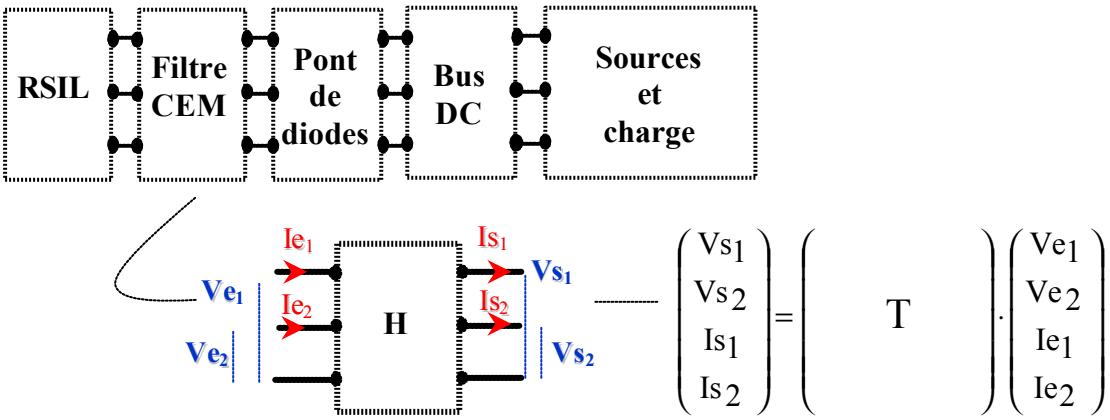


Figure IV-65 Modélisation fréquentielle du convertisseur par hexapôles

Il n'est pas utile de détailler l'ensemble des blocs dans cette partie, seuls les blocs du RSIL et des sources sont réellement importants. En effet, si la plupart des matrices des blocs élémentaires sont relativement simples à définir, la partie principale du bloc comprenant

l'onduleur et la charge est plus délicate à exprimer puisque les sources de perturbations en font parties. Le schéma du RSIL, quant à lui, induit une matrice que l'on peut qualifier de pseudo transfert puisqu'il n'existe pas de courant d'entrée avec le sens que nous avons défini ci-dessus.

IX.5.1 Forme matricielle du RSIL

Le RSIL qui représente le premier étage de la structure, ne possède pas de variables d'entrée en courant, de par la représentation que nous avons choisie (Figure IV-66). Toutefois, il peut se mettre sous la forme matricielle d'un hexapôle en supposant des courants d'entrée nuls.

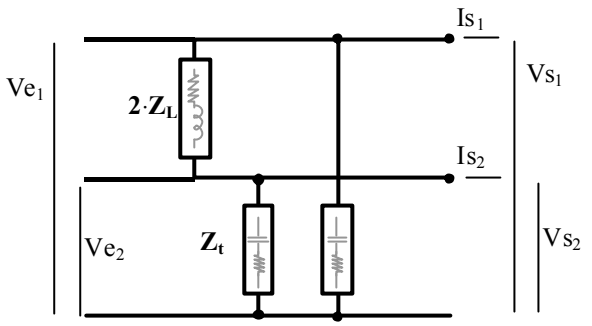


Figure IV-66 Définition des entrées et des sorties du bloc RSIL monophasé

Le schéma ci-dessus montre clairement qu'en l'absence de courant d'entrée, les grandeurs de sortie sont uniquement définies en fonction des tensions Ve. La matrice de transfert du RSIL est alors rectangulaire, et s'exprime simplement à l'aide des admittances de l'inductance de filtrage et des branches de mesure.

$$\begin{pmatrix} Vs_1 \\ Vs_2 \\ Is_1 \\ Is_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -(2\cdot Y_L + Y_t) & Y_t \\ Y_t & -(2\cdot Y_L + Y_t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Ve_1 \\ Ve_2 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} Y_t = 1/Z_t \\ Y_L = 1/Z_L \end{matrix} \qquad \textbf{Eq. IV-21}$$

Cette représentation est assez particulière, puisqu'une partie des tensions d'entrée Ve correspond aux tensions des résistances de mesure que nous recherchons. Ce format est toutefois nécessaire pour déterminer le vecteur des tensions Ve en fonction des blocs suivants et des sources dont la forme matricielle est également particulière.

Pour apporter plus de clarté et de simplicité à cette méthode de calcul, les relations entre les grandeurs d'entée et de sortie du RSIL sont respectivement définies par les vecteurs E_{rsil} et S_{rsil}. La matrice précédemment décrite est notée M_{rsil}. Le système s'écrit alors sous la forme suivante: $S_{rsil} = M_{rsil} \cdot E_{rsil}$

IX.5.2 Forme matricielle du bloc Source

Le schéma du bloc Source rassemble l'ensemble des sources de perturbations ainsi que les impédances de mode commun contenant les éléments parasites propres à l'onduleur et à la charge (Figure IV-67).

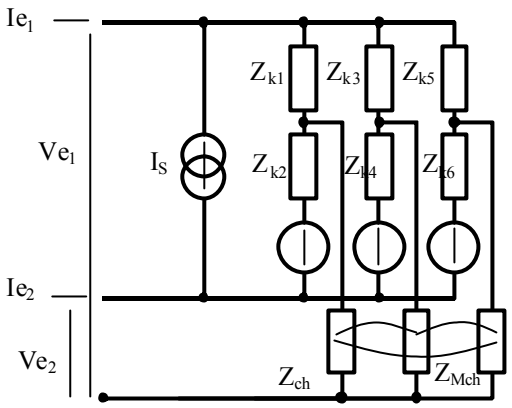


Figure IV-67 Schéma du bloc Source

Dans ce cas précis, on ne peut évidemment à la fois imposer le courant et la tension puisque ces grandeurs ne sont pas indépendantes, et sont définies en fonction des blocs précédents. Le développement des différentes équations relatives à ce schéma met en évidence l'interdépendance des grandeurs d'entrée puisqu'il est possible de définir les courants Ie en fonction des tensions Ve et des générateurs d'harmoniques. L'inversion de la matrice en fonction du vecteur d'entrée n'est évidemment pas possible. Toutefois cette relation matricielle est compatible avec l'approche par hexapôles (Eq. IV-22).

$$\begin{pmatrix} Y_{S1} & Id \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Ve_1 \\ Ve_2 \\ Ie_1 \\ Ie_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{S2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{mc1} \\ V_{mc2} \\ V_{mc3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_S \\ -I_S \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. IV-22}$$

Y_{S1} matrice admittance [2×2] Y_{S2} matrice admittance [2×3]
Id matrice identité [2×2]

En utilisant des notations plus condensées, cette relation peut se mettre sous la forme ci-dessous (Eq. IV-23) dans laquelle les vecteurs V et I représentent respectivement les sources de tension et de courant de perturbations et le vecteur E_S correspond aux grandeurs d'entrée. Les deux matrices présentées en ANNEXE VI sont notées M_{S1} et M_{S2}.

$$M_{S1} \cdot E_S = M_{S2} \cdot V + I \qquad \textbf{Eq. IV-23}$$

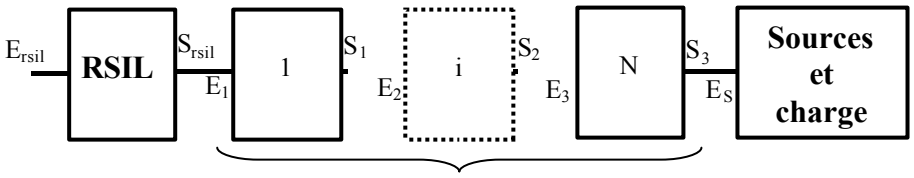
IX.5.3 Résolution

Les systèmes associés à ces deux blocs, toujours présents quels que soient le nombre et la fonction des étages intermédiaires, conditionnent les associations matricielles des blocs ainsi que les variables calculées. En effet, les grandeurs que nous souhaitons obtenir correspondent aux tensions du RSIL. Il s'agit donc d'exprimer les variables d'entrée du bloc Source en fonction des tensions du RSIL au travers des blocs intermédiaires. La résolution consiste donc à faire le produit des différentes matrices, puisque les variables de sortie d'un bloc correspondent aux grandeurs d'entrée du suivant. Ce calcul est alors réalisable si les dimensions des matrices sont compatibles et respectent des règles évidentes d'association par rapport à la multiplication qui dans notre cas sont rappelées dans le Tableau IV-4.

Dim(M1×M2)		
Dim(M1) \ Dim(M2)	[4×4]	[4×2]
[4×4]	[4×4]	[4×2]
[2×4]	[2×4]	[2×2]

Tableau IV-4 Dimension de la matrice résultante du produit des matrices M1 et M2

Les blocs intermédiaires qui représentent entre autre le bus continu, le redresseur et le filtre sont définis par des matrices de transfert carrées classiques. Leurs produits ne modifient donc pas la dimension de la matrice résultante. Tel que se pose ce problème, le produit des différentes matrices doit s'effectuer dans un ordre précis afin de conserver le vecteur E_{rsil} recherché. Ainsi, en supposant que le nombre de blocs intermédiaires soit égal à N, la matrice équivalente est donnée par la relation présentée sur la Figure IV-68.



$$M_B = \prod_{i=0}^{N-1} M_{N-i}$$

Figure IV-68 Expression du produit des blocs intermédiaires en fonction de leur placement

Pour l'exemple présenté sur la Figure IV-65, la structure est décomposée en cinq blocs parmi lesquels le filtre CEM, le redresseur et le bus continu constitue les étages intermédiaires. De ce fait, la matrice équivalente M_B est donnée par la relation Eq. IV-24.

$$M_B = \left(M_{Bdc} \cdot M_{PdD} \cdot M_{fil}\right) \qquad \textbf{Eq. IV-24}$$

Les tensions du RSIL que nous cherchons s'expriment alors très simplement à l'aide de l'expression Eq. IV-25. Nous pouvons remarquer que les matrices M_{S1}, M_B et M_{S2} possèdent des dimensions compatibles pour réaliser leur produit. La matrice obtenue est alors carrée, ce qui rend potentiellement possible son inversion. D'un point de vue global, si le schéma est électriquement cohérent pour qu'il existe des tensions aux bornes des branches de mesure du RSIL, alors la matrice P est inversible.

$$E_{rsil} = P^{-1} \cdot \left(M_{S2} \cdot V + I\right) \qquad \textbf{Eq. IV-25}$$

$$\text{avec} \quad P = \left(M_{S1} \cdot M_B \cdot M_{rsil}\right)$$

Cette formulation entraîne la remarque suivante: les tensions du RSIL qui définissent le vecteur E_{rsil} peuvent s'écrire simplement sous la forme de fonctions de transfert, et à l'instar de la méthode matricielle précédente, le déterminant induit par l'inversion de la matrice P nous donne l'ensemble des phases de résonance visibles sur le spectre.

IX.5.4 Remarques

Pour une entrée triphasée, la démarche est identique, les matrices de transfert, des blocs correspondants aux étages alternatifs situés avant le redresseur, sont de dimension [6×6]. Le pont de diodes permet alors de réaliser le passage entre les octopôles et les hexapôles ce qui implique que la matrice relative à cet étage soit rectangulaire ([4×6]).

IX.5.5 Conclusion

Les résultats de simulation obtenus par cette méthode de calcul sont identiques aux précédents. Avec cette technique, le système est considérablement simplifié par rapport à l'approche matricielle, présentée, dans les paragraphes précédents. Le faible nombre d'inconnues calculables, ainsi que la simplicité des systèmes linéaires à résoudre, permettent une nette augmentation des performances en terme de calcul. Ainsi, pour une structure relativement complexe telle que celle présentée ci-dessus, il est possible de résoudre manuellement le système, et d'exprimer les fonctions de transfert entre les tensions du RSIL et les sources sans dissocier les chemins de propagation. De plus, la modification possible de la nature ou de l'emplacement des différents étages constitue la principale originalité de cette méthode.

X. CONCLUSION

Nous avons choisi dans ce chapitre de ne traiter que l'onduleur en détaillant les principales sources de perturbations. L'étude préliminaire de ces générateurs passe nécessairement par une définition correcte des lois de commande qui, suivant leur complexité, modifient le contenu spectral des perturbations collectées par le RSIL. Naturellement, ce chapitre ne fournit pas une liste exhaustive des stratégies de commande, mais offre un panel représentatif des fonctions utilisées pour les onduleurs et les variateurs de vitesse. Malgré le développement toujours croissant des modulations vectorielles, nous pouvons constater que les MLI intersectives sont encore couramment utilisée. Les algorithmes de détection des instants de commande, présentés dans les premiers paragraphes permettent alors de traiter tous les types de MLI présentés sous la forme d'un signal modulant et d'une porteuse haute fréquence. Ces algorithmes permettent essentiellement de s'affranchir des phases d'échantillonnage et des phénomènes qui en résultent. Les tensions aux bornes des interrupteurs construites à partir des lois de commande sont directement définies dans le domaine fréquentiel grâce aux transformées de Laplace déjà longuement détaillées au cours des chapitres précédents. Ce chapitre montre l'importance de la charge de l'onduleur qui représente un chemin de propagation critique.

Cette démarche aboutie à deux représentations fréquentielles de la structure en tenant compte des principaux chemins de propagations. La première est définie à partir d'un schéma global de la structure dont les courants de mailles représentent les inconnues. Ce schéma est défini par un système linéaire représenté par une matrice. La résolution de ce système permet d'obtenir directement le spectre de toutes les grandeurs recherchées. La deuxième représentation permet de décomposer et de modéliser le convertisseur par des blocs élémentaires. Cette technique, plus restrictive que la précédente, permet un gain en temps de calcul non négligeable, puisqu'elle est environ deux fois plus rapide que la précédente pour un équipement informatique identique. Evidement, les deux méthodes de calcul donnent des résultats identiques.

Les simulations SABER que nous avons utilisées pour comparer ces différentes méthodes d'estimation spectrales offrent des performances bien moins intéressantes en termes de rapidité de calcul et surtout de robustesse. A titre d'exemple, la simulation SABER présentée précédemment nécessite 10mn de calcul sur un ordinateur cadencé à 1GHz avec 512Mo de RAM. Avec le calcul matriciel, le calcul est inférieur à 20s pour traiter plus de 260000 fréquences.

Nous avons ainsi développé un outil de simulation robuste et performant qui permet d'estimer le niveau des perturbations conduites et d'étudier l'impact des éléments de la structure sur ces dernières.

Chapitre V

MODELISATION DE L'ASSOCIATION DU CABLE ET DE LA MACHINE ASYNCHRONE

I. MODELISATION HAUTE FREQUENCE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE

Nous avons vu au cours du chapitre précédent, l'importance d'une bonne représentation des chemins de propagation, essentiellement de mode commun, définis par la machine asynchrone (MAS). La plupart des modèles développés pour des études similaires sont généralement valables pour les basses et moyennes fréquences (<< 1 MHz). Cette limite fréquentielle semble de ce fait trop restrictive pour l'étude globale des perturbations conduites. De plus, les modèles présentés dans ce chapitre ainsi que ceux rencontrés dans la littérature nécessitent l'hypothèse forte de la linéarité de la machine. Cela suppose ainsi que la machine n'est jamais sujette à des saturations du circuit magnétique. Les éléments dépendent alors uniquement de la fréquence ce qui permet d'utiliser la notion d'impédance.

I.1 Modèle simple

Les modèles hautes fréquences de machine asynchrone les plus rencontrées sont généralement constitués d'un nombre limité d'éléments comme celui que nous avons utilisé dans le chapitre précédent ce qui explique évidemment leur limite fréquentielle. Néanmoins, la simplicité de ces schémas leur procure l'avantage de pouvoir déterminer les différents éléments qui les composent avec un nombre minimal de mesures. L'élaboration initiale des schémas tels que celui présenté ci-dessous (Figure V-1) est généralement basée sur une interprétation des phénomènes physiques présents au sein de la machine et plus précisément d'un enroulement. Dans ce cas précis, le modèle est identique à celui d'une inductance bobinée sur un circuit magnétique auquel viennent se greffer les couplages parasites avec le châssis. L'inductance propre et la résistance d'un enroulement, sont représentées respectivement par Ld et Rs. L'élément résistif Rp peut être associé aux pertes induites dans le fer au stator de la machine. A l'instar du modèle classique d'une inductance sur circuit magnétique bobiné, l'élément Cp représente alors les couplages capacitifs parasites inter-spires. Les couplages capacitifs de mode commun entre un enroulement et le châssis du moteur sont représentés par les capacités C_{g1} et C_{g2}.

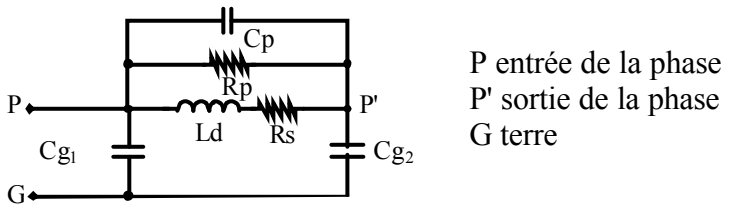
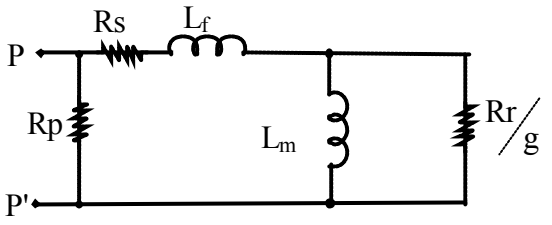


Figure V-1 Modèle simple d'un enroulement

Il est important de garder à l'esprit que ce type de modèle est prioritairement dédié au mode commun pour des fréquences nettement supérieures à la fréquence relative à la vitesse de rotation. Il ne peut alors tenir compte du fonctionnement en charge de la machine dont le modèle équivalent est présenté ci-dessous (Figure V-2).



Rs résistance série totale ramenée au stator (pertes par effet joule)
L_f: Inductance de fuite totale ramenée au stator
L_m : Inductance magnétisante
Rr : Résistance rotorique
g : glissement
Rp : Résistance parallèle (Pertes fer par courants induits)

Figure V-2 Schéma équivalent

Avec ce modèle usuel, la puissance de la machine se définie principalement à l'aide de la charge sur l'arbre modélisé par la résistance (Rr) et du glissement (g). Le modèle simple présenté initialement (Figure V-1) peut alors représenter l'impédance d'un enroulement lorsque la MAS fonctionne à vide. Dans ce cas, le glissement est considéré comme étant nul ou suffisamment faible pour que la résistance équivalente soit supposée infinie. Dès lors l'enroulement peut se synthétiser par le schéma proposé sur la Figure V-1.

I.1.1 Caractérisation: paramètres inductifs

Le modèle utilisé dans cette première partie est défini à partir d'un schéma équivalent par phases dans lequel l'inductance Ld ne correspond pas exactement à la valeur de l'inductance propre d'un enroulement. En effet, pour déterminer ce paramètre, les trois phases de la machine sont connectées en parallèle. Cette approche permet ainsi de s'affranchir des couplages mutuels entre les enroulements. L'inductance Ld tient alors compte également des inductances mutuelles inter-enroulement. L'impédance équivalente d'une phase est déduite en multipliant par trois l'impédance mesurée. Plusieurs mesures sont alors nécessaires. La première consiste à relever l'impédance des trois enroulements en parallèle pour déterminer directement l'inductance équivalente d'un enroulement (Figure V-3). Pour cette mesure, le potentiel de terre (G) n'étant pas fixé, la capacité équivalente aux éléments Cg_1 et Cg_2, toutes deux en série, s'ajoutent à Cp. Les mesures présentées dans cette partie sont réalisées sur un moteur asynchrone AEG de 750W.

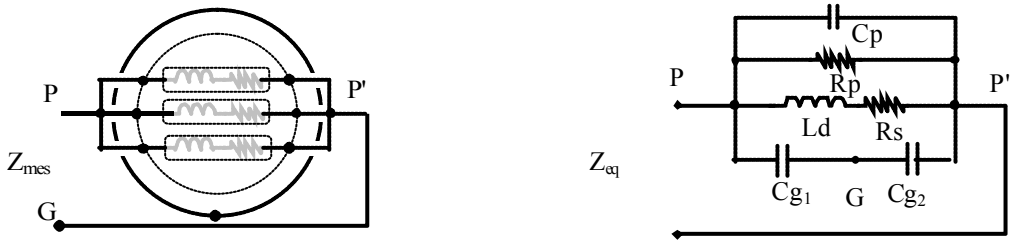


Figure V-3 Schéma équivalent de l'impédance d'une phase

Avec ce modèle l'impédance ne présente qu'une seule fréquence de résonance définie par Ld et la capacité équivalente C_{eq} (Eq. V-1).

$$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{Ld \cdot C_{eq}}} \qquad \text{avec} \qquad C_{eq} = Cp + \frac{Cg_1 \cdot Cg_2}{Cg_1 + Cg_2} \qquad \textbf{Eq. V-1}$$

Dans cette configuration, le module de l'impédance mesurée au pont d'impédance HP4194A est présenté sur la Figure V-4. La valeur de Ld se déduit directement à partir d'un point sur la phase croissante de ce relevé. A 1kHz, l'inductance équivalente est mesurée à 45mH. La résonance principale mesurée à 120kHz (clairement visible sur la figure ci-dessous) permet de réaliser une première estimation de la capacité équivalente à 39pF. L'amplitude du pic de résonance est fixée par les pertes essentiellement induites dans le circuit magnétique. Celles-ci sont représentées sur le schéma équivalent par la résistance R_P.

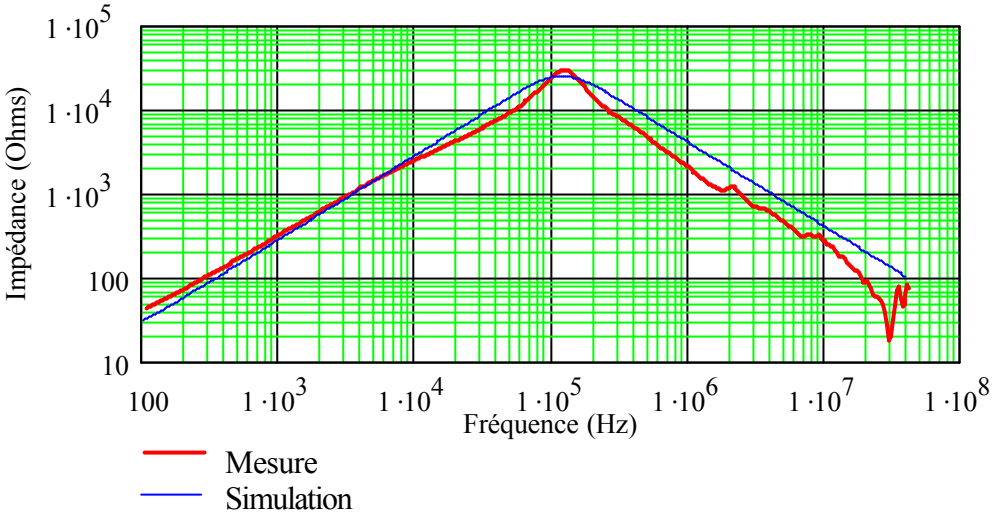


Figure V-4 Impédance des trois phases en parallèle (×3)

La simulation issue de ces premiers résultats n'est pas assez précise et diffère de la mesure dès les plus basses fréquences (>4kHz). Si le pic de résonance semble correctement placé, la capacité équivalente calculée précédemment est trop faible puisque au-delà de la résonance, l'impédance simulée est nettement supérieure à celle mesurée. Cette erreur est essentiellement due à la simplicité du modèle qui ne tient pas compte de l'évolution de l'inductance de l'enroulement en fonction de la fréquence.

I.1.2 Prise en compte de la variation de l'inductance

La variation de l'inductance est essentiellement due aux effets de peau et aux courant induits qui limitent la pénétration du champ dans le circuit magnétique et modifie la densité de courant dans les conducteurs. Ces différents effets combinés entraînent une diminution importante de l'inductance en fonction de la fréquence qui peut atteindre 10mH par décade (Figure V-5). Pour apporter plus de réalisme à la simulation, nous pouvons améliorer le modèle de l'inductance en proposant le schéma de la Figure V-6 constitué d'un échelonnage d'inductances et de résistances. Ce schéma permet ainsi d'obtenir une inductance équivalente dépendante de la fréquence dont l'évolution est semblable à celle mesurée (Figure V-5).

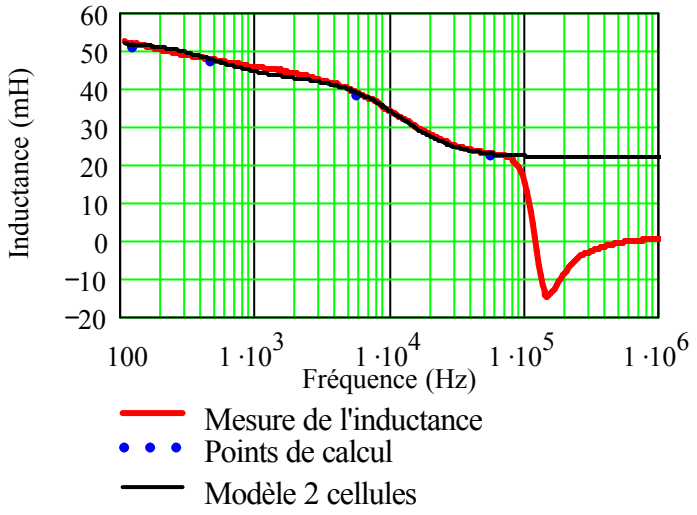


Figure V-5 Evolution de l'inductance en fonction de la fréquence

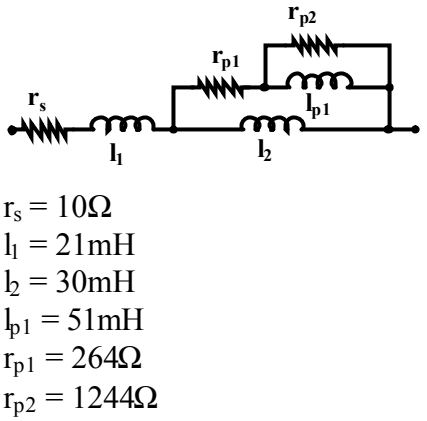


Figure V-6 Schéma équivalent de l'inductance

En évaluant de nouveau l'inductance au plus près de la résonance, la capacité équivalente est calculée à 81pF ce qui permet d'obtenir une très bonne estimation de l'impédance pour des fréquences allant jusqu'à 1MHz. Au-delà, de nouvelles résonances apparaissent qui témoignent de l'existence d'effets parasites dont nous n'avons pas tenu compte pour établir ce premier modèle. A ce stade, les trois capacités du modèle sont inconnues.

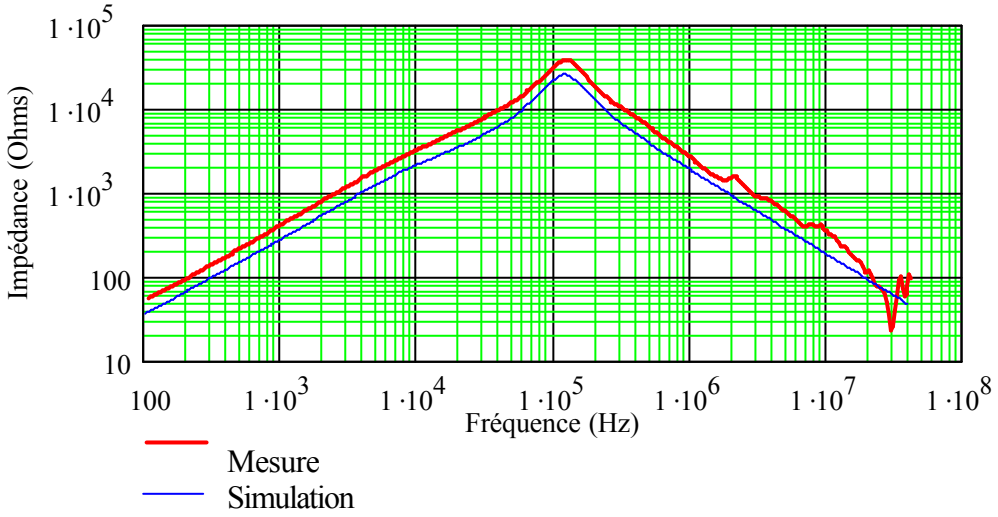


Figure V-7 Comparaison Simulation - Mesure

I.1.3 Détermination des capacités

La deuxième mesure nécessaire est réalisée entre les trois enroulements en parallèle et la terre (Figure V-8). Elle représente alors l'impédance de mode commun du moteur. Son module, relevé au pont d'impédance et présenté sur la Figure V-9, montre l'évolution des couplages capacitifs entre les enroulements et le châssis.

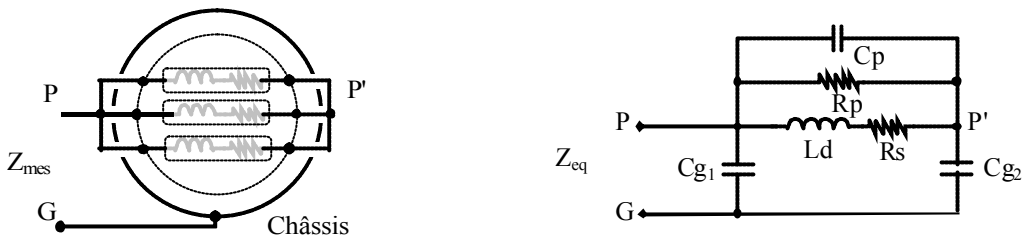


Figure V-8 Condition de mesure et schéma équivalent

Sur ce relevé, nous pouvons remarquer que la plus importante des variations de la capacité équivalente intervient autour de la fréquence de résonance détectée sur la Figure V-4 à 120kHz. Dans cette configuration de mesure, les effets inductifs entraînent une phase de résonance suivie d'une antirésonance. Cette évolution particulière permet de déterminer les trois capacités de ce modèle sous certaines hypothèses.

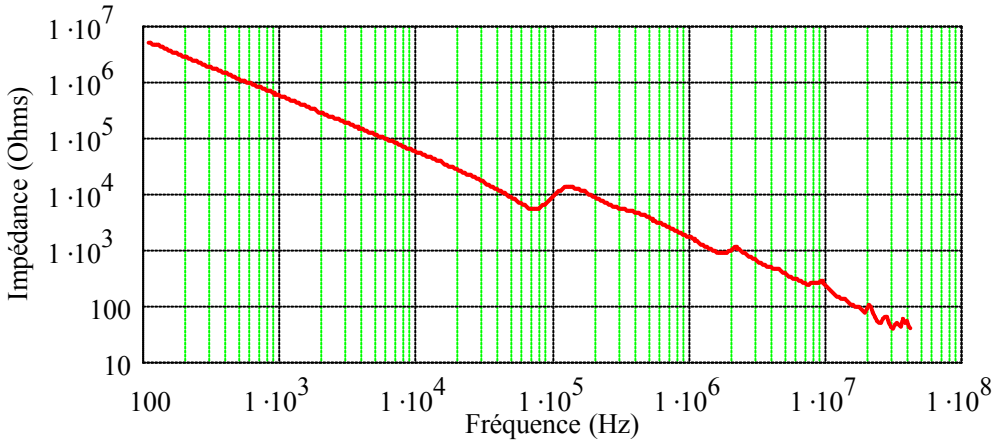


Figure V-9 Impédance entre les trois phases en parallèle et la terre (×3)

- En basse fréquence, l'impédance de l'association en série de Ld et de Rs est négligeable devant celle de Cp. De ce fait, les capacités Cg_1 et Cg_2 se retrouvent en parallèle et la capacité équivalente est définie par la somme de ces deux éléments (Eq. V-2).
- Pour les plus hautes fréquences, les effets s'inversent et c'est l'impédance de l'inductance qui devient assez forte pour être négligée. La capacité équivalente correspond ainsi à l'association de Cp en parallèle avec Cg_1 et Cg_2 en série (Eq. V-3).

$$C_{bf} = Cg_1 + Cg_2 \qquad \textbf{Eq. V-2}$$

$$C_{hf} = Cg_1 + \frac{Cp \cdot Cg_2}{Cp + Cg_2} \qquad \textbf{Eq. V-3}$$

Ces deux dernières relations associées à la capacité équivalente définie par l'expression Eq. V-1 permettent d'obtenir les résultats présentés sur la Figure V-10 à l'aide d'un algorithme de résolution de systèmes non linéaires.

Cg_1 = 184pF

Cg_2 = 270pF

Cp = – 24 pF

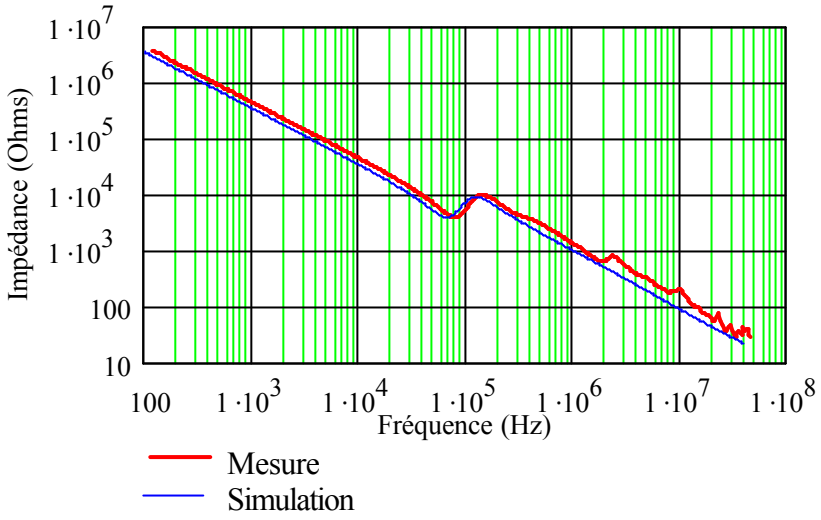
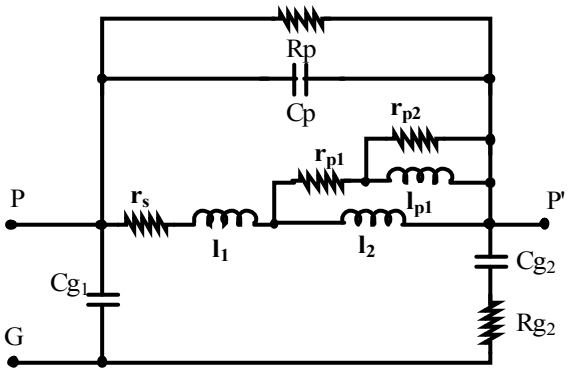


Figure V-10 Comparaison Simulation – Mesure (Impédance phase terre moteur AEG750W)

D'un point de vue capacitif, les résultats obtenus sont excellents pour des fréquences inférieures à 1MHz. La résistance parallèle Rp estimée à partir de la première mesure permet un amortissement satisfaisant de l'antirésonance à 120kHz. Pour affiner la résonance présente à 70kHz, une résistance en série avec Cg_2 est nécessaire. Le schéma global ainsi obtenu est présenté sur la Figure V-11.



Cg_1 = 184pF l_1 = 21mH
Cg_2 = 270pF l_2 = 30mH
Cp = – 24 pF l_{p1} = 51mH

Rp = 30kΩ r_s = 10Ω
Rg_2 = 1kΩ r_{p1} = 264Ω
r_{p2} = 1244Ω

Figure V-11 Modèle complet

Les hypothèses établies précédemment pour le calcul des capacités semblent tout à fait se justifier par les résultats de simulation obtenus. Nous pouvons toutefois les vérifier en déterminant ces trois éléments de façons plus précises.

I.1.4 Vérification des capacités

Pour dissocier et déterminer correctement les capacités Cp, Cg_1 et Cg_2, trois configurations de mesure sont nécessaires. Chacune de ces configurations permet de ne tenir compte que de deux capacités du modèle à la fois. A l'aide de courts-circuits appropriés entre les différentes bornes du moteur, seules deux capacités placées en parallèle doivent définir la fréquence de résonance principale avec l'inductance Ld. Cette contrainte permet d'obtenir les trois configurations de mesure présentées dans le tableau ci-dessous (Tableau V-1).

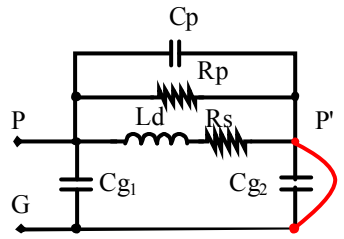
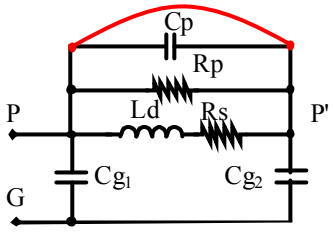
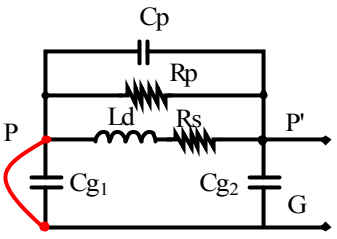
Mesure entre P et G	Mesure entre P' et G	Mesure entre P et G
		
$Cm_1 = Cg_1 + Cp$	$Cm_2 = Cg_1 + Cg_2$	$Cm_3 = Cg_2 + Cp$

Tableau V-1 Configuration de mesure associée au modèle pour extraire les capacités

Les capacités Cm_1, Cm_2 et Cm_3 sont directement issues de la mesure d'impédance de ces trois configurations. Le système alors formé par les trois équations de ce tableau permet très simplement d'obtenir les capacités que nous recherchons. Les résultats obtenus par ces mesures sont semblables aux précédents. En effet, la capacité Cp est inchangée contrairement à Cg_1 et Cg_2 dont la somme reste identique dans les deux cas.

$Cg_1 = 220pF$ $Cg_2 = 233pF$ $Cp = -24\ pF$

Remarque:

Quel que soit le mode de calcul, la capacité Cp est négative. Ce type de résultat, courant en modélisation, montre simplement qu'un certain nombre d'éléments du modèle choisi ne représentent pas la réalité physique. Dans notre cas, nous sommes partis d'une représentation et d'une interprétation des phénomènes physiques par des éléments localisés. Nous pouvons alors conclure que, soit le système de capacités est incomplet, soit qu'il est sur-défini et que deux éléments sont suffisants pour obtenir des résultats identiques. Ce schéma constitue alors un modèle comportemental et non un modèle physique et reste satisfaisant pour modéliser le comportement fréquentiel du moteur. Il est également générique puisque à partir de ces différentes techniques, nous avons également caractérisé un moteur asynchrone LEROY-SOMER 220V 1500W 1500 tr/mn dont l'impédance équivalente entre une phase et la terre est représenté sur la Figure V-12.

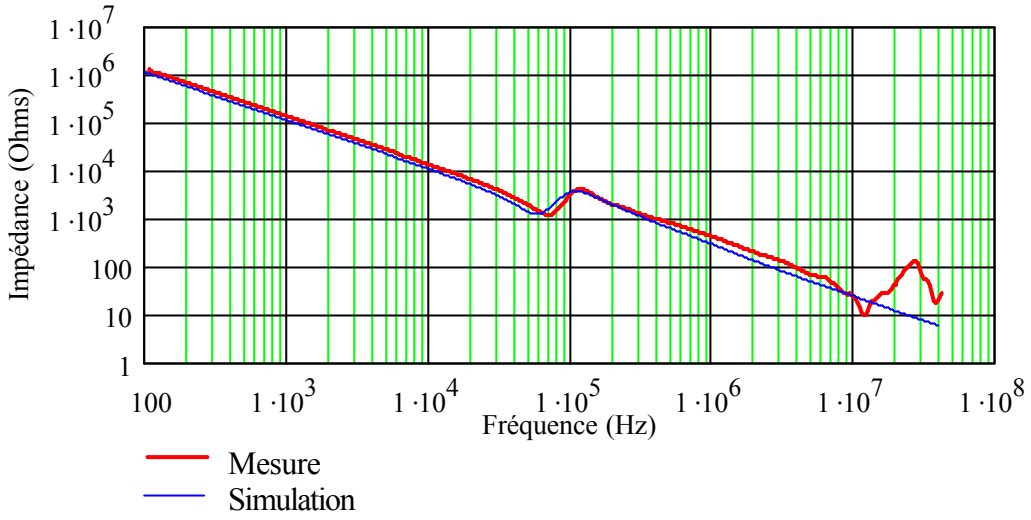


Figure V-12 Impédance équivalente entre une phase et la terre (moteur LEROY-SOMER 1500W)

I.1.5 Influence des couplages inter-enroulement

Des couplages capacitifs sont également présents entre les enroulements, essentiellement via le stator de la machine. Le modèle que nous venons de présenter permet ainsi de représenter la majeure partie de ces couplages à l'aide des éléments Cg_1 et Cg_2.

Jusqu'à présent, l'ensemble des mesures nécessaires à l'identification des éléments était effectué à partir des trois enroulements en parallèle. Cette configuration, imposée aux phases de la machine, permet de s'affranchir des couplages mutuels lors de l'identification en représentant une inductance équivalente par phase. Cette dernière ne correspond alors plus exactement à l'inductance d'un enroulement puisqu'il existe des couplages mutuels. En effet, si Le et Me représentent respectivement l'inductance propre et la mutuelle inductance des enroulements, supposés identiques, alors l'inductance équivalente est donnée par la relation Eq. V-4.

$$L_{eq} = Le + 2 \cdot Me \qquad \textbf{Eq. V-4}$$

Ces couplages inter-enroulement existent bel et bien mais restent nettement inférieurs à celui d'un transformateur (>95%). Pour les deux moteurs que nous avons traité, le coefficient de couplage ne dépasse pas 20% (Figure V-13). Toutefois ces valeurs suffisent à modifier l'inductance équivalente (Figure V-14) et de ce fait la principale fréquence de résonance. Ce problème n'affecte cependant que le courant de puissance de chacune des phases et ne modifie pas de façon significative les courants de mode commun pour qui l'impédance équivalente de la machine est constituée de ses trois enroulements en parallèle.

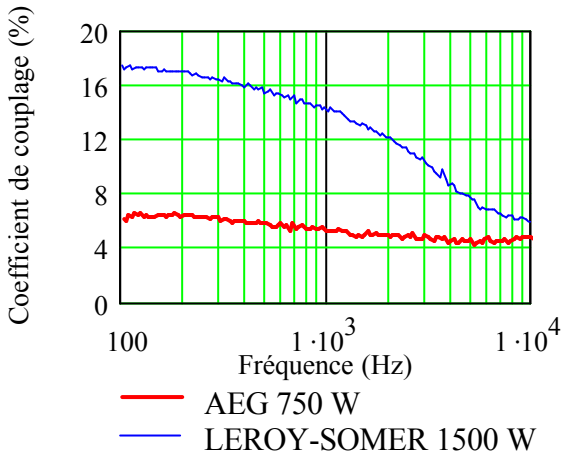


Figure V-13 Coefficient de couplage

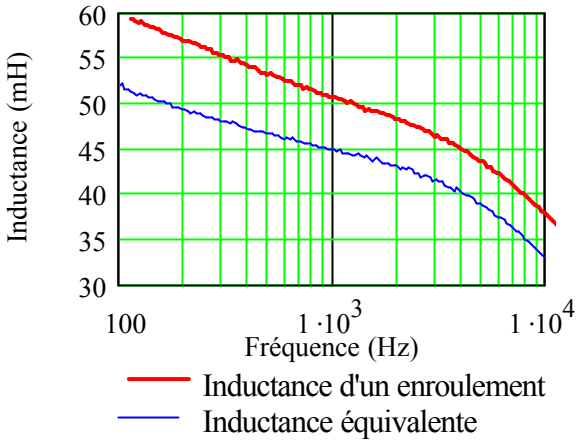


Figure V-14 Inductance d'un enroulement et Inductance équivalente des trois enroulements en parallèle (Moteur AEG 750W)

I.2 Modèle à cellules résonantes

Le premier modèle offre des résultats très satisfaisants pour des fréquences typiquement inférieures à 1MHz (exemple Figure V-10). Au-delà de cette fréquence, des résonances apparaissent dont le modèle ne peut tenir compte. Nous pouvons alors proposer un modèle modifié capable de représenter le comportement d'un enroulement sur une plage plus importante de fréquences. Ce schéma équivalent est constitué de cellules résonantes dont le nombre évolue en fonction du nombre de résonances (Figure V-15). Les couplages capacitifs entre les enroulements et le châssis sont également représentés par deux capacités Cg_1 et Cg_2. L'ensemble des résistances permet de modéliser globalement les pertes dans la machine et de définir les niveaux des pics de résonance. Les différentes mesures présentées pour illustrer cette étude sont issues du moteur LEROY-SOMER 1500W.

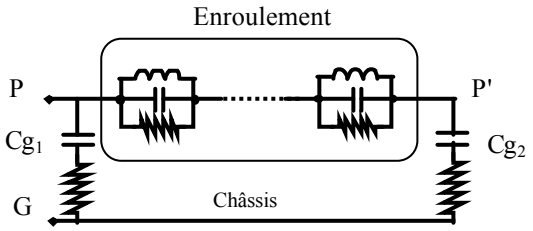
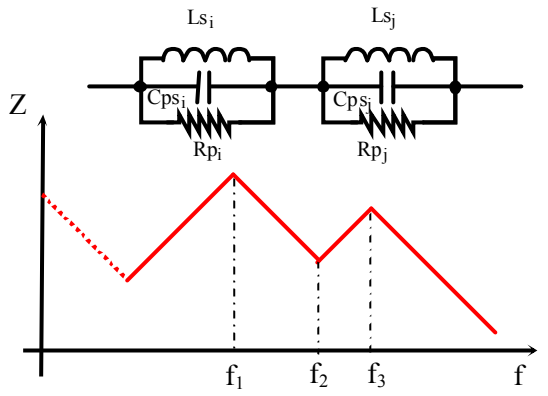


Figure V-15 Schéma équivalent d'une phase

I.2.1 Extraction des paramètres

L'identification des éléments de ce modèle passe initialement par la détection des fréquences de résonance. Les éléments réactifs de chaque cellule sont alors calculés en fonction de leur ordre d'apparition afin de respecter les relations définissant les fréquences de résonance et d'antirésonance (Figure V-16).



$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{Ls_i \cdot Cps_i}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{Ls_i \cdot Cps_j}}$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{Ls_j \cdot Cps_j}}$$

Figure V-16 Interaction de deux cellules juxtaposée

Les éléments réactifs des cellules sont déterminés à partir d'une mesure de l'impédance sur une phase. A partir de cette première mesure, le nombre des principales résonances est détecté ce qui correspond alors au nombre de cellules (N_{cell}) utilisées dans le modèle. Une mesure au plus près de la principale résonance, comme nous l'avons montré pour le modèle précédent, permet alors de déterminer la valeur de l'inductance totale de l'enroulement. La première contrainte à respecter impose que la somme des inductances des cellules soit égale à l'inductance basse fréquence d'un enroulement (Le) (Eq. V-5). Les inductances Ls sont alors déterminer de la plus grande à la plus petite, la première représentant la majeure partie de l'inductance totale (>90%). Les capacités sont calculées en fonction des fréquences de résonance en appliquant les relations ci-dessus.

$$Le = \sum_{i=1}^{N_{cell}} Ls_i \qquad \textbf{Eq. V-5}$$

La mesure de l'impédance entre une phase et la terre permet alors d'obtenir la valeur des capacités Cg_1 et Cg_2 à partir respectivement des résonances série et parallèle de la même façon que le modèle précédent.
Pour cet exemple, trois cellules haute fréquence sont nécessaires pour obtenir un modèle valide jusqu'à 30MHz puisque les trois résonances qui apparaissent au-delà de 1MHz sont relativement bien représentées sur les deux types d'impédances représentés (Figure V-17, Figure V-18).

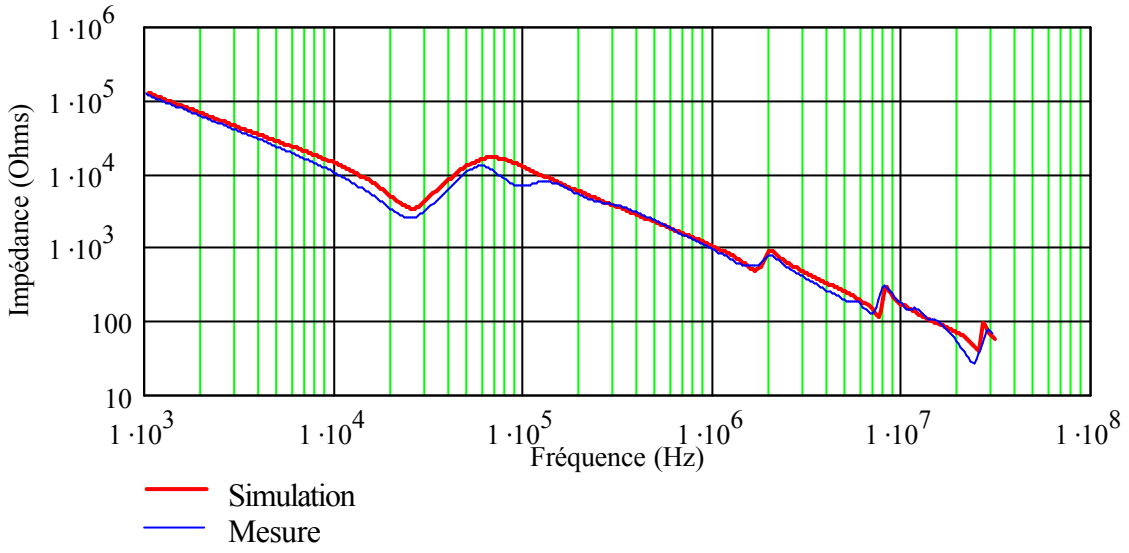


Figure V-17 Impédance de mode commun du moteur (LEROY-SOMER 1500W)

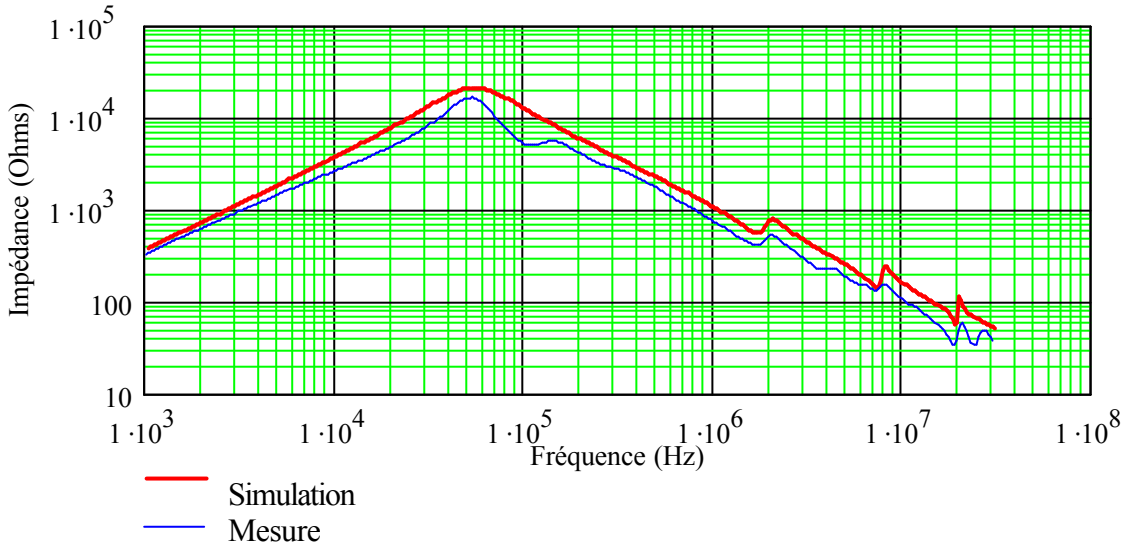


Figure V-18 Impédance d'une phase du moteur (LEROY-SOMER 1500W)

Le comportement basse fréquence de ce second modèle est toutefois moins réaliste que le précédent puisque l'algorithme d'extraction de paramètres ne tient pas compte de la variation de l'inductance en fonction de la fréquence. Ce problème peut être résolu en utilisant les travaux déjà menés sur la modélisation haute fréquence des transformateurs [SCHELLMANNS-99] dans lesquels l'association en série de cellules "R-L" permet de représenter la variation d'une inductance en fonction de la fréquence.

I.3 Conclusion

Les deux modèles comportementaux présentés dans la première partie de ce chapitre sont complémentaires puisqu'ils couvrent des plages de fréquences différentes. Le premier permet d'obtenir une représentation fidèle des impédances des enroulements en basses

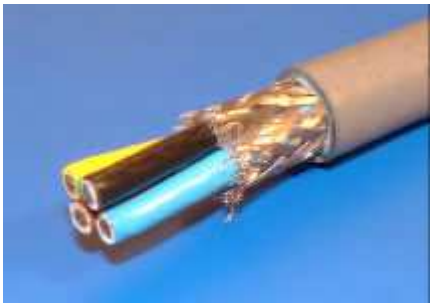
fréquences en tenant compte de la variation des inductances en fonction de la fréquence. Le second est basé sur un modèle de type "boîte noire" qui cherche à reproduire la courbe des impédances mesurées en identifiant un certain nombre de paramètres. Ces deux représentations souffrent toutefois de ne pouvoir tenir compte des couplages mutuels inter-enroulements qui provoquent des résonances basses fréquences supplémentaires. Des travaux récents mettent l'accent sur la modélisation haute fréquence des machines en tenant compte de la charge en greffant un ensemble d'éléments capacitifs sur un modèle classique d'enroulement (Figure V-2) [VERMAELEN].

II. MODELISATION DES CABLES D'ALIMENTATION

La précision recherchée au niveau des impédances du moteur n'a alors de sens que si le câble d'alimentation de ce dernier est également considéré. L'étude des couplages dans les réseaux de câblage des systèmes est l'une des préoccupations centrale en compatibilité électromagnétique. Toutefois la modélisation des lignes électriques est un problème traité depuis de nombreuses années.

Le modèle que nous recherchons doit permettre de représenter le comportement du câble dans le domaine des émissions conduites. De plus, il est impératif que le formalisme utilisé pour le définir soit compatible avec le modèle du moteur mais également celui du convertisseur.

Le câble considéré dans cette étude est constitué de quatre conducteurs protégés par un blindage (Figure V-19). Trois de ces conducteurs sont utilisées pour alimenter le moteur. Le quatrième, quant à lui, assure une liaison à la terre pour la protection des personnes et des équipements. Dans notre cas, le blindage est relié au châssis du moteur et au radiateur du variateur, lui-même relié à la terre. Cette configuration permet de prendre le blindage comme conducteur de référence.



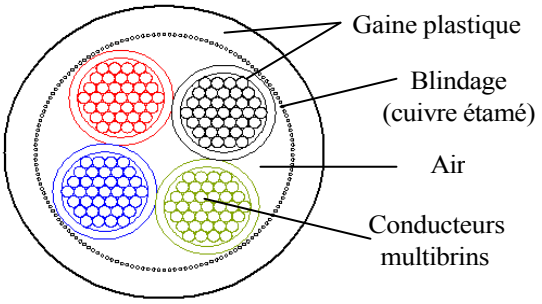


Figure V-19 Câble étudié

Les longueurs de câbles entre le convertisseur et la machine peuvent devenir très importantes (plusieurs dizaines de mètre) ce qui implique que les effets de propagations ne peuvent alors être négligés. Outres les effets sur le spectre des perturbations conduites, ces phénomènes de propagation peuvent entraîner des problèmes beaucoup plus importants. Ces effets se manifestent par des surtensions aux bornes de la machine provoquant dans le cas le plus défavorable sa destruction [KERKMAN]. Plus les longueurs de câble sont importantes, plus ces phénomènes sont violents et des filtres adaptés sont alors nécessaires en sortie du variateur et/ou aux bornes du moteur.

II.1 Tenir compte de la propagation

Par définition, les phénomènes de propagation font intervenir deux variables: le temps et l'espace. Jusqu'à présent, nous avons fait l'hypothèse que l'état des grandeurs électriques internes à la structure était quasi stationnaire. Autrement dit, les longueurs des circuits étaient largement inférieures à la longueur d'onde des signaux. De façon très empirique, on suppose être dans l'approximation des états quasi-stationnaire (AEQS) si la longueur d'onde du signal considéré est supérieure à dix fois la longueur du circuit qui le porte. Pour une onde électromagnétique à 30MHz se propageant dans le vide sa longueur d'onde est de 10m on supposera alors que cette onde est invariante dans l'espace pour des trajets inférieurs à 1m (approximation $L << \lambda/10$). Malgré des vitesses de propagation généralement inférieure à celle de la lumière, due à la présence de matériaux magnétiques et/ou diélectriques, les dimensions des circuits imprimés permettent de conserver cette approximation. En revanche, les câbles d'alimentation eux, ne permettent plus de telles hypothèses.

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle de câble réaliste qui puisse être compatible avec les modèles du moteur que nous venons de voir. Avant tout, il est nécessaire de déterminer les différents paramètres intrinsèques de ces câbles qui peuvent prendre la forme d'inductances, de capacités, de résistances et de conductances. Dans le cadre de cette étude, nous avons utilisé deux méthodes:

- La réflectométrie (TDR) détaillée dans le prochain paragraphe.
- Des mesures directes d'impédance avec l'analyseur HP4194A

II.2 Extraction des paramètres par réflectométrie

La réflectométrie (TdR: Time Domain Response) est une méthode bien connue pour identifier les paramètres d'un câble dans le domaine des hyperfréquences [NOZAKI]. Cette méthode est particulièrement intéressante puisqu'elle permet de faire facilement la différence entre le câble testé et les connecteurs externes utilisés pour le joindre à l'appareillage de mesure. Toutefois sa mise en œuvre demande un équipement approprié. Le banc d'essai, présenté sur la Figure V-20, montre les têtes de prélèvement TdR liées au câble en utilisant des connecteurs SMA (Sub Miniature Connector de type A) dont l'impédance est adaptée à 50Ω. Cette méthode consiste à injecter un front de tension extrêmement raide (<100ps) à l'entrée du câble et à mesurer sa réponse. Elle permet ainsi de définir les coefficients de reflection et de transmission des ondes "allées et retours" qui se propagent dans le milieu. Les paramètres S qui constituent le formalisme usuel de ce type d'étude, permettent de définir la matrice impédance du câble [REVOL-03-4]. L'approche présentée ici, s'affranchit cependant de ce type de relations et donne très simplement une estimation des paramètres des conducteurs.

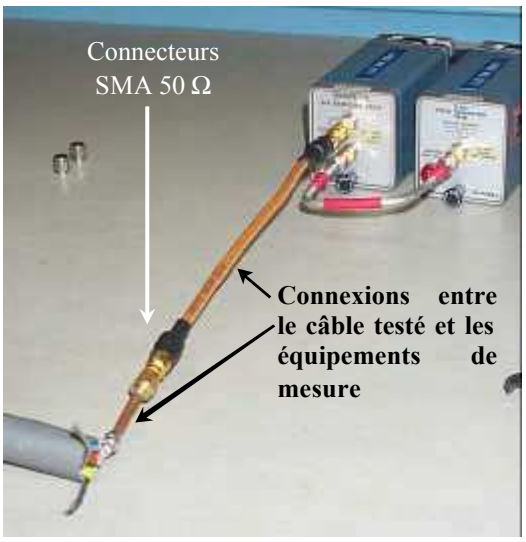


Figure V-20 Présentation du banc de test

Nous avons dans un premier temps négligé les couplages entre les différents conducteurs. Les résultats présentés sur la Figure V-21 donnent alors accès à l'impédance caractéristique Zc et au temps de propagation.

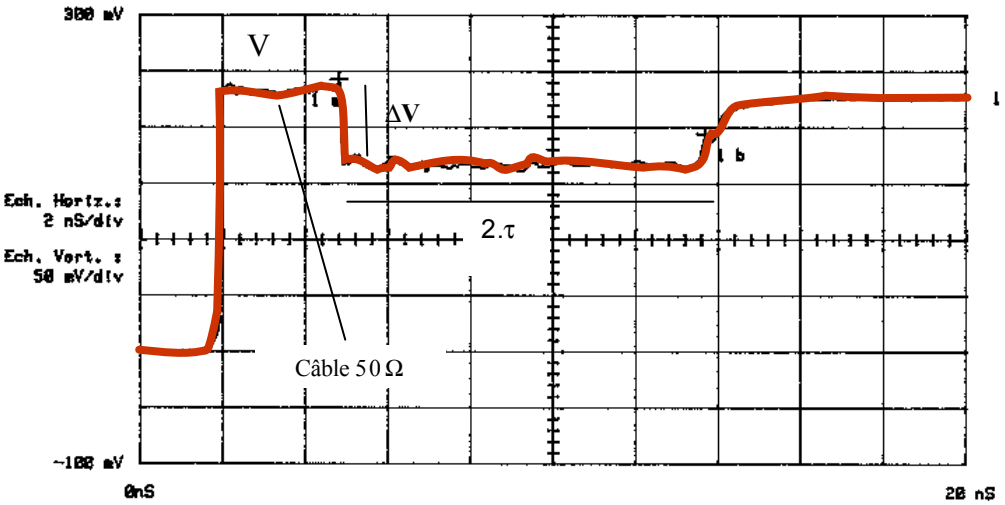


Figure V-21 Exploitation d'un signal TdR. V = 238mV – ΔV = 70.6mV

La lecture de ce tracé permet de déterminer le saut de tension dû au changement d'impédance entre le câble coaxial adapté à 50Ω et l'impédance caractéristique du câble de puissance. Cette dernière estimée à 27.1Ω se déduit alors de l'expression Eq. V-6 qui définit également le coefficient de réflexion. Le plateau inférieur de durée $2 \cdot \tau$ (9ns) représente le temps d'un aller-retour de l'onde pour un câble de 80cm ce qui nous permet de calculer directement la vitesse de propagation du signal à 1.81×10^8 ms^{-1}

$$\rho = \frac{Zc - Z_0}{Zc + Z_0} = -\frac{\Delta V}{V} \qquad \text{Avec } Z_0 = 50\Omega \qquad \textbf{Eq. V-6}$$

Connaissant l'impédance caractéristique du conducteur et la vitesse de propagation, l'inductance et la capacité par unité de longueur sont déterminées à l'aide des relations Eq. V-7 et Eq. V-8.

$$Zc = \sqrt{L/C} \qquad \textbf{Eq. V-7}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \textbf{Eq. V-8}$$

Les valeurs présentées dans le Tableau V-2 permettent alors d'estimer les inductances et les capacités intrinsèques de ce câble pour une longueur donnée.

L (nH/m)	152
C (pF/m)	206

Tableau V-2 Inductance et capacité par unité de longueur estimer en TdR

Ces premiers résultats permettent d'estimer la permittivité effective entre un conducteur et le blindage. Cette constante représente l'un des paramètres les plus importants pour caractériser ce milieu loin d'être homogène (air, isolant, cuivre). Le câble présente néanmoins l'avantage d'être homogène du point de vu magnétique puisque ses constituants ont une perméabilité relative égale à celle du vide (μ_r =1). Nous pouvons alors utiliser la relation Eq. V-9 établie à partir de la vitesse de l'onde.

$$\varepsilon_{r_{eff}} = \frac{L \cdot C}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} \qquad \textbf{Eq. V-9}$$

Ainsi, la constante diélectrique relative effective entre un conducteur et le blindage est calculée à 2.75. Cette valeur représente un ordre de grandeur cohérent puisque les isolants utilisés pour les câbles de puissance possèdent des permittivités relatives comprises entre 1,7 et 3,1.

II.3 Extraction des paramètres en utilisant la mesure d'impédance

Les paramètres peuvent s'obtenir également à partir de mesures d'impédance en court-circuit (Zcc) pour les inductances, et en circuit ouvert (Zco) pour les capacités. Pour déterminer les éléments par unité de longueur, les inductances et capacités sont tout simplement divisées par la longueur de câble sous test. Les inductances et les capacités sont déduites en extrayant la partie imaginaire des impédances mesurées (Eq. V-10).

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\mathrm{Im}(Zcc(f))}{2\pi \cdot f} \\ C &= \frac{\mathrm{Im}\left(\frac{1}{Zco(f)}\right)}{2\pi \cdot f} \end{aligned}\right\} \quad \text{avec la fréquence de mesure f} \qquad \textbf{Eq. V-10}$$

Les résultats obtenus par ces mesures au pont d'impédance sont toutefois moins rigoureux que ceux déterminés en TdR puisqu'il est difficile de compenser correctement les impédances de court-circuit et de connexion. De plus les variations induites par les effets de peau et de proximité sur les mesures d'inductance et de résistance ne permettent pas de donner un résultat unique.

Fréquence	5 kHz	30 MHz
L (nH/m)	328	197
C (pF/m)	295	262
Zc (Ω)	33	27.42

Tableau V-3 Paramètres du câble obtenue avec le pont d'impédance HP4194A pour 5kHz et 40MHz

On peut noter que les résultats obtenus par la réflectométrie sont plus faibles que ceux déterminés par des mesures au pont d'impédance. Toutefois les impédances caractéristiques sont très voisines. En TdR, l'excitation imposée au câble est extrêmement rapide (<1ns) et la fréquence équivalente au front est de ce fait très grande ce qui permet de supposer que les paramètres mesurés correspondent à ceux définis pour les hautes fréquences. Si les mesures des principaux éléments diffèrent, les impédances caractéristiques Zc issues des deux méthodes d'extraction sont très proches en haute fréquence ce qui tend à confirmer l'explication précédente.

II.4 Effet de la propagation dans le domaine fréquentiel

Dans le domaine fréquentiel les phénomènes de propagation se manifestent par des pics de résonance (Figure V-22). Ces courbes mettent clairement en évidence les liens entre les impédances en circuit ouvert et en court-circuit avec la correspondance des fréquences de résonances. Pour des longueurs importantes de câble, les pics de résonance peuvent définir des impédances extrêmement faibles et offrir des chemins de propagation privilégiés aux courants de mode commun.

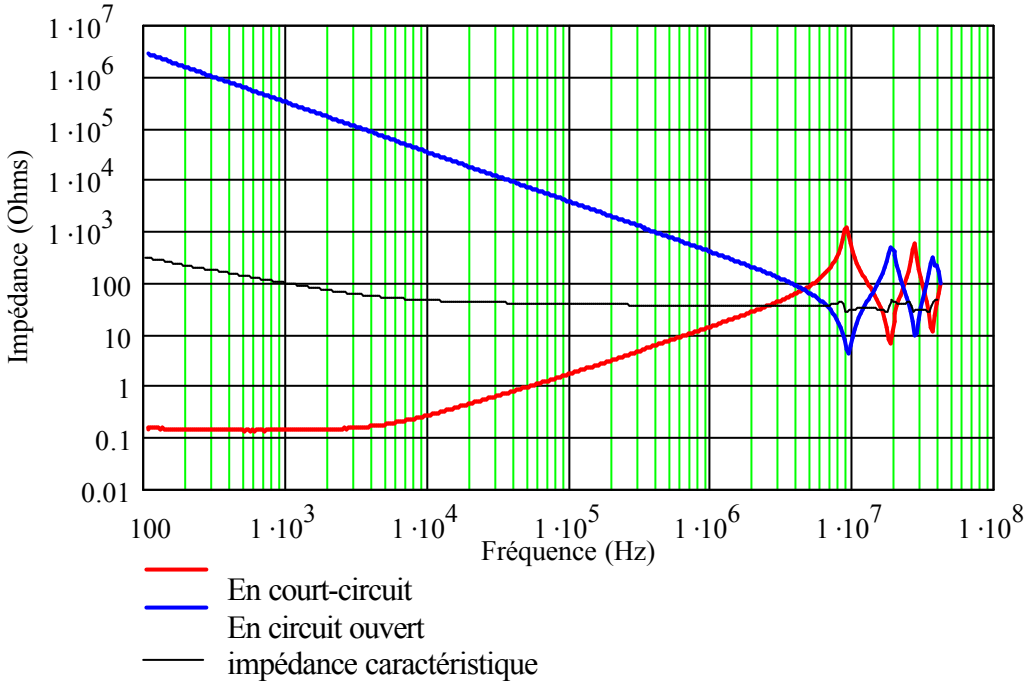


Figure V-22 Impédance en court-circuit et en circuit ouvert d'un câble blindé de 5m (4×1.5mm²)

Ce type de résultats très classiques permet alors de traiter un câble de puissance comme une ligne de transmission multiconducteur.

II.5 Remarque sur l'homogénéité du milieu

Pour utiliser la théorie propre aux lignes de transmission, il nous faut avant tout vérifier que le milieu peut être supposé comme étant homogène. Pour cela, nous avons relevé l'inductance et la capacité pour les différentes associations de conducteurs possibles de notre câble à une fréquence de 10MHz. A partir de ces deux grandeurs nous avons établi la matrice des permittivités relative en utilisant la relation Eq. V-9. Pour pouvoir utiliser cette relation nous supposons initialement que le milieu est homogène. Si les différences entre les résultats sont trop importantes alors l'hypothèse de base ne sera pas validée. Dans le cas contraire cette hypothèse sera justifiée. Les éléments diagonaux de cette matrice représentent les constantes diélectriques relatives d'un conducteur avec le blindage. Les éléments hors diagonaux représentent alors les permittivités entre deux conducteurs.

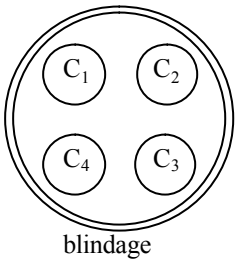


Figure V-23 Définition des conducteurs

ε_r

	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	3.419	3.44	3.283	3.45
C_2		3.41	3.45	3.28
C_3	*symétrique*		3.42	3.44
C_4				3.417

Les valeurs extraites montrent clairement qu'il existe peu de différences suivant le canal de propagation et que le milieu peut être considéré comme homogène avec une permittivité relative moyenne de 3,4. Grâce à cette hypothèse, les capacités et les inductances d'un câble de puissance sont liées aux constantes magnétiques et diélectriques du milieu par la relation Eq. V-11.

$$L \cdot C = \mu_0 \cdot \varepsilon \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \qquad \textbf{Eq. V-11}$$

II.6 Modélisation par tronçon de matrice

Les modèles à constantes réparties sont couramment utilisés pour représenter les effets de la propagation dans les lignes de transmission. Le câble est découpé en un nombre entier de tronçons élémentaires. Chaque morceau permet d'introduire des chutes de tension et des déphasages sur la longueur du câble. Ce modèle possède l'avantage de prendre relativement facilement en compte les couplages inductifs et capacitifs entre les différents conducteurs en se présentant sous la forme d'un schéma électrique équivalent. Il nécessite alors la connaissance des éléments RLCG pour une faible longueur qui déterminera par la suite la cellule élémentaire. Le schéma d'une cellule de câble à quatre conducteurs est présenté sur la Figure V-24. L'un de ces quatre conducteurs est choisi comme conducteur de référence et peut être considéré comme parfait.

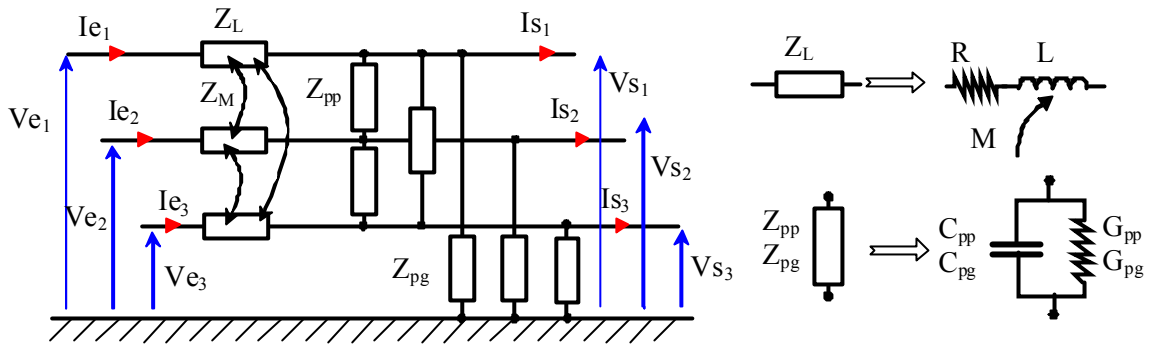


Figure V-24 Cellule triphasée élémentaire

La symétrie des conducteurs dans le câble permet de simplifier le nombre de paramètres électriques de la cellule. La matrice de transfert M_T d'un tronçon de câble (Eq. V-12) est principalement définie par deux sous matrices Z et Y représentant respectivement les couplages inductifs et capacitifs présents sur cette portion. Les éléments résistifs R et les conductances G permettent de tenir compte des pertes. Pour représenter l'ensemble du câble, les tronçons sont cascadés ce qui permet d'exprimer la matrice de transfert totale du câble par le produit des N tronçons qui le constituent (Eq. V-13).

$$M_T = \begin{pmatrix} Id & Z \\ Y & Y \cdot Z + Id \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. V-12}$$

avec
$$Y = \begin{bmatrix} -(2 \cdot y_{pp} + y_{pg}) & y_{pp} & y_{pp} \\ y_{pp} & -(2 \cdot y_{pp} + y_{pg}) & y_{pp} \\ y_{pp} & y_{pp} & -(2 \cdot y_{pp} + y_{pg}) \end{bmatrix}$$

$$y_{pp} = G_{pp} + C_{pp} \cdot p$$

$$y_{pg} = G_{pg} + C_{pg} \cdot p$$

et
$$Z = \begin{bmatrix} -(L \cdot p + R) & -M \cdot p & -M \cdot p \\ -M \cdot p & -(L \cdot p + R) & -M \cdot p \\ -M \cdot p & -M \cdot p & -(L \cdot p + R) \end{bmatrix}$$

Id = matrice identité 3×3

$$T = (M_T)^N \qquad \textbf{Eq. V-13}$$

II.7 Elaboration d'un modèle prédictif

II.7.1 Expressions analytiques

Les conducteurs blindés ont déjà fait l'objet de nombreux travaux [PAUL][ESCANE] qui ont abouti à des expressions analytiques des différents paramètres que nous recherchons. Ainsi pour N conducteurs de rayon R_C protégés par un blindage parfaitement conducteur, les relations Eq. V-14 et Eq. V-15 donnent respectivement les inductances propres et mutuelles par unité de longueur des conducteurs par rapport au blindage. Ce dernier est pris naturellement comme conducteur de référence. Ces relations sont données en fonction des paramètres géométriques présentés sur la Figure V-25. Ces expressions reposent évidemment sur l'hypothèse que le milieu est homogène et peut se caractériser par des constantes diélectriques et magnétiques effectives uniques.

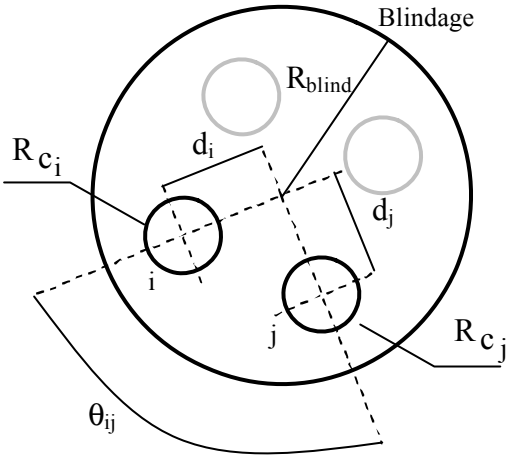


Figure V-25 Paramètres géométriques

R_{blind} (mm)	5.5
R_C (mm)	1.13
d_i (mm)	2.7
θ_{ij} (degré)	90

Tableau V-4 Paramètre du câble ($4\times 4mm^2$ 1000V)

Ces relations sont établies en supposant que les conducteurs sont suffisamment espacés les uns des autres pour négliger les effets de proximité. Nous pouvons ainsi supposer que les courants sont uniformément distribués autour du conducteur et à la périphérie du blindage. Autrement dit, le champ magnétique ne pénètre pas dans les conducteurs, le flux est donc calculé entre le blindage et les conducteurs. Pour tenir compte du blindage, les inductances sont calculées par la méthode des images appliquée au cas particulier d'une symétrie de révolution par des transformations de Schwartz-Christoffel [WEBER].

$$L_{ii} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{R_{blind}^2 - d_i^2}{R_{blind} \cdot R_{c_i}}\right) \qquad \textbf{Eq. V-14}$$

$$L_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left[\frac{d_j}{R_{blind}} \cdot \sqrt{\frac{(d_i \cdot d_j)^2 + R_{blind}^4 - 2 \cdot d_i \cdot d_j \cdot R_{blind}^2 \cdot \cos(\theta_{ij})}{(d_i \cdot d_j)^2 + d_j^4 - 2 \cdot d_i \cdot d_j^3 \cdot \cos(\theta_{ij})}}\right] \qquad \textbf{Eq. V-15}$$

Pour les dimensions données précédemment, les inductances propre et mutuelle sont respectivement calculées à 220nH et 40.5nH. L'inductance vaut alors 360nH. Ces résultats donnent un ordre de grandeur acceptable si on les compare à ceux issus de la mesure (Tableau V-3). A partir de la matrice des inductances nous pouvons obtenir celle des capacités en supposant que le milieu est homogène (Eq. V-11).

II.7.2 Couplage PEEC-MTL

Dans le but de réaliser une estimation des grandeurs électriques RLCG et de simuler le comportement fréquentiel d'un câble de puissance de longueur quelconque, nous avons réalisé une modélisation géométrique d'un câble blindé multiconducteur. Les différents paramètres précédemment cités sont calculés grâce au couplage de la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) avec la méthode MTL (Multiconductor Transmission Line). Dans un premier temps, les éléments résistifs et inductifs sont extraits par le calcul PEEC et sont ensuite directement utilisés pour déterminer les capacités et les conductances à partir des

relations usuelles des lignes de transmission. La méthode MTL permet alors de définir la matrice de propagation du câble.

II.7.2.a) *Rappel sur le calcul PEEC*

La modélisation des conducteurs de toute forme à l'aide de schémas électriques équivalents à constantes localisées est basée sur la méthode PEEC [RUEHLI]. Cette méthode permet de calculer de façon exacte la résistance, l'inductance partielle et l'inductance mutuelle partielle d'un conducteur rectiligne de section rectangulaire. Ce calcul basé sur la circulation du potentiel vecteur le long des conducteurs nécessite qu'ils soient dans l'air (sans matériaux magnétiques) et que leur densité de courant soit uniforme. Cette dernière condition incompatible dans une approche fréquentielle peut être contournée en subdivisant les conducteurs pour tenir compte des effets de la fréquence. L'expression analytique de l'inductance mutuelle partielle (Mp) de deux barres parallèles (Figure V-26) est donnée par la relation Eq. V-16. L'inductance partielle d'une barre (Lp) se calcule avec la même expression lorsque les deux barres sont identiques et confondues (Eq. V-17).

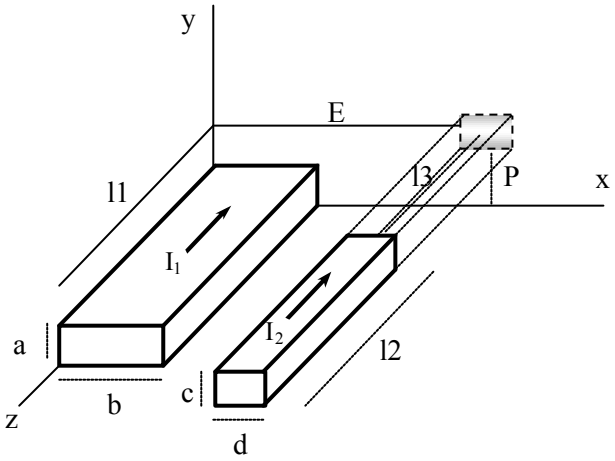


Figure V-26 Notations utilisées pour le calcul PEEC

$$M_P = \frac{10^{-7}}{a \cdot b \cdot c \cdot d} \cdot \left[\sum_{h=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=1}^{4} (-1)^{h+j+k+1} \cdot f\left(q(E,b,d)_{h-1}, r(P,a,c)_{j-1}, o(l1,l2,l3)_{k-1} \right) \right]$$

Eq. V-16

avec $q(E,b,d) = \begin{pmatrix} E-b \\ E+d-b \\ E+d \\ E \end{pmatrix}$ $r(P,a,c) = \begin{pmatrix} P-a \\ P+c-a \\ P+c \\ P \end{pmatrix}$ $o(l1,l2,l3) = \begin{pmatrix} l3-l1 \\ l3+l2-l1 \\ l3+l2 \\ l3 \end{pmatrix}$

et

$$f(x,y,z) = \left(y^2\cdot\frac{z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^4}{24}\right)\cdot x\cdot\ln\left(\frac{x+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{y^2+z^2}}\right) + \left(x^2\cdot\frac{z^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{z^4}{24}\right)\cdot y\cdot\ln\left(\frac{y+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)\ldots$$
$$+\left(y^2\cdot\frac{x^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{y^4}{24}\right)\cdot z\cdot\ln\left(\frac{z+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{y^2+x^2}}\right) + \left[\frac{1}{60}\cdot\left(x^4+y^4+z^4-3\cdot x^2\cdot y^2-3\cdot z^2\cdot y^2-3\cdot x^2\cdot z^2\right)\cdot\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right]\ldots$$
$$+\frac{(-1)\cdot x\cdot y\cdot z^3}{6}\cdot\arctan\left(\frac{x\cdot y}{z\cdot\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) + \frac{(-1)\cdot x\cdot z\cdot y^3}{6}\cdot\arctan\left(\frac{x\cdot z}{y\cdot\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) + \frac{(-1)\cdot z\cdot y\cdot x^3}{6}\cdot\arctan\left(\frac{z\cdot y}{x\cdot\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$$

$$Lp = Mp\Big|_{E=0,\,P=0,\,l3=0,\,a=b,\,c=d,\,l1=l2} \qquad \textbf{Eq. V-17}$$

Cette méthode permet de tenir compte, d'une part, des effets de proximités souvent négligés avec des approches analytiques classiques et d'autre part, des effets de bord puisque l'expression ci-dessus est établie pour des conducteurs de longueur finie. Ces effets sont relativement importants pour des conducteurs de petite longueur et de sections importantes. Cependant leur influence diminue rapidement avec la longueur. Ainsi, plus le rapport entre la longueur et la section sera important, plus l'influence des effets de bord sera négligeable. Cette constatation nous permet alors d'exprimer les inductances et mutuelles inductances partielles par unité de longueur.

La résistance est calculée de façon extrêmement simple par la relation exprimant la résistance en continu puisque la densité de courant est supposée uniforme dans une barre élémentaire.

Nous avons alors développé une représentation géométrique paramétrable (Figure V-27) permettant de modéliser un câble de puissance multiconducteur avec ou sans blindage. Les brins cylindriques qui constituent les conducteurs principaux sont alors remplacés par des conducteurs carrés de section équivalente pour conserver la même quantité de cuivre et respecter la valeur de la résistance en basse fréquence (Figure V-28). Pour étudier ces conducteurs sur une large gamme de fréquences, chaque conducteur peut être subdivisé.

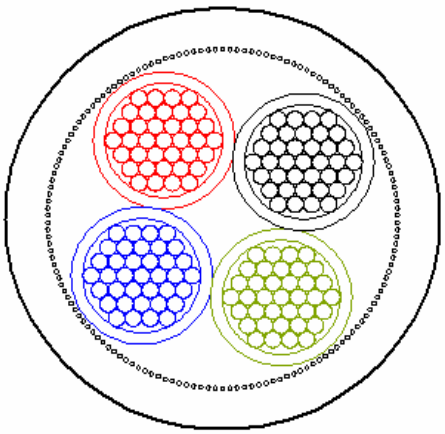


Figure V-27 Exemple de géométrie (4 conducteurs +blindage)

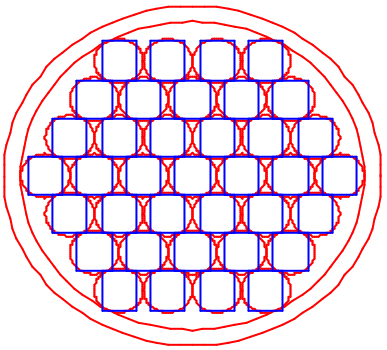


Figure V-28 Modélisation des brins pour un conducteur de section carrée équivalente

Chaque brin est modélisé par une résistance, une inductance partielle et un ensemble de mutuelles inductances avec les autres brins ce qui permet de construire une matrice Z représentant l'impédance de l'ensemble des conducteurs élémentaires définis (Eq. V-18). La taille de cette matrice est alors défini par le nombre de conducteurs élémentaires N (Eq. V-19). Pour l'exemple ci-dessus la dimension de cette matrice est de [548×548].

$$Z = R + j \cdot L \cdot \omega$$

R, L matrice carrée [N×N]
ω : pulsation (2·π·f)

Eq. V-18

$$N = \left(N_b \cdot N_C \cdot N_{sub}\right) + N_{blind}$$

N_C: nombre de conducteur de puissance
N_b: nombre de brins par conducteur
N_{sub}: nombre de subdivision par brin
N_{blind} : Nombre de brins du blindage

Eq. V-19

Afin de simplifier le problème et d'exprimer l'inductance d'un conducteur telle que nous la mesurons, des opérations sur les lignes et les colonnes de l'inverse de la matrice Z permettent de réduire le système pour obtenir une nouvelle matrice dont la taille correspond au nombre de conducteurs de puissance (N_C). Ces opérations sont possibles grâce aux liaisons supposées équipotentielles aux extrémités des brins. Ces calculs permettent de définir la résistance, l'inductance et les mutuelles inductances d'un conducteur de puissance par rapport au blindage ou à un autre conducteur pris comme référence. Ils permettent également de définir l'évolution de ces éléments en fonction de la fréquence. Nous obtenons ainsi une matrice réduite (Z_r) dont les paramètres dépendent de la fréquence f (Eq. V-20).

$$Z_r = R_r(f) + j \cdot L_r(f) \cdot \omega$$

R_r: matrice résistance réduite [N_C× N_C]
L_r: matrice inductance réduite [N_C× N_C]
ω: pulsation

Eq. V-20

II.7.2.b) *Méthode MTL*

Cette méthode s'appuie sur la définition des équations différentielles permettant d'exprimer les courants et les tensions des conducteurs en fonction du temps et de l'espace. Ce système est défini par un ensemble de N conducteurs et d'un conducteur de référence qui dans notre cas correspond au blindage (Figure V-29).

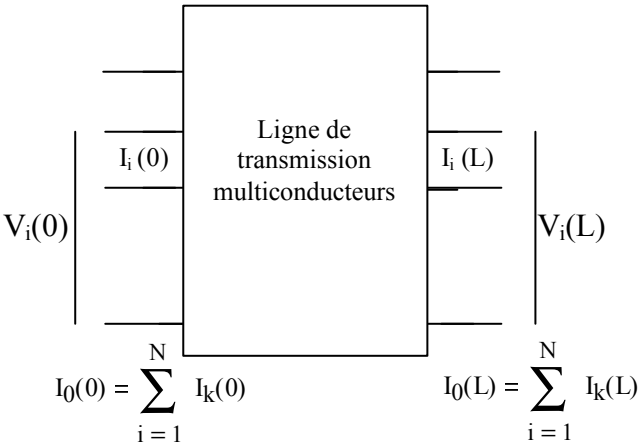


Figure V-29 Grandeurs d'entrée et de sortie d'une ligne de transmission multiconducteur

A partir des éléments inductifs et résistifs, il est possible de calculer la valeur des capacités et des conductances. La conductance est déterminée à partir de la conductivité des conducteurs σ_{cu} et la permittivité précédemment donnée.

$$C = \frac{\mu \cdot \varepsilon}{L_r} \quad \text{avec } \varepsilon = \varepsilon_0\, \varepsilon_{r\,eff} \text{ et } \mu = \mu_0 \qquad G = \frac{\sigma_{cu}}{\varepsilon \cdot C}$$

A l'aide de ces deux matrices nous pouvons calculer la matrice admittance du câble Y (Eq. V-21).

$$Y = G + j \cdot C \cdot \omega \qquad \textbf{Eq. V-21}$$

Pour représenter l'ensemble des phénomènes, nous avons défini une matrice de propagation Φ (Eq. V-22) qui permet de définir les grandeurs électriques à l'entrée du câble en fonction de celles de sortie pour une longueur donnée (long). Par exemple, pour un câble blindé à quatre conducteurs, la dimension de la matrice Φ est de [8×8] et celle des sous matrices Φ_{ij} est de [4×4].

$$\begin{pmatrix} V_L \\ I_L \end{pmatrix} = \Phi \cdot \begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix} \qquad \textbf{Eq. V-22}$$

Les éléments résistifs et inductifs déterminent la matrice Z. De même, une matrice Y est définie à partir des éléments capacitifs et résistifs parallèles. Cette matrice est déterminée en calculant les valeurs propres γ (Eq. V-23) du produit $Y.Z_r$ et la matrice de changement de base associée T. Nous avons également besoin de définir la matrice d'impédance caractéristique Z_C (Eq. V-24) et son inverse Y_C.

$$T^{-1} \cdot Y \cdot Z_r \cdot T = \gamma^2 \qquad \textbf{Eq. V-23}$$

$$Z_C = Z_r \cdot T \cdot \gamma \cdot T^{-1} \qquad \textbf{Eq. V-24}$$

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{11} &= Y^{-1} \cdot T \cdot \cosh(\gamma \cdot long) \cdot T^{-1} \cdot Y \\ \Phi_{12} &= Z_C \cdot T \cdot \sinh(\gamma \cdot long) \cdot T^{-1} \\ \Phi_{21} &= -T \sinh(\gamma \cdot long) \cdot T^{-1} \cdot Y_C \\ \Phi_{22} &= T \cdot \cosh(\gamma \cdot long) \cdot T^{-1} \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{Eq. V-25}$$

A l'aide de cette matrice de propagation et de ces sous matrices, il est possible d'exprimer directement les impédances de court-circuit Zcc et de circuit ouvert Zco respectivement données par les relations Eq. V-26 Eq. V-27qui sont déterminées très simplement en posant $V_L = 0$ et $I_L = 0$.

$$Zcc = V_0 \cdot I_0^{-1} = -\Phi_{11}^{-1} \cdot \Phi_{12} \qquad \textbf{Eq. V-26}$$

$$Zco = V_0 \cdot I_0^{-1} = -\Phi_{21}^{-1} \cdot \Phi_{22} \qquad \textbf{Eq. V-27}$$

II.7.2.c) *Résultats*

Nous avons choisi comme démonstrateur un câble blindé à quatre conducteurs de 1.5mm^2 et d'une longueur de 5 m. Nous pouvons constater que le comportement du câble est correctement représenté et que les pics de résonance et d'antirésonance sont relativement bien placés (Figure V-30). Des divergences apparaissent toutefois sur les courbes représentant l'impédance en circuit ouvert pour les plus basses fréquences. Ces différences sont toutefois

moins marquées sur les impédances en court-circuit puisque les effets résistifs sont prépondérants jusqu'à 10kHz.

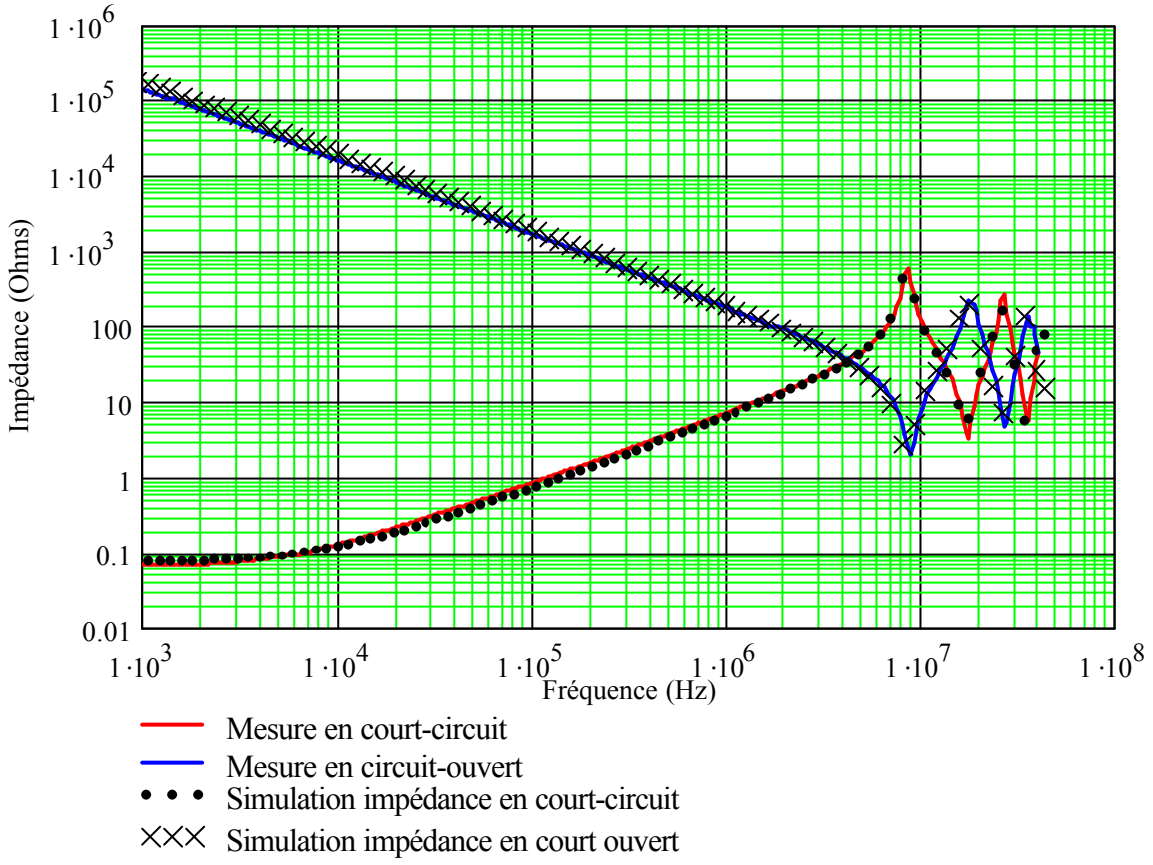


Figure V-30 Comparaison Simulation Mesure

Les phénomènes liés à l'effet de peau et à l'apparition de courants induits dans les conducteurs sous l'effet de la fréquence s'additionnent également à ceux de la propagation (Figure V-31). Nous pouvons également constater que des écarts apparaissent entre l'inductance mesurée et simulée dont les causes peuvent être nombreuses. Les valeurs de ces inductances en basse fréquence sont relativement identiques mais contrairement à l'inductance mesurée, celle issue de la simulation amorce une phase de décroissance avant 10kHz. Ce phénomène étant lié essentiellement aux l'effet de peau et de proximité, nous pouvons en déduire que le nombre de subdivisions des conducteurs massifs élémentaires est trop faible.

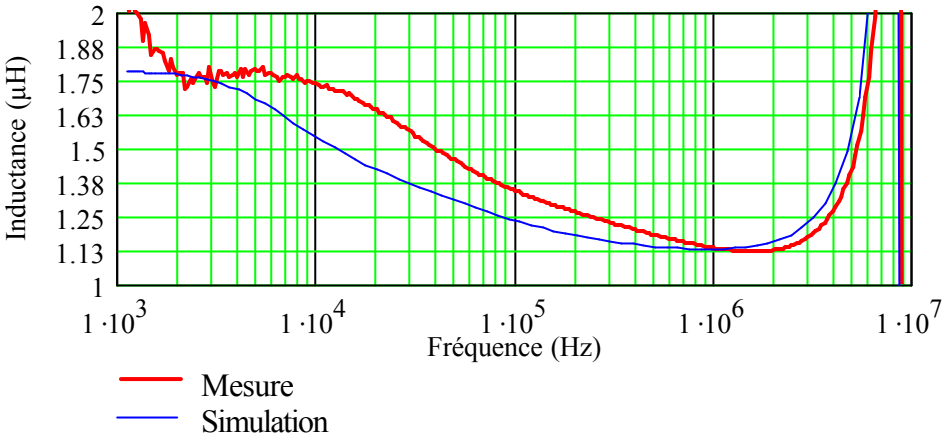


Figure V-31 Variation de l'inductance en fonction de la fréquence (comparaison simulation mesure)

III. REPARTITION DE LA DENSITE DE COURANT DANS LES CABLES

Ce modèle permet également d'obtenir la répartition de la densité des courants de puissance dans le câble à partir de la matrice impédance et du reste du circuit (Figure V-32). Les sources de tensions correspondent aux tensions de sortie de l'onduleur et sont définies en fonction des lois de commande MLI. Les impédances de la machine permettent de définir les impédances terminales (Z_{Ter}). Cet exemple présente la configuration d'étude d'un câble blindé à quatre conducteurs. Le conducteur de terre est relié à chaque extrémité du blindage.

Une série d'opération matricielle est alors effectuée pour déterminer les courants dans chacun des brins. Les impédances Z_e et Z_L représentent respectivement les couplages entre la terre et le variateur et entre le châssis et les enroulements du moteur.

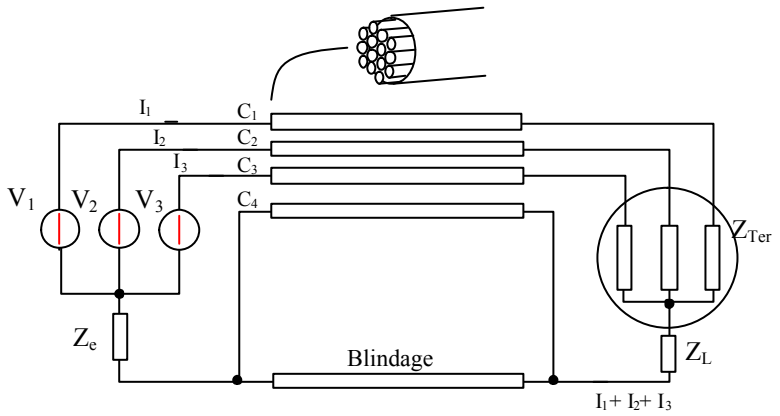


Figure V-32 Schéma électrique du câble permettant le calcul des densités de courant.

Ainsi, suivant la fréquence de fonctionnement de la machine ou la fréquence de découpage du variateur, nous pouvons connaître la répartition du courant dans les conducteurs et analyser les principaux chemins de propagation des courants. Dans les exemples qui suivent, les trois tensions sont créées à partir d'une MLI intersective sinusoïdale. Les impédances de la machine sont définies à partir des résultats issus de la caractérisation de la machine AEG 750W avec le premier modèle (Figure V-11). A 50Hz les courants de puissance sont portés exclusivement par les principaux conducteurs (C_1 C_2 C_3) puisque la charge et les

sources forment un système triphasé équilibré (Figure V-33). Par contre, à 4kHz, il existe un courant de mode commun qui emprunte à la fois le conducteur de terre et le blindage, qui reste le chemin de retour prioritaire comme nous pouvons l'observer (Figure V-34).

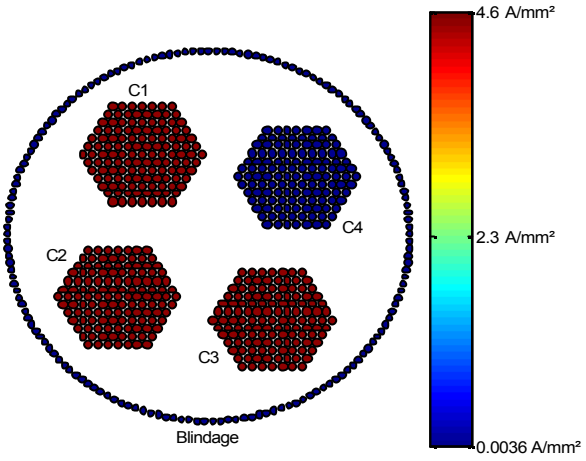


Figure V-33 Répartition du courant à 50Hz (F_m = 50Hz, F_{dec} = 4kHz)

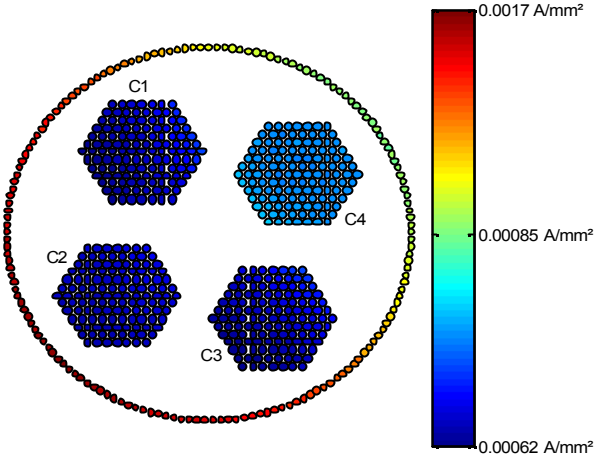


Figure V-34 Répartition du courant à 4kHz (F_m = 50Hz, F_{dec} = 4kHz)

Pour des fréquences plus élevées (ex: 8050Hz) la répartition évolue, les courants circulants dans les conducteurs principaux cherchent à se répartir sur la périphérie tout en s'approchant du blindage et le conducteur de terre est alors déserté (Figure V-35). Le retour du courant s'effectue alors par le blindage en se focalisant autour des conducteurs centraux.

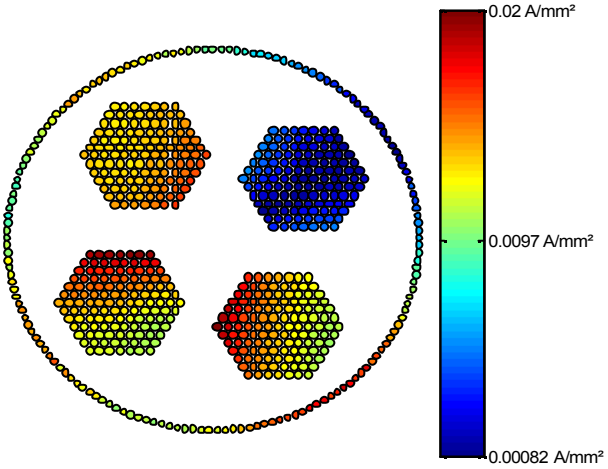


Figure V-35 Répartition du courant à 8050Hz (F_m = 50Hz, F_{dec} = 4kHz)

Cette première étape peut alors tendre vers une étude plus détaillée des pertes propres aux câbles de puissance comme nous pouvons déjà le faire pour des jeux de barres de distribution ou les bus barres [GUICHON][BESACIER].

IV. ASSOCIATION DU CABLE ET DU MOTEUR

Nous avons étudié et modélisé séparément le moteur et son câble d'alimentation. Il nous reste évidemment à associer les deux pour définir entièrement la charge. Cette étape a

donc pour but de ramener l'impédance du moteur à la sortie du variateur de vitesse au travers du câble d'alimentation (Figure V-36).

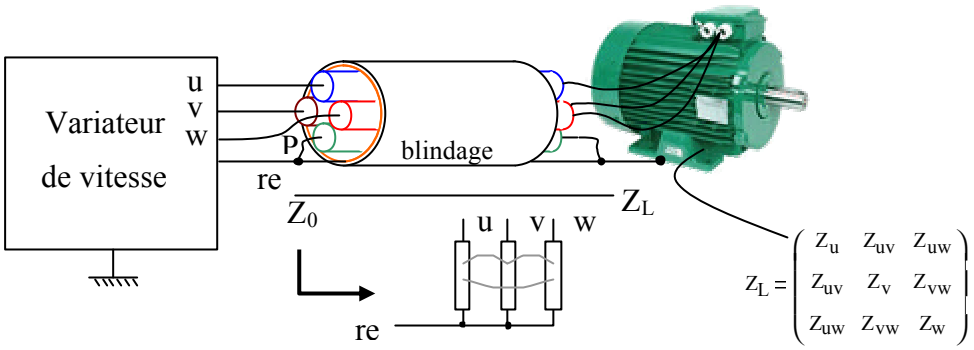


Figure V-36 Association - convertisseur - câble - machine

IV.1 Impédance totale vue par le variateur de vitesse

Les impédances liées au moteur permettent de définir la matrice impédance en bout de câble (Z_L). Cette matrice définit alors les tensions aux bornes du moteur en fonction du courant. Connaissant la matrice de transfert T ou la matrice de propagation Φ du câble, l'impédance totale de la charge vue par l'onduleur s'exprime par la relation Eq. V-28.

$$Z_0 = \left(Z_L \cdot X_{21} - X_{11}\right)^{-1} \cdot \left(X_{12} - Z_L \cdot X_{22}\right) \quad \text{avec } X_{ij} = T_{ij} \text{ ou } \Phi_{ij} \; i,j = 1..2 \qquad \textbf{Eq. V-28}$$

IV.2 Mesure de l'impédance de mode commun total

Comme nous l'avons montré au début de ce chapitre le moteur constitue un chemin privilégié pour les courants de mode commun. En basse fréquence la capacité totale entre les enroulements du stator est de l'ordre de 1,5nF pour un moteur de petite taille (AEG750W). Le câble blindé utilisé ici entraîne évidement une augmentation de la capacité totale entre une phase et la terre [DEMOULIN]. L'impédance diminue alors fortement pour des longueurs importantes (Figure V-37). La courbe d'impédance du moteur est translatée et les pics de résonance sont décalés vers les basses fréquences. Les résonances induites par les éléments du câble apparaissent clairement pour des longueurs supérieures à 1m.

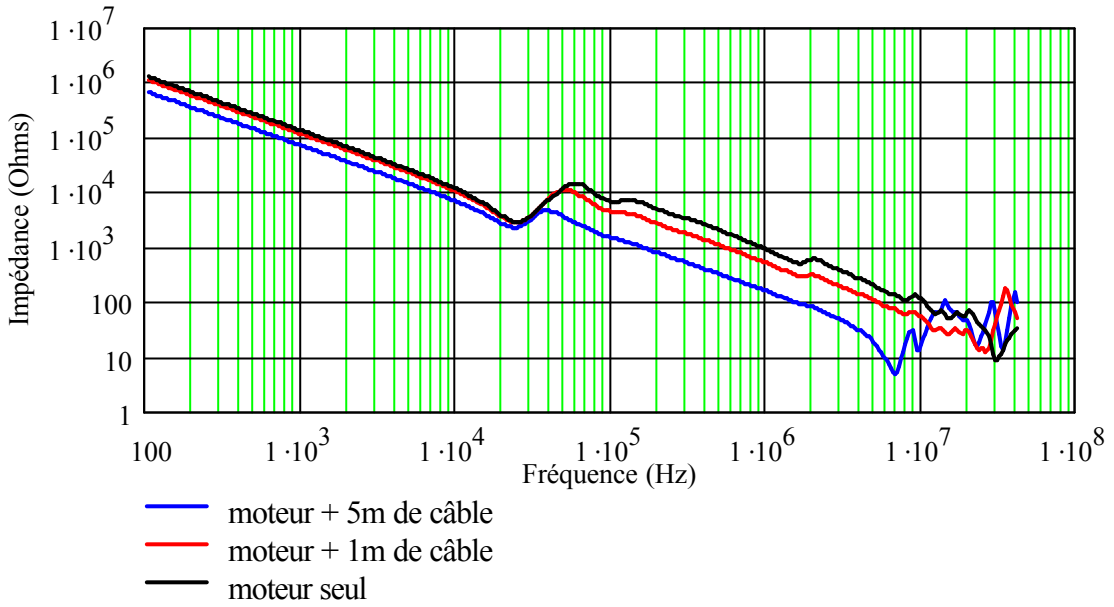


Figure V-37 Impédance entre une phase et la terre pour deux longueurs de câble (Moteur: AEG750W câble blindé 4 × 4mm²)

La Figure V-38 montre plus nettement l'évolution de la capacité totale de la charge en fonction de la longueur du câble. Pour le moteur seul avec les trois phases couplées en étoile, nous retrouvons les ordres de grandeur des résultats issus de la caractérisation: une forte capacité en basse fréquence et une capacité plus faible après la résonance induite par l'inductance des enroulements. Malgré une faible diminution de la capacité parasite du câble en fonction de la fréquence, cette dernière induit une augmentation ΔC quasi-constante de la capacité équivalente sur toute la plage de fréquences étudiée.

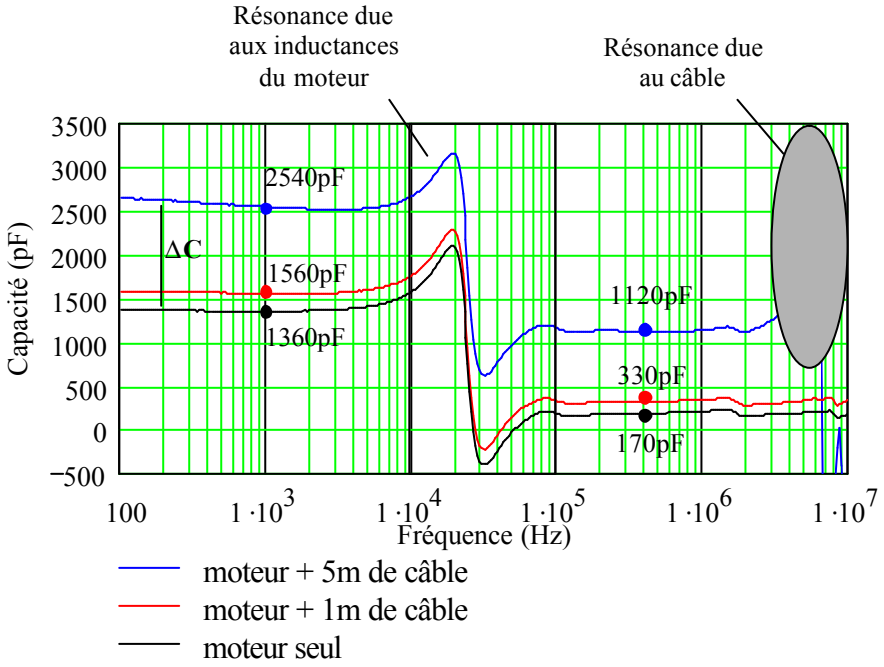


Figure V-38 Mesure de la capacité équivalente entre une phase et la terre pour différentes longueurs de câble (Moteur: AEG750W câble blindé 4 × 4mm²)

V. ESTIMATION DES PERTURBATIONS CONDUITES

La dernière partie de ce chapitre présente les résultats d'une simulation globale comprenant le variateur de vitesse, le moteur et le câble de liaison de ce dernier. Les différents éléments implantés dans le modèle de l'onduleur sont issus des caractérisations des composants utilisés dans un Altivar 28 sur lequel nous avons fait l'étude préliminaire des sources de perturbation au cours du chapitre précédent. Sur ce variateur déjà commercialisé, nous avons directement alimenté l'onduleur sur le bus continu via le RSIL. Cette opération nous a permis de limiter l'action du filtre de mode commun sans avoir à le démonter totalement pour éviter de trop nombreuses manipulations sur le variateur. La structure du variateur étudiée peut alors se synthétiser par le schéma ci-dessous.

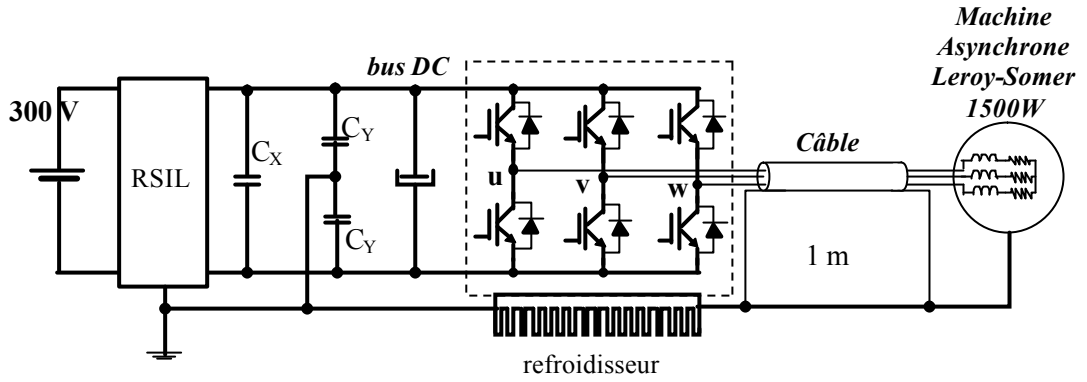


Figure V-39 Représentation schématique du convertisseur étudié (ATV 28 modifié)

V.1 Comparaison simulations mesures

Le filtrage du bus continu de ce convertisseur est réalisé par une association "série-parallèle" de quatre condensateurs identiques. Cette association permet de ne représenter qu'un seul composant capacitif dont les éléments sont les suivants:

- ESR = 50mΩ,
- ESL = 50nH
- C = 360µF.

Pour ces essais, la fréquence de la machine est fixée à 40Hz et la fréquence de découpage est imposée par le variateur à 4kHz. A cette fréquence, la loi de commande est une DeadBanded avec un rapport de modulation estimé à 80%.

La bande vidéo du filtre de lanalyseur est fixée à 1kHz pour limiter les déformations du spectre. Les spectres présentés sur les Figure V-40 et Figure V-41 correspondent aux mesures sur les deux voies du RSIL.

Nous observons distinctement sur ces relevés, les lobes issus du filtrage de l'analyseur placés aux multiples de la fréquence de découpage. Globalement, le niveau est supérieur à la norme de classe B sur une grande partie de la plage de fréquences (150kHz – 10MHz). Au-delà de 10MHz, il baisse rapidement et passe en dessous du gabarit. Cette baisse significative est en partie due aux effets des capacités de mode commun du filtre toujours présentes sur la structure. Les deux branches de mesures du RSIL présentent sensiblement les mêmes spectres sur la quasi-totalité de la plage de fréquences étudiée. Ces deux relevés permettent ainsi de vérifier les hypothèses faites sur la symétrie des chemins de propagation pour ce type de convertisseur.

Ces premières mesures montrent également l'impact du moteur puisque l'on trouve à 100kHz une variation du spectre induite par la diminution des capacités parasites entre les phases et la terre (Figure V-17).

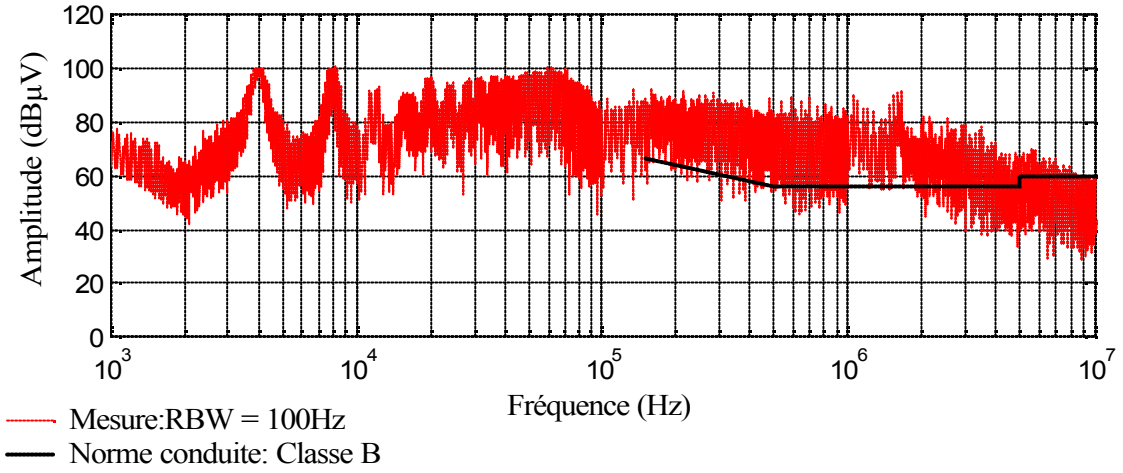


Figure V-40 Mesure des perturbations conduites du variateur ATV28 (1.5kW) avec une machine LEROY-SOMER 1.5kW à vide (branche 1)

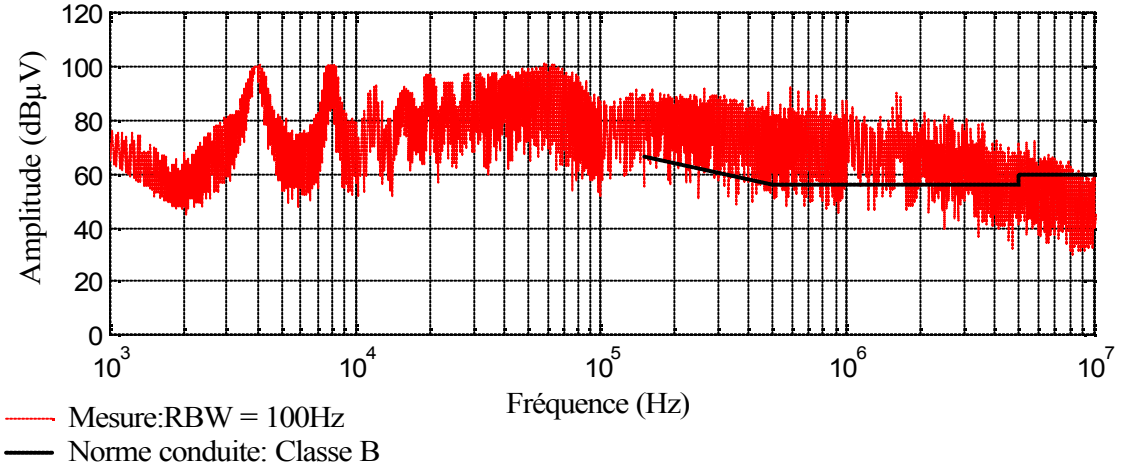


Figure V-41 Mesure des perturbations conduites du variateur ATV28 (1.5kW) avec une machine LEROY-SOMER 1.5kW à vide (branche 2)

En respectant le schéma de la Figure V-39, les résultats issus de la simulation sont alors directement confrontés à la mesure (Figure V-42). Nous pouvons alors constater une très bonne concordance entre la simulation et la mesure. Malgré certaines raies pour des fréquences supérieures à 1MHz, le niveau supérieur du spectre calculé en tenant compte du filtre de l'analyseur est fidèle à la réalité. Ces premiers résultats permettent d'une part de valider notre modèle sur une plage de fréquences importante et d'autre part d'envisager une étude de sensibilité sur les principaux éléments dont nous avons tenu compte dans cet exemple.

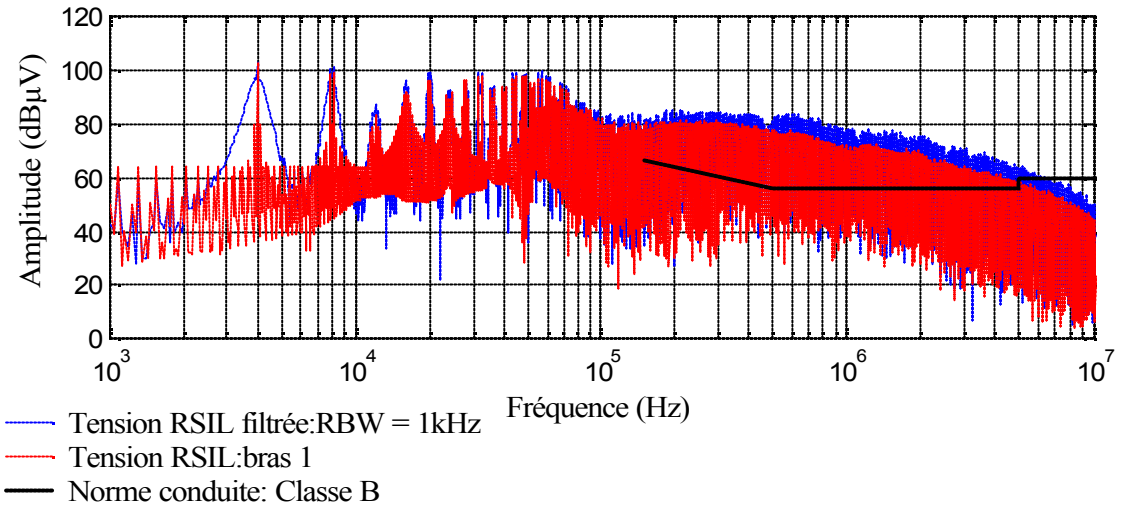


Figure V-42 Estimation du spectre des perturbations conduites sur une branche du RSIL

V.2 Etude de sensibilité

Il n'est pas utile de revenir sur les éléments du RSIL puisque les impédances de mesure sont imposées à 50Ω (± 20%) sur la plage normative (150kHz – 30MHz). En dehors de cette gamme de fréquences, ces impédances ne sont pas clairement spécifiées et dépendent des constructeurs de ce type d'appareil. Dans notre cas, les branches de mesures imposaient une impédance variant de 25Ω (<100kHz) à 50Ω. Pour cette étude, nous allons utiliser un schéma plus complet (Figure V-43) nous permettant d'observer les principales interactions entre les éléments.

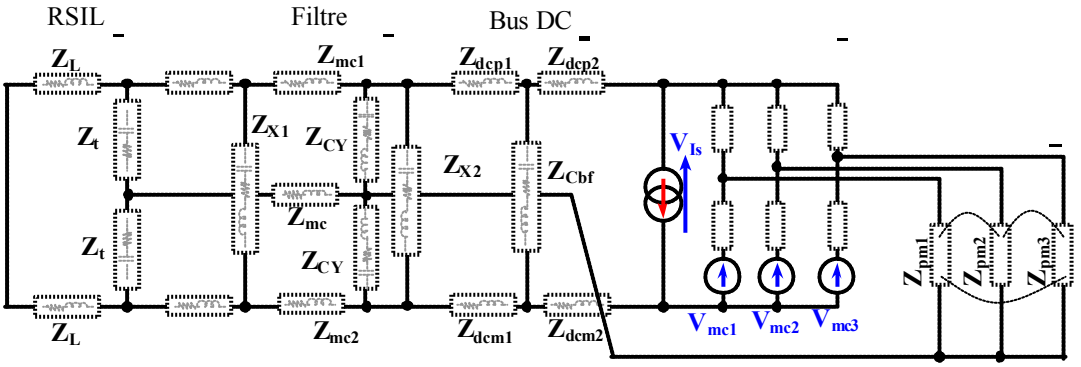


Figure V-43 Schéma simulé

Dans l'exemple précédent, nous avons volontairement laissé une partie du filtre en place pour limiter le nombre important de manipulations sur des éléments internes de ce convertisseur. La simulation peut alors jouer pleinement son rôle, en évitant un certain nombre de mesures délicates pouvant détériorer les dispositifs de mesure et l'appareil sous test. Ainsi sans filtre, le niveau de perturbation sur la bande normative (150kHz – 30MHz) est nettement plus important que le précédent (Figure V-44).

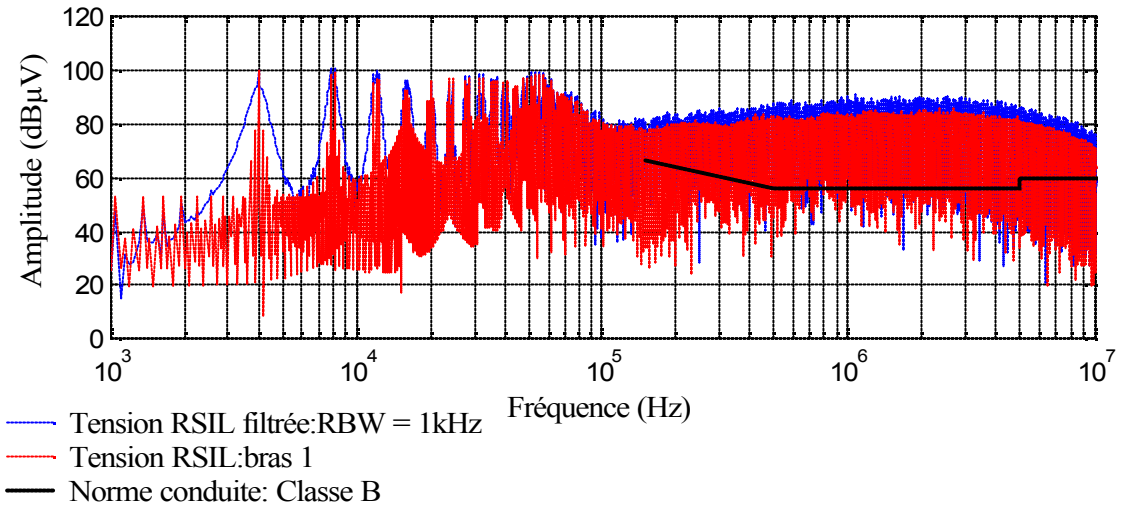


Figure V-44 Simulation du niveau des perturbations sans aucun filtrage de mode commun

Nous pouvons naturellement proposer l'étude inverse en augmentant volontairement la valeur des capacités de mode commun. En utilisant un modèle parfait de condensateurs et une valeur réaliste (22nF), nous pouvons constater qu'ils permettent de dériver une partie des perturbations entraînant une décroissance du spectre sur une large plage de fréquences (Figure V-45). Toutefois cette décroissance n'est pas suffisamment forte pour limiter les perturbations et fixer le spectre en dessous du gabarit. Nous voyons au travers de cet exemple que sans l'addition d'éléments supplémentaires les condensateurs de mode commun seuls ne sont pas suffisants pour filtrer efficacement un tel niveau de perturbations.

Cette simulation fait également apparaître une résonance que nous n'avions pas jusqu'à présent. En limitant le nombre d'élément parasite de la structure, cette fréquence de résonance est facilement identifiable. Ce pic est induit par une interaction entre l'inductance parasite du condensateur chimique et l'association en série des condensateurs de filtrage de mode commun. Le circuit résonant, involontairement créé, empêche la déviation des courants de mode différentiel dans ces éléments. Ces courants sont alors intégralement collectés par le RSIL. Dans le premier cas (Figure V-42), cette résonance n'est pas visible puisque le condensateur de mode différentiel (C_X) permettait de filtrer correctement les courants hautes fréquences.

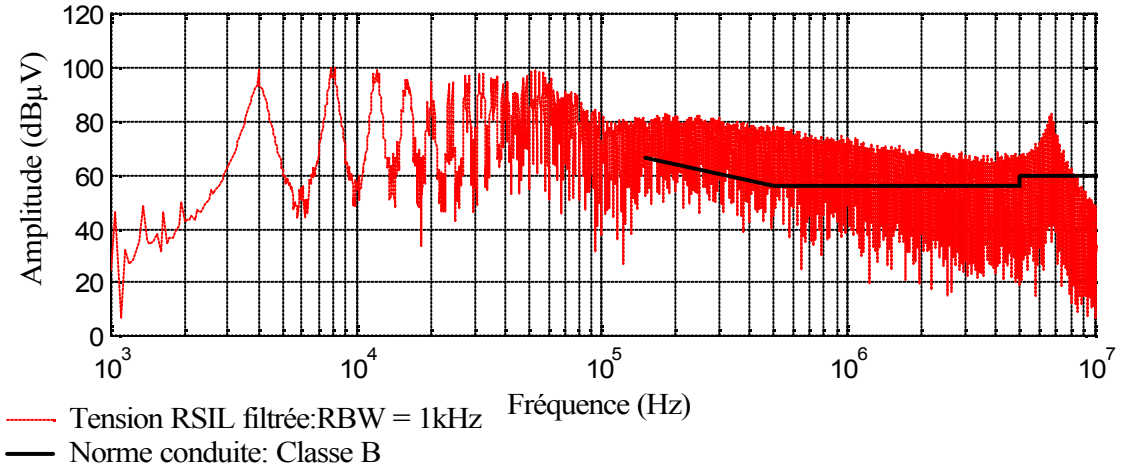


Figure V-45 Simulation:Influence des condensateurs de mode commun (C_Y = 22nF)

Grâce au schéma que nous avons choisi, il est possible d'insérer une impédance permettant de modéliser une inductance de mode commun. Cette représentation de l'inductance (Z_{MC}), sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre suivant, est placée sur le parcours des courants de mode commun avant les condensateurs C_Y. L'insertion de cette impédance provoque une décroissance rapide du spectre entre 50kHz et 300kHz. Le pic de résonance visible autour de 1MHz est alors associé aux inductances de fuites de cet élément que nous avons également pris soin de représenter à l'aide des impédances Z_{mc1} et Z_{mc2}.

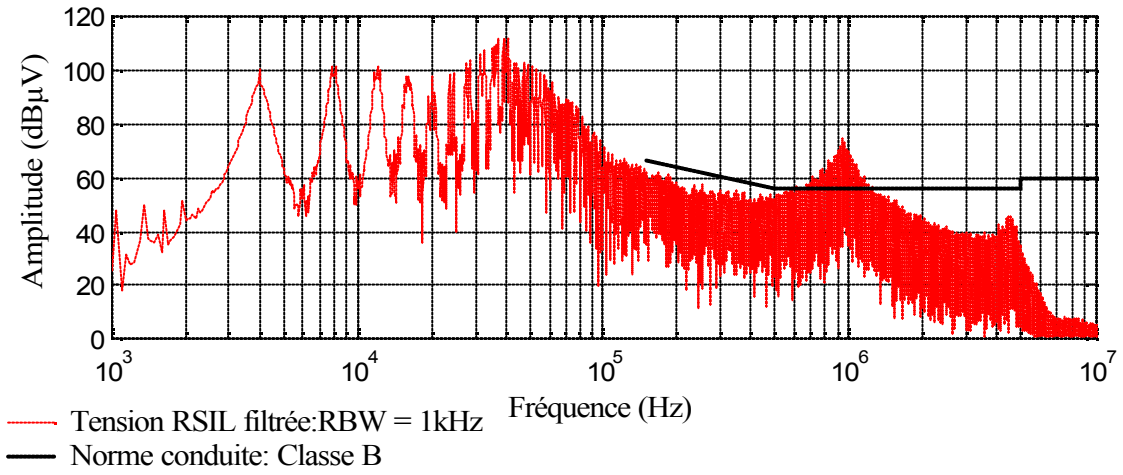


Figure V-46 Simulation:Influence de l'inductance de mode commun

En choisissant, à l'aide d'essais successifs, les valeurs des éléments de filtrage, nous pouvons obtenir un spectre qui respecte le niveau imposé pour la classe B (Figure V-47). Nous pouvons alors constater que le spectre est considérablement modifié sur toute la plage de fréquences observée.

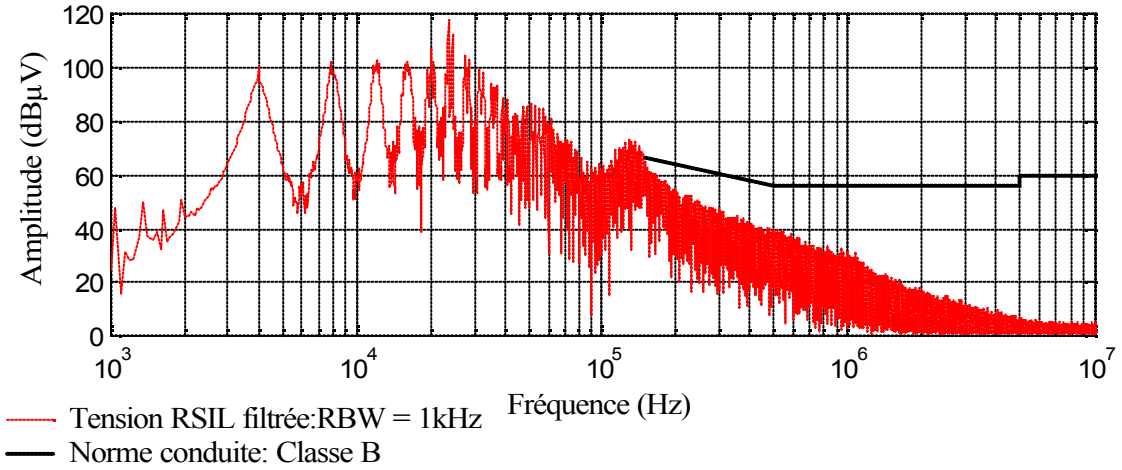


Figure V-47 Simulation:Spectre des perturbations conduites (C_Y=10nF, L_{MC} = 2 mH, C_X=220nF)

Cette opération, réalisée manuellement, montre alors la nécessité d'automatiser ce processus. L'objectif de cette automatisation est de déterminer "les meilleurs éléments du filtre" permettant de respecter le niveau de bruit imposé. Si nous ajoutons à cette principale

contrainte des fonctions d'aide permettant de détecter l'encombrement minimal ou le coût le plus faible, nous tendons alors vers l'optimisation du filtre CEM.

VI. CONCLUSION

Pour la plupart des modèles CEM de convertisseurs statiques, les chemins de propagation associés à la charge sont négligés. Seuls les couplages capacitifs entre les transistors et le refroidisseur sont prioritairement représentés. Il ne peut en être de même pour les variateurs de vitesse dont la charge est constituée d'une machine électrique et de son câble d'alimentation. Le châssis du moteur est généralement relié à la terre par l'intermédiaire d'un support métallique ou directement par une liaison filaire. Cette configuration a pour conséquence de ramener des capacités parasites de fortes valeurs entre les sorties du variateur et la terre.

Pour des longueurs importantes, les câbles utilisés sont généralement blindés pour limiter les perturbations rayonnées. Malheureusement, le blindage a pour effet d'augmenter fortement les couplages capacitifs à la terre et de ce fait le niveau des perturbations conduites. Les modèles de moteur et de câble présentés dans ce chapitre associés au modèle fréquentiel du variateur de vitesse permettent d'estimer correctement le spectre des émissions conduites au niveau du RSIL. Nous proposons dans cette étude un modèle prédictif permettant de déterminer les éléments parasites des câbles en fonction de leur géométrie. Ce modèle dont les résultats sont tout à fait satisfaisants peut toutefois être amélioré en prenant en compte la présence de plan de masse parfait ou non. Ce modèle nécessite cependant des ressources informatiques importantes puisque les matrices traitées pour chaque fréquence peuvent contenir plus 10^6 éléments suivant le nombre de conducteurs traités et la précision désirée. Les temps de calcul de ce modèle sont alors considérablement plus longs que ceux définis par un modèle par tronçon.

Chapitre VI

FILTRAGES PASSIFS DES STRUCTURES
INTRODUCTION A L'OPTIMISATION GLOBALE

I. INTRODUCTION

L'étude présentée dans ce chapitre traite de la modélisation des composants passifs pour le filtrage des convertisseurs d'électronique de puissance. Ces structures doivent respecter des gabarits normatifs de plus en plus sévères, d'où la nécessité de concevoir un étage de filtrage RF performant [NAVE]. Malgré l'apparition de nouveaux systèmes de filtrage actif [GUITTON-99][VERMAELEN], les structures passives restent les plus utilisées. Malheureusement, leur utilisation grève considérablement le volume total ainsi que le coût du convertisseur. Ces filtres "hautes fréquences" de mode différentiel et de mode commun peuvent occuper plus du tiers du volume selon la puissance du convertisseur.

Dans ce dernier chapitre, nous focaliserons notre travail sur les filtres passifs RF de mode commun dont l'utilisation est aujourd'hui indispensable dans les convertisseurs statiques. Les inductances de mode commun constituent l'organe essentiel du système de filtrage d'un équipement électrique sur la plage des fréquences radio (N55011: 150 kHz – 30 MHz). Toutefois leur dimensionnement est complexe. En effet, la quantification des courants de mode commun est difficile, et (naturellement) entièrement dépendante des chemins de propagation au sein du convertisseur dont l'inductance de mode commun fait partie. Nous verrons alors dans la dernière partie comment nous pouvons avoir accès aux paramètres dimensionnants à l'aide du modèle fréquentiel de l'onduleur. Nous présenterons pour finir comment réaliser l'optimisation du filtre complet.

II. MATERIAUX MAGNETIQUES UTILISES

Les matériaux magnétiques utilisés pour le filtrage de mode commun possèdent de fortes perméabilités et des inductions à saturation élevées. Ces matériaux se divisent en deux familles distinctes. La première, la plus classique, regroupe les matériaux à base de ferrite haute perméabilité. La deuxième, associée à des matériaux plus récents, est constituée par des alliages nanocristallisés [PERRON]. Ces deux types de matériaux concurrentiels possèdent des caractéristiques très différentes.

Les ferrites sont des matériaux céramiques dont l'un des principaux constituants est un oxyde de fer. Ils se repartissent en deux groupes: Nickel-Zinc et Manganèse-Zinc. Le premier groupe (Ni-Zn) est caractérisé par une perméabilité magnétique relative initiale assez basse ($\mu_r < 1000$) et ne représente pas de réel intérêt pour les inductances de mode commun. Les matériaux à base de manganèse zinc (Mn-Zn), quant à eux, peuvent atteindre des perméabilités élevées ($>2\cdot10^4$) (ex: Philips 3E9). Cette perméabilité reste relativement constante sur une plage de fréquences pouvant aller jusqu'à 100kHz (ex:3E9 μ_r = 15000 à 100kHz). Les ferrites doux de cette deuxième catégorie possèdent des résistivités peu élevées ($\rho \sim 0.5\Omega m$).

Perméabilité relative μ	Ferrite	Fréquence
1000 →20000	Mn-Zn	DC → 1 MHz
10 → 1000	Ni-Zn	1 MHz →500MHz

Tableau VI-1 Plage d'utilisation des ferrites

Les alliages nanocristallins (FeSiBCuNb), découverts à la fin des années 1980, sont issus de matériaux magnétiques amorphes et se présentent sous le forme de rubans métalliques d'environ 20µm d'épaisseur. Le matériau est recuit à une température moyenne entre 500 et 550°C pour obtenir une cristallisation optimale et développer d'excellentes propriétés magnétiques. Grâce à leur taux relativement important en fer (par rapport aux ferrites) les matériaux nanocristallins possèdent des inductions à saturation élevées (1.2 à 1.3 Tesla) contrairement aux ferrites (0.4 Tesla). De plus, ils possèdent une température de Curie élevée (>600°C), ce qui leur confère une bonne stabilité en température contrairement aux ferrites. Malgré une très faible résistivité ($1.5 \cdot 10^{-6}$ Ωm), la faible épaisseur du ruban métallique permet de limiter les effets de la fréquence dans le circuit magnétique. Des traitements adaptés durant le recuit du matériaux permettent de conditionner la forme du cycle d'hystérésis et de régler la valeur de l'anisotropie induite. Ces opérations autorisent alors un ajustement précis de la perméabilité qui est typiquement comprise entre 20000 et 600000.

Pour la quasi-totalité des matériaux magnétiques, la perméabilité chute rapidement avec l'augmentation de la fréquence. Cette variation est induite par la résonance magnétique. Plus la perméabilité est élevée plus la résonance magnétique se manifeste en basse fréquence (Figure VI-1). Ce phénomène expliqué par Snoek peut se traduire par le produit constant de la fréquence de coupure par la perméabilité (ex: ferrites doux Mn-Zn $f \cdot \mu \approx 5600$MHz/s) (Figure VI-1). Ce facteur s'apparente alors au produit gain-bande passante en électronique. De ce fait, le choix d'un matériau magnétique est avant tout fixé par la gamme de fréquences dans laquelle il est utilisé.

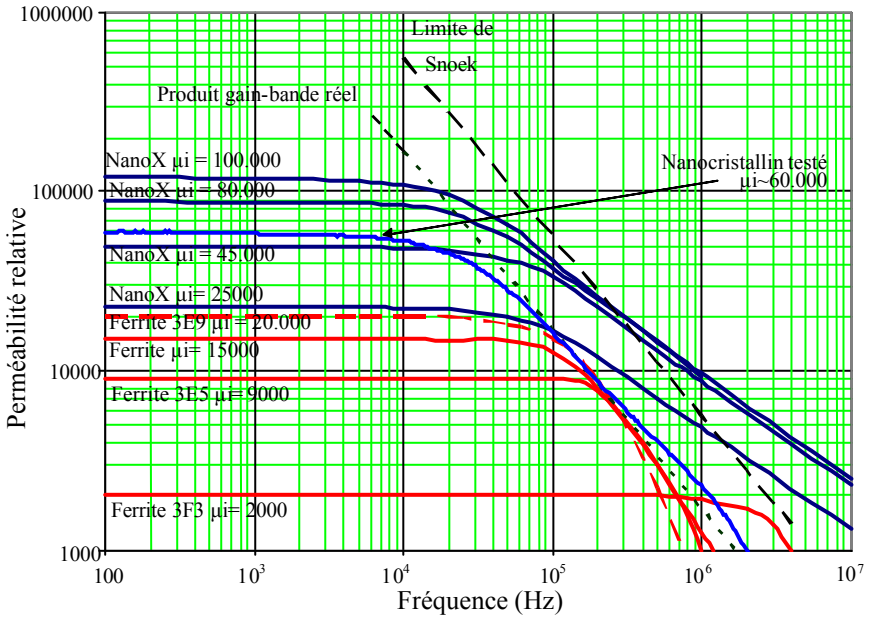


Figure VI-1 Comparaison des perméabilités initiales entre le ferrite et le nanocristallin (NanoX: échantillons de recherche)

Les meilleurs ferrites possèdent des perméabilités relatives qui ne dépassent pas 20000 (Figure VI-1), ce qui donne un avantage certain aux matériaux nanocristallins dans le domaine du filtrage. En effet, pour ce type d'applications, on ne recherche pas la qualité du signal mais son atténuation. C'est le cas du filtrage de mode commun qui nécessite de très

fortes impédances, et de ce fait de très hautes perméabilités. Malgré de meilleures performances, les nanocristallins ont un coût nettement plus élevé que les ferrites, mais restent compétitifs par rapport aux amorphes.

III. MODELISATION D'UNE INDUCTANCE DE MODE COMMUN

Le rôle des inductances de mode commun (CMC) est d'insérer sur le chemin des courants de mode commun une forte impédance sans altérer le fonctionnement de l'équipement. Toutefois, leur plage de fonctionnement ainsi que leur efficacité sont limitées par l'ensemble des éléments parasites qui intrinsèquement les constituent. A partir des différents couplages électrostatiques et magnétiques, il est possible de définir un modèle électrique équivalent permettant de reproduire le comportement en fréquence de ces composants bobinés. De plus, suivant les matériaux magnétiques utilisés, les effets électromagnétiques parasites diffèrent. Les schémas ci-dessous présentent les principaux éléments parasites intrinsèques aux circuits magnétiques ferrites de haute perméabilité (Figure VI-2). Le modèle électrique équivalent (Figure VI-3) met en évidence les couplages électrostatiques responsables de la dégradation des performances en fréquence.

Nous pouvons remarquer que le nombre de paramètres de ces modèles est relativement important. Certains d'entre eux sont difficiles à estimer et ne présentent pas une réelle influence sur la gamme de fréquence qui nous intéresse. Prenons comme exemple les couplages inter-enroulements modélisés par les capacités Cp_1 et Cp_2. Ces éléments dépendent directement de la technique de bobinage (demi-lune, deux fils en main…). Ils sont généralement de faible valeur (~ pF) et n'interviennent, de ce fait, que sur des plages de fréquences élevées (~ 100 MHz). Par contre, les effets capacitifs et résistifs internes au noyau magnétique (Cc et Rc) ne sont pas négligeables [BLACHE][FOUASSIER-98]. En effet, les noyaux ferrites présentent de très fortes permittivités relatives ($\varepsilon_r \approx 10^5$), ce qui rend le matériau fortement capacitif.

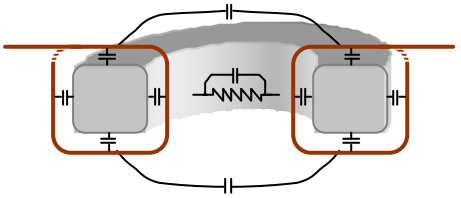


Figure VI-2 Structure d'une inductance de mode commun

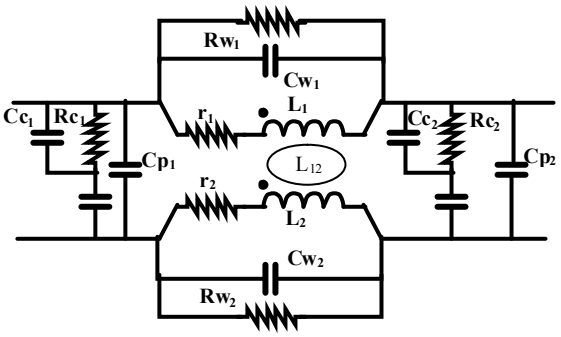


Figure VI-3 Modèle électrique équivalent

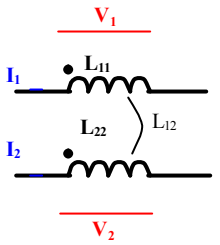
III.1 Fonctionnement d'une CMC

Dans un premier temps, la modélisation d'une inductance de mode commun doit rendre compte du couplage magnétique entre les enroulements en garantissant les effets inductifs de ces derniers. Cette contrainte se traduit par la relation matricielle présentée sur la Figure VI-4 qui peut se généraliser par la relation exprimant l'énergie magnétostatique totale (Eq. VI-1) en fonction des éléments Li,j. Ainsi, pour une inductance de mode commun à deux

enroulements l'énergie magnétostatique totale est donnée par l'expression (Eq. VI-2). Aucune hypothèse n'est prise quant à la symétrie des chemins de propagation des courants de mode commun et de mode différentiel. En d'autres termes, les courants I1 et I2 sont supposés différents.

$$W_m = \sum_{i,j} \frac{1}{2} \cdot L_{ij} \cdot I_i \cdot I_j \qquad \textbf{Eq. VI-1}$$

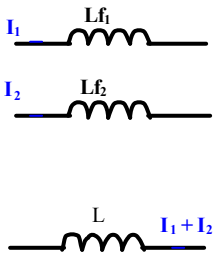
$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L_{11} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot L_{22} \cdot I_2^2 + L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2 \qquad \textbf{Eq. VI-2}$$



$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \end{pmatrix}$$

Figure VI-4 Schéma équivalent de deux inductances couplées

Pour comprendre les effets d'une CMC, il est possible d'établir un schéma équivalent composé de trois inductances découplées, dont une est présente sur le circuit de terre. A partir des expressions de l'énergie pour les deux schémas, nous pouvons constater que l'inductance L, présente sur le circuit de terre du schéma équivalent, correspond à la mutuelle inductance de la CMC, L_{12}. De plus les inductances de phase L_{f1} et L_{f2} correspondent aux inductance de fuites (Eq. VI-4). Ce calcul peut se généraliser à un nombre quelconque d'enroulements. Le schéma obtenu permet de façon simple de comprendre le fonctionnement de ce type de composant. Cependant il n'est valide que sur une plage de fréquences limitée, ou de quelques centaines de kilohertz, car il ne tient pas compte des éléments parasites capacitifs et résistifs.



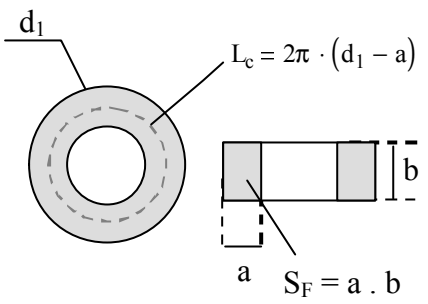
$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L_{f1} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot L_{f2} \cdot I_2^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot (I_1 + I_2)^2 \qquad \textbf{Eq. VI-3}$$

$$\begin{aligned} L_{11} &= Lf1 + L \;\rightarrow\; L_{f1} = L11 - L \\ L_{22} &= Lf2 + L \;\rightarrow\; L_{f2} = L22 - L \\ L_{12} &= L \end{aligned} \qquad \textbf{Eq. VI-4}$$

Figure VI-5 Schéma équivalent à trois inductances découplées

Pour illustrer cette étude, nous avons réalisé plusieurs inductances de mode commun à l'aide de tores ferrite 3E6 produits par Philips [FERROXCUBE] dont les caractéristiques sont données ci-dessous (Figure VI-6). Pour cette première réalisation, nous avons choisi une topologie classique en demi lune (Figure VI-7), ce type de bobinage étant le plus couramment utilisé pour sa simplicité de réalisation. Le matériau ferrite, considéré comme étant à haute perméabilité ($\mu_r \approx 10000$), est généralement utilisé pour ce type d'applications. Avec 27 spires pour chaque enroulement, le composant que nous avons réalisé possède une inductance

théorique de 7,4mH. Bien que définie arbitrairement, cette valeur permet des conditions de mesures satisfaisantes (impédance suffisamment élevée).



μr = 10000

d1 = 25 mm
a = 5 mm
b = 10 mm
L = mm

SF = 100 mm²
NSpire = 18

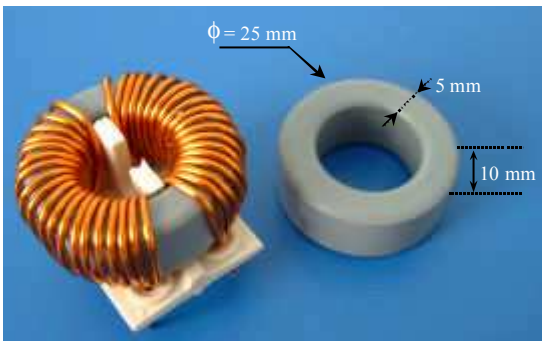


Figure VI-6 Caractéristiques géométriques

Figure VI-7 Exemple de bobinage en "demi-lune"

III.2 Modélisation simple (Modèle théorique)

La plupart des modèles que nous pouvons rencontrer dans la "littérature classique" sont extrêmement simples, puisqu'ils ne tiennent généralement pas compte des éléments parasites et un couplage parfait entre les enroulements. Ils ont néanmoins l'avantage de simuler approximativement le comportement du filtre avec un minimum d'éléments parasites [MARDIGUIAN][CHAROY]. En supposant que le composant soit testé dans des conditions pour lesquelles le matériau est non saturé, son comportement diffère notablement de celui d'un composant idéal. La courbe d'impédance présentée ci-dessous (Figure VI-8) illustre ce dernier point. En basse fréquence, l'enroulement mesuré de cette inductance présente une impédance inductive comme nous l'attendions, cependant en haute fréquence, son comportement tend à devenir capacitif avant de changer de phase à nouveau.

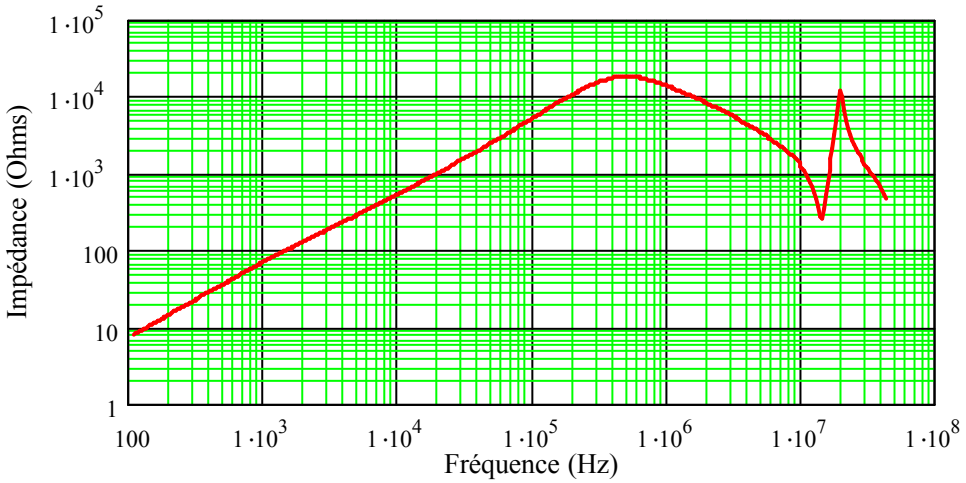


Figure VI-8 Module de l'impédance d'un enroulement

Ces constatations conduisent au schéma ci-dessous (Figure VI-9) moins complexe que celui présenté sur la Figure VI-3. Ce modèle présenté est déjà relativement élaboré, puisqu'il

tient compte d'un certains nombre de phénomènes, tels que les couplages capacitifs inter-spires ($C_{1,2}$), ainsi qu'une représentation des pertes dans les enroulements et dans le circuit magnétique ($r_{1,2}$ $R_{1,2}$). De plus, le terme L_{12} correspondant à la mutuelle inductance entre les deux enroulements nous permet de définir les inductances de fuites.

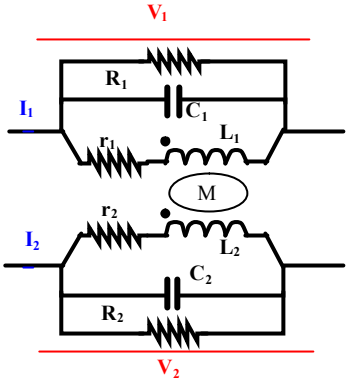
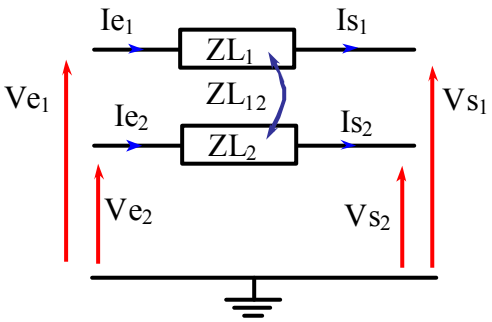


Figure VI-9 Modèle simplifié

Ce premier modèle peut se mettre très simplement sous la forme d'un hexapôle dont nous avons déjà vu l'utilité au cours des précédents chapitres. Il se compose essentiellement d'une impédance par enroulement Z_{L1} et Z_{L2} couplées par une mutuelle impédance, données respectivement par les expressions Eq. VI-5 et Eq. VI-6.



$$\begin{pmatrix} Vs_1 \\ Vs_2 \\ Is_1 \\ Is_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -ZL_1 & -ZL_{12} \\ 0 & 1 & -ZL_{12} & -ZL_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Ve_1 \\ Ve_2 \\ Ie_1 \\ Ie_2 \end{pmatrix}$$

Figure VI-10 Hexapôle associé à l'inductance de mode commun

$$ZL_1(p) = \frac{(r_1 + L_1 \cdot p) + \left[(r_1 + L_1 \cdot p) \cdot (r_2 + L_2 \cdot p) - L_{12}^2 \cdot p^2\right] \cdot \left(C_2 \cdot p + \frac{1}{R_2}\right)}{1 + (r_1 + L_1 \cdot p) \cdot \left(C_1 \cdot p + \frac{1}{R_1}\right) + (r_2 + L_2 \cdot p) \cdot \left(C_2 \cdot p + \frac{1}{R_2}\right) \ldots + \left[(r_1 + L_1 \cdot p) \cdot (r_2 + L_2 \cdot p) - L_{12}^2 \cdot p^2\right] \cdot \left(C_1 \cdot p + \frac{1}{R_1}\right) \cdot \left(C_2 \cdot p + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Eq. VI-5

$$ZL_{12}(p) = \frac{L_{12} \cdot p}{1 + (r_1 + L_1 \cdot p) \cdot \left(C_1 \cdot p + \frac{1}{R_1}\right) + (r_2 + L_2 \cdot p) \cdot \left(C_2 \cdot p + \frac{1}{R_2}\right) \ldots + \left[(r_1 + L_1 \cdot p) \cdot (r_2 + L_2 \cdot p) - L_{12}^2 \cdot p^2\right] \cdot \left(C_1 \cdot p + \frac{1}{R_1}\right) \cdot \left(C_2 \cdot p + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Eq. VI-6

En supposant que les enroulements soient identiques (L_1=L_2=L, C_1=C_2=C etc.) afin de limiter le nombre de paramètres, ce premier modèle permet d'obtenir des résultats très satisfaisants (Figure VI-11). Les paramètres sont alors très facilement identifiables. Les inductances se déterminent par une mesure basse fréquence. La capacité C se déduit de la première fréquence de résonance (F_1) (Eq. VI-7) et tient compte de la capacité du deuxième enroulement. L'inductance mutuelle L_{12} se déduit, quant à elle, par la fréquence F_2. Plus précisément, cette fréquence d'antirésonance fait intervenir la capacité et l'inductance de fuite de l'enroulement. Cette constatation, déjà vérifiée par les études sur la caractérisation des transformateurs, permet d'aboutir à une nouvelle relation qui définit l'inductance mutuelle en fonction de l'inductance principale et du rapport des fréquences F_1 et F_2 (Eq. VI-8). Ainsi plus les fréquences F_1 et F_2 sont éloignées, plus le couplage magnétique entre les deux enroulements est bon. Les résistances r et R sont respectivement données par la mesure de la résistance en continu et par la valeur de l'impédance à la première résonance.

$$C = \frac{1}{2 \cdot (2\pi F_1)^2 \cdot L}$$ **Eq. VI-7**

$$L_{12} = L \cdot \left[1 - \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2\right]$$ **Eq. VI-8**

A l'aide de ces expressions nous obtenons les résultats présentés dans le tableau ci-dessous:

L: inductance basse fréquence	L_{12} inductance mutuelle	R: résistance parallèle	r: résistance série	C: capacité parallèle
7.3384mH	7.3286mH	21kΩ	20 mΩ	7.2 pF

Tableau VI-2 Paramètres du schéma équivalent

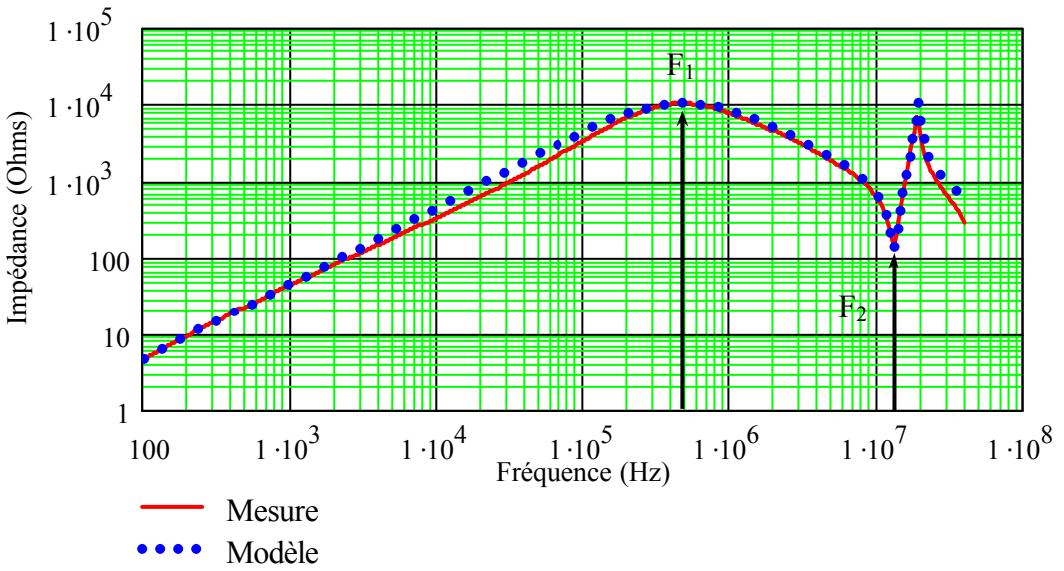


Figure VI-11 Comparaison simulation – mesure sur l'impédance d'un enroulement

Nous pouvons observer sur cette figure que l'impédance calculée n'épouse pas totalement celle mesurée en basse fréquence. Cette différence est due à la variation de l'inductance qui n'est pas prise en compte dans ce premier modèle. Si nous voulons représenter un comportement réaliste de ce composant, il est nécessaire de prendre en compte cette évolution.

III.3 Caractérisation et modèle associé (Modèle d'analyse)

III.3.1 Tore Ferrite

III.3.1.a) *Modèle magnétique*

La méthode de caractérisation que nous utilisons est basée sur celle employée pour les transformateurs hautes fréquences. Elle permet de tenir compte de l'évolution de l'inductance en fonction de la fréquence (Figure VI-12). Ces effets, essentiellement dus aux développements des courants induits dans le cuivre (effets de peau et de proximité), sont à l'origine d'une variation rapide de l'inductance pour les plus basses fréquences. Sur la figure ci-dessous, nous pouvons constater la forte diminution de l'inductance à partir de 1kHz. Dans notre cas, à 100kHz l'inductance n'est plus qu'à 70% de sa valeur initiale, ce qui réduit nécessairement l'efficacité globale du filtre.

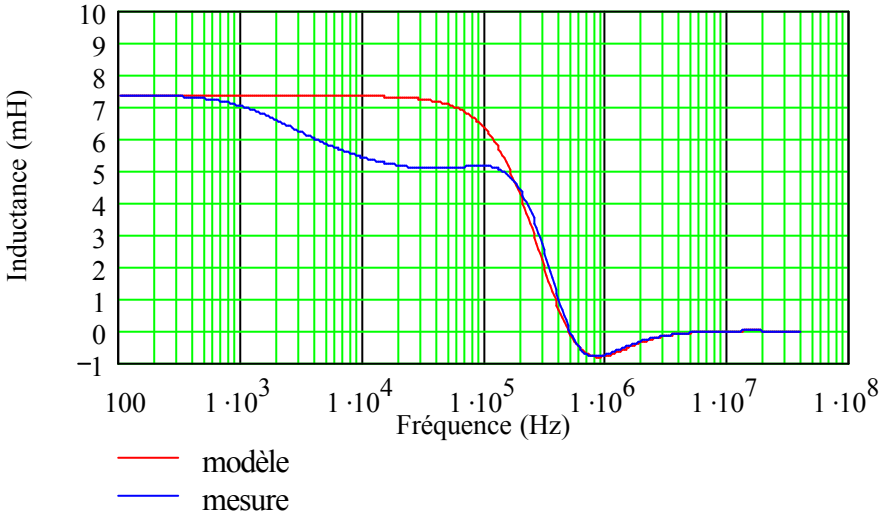
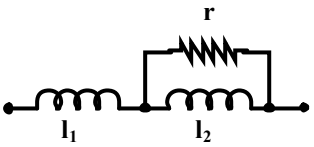


Figure VI-12 Evolution de l'inductance en fonction de la fréquence

Comme nous l'avons déjà vu pour les modèles de machines asynchrones, cette variation peut se représenter par une association d'inductances et de résistances dont les valeurs sont déduites de la mesure de l'inductance série d'un enroulement (Figure VI-14). Pour l'inductance de mode commun que nous étudions, une seule cellule (Figure VI-13) permet d'obtenir des résultats satisfaisants avec une erreur relative inférieure à 5% de 100Hz à 100kHz.



$l_1 = 5.048$ mH
$l_2 = 2.235$ mH
$r = 42.9\ \Omega$

Figure VI-13 Modélisation de l'inductance principale

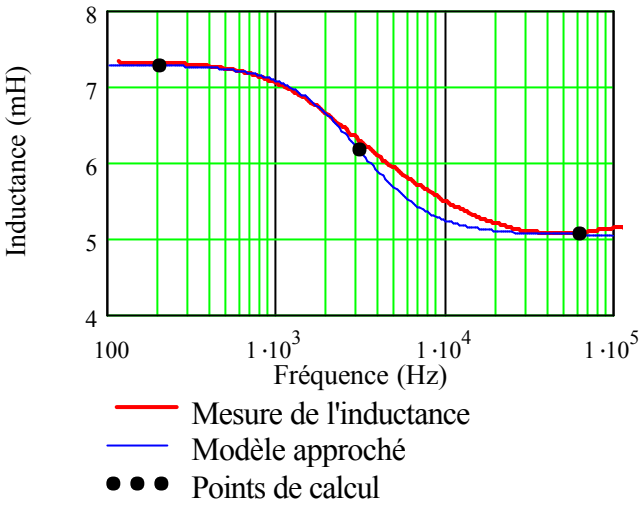


Figure VI-14 Comparaison simulation mesure de l'inductance principale

Nous pouvons traiter l'inductance de fuite totale de la même façon avec un schéma similaire. L'identification est réalisée sur un enroulement avec le secondaire court-circuité. Cette démarche classique permet d'aboutir à un modèle magnétique de l'inductance de mode commun (Figure VI-15). Pour ce schéma, le couplage entre les enroulements est assuré par un coupleur parfait dont le rapport de transformation (η) est déterminé préalablement par le rapport des impédances de chaque enroulement (Eq. VI-9). Ce coefficient évolue si faiblement sur la partie inductive de l'impédance (Figure VI-16) qu'il peut être supposé constant ($\eta = 1$). Le rapport entre l'impédance d'un enroulement à vide et l'impédance en court-circuit permet de déterminer le coefficient de couplage (Eq. VI-10). Ce dernier peut également être supposé constant (Figure VI-17).

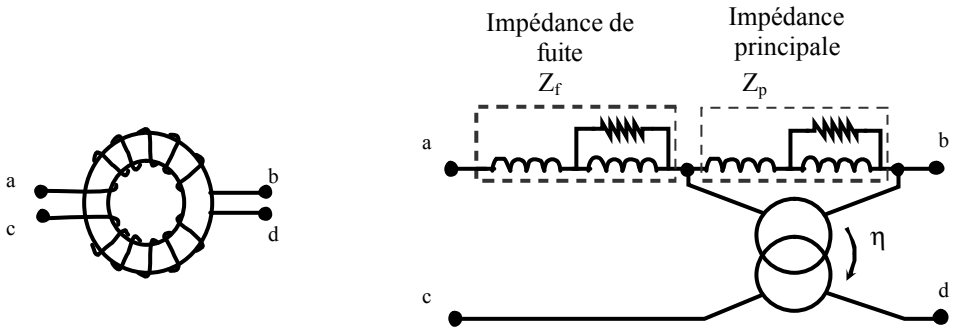


Figure VI-15 Modèle magnétique d'une inductance de mode commun

$$\eta = \sqrt{\frac{Z_{ab}}{Z_{cd}}} \qquad \textbf{Eq. VI-9}$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{Z_{ab_{cc}}}{Z_{ab}}} \qquad \textbf{Eq. VI-10}$$

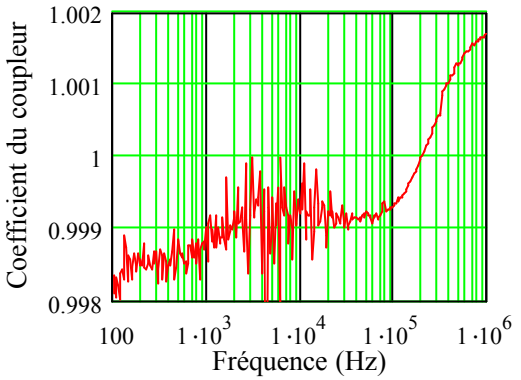


Figure VI-16 Rapport de transformation du coupleur

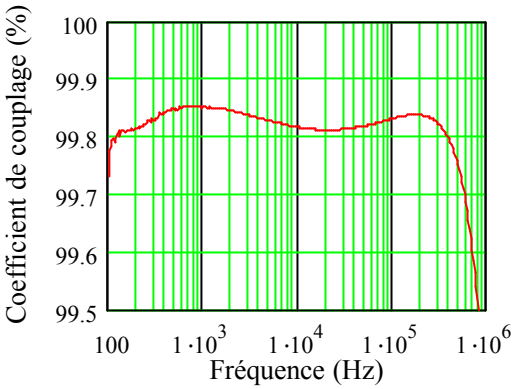


Figure VI-17 Coefficient de couplage

III.3.1.b) *Modèle électrostatique*

Le schéma capacitif associé aux tores que nous étudions, doit représenter d'une part l'énergie électrostatique stockée, et d'autre part les différentes fréquences de résonance visibles sur les impédances mesurées. D'un point de vue électrostatique, une inductance de mode commun est un système à trois entrées puisqu'il existe trois tensions indépendantes. Le modèle le plus simple est alors constitué de trois capacités (Figure VI-18) et permet de couvrir toute la plage de fréquences étudiée. Toutefois, il faut garder à l'esprit que ce schéma à trois capacités n'est pas unique et qu'il existe d'autres placements possibles pour ces éléments. Ces capacités sont déterminées à partir des fréquences de résonance sur un jeu de mesures d'impédance (Figure VI-19). Chaque configuration de mesure, réalisée à l'aide de court-circuit, permet de déterminer une capacité équivalente C_m correspondant à la somme de deux des trois capacités choisies (Tableau VI-3).

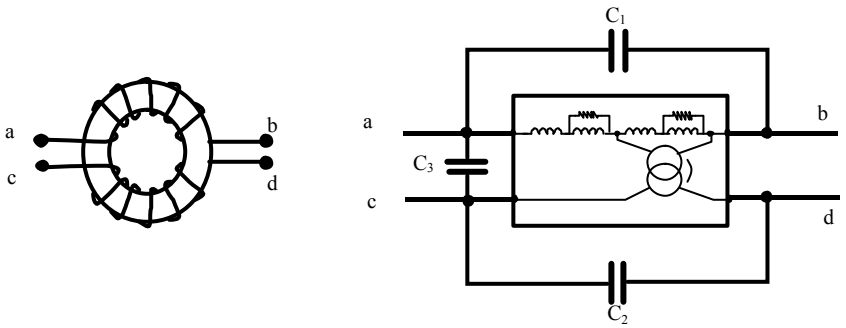


Figure VI-18 Modèle capacitif

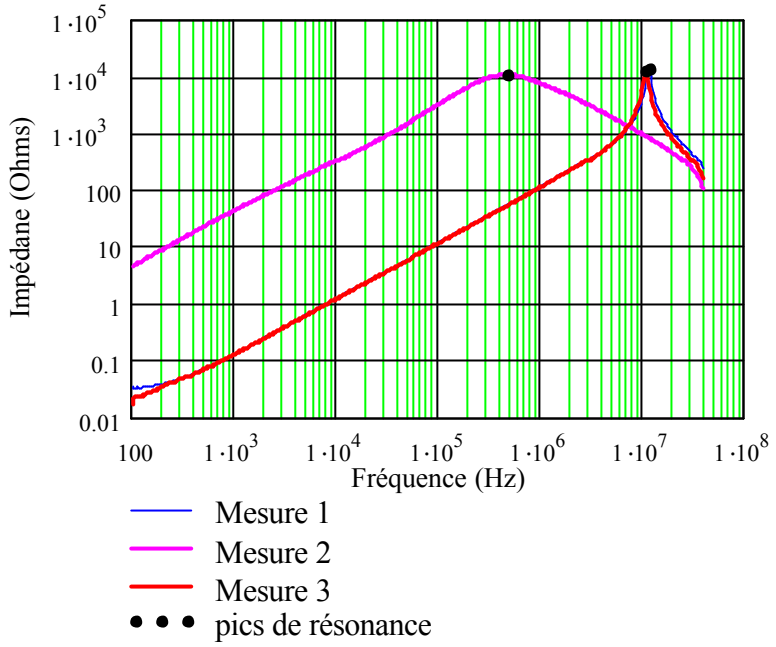


Figure VI-19 Détection des pics de résonance pour le calcul des capacités

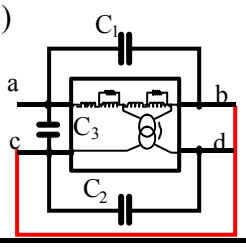
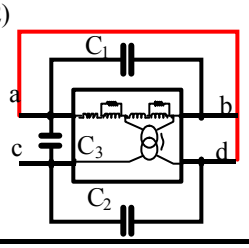
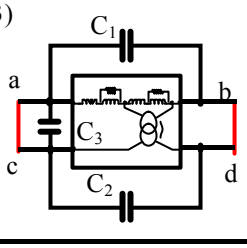
Mesure 1entre a et b	Mesure 2 entre c et d	Mesure 3 entre a et b
1) 	2) 	3) 
$C_{m1} = C_1 + C_3$	$C_{m2} = C_2 + C_3$	$C_{m3} = C_1 + C_2$
Résonance avec l'inductance de fuite	Résonance avec l'inductance de fuite	Résonance avec l'inductance principale
$C_1 = 8.338pF$ $C_2 = 8.339pF$ $C_3 = 1.948pF$		

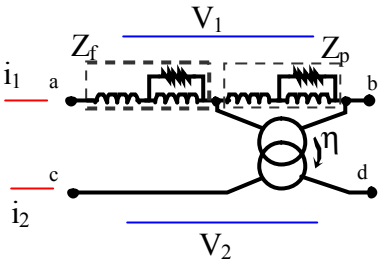
Tableau VI-3 Configuration des mesures et résultats

Nous pouvons constater que la valeur des capacités C_1 et C_2 sont quasiment identiques et sont relativement proches de celle du premier modèle (7.2pF). Si l'on interprète le schéma capacitif que nous avons choisi, les éléments C_1 et C_2 peuvent représenter les capacités parasites des enroulements (inter-spires). De ce fait, C_3 représente la capacité inter-enroulements qui reste relativement faible devant les autres.

III.3.1.c) *Modèle complet*

Nous venons d'établir séparément les modèles magnétique et électrostatique de notre inductance de mode commun, il nous faut maintenant les associer. Pour cela, nous avons

défini chaque modèle sous la forme de quadripôle dont la matrice est de type impédance (Figure VI-20). En utilisant la théorie classique des quadripôles nous obtenons très rapidement les éléments de la matrice. A titre d'exemple, les éléments de la matrice du quadripôle de la partie inductive sont présentés ci-dessous (Eq. VI-11). Pour le système capacitif la démarche est identique.

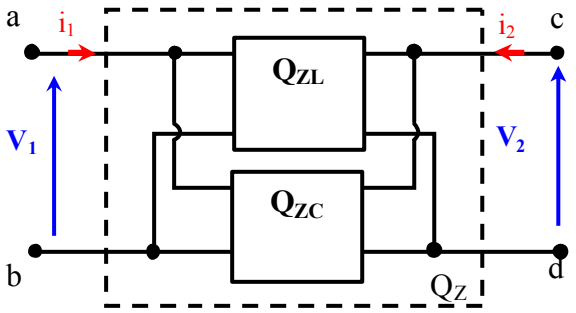


$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{L11} & Z_{L12} \\ Z_{L21} & Z_{L22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Figure VI-20 Définition des tensions et des courants permettant d'établir la matrice de l'inductance de mode commun

$$\left.\begin{aligned} Z_{L11} &= \left(\frac{V_1}{i_1}\right)_{i_2=0} = Z_f + Z_p \\ Z_{L12} = Z_{L21} &= \left(\frac{V_1}{i_2}\right)_{i_1=0} = -\eta \cdot Z_p \\ Z_{L22} &= \left(\frac{V_2}{i_2}\right)_{i_1=0} = \frac{1}{\eta^2} \cdot Z_p \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{Eq. VI-11}$$

Les quadripôles inductifs et capacitifs se trouvent en parallèle ce qui permet d'exprimer la matrice résultante Q_Z en fonction des deux termes Q_{ZL} et Q_{ZC} (Figure VI-21). Ainsi, l'impédance d'un enroulement Z_e correspond au premier élément de la matrice résultante.



$$Q_Z = \left(Q_{ZL}^{-1} + Q_{ZC}^{-1}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$$

Figure VI-21 Association des quadripôles capacitif et inductif

Les résultats obtenus sont alors tout à fait satisfaisants. La variation de l'inductance est bien prise en compte et les différents pics de résonance sont correctement estimés. La légère divergence qui apparaît en haute fréquence (30MHz) montre la limite du modèle à trois capacités. Malheureusement, la limite fréquentielle des appareils de mesure que nous avons utilisé ne permet pas de déterminer les résonances au-delà de 40MHz.

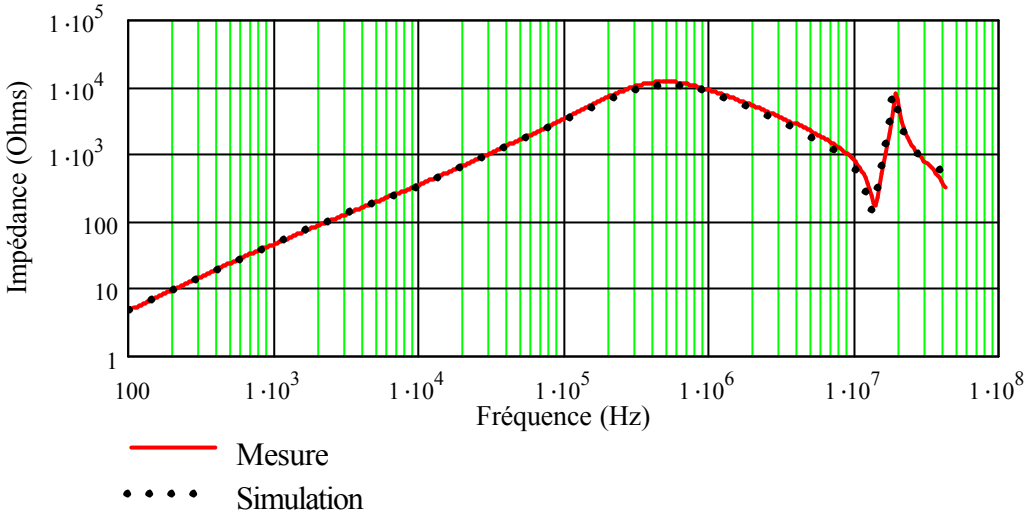


Figure VI-22 Comparaison Simulation mesure

III.3.2 Tore Nanocristallin

Nous avons également étudié un tore de même dimension en nanocristallin. Cette étude met en évidence les différences sur le comportement fréquentiel des inductances de mode commun réalisées avec les deux matériaux précédemment présentés. L'inductance d'un enroulement réalisée sur un tore en nanocristallin possède une impédance dont l'évolution est assez caractéristique (Figure VI-23). Nous pouvons définir deux asymptotes de pentes différentes. La première asymptote correspond à l'évolution normale de l'impédance d'une inductance en fonction de la fréquence. Au-delà de 30kHz la pente de l'asymptote diminue et l'évolution de l'impédance est alors bien plus lente. Si cette variation due aux effets de la fréquence dans le cuivre et le matériau magnétique est également présente pour les ferrites, elle est nettement plus marquée pour les nanocristallins. La fréquence limite (f_0) à partir de laquelle les effets de peau apparaissent dans l'épaisseur d'un ruban de nanocristallin (22µm) est proche de 50kHz (μ = 60000, ρ = 1.5 10^{-6} Ωm). Ce phénomène vient alors se superposer aux effets de peau dans le cuivre dont la fréquence limite (f_{cu}) est estimée à 18 kHz pour les fils de 1mm de diamètre que nous utilisons.

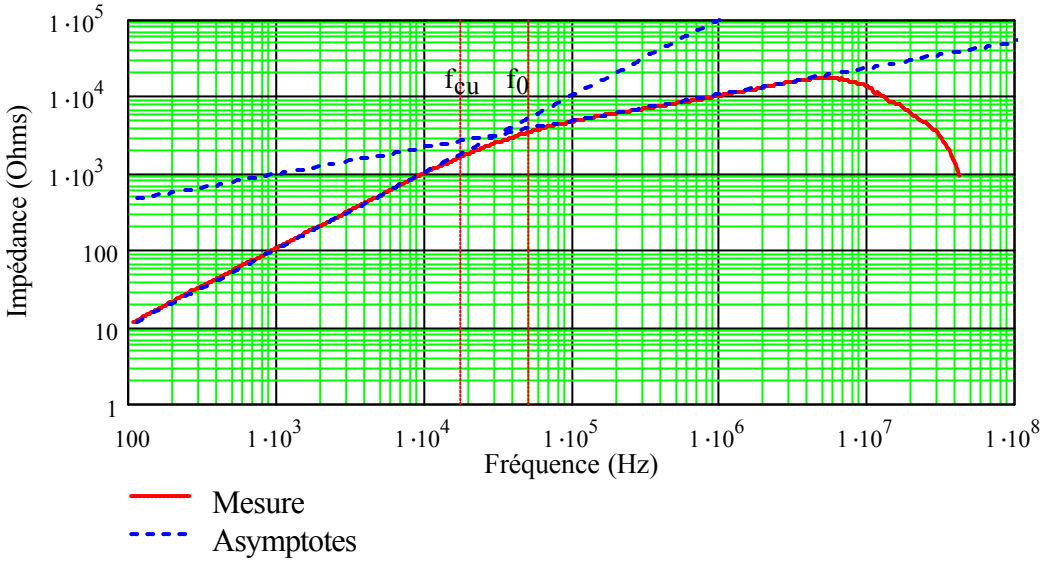


Figure VI-23 Mesure d'impédance d'un enroulement sur un tore nanocristallin et représentation de ses asymptotes

La modélisation d'un enroulement par un réseau de cellules R-L permet évidement de représenter ce type d'évolution. Toutefois, plus le nombre de cellules est important plus l'extraction des paramètres est laborieuse. Pour faciliter cette recherche, nous nous sommes aidé d'un algorithme d'optimisation dans lequel l'écart, entre l'impédance théorique de trois cellules imbriquées et la mesure, est minimisé sous un certain nombre de contraintes. Dans notre cas, le nombre de cellules est fixé arbitrairement. Les contraintes que nous fixons (Eq. VI-12) sont basées sur une étude asymptotique de l'impédance théorique (Figure VI-24). Nous faisons ici, l'hypothèse forte que les différents éléments (l_{pi} et r_{pi}) n'ont une influence que sur une plage de fréquences précise.

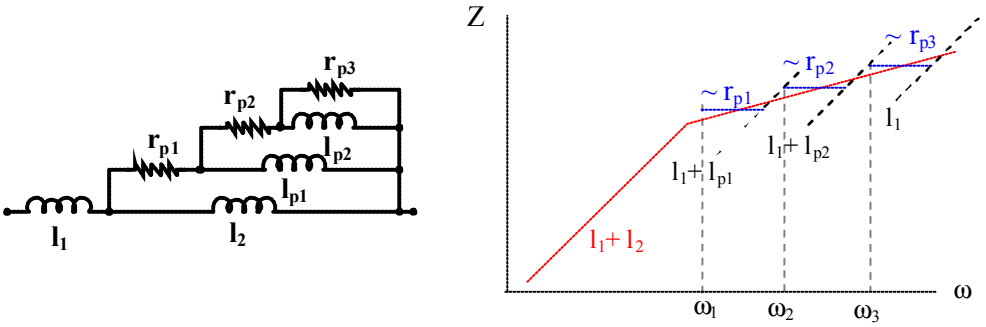


Figure VI-24 Etude asymptotique de l'impédance théorique

$$r_{p_i} < l_{p_i} \cdot \omega_i \qquad \text{et} \qquad r_{p_i} > l_{p_{(i+1)}} \cdot \omega_i \qquad \textbf{Eq. VI-12}$$

Cette étude encore incomplète est une première étape pour extraire automatiquement les paramètres de ces schémas équivalents. Toutefois, pour le tore que nous avons étudié, les éléments de ce schéma, déterminés par cette technique, n'offre que 5% d'erreur sur les résultats (de 100Hz à 6MHz), ce qui est tout à fait acceptable pour ce cas de figure.

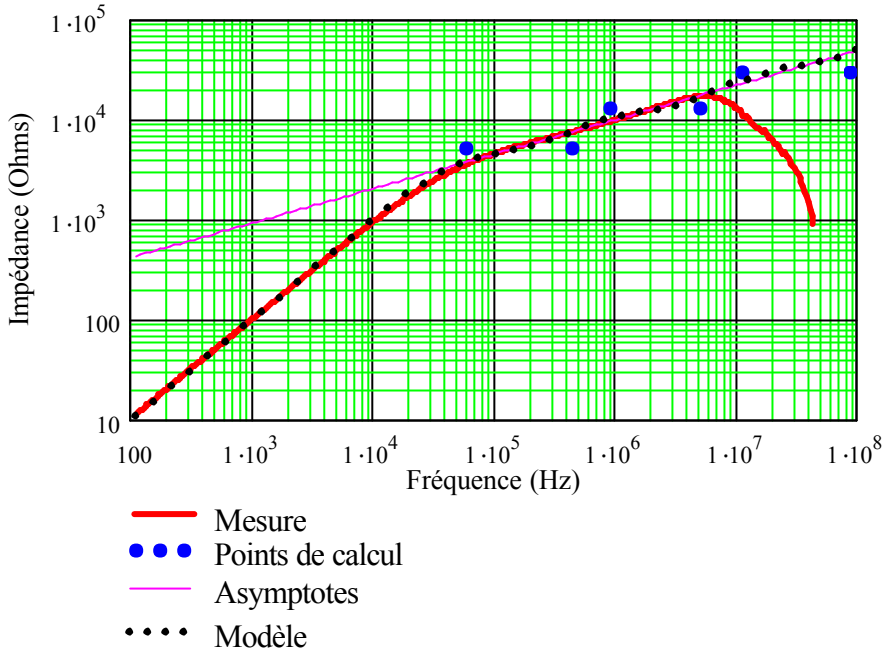


Figure VI-25 Comparaison simulation modèle

Le modèle capacitif associé à cette inductance est identique au précédent, et le calcul des capacités s'effectue dans les mêmes conditions. Nous pouvons alors vérifier que cette approche reste viable avec des matériaux magnétiques tels que les nanocristallins. Nous avons représenté sur la Figure VI-26 les résultats issus de la caractérisation des deux inductances de mode commun que nous avons réalisées.

Nous avons préféré comparer deux inductances ayant strictement le même volume et le même nombre de spires ce qui entraîne naturellement que la valeur des inductances soit si différente entre le ferrite et le nanocristallin. Malgré une inductance plus importante, le tore en nanocristallin présente une fréquence de résonance principale nettement plus grande que le tore ferrite. Cette constatation met clairement en évidence l'impact du noyau magnétique sur les capacités parasites.

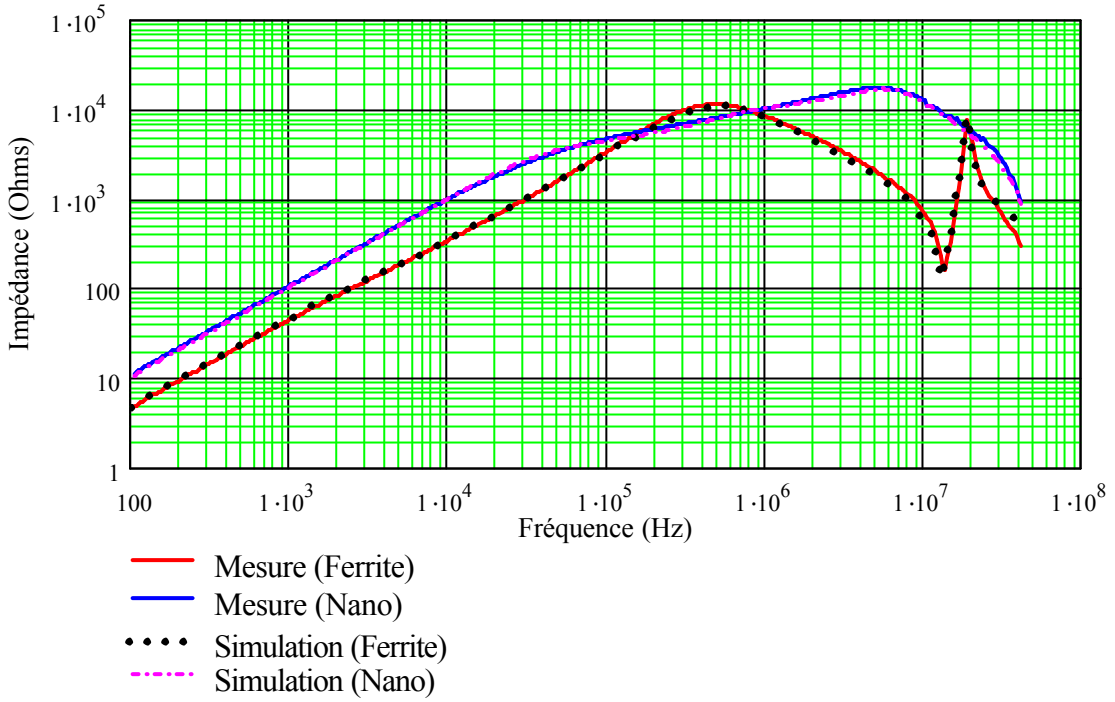


Figure VI-26 Résultats de simulations pour les deux noyaux (Ferrite et Nanocristallin)

En raisonnant uniquement sur les courbes d'impédance de l'inductance de mode commun, les nanocristallins semblent plus intéressants puisqu'ils présentent des effets capacitifs nettement plus faibles et une inductance plus élevée pour un volume équivalent. Cependant, dans cet exemple, l'inductance ferrite possède une impédance plus forte entre 100kHz et 1Mhz. Cet intervalle est critique, puisqu'il correspond à la première partie de la plage de fréquences normative.

III.4 Problème de la saturation

Les modèles d'inductance sous forme de schéma équivalent ne prennent pas en compte les effets de la saturation du matériau. Dans une étude fréquentielle, telle que nous la menons, ces effets peuvent difficilement être pris en compte. Ils sont généralement représentés par un ensemble de cycles d'hystérésis reliant l'induction magnétique B dans le matériau au champ magnétique H. Ce réseau de courbes B(H) ne peut pas se traduire simplement par une application bijective. Ce phénomène fortement non-linéaire n'est alors pas transposable dans le domaine fréquentiel par l'intermédiaire de transformées usuelles. Théoriquement, pour une inductance de mode commun, la compensation du flux empêche les courants de puissance (mode différentiel) de saturer le matériau. Toutefois, ce problème est reporté au niveau des courants de mode commun dont les niveaux peuvent s'avérer suffisamment élevés pour dégrader les performances du matériau.

IV. SIMULATION DU FILTRE COMPLET

Nous pouvons à présent étudier le filtre dans son ensemble. Il existe plusieurs topologies de filtre CEM suivant les applications. Pour cette étude, nous allons présenter l'une des structures les plus couramment utilisées pour les applications monophasées ou continues. Ce filtre, présenté sur la Figure VI-27, n'est pas exclusivement dédié au mode commun puisqu'il comprend deux capacités (C_{X1} et C_{X2}) permettant de filtrer une partie des perturbations de mode différentiel. Nous retrouvons évidement comme organe principal l'inductance de mode commun associée à deux capacités C_{Y1} et C_{Y2}. Ces deux condensateurs sont de même valeur pour garantir la symétrie des chemins de propagation. A partir du schéma proposé ci-dessous, nous pouvons obtenir les fonctions de transfert du filtre entre les résistances du RSIL et les courants de perturbations des deux modes de propagation (I_{md} pour le mode différentiel et I_{mc} pour le mode commun).

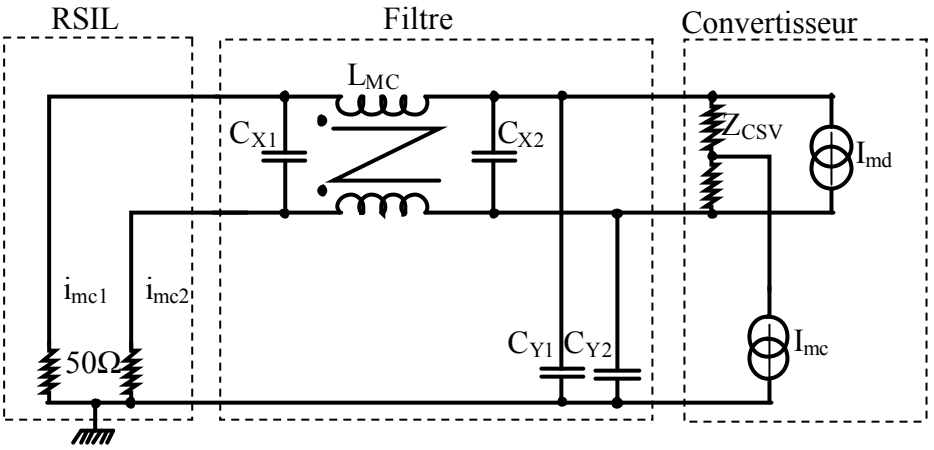


Figure VI-27 Structure de filtre étudiée

IV.1 Simulation du filtre idéal

Dans un premier temps le filtre est considéré parfait, les composants ne présentent pas d'éléments parasites, et le coefficient de couplage entre les enroulements de l'inductance de mode commun est unitaire. Le filtre, le RSIL et le schéma équivalent de la structure présentent des chemins symétriques pour les courants de mode commun et différentiel, ce qui permet de n'étudier qu'une seule branche du RSIL. Les fonctions de transfert associées au filtre sont établies à partir de la représentation matricielle du schéma ci-dessus.

$$F_{mc} = \frac{i_{mc1}}{I_{mc}} \qquad F_{md} = \frac{i_{mc1}}{I_{md}}$$

Les valeurs des composants, choisies pour cette simulation représentent des ordres de grandeurs réalistes pour ce type de filtre (Tableau VI-4).

L_{mc}	C_Y	C_{X1}	C_{X2}
7mH	10nF	100nF	100nF

Tableau VI-4 Valeurs des composants du filtre idéal

Cette première simulation (Figure VI-28) fait apparaître clairement le pic de résonance en mode commun du filtre dont la fréquence (fr_{mc}) est donnée par la relation Eq. VI-13.

$$fr_{mc} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_{mc} \cdot 2 \cdot C_Y}} \qquad \textbf{Eq. VI-13}$$

Le circuit emprunté par les courants de mode commun est constitué des deux capacités C_{Y1} et C_{Y2} et de l'inductance de mode commun reportée sur la terre (Eq. VI-4). Bien que ce pic de résonance ne représente pas une réelle menace sur la gamme de fréquences des perturbations conduites, il s'avère pénalisant en basse fréquence. En effet, cette résonance apparaît dans la gamme des fréquences de découpage. Il peut alors provoquer une forte augmentation des courants de mode commun, susceptible de provoquer la saturation du circuit magnétique.

Comme nous pouvons le constater cette structure idéale permet également de réaliser un filtre du premier ordre pour les perturbations de mode différentiel.

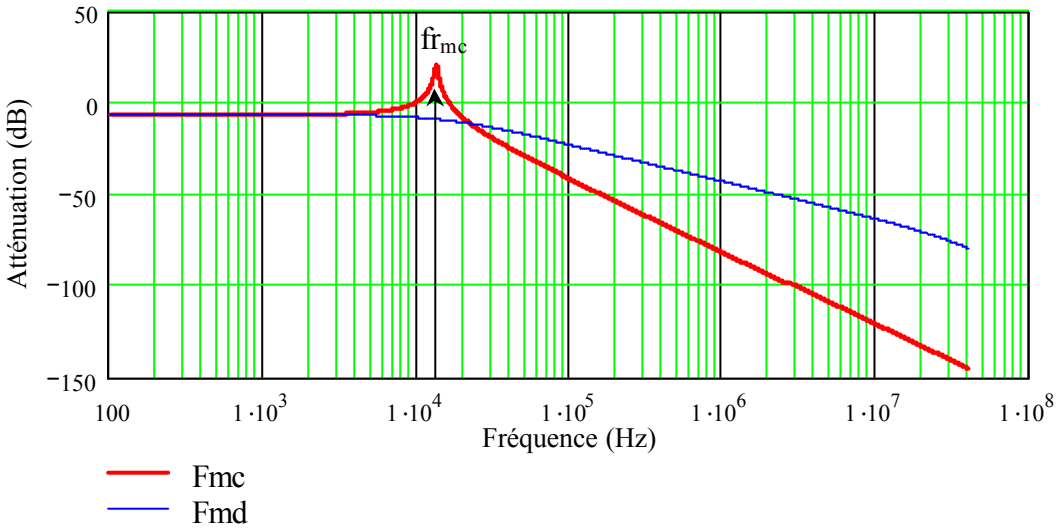


Figure VI-28 Fonction de transfert du filtre parfait

Nous pouvons ainsi poser une contrainte supplémentaire sur le choix des éléments du filtre en choisissant des valeurs qui éloignent suffisamment la fréquence de résonance des premières harmoniques de la fréquence de découpage.

Si les fuites de l'inductance ne sont plus négligées, la fonction de transfert de mode différentiel présente également une fréquence de résonance (fr_{md}) dont nous avons déjà constaté les effets à la fin du chapitre précédent. Cette fréquence est nettement plus élevée que celle de mode commun, et peut dégrader l'efficacité du filtre sur la plage des fréquences du gabarit normatif. Une étude rapide de la fonction de transfert de mode différentiel permet d'estimer approximativement cette fréquence, en supposant que le coefficient de couplage (k) entre les deux enroulements est connu (Eq. VI-14).

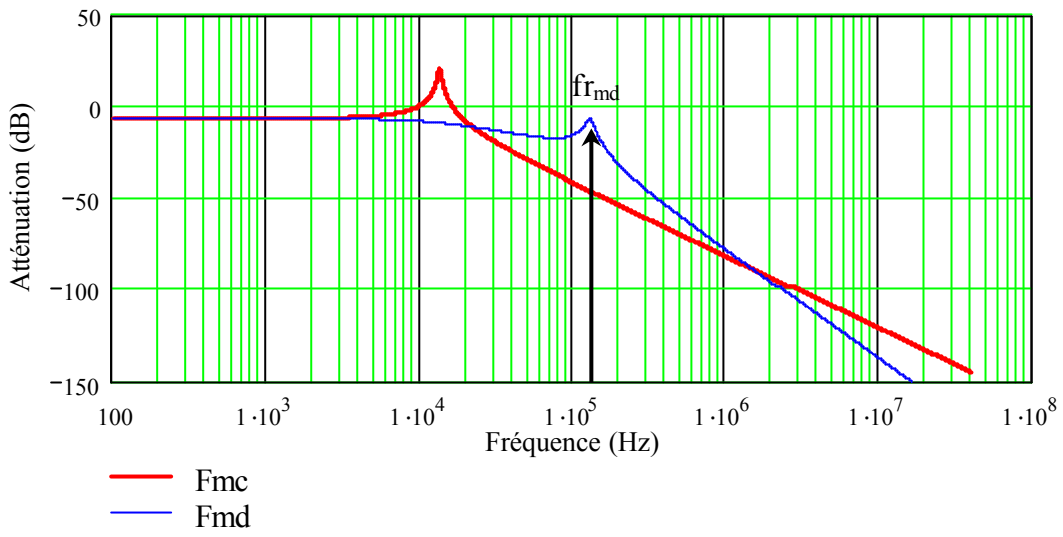


Figure VI-29 Fonction de transfert du filtre en tenant compte des fuites de l'inductance

L'insertion des inductances de fuites permet naturellement d'augmenter l'ordre du filtre par rapport au mode différentiel sans modifier le filtrage de mode commun.

$$fr_{md} \approx \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{2\cdot L_{mc}\cdot(1-k)\cdot\dfrac{C_{x1}\cdot\left(C_{x2}+{}^{C_Y}\!/_2\right)}{C_{x1}+C_{x2}+{}^{C_Y}\!/_2}}}$$ **Eq. VI-14**

IV.2 Simulation du filtre complet

Nous pouvons à présent intégrer le modèle complet de l'inductance de mode commun au reste du filtre. Quel que soit le matériau, les principales résonances sont toujours présentes, malgré la prise en compte des pertes du circuit magnétique (Figure VI-30). Pour le nanocristallin, l'atténuation en mode commun est ralentie par la diminution progressive de l'inductance dès 30kHz. Le filtre perd alors de son efficacité, donnant ainsi l'avantage au matériau ferrite. Pour des fréquences plus élevées (>1MHz) la courbe d'atténuation de mode commun est dégradée par les capacités parasites de l'inductance. Ces dernières annulent les effets inductifs, ce qui se traduit par un palier sur la courbe d'atténuation. Comme nous avons déjà pu le constater, ces effets sont nettement moins marqués pour les nanocristallins. Le caractère inductif des capacités pour les hautes fréquences, associé aux capacités parasites de l'inductance de mode commun, inverse le fonctionnement du filtre. Ce phénomène est également visible sur la fonction de mode différentiel.

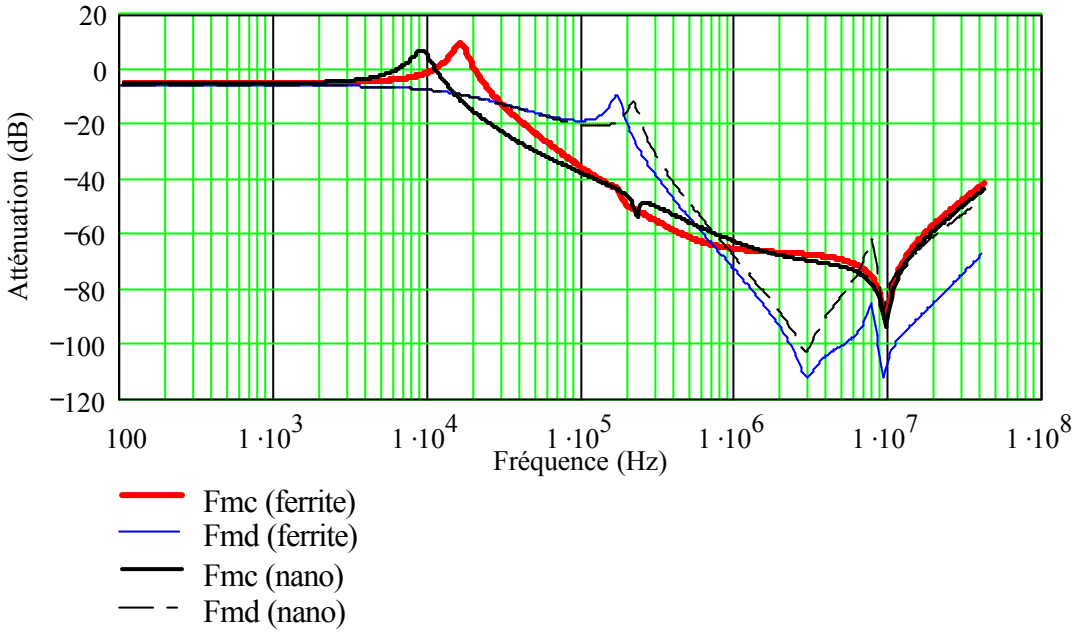


Figure VI-30 Fonction de transfert du filtre pour le noyau Ferrite

IV.3 Conclusion

Les modèles que nous venons de présenter permettent de tester l'efficacité d'un filtre de mode commun sur une plage donnée de fréquences. Ils donnent, sous réserve que les matériaux magnétiques ne saturent pas, une estimation des principales fréquences de résonance. Le premier modèle ne requiert qu'une seule mesure, mais ne permet pas de simuler convenablement le comportement inductif du composant. Le second tient compte des variations de l'inductance, mais nécessite quatre mesures supplémentaires. Il permet ainsi de reproduire fidèlement le comportement de l'inductance de mode commun. Cependant les résultats obtenus sur le filtre complet, avec des valeurs de condensateurs réalistes et couramment utilisées, montre clairement que la diminution de l'inductance en fonction de la fréquence n'a pas de réelle incidence sur la courbe d'atténuation du filtre pour les matériaux ferrites. Cette constatation permet d'utiliser pleinement le premier modèle d'inductance. Si la valeur des inductances des enroulements est très facilement calculable en théorie, ce n'est pas le cas de celle des capacités. Pour les modèles que nous utiliserons par la suite, nous attribuerons des ordres de grandeurs issus des résultats présentés ici pour les valeurs des capacités parasites.

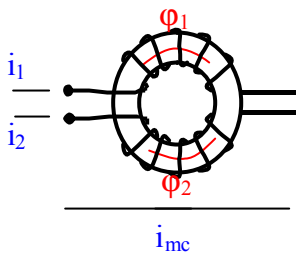
V. DIMENSIONNEMENT DES ELEMENTS DU FILTRE

Avant de présenter la méthode d'optimisation utilisée, nous avons besoin d'établir les relations qui relient la valeur du composant à son volume.

V.1 Inductance de mode commun

V.1.1 Définition du volume

C'est l'énergie maximale stockable qui définit le volume des composants bobinés. Quelle que soit la géométrie du circuit magnétique, on montre que le volume théorique d'une inductance s'exprime en fonction du produit de la section effective du noyau A_e par la surface de bobinage S_b. Dans le cas d'une inductance de mode commun (Figure VI-31), la surface du circuit magnétique traversée par le flux (φ_m) s'exprime en fonction du courant de mode commun i_{mc}, de l'induction maximale B_m, du nombre de spires pour un enroulement N, et de la valeur de l'inductance L_{mc} (Eq. VI-15).



$$\varphi_m = L_{mc} \cdot i_1 + L_{mc} \cdot i_2 = L_{mc} \cdot i_{mc}$$
$$\varphi_m = N_1 \cdot A_e \cdot B_m + N_2 \cdot A_e \cdot B_m = 2 \cdot N \cdot A_e \cdot B_m$$

$$A_e = \frac{L_{mc} \cdot i_{mc}}{2 \cdot N \cdot B_m} \qquad \textbf{Eq. VI-15}$$

Figure VI-31 Définition des flux

Il nous reste à exprimer la surface de bobinage. Généralement, on cherche à utiliser la plus grande partie de cette surface. La relation Eq. VI-16 traduit le fait que les conducteurs de section totale S_c doivent entrer dans la surface. Cependant, si l'on souhaite limiter les effets capacitifs, il est préférable de ne placer qu'une seule couche de spires. Cette contrainte permet d'exprimer un coefficient de bobinage en fonction du nombre de spires. La surface d'un conducteur est évidement définie par la valeur efficace du courant de puissance et la densité de courant admissible. Si l'on suppose que la couronne interne est constituée de spires jointives (Figure VI-32), la surface S_b est donnée par la relation Eq. VI-17.

$$S_b \geq k_b \cdot 2 \cdot N \cdot S_c \qquad \textbf{Eq. VI-16}$$

Il est alors possible de choisir préalablement le nombre de spires par enroulement. Plus ce nombre est grand, plus le volume de l'inductance diminue pour des courants i_{mc} et i_{eff} donnés. En contrepartie, les effets des capacités parasites sont naturellement plus importants, ce qui signifie qu'un compromis est inévitable.

$$A_e \cdot S_b = k_b \cdot \frac{L_{mc} \cdot i_{mc} \cdot i_{eff}}{\delta \cdot B_m} \qquad \text{Avec} \quad k_b = \frac{f_{cu}}{2 \cdot N} \cdot \alpha^2 \qquad \textbf{Eq. VI-17}$$

$$\text{et} \quad \alpha = 1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot N}\right)}$$

f_{cu} : foisonnement des conducteurs

Nous pouvons alors définir le volume total de l'inductance comprenant les conducteurs à l'aide de la relation Eq. VI-18, dans laquelle le coefficient K_T dépend des paramètres géométriques du tore. Ce terme est déterminé en fonction des coefficients k_1 et k_2, représentant respectivement le rapport du diamètre extérieur (D_{ext}) sur le diamètre intérieur (D_{int}) et le rapport de la hauteur sur le rayon interne (r_{int}) (ANNEXE VII). En étudiant les données des constructeurs (Philips ferroxecube), on peut constater que sur une série de tores ces termes évoluent peu. Ainsi, nous allons supposer que K_T est constant pour un nombre donné de spires. Pour un dimensionnement classique, K_T est constant quel que soit le nombre de spires, puisque la fenêtre de bobinage est supposée remplie au coefficient de bobinage près [FERRIEUX-99].

$$Vol_{tot} = K_T \cdot \left(A_e \cdot S_b\right)^{\frac{3}{4}} \qquad \textbf{Eq. VI-18}$$

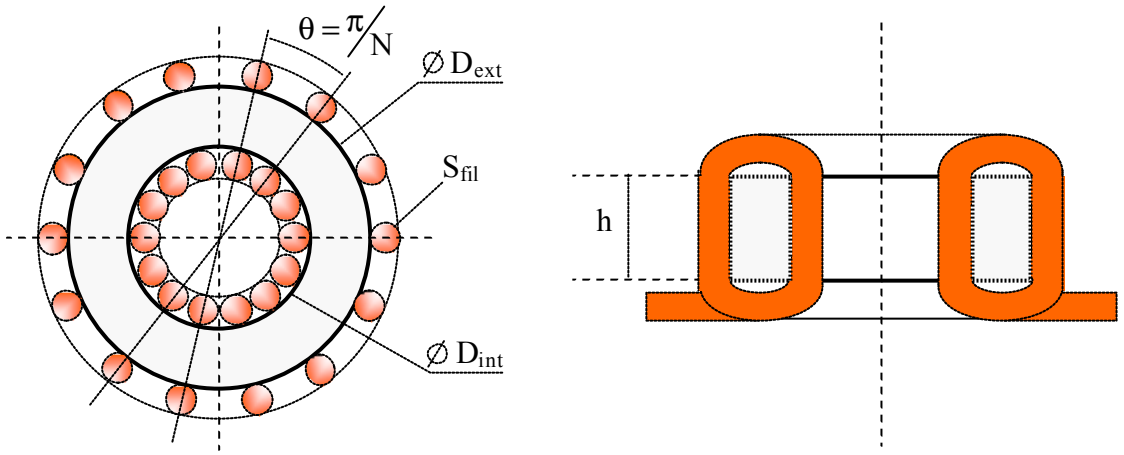


Figure VI-32 Paramètres géométriques d'une inductance de mode commun à une couche

V.1.2 Modèle associé

Un modèle de pré-dimensionnement nécessite de connaître l'évolution de l'ensemble des éléments en fonction de paramètres connus et/ou calculables. Malheureusement, pour les éléments bobinés, l'estimation des capacités parasites reste grossière et peu précise. C'est pour cette raison que nous avons utilisé des ordres de grandeurs, pour définir une valeur fixe de ces éléments pour un nombre de spires donné. De plus, nous avons constaté que les fuites de l'inductance sont critiques puisque, suivant leur valeur, elles provoquent des pics de résonance dans la plage de fréquences des gabarits normatifs. Pour tenir compte de ces éléments, nous avons établi un coefficient de couplage, dont la valeur est fixée par les mesures que nous avons effectuées (99.8%) (Figure VI-17). Ainsi, des deux modèles que nous avons déjà établis, le premier (modèle théorique III.2) est celui qui semble le plus adapté pour l'optimisation, puisque ses variables sont très facilement modifiables, contrairement au second entièrement basé sur la mesure. Des modèles nettement plus complexes qui tiennent compte également des aspects thermiques sont également implémentables [COILLOT-99].

V.2 Condensateurs du filtre

V.2.1 Définition des volumes

Les condensateurs de filtrage, non polarisés, sont soumis à une réglementation très stricte, pour des raisons de sécurité. Ils doivent être parfaitement isolés et se présenter dans un moulage incombustible. Le volume d'un condensateur dépend évidemment de sa technologie. Les matériaux diélectriques les plus utilisés pour les filtres CEM sont le polyester (MKT) et le polypropylène (MKP), ce qui permet aux condensateurs de supporter une tension d'impulsion élevée (>>1kV) (Tableau VI-5) [EUROFARAD].

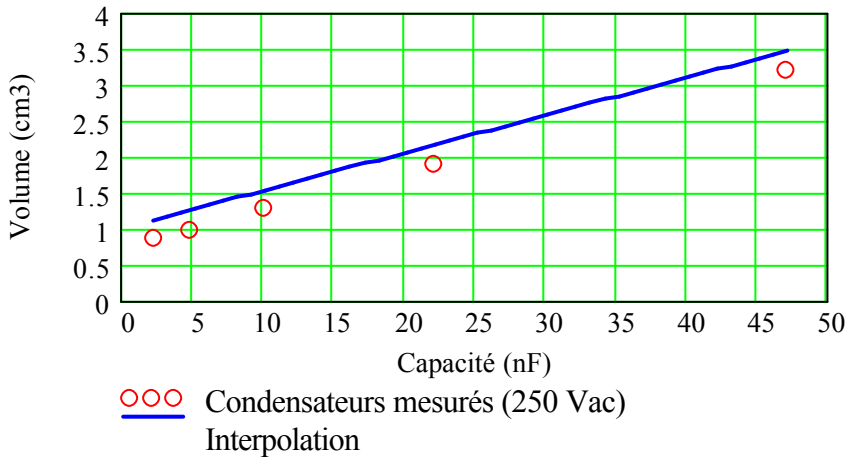
Le volume des condensateurs s'exprime également au travers de l'énergie stockée, qui dépend de la constante diélectrique (ε), de la rigidité électrique (E_m) et de la tension de fonctionnement maximale (U_m).

	Constantes diélectriques ε	Rigidité électrique E_m $\left(kV/mm\right)$
Polypropylène (MKP)	3.6	32
polyester MKT	2.7	10

Tableau VI-5 Propriétés diélectriques des matériaux MKP MKT

Les condensateurs utilisés pour le filtrage de mode commun sont de classe Y. Leur valeur est généralement limitée pour éviter des courants de fuite à la fréquence du réseau, susceptible de présenter un danger pour l'usager en cas de défaut. Le volume de ces composants est donné par la relation Eq. VI-19, dans laquelle $V0_{MKT}$ représente le volume minimal occupé par le boîtier plastic (Figure VI-33).

$$Vol_{CY}(c) = \frac{c}{\varepsilon_{MKT}} \cdot \left(\frac{U_m}{Em_{MKT}}\right)^2 + V0_{MKT} \quad \text{Avec} \quad V0_{MKT} = 0.75cm^3 \qquad \textbf{Eq. VI-19}$$



Condensateur Y	
Capacité (nF)	Volume (cm^3)
4.7	0.99
10	1.296
22	1.9
47	3.2

Figure VI-33 Evolution du volume en fonction de la valeur des condensateurs de classe Y en polyester (U=250Vac)

Nous avons effectué une approche similaire pour les condensateurs de type X réservés au filtrage de mode différentiel. Sous 275V de tension de fonctionnement, ces condensateurs sont essentiellement réalisés en polypropylène. Leur volume est alors donné par la relation Eq. VI-20.

$$Vol_{CX}(c) = \frac{c}{\varepsilon_{MKP}} \cdot \left(\frac{Um}{Em_{MKP}} \right)^2 + V0_{MKP} \quad \text{avec} \quad V0_{MKP} = 2.3cm^3 \qquad \textbf{Eq. VI-20}$$

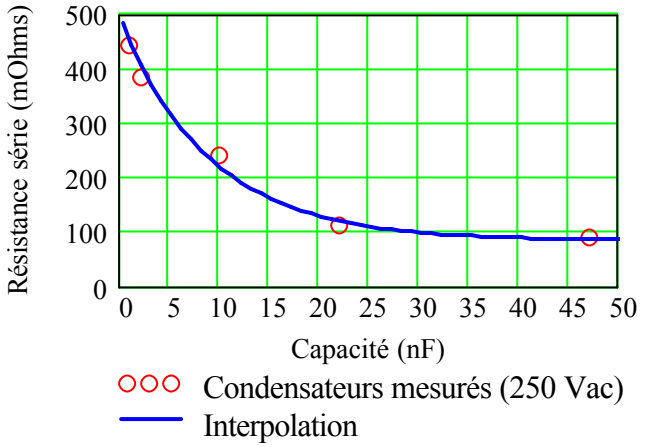
V.2.2 Modèle associé

Le modèle associé aux condensateurs est un simple circuit R-L-C série, comme nous avons l'habitude de le définir. Des relevés au pont d'impédance permettent de déterminer ses paramètres de façon précise. Le Tableau VI-6 présentent les éléments parasites et les fréquences de résonance associées à une série de condensateurs de mode commun (classe Y MKT 250V). Nous pouvons constater que l'inductance série n'a pas une variation significative en fonction de la capacité, contrairement à la résistance qui diminue rapidement. On peut alors déterminer une relation permettant d'estimer ce paramètre en fonction de la capacité.

Capacité (nF)	1	2.2	10	22	47
Inductance série (nH)	6.9	7.1	6.88	7.5	7.33
Résistance série (mΩ)	444	383	240	113	90
Fréquence de résonance (MHz)	60.5	40.2	19.2	12.4	8.57

Tableau VI-6 Eléments parasites et fréquence de résonance des condensateur Y étudiés (MKT 250V)

Pour les faibles valeurs de capacités, la fréquence de résonance apparaît bien au delà des fréquences considérées dans cette étude, il n'est donc pas nécessaire de tenir compte des éléments parasites. Pour des valeurs plus importantes (>5nF), l'inductance est supposée fixe (7,2nH), et la résistance est définie suivant la relation Eq. VI-21.



$$R(c) = \alpha \cdot e^{-\beta \cdot c} + \gamma \qquad \textbf{Eq. VI-21}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \alpha = 0.4 \\ \beta = 1.1 \cdot 10^{8} \\ \gamma = 0.08 \end{cases}$$

Figure VI-34 Evolution de la résistance série en fonction de la capacité

Pour les condensateurs de mode différentiel (classe X), la démarche est évidemment identique.

VI. OPTIMISATION D'UN FILTRE DE MODE COMMUN

Les ingénieurs se heurtent quotidiennement à des problèmes technologiques mêlant performance et économie. Ces deux aspects, qui semblent *a priori* antagonistes, peuvent désormais coexister grâce aux méthodes d'optimisation [HORST]. Plus qu'un effet de mode, ces nouvelles techniques deviennent peu à peu indispensables, et remettent également en cause la façon d'appréhender les phases de développement et de conception. Actuellement, le dimensionnement du filtre CEM s'effectue par des méthodes du type essais-erreurs, qui, certes permettent de trouver une solution, mais sans savoir si elle correspond à la meilleure. Il faut alors définir ce que nous entendons par "la meilleure solution". Dans notre cas, elle correspond au filtre qui offre des performances acceptables, pour un encombrement et un coût minimal. Nous voyons alors apparaître les deux notions inhérentes à une grande partie des problèmes d'optimisation. La première correspond à la minimisation d'une fonction dite "objectif". La seconde correspond à la notion de "contrainte".

Qu'elles soient déterministes ou stochastiques, il existe une multitude de méthodes d'optimisation. Dans cette étude, nous devons réaliser une optimisation discrète sous contrainte. En effet, la principale contrainte est binaire puisqu'elle correspond au respect de la norme. S'il existe une fréquence pour laquelle le spectre des perturbations calculées est supérieur au gabarit, alors les éléments du filtre sont rejetés. Après avoir étudié les différentes solutions qui s'offraient à nous pour entreprendre une démarche d'optimisation, nous avons opté pour une méthode métaheuristique, basée sur un algorithme génétique [GOLDBERG]. Ce choix est principalement conditionné par la nature discrète de notre problème [BUSQUETS-01][LAROUCI-02].

Les algorithmes génétiques (AG) sont des techniques de recherche basées sur la théorie de l'évolution biologique des espèces. Elaborés au début des années 1970 par J.H Holland [HOLLAND], ils n'ont réellement commencé à se développer que depuis ces quinze dernières années. Leur principe est extrêmement simple lorsqu'il s'agit de minimiser une fonction objectif f (Figure VI-35). Un ensemble de N **individus** est initialement choisis pour

constituer la **population initiale**. Chacun d'eux possède une certaine aptitude qui le positionne par rapport à l'objectif visé. Dans notre cas, un individu i est d'autant plus apte que f_{obj}(i) est faible. Un algorithme génétique consiste alors à faire évoluer progressivement par génération successive les individus de cette population en conservant sa taille. D'une génération à l'autre, les individus transmettent à leur descendance une partie de leur patrimoine génétique. La sélection naturelle permet de conserver les plus aptes qui se reproduisent et éliminent les plus mauvais. Le pourcentage d'individus nouveaux au sein d'une population est assuré par des mutations qui interviennent aléatoirement au fil des générations. Ces dernières assurent ainsi l'exploration de nouvelles possibilités.

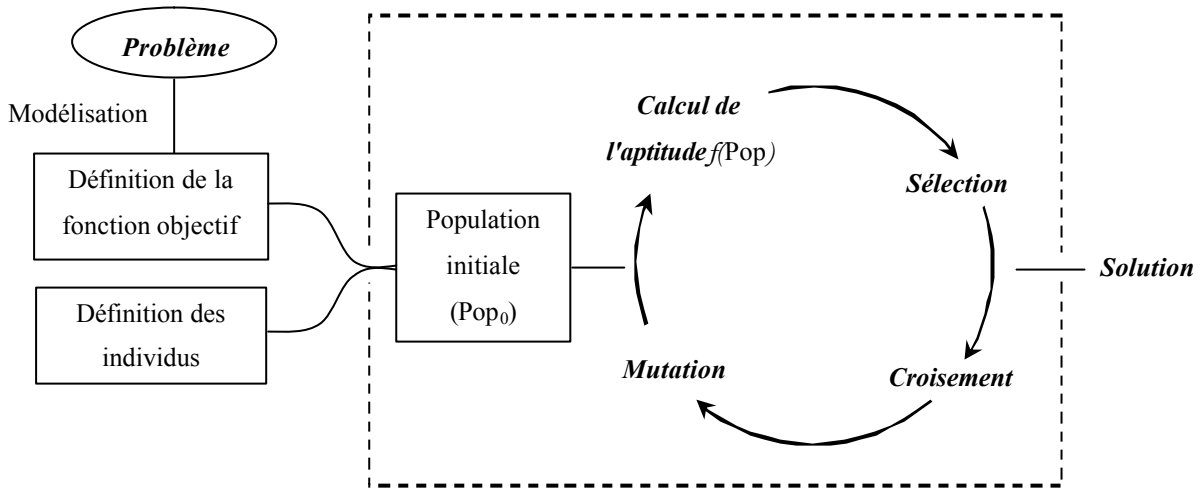


Figure VI-35 Traitement d'un problème par algorithme génétique

VI.1 La fonction objectif

Pour cette première démarche, nous avons choisi une seule fonction objectif f qui représente une combinaison linéaire d'une fonction "volume" et d'une fonction "coût" (Eq. VI-22). La fonction volume est alors donnée par la somme des volumes de l'inductance et des capacités. La fonction coût est définie de façon rudimentaire, puisque le prix de chaque composant n'est pas pris en compte. Pour cette première approche, nous supposons que l'inductance est l'élément le plus coûteux, et que son prix dépend essentiellement du poids de son circuit magnétique. De ce fait, nous avons simplement pondéré par le biais de α et β le volume de chaque élément pour limiter la taille de l'inductance. Cette stratégie est évidemment perfectible, puisque nous pourrions, par exemple, tenir compte des prix réels. Elle permet, toutefois, de minimiser le volume total en privilégiant les condensateurs par rapport à l'inductance.

Chaque fonction élémentaire est réduite et pondérée suivant l'orientation que l'on souhaite donner à l'optimisation en minimisant prioritairement le volume ou le coût.

$$f_{obj} = k_V \cdot \frac{Vol_{tot}}{Vol_{tot_{Max}}} + k_C \cdot \frac{Cout}{Cout_{Max}} \qquad \textbf{Eq. VI-22}$$

$$\text{avec} \begin{cases} Vol_{tot} = Vol_{Lmc} + Vol_{CX1} + Vol_{CX2} + 2 \cdot Vol_{CY} \\ Cout = \alpha \cdot Vol_{Lmc} + \beta \cdot \left(Vol_{CX1} + Vol_{CX2} + 2 \cdot Vol_{CY}\right) \end{cases}$$

VI.2 Les contraintes

Les contraintes que nous fixons sont relativement simples. La principale correspond évidement au respect du gabarit normatif. Le spectre est comparé au niveau de la norme pour chaque fréquence à partir de 150kHz. Toutefois, le spectre n'est pas traité dans son intégralité et seul un nombre limité de fréquence est testé. La dernière fréquence testée est définie par la limite d'efficacité de l'inductance qui correspond à l'apparition des phénomènes capacitifs sur ce composant (< 2 MHz).

La deuxième contrainte impose que la première fréquence de résonance du filtre de mode commun soit nettement supérieure à la fréquence de découpage.

VI.3 Résultats

Nous avons effectué un certain nombre de simulations pour tester la sensibilité de nos modèles. Pour ces premiers résultats, nous avons borné les éléments à optimiser à l'aide du filtre défini par le constructeur, dont les composants sont présentés dans le tableau ci-dessous. Ces différentes valeurs vont nous servir d'une part de référence jusqu'à la fin de cette étude, et d'autre part à borner notre optimisation.

	Inductance	C_{X1}	C_{X2}	C_Y
Valeur	2.5 mH	470nF	470nF	47nF
Volume (cm^3)	35	4	4	3.2×2
Volume total (cm^3)	50			

Tableau VI-7 Eléments du filtre standard du constructeur

Pour l'ensemble des simulations qui suit nous avons supposé que l'inductance représentait 70 % du coût total du filtre. Les conducteurs de cette inductance sont dimensionnés pour un courant continu de 5A, ce qui représente, pour une tension de bus continu de 300V, une puissance de 1500W. Le spectre théorique associé à ce filtre met en évidence son efficacité.

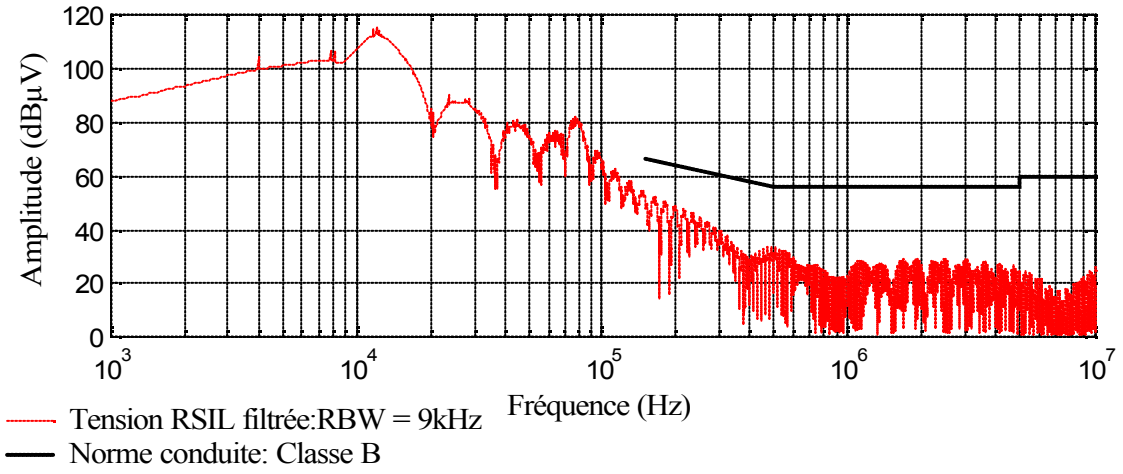


Figure VI-36 Spectre issu de la simulation de l'onduleur avec le filtre standard

VI.3.1 Filtre Parfait

Malgré des composants parfaits, le filtre interagit avec le reste des éléments parasites de la structure. Comme nous l'avons présenté à la fin du chapitre précédent, l'inductance parasite du condensateur chimique d'entrée entraîne une résonance avec les capacités de mode différentiel du filtre. Cette interaction apparaît notamment dès que l'on prend en compte des éléments réels (Figure VI-37). Malgré les fortes valeurs utilisées dans ce filtre, il ne permet pas de respecter le niveau de perturbations normatif. L'optimisation du filtre est alors délicate et demande des valeurs plus importantes d'éléments. Pour déterminer une population initiale viable nous avons laissé à l'algorithme la possibilité de choisir des capacités nettement plus élevées.

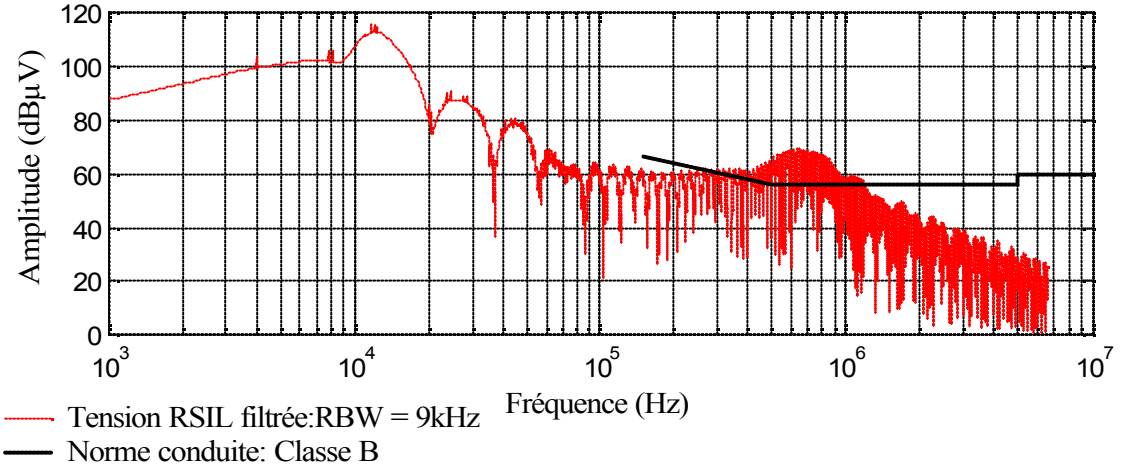


Figure VI-37 Spectre des perturbations conduites du variateur avec un filtre parfait défini en fonction du filtre réel

VI.3.2 Optimisation d'un filtre pseudo-parfait

Nous avons légèrement dégradé les performances de l'inductance en définissant un coefficient de couplage différent de l'unité (99.8%) (Figure VI-17). Pour cette première optimisation, les fonctions de volume et de coût possèdent un poids équivalent. Les résultats obtenus constituent effectivement une meilleure solution que le filtre initial. Le gain obtenu (>18%) est essentiellement dû à la diminution du volume des condensateurs. En effet, le volume de l'inductance de mode commun est sensiblement le même, malgré une valeur plus faible de composant. Ceci s'explique par l'augmentation du courant de mode commun, qui impose un circuit magnétique plus important afin d'éviter les problèmes de saturation. Les capacités sont également modifiées et globalement diminuées, à l'exception de C_{X1}, qui permet de filtrer une partie des perturbations de mode différentiel (Figure VI-27).

	Inductance	C_{X1}	C_{X2}	C_Y
Valeur	1.2 mH	380 nF	78nF	20 nF
Volume (cm^3)	36	3.4	2.5	2.4
Volume total (cm^3)	44			

Tableau VI-8 Eléments du filtre optimisé

Cependant, si le volume a effectivement diminué, la fonction coût n'a pas eu de réelle modification, puisque l'inductance représente toujours plus de 80% du volume (Figure VI-38). Il est clair que cette solution ne correspond pas à la solution optimale de notre problème, puisque nous avons volontairement limité la taille de la population initiale, ainsi que le nombre de générations, pour limiter la durée de simulation. Pour une population initiale de 30 individus viables et avec 10 générations la durée d'optimisation est de 25 minutes (processeur P4 1.8GHz).

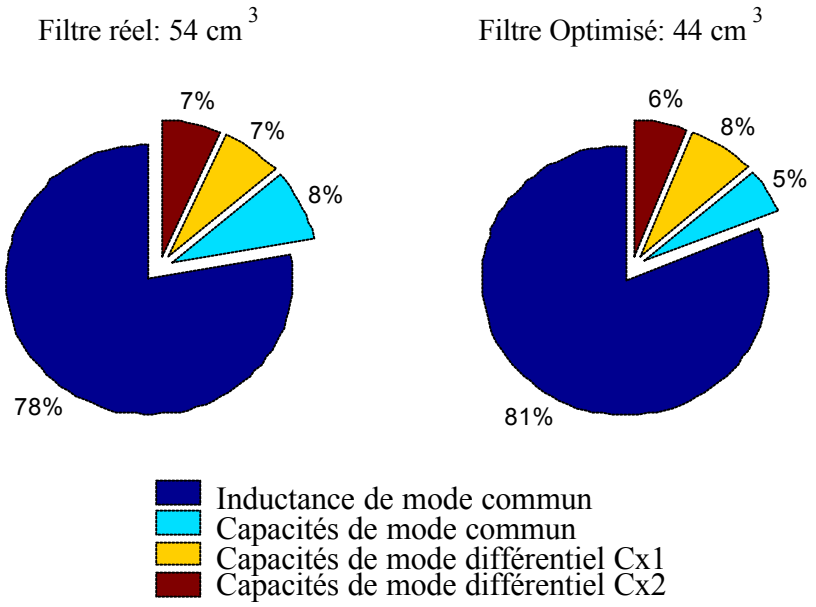


Figure VI-38 Répartition des volumes

Les éléments issus de cette optimisation permettent de respecter de façon théorique le niveau de bruit admissible par la norme. Comme nous pouvons le constater sur la Figure VI-39, le spectre calculé est très proche du gabarit, ce qui prouve l'efficacité de l'optimisation, malgré un nombre de générations limité (10). Les contraintes sont naturellement respectées, puisque le spectre reste inférieur au gabarit, et la fréquence de résonance liée aux capacités et à l'inductance de mode commun (Eq. VI-13) est supérieure à 20kHz. La résonance provoquée initialement par l'inductance parasite du condensateur chimique est déplacée en amont du gabarit grâce à l'inductance de fuite de l'inductance. En l'absence d'éléments parasites, le filtre conserve toute son efficacité sur toute la plage de fréquences.

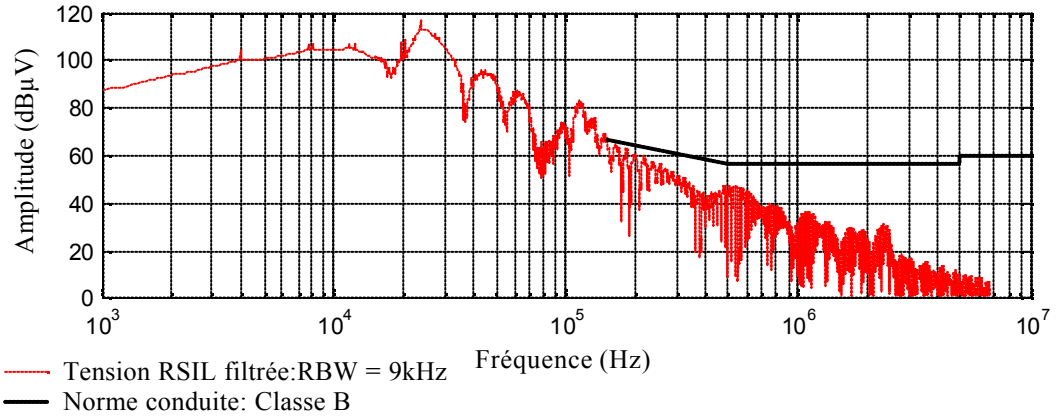


Figure VI-39 Représentation du spectre optimisé pour le filtre simplifié

Il est toutefois nécessaire de prendre une marge par rapport au gabarit normatif sous lequel le spectre doit rester. Cette contrainte plus sévère permet de garantir le bon fonctionnement du filtre avec des imperfections supplémentaires de la structure dont nous n'avons pas tenu compte (routage…).

VI.3.3 Optimisation principale

L'optimisation complète du filtre tient compte de l'ensemble des éléments parasites du filtre que nous avons soit calculés, soit établis par des ordres de grandeur acceptables. Le nombre d'individus de la population initiale est fixé à 40 et nous avons défini 15 générations. La simulation permet d'obtenir des résultats tout à fait réalistes (Tableau VI-9). Les fonctions élémentaires du volume et du coût possèdent encore la même pondération ($k_V = 0.5$, $k_C = 0.5$).

	Inductance	C_{X1}	C_{X2}	C_Y
Valeur	1.5 mH	388 nF	283 nF	45nF
Volume (cm^3)	23	3.4	3.1	4.3
Volume total (cm^3)	34			

Tableau VI-9 Eléments du filtre optimisé

Cette nouvelle solution, autorise un gain sur le volume de 35%, et nous pouvons constater que la répartition des volumes a changé (Figure VI-40). Bien qu'il reste majoritaire, le volume de l'inductance est diminué pour ne représenter plus que 68% du volume total du filtre. Nous pouvons ainsi constater la contribution de la fonction coût, qui tend à diminuer le volume de l'inductance au profit de celui des capacités. L'augmentation des capacités C_Y permet de diminuer le courant de mode commun, ce qui permet la diminution du volume de l'inductance. En effet, ce dernier est diminué de 34%.

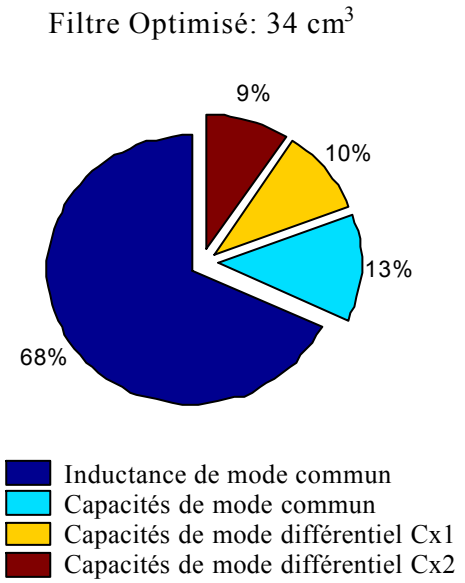


Figure VI-40 Répartition des volumes

A l'instar de l'optimisation précédente, le spectre est proche du gabarit (Figure VI-41). La valeur de C_{X1} n'est quasiment pas modifiée, afin de placer la deuxième fréquence de

résonance (120kHz) au début de la bande normative. Sur une première partie de la gamme de fréquence, le spectre est sensiblement identique au précédent (Figure VI-39). Pour des fréquences supérieures à 1MHz, nous voyons apparaître le palier induit par les effets des capacités parasites de l'inductance que nous avons fixées à 10pF.

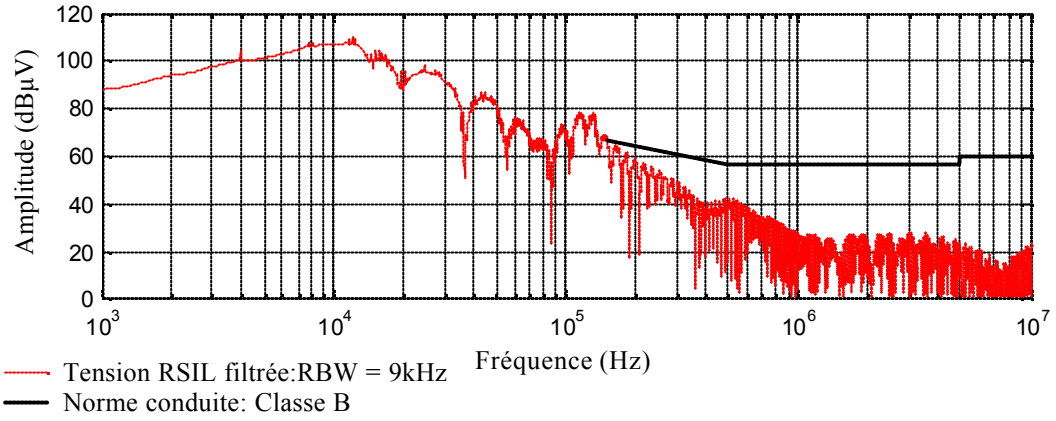


Figure VI-41 Représentation du spectre optimisé

VII. CONCLUSION

Ces premiers résultats sont très encourageants puisqu'ils permettent un gain substantiel sur le volume total du filtre. Nous regrettons à ce stade de n'avoir pas eu le temps de vérifier expérimentalement les résultats issus de la simulation. Toutefois, la cohérence entre les mesures et la simulation, présentées dans le chapitre précédent, laisse envisager le bien-fondé de cette approche. Nous proposons ici un outil permettant l'optimisation du filtre complet en tenant compte de l'ensemble de la structure. Cette méthode permet d'estimer de façon plus précise le niveau du courant de mode commun, élément essentiel pour obtenir un dimensionnement correct des éléments. Cette étude fait également apparaître les principales interactions entre les composants discrets et leurs éléments parasites. A titre d'exemple, nous avons montré que malgré sa faible valeur, l'inductance du condensateur chimique d'entrée devient critique lorsqu'elle se trouve associée aux condensateurs de mode différentiel du filtre.

Le choix des fonctions objectifs appartient au concepteur qui, suivant la nature des problèmes qu'il cherche à résoudre, établira les fonctions les plus adaptées. La principale difficulté de ces problèmes est l'existence de conflits entre les différents objectifs. Les algorithmes génétiques permettent alors de réaliser des optimisations multi-objectifs qui recherchent non pas la meilleure solution mais le meilleur compromis entre les différentes solutions. Nous pourrions alors traiter simultanément des problèmes multi-physiques en couplant la CEM, la thermique, la mécanique…

Chapitre VII
CONCLUSION GENERALE

La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : Rien ne fonctionne. et personne ne sait pourquoi!

ALBERT EINSTEIN

Les résultats obtenus montrent qu'à la fois la prédiction du spectre CEM d'un convertisseur et l'optimisation d'un filtre CEM sont rendues possibles grâce aux modèles et aux méthodes développés au cours de ce travail.

Ce travail nous conforte dans le sens où la simulation temporelle de type SABER, quoique très flexible et adaptative, est peu robuste à la variation de paramètres, chose rédhibitoire pour les algorithmes d'optimisation. Cette démarche reste néanmoins un bon outil de validation non égalé dans la phase d'analyse, mais insuffisant à la fois pour les études de sensibilité et la représentation intellectuelle des phénomènes. L'observation d'une fonction de transfert ou d'une matrice restera toujours plus riche d'enseignement qu'un ensemble de simulations…

Par ailleurs, les temps de calcul pour les différentes méthodes analytico-numériques sont bien en deça de ceux obtenus en simulation temporelle classique suivie d'une FFT. Cependant, la diminution des temps de calculs n'est pas une fin en soi, mais bel et bien un gain de temps indispensable pour aborder des processus d'optimisation où le nombre d'itérations devient vite élevé, et où l'on doit être sûr que le calcul aboutisse.

Ce travail a été également l'occasion de faire le point sur l'état de l'art concernant le calcul de spectres. Dans ce domaine, plusieurs méthodes ont été réévaluées sur des cas tests et ont permis d'aboutir à un tableau de synthèse. La méthode utilisée pour conduire cette thèse reste pour le moment sans égal en terme de compromis précision-rapidité. En contrepartie, l'exploitation des résultats et l'obtention de temps de calcul réduits ont nécessité un certain nombre de tâtonnements logiciel, et l'écriture de nombreuses lignes de code, représentant une fraction non négligeable du temps de travail de cette thèse.

Au cours de ce travail de nombreuses pistes ont été recensées (calcul prédictif des caractéristiques des câbles de puissance, caractérisation des machines en HF, impact des matériaux magnétiques, prise en compte des imperfections des filtres dans les processus d'optimisation….), mais n'ont pu être menées à terme par manque de temps.

Une première pierre a été posée concernant la conception sous contrainte CEM des variateurs de vitesse, mais le travail à accomplir pour obtenir un outil autonome et puissant reste encore important. Dans cette étude, nous n'avons pas remis en cause le câblage associé à l'implantation interne des composants, dont l'impact est perceptible sur l'optimisation et la réutilisation de l'usage du cuivre, mais aussi sur les émissions conduites et les perturbations rayonnées. L'optimisation des câbles pourrait être aussi une piste à suivre surtout dans les cas de câbles particulièrement longs.

Toutes ces pistes ouvrent un avenir certain pour une nouvelle approche de la conception des variateurs de vitesse où les démarches empiriques seront plus capables d'intégrer des contraintes toujours plus nombreuses.

BIBLIOGRAPHIE

[AKHBARI-00]: M. Akhbari, "Modèle de Cellule de Commutation pour les Etudes de Pertes et de Performances CEM", Thèse de doctorat de l'INPG, janvier 2000.

[BESACIER]: M. Besacier, J.M. Guichon, "Bus bar copper losses computation", The European Physical Journal (Applied Physics), AP 23 2003

[BLACHE]: Blache, F.; Keradec, J.-P.; Cogitore, B., "Stray capacitances of two winding transformers: equivalent circuit, measurements, calculation and lowering", Industry Applications Society, IAS 1994

[BUSQUETS-01]: S.Busquets-Monge, "Application of Optimization Techniques to the Design of a Boost Power Factor Correction Converter", Master of Science in electrical engineering, VPEC, July 2001.

[CISPR16]: Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques, "Spécification pour les appareils et les méthodes de mesure des perturbations radioélectriques", 1987.

[CLAVEL-96]: E. Clavel, "Vers un Outil de conception de câblage: Le Logiciel InCa", Thèse de doctorat de l'INPG, Novembre 1996.

[CHAROY]: A. Charoy, "Compatibilité Electromagnétique", Dunod

[COILLOT-99]: C. Coillot, "Méthode de conception de composants magnétiques à noyaux pour l'électronique de puissance", Thèse de doctorat de l'Université Montpellier II, Décembre 1999.

[COSTA]: F. Costa, G. Rojat "CEM en électronique de puissance. Sources de perturbations, couplages, SEM", Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique, D3 290.

[CONSOLI]: *1)* A.Consoli, G.Oriti, "Modeling and Simulation of Common Mode Currents in Three Phase Inverter-Fed Motor Drives" Proc. of EMC'96 ROMA, International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Rome, Italy, Sept 17-20, 1996. *2)* A.Consoli, G.Oriti, "Induction Motor Modeling for Common Mode and Differential Mode Emission Evaluation" Proceedings of IAS'96 Annual Meeting, San Diego, CA, USA, 7-11 October 1996.

[COYAUD-02]: M. Coyaud, "Caracterisation fonctionnelle de composants en carbure de silicium", Thèse de doctorat de l'INPG, juin 2002

[CREBIER-99]: J.C.Crébier "Contribution à l'étude des perturbations conduites dans les redresseurs commandés", thèse de doctorat de l'INPG, Mai 1999.

[DEMOULIN]: B. Demoulin, P. Degauque, "Blindages électromagnétiques",Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D1 320

[ESCANE]: J.M. Escané, P. Escané, "Modélisation des lignes et câble", Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D1 102

[ESCANE]: J.M. Escané, P. Escané, "Réseau électrique linéaire à constante réparties", Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D1 100

[EUROFARAD]: Catalogue Eurofarad, "Condensateur à usage professionnel", p.7.

[FERRIEUX-99]: J.P.Ferrieux, F.Forest, "Alimentation à découpage, Convertisseurs à résonances", Dunod, 3ième édition, 1999.

[FERROXCUBE]: Produits, http://www.ferroxcube.com/

[FOCH]: H. Foch, F. Forest, "Onduleur de tension, Mise en œuvre", Techniques de l'ingénieur, Traité Génie électrique, D3 177

[FOUASSIER-98]: P. Fouassier, "Modélisation électrique des composants magnétiques haute fréquence : Prise en compte de la température et caractérisation des ferrites", Thèse de doctorat de l'INPG, octobre 1998.

[GAUTIER-00]: C. Gautier, "Contribution au développement d'outils logiciels en vue de la conception des convertisseurs statiques intégrant la compatibilité électromagnétique", Thèse de doctorat de l'Université de Paris 6

[GUIRAUD-98]: J. GUIRAUD : "Commande Vectorielle de machines alternatives à base de processeur de signal." Thèse de doctorat de l'INPG, février 1998.

[GOLDBERG]: D.E. Goldberg, "Algorithme génétique; Exploitation, optimisation et apprentissage automatique", Addison Wesley

[GRANDI]: G. Grandi, D. Casadei, "Analysis of Common and Differential Mode HF Current Components in PWM Inverter-Fed AC Motors", Power Electronics Society Conference,IEEE conférence IEEE, PESC 1998, Fukuoka, Japon

[GUENA-01]: A. Guena, "Association de méthodes pour la modélisation des conducteurs imprimés multicouches en électronique de puissance", Thèse de doctorat ENSCachan, décembre 2001.

[GUICHON-01]: J.M. Guichon, "Modélisation, caractérisation, dimensionnement de jeux de barres", Thèse de doctorat de l'INPG, novembre 2001.

[GUITTON-99]: F.Guitton, "Etude des formes d'ondes CEM permettant d'éliminer le filtre secteur d'un convertisseur commutant des charges résistives directement sur le réseau basse tension. Application aux circuits intégrés de puissance ASD™", Thèse de doctorat de l'université de Tours, Octobre 99.

[HOENE]: E. Hoene, W. John, "Evaluation and Prediction of Conducted Electromagnetic Interference Generated by High Power Density Inverters", European Conference on Power Electronics, EPE 2001, Graz, Autriche

[HOLLAND]: J.H. Holland, "Les algorithmes génétiques", pour la science, n°179, septembre 1992

[HORST]: R. Horst, P.M. Pardalos, "Handbook of global optimisation", Kluwer academic publishers

[IORDACHE-02]: M. Iordache, "Contribution à l'étude des perturbations conduites dans les chaînes de traction ferroviaire. Développement d'une méthode d'analyse harmonique pour l'étude de la compatibilité avec les circuits de voie", Thèse de doctorat Paris XI Orsay.

[JOURDAN-02]: L. Jourdan, "Stratégie de pré- dimensionnement de convertisseurs statiques: Application à une alimentation 42V-14V réversible pour l'automobile", Thèse de doctorat de l'INPG, novembre 2002.

[KERKMAN]: R. Kerkman, G. Sibinski "Cable characteristics and their influence on motor over volotages", Aplied Power Electronics Conference, APEC 99, Texas.

[LAROUCI-02]: Larouci Chérif, "Conception et optimisation de convertisseur pour l'électronique de puissance. Application aux structures à absorption sinusoïdale", Thèse de doctorat de l'INPG, Mai 2002.

[LETURCQ]: Ph. Leturcq, "Composants semiconducteurs de puissance", les Techniques de l'Ingénieur, 1999.

[MARDIGUIAN]: M. Mardiguian, "Manuel pratique de compatibilité électromagnétique", 2ème édition, Lavoisier.

[MAHDAVI-94]: Mahdavi; J.Roudet.; R.Scheich. "Common mode conducted RFI emission of an AC/DC converter with sinusoidal input current", Power Electronics and Variable-Speed Drives, 1994.

[MAX]: J. Max, J.L. Lacoume, "Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques".Masson - 1996.

[MERIENNE-96]: F. Mérienne, "Influence de l'interaction Puissance-commande sur le fonctionnement des convertisseurs d'Électronique de puissance: Simulation fine - Recherches des règles de conception", Thèse de doctorat de l'INPG, Janvier 1996.

[MALLINSON-02]: N. Mallinson, P. Masheder, "High efficiency SA808 PWM controller with serial microprocessor interface for low cost induction motor drives," Dynex Semiconductor, Lincoln, UK, www.dynexsemi.com, 2002.

[NAVE]: Mark J.Nave , 'Power Line Filter Design for Switched-Mode Power Supplies",Van Nostrand Reinhold.

[NICHICON]: Produits, http://www.nichicon.com/

[NOZAKI]: R. Nozaki., T.K. Bose: "Measurement of the dielectric properties of materials by using time domain reflectometry", Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1990, IMTC'90, 2000.

[PAUL]: C.R. Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", Wiley&Son, 1992.

[PERRON]: J.C. Perron, "Matériaux ferromagnétiques amorphes et nanocristallins", Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D2 150.

[POPESCU-99]: R.Popescu, "Vers de nouvelles méthodes de prédiction des performances CEM dans les convertisseurs d'électronique de puissance", Thèse de doctorat de l'INPG, decembre 1999.

[REBY-99]: C.Reby, "Réduction des harmoniques haute fréquence générées par les convertisseurs statiques : méthode de la dérivée continue appliquée au contrôle du gradient de courant pendant les commutations", Thèse de doctorat de l'université de Lille, 1999.

[REDL]: R. Redl, "Electromagnetic environmental impact of power electronics equipment" Proceedings of the IEEE, vol. 89 Issue: 6 , Juin 2001.

[REVOL-02]: B. Revol, J. Roudet, P. Loizelet, "Estimation method of disturbances generated by a voltage diode rectifier in discontinuous mode in association with a LISN", Power Electronics Society Conference, conférence IEEE, PESC 2001, Cairns, Australie.

[REVOL-03-1]: B. Revol, J. Roudet, J.L. Schanen, " Fast EMI prediction method for three-phase inverter based on Laplace Transforms", Power Electronics Society Conference, conférence IEEE, PESC 2001, Acapulco, Mexique.

[REVOL-03-2]: B. Revol, J. Roudet, P. Loizelet" EMC modelling of a three-phase inverter ", European Conference on Power Electronics, EPE 2002, Toulouse.

[REVOL-03-3]: B. Revol, H. Chazal" Common Mode Choke Characterisation method and modelling for EMI filter in Power Electronics", European Conference on Power Electronics, EPE 2002, Toulouse.

[REVOL-03-4]: B. Revol, Schanen J-L., Roudet J., Souchard Y. "Emi modeling of an inverter – motor association",Compatibility in Power Electronics IEE, CPE 2003, Poland.

[RUEHLI]: A.E. Ruehli, "Equivalent circuit models for three dimensional multiconductor systems", IEEE Transaction on microwave theory and techniques, Vol. MTT22 n°3, March 1974.

[SCHANEN-00]: J.L.Schanen, "Electronique de puissance: au cœur de la commutation…Modèles pour l'analyse, Modèles de conception", Habilitation à diriger les recherches, novembre 2000.

[SCHEICH-93]: R. Scheich, "Caractérisation et Prédétermination des Perturbations Electromagnetiques Conduites dans les convertisseurs de l'électronique de puissance", Thèse de doctorat de l'INPG, octobre 1993.

[SCHELLMANNS-99]: A. Schellmanns, "Circuits équivalents pour transformateurs multi-enroulements. Application à la CEM conduite d'un convertisseur", Thèse de doctorat de l'INPG, Juillet 1999.

[SCHUTZ-99]: J.Schutz, "Méthodologie de conception d'une alimentation à découpage", Thèse de doctorat de l' INPG, 1999.

[SEMIKRON]: Produits, http://www.semikron.com/skcweb/e/products/miniskiipII.html, module Igbt MiniSkiip.

[TEULINGS-97]: W. Teulings, "Prise en compte du câblage dans la conception et la simulation des convertisseurs de puissance: Performance CEM", Thèse de doctorat de l'INPG, Avril 1997.

[VERMAELEN]: C. Vermaelen, F. Costa, "Méthodes de réduction des perturbations de mode commun dans les variateurs de vitesse", Electronique de Puissance du Futur, EPF 2002

[VERMAELEN]: C. Vermaelen, F. Costa, "Modelling PWM inverter-Fed AC Motor drive systems", European Conference on Power Electronics, EPE 2002, Toulouse.

[VERNEAU-03]: G. Verneau, "Optimisation géométrique de MOSFETs de puissance en vue d'intégrer l'alimentation de l'étage de commande", Thèse de doctorat de l'INPG, Mai 2003.

[WEBER]: E. Weber, "Electromagnetic fields", Vol I, JohnWhiley, NY, 1950.

[WALKER]: C.S.Walker, "Capacitance, Inductance and Crosstalk Analysis", Artech House, 1990.

ANNEXES

ANNEXE I. METHODE MATRICIELLE 247
I. INTRODUCTION 247
II. QUELQUES BASES 247
II.1 Première loi de Kirchoff 247
II.2 Deuxième loi de Kirchoff 248
III. ETUDE DES MAILLES 248
III.1 Application à une maille élémentaire 248
III.2 Application à deux mailles élémentaires 250
III.3 Généralisation pour des mailles élémentaires en cascade 250
IV. ETUDE DES TERMINAISONS 251
IV.1 Une maille élémentaire supplémentaire 251
IV.2 Le circuit est fermé par une impédance Zt 251
IV.3 Le circuit est bouclé par une maille "complexe" 252
V. CONVENTIONS 253
VI. PROPRIETES 254
VII. PRISE EN COMPTE DE SOURCES DE TENSION 254
VIII. PRISE EN COMPTE DES SOURCES DE COURANT 256
IX. REPRESENTATION FINALE 258
ANNEXE II. RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE DU PONT DE DIODES MONOPHASE EN CONDUCTION DISCONTINUE 261
I. RESOLUTION DE L'EQUATION SANS SECOND MEMBRE 261
II. DETERMINATION DE LA SOLUTION PARTICULIERE 261
III. SOLUTION GENERALE 263
IV. DETERMINATION DES CONSTANTES D'INTEGRATIONS 264
ANNEXE III. DETERMINATION DES INSTANTS DE COMMUTATION 265
I. METHODE DE NEWTON 265
II. CALCUL DES INSTANTS DE COMMUTATIONS POUR UNE MLI TRIPHASE 266
ANNEXE IV. LOIS DE COMMANDE MLI 269
I. TRIPLEN 269
II. DEADBANDED 269
ANNEXE V. REPRESENTATION MATRICIELLE DE L'ONDULEUR 271
ANNEXE VI. MATRICES HEXAPOLE DU BLOC SOURCE 273
ANNEXE VII. INDUCTANCE DE MODE COMMUN (VOLUME) 275

ANNEXE I. METHODE MATRICIELLE

I. INTRODUCTION

La méthode détaillée dans les paragraphes qui vont suivre permet d'étudier dans le domaine fréquentiel tout circuit électrique représenté par des réseaux d'impédances dont la valeur évolue en fonction de la fréquence. La méthode que nous proposons consiste à écrire l'ensemble des grandeurs électriques du système étudié sous la forme d'une matrice. Les grandeurs désirées définissent le "*vecteur résultat Vr*", les sources de tensions ou de courants connues définissent le "*vecteur source Vs*". Pour chaque fréquence étudiée, il existe une matrice associée, un vecteur source et un vecteur résultat. La matrice permettant de résoudre le système est de type impédance si l'ensemble des sources connues sont du type tension, elle devient du type admittance dans le cas ou le vecteur source est constitué uniquement de sources de courants. Si les sources connues sont mixtes, la terminologie usuelle définie la matrice comme étant hybride.
Pour comprendre la méthode et apprécier sa simplicité, nous allons dans un premier temps rappeler quelques généralités sur les circuits électriques.

II. QUELQUES BASES

La représentation matricielle est avant tout basée sur l'écriture rapide des équations régies par les deux principales lois de Kirchoff. Ces lois permettent de définir l'ensemble des grandeurs électriques d'un circuit par des applications linéaires reliant les différents vecteurs courants et tensions entre eux.

II.1 Première loi de Kirchoff

Le nœud NA représenté sur la figure I1 de circuit électrique constitue le potentiel commun de N conducteurs parcourus respectivement par un courant I_n. En ce nœud, la conservation du nombre de charges dans l'ensemble des conducteurs entraîne que la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants suivant la convention choisie.

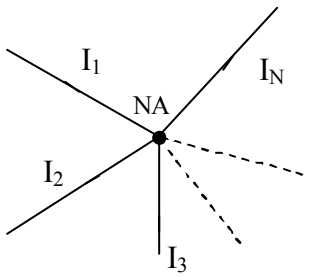


Figure I-1: Nœud NA à N conducteurs

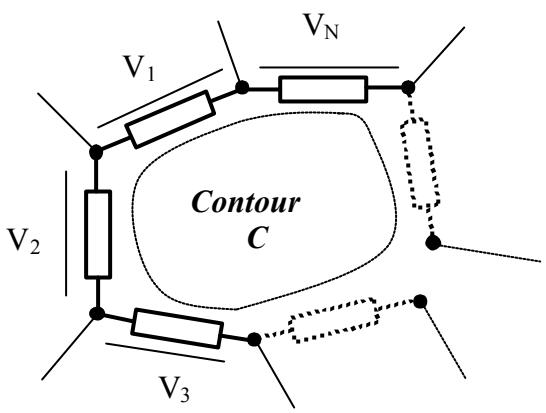
La première loi de Kirchhoff s'exprime par la relation suivante :

$$\sum_{n=1}^{N} \vec{I}_n = 0 \qquad \textbf{Eq. I-1}$$

Cette somme est vectorielle, chaque courant possède un module et une phase, ce qui se traduit dans les équations par une écriture complexe des grandeurs.

II.2 Deuxième loi de Kirchoff

La deuxième loi de Kirchoff établit que la somme vectorielle des tensions d'une maille de circuit, constituée schématiquement d'un polygone d'impédances et de sources (figure I-2), est nulle.



$$\sum_{n=1}^{N} \vec{V}_n = 0 \qquad \textbf{Eq. I-2}$$

Cette relation traduit le fait que la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé soit nulle.

$$\oint_c \vec{E}\, dl = 0$$

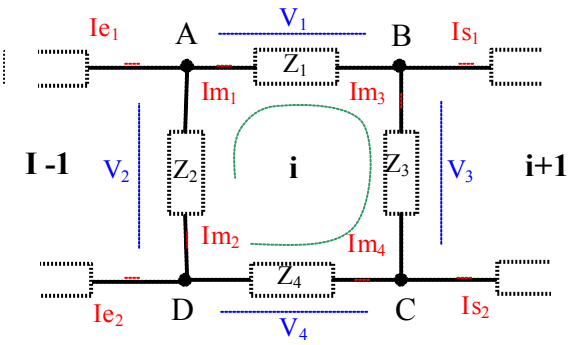
Figure I-2 : Représentation d'une maille

La détermination des grandeurs électriques consiste à écrire les lois des nœuds et des mailles du circuit considéré et de résoudre le système ainsi constitué.

III. ETUDE DES MAILLES

III.1 Application à une maille élémentaire

Dans notre cas, il faut définir une maille simple constituée de quatre impédances comme le montre la figure I-3. Cette maille sera définie comme la "*maille élémentaire*". La relation que nous allons utiliser par la suite est donc une restriction à quatre composantes de la loi précédemment énoncée.



$Ie_1 = Im_1 + Im_2$ *Nœud A*

$Is_1 = Im_1 - Im_3$ *Nœud B*

$Is_2 = Im_3 - Im_4$ *Nœud C*

$Ie_2 = -Im_2 - Im_4$ *Nœud D*

$V_1 - V_2 + V_3 + V_4 = 0$

Figure I-3:Maille élémentaire

On peut également écrire :

$$\left.\begin{array}{l} Im_2 = Ie_1 - Im_1 \\ Im_3 = -Is_1 + Im_1 \\ Im_4 = -Is_2 + Im_3 = -Is_2 - Is_1 + Im_1 \end{array}\right\}$$

Ainsi il est possible d'écrire chacun des courants en fonction d'un courant de maille.

En combinant les deux lois:

$$Z_1 \,.\, Im_1 - Z_2 \,.\, Im_2 + Z_3 \,.\, Im_3 + Z_4 \,.\, Im_4 = 0$$

$$Z_1 \,.\, Im_1 - Z_2 \,.(\, Ie_1 - Im_1) + Z_3 \,.(-Is_1 + Im_1) + Z_4 \,.(-Is_2 - Is_1 + Im_1) = 0$$

soit

$$(Z_1+Z_2+Z_3+ Z_4)\, Im_1 - Z_2 \,.\, Ie_1 - Z_3.Is_1 - Z_4 \,.(Is_2 + Is_1) = 0 \qquad \textbf{Eq. I-3}$$

Le courant Im_1 a été choisi pour définir les autres courants de la maille. Pour la suite de l'étude ce courant sera appelé "courant principal de maille". L'équation I-3 permet de constater que le courant principal est le facteur commun de l'ensemble des impédances de la maille ce qui peut être traduit par l'expression I-4.

$$\left(\sum_{k=1}^{4} Z_k\right).Im_1 \qquad \textbf{Eq. I-4}$$

Grâce à la convention "***récepteur***", définissant que le sens de parcours des courants s'oppose à celui des tensions, le signe « plus » se retrouve devant le terme I-4. L'impédance Z_2 commune aux mailles (i-1) et i est également présente dans l'équation par le terme $-Z_2.Ie_1$, de même pour l'impédance Z_3 qui est commune aux mailles i et (i+1). Les deux termes d'impédances communes sont affectés d'un signe « moins ». Le terme (Is_2+Is_1) représente l'effet de l'ensemble des mailles qui suivent. On peut également remarquer que Ie_1 et Is_1 sont respectivement les courants principaux des mailles 0 et 2. Ainsi en représentant sous une forme matricielle la portion de circuit constituée par la maille 1 et en ne tenant compte que des courants principaux de maille, nous obtenons la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & -Z_2 & \sum_{k=1}^{4} Z_k & -Z_3 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots \\ Ie_1 \\ Im_1 \\ Is_1 \\ \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \\ -Z_4.(Is_1 + Is2) \\ \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \text{—— } \mathbf{i}^{\text{ème}} \text{ ligne} \\ \\ \\ \end{array} \qquad \textbf{Eq. I-5}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{i^{\text{ème}} \text{ colonne}}$$

Cet exemple permet de montrer le placement dans la matrice des éléments appartenant à la maille ou communs avec les mailles qui précèdent et succèdent. Qu'en est-il alors des éléments qui apparaissent dans le vecteur second membre? Pour répondre à cette question, prenons l'exemple de plusieurs mailles élémentaires.

III.2 Application à deux mailles élémentaires

L'étude pour deux mailles est strictement identique à la précédente. Les équations associées aux mailles étudiées peuvent se déduire de l'expression I-3.

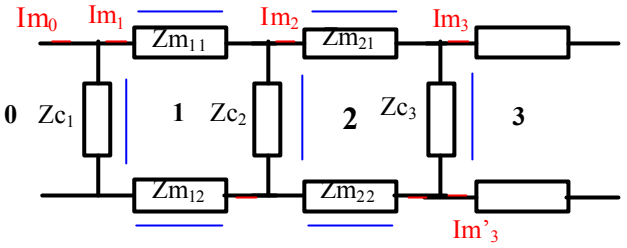


Figure I-4 : Représentation de deux mailles

Les courants circulant dans les impédances Zm_{12} et Zm_{22} sont respectivement :
$Im_2 - (Im_3 + Im'_3)$ et $Im_1 - (Im_3 + Im'_3)$

Les équations relatives à ces deux mailles sont les suivantes:

Maille 1:

$$-Zc_1.Im_0 + (Zc_1 + Zm_{11} + Zm_{12} + Zc_2).Im_1 - Zc_2.Im_2 - Zm_{12}.(Im_3 + Im'_3) = 0 \qquad \textbf{Eq. I-6}$$

Maille 2:

$$-Zc_2.Im_1 + (Zc_2 + Zm_{21} + Zm_{22} + Zc_3).Im_2 - Zc_3.Im_3 - Zm_{22}.(Im_3 + Im'_3) = 0 \qquad \textbf{Eq. I-7}$$

En posant $Is = Im_3 + Im'_3$, les équations Eq. I-6et Eq. I-7 deviennent:

Maille 1:

$$-Zc_1.Im_0 + (Zc_1 + Zm_{11} + Zm_{12} + Zc_2).Im_1 - Zc_2.Im_2 - Zm_{12}.Is = 0 \qquad \textbf{Eq. I-8}$$

Maille 2:

$$-Zc_2.Im_1 + (Zc_2 + Zm_{21} + Zm_{22} + Zc_3).Im_2 - Zc_3.Im_3 - Zm_{22}.Is = 0 \qquad \textbf{Eq. I-9}$$

Is correspond au courant sortant de la maille 3. Ainsi en associant en cascade N cellules (mailles élémentaires), il ne faut retenir que les courant principaux des mailles i-1 et i+1 si l'on considère la maille i.

III.3 Généralisation pour des mailles élémentaires en cascade

En distinguant les impédances propres à la maille et les impédances communes entre deux mailles, comme le montre la figure I-5, il est possible de généraliser la représentation matricielle I-5. De plus, il faut étudier les différentes possibilités de courant de sortie.

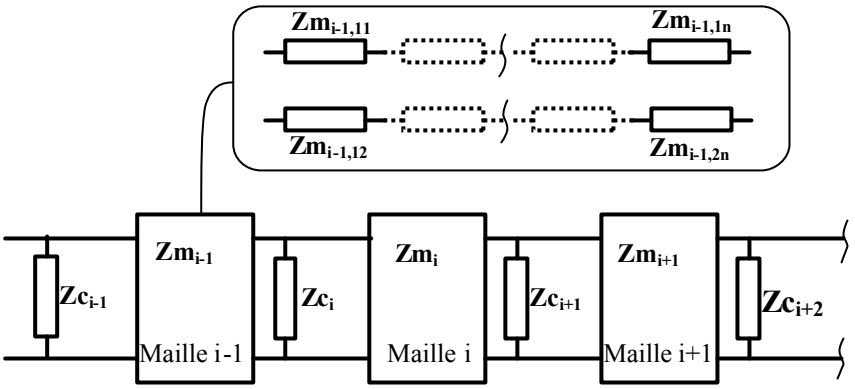


Figure I-5 : Association de mailles élémentaires

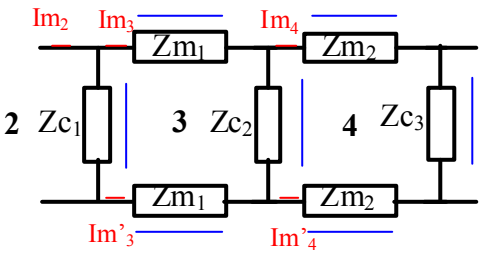
$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & -Zc_{i-1} & Zc_{i-1}+\left(\sum Zm_{i-1}\right)+Zc_i & -Zc_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Zc_i & Zc_i+\left(\sum Zm_i\right)+Zc_{i+1} & -Zc_{i+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Zc_{i+1} & Zc_{i+1}+\left(\sum Zm_{i+1}\right)+Zc_{i+2} & -Zc_{i+2} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cdots \\ I_{i-2} \\ I_{i-1} \\ I_i \\ I_{i+1} \\ I_{i+2} \\ \cdots \end{pmatrix}$$

Eq. I-10

Ainsi la représentation matricielle donnée ci dessus permet de constater que chaque élément de la diagonale est constitué de la somme des impédances de la maille. Les éléments de la sous-diagonale correspondent aux impédances communes en amont de la maille et les éléments de la sur-diagonale représentent les impédances communes situées en aval de la maille. De ce fait, les éléments sous-diagonaux sont égaux aux éléments sur-diagonaux ce qui a pour conséquence de rendre la matrice symétrique.

IV. ETUDE DES TERMINAISONS

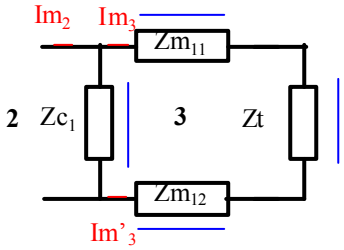
IV.1 Une maille élémentaire supplémentaire



On a $Im_3 + Im'_3 = Im_4 + Im'_4$
Soit $Is = Im_4 + Im'_4$

Les résultats sont donc strictement identiques, les équations I-8 et I-9 restent inchangées.

IV.2 Le circuit est fermé par une impédance Zt



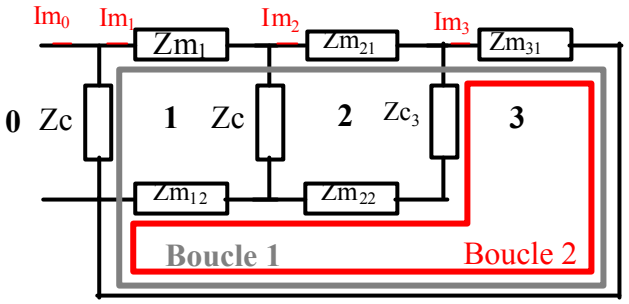
Dans ce cas, on a $Im_3 = -Im'_3$
Soit $Is = 0$

Eq. I-8→ $-Zc_1.Im_0 + (Zc_1 + Zm_{11} + Zm_{12} + Zc_2).Im_1 - Zc_2.Im_2 = 0$

Eq. I-9→ $-Zc_2.Im_1 + (Zc_2 + Zm_{21} + Zm_{22} + Zc_3).Im_2 - Zc_3.Im_3 = 0$

IV.3 Le circuit est bouclé par une maille "complexe"

Jusqu'à présent les mailles étudiées étaient élémentaires et placées en cascade. D'autres mailles peuvent sembler plus complexes en se rebouclant sur d'autres mailles plus éloignées. Cependant la démarche reste la même.



Im_3 étant également un courant principal, il faut veiller à choisir judicieusement les éléments de cette maille afin que la forme des équations des mailles soit identique à celle des équations précédentes.
En choisissant la boucle 1 pour définir la maille 3, l'équation devient:

$$-Zc_1.Im_0 + (Zc_1 + Zm_{11}).Im_1 + Zm_{21}.Im_2 + Zm_{31}.Im_3 = 0$$

En choisissant la boucle 2 pour définir la maille 3, l'équation devient:

$$-Zm_{12}.Im_1 - (Zc_3 + Zm_{22}).Im_2 + (Zm_{31} + Zc_3 + Zm_{22} + Zm_{12}).Im_3 = 0$$

L'équation relative à la boucle 1 montre que le choix des éléments n'est pas adéquat, puisque la forme de cette équation ne correspond pas à celle que nous recherchons.
En choisissant la boucle 2, la forme de l'équation associée à cette maille est cohérente avec l'étude menée dans les paragraphes précédents. En effet, on remarque que la somme des impédances de la maille est facteur du courant principal et que les autres termes correspondent aux éléments communs avec les mailles qui précèdent.
Il ne faut ainsi définir qu'un seul courant principal par maille comme le montre l'exemple donné sur la Figure I-6.

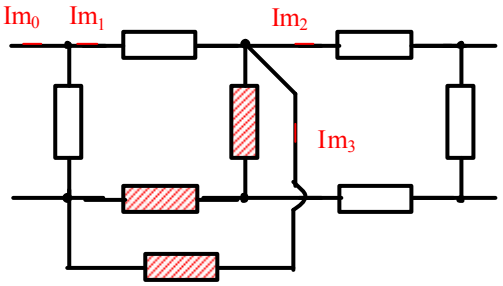


Figure I-6 Exemple de mailles imbriquées

Les impédances hachurées représentent les éléments de la maille pour laquelle le courant principal est Im_3. De façon générale, si le courant Is sortant d'une maille élémentaire se reboucle dans le circuit, il définit à son tour un courant principal et de ce fait une maille.

V. CONVENTIONS

Il faut maintenant établir une convention sur le sens des courants principaux et des tensions aux bornes des impédances des mailles. Cette convention doit permettre de retrouver les équations établies précédemment. En choisissant une convention "***récepteur***" pour toutes les impédances, et en conservant l'orientation de la tension de l'impédance principale pour toutes les impédances secondaires (Figure I-7), les conditions sont respectées pour obtenir les équations souhaitées.

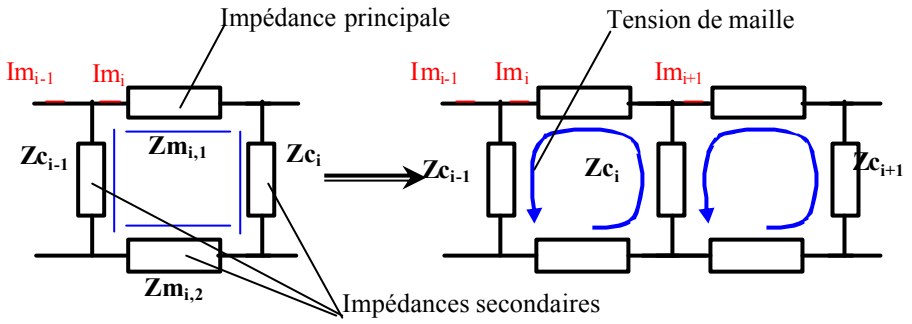


Figure I-7: Convention Courant / Tension

En gardant toujours la même orientation pour les courants principaux d'une maille à l'autre, on peut constater que les sens des tensions aux bornes des impédances communes s'opposent suivant que l'on se place dans la maille i ou la maille i+1. Cette opposition de sens se traduit par un signe "moins" devant les termes représentant les éléments communs aux mailles.

$$\ldots - Zc_{i-1} \cdot Im_{i-1} + \left(Zc_{i-1} + \left(\sum_k Zm_{i,k} \right) + Zc_i \right) \cdot Im_i - Zc_i \cdot Im_{i+1} + \ldots = 0$$

$$\ldots - Zc_i \cdot Im_i + \left(Zc_i + \left(\sum_k Zm_{i+1,k} \right) + Zc_{i+1} \right) \cdot Im_{i+1} + \ldots = 0$$

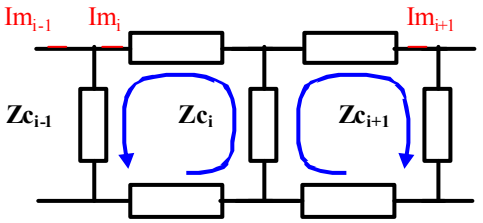


Figure I-8: Courant et tension de maille

Dans le cas contraire (figure I-8), le sens des courants principaux impose le sens de la tension aux bornes de l'impédance commune Zc_i, que l'on soit dans la maille i ou i+.
Les équations ci-dessus deviennent:

$$\ldots - Zc_{i-1} \cdot Im_{i-1} + \left(Zc_{i-1} + \left(\sum_k Zm_{i,k} \right) + Zc_i \right) \cdot Im_i - Zc_i \cdot Im_{i+1} + \ldots = 0$$

$$\ldots + Zc_i \cdot Im_i + \left(Zc_i + \left(\sum_k Zm_{i+1,k} \right) + Zc_{i+1} \right) \cdot Im_{i+1} + \ldots = 0$$

Ainsi, il est possible de déduire graphiquement le signe des termes des équations de mailles en comparant le sens des flèches représentant les tensions aux bornes des impédances communes.

VI. PROPRIETES

A ce stade de l'étude, il est possible d'énoncer un certain nombre de propriétés concernant la représentation matricielle.
Soit [Z] la ***matrice impédance*** modélisant le circuit passif étudié :
Soit a_{ij} l'élément de la matrice Z placé à la ligne i et la colonne j :

On a:

Propriété 1: $a_{ii} = \sum_k Zm_{i\,k}$ avec $Zm_{i,k}$ impédance de la maille i
Et $\{Zc_i , Zc_{i+1}\} \subset \{ Zm_{i,k} \}$

Propriétés 2:

$a_{i,i-1} = -\sum_k Zc_{i-1,k}$ avec Zc_{i-1} impédance commune entre les mailles i-1 et i. Le signe "-" indique que la tension à ces bornes change de sens suivant que l'on se place dans maille i-1 ou la maille i.

$a_{i,i-1} = +\sum_k Zc_{i-1,k}$ si la tension à ces bornes ne change pas de sens suivant la maille étudiée.

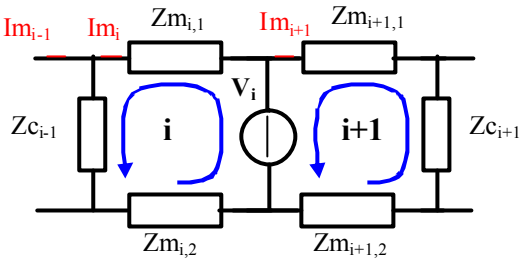
$a_{i,i+1} = \pm\sum_k Zc_{i,k}$ suivant le sens des tensions et avec Zc_i : impédance commune entre les mailles i et i+1.

Propriété 3: $a_{i,j} = a_{j,i}$ La matrice est symétrique.

VII. PRISE EN COMPTE DE SOURCES DE TENSION

Chaque source de tension appartient nécessairement à une maille. De plus, la convention "***générateur***" impose que l'orientation du courant soit dans le même sens que l'orientation de la tension. Cette condition ne remet toutefois pas en cause les propriétés

énoncées dans le paragraphe précédent. La tension aux bornes de ces générateurs est parfaitement connue; elle apparaîtra dans le "***vecteur source***" représentant le vecteur second membre de la représentation matricielle.



De la même façon, la source de tension est commune aux mailles i et i+1. Dans cet exemple la tension de maille de la maille i est orientée dans le même sens que celle aux bornes du générateur. Pour la maille i+1, la tension de maille s'oppose à celle du générateur.

Les deux cas se traduisent par les équations suivantes:

Pour la maille i :

$$\ldots - Zc_{i-1} \cdot Im_{i-1} + \left(Zc_{i-1} + \left(\sum_k Zm_{i,k} \right) \right) \cdot Im_i + \ldots + \cdot V_i = 0$$

Pour la maille i+1 :

$$\ldots + \left(Zc_{i-1} + \left(\sum_k Zm_{i,k} \right) \right) \cdot Im_i - Zc_{i+1} \cdot Im_{i+1} \ldots - \cdot V_i = 0$$

La représentation matricielle associée à ce système possède la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & -Zc_{i-1} & Zc_{i-1} + \left(\sum Zm_i\right) & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & 0 & \left(\sum Zm_{i+1}\right) + Zc_{i-1} & -Zc_{i+1} & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ldots \\ I_{i-1} \\ I_i \\ I_{i+1} \\ \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ldots \\ -V_i \\ V_i \\ -V_i \\ \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{pmatrix} = 0$$

Ainsi, il est possible de déterminer graphiquement le signe affecté à la source de tension grâce au sens de la tension de maille.

La représentation matricielle est du type : $[\,A\,].\vec{X} + \vec{B} = 0$

Avec $[\,A\,] = N \times N$ matrice carrée impédance

$\vec{X} = N \times 1$ vecteur courant (correspond également au vecteur recherché)

$\vec{B} = N \times 1$ vecteur source (vecteur second membre entièrement connu)

Propriété 4: Soit V_i la source commune aux mailles i et i+1, [Z] la matrice Impédance et $\vec{B}$ le vecteur second membre du système :

$b_i = V_i$ si la tension de maille est dans le même sens que la tension V_i

$b_i = -V_i$ si la tension de maille s'oppose à la tension V_i

VIII. PRISE EN COMPTE DES SOURCES DE COURANT

En introduisant des sources de courant dans les circuits, la méthode matricielle présentée dans les paragraphes qui précèdent n'est plus entièrement applicable. En effet, dans l'étude menée, les courants principaux des mailles représentaient les inconnues du système. Dans le cas d'une source de courant le problème est dual, la tension aux bornes du générateur de courant est inconnue ; le courant quant à lui est parfaitement défini.

Pour pallier ce problème, une manipulation de la matrice s'impose. Le générateur de courant sera traité dans un premier temps comme une source de tension suivant une convention "***récepteur***". Le courant sera pris comme le courant principal de la maille dans laquelle se trouve cette source. Il faut donc veiller de nouveau à choisir convenablement la maille associée à ce courant.

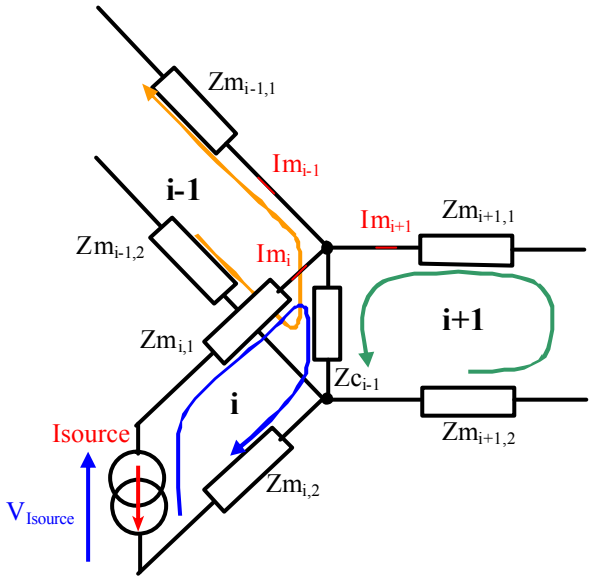


Figure I-9: Source de courant dans une maille

Le courant de la source est définit comme un courant principal (Im_i = Isource); la tension à ses bornes est dans le même sens que la tension de maille ce qui implique que le terme $V_{Isource}$ sera affecté d'un signe "plus".

L'équation relative à la maille i dans laquelle apparaît la source de courant est la suivante:

$$-Zc_{i-1}.Im_{i-1} + (Zc_{i-1} + \sum_{k} Zm_{i,k}).Isource - Zc_{i-1}.Im_{i+1} + \ldots + V_{Isource} = 0$$

La formulation de cette équation est identique à celle attendue. L'exemple de la figure I-10, présente une mauvaise définition des mailles. En effet, les mailles 2 et 3 possèdent deux courants principaux.

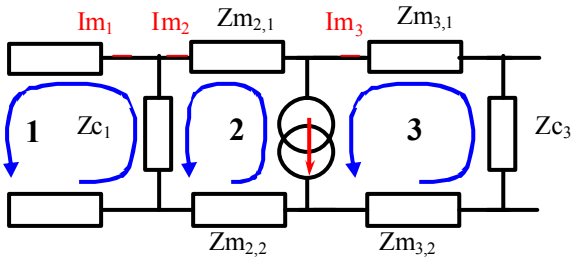


Figure I-10:Mauvaise représentation

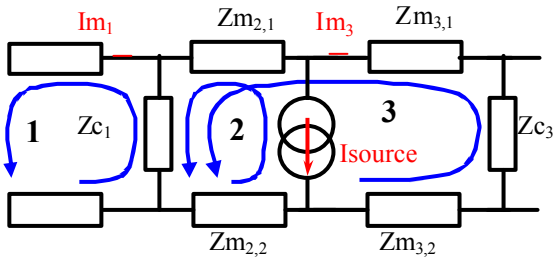


Figure I-11:Représentation correcte

Pour l'exemple de la Figure I-10

Equation de la maille 2:

$-Zc_1.(Im_1 - Im_2) + Zm_{2,1}.Im_2 + V_{Isource} + Zm_{2,2}.(Isource + Im_3) = 0$

$-Zc_1.Im_1 + (Zc_1 + Zm_{2,1}).Im_2 + Zm_{2,2}.Isource + Zm_{2,2}.Im_3 + V_{Isource} = 0$

Equation de la maille 3:

$(Zc_3 + Zm_{3,1} + Zm_{3,2}).Im_3 - V_{Isource} = 0$

Cette formulation n'est pas adaptée à notre méthode puisque $Zm_{2,2}$ n'est pas commune aux mailles 2 et 3. De plus, la somme des impédances de la maille n'apparaît pas en facteur du courant principal.

La Figure I-11 représente une solution correcte pour le choix des mailles. Les impédances $Zm_{2,1}$, $Zm_{2,2}$, Zc_1 sont communes aux mailles 2 et 3, l'impédance Zc_1 est commune aux mailles 1, 2 et 3.

Equation de la maille 2:

$-Zc_1.(Im_1 - (Isource + Im_3)) + Zm_{2,1}.(Isource + Im_3) + V_{Isource} + Zm_{2,2}.(Isource + Im_3) = 0$

$-Zc_1.Im_1 + (Zc_1 + Zm_{2,1} + Zm_{2,2}).Isource + (Zc_1 + Zm_{2,1} + Zm_{2,2}).Im_3 + V_{Isource} = 0$

Equation de la maille 3:

$-Zc_1.Im_1 + (Zc_1 + Zm_{2,1} + Zm_{2,2}).Isource + (Zc_1 + Zm_{2,1} + Zm_{2,2} + Zm_{3,1} + Zm_{3,2} + Zc_1).Im_3 = 0$

Pour ces deux équations toutes les ***propriétés sont respectées***.

<u>Remarque :</u> Contrairement à une source de tension, la source de courant ne peut pas être commune à plusieurs mailles. De ce fait, la tension aux bornes de cette source n'apparaîtra que dans l'équation de la maille en question. Il est nécessaire de faire un inventaire des grandeurs connues et inconnues.

Grandeurs connues = { Tension(Vsource) ; Courant(Isource)}

Grandeurs inconnues = { Courants principaux ≠ Isource ; Tension(Isource)}

Il faut que l'ensemble des variables inconnues forme un seul vecteur [I], de ce fait toutes les sources connues doivent également faire partie d'un seul vecteur [S]. Le système matriciel prend la forme suivante : [H]. I + S = 0 dans lequel [H] correspond à une matrice hybride. Une transformation de la matrice [Z] s'impose inévitablement.

En partant de la représentation matricielle Eq. I-11 dans laquelle apparaît à la $i^{ème}$ ligne la source de courant et faisant sortir le terme Isource du "***vecteur courant***" pour l'intégrer au vecteur second membre, on obtient la représentation Eq. I-12.

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \pm\sum Zc_i & \cdots & \cdots \\ \cdots & \pm\sum Zc_i & \sum Zm_i & \pm\sum Zc_{i+1} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \pm\sum Zc_{i+1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots \\ Im_{i-1} \\ Isource \\ Im_{i+1} \\ \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \\ V_{Isource} \\ \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} = 0 \qquad \textbf{Eq. I-11}$$

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \pm\sum Zc_i & 0 & \pm\sum Zc_{i+1} & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ Im_{i-1} \\ 0 \\ Im_{i+1} \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \pm\left(\sum Zc_i\right) Isource \\ VIsource + \left(\sum Zm_i\right) Isource \\ \pm\left(\sum Zc_{i+1}\right) Isource \\ \dots \end{pmatrix} = 0 \qquad \textbf{Eq. I-12}$$

Par cette transformation, on remarque que les termes de la matrice Z facteur de Isource se retrouvent dans le vecteur second membre. La $i^{ème}$ colonne de la matrice ne possède plus que des éléments nuls. La tension $V_{Isource}$ aux bornes de la source de courant étant une inconnue du système, il faut la faire apparaître dans le vecteur [I], on obtient alors la matrice suivante.

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \pm\sum Zc_i & 1 & \pm\sum Zc_{i+1} & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ Im_{i-1} \\ V_{Isource} \\ Im_{i+1} \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \pm\left(\sum Zc_i\right) Isource \\ \left(\sum Zm_i\right) Isource \\ \pm\left(\sum Zc_{i+1}\right) Isource \\ \dots \end{pmatrix} = 0$$

Ainsi, mises à part la $i^{ème}$ colonne et la $i^{ème}$ ligne, le reste de la matrice est inchangé. En effet, sachant qu'une source de courant fait apparaître une maille de plus, donc une ligne et une colonne de plus dans la matrice, le reste de la matrice correspond à la matrice [Z] si l'on n'avait pas considéré les sources de courant. Ceci permet de mettre en évidence une solution très rapide pour construire la matrice finale.

IX. REPRESENTATION FINALE

La méthode la plus simple pour concevoir la matrice finale consiste à définir, dans un premier temps, la matrice [Z] sans tenir compte des sources de courant.
Une fois la matrice [Z] réalisée, il faut ajouter autant de colonnes et de lignes que de sources de courant. Les blocs vides ainsi créés sont remplis comme le montre la Figure I-12.

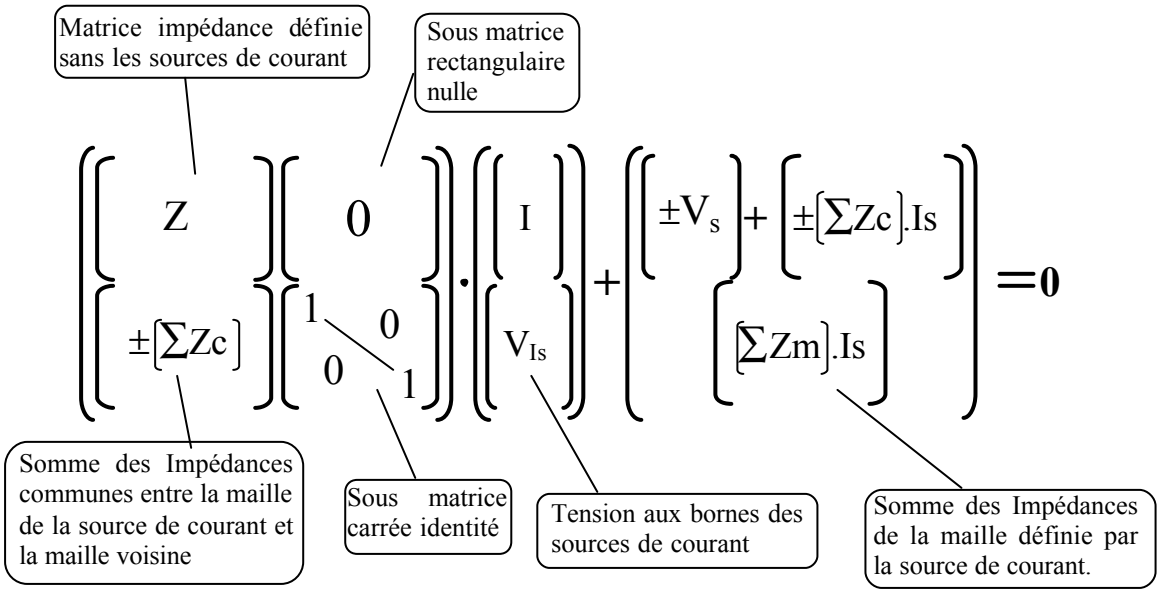


Figure I-12 : Définition des blocs de matrice finale

Dans cette représentation, Icorrespond aux courants principaux de maille, Is aux sources de courant et Vs aux sources de tension. Si N est le nombre de mailles, en ne comptant pas les mailles définies par les sources de courant, et si M correspond au nombre de sources de courant, les dimensions du système et des sous-matrices sont les suivantes:

$[\ Z\ ] = (N-M)\times(N-M)$, matrice Impédance définie sans les sources Is
$[\ \pm(\sum Zc)\ ] = M\times(N-M)$, sous-matrice des impédances communes avec les sources Is
$[\ Id\ ] = M\times M$, sous-matrice carrée identité
$[\ I\ ] = (N-M)\times 1$, Vecteur des courants principaux de mailles
$[\ V_{Is}\ ] = M\times 1$, Vecteur des tensions aux bornes des sources de courant
$[\ Vs\ ] = (N-M)\times 1$, Vecteur des sources de tension Vs

ANNEXE II. RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE DU PONT DE DIODES MONOPHASE EN CONDUCTION DISCONTINUE

I. RESOLUTION DE L'EQUATION SANS SECOND MEMBRE

L'équation différentielle sans second membre se présente sous la forme suivante:

$$a\frac{d^2V_C(t)}{dt^2} + b\frac{dV_C(t)}{dt} + c.V_C(t) = 0 \qquad \textbf{Eq. II-1}$$

$$\text{Avec} \begin{cases} a = L_{res}.C_{ch} \\ b = \left(\frac{L_{res}}{R_{ch}} + R_{res}.C_{ch}\right) \\ c = \left(\frac{R_{res}}{R_{ch}} + 1\right) \end{cases}$$

Une étude rapide du discriminant de cette solution $\Delta = (b^2 - 4\ a.c)$ permet de déterminer si la solution est réelle ou complexe, ce qui conditionnera naturellement la forme analytique de la solution finale. Pour Cch variant de 0 à 1000µF et L variant de 0 à 500 µH, le discriminant réduit reste négatif. Ainsi, pour une charge résistive avoisinant les 100 Ω, les variations de L et Cch n'influencent pas le signe du discriminant. De plus, la valeur minimale des inductances de lignes est imposée par le RSIL. Plus l'inductance et la capacité augmentent, plus le discriminant sera petit, ce qui impose nécessairement une solution complexe de ce système. Pour les ordres de grandeur d'éléments qui nous intéressent, le discriminant reste négatif, pour l'étude qui suit, les solutions du polynôme caractéristique sont supposées complexes.

$$r = -\frac{b}{2\cdot a} \pm j\frac{\sqrt{\Delta}}{2\cdot a} = -\alpha \pm j\beta \qquad \textbf{Eq. II-2}$$

La solution de l'équation différentielle peut se mettre sous une forme réelle relativement simple. Elle correspond à une sinusoïde amortie de pulsation β.

$$S(t) = A\cdot e^{-\alpha\cdot t}\cdot\cos(\beta\cdot t - \phi) \qquad \textbf{Eq. II-3}$$

A et φ représentent les nouvelles constantes d'intégration définies à partir des conditions initiales. Cette solution représente les phénomènes transitoires de la tension du condensateur.

II. DETERMINATION DE LA SOLUTION PARTICULIERE

Pour tout système différentiel, il existe au moins une solution particulière liée au second membre de l'équation. Ici, le système est excité par la tension d'alimentation au moment ou les diodes deviennent passantes. Il est alors possible de définir la solution particulière comme étant la tension aux bornes du condensateur en régime permanent si les diodes étaient constamment passantes. La solution est alors donnée par une représentation harmonique dont le schéma équivalent est présenté sur la Figure II-1.

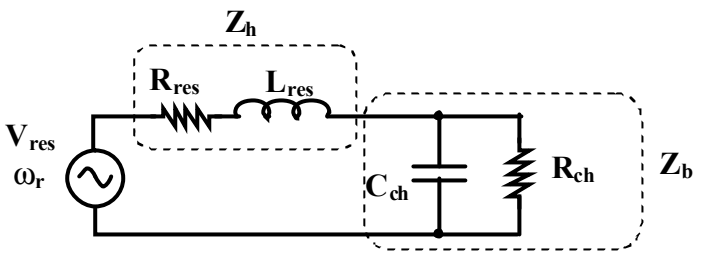


Figure II-1 Schéma équivalent

$$V_C = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + 2\left(1 + C_{ch} \cdot R_{ch} \cdot p\right) \cdot \left(R_d + L \cdot p\right)} \cdot V_{res} \qquad \textbf{Eq. II-4}$$

Avant d'écrire la solution finale, il est important de définir un certain nombre de degrés de liberté pour tenir compte des déphasages entre les différents signaux. En effet, l'équation différentielle n'est vraie que lorsque les diodes deviennent passantes, ce qui implique que la tension du réseau possède déjà une phase θ au moment où le circuit oscillant constitué par l'inductance et le condensateur s'amorce, comme le montre la Figure II-2.

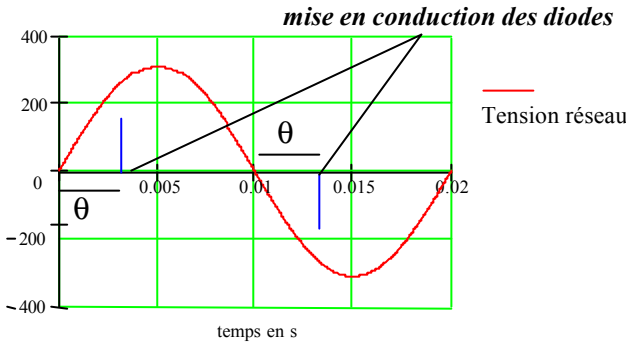


Figure II-2 Définition du déphasage à la mise en conduction des diodes

Les diodes du pont se mettent en conduction si la tension d'alimentation devient supérieure à la tension du condensateur. Ainsi θ correspond à l'angle de retard à l'amorçage des diodes du pont ; il faut donc prendre en compte cet angle dans l'expression de la solution particulière.

$$V_{res} \cdot \sin(\theta) \rightarrow V_{res} \cdot e^{j \cdot \theta}$$

La solution particulière devient :

$$V_C = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + 2\left(1 + C_{ch} \cdot R_{ch} \cdot p\right) \cdot \left(R_d + L \cdot p\right)} \cdot e^{j \cdot \theta} \cdot V_{res} \qquad \textbf{Eq. II-5}$$

$$V_C = |G| \cdot e^{j(\psi + \theta)} \cdot V_{res}$$

En introduisant les coefficients a, b et c que nous avons défini pour simplifier l'expression Eq. II-1, le module du gain complexe |G| ainsi que son argument ψ sont définis par les expressions suivantes:

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{\left(c - a \cdot \omega_r^2\right)^2 + \left(b \cdot \omega_r\right)^2}}$$

$$\psi = -\arctan\left(\frac{b \cdot \omega_r}{c - a \cdot \omega_r^2}\right)$$

En transposant la relation complexe Eq. II-5 dans le domaine temporel, nous obtenons une solution particulière de l'équation différentielle Eq. II-6. Dans cette deuxième relation, la seule inconnue (θ) représente l'angle de retard à l'amorçage des diodes. Cette terminologie est directement empruntée aux convertisseurs à thyristor à la seule différence que le retard en question est uniquement défini en fonction du point de fonctionnement du redresseur et n'est pas une grandeur contrôlable.

$$V_C(t) = V_{res} \cdot |G| \cdot \sin\left(\omega_r \cdot t + \psi + \theta\right) \qquad \textbf{Eq. II-6}$$

III. SOLUTION GENERALE

La solution générale de l'équation différentielle posée initialement s'écrit en combinant les deux solutions. Cette équation n'est valable que durant la phase de conduction des diodes.

$$V_C(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t - \phi) + V_{res} \cdot |G| \cdot \sin\left(\omega_r \cdot t + \psi + \theta\right) \qquad \textbf{Eq. II-7}$$

Avec
- A et φ : constantes d'intégration
- α: amortissement de la fonction transitoire $\alpha = \frac{b}{a}$
- β: pulsation de la fonction transitoire $\beta = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{a}$
- θ: retard à l'amorçage des diodes

Pour déterminer A et φ, il faut établir une deuxième équation contenant ces constantes afin de résoudre le système. Cette deuxième équation est donnée en écrivant que le courant du condensateur est proportionnel à la dérivée de la tension.

$$I_C(t) = C_{ch} \cdot \frac{dV_C(t)}{dt}$$

La dérivée de la tension du condensateur pendant la phase de conduction des diodes peut s'écrire de la façon suivante:

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = A \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t - \phi + \chi) + V_{res} \cdot \omega_r \cdot |G| \cos\left(\omega_r \cdot t + \psi + \theta\right)$$

avec $\chi = \arctan\left(\frac{\sqrt{|\Delta|}}{b}\right)$ **Eq. II-8**

Dans cette phase le courant du condensateur s'exprime alors par la relation ci-dessous:

$$I_C(t) = C_{ch}\left(A \cdot |r| \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t - \phi + \chi) + V_{res} \cdot \omega_r \cdot |G| \cdot \cos\left(\omega_r \cdot t + \psi + \theta\right)\right)$$

avec $|r| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ **Eq. II-9**

IV. DETERMINATION DES CONSTANTES D'INTEGRATIONS

Les grandeurs électriques évoluent jusqu'à leur stabilisation une fois le régime permanent atteint. La capacité fournit l'énergie à la charge pendant toute la durée du blocage des diodes. Cette énergie, ainsi absorbée, entraîne une diminution de la tension du condensateur. Les diodes, bloquées par l'annulation du courant, ne se remettent naturellement à conduire que si la tension aux bornes du condensateur $V_C(t)$ est égale à $V_{res}(t)$

A cet instant: $\begin{cases} V_C = Vc0 = V_{res} \cdot \sin(\theta) \\ I_C = Ic0 \end{cases}$

En décalant la base de temps on a:
$t = 0 \rightarrow V_C = Vc0$ et $I_C = Ic0$
Soit

$$A \cdot \cos(\phi) + V_{res} \cdot |G| \cdot \sin(\psi + \theta) = V_{res} \cdot \sin(\theta)$$

$$C_{ch}\left(A \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \cos(\phi - \chi) + V_{res} \cdot \omega_r \cdot |G| \cdot \cos(\psi + \theta)\right) = Ic0$$

A l'aide de ces deux relations nous obtenons:

$$A = \frac{Vc0 - |G| \cdot V_{res} \cdot \sin(\psi + \theta)}{\cos(\phi)}$$ **Eq. II-10**

$$\tan(\phi) = \frac{Ic0 - C_{ch} \cdot \left[\, |G| \cdot V_{res} \cdot \omega_r \cdot \cos(\psi + \theta) + \alpha \cdot \left(Vc0 - |G|\, V_{res} \cdot \sin(\psi + \theta)\right) \right]}{-C_{ch} \cdot \beta \cdot \left(Vc0 - |G|\, V_{res} \cdot \sin(\psi + \theta)\right)}$$

Eq. II-11

Comme nous pouvons le constater, la détermination des constantes d'intégration n'est que partielle puisque l'angle de retard à la conduction des diodes θ est encore inconnu. Il est donc nécessaire de trouver un jeu d'équations supplémentaires.

ANNEXE III. DETERMINATION DES INSTANTS DE COMMUTATION

I. METHODE DE NEWTON

La méthode de Newton n'est pas une méthode d'optimisation à proprement parler. Elle ne cherche pas à déterminer le minimum d'une fonction multi-variables, car c'est en réalité une méthode utilisée pour résoudre des équations non-linéaires de la forme F(x) = 0 pour laquelle F est une fonction de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^n$. Nous allons dans un premier temps la décrire puis montrer comment nous l'avons appliquée à la recherche des instants de commutation.

Présentons tout d'abord formellement cette méthode avec quelques considérations mathématiques. L'objectif est de résoudre $f(x) = 0$ où f est une fonction de classe C^1 de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

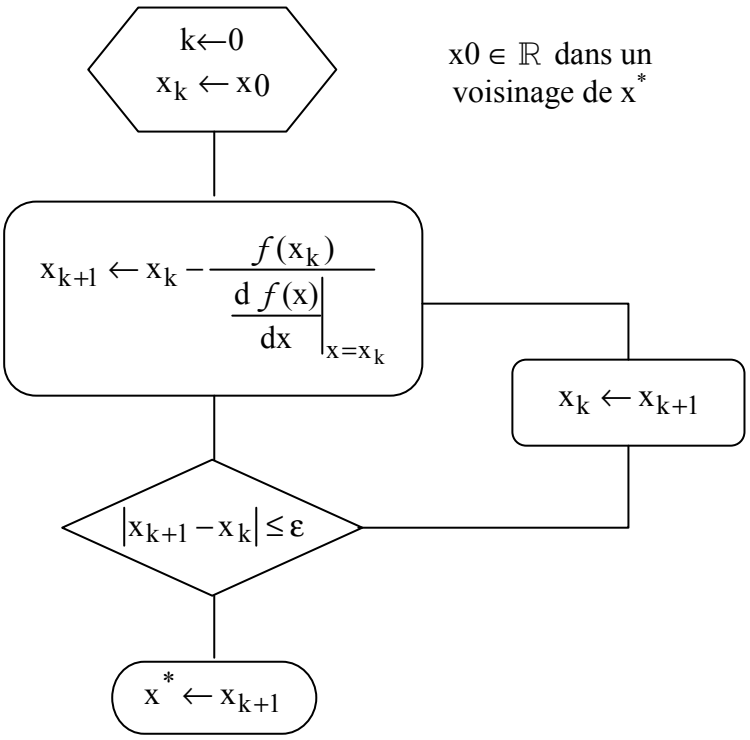


Figure III-1 Algorithme de résolution

Remarquons qu'il faut non seulement assurer la convergence de la suite x_k vers la solution x^*, mais aussi montrer que cette suite est bien définie, c'est-à-dire montrer que la dérivée de cette fonction au point considéré est non nulle. Dans le cas contraire, la deuxième étape n'est pas assurée, ce qui provoque une divergence des résultats. Cette méthode est aussi appelée méthode de la tangente car chaque itéré x_{k+1} est obtenu à partir du précédent en traçant la tangente à la courbe de f au point $(x_k, f(x_k))$, et en prenant son intersection avec l'axe des abscisses (Figure III-2). Cette technique peut également se généraliser aux fonctions à plusieurs variables pour lesquelles il faut définir la matrice Jacobienne du système. La dernière remarque que nous pouvons donner est que cette méthode est à la base des méthodes de résolution de système de type gradient que nous présenterons dans la dernière partie de ce mémoire.

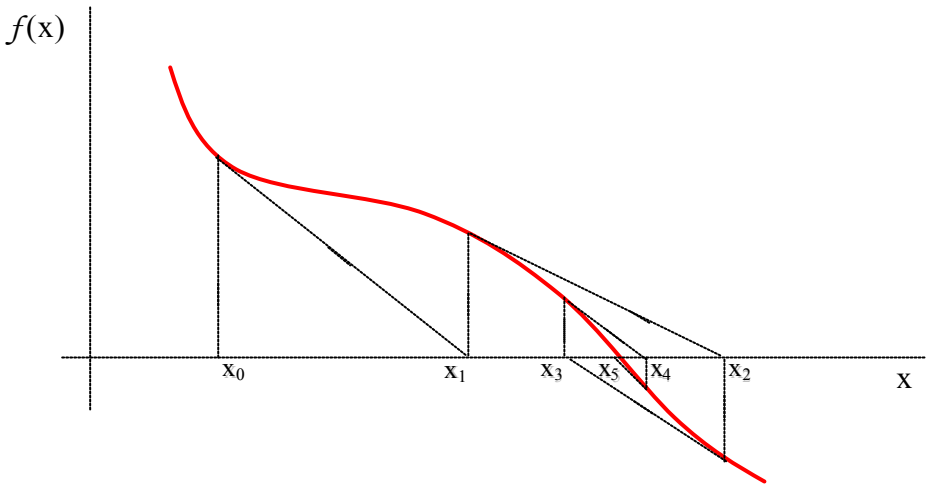
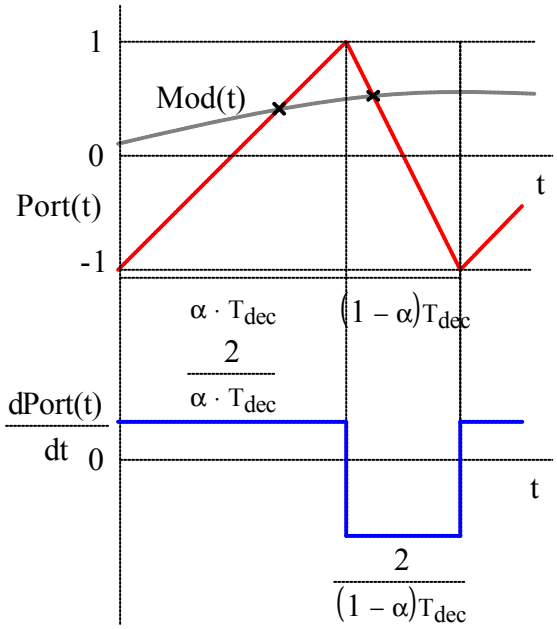


Figure III-2 Représentation graphique de la convergence

II. CALCUL DES INSTANTS DE COMMUTATIONS POUR UNE MLI TRIPHASE

Pour atteindre la précision et la vitesse de calcul recherchées, nous allons voir comment adapter cet algorithme de résolution pour calculer les instants de commutation. Ainsi la fonction dont nous cherchons les "zéros" est définie par la différence entre la porteuse et la modulante. Le choix des modulantes n'est pas fixé, les seules hypothèses que nous ferons ici sont de considérer, d'une part, qu'elles forment un système de trois signaux déphasés les uns des autres de 60 degrés, et d'autre part, que leurs dérivées soient définies en tout point. Nous verrons par la suite l'influence de la fonction modulante sur le spectre des sources de perturbation. La porteuse, quant à elle, est définie par une dent de scie quelconque pour ne pas se limiter au cas classique du triangle. En effet, nous pouvons voir sur la Figure III-3 que l'inclinaison des rampes de ce signal est paramétrée par un pseudo rapport cyclique α ce qui nous permet de le rendre asymétrique.



× Points recherchés

$$\mathrm{Port}(t) = \begin{cases} \dfrac{2}{\alpha \cdot T_{dec}} \cdot t - 1 & \forall\, t \in [0\,,\, \alpha \cdot T_{dec}] \\[2ex] \dfrac{2}{(1-\alpha)T_{dec}}\, t - \dfrac{1+\alpha}{1-\alpha} & \forall\, t \in]\alpha \cdot T_{dec}\,,\, \cdot T_{dec}[\end{cases}$$

Figure III-3 Définition de la porteuse

Pour utiliser l'algorithme de résolution présenté précédemment, il nous faut définir les points initiaux de calcul sur chaque partie du signal en dents de scie. Or, les différents signaux que nous traitons n'imposent pas un choix particulier des points de départ sur la période, nous devons simplement respecter qu'il existe un point initial unique par portion de dent de scie. Nous avons ainsi choisi arbitrairement comme points de départs les intersections des différentes rampes avec l'axe des abscisses dont la position est alors paramétrée par l'indice relatif à chaque rampe de la porteuse (Figure III-4).

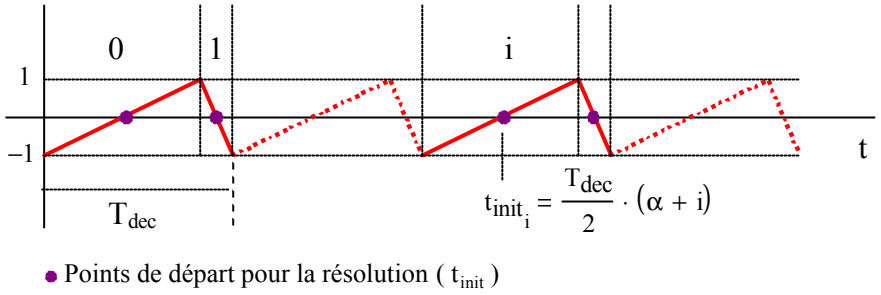


Figure III-4 Placement des points de départ

Les instants de commutation sont donc calculés pour une modulante donnée grâce à l'algorithme présenté sur la Figure III-5. Il est également possible, avec un certain nombre de conditions, de gérer les sur-modulations qui sont très souvent utilisées pour saturer la commande. Elles permettent de limiter le nombre de commutations ce qui a un impact direct sur le comportement thermique des composants et naturellement sur les perturbations conduites générées. En outre, l'augmentation des harmoniques basses fréquences liées à l'augmentation de la largeur de certains créneaux permet d'apporter plus d'énergie à la machine. Pour obtenir les temps relatifs aux trois phases, la modulante est déphasée de 60 degrés et la porteuse n'est évidemment pas touchée. Nous pouvons ainsi constater que ce type d'algorithme ne se limite pas au cas triphasé. En effet, les MLI monophasées unipolaires et bipolaires peuvent être également très simplement étudiées. Il est maintenant possible de vérifier l'influence de la précision des instants de commutation sur le spectre des sources de perturbation.

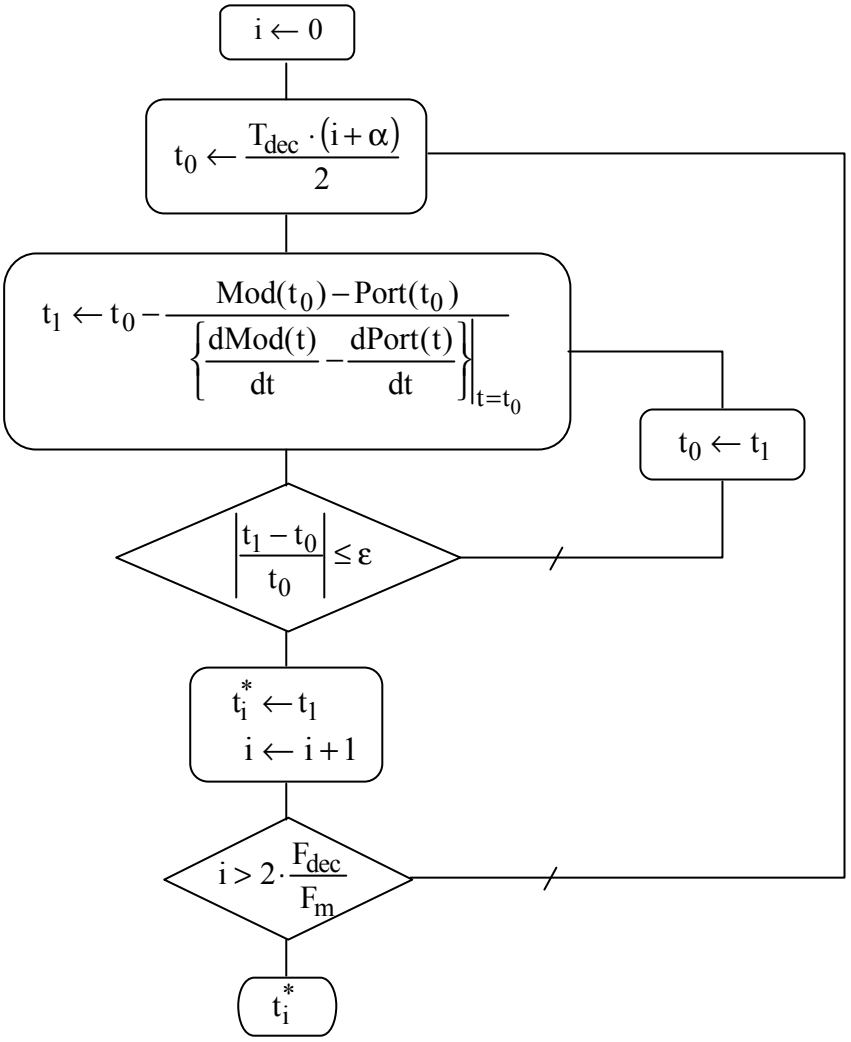
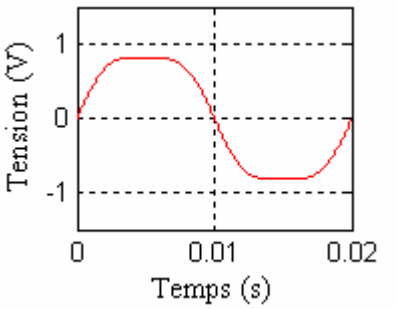


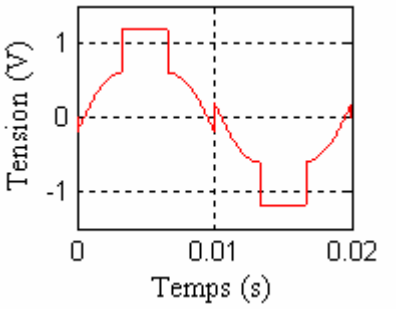
Figure III-5 Calcul des instants de commutation

ANNEXE IV. LOIS DE COMMANDE MLI

I. TRIPLEN

A: taux de modulation ω: pulsation de la modulante θ: ω·t	Signal de la Modulante V_{mod} 
θ	$V_{mod}(\theta)$
$0 \rightarrow \pi/3$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta + \pi/6) - A$
$\pi/3 \rightarrow 2\pi/3$	$V_{mod} = A$
$2\pi/3 \rightarrow \pi$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta - \pi/6) - A$
$\pi \rightarrow 4\pi/3$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta + \pi/6) + A$
$4\pi/3 \rightarrow 5\pi/3$	$V_{mod} = -A$
$5\pi/3 \rightarrow 2\pi$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta - \pi/6) + A$

II. DEADBANDED

A: taux de modulation ω: pulsation de la modulante θ: ω·t	Signal de la Modulante V_{mod} 
θ	$V_{mod}(\theta)$
$0 \rightarrow \pi/3$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta + \pi/6) - 1$
$\pi/3 \rightarrow 2\pi/3$	$V_{mod} > 1$
$2\pi/3 \rightarrow \pi$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta - \pi/6) - 1$
$\pi \rightarrow 4\pi/3$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta + \pi/6) + 1$
$4\pi/3 \rightarrow 5\pi/3$	$V_{mod} < -1$
$5\pi/3 \rightarrow 2\pi$	$V_{mod} = 2 \cdot A \cdot \sin(\theta - \pi/6) + 1$

ANNEXE V. REPRESENTATION MATRICIELLE DE L'ONDULEUR

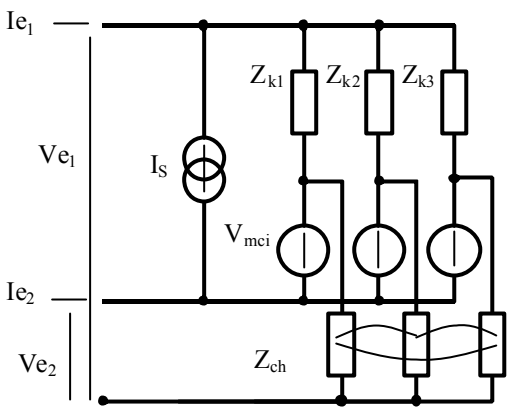
Matrice de l'onduleur

M_{ond}

$$\begin{pmatrix}
2Zl + 2Zt & -2Zt & -Zt & Zt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-2Zt & Zx1 + 2Zt & Zt & -Zt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-Zt & Zt & Zt + Zcab + Zcp + Zmc & Zmc & -Zcp & -Zcp & -Zcp & -Zcp & 0 & 0 & 0 & 0 \\
Zt & -Zt & Zmc & Zt + Zcab + Zcm + Zmc & Zcm & 0 & 0 & 0 & Zcm & Zcm & Zcm & 0 \\
0 & 0 & -Zcp & Zcm & Zcbf + Zcp + Zcm & Zcp & Zcp & Zcp & Zcm & Zcm & Zcm & 0 \\
0 & 0 & -Zcp & 0 & Zcp & Zdcp + Zcp + Zpm1 + Zt1 & Zcp + Zdcp & Zcp + Zdcp & -Zpm1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -Zcp & 0 & Zcp & Zcp + Zdcp & Zdcp + Zcp + Zpm2 + Zt2 & Zcp + Zdcp & 0 & -Zpm2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -Zcp & 0 & Zcp & Zcp + Zdcp & Zcp + Zdcp & Zdcp + Zcp + Zpm3 + Zt3 & 0 & 0 & -Zpm3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & Zcm & Zcm & -Zpm1 & 0 & 0 & Zdcm + Zcm + Zpm1 & Zcp + Zdcp & Zcm + Zdcm & 0 \\
0 & 0 & 0 & Zcm & Zcm & 0 & -Zpm2 & 0 & Zcp + Zdcp & Zdcm + Zcm + Zpm1 & Zcm + Zdcm & 0 \\
0 & 0 & 0 & Zcm & Zcm & 0 & 0 & -Zmp3 & Zcm + Zdcm & Zcm + Zdcm & Zdcm + Zcm + Zpm3 & 0 \\
0 & 0 & -Zcp & Zcm & Zcm + Zcp & Zdcp + Zcp & Zdcp + Zcp & Zdcp + Zcp & Zdcm + Zcm & Zdcm + Zcm & Zdcm + Zcm & 1
\end{pmatrix}$$

$$M_{ond} \cdot \begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \\ I7 \\ I8 \\ I9 \\ I10 \\ I11 \\ VI \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Zcp \cdot I \\ Zcm \cdot I \\ (Zcp + Zcm) \cdot I \\ (Zdcp + Zcp) \cdot I \\ (Zdcp + Zcp) \cdot I \\ (Zdcp + Zcp) \cdot I \\ (Zdcm + Zcm) \cdot I + V1 \\ (Zdcm + Zcm) \cdot I + V2 \\ (Zdcm + Zcm) \cdot I + V3 \\ (Zdcp + Zdcm + Zcp + Zcm) \cdot I \end{pmatrix} = 0$$

ANNEXE VI. MATRICES HEXAPOLE DU BLOC SOURCE



Définition de la matrice des éléments de la charge:

$$Z_{ch}^{-1} = \begin{pmatrix} Y_{ch11} & Y_{ch11} & Y_{ch11} \\ Y_{ch21} & Y_{ch22} & Y_{ch23} \\ Y_{ch31} & Y_{ch32} & Y_{ch33} \end{pmatrix}$$

Admittance liée aux interrupteurs:

$$Y_{ki} = \frac{1}{Z_{ki}}$$

Définition du système matriciel associé au quadripôle terminal

$$\begin{pmatrix} Y_{S1} & Id \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Ve_1 \\ Ve_2 \\ Ie_1 \\ Ie_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{S2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{mc_1} \\ V_{mc_2} \\ V_{mc_3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_S \\ -I_S \end{pmatrix}$$

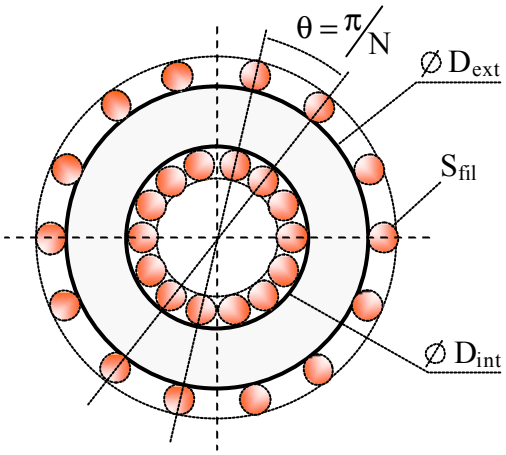
avec

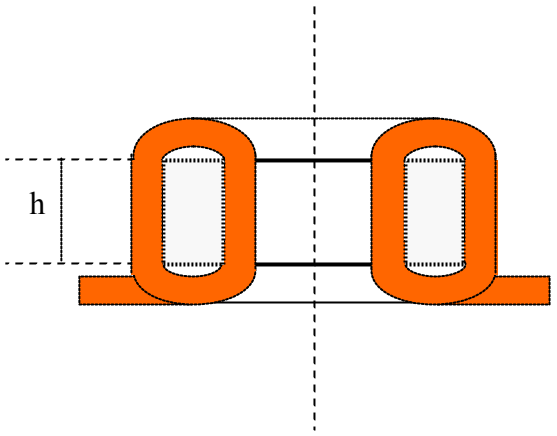
$$Y_{S1} = \begin{bmatrix} -sY_k & sY_k \\ sY_k & -(sY_{ch} + sY_k) \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad sY_k = \sum_{i=1}^{3} Y_{ki} \quad sY_{ch} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} Y_{ch_{j,i}}$$

$$Id = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y_{S2} = \begin{pmatrix} -Y_{k1} & -Y_{k2} & -Y_{k3} \\ Y_{t1} & Y_{t2} & Y_{t3} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad Y_{tj} = \sum_{i=1}^{3} Y_{ch_{j,i}} + Y_{kj}$$

ANNEXE VII. INDUCTANCE DE MODE COMMUN (VOLUME)





$$S_{fil} = f_{cu} \cdot S_{cu}$$

$$r_{int} = \left(1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot N}\right)}\right) \cdot r_{fil} \quad \rightarrow \quad S_b = \left(1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot N}\right)}\right)^2 \cdot S_{fil}$$

$$Vol_{tot} = \pi \cdot \left(h + 4 \cdot r_{fil}\right) \cdot \left(r_{ext} + 4 \cdot r_{fil}\right)^2$$

$$Vol_{tot} = \pi \cdot r_{int}^3 \cdot \left(\frac{h}{r_{int}} + \frac{4}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} + \frac{4}{\alpha}\right)^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = 1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot N}\right)}$$

$$A_e \cdot S_b = \left(r_{ext} - r_{int}\right) \cdot h \cdot \pi \cdot r_{int}^2$$

$$A_e \cdot S_b = \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} - 1\right) \cdot \frac{h}{r_{int}} \cdot \pi \cdot r_{int}^4$$

$$r_{int} = \left[\frac{\left(A_e \cdot S_b\right)}{\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} - 1\right) \cdot \left(\frac{h}{r_{int}}\right) \cdot \pi}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$Vol_{tot} = \pi \cdot \frac{\left(\frac{h}{r_{int}} + \frac{4}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} + \frac{4}{\alpha}\right)^2}{\left[\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}} - 1\right) \cdot \left(\frac{h}{r_{int}}\right) \cdot \pi\right]^{\frac{3}{4}}} \cdot \left(A_e \cdot S_b\right)^{\frac{3}{4}}$$

Résumé:

La Compatibilité Electromagnétique (CEM) apparaît aujourd'hui comme l'une des contraintes majeures de la conception des structures de l'électronique de puissance et plus précisément sur les variateurs de vitesse. Malheureusement, elle est trop souvent considérée comme la dernière phase du développement d'un convertisseur puisqu'elle représente le dernier obstacle à sa commercialisation. Si elle est intégrée à la conception, l'estimation *a priori* des perturbations conduites et rayonnées par la simulation peut alors permettre un gain considérable tant sur le plan économique que sur la durée des phases de recherche et de développement.

La première partie de ce mémoire traite des principales méthodes d'estimation spectrale des perturbations conduites. Cette étude met en évidence les problèmes liés aux simulations qu'elles soient temporelles ou fréquentielles. Elle fait également le point sur l'utilité de chacune. Une approche est alors proposée sur des structures de redressement à diodes, généralement présentes en tête des convertisseurs.

Les hypothèses faites dans cette étude permettent de réaliser le modèle fréquentiel d'un onduleur triphasé MLI. L'objectif est de s'approcher par des simulations "rapides" de l'émission conduite pour envisager des processus d'optimisation. Il est alors impératif de prendre en compte l'environnement du convertisseur, ce qui implique la modélisation des éléments situés en amont et en aval de ce dernier (câbles, moteur, filtre, RSIL…). Finalement, après une présentation des modèles de filtre, une première optimisation de la cellule de filtrage est menée.

Mots clés:

Compatibilité Electromagnétique	Modélisation
Variateurs de vitesse	Simulation
Filtrage	Optimisation

EMI Modelling and optimisation of PWM inverter-Fed AC Motor drive systems

Abstract:

Today, Electromagnetic Compatibility seems to be one of the major constraints of power electronics converters and especially for variable speed drives. Unfortunately, it is too often regarded as the last phase of the development of a converter since it represents the last step of its marketing. The estimation of conducted and radiated disturbances by simulation offers a considerable gain from the economic point of view.

The main methods of the conducted disturbances estimation are treated in the first part of this memory. The problems involved in temporal or frequential simulations are highlighted in this study. An approach is then proposed on diodes rectifiers which usually consist of the first stage of converters. The assumptions, made in this study, make it possible to carry out the frequential model of a three-phase PWM inverter. The objective is to approach by "fast" simulations the conducted emission to consider optimization processes. It is then imperative to take into account the environment of the converter which implies the modelling of cables, motors and naturally filters. Finally, the first optimization of the filtering cell is carried out.

Keywords:

Electromagnetic Compatibility	Modelization
Variable speed drives	Simulation
Filtering	Optimization