



HAL
open science

Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique et génération de chats de Schrödinger

Alexia Auffeves

► **To cite this version:**

Alexia Auffeves. Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique et génération de chats de Schrödinger. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT: . tel-00006406

HAL Id: tel-00006406

<https://theses.hal.science/tel-00006406>

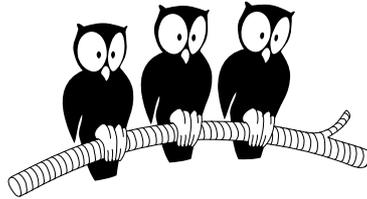
Submitted on 7 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique

présentée par

Alexia AUFFEVES-GARNIER

pour obtenir le grade de Docteur
de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

OSCILLATION DE RABI A LA FRONTIERE
CLASSIQUE-QUANTIQUE
GENERATION DE CHATS DE SCHRODINGER

Soutenue le 29 Juin 2004 devant le jury composé de :

Mme. C. LHUILLIER	
M. J.F. ROCH	Rapporteur
M. J.P. POIZAT	Rapporteur
M. X. LETARTRE	
M. V. BUZEK	
M. S.HAROCHE	Directeur de thèse

à mon père

Table des matières

Table des matières	i
Introduction	1
1 Théorie de l'interaction résonnante atome-champ	13
1.1 Interaction atome-champ classique	13
1.1.1 Hamiltonien semi-classique	13
1.1.2 Cas d'un couplage résonnant	16
1.2 Interaction avec un champ quantique	19
1.2.1 Etats et observables	19
1.2.2 Interaction dipolaire électrique	21
1.3 Interaction atome-champ cohérent	24
1.3.1 Propriétés d'un champ cohérent	24
1.3.2 Oscillation de Rabi dans un champ cohérent mésoscopique	28
1.4 Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique	30
1.4.1 Evolution du système atome-champ	30
1.4.2 Limite de validité des approximations	36
1.4.3 Oscillation de Rabi et complémentarité	38
1.4.4 Complémentarité et classicité	43
2 Outils expérimentaux	47
2.1 Les atomes de Rydberg circulaires	48
2.2 La cavité supraconductrice	53
2.2.1 Etude géométrique	53
2.2.2 Etude spectrale	55
2.2.3 Couplage atome-champ	58
2.3 Le nouveau système de détection	58

2.3.1	Présentation générale	58
2.3.2	Les deux modes de détection	62
2.3.3	Optimisation de la focalisation	65
2.3.4	Mesure de l'efficacité de détection	70
3	Expériences préliminaires	
	La technique d'homodynage	75
3.1	Observation des oscillations de Rabi quantiques	75
3.2	Mesure de l'amplitude d'un champ cohérent	83
3.3	Mesure de la distribution de phase d'un champ	90
4	Préparation d'un état « Chat de Schrödinger » du champ	99
4.1	Préparation d'une superposition d'états mésoscopiques du champ	99
4.1.1	Premiers résultats	100
4.1.2	Synthèse des résultats obtenus	106
4.2	Préparation et détection des états propres	106
4.3	Le second mode	111
4.4	Analyse de la cohérence des superpositions	115
4.4.1	Présentation de la fonction de Wigner	115
4.4.2	Causes possibles de perte de cohérence	117
4.4.3	Conclusions	118
5	Proposition de violation des inégalités de Bell avec des états intriqués mésoscopiques	125
5.1	Variations sur les inégalités de Bell	126
5.1.1	Inégalité CHSH	126
5.1.2	Inégalités de Bell avec des « chats non-locaux »	128
5.2	Violation d'une inégalité de Bell dans une expérience de CQED	131
	Conclusion	139
A	Compléments sur les atomes de Rydberg circulaires	143
A.1	La préparation	143
A.2	La sélection de vitesse	144
B	L'expérience de mesure de l'efficacité de détection : données brutes	151

Bibliographie

Remerciements

Le moment est venu de rédiger les remerciements, et une légère angoisse m'étreint quand je songe que ce sont les pages que je lis en priorité dès qu'une thèse me tombe entre les mains...

En premier lieu je souhaiterais remercier les directeurs successifs du Laboratoire Kastler Brossel où j'ai eu l'immense chance d'effectuer ma thèse : Elisabeth Giacobino qui m'y a acceptée, et Frank Laloë qui en assume encore la direction.

Je remercie les « chefs » du groupe d'Electrodynamique des Systèmes Simples. Serge Haroche m'a accueillie dans l'équipe. Travailler dans son entourage permet d'assister « en direct » à l'analyse des idées en constituants simples. Serge a le constant souci de faire apparaître dans les phénomènes complexes les concepts physiques solides et intuitifs qui les sous-tendent, leur donnant ainsi la force de l'évidence. Ce talent pédagogique, qui s'exerce maintenant au plus haut niveau, se conjugue à une grande ouverture d'esprit et à une curiosité permanente d'autres façons d'appréhender la connaissance. Je le remercie de savoir ainsi valoriser et mettre en confiance ceux qui ont la chance de se trouver à son contact, comme ce fut mon cas.

J'ai eu le grand plaisir de connaître Jean-Michel Raimond, et de travailler avec lui dans les domaines divers de la recherche expérimentale, théorique et de l'enseignement. Son immense culture scientifique s'associe à une rigueur intellectuelle non moins grande, le conduisant à maintes reprises à remettre en question ce qui semblait acquis... Cette quête exigeante de la vérité scientifique pourrait sembler aride si elle ne s'exprimait dans une atmosphère de grande jovialité que Jean-Michel a la capacité naturelle de générer autour de lui : je veux le remercier ici pour toutes ses qualités humaines.

J'ai enfin eu le bonheur de travailler avec Michel Brune. Savoir Michel dans les parages est toujours extrêmement réconfortant car il trouve des solutions aux problèmes expérimentaux les plus complexes avec un succès qui ne s'est jamais démenti. Sa grande gentillesse, l'espièglerie et la bonne humeur avec lesquelles il envisage la Mécanique Quantique ne doivent pas faire oublier sa rigueur scientifique, dont il a notamment fait montre lors de la lecture régulière et attentive de ces pages, dont je le remercie.

J'ai travaillé au quotidien avec plusieurs générations de thésards. Lorsque j'étais « bébé thésarde » Stefano Osnaghi et Patrice Bertet m'ont formée à la manip. Je retiendrai de Patrice sa grande puissance de travail et de concentration, de Stefano, la façon poétique et artistique dont il mène sa vie : je suis souhàite très bonne chance dans les études de philosophie qu'il a entreprises. A « l'âge adulte » j'ai essentiellement travaillé avec Paolo Maioli. Je tiens à le remercier pour sa bonne humeur inébranlable, voire héroïque dans

les moments difficiles que nous a réservés la manip. Avec Tristan Meunier, des renforts d'énergie et de volonté nous sont arrivés. Je lui souhaite de parvenir à ses fins. Enfin je remercie Sébastien Gleyzes, dernier thésard arrivé, pour sa vivacité, son humour et son enthousiasme inaltérables. Je ne doute pas qu'avec Stefen Kuhr, post-doc arrivé l'année dernière, et Christine Guerlin, future doctorante de S15, il réussira à faire fonctionner le montage à deux cavités, Graal de l'équipe depuis de nombreuses années. Je remercie également Perola Milman grâce à laquelle j'ai pu travailler sur des problèmes plus théoriques.

L'équipe d'Electrodynamique des Systèmes Simples se compose de deux autres groupes auxquels vont maintenant mes pensées. Je voudrais remercier Valérie Lefèvre-Séguin, dont la volonté et l'efficacité m'ont été des aides précieuses dans des situations très diverses. Merci à Jean Hare avec qui j'ai travaillé dans le cadre de l'enseignement au Magistère de Physique de l'ENS, pour sa grande gentillesse et sa disponibilité. Je formule des vœux de réussite pour les expériences entreprises par Jean, Valérie et Fedja Orucevic sur les microtores. Mes vœux vont également à l'expérience en construction de Gilles Nogues et de ses doctorants Jack Mozley et Philippe Hyafil : très bonne chance au nouveau venu, Thomas Nirrengarten. Merci à Philippe Goy pour ses expertises en micro-ondes, et pour nos conversations sur notre province natale.

Jean-François Roch et Jean-Philippe Poizat ont accepté la tâche de lire ce mémoire, ce dont je les remercie. Merci également à Claire Lhuillier, Vladimir Buzek et Xavier Letartre d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je souhaite également remercier les techniciens du laboratoire : Yvon Cabirou et Benoît Lemaire, Lionel Pérennes, Jean-François Point et Didier Courtiade, Robert Dalais, Jack Olejnik, ainsi qu'Olivier Andrieu et Willy Danay à la cryogénie. Merci à Marcel Jock pour nos nombreuses conversations matinales. Merci à Régine André pour sa gentillesse et son efficacité. Merci aux secrétaires du laboratoire qui se sont succédées : Zohra Ouassyoun, Geneviève Piard, Corinne Palescandolo, Cristelle Sansa, Vera da Costa et Linda Krikorian pour leur énorme travail.

Merci enfin à ma famille et à mes amis.

Merci à mon père.

Merci à Nicolas.

Introduction

A l'échelle de l'atome le monde apparaît régi par les lois quantiques et diffère radicalement du monde classique que nous connaissons. Une divergence essentielle réside dans le fait que si un système peut se trouver dans deux états possibles, la superposition de ces deux états constitue également un état possible du système. D'autre part, deux systèmes en interaction peuvent se trouver dans un état *intriqué* : aucun système ne se trouve dans un état déterminé, mais les mesures effectuées sur chaque système présentent des corrélations qui ne peuvent être comprises en termes classiques. Schrödinger [91] a imaginé l'intrication d'un atome et d'un chat, de telle façon que les états d'énergie de l'atome soient corrélés aux états « mort » et « vivant » du chat : le formalisme quantique semble autoriser l'existence des superpositions macroscopiques d'états. Pourquoi n'existe-t-il pas de telles superpositions dans le monde classique ? Faut-il admettre l'existence d'une frontière classique-quantique, délimitant deux domaines correspondant à des législations différentes ? Si oui, comment la justifier ? Où la poser ?

L'aspect contre-intuitif des caractéristiques du monde quantique a généré beaucoup de débats et de controverses, dont la plus célèbre est celle ayant opposé Bohr et Einstein (on pourra par exemple consulter [99]). Elles ont donné lieu à des expériences de pensée que l'on peut maintenant réaliser grâce au progrès de diverses technologies. Nos expériences d'Électrodynamique Quantique en Cavité, qui visent à étudier l'interaction entre la matière et le rayonnement sous leurs formes les plus simples (c'est à dire l'interaction entre un système à deux niveaux et un oscillateur harmonique à une dimension), s'inscrivent dans cette perspective. Ce travail de thèse a été l'occasion de préparer un état « Chat de Schrödinger » du champ électromagnétique contenu dans le mode d'une cavité supraconductrice en utilisant l'interaction résonnante entre un atome à deux niveaux et le champ de la cavité. On va au cours de cette introduction définir plus précisément le paradoxe du Chat de Schrödinger, avant de suggérer pourquoi celui-ci n'est pas observé dans le monde classique. On présentera enfin l'expérience par laquelle nous avons généré et mis en évidence un chat de Schrödinger, qui offre une perspective originale sur le phénomène d'oscillation de Rabi et permet de mieux comprendre, à travers ce signal pourtant bien connu, la transition du monde quantique vers le monde classique.

Le paradoxe du chat de Schrödinger

Au cours de sa célèbre expérience de pensée, Schrödinger enferma un chat dans une boîte contenant un atome radioactif se trouvant dans un état excité, noté $|e\rangle$. S'il se désexcite vers l'état fondamental, noté $|g\rangle$, l'atome déclenche un processus au terme duquel une fiole

d'acide cyanhydrique est brisée, tuant le chat. L'état « chat vivant » est ainsi parfaitement corrélé à l'état atomique $|e\rangle$ alors que l'état « chat mort » est corrélé à l'état $|g\rangle$. Si l'atome évolue en une superposition des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ comme l'y autorise la Mécanique Quantique, la linéarité de l'équation de Schrödinger implique pour le système atome-chat

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) |vivant\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle |vivant\rangle + |g\rangle |mort\rangle) \quad (1)$$

C'est un état *intriqué*. Ce terme a été introduit par Schrödinger [91] pour désigner l'état de deux systèmes qui ne peut être factorisé. On parle aussi d'états *non séparables*. L'intrication est fréquemment associée au caractère non-local de la Mécanique Quantique (ce point sera développé dans le chapitre 5). On souhaite insister ici sur le fait que deux systèmes intriqués présentent des corrélations *quantiques*, *i.e.* que les mesures effectuées sur deux systèmes intriqués sont corrélées *dans une infinité de bases* (par opposition aux corrélations de nature classique, où les mesures sont corrélées *dans une seule base*). Récrivons par exemple l'état du système atome-chat de la façon suivante

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} ((|e\rangle + |g\rangle)(|vivant\rangle + |mort\rangle) + (|e\rangle - |g\rangle)(|vivant\rangle - |mort\rangle)) \quad (2)$$

L'état de l'atome et l'état du chat sont donc corrélés non seulement dans la base « naturelle » ($|e/g\rangle, |mort, vivant\rangle$), mais aussi dans une base plus problématique : l'état $|e\rangle + |g\rangle$ de l'atome est corrélé à l'état $|mort\rangle + |vivant\rangle$ du chat : la linéarité de la Mécanique Quantique semble donc permettre l'existence de superpositions macroscopiques d'états.¹

Soulignons que ce problème est également celui de la mesure quantique, le chat constituant en effet un appareil de mesure de l'atome. De même que l'on n'a jamais observé de chat mort et vivant, on n'a jamais vu d'appareil dont l'aiguille pointerait dans les deux directions. L'interprétation de Copenhague [17, 18, 54, 98] a permis à la Mécanique Quantique de fournir des prédictions en accord avec nos observations. Celle-ci se présente sous forme de postulats (voir par exemple [37]), selon lesquels la mesure d'une quantité physique \mathcal{A} est représentée par l'observable \hat{A} , et les seuls résultats de mesure possibles sont les valeurs propres $\{a_n\}$ de cette observable, l'état propre associé s'écrivant $|\alpha_n\rangle$. Pour un système se trouvant dans l'état $|\psi\rangle$, la probabilité $\mathcal{P}(a_n)$ de mesurer la valeur a_n est égale à $|\langle\psi|\alpha_n\rangle|^2$. Les appareils de mesure présentent donc des corrélations *classiques* avec le système mesuré, ces corrélations existant dans la « base préférée » de l'appareil, qui est la base des états propres de l'observable mesurée.

Les postulats de Copenhague nous suggèrent une définition de l'objet classique, dont l'appareil de mesure est l'archétype : *est classique l'objet qui ne s'intrique pas avec un objet quantique*. Par définition, un objet classique ne peut se trouver dans la situation du chat de Schrödinger et évoluer dans une superposition macroscopique d'états. Le corollaire de cela est qu'un objet classique ne suit pas les lois de la Mécanique Quantique [80], ce qui pose le problème de la frontière entre le monde des objets quantiques et celui des

¹Par la suite nous parlerons fréquemment d'états « chats de Schrödinger ». Un tel état pourra indifféremment désigner un état intriqué entre un système microscopique et un système macroscopique (ou mésoscopique) comme décrit par l'équation 1 ou une superposition macroscopique d'états telle que $|mort\rangle + |vivant\rangle$.

objets classiques : existe-t-il une continuité entre ces deux mondes ? Quels sont, s'ils existent, les paramètres physiques permettant la transition du monde quantique vers le monde classique ? Le concept de complémentarité apporte des éléments de réponse à ces questions.

Le concept de complémentarité

Ce concept a été introduit par Bohr et maintes fois discuté [17, 18]. Il a d'abord signifié que le comportement ondulatoire ou corpusculaire, loin d'être une caractéristique intrinsèque aux systèmes physiques, se manifeste (ou pas) selon le dispositif expérimental choisi pour étudier le système : onde et corpuscule seraient donc deux descriptions *complémentaires* d'un même système. La notion de complémentarité a dépassé le cadre du débat sur la dualité onde-corpuscule pour devenir une clef dans la compréhension des phénomènes quantiques. Elle signifie que la cohérence d'une superposition de deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ d'un système \mathcal{S} , dont la signature expérimentale est l'interférence, est détruite s'il existe une information sur l'état dans lequel se trouve le système. Le problème est simple à formaliser dans un interféromètre de Mach-Zehnder, présenté figure 1.

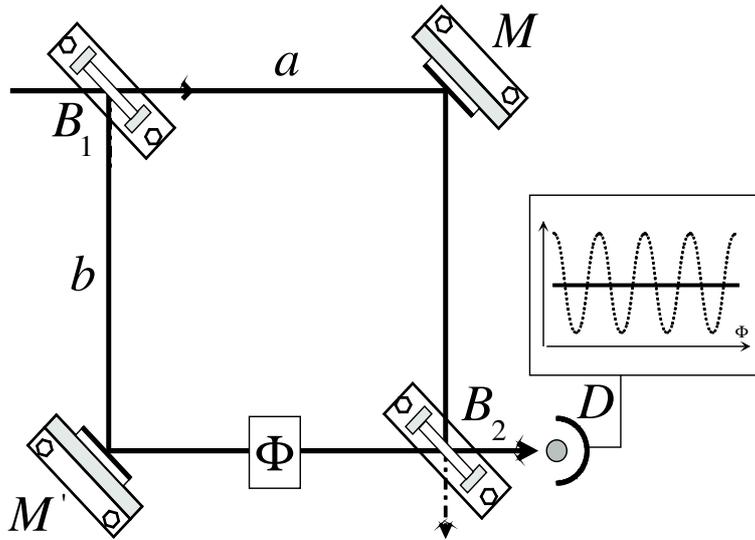


FIG. 1: Interféromètre de Mach-Zehnder composé de deux lames séparatrices B_1 et B_2 , de deux miroirs parfaits M et M' et d'une lame à retard Φ . $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont les deux chemins indiscernables que peut suivre le photon. Des franges d'interférence sont observées, dont le contraste est maximal.

Le système physique considéré est un photon émis par une source dans le mode a (correspondant à l'onde plane de vecteur d'onde \mathbf{k}_a). On notera $|a\rangle$ l'état correspondant. Une première lame séparatrice permet de le préparer dans une superposition $1/\sqrt{2}(|a\rangle + |b\rangle)$ où $|b\rangle$ est l'état du photon dans le mode b (correspondant à l'onde plane de vecteur d'onde \mathbf{k}_b). Une lame à retard déphase un trajet par rapport à l'autre, l'état du système devient

$$\frac{1}{2} [|a\rangle + e^{i\phi} |b\rangle] \quad (3)$$

Le photon rencontre alors la seconde lame séparatrice, celle-ci impose la transformation

$$\begin{aligned} |a\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle) \\ |b\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|a\rangle + |b\rangle) \end{aligned} \quad (4)$$

et à la sortie de l'interféromètre l'état du système est

$$\frac{1}{2} [(1 - e^{i\phi}) |a\rangle + (1 + e^{i\phi}) |b\rangle] \quad (5)$$

On enregistre alors la probabilité de détecter le photon dans le mode a ,

$$P_a(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\phi)) \quad (6)$$

C'est une figure d'interférence due à l'indiscernabilité des chemins entre B_1 et B_2 . Supposons maintenant que la première lame séparatrice soit mobile autour d'un ressort spiral O , et suffisamment légère pour enregistrer la quantité de mouvement \mathbf{P} reçue lors du choc avec le photon (voir figure 2).

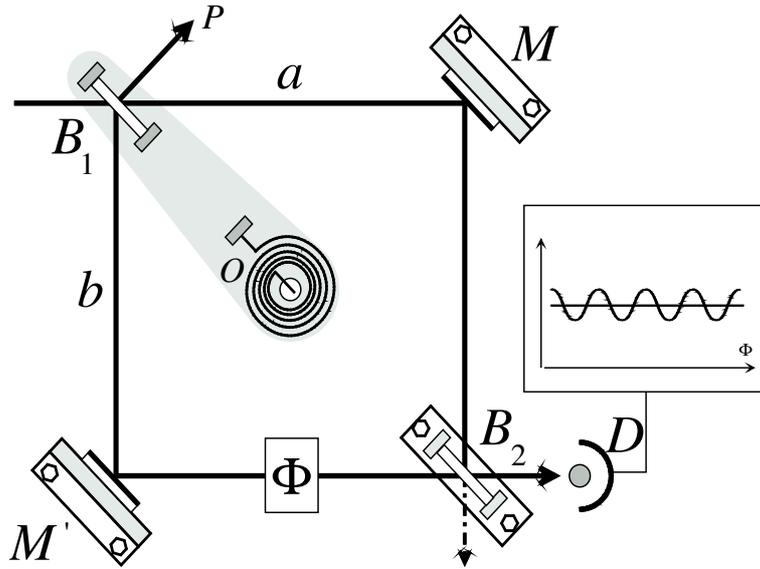


FIG. 2: Interféromètre de Mach-Zehnder, la première lame séparatrice est maintenant mobile autour d'un ressort spiral O . Les deux chemins suivis par le photon ne sont plus indiscernables, la lame se comportant comme un détecteur du chemin suivi. Le contraste des franges est nul si l'information sur le chemin suivi est totale.

Il faut maintenant faire l'étude en tenant compte des états possibles de la lame. On note $|\psi_a\rangle$ l'état de la lame si le photon est passé dans l'état $|a\rangle$, $|\psi_b\rangle$ si le photon est passé dans l'état $|b\rangle$. L'état du système photon-lame avant B_2 s'écrit

$$\frac{1}{2} [|a\rangle |\psi_a\rangle + e^{i\phi} |b\rangle |\psi_b\rangle] \quad (7)$$

La comparaison avec l'équation 3 montre que l'état de la lame marque le chemin suivi par le photon : elle se comporte comme un détecteur du chemin suivi par le système. On parlera par la suite de « détecteur Which-Path ».

L'état du système à la sortie de l'interféromètre s'écrit

$$\frac{1}{2} [(1 - e^{i\phi}) |a, \psi_a\rangle + (1 + e^{i\phi}) |b, \psi_b\rangle] \quad (8)$$

L'application simple du postulat de la mesure nous donne la probabilité de détecter le photon dans le mode a

$$P_a(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \Re(e^{i\phi} \langle \psi_a | \psi_b \rangle)) \quad (9)$$

Le contraste $\mathcal{C} = |\langle \psi_a | \psi_b \rangle|$ de la figure d'interférence est le recouvrement entre les deux états possibles du détecteur Which-Path. On peut alors considérer deux cas limite :

- Si $\mathcal{C} = 1$: aucune information n'existe sur le chemin suivi par le photon : on additionne les *amplitudes* de probabilité associées à chaque chemin et on retrouve la figure d'interférence avec un contraste de 1. Le comportement du photon est *ondulatoire*.
- Si $\mathcal{C} = 0$, il existe une corrélation totale entre l'état de la lame et le chemin suivi par le photon : on dispose alors d'une information sans ambiguïté sur celui-ci. La figure d'interférence disparaît complètement, et on additionne les *probabilités* associées à chaque chemin. Le comportement du photon est *corpusculaire*.

Si $0 < \mathcal{C} < 1$, l'information sur le chemin suivi par le photon est partielle. Le contraste des franges est d'autant moins grand que l'information codée dans la lame est meilleure. Soulignons qu'il est possible d'établir une relation entre le contraste ou la *visibilité* des franges et la « distinguabilité » du chemin suivi [46]. Notons également que l'infinité des cas intermédiaires où $0 < \mathcal{C} < 1$ permet de restaurer une continuité entre onde et corpuscule.

De nombreuses illustrations expérimentales du principe de complémentarité ont été réalisées, dans le contexte de l'interférométrie atomique [33], des ions piégés [44], des atomes froids [41, 42] ou de l'Electrodynamique Quantique en Cavité [11]. Dans cette dernière expérience nous avons réalisé l'exact analogue de l'interféromètre de Mach-Zehnder à lame séparatrice mobile. Elle est présentée en détail dans la thèse de Patrice Bertet sera exposée brièvement en section 1.4.3

Comment peut-on être classique ?

Rappelons la définition que nous avons donnée d'un objet classique : c'est un objet qui ne s'intrique pas avec un objet quantique. On peut étudier l'état de la lame séparatrice mobile de l'interféromètre de Mach-Zehnder à la lumière de cette définition. On avait envisagé deux cas limite :

1. $\mathcal{C} = 1$: les deux états possibles de la lame à l'issue de l'interaction avec le photon sont identiques. La lame ne s'intrique pas avec le photon, son état peut être factorisé dans toutes les équations : c'est une lame *classique*.
2. $\mathcal{C} = 0$: le système photon-lame se trouve dans un état *maximalement intriqué*, ce qui signifie que l'état de la lame donne une information sans ambiguïté sur le chemin suivi par le photon : c'est une lame *quantique*.

On voit ici que le contraste des franges d'interférence constitue une mesure du degré d'intrication entre l'atome et la lame, et par conséquent du comportement quantique ou

classique de celle-ci. Envisager les cas intermédiaires où $0 < \mathcal{C} < 1$ nous avait permis de restaurer la continuité entre onde et corpuscule. Cela nous fournit également un paramètre pour décrire la transition classique-quantique.

Cette expérience suggère un autre remarque. Comme on l'a vu, la complémentarité stipule qu'une superposition n'est cohérente que s'il n'existe aucune information sur l'état dans lequel se trouve le système : il faut donc que ce système soit parfaitement *isolé* de façon à ce que son état reste « secret ». C'est sur cette constatation que se fonde la théorie de la décohérence [102, 103, 104, 82, 83, 31, 32, 101, 60]. Les objets macroscopiques sont généralement mal isolés et interagissent avec un environnement. Celui-ci recueille très rapidement une information sans ambiguïté sur l'état du système, détruisant la cohérence des superpositions éventuelles. La « décohérence » advient d'autant plus rapidement que les états de la superposition sont plus différents (on parlera de « distance » entre deux états d'une superposition, ainsi que de la « taille » du chat considéré) et que l'environnement a moins de mal à les discerner. L'environnement « mesure » donc les objets dans une base dépendant de la physique de leur interaction. En particulier, cette base fixe la « base préférée » des appareils de mesure. Pour ce qui concerne le chat, cette base est la base des états $\{|vivant\rangle, |mort\rangle\}$: l'observation permanente de l'environnement contraint donc le chat à choisir entre l'état « vivant » ou « mort ». Ce faisant, l'environnement projette également l'atome sur l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$. L'environnement a donc transformé les corrélations quantiques existant initialement en corrélations *classiques* : la décohérence offre donc un modèle pour comprendre la transition classique-quantique.

Etudions alors les conditions pour qu'un chat de Schrödinger puisse exister. On distingue deux temps caractéristiques. Considérons dans un premier temps un système constitué d'un objet microscopique et d'un objet macroscopique, parfaitement isolé. Le temps typique T_0 au bout duquel les deux objets s'intriquent fournit la première échelle de temps, correspondant à la « naissance » du chat de Schrödinger. Mettons maintenant ce chat en contact avec un environnement. Le temps de décohérence du chat T_{decoh} donne la seconde échelle de temps, correspondant à la « mort » de la superposition. Soulignons que ce découpage en deux séquences distinctes est parfaitement artificiel : une superposition peut perdre sa cohérence alors même qu'elle est en train de naître. Deux cas limite sont alors envisageables :

- $T_0 \gg T_{decoh}$: la superposition « décohère » alors qu'elle est en train de naître. Cela correspond à une observation continue de l'environnement. Une telle situation définit les objets classiques : en effet, dans ce cas, il n'y a jamais intrication entre l'objet microscopique et l'objet macroscopique.
- $T_0 \ll T_{decoh}$: le chat naît et survit pendant un temps permettant d'observer sa décohérence.

Notons que dans cette perspective, la frontière entre le monde quantique et le monde classique ne reproduit pas la frontière entre le monde microscopique et le monde macroscopique. C'est l'étude de chaque système et de ses interactions qui permet de déterminer s'il est classique ou quantique. On peut donc envisager des situations expérimentales au cours desquelles un objet macroscopique, ou tout au moins mésoscopique, suffisamment isolé de son environnement, s'intrique avec un objet microscopique. L'Electrodynamique

Quantique en Cavité (notée par la suite CQED) autorise ce type de situations. ²

Le contexte de l'Electrodynamique Quantique en Cavité

Présentation générale

Nos expériences d'Electrodynamique Quantique en Cavité (notée par la suite CQED) visent à étudier expérimentalement l'interaction entre la matière et la lumière sous leur forme la plus simple [58] : la matière est un système à deux niveaux, la lumière un oscillateur harmonique à une dimension. Au cours d'une expérience nous préparons un atome de Rubidium 85 dans un état de Rydberg circulaire. Il est modélisé par un système à deux niveaux et est analogue à un spin 1/2. Son temps de vie dans l'espace libre est typiquement 30 ms. Il interagit par couplage dipolaire électrique avec le champ préparé dans le mode d'une cavité micro-onde supraconductrice de type Fabry-Pérot. Un atome de Rydberg circulaire présente un grand élément de matrice dipolaire et est très sensible à la présence d'un champ électrique, si faible soit-il. D'autre part l'interaction atome-champ est exaltée par le confinement de celui-ci dans un volume modal très faible. Cela permet d'atteindre un fort couplage, caractérisé par une fréquence de Rabi du vide $\Omega_0 \sim 50$ kHz, ce qui correspond à une période de Rabi du vide $T_0 \sim 20\mu s$ (on verra dans la section suivante que cette fréquence est celle du cycle d'absorptions et d'émissions spontanées d'un atome interagissant avec le vide quantique). Enfin le mode de la cavité est couplé par diffraction à une infinité de modes extérieurs qui constituent l'environnement du système. Ce couplage est responsable du facteur de qualité fini du mode : $Q \sim 3.10^8$, ce qui correspond à un temps de vie typique du champ dans la cavité de l'ordre de $\tau = 1$ ms. On a $T_0 \ll \tau$: les conditions sont donc réunies pour observer les effets du *couplage fort* entre l'atome à deux niveaux et le mode de la cavité : dans ce régime l'atome et le champ peuvent s'intriquer fortement. Soulignons que le couplage fort a été observé en CQED pour des fréquences optiques [94, 96, 86]. La matière a également été couplée au champ électromagnétique alors qu'elle se trouvait sous forme de particules élémentaires [85], de molécules [77] ou d'excitons dans des semiconducteurs [95].

Etudions la possibilité de préparer un état chat de Schrödinger dans ce montage. Il faut pour cela caractériser le couplage entre l'objet microscopique et l'objet mésoscopique, puis entre l'objet mésoscopique et l'environnement. Comme on l'a vu, l'environnement est constitué d'une infinité de modes extérieurs qui constituent un bain d'oscillateurs auquel le mode est couplé. Les états qui ne s'intriquent pas avec cet environnement sont les états cohérents [39] : ils constituent donc les « états classiques » de la cavité. Ils sont caractérisés par un nombre complexe α analogue à l'amplitude complexe du champ électromagnétique. La distribution du nombre de photons dans cet état est poissonienne, le nombre moyen de photons \bar{n} du champ dans cet état vérifiant $\bar{n} = |\alpha|^2$. L'état cohérent sera notre objet mésoscopique, l'objet microscopique étant bien sûr l'atome de Rydberg. On verra dans la section suivante que l'interaction résonnante de l'atome et du champ conduit à un

²Par la suite nous ne parlerons que d'objets mésoscopiques et non plus macroscopiques. La première raison est que l'on ne saurait réellement parler d'objets « macroscopiques » dans notre cavité. La seconde est que le terme « mésoscopique » sous-entend que la taille de l'objet considéré est variable : un objet mésoscopique est donc plus adapté pour décrire la frontière classique-quantique.

état intriqué dans lequel le champ se trouve dans une superposition de deux états de phases classiques distinctes. L'échelle de temps sur laquelle se construit l'intrication est T_0 , période de Rabi du vide. On a pu ainsi préparer des états « Chats de Schrödinger » du champ électromagnétique. Une bonne mesure de la « taille » du chat évoquée dans la première partie de cette introduction est donnée par la distance dans le plan complexe entre les deux composantes du champ, que l'on notera D , le carré de cette distance étant homogène à un nombre de photons. En effet, on peut montrer qu'une superposition de deux états cohérents du champ a un temps de décohérence $T_{decoh} = 2\tau/D^2$. On rappelle que pour observer un chat, il faut vérifier la condition

$$T_0 \ll T_{decoh} \quad (10)$$

Cela donne une borne supérieure à la taille des chats que nous pouvons réaliser avec ce montage : D^2 doit être inférieur à 50 photons typiquement. La décohérence se produisant au cours de la préparation du chat, la distance maximale des chats que nous avons pu préparer est de 20 photons. Venons-en maintenant à la méthode de préparation proprement dite.

Un nouveau regard sur l'oscillation de Rabi

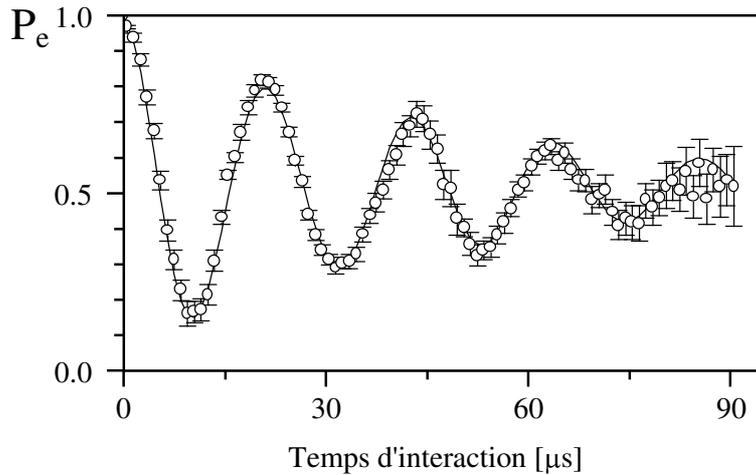


FIG. 3: Oscillation de Rabi dans le vide. La succession d'émissions spontanées et d'absorptions a lieu à $T_0 = 20\mu s$, période de Rabi du vide.

Une signature du couplage fort entre l'atome et le mode est qu'à résonance ceux-ci échangent de façon cohérente et réversible un quantum d'énergie : c'est l'oscillation de Rabi quantique. Ce signal présente un intérêt fondamental, tant pour étudier des effets d'optique quantique que d'information quantique. La figure 3 montre l'oscillation de l'énergie moyenne d'un atome initialement préparé dans l'état excité noté $|e\rangle$ interagissant avec la cavité préparée dans l'état vide $|0\rangle$ [27]. La succession d'émissions spontanées et d'absorptions se produit à la fréquence de Rabi du vide. Au cours de l'interaction l'atome et le champ s'intriquent. L'état du système atome-champ au bout d'un quart de période de Rabi s'écrit

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0\rangle - i|g, 1\rangle) \quad (11)$$

qui est un état maximalelement intriqué.

La terminologie « oscillation de Rabi quantique » est employée par opposition à l'oscillation de Rabi *classique*, obtenue lorsque l'atome à deux niveaux interagit avec un champ classique de même pulsation. L'énergie moyenne de l'atome oscille à la fréquence de Rabi classique, notée Ω , proportionnelle à l'intensité du couplage entre l'atome et le champ. Au cours de l'oscillation l'atome et le champ restent dans un état factorisé, le champ étant essentiellement insensible à l'interaction avec l'atome. Dans la perspective de mieux comprendre la transition entre le monde classique et le monde quantique, il est intéressant de considérer des situations expérimentales instaurant une continuité entre l'oscillation de Rabi classique et l'oscillation de Rabi quantique. Le champ cohérent est bien adapté à une telle étude. On s'attend en effet à ce qu'il se comporte de façon classique ou quantique suivant qu'il contient beaucoup ou peu de photons. De façon analogue à la lame séparatrice de l'interféromètre de Mach-Zehnder, cet état du champ permettrait d'explorer continûment la frontière classique-quantique.

Au cours de l'expérience présentée dans ce mémoire nous avons étudié l'interaction résonnante entre un atome de Rydberg et un champ cohérent contenant un nombre variable de photons. L'oscillation de Rabi s'effondre au bout d'une période de Rabi du vide quel que soit le nombre de photons, puis renaît d'autant plus tard que le nombre de photons est grand. L'effondrement est généralement imputé à la dispersion des fréquences de Rabi et pourrait être obtenu avec une dispersion continue. En revanche les résurgences de l'oscillation proviennent du fait que le champ est quantifié. La limite classique est obtenue avec

$$\begin{aligned} \Omega_0 &\longrightarrow 0 \\ \sqrt{\bar{n}} &\longrightarrow \infty \\ \Omega_0\sqrt{\bar{n}} &\longrightarrow \Omega \end{aligned} \quad (12)$$

Le spectre de l'oscillation de Rabi est très piqué autour d'une composante $\Omega_0\sqrt{\bar{n}} \sim \Omega$. D'autre part, la période de Rabi du vide devient infinie, ainsi que le temps d'effondrement. On retrouve l'oscillation de Rabi classique de pulsation Ω de support temporel infini.

Ces propriétés épuisent l'information que le signal atomique peut fournir sur le champ, et pourraient être observées avec une distribution poissonnienne du nombre de photons $p(n)$ incohérente : le signal atomique ne nous renseigne que sur l'énergie contenue dans le champ. Or un champ cohérent se caractérise non seulement par son amplitude, mais aussi par sa phase. Nous avons développé une technique d'analyse de la distribution de phase du champ cohérent analogue à la technique d'homodynage en optique quantique. Nous avons constaté expérimentalement qu'au cours de l'oscillation de Rabi, le champ cohérent mésoscopique s'intrique avec l'atome. L'état du système atome-champ au bout d'un temps d'interaction t s'écrit

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_+(t), \psi_+(t)\rangle + |\alpha_-(t), \psi_-(t)\rangle) \quad (13)$$

où $|\alpha_+(t)\rangle$ et $|\alpha_-(t)\rangle$ sont deux états cohérents de phase classique $\pm\phi(t)$ avec

$$\phi(t) = \frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{\bar{n}}} \quad (14)$$

et $|\psi_+(t)\rangle$ et $|\psi_-(t)\rangle$ des superpositions atomiques dont les phases quantiques valent respectivement $\pm\phi(t)$. La phase *quantique* de l'état atomique est parfaitement corrélée à la phase *classique* du champ cohérent. La situation est analogue à celle du chat de Schrödinger : l'objet microscopique qu'est l'atome laisse son empreinte sur l'objet mésoscopique qu'est le champ. A la limite classique définie par les équations 12, $\phi \rightarrow 0$ et l'état du champ se factorise : on retrouve l'oscillation de Rabi classique.

Le contraste de l'oscillation de Rabi mesure le degré d'intrication du système. L'oscillation de Rabi peut en effet être vue comme le signal d'interférence entre les deux évolutions qu'a pu suivre l'atome, le champ agissant comme un détecteur Which-Path. L'effondrement et les résurgences de l'oscillation peuvent ainsi être interprétées en terme de complémentarité, se produisant respectivement lors de la séparation et de la recombinaison des composantes du champ. L'échelle de temps sur laquelle se construit l'intrication est donnée par le temps d'effondrement de l'oscillation de Rabi, soit la période de Rabi du vide. A la limite classique ce temps devient infini : on retrouve le fait que le champ est insensible à l'interaction avec l'atome.

La cohérence des superpositions est estimée par le calcul de la fonction de Wigner associée à l'état du champ après projection de l'atome sur $|e\rangle$ ou $|g\rangle$. La taille des chats préparés par cette méthode vaut $D^2 = 20$ photons.

Nous avons enfin vérifié la corrélation entre un état atomique et un état du champ, en préparant sélectivement au début de l'interaction l'état $|\psi_+(0)\rangle$ (respectivement $|\psi_-(0)\rangle$). Nous avons constaté qu'au terme de cette interaction le champ ne présente qu'une seule composante de phase classique ϕ (respectivement $-\phi$).

Organisation du mémoire

Le premier chapitre est consacré à l'étude théorique de l'oscillation de Rabi d'un atome dans un champ cohérent contenant un nombre variable de photons. On insistera particulièrement sur le fait que l'oscillation de Rabi peut être vue comme une expérience de complémentarité, le contraste de l'oscillation étant une mesure de l'intrication entre l'atome et le champ, ce qui fournit un critère quantitatif pour explorer la frontière classique-quantique.

Dans le deuxième chapitre on décrira le dispositif expérimental, en soulignant particulièrement les points qui nous permettent de travailler avec des « systèmes simples » : système à deux niveaux pour la matière et mode de cavité pour la lumière. On détaillera particulièrement le fonctionnement du nouveau dispositif de détection par ionisation des atomes que j'ai eu l'occasion de développer. Ce dispositif nous a permis d'atteindre une efficacité de détection de l'ordre de 80%, contre 40% dans le montage précédent cette thèse.

Le troisième chapitre est dévolu à la présentation d'un corpus d'expériences préliminaires indispensables. Nous verrons notamment comment caractériser totalement un champ cohérent, la calibration de son amplitude étant fondée sur l'interférométrie Ramsey, et l'analyse de la distribution de phase reposant sur une technique analogue à l'homodynage en optique quantique.

Le quatrième chapitre contient les résultats des expériences au cours desquelles nous avons montré la corrélation entre un état atomique et un état du champ, puis l'intrication entre

ces deux systèmes. Une étude de la cohérence des superpositions réalisées est également présentée, montrant que la méthode d'interaction résonnante atome-champ constitue une technique efficace de génération de « grands » chats de Schrödinger.

Le cinquième chapitre est découplé des précédents et propose une étude théorique et numérique de violation des inégalités de Bell en utilisant des « chats non-locaux », préparés dans les modes de deux cavités distinctes.

Chapitre 1

Théorie de l'interaction résonnante atome-champ

Ce chapitre vise à présenter les résultats théoriques principaux concernant l'interaction résonnante d'un atome à deux niveaux avec un champ évoluant à la frontière classique-quantique. Les deux systèmes sont couplés par l'interaction dipolaire électrique. Sont rappelés dans un premier temps les résultats de la théorie semi-classique, puis la théorie quantique de l'interaction matière-rayonnement. Nous verrons ensuite que l'interaction atome-champ cohérent permet d'établir une continuité entre les deux approches, continuité que nous utiliserons pour déterminer l'évolution d'un champ mésoscopique en interaction résonnante avec un atome à deux niveaux.

1.1 Interaction atome-champ classique

1.1.1 Hamiltonien semi-classique

Expression dans l'approximation de l'onde tournante

On considère un champ électrique classique d'expression $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \phi)$ supposé réel. Ce champ interagit par couplage dipolaire électrique avec un atome dont une base des états internes est notée $\{|e\rangle, |g\rangle\}$, ω_0 étant la fréquence de la transition. L'étude sera dans un premier temps faite dans le cas général où $\omega_0 \neq \omega$. L'atome étant un système à deux niveaux, il est analogue à un spin 1/2 et on parlera dans la suite par abus de langage de polarisation atomique. Le Hamiltonien libre de l'atome s'écrit

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) \quad (1.1)$$

soit dans la base $\{|e\rangle, |g\rangle\}$

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z \quad (1.2)$$

où σ_z est une des matrices de Pauli dont on rappelle ici l'expression :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Le Hamiltonien de couplage atome-champ s'écrit quant à lui

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (1.4)$$

où $\hat{\mathbf{d}}$ est l'opérateur dipôle électrique. Posant $\mathbf{d}_{\text{eg}} = \langle e | \hat{\mathbf{d}} | g \rangle$, il vient

$$V = -(\mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \sigma^+ + \mathbf{d}_{\text{eg}}^* \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \sigma^-) \cos(\omega t + \phi) \quad (1.5)$$

où $\sigma^- = |g\rangle \langle e|$ et $\sigma^+ = |e\rangle \langle g|$. On ne tient pas compte des degrés de liberté externes de l'atome, supposé immobile au point \mathbf{r} . On omettra donc par la suite la dépendance spatiale des paramètres. On peut choisir \mathbf{d}_{eg} réel. Posons alors $\mathbf{d}_{\text{eg}} \cdot \mathbf{E}_0 = -\hbar\Omega$, il vient

$$V = \hbar\Omega \cos(\omega t + \phi)(\sigma^- + \sigma^+) \quad (1.6)$$

Ω est appelée fréquence de Rabi classique et caractérise l'intensité du couplage entre le dipôle atomique et le champ électrique. Le Hamiltonien total de l'atome s'écrit finalement

$$H = H_0 + V = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar\Omega \cos(\omega t + \phi)(\sigma^- + \sigma^+) \quad (1.7)$$

C'est le Hamiltonien semi-classique décrivant l'interaction entre un atome à deux niveaux et un champ classique. La recherche des états propres de ce Hamiltonien s'effectue habituellement dans le référentiel tournant à la fréquence du champ. Dans cette représentation, on applique aux états et aux observables la transformation

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &\longrightarrow |\tilde{\psi}\rangle = R(t) |\psi\rangle \\ O &\longrightarrow \tilde{O}(t) = R(t) O R^\dagger(t) \end{aligned} \quad (1.8)$$

où $R(t) = \exp(i\omega t/2 \sigma_z)$

La dynamique de $|\tilde{\psi}\rangle$ est régie par le Hamiltonien effectif H_{eff}

$$H_{\text{eff}} = i\hbar \dot{R} R^\dagger + \tilde{H} \quad (1.9)$$

où \tilde{H} est le transformé de 1.7 par la rotation $R(t)$:

$$\tilde{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar\Omega \cos(\omega t + \phi)(e^{i\omega t} \sigma^+ + e^{-i\omega t} \sigma^-) \quad (1.10)$$

Il vient

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta}{2} \sigma_z + \frac{\hbar\Omega}{2} (e^{-i\phi} \sigma^+ + e^{i\phi} \sigma^-) + \frac{\hbar\Omega}{2} (e^{i(2\omega t + \phi)} \sigma^+ + e^{-i(2\omega t + \phi)} \sigma^-) \quad (1.11)$$

où $\delta = \omega_0 - \omega$. L'approximation de l'onde tournante revient à ne conserver que le terme constant, soit

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta}{2} \sigma_z + \frac{\hbar\Omega}{2} (e^{-i\phi} \sigma^+ + e^{i\phi} \sigma^-) \quad (1.12)$$

qui peut se récrire

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta}{2} \sigma_z + \frac{\hbar\Omega}{2} (\cos(\phi) \sigma_x + \sin(\phi) \sigma_y) \quad (1.13)$$

Etats propres

Posons Ω_{eff} tel que

$$\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2} \quad (1.14)$$

On a alors

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar\Omega_{\text{eff}}}{2}(u_x\sigma_x + u_y\sigma_y + u_z\sigma_z) = \frac{\hbar\Omega_{\text{eff}}}{2}\mathbf{u}\cdot\boldsymbol{\sigma} \quad (1.15)$$

où

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \cos\theta \cos\phi \\ \cos\theta \sin\phi \\ \sin\theta \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

avec

$$\tan\theta = \frac{\Omega}{\delta} \quad (1.17)$$

et $\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur dont les composantes sont les matrices de Pauli.

L'observable $\mathbf{u}\cdot\boldsymbol{\sigma}$ a pour valeurs propres $+1$ et -1 . Les états propres associés sont notés $|+\mathbf{u}\rangle$ et $|-\mathbf{u}\rangle$ et ont pour expression

$$\begin{aligned} |+\mathbf{u}\rangle &= \cos(\theta/2)e^{-i\phi/2}|e\rangle + \sin(\theta/2)e^{i\phi/2}|g\rangle \\ |-\mathbf{u}\rangle &= -\sin(\theta/2)e^{-i\phi/2}|e\rangle + \cos(\theta/2)e^{i\phi/2}|g\rangle \end{aligned} \quad (1.18)$$

$\mathbf{u}\cdot\boldsymbol{\sigma}$ analyse la polarisation de l'atome dans la direction \mathbf{u} . Si le système est dans l'état $|+\mathbf{u}\rangle$ la mesure de $\mathbf{u}\cdot\boldsymbol{\sigma}$ donne systématiquement $+1$. On représente donc usuellement $|+\mathbf{u}\rangle$ par le vecteur \mathbf{u} (voir figure 1.1). On note que cette représentation est très générale car tout état d'un système à deux niveaux peut, à une phase globale près, être mis sous la forme $|+\mathbf{u}\rangle$: il peut donc être représenté par un vecteur évoluant sur une sphère de rayon 1 appelée *sphère de Bloch*. La phase *quantique* de la superposition $|+\mathbf{u}\rangle$ est égale à la phase *géométrique* de \mathbf{u} dans la sphère de Bloch. Remarquons que cette phase est également la phase classique du champ $\mathbf{E}(\mathbf{t})$.

$|+\mathbf{u}\rangle$ et $|-\mathbf{u}\rangle$ sont bien sûr états propres de H_{eff} , les énergies associées sont respectivement

$$\begin{aligned} E_+ &= \hbar\Omega_{\text{eff}}/2 \\ E_- &= -\hbar\Omega_{\text{eff}}/2 \end{aligned} \quad (1.19)$$

Remarquons que dans cette représentation l'axe z de la sphère de Bloch est défini par les états propres du Hamiltonien libre, soit $|e\rangle$ et $|g\rangle$ qui peuvent être ainsi respectivement notés $|+\mathbf{z}\rangle$ et $|-\mathbf{z}\rangle$ (voir figure 1.1).

Dynamique du système

Supposons qu'à l'instant initial l'atome se trouve dans l'état $|\tilde{\psi}\rangle$. Cet état peut être décomposé de la façon suivante

$$|\tilde{\psi}\rangle = \cos(\alpha/2)e^{-i\beta/2}|+\mathbf{u}\rangle + \sin(\alpha/2)e^{i\beta/2}|-\mathbf{u}\rangle \quad (1.20)$$

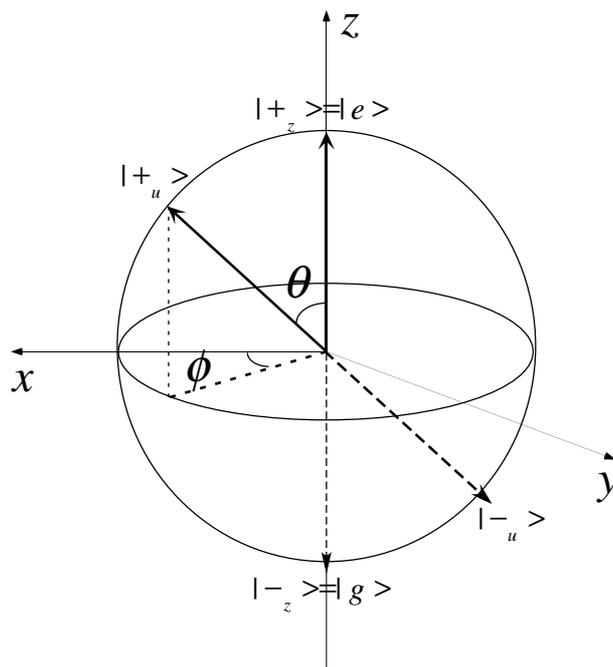


FIG. 1.1: Représentation de la sphère de Bloch. La phase *quantique* de la superposition $|+_u\rangle$ est égale à la phase *géométrique* de \mathbf{u} dans la sphère de Bloch.

$\{|+_u\rangle, |-_u\rangle\}$ étant états propres du Hamiltonien \tilde{H} , l'évolution de l'état atomique est donnée très simplement par

$$|\tilde{\psi}(t)\rangle = \cos(\alpha/2)e^{-i(\beta+\Omega_{\text{eff}}t)/2} |+_u\rangle + \sin(\alpha/2)e^{i(\beta+\Omega_{\text{eff}}t)/2} |-_u\rangle \quad (1.21)$$

L'évolution temporelle se réduit donc à la transformation suivante : $\beta \longrightarrow \beta + \Omega_{\text{eff}}t$. Cela correspond dans la sphère de Bloch à une rotation autour de l'axe défini par les états propres du Hamiltonien. Cette rotation a lieu à la pulsation Ω_{eff} . Par analogie avec la résonance magnétique, on peut définir le vecteur champ effectif $\mathbf{\Omega} = \Omega_{\text{eff}}\mathbf{u}$. L'évolution du système est une rotation autour de ce vecteur. La norme de celui-ci donne la fréquence de la rotation.

Dans le cas particulier où le champ électrique est éteint ($\Omega = 0$), le vecteur champ effectif est aligné avec l'axe z . L'évolution de l'état atomique est une rotation autour de cet axe à la pulsation δ . Cela correspond dans le référentiel fixe à une rotation autour de l'axe z à la pulsation ω_0 , qui est le phénomène bien connu de précession de Larmor.

1.1.2 Cas d'un couplage résonnant

Stationnarité des états, interprétation énergétique

Considérons maintenant le cas où le champ est résonnant avec l'atome. Les états stationnaires du Hamiltonien se trouvent dans le plan équatorial de la sphère de Bloch et

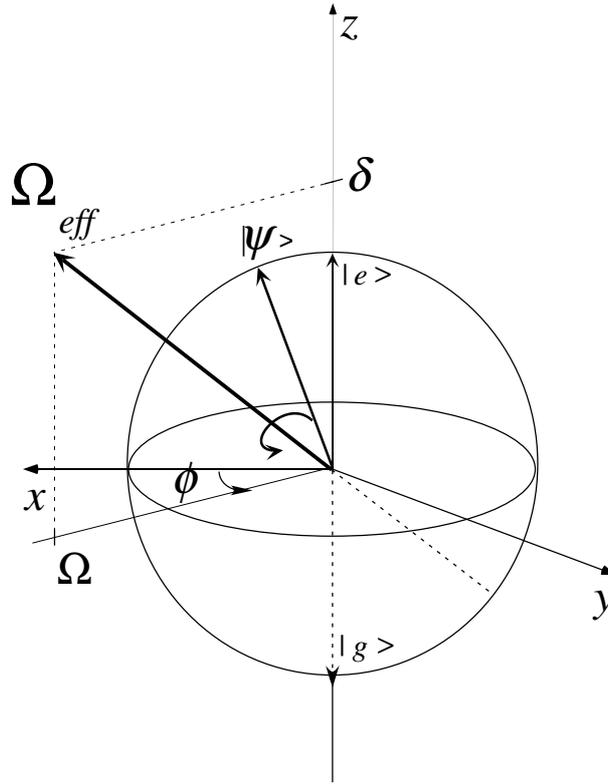


FIG. 1.2: L'évolution temporelle est une rotation autour de l'axe défini par les états propres du Hamiltonien.

s'écrivent

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\phi/2}|e\rangle + e^{i\phi/2}|g\rangle) \\ |-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-e^{-i\phi/2}|e\rangle + e^{i\phi/2}|g\rangle) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Il peut être utile d'interpréter la stationnarité des états $|+\rangle$ et $|-\rangle$ à l'aide d'une image classique. Supposons qu'à l'instant initial l'atome est préparé dans le référentiel fixe dans l'état $|+\rangle$. Comme $t = 0$ on a dans le référentiel tournant $|\widetilde{+}\rangle = |+\rangle$: l'atome se trouve dans un état stationnaire du Hamiltonien effectif : à une phase globale près on a $|\widetilde{+}\rangle(t) = |+\rangle$. L'état de l'atome exprimé dans le référentiel fixe est

$$|\psi_+(t)\rangle = R^+(t)|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i(\omega t + \phi)/2}|e\rangle + e^{i(\omega t + \phi)/2}|g\rangle) \quad (1.23)$$

Calculons la valeur moyenne de l'observable dipôle atomique. On rappelle que $\hat{\mathbf{d}}$ a le développement suivant dans la base $\{|e\rangle; |g\rangle\}$

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_{\text{eg}}(\sigma^- + \sigma^+) \quad (1.24)$$

On a alors

$$\langle\psi_+(t)|\hat{\mathbf{d}}|\psi_+(t)\rangle = \frac{1}{2}\mathbf{d}_{\text{eg}}(e^{-i(\omega t + \phi)} + e^{i(\omega t + \phi)}) \quad (1.25)$$

soit

$$\langle\psi_+(t)|\hat{\mathbf{d}}|\psi_+(t)\rangle = \mathbf{d}_{\text{eg}} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.26)$$

L'atome a donc un dipôle oscillant dans le temps avec la même fréquence et la même phase que le champ électrique classique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Or un dipôle oscillant en phase avec le champ électrique dans lequel il se trouve n'échange pas d'énergie avec lui : l'énergie du dipôle est *stationnaire*. Le même raisonnement pourrait être effectué sur l'état stationnaire $|-\rangle$: l'atome préparé initialement dans l'état $|-\rangle$ a un dipôle atomique tel que

$$\langle \psi_-(t) | \hat{\mathbf{d}} | \psi_-(t) \rangle = -\mathbf{d}_{\text{eg}} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.27)$$

Un dipôle classique oscillant en opposition de phase n'échange pas de travail avec le champ électrique dans lequel il est plongé, son énergie est également stationnaire.

Oscillation de Rabi classique

On étudie ici le cas $\phi = 0$ (cas d'un champ électrique réel) sans restreindre la généralité du problème. L'évolution d'un état atomique quelconque est une rotation autour de l'axe x à la pulsation Ω . Supposons que le système se trouve initialement dans l'état $|e\rangle$. On a

$$|e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \longrightarrow |\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\Omega t/2} |+\rangle + e^{i\Omega t/2} |-\rangle) \quad (1.28)$$

Récrivons $|\psi(t)\rangle$ dans la base $\{|e\rangle; |g\rangle\}$:

$$|\psi(t)\rangle = \cos(\Omega t/2) |e\rangle - i \sin(\Omega t/2) |g\rangle \quad (1.29)$$

Calculons la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ à l'instant t ,

$$P_e = |\langle e | \psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos(\Omega t)) \quad (1.30)$$

$P_e(t)$ oscille au cours du temps à la pulsation Ω : c'est le phénomène de l'oscillation de Rabi classique. Cette oscillation est d'autant plus rapide que le couplage est fort entre l'atome et le champ électrique. On peut souligner quelques temps caractéristiques remarquables (voir figure 1.3)

- A $\Omega t = \pi/2$ on a préparé une superposition cohérente à poids égaux des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ (impulsion $\pi/2$)

$$|\psi(t = \pi/2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle - i |g\rangle) \quad (1.31)$$

- A $\Omega t = \pi$ (impulsion π) l'atome a émis avec certitude un quantum d'énergie (phénomène d'émission stimulée).

- A $\Omega t = 2\pi$ l'état atomique est égal à l'état initial, modulo une phase de π .

L'équation 1.28 montre que l'oscillation de Rabi est un simple battement quantique entre les états $|+\rangle$ et $|-\rangle$. Ce lien entre l'oscillation de Rabi et la complémentarité sera développé dans la section 1.4.3.

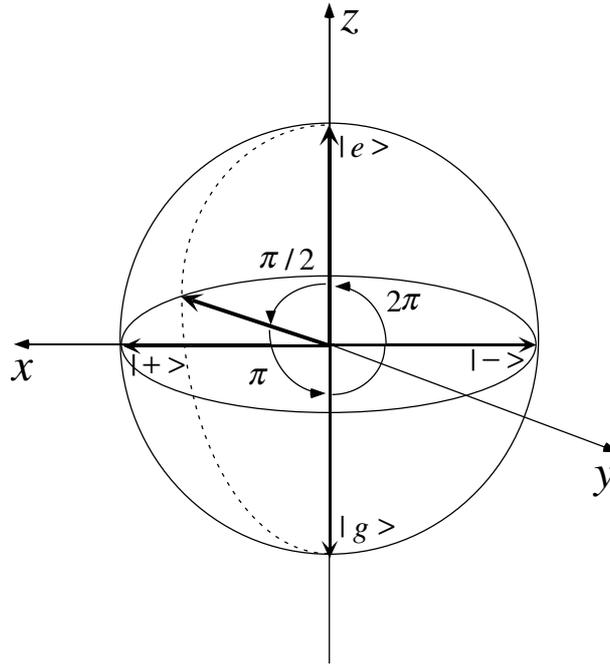


FIG. 1.3: Oscillation de Rabi classique résonnante obtenue pour $\delta = 0$. Le vecteur champ effectif est parallèle à l'axe x , l'oscillation a lieu à la pulsation Ω . Sont mentionnés sur la figure et commentés dans le texte les temps caractéristiques de l'oscillation de Rabi : impulsion $\pi/2$, π et 2π .

1.2 Interaction avec un champ quantique

1.2.1 Etats et observables

Nous allons dans un premier temps quantifier, de façon très simple, le champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité. L'évolution du champ électrique (classique) $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ est donnée par l'équation d'onde

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (1.32)$$

On suppose \mathbf{E} polarisé linéairement dans la direction ϵ . D'autre part, le confinement incite à chercher $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ sous la forme d'une onde stationnaire. Posons

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon f(\mathbf{r})g(t) \quad (1.33)$$

où $f(\mathbf{r})$ est une fonction que nous supposons ici réelle, vérifiant l'équation de Helmholtz

$$\Delta f + k^2 f = 0 \quad (1.34)$$

et les conditions limite. $f(\mathbf{r})$ décrit la structure spatiale d'un mode propre de la cavité. Elle est définie à un facteur près : on la choisit telle que son maximum sur le volume de la cavité soit égal à 1. On pose alors

$$V_{mode} = \int_{cav} f^2(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \quad (1.35)$$

C'est le volume du mode qui caractérise le confinement du champ. La résolution de l'équation 1.32 donne, sachant que \mathbf{E} est réel

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon \mathcal{E}_0 f(\mathbf{r})(\alpha e^{-i\omega t} + \alpha^* e^{i\omega t}) \quad (1.36)$$

avec

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{mode}}} \quad (1.37)$$

où \mathcal{E}_0 est le *champ par photon*. L'énergie \mathcal{H} du champ électromagnétique dans ce mode s'écrit

$$\mathcal{H} = \int_{cav} \frac{\epsilon_0 \overline{\mathbf{E}^2}}{2} + \frac{\overline{\mathbf{B}^2}}{2\mu_0} \quad (1.38)$$

soit puisque nous considérons une onde stationnaire

$$\mathcal{H} = \int_{cav} \epsilon_0 \overline{\mathbf{E}^2} \quad (1.39)$$

désigne une moyenne temporelle sur un temps grand devant la période de l'onde. Il vient

$$\mathcal{H} = 2\epsilon_0 V_{mode} \mathcal{E}_0^2 |\alpha|^2 \quad (1.40)$$

soit

$$\mathcal{H} = \hbar\omega |\alpha|^2 \quad (1.41)$$

α est donc un nombre sans dimension caractérisant l'énergie contenue dans le mode. Les équations 1.36 et 1.41 décrivent l'amplitude et l'énergie d'un oscillateur harmonique de variables normales $\{\alpha e^{-i\omega t}; \alpha^* e^{i\omega t}\}$: la quantification du champ électromagnétique dans la cavité est donc analogue à la quantification de l'oscillateur harmonique. Le champ électrique et l'énergie deviennent respectivement l'observable champ électrique $\hat{\mathbf{E}}$ et le Hamiltonien \hat{H} du mode. Dans la représentation de Schrödinger ceux-ci ont pour expression

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0 \mathbf{f}(\mathbf{r})(a + a^\dagger) \quad (1.42)$$

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \quad (1.43)$$

où a et a^\dagger sont les opérateurs annihilation et création d'un photon dans le mode. Une base de l'espace des états du champ est donnée par les états propres de l'opérateur nombre $\hat{N} = a^\dagger a$ notés $|n\rangle$ et appelés états nombre.

On peut définir des observables conjuguées dans ce contexte. On rappelle que l'on définit pour l'oscillateur harmonique des observables conjuguées réduites proportionnelles respectivement à l'observable position et à l'observable quantité de mouvement

$$\hat{q} = \frac{a + a^\dagger}{2} \quad (1.44)$$

$$\hat{p} = \frac{a - a^\dagger}{2i} \quad (1.45)$$

On a

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i \quad (1.46)$$

L'équation 1.46 implique que le produit des dispersions lors des mesures de \hat{q} et \hat{p} sur un état quelconque ne peut être inférieur à $1/4$. Dans notre cas \hat{q} et \hat{p} sont appelées les *quadratures* du champ électrique; leur sens physique, ainsi que le sens à attribuer à leur non-commutation, sera étudié dans la section 1.3.

1.2.2 Interaction dipolaire électrique

Hamiltonien de Jaynes-Cummings

On peut maintenant étudier l'interaction entre l'atome à deux niveaux et le champ quantifié. Le Hamiltonien dipolaire électrique (voir équation 1.4) devient après quantification du champ

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (1.47)$$

Posons alors

$$\hbar\Omega_0 = -2 \mathcal{E}_0 \mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}) \quad (1.48)$$

Ω_0 est appelée fréquence de Rabi du vide et caractérise l'intensité du couplage entre l'atome et le mode. Il vient

$$\hat{V} = \frac{\hbar\Omega_0}{2} (|e\rangle \langle g| + |g\rangle \langle e|)(a + a^\dagger) \quad (1.49)$$

Le Hamiltonien global du système atome-champ s'écrit

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) + \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (a^\dagger |g\rangle \langle e| + a |e\rangle \langle g|) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (a |g\rangle \langle e| + a^\dagger |e\rangle \langle g|) \quad (1.50)$$

On se place en représentation d'interaction par rapport au Hamiltonien \hat{H}_0 d'expression

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) + \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.51)$$

Dans cette représentation, le ket d'état du système noté $|\psi_I\rangle$ évolue sous l'action du Hamiltonien transformé \hat{V}_I avec

$$\hat{V}_I = \frac{\hbar\delta}{2} + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (a^\dagger |g\rangle \langle e| + a |e\rangle \langle g|) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (e^{2i\omega t} a^\dagger |e\rangle \langle g| + e^{-2i\omega t} a |g\rangle \langle e|) \quad (1.52)$$

où $\delta = \omega_0 - \omega$. Comme précédemment, l'approximation de l'onde tournante consiste à éliminer le terme oscillant rapidement dans le temps; \hat{V}_I devient alors

$$\hat{V}_I = \frac{\hbar\delta}{2} + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (a^\dagger |g\rangle \langle e| + a |e\rangle \langle g|) \quad (1.53)$$

Il est à noter que ce Hamiltonien en représentation d'interaction dérive du Hamiltonien en représentation de Schrödinger d'expression

$$\hat{H}_{JC} = \frac{\hbar\omega_0}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) + \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (a^\dagger |g\rangle \langle e| + a |e\rangle \langle g|), \quad (1.54)$$

connu sous le nom de Hamiltonien de Jaynes et Cummings [58].

Etats habillés

Nous allons maintenant étudier en représentation d'interaction par rapport à \hat{H}_0 les états stationnaires de 1.53. Le terme $a^+ |g\rangle \langle e|$ représente l'émission d'un photon dans le mode et la désexcitation de l'atome, le terme hermitique conjugué représentant l'excitation de l'atome avec absorption d'un photon. On voit que l'effet de \hat{V}_I est de coupler deux par deux les états $\{|e, n\rangle; |g, n+1\rangle\}$ (on appellera l'espace engendré par ces deux états la *multiplicité* \mathcal{H}_n), l'état $|g, 0\rangle$ étant stationnaire. On peut donc diagonaliser \hat{V}_I à l'intérieur de chaque multiplicité. L'expression de la matrice représentant \hat{V}_I dans la base $\{|e, n\rangle; |g, n+1\rangle\}$ est

$$V_I = \frac{\hbar\delta}{2}\sigma_z + \frac{\hbar\Omega_n}{2}(\sigma^- + \sigma^+) \quad (1.55)$$

où

$$\Omega_n = \Omega_0\sqrt{n+1} \quad (1.56)$$

Le système étudié est un système à deux niveaux parfaitement analogue à un spin 1/2, ce qui permet d'utiliser les résultats obtenus sur la sphère de Bloch. Conformément à ce qui a été vu dans la section 1.1, les états propres du Hamiltonien s'écrivent

$$\begin{aligned} |+_n^{(hab)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(\theta_n/2)|e, n\rangle + \sin(\theta_n/2)|g, n+1\rangle) \\ |-_n^{(hab)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sin(\theta_n/2)|e, n\rangle + \cos(\theta_n/2)|g, n+1\rangle) \end{aligned} \quad (1.57)$$

avec

$$\tan(\theta_n) = \frac{\sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2}}{\delta} \quad (1.58)$$

$|+_n\rangle$ et $|-_n\rangle$ sont appelés *états habillés* du système atome-champ. Les énergies associées s'écrivent

$$\begin{aligned} E_{+,n}^{(hab)} &= \frac{\hbar}{2}\sqrt{\delta^2 + \Omega_n^2} \\ E_{-,n}^{(hab)} &= -\frac{\hbar}{2}\sqrt{\delta^2 + \Omega_n^2} \end{aligned} \quad (1.59)$$

Oscillation de Rabi quantique

δ permet de définir deux grands types de couplage : dispersif et résonnant. Le couplage résonnant correspond à $\delta = 0$. Les états habillés définis équation (1.57) prennent la forme très simple

$$\begin{aligned} |+_n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) \\ |-_n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle - |g, n+1\rangle) \end{aligned} \quad (1.60)$$

Les énergies associées respectivement à chaque état valent

$$\begin{aligned} E_{+,n} &= \frac{\hbar\Omega_n}{2} \\ E_{-,n} &= -\frac{\hbar\Omega_n}{2} \end{aligned} \quad (1.61)$$

Si le système atome-champ a initialement été préparé dans l'état $|e, n\rangle$, la probabilité de détecter l'atome dans l'état excité en fonction du temps d'interaction avec le champ est, conformément à l'équation 1.30

$$P_{e,n}(t) = \frac{1}{2} (1 - \cos(\Omega_n t)) \quad (1.62)$$

L'atome et le mode échangent réversiblement un quantum d'énergie à la fréquence Ω_n : c'est le phénomène général d'*oscillation de Rabi quantique*, qui affecte toute paire de niveaux couplés dégénérés en énergie. Dans le cas particulier où $n = 0$ (interaction d'un atome dans l'état excité avec le vide), la séquence d'émissions spontanées et d'absorptions se produit à la fréquence Ω_0 , d'où sa dénomination de *fréquence de Rabi du vide*. Les dénominations d'impulsions $\pi/2$, π et 2π introduites en section 1.1 restent valables. On constate qu'au cours de l'interaction se forme un état intriqué du système atome-champ. Cette intrication est maximale dans le cas de l'impulsion $\pi/2$, en effet

$$|\psi(t = \pi/2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle - i|g, n+1\rangle) \quad (1.63)$$

ce qui est l'expression d'un état de Bell pour le système bipartite constitué de l'atome à deux niveaux et du champ dont l'espace des états est restreint à $\{|n\rangle; |n+1\rangle\}$.

Couplage dispersif

Le couplage dispersif est défini par

$$\delta \gg \Omega_n \quad (1.64)$$

Le vecteur champ effectif est alors quasi-aligné avec l'axe z . Les énergies des états habillés données équation 1.59 peuvent être développées en série de Ω_n^2/δ^2 , soit en s'arrêtant au premier ordre en ce paramètre

$$\begin{aligned} E_{+,n}^{(disp)} &= \frac{\hbar\delta}{2} + \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} \\ E_{-,n}^{(disp)} &= -\frac{\hbar\delta}{2} - \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} \end{aligned} \quad (1.65)$$

Le système initialement préparé dans l'état $|e, n\rangle$ (respectivement dans l'état $|g, n+1\rangle$) reste dans cet état et accumule une phase globale $-iE_{+,n}^{(disp)}t/\hbar$ (respectivement $-iE_{-,n}^{(disp)}t/\hbar$). Au cours de cette évolution aucun échange d'énergie n'a lieu entre l'atome et la cavité. Un état atomique ne s'intrique pas avec le champ et est simplement déphasé.

Il est d'usage de se placer dans la représentation d'interaction par rapport au Hamiltonien \hat{h}_0 , représenté dans la base $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ par

$$= \frac{\hbar\delta}{2} \sigma_z \quad (1.66)$$

Considérons alors l'état $|e, n\rangle$. En supposant l'équation 1.64 satisfaite, la phase accumulée lors de la traversée de la cavité vaut

$$\phi_{+,n} = -\frac{i(n+1)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega_0^2(t)}{4\delta} dt \quad (1.67)$$

On pose t_{int}^d le temps effectif d'interaction ¹ tel que

$$t_{int}^d = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2v^2 t^2 / w_0^2) dt \quad (1.68)$$

soit

$$t_{int}^d = \frac{\sqrt{\pi} w_0}{\sqrt{2} v} \quad (1.69)$$

et le déphasage par photon ϕ_0 tel que

$$\phi_0 = \frac{\Omega_0^2 t_{int}^d}{4\delta} \quad (1.70)$$

L'évolution du système atome-champ s'écrit alors, dans la base $\{|e, n\rangle, |g, n\rangle\}$

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\longrightarrow e^{-i(n+1)\phi_0} |e, n\rangle \\ |g, n\rangle &\longrightarrow e^{in\phi_0} |g, n\rangle \end{aligned} \quad (1.71)$$

Le couplage dispersif est utilisé dans l'interférométrie Ramsey intervenant dans la calibration d'un champ cohérent (voir section 3.2) ou dans la mesure de la fonction de Wigner (voir chapitre 5).

L'équation 1.64 qui définit les conditions du couplage dispersif dans le cas général peut être rendue moins stricte dans notre contexte. En effet comme on le verra chapitre 2 le mode de la cavité a une forme gaussienne. Un atome de vitesse v voit donc une fréquence de Rabi du vide dépendante du temps d'expression $\Omega_0(vt) = \Omega_0 \exp(-v^2 t^2 / w_0^2)$ où w_0 est le col du mode. Le couplage au mode peut être adiabatique, et le système atome-champ suivre une évolution dispersive. Des simulations numériques ont montré que la condition d'adiabaticité se réduisait à [40]

$$\delta \gg \Omega_0 \quad (1.72)$$

Par abus de langage, on pourra donc parler de couplage dispersif si l'équation 1.72 est satisfaite.

1.3 Interaction atome-champ cohérent

1.3.1 Propriétés d'un champ cohérent

Construction d'un état quasi-classique

Dans la perspective d'explorer la frontière classique-quantique il est intéressant d'utiliser des états $|\alpha\rangle$ du champ dont un paramètre réglable nous permettra de passer continûment du régime quantique au régime classique. Il est connu que les états dits quasi-classiques satisfont cette propriété. Pour les construire, une condition nécessaire habituellement admise [38] est que les valeurs moyennes de l'observable champ électrique et du Hamiltonien

¹Ce temps effectif sera également défini dans le cas du couplage résonnant au chapitre 3. Nous ne l'avons pas introduit dans ce chapitre théorique dans le but d'alléger les notations.

dans ces états correspondent aux valeurs classiques du champ et de l'énergie données par les équations 1.36 et 1.41. A l'instant $t = 0$ cette condition est

$$\begin{aligned}\langle \alpha | \hat{\mathbf{E}} | \alpha \rangle &= \mathcal{E}_0 \mathbf{f}(\mathbf{r})(\alpha + \alpha^*) \\ \langle \alpha | \hat{H} | \alpha \rangle &= \hbar\omega |\alpha|^2\end{aligned}\quad (1.73)$$

ce qui équivaut au jeu d'équations

$$\begin{aligned}\langle \alpha | a | \alpha \rangle &= \alpha \\ \langle \alpha | a^+ a | \alpha \rangle &= |\alpha|^2\end{aligned}\quad (1.74)$$

Posons alors l'opérateur $b = a - \alpha \hat{1}$, il vient

$$\langle \alpha | b^+ b | \alpha \rangle = 0 \quad (1.75)$$

La norme du ket $b|\alpha\rangle$ est nulle, ce qui signifie que $b|\alpha\rangle = 0$, soit $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$. Par construction, $|\alpha\rangle$ est état propre de l'opérateur annihilation avec la valeur propre α . Développons $|\alpha\rangle$ sur la base des états nombre, une simple récurrence montre que

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.76)$$

$|\alpha\rangle$ peut s'écrire sous la forme d'un opérateur unitaire $D(\alpha)$ agissant sur le vide. $D(\alpha)$ est appelé opérateur déplacement, son expression est

$$D(\alpha) = e^{\alpha a^+ - \alpha^* a} \quad (1.77)$$

L'expression 1.76 montre que l'évolution de l'état $|\alpha\rangle$ sous l'effet du Hamiltonien libre du champ induit

$$|\alpha\rangle \longrightarrow |\alpha(t)\rangle = e^{-i\omega t/2} |\alpha e^{-i\omega t}\rangle \quad (1.78)$$

Le nombre décrivant le champ quasi-classique tourne dans le plan complexe à la pulsation ω , ce qui était attendu d'après l'expression 1.36 du champ électrique classique. La distribution du nombre de photons dans un tel état est poissonnienne

$$P_n = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \quad (1.79)$$

et respecte les propriétés des statistiques poissonniennes :

$$\bar{n} = |\alpha|^2 \quad (1.80)$$

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}} \quad (1.81)$$

Quadratures du champ

Il est possible à ce stade de donner un sens physique aux observables \hat{q} et \hat{p} définies équation 1.44 et 1.45. En effet les valeurs moyennes de \hat{q} et \hat{p} dans l'état $|\alpha(t)\rangle$ sont

$$\begin{aligned}\langle \alpha(t) | \hat{q} | \alpha(t) \rangle &= \Re(\alpha e^{-i\omega t}) \\ \langle \alpha(t) | \hat{p} | \alpha(t) \rangle &= \Im(\alpha e^{-i\omega t})\end{aligned}\quad (1.82)$$

Ce jeu d'équations indique que \hat{q} et \hat{p} sont deux quadratures du champ électrique, définies de telle façon qu'à l'instant initial la phase du champ soit la phase de α dans le plan complexe. D'un point de vue géométrique, $\langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle$ et $\langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$ sont l'abscisse et l'ordonnée du point α . On convient de noter \hat{q} l'axe des réels et \hat{p} l'axe des imaginaires (voir figure 1.4). On peut définir d'autres observables \hat{q}_θ et \hat{p}_θ telles que

$$\begin{aligned}\hat{q}_\theta &= \frac{1}{2}(e^{i\theta}a + e^{-i\theta}a^\dagger) \\ \hat{p}_\theta &= \frac{1}{2i}(e^{i\theta}a - e^{-i\theta}a^\dagger)\end{aligned}\quad (1.83)$$

On a

$$\begin{aligned}\langle \alpha(t) | \hat{q}_\theta | \alpha(t) \rangle &= \Re(\alpha e^{-i(\omega t - \theta)}) \\ \langle \alpha(t) | \hat{p}_\theta | \alpha(t) \rangle &= \Im(\alpha e^{-i(\omega t - \theta)})\end{aligned}\quad (1.84)$$

De même, \hat{q}_θ et \hat{p}_θ sont deux quadratures du champ électrique, définies de telle façon qu'à l'instant initial la phase du champ soit $\phi - \theta$, où ϕ est la phase de α . Dans notre représentation \hat{q}_θ et \hat{p}_θ correspondent à un jeu d'axes tourné de θ par rapport au repère initial.

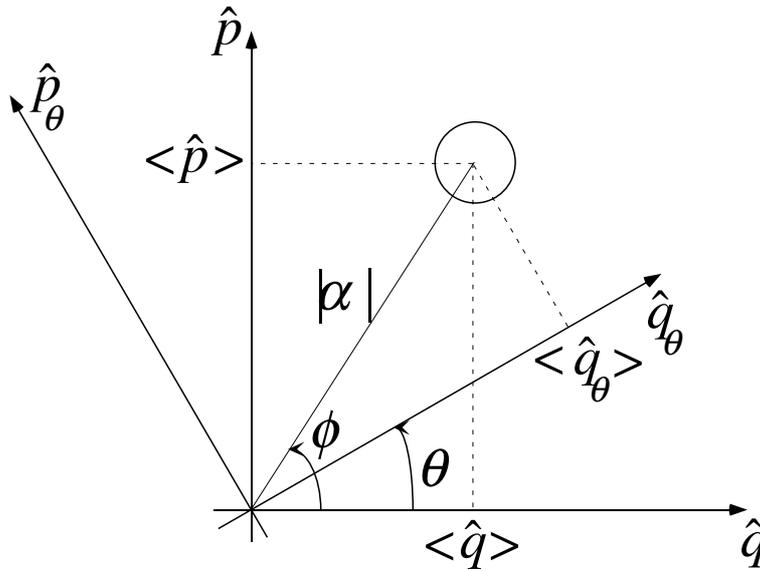


FIG. 1.4: Représentation géométrique des quadratures. Le champ est préparé dans l'état $|\alpha\rangle$ avec $\alpha = |\alpha|e^{i\phi}$. Les valeurs moyennes $\langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle$ et $\langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$ (respectivement $\langle \alpha | \hat{q}_\theta | \alpha \rangle$ et $\langle \alpha | \hat{p}_\theta | \alpha \rangle$) correspondent aux projections de α sur les axes notés \hat{q} et \hat{p} (respectivement \hat{q}_θ et \hat{p}_θ).

Dans le cas du champ quasi-classique les dispersions sur les mesures de \hat{q} et \hat{p} sont égales et minimales :

$$\Delta q = \Delta p = \frac{1}{2}\quad (1.85)$$

Cela est également valable pour tous les couples de quadratures \hat{q}_θ et \hat{p}_θ . On convient de représenter l'état cohérent dans le plan complexe par un disque d'incertitude de rayon $1/2$. L'incertitude sur la mesure des quadratures induit une incertitude sur l'amplitude et la phase du champ cohérent. Appelons $\delta\phi$ la largeur typique de la distribution de phase

obtenue. D'après la figure 1.5 on peut poser

$$\delta\phi = \frac{\Delta p_\phi}{|\alpha|} = \frac{1}{2\sqrt{n}} \quad (1.86)$$

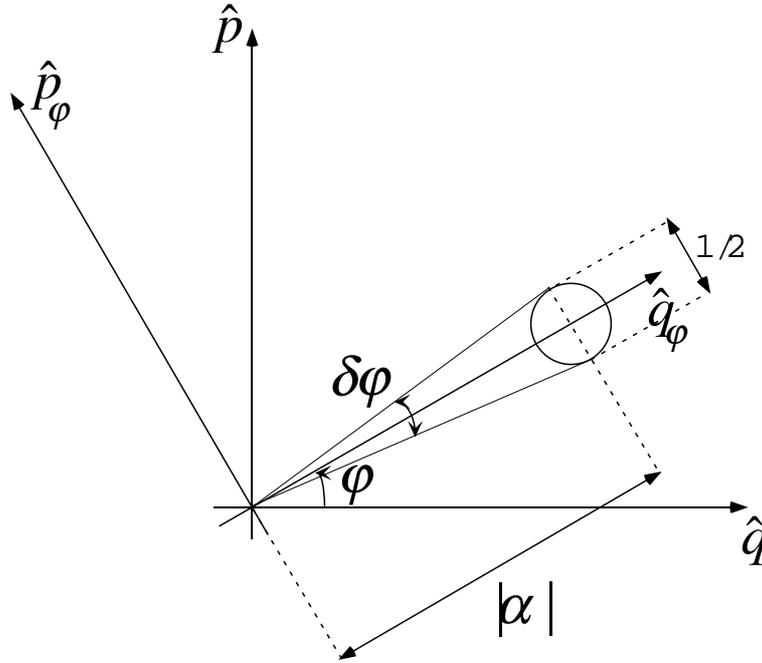


FIG. 1.5: Evaluation de l'incertitude sur la distribution de phase $\delta\phi$.

Limite classique

Deux conditions sont nécessaires pour retrouver le champ classique défini à la section 1.1. D'une part

$$|\alpha| \longrightarrow \infty \quad (1.87)$$

Les dispersions relatives sur les mesures de toutes les observables tendent alors vers 0. Du point de vue géométrique le champ électrique est représenté par un point dans le plan complexe, qui est maintenant assimilable au plan de Fresnel. D'autre part le module du champ électrique doit garder une valeur finie $|\mathbf{E}_0(\mathbf{r})|$

$$2|\alpha|\mathcal{E}_0|\mathbf{f}(\mathbf{r})| \longrightarrow |\mathbf{E}_0(\mathbf{r})| \quad (1.88)$$

ce qui implique pour le champ par photon

$$\mathcal{E}_0 \longrightarrow 0 \quad (1.89)$$

On rappelle

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{mode}}} \quad (1.90)$$

Cette condition est atteinte pour $V_{mode} \longrightarrow \infty$, ce qui revient à considérer une onde stationnaire dans une cavité dont la taille tend vers l'infini.

1.3.2 Oscillation de Rabi dans un champ cohérent mésoscopique

On se place dans le cas où $\delta = 0$. Considérons la situation où l'état initial du système atome-champ est $|e, \alpha\rangle$. L'atome interagit avec une superposition d'états de Fock dont la distribution de probabilité P_n est donnée par l'équation 1.79. Le signal $P_e(t)$ est une somme de sinusoides de fréquences respectives Ω_n pondérées par P_n :

$$P_e(t) = \frac{1}{2} \sum_n P_n (1 - \cos(\Omega_n t)) \quad (1.91)$$

La figure 1.6 est un calcul numérique de $P_e(t)$ dans un champ de 20 photons.

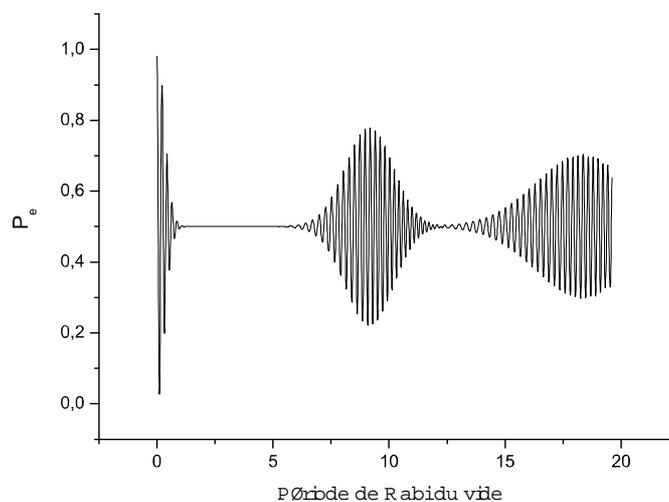


FIG. 1.6: Simulation numérique de $P_e(t)$ en fonction de T_0 , période de Rabi du vide. Le signal est calculé pour un atome interagissant de façon résonnante avec un champ cohérent de 20 photons. L'oscillation de Rabi présente des effondrements et des résurgences.

Comme on peut le voir figure 1.7 l'oscillation s'effondre au bout d'une période de Rabi du vide du fait de la dispersion des fréquences Ω_n . La période de Rabi du vide sera par la suite notée T_0 . On peut obtenir un ordre de grandeur du temps d'effondrement T_{eff} en écrivant qu'au bout de ce délai l'oscillation de Rabi la plus rapide est en avance de π sur l'oscillation la plus lente. Pour un nombre moyen de photons suffisamment grand (champ mésoscopique), la fréquence de l'oscillation de Rabi $\Omega_n = \Omega_0 \sqrt{n+1}$ pour un champ dans l'état $|n\rangle$ est bien approchée par l'expression suivante :

$$\Omega_n \simeq \Omega_{\bar{n}} + \Omega_0 \frac{n - \bar{n}}{2\sqrt{\bar{n}}} \quad (1.92)$$

où on a fait l'approximation, le champ étant mésoscopique, $\bar{n} \sim \bar{n} + 1$. Le temps d'effondrement est défini de la façon suivante

$$(\Omega_{\bar{n}+\Delta n/2} - \Omega_{\bar{n}-\Delta n/2})T_{\text{eff}} \simeq \pi \quad (1.93)$$

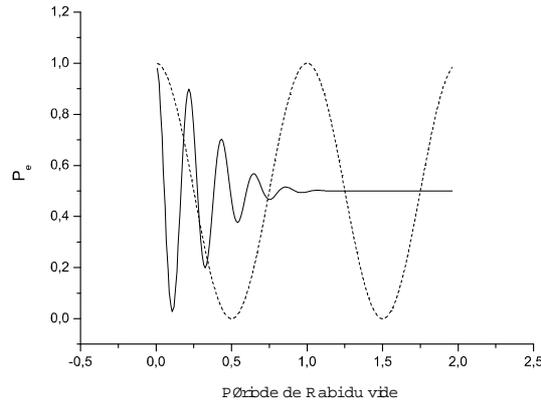


FIG. 1.7: Même signal aux temps courts. L'oscillation s'effondre au bout d'une période de Rabi du vide.

Il vient

$$\Omega_0 \frac{\Delta n}{2\sqrt{\bar{n}}} T_{\text{eff}} \simeq \pi \quad (1.94)$$

La dispersion des fréquences étant de l'ordre de $\sqrt{\bar{n}}$, on a

$$T_{\text{eff}} \simeq \frac{2\pi}{\Omega_0} = T_0 \quad (1.95)$$

Remarquons que T_{eff} est indépendant du nombre de photons moyen contenu dans le champ cohérent. On trouvera section 1.4.3 une interprétation géométrique de cet effet.

Un tel effondrement pourrait être obtenu avec une dispersion continue des fréquences de Rabi. Il reflète simplement la propriété bien connue en optique que la durée du train d'onde émis par une source est l'inverse de la largeur spectrale de cette source : l'équivalent optique de l'effondrement de l'oscillation de Rabi pourrait ainsi être l'effet dit de « blanc d'ordre supérieur ». En revanche les résurgences de l'oscillation sont une signature de la quantification du champ électromagnétique [43], le signal renaissant lors de la remise en phase des différentes oscillations de Rabi. D'après l'expression 1.92 deux fréquences successives diffèrent de

$$\delta\Omega = \frac{\Omega_0}{2\sqrt{\bar{n}}} \quad (1.96)$$

La remise en phase de deux signaux ayant deux fréquences de Rabi successives s'effectue à T_R avec

$$\delta\Omega T_R = 2\pi \quad (1.97)$$

soit

$$T_R = 2T_0\sqrt{\bar{n}} \quad (1.98)$$

On peut se demander si la limite classique définie par les équations 1.87 et 1.88 permet de retrouver l'oscillation de Rabi classique étudiée dans la section 1.1. L'équation 1.91 montre que le spectre de l'oscillation de Rabi se compose des fréquences $\Omega_0\sqrt{n+1}$ avec

des poids P_n où P_n est la distribution poissonnienne donnée par l'équation 1.79. Si $\bar{n} \rightarrow \infty$ cette distribution devient une gaussienne très piquée autour de \bar{n} : à la limite classique, le signal $P_e(t)$ oscille donc à la fréquence $\Omega_0\sqrt{\bar{n}}$, qui d'après la condition 1.88 tend vers Ω , fréquence de Rabi classique. D'un point de vue temporel $\Omega_0 \rightarrow 0$ donc $T_{\text{eff}} = T_0 \rightarrow \infty$: le signal a un support temporel infini. On retrouve bien l'oscillation de Rabi classique.

1.4 Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique

On a étudié dans les deux premières sections l'interaction d'un atome à deux niveaux avec un champ classique, puis quantique. Dans la troisième section on a construit les états quasi-classiques (on parlera également d'états cohérents) du champ électromagnétique. Ces états sont définis par un paramètre complexe α dont la variation du module permet de passer continûment du régime quantique au régime classique. L'oscillation de Rabi dans un champ cohérent tend vers l'oscillation de Rabi classique si le champ lui-même devient classique au sens des conditions 1.87 et 1.88. L'ensemble de résultats forme donc un corpus cohérent.

On a vu qu'au cours de leur interaction un atome et un état nombre devenaient intriqués, alors qu'un champ classique tel que celui décrit dans la section 1.1 reste insensible à l'interaction avec l'atome. Comme on l'a vu en introduction, le degré d'intrication atome-champ semble un bon critère pour étudier le comportement du champ à la frontière classique-quantique : nous allons dans cette section étudier comment évolue cette quantité en fonction de \bar{n} .

1.4.1 Evolution du système atome-champ

Oscillation de Rabi dans un champ mésoscopique

Soulignons ici que des calculs détaillés pourront être trouvés dans les références [51, 52, 29, 63].

Pour caractériser l'intrication entre l'atome et le champ au cours de l'oscillation de Rabi il est utile d'écrire l'évolution du système atome-champ cohérent dans le cas où celui-ci est mésoscopique (on définira ce terme plus quantitativement section 1.4.2, nous contentant ici de supposer $\bar{n} \gg 1$). Considérons l'état initial $|e, \alpha\rangle$ où $|\alpha\rangle$ est un état quasi-classique défini équation 1.76. On pose les coefficients C_n tels que

$$|\alpha\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \quad (1.99)$$

On suppose α réel, ce qui ne restreint pas la portée de l'étude qui suit. On se place en représentation d'interaction. Le Hamiltonien du système atome-champ est donné par 1.53 avec $\delta = 0$. On a

$$|e, \alpha\rangle = \sum_n C_n |e, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n C_n (|+n\rangle + |-n\rangle) \quad (1.100)$$

où $|+n\rangle$ et $|-n\rangle$ sont définis équations 1.60.

L'état évolue donc ainsi

$$|e, \alpha\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_n C_n e^{-i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |+n\rangle + \sum_n C_n e^{i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |-n\rangle \right) \quad (1.101)$$

Posons $|\psi_a(t)\rangle$ et $|\psi_b(t)\rangle$ tels que

$$|\psi_a(t)\rangle = \sum_n C_n e^{-i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |+n\rangle \quad (1.102)$$

$$|\psi_b(t)\rangle = \sum_n C_n e^{i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |-n\rangle \quad (1.103)$$

On a

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n C_n e^{-i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} (|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) \quad (1.104)$$

soit

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_n C_n e^{-i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |e, n\rangle + \sum_{n \geq 1} C_{n-1} e^{-i\Omega_0 \sqrt{n}/2} |g, n\rangle \right) \quad (1.105)$$

Le champ étant mésoscopique, $C_n \sim C_{n-1}$ et on peut remplacer C_{n-1} par C_n dans l'équation 1.105 :

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n C_n \left(e^{-i\Omega_0 \sqrt{n+1}/2} |e, n\rangle + e^{-i\Omega_0 \sqrt{n}/2} |g, n\rangle \right) \quad (1.106)$$

L'équation 1.106 contient une contribution additionnelle par rapport à l'équation 1.105 : celle de $C_0 |g, 0\rangle$. Comme le champ est mésoscopique $C_0 \approx 0$: on néglige de retrancher cette contribution. La prise en compte du terme de droite de l'équation 1.101 annule d'ailleurs exactement ce terme. En revanche le fait que le champ soit granulaire ($n \neq n+1$) ne peut être négligé dans l'argument des exponentielles. On fait l'approximation

$$\sqrt{n+1} \simeq \sqrt{n} + \frac{1}{2\sqrt{n}} \quad (1.107)$$

$|\psi_a(t)\rangle$ peut alors être récrit de la façon suivante

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_n C_n e^{-i\frac{\Omega_0 \sqrt{n} t}{2}} |n\rangle \right) \left(e^{-i\frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{n}}} |e\rangle + |g\rangle \right) \quad (1.108)$$

Le champ étant mésoscopique on peut faire le développement limité suivant

$$\sqrt{n} \simeq \sqrt{\bar{n}} + \frac{n - \bar{n}}{2\sqrt{\bar{n}}} - \frac{(n - \bar{n})^2}{8\bar{n}^{3/2}} + o((n - \bar{n})^3) \quad (1.109)$$

En négligeant le terme du second ordre, il vient finalement

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t}{4}} \sum_n \left(C_n e^{-i\frac{\Omega_0 nt}{4\sqrt{\bar{n}}}} |n\rangle \right) \left(e^{-i\frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{\bar{n}}}} |e\rangle + |g\rangle \right) \quad (1.110)$$

Posons

$$\phi(t) = \frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{\bar{n}}} \quad (1.111)$$

On reconnaît l'expression du champ cohérent $|\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle$. L'état $|\psi_a(t)\rangle$ au bout du temps t s'écrit finalement

$$|\psi_a(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle (e^{-i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) \quad (1.112)$$

On peut mener la même étude sur le terme de droite $|\psi_b(t)\rangle$ de l'équation 1.101. On a

$$|\psi_b(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{i\phi(t)}\rangle (e^{i\phi(t)} |e\rangle - |g\rangle) \quad (1.113)$$

On a finalement l'évolution suivante

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle (e^{-i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) + e^{i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{i\phi(t)}\rangle (e^{i\phi(t)} |e\rangle - |g\rangle) \right) \quad (1.114)$$

Limite classique

Pour comprendre le sens physique de chaque terme, on peut étudier la limite classique de cette expression. On rappelle qu'elle consiste à effectuer

$$\begin{aligned} \sqrt{\bar{n}} &\longrightarrow \infty \\ \Omega_0 &\longrightarrow 0 \\ \Omega_0\sqrt{\bar{n}} &\longrightarrow \Omega \end{aligned} \quad (1.115)$$

On fera l'étude à t fixé, et on exprimera les différentes quantités en fonction de \bar{n} et de Ω . On a

$$\begin{aligned} \phi &\longrightarrow 0 \\ \bar{n}\phi &= \frac{\Omega_0\sqrt{\bar{n}}t}{4} \longrightarrow \frac{\Omega t}{4} \end{aligned} \quad (1.116)$$

Les limites des états atomiques s'écrivent

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) &\longrightarrow |+\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\phi(t)} |e\rangle - |g\rangle) &\longrightarrow |-\rangle \end{aligned} \quad (1.117)$$

où $|+\rangle$ et $|-\rangle$ sont les états stationnaires du Hamiltonien classique (voir équation 1.22).

Etudions à présent la limite de $|\alpha e^{-i\phi}\rangle$. La phase *classique* de ce champ cohérent tend vers 0, donc $|\alpha e^{-i\phi}\rangle$ tend vers $|\alpha\rangle$ à une phase globale près. Pour connaître cette phase globale quantique on peut calculer $\langle\alpha|\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle$. On a de façon générale

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{|\beta|^2}{2}\right) \exp(-\alpha^*\beta) \quad (1.118)$$

d'où

$$\langle\alpha|\alpha e^{-i\phi}\rangle = \exp(-|\alpha|^2) \exp(-|\alpha|^2 e^{-i\phi}) \quad (1.119)$$

Il vient, sachant que $\phi \ll 1$,

$$\langle\alpha|\alpha e^{-i\phi}\rangle \sim \exp\left(-\frac{\bar{n}\phi^2}{2}\right) \exp(-i\bar{n}\phi) \quad (1.120)$$

On a $\bar{n}\phi^2/2 \sim \Omega^2 t^2/8\bar{n} \ll 1$, d'où

$$\langle\alpha|\alpha e^{-i\phi}\rangle \longrightarrow \exp\left(-i\frac{\Omega t}{4}\right) \quad (1.121)$$

On a donc

$$|\alpha e^{-i\phi}\rangle \longrightarrow \exp\left(-i\frac{\Omega t}{4}\right) |\alpha\rangle \quad (1.122)$$

On montrerait de même que

$$|\alpha e^{i\phi}\rangle \longrightarrow \exp\left(i\frac{\Omega t}{4}\right) |\alpha\rangle \quad (1.123)$$

D'après 1.117, 1.122, et 1.123, l'équation 1.114 admet la limite classique suivante :

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\Omega t/2} |\alpha, +\rangle + e^{i\Omega t/2} |\alpha, -\rangle \right) \quad (1.124)$$

On peut alors factoriser l'état du champ, il vient

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\Omega t/2} |+\rangle + e^{i\Omega t/2} |-\rangle \right) |\alpha\rangle \quad (1.125)$$

qui est l'expression de l'oscillation de Rabi dans un champ classique. Soulignons que la limite classique définie par les équations 1.87 et 1.88 aboutit bien à un comportement classique du champ au sens de la complémentarité.

Génération d'états Chats de Schrödinger du champ électromagnétique

Les équations 1.122 et 1.123 invitent à poser $|\alpha_+(t)\rangle$ et $|\alpha_-(t)\rangle$ sous la forme

$$\begin{aligned} |\alpha_+(t)\rangle &= e^{i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle \\ |\alpha_-(t)\rangle &= e^{-i\bar{n}\phi(t)} |\alpha e^{i\phi(t)}\rangle \end{aligned} \quad (1.126)$$

tels qu'à la limite classique

$$\begin{aligned} |\alpha_+(t)\rangle &\longrightarrow |\alpha\rangle \\ |\alpha_-(t)\rangle &\longrightarrow |\alpha\rangle \end{aligned} \quad (1.127)$$

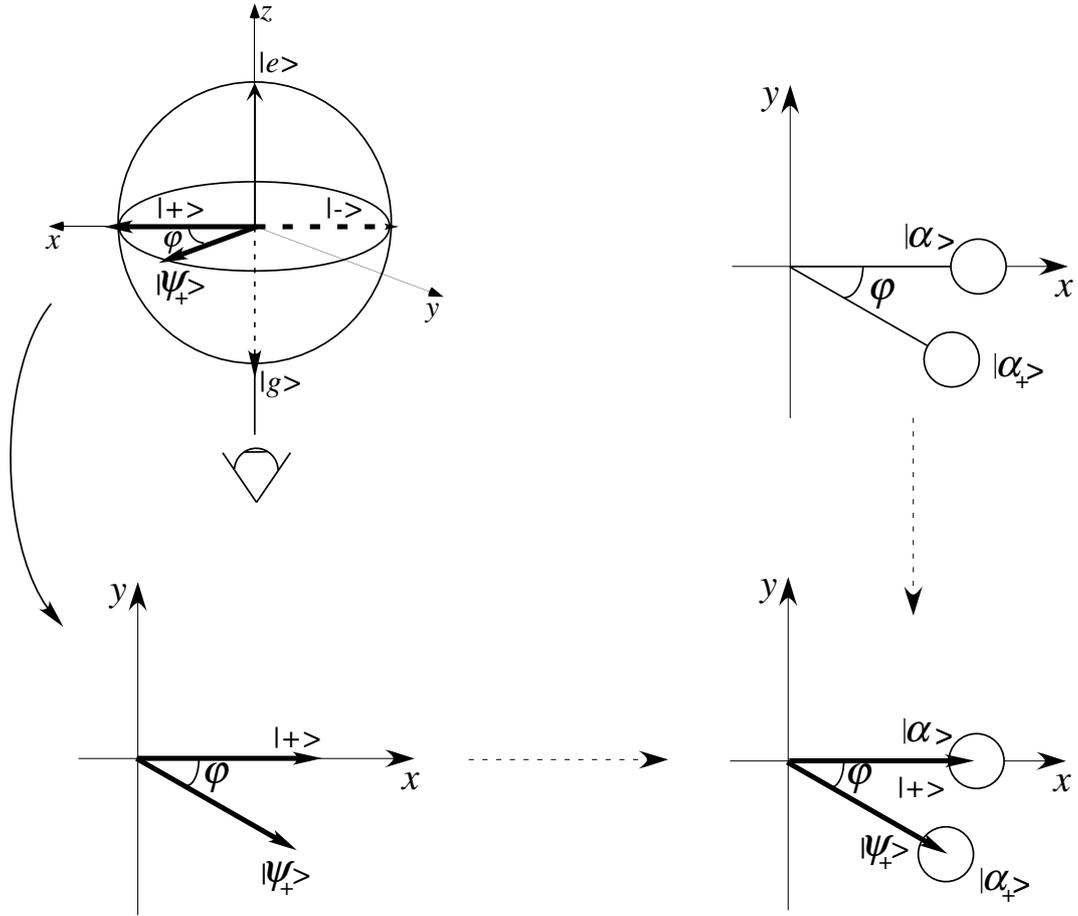


FIG. 1.8: Représentation géométrique du système global atome-champ cohérent dans un plan commun. Le dipôle atomique et le champ cohérent restent alignés au cours de l'évolution sans échanger d'énergie.

Corrélativement posons

$$\begin{aligned} |\psi_+(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\bar{n}\phi(t)} (e^{-i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) \\ |\psi_-(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\bar{n}\phi(t)} (e^{i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) \end{aligned} \quad (1.128)$$

qui admettent pour limite classique

$$\begin{aligned} |\psi_+(t)\rangle &\longrightarrow e^{-i\Omega t/2} |+\rangle \\ |\psi_-(t)\rangle &\longrightarrow e^{i\Omega t/2} |-\rangle \end{aligned} \quad (1.129)$$

L'équation 1.114 s'écrit dans ces notations

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_+(t), \psi_+(t)\rangle + |\alpha_-(t), \psi_-(t)\rangle) \quad (1.130)$$

La phase *quantique* de la superposition $|\psi_+(t)\rangle$ (respectivement $|\psi_-(t)\rangle$) est corrélée à la phase *classique* du champ $|\alpha_+(t)\rangle$ (respectivement $|\alpha_-(t)\rangle$). On voit qu'un système microscopique (l'atome à deux niveaux) laisse son empreinte sur un objet mésoscopique

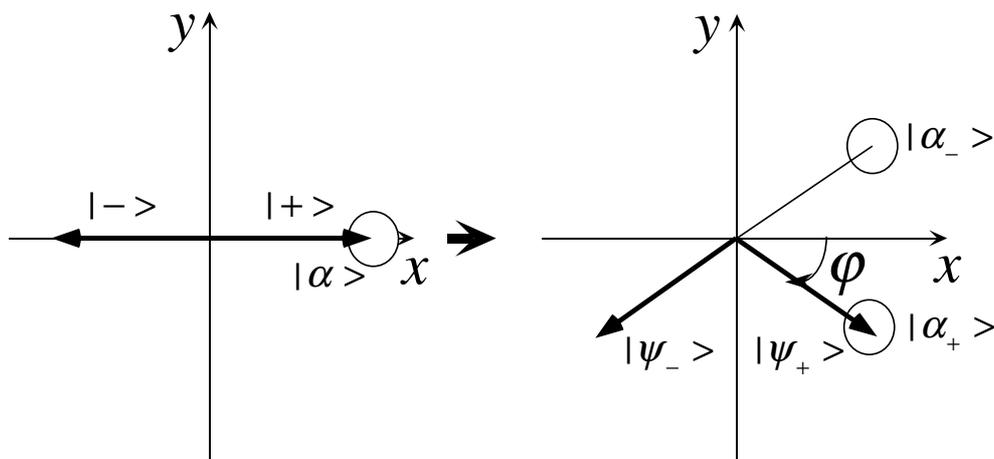


FIG. 1.9: Evolution du système atome-champ mésoscopique

(le champ cohérent) : on se trouve dans la situation proposée par Schrödinger par la métaphore du chat. Le système atome-champ évolue dans un état intriqué qui est un état chat de Schrödinger ; l'analyse du degré d'intrication sera faite section 1.4.3.

On peut donner une interprétation énergétique à cette corrélation : l'état $|\alpha_+(t), \psi_+(t)\rangle$ est clairement identifié : il devient dans la limite classique $e^{-i\Omega t/2} |\alpha, +\rangle$. $|+\rangle$ est l'état stationnaire du Hamiltonien classique représenté par un vecteur de Bloch aligné avec le vecteur champ effectif. Comme on l'a vu dans la section 1.1 cela correspond au cas où l'atome et le champ n'échangent pas d'énergie, l'atome ayant un dipôle oscillant en phase avec le champ électrique. On voit que si le champ devient mésoscopique, le dipôle atomique et le champ cohérent sont déphasés de la même quantité ϕ . Dans la sphère de Bloch, le dipôle atomique reste donc aligné avec le vecteur champ effectif : l'atome et le champ n'échangent toujours pas d'énergie, l'état du système atome-champ reste factorisé. L'interprétation est également valable en ce qui concerne l'évolution de $|\alpha, -\rangle$ en $|\alpha_-, \psi_-\rangle$, où le dipôle atomique et le vecteur champ effectif restent antiparallèles.

Il peut être utile de représenter géométriquement l'évolution du système global atome-champ. Les représentations de l'atome et du champ appartiennent a priori à des espaces disjoints. Cependant, les états atomiques $|\psi_+(t)\rangle$ et $|\psi_-(t)\rangle$ sont tels que les populations de $|e\rangle$ et $|g\rangle$ restent égales au cours du temps : les vecteurs qui les représentent évoluent donc dans le plan équatorial de la sphère de Bloch. D'autre part, on a vu que l'on peut représenter le champ cohérent $|\alpha\rangle$ par un disque d'incertitude dans le plan complexe. Convenons donc de représenter les deux systèmes dans un plan commun. Les axes x et y de ce plan sont d'une part assimilés aux axes x et y du plan équatorial de la sphère de Bloch, et d'autre part aux axes réel et imaginaire du plan complexe où évolue le champ cohérent. Soulignons qu'on a le choix de tracer une vue de dessus ou une vue de dessous du plan équatorial. On choisit ici la vue de dessous, de façon à ce que $|\psi_+(t)\rangle$ et $|\alpha_+(t)\rangle$ évoluent dans le même sens. La figure 1.8 illustre ce choix de représentation. Dans le cas où l'atome est initialement préparé dans l'état $|e\rangle$, l'évolution du système atome-champ est donnée par l'équation 1.130 et est représentée figure 1.9.

1.4.2 Limite de validité des approximations

Etude du temps d'interaction

Si on ne néglige pas le terme du second ordre dans l'expression 1.109 l'expression du champ $|\alpha_+(t)\rangle$ est modifiée de la façon suivante

$$|\alpha_+(t)\rangle \rightarrow e^{i\bar{n}\phi(t)} \sum_n C_n e^{-in\phi(t)} \exp\left(i \frac{\Omega_0 t (n - \bar{n})^2}{16\bar{n}^{3/2}}\right) |n\rangle \quad (1.131)$$

C'est l'expression d'un champ cohérent dont la phase s'étale par effet Kerr, le temps au bout duquel cette diffusion de phase devient visible est donné par

$$\frac{\Omega_0}{16\bar{n}} \sim 1$$

Le temps d'interaction doit donc respecter

$$\Omega_0 t \ll 16\bar{n}$$

Comme on le verra cette inégalité fut respectée lors des expériences réalisées.

Etude de \bar{n}

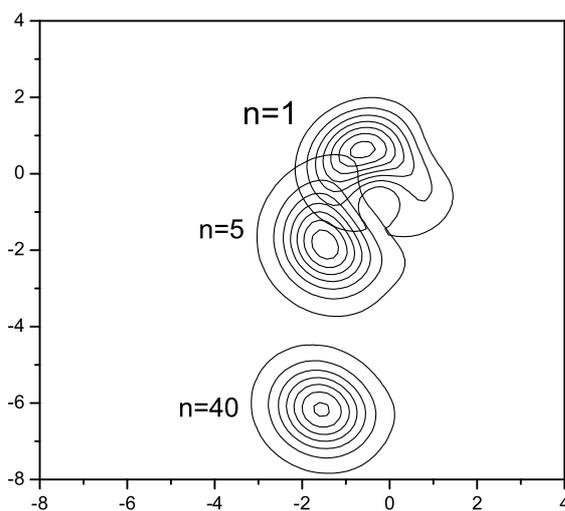


FIG. 1.10: Variation de Q en fonction du nombre de photons initialement injectés

L'étude théorique réalisée est valable pour des champs *mésoscopiques*. Le but de cette section est de quantifier le caractère mésoscopique du champ.

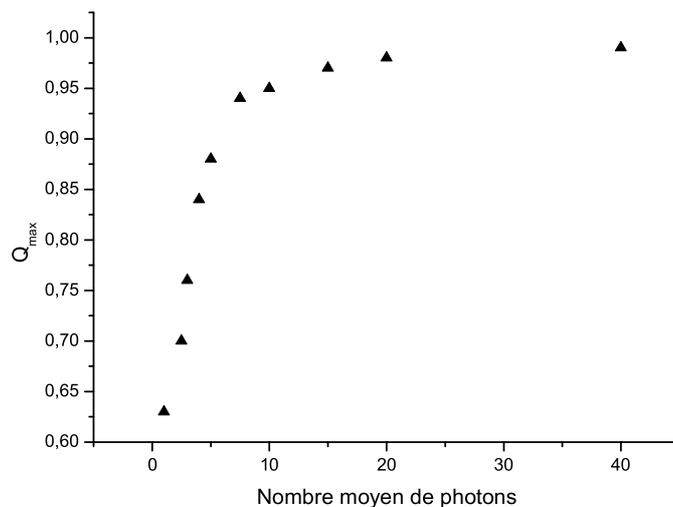


FIG. 1.11: Variation de πQ_{max} en fonction du nombre de photons initialement injectés

Supposons que \bar{n} soit trop petit pour que l'on puisse appliquer l'approximation $n \sim n+1$: l'évolution de l'état $|+, \alpha\rangle$ ne conduit alors pas à des expressions simples pour le champ. En conséquence l'état final du champ n'est plus un état cohérent. La fonction Q , qui prend ses valeurs dans l'espace des phases du champ, est particulièrement adaptée pour évaluer l'écart entre l'état final du champ et le champ cohérent de même énergie. C'est une distribution de quasi-probabilité contenant toute l'information sur le champ [92]. Elle est définie de la façon suivante :

$$Q(\alpha) = \frac{1}{\pi} \text{Tr}(\rho |\alpha\rangle \langle \alpha|) \quad (1.132)$$

où ρ est la matrice densité du champ. Elle mesure donc à un facteur π près le recouvrement du champ avec l'état cohérent $|\alpha\rangle$. L'équation 1.132 peut se récrire

$$Q(\alpha) = \frac{1}{\pi} \text{Tr}(D(\alpha) |0\rangle \langle 0| D^+(\alpha) \hat{\rho}) \quad (1.133)$$

soit

$$Q(\alpha) = \frac{1}{\pi} \text{Tr}(|0\rangle \langle 0| D^+(\alpha) \hat{\rho} D(\alpha)) \quad (1.134)$$

Q évaluée au point α représente donc simplement la probabilité de mesurer le champ l'état $|0\rangle$ (notée $P(0)$) après déplacement de celui-ci de $-\alpha$.

Si le champ est dans un état cohérent $|\beta\rangle$ la fonction Q associée s'écrit

$$Q_{|\beta\rangle}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \exp\left(-\frac{|\alpha - \beta|^2}{2}\right) \quad (1.135)$$

C'est une gaussienne centrée autour du point β , symétrique de révolution autour de ce point. Les lignes de niveaux d'une telle fonction sont donc des cercles. On voit représentées figure 1.10 les fonctions Q finales du champ après interaction avec l'atome pendant T_0 ,

pour des champs cohérents initiaux de différentes amplitudes. Moins le champ injecté contient de photons, plus il se déforme au cours de l'oscillation de Rabi.

Un critère pour quantifier le caractère cohérent du champ résultant est la valeur maximale de sa fonction πQ sur l'espace des phases, qui vaudra 1 si le champ est cohérent et sera inférieure sinon. On présente figure 1.11 l'évolution de ce maximum en fonction du nombre de photons injectés dans le champ cohérent initial. Le temps d'interaction est toujours T_0 . La courbe sature autour d'une valeur typique de 10 photons. Cela nous fournit une borne inférieure pour \bar{n} . Comme on le verra cette borne sera respectée dans les expériences présentées.

1.4.3 Oscillation de Rabi et complémentarité

Oscillation de Rabi et interférence à deux ondes, analogie

Comme on l'a souligné section 1.1 l'oscillation de Rabi classique peut être interprétée comme une interférence quantique entre deux chemins indiscernables : le signal d'oscillation de Rabi semble analogue au signal enregistré à la sortie d'un interféromètre de Mach-Zehnder vu en introduction. Il faut justifier cette analogie. On rappelle que dans l'interféromètre de Mach-Zehnder les états indiscernables sont les états notés $|a\rangle$ et $|b\rangle$, la phase ϕ entre les deux chemins est contrôlée par une lame déphasante, une première lame séparatrice permet de préparer la superposition d'états $|a\rangle$ et $|b\rangle$. L'ensemble constitué par la seconde lame séparatrice et le détecteur est équivalent à analyser l'état du photon dans la base $\{|c\rangle; |d\rangle\}$ avec

$$\begin{aligned} |c\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle) \\ |d\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-|a\rangle + |b\rangle) \end{aligned} \quad (1.136)$$

On détecte enfin le photon dans l'état $|c\rangle$.

Dans le cas de l'oscillation de Rabi l'état initial s'écrit

$$|e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \quad (1.137)$$

L'état initial est donc déjà une superposition à poids égaux des états $|+\rangle$ et $|-\rangle$, qui constituent les « chemins » indiscernables. Leur déphasage relatif est contrôlé par le temps d'interaction atome-champ. On analyse à la fin l'état de l'atome dans la base $\{|e\rangle; |g\rangle\}$ définie par

$$\begin{aligned} |e\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \\ |g\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-|+\rangle + |-\rangle) \end{aligned} \quad (1.138)$$

et on détecte l'atome dans l'état $|e\rangle$. L'analogie est donc totale entre l'interféromètre de Mach-Zehnder et l'oscillation de Rabi classique. L'oscillation de Rabi dans un champ cohérent constitue, comme on va le voir, l'analogie de l'interféromètre de Mach-Zehnder à lame séparatrice mobile.

Le champ vu comme un détecteur Which-Path

Etudions maintenant ce que devient le signal d'oscillation de Rabi si le champ devient mésoscopique. On rappelle que l'on a (équation 1.130)

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_+(t)\rangle |\psi_+(t)\rangle + |\alpha_-(t)\rangle |\psi_-(t)\rangle) \quad (1.139)$$

Lorsqu'on le détecte dans l'état $|e\rangle$, l'atome a pu suivre deux chemins : $|\psi_+(t)\rangle$ ou $|\psi_-(t)\rangle$, marqués par deux états distincts du champ : $|\alpha_+(t)\rangle$ ou $|\alpha_-(t)\rangle$. La probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ au cours du temps s'écrit

$$P_e(t) = \langle e | \hat{\rho}_{at} | e \rangle \quad (1.140)$$

où $\hat{\rho}_{at}$ est la matrice densité réduite de l'atome, obtenue en traçant la matrice densité globale $\hat{\rho}$ sur les états du champ. On a

$$\hat{\rho}_{at}(t) = \frac{1}{2} (|\psi_+(t)\rangle \langle \psi_+(t)| + |\psi_-(t)\rangle \langle \psi_-(t)| + |\psi_+(t)\rangle \langle \psi_-(t)| \langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle + h.c.) \quad (1.141)$$

où $h.c.$ désigne l'hermitique conjugué du terme immédiatement précédent. Il vient

$$\langle e | \hat{\rho}_{at}(t) | e \rangle = \frac{1}{2} (1 + \Re(e^{-4i\bar{n}\phi(t)} e^{-2i\phi(t)} \langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle)) \quad (1.142)$$

On peut négliger le terme en $e^{-2i\phi(t)}$ devant $e^{-4i\bar{n}\phi(t)}$. On rappelle d'autre part que $\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle$ est réel. Il vient

$$\langle e | \hat{\rho}_{at}(t) | e \rangle = \frac{1}{2} (1 + \langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle \cos(\Omega_0 \sqrt{\bar{n}} t)) \quad (1.143)$$

C'est une oscillation à la pulsation $\Omega_0 \sqrt{\bar{n}}$ dont le contraste $\mathcal{C}(t)$ vérifie

$$\mathcal{C}(t) = \langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle \quad (1.144)$$

ce qui est analogue au contraste des franges dans l'interféromètre de Mach-Zehnder à lame séparatrice mobile présenté en introduction. On pouvait s'attendre à ce résultat : le champ se comporte comme un détecteur du chemin suivi par l'atome ; le contraste de la figure d'interférence est donc réduit d'un facteur égal au recouvrement des deux états possibles du champ. D'après l'équation 1.118, le produit scalaire de $|\alpha_+(t)\rangle$ et $|\alpha_-(t)\rangle$ s'exprime simplement

$$\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle = e^{-\bar{n}(1-\cos(2\phi(t)))} \quad (1.145)$$

Plaçons nous à des temps de l'ordre de T_0 . Comme le champ est mésoscopique, on a $\phi(t) \ll 1$. Il vient

$$\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle \sim e^{-2\bar{n}\phi^2} \quad (1.146)$$

soit

$$\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle \sim \exp\left(-\frac{\Omega_0^2 t^2}{8}\right) \quad (1.147)$$

On peut finalement récrire l'équation 1.143 de la façon suivante

$$\langle e | \hat{\rho}_{at}(t) | e \rangle = \frac{1}{2} (1 + \exp(-\Omega_0^2 t^2 / 8) \cos(\Omega_0 \sqrt{\bar{n}} t)) \quad (1.148)$$

ce qui constitue une expression analytique conforme au signal représenté figure 1.7. Calculons à partir de cette expression le temps d'effondrement de l'oscillation T_{eff}

$$T_{\text{eff}} \sim 2\sqrt{2}/\Omega_0 \quad (1.149)$$

ce qui correspond bien à l'ordre de grandeur calculé équation 1.95.

Interprétation géométrique

On peut interpréter géométriquement cet effondrement, en effet

$$\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha_-(t) - \alpha_+(t)|^2}{2}\right) \quad (1.150)$$

$|\alpha_-(t) - \alpha_+(t)|$ est la distance entre les deux composantes du champ dans le plan complexe. L'effondrement se produit dès que les deux composantes du champ, c'est à dire les deux états possibles du détecteur Which-Path, sont séparées, ce qui correspond à une distance de l'ordre de 1. On comprend maintenant pourquoi le temps d'effondrement ne dépend pas du nombre de photons injectés : en effet (voir figure 1.12)

$$|\alpha_-(t) - \alpha_+(t)| \sim 2\sqrt{\bar{n}} \sin(\phi(t)) \quad (1.151)$$

soit

$$|\alpha_-(t) - \alpha_+(t)| \sim \frac{\Omega_0 t}{2} \quad (1.152)$$

Au bout de T_0 , l'information sur l'état de l'atome codée dans l'état du champ est totale et l'intrication atome-champ maximale : si le dispositif expérimental permet de sonder ces échelles de temps, le champ apparaît quantique.

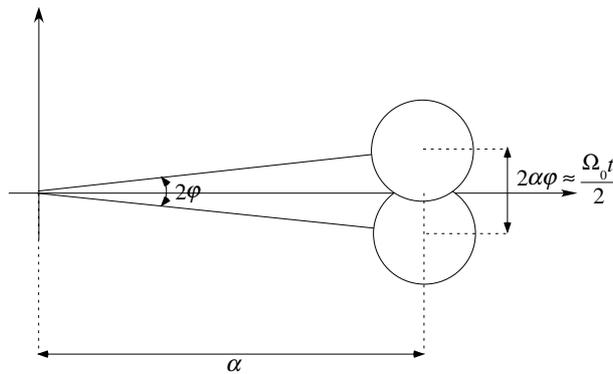


FIG. 1.12: L'effondrement de l'oscillation de Rabi advient dès que les composantes du champ sont séparées. Le temps de l'effondrement est indépendant du nombre moyen de photons dans le champ initial.

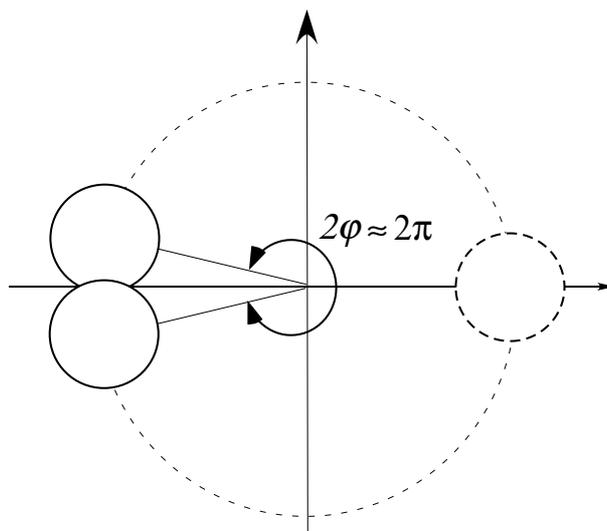


FIG. 1.13: Les résurgences de l'oscillation de Rabi sont dues à la recombinaison des composantes du champ.

Les résurgences de l'oscillation peuvent aussi être interprétées en terme de complémentarité, en effet elles se produisent à chaque recombinaison des composantes du champ (voir figure 1.13).

La première recombinaison a lieu à T_R tel que

$$\frac{\Omega_0 T_R}{4\sqrt{\bar{n}}} \sim \pi \quad (1.153)$$

soit

$$T_R \sim 2T_0\sqrt{\bar{n}} \quad (1.154)$$

ce qui confirme le calcul qualitatif de la section 1.3. On voit sur la figure 1.6 que le contraste de l'oscillation lors de sa résurgence n'atteint pas 1 mais 1/2 contrairement à ce que l'analyse en terme de complémentarité pourrait laisser supposer. Cela est dû au phénomène de diffusion de phase qui ne peut plus être négligé à cette échelle de temps.

Superpositions mésoscopiques d'états du champ : quelques propriétés

Un autre temps remarquable est le temps $T_{1/2} = T_R/2$. A cet instant en effet, l'état du système atome-champ a pour expression

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2} ((-i)^{\bar{n}}(-i|e\rangle + |g\rangle)|-i\alpha\rangle + i^{\bar{n}}(i|e\rangle - |g\rangle)|i\alpha\rangle) \quad (1.155)$$

soit

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2}(i|e\rangle - |g\rangle)(i^{\bar{n}}|i\alpha\rangle - (-i)^{\bar{n}}|-i\alpha\rangle) \quad (1.156)$$

A ce point l'état atomique est décorrélié de l'état du champ. Quel que soit l'état de l'atome, le champ se trouve dans une superposition de deux composantes mésoscopiques

de phases classiques distinctes. A une phase quantique globale près, cette superposition a pour expression

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|i\alpha\rangle - (-1)^n |-i\alpha\rangle) \quad (1.157)$$

La distribution P_n du nombre de photons dans un tel état vérifie

$$P_{2n} = 0 \quad (1.158)$$

C'est donc un état du champ de parité définie. C'est avec des états de ce type que nous proposons la violation d'une inégalité de Bell dans un montage à deux cavités, comme on le verra au chapitre 5. La préparation de tels états du champ requiert de faire interagir l'atome et le champ pendant des temps de l'ordre de $\sqrt{\bar{n}}T_0$. Or, comme nous le verrons, notre montage ne nous permet d'obtenir des temps d'interaction maximaux que de l'ordre de deux à trois périodes de Rabi.

En faisant interagir l'atome initialement préparé dans $|e\rangle$ et le champ pendant un temps t quelconque, puis en projetant l'atome sur $|e\rangle$ ou $|g\rangle$, on obtient également une superposition mésoscopique d'états du champ, dont la parité n'est pas définie. On rappelle que l'état du système atome-champ au bout d'un temps t s'écrit (équation 1.114)

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-i\bar{n}\phi} |\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle (e^{-i\phi(t)} |e\rangle + |g\rangle) + e^{i\bar{n}\phi} |\alpha e^{i\phi(t)}\rangle (e^{i\phi(t)} |e\rangle - |g\rangle)) \quad (1.159)$$

Détectons alors l'atome dans $|g\rangle$, l'état du champ devient

$$|\psi_{chp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-i\bar{n}\phi} |\alpha e^{-i\phi(t)}\rangle + e^{i\bar{n}\phi} |\alpha e^{i\phi(t)}\rangle) \quad (1.160)$$

qui est un état Chat de Schrödinger ². On a vu en introduction que l'on peut caractériser de tels états du champ par leur *distance*, qui est la distance dans le plan complexe entre les deux composantes du champ. Cette distance intervient dans le temps de décohérence T_{decoh} de la superposition, temps typique pour que la superposition cohérente devienne un mélange statistique. On peut calculer géométriquement cette distance

$$D = 2\sqrt{\bar{n}} \sin\left(\frac{\Omega_0 t}{4\sqrt{\bar{n}}}\right) \quad (1.161)$$

Constatons ici qu'à grand nombre de photons la distance du chat préparé ne dépend que du temps effectif d'interaction entre l'atome et le champ

$$D = \frac{\Omega_0 t}{2} \quad (1.162)$$

Une analyse détaillée des chats ainsi synthétisés sera réalisée section 4.4.

²Comme on l'a précisé en introduction, on appellera indifféremment Chat de Schrödinger les états intriqués de l'atome et du champ ou les superpositions macroscopiques d'états du champ qui en dérivent.

1.4.4 Complémentarité et classicité

Une autre expérience de complémentarité

Une expérience fondée sur l'oscillation de Rabi et illustrant la notion de complémentarité a déjà été réalisée dans notre groupe [11]; on trouvera sa description complète dans la thèse de Patrice Bertet. L'interféromètre utilisé n'est plus un interféromètre de Mach-Zehnder mais un interféromètre de Ramsey dont les détails théoriques et expérimentaux sont exposés chapitre 3. L'interférométrie Ramsey consiste à faire subir à un atome préalablement préparé dans $|e\rangle$ deux impulsions $\pi/2$ classiques qui mélangent les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Ces deux impulsions sont analogues aux deux lames séparatrices. La phase ϕ de la superposition atomique entre les impulsions est ajustable expérimentalement. On construit enfin la probabilité de détecter l'atome dans $|g\rangle$ en fonction de ϕ : on trouve

$$P_g(\phi) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi)) \quad (1.163)$$

L'oscillation de contraste 1 est due à l'interférence quantique entre les évolutions indiscernables qu'a pu suivre l'atome : émettre un photon lors de la première impulsion ou lors de la seconde. Supposons maintenant que la première impulsion $\pi/2$ soit réalisée non plus dans un champ classique, mais dans le champ cohérent $|\alpha\rangle$ injecté dans le mode de la cavité. Appelons $T_{\pi/2(\bar{n})}$ le temps auquel a lieu la première égalisation des populations atomiques. Le système atome-champ à cet instant s'écrit

$$|\psi(T_{\pi/2(\bar{n})})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, \alpha_e\rangle + |g, \alpha_g\rangle) \quad (1.164)$$

où $|\alpha_e\rangle$ et $|\alpha_g\rangle$ sont les états du champ corrélés à $|e\rangle$ et $|g\rangle$ respectivement. On voit que l'état du champ dans la cavité marque le chemin suivi par l'atome entre les deux impulsions. Conformément à l'analyse ci-dessus, le contraste des franges de Ramsey se trouve modulé par $|\langle \alpha_e | \alpha_g \rangle|$.

Cette expérience réalise l'interféromètre de Mach-Zehnder à lame séparatrice mobile présenté en introduction. On peut de même envisager deux cas limite :

- $\alpha = 0$. La première impulsion $\pi/2$ est réalisée dans le vide. On sait alors qu'à une phase globale près $|\alpha_e\rangle = |0\rangle$ et $|\alpha_g\rangle = |1\rangle$. On a donc $|\langle \alpha_e | \alpha_g \rangle| = 0$ et l'intrication entre l'atome et le champ est totale.
- $\alpha \rightarrow \infty$. Dans ce cas le calcul donne $|\langle \alpha_e | \alpha_g \rangle| \rightarrow 1$. Le champ $|\alpha\rangle$ est insensible à l'interaction avec l'atome, et $|\alpha\rangle$ peut être factorisé dans toutes les équations : c'est donc un champ classique.

Au cours de l'expérience nous avons enregistré des franges de Ramsey pour différentes valeurs de $|\alpha|$ et pointé leur contraste. Le signal expérimental (voir figure 1.14) montre une augmentation rapide du contraste mesuré en fonction de $\bar{n} = |\alpha|^2$, puis une saturation, conformément au calcul théorique. Nous avons ainsi pu déterminer une valeur typique du champ pour laquelle la saturation était atteinte : au vu de cette expérience un champ peut être considéré comme classique à partir de $\bar{n} \sim 10$ photons.

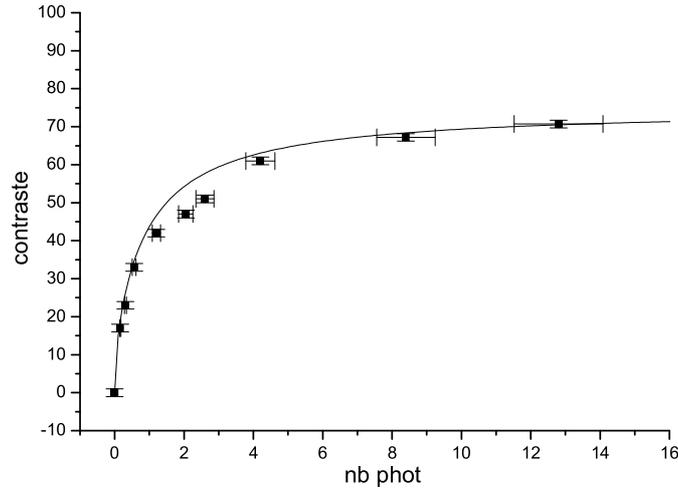


FIG. 1.14: Contraste des franges de Ramsey en fonction du nombre moyen de photons injectés initialement dans le mode de la cavité. Les carrés sont les points expérimentaux, la ligne est un ajustement théorique en fixant pour valeur limite le contraste intrinsèque de l'interféromètre, égal à 75%.

Conclusion

Il peut être utile à ce stade de synthétiser les résultats obtenus sur le caractère classique ou quantique du champ dans la cavité. A partir du concept de complémentarité introduit par Bohr, on a défini un champ classique comme un champ ne s'intriquant pas avec un atome à deux niveaux lors de leur interaction résonnante. Le degré d'intrication atome-champ apparaît sur le contraste de franges d'interférence entre deux états atomiques.

D'après les résultats présentés dans ce chapitre, un champ cohérent mésoscopique s'intrique avec un atome à deux niveaux au bout d'une période de Rabi T_0 , quel que soit le nombre de photons \bar{n} . Dans l'expérience de complémentarité, l'intrication est sondée au temps $T_{\pi/2}(\bar{n})$ correspondant à la première impulsion $\pi/2$ de l'atome dans un champ contenant \bar{n} photons. L'oscillation de Rabi ayant une pulsation $\Omega_n = \Omega_0\sqrt{\bar{n}}$, $T_{\pi/2}(\bar{n})$ vérifie

$$T_{\pi/2}(\bar{n}) \sim \frac{\pi}{2\Omega_0\sqrt{\bar{n}}} \quad (1.165)$$

soit

$$T_{\pi/2}(\bar{n}) \sim \frac{T_0}{4\sqrt{\bar{n}}} \quad (1.166)$$

Le champ ne s'intrique pas avec l'atome et a donc un comportement classique tant que

$$T_{\pi/2}(\bar{n}) \ll T_0 \quad (1.167)$$

ce qui est bien vérifié si $\bar{n} > 10$.

Le champ présente ainsi un comportement classique ou quantique suivant la façon dont il est sondé par l'atome. L'expérience de complémentarité nous a fourni un critère pour qu'un

champ se comporte comme une *lame séparatrice* quantique ou classique. L'expérience d'oscillation de Rabi a permis d'étudier l'interaction atome-champ sur des temps effectifs plus longs. Elle nous indique que tout objet mésoscopique, si lourd soit-il, peut ressentir l'effet d'un objet microscopique et s'intriquer avec lui. La manifestation du caractère quantique de l'objet dépend du temps dont on dispose pour faire interagir l'atome et le champ. On peut faire une analogie avec l'analyse d'une source lumineuse présentant une certaine largeur spectrale $\Delta\nu$ par un interféromètre de Michelson. $1/\Delta\nu$ définit la durée typique du train d'onde. Le signal d'interférence entre deux trains d'onde décroît donc dès que leur différence de marche est de l'ordre de $c/\Delta\nu$ où c est la vitesse de la lumière. Pour que l'interféromètre soit sensible à $\Delta\nu$, il doit donc pouvoir sonder de telles différences de marche, faute de quoi l'onde apparaît temporellement cohérente. Dans notre cavité nous disposons d'un temps d'interaction suffisant pour observer l'effondrement de l'oscillation de Rabi : le montage présente ainsi un pouvoir de résolution suffisant pour observer le comportement quantique du champ. On va maintenant présenter les caractéristiques de ce montage.

Chapitre 2

Outils expérimentaux

Ce chapitre vise à présenter nos principaux outils expérimentaux. Ces outils sont le fruit de nombreuses années de travail dont il ne saurait être question ici de rendre compte *in extenso*. On trouvera diverses descriptions dans les thèses de Gilles Nogues, Arno Rauschenbeutel, Stefano Osnaghi et Patrice Bertet qui ont précédé celle-ci [75, 88, 93, 84] ainsi que dans la référence [87]. On se bornera donc à justifier les modèles simples de lumière et de matière qui fondent le chapitre précédent. En revanche la nouvelle détection du montage actuel, que j'ai eu l'occasion de développer, fera l'objet de la section 2.3.

Notre but est d'étudier l'interaction matière-rayonnement dans le régime de couplage fort. La matière est modélisée par un système à deux niveaux. Pour cela, on prépare des atomes de ^{85}Rb dans des états de Rydberg circulaires. Ces états sont caractérisés par un long temps de vie (30ms) et un fort couplage au champ électromagnétique. Nous utilisons particulièrement dans nos expériences les états de nombre quantique principal 51 et 50, notés par la suite $|e\rangle$ et $|g\rangle$ respectivement. La fréquence de la transition atomique est typiquement 51 GHz. Les états de Rydberg circulaires sont présentés section 2.1, les détails de leur préparation sont donnés en annexe.

La lumière est constituée de photons micro-onde dans le mode d'une cavité de type Fabry-Pérot, composée de deux miroirs sphériques en Nb massif refroidie à 0.6 K (voir section 2.2). A cette température le Niobium est supraconducteur, ce qui assure que les miroirs n'absorbent pas le champ de la cavité. Ils sont d'autre part polis à l'échelle optique. Cela permet d'obtenir un facteur de qualité de l'ordre de $Q = 3.10^8$, ce qui correspond à un temps de relaxation du champ de l'ordre de 1ms. La fréquence du mode utilisé est de l'ordre de 51 GHz également. Le confinement du champ dans un faible volume modal permet d'atteindre un fort couplage, caractérisé par une période de Rabi du vide $T_0 \sim 20\mu s$, ce qui très inférieur aux temps caractéristiques des phénomènes de relaxation. Ces caractéristiques permettent d'atteindre le régime de couplage fort entre l'atome et le mode.

Le schéma général de notre expérience d'électrodynamique quantique en cavité est illustré figure 2.1. Les atomes de ^{85}Rb sont chauffés dans un four à 190° . Ils forment un jet thermique horizontal, tandis que l'axe de la cavité passant par le centre des deux miroirs est vertical. Des diaphragmes assurent la collimation du jet atomique dont l'extension transverse est de l'ordre du mm. Les vitesses atteintes sont des vitesses thermiques, qui

s'échelonnent entre 150m/s et 600m/s, ce qui permet de sonder l'interaction résonnante atome-champ sur des temps effectifs allant jusqu'à $3T_0$.

Les atomes sont préparés dans des états de Rydberg circulaires de façon pulsée. La fenêtre temporelle est de l'ordre de $2\mu\text{s}$ autour d'un instant défini avec un pas de 100 ns. L'endroit où lieu la préparation est également très bien défini par la largeur des faisceaux laser d'excitation. Combiné à une sélection de vitesse Doppler présentée en détail dans la thèse de Xavier Maître [74] ainsi qu'en annexe, ce dispositif nous permet de sélectionner des classes de vitesse avec une dispersion relative inférieure à 1%.

La préparation des états de Rydberg circulaires est poissonnienne. C'est un inconvénient important de ce dispositif, car on veut étudier l'interaction d'un atome et un seul avec le champ. Le temps d'allumage du laser d'excitation permet le contrôle du nombre moyen \bar{N} d'atomes par paquet. Nous nous plaçons dans des conditions de flux faible ($\bar{N} < 0.1$) pour que nous puissions négliger les événements à deux atomes. La détection d'un atome correspond donc à la situation idéale où un atome et un seul a interagi avec un mode du champ électromagnétique.

Les atomes entrent alors dans la cavité où ils peuvent interagir avec le champ classique contenu dans les zones de Ramsey généré par une source notée S_R , ou avec le champ quantique préparé dans le mode, par exemple en le couplant avec la source notée S_c . Les deux zones de Ramsey forment un interféromètre présenté section 3.2. Cet interféromètre nous permet notamment de calibrer le nombre de photons contenus dans le mode de la cavité. Le temps d'interaction résonnante entre l'atome et le champ contenu dans le mode est contrôlé par effet Stark, en appliquant un potentiel électrique entre les miroirs : on peut ainsi ajuster avec précision la condition de résonance entre l'atome et le mode de façon résolue en temps.

La seule observable à laquelle nous ayons accès avec notre dispositif est l'énergie atomique. La mesure de cette observable nous permet cependant d'accéder à la fonction de Wigner du champ ou à sa fonction Q. Les atomes sont détectés par ionisation sélective, technique qui permet de distinguer $|e\rangle$ de $|g\rangle$. Le principe de la détection sera détaillée dans la section 2.3.

2.1 Les atomes de Rydberg circulaires

Notons avant tout n'existe pas d'atome de Rydberg circulaire, mais des *états* de Rydberg circulaires. Le principe de la préparation de ces états est exposé dans les références [57, 79, 78]. Il sera également rappelé en annexe. Ils sont caractérisés par un grand nombre quantique principal (typiquement $n \sim 50$), et des nombres quantiques orbitaux et magnétiques maximaux ($l = |m| = n - 1$). Ils ne dépendent donc que du seul nombre quantique n . Dans une image classique, ils correspondent à une « trajectoire » circulaire de l'électron autour du coeur, d'où leur dénomination. Nous travaillons avec des atomes de Rubidium 85, que nous pouvons préparer dans trois états circulaires de nombre quantique respectif $n = 51$, $n = 50$ et $n = 49$, que nous noterons par la suite $|e\rangle$, $|g\rangle$ et $|i\rangle$. $|g\rangle$ et $|e\rangle$ sont les deux niveaux utilisés pour nos expériences, $|i\rangle$ est un niveau auxiliaire servant principalement à la calibration du champ dans la cavité (voir section 3.2). L'ordre

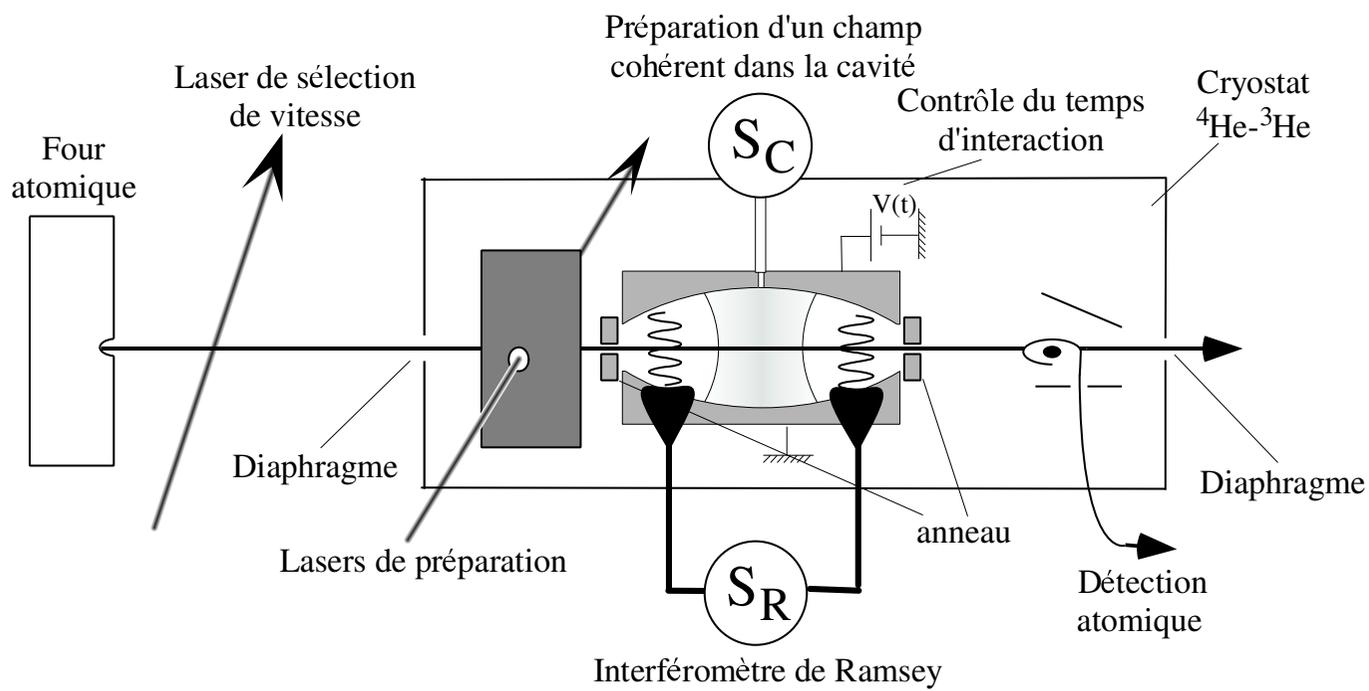


FIG. 2.1: Schéma global du dispositif expérimental

de grandeur des fréquences de transition est 51 GHz (voir figure 2.2), ce qui est proche de la fréquence du mode de la cavité. Nous allons dans un premier temps étudier l'effet Stark de ces états, avant d'en évoquer les principales propriétés.

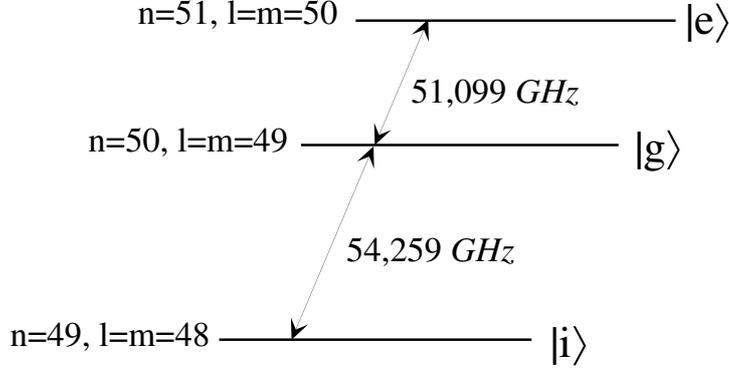


FIG. 2.2: Schéma des niveaux atomiques utilisés dans l'expérience

Atome hydrogénoïde en champ électrique

Le système étudié est un atome hydrogénoïde, c'est à dire un électron plongé dans un potentiel coulombien. Les niveaux d'énergie sont alors ceux de l'atome d'hydrogène, usuellement notés $|n, l, m\rangle$. Les énergies associées valent, en unités atomiques

$$E_n = -\frac{1}{2n^2} \quad (2.1)$$

La dénérescence en m est due à la symétrie de révolution du système, la dénérescence en l à la symétrie du potentiel coulombien. En présence d'un champ électrique, m reste un bon nombre quantique car la symétrie de révolution est préservée, en revanche la dégénérescence sur l est levée. Les nouveaux états propres du hamiltonien sont appelés états *paraboliques* et sont notés $|n, n_1, m\rangle$. n_1 est le nombre quantique parabolique et vérifie $n_1 \leq n - |m| - 1$. Les énergies associées à ces états jusqu'au second ordre en le champ électrique F valent

$$\begin{cases} E^0 &= -\frac{1}{2n^2} \\ E^1 &= -\frac{3}{2} [n - 2n_1 - |m| - 1] nF \\ E^2 &= -\frac{1}{8} \left[7n^2 - 6(|m| + n_1)^2 + 6n_1(|m| - 1) + 6n(|m| + 1) - \frac{3}{2}|m| + 8 \right] n^4 F^2 \end{cases} \quad (2.2)$$

Les unités d'énergie sont les unités de Hartree. Dans ce système $e = m_e = \hbar = 1$. L'unité d'énergie est $E_0 = m_e^4/\hbar^2 = 27.212eV$ et l'unité de champ $F_0 = m_e^2 e^5/\hbar^4 = 5.1422 \cdot 10^9 V.cm^{-1}$. Les niveaux d'énergie sont représentés figure 2.3.

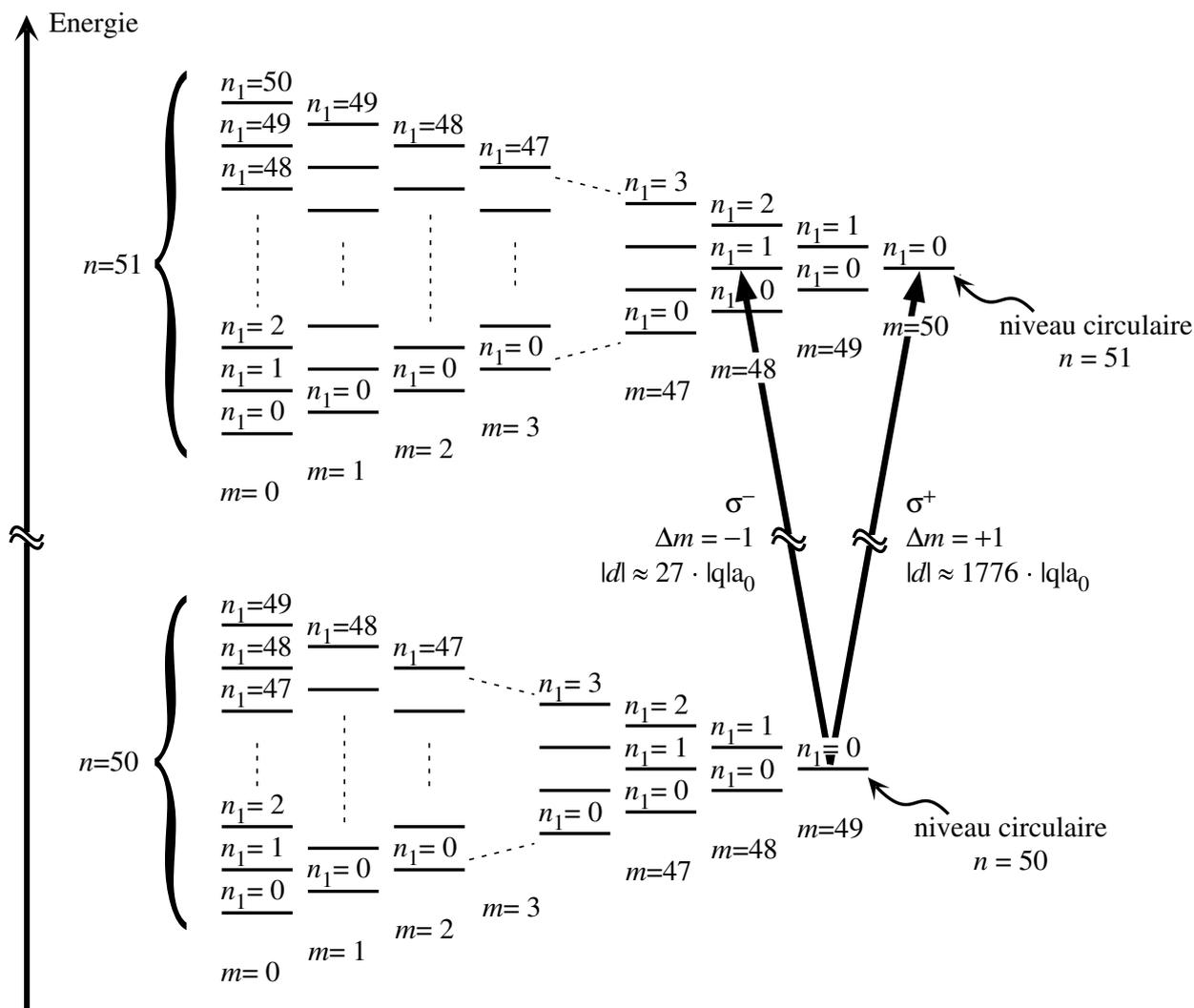


FIG. 2.3: Diagramme Stark des deux niveaux de Rydberg $n=50$ et $n=51$ de l'atome d'Hydrogène pour $m > 0$.

Les états de Rydberg circulaires sont les états pour lesquels $n_1 = 0$ et $|m| = n - 1$, les autres états de la multiplicité étant appelés états elliptiques. On constate qu'en champ électrique nul un état circulaire est dégénéré avec tous les états elliptiques : la moindre perturbation peut le coupler à ces états. Pour préserver un état circulaire il faudra maintenir tout au long du parcours de l'atome un champ électrique directeur.

Les niveaux circulaires vérifient d'autre part $E^1 = 0$. Une transition circulaire-circulaire présente donc un effet Stark quadratique. Ainsi l'effet Stark différentiel affectant la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ vaut $-255kHz/(V/cm)^2$. Comme on peut imposer un potentiel contrôlé entre les deux miroirs de la cavité, on peut accorder en cours d'expérience l'atome et le mode de celle-ci.

On trouvera dans la thèse de Paulo Nussenzeig [78] le diagramme Stark précis des atomes de ^{85}Rb calculé en tenant compte des défauts quantiques du Rubidium. Ceux-ci ne modifiant que les états de nombre quantique magnétique $m < 2$, leur existence ne remet pas en cause les propriétés qui vont être mentionnées maintenant.

Une antenne pour le champ électrique

Dans un état de Rydberg circulaire l'électron se déplace sur une « orbite » très éloignée du noyau, il est très polarisable : on attend donc une extrême sensibilité de ces états à la présence d'un champ électrique, aussi faible soit-il. L'élément de matrice d'une transition circulaire-circulaire fait intervenir le dipôle de cette même transition, que nous définirons ainsi

$$d_n = |\langle n_c | q\hat{\mathbf{R}} | (n-1)_c \rangle| \quad (2.3)$$

où q est la valeur absolue de la charge de l'électron et $|n_c\rangle$ est l'état de Rydberg circulaire de nombre quantique n . Le calcul de ce dipôle donne pour $n \gg 1$ [13]

$$d_n = n^2 \frac{q a_0}{\sqrt{2}} \quad (2.4)$$

où q est la charge de l'électron en valeur absolue et a_0 est le rayon de Bohr. On note que le dipôle de la transition varie en n^2 , ce qui était attendu car l'orbite de l'électron dans un état de Rydberg circulaire varie également en n^2 . On en déduit pour les transitions qui nous intéressent $d_{51} = 1776 qa_0$ et $d_{50} = 1680 qa_0$.

Un système à deux niveaux

Supposons que l'on a préparé l'état circulaire de nombre quantique n . Les règles de sélection des transitions dipolaires électriques imposent sur le nombre quantique magnétique $\Delta m = 0, +1$ ou -1 . Un état circulaire ne peut donc se désexciter que vers l'état circulaire inférieur $n-1$. L'atome peut en revanche être excité vers la multiplicité supérieure par une transition σ^+ , π ou σ^- . Comme on le voit sur la figure 2.3, seule la transition σ^- est dégénérée avec la transition σ^+ , la transition π étant hors-résonance. Le calcul du dipôle de la transition de l'état circulaire $|circ : 50\rangle$ vers l'état elliptique $|n = 51, n_1 = 1, m = 48\rangle$ montre qu'il est de l'ordre de 66 fois inférieur au dipôle d_{51} de la transition circulaire-circulaire. On pourra donc négliger cette transition parasite lors de nos expériences, et ne

considérer que les deux niveaux circulaires $n = 50$ et $n = 51$, ce qui justifie le modèle de système à deux niveaux que nous utilisons pour l'atome.

Un long temps de vie

On peut calculer le taux d'émission spontanée d'un tel état dans l'espace libre [1], il vient

$$\gamma_n = \frac{\omega_n^3 d_n^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (2.5)$$

On rappelle que ω_n varie en $1/n^3$ alors que d_n varie en n^2 . γ_n varie donc en n^{-5} . Travailler à grand nombre quantique principal permet ainsi d'augmenter la durée de vie des états circulaires. Ainsi pour l'état $n = 50$, la durée de vie est l'ordre de 30ms. Ce temps est à comparer au temps mis par un atome d'une vitesse typique $v \sim 500\text{m/s}$ pour traverser le dispositif expérimental de longueur $L \sim 20\text{cm}$, soit $400\mu\text{s}$. A l'échelle de nos expériences, ce niveau peut donc être considéré comme infiniment fin. La même conclusion vaut pour le niveau $n = 51$.

2.2 La cavité supraconductrice

2.2.1 Etude géométrique

La cavité est constituée de deux miroirs en Niobium massif en configuration Fabry-Pérot, refroidis à 0.6K. Le rayon de courbure des miroirs vaut $R_0 \sim 40$ mm, le diamètre $D_0 \sim 50$ mm. La distance entre les miroirs vaut $d \sim 27$ mm. La géométrie de la cavité est représentée figure 2.4. Nous utilisons dans nos expériences deux modes transverses électrique magnétique TEM_{900} de polarisation orthogonale quasi-dégénérés. La fréquence de ces modes est donnée par la formule

$$\nu = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{2}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{d}{2R_0}} \right)$$

où c est la vitesse de la lumière et $q = 9$ le nombre de ventres de l'onde stationnaire. Il vient $\nu \sim 51.1$ GHz, qui est pratiquement la fréquence de la transition atomique $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$. La symétrie de révolution de la cavité n'étant pas parfaite, la fréquence des deux modes diffère de 88 kHz. Nous verrons chapitre 4 comment le modèle théorique doit être adapté pour tenir compte de l'effet d'un second mode sur l'interaction résonnante entre un atome et le champ contenu dans un mode. Des cales piézoélectriques permettent de translater un miroir et de varier ainsi la fréquence de la cavité : ce système permet de balayer quelques centaines de kilohertz et constitue un autre moyen de contrôler le désaccord entre l'atome et les modes. Nous pouvons d'autre part balayer mécaniquement la fréquence de la cavité sur une plage de 15 MHz.

La structure spatiale des modes est gaussienne, elle est décrite par la fonction f introduite section 1.2. f vaut en coordonnées cylindriques (z étant l'axe de symétrie de la cavité et

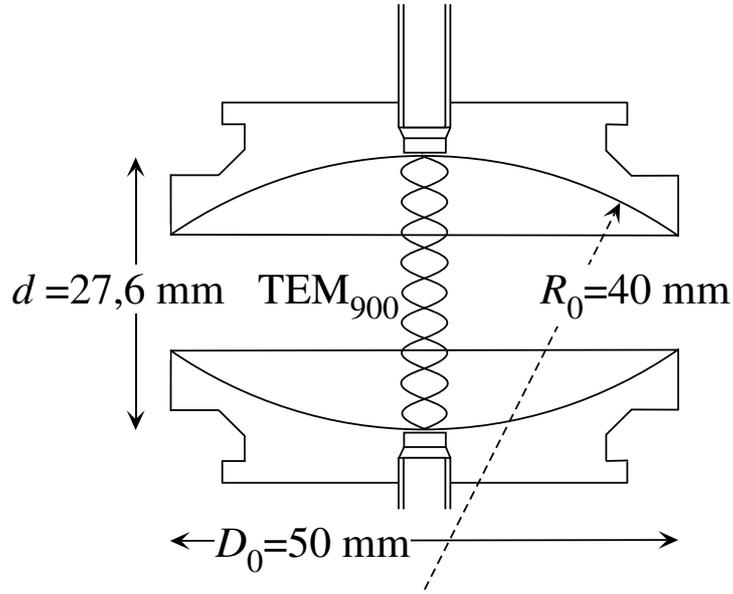


FIG. 2.4: Géométrie de la cavité

r la distance à cet axe)

$$f(r, z) = \frac{w_0}{w(z)} \cos \left(2\pi \frac{z}{\lambda} - \arctan \frac{z}{z_R} + \frac{\pi}{r^2} \lambda R(z) + (q-1) \frac{\pi}{2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \quad (2.6)$$

où λ est la longueur d'onde du mode considéré. On a introduit le paramètre de Rayleigh

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

C'est la distance typique au delà de laquelle le front d'onde n'est plus plan mais sphérique. w_0 est le col du mode, il est donné par

$$w_0 = \left[\frac{\lambda d}{2\pi} \sqrt{\frac{2R_0}{d} - 1} \right]^{1/2} \sim 5.96 \text{ mm} \quad (2.7)$$

$w(z)$ et $R(z)$ sont quant à elles données par

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \\ R(z) &= z \left[1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Nous pouvons maintenant calculer le volume du mode introduit au chapitre 1

$$V_{mode} = \frac{\pi w_0^2 d}{4} \sim 769 \text{ mm}^3 \quad (2.9)$$

On en déduit la valeur du champ par photon $\mathcal{E}_0 \sim 1.58 \cdot 10^{-3} \text{ V/cm}$.

Les miroirs sont percés de deux petits trous de couplage. Un trou est utilisé pour coupler une source classique au mode via un guide d'onde. Un atténuateur calibré permet d'injecter une puissance contrôlable dans le mode utilisé. On recueille et on analyse le signal transmis grâce au second trou de couplage selon une méthode présentée dans la section suivante. Une seconde source micro-onde permet grâce à un guide d'onde débouchant sur le côté de la cavité d'exciter un autre mode de très mauvais facteur de qualité. Ce mode est utilisé pour réaliser un interféromètre de Ramsey, dont le principe sera exposé chapitre 3.

Il faut enfin préciser que la différence de potentiel entre les miroirs est contrôlée. Cela permet de conserver les atomes dans un état de Rydberg circulaire, et de contrôler par effet Stark l'interaction atome-champ.

2.2.2 Etude spectrale

Le facteur de qualité

La limitation expérimentale majeure de nos expériences est le temps de vie fini du champ dans la cavité qui peut être décrit de façon effective par le facteur de qualité fini du mode. Il se mesure à l'aide d'un analyseur vectoriel conçu par Philippe Goy et Michel Gross pour la société ABmm. Celui-ci se compose de deux oscillateurs YIG : l'un constitue ce qui est communément appelé la source et l'autre la détection. Les deux YIG sont asservis l'un sur l'autre de telle façon que leurs fréquences respectives soient décalées de $\Delta\nu \approx 2.25$ MHz. Après traversée d'une diode Shottky et multiplication par 4 de sa fréquence le signal source $E_0 \exp(-2i\pi\nu t)$ est injecté dans la cavité et donne lieu à un signal transmis $E_T = T(\nu)E_0 \exp(-2i\pi\nu t)$ où $T(\nu)$ est le coefficient complexe de transmission de la cavité. E_T est envoyé, ainsi que le signal de détection $E_d = E_0 \exp(-2i\pi(\nu + \Delta\nu)t)$ à un élément non linéaire qui permet de générer le battement à $\Delta\nu$. L'analyseur vectoriel permet d'enregistrer l'amplitude et la phase de ce battement, et ainsi de connaître le coefficient de transmission de la cavité qui lui est proportionnel. Une première mesure peut être réalisée en balayant la fréquence ν de la source et en enregistrant la réponse spectrale de la cavité comme présenté figure 2.5. Cela permet de déterminer la fréquence des deux modes $\nu_{BF} = 51.098913$ GHz et $\nu_{HF} = 51.098827$ GHz.

La seconde expérience consiste à fixer la fréquence de la source à la fréquence du mode considéré (dans notre cas, le mode haute fréquence), d'injecter un champ pendant un temps fini, et d'observer la décroissance de l'amplitude du battement au cours du temps. La figure 2.6, enregistrée sur un analyseur de spectre, présente l'énergie de la composante spectrale à 9.015 MHz (direct reflet de l'énergie contenue dans le mode) au cours du temps. L'échelle est logarithmique. La décroissance de l'énergie du mode est bien ajustée par une droite de pente $\tau = 860 \mu\text{s}$. Cela correspond à un facteur de qualité

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} = 2\pi\tau\nu \approx 2.8 \cdot 10^8 \quad (2.10)$$

La liste des multiples imperfections (absorption résiduelle des miroirs, taille finie des miroirs,...) a été dressée et celles-ci analysées quantitativement lors du travail de thèse de Gilles Nogues [75]. Le couplage par diffraction avec des modes extérieurs dû à l'état de surface imparfait des miroirs, particulièrement au voisinage des trous de couplage,

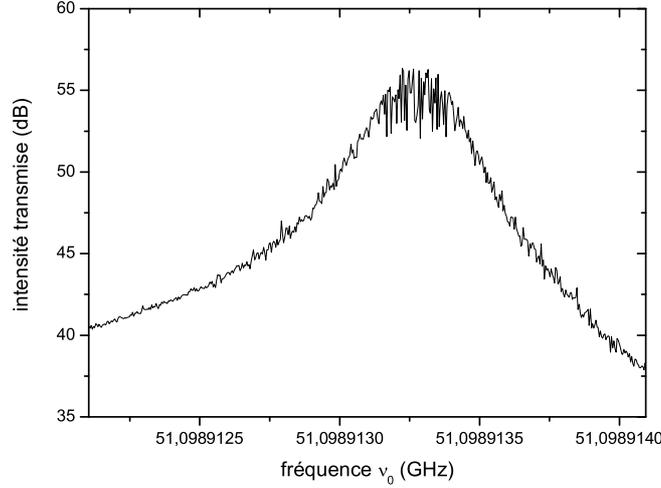


FIG. 2.5: Spectre de la cavité. La fréquence du mode HF est ajustée à 51.098913GHz.

semble être la cause principale de la valeur observée du facteur de qualité. Ensermer la cavité dans deux anneaux en aluminium (configuration dite « fermée ») a permis de réduire la diffraction des photons vers le continuum des modes extérieurs, et d'augmenter le facteur de qualité de 10^7 à $2.8 \cdot 10^8$. Ces deux anneaux sont percés de deux trous de 3 mm de diamètre pour permettre le passage des atomes dans la cavité (voir figure 2.7). Un problème majeur est qu'au voisinage de ces trous le champ électrique est très fortement inhomogène. Combiné à l'extension spatiale du jet, ce champ détruit toute cohérence atomique au passage du trou : toutes les opérations cohérentes doivent donc être réalisées dans la cavité (notamment les franges de Ramsey présentées chapitre 3).

Le champ thermique résiduel

Soulignons que le jeu de paramètres $\{\nu, Q\}$ est insuffisant pour caractériser le mode que nous utilisons. Il faut également préciser sa température. Cette température n'est pas nulle, d'où la présence d'un petit champ thermique. On rappelle qu'un champ thermique est décrit par une matrice densité diagonale dans la base des états de Fock : $\hat{\rho} = p(n) |n\rangle \langle n|$ avec

$$p(n) = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n} + 1)^{n+1}} \quad (2.11)$$

où \bar{n} est le nombre moyen de photons dans le champ. Il est relié à la température du mode par

$$\bar{n} = \frac{e^{-h\nu/k_B T}}{1 - e^{-h\nu/k_B T}} \quad (2.12)$$

Le montage étant refroidi à 0.6K, on s'attend à ce que le champ thermique mesuré dans le mode corresponde à la température mesurée par les bolomètres. Le nombre moyen de photons thermiques devrait alors vérifier $\bar{n} \approx 0.02$. En réalité les multiples couplages du

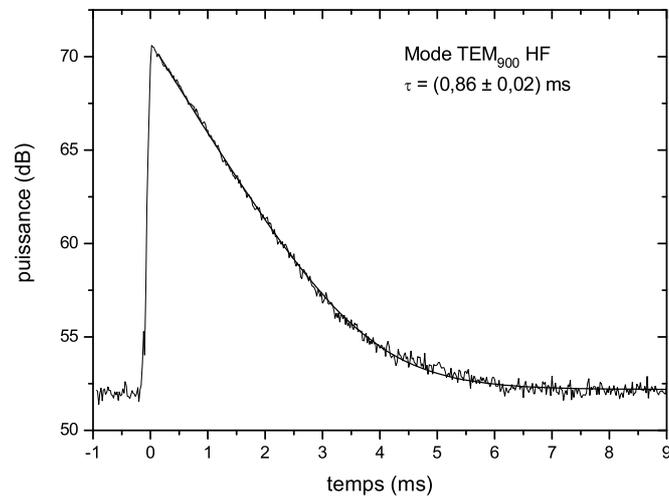


FIG. 2.6: Mesure du temps de vie du mode HF à 51.1 GHz. La source est allumée jusqu'à l'instant t_{off} , puis l'on mesure la décroissance du signal transmis. Cette décroissance est exponentielle avec un temps caractéristique de 0.86ms. Cela correspond à un facteur de qualité $Q = 2.8 \cdot 10^8$.



FIG. 2.7: Photographie de l'anneau enserrant la cavité

mode avec l'extérieur induit une température effective bien différente. Le champ thermique mesuré par une méthode détaillée dans [75] indique en effet $\bar{n} \approx 1$.

2.2.3 Couplage atome-champ

Concluons cette présentation des deux sous-systèmes en caractérisant leur couplage. Le calcul de la fréquence de Rabi du vide au centre du mode donne

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = 2d_{eg}\mathcal{E}_0\hbar = 50.8\text{kHz} \quad (2.13)$$

La mesure de cette fréquence par ajustement d'un signal d'oscillation de Rabi dans le vide indique

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = 49\text{kHz} \quad (2.14)$$

Cet écart est à attribuer à l'approximation paraxiale utilisée pour caractériser géométriquement le mode TEM₉₀₀ et donc pour calculer \mathcal{E}_0 . La période de Rabi correspondante vaut typiquement $T_0 \sim 20\mu\text{s}$. On voit que

$$\tau \gg T_0 \quad (2.15)$$

où τ est le temps de vie du champ dans la cavité. Cela nous permet donc de justifier le régime de *couplage fort* entre l'atome et le champ et utilisé dans le chapitre 1 où tous les phénomènes de relaxation ont été négligés. Le facteur de qualité induit cependant la décohérence des états Chat de Schrödinger du champ présentés chapitre 1. On reviendra sur ce point section 4.4.

2.3 Le nouveau système de détection

Comme on l'a vu dans la section précédente l'unique observable que nous pouvons mesurer est l'observable énergie atomique grâce à un dispositif d'ionisation sélective des atomes de Rydberg. Les mesures de l'efficacité de détection de l'ancien montage évaluaient celles-ci à 40%, ce qui est extrêmement limitant dans la perspective d'expériences d'information quantique faisant intervenir un nombre important d'atomes. Cette faible efficacité était imputée à une mauvaise focalisation des lentilles électrostatiques. Ma thèse a été l'occasion de changer le système de détection. Dans cette section on étudiera d'abord le principe général de ce montage, avant d'en mentionner les méthodes de réglage. On présentera ensuite les résultats concernant la focalisation des lentilles électrostatiques, avant d'évaluer l'efficacité de détection du nouveau système par une expérience de mémoire quantique.

2.3.1 Présentation générale

Le phénomène d'ionisation

L'ionisation d'un atome désigne l'émission vers le continuum d'un électron initialement dans un état lié. Elle peut advenir par interaction de l'atome avec une onde lumineuse (photo-ionisation) ou, comme dans notre cas, avec un champ électrique quasi-statique.

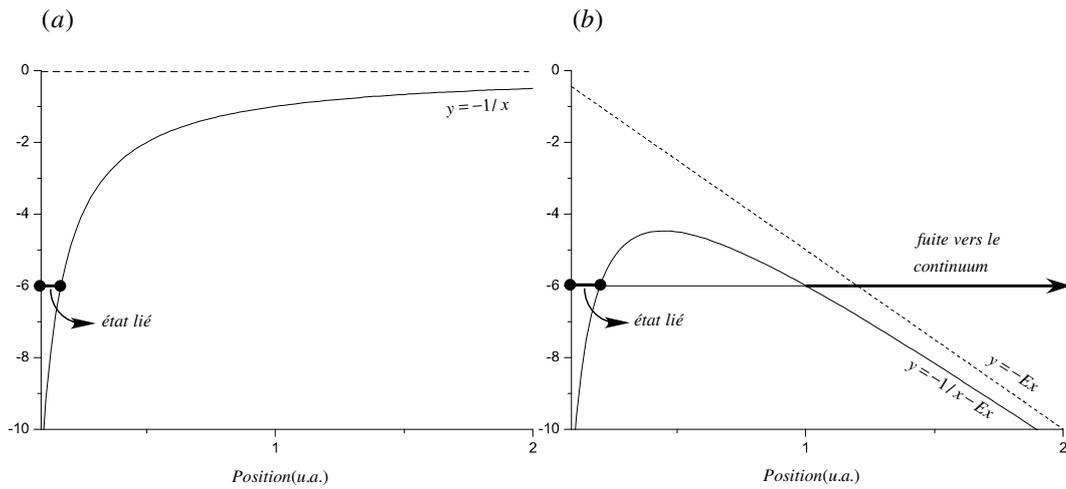


FIG. 2.8: (a) Potentiel coulombien. Les unités sont arbitraires. On a représenté un état lié de ce potentiel. (b) On adjoint un champ électrique homogène E . La déformation du potentiel couple l'état lié au continuum des états libres par effet tunnel.

On peut donner une description qualitative du phénomène d'ionisation. On a représenté figure 2.8(a) un état lié du potentiel coulombien. En présence d'un champ électrique, l'électron qui se trouvait initialement dans cet état lié a maintenant une probabilité d'atteindre le continuum des états libres par effet tunnel (voir figure 2.8(b)). On peut associer à toute valeur E du champ électrique un taux d'ionisation par unité de temps $\Gamma(E)$ tel que, si on considère une population \mathcal{N} d'électrons se trouvant dans l'état lié considéré, cette population vérifie l'équation d'évolution

$$\frac{d\mathcal{N}}{dt} = -\Gamma(E)\mathcal{N}(t) \quad (2.16)$$

Le signal d'ionisation $\mathcal{I}(t)$ représente le nombre d'atomes ionisés entre t et $t + dt$, il est donc proportionnel à $\frac{d\mathcal{N}(t)}{dt}$.

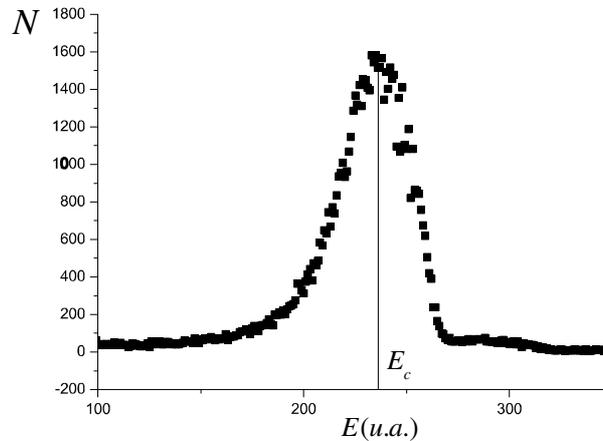


FIG. 2.9: Signal d'ionisation obtenu avec des atomes préparés dans le niveau $|52_c\rangle$.

Au cours d'une expérience on soumet un ensemble d'atomes à un champ électrique $E(t)$

croissant dans le temps. On admet qu'à tout instant $\Gamma(t) = \Gamma(E(t))$. La population d'atomes non encore ionisés suit l'évolution

$$\frac{d\mathcal{N}}{dt} = -\Gamma(E(t))\mathcal{N}(t) \quad (2.17)$$

Le signal d'ionisation $\mathcal{I}(t)$ a une forme qui dépend des paramètres expérimentaux. Il possède généralement un maximum à un instant que nous noterons t_c . On appelle alors *champ critique* ou *champ d'ionisation* E_c la valeur du champ électrique à l'instant t_c (voir figure 2.9).

Le champ d'ionisation dépend bien sûr du niveau considéré. Le niveau $|g\rangle$ étant plus lié que le niveau $|e\rangle$, le champ électrique nécessaire pour ioniser $|g\rangle$ est plus intense que pour ioniser $|e\rangle$. Par la suite on appellera E_g (respectivement E_e) le champ d'ionisation d'un atome dans l'état $|g\rangle$ (respectivement dans l'état $|e\rangle$), avec $E_g > E_e$.

Plan général de la détection

Deux problèmes se posent : d'une part tout atome doit être détecté (maximisation de *l'efficacité de détection*), d'autre part notre dispositif doit nous permettre de discriminer au mieux l'état $|g\rangle$ de l'état $|e\rangle$ (maximisation de la *résolution*). On trouvera figure 2.10 le schéma du dispositif de détection. Il comprend deux ensembles presque identiques d'électrodes correspondant à deux modes de détection distincts présentés section 2.3.2 : le détecteur 1 au mode dit « résolu en temps » et le détecteur 2 au mode « résolu en tension ». Chaque détecteur est composé d'une zone d'ionisation (électrodes a et b), d'une zone de focalisation (électrodes c à e) et d'un multiplicateur d'électrons dont la grille constitue l'électrode f . Les potentiels de toutes les électrodes sont ajustables à l'exception de V_f , fixé à 500V. Les électrodes a à d sont en cuivre massif doré. Elles sont thermalisées à 0.6K qui est également la température de la cavité et de la boîte à circulariser. En revanche les électrodes notées e n'appartiennent pas au coeur du montage. Leur température est celle de l' ^4He liquide, soit 4K. Pour éviter le couplage du champ thermique externe avec le coeur du montage, elles ont une forme conique, l'extrémité du cône étant sous coupure. Ces électrodes ont d'autre part été taillées dans du graphite massif, qui est conducteur.

Zone d'ionisation

Dans le détecteur 1, l'électrode b a un potentiel constant tandis qu'on impose à l'électrode a une rampe de tension : il règne donc dans la zone d'ionisation 1 un champ électrique homogène augmentant dans le temps $E(t)$.¹ Soit t_e (respectivement t_g) l'instant tel que $E(t_e) = E_e$ (respectivement tel que $E(t_g) = E_g$). Quelle que soit sa position dans le condensateur, un atome passant dans l'état $|e\rangle$ (respectivement $|g\rangle$) sera ionisé à t_e (respectivement t_g). Connaissant t_e et t_g , on peut déduire l'état atomique. Le schéma de principe est présenté figure 2.11.

¹A priori le champ dans la zone d'ionisation ne devrait pas être homogène, l'électrode b étant percée d'un trou nécessaire au passage des électrons. En agissant sur le potentiel de l'électrode c nous avons cependant pu rendre le champ dans la zone homogène, ce que nous avons observé sur la largeur des pics d'ionisation.

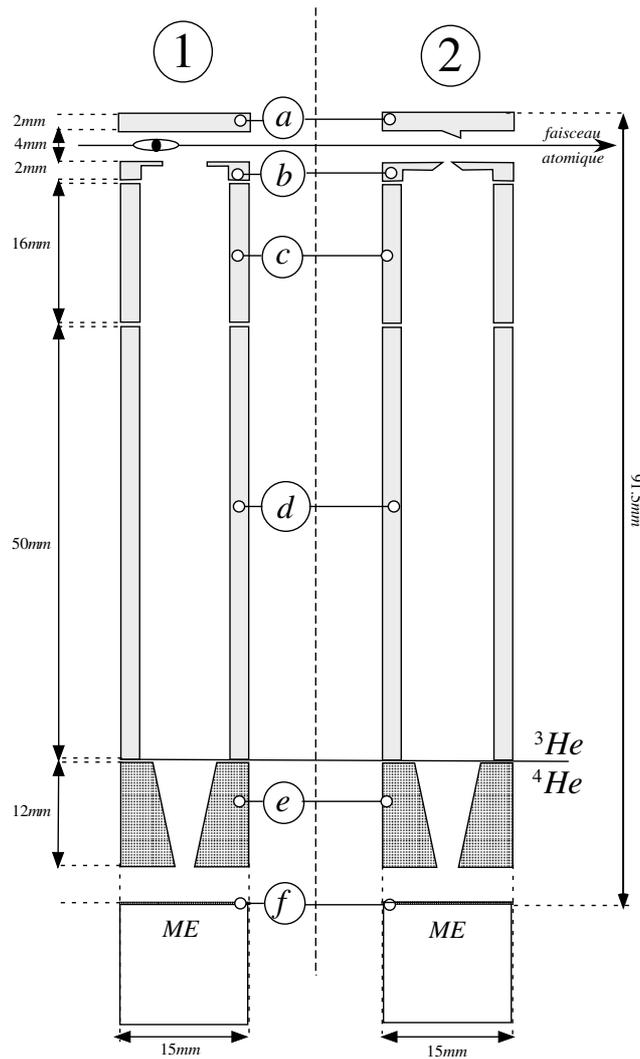


FIG. 2.10: Schéma des détecteurs. *ME* symbolise les multiplicateurs d'électrons dont *f* est la grille.

Les électrodes composant la zone d'ionisation de l'ensemble 2 ont un potentiel fixé et forment un condensateur de forme diédrique (que nous appellerons par la suite condensateur-toit) : un atome traversant cette zone voit donc également un champ électrique croissant dans le temps. La différence avec le mode 1 réside dans le fait que l'électrode *b* comporte un petit diaphragme qui sélectionne le niveau d'énergie détecté. La tension V_a appliquée sur l'électrode *a* est réglée pour que le champ d'ionisation au niveau du diaphragme E_{trou} corresponde soit à E_e , soit à E_g . Si $E_{trou} = E_e$ un atome passant dans $|g\rangle$ sera ionisé après le diaphragme et ne sera pas détecté comme représenté figure 2.12. De même un atome passant dans $|e\rangle$ avec $E_{trou} = E_g$ sera ionisé avant le diaphragme et ne sera pas détecté non plus. C'est donc la tension appliquée à l'électrode *a* qui permet de distinguer $|e\rangle$ de $|g\rangle$.

Soulignons ici l'avantage de principe du mode de détection 1 : il permet de détecter p niveaux atomiques en une seule séquence expérimentale, alors qu'il faut p séquences pour le mode 2. Pour une expérience mettant en jeu N atomes, l'utilisation du mode 1 permet

donc de diviser par p^N le temps d'acquisition pour obtenir une statistique équivalente. Il nécessite cependant de connaître parfaitement la position de l'atome pour appliquer la rampe d'ionisation au moment adapté (voir section 2.3.2). Ce mode de détection impose de détecter des classes de vitesse fixées, or il peut être intéressant lors des réglages préliminaires de détecter toutes les classes de vitesse : c'est pourquoi les deux modes de détection sont toujours utilisés.

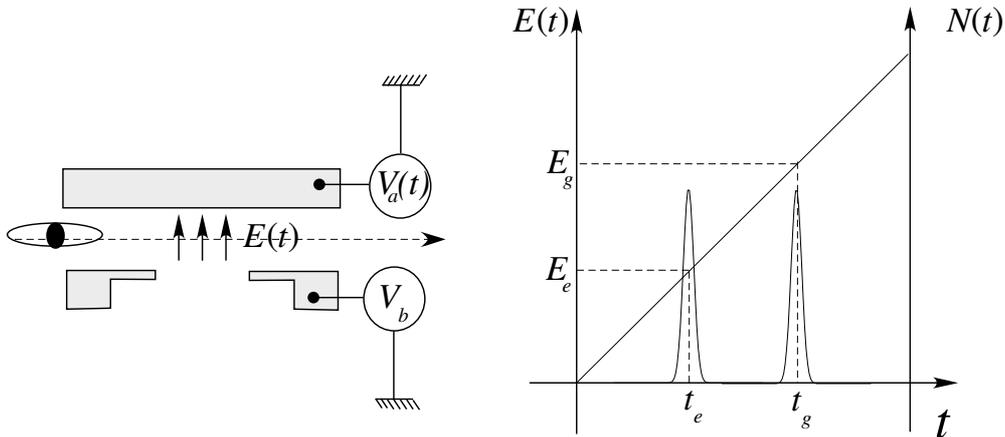


FIG. 2.11: Zone d'ionisation de l'ensemble 1 (mode de détection résolu en temps).

Zone de focalisation

Après l'ionisation de l'atome, l'électron est accéléré par les électrodes c à e . Les potentiels de ces électrodes sont ajustés pour que tous les électrons émis dans la zone d'ionisation convergent sur les multiplicateurs d'électrons. Une première étape a consisté à calculer numériquement avec le logiciel Simion, pour des potentiels d'électrodes fixés, le champ électrique en tout point de l'espace, puis les trajectoires électroniques dans une telle configuration. Cela nous a permis d'évaluer a priori les potentiels permettant de maximiser la focalisation du faisceau électronique. La seconde étape a bien sûr été l'optimisation expérimentale de la focalisation. Les résultats sont présentés section 2.3.3. Après focalisation sur la grille le signal électronique est amplifié par des multiplicateurs d'électrons. Il est ensuite mis en forme (*TTL*). La date de l'événement est stockée dans une mémoire dont le pas temporel est 100ns.

2.3.2 Les deux modes de détection

Réglage du détecteur 2

Comme on l'a vu, la zone d'ionisation du détecteur 2 se compose de l'électrode a en forme de toit et de l'électrode b percée d'un diaphragme de diamètre 2.4mm.

Pour régler ce détecteur on prépare des atomes de toutes vitesses dans un état de Rydberg donné, par exemple $|e\rangle$. On applique à l'électrode a un potentiel V_a correspondant à un certain champ électrique au niveau du diaphragme E_{trou} . On balaye lentement V_a , et on

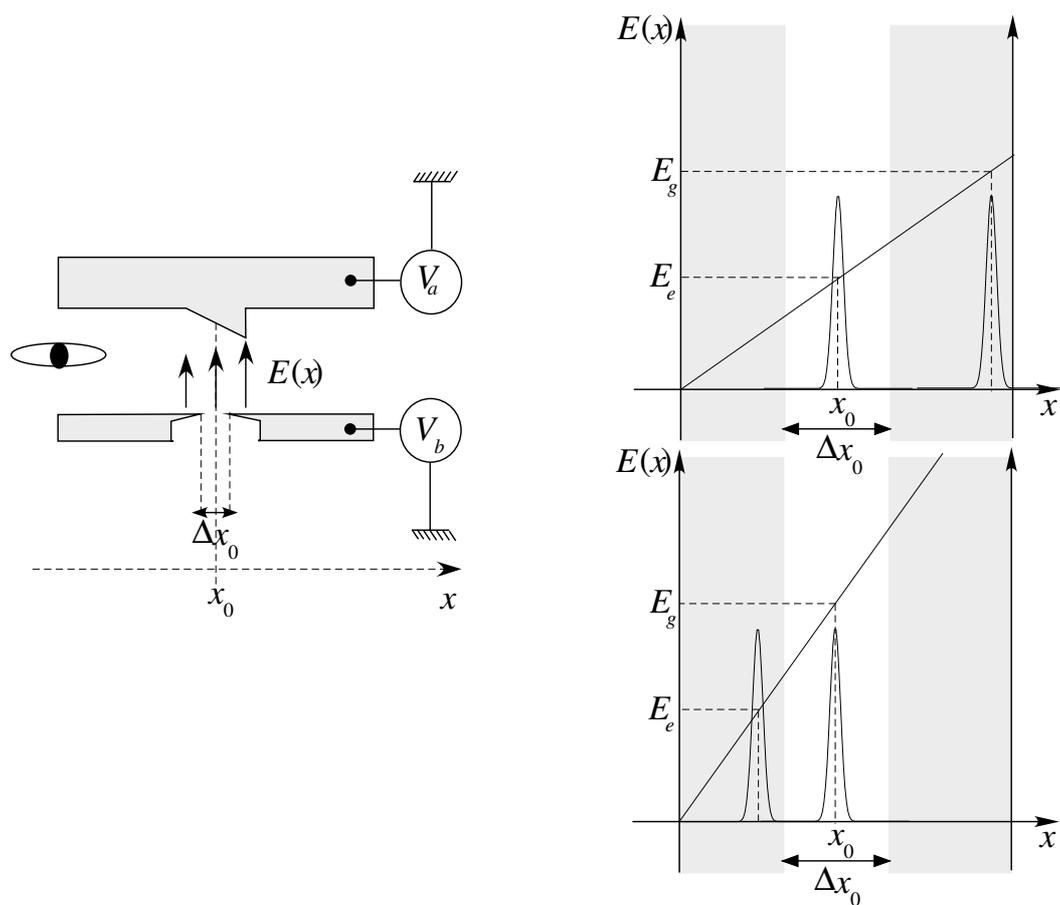


FIG. 2.12: Zone d'ionisation de l'ensemble 2 (mode de détection résolu en tension).

enregistre le nombre d'électrons obtenu pour chaque valeur. Le nombre d'électrons est maximal pour V_a telle que $E_{\text{trou}} = E_e$. On répète cette opération en préparant des atomes dans $|g\rangle$ pour pointer E_g et dans $|52_c\rangle$ pour repérer E_{52} (champ d'ionisation des atomes dans le niveau $|52_c\rangle$).

Les résultats sont présentés figure 2.13. On a, connaissant la géométrie des électrodes : $E_{52} = 136V/cm$, $E_e = 148V/cm$ et $E_g = 160V/cm$.

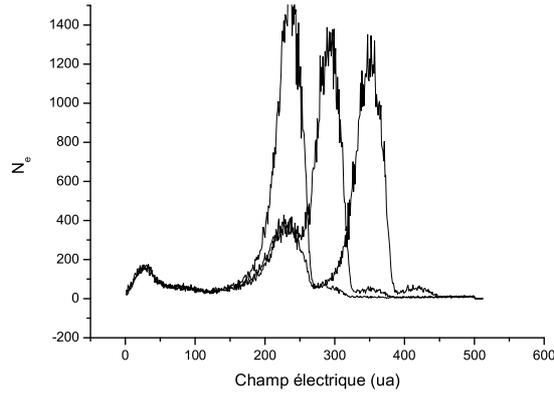


FIG. 2.13: Réglage du mode de détection résolu en tension. On a représenté le nombre d'électrons enregistrés en fonction de la tension appliquée à l'électrode a (unité arbitraire). Les trois signaux correspondent à la préparation des atomes dans $|52_c\rangle$, $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Les maxima sont respectivement obtenus pour $E_{\text{trou}} = E_{52}$, $E_{\text{trou}} = E_e$, $E_{\text{trou}} = E_g$.

Réglage du détecteur 1

La zone d'ionisation se compose de l'électrode a parallélépipédique et de l'électrode b , percée d'un large diaphragme de diamètre 6 mm.

Le réglage se déroule de la façon suivante. On prépare un atome de vitesse fixée et on commence par repérer à quel instant précis t_c l'atome ainsi préparé est au centre du diaphragme. Pour cela on applique une rampe d'ionisation très raide qui permet d'ioniser instantanément tous les niveaux dans lesquels pourrait se trouver l'atome. Lorsqu'on balaye le déclenchement de cette rampe dans le temps, on obtient un électron si l'atome se trouve dans le diaphragme et rien sinon : la largeur Δt de la courbe est donc le reflet de la largeur du diaphragme, un ajustement donne l'instant t_c recherché. La figure 2.14 présente ce réglage effectué pour un atome à 335m/s.

Une fois t_c connu on peut déclencher la rampe lente de telle façon que les champs E_e et E_g soient balayés pendant que l'atome se trouve dans le diaphragme. Le signal expérimental correspondant est présenté figure 2.14. Il est obtenu avec un atome préparé dans $|e\rangle$, la cavité étant accordée : au terme de l'interaction avec le mode l'atome se trouve dans une superposition de $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Les trois maxima correspondent à l'ionisation d'un fond d'atomes résiduels dans $|52_c\rangle$, des atomes dans $|e\rangle$ ou des atomes dans $|g\rangle$.² On trouve

²Le fond d'atomes dans $|52_c\rangle$ est dû au fait que l'on prépare d'abord des atomes dans le niveau $|52_c\rangle$

typiquement les mêmes valeurs pour les différents champs d'ionisation qu'avec le détecteur 2.

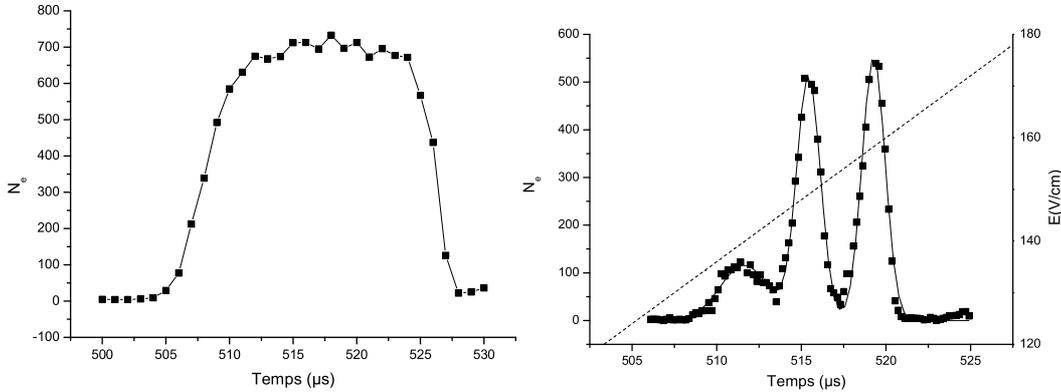


FIG. 2.14: (a) Pointé du centre du diaphragme de la zone d'ionisation 1. On trouve, l'origine des temps étant prise au déclenchement du premier laser d'excitation, $t_c \sim 515 \mu s$. Cela est raisonnable compte tenu de la vitesse des atomes et de la distance estimée entre le lieu de préparation des états circulaires et le premier détecteur ($\sim 170 mm$). La largeur temporelle du signal est typiquement $20 \mu s$, ce qui correspond bien à un diaphragme de $6 mm$ parcouru par des atomes à $335 m/s$. (b) Signal d'ionisation obtenu avec le mode de détection résolu en temps.

Comme on l'a vu la date de l'événement correspondant à l'ionisation de l'atome est enregistrée dans une mémoire de pas $100 ns$: il faut définir des fenêtres temporelles de telle façon que les événements appartenant à une fenêtre soient attribués à l'ionisation de l'atome dans l'état $|g\rangle$, à l'autre fenêtre à l'ionisation de l'atome dans l'état $|e\rangle$. A partir des ajustements gaussiens présentés figure 2.15 on estime le centre de la fenêtre correspondant à l'ionisation de l'état $|e\rangle$ à $t_e = 515.4 \mu s$, sa largeur $\Delta t_e = 3.8 \mu s$. On définit de même $t_g = 519.3 \mu s$, $\Delta t_g = 3.8 \mu s$. On peut également calculer à partir de la courbe de la figure un taux d'erreur croisée. Le principe de ce calcul est illustré figure 2.16. On a évalué l'aire du signal d'ionisation dans la fenêtre attribuée à l'ionisation des atomes dans l'état $|e\rangle$. On évalue ensuite la contribution des événements correspondant à l'ionisation des atomes dans l'état $|52_c\rangle$. On en déduit la fraction d'événements comptabilisés à tort : dans ce cas 5% des signaux attribués à l'ionisation de $|e\rangle$ sont dûs à l'ionisation de $|52_c\rangle$. On évalue de même que 0.2% des signaux attribués à l'ionisation de $|e\rangle$ sont dûs à l'ionisation de $|g\rangle$. 0.4% des signaux attribués à l'ionisation de $|g\rangle$ sont dûs à l'ionisation de $|e\rangle$.

2.3.3 Optimisation de la focalisation

Position du problème

La zone d'ionisation est située au coeur du montage, sur le trajet du faisceau atomique, la grille du multiplicateur étant située typiquement à $10 cm$ de cette zone. Les multiplicateurs avant de les purifier, avec une efficacité de l'ordre de 80%, dans le niveau $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ (voir la préparation des états circulaires en annexe).

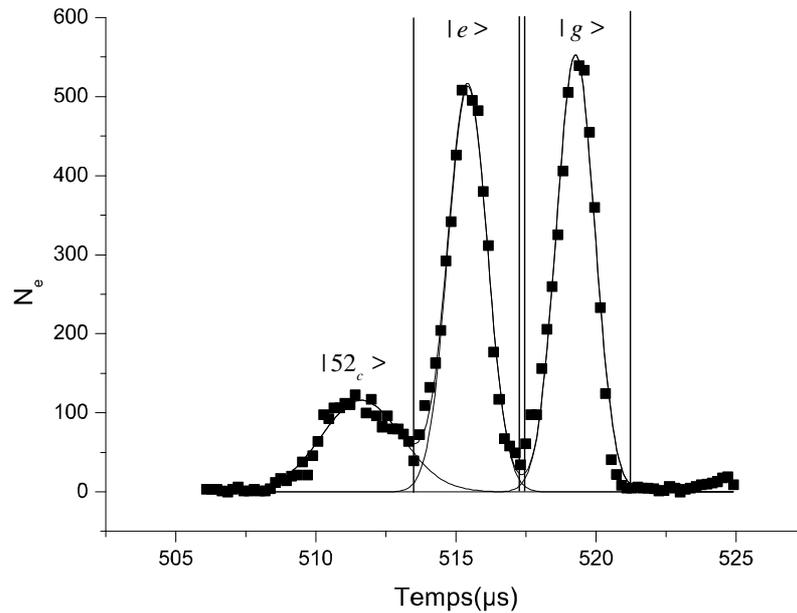


FIG. 2.15: Détermination des fenêtres temporelles correspondant à l'ionisation d'un atome dans $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Les événements enregistrés entre 513.5 et 517.3 sont attribués à l'ionisation d'un atome dans $|e\rangle$, ceux enregistrés entre 517.4 et 521.2 à l'ionisation d'un atome dans $|g\rangle$.

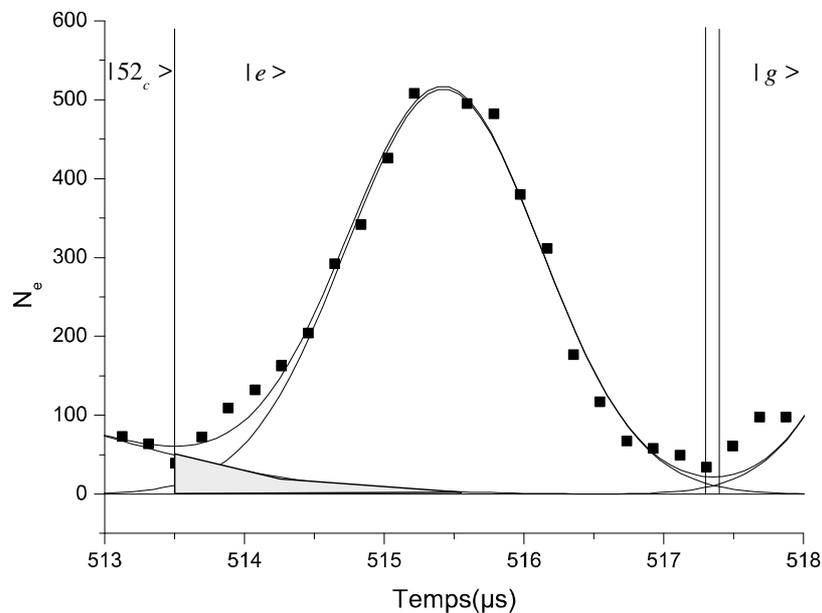


FIG. 2.16: Principe de l'évaluation des taux d'erreur croisés. En hachures : total des événements attribués à l'ionisation de $|e\rangle$. En grisé : fraction des événements à attribuer à l'ionisation de $|52_c\rangle$.

d'électrons dissipant typiquement 10 W, il était en effet nécessaire de les positionner loin du coeur du montage et notamment aussi loin que possible de la cavité. La zone de focalisation a pour fonction d'assurer le guidage de l'électron depuis la zone d'ionisation jusqu'à cette grille. L'atome peut être ionisé en n'importe quel point du diaphragme, dont le diamètre est de 6mm pour le détecteur 1 et de 2.4mm pour le détecteur 2. La zone de focalisation doit être conçue de telle façon que quel soit l'endroit de l'ionisation le point d'impact de l'électron appartienne à la surface utile du multiplicateur, qui vaut typiquement 0.5cm².

Pour assurer ce guidage il faut contrôler le potentiel électrostatique depuis la zone d'ionisation jusqu'à la grille. Les trajectoires électroniques sont semblables à des rayons lumineux ; on peut montrer que le passage d'une zone où l'énergie potentielle $-eV$ de l'électron est faible et homogène à une zone où celle-ci est forte et homogène également est parfaitement analogue à la traversée d'un dioptré séparant un milieu d'indice faible d'un milieu d'indice plus élevé. La traversée d'une telle zone focalise donc le faisceau électronique, d'autant plus fortement que la différence d'énergie potentielle est plus importante.

Les paramètres imposés sont :

1. la différence de potentiel entre les électrodes a et b , imposée par le champ d'ionisation des niveaux de Rydberg $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Elle vaut typiquement $V_b - V_a = 60V$
2. la tension de la grille du multiplicateur, fixée à 500V

Il y a donc 4 paramètres à optimiser : V_b , V_c , V_d et V_e . Pour cela on calcule avec le logiciel Simion les trajectoires d'électrons issus d'ionisations en tous points du diaphragme, et on cherche un ensemble de valeurs de potentiels d'électrodes tels que la focalisation soit réalisée sur une surface de 0.5cm². Pour réaliser cette optimisation on a calculé l'énergie potentielle d'un électron en fonction de sa position comme représenté figure 2.17. L'axe z est la direction du jet atomique, l'axe x est l'axe de symétrie des électrodes c à e . On a ainsi vérifié qu'une augmentation (respectivement une diminution) de l'énergie potentielle correspond bien à une focalisation (respectivement à une divergence) du faisceau. La figure 2.17 illustre cet effet dans la géométrie du détecteur 1. On a fixé $V_a = -30V$, $V_b = 30V$, et $V_e = 500V$. On voit sur la figure de gauche l'énergie potentielle d'un électron si $V_c = V_d = 500V$. Cela correspond à une focalisation rapide du faisceau de trajectoires. Si la barrière de potentiel est moins élevée la focalisation se produit à x plus grand. Si l'électron trouve un puits de potentiel après l'ionisation, le faisceau de trajectoires diverge. On voit à droite de la figure l'éloignement du point de focalisation pour $V_c = V_d = 200V$ puis la divergence du faisceau pour $V_c = V_d = 20V$.

On a alors adapté le potentiel de chaque électrode de façon que le point de focalisation se trouve sur la grille du multiplicateur. Il est bien évident que de multiples ensembles de valeurs peuvent convenir. Ce degré de liberté nous a permis d'imposer l'homogénéité du champ électrique dans la zone d'ionisation, nécessaire pour que les pics d'ionisation soient fins. Un ensemble réalisant la focalisation est $V_a = -30V$, $V_b = 30V$, $V_c = 100V$, $V_d = 500V$, $V_e = 400V$. On a représenté figure 2.18 les trajectoires obtenues pour ces valeurs. Le faisceau est focalisé sur une surface typique de 0.1cm². La surface du détecteur étant supérieure à la surface de focalisation, les valeurs des électrodes ne sont pas critiques. Ainsi V_e est définie à $\pm 100V$, de même que V_d . En revanche la focalisation est particulièrement sensible à V_c : celle-ci ne doit pas être inférieure à 80V, faute de quoi

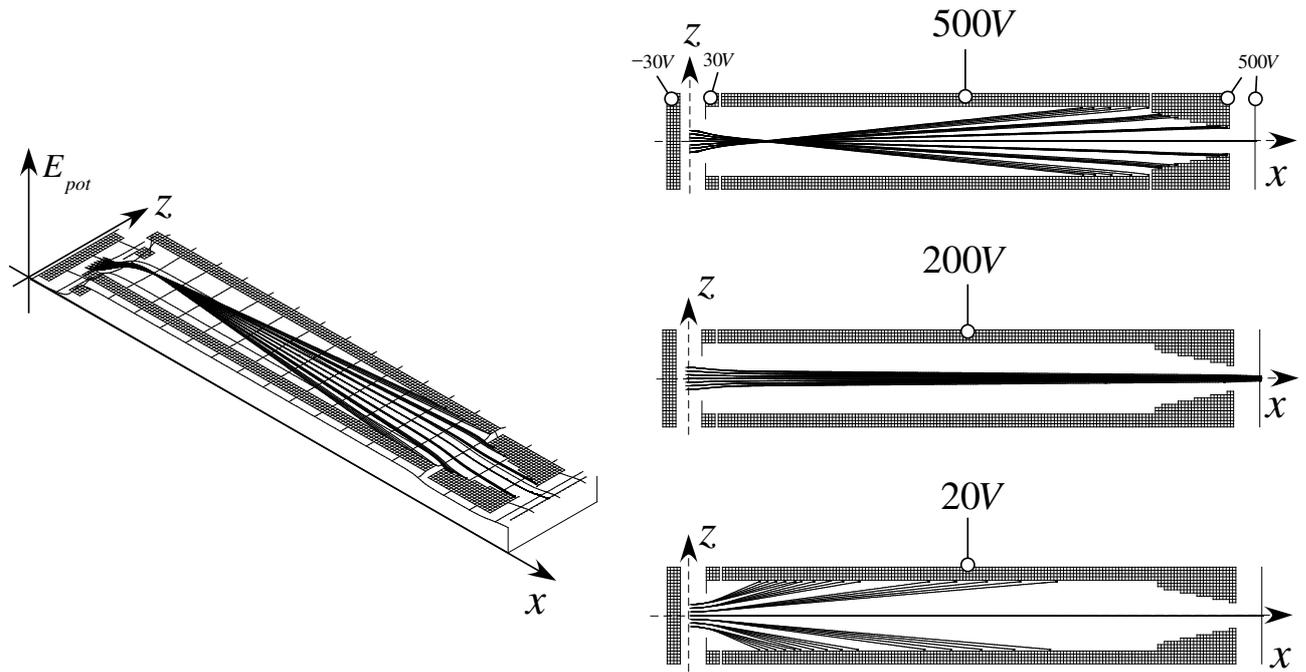


FIG. 2.17: Influence du potentiel des électrodes c et d sur la focalisation du faisceau. Les électrodes c et d ayant le même potentiel, on ne les a pas dissociées. La figure de gauche présente l'énergie potentielle d'un électron en fonction de sa position pour $V_c = V_d = 500V$. On voit à droite l'évolution du point de focalisation pour $V_c = V_d = 500V$, $V_c = V_d = 200V$ et $V_c = V_d = 20V$.

le faisceau diverge. L'optimisation pour le détecteur 2 a donné des valeurs obtenues sont identiques. Soulignons également qu'elles sont définies modulo une référence de potentiel arbitraire.

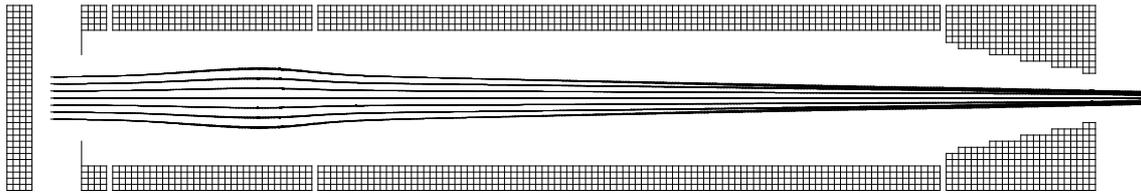


FIG. 2.18: Focalisation des électrons sur la grille du multiplicateur

Confrontation expérimentale

On peut résumer ici les points essentiels caractérisant un bon détecteur. On doit bien discriminer les niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Cela a fait l'objet des réglages sur la zone d'ionisation présentés section 2.3.2. Une bonne résolution des pics d'ionisation impose que le champ électrique dans la zone d'ionisation soit homogène, ce qui est permis par un réglage adéquat des électrodes a , b et c . Ce réglage a été possible car il existe une infinité de valeurs de potentiels des électrodes a , b , c et d pour qu'une focalisation satisfaisante des électrons sur le multiplicateur soit assurée, quelle que soit la position de l'atome dans le diaphragme

au moment de l'ionisation. Mentionnons enfin que l'ionisation de $|e\rangle$ et de $|g\rangle$ ayant lieu pour des valeurs de champ électrique dans la zone d'ionisation différentes, la carte du champ électrique pour chaque niveau dans le détecteur est différente, ce qui correspond à des efficacités de focalisation (et donc à des efficacités de détection) différentes. Au cours des réglages il a donc fallu nous assurer que nous ne détectons pas mieux un niveau que l'autre, par une expérience qui sera présentée dans la section suivante. Les résultats concernant chaque détecteur sont synthétisés dans les deux tableaux suivants.

Electrode	Valeur expérimentale	Valeur théorique
b	32V	30V
c	100V	100V
d	400V	500V
e	500V	400V

Réglage du détecteur 1

Electrode	Valeur expérimentale	Valeur théorique
b	12.5V	12.5V
c	80V	82.5V
d	400V	482.5V
e	500V	382.5V

Réglage du détecteur 2

Les divergences entre l'expérience et la théorie sont à attribuer à la géométrie imparfaite des électrodes, les conditions du montage ne permettant pas de garantir que toutes les pièces ont strictement le même axe de révolution. D'autre part une surface imparfaitement nettoyée peut contenir des charges diélectriques à l'origine de champs électriques additionnels qui n'ont pas été pris en compte dans le calcul. Enfin on a vu que les valeurs d'électrodes calculées ne sont pas critiques au vu de la surface utile du détecteur.

Equilibrage des détecteurs

Pour vérifier qu'on ne détecte pas mieux un niveau que l'autre, on a effectué une expérience similaire à un micromaser (par la suite on pourra parler par abus de langage de « maser »), qui sera détaillée chapitre 3. Elle consiste à préparer un atome dans l'état $|e\rangle$ et à le faire interagir avec les modes initialement dans l'état vide pour différentes valeurs du désaccord. Si l'atome est à résonance avec un mode, il émet un photon par émission spontanée avec une probabilité dépendant du temps d'interaction entre l'atome et le mode. Dans le cas contraire l'atome reste dans l'état excité. Pour balayer le désaccord on balaye une tension, notée V_{AD} par la suite, qui est ensuite amplifiée et appliquée aux cales piézo-électriques (voir chapitre 3). On représente figure 2.19 le taux de transfert atomique en fonction de V_{AD} , obtenu avec le détecteur 2 et des atomes à $400m/s$. On représente également le nombre total d'atomes enregistré en chaque point. Posons η_e (respectivement η_g) l'efficacité de détection du niveau $|e\rangle$ (respectivement du niveau $|g\rangle$). Le nombre total d'atomes détectés $N|_d$ s'écrit

$$N|_d = \eta_e N_e + \eta_g N_g = \eta_e N + (\eta_g - \eta_e) N_g \quad (2.18)$$

où N_e (respectivement N_g) est le nombre réel d'atomes ayant traversé le détecteur dans l'état $|e\rangle$ (respectivement $|g\rangle$) et $N = N_e + N_g$. N_g dépend de δ : si $\eta_g - \eta_e \neq 0$ le nombre total d'atomes détectés en dépend aussi. Comme on le voit sur la figure le nombre total

d'atome ne semble pas être une fonction de δ , les deux décrochements sont probablement dûs à une variation de la puissance du troisième laser d'excitation. Le réglage est donc satisfaisant.

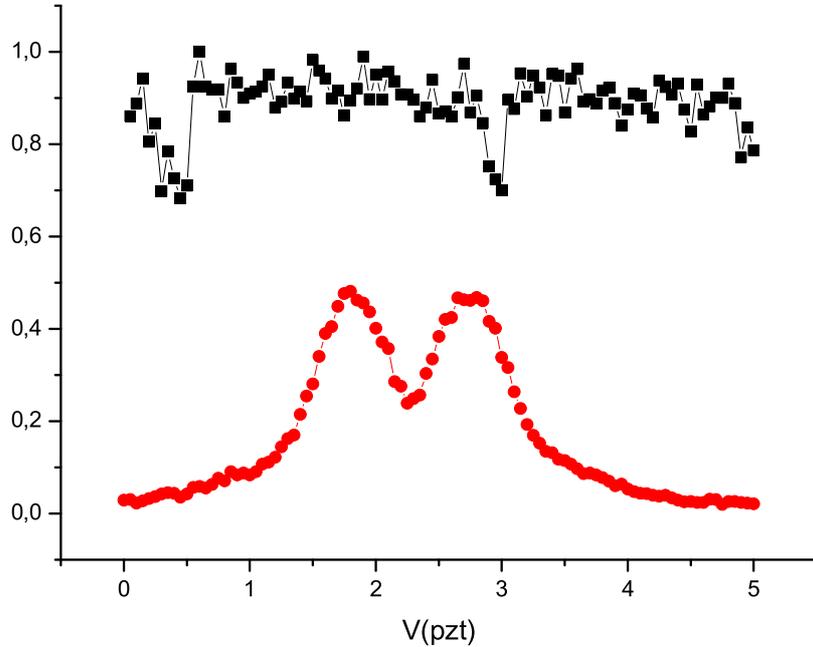


FIG. 2.19: Signal de « maser » obtenu avec le détecteur 2 et des atomes à 400m/s. Le nombre total d'atome ne dépend pas du taux de transfert de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$, ce qui signifie que l'efficacité de détection est la même pour les deux niveaux atomiques.

2.3.4 Mesure de l'efficacité de détection

Principe

Malgré les optimisations présentées dans cette section tout atome n'est pas nécessairement détecté. On appelle *efficacité de détection* du montage la probabilité pour un atome traversant l'ensemble d'électrodes 1 ou 2 d'être détecté. Cette efficacité peut dépendre du niveau considéré. Rappelons qu'on a optimisé les détecteurs 1 et 2 pour que l'efficacité de détection soit la même pour le niveau $|e\rangle$ et le niveau $|g\rangle$. On peut donc noter globalement η_i l'efficacité de détection par niveau du détecteur i . Le montage utilisé avant ma thèse ne contenait qu'un détecteur de type 2, son efficacité de détection par niveau était estimée à 40%.

Pour évaluer η on procède de la façon suivante. On prépare un paquet atomique dans l'état $|e\rangle$, la cavité étant vide de photons. On rappelle que l'on prépare des distributions poissonniennes d'atomes, l'excitation est supposée ici suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les cas où plus d'un atome se trouve dans le paquet. C'est le cas tant que

$\bar{n} < 0.1$ où \bar{n} est le nombre moyen d'atomes par paquet. Notons $P_{reel}(1at_1)$ (respectivement $P_{reel}(0at_1)$) la probabilité *réelle* qu'il y ait 1 atome (respectivement 0 atome) dans ce premier paquet atomique (la probabilité étant définie sur l'ensemble des séquences expérimentales). Dans l'hypothèse d'excitation faible on a

$$P_{reel}(0at_1) + P_{reel}(1at_1) = 1 \quad (2.19)$$

Notons d'autre part $P_{det}(1at_1)$ la probabilité de détecter l'atome dans ce premier paquet. L'efficacité de détection η s'écrit simplement

$$\eta = \frac{P_{det}(1at_1)}{P_{reel}(1at_1)} \quad (2.20)$$

La mesure de η impose d'être capable de mesurer le flux réel d'atomes. On peut utiliser la cavité comme une mémoire quantique dans laquelle l'atome va laisser une trace de son passage, sur le principe d'une expérience déjà réalisée dans notre groupe [73].

Le paquet atomique est envoyé dans la cavité, le temps d'interaction t_{int} avec le mode est réglé pour que l'atome émette avec certitude un photon dans celui-ci (impulsion π). La probabilité qu'un photon se trouve dans la cavité à la fin de l'interaction, notée $P(1ph)$ vérifie donc

$$P(1ph) = P_{reel}(1at_1) \quad (2.21)$$

Un second paquet atomique est préparé dans l'état $|g\rangle$ et envoyé dans la cavité pour sonder l'état du champ. *Si ce paquet contient 1 atome*, cet atome interagit avec le mode pendant le même temps t_{int} . Dans ce cas, soit la cavité contient un photon et l'atome ressort avec certitude dans l'état $|e\rangle$, soit la cavité ne contient pas de photon, et l'atome ressort dans l'état $|g\rangle$. Notons $\Pi_{reel}(e_2)$ la probabilité de détecter le second atome dans l'état excité, *si un atome se trouve dans le second paquet* (le changement de notation est dû au fait qu'il s'agit d'une probabilité conditionnelle). Dans ce modèle très simple on a

$$\Pi_{reel}(e_2) = P(1ph) \quad (2.22)$$

soit

$$\Pi_{reel}(e_2) = P_{reel}(1at_1) \quad (2.23)$$

Evaluons enfin $\Pi_{reel}(e_2)$. Cette quantité s'écrit

$$\Pi_{reel}(e_2) = \frac{\mathcal{N}_{reel}(e_2)}{\mathcal{N}_{reel}(e_2) + \mathcal{N}_{reel}(g_2)} \quad (2.24)$$

où $\mathcal{N}_{reel}(e_2)$ (respectivement $\mathcal{N}_{reel}(g_2)$) désigne le nombre d'événements *réels* dans lesquels un atome se trouve dans le second paquet dans l'état excité (respectivement dans l'état fondamental). Ces quantités sont reliées au nombre d'événements détectés par les équations

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{det}(e_2) &= \eta \mathcal{N}_{reel}(e_2) \\ \mathcal{N}_{det}(g_2) &= \eta \mathcal{N}_{reel}(g_2) \end{aligned} \quad (2.25)$$

On a donc

$$\Pi_{reel}(e_2) = \Pi_{det}(e_2) \quad (2.26)$$

Rassemblons les équations (2.20), (2.23) et (2.26), il vient

$$\eta = \frac{P_{det}(1at_1)}{\Pi_{det}(e_2)} \quad (2.27)$$

Dans ce modèle très simple, η est mesurable avec notre dispositif.

Modèle plus réaliste

On doit raffiner cette description en tenant compte de quelques défauts expérimentaux. D'une part l'émission et l'absorption du photon ne sont pas parfaites. D'autre part la cavité contient un champ thermique de 1 photon. Elle peut donc contenir un photon sans qu'un premier atome émetteur en soit responsable. Récrire l'équation 2.23 à l'aide de probabilités conditionnelles permet de tenir compte de façon effective de toutes les imperfections mentionnées :

$$\Pi_{reel}(e_2) = \Pi_{reel}(e_2|0at_1)P_{reel}(0at_1) + \Pi_{reel}(e_2|1at_1)P_{reel}(1at_1) \quad (2.28)$$

On a conservé l'approximation selon laquelle

$$1 = P_{reel}(0at_1) + P_{reel}(1at_1) \quad (2.29)$$

$\Pi_{reel}(e_2|0at_1)$ représente l'absorption du champ thermique. $\Pi_{reel}(e_2|1at_1)$ contient les imperfections des deux impulsions π . Dans le modèle idéal précédent, les deux quantités valaient respectivement 0 et 1, ce qui permet à partir de l'équation 2.28 de retrouver l'équation 2.23. Il vient alors

$$P_{reel}(1at_1) = \frac{\Pi_{reel}(e_2) - \Pi_{reel}(e_2|0at_1)}{\Pi_{reel}(e_2|1at_1) - \Pi_{reel}(e_2|0at_1)} \quad (2.30)$$

Comme précédemment, les probabilités sont des probabilités *réelles*. Il faut à présent établir le lien avec les probabilités construites à partir d'événements détectés.

$\Pi_{reel}(e_2|0at_1)$ est évaluée par une expérience annexe au cours de laquelle on envoie simplement l'atome sonde interagir avec le champ thermique contenu dans la cavité : c'est une expérience ne faisant intervenir qu'un atome. Par un raisonnement identique à celui décrit par l'équation 2.25, on a $\Pi_{reel}(e_2|0at_1) = \Pi_{det}(e_2|0at_1)$. De même, $\Pi_{reel}(e_2)$ est la probabilité idéale de détecter le second atome dans $|e\rangle$ quel que soit l'état du premier atome, on a donc $\Pi_{reel}(e_2) = \Pi_{det}(e_2)$. Enfin $\Pi_{reel}(e_2|1at_1)$ s'écrit

$$\Pi_{reel}(e_2|1at_1) = \frac{\mathcal{N}_{reel}(e_1e_2) + \mathcal{N}_{reel}(g_1e_2)}{\mathcal{N}_{reel}(e_1e_2) + \mathcal{N}_{reel}(e_1g_2) + \mathcal{N}_{reel}(g_1e_2) + \mathcal{N}_{reel}(g_1g_2)} \quad (2.31)$$

où $\mathcal{N}_{reel}(x_1y_2)$ est le nombre d'événements réels correspondant au cas où l'atome 1 a traversé le détecteur dans l'état x et l'atome 2 dans l'état y . Ce terme s'écrit simplement en fonction du nombre d'événements détectés $\mathcal{N}_{det}(x_1y_2)$

$$\mathcal{N}_{det}(x_1y_2) = \eta^2 \mathcal{N}_{reel}(x_1y_2) \quad (2.32)$$

On a donc

$$\Pi_{reel}(e_2|1at_1) = \Pi_{det}(e_2|1at_1) \quad (2.33)$$

Il vient finalement

$$P_{reel}(1at_1) = \frac{\Pi_{det}(e_2) - \Pi_{det}(e_2|0at_1)}{\Pi_{det}(e_2|1at_1) - \Pi_{det}(e_2|0at_1)} \quad (2.34)$$

soit en rassemblant les équations (2.20) et (2.34)

$$\eta = P_{det}(1at_1) \frac{\Pi_{det}(e_2|1at_1) - \Pi_{det}(e_2|0at_1)}{\Pi_{det}(e_2) - \Pi_{det}(e_2|0at_1)} \quad (2.35)$$

Résultats

On trouvera dans l'annexe B les données brutes de l'expérience présentée ici ainsi que les calculs précis d'erreur statistique qui leur sont associées. On a résumé dans le tableau ci-dessous les résultats principaux permettant le calcul de η , à savoir $\Pi_{det}(e_2)$, $\Pi_{det}(e_2|0at)$, $\Pi_{det}(e_2|1at_1)$ et $P_{det}(1at_1)$. Pour chaque probabilité on a indiqué le nombre \mathcal{N} d'événements utiles pour son estimation, ainsi que la barre d'erreur statistique associée.

	p	\mathcal{N}	Δp	$\Delta p/p$
$\Pi_{det}(e_2)$	29.1%	192811	0.1%	0.36%
$\Pi_{det}(e_2 0at)$	26%	121625	0.13%	0.48%
$\Pi_{det}(e_2 1at_1)$	48.6%	20916	0.35%	0.71%
$P_{det}(1at_1)$	11.3%	2002799	0.02%	0.2%

Données de l'expérience de mémoire quantique réalisée avec le détecteur 1

On constate que l'absorption en l'absence d'atome émetteur est importante (26%) ce qui est compatible avec un champ thermique de 1 photon. On note également le pulse π très imparfait (49%). Cela justifie *a posteriori* l'abandon du modèle simple présenté en première partie. On peut calculer la valeur de η_1 (voir formule 2.35). D'après les coïncidences enregistrées, $\eta_1 = 82.6\%$. L'amélioration nette par rapport au montage précédent est due à la meilleure focalisation des électrons sur le multiplicateur grâce aux nouvelles lentilles électrostatiques. L'évaluation de l'erreur statistique donne $\Delta\eta_1/\eta_1 = 7.1\%$. η_1 est donc définie $\pm 5.9\%$ (soulignons qu'il ne s'agit ici que des erreurs statistiques, les erreurs systématiques étant détaillées ci-dessous).

On a réalisé la même expérience avec le détecteur 2, le tableau ci-dessous synthétise les résultats obtenus. On obtient pour l'efficacité de détection par niveau $\eta_2 = 82.2\% \pm 8.4\%$. Il faut prendre garde au fait qu'au cours d'une séquence expérimentale, le détecteur 2 détecte soit le niveau $|e\rangle$, soit le niveau $|g\rangle$. L'efficacité de détection mesurée, rapportée à l'ensemble des séquences expérimentales, est la moitié de l'efficacité de détection « physique », en effet si N_d est le nombre d'atomes détectés, N_g (respectivement N_e) le nombre d'atomes traversant le détecteur dans l'état $|g\rangle$ (respectivement $|e\rangle$) on a

$$N_d = \frac{1}{2}N_g\eta_g + \frac{1}{2}N_e\eta_e = \frac{\eta_2}{2}(N_g + N_e) \quad (2.36)$$

soit finalement

$$N_d = \frac{\eta_2}{2}N \quad (2.37)$$

Pour tenir compte de cet effet qui tient à la nature même du détecteur, on a multiplié par 2 la valeur de $P_{det}(1at_1)$ mesurée. C'est cette valeur corrigée qui est présentée dans le tableau suivant.

	p	\mathcal{N}	Δp	$\Delta p/p$
$\Pi_{det}(e_2)$	28.3%	129388	0.13%	0.44%
$\Pi_{det}(e_2 0at)$	25.4%	64738	0.17%	0.67%
$\Pi_{det}(e_2 1at_1)$	48.1%	6591	0.62%	1.28%
$P_{det}(1at_1)$	10.6%	1408330	0.01%	0.25%

Données de l'expérience de mémoire quantique réalisée avec le détecteur 2

Il faut également tenir compte des erreurs systématiques. La plus importante d'entre elles est due au fait que l'on néglige les événements à deux atomes. Bien qu'ils représentent 1% des cas comme on peut le voir dans l'annexe B, le fait de les négliger induit sur le calcul de η une erreur de l'ordre de 5%. On rappelle que

$$\Pi_{reel}(e_2) = \Pi_{reel}(e_2|0at_1)P_{reel}(0at_1) + \Pi_{reel}(e_2|1at_1)P_{reel}(1at_1) + \Pi_{reel}(e_2|2at_1)P_{reel}(2at_1) + \dots \quad (2.38)$$

On néglige les événements à plus de 3 atomes. Dans le modèle idéal décrit au début de cette section $\Pi_{reel}(e_2|0at_1) = 0$ et $\Pi_{reel}(e_2|1at_1) = 1$. Posons d'autre part $P_{reel}(1at_1) = p_1$. L'équation 2.38 s'écrit

$$\Pi_{reel}(e_2) = p_1 + \frac{p_1^2}{2} \Pi_{reel}(e_2|2at_1) \quad (2.39)$$

soit

$$p_1 = \frac{\Pi_{reel}(e_2)}{1 + p_1 \Pi_{reel}(e_2|2at_1)/2} \quad (2.40)$$

On rappelle qu'en négligeant les événements à deux atomes on avait obtenu

$$p_1^0 = \Pi_{reel}(e_2) \quad (2.41)$$

En évaluant $p_1 \sim 0.1$ (l'ordre de grandeur est donné par le flux atomique mesuré), et en posant $\Pi_{reel}(e_2|2at_1) = 1$ (ce qui correspond à la situation la plus pessimiste) on trouve que l'erreur sur p_1 est de 5%, qui s'ajoute à l'erreur statistique de 3.5%. Une autre source d'erreur est donnée par le fond d'atomes dans $|e\rangle$ dû à l'émission spontanée du niveau $|52_c\rangle$ et au fond d'atomes dans $|g\rangle$ dû à l'émission spontanée du niveau $|e\rangle$. Au vu de toutes les imperfections expérimentales, on considère que η est mesurée à 10% près.

Conclusion

L'expérience de mémoire quantique présentée ci-dessus nous a permis de mesurer $\eta_1 = 82.6\% \pm 10\%$ et $\eta_2 = 82.2\% \pm 10\%$. On peut mesurer l'efficacité de détection du montage grâce à une autre expérience présentée dans la thèse de Paolo Maioli. Le principe est le suivant : on injecte dans la cavité un champ cohérent $|\alpha\rangle$, puis après un délai T le champ $|\alpha\rangle$: le champ résultant est donc le vide. Si un atome a traversé la cavité entre les deux injections, et interagi dispersivement avec $|\alpha\rangle$, le champ cohérent a subi un déphasage ϕ (voir chapitre 1). L'état du champ après la seconde injection est donc $|\alpha(e^{i\phi} - 1)\rangle$. Le passage d'un atome a ainsi laissé une signature sur l'état final du champ. L'analyse de la distribution de phase du champ résultant, dont le principe sera détaillé chapitre 3 permet de déduire le flux absolu d'atomes ayant interagi avec le champ. La comparaison avec le flux détecté donne l'efficacité de détection du montage. On a mesuré $\eta_1 = 81\% \pm 6\%$. Cela est compatible avec les résultats présentés dans ce chapitre. L'efficacité de détection des deux montages est donc très satisfaisante et présente une amélioration nette par rapport au montage précédent.

Chapitre 3

Expériences préliminaires

La technique d'homodynage

On a présenté au chapitre 1 des résultats concernant la théorie de l'interaction résonnante entre un système à deux niveaux et un mode du champ électromagnétique. On a ensuite vu au chapitre 2 que l'on dispose des outils expérimentaux adéquats : le système à deux niveaux est un atome de Rydberg interagissant avec un mode d'une cavité supraconductrice dans le régime de couplage fort. Il faut à présent préciser comment on contrôle l'interaction entre ces deux systèmes, particulièrement leur temps effectif d'interaction : c'est l'objet de la section 3.1. D'autre part on s'intéresse à l'oscillation de Rabi d'un atome de Rydberg dans un champ cohérent : on doit être capable de connaître les paramètres caractéristiques de ce champ cohérent, à savoir son module et sa phase. La calibration du nombre de photons injectés dans le mode de la cavité utilise l'interférométrie Ramsey, elle est présentée section 3.2. La mesure de la phase du champ cohérent, fondée sur une technique d'homodynage, est exposée section 3.3.

3.1 Observation des oscillations de Rabi quantiques

Une expérience d'Electrodynamique Quantique en Cavité repose sur la répétition de N séquences expérimentales. Au cours d'une séquence p atomes interagissent avec le champ préparé dans la cavité. Un paramètre important dans le cadre de l'interaction résonnante atome-champ est le temps effectif d'interaction t_{int} , défini de la façon suivante :

$$\Omega_0 t_{int}(T) = \int_{-\infty}^T \Omega_0(t) dt = \frac{\sqrt{\pi} w_0}{v} \quad (3.1)$$

On a pris pour origine des temps l'instant du passage de l'atome au centre de la cavité. Le temps effectif d'interaction est souvent exprimé en périodes de Rabi. Il représente le nombre d'oscillations de Rabi que l'atome réaliserait, la cavité étant vide de photons, si Ω_0 était homogène le long du parcours de l'atome. t_{int} dépend de la vitesse atomique. On a également vu au chapitre 1 que le couplage peut être dit dispersif si $\delta \gg \Omega_0$. La fréquence de Rabi du vide étant fixée, on peut « geler » l'interaction atome-champ en augmentant brutalement δ , ce qui constitue un autre moyen de contrôler t_{int} .

Finalement, le contrôle expérimental de t_{int} requiert de connaître la position de l'atome à tout instant, et de pouvoir imposer δ de façon résolue en temps. On va dans une première section voir de quelle manière on ajuste δ , avant de présenter comment on obtient un signal d'oscillation de Rabi.

Accord de la cavité

On rappelle que $\delta = \omega_0 - \omega$ où ω_0 est la fréquence de la transition atomique et ω la fréquence du mode considéré. La fréquence des modes de la cavité dépend linéairement de la tension V_{PZT} appliquée sur les cales piézo-électriques. V_{PZT} est simplement générée par amplification d'une tension externe V_{AD} : c'est en fonction de ce paramètre, contrôlé expérimentalement, que nous exprimerons δ . On calibre $\omega(V_{AD})$ par une expérience de spectroscopie des modes de la cavité analogue à celle décrite au chapitre 1. La calibration est présentée figure 3.1 pour le mode HF. Les résultats concernant le mode BF sont similaires. On trouve

$$\frac{d\omega}{dV_{AD}} = 84\text{kHz/V} \quad (3.2)$$

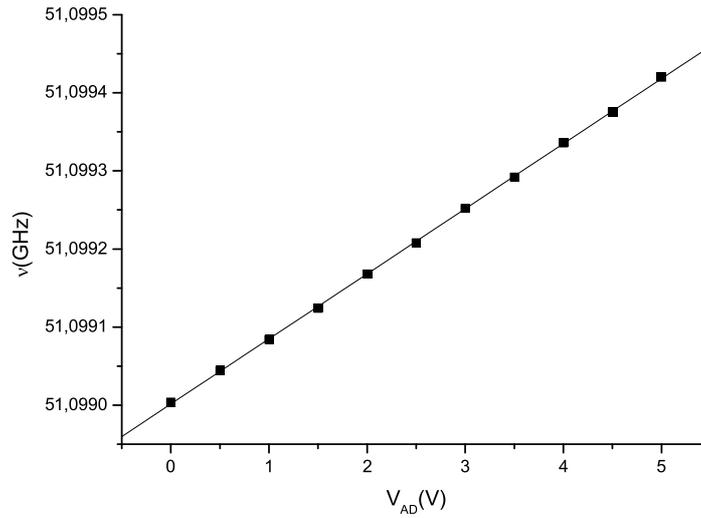


FIG. 3.1: Variation de la fréquence du mode HF en fonction de la tension V_{AD} .

D'autre part, on a vu au chapitre 2 que ω_0 dépend par effet Stark du champ électrique \mathbf{E} appliqué à l'atome, selon la loi quadratique connue

$$\frac{\delta\omega_0}{\delta\mathbf{E}^2} = -255\text{kHz}/(\text{V/cm})^2 \quad (3.3)$$

δ dépend donc de façon connue des paramètres (\mathbf{E}, V_{AD})

$$\delta = A(\mathbf{E}^2 - \mathbf{E}^{(0)2}) + B(V_{AD} - V_{AD}^0) \quad (3.4)$$

avec $A = -255\text{kHz}/(\text{V}/\text{cm})^2$ et $B = 84\text{kHz}/\text{V}$. $\{\mathbf{E}^{(0)2}; V_{AD}^0\}$ est un couple annullant δ . Il suffit de connaître un tel couple pour connaître δ en tous points de l'espace des paramètres. \mathbf{E} est le champ électrique régnant entre les deux miroirs de la cavité, il dépend de V_{cav} la tension appliquée entre les miroirs d'une façon connue : on exprimera plutôt δ en fonction de $\{V_{cav}, V_{AD}\}$ qui sont les paramètres ajustables expérimentalement.

Pour déterminer $\{V_{cav}^0; V_{AD}^0\}$ on réalise une expérience similaire au micromaser [26] : on fixe V_{cav}^0 et on prépare un atome dans $|e\rangle$, la cavité étant vide. L'atome est envoyé dans la cavité et le taux de transfert de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$ enregistré pour différentes valeurs de V_{AD} . Si

$$\delta \gg \Omega_0 \quad (3.5)$$

le taux de transfert est nul. Dans le cas contraire, l'atome a une probabilité non-nulle d'émettre un photon dans ce mode par émission spontanée. La figure 3.2 présente le signal obtenu. Le taux de transfert maximum est obtenu quand l'atome est à résonance avec un mode : les deux pics correspondent ainsi à la résonance avec les modes HF et BF. On trouve $V_{AD} = 0.63\text{V}$ pour le mode HF et $V_{AD} = 1.65\text{V}$ pour le mode BF. D'après l'équation 3.2, on vérifie bien que l'écart entre les modes est de 86kHz.

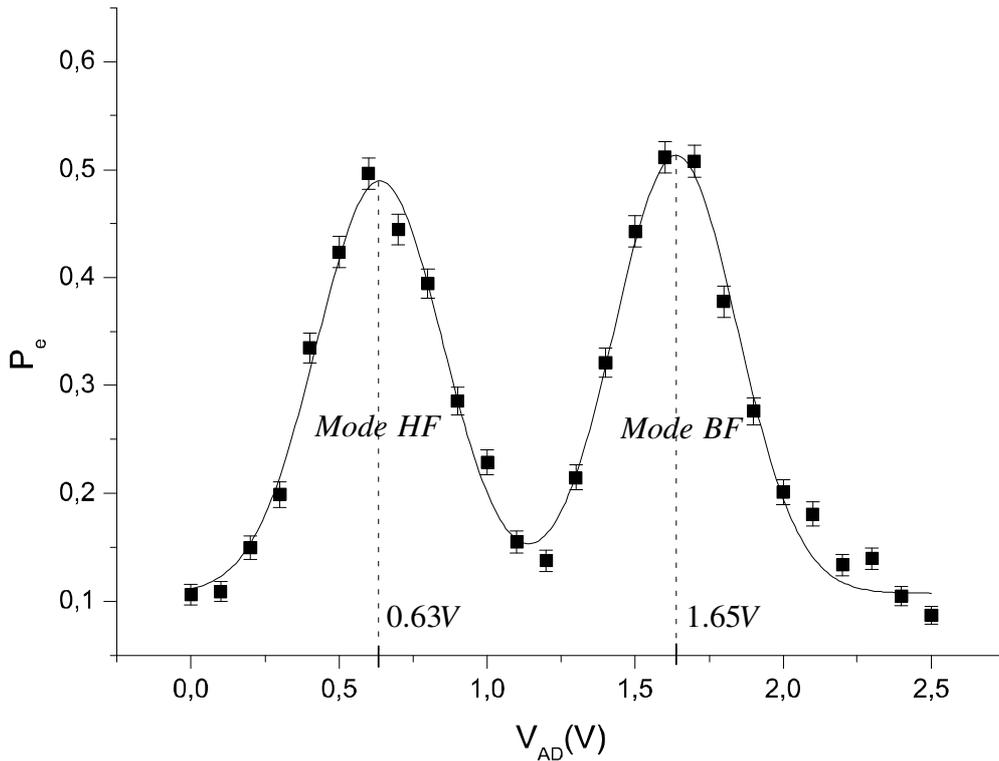


FIG. 3.2: Probabilité d'émission de l'atome en fonction de V_{AD} .

On contrôle ainsi δ à l'échelle du kHz. La source essentielle de difficulté est due aux inhomogénéités de champ électrique, qui sont d'autant plus importantes que la valeur moyenne \mathbf{E}_0 du champ électrique est grande. Supposons en effet que ce champ soit affecté de fluctuations $\Delta\mathbf{E}$. D'après l'équation 3.4 les variations $\Delta\delta$ du désaccord en fonction de ces fluctuations s'écrivent

$$\Delta\delta = A\Delta|\mathbf{E}|^2 \sim 2A\mathbf{E}_0 \cdot \delta\mathbf{E} \quad (3.6)$$

Pour réduire ces inhomogénéités on applique aux atomes le champ électrique minimum compatible avec la survie des états circulaires, à savoir $|\mathbf{E}| = 0.25\text{V/cm}$.

Oscillation de Rabi du vide

Soulignons ici que toutes les expériences qui seront présentées dans ce mémoire utilisent le mode HF, le mode BF étant, autant que faire se peut, spectateur (nous reviendrons sur l'effet du « second mode » et les modifications à apporter à la théorie section 4.3). Le choix du mode HF a été dicté par deux raisons. D'une part il est mieux couplé à la source classique externe. D'autre part l'accord entre l'atome et le mode HF est obtenu pour une valeur de champ électrique dans la cavité inférieure à la valeur nécessaire à l'accord avec le mode BF. On vient de voir que les inhomogénéités de champ électrique perturbent d'autant plus la fréquence atomique que la valeur moyenne du champ est plus important. On a donc tout intérêt à se placer dans des conditions où le champ électrique est le plus faible possible compatible avec les expériences réalisées.

L'enregistrement d'un signal d'oscillation de Rabi requiert de balayer le temps effectif d'interaction entre l'atome et le mode utilisé. On a vu qu'un paramètre était la vitesse de l'atome, cependant l'atome le plus rapide que nous puissions préparer a une vitesse de 500m/s, ce qui correspond à un temps effectif typique d'une période de Rabi du vide T_0 . Pour balayer t_{int} entre 0 et T_0 , nous gelons donc l'interaction en désaccordant brutalement l'atome de la cavité. Pour cela nous pouvons a priori choisir de varier ω ou ω_0 . Cependant nous voulons pouvoir commuter δ sur une échelle de temps courte devant la période de Rabi, soit $20\mu\text{s}$. Les cales piézo-électriques présentant un temps de réponse supérieur à la ms, la seule possibilité consiste à augmenter brusquement la différence de potentiel entre les miroirs. Le désaccord maximal que l'on peut obtenir à V_{AD} fixée vaut 1.2 MHz.

L'expérience est la suivante : on prépare un atome dans $|e\rangle$ que l'on envoie dans la cavité. V_{cav} et V_{AD} sont fixées pour que l'atome soit à résonance avec le mode HF lorsqu'il entre dans la cavité. A l'instant T on augmente brutalement V_{cav} de façon à désaccorder l'atome des deux modes. Les paramètres expérimentaux sont synthétisés dans un diagramme spatio-temporel représenté figure 3.3.

On enregistre enfin le taux de transfert de l'atome de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$ pour différentes valeurs de T . On rappelle que le taux de transfert théorique s'écrit

$$P_e(T) = \frac{1}{2}(1 - \cos(t_{int}(T))) \quad (3.7)$$

Le signal expérimental est présenté figure 3.4. Sur la même figure est représentée l'oscillation de Rabi prévue par l'équation 3.7, avec $\Omega_0 = 49\text{kHz}$. On constate que le contraste du signal expérimental n'est pas 1, et que sa fréquence semble légèrement supérieure à 49kHz. L'écart à la théorie est dû au petit champ thermique de 1 photon en moyenne contenu dans chaque mode : la réduction du contraste provient du fait que le signal observé est la somme de sinusoides de fréquences $\Omega_0, \Omega_0\sqrt{2}, \Omega_0\sqrt{3}...$. Cela explique également le déplacement de la fréquence moyenne du signal vers des valeurs supérieures. D'autre part la théorie présentée au chapitre 1 ne tient pas compte de l'existence d'un second mode pouvant perturber l'interaction. Il n'existe pas de formule analytique simple pour décrire

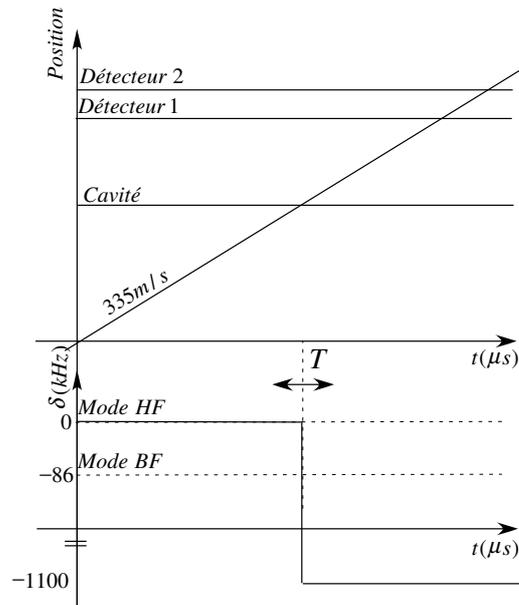


FIG. 3.3: Diagramme spatio-temporel de l'expérience d'oscillation de Rabi. L'atome interagit de façon résonnante avec le mode HF jusqu'à l'instant T où on désaccorde brutalement l'atome du mode.

le signal atomique $P_e(T)$. Nous comparons le signal expérimental à une simulation numérique. Cette simulation intègre la matrice densité totale du système constitué par l'atome

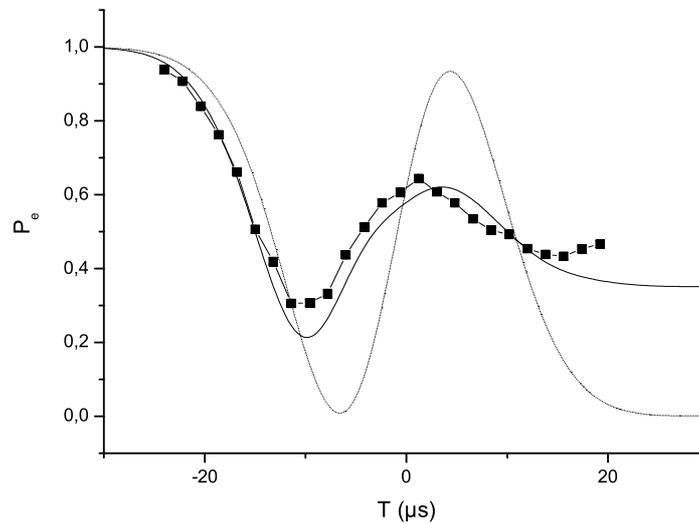


FIG. 3.4: $P_e(T)$. L'atome est initialement préparé dans $|e\rangle$. Les points correspondent aux données expérimentales. La ligne pointillée présente l'oscillation de Rabi dans le cas idéal : 1 mode de facteur de qualité infini préparé dans l'état $|n = 0\rangle$. La ligne pleine est le résultat d'une simulation numérique sans aucun paramètre libre, tenant compte des deux modes et de la présence d'un champ thermique de 1 photon dans chacun d'eux.

et les deux modes. La relaxation est prise en compte ainsi que le champ thermique. La simulation est réalisée avec $\Omega_0 = 49$ kHz et $n_{th1} = n_{th2} = 1$. L'accord entre simulation et théorie est relativement satisfaisant, sachant qu'on ne s'est donné aucun paramètre libre.

Oscillation de Rabi dans un champ cohérent

On peut également observer l'oscillation de Rabi dans un champ cohérent. La méthode de préparation du champ cohérent sera présentée section 3.2. La figure 3.5 présente un tel signal pour un atome préparé dans $|g\rangle$ de vitesse $v=200$ m/s interagissant avec un champ cohérent contenant 15 photons. On a également représenté le résultat de la simulation sans paramètre libre. Cette simulation tient compte comme précédemment des deux modes et de la relaxation vers le champ thermique. On voit nettement l'effondrement de l'oscillation caractéristique de la dispersion des fréquences de Rabi. Comme on l'a vu dans le chapitre 1 cet effondrement est la signature du fait que le champ est intriqué avec l'atome. La preuve expérimentale de cette intrication sera fournie chapitre 4.

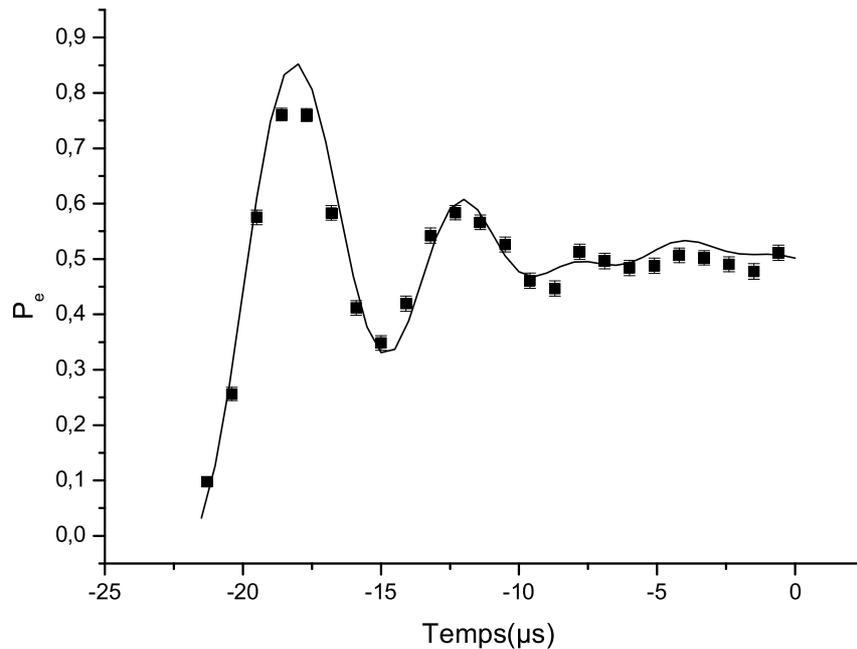


FIG. 3.5: Oscillation de Rabi dans un champ cohérent contenant 15 photons en moyenne. On a représenté les points expérimentaux. La ligne est le résultat d'une simulation numérique tenant compte des deux modes et du champ thermique initial. La simulation ne comporte pas de paramètre libre.

Refroidissement de la cavité

L'étude de l'oscillation de Rabi dans un champ cohérent nécessite l'injection de champs importants (jusqu'à $\bar{n} \sim 40$ photons) dans le mode HF de la cavité. Avant de commencer

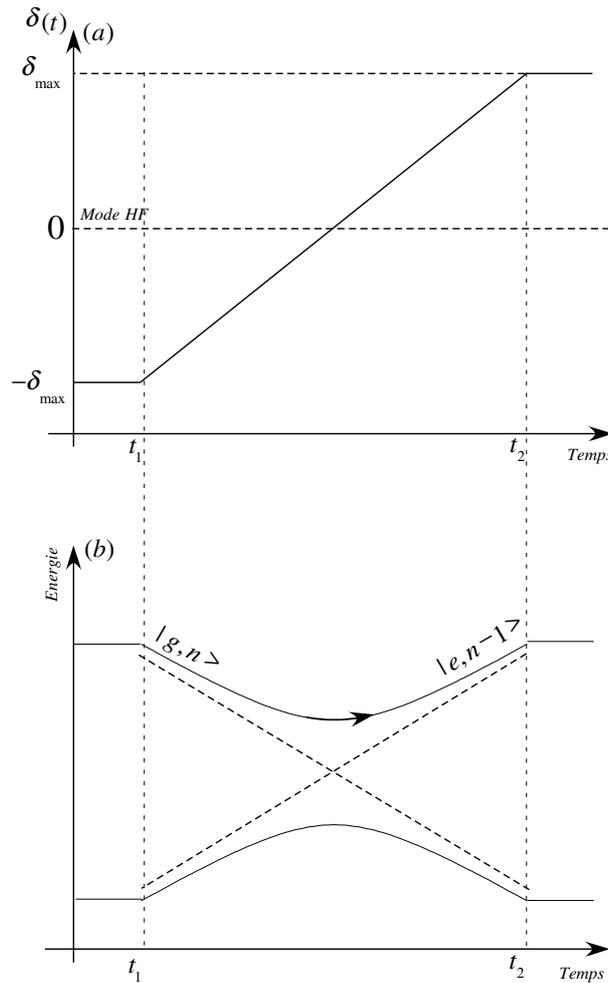


FIG. 3.6: Principe de l'absorption adiabatique d'un champ utilisée pour refroidir la cavité. On a représenté figure (a) le profil temporel $\delta(t)$ d'un atome absorbant (δ est le désaccord par rapport au mode HF), et figure (b) l'évolution de l'énergie des états du système atome-champ $|g, n\rangle$ et $|e, n-1\rangle$ au cours du temps. Si l'atome est suffisamment lent, le système atome-champ évolue adiabatiquement, le champ dans la cavité contenant initialement n photons contient au terme de l'interaction $n-1$ photons.

une nouvelle séquence expérimentale, nous envoyons une succession d'atomes préparés dans l'état fondamental pour absorber le champ résiduel de la séquence expérimentale précédente. Ces paquets atomiques contiennent un nombre moyen d'atomes important (typiquement 3 à 10 atomes par paquet). L'efficacité de chacun de ces paquets repose essentiellement sur l'optimisation de son profil temporel $V_{cav}(t)$. Une technique efficace consiste à programmer au passage d'un paquet atomique un profil $V_{cav}(t)$ tel que $\delta(t)$ (δ désigne le désaccord par rapport au mode HF, cela sera systématiquement le cas par la suite) décrive $[-\delta_{\max}, \delta_{\max}]$ en s'annulant au centre du mode. Si l'atome est suffisamment lent l'évolution du système atome-champ est adiabatique, et l'état $|g, n\rangle$ devient $|e, n-1\rangle$ avec une efficacité proche de 100%. Des tests précis sur l'efficacité de ces atomes absorbants peuvent être trouvés dans les thèses de Gilles Nogues et Patrice Bertet [75, 84]. La figure 3.6 illustre l'absorption adiabatique du champ par un atome préparé initialement dans $|g\rangle$.

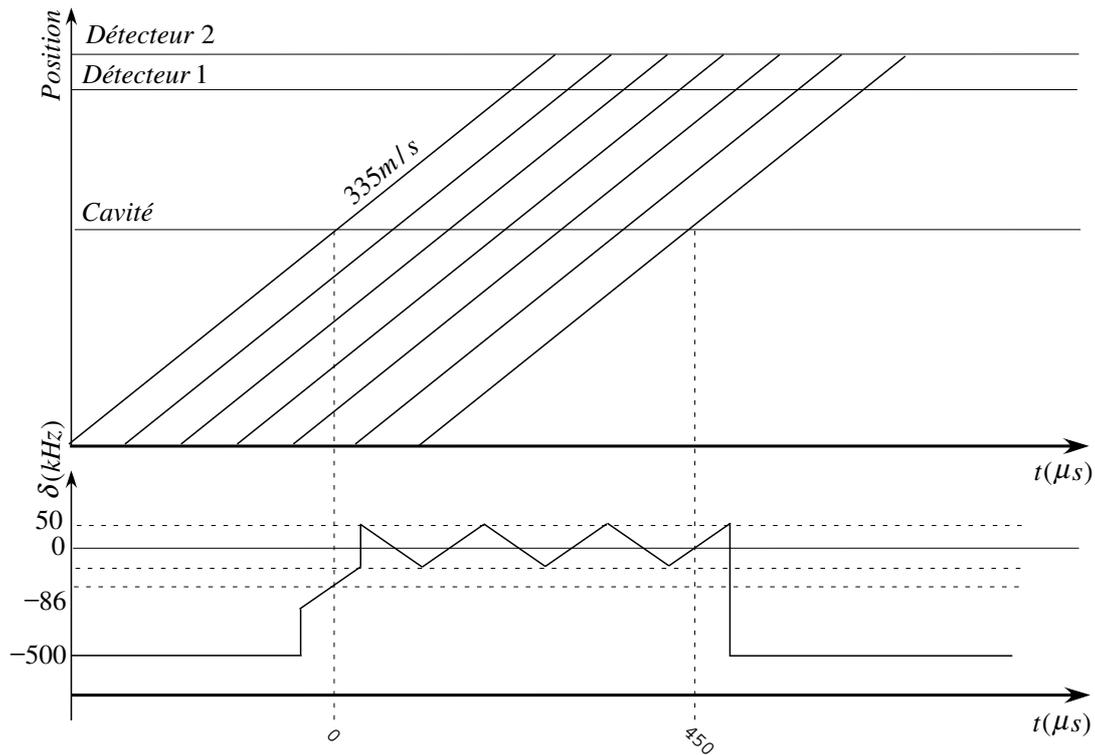


FIG. 3.7: Diagramme spatio-temporel des sept atomes systématiquement envoyés au début de chaque séquence expérimentale pour absorber le champ résiduel de la séquence expérimentale précédente. Le premier atome absorbe le champ dans le mode BF, les six autres le champ contenu dans le mode HF. Le désaccord δ représente le désaccord par rapport au mode HF, utilisé pour toutes les expériences. L'origine des temps est arbitraire.

La figure 3.7 montre le diagramme spatio-temporel de sept atomes absorbants de vitesse $v=335\text{m/s}$ ainsi que le profil $\delta(t)$ correspondant. On voit que le premier paquet atomique absorbe adiabatiquement le champ contenu dans le mode BF, tandis que les six suivants absorbent le champ contenu dans le mode HF, a priori beaucoup plus intense.

Ces atomes absorbants ou « serpillières » ont initialement été mis au point pour absorber le champ thermique. Ils sont très utiles lorsque l'initialisation de la cavité dans l'état $|0\rangle$ est particulièrement critique pour le résultat des expériences, notamment la détection QND d'un photon [76], ou la mesure de la fonction de Wigner de l'état nombre $|n=1\rangle$ [10]. En revanche, les résultats présentés dans ce mémoire sont relativement robustes à la présence du champ thermique. La technique des atomes absorbants a ici été utilisée dans le seul but d'éliminer les champs résiduels entre chaque séquence expérimentale.

Nous sommes donc capables de contrôler l'interaction entre un atome et un champ préalablement préparé dans la cavité. Le but de la section suivante est d'exposer les méthodes utilisées pour préparer et caractériser un champ cohérent.

3.2 Mesure de l'amplitude d'un champ cohérent

Dans cette section on commence par exposer le principe de la calibration du nombre moyen de photons d'un champ cohérent. Celle-ci repose sur la technique d'interférométrie Ramsey. On présente ensuite la préparation du champ cohérent, et particulièrement les paramètres expérimentaux mis en jeu. On aborde enfin l'expérience de calibration proprement dite, ainsi que l'erreur associée à cette méthode.

Principe

L'interféromètre de Ramsey est en tous points analogue à l'interféromètre de Mach-Zehnder présenté chapitre 1. On applique à un atome de Rydberg préparé dans l'état $|g\rangle$ deux impulsions $\pi/2$ induites par un champ classique quasi-résonnant avec la transition $g - i$. On appelle T_{vol} le délai entre les deux impulsions et $\Delta\omega = \omega_{gi} - \omega$ le désaccord entre la pulsation de la transition atomique ω_{gi} et la pulsation du champ classique ω . Les impulsions sont analogues aux lames séparatrices. La transformation subie par l'atome lors de chaque impulsion s'écrit

$$\begin{aligned} |g\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |i\rangle) \\ |i\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|g\rangle + |i\rangle) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pour balayer la phase ϕ de la superposition atomique et réaliser ainsi l'équivalent de la lame à retard, il existe deux techniques. La première consiste à faire varier la fréquence de la transition $g - i$ par effet Stark, en appliquant entre les deux impulsions pendant un temps très court τ , une forte différence de potentiel entre les miroirs. On a alors $\phi = \Delta\omega\tau$ (le calcul est effectué dans le référentiel tournant avec la source conformément à la section 1.1). Balayer cette différence de potentiel permet de balayer la phase. La seconde technique, que nous employons ici, consiste à faire varier la fréquence du champ. Cela n'a pas d'incidence sur la qualité de l'impulsion $\pi/2$, en effet le spectre de l'impulsion a une largeur typique $1/T$ où T est la durée de l'impulsion. L'atome se comportant comme un filtre sélectionnant la composante spectrale accordée sur la transition, il suffit donc que la variation de fréquence soit faible devant $1/T$, ce qui est réalisé comme on le verra par la suite. La phase de la superposition accumulée entre les deux impulsions vérifie dans ce cas

$$\phi = \Delta\omega T_{vol} \quad (3.9)$$

On peut alors calculer, en fonction de ϕ , la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$. De façon analogue au cas de l'interféromètre de Mach-Zehnder, on trouve

$$P_g(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\phi)) \quad (3.10)$$

Ces oscillations sont des franges d'interférence entre les deux évolutions indiscernables qu'a pu suivre l'atome entre les deux impulsions : rester dans l'état $|g\rangle$ ou passer dans l'état $|i\rangle$.

On peut utiliser les franges de Ramsey obtenues pour mesurer l'amplitude d'un champ cohérent injecté dans le mode de la cavité [25]. On utilise pour cela l'interaction dispersive

atome-champ. Supposons le champ dans la cavité dans l'état $|n\rangle$. On rappelle (voir équations 1.71) qu'un atome préparé dans $|g\rangle$ et désaccordé du mode de la cavité d'une quantité δ subit à la traversée du mode dans la représentation d'interaction la transformation

$$|g, n\rangle \longrightarrow e^{in\phi_0} |g, n\rangle \quad (3.11)$$

où ϕ_0 est le déphasage par photon défini équation 1.70. En revanche l'état $|i, n\rangle$ est inchangé, l'état $|i\rangle$ n'étant couplé à aucun autre état circulaire par une transition proche de celle de la cavité. Entre les deux impulsions la superposition atomique subit un déphasage $n\phi_0$ tandis que le champ reste inchangé :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |i\rangle) |n\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{in\phi_0} |g\rangle + |i\rangle) |n\rangle \quad (3.12)$$

Les franges de Ramsey enregistrées dans cette configuration sont déphasées de $n\phi_0$ par rapport au cas où la cavité est vide de photons.

Si la cavité contient initialement un champ cohérent $|\alpha\rangle$, la transformation subie par le système atome-champ s'écrit

$$|g, \alpha\rangle \longrightarrow e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{in\phi_0} |g, n\rangle \quad (3.13)$$

soit

$$|g, \alpha\rangle \longrightarrow |g, \alpha e^{i\phi_0}\rangle \quad (3.14)$$

Un atome préparé dans $|g\rangle$ déphase le champ d'une quantité ϕ_0 . L'état $|i, \alpha\rangle$ reste inchangé pour la même raison que précédemment. Après interaction dispersive la superposition atomique s'intrique donc avec le champ contenu dans le mode :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |i\rangle) |\alpha\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g, \alpha e^{i\phi_0}\rangle + |i, \alpha\rangle) \quad (3.15)$$

Le champ dans la cavité agit comme un détecteur du chemin suivi par l'atome entre les deux impulsions Ramsey. Conformément à ce qui a été développé dans la section 1.4.3, la probabilité de détecter l'atome dans $|g\rangle$ à la sortie de l'interféromètre est modifiée de la façon suivante :

$$P_g(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \Re(e^{i\phi} \langle \alpha e^{i\phi_0} | \alpha \rangle)) \quad (3.16)$$

D'après l'équation 1.118 on a

$$\langle \alpha e^{i\phi_0} | \alpha \rangle = \exp(-\bar{n}(1 - \cos(\phi_0))) \exp(-i\bar{n} \sin(\phi_0)) \quad (3.17)$$

L'équation 3.16 s'écrit finalement

$$P_g(\phi) = \frac{1}{2} (1 - e^{-\bar{n}(1-\cos(\phi_0))} \cos(\phi - \bar{n}\phi_0)) \quad (3.18)$$

Les franges de Ramsey sont déphasées de $\bar{n}\phi_0$ par rapport au cas où la cavité est vide. Le contraste des franges vaut quant à lui

$$\mathcal{C} = 1 - e^{-\bar{n}(1-\cos(\phi_0))} \quad (3.19)$$

Le pointé du déphasage des franges de Ramsey obtenues par rapport aux franges de référence enregistrées dans le vide permet ainsi, connaissant ϕ_0 , de déduire \bar{n} .

Préparation du champ

Préparer un champ cohérent dans le mode de la cavité est extrêmement simple expérimentalement : il suffit de le coupler à une source classique, de fréquence variable, via un guide d'onde externe. Le temps de couplage est contrôlé avec un pas de $100ns$ par une PIN-diode qui joue le rôle d'un interrupteur. La finesse spectrale de la source est de l'ordre du Hz, sa puissance est modulable grâce à un atténuateur calibré en dB. Le champ rayonné par la source classique dans le mode est un champ cohérent dont l'amplitude augmente linéairement avec le temps. Le contrôle du nombre de photons moyen injectés dans le mode repose donc sur deux paramètres expérimentaux : la durée d'injection et la valeur de l'atténuation.

Le spectre de la source est élargi car la durée de l'injection T_{inj} est finie : la densité spectrale de puissance est un sinus cardinal de largeur à mi-hauteur $\delta\nu_{1/2} = 1/T_{inj}$. La cavité se comporte comme un filtre ne sélectionnant que la composante spectrale de l'excitation accordée sur la fréquence du mode. Il faut toutefois prendre garde de ne pas injecter d'énergie dans le mode BF. On adapte la durée de l'injection pour que la composante spectrale correspondant au mode BF soit située au 2^{ieme} noeud du sinus cardinal. On fixe ainsi $T_{inj} = 23.3\mu s$. La figure 3.8 présente le signal expérimental, obtenu en couplant le signal de sortie de la PIN-diode à un analyseur de spectre. L'origine des fréquences est prise égale à la fréquence du mode HF. On voit nettement la figure le sinus cardinal caractéristique d'un signal limité temporellement. Soulignons d'autre part que l'on n'observe pas la transformée de Fourier d'une impulsion unique, mais celle d'impulsions périodiques, le taux de répétition étant de 1000 impulsions par seconde : on a ainsi convolué le signal temporel avec un peigne de Dirac. Dans le domaine spectral, cela revient à multiplier le sinus cardinal par la TF du peigne, qui est également un peigne de Dirac. L'écart entre deux fréquences successives du peigne vaut 1kHz. Cela est responsable du « bruit » apparaissant sur le signal expérimental.

La durée de l'impulsion étant fixée, le seul paramètre ajustable est l'atténuation de la source. L'expérience de calibration consiste à connaître le nombre de photons injectés en fonction de cette atténuation.

Expérience de calibration

L'interféromètre de Ramsey est présenté figure 3.9. Une source micro-onde débouchant sur le côté de la cavité permet d'exciter un mode du système cavité+anneau de très mauvais facteur de qualité, appelé « mode Ramsey ». On peut montrer que bien que contenant très peu de photons, le champ dans ce mode a un comportement classique [62].

Une expérience préliminaire consiste à réaliser une carte du champ afin d'en repérer les noeuds et les ventres. Pour cela on prépare des atomes de toutes vitesses dans $|g\rangle$ à un instant de référence. On allume ensuite la source micro-onde accordée sur la fréquence de transition $g - i$ pendant une durée de $2\mu s$. On trace enfin le taux de transfert $g \rightarrow i$ en fonction du temps d'arrivée de l'atome au détecteur. Le temps d'arrivée correspond à un facteur d'échelle près à la position de l'atome dans la cavité au moment de l'injection. Le transfert est d'autant plus grand que l'intensité de l'onde est plus importante (on

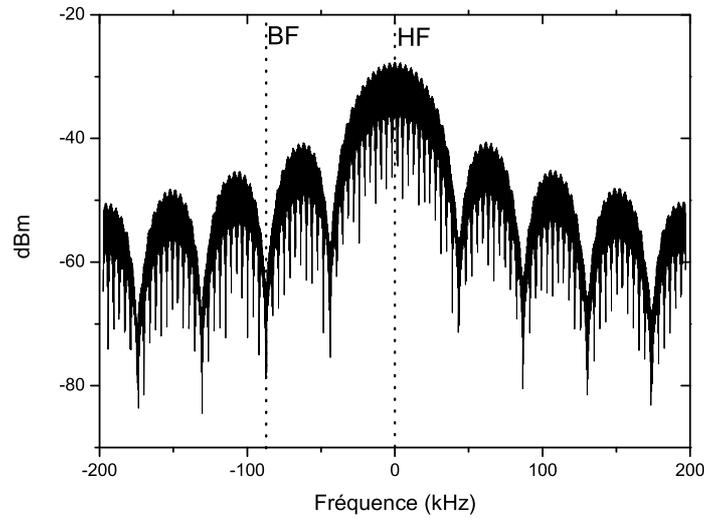


FIG. 3.8: Spectre de la source pulsée pour un temps d'injection de $23.3 \mu\text{s}$.

utilise une micro-onde atténuée de façon à ne pas saturer la transition). On repère ainsi deux ventres, de part et d'autre du mode gaussien : ces ventres constitueront les zones de Ramsey notées R_1 et R_2 .

L'expérience d'interférométrie se déroule alors de la façon suivante (voir figure 3.9) : un atome de vitesse $v = 335 \text{ m/s}$ est préparé dans $|g\rangle$. Pendant qu'il traverse R_1 la micro-onde est allumée pendant un temps $\Delta t_1 = 2.5 \mu\text{s}$ tel que l'atome réalise une impulsion $\pi/2$. L'atome traverse ensuite le mode gaussien de la cavité. On rallume la micro-onde pendant

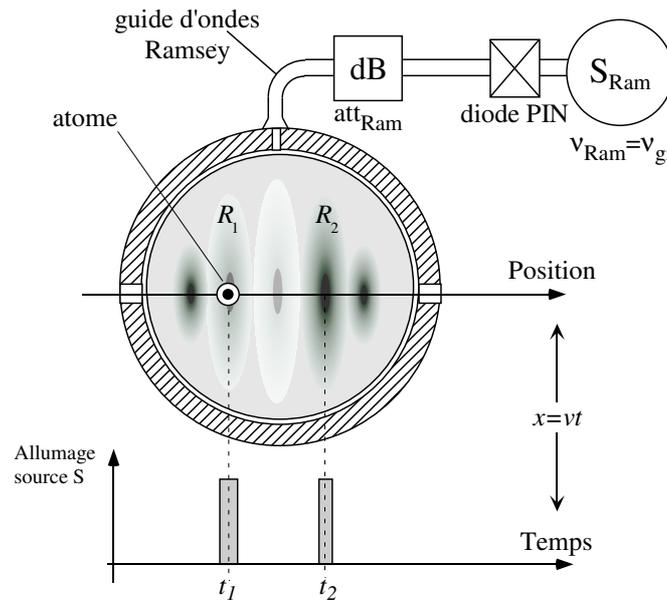


FIG. 3.9: Schéma de l'interféromètre de Ramsey. R_1 et R_2 sont les zones de Ramsey, analogues aux lames séparatrices de l'interféromètre de Mach-Zehnder.

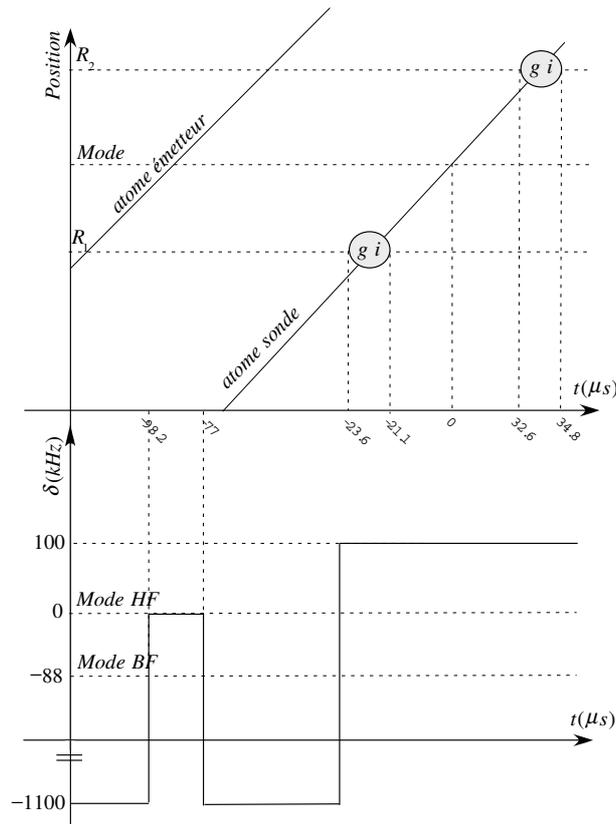


FIG. 3.10: Diagramme spatio-temporel de l'expérience permettant la mesure de ϕ_0 . L'état $|n = 1\rangle$ est préparé par un premier atome subissant une impulsion π dans le mode HF. La fin de l'impulsion a lieu $77 \mu s$ avant le passage de l'atome-sonde au centre de la cavité. Les impulsions $g - i$ dans les zones de Ramsey R_1 et R_2 sont représentées par les cercles grisés.

$\Delta t_2 = 2.2 \mu s$ au moment où l'atome traverse R_2 . On conçoit ici l'importance de choisir pour zones de Ramsey des ventres de la micro-onde. La position de l'atome est en effet connue au mm près. L'homogénéité spatiale du champ est donc cruciale, faute de quoi la qualité de l'impulsion $\pi/2$ est amoindrie, ainsi que le contraste des franges de Ramsey. Dans des ventres tels que R_1 et R_2 le champ est homogène à l'échelle de quelques mm : l'extension du paquet atomique est donc moins critique. On enregistre enfin la probabilité de détecter l'atome dans $|g\rangle$ en fonction du désaccord entre la source et la transition atomique. Remarquons ici que le désaccord est balayé sur une plage de $50 kHz$, ce qui est peu devant la largeur spectrale d'une impulsion $\pi/2$ (de l'ordre de $1/T \sim 500 kHz$). Le contraste obtenu avec cet interféromètre vaut 70% (voir figure 3.13).

Venons-en maintenant à la calibration proprement dite. Avant d'effectuer la calibration il faut mesurer ϕ_0 . La cavité étant vide, on enregistre des franges de référence. On prépare ensuite l'état $|n = 1\rangle$ en faisant subir une impulsion π à un atome préparé dans $|e\rangle$ à résonance avec le mode. La vitesse de l'atome est $335 m/s$, le temps d'interaction correspondant à l'impulsion π est contrôlé par effet Stark. On enregistre enfin des franges de Ramsey à l'aide d'un second atome. La vitesse de l'atome sonde est $335 m/s$, entre les deux impulsions Ramsey le désaccord atome-mode HF est de $100 kHz$. La figure 3.10 synthétise

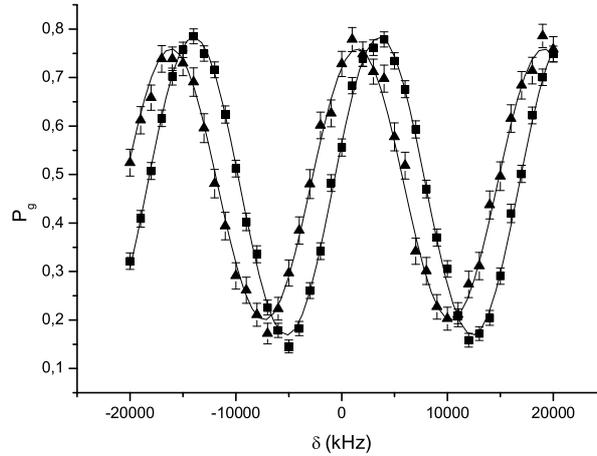


FIG. 3.11: *Expérience de mesure de ϕ_0 . On a représenté les franges de référence obtenues si la cavité est dans l'état vide (carrés), ainsi que les franges obtenues en présence d'un premier atome émetteur (triangles).*

ces données.

Idéalement, le déphasage des franges obtenues par rapport aux franges de référence est égal à ϕ_0 . Les deux séries de franges sont représentées figure 3.11. Le déphasage mesuré est $\phi_0 = 43^\circ$. L'erreur statistique sur ce pointé est évaluée à 2.5° , soit 6%.

Notre but est ensuite d'établir une calibration du nombre de photons injectés en fonction de l'atténuation pour une durée $\Delta t = 23.3\mu s$ fixée. L'injection a lieu entre -70.3 et $-47\mu s$ (l'origine des temps est prise lors du passage de l'atome sonde au centre de la cavité). Le diagramme résumant les différents paramètres expérimentaux est présenté figure 3.12. Nous enregistrons des franges de Ramsey correspondant à différentes atténuations de la source (voir figure 3.13). Le déphasage de chaque système de franges par rapport aux franges de référence vaut $\bar{n}\phi_0$. Connaissant ϕ_0 nous pouvons déduire \bar{n} pour une certaine valeur d'atténuation att . On trace ensuite \bar{n} en fonction de $10^{-att/10}$ (puissance en unité arbitraire). L'ajustement d'une droite sur la série de points permet de déduire une estimation du nombre de photons injectés par dB. La figure 3.14 présente cet ajustement, selon lequel 80dB d'atténuation correspondent à 1.34 photons injectés dans la cavité.

La calibration a ici été réalisée sans tenir compte de la relaxation. L'injection du champ a lieu $t = 47\mu s$ avant le passage de l'atome-sonde au centre de la cavité. Le champ cohérent contenu dans un mode de facteur de qualité fini reste un champ cohérent dont l'amplitude décroît en $\exp(-2t/\tau)$ où τ est le temps de vie d'un photon dans le mode : le déphasage pointé est donc $\bar{n}(t)\phi_0$ où $\bar{n}(t) = \bar{n}_0 \exp(-t/\tau)$, \bar{n}_0 étant le nombre moyen de photons réellement injectés. Il suffit donc de multiplier le nombre de photons mesuré par $\exp(t/\tau) = 1.06$ pour inclure cet effet systématique. Il en sera tenu compte dans les simulations présentées dans la section suivante, ainsi qu'au chapitre 4. Soulignons ici que la relaxation affecte également notre détermination de ϕ_0 . On ne peut corriger cette erreur car, contrairement au cas du champ cohérent, le déphasage des franges de Ramsey pour un état nombre ayant relaxé vers le vide pendant un délai τ n'est pas une fonction simple

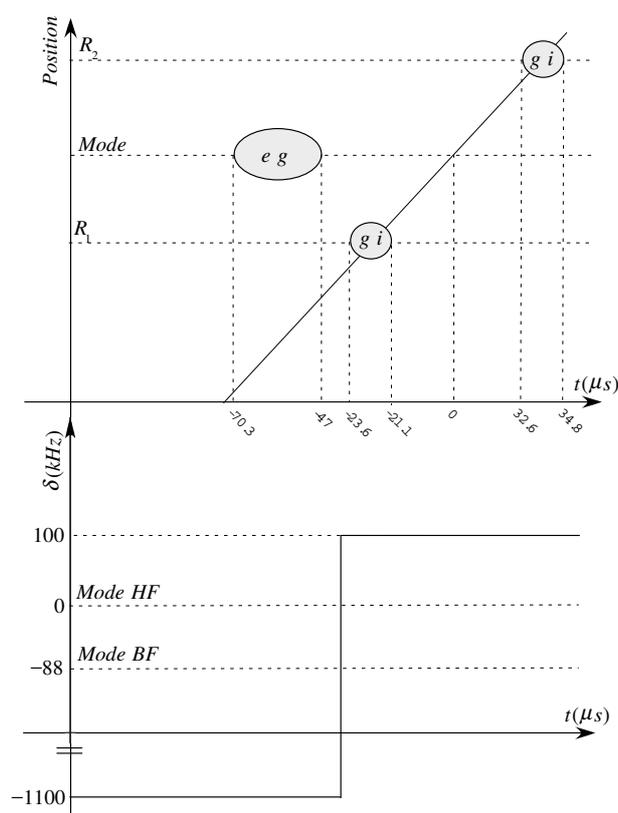


FIG. 3.12: Diagramme spatio-temporel de l'expérience de calibration du nombre de photons. L'injection d'un champ dans le mode HF de la cavité a lieu entre $-70.3 \mu s$ et $-47 \mu s$, l'origine des temps étant prise au passage de l'atome-sonde au centre de la cavité. Elle est symbolisée par l'ovale grisé.

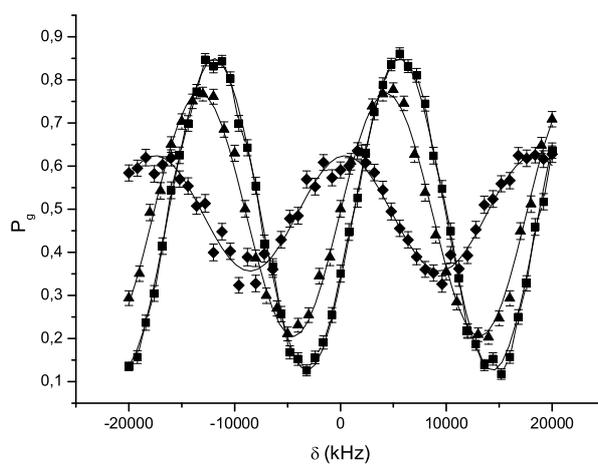


FIG. 3.13: Franges de Ramsey pour différentes atténuations de la source (référence, 0.67 photons injectés, 2.68 photons injectés)

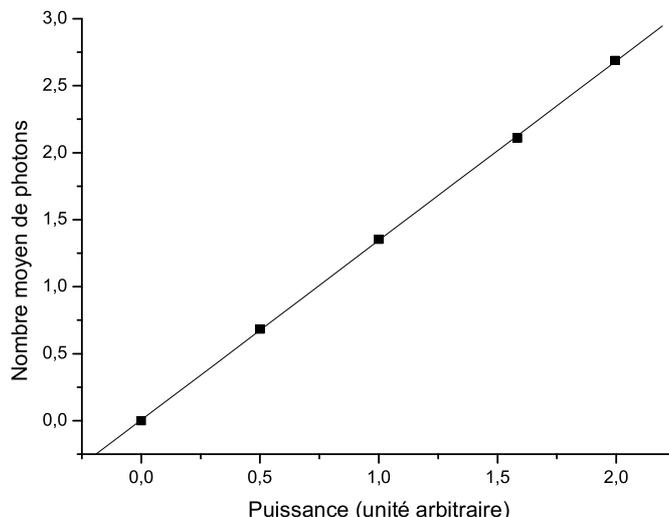


FIG. 3.14: Evaluation de \bar{n} pour différentes atténuations de la source microonde. L'abscisse est la puissance linéaire. 1 correspond à 80dB d'atténuation.

de τ .

Cela nous conduit à mentionner les erreurs systématiques, principalement au nombre de trois :

1. le champ cohérent ne relaxe pas vers le vide, mais vers un champ thermique de 1 photon. La correction effectuée ci-dessus ne tient pas compte de cet effet.
2. l'erreur lors de la détermination de ϕ_0 : la préparation de l'état $|n = 1\rangle$ ayant lieu $77\mu\text{s}$ avant le passage de l'atome-sonde au centre de la cavité, le champ a commencé à relaxer vers son état d'équilibre, à savoir le champ thermique.
3. le second mode peut interagir dispersivement avec l'atome, induisant des déphasages supplémentaires.

On évalue à 10% l'erreur sur la calibration du nombre de photons.

3.3 Mesure de la distribution de phase d'un champ

Détermination de la phase d'un champ classique

Avant d'étudier le problème de la mesure de la phase en électrodynamique quantique, il est bon de rappeler brièvement ce qu'est la phase d'un champ électrique classique et la façon de la mesurer. Un champ classique est parfaitement défini par son amplitude et sa phase. Posons

$$\mathbf{E}(t) = \epsilon(\alpha e^{-i\omega t} + \alpha^* e^{i\omega t}) \quad (3.20)$$

ϵ est la polarisation du champ. α est l'amplitude complexe du champ et constitue une représentation géométrique commode de celui-ci dans le plan complexe (ou plan de Fresnel).

Contrairement à l'amplitude qui est absolue, la phase dépend du choix d'un oscillateur de référence $\mathbf{E}_0(t)$ de même pulsation dont l'amplitude complexe α_0 est connue et réelle (ce qui revient à fixer l'axe des réels dans le plan de Fresnel). Pour mesurer α on peut utiliser un élément non-linéaire pour obtenir un signal fonction du produit des deux champs. Ce produit s'écrit

$$\alpha_0(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t})(\alpha e^{-i\omega t} + \alpha^* e^{i\omega t}) = 2\alpha_0(\Re(\alpha) + \Re(\alpha e^{-2i\omega t})) \quad (3.21)$$

Un filtrage du terme oscillant rapidement permet d'obtenir un signal proportionnel à $\alpha_0\Re(\alpha)$. En répétant la même opération avec un oscillateur de référence en quadrature avec $\mathbf{E}_0(t)$, on mesure un signal proportionnel à $\alpha_0\Im(\alpha)$. Le rapport des deux grandeurs nous donne accès à ϕ . Connaissant α_0 , on peut également déduire l'amplitude du champ. La détermination du couple $(|\alpha|, \phi)$ (amplitude et phase du champ) nécessite donc la mesure préalable de $(\Re(\alpha), \Im(\alpha))$ (couple de quadratures).

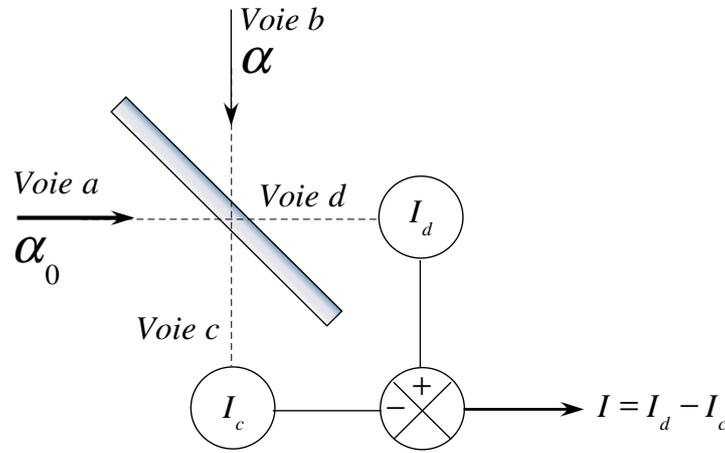


FIG. 3.15: Schéma du dispositif de détection homodyne équilibrée

Si \mathbf{E} se trouve dans un mode propageant du champ électromagnétique, on peut utiliser un montage dit de détection homodyne équilibrée représenté figure 3.15. Il se compose d'une lame séparatrice équilibrée, de deux photodétecteurs sensibles respectivement à l'intensité dans les voies c et d , et d'un élément permettant de calculer la différence d'intensité $I_c - I_d$. Le champ à mesurer est préparé dans la voie a , le champ de référence, appelé *oscillateur local*, dans la voie b . L'amplitude complexe du champ résultant dans la voie c est $\alpha + \alpha_0$, dans la voie d , $\alpha - \alpha_0$. On en déduit que $I_c \propto |\alpha + \alpha_0|^2$ et $I_d \propto |\alpha - \alpha_0|^2$ avec un facteur de proportionnalité identique, les détecteurs étant les mêmes. Il vient $I_c - I_d \propto (\alpha + \alpha^*)\alpha_0$, soit $I_c - I_d \propto \alpha_0\Re(\alpha)$: on a ainsi mesuré la composante du champ en phase avec $\mathbf{E}_0(t)$. On peut de la même façon que précédemment mesurer la composante du champ oscillant en quadrature avec $\mathbf{E}_0(t)$. Les photodétecteurs remplissent ici la fonction de non-linéarité et de filtrage (ils sont sensibles au carré du module du champ électrique).

Remarquons que si l'amplitude $|\alpha|$ du champ est connue, on peut déterminer directement la phase. Il suffit de fixer $|\alpha_0| = |\alpha|$, de balayer la phase de l'oscillateur local (α_0 est maintenant prise complexe) et d'enregistrer le signal de la voie c . Si $\alpha_0 = -\alpha$, une interférence destructive se produit et l'intensité résultante dans la voie c est nulle. Connaissant la phase de l'oscillateur local on en déduit aisément la phase à mesurer. Cette méthode est très similaire à celle que nous utiliserons dans notre cavité.

Homodynage en CQED

Revenons au cas général dans le cas où le champ à mesurer est quantifié. Le champ contenu dans le mode n'est alors pas nécessairement bien décrit par une amplitude et une phase. Ainsi la valeur moyenne de n'importe quelle quadrature du champ électrique dans l'état $|n\rangle$ est nulle : les états de Fock n'ont pas de phase définie. En revanche on a vu dans le chapitre 1 qu'un état cohérent est parfaitement défini par le nombre complexe α : par construction, les valeurs moyennes d'un couple de quadratures dans l'état $|\alpha\rangle$ sont égales aux quadratures d'un champ classique d'amplitude complexe α . On est donc fondé à mesurer par la technique de détection homodyne les quadratures d'un champ cohérent pour en déduire α . Rappelons que les quadratures étant des observables conjuguées, elles présentent des dispersions vérifiant une inégalité de Heisenberg. On ne pourra donc mesurer qu'une distribution d'amplitude et de phase sur le champ cohérent, les largeurs de ces distributions étant liées par l'inégalité qualitative (voir équation 1.86)

$$\Delta N \Delta \phi \propto 1 \quad (3.22)$$

où ΔN est la dispersion sur le nombre moyen de photons et $\Delta \phi$ l'incertitude sur la phase.

Supposons maintenant que le mode de la cavité contienne un champ cohérent d'amplitude moyenne $|\alpha|$ connue, et que nous souhaitions mesurer sa phase φ_0 par rapport à un champ de référence. On peut procéder comme dans le cas classique, à savoir faire battre le champ à mesurer avec un champ cohérent de même amplitude et de phase variable $\varphi + \pi$. Il suffit pour cela de coupler une source classique au mode pendant un temps adapté. Le champ injecté a bien la même fréquence que le champ à analyser, la cavité jouant le rôle d'un filtre : il est donc parfaitement équivalent à l'oscillateur local utilisé dans la technique de détection homodyne. Si $\varphi = \varphi_0$ les deux champs s'annulent et le champ résultant dans la cavité est le vide (voir figure 3.16). Nous ne disposons pas d'un détecteur sensible à l'intensité du champ dans la cavité car la seule observable que nous pouvons mesurer est l'énergie atomique. En revanche nous pouvons sonder l'état du champ en préparant un atome dans $|g\rangle$ que nous envoyons dans la cavité à résonance avec le mode. Si la cavité est vide la probabilité que l'atome ressorte dans l'état fondamental est 1. Dans tous les autres cas cette probabilité est inférieure car l'atome a une chance d'absorber un photon. Le signal $P_g(\varphi)$ est donc maximum pour $\varphi = \varphi_0$. On dispose ainsi d'une technique de pointé de la phase. Soulignons que cette technique a déjà été utilisée précédemment dans le groupe [89, 10].

Paramètres expérimentaux

On peut maintenant détailler les étapes de l'expérience proprement dite de mesure de la phase du champ. Les données expérimentales sont synthétisées figure 3.17.

On commence par coupler la source micro-onde de pulsation ω_{cl} , quasi-résonnante avec le mode HF, pendant $23.3\mu s$ comme exposé en début de chapitre : on injecte ainsi un champ cohérent $|\alpha\rangle$ dans le mode HF tout en laissant inchangé le mode BF : $|\alpha\rangle$ constitue le champ à analyser. Dans le référentiel tournant à la fréquence du mode $|\alpha\rangle$ reste inchangé. En revanche l'amplitude complexe du champ rayonné par la source classique tourne à la pulsation $\Delta = \omega_{cl} - \omega$, où ω est la fréquence du mode HF. A l'instant T on couple à

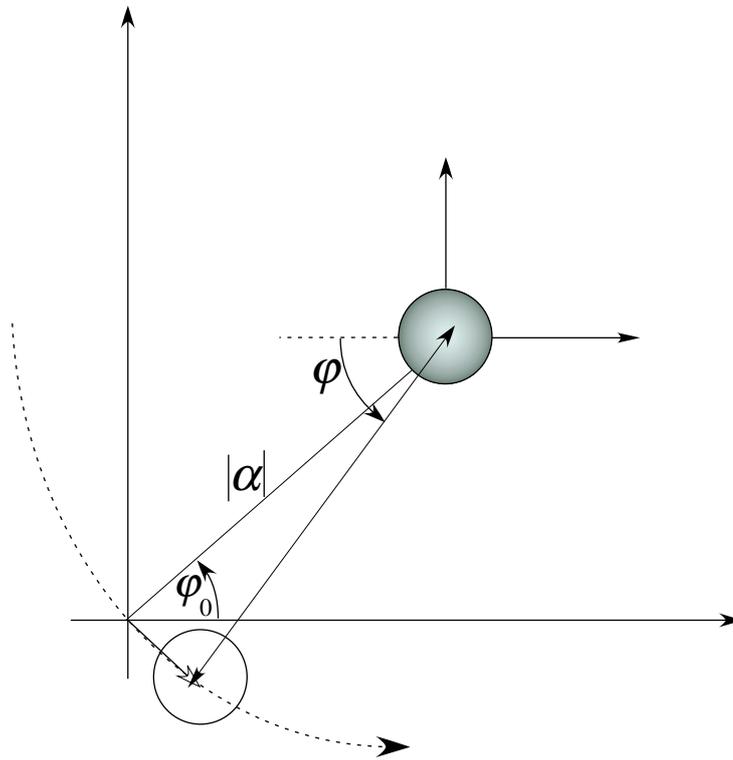


FIG. 3.16: Mesure de la phase d'un champ cohérent d'amplitude connue φ_0 . Le champ à analyser et le champ d'analyse s'annulent pour $\varphi = \varphi_0$.

nouveau la source au mode : le champ injecté par la source classique est déphasé de ΔT par rapport à $|\alpha\rangle$ et s'écrit donc $|\alpha e^{i\Delta T}\rangle$: cela constitue le champ d'analyse. La durée

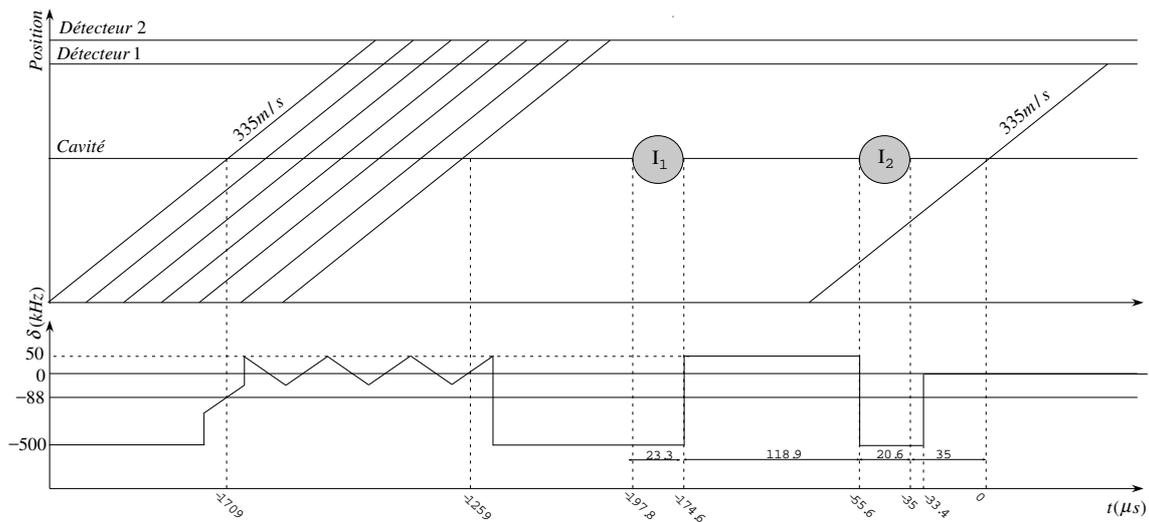


FIG. 3.17: Diagramme spatio-temporel d'une expérience d'homodyne. Les sept premiers paquets atomiques contiennent 10 atomes en moyenne et ont pour fonction d'absorber le champ résiduel de la séquence expérimentale précédente. Les cercles grisés I_1 et I_2 représentent les deux injections d'un champ cohérent dans le mode HF.

de la seconde injection est de $20.6\mu s$: le nombre de photons injectés est moins important pour tenir compte de la relaxation du champ dans la cavité entre les deux injections. Remarquons qu'en modifiant la durée de l'injection on prépare un petit champ cohérent dans le mode BF. Ce champ est négligeable car le mode BF se trouve au voisinage du deuxième noeud du sinus cardinal (voir figure 3.8).

Il existe deux possibilités pour varier la phase du champ d'analyse : balayer T , mais nous sommes limités par la vitesse des atomes et la taille du mode ; ou balayer Δ , technique que nous choisissons ici. Cela est sans conséquence sur la quantité d'énergie injectée dans le mode HF : en effet le spectre de la source a une largeur typique de 50kHz et le balayage est effectué sur une plage maximale de 10kHz. On envoie enfin un atome préparé dans $|g\rangle$ de vitesse $335m/s$ pour sonder l'état du champ dans la cavité. On enregistre $P_g(\Delta)$. La condition d'annulation du champ a lieu pour $\Delta T = \pm\pi$. On remarque avant l'expérience proprement dite le passage de 7 paquets atomiques préparés dans l'état fondamental, contenant 10 atomes en moyenne : ces paquets ont pour fonction d'absorber le champ cohérent résiduel de la séquence expérimentale précédente. Le profil $\delta(t)$ est également représenté figure 3.17 : comme on l'a vu au début de ce chapitre, ces atomes absorbent le champ résiduel de façon adiabatique.

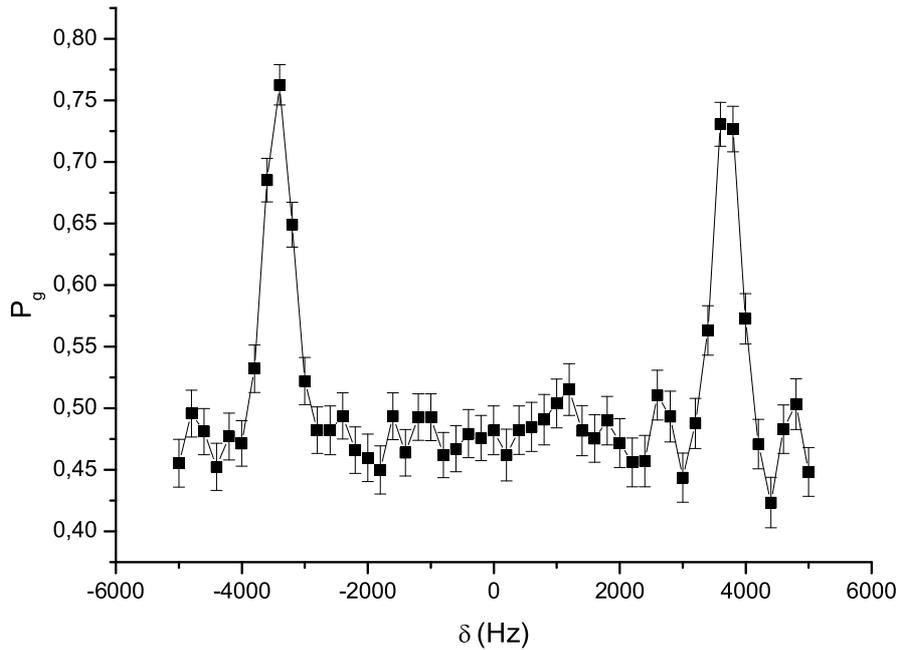


FIG. 3.18: Absorption de l'atome-sonde en fonction du désaccord entre la source classique et le mode HF.

$P_g(\Delta)$ est représenté figure 3.18. Le signal est obtenu pour 30 photons injectés. Les deux pics correspondent aux deux annulations du champ, l'une pour $\Delta T = -\pi$, l'autre pour $\Delta T = \pi$. Les deux pics sont pointés à $7120 Hz$ l'un de l'autre. Ce type de courbe nous permet d'étalonner ΔT en degrés. Dans toutes les courbes qui suivront l'unité de l'abscisse sera graduée en degrés grâce à cet étalonnage préliminaire. On remarque qu'à l'interférence

destructive $P_g < 1$: cela est dû à l'absorption du champ thermique résiduel.

Cette expérience peut sembler quelque peu artificielle : en effet, la différence de phase entre les deux champs injectés est parfaitement connue. Elle présente un intérêt si le champ injecté à l'instant $t = 0$ dans la cavité subit un déphasage $\Delta\phi$. La condition d'interférence destructive devient $\varphi = \varphi_0 + \Delta\phi$. La technique d'homodynage permet alors de pointer $\Delta\phi$: cette méthode permet ainsi de mesurer des *variations de phase*. Pour préciser les idées nous mesurerons de cette façon la variation de phase du champ cohérent entre le cas où un atome a interagi de façon résonante avec lui et le cas où il a évolué librement.

Homodynage et fonction Q

Il existe un lien étroit entre la technique d'homodynage présentée ci-dessus et la mesure de la fonction Q. Rappelons que la fonction Q d'un champ décrit par la matrice densité $\hat{\rho}$ évaluée au point α représente la probabilité de mesurer le champ dans l'état $|0\rangle$ (notée $P(0)$) après déplacement de celui-ci de $-\alpha$ (voir équation 1.134). Pour analyser la phase du champ $|\alpha e^{i\varphi_0}\rangle$, on le déplace de $\alpha e^{i(\varphi+\pi)} = -\alpha e^{i\varphi}$ et on mesure P_g d'un atome sonde au terme de l'interaction entre l'atome et le champ. Si P_g est une fonction simple de $P(0)$, on peut en déduire $Q(\alpha e^{i\varphi})$. Finalement, l'homodynage revient simplement à mesurer $Q_{|\alpha e^{i\varphi_0}\rangle}(\alpha e^{i\varphi})$. Comme précédemment, la fonction Q est maximale au point

$$\varphi = \varphi_0 \quad (3.23)$$

Etudions dans quelle mesure P_g est une fonction simple de $P(0)$. On a vu que si le champ se trouve dans l'état $|0\rangle$ l'atome ressort avec certitude dans $|g\rangle$. En revanche pour tout autre état $|n\rangle$ du champ, P_g n'a pas de forme simple : c'est la valeur de P_g à l'issue de l'interaction résonnante de l'atome avec le champ dans l'état $|n\rangle$. En jouant sur le temps effectif d'interaction atome-champ, on peut tenter de faire en sorte que l'atome ressorte avec une probabilité de 50% dans l'état excité dès que $n \geq 1$ (transition dite saturée). Dans ce cas en effet, on peut écrire

$$P_g = P(0) + \sum_{n \geq 1} P(n)/2 = P(0) + (1 - P(0))/2 \quad (3.24)$$

soit

$$P(0) = 2P_g - 1 \quad (3.25)$$

$P(0)$ dépend ainsi directement de P_g . Mesurer P_g revient à mesurer la fonction Q du champ. De telles optimisations seront présentées dans la thèse de Tristan Meunier. Dans la cas présent l'atome sonde interagit de façon résonnante avec le champ tout au long de son parcours. Rappelons toutefois que la fonction Q (si elle pouvait être mesurée) et notre signal $P_g(\varphi)$ trouvent leur maximum au même point φ_0 . La différence entre les deux signaux réside dans la largeur de la courbe. La figure 3.19 permet de comparer la fonction Q théorique et le signal expérimental pour $\varphi_0 = 0$. Pour comparer des signaux équivalents nous avons choisi de représenter ici non pas $P_g(\varphi)$, mais $2P_g(\varphi) - 1$, qui serait égal à la fonction Q théorique si les conditions de saturation de la transition étaient remplies. Le

champ analysé est un champ cohérent d'une dizaine de photons. Le calcul de la fonction Q tient compte du fait qu'avant l'injection régnait dans le mode un petit champ thermique : on a donc ici représenté la fonction Q du champ thermique déplacé. La largeur de la fonction Q théorique est évaluée à 36.7° , celle de la courbe d'homodynage à 43.6° . La différence de largeur est comme on l'a vu due au fait que le temps effectif d'interaction n'est pas optimisé pour la mesure de la fonction Q .

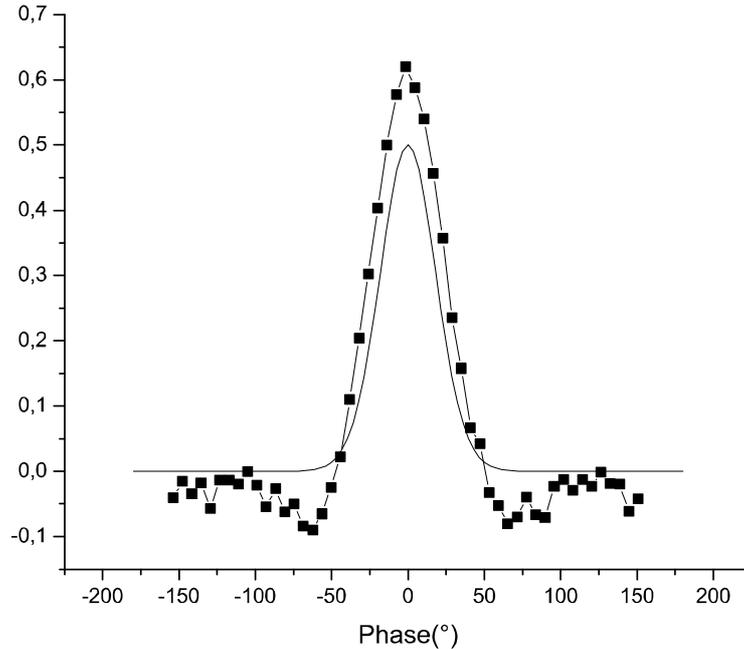


FIG. 3.19: Comparaison entre le signal d'homodynage et la fonction Q théorique pour un champ de 10 photons. Il est tenu compte du champ thermique. Les points correspondent à $2P_g - 1$. La ligne est la fonction Q théorique.

Rappelons que pour le champ cohérent la largeur de la distribution de phase est de l'ordre de $\sqrt{1/\bar{n}}$. On a représenté figure 3.20 les courbes d'homodynage pour différents nombres de photons initialement injectés. La largeur de chacun de ces signaux a été évaluée à l'aide d'un ajustement gaussien. On a ainsi représenté sur la figure de droite les largeurs obtenues en fonction de $\sqrt{1/\bar{n}}$. On constate que les points sont alignés, ce qui prouve que les signaux d'homodynage reflètent bien la distribution de phase du champ injecté. On a également représenté sur la même figure les largeurs des fonctions Q calculées pour un champ cohérent et pour un champ thermique déplacé.

Concluons cette section en soulignant à nouveau que la fonction Q et la courbe expérimentale d'homodynage ont leur maximum au même point. Dans le chapitre suivant, nous comparerons donc les signaux expérimentaux aux fonctions Q du champ calculé.

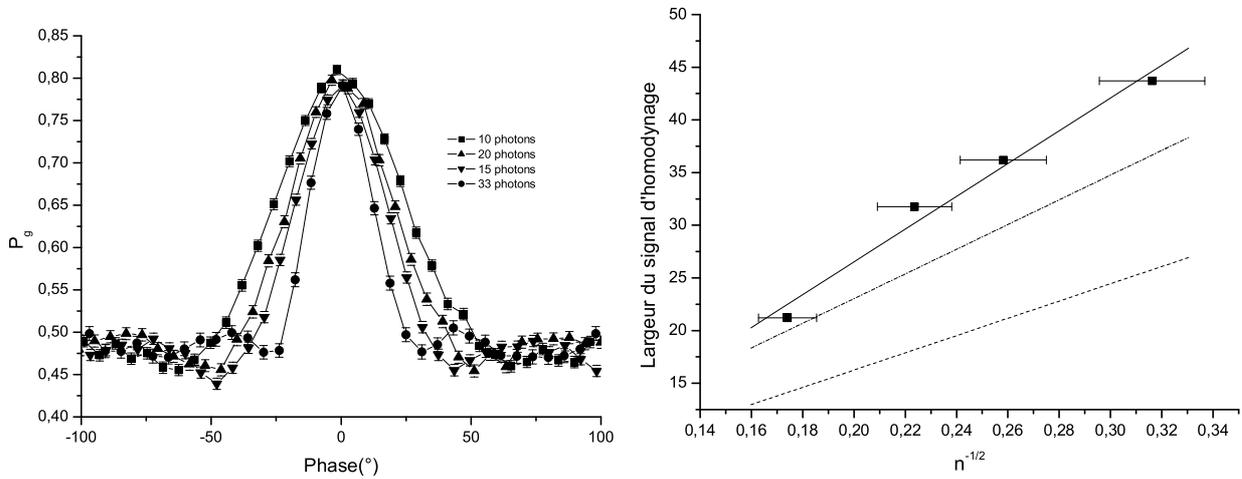


FIG. 3.20: (a) Largeur du signal d'homodyne pour 10, 15, 20 et 33 photons injectés. (b) Dépendance de la largeur en fonction de $1/\sqrt{n}$. On a représenté les points expérimentaux ; en tirets : largeur de la fonction Q d'un champ thermique de 1 photon déplacé de \sqrt{n} ; en pointillés : largeur de la fonction Q d'un champ cohérent d'amplitude \sqrt{n} .

Chapitre 4

Préparation d'un état « Chat de Schrödinger » du champ

Rassemblons rapidement les résultats importants des chapitres précédents. On a vu au chapitre 1 qu'un atome à deux niveaux préparé dans l'état $|e\rangle$ interagissant de façon résonnante avec un champ cohérent mésoscopique $|\alpha\rangle$ pendant un temps effectif t_{int} évolue selon l'équation 1.130

$$|\alpha, e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_+(t_{int}), \psi_+(t_{int})\rangle + |\alpha_-(t_{int}), \psi_-(t_{int})\rangle) \quad (4.1)$$

On a intrication d'un objet microscopique (l'atome) avec un objet mésoscopique (le champ) : la situation est analogue à celle décrite par Schrödinger dans la métaphore du chat. La phase classique du champ est corrélée à la phase quantique de la superposition atomique, le champ jouant le rôle d'un détecteur du chemin suivi par l'atome.

Le but de cette section est de mettre en évidence expérimentalement ces résultats théoriques. La section 4.1 montre l'intrication de l'atome et du champ et la préparation de celui-ci dans une superposition de deux composantes de phases classiques opposées. La cohérence de la superposition créée est analysée section 4.4. On montre dans la section 4.2 la corrélation entre l'état du champ et l'état de l'atome, en préparant sélectivement au début de l'interaction l'état $|\psi_+(0)\rangle$ ou $|\psi_-(0)\rangle$: le système atome champ évolue alors en $|\psi_+, \alpha_+\rangle$ ou $|\psi_-, \alpha_-\rangle$.

4.1 Préparation d'une superposition d'états mésoscopiques du champ

L'expérience consiste à préparer initialement l'atome dans l'état $|e\rangle$, le système atome-champ évoluant comme décrit par l'équation 1.130. Si on détecte ensuite cet atome dans l'état $|g\rangle$ (post-sélection des événements par la détection de l'atome) cela signifie que le champ se trouvait au terme de l'interaction dans une superposition de deux états de phases $\pm\phi$. On peut mettre en évidence cette superposition de la même façon que si le champ avait simplement été déphasé. La seconde injection donne maintenant lieu à l'annulation

de l'une ou l'autre des composantes du champ résultant (voir figure 4.1) : soit $\Delta T = \pi + \phi$, soit $\Delta T = \pi - \phi$. On s'attend donc à ce que la courbe $P_g(\Delta T)$ présente deux maxima, situés à $\pm\phi$ par rapport au maximum de référence obtenu en l'absence de premier atome.

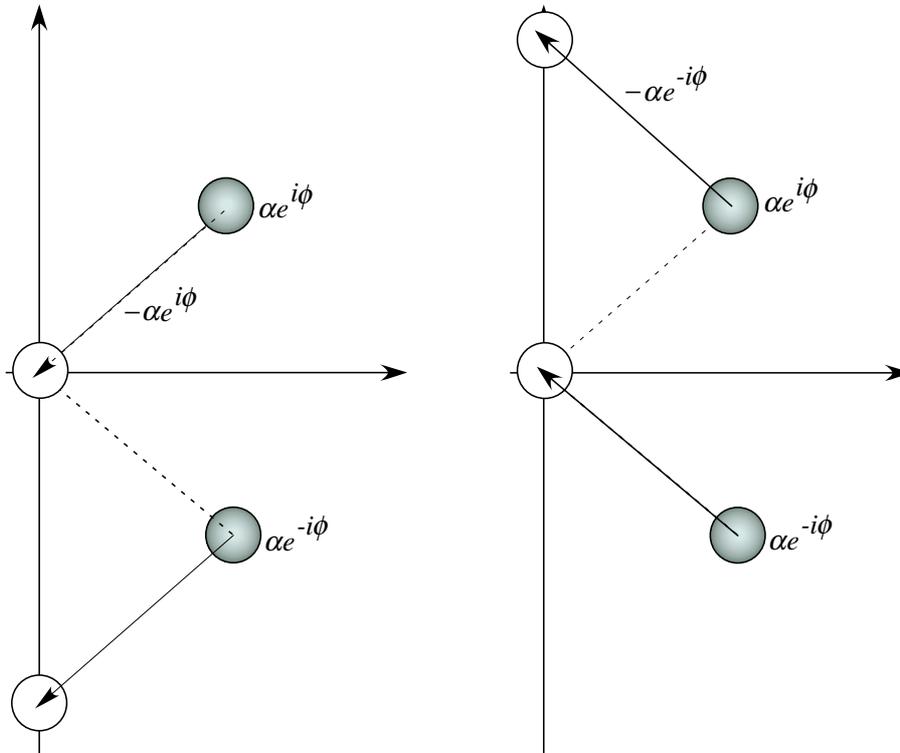


FIG. 4.1: Injection d'un champ d'analyse de phase variable. Le champ à analyser se trouve dans une superposition $|\alpha e^{i\phi}\rangle$ et $|\alpha e^{-i\phi}\rangle$. Il existe alors deux cas d'interférence destructive.

4.1.1 Premiers résultats

Mise en évidence de la superposition d'états du champ

Venons-en maintenant à la description de l'expérience proprement dite. De même que dans l'expérience de détection homodyne on couple la source micro-onde au mode HF pendant $23.3\mu\text{s}$. Grâce à la calibration préalable de l'atténuateur nous connaissons le nombre de photons ainsi injectés dans le mode. Nous préparons un atome de vitesse 335m/s dans l'état $|g\rangle$ que nous envoyons dans la cavité où il interagit de façon résonnante avec le champ tout au long de son parcours. Cela correspond à un temps effectif d'interaction $t_{int} = 32\mu\text{s}$ soit typiquement 1.5 périodes de Rabi. La seconde injection a lieu pendant $20.6\mu\text{s}$, puis l'atome sonde à 335m/s est envoyé dans la cavité. Les conditions expérimentales sont synthétisées figure 4.2. Les atomes absorbant le champ résiduel de la séquence expérimentale précédente ne sont pas représentés.

On enregistre alors avec le détecteur 1 en fonction de Δ les coïncidences $X_1 Y_2$ où X décrit (N, E, G) (respectivement pas d'atome détecté, un atome détecté dans $|e\rangle$, un atome détecté dans $|g\rangle$) et Y décrit (E, G) . L'indice i labelle l'atome, l'atome 1 préparant la

4.1. PRÉPARATION D'UNE SUPERPOSITION D'ÉTATS MÉSO스코PIQUES DU CHAMP101

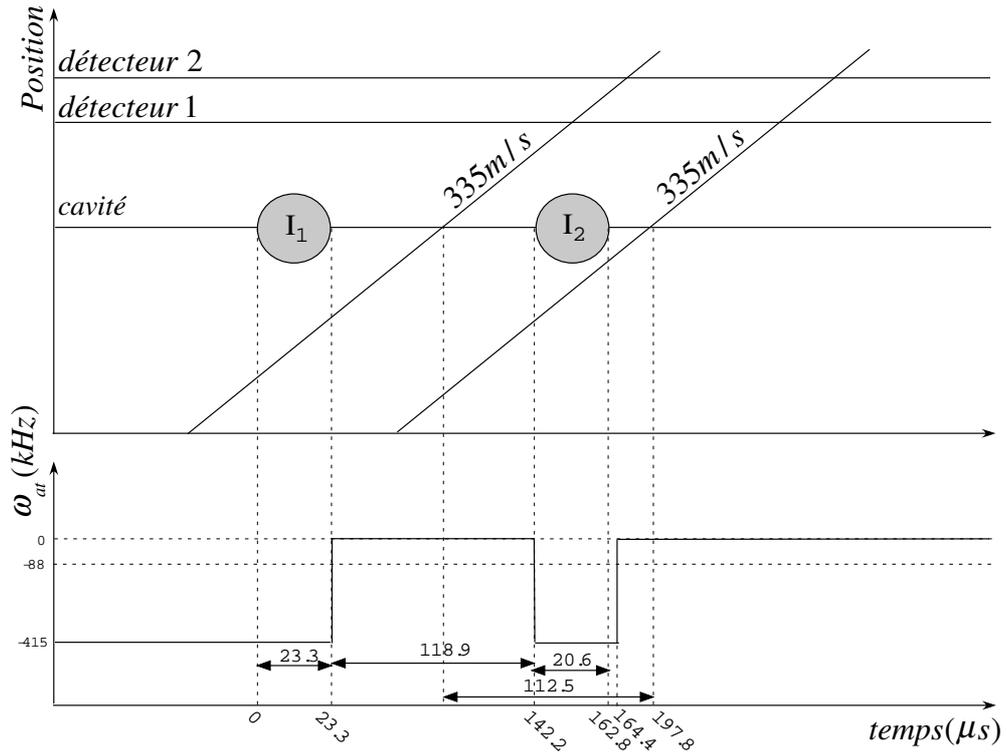


FIG. 4.2: Diagramme spatio-temporel de l'expérience. I_1 et I_2 (cercles grisés) représentent les deux injections de champ dans le mode HF nécessaires à la technique d'homodyne.

superposition et le second atome la sondant. Les coïncidences G_1E_2 et G_1G_2 correspondent

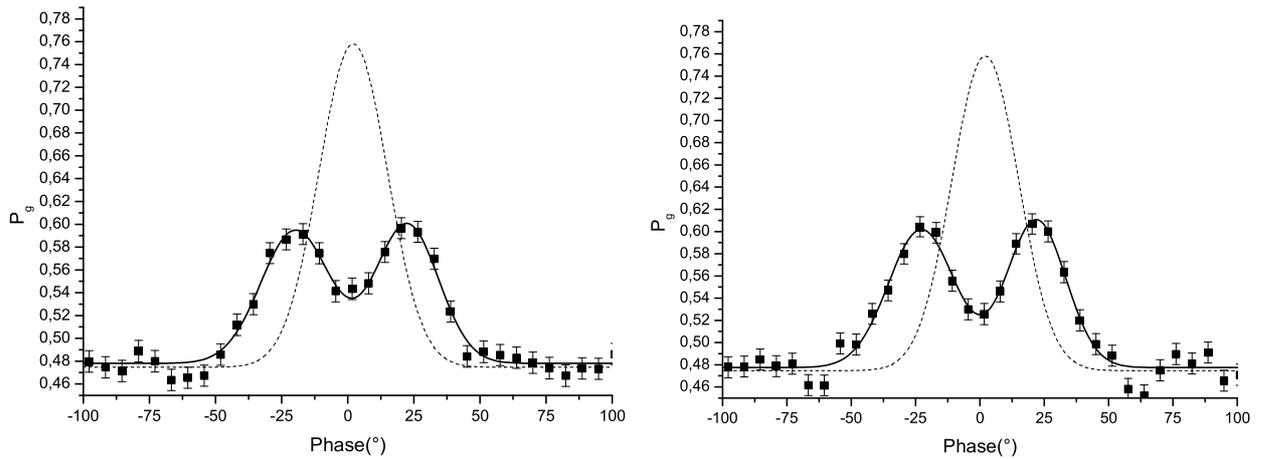


FIG. 4.3: (a) $P_g(\delta T)|_e$. Signal d'homodyne obtenu pour un premier atome à 335m/s détecté dans l'état $|e\rangle$. Le champ initialement injecté contient 36 photons. On a représenté en tirets le signal de référence obtenu en l'absence de premier atome. (b) $P_g(\delta T)|_g$. Le signal est maintenant conditionné à la détection du premier atome dans l'état $|g\rangle$.

à l'analyse du champ corrélé au premier atome dans $|g\rangle$, soit le champ décrit par l'équation 1.160, noté $P_g(\delta T)|_g$. Le signal correspondant au champ corrélé à $|e\rangle$ noté $P_g(\delta T)|_e$ est quant à lui donné par les coïncidences E_1E_2 et E_1G_2 . ΔT est exprimé en degrés grâce à la calibration préalable de la courbe d'homodynage comme indiqué chapitre 3. Les résultats expérimentaux obtenus avec un champ initial de 36 photons sont présentés figure 4.3.

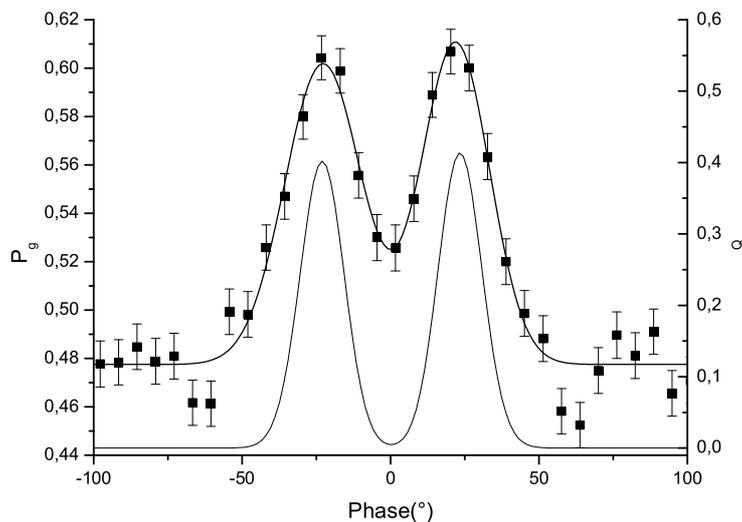


FIG. 4.4: Comparaison entre la courbe d'homodynage et la fonction Q d'un champ cohérent de 36 photons ayant interagi avec un atome de vitesse $335m/s$. On tient compte dans la simulation numérique des deux modes, de la relaxation et du champ thermique. Il y a un très bon accord entre la simulation et l'expérience.

Remarquons avant tout autre commentaire les deux maxima, signature du fait que nous avons bien préparé le champ dans une superposition de deux états cohérents de phases opposées. Rappelons que le champ corrélé à $|g\rangle$ s'écrit

$$|\psi_g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\bar{n}\phi} |\alpha e^{-i\phi}\rangle + e^{i\bar{n}\phi} |\alpha e^{i\phi}\rangle) \quad (4.2)$$

tandis que le champ corrélé à $|e\rangle$ s'écrit

$$|\psi_e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i(\bar{n}+1)\phi} |\alpha e^{-i\phi}\rangle + e^{i(\bar{n}+1)\phi} |\alpha e^{i\phi}\rangle) \quad (4.3)$$

Les états $|\psi_g\rangle$ et $|\psi_e\rangle$ ne diffèrent donc que par la phase relative *quantique* existant entre les deux termes de la superposition (et non par la phase *classique* du champ cohérent). Notre technique de détection homodyne n'est pas sensible à cette phase quantique, ce qui explique la similitude des deux signaux présentés. Pour chaque signal les maxima sont pointés à -23° et 22° avec une barre d'erreur de $\pm 1^\circ$. La prévision théorique d'après laquelle

$$\phi = \frac{\Omega_0 t_{int}}{4\sqrt{\bar{n}}} \quad (4.4)$$

fournit $\phi_{th} = 23^\circ$. Il y a donc un très bon accord entre la théorie et la valeur mesurée expérimentalement.

Pour conforter l'accord entre l'expérience et la théorie on peut également simuler numériquement l'interaction résonnante entre un atome et un champ cohérent de 36 photons et calculer la fonction Q du champ corrélé à l'atome détecté dans $|e\rangle$ ou dans $|g\rangle$. On tient compte dans cette simulation des deux modes, de la relaxation et du champ thermique. La figure 4.4 présente cette comparaison pour le champ corrélé à l'atome détecté dans $|g\rangle$. La fonction Q théorique présente deux maxima évalués à $\pm 23^\circ$, en accord avec la théorie du chapitre 1.

Dépendance de la phase classique du champ en \bar{n} et t_{int}

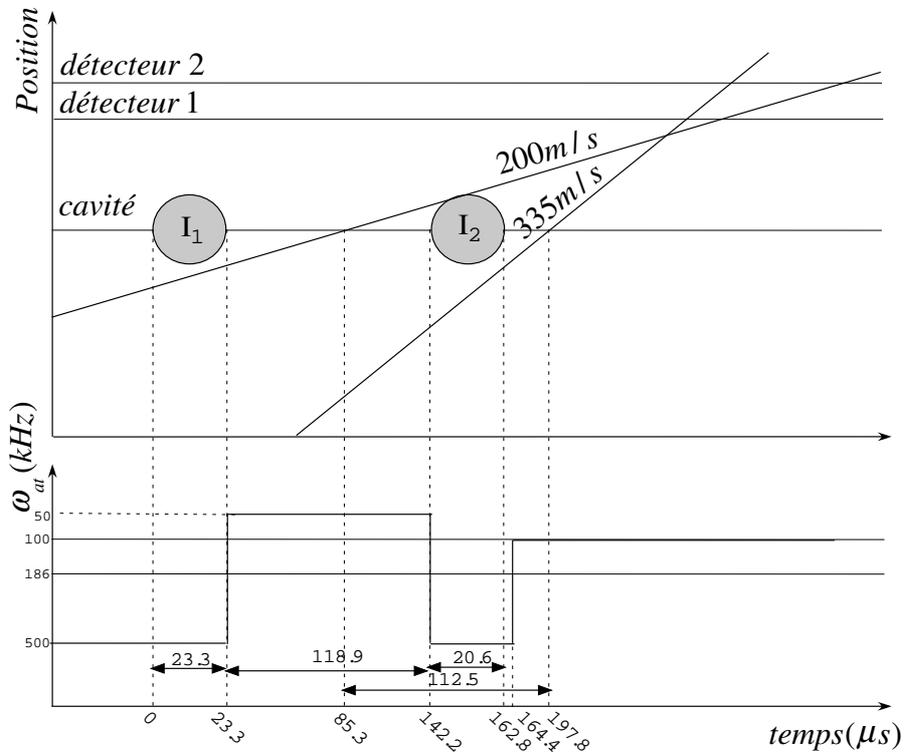


FIG. 4.5: Diagramme spatio-temporel de l'expérience. La vitesse de l'atome préparant le champ dans une superposition est 200 m/s . Les cercles grisés I_1 et I_2 symbolisent l'injection d'un champ cohérent dans le mode HF.

Pour vérifier la loi de variation de ϕ prédite par l'expression théorique 1.111, on a cherché à augmenter la différence de phase entre les deux composantes du signal. Pour cela une possibilité consiste à rallonger le temps effectif d'interaction entre l'atome et le champ, c'est à dire à travailler avec des atomes de vitesse moins grande. Nous avons choisi 200 m/s , ce qui correspond à un temps effectif d'interaction $t_{int} = 53\mu s$. Les paramètres expérimentaux sont synthétisés figure 4.5. Cela nous a également permis d'augmenter la distance D de la superposition introduite équation 1.162, ce qui est intéressant dans la perspective de préparer des « grands » chats de Schrödinger.

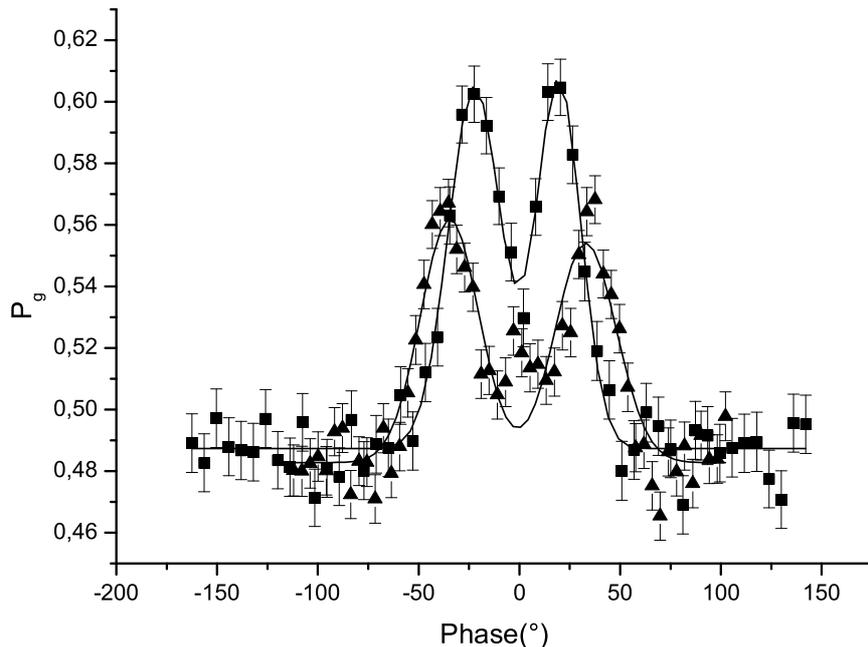


FIG. 4.6: Signaux d'homodynage correspondant à un premier atome de vitesse $v = 335\text{m/s}$ (carrés), ou avec $v = 200\text{m/s}$ (triangles). Le nombre de photons initialement injectés dans le mode est 30. Les phases mesurées sont $(-22^\circ, 16^\circ)$ pour l'atome à 335m/s , et $(-37^\circ, 38^\circ)$ pour l'atome à 200m/s .

La figure 4.6 présente les signaux d'homodynage obtenus pour 30 photons initialement injectés avec un atome à 335m/s (carrés) ou 200m/s (triangles). Les phases mesurées sont, en moyenne 19° pour l'atome à 335m/s et 38° pour l'atome à 200m/s . Les déphasages prédits par la théorie sont 25° et 43° , soit un écart relatif de 11%. La principale raison de l'écart à la théorie est la présence du second mode. Ce point sera développé dans la section 4.3.

D'après l'expression de ϕ , une autre méthode pour augmenter la différence de phase entre les deux composantes du champ consiste à diminuer le nombre de photons. Remarquons avant tout que nous ne saurions mieux séparer les deux composantes du champ en variant ce paramètre. Certes la différence de phase varie en $1/\sqrt{\bar{n}}$, mais la distribution de phase s'élargit également en $1/\sqrt{\bar{n}}$. La technique d'homodynage permet cependant de suivre le déplacement du maximum d'une distribution de phase même si celle-ci s'élargit. Il faut toutefois manier ce paramètre avec prudence. On a vu dans le chapitre 1 que la borne inférieure de \bar{n} pour que le champ reste mésoscopique est $\bar{n} \sim 10$. En deçà en effet, les approximations effectuées ne sont plus valables et le champ résultant de l'interaction résonnante avec l'atome n'est plus une superposition de deux champs cohérents. Réduire le nombre de photons peut avoir une autre conséquence : l'effet du second mode devient visible. Une signature de cet effet est le déséquilibre apparaissant entre les deux composantes de la superposition, que nous allons étudier plus en détail dans la section 4.3.

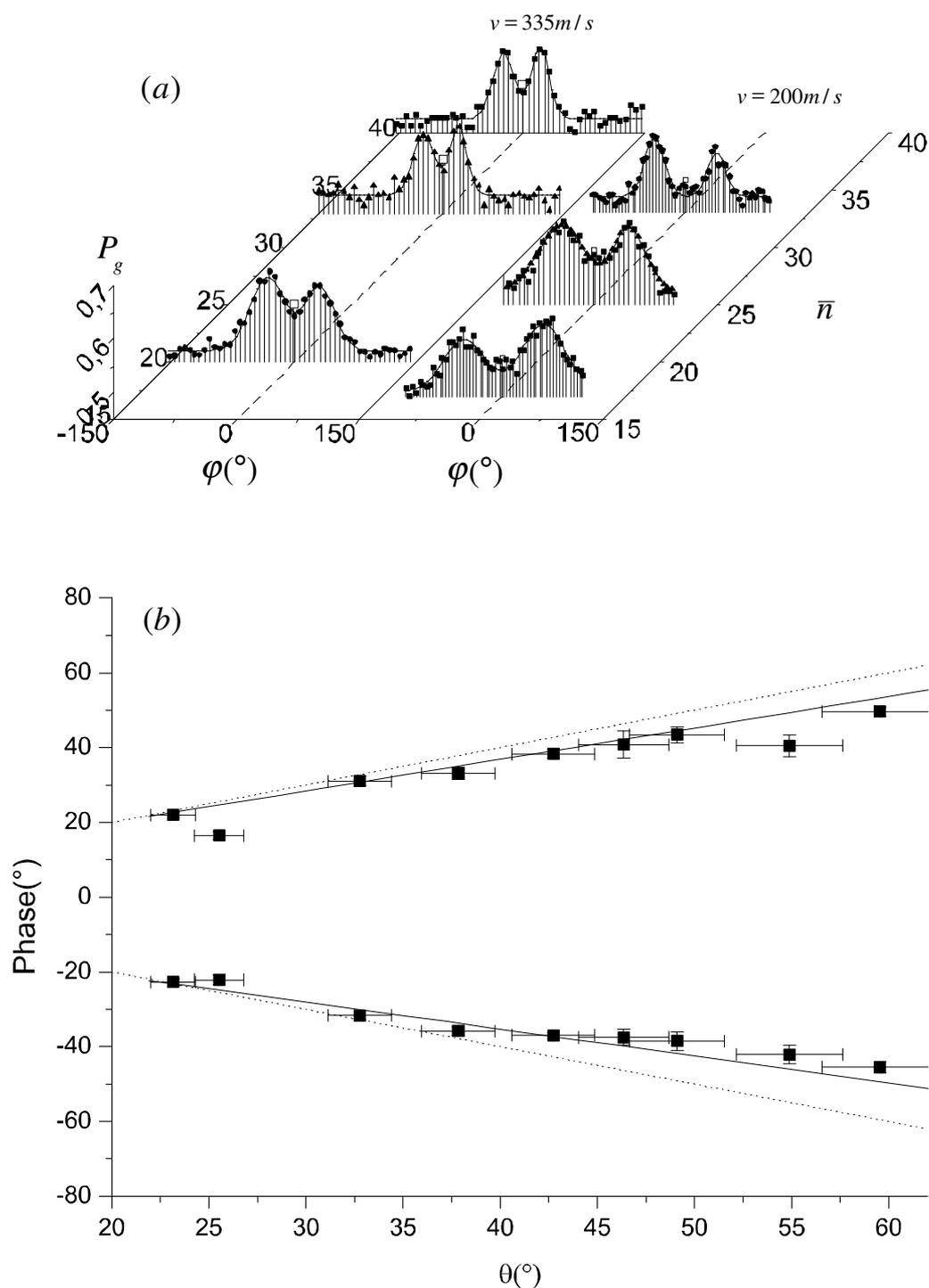


FIG. 4.7: Synthèse des points obtenus. (a) Signaux d'homodyne obtenus pour $v = 200 \text{ m/s}$ (à droite) et $v = 335 \text{ m/s}$ (à gauche) pour différents nombre de photons entre 10 et 40. (b) On a représenté les phases des composantes du champ (en degrés) en fonction du paramètre théorique θ (voir texte). Les carrés sont les points expérimentaux, les lignes sont les résultats de simulations numériques tenant compte des deux modes, de la relaxation et du champ thermique. Les tirets sont les droites de pente 1 et -1 prédites par la théorie décrite au chapitre 1.

4.1.2 Synthèse des résultats obtenus

Nous pouvons maintenant rassembler les résultats obtenus. Nous avons utilisé deux classes de vitesse : 335m/s et 200m/s , correspondant respectivement à des temps effectifs de $32\mu\text{s}$ et $53\mu\text{s}$. Nous avons fait varier le nombre de photons entre 10 et 40. L'atome préparant la superposition du champ était initialement dans l'état $|g\rangle$. Pour pointer les phases des deux composantes du champ résultant nous avons exploité le signal $P_g(\delta T)|_g$. Nous avons réalisé l'expérience pour huit couples (v, \bar{n}) où v est la vitesse de l'atome et \bar{n} est le nombre moyen de photons injectés dans le champ. La figure 4.7 synthétise les données. On a représenté en (a) les signaux d'homodynage obtenus, et en (b) les phases mesurées (en degrés) en fonction de l'angle théorique θ (en degrés également) donné par la formule

$$\theta = \frac{\Omega_0 t_{int}}{4\sqrt{\bar{n}}} \quad (4.5)$$

On a représenté les points expérimentaux. Les droites sont les ajustements linéaires de simulations numériques en tenant compte du second mode, de la relaxation et du champ thermique. Dans le cas idéal les points devraient s'aligner sur les tirets de pente 1 et -1 représentées sur la figure. On constate que l'écart à la théorie montré par les points expérimentaux est bien reproduit par les simulations numériques. En particulier, à grand θ (v et \bar{n} petits), les phases mesurées sont plus faibles que les valeurs théoriques. Cela est dû à l'influence du second mode, d'autant plus marquée que les atomes sont lents et le nombre de photons faible. Réciproquement points expérimentaux et simulations tendent à retrouver le comportement prévu par la théorie pour θ faible.

4.2 Préparation et détection des états propres

Principe

Nous avons ensuite souhaité vérifier la corrélation entre l'état atomique et l'état du champ, en préparant sélectivement $|\psi_+(0)\rangle = |+\rangle$ (respectivement $|\psi_-(0)\rangle = |-\rangle$) au début de l'interaction. $|+\rangle$ et $|-\rangle$ sont les états stationnaires du hamiltonien semi-classique définis équation 1.60. Le système atome-champ évolue alors ainsi

$$\begin{aligned} |\alpha, +\rangle &\longrightarrow |\alpha_+(t_{int}), \psi_+(t_{int})\rangle \\ |\alpha, -\rangle &\longrightarrow |\alpha_-(t_{int}), \psi_-(t_{int})\rangle \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nous avons pour cela effectué la séquence d'opérations suivantes (pour des raisons de lisibilité de la figure 4.8 illustrant le raisonnement, celui-ci porte sur l'évolution de l'état $|-, \alpha\rangle$ mais est parfaitement transposable à l'évolution de $|+, \alpha\rangle$)

1. un atome préparé initialement dans $|g\rangle$ commence à interagir de façon résonnante avec le champ injecté dans le mode.
2. dès l'égalisation des populations atomiques (impulsion $\pi/2$ dans le champ cohérent), on désaccorde brutalement l'atome de la cavité. Le vecteur champ effectif est aligné avec l'axe z . Le dipôle atomique effectue donc une précession dans le plan équatorial.

La durée du désaccord est réglée pour que l'angle de précession soit $\pi/2$ afin que le dipôle atomique devienne antiparallèle au champ. On a ainsi préparé l'état $|- , \alpha\rangle$.

3. On met à nouveau l'atome à résonance avec le mode. Conformément à la description faite au chapitre 1 le système atome-champ évolue en $|\psi_-, \alpha_-\rangle$. Au terme de l'évolution le champ ne présente donc qu'une seule composante, déphasée de $-\phi$ (voir équation 1.111) par rapport au cas où aucun atome n'a interagi avec lui. On peut analyser la distribution de phase du champ obtenue par la technique de détection homodyne présentée chapitre 3. Soulignons qu'au cours de l'évolution le vecteur représentant l'atome reste dans le plan équatorial : les populations atomiques sont donc constantes et égales, l'oscillation de Rabi amorcée à l'étape 1 est gelée.
4. Avant que l'atome ne sorte de la cavité on lui applique une impulsion $\pi/2$ dans le plan équatorial par un procédé analogue à celui décrit au point 2. Au terme de l'impulsion le vecteur représentant l'état atomique est orthogonal au champ.
5. On accorde à nouveau l'atome et le mode, le vecteur champ effectif est maintenant aligné avec le champ : l'atome reprend alors l'oscillation de Rabi commencée lors de l'étape 1. A la sortie du mode l'atome retrouve son état initial.

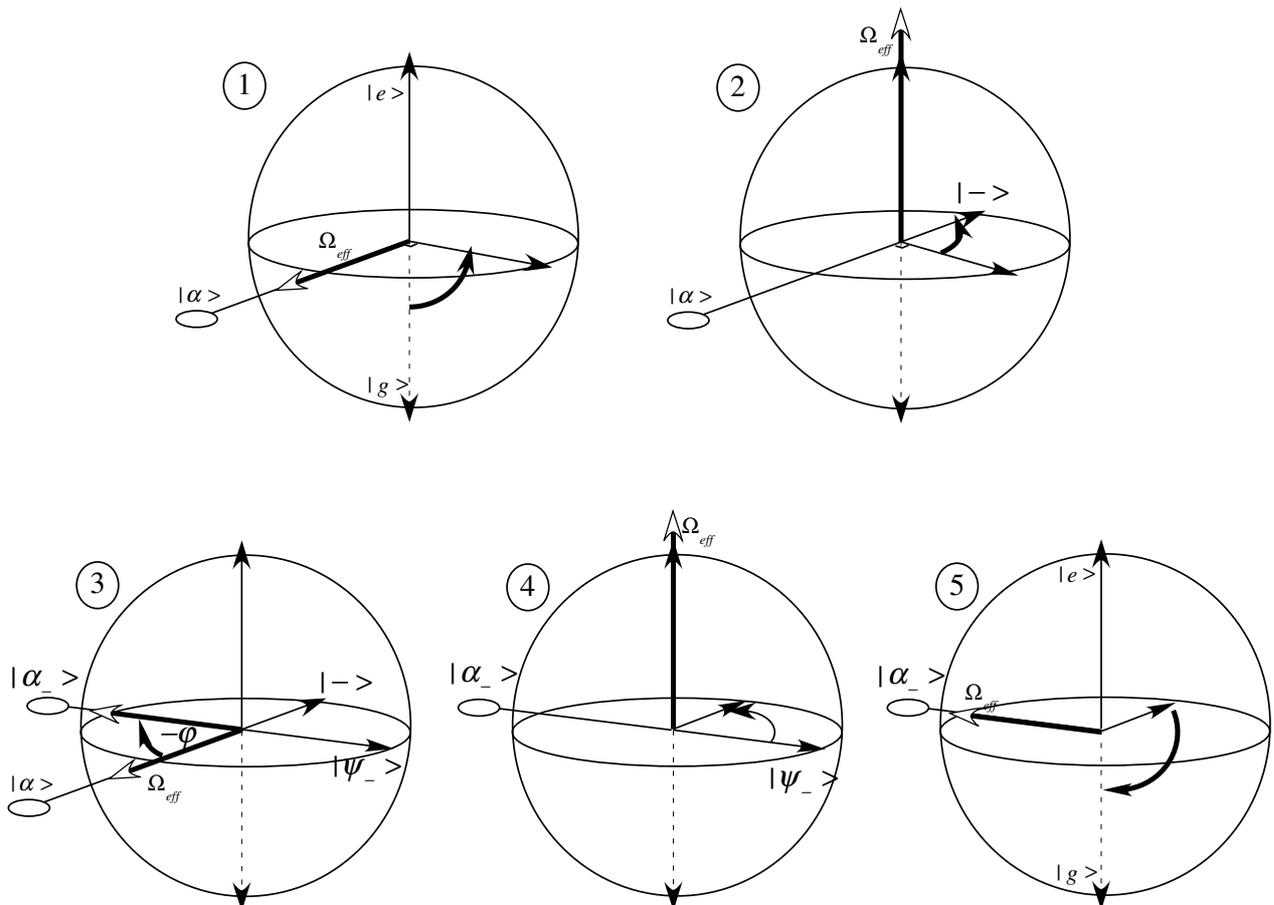


FIG. 4.8: gel de l'oscillation de Rabi

Si l'évolution s'est bien déroulée de la façon décrite, le champ résultant n'a qu'une seule composante déphasée de ϕ par rapport au cas où aucun atome n'a interagi avec lui, et le

champ n'est pas intriqué avec l'atome.

L'expérience

L'expérience se déroule comme suit : on injecte un champ cohérent dans le mode HF pendant $23.3\mu s$. Un atome de vitesse $v = 335m/s$ préparé dans $|g\rangle$ est ensuite envoyé dans la cavité où il commence à interagir de façon résonnante avec le champ (étape 1). $24.6\mu s$ avant le passage de l'atome au centre de la cavité, on le désaccorde de 695 kHz pendant $2\mu s$ (étape 2). Le système atome-champ évolue comme décrit au point 3, puis on désaccorde à nouveau l'atome pendant $2\mu s$ de façon symétrique par rapport au centre de la cavité (étape 4). L'atome poursuit alors son oscillation de Rabi jusqu'à la sortie du mode où il se retrouve dans l'état initial. A tout instant T on peut geler l'interaction en désaccordant l'atome du mode HF de 1115 kHz. L'ensemble des étapes est illustré figure 4.9.

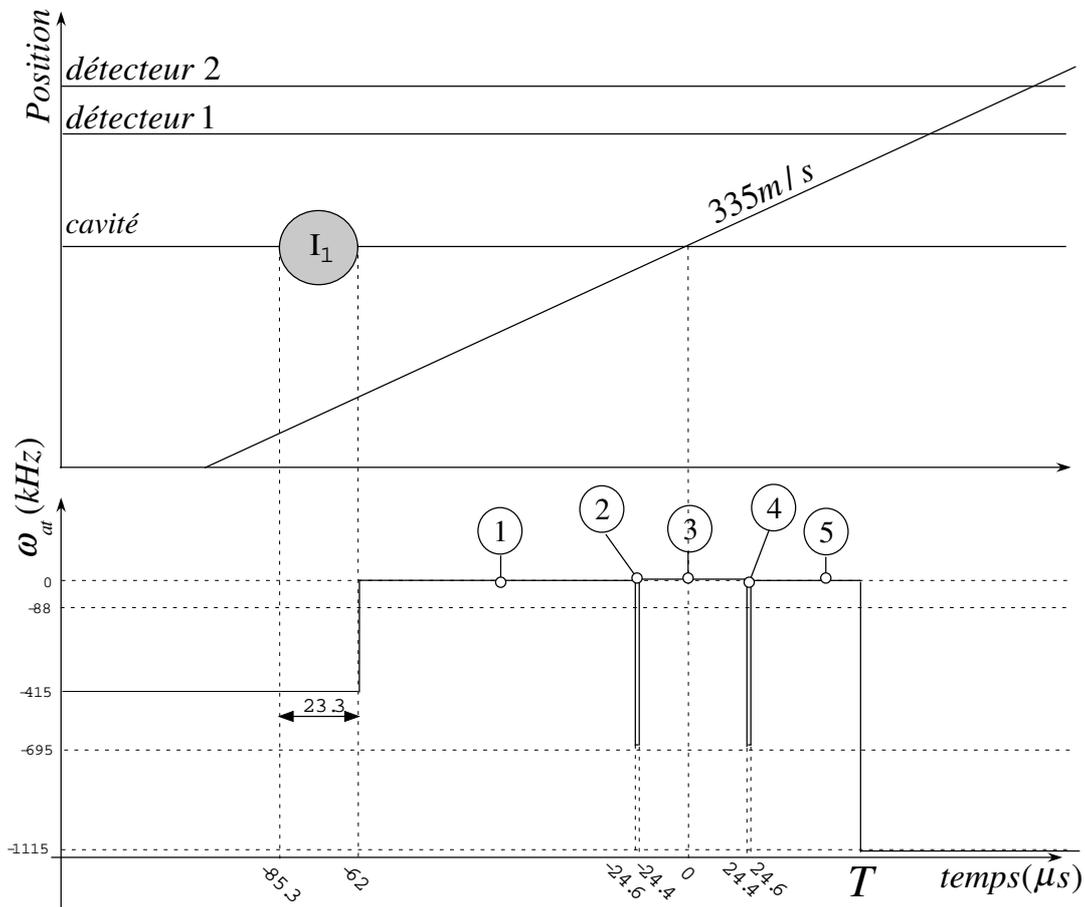


FIG. 4.9: Diagramme spatio-temporel de l'expérience. Le cercle grisé I_1 représente l'injection d'un champ cohérent dans le mode HF par une source classique.

Les résultats expérimentaux sont représentés figure 4.10. Ils ont été obtenus avec un champ initialement injecté de 30 photons. On représente la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction de T . En l'absence des deux impulsions $\pi/2$ dans le plan équatorial

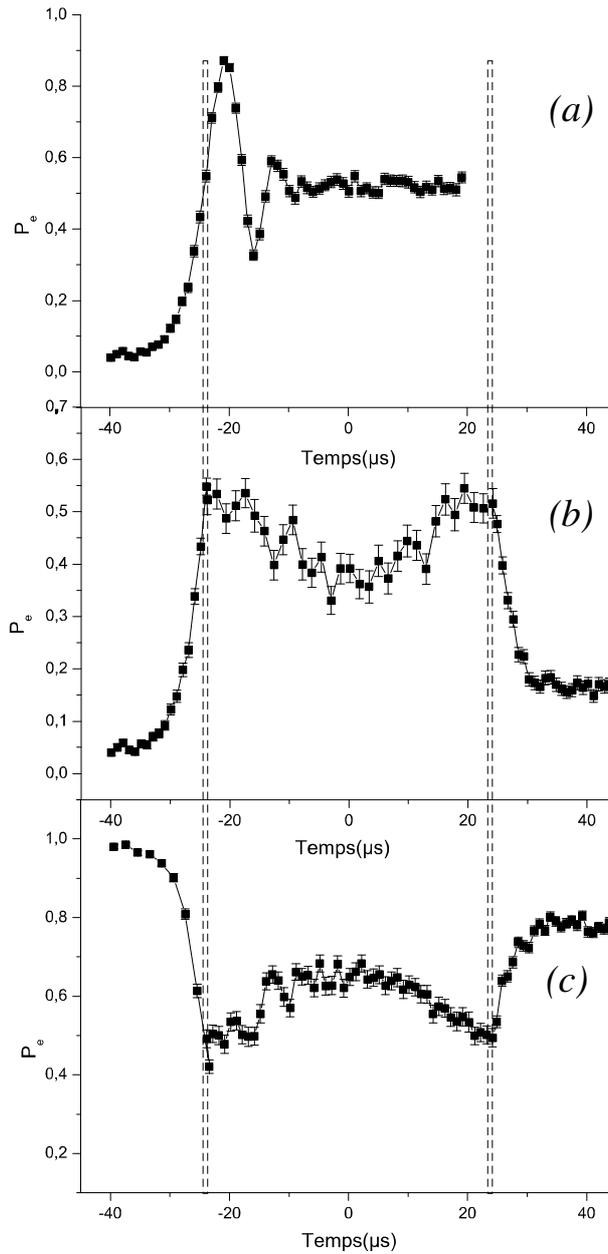


FIG. 4.10: Gel de l'oscillation de Rabi. (a) Oscillation de Rabi en l'absence d'impulsion $\pi/2$ dans le plan équatorial. L'atome est initialement préparé dans $|g\rangle$. (b) Gel de l'oscillation de Rabi pour un atome initialement dans $|g\rangle$. Les instants des impulsions $\pi/2$ sont symbolisés par des tirets. (c) Gel de l'oscillation de Rabi pour un atome est initialement préparé dans $|e\rangle$.

(étapes 2 et 4) on retrouve le signal d'oscillation de Rabi pour un atome initialement préparé dans l'état $|g\rangle$ (figure (a)). La figure (b) présente ce signal si les deux impulsions $\pi/2$ sont appliquées. On remarque qu'entre les deux impulsions l'oscillation de Rabi est gelée. Le signal n'est cependant pas parfaitement plat : cela est dû au fait que le désaccord appliqué pour geler l'oscillation est de 1115 kHz, or la fréquence typique du couplage dans un champ de 30 photons est $\Omega_0\sqrt{30} \sim 280$ kHz. Le vecteur champ effectif résultant n'est

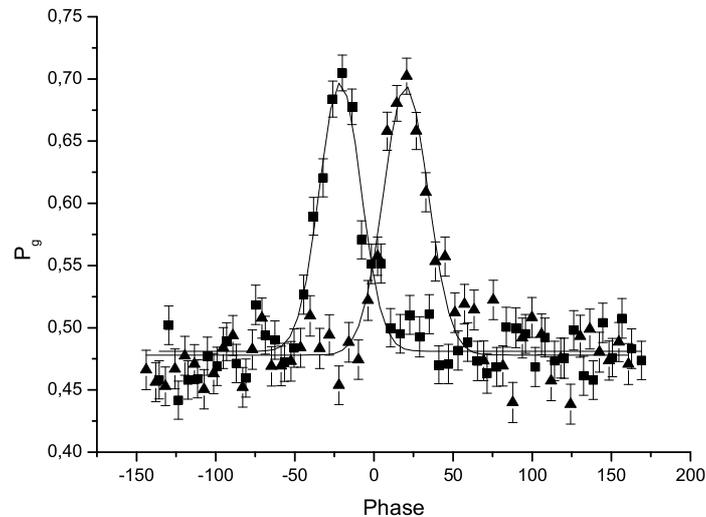


FIG. 4.11: Analyse de la phase du champ après sa préparation dans l'état $|\psi_+\rangle$ (respectivement $|\psi_-\rangle$) conformément à la méthode décrite dans le texte. Les triangles correspondent au cas où l'atome 1 a été préparé et détecté dans $|g\rangle$, les carrés au cas où il a été préparé dans $|e\rangle$ et détecté dans $|e\rangle$.

donc pas parfaitement aligné avec l'axe z et les conditions du déphasage dispersif ne sont pas rigoureusement remplies. D'autre part, $P_e \sim 16\%$ à la fin de l'interaction alors que $P_e \sim 4\%$ à l'entrée dans le mode : cette différence est à imputer à l'imperfection des impulsions $\pi/2$ dans le plan équatorial (une impulsion $\pi/2$ « parfaite » serait telle que $\delta \gg \Omega$ de telle façon que la rotation apparaisse quasi-instantanée à l'échelle de l'expérience). Le même signal a été enregistré en prenant pour état initial de l'atome $|e\rangle$ (figure(c)). L'état préparé immédiatement après l'étape 2 est donc $|+\alpha\rangle$ et évolue en $|\psi_+, \alpha_+\rangle$. Après l'étape 4 l'atome tend à revenir dans son état initial.

On a enfin analysé la distribution de phase obtenue au terme de chaque expérience par une technique de détection homodyne. Le diagramme spatio-temporel correspondant est analogue à celui présenté figure 4.2, à la différence que le profil ω_{at} du premier atome n'est plus à résonance tout au long de l'interaction avec le mode, mais comporte deux désaccords de $2\mu s$ conformément à la figure 4.9 permettant de réaliser les impulsions $\pi/2$ dans le plan équatorial. L'état du champ à la fin de l'interaction avec le premier atome est donc $|\psi_+\rangle$ (respectivement $|\psi_-\rangle$) si l'atome a été préparé dans $|e\rangle$ (respectivement dans $|g\rangle$). Les résultats expérimentaux sont présentés figure 4.11. Les triangles correspondent au cas où l'atome a été préparé et détecté dans $|g\rangle$, les carrés au cas où il a été préparé et détecté dans $|e\rangle$. On voit que la distribution de phase dans chaque cas ne présente qu'une seule composante, pointée respectivement à $-21^\circ \pm 1^\circ$ et $22^\circ \pm 1^\circ$. Cela est parfaitement cohérent avec les résultats présentés section 4.1 où la phase pointée sur chaque composante de la superposition obtenue était $-19^\circ \pm 1^\circ$ et $22^\circ \pm 1^\circ$. Le déphasage prédit par la théorie vaut $\phi = 25^\circ$. L'écart entre les deux valeurs est à imputer au second mode qui sera présenté section 4.3.

4.3 Le second mode

Etude théorique

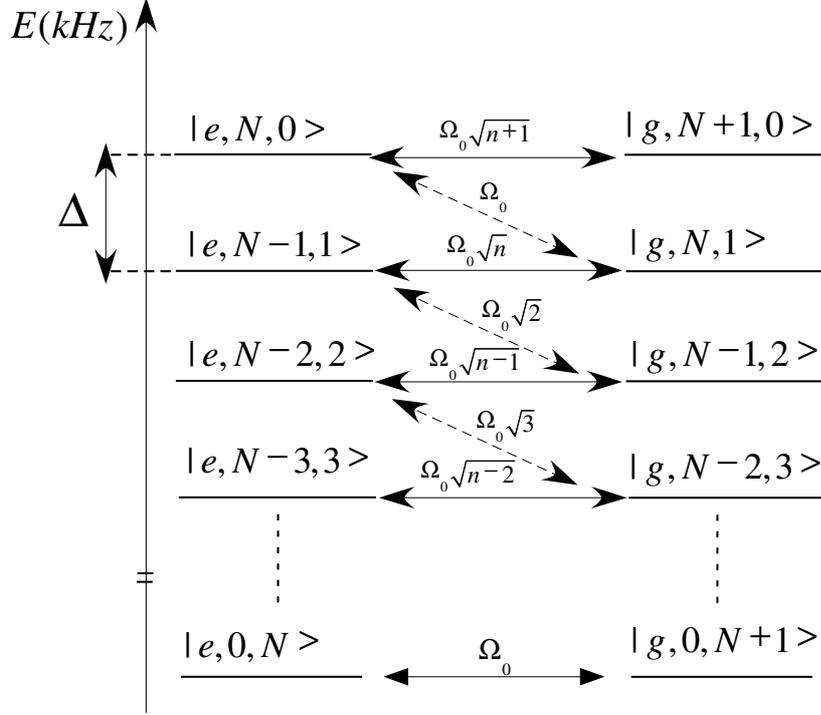


FIG. 4.12: Niveaux d'énergie de la multiplicité \mathcal{E}_N (voir texte) en l'absence de couplage.

Reprenons brièvement la théorie effectuée à la section 1.2.2. Si on tient compte du second mode une base de l'espace des états est $\{|e, N, m\rangle, |g, N, m\rangle\}$ où N et m désignent le nombre de photons dans le mode 1 et 2 respectivement. La multiplicité $\{|e, N, m\rangle, |g, N+1, m\rangle\}$ n'est plus fermée pour le hamiltonien de Jaynes-Cummings, en effet l'atome peut émettre ou absorber un photon dans le second mode de façon non-résonnante. Supposons que l'on a préparé le système dans l'état initial $|e, N, 0\rangle$. Il est couplé à l'état $|g, N+1, 0\rangle$, les deux états sont dégénérés et l'intensité du couplage entre eux vaut $\Omega_0\sqrt{N+1}$. Il est également couplé à l'état $|g, N, 1\rangle$, le désaccord entre les deux niveaux est $\Delta = \omega_{HF} - \omega_{BF}$, l'intensité du couplage vaut Ω_0 (la fréquence de Rabi du vide est identique pour les modes HF et BF). Le système a donc une probabilité de se trouver dans la multiplicité $\{|e, N-1, 1\rangle, |g, N, 1\rangle\}$. $|e, N-1, 1\rangle$ est alors couplé à $|g, N-1, 2\rangle$ avec une intensité $\Omega_0\sqrt{2}$. Par émissions successives dans le second mode, le système peut finalement aboutir dans la multiplicité $\{|e, 0, N\rangle, |g, 1, N\rangle\}$. Cette cascade est illustrée figure 4.12. On appellera \mathcal{E}_N l'ensemble des états couplés à $|e, N, 0\rangle$.

Etudions d'abord l'énergie des états de \mathcal{E}_N en fonction de la position de l'atome dans la cavité en négligeant le couplage au second mode. Les niveaux d'énergie s'écrivent alors simplement (voir équations 1.61)

$$E_{+,N-k,k} = \frac{\hbar\Omega_0\sqrt{N-k+1}}{2} - \hbar k\Delta \quad (4.7)$$

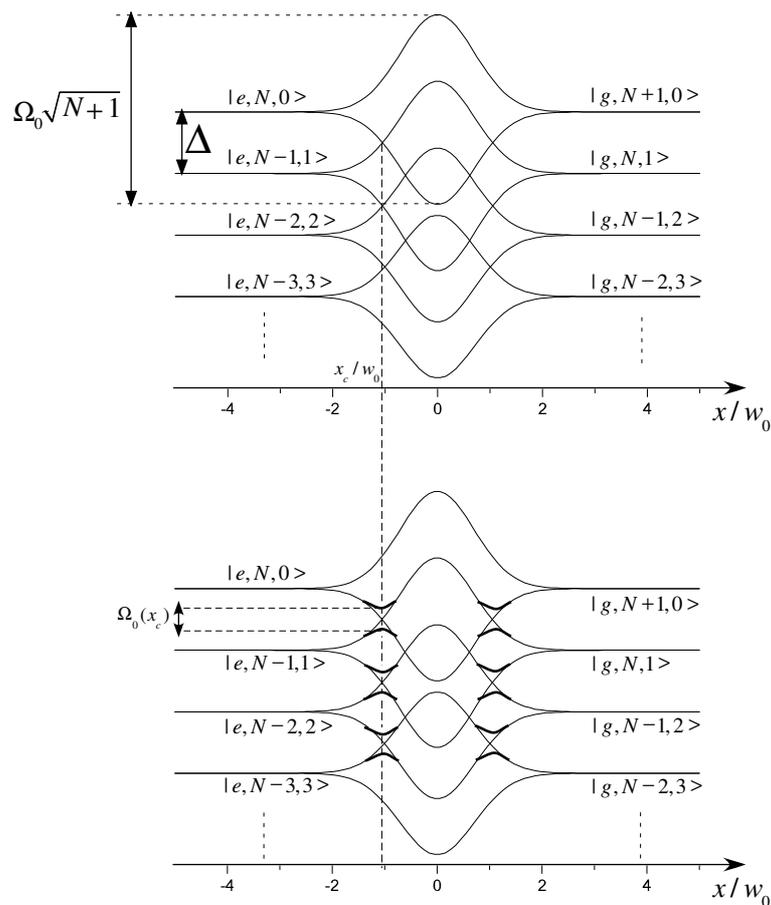


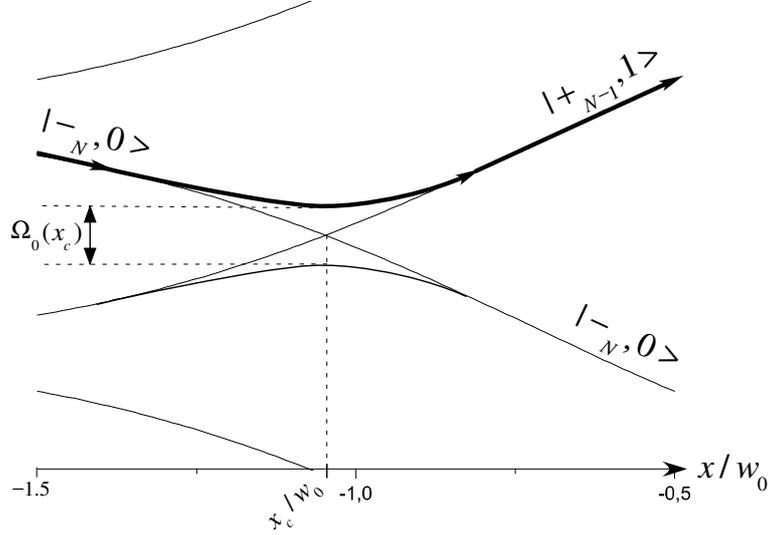
FIG. 4.13: (a) Niveaux d'énergie de la multiplicité \mathcal{E}_N (voir texte) si on néglige le couplage avec le second mode, en fonction de la position de l'atome dans la cavité. w_0 est le waist de la cavité. (b) On tient compte du couplage avec le second mode. Les dégénérescences sont levées.

$$E_{-,N-k,k} = -\frac{\hbar\Omega_0\sqrt{N-k+1}}{2} - \hbar k\Delta \quad (4.8)$$

Les états associés sont $|+_{N-k}, k\rangle$ et $|-_{N-k}, k\rangle$ respectivement où $|+_{N-k}\rangle$ et $|-_{N-k}\rangle$ sont les états du système atome-champ dans le mode 1 décrits par les équations 1.60 et $|k\rangle$ décrit l'état du champ dans le mode 2. Les niveaux sont représentés figure 4.13. On voit que les états $|-_N, 0\rangle$ et $|+_{N-1}, 1\rangle$ se croisent en deux points symétriques par rapport au centre de la cavité. Si on tient compte du couplage avec le second mode, la dégénérescence est levée d'une quantité $\Omega_0(x_c)$ où x_c est le point où a lieu la dégénérescence.

Supposons alors que le système est initialement préparé dans l'état $|-_N, 0\rangle$. Il peut alors se produire un anticroisement : le système atome-mode 1 initialement dans l'état $|-_N\rangle$ peut contaminer l'état $|+_{N-1}\rangle$ et le champ dans le mode 2 initialement dans l'état vide peut maintenant contenir un photon : cette évolution est illustrée figure 4.14. En revanche, l'état $|+_N, 0\rangle$ est insensible à l'effet du second mode.

Cet anticroisement affecte la phase accumulée par le système. On a représenté figure 4.15 l'évolution de celle-ci au cours de la traversée de la cavité par l'atome. La phase

FIG. 4.14: Anticrossing des niveaux au voisinage de x_c .

accumulée par le système préparé dans l'état $|+_N, 0\rangle$ est $\Omega_0\sqrt{N+1}t_{int}/2$ comme en l'absence du second mode (en grisé sur la figure). On rappelle que la phase accumulée par $|-_N, 0\rangle$ vaut en l'absence de second mode $-\Omega_0\sqrt{N+1}t_{int}/2$. En présence de celui-ci cette phase peut devenir positive (hachures sur la figure 4.15) et en valeur absolue inférieure à $\Omega_0\sqrt{N+1}t_{int}/2$.

L'anticrossing adiabatique se fait d'autant moins efficacement que l'atome est rapide. L'efficacité est également altérée si le nombre de photons initialement injecté dans le mode HF est plus grand : en effet l'anticrossing a lieu plus loin du centre du mode et la levée de dégénérescence due au couplage avec le second mode (en $\Omega_0(x_c)$) est moins grande.

Modification de l'évolution

Qu'advient-il alors si le système est initialement préparé dans l'état $|e, \alpha, 0\rangle$? Il est utile dans un premier temps de raisonner sur l'état initial $|+, \alpha, 0\rangle$.

$$|+, \alpha, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_N C_N (|e, N, 0\rangle + |g, N, 0\rangle) \quad (4.9)$$

que l'on peut récrire, sachant que $C_N \sim C_{N+1}$ et en négligeant la composante $C_0 |g, 0\rangle$

$$|+, \alpha, 0\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_N C_N (|e, N, 0\rangle + |g, N+1, 0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_N C_N (|+_N, 0\rangle) \quad (4.10)$$

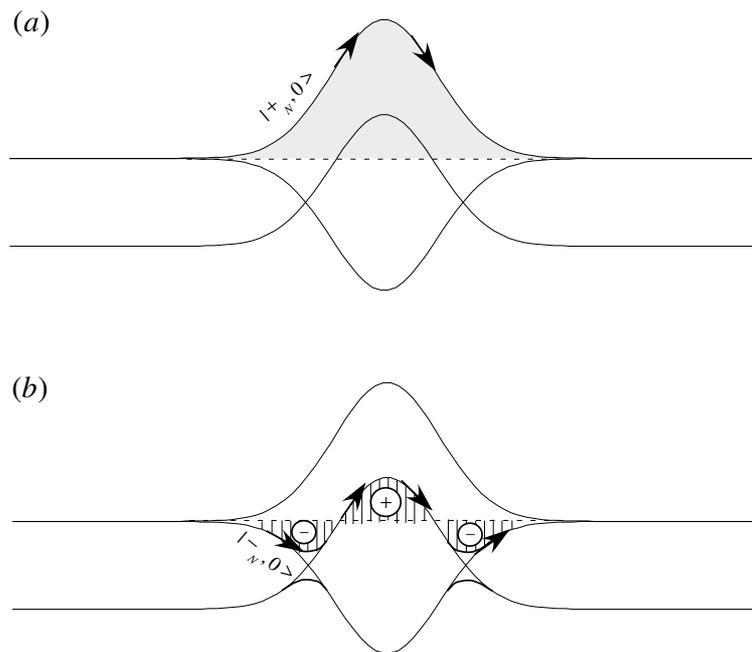


FIG. 4.15: (a) Effet de l'anticroisement sur la phase accumulée par $|+N, 0\rangle$. La phase accumulée correspond à l'aire grisée. (b) Effet de l'anticroisement sur la phase accumulée par $|-N, 0\rangle$. La phase accumulée correspond à l'aire hachurée algébrique.

L'état $|+N, 0\rangle$ étant insensible au second mode, l'état $|+, \alpha, 0\rangle$ évolue conformément à la théorie du chapitre 1. On a donc

$$|+, \alpha, 0\rangle \longrightarrow |\psi_+, \alpha_+, 0\rangle \quad (4.11)$$

Considérons à présent l'état initial $|- , \alpha, 0\rangle$. Il peut s'écrire

$$|- , \alpha, 0\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_N C_N (|-N, 0\rangle) \quad (4.12)$$

Chaque état $|-N, 0\rangle$ peut contaminer l'état $|+_{N-1}, 1\rangle$. Cela a deux conséquences :

1. le système atome-champ du mode 1 s'intrique avec le champ contenu dans le mode 2, et au terme de l'interaction le second mode est faiblement excité.
2. le champ résultant dans le mode 1 présente une petite composante de phase positive, conformément à l'étude qui a été faite ci-dessus.

La figure 4.16 présente la fonction Q du champ résultant dans le mode 1 au terme de l'interaction si l'atome a initialement préparé dans l'état $|-\rangle$ (figure (a) et (c)) ou dans $|+\rangle$ (figure (b) et (d)). Les figures (a) et (b) ont été calculées avec 10 photons initialement injectés, Les figures (c) et (d) avec 30 photons. On a représenté en tirets la fonction Q obtenue en l'absence de second mode. On vérifie que l'évolution du système pour un atome préparé dans $|+\rangle$ est insensible à la présence du second mode. Pour un atome préparé dans $|-\rangle$, on constate l'apparition d'une composante positive du champ, tandis que la composante négative est moins déphasée qu'en l'absence de second mode. Cet effet

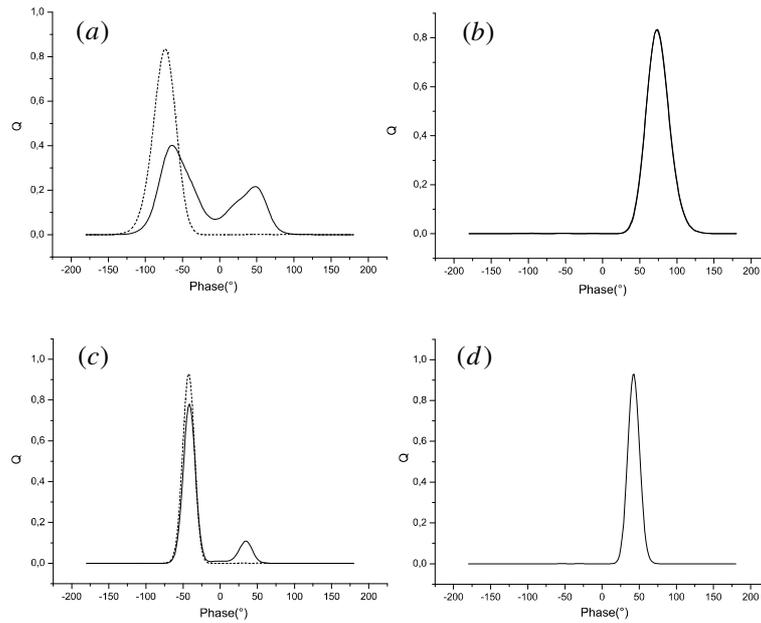


FIG. 4.16: (a) Fonction Q calculée du champ après interaction résonnante avec un atome préparé dans l'état $|-\rangle$. Le champ contient initialement 10 photons. On a représenté en tirets le même signal calculé sans tenir compte du second mode. La présence du second mode se traduit par l'apparition d'une composante du champ de phase positive. (b) Même signal si l'atome est préparé dans l'état $|+\rangle$. Dans ce cas l'évolution du système atome-champ est insensible au second mode. (c) Même signal pour un atome préparé dans l'état $|-\rangle$, le champ contenant initialement 30 photons. L'effet du second mode est très amoindri. On remarque que la phase de la composante négative du champ est pratiquement la même qu'en l'absence de second mode. (d) Même signal pour un atome préparé dans l'état $|+\rangle$.

est d'autant plus marqué que le nombre de photons est faible : il est responsable du rapprochement des composantes du champ à grand θ (voir figure 4.7).

Concluons cette section en soulignant que l'effet du second mode devient négligeable à partir de 20 photons. La distance des états Chat de Schrödinger du champ ne dépendant pas du nombre de photons, comme on l'a vu équation 1.162, nous avons pu préparer ces états sans être perturbés par la présence du second mode. Le facteur limitant l'efficacité de notre technique est la décohérence comme on va le voir dans la section suivante.

4.4 Analyse de la cohérence des superpositions

4.4.1 Présentation de la fonction de Wigner

L'expérience que nous avons réalisée montre qu'au terme de l'interaction résonnante, le champ se trouve dans une superposition de deux états cohérents mésoscopiques de phases opposées. Elle ne prouve cependant pas que cette superposition est cohérente, condition nécessaire pour qu'elle constitue un chat de Schrödinger. La fonction Q dont le signal

d'homodyne nous donne, comme on l'a vu au chapitre 3, un reflet, est en effet très peu sensible à la cohérence de la superposition : le même signal pourrait être obtenu avec un mélange statistique. Une autre technique pour mettre en évidence la cohérence d'une superposition consiste à mesurer, ou dans le cas présent à calculer, sa fonction de Wigner. On trouvera des exposés précis sur cette fonction dans les références [30, 56]. Comme la fonction Q , la fonction de Wigner est une densité de quasi-probabilité dans l'espace des phases, d'expression

$$W(\alpha) = \frac{2}{\pi} \text{Tr}(D(-\alpha)\rho D(\alpha)\Pi) \quad (4.13)$$

où ρ est la matrice densité du champ, et Π l'opérateur parité défini sur la base des états de Fock par

$$\Pi |n\rangle = (-1)^n |n\rangle \quad (4.14)$$

La fonction de Wigner du champ au point α est donc simplement au facteur $2/\pi$ près la valeur moyenne de l'opérateur parité dans le champ déplacé de $|\alpha\rangle$. La fonction de Wigner d'un champ cohérent $|\beta\rangle$ est une gaussienne centrée au point β , celle d'un mélange statistique de deux états cohérents $|\beta\rangle$ et $|\beta\rangle$ est la somme des gaussiennes de chaque état cohérent. La cohérence d'une superposition de $|\beta\rangle$ et $|\beta\rangle$ se manifeste sur la fonction de Wigner par l'apparition de franges d'interférences au voisinage de l'origine. L'interfrange est d'autant plus petite que les composantes sont plus proches (β petit), en revanche le contraste des franges est totalement indépendant de leur distance. Q présente également des franges au voisinage de l'origine, mais ces franges s'amortissent exponentiellement avec le carré de la distance des composantes du chat. C'est pourquoi W est la bonne fonction pour étudier la cohérence d'un chat de Schrödinger. On a représenté figure 4.17 la fonction de Wigner d'une superposition cohérente des états $|\alpha\rangle$ et $|\alpha\rangle$ où $|\alpha|^2 = 5$ (figure de gauche) et le mélange statistique correspondant (figure de droite). On voit clairement la disparition des franges d'interférence, signature de la perte de cohérence du chat.

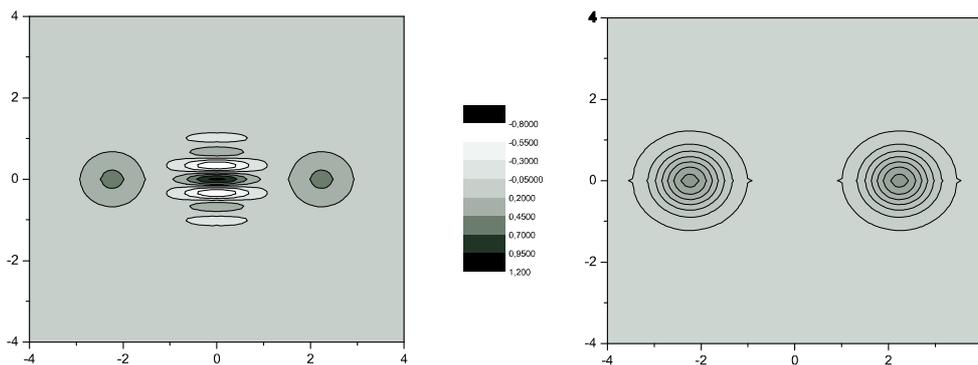


FIG. 4.17: (a) Fonction de Wigner d'un chat idéal. Chaque composante contient 5 photons. (b) Fonction de Wigner du mélange statistique correspondant. La disparition des franges à l'origine est la signature de la perte de cohérence du chat.

Des mesures de la fonction de Wigner ont été réalisées dans le domaine de l'optique quantique. Certaines d'entre elles reposent sur la reconstruction de la fonction de Wigner

à partir de la mesure des quadratures du champ : c'est la méthode dite *tomographique* [12, 97]. Elle a été appliquée à la détermination d'états squeezés [90, 22], d'un état nombre $|n = 1\rangle$ [70], d'une superposition cohérente $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ avec α et β quelconques [69].

Des méthodes directes de mesure ont également été proposées [47, 68]. Elles ont donné lieu à la mesure de la fonction de Wigner d'un champ cohérent par comptage de photons [5], ou d'un ion piégé dans l'état $|n = 1\rangle$ [67].

Soulignons qu'une mesure de la fonction de Wigner d'un état de Fock à un photon a été réalisée dans notre groupe [10] d'après la proposition [68]. Nous verrons également au chapitre 5 une proposition de violation des inégalités de Bell en utilisant la mesure de la fonction de Wigner de deux modes du champ.

4.4.2 Causes possibles de perte de cohérence

Comme on l'a vu dans la section 4.1 nous avons préparé des superpositions d'états du champ pour huit couples de points (\bar{n}, v) . On peut se demander si ces couples ont donné naissance à un chat ou à un mélange statistique. On a donc calculé la fonction de Wigner du champ résultant au terme de l'interaction avec l'atome pour tous les couples (\bar{n}, v) . On a tenu compte dans la simulation des deux modes, de la relaxation et du champ thermique. La figure 4.18 présente les fonctions de Wigner d'un champ contenant initialement 30 photons au terme de l'interaction avec un atome à 335 m/s (à gauche) puis à 200 m/s (à droite).

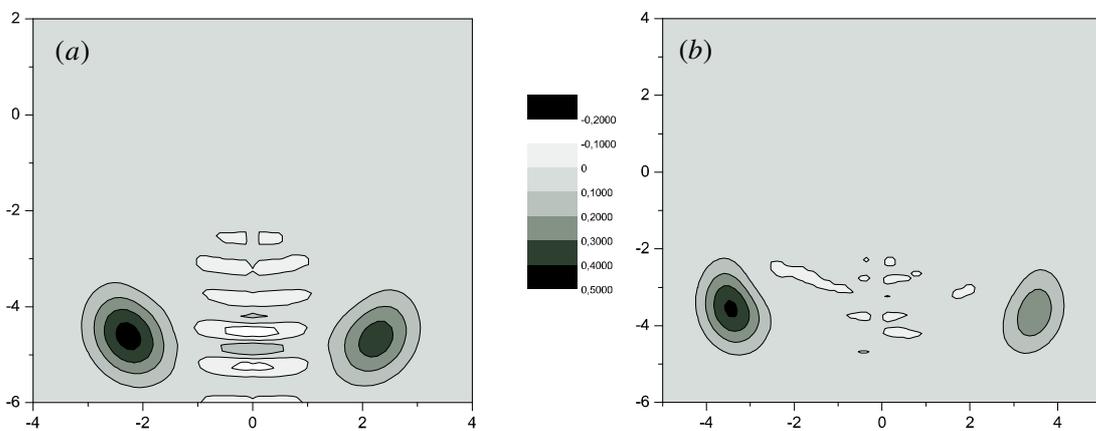


FIG. 4.18: (a) Fonction de Wigner du champ résultant de l'interaction avec un atome à 335m/s. Le champ initialement injecté est 30 photons. (b) Idem avec un atome à 200m/s.

On voit que l'atome rapide a préparé une superposition cohérente, alors qu'au terme de l'interaction avec l'atome lent le champ se trouve dans un mélange statistique. On retrouve cet effet quel que soit le nombre de photons injectés. Cela était prévisible : en effet comme on l'a vu en introduction, le temps de décohérence d'un chat de taille D vérifie $T_{decoh} = 2\tau/D^2$ ou τ est la durée de vie du champ dans la cavité et D la taille du chat définie équation 1.162 [24]. D'après la figure 4.18 on a typiquement $D_a^2 = 20$ photons pour

$v_a = 335$ m/s et $D_b^2 = 50$ photons pour $v_b = 200$ m/s. Les temps respectifs de décohérence associés sont $T_{decoh,a} = 85\mu s$ et $T_{decoh,b} = 34\mu s$ (on a pris $\tau = 850\mu s$). Ceci est à comparer au temps mis par l'atome pour traverser le mode, $T_a = 18\mu s$ et $T_b = 30\mu s$. On a donc $T_{decoh,a} > T_a$ tandis que $T_{decoh,b} \sim T_b$. On conçoit donc très bien qu'à la fin de l'interaction entre le champ et l'atome lent, la superposition ait déjà perdu toute cohérence, tandis que la superposition préparée par l'atome rapide est encore cohérente.

On a vu en introduction que la perte de cohérence d'une superposition peut être attribuée à l'intrication du système avec un autre système jouant le rôle d'un détecteur. On a jusqu'ici envisagé la décohérence ou intrication avec l'environnement. L'intrication avec le second mode peut également conduire à la perte de cohérence des chats produits. Les atomes lents sont encore une fois les plus affectés. On peut se demander quelle est la cause principale de perte de cohérence du chat dans l'expérience présentée. On a donc simulé numériquement l'interaction d'un atome à 200 m/s avec un champ de 30 photons, en tenant compte de la décohérence sans inclure le second mode (voir figure 4.19(a)), ou en tenant compte de l'effet du second mode sans décohérence (figure 4.19(b)). Il est clair que la décohérence est le facteur limitant pour la préparation des chats.

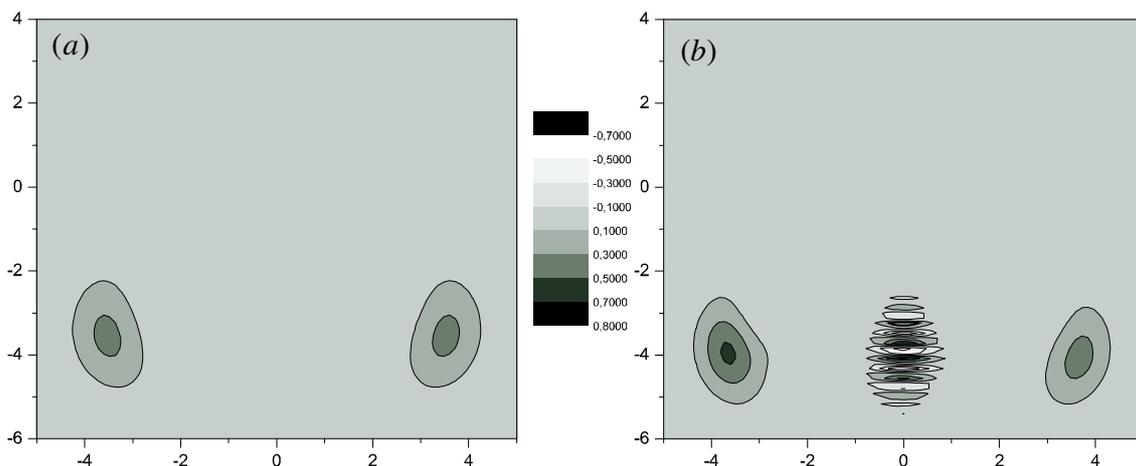


FIG. 4.19: (a) $(\bar{n}, v) = (30, 200 \text{ m/s})$ dans le cas où la cavité n'a qu'un mode de facteur de qualité fini avec 1 photon thermique à l'équilibre. (b) On a cette fois-ci tenu compte du second mode, et on a supposé que les deux modes avaient un facteur de qualité infini sans photons thermiques.

4.4.3 Conclusions

Taille des chats obtenues par interaction résonnante

On peut conclure sur les conditions nécessaires à la naissance et à l'observation d'un chat généré par interaction résonnante entre un atome à deux niveaux et un champ mésoscopique. Notons t_{int} le temps effectif d'interaction résonnante entre l'atome et le champ. La taille du chat préparé vérifie

$$D = 2\sqrt{\bar{n}} \sin\left(\frac{\Omega_0 t_{int}}{4\sqrt{\bar{n}}}\right) \quad (4.15)$$

soit, si le nombre de photons est suffisamment important

$$D \sim \frac{\Omega_0 t_{int}}{2} \quad (4.16)$$

ce qui équivaut à

$$D \sim \pi \frac{t_{int}}{T_0} \quad (4.17)$$

où T_0 est la période de Rabi du vide. Comme on le voit la taille du chat ne dépend que du temps effectif d'interaction entre l'atome et le champ. Pour qu'un chat puisse être observé deux conditions doivent être remplies :

1. les deux composantes du champ doivent être séparées. La taille du chat doit donc être supérieure à 1, ce qui d'après l'équation 4.17 impose

$$\frac{t_{int}}{T_0} > \frac{1}{\pi} \quad (4.18)$$

2. le temps de préparation du chat doit rester inférieur au temps de décohérence de ce chat. On a donc

$$t_{int} < T_{decoh} \quad (4.19)$$

On rappelle $T_{decoh} = 2\tau/D^2$. D'après 4.17

$$T_{decoh} \sim \frac{2\tau T_0^2}{\pi^2 t_{int}^2} \quad (4.20)$$

On peut donc récrire l'équation 4.19 ainsi

$$t_{int} < \frac{2\tau T_0^2}{\pi^2 t_{int}^2} \quad (4.21)$$

soit

$$t_{int}^3 < \frac{2\tau T_0^2}{\pi^2} \quad (4.22)$$

Exprimons cette inégalité en fonction du paramètre adimensionné t_{int}/T_0 , il vient

$$\left(\frac{t_{int}}{T_0}\right)^3 < \frac{2}{\pi^2} \frac{\tau}{T_0^2} \quad (4.23)$$

Posant β tel que

$$\beta^3 = \frac{2}{\pi^2} \frac{\tau}{T_0^2} \quad (4.24)$$

on peut finalement écrire l'équation 4.19

$$\frac{t_{int}}{T_0} < \beta \quad (4.25)$$

Une condition nécessaire pour observer un chat est donc, d'après 4.25 et 4.18

$$\beta > \frac{1}{\pi} \quad (4.26)$$

Cette condition est remplie dans notre dispositif expérimental car $\beta \simeq 2$. La condition 4.25 détermine également la taille D_{max}^2 maximale des chats synthétisables, celle-ci vérifie

$$D_{max}^2 \sim \left(\pi \frac{t_{int,max}}{T_0} \right)^2 \quad (4.27)$$

soit

$$D_{max}^2 \sim (\pi\beta)^2 \quad (4.28)$$

Cette taille vaut typiquement 40 photons dans le montage actuel. Il faut cependant tenir compte du fait que les superpositions subissent la décohérence pendant leur préparation même. Cela explique que la taille maximale des chats que nous ayons pu préparer soit plutôt de 20 photons. Ceci est à comparer à la taille maximale des chats préparés dans le groupe par la méthode dispersive $D^2 \sim 8$ [24]. Cette amélioration est due au fait que le facteur de qualité de notre cavité ($Q = 3 \cdot 10^8$) est bien meilleur que celui de la cavité utilisée auparavant ($Q = 5 \cdot 10^7$). Comme on le verra dans la section suivante, la méthode fondée sur l'interaction résonnante entre l'atome et le champ est aussi *intrinsèquement* plus efficace, les effets non-linéaires étant exaltés. Remarquons enfin que la taille des mélanges statistiques générés peut atteindre 50 photons (avec des atomes de à 200 m/s). L'utilisation d'une cavité de meilleur facteur de qualité devrait permettre d'obtenir de telles superpositions *alors qu'elles sont encore cohérentes*, rendant ainsi possible l'étude quantitative de leur décohérence. Comme on l'a vu la taille maximale des chats observables évolue en β^2 , soit comme $(\tau/T_0)^{2/3}$. Pour observer des chats de 50 photons, il faudrait donc multiplier le facteur de qualité de la cavité par $(50/20)^{3/2} \simeq 4$, ce qui est tout à fait envisageable dans un avenir proche.

Rappels sur la méthode dispersive

Rappelons brièvement le principe de la méthode de préparation des chats par interaction dispersive qui a permis de générer les premiers chats de Schrödinger dans notre groupe [24, 40]. A partir des équations 1.71, il est aisé de voir qu'un atome interagissant de façon dispersive avec un champ cohérent pendant un temps t_{int} vérifie

$$\begin{aligned} |e, \alpha\rangle &= \sum_n C_n |e, n\rangle \rightarrow \sum_n C_n e^{-\frac{(n+1)i\phi_0}{2}} |e, n\rangle = e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \left| e, \alpha e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle \\ |g, \alpha\rangle &= \sum_n C_n |g, n\rangle \rightarrow \sum_n C_n e^{\frac{in\phi_0}{2}} |g, n\rangle = \left| g, \alpha e^{\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle \end{aligned} \quad (4.29)$$

où ϕ_0 est le déphasage par photon défini équation 1.70. La méthode consiste alors à préparer l'atome dans une superposition

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \quad (4.30)$$

par une impulsion $\pi/2$ dans une zone de Ramsey extérieure, puis à le faire interagir de façon dispersive avec un champ cohérent $|\alpha\rangle$ injecté dans le mode de la cavité. Le système atome-champ se trouve alors dans un état intriqué

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \left| e, \alpha e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle + \left| g, \alpha e^{\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle \right) \quad (4.31)$$

Une seconde impulsion $\pi/2$, suivie de la détection de l'atome dans l'état $|e\rangle$ projette le champ dans l'état (non normalisé)

$$e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \left| \alpha e^{-\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle + \left| \alpha e^{\frac{i\phi_0}{2}} \right\rangle \quad (4.32)$$

On en déduit la taille du chat atteinte par cette méthode

$$D^2 = 4\bar{n} \sin^2(\phi_0/2) = 4\bar{n} \sin^2(\Omega_0^2 t / 4\delta) \quad (4.33)$$

Comme on l'a vu, cette méthode a permis la génération de chats avec $D^2 \simeq 8$ photons. Soulignons qu'à cette époque la cavité était en configuration ouverte et son facteur de qualité était de 5.10^7 . Cependant à facteurs de qualité égaux, la méthode résonnante est plus efficace comme nous allons le voir maintenant.

Efficacités comparées

Les méthodes de production de chats étudiées reposent sur l'existence de deux états atomiques qui ne s'intriquent pas avec le champ cohérent, mais le déphasent. Dans la méthode dispersive ces deux états sont $|e\rangle$ et $|g\rangle$, dans la méthode résonnante $|+\rangle$ et $|-\rangle$. Pour un champ d'amplitude donnée, la méthode la plus efficace est celle qui maximise le déphasage du champ, ou le déphasage de chaque état nombre $|n\rangle$.

On a vu que dans la méthode dispersive, chaque $|n\rangle$ est déphasé de $\pm\phi_n^{disp}$ avec

$$\phi_n^{disp} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2} - \delta}{2} \quad (4.34)$$

où Ω_n est donné par l'équation 1.56. On fait ici l'étude en représentation d'interaction par rapport au hamiltonien en l'absence de couplage atome-champ.

Considérons à présent la méthode résonnante. On peut montrer aisément que

$$\sum_n C_n |+, n\rangle \sim \sum_n C_n |+_n\rangle \quad (4.35)$$

où $|+_n\rangle$ sont les états habillés définis équation 1.60. On a l'évolution

$$\sum_n C_n |+_n\rangle \longrightarrow \sum_n C_n \exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt \Omega_n / 2) |+_n\rangle \simeq |\psi_+\rangle \sum_n C_n \exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt \Omega_n / 2) |n\rangle \quad (4.36)$$

où $|\psi_+\rangle$ est l'état atomique défini équation 1.128. On voit que chaque état nombre est déphasé de ϕ_n^{res} (respectivement $-\phi_n^{res}$ si l'état atomique initial est $|-\rangle$) avec

$$\phi_n^{res} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dt \Omega_n}{2} \quad (4.37)$$

On a évidemment

$$\phi_n^{res} \geq \phi_n^{disp} \quad (4.38)$$

La méthode résonnante est donc plus efficace comme l'illustre la figure 4.20. Des simulations numériques ont confirmé cette étude générale. La taille maximale des chats que l'on puisse atteindre avec un atome à $150m/s$ en l'absence de relaxation est de 25 pour la méthode dispersive (désaccord pris à 50 kHz) contre 50 pour la méthode résonnante.

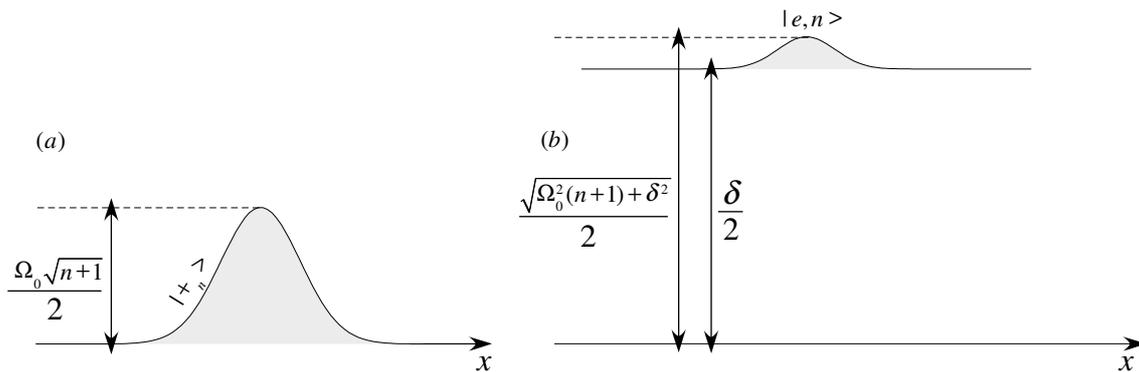


FIG. 4.20: (a) Phase accumulée par l'état nombre $|n\rangle$ au cours de l'interaction résonnante avec un atome préparé dans l'état $|+\rangle$. (b) Phase accumulée par l'état nombre $|n\rangle$ au cours de l'interaction dispersive avec un atome préparé dans l'état $|e\rangle$.

Test expérimental de cohérence

Une expérience permettant de tester la cohérence de la superposition de l'état intriqué atome-champ a été réalisée. Elle repose sur le lien étroit vu au chapitre 1 entre le contraste de l'oscillation de Rabi et la complémentarité. Un atome est envoyé dans la cavité où il interagit de façon résonnante avec le champ selon l'équation 1.130. Au milieu de l'interaction on applique la différence de potentiel maximale entre les miroirs pendant une durée T_π . Le vecteur champ effectif est alors aligné avec l'axe z de la sphère de Bloch : le vecteur représentant l'état atomique précesse donc autour de cet axe, la durée du désaccord est ajustée pour que l'angle de précession soit π . Le dipôle atomique $|\psi_+\rangle$, avant l'impulsion parallèle au champ $|\alpha_+\rangle$, devient antiparallèle à ce champ. Réciproquement $|\psi_-\rangle$ devient parallèle au champ $|\alpha_-\rangle$. La composante $|\alpha_+, \psi_+\rangle$ (respectivement $|\alpha_-, \psi_-\rangle$) tourne alors dans le sens trigonométrique (respectivement dans le sens des aiguilles d'une montre) : l'impulsion π correspond à une inversion du temps de façon similaire aux expériences d'échos de spin. Au terme de l'interaction les deux composantes du champ se recombinent. On peut alors distinguer deux cas limite :

1. la superposition d'états $|\psi_+, \alpha_+\rangle$ et $|\psi_-, \alpha_-\rangle$ est restée cohérente au cours de l'évolution. Dans ce cas la théorie présentée au chapitre 1 reste valable et le contraste de l'oscillation de Rabi est toujours modulé par $|\langle \alpha_-(t) | \alpha_+(t) \rangle|$. Lors de la recombinaison l'oscillation devrait donc renaître avec un contraste maximal.
2. on a un mélange statistique d'états $|\psi_+, \alpha_+\rangle$ et $|\psi_-, \alpha_-\rangle$. La matrice densité réduite de l'atome ρ_{at} (voir équation 1.141) est alors modifiée de la façon suivante

$$\hat{\rho}_{at}(t) = \frac{1}{2} (|\psi_+(t)\rangle \langle \psi_+(t)| + |\psi_-(t)\rangle \langle \psi_-(t)|) \quad (4.39)$$

L'élimination des termes de la forme $|\psi_+(t)\rangle \langle \psi_-(t)|$ conduit à une annulation du contraste de l'oscillation de Rabi : aucune résurgence n'a donc lieu dans ce cas.

Le contraste de la résurgence de l'oscillation de Rabi quantifie la cohérence de la superposition de $|\psi_+, \alpha_+\rangle$ et $|\psi_-, \alpha_-\rangle$, et donc la cohérence de la superposition d'états du champ obtenue par projection de l'atome sur $|g\rangle$ (4.2) ou sur $|e\rangle$ (4.3). Des résurgences ont effectivement été observées, prouvant que l'interaction résonnante permet de synthétiser des

états « chats de Schrödinger » du champ dans la cavité. Ces expériences seront présentées dans la thèse de Tristan Meunier.

Chapitre 5

Proposition de violation des inégalités de Bell avec des états intriqués mésoscopiques

Comme on l’a évoqué en introduction, l’existence des états intriqués semble contredire une vision locale du monde. Les mesures de la même observable effectuées sur deux systèmes se trouvant dans un tel état présentent en effet des corrélations indépendantes de l’ordre des mesures, voire simultanées. Einstein, Podolsky et Rosen [45] ont, pour expliquer ces corrélations « instantanées à distance », fait l’hypothèse qu’elles existaient *avant la mesure*. Cet argument implique que l’état de la paire peut être décrit par une « variable cachée » portant toute l’information sur les mesures ultérieurement réalisées.

Avant le travail de Bell [7] aucun critère mathématique ne permettait de distinguer les prédictions des théories à variables cachées [15, 14, 16] de celles de la théorie quantique. On a cependant vu que les corrélations de nature quantique sont plus « intenses » que les corrélations de nature classique, car elles se manifestent dans toutes les bases d’analyse. Bell a construit en 1964 un paramètre permettant de mesurer l’intensité de ces corrélations [7]. Si le monde est régi par une théorie à variables cachées locales, le paramètre de Bell respecte l’inégalité du même nom. Si les lois de la Mécanique Quantique s’appliquent, l’inégalité est violée. Ce résultat théorique fournit un critère permettant de discriminer la théorie quantique de ses concurrentes. Le théorème a été généralisé pour l’adapter à des situations expérimentales [64, 36, 55, 23]. Soulignons en particulier qu’en 1969 Clauser, Horne, Shimony et Holt ont reformulé cette inégalité pour une paire de photons intriqués en polarisation, sur le modèle d’une expérience de pensée proposée par Bohm. L’inégalité de Bell correspondante, rebaptisée pour l’occasion inégalité CHSH [35], est présentée section 5.1.1. Les mêmes auteurs ont par la suite proposé un schéma expérimental [36]. Depuis, de nombreuses preuves expérimentales de la validité de la Mécanique Quantique contre les théories à variables cachées locales ont été apportées [48, 61, 34, 49, 100, 66, 28, 3, 4, 2, 81, 65, 19]. La plupart testent l’inégalité CHSH sur deux spins 1/2 dans l’état singulet.¹

¹Il faut prendre garde au fait que l’intrication ne saurait permettre de communiquer plus vite que la lumière : pour échanger le résultat de leurs mesures, les deux expérimentateurs doivent utiliser un canal

Dans le prolongement de ce qui a été présenté dans ce mémoire, il peut être également intéressant d'établir et de tester une inégalité de Bell sur des systèmes intriqués distants mésoscopiques, généralement appelé chats de Schrödinger non-locaux. Nous envisageons ici de réaliser ces états dans les modes de deux cavités distinctes : ce sont donc des états intriqués décrits par des variables continues. Il existe des propositions pour utiliser de tels états dans le cadre de la cryptographie quantique [53]. Ces états étant sensibles à la décohérence, ils permettent d'étudier comment évolue la violation de l'inégalité de Bell au cours du temps.

Dans ce chapitre on présente une démonstration simple des inégalités CHSH. On établira ensuite par analogie une inégalité équivalente pour des mesures effectuées sur un chat de Schrödinger non-local, préparé dans deux cavités distinctes. On proposera enfin une expérience permettant de tester l'inégalité établie, dans laquelle deux atomes interagissent de façon dispersive avec le champ préparé dans chaque cavité. On étudiera l'effet de la décohérence sur le chat préparé et sur l'inégalité de Bell résultante.

5.1 Variations sur les inégalités de Bell

5.1.1 Inégalité CHSH

Le système étudié est le suivant : une source émet une paire de photons intriqués en polarisation dans l'état singulet de spin

$$|\psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, -\rangle - |-, +\rangle) \quad (5.1)$$

On peut mesurer la polarisation du photon émis dans la voie a (respectivement dans la voie b) grâce à un analyseur faisant l'angle \mathbf{a} (respectivement \mathbf{b}) avec la direction z . Quel que soit \mathbf{a} (respectivement \mathbf{b}), la polarisation moyenne d'un photon est nulle : aucun photon de la paire ne se trouve dans un état défini avant la mesure. Le degré de corrélation est mesuré par le paramètre

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} \quad (5.2)$$

où P_{ij} décrit la probabilité de trouver le premier photon dans l'état i et le second dans l'état j si les angles des analyseurs sont respectivement \mathbf{a} et \mathbf{b} . Dans le formalisme de la Mécanique Quantique il est simple de montrer que

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\cos(2\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}) \quad (5.3)$$

où $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ représente l'angle orienté. L'anticorrélation entre deux résultats de mesure est totale si $\mathbf{a} = \mathbf{b}$. Comme on l'a vu ci-dessus, on peut dans une perspective « classique » imaginer que l'anticorrélation n'advient pas au moment de la mesure, mais existe dès l'émission de la paire par la source : celle-ci émettrait un ensemble de paires anticorrélées de direction de polarisation aléatoire paramétrée par la variable « cachée » λ . La densité de

classique de communication. Le problème de la transmission de l'information est découplé du problème de la corrélation des mesures étudié ici.

probabilité d'émission d'une paire λ est notée $\rho(\lambda)$. Soit $A(\lambda, \mathbf{a})$ (respectivement $B(\lambda, \mathbf{b})$) le résultat de mesure de l'analyseur placé dans la voie a (respectivement dans la voie b) faisant l'angle \mathbf{a} (respectivement \mathbf{b}) avec l'axe z pour une paire λ . On voit que dans ce modèle le résultat de mesure de l'analyseur a est indépendant de l'orientation de l'analyseur b : c'est une hypothèse de localité (Dans le cas où les directions d'analyse sont choisies pendant le temps de vol des photons, l'hypothèse de localité devient une simple conséquence de la causalité d'Einstein). On a bien sûr $A(\lambda, \mathbf{a}) = \pm 1$ et $B(\lambda, \mathbf{b}) = \pm 1$. La valeur moyenne de la polarisation du premier photon est donnée dans ce modèle par

$$\int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) \quad (5.4)$$

celle de la polarisation du second photon par

$$\int d\lambda \rho(\lambda) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (5.5)$$

On montre aisément que le degré de corrélation $E(\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\})$ (voir équation 5.2) est donné par

$$E(\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (5.6)$$

Posons maintenant le paramètre s

$$s = A(\lambda, \mathbf{a}') B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}') B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}') - A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (5.7)$$

et sa valeur moyenne

$$S = \int d\lambda \rho(\lambda) s = E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (5.8)$$

S s'appelle le *paramètre de Bell*. On a

$$s = A(\lambda, \mathbf{a}') \{B(\lambda, \mathbf{b}') + B(\lambda, \mathbf{b})\} + A(\lambda, \mathbf{a}) \{B(\lambda, \mathbf{b}') - B(\lambda, \mathbf{b})\} \quad (5.9)$$

Il est aisé de voir que

$$-2 \leq s \leq 2 \quad (5.10)$$

et donc

$$-2 \leq S \leq 2 \quad (5.11)$$

Ceci constitue l'inégalité de Bell dans la version CHSH : dans une théorie à variables cachées locales, le paramètre de Bell est en valeur absolue borné par 2. Cette inégalité est violée en Mécanique Quantique pour certaines orientations des polariseurs. Considérons ainsi le cas où

$$\begin{aligned} \{\mathbf{a}', \mathbf{b}'\} &= -\pi/8 \\ \{\mathbf{a}', \mathbf{b}\} &= \pi/8 \\ \{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} &= \pi/8 \\ \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\} &= 3\pi/8 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Dans ces conditions la Mécanique Quantique prévoit

$$S = 3 \cos(\pi/4) - \cos(3\pi/4) = 2\sqrt{2} \quad (5.13)$$

Cette orientation des polariseurs est un point de violation maximale : on ne peut en effet obtenir une valeur supérieure à $2\sqrt{2}$ pour le paramètre de Bell. Cela est un résultat très général, qui rend délicate la violation expérimentale des inégalités de Bell.

5.1.2 Inégalités de Bell avec des « chats non-locaux »

Observables et états

L'intrication de deux systèmes distants permet de tester la non-localité de la Mécanique Quantique. Dans la section précédente, les deux systèmes étaient deux spins $1/2$, le paramètre de Bell étant construit à partir des mesures des spins dans quatre bases différentes. L'inégalité de Bell pouvait être interprétée comme une simple inégalité triangulaire.

Dans la section présente, les deux systèmes distants sont deux modes du champ électromagnétique, par exemple les modes de deux cavités C_1 et C_2 du même type que celle que nous avons utilisée dans les expériences présentées chapitre 4. Un mode est un oscillateur harmonique : l'état d'un mode est donc décrit par les variables *continues* q ou p . Dans ce contexte, différents paramètres de Bell ont été définis. Nous travaillerons avec le paramètre introduit par Banaszek et Wodkiewicz [6], noté \mathcal{B}_{BW}

$$\mathcal{B}_{BW} = \Pi(\alpha', \beta') + \Pi(\alpha, \beta') + \Pi(\alpha', \beta) - \Pi(\alpha, \beta) \quad (5.14)$$

où

$$\Pi(\alpha, \beta) = \frac{\pi^2}{4} W(\alpha, \beta) \quad (5.15)$$

$W(\alpha, \beta)$ est la fonction de Wigner à deux modes au point (α, β) . On définit par simple généralisation de l'équation 4.13

$$\Pi(\alpha, \beta) = \text{Tr}(D_1(\alpha)D_2(\beta)\hat{\Pi}_1\hat{\Pi}_2D_2(-\beta)D_1(-\alpha)) \quad (5.16)$$

ρ est la matrice densité des deux modes. D_i est l'opérateur déplacement dans le mode i . $\hat{\Pi}_i$ est l'opérateur parité du mode i (voir équation 4.14) : on rappelle qu'à un mode, on a $\hat{\Pi}|n\rangle = (-1)^n|n\rangle$. Quel que soit l'état du champ, la valeur moyenne de cet opérateur vérifie donc $-1 < \langle \hat{\Pi} \rangle < 1$. De même qu'à un mode, $\Pi(\alpha, \beta)$ est la valeur moyenne de l'opérateur parité généralisé $\hat{\Pi}_1\hat{\Pi}_2$ après un déplacement d'amplitude $-\alpha$ dans le mode 1 et $-\beta$ dans le mode 2. On peut montrer que \mathcal{B}_{BW} vérifie $|\mathcal{B}_{BW}| \leq 2$ dans le cas d'une théorie à variables cachées locales. Pour certains états du champ électromagnétique, cette inégalité est violée. Banaszek et Wodkiewicz [6] ont ainsi montré que l'état

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle + |1, 0\rangle) \quad (5.17)$$

réalisait $|\mathcal{B}_{BW}| > 2.1$ pour $\alpha' = \beta' = 0$ et $\alpha = -\beta = \sqrt{0.1}$.

Comme section 5.1.1, le paramètre de Bell maximal vérifie $|\mathcal{B}_{BW}|_{max} = 2\sqrt{2}$, la violation maximale étant atteinte avec des états cohérents intriqués [59]. Pour le comprendre, remarquons que les observables $\hat{\Pi}_1$ et $\hat{\Pi}_2$ n'ont que deux résultats de mesure possibles : ± 1 , de même que la mesure de la polarisation de chaque photon dans la section 5.1.1 ne pouvait avoir que deux valeurs. Dans la section 5.1.1 l'état permettant la violation de l'inégalité de Bell était un état intriqué en *polarisation*, dans cette section il est naturel que l'état adapté à une telle violation soit un état intriqué en *parité*. Considérons alors les états du champ dans un mode, notés $|\mathcal{C}_+\rangle$ et $|\mathcal{C}_-\rangle$

$$\begin{aligned} |\mathcal{C}_+\rangle &= \frac{1}{\mathcal{N}_+}(|\gamma\rangle + |-\gamma\rangle) \\ |\mathcal{C}_-\rangle &= \frac{1}{\mathcal{N}_-}(|\gamma\rangle - |-\gamma\rangle) \end{aligned} \quad (5.18)$$

où \mathcal{N}_+ et \mathcal{N}_- sont les constantes de normalisation. $|\gamma\rangle$ est l'état cohérent défini par le nombre complexe γ . Ce sont des états Chat de Schrödinger de parité définie : en effet, la distribution du nombre de photons du champ dans l'état $|\mathcal{C}_+\rangle$ (respectivement $|\mathcal{C}_-\rangle$) est paire (respectivement impaire). La classe d'états considérée par la suite sera celle des états Chat de Schrödinger intriqués d'expression

$$\begin{aligned} |\Psi_\pm\rangle &= \frac{1}{\mathcal{N}_{\Psi_\pm}}(|\mathcal{C}_{+,1}, \mathcal{C}_{+,2}\rangle \pm |\mathcal{C}_{-,1}, \mathcal{C}_{-,2}\rangle) \\ |\Phi_\pm\rangle &= \frac{1}{\mathcal{N}_{\Phi_\pm}}(|\mathcal{C}_{+,1}, \mathcal{C}_{-,2}\rangle \pm |\mathcal{C}_{-,1}, \mathcal{C}_{+,2}\rangle) \end{aligned} \quad (5.19)$$

où i indice la cavité et sera omis par la suite, et \mathcal{N}_{Ψ_\pm} et \mathcal{N}_{Φ_\pm} sont des constantes de normalisation. Remarquons que si $\gamma \rightarrow \infty$, les états $|\gamma\rangle$ et $|-\gamma\rangle$ deviennent orthogonaux, de même que les états $|\mathcal{C}_-\rangle$ et $|\mathcal{C}_+\rangle$. En se restreignant à l'espace de dimension 4 défini par $|\gamma/ - \gamma, \gamma/ - \gamma\rangle$, les états $|\mathcal{C}_-\rangle$ et $|\mathcal{C}_+\rangle$ forment une « base de Bell » pour l'observable parité. Le tableau illustre l'analogie entre les deux situations.

Système	Photon	Mode de cavité
Espace des états	$ \pm\rangle$ variable discrète	$ q\rangle$ ou $ p\rangle$ variable continue
Variable mesurée	Polarisation	Parité
Paramètre de Bell	S (équation 5.8)	\mathcal{B}_{BW} (équation 5.14)
Base de Bell	$ \Psi_\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(+, +\rangle \pm -, -\rangle)$ $ \Phi_\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(+, -\rangle \pm -, +\rangle)$	$ \Psi_\pm\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_{\Psi_\pm}}(\mathcal{C}_+, \mathcal{C}_+\rangle \pm \mathcal{C}_-, \mathcal{C}_-\rangle)$ $ \Phi_\pm\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_{\Phi_\pm}}(\mathcal{C}_+, \mathcal{C}_-\rangle \pm \mathcal{C}_-, \mathcal{C}_+\rangle)$

Dans tout ce qui suit on s'intéressera à l'état $|\Psi_+\rangle$. On écrira celui-ci sous la forme

$$|\Psi_+\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_{\Psi_+}}(|\gamma, \gamma\rangle + |-\gamma, -\gamma\rangle) \quad (5.20)$$

Cette écriture montre que l'état $|\Psi_+\rangle$ présente non seulement des corrélations en parité, mais aussi en amplitude complexe du champ : comme on l'a déjà souligné, un état de Bell montre en effet des corrélations dans toutes les bases. On supposera par la suite γ réel sans restreindre la généralité du problème.

Recherche du point de violation maximale

Si le champ est dans l'état $|\Psi_+\rangle$ on peut donner pour $\Pi(\alpha, \beta)$ l'expression analytique suivante

$$\Pi(\alpha, \beta) = \frac{1}{\mathcal{N}^2} \left(e^{-2|\gamma-\alpha|^2} e^{-2|\gamma-\beta|^2} + e^{-2|\gamma+\alpha|^2} e^{-2|\gamma+\beta|^2} + 2 \cos(4\gamma\Re(\alpha + \beta)) e^{-2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)} \right) \quad (5.21)$$

où \mathcal{N} est une constante de normalisation vérifiant

$$\mathcal{N} = 2(1 + e^{-4\gamma^2}) \quad (5.22)$$

Les deux premiers termes de $\Pi(\alpha, \beta)$ sont des gaussiennes centrées autour de $(\gamma; \gamma)$ et $(-\gamma; -\gamma)$: en ces deux points $\Pi(\alpha, \beta) = 0.5$. Le dernier terme est un terme croisé, signe de la cohérence des deux composantes de $|\Psi^+\rangle$. Du fait de ce terme, le maximum de Π est atteint en $(0, 0)$ et vaut 1. Remarquons que pour α et β grands devant l'unité, le terme croisé devient négligeable : les manifestations de cohérence devront donc être cherchées près de l'origine.

La figure 5.1(a) présente $\Pi(\alpha, \beta)$ pour $\gamma = 3$ et (α, β) réels. On visualise nettement les deux gaussiennes ainsi que le terme d'interférence. La figure 5.1(b) présente le même signal pour un mélange statistique des états $|\gamma, \gamma\rangle$ et $|\gamma, -\gamma\rangle$. On constate la disparition attendue de l'interférence à l'origine. Notons également que pour ce mélange statistique, le maximum *global* de \mathcal{B}_{BW} vérifie $\mathcal{B}_{BW} = 1$ pour $\alpha = \beta = \alpha' = \beta' = \pm\gamma$.

Remarquons enfin que si $\gamma = 0$ (vide dans les deux cavités), le maximum global de \mathcal{B}_{BW} vaut 2 et est atteint en $\alpha = \beta = \alpha' = \beta' = 0$.

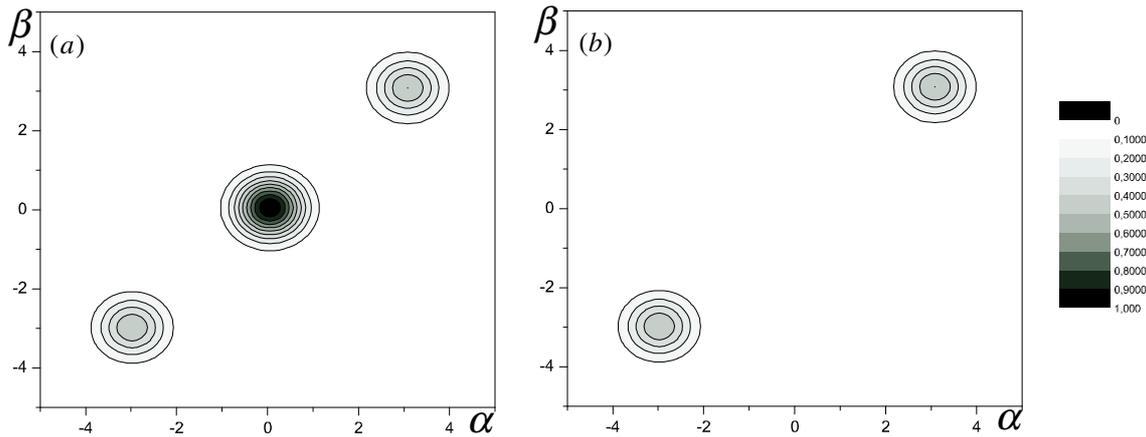


FIG. 5.1: (a) $\Pi(\alpha, \beta)$ pour $|\Psi_+\rangle$ avec $\gamma = 3$ et (α, β) réels. (b) Même signal pour le mélange statistique correspondant.

Pour (α, β) réels, la fonction de Wigner est positive et bornée par 2, aucune violation de \mathcal{B}_{BW} ne peut donc être atteinte : on va chercher celle-ci pour (α, β) imaginaires. La figure 5.2(a) et (b) (zoom) présente $\Pi(\alpha, \beta)$ pour $\gamma = 3$ et (α, β) imaginaires. On visualise les

franges d'interférence modulées par une enveloppe gaussienne. La symétrie du problème invite à prendre $\alpha = \beta$ et $\alpha' = \beta'$. Ces quatre points décrivent donc dans l'espace des phases un carré (voir figure 5.2(b)). \mathcal{B}_{BW} est maximum si trois sommets du carré se trouvent proches d'un maximum d'une frange positive et le dernier sommet proche du minimum d'une frange négative. Le maximum global de \mathcal{B}_{BW} vaut 2.77 et est atteint pour $\alpha = \beta = 0.095i$ et $\alpha' = \beta' = -0.035i$.

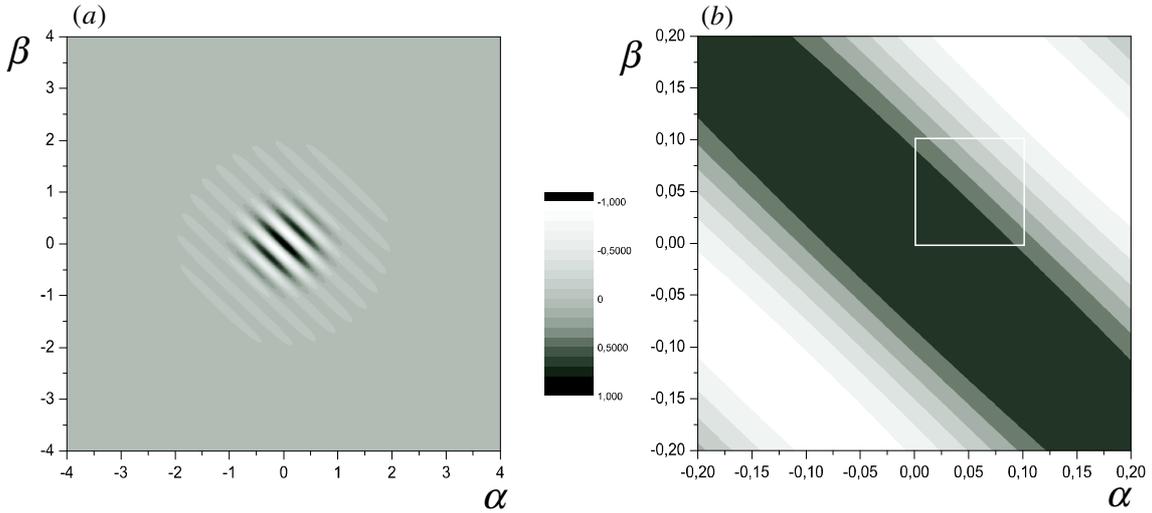


FIG. 5.2: (a) $\Pi(\alpha, \beta)$ pour $|\Psi_+\rangle$ avec $\gamma = 3$ et (α, β) imaginaires. (b) Même signal, vu de près. On a représenté sur la figure le carré correspondant aux quatre points pour lesquels la violation est réalisée.

On peut effectuer la même optimisation pour différentes valeurs de γ . Si γ augmente les points réalisant la violation de \mathcal{B}_{BW} se rapprochent de l'origine, conformément au fait que l'interfrange de l'interférence diminue. On a représenté figure 5.3 l'évolution du maximum global de \mathcal{B}_{BW} en fonction de γ .

Notons que pour $\gamma = \sqrt{2}$ on a déjà $\mathcal{B}_{BW} = 2.61$. La décohérence advenant d'autant plus rapidement que le chat est grand nous choisirons par la suite de travailler avec un chat tel que $\gamma = \sqrt{2}$. Etudions à présent la méthode expérimentale pour générer de tels chats et pour mesurer $\mathcal{B}_{BW}(\alpha, \beta)$.

5.2 Violation d'une inégalité de Bell dans une expérience de CQED

Principe

Le montage contient deux cavités C_1 et C_2 séparées d'une distance D , ainsi que deux zones de Ramsey externes R_1 et R_2 . Il est illustré figure 5.4.

Initialement un champ $|\lambda\rangle$ est injecté dans chaque cavité. Un atome préparé dans $|e\rangle$ subit une impulsion $\pi/2$ classique dans la première zone de Ramsey, l'état de l'atome est $1/\sqrt{2}(|e\rangle + |g\rangle)$. L'atome interagit alors dispersivement avec les champs contenus dans C_1

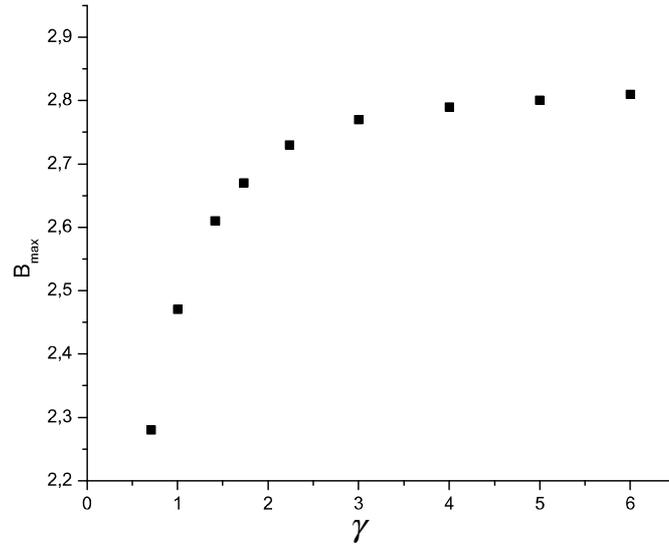


FIG. 5.3: Evolution du maximum global de \mathcal{B}_{BW} en fonction de γ . On voit que pour $\gamma = \sqrt{2}$ on a déjà $\mathcal{B}_{BW} = 2.61$. C'est avec ce point que nous travaillerons par la suite.

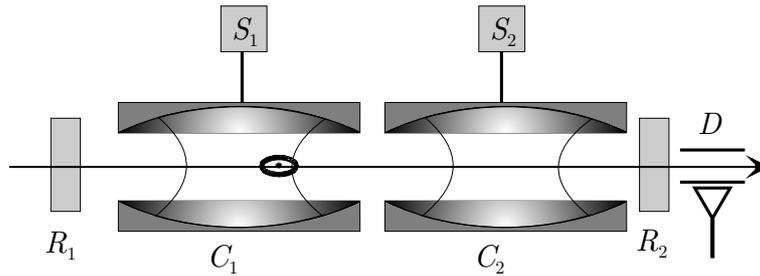


FIG. 5.4: Schéma du montage contenant deux cavités. R_1 et R_2 sont des zones de Ramsey externes. S_1 et S_2 sont des sources classiques permettant d'injecter un champ cohérent dans le mode de chaque cavité.

et C_2 . On rappelle l'expression du déphasage par photon

$$\phi_0 = \int \frac{\Omega_0^2(t) dt}{4\delta} \quad (5.23)$$

Les temps d'interaction et les désaccords dans chaque cavité sont réglés de telle façon que $\phi_0 = \pi/2$ où ϕ_0 est le déphasage par photon défini équation 1.70. On rappelle que dans ces conditions l'évolution du système atome-champ s'écrit

$$\begin{aligned} |e, \lambda_i\rangle &\longrightarrow -i |e, i\lambda_i\rangle \\ |g, \lambda_i\rangle &\longrightarrow |g, -i\lambda_i\rangle \end{aligned} \quad (5.24)$$

où i indice le mode. Lorsque l'atome sort de la seconde cavité le système atome-champ global s'écrit

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(-|e, i\lambda, i\lambda\rangle + |g, -i\lambda, -i\lambda\rangle) \quad (5.25)$$

L'atome subit une seconde impulsion classique dans R_2 . L'état final du système s'écrit

$$\frac{1}{2}(-|e\rangle(|i\lambda, i\lambda\rangle + |-i\lambda, -i\lambda\rangle) + |g\rangle(-|i\lambda, i\lambda\rangle + |-i\lambda, -i\lambda\rangle)) \quad (5.26)$$

soit en posant $\gamma = i\lambda$

$$\frac{1}{2}(-|e\rangle(|\gamma, \gamma\rangle + |-\gamma, -\gamma\rangle) + |g\rangle(-|\gamma, \gamma\rangle + |-\gamma, -\gamma\rangle)) \quad (5.27)$$

La détection de l'atome dans l'état $|e\rangle$ permet de préparer l'état $|\Psi^+\rangle$. On peut se demander pourquoi on n'utilise pas ici l'interaction résonnante pour générer des chats de Schrödinger non-locaux. La raison est simplement que cette méthode est valable avec des champs contenant au moins 10 photons, contrairement au cas étudié ici où chaque cavité contient 2 photons.

La mesure de $\mathcal{B}_{BW}(\alpha, \beta)$ repose sur la lecture de la fonction de Wigner du champ contenu dans les deux modes. La lecture de la fonction de Wigner du champ contenu dans un mode a déjà été réalisée dans notre groupe pour un champ vide ou dans l'état de Fock à un photon d'après une idée de Luiz Davidovitch [68]. Cette méthode est généralisable à deux modes [71] comme on va l'exposer maintenant. On rappelle que $\Pi(\alpha, \beta)$ est la valeur moyenne de l'opérateur parité généralisé $\hat{\Pi}_1\hat{\Pi}_2$ après déplacement d'amplitude $-\alpha$ dans le mode 1 et $-\beta$ dans le mode 2. Les déplacements correspondent à l'injection de $|-\alpha\rangle$ dans la première cavité et de $|-\beta\rangle$ dans la seconde cavité à l'aide des sources classiques notées S_1 et S_2 . Pour mesurer la parité du champ résultant on réalise une expérience d'interférométrie Ramsey sur les niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$ à l'aide d'un second atome. Les réglages sont restés tels que $\phi_0 = \pi/2$ dans chaque cavité. Si le champ global se trouve initialement dans $|n_1, n_2\rangle$ les franges sont déphasées par rapport aux franges obtenues dans le vide de $2(n_1 + n_2)\phi_0 = \pi(n_1 + n_2)$ (voir équation 3.12) (le facteur 2 est dû au fait que les deux niveaux atomiques contribuent au déphasage). Considérons à présent le cas d'un champ global quelconque caractérisé par une matrice densité $\hat{\rho}$ et une distribution du nombre de photons $p(n_1, n_2)$. Soit $\mathcal{R}(\nu)$ le signal de franges de Ramsey obtenu, $\mathcal{R}_0(\nu)$ étant le signal de référence dans le vide. On a

$$\mathcal{R}(\nu) = \left[\sum_{n_1, n_2} p(n_1, n_2) (-1)^{n_1, n_2} \right] \mathcal{R}_0(\nu) = \langle \hat{\Pi}_1 \hat{\Pi}_2 \rangle_{\rho} \mathcal{R}_0(\nu) \quad (5.28)$$

Le contraste algébrique des franges de Ramsey enregistrées constitue donc une mesure directe de la parité du champ contenu dans les deux cavités. Pour mesurer $\Pi(\alpha, \beta)$ on injecte $|-\alpha\rangle$ dans la première cavité, $|-\beta\rangle$ dans la seconde cavité, et on pointe le contraste des franges de Ramsey enregistrées à l'aide d'un second atome dans le champ résultant.

Notons que pour réaliser un test de non-localité il faudrait mesurer séparément à l'aide de deux atomes distincts la parité dans chaque cavité. On pourrait pour cela mesurer la fonction de Wigner du champ séparément dans chaque cavité, à l'aide de deux atomes

distincts. Nous nous sommes ici concentrés sur la violation du paramètre de Bell avec un seul atome, expérience plus facile et moins sujette à la décohérence.

Résultats en l'absence de décohérence

On a simulé numériquement l'expérience proposée ci-dessus. Les deux cavités sont supposées ne contenir qu'un seul mode de facteur de qualité infini. On ne tient pas compte d'éventuels photons thermiques. On a initialement préparé dans chaque cavité un champ cohérent $|\lambda\rangle$ avec $|\lambda| = \sqrt{2}$. On a supposé chaque atome de vitesse minimale compatible avec une réalisation expérimentale : $v=100\text{m/s}$. L'intérêt de travailler à vitesse réduite réside dans le fait qu'ainsi le désaccord peut être plus important : on reste ainsi dans les conditions de l'interaction dispersive. On a ensuite ajusté numériquement le désaccord atome-cavité de telle manière que $\phi_0 = \pi/2$. Cela correspond, pour une interaction intégrée de $-120\mu\text{s}$ à $120\mu\text{s}$, à un désaccord de 160kHz .

Le diagramme spatio-temporel de l'expérience est présenté figure 5.5. Comme on le voit l'atome 2 commence à interagir avec le champ se trouvant dans la première cavité alors que l'atome 1 n'a pas encore atteint la seconde cavité : on retrouve ainsi une caractéristique générale des expériences EPR, la violation de l'inégalité de Bell ne dépendant pas de l'instant de la détection. La seule contrainte ici est que l'atome 2 entre dans la première cavité après la sortie de l'atome 1 et le déplacement du champ. Le temps séparant les deux atomes est choisi le plus court possible pour limiter autant que faire se peut les effets de la décohérence comme on le verra dans la section suivante. Dans notre cas ce temps est $T = 240\mu\text{s}$.

On a dans un premier temps étudié l'état du champ global au terme de l'interaction avec le premier atome et projection de celui-ci sur l'état $|e\rangle$. La figure 5.6 présente la fonction de Wigner $W_1(\delta)$ monomode du champ résultant dans le mode 1 après trace partielle sur les états du mode 2. Dans le cas idéal on devrait obtenir un mélange statistique des états $|\gamma\rangle$ et $|-\gamma\rangle$, et la fonction de Wigner correspondante devrait se composer de deux gaussiennes centrées respectivement en γ et $-\gamma$. On voit que ces deux gaussiennes sont légèrement déformées, ce qui est dû au fait que l'interaction atome-champ n'est pas parfaitement dispersive.

On a alors cherché un point de violation du paramètre de Bell. On notera \mathcal{B}_{th} le paramètre de Bell construit à partir de la parité théorique de la matrice densité déplacée, par opposition au paramètre de Bell mesuré expérimentalement selon la technique présentée ci-dessus, noté \mathcal{B}_{exp} . On a trouvé que pour $\alpha = \beta = 0.27i$ et $\alpha' = \beta' = 0.04i$, $\mathcal{B}_{th} = 2.54$, qui constitue un maximum global. Ce point diffère du point de violation précédemment trouvé : il est en effet très sensible à la forme de la fonction de Wigner et des franges d'interférence au voisinage de l'origine. Pour compléter l'étude réalisée il faut maintenant adjoindre l'effet de la décohérence.

Influence de la décohérence

Nous avons simulé une nouvelle fois l'expérience pour des cavités présentant un facteur de qualité $Q = 10^{10}$, ce qui correspond à un temps de vie de 30ms . Comme on l'a vu

5.2. VIOLATION D'UNE INÉGALITÉ DE BELL DANS UNE EXPÉRIENCE DE CQED135

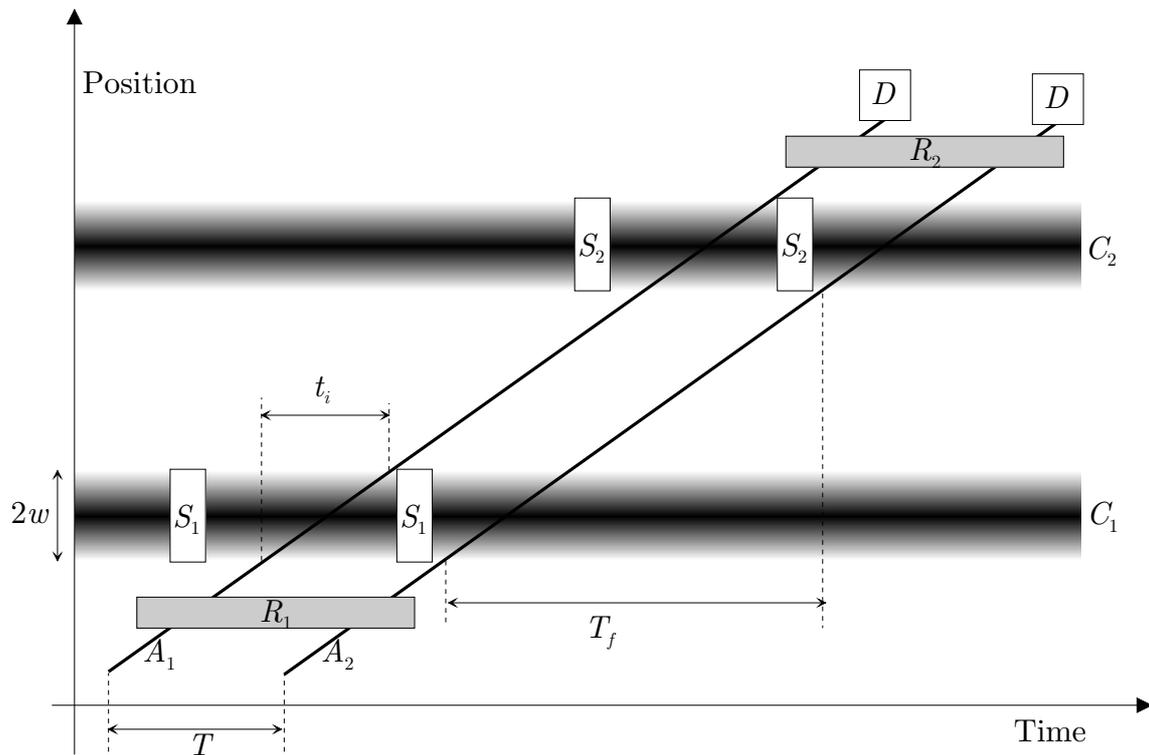


FIG. 5.5: Diagramme spatio-temporel de l'expérience. L'atome 2 commence à interagir avec le champ dans C_1 alors que l'atome 1 n'a pas encore préparé le champ dans C_2 : c'est une propriété générale des expériences EPR que le résultat des mesures ne dépend pas de l'instant auquel elles sont effectuées.

chapitre 2 l'utilisation de telles cavités est envisageable.

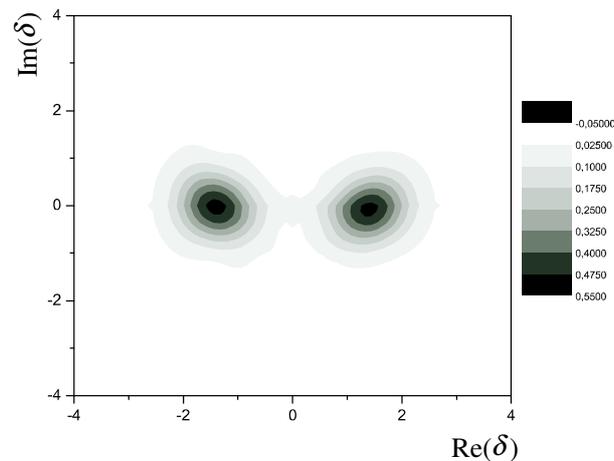


FIG. 5.6: Fonction de Wigner $W_1(\delta)$ du champ résultant dans le mode 1 après trace partielle sur les états du mode 2.

Dans un premier temps on a étudié le paramètre de Bell $\mathcal{B}_{th}(\alpha, \beta)$ du champ préparé par l'atome 1. Le point de violation maximale se trouve toujours en $\alpha = \beta = 0.27i$ et $\alpha' = \beta' = 0.04i$, en ce point on a $\mathcal{B}_{th} = 2.48$: la décohérence, réduisant le contraste des franges d'interférence au voisinage de l'origine, a déjà affecté le maximum global de \mathcal{B}_{th} .

La lecture du champ par l'atome 2 est elle aussi affectée par le phénomène de décohérence. Le paramètre \mathcal{B}_{exp} mesuré par l'atome sonde au point suggéré par l'étude théorique vaut 2.19.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'évolution du maximum global du paramètre de Bell en fonction du délai T entre les deux atomes. Pour cela nous avons calculé la matrice densité du champ global après interaction avec l'atome 1 et détection de celui-ci dans l'état $|e\rangle$, puis relaxation pendant un certain délai, puis évalué $\mathcal{B}_{th}(\alpha, \beta)$. Pour chaque délai nous avons optimisé le point de violation dans l'espace des phases. Nous avons ensuite calculé la valeur de \mathcal{B}_{exp} au point de violation suggéré par l'étude théorique.

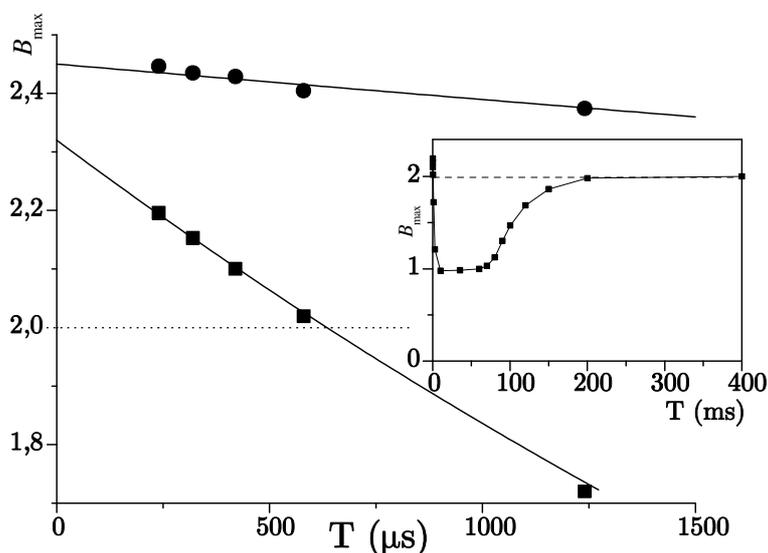


FIG. 5.7: Résultats de la simulation numérique de l'expérience. On présente l'évolution du maximum global de \mathcal{B}_{exp} en fonction du délai T entre les deux atomes. Les carrés sont obtenus pour $Q = 10^{10}$, les disques pour $Q = 10^{11}$. On a représenté en insert l'évolution du maximum global de \mathcal{B}_{exp} aux temps longs pour $Q = 10^{10}$. On voit nettement la décroissance exponentielle due à l'amortissement des franges d'interférence, puis le plateau correspondant au maximum de \mathcal{B}_{exp} pour un mélange statistique, puis la remontée vers 2 correspondant au maximum de \mathcal{B}_{exp} pour deux cavités vides.

La figure 5.7 présente l'évolution du maximum global de \mathcal{B}_{exp} en fonction du délai T entre les deux atomes. Les disques sont les résultats du calcul pour $Q = 10^{11}$ (le temps de vie du champ correspondant est $T_{cav} \sim 300\text{ms}$), les carrés pour $Q = 10^{10}$ (ici $T_{cav} \sim 30\text{ms}$). La figure insérée présente également l'évolution de \mathcal{B}_{exp} pour $Q = 10^{10}$ sur une échelle de temps plus longue, permettant de distinguer trois étapes.

1. Dans un premier temps le paramètre de Bell s'effondre du fait de la perte de cohérence du chat. On a vérifié que l'on peut ajuster les points par une exponentielle décroissante de temps typique $T_{decoh} = 2T_{cav}/D^2$ où D est la distance du chat dans

5.2. VIOLATION D'UNE INÉGALITÉ DE BELL DANS UNE EXPÉRIENCE DE CQED137

le plan complexe, qui vaut ici $2\sqrt{2}$. Le point de violation n'évolue pas dans l'espace des phases, car les franges d'interférence s'amortissent simplement sans se déplacer.

2. Lorsque le paramètre de Bell atteint 1 le point de l'espace des phases correspondant au maximum global se déplace. En effet, comme on l'a vu dans la section 5.1.2, ce maximum ne peut être inférieur à 1. Cette valeur est réalisée aux points $(\gamma(t), \gamma(t))$ et $(-\gamma(t), -\gamma(t))$ de l'espace des phases, $\gamma(t)$ étant l'amplitude du champ dans chaque mode. \mathcal{B} est donc bloquée à 1.
3. Les composantes du champ d'amplitude γ et $-\gamma$ commencent à se recouvrir sous l'effet de la relaxation. Le maximum global de \mathcal{B} est alors atteint à l'origine. On visualise dans la troisième étape la croissance de \mathcal{B}_{max} qui converge vers 2, atteint lorsque le champ est dans l'état vide.

Ces simulations semblent indiquer qu'une violation des inégalités de Bell est envisageable dans un futur montage contenant deux cavités, actuellement en cours d'élaboration. Ces cavités devront présenter un facteur de qualité 30 fois meilleur que le facteur de qualité actuel.

Conclusion

L'expérience présentée dans ce mémoire a apporté un éclairage neuf sur le phénomène d'oscillation de Rabi quantique entre un système à deux niveaux et un mode du champ électromagnétique. L'étude expérimentale de l'interaction résonnante entre un atome de Rydberg et un champ cohérent contenant un nombre de photons variables a permis d'explorer la frontière classique-quantique, tout en offrant une nouvelle illustration du principe de complémentarité. L'effondrement de l'oscillation advient au bout d'une période de Rabi du vide T_0 quel que soit le nombre de photons \bar{n} , ce qui prouve que le champ est alors intriqué avec l'atome. A la limite classique $T_0 \rightarrow \infty$: le champ et l'atome ne s'intriquent jamais, ce qui caractérise bien un champ classique.

Notre dispositif expérimental nous permettant de sonder des temps d'interaction supérieurs à T_0 , un champ cohérent apparaît quantique quel que soit \bar{n} . Nous avons ainsi pu préparer des états intriqués de l'atome et d'un champ mésoscopique, c'est à dire des états Chat de Schrödinger. La survie de ces états était assurée par le fait que l'échelle de temps sur laquelle a lieu la décohérence est supérieure au temps nécessaire pour préparer le chat. La distance maximale des superpositions cohérentes que nous avons pu préparer est de 20 photons. Cette méthode est beaucoup plus efficace que la méthode dispersive auparavant utilisée dans le groupe, les effets non-linéaires étant exaltés. Soulignons également que nous avons préparé des superpositions incohérentes dont la distance vaut typiquement 50 photons. C'est un résultat très prometteur : travailler avec une cavité de meilleur facteur de qualité devrait permettre de préparer de « grands » chats de Schrödinger. Pour observer des chats de 50 photons, une amélioration du facteur de qualité d'un facteur 4 devrait suffire, ce qui est à la portée des efforts expérimentaux développés dans ce but.

Une nouvelle cavité devrait prochainement être introduite dans le montage. Les miroirs ne comporteront pas de trous de couplage (la micro-onde sera injectée par le côté de la cavité), dont on a vu qu'ils étaient probablement la cause essentielle de dégradation du facteur de qualité. Des tests préliminaires laissent d'espérer que le facteur de qualité sera multiplié par 30 en configuration « fermée ». Une telle amélioration permettrait la réalisation d'un grand nombre d'expériences nouvelles, notamment les expériences de téléportation, où un état quantique inconnu est transféré entre deux qubits n'ayant jamais interagi [8, 21, 20, 50].

Il sera également envisageable de réaliser des tests quantitatifs de décohérence sur de grands chats. Une première expérience consiste à tester la cohérence des chats par une technique similaire aux échos de spins, comme exposé à la fin du chapitre 4. Elle ne permet cependant pas de sonder la décohérence du chat de façon résolue en temps, la préparation et le test de cohérence étant effectués par le même atome. Il sera donc intéressant de

réaliser une expérience à deux atomes, le premier atome préparant le champ dans l'état

$$|\psi\rangle = |\alpha_+\rangle + |\alpha_-\rangle \quad (5.29)$$

et le second le sondant par interaction résonnante. Si la superposition est cohérente, l'interaction résonnante avec l'atome-sonde entraîne la recombinaison de deux composantes. Le signal d'oscillation de Rabi devrait donc renaître lorsque l'atome sort du mode. En présence d'un mélange statistique en revanche, le signal observé est la moyenne des oscillations de Rabi dans $|\alpha_+\rangle$ et dans $|\alpha_-\rangle$: on ne voit pas de résurgence du signal. Le contraste de l'oscillation de Rabi à la fin de l'interaction entre le champ et l'atome sonde mesure donc la cohérence de la superposition. En faisant varier le délai entre le passage des atomes au centre de la cavité, on peut déduire le temps de décohérence du chat, et tester l'égalité

$$T_{decoh} = \frac{2\tau}{D^2} \quad (5.30)$$

où τ est le temps de relaxation du champ dans la cavité et D est la distance du chat.

Cette expérience n'a pas encore été réalisée car au terme du délai minimal entre deux atomes, le chat avait déjà perdu toute cohérence. L'introduction dans le montage d'une cavité de meilleur facteur de qualité permettra de s'affranchir de cet effet.

Une autre expérience réalisable avec une meilleure cavité consistera à mesurer la fonction de Wigner d'un chat de Schrödinger par une méthode directe analogue à celle qui a été présentée chapitre 5. Notre groupe a déjà mesuré ainsi la fonction de Wigner d'un état de Fock à 1 photon. Une telle mesure permettra d'observer l'amortissement des franges d'interférences au cours du temps et de visualiser en temps réel l'effet de la décohérence.

Un nouveau montage comportant deux cavités est actuellement en cours d'élaboration. Les potentialités offertes par ce type de montage sont multiples. L'une d'entre elles consisterait à utiliser une des deux cavités pour détecter non-destructivement le passage d'un atome, selon la technique présentée à la fin du chapitre 2. Rappelons-en ici brièvement le principe : on injecte dans la cavité un champ cohérent $|\alpha\rangle$, puis après un délai T le champ $|\alpha\rangle$: le champ résultant est donc le vide. Si un atome a traversé la cavité entre les deux injections, et interagi dispersivement avec $|\alpha\rangle$, le champ cohérent a subi un déphasage ϕ_0 (voir chapitre 1). L'état du champ après la seconde injection est donc $|\alpha(e^{i\phi_0} - 1)\rangle$. Le passage d'un atome a ainsi laissé une signature sur l'état final du champ. L'interaction dispersive d'un atome avec un champ cohérent peut conduire à une technique de détection non destructive d'atome dont l'efficacité est potentiellement 100%. Il suffit pour cela de sonder l'état du champ résultant avec un grand nombre d'atomes à résonance préparés dans l'état fondamental. Si l'état du champ est le vide tous les atomes ressortent dans l'état $|g\rangle$. Dans le cas contraire les atomes sonde ont une certaine probabilité de ressortir dans l'état $|e\rangle$. L'analyse de l'histogramme du nombre d'atomes ressortant dans l'état $|e\rangle$ permet de discriminer si un atome a traversé la cavité ou pas, et donc de post-sélectionner les événements où il y avait effectivement un atome et un seul dans le paquet.

Un montage comportant deux cavités permettra également de réaliser des tests de non-localité de la Mécanique Quantique. L'étude réalisée au chapitre 5 concernant la possibilité de violer les inégalités de Bell avec des « chats non-locaux » a été menée dans cette perspective. On a vu que les conditions de violation sont très sensibles à la décohérence.

En effet, pour réaliser ce test de non-localité, l'enjeu technologique est majeur : il faudra disposer de deux cavités dans lesquelles le temps de vie du champ est de l'ordre de 30ms en configuration ouverte. Une réflexion a lieu pour déterminer d'autres états plus robustes à la décohérence. Ce nouveau montage offrira également la possibilité de réaliser des expériences de téléportation et de codes correcteurs d'erreurs.

Annexe A

Compléments sur les atomes de Rydberg circulaires

A.1 La préparation

Dans cette partie on expose les principales étapes de la préparation des états de Rydberg circulaires. On pourra trouver une description détaillée de la « circularisation » dans les thèses de Frédéric Bernardot [9], Paulo Nussenzeig [78] et Abdelhamid Maali [72]. L'ensemble de la préparation a lieu dans ce que nous appelons la « boîte à circulariser » qui se compose d'un cylindre en Niobium où les champs électriques et magnétiques sont parfaitement contrôlés de façon résolue en temps. Ce cylindre est percé de diaphragmes permettant le passage des atomes et des faisceaux lasers excitateurs. Le Niobium permet d'écranter le champ magnétique.

Pour circulariser les atomes de Rb^{85} , il est nécessaire de leur communiquer à la fois de l'énergie (nombre quantique principal n) et du moment angulaire [57]. Les différentes étapes de la circularisation sont schématisées à la figure A.1 :

1) l'excitation vers les niveaux de Rydberg utilise trois transitions optiques, successivement à 780, 776 et 1258nm, en champ électrique nul et dans un champ magnétique \mathbf{B} de 18 Gauss. Elles transfèrent les atomes du niveau hyperfin $|F = 3, m_F = 3\rangle$ de l'état fondamental vers l'état $|52f, m = 2\rangle$, via les niveaux $|5P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$ et $|5D_{5/2}, F = 5, m_F = 5\rangle$. Les longueurs d'onde requises sont facilement accessibles avec des diodes laser à cavité étendue. Les lasers excitant les deux premières transitions sont polarisés perpendiculairement au champ magnétique. Le champ magnétique est suffisamment élevé et les lasers suffisamment fins pour que seules les transitions σ^+ soient excitées. La puissance de chaque laser est de quelques mW, ce qui sature les deux premières transitions. Le troisième laser d'excitation est polarisé parallèlement au champ magnétique, car la troisième transition est une transition π . Le paramètre de saturation de la dernière transition est mal connu, mais sans doute entre 0.01 et 0.1. Les lasers sont focalisés au centre de la boîte à circulariser, là où le champ magnétique est le plus homogène, sur une zone d'environ $500\mu\text{m}$ de rayon.

2) On augmente ensuite le champ électrique \mathbf{E} de manière à lever la dégénérescence

entre l'état circulaire et les autres sous-niveaux de la multiplicité $n=52$. Ceci a pour effet de transférer adiabatiquement l'atome de l'état $|n = 52, l = 3, m = 2\rangle$ vers l'état $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ (procédure de "Stark switching").

3) Remarquons que le diagramme Stark du Rubidium présenté figure A.1 diffère du diagramme Stark de l'Hydrogène pour $m < 3$, ce qui est dû aux défauts quantiques du Rubidium. Cependant, il existe une valeur $|\mathbf{E}_0| \sim 2.4$ V/cm du champ électrique pour laquelle la transition de $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ vers $|n = 52, n_1 = 0, m = 3\rangle$ est dégénérée avec toutes les transitions $|n = 52, n_1 = 0, m\rangle \rightarrow |n = 52, n_1 = 0, m + 1\rangle$. La fréquence de ces transitions dans le champ magnétique de 18 Gauss est typiquement 255 MHz. On peut donc passer de l'état $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ à l'état circulaire $n=52$ en absorbant une série de 49 photons radiofréquence polarisés σ^+ de fréquence 255 MHz.

L'onde radiofréquence ayant une polarisation linéaire, les transitions σ^- pourraient également être excitées lors du processus. Le champ magnétique permet de lever la dégénérescence de 50 MHz, ce qui est suffisant pour assurer un transfert efficace vers le niveau circulaire.

Pour garantir l'efficacité de cette préparation, on réalise un passage adiabatique rapide. Pour cela on fait varier le champ électrique autour de la valeur $|\mathbf{E}_0|$ en présence de l'onde radiofréquence. Il se produit alors un anticroisement géant transférant les atomes de l'état $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ vers l'état circulaire avec une efficacité typique de 80%.

4) La dernière étape est une étape dite de « purification » en appliquant en appliquant une impulsion micro-onde de $n = 52$ vers $n = 51$ ou $n = 50$ *en champ électrique fort*. Le champ électrique lève la dégénérescence entre la transition circulaire-circulaire et les transitions entre niveaux elliptiques, et permet de ne transférer dans le niveau inférieur que les atomes circulaires. La pureté optimale après cette étape dite de « purification » est d'environ 98%. Notons que l'on peut choisir d'effectuer une transition vers $|e\rangle$ (fréquence $\nu_e = 48.195$ GHz) ou directement vers $|g\rangle$ à deux photons (fréquence $\nu_g = 49.65$ GHz).

L'excitation des atomes est pulsée car le premier laser provient de l'ordre 1 de diffraction d'un Modulateur Acousto-Optique (MAO). Allumer ou éteindre l'onde acoustique revient à allumer et éteindre le laser d'excitation. Dans l'expérience, nous réalisons cela avec une résolution temporelle de 100 ns. Le choix de la durée de l'impulsion d'excitation permet de régler la probabilité d'excitation vers l'état de Rydberg circulaire et donc le flux atomique.

A.2 La sélection de vitesse

Pour connaître la position des atomes dans le dispositif au millimètre près, il nous faut connaître leur vitesse en plus de l'instant de leur préparation. Nous utilisons un dispositif de sélection de vitesse dont la description détaillée pourra être trouvée dans la thèse de X. Maître [74]. La méthode repose sur du pompage optique sélectif en vitesse par effet Doppler, combiné à une sélection en temps de vol.

Pompage optique sélectif en vitesse

Le principe du dispositif de sélection de vitesse est le suivant. Le processus de circularisation ne concerne que les atomes qui sont initialement dans le niveau hyperfin $F=3$ de l'état fondamental de l'atome de Rubidium $5S_{1/2}$. Lorsque les atomes sortent du four, ils sont répartis à égalité entre les deux niveaux hyperfins $F=2$ et $F=3$. Par pompage optique, on ne garde dans l'état $F=3$ que les atomes qui ont la vitesse voulue ; les autres ne seront pas circularisés.

L'interaction entre les atomes et les lasers de sélection de vitesse a lieu environ 15cm après la sortie du four (voir figure A.2 (a)). Un premier laser L_1 accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F=3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$ « dépompe » le niveau $F=3$ et tous les atomes finissent pompés dans l'état $|5S_{1/2}, F=2\rangle$ au bout de quelques cycles de fluorescence. Ce pompage optique est réalisé quelle que soit la vitesse de l'atome car L_1 est perpendiculaire au jet : il n'y a donc pas d'effet Doppler. Après interaction avec le dépompeur, le rapport des populations des états $F=3$ et $F=2$ est inférieur à $1/2000$.

Un deuxième laser L_2 , appelé « repompeur » est désaccordé d'une quantité réglable $\Delta\nu$ par rapport à la fréquence de la transition $F=2 \rightarrow F'=3$. Il fait un angle θ avec le jet atomique. La fréquence du laser « vue » par les atomes dépend alors de leur vitesse et vaut

$$\nu_{at} = \nu_{L_2} - \frac{1}{2\pi} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = \nu_{F=2 \rightarrow F'=3} + \Delta\nu - \frac{v \cos \theta}{\lambda} \quad (\text{A.1})$$

Seuls les atomes ayant une vitesse

$$v_{sel} = \frac{\lambda \Delta\nu}{\cos \theta} \quad (\text{A.2})$$

seront donc repompés dans le niveau $F=3$ puis éventuellement excités dans les niveaux de Rydberg circulaires. On peut choisir $\Delta\nu$ en changeant la fréquence de l'onde acoustique envoyée dans un MAO, et ainsi sélectionner n'importe quelle classe de vitesse entre 100 et 700m/s, ce qui couvre toute la distribution de vitesse du jet thermique. Notons que, par cette procédure, la classe de vitesses $v = v_{sel} + 100\text{m/s}$ est aussi repompée par le laser L_2 . En effet, pour des atomes ayant cette vitesse, le laser est accordé sur la transition $F=2 \rightarrow F'=2$ qui est aussi repompante vers $F=3$.

On voit sur la formule A.2 que la largeur de la classe de vitesse ainsi sélectionnée est directement proportionnelle à la largeur de la transition $F=2 \rightarrow F'=3$. Cette largeur dépend de l'intensité du laser repompeur. Lorsque l'intensité est faible, c'est la largeur naturelle de la transition $F=2 \rightarrow F'=3$ et la population repompée est proportionnelle à l'intensité du laser. On atteint alors une largeur d'environ 10m/s sur la classe de vitesse sélectionnée. Lorsqu'au contraire on sature la transition, on élargit la raie ; la dispersion en vitesse peut alors atteindre environ 20m/s avec une efficacité de transfert proche de 100% (voir la figure A.3).

Sélection de vitesse en temps de vol

La dispersion de vitesse obtenue par le système de pompage optique étudié précédemment est trop importante pour nos expériences (elle est intrinsèquement limitée par la largeur naturelle de la transition atomique et ne peut être inférieure à 10m/s). En effet nous

devons effectuer des opérations cohérentes sur les atomes et toute dispersion spatiale du jet est une cause supplémentaire d'inhomogénéités. Pour améliorer encore la sélectivité de notre dispositif, nous avons recours à un système de sélection de vitesse par temps de vol, schématisé à la figure A.4(a).

Après pompage optique vers le niveau $F = 3$ d'une certaine classe de vitesse, les atomes doivent parcourir une distance de 37.5cm qui sépare la zone de sélection de vitesse de la zone de circularisation. Pendant ce temps de vol, les atomes de différentes vitesses se dispersent, et arrivent dans la zone de circularisation à des instants différents. On peut alors, en n'allumant le laser d'excitation que lorsqu'une certaine classe de vitesse est présente, améliorer la sélectivité en vitesse du dispositif. C'est ce que montre la figure A.5 où l'on a pu par cette méthode réduire d'un facteur 5 la largeur initiale de la distribution de vitesse.

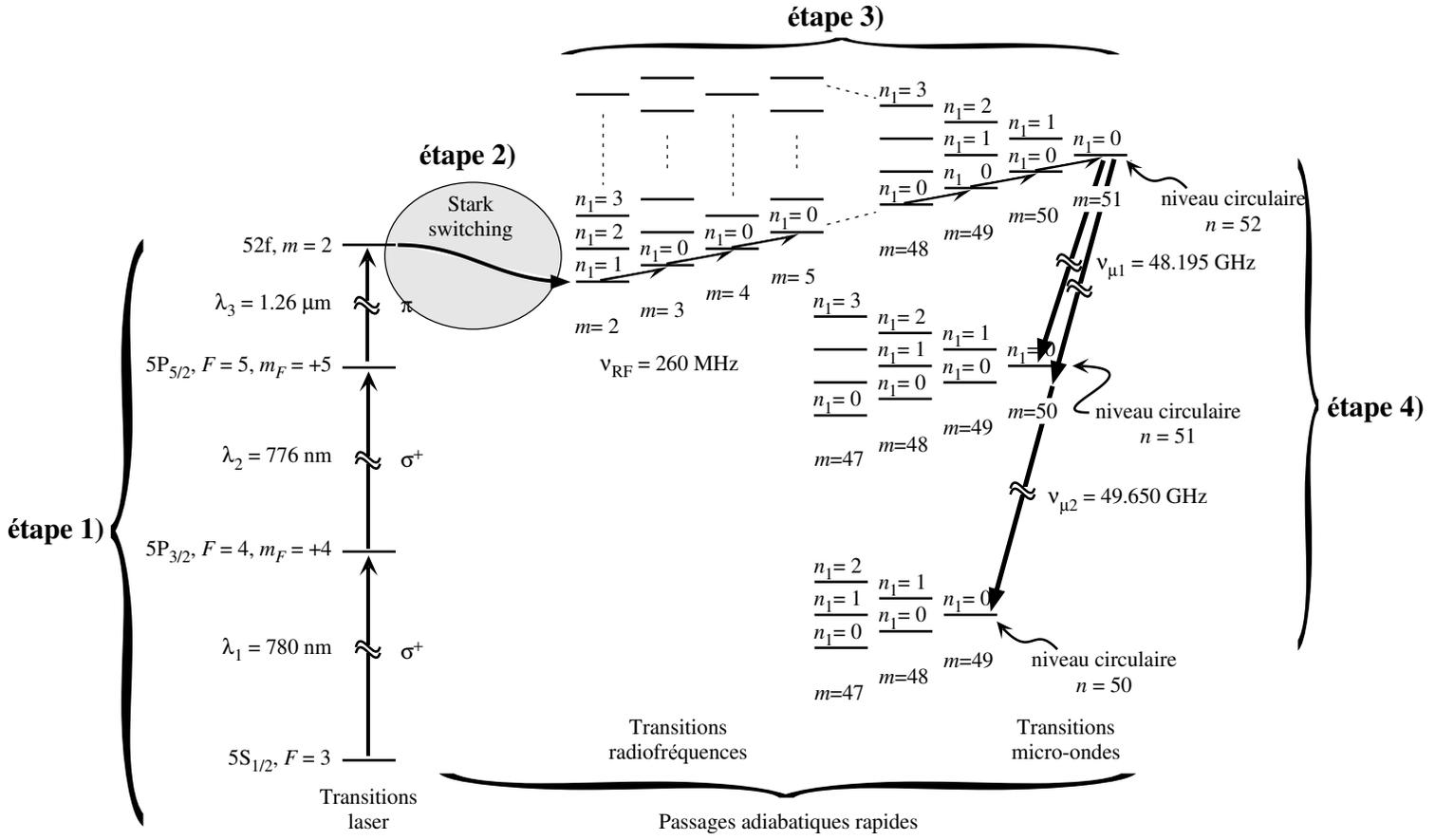


FIG. A.1: Circularisation des atomes de Rubidium vers les états circulaires $n = 51$ ou $n = 50$.

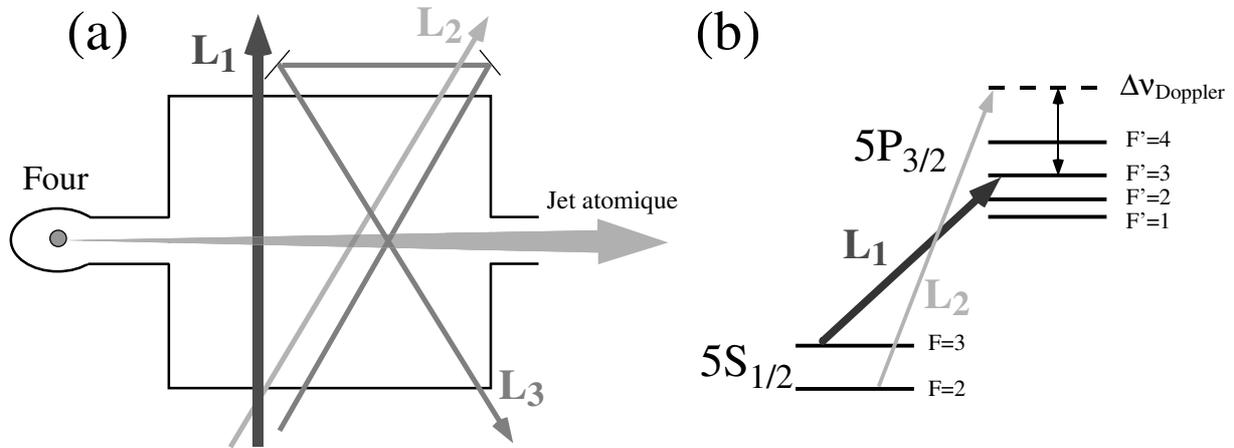


FIG. A.2: (a) Disposition des lasers de sélection de vitesse à la sortie du four atomique. (b) Structure hyperfine des niveaux $5S_{1/2}$ et $5P_{3/2}$ et fréquences des lasers L_1 et L_2 .

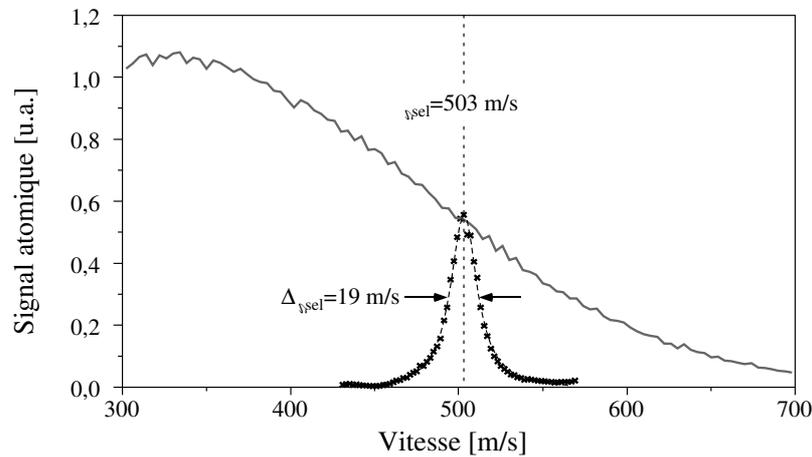


FIG. A.3: Mesure de la distribution de vitesse des atomes circulaires avant (trait continu) et après pompage optique. On constate que l'efficacité de transfert est bien de 100% au centre de la maxwellienne ; sa largeur est de 19m/s. La vitesse des atomes est déterminée par le temps qu'ils mettent à aller de la zone de circularisation au détecteur, dont nous connaissons la distance exacte à la zone de circularisation.

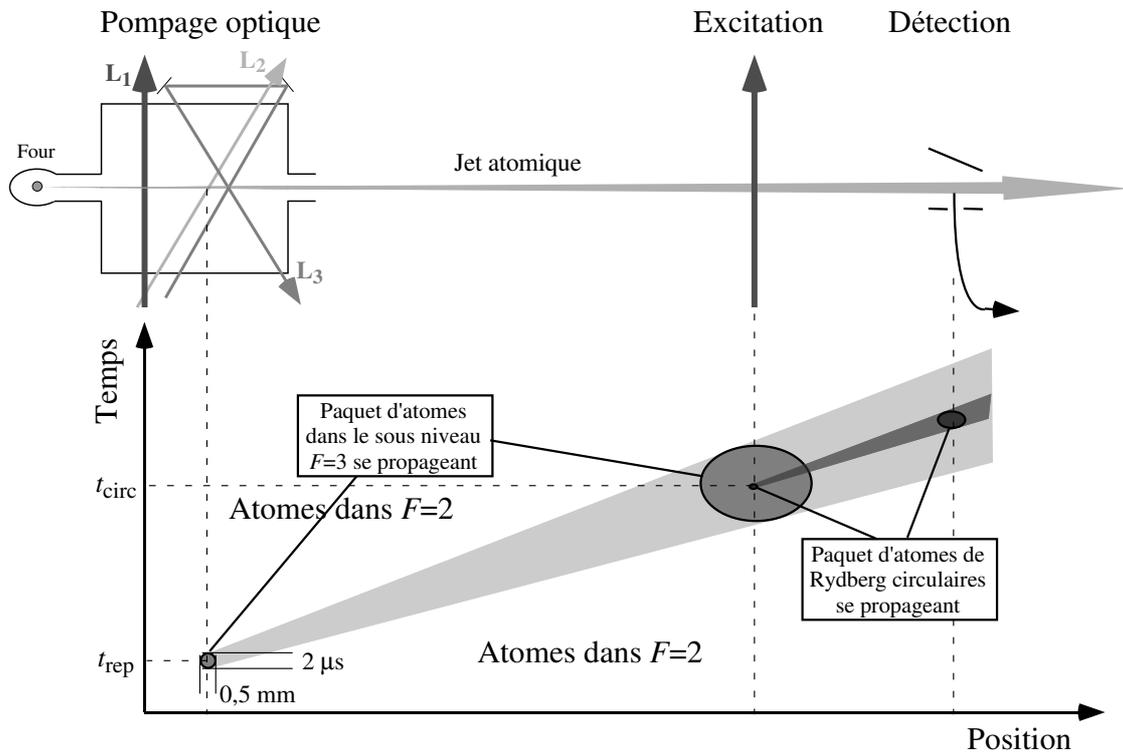


FIG. A.4: Principe de la sélection de vitesse par temps de vol. Un paquet d'atomes préparés dans $F=3$ après pompage optique s'élargit au cours du temps. Seule une fraction est excitée dans le niveau circulaire, ce qui résulte en une très faible dispersion de vitesse (environ 1%).

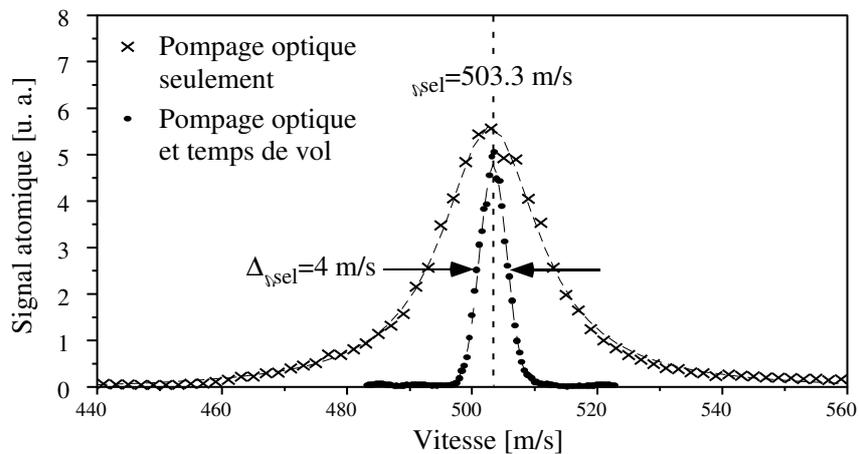


FIG. A.5: Résultat de la sélection de vitesse par temps de vol

Annexe B

L'expérience de mesure de l'efficacité de détection : données brutes

On trouvera dans cette annexe les données brutes de l'expérience de mémoire quantique telle qu'elle est présentée à la fin du chapitre 2. Rappelons que cette expérience vise à mesurer l'efficacité de détection par niveau η de chaque détecteur, avec

$$\eta = \frac{P_{det}(1at_1)}{P_{reel}(1at_1)} \quad (\text{B.1})$$

où $P_{det}(1at_1)$ est la probabilité qu'il y ait un atome dans le premier paquet, *construite à partir des événements détectés* et $P_{reel}(1at_1)$ la probabilité *réelle* qu'il y ait un atome dans le premier paquet. On peut mesurer cette probabilité, on a en effet montré (voir équation 2.34)

$$P_{reel}(1at_1) = \frac{\Pi_{det}(e_2) - \Pi_{det}(e_2|0at)}{\Pi_{det}(e_2|1at) - \Pi_{det}(e_2|0at)} \quad (\text{B.2})$$

Les tableaux ci-dessous rassemble les coïncidences permettant de calculer l'efficacité de détection du détecteur 1. $\mathcal{N}(x_1y_2)$ représente le nombre d'événements enregistrés avec le premier atome dans l'état x et le second dans l'état y . e et g désignent la détection de l'atome dans l'état excité ou fondamental respectivement, n indique que l'on n'a pas détecté d'atome, x que l'on en a détecté 2. Le premier tableau concerne l'expérience à deux atomes, le second tableau l'expérience complémentaire à un atome permettant d'évaluer $\Pi(e_2|0at)$.

$\mathcal{N}(n_1n_2)$ 1604512	$\mathcal{N}(n_1g_2)$ 125943	$\mathcal{N}(n_1e_2)$ 45952	$\mathcal{N}(n_1x_2)$ 12297
$\mathcal{N}(g_1n_2)$ 159476	$\mathcal{N}(g_1g_2)$ 7887	$\mathcal{N}(g_1e_2)$ 8323	$\mathcal{N}(g_1x_2)$ 1164
$\mathcal{N}(e_1n_2)$ 46000	$\mathcal{N}(e_1g_2)$ 2865	$\mathcal{N}(e_1e_2)$ 1841	$\mathcal{N}(e_1x_2)$ 309
$\mathcal{N}(x_1n_2)$ 17549	$\mathcal{N}(x_1g_2)$ 792	$\mathcal{N}(x_1e_2)$ 955	$\mathcal{N}(x_1x_2)$ 135

$\mathcal{N}(n_1n_2)$	$\mathcal{N}(n_1g_2)$	$\mathcal{N}(n_1e_2)$	$\mathcal{N}(n_1x_2)$
1032213	89926	31611	9345
$\mathcal{N}(g_1n_2)$	$\mathcal{N}(g_1g_2)$	$\mathcal{N}(g_1e_2)$	$\mathcal{N}(g_1x_2)$
440	31	19	5
$\mathcal{N}(e_1n_2)$	$\mathcal{N}(e_1g_2)$	$\mathcal{N}(e_1e_2)$	$\mathcal{N}(e_1x_2)$
360	29	9	3
$\mathcal{N}(x_1n_2)$	$\mathcal{N}(x_1g_2)$	$\mathcal{N}(x_1e_2)$	$\mathcal{N}(x_1x_2)$
7	0	2	0

A partir des événements enregistrés on calcule $\Pi_{det}(e_2)$, $\Pi_{det}(e_2|0at)$, $\Pi_{det}(e_2|1at)$ et $P_{det}(1at_1)$ donnés par les équations

$$\Pi_{det}(e_2) = \frac{\mathcal{N}(n_1e_2) + \mathcal{N}(g_1e_2) + \mathcal{N}(e_1e_2)}{\mathcal{N}(n_1e_2) + \mathcal{N}(g_1e_2) + \mathcal{N}(e_1e_2) + \mathcal{N}(n_1g_2) + \mathcal{N}(g_1g_2) + \mathcal{N}(e_1g_2)} \quad (\text{B.3})$$

Pour calculer $\Pi_{det}(e_2|0at)$ on applique la même formule aux données de l'expérience complémentaire fournies dans le second tableau. Enfin

$$\Pi_{det}(e_2|1at) = \frac{\mathcal{N}(e_1e_2) + \mathcal{N}(g_1e_2)}{\mathcal{N}(g_1e_2) + \mathcal{N}(e_1e_2) + \mathcal{N}(g_1g_2) + \mathcal{N}(e_1g_2)} \quad (\text{B.4})$$

et, en posant $\mathcal{A} = \mathcal{N}(e_1e_2) + \mathcal{N}(g_1e_2) + \mathcal{N}(e_1g_2) + \mathcal{N}(g_1g_2) + \mathcal{N}(e_1n_2) + \mathcal{N}(g_1n_2)$:

$$P_{det}(1at_1) = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \mathcal{N}(n_1e_2) + \mathcal{N}(n_1g_2) + \mathcal{N}(n_1n_2) + \mathcal{N}(n_1n_2)} \quad (\text{B.5})$$

Remarquons que conformément au modèle présenté dans le chapitre 2 on néglige les événements à deux atomes. Le tableau ci-dessous rassemble les résultats. On y trouvera également les barres d'erreur statistiques, évaluées par la formule

$$\Delta p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{\mathcal{N}}} \quad (\text{B.6})$$

p étant la probabilité calculée à partir de \mathcal{N} événements, Δp l'erreur statistique sur le calcul de cette probabilité.

	$p\mathcal{N}$	\mathcal{N}	p	Δp	$(\Delta p)/p$
$\Pi_{det}(e_2)$	56116	192811	29,10%	0,10%	0,36%
$\Pi_{det}(e_2 0at)$	31639	121625	26,01%	0,13%	0,48%
$\Pi_{det}(e_2 1at)$	10164	20916	48,59%	0,35%	0,71%
$P_{det}(1at_1)$	226392	2002799	11,30%	0,02%	0,20%

On a rassemblé dans le tableau ci-dessous les résultats intermédiaires permettant le calcul de $P_{reel}(1at_1)$, ainsi que la barre d'erreur statistique associée.

	p	Δp	$(\Delta p)/p$
$\Pi_{det}(e_2) - \Pi_{det}(e_2 0at)$	3,09%	0,16%	5,27%
$\Pi_{det}(e_2 1at) - \Pi_{det}(e_2 0at)$	22,58%	0,37%	1,63%
$P_{reel}(1at_1)$	13,69%	0,50%	6,90%

On en déduit finalement l'efficacité de détection du détecteur 1, $\eta = 82.6\%$. On a également calculé la barre d'erreur statistique sur l'évaluation de η , on a

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta P_{det}(1at_1)}{P_{det}(1at_1)} + \frac{\Delta P_{reel}(1at_1)}{P_{reel}(1at_1)} \quad (\text{B.7})$$

Il vient $\Delta\eta/\eta = 7.1\%$. L'erreur statistique sur η est donc 5.9%, qui est à ajouter aux erreurs systématiques évoquées chapitre 2.

Expérience réalisée avec le détecteur 2

On a réalisé la même expérience avec le détecteur 2. Les résultats sont rassemblés dans les quatre tableaux ci-dessous.

$\mathcal{N}(n_1n_2)$	$\mathcal{N}(n_1g_2)$	$\mathcal{N}(n_1e_2)$	$\mathcal{N}(n_1x_2)$
2633025	89323	33474	2747
$\mathcal{N}(g_1n_2)$	$\mathcal{N}(g_1g_2)$	$\mathcal{N}(g_1e_2)$	$\mathcal{N}(g_1x_2)$
108845	2399	2541	97
$\mathcal{N}(e_1n_2)$	$\mathcal{N}(e_1g_2)$	$\mathcal{N}(e_1e_2)$	$\mathcal{N}(e_1x_2)$
38147	1024	627	30
$\mathcal{N}(x_1n_2)$	$\mathcal{N}(x_1g_2)$	$\mathcal{N}(x_1e_2)$	$\mathcal{N}(x_1x_2)$
3588	53	78	2

$\mathcal{N}(n_1n_2)$	$\mathcal{N}(n_1g_2)$	$\mathcal{N}(n_1e_2)$	$\mathcal{N}(n_1x_2)$
1447621	48306	16425	1456
$\mathcal{N}(g_1n_2)$	$\mathcal{N}(g_1g_2)$	$\mathcal{N}(g_1e_2)$	$\mathcal{N}(g_1x_2)$
90	2	2	1
$\mathcal{N}(e_1n_2)$	$\mathcal{N}(e_1g_2)$	$\mathcal{N}(e_1e_2)$	$\mathcal{N}(e_1x_2)$
94	2	1	0
$\mathcal{N}(x_1n_2)$	$\mathcal{N}(x_1g_2)$	$\mathcal{N}(x_1e_2)$	$\mathcal{N}(x_1x_2)$
0	0	0	0

	$p\mathcal{N}$	\mathcal{N}	p	Δp	$(\Delta p)/p$
$\Pi_{det}(e2)$	36642	129388	28,32%	0,13%	0,44%
$\Pi_{det}(e2 0at)$	16428	64738	25,38%	0,17%	0,67%
$\Pi_{det}(e2 1at)$	3168	6591	48,07%	0,62%	1,28%
$P_{det}(1at_1)$	150160	1408330	5,33%	0,01%	0,25%

	p	Δp	$(\Delta p)/p$
$\Pi_{det}(e2) - \Pi_{det}(e2 0at)$	2,94%	0,21%	7,20%
$\Pi_{det}(e2 1at) - \Pi_{det}(e2 0at)$	22,69%	0,64%	2,82%
$P_{reel}(1at_1)$	12,97%	1,30%	10,02%

On rappelle que l'on calcule ici l'efficacité de détection *par niveau*, or le détecteur 2 détecte pendant la moitié des séquences expérimentales le niveau $|e\rangle$ et pendant l'autre moitié le niveau $|g\rangle$. Comme on l'a vu au chapitre 2, on tient compte de cet effet en multipliant par 2 $P_{det}(1at_1)$. On aboutit à une efficacité de détection par niveau $\eta = 82,2\%$. L'erreur statistique sur cette mesure vaut 8,43%.

Bibliographie

- [1] L. Allen and J. H. Eberly. *Optical Resonance and Two-Level Atoms*. Wiley, New York, 1975.
- [2] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analysers. *Phys. Rev. Lett.*, 49 :1804, 1982.
- [3] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger. Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 47 :460, 1981.
- [4] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment : A new violation of Bell's inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, 49 :91, 1982.
- [5] K. Banaszek, C. Radzewicz, K. Wodkiewicz, and J. S. Kransinsky. Direct measurement of the Wigner function by photon counting. *Phys. Rev. A*, 60 :674, 1999.
- [6] K. Banaszek and K. Wodkiewicz. Testing quantum nonlocality in phase space. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :2009, 1999.
- [7] J. S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Phys. (N.Y.)*, 1 :195, 1964.
- [8] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :1895, 1993.
- [9] F. Bernardot. *Électrodynamique en cavité : expériences résonnantes en régime de couplage fort*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1994.
- [10] P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, S. Osnaghi, T. Meunier, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Direct measurement of the Wigner function of a one-photon Fock state in a cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :200402, 2002.
- [11] P. Bertet, S. Osnaghi, A. Rauschenbeutel, G. Nogues, A. Auffeves, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche. A complementarity experiment with an interferometer at the quantum-classical boundary. *Nature (London)*, 411 :166, 2001.
- [12] J. Bertrand and P. Bertrand. A tomographic approach to Wigner function. *Found. Phys.*, 17 :397, 1987.
- [13] H. A. Bethe and E. E. Salpeter. *Quantum Mechanics of One- and Two-electron Atoms*. Plenum, New York, 1977.
- [14] D. Bohm. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of hidden variables. *Phys. Rev.*, 85 :166, 1952.
- [15] D. J. Bohm. *Quantum Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1951.

- [16] D. J. Bohm and B. J. Hiley. *The Undivided Universe*. Routledge, 1993.
- [17] N. Bohr. *Nature (London)*, 121 :580, 1928.
- [18] N. Bohr. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 48 :696, 1935.
- [19] D. Boschi, S. Branca, F. de Martini, and L. Hardy. Ladder proof of nonlocality without inequalities : Theoretical and experimental results. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2755, 1997.
- [20] D. Boschi, S. Branca, F. de Martini, L. Hardy, and S. Popescu. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :1121, 1998.
- [21] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature (London)*, 390 :575, 1997.
- [22] G. Breitenbach, T. Müller, S. F. Pereira, J.-P. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek. Squeezed vacuum from a monolithic optical parametric oscillator. *J. Opt. Soc. B*, 12 :2304, 1995.
- [23] H. R. Brown and G. Svetlichny. Nonlocality and Gleason's lemma. part i. deterministic theories. *Found. Phys.*, 20 :1379, 1990.
- [24] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :4887, 1996.
- [25] M. Brune, P. Nussenzveig, F. Schmidt-Kaler, F. Bernardot, A. Maali, J.-M. Raimond, and S. Haroche. From Lamb shifts to light shifts : Vacuum and subphoton cavity fields measured by atomic phase sensitive detection. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :3339, 1994.
- [26] M. Brune, J.-M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich, and S. Haroche. Realization of a two-photon maser oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :1899, 1987.
- [27] M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Quantum Rabi oscillation : a direct test of field quantization in a cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :1800, 1996.
- [28] M. Bruno, M. D'Agostino, and C. Maroni. Measurement of linear polarization of positron annihilation photons. *Nuovo Cimento B*, 40B :143, 1977.
- [29] V. Buzek, H. Moya-Cessa, P. L. Knight, and S. J. D. Phoenix. Schrödinger-cat states in the resonant Jaynes-Cummings model : Collapse and revival of oscillations of the photon-number distribution. *Phys. Rev. A*, 45 :8190, 1992.
- [30] K. E. Cahill and R. J. Glauber. Ordered expansions in boson amplitude operators. *Phys. Rev.*, 177 :1857, 1969.
- [31] A. O. Caldeira and A. J. Leggett. *Physica*, 121A :587, 1983.
- [32] A. O. Caldeira and A. J. Leggett. Influence of damping on quantum interference : An exactly soluble model. *Phys. Rev. A*, 31 :1059, 1985.
- [33] M. S. Chapman, T. D. Hammond, A. Lenef, J. Schmiedmayer, R. A. Rubenstein, E. Smith, and D. E. Pritchard. Photon scattering from atoms in an atom interferometer : coherence lost and regained. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3783, 1995.

- [34] J. F. Clauser. Experimental investigation of a polarization correlation anomaly. *Phys. Rev. Lett.*, 36 :1223, 1976.
- [35] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 23 :880, 1969.
- [36] J. F. Clauser and A. Shimony. Bell's theorem. experimental tests and implications. *Rep. Prog. Phys.*, 41 :1881, 1978.
- [37] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mécanique Quantique*. 1977.
- [38] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Introduction à L'électrodynamique Quantique*. InterEditions, Paris, France, 1988.
- [39] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d'Interaction entre Photons et Atomes*. InterEditions, Paris, France, 1988.
- [40] J. Dreyer. *Atomes de Rydberg et cavités : observation de la décohérence dans une mesure quantique*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1997.
- [41] S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe. Fringe visibility and which-way information in an atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :5705, 1998.
- [42] S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe. Origin of the quantum-mechanical complementarity probed by a which-way experiment in an atom interferometer. *Nature (London)*, 395 :33, 1998.
- [43] J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Mondragon. Periodic spontaneous collapse and revival in a simple quantum model. *Phys. Rev. Lett.*, 44 :1323, 1980.
- [44] U. Eichmann, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, W. M. Itano, D. J. Wineland, and M. G. Raizen. Young's interference experiment with light scattered from two atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :2359, 1993.
- [45] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47 :777, 1935.
- [46] B.-G. Englert. Fringe visibility and which-way information : An inequality. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :2154, 1996.
- [47] B.-G. Englert, N. Sterpi, and W. Walther. Parity states in the one-atom maser. *Opt. Commun.*, 100 :526, 1993.
- [48] S. J. Freedman and J. F. Clauser. Experimental test of local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 28 :938, 1972.
- [49] E. S. Fry and R. C. Thompson. Experimental test of local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 37 :465, 1976.
- [50] A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik. Unconditional quantum teleportation. *Science*, 282 :706, 1998.
- [51] J. Gea-Banacloche. Collapse and revival of the state vector in the Jaynes-Cummings model : an example of state preparation by a quantum apparatus. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :3385, 1990.
- [52] J. Gea-Banacloche. Atom and field evolution in the Jaynes and Cummings model for large initial fields. *Phys. Rev. A*, 44 :5913, 1991.
- [53] F. Grosshans and P. Grangier. Continuous variable quantum cryptography using coherent states. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :057902, 2002.

- [54] W. Heisenberg. Über den anschaulichen inhalt der quantentheoretischen kinematik und mechanik. *Z. Phys.*, 43 :172, 1927.
- [55] P. Heywood and M. L. G. Redhead. Nonlocality and the Kochen-Specker paradox. *Found. Phys.*, 13 :481, 1983.
- [56] M. Hillery, R. F. O'Connell, M. O. Scully, and E. P. Wigner. *Phys. Rep.*, 108 :121, 1984.
- [57] R. G. Hulet and D. Kleppner. Rydberg atoms in circular states. *Phys. Rev. Lett.*, 51 :1430, 1983.
- [58] E. T. Jaynes and F. W. Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proc. IEEE*, 51 :81, 1963.
- [59] H. Jeong, W. Son, M. S. Kim, D. Ahn, and C. Brukner. Quantum nonlocality test for continuous-variable states with dichotomic observables. *Phys. Rev. A*, 67 :012106, 2003.
- [60] E. Joos and H. D. Zeh. The emergence of classical properties through interaction with the environment. *Z. Phys. B*, 59 :223, 1985.
- [61] L. R. Kasday, J. D. Ullman, and C. S. Wu. Angular correlation of compton-scattered annihilation photons and hidden variables. *Nuovo Cimento B*, 25B :633, 1975.
- [62] J. I. Kim, K. M. Fonseca-Romero, A. M. Horiguti, L. Davidovich, M. C. Nemes, and A. F. R. de Toledo Piza. Classical behaviours with small quantum numbers : The physics of ramsey interferometry of rydberg atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :4737, 1999.
- [63] P. L. Knight and P. M. Radmore. Quantum origin of dephasing and revivals in the coherent-state Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. A*, 26 :676, 1982.
- [64] K. Kochen and E. Specker. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *J. Math. Mech.*, 17 :59, 1967.
- [65] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :4337, 1995.
- [66] M. Laméhi-Rachti and W. Mittig. Quantum mechanics and hidden variables : A test of Bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering. *Phys. Rev. D*, 14 :2543, 1976.
- [67] D. Leibfried, D. M. Meekhof, B. E. King, C. Monroe, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Experimental determination of the motional quantum state of a trapped atom. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :4281, 1996.
- [68] L. G. Lutterbach and L. Davidovich. Method for direct measurement of the Wigner function in cavity QED and ion traps. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :2547, 1997.
- [69] A. I. Lvovsky and J. Mlynek. Quantum-optical catalysis : generating nonclassical states of light by means of linear optics. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :250401, 2002.
- [70] A.I. Lvovsky, H. Hansen, T. Aichele, O. Benson, J. Mlynek, and S. Schiller. Quantum state reconstruction of the single-photon Fock state. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :050402, 2001.
- [71] L. G. Lutterbach M. França Santos and L. Davidovich. Probing entanglement in phase space : signature of ghz states in the wigner function. *J. Opt. Soc. Am. B*, 3, 2001.

- [72] A. Maali. *Oscillations de Rabi quantiques : test direct de la quantification du champ*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1996.
- [73] X. Maître, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Quantum memory with a single photon in a cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :769, 1997.
- [74] X. Maître. *Une paire d'atomes intriqués : Expériences d'électrodynamique quantique en cavité*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1998.
- [75] G. Nogues. *Détection sans destruction d'un seul photon. Une expérience d'électrodynamique quantique en cavité*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1999.
- [76] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Seeing a single photon without destroying it. *Nature (London)*, 400 :239, 1999.
- [77] D. J. Norris, M. Kuwata-Gonokami, and W. E. Moerner. Excitation of a single molecule on the surface of a spherical microcavity. *Appl. Phys. Lett.*, 71 :297, 1997.
- [78] P. Nussenzeig. *Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1994.
- [79] P. Nussenzeig, F. Bernardot, M. Brune, J. Hare, J.-M. Raimond, S. Haroche, and W. Gawlik. Preparation of high principal quantum number circular states of rubidium. *Phys. Rev. A*, 48 :3991, 1993.
- [80] R. Omnès. *The Interpretation of Quantum Mechanics*. Princeton University Press, Princeton, 1994.
- [81] Z. Y. Ou and L. Mandel. Violation of Bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 61 :50, 1988.
- [82] J. P. Paz, S. Habib, and W. H. Zurek. Reduction of the wave packet : Preferred observable and decoherence time scale. *Phys. Rev. D*, 47 :488, 1993.
- [83] J. P. Paz and W. H. Zurek. Quantum limit of decoherence : environment-induced superselection of energy eigenstates. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :5181, 1999.
- [84] P. Bertet. *Complémentarité et fonction de Wigner*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2002.
- [85] S. Peil and G. Gabrielse. Observing the quantum limit of an electron cyclotron : QND measurements of quantum jumps between fock states. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :1287, 1999.
- [86] P. H. W. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz, and G. Rempe. Trapping an atom with single photons. *Nature (London)*, 404 :365, 2000.
- [87] J.-M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Rev. Mod. Phys.*, 73 :565, 2001.
- [88] A. Rauschenbeutel. *Préparation et manipulation d'états intriqués complexes*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2001.
- [89] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Coherent operation of a tunable quantum phase gate in cavity QED. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :5166, 1999.

- [90] S. Schiller and J. Mlynek. Quantum statistics of the squeezed vacuum by measurement of the density matrix in the number state representation. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :2933, 1996.
- [91] E. Schrödinger. Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 23 :807, 823, 844, 1935.
- [92] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [93] S. Osnaghi. *Réalisation d'états intriqués dans une collision atomique assistée par une cavité*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2001.
- [94] R. J. Thompson, G. Rempe, and H. J. Kimble. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 68 :1132, 1992.
- [95] J. Tignon, P. Voisin, C. Delalande, M. Voos, R. Houdré, U. Oesterle, and R. P. Stanley. From Fermi's golden rule to the vacuum Rabi splitting : Magnetopolaritons in a semiconductor optical microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :3967, 1995.
- [96] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H. J. Kimble. Measurement of conditional phase shifts for quantum logic. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :4710, 1995.
- [97] K. Vogel and H. Risken. Determination of quasi-probability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase. *Phys. Rev. A*, 40 :2847, 1989.
- [98] J. von Neumann. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1955. Translated by R.T. Beyer.
- [99] J. A. Wheeler and W. H. Zurek. *Theory of Measurement*. Princeton University Press, Princeton, 1983.
- [100] A. R. Wilson, J. Lowe, and D. K. Butt. Measurement of the relative planes of polarization of annihilation quanta as a function of separation distance. *J. Phys. G*, 2 :613, 1976.
- [101] H. D. Zeh. *Found. Phys.*, 1 :69, 1970.
- [102] W. H. Zurek. Pointer basis of quantum apparatus : Into what mixture does the wave packet collapse? *Phys. Rev. D*, 24 :1516, 1981.
- [103] W. H. Zurek. Environment-induced superselection rules. *Phys. Rev. D*, 26 :1862, 1982.
- [104] W. H. Zurek. Decoherence and the transition from quantum to classical. *Phys. Today*, 44 :36, octobre 1991.