



HAL
open science

Fermions et Bosons Dégénérés au Voisinage d'une Résonance de Feshbach : Production de Molécules et Solitons d'Ondes de Matière

Julien Cubizolles

► **To cite this version:**

Julien Cubizolles. Fermions et Bosons Dégénérés au Voisinage d'une Résonance de Feshbach : Production de Molécules et Solitons d'Ondes de Matière. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT : . tel-00006435v2

HAL Id: tel-00006435

<https://theses.hal.science/tel-00006435v2>

Submitted on 12 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Julien CUBIZOLLES

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Fermions et bosons dégénérés
au voisinage d'une résonance de Feshbach :
Production de molécules et solitons d'ondes de matière**

Soutenue le 22 Juin 2004

devant le jury composé de :

M.	Alain Aspect	Rapporteur
M.	Sandro Stringari	Rapporteur
M.	Roland Combescot	Président
M.	Claude Cohen-Tannoudji	Examineur
M.	Christian Miniatura	Examineur
M.	Christophe Salomon	Directeur de thèse

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire Kastler Brossel de septembre 2001 à juin 2004. Je remercie chaleureusement ses directeurs successifs Élisabeth Giacobino et Franck Lalœ pour m'y avoir accueilli et pour les excellentes conditions de travail qu'ils ont su y créer.

Je suis très reconnaissant à Christophe Salomon, mon directeur de thèse, à plus d'un titre. Tout d'abord pour m'avoir donné la possibilité, jeune stagiaire de DEA peu expérimenté, puis thésard guère plus expérimenté, de travailler sur une expérience déjà très prometteuse. Mais surtout pour tout ce que j'ai appris à son contact durant ces quatre années et pour le plaisir que j'ai eu à travailler avec lui. Lors de notre première rencontre, j'avais beaucoup apprécié sa gentillesse et son enthousiasme. Cette impression ne s'est jamais démentie, jour après jour, ce qui est remarquable quand on considère tous les problèmes que nous avons rencontrés et toutes les périodes où l'expérience refusait obstinément de nous obéir. Sa grande culture de la physique expérimentale et sa disponibilité dès qu'il était question de descendre dans « la cave » nous ont été très utiles. Son intuition physique, ainsi que la facilité avec laquelle il imaginait la mise en œuvre expérimentale des concepts théoriques, nouveaux pour nous, auxquels nous étions confrontés, ont également été très précieuses.

Je tiens également à remercier toutes les personnes avec lesquelles j'ai été amené à travailler et qui ont contribué à faire de cette thèse une expérience personnelle enrichissante. Tout d'abord Gabriele Ferrari et Florian Schreck, les précédents thésards qui ont construit l'essentiel du dispositif expérimental que j'ai utilisé, rejoints par les post-docs Kristan Corwin puis Lev Khaykovich. Leur patience et leur bonne humeur m'ont permis de prendre en main l'expérience et d'acquérir le savoir-faire expérimental indispensable. C'est au sein de cette équipe qu'ont été obtenus les premiers succès expérimentaux et donc les premières satisfactions : le mélange de bosons et fermions dégénérés ainsi que le soliton d'ondes de matière. Thomas Bourdel a ensuite rejoint l'équipe pour y effectuer sa thèse un an après mon arrivée. Je garderai un excellent souvenir du tandem que nous avons formé et de l'ambiance toujours détendue dans laquelle nous avons travaillé. Je tiens à le remercier pour sa bonne humeur et sa détermination contagieuse en toute circonstances, en particulier lors des longues soirées passées à chercher le piège optique. Je souhaite également remercier Servaas Kokkelmans, avec qui nous avons travaillé durant un an et demi, dont les lumières m'ont été très précieuses pour comprendre les subtilités des résonances de Feshbach, et à qui j'ai enseigné une partie de celles du français. Durant la rédaction de cette thèse, l'équipe s'est enrichie de Jin Zhang et de Frédéric Chevy que je remercie chaleureusement. Les relectures attentives de ce manuscrit par Frédéric m'ont en particulier été très utiles. Je remercie également ceux qui nous ont rejoint pour des durées plus courtes, Kilvia Magalhaes

et Josh Milstein (en particulier pour la bonne musique qu'il m'a fait (re)découvrir), ainsi que les stagiaires Julien Quéva et Delphine Sacchet. Je souhaite enfin bonne chance et bon courage à l'équipe qui prend la relève : les nouveaux thésards Martin Teichmann et Leticia Tarruel, emmenés par Frédéric Chevy.

Ma gratitude va également à tous ceux qui, par des discussions fructueuses, nous ont aidé à comprendre un peu mieux la physique que nous découvrons. Je remercie en particulier Lincoln Carr, Yvan Castin, Jean Dalibard, Dimitri Petrov et Gora Shlyapnikov.

Je suis reconnaissant à Alain Aspect, Claude Cohen-Tannoudji, Roland Combescot, Christian Miniatura et Sandro Stringari pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à mon travail de thèse et pour leurs commentaires sur ce manuscrit.

L'ambiance très chaleureuse et stimulante du laboratoire doit beaucoup aux interactions, tant scientifiques qu'amicales, avec nos collègues des équipes voisines. Merci donc à l'équipe Helium : Michèle Leduc, Franck Pereira dos Santos, Junmin Wang, Francisco Perales, Jérémie Léonard, Carl Barrelet, Unikrischnan, Matt Walhout, Sylvain Schwartz, Erwan Jahier, Tobias Müller, Umakant Rapol, Steven Moal et Jae-Wan Kim. Merci également aux Rubidium I : Baptiste Battelier, Vincent Bretin, Bruno Durin, Zoran Hadzibabic, Kirk Madison, Séverine Paul, Peter Rosenbuch, Sabine Stock, et Yannick Seurin ; aux Rubidium II : David Guéry-Odelin, Philippe Cren, Christian Roos, Aydin Aclan, Thierry Lahaye, Johnny Vogels, Kenneth Günter et Zhaoying Wang. Merci enfin aux théoriciens de l'équipe d'Yvan Castin : Iacopo Carusotto, Carlos Lobo et Christophe Mora, ainsi qu'à Dimitri Gangardt et Jean-Noël Fuchs.

Ce travail n'aurait pas pu être effectué sans le soutien de l'ensemble du personnel des services techniques. Je tiens à les remercier pour leur accueil et l'aide qu'ils m'ont apportée. Merci en particulier à Nicole Neveux, Geneviève Piard, Zora Ouassyoun, Corinne Pascandolo, Linda Krikorian, Vera da Costa et Thierry Tardieu du secrétariat. Merci aussi à Lionel Pérenes et Patrick Giron de l'atelier d'électronique, ainsi qu'Yvan Cabirou, Benoît Lemaire, Jean-Claude Paindorge, Jean-Francois Point, Didier Courtiade et Bruno Fabre des différents ateliers, à Patricia Celton et Denis Jaggi du magasin, et à Alain Launay Daniel Lemoal et Zaïre Dissi pour avoir maintenu nos ordinateurs à flot.

Un grand merci pour finir à ma famille et à mes amis pour leur soutien et tous les bons moments passés hors du laboratoire. Merci surtout à Caroline.

Table des matières

Partie Introduction	11
----------------------------	-----------

Partie I Zoologie des gaz dégénérés

1 Interactions dans les gaz ultra-froids	21
1.1 Éléments de théorie des collisions froides	21
1.2 Résonances de Feshbach	26
2 Les bosons	31
2.1 La condensation de Bose-Einstein : cas du gaz parfait	31
2.2 Équation de Gross-Pitævskii	34
3 Les fermions	41
3.1 Fermions sans interaction	41
3.2 Effets à N corps dans un gaz de fermions	44
3.3 Superfluidité des fermions en interaction dans les gaz de fermions froids	46

Partie II Obtention de ^6Li et ^7Li dégénérés

4 Le lithium, notre atome	57
4.1 Li dans tous ses états	57
4.2 Refroidissement évaporatif et sympathique : utilisation d'un mélange de ^7Li et ^6Li	60
5 La machine à Li froid	63
5.1 Jusqu'à la dégénérescence	63
5.2 En route vers Feshbach	70
5.3 Comportement d'un gaz de fermions en expansion	79

Partie III Utilisations des résonances de Feshbach

6 Soliton	95
6.1 Une onde de matière qui se tient	95
6.2 Évolution d'un condensat dans un piège harmonique de fréquence variable	99
6.3 Localisation de la résonance	102
6.4 Propagation d'une onde de matière pour a variable	104
6.5 Validation du modèle théorique	110
7 Fermions en régime d'interactions fortes	113
7.1 Création d'un mélange $ 1/2, 1/2\rangle 1/2, -1/2\rangle$	113
7.2 Propriétés collisionnelles au voisinage d'une résonance de Feshbach	116
7.3 À l'assaut de la résonance	118
7.4 Expansion anisotrope d'un gaz de fermions en interactions fortes	120
7.5 Détermination de l'énergie d'interaction	125
8 ${}^6\text{Li}_2$: Un gaz dégénéré de molécules ultra-froides stables	131
8.1 Des fermions pour produire des molécules froides	132
8.2 Comment produire des molécules dégénérées	135
8.3 Efficacité de production	138
8.4 Propriétés dynamiques des molécules	142
8.5 Condensat de molécules	145

Partie Conclusion

Partie IV Annexes

A Modèle simple de résonance de Feshbach	161
A.1 Modèle	161
A.2 Longueur de diffusion	162
A.3 Énergie de l'état lié	163
B Structures	165
B.1 Niveaux d'énergie du niveau fondamental $2s$	165
B.2 Niveaux d'énergie de l'état excité $2p$	166
C Fermions dans un piège harmonique	169
C.1 Fermions sans interactions à température non nulle : développement de Sommerfeld	169
C.2 Fermions dans la limite unitaire à température nulle : lois d'échelle	171
D Evolution d'une fonction d'onde dans un potentiel expulsant	173
D.1 Théorème d'Ehrenfest	173
D.2 Evolution de $\langle R^2 \rangle$	173

Partie V Publications

E Formation of a matter-wave bright soliton	179
F Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi Gas	185
G Production of Long-Lived Ultracold Li_2 Molecules from a Fermi Gas	191
H Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in ${}^6\text{Li}$	197

Partie Bibliographie	205
----------------------	-----

Table des figures

1	Fermions et bosons dans un piège harmonique	11
1.1	Allure du potentiel effectif d'interaction entre deux atomes	24
1.2	Diffusion de particules identiques	24
1.3	Résonance de Feshbach	27
1.4	Longueur de diffusion autour d'une résonance de Feshbach	28
1.5	État lié au voisinage d'une résonance de Feshbach	29
1.6	Formation d'une molécule par recombinaison à trois corps	29
2.1	Fonction de Bose	32
2.2	Distribution bimodale d'un condensat dans un piège harmonique	35
2.3	Condition de stabilité d'un condensat attractif	38
2.4	Stabilité d'un condensat attractif dans le régime 1D	39
3.1	Facteur de Fermi	42
3.2	Blocage de Pauli lors d'un processus de diffusion	44
3.3	Résolution graphique du problème de Cooper	48
3.4	État BCS	49
3.5	Température critique T_C dans la zone de transition $CBE \leftrightarrow BCS$	51
4.1	Structure des niveaux du lithium	58
4.2	Résonance de Feshbach dans ${}^7\text{Li}$ $ F = 1, m_F = 1\rangle$	59
4.3	Résonance de Feshbach dans un mélange de ${}^6\text{Li}$ $ 1/2, 1/2\rangle$ et ${}^6\text{Li}$ $ 1/2, -1/2\rangle$	60
4.4	Évaporation radio-fréquence dans un piège magnétique	61
5.1	Schéma des pièges magnétiques	65
5.2	Observation de la pression de Fermi	68
5.3	Mélange d'un condensat stable de ${}^7\text{Li}$ et d'un gaz de fermions ${}^6\text{Li}$ dégénérés	69
5.4	Profil d'un faisceau gaussien dans le mode TEM_{00}	71
5.5	Alignement du piège optique sur le piège magnétique.	72
5.6	Niveaux atomiques habillés par un champ électromagnétique	77
5.7	$f_S : \alpha_S = 0,312, \gamma_S = 0,926 \sigma_S = 0,976 \chi^2 = 3,42 \cdot 10^{-5}$. Gaussienne : $\alpha_G = 0,55 \chi^2 = 1,98 \cdot 10^{-6}$. 8	
5.8	$f_S : \alpha_S = 0,177 \gamma_S = 0,875 \sigma_S = 0,999 \chi^2 = 1,37 \cdot 10^{-6}$. Gaussienne : $\alpha_G = 0,35 \chi^2 = 4,6 \cdot 10^{-5}$. 84	
5.9	$f_S : \alpha_S = 0,049 \gamma_S = 0,962 \sigma_S = 0,999 \chi^2 = 1,23 \cdot 10^{-9}$. Gaussienne : $\alpha_G = 0,305 \chi^2 = 1,19 \cdot 10^{-4}$. 8	
5.10	Test de l'approximation de Sommerfeld	84
5.11	$f_S : \alpha_S = 0,297 \gamma_S = 0,942 \sigma_S = 0,991 \chi^2 = 2,78 \cdot 10^{-5}$	87

5.12	$f_S : \alpha_S = 0,200 \quad \gamma_S = 0,867 \quad \sigma_S = 0,999 \quad \chi^2 = 2,49 \cdot 10^{-6}$	87
5.13	$f_S : \alpha_S = 0,117 \quad \gamma_S = 0,920 \quad \sigma_S = 0,999 \quad \chi^2 = 9,51 \cdot 10^{-8}$	87
5.14	Effet de la résolution finie sur les ajustements par l'approximation de Sommerfeld	87
5.15	Mesure de la dégénérescence d'un gaz de fermions par l'approximation de Sommerfeld	88
5.16	Mélange de fermions dégénérés	89
6.1	Propagation d'un soliton gris dans un CBE de Na	96
6.2	Profil de densité de solitons	97
6.3	Diagramme de stabilité d'un soliton	99
6.4	Stratégie expérimentale pour la production d'un soliton dans $ 1,1\rangle$	102
6.5	Pertes inélastiques au voisinage de la résonance de Feshbach dans $ 1,1\rangle$	104
6.7	Séquence expérimentale d'évaporation dans $ 1,1\rangle$	106
6.6	Profil bimodal du condensat dans $ 1,1\rangle$	106
6.8	Lâcher du nuage dans une configuration 1D	107
6.9	Propagation d'un gaz parfait et d'un soliton dans un potentiel expulsant	108
6.10	Propagation unidimensionnelle d'un condensat pour différentes valeurs de a dans un potentiel expulsant	109
6.11	Propagation d'un gaz parfait et d'un soliton dans un potentiel expulsant	110
7.1	Imagerie Stern et Gerlach	115
7.2	Résonance de Feshbach dans ${}^6\text{Li } 1/2, 1/2\rangle$	118
7.3	Pertes sur la résonance de ${}^6\text{Li}$	119
7.4	Expansion anisotrope d'un gaz d'atomes froids	121
7.5	Expansion anisotrope d'un gaz de fermions en interactions fortes	124
7.6	Énergie d'interaction d'un gaz de Fermions dégénérés	127
8.1	Production et détection de molécules	136
8.2	Disparition du signal atomique	137
8.3	Efficacité de formation des molécules	138
8.4	Équilibre entre atomes et molécules	140
8.5	Température des atomes et molécules	141
8.6	Efficacité de formation moléculaire en fonction de l'évaporation des fermions	142
8.7	Durée de vie des molécules pour différentes valeurs de a	144
8.9	Séquence expérimentale pour le TdV d'un condensat de molécules	146
8.8	Observation de la condensation de ${}^6\text{Li}_2$	147
8.10	Énergie des molécules en fonction du champ magnétique	150
8.11	Évaporation dans le piège croisé	150
8.12	Condensat pur de molécules ${}^6\text{Li}_2$	151
8.13	Variation du taux de pertes à deux corps avec a	153
B.1	Structure des niveaux du Lithium	166
B.2	Structure des niveaux d'énergie de l'état excité $2p$ de ${}^6\text{Li}$	168

Introduction

La Mécanique Quantique divise les particules entre bosons et fermions, suivant leur comportement collectif [1]. Les systèmes de bosons, de spin entier, sont régis par la statistique de *Bose-Einstein* selon laquelle des bosons indiscernables chercheront à occuper tous ensemble le même état : c'est le phénomène d'*amplification bosonique*. Les fermions, de spin demi-entier sont, eux, régis par la statistique de *Fermi-Dirac*. Le *principe d'exclusion de Pauli* interdit à deux fermions indiscernables d'occuper le même état. Les différences entre les deux statistiques ne sont manifestes que quand le nombre d'états susceptibles d'être occupés devient comparable au nombre de particules. Les particules se trouvent alors dans le régime de *dégénérescence quantique*, dans lequel leurs fonctions d'ondes se recouvrent partiellement. Il faut pour cela que l'extension spatiale de ces fonctions d'onde devienne de l'ordre de la distance moyenne entre les particules. La densité n du gaz caractérise cette distance moyenne et la température T régit la longueur d'onde de de Broglie thermique $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ de particules de masse m . Un gaz est donc dégénéré quand il est suffisamment froid et dense pour que $\rho = n\lambda_{dB}^3$, sa densité dans l'espace des phases, soit de l'ordre de l'unité.

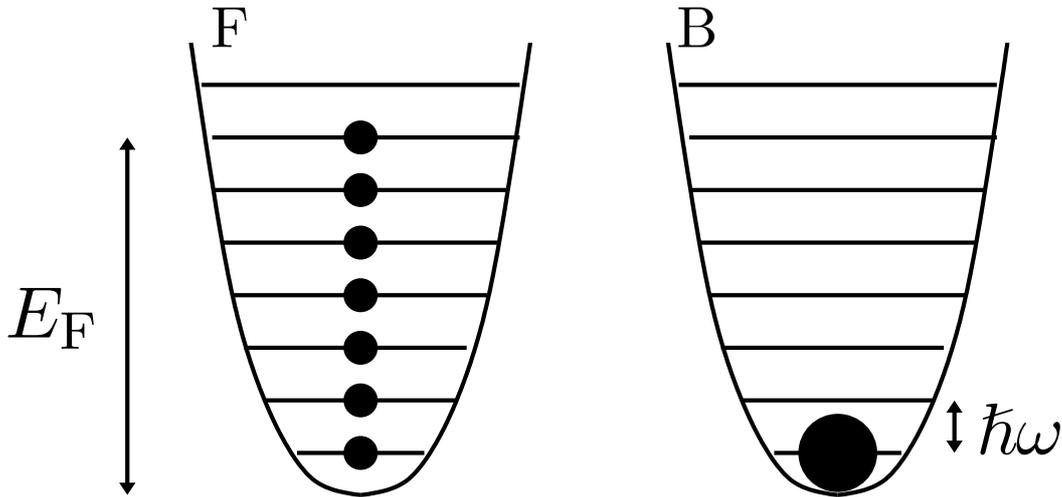


FIGURE 1 – Fermions (F) et bosons (B) sans interaction dans un piège harmonique de fréquence $\omega/(2\pi)$. À $T = 0$ les fermions forment une *mer de Fermi* peuplant, avec exactement un fermion par état, les niveaux d'énergie inférieurs de l'oscillateur harmonique. L'énergie du dernier niveau occupé est l'*énergie de Fermi* E_F . Dans leur état fondamental, les bosons occupent en revanche tous l'état fondamental du piège.

Les différences entre fermions et bosons sont particulièrement manifestes sur l'état fonda-

mental du système sans interaction (voir la figure 1). À température nulle, des bosons piégés occuperont tous le niveau d'énergie fondamental à un corps. Un ensemble de fermions peuplera les états de plus basse énergie avec exactement un fermion par état. L'énergie du dernier niveau occupé est l'énergie de Fermi E_F .

Un système de bosons subit au seuil de dégénérescence une transition de phase qui conduit une fraction macroscopique des particules à occuper l'état fondamental du système : ils forment alors un *condensat de Bose-Einstein* (noté CBE par la suite). La condensation de Bose-Einstein, prédite en 1924 par A. Einstein [2] intervient quand la température devient inférieure à la température de condensation T_{CBE} , d'autant plus élevée que la densité du gaz est élevée. Le comportement des bosons formant le condensat est régi par une unique fonction d'onde.

Jusqu'en 1995, les CBE n'existaient que dans des phases denses (comme ^4He superfluide) où le traitement théorique des interactions est délicat. La faible densité des gaz atomiques dilués en fait des sujets modèles pour l'étude des systèmes quantiques dégénérés, dans un régime d'interactions faibles et facilement modélisables pour des atomes *ultra froids* par la longueur de diffusion en onde s notée a . Son signe, positif ou négatif, gouverne la nature répulsive ou attractive de l'interaction effective et son amplitude en régit l'intensité. Les premiers CBE gazeux ont été obtenus en 1995 dans l'équipe de C. Wieman et E. Cornell travaillant sur le rubidium [3], puis par celle de W. Ketterle sur le sodium [4]. Cette réussite valut à ses auteurs le prix Nobel de Physique 2001 [5]. Le fait que les deux premiers atomes à avoir été condensés soient des alcalins n'est pas un hasard : le succès de ces expériences est le couronnement d'années de progrès dans le refroidissement (en particulier le refroidissement évaporatif) et le piégeage des gaz atomiques. Les avancées dans les techniques de refroidissement laser, particulièrement efficace sur les alcalins du fait de la simplicité de leur cortège électronique, avaient également valu à S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W. Phillips le prix Nobel de Physique 1997 [6]. Depuis, de nombreux autres CBE gazeux ont été produits : d'autres alcalins comme H [7] Li [8], K [9], l'autre isotope du rubidium [10] et Cs [11] (par numéro atomique croissant), ainsi que l'hélium métastable [12, 13] et Yb [14].

De nombreux systèmes de fermions sont naturellement dégénérés. C'est par exemple le cas des électrons libres d'un métal à température ambiante, et le même principe d'exclusion de Pauli explique aussi bien la table périodique des éléments de Mendeleïev que la stabilité des étoiles dites naines blanches. Malheureusement, il limite fortement les collisions élastiques entre fermions identiques à basse température, réduisant fortement l'efficacité du refroidissement évaporatif. On peut contourner ce problème en utilisant simultanément des particules distinguables des fermions pour effectuer un *refroidissement sympathique*. En utilisant deux états magnétiques différents de ^{40}K , l'équipe de D. Jin (JILA) a observé en 1999 les premières manifestations de la dégénérescence quantique dans un gaz de potassium fermionique [15] dont le degré de dégénérescence T/T_F atteignait 0,5. Nous avons, en 2001, obtenu un gaz dégénéré de lithium fermionique ^6Li à $T/T_F = 0,2$ en présence d'un condensat de Bose-Einstein de son isotope bosonique ^7Li , utilisé pour le refroidissement sympathique [16]. Depuis, d'autres équipes ont obtenu des gaz fermioniques dégénérés avec des températures de l'ordre de $0,1 T_F$, celle de M. Inguscio (LENS) utilisant le potassium [17] ainsi que celles de R. Hulet (Rice University) [18], de J. Thomas (Duke University) [19], de R. Grimm (Innsbruck) [20] et W. Ketterle (MIT) [21]

utilisant comme nous le lithium.

Les interactions entre les atomes d'un condensat sont à l'origine d'effets observés ces dernières années lors d'expériences spectaculaires. Par exemple, un condensat confiné dans un potentiel périodique et soumis à une interaction répulsive pourra subir une transition de phase analogue à la transition de Mott entre un métal et un isolant [22]. Lorsqu'elles sont trop importantes, des interactions attractives peuvent provoquer l'effondrement du condensat [23,24,25]. Dans un condensat unidimensionnel, elles peuvent en revanche permettre de réaliser un soliton d'ondes de matière qui, à la différence de la fonction d'onde d'une particule dans le vide, se propage sans étalement ni déformation [26,27,28].

Au contraire des bosons, un système de fermions ne subit pas de transition de phase au seuil de dégénérescence. En revanche, l'introduction d'interactions donne une dimension supplémentaire au problème. Les fermions sont alors susceptibles de s'apparier. Les paires ainsi formées sont bosoniques et peuvent à leur tour former un condensat de Bose-Einstein pour une température inférieure à une température critique T_C [29,30]. Dans les gaz atomiques, la nature de ces paires et du superfluide dépend de a . Pour a négatif et faible, la taille des paires est grande devant la distance moyenne entre particules [31] et la superfluidité est dite de type BCS (du nom de ses inventeurs J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer), analogue à celle des supraconducteurs [32] et de ^3He . Pour a positif et faible, les fermions forment des molécules bosoniques de taille petite devant la distance moyenne entre particules qui subissent une condensation de Bose-Einstein similaire à celle des gaz de bosons.

Dans un gaz atomique dilué, la longueur de diffusion peut être contrôlée expérimentalement au moyen de *résonances de Feshbach* [33,34,35]. Celles-ci permettent en effet de varier, au moyen d'un champ magnétique, l'intensité et le signe de a . L'utilisation d'une résonance de Feshbach dans un gaz de fermions dégénérés permettrait d'explorer le régime de la transition CBE \leftrightarrow BCS, un problème important et toujours ouvert de la physique à N corps [29,36,30,37,38,39]. Au début de ce travail de thèse, ^6Li semblait à cet égard très prometteur [40,41,42,43], certains auteurs prédisant une température de transition superfluide aussi élevée que $0,2T_F$ à la résonance [37,38].

Ce manuscrit présente les états quantiques remarquables que l'utilisation des résonances de Feshbach de ^7Li et ^6Li nous a permis de produire et d'étudier.

Nous avons tout d'abord observé pour la première fois la résonance de Feshbach existant dans l'état fondamental de ^7Li . Le contrôle qu'elle nous a donné sur la longueur de diffusion nous a permis de produire un condensat stable avec a positif puis, en inversant le signe de a , de réaliser le premier soliton d'onde de matière [44] dont la propagation sans déformation a été observée. Peu de temps après, l'équipe de R. Hulet produisait, également dans ^7Li , des trains de solitons [45,46].

Nous avons ensuite exploré la résonance de Feshbach entre les deux états de plus basse énergie de ^6Li . De manière surprenante les pertes d'atomes, localisées exactement à résonance pour des bosons se produisaient loin de la position prédite de la résonance (dans la région où a est positif), comme l'observait également l'équipe du MIT [47]. Ceci conférait une grande stabilité au gaz de fermions en interaction forte au voisinage immédiat de la résonance, où l'on pouvait craindre son effondrement pour a négatif et grand [41,48]. Dans ce régime nous avons montré pour la première fois que l'interaction effective est attractive au voisinage de la

résonance, indépendamment du signe de a . Ceci confirme les prédictions théoriques de calculs à N corps [49, 50, 51, 52]. Étrangement l'énergie devenait brusquement positive plus loin de résonance pour a positif, exactement dans la région des pertes. Il a alors été avancé [53] que la présence de molécules formées de deux fermions et stabilisées par le principe de Pauli, pouvait expliquer ce comportement surprenant de l'énergie d'interaction. Ces molécules, qui d'habitude disparaissent du piège dans les gaz de bosons, ont été mises en évidence d'abord dans le potassium au JILA [54], puis par notre équipe dans le lithium [55] (l'équipe de R. Hulet [56] a depuis produit des molécules en utilisant une autre résonance de Feshbach de ${}^6\text{Li}$). Nous avons montré que la durée de vie des molécules était remarquablement longue, de l'ordre de la seconde, contrairement aux gaz de bosons où elle n'excède pas quelques dizaines de millisecondes. De plus cette durée de vie augmente quand on se rapproche de la résonance, c'est-à-dire quand, paradoxalement, l'énergie de liaison des molécules diminue. Nous avons enfin observé la condensation de Bose-Einstein de ces molécules, (comme les équipes de D. Jin [57], W. Ketterle [58], R. Grimm [59] et J. Thomas [60]) réalisant ainsi la première limite du superfluide fermionique.

Ces résultats sont exposés selon le plan suivant.

Première Partie. La première partie de ce manuscrit présente les concepts théoriques généraux dont nous aurons besoin dans la suite. Le premier chapitre constitue une introduction au problème des collisions entre atomes ultra-froids. Nous décrivons ensuite le phénomène de la résonance de Feshbach, au voisinage de laquelle la longueur de diffusion diverge en changeant de signe. La résonance est responsable de l'apparition d'un état moléculaire de faible énergie de liaison pour a grand et positif. Le deuxième chapitre rappelle des résultats bien connus sur la condensation de Bose-Einstein. On y étudie en particulier le cas des interactions attractives qui peuvent causer l'effondrement d'un condensat tridimensionnel mais également assurer la stabilité d'un soliton. Le troisième chapitre décrit le comportement de fermions dégénérés et certaines conséquences du principe de Pauli, en particulier la quasi-absence d'interactions entre fermions polarisés ultra-froids. Il se termine par une présentation succincte de la superfluidité fermionique.

Deuxième Partie. Cette partie est consacrée à nos « outils » expérimentaux. Le quatrième chapitre présente les résonances de Feshbach que nous avons utilisées dans ${}^6\text{Li}$ et ${}^7\text{Li}$. Le cinquième chapitre reprend brièvement les résultats des deux premières thèses de notre équipe [61, 62], aboutissant à la production d'un gaz de bosons et de fermions simultanément dégénérés, puis présente les modifications que nous y avons apportées afin d'explorer les résonances de Feshbach, en particulier l'installation d'un piège optique, capable de confiner tous les états magnétiques et de réaliser le confinement unidimensionnel nécessaire à la production d'un soliton. On y détaille également le problème particulier de la thermométrie d'un gaz de fermions, délicate car le profil de densité de fermions dans un piège varie très peu avec la température quand le nuage est dégénéré.

Troisième Partie. Après les deux premières parties, tous les éléments sont réunis pour aborder la manipulation des gaz quantiques au moyen des résonances de Feshbach. Le sixième chapitre est dédié à la production du premier soliton d'onde de matière, dont la propagation sans déformation a été observée sur une distance d'environ 1 mm. La résonance a d'abord

été utilisée pour créer les conditions d'interaction répulsive favorables à la production d'un condensat dans le piège optique. Elle a ensuite permis d'ajuster la longueur de diffusion à une valeur négative permettant la production du soliton. Les deux chapitres suivants sont consacrés à l'étude d'un gaz de fermions en régime d'interaction forte. Dans le septième chapitre nous explorons toute la région de la résonance. Nous constatons tout d'abord la stabilité du gaz et présentons la technique que nous avons utilisée pour mesurer le rapport de l'énergie d'interaction sur l'énergie cinétique en observant l'expansion du gaz en présence ou en absence d'interaction. Au dernier chapitre nous élucidons certains résultats étranges des mesures d'énergie du septième chapitre en prouvant la présence de molécules stables de fermions faiblement liés, produites en traversant la résonance de la région où a est négatif vers la région où a est positif. Nous observons finalement leur condensation de Bose-Einstein, et vérifions expérimentalement les lois récemment établies [63] donnant la longueur de diffusion entre molécules et la variation de leur taux de pertes inélastiques à deux corps.

Première partie

Zoologie des gaz dégénérés

Sommaire

1	Interactions dans les gaz ultra-froids	21
1.1	Éléments de théorie des collisions froides	21
1.1.1	Nature des interactions et vocabulaire	21
1.1.2	Diffusion élastique en mécanique quantique	22
1.1.3	Limite de basse énergie : longueur de diffusion a	23
1.1.4	Cas des particules identiques : bosons et fermions	24
1.1.5	Un potentiel modèle simple	25
1.2	Résonances de Feshbach	26
1.2.1	Couplage entre états internes différents : calculs multicanaux	26
1.2.2	Résonance avec un état lié	27
1.2.3	Importance pour les atomes froids	30
2	Les bosons	31
2.1	La condensation de Bose-Einstein : cas du gaz parfait	31
2.1.1	Le phénomène de condensation	31
2.1.2	Bosons dégénérés à température non nulle	33
2.2	Équation de Gross-Pitaevskii	34
2.2.1	Bosons en interaction dans un potentiel extérieur	35
2.2.2	Effet des interactions : approximation de Thomas-Fermi pour g positif	37
2.2.3	Effondrement du condensat pour N grand avec g négatif	38
3	Les fermions	41
3.1	Fermions sans interaction	41
3.1.1	Mer de Fermi	41
3.1.2	Approximation de Thomas-Fermi	42
3.2	Effets à N corps dans un gaz de fermions	44
3.2.1	Blocages dus aux principe de Pauli	44
3.2.2	Réchauffement par pertes à un corps	45
3.2.3	Résonance de Feshbach dans une mer de Fermi	46
3.3	Superfluidité des fermions en interaction dans les gaz de fermions froids	46
3.3.1	Interaction faiblement attractive : paires de Cooper et état BCS	47
3.3.2	Interaction faiblement répulsive : condensat de molécules	49

3.3.3	Une résonance de Feshbach pour étudier la transition CBE→BCS	50
-------	--	----

Chapitre 1

Interactions dans les gaz ultra-froids

Nous présentons dans ce chapitre une introduction sommaire au problème des collisions entre atomes alcalins ultra froids. Elle est sommaire au sens qu'elle emprunte trop de raccourcis pour permettre au lecteur de refaire les calculs menant aux résultats qu'elle présente. Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur aux ouvrages de référence sur le sujet [64, 65, 66]. Nous introduisons seulement les concepts et les grandes lignes de la dérivation des résultats nécessaires pour la suite de cette thèse. Ce faisant, nous traiterons du problème à deux corps entre fermions ou bosons, préalable nécessaire à l'étude des systèmes comportant de nombreuses particules. Le rôle de ces interactions dans les gaz de fermions ou bosons dégénérés sera détaillé dans les deux chapitres suivants. Nous allons tout d'abord rappeler les résultats fondamentaux concernant les collisions froides, en particulier le fait que très souvent elles peuvent être modélisées par un seul paramètre nommé *longueur de diffusion* dont le signe détermine la nature attractive ($a \leq 0$) ou répulsive ($a \geq 0$) de l'interaction. Nous verrons ensuite que, dans les gaz atomiques dilués, l'amplitude et le signe de ce paramètre peuvent être ajustés au moyen d'un champ magnétique grâce à une *résonance de Feshbach*. On dispose ainsi d'une grande maîtrise expérimentale sur les interactions entre particules.

1.1 Éléments de théorie des collisions froides

1.1.1 Nature des interactions et vocabulaire

Considérons l'hamiltonien du système de deux atomes alcalins dans leur état fondamental, de même masse m pour simplifier :

$$H = H_0^1 + H_0^2 + H_{\text{int}} \quad (1.1)$$

où H_0^1 et H_0^2 sont les hamiltoniens à un corps des atomes 1 et 2 respectivement et H_{int} l'hamiltonien d'interaction interatomique. En présence d'un champ magnétique orienté suivant la direction z , l'hamiltonien à un corps peut s'écrire [67] :

$$H_0^i = \frac{p_i^2}{2m} + A_{\text{hf}} \mathbf{S}_i^e \cdot \mathbf{S}_i^n + \gamma_e S_{z,i}^e B \quad i = \{1, 2\}, \quad (1.2)$$

où A_{hf} décrit le couplage hyperfin, \mathbf{S}^e et \mathbf{S}^n sont respectivement les spins électronique et nucléaire. Le terme $\gamma_e S_z^e B$ décrit le couplage de \mathbf{S}^e au champ magnétique, responsable de l'effet Zeeman, avec γ_e le moment magnétique associé au spin de l'électron¹. H_{int} peut, quant à lui, être écrit, en négligeant les termes d'interaction entre dipôles magnétiques [67, 66] :

$$H_{\text{int}} = V_S(\mathbf{r})\mathcal{P}_S + V_P(\mathbf{r})\mathcal{P}_P, \quad (1.3)$$

où \mathcal{P}_S (\mathcal{P}_P) est le projecteur sur les sous-espaces de spin électronique total $S_{\text{tot}} = 0$ ($S_{\text{tot}} = 1$)². $V_S(\mathbf{r})$ ($V_P(\mathbf{r})$) est le potentiel d'interaction correspondants nommé singulet (triplet) et \mathbf{r} le vecteur reliant le centre de masse des deux atomes. On peut s'étonner de l'apparition des degrés de liberté interne dans un hamiltonien d'interaction coulombienne ne dépendant que des distributions de charge de chaque atome et pas de leur spin. C'est bien sûr le principe de Pauli qui couple le spin et le mouvement orbital électroniques. La fonction d'onde totale (spin et mouvement orbital) devant être antisymétrique vis-à-vis de l'échange des deux électrons, la partie de spin sera antisymétrique (resp. symétrique) si celle du mouvement relatif des électrons est symétrique (resp. antisymétrique). La partie V_S (V_P) correspondra alors une fonction d'onde antisymétrique (symétrique) de spin et symétrique (antisymétrique) pour les orbites électroniques.

Les états hyperfins notés $|F, m_F\rangle$ sont par construction états propres de H_0 pour $B = 0$. En revanche dès que $B \neq 0$, les interactions Zeeman mélangent ces états. Nous continuerons néanmoins dans toute la suite à nommer $|F, m_F\rangle$ les états propres de H_0 en champ magnétique non nul dont la limite à $B = 0$ est $|F, m_F\rangle$ (la dépendance de l'énergie de ces états en fonction de B est donnée par les équations B.2 de l'annexe B).

1.1.2 Diffusion élastique en mécanique quantique

L'hamiltonien 1.3 ne dépendant que de la séparation entre les deux atomes, l'étude des collisions entre les deux atomes peut alors se ramener, selon une procédure standard, à celle de la diffusion d'une particule fictive de masse $\mu = m/2$ par le potentiel H_{int} . Nous allons maintenant rappeler quelques résultats de la théorie de la diffusion en mécanique quantique.

Le problème à résoudre est le suivant. On envoie, en $t = -\infty$, $\mathbf{r} = -\infty$ un paquet d'onde de vecteur d'onde moyen \mathbf{k} sur un centre diffuseur situé en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ et on cherche à déterminer la fonction d'onde en $t = +\infty$. On peut montrer [64] que ce problème est équivalent à rechercher l'état stationnaire de l'hamiltonien $H = \mathbf{P}^2/(2\mu) + H_{\text{int}}$ (H_{int} sera noté V pour alléger les expressions par la suite) dont le comportement asymptotique pour $r \rightarrow \infty$ est donné par :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \propto e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')e^{ikr}/r. \quad (1.4)$$

où $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ et $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$. L'indice k se réfère à l'énergie de l'état stationnaire ψ : $E_k = \hbar^2 k^2/(2\mu)$. Physiquement cet état est la superposition de l'onde plane incidente et d'une onde sortante, sphérique si $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ ne dépend que de k par exemple³.

¹On néglige ici l'interaction des moments magnétiques des noyaux avec le champ magnétique, à peu près 1/1800 fois plus faible.

² $S_i = 1/2$ pour des alcalins dans leur niveau fondamental

³Les collisions inélastiques seraient traitées en cherchant la diffusion vers un état avec $k' \neq k$

La fonction $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ est donnée par l'équation implicite :

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \psi_k(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1.5)$$

avec $\mathbf{k}' = k\mathbf{n}'$.

La détermination de $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ permet de remonter :

- à la section efficace différentielle $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{k}, \Omega)$ qui donne la fraction de l'onde incidente qui sera diffusée dans la direction \mathbf{n}' :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{k}, \Omega) = |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2, \quad (1.6)$$

- à la section efficace $\sigma(\mathbf{k})$ qui donne la fraction totale diffusée dans une direction différente de la direction incidente :

$$\sigma(\mathbf{k}) = \int |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 d\Omega. \quad (1.7)$$

1.1.3 Limite de basse énergie : longueur de diffusion a

L'équation permettant d'obtenir $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ n'est généralement pas soluble analytiquement pour tout V . Néanmoins dans certaines limites, pertinentes dans le domaine des atomes froids, on obtient des résultats remarquables de simplicité.

Les potentiels d'interactions coulombiennes sont à symétrie sphérique : $V(\mathbf{r}) = V(r)$. On a alors intérêt à décomposer l'expression 1.4 sur la base des harmoniques sphériques $l = 0 : s$, $l = 1 : p$, $l = 2 : d \dots$. La symétrie sphérique de V assure alors que celui-ci ne couplera pas entre elles des harmoniques sphériques différentes. La recherche d'une solution de l donné fera alors intervenir le potentiel effectif :

$$V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}, \quad (1.8)$$

somme de V et d'une *barrière centrifuge*. A longue distance, le terme principal de V est l'interaction de Van der Waals en $-1/r^6$ qui décroît plus vite que le potentiel d'énergie centrifuge en $1/r^2$. L'allure du potentiel effectif résultant est représentée sur la figure 1.1).

Dans le cas du potentiel de Van der Waals défini précédemment, et pour $l = 1$, la hauteur de la barrière est $E_{\text{barr}} = \hbar^2 / (3\sqrt{3}\mu a_c^2)$, avec $a_c = (2\mu C_6 / \hbar^2)^{1/4}$. La longueur a_c apparaît comme la portée caractéristique du potentiel. On peut alors comprendre que si l'énergie cinétique disponible pour la collision E_{cin} est inférieure à E_{barr} , la particule sera simplement réfléchiée par la barrière centrifuge et ne « sentira » pas le potentiel d'interaction : il n'y aura alors pas de diffusion dans les ondes p, d, \dots mais seulement en onde s . C'est le régime des atomes *ultra-froids* où la diffusion est isotrope. $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ est alors indépendant de \mathbf{n} et \mathbf{n}' et on peut définir la *longueur de diffusion en onde s* notée a par :

$$a = -\lim_{k \rightarrow 0} f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\lim_{k \rightarrow 0} f(k). \quad (1.9)$$

La connaissance de a est alors suffisante pour décrire les collisions à basse énergie au moyen des relations 1.6 et 1.7. En particulier la partie réelle de a détermine, dans le régime d'interaction faible où $ka \ll 1$, l'énergie de champ moyen vue par une particule se déplaçant dans un ensemble

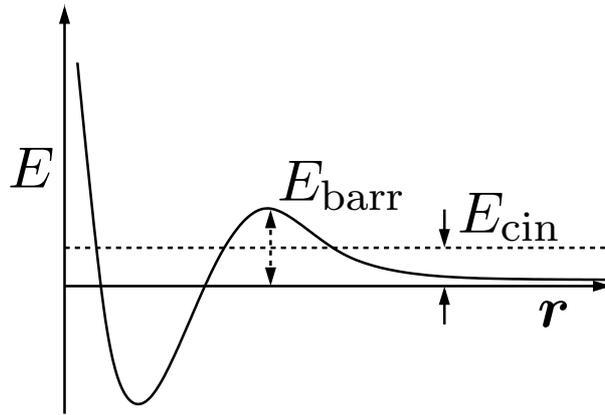


FIGURE 1.1 – Allure du potentiel effectif d’interaction coulombien entre deux atomes. Pour $l \neq 0$, la présence d’une barrière de potentiel de hauteur E_{barr} due au terme centrifuge $\hbar^2 l(l+1)/(2mr^2)$ empêche une particule d’énergie incidente $E_k \leq E_{\text{barr}}$ de ressentir les effets du cœur du potentiel.

de particules de densité n qui vaut $4\pi\hbar^2 a/m$ [65]. On constate ici que, bien que les potentiels d’interaction sont attractifs aux distances typiques entre particules dans un gaz dilué, la nature de l’interaction effective sera répulsive quand a est positive et négative quand a est négative.

1.1.4 Cas des particules identiques : bosons et fermions

Jusque-là, nous n’avons pas imposé la symétrisation des fonctions d’onde, nécessaire pour des atomes identiques. Or les expériences d’atomes froids piègent souvent des atomes dans un seul état de spin. On doit alors traiter le problème de particules identiques.

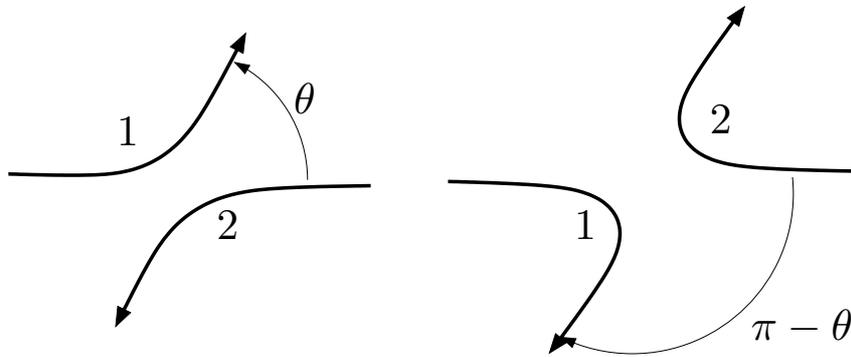


FIGURE 1.2 – Diffusion de particules identiques. La diffusion sous les angles θ et $\pi - \theta$ sont indistinguables pour des particules identiques. Leurs amplitudes de diffusion doivent donc être ajoutées (resp. soustraites) pour des bosons (resp. fermions).

Considérons la diffusion de deux particules 1 et 2 identiques dans leur référentiel de centre de masse, représentée sur la figure 1.2. La diffusion est caractérisée par l’angle θ sous lequel diffuse la particule 1 (par conservation de l’impulsion totale, la particule 2 diffusera sous l’angle $\pi - \theta$). Comme les particules sont identiques, les états initiaux et finaux correspondant à une diffusion sous les angles θ et $\pi - \theta$ pour la particule 1 sont indiscernables. La symétrisation (resp. antisymétrisation) requise de ces états pour des bosons (resp. fermions) impose alors

d'additionner (resp. soustraire) les amplitudes de diffusion correspondantes. Les propriétés de symétrie des harmoniques sphériques assurent alors que la contribution des ondes paires : $s, d \dots$ sera doublée (nulle) et celle des ondes impaires : $p, f \dots$ sera nulle (doublée).

On obtient alors, dans la limite $k \rightarrow 0$ où seules les ondes s paires interviennent, d'après 1.9 et 1.7 :

$$\text{Particules distinguables : } \sigma = 4\pi a^2 \quad (1.10)$$

$$\text{Bosons : } \sigma = 8\pi a^2 \quad (1.11)$$

$$\text{Fermions : } \sigma = 0 \quad (1.12)$$

On observe là un résultat remarquable concernant les fermions : à basse température un gaz de fermions polarisés se comporte comme un gaz parfait sans interactions. Ceci a d'importantes conséquences. Comme on le verra au chapitre 5, l'absence de collisions élastiques entre fermions polarisés impose d'utiliser un mélange de gaz différents pour utiliser la technique du refroidissement évaporatif. L'absence d'énergie d'interaction dans un gaz de fermions polarisés confère un grand intérêt à leur utilisation dans des horloges atomiques [68,69] : on s'affranchit ainsi des effets de déplacement collisionnel [70].

Bien sûr la section efficace n'est pas strictement nulle du fait des contributions des harmoniques impaires d'ordre supérieur (p, f) car l'impulsion relative de deux fermions n'est jamais exactement nulle, même à température nulle.

1.1.5 Un potentiel modèle simple

La plupart du temps, il est difficile de connaître les véritables potentiels d'interaction interatomiques avec la précision nécessaire pour calculer les propriétés de diffusion. En revanche, on peut déterminer expérimentalement la longueur de diffusion a , par exemple par mesures spectroscopiques [66]. On choisira alors un potentiel modèle, simple à utiliser dans des calculs, de telle sorte qu'il redonne la bonne valeur de a . Le premier choix qui viendrait à l'esprit serait un potentiel de contact en $\delta(\mathbf{r})$ où \mathbf{r} est la séparation entre atomes. Cependant, celui-ci donne une longueur de diffusion nulle [65]. On peut en revanche choisir d'utiliser le *pseudo-potentiel* régularisé $V(\mathbf{r})$ [71] dont l'action sur toute fonction d'onde $\psi(\mathbf{r})$ est donnée par :

$$V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})\frac{d}{dr}r(\psi(\mathbf{r})). \quad (1.13)$$

On peut montrer que ce potentiel n'a d'effet que sur la diffusion en onde s et il est alors simple de calculer $f(k)$:

$$f(k) = \frac{-a}{1 + ika} \quad \text{avec} \quad a = \frac{mg}{4\pi\hbar^2} \quad (1.14)$$

où m est la masse d'un atome. Ayant déterminé a expérimentalement, on choisira l'intensité du pseudopotentiel $g = 4\pi\hbar^2 a/m$. Signalons que l'expression 1.14 est valable au premier ordre⁴ en k , bien qu'on ait seulement imposé au pseudopotentiel de redonner la bonne limite pour l'amplitude de diffusion en $k = 0$.

⁴Cette expression au premier ordre est par ailleurs imposée par le *théorème optique* [72] qui traduit la conservation du courant de probabilités.

On peut résumer les sections efficaces de collision élastique en onde s :

$$\text{Particules discernables : } \sigma(k) = \frac{4\pi a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (1.15)$$

$$\text{Bosons : } \sigma(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (1.16)$$

$$\text{Fermions : } \sigma(k) = 0 \quad (1.17)$$

Pour finir, considérons le cas où il existe dans le potentiel d'interaction V un état lié très proche du continuum. Un résultat très général⁵ assure alors que dans ce cas la longueur de diffusion est reliée à l'énergie de liaison E_l de cet état par :

$$E_l = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2} = \frac{\hbar^2}{ma^2}. \quad (1.18)$$

En particulier on a une résonance de diffusion quand l'énergie de liaison tend vers 0 en onde s . Dans les ondes d'ordre supérieur, la résonance peut exister, à énergie incidente finie et donc à température finie, avec un état quasi lié grâce à la barrière d'énergie cinétique (voir la figure 1.1). Il s'agit alors d'une *résonance de forme*.

1.2 Résonances de Feshbach

En raisonnant implicitement avec des états initiaux et finaux décrits uniquement par un vecteur d'onde, sans s'occuper de leur spin, nous avons pour l'instant laissé de côté la structure interne des atomes dans la discussion des états de diffusion. Or l'hamiltonien d'interaction H_{int} fait intervenir les projecteurs \mathcal{P}_S et \mathcal{P}_T sur les états singulet et triplet pour le spin électronique total. Comme un atome polarisé dans un champ magnétique se trouve dans un état propre de l'hamiltonien 1.2, le spin électronique total de deux atomes polarisés n'est pas dans un état propre de ces projecteurs du fait du couplage entre les spins électronique et nucléaires de 1.2. Ainsi l'hamiltonien couplera, par l'intermédiaire des projecteurs \mathcal{P}_S et \mathcal{P}_T , des atomes dans des paires d'états internes différents [73, 74].

1.2.1 Couplage entre états internes différents : calculs multicanaux

Le traitement présenté précédemment pour les degrés de liberté externes reste valide, la partie décrivant les degrés de liberté internes de l'état stationnaire de diffusion devenant une superposition de paires d'états internes, chacune avec sa fonction d'onde spatiale. On parle alors de *calculs multicanaux* où un canal représente une paire d'états internes différente. Les principes de ces calculs sont par exemple rappelés dans [66, 74]. On nomme *canal entrant* l'état interne initial dans lequel se trouve le système des deux atomes participant à la collision. Une collision élastique correspondra à des canaux entrant et sortant identiques.

On peut présenter une image simple dans le cas où ces canaux correspondent à des états propres du spin électronique total, ce qui n'est légitime que si l'interaction entre les spins

⁵voir par exemple les calculs de la longueur de diffusion dans un potentiel carré et dans un potentiel de Van der Waals effectués dans [65].

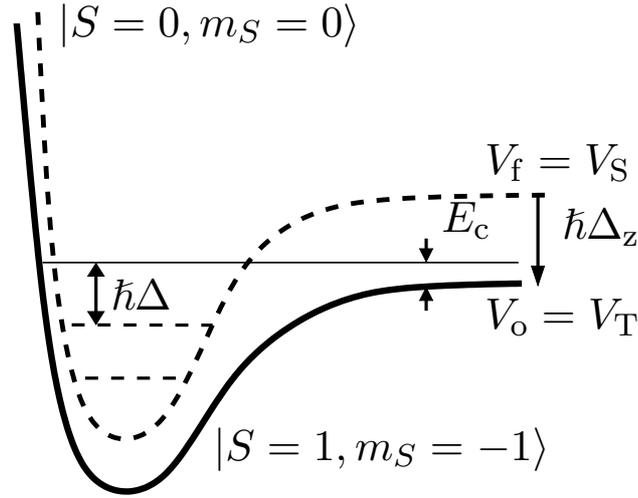


FIGURE 1.3 – Résonance de Feshbach : V_o (resp. V_f) est le potentiel dans le canal ouvert $S = 1, m_S = -1$ (resp. fermé $S = 0, m_S = 0$), $\hbar\Delta$ est la différence d'énergie entre l'énergie dans le canal entrant et celle de l'état lié le plus proche, $E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$ est l'énergie cinétique disponible dans le canal ouvert. Le décalage $\hbar\Delta_z$ est du aux décalages Zeeman différents dans chaque canal.

électronique et nucléaire 1.2 est négligeable devant l'effet Zeeman, c'est-à-dire à grand champ B . Le potentiel d'interaction interatomique est alors le potentiel singulet (resp. triplet) dans les canaux de spin électronique total $S_{\text{tot}} = 0$ (resp. $S_{\text{tot}} = 1$). L'effet du champ magnétique sur les interactions est simplement de décaler les courbes de potentiel des différents états $|S, m_S\rangle$ par effet Zeeman. La courbe 1.3 représente par exemple les potentiels d'interaction pour les $|S = 0, m_S = 0\rangle$ et $|S = 1, m_S = -1\rangle$ (on a omis $|S = 1, m_S = 0\rangle$ et $|S = 1, m_S = +1\rangle$ pour alléger le dessin). Le décalage entre les deux courbes dépend du champ magnétique B selon $\hbar\Delta_z = -\mu_B B$. L'effet du couplage entre les spins électronique et nucléaire est d'introduire un couplage entre les différents canaux.

Notons $E_c = \hbar^2 k^2 / (2\mu)$ l'énergie cinétique disponible dans le canal entrant, on a $E_{\text{tot}} = E_c + \epsilon_{en}$ où E est l'énergie totale et ϵ_{en} l'énergie interne dans le canal entrant. On est alors amené à distinguer les canaux suivant le signe de $E_{\text{tot}} - \epsilon_i$ où ϵ_i est l'énergie interne dans le canal i . Pour $E_{\text{tot}} \geq \epsilon_i$, on recherche un véritable état de diffusion situé dans le continuum au-dessus du potentiel d'interaction interatomique : on parle alors de *canal ouvert* ($|S = 1, m_S = -1\rangle$ dans notre exemple). En revanche, pour $E_{\text{tot}} \leq \epsilon_i$, il s'agit d'un état situé en dessous du continuum, on parlera alors de *canal fermé* ($|S = 0, m_S = 0\rangle$).

1.2.2 Résonance avec un état lié

longueur de diffusion

Le phénomène de *résonance de Feshbach* se produit quand l'énergie du système dans le canal d'entrée (nécessairement ouvert) coïncide avec l'énergie d'un état lié dans un canal fermé⁶.

⁶Cet état n'est lié qu'en l'absence de couplage avec le canal ouvert. Il acquiert une durée de vie finie du fait de ce couplage.

Comme nous allons le voir, la longueur de diffusion a diverge lors d'une telle résonance. L'énergie interne dans chaque canal dépendant différemment du champ magnétique, on pourra créer cette condition de résonance en variant un champ magnétique homogène.

Le traitement théorique exact de ces résonances pourra être consulté dans [40,74] et son application aux collisions entre les isotopes du lithium dans [40,75]. Nous présentons dans l'annexe A un modèle à deux canaux, épuré au maximum, dû à J. Dalibard [76]. On obtient l'expression 1.19 de la longueur de diffusion en fonction du champ magnétique, dont l'allure est donnée sur la figure 1.4 :

$$a = a_{bg} \left(1 - \frac{\Gamma}{\Delta - \Delta_0} \right). \quad (1.19)$$

Elle présente une résonance pour une valeur du champ magnétique telle que $\Delta = \Delta_0$. Signalons ici que cette résonance ne se produit pas exactement pour $\Delta = 0$, c'est-à-dire quand l'énergie d'un couple de particules au repos dans le canal ouvert serait égale à celle de l'état lié du canal fermé en l'absence de couplage.

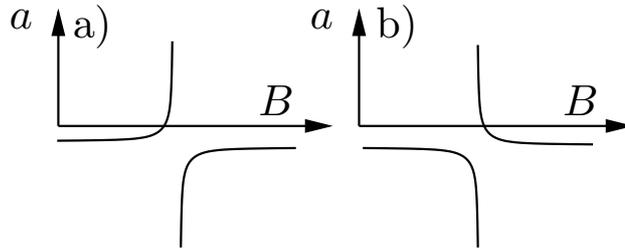


FIGURE 1.4 – Allure de la variation de la longueur de diffusion avec le champ magnétique autour d'une résonance de Feshbach pour une longueur de fond a_{bg} négative. a) $\hbar\Delta/B \geq 0$, ie différence négative entre les moments magnétiques dans le canal ouvert et le canal fermé. b) $\hbar\Delta/B \leq 0$, ie différence positive.

État faiblement lié

Les calculs présentés dans l'annexe A montrent également qu'au voisinage de la résonance, il existe, dans la région $a \geq 0$ un état lié du système à deux corps de faible énergie de liaison, donnée par $E_1 = \hbar^2/(ma^2)$ proche de résonance. Cette relation entre l'énergie de liaison et la longueur de diffusion est d'ailleurs la même que celle donnant la longueur de diffusion dans une modèle à un seul canal dans le cas où il existe dans le potentiel d'interaction un état lié d'énergie très proche du continuum. Il peut paraître paradoxal que cet état lié soit obtenu pour les valeurs positives de a pour lesquelles l'énergie d'interaction effective est répulsive. Il faut cependant garder à l'esprit qu'il existe toujours plusieurs états liés dans le potentiel d'interaction. L'état que l'on vient d'étudier a seulement ceci de remarquable qu'il est très proche de résonance.

On peut alors tracer le schéma 1.5. L'état lié n'existe que pour $\Delta \leq \Delta_0$ (région de $a \geq 0$) et son énergie vaut $-\hbar^2/(ma^2)$ pour $|\Delta - \Delta_0| \ll \Delta_0$ puis tend asymptotiquement vers $-\hbar\Delta$.

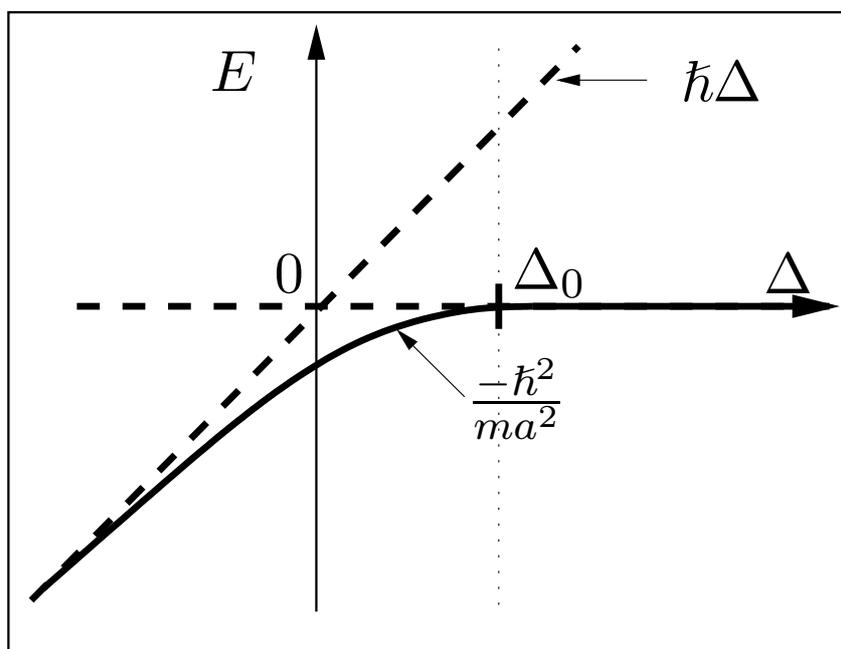


FIGURE 1.5 – Énergie de l'état lié au voisinage d'une résonance de Feshbach en fonction de Δ (ligne continue épaisse). Les lignes en traits interrompus représentent les énergies dans les canaux ouvert et fermé en l'absence de couplage. Le lieu de la résonance (divergence de a) est représenté par la ligne en pointillés.

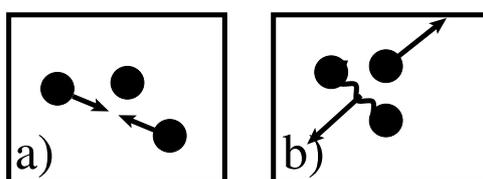


FIGURE 1.6 – Formation d'une molécule par recombinaison à trois corps. a) avant la collision, dans le référentiel du centre de masse des deux particules qui vont former la molécule. b) après la collision, la molécule emporte une énergie cinétique égale aux $2/3$ de $E_l + E_c$ où E_l est l'énergie de liaison ($E_l \geq 0$) et E_c l'énergie cinétique disponible initialement. La troisième particule emporte le tiers restant.

1.2.3 Importance pour les atomes froids

La dépendance en champ magnétique de a de l'équation 1.19 permet alors, en variant B , de changer à la fois l'amplitude et le signe de a . Les propriétés collisionnelles en onde s du gaz sont alors complètement maîtrisées expérimentalement.

On peut également utiliser une résonance de Feshbach pour, partant d'une paire d'atomes dans le canal d'entrée, former l'état lié intervenant dans la résonance. Deux stratégies sont envisageables :

Par collisions La conservation de l'énergie et de l'impulsion totales au cours d'une collision interdit de former une molécule à partir de seulement deux atomes. Dans un tel processus, en effet, l'énergie initiale du système dans le référentiel de leur centre de masse serait l'énergie cinétique des deux atomes, positive. Comme l'énergie cinétique finale doit être nulle par conservation de l'impulsion, l'énergie totale serait l'énergie de liaison de la molécule $-|E_1|$, négative. Néanmoins, la participation d'un troisième atome à la collision rend possible la formation de la molécule, le troisième atome « emportant » l'énergie de liaison sous forme d'énergie cinétique, voir la figure 1.6. Il s'agit alors d'une formation par *recombinaison à 3 corps*. Au voisinage immédiat d'une résonance de Feshbach, l'énergie de liaison $E_1 = -\hbar^2(ma^2)$ peut-être arbitrairement petite, ce qui, comme on le verra plus loin, permettra de garder les molécules dans le piège.

Par passage adiabatique Le canal ouvert de diffusion et le canal fermé intervenant dans la résonance de Feshbach sont deux états dont les énergies varient en fonction du champ magnétique B et sont, si l'on ne considère pas le couplage entre ces états, égales exactement à résonance. Selon un résultat bien connu de mécanique quantique, le couplage conduit à une modification des niveaux d'énergie de manière à éviter le croisement [72]. Loin de la résonance, les nouveaux états propres du système sont les états non perturbés mais le couplage relie, d'un côté à l'autre de la résonance, l'état moléculaire à l'état du canal d'entrée. On peut ainsi produire une molécule à partir de deux atomes en variant B à travers la résonance. Les contraintes sur l'énergie et l'impulsion sont ici levées car le couplage est dépendant du temps. D'une certaine manière, l'énergie de liaison est enlevée par le travail du champ magnétique.

Nous reviendrons dans le chapitre 8 sur cette utilisation des résonances de Feshbach qui nous a effectivement permis, ainsi qu'à d'autres équipes, de produire des molécules [55, 54, 56, 77].

Chapitre 2

Les bosons

Nous présentons dans ce chapitre des résultats élémentaires sur le comportement des bosons dans le régime de dégénérescence quantique, atteint quand la densité dans l'espace des phases devient de l'ordre de l'unité. Ceux-ci subissent alors une *condensation de Bose-Einstein* et forment un condensat de Bose Einstein (CBE) quand leur température devient inférieure à la température de condensation T_{CBE} . Dans un tel condensat, une fraction macroscopique des atomes occupe le même état quantique. Ce phénomène est présenté d'abord dans le cas général d'un gaz homogène sans interactions puis nous nous intéressons au cas d'un gaz en interactions dans un piège harmonique, cadre naturel pour les expériences sur les gaz d'atomes froids. Nous nous intéresserons particulièrement au cas de bosons en interaction attractive. Nous verrons en particulier que dans un système unidimensionnel le condensat réalise un soliton d'onde de matière, une fonction d'onde localisée en l'absence de confinement qui se propage sans s'étaler. Nous envisagerons ensuite la réalisation de ces conditions dans un système tridimensionnel réaliste.

2.1 La condensation de Bose-Einstein : cas du gaz parfait

Nous allons étudier dans cette section la condensation de Bose Einstein de bosons sans interaction, d'abord dans un système homogène puis confinés dans un piège harmonique. Nous verrons que la dégénérescence quantique, atteinte pour une densité suffisamment importante et une température suffisamment basse conduit à la population macroscopique de l'état fondamental du système. Les résultats suivants sont bien connus théoriquement [78, 25] et ne seront pas redémontrés complètement.

2.1.1 Le phénomène de condensation

gaz de bosons homogène

Considérons un gaz de bosons identiques, sans interaction, dans une boîte. À la limite thermodynamique, le nombre moyen de particules dans un état d'énergie ϵ s'écrit :

$$N_\epsilon = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1}, \quad (2.1)$$

où $\beta = 1/k_B T$ avec k_B la constante de Boltzmann, T la température et μ le potentiel chimique. Cette relation n'aura de sens que pour $N_\epsilon \geq 0$, ce qui impose d'avoir $\mu < \epsilon_0$ où ϵ_0 est l'énergie du niveau fondamental.

On obtient l'expression implicite du potentiel chimique μ en fonction du nombre d'atomes N et de la température par l'équation de normalisation :

$$N = \sum_{\epsilon} N_{\epsilon} = \sum_{\epsilon} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}} \quad (2.2)$$

La sommation de l'équation 2.2 peut s'effectuer analytiquement, en passant à la limite continue en remplaçant la somme sur les niveaux d'énergie par une intégrale, et en utilisant la densité d'états dans une boîte :

$$\rho(\epsilon) = \frac{Vm^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3 \sqrt{2}} \sqrt{\epsilon}. \quad (2.3)$$

On obtient :

$$N = \frac{V}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}(z) \quad (2.4)$$

où $z = e^{\beta\mu}$ est nommée la *fugacité* du gaz. $g_{3/2}$ est la *fonction de Bose*

$$g_{3/2}(z) = \sum_{l=1}^{l=\infty} \frac{z^l}{l^{3/2}}$$

Le problème peut alors être résolu numériquement pour peu que l'équation $n\lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(z)$ admette une solution avec $0 < z < e^{\beta\epsilon_0} = 1$ ¹. Cependant, comme on peut le voir sur la courbe 2.1, $g_{3/2}$ reste toujours inférieure à $g_{3/2}(1) = \zeta(3/2) \simeq 2,612$. Quand $n\lambda_{\text{dB}}^3$, c'est à dire la densité dans l'espace des phases, atteint cette valeur critique, l'équation 2.4 n'admet plus de solution. Cette incohérence provient en fait du passage de la somme discrète à l'intégrale qui revient à supprimer la contribution de la population de l'état fondamental, la densité d'état en $\epsilon_0 = 0$ valant 0. Il faut donc traiter séparément la population de l'état fondamental $[\exp(\beta(\epsilon_0 - \mu))]^{-1}$ de celle des autres états pour lesquels on pourra utiliser l'approximation d'une distribution continue de niveaux d'énergie.

En définissant :

$$T_{\text{CBE}} = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left(\frac{n}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3} \simeq 0,527 \frac{2\pi\hbar^2 n^{2/3}}{mk_B}, \quad (2.5)$$

on constate alors que pour $n\lambda_{\text{dB}}^3 \geq g_{3/2}(1)$, soit pour $T \leq T_{\text{CBE}}$, le nombre d'atomes dans le niveau fondamental doit nécessairement devenir une fraction macroscopique du nombre total pour pouvoir vérifier l'équation 2.2 : c'est la *condensation de Bose-Einstein*.

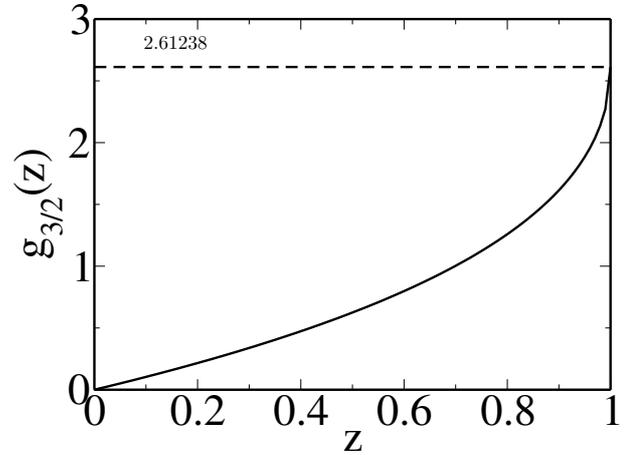


FIGURE 2.1 – Courbe de $g_{3/2}(z)$ pour $0 \leq z \leq 1$

¹ $\epsilon_0 = 0$ pour des bosons libres dans une boîte dont l'énergie se résume à l'énergie cinétique.

bosons confinés dans un piège harmonique

Les calculs menés précédemment dans le cas homogène s'adaptent immédiatement au cas d'un gaz piégé en utilisant la densité d'états correspondante. Dans un piège harmonique par exemple, dont la moyenne géométrique des pulsations est $\bar{\omega}$, celle-ci vaut :

$$\rho(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3}. \quad (2.6)$$

En reproduisant les raisonnements du cas homogène, dans la limite $k_B T \gg \hbar\bar{\omega}$ où l'approximation continue est valide, on obtient la température critique de condensation :

$$T_{\text{CBE}} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \simeq 0,94 \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} (N)^{1/3}, \quad (2.7)$$

correspondant à $n(0)\lambda_{\text{dB}}^3 = 2,612$, avec $n(0)$ la densité au centre du piège. On retrouve là le critère de condensation du cas homogène.

On constate sur cette expression que T_{CBE} peut être arbitrairement grande devant $\hbar\bar{\omega}$. On pourra donc, si le nombre d'atomes est suffisamment important, vérifier à la fois les conditions $\hbar\bar{\omega} \ll k_B T$ et $T \ll T_{\text{CBE}}$.

2.1.2 Bosons dégénérés à température non nulle

fraction condensée

À température nulle, la totalité des atomes sont dans le condensat, l'état fondamental du système. À une température non nulle mais inférieure à la température de condensation, une partie des atomes est distribuée sur les états d'énergie supérieure selon l'équation 2.1. On a alors :

$$N = N_0 + \sum_{\epsilon > \epsilon_0} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} - 1} \quad (2.8)$$

$$\text{soit} \quad N - N_0 = \frac{V}{\lambda_{\text{dB}}^3(T)} \zeta(3/2) \quad \text{pour le cas homogène} \quad (2.9)$$

$$\text{et} \quad N - N_0 = \left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \zeta(3) \quad \text{pour le piège harmonique} \quad (2.10)$$

car la fugacité est très proche de 1 pour $T \leq T_{\text{CBE}}$. En introduisant les expressions de T_{CBE} 2.5 et 2.7, on obtient les expressions des fractions condensées en fonction de la température :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_{\text{CBE}}} \right)^{3/2} \quad T_{\text{CBE}} \simeq 0,527 \frac{2\pi\hbar^2 n^{2/3}}{mk_B} \quad \text{cas homogène} \quad (2.11)$$

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_{\text{CBE}}} \right)^3 \quad T_{\text{CBE}} \simeq 0,94 \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} (N)^{1/3} \quad \text{piège harmonique} \quad (2.12)$$

distribution bimodale d'un gaz de bosons piégé

Les distributions spatiales et en impulsion des deux composantes du nuage bosonique piégé sont la plupart du temps très différentes. Cette distribution bimodale constitue la signature la

plus évidente du phénomène de condensation, observée sur les premiers CBE de gaz d'alcalins [3, 79, 80].

Les deux distributions de chaque composante auront toutes les deux la même forme puisque l'énergie est une forme quadratique en position et impulsion. Les distributions du condensat sont indépendantes de la température, elles sont données par la fonction d'onde du fondamental du piège harmonique, ce sont des gaussiennes de largeur $\sigma_r = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ pour la distribution en position et $\sigma_p = \sqrt{\hbar m\omega}$ pour la distribution en impulsion.

Calculons par exemple la distribution de position de la partie non condensée pour une température T inférieure à T_{CBE} . La fugacité z est alors peu différente de 1. L'équation 2.2 écrite à la limite continue avec la densité d'états du piège harmonique 2.6 donne la densité spatiale de la partie thermique :

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^{3/2}} \exp(-l\beta V(\mathbf{r})) \simeq \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}(\exp(-\beta V(\mathbf{r}))), \quad (2.13)$$

où $V(\mathbf{r})$ est le potentiel de confinement. Pour $x \geq 1$ la fonction $g_{3/2}(\exp(-x))$ peut raisonnablement être approximée par x . On obtient donc, dans le cas d'un piège harmonique isotrope pour simplifier :

$$n(\mathbf{r}) \propto \exp(-\beta U(\mathbf{r}/\sigma_r^2)) \quad \text{pour} \quad \beta U(\mathbf{r}) \geq 1. \quad (2.14)$$

La taille caractéristique de la partie non condensée est alors, au moins sur ses ailes, celle d'un gaz classique à la température T . On parlera donc désormais de nuage thermique. Dans le cas d'un piège harmonique, les distributions en position et en impulsion seront des gaussiennes, de tailles σ_i et σ_{pi} $i = x, y, z$, respectivement, données par :

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad \text{et} \quad \sigma_{pi} = \sqrt{m k_B T} \quad (2.15)$$

La taille de la distribution thermique σ^{th} sera alors toujours supérieure à celle du condensat σ , leur quotient valant :

$$\frac{\sigma^{\text{th}}}{\sigma} = \frac{\sqrt{k_B T / (m\omega^2)}}{\sqrt{\hbar / (m\omega)}} = \sqrt{\frac{k_B T}{\hbar\omega}} \gg 1 \quad \text{en position} \quad (2.16)$$

$$\frac{\sigma_p^{\text{th}}}{\sigma_p} = \frac{\sqrt{m k_B T}}{\sqrt{\hbar m\omega}} = \sqrt{\frac{k_B T}{\hbar\omega}} \gg 1 \quad \text{en impulsion} \quad (2.17)$$

La structure du gaz de bosons est alors bimodale, constituée d'un pic central pour la partie condensée surmontant un piédestal plus large comme on peut le voir sur la figure 2.2. Si le gaz est le siège d'interactions faiblement répulsives, cette structure bimodale demeure, même si, comme on le verra dans la section suivante, la distribution en position du condensat est élargie.

2.2 Équation de Gross-Pitævskii

Étudions maintenant le cas du gaz de bosons en interaction dans un potentiel extérieur. Le phénomène de condensation demeure, même si la température de condensation peut-être légèrement affectée [25, 81, 82]. Néanmoins les bosons ne condensent plus dans le fondamental du

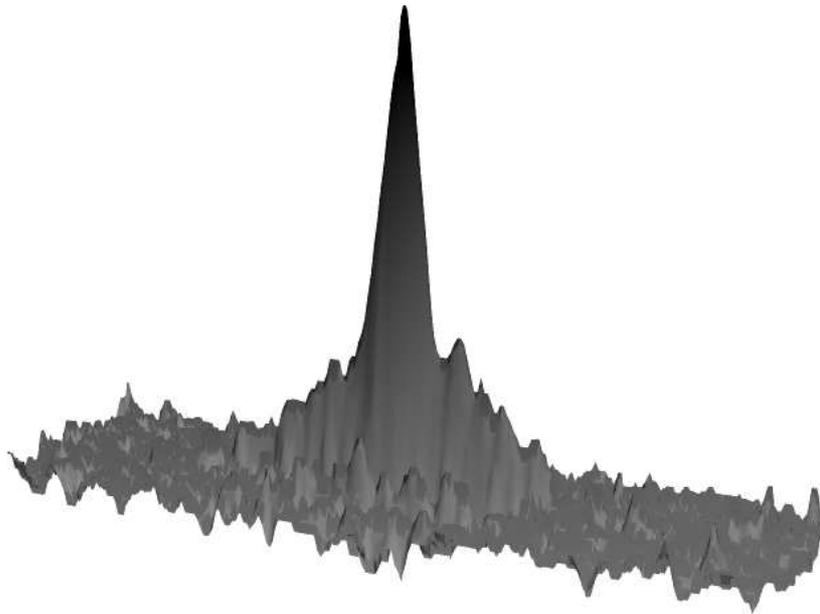


FIGURE 2.2 – Distribution bimodale d'un condensat dans un piège harmonique.

Représentation en fausses couleurs de la densité optique d'un condensat de ${}^7\text{Li}$ dans l'état $|1, 1\rangle$. On distingue le pic central du condensat émergeant du piédestal de la partie thermique.

potentiel de confinement mais dans le fondamental du système à N corps. Nous allons maintenant décrire cet état. Nous verrons que dans le cas d'une interaction répulsive, le condensat est toujours stable et que l'effet de l'interaction est simplement d'élargir la distribution spatiale. En revanche des interactions attractives peuvent provoquer l'effondrement le condensat si le système est tridimensionnel ou former un soliton si le système est unidimensionnel ou quasi unidimensionnel.

2.2.1 Bosons en interaction dans un potentiel extérieur

niveau fondamental du système

L'hamiltonien du système des N bosons en interactions est :

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} \right) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}_i) + \sum_{i<j} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (2.18)$$

où V_{ext} est le potentiel extérieur et V le potentiel d'interaction. Le calcul du niveau d'énergie fondamental de ce problème à N corps n'est en général pas réalisable exactement, mais on peut néanmoins en obtenir une solution approchée par la méthode variationnelle [25] en minimisant la quantité $\langle \Psi | H | \Psi \rangle - \mu \langle \Psi | \Psi \rangle$, où μ , le potentiel chimique, apparaît ici comme le multiplicateur de Lagrange associé à la condition de normalisation de la fonction d'onde. On choisit $|\Psi\rangle$ sous la forme d'un produit de N fonctions d'onde à un corps identiques :

$$\langle \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N | \Psi \rangle = \prod_{i=1}^N \langle \mathbf{r}_i | \phi \rangle. \quad (2.19)$$

L'expression de la fonctionnelle de l'énergie est alors :

$$\langle \Psi | H | \Psi \rangle = E[\phi] = \int d\mathbf{r} \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \phi|^2(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) |\phi|^2(\mathbf{r}) + \frac{|\phi|^2(\mathbf{r})}{2} \int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\phi(\mathbf{r}')|^2 \right) \quad (2.20)$$

En réalisant cette minimisation, on obtient l'équation dite de *Gross-Pitævskii* :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi(\mathbf{r}) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) + (N-1) \left(\int d^3 r' V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\phi(\mathbf{r}')|^2 \right) \phi(\mathbf{r}) = \mu \phi(\mathbf{r}) \quad (2.21)$$

où μ est le potentiel chimique. C'est l'analogie d'une équation de Schrödinger pour une particule évoluant dans le champ du potentiel extérieur et de celui créé par les $N-1$ autres particules. Elle est partagée par les N particules du système à $T=0$.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que le potentiel d'interaction $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ peut très souvent être remplacé par le pseudopotentiel 1.13 défini par : $V(\mathbf{r})\psi(r) = g\delta(\mathbf{r})\frac{d}{dr}r\psi(r)$. L'équation de *Gross-Pitævskii* devient alors :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi(\mathbf{r}) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) + g |\phi(\mathbf{r})|^2 \phi(\mathbf{r}) = \mu \phi(\mathbf{r}) \quad (2.22)$$

pour $N \gg 1$. Ici $\phi(\mathbf{r})$ a été normalisée à N de telle sorte que la densité atomique est maintenant donnée par $|\phi(\mathbf{r})|^2$.

Dans une situation instationnaire on montre de même que ϕ est solution de l'équation [25] :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \phi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi(\mathbf{r}, t) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) \phi(\mathbf{r}, t) + g |\phi(\mathbf{r}, t)|^2 \phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.23)$$

stabilité

Pour la résolution de l'équation de Gross-Pitævskii 2.22 nous nous limiterons par la suite au cas où le potentiel extérieur est harmonique et à symétrie de révolution, rencontré dans la majorité des expériences : $V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_{\perp}^2 \rho^2 + \omega_{\parallel}^2 z^2)$ avec ω_{\perp} et ω_{\parallel} les pulsations propres des oscillateurs harmoniques radial et axial. On définit également les moyennes géométriques des pulsations et des tailles d'oscillateur $\bar{\omega} = (\prod_i \omega_i)^{1/3}$ et $\bar{\sigma} = (\prod_i \sigma_i)^{1/3}$ avec $\sigma_i^2 = \hbar/(m\omega_i)$.

L'équation 2.22 est non linéaire du fait des interactions entre atomes. À ce titre, elle est dans le cas général difficile à résoudre. Néanmoins, les deux cas extrêmes du gaz sans interactions et des interactions prépondérantes sont solubles. Le cas sans interactions correspond trivialement au fondamental d'un oscillateur harmonique :

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_{\perp}^2}} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_{\perp}^2}} \frac{1}{(\pi\sigma_{\parallel})^{1/4}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_{\parallel}^2}}. \quad (2.24)$$

On peut alors facilement imaginer comment la nature répulsive ou attractive des interactions va influencer sur la structure du condensat. Celle-ci va résulter d'un équilibre entre les termes d'énergie cinétique, d'énergie potentielle et d'interaction. Des interactions répulsives ($g \geq 0$) vont élargir la distribution jusqu'à ce que la force de confinement du piège contrebalance la répulsion qu'elles génèrent. Comme la force de confinement augmente de manière monotone avec la taille du condensat, elle pourra toujours compenser l'énergie d'interaction qui tend vers

0 avec la densité atomique. En revanche, dans le cas d'interactions attractives $g \leq 0$, le nuage aura tendance à se comprimer et c'est à l'énergie cinétique qu'il revient de compenser cette tendance à l'effondrement. L'énergie cinétique variant avec la taille R du condensat en $1/R^2$ et l'énergie d'interaction, proportionnelle à la densité, en $1/R^d$ où d est la dimension du système, il n'est pas acquis qu'un équilibre puisse être atteint. Nous étudierons ce cas dans la section 2.2.3.

2.2.2 Effet des interactions : approximation de Thomas-Fermi pour g positif

Considérons maintenant le cas du condensat stable, avec $g \geq 0$. Quand les interactions (terme en $gn(\mathbf{r})$) sont prépondérantes devant l'énergie cinétique $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\phi(\mathbf{r})$ dans 2.22, on se trouve dans le cadre de l'approximation de *Thomas-Fermi*. On peut alors négliger le terme d'énergie cinétique et l'équation 2.22 devient alors :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) + g|\phi(\mathbf{r})|^2\phi(\mathbf{r}) = \mu\phi(\mathbf{r}) \quad \text{soit} \quad n(\mathbf{r}) = \frac{1}{g}(\mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r})) \quad \text{pour} \quad \mu \geq V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \quad (2.25)$$

$$n(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{pour} \quad \mu \leq V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \quad (2.26)$$

Le condensat a alors la forme d'une parabole inversée. On détermine le potentiel chimique μ par la condition de normalisation de la fonction d'onde :

$$N = \int_{V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \leq \mu} n(\mathbf{r}) d^3r \quad \mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(\frac{15Na}{\bar{\sigma}} \right)^{2/5}. \quad (2.27)$$

On utilise ici la longueur de diffusion a du potentiel liée à g par $g = 4\pi\hbar^2 a/m$, voir l'équation 1.14. La taille caractéristique, appelée *rayon de Thomas-Fermi* R_{TF} est donnée par la condition $\mu = V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$:

$$R_{\text{TF}} = \bar{\sigma} \left(\frac{15Na}{\bar{\sigma}} \right)^{1/5} \quad (2.28)$$

avec $\bar{\omega} = (\omega_{\perp}^2 \omega_{\parallel})^{1/3}$. Cette approximation, valable très souvent expérimentalement fournit alors simplement une solution très proche de la fonction d'onde du condensat. On peut alors évaluer le rapport $E_{\text{int}}/E_{\text{cin}} \simeq (Na/\bar{\sigma})^{4/5}$ qui est le grand paramètre qui définit le régime de Thomas-Fermi.

L'énergie μ du gaz est donc largement supérieure à l'énergie d'un condensat sans interactions : E_{kin} proportionnelle à $1/2m\bar{\omega}^2\bar{\sigma}^2$. On retrouve ici qu'une longueur de diffusion positive correspond à une interaction effective répulsive.

On peut également étudier les relations entre l'énergie d'interaction E_{int} l'énergie potentielle E_{pot} et μ . On a évidemment l'énergie totale :

$$E_{\text{tot}} = (E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{int}}). \quad (2.29)$$

L'intégration de l'équation 2.22 donne immédiatement :

$$\mu = (E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + 2E_{\text{int}})/N \simeq (E_{\text{pot}} + 2E_{\text{int}})/N \quad (2.30)$$

dans le régime de Thomas-Fermi. Par ailleurs, on peut obtenir la relation du Viriel [25] :

$$2E_{\text{cin}} - 2E_{\text{pot}} + 3E_{\text{int}} = 0. \quad (2.31)$$

On obtient alors :

$$E_{\text{int}} = \frac{2}{3}E_{\text{tot}} = \frac{2}{7}N\mu_{\text{TF}}. \quad (2.32)$$

On constate que c'est le potentiel chimique qui fixe l'échelle caractéristique d'énergie du système dans le régime Thomas-Fermi.

2.2.3 Effondrement du condensat pour N grand avec g négatif

Cas général et tridimensionnel

L'étude détaillée de la stabilité du condensat pour $g \leq 0$ peut être consultée dans [25,83], nous nous limiterons ici à présenter des arguments dimensionnels, pour un piège isotrope. Pour une extension typique de fonction d'onde de R , l'énergie cinétique par atome sera $E_c \propto \hbar^2/(2mR^2)$ et celle de confinement sera $E_{\text{pot}} \propto m\omega^2 R^2/2$. La densité atomique sera de l'ordre de N/R^d et l'énergie d'interaction par atome sera donc $E_{\text{int}} \propto Ng/R^d$. On peut alors, moyennant quelques réarrangements récrire l'énergie totale comme² :

$$E_{\text{tot}} \simeq \hbar\omega \left[\left(\frac{\sigma}{R}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sigma}\right)^2 - \frac{gN/\sigma^d}{\hbar\omega} \left(\frac{\sigma}{R}\right)^d \right]. \quad (2.33)$$

Désignons par α le rapport de l'énergie d'interaction à l'énergie de l'oscillateur harmonique : $\alpha = (gN/\sigma^d)/(\hbar\omega)$. L'allure de la variation de l'énergie totale avec α est donnée sur la figure 2.3 dans le cas tridimensionnel, pour différentes valeurs. On constate que, suivant la valeur de α , il existe ou non un minimum local, solution stable de l'équation de Gross-Pitævskii. Il s'avère ainsi que le condensat ne sera stable que pour α inférieur à une valeur critique α_c , c'est à dire que le nombre d'atomes ne peut excéder une valeur maximale N_{max} au delà de laquelle le condensat s'effondre. Une résolution numérique de l'équation 2.22 donne, $\alpha_{\text{crit}} = 4\pi Na/\bar{\sigma} \simeq 0.575 \times 4\pi$ [25, 83] : $N_{\text{crit}} = 0.575\bar{\sigma}/|a|$, nombre maximal d'atomes dans un condensat attractif. Un tel effondrement du condensat pour un nombre d'atomes excédant N_{crit} a été observé expérimentalement [84, 85, 86].

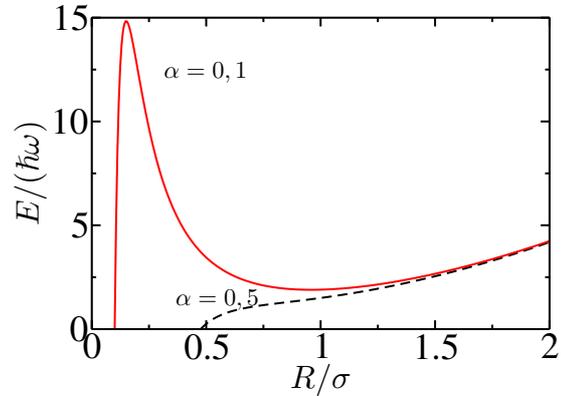


FIGURE 2.3 – Allure de l'énergie en fonction de l'extension typique de la fonction d'onde (régime 3D) pour différentes valeurs de α .

On peut par ailleurs remarquer le rôle stabilisant du potentiel de confinement dans un système tridimensionnel. Sans lui, la fonctionnelle de l'énergie serait de la forme $1/R^2 - \beta/R^3$, or cette fonction n'a pas de minimum local, quelle que soit la valeur de β .

²Bien sûr les facteurs numériques devant chacun des termes de la somme ne sont pas exacts.

Cas unidimensionnel : formation d'un soliton

On peut écrire comme précédemment qualitativement l'équation de Gross-Pitaëvskii unidimensionnelle pour le mouvement axial, en l'absence de confinement :

$$E_{\text{tot}} \simeq \hbar\omega_{\parallel} \left[\left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R} \right)^2 - \frac{g_{1D}N/\sigma_{\parallel}}{\hbar\omega_{\parallel}} \left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R} \right) \right] \quad (2.34)$$

$$E_{\text{tot}} \simeq \hbar\omega_{\parallel} \left[\left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R} \right)^2 - \alpha_{1D} \left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R} \right) \right], \quad (2.35)$$

où g_{1D} est proportionnel à g/σ_{\perp}^2 . Le problème est maintenant radicalement différent de ce qu'il était à 3D. En effet, l'équation 2.34 admet toujours un minimum, quelle que soit la valeur de α_{1D} et ce même en l'absence de confinement externe, comme on le constate sur la figure 2.4.

On a donc affaire à une onde localisée stabilisée par ses seules interactions attractives. Une telle onde se propagera alors sans se déformer. C'est ce qu'on appelle un *soliton d'onde de matière*. La dispersion naturelle des ondes de matière due à la pression cinétique est ici compensée par la non-linéarité des interactions. Ce phénomène se retrouve également dans d'autres phénomènes physiques : phénomène de mascaret où une vague remonte un canal sans diminuer d'amplitude [87], train d'ondes lumineuses se propageant sans dispersion dans une fibre optique [88]... Dans le cas du mascaret la non-linéarité et la dispersion proviennent de l'interaction avec le fond. Dans le cas des solitons optiques, la fibre est responsable à la fois de la dispersion et des effets non-linéaires.

On peut expérimentalement réaliser un système qui se comporte comme un système unidimensionnel au moyen d'un confinement à géométrie cylindrique fortement anisotrope avec des fréquences de potentiel harmonique radiale ω_{\perp} et axiale ω_{\parallel} avec $\omega_{\perp} \gg \omega_{\parallel}$. Si l'énergie d'interaction du condensat $E_{\text{int}} \propto gN/(\sigma_{\perp}^2\sigma_{\parallel})$ (ainsi que l'énergie thermique $k_{\text{B}}T$ si le système n'est pas à $T=0$) est petite devant l'énergie de l'oscillateur radial $\hbar\omega_{\perp}$, les degrés de liberté radiaux ne peuvent être excités et on peut alors traiter séparément les degrés de radiaux et axiaux. Le problème axial devient alors effectivement un problème unidimensionnel. Nous reviendrons dans le chapitre 6 sur un traitement détaillé de ces conditions.

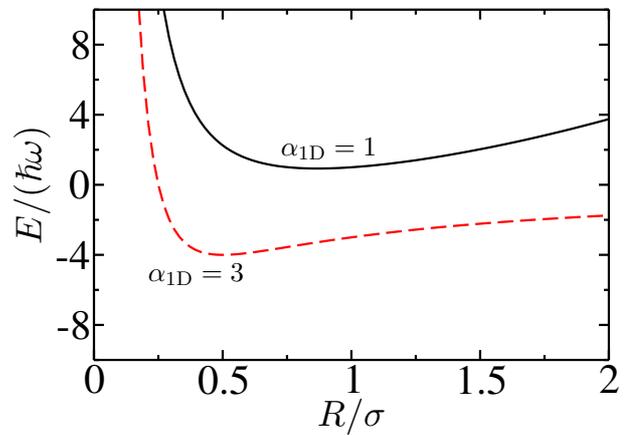


FIGURE 2.4 – Allure de l'énergie en fonction de l'extension typique de la fonction d'onde (régime 1D) pour différentes valeurs de α_{1D} .

Chapitre 3

Les fermions

Le comportement des particules de spin demi-entier, les fermions, est radicalement différent de celui des bosons dans le régime de dégénérescence quantique. Le principe d'exclusion de Pauli [89] interdit en effet à deux fermions d'occuper un même état quantique. À ce titre, on pourrait penser que les effets quantiques sont moins manifestes dans un nuage de fermions dégénérés que dans un condensat, où on peut manipuler directement une fonction d'onde de taille macroscopique. Il s'avère que leur physique est néanmoins très riche, du fait même du principe de Pauli. Nous allons voir, par exemple, que des processus de diffusion peuvent être profondément limités.

De plus un gaz de fermions en interaction doit également subir une transition de phase vers un état superfluide à basse température. Dans le cas d'une interaction faiblement attractive, cet état sera analogue à celui d'un gaz d'électrons dans un métal supraconducteur. Si l'interaction effective est faiblement répulsive, il s'agit d'un condensat de Bose-Einstein de molécules formées d'une paire de fermions. Au contraire de la condensation de Bose-Einstein, cette transition reste à observer dans les gaz de fermions froids.

3.1 Fermions sans interaction

Nous présentons ici des résultats classiques concernant les distributions d'équilibre d'un gaz sans interaction. Le cas d'un gaz homogène est traité par exemple dans [89,90] et le cas particulier du gaz dans un piège harmonique l'est de manière extensive dans [91].

3.1.1 Mer de Fermi

Pour des fermions identiques sans interaction dans l'ensemble grand canonique, le nombre moyen de particules dans un état d'énergie ϵ à une particule s'écrit [89,90] :

$$N_\epsilon = \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} \quad (3.1)$$

A la différence des bosons, ce nombre est toujours strictement plus petit que 1. On n'aura au maximum qu'une particule dans chaque état : c'est la conséquence directe du principe d'exclusion de Pauli. A température nulle on a $N_\epsilon = 0$ quand ϵ est supérieur à μ et $N_\epsilon = 1$ quand ϵ est

inférieur à μ . L'état à N particules est alors facile à décrire : on place exactement un fermion dans chaque état, en remplissant tous les états à partir du fondamental (voir la figure 1). On appelle *niveau de Fermi* le dernier niveau alors occupé, d'énergie $E_F = \mu$, et k_F l'*impulsion de Fermi* définie par $E_F = \hbar^2 k_F^2 / (2m)$ où m est la masse du fermion.

A température non nulle, la distribution 3.1 varie continûment de 1 à 0 autour de μ sur une largeur en énergie de $k_B T$ (voir la figure 3.1). Le gaz sera donc d'autant plus dégénéré que :

$$\frac{\mu}{k_B T} \simeq \frac{T_F}{T} \gg 1. \quad (3.2)$$

où $T_F = E_F / k_B$ est la *température de Fermi*.

Dans le cas de fermions libres dans une boîte de côté L , dont l'énergie ne dépend que de l'impulsion $\hbar k$, un volume $4\pi k_F^3 / 3$ dans l'espace des impulsions devra contenir N états pour pouvoir accueillir N fermions. Chaque état de vecteur d'onde \mathbf{k} occupant un volume $2\pi/L$, on obtient la relation classique pour un gaz homogène de fermions de spin s :

$$N = \frac{4/3\pi k_F^3}{(2\pi/L)^3} = V \frac{k_F^3}{6\pi^2} (2s + 1) \quad (3.3)$$

$$n = \frac{k_F^3}{6\pi^2} (2s + 1) \quad (3.4)$$

Dans toute la suite, nous considérerons des fermions polarisés et on aura alors :

$$n = \frac{k_F^3}{6\pi^2}. \quad (3.5)$$

3.1.2 Approximation de Thomas-Fermi

Dans le cas, expérimentalement pertinent, de fermions piégés par un potentiel extérieur harmonique, le calcul de cette densité devrait rigoureusement s'effectuer en calculant le carré de la norme des fonctions d'ondes des N premiers niveaux de l'oscillateur harmonique. Ce calcul peut-être effectué, au moins numériquement [92, 93] mais il est plus commode d'utiliser une approximation semi-classique [94, 91], de Thomas-Fermi elle aussi, valable dans la limite des grands nombres de particules. Elle consiste à dire que, localement, le système réalise l'équilibre du gaz homogène. Elle est en ce sens analogue à l'approximation de Thomas-Fermi dans un gaz de bosons en interaction 2.27.

Considérons le gaz de fermions à température nulle. Au point \mathbf{r} les atomes auront la densité $n(\mathbf{r})$ du gaz homogène correspondant. On définira alors un vecteur d'onde de Fermi local $k_F(\mathbf{r})$ par :

$$n(\mathbf{r}) = \frac{k_F^3}{6\pi^2}. \quad (3.6)$$

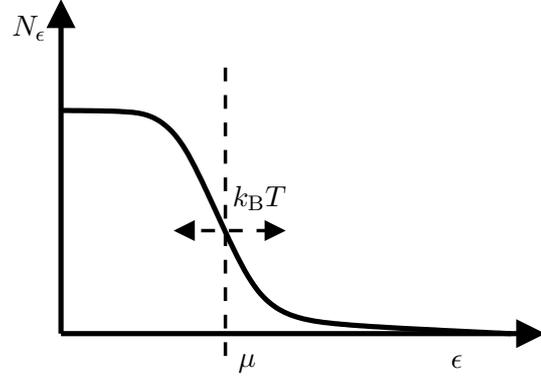


FIGURE 3.1 – Allure de l'occupation des états d'énergie N_ϵ d'un gaz de Fermi à température non nulle en fonction de l'énergie ϵ .

Le fermion de plus grande énergie au point \mathbf{r}) le plus énergétique aura alors une énergie totale :

$$\mu = \frac{\hbar^2 k_F^2(\mathbf{r})}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \quad (3.7)$$

Une telle distribution ne sera stationnaire dans le piège que si μ est homogène dans tout le gaz. Cette énergie est alors l'énergie de Fermi du système $E_F = \mu = \hbar^2 k_F(0)^3 / (2m)$. On obtient la densité spatiale du gaz de fermions :

$$n(\mathbf{r}, T=0) = \frac{1}{6\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} [\mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r})] \right)^{3/2} \quad \text{pour } V(\mathbf{r}) \leq \mu \quad (3.8)$$

$$n(\mathbf{r}, T=0) = 0 \quad \text{pour } V(\mathbf{r}) \geq \mu \quad (3.9)$$

d'une forme similaire à l'équation équivalente 2.25 pour les bosons. Seul l'exposant (1 pour les bosons, 3/2 pour les fermions) diffère.

Le potentiel chimique μ , égal à l'énergie de Fermi E_F à température nulle est obtenu comme pour les bosons en régime de Thomas Fermi, en normalisant la densité au nombre d'atomes, on obtient :

$$E_F = k_B T_F = \hbar\bar{\omega}(6N)^{1/3}, \quad (3.10)$$

pour le piège harmonique à symétrie cylindrique considéré dans le cas précédent des bosons. On définit également les rayons de Thomas-Fermi $R_{\text{TF},i}$ pour $i = x, y, z$ par :

$$E_F = \frac{1}{2} m \omega_i^2 R_{\text{TF},i}^2 \quad \text{soit} \quad R_{\text{TF},i} = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_i^2}} \quad (3.11)$$

De la même manière, on peut également calculer la distribution en vecteur d'onde, à l'aide de 3.1. A la limite semi-classique, la densité dans l'espace des phases est :

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} N_{\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{k})}. \quad (3.12)$$

On a alors :

$$n(\mathbf{k}, T=0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\hbar^2 \frac{k^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) - E_F \leq 0} d^3\mathbf{r} \quad (3.13)$$

$$= \frac{8N}{k_F^3 \pi^2} \left(1 - \frac{|k|^2}{k_F^2} \right)^{3/2} \quad (3.14)$$

On voit sur l'équation 3.13 que la distribution en impulsion dans un gaz de Fermi est isotrope (pour N grand) alors que la distribution de position exhibe l'anisotropie du potentiel de confinement.

On peut calculer à partir de 3.1 et de la densité d'états dans un piège harmonique $\rho(\epsilon) = \epsilon^2 / (2(\hbar\bar{\omega})^3)$ l'énergie moyenne par fermion : on trouve qu'elle est égale à $3/4 E_F \propto \hbar\omega N^{1/3}$. Au contraire d'un gaz de bosons sans interaction, un nuage de fermions conserve donc une énergie largement supérieure à l'énergie du fondamental du piège : c'est le principe d'exclusion de Pauli qui en est l'origine.

3.2 Effets à N corps dans un gaz de fermions

3.2.1 Blocages dus aux principe de Pauli

Observons maintenant les effets du principe d'exclusion de Pauli sur la dynamique d'un gaz de fermions, homogène pour simplifier. La grande majorité des effets peut être comprise au moyen d'une représentation schématique de la *mer de Fermi*. Elle consiste en une représentation dans l'espace des vecteurs d'onde (\mathbf{k}) des états occupés par l'ensemble des fermions à $T = 0$. Dans le cas homogène, il s'agit d'une sphère de rayon k_F , dont on a représenté une section sur la figure 3.2. À $T = 0$, tous les états à l'intérieur de la mer de Fermi sont occupés, ceux à l'extérieur étant vides. Si le gaz n'est plus homogène, on pourra suivre les mêmes raisonnements en considérant une mer de Fermi locale dont le vecteur d'onde de Fermi local $k_F(\mathbf{r})$ est défini par $\hbar^2 k_F^2(\mathbf{r}) / (2m) = \mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$.

Considérons un processus au cours duquel le vecteur d'onde d'un fermion changerait de \mathbf{k}_0 à $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_d$ (Fig 3.2 a)). En vertu du principe d'exclusion de Pauli, l'état final $\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_d$ ne doit pas déjà être occupé par un autre fermion. On constate alors que les seuls processus de diffusion autorisés sont ceux tels que le vecteur d'onde \mathbf{k}_1 soit en dehors de la mer de Fermi. Si $k_d \geq 2k_F$, le blocage de Pauli n'aura aucun effet car l'état final est nécessairement en dehors de la mer de Fermi. Dans le cas contraire, $k_d \leq 2k_F$, le processus sera possible pour certaines orientations relatives de \mathbf{k}_0 et \mathbf{k}_d ou complètement inhibé pour $k_d \leq (k_F - k_0)$. A température non nulle, ce phénomène perdure mais on a maintenant une *couche thermique* proche de la surface de Fermi, d'épaisseur proportionnelle en énergie à $k_B T$ sur laquelle l'occupation passe continûment de 1 à 0 au lieu d'un changement abrupt à $\epsilon = E_F$.

Dans le cas de la diffusion d'un photon, le blocage de Pauli sera par exemple responsable de modifications de la distribution spatiale de photons diffusés [95], de l'augmentation de la durée de vie d'un état excité [96].

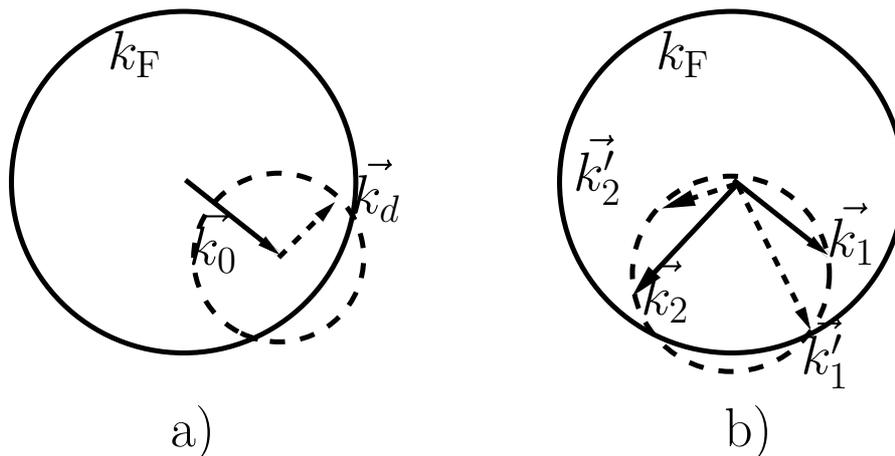


FIGURE 3.2 – Effets du blocage de Pauli lors d'un processus de diffusion : a) un fermion voit son vecteur d'onde passer de k_0 à $k_0 + k_d$. b) Au cours d'une collision entre 2 fermions, leur impulsion passe de k_1 et k_2 à k'_1 et k'_2 . Dans les deux cas, les seuls états accessibles pour l'état final sont ceux situés sur la partie du cercle en pointillés extérieure à la mer de Fermi.

On peut également utiliser cette modification des collisions dans un gaz de fermions dégénérés pour en mesurer la dégénérescence. On introduira dans le système une particule distinguable des fermions qui ne soit pas à l'équilibre thermique avec ceux-ci dont on observera la rethermalisation. Celle-ci s'effectuera au moyen de collisions élastiques échangeant de l'impulsion entre les fermions et la particule test. Comme on vient de le voir, ces échanges peuvent être grandement inhibés par le blocage de Pauli. G. Ferrari a par exemple montré dans [97, 62] que le taux de thermalisation d'une particule initialement au repos dans un gaz de fermions à température T est réduit par rapport à celui dans un gaz de Boltzmann d'un facteur proportionnel à T^3 .

Enfin, cet effet est encore amplifié dans le cas où les deux particules interagissant sont des fermions dégénérés, soit que l'on considère l'interaction entre fermions au sein d'une seule mer de Fermi ou que deux types de fermions distinguables soient présents (par exemple des atomes dans deux états hyperfins distincts). Dans ce cas, le schéma est celui de la figure 3.2 b). Pour des collisions élastiques on doit conserver l'énergie cinétique totale en plus de l'impulsion totale. Ces conditions sont équivalentes (pour des fermions de masse égale) à imposer que les extrémités des vecteurs d'onde finals soient diamétralement opposées sur un cercle de centre $(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)/2$ et passent par les extrémités des vecteurs \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 . Le blocage de Pauli restreint les états finals possibles à la partie de ce cercle située en dehors de la surface de Fermi. Pour des fermions peu énergétiques $|\mathbf{k}| \ll k_F$, on constate que très peu d'états sont accessibles. Ceci rend par exemple la thermalisation de deux mers de Fermi très difficile quand celles-ci commencent à être dégénérées [98], en réduisant le taux de collisions élastiques entre fermions en $(T/T_F)^2$ [99, 100].

3.2.2 Réchauffement par pertes à un corps

Un autre effet de la statistique particulière des fermions concerne la stabilité de la dégénérescence d'un gaz de fermions. En effet, supposons qu'un certain nombre ΔN de particules soit enlevé au hasard d'un gaz de fermions dégénérés, par exemple à cause de collisions avec le gaz résiduel dans le cas d'atomes froids. Le système aura, en moyenne, perdu l'énergie moyenne par particule $U(N, T)$. Après thermalisation du système (d'autant plus difficile que le gaz est dégénéré comme on l'a vu en 3.2.1), la température aura augmenté [101, 102] On peut évaluer cette augmentation en écrivant la conservation de l'énergie entre l'état initial à N particules et l'état final à $N - \Delta N$ particules :

$$NU(N, T) = (N - \Delta N)U(N - \Delta N, T + \Delta T) \quad (3.15)$$

$$\Delta N \frac{\partial U}{\partial N} = \Delta T \frac{\partial U}{\partial T}, \quad (3.16)$$

au premier ordre en ΔN et ΔT . À $T = 0$, on a $U(N, T) = 3E_F/4$ et cette expression est valable au premier ordre en T/T_F . Comme la capacité calorifique par atome à N constant C vaut, toujours pour $T/T_F \ll 1$, $C = \partial U/\partial T = \pi^2 k_B (k_B T/E_F)$ [91], on obtient la relation suivante entre le réchauffement ΔT et la perte d'atomes ΔN :

$$\Delta T = \frac{E_F/(4N)}{C} \Delta N = \frac{T_F^2}{4N\pi^2 T} \Delta N. \quad (3.17)$$

Il s'avère donc que plus l'échantillon est dégénéré, plus la perte d'un atome « réchauffe » l'ensemble des fermions. En supprimant aléatoirement un atome, on crée en effet des trous dans

la distribution et l'occupation qui devait être proche de 1 à basse température devient nulle, ce qui constitue un changement profond. Ce comportement est radicalement différent de celui des bosons à basse température. En effet, supprimer un boson d'un condensat à température nulle ne change pratiquement rien à sa température, l'occupation de l'état du condensat passant seulement de N à $N - 1$.

Comme on ne peut s'affranchir totalement des collisions avec le gaz résiduel (la fréquence typique de telles collisions est dans notre expérience de l'ordre de $1/60 \text{ s}^{-1}$) il faudra nécessairement refroidir en permanence les fermions pour prévenir ce réchauffement. On peut pour cela conserver un condensat de bosons à $T = 0$ servant de réfrigérateur pour les fermions. Néanmoins on peut montrer [103, 102] qu'il existe une température minimale en dessous de laquelle on ne peut plus refroidir le gaz, dépendant du rapport des taux de collisions élastiques entre bosons et fermions et du taux de collisions avec le gaz résiduel.

3.2.3 Résonance de Feshbach dans une mer de Fermi

Le traitement de la résonance de Feshbach que nous avons présenté en 1.2 considérait le cas de deux fermions dans le vide. En présence d'une mer de Fermi, le principe de Pauli va modifier les propriétés de diffusion de deux atomes en limitant les états d'impulsion accessibles. Un modèle proche de celui que nous avons présenté, étendu au cas de N fermions, est traité dans [104]. Ce modèle permet d'étudier l'apparition d'états moléculaires en fonction de la longueur de diffusion a dans le vide et prédit que ceux-ci n'apparaîtront pas exactement en $a = +\infty$ mais pour une valeur finie $a_1 \geq 0$ décalant le seuil d'apparition des molécules vers les valeurs inférieures de champ magnétique [105] dans le cas de ${}^6\text{Li}$. Pour des températures suffisamment faibles (permettant l'apparition de la phase superfluide dont nous parlerons au paragraphe suivant), ce modèle prédit également l'existence d'une instabilité dans le gaz pouvant conduire à la formation de deux types d'états moléculaires distincts [106]. L'un de ces états correspond qualitativement à celui de deux atomes dans le vide : son énergie est en particulier proche de $\hbar^2/(ma^2)$ et il existe dans un domaine $0 \leq a \leq a_1$. La borne a_1 finie traduit le décalage du seuil d'apparition évoqué précédemment. L'interprétation physique de l'autre état est plus délicate : son énergie décroît avec a et il n'existe que dans un domaine plus restreint $a_2 \leq a \leq a_1$, borné à la fois par valeurs inférieures et supérieures. Il faut cependant garder à l'esprit que ces résultats ne donnent pas l'état d'équilibre du système à N corps mais la possibilité d'apparition de ces molécules en tant qu'instabilités du système.

3.3 Superfluidité des fermions en interaction dans les gaz de fermions froids

Les expériences récentes sur les gaz de fermions dégénérés en interaction visent en majorité à réaliser une transition de phase vers un état superfluide. Il est prédit que cette transition se produit quel que soit le signe de a , et quelle que soit son intensité [107, 29, 36, 30, 39]. Comme nous allons le voir les deux limites d'une interaction effective faiblement attractive ($a \rightarrow 0^-$) ou faiblement répulsive ($a \rightarrow 0^+$) sont bien connues. En revanche, la nature du système dans la zone

de transition entre ces deux régimes reste un problème ouvert. L'utilisation d'une résonance de Feshbach permettrait d'explorer expérimentalement ces différents régimes.

3.3.1 Interaction faiblement attractive : paires de Cooper et état BCS

La superfluidité d'un gaz de fermions dégénérés en interaction faiblement attractive est décrite par une théorie classique nommée BCS (du nom de ses trois auteurs : Bardeen, Cooper et Schrieffer). Leur modèle est à la base de la théorie des métaux supraconducteurs [32, 31, 108].

La théorie BCS montre comment l'énergie d'un gaz de fermions dégénérés en interaction attractive peut être inférieure à celle du gaz sans interaction. Elle exhibe pour cela un état du système de N fermions, l'état BCS, dans lequel les fermions forment des *paires de Cooper*. Nous allons voir comment cet appariement permet de réduire l'énergie de la paire de fermions par rapport à ce qu'elle est quand les deux fermions demeurent à la surface de Fermi.

paires de Cooper

Par simplicité, on se placera dans la suite dans le cas d'un système homogène et on supposera que les interactions ne modifieront pas profondément la mer de Fermi. La décomposition de la fonction d'onde des deux électrons de la paire sur les vecteurs d'onde \mathbf{k} ne fera donc intervenir que les $k \gtrsim k_F$, les autres étant inaccessibles à cause du principe de Pauli. On peut donc écrire :

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 \geq k_F} a_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \exp(i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2) \quad (3.18)$$

L'énergie cinétique d'une fonction d'onde de la forme 3.18 est $\sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} |a_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}|^2 \hbar^2 (k_1^2 + k_2^2) / (2m) = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} |a_{\mathbf{k}, \mathbf{K}}|^2 \hbar^2 (K^2/4m + k^2/m)$ en définissant les vecteurs d'onde du centre de masse $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ et du mouvement relatif $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)/2$. Si l'on considère une interaction centrale $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = V(r)$ (voir la discussion dans l'annexe B) le mouvement du centre de masse ne sera pas affecté par V . On aura donc intérêt à choisir une paire dont le centre de masse est au repos pour minimiser l'énergie totale. On peut réécrire l'équation 3.18 selon :

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{k} \geq k_F} a_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (3.19)$$

L'équation de Schrödinger pour ψ donne en projection sur \mathbf{k} :

$$E a_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{m} a_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}'} \tilde{V}(|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|) a'_{\mathbf{k}}, \quad (3.20)$$

où $\tilde{V}(k)$ désigne la transformée de Fourier de $V(r)$.

Pour des interactions dont la portée R_c est très courte devant la distance interatomique $n^{-1/3}$, on pourra considérer que $\tilde{V}(k)$ est constant pour k compris entre 0 et une certaine valeur de coupure $k_c \simeq 1/R_c$. En redéfinissant les énergies par rapport au niveau de Fermi par :

$$E = 2E_F + \epsilon \quad \text{et} \quad \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} = E_F + \xi_{\mathbf{k}}, \quad (3.21)$$

l'équation 3.20 se simplifie alors en :

$$(\epsilon - 2\xi_k) a_k = \tilde{V} \sum_{k'=k_F}^{k_c} a_{k'} \quad (3.22)$$

$$\text{soit } \frac{1}{\tilde{V}} = \sum_{k_F}^{k_c} \frac{1}{\epsilon - 2\xi_k} = f(\epsilon). \quad (3.23)$$

On constate sur la courbe 3.3 que cette équation admet toujours une solution d'énergie négative pour V négatif. L'énergie de la paire de Cooper est donc inférieure à celle qu'auraient les fermions sans interaction à la surface de Fermi. Un telle paire présente des fortes corrélations en impulsion. La fonction d'onde à deux particules 3.19 est en effet intriquée. Si l'on trouve un fermion dans l'état \mathbf{k} , l'autre aura nécessairement l'impulsion $-\mathbf{k}$.

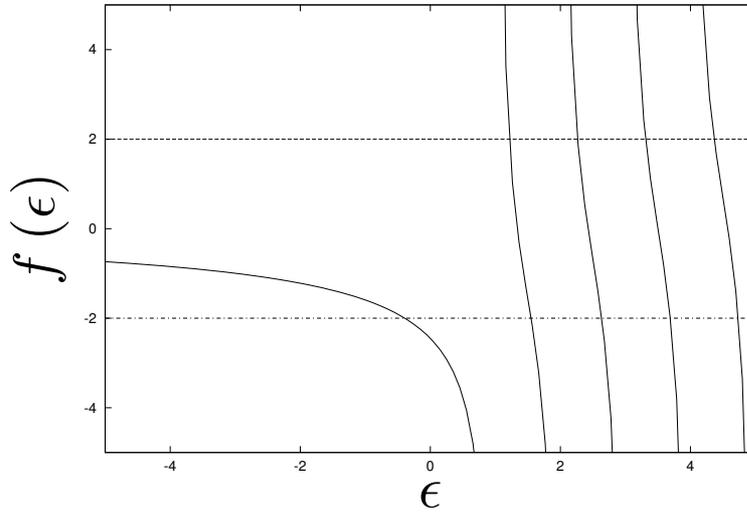


FIGURE 3.3 – Résolution graphique du problème de Cooper. La courbe en traits pleins représente l'allure de $\sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\epsilon - 2\xi_k}$, celle en pointillés $1/V$ pour $V \geq 0$, celle en pointillés alternés $1/V$ pour $V \leq 0$. Les unités sont arbitraires.

état BCS

Il reste à maintenant chercher l'état fondamental du problème de N fermions en interaction. Partant d'une mer de Fermi sans interaction, on imagine aisément qu'on aura intérêt à multiplier les paires mais celles-ci vont se trouver en compétition pour l'occupation des états d'énergie proche de k_F .

Pour décrire un état avec de nombreuses paires, la théorie BCS imagine que ces paires, bosoniques car formées de deux fermions, forment un condensat de Bose-Einstein. Formellement on recherche un état de N fermions appariés sous la forme :

$$|\Psi_N\rangle = \left(\sum_{\mathbf{k}} \phi(k) a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger \right)^{N/2} |0\rangle, \quad (3.24)$$

avec $a_{\mathbf{k}}^\dagger$ l'opérateur de création d'un fermion dans l'état \mathbf{k} , et $|0\rangle$ le vide. L'état (3.24) comprend donc $N/2$ paires décrites par la même fonction de paire ϕ . On cherche alors une fonction $\phi(k)$

telle que l'état (3.24) minimise l'hamiltonien à N corps. Nous ne referons pas ce calcul, présenté en particulier dans [108], mais en présenterons les résultats essentiels.

En dessous d'une température critique T_{BCS} , un nombre macroscopique de fermions sont engagés dans des paires. Ces paires forment un condensat de Bose-Einstein. Il apparaît une nouvelle échelle d'énergie dans le problème, *l'énergie de seuil BCS* : $\hbar\Delta$ correspondant à l'énergie nécessaire pour briser une paire. On peut calculer la taille caractéristique des paires, de l'ordre de :

$$\xi_0 = \frac{\hbar^2 k_F}{m\hbar\Delta} = \frac{\hbar k_F}{m\Delta} = \frac{v_F}{\Delta} \quad (3.25)$$

Le modèle BCS a été étudié dans le cas particulier des gaz atomiques de fermions dégénérés [109, 41,110,111] pour des faibles valeurs du paramètre $k_F|a|$. On trouve dans ce cas que la température de transition BCS : T_{BCS} et l'énergie de seuil $\hbar\Delta$ varient de la même manière avec la longueur de diffusion $a < 0$ selon :

$$T_{BCS} \propto T_F e^{-\pi/(2k_F|a|)} \quad \text{pour } k_F|a| \ll 1 \quad (3.26)$$

$$\hbar\Delta \propto E_F e^{-\pi/(2k_F|a|)} \quad \text{pour } k_F|a| \ll 1. \quad (3.27)$$

On peut également calculer la taille des paires donnée par l'équation 3.25 :

$$\xi_0 \propto \frac{e^{\pi/(2k_F|a|)}}{k_F} \propto n^{-1/3} e^{\pi/(2k_F|a|)}, \quad (3.28)$$

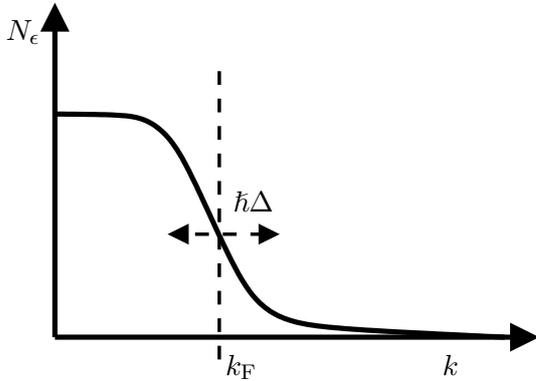


FIGURE 3.4 – Allure de l'occupation des états d'énergie n_k dans un état BCS en fonction de k . La largeur $\simeq \hbar\Delta$ du seuil BCS correspond à l'énergie nécessaire pour briser une paire.

thermique des états $k \geq k_F$ (et la déplétion pour $k \leq k_F$) ne crée pas de corrélations entre les états d'impulsion : le système est dans ce cas décrit par une matrice densité. Au contraire l'état BCS est un état pur intriqué.

3.3.2 Interaction faiblement répulsive : condensat de molécules

On peut également envisager la formation d'un état moléculaire entre deux fermions (par exemple l'état décrit 1.2.2 existant dans la région $a \geq 0$ d'une résonance de Feshbach) de taille

Dans le domaine de validité de ces équations, la température de transition et l'énergie de seuil seront très faibles devant respectivement la température de Fermi et l'énergie de Fermi. La taille des paires sera très grande devant la distance interparticules.

À température nulle, l'occupation n_k des états de vecteur d'onde k n'est plus celle d'une mer de Fermi mais varie de manière plus douce autour de k_F sur une largeur de $\hbar\Delta$ comme schématisé sur la figure 3.4.

La ressemblance avec la figure 3.1 des nombres d'occupation d'une mer de Fermi sans interaction à température non nulle ne doit pas faire oublier la différence fondamentale entre ces deux cas. La population thermique

r_b petite devant la distance moyenne entre les particules $n^{-1/3}$. On doit alors considérer ces molécules comme des bosons ponctuels, susceptibles de former un condensat de Bose Einstein en dessous d'une température critique. Cette condensation sera qualitativement identique à celle décrite dans le chapitre 2 tant que $n^{-1/3}r_b \ll 1$ c'est à dire tant que l'image de bosons ponctuels sera pertinente. Dans ce régime la température de condensation T_C tendra, quand $a \rightarrow 0$ vers la valeur 2.7 pour un gaz de molécules piégées. Notons en particulier que l'exponentielle qui réduit fortement la température BCS 3.26 n'est pas présent. Si l'on admet que ces molécules peuvent être confinées dans un piège harmonique avec les mêmes fréquences que les atomes qui les forment, on a, pour N atomes :

$$k_B T_C = \lim_{a \rightarrow 0^+} 0,94 \hbar \bar{\omega} (N/2)^{1/3} \simeq 0,4 \hbar \bar{\omega} (6N)^{1/3} = 0,4 k_B T_F. \quad (3.29)$$

On peut de même effectuer le même calcul pour gaz homogène. Le seuil de condensation présenté en 2.1.1 s'écrit maintenant, pour des molécules de masse $M = 2m$:

$$\zeta(3/2) = n_{\text{mol}} \lambda_{\text{dB}}^3 = \frac{k_F^3}{6\pi^2} \frac{h^3}{2\pi M k_B T} \quad \text{soit} \quad \frac{T_C}{T_F} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}\zeta(3/2)} \right)^{2/3} \simeq 0,218. \quad (3.30)$$

Dans le cas des états liés d'une interaction en onde s de grande longueur de diffusion $a \geq 0$ (en particulier au voisinage d'une résonance de Feshbach), la taille de l'état moléculaire est de l'ordre de a . La superfluidité ne pourra donc être décrite par ce phénomène qu'à la condition $na^3 \ll 1$.

3.3.3 Une résonance de Feshbach pour étudier la transition CBE \rightarrow BCS

Le condensat de molécules de fermions et l'état BCS constituent les deux limites de l'état superfluide de fermions en interaction. L'étude de la transition entre ces deux régimes a fait l'objet de nombreuses études théoriques (voir en particulier les références [107, 29, 30, 49, 37, 38, 39, 52]).

L'utilisation de résonances de Feshbach dans les gaz d'atomes froids permet comme nous le verrons dans les chapitres 7 et 8 l'exploration de ces divers régimes en variant la longueur de diffusion. Le régime des molécules de fermions condensées (régime de couplage fort dans la théorie de la transition) sera atteint dans la région $a \rightarrow 0^+$ et le régime BCS (régime de couplage faible) dans la région $a \rightarrow 0^-$.

Dès que $n^{1/3}|a|$ devient de l'ordre de l'unité, on ne peut plus vraiment parler ni de paires de Cooper ni de bosons ponctuels. Plusieurs théories ont été développées pour traiter cette région [36, 112], faisant en particulier intervenir explicitement la résonance de Feshbach et l'état moléculaire auquel elle couple les fermions [37, 39, 38, 113]. Ce modèle de *superfluidité résonante* prédit une transition continue entre les deux régimes et une température de transition de l'ordre de la température de condensation des molécules de fermions 3.29. La figure 3.5, extraite de [38] présente un calcul de la température de transition pour un gaz homogène de ^{40}K en fonction du décalage ν (en gauss) par rapport à la résonance. L'allure générale serait semblable pour notre gaz de ^6Li bien que sa résonance soit beaucoup plus large, environ 50 G. Loin de la résonance, on reconnaît les deux limites du condensat de molécules (pour $\nu \leq 0$ et $a \geq 0$) où T_C/T_F est

constant à environ 0,218 loin de résonance et le régime BCS (pour $\nu \leq 0$ et $a \leq 0$) où la température de transition décroît exponentiellement avec $|a|$ quand on s'éloigne de la résonance. Aucune singularité n'apparaît à résonance et remarquablement, la température de transition à résonance, $0,26 T_F$, est comparable à celles déjà atteintes expérimentalement. L'utilisation de la résonance permettrait donc d'atteindre la transition superfluide dans des gaz relativement peu dégénérés.

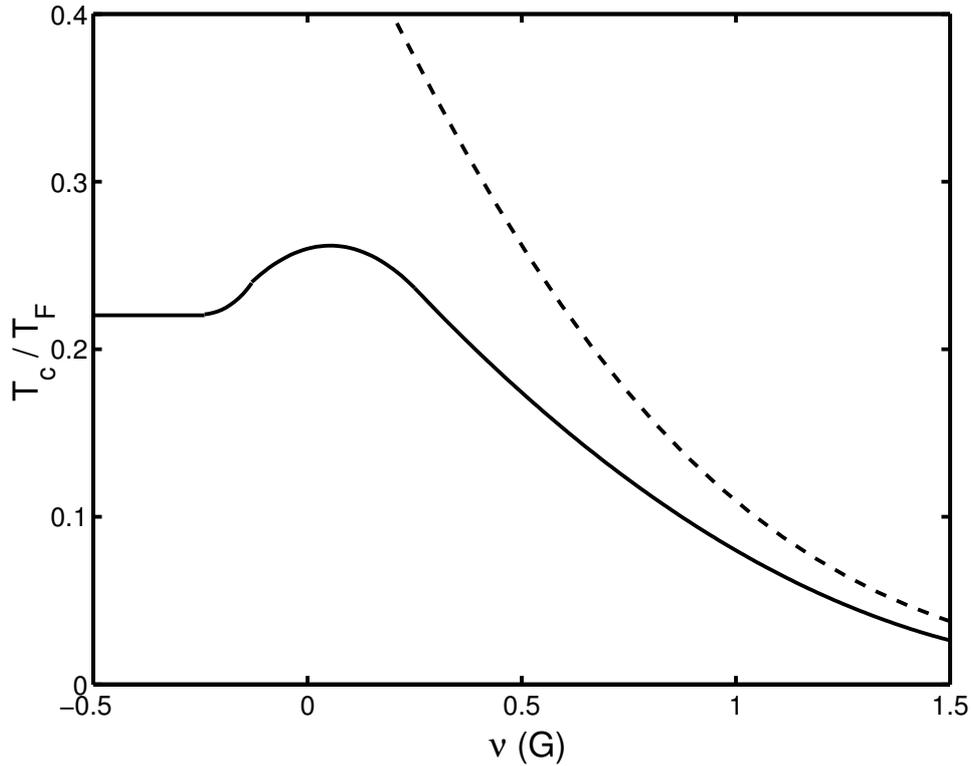


FIGURE 3.5 – Température critique T_C dans un gaz homogène de ^{40}K (courbe en trait continu) dans la zone de transition CBE ($\nu \leq 0$) \leftrightarrow BCS ($\nu \geq 0$) en fonction du décalage ν du champ magnétique, $\nu = 0$ à résonance. La courbe en traits tiretés est la limite BCS de l'équation 3.26. Dans la région de présence des molécules, la température de transition rejoint la valeur de l'équation 3.30. Exactement à résonance, la température de transition vaut ici $0,26 T_F$ comparable aux dégénérescences atteintes expérimentalement.

Dimensionnellement, l'énergie d'un gaz de fermions en interaction à température nulle μ_{int} peut s'écrire, quand la description de l'interaction par la seule longueur de diffusion est valable, selon :

$$\mu_{\text{int}} = E_F \times f(k_F a), \quad (3.31)$$

où $k_F |a|$ est le paramètre sans dimension décrivant l'intensité de l'interaction.

Exactement à résonance, les paramètres physiques observables doivent rester finis bien que $k_F a$ diverge. C'est le régime dit de la *limite unitaire*. Quand $k_F |a| \rightarrow \infty$, l'énergie μ_{int} du gaz de fermions homogène en interaction ne devra plus dépendre de $k_F a$. La fonction f tend alors vers

une constante β telle que, dans un gaz homogène :

$$\mu_{\text{int}} = (1 + \beta)E_{\text{F}}. \quad (3.32)$$

Cette constante est un paramètre universel qui, en particulier, ne dépend pas de la densité du gaz. Ce régime a été étudié par plusieurs auteurs [49, 50, 52] prédisant des bornes supérieures pour $1 + \beta$ (voir la revue dans [51]). Dans la limite unitaire où le paramètre $k_{\text{F}}|a|$ diverge, $1 + \beta$ est sensiblement inférieur à 1 : le dernier calcul publié prédit [52] par exemple $1 + \beta = 0,44$. On constate que l'interaction modifie profondément l'état fondamental du système : l'énergie du système en interaction est inférieure à la moitié de ce qu'elle est dans un gaz parfait. Comme β est négatif, on constate de plus que l'énergie effective d'interaction est attractive à résonance.

Deuxième partie

Obtention de ${}^6\text{Li}$ et ${}^7\text{Li}$ dégénérés

Sommaire

4	Le lithium, notre atome	57
4.1	Li dans tous ses états	57
4.1.1	États d'énergie de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$	57
4.1.2	Les résonances de Feshbach	57
4.2	Refroidissement évaporatif et sympathique : utilisation d'un mélange de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$	60
5	La machine à Li froid	63
5.1	Jusqu'à la dégénérescence	63
5.1.1	Le piège magnéto-optique : PMO	63
5.1.2	Transfert dans un piège magnétique de Ioffe-Pritchard.	64
5.1.3	Évaporation du mélange $ 2, 2\rangle\text{-} 3/2, 3/2\rangle$	66
5.1.4	Mélange de bosons et fermions dégénérés dans leur état hyperfin fondamental	67
5.2	En route vers Feshbach	70
5.2.1	Piège dipolaire	70
5.2.2	Transfert du piège magnétique au piège optique	74
5.2.3	Choix de l'état de spin.	77
5.2.4	Ajustement du champ magnétique.	78
5.3	Comportement d'un gaz de fermions en expansion	79
5.3.1	Temps de vol	79
5.3.2	Thermométrie d'un gaz de fermions dégénérés : approximation de Sommerfeld	81
5.3.3	Précision de la fonction d'ajustement	83
5.3.4	Ajustements de signaux expérimentaux	86

Chapitre 4

Le lithium, notre atome

Nous présentons dans ce chapitre l'atome sur lequel nous avons jeté notre dévolu, le lithium. Notre système nous permet de piéger ses deux isotopes, le boson ${}^7\text{Li}$ et le fermion ${}^6\text{Li}$. Les propriétés collisionnelles de ces atomes, en particulier l'existence de résonances de Feshbach facilement exploitables en font des bons candidats pour rechercher les régimes quantiques nouveaux décrits dans la partie précédente : le soliton d'onde de matière pour ${}^7\text{Li}$ et le superfluide fermionique pour ${}^6\text{Li}$.

L'utilisation conjointe du boson et du fermion présente également un avantage technique. Les collisions élastiques entre bosons et fermions permettent en effet de pallier l'absence d'interaction en onde s qui empêche, pour les fermions, le refroidissement évaporatif, technique de refroidissement cruciale des gaz d'atomes froids.

4.1 Li dans tous ses états

4.1.1 États d'énergie de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$

Commençons par présenter les états d'énergie des isotopes bosonique ${}^7\text{Li}$ et fermionique ${}^6\text{Li}$ du lithium dont le calcul est donné dans l'annexe B. Ils sont représentés sur la figure 4.1 dans les domaines de champ magnétique où la variation de leur énergie est non triviale. Dans les zones dans lesquelles se situent les résonances de Feshbach que nous avons utilisées (environ 850 G pour ${}^6\text{Li}$ et environ 725 G pour ${}^7\text{Li}$) les spins électroniques sont complètement polarisés et la structure devient très simple : l'énergie d'une moitié des niveaux (ceux d'énergie inférieure) varie pratiquement selon $E = -\mu_B B$ soit environ $-1,4 \text{ MHz}\cdot\text{G}^{-1}$, l'autre moitié selon $E = +\mu_B B$, $+1,4 \text{ MHz}\cdot\text{G}^{-1}$. Chaque niveau y est désigné par les nombres quantiques à champ nul $|F, m_F\rangle$. On peut remarquer que le couplage hyperfin de ${}^6\text{Li}$ est relativement faible : dès que le champ magnétique est supérieur à environ 27 G les spins électroniques des deux états du niveau hyperfin fondamental $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ sont complètement polarisés.

4.1.2 Les résonances de Feshbach

Nous présentons maintenant les résonances de Feshbach de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$, ainsi que les usages qu'on peut espérer en faire. Au début de notre travail, celles-ci n'avaient pas été étudiées expé-

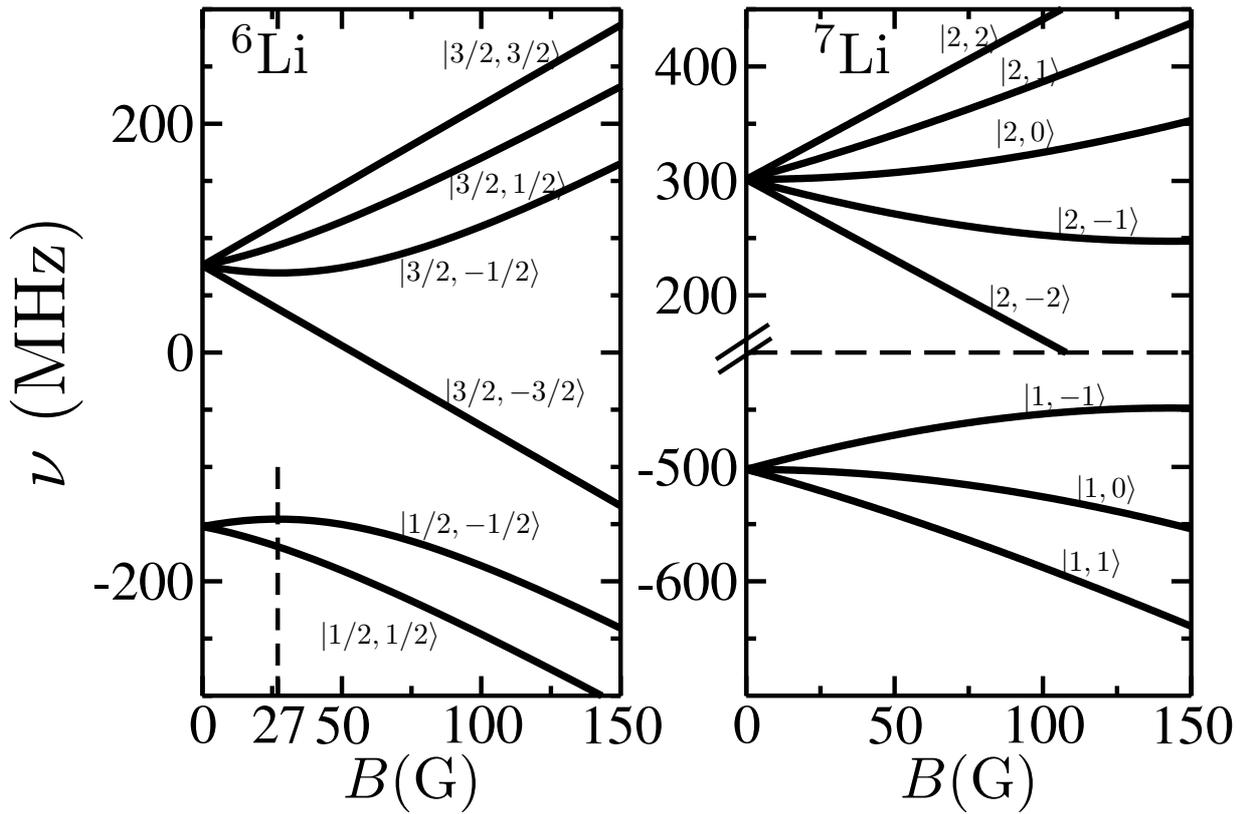


FIGURE 4.1 – Structure des niveaux d'énergie du fondamental du Lithium.

rimentalement et nous ne disposons que de calculs théoriques. Les nouveaux phénomènes que nous avons pu mettre en évidence grâce à elles et qui seront exposés dans les chapitres 6,7 et 8 ont également permis d'affiner la connaissance de ces résonances.

${}^7\text{Li}$ dans $|1, 1\rangle$: soliton d'ondes de matière

Il existe une résonance de Feshbach entre bosons dans l'état $|F = 1, m_F = 1\rangle$ [34, 40, 114]. La variation de la longueur de diffusion en fonction du champ magnétique B est représentée sur la figure 4.2.

La résonance est centrée aux environs de 725 G. Les bobines que nous utilisons peuvent produire des champs magnétiques de 0 à 1300 G avec une sensibilité de $2,65 \text{ G A}^{-1}$ [62]. Les alimentations utilisées ont une précision relative de 10^{-4} , correspondant à 1 G sur la région de la résonance. La relative largeur de la résonance, environ une centaine de gauss, nous permet donc d'ajuster finement la longueur de diffusion de $-0,2 \text{ nm}$ à environ une dizaine de nm. Notons cependant que la région $-1,5 \leq a \leq -0,2 \text{ nm}$ n'est pas accessible. La longueur de diffusion peut également être rigoureusement annulée, permettant ainsi de produire un gaz parfait sans interactions (en onde s du moins).

Sur toute la région 350 – 600 G les variations de $a \leq 0$ avec le champ magnétique sont suffisamment lentes pour en permettre un ajustement précis. Cette résonance était donc toute indiquée pour étudier la stabilité d'un condensat de ${}^7\text{Li}$ en régime d'interaction attractive et surtout la possibilité de créer un soliton d'onde de matière. En effet, comme on l'a abordé en 2.2.3

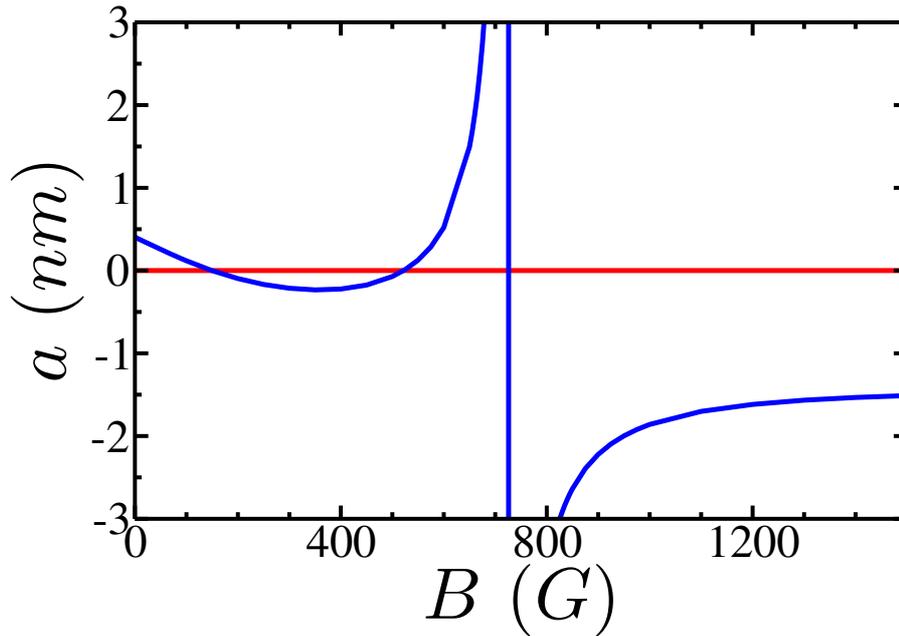


FIGURE 4.2 – Variation de la longueur de diffusion a_{77} entre atomes de ${}^7\text{Li}$ dans l'état $|1, 1\rangle$ avec le champ magnétique B .

et comme on le détaillera au chapitre 6, les interactions ne doivent pas être trop fortes pour que l'on puisse créer une situation unidimensionnelle. La partie $a \leq 0$ pour $150 \leq B \leq 500$ G où $|a| \leq 0,2$ nm est donc idéale à cet égard.

Fermions en interactions : utilisation du mélange $|1/2, 1/2\rangle$ $|1/2, -1/2\rangle$

Comme on l'a vu au chapitre 1, les interactions en ondes s sont interdites entre fermions identiques et, étant limitées aux ondes p et supérieures, seront quasiment nulles à très basse température. On devra donc avoir des fermions distinguables pour avoir des interactions dans le système. On peut pour cela utiliser des fermions dans un mélange d'états hyperfins ou Zeeman différents. Grâce à une résonance entre les deux états du niveau hyperfin fondamental $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ permettant d'obtenir des interactions fortement attractives ${}^6\text{Li}$ est un candidat particulièrement prometteur pour l'étude de la transition superfluide d'un gaz de fermions [41, 48, 43]. La figure 4.3 présente la longueur de diffusion en onde s entre ces deux états en fonction du champ magnétique.

La résonance principale, théoriquement située au voisinage de 850 G [42, 114] a une largeur de l'ordre de 200 G, ce qui rend possible l'ajustement précis de la longueur de diffusion. Il existe également une autre résonance très étroite, observée pour la première fois par l'équipe du MIT [47] et utilisée par l'équipe de *Rice University* [56].

La longueur de diffusion est, pour $B \geq 1500$ G, exceptionnellement grande et négative $a \simeq -2160a_0$ avec a_0 le rayon de Bohr. Pour 10^6 fermions dans un piège harmonique de fréquence $2\pi \times 1500$ s $^{-1}$, on a $k_F \simeq 10^7$ m $^{-1}$ et donc $k_F|a| \simeq 1$, ce qui place le gaz dans un régime d'interactions fortes.

Dans le flanc gauche, où la longueur de diffusion est positive, on peut espérer produire les

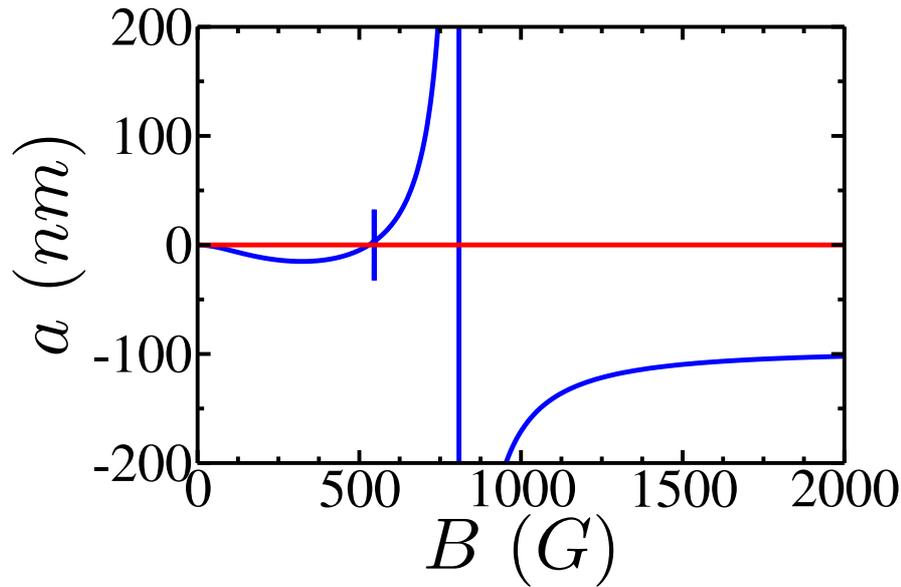


FIGURE 4.3 – Variation de la longueur de diffusion a entre atomes de ${}^6\text{Li}$ dans les états $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ avec le champ magnétique B .

molécules de fermions évoquées en 1.2.2.

4.2 Refroidissement évaporatif et sympathique : utilisation d'un mélange de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$

Étudions maintenant la stratégie à mettre en œuvre pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, préalable à l'observation des phénomènes originaux promis par le lithium.

Il est aisé d'appliquer à celui-ci les techniques usuelles de refroidissement et de piégeage d'atomes neutres. On peut facilement le manipuler par l'utilisation de lasers : il s'agit d'un alcalin dont la longueur d'onde des transitions électroniques est 671 nm, dans le domaine visible. Nous allons voir cependant que le fait d'utiliser un fermion complique passablement la dernière phase du refroidissement de toute expérience d'atomes froids, le refroidissement évaporatif [115].

Refroidissement évaporatif

Le principe du refroidissement évaporatif, schématisé sur la figure 4.4, est relativement simple. Il consiste à diminuer la température d'un gaz en retirant sélectivement et continûment d'un gaz les particules dont l'énergie dépasse une valeur de coupure : E_{coup} .

Un tel gaz ne peut pas strictement être à l'équilibre thermique. Néanmoins, si l'énergie moyenne par atome E_{moy} est suffisamment inférieure à E_{coup} (3 fois est un paramètre raisonnable), sa distribution en énergie est proche d'une distribution thermique à la température $T = E_{\text{moy}}/(3k_B) = E_{\text{coup}}/(k_B\eta)$. Si des collisions élastiques sont présentes elles produiront des atomes d'énergie supérieure à E_{coup} qui seront retirés. L'atome restant aura vu son énergie diminuer car il aura dû communiquer à l'autre l'énergie suffisante pour s'échapper. L'énergie par atome et donc la température est ainsi diminuée.

Le refroidissement évaporatif sera d'autant plus efficace que η sera grand, c'est à dire que l'énergie enlevée par atome sera grande. Cependant des processus de pertes dans le système diminuent quant à elles le nombre d'atomes sans gain en température. Comme l'évaporation est d'autant plus lente que η est grand, un compromis doit être trouvé. De plus, si E_{coup} est maintenue constante, η augmente au fur et à mesure du refroidissement du gaz, ce qui ralentit le refroidissement. On effectuera donc une *évaporation forcée* en diminuant E_{coup} de manière à garder η constant.

Le grand succès du refroidissement évaporatif a été l'obtention en 1995 des premiers condensats de Bose-Einstein dans des gaz d'alcalins [3, 8, 4] récompensés par le prix Nobel de physique en 2001 [5].

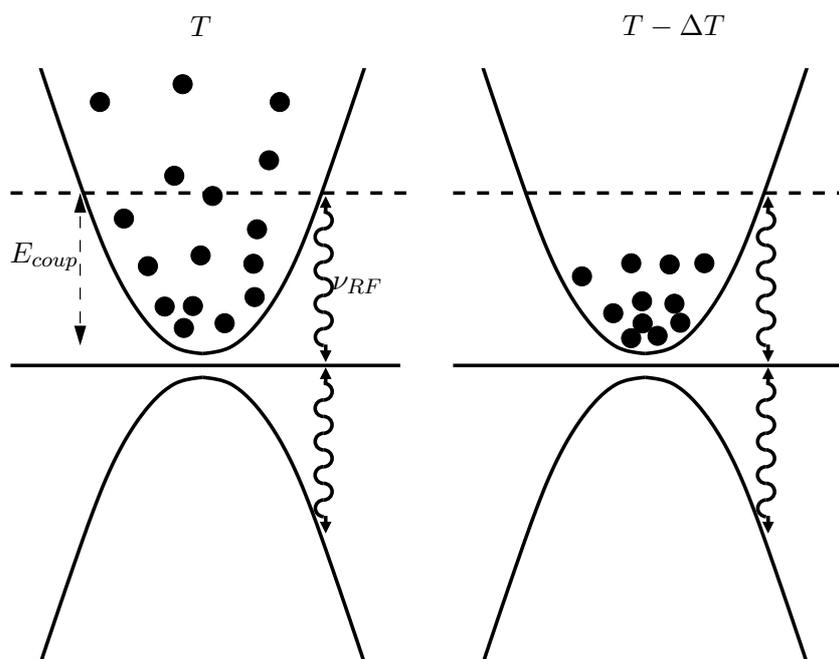


FIGURE 4.4 – Schéma de principe de l'évaporation radio-fréquence dans un piège magnétique. Le champ radiofréquence de fréquence ν_{RF} transfère les atomes d'énergie supérieure à E_{coup} , produits par collisions élastiques, initialement dans un état piégé vers des états non-piégés. Les atomes restant ont alors une énergie moyenne inférieure et la température effective du gaz diminue.

Dans un piège magnétique, la sélection en énergie est facilement réalisée en utilisant un champ radio-fréquence couplant les atomes d'un état magnétiquement piégé à un état non piégeant. L'effet Zeeman permet d'assurer que seuls les états ayant une certaine énergie pourront être résonants avec ce champ et seront retirés du piège. Cette évaporation est schématisée sur la figure 4.4.

Refroidissement sympathique

Le refroidissement évaporatif repose fondamentalement sur les collisions élastiques pour produire des atomes d'énergie supérieure à l'énergie de coupure. On a vu au chapitre 1 qu'un gaz

polarisé de spin de fermions se comporte à basse température comme un gaz parfait sans interaction ¹. Il sera alors impossible de refroidir évaporativement un gaz de fermions polarisés. Or la polarisation (totale ou partielle plaçant les atomes dans quelques états magnétiques choisis) de l'échantillon s'avère très souvent nécessaire pour limiter les collisions inélastiques, qui peuvent réduire dramatiquement la durée de vie d'un gaz dense. Différentes solutions ont été apportées à ce problème, toutes faisant intervenir des collisions entre particules distinctes pour effectuer un *refroidissement sympathique*. On refroidit une espèce et la thermalisation de l'ensemble est assurée par les collisions inter-espèces.

⁶Li et ⁷Li

On peut à cet effet utiliser deux états hyperfins du même atome fermionique (équipes de D. S. Jin [15] avec ⁴⁰K, de J. E. Thomas [19] et R. Grimm [20] avec ⁶Li) ou deux atomes différents (équipe de W. Ketterle [21] avec ⁶Li et ²³Na, de M. Inguscio [17] avec ⁴⁰K et ⁸⁷Rb). Nous avons quant à nous choisi d'utiliser, ainsi que l'équipe de R. G. Hulet [56], les deux isotopes du lithium, le boson ⁷Li et le fermion ⁶Li [117]. L'utilisation du même atome simplifie en effet la conception du système optique (les fréquences des lasers à utiliser étant proches) et permet d'utiliser une seule source atomique.

Nous utilisons un nombre de ⁶Li inférieur à celui de ⁷Li de telle sorte que la capacité calorifique de ceux-là soit initialement négligeable devant celle de ceux-ci. Le fonctionnement du refroidissement sympathique entre le boson et le fermion sera alors le suivant : on évaporerait le boson et le fermion sera refroidi par contact thermique. L'inertie thermique représentée par ceux-ci étant négligeable initialement devant celle des bosons, on pourra donc refroidir les fermions quasiment sans en perdre. Bien sûr, on sortira de ce régime quand les nombres (ou plutôt les capacités thermiques) des deux gaz deviendront comparables [61].

L'utilisation des bosons permet de pallier la suppression des collisions élastiques. Le refroidissement des fermions devient également problématique quand on atteint le seuil de dégénérescence. Comme on a pu le voir sur la figure 3.2 b), les processus de diffusion élastique sont limités du fait de la dégénérescence. Son influence sur le taux de rethermalisation a été étudiée expérimentalement et théoriquement dans [98, 100]. Cet effet est évidemment aggravé quand les deux espèces sont fermioniques, les deux ayant alors du mal à thermaliser. Ceci constitue un autre avantage en faveur d'un mélange boson-fermion.

Des arguments plus quantitatifs sur l'efficacité du refroidissement sympathique ⁷Li ⁶Li sont détaillés dans [61].

¹On peut cependant remarquer que les collisions en onde *p* peuvent être augmentées au moyen d'une résonance de Feshbach. L'équipe de D. Jin a ainsi pu observer des interactions en onde *p* aussi fortes dans un échantillon polarisé de ⁴⁰K que celles en onde *s* entre deux états hyperfins distincts [116] malheureusement accompagnées de pertes inélastiques dramatiques.

Chapitre 5

La machine à Li froid

Ce chapitre présente les grandes lignes du système expérimental utilisé durant cette thèse. Sa conception et sa mise au point ont fait l'objet des deux premières thèses de notre équipe et constituent déjà en elle-même un travail considérable. Nous disposons maintenant de ce qu'on peut appeler une machine à Li froid qui, bien que capricieuse, produit de manière routinière des gaz dégénérés de bosons ^7Li et de fermions ^6Li simultanément dans le même piège magnétique.

Nous présentons tout d'abord les étapes qui nous permettent d'atteindre le régime de dégénérescence quantique dans un gaz contenant à la fois le boson ^7Li et le fermion ^6Li [117, 16]. Nous avons ainsi réalisé le premier condensat de Bose-Einstein immergé dans une mer de Fermi avec des gaz dilués. Ce résultat, remarquable en lui-même, sera présenté très rapidement dans ce chapitre. Le lecteur intéressé pour trouver les détails dans les thèses de Gabriele Ferrari [62] et Florian Schreck [61].

Nous décrivons ensuite les modifications que nous avons apportées à cette machine : le piège optique permettant de confiner ^6Li et dans n'importe quel état de spin, pour peu que leur température soit suffisamment basse, et la génération du champ magnétique nécessaire pour explorer des résonances de Feshbach. Nous détaillons finalement quelques aspects spécifiques de l'imagerie par absorption d'un gaz de fermions dégénérés.

5.1 Jusqu'à la dégénérescence

Une revue exhaustive des principes techniques de refroidissement et de piégeage utilisées dans cette section pourra être consultée dans [118, 119, 120].

5.1.1 Le piège magnéto-optique : PMO

Avant de commencer, précisons que bien entendu, toute l'expérience est maintenue sous ultravide (10^{-11} Torr). La température de liquéfaction du lithium est de 180°C et il est nécessaire de le chauffer jusqu'à $\simeq 550^\circ\text{C}$ pour obtenir une pression de vapeur suffisante. Ceci constitue le point de départ de notre expérience : un liquide chauffé dans un four pour fournir une vapeur. La masse du lithium étant de l'ordre de 10^{-26} kg la vitesse quadratique moyenne des atomes est donc de $\simeq 1000$ m.s $^{-1}$. Nous utilisons un *ralentisseur Zeeman* [121] pour diminuer la vitesse

des atomes jusqu'à des valeurs compatibles avec la capture dans un piège magnéto-optique, initialement suggéré par J. Dalibard [122] et réalisé pour la première fois par E. L. Raab [123] (noté PMO par la suite).

Nous utilisons un PMO (voir figure 5.1) capable de piéger simultanément ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$ au moyen de diodes laser accordées sur les transitions atomiques des deux isotopes [124]¹. Les paramètres sont choisis pour capturer un maximum d'atomes. Le chargement du PMO dure typiquement une minute. On refroidit ensuite (en diminuant la puissance des lasers) et on comprime le nuage (en rapprochant les fréquences de la fréquence de transition atomique). Le gaz a alors les caractéristiques données dans la table 5.1 (n_0 est ici la densité maximale au centre du piège) :

	${}^7\text{Li}$	${}^6\text{Li}$
N	$3,2 \cdot 10^9$	$2,7 \cdot 10^8$
$n_0 \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	$2,0 \cdot 10^{11}$	$5,9 \cdot 10^{10}$
$T \text{ (mK)}$	0,6	0,7

TABLE 5.1 – Performances typiques du PMO à deux isotopes

La densité dans l'espace des phases $\rho \simeq 10^{-7}$ qu'on obtient alors reste bien en deçà des conditions de dégénérescence. En effet il existe des limites fondamentales aux températures accessibles dans un PMO, dues au fait que les atomes piégés continuent à diffuser les photons des lasers réalisant le PMO. Par effet de recul, leur impulsion varie à chaque diffusion et ne peut donc être diminuée arbitrairement. De même des effets de diffusion multiple limitent la densité [125]. Pour poursuivre le refroidissement, il faut alors utiliser un système de piégeage non dissipatif, qui ne chauffera pas les atomes. Un piège magnétique ou un piège dipolaire optique comme celui que nous décrirons en 5.2.1 conviennent. Néanmoins, la profondeur du piège devra être de l'ordre du mK pour capturer les atomes issus de notre PMO, ce qui est considérable pour un piège optique. Nous avons choisi d'utiliser un piège magnétique permettant d'obtenir facilement de telles profondeurs.

5.1.2 Transfert dans un piège magnétique de Ioffe-Pritchard.

Le principe du piégeage magnétique est assez simple. L'énergie en champ faible d'un atome dans un état de spin $|F, m_F\rangle$ placé dans un champ magnétique $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_z$ est :

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = m_F g_F \mu_B B, \quad (5.1)$$

où g_F est le facteur de Landé dans l'état hyperfin F et μ_B la valeur absolue du magnéton de Bohr. En faisant varier spatialement l'intensité du champ magnétique, on pourra alors piéger les atomes :

- dans les maxima du champ magnétique pour $m_F g_F \leq 0$
- dans les minima du champ magnétique pour $m_F g_F \geq 0$

¹Depuis la publication de cet article, la transition de repompage pour ${}^6\text{Li}$ a été changée, voir [61]

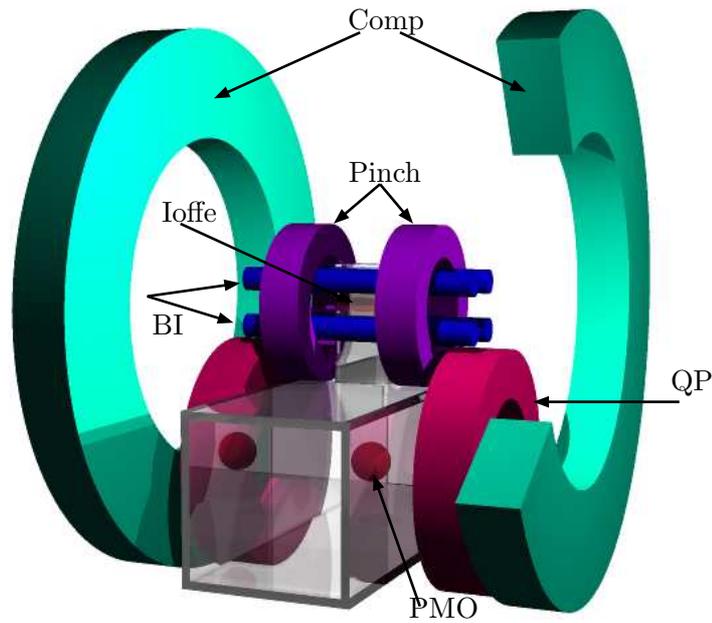


FIGURE 5.1 – Schéma des pièges magnétiques. Comp : bobines de compensation du piège Ioffe (en configuration Helmholtz), utilisées en anti-Helmoltz pour l'ascenseur magnétique. BI : barres du piège Ioffe. QP : Quadrupole du PMO. Pinch : bobines « pinch » du piège Ioffe. PMO : nuage atomique dans le PMO. Ioffe : nuage atomique dans le piège Ioffe-Pritchard.

Comme, selon le théorème de *Wing* [125], on ne peut pas former un maximum statique de champ magnétique, on ne pourra piéger que les atomes dont le moment magnétique est anti-parallèle au champ magnétique, autour des minima de celui-ci. Les états piégeables magnétiquement de ${}^7\text{Li}$ (resp. ${}^6\text{Li}$) sont donc, comme on peut le voir sur la figure 4.1, $|2, 2\rangle$ et $|2, 1\rangle$ ($|3/2, 3/2\rangle$ et $|3/2, 1/2\rangle$) pour toute valeur du champ magnétique et $|1, -1\rangle$ pour $B \leq 143$ G correspondant à une énergie d'environ $k_B \times 1,7$ mK ($|1/2, -1/2\rangle$ pour $B \leq 27$ G correspondant à une énergie d'environ $k_B \times 200$ μK). L'état $|1/2, -1/2\rangle$ est donc trop chaud au sortir du PMO pour pouvoir être piégé magnétiquement. On piègera donc les atomes dans les états $|2, 2\rangle$ et $|3/2, 3/2\rangle$. Ils sont d'une part piégeable magnétiquement quelle que soit leur énergie et d'autre part leur mélange est stable vis-à-vis des collisions inélastiques de relaxation de spin². Le transfert du PMO au piège magnétique est accompagné d'une phase de pompage optique pour transférer un maximum d'atomes dans ces états. Les atomes sont alors placés dans le quadrupole magnétique généré par la paire de bobines du PMO, en configuration anti-Helmoltz (voir la figure 5.1).

Le refroidissement sympathique par évaporation, comme tout refroidissement évaporatif, ne pourra s'amorcer que si le taux de collisions élastiques entre bosons et celui entre bosons et fermions sont grands par rapport aux taux de pertes. Or les longueurs de diffusion entre bosons ($a_7 = -27a_0$) et entre bosons et fermions ($a_{67} = 40a_0$) dans les états $|2, 2\rangle$ et $|3/2, 3/2\rangle$ sont relativement peu élevées : à titre de comparaison celle de ${}^{87}\text{Rb}$, le premier alcalin à avoir été condensé est de $+110 a_0$. On aura donc intérêt à augmenter autant que possible la densité du gaz pour obtenir un taux de collisions élastiques décent.

²Celles-ci conservent $m_F = m_{F1} + m_{F2}$ et cette quantité est maximale dans ce mélange.

À cet effet, nous avons choisi d'utiliser un autre piège magnétique, beaucoup plus confinant que le piège quadrupolaire, pour y effectuer l'évaporation. Il s'agit d'un piège de type *Ioffe-Pritchard*, couramment utilisé dans les expériences d'atomes froids. Ce piège cylindrique réalise, au voisinage de son axe, un confinement harmonique. Radialement, les atomes sont piégés par le quadrupole magnétique généré par les quatre barres de Ioffe (notées Ioffe sur la figure 5.1). Une paire de bobines de confinement axial (appelées « pinch » par la suite et notées Pinch sur la figure) produisant sur l'axe des barres Ioffe une courbure de champ magnétique sont responsables du confinement axial. Plus précisément, en notant b' le gradient de champ magnétique des barres de Ioffe, b'' la courbure axiale des bobines et b_0 le champ magnétique de biais au centre du piège, les pulsations radiales ω_{\perp} et axiales ω_{\parallel} vues par un atome de masse m et de moment magnétique μ proche de l'axe sont données par :

$$\omega_{\parallel} = \sqrt{\frac{\mu b''}{m}} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{b'^2}{b_0} - \frac{b''}{2} \right)} \quad (5.2)$$

On pourra augmenter le confinement radial en diminuant le champ magnétique de biais b_0 créé par les bobines « pinch ». Pour cela, on adjoint à celles-ci une paire de bobines dites de compensation (Comp sur la figure), alignées sur l'axe du piège, en configuration Helmholtz. Leur rôle est, justement, de compenser b_0 aussi bien que possible en créant un champ magnétique homogène. Le grand confinement radial de notre piège Ioffe provient de la proximité des quatre barres produisant le confinement radial (elles ne sont distantes que de $\simeq 1$ cm) et des hautes intensités par lesquelles elles sont parcourues (jusqu'à 750 A circulant trois fois soit environ 2000 A).

Le piège Ioffe est situé à la verticale du PMO. Pour transférer les atomes dans le piège Ioffe, on utilise les bobines de compensation, en configuration quadrupolaire cette fois. Quand les quadrupoles inférieur (du PMO) et supérieur sont alimentés, il en résulte un quadrupole dont le centre est situé quelque part entre les deux. En augmentant le courant dans le quadrupole supérieur à partir de 0 puis en diminuant celui dans le quadrupole supérieur à 0 on réalise un ascenseur magnétique qui monte les atomes d'un quadrupole à l'autre. Il ne reste alors qu'à transférer les atomes du quadrupole supérieur dans le piège Ioffe [61].

5.1.3 Évaporation du mélange $|2, 2\rangle$ - $|3/2, 3/2\rangle$

Dans les conditions d'évaporation, on a, pour ${}^7\text{Li}$ dans $|2, 2\rangle$ $\omega_{\perp} = 2\pi \times 4050(8) \text{ s}^{-1}$ et $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 71, 17(5) \text{ Hz}$. Les fréquences pour ${}^6\text{Li}$ dans $|3/2, 3/2\rangle$ s'obtiennent en fonction du rapport des masses m_7 et m_6 selon $\sqrt{m_7/m_6}$ et sont $\omega_{\perp} = 2\pi \times 4374(9) \text{ rad.}^{-1}$ et $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 76, 87(5) \text{ rad. s}^{-1}$.

Dans ce piège, nous refroidissons sympathiquement ${}^6\text{Li}$ dans $|3/2, 3/2\rangle$ en évaporant ${}^7\text{Li}$ dans $|2, 2\rangle$. A l'issue d'une évaporation durant environ 40 s, on obtient [16] les valeurs typiques données dans la table 5.2.

Ces valeurs représentent la dégénérescence maximale que l'on peut obtenir dans ces états au terme d'une séquence (chargement du PMO + transferts de pièges + évaporation) durant environ une minute. Avec des nombres d'atomes aussi faibles, l'imagerie devient délicate. On verra par la suite qu'on interrompt l'évaporation plus tôt pour conserver plus d'atomes et la

	${}^7\text{Li } F = 2, m_F = 2\rangle$	${}^6\text{Li } F = 3/2, m_F = 3/2\rangle$
$T(\mu\text{K})$	$1.4 = 1.1 T_C$	$1.4 = 0.33 T_F$
N	$2,7 \cdot 10^4$	$8,1 \cdot 10^4$

TABLE 5.2 – Performances typiques du refroidissement sympathique dans les états supérieurs, limité par l'effondrement du condensat de ${}^7\text{Li}$ de longueur de diffusion négative.

poursuivre dans des conditions plus favorables. Typiquement, on obtient un mélange contenant $4 \cdot 10^5$ atomes de ${}^7\text{Li}$ et autant de ${}^6\text{Li}$ à une température de $10 \mu\text{K}$.

Le refroidissement dans ces états est alors bloqué pour plusieurs raisons :

capacités thermiques Premièrement, les nombres N_6 et N_7 deviennent comparables et le refroidissement sympathique devient inefficace. On peut néanmoins remédier à cet effet en évaporant en parallèle ${}^6\text{Li}$ pour garder le rapport souhaité entre les nombres des deux isotopes [56].

instabilité de ${}^7\text{Li}$ La condensation de ${}^7\text{Li}$ constitue la limite la plus critique. La longueur de diffusion étant négative dans l'état $|1, 1\rangle$, le CBE qui se forme n'est stable que pour des nombres d'atomes inférieurs à quelques centaines (comme on l'a vu en 2.2.1). Dès que la température atteint T_C le condensat s'effondre et perd des atomes par des processus inélastiques [84, 24, 86]. On ne peut alors plus poursuivre le refroidissement sympathique.

En dépit de ces conditions délicates, c'est dans ce mélange ($|2, 2\rangle |3/2, 3/2\rangle$) que nous avons pu observer nos premières signatures de la dégénérescence quantique des fermions [16], également observée dans [18]. La figure 5.2 présente la densité optique des nuages de bosons et de fermions intégrée sur deux directions. Les deux signaux ont été normalisés au même nombre d'atomes. On observe que la densité fermionique est significativement élargie par rapport à celle des bosons. Comme les deux isotopes sont simultanément piégés par le même potentiel et à la même température, cette figure est l'illustration directe des différentes statistiques quantiques des deux atomes. Les courbes en traits continus, en très bon accord, sont les distributions bosoniques et fermioniques théoriques pour des gaz sans interactions avec les paramètres de la table 5.2. Notons que la distribution fermionique, ici à $T/T_F = 0,33$ est déjà pratiquement indistinguable de la distribution à température nulle.

5.1.4 Mélange de bosons et fermions dégénérés dans leur état hyperfin fondamental

On peut essayer de jouer sur les nombres relatifs des deux isotopes mais la dégénérescence accessible pour ${}^6\text{Li}$ est fondamentalement limitée si on laisse ${}^7\text{Li}$ dans l'état $|2, 2\rangle$. En effet, l'efficacité du refroidissement sympathique est liée à des nombres comparables de ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$ (sauf à utiliser une résonance de Feshbach entre ces deux atomes pour augmenter leur section efficace élastique) et, pour des nombres égaux leur températures de dégénérescence sont liées³ par $T_F/T_C = (6\zeta(3))^{1/3} \sqrt{m_7/m_6} \simeq 2$.

³Pour ces états complètement polarisés où la force magnétique est la même pour les deux isotopes

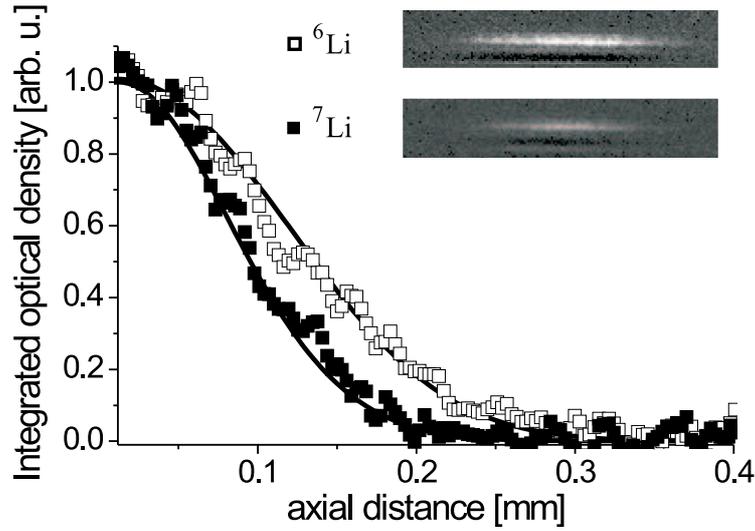


FIGURE 5.2 – Observation de la pression de Fermi. Images d’absorption et distribution spatiale intégrée dans le piège magnétique de ${}^7\text{Li}$ dans $|2, 2\rangle$ et ${}^6\text{Li}$ dans $|1, 1\rangle$. La température commune est de $1,4 \mu\text{K}$ correspondant à $1,1 T_C$ pour les bosons et $0,33 T_F$ pour les fermions. Les courbes représentent les distributions théoriques à cette température. La distribution fermionique à $T = 0$ (non représentée ici) serait pratiquement indistinguable de celle à $T = 0,33 T_F$.

Nous transférons donc ${}^7\text{Li}$ dans un état où sa longueur de diffusion est positive et où la condensation ne sera plus un obstacle au refroidissement. Les deux niveaux de l’état hyperfin fondamental $|1, 1\rangle$ et $|1, -1\rangle$ conviennent à cet égard. Soulignons qu’il n’est pas possible de commencer l’évaporation à partir du PMO directement dans ces états. $|1, -1\rangle$ n’est en effet pas piégeable magnétiquement à la température du PMO (comme on l’a vu en 5.1.2). $|1, 1\rangle$ n’est, lui, jamais piégeable magnétiquement et on verra que le piège optique que nous avons mis en place n’est pas assez profond pour garder les atomes issus du PMO.

Une première série d’expériences a été effectuée dans le piège magnétique car nous ne disposions pas encore du piège optique. Ceci nous a donc imposé d’utiliser $|1, -1\rangle$. Afin que le mélange boson-fermion demeure stable, nous avons également transféré ${}^6\text{Li}$ dans $|1/2, -1/2\rangle^4$ (voir figure 4.1). Ce transfert assez délicat nécessite d’effectuer une transitions hyperfine et deux transitions Zeeman (une seule Zeeman pour les fermions) simultanément pour les bosons et les fermions afin d’éviter les collisions inélastiques entre, par exemple des bosons dans l’état hyperfin inférieur et des fermions qui seraient encore dans l’état supérieur. Les détails de ce transfert peuvent être consultés dans [61].

À l’issue de ce transfert, on peut reprendre l’évaporation sur le mélange ${}^7\text{Li} |1, -1\rangle$ - ${}^6\text{Li} |1/2, -1/2\rangle$. Nous avons ainsi pu réaliser le premier mélange d’un condensat stable et d’un gaz

⁴Dans ce mélange, les spins électroniques sont totalement polarisés ce qui interdit les collisions inélastiques par relaxation de spin qui conservent le spin total. On pourra consulter dans [61] une discussion de la stabilité des différents mélanges

de fermions dégénérés [16]. La figure 5.3 présente un exemple d'un tel mélange de gaz dégénérés.

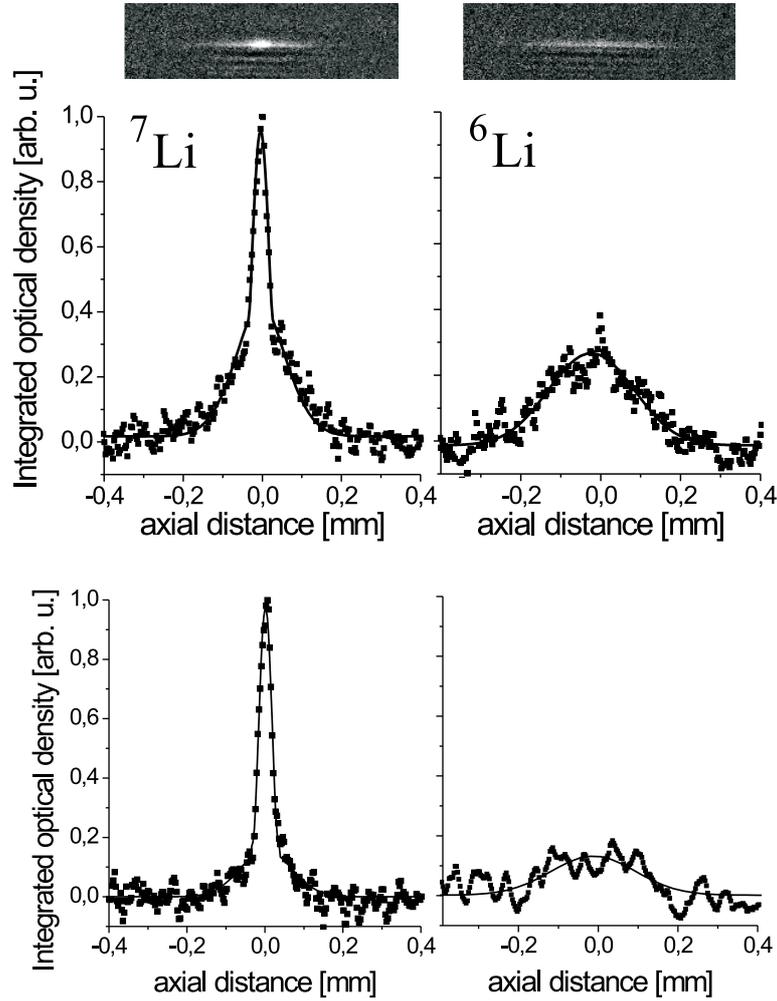


FIGURE 5.3 – Mélange de bosons et fermions dégénérés. Distributions spatiales *in situ* avec $N_7 = 3.5 \cdot 10^4$ et $N_6 = 2.5 \cdot 10^4$ dans la partie supérieure. La température commune, déterminée grâce au nuage thermique des bosons est $T = 1,6 \mu\text{K} = 0,87 T_C = 0,57 T_F$. Dans la partie inférieure, l'évaporation a été menée plus loin et on a maintenant $N_7 = 1.5 \cdot 10^4$ et $N_6 = 4 \cdot 10^3$.

La fraction thermique est à peine distinguable et donne une température d'environ

$$T \simeq 0,28 \mu\text{K} = 0,2 T_C = 0,2 T_F.$$

La température commune est déterminée par un ajustement gaussien sur la partie non condensée des bosons (voir la discussion en 2.1.2). Dans la partie supérieure, on peut observer la double structure caractéristique d'un condensat en présence d'une partie non condensée. La température est ici de $T = 1,6 \mu\text{K} = 0,87 T_C = 0,57 T_F$. Dans la partie inférieure, la partie non condensée est à peine détectable et donne une température de $T = 0,28 \mu\text{K} = 0,2 T_C = 0,2 T_F$.

A la suite de ce travail, ces mélanges de gaz quantiques dégénérés ont été étudiés par l'équipe de M. Inguscio [126, 127] qui, en particulier a observé l'effondrement d'un gaz de fermions induit par les interactions attractives avec le condensat.

5.2 En route vers Feshbach

L'étude des régimes quantiques nouveaux décrits dans la section 4.1.2 ne peut pas être effectuée dans un piège magnétique. En effet le confinement radial dans un piège de type Ioffe-Pritchard dépend de la valeur du champ magnétique de biais (voir les expressions des pulsations du piège 5.2) et serait très faible pour les champs magnétiques où nous souhaitons travailler. Plus fondamentalement, les états qui nous intéressent, $|1, 1\rangle$ pour les bosons et $|1/2, 1/2\rangle$ - $|1/2, -1/2\rangle$ pour les fermions ne sont pas piégeables magnétiquement aux valeurs de champs correspondant aux résonances de Feshbach. Nous avons donc mis en place un autre type de piège, optique celui-là, qui nous permet de piéger indifféremment tous les états avec le même confinement. Ce piège présente également l'avantage de pouvoir piéger les atomes dans leur état fondamental absolu. Par conservation de l'énergie, les processus inélastiques de pertes à deux corps sont alors totalement inhibés.

5.2.1 Piège dipolaire

Alors que le principe d'un piège magnétique repose sur le couplage entre le champ magnétique et le moment magnétique existant de l'atome, un piège dipolaire optique couple le champ électrique d'un laser au dipôle qu'il induit dans l'atome [118, 119, 120]. L'énergie d'interaction dipôle-champ est alors $\mathcal{E} = -\mathbf{d}\cdot\mathbf{E} = -\alpha\langle E^2/2\rangle$ où $\langle E^2\rangle$ est la moyenne temporelle du carré de E . Si la fréquence du laser ω est très loin de la résonance électronique ω_0 ($|\omega - \omega_0| \gg \Gamma$ où Γ est la largeur naturelle du niveau excité), le dipôle induit \mathbf{d} sera exactement en opposition de phase (pour $\omega - \omega_0 \geq 0$) ou en phase ($\omega - \omega_0 \leq 0$) avec le champ électrique oscillant \mathbf{E} . Dans ce dernier cas α est positif. Un maximum d'intensité correspondra donc à un puits de potentiel pour un laser désaccordé vers le rouge, et à une barrière pour un désaccord vers le bleu. De plus si on choisit un décalage $\delta = \omega - \omega_0$ grand devant les décalages isotopiques et hyperfins ($\simeq 10$ GHz) et Zeeman ($\lesssim 1$ GHz pour $B \lesssim 1000$ G, un tel piège produira le même confinement pour ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$, indépendamment de leur état de spin.

Potentiel

Pour piéger des atomes, nous utilisons un laser dont la longueur d'onde est supérieure à celle de la transition atomique qui piègera les atomes dans les maxima d'intensité. Pour un faisceau gaussien dans le mode TEM_{00} [128, 129], on sait que le profil d'intensité (en un point r, z où z représente l'abscisse sur l'axe de propagation du faisceau et r la distance à cet axe dans un plan perpendiculaire à z) est donné par :

$$I = I_0 \frac{e^{-\frac{2r^2}{w^2}}}{w(z)^2} \quad \text{avec} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad \text{et} \quad z_R = \pi \frac{w_0^2}{\lambda} \quad (5.3)$$

Son allure est représentée sur la figure 5.4

On appelle w_0 le *col du faisceau* et z_R la *longueur de Rayleigh*. En développant l'exponentielle au voisinage du centre $r = 0, z = 0$, on obtient une approximation harmonique du potentiel de piégeage pour les atomes, exprimée en fonction des paramètres expérimentalement pertinents [130, 125, 131], pour un faisceau polarisé linéairement :

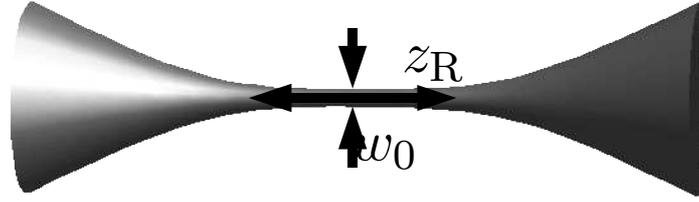


FIGURE 5.4 – Profil d'un faisceau gaussien dans le mode TEM_{00} . z_R est la longueur de Rayleigh, w_0 le col.

$$U(r, z) = |U_0| \left(-1 + \frac{2r^2}{w(z)^2} + \frac{z^2}{z_R^2} \right) \quad (5.4)$$

$$= -|U_0| + \frac{1}{2}m \left((\omega_{\perp}r)^2 + (\omega_{\parallel}z)^2 \right) \quad (5.5)$$

$$\text{avec } U_0 = \frac{\hbar\Gamma^2 P}{4I_{\text{sat}}\delta\pi w_0^2} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{4|U_0|^2}{mw_0}} \quad \text{et} \quad \omega_{\parallel} = \sqrt{\frac{4|U_0|^2}{mz_R}} = \frac{\lambda}{\pi w_0}\omega_{\perp} \quad (5.6)$$

Ici P la puissance totale du laser en W, $\Gamma = 1/\tau$ où τ est la durée de vie de l'état excité, 27 ns pour le lithium. Le paramètre I_{sat} est *intensité de saturation* [130], en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, pour laquelle un atome est pour 1/4 dans l'état excité. Cette intensité de saturation vaut $I_{\text{sat}} = \frac{2\pi^2\hbar c\Gamma}{3\lambda^3} = 2,4\text{mW}\cdot\text{cm}^{-2}$.

Pour que le piège soit conservatif, on doit cependant veiller à ce que les atomes diffusent peu de photons du laser réalisant le piège dipolaire, sous peine de voir le gaz se réchauffer. Le taux de diffusion de photon vaut $\eta = |U_0|\Gamma/(\hbar|\delta|) \propto P/(w_0^2\delta^2)$. Par ailleurs $U_0 \propto P/(w_0^2\delta)$. On voit donc qu'on peut rendre, à profondeur de piège U_0 et à fréquences constantes rendre ce taux de diffusion aussi petit que souhaité : il suffit pour cela d'augmenter $|\delta|$, donc d'éloigner le laser de résonance, en gardant le produit $P/(\delta w_0^2)$ constant. Tout n'est alors qu'une question de puissance disponible. On réalise ainsi un piège optique loin de résonance (FORT pour *Far Off Resonant Trap*), réalisé pour la première fois pour des atomes de sodium en 1986 [132].

Confinement des molécules

Un tel piège optique confinerait également les molécules formées au voisinage proche de Feshbach présentées en 1.2.2. En effet, le piège optique dépend de la polarisabilité des atomes. Celle-ci sera peu perturbée dans une molécule si l'énergie de liaison de la molécule est petite devant l'énergie d'ionisation de l'atome de l'ordre de l'eV. Dans ce cas la polarisabilité d'une molécule de Li_2 sera le double de celle de l'atome. Le piège optique exercera donc sur elle une force double : la profondeur du piège est doublée. En revanche, comme sa masse est elle aussi double, ses fréquences d'oscillations dans le piège sont celles des atomes.

Réalisation

Nous utilisons un piège optique croisé, constitué de deux faisceaux focalisés sur le centre du piège magnétique Ioffe-Pritchard. Ces deux faisceaux sont issus d'un même laser Nd :YAG (de longueur d'onde $\lambda = 1064$ nm). Le faisceau nommé par la suite horizontal se propage suivant l'axe z du piège Ioffe-Pritchard, le faisceau nommé vertical se propage selon l'axe x . La figure 5.5 représente le piège optique superposé avec le piège magnétique Ioffe-Pritchard.

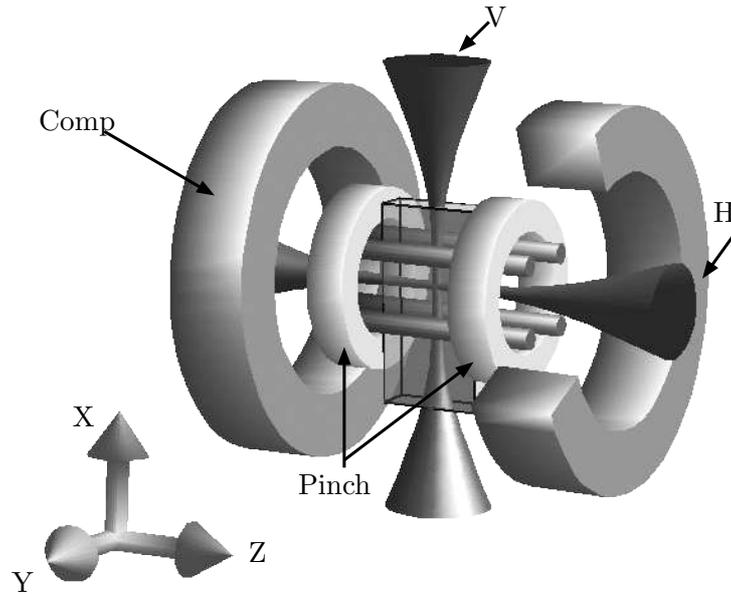


FIGURE 5.5 – Schéma du piège optique croisé, aligné avec le piège magnétique Ioffe-Pritchard. H est le faisceau horizontal, V le vertical. Comp désigne les bobines de compensation du piège Ioffe Pritchard, Pinch les bobines responsables du confinement axial. La puissance de chaque faisceau est environ 3 W et les cols au point de focalisation environ $30 \mu\text{m}$.

Nous utilisons un laser de type industriel (Spectra-Physics T40-8SS(08T)), autorégulé en puissance, délivrant 10 W dans un mode TEM_{00} quasi-parallèle, polarisé rectilignement, de col $w \simeq 3$ mm. La puissance relative entre les deux bras est réglée au moyen d'une lame 1/2 onde suivie d'un cube polarisant⁵. Chaque faisceau passe ensuite dans un modulateur acousto-optique (MAO) à environ 100 MHz qui sert d'interrupteur et permet également de régler l'intensité du faisceau. On choisit l'ordre -1 pour le bras horizontal et l'ordre $+1$ pour le bras horizontal. Les fréquences des deux lasers sont ainsi distantes de $\delta\nu \simeq 200$ MHz et la figure d'interférences qu'ils produisent défile à une vitesse proportionnelle à $\lambda\delta\nu \simeq 100$ m.s⁻¹, très grande devant la vitesse des atomes, de l'ordre de 0,1 m.s⁻¹ à 10 μK par exemple.

On réalise un maximum d'intensité au centre du piège Ioffe en y superposant les points focaux des deux lasers. Selon les lois de l'optique gaussienne [128] (ou l'application de la formule donnant w dans l'équation 5.3 pour $z/z_R \gg 1$) la taille du col w_0 est donnée par $w_0 = f\lambda/(\pi R)$ si le

⁵Ces éléments, ainsi que toutes les autres optiques du piège dipolaire sont évidemment traités anti réflexion à 1064 nm.

faisceau, quasi-parallèle, de rayon R est focalisé au moyen d'une lentille de focale f . Pour réaliser un grand confinement, on doit donc augmenter préalablement la taille de chacun des faisceaux par un télescope avant de les focaliser. On augmente le diamètre de chacun des faisceaux par un télescope composé de deux lentilles simples multipliant les cols par un facteur 10. Ceux-ci sont alors $\simeq 1$ cm. Enfin, une dernière lentille (de focale 500 mm pour chaque bras) focalise le faisceau sur les atomes. Toutes les lentilles ont des diamètres de deux pouces. Dans la pratique, les distances focales des lentilles de focalisation sont plutôt choisies en fonction de l'encombrement de l'expérience. La position du col de chaque faisceau est ajustée à trois dimensions au moyen de la dernière lentille de chaque bras, fixée sur un support micro-contrôle tri-axe précis à $10 \mu\text{m}$.

Alignement

Nous décrivons ici la procédure d'alignement des deux faisceaux YAG du piège dipolaire. Elle doit être très précise car les tailles radiales typiques des nuages que l'on va transférer sont pour des gaz thermiques⁶ à $10 \mu\text{K}$ $r = \sqrt{k_B T / (m\omega_{\perp}^2)} \simeq 10 \mu\text{m}$, c'est-à-dire comparable à la taille typique du faisceau ($\simeq 20 \mu\text{m}$). La première étape consiste d'abord à aligner chacun des faisceaux grossièrement de manière à ce qu'il traverse la cellule sans être coupé. Il s'agit ensuite de déplacer systématiquement les faisceaux YAG jusqu'à observer leur effet sur les images des atomes. C'est ce qui rend le processus fastidieux car il faut environ 1/30 entre chaque image. . . On doit procéder par des pas égaux à la plus grande des deux tailles entre celle du faisceau YAG et celle du nuage atomique pour être sûr de ne pas passer à côté du nuage. Pour augmenter la taille des pas (et donc diminuer le temps de recherche sans signal) on augmente au maximum la taille du nuage en coupant le confinement magnétique ou en le décomprimant pour augmenter la taille du nuage de manière à obtenir un nuage dont la dimension radiale est $\simeq 300 \mu\text{m}$. On a choisi cette valeur car pour des nuages encore plus étendus, la densité atomique est trop faible pour être observée. Après cette décompression, le piège optique est allumé en 100 ms à pleine puissance pour le faisceau que l'on est en train de régler. On prend une image et on espère observer la signature, très nette au demeurant, du piège optique : une ligne très fine de densité très supérieure à la densité environnante. On effectue alors des pas de $150 \mu\text{m}$ avec la platine de translation jusqu'à voir les effets du piège.

Caractérisation du piège

Mesure des cols des faisceaux Nous avons mesuré les cols des faisceaux tels qu'ils seront sur les atomes. On dérive pour cela le faisceau avant son dernier renvoi sur les atomes et on étudie son profil d'intensité dans le plan focal. Il suffit de translater dans le plan perpendiculaire à sa direction de propagation une lame de rasoir montée sur un support de translation micro-contrôle et de mesurer la puissance transmise en fonction de la position de la lame. Nous obtenons ainsi une estimation des cols de $w_0 \simeq 20 \mu\text{m}$. La résolution des platines n'étant que de $10 \mu\text{m}$, cette mesure n'est pas très précise mais nous suffit pour vérifier que la focalisation est correctement effectuée. Cette valeur est de plus en

⁶En effet, comme on le verra plus loin, on interrompt l'évaporation dans les états supérieurs bien avant la dégénérescence.

Faisceau	Horizontal seul	Vertical seul	les deux ensembles
P (W)	3	3	
ω_0 (μm)	20	20	
U_0/k_B (μK)	80	80	160
ω_x (rad.s^{-1}) ${}^7\text{Li}$ (${}^6\text{Li}$)	$2\pi \times 4730(50)$ ($2\pi \times 5100$)	$2\pi \times 180$ ($2\pi \times 190$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5110$)
ω_y (rad.s^{-1})	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5100$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5100$)	$2\pi \times 6700$ ($2\pi \times 7730$)
ω_z (rad.s^{-1})	$2\pi \times 180$ ($2\pi \times 190$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5100$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5110$)

TABLE 5.3 – Performances théoriques du piège optique. Les fréquences données sont celles de ${}^7\text{Li}$ (resp. ${}^6\text{Li}$)

Faisceau	Horizontal seul	Vertical seul
P (W)	1, 3	3, 9
ω_0 (μm)	20	35
ω_x (rad.s^{-1}) ${}^7\text{Li}$ (${}^6\text{Li}$)	$2\pi \times 5420(50)$ ($2\pi \times 5860(50)$)	$2\pi \times 178$ ($2\pi \times 190$)
ω_y (rad.s^{-1})	$2\pi \times 5420$ ($2\pi \times 5100$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5100$)
ω_z (rad.s^{-1})	$2\pi \times 180$ ($2\pi \times 190$)	$2\pi \times 4730$ ($2\pi \times 5100$)

TABLE 5.4 – Fréquences du piège optique, mesurées par excitation paramétrique.

accord avec les mesures des fréquences du piège optique que nous présenterons plus loin. La table 5.3 présente les performances théoriques du piège avec ces valeurs de cols. Les puissances typiques données ici (3 W) tiennent compte des pertes de puissance dans les éléments optiques avant d'arriver aux atomes. Notons que les cols peuvent être ajustés en translatant la dernière lentille de focalisation le long de l'axe de propagation du laser considéré.

Mesure des fréquences On procède par la méthode des excitations paramétriques [133] pour mesurer *in-situ* les fréquences du piège optique. Selon un résultat de mécanique classique, la modulation du confinement d'un piège harmonique de fréquence f_0 à une fréquence $f_{mod} = 2f_0/n$ avec $n \in \mathbb{N}$ produit un phénomène de résonance augmentant l'énergie de la particule. Dans le cas d'un nuage dans un piège harmonique, cela se traduit par un chauffage du nuage et, la profondeur du piège étant finie, par une perte d'atomes. Nous avons ainsi mesuré les fréquences, en repérant la résonance $n = 1$ (la plus intense). La table 5.4, présente les résultats de ces mesures, en accord avec celles attendues.

5.2.2 Transfert du piège magnétique au piège optique

Le piège magnétique est de géométrie cylindrique très allongé (de rapport d'aspect $\lambda \simeq 70$ dans les conditions d'évaporation). Le piège optique doit être utilisé dans la configuration croisée où sa géométrie est quasiment sphérique. En effet la courbure de champ magnétique des bobines « pinch » (voir 5.1.2) que nous allons utiliser pour créer le champ magnétique Feshbach réalise

un anti-piégeage pour les états $|1, 1\rangle$, $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ aux champs magnétiques de leurs résonances de Feshbach. Comme le confinement axial du seul faisceau horizontal serait à peine suffisant pour compenser cet anti-piégeage on doit utiliser également le faisceau vertical. Le changement des fréquences de piégeage en passant d'un piège à l'autre va alors changer l'énergie du gaz. Nous allons voir que cette variation d'énergie est très différente suivant que le gaz est en interactions, ce qui est le cas des bosons, ou constitue un gaz parfait comme le gaz de fermions polarisés.

Au cours du transfert, le piège demeure harmonique. La variation de ses fréquences est effectuée de manière adiabatique, c'est-à-dire de telle sorte que la variation relative d'énergie sur une période de l'oscillateur harmonique soit négligeable. Pour une particule classique, on peut montrer [133] qu'au cours d'une telle compression adiabatique variant les pulsations ω_i , les quantité $\omega_i x_i^2$ sont conservées, où ω_i est la pulsation suivant la direction i et x_i^2 l'amplitude de l'oscillation selon i . Considérons maintenant un ensemble de particules, sans interactions, à la température T_0 . Initialement, la probabilité que les amplitudes d'oscillation d'une particule soient $x_{i0\{i=x,y,z\}}$ s'écrit :

$$P_0(x_{i0\{i=x,y,z\}}) \propto \prod_{i=x,y,z} e^{-\beta_0(m\omega_{0i}^2 x_{i0}^2)} \quad (5.7)$$

avec $\beta_0 = 1/(k_B T_0)$ car $\sum_{i=x,y,z} (m\omega_{0i}^2 x_{i0}^2)$ est l'énergie d'une particule dans l'oscillateur harmonique. À l'issue de la compression adiabatique, les amplitudes d'oscillation sont devenues :

$$x_{i0}^2 \rightarrow x_{i1}^2 = x_{i0}^2 \frac{\omega_{0i}}{\omega_i} \quad (5.8)$$

La probabilité que l'amplitude d'oscillation d'un atome soit x_i est alors :

$$P_1(x_{i\{i=x,y,z\}}^2) = P_0\left(x_{i0}^2 \frac{\omega_{0i}}{\omega_i}\right) \propto \prod_{\{i=x,y,z\}} e^{-\beta_0(m\omega_{0i}^2 x_{i0}^2 \frac{\omega_{0i}}{\omega_i})} = \prod_{\{i=x,y,z\}} e^{-\beta_i(m\omega_i^2 x_i^2)}, \quad (5.9)$$

avec $\beta_i = \beta_0 \frac{\omega_{0i}}{\omega_i}$. Sur chacune des directions i , on peut ainsi définir une "température" $T_i = T_{i0} \omega_i / \omega_{0i} = T_0 \omega_i / \omega_{0i}$. Le gaz n'est alors plus à l'équilibre thermique. A ce stade, on peut formuler la condition d'adiabaticité à une dimension $\frac{2\pi}{\omega_i E_i} \frac{dE_i}{dt} \ll 1$. Comme on sait maintenant que $E_i \propto T_i$ et que $T_i / \omega_i = \text{cste}$, la condition d'adiabaticité s'écrit donc $d\omega_i / dt \ll \omega_i^2 / (2\pi)$.

Revenons maintenant au cas d'une compression dans un gaz à trois dimensions siège de collisions élastiques entre les atomes. L'énergie du gaz va être redistribuée durant la recompression. On doit donc revenir en arrière et considérer une variation infinitésimale des pulsations ω_i , $d\omega_i$ à l'issue de laquelle le gaz sera toujours à l'équilibre thermique, l'énergie ayant été redistribuée par les collisions élastiques. Au cours de cette compression infinitésimale, la quantité T_i / ω_i est conservée pour chaque i et l'énergie varie de dE , avec :

$$dE = k_B \left(\sum_i dT_i \right) = k_B \left(\sum_i \frac{T}{\omega_i} d\omega_i \right) = 3k_B dT \quad (5.10)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{3} \left(\sum_i \frac{d\omega_i}{\omega_i} \right) = \frac{d\bar{\omega}}{\bar{\omega}}, \quad (5.11)$$

avec $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ la moyenne géométrique des pulsations. On voit donc que le comportement sera différent lors d'une compression adiabatique suivant que le gaz est, ou non, en interactions⁷ :

Collisions (ou cas isotrope) Le gaz reste en équilibre thermique et la quantité $T/\bar{\omega}$ est conservée. C'est le cas d'un gaz de bosons si les variations relatives de fréquences sont petites vis-à-vis du taux de collisions élastiques. L'énergie devient E_0 devient $E_0 \bar{\omega}/\bar{\omega}_0$.

Pas de collisions Le gaz n'est plus à l'équilibre thermique. Néanmoins on peut définir des pseudo-températures T_i et alors c'est la quantité T_i/ω_i qui se conserve. C'est le cas de fermions polarisés qui constituent un gaz parfait (voir 1.1.4). L'énergie $E_0 = 3k_B T_0$ devient : $E = E_0 (\sum_i \omega_i/\omega_{i0})/3$.

On peut par ailleurs ajouter que, dans tous les cas, cette compression étant isentropique, elle ne change pas la densité dans l'espace des phases⁸.

Le passage du piège magnétique dont les fréquences sont typiquement $\omega_{\perp} = 2\pi \times 4700 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 70 \text{ rad.s}^{-1}$ à un piège optique dont toutes les fréquences sont $\simeq 2\pi \times 2000 - 6000 \text{ rad.s}^{-1}$ va donc nécessairement se traduire par une augmentation de l'énergie totale du gaz. Celle-ci sera plus importante pour un gaz de fermions sans interactions que pour des bosons.

Expérimentalement, nous effectuons le transfert des atomes du piège magnétique au piège optique en deux temps. Tout d'abord, on allume progressivement un ou les deux bras du piège optique en $\simeq 500 \text{ ms}$. Dans un deuxième temps, on éteint, également en $\simeq 500 \text{ ms}$, le confinement magnétique, en ne laissant qu'un champ homogène d'environ 5 G pour préserver la polarisation des atomes.

Typiquement, $\bar{\omega}$ est multiplié par 1,7 du piège magnétique au piège optique. Le gaz est initialement à une température de 10 μK et la profondeur du piège optique de l'ordre de 100 μK . La température d'un gaz de bosons, multipliée par 1,7 au cours du transfert, sera environ 1/6 de la profondeur du piège. On pourra donc transférer tous les bosons dans le piège optique et avec un facteur η aussi important, on sait que l'évaporation sera très lente. On parvient effectivement à transférer dans le piège croisé $\simeq 6.10^5$ bosons initialement à 10 μK avec une efficacité de 100%, leur température s'élevant à la fin du transfert à environ 20 μK , en accord avec la loi 5.10.

En revanche, $(\sum_i \omega_i/\omega_{i0})/3$ varie de 1 à environ 9 au cours du même transfert. L'énergie d'un gaz de fermions polarisés deviendra donc comparable à la profondeur du piège optique. Si on « branche » ensuite les interactions entre fermions (en réalisant un mélange statistique de $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ comme on le verra dans la section suivante et en la section suivante et 7.1) il se produira une évaporation très importante. On observe effectivement que dès la fin préparation du mélange (qui dure 50 ms), la moitié des atomes sont perdus par évaporation et la température est redescendue à 10 μK . La seule solution pour s'affranchir de ce problème consisterait à garder des bosons pour assurer des collisions élastiques lors du transfert. Malheureusement, on ne pourrait pas ensuite éliminer les bosons du piège optique.

⁷Ce résultat n'a de sens que pour un gaz sans interaction car nous n'avons considéré que les énergies cinétique et potentielle de l'oscillateur harmonique. Il est pertinent pour un gaz peu dense, ce qui est le cas généralement des gaz non dégénérés. L'étude complète de la dynamique d'un condensat dans un piège dont le confinement est varié est effectuée dans [134, 135].

⁸En revanche, des changements de nature du potentiel peuvent la changer [136, 137, 138, 139].

5.2.3 Choix de l'état de spin.

Que l'on s'intéresse aux bosons ou aux fermions, les résonances de Feshbach que nous utilisons se trouvent entre états du niveau hyperfin fondamental. Il nous faut donc transférer les bosons de $|2, 2\rangle$ à $|1, 1\rangle$ et les fermions de $|3/2, 3/2\rangle$ à un mélange $|1/2, 1/2\rangle$ - $|1/2, -1/2\rangle$. Nous pourrions utiliser des impulsions π comme il est décrit dans [61] mais celles-ci nécessitent une grande précision, tant dans la puissance du champ radiofréquence ou micro-ondes utilisé que dans la durée de l'impulsion. Pour des raisons de simplicité, nous avons préféré utiliser la technique bien connue du *passage adiabatique*.

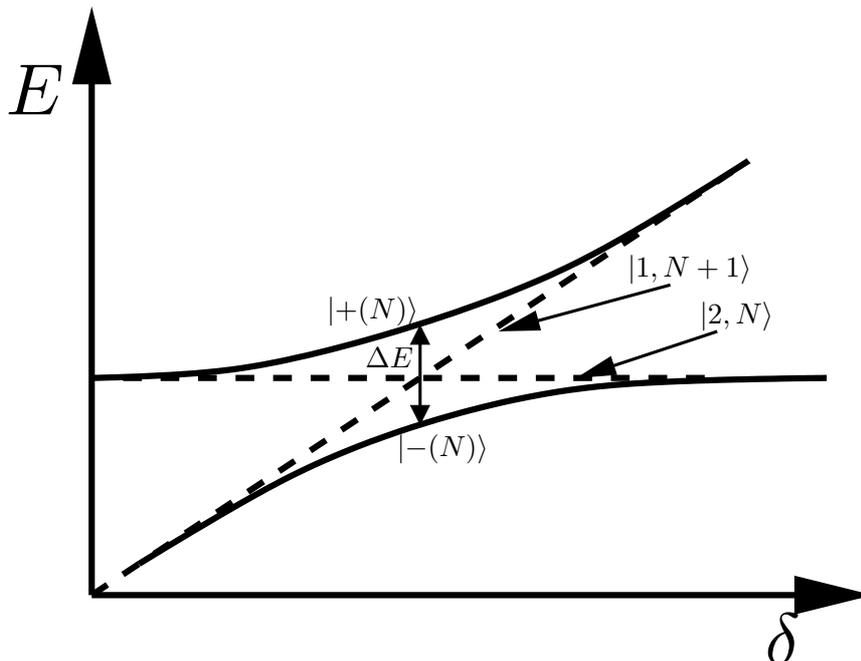


FIGURE 5.6 – Niveaux atomiques habillés par un champ électromagnétique. Les courbes en traits pointillés représentent les états atome+champ non perturbés, les courbes en traits pleins les vrais états du système en interactions.

Considérons un atome possédant deux niveaux internes $|1\rangle$ et $|2\rangle$ (avec $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1 \geq 0$ où $\hbar\omega_i$ est l'énergie de l'état $|i\rangle$) couplés par un champ électromagnétique de pulsation ω . En traitant quantiquement le champ, les états non perturbés du système atome+champ sont les $|i, N\rangle$, avec N le nombre de photons. L'interaction entre le champ et les atomes couple entre eux uniquement les états $|1, N+1\rangle$ et $|2, N\rangle$, qui sont de plus proches en énergie quand $\delta = \omega - \omega_0$. On utilise ici le formalisme de l'atome habillé, développé dans [130]. Les états propres du système en interaction, notés $|+(N)\rangle$ et $|-(N)\rangle$, sont représentés schématiquement sur la figure 5.6, en fonction de δ . L'écart à résonance entre les deux états $\Delta E = \hbar\Omega_R$ où Ω_R est la fréquence de Rabi [130] de la transition, proportionnelle à \sqrt{P} , P étant la puissance du champ. Le théorème adiabatique assure alors qu'en balayant la fréquence ω du champ, on passera de l'état $|2, N\rangle$ pour $\delta \rightarrow -\infty$ à l'état $|1, N+1\rangle$ pour $\delta \rightarrow +\infty$ en suivant adiabatiquement $|+(N)\rangle$ si $2\pi\Omega_R^2 \gg d\delta/dt$.

Expérimentalement, nous produisons les champs micro-ondes (les fréquences de transition sont de l'ordre des décalages hyperfins, soit $\simeq 1$ GHz) au moyen d'une bobine formée d'une spire de cuivre de rayon environ 1 cm. Celle-ci est alimentée par un synthétiseur suivi d'un

amplificateur 5 W. Typiquement, on envoie environ 3 W sur la bobine⁹ et on balaie la fréquence de $\simeq 1$ MHz en $\simeq 50$ ms autour de la résonance, pour des fréquences hyperfines qui valent $\simeq 820$ MHz pour ${}^7\text{Li}$ et $\simeq 240$ MHz pour ${}^6\text{Li}$. Il est facile de vérifier l'efficacité du transfert. Nous verrons en effet dans 5.3 que l'on peut imager sélectivement les atomes suivant qu'ils sont dans l'état hyperfin supérieur ou inférieur. On peut également séparer spatialement des atomes dans des états de moment magnétique différent en utilisant l'effet *Stern et Gerlach*. Pour créer un gradient de champ magnétique au niveau des atomes on utilise une bobine (quelques dizaines de tours, diamètre $\simeq 1$ cm) parcourue pendant quelques centaines de μs par un courant de l'ordre de 40 A.

Avec les paramètres donnés ci-dessus, l'efficacité du transfert hyperfin est de l'ordre de 90%.

5.2.4 Ajustement du champ magnétique.

Il ne reste alors plus qu'à ajuster le champ magnétique, pour amener les atomes dans les conditions d'interaction choisies. Nous avons pour cela le choix entre utiliser les bobines de compensation du piège Ioffe (notées comp sur la figure 5.5) ou les bobines « pinch » (notées pinch sur la figure 5.5). Le critère prépondérant est le temps qu'elles mettent à se couper. En effet, les lasers utilisés usuellement pour l'imagerie n'étant pas résonants aux champs magnétiques où se trouvent les résonances de Feshbach ($\geq 700\text{G}$), il faut annuler le courant dans les bobines avant de prendre une image. Les bobines de compensation servent dans le piège Ioffe à compenser le champ créé par les bobines « pinch ». A ce titre, elles produisent un champ très homogène. Malheureusement, on paye cette homogénéité par une grande inductance qui limite leur temps de coupure à $\simeq 100 \mu\text{s}$. Nous avons donc choisi d'utiliser les bobines « pinch » qui peuvent, quant à elles, être coupées en $\simeq 20 \mu\text{s}$. Il faut cependant garder à l'esprit qu'au contraire des bobines de compensation le champ qu'elles produisent n'est délibérément pas homogène. Pour réaliser la confinement axial du piège Ioffe, ces bobines doivent produire une courbure de champ magnétique. Elles produisent un champ de 1260 G pour un courant de 500 A avec une courbure de $1,389 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{A}^{-1}$. Au voisinage de la résonance de ${}^6\text{Li}$ par exemple ($B = 810 \text{ G}$), cette courbure sera de $530 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. La taille des nuages étant de l'ordre de $60 \mu\text{m}$, la variation de champ magnétique sur l'échantillon sera d'environ 3 G, ce qui produit des variations sur a de l'ordre du pourcent donc parfaitement négligeables aux valeurs de B auxquelles nous avons été amenés à travailler.

La réponse de l'ensemble bobines-alimentation quand on commande une rampe linéaire de courant rapide (de l'ordre de quelques ms) conduit parfois à un dépassement transitoire de la valeur finale de la rampe. Comme les zones de résonance correspondent généralement à des zones de perte, on souhaite pouvoir les approcher prudemment et surtout ne pas dépasser la valeur de consigne. Pour limiter cet effet de dépassement, on commande une variation exponentielle de courant. Plus précisément, on varie celui-ci de I_i à I_f en un temps T selon : $I(t) = I_i + (I_f - I_i)(1 - \exp(-t/\tau))/(1 - \exp(-T/\tau))$. Le rapport $\eta = T/\tau$ détermine dans quelle mesure la

⁹Ce n'est bien sûr pas la puissance rayonnée par la bobine du fait de la non adaptation d'impédance entre la sortie du synthétiseur et la bobine. Nous n'avons pas cherché à optimiser cette adaptation car la même bobine sert également dans d'autres domaines de fréquences. De toutes façons, nous avons largement assez de puissance.

rampe sera plutôt exponentielle (grandes valeurs de T/τ) ou linéaire (faibles valeurs de T/τ).

5.3 Comportement d'un gaz de fermions en expansion

5.3.1 Temps de vol

La technique de l'imagerie par *temps de vol*, souvent utilisée, permet de mesurer par exemple la température d'un gaz classique sans interactions ou l'énergie de champ moyen d'un condensat [134]. Elle consiste à couper le confinement (magnétique ou optique) et à laisser le nuage s'étendre. Les atomes sont ensuite détectés par imagerie d'absorption dans laquelle on détecte l'ombre faite par les atomes sur un faisceau laser résonnant. On obtient une image bidimensionnelle de la densité du nuage $n_{2D}(x, y)$. On utilisera également les signaux intégrés suivant les deux directions de cette densité : $n_{1D}(x) = \int n_{2D}(x, y) dy$ et $n_{1D}(y) = \int n_{2D}(x, y) dx$.

Si l'on connaît la loi d'évolution de la distribution spatiale au cours du temps de vol (noté TdV) par la suite, on aura ainsi accès à la distribution initiale dans le piège. Celle-ci permet de déterminer entre autres la température d'un gaz thermique ou d'un gaz de fermions sans interactions ou la longueur de diffusion dans le cas d'un condensat. Le temps de vol agit ainsi comme une loupe pour dilater les distributions spatiales dans le piège, souvent trop étroites pour être résolues optiquement.

gaz parfait : expansion balistique

Commençons par étudier le cas d'un vol balistique, c'est-à-dire celui d'un gaz dans lequel l'interaction est suffisamment faible pour qu'on puisse négliger les effets collisionnels et de champ moyen (on précisera cette condition au chapitre 7). Nous nous intéressons à l'évolution de la densité d'un gaz thermique initialement confiné dans un piège harmonique lors d'un temps de vol.

Considérons un atome se trouvant en \mathbf{r}_0 dans le piège avec la vitesse \mathbf{v}_0 à l'instant t_0 où le confinement est coupé. À l'instant t , il se trouvera, avec la vitesse \mathbf{v}_0 à la positions $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + (t - t_0)\mathbf{v}_0$. On peut alors exprimer la distribution spatiale des atomes $P(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ par :

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = P_0(\mathbf{r} - \mathbf{v}(t - t_0), \mathbf{v}, t_0) \propto e^{-\beta(m\omega^2(\mathbf{r}-\mathbf{v}(t-t_0))^2/2+1/2mv^2)}, \quad (5.12)$$

pour un gaz à la température T avec $\beta = 1/(k_B T)$. La densité spatiale est donc l'intégrale :

$$n(\mathbf{r}) \propto \int e^{-\beta(1/2m\omega^2(\mathbf{r}-\mathbf{v}(t-t_0))^2+1/2mv^2)} d^3\mathbf{v} \quad (5.13)$$

$$\propto e^{\beta(m\omega^2\mathbf{r}^2)/[2(1+\omega^2(t-t_0)^2)]}. \quad (5.14)$$

La distribution est donc toujours gaussienne sa largeur, initialement σ_0 , a maintenant augmenté :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sqrt{1 + \omega_0^2(t - t_0)^2} \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = \sqrt{k_B T / (m\omega^2)}. \quad (5.15)$$

Aux temps longs, on a alors $\sigma(t) = \sigma_0 \omega(t - t_0) = \sqrt{(k_B T / m)}(t - t_0)$, ce qui permet de remonter à la température du gaz en mesurant la largeur du signal. C'est ainsi qu'on détermine

la température d'un gaz de bosons condensés, en mesurant la taille après temps de vol de la partie thermique (voir 5.1.4).

Ce résultat, démontré dans le cas d'un gaz thermique est d'ailleurs vrai pour tout gaz quantique sans interactions, initialement confiné dans un piège harmonique [140]. La forme de la densité après temps de vol $n(\mathbf{r}, t)$ ne changera pas et $n(\mathbf{r}, t)$ ne subira qu'une mise à l'échelle définie par des coefficient $b_i(t), i = x, y, z$:

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\prod_i b_i(t)} n_0(\{r_i/b_i(t)\}, t_0), \quad (5.16)$$

avec $\sigma(t) = \sqrt{1 + \omega_i^2(t - t_0)^2}$ pour un gaz sans interactions.

gaz hydrodynamique : dilatations par mise à l'échelle

L'expansion d'un gaz en interactions n'est évidemment pas balistique. Même en l'absence de potentiel de confinement, les atomes restent soumis à la force de pression due au champ moyen d'interaction et leurs impulsions sont redistribuées par les collisions élastiques entre atomes.

Il existe cependant un régime dans lequel l'évolution de la densité peut être décrite par l'équation 5.16. Il s'agit du *régime hydrodynamique*, dans lequel le gaz se comporte comme un fluide classique (liquide ou gaz). Son champ de vitesse vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ et sa densité $n(\mathbf{r})$ évoluent alors selon les équations d'Euler (sans viscosité ici) :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (5.17)$$

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(V_{ext} + \tilde{\mu}(n) + \frac{m\mathbf{v}^2}{2} \right) = 0. \quad (5.18)$$

La première exprime la continuité du fluide, la seconde est l'équation d'Euler. $\tilde{\mu}$ est l'énergie du fluide homogène de densité n .

Ces équations pourront donc décrire correctement un gaz d'atomes froids si on peut en donner une description hydrodynamique. Il faut pour cela qu'il y ait suffisamment de collisions élastiques pour assurer localement l'équilibre thermodynamique du gaz. Kagan *et al.* [141] ont établi qu'alors l'évolution d'un gaz classique hydrodynamique suivait une loi d'échelle¹⁰ du type 5.16.

On peut montrer [144] que la partie condensée d'un superfluide vérifie également les équations hydrodynamiques 5.17. C'est le cas en particulier du condensat de Bose Einstein (dont nous étudierons en détail l'expansion au chapitre 6) avec $\tilde{\mu}(n) = gn$. Dans le régime Thomas-Fermi, on a simplement $\tilde{\mu} = gn$. Les lois d'échelle correspondantes ont été dérivées dans [134, 135]. C. Menotti *et al.* ont dérivé les équations hydrodynamiques d'un gaz dont l'équation d'état s'écrit $\tilde{\mu} = n^\gamma$ [145]. Ils étudient en particulier le superfluide fermionique dans le régime $a \rightarrow 0^-$ (pour lequel $\tilde{\mu}n = \hbar^2 k_F^2(\mathbf{r}) \propto n^{2/3}$).

¹⁰Notons que plus récemment, Jackson *et al.* ont étudié l'évolution de la phase normale d'un gaz de fermions dans tous les régimes d'interaction [142] à partir de l'équation de Boltzman. Dans le cas du gaz hydrodynamique, ils retrouvent que la conservation de l'entropie lors de l'expansion (pour un fluide hydrodynamique sans dissipation [143]) assure que l'expansion pourra être décrite par une loi d'échelle sur la densité.

Pour conclure, l'évolution de la densité d'un gaz normal en expansion, qu'il soit classique ou quantique et d'un superfluide pourra très souvent être décrite par une mise à l'échelle de la forme 5.16. Néanmoins, la loi d'évolution sera différente dans chaque cas et dépendra de l'équation d'état du gaz. Dans le cas où une loi d'échelle existe, l'utilisation d'un temps de vol permettra d'observer indirectement la distribution initiale dans le piège.

5.3.2 Thermométrie d'un gaz de fermions dégénérés : approximation de Sommerfeld

Pour déterminer la température d'un gaz, il faut connaître la loi donnant la distribution spatiale dans le piège et la loi d'expansion. Le cas d'un gaz de bosons condensés est le plus souvent simple si le condensat est dans le régime Thomas-Fermi et si on peut négliger l'effet des interactions sur le gaz thermique. Cette hypothèse est très souvent légitime car sa densité est en effet plus faible que celle du condensat et l'effet de celui-ci sur le nuage thermique sera négligeable si $\mu \ll k_B T$. Signalons toutefois que des déviations par rapport à ce cas idéal ont été observées. Les interactions au sein du nuage thermique ont en particulier été étudiées en détail dans la thèse de F. Gerbier [81]¹¹

La thermométrie d'un gaz de fermions dégénérés est plus compliquée. Pour une température $T \gg T_F$ la distribution est gaussienne et la température peut être obtenue en utilisant l'équation 5.15. Quand le gaz est dégénéré, l'extension typique du nuage sans interaction n'est plus reliée à la température mais est donnée par le rayon de Fermi (voir 3.1.2). La température n'apparaît plus que comme des corrections à la distribution à $T = 0$. Nous avons donc calculé une approximation à basse température de la distribution dans un piège d'un gaz de fermions dégénérés.

Ce développement a été intégré dans notre programme informatique de prise d'images et nous obtenons ainsi, immédiatement après chaque image, le degré de dégénérescence du gaz par un ajustement numérique. On utilisera des images dans le piège ou après temps de vol si l'on se trouve dans l'un des régimes pour lesquels les équations 5.16 sont valables.

fermions sans interactions

Étudions tout d'abord le cas des fermions sans interactions. Les distributions de position $n(x_i)$ et de vecteur d'onde $n(k_i)$ d'un gaz de fermions dans un piège harmonique intégrées selon deux dimensions sont calculées, pour une température non nulle dans l'annexe C. Au moyen d'un développement de Sommerfeld [90, 89], on obtient :

¹¹Durant la rédaction de cette thèse un effet très important de l'interaction du condensat de molécules de grande longueur de diffusion présenté au chapitre 8 sur l'expansion du gaz thermiques de molécules non condensées a également été observé [146].

$$\frac{n(x_i)\sigma_i\pi}{8N} = \frac{2}{5} \left[\left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{1/2} \right] \quad (5.19)$$

$$\frac{n(k_i)\sigma_{ki}\pi}{8N} = \frac{2}{5} \left[\left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{1/2} \right] \quad (5.20)$$

$$\text{pour } |x_i|/\sigma_i \leq 1 \quad \text{et} \quad |k_i|/\sigma_{ki} \leq 1 \quad (5.21)$$

$$\text{avec } \sigma_i = \sqrt{E_F/(1/2m\omega_i^2)} \quad , \quad \sigma_{ki} = \sqrt{2mE_F/\hbar^2} \quad \text{et} \quad \alpha_S = T/T_F. \quad (5.22)$$

Les expressions données ci-dessus sont valables pour la densité spatiale d'un nuage piégé. La distribution après temps de vol s'obtient en appliquant les mêmes lois que pour l'expansion d'un gaz classique en vol balistique [140]. On obtient donc :

$$n(\mathbf{r}, t) = \int \rho(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, 0) \delta(\mathbf{r} - (\mathbf{r}_0 + \mathbf{p}_0 t/m)) \quad (5.23)$$

$$\text{soit } n(x_i, t) = \frac{16N}{5\sigma_i(t)\pi} \left[\left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i(t)^2}\right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i(t)^2}\right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i(t)^2}\right)^{1/2} \right], \quad (5.24)$$

avec $\sigma_i(t) = \sigma_i(0)\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}$ où $\sigma_i(0)$ est, comme dans l'équation 5.21, $\sqrt{E_F/(1/2m\omega_i^2)}$. Cette expression coïncide également avec l'expression de la distribution en impulsion initiale donnée par l'équation 5.20.

Les discussions suivantes traiteront de la distribution en position, les résultats sont similaires pour la distribution en vecteur d'onde. L'expression 5.19 n'est valable que pour $x_i^2/\sigma_i^2 \ll 1$, et dans la limite $\alpha_S \ll 1$. Afin de pouvoir l'utiliser dans un programme informatique d'ajustement, nous avons choisi d'utiliser une fonction f_S égale au développement 5.24 pour x_i/σ_i inférieur à une certaine valeur $\gamma_S \leq 1$. Elle est prolongée continûment par une gaussienne de même température pour $x_i \geq \gamma_S \sigma_i$. On choisit la gaussienne car c'est la limite pour $\epsilon - \mu \gg k_B T$ du facteur de Fermi, même si la condition $\epsilon - \mu \gg k_B T$ ne sera jamais réalisée dans nos échantillons dégénérés : les valeurs de x_i nécessaires sont dans un domaine où la densité optique du nuage est trop faible pour fournir un rapport signal à bruit suffisant.

f_S dépend de trois paramètres. Les deux premiers sont les paramètres physiques du système : σ_i (ou de manière équivalente le nombre d'atomes si l'on suppose les fréquences connues indépendamment) et α_S le degré de dégénérescence. Le troisième est γ_S définissant le point où on abandonne le développement de Sommerfeld pour une fonction gaussienne. Soulignons que dans l'expression 5.24, la « hauteur » proportionnelle à N/σ_i et la « largeur » σ_i sont couplées : on a en effet $N \propto E_F^3 \propto \sigma_i^6$.

$$\left| \frac{x_i}{\sigma_i} \right| \leq \gamma_S \quad f_S \left(\frac{x_i}{\sigma_i}, \alpha_S \right) = \frac{16N}{5\sigma_i\pi} \left[\left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8}\alpha_S^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}\right)^{1/2} \right] \quad (5.25)$$

$$\left| \frac{x_i}{\sigma_i} \right| \geq \gamma_S \quad f_S \left(\frac{x_i}{\sigma_i}, \alpha_S \right) = f_S(\gamma_S, \alpha_S) \exp \left(-\frac{x_i^2}{\alpha_S \sigma_i^2} + \frac{\gamma_S^2}{\alpha_S} \right) \quad (5.26)$$

fermions dans la limite unitaire

Considérons le cas des fermions en interactions. Si celles-ci sont faibles, c'est-à-dire $k_F|a| \ll 1$, on attend peu de modifications de la distribution et on utilisera les résultats précédents d'un gaz de fermions idéaux. Mais on peut également obtenir des résultats remarquablement simples dans la limite unitaire $k_F|a| \rightarrow \infty$ abordée en 3.3.3. Rappelons que dans cette limite, la longueur de diffusion a diverge et n'est plus un paramètre pertinent. Par des arguments dimensionnels, l'énergie du gaz homogène ne peut dépendre que de la densité. On peut alors définir un paramètre β tel que :

$$E_F = (1 + \beta) \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad \text{avec} \quad n = \frac{k_F^3}{6\pi^2} \quad (5.27)$$

Pour un gaz confiné dans un piège, on peut utiliser l'approximation de densité locale pour obtenir la densité du gaz à température nulle. Ces calculs sont effectués dans l'annexe C. On obtient la distribution de position des fermions dans le piège (voir également [147, 99]) :

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{(1 + \beta)^{3/4}} n_0 \left(\frac{\mathbf{r}}{(1 + \beta)^{1/4}} \right). \quad (5.28)$$

Pour une expansion hydrodynamique du gaz, la forme de la distribution reste inchangée au cours du temps de vol. On pourra alors tenter de déterminer β à partir de la largeur de la distribution spatiale après temps de vol. Néanmoins la dépendance très lente de celle-ci avec β conduira à une faible précision.

Signalons pour finir qu'on ne peut pas adapter l'approximation de Sommerfeld à dans cette limite. On serait en effet amené à effectuer une approximation de champ moyen sans validité dans la région $k_F|a| \rightarrow \infty$ qui est justement celle du régime unitaire.

5.3.3 Précision de la fonction d'ajustement

Variation avec le degré de dégénérescence

Afin de tester la fonction f_S , nous effectuons une intégration numérique de la densité dans l'espace des phases d'une distribution fermionique à l'approximation de Thomas-Fermi C.1¹² et on effectue des ajustements numériques par la méthode des moindres carrés¹³ :

- par une fonction gaussienne dont les paramètres sont le nombre d'atomes et la température,
- par la fonction f_S dont les paramètres physiques sont le nombre d'atomes, la température et γ_S . De manière équivalente, les ajustements sont réalisés en variant σ_i et α_S

Les résultats de ces ajustements sont présentés sur les figures 5.3.3. On s'intéresse à des intégrations selon deux directions de la densité atomique qui correspondent expérimentalement aux profils de densité optique qu'on obtient en intégrant une image par absorption suivant une direction.

On peut déjà constater sur la figure 5.7 que l'ajustement gaussien donne un résultat satisfaisant ($\alpha_G = 0,5$) pour $T/T_F = 0,5$ alors que l'ajustement par f_S le sous-estime largement :

¹²Signalons que nous n'avons pas effectué un calcul autocohérent : on a pris l'approximation au deuxième ordre en T/T_F de l'équation 2.27 pour μ .

¹³Tous ces calculs ont été effectués en utilisant le logiciel Mathematica.

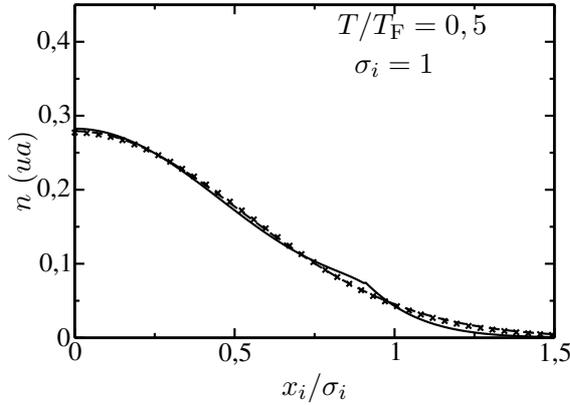


FIGURE 5.7 – f_S : $\alpha_S = 0,312$, $\gamma_S = 0,926$
 $\sigma_S = 0,976$ $\chi^2 = 3,42 \cdot 10^{-5}$. Gaussienne :
 $\alpha_G = 0,55$ $\chi^2 = 1,98 \cdot 10^{-6}$.

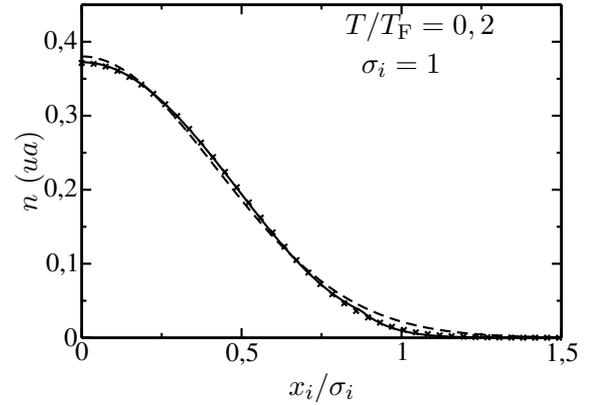


FIGURE 5.8 – f_S : $\alpha_S = 0,177$ $\gamma_S = 0,875$
 $\sigma_S = 0,999$ $\chi^2 = 1,37 \cdot 10^{-6}$. Gaussienne :
 $\alpha_G = 0,35$ $\chi^2 = 4,6 \cdot 10^{-5}$.

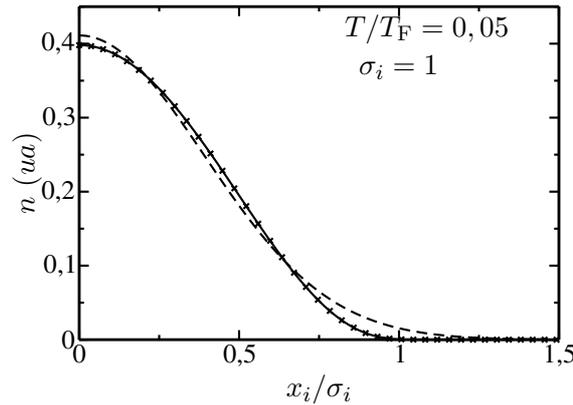


FIGURE 5.9 – f_S : $\alpha_S = 0,049$ $\gamma_S = 0,962$
 $\sigma_S = 0,999$ $\chi^2 = 1,23 \cdot 10^{-9}$. Gaussienne :
 $\alpha_G = 0,305$ $\chi^2 = 1,19 \cdot 10^{-4}$.

FIGURE 5.10 – Test de l'approximation de Sommerfeld sur des distributions atomiques $n(x_i)$ pour différentes valeurs de la dégénérescence $\alpha = T/T_F$. On présente pour chaque courbe la valeur obtenue pour α pour chaque ajustement ainsi que la valeur de l'écart quadratique χ^2 . Pour les ajustements de f_S on donne également la valeur de σ_i obtenue. Dans toutes les courbes, les croix représentent l'intégration numérique de l'équation C.7 (avec μ donné par 2.27) en unités arbitraires avec $\sigma_i = 1$. Les courbes en traits pleins représentent la fonction f_S (approximation de Sommerfeld 5.24 prolongée pour $|x_i\sigma_i| \geq \gamma_S$) par une gaussienne de même température. Les courbes en pointillés représentent l'ajustement (en température et en amplitude) d'une gaussienne.

$\alpha_S = 0,31$. De plus le raccordement à la gaussienne de f_S intervient clairement dans une région où la limite gaussienne n'est pas valide, ce qui se traduit par la discontinuité de la dérivée de f_S . Par contre, pour $T/T_F \leq 0.2$ la gaussienne surestime systématiquement la température. On peut le comprendre en considérant que d'une certaine manière, elle mesure l'énergie cinétique par particule, qui sature à $3E_F/8$ pour un piège harmonique. Un ajustement gaussien sur la distribution d'une mer de Fermi à $T = 0$ donne d'ailleurs $T/T_F \simeq 0,3$.

L'exactitude de f_S augmente jusqu'à $T/T_F = 0.05$. On peut également remarquer que dans le domaine où f_S s'ajuste correctement, le raccordement à la limite gaussienne intervient d'autant plus près de $x_i/\sigma_i = 1$ que la dégénérescence est élevée, ce qui est le résultat attendu.

Soulignons encore une fois l'effet du couplage, pour des distributions fermioniques entre la « hauteur » et la « largeur » du signal. Les deux quantités sont indépendantes dans une gaussienne, l'une étant donnée par l'amplitude et l'autre par la température. En revanche, dans un développement de Sommerfeld, la valeur de $n(0)$ dépend directement de σ_i (voir C.7). En effet, $n(x_i) \propto N/\sigma_i \propto \sigma_i^5$. C'est cette dépendance très forte en σ_i de l'amplitude qui explique que dans f_S on obtienne toujours des valeurs de σ_i très proches de 1.

Les conclusions précédentes sont résumées dans le tableau

dégénérescence	f_S	gaussienne
$T/T_F = 0,5$	$\alpha_S = 0,31$	$\alpha_G = 0,55$
$T/T_F = 0,2$	$\alpha_S = 0,18$	$\alpha_G = 0,35$
$T/T_F = 0,05$	$\alpha_S = 0,049$	$\alpha_G = 0,30$

TABLE 5.5 – Précision de l'ajustement par l'approximation de Sommerfeld. Dégénérescence donnée par l'ajustement par f_S et l'ajustement gaussien pour différentes valeurs de la dégénérescence. L'ajustement gaussien est fiable à 10 % près pour $T/T_F = 0,5$ mais sature aux environs de 0,3 pour $T/T_F \leq 0,2$. Pour $T/T_F = 0,5$ l'ajustement par f_S sous-estime la dégénérescence à 0,3. En revanche, dès que T/T_F est inférieur à 0,2, l'erreur n'est plus que de 10 % et elle diminue avec T/T_F pour atteindre 2 % à $T/T_F = 0,05$.

Retenons qu'un ajustement gaussien donne des résultats corrects pour $T/T_F \geq 0,5$. En deçà de $T/T_F = 0,2$, il mesurera toujours 0,3 et on doit alors utiliser l'ajustement par le développement de Sommerfeld. Celui-ci est fiable dès $T/T_F = 0,2$ et devient de plus en plus précis à mesure que la dégénérescence augmente.

Effets de résolution finie

Pour finir, il reste à prendre en compte les effets de la résolution finie de notre imagerie. Il est clair que si la résolution n'est pas meilleure que l'échelle caractéristique de longueur de $n(x_i)$, c'est-à-dire σ_i , un ajustement par f_S ne sera pas capable de déterminer précisément T/T_F . Nous avons simulé l'effet de résolution en convoluant la fonction qu'on cherche à ajuster (C.7) par une gaussienne $1/(\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{res}}) \exp(-x^2/(2\sigma_{\text{res}}^2))$ dont la largeur σ_{res} est la résolution de notre imagerie¹⁴. On présente sur les figures 5.11, 5.12 et 5.13 les résultats de cette étude. Sur ces

¹⁴Par cette modélisation, on reproduit exactement notre résolution telle qu'on la définit, à savoir la largeur de la gaussienne qu'on peut ajuster sur les plus petits objets qu'on observe

courbes sont présentées, pour une valeur donnée du rapport T/T_F et de la résolution d'imagerie σ_{res} en unités de σ_i , le profil réel de la densité optique à 1D des atomes, ce profil convolué par la fonction de résolution finie et l'ajustement par la fonction f_S du profil convolué. Sur la figure 5.11, la résolution est fixée à $\sigma_{\text{res}} = 0,3\sigma_i$. Le profil convolué est alors très différent du profil réel et l'ajustement par f_S donne une température significativement différente $T \simeq 0,3T_F$ au lieu de $0,2T_F$. En revanche, toujours pour $T/T_F = 0,2$, une meilleure résolution de $\sigma_{\text{res}} = 0,1\sigma_i$ (figure 5.12) donne de très bons résultats. Le critère sur la résolution devient évidemment de plus en plus contraignant à mesure que la température diminue : une même résolution de $\sigma_{\text{res}} = 0,1\sigma_i$ n'est plus suffisante pour mesurer une température de $0,05T_F$ comme on peut le constater sur la figure 5.13.

Cependant, comme on l'a vu plus tôt, l'utilisation d'un temps de vol t dilate σ_i d'un facteur $\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}$. Il suffira donc de laisser le nuage s'étendre suffisamment longtemps pour s'affranchir du problème de résolution. La limite de ce procédé réside néanmoins dans le fait qu'à cette dilatation des images correspond également une diminution de l'intensité du signal de densité optique d'un facteur $1 + \omega_i^2 t^2$ qui diminue le rapport signal à bruit d'autant.

5.3.4 Ajustements de signaux expérimentaux

Mélange bosons-fermions

Nous pouvons maintenant observer les performances des ajustements par f_S sur des signaux expérimentaux réalisés par la technique de l'imagerie par absorption 5.3.1. A cet effet, nous avons intégré la possibilité de réaliser des ajustements par f_S dans le programme *Vision* écrit par Florian Schreck [61]. Les paramètres sur lesquels sont réalisés l'ajustement sont à nouveau σ_i (relié au nombre d'atomes par les fréquences du piège), $\alpha_S = T/T_F$ et γ_S .

Dans un premier temps, nous testons ce sous-programme sur des images où ^7Li et ^6Li sont simultanément présents et en équilibre thermique dans les états hyperfins supérieurs $|2,2\rangle$ et $|3/2,3/2\rangle$ dans un piège magnétique. On peut alors obtenir la température des bosons non condensés par ajustement gaussien sur leur profil de densité. On constate sur la figure 5.15 que l'ajustement par f_S donne une température en bon accord avec la température des bosons alors qu'un ajustement gaussien sur la distribution des fermions donne une température largement surévaluée.

Mélange de fermions

Ayant ainsi validé le programme d'ajustement, on est légitimement tenté de mesurer les températures de gaz fermioniques encore plus dégénérés. Ceux-ci sont le plus souvent obtenus par évaporation dans le piège optique avec des mélanges $|1/2,1/2\rangle$, $|1/2,-1/2\rangle$. Ces nuages seront en interaction car l'évaporation a besoin de collisions élastiques. Nous avons effectué de tels ajustements sur des mélanges de fermions évaporés à environ 320 G (maximal local de $|a|$ voir la figure 4.3) où l'évaporation est efficace.

A l'issue d'une évaporation durant 160 ms, on obtient un nuage contenant 8×10^4 atomes dans chacun des états $|1/2,1/2\rangle$ et $|1/2,-1/2\rangle$ confinés dans un piège optique de fréquences $\nu_x = 1200$ Hz, $\nu_y = 890$ Hz et $\nu_z = 1500$ Hz. Le champ magnétique et le piège optique sont

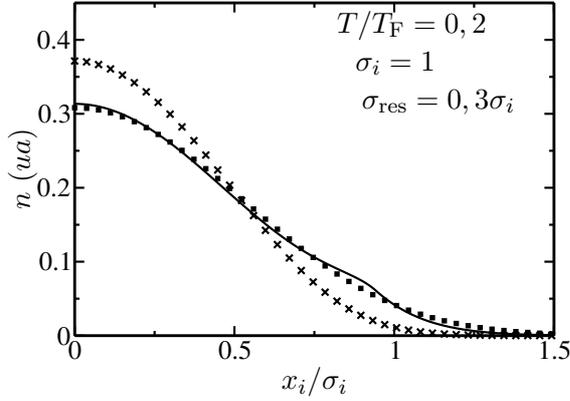


FIGURE 5.11 – f_S : $\alpha_S = 0,297$ $\gamma_S = 0,942$
 $\sigma_S = 0,991$ $\chi^2 = 2,78 \cdot 10^{-5}$.

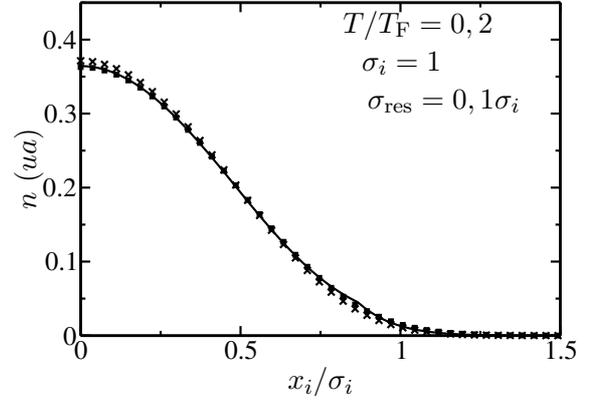


FIGURE 5.12 – f_S : $\alpha_S = 0,200$ $\gamma_S = 0,867$
 $\sigma_S = 0,999$ $\chi^2 = 2,49 \cdot 10^{-6}$.

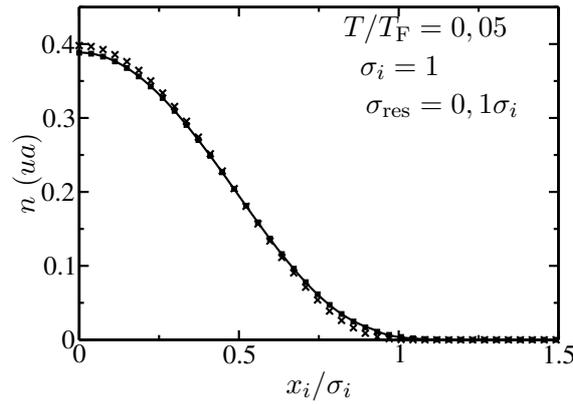


FIGURE 5.13 – f_S : $\alpha_S = 0,117$ $\gamma_S = 0,920$
 $\sigma_S = 0,999$ $\chi^2 = 9,51 \cdot 10^{-8}$.

FIGURE 5.14 – Test de l'ajustement par f_S $n(x_i)$ pour différentes valeurs de la dégénérescence $\alpha = T/T_F$ et diverses valeurs de la résolution de l'imagerie σ_{res} . Dans toutes les courbes, les croix représentent l'intégration numérique de l'équation C.7 (avec μ donné par 2.27) en unités arbitraires avec $\sigma_i = 1$, les carrés représentent, le cas échéant, l'intégration numérique convoluée avec une gaussienne pour simuler la résolution finie. Les courbes en traits pleins représentent l'ajustement de la courbe avec résolution finie par f_S (approximation de Sommerfeld 5.24 prolongée pour $|x_i \sigma_i| \geq \gamma_S$) par une gaussienne de même température.

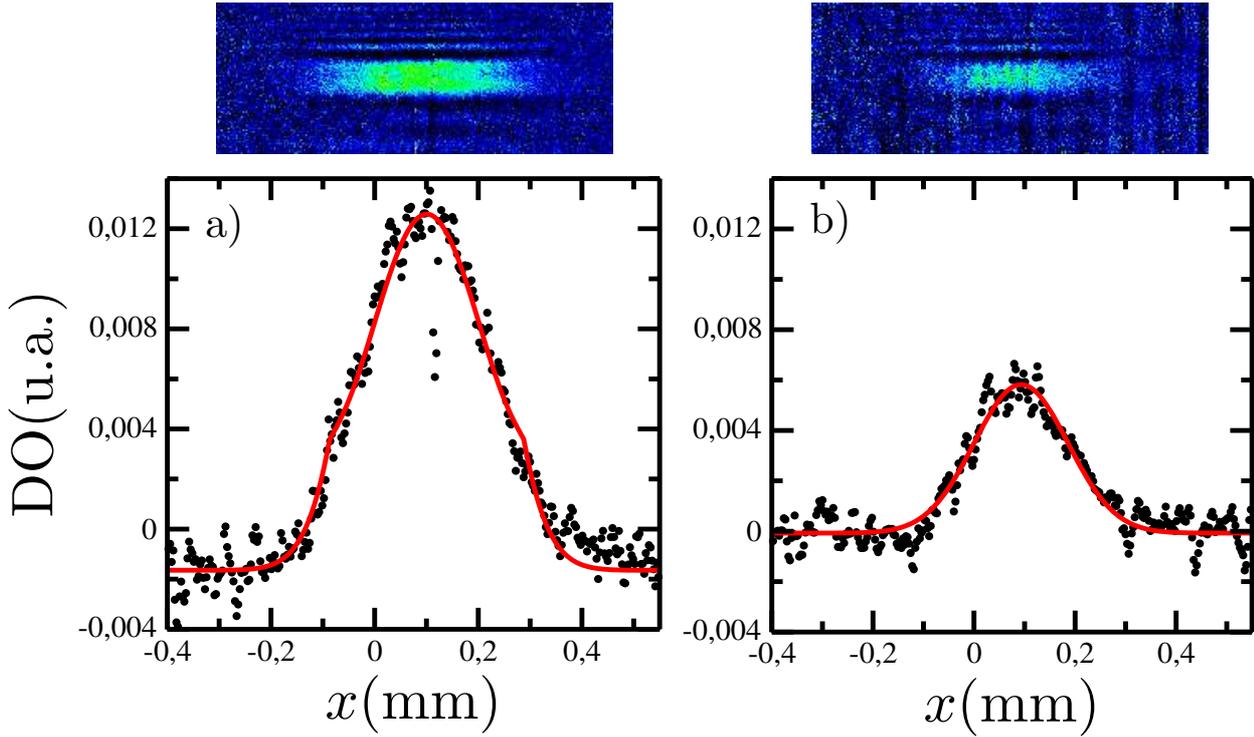


FIGURE 5.15 – Mesure de la dégénérescence d’un gaz de fermions en contact thermique avec un gaz de bosons par ajustement de la densité optique par l’approximation de Sommerfeld 5.24. Les fréquences sont celles de l’évaporation, données en 5.1.2 a) Image par absorption et profil de densité optique unidimensionnel d’un nuage de $1,2 \times 10^5$ ${}^6\text{Li}$. La courbe en pointillés représente l’ajustement par f_S . b) Image par absorption et profil de densité optique unidimensionnel d’un nuage de $5,7 \times 10^4$ ${}^7\text{Li}$. La courbe en pointillés représente l’ajustement gaussien. La température obtenue par l’ajustement sur les fermions donne une température de $T_S = 1,63(5)$ μK . L’ajustement gaussien sur les bosons donne une température de $T_{\text{gauss}} = 1,64(5)$ μK . La dégénérescence vaut ici $T/T_F = 1,63/4,91 = 0,33(3)$. Un ajustement gaussien sur la distribution des fermions donnerait, lui, une température de $T \simeq 2,8$ μK soit une dégénérescence de $T/T_F \simeq 0,6$.

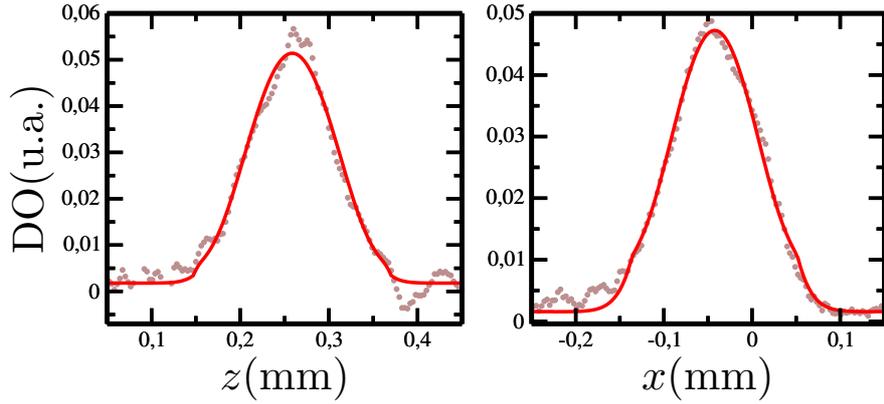


FIGURE 5.16 – Profils de densité optique d'un mélange de fermions dégénérés. Le nuage contient 8×10^4 atomes dans chacun des états $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$. Il a été évaporé dans un piège optique de fréquences $\nu_x = 1200$ Hz, $\nu_y = 890$ Hz et $\nu_z = 1500$ Hz à $B = 320$ G où $a = -15$ nm. Image après un TdV de 1 ms. Les ajustements par f_S (courbes en traits pleins) donnent $\left(\frac{T}{T_F}\right)_x = 0,20$ et $\left(\frac{T}{T_F}\right)_y = 0,23$. Un ajustement gaussien serait incapable de mesurer ce degré de dégénérescence.

alors coupés et on laisse le nuage s'étendre. Les profils de densité suivant les directions x et z sont représentés sur la figure 5.16. Les ajustements par f_S (en traits pleins sur les figures) mesurent $(T/T_F)_z = 0,20$ pour le profil suivant z et $(T/T_F)_x = 0,23$ pour celui suivant x . On s'assure ici que l'ajustement par f_S peut mesurer des degrés de dégénérescence auxquels l'ajustement gaussien classiquement utilisé n'a pas accès. Cette situation est très différente de celle des bosons où la température peut être déterminée par un ajustement gaussien sur la distribution de la partie thermique.

Effets des interactions

Les ajustements par f_S sont valables pour la densité spatiale d'un gaz parfait. On peut se demander s'il est légitime de négliger l'effet de l'interaction sur la densité spatiale à cette valeur de B où $k_F a$, qui décrit l'intensité de l'interaction, vaut $-0,2$. Pour un gaz parfait, on sait (voir la discussion en 5.3.1) que le rayon de Thomas-Fermi $R_{TF,i}^0(t)$ après temps de vol sera le rayon de Thomas-Fermi sans interaction $\sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_i^2}}$ dilaté du facteur habituel :

$$R_{TF,i}^0(t) = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_i^2}} \sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}. \quad (5.29)$$

Pour caractériser l'effet des interactions, on pourra comparer le rayon de Thomas-Fermi donné par l'ajustement $R_{TF,i}^S(t)$ à $R_{TF,i}^0(t)$. À partir des nombres d'atomes et des fréquences du piège, on calcule que les tailles après temps de vol pour un gaz parfait seraient $R_{TF,x}^0(\text{TdV}), R_{TF,z}^0(\text{TdV}) = 107 \mu\text{m}$.

Pour le mélange de la figure 5.16, l'ajustement par f_S donne $R_{TF,x}^S(t) = R_{TF,z}^S(t) = 111 \mu\text{m}$. Ces valeurs diffèrent de seulement 4%, ce qui est comparable à notre incertitude sur $R_{TF,z}^0(\text{TdV})$. La principale source d'incertitude est ici la valeur des fréquences du piège optique, connue à 10% près et, pour des temps de vol longs, $R_{TF,z}^0(\text{TdV}) \propto \sqrt{\omega} \times \text{TdV}$, ce qui donne une incertitude

relative d'environ 5% dans la détermination de $R_{\text{TF},i}^0(\text{TdV})$. Nous pouvons donc conclure que l'ajustement par f_S ne révèle pas d'effet de l'interaction pour $k_F|a| = -0,2$.

Pour les valeurs de $|a|$ beaucoup plus importantes obtenues au voisinage de la résonance ($|a| \geq 100$ nm), on ne pourra plus utiliser f_S . Nous présenterons au chapitre 7 une technique qui permet de mesurer le quotient de l'énergie d'interaction sur l'énergie cinétique. On peut ainsi caractériser le régime d'interaction du gaz.

Troisième partie

Utilisations des résonances de Feshbach

Sommaire

6	Soliton	95
6.1	Une onde de matière qui se tient	95
6.1.1	Solitons et atomes-froids	95
6.1.2	Soliton dans une situation quasi-1D	97
6.2	Évolution d'un condensat dans un piège harmonique de fréquence variable	99
6.2.1	Lois d'échelle	100
6.2.2	Gaz parfait	100
6.2.3	Gaz unidimensionnel dans le régime Thomas Fermi	101
6.3	Localisation de la résonance	102
6.3.1	Calibration du champ magnétique	102
6.3.2	Pertes à trois corps	103
6.3.3	Signal de pertes	103
6.4	Propagation d'une onde de matière pour a variable	104
6.4.1	Stratégie	104
6.4.2	Production du condensat dans $ 1, 1\rangle$	105
6.4.3	Lâcher de condensat pour a variable	106
6.4.4	Évolution des tailles	108
6.5	Validation du modèle théorique	110
6.5.1	Une fenêtre de formation très étroite	110
6.5.2	Dynamique de formation du soliton	111
6.5.3	Collisions entre solitons	111
7	Fermions en régime d'interactions fortes	113
7.1	Création d'un mélange $ 1/2, 1/2\rangle 1/2, -1/2\rangle$	113
7.1.1	Passages adiabatiques	113
7.1.2	Efficacité du transfert	114
7.1.3	Superposition linéaire et mélange statistique	115
7.2	Propriétés collisionnelles au voisinage d'une résonance de Feshbach	116
7.2.1	Limite unitaire	116
7.2.2	Stabilité	117
7.3	À l'assaut de la résonance	118
7.3.1	Expansions en champ / sans champ	118

7.3.2	Par le flanc gauche : pertes à 120 G de la résonance	118
7.3.3	Par le flanc droit : stabilité sur et au-delà de la résonance	120
7.4	Expansion anisotrope d'un gaz de fermions en interactions fortes	120
7.4.1	Dis-moi comment tu t'étends et je te dirai (presque) qui tu es	120
7.4.2	Signaux expérimentaux	122
7.4.3	Cause de l'anisotropie	123
7.5	Détermination de l'énergie d'interaction	125
7.5.1	Extraction de $\alpha = \epsilon_{\text{int}}/\epsilon_{\text{cin}}$	125
7.5.2	Conclusion : présence de molécules ?	128
8	$^6\text{Li}_2$: Un gaz dégénéré de molécules ultra-froides stables	131
8.1	Des fermions pour produire des molécules froides	132
8.1.1	Comment arriver aux molécules dégénérées	132
8.1.2	Formation et relaxation de molécules au voisinage d'une résonance de Feshbach	132
8.2	Comment produire des molécules dégénérées	135
8.2.1	Passage $a \leq 0 \rightarrow a \geq 0$	135
8.2.2	Comment détecter les molécules : séquence expérimentale	136
8.2.3	Signal moléculaire	137
8.3	Efficacité de production	138
8.3.1	Suivi isentropique	138
8.3.2	Rôle de la température	141
8.4	Propriétés dynamiques des molécules	142
8.4.1	Variations rapides de l'énergie de liaison	142
8.4.2	Durée de vie des molécules	143
8.5	Condensat de molécules	145
8.5.1	Détection d'un condensat de molécules	146
8.5.2	Détermination de a_{mol}	149
8.5.3	Variation du taux de pertes à deux corps avec a	152

Chapitre 6

Soliton

Nous présentons dans ce chapitre le premier succès obtenu dans l'utilisation conjointe du piège optique et des manipulations de longueur de diffusion au moyen d'une résonance de Feshbach. Nous avons réussi à produire un soliton d'ondes de matière à partir d'un condensat de ^7Li et à observer sa propagation sans dispersion, caractéristique des solitons, sur une distance d'1 mm [44]. La maîtrise des interactions dans ce système nous a également permis de produire, à titre de comparaison, un gaz de bosons en interaction répulsive dont la dispersion, en bon accord avec les prédictions théoriques, a également été observée.

6.1 Une onde de matière qui se tient

6.1.1 Solitons et atomes-froids

Interaction répulsive : solitons noirs et solitons gris

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, un soliton est un paquet d'ondes se propageant sans déformation dans un milieu où un phénomène non-linéaire compense la dispersion naturelle. Nous avons présenté le cas le plus naturel où la non-linéarité provient d'une interaction attractive. Néanmoins, les premiers solitons créés dans des gaz d'atomes froids dégénérés le furent dans un condensat en interaction répulsive. En effet, une déplétion locale dans le condensat peut constituer un soliton, qu'on nomme alors *solitons noirs* ou *solitons gris* suivant que la densité au centre s'annule ou pas. Cette déformation peut survivre du fait de la compétition entre l'énergie cinétique qui tend à étaler la fonction d'onde et l'interaction répulsive ($a > 0$) entre atomes qui tendent à repousser les atomes du flanc de la déformation. La taille typique de cette déformation sera donc donnée par l'égalité du terme de pression cinétique et du terme d'interaction dans l'équation de Gross-Pitaëvskii dépendante du temps 2.23. Pour une densité atomique partout constante à n sauf sur un trou de largeur l (comme celle représentée au a) de la figure 6.2), on constate qu'à la pression cinétique $-\hbar^2 \nabla^2 / (2m)$, d'ordre $\hbar^2 / (2ml^2)$ qui tend à étendre le trou s'oppose le terme d'énergie d'interaction $|g|n$, n étant la densité du condensat. La pression cinétique ne compensera le champ moyen que si $\hbar^2 / (2ml^2) \simeq gn$, soit $l \simeq \xi_0 = 1 / \sqrt{8\pi na}$. Cette taille est nommée *longueur de réparation*, la taille minimum que doit avoir un défaut de la fonction d'onde pour pouvoir être réparé par l'interaction répulsive. On voit donc qu'ici ce type

de soliton n'est pas à proprement parler une onde de matière mais une onde de déformation. C'est pourquoi on le décrit souvent comme une onde solitonique.

Plus précisément, on obtient la fonction d'onde d'un tel soliton gris ou noir en recherchant une solution de l'équation de Gross-Pitævskii dépendante du temps ne dépendant des variables d'espace z et de temps t que par l'intermédiaire de $z - ut$ où u sera la vitesse à laquelle l'onde solitonique se propage, sans se déformer. Le profil de densité est alors de la forme $n = n_{\min} + (n_0 - n_{\min}) \tanh^2(z/\xi)$ avec $\xi \propto \xi_0$. La vitesse de propagation u de l'onde solitonique est proportionnelle et toujours inférieure à la vitesse du son dans le condensat ($c_s = \sqrt{gn/m}$ pour un condensat homogène de densité n). Elle est reliée à la différence $n_0 - n_{\min}$ et vaut 0 pour un soliton noir pour lequel, par définition, $n_{\min} = 0$. La structure de la phase du soliton joue également un rôle essentiel. Elle présente une discontinuité au travers de la zone de déplétion, de valeur croissante avec la profondeur de la dépression et valant π pour un soliton noir [148, 149, 150, 28, 151, 152, 153].

De telles ondes solitoniques ont été réalisées dans des gaz d'atomes froids en 1999 dans les équipes de W. Ertmer [154] et de W. Phillips [155] (voir la figure 6.1) puis en 2001 dans l'équipe de L. Hau [156]. Toutes ces expériences produisent des solitons gris qui se propagent dans le condensat. Ils disparaissent donc quand ils atteignent le bord du condensat où leur vitesse tend vers 0 avec la densité du nuage.

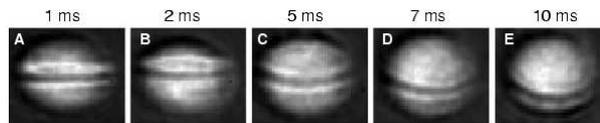


FIGURE 6.1 – Propagation d'un soliton gris dans un CBE de Na. Image tirée de [155]. Le soliton apparaît comme une ligne de densité optique localement inférieure.

Solitons brillants

Une interaction attractive tend à augmenter la densité. Pour former une fonction d'onde stable, il faudra donc lui opposer un effet dispersif tendant à diminuer la densité. C'est le cas de la dispersion naturelle des fonctions d'onde de matière, due au terme d'énergie cinétique $-\hbar^2 \nabla^2 / (2m)$ dans l'équation de Schrödinger. Au contraire des solitons noirs ou gris, il n'y a donc, pas à chercher des dépressions de densité mais une fonction d'onde localisée (voir la figure 6.2 b)). On peut alors former de véritables paquets d'ondes localisés qui se propagent sans s'étendre, malgré la dispersion naturelle due à la pression quantique. C'est la voie que nous avons choisie pour réaliser le premier soliton d'onde de matière [44]. L'équipe de R. Hulet a également formé de cette manière des trains de solitons [46, 56], c'est-à-dire des groupes de solitons se propageant et interagissant sans présenter de phénomène de dispersion.

Notons qu'une troisième voie existe pour former également un véritable soliton d'ondes de matière dans un gaz en interaction répulsive. Au vu des discussions précédentes, cela n'est possible que pour un système à « dispersion négative ». Pour réaliser un tel système, l'équipe de M. Oberthaler [157] a placé les atomes dans un réseau optique. D'après des résultats bien connus de physique des solides [158], l'interaction avec le réseau conduit à la définition d'une

masse effective m^* qui peut devenir négative, réalisant ainsi les conditions nécessaires pour la production d'un soliton d'onde de matière avec des interactions répulsives. Le terme d'énergie cinétique s'écrit alors $-\hbar^2 \nabla^2 / (2m^*)$, avec $m^* \leq 0$. Cependant la masse effective n'étant négative que pour un certain domaine d'impulsion du centre de masse du nuage, un tel soliton ne peut être produit qu'avec une certaine vitesse, au contraire du système que nous allons maintenant décrire en détails.

Soulignons pour finir cette présentation l'une des différences fondamentales entre solitons brillants et solitons gris (ou noirs). Les solitons gris sont en effet des excitations et sont, à ce titre, sujets à des phénomènes d'amortissement [150, 153]. Dans toutes leurs réalisations expérimentales, on observe leur disparition sur des échelles de temps de l'ordre de la dizaine de ms. Cette limitation n'existe pas pour les solitons brillants qui sont l'état fondamental du système de bosons unidimensionnel en interaction attractive [159].

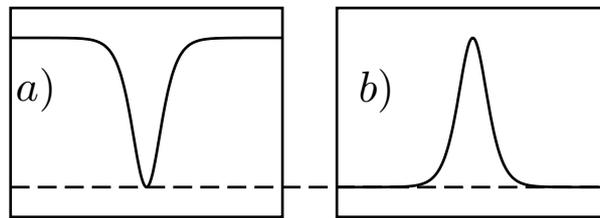


FIGURE 6.2 – Profil de densité de solitons. a) soliton noir, b) soliton brillant.

6.1.2 Soliton dans une situation quasi-1D

Nous avons vu au chapitre 2 qu'un gaz de bosons tridimensionnel en interaction attractive est susceptible de s'effondrer mais qu'il est toujours stable à 1D. Nous allons donc commencer par étudier un système unidimensionnel dont nous discuterons par la suite la stabilité dans des conditions expérimentales quasi-unidimensionnelles.

Solution à 1D

On réalise une situation quasi-unidimensionnelle dans un gaz d'atomes ultra-froids en utilisant un confinement de géométrie cylindrique dont les fréquences radiales sont suffisamment importantes pour que seul l'état fondamental de l'oscillateur harmonique bidimensionnel radial soit peuplé. Ceci revient à se placer dans des conditions de densité où l'énergie de champ moyen gn reste petite devant l'énergie $\hbar\omega_{\perp}/2$ des degrés de liberté radiaux du niveau fondamental du gaz sans interaction.

Sous cette hypothèse, on peut factoriser la fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r})$ solution de l'équation de Gross-Pitævskii sous la forme :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \psi(z)\phi(\rho), \quad (6.1)$$

où z (resp. ρ) est le degré de liberté axial (resp. radial) et $\phi(\rho) = 1/\sqrt{2\pi\sigma_{\perp}^2} \exp(-\rho^2/(2\sigma_{\perp}^2))$ la fonction d'onde de l'oscillateur harmonique transverse, de taille caractéristique $\sigma_{\perp} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\perp})}$.

En injectant cette expression dans l'équation 2.22 et en intégrant sur les degrés de liberté radiaux on obtient l'équation de Gross-Pitaëvskii à une-dimension [160] :

$$\mu\psi(z) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + g_{1D} |\psi(z)|^2 + \hbar\omega_{\perp} \right) \phi(z) \quad \text{avec} \quad g_{1D} = g \frac{m\omega_{\perp}}{2\pi\hbar} = 2a\hbar\omega_{\perp} \quad (6.2)$$

Considérons maintenant un système sans aucun confinement axial. C'est en effet dans ces conditions expérimentales qu'on pourra vérifier la non-dispersion du soliton. La solution d'énergie minimale de l'équation non linéaire 6.2 est un résultat classique de physique non-linéaire [26, 161, 83].

$$\psi(z) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2l_z} \cosh z/l_z} \quad \text{avec} \quad l_z = \frac{2\hbar^2}{Nm|g_{1D}|}. \quad (6.3)$$

Cette forme de solution nous permet de réexprimer le critère de validité de l'approximation unidimensionnelle qui s'écrit alors :

$$(Na) \ll \sigma_{\perp} / (2\sqrt{\pi}) \quad \text{soit} \quad l_z \gg 2\sqrt{\pi}\sigma_{\perp}. \quad (6.4)$$

Ce critère nous indique que, si cette condition est violée, le système ne peut plus être considéré comme purement unidimensionnel et qu'un traitement plus complet doit alors être mis en œuvre pour, en particulier, étudier la stabilité du système.

Stabilité du soliton

Afin d'étudier la stabilité du soliton, on peut, comme on l'a fait de manière très générale au chapitre 2, étudier la fonctionnelle de l'énergie pour un *ansatz* du type 6.3 en faisant cette fois varier la taille radiale σ_{\perp} en plus de la taille axiale l_z . Ceci a été réalisé dans [160] et nous présentons ici les principaux résultats de cet article. La figure 6.3, tirée de [160], représente le domaine de stabilité du soliton en fonction des paramètres $N|a|/\sigma_{\perp}$ (qui gouverne principalement l'effondrement) et d'un éventuel confinement axial ($\omega_z^2 > 0$), voire d'un anti-piégeage $\omega_z^2 < 0$ axial. Dans notre expérience, cet anti-piégeage proviendra de la courbure des bobines « pinch » qui, aux valeurs de champ magnétique de la résonance produisent un anti-confinement pour les bosons dans $|1, 1\rangle$ (voir la figure 4.1).

Pour $\omega_z = 0$, on trouve que le soliton existe tant que $N|a|/\sigma_{\perp} \leq 1/3^{1/4} \simeq 0.76$. Soulignons déjà qu'il est aisé de se trouver dans les conditions d'effondrement avec cette valeur : σ_{\perp} est typiquement de l'ordre de quelques μm , et N doit au minimum être de l'ordre de quelques milliers pour avoir un signal décent en imagerie par absorption, ce qui limite $|a|$ à quelques nm au mieux et oblige donc à un contrôle précis de petites longueurs de diffusion. Comme nous le verrons dans la prochaine section, la résonance de Feshbach de ${}^7\text{Li}$ dans l'état $|1, 1\rangle$ est très pratique à cet égard.

Soumis à un potentiel anti-piégeant, le condensat est susceptible d'exploser, il est en quelque sorte *déchiré* par le potentiel expulsant. L'interaction attractive doit être suffisante pour stabiliser le nuage contre cet effet. On observe effectivement sur la courbe 6.3 que dans ces conditions le produit $N|a|/\sigma_{\perp}$ doit dépasser une valeur minimale, dépendant de l'anti-confinement pour qu'un soliton stable puisse être formé.

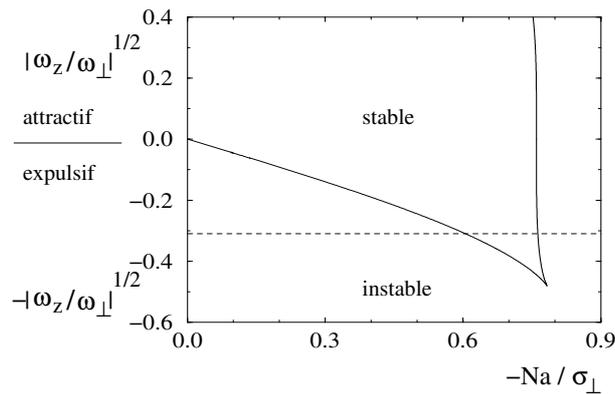


FIGURE 6.3 – Diagramme de stabilité d'un soliton en fonction du confinement (ou anti-confinement) axial et de l'intensité de l'interaction attractive $N|a|/\sigma_{\perp}$. La partie supérieure de la courbe correspond à un véritable confinement dû au potentiel extérieur alors que la partie inférieure correspond à un anti-piégeage. Le soliton existe dans la région comprise entre la courbe de gauche, (courbe d'explosion du soliton due au potentiel expulsif) et la courbe de droite (courbe d'effondrement dû à l'interaction attractive.) En dehors de cette région, la fonctionnelle de l'énergie ne possède pas de minimum local. La droite en traits interrompus représente les conditions expérimentales de réalisation du soliton (voir 6.5.1).

Taille du Soliton

Les résultats présentés sur la figure 6.3 montrent également qu'on sera toujours plus ou moins proche du point d'effondrement et que le traitement unidimensionnel ne sera pas suffisant. Le traitement variationnel de [160] est nécessaire pour obtenir la taille l_z du soliton (ainsi que sa taille radiale σ) en tant que minimum local de la fonctionnelle de l'énergie. Néanmoins on peut obtenir une expression approchée en utilisant l'expression valable à 1D 6.3. On obtient alors :

$$l_z = \frac{\hbar}{Nm a \omega_{\perp}}, \quad (6.5)$$

avec une largeur à mi-hauteur de $\simeq 1,8l_z$.

6.2 Évolution d'un condensat dans un piège harmonique de fréquence variable

L'évolution de la taille lors d'une propagation unidimensionnelle est le test caractéristique de la nature solitonique d'un gaz de bosons. Dans nos conditions expérimentales, nous lâcherons le gaz dans un guide d'onde unidimensionnel d'axe z où il sera de plus soumis à un potentiel harmonique expulsant $V(z) = -m\Omega^2 z^2/2$. Nous avons vu qu'un tel gaz se propagera sans présenter de phénomène de dispersion. Quel sera en revanche le comportement d'un condensat non solitonique dans un tel potentiel? Nous allons l'étudier pour un gaz parfait et pour un gaz en interaction répulsive dans le régime Thomas-Fermi. Nous utiliserons pour cela les résultats connus [135, 134, 141], très utilisés, aussi bien pour mesurer l'énergie de champ moyen que les

fréquences d'oscillation des condensats (voir [134] pour la première détermination d'une énergie de champ moyen par cette méthode).

6.2.1 Lois d'échelle

On s'intéresse à l'évolution de la fonction d'onde $\Psi^0(\mathbf{r})$ d'un condensat initialement confiné dans un potentiel harmonique $m(\omega_z^2 z^2 + \omega_\perp^2 \rho^2)/2$ quand les fréquences sont variées. Un premier résultat de [135] est qu'un condensat initialement pur le restera. Ensuite, le fait que le confinement reste harmonique implique que la fonction d'onde gardera la même forme et ne subira qu'une mise à l'échelle de ses dimensions caractéristiques [135] par d facteurs $b_i(t)$ où d est la dimensionnalité du système :

$$\Psi^0(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}(t)}} \chi^0\left(\frac{\mathbf{r}_i}{b_i(t)}, \tau(t)\right) \exp(i\Phi(\mathbf{r}, t)), \quad (6.6)$$

où d est la dimensionnalité du système. $\chi^0(\mathbf{r})$ est la fonction d'onde initiale du gaz et $\mathcal{V}(t) = \prod_i b_i(t)$ représente la mise à l'échelle du volume. La phase est, quant à elle, donnée par :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{m}{2\hbar} \sum_i r_i^2 \frac{\dot{b}_i(t)}{b_i(t)}. \quad (6.7)$$

Avec l'ansatz 6.6, l'équation de Gross-Pitævskii dépendante du temps s'écrit, en posant $\rho_i = r_i/b_i$:

$$i\hbar \frac{\partial \chi^0}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} \right) = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \frac{1}{b_i^2(t)} \frac{\partial^2 \chi^0}{\partial \rho_i^2} + \frac{m}{2} \sum_i \left(\omega_i^2(t) + \frac{\ddot{b}_i(t)}{b_i(t)} \right) \rho_i^2 b_i^2(t) \chi^0 + \frac{g|\chi^0|^2}{\mathcal{V}(t)} \chi^0. \quad (6.8)$$

Si l'on peut choisir judicieusement $\tau(t)$ et les $b_i(t)$ de manière à faire disparaître les b_i de l'équation 6.8, on retrouvera l'équation de Gross-Pitævskii habituelle dans laquelle toute dépendance temporelle des fréquences de confinement aura disparu. Le problème sera alors formellement identique à celui d'un condensat dans un piège stationnaire et la fonction ne subira qu'une mise à l'échelle sans changement de forme.

6.2.2 Gaz parfait

Pour le gaz parfait, on a $g = 0$ dans l'équation 6.8. On sait alors qu'on pourra factoriser $\Psi^0(\mathbf{r}) = \prod \Psi_i^0(r_i)$. Il suffit alors de chercher la solution pour $d = 1$. On note dorénavant $b_{1D}(t)$, ω , χ_{1D}^0 et Ψ_{1D}^0 sans distinguer l'axe i . On choisit pour les évolutions de τ et b_{1D} :

$$\tau(t) = \int^t \frac{dt'}{b_{1D}^2(t')} \quad (6.9)$$

$$\ddot{b}_{1D}(t) + \omega^2(t) b_{1D}(t) = \frac{\omega_0^2}{b_{1D}^3(t)}, \quad (6.10)$$

avec ω_0 la fréquence du piège initial. Avec ce choix pour τ et b_{1D} , l'équation unidimensionnelle sans interaction s'écrit¹ :

$$i\hbar \frac{\partial \chi^0}{\partial \tau} = -\frac{\hbar^2 \Delta_\rho}{2m} \chi_{1D}^0 + \frac{m\omega_0^2 \rho^2}{2} \chi_{1D}^0. \quad (6.11)$$

¹Notons que ces mêmes lois permettent d'obtenir des lois d'échelle pour le cas $d = 2$ quel que soit le régime d'interaction [135].

La solution d'énergie minimale de cette équation est l'état fondamental de l'oscillateur harmonique $\phi_{\text{oh}}(z) = 1/\sqrt{\pi\sigma_0^2} \exp(z^2/(2\sigma_0^2))$ avec $\sigma_0^2 = \hbar/(m\omega_0)$. $\Psi_{1\text{D}}^0(t)$ reste donc une gaussienne dont la taille, initialement σ_0 , évolue comme $b_{1\text{D}}$ selon 6.10.

Pour nos conditions d'expansion dans un piège expulsant, l'équation 6.10 s'écrit :

$$\ddot{b}_{1\text{D}}(t) - \Omega^2 b_{1\text{D}}(t) = \omega_0^2/b_{1\text{D}}^3(t). \quad (6.12)$$

La solution de l'équation 6.12 avec les conditions initiales $b_{1\text{D}}(0) = 1$ et $\dot{b}_{1\text{D}}(0) = 0$ (car initialement le gaz est en équilibre dans le piège), est :

$$b_{1\text{D}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega^2}\right) + \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\Omega^2}\right) \cosh 2\Omega t}. \quad (6.13)$$

Notons qu'en utilisant le théorème d'Erhenfest, on peut obtenir la même loi d'évolution pour la taille quadratique moyenne de la fonction d'onde (voir l'annexe D).

6.2.3 Gaz unidimensionnel dans le régime Thomas Fermi

Le cas tridimensionnel avec interaction ne se prête généralement pas au traitement par lois d'échelle du fait du facteur $\mathcal{V}(t) \propto \prod_i b_i$ dans le terme d'interaction de l'équation 6.8. En revanche, si le gaz se trouve initialement dans le régime de Thomas Fermi, en choisissant les évolutions de τ et des b_i selon :

$$\tau(t) = \int^t \frac{dt'}{\mathcal{V}(t')} \quad (6.14)$$

$$\ddot{b}_i(t) + \omega_i^2(t)b_i(t) = \frac{\omega_{0i}^2}{b_i(t)\mathcal{V}(t)}, \quad (6.15)$$

l'équation d'évolution de χ^0 devient, en négligeant l'énergie cinétique :

$$i\hbar \frac{\partial \chi^0}{\partial \tau} = \frac{m}{2} \sum_i \omega_{0i}^2 \rho_i^2 \chi^0 + g|\chi^0|^2 \chi^0, \quad (6.16)$$

l'équation standard d'un condensat dans le régime Thomas Fermi déjà résolue au chapitre 2. On constate donc que, tant que l'approximation de Thomas Fermi sera valable, la fonction d'onde Thomas Fermi subira une simple mise à l'échelle.

Dans notre cas où seule une fréquence (ω_{0z}) est changée, b_x et b_y ne varient pas car initialement $b_x(0) = b_y(0) = \dot{b}_x(0) = \dot{b}_y(0) = 0$ et $\omega_x(t) = \omega_{0x}$, $\omega_y(t) = \omega_{0y}$. L'équation d'évolution de b_z , noté $b_{1\text{D}}$ par simplicité par la suite est alors :

$$\ddot{b}_{1\text{D}}(t) - \Omega^2 b_{1\text{D}}(t) = \frac{\omega_{0z}^2}{b_{1\text{D}}^2(t)}, \quad (6.17)$$

Cette équation ne possède pas de solution analytique simple, néanmoins on peut remarquer que, pour des rapports $\alpha = \omega_0/\Omega$ pas trop grands, et avec les conditions initiales $b_{1\text{D}}(0) = 1$, $\dot{b}_{1\text{D}}(0) = 0$ elle doit rester proche de la solution pour le gaz parfait 6.13 et, pour des valeurs de α encore plus faibles, de la solution de l'équation 6.17 sans second membre : $b_{1\text{D}}(t) = \cosh(\Omega t)$. Nous avons vérifié que la solution de 6.17 ne diffère, pour $\alpha = 1$, de celle du gaz parfait 6.13 que de 5% au

maximum et de la solution en cosh de 40%. On constate ici que, remarquablement, l'intensité des interactions n'intervient pas dans la loi d'échelle décrivant l'expansion du condensat dans le régime Thomas-Fermi, caractéristique d'un comportement hydrodynamique. De plus, la loi d'échelle sera très peu différente pour un gaz parfait et pour un gaz dans le régime de Thomas-Fermi.

6.3 Localisation de la résonance

Comme nous l'avons vu précédemment, la réalisation d'un soliton d'ondes de matière nécessite non seulement d'avoir une interaction attractive mais également d'être capable de les maîtriser pour pouvoir éviter l'effondrement. L'utilisation d'une résonance de Feshbach est donc toute indiquée. Nous avons utilisé la résonance entre bosons ${}^7\text{Li}$ dans $|1, 1\rangle$ (voir la figure 6.4). En effet, dans la zone $350 \leq B \leq 500$ G la longueur de diffusion est faiblement négative et la faiblesse de $d|a|/dB$ dans cette région permet de contrôler a précisément.

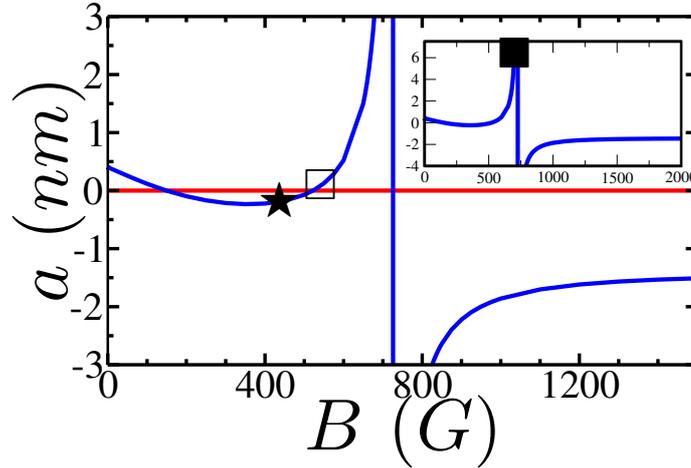


FIGURE 6.4 – Variation de la longueur de diffusion a_{77} entre atomes de ${}^7\text{Li}$ dans l'état $|1, 1\rangle$ avec le champ magnétique B . Les atomes sont évaporés à la position notée ■ où $a = +6,5$ nm. Le gaz en interaction faiblement répulsive est obtenu à la position notée □ et le soliton en ★.

6.3.1 Calibration du champ magnétique

La calibration du champ magnétique homogène est effectuée en déterminant la fréquence de la transition Zeeman $|1/2, 1/2\rangle \rightarrow |1/2, -1/2\rangle$ à champ élevé ($B \simeq 1000$ G). Cette méthode possède l'avantage de nous donner une calibration à des valeurs de champs proches de celles utilisées pour les résonances de Feshbach. On utilise des transitions par passage adiabatique avec une puissance radiofréquence suffisamment faible pour pouvoir transférer toute la population avec une rampe de seulement $\simeq 10$ kHz de largeur. À ces valeurs de champ les spins électroniques sont complètement polarisés et les pentes des énergies de $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ ne diffèrent plus que par la projection m_I suivant la direction magnétique du spin nucléaire. En utilisant la valeur du facteur de Landé du noyau de ${}^6\text{Li}$ $g_n = -0,448 \cdot 10^{-3}$, notre précision de 10 kHz sur la fréquence nous donne une précision de $\simeq 15$ G, soit 1,5%, sur la valeur du champ magnétique.

6.3.2 Pertes à trois corps

La recherche du soliton était notre première utilisation d'une résonance de Feshbach. Notre première tâche a donc été de localiser la résonance et de vérifier l'accord avec les prédictions théoriques [114].

L'effet le plus aisément observable de la très forte augmentation de la longueur de diffusion a au voisinage d'une résonance est l'apparition de pertes spectaculaires dans le nuage dues, en particulier, à la recombinaison à trois corps présentée au chapitre 1. Le taux de recombinaison α à trois corps est traditionnellement défini, en fonction du nombre de recombinaisons par unité de temps et de volume ν selon :

$$\nu = \beta \langle n^2 \rangle, \quad (6.18)$$

où $\langle n^2 \rangle = 1/N \int d^3r n^3$ est la moyenne du carré de la densité n sur l'ensemble du gaz.

Si l'on désigne par R_e la portée du potentiel d'interaction (environ 30 angström pour le lithium), les énergies de liaison des états profonds du potentiel seront alors de l'ordre de $\hbar^2/(mR_e^2)$. Elles sont le plus souvent supérieures à la profondeur du potentiel de confinement et, par conservation de l'énergie, les trois corps participant à la recombinaison sont expulsés du piège. La formation d'une molécule se traduira donc par la perte de trois bosons selon :

$$\frac{dN}{dt} = -3\nu n^2 N. \quad (6.19)$$

Au voisinage d'une résonance de Feshbach, la longueur de diffusion devient arbitrairement grande. Le taux de collisions élastiques pourra augmenter considérablement. On imagine alors sans peine que tous les processus d'interaction, y compris les collisions inélastiques seront amplifiés. Nous étudierons en détail le comportement d'un gaz de bosons au voisinage d'une résonance de Feshbach au chapitre 8. Il nous suffit pour l'instant de savoir que celle-ci se manifeste, dans un gaz de bosons, par une augmentation spectaculaire des pertes inélastiques.

6.3.3 Signal de pertes

Pour localiser cette résonance de Feshbach, nous préparons les atomes dans l'état $|1, 1\rangle$ dans un piège optique croisé comme vu au chapitre 5 en présence d'un champ magnétique faible $B \simeq 5$ G. Le champ magnétique produit par les bobines « pinch » est ensuite augmenté en 50 ms jusqu'à la valeur désirée. Après un temps d'attente de 200 ms, le champ est de nouveau amené en 50 ms jusqu'à $B = 0$ où on compte le nombre d'atomes restant. Les résultats sont présentés sur la figure 6.5.

Du maximum de ces pertes, on déduit la position de la résonance $B = 755(20)$ G, en bon accord avec les prédictions théoriques [114]. Il faut cependant garder à l'esprit que la localisation de la résonance (maximum de a) comme le lieu du maximum de pertes repose sur l'hypothèse que chaque collision à trois corps fait disparaître du nuage toujours le même nombre d'atomes. Au voisinage d'une résonance de Feshbach, l'énergie de liaison de l'état moléculaire, $\hbar^2/(ma^2)$, peut être suffisamment faible pour que celle-ci (et le troisième corps participant à la collision) demeure piégée [53]. Néanmoins, dans le cas où les atomes formant les molécules sont des bosons, celles-ci peuvent très vite cascader, par relaxation collisionnelle dans un état plus profond. Elles

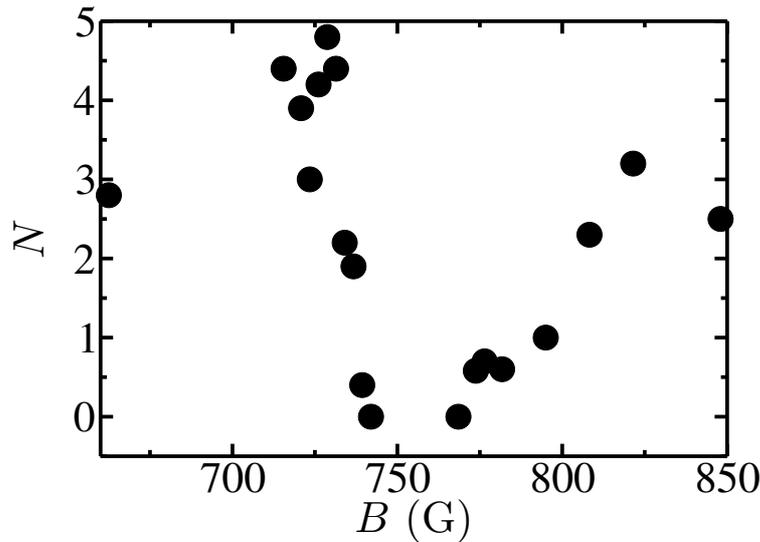


FIGURE 6.5 – Pertes inélastiques au voisinage de la résonance de Feshbach dans $|1, 1\rangle$. Nombre d’atomes restant après 200 ms d’attente en fonction du champ magnétique. Le maximum des pertes localise la résonance aux environs de 750 G, en accord avec les prédictions théoriques.

libèrent alors une énergie beaucoup plus importante qui éjecte les participants à la collision hors du piège.

Dans le cas de molécules formées de fermions, nous verrons au chapitre 8 que le principe de Pauli change complètement ce comportement : la durée de vie des molécules augmente alors avec a et la position de la résonance ne coïncide alors plus avec celle du maximum de pertes.

6.4 Propagation d’une onde de matière pour a variable

6.4.1 Stratégie

La réalisation d’un soliton brillant se heurte en pratique à deux conditions antagonistes. D’une part le condensat ne peut être formé qu’après une phase d’évaporation durant laquelle le taux de collisions doit être important. D’autre part, le soliton doit être créé dans un piège unidimensionnel très décomprimé dans un régime de faible interaction attractive, de façon à éviter son effondrement.

Pour contourner ces difficultés, nous choisissons de procéder en trois étapes successives, en utilisant la résonance de Feshbach de $|1, 1\rangle$ pour réaliser les différentes conditions d’interaction nécessaires.

La première étape consiste à évaporer, dans le piège optique croisé, un nuage d’atomes dans $|1, 1\rangle$ où a est :

- positive pour éviter l’effondrement et ainsi ne pas être limité en nombre d’atomes.
- la plus grande possible pour faciliter l’évaporation sans toutefois introduire les pertes à trois corps évoquées précédemment².

²C’est d’ailleurs une utilisation similaire des résonances de Feshbach qui a permis la première condensation du ^{85}Rb [10].

Une fois le condensat formé, la deuxième étape consiste à diminuer le champ magnétique pour atteindre le régime d'interaction attractive. Il ne reste alors plus qu'à rendre adiabatiquement le piège optique unidimensionnel en éteignant le laser vertical. Le nuage suivra alors l'état fondamental du système : du condensat dans le régime tridimensionnel au soliton dans le cas unidimensionnel, du moins quand le produit $N|a|$ n'excède pas la valeur critique d'effondrement 6.4. Dans le cas contraire le condensat pourra subir plusieurs effondrements successifs qui vont diminuer son nombre jusqu'à ce que celui-ci vérifie ce critère. Cette dynamique sera brièvement discutée en 6.5.2.

Pour observer le caractère solitonique de l'onde de matière ainsi produite, on étudiera l'évolution temporelle du paquet d'ondes dans ce piège unidimensionnel. La fonction d'onde d'un soliton ne devra en effet pas s'étaler.

6.4.2 Production du condensat dans $|1, 1\rangle$

Nous commençons avec un nuage de 6×10^5 atomes dans l'état $|2, 2\rangle$ à une température de $\simeq 10\mu\text{K}$ dans une piège optique de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 3,3 \text{ kHz}$, $\omega_y = 2\pi \times 3,8 \text{ kHz}$ et $\omega_z = 2\pi \times 1,8 \text{ kHz}$ après évaporation dans le piège Ioffe dont les fréquences étaient $\omega_x = \omega_y = 2\pi \times 4,05 \text{ kHz}$ et $\omega_z = 2\pi \times 71,2 \text{ Hz}$.

Le transfert de $|2, 2\rangle$ à $|1, 1\rangle$ est effectué au moyen d'un passage adiabatique (voir la figure 5.6) en balayant la fréquence de 819 MHz à 820 MHz en 10 ms dans un champ magnétique homogène de 5 G qui sert à conserver la polarisation des atomes. L'efficacité de transfert, mesurée en comparant les populations dans les deux états par effet Stern et Gerlach (voir 5.2.3) est $\simeq 95\%$. On peut également la mesurer en comparant des images avec et sans laser repompeur, $|1, 1\rangle$ n'apparaissent pas sur les images sans repompeur.

On ajuste ensuite le champ magnétique comme décrit en 5.2.4 pour l'amener en 200 ms à la valeur choisie pour l'évaporation $B = 700 \text{ G}$. À cette valeur, $a = +6,5 \text{ nm}$ et les pertes sont encore faibles (voir la figure 6.5). On utilise les bobines « pinch » du piège Ioffe pour bénéficier de leur temps de coupure rapide ($20 \mu\text{s}$ à $I = 265 \text{ A}$ soit $B \simeq 700 \text{ G}$). Cette rampe ne doit pas être effectuée trop rapidement pour éviter que le champ magnétique ne dépasse la valeur de consigne et ne se rapproche trop de la résonance, ce qui conduirait à une perte importante d'atomes.

On produit alors un condensat stable dans $|1, 1\rangle$ en refroidissant les atomes par évaporation dans le piège optique. Celle-ci s'effectue en diminuant la puissance des faisceaux YAG réalisant le piège, ce qui diminue la profondeur du piège et permet ainsi l'élimination des atomes les plus chauds. Ce type d'évaporation (étudié en détail dans [162]) présente l'inconvénient de diminuer les fréquences du piège, ce qui a un effet négatif sur le taux de collisions. Néanmoins, le taux de collisions initial ($\simeq 10^3\text{s}^{-1}$) permet une évaporation suffisamment efficace pour pouvoir s'effectuer en des temps de l'ordre de $\simeq 100 \text{ ms}$. La séquence temporelle de cette évaporation est décrite sur la figure 6.7. L'état final de l'évaporation est un nuage de $4 \cdot 10^4$ atomes dont la moitié sont condensés dans un piège de fréquences : $\omega_x = 2\pi \times 740 \text{ Hz}$, $\omega_y = 2\pi \times 970 \text{ Hz}$, $\omega_z = 2\pi \times 630 \text{ Hz}$. Le condensat est caractérisé par l'expansion bimodale du nuage en temps de vol (voir la figure 6.6).

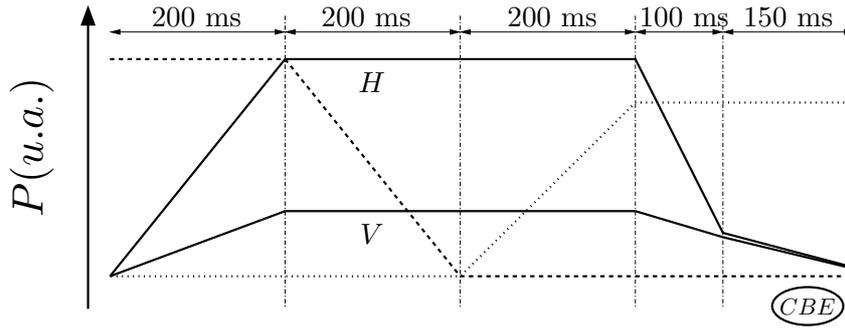


FIGURE 6.7 – Séquence expérimentale d'évaporation dans $|1, 1\rangle$. Les courbes en traits pleins notées H (resp. V) représentent, en unités arbitraires l'intensité du faisceau horizontal (resp. vertical) du piège optique. La courbe en traits interrompus représente l'intensité du piège magnétique. Celle en traits pointillés représente l'intensité du champ magnétique homogène pour l'ajustement du champ magnétique homogène. On obtient un condensat de Bose Einstein stable dans $|1, 1\rangle$ à l'issue de la dernière rampe.

Une fois le condensat obtenu, on ajuste la longueur de diffusion jusqu'à une valeur proche de 0 ($B \simeq 530$ G) en 40 ms afin de limiter les pertes à trois corps.

6.4.3 Lâcher de condensat pour a variable

Il ne reste alors plus qu'à ajuster la longueur de diffusion en variant le champ magnétique puis à placer les atomes dans une configuration unidimensionnelle pour observer le comportement du nuage.

Une fois le condensat obtenu, on diminue la puissance du piège vertical jusqu'à 3 mW en 200 ms pour déformer adiabatement le nuage. Le piège a alors une géométrie cylindrique avec des fréquences : $\omega_{\perp} = 2\pi \times 740$ Hz, $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 50$ Hz. Cette fréquence résulte du confinement réalisé par le piège optique et d'un anti-piégeage dû aux bobines « pinch » utilisées pour la production du champ magnétique homogène (voir 5.2.4). $|1, 1\rangle$ n'étant pas piégeable magnétiquement (voir la figure 4.1) cette courbure réalise un potentiel expulsant dont la « fréquence » vaut, à 530 G, $i \times 78$ Hz. Cette courbure sera responsable d'un mouvement de dérive du centre de masse du nuage du au fait qu'initialement le nuage n'est pas exactement situé au maximum d'énergie potentielle magnétique (voir figure 6.8).

Les derniers ajustements de la longueur de diffusion sont effectués en 50 ms (avec un facteur

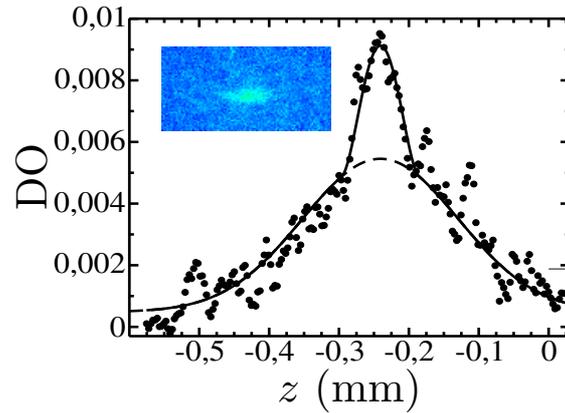


FIGURE 6.6 – Profil bimodal du condensat au voisinage de T_{CBE} dans $|1, 1\rangle$. Densité optique DO en fonction de la position x après un temps de vol de 1,5 ms. La courbe en traits pleins est le profil de Thomas Fermi d'un condensat intégré à deux dimensions et celle en traits interrompus la distribution gaussienne du gaz thermique.

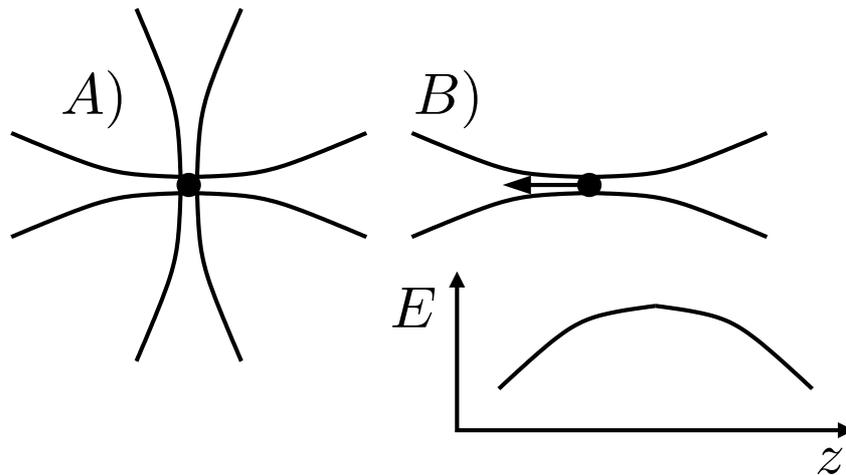


FIGURE 6.8 – Lâcher du nuage dans une configuration 1D. A) Les atomes sont dans le piège optique croisé. B) Le faisceau vertical est coupé, les atomes se retrouvent soumis au potentiel magnétique expulsant créé par les bobines « pinch » : le centre de masse est accéléré.

$\eta = 2$ voir 5.2.4), après quoi le piège vertical est coupé par un obturateur mécanique. Nous avons observé la propagation du nuage pour trois valeurs différentes de a : $a = 0,1$ nm ($B = 555$ G) correspondant à un gaz en interaction répulsive dans le régime Thomas-Fermi, $a = -0,05$ nm ($B = 520$ G) et $a = -0,2$ nm ($B = 450$ G) où les interactions sont attractives et où un soliton est susceptible d'être formé (voir la figure 6.4). La figure 6.9 présente la propagation du nuage dans ces conditions.

Sur les deux courbes de cette figure, on observe en premier lieu le mouvement du centre de masse du nuage quelle que soit a , sous l'effet du potentiel expulsif :

$$V(z) = -1/2m\Omega^2 z^2 \quad (6.20)$$

Sous l'effet de ce potentiel la position du centre de masse doit en effet évoluer, indépendamment de l'interaction (pour un nuage sans vitesse initiale) selon :

$$z(t) = z_0 \cosh(\Omega t). \quad (6.21)$$

Ce mouvement est identique sur les figures 6.9 *a* et *b*. Néanmoins, la distribution des atomes pour lesquels $a = 0,1$ nm (partie *a*) de la figure) présente un élargissement au fur et à mesure de la propagation dans le faisceau horizontal. Au contraire, la forme du nuage dans la partie *b*) reste inchangée tout au long des 8 ms (correspondant à une distance parcourue $\simeq 1$ mm) au cours desquelles on peut l'observer³. Dans ce dernier cas, on a ainsi réalisé un soliton d'ondes de matière. En effet dans le temps dans lequel la taille du gaz en interaction (a) est multipliée par $\simeq 5$, celle du gaz *b*) n'a pas varié.

Signalons qu'on peut observer sur les deux images de la figure 6.9 (plus particulièrement sur *a*) un petit nuage d'atomes qui restent confinés au voisinage de la position initiale et effectuent un mouvement oscillant (dont on peut observer à peu près une demi-oscillation sur *a*) de période $T \simeq 2 \times 6,5 \simeq 7$ ms. Il s'agit d'atomes qui n'ont pas été transférés dans $|1, 1\rangle$ et

³Au-delà le nuage sort du champ de la caméra...

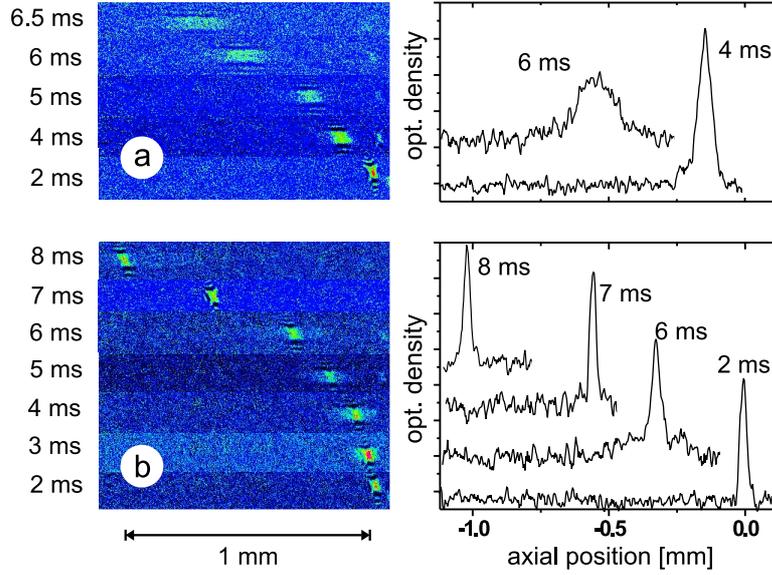


FIGURE 6.9 – Propagation d’un gaz parfait et d’un soliton dans un potentiel expulsant. (a) propagation d’un gaz en interaction faiblement répulsive $a = 0,1$ nm. (b) propagation d’un soliton avec $a = -0,2$ nm. Le profil de densité de a s’élargit du fait du potentiel anti-piégeant alors que celui du soliton reste inchangé après avoir parcouru 1 mm.

sont restés dans $|2, 2\rangle$ qui, lui, est piégé par les bobines « pinch ». Leur période d’oscillation est compatible avec la fréquence du piège magnétique, 78 Hz, et de plus leur mouvement semble bien s’amorcer vers la droite, c’est-à-dire en sens inverse de celui des atomes dans $|1, 1\rangle$ anti-piégés.

6.4.4 Évolution des tailles

Pour étudier quantitativement l’expansion des nuages pour chaque valeur de a , on trace l’évolution des tailles σ_G obtenues par ajustement gaussien de la partie condensée des profils de densité optique en fonction du temps de propagation t dans le piège optique horizontal sur la figure 6.10. Pour le gaz avec $a \geq 0$ (Fig : 6.10 (a)), on a vu en 6.2.3 qu’à une bonne approximation (on a ici $\alpha = \omega_0/\Omega = 50/78 < 1$) l’évolution de sa taille sera donnée par 6.13 s’il est dans le régime Thomas Fermi. Par ailleurs, pour cette valeur de α les solutions des équations de propagation du gaz parfait et du gaz dans le régime Thomas Fermi sont suffisamment proches pour qu’on puisse utiliser dans tous les régimes d’interaction la solution du gaz parfait 6.13⁴.

On constate effectivement, en réalisant un ajustement par la loi 6.21 sur la courbe 6.10 (a) que le condensat suit cette loi avec une fréquence (déterminée par l’ajustement) $\omega = 2\pi \times 76$ Hz, en très bon accord avec la valeur mesurée par d’autres moyens [61]. Notons également qu’on peut distinguer sur les profils de densité des premières images des trois expansions un

⁴Signalons d’ailleurs que dans [44] nous indiquions que cette expansion était celle d’un gaz parfait. L’évolution d’un gaz parfait et d’un gaz unidimensionnel dans le régime Thomas-Fermi sont cependant trop proches pour qu’on ait pu les distinguer sur nos signaux.

piédestal du nuage thermique des atomes non condensés. La largeur de celui-ci évoluera selon la loi exponentielle d'un gaz parfait classique⁵ et étalera rapidement ce nuage thermique. L'anti-piégeage de notre configuration présente donc l'avantage de purifier le soliton au fur et à mesure qu'il se propage.

Sur la courbe 6.10 (b) en revanche, les tailles mesurées sont significativement inférieures à celles du gaz en interaction répulsive. L'interaction attractive n'est certes pas suffisante pour supporter la formation d'un soliton mais parvient à ralentir significativement l'expansion du nuage.

Finalement la taille du nuage présenté sur la courbe 6.10 (c) reste constante tout au long des 8 ms pendant lesquelles son évolution est observée (avant qu'il ne sorte du champ de l'imagerie). Il s'agit ici d'un soliton dont le comportement est qualitativement différent non seulement d'un gaz parfait mais également d'un condensat en interaction. Signalons cependant que la taille mesurée $\sigma \simeq 9 \mu\text{m}$ correspond à la limite de résolution de notre imagerie : la taille réelle du soliton est bien inférieure comme on le verra plus loin.

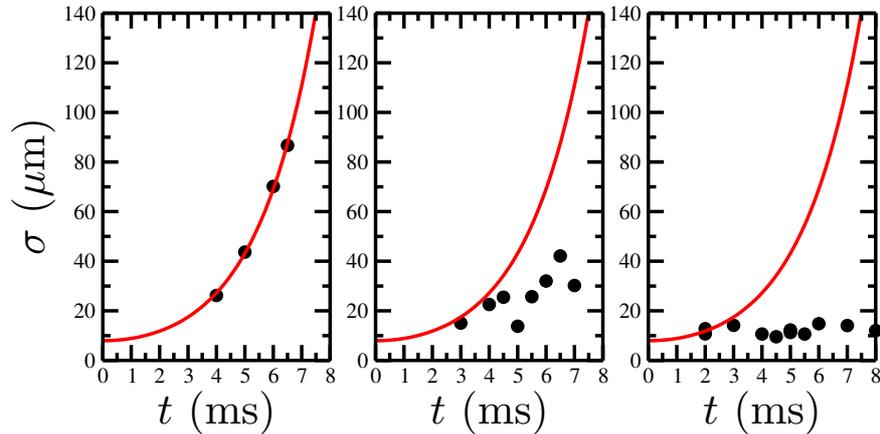


FIGURE 6.10 – Propagation unidimensionnelle d'un condensat dans un potentiel expulsant, pour différentes valeurs de a . Les tailles données sont les largeurs obtenues par des ajustements gaussiens du profil de densité. (a) $a = 0, 1$; (b) nuage en interaction attractive $a = -0,05 \text{ nm}$: la dispersion est réduite par rapport à celle du gaz $a \geq 0$; (c) soliton formé pour $a = -0,2 \text{ nm}$. Aucune dispersion n'est observée après un parcours de 1 mm. Les courbes en traits pleins représentent l'évolution théorique de cette taille pour un gaz parfait, peu différente de celle d'un condensat dans le régime de Thomas-Fermi.

La loi d'évolution de la taille ne nous permet pas de discriminer dans la figure 6.10 (a) entre un condensat sans interaction et un condensat dans le régime Thomas Fermi. Néanmoins on peut estimer la valeur de a à partir de la taille absolue du nuage. En extrapolant la courbe théorique de 6.10 (a) à $t = 0$ on obtient un rayon de Thomas Fermi de $14,5 \mu\text{m}$ ⁶. Comme $\sigma_{||} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{||})} \simeq 5,2 \mu\text{m}$ dans ces conditions, on vérifie que le gaz en interaction répulsive est

⁵Plus précisément, la taille σ d'un gaz à la température T initialement confiné dans un piège de pulsation $\omega_{||}$ et soumis au potentiel expulsant 6.20 évoluera selon $\sigma(t) = \sqrt{k_{\text{B}}T/(m\omega_{||}^2) \left(\cosh^2(\Omega t) + \omega_{||}^2/\Omega^2 \sinh^2(\Omega t) \right)}$

⁶on a utilisé la relation empirique donnant la taille gaussienne σ obtenue par ajustement sur un profil de Thomas-Fermi intégré à deux dimensions : $\sigma = 0,55 R_{\text{TF}}$.

bien dans le régime Thomas-Fermi. Le rayon de Thomas-Fermi permet également d'évaluer la longueur de diffusion. Pour un gaz de N atomes confinés dans un piège de pulsations axiale ω_0 et radiale ω_\perp , dans le régime unidimensionnel, on obtient, en utilisant $g_{1D} = 2a\hbar\omega_\perp$:

$$R_{\text{TF}} = \sigma_{\parallel} (3Na\omega_\perp / (\sigma_{\parallel}\omega_{\parallel}))^{1/3}. \quad (6.22)$$

Le nombre d'atomes valant $\simeq 14500$, on obtient pour $\omega_\perp = 2\pi \times 710$ Hz et $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 50$ Hz : $a \simeq 0,2$ nm. Cette valeur est compatible avec les prédictions théoriques compte tenu de notre incertitude sur B dans cette région où a varie rapidement.

6.5 Validation du modèle théorique

Chaque réalisation expérimentale de la séquence décrite précédemment ne produit pas un soliton pour $a = -0,2$ nm. Dans certains cas on observe une expansion ralentie par l'interaction attractive comme dans la figure 6.10 (b) alors que dans d'autres le nuage tout entier s'effondre (on n'observe alors rien bien entendu). Ces différents comportements sont certainement dus à des fluctuations dans le nombre initial d'atomes dans le condensat stable de $|1,1\rangle$. Néanmoins le nombre d'atomes dans le soliton, quand il peut être formé, est remarquablement stable à $N = 6(2) 10^3$. Cette stabilité s'explique par les conditions très sévères imposées sur le produit $N|a|$.

6.5.1 Une fenêtre de formation très étroite

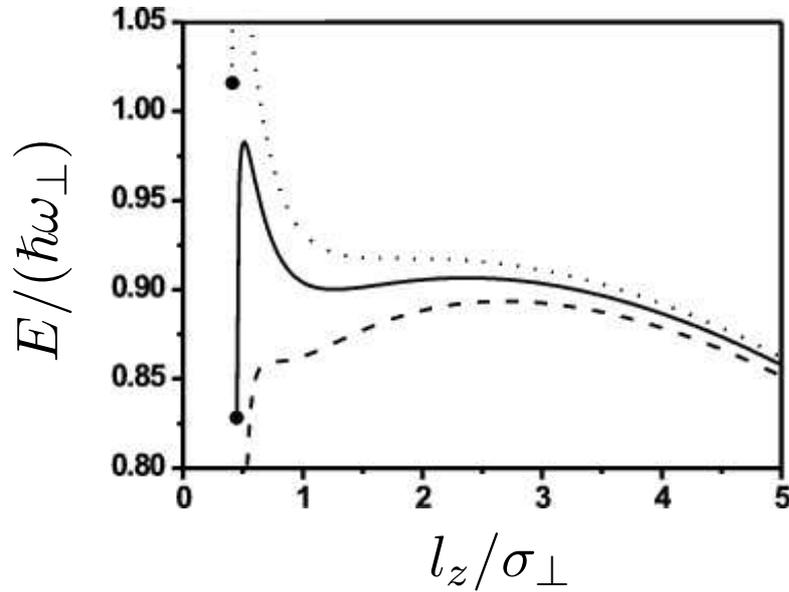


FIGURE 6.11 – Variationnelle d'énergie d'un gaz de bosons en interaction attractive soumis à un potentiel expulsif avec $\omega_z/\omega_\perp = i 70/710$. On représente l'énergie en fonction de la taille axiale l_z après minimisation sur la taille radiale σ_\perp pour différentes valeurs de $N|a|/\sigma_0$, dans la fenêtre de stabilité (courbe continue), au point d'effondrement (courbe en traits tiretés) et au point d'explosion (courbe en pointillés). Les points de terminaison indiquent l'effondrement, ie $\sigma_\perp = 0$ après minimisation.

Le soliton doit comporter suffisamment d'atomes pour que l'interaction résiste à la fois au potentiel expulsif et à la dispersion naturelle mais ne pas excéder la valeur critique conduisant à l'effondrement [160]. On constate sur la courbe 6.3 que pour nos valeurs de confinement ($\omega_z = i\ 70$ Hz et $\omega_\perp = 710$ Hz), le paramètre $N|a|/\sigma_0$ doit être supérieur à $\simeq 0,63$ pour pouvoir résister au confinement expulsif et d'autre part inférieur à $\simeq 0,79$ pour éviter l'effondrement. Ceci contraint, pour $a = -0,2$ nm le nombre d'atomes dans le soliton N à être compris entre $4,2 \times 10^3$ et $5,2 \times 10^3$, en bon accord avec la valeur mesurée. Par ailleurs nous n'avons jamais réussi à former un soliton quand le nombre d'atomes était volontairement diminué à $N = 2 \times 10^3$ prouvant ainsi la nécessité d'un nombre minimum.

La taille du soliton peut, quant à elle, être obtenue numériquement en minimisant la fonctionnelle d'énergie de l'équation de Gross-Pitaevskii à trois dimensions à la fois par rapport à l_z et à σ_\perp . La figure 6.11 représente cette énergie en fonction de l_z , après minimisation sur σ_\perp . On peut calculer ainsi, dans la fenêtre de stabilité, la taille axiale du soliton qui sera (pour notre régime de paramètre) $l_z = 1,7$ μm , effectivement bien en dessous de notre résolution optique. Pour augmenter cette taille, il faudrait, selon l'expression 6.5 diminuer le confinement radial, tout en ne dépassant pas la valeur critique de $N|a|/\sigma_0 \simeq 0,88$. On pourrait également diminuer $|a|$.

6.5.2 Dynamique de formation du soliton

Il nous reste maintenant à aborder le problème de la transformation d'un condensat de bosons en interaction répulsive contenant 2×10^4 atomes à un soliton en contenant seulement un tiers. Nous n'avons pas étudié en détail la dynamique de cette évolution car elle doit s'effectuer sur des échelles de temps de l'ordre de ω_\perp^{-1} [24], courte devant le temps que nous mettons à ajuster le champ magnétique. Vraisemblablement le condensat dont le nombre d'atomes dépasse le nombre critique de l'effondrement commence à s'effondrer et perd ainsi des atomes jusqu'à ce que le nombre convienne pour la formation d'un soliton. Cet effondrement d'un condensat instable a été étudié théoriquement [163,24] et expérimentalement sur ^7Li dans $|2,2\rangle$ [86]. C'est probablement cette dynamique qui explique également le fait qu'un soliton ne soit pas formé systématiquement à chaque réalisation expérimentale. Comme le nombre d'atomes initial dans le condensat fluctue, le nombre d'atomes restant à l'issue de la série d'effondrements pourra ne pas être compris dans la fenêtre autorisant la formation d'un condensat.

6.5.3 Collisions entre solitons

Les solitons d'ondes de matière possèdent d'autres propriétés remarquables que leur insensibilité à la dispersion. Les interactions entre solitons dépendent de leur phase relative ϕ [161,153,164] et peuvent être attractives ($\phi = 0$) ou répulsives ($\phi = \pi$). La répulsion entre solitons d'ondes de matière a d'ailleurs été observée expérimentalement dans l'expérience des trains de solitons [45,165]. Enfin les solitons sont censés conserver leur forme au cours de leur interaction [161,153]. Ces effets, et bien d'autres restent à observer dans les gaz d'atomes froids.

A la suite de ces premières observations, nous nous sommes orientés vers la production de gaz de Fermi dégénérés et l'étude de leurs propriétés.

Chapitre 7

Fermions en régime d'interactions fortes

Dans ce chapitre, nous présentons les premiers résultats que nous avons obtenus sur les gaz de fermions en interaction forte. Après la mise au point des techniques permettant l'obtention des premiers nuages dégénérés [15, 18, 117, 16], les efforts des équipes travaillant sur les gaz de fermions se sont portés vers l'étude des effets de leur interaction [166, 167, 47, 20, 168], le plus souvent en tirant parti de la grande facilité offerte par les résonances de Feshbach de varier la longueur de diffusion a .

La résonance entre $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$ et $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ n'avait jamais été explorée quand nous avons commencé ce travail. Sa position était prédite théoriquement à 850 G. En l'abordant par les champs magnétiques inférieurs ($a \geq 0$), nous avons observé des pertes très importantes à une valeur du champ magnétique inférieure d'environ 120 G à la position prédite de la résonance. Dans le même temps, d'autres équipes [20, 168] déterminaient expérimentalement la position du zéro de a à une valeur compatible avec les calculs plaçant une résonance à 850 G. Le comportement d'un nuage de fermions au voisinage d'une résonance de Feshbach s'est donc révélé très différent de celui de bosons pour lesquels la résonance se manifeste toujours par des pertes importantes. De plus, nous avons pu atteindre un régime d'interactions attractives ($a \leq 0$) et fortes ($k_F a \geq 1$) pour $B \geq 850$ G [147, 169]. Dans ce régime, des calculs de champ moyen prédisaient l'effondrement du gaz [41, 48]. Nous avons au contraire pu vérifier sa stabilité.

Nous avons mis en évidence un comportement hydrodynamique, a priori caractéristique [145] d'un superfluide, lors de l'expansion d'un nuage en interactions. Notre gaz était cependant trop peu dégénéré pour être superfluide. Cette observation a donc montré qu'un temps de vol anisotrope ne constituait pas une signature suffisante de superfluidité.

7.1 Création d'un mélange $|1/2, 1/2\rangle$ $|1/2, -1/2\rangle$

7.1.1 Passages adiabatiques

Comme nous l'avons fait pour la résonance entre atomes de ^7Li dans $|1, 1\rangle$, nous avons d'abord cherché à obtenir la position de la résonance entre des fermions dans $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ par l'observation de pertes dans le nuage.

Il nous faut tout d'abord préparer un mélange statistique de ces deux états Zeeman différents

(voir la figure 4.1). La séquence expérimentale est identique à celle décrite dans le chapitre 5 pour obtenir dans le piège magnétique Ioffe-Pritchard un mélange de ${}^7\text{Li}$ dans $|2, 2\rangle$ et ${}^6\text{Li}$ dans $|3/2, 3/2\rangle$ à la différence que nous poursuivons maintenant l'évaporation jusqu'à disparition totale des bosons. Nos conditions de départ sont alors un nuage de $\simeq 5 \cdot 10^5$ fermions dans $|3/2, 3/2\rangle$ à une température de $10 \mu\text{K}$ avec une température de Fermi $T_F \simeq 7 \mu\text{K}$. Un transfert adiabatique similaire à celui décrit dans 5.2.3, et déjà utilisé pour les expériences sur le soliton, est utilisé pour placer tous les fermions dans $|1/2, 1/2\rangle$. Ses paramètres typiques sont maintenant une puissance de 14 dBm en sortie de synthétiseur, une durée de l'ordre de 20 ms et une rampe de 50 kHz d'amplitude centrée sur 243,35 MHz pour un champ magnétique biais d'environ 8 G. Ce transfert est effectué en utilisant le mode *VCO* (voltage control oscillator) du synthétiseur.

On souhaite ensuite réaliser un mélange entre les états $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$. On pourrait pour cela effectuer des « impulsions $\pi/2$ ». On obtiendrait théoriquement une superposition linéaire à poids égaux des deux états en appliquant une impulsion radiofréquence de durée t_{imp} telle $\Omega t_{\text{imp}} = \pi/2$, avec Ω la pulsation de Rabi du couplage électromagnétique entre $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$. Étrangement, nous n'avons jamais réussi à réaliser expérimentalement un mélange par cette méthode bien qu'elle ait été utilisée avec succès pour des impulsions π , par exemple pour la réalisation du mélange fermions dégénérés dans $|3/2, 3/2\rangle$ - CBE stable dans $|1, 1\rangle$. Nous avons finalement choisi d'utiliser un passage adiabatique interrompu. Il consiste à varier adiabatiquement la fréquence du champ radiofréquence exactement mais d'interrompre la rampe exactement à la fréquence de transition. Les atomes sont alors dans une superposition linéaire à poids égaux des deux états (voir la figure 5.6). Cette technique présente également l'avantage d'être peu sensible à la puissance radiofréquence, contrairement à l'impulsion $\pi/2$.

7.1.2 Efficacité du transfert

Pour vérifier l'efficacité de ce transfert, on peut utiliser la technique de séparation par effet Stern et Gerlach décrite précédemment. Néanmoins, comme on peut le constater sur la figure 4.1, les énergies de $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ suivent des pentes très proches dès que le champ magnétique dépasse $\simeq 27 \text{ G}$ et ne sont alors plus séparables par effet Stern et Gerlach. Pour cette raison, on doit veiller à ne pas utiliser un courant trop important dans les bobines réalisant le gradient de champ. Il faudra alors augmenter le temps pendant lequel on laisse se propager les atomes dans le gradient de champ magnétique, ce qui conduit à un étalement de chaque nuage proportionnel (aux temps longs) au temps de propagation t_{propa} . Néanmoins la séparation des centres de masses étant, elle, proportionnelle à t_{propa} il est possible de trouver une fenêtre de paramètres permettant la séparation des deux nuages. Pour pallier la diminution du signal due à l'étalement des nuages on n'éteint généralement que le piège horizontal ce qui permet de conserver le confinement radial du piège vertical et augmenter d'autant la densité optique.

Nous avons mis au point une autre technique pour la séparation par effet Stern et Gerlach permettant de produire un gradient de champ magnétique avec un champ biais beaucoup plus faible. Nous utilisons pour cela les barres du piège Ioffe qui, par construction, génèrent un champ quadrupolaire perpendiculairement à leur axe (voir 5.1.2). En les rallumant à 300 A pendant

typiquement 0,4 ms (le piège optique vertical demeurant allumé) puis en laissant les atomes se propager librement pendant 0,1 ms on obtient une bonne séparation des deux nuages. On a également intérêt à évaporer au préalable dans le piège optique pour diminuer la température et réduire ainsi l'étalement. La figure 7.1 présente des images typiques du signal observé par cette méthode. On peut y constater que le nuage de $|1/2, 1/2\rangle$ est plus étalé dans les deux directions que celui de $|1/2, -1/2\rangle$ bien que leurs nombres soient égaux. La raison en est certainement que, du fait du champ magnétique biais que nous laissons pour préserver la polarisation des atomes, les barres Ioffe ne réalisent pas un quadrupole parfait mais leur potentiel est harmonique au centre. $|1/2, 1/2\rangle$ est anti-piégé par ce potentiel, au contraire de $|1/2, -1/2\rangle$ ce qui explique que le nuage de celui-là s'étend quand celui-ci demeure confiné.

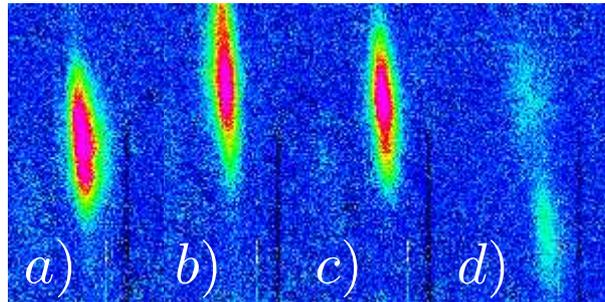


FIGURE 7.1 – Images des différents états hyperfins de ^6Li séparés par effet Stern et Gerlach. a) ^6Li dans $|3/2, 3/2\rangle$, b) ^6Li dans $|1/2, 1/2\rangle$, c) ^6Li dans $|1/2, -1/2\rangle$, d) ^6Li dans un mélange $|1/2, 1/2\rangle |1/2, -1/2\rangle$ à 50(7)%. Le gradient Stern et Gerlach est appliqué avec 200 A dans les barres pendant 0,4 ms (resp. 0,6 ms) suivi de 0,1 ms de temps de vol pour les images a), b), c) (resp. d)). Sur l'image d), les nombres d'atomes sont : $2,3 \times 10^4$ dans $|1/2, -1/2\rangle$ et $2,5 \times 10^4$ dans $|1/2, 1/2\rangle$, égaux à 10% près.

7.1.3 Superposition linéaire et mélange statistique

Les passages adiabatiques décrits ci-dessus sont des processus cohérents à un corps et, dans le cas de fermions interagissant uniquement en ondes s , n'instaurent pas d'interaction dans un nuage initialement polarisé. En effet, un atome initialement dans l'état $|1\rangle$ se retrouve à la fin du passage dans la superposition linéaire

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|2\rangle), \quad (7.1)$$

à un facteur de phase globale près (résultat classique des oscillations de Rabi [72]). L'opérateur V d'énergie d'interaction étant hermitique, on a $\langle 1|V|2\rangle = \langle 2|V|1\rangle$ (et $\langle 1|V|1\rangle = \langle 2|V|2\rangle = 0$) et donc :

$$(\langle 1| + i\langle 2|) V (|1\rangle - i|2\rangle) = 0. \quad (7.2)$$

Ce résultat est d'ailleurs vrai quelle que soit la durée de l'impulsion. Celle-ci agit de la même manière sur tous les atomes, l'échantillon demeure polarisé et on n'a toujours pas d'interactions entre les atomes : on réalise en effet une rotation globale de tous les spins dans l'espace des spins $1/2$. Cet état de fait demeurera tant que les fonctions d'ondes atomiques resteront en

phase, c'est-à-dire tant que la phase relative des composantes sur $|1\rangle$ et $|2\rangle$ de la fonction d'onde atomique sera la même pour chaque atome. Comment alors espérons-nous obtenir un mélange en interaction par cette méthode ? C'est la décohérence du mélange qui nous le permet. Sous l'effet par exemple d'inhomogénéités du champ magnétique (manifestes chez nous du fait de la courbure des bobines « pinch »), les fréquences propres des états $|1\rangle$ et $|2\rangle$ varient spatialement. Si les atomes sont tous polarisés dans $|1\rangle$ ou $|2\rangle$ cela ne crée qu'une phase globale entre les atomes qui n'a aucun effet. Dans le cas de la superposition de la figure 7.2 c'est la phase relative entre $|1\rangle$ et $|2\rangle$ qui varie : le mélange ne reste donc plus cohérent et devient donc un mélange statistique des états $|1\rangle$ et $|2\rangle$.

Nous constatons cette décohérence par l'apparition de collisions dans le gaz après la préparation du mélange. Initialement le gaz est pratiquement parfait car constitué de fermions ultra-froids polarisés (voir le chapitre 3). Les collisions qui apparaissent sont responsables des pertes inélastiques sur la résonance de Feshbach que nous allons décrire et rendent également le gaz susceptible de thermaliser et donc de pouvoir subir un refroidissement évaporatif. Nous n'avons pas étudié la vitesse de cette décohérence mais dès la fin de la rampe de passage adiabatique ($\simeq 20$ ms) on observe, dans le piège optique une perte d'environ $\simeq 40\%$ des atomes que nous attribuons à une augmentation du taux d'évaporation et non pas à des pertes inélastiques. Le mélange $|1/2, 1/2\rangle |1/2, -1/2\rangle$, composé des deux états de plus basse énergie est en effet stable vis-à-vis de tout phénomène à deux corps. Nous pouvons donc conclure que la constante de temps de la décohérence est inférieure aux $\simeq 20$ ms que dure la rampe de passage adiabatique, bien que nous n'en ayons pas fait une étude systématique. Le lecteur intéressé pourra en trouver une mesure dans des conditions expérimentales proches des nôtres dans [68].

7.2 Propriétés collisionnelles au voisinage d'une résonance de Feshbach

7.2.1 Limite unitaire

Le comportement des fermions dans la limite unitaire où $|a| \rightarrow \infty$ est remarquable à plusieurs égards, que nous allons maintenant détailler.

pour deux atomes

Aux valeurs extrêmes atteintes par $|a|$ sur une résonance de Feshbach, la dépendance en énergie de la section efficace de collision élastique σ 1.15 entre deux atomes devient pertinente. En particulier σ sature, à :

$$\text{particules distinguables} \quad \sigma = \frac{4\pi}{k^2} \quad (7.3)$$

$$\text{bosons} \quad \sigma = \frac{8\pi}{k^2} \quad (7.4)$$

Pour un gaz thermique, les valeurs typiques de k sont reliées à la température par $k = \sqrt{mk_{\text{B}}T}/\hbar$. Dans un nuage de fermions dégénérés, même à température nulle, la vitesse relative reste finie et de l'ordre de $\hbar k_{\text{F}}/m$: c'est donc k_{F} qui intervient dans l'expression 7.3.

pour N fermions

Le résultat sur la saturation de σ n'est qu'un résultat à deux corps. Dans une mer de Fermi, l'impulsion relative de deux fermions sera non nulle. On peut comprendre intuitivement que la saturation de la section efficace, évoquée précédemment dans le problème à deux corps, empêche la divergence de l'interaction effective. Un traitement de cette interaction effective dans le cadre du problème à N corps au voisinage d'une résonance de Feshbach est donné dans [104]. Il confirme l'absence de divergence de l'amplitude de diffusion de deux fermions dans une mer de Fermi, même à résonance.

Le principe d'exclusion de Pauli limite également le taux de collisions élastiques [170, 98, 99, 100] Γ quand la dégénérescence (T/T_F) augmente. En notant Γ_{unit} le taux de collisions classique (sans blocage de Pauli) pour une section efficace $\sigma = 4\pi/k_F^2$, on a :

$$\Gamma \simeq 82 \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \Gamma_{\text{unit}} \quad \text{pour} \quad \frac{T}{T_F} \ll 1. \quad (7.5)$$

De plus Γ reste inférieur à $4,6\Gamma_{\text{unit}}$ quelle que soit la température.

7.2.2 Stabilité

Un système en interaction attractive ($a, g \leq 0$) est susceptible de s'effondrer. Nous avons déjà vu au chapitre 2 le cas des solitons où la stabilité est assurée par la pression quantique. Dans le cas des fermions, c'est à la pression de Fermi qu'il revient d'assurer cette stabilité. Considérons un système homogène à température nulle pour simplifier. Dans une approche de champ moyen, cas d'un régime d'interaction faibles, le potentiel chimique μ est donné par :

$$\mu = (6\pi^2 n)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} + gn. \quad (7.6)$$

La compressibilité à température constante χ_T vaut quant à elle :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} = \frac{1}{n^2} \frac{\partial \mu}{\partial n}. \quad (7.7)$$

Le nuage sera instable quand celle-ci sera négative, c'est à dire pour :

$$n^{1/3}|a| \geq \frac{(6\pi^2)^{2/3}}{12\pi} \quad \text{soit} \quad k_F|a| \geq \frac{\pi}{2}, \quad (7.8)$$

avec $k_F = (6\pi^2 n)^{1/3}$ la valeur du vecteur d'onde de Fermi pour un gaz sans interaction. Ce résultat est également dérivé dans [41, 48]. Cependant la région $k_F|a| \simeq 1$ où l'effondrement devrait intervenir est hors du domaine de stabilité de l'approximation de champ moyen.

On a évoqué la limite unitaire dans un gaz de fermions en 3.3.3. On peut définir un coefficient β tel que $\mu = (1+\beta)E_F$. L'équation d'état du gaz a ainsi la même forme que celle d'un gaz parfait. Plusieurs auteurs (voir la revue dans [51]) prédisent des valeurs différentes pour β , mais tous s'accordent pour prédire que $-1 \leq \beta \leq 0$. $\beta \leq 0$ assure que l'interaction effective sera attractive à résonance. $\beta > -1$ garantit la stabilité du gaz de fermion, contrairement aux prédictions de champ moyen.

On peut adapter ces résultats au cas d'un gaz piégé dans l'approximation de densité locale :

$$\mu = (1 + \beta)E_F(\mathbf{r}) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}). \quad (7.9)$$

7.3 À l'assaut de la résonance

Nous décrivons maintenant les mesures que nous avons réalisées au voisinage de la résonance de Feshbach entre $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ (voir la figure 7.2).

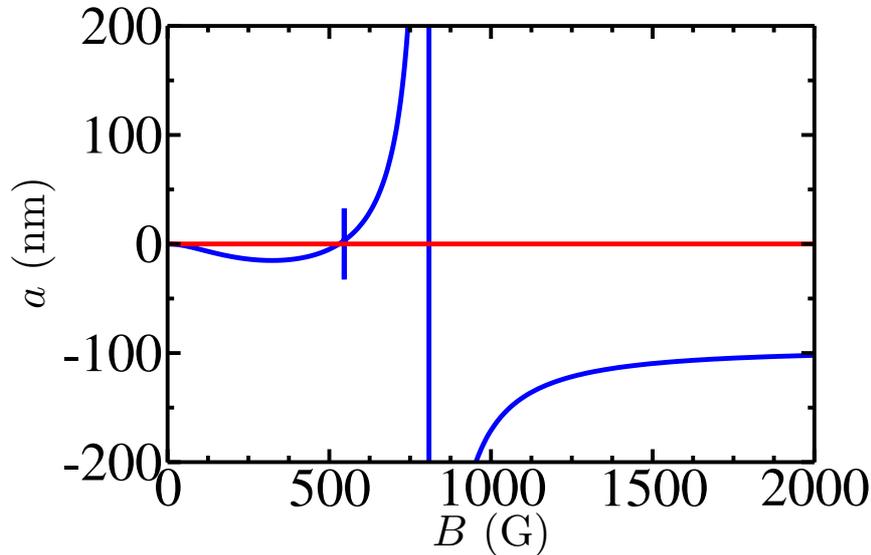


FIGURE 7.2 – Variation de la longueur de diffusion a_{66} entre atomes de ${}^6\text{Li}$ dans les états $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ avec le champ magnétique B .

7.3.1 Expansions en champ / sans champ

Le meilleur moyen de caractériser l'effet des interactions est encore de pouvoir comparer le système en leur présence et en leur absence. Le contrôle de la longueur de diffusion par le champ magnétique dans une résonance de Feshbach permet ainsi en quelque sorte de « rayer » les termes d'interactions des équations.

Nous pouvons expérimentalement annuler presque totalement les interactions de manière quasi-instantanée en coupant le champ magnétique en $20 \mu\text{s}$. On peut ainsi mener des expériences de temps de vol :

- en coupant le confinement optique sans couper le champ magnétique Feshbach. Le système reste ainsi en interaction pendant l'expansion.
- en coupant simultanément le confinement optique et le champ magnétique. L'interaction ne joue alors plus aucun rôle dans la dynamique de l'expansion.

De plus les pertes d'atomes observées au voisinage de la résonance nous ont conduits à mener deux séries d'expériences, en préparant le mélange à gauche ou à droite de la position attendue de la résonance.

7.3.2 Par le flanc gauche : pertes à 120 G de la résonance

Dans une première série d'expériences, le mélange a été effectué à bas champ pour explorer la résonance du côté $a \geq 0$, le côté gauche sur la figure 7.2. Nous augmentons en 10 ms le champ

magnétique jusqu'à une valeur variable du champ magnétique où nous laissons le nuage pendant 500 ms. La courbe 7.3 présente le nombre d'atomes restant après cette séquence, mesuré après avoir ramené le champ magnétique en 1 ms à 0. Malgré le bruit de ces mesures, dû principalement au bruit sur le nombre d'atomes initial que nous avons à ce moment, on distingue un maximum très prononcé des pertes pour $B \simeq 730$ G suivi d'un plateau où le nombre d'atomes vaut $\simeq 75\%$ du nombre initial¹. Ce plateau traduit simplement le fait que cette méthode de mesure du taux de pertes nous oblige à traverser la région des pertes maximales pour étudier la droite de la résonance et à perdre ainsi des atomes avant même d'atteindre la zone à étudier.

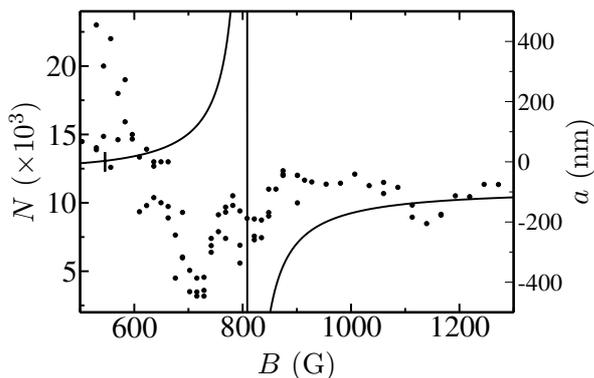


FIGURE 7.3 – Pertes sur la résonance de ${}^6\text{Li}$. Le champ magnétique est varié de $\simeq 0$ à la valeur de mesure où il est maintenu pendant 500 ms avant d'être coupé en 1 ms. La courbe en traits continus représente les variations de a . À droite de la résonance, pour $B \geq 850$ G, la durée de vie est d'environ 30 s.

670 G [47] une position différente de la nôtre mais toujours pas à 850 G. Ils ont observé cependant des pertes à la position prédite pour la résonance très étroite, à 550 G. De plus la position du zéro de a , a également été localisée par des mesures de thermalisation [20, 168] à la valeur prédite de 530 G. Ces observations suggèrent qu'il convient de revoir, dans le cas des fermions, le lien entre maximum de pertes et maximum de a , hypothèse suggérée dans [53].

Nous avons vu qu'une molécule peut-être piégée de la même manière qu'un atome dans un piège optique. Si la formation d'une molécule conduit habituellement à sa perte (et à celle du troisième corps participant) c'est que l'énergie cinétique qu'elle acquiert durant le processus (égale aux $2/3$ de l'énergie de liaison) excède généralement la profondeur du piège.

Cependant, au voisinage d'une résonance de Feshbach, l'énergie de liaison de l'état lié, proche de $\hbar^2/(ma^2)$ devient très faible et l'on peut alors envisager que les molécules produites demeurent piégées. Au contraire des molécules formées à partir de bosons qui sont perdues par relaxation inélastique vers des états profonds du potentiel, les dimères de fermions restent stables et de-

Dans un gaz de bosons, la position du maximum des pertes indique traditionnellement le lieu de la divergence de a . On est alors au maximum du taux de formation de molécules et habituellement une molécule formée par recombinaison à trois corps est systématiquement perdue. Comme nous le verrons au chapitre suivant, les molécules formées à partir de bosons au voisinage d'une résonance de Feshbach acquièrent en effet rapidement une énergie cinétique supérieure à la profondeur du piège.

Or nous observons le maximum de nos pertes à $B = 730(30)$ alors que la position calculée de la résonance au moment de ces mesures était 120 G plus loin, à 850(50) G [171]². L'équipe du MIT travaillant également sur le lithium a observé le maximum de pertes à

¹le minimum moins prononcé vers 1130 G est certainement un lié à un artefact de mesure car on attend peu de variations de a dans cette zone

²Depuis la rédaction de cette thèse, la résonance a été localisée expérimentalement à 837(5) G [172]

meurent piégés³. Nous avons qualitativement observé cet effet en étudiant le nombre d'atomes restant au bout d'un temps fixé quand on fait varier la longueur de diffusion. On observe qu'une réduction de la profondeur du piège décale ces courbes vers les grandes valeurs de a montrant que les molécules de plus grande énergie de liaison (petit a) partent plus facilement des pièges peu profonds.

7.3.3 Par le flanc droit : stabilité sur et au-delà de la résonance

La bonne nouvelle de ce résultat sur les pertes était qu'il semblait, si l'on croyait les prévisions théoriques plaçant la résonance vers 850 G, que le régime d'interaction forte, lié lui au maximum de a , pouvait être situé dans une région où la durée de vie du gaz serait raisonnable.

Il était néanmoins préférable de l'atteindre sans traverser la résonance car, en plus des pertes en atomes, cette traversée s'accompagne d'un chauffage important comme nous le verrons bientôt. Nous avons donc choisi de préparer le mélange $|1/2, 1/2\rangle |1/2, -1/2\rangle$ à droite de la résonance puis de revenir vers celle-ci pour étudier les effets des interactions.

A cet effet, nous avons commencé comme précédemment avec $|1/2, 1/2\rangle$ seul dans le piège optique à $B \simeq 10$ G. Nous avons commencé par augmenter le champ magnétique jusqu'à $B = 1060$ G en 100 ms, cette fois sans perdre d'atomes⁴. Pour la préparation du mélange, nous avons balayé typiquement la fréquence du champ radiofréquence de $76,5 \rightarrow 76,6$ MHz en $\simeq 10$ ms avec une puissance de 10 dBm en sortie de synthétiseur. Dans ces conditions la durée de vie est de l'ordre de 30 s sur tout le domaine $920 \rightarrow 1060$ G.

7.4 Expansion anisotrope d'un gaz de fermions en interactions fortes

7.4.1 Dis-moi comment tu t'étends et je te dirai (presque) qui tu es

À l'époque où nous commençons à explorer la résonance de Feshbach, l'équipe de Duke University [147] avait observé, à 910 G, l'expansion anisotrope d'un mélange $|1/2, 1/2\rangle |1/2, -1/2\rangle$ initialement confiné dans un piège harmonique. Ce comportement était une signature attendue de la superfluidité des fermions en interaction [145]. Néanmoins cette expansion anisotrope ne permet pas de prouver qu'un gaz (bosonique ou fermionique) est superfluide comme nous allons maintenant le voir.

L'expansion anisotrope d'un gaz initialement confiné dans un piège anisotrope est la signature d'un comportement hydrodynamique, décrit par les équations 5.17. En effet dans ces équations, l'énergie $\tilde{\mu}$ dépend de la densité. La force de pression qui en résulte dépendra donc du gradient de la densité. L'anisotropie des inhomogénéités de densité d'un gaz confiné dans un piège anisotrope seront donc à l'origine de forces qui créeront un champ de vitesse anisotrope majoritairement dirigé dans la direction de plus fort confinement. Le nuage pourra ainsi au cours du temps de vol inverser son anisotropie (voir la figure 7.4). Au contraire, la densité aux temps longs d'un gaz

³On détaillera les raisons de cette différence au chapitre suivant.

⁴nous avons récemment observé une résonance de Feshbach en onde p (donc autorisée pour des fermions identiques) dans l'état $|1/2, 1/2\rangle$ seul, à $B = 159$ G. Elle n'occasionne cependant des pertes que si la rampe $0 \rightarrow 1000$ G dure plus d'environ 100 ms.

thermique en vol balistique ou d'un gaz de fermions sans interaction [173] sera isotrope en raison de l'isotropie initiale de la distribution d'impulsion. Celle-ci est évidente pour un gaz classique thermique et est vérifiée pour un gaz de fermions contenant beaucoup de particules⁵.

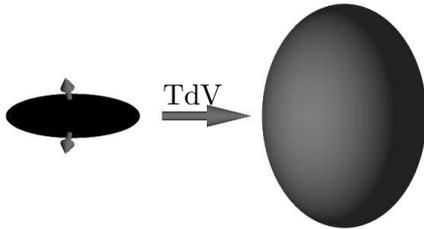


FIGURE 7.4 – Expansion anisotrope d'un gaz d'atomes froids dans le régime hydrodynamique. L'expansion s'effectue principalement dans les directions figurées par les petites flèches. Après temps de vol (TdV), le nuage initialement confiné dans un piège en forme de cigare (à gauche) prend une forme de crêpe (à droite).

ficativement anisotrope.

Le comportement du gaz de fermions *hydrodynamiquement collisionnel* est radicalement différent à cet égard. Bien que la densité diminue au cours de l'expansion le gaz peut, encore une fois dans la limite unitaire, devenir de plus en plus hydrodynamique dans les premiers temps de l'expansion [176]. Le paramètre quantifiant le caractère hydrodynamique collisionnel d'un gaz est le rapport R du libre parcours moyen $\lambda_0 = 1/(n\sigma)$ (où n est la densité du gaz et σ la section efficace de collision) sur la plus petite taille du nuage. On a :

$$\gamma/\omega \geq 1 \quad \text{ou, de manière équivalente,} \quad R = \frac{\lambda_0}{l} \ll 1, \quad (7.10)$$

où γ est le taux de collisions élastiques ω la pulsation du piège confinant le gaz, $\lambda_0 = 1/(n\sigma)$ le libre parcours moyen avec n la densité et σ la section efficace de collision et l la taille caractéristique de l'échantillon.

Dans la limite unitaire, on aura $\sigma = 4\pi/k^2$ avec k le vecteur d'onde relatif typique entre deux atomes.

L'expansion du gaz collisionnel sans dissipation sera isentropique. La densité dans l'espace des phases, proportionnelle à $nk^{-3} \propto (T_F/T)^{3/2}$ sera donc conservée. Le libre parcours moyen variera donc avec la densité selon $\lambda_0 \propto n^{-1/3}$. D'autre part au cours de l'expansion anisotrope d'un piège ayant initialement une forme de cigare (voir la figure 7.4) la taille axiale ne varie

⁵En revanche, des structures dites *en coquille* apparaissent pour des nombres de fermions plus faibles, de l'ordre de quelques centaines [174, 175].

quasiment pas et seule la taille radiale l augmente. l varie donc avec la densité selon $l \propto n^{-1/2}$. Au final le rapport $R = \lambda_0/l$ diminue avec la densité selon $n^{-1/6}$. Le gaz devient de plus en plus hydrodynamique au cours de l'expansion, du moins tant que k est suffisamment élevé pour qu'on soit dans la limite unitaire.

Il s'avère finalement que l'expansion hydrodynamique ne sera une signature de superfluidité que si on peut garantir par ailleurs que le système n'est pas collisionnellement hydrodynamique. Le blocage des collisions par le principe d'exclusion de Pauli, réduisant le taux de collisions élastiques selon $(T/T_F)^2$ [100], pourrait permettre d'observer pour des échantillons très dégénérés une hydrodynamicité due uniquement à la superfluidité [171].

Ce blocage n'est cependant efficace que si la mer de Fermi locale est la plus isotrope possible [177]. Or au cours de l'expansion, celle-ci devient fortement anisotrope (à la limite $t \rightarrow \infty$ tous les atomes situés en \mathbf{r} ont la vitesse \mathbf{r}/t). Des calculs récents [142] montrent qu'à $T = 0$ ce blocage est efficace et rend l'expansion d'un gaz normal en interactions fortes semblable à celle d'un gaz sans interactions seulement si le rapport d'aspect initial n'est pas trop important. Dans le cas contraire, même à $T = 0$ l'anisotropie du gaz en interaction est à mi-chemin entre celle d'un gaz sans interactions et celle d'un superfluide.

7.4.2 Signaux expérimentaux

L'équipe de Duke University [147] a observé à 910 G l'expansion anisotrope d'un gaz froid $T \leq 0,2T_F$, initialement confiné dans un piège d'anisotropie $\omega_\perp/\omega_\parallel \simeq 30$. Stimulés par ces résultats, nous avons souhaité déterminer si ce comportement était dû à la superfluidité ou au fait que le gaz est collisionnellement hydrodynamique, ce qui ne serait pas surprenant au vu des grandes valeurs de la longueur de diffusion $a \simeq -500$ nm à 910 G. Nous avons pour cela travaillé avec un gaz de fermions peu dégénérés : $T/T_F \simeq 0,6$. Aucun modèle ne prévoit en effet l'apparition de la phase superfluide à des températures aussi élevées.

Pour effectuer les temps de vol en interaction, nous conservons le champ magnétique responsable des interactions durant l'expansion du nuage. Les expériences ont été menées dans les deux conditions expérimentales décrites précédemment, c'est-à-dire en préparant le nuage soit à gauche soit à droite de la résonance.

par la droite

Pour atteindre la région de la résonance en évitant les pertes, on commence par amener le gaz de $|1/2, 1/2\rangle$ à $B = 1060$ G, à droite de la résonance, en 100 ms où on prépare le mélange. On évapore ensuite à cette valeur de B en 1 s en baissant la puissance du YAG vertical. On a, en notant N le nombre d'atomes dans chaque état, (égaux à 10% près), $2N = 7 \cdot 10^4$ atomes à $T \simeq 0,6T_F$ avec $k_B T_F = (\hbar\bar{\omega}(6N)^{1/3})$. Le piège est alors caractérisé par $\omega_x = 2\pi \times 3,0$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3,2$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 1,1$ kHz.

On réalise alors deux types différents d'expansions. Les premières s'effectuent en interaction. On coupe d'abord le piège optique et on laisse les atomes s'étendre pendant 0,4 ms, le champ magnétique Feshbach étant toujours allumé. On coupe enfin le courant dans les bobines pinch et on prend une image 0,2 ms plus tard. Ces 0,2 ms d'attente sont nécessaires pour s'assurer

que le champ magnétique est bien coupé et ne gênera pas la prise d'image.

Pour les expansions sans champ, on coupe en même temps le champ magnétique (en ouvrant l'IGBT le contrôlant) et le piège optique et on laisse les atomes s'étendre pendant 0,5 ms.

La figure 7.5 *d* présente les mesures des tailles obtenues par ajustement gaussien sur les images du nuage après temps de vol en interaction. On y observe les tailles suivant x , la direction initialement la plus confinée, deviennent après temps de vol largement supérieures à celles suivant z : le nuage s'est étendu de manière anisotrope jusqu'à inverser l'anisotropie initiale. Ce comportement hydrodynamique est présent dans tout le domaine $B = 800 \rightarrow 1300$ G, l'anisotropie du nuage après temps de vol augmentant d'environ 1,2 à $B = 1300$ G pour culminer à environ 1,5 vers 800 G (voir la figure 7.5 *f*). Les expansions sans champ magnétique, donc en l'absence d'interactions, sont parfaitement isotropes comme on peut le constater sur la figure 7.5 *b*.

par la gauche

Nous avons également étudié la région, située à gauche de la résonance où s'étaient manifestées les pertes. Après avoir préparé le mélange à bas champ, nous augmentons le champ magnétique jusqu'à 320 G en 100 ms pour y effectuer l'évaporation. C'est à ce champ magnétique qu'on obtient en effet le premier maximum local de a (voir la figure 4.3), favorable pour les collisions élastiques. Nous évaporons ensuite sur le faisceau YAG vertical en 400 ms jusqu'à obtenir $2N \simeq 7 \cdot 10^4$ à une température $T = 2,4 \mu\text{K} \simeq 0,6 T_F$. Le piège est alors caractérisé par les fréquences : $\omega_x = 2\pi \times 2,1$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 2,25$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 0,78$ kHz.

On augmente ensuite le champ magnétique jusqu'à 560 G en 50 ms pour nous rapprocher de la résonance sans entrer dans la région des pertes. Les derniers ajustements de champ magnétique sont effectués en 50 ms jusqu'à une valeur variable de B où les atomes restent pendant $\simeq 20$ ms.

Les résultats sont présentés sur la figure 7.5 *c* pour les expansions en interaction et la figure 7.5 *a* pour celles sans interaction. Comme pour le cas du mélange préparé à droite de résonance, l'expansion sans interaction est isotrope. On observe également une anisotropie dans le même sens (taille suivant x supérieure à celle suivant z) mais seulement pour des champs magnétiques supérieurs à environ $B \geq 720$ G. Ici aussi, l'anisotropie augmente pour culminer à 1,5 vers 800 G.

7.4.3 Cause de l'anisotropie

La figure 7.5 *f* résume les mesures précédentes en présentant l'anisotropie du nuage. On y observe que l'anisotropie apparaît à droite et à gauche de la position attendue de la résonance. De plus elle augmente quand on se rapproche de $B \simeq 850$ G par la gauche ou par la droite, pour y culminer à environ 1,5. Cette anisotropie n'est présente que sur les expansions en présence d'interactions ($B \neq 0$) et est inverse de celle présente initialement dans le piège. La taille initialement grande (selon z) n'évolue pratiquement pas durant l'expansion : toute l'énergie du système est redistribuée en énergie cinétique suivant la direction x , initialement la plus confinée.

Nous attribuons cette évolution hydrodynamique du gaz en interactions aux collisions plutôt qu'à un comportement superfluide pour plusieurs raisons.

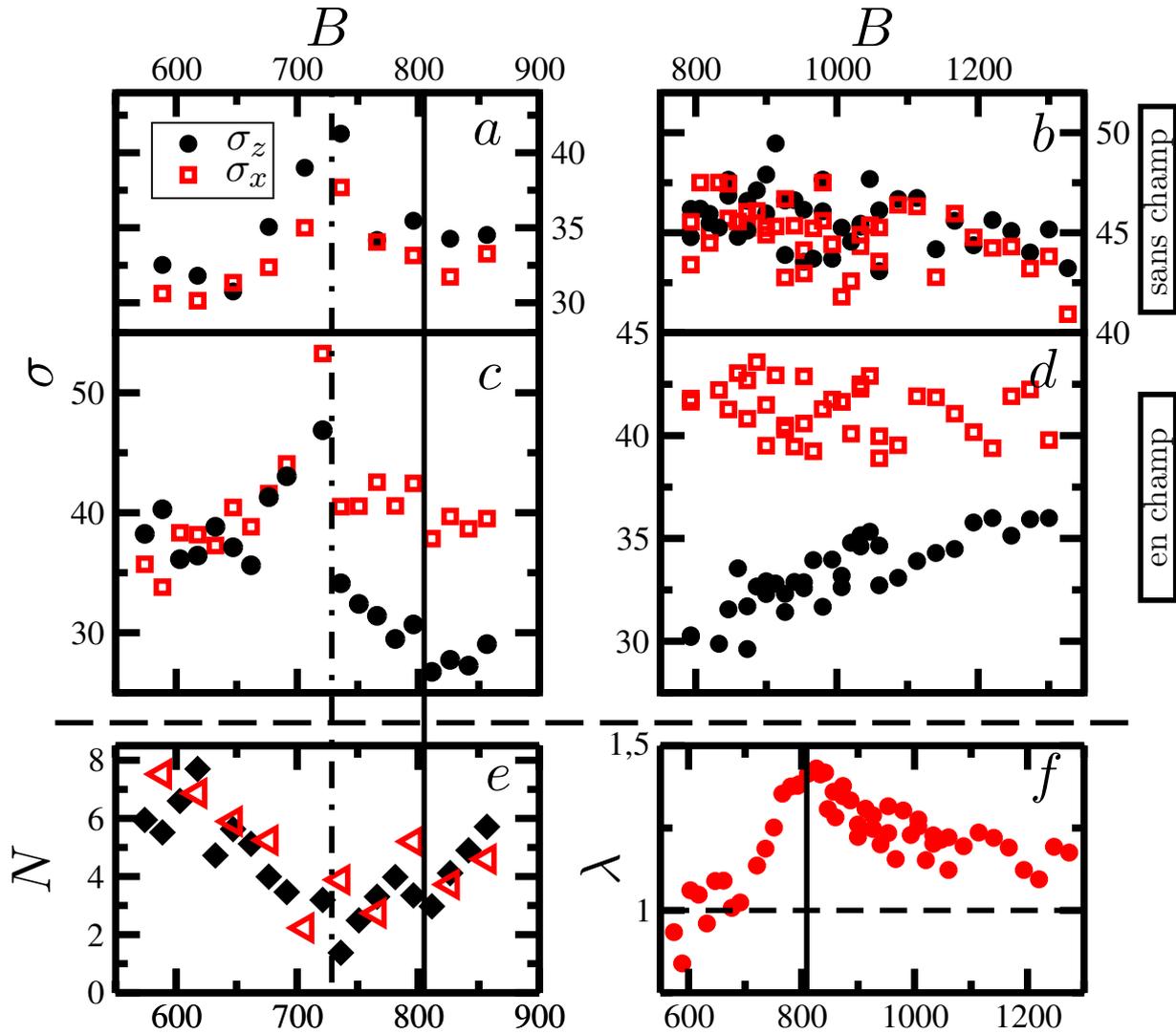


FIGURE 7.5 – Expansion anisotrope d'un gaz de fermions en interactions fortes. Partie supérieure : mesures des tailles après un temps de vol en champ obtenues par ajustement gaussien sur z (cercles) et sur x (carrés). a et c : mélange préparé à gauche de la résonance. a (c) : expansion en absence (présence) du champ magnétique, temps de vol $TOF = 600 \mu\text{s}$. b et d : mélange préparé à droite de résonance, b (d) expansion en absence (présence) du champ magnétique, temps de vol $TOF = 650 \mu\text{s}$. e nombre d'atomes dans les conditions de a (triangles) et c (diamants). f anisotropie $\lambda = \sigma_x/\sigma_z$ dans les conditions de c et d . Les lignes continues figurent la position de la résonance et la ligne en traits interrompus le maximum des pertes.

Tout d'abord la dégénérescence de notre gaz est trop faible pour qu'on puisse envisager sa superfluidité. Le nuage préparé à droite de résonance (resp. à gauche) est initialement à $T/T_F = 0,6$ (resp. $T/T_F = 1,2$ pour le point $B \simeq 770$ sur les courbe 7.5 *a* et *c*). Il est donc plus probable que l'hydrodynamicité soit due au régime collisionnel.

À ces températures élevées, on peut traiter le nuage de fermions comme un gaz classique et en particulier négliger l'effet du blocage de Pauli sur les collisions [100]. Dans le piège, le rapport R (voir l'équation 7.10) caractérisant l'hydrodynamicité vaut, pour un gaz classique :

$$R = \frac{\lambda_0}{\sigma_\perp} = \frac{(2\pi)^{3/2} k_B T \omega_\perp}{N \sigma m \bar{\omega}^2 \bar{\omega}}. \quad (7.11)$$

Initialement, on a $R = 0,06$ pour le gaz préparé à droite de résonance et $R = 0,04$ pour, par exemple le point à $B \simeq 770$ sur les courbe 7.5 *a* et *c*. Le gaz est donc collisionnellement hydrodynamique au début de l'expansion et d'après la discussion de 7.4.1 il entrera encore plus profondément dans le régime hydrodynamique au cours des premiers temps de l'expansion car nous sommes initialement proches du régime de la limite unitaire. À nos températures, on a en effet, avec $k = \sqrt{3mk_B T / (2\hbar^2)}$, $ka \simeq -1,7$ à 1060 G où a vaut environ -150 nm et croît quand on se rapproche de la résonance.

L'observation du maximum d'anisotropie nous a également permis de localiser la position de la résonance. En effet, l'anisotropie du nuage après temps de vol sera d'autant plus grande que le gaz sera resté hydrodynamique longtemps. Il faut pour cela qu'il reste proche du régime unitaire, c'est à dire que le produit $k|a|$ reste élevé, ce qui sera d'autant plus facile que $|a|$ est élevé. L'observation du maximum d'anisotropie sur la figure 7.5 *f* indique donc que la résonance est située à 800(40) G, en accord avec les prédictions théoriques avancées à l'époque la situant à 850(20) G. Pendant la rédaction de cette thèse, la résonance a été localisée expérimentalement plus précisément, à 837(5) G [172].

7.5 Détermination de l'énergie d'interaction

Pour compléter notre étude de la résonance de Feshbach, nous avons mesuré directement l'énergie totale du gaz en interactions ϵ_{int} que nous avons comparée à son énergie cinétique ϵ_{cin} (toujours en interaction) à partir des expansions en champ et sans champ. Nous avons de cette manière pu déterminer [169] $\alpha = \epsilon_{\text{int}}/\epsilon_{\text{cin}} = -0,3$ sur la résonance, réalisant ainsi un système fermionique dégénéré en interactions fortes.

7.5.1 Extraction de $\alpha = \epsilon_{\text{int}}/\epsilon_{\text{cin}}$

Nous avons une fois de plus utilisé la technique du temps de vol pour mesurer l'énergie du gaz. Le nuage s'étend après la coupure du confinement (optique ou magnétique) et, quand sa densité a suffisamment diminué, l'énergie initiale du gaz se retrouve totalement sous forme cinétique. C'est ce qu'on nomme l'*énergie libérée*. C'est ainsi qu'on mesure, par exemple, l'énergie de champ moyen d'un condensat [134]. Considérons le nuage initialement en interaction dans le piège optique. L'énergie moyenne ϵ_{tot} par atome est alors :

$$\epsilon_{\text{tot}} = \epsilon_{\text{int}} + \epsilon_{\text{cin}} + \epsilon_{\text{pot}}, \quad (7.12)$$

où ϵ_{pot} est l'énergie potentielle moyenne par atome due au confinement par le piège. Quand on coupe le piège pour le temps de vol, cette énergie de confinement s'annule et l'énergie libérée ϵ_{lib} vaut alors :

$$\epsilon_{\text{inter}} = \epsilon_{\text{int}} + \epsilon_{\text{cin}}. \quad (7.13)$$

Le contrôle que l'utilisation d'une résonance de Feshbach donne sur les interactions nous a permis de comparer des expansions au cours desquelles les atomes restent en interaction et des expansions sans interaction. Dans ce cas l'énergie d'interaction s'annule également et on a alors :

$$\epsilon_{\text{libre}} = \epsilon_{\text{cin}}, \quad (7.14)$$

l'expansion est alors uniquement gouvernée par la distribution initiale (en interactions) et par un hamiltonien de fermions libres. On peut alors mesurer le quotient :

$$\frac{\epsilon_{\text{int}}}{\epsilon_{\text{cin}}} = \alpha. \quad (7.15)$$

Nous avons mesuré α de cette manière dans toute la région de la résonance par les deux types de temps de vol, avec et sans champ décrites précédemment.

Dans tous les cas l'énergie libérée (égale à $\epsilon_{\text{int}} + \epsilon_{\text{cin}}$ pour les expansions en champ et à ϵ_{cin} pour les expansions sans champ) est déterminée par un ajustement gaussien de la distribution de densité atomique à l'issue de l'expansion. Plus précisément, si les tailles gaussiennes après une expansion de t_{TdV} sont σ_i (les axes sont ceux définis sur la figure 5.5), on a :

$$\epsilon_{\text{lib}} = m \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}{2t_{\text{TdV}}^2} \quad (7.16)$$

$$= m \frac{2\sigma_x^2 + \sigma_z^2}{2t_{\text{TdV}}^2}, \quad (7.17)$$

en utilisant la symétrie de révolution autour de l'axe z . La mesure sur les images de temps de vol de σ_x et σ_z nous donne donc directement accès à l'énergie libérée.

La courbe 7.6 présente les résultats de ces mesures avec des mélanges préparés à gauche et à droite de la zone attendue pour la résonance. Y figurent également les résultats d'un calcul auto-cohérent de champ moyen [171] (la partie en pointillés désigne la zone $k_{\text{F}}|a| \simeq 1$ où la validité de ce calcul est incertaine). Pour le décrire brièvement, il consiste à calculer la fonction de répartition dans l'espace des phases $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ selon :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{1 + \exp(\beta [p^2/(2m) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu])}. \quad (7.18)$$

$U(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est l'intégrale sur \mathbf{p}_0 de la contribution au champ moyen ressenti par le fermion en \mathbf{r}, \mathbf{p} des fermions dont l'impulsion relative avec ce fermion est \mathbf{p}_0 . L'équation 7.18 est donc une équation implicite sur $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. μ étant défini par la condition habituelle de normalisation au nombre d'atomes total N de l'intégrale de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})/(2\pi)^3$ sur \mathbf{r}, \mathbf{p} , c'est également une équation implicite sur μ . La résolution auto-cohérente de ces équations donne $\epsilon_{\text{int}}(\mathbf{r})$ qu'on peut alors intégrer sur tout le nuage pour obtenir l'énergie d'interaction totale $N\epsilon_{\text{int}}$.

Ce calcul a été effectué par S. Kokkelmans pour tenir explicitement compte de la dépendance énergétique des interactions. On ne peut en effet pas négliger cette dépendance car pour des

fermions l'échelle typique d'énergie cinétique intervenant dans une collision est $\hbar^2 k_F^2 / (2m)$, soit $k_F |a| \simeq 1$ pour les valeurs de a typiques sur la résonance. C'est dans ce régime que la dépendance énergétique de la section efficace de collision devient notable (voir 1.15).

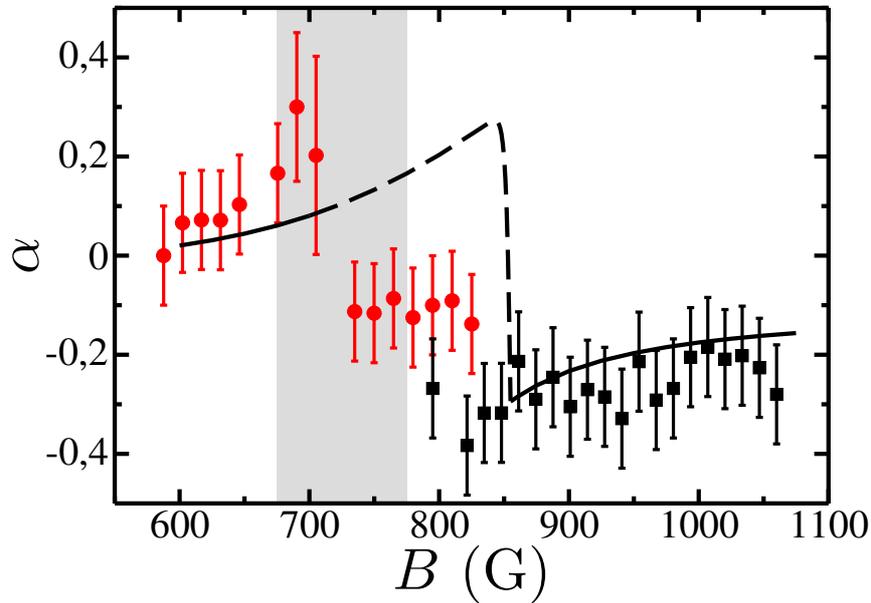


FIGURE 7.6 – $\alpha = \epsilon_{\text{int}}/\epsilon_{\text{cin}}$ en fonction du champ magnétique. Cercles : mélange préparé à bas champ, moyenne de trois séries de mesures. Carrés : mélange préparé à haut champ. Le nombre total d'atomes est initialement $2N = 7 \times 10^4$ à une température $T \simeq 0,6T_F$. La courbe (continue et tirets) représente le calcul de l'énergie de champ moyen pour un gaz de 7×10^4 atomes au total avec une énergie cinétique de $\epsilon_{\text{cin}} = 5,25 \mu\text{K}$. La région grisée indique la zone des pertes observées.

on observe tout d'abord, sur la partie à bas champ ($B \leq 720 \text{ G}$), une énergie d'interaction positive, en bon accord avec le modèle de champ moyen pour lequel le signe de l'énergie d'interaction est celui de a . De la même manière, la zone $B \geq 850 \text{ G}$, où on attend $a \leq 0$, est correctement décrite par le modèle de champ moyen.

En revanche, la région intermédiaire $720 \leq B \leq 850$ dévie significativement des prédictions de champ moyen, avec un $\alpha \leq 0$ quand on pense avoir $a \geq 0$. A la vue de ce changement de signe de l'énergie d'interaction vers 720 G , on pourrait être tenté de conclure qu'il s'agit du lieu de la résonance. Néanmoins dans cette région le paramètre $n|a|^3$ est de l'ordre de 1 et la validité de modèles de champ moyen devient incertaine. De plus d'autres mesures que nous présentons dans la section suivante sont, elles, en accord avec une résonance située à $\simeq 850 \text{ G}$. Comme on s'y attendait, le modèle de fermions en interactions dans un régime de champ moyen perd de sa pertinence quand on s'approche de la résonance de Feshbach avec $n|a|^3 \simeq 1$.

Les auteurs ayant étudié le régime de la limite unitaire (voir la revue dans [51]) s'accordent pour prédire que dans le régime $k_F |a| \geq 1$, les interactions effectives doivent être attractives [50], indépendamment du signe de a . Cette loi d'universalité, si elle est en accord avec nos observations autour de $800\text{--}850 \text{ G}$ ne permet néanmoins pas d'expliquer le brusque saut de α pour $B = 720 \text{ G}$.

7.5.2 Conclusion : présence de molécules ?

Nous avons vu au chapitre 1 qu'il existe à gauche de la résonance de Feshbach (région $a \geq 0$) un état moléculaire (voir la figure 1.5) dont les modèles présentés plus tôt ne tenaient pas compte. La présence de ces molécules pourrait-elle expliquer les résultats surprenants sur l'énergie d'interaction ?

Rappelons que le comportement du système n'est inattendu que dans la région $720 \leq B \leq 850$ G où a est très grande et positive si la résonance est bien située aux environs de $B \simeq 850$ G comme les prédictions théoriques l'annonçaient⁶.

Comme nous l'avons souligné auparavant, l'observation du maximum d'anisotropie à $B = 800(40)$ G confirme cette localisation. Envisageons maintenant que des molécules soient formées dans la région $a \geq 0$ avec une résonance située au voisinage de $B \simeq 820$ G.

chauffage En premier lieu, si la formation d'une molécule résulte d'un processus à trois corps⁷, celle-ci augmentera l'énergie du système de l'énergie de liaison E_1 . On observe effectivement sur la figure 7.5 *a* que l'énergie libérée sans interactions présente un maximum pour $B \simeq 725$ G, dans la région $a \geq 0$ alors qu'elle est pratiquement constante pour $a \leq 0$. Remarquons que la position de ce maximum de chauffage n'est pas uniquement fixé par l'énergie de liaison $\propto \hbar^2/(ma^2)$. En effet les produits de la collision à trois corps doivent subir des collisions avec le reste du nuage pour réchauffer celui-ci. Pour cela, ils doivent soit rester piégés, ce qui impose que l'énergie de liaison soit inférieure à trois fois la profondeur du piège⁸ ou le nuage doit être collisionnellement hydrodynamique. En particulier, aux faibles valeurs de a où l'énergie de liaison est très importante, le nuage n'est pas dans le régime hydrodynamique et les molécules formées sortent du piège avant d'avoir pu communiquer leur énergie.

pertes L'éventuelle formation de molécules peut induire une diminution du nombre total d'atomes détectés, en particulier si l'énergie libérée par la formation est suffisamment importante pour permettre d'évacuer la molécule et le troisième corps⁹. Mais dans le cas contraire, si $E_1 \leq U_{\text{piège}}$ (avec $U_{\text{piège}}$ la profondeur du piège), c'est-à-dire pour $a^2 > \hbar^2/(3mU_{\text{piège}})$, les molécules ne conduiront pas à une perte si elles sont stables. Les pertes observées sur la figure 7.5 *e* peuvent donc être le signe d'une formation de molécules mais la position de leur maximum en $B \simeq 725$ G n'est pas la résonance, lieu du maximum de a [53]. E_1 tend en effet vers 0 quand a diverge.

mesures de $\epsilon_{\text{int}}/\epsilon_{\text{cin}}$ Qu'advient-il maintenant de l'interprétation des expériences *a* et *c* de la figure 7.5 si l'on suppose la présence de molécules. La coupure brusque du champ magnétique les brise et les atomes la constituant se répartissent l'énergie cinétique de vibration de la molécule [171] qui sera donc supérieure pour les expériences *a* (coupure

⁶Ceci reste vrai en tenant compte de la position actualisée de la résonance à 837(3) G

⁷La formation par passage adiabatique n'est ici pas envisageable car on approche la résonance par le côté $a \geq 0$.

⁸La molécule (le troisième corps) emporte $2/3 E_1$ (E_1) mais la profondeur du piège est double pour la molécule.

⁹On exclut ici la possibilité que les atomes engagés dans ces molécules le demeurent jusqu'à la prise d'image et que la détection soit alors insensible aux molécules mais nous verrons au chapitre que cette hypothèse est légitime.

immédiate du champ magnétique) à celle des expériences c (coupure différée de $400 \mu\text{s}$). Cette interprétation explique ainsi qualitativement les valeurs de α négatives dans la région $720 \leq B \leq 800 \text{ G}$. On n'observerait alors plus l'énergie d'interaction entre atomes mais plutôt l'énergie cinétique des atomes dans la molécule libérée quand celle-ci est brisée. Notons que cette interprétation des expériences de temps de vol avec et sans champ néglige maintenant totalement l'effet des interactions. Elle ne sera donc pertinente que si E_1 est supérieure à l'énergie d'interaction par atome lors des expansions en champ.

Les expériences en temps vol semblent donc indiquer la présence de molécules modifiant profondément le comportement du gaz. Qui plus est, des études théoriques plus complètes que celles présentées ci-dessus [171] concluent à la formation d'un nombre macroscopique de molécules dégénérées. Néanmoins les résultats de ce chapitre n'apportent pas la preuve de leur présence. Il nous a fallu utiliser une autre technique de détection, que nous présentons au chapitre suivant, pour confirmer la formation de ces molécules.

En conclusion, nous avons produit un système de fermions dans le régime $n|a|^3 \simeq 1$. Celui-ci est stable au contraire des gaz de bosons dans des conditions similaires. L'observation de l'expansion anisotrope de ce gaz faiblement dégénéré a prouvé que ce phénomène n'était pas une signature sans équivoque de superfluidité dans un régime où les interactions sont suffisamment importantes pour que le gaz soit hydrodynamiquement collisionnel. Comme on l'a vu en 7.4.1, il faudra utiliser un gaz très dégénéré pour pouvoir exclure les collisions comme cause du comportement hydrodynamique. Ce régime n'a à ce jour pas encore été atteint expérimentalement [100]. Enfin, nous avons observé que l'énergie d'interaction du gaz de fermions à résonance, c'est-à-dire dans la limite unitaire est négative : les interactions effectives sont attractives comme il avait été prédit théoriquement.

Chapitre 8

${}^6\text{Li}_2$: Un gaz dégénéré de molécules ultra-froides stables

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les expériences de temps de vol au voisinage de la résonance de Feshbach semblent indiquer la formation de molécules de ${}^6\text{Li}_2$ pour $a \geq 0$. La présence de ces molécules enrichirait encore la physique des gaz de fermions dégénérés en interaction en recréant expérimentalement les différents régimes de superfluidité déjà étudiés théoriquement dans le problème à N corps [29]. Nous présentons dans ce chapitre la conversion réversible de $\simeq 85\%$ des fermions en molécules [55]. Contrairement aux molécules produites également au voisinage d'une résonance de Feshbach à partir de bosons, celles-ci ont une durée de vie pouvant atteindre la seconde.

Nous commençons par souligner les particularités qui font des fermions froids les meilleurs candidats pour l'obtention de gaz moléculaires dégénérés. Nous montrons comment le principe de Pauli assure à ces molécules une stabilité bien plus grande en limitant leur relaxation vers les états moléculaires profonds [53]. Nous décrivons ensuite la technique expérimentale que nous avons utilisée pour obtenir ces molécules et comment nous avons pu mettre en évidence leur longue durée de vie. Contrairement au gaz de bosons dont les pertes sont maximales exactement à résonance, nous observons que la durée de vie augmente paradoxalement quand on se rapproche de résonance.

L'énergie de liaison des molécules augmente à mesure qu'on s'éloigne de la résonance dans la région $a \geq 0$. Si cette énergie de liaison est suffisamment importante, on obtient un gaz ne contenant plus de fermions non appariés. Les molécules, bosoniques, sont alors dégénérées et nous observons leur condensation de Bose-Einstein. Après évaporation, ces molécules forment un condensat pur grâce auquel nous mesurons la longueur de diffusion entre molécules a_{mol} en bon accord avec la prédiction $a_{\text{mol}} = 0,6a$ [63]. En mesurant le taux de pertes à deux corps pour différentes valeurs du champ magnétique, nous vérifions la loi de puissance donnant la variation de ce taux de pertes en fonction de la longueur de diffusion atomique a [63].

8.1 Des fermions pour produire des molécules froides

8.1.1 Comment arriver aux molécules dégénérées

Des gaz dégénérés de molécules pourraient permettre l'observation de phénomènes nouveaux. Des molécules hétéronucléaires possèdent un moment dipolaire électrique permanent. Elles seraient à ce titre soumises à des interactions dipolaires électriques [178] dont l'anisotropie pourrait, entre autres, donner lieu à une polarisation spontanée du nuage. On pourrait également envisager de réaliser des réactions chimiques cohérentes. . . Mais le refroidissement des molécules par les techniques usuelles employées dans les gaz d'alcalins se heurte à de nombreuses difficultés du fait des multiples degrés de liberté d'une molécule [179]. A ce jour des expériences de refroidissement par gaz tampon [180], de décélération par effet Stark [181], bien que couronnées de succès, sont encore loin d'atteindre les densités dans l'espace des phases de la dégénérescence quantique. Il semble plus prometteur de former des molécules, si possible sans dégagement d'énergie, à partir de gaz d'atomes déjà froids. La première technique utilisée a été la photoassociation [182]. Elle n'a cependant pas pu à ce jour atteindre la dégénérescence quantique car la fraction de molécules produites n'excède pas le pourcent. Une fois de plus, les résonances de Feshbach se sont avérées un outil très précieux en rapprochant l'énergie des états moléculaires des états atomiques (voir le chapitre 1). C'est en les utilisant que les premiers signaux moléculaires directs (autres que les pertes à trois corps) ont été obtenus dans une expérience où des oscillations de la population entre les états atomiques et moléculaires ont été observées [183] dans un condensat de Bose Einstein. Très récemment des molécules ont été formées à partir de condensats de Bose-Einstein en traversant une résonance de Feshbach [184,185,186]. À ce jour, l'efficacité de formation de ces molécules ne dépasse pas quelques pourcent. De plus leur durée de vie reste toujours très limitée, de l'ordre de la dizaine de ms, obligeant à produire les molécules après typiquement quelques ms de temps de vol pour diminuer considérablement la densité. Ceci interdit pour l'instant leur confinement dans un piège.

8.1.2 Formation et relaxation de molécules au voisinage d'une résonance de Feshbach

La formation de molécules au moyen d'une résonance de Feshbach a d'abord été envisagée dans une optique de problème à deux corps [187]. Pour en présenter une image simple, en variant suffisamment lentement le champ magnétique de la région $a \leq 0$ vers $a \geq 0$, l'état de deux atomes initialement libres va suivre adiabatement le niveau d'énergie fondamental du système à deux corps. Comme on peut le voir sur la figure 1.5, cet état fondamental est un état lié pour $a > 0$. Une simple rampe de champ magnétique au travers de la résonance permettra alors de produire une molécule. On imagine aisément que la conversion d'un condensat de Bose-Einstein à un gaz de molécules formées de bosons puisse s'effectuer de cette manière. Pour un gaz de fermions, et malgré la complication représentée par le principe de Pauli, un traitement simplifié montre que cette image reste qualitativement valable, même dans la limite unitaire [188] : la conversion d'un gaz de fermions par cette technique de passage adiabatique devrait être possible.

Néanmoins, et indépendamment de la validité de ces modèles, les processus collisionnels de

formation et de relaxation des molécules en présence d'atomes doivent être également considérés. En effet, les valeurs extrêmes atteintes par la longueur de diffusion au voisinage de la résonance impliquent qu'en particulier les taux de recombinaison à trois corps seront importants.

Enfin les molécules formées pour $a \rightarrow \infty$ le sont dans des états vibrationnels excités. Elles sont donc susceptibles de relaxer vers des états profonds en libérant une énergie de l'ordre de la profondeur du potentiel d'interaction, de l'ordre de l'eV, excédant largement toutes les énergie du problème et en particulier la profondeur des pièges. On doit donc à tout prix éviter cette relaxation.

Étudions maintenant la dépendance en a des taux de formation et de relaxation des molécules et comparons en particulier ceux des bosons et des fermions. Nous nous limiterons au cas des interactions en onde s (correspondant aux résonances de la résonance de Feshbach que nous utilisons) ce qui nous impose d'avoir des fermions dans deux états différents. Le taux de recombinaison à trois corps α_{rec} est traditionnellement défini, dans un système homogène, en fonction du nombre de recombinaisons par seconde et par unité de volume γ_{rec} par $\gamma_{rec} = \alpha_{rec}n^3$ avec n la densité atomique. On s'intéressera également au taux $\gamma_{rel} = \alpha_{rel}n_{mol}^2$ (avec n_{mol} la densité moléculaire) de relaxation collisionnelle à deux corps et par unité de volume. Ce processus décrit la descente d'une molécule dans un état vibrationnel inférieur à l'issue d'une collision avec une molécule, ou un atome (dans ce dernier cas il faut remplacer n_{mol}^2 par $n_{mol}n$).

Pour des valeurs extrêmes de a , ces processus dépendent principalement de la longueur de diffusion a et, une fois de plus, ne font pas intervenir le détail du potentiel d'interaction à courte portée.

Bosons

formation de molécules Dans la limite $|a| \rightarrow \infty$, on attend, par des arguments dimensionnels, un taux de recombinaison α_{rec} proportionnel à $\hbar a^4/m$, avec m la masse des atomes [189, 190, 191, 192, 193]. Une telle dépendance en a^4 a été observée expérimentalement [194, 195, 196], y compris au voisinage de résonances de Feshbach. Pour le cas $a \geq 0$ où l'état moléculaire vers lequel s'effectue la recombinaison est très proche du continuum, Fedichev *et al.* [190] donnent une image simple de cette loi. L'état vers lequel s'effectue la recombinaison a une taille typique l de l'ordre de a . La recombinaison s'effectuera alors quand deux atomes collisionneront (probabilité $n^2\sigma v$ par unité de volume, avec σ la section efficace de collision élastique et v la vitesse relative) pour peu qu'un troisième atome se trouve à une distance $\simeq l$ (probabilité nl^3) d'un des atomes au moment de la collision. On obtient au final $\gamma_{rec} \simeq n^2(8\pi a^2)(\hbar/(ma))na^3$, de la forme annoncée en choisissant $v \simeq \hbar/(ma)$ la vitesse relative des atomes engagés finalement dans la molécule. Bien que l'état lié soit très différent suivant le signe de a (proche du seuil de dissociation pour $a \geq 0$ et profondément lié pour $a \leq 0$) les taux sont ici comparables en ordre de grandeur dans ces deux cas.

relaxation des molécules Le taux de relaxation α_{rel} est, lui, proportionnel à a . On peut l'évaluer au moyen d'une image simple, valable pour $a \geq 0$, en considérant le problème à deux corps entre un atome et une molécule comme un problème à trois atomes. On peut alors le comparer au problème de la recombinaison à trois corps vers un état profond et

exprimer $\gamma_{\text{rel}} = \alpha_{\text{rec}} n_{\text{mol}}^2 / a^3$. Le facteur $1/a^3$ exprime ici que la probabilité de trouver un troisième atome est localement augmentée au voisinage d'un atome engagé dans une molécule. On est certain de trouver ce troisième atome dans le volume de l'ordre de a^3 de la molécule. On obtient alors : $\alpha_{\text{rel}} \propto \hbar a / m$ comme annoncé. Une fois de plus l'ordre de grandeur sera le même quel que soit le signe de a .

Fermions : rôle du principe de Pauli

On comprend aisément que le principe de Pauli va gêner considérablement les processus à trois corps. En effet ceux-ci nécessitent qu'au moins deux fermions identiques soient à une distance de l'ordre de la taille de la molécule finale. Les taux de formation et de relaxation sont donc multipliés, par rapport à ce qu'ils seraient pour des bosons, par un facteur proportionnel à une puissance de $|kR|$ [197, 53, 63] où R est la taille caractéristique de l'état final et $\hbar^2 k^2$ l'énergie cinétique du mouvement relatif des deux fermions identiques. On peut comprendre qualitativement cet effet. Considérons deux fermions identiques. Leur fonction d'onde relative sera une combinaison linéaire des ondes sphériques libres d'ordre impair ($l = 1, 3 \dots$) à cause du principe de Pauli. Celles-ci varient [72], quand la distance relative R tend vers 0 comme $(kR)^l$. La probabilité de trouver les deux fermions à une distance R varie donc bien selon $|kR|^{2l}$ avec $l = 1, 3 \dots$. Pour des bosons, la fonction d'onde relative ne fait au contraire intervenir que les ondes sphériques d'ordre pair. La partie radiale de l'onde s est $\propto \sin(kR)/(kR)$, tendant vers une limite finie non nulle en $R \rightarrow 0$.

formation de molécules pour $a > 0$ L'état final est ici une molécule de taille a . Dans la limite unitaire, on a $ka \rightarrow \infty$: la réduction due au principe de Pauli n'intervient pas ici du fait de la grande taille des molécules. Hors de la limite unitaire, le taux de formation devient proportionnel à a^6 [53] (le taux en a^4 des bosons est multiplié par $(ka)^2$).

formation de molécules pour $a \leq 0$ Ici la taille caractéristique de l'état final est de l'ordre de la portée du potentiel $R_e \ll |a|$. On a donc $kR_e \ll 1$ dans la limite unitaire ce qui limite fortement la formation de molécules, le taux de formation est alors en $a^4 R_e^2$.

relaxation des molécules L'état final est toujours de taille $\simeq R_e$ le facteur de réduction joue à plein, avec $k = 1/a$ le vecteur d'onde relatif dans la molécule qui va relaxer. Des calculs plus complets [63] montrent qu'on a, pour $a \geq 0$

- $\alpha_{\text{rel}} \propto \hbar R_e / (m) (R_e / a)^{2,55}$ pour des processus de relaxations atome-molécule.
- $\alpha_{\text{rel}} \propto \hbar R_e / (m) (R_e / a)^{3,33}$ pour des processus molécule-molécule.

Du fait de l'inégalité $a \gg R_e$, le principe de Pauli confère donc une grande stabilité aux molécules formées de deux fermions.

piégées ou pas ?

Que ce soit pour les bosons ou les fermions, il existe une dissymétrie profonde entre la nature des régions $a \geq 0$ et $a \leq 0$. La molécule formée pour $a \geq 0$ est faiblement liée, d'énergie $\hbar^2 / (ma^2)$ avec m la masse d'un atome. L'énergie cinétique acquise lors de la recombinaison à trois corps pourra donc être inférieure à la profondeur typique d'environ $100 \mu\text{K}$ d'un piège optique : elle

pourra demeurer piégée [53]. En revanche, les molécules éventuellement produites pour $a \leq 0$ ont une énergie de liaison beaucoup plus importante (de l'ordre de $\hbar^2(mR_e^2)$) et seront perdues.

On peut récapituler les discussions précédentes sur les molécules au voisinage d'une résonance de Feshbach :

	Fermions		Bosons	
	$a \geq 0$	$a \leq 0$	$a \geq 0$	$a \leq 0$
Formation : α_{rec} E_1	$\propto a^6$ $\propto \frac{\hbar^2}{ma^2}$ piégeable	$\propto a^4 R_e^2$	$\propto a^4$ $\propto \frac{\hbar^2}{ma^2}$ piégeable	$\propto a^4$ $\propto \frac{\hbar^2}{mR_e^2}$ non piégeable
Relaxation : α_{rel}	$\propto \frac{\hbar R_e}{m} \left(\frac{R_e}{a}\right)^x$		$\propto \frac{\hbar a}{m}$	$\propto \frac{\hbar a}{m}$

TABLE 8.1 – Recombinaison et Relaxation de molécules de bosons ou fermions au voisinage d'une résonance de Feshbach. La réduction du taux de recombinaison pour les fermions due au principe de Pauli réduit fortement le taux de formation moléculaire, pour $a \leq 0$. Pour la relaxation des molécules de fermions, on a $x = 2,55$ pour le cas atome-molécule et $x = 3,33$ pour le cas molécule-molécule.

Au vu de ces différences, les gaz de fermions dégénérés semblent particulièrement appropriés pour créer des molécules dégénérées au voisinage d'une résonance de Feshbach. Dans la limite unitaire, les taux de formation vers des molécules faiblement liées (région $a \geq 0$) ne sont pratiquement pas réduits par rapport à ceux des bosons. En revanche les molécules ainsi formées sont stabilisées par le principe de Pauli qui limite la recombinaison vers les états profonds.

8.2 Comment produire des molécules dégénérées

8.2.1 Passage $a \leq 0 \rightarrow a \geq 0$

La technique que nous avons utilisée pour former les molécules avait initialement été suggérée pour un gaz de bosons [198,199,187] et proposait de varier adiabatiquement le champ magnétique de la région $a \leq 0$ de la résonance vers la région $a \geq 0$. Si l'on considère simplement deux atomes au repos dans la région pour $a \leq 0$ ¹, c'est-à-dire dans l'état fondamental du problème à deux corps, le passage adiabatique au travers de la résonance les conduira dans l'état fondamental pour $a \geq 0$, l'état moléculaire faiblement lié d'énergie $\hbar^2/(ma^2)$ et de taille $\simeq a$ déjà décrit.

Si $n_{\text{mol}}|a|^3$ avec n_{mol} la densité des molécules obtenues à l'issue du passage n'est pas très petite devant 1, le système des N fermions ne peut pas être considéré comme un système de $N/2$ molécules bosoniques. On est alors dans la zone de transition, dont la description est un problème toujours ouvert [107, 36, 37, 39, 38, 200, 52, 113].

¹Dans le problème à N bosons, on peut s'inquiéter de la stabilité du gaz avec $a \leq 0$ s'il est condensé. Néanmoins, le signe de a n'est plus fixé par les caractéristiques d'une résonance de Feshbach hors de celle-ci, il dépend alors d'autres propriétés collisionnelles spécifiques à chaque atome. Dans les expériences citées en 8.1.1, le point de départ est un gaz avec $a \geq 0$ et la zone où a devient négatif au voisinage de la résonance est traversée rapidement pour arriver dans une zone $a \geq 0$ de l'autre côté.

En revanche, si $n_{\text{mol}}a^3 \ll 1$ la taille des molécules sera petite devant la distance entre molécules. L'image de bosons ponctuels sera alors pertinente. Le passage $g \leq 0 \rightarrow g \geq 0$ nous permettra ainsi de convertir un nuage de fermions en un gaz de molécules bosoniques.

8.2.2 Comment détecter les molécules : séquence expérimentale

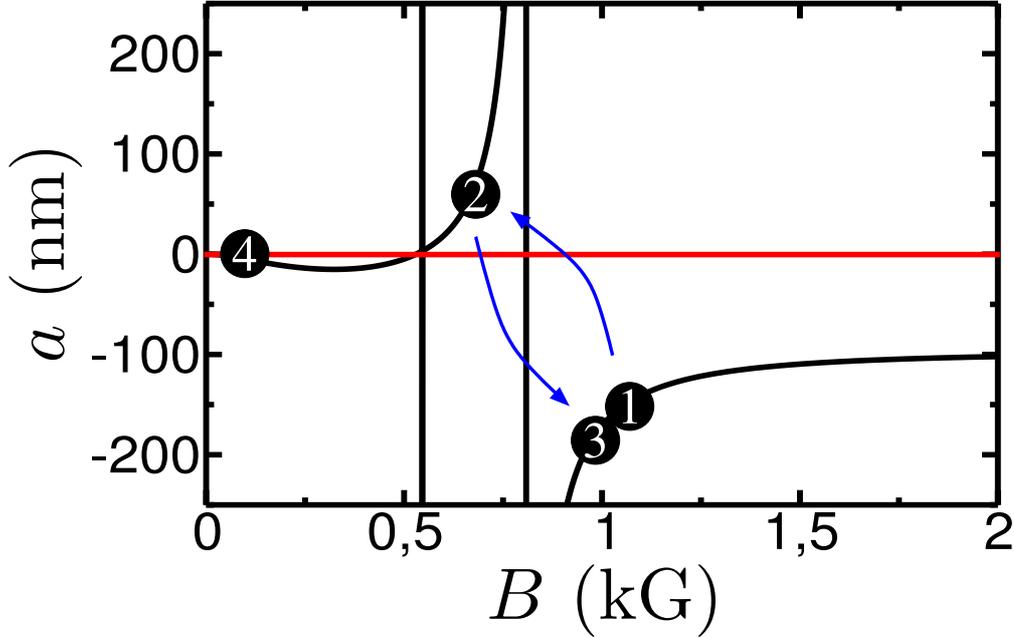


FIGURE 8.1 – Production et détection de molécules. Le mélange $|1/2, 1/2\rangle - |1/2, -1/2\rangle$ est initialement au point 1 où $B = 1060$ G. Les molécules sont produites par une rampe vers la zone $a \geq 0$ (point 2). Un retour à $B = 1060$ G (point 3) permet de dissocier les molécules. Dans tous les cas, la détection s'effectue en 4 où $B \simeq 0$. Les rampes $1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 3$ (resp. $3 \rightarrow 4$ et $2 \rightarrow 4$) durent 50 ms (resp. 20 μs).

Nous produisons, comme décrit précédemment un mélange $|1/2, 1/2\rangle - |1/2, -1/2\rangle$ (50(10)%) au point 1 de la figure 8.1, dans un piège de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 5,9(5)$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 6,5(6)$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 2,9(3)$ kHz. Le nombre total d'atomes est $N_1 = 1,5 \times 10^5$ et le champ magnétique a été choisi pour sa grande longueur de diffusion ($a = -150$ nm) favorisant l'évaporation. Dans les résultats présentés, la température varie entre 0,2 et 0,5 T_F , avec $k_B T_F = \hbar\bar{\omega}(3N_1)^{1/3}$, suivant l'évaporation.

La séquence expérimentale est schématisée sur la figure 8.1. Afin de former des molécules nous varions en 50 ms le champ magnétique du point 1 au point 2 (B_2) où nous l'y laissons pour un temps t_2 variable. Le champ magnétique est ensuite coupé en 20 μs ($2 \rightarrow 4$). La figure 8.2 présente le nombre d'atomes détectés alors en fonction du champ magnétique au point 2. Il présente une diminution notable pour $B \leq 750$ G et à 650 G on ne détecte plus que 25% du nombre initial. Cette diminution du signal atomique apparaît au premier abord comme une perte. Elle peut cependant être due à la transformation des atomes en molécules. En effet nous effectuons la prise d'image par absorption à un champ magnétique de l'ordre de 5 G, où l'énergie de liaison des molécules ($\simeq \hbar\Delta$ avec les notations du chapitre 1) est très grande devant la largeur

naturelle des niveaux d'énergie du lithium. Les molécules présentent à cette valeur de B seront alors hors résonance.

8.2.3 Signal moléculaire

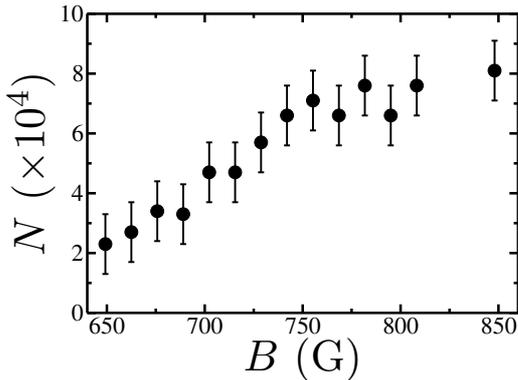


FIGURE 8.2 – Disparition du signal atomique. Nombre d'atomes détectés au point 2 en fonction du champ magnétique après une rampe de 50 ms du point 1 au point 2.

N_3 augmente et retrouve une valeur proche de N_1 , indiquant que la diminution du nombre n'est pas due à des pertes. La restauration du signal d'absorption après un aller retour de l'autre côté de la résonance apporte donc la preuve de la présence de molécules. La restauration du nombre initial² montre de plus la réversibilité de la formation des molécules dans notre système.

Nous avons étudié l'efficacité de la formation des molécules en fonction du champ magnétique au point 2 en mesurant le nombre de molécules formées. Si $N_1 = N_3$ le nombre de molécules est immédiatement $(N_3 - N_2)/2$ et le taux de conversion atomes-molécules est $1 - N_2/N_3$. Si $N_3 \neq N_1$, du fait, par exemple de la durée de vie finie des molécules que nous étudierons plus tard, $N_3 - N_2$ sous-estime vraisemblablement l'efficacité. Les fluctuations assez importantes du nombre initial d'atomes compliquent un peu plus cette analyse. Nous présentons sur la figure 8.3, $1 - N_2/N_3$ que nous appellerons désormais l'efficacité, minorant du taux de conversion. Au point 1, on a initialement $T/T_F = 4,7/11 = 0,42$. On y observe que l'efficacité, à peu près nulle pour $B \geq 800$, augmente pour des champs magnétiques inférieurs pour culminer, dans cette expérience à à peu près 60 % pour $B \simeq 660$ G. La diminution de l'efficacité qui s'amorce pour les champs magnétiques inférieurs à environ 660 G est liée à la durée de vie des molécules qui diminue avec a (voir la table 8.1). Nous verrons plus loin qu'il devient, pour ces valeurs de champ magnétique, comparable à t_2 .

²Et de la température comme nous le verrons plus loin.

Il nous faut pouvoir différencier dans cette diminution du signal d'absorption, l'effet de molécules, toujours présentes dans le système mais « cachées » par leur énergie de liaison, et une diminution du nombre total d'atomes présents dans le système due à des pertes (voir la figure 8.2). L'idée, mise en pratique également par D. Jin *et al.* dans [54], consiste alors à faire une rampe en sens inverse pour retraverser la résonance de $a \geq 0$ vers $a \leq 0$ pour dissocier les molécules en atomes. Ces atomes seront, eux, détectés par l'imagerie traditionnelle. Effectivement, si nous remontons le champ magnétique au point 3 en 50 ms (voir la figure 8.1) le signal atomique détecté

8.3 Efficacité de production

8.3.1 Suivi isentropique

On constate que l'efficacité de la conversion moléculaire augmente quand B diminue, c'est-à-dire quand l'énergie de liaison E_1 augmente ($|E_1| = \hbar^2/(ma^2)$ proche de résonance), semblant indiquer que la thermodynamique régit la composition du système en favorisant les états d'énergie plus faible. L'énergie de deux atomes est en effet inférieure quand ils sont sous forme moléculaire.

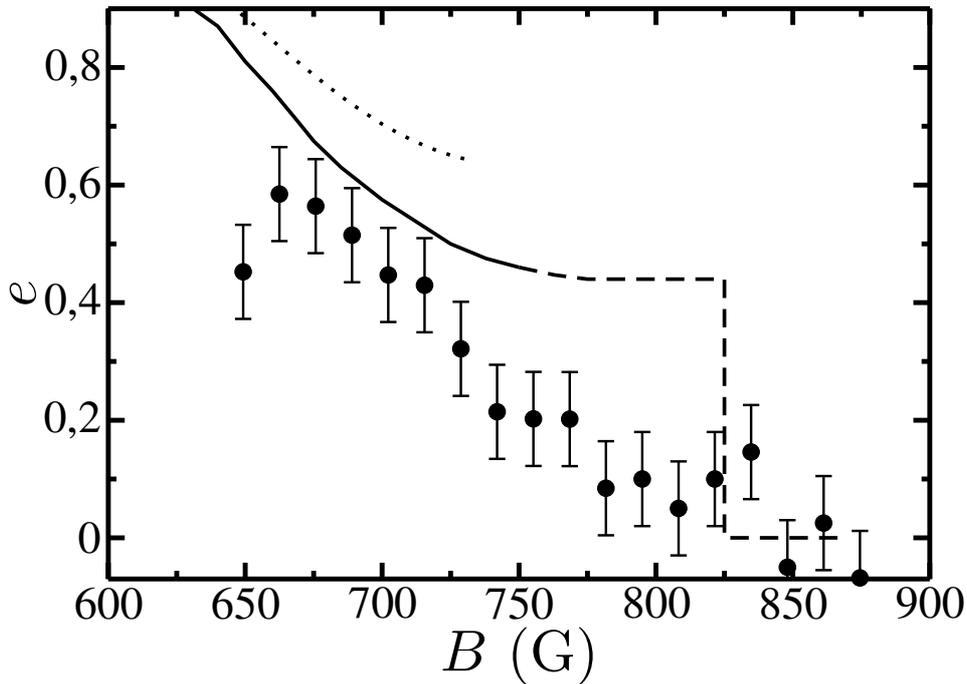


FIGURE 8.3 – Efficacité e de formation des molécules. $1 - N_2/N_3$ en fonction du champ magnétique au point 2. La courbe en trait continu représente la fraction attendue pour une évolution isentropique d'un gaz sans interactions (la zone tiretée correspond à la région $na^3 \geq 1$ où le modèle sans interaction ne sera certainement pas valide). La courbe en traits pointillés représente la même évolution isentropique pour un gaz en interactions dans un modèle de champ moyen, dans son domaine de validité.

Les variations de B entraînent des transformations isentropiques. En effet, le champ magnétique fournit le travail nécessaire pour changer l'énergie de liaison des molécules mais n'apporte pas de chaleur. De plus la transformation sera réversible si les variations de B sont suffisamment lentes. Nous avons³ calculé l'entropie d'un système sans interactions composé de N_1 fermions susceptibles de s'apparier pour former des bosons. L'entropie S_B (resp. S_F^i) du gaz de N_B bosons non condensés (resp. de N_F^i fermions avec $i = \uparrow, \downarrow$ les deux états de polarisation possibles), à la température T (avec $\beta = 1/(k_B T)$) dans un piège harmonique de pulsation moyenne $\bar{\omega}$ est donnée

³Thomas Bourdel en fait

par :

$$S_B(\mu_B, T) = \frac{2k_B}{(\beta\hbar\bar{\omega})^3} (4g_4 [\exp(\beta\mu_B)] - \beta\mu_B g_3 [\exp(\beta\mu_B)]) \quad (8.1)$$

$$S_F^i(\mu_F^i, T) = \frac{2k_B}{(\beta\hbar\bar{\omega})^3} (-4g_4 [\exp(-\beta\mu_F^i)] + \beta\mu_F^i g_3 [\exp(-\beta\mu_F^i)]) \quad (8.2)$$

$$\text{et } N_B(\mu_B, T) = \left(\frac{\mu_B}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3 [\exp(\beta\mu_B)] \quad (8.3)$$

$$N_F^i(\mu_F^i, T) = -\left(\frac{\mu_F^i}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3 [\exp(-\beta\mu_F^i)] \quad (8.4)$$

avec $g_j(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^j}$. μ_B et μ_F sont respectivement le potentiel chimique des bosons (à ne pas confondre avec le magnéton de Bohr) et celui des fermions.

On considère pour simplifier que les nombres de fermions sont égaux dans les deux états Zeeman $N_F^\uparrow = N_F^\downarrow = N_F/2$, ils auront alors le même potentiel chimique qu'on notera μ . L'équilibre chimique entre les bosons d'énergie de liaison $E_1 \geq 0$ et les fermions assure alors que $\mu_B - E_1 = 2\mu$.

Initialement, nous avons un gaz de fermions à droite de résonance, sans aucun boson, avec $N_F^\uparrow = N_F^\downarrow = N_1/2$, à une température T_1 donnée. L'entropie initiale est donc $S_F^1 = S_F^\uparrow(\mu, T_1) + S_F^\downarrow(\mu, T_1)$. Dès qu'on arrive dans la zone $a \geq 0$ à gauche de résonance, des molécules peuvent être formées. Le système est alors caractérisé par leur nombre N_B et la température T . On obtient ces paramètres en calculant β et μ en fonction de E_1 en résolvant numériquement les équations :

$$2N_B(2\mu + E_1, T) + N_F(\mu, T) = N_1 \quad (8.5)$$

$$S_B(2\mu + E_1, T) + \sum_{i=\uparrow, \downarrow} S_F^i(\mu, T) = S_F^1 \quad (8.6)$$

Le nombre de bosons attendus au cours d'une variation isentropique de l'énergie de liaison est représenté par la courbe en trait continu sur la figure 8.3. La partie en traits tiretés longs correspond à la région $k_F|a| \simeq 1$ où l'hypothèse de gaz sans interactions sera manifestement incorrecte. Comme on peut le constater ce modèle simple offre un bon accord qualitatif avec les données expérimentales dans la région 660 – 725 G. Le traitement des interactions dans un modèle de champ moyen [171], représenté par la courbe en traits pointillés, présente la même allure générale (bien qu'il prévoie systématiquement plus de molécules).

On constate que globalement la fraction moléculaire doit augmenter avec l'énergie de liaison. En effet, l'apparition de l'état lié pour $a \geq 0$ crée des états d'énergie inférieure au fondamental des fermions sans interactions. La conservation de l'entropie impose alors de peupler en partie ces états, comme illustré sur la figure 8.4. Ce modèle thermodynamique suppose qu'un processus de conversion atomes-molécules existe et qu'il soit plus rapide que les variations de champ magnétique. Il s'agira pour nous des collisions à trois corps. Pour un gaz de fermions peu dégénérés, le taux de formation moléculaire est alors proportionnel à $(na^3)^2 E_F/\hbar$ soit $(na^3)^2 \bar{\omega} (6N_F^i)^{1/3}$ [53]. Dans nos conditions expérimentales, avec $\bar{\omega}/(2\pi) = 3,8$ kHz et $N_F^i \simeq 7,5 \times 10^4$ les collisions à trois corps seront donc toujours très rapides devant les 50 ms que dure la rampe : au minimum de $a = 29$ nm pour $B = 625$ G, il vaut en effet $\simeq 1$ kHz. De la même manière, les collisions élastiques, également nécessaires pour assurer l'équilibre thermodynamique, dont le taux entre fermions différents est, pour $T/T_F \simeq 0,5$

$\gamma_{el} \simeq 1, 3Nm\bar{\omega}^3\sigma/(4\pi^2k_B T_F) \simeq 2, 2 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ [100] pour $a = 29 \text{ nm}$ où l'on n'est pas dans la limite unitaire. Dans la limite unitaire, on a, toujours pour $T/T_F = 0, 5$, $\gamma_{el} \simeq 4, 5E_F/(6\pi\hbar) \simeq 5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Ce taux sera donc également suffisamment important pour assurer l'équilibre thermodynamique à chaque instant. Il s'agit là du taux de collisions élastiques entre fermions distinguables. Dès que des molécules seront présentes les taux de collisions élastiques entre celles-ci ou entre molécules et fermions seront du même ordre car les longueurs de diffusion correspondantes sont de l'ordre de a [63].

Cette interprétation impliquerait néanmoins que la fraction moléculaire apparaisse dès que l'état lié apparaît, c'est-à-dire à la résonance, et qu'elle croisse avec l'énergie de liaison. Or notre fraction moléculaire (voir la figure 8.3) montre un certain retard et n'apparaît que pour $B \leq 750 \text{ G}$. De plus elle semble décroître pour $B \leq 660 \text{ G}$. Nous allons voir dans la section suivante que ces effets peuvent être expliqués par les propriétés dynamiques des molécules. Le retard de l'apparition du signal moléculaire est un artefact dû à notre technique de détection et la diminution de l'efficacité pour les grandes énergies de liaison est pour sa part due à la relaxation des molécules vers des états profonds.

Signalons enfin un dernier argument en faveur d'une explication thermodynamique de l'efficacité de conversion. Dans une autre expérience sur ${}^6\text{Li}$, R. Grimm et son équipe ont également formé des molécules au voisinage de cette même résonance mais en changeant brusquement le champ magnétique⁴ de 1200 G à 690 G [77,201]. Ils observent la croissance de la fraction moléculaire jusqu'à une valeur d'équilibre. Si de plus la fraction atomique est supprimée⁵, ils observent également sa restauration.

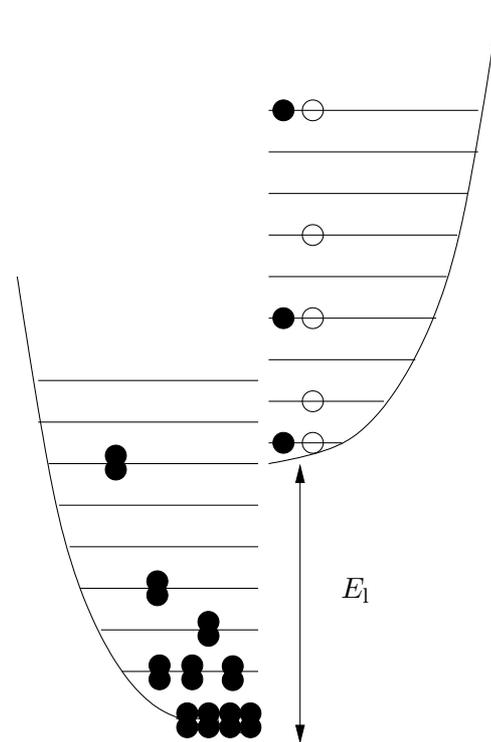


FIGURE 8.4 – Équilibre entre atomes (disques) et molécules (doubles disques). États d'énergie des fermions (partie droite) et des molécules (partie gauche). Occupation schématisée de ces états en l'absence de couplage à l'état moléculaire (disques vides) et en présence du couplage (disques pleins). La température du gaz en présence de couplage est ici de l'ordre de E_1 . Pour la clarté du schéma, le nombre de particules représentées n'est pas conservé.

⁴Par cette méthode, ce n'est pas l'entropie qui est conservée mais l'énergie totale

⁵Par effet Stern et Gerlach

8.3.2 Rôle de la température

Chauffage dû à la formation moléculaire

Le paramètre gouvernant la fraction moléculaire est le rapport de la température au point 2 sur l'énergie de liaison E_1 [171]. Plus il est faible et plus on aura de molécules. On peut en première approximation considérer que la température reste constante au cours de notre transformation adiabatique : la fraction moléculaire augmente donc avec E_1 . Néanmoins, la formation d'une molécule libère dans le système une énergie égale à E_1 qui augmente la température. Cette augmentation est visible sur les données de la courbe 8.5 présentant la température (mesurée comme précédemment à partir de la taille d'un ajustement gaussien de la distribution du nuage après temps de vol). Sur cette courbe, les disques représentent la température des atomes détectés au point 2, c'est-à-dire ceux qui n'ont pas été convertis en molécules. Les diamants représentent

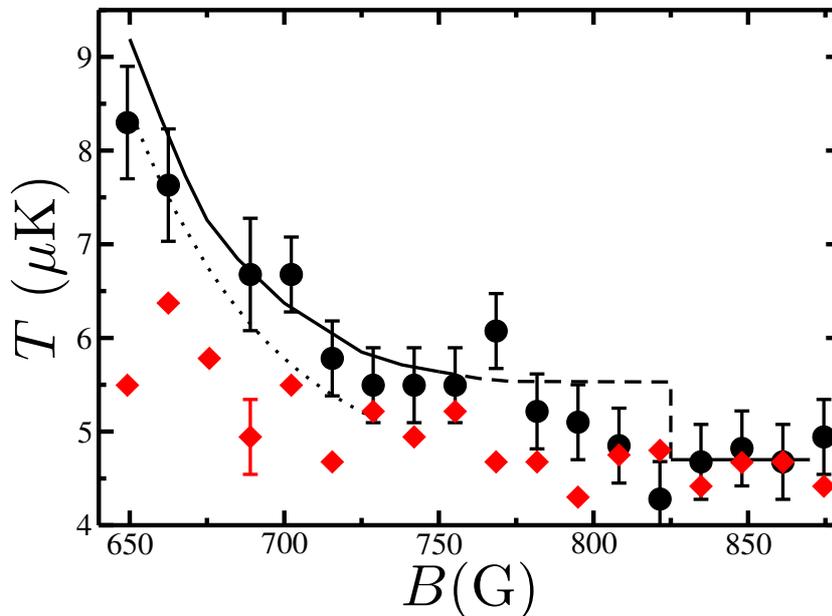


FIGURE 8.5 – Température des atomes et molécules en fonction du champ magnétique. Les disques représentent la température des atomes restant au point 2. Les diamants la température des atomes après aller et retour au point 3. La courbe continue présente les prédictions du modèle sans interaction au point 2. Celle en pointillés présente le modèle prenant en compte les interactions dans son domaine de validité. Noter que lors du retour au point 3, la température est significativement réduite par rapport à sa valeur au point 2.

quant à eux la température des atomes après reconversion des atomes en molécule (point 3). On observe que la température au point 3 est toujours significativement inférieure à celle au point 2 : le retour au point 3 refroidit l'échantillon. Le plateau de la température qu'ils présentent pour $B \geq 750 \text{ G}$ montre la réversibilité du processus de formation moléculaire. En revanche, la croissance qui s'amorce pour des valeurs inférieures à 750 G est due à la relaxation des molécules vers des états profonds qui s'accompagne d'un chauffage. Cette relaxation sera étudiée plus loin.

Rôle de la température initiale sur l'efficacité

Plus la température d'un mélange molécules-atomes est basse, le paramètre pertinent étant $k_B T/E_l$, et plus la proportion de molécules sera élevée [171,201]. Dans notre expérience on peut envisager de jouer sur la température initiale du gaz pour augmenter la proportion des molécules, à un champ magnétique fixé.

La figure 8.6 présente une telle amélioration de l'efficacité de production moléculaire. En évaporant les fermions à $B = 1060$ G dans le piège optique, on diminue le rapport T/T_F (ainsi que T_F car il s'agit d'une évaporation par diminution de l'intensité du laser et donc des fréquences du piège) et donc la température T . La figure présente l'efficacité e à $B = 690$ G en fonction de l'évaporation initiale, caractérisée par la profondeur finale du piège. Les rampes d'évaporation durent de 0,3 ms (point à $97 \mu\text{K}$) à 1,4 s (point à $2,4 \mu\text{K}$). Nous avons ainsi pu augmenter l'efficacité d'environ 0,2 jusqu'à 0,8.

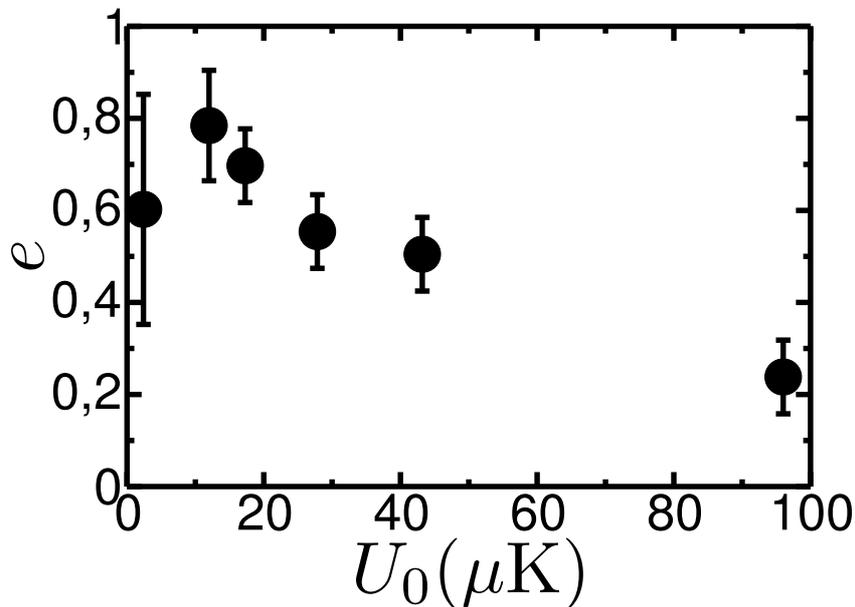


FIGURE 8.6 – Efficacité e de la formation moléculaire en fonction de la profondeur U_0 du piège optique à l'issue de l'évaporation des fermions. Plus la profondeur est faible et plus la température initiale (au point 1) est faible. L'évaporation dure de 300 ms pour le point à $97 \mu\text{K}$ à 1,4 s pour le point à $2,4 \mu\text{K}$.

8.4 Propriétés dynamiques des molécules

8.4.1 Variations rapides de l'énergie de liaison

Si l'on considère les molécules qui ont été dissociées en atomes par la rampe $2 \rightarrow 3$ on veut bien évidemment éviter de former à nouveaux des molécules lors de la coupure $3 \rightarrow 4$. Il suffit pour cela que la durée de la rampe $3 \rightarrow 4$ soit courte devant le temps de collision à trois corps, responsable de la formation des molécules. Comme on l'a vu précédemment, celui-ci est de l'ordre de 10^{-4} s, long devant la durée de la rampe $20 \mu\text{s}$.

De plus, pour que la démonstration de la différence de nature entre les molécules présentes au point 2 et les atomes au point 3 soit probante, la détection doit s'effectuer dans les mêmes conditions et la rampe $2 \rightarrow 4$ doit être de même durée que $3 \rightarrow 4$. Elle peut alors être trop rapide pour que les molécules présentes au point 2 suivent adiabatiquement l'état lié jusqu'à $B = 0$. Plus précisément, cette rampe sera adiabatique si le taux de variation relative de l'énergie de l'état lié dû à la variation du champ magnétique $dE_1/E_1 dt$ est petit devant la fréquence caractéristique d'oscillation dans l'état lié E_1/\hbar . Dans le cas contraire, les molécules seront dissociées par la rampe $2 \rightarrow 4$ et apparaîtront comme des atomes sur l'image d'absorption. Cette dissociation sera donc évitée si :

$$\alpha_{\text{diss}} = \frac{1}{E_1} \frac{dE_1}{dt} \frac{\hbar}{E_1} = -\frac{2ma}{\hbar} \frac{da}{dt} \ll 1. \quad (8.7)$$

À 750 G où l'efficacité est clairement en dessous des prédictions théoriques (voir la figure 8.3), on a $\alpha_{\text{diss}}(750) \simeq 13$. À 700 G où l'efficacité devient proche des valeurs attendues, $\alpha_{\text{diss}}(700) \simeq 1$. Nous attribuons donc le faible nombre de molécules détectées pour $B \geq 700$ G à la non-adiabaticité de la coupure du champ magnétique qui brise les molécules lors de la détection.

Les 20 μs typiques de la coupure sont fixés par les caractéristiques électriques du circuit produisant le champ magnétique. Le circuit est en effet protégé par une varistance qui impose une tension constante aux bornes des bobines pinch lors de la coupure, c'est-à-dire une dérivée constante du courant. En changeant la valeur de cette varistance, nous avons diminué d'un facteur $\simeq 500$ la vitesse de coupure et observé un déplacement du seuil d'apparition des molécules vers $B \simeq 800$ G, de manière compatible avec l'expression de α_{diss} donnée par l'équation 8.7. Cette dissociation des molécules par une rampe rapide de champ magnétique a également été étudiée dans des conditions similaires aux nôtres [202] et a permis la localisation précise de la résonance à $B = 822(3)$ G⁶. Dans ce cas, on s'est affranchi des problèmes de décalage de l'apparition des molécules dans une mer de Fermi évoqués en 3.2.3 en effectuant les rampes de champ magnétique après temps de vol, diminuant ainsi la densité de trois ordres de grandeur.

8.4.2 Durée de vie des molécules

L'utilité des molécules formées par cette technique dépendra de manière cruciale de leur stabilité vis-à-vis de la relaxation collisionnelle. On a vu en particulier que celle-ci empêche pour des bosons le confinement des molécules produites.

Nous avons mesuré les pertes moléculaires à différents champs magnétiques B_2 . On se place dans des conditions où la fraction moléculaire est largement prépondérante ($e \geq 70$ %) et on mesure l'évolution du nombre d'atomes N_3 en fonction du temps passé par les molécules à $B_2 : t_2$. On observe les évolutions de la figure 8.7 pour deux valeurs : $B_2 = 690$ G ($a = 79$ nm) et $B_2 = 636$ G ($a = 35$ nm).

Notons tout d'abord que la décroissance du nombre de molécules pour $a = 79$ nm est très lente, sur une échelle de temps de l'ordre de 500 ms. Cette remarquable stabilité confirme la prédiction théorique selon laquelle le principe de Pauli limite fortement la relaxation collisionnelle

⁶En mesurant l'énergie de liaison par dissociation radiofréquence, l'équipe de R. Grimm a récemment déterminé la position de la résonance à $B = 837(5)$ G [172]

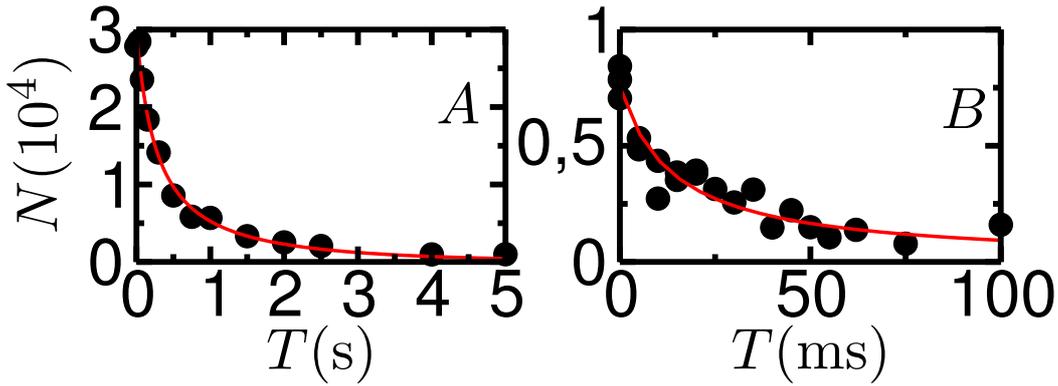


FIGURE 8.7 – Durée de vie des molécules pour différentes valeurs de a . Nombre de molécules $(N_3 - N_2)/2$ en fonction du temps t_2 . $A : B_2 = 690 \text{ G}$, $a = 79 \text{ nm}$. $B : B_2 = 636 \text{ G}$, $a = 35 \text{ nm}$. Les courbes représentent les ajustements par la loi d'évolution 8.11. $A : 1/\alpha = 2, 2_{-0,8}^{+9} \text{ s}$, $\beta\gamma_{th} = 1, 08_{-0,15}^{+0,3} 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

des molécules de fermions au voisinage d'une résonance de Feshbach [53]. On constate ensuite une grande différence entre les deux durées de vie. Les molécules avec $a = 79 \text{ nm}$ sont beaucoup plus stables que celles à $a = 35 \text{ nm}$, en bon accord avec la conclusion de 8.1.2 d'une durée de vie diminuant avec a .

Nous avons également étudié la loi de variation temporelle du nombre de molécules. Les pertes seront dues principalement aux pertes à deux corps de la relaxation collisionnelle (principalement entre molécules du fait de la très faible proportion d'atomes). On doit également prendre en compte les pertes à un corps dues aux collisions avec le gaz résiduel. La loi d'évolution du nombre de molécules N_{mol} est alors donnée par :

$$\frac{dN_{\text{mol}}}{dt} = -\alpha N_{\text{mol}} - \beta \bar{n}_{\text{mol}} N_{\text{mol}}, \quad (8.8)$$

cette équation définissant les coefficients α et β de pertes à un corps et deux corps. Dans cette expression, \bar{n}_{mol} désigne la densité moyenne du nuage, reliée pour une distribution thermique à la densité au centre n_0 par $\bar{n}_{\text{mol}} = n_{\text{mol},0}/\sqrt{2}$. Pour une distribution thermique, on a également la relation entre la densité $n_{\text{mol},0}$ et le nombre :

$$n_{\text{mol},0} = N_{\text{mol}} \left(\frac{2m\bar{\omega}^2}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} = \gamma_{th}(T) N_{\text{mol}}, \quad (8.9)$$

avec $2m$ la masse d'une molécule.

Un problème se pose pour intégrer cette équation car la relation entre \bar{n}_{mol} et N_{mol} fait intervenir la température qui varie sous l'effet des pertes à deux corps. En effet, celles-ci éliminent majoritairement les molécules des zones denses donc peu énergétiques. À l'équilibre thermodynamique, la température aura donc augmenté. Néanmoins, pour un taux de collisions inélastiques ne dépendant pas de l'énergie des particules incidentes (voir le tableau 8.1), le taux de variation de la température T est donné (voir [203]) par :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\beta \bar{n}_{\text{mol}}}{6}, \quad (8.10)$$

et sera donc six fois plus faible que le taux de pertes atomiques. On pourra donc négliger cet effet de température et considérer que $\gamma(T)$ constant. Sous cette condition, l'équation 8.8 s'intègre en :

$$N_{\text{mol}}(t) = \frac{N_{\text{mol},0} \exp(-\alpha t)}{1 + (1 - \exp(-\alpha t)) N_{\text{mol},0} \beta \gamma_{th} / \alpha} \quad (8.11)$$

On peut alors réaliser un ajustement dont les trois paramètres sont : le nombre initial $N_{\text{mol},0}$, α et $\beta \gamma_{th}$. Pour la relaxation à 690 G, on obtient une durée de vie à un corps $1/\alpha = 2,2_{-0,8}^{+9}$ s. $\beta \gamma_{th} = 1,08_{-0,15}^{+0,3} 10^{-4} \text{s}^{-1}$. Il faut alors déterminer la température du gaz de bosons pour déterminer β . La faible fraction atomique à ce champ magnétique rend cette détermination délicate. On connaît néanmoins la température initiale des fermions à 1060 G, égale ici à $2 \mu\text{K}$. Au cours de la variation adiabatique de a , cette température augmentera nécessairement. Malgré tout, la profondeur du piège étant finie ($U_0 \simeq k_B \times 25 \mu\text{K}$ pour les molécules), le gaz s'évaporerait en partie si la température s'élève trop. Celle-ci sera alors fixée par la profondeur U_0 . Un rapport de 6 entre la profondeur et la température est un critère raisonnable, qui fixerait la température à $T_2 \leq 4 \mu\text{K}$. On obtient donc $2 \leq T_2 \leq 4 \mu\text{K}$. On peut alors estimer $2,0 \leq \beta \leq 8,5 \times 10^{-13} \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Ce résultat est compatible avec la limite supérieure ($\beta = 3 \times 10^{-13} \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) donnée, pour la même valeur du champ magnétique, dans [185].

Le cas des pertes à $B = 636$ G est plus délicat à interpréter. Le taux de pertes initial, $1/20 10^3 \text{s}^{-1}$, est 25 fois plus grand que celui à $B = 690$ G : $1/500 10^3 \text{s}^{-1}$. Pour un rapport des longueurs de diffusion de $79/35 = 2,25$, la loi en $a^{2,55}$ (voir la table 8.1) ne prédit qu'un rapport d'à peu près 7,55. Nous supposons qu'une évaporation se poursuit dans le piège et que le gaz n'est pas à l'équilibre thermodynamique, rendant très imprécise la détermination du taux de pertes à deux corps. Nous reviendrons plus tard sur ces mesures, effectuées de façon plus précise à l'aide de condensats moléculaires.

Des durées de vie moléculaires importantes on également été observées dans d'autres expériences utilisant des résonances de Feshbach entre fermions polarisés. L'équipe de D. S. Jin travaillant sur le ^{40}K a mesuré une durée de vie maximale de l'ordre 100 ms [204], variant avec a de la même manière. L'équipe de R. Hulet travaillant sur la résonance étroite de ^6Li au voisinage de 543 G a pu garder [56] des molécules pendant une seconde.

8.5 Condensat de molécules

Ces molécules sont des bosons, elles sont donc susceptibles de former un condensat de Bose-Einstein. Les nuages moléculaires décrits précédemment sont d'ailleurs proches de la dégénérescence. Considérons le point à 690 G de la figure 8.3 où la fraction atomique est encore suffisamment importante ($1,8 \cdot 10^4$ molécules et $3,3 \cdot 10^4$ atomes) pour permettre une mesure de température. En supposant réalisé l'équilibre thermodynamique entre atomes et molécules, la température des molécules T_{mol} est : $T_{\text{mol}} = T_{\text{at}} = 6,7 \mu\text{K}$. La température de condensation T_{CBE}^0 pour un gaz de bosons sans interactions, donnée par l'équation 2.7 vaut alors $T_{\text{CBE}}^0 = 4,2 \mu\text{K}$. Le condensat de molécules semble donc à portée de la main.

8.5.1 Détection d'un condensat de molécules

Il reste à trouver une signature de la condensation. Pour les condensats atomiques, on cherche le plus souvent à observer une distribution bimodale de position des atomes dans le piège ou de leur impulsion, mesurée après temps de vol. Comment cependant observer la distribution des molécules que jusqu'à présent nous n'avons pas observées directement ? Il nous suffira pour cela de laisser les molécules s'étendre en temps de vol en coupant le piège optique puis de les dissocier en ramenant le champ magnétique au-delà de résonance.

La durée de la rampe de dissociation doit cependant être raccourcie considérablement par rapport aux 50 ms utilisées jusqu'à maintenant. En effet, le lithium étant un atome léger, il s'étend relativement vite et on utilise typiquement des temps de vol de l'ordre de la ms pour des températures de l'ordre du μK . On devra donc remonter le champ magnétique en un temps court devant 1 ms. La discussion sur le suivi adiabatique de l'état lié de la section 8.4.1 assure par ailleurs que l'adiabaticité ne pourra pas être assurée lors d'une remontée à vitesse constante du champ magnétique jusqu'à la résonance, où l'énergie de liaison est nulle. Les atomes acquerront donc une impulsion supplémentaire susceptible de brouiller la distribution de position du nuage après temps de vol. Néanmoins l'impulsion acquise sera de l'ordre de $\hbar/(ma)$, qui sera négligeable devant l'impulsion typique des molécules au cours du temps de vol si a est assez grand. Concrètement le critère d'adiabaticité défini en 8.4.1 prédit que pour un champ magnétique varié de 770 à 900 G en 50 μs la dissociation des molécules interviendra à une valeur de B où l'énergie de liaison est de l'ordre de $k_B \times 0,11 \mu\text{K}$. La figure 8.8 (a) que nous étudierons en détail plus loin présente les images d'absorption d'un nuage de ${}^6\text{Li}_2$ après un temps de vol de $t_{\text{TdV}} = 1,2$ ms. La taille typique σ du nuage est de l'ordre de 50 μm , soit une énergie cinétique de l'ordre de $2m(\sigma/t_{\text{TdV}})^2 / \simeq k_B \times 2 \mu\text{K}$. L'énergie libérée par la dissociation de la molécule, de l'ordre de $k_B \times 0,11 \mu\text{K}$, ne brouillera donc pas la mesure de son énergie cinétique de centre de masse avec une rampe de 50 μs .

Il ne nous est pas possible de varier le courant dans les bobines « pinch » aussi rapidement en programmant une rampe linéaire sur l'alimentation. Nous avons donc choisi de laisser le courant dans les bobines « pinch » à la valeur correspondant à $B_1 = 901$ G à droite de résonance et d'ajuster le champ magnétique B_2 pour traverser la résonance au moyen des bobines de compensation disposant pour l'occasion d'une alimentation dédiée (voir la figure 8.9). Pour revenir à B_1 rapidement il suffit alors de couper le courant dans les bobines de compensation, ce qu'on peut réaliser en 50 μs . Après avoir ainsi dissocié les molécules en atomes, il ne reste plus qu'à cou-

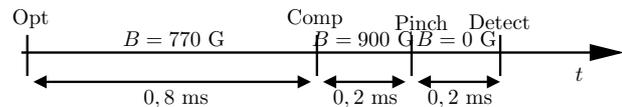


FIGURE 8.9 – Séquence expérimentale pour le temps de vol de 1,2 ms d'un condensat de molécules. Après coupure du piège optique en Opt, on laisse le nuage moléculaire s'étendre pendant 0,8 ms : le champ magnétique vaut $B = 770$ G. On coupe ensuite les bobines de compensation (Comp) en environ 50 μs ($B = 900$ G) pour dissocier les molécules, puis les bobines « pinch » en environ 20 μs ($B = 0$ G) pour imager les atomes en champ pratiquement nul.

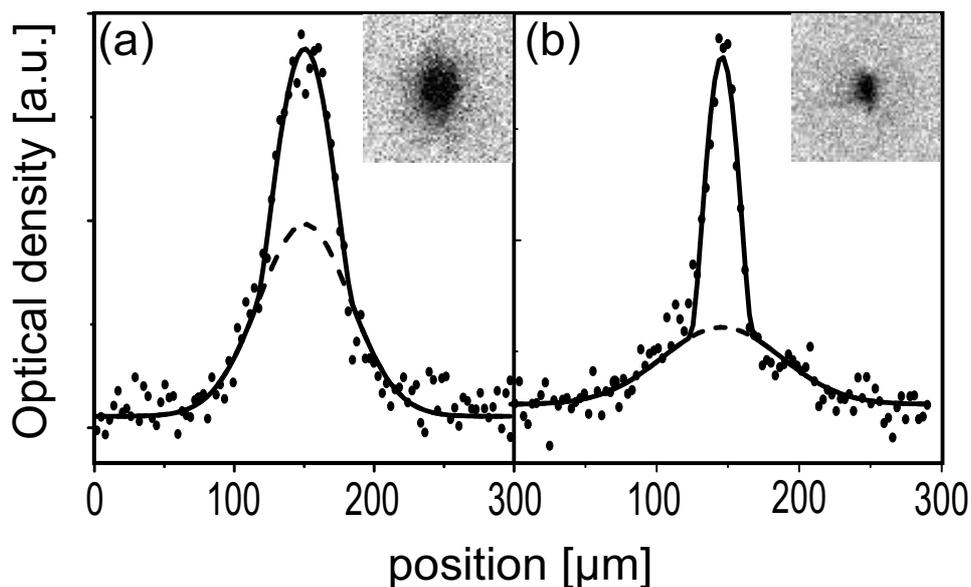


FIGURE 8.8 – Condensation de $2 \cdot 10^4$ molécules de ${}^6\text{Li}_2$ à 770 G (a) et $2 \cdot 10^4$ atomes de ${}^7\text{Li}$ à $B = 610$ G (b) initialement confinés dans le même piège optique. Densité optique selon l'axe faible de confinement (z dans le texte) du nuage après 1,2 ms (a) et 1,4 ms (b). La différence notable des tailles des condensats est due à la grande différence des longueurs de diffusion des molécules $a_{\text{mol}} = 170$ nm et des atomes $a_7 = 0,55$ nm. La courbe continue est l'ajustement par la somme d'une gaussienne et la distribution d'un condensat dans le régime Thomas-Fermi (intégrée selon deux dimensions). Les courbes tiretées représentent la seule composante gaussienne. Dans les deux cas la fraction condensée est d'environ 28 %.

per également le courant dans les bobines « pinch » pour imager les atomes à champ quasi-nul ⁷. La distribution de position de ceux-ci est alors celle qu'avaient les molécules à l'issue du temps de vol⁸, sous réserve que tous les atomes soient sous forme moléculaire. Dans tous les résultats que nous présentons, nous nous sommes donc assurés au préalable que la fraction d'atomes non appariés était négligeable.

La figure 8.8 (a) présente une telle image, après 1,2 ms de temps de vol, d'un gaz de 2.10^4 molécules. Le gaz de fermions en interactions est initialement à $B_1 = 900$ G dans un piège de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 1,6(1) \times 10^3$ rad.s⁻¹, $\omega_y = 2\pi \times 1,7(1) \times 10^3$ rad.s⁻¹ et $\omega_z = 2\pi \times 0,59(4) \times 10^3$ rad.s⁻¹ et amené en 200 ms à $B = 770$ G. On y observe clairement la double structure caractéristique de la condensation de Bose-Einstein [146]⁹.

Sur la partie (b) de la figure 8.8 on a représenté pour comparaison un condensat contenant également 2.10^4 atomes de ${}^7\text{Li}$ dans $|1,1\rangle$, produit dans le même piège optique à un champ de $B_2 = 610$ G comme décrit en 6.4.1. Les fréquences de confinement sont simplement multipliées par $\sqrt{6/7}$ par rapport à ce qu'elles sont pour ${}^6\text{Li}$.

La grande différence des tailles du condensat de ${}^6\text{Li}_2$ et de celui des bosons pour lesquels $a = 0,55$ nm, (malgré la faible dépendance du rayon de Thomas-Fermi $R_{\text{TF}} \propto a^{1/5}$ avec a) indique que les interactions répulsives sont beaucoup plus importantes dans ${}^6\text{Li}_2$. À $B = 770$ G, on attend en effet $a_{\text{mol}} = 0,6a = 183$ nm, ce qui nous place dans un régime d'interactions fortes : $n_{\text{mol}}a_{\text{mol}}^3$ sera de l'ordre de l'unité. Dans ce régime, la dynamique et la thermodynamique du système sont affectées.

dynamique : expansion du gaz thermique Nous avons effectué un ajustement de la densité par la somme d'une gaussienne (distribution de la partie thermique) et de la fonction d'un condensat dans le régime Thomas-Fermi, intégrée selon deux dimensions, proportionnelle à $(1 - z^2/R_z^2)^2$, avec R_z le rayon de Thomas-Fermi dans la direction z . Le résultat de cet ajustement, représenté par la courbe continue sur la figure 8.8, donne une fraction condensée de 28 % tant pour le gaz atomique de ${}^7\text{Li}$ que pour les molécules. La partie gaussienne de l'ajustement donne l'énergie libérée lors de l'expansion de la partie thermique d'où l'on peut déduire la température, pour un gaz sans interaction. Ici cet ajustement donne $T = 1,6$ μK légèrement supérieure à la température de condensation sans interaction $T_{\text{CBE}}^0 = 1,4$ μK . L'éventuelle modification de T_{CBE} due aux interactions ne pourra pas expliquer ce désaccord car il est prédit que celles-ci vont diminuer la densité des molécules et diminuer encore T_{CBE} . Comme nous observons un condensat, la « vraie » température doit nécessairement être proche de T_{CBE} . L'interaction répulsive entre le condensat et le nuage thermique ont donc augmenté l'énergie de celui-ci au delà de la valeur du gaz parfait $3/2k_{\text{B}}T$ ¹⁰.

⁷Signalons que sur la figure 8.9, seules les premières 0,8 ms du TdV s'effectuent à 770 G où les atomes sont sous forme moléculaire. Néanmoins, comme $\bar{\omega} \times 0,8 \times 10^{-3} \simeq 5$ toute l'énergie du système a déjà été convertie sous forme cinétique. L'expansion ultérieure est donc balistique et le fait que les molécules soient dissociées n'a pas d'incidence sur le profil de densité spatiale final.

⁸À un facteur deux près : une molécule donne deux atomes.

⁹De tels condensats de dimères de fermions ont également été obtenus dans d'autres équipes travaillant sur ${}^6\text{Li}$ [58, 59, 60] et sur ${}^{40}\text{K}$ [57].

¹⁰Cet effet a également été étudié quantitativement durant la rédaction de cette thèse [146]. Il avait également

thermodynamique : modification de T_{CBE} Sans rentrer dans les détails, mentionnons simplement que le calcul de T_{CBE}^0 sans interaction n'est ici pas valide et que l'interaction entre atomes doit être prise en compte dans le calcul de T_{CBE} . Un tel calcul est complexe [25, 205, 206]. Celle-ci est en effet affectée par les interactions. Pour $a \geq 0$ la répulsion entre bosons élargit en particulier leur distribution dans le piège et éloigne donc de la condition $n_{\text{mol}}(0)\lambda_{\text{dB}}(T)^3 = 2,612$ de condensation dans le piège. Les corrections de la température critique due au champ moyen entre atomes au seuil de condensation dépendent du paramètre $a_{\text{mol}}/\bar{\sigma}N^{1/6}$, avec $\bar{\sigma}$ la moyenne géométrique des tailles de l'oscillateur harmonique des molécules et sont, au premier ordre [25] :

$$\frac{\delta T_{\text{CBE}}}{T_{\text{CBE}}^0} = -1,326 \frac{a}{\bar{\sigma}} N^{1/6}. \quad (8.12)$$

Ce décalage du seuil de condensation a récemment été étudié [82] et un bon accord obtenu avec l'équation 8.12 pour des valeurs de $a/\bar{\sigma}N^{1/6}$ allant jusqu'à 10^{-2} . Notre gaz de molécules, avec $a/\bar{\sigma}N^{1/6} \simeq 1$ sort franchement du domaine de validité de ce traitement perturbatif qui donnerait $\delta T_{\text{CBE}}/T_{\text{CBE}}^0 = -1,4$ c'est-à-dire une température de condensation négative. Il pourrait permettre de tester les théories donnant les variations de T_C au delà du modèle de champ moyen [205, 206], dans un contexte enrichi par la nature composite des bosons. Ce régime mérite une étude bien plus détaillée.

8.5.2 Détermination de a_{mol}

Obtention d'un condensat pur : évaporation par recompression

Jusqu'ici la loi reliant la longueur de diffusion entre molécules a_{mol} à celles des atomes a : $a_{\text{mol}} = 0,6 a$ n'avait pas été vérifiée expérimentalement. On peut mesurer a_{mol} en déterminant l'énergie de champ moyen μ d'un gaz dans le régime Thomas-Fermi. Il est préférable pour cela de disposer d'un condensat pur de molécules pour s'affranchir du nuage thermique.

Nous avons donc cherché à refroidir les molécules pour produire un condensat pur. Celles-ci étant bosoniques, le principe de Pauli ne limite plus les collisions élastiques et on peut envisager leur évaporation. Une méthode particulièrement adaptée à notre piège croisé consiste à évaporer en augmentant la puissance d'un des lasers de piégeage (l'horizontal). Dans ce processus, la fréquence moyenne de confinement $\bar{\omega}$ et donc T_C augmente. Dans le même temps, la température est maintenue constante par la profondeur du potentiel réalisé par l'autre laser (le vertical) dont la puissance est inchangée.

Il faut pour utiliser cette technique que la courbure des bobines « pinch » expulse les molécules. Dans nos conditions, nous sommes toujours dans la région où l'énergie de liaison est $\hbar^2/(ma^2)$, c'est-à-dire, avec les notations de 1.2.2, $\Delta \simeq \Delta_0$. Dans cette région, la variation de l'énergie des molécules en fonction du champ magnétique est très peu différente de celle des atomes, comme on peut le constater sur la figure 8.10, bien que dans le régime $|\Delta - \Delta_0| \gg \Delta_0$ leur moment magnétique soit nul. Le potentiel magnétique vu par les molécules est donc, comme celui vu par les atomes, expulsif.

été observé auparavant dans un condensat de bosons [81, 82].

Étudions l'énergie potentielle d'une molécule en fonction de z coordonnée selon l'axe du laser horizontal. La courbure des pinch génère un potentiel expulsant harmonique $U_{\text{pinch}}(z) = -m_{\text{mol}}\Omega_{\text{pinch}}^2 z^2/2$ avec $\Omega_{\text{pinch}} = 2\pi \times 100 \text{ s}^{-1}$ à 900 G. Le laser horizontal, tant que $|z| \leq z_R \simeq 1 \text{ mm}$, réalise un potentiel harmonique $U_H = m_{\text{mol}}\omega_z^2 z^2/2$ de pulsation $\omega_z = 2\pi \times 67 \text{ rad.}^{-1}$ à pleine puissance. La résultante de ces deux potentiels est donc, à 900 G, un potentiel harmonique expulsif de « pulsation » $\Omega_{\text{tot}} = 2\pi \times 75 \text{ s}^{-1}$. Le laser vertical de col $w_V \simeq 40 \mu\text{m}$ réalise un potentiel attractif exponentiel $U_V \exp(-2z^2/w_z^2)$. Le potentiel total est alors, sur l'axe z :

$$U(z) = -\frac{1}{2}m\Omega_{\text{tot}}^2 z^2 - U_z \exp\left(-\frac{2z^2}{w_z^2}\right) \quad (8.13)$$

La figure 8.11 présente le calcul de ce poten-

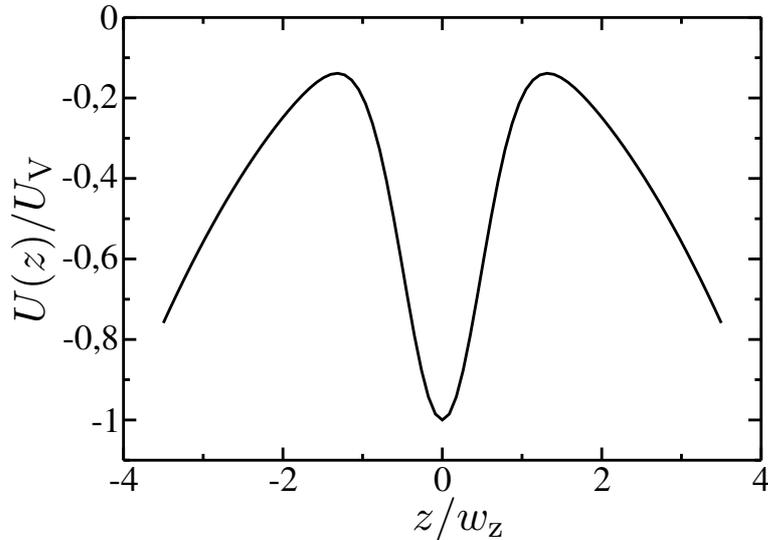


FIGURE 8.11 – Énergie potentielle dans le champ du piège optique croisé et des bobines « pinch » sur l'axe z : $U(z)$ en unités de U_V la profondeur du piège réalisé par le seul laser vertical, en fonction de z/w_V avec w_V le col du faisceau vertical. La courbure expulsante des « pinch » surcompense le confinement axial du laser horizontal et crée un potentiel harmonique expulsant dès que $|z| \geq w_V$. La profondeur résultante du piège total est peu différente de U_V .

tiel en unités de U_z , en fonction de z/w_z pour les valeurs données ci-dessus. La profondeur du puits central réalisé par le laser vertical est de l'ordre (ici 90 %) de la profondeur U_V du laser vertical seul. On réalisera l'évaporation en augmentant la puissance du laser horizontal sans changer celle du vertical. Les pulsations ω_x et ω_y sont ainsi augmentées mais la profondeur reste

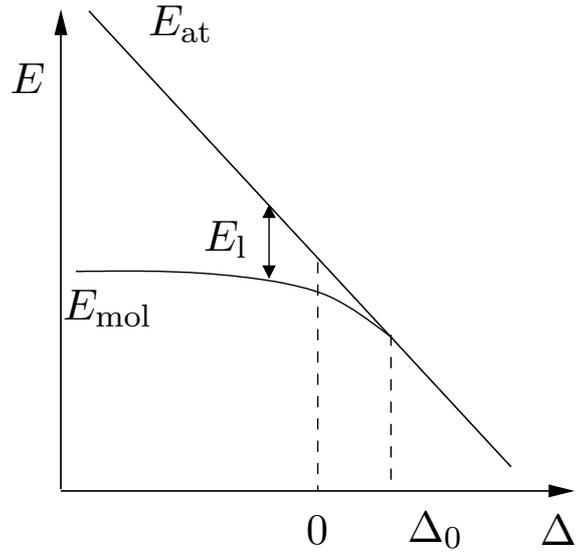


FIGURE 8.10 – Énergie des molécules (E_{mol}), et de la paire d'atomes ($E_{\text{at}} = -2\mu_B B$) dont elles sont formées, en fonction du champ magnétique ($\hbar\Delta = 2\mu_B B$). Dans la région $|\Delta - \Delta_0| \ll \Delta_0$, l'énergie d'une molécule est peu différente de composant.

celle due au laser vertical. La température de condensation des molécules est ainsi augmentée proportionnellement à $\bar{\omega}$. L'augmentation de température induite par cette compression (voir la discussion en 5.2.2) est compensée par l'évaporation suivant z imposée par la profondeur finie du potentiel U_V . Pour donner une borne raisonnable, on peut considérer que la température restera inférieure à $U_V/(6k_B)$.

L'évaporation est effectuée sur un nuage moléculaire comportant environ $3,5 \cdot 10^4$ molécules à 770 G. La puissance du laser vertical est gardée constante à 115 mW, soit une profondeur $U_V/k_B = 5,6 \mu\text{K}$ pour les molécules. La température restera alors inférieure à $0,9 \mu\text{K}$ au cours de la compression du piège horizontal qui amène $\bar{\omega}$ de $2\pi \times 1,2 \text{ kHz}$ à $2\pi \times 2,2 \text{ kHz}$. Le nuage qu'on obtient alors contient $2,3 \cdot 10^4$ molécules¹¹ correspondant à une température de condensation pour un gaz sans interactions de :

$$T_C^0 = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} (N_{\text{mol}}/\zeta(3))^{1/3} \simeq 2,7 \mu\text{K}, \quad (8.14)$$

Après un temps de vol de 1,2 ms, on obtient un condensat dont les profils selon x (intégré selon y et z) et z (intégré selon x et y) sont représentés sur la figure 8.12. On observe de nouveau une inversion d'anisotropie au cours de l'expansion (l'axe z est l'axe faible du confinement) mais la structure bimodale a disparu : le condensat est maintenant pur.

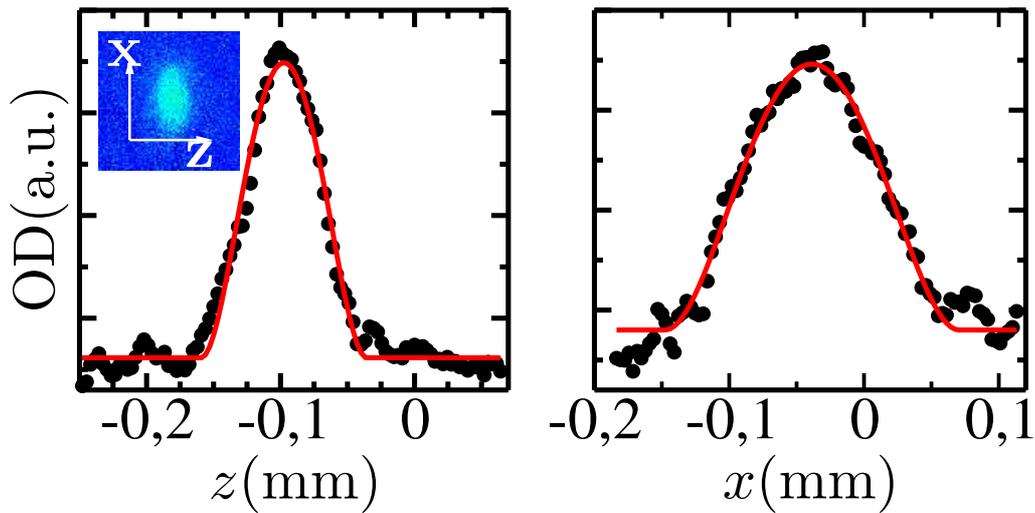


FIGURE 8.12 – Condensat pur de $2,3 \times 10^4$ molécules ${}^6\text{Li}_2$. Profils de densité optique selon la direction z (de faible confinement) et x après 1,2 ms de temps de vol. L'absence de structure bimodale indique la pureté du condensat. Les courbes en traits pleins sont des ajustements par la distribution de Thomas-Fermi intégrée 8.16 avec des rayons $R_{\text{TF},z} = 62 \mu\text{m}$ et $R_{\text{TF},x} = 109 \mu\text{m}$.

Expansion hydrodynamique : détermination de a_{mol}

Il est difficile d'obtenir des images des molécules dans le piège pour des raisons techniques liées à la coupure du champ magnétique. La taille initiale peut néanmoins être obtenue en

¹¹C'est uniquement un meilleur fonctionnement de l'expérience qui explique que ce nombre est supérieur au nombre de molécules dans le condensat de la figure 8.8 (a).

fonction de la taille après temps de vol grâce aux lois d'échelles de l'expansion hydrodynamique dans le régime Thomas-Fermi 6.15. L'anisotropie que nous observons après temps de vol, $2,0(1)$, est d'ailleurs en bon accord avec la valeur prédite par ces équations : $1,98$. L'expansion de ce gaz de molécules est donc analogue à celle d'un gaz atomique superfluide.

Les rayons de Thomas-Fermi après temps de vol sont obtenus par un ajustement du profil de densité selon la direction i , intégré suivant les deux directions $j \neq i$ de la distribution de Thomas-Fermi 2.25 :

$$n_{1D}(x_i) = \int \frac{\mu}{g} \left(1 - \frac{r^2}{R_{\text{TF}}^2} \right) dx_{j \neq i} \quad (8.15)$$

$$= \frac{15N}{16R_{\text{TF},i}} \left(1 - \frac{x_i^2}{R_{\text{TF},i}^2} \right)^2, \quad (8.16)$$

avec R_{TF} le rayon de Thomas-Fermi moyen défini en 2.28 et $R_{\text{TF},i}$ le rayon de Thomas-Fermi dans la direction i donné par la condition $m\omega_i^2 R_{\text{TF},i}^2/2 = \mu$. L'ajustement, représenté sur la figure 8.12) donne les tailles après temps de vol :

$$R_z^0 = 62 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad R_x^0 = 109 \mu\text{m}, \quad (8.17)$$

à partir desquels on détermine les rayons initiaux dans le piège

$$R_z^0 = 26 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad R_x^0 = 2,8 \mu\text{m}. \quad (8.18)$$

On peut alors évaluer l'énergie de champ moyen du condensat en utilisant la relation liant le rayon de Thomas-Fermi à a_{mol} (voir la section 2.2.2) :

$$R_i^0 = \bar{\sigma} \frac{\bar{\omega}}{\omega_i} \left(\frac{15N_{\text{mol}} a_{\text{mol}}}{\bar{\sigma}} \right)^{1/5}. \quad (8.19)$$

On obtient ainsi la longueur de diffusion $a_{\text{mol}} = 170_{-60}^{+100}$ nm, la principale source d'erreur étant notre incertitude systématique sur le nombre d'atomes, connu à un facteur 2 près. À cette valeur du champ magnétique $B = 770$ G la longueur de diffusion atomique vaut $a = 306$ nm pour une résonance située à $B = 822$ G [202]. La valeur de a_{mol} mesurée est donc en bon accord avec la prédiction [63] $a_{\text{mol}} = 0,6 a$ qui donne $a_{\text{mol}} = 183$ nm.

Notons cependant que la validité du régime de Thomas-Fermi n'est pas certaine. Dans nos conditions expérimentales, on a $n_{\text{mol}} a_{\text{mol}}^3 = 0,3$ et la nature composite des bosons ne peut plus être ignorée car la taille des molécules a devient de l'ordre de la distance moyenne entre particules $n_{\text{mol}}^{1/3}$. Nous avons fait cette hypothèse, en l'absence de modèle plus précis.

8.5.3 Variation du taux de pertes à deux corps avec a

Nous avons mesuré le taux de pertes à deux corps (molécule-molécule), dues à la relaxation collisionnelle des molécules dans un condensat pur, à différentes valeurs de $a \geq 0$. Nous avons déjà mesuré ce taux en 8.4.2 dans un gaz de molécules thermiques. L'utilisation d'un condensat présente l'avantage de ne pas dépendre de la température, que nous ne connaissons pas précisément, et qui dans un cas général peut varier au fur et à mesure que le nuage de bosons perd des atomes.

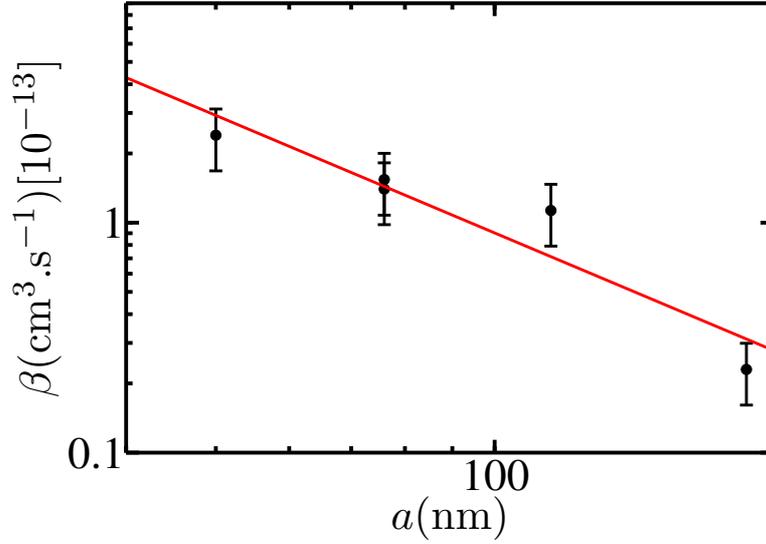


FIGURE 8.13 – Variation du taux de pertes β à deux corps avec la longueur de diffusion interatomique a . La décroissance du taux quand on se rapproche de la résonance est bien décrite par une loi de puissance $\beta \propto a^{-1,9 \pm 0,8}$

Dans un condensat, l'équation décrivant l'évolution du nombre de particules sous l'effet de pertes à deux corps et un corps s'écrit maintenant [207] :

$$\frac{dN_{\text{mol}}}{dt} = -\alpha N_{\text{mol}} - \frac{\beta}{2} \bar{n} N_{\text{mol}}. \quad (8.20)$$

La division par deux du coefficient β , identique à celui utilisé précédemment pour un gaz thermique, est un effet bien connu de la statistique de Bose-Einstein. Les taux des processus à N corps dans un condensat sont réduits par facteur $1/N!$ par rapport à ce qu'ils sont dans un gaz thermique de bosons indiscernables [208]. La densité moyenne d'un condensat dépend du nombre d'atomes et du rayon de Thomas-Fermi, c'est-à-dire de a . On obtient alors :

$$\frac{dN_{\text{mol}}}{dt} = -\alpha N_{\text{mol}} - \beta c_2 \quad \text{avec} \quad c_2 = (15^{2/5}/14\pi) \left(m\bar{\omega}/(\hbar\sqrt{a}) \right)^{6/5} N_{\text{mol}}^{7/5}. \quad (8.21)$$

Cette équation peut s'intégrer si l'on néglige l'effet des pertes à un corps. On obtient alors :

$$N_{\text{mol}}(t) = \frac{N_{\text{mol},0}}{(1 + At)^{5/2}} \quad \text{avec} \quad A = 2\beta c_2 N_{\text{mol},0}^{2/5}/5, \quad (8.22)$$

$N_{\text{mol},0}$ étant le nombre initial de molécules.

Nous mesurons ainsi les taux de pertes pour différentes valeurs de a positif. On vérifie que les valeurs obtenues sont compatibles avec celle obtenue dans le gaz thermique à 690 G en 8.4.2 : $2 \leq \beta \leq 8,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$.

On obtient la variation de β en fonction de a représentée sur la courbe 8.13. On y vérifie tout d'abord que, comme on l'avait observé dans un gaz thermique, le taux de pertes augmente quand on s'éloigne de la résonance. La courbe de la figure 8.13 représente l'ajustement par une loi de puissance. On obtient $\beta \propto a^{-1,9 \pm 0,8}$, en bon accord avec la prédiction théorique $\beta \propto a^{-2,55}$ [63], également vérifiée dans le potassium dans [204].

À l'aide de ce condensat moléculaire, nous avons ensuite exploré la région de la transition CBE \rightarrow BCS. Ces travaux seront présentés dans la thèse de Thomas Bourdel, en cours de rédaction.

Conclusion

Les travaux présentés dans cette thèse ont montré comment l'utilisation de résonances de Feshbach dans les gaz d'atomes dégénérés permet de modifier profondément les systèmes quantiques, jusqu'à en changer la nature. Dans l'expérience du soliton, la dispersion naturelle des ondes de matière, à laquelle obéit une particule libre, a pu être compensée pour produire une fonction d'onde localisée en l'absence de confinement. Les systèmes de fermions en interaction se sont révélés un sujet extrêmement riche, qui nous surprend un peu plus chaque jour. Au contraire des bosons, ils sont stabilisés par le principe de Pauli au voisinage de la résonance. Celui-ci empêche l'effondrement du gaz dans la région de longueur de diffusion négative et limite la relaxation des molécules de ${}^6\text{Li}_2$ produites dans la région de longueur de diffusion positive. On a ainsi pu, simplement en variant un champ magnétique, transformer un gaz fermionique en un système bosonique et observer la condensation de Bose-Einstein de ces molécules, analogue à celle d'atomes bosoniques.

Le condensat de molécules de fermions est un point de départ particulièrement utile pour l'exploration de toute la zone de transition. En effet l'entropie d'un gaz de fermions dégénérés et d'un CBE varient différemment avec la température. En variant adiabatiquement la longueur de diffusion de la limite CBE jusqu'à la limite BCS, les calculs [209] montrent qu'on peut facilement atteindre des températures de $T/T_F = 0,05$ proches de la température de transition BCS 3.26.

Les condensats de molécules formées de fermions constituent la limite dite *de couplage fort* du problème de la transition BEC-BCS [29]. Les gaz d'atomes froids apportent donc un nouvel outil pour l'étude de ce problème important de la physique à N corps. Déjà des observations importantes ont été faites durant la rédaction de cette thèse sur l'évolution d'un condensat de ${}^6\text{Li}_2$ quand on lui fait traverser la résonance pour passer dans la région $a \leq 0$ du régime BCS [172, 146]. Les profils bimodaux, caractéristiques du condensat dans la région $a \geq 0$ survivent également à droite de résonance [210, 202]. La nature des paires que ces signaux semblent indiquer reste pour l'heure incertaine [113, 211, 212, 213] et promet d'être un sujet d'études très riche.

Le régime de la transition $\text{BEC} \leftrightarrow \text{BCS}$ peut également être étudié par l'intermédiaire de sa réponse à des excitations mécaniques. La variation des modes de basse énergie avec a permet en effet de remonter à l'équation d'état du gaz [214]. Les fréquences d'oscillation collective du gaz sont connues dans les deux limites CBE et BCS et ont récemment été étudiées par plusieurs auteurs [215, 216] dans la zone de transition. Les équipes de R. Grimm [217] et J. E. Thomas [60] ont publié des mesures de ces fréquences. Certaines de leurs observations sont en accord avec les prédictions théoriques mais des différences demeurent qu'il sera très intéressant d'approfondir.

L'observation de la distribution d'impulsion des atomes, variant de celle des atomes dans une molécule pour $a \rightarrow 0^+$ à celle dans un superfluide BCS peu différente de celle d'une mer de Fermi sans interactions pour $a \rightarrow 0^-$ permet également de caractériser la zone de transition [218].

Nous ne nous sommes intéressés dans ce manuscrit qu'aux résonances de Feshbach en onde s . Il existe également des résonances en onde p dans ${}^6\text{Li}$, et entre ${}^7\text{Li}$ et ${}^6\text{Li}$ que notre équipe étudie actuellement [146]. Ces résonances pourraient permettre d'étudier des superfluides similaires à ${}^3\text{He}$ et aux supraconducteurs à haute température dont l'appariement s'effectue respectivement en onde p et en onde d .

Quatrième partie

Annexes

Sommaire

A	Modèle simple de résonance de Feshbach	161
A.1	Modèle	161
A.2	Longueur de diffusion	162
A.3	Énergie de l'état lié	163
B	Structures	165
B.1	Niveaux d'énergie du niveau fondamental $2s$	165
B.2	Niveaux d'énergie de l'état excité $2p$	166
C	Fermions dans un piège harmonique	169
C.1	Fermions sans interactions à température non nulle : développement de Sommerfeld	169
C.2	Fermions dans la limite unitaire à température nulle : lois d'échelle	171
D	Evolution d'une fonction d'onde dans un potentiel expulsant	173
D.1	Théorème d'Ehrenfest	173
D.2	Evolution de $\langle R^2 \rangle$	173

Annexe A

Modèle simple de résonance de Feshbach

Nous présentons dans cette annexe la dérivation de l'expression de la longueur de diffusion a de deux atomes au voisinage d'une résonance de Feshbach. Le modèle simple que nous utilisons permet de retrouver la divergence et le changement de signe de la longueur de diffusion à la résonance ainsi que l'existence d'un état lié et son énergie dans la région $a \geq 0$.

A.1 Modèle

Nous considérons un modèle à deux canaux. Le premier canal (1), le canal entrant, est l'état interne dans lequel se trouvent les atomes quand ils sont loin l'un de l'autre. Le deuxième canal (2) correspond à l'état interne des atomes pour lequel le potentiel d'interaction admet, en l'absence de couplage entre les canaux, un état lié dont l'énergie correspond au seuil du continuum dans le canal entrant à la résonance. On écrira donc la fonction d'onde du système sous la forme :

$$\langle \mathbf{r} | \Psi \rangle = \begin{pmatrix} \psi_1(r) \\ \psi_2(r) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

où $\psi_1(r)$ (resp. $\psi_2(r)$) est la fonction d'onde spatiale dans l'état 1 (resp. 2). r est la distance entre les deux atomes.

On néglige les interactions dans le canal entrant car elles ne contribuent à la longueur de diffusion totale que par une constante. La restriction de l'hamiltonien à l'état 1, H_1 est alors simplement l'énergie cinétique du mouvement relatif, c'est-à-dire l'énergie cinétique de la particule fictive de masse $\mu = 2m$:

$$H_1 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 \quad (\text{A.2})$$

Dans le canal 2, on ne va considérer que le seul état lié qui intervient dans la résonance. En notant $\phi(r)$ sa fonction d'onde, on peut écrire la restriction H_2 de l'hamiltonien à l'état 2 sous la forme :

$$H_2 = \hbar\Delta |\phi\rangle \langle \phi|, \quad (\text{A.3})$$

avec $\hbar\Delta$ la différence en énergie entre le seuil du continuum dans le canal 1 (d'énergie nulle) et l'état moléculaire de la résonance (voir la figure 1.3). Sous cette hypothèse, on peut alors écrire :

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1(r) \\ \lambda\phi(r) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Il reste alors à rajouter le terme de couplage $V(r)$ entre les deux canaux que l'on peut écrire sous la forme :

$$V = \hbar\Omega(r)(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|). \quad (\text{A.5})$$

En adoptant une écriture matricielle dont les éléments sont les composantes de la fonction d'onde sur les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$, l'hamiltonien total s'écrit :

$$H = H_0 + V \quad H_0 = \begin{pmatrix} -\hbar^2\nabla^2/(2\mu) & \hbar\Omega(r) \\ \hbar\Omega(r) & \hbar\Delta|\phi\rangle\langle\phi| \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Longueur de diffusion

Pour déterminer la longueur de diffusion, il nous faut parvenir à écrire A.1 sous la forme 1.4 ; nous devons pour cela calculer λ . L'état A.4 est formellement solution de l'équation implicite :

$$|\Psi\rangle = |\Psi_0\rangle + \frac{1}{E - E_0 + i\epsilon} V |\Psi\rangle, \quad (\text{A.7})$$

avec :

$$\langle \mathbf{r}, \Psi_0 | \Rightarrow \begin{pmatrix} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}/\sqrt{L^3} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

et L^3 le volume de normalisation des fonctions d'onde.

On a, selon une technique usuelle $1/(E - H_0 + i\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} G(E + i\epsilon)$, où $G(E)$ est l'opérateur résolvante défini par son action sur les vecteurs $|\alpha\rangle$ de la base propre de H_0 associés à la valeur propre E_α :

$$\frac{1}{E - H_0} |\alpha\rangle = \frac{1}{E - E_\alpha} |\alpha\rangle. \quad (\text{A.9})$$

Afin d'obtenir une relation ne faisant intervenir que la composante en ϕ de A.4, on itère la relation A.7 pour obtenir :

$$|\Psi\rangle = |\Psi_0\rangle + \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} V |\Psi_0\rangle + \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} V \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} V |\Psi\rangle. \quad (\text{A.10})$$

Le produit scalaire avec le vecteur $(0, \phi)$ donne alors la valeur de λ :

$$\lambda = \frac{1}{E - \hbar\Delta + i\epsilon} \int \phi(r) \hbar\Omega(r) \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{\sqrt{L^3}} d^3r + \frac{\lambda}{E - \hbar\Delta + i\epsilon} \langle \phi | \hbar\Omega \frac{1}{E + \hbar^2\nabla^2/(2\mu) + i\epsilon} \hbar\Omega | \phi \rangle. \quad (\text{A.11})$$

Pour retrouver la longueur de diffusion, il nous faut maintenant rechercher la solution d'énergie nulle ($E = 0$ et $k = 0$ dans Ψ_0). L'équation A.11 se simplifie alors en :

$$\lambda = \frac{1}{-\hbar\Delta} \int \phi(r) \hbar\Omega(r) \frac{1}{\sqrt{L^3}} d^3r + \frac{\lambda}{-\hbar\Delta} \langle \phi | \hbar\Omega \frac{1}{E + \hbar^2\nabla^2/(2\mu) + i\epsilon} \hbar\Omega | \phi \rangle. \quad (\text{A.12})$$

En posant maintenant $\sqrt{2}f(r) = \hbar\Omega(r)\phi(r)$ et $g(k)$ la transformée de Fourier de f : $g(k) = \int f(r)e^{-ikr}d^3r$, on peut calculer l'élément de matrice de A.12 en introduisant une relation de fermeture sur k :

$$\langle\phi|\hbar\Omega\frac{1}{E+\hbar^2\nabla^2/(2\mu)+i\epsilon}\hbar\Omega|\phi\rangle = \int\frac{L^3}{(2\pi)^3}d^3k'\frac{1}{-\hbar^2k'^2/(2\mu)+i\epsilon}\left|\int d^3r\sqrt{2}f(r)\frac{e^{-ik'r}}{\sqrt{L^3}}\right|^2 \quad (\text{A.13})$$

$$= -\frac{m}{\pi^2\hbar^2}\int_0^\infty dk g^2(k) = -\hbar\Delta_0, \quad (\text{A.14})$$

avec $\Delta_0 = m/(\pi^2\hbar^3)\int_0^\infty dk g^2(k)$. On a alors :

$$\sqrt{L^3}\lambda = \frac{\sqrt{2}g(0)}{\hbar(\Delta_0 - \Delta)}. \quad (\text{A.15})$$

Il reste alors à projeter $|\Psi\rangle$ sur le canal ouvert pour obtenir l'expression de ψ (pour $E \rightarrow 0$) :

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} - \frac{(2\mu)\sqrt{2}\lambda}{\hbar^2(2\pi)^3}\int d^3k'g(k')\frac{e^{-ik'r}}{k'^2} \quad (\text{A.16})$$

L'intégrale sur k' se calcule pour donner :

$$\int d^3k'g(k')\frac{e^{-ik'r}}{k'^2} = 2\pi\int_0^\infty dk'\int_0^\pi\sin\theta d\theta g(k')e^{-ik'r\cos\theta} = 4\pi\int_0^\infty\frac{\sin(k'r)g(k')}{k'r}. \quad (\text{A.17})$$

On obtient finalement pour ψ l'expression :

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} - \frac{(2\mu)\sqrt{2}\lambda}{2\hbar^2\pi^2r}\int_0^\infty\frac{\sin(k'r)g(k')}{k'}, \quad (\text{A.18})$$

dans laquelle l'intégrale tend, pour r grand, vers $\pi g(0)/2$.

On en déduit l'expression asymptotique de ψ :

$$\psi(r) \simeq \frac{1}{\sqrt{L^3}}\left(1 - \frac{a}{r}\right) \quad \text{avec} \quad a = -\frac{2\mu g(0)^2}{2\pi\hbar^3(\Delta - \Delta_0)}, \quad (\text{A.19})$$

de la forme 1.4.

L'expression A.19 est peu modifiée par la prise en compte des interactions dans le canal entrant. En désignant par a_{bg} la longueur de diffusion dans le seul canal entrant, elle se met sous la forme [74, 40] :

$$a = a_{\text{bg}}\left(1 - \frac{\Gamma}{\Delta - \Delta_0}\right). \quad (\text{A.20})$$

Le terme a_{bg} décrit l'effet des interactions dans le canal entrant loin de la résonance. L'autre terme conserve la structure dispersive obtenue dans notre modèle simple.

A.3 Énergie de l'état lié

Afin d'étudier la présence éventuelle d'un état lié, c'est-à-dire d'énergie inférieure au seuil du continuum dans le canal entrant, reprenons l'hamiltonien A.6 et cherchons ses états propres sous la forme :

$$|\Psi\rangle = \alpha\begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix} + \sum_{\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k}}\begin{pmatrix} \phi_{\mathbf{k}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.21})$$

avec $\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = 1/\sqrt{L^3} \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$, d'énergie $\epsilon_k = \hbar^2 k^2/(2\mu)$. Projetée sur les canaux ouvert et fermé, l'équation aux valeurs propres s'écrit, alors :

$$\forall \mathbf{k} \quad \alpha_{\mathbf{k}} E = \alpha_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k}} + \alpha \sqrt{\frac{2}{L^3}} g(k) \quad (\text{A.22})$$

$$\alpha E = \alpha \hbar \Delta + \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{2}{L^3}} g(k), \quad (\text{A.23})$$

d'où l'on sort l'équation implicite donnant E :

$$E = \hbar \Delta + \frac{2}{L^3} \sum_{\mathbf{k}} \frac{g(k)^2}{E - \epsilon_k}. \quad (\text{A.24})$$

Il est alors intéressant d'extraire Δ_0 défini en A.12 et de passer à la limite continue sur les k :

$$E = \hbar \Delta + \frac{1}{\pi^2} \int k^2 g(k)^2 \left(\frac{1}{E - \epsilon_k} + \frac{1}{\epsilon_k} - \frac{1}{\epsilon_k} \right) dk \quad (\text{A.25})$$

$$= \hbar (\Delta - \Delta_0) + \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} E \int \frac{g(k)^2}{E - \epsilon_k} dk. \quad (\text{A.26})$$

Dans le cas d'un état lié ($E < 0$), on a maintenant :

$$E \left(1 - \frac{m}{\pi^2 \hbar^2 E} \int \frac{g(k)^2}{1 + \epsilon_k/|E|} dk \right) = \hbar (\Delta - \Delta_0). \quad (\text{A.27})$$

On constate sur cette expression que $E \leq 0$ impose $\Delta - \Delta_0 \leq 0$.

La fonction $g(k)$ a une portée finie en k notée k_0 que l'on peut relier à Δ_0 par $\Delta_0 \propto \frac{m}{\pi^2 \hbar^3} g(0)^2 k_0$. Plaçons nous dans la suite dans la limite $|E| \ll \hbar^2 k_0^2/m$. On peut alors écrire :

$$E - \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} \sqrt{\frac{m|E|}{\hbar^2}} \int \frac{g\left(\frac{m|E|}{\hbar^2} \epsilon\right) d\epsilon}{1 + \epsilon^2} = \hbar (\Delta - \Delta_0) \quad (\text{A.28})$$

$$E - \frac{m^{3/2} \sqrt{|E|} g(0)^2}{2\pi \hbar^3} = \hbar (\Delta - \Delta_0) \quad (\text{A.29})$$

$$\sqrt{|E|} = -\frac{m^{3/2} g(0)^2}{4\pi \hbar^3} + \sqrt{\frac{m^3 g(0)^4}{16\pi^2 \hbar^6} + \hbar (\Delta - \Delta_0)} \quad (\text{A.30})$$

Cette expression se simplifie dans les cas extrêmes $\delta \ll 1$ et $\delta \gg 1$, avec $\delta = \hbar (\Delta - \Delta_0) / \frac{m^3 g(0)^4}{16\pi^2 \hbar^6}$.

On aura alors :

$$E = -\frac{\hbar^2}{ma^2} \quad \text{pour} \quad |\delta| \ll 1 \quad (\text{A.31})$$

$$E = \hbar (\Delta - \Delta_0) \quad \text{pour} \quad |\delta| \gg 1 \quad (\text{A.32})$$

$$(\text{A.33})$$

Dans une troisième limite $|E| \gg \hbar^2 k_0^2/m$, on peut supprimer le dénominateur dans l'équation A.26 pour obtenir :

$$E - \frac{m}{\pi^2 \hbar^2} \int g(k)^2 dk = \hbar (\Delta - \Delta_0) \quad (\text{A.34})$$

$$\text{soit} \quad E = \hbar \Delta, \quad (\text{A.35})$$

en utilisant l'équation A.13.

Annexe B

Structures

Nous présentons ici les calculs des niveaux d'énergie du lithium nécessaires pour l'expérience. Nous avons tout d'abord besoin de connaître ceux des niveaux fondamentaux (niveau $2s$) pour tout ce qui concerne les transferts hyperfins et Zeeman pour l'utilisation des résonances de Feshbach. Ensuite nous présenterons le calcul des états excités du niveau $2p$ nécessaires pour l'imagerie en champ élevé. Comme nous ne sommes pas intéressés dans la position absolue des niveaux d'énergie¹ mais uniquement dans leur variation en fonction du champ magnétique, nous omettrons dans les hamiltoniens utilisés par la suite les termes ne conduisant qu'à des déplacements globaux des niveaux d'énergie, en particulier les termes relativistes et de Darwin dans l'hamiltonien fin [67].

B.1 Niveaux d'énergie du niveau fondamental $2s$

Les résultats standards de physique atomique assurent qu'on peut écrire l'hamiltonien des degrés de liberté internes d'un alcalin dans son état fondamental ($2s$ pour le lithium) sous la forme :

$$H = \mathcal{A}_{\text{hf}} \vec{I} \cdot \vec{S} + \omega_0 (g_e S_z + g_n I_z), \quad (\text{B.1})$$

avec $\omega_0 = \mu_B B$, g_e et g_n les facteurs de Landé respectivement de l'électron et du noyau. On a $g_e = 2,002$ et pour ${}^6\text{Li}$ (resp. ${}^7\text{Li}$) $g_n = -0,448 \cdot 10^{-3}$ ($g_n = -1,774 \cdot 10^{-3}$). \vec{I} et \vec{S} sont respectivement les spins électroniques et nucléaires : $I = 1$ pour ${}^6\text{Li}$ et $I = 3/2$ pour ${}^7\text{Li}$. La base propre pour $B = 0$ est la base $|F, m_F\rangle$ avec $\vec{F} = \vec{I} + \vec{S}$. Le couplage entre états de $|F, m_F\rangle$ différents introduits par l'effet Zeeman pour $B \neq 0$ change cette base et introduit une dépendance des niveaux d'énergie en fonction de B . Pour un hamiltonien du type B.1 la solution analytique pour tout I est donnée par la formule de *Breit-Rabi* [219, 220] :

$$E(F, m_F) = -\frac{E_{\text{hf}}}{2(2I+1)} - g_n \omega_0 m_F \pm \frac{E_{\text{hf}}}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2\right)} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{avec } x = (g_e + g_n) \omega_0 / E_{\text{hf}} \quad \text{et } E_{\text{hf}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{hf}} (2I+1)}{2}. \quad (\text{B.3})$$

¹nous accordons les fréquences des lasers directement sur la transition atomique en champ magnétique nul

Le signe + (resp. -) est utilisé pour l'état hyperfin $F = I + S$ (resp. $F = I - S$). On a ici désigné par $E(F, m_F)$ l'état qui tend vers $|F, m_F\rangle$ pour $B \rightarrow 0$. Il faut noter que cette expression est inexacte pour l'état $|I + S, -(I + S)\rangle$. La racine $\sqrt{(1-x)^2}$ doit alors être remplacée par $(1-x)$ et non $|1-x|$.

En utilisant les valeurs des couplages hyperfins données par [221] ($E_{\text{hf}}/h = 228, 2052(1)$ MHz pour ${}^6\text{Li}$ et $E_{\text{hf}}/h = 803, 5040(1)$ MHz), on obtient alors la dépendance en champ magnétique des niveaux de ${}^6\text{Li}$ et ${}^7\text{Li}$, tracée sur la figure B.1.

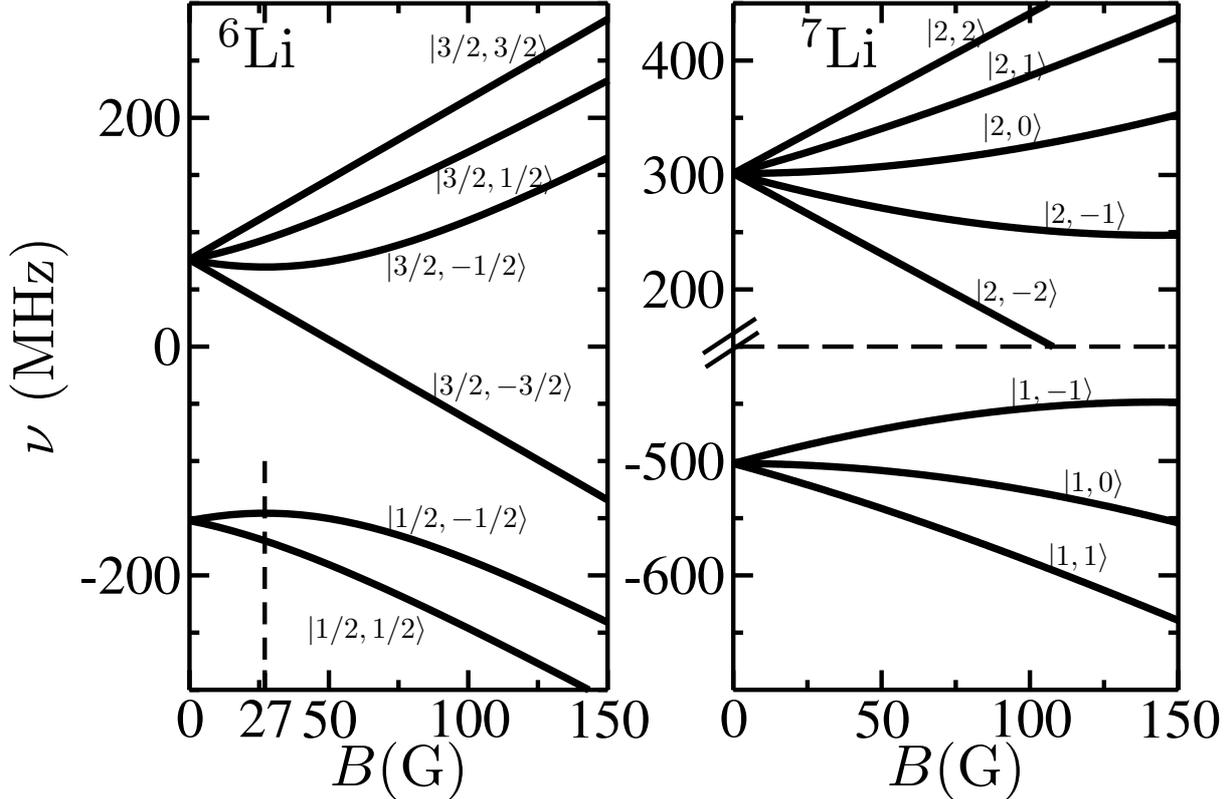


FIGURE B.1 – Structure des niveaux d'énergie du fondamental du Lithium.

B.2 Niveaux d'énergie de l'état excité $2p$

L'hamiltonien B.1 est maintenant compliqué par l'addition des termes relatifs au mouvement orbital de l'électron : on a maintenant $L = 1$. Néanmoins, on peut toujours l'écrire sous la forme [67] :

$$H = \mathcal{A}_f \vec{L} \cdot \vec{S} + \sum_J \mathcal{A}_{\text{hf}}^J \vec{I} \cdot \vec{J} - \omega_0 (g_e S_z + g_n I_z + L_z), \quad (\text{B.4})$$

où \mathcal{A}_f représente la partie relative aux moments cinétiques du couplage fin (spin-orbite) : $\mathcal{A}_f/h = 2/3 \cdot 10^4$ MHz et $\mathcal{A}_{\text{hf}}^J$ ($J = 1/2, 3/2$) représente le couplage hyperfin dans les états $2P^{3/2}$ et $2P^{1/2}$, tirés de [221] : $\mathcal{A}_{\text{hf}}^{3/2}/h = 17, 43(5)$ MHz et $\mathcal{A}_{\text{hf}}^{1/2}/f = -1, 555(8)$ MHz pour ${}^6\text{Li}$ (resp. $\mathcal{A}_{\text{hf}}^2/h = 46, 10(40)$ MHz et $\mathcal{A}_{\text{hf}}^1/f = -3, 055(14)$ MHz pour ${}^7\text{Li}$).

Pour $B = 0$, les états propres de l'hamiltonien B.4 sont les états $|J, m_J, F, m_F\rangle$ avec les moments cinétiques $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ et $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$. Au moyen de la matrice de changement de base de

$|J, m_J, F, m_F\rangle$ à $|I, m_I, S, m_S, L, m_L\rangle$ on peut alors exprimer $\omega_0(g_e S_z + g_n I_z + L_z)$ dans la base $|J, m_J, F, m_F\rangle$ dans laquelle $\mathcal{A}_f \vec{L} \cdot \vec{S} + \mathcal{A}_{\text{hf}} \vec{I} \cdot \vec{S}$ est diagonal. Il ne reste plus qu'à inverser cette matrice (24×24 pour ${}^7\text{Li}$ et 18×18 pour ${}^6\text{Li}$) pour obtenir les niveaux d'énergie pour tout B^2

Un exemple de ces calculs est donné dans la figure B.2 représentant les variations des niveaux d'énergie (données en MHz) de l'état excité $2p$ de ${}^6\text{Li}$ en fonction du champ magnétique exprimé en G. Les valeurs de fréquences ne sont que relatives. Elle présente également la fréquence des transitions $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle \rightarrow |F = 5/2, m_F = 1/2\rangle$ (resp. $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle \rightarrow |F = 5/2, m_F = 1/2\rangle$) de l'état fondamental $2s$ vers $2p^{3/2}$ que nous utiliserons pour l'imagerie en champ intense (voir chapitre 5). Le 0 correspond à une fréquence accordée sur notre transition de repompage en champ nul.

²Les formules analytiques (non reproduites ici) ont été obtenues en inversant les matrices à l'aide de Mathematica.

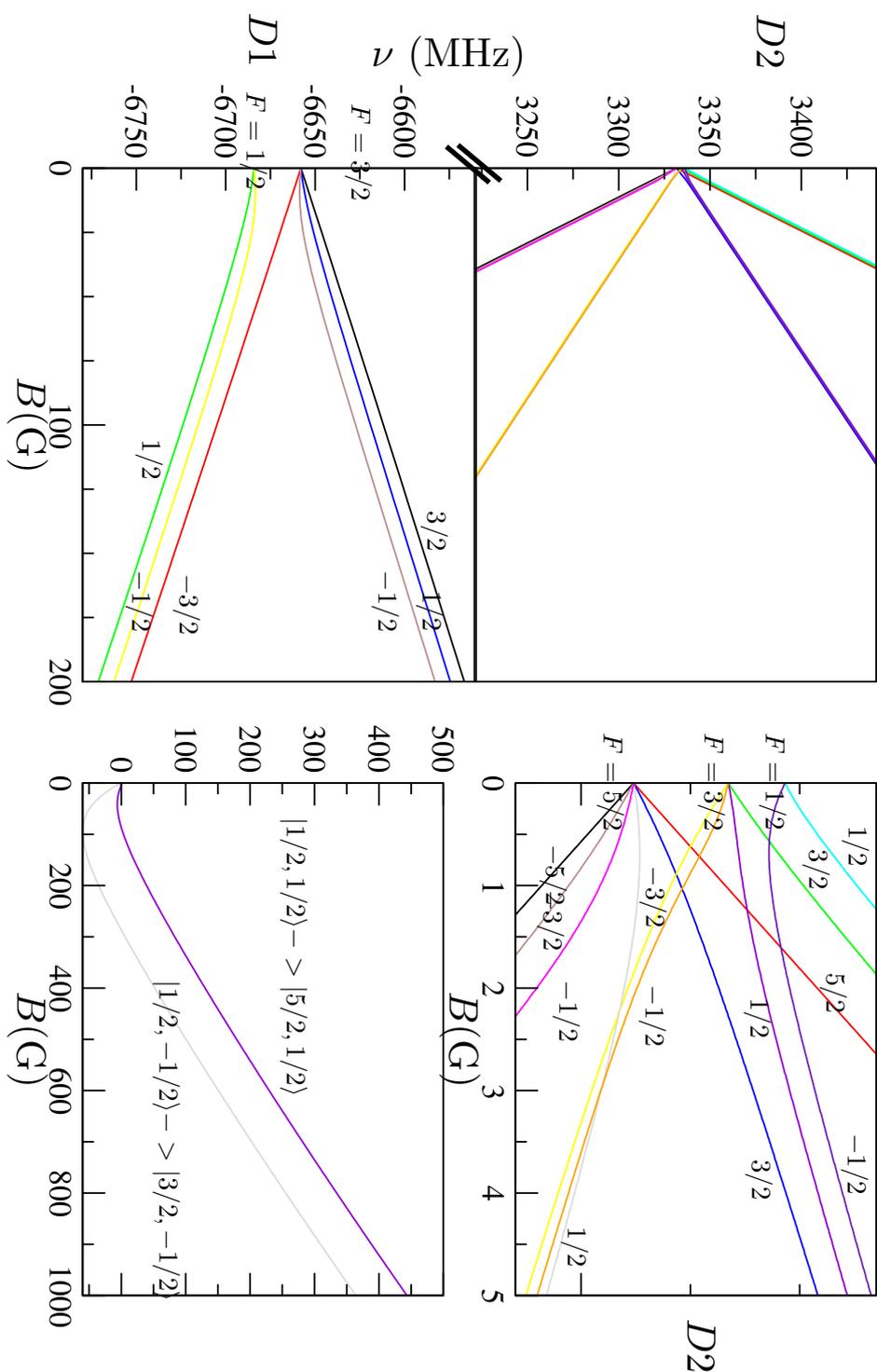


FIGURE B.2 – Structure des niveaux d'énergie de l'état excité $2p$ de ${}^6\text{Li}$. Fréquences relatives en fonction du champ magnétique exprimées en $\text{MHz}\cdot\text{G}^{-1}$. (a) niveau $2p^{3/2}$. (b) niveau $2p^{1/2}$. (c) agrandissement de la région $B = 0.5\text{G}$ du niveau $2p^{3/2}$. (d) Fréquences de transition $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle \rightarrow |F = 5/2, m_F = 1/2\rangle$ et $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle \rightarrow |F = 5/2, m_F = 1/2\rangle$ du fondamental $2s$ vers l'état excité $2p^{3/2}$. Le 0 correspond aux fréquences de transition de l'état $F = 1/2$ (transition de repompage).

Annexe C

Fermions dans un piège harmonique

Cette annexe présente les calculs des distributions de position et d'impulsion dans un gaz de fermions piégés. Le cas de fermions sans interaction à température non nulle est traité au moyen de l'approximation de Sommerfeld. Les distributions de fermions à température nulle en interaction forte sont également déterminées, dans la limite unitaire où la longueur de diffusion diverge. Nous montrons qu'on les obtient alors par une simple mise à l'échelle des distributions sans interaction à température nulle.

C.1 Fermions sans interactions à température non nulle : développement de Sommerfeld

Rappelons l'expression semi-classique de la densité dans l'espace des phases d'un gaz de fermions :

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{k}) - \mu)}} \quad \text{avec} \quad \epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = 1/2m \left(\sum_i \omega_i^2 r_i^2 + v^2 \right) \quad (\text{C.1})$$

Le potentiel chimique μ étant déterminé, à la limite thermodynamique par la normalisation du signal :

$$N = \int \rho(\mathbf{r}, \mathbf{k}) d\mathbf{r} d\mathbf{k} = \frac{1}{2\hbar^3 \omega_{\perp}^2 \omega_{\parallel}} \int_0^{\infty} \epsilon^2 \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} d\epsilon, \quad (\text{C.2})$$

moyennant quelques changements de variable. On sait de plus que la fonction $N^F(\epsilon, T, \mu) 1/(1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)})$ tend, quand $T \rightarrow 0$ vers $\Theta(E_F - \epsilon)$.

On peut alors obtenir une approximation de n'importe quelle fonction de la forme $g(T, \mu) = \int_0^{\infty} N^F(\epsilon, T, \mu) f(\epsilon)$ au voisinage de 0 au moyen d'un développement dit de *Sommerfeld*. On calcule de cette manière dans l'annexe C la distribution en position et en impulsion d'un gaz de Fermions sans interactions.

On décompose ainsi (voir par exemple [90, 89]) :

$$g(T, \mu) = g(0, \mu) + \delta g(T, \mu) = g(0, \mu) + k_B T \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^x} [f(\mu + x k_B) - f(\mu - x k_B T)] dx. \quad (\text{C.3})$$

Comme la fonction $1/(1+e^x)$ ne prend des valeurs sensiblement différentes de 0 que pour $|x| \ll 1$ seules les valeurs de l'énergie $\mu + xk_B T$ proches de μ interviendront. On peut alors développer f au voisinage de μ pour obtenir l'expression générale pour toute fonction g :

$$g(T, \mu) = g(0, \mu) + 2 \sum_k \left(\frac{(k_B T)^{2k+2}}{k!} f^{2k+1}(\mu) \int_0^\infty \frac{x^{2k+1}}{e^x + 1} \right), \quad (\text{C.4})$$

qui constitue un développement en puissances de $k_B T/\mu$ où n'interviennent que les puissances paires.

On applique tout d'abord ce résultat à l'équation C.2 pour obtenir l'expression de $\mu(T, N)$ au troisième ordre en $k_B T/\mu$:

$$\mu = k_B T_F \left[1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \right]. \quad (\text{C.5})$$

On peut alors réinjecter cette expression dans l'équation C.1 et l'intégrer autant de fois que nécessaire pour obtenir l'intégrale de la densité optique suivant une direction :

$$n(x_i) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{2}{m \prod_{j \neq i} \omega_j} \frac{(2m)^{3/2}}{\hbar^3} \int \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon' - \mu')}} \prod_j dp'_j \prod_{j \neq i} dx'_i \quad \text{avec} \quad \mu' = \mu - x_i'^2 \quad (\text{C.6})$$

où on a renormalisé les coordonnées par $x_i'^2 = 1/2m\omega_i^2 x_i^2$ et $p_i'^2 = p_i^2/(2m)$.

En effectuant le changement de variable $\prod_j dp'_j \prod_{j \neq i} dx'_i = 2!/4! 2^5 \pi^2 u^4 du^1$, puis $u^4 du = \epsilon^{3/2}/2d\epsilon$, on aboutit à :

$$n(x_i) = \frac{8 \cdot 2^{3/2} \sqrt{m}}{\pi \prod_{j \neq i} \omega_j \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\epsilon^{3/2}}{1 + e^{\epsilon - \mu'}} d\epsilon \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{n(x_i) \sigma_i \pi}{8N} = \int_0^\infty \frac{\epsilon^{3/2}}{1 + e^{\epsilon - \mu'}} d\epsilon, \quad (\text{C.8})$$

en introduisant la longueur caractéristique $\sigma_i = \sqrt{E_F/(1/2m\omega_i^2)}$.

Cette expression est de la forme C.3, on peut donc utiliser le développement de Sommerfeld, tant que $\beta(\mu - x_i'^2) \gg 1$. Cette condition rajoute à la condition habituelle du développement de Sommerfeld ($\beta\mu \gg 1$) de dégénérescence une condition sur la position : $1/2m\omega_i^2 x_i^2 \ll \mu$. En développant selon la formule C.4 avec $f(\epsilon) = \epsilon^{3/2}$, on obtient alors :

$$\frac{n(x_i) \sigma_i \pi}{8N} = \frac{2}{5} \left[\left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6} \alpha^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8} \alpha^2 \left(1 - \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^{1/2} \right], \quad (\text{C.9})$$

avec $\alpha = T/T_F$, cette expression n'étant valable que pour $\alpha \ll 1$ et $x_i^2/\sigma_i^2 \ll 1$. On peut remarquer que ce développement coïncide avec l'approximation de densité locale de Thomas-Fermi à $T = 0$ (en particulier, l'intégrale du membre de droite de l'équation C.9 sur $[x_i = 0.. \sigma_i]$ vaut bien $\pi/8 \sigma_i$).

¹en dérivant le volume de l'hypersphère de rayon R en dimension $2k+1$ $V_{2k+1} = k!/(2k+1)! 2^{2k+1} \pi^k R^{2k+1}$ pour obtenir l'hypersurface $k!/(2k)! 2^{2k+1} \pi^k R^{2k}$

La distribution en impulsion se calcule de la même manière et est donnée par la même fonction, l'hamiltonien étant quadratique en position et en impulsion. On obtient, avec k_i la composante du vecteur sur la direction i :

$$\frac{n(k_i)\sigma_{ki}\pi}{8N} = \frac{2}{5} \left[\left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{5/2} - \frac{5\pi^2}{6}\alpha^2 \left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{3/2} + \frac{5\pi^2}{8}\alpha^2 \left(1 - \frac{k_i^2}{\sigma_{ki}^2}\right)^{1/2} \right], \quad (\text{C.10})$$

avec maintenant $\sigma_{ki} = \sqrt{2mE_F/\hbar^2}$.

C.2 Fermions dans la limite unitaire à température nulle : lois d'échelle

Considérons maintenant le cas de fermions en interactions dans la limite unitaire, et à température nulle. Les grandeurs physiques observables doivent rester finies malgré la divergence de la longueur de diffusion. Dimensionnellement, l'énergie d'un gaz de fermions homogène ne peut alors plus dépendre que de leur densité n . On peut alors définir un paramètre β tel que l'énergie de Fermi d'un tel gaz homogène sera :

$$E_F = (1 + \beta) \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad \text{avec} \quad n = \frac{k_F^3}{6\pi^2} \quad (\text{C.11})$$

Le calcul de la densité dans l'approximation de densité locale peut-être effectué comme précédemment et conduits à de simples mises à l'échelle.

Calculons la densité et le potentiel chimique des fermions dans le piège réalisé par le potentiel harmonique $V(\mathbf{r}) = 1/2m\omega^2 r^2$ que l'on prendra sphérique pour simplifier. Dans l'approximation de densité locale, on a toujours :

$$\mu = (1 + \beta) \frac{\hbar^2 k_F(\mathbf{r})^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \quad (\text{C.12})$$

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{6\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left[\frac{\mu}{1 + \beta} - \frac{m}{2} \left(\frac{\omega}{\sqrt{1 + \beta}} \right)^2 r^2 \right]^{3/2}, \quad (\text{C.13})$$

avec bien sûr la condition de normalisation $\int n(\mathbf{r})d\mathbf{r} = N$. La connaissance du potentiel chimique μ_0 en l'absence d'interaction ($\beta = 0$) permet d'éviter le calcul de l'intégrale. En effet, on a :

$$\mu_0 = \hbar\omega(6N)^{1/3} \quad (\text{C.14})$$

$$\text{et donc} \quad \frac{\mu}{1 + \beta} = \hbar \frac{\omega}{\sqrt{1 + \beta}} (6N)^{1/3} \quad (\text{C.15})$$

$$\text{soit} \quad \mu = \sqrt{1 + \beta} \mu_0 \quad (\text{C.16})$$

On peut alors relier la densité $n(\mathbf{r})$ à la densité $n_0(\mathbf{r})$ en l'absence d'interactions par :

$$n(\mathbf{r}) = C \left[\frac{\mu}{1+\beta} - \frac{m}{2} \left(\frac{\omega \mathbf{r}}{\sqrt{1+\beta}} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (\text{C.17})$$

$$= C \left[\frac{\mu_0}{\sqrt{1+\beta}} - \frac{m}{2} \left(\frac{\omega \mathbf{r}}{\sqrt{1+\beta}} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (\text{C.18})$$

$$= \frac{C}{(1+\beta)^{3/4}} \left[\mu_0 - \frac{m\omega^2}{2} \left(\frac{\mathbf{r}}{(1+\beta)^{1/4}} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (\text{C.19})$$

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{(1+\beta)^{3/4}} n_0 \left(\frac{\mathbf{r}}{(1+\beta)^{1/4}} \right). \quad (\text{C.20})$$

On peut alors calculer la variation d'autres grandeurs du système comme par exemple l'énergie moyenne de libération par atome :

$$E_{\text{lib}} = \int n(\mathbf{r}) \frac{3}{5} (1+\beta) E_{\text{F}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{C.21})$$

$$= C' \int n^{5/3}(\mathbf{r}) (1+\beta) d\mathbf{r} \quad (\text{C.22})$$

$$= \frac{C'}{(1+\beta)^{1/4}} \int n_o \left(\frac{\mathbf{r}}{(1+\beta)^{1/4}} \right) d\mathbf{r} \quad (\text{C.23})$$

$$= C' \sqrt{1+\beta} \int n_o(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{C.24})$$

$$E_{\text{lib}} = \sqrt{1+\beta} E_{\text{lib}0} \quad (\text{C.25})$$

Annexe D

Evolution d'une fonction d'onde dans un potentiel expulsant

Nous établissons ici simplement l'évolution de la largeur quadratique moyenne d'une fonction d'onde sous l'action d'un potentiel harmonique, confinant ou expulsant. Le cas expulsant est pertinent pour notre expérience d'expansion d'un soliton et le cas confinant, facilement obtenu par d'autres méthodes, est obtenu gratuitement.

D.1 Théorème d'Ehrenfest

Le théorème d'Ehrenfest [72] montre que l'évolution de la valeur moyenne d'un observable $\langle X \rangle$ est régie par l'équation :

$$\frac{d\langle X \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [X, H] \rangle, \quad (\text{D.1})$$

pour un hamiltonien H indépendant du temps. Nous allons l'appliquer ici au cas de l'hamiltonien traditionnel à 1 corps de bosons sans interactions soumis à un potentiel harmonique :

$$H = \frac{P^2}{2m} + 1/2m\omega^2 R^2, \quad (\text{D.2})$$

ω^2 pouvant être ici positif (potentiel confinant), négatif (potentiel expulsant) ou nul, on retrouvera alors l'étalement du paquet d'ondes.

On a de plus les relations standard de commutation entre les observables de position R et de quantité de mouvement P :

$$[R, P] = i\hbar. \quad (\text{D.3})$$

D.2 Evolution de $\langle R^2 \rangle$

Nous nous intéressons à l'évolution de la valeur quadratique moyenne de l'impulsion : $\langle R^2 \rangle$. On a, d'après D.1 :

$$\frac{d\langle R^2 \rangle}{dt} = \frac{1}{2mi\hbar} \langle [R^2, P^2] \rangle = \frac{1}{m} \langle PR + RP \rangle \quad (\text{D.4})$$

$$= \frac{2}{m} \langle PR \rangle + \frac{i\hbar}{m}, \quad (\text{D.5})$$

en utilisant D.3. Par ailleurs, on a :

$$\frac{d\langle PR \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [PR, H] \rangle \quad (\text{D.6})$$

$$= \left\langle \frac{P^2}{m} - m\omega^2 R^2 \right\rangle, \quad (\text{D.7})$$

par des calculs similaires aux précédents. On obtient alors :

$$\frac{d^2\langle R^2 \rangle}{dt^2} = -2\omega^2 \langle R^2 \rangle + \frac{2P^2}{m^2}. \quad (\text{D.8})$$

Comme par ailleurs :

$$\frac{d^2\langle P^2 \rangle}{dt^2} = \frac{m\omega^2}{2i\hbar} \langle [P^2, R^2] \rangle = -m^2\omega^2 \frac{d^2\langle R^2 \rangle}{dt^2}, \quad (\text{D.9})$$

on dérive une fois de plus pour obtenir finalement :

$$\frac{d^3\langle R^2 \rangle}{dt^3} = -4\omega^2 \langle R^2 \rangle. \quad (\text{D.10})$$

On retrouve des résultats bien connus pour un gaz dans l'état fondamental d'un piège harmonique de pulsation ω_0 avec $\omega_0^2 > 0$ à l'instant $t = 0$ où la fréquence est brutalement changée à ω dans les cas $\omega^2 \geq 0$ et $\omega = 0$:

$\omega^2 > 0$ $\langle R^2 \rangle$ va osciller à la pulsation 2ω d'après D.10.

$\omega^2 = 0$ L'état initial étant état propre d'un oscillateur harmonique $\frac{d\langle R^2 \rangle}{dt}(t = 0) = 0$ car pour un tel état $\langle PR \rangle = -i\hbar/2$ D.8. Comme de plus $\frac{d^3\langle R^2 \rangle}{dt^3} = 0$ d'après D.10, on obtient après calculs $\langle R^2 \rangle(t) = \hbar/(m\omega_0)(1 + \omega_0^2 t^2)$: l'expansion classique d'un paquet d'ondes gaussien.

Dans le cas qui nous intéresse de $\omega^2 < 0$, posons $\Omega^2 = -\omega^2 \geq 0$. La solution de D.10 est alors de la forme :

$$\langle R^2 \rangle(t) = A \cosh 2\Omega t + B \sinh 2\Omega t + C. \quad (\text{D.11})$$

Comme l'état initial était état propre d'un oscillateur harmonique, même si sa pulsation était différente de Ω , on a toujours ici aussi, d'après D.6 :

$$\frac{d\langle R^2 \rangle}{dt}(t = 0) = 0 \quad \text{car} \quad \langle PR \rangle(t = 0) = -\frac{i\hbar}{2}, \quad (\text{D.12})$$

$$\text{soit} \quad B = 0. \quad (\text{D.13})$$

Les autres conditions initiales sont, d'après D.8 :

$$\frac{d^2\langle R^2 \rangle}{dt^2}(t = 0) = 4\Omega^2 A = \frac{\hbar\omega_0}{m} \left(1 + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} \right) \quad (\text{D.14})$$

$$\text{et} \quad \langle R^2 \rangle(t = 0) = A + C = \frac{\hbar}{2m\omega_0} \quad (\text{D.15})$$

$$\text{soit} \quad A = \frac{\hbar}{4m\omega_0} \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\Omega^2} \right) \quad \text{et} \quad C = \frac{\hbar}{4m\omega_0} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega^2} \right) \quad (\text{D.16})$$

On a donc finalement :

$$\sqrt{\langle R^2 \rangle}(t) = \sqrt{\frac{\hbar}{4m\omega_0}} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} \right) + \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\Omega^2} \right) \cosh 2\Omega t}. \quad (\text{D.17})$$

Cinquième partie

Publications

Sommaire

E	Formation of a matter-wave bright soliton	179
F	Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi Gas	185
G	Production of Long-Lived Ultracold Li_2 Molecules from a Fermi Gas	191
H	Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in ${}^6\text{Li}$	197

Annexe E

Formation of a matter-wave bright soliton

Réf. [44]. Publié dans *Science* **296**, 1290 (2002).

REPORTS

tunnel framed by universally conserved basic amino acids (Fig. 6B). Because open complex formation occurs without breaking covalent bonds in the DNA, the RNAP claws must open at some point during the process of open complex formation to allow the template strand to slip into its channel. Subsequent closure of the claws would then establish the tunnel. This requirement for prior states (intermediates) during the steps of open complex formation with different conformations of the enzyme, combined with the good match between footprinting data and the complete open complex model, leads us to suggest that the complex represented in this holoenzyme/fork-junction structure closely resembles the final RP_o .

The RF structure, and the models derived from it, raise key questions that are central to understanding transcription initiation. How is RP_o generated from RP_c (Fig. 5A)? How do transcription activators interact with the complex to enhance the rate of transcription initiation? The structures and models presented here provide a basis for designing more decisive experiments probing these questions and more.

References and Notes

1. K. S. Murakami, S. Masuda, S. A. Darst, *Science* **296**, 1280 (2002).
2. P. L. deHaseth, M. L. Zupancic, M. T. J. Record, *J. Bacteriol.* **180**, 3019 (1998).
3. Y. Guo, J. D. Gralla, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **95**, 11655 (1998).
4. T. Gaal *et al.*, *Mol. Microbiol.* **42**, 939 (2001).
5. S. Keilty, M. Rosenberg, *J. Biol. Chem.* **262**, 6389 (1987).
6. L. Tsujikawa, O. Tsodikov, P. de Haseth, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **99**, 3493 (2002).
7. E. A. Campbell *et al.*, *Cell* **104**, 901 (2001).
8. G. Zhang *et al.*, *Cell* **98**, 811 (1999).
9. E. A. Campbell *et al.*, *Mol. Cell* **9**, 527 (2002).
10. In the crystal, two DNA fork junctions pack against each other at their blunt, upstream ends (Fig. 1A), forming a pseudo-continuous double-helix related by a crystallographic twofold symmetry axis perpendicular to the DNA helical axis. Thus, the double-stranded upstream ends of the symmetry-related fork junctions were placed with an end-to-end spacing of 3.4 Å (corresponding to base-pair stacking in double-stranded B-form DNA), with the symmetry axis in the middle.
11. M. L. Craig, W.-C. Suh, M. T. J. Record, *Biochemistry* **34**, 15624 (1995).
12. J. Mecsas, D. W. Cowing, C. A. Gross, *J. Mol. Biol.* **220**, 585 (1991).
13. W. Metzger, P. Schickor, H. Heumann, *EMBO J.* **8**, 2745 (1989).
14. P. Schickor, W. Metzger, W. Wladyslaw, H. Lederer, H. Heumann, *EMBO J.* **9**, 2215 (1990).
15. K. A. Barne, J. A. Bown, S. J. W. Busby, S. D. Minchin, *EMBO J.* **16**, 4034 (1997).
16. C. A. Gross *et al.*, *Cold Spring Harbor Symp. Quant. Biol.* **63**, 141 (1998).
17. S. A. Darst *et al.*, in *Nucleic Acids & Molecular Biology*, F. Ekstein, D. M. J. Lilley, Eds. (Springer, London, 1997), vol. 11, pp. 27–40.
18. B. A. Young *et al.*, *Cell* **105**, 935 (2001).
19. X. Huang, F. J. Lopez de Saro, J. D. Helmann, *Nucleic Acids Res.* **25**, 2603 (1997).
20. M. Tomsic *et al.*, *J. Biol. Chem.* **276**, 31891 (2001).
21. O. N. Ozoline, M. A. Tsyganov, *Nucleic Acids Res.* **23**, 4533 (1995).
22. M. Buckle, I. K. Pemberton, M.-A. Jacquet, H. Buc, *J. Mol. Biol.* **285**, 955 (1999).
23. D. W. Cowing, J. Mecsas, M. T. J. Record, C. A. Gross, *J. Mol. Biol.* **210**, 521 (1989).
24. R. T. Kovacic, *J. Biol. Chem.* **262**, 13654 (1987).
25. R. L. Gourse, W. Ross, T. Gaal, *Mol. Microbiol.* **37**, 687 (2000).
26. Y. H. Jeon *et al.*, *Science* **270**, 1495 (1995).
27. Y. H. Jeon, T. Yamazaki, T. Otomo, A. Ishihama, Y. Kyogoku, *J. Mol. Biol.* **267**, 953 (1997).
28. R. H. Ebright, S. Busby, *Curr. Opin. Genet. Devel.* **5**, 197 (1995).
29. W. Ross, A. Ernst, R. L. Gourse, *Genes Dev.* **15**, 491 (2001).
30. E. Nudler, E. Aetissova, V. Markovtsov, A. Goldfarb, *Science* **273**, 211 (1996).
31. S. A. Weston, A. Lahm, D. Suck, *J. Mol. Biol.* **226**, 1237 (1992).
32. T. M. Gruber, D. A. Bryant, *J. Bacteriol.* **179**, 1734 (1997).
33. M. Lonetto, M. Gribskov, C. A. Gross, *J. Bacteriol.* **174**, 3843 (1992).
34. Y. Harada *et al.*, *Nature* **409**, 113- (2001).
35. T. A. Jones, J.-Y. Zou, S. Cowan, M. Kjeldgaard, *Acta Crystallogr. A* **47**, 110 (1991).
36. A. Nicholls, K. A. Sharp, B. Honig, *Proteins Struct. Funct. Genet.* **11**, 281 (1991).
37. M. Carson, *J. Appl. Crystallogr.* **24**, 958 (1991).
38. R. Lavery, H. Sklenar, *J. Biomol. Struct. Dyn.* **6**, 63 (1988).
39. Z. Otwinowski, in *Proceedings of the CCP4 Study Weekend*, W. Wolf, P. R. Evans, A. G. W. Leslie, Eds. (SERC Daresbury Laboratory, Warrington, UK, 1991) pp. 80–86.
40. N. Casan-Pastor, P. Gomez-Romero, G. B. Jameson, L. C. W. Baker, *J. Am. Chem. Soc.* **113**, 5685 (1991).
41. We thank M. Pope for the gift of the W_{12} cluster, G. Schneider for the gift of Ta_2Br_{14} , and T. Gaal and R. Gourse for providing the full con promoter sequence before publication; D. Thiel and the staff at the Cornell High Energy Synchrotron Source and M. Becker and L. Berman at NSLS X25 for support during data collection; K. Kinoshita and R. Landick for important discussion; and D. Jeruzalmi, S. Nair, and H. Yamaguchi for invaluable advice. Figure 1B was made using the program O (35). Figures 2, 4, 5, and 6 were made using the program GRASP (36). Figure 3 was made using the program RIBBONS (37). Supported by a Norman and Rosita Winston Postdoctoral Fellowship and a Human Frontiers Sciences Program Postdoctoral Fellowship (K.S.M.); National Research Service Award number NIH GM20470 (E.A.C.); and, in part, by NIH grants GM53759 and GM61898 (S.A.D.)

Supporting Online Material
www.sciencemag.org/cgi/content/full/296/5571/1285/DC1
 Material and Methods
 References and notes
 fig. S1
 table S1

7 January 2002; accepted 21 March 2002

REPORTS

Formation of a Matter-Wave Bright Soliton

L. Khaykovich,¹ F. Schreck,¹ G. Ferrari,^{1,2} T. Bourdel,¹
 J. Cubizolles,¹ L. D. Carr,¹ Y. Castin,¹ C. Salomon^{1*}

We report the production of matter-wave solitons in an ultracold lithium-7 gas. The effective interaction between atoms in a Bose-Einstein condensate is tuned with a Feshbach resonance from repulsive to attractive before release in a one-dimensional optical waveguide. Propagation of the soliton without dispersion over a macroscopic distance of 1.1 millimeter is observed. A simple theoretical model explains the stability region of the soliton. These matter-wave solitons open possibilities for future applications in coherent atom optics, atom interferometry, and atom transport.

Solitons are localized waves that travel over long distances with neither attenuation nor change of shape, as their dispersion is compensated by nonlinear effects. Soliton research has been conducted in fields as diverse as particle physics, molecular biology, geology, oceanography, astrophysics, and nonlin-

ear optics. Perhaps the most prominent application of solitons is in high-rate telecommunications with optical fibers (1).

We use a Bose-Einstein condensate (BEC) of a dilute atomic gas of lithium atoms as a macroscopic matter-wave to form a soliton. Nonlinearity is provided by binary atomic in-

teractions leading to the mean-field potential $U(\vec{r}) = gn(\vec{r}) = 4\pi\hbar^2 an(\vec{r})/m$, where a is the scattering length, $n(\vec{r})$ the spatial density, and m the atomic mass. For $a < 0$ the effective interaction is attractive, and a trapped BEC is only stable for a number of atoms less than a critical number above which collapse occurs (2–4). When the BEC is confined in only two directions, matter-waves have dispersion in the free direction owing to their kinetic energy, $E_{\text{kin}} \propto k^2$, where k is the atomic wave vector. The balance between this dispersion and the attractive mean-field energy can lead to the formation of bright solitons as shown theoretically (5–7). Until now, only dark solitons have been observed in BECs with repulsive interactions ($a > 0$)

¹Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France. ²European Laboratory for Non-Linear Spectroscopy—Istituto Nazionale per la Fisica della Materia, Largo E. Fermi 2, Firenze 50125, Italy.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: salomon@lkb.ens.fr

REPORTS

(8, 9). These solitons are characterized by a notch in the BEC density profile with a phase step across the soliton center. They propagate within the BEC with a velocity less than the speed of sound, but so far are found to decay before reaching the edge of the condensate.

We report the formation of a matter-wave bright soliton, a freely propagating self-bound atomic gas. The soliton is produced from a ${}^7\text{Li}$ BEC in the internal atomic state $|F = 1, m_F = 1\rangle$. In this state a Feshbach resonance allows us to continuously tune the scattering length from a positive to negative value by means of an applied magnetic field (10, 11), a requirement for the production of a bright soliton.

In our experimental setup (12–14), 4×10^8 ${}^7\text{Li}$ atoms are loaded from a magneto-optical trap into a strongly confining Ioffe-Pritchard (IP) magnetic trap. Atoms are in the $|F = 2, m_F = 2\rangle$ state for which the scattering length is $a = -1.4$ nm. Evaporative cooling lowers the temperature from 2 mK to 10 μK , after which $\sim 6 \times 10^5$ atoms remain. Atoms are then transferred into a far detuned optical dipole trap at the intersection of two Nd:YAG (yttrium-aluminum-garnet) Gaussian laser beams (Fig. 1) with common waists of 38(3) μm (15). The 9.5 W laser power is split between the two beams by means of two acousto-optic modulators.

The transfer from the magnetic trap to the optical trap is done in two steps. First, the power of the YAG beams is ramped over 200 ms to a value such that the radial oscillation frequency of the atoms is 1.8 kHz in the vertical beam and 3.3 kHz in the horizontal beam, which matches that of the IP trap. Second, the magnetic trap is slowly turned off over 200 ms,

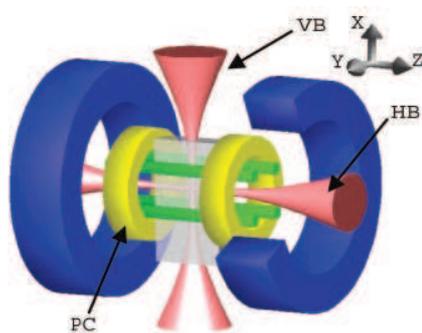


Fig. 1. Experimental setup for soliton production. ${}^7\text{Li}$ atoms are evaporatively cooled in a Ioffe-Pritchard magnetic trap and transferred into a crossed optical dipole trap in state $|F = 1, m_F = 1\rangle$ where they Bose condense. Magnetic tuning of the scattering length to positive, zero, and negative values is performed with the two pinch coils (PC). Switching-off the vertical trapping beam (VB) allows propagation of a soliton in the horizontal 1D waveguide (HB). Absorption images of solitons and BECs are recorded on a charge-coupled device camera in the x, z plane.

keeping only a 5-G bias field. The transfer efficiency is nearly 100%. Then, transfer from the state $|F = 2, m_F = 2\rangle$ to the state $|F = 1, m_F = 1\rangle$ is performed by rapid adiabatic passage with a microwave-frequency sweep scanning 1 MHz in 10 ms at ~ 820 MHz. The transfer efficiency is better than 95%. Among all ${}^7\text{Li}$ hyperfine states that can be trapped in the dipole trap, $|F = 1, m_F = 1\rangle$ is particularly useful as it is the lowest energy state in which two-body losses, which are relatively strong in the state $|F = 2, m_F = 2\rangle$ (13), are completely suppressed. Furthermore, this state is predicted to have a Feshbach resonance near 725 G (11), allowing magnetic tuning of the scattering length (Fig. 2). An adjustable magnetic field is produced by the pinch coils of our IP trap. Their inductance is small so that their current can be changed on a time scale shorter than ~ 200 μs . As in previous work on ${}^{23}\text{Na}$ and ${}^{85}\text{Rb}$ (16, 17), we locate the ${}^7\text{Li}$ Feshbach resonance through observation of a dramatic loss of trapped atoms that we experimentally identify as being due to three-body recombination. The resonance position is found at 720(15) G, in good agreement with theory (725 G) (11).

We then produce a ${}^7\text{Li}$ BEC in the crossed dipole trap by forced evaporation achieved by lowering the depth of the optical trapping potential (18). Between $B = 0$ and $B = 590$ G, the scattering length is small ($|a| \leq 0.4$ nm), hindering efficient evaporative cooling (Fig. 2). Therefore, we operate at a magnetic field of 665 G in the wing of the Feshbach resonance where $a \cong +2.1$ nm and where three-body losses remain moderate. The horizontal (vertical) optical power is lowered from 5.5 W (1.5 W) to 1.15 W (0.9 W) in 100 ms, and then to 0.27 W (0.19 W) in 150 ms. A condensate with $N \sim 2 \times 10^4$ atoms, about half of the total number of atoms, is obtained in a nearly isotropic trap where atoms have oscillation frequencies of 710, 1000, and 710 Hz along $x, y,$ and z axes. We then tune the scattering length to zero to reduce three-body losses.

To transform the BEC into a bright soliton, the trapping geometry is adiabatically deformed

to a cylindrical geometry obtained by keeping only the horizontal trapping beam. To ensure adiabatic deformation of the condensate, the vertical beam power is ramped down to 3 mW in 200 ms, which reduces the axial oscillation frequency of the atoms to $\omega_z \cong 2\pi \times 50$ Hz while the radial oscillation frequency remains $\omega_\perp = 2\pi \times 710$ Hz. The effective interaction is then tuned through changes in the magnetic field in 50 ms. Finally, switching off the vertical beam with a mechanical shutter releases the BEC into the horizontal one-dimensional (1D) waveguide. In the axial direction, the coils that are used to provide the offset field produce a slightly expulsive harmonic potential for the state $|F = 1, m_F = 1\rangle$, which overcomes the dipole trap. The resulting axial force on the atoms is conveniently written as $-m\omega_z^2 z$, where the frequency ω_z is now imaginary. Typically, $\omega_z = 2i\pi \times 78$ Hz for $B = 520$ G. After an adjustable evolution time in the horizontal guide, the bias magnetic field is turned off, and 400 μs later an absorption image is recorded (Fig. 3; see supplemental movie on Science Online at www.sciencemag.org/cgi/content/full/296/5571/1290/DC1) where the formation of the soliton is seen.

We compare the evolution of an ideal gas (Fig. 3A), $a \cong 0$ for $B = 520$ G, with a gas with attractive interactions (Fig. 3B), $a = -0.21$ nm for $B = 425$ G. In both cases the cloud drifts toward the left because of a small offset, $\cong 50$ μm , between the maximum of the expulsive potential and the initial position of the atoms. The width of the expanding cloud in the horizontal waveguide is considerably broader in the noninteracting case, while for all times of observation the soliton width remains equal to the resolution limit of our imaging system, 9(1) μm axially (19). The cloud contains $6(2) \times 10^3$ atoms and propagates over a distance of 1.1 mm without any detectable dispersion, a clear signature of a bright soliton (20). No decay of the soliton is observed in the 10 ms it remains in the detection region. A substantial fraction of

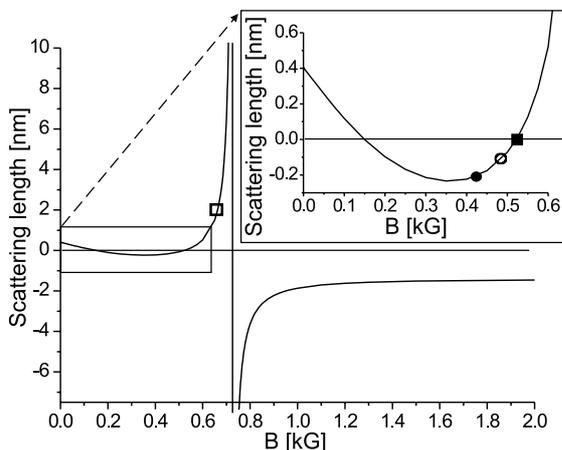


Fig. 2. Predicted magnetic field dependence of the scattering length a for ${}^7\text{Li}$ in state $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (11). (Inset) Expanded view of the 0 to 0.6 kG interval with the various values of a used to study soliton formation. (□) Initial BEC; (■) ideal BEC gas; (○) attractive gas; (●) soliton.

REPORTS

atoms, $\approx 2/3$, remains in a noncondensed pedestal around the soliton, clearly visible for intermediate propagation times in the guide.

We then made measurements of the wave-packet size versus propagation time for three values of the scattering length: $a \approx 0$, $a \approx -0.11$ nm, and $a \approx -0.21$ nm (Fig. 4). For $a \approx 0$ (Fig. 4A), the interaction between atoms is negligible, and the size of the cloud is governed by the expansion of the initial condensate distribution under the influence of the negative curvature of the axial potential. The measured size is in excellent agreement with the predicted size of a noninteracting gas subjected to an expulsive harmonic potential: Taking the curvature as a fit parameter (solid line in Fig. 4A), we find $\omega_z = 2i\pi \times 78(3)$ Hz, which agrees with the expected value of the curvature produced by the pinch coils (14). For $a = -0.11$ nm and $B = 487$ G, the size of the wave packet is consistently below that of a noninteracting gas (Fig. 4B, solid line). Attractive interactions reduce the size of the atomic cloud but are not strong enough to stabilize the soliton against the expulsive potential. When a is further decreased to -0.21 nm, the measured size of the wave packet no longer changes as a function of guiding time, indicating propagation without dispersion even in the presence of the expulsive potential (Fig. 4C).

Fig. 3. Absorption images at variable delays after switching off the vertical trapping beam. Propagation of an ideal BEC gas (A) and of a soliton (B) in the horizontal 1D waveguide in the presence of an expulsive potential. Propagation without dispersion over 1.1 mm is a clear signature of a soliton. Corresponding axial profiles are integrated over the vertical direction.

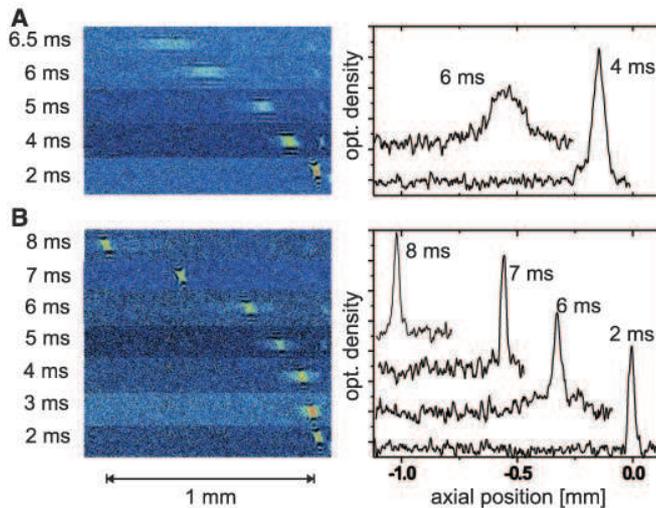
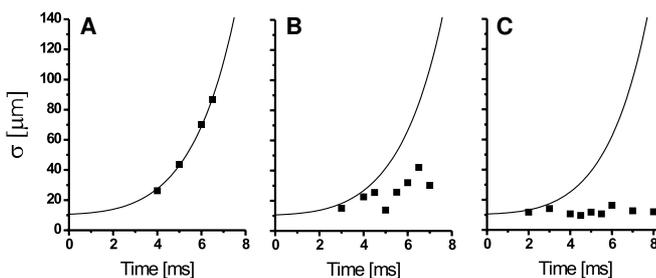


Fig. 4. Measured root mean square size of the atomic wave packet Gaussian fit as a function of propagation time in the waveguide. (A) $a = 0$, ideal gas case; (B) $a = -0.11$ nm; (C) $a = -0.21$ nm; solid lines: calculated expansion of a noninteracting gas in the expulsive potential.



To theoretically analyze the stability of the soliton, we introduce the 3D Gross-Pitaevskii energy functional

$$E_{\text{GP}} = \int d^3r \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi(\vec{r})|^2 + \frac{Ng}{2} |\Psi(\vec{r})|^4 + \frac{1}{2} m [\omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2] |\Psi(\vec{r})|^2 \quad (1)$$

where the condensate wave function Ψ is normalized to 1. In Eq. 1 the first term is the kinetic energy responsible for dispersion; the second term is the interaction energy, which in the present case of attractive effective interactions ($g < 0$) causes the wave function to sharpen; and the third term is the external potential energy. We introduce the following two-parameter variational ansatz to estimate minimal-energy states of E_{GP} :

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\perp}^2 l_z}} \frac{1}{\cosh(z/l_z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_{\perp}^2}\right) \quad (2)$$

where σ_{\perp} and l_z are the radial and axial widths of the wave function. The functional form of the well-known 1D soliton has been chosen for the longitudinal direction (5), while in the transverse direction a Gaussian ansatz is the optimal one for harmonic con-

finement. For each l_z we minimize the mean energy over σ_{\perp} ; the resulting function of l_z is plotted (Fig. 5) for various values of the parameter Na/a_{\perp}^{ho} where $a_{\perp}^{\text{ho}} = (\hbar/m\omega_{\perp})^{1/2}$. For very small axial sizes, the interaction energy becomes on the order of $-\hbar\omega_{\perp}$ and the gas loses its quasi-1D nature and collapses (3, 4). For very large axial sizes, the expulsive potential energy dominates and pulls the wave function apart. For intermediate sizes, attractive interactions balance both the dispersion and the effect of the expulsive potential; the energy presents a local minimum (solid line in Fig. 5). This minimum supports a macroscopic quantum bound state. However, it exists only within a narrow window of the parameter Na/a_{\perp}^{ho} . In our experiments $\omega_{\perp} = 2\pi \times 710$ Hz and $\omega_z = 2i\pi \times 70$ Hz for $B = 420$ G, so that $a_{\perp}^{\text{ho}} = 1.4$ μm ; for $N|a|$ larger than $(N|a|)_c = 1.105$ μm , a collapse occurs (dashed curve in Fig. 5), while for $N|a|$ smaller than $(N|a|)_e = 0.88$ μm the expulsive potential causes the gas to explode axially (dotted curve in Fig. 5).

For our experimental conditions and $a = -0.21$ nm, the number of atoms that allows the soliton to be formed is $4.2 \times 10^3 \leq N \leq 5.2 \times 10^3$, in good agreement with our measured number $6(2) \times 10^3$. The expected axial size of the soliton is $l_z \approx 1.7$ μm , which is below the current resolution limit of our imaging system. To verify the presence of a critical value of $N|a|_c$ needed to stabilize the soliton, we have performed the measurements with the same a but with a reduced number of atoms, $N = 2 \times 10^3$. At 8 ms guiding time the axial size of the wave packet increased to 30 μm , indicating that no soliton was formed.

One may speculate as to the formation dynamics of the soliton in the elongated trap before its release in the optical waveguide. Because the atom number in the initial BEC, $2 \times$

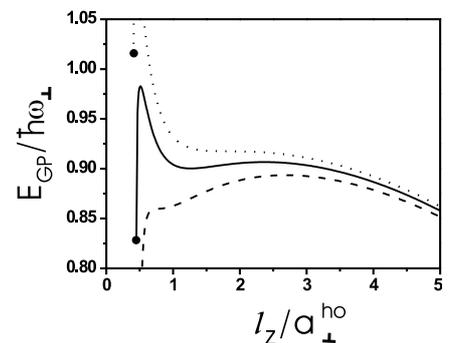


Fig. 5. Theoretical energy diagram of an attractive Bose gas subjected to an expulsive potential for $\omega_z/\omega_{\perp} = i \times 70/710$. The energy as a function of the axial size after minimization over the transverse size is shown for three values of $N|a|$: within the stability window (solid curve), at the critical point for explosion $(N|a|)_e$ (dotted curve), and at the critical point for collapse $(N|a|)_c$ (dashed curve). End points of the curves indicate collapse, i.e., $\sigma_{\perp} = 0$.

REPORTS

10^4 , is about three times as large as the measured atom number in the soliton, it is likely that during the 50 ms phase where a is changed from 0 to negative values, one or several collapses occur until the critical number for a stable BEC is reached. Indeed, the collapse time constant is predicted to be much less than 50 ms for our experimental conditions (21). During the transfer into the 1D waveguide, the BEC is transformed into a soliton and the noncondensed cloud is clearly observed at guiding times up to 6 ms as a broader background distribution. Nonadiabatic projection of the BEC from the confining onto the expulsive potential is expected to play a negligible role here, according to numerical simulations (22). At longer times, the noncondensed atoms spread apart and become undetectable. Thus, during the propagation phase the soliton decouples itself from the noncondensed fraction, resulting in a nearly pure soliton.

Finally, removal of the expulsive axial potential will allow us to extend the stability domain toward lower values of $N|a|$ and

longer observation times. The soliton size could then be measured in situ, as well as its lifetime. The study of coherence properties of solitons and of binary collisions between solitons is an immediate extension of the present work.

References and Notes

1. See, for example, the recent special issue: *Chaos* **10**, 471 (2000).
2. P. A. Ruprecht, M. J. Holland, K. Burnett, M. Edwards, *Phys. Rev. A* **51**, 4704 (1995).
3. C. C. Bradley, C. A. Sackett, R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
4. J. L. Roberts *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4211 (2001).
5. V. E. Zakharov, A. B. Shabat, *Sov. Phys. JETP* **34**, 62 (1972).
6. V. M. Pérez-García, H. Michinel, H. Herrero, *Phys. Rev. A* **57**, 3837 (1998).
7. L. D. Carr, M. A. Leung, W. P. Reinhardt, *J. Phys. B* **33**, 3983 (2000).
8. S. Burger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5198 (1999).
9. J. Denschlag *et al.*, *Science* **287**, 97 (2000).
10. E. Tiesinga, B. J. Verhaar, H. T. S. Stoof, *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1993).
11. V. Venturi, C. Williams, personal communication.
12. M.-O. Mewes, G. Ferrari, F. Schreck, A. Sinatra, C. Salomon, *Phys. Rev. A* **61**, 011403R (2000).
13. F. Schreck *et al.*, *Phys. Rev. A* **64**, 011402R (2001).

14. F. Schreck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
15. See, for instance, R. Grimm, M. Weidemüller, Y. B. Ovchinnikov, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
16. S. Inoué *et al.*, *Nature* **392**, 151 (1998).
17. J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 728 (2000).
18. M. D. Barrett, J. A. Sauer, M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
19. In the vertical direction, a residual astigmatism of the imaging system gives a resolution limit of 16 μm .
20. Over this distance, the change in magnetic field due to the curvature is 0.1 G, and therefore the change in the scattering length is negligible (Fig. 2).
21. Y. Kagan, A. E. Muryshev, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 933 (1998).
22. L. D. Carr, Y. Castin, in preparation.
23. We are grateful to K. Corwin, M. Olshani, G. Shlyapnikov, C. Williams, V. Venturi, and B. Esry for important contributions to this work and to J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji for useful discussions. Supported by the DAAD (F.S.), the European Union network CT 2000-00165 CAUAC (G.F.), and the NSF MPS-DRF 0104447 (L.D.C.). This work was supported by CNRS, Collège de France and Région Ile de France. Laboratoire Kastler Brossel is Unité de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associated with CNRS.

19 February 2002; accepted 5 April 2002

Electrochemistry and Electrogenerated Chemiluminescence from Silicon Nanocrystal Quantum Dots

Zhifeng Ding,¹ Bernadette M. Quinn,¹ Santosh K. Haram,¹ Lindsay E. Pell,² Brian A. Korgel,^{2*} Allen J. Bard^{1*}

Reversible electrochemical injection of discrete numbers of electrons into sterically stabilized silicon nanocrystals (NCs) (~2 to 4 nanometers in diameter) was observed by differential pulse voltammetry (DPV) in *N,N'*-dimethylformamide and acetonitrile. The electrochemical gap between the onset of electron injection and hole injection—related to the highest occupied and lowest unoccupied molecular orbitals—grew with decreasing nanocrystal size, and the DPV peak potentials above the onset for electron injection roughly correspond to expected Coulomb blockade or quantized double-layer charging energies. Electron transfer reactions between positively and negatively charged nanocrystals (or between charged nanocrystals and molecular redox-active coreactants) occurred that led to electron and hole annihilation, producing visible light. The electrogenerated chemiluminescence spectra exhibited a peak maximum at 640 nanometers, a significant red shift from the photoluminescence maximum (420 nanometers) of the same silicon NC solution. These results demonstrate that the chemical stability of silicon NCs could enable their use as redox-active macromolecular species with the combined optical and charging properties of semiconductor quantum dots.

In a bulk semiconductor, electrons and holes move freely throughout the crystal. However, in a nanocrystal, confinement of the electrons and holes leads to a variety of optical and electronic consequences, including size-dependent molecular-like optical properties, greater electron/hole overlap for enhanced photoluminescence (PL) efficiencies, and discrete single-electron/hole charging. Because of their

enormous surface area-to-volume ratios, nanocrystals (NCs) are highly susceptible to heterogeneous redox chemistry with the surrounding environment. Depending on the semiconductor and the surface chemistry, this chemical reactivity can lead to either fatal chemical degradation or new useful properties, such as reversible photocatalytic and electrochromic properties and redox reactivity.

Semiconductor NCs have been prepared with narrow size distributions, controlled surface chemistry, and internal bulk crystal structure (1, 2), and adsorbed capping ligands are often used to control size and prevent irreversible aggregation. Although the electrochemical properties of monolayer-protected metallic NCs have been well documented (3, 4), reports concerning the electrochemical properties of semiconductor NCs remain scarce (5–9). Difficulties include the limited potential window available in aqueous solutions, the limited solubility of many NCs in nonaqueous solvents, and the need for highly pure, isolated, monodisperse dots. Compound semiconductor NCs, such as CdS, are also chemically unstable upon electron transfer. For example, CdS NCs are irreversibly oxidized and reduced when electron transfer occurs at an electrode (9). Elemental semiconductor NCs, such as Si and Ge, should be more stable. Here we show that monolayer-protected Si NCs are chemically stable upon electron and hole injection; furthermore, electron/hole annihilation through electron transfer reactions between NCs, or NCs with redox-active coreactants, leads to visible light production [electrogenerated chemiluminescence (ECL)].

We recently developed a new synthetic strategy to produce Si NCs terminated with a

¹Department of Chemistry and Biochemistry, ²Department of Chemical Engineering, Center for Nano- and Molecular Science and Technology, Texas Materials Institute, The University of Texas at Austin, Austin, TX 78712, USA.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: ajbard@mail.utexas.edu (A.J.B.); korgel@mail.che.utexas.edu (B.A.K.).

Annexe F

Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi Gas

Réf. [169]. Publié dans *Phys. Rev. Lett.* **91**, 020402 (2003).

Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi Gas

T. Bourdel,¹ J. Cubizolles,¹ L. Khaykovich,¹ K. M. F. Magalhães,^{1,*} S. J. J. M. F. Kokkelmans,¹
G. V. Shlyapnikov,^{1,2,3} and C. Salomon¹

¹Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris 05, France

²FOM Institute AMOLF, Kruislaan 407, 1098 SJ Amsterdam, The Netherlands

³Russian Research Center Kurchatov Institute, Kurchatov Square, 123182 Moscow, Russia

(Received 5 March 2003; published 11 July 2003)

We investigate the strongly interacting regime in an optically trapped ${}^6\text{Li}$ Fermi mixture near a Feshbach resonance. The resonance is found at 800(40) G in good agreement with theory. Anisotropic expansion of the gas is interpreted by collisional hydrodynamics. We observe an unexpected and large shift (80 G) between the resonance peak and both the maximum of atom loss and the change of sign of the interaction energy.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.020402

PACS numbers: 03.75.Ss, 05.20.Dd, 05.30.Fk, 32.80.Pj

The achievement of Bose-Einstein condensation (BEC) in dilute atomic gases [1] has naturally triggered research on cooling of Fermi gases to quantum degeneracy. Several groups have now reached Fermi degeneracy in ${}^{40}\text{K}$ and ${}^6\text{Li}$ with temperatures down to about 0.1 to 0.2 of the Fermi temperature T_F [2–7]. One of the major goals of this research is to observe the transition to a superfluid phase [8], the analogue of the superconducting phase transition in metals [9]. Very low temperatures and strong attractive interactions in a two-component Fermi gas are favorable conditions to reach this superfluid state. The interactions in atomic gases at low temperature are usually described by a single parameter, the s -wave scattering length a . This quantity can be tuned near a Feshbach resonance where the sign and magnitude of a can be adjusted by means of an external magnetic field B [10,11]. Therefore, when entering the regime of strong interactions, dilute Fermi gases offer unique opportunities to test new theoretical approaches. For instance, near resonance, the critical temperature for superfluidity has been predicted to be as high as 0.25–0.5 T_F [12], a temperature range experimentally accessible.

Both ${}^{40}\text{K}$ and ${}^6\text{Li}$ possess Feshbach resonances at convenient magnetic fields [13,14]. In Fig. 1 is plotted the theoretical scattering length for the mixture of the two lowest spin states of ${}^6\text{Li}$, $|F, m_F\rangle = |1/2, 1/2\rangle$, $|1/2, -1/2\rangle$, calculated from updated potentials consistent with the recently measured zero crossing of a at $B \simeq 530$ G [15,16]. Beside the broad resonance near 855 G on which we concentrate in this work, there is a very sharp resonance at 545 G, and increased atom losses have been measured peaking around 545 and 680 G [5]. Recently, strong interactions in this Fermi mixture have been demonstrated at a fixed magnetic field of 930 G through anisotropic expansion of the gas [7]. In this Letter we study the atomic interactions through the entire range of the Feshbach resonance, from 600 G up to 1.3 kG. We measure three physical quantities (i) the interaction energy with positive and negative values, (ii) the anisotropy

of the atomic cloud during the expansion, and (iii) the atom loss. We find the resonance at 800(40) G, where the trapped gas is most strongly interacting, with a ratio between the interaction energy and the kinetic energy reaching -0.3 . Surprisingly, we observe a large shift (~ 80 G) between this position, and both the location of maximum loss in the gas and the change of sign of the interaction energy. Our results are in partial agreement with the physical picture of a Feshbach resonance in the region of strong interactions but also reveal unexpected effects. Finally, they point toward the best experimental conditions to search for the superfluid transition in ${}^6\text{Li}$.

Our experimental approach to measure the interaction energy of a two-component Fermi gas is based on the analysis of time of flight (TOF) images of atoms released from an anisotropic trap. The energy of the trapped gas, prepared at any value of the B field, is the sum of potential, kinetic, and interaction energies, $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{int}}$. Switching off abruptly the trapping potential ($E_{\text{pot}} \rightarrow 0$), the gas is released and expands for a variable time before an absorption image is recorded. At long expansion time, the spatial distribution of the cloud reflects the velocity distribution. This procedure is done routinely for BEC studies [1] and has been recently investigated theoretically for Fermi gases in [17]. The novelty of our approach

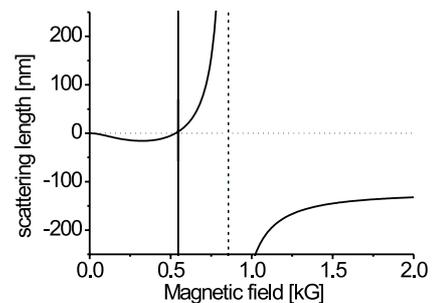


FIG. 1. Predicted scattering length versus magnetic field in ${}^6\text{Li}$ $|F, m_F\rangle = |1/2, 1/2\rangle, |1/2, -1/2\rangle$ mixture.

is in what follows. Because of the low inductance of the coils used to produce the magnetic field B , this field can be switched off rapidly ($\leq 20 \mu\text{s}$) at any desired time during the expansion of the atomic cloud. For $B = 0$ the atoms have negligible interactions since $a \approx 0$ (Fig. 1). As a consequence, the expansion of the gas can be recorded without atomic interactions during the time of flight period ($B = 0$), or with interactions during the TOF period ($B \neq 0$). Since expansions with $B = 0$ are ballistic, they reflect the kinetic energy of the initially trapped gas, E_{kin} . On the other hand, for TOF with $B \neq 0$, the interaction energy is converted into kinetic energy during the early stage of the expansion ($\approx 150 \mu\text{s}$). TOF images at long time reflect the released energy, $E_{\text{rel}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{int}}$ [18]. Comparisons between TOF images with $B = 0$ and $B \neq 0$ allow us to simply deduce the ratio $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}}$. We operate at temperatures between $0.5 T_F$ and T_F , where Fermi degeneracy does not play an important role. Even in this nearly classical regime, the gas is found to be strongly interacting. The observed expansions with $B \neq 0$ are anisotropic because of collisional hydrodynamics, as predicted in [19,20], and observed in [7,21,22].

In our experiment, a gas of 3×10^5 ^6Li atoms is prepared in state $|1/2, 1/2\rangle$ in a Nd:YAG crossed beam optical dipole trap at a temperature of $10 \mu\text{K}$ [4,23]. The horizontal beam (respectively, vertical) propagates along x (y), has a maximum power of 2.5 W (2.5 W), and a waist of $\sim 25 \mu\text{m}$ ($\sim 30 \mu\text{m}$). Using a radio frequency field, we drive the Zeeman transition between $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ to prepare a balanced mixture of the two states at any chosen value of B between 2 G and 1.3 kG . Using a Stern-Gerlach method we check that the populations in both states are equal to within 10% .

We observe that atom losses occur with very different rates below and above resonance. Near 720 G the lifetime of the gas is on the order of 10 ms , whereas near 900 G , the lifetime is in excess of 10 s . The latter is surprisingly large in comparison with similar situations for bosons near a Feshbach resonance [24]. Therefore, we performed two sets of experiments—one with the spin mixture prepared above resonance (1060 G) and the other below resonance (5 G). In the first set, evaporative cooling is performed by lowering the power of the vertical beam. It produces $2N = 7 \times 10^4$ atoms at $T \approx 0.6 T_F$ with $k_B T_F = \hbar \bar{\omega} (6N)^{1/3}$ and $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$. The trap is nearly cigar shaped with frequencies $\omega_x/2\pi = 1.1 \text{ kHz}$, $\omega_y/2\pi = 3.0 \text{ kHz}$, and $\omega_z/2\pi = 3.2 \text{ kHz}$. The magnetic field is adiabatically ramped in 50 ms to a final value where TOF expansion images are taken. The effect of strong interactions is illustrated in Fig. 2, where both typical images and a plot of the expanded cloud Gaussian sizes r_x and r_y are displayed. In Fig. 2(a), expansions with $B = 0$ reveal the initial momentum distribution of the cloud which is isotropic as expected. We deduce the total kinetic energy E_{kin} of the trapped gas mixture from Gaussian fits to this distribution. For our moderate quantum degener-

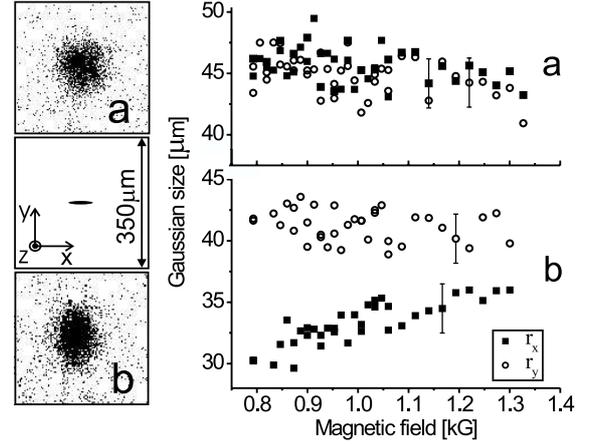


FIG. 2. Left: Geometry of the trapped atomic cloud (center) and expansion images without magnetic field (a) ($B = 0$), and with magnetic field (b) ($B \neq 0$). Right: Corresponding Gaussian sizes of the expanded clouds along x (squares) and y (open circles) versus magnetic field. (a) Time of flight images after $650 \mu\text{s}$ expansion with $B = 0$. (b) Images after $400 \mu\text{s}$ expansion with $B \neq 0$ and $250 \mu\text{s}$ with $B = 0$. Images shown on the left are for $B = 900 \text{ G}$.

acy, the temperature can be estimated from $k_B T = 2E_{\text{kin}}/3$. We find $T \approx 3.5 \mu\text{K} \approx 0.6 T_F$, constant for fields between 0.8 and 1.3 kG .

In Fig. 2(b), expansions with $B \neq 0$ are anisotropic. Little expansion is seen along the weak axis of the trap. The ellipticity of the cloud is inverted because of hydrodynamic behavior during the expansion [7]. Collisions then redistribute the gas energy in the direction of maximum density gradient. The anisotropy r_y/r_x ranges from 1.1 at large B field to 1.4 near 0.8 kG , whereas the hydrodynamic scaling equations [19] predict an anisotropy of 1.53 in the fully hydrodynamic regime. The usual criterion for hydrodynamicity is found from the ratio R of the mean free path $\lambda_0 = (n_0 \sigma)^{-1}$, where n_0 is the peak density, over the radial size r_{rad} of the cloud. For a classical gas neglecting mean-field interactions we find

$$R = \frac{\lambda_0}{r_{\text{rad}}} = \frac{(2\pi)^{3/2}}{N\sigma} \left(\frac{k_B T}{m\bar{\omega}^2} \right) \frac{\omega_{\text{rad}}}{\bar{\omega}}.$$

$R \ll 1$ ($R \gg 1$) corresponds to the hydrodynamic (collisionless) regime. With the predicted value of $a = -185 \text{ nm}$ at 1060 kG , and $\sigma = 4\pi a^2$, $R = 0.03$. Therefore, in the early stages of the expansion, the gas is hydrodynamic as in [7,21,22]. Furthermore, with these large values of a and our typical temperatures, the scattering cross section is energy dependent. At $B = 1060 \text{ G}$, $|ka| = 0.95$, where $k = \sqrt{mk_B T/2\hbar^2}$ is the typical relative momentum of two colliding atoms. σ becomes unitarity limited, $\sigma = 4\pi a^2/(1 + k^2 a^2) \approx 4\pi/k^2$ for $|ka| \gg 1$ [25]. Consequently, as the magnetic field is decreased below 1.3 kG , the gas gradually enters deeper in the unitarity regime.

This effect has an important consequence on the gas behavior during hydrodynamic expansion: since the relative momentum k of the colliding atoms decreases as $k \propto n^{1/3}$ (where n is the density) [26], σ increases. For a cigar-shaped cloud the expansion is mostly 2D, and R decreases as $n^{1/6}$. The gas becomes more hydrodynamic as the expansion proceeds until this model breaks down when relative momenta k become too small to remain in the unitarity limit [27]. Then R increases as $n^{-1/2}$. Consequently, the larger $|a|$, the longer the expansion remains hydrodynamic and the stronger the anisotropy is. When the B field is decreased in Fig. 2, the anisotropy increase indicates that the scattering length becomes more and more negative. Therefore, this puts an upper bound of ≈ 800 G for the position of the Feshbach s -wave resonance.

In the second set of experiments, we focused on the lower magnetic field values between 550 and 820 G, the region where losses have been observed. The mixture is prepared at low magnetic field, and the field is ramped up to 320 G, where the scattering length versus B has a local minimum of $a = -8$ nm. Evaporative cooling is performed there, leading to $T = 2.4$ μ K and $\omega_x/2\pi = 0.78$ kHz, $\omega_y/\pi = 2.1$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 2.25$ kHz. Finally, the B field is ramped to 555 G in 50 ms where $a \approx 0$, and then in 10 ms to different values between 600 and 850 G where TOF expansions are recorded. The Gaussian widths and number of detected atoms versus B are plotted in Fig. 3. Comparing with the data of Fig. 2, we observe several new features. First, the number of detected atoms has a pronounced minimum near 725 G, a position compatible with previously published results [5]. These losses are associated with a strong heating of the cloud [Fig. 3(a)].

Second, in Fig. 3(b) for $B \leq 675$ G, the expansion is isotropic, consistent with a collisionless regime. Here a is predicted to be $0 \leq a \leq 55$ nm. Since $ka \leq 0.35$, the scattering cross section is independent of energy and the gas is not hydrodynamic ($R \geq 1$). Above 700 G, a pronounced asymmetry in TOF images appears abruptly. The gas enters the hydrodynamic regime (and unitarity limit) with the same inversion of ellipticity as in Fig. 2, a signature of strong interactions. The maximum anisotropy, which we measure at $B = 800(40)$ G, locates the peak of the Feshbach resonance, in agreement with the predicted position of 855(30) G. A unique feature of the resonance is the very large shift (≈ 80 G) between the resonance peak and the maximum of loss and heating. This can be qualitatively explained by the creation for $a \geq 0$ of weakly bound molecules by three-body recombination. According to [28], in this process the binding energy of the molecule \hbar^2/ma^2 for large a is dissipated into kinetic energy of the atom + molecule system. For large a , the binding energy is small and the heating associated with three-body recombination is negligible, and the molecules remain optically trapped. For small or

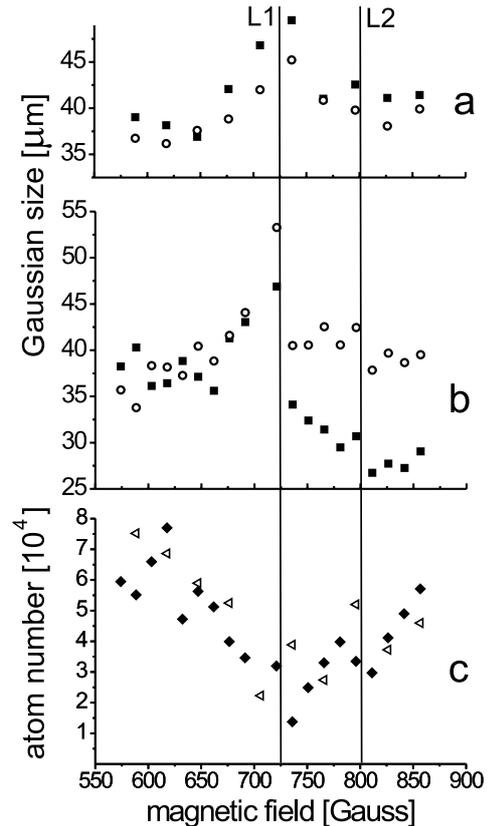


FIG. 3. (a),(b) Gaussian sizes along x and y versus magnetic field. The detection conditions and symbols are the same as in Fig. 2. (a) Expansion with $B = 0$, (b) expansion with $B \neq 0$, (c) number of detected atoms versus magnetic field. Open triangles and black diamonds correspond to graphs (a) and (b), respectively. Line L1 corresponds to the maximum of loss, and L2 to the resonance position.

intermediate values of a , the collision products are highly energetic, resulting in strong heating and loss. At the maximum of loss (720 G), $a = 102$ nm and $\hbar^2/k_B ma^2 = 7$ μ K is on the order of the trap depth in the weakest direction x .

As explained above, the interaction energy can be calculated directly from the difference of release energies, obtained from the Gaussian sizes of Figs. 2 and 3. In Fig. 4 is plotted $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}}$ versus magnetic field. As B is increased above 550 G, E_{int} first goes up, due to increasing a , in accordance with mean-field theory. Near 720 G, E_{int} changes sign abruptly. The ratio $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}}$ then exhibits a plateau near -0.12 up to 850 G. Note that for the data at low field (Fig. 3) the number of atoms and temperature changes with B . For the data at higher fields in Fig. 4, we find $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}} = -0.3$ at resonance, a value comparable to the $T = 0$ calculation of [29]. The interaction energy becomes less and less negative above 800 G. The discrepancy between the two sets of data in the overlap region can be due to different temperature, confinement, and atom number. The solid/dashed curve in Fig. 4 shows

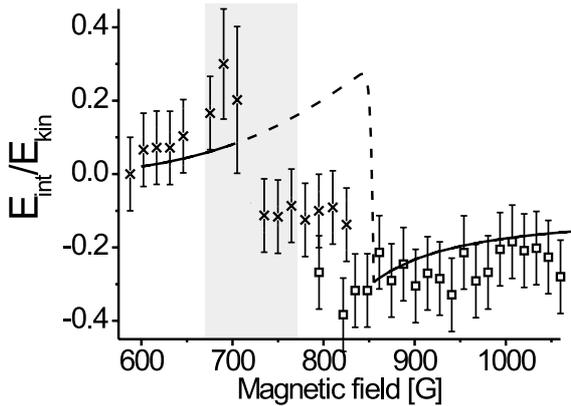


FIG. 4. Ratio of the interaction to kinetic energy versus magnetic field. Open squares: samples prepared above resonance as in Fig. 2. Crosses: average of three sets of data, recorded in conditions of Fig. 3. Solid/dashed curve: mean field calculation for 7×10^4 atoms and kinetic energy $E_{\text{kin}}/k_B = 5.25 \mu\text{K}$. The gray area indicates the region of losses.

the result of a mean-field calculation based on a full energy dependent phase shift for the atom-atom scattering. The interaction and kinetic energies are obtained from a self-consistent distribution function that contains the interparticle interaction and trapping potential. These calculations agree with experiment for $B \geq 850$ G where $a < 0$ and weakly bound molecular states do not exist, and for $B \leq 720$ G ($a > 0$) where such molecules escape from the trap after being formed. For $720 < B < 850$ G ($a > 0$) this approach also gives $E_{\text{int}} > 0$ (dashed curve in Fig. 4). The observed negative ratio $E_{\text{int}}/E_{\text{kin}}$ in this region is obtained including the presence of weakly bound molecules in the gas, in analogy with a negative value of the second virial coefficient for a Boltzmann gas [30]. Details of our calculations will be published elsewhere.

In summary, we have studied a Fermi gas mixture in the strongly interacting regime near a Feshbach resonance. New features have been observed which may be the signature of richer physics, for instance molecule formation [31]. Anisotropic expansions are observed both for repulsive and attractive mean-field interactions, in a moderately degenerate Fermi gas. This is interpreted in terms of collisional hydrodynamics without invoking Fermi superfluidity.

We are grateful to L. Carr, Y. Castin, C. Cohen-Tannoudji, R. Combescot, J. Dalibard, and D. Guéry-Odelin for useful discussions. This work was supported by CNRS, Collège de France, Région Ile de France, EU (TMR network ERB FMRX-CT96- 0002), and CAPES. Laboratoire Kastler Brossel is *Unité de Recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS*.

*Present Address: Instituto de Física de São Carlos-USP, Caixa Postal 369 CEP 13560-970 São Carlos, Brasil.

- [1] Proceedings of the CXL International School of Physics "Enrico Fermi," edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. Wieman (Italian Physical Society, Bologna, 1999).
- [2] B. DeMarco and D. Jin, *Science* **285**, 1703 (1999).
- [3] A. G. Truscott *et al.*, *Science* **291**, 2570 (2001).
- [4] F. Schreck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).
- [5] K. Dieckmann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 203201 (2002).
- [6] G. Modugno *et al.*, *Science* **297**, 2240 (2002).
- [7] K. O'Hara *et al.*, *Science* **298**, 2179 (2002); M. E. Gehm *et al.*, *Phys. Rev. A* **68**, 011401 (2003).
- [8] A. G. Leggett, *J. Phys. (Paris)* **C7**, 19 (1980).
- [9] J. Bardeen, L. Cooper and J. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [10] H. Feshbach, *Ann. Phys. (N.Y.)* **5**, 357 (1958); **19**, 287 (1962).
- [11] E. Tiesinga, B. J. Verhaar, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1993).
- [12] M. Holland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, M. L. Chiofalo, and R. Walser, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 120406 (2001).
- [13] M. Houbiers, H. T. C. Stoof, W. I. McAlexander, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. A* **57**, R1497 (1998).
- [14] T. Loftus *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 173201 (2002).
- [15] K. O'Hara *et al.*, *Phys. Rev. A*, **66**, 041401(R) (2002).
- [16] S. Jochim *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 273202 (2002).
- [17] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 250402 (2002).
- [18] We derive E_{rel} as if the whole expansion had been ballistic. Simulations show that this approximation induces a maximum error of 3%.
- [19] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A*, **55**, R18 (1997).
- [20] E. Arimondo, E. Cerboneschi, and H. Wu, in Ref. [1], p. 573.
- [21] C. A. Regal and D. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 053201 (2003).
- [22] I. Shvarchuck *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 270404 (2002).
- [23] L. Khaykovich *et al.*, *Science* **296**, 1290–1293 (2002).
- [24] S. Inouye *et al.*, *Nature (London)* **392**, 151 (1998).
- [25] Modification of this formula in the strongly degenerate regime; see R. Combescot, cond-mat/0302209.
- [26] In an adiabatic transformation of the gas, the phase space density is constant during the time of flight.
- [27] G. V. Shlyapnikov, in *Proceedings of the 18th International Conference on Atomic Physics*, edited by H. R. Sadeghpour, E. J. Heller, and D. E. Pritchard (World Scientific, Singapore, 2002).
- [28] D. S. Petrov, *Phys. Rev. A* **67**, 010703 (2003); L. Pricoupenko, cond-mat/0006263.
- [29] H. Heiselberg, *Phys. Rev. A* **63**, 043606 (2001).
- [30] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, Part 1 (Pergamon Press, Oxford, 1980); L. P. Pitaevskii and S. Stringari (private communication).
- [31] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and W. E. Wieman, *Nature (London)* **417**, 529 (2002).

Annexe G

Production of Long-Lived Ultracold Li₂ Molecules from a Fermi Gas

Réf. [55]. Publié dans *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240401 (2003).

Production of Long-Lived Ultracold Li₂ Molecules from a Fermi Gas

J. Cubizolles,¹ T. Bourdel,¹ S. J. J. M. F. Kokkelmans,¹ G. V. Shlyapnikov,^{1,2,3} and C. Salomon¹

¹Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris 05, France

²FOM Institute AMOLF, Kruislaan 407, 1098 SJ Amsterdam, The Netherlands

³Russian Research Center, Kurchatov Institute, Kurchatov Square, 123182 Moscow, Russia

(Received 1 August 2003; published 8 December 2003)

We create weakly bound Li₂ molecules from a degenerate two component Fermi gas by sweeping a magnetic field across a Feshbach resonance. The atom-molecule transfer efficiency can reach 85% and is studied as a function of magnetic field and initial temperature. The bosonic molecules remain trapped for 0.5 s and their temperature is within a factor of 2 from the Bose-Einstein condensation temperature. A thermodynamical model reproduces qualitatively the experimental findings.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.240401

PACS numbers: 03.75.Ss, 05.30.Fk, 32.80.Pj, 34.50.-s

Feshbach resonances constitute a unique tool to tune the microscopic interactions in ultracold bosonic and fermionic gases [1–3]. These resonances arise when the total energy of a pair of colliding atoms matches the energy of a bound state of another hyperfine manifold, leading to the resonant occupation of this state during the collision. Thus, by means of an external magnetic field, one is able to change the magnitude and sign of the scattering length. In bosonic samples, the collapse of Bose-Einstein condensates (BEC) for negative scattering length [4], soliton formation [5,6], and coherent oscillations between an atomic condensate and molecules [7] have been observed. For fermions with attractive interaction, the superfluid transition temperature is predicted to be maximum near a Feshbach resonance [8–12].

In this Letter, we give another striking example of the control of interactions in a Fermi gas. We perform time-dependent experiments near a Feshbach resonance to produce in a reversible manner ultracold and trapped molecules from a quantum degenerate fermionic ⁶Li gas. The production efficiency exceeds 80% and the observed molecule lifetime reaches half a second. The phase-space density of these bosonic molecules is on the order of 1, the highest value reported thus far. Using a similar method with fermionic ⁴⁰K atoms, the JILA group recently reported molecule production with a lifetime of 1 ms, atom to molecule conversion efficiency of 50% and direct measurement of the molecular binding energy [13]. Molecules have also recently been produced from ⁸⁷Rb and ¹³³Cs condensates [14,15], from a cold ¹³³Cs cloud [16]. Molecule formation has also been achieved through one-photon or two-photon photoassociation but with a considerably lower phase-space density than reported here [17]. Our work paves the way to Bose-Einstein condensation of molecules and to the study of the crossover between the regime of molecular BEC and the regime of superfluid BCS pairing in Fermi systems [8–12].

In ⁶Li a broad (≈ 100 G) Feshbach resonance exists between the two Zeeman sublevels of the hyperfine

ground state : $|1/2, -1/2\rangle$ and $|1/2, 1/2\rangle$ at 810 G, see Fig. 1 [18,19]. In a recent study of this Feshbach resonance, we have reported an anomalous negative value for the gas interaction energy between 700 G and 810 G, i.e., below resonance, where the scattering length a is positive [19]. We suggested that this could be due to the presence of weakly bound molecules confined simultaneously with the cloud of ultracold fermions, and a recent theoretical paper explains our results [20].

The method used here to produce molecules is illustrated in Fig. 1 and was suggested for Bose gases in [21–23]. It consists in scanning over a Feshbach resonance from the region of attractive interaction ($a < 0$) to region 2 in Fig. 1, where a is large and positive, and where a weakly bound molecular state exists with energy $E_b = -\hbar^2/ma^2$ (where m is the atomic mass). It is thus energetically favorable to populate this bound state. Having

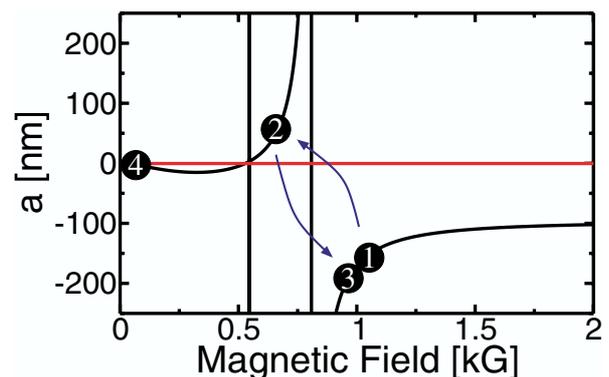


FIG. 1 (color online). Calculated scattering length a versus magnetic field for the ⁶Li $|F, m_F\rangle = |1/2, 1/2\rangle, |1/2, -1/2\rangle$ mixture near the 810 G Feshbach resonance. Scanning over the resonance from 1 to 2 in 50 ms produces cold and trapped molecules with an efficiency up to 85%, resulting in an almost complete disappearance of the atomic signal at 2. Reversing then the scan to the initial position reestablishes the initial atomic signal. In all cases, atoms are detected and imaged at position 4 after abrupt switch-off of the B field.

twice the polarizability of individual atoms, the molecules are expected to be confined in an optical dipole trap with the same oscillation frequencies as atoms and twice the trap depth.

Using the setup described in [19], we prepare $N_1 = N_1 + N_1 = 1.5 \times 10^5$ atoms in a 50(10)% mixture of $|1/2, -1/2\rangle$ and $|1/2, 1/2\rangle$ in a crossed Nd:YAG dipole trap at $B = 1060$ G where the scattering length between $|1/2, -1/2\rangle$ and $|1/2, 1/2\rangle$ is large and negative $a = -150$ nm (position 1 in Fig. 1). For a power of 1.53 W (4.3 W) in the horizontal (vertical) trapping beam propagating along O_x (O_y), oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 2.9(3)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 5.9(5)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 6.5(6)$ kHz. By evaporation in the optical trap, the temperature T of the gas mixture can be tuned between 0.2 and $0.5T_F$, where T_F is the Fermi temperature defined by $T_F = \hbar\bar{\omega}(3N_1)^{1/3}/k_B$ and $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$.

The Fermi gas quantum degeneracy is measured through analysis of absorption images after abrupt ($20 \mu\text{s}$) switch-off of the magnetic field and time of flight expansion of the cloud. Free ^6Li atoms are detected at zero magnetic field, for which $a \approx 0$, using laser light tuned to the D2 line, position 4 in Fig. 1. Having prepared the degenerate Fermi gas at position 1, we sweep the magnetic field in 50 ms to position 2 where a is large and positive, the region where a weakly bound molecular state exists. Absorption images indeed reveal that the number of atoms N_2 as counted after B switch-off to position 4 as explained above, has dramatically decreased to $\approx 20\%$ of the initial number N_1 . After letting the system at position 2 for a variable wait time t_w between 0 and 5 s, we sweep the magnetic field back to position 1 in 50 ms and count the number of atoms, N_3 , after this round-trip through resonance.

Surprisingly, when position 2 is at 689 G and $t_w = 0$, we find $N_3 \approx N_1$, indicating that no loss has occurred in 100 ms. This proves that the decrease in detected atom number at position 2 is not due to losses. We are thus led to conclude that (i) at position 2, 80% of the atoms were in a molecular bound state which is not detected using light resonant with the atoms at position 4; (ii) the atom-to-molecule formation process is reversible. $(N_3 - N_2)/2$ represents thus the number of molecules at position 2.

The relative fraction of atoms bound in a molecule, $(N_3 - N_2)/N_3$, and the temperature of the atoms at position 2 and position 3 are plotted in Fig. 2 as a function of the magnetic field at position 2. The initial parameters at 1060 G for this experiment are $T = 4.7 \mu\text{K}$, $T_F = 11 \mu\text{K}$, and $N_1 = 8 \cdot 10^4$. The frequencies of the trap are $\omega_x/2\pi = 2.2(2)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 4.6(4)$ kHz, $\omega_z/2\pi = 5.1(5)$ kHz. One observes that very few molecules are detected above 0.77 kG. When decreasing the magnetic field, the fraction of molecules increases up to 60%. Below 650 G, losses become important and the molecular fraction decreases, an effect that we will study below.

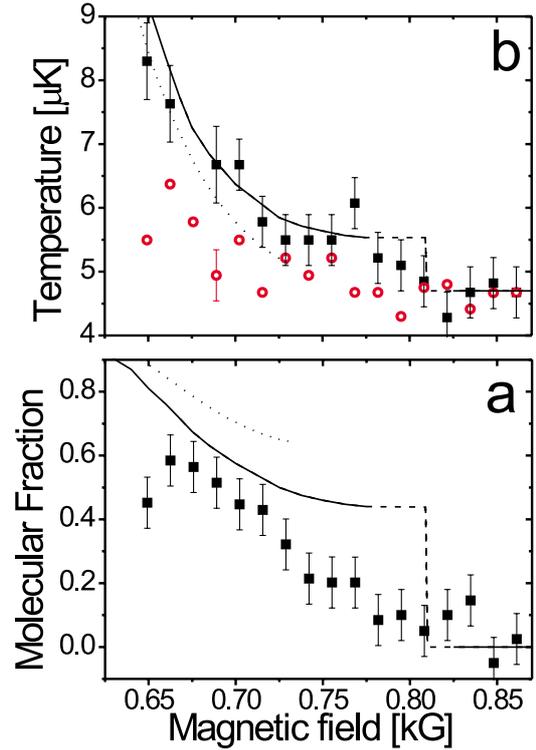


FIG. 2 (color online). (a) Fraction of atoms in the molecular bound state, $(N_3 - N_2)/N_3$, versus magnetic field at position 2 in Fig. 1. (b) Corresponding atom temperature at position 2 (squares) and position 3 (circles). Solid (dotted) line corresponds to the noninteracting (interacting) thermodynamical model described in the text.

A key parameter in our detection scheme is the switch-off time ($20 \mu\text{s}$) of the Feshbach magnetic field from position 2. Indeed, the molecules may or may not dissociate in this process. Molecules will dissociate if the relative rate of change of the binding energy $dE_b/E_b dt$ is greater than the oscillation pulsation E_b/\hbar . So, the dissociation of molecules is governed by the parameter $\alpha = \hbar dE_b/E_b^2 dt$. If $\alpha \gg 1$, they dissociate and appear as free atoms in the absorption image. Our detection scheme is unable to prove molecule formation. On the contrary, if the binding energy is sufficiently large at position 2 ($\alpha \ll 1$), the molecular state follows adiabatically the change of B to a deeper bound state which is off-resonant with the detection laser. In this case, $N_3 > N_2$ is the signature of molecule formation.

For $B = 700$ G, one has $\alpha \approx 1$. Reducing the rate dB/dt by a factor of ≈ 500 , the threshold for molecule detection is shifted to 800 G, as expected from the expression of α and the position of the Feshbach resonance at 810 G [19]. As a second consequence of the role of the switch-off time, we attribute the decrease of the molecular fraction above 720 G in Fig. 2(a) to the cross-over between the adiabatic and nonadiabatic regimes.

The temperature of the atoms at position 2 and position 3 is plotted in Fig. 2(b). A decrease of the magnetic field

increases the binding energy of the molecules. Therefore, the molecular fraction increases and so does the temperature. However, sweeping back the magnetic field to the initial position, the temperature returns close to its initial value, demonstrating the reversibility of the molecular formation process. According to [24], in our experiment three-body recombination to the weakly bound state occurs at a rate greater than 10^4 Hz (for $B > 665$ G) and is therefore responsible for molecule formation. Moreover, the atom-atom, atom-molecule, and molecule-molecule [25] collision rates are also large compared to the rate at which the resonance is scanned. Consequently, the system remains close to thermal equilibrium. During the formation of a molecule in a three-body recombination process, the binding energy is converted into kinetic energy. Therefore the increase of temperature in Fig. 2(b), as a decreases, is expected.

Interestingly, the efficiency of molecule formation strongly depends on the trap depth and reaches values up to 80% in Fig. 3, the highest efficiency reported thus far. The trap depth is slowly (800 ms) reduced at $B = 1060$ G, before the magnetic field sweep through resonance. The gas temperature and the Fermi temperature decrease by evaporation and adiabatic cooling due to the reduction of the trap oscillation frequencies. At 689 G, $a = 78$ nm, $E_b/k_B = 12$ μ K. When reducing the trap depth, T and T_F become small compared to E_b and the molecular fraction increases towards 1. Other experiments show that both evaporation (reduction of the ratio T/T_F), and adiabatic cooling (reduction of T and T_F by the same factor) effectively lead to an increase of the molecular fraction. For instance, at constant $T_F = 11$ μ K, as the temperature is decreased from $0.5T_F$ to $0.3T_F$, we find that the molecular fraction at 689 G increases from 40% to 65%. Similarly, at constant $T/T_F = 0.3$, as T varies from 4.5 μ K to 1.8 μ K, it increases from 50% to 85%.

Our results can be understood within a thermodynamical model assuming that atoms and molecules are in

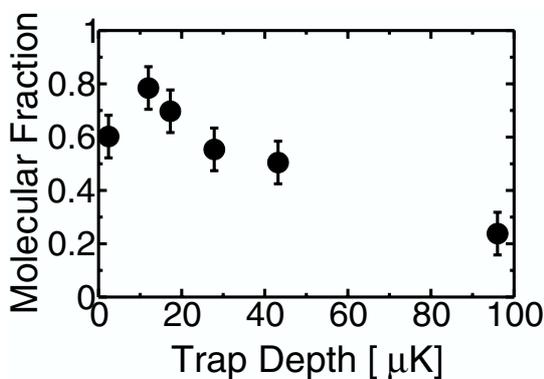


FIG. 3. Fraction of atoms bound in a molecule as a function of the depth of the dipole trap for $B = 689$ G, $a = 78$ nm, $E_b = 12$ μ K.

equilibrium in a trap during the magnetic field sweep [20]. We assume an adiabatic sweep, entropy is then conserved and calculated for the initial situation where no molecules are present at $B = 1060$ G. The atom-atom, atom-molecule, and molecule-molecule interactions were either neglected (solid line in Fig. 2), or included via a mean field contribution proportional to a [24,25], in the regime where it is allowed (dotted line). The molecular fraction is then determined by a set of two parameters T/T_F and E_b/T_F . As the binding energy gets more negative, the fraction of molecules increases since the molecular state becomes energetically more favorable. Moreover, the temperature increases as each molecule formation event transfers the binding energy into kinetic energy. Both models agree fairly well with our data in the region where both the detection of molecules is efficient and losses are unimportant ($660 \leq B \leq 720$ G). In the interacting case, a perfect agreement is achieved if we allow for a 10% mismatch in the quality of the spin mixture. In the strongly interacting region where $na^3 \geq 1$, the non-interacting model is shown with a dashed line because we do not expect our model of separated gases of fermionic atoms and bosonic molecules to be valid. Those models also account qualitatively for the increase in the molecular fraction with the evaporation in Fig. 3. Indeed, as the trap depth is lowered, T decreases, the ratio E_b/T increases, and the bound state will then have a higher occupancy.

In order to investigate prospects for the formation of a molecular BEC, two questions immediately arise: What are the lifetime and degeneracy parameter of the produced molecular cloud? The decay of the molecules in the optical trap is found by measuring the quantity $(N_3 - N_2)/2$ as a function of the wait time t_w at position 2 before returning to 3 for the detection process. Figure 4 presents the number of remaining molecules as a function of the time elapsed at point 2 in a trap with frequencies $\omega_x/2\pi = 0.95(10)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 2.0(2)$ kHz, $\omega_z/2\pi = 2.2(2)$ kHz. In Figs. 4(a) and 4(b), the initial temperatures at position 1 are the same, 1.1 μ K = $0.3T_F$. Figure 4(a) corresponds to $B = 689$ G, $a = 78$ nm, $E_b/k_B = 12$ μ K,

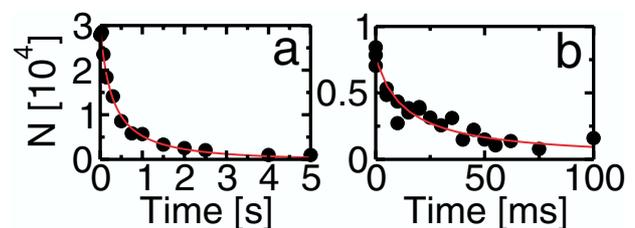


FIG. 4 (color online). Decay of Li_2 molecules in the optical trap for two values of the magnetic field: (a) $B = 689$ G, $a = 78$ nm; (b) $B = 636$ G, $a = 35$ nm. Note the difference in time scales. Solid lines are fits with two-body and one-body processes giving initial time constants of 500 ms in (a) and 20 ms in (b).

whereas Fig. 4(b) corresponds to $B = 636$ G, $a = 35$ nm, and $E_b/k_B = 60$ μ K. The initial fraction of unpaired atoms (not engaged in a molecule) is 17% in (a) and 25% in (b). For a change in a by the modest factor of 2.2, the two samples exhibit strikingly different lifetimes. Decays are well fitted by two-body and one-body loss processes with initial lifetimes of ≈ 500 ms in (a) (689 G) and 20 ms in (b) whereas the one-body decay exceeds 4 s.

A strong decrease in the lifetime of molecules with decreasing a is expected assuming collisional relaxation to deep bound states [25]. However, the observed factor of 25 in lifetimes is surprisingly large. At 689 G, we can evaluate the two-body loss rate to be $G = 2.4_{-1.6}^{+3.2} \times 10^{-13}$ cm³ s⁻¹. At 636 G, we have initially $N_3 \approx 0.3N_1$. These fast losses indicate that very likely some evaporation is involved in the limited lifetime and that the system has not reached thermal equilibrium. Therefore, the two-body loss rate cannot be safely estimated.

Let us now evaluate the phase-space density of the trapped molecules. In Fig. 2, at 689 G, there are 1.8×10^4 molecules, confined with 3.3×10^4 atoms. The measured atom temperature is $T_{at} = 6.7$ μ K. Assuming thermal equilibrium between atoms and molecules, $T_{at} = T_m$ for magnetic fields above ≈ 650 G, we obtain the peak density of molecules $n_m \approx 4 \times 10^{13}$ cm⁻³. Then the critical temperature for molecule condensation is reduced due to the interactions and is 3.5 μ K giving $T/T_C \approx 2$. Since $n_m a_m^3 \approx 5 \times 10^{-3} \ll 1$ with $a_m = 0.6a = 47$ nm [25], the molecular gas is in the dilute regime and the mean distance between molecules is larger than the typical size of a molecule a . In fact, for all data between 675 and 750 G, the phase-space density of the molecules is not far from the condensation point. Since, the lifetime of the molecules, 500 ms, is long when compared to the molecule-molecule elastic collision time $1/(n_m 8\pi a_m^2 v_m) \approx 3$ μ s (for $a_m = 47$ nm), it should be possible to evaporate the molecules further to reach the Bose-Einstein condensation threshold.

In summary, we have produced long-lived and trapped Li₂ dimers. The atom-molecule conversion efficiency can approach 1 when the Fermi quantum degeneracy is strong. The lifetime of the trapped molecules strongly depends on the scattering length. Current research concentrates on evaporation towards molecular BEC. Prospects for producing superfluid Fermi mixtures and for investigating the transition between molecular condensates and superfluid Fermi gases are promising [11,12,25,26]. Long lifetimes in ⁶Li [27,28] and ⁴⁰K [29] dimers have also been recently observed.

We are grateful to D. S. Petrov, S. Stringari, Y. Castin, R. Combescot, and J. Dalibard for useful discussions. This work was supported by CNRS, Collège de France, and Région Ile de France. S. Kokkelmans acknowledges a Marie Curie grant from the E.U. under Contract

No. MCFI-2002-00968. Laboratoire Kastler Brossel is *Unité de Recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.*

-
- [1] H. Feshbach, *Ann. Phys. (N.Y.)* **5**, 357 (1958); **19**, 287 (1962).
 - [2] See, for instance, *Ultracold Matter*, Nature Insight 416 (Macmillan Publishers, England, 2002).
 - [3] S. Inouye *et al.*, *Nature (London)* **392**, 151 (1998).
 - [4] E. A. Donley *et al.*, *Nature (London)* **412**, 295 (2001).
 - [5] L. Khaykovich *et al.*, *Science* **296**, 1290 (2002).
 - [6] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, and R. G. Hulet, *Nature (London)* **417**, 150 (2002).
 - [7] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and C. E. Wieman, *Nature (London)* **417**, 529 (2002).
 - [8] P. Nozières and S. Schmitt-Rink, *J. Low Temp. Phys.* **59**, 195 (1985).
 - [9] C. A. R. Sá de Melo, M. Randeria, and J. R. Engelbrecht, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3202 (1993).
 - [10] M. Holland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, M. L. Chiofalo, and R. Walser, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120406 (2001).
 - [11] Y. Ohashi and A. Griffin, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 130402 (2002).
 - [12] J. N. Milstein, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and M. J. Holland, *Phys. Rev. A* **66**, 043604 (2002).
 - [13] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, *Nature (London)* **424**, 47 (2003).
 - [14] S. Dürr, T. Volz, A. Marte, and G. Rempe, *cond-mat/0307440*.
 - [15] J. Herbig *et al.*, *Science* **301**, 1510 (2003).
 - [16] C. Chin, A. J. Kerman, V. Vuletic, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 033201 (2003).
 - [17] R. Wynar, R. Freeland, D. Han, C. Ryu, and D. Heinzen, *Science* **287**, 1016 (2000).
 - [18] S. Gupta *et al.*, *Science* **300**, 1723 (2003).
 - [19] T. Bourdel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 020402 (2003).
 - [20] S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon, *cond-mat/0308384*.
 - [21] E. Timmermans, P. Tommasini, R. Cote, M. Hussein, and A. J. Kerman, *cond-mat/9805323*.
 - [22] F. A. van Abeelen and B. J. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1550 (1999).
 - [23] F. H. Mies, E. Tiesinga, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **61**, 022721 (2000).
 - [24] D. S. Petrov, *Phys. Rev. A* **67**, 010703(R) (2003).
 - [25] D. S. Petrov, C. Salomon, and G. V. Shlyapnikov, *condmat/0309010*.
 - [26] L. D. Carr, Y. Castin, and G. V. Shlyapnikov, *cond-mat/0308306*.
 - [27] K. E. Strecker, G. B. Partridge, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080406 (2003).
 - [28] S. Jochim *et al.*, following Letter, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240402 (2003).
 - [29] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, *cond-mat/0308606*.

Annexe H

Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in ${}^6\text{Li}$

Réf. [146]. *condmat/040391* Accepté pour publication dans *Phys. Rev. Lett.*

Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6

T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy,
M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon
Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris
(Dated: May 25, 2004)

We report Bose-Einstein condensation of weakly bound ${}^6\text{Li}_2$ molecules in a crossed optical trap near a Feshbach resonance. We measure a molecule-molecule scattering length of 170_{-60}^{+100} nm at 770 G, in good agreement with theory. We study the 2D expansion of the cloud and show deviation from hydrodynamic behavior in the BEC-BCS crossover region.

PACS numbers: 03.75.Ss, 05.30.Fk, 32.80.Pj, 34.50.-s

By applying a magnetic field to a gas of ultra-cold atoms, it is possible to tune the strength and the sign of the effective interaction between particles. This phenomenon, known as Feshbach resonance, offers in the case of fermions the unique possibility to study the crossover between situations governed by Bose-Einstein and Fermi-Dirac statistics. Indeed, when the scattering length a characterizing the 2-body interaction at low temperature is positive, the atoms are known to pair in a bound molecular state. When the temperature is low enough, these bosonic dimers can form a Bose-Einstein condensate (BEC) as observed very recently in ${}^{40}\text{K}$ [1] and ${}^6\text{Li}$ [2, 3]. On the side of the resonance where a is negative, one expects the well known Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) model for superconductivity to be valid. However, this simple picture of a BEC phase on one side of the resonance and a BCS phase on the other is valid only for small atom density n . When $n|a|^3 \gtrsim 1$ the system enters a strongly interacting regime that represents a challenge for many-body theories [4, 5, 6] and that now begins to be accessible to experiments [7, 8, 9].

In this letter, we report on Bose-Einstein condensation of ${}^6\text{Li}$ dimers in a crossed optical dipole trap and a study of the BEC-BCS crossover region. Unlike all previous observations of molecular BEC made in single beam dipole traps with very elongated geometries, our condensates are formed in nearly isotropic traps. Analyzing free expansions of pure condensates with up to 4×10^4 molecules, we measure the molecule-molecule scattering length $a_m = 170_{-60}^{+100}$ nm at a magnetic field of 770 gauss. This measurement is in good agreement with the value deduced from the resonance position [9] and the relation $a_m = 0.6 a$ of ref. [10]. Combined with tight confinement, these large scattering lengths lead to a regime of strong interactions where the chemical potential μ is on the order of $k_B T_C$ where $T_C \simeq 1.5 \mu\text{K}$ is the condensation temperature. As a consequence, we find an important modification of the thermal cloud time of flight expansion induced by the large condensate mean field. Moreover, the gas parameter $n_m a_m^3$ is no longer small but on the order of 0.3. In this regime, the validity of mean field theory becomes questionable [11, 12, 13]. We show, in particular, that the anisotropy and gas energy released

during expansion varies monotonically across the Feshbach resonance.

Our experimental setup has been described previously [14, 15]. A gas of ${}^6\text{Li}$ atoms is prepared in the absolute ground state $|1/2, 1/2\rangle$ in a Nd-YAG crossed beam optical dipole trap. The horizontal beam (resp. vertical) propagates along x (y), has a maximum power of $P_o^h = 2$ W ($P_o^v = 3.3$ W) and a waist of $\sim 25 \mu\text{m}$ ($\sim 40 \mu\text{m}$). At full power, the ${}^6\text{Li}$ trap oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 2.4(2)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 5.0(3)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 5.5(4)$ kHz, as measured by parametric excitation, and the trap depth is $\sim 80 \mu\text{K}$. After sweeping the magnetic field B from 5 G to 1060 G, we drive the Zeeman transition between $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ with a 76 MHz RF field to prepare a balanced mixture of the two states. As measured very recently [9], the Feshbach resonance between these two states is peaked at 822(3) G, and for $B=1060$ G, $a = -167$ nm. After 100 ms the coherence between the two states is lost and plain evaporation provides $N_\uparrow = N_\downarrow = N_{\text{tot}}/2 = 1.5 \times 10^5$ atoms at $10 \mu\text{K} = 0.8 T_F$, where $k_B T_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m = \hbar(3N_{\text{tot}}\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} = \hbar\bar{\omega}(3N_{\text{tot}})^{1/3}$ is the Fermi energy. Lowering the intensity of the trapping laser to $0.1 P_0$, the Fermi gas is evaporatively cooled to temperatures T at or below $0.2 T_F$ and $N_{\text{tot}} \approx 7 \times 10^4$.

Then, sweeping the magnetic field to 770 G in 200 ms, the Feshbach resonance is slowly crossed. In this process atoms are reversibly transformed into cold molecules [14, 16] near the BEC critical temperature as presented in figure 1a. The onset of condensation is revealed by bimodal and anisotropic momentum distributions in time of flight expansions of the molecular gas. These images are recorded as follows. At a fixed magnetic field, the optical trap is first switched off. The cloud expands typically for 1 ms and then the magnetic field is increased by 100 G in 50 μs . This converts the molecules back into free atoms above resonance without releasing their binding energy [3]. Switching the field abruptly off in 10 μs , we detect free ${}^6\text{Li}$ atoms by light absorption near the D2 line. Using this method, expansion images are not altered by the adiabatic following of the molecular state to a deeper bound state during switch-off as observed in our previous work [14]. Furthermore, we check that there are

no unpaired atoms before expansion. In figure 1b, a Bose-Einstein condensate of ${}^7\text{Li}$ atoms produced in the same optical trap is presented. The comparison between the condensate sizes after expansion reveals that the mean field interaction and scattering length are much larger for ${}^6\text{Li}_2$ dimers (Fig. 1a) than for ${}^7\text{Li}$ atoms (Fig. 1b).

To measure the molecule-molecule scattering length, we produce pure molecular condensates by taking advantage of our crossed dipole trap. We recompress the horizontal beam to full power while keeping the vertical beam at the low power of $0.035 P_0^v$ corresponding to a trap depth for molecules $U = 5.6 \mu\text{K}$. Temperature is then limited to $T \leq 0.9 \mu\text{K}$ assuming a conservative $\eta = U/k_B T = 6$, whereas the critical temperature increases with the mean oscillation frequency. Consequently, with an axial (resp. radial) trap frequency of 440 Hz (resp. 5 kHz), we obtain $T/T_C^0 \leq 0.3$, where $T_C^0 = \hbar\bar{\omega}(0.82N_{\text{tot}}/2)^{1/3} = 2.7 \mu\text{K}$ is the non interacting BEC critical temperature. Thus, the condensate should be pure as confirmed by our images. After 1.2 ms of expansion, the radius of the condensate in the x (resp. y) direction is $R_x = 51 \mu\text{m}$ ($R_y = 103 \mu\text{m}$). The resulting anisotropy $R_y/R_x = 2.0(1)$ is consistent with the value 1.98 [17] predicted the scaling equations [18, 19]. Moreover, this set of equation leads to an *in-trap* radius $R_x^0 = 26 \mu\text{m}$ (resp. $R_y^0 = 2.75 \mu\text{m}$). We then deduce the molecule-molecule scattering length from the Thomas-Fermi formula $R_{x,y}^0 = a_{\text{ho}}\bar{\omega}/\omega_{x,y}(15N_{\text{tot}}a_m/2a_{\text{ho}})^{1/5}$, with $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/2m\bar{\omega}}$. Averaging over several images, this yields $a_m = 170_{-60}^{+100}$ nm at 770 G,. Here, the statisti-

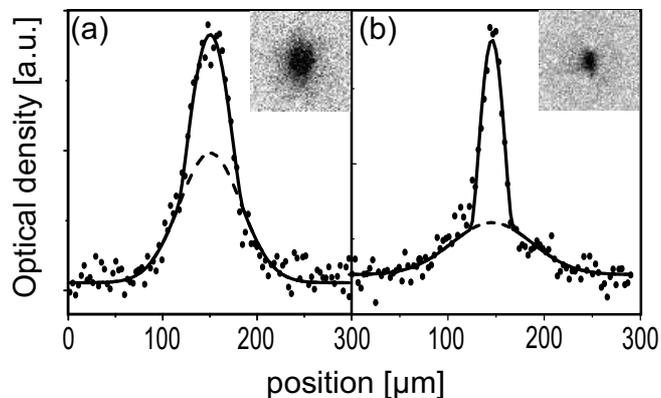


FIG. 1: Onset of Bose-Einstein condensation in a cloud of 2×10^4 ${}^6\text{Li}$ dimers at 770 G (a) and of 2×10^4 ${}^7\text{Li}$ atoms at 610 G (b) in the same optical trap. (a): 1.2 ms expansion profiles along the weak direction x of confinement. (b): 1.4 ms expansion. The different sizes of the condensates reflect the large difference in scattering length $a_m = 170$ nm for ${}^6\text{Li}$ dimers and $a_7 = 0.55$ nm for ${}^7\text{Li}$. Solid line: Gaussian+Thomas-Fermi fit. Dashed line: gaussian component. Condensate fractions are both 28%. $\omega_x/2\pi = 0.59(4)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 1.6(1)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 1.7(1)$ kHz in (a). $\omega_x/2\pi = 0.55(4)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 1.5(1)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 1.6(1)$ kHz in (b).

cal uncertainty is negligible compared to the systematic uncertainty due to the calibration of our atom number. At this field, we calculate an atomic scattering length of $a = 306$ nm. Combined with the prediction $a_m = 0.6 a$ of [10], we obtain $a_m = 183$ nm in good agreement with our measurement. For ${}^7\text{Li}$, we obtain with the same analysis a much smaller scattering length of $a_7 = 0.65(10)$ nm at 610 G also in agreement with theory [20].

Such large values of a_m bring our molecular condensates into a novel regime where the gas parameter $n_m a_m^3$ is no longer very small. Indeed, $a_m = 170$ nm and $n_m = 6 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ yield $n_m a_m^3 = 0.3$. As a first consequence, corrections due to beyond mean field effects [11, 21] or to the underlying fermionic nature of atoms may play a role, since the average spacing between molecules is then of the order of the molecule size $\sim a/2$. Second, even in a mean field approach, thermodynamics is expected to be modified. For instance, in the conditions of Fig. 1a, we expect a large shift of the BEC critical temperature [11, 12, 13]. The shift calculated to first order in $n^{1/3}a$ [12], $\Delta T_C/T_C^0 = -1.4$, is clearly inapplicable and a more refined approach is required [22]. Third, we observe that partially condensed cloud expansions are modified by interactions. Indeed, double structure fits lead to temperatures inconsistent with the presence of a condensate. In Fig. 1, we find $T = 1.6 \mu\text{K}$, to be compared with $T_C^0 = 1.4 \mu\text{K}$, whereas for the ${}^7\text{Li}$ condensate $T = 0.7 \mu\text{K} = 0.6 T_C^0$.

This inconsistency results from the large mean field interaction which modifies the thermal cloud expansion. To get a better estimate of the temperature, we rely on a release energy calculation. We calculate the Bose distribution of thermal atoms in a mexican hat potential that is the sum of the external potential and the repulsive mean field potential created by the condensate. For simplicity we neglect the mean field resulting from the thermal component. The release energy is the sum of the thermal kinetic energy, condensate interaction energy, and Hartree-Fock interaction energy between the condensate and thermal cloud. The temperature and chemical potential are then adjusted to fit the measured atom number and release energy. For figure 1a, we obtain a condensate fraction of 28% and $\mu = \hbar\bar{\omega}/2(15N_{\text{tot}}a_m/2a_{\text{ho}})^{2/5} = 0.45 \mu\text{K}$. The temperature $T = 1.1 \mu\text{K}$ is then found below $T_C^0 = 1.4 \mu\text{K}$.

The condensate lifetime is typically ~ 300 ms at 715 G ($a_m = 66$ nm) and ~ 3 s at 770 G ($a_m = 170$ nm), whereas for $a = -167$ nm at 1060 G, the lifetime exceeds 30 s. On the BEC side, the molecule-molecule loss rate constant is $G = 0.26_{-0.06}^{+0.08} \times 10^{-13} \text{cm}^3/\text{s}$ at 770 G and $G = 1.75_{-0.4}^{+0.5} \times 10^{-13} \text{cm}^3/\text{s}$ at 715 G with the fit procedure for condensates described in [23]. Combining similar results for four values of the magnetic field ranging from 700 G to 770 G, we find $G \propto a^{-1.9 \pm 0.8}$. Our data are in agreement with the theoretical prediction $G \propto a^{-2.55}$ of ref. [10] and with previous measurements of G in a ther-

mal gas at 690 G [14] or in a BEC at 764 G [8]. A similar power law was also found for ^{40}K [24].

We now present an investigation of the crossover from a Bose-Einstein condensate to an interacting Fermi gas (Fig. 2 and 3). We prepare a nearly pure condensate with 3.5×10^4 molecules at 770 G and recompress the trap to frequencies of $\omega_x = 2\pi \times 830$ Hz, $\omega_y = 2\pi \times 2.4$ kHz, and $\omega_z = 2\pi \times 2.5$ kHz. The magnetic field is then slowly swept at a rate of 2 G/ms to various values across the Feshbach resonance. The 2D momentum distribution after a time of flight expansion of 1.4 ms is then detected as previously.

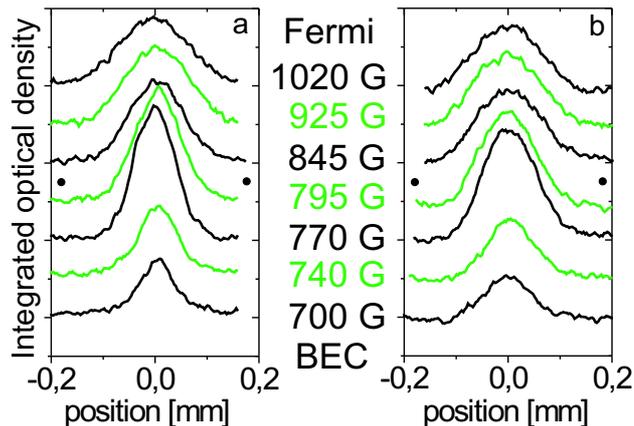


FIG. 2: Integrated density profiles across the BEC-BCS crossover region. 1.4 ms time of flight expansion in the axial (a) and radial (b) direction. The magnetic field is varied over the whole region of the Feshbach resonance from $a > 0$ ($B < 810$ G) to $a < 0$ ($B > 810$ G). •: Feshbach resonance peak.

Fig. 2 presents the observed profiles (integrated over the orthogonal direction) for different values of the magnetic field. At the lowest field values $B \leq 750$ G, $n_m a_m^3 \ll 1$, condensate number are relatively low because of the limited molecule lifetime. As B increases, the condensate width gradually increases towards the width of a non interacting Fermi gas, and nothing dramatic happens on resonance. At the highest fields ($B \geq 925$ G), where $k_F |a| \leq 3$, distributions are best fitted with zero temperature Fermi profiles. More quantitatively, Fig. 3b presents both the gas energy released after expansion E_{rel} and the anisotropy η across resonance. These are calculated from gaussian fits to the density after time of flight: $E_{\text{rel}} = m(2\sigma_y^2 + \sigma_x^2)/2\tau^2$ and $\eta = \sigma_y/\sigma_x$, where σ_i is the rms width along i , and τ is the time of flight [17]. On the BEC side at 730 G, the measured anisotropy is $\eta \sim 1.6(1)$, in agreement with the hydrodynamic prediction, 1.75. It then decreases monotonically to 1.1 at 1060 G on the BCS side. On resonance, at zero temperature, superfluid hydrodynamic expansion is expected [25] corresponding

to $\eta = 1.7$. We find however $\eta = 1.35(5)$, indicating a partially hydrodynamic behavior that could be due to a reduced superfluid fraction. On the $a < 0$ side, the decreasing anisotropy would indicate a further decrease of the superfluid fraction that could correspond to the reduction of the condensed fraction of fermionic atom pairs away from resonance observed in [7, 9]. Interestingly, our results differ from that of ref.[26] where hydrodynamic expansion was observed at 910 G in a more elongated trap for $T/T_F \simeq 0.1$.

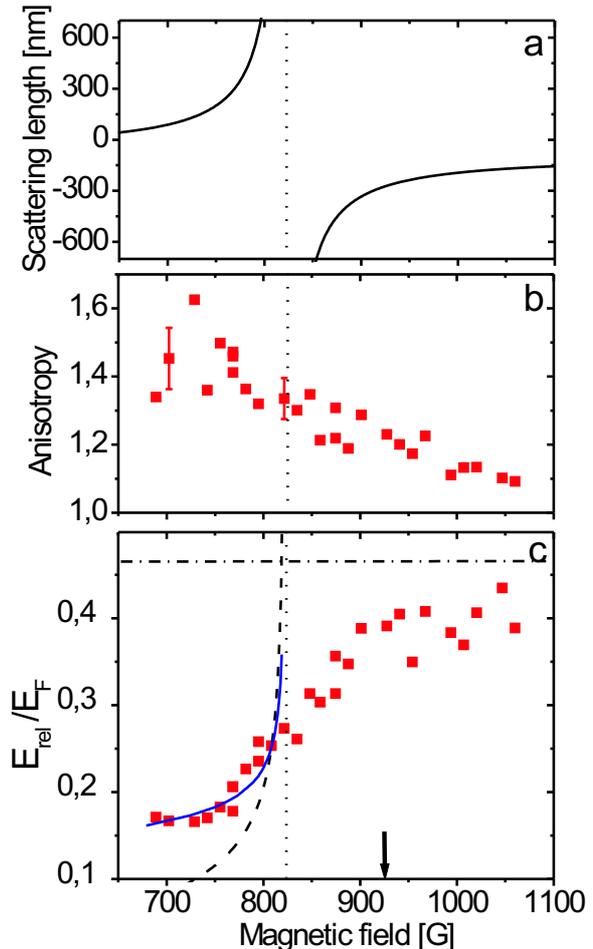


FIG. 3: (a): scattering length between the $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ ^6Li states. The Feshbach resonance peak is located at 820 G (dotted line). (b): anisotropy of the cloud, (c): release energy across the BEC-BCS crossover region. In (c), the dot-dashed line corresponds to a $T = 0$ ideal Fermi gas. The dashed curve is the release energy from a pure condensate in the Thomas-Fermi limit. The solid curve corresponds to a finite temperature mean field model described in the text with $T = 0.5 T_C^0$. Arrow: $k_F |a| = 3$.

In the BEC-BCS crossover regime, the gas energy released after expansion E_{rel} is also smooth (Fig. 3c). E_{rel}

presents a plateau for $B \leq 750$ G, and then increases monotonically towards that of a weakly interacting Fermi gas. The plateau is not reproduced by the mean field approach of a pure condensate (dashed line). This is a signature that the gas is not at $T = 0$. It can be understood with the mean field approach we used previously to describe the behavior of the thermal cloud. Since the magnetic field sweep is slow compared to the gas collision rate [14], we assume that this sweep is adiabatic and conserves entropy [27]. We then adjust this entropy to reproduce the release energy at a particular magnetic field, $B = 720$ G. The resulting curve as a function of B (solid line in Fig. 3c) agrees well with our data in the range $680 \text{ G} \leq B \leq 800$ G, where the condensate fraction is 70%, and the temperature is $T \approx T_C^0/2 = 1.2 \mu\text{K}$. This model is limited to $n_m a_m^3 \lesssim 1$. Near resonance the calculated release energy diverges and clearly departs from the data. On the BCS side, the release energy of a $T = 0$ ideal Fermi gas gives an upper bound for the data (dot-dashed curve), as expected from negative interaction energy and a very cold sample. This low temperature is supported by our measurements on the BEC side and the assumption of entropy conservation through resonance which predicts $T = 0.1 T_F$ [27].

On resonance the gas is expected to reach a universal behavior, as the scattering length a is not a relevant parameter any more [5]. In this regime, the release energy scales as $E_{\text{rel}} = \sqrt{1 + \beta} E_{\text{rel}}^0$, where E_{rel}^0 is the release energy of the non-interacting gas and β is a universal parameter. From our data at 820 G, we get $\beta = -0.64(15)$. This value is larger than the Duke result $\beta = -0.26 \pm 0.07$ at 910 G [26], but agrees with that of Innsbruck $\beta = -0.68_{-0.10}^{+0.13}$ at 850 G [8], and with the most recent theoretical prediction $\beta = -0.56$ [6]. Around 925 G, where $a = -270$ nm and $(k_F |a|)^{-1} = 0.35$, the release energy curve displays a change of slope. This is a signature of the transition between the strongly and weakly interacting regimes. It is also observed near the same field in [8] through *in situ* measurement of the trapped cloud size. Interestingly, the onset of resonance condensation of fermionic atom pairs observed in ^{40}K [7] and ^6Li [9], corresponds to a similar value of $k_F |a|$.

In summary, we have explored the whole region of the ^6Li Feshbach resonance, from a Bose-Einstein condensate of fermion dimers to an ultra-cold interacting Fermi gas. The extremely large scattering length between molecules, that we have measured leads to novel BEC conditions. We have observed hydrodynamic expansions on the BEC side and non-hydrodynamic expansions at and above resonance. We suggest that this effect results from a reduction of the superfluid fraction and we point to the need of a better understanding of the dynamics of an expanding Fermi gas.

We are grateful to Y. Castin, C. Cohen-Tannoudji, R. Combescot, J. Dalibard, G. Shlyapnikov, and S. Stringari for fruitful discussions. This work was

supported by CNRS, Collège de France, and Région Ile de France. S. Kokkelmans acknowledges a Marie Curie grant from the E.U. under contract number MCFI-2002-00968. Laboratoire Kastler Brossel is *Unité de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS*.

-
- [1] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S. Jin, *Nature* **426**, 537 (2003).
 - [2] S. Jochim *et al.*, *Science* **302**, 2101 (2003).
 - [3] M. W. Zwierlein *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 250401 (2003).
 - [4] A. J. Leggett, *J. Phys. C. (Paris)* **41**, 7 (1980); P. Nozières and S. Schmitt-Rink, *J. Low Temp. Phys.* **59** 195 (1985); C. Sá de Melo, M. Randeria, and J. Engelbrecht, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3202 (1993); M. Holland, S. Kokkelmans, M. Chiofalo, and R. Walser, *Phys. Rev. Lett.* **87** 120406 (2001); Y. Ohashi and A. Griffin, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 130402 (2002); J. N. Milstein, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and M. J. Holland, *Phys. Rev. A* **66**, 043604 (2002); R. Combescot, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 120401 (2003); G. M. Falco and H. T. C. Stoof, *cond-mat/0402579*.
 - [5] H. Heiselberg, *Phys. Rev. A* **63**, 043606 (2001).
 - [6] J. Carlson, S-Y Chang, V. R. Pandharipande, and K. E. Schmidt, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 050401 (2003).
 - [7] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040403 (2004).
 - [8] M. Bartenstein *et al.*, *cond-mat/0401109*.
 - [9] M. Zwierlein *et al.*, *cond-mat/0403049*.
 - [10] D. S. Petrov, C. Salomon, and G. V. Shlyapnikov, *cond-mat/0309010* (2003).
 - [11] G. Baym *et al.*, *EPJ B* **24**, 107 (2001)
 - [12] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. of Mod. Phys.* **91**, 463 (1999).
 - [13] F. Gerbier *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 030405 (2004).
 - [14] J. Cubizolles *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91** 240401 (2003).
 - [15] T. Bourdel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 020402 (2003).
 - [16] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, *Nature* **424**, 47 (2003).
 - [17] We correct our data for the presence of a magnetic field curvature which leads to an anti-trapping frequency of 100 Hz at 800 G along x .
 - [18] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
 - [19] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
 - [20] L. Khaykovich *et al.*, *Science* **296**, 1290 (2002).
 - [21] L. Pitaevskii and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4541 (1998).
 - [22] A mean field self-consistent calculation of the molecular density profile in the trap at T_C leads to $T_C^{\text{mf}} = 0.58 T_C^0 \approx 0.8 \mu\text{K}$. S. Kokkelmans, to be published.
 - [23] J. Söding, *et al.*, *Applied Physics* **B69**, 257 (1999)
 - [24] C. Regal, M. Greiner and D. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 083201 (2004).
 - [25] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 250402 (2002).
 - [26] K. O'Hara *et al.*, *Science* **298**, 2179 (2002). M. Gehm *et al.*, *Phys. Rev. A* **68**, 011401 (2003).
 - [27] L. D. Carr, G. V. Shlyapnikov, and Y. Castin, *cond-mat/0308306*.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] W. PAULI, *The Connection Between Spin and Statistics*. *Phys. Rev.*, **58**, 716 (1940).
- [2] A. EINSTEIN, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, **22**, 261–267 (1924).
- [3] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, et E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. *Science*, **269**, 198 (1995).
- [4] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. van DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, et W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3969–3973 (1995).
- [5] E. A. CORNELL, W. KETTERLE, et C. E. WIEMAN, *for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates*. (2001). <http://www.nobel.se/physics/laureates/2001/index.html>.
- [6] S. CHU, C. COHEN-TANNOUJDI, et W. D. PHILLIPS, *for development of methods to cool and trap atoms with laser light*. (1997). <http://www.nobel.se/physics/laureates/1997/index.html>.
- [7] D. G. FRIED, T. C. KILLIAN, L. WILLMANN, D. LANDHUIS, S. C. MOSS, D. KLEPPNER, et T. J. GREYTAK, *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 3811 (1998).
- [8] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLET, et R. G. HULET, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1687 (1995).
- [9] G. MODUGNO, G. FERRARI, G. ROATI, R. J. BRECHA, A. SIMONI, et M. INGUSCIO, *Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling*. *Science*, **294**, 1320 (2001).
- [10] S. L. CORNISH, N. R. CLAUSSEN, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL, et C. E. WIEMAN, *Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions*. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 1795 (2000).
- [11] Tino WEBER, Jens HERBIG, Michael MARK, Hanns-Christoph NÄGERL, et Rudolf GRIMM, *Bose-Einstein condensation of cesium*. *Science*, **299**, 232 (2003).

- [12] A. ROBERT, O. SIRJEAN, A. BROWAEYS, J. POUPARD, S. NOWAK, D. BOIRON, C. I. WESTBROOK, et A. ASPECT, *A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms*. *Science*, **292**, 461 (2001).
- [13] F. P. DOS SANTOS, J. LEONARD, J. M. WANG, C. J. BARRELET, F. PERALES, E. RASEL, C. S. UNNIKRISHNAN, M. LEDUC, et C. COHEN-TANNOUDJI, *Bose-Einstein condensation of metastable helium*. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3459 (2001).
- [14] Y. TAKASU, K. MAKI, K. KOMORI, T. TAKANO, K. HONDA, M. KUMAKURA, T. YABUZAKI, et Y. TAKAHASHI, *Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 040404 (2003).
- [15] B. DEMARCO et D. S. JIN, *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas*. *Science*, **285**, 1703–1706 (1999).
- [16] F. SCHRECK, L. KHAYKOVICH, K. L. CORWIN, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, et C. SALOMON, *Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 080403 (2001).
- [17] G. ROATI, F. RIBOLI, G. MODUGNO, et M. INGUSCIO, *Fermi-Bose Quantum Degenerate ^{40}K - ^{87}Rb Mixture with Attractive Interaction*. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 150403 (2002).
- [18] Andrew G. TRUSCOTT, Kevin E. STRECKER, William I. McALEXANDER, Guthrie B. PARTRIDGE, et Randall G. HULET, *Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms*. *Science*, **291**, 2570–2572 (2001).
- [19] S. R. GRANADE, M. E. GEHM, K. M. O'HARA, et J. E. THOMAS, *All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 120405 (2002).
- [20] M. BARTENSTEIN S. JOCHIM, G. HENDL, J. HECKER DENSCHLAG, R. GRIMM, A. MOSK, et M. WEIDEMÜLLER, *Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 273202 (2002).
- [21] Z. HADZIBABIC, C. A. STAN, K. DIECKMANN, S. GUPTA, M. W. ZWIERLEIN, A. GÖRLITZ, et W. KETTERLE, *Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases*. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 160401 (2002).
- [22] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HANSCH, et I. BLOCH, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. *Nature*, **415**, 39 (2002).
- [23] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, et R. G. HULET, *Bose-Einstein Condensation of Lithium : Observation of Limited Condensate Number*. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 985 (1997).
- [24] Y. KAGAN, A. E. MURYSHEV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Collapse and Bose-Einstein condensation in a trapped Bose gas with negative scattering length*. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 933 (1998).
- [25] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, et S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. *Rev. Mod. Phys.*, **71**, 463 (1999).
- [26] V. E. ZAKHAROV et A. B. SHABAT, *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*. *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, **61**, 118 (1971). [Sov. Phys. JETP 34, 62 (1972)].

- [27] V. M. PÉREZ-GARCÍA, H. MICHINEL, et H. HERRERO, *Bose-Einstein solitons in highly asymmetric traps*. *Phys. Rev. A*, **57**, 3837 (1998).
- [28] L. D. CARR, M. A. LEUNG, et W. P. REINHARDT, *Dynamics of the Bose-Einstein condensate : quasi-one-dimension and beyond*. *J. Phys. B*, **33**, 3983 (2000).
- [29] P. NOZIÈRES et S. SCHMITT-RINK, *Bose Condensation in an Attractive Fermion Gas : From Weak to Strong Coupling Superconductivity*. *J. Low. Temp. Phys.*, **1985**, 195 (59).
- [30] M. RANDEIRA. Bose-Einstein Condensation. pages pages 355 – 392. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [31] L. N. COOPER, *Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas*. *Phys. Rev.*, **104**, 1189 (1956).
- [32] J. BARDEEN, L. N. COOPER, et J. R. SCHREIFFER, *Theory of Superconductivity*. *Phys. Rev.*, **108**, 1175 (1957).
- [33] H. A. FESHBACH, *A unified theory of nuclear reactions*. *Annals of Physics*, **19**, 287 (1962).
- [34] E. TIESINGA, B. J. VERHAAR, et H. T. C. STOOF, *Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions*. *Phys. Rev. A*, **47**, 4114 (1993).
- [35] S. INOUE, M. R. ANDREWS, J. STENGER, H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, et W. KETTERLE, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*. *Nature*, **392**, 151–154 (1998).
- [36] C. Sá de MELO, M. RANDEIRA, et J. ENGELBRECHT, *Crossover from BCS to Bose superconductivity : Transition temperature and time-dependent Ginzburg-Landau theory*. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 3202 (1993).
- [37] M. HOLLAND, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, M. L. CHIOFALO, et R. WALSER, *Resonance Superfluidity in a Quantum Degenerate Fermi Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 120406 (2001).
- [38] J. N. MILSTEIN, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, et M. J. HOLLAND, *Resonance theory of the crossover from Bardeen-Cooper-Schrieffer superfluidity to Bose-Einstein condensation in a dilute fermi gas*. *Phys. Rev. A*, **66**, 043604 (2002).
- [39] Y. OHASHI et A. GRIFFIN, *BCS-BEC crossover in a gas of Fermi atoms with a Feshbach resonance*. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 130402 (2002).
- [40] A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR, et A. AXELSSON, *Resonances in ultra-cold collisions of ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ and ${}^{23}\text{Na}$* . *Phys. Rev. A*, **51**, 4852–4861 (1995).
- [41] H. T. C. STOOF, M. HOUBIERS, C. A. SACKETT, et R. G. HULET, *Superfluidity of spin polarized ${}^6\text{Li}$* . *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 10 (1996).
- [42] M. HOUBIERS, H. T. C. STOOF, W. I. MCALEXANDER, et R. G. HULET, *Elastic and inelastic collisions of ${}^6\text{Li}$ atoms in magnetic and optical traps*. *Phys. Rev. A*, **57**(3), R1497 (1998).
- [43] R. COMBESCOT, *Trapped ${}^6\text{Li}$: A High T_c Superfluid ?* *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3766 (1999).
- [44] L. KHAYKOVICH, F. SCHRECK, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. D. CARR, Y. CASTIN, et C. SALOMON, *Formation of a matter-wave bright soliton*. *Science*, **296**, 1290–1293 (2002).

- [45] K. E. STRECKER, G. B. PARTRIDGE, A. G. TRUSCOTT, et R. G. HULET, *Formation and propagation of matter-wave soliton trains. Nature*, **417**, 150–153 (2002).
- [46] U. AL KHAWAJA, H. T. C. STOOF, R. G. HULET, K. E. STRECKER, et G. B. PARTRIDGE, *Bright Soliton Trains of Trapped Bose-Einstein Condensates. Phys. Rev. Lett.*, **89**, 200404 (2002).
- [47] K. DIECKMANN, C. A. STAN, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, C. H. SCHUNCK, et W. KETTERLE, *Decay of an Ultracold Fermionic Lithium Gas near a Feshbach Resonance. Phys. Rev. Lett.*, **89**, 203201 (2002).
- [48] M. HOUBIERS, R. FERWENDA, H. T. C. STOOF, W. I. MC ALEXANDER, C. A. SACKETT, et R. G. HULET, *Superfluid state of atomic ^6Li in a magnetic trap. Phys. Rev. A*, **56**, 4864 (1997).
- [49] J. R. ENGELBRECHT, M. RANDEIRA, et C. A. R. Sá de MELO, *BCS to Bose crossover : Broken-symmetry state. Phys. Rev. B*, **55**, 15153 (1997).
- [50] H. HEISELBERG, *Fermi Systems with long scattering lengths. Phys. Rev. A.*, **63**, 043606 (2001).
- [51] H. HEISELBERG, *Bosons and Fermions near Feshbach resonances. Phys. Rev. B.*, **37**, 1 (2004).
- [52] J. CARLSON, S-Y CHANG, V. R. PANDHARIPANDE, et K. E. SCHMIDT, *Superfluid Fermi Gases with Large Scattering Length. Phys. Rev. Lett.*, **91**, 050401 (2003).
- [53] D. S. PETROV, *Three-body problem in Fermi gases with short-range interparticle interaction. Phys. Rev. A*, **67**, 010703(R) (2003).
- [54] C. A. REGAL, C. TICKNOR, J. L. BOHN, et D. S. JIN, *Creation of ultracold molecules from a Fermi Gas of Atoms. Nature*, **424**, 47 (2003).
- [55] J. CUBIZOLLES, T. BOURDEL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV, et C. SALOMON, *Production of Long-Lived Ultracold Li_2 Molecules from a Fermi Gas. Phys. Rev. Lett.*, **91**, 240401 (2003).
- [56] K. E. STRECKER, G. B. PARTRIDGE, et R. G. HULET, *Conversion of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas. Phys. Rev. Lett.*, **91**, 080406 (2003).
- [57] M. GREINER, C. A. REGAL, et D. S. JIN, *Emergence of a Molecular Bose-Einstein Condensate from a Fermi Gas. Nature*, **426**, 537 (2003).
- [58] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, et W. KETTERLE, *Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules. Phys. Rev. Lett.*, **91**, 250401 (2003).
- [59] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. . DENSCHLAG, et R. GRIMM, *Bose-Einstein condensation of molecules. Science*, **302**, 2101 (2003).
- [60] J. KINAST, S. L. HEMMER, M. E. GEHM, A. TURLAPOV, et J. E. THOMAS, *Evidence for Superfluidity in a Strongly Attractive Fermi Gas. Phys. Rev. Lett.*, **92**, 150402 (2004).

- [61] F. SCHRECK. *Mixtures of Ultracold Gases : Fermi Sea and Bose-Einstein Condensate of Lithium Isotopes*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2002.
- [62] G. FERRARI. *Piégeage Simultané des Isotopes Fermionique et Bosonique du Lithium. Étude Théorique de la Relaxation Collisionnelle dans un Gaz de Fermi Dégénéré*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2002.
- [63] D. S. PETROV, C. SALOMON, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Weakly bound dimers of fermionic atoms*. *condmat/0309010*, (2003).
- [64] C. J. JOACHAIN. *Quantum Collision Theory*. North-Holland, 1983.
- [65] J. DALIBARD. *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL*. IOS Press, Amsterdam, 1999. M. Inguscio, S. Stringari and C. Wieman (Eds).
- [66] D. J. HEINZEN. Bose-Einstein condensation in atomic gases. Dans M. INGUSCIO, S. STRINGARI, et C.E. WIEMAN, éditeurs, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL*, pages pages 351–390, Amsterdam, 1999. IOS Press.
- [67] B. H. BRANSDEN et C. J. JOACHAIN. *Physics of Atoms and Molecules*. Longman, 1983.
- [68] S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, K. DIECKMANN, C. H. SCHUNCK, E. G. M. van KEMPEN, B. J. VERHAAR, et W. KETTERLE, *Radio-Frequency Spectroscopy of Ultracold Fermions*. *Science*, **300**, 1723 (2003).
- [69] M. W. ZWIERLEIN, Z. HADZIBABIC, S. GUPTA, et W. KETTERLE, *Spectroscopic insensitivity to cold collisions in a two-state mixture of fermions*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 250404 (2003).
- [70] K. GIBBLE et S. CHU, *Laser-cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions*. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1771 (93).
- [71] C. COHEN-TANNOUJJI. Cours au Collège de France, 1998-1999. disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [72] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU, et F. LALOË. *Mécanique Quantique*. Hermann, 1996.
- [73] D. J. HEINZEN. Proceedings of the Enrico Fermi Summer School on Bose-Einstein Condensation, Varenna, Italy (1999).
- [74] F. A. van ABEELLEN. *Interaction Processes in Cold Gases of Alkali Atoms*. Thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven, 1999.
- [75] F. A. van ABEELLEN, B. J. VERHAAR, et A. J. MOERDIJK, *Sympathetic Cooling of ^6Li Atoms*. *Phys. Rev. A.*, **55**, 4377 (1997).
- [76] J. DALIBARD, 2003. Communication privée.
- [77] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, C. CHIN, J. H. DENSCHLAG, et R. GRIMM, *Pure Gas of Optically Trapped Molecules Created from Fermionic Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 240402 (03).
- [78] C. COHEN-TANNOUJJI. Cours au Collège de France, 1997-1998. disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.

- [79] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLET, et R. G. HULET, *Indirect evidence was reported in : Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1687 (1995). Indirect evidence was reported in :
- [80] W. KETTERLE et M.-O. MEWES, *Bose-Einstein Kondensation in einem Gas von Natrium-Atomen. Phys. Bl.*, **52**, 573–576 (1996).
- [81] F. GERBIER. *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2003.
- [82] F. GERBIER, J. H. THYWISS, S. RICHARD, P. BOUYER, et A. ASPECT, *Critical Temperature of a Trapped, Weakly Interacting Bose Gas. Phys. Rev. Lett.*, **92**, 030405 (2004).
- [83] Y. CASTIN. Bose-Einstein condensates in atomic gases : simple theoretical results. Dans R. KAISER, C. WESTBROOK, et F. DAVID, éditeurs, *Proceedings of the Les Houches Summer School, Course LXXII in 1999*, New York, 2001. Springer. e-print arXiv :cond-mat/0105058.
- [84] C. A. SACKETT, H. T. C. STOOFF, et R. G. HULET, *Growth and collapse of a Bose-Einstein condensate with attractive interactions. Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2031 (1998).
- [85] C. A. SACKETT, J. M. GERTON, M. WELLING, et R. G. HULET, *Measurement of Collective Collapse in a Bose-Einstein Condensate with Attractive Interactions. Phys. Rev. Lett.*, **82**, 876 (1999).
- [86] J. M. GERTON, D. STREKALOV, I. PRODAN, et R. G. HULET, *Direct observation of growth and collapse of a Bose-Einstein condensate with attractive interactions. Nature*, **408**, 692 (2000).
- [87] 1997. présentation sur <http://www.lmm.jussieu.fr/lagree/SIEF/SIEF97/sieft97.html> et images sur <http://www.lmm.jussieu.fr/lagree/SIEF/SIEF97/sieft97m.html>.
- [88] G. P. AGRAWAL. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 1995.
- [89] K. HUANG. *Statistical Mechanics*. Wiley, New York, 1987.
- [90] B. DIU, C. GUTHMAN, D. LEDERER, et C. ROULET. *Physique Statistique*. Hermann, 1997.
- [91] D. A. BUTTS et D. S. ROKHSAR, *Trapped Fermi gases. Phys. Rev. A*, **55**, 4346 (1997).
- [92] I. F. SILVERA et J. T. M. WALVAREN, à checker. *J. Appl. Physics*, **52**, 2304 (1981).
- [93] I. F. SILVERA, à checker. *Physica B*, **109**, 1499 (1981).
- [94] E. FERMI, à checker. *Z. Phys.*, **48** (1928).
- [95] B. DEMARCO et D. S. JIN, *Exploring a Quantum Degenerate Gas of Fermionic Atoms. Phys. Rev. A*, **58**, R4267 (1998).
- [96] T. BUSCH, J. R. ANGLIN, J. I. CIRAC, et P. ZOLLER, *Inhibition of spontaneous emission in Fermi Gases. Europhys. Lett.*, **44**, 1 (1999).
- [97] G. FERRARI, *Collisional relaxation in a fermionic gas. Phys. Rev. A.*, **59**, R4125 (1999).
- [98] B. DEMARCO, S. B. PAPP, et D. S. JIN, *Pauli Blocking of Collisions in a Quantum Degenerate Atomic Fermi Gas. Phys. Rev. Lett.*, **86**, 5409 (2001).

- [99] M. E. GEHM, S. L. HEMMER, S. R. GRANADE, K. M. O'HARA, et J. E. THOMAS, *Mechanical Stability of a Strongly-Interacting Fermi Gas of Atoms*. *Phys. Rev. A*, **68**, 011401(R) (2003).
- [100] M. E. GEHM, S. L. HEMMER, K. M. O'HARA, et J. E. THOMAS, *Unitarity-limited Elastic Collision Rate in a Harmonically-Trapped Fermi Gas*. *Phys. Rev. A*, **68**, 011603(R) (2003).
- [101] E. TIMMERMANS, *Degenerate Fermion Gas Heating by Hole Creation*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 240403 (2001).
- [102] L. D. CARR, T. BOURDEL, et Y. CASTIN, *Limits of sympathetic cooling by bosons due to particle loss*. *Phys. Rev. A*, **69**, 033603 (2004).
- [103] E. TIMMERMANS, *Degenerate Fermion Gas Heating by Hole Creation*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 240403 (2001).
- [104] R. COMBESCOT, *Feshbach resonance in dense ultracold Fermi gases*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 120401 (2003).
- [105] R. COMBESCOT, *Shift of the molecular bound state threshold in dense ultracold Fermi gases with Feshbach resonance*. *New J. Phys.*, **5**, 86 (2003).
- [106] R. COMBESCOT, *Threshold of molecular bound state and BCS transition in dense ultracold Fermi gases with Feshbach resonance*. *condmat/0310583*, (2004).
- [107] A. J. LEGGETT, *Cooper Pairing in Spin-Polarized Fermi Systems*. *J. Phys. C (Paris)*, **41**, C7 (1980).
- [108] J. R. SCHRIEFFER. *Theory of Superconductivity*. W. A. Benjamin, 1964.
- [109] L. P. GOR'KOV et T. K. MELIK-BARKHUDAROV, *Contribution to the Theory of Superfluidity in an Imperfect Fermi Gas*. *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, **40**, 1452 (1961). [Sov. Phys. JETP **34**, 61 (1961)].
- [110] M. HOUBIERS et H. T. C. STOOF, *Cooper-pair formation in trapped atomic Fermi gases*. *Phys. Rev. A.*, **59**, 1556 (1999).
- [111] G. BRUUN, Y. CASTIN, R. DUM, et K. BURNETT, *BCS Theory for Trapped Ultracold Fermions*. *Euro. Phys. J. D*, **7**, 433 (1999).
- [112] M. A. BARANOV et D. S. PETROV, *Critical temperature and Ginzburg-Landau equation for a trapped Fermi gas*. *Phys. Rev. A*, **58**, R801 (1998).
- [113] G. M. FALCO et H. T. C. STOOF, *Crossover temperature of Bose-Einstein condensation in an atomic Fermi gas*. *cond-mat/0402579*, **92**, 130401 (2004).
- [114] V. VENTURI et C. WILLIAMS, 2002. private communication.
- [115] C. COHEN-TANNOUDJI. Cours au Collège de France, 1997-1998. disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [116] C. A. REGAL, C. TICKNOR, J. L. BOHN, et D. S. JIN, *Tuning p-wave interactions in an ultracold Fermi gas of atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 053201 (2003).
- [117] F. SCHRECK, G. FERRARI, K. L. CORWIN, J. CUBIZOLLES, L. KHAYKOVICH, M.-O. MEWES, et C. SALOMON, *Sympathetic Cooling of Bosonic and Fermionic Lithium Gases toward Quantum Degeneracy*. *Phys. Rev. A*, **64**, 011402 (01).

- [118] S. CHU. Laser Cooling and Manipulation of Atoms, and Selected Applications. Dans E. ARIMONDO, W. D. PHILLIPS, et F. STRUMIA, éditeurs, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi Laser Manipulation of Atoms and Ions*, volume CXVIII, page 239. North Holland, 1999.
- [119] W. D. PHILLIPS. Laser cooling and trapping of neutral atoms. Dans E. ARIMONDO, W. D. PHILLIPS, et F. STRUMIA, éditeurs, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi Laser Manipulation of Atoms and Ions*, volume CXVIII, page 289. North Holland, 1999.
- [120] D. S. PRITCHARD et W. KETTERLE. Atom traps and atom optics. Dans E. ARIMONDO, W. D. PHILLIPS, et F. STRUMIA, éditeurs, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi Laser Manipulation of Atoms and Ions*, volume CXVIII, page 473. North Holland, 1999.
- [121] W. D. PHILLIPS et H. METCALF, *Laser deceleration of an atomic beam. Phys. Rev. Lett.*, **48**, 596 (1982).
- [122] J. DALIBARD, 2003. voir les remerciements de [123].
- [123] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, et D. E. PRITCHARD, *Trapping of Neutral Sodium with Radiation Pressure. Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2631 – 2634 (1987).
- [124] M.-O. MEWES, G. FERRARI, F. SCHRECK, A. SINATRA, et C. SALOMON, *Simultaneous Magneto-Optical Trapping of Two Lithium Isotopes. Phys. Rev. A*, **61**, 011403 (1999).
- [125] E. ARIMONDO, W. D. PHILLIPS, et F. STRUMIA. *Laser Manipulation of Atoms and Ions, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXVIII*. North-Holland, Amsterdam, 1992. (editors).
- [126] G. MODUGNO, G. ROATI, F. RIBOLI, F. FERLAINO, R. J. BRECHA, et M. INGUSCIO, *Collapse of a degenerate Fermi gas. Science*, **68**, 011601 (2002).
- [127] F. FERLAINO, E. DE. MIRANDES, G. ROATI, G. MODUGNO, et M. INGUSCIO, *Expansion of a Fermi Gas Interacting with a Bose-Einstein Condensate. Phys. Rev. Lett.*, **92**, 140405 (2004).
- [128] E. HECHT. *Optics*. Addison-Wesley, Reading, 1989.
- [129] G. GRYNBERG, A. ASPECT, et C. FABRE. *Introduction aux Lasers et à l'Optique Quantique*. Ellipses, 1997.
- [130] C. COHEN-TANNOUJJI, J. DUPONT-ROC, et G. GRYNBERG. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. Editions du CNRS, 1988.
- [131] K. L. CORWIN, S. J. M. KUPPENS, D. CHO, et C. E. WIEMAN, *Spin Polarized Atoms in a Circularly Polarized Optical Dipole Trap. Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1311 (1999).
- [132] S. CHU, J. E. BJORKHOLM, A. ASHKIN, et A. CABLE, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms. Phys. Rev. Lett.*, **57**, 314 (1986).
- [133] L. LANDAU et E. LIFCHITZ. *Cours de Physique Théorique. Mécanique*. Éditions Mir, 1966.
- [134] Y. CASTIN et R. DUM, *Bose-Einstein condensation in time dependent traps. Phys. Rev. Lett.*, **77**, 5315–5319 (1996).

- [135] Y. KAGAN, E. L. SURKOV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Evolution of a Bose gas under variations of the confining potential*. *Phys. Rev. A*, **54**, R1753–R1756 (1996).
- [136] W. KETTERLE et D. E. PRITCHARD, *Atom Cooling By Time-Dependent Potentials*. *Phys. Rev. A*, **46**, 4051–4054 (1992).
- [137] P. W. H. PINKSE, A. MOSK, M. WEIDEMÜLLER, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, et J. T. M. WALRAVEN, *Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 990–993 (1997).
- [138] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, et W. KETTERLE, *Reversible formation of a Bose-Einstein condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 2194–2197 (1998).
- [139] L VIVERIT, S GIORGINI, L P PITAEVSKII, et S STRINGARI, *Adiabatic compression of a trapped Fermi gas*. *Phys. Rev. A*, **63**, 033603 (2001).
- [140] G. M. BRUUN et C. W. CLARK, *Ideal gases in time-dependent traps*. *Phys. Rev. A*, **61**, 061601 (2000).
- [141] Yu. KAGAN, E. L. SURKOV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps*. *Phys. Rev. A*, **55**, R18 (1997).
- [142] B. JACKSON, J. PEDRI, et S. STRINGARI, *Collisions and expansion of an ultracold dilute-Fermi gas*. *condmat/0404175*, (2004).
- [143] L. LANDAU et E. LIFCHITZ. *Cours de Physique Théorique. Mécanique des Fluides*. Éditions Mir, 1966.
- [144] P. NOZIÈRES et D. PINES. *The Theory of Quantum Liquids*. Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1990.
- [145] C. MENOTTI, P. PEDRI, et S. STRINGARI, *Expansion of an Interacting Fermi Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 250402 (2002).
- [146] T. BOURDEL, L. KHAYKOVICH, J. CUBIZOLLES, J. ZHANG, F. CHEVY, M. TEICHMANN, L. TARRUELL, S.J.J.M.F. KOKKELMANS, et C. SALOMON, *Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in ${}^6\text{Li}$* . *condmat/040391*, (04).
- [147] K. M. O'HARA, S. L. HEMMER, M. E. GEHM, S. R. GRANADE, et J. E. THOMAS, *Observation of a Strongly Interacting Degenerate Fermi Gas of Atoms*. *Science*, **298**, 2179 (2002).
- [148] W. P. REINHARDT et C. W. CLARK, *Soliton dynamics in the collisions of Bose-Einstein condensates : an analogue of the Josephson effect*. *J. Phys. B*, **30**, L785–L789 (1997).
- [149] A. D. JACKSON, G. M. KAVOULAKIS, et C. J. PETHICK, *Solitary waves in clouds of Bose-Einstein condensed atoms*. *Phys. Rev. A*, **58**, 2417 (1998).
- [150] P. O. FEDICHEV, A. E. MURYSHEV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Dissipative dynamics of a kink state in a Bose-condensed gas*. *Phys. Rev. A*, **60**, 3220 (99).
- [151] L. D. CARR, J. BRAND, S. BURGER, et A. SANPERA, *Dark-soliton creation in Bose-Einstein condensates*. *Phys. Rev. A*, **63**, 051601 (2001).

- [152] T. BUSCH et J. R. ANGLIN, *Dark-Bright Solitons in Inhomogeneous Bose-Einstein Condensates*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 010401 (2001).
- [153] S. BURGER, L. D. CARR, P. ÖHBERG, K. SENGSTOCK, et A. SANPERA, *Generation and interaction of solitons in Bose-Einstein condensates*. *Phys. Rev. A*, **65**, 043611 (2002).
- [154] S. BURGER, K. BONGS, S. DETTMER, W. ERTMER, K. SENGSTOCK, A. SANPERA, G. V. SHLYAPNIKOV, et M. LEWENSTEIN, *Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 5198 (1999).
- [155] J. DENSLAG, J. E. SIMSARIAN, D. L. FEDER, Charles W. CLARK, L. A. COLLINS, J. CUBIZOLLES, L. DENG, E. W. HAGLEY, K. HELMERSON, W. P. REINHARDT, S. L. ROLSTON, B. I. SCHNEIDER, et W. D. PHILLIPS, *Generating Solitons by Phase Engineering of a Bose-Einstein Condensate*. *Science*, **287**, 97 (2000).
- [156] Z. DUTTON, M. BUDDE, C. SLOWE, et L. V. HAU, *Observation of Quantum Shock Waves Created with Ultra- Compressed Slow Light Pulses in a Bose-Einstein Condensate*. *Science*, **293**, 663 (2001).
- [157] B. EIERMANN, Th. Anker P. TREUTLEIN, M. ALBIEZ, M. TAGLIEBER, K.-P. MARZLIN, et M. K. OBERTHALER, *Dispersion Management for Atomic Matter Wave*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 060402 (2003).
- [158] ASHCROFT et MERMIN. *Solid State Physics*. Academic Press, 1995.
- [159] L. D. CARR, Charles W. CLARK, et W. P. REINHARDT, *Stationary solutions of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation. II. Case of attractive nonlinearity*. *Phys. Rev. A.*, **62**, 063611 (2000).
- [160] L. D. CARR et Y. CASTIN, *Dynamics of a matter-wave bright soliton in an expulsive potential*. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 063602 (2002).
- [161] V. E. ZAKHAROV et A. B. SHABAT, *Interaction between solitons in a stable medium*. *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, **64**, 1627 (1973). [Sov. Phys. JETP 37, 823 (1973)].
- [162] K. M. O'HARA, M. E. GEHM, S. R. GRANADE, et J. E. THOMAS, *Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps*. *Phys. Rev. A*, **88**, 051403 (2001).
- [163] Y. KAGAN, E. L. SURKOV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Evolution and global collapse of trapped Bose condensates under variations of the scattering length*. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 2604 (1997).
- [164] J. P. GORDON, *Interaction forces among solitons in optical fibers*. *Opt. Lett.*, **8**, 596 (1983).
- [165] L. D. CARR et J. BRAND, *Soliton Formation and Modulational Instability in Bose-Einstein Condensates*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 040401 (2004).
- [166] S. D. GENSEMER et D. S. JIN, *Transition from collisionless to hydrodynamic behavior in an ultracold Fermi gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 173201 (2001).
- [167] T. LOFTUS, C. A. REGAL, C. TICKNOR, J. L. BOHN, et D. S. JIN, *Resonant control of elastic collisions in an optically trapped Fermi gas of atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 173201 (2002).

- [168] K. M. O'HARA, S. L. HEMMER, S. R. GRANADE, M. E. GEHM, J. E. THOMAS, V. VENTURI, E. TIESINGA, et C. J. WILLIAMS, *Measurement of the zero crossing in a Feshbach resonance of fermionic ^6Li* . *Phys. Rev. A*, **66**, 041401 (2002).
- [169] T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. KHAYKOVICH, K. M. F. MAGALHÃES, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV, et C. SALOMON, *Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ^6Li Fermi Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 020402 (2003).
- [170] M. HOLLAND, B. DEMARCO, et D. S. JIN, *Evaporative cooling of a two-component degenerate Fermi gas*. *Phys. Rev. A*, **61**, 053610 (2000).
- [171] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV, et C. SALOMON, *Degenerate Atom-Molecule Mixture in a Cold Fermi Gas*. *Phys. Rev. A*, **69**, 031602(R) (2004).
- [172] M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, S. RIEDL, S. JOCHIM, C. CHIN, J. Hecker DENSCHLAG, et R. GRIMM, *Crossover from a molecular Bose-Einstein condensate to a degenerate Fermi gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 120401 (2004).
- [173] A. BRUNELLO, F. DALFOVO, L. PITAEVSKII, et S. STRINGARI, *How to Measure the Bogoliubov Quasiparticle Amplitudes in a Trapped Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4422 (2000).
- [174] J. SCHNEIDER et H. WALLIS, *Mesoscopic Fermi gas in a harmonic trap*. *Phys. Rev. A*, **57**, 1253 (1998).
- [175] Patrizia VIGNOLO et Anna MINGUZZI, *Shell structure in the density profiles for noninteracting fermions in anisotropic harmonic confinement*. *Phys. Rev. A*, **67**, 053601 (2003).
- [176] G. V. SHLYAPNIKOV. Dans H. R. SADEGHPOUF, E. J. HELLER, et D. E. PRITCHARD, éditeurs, *Proceedings of the 18th International Conference on Atomic Physics*. World Scientific, Singapore, 2002.
- [177] Subhadeep GUPTA, Zoran HADZIBABIC, James R. ANGLIN, et Wolfgang KETTERLE, *Collisions in zero temperature Fermi gases*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 100401 (2004).
- [178] M. BARANOV, L. DOBREK, K. GÓRAL, L. SANTOS, et M. LEWENSTEIN, *Ultracold dipolar gases - a challenge for experiments and theory*. *Phys. Scr.*, **T102**, 74 (2002).
- [179] J. T. BAHNS, W. C. STWALLEY, et P. L. GOULD, *Laser cooling of molecules : A sequential scheme for rotation, translation, and vibration*. *J. Chem. Phys.*, **104**, 9689 (96).
- [180] J. D. WEINSTEIN, R. DECARVALHO, T. GUILLET, B. FRIEDRICH, et J. M. DOYLE, *Magnetic trapping of calcium monohydride molecules at millikelvin temperatures*. *Nature*, **395**, 148–150 (1998).
- [181] H. L. BETHLEM, G. BERDEN, et G. MEIJER, *Decelerating Neutral Dipolar Molecules*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1558 (1999).
- [182] R. WYNAR, R. S. FREELAND, D. J. HAN, C. RYU, et D. J. HEINZEN, *Molecules in a Bose-Einstein Condensate*. *Science*, **287**, 1016–1019 (2000).
- [183] E. A. DONLEY, N. R. CLAUSSEN, S. T. THOMPSON, et C. E. WIEMAN, *Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate*. *Nature*, **417**, 529 (2002).

- [184] Stephan DÜRR, Thomas VOLZ, Andreas MARTE, et Gerhard REMPE, *Observation of molecules produced from a Bose-Einstein condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 020406 (2003).
- [185] J. HERBIG, T. KRAEMER, M. MARK, T. WEBER, C. CHIN, H.-C. NÄGERL, et R. GRIMM, *Preparation of a Pure Molecular Quantum Gas*. *Science*, **301**, 1510 (2003).
- [186] K. XU, T. MUKAIYAMA, J. R. ABO-SHAER, J. K. CHIN, D. E. MILLER, et W. KETTERLE, *Formation of Quantum-Degenerate Sodium Molecules*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 210402 (2003).
- [187] F. H. MIES, E. TIESINGA, et P. S. JULIENNE, *Manipulation of Feshbach Resonances in Ultracold Atomic Collisions using Time-dependent Magnetic Fields*. *Phys. Rev. A*, **61**, 022721 (2000).
- [188] L. PRICOUPENKO et Y. CASTIN, *One Particules in a Box : The Simplest Model for a Fermi Gas in the Unitary Limit*. *condmat/0308341*, (2003).
- [189] B. D. ESRY, C. H. GREENE, et Jr J. P. BURKE, *Recombination of Three Atoms in the Ultracold Limit*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1751 (1989).
- [190] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Three-body recombination of ultracold atoms to a weakly bound s level*. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 2921–2924 (1996).
- [191] A. J. MOERDIJK, H. M. J. M. BOESTEN, et B. J. VERHAAR, *Decay of trapped ultracold alkali atoms by recombination*. *Phys. Rev. A*, **53**, 916 (1996).
- [192] E. NIELSEN et J. H. MACEK, *Low-Energy Recombination of Identical Bosons by Three-Body Collisions*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1566 (1999).
- [193] P. F. BEDAQUE, E. BRAATEN, et H.-W. HAMMER, *Three-body Recombination in Bose Gases with Large Scattering Length*. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 908 (2000).
- [194] J. STENGER, S. INOUE, M. R. ANDREWS, H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, et W. KETTERLE, *Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonances*. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 2422–2425 (1999).
- [195] J. L. ROBERTS, N. R. CLAUSSEN, S. L. CORNISH, et C. E. WIEMAN, *Magnetic Field Dependence of Ultracold Inelastic Collisions near a Feshbach Resonance*. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 728 (2000).
- [196] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H. C. NÄGERL, et R. GRIMM, *Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 123201 (2003).
- [197] B. D. ESRY, Chris H. GREENE, et H. SUNO, *Threshold laws for three-body recombination*. *Phys. Rev. A*, **65**, 010705(R) (2002).
- [198] P. TOMMASINI, E. TIMMERMANS, M. HUSSEIN, et A. KERMAN. preprint, *condmat/9804015*.
- [199] F. A. van ABEELLEN et B. J. VERHAAR, *Time-Dependent Feshbach Resonance Scattering and Anomalous Decay of a Na Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1550–1553 (1999).
- [200] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, J. N. MILSTEIN, M. L. CHIOFALO, R. WALSER, et M. J. HOLLAND, *Resonance superfluidity : Renormalization of resonance scattering theory*. *Phys. Rev. A*, **65**, 053617 (2002).

- [201] C. CHIN et R. GRIMM, *Thermal equilibrium and efficient evaporation of an ultracold atom-molecule mixture*. *Phys. Rev. A.*, **69**, 033612 (2004).
- [202] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, A. J. KERMAN, et W. KETTERLE, *Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 120403 (2004).
- [203] D. GUÉRY-ODELIN. *Dynamique ollisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose Einstein*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1998.
- [204] C. A. REGAL, M. GREINER, et D. S. JIN, *Lifetime of Molecule-atom Mixtures Near a Feshbach Resonance in ^{40}K* . *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 083201 (2004).
- [205] M. HOLZMANN, G. BAYM, J.-P. BLAIZOT, et F. LALOË, *Non-analytic dependence of the transition temperature of hte homogeneous dilute Bose gas on scattering length*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 120403 (2001).
- [206] M. HOLZMANN, J.-N. FUCHS, et F. LALOË G. BAYM, J.-P. Blaizot, *Bose-Einstein transition temperature in a dilute repulsive gas*. *cond-mat/0310460*, (2004).
- [207] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES, F. CHEVY, H. INAMORI, et J. DALIBARD, *Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate*. *Appl. Phys. B*, **69**, 257 (1999).
- [208] Y. KAGAN, B. V. SVISTUNOV, et G. V. SHLYAPNIKOV, *Effect of Bose condensation on inelastic processes in gases*. *JETP Lett.*, **42**, 209 (1985).
- [209] L. D. CARR, G. V. SHLYAPNIKOV, et Y. CASTIN, *Achieving a BCS transition in an atomic Fermi gas*. *condmat/0308306*, (2003).
- [210] C. A. REGAL, M. GREINER, et D. S. JIN, *Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs*. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 040403 (2004).
- [211] M. J. HOLLAND, C. MENOTTI, et L. VIVERIT, *The role of boson-fermion correlations in the resonance theory of superfluids*. *condmat/0404234*, (2004).
- [212] Jelena STAJIC, J. N. MILSTEIN, Qijin CHEN, M.J. HOLLAND, et K. LEVIN, *The nature of superfluidity near a Feshbach resonance*. *condmat/0309329*, (2003).
- [213] R. B. DIENER et T.-L. HO, *Projecting Fermion Pair Condensates into Molecular Condensates*. *condmat/0404517*, (2004).
- [214] R. COMBESCOT et X. LEYRONAS, *Comment on "Collective excitations of a degenerate gas at the BEC-BCS crossover"*. *condmat/0405146*, (2004).
- [215] S. STRINGARI, *Collective oscillations of a trapped superfluid Fermi gas near a Feshbach resonance*. *Europhys. Lett.*, **65**, 749 (2004).
- [216] H. HU, A. MINGUZZI, X. LIU, et M.ÉP. TOSI, *Collective modes and ballistic expansion of a Fermi gas in the BCS-BEC crossover*. *condmat/0404012*, (2004).
- [217] M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, S. RIEDL, S. JOCHIM, C. CHIN, J. Hecker DENSCHLAG, et R. GRIMM, *Collective excitations of a degenerate gas at the BEC-BCS crossover*. *condmat/0403716*, (2004).

-
- [218] L. VIVERIT, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, et S. STRINGARI, *Momentum distribution of a trapped Fermi gas with large scattering length*. *condmat/0307538*, (2004).
- [219] J. VANNIER et C. AUDOIN. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*. Adam Hilger, 1989.
- [220] G. BREIT et I. I. RABI, *Measurement of the nuclear spin*. *Phys. Rev.*, **38**, 2082 (1931).
- [221] E. ARIMONDO, M. INGUSCIO, et P. VIOLINO, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*. *Rev. Mod. Phys.*, **49**, 31–75 (1977).

Résumé : Ce mémoire de thèse présente les résultats d'expériences menées sur des gaz atomiques dégénérés de lithium bosonique ${}^7\text{Li}$ et fermionique ${}^6\text{Li}$. L'état fondamental à N corps de ces gaz dépend de manière cruciale de l'interaction atomique dont on peut ajuster l'intensité et changer la nature, attractive ou répulsive en variant un champ magnétique autour d'une résonance de Feshbach. L'utilisation d'une telle résonance dans ${}^7\text{Li}$ nous permet de produire le premier soliton d'ondes de matière. Il s'agit d'une fonction d'onde atomique unidimensionnelle dans laquelle l'interaction attractive compense la dispersion naturelle : elle se propage donc sans déformation. Nous produisons un soliton à partir d'un condensat de Bose-Einstein de ${}^7\text{Li}$ transféré dans un guide d'ondes optique unidimensionnel. Sa propagation caractéristique est observée sur une distance de plus d'un millimètre. Dans un gaz de fermions ${}^6\text{Li}$ en interaction, une autre résonance de Feshbach est utilisée pour former très efficacement des molécules de ${}^6\text{Li}_2$ ultra-froides piégées. De façon surprenante, ces dimères de fermions présentent une durée de vie considérablement plus longue que les dimères de bosons formés de manière similaire. C'est une conséquence du principe de Pauli. Cette grande stabilité nous permet de produire un condensat de Bose-Einstein pur de ces molécules bosoniques, qui réalise une des limites du superfluide fermionique.

Mots clés : Atomes froids, Fermions Dégénérés, Condensat de Bose-Einstein, Résonance de Feshbach, Solitons, Condensat de Molécules, Superfluide Fermionique.

Abstract : This thesis presents the results of experiments carried on bosonic ${}^6\text{Li}$ and fermionic ${}^7\text{Li}$ degenerate atomic gases of lithium. The N -body ground state of such gases depends strongly on the interatomic interaction whose intensity and nature, attractive or repulsive, can be tuned by means of a magnetic field in the vicinity of a Feshbach resonance. We use such a resonance in bosonic ${}^7\text{Li}$ to produce the first matter wave soliton. It consists of a unidimensional atomic wave function in which an attractive interaction compensates for the natural dispersion. Therefore it travels without deformation. We produce a soliton from a ${}^7\text{Li}$ Bose-Einstein condensate transferred into a one-dimensional optical waveguide. Its characteristic propagation is observed over a distance of more than one millimeter. In an interacting ${}^6\text{Li}$ fermionic gas we use another Feshbach resonance to form very efficiently ultra-cold and trapped ${}^6\text{Li}_2$ molecules. Surprisingly, these dimers of fermions show a significantly longer lifetime than the dimers formed from bosons in a similar fashion. It is a consequence of the Pauli principle. This high stability allows us to produce a pure Bose-Einstein condensate of these bosonic molecules, achieving one of the limits of the fermionic superfluid.

Keywords : Cold Atoms, Degenerate Fermions, Bose-Einstein Condensate, Feshbach Resonance, Solitons, Molecular Condensate, Fermionic Superfluid.