



HAL
open science

Récents progrès dans la physique du neutrino massif

Asmaa Abada

► **To cite this version:**

Asmaa Abada. Récents progrès dans la physique du neutrino massif. Physique mathématique [math-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2004. tel-00006510

HAL Id: tel-00006510

<https://theses.hal.science/tel-00006510>

Submitted on 19 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Récents progrès dans la physique des neutrinos massifs

Asmâa Abada

Juin 2004

Progrès récents dans la physique des neutrinos massifs

Résumé

Le neutrino est la plus "insaisissable" des particules. Postulée par Pauli il y a plus de 70 ans, elle reste plus que jamais une source d'intérêt pour le physicien, qui finalement n'en sait que très peu sur elle : seulement qu'elle est neutre, qu'elle n'interagit que très faiblement et qu'il en existe trois sortes (on les différencie par un nombre quantique : le nombre leptonique de saveur). Elle a cependant apporté les informations sur des propriétés essentielles des particules, à savoir la nature gauche de l'interaction faible et l'agencement des particules en familles. Quant à sa masse, la découverte récente des oscillations prouve qu'elle n'est pas nulle, résultat très important car le premier non standard de la physique des particules. Il s'agit d'un évènement majeur ouvrant la porte à une nouvelle physique impliquant aussi bien la physique des particules que l'astrophysique et la cosmologie. Depuis qu'on a acquis cette certitude sur la masse du neutrino, la théorie est aussi en plein bouleversement, voulant comprendre son origine, ses effets sur l'origine de l'Univers, le rôle possible des neutrinos dans les phénomènes et problèmes non élucidés comme celui de la baryogénèse.

Avant-propos

La physique du neutrino connaît ces dernières années un grand développement. D'un côté ses liens avec l'astronomie, l'astrophysique et la cosmologie suscitent une attention croissante ; ainsi, on construit de plus en plus de détecteurs de neutrinos qui servent de télescopes donnant accès aux phénomènes astronomiques ; en particulier on peut étudier l'évolution des supernovae grâce à leur flux important de neutrinos. D'un autre côté, elle joue un rôle important dans le développement des théories des particules élémentaires. L'activité dans ce domaine a été relancée à la suite de la découverte récente des oscillations des neutrinos dans les expériences sur les neutrinos solaires et atmosphériques, preuve que ces derniers se mélangent et sont massifs ce qui suggère fortement l'existence d'une physique au-delà du Modèle Standard des particules. Ces expériences viennent confirmer les résultats obtenus au laboratoire auprès des réacteurs et des accélérateurs, permettant de préciser de plus en plus les propriétés des neutrinos. Cependant beaucoup de questions fondamentales restent ouvertes. Elles portent sur le spectre de masse (en effet les expériences d'oscillations donnent en général les différences des carrés des masses propres et non pas les masses individuelles des neutrinos), sur les angles de mélange et les phases de violation de CP . On s'interroge également sur la nature de Dirac ou de Majorana du neutrino et sur l'origine des masses des neutrinos dans une physique au-delà du Modèle Standard (notamment les théories Grand-Unifiées (GUT), la Supersymétrie, les modèles de Supercordes ou de dimensions supplémentaires).

Les masses des neutrinos semblent très petites par rapport à celle des fermions chargés, ce qui s'explique naturellement par le mécanisme de la balançoire (see-saw), mécanisme qui sera développé dans le second chapitre et qui implique l'existence d'une grande échelle de masse ; on aurait alors affaire à des fermions de Majorana. Cependant, le seul test direct de cette hypothèse sur la nature Majorana du neutrino serait la double désintégration beta sans émission de neutrinos, d'où le caractère crucial des expériences comme l'expérience NEMO dans le laboratoire souterrain de Modane.

La quasitotalité des expériences d'oscillations suggère un spectre de trois neutrinos (trois saveurs différentes) mais une expérience, LSND, et elle seule, suggère l'existence d'un neutrino léger supplémentaire (quatrième espèce) insensible à l'interaction faible, pour cette raison, qualifié de "stérile". De nouvelles expériences (comme MINIBOONE) devraient permettre de trancher cette question.

Ma contribution dans le domaine de la physique du neutrino date du début des années 90. J'ai d'abord travaillé sur le problème de l'origine de la masse des neutrinos en présentant un modèle économique de génération de masse par lequel nous montrons comment on peut engendrer dynamiquement une masse de Majorana pour le neutrino à l'aide d'une interaction du type Nambu-Jona-Lasinio. Dans le cadre de l'équation de Bethe-Salpeter, nous avons étudié le spectre des états composés de deux fermions de Majorana, et nous

l'avons comparé à celui de deux fermions de Dirac. Ces idées de génération dynamique de masse ont été ultérieurement relancées avec l'hypothèse de Nambu et les développements de Bardeen *et. al* sur la génération dynamique des masses hadroniques grâce au condensat $t\bar{t}$. Le versant leptonique de ce mécanisme correspond exactement au schéma que je viens de résumer.

Je me suis par la suite intéressée au problème du déficit observé dans le flux de neutrinos provenant du coeur du soleil. Plus précisément, en supposant des oscillations produites dans la matière par le mécanisme dit de MSW (Mikheyev, Smirnov et Wolfenstein), le travail consistait à étudier analytiquement le comportement des probabilités de transitions de saveurs de neutrinos selon que la variation de la densité de matière du soleil présentait des paliers ou des sauts brusques (comme c'est le cas dans les vieilles étoiles). Ceci permet de tester le modèle standard solaire qui prédit une décroissance exponentielle régulière et douce de la densité de matière depuis le coeur jusqu'à la surface du soleil.

Par la suite, j'ai étudié le rôle du neutrino en astrophysique, notamment les forces à longue portée dues aux échanges de neutrinos à multicorps dans une étoile dense comme une étoile à neutrons ou une naine blanche. Ceci a abouti à infirmer une thèse avancée par Fischbach dans les années 96-98, qui stipulait une borne inférieure de ~ 0.4 eV sur la masse des neutrinos pour assurer la stabilité d'une étoile à neutrons, et de fait celle de l'Univers, face à l'énergie dégagée par ces échanges à multicorps.

J'ai également étudié (de 97 à 99) les interactions des neutrinos avec des photons, notamment les processus à cinq corps, moins supprimés que ceux à quatre corps, et leur rôle dans les processus de refroidissement d'une supernova. Dans un premier temps nous avons démontré que l'on pouvait substituer un courant neutre à un photon dans le Lagrangien d'Euler-Heisenberg qui décrit les diffusions photon-photon, afin d'obtenir un Lagrangien effectif qui décrive les interactions photons-neutrinos pour des énergies $\omega < 2m_e$. Nos résultats ont indiqué un gain d'un facteur de l'ordre de $\sim 10^{14}$ pour $\omega \sim 1$ MeV dans les sections efficaces par rapport aux processus à quatre corps. Au delà de 1 MeV (domaine intéressant pour l'étude des supernovae), on est obligé de faire le calcul direct de ces processus. Nous avons développé pour cela un algorithme de réduction tensorielle. A l'aide des données de la supernova SN87A, nous avons montré que ces processus peuvent jouer un rôle important dans la dynamique des supernovae, le processus $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\nu\bar{\nu}$ étant un mécanisme de refroidissement pour les étoiles alors que les processus $\gamma\nu \rightarrow \gamma\gamma\nu$ et $\nu\bar{\nu} \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ participent au libre parcours moyen des neutrinos.

Dès la parution des résultats spectaculaires de SuperKamiokande (1998) sur les neutrinos atmosphériques suivis des résultats sur les neutrinos solaires impliquant définitivement que les neutrinos sont massifs et se mélangent, je me suis intéressée à la texture de la matrice de masse des neutrinos. J'ai d'abord contraint de manière générale cette matrice compte tenu des données astrophysiques et expérimentales. Ce travail permet par la suite de contraindre n'importe quelle classe de modèles dont les couplages conduisent aux masses des neutrinos compatibles avec toutes les observations. En particulier, j'ai étudié par la suite les masses et mélange des neutrinos dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal (MSSM)

avec violation de la R-parité.

Dans ce mémoire j'ai choisi de me concentrer sur certaines parties de mon travail lié à la physique des neutrinos. Le premier chapitre est une introduction générale et historique au sujet. Le second chapitre est consacré aux différentes théories et modèles de masse de neutrinos. La théorie des oscillations ainsi que la paramétrisation générale utilisée seront explicitées dans le chapitre 3. Dans le quatrième chapitre, je ferai une revue générale sur la situation présente des connaissances acquises sur et grâce aux propriétés des neutrinos, notamment sur les masses et mélanges des neutrinos. Je présenterai dans ce même chapitre mon travail sur une contrainte générale indépendante des modèles sur les éléments de la matrice de masse. Dans le chapitre 5, dans un cadre général, je vais présenter mon travail sur l'étude d'une quantité phénoménologique qui est la masse effective à laquelle est proportionnelle l'amplitude de la double désintégration beta sans émission de neutrinos qui pourrait, une fois mesurée, apporter des informations sur la nature du spectre de masse des neutrinos et les phases de violation de CP . Je décrirai dans le sixième chapitre mes travaux sur les masses et angles de mélange des neutrinos dans le cadre du modèle SUSY minimal avec violation de la R-parité. Dans le chapitre 7, je résumerai dans une introduction mon travail sur l'énergie due aux échanges de neutrinos dans une étoile à neutrons et y annexerai les deux travaux les plus représentatifs de cette étude. Le chapitre 8 présentera les conclusions et les perspectives de recherches notamment dans le cadre de la leptogénèse, un des rares mécanismes pouvant engendrer la baryogénèse, dans l'étude duquel je me suis déjà engagée.

Table des matières

1	Introduction générale	11
1.1	Tout d’abord un peu d’histoire	11
1.2	Questions sur les propriétés des neutrinos	12
1.3	Vers l’astronomie neutrino	14
1.3.1	Les neutrinos solaires	14
1.3.2	Les neutrinos atmosphériques	16
1.3.3	Les neutrinos extra-galactiques	17
1.3.4	Télescopes neutrinos	19
1.4	Les neutrinos en cosmologie	20
1.4.1	Les neutrinos fossiles	20
1.4.2	Les neutrinos et la nucléosynthèse	21
2	Principaux modèles de masse de neutrinos	23
2.1	Introduction	23
2.2	Dirac ou Majorana	24
2.3	Terme général de masse de neutrinos Mécanisme du see-saw	25
2.4	Théories Grand-Unifiées (GUT)	28
2.5	Modèles non GUT	30
2.6	Théories avec dimensions supplémentaires	31
3	Paramétrisation générale des oscillations	35

3.1	Masses et mélanges des neutrinos	35
3.2	Probabilités de transition	37
3.2.1	Qu'apprend-t-on de la probabilité de transition ?	38
3.2.2	Effet de la matière	42
4	Contraintes sur les masses et mélanges	47
4.1	Données indirectes, expériences d'oscillations	47
4.1.1	Données des neutrinos atmosphériques	47
4.1.2	Neutrinos solaires	51
4.1.3	Expériences terrestres d'oscillations	54
4.1.4	Futur	57
4.2	Expériences directes	59
4.3	Contraintes cosmologiques sur les neutrinos	60
4.4	Application : contraintes générales sur la matrice de masse	61
5	Double désintégration β sans neutrinos ($0\nu\beta\beta$)	65
5.1	Cas Quasi dégénéré	69
5.2	Hierarchie normale	69
5.3	Hierarchie inversée	72
5.4	Discussion	72
5.5	Au delà du modèle standard	73
5.6	Conclusion	74
6	Modèles supersymétriques avec violation de la R-parité	75
6.1	Introduction	75
6.2	Lagrangien et superpotentiel	76
6.3	Paramétrisation indépendante des couplages RPV	78
6.4	Masses des neutrinos	78
6.5	Résultats et conclusions	84

6.6	Conclusion générale	87
7	Limite inférieure sur la masse du neutrino ?	89
7.1	Echange multiple de neutrinos dans une étoile à neutrons	90
7.2	Spectre des neutrinos dans une étoile à neutrons	91
7.3	Annexe	93
8	Conclusion et perspectives	119

Chapitre 1

Introduction générale

Les neutrinos jouent un rôle très important parce qu'ils constituent des sondes dans beaucoup de phénomènes aussi bien subatomiques et nucléaires qu'astrophysiques et cosmologiques. Ces sondes sont uniques, la taille des systèmes qu'elles permettent d'explorer s'étendant d'environ 10^{-33} cm (ce qui correspond à la physique à l'échelle d'énergie de Planck, 10^{19} GeV) à des distances de l'ordre de la taille de l'Univers présent, 10^{28} cm. Une telle capacité de résolution est à opposer à notre manque de connaissance sur leurs propriétés intrinsèques.

1.1 Tout d'abord un peu d'histoire

Le problème de la masse du neutrino a une longue histoire. Le neutrino (ν) a été introduit par Pauli en 1930 [1–3], pour expliquer la contradiction apparente entre le principe de conservation de l'énergie-impulsion et les résultats expérimentaux de J. Chadwick, qui avait observé en 1914 que l'énergie ne semblait pas être conservée dans la désintégration beta (β). Le neutrino ainsi postulé par Pauli devait être neutre et de spin 1/2 et la réaction β devenait alors : $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ (en notation moderne, puisque Pauli ne pouvait pas savoir à l'époque qu'il s'agissait d'un antineutrino $\bar{\nu}$). L'émission du neutrino expliquait l'énergie manquante et aussi la continuité du spectre d'énergie. Fermi [4, 5] avait alors baptisé la nouvelle particule neutrino (petit neutron) et écrit le hamiltonien à quatre fermions pour décrire la réaction, postulant ainsi l'existence d'une nouvelle force : "l'interaction faible". L'idée de mesurer la masse du neutrino grâce à l'étude du spectre de l'électron sortant de la désintégration beta était venue de Fermi [5] et de Perrin [6]. En étudiant la forme du spectre près de l'énergie maximum de l'électron sortant, Fermi a montré qu'elle dépendait fortement de la masse du neutrino et que celle-ci était beaucoup plus petite que celle de l'électron sinon nulle. Les premières expériences de mesure de la masse du neutrino selon cette idée ont débuté vers la fin des années 40 et ont conduit à une limite supérieure de 500 eV, descendue à 250 eV au début des années 50. Les méthodes et moyens s'étant améliorés au fil des années, les dernières limites sont aujourd'hui de quelques électronvolts [7], [8].

Aucune contradiction ne s'opposait à la théorie de Pauli et de Fermi, mais personne n'avait jamais vu un neutrino ! Ce n'est que vingt six ans plus tard qu'on a pu vérifier ces hypothèses grâce à l'observation directe du neutrino par Reines et Cowan [9] au cours d'une expérience qui a permis d'identifier les antineutrinos émis par un réacteur à fission. Quelque temps après cette identification, eut lieu la découverte de la violation de la parité dans les désintégrations faibles par C.S. Wu et al. (en 1957) [10]. Cette découverte amena Landau [11], Lee et Yang [12] et Salam [13], auteurs de théories de neutrino à 2 composantes, à supposer que le neutrino est une particule de masse nulle dont le champ est soit droit ν_R soit gauche ν_L .

En 1958, Goldhaber et ses collaborateurs ont mesuré l'hélicité du neutrino [14], le résultat étant en accord avec la théorie à deux composantes (fermion de Weyl). On sait ainsi que le neutrino qu'on observe est gauche ¹. L'expérience de Goldhaber n'a cependant pas exclu que le neutrino soit massif. Le hamiltonien décrivant l'interaction faible dans la théorie $V - A$ [16, 17], contient le neutrino gauche et aussi toutes les composantes gauches des champs 'massifs' ; alors pourquoi le neutrino ne serait-il pas lui aussi massif ?

Grâce au progrès technologique et à l'amélioration des performances des accélérateurs et réacteurs, les découvertes se sont succédé dès lors ce qui a permis aux physiciens de construire, étape après étape, le Modèle Standard. Largement vérifié aujourd'hui, ce modèle admet qu'il existe trois espèces (ou saveurs) distinctes de neutrinos, couplées aux trois particules électriquement chargées, qui de même que les neutrinos ne sont pas soumises à l'interaction forte : l'électron, le muon et le lepton tau. Dans un premier temps, on a établi l'existence des deux espèces de neutrinos ν_e et ν_μ en remarquant que les faisceaux de neutrinos produits par les premiers accélérateurs en même temps que des muons ne produisaient pas d'électrons lorsqu'ils interagissaient avec une cible. Le neutrino tau n'a été mis en évidence que récemment (2000), à Fermilab, par l'expérience DONUT qui a observé des interactions de courants chargés où l'unique lepton sortant du vertex est le τ [18].

1.2 Questions sur les propriétés des neutrinos

Le neutrino ne portant ni charge ni nombre baryonique, comment alors le différencier de son antiparticule ? Pour ce faire on introduit le nombre leptonique qui vaut 1 pour les leptons et -1 pour les antileptons. De plus, on définit en outre un nouveau nombre quantique, le nombre leptonique de saveur, qui permet de distinguer les espèces les unes des autres. On parle ainsi du nombre leptonique muonique pour le doublet (μ, ν_μ) , taonique (pour (τ, ν_τ)) et électronique (pour (e, ν_e)). On constate en outre que les antineutrinos ont l'hélicité droite.

En tant que fermion neutre, le neutrino pouvait être décrit, comme un fermion dit de

¹Il est à noter que cette expérience mesurait l'hélicité du neutrino électronique ν_e . Celle du neutrino muonique ν_μ (celui associé au lepton chargé μ) n'a été mesurée que bien plus tard [15].

Majorana ², identique à son antiparticule, [19], et par conséquent ceci constituait le premier schéma conduisant à une non-conservation du nombre leptonique ; aujourd'hui encore, on n'a pas vérifié cette hypothèse comme on va le voir plus loin.

Dans le Modèle Standard, la masse du neutrino a été mise à zéro "à la main" sans qu'il y ait un principe de base pour justifier cela, contrairement à ce qui se passe en électrodynamique où l'invariance de jauge impose que le photon soit de masse nulle. Tout bien considéré, il se trouve que le ν est la seule particule élémentaire qui puisse être décrite

- soit comme une particule de Majorana : le ν est sa propre antiparticule,
- soit comme une particule de Dirac, comme le sont les leptons chargés.

L'expérience cruciale qui permettrait de trancher sur ce dernier point serait l'observation de la double désintégration β sans émission de neutrinos, $(\beta\beta)_{0\nu}$. En effet, si elle avait lieu, on observerait l'émission de deux électrons issus des deux désintégrations β , ce qui donne un nombre leptonique dans l'état final -2 sans qu'aucun lepton ne soit présent dans l'état initial. Il y aurait donc violation de la conservation du nombre leptonique. D'autre part, dans cette hypothèse, les deux antineutrinos sensés accompagner les électrons se seraient annihilés et comme une annihilation a lieu entre une particule et son antiparticule on devrait en conclure que le neutrino est sa propre antiparticule.

Il est à présent démontré que les neutrinos, ou en tout cas certains d'entre eux, sont massifs. Les théoriciens s'interrogent toujours sur le mécanisme qui engendre cette masse et sur la question de savoir s'il s'agit d'un fermion de Dirac ou de Majorana. Cette question est plus importante qu'il n'y paraît : si les neutrinos et antineutrinos sont identiques, on peut imaginer qu'il y eu, au tout début de l'Univers, des processus qui ne respectent pas la symétrie particules-antiparticules et qui auraient conduit à l'asymétrie baryonique observée. Il s'agit de la leptogénèse. Tout modèle de leptogénèse fait le lien entre la nature Majorana des neutrinos et l'asymétrie baryonique de l'Univers.

Jusqu'à présent, les expériences de mesure directe de la masse des neutrinos, l'astrophysique et la cosmologie n'ont fourni que des bornes supérieures sur la masse des neutrinos et ces bornes sont très faibles comparées aux masses des leptons chargés associés. Les expériences d'oscillations, quant à elles, ne fournissent que des différences des carrés des masses des neutrinos (Δm_{atm}^2 pour les expériences de neutrinos atmosphériques et Δm_{sol}^2 pour celles sur les neutrinos provenant du soleil), mais depuis qu'on a la certitude que les neutrinos subissent des oscillations pendant leurs trajets, on a de fait une limite inférieure correspondant à $\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$, cf. chapitre 4. Le théoricien se trouve ainsi face à une double hiérarchie de masse : hiérarchie des familles entre elles ($m_e \ll m_\mu \ll m_\tau$) et hiérarchie au sein d'une famille ($m_{\nu_\ell} \ll m_\ell, \ell \in [e, \mu, \tau]$). Pour expliquer la petitesse de la masse du neutrino comparée à celle du lepton chargé correspondant, un mécanisme très simple a été proposé d'abord par Gell-Mann, Ramond, Slansky en 1978 [20] et indépendamment par Yanagida [21] (1979), confirmé par Gell-Mann, Ramond, Slansky ([22]) puis par Mohapatra, Senjanovic [23] en même temps que Witten [24]. Ce mécanisme, après avoir ajouté un neutrino droit de Majorana stérile du point de vue de l'interaction faible, donne une petite masse au neutrino d'hélicité gauche, au prix d'une très grande masse pour le neutrino droit,

²Nom donné en hommage à E. Majorana qui proposait cette solution en 1937.

par le mécanisme dit de la balançoire (see-saw) et qui sera décrit au chapitre 2.

Toutes ces questions sur les propriétés des neutrinos et leurs conséquences ont poussé les physiciens à élargir les investigations et explorer toutes les pistes. Ainsi, plusieurs sources de neutrinos sont exploitées : les neutrinos produits par la radioactivité naturelle des éléments, par les réacteurs nucléaires et par les accélérateurs à hautes énergies. On se sert aussi des neutrinos venant de l'espace en mettant au point de détecteurs de plus en plus efficaces profondément enterrés (afin de ne pas les confondre avec les neutrinos terrestres). Ces neutrinos sont très intéressants car n'interagissant que très faiblement, et voyageant avec une vitesse proche de celle de la lumière, partant de régions inaccessibles de l'espace (galaxies lointaines) et du temps (origine de l'Univers), ils peuvent atteindre nos détecteurs, contrairement aux photons, les messagers traditionnels de l'astronomie qui eux se font piéger par la matière (le seul inconvénient des neutrinos par rapport aux photons est que leur section efficace d'interaction est très petite ce qui nécessite des détecteurs à grand volume). Par exemple, en comparant les durées de voyage jusqu'à la Terre d'un photon et d'un neutrino, tous deux issus du coeur du soleil, on remarque que le photon met un million d'années pour arriver tandis que le neutrino ne met que six minutes. Inversement, apportant de riches informations sur leurs origines, ces neutrinos peuvent nous servir à sonder l'intérieur des étoiles et à examiner directement les processus énergétiques physiques qui ont lieu dans les noyaux stellaires.

1.3 Vers l'astronomie neutrino

1.3.1 Les neutrinos solaires

C'est justement dans le but de se servir des neutrinos solaires pour étudier les réactions qui ont lieu au coeur du Soleil que J. Bahcall et al., du point de vue théorique et R. Davis et al., du point de vue expérimental [25] ont établi des programmes d'étude des neutrinos provenant du soleil. Il s'agit des neutrinos électroniques ν_e issus des réactions thermonucléaires du coeur du soleil. Chaque réaction de la chaîne libère un neutrino avec une énergie caractéristique comme le montre la figure 1.1 où le spectre d'énergie des neutrinos solaires est représenté et sur laquelle on voit les seuils de détection des différentes expériences de neutrinos solaires.

On parle, par exemple, des neutrinos issus de la désintégration du Bore (neutrino de haute énergie) ou de ceux issus de la chaîne pp qui sont de basse énergie. Le détecteur utilisé par l'équipe de Davis était installé au fond de la mine de Homestake, et contenait quelque 400 tonnes de chlorure de carbone (CCl_4). La méthode reposait sur la détection de l'argon radioactif dans la réaction $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$. C'est ainsi qu'en 1968, R. Davis et al. ont observé, les premiers dans l'histoire, un déficit de neutrinos électroniques par rapport à la prédiction théorique du modèle standard solaire : 1/3 seulement du flux des neutrinos attendus était

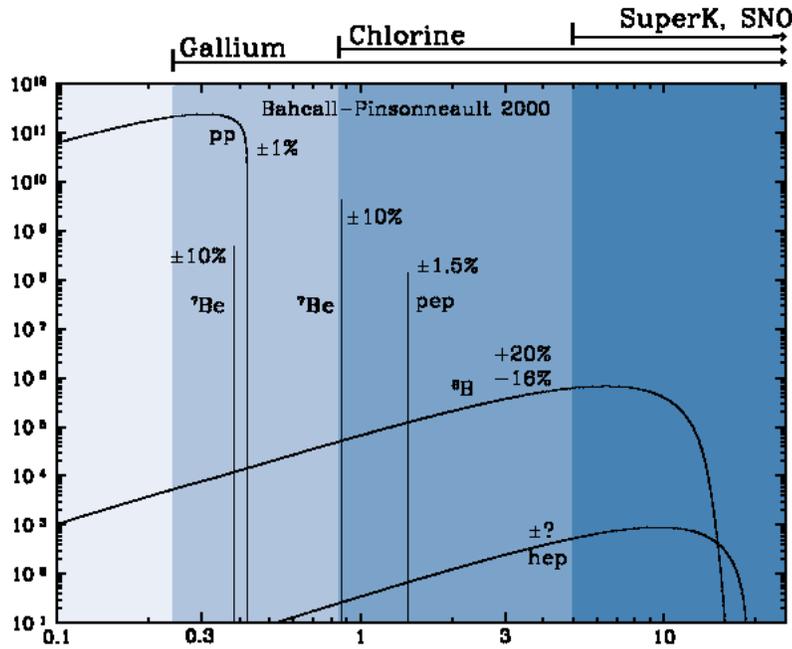


FIG. 1.1 – Spectre des neutrinos solaires et énergie de seuil des différentes expériences, [26]. Les axes des x et y représentent l'énergie des neutrinos en MeV et leurs flux, respectivement.

observé³. Pour expliquer ce déficit, on a longtemps mis en cause le modèle standard solaire mais sans suite car des arguments avancés par les physiciens nucléaires, les chimistes et les astrophysiciens, tous ensemble, ont conduit à abandonner cette piste. Dans ce cas il ne restait qu'à conclure que les neutrinos avaient de nouvelles propriétés non prévues par le modèle standard. C'est donc la première fois que l'astronomie neutrino fait une découverte non standard de la physique des particules, et à ce titre R. Davis mérite son prix Nobel puisque son expérience fut **la première astronomie neutrino**.

Il est à signaler que dix ans auparavant, en 1957, B. Pontecorvo [27] avait émis l'idée que l'état produit lors d'une désintégration beta était la superposition de 2 états de Majorana de masses définies, ceci par analogie aux états $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$ qui sont des superpositions des états $|K_1\rangle$, $|K_2\rangle$. Cette analogie conduisait à l'hypothèse d'oscillations de neutrinos comme les oscillations $|K^0\rangle \leftrightarrow |\bar{K}^0\rangle$. Seulement, à cette époque, on ne connaissait qu'une seule espèce de neutrino. Par la suite, en 1962, Maki, Nakagawa et Sakata ont considéré la possibilité de mélange entre deux espèces de neutrinos [28]. Toutes les combinaisons de mélanges ont été étudiées par Pontecorvo en 1967 [29] et en 1969, ce dernier avec Gribov, [30] ont proposé un modèle où les champs de neutrinos ν_{eL} , $\nu_{\mu L}$ sont des combinaisons linéaires de champs de Majorana gauche avec des masses définies : ainsi, les neutrinos électroniques solaires manquant au total de R. Davis ont été en fait transformés en une autre espèce que le détecteur ne peut pas arrêter. L'idée des oscillations a été depuis largement explorée.

³On trouvera plus de détail sur les neutrinos solaires dans le chapitre 4.

Les résultats de l'expérience de Davis [31, 32] ont été confirmés par d'autres expériences comme GALLEX [33], SAGE [34] et GNO [35] qui, utilisant des détecteurs de Gallium et par des procédés radiochimiques, ont observé aussi un déficit des neutrinos solaires issus de la chaîne pp . Par ailleurs, il y a eu l'expérience de Kamiokande [36–38] au Japon, agrandie à l'expérience SuperKamiokande qui a confirmé ce déficit de manière significative en 1998 [39, 40]. Le détecteur de Superkamiokande, profondément enterré est constitué de quelque 50.000 tonnes d'eau très pure et de quelque 13.000 photomultiplicateurs qui servent à détecter la lumière Cerenkov émise par les électrons ayant interagi avec les neutrinos provenant du soleil, quelle que soit leur saveur. Enfin, la preuve définitive que les neutrinos subissent bien des oscillations sur leur trajet depuis le coeur du soleil est venue tout dernièrement avec les résultats parus en juin 2001 de l'expérience SNO (Sudbury Neutrino Observatory) [41] qui utilise un détecteur de 1000 tonnes d'eau lourde (D_2O) installé au fond de la mine de Nickel de Sudbury au Canada. Cette fois les neutrinos électroniques interagissent avec les deutons pour produire deux protons et un électron dont la lumière Cerenkov est détectée à l'aide des quelque 10.000 photomultiplicateurs. Comme dans le cas de SuperKamiokande, cette expérience compte les ν_e issus du 8B mais l'avantage de ce détecteur est qu'il observe à la fois les neutrinos qui interagissent par courant chargé $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$, par diffusion élastique $\nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^-$ et enfin par courant neutre dans le deutérium $\nu_\alpha + d \rightarrow \nu_\alpha + n + p$, où $\alpha = e, \mu, \tau$. Le résultat de SNO démontre clairement que les neutrinos électroniques issus du soleil ont bien changé de saveur pendant leur trajet et la mesure du flux total des ν_e issus du 8B confirme les prédictions du Modèle Standard Solaire. Les preuves en faveur des oscillations de saveur vers des neutrinos actifs s'élèvent à présent au niveau de 5.3σ .

1.3.2 Les neutrinos atmosphériques

En parallèle avec le problème des neutrinos solaires, il y eut celui des neutrinos atmosphériques issus des collisions hadroniques dans la haute atmosphère :

$$\pi^\pm, K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (1.1)$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu) \quad (1.2)$$

Alors qu'on s'attendait théoriquement, au vu de ces réactions, à avoir deux fois plus de neutrinos muoniques ν_μ que de neutrinos électroniques ν_e , on observe à peu près la même proportion pour les neutrinos ayant traversé la Terre jusqu'au détecteur (neutrinos up-going). Ce fait a été observé dans différents détecteurs tels IMB et Soudan (USA), MACRO (Italie), Kamiokande et SuperKamiokande, etc., [37, 42–48]. Ainsi, puisque les neutrinos ν_e arrivent bien en nombre prévu dans les détecteurs, on en déduit que la moitié du flux des neutrinos ν_μ s'est transformée en neutrinos ν_τ . On verra plus de détails sur les neutrinos atmosphériques dans le chapitre 4.

1.3.3 Les neutrinos extra-galactiques

Durant l'explosion d'une supernova, 99 % de l'énergie de l'explosion est libérée sous forme de neutrinos et seulement 1 à 2% sous forme radiative. La détection des neutrinos des supernovae permet d'étudier le coeur des supernovae elles-mêmes et, comme on va le voir, fournit en outre beaucoup d'informations sur les propriétés des neutrinos. L'explosion de la supernova SN1987A a été observée le 23 février 1987, trois heures avant le signal optique, grâce au pulse de $\bar{\nu}_e$ provenant du refroidissement de l'étoile, par des détecteurs Cerenkov IMB (dans l'Ohio, USA) et KAMIOKA (Japon) qui étaient préparés pour mesurer la durée de vie du proton et qui étaient en phase de prise de données. La détection s'étale sur un laps de temps très bref de l'ordre de la dizaine de secondes. C'était la première fois que des neutrinos nous renseignaient sur ce qui se passe en dehors de notre galaxie puisque cette supernova se situait dans le nuage de Magellan. C'était là de nouveau une confirmation de la naissance de l'astronomie neutrino. Comment SN87A a-t-elle pu nous renseigner sur les propriétés des neutrinos ? [49].

Si les neutrinos sont massifs, ils voyagent à des vitesses différentes pour des énergies différentes, $v \simeq 1 - \frac{m_\nu^2}{2E_\nu^2}$, et vont arriver au détecteur à des instants différents selon leur énergie. Connaissant la longueur totale du voyage à partir du nuage de Magellan, on peut écrire

$$\delta t/t \sim \frac{\delta v}{v} \sim \frac{m_\nu^2}{E_\nu^2} \frac{\delta E_\nu}{E_\nu}. \quad (1.3)$$

Les neutrinos étant arrivés aux détecteurs pendant un laps de temps δt de l'ordre de ~ 10 s et avec une énergie moyenne $E_\nu \sim 20 - 30$ MeV d'écart $\delta E_\nu \sim 10$ MeV, on en déduit une limite supérieure sur la masse des neutrinos : $m_\nu \leq 10$ eV, ⁴.

Si le neutrino, quelle que soit sa saveur, est du type Dirac, sa masse est aussi fortement contrainte par les données. En effet, un neutrino ν_L de Dirac peut diffuser dans l'étoile en produisant un neutrino droit ν_R qui est stérile. Or, d'après la théorie de la diffusion la probabilité de cette transition est proportionnelle au carré de la masse du neutrino ; on peut montrer que la transition inverse ($\nu_R \rightarrow \nu_L$) est beaucoup moins probable. Dans ces conditions, les neutrinos ν_R étant stériles et n'interagissant pas avec le milieu stellaire emmèneraient une grande partie de l'énergie ce qui accélérerait considérablement le refroidissement de l'étoile et interdirait l'explosion. Cet argument conduit à borner supérieurement les masses des neutrinos de Dirac à 15 keV pour le ν_e et 10 keV pour les neutrinos ν_μ et ν_τ produits par les courants neutres.

SN1987A a aussi permis de contraindre (par le même raisonnement que ci-dessus) les propriétés électromagnétiques des neutrinos, notamment leur durée de vie radiative. En effet, les neutrinos en se désintégrant en photons auraient dû produire un flash de rayons γ associé au burst de neutrinos détecté. Or, par chance, le satellite SMM (Solar Maximum Mission) dont le rôle était de détecter les émissions solaires en rayonnement γ , était justement en orbite autour de la Terre au moment de l'évènement SN1987A et à l'instant précis

⁴En réalité, l'énergie n'est pas connue avec précision, il faudra remplacer dans eq. (1.3) E_ν et δE_ν par P_ν et δP_ν ($\delta E_\nu \ll \delta P_\nu$).

où les détecteurs IMB et Kamioka recevaient les neutrinos de la supernova, SMM n' a rien enregistré. Dans les 10 secondes qui ont suivi l'arrivée des $\bar{\nu}_e$, SMM a enregistré \sim qqs 10^{-1} photons /cm² d'énergie entre 0 et 100 MeV, provenant de SN1987A.

En général on peut avoir 2 genres de moment magnétique : i) le moment magnétique de Dirac qui est responsable de la transition $\nu_L \rightarrow \nu_R$, ii) le moment magnétique de transition $\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu R}^c$ ⁵. Si on ajoute un neutrino droit au modèle standard, une masse de neutrino non nulle implique un moment magnétique de Dirac non nul, proportionnel à cette dernière, donné par

$$\mu_\nu = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2} = 3 \times 10^{-19} \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right) \mu_B, \quad (1.4)$$

où $\mu_B = e/2m_e$ est le magnéton de Bohr. On a longtemps pensé qu'un grand moment magnétique ($\sim 10^{-10} - 10^{-11} \mu_B$) pour les neutrinos pouvait apporter une solution au problème du déficit des neutrinos solaires. Le défi théorique était alors de construire des modèles pouvant concilier une petite masse et un grand moment magnétique du neutrino. La difficulté pour ce faire vient du fait que ce sont les mêmes diagrammes qui génèrent la masse au neutrino et qui induisent un moment magnétique en insérant un photon sur la ligne interne de fermion chargé. On a donc été amené à faire appel à des symétries horizontales qui autorisent un grand moment magnétique pour le neutrino tout en supprimant sa masse. Voloshin [50] a considéré (1988) une symétrie horizontale $SU(2)$ agissant sur le doublet (ν, ν^c) . Sous cette symétrie, le terme de masse de Majorana se transforme comme un triplet d'isospin, ce qui est interdit dans le modèle standard (voir chapitre 2), alors que le terme d'interaction magnétique se transforme comme un singlet, ce qui autorise une grande valeur du moment magnétique.

Les transitions magnétiques sont contraintes par le signal observé des $\bar{\nu}_e$ provenant de SN1987A [51], on obtient ainsi la limite :

$$\mu_\nu \leq 3 \times 10^{-12} \mu_B. \quad (1.5)$$

Les transitions radiatives d'un état ν_i vers ν_j avec l'émission d'un photon donnent la durée de vie suivante

$$\tau_\gamma^{-1} = 5.3\text{s}^{-1} \left(\frac{\mu_{eff}}{\mu_B} \right)^2 \left(\frac{m_i^2 - m_j^2}{m_i^2} \right)^3 \left(\frac{m_i}{1\text{eV}} \right)^3, \quad (1.6)$$

où $|\mu_{eff}|^2 = |\mu_{ij}|^2 + |\epsilon_{ij}|^2$, μ_{ij} , ϵ_{ij} étant les moments dipolaires magnétique et électrique de transition $\nu_i \rightarrow \nu_j$. SN1987A donne [52] la limite suivante :

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_B} \leq 1.5 \times 10^{-8} \left(\frac{1\text{eV}}{m_i} \right). \quad (1.7)$$

⁵Le neutrino du genre Majorana ne peut pas avoir de moment magnétique diagonal à cause de l'invariance CPT .

Il existe une autre contrainte stellaire sur le moment magnétique de neutrino dérivée de l'étude de l'évolution des géantes rouges. Lorsqu'une étoile de masse comprise entre 0.7 et 0.9 M_\odot (M_\odot est la masse solaire) cesse de convertir son hydrogène central en hélium, elle commence à devenir étoile rouge : son coeur est essentiellement constitué d'hélium dégénéré de densité 10^6 g.m^{-3} et de température 10^8 K . Son noyau est en fait une naine blanche entourée d'une enveloppe d'hydrogène en combustion. Puisque les réactions thermonucléaires ont lieu en couche, la luminosité du coeur de l'étoile augmente, sa photosphère se dilate tout en se refroidissant, d'où le nom de géante rouge. Un moment dipolaire magnétique du neutrino ferait que la largeur de désintégration des processus plasma $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$ est amplifiée conduisant à un retard dans l'allumage de l'hélium des géantes rouges. Une étude numérique [53] sur l'impact de la perte non standard de neutrinos sur les géantes rouges ont permis de dériver une relation entre le moment magnétique du neutrino μ_ν , la masse centrale M_C de la géante rouge et la luminosité au moment de l'allumage de l'hélium. On trouve que μ_ν entraînerait une légère augmentation de la masse centrale M_C de la géante rouge : $\delta M_C \simeq 0.015 M_\odot (\frac{\mu_\nu}{10^{-12} \mu_B})$ où μ_B désigne le magnéton de Bohr. Les études sur les géantes rouges donnent la contrainte sévère [53] :

$$\mu_\nu \leq 3 \times 10^{-12} \mu_B . \quad (1.8)$$

Cette contrainte est plus forte que la limite donnée par l'expérience Munu ⁶ [54] :

$$\mu_\nu \leq 10^{-10} \mu_B \text{ (90\%C.L.)},$$

elle-même en accord avec celle donnée par SuperKamiokande [55].

1.3.4 Télescopes neutrinos

L'observation des ν émis par la supernova, suivie quelques heures plus tard de sa découverte dans le visible à l'aide de télescopes, a confirmé notre compréhension du mécanisme de l'implosion du coeur de fer des supernovae de type II et, plus généralement, de l'évolution stellaire. L'astronomie des ν permet donc d'explorer les profondeurs des étoiles et d'analyser enfin les mécanismes qui régissent leur évolution. De nombreuses énigmes restent cependant sans solution comme par exemple : quel est le flux de neutrinos émis par l'intégralité des explosions stellaires depuis la formation des grandes structures ? Pour relever le défi, de nouvelles expériences prennent naissance, comme par exemple le projet ICARUS [120] dont le détecteur à Argon liquide devrait enregistrer à la fois la direction et l'énergie des neutrinos incidents. Un réseau mondial de télescopes à neutrinos est même à l'étude, et devrait surveiller systématiquement les bouffées neutriniques, signes qui annoncent l'apparition d'une étoile.

Comme on l'a dit, les neutrinos interagissent si faiblement qu'il faudrait que les détecteurs soient volumineux et très profonds (pour éviter le bruit de fond des neutrinos terrestres) ; le plus simple est d'utiliser la glace des pôles ou l'eau des océans. C'est le cas du détecteur

⁶L'expérience Munu (au réacteur du Bugey) regarde les diffusions élastiques $\bar{\nu}_e e^-$ et mesure l'énergie de recul de l'électron pour donner une limite sur le moment magnétique du $\bar{\nu}_e$.

AMANDA (Antarctic Muon And Neutrino Detector Array) [57] installé dans l'antarctique qui commence tout juste à donner des résultats sur les neutrinos atmosphériques et semble disposé à observer des neutrinos ν_μ issus des rayons cosmiques (gamma-ray burst) de d'énergie comprise entre 10 TeV et 100 PeV venant de différentes directions de l'espace (1 PeV=10³ TeV). Encore plus prometteur est le télescope ANTARES (Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch) [58] situé au fond de la mer (à 2400 m) près de Toulon et qui sera fonctionnel pour une première étape en 2004. La lumière Cerenkov détectée par les photomultiplicateurs renseignera sur l'origine astrophysique des neutrinos ainsi détectés. Il y a d'autres télescopes ayant les mêmes buts tels que BAIKAL [59] construit à un km de profondeur dans le lac Baikal en Sibérie et NESTOR à 3.5 km de profondeur dans la mer Méditerranée près de Pylos en Grèce [60].

1.4 Les neutrinos en cosmologie

1.4.1 Les neutrinos fossiles

L'importance des neutrinos en cosmologie vient du fait qu'ils sont les particules dominantes de l'Univers, après les photons. Le modèle du Big-Bang prédit un fond de rayonnement fossile à 2.7 K de même qu'un fond de neutrinos fossiles à 1.95 K qui se sont découplés du reste de la matière quelques secondes après le Big-Bang. A la température de découplage T_D , c'est à dire une seconde après le Big-Bang, le nombre de neutrinos légers est égal, à un facteur de spin près, au nombre de photons : $n_\nu(T_D) = \frac{4}{3}n_\gamma(T_D)$. Le rapport n_ν/n_γ reste constant jusqu'à un temps correspondant à une température $T \leq m_e \sim 0.5$ MeV après le Big-Bang, où les annihilations e^+e^- augmentent le nombre de photons. Ces neutrinos doivent avoir joué un rôle déterminant dans la nucléosynthèse, la formation des structures et plus généralement la formation de l'Univers. En dehors de ces neutrinos fossiles du Big-Bang, l'Univers doit être rempli de neutrinos fossiles issus des supernovae du passé, de l'effondrement d'objets massifs ainsi qu'éventuellement de l'évaporation des trous noirs primordiaux.

On a longtemps cru que les neutrinos constituaient une partie importante de la matière noire. Au début on pensait même que les neutrinos pouvaient constituer toute la matière noire mais on a vite compris que dans un tel Univers rempli de neutrinos légers, on ne pouvait pas expliquer la formation de structures. On a alors favorisé un scénario de matière noire froide jusqu'à la publication des résultats de COBE qui montrent qu'on ne peut pas former assez de structures à grandes échelles avec de la matière noire froide. A présent, avec les toutes dernières données (2003) de Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) ⁷ [61] et de 2dF galaxy redshift survey (2dFGRS) ⁸ [62], on sait que les neutrinos constituent moins de 0.01% de la densité de l'Univers. La densité de neutrinos stables par rapport à la densité critique donnée par WMAP est $\Omega_\nu h^2 < 0.0076$ (95% C

⁷Cartographie complète du fond cosmique diffus (CMB) ainsi que les anisotropies de températures.

⁸Mise en œuvre de la carte de distribution de matière visible de l'Univers présent et passé proche.

L)). Ceci met immédiatement une limite sur la somme des masses des neutrinos légers : $\sum_i m_{\nu_i} \leq 0.69$ eV. Cette contrainte devient moins forte $\sum_i m_{\nu_i} \leq 1.01$ eV lorsque certaines données (Lyman- α forest), très contestées, ne sont pas prises en compte dans l'analyse [63]. Cette limite pourrait baisser de ~ 0.5 eV dans les 2 - 3 années à venir grâce à une meilleure précision.

Enfin, les neutrinos pourraient fournir des indices sur la baryogénèse (origine de l'asymétrie baryonique observée). Dans le but d'expliquer l'asymétrie baryonique de l'Univers on essaie d'induire la baryogénèse par les désintégrations (hors équilibre) de particules lourdes comme des neutrinos droits lourds engendrant une asymétrie leptonique (leptogénèse). Nous reviendrons sur cette question dans le dernier chapitre.

La détection des neutrinos fossiles semble impossible d'un point de vue pratique. Néanmoins, l'interaction de particules ultra-énergétiques avec un neutrino fossile pourrait être à l'origine des rayons cosmiques les plus énergétiques : c'est l'idée des Z-bursts, [64, 65]. Elle est basée sur l'annihilation résonante d'un neutrino d'ultra-haute énergie (ν_{UHE}) avec un neutrino fossile (ν_{RELIC}) via l'échange d'un boson Z donnant des hadrons (protons) dans l'état final, voir figure 1.2. A la résonance, la section efficace d'interaction est amplifiée de

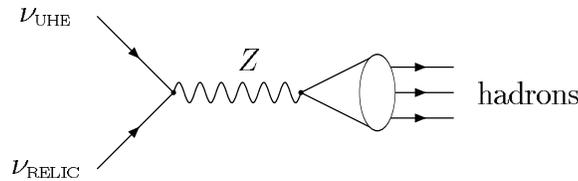


FIG. 1.2 – Annihilation d'un neutrino ultra-haute énergie avec un neutrino fossile : Z-burst.

plusieurs ordres de grandeur et l'énergie du neutrino incident qui remplit la condition de résonance E_ν est $M_Z^2/2m_\nu$, ceci dans le repère au repos du neutrino relique, m_ν et M_Z étant les masses du neutrino fossile et du boson Z, respectivement. Avec des masses du neutrino de l'ordre de l'eV, on obtiendrait des énergies de l'ordre de quelque 10^{21} eV, proche des plus grandes énergies de rayons cosmique observés [66] et qui ont dépassé la coupure de GZK (Greisen-Zatsepin-Kuzmin) $E_{\text{GZK}} = 4 \times 10^{19}$ eV. Dans l'hypothèse des Z-burst on s'attend à trouver en plus du pic $\sim 10^{19}$ eV représentant les protons produits un deuxième pic aux alentours de $\sim 10^{21}$ eV qui correspondrait au Z-burst. Une confirmation de l'hypothèse des Z-bursts impliquerait à la fois l'existence des neutrinos fossiles et plus important encore, une mesure absolue de la masse du neutrino de l'ordre de 0.26 eV [67].

1.4.2 Les neutrinos et la nucléosynthèse

L'idée de mettre des bornes sur les propriétés de particules à partir de l'étude de l'Univers peut paraître surprenante. L'idée est pourtant très simple : pour obtenir une contrainte

sur une quantité physique, on démarre avec un modèle qui fournit des prédictions testées expérimentalement. On introduit, par la particule à contraindre, le neutrino dans notre cas, une perturbation au modèle qui ne sera tolérée que dans la limite des données expérimentales. Par exemple, on prend le modèle de la nucléosynthèse primordiale. La mesure de l'abondance Y de l'hélium implique une restriction sur le nombre d'espèces de neutrinos légers N_ν . Le modèle du Big-Bang décrit avec succès les abondances d'Hélium ${}^4\text{He}$, Lithium ${}^7\text{Li}$ et de Deutérium D et ceci conduit à prédire, outre la densité baryonique Ω_B , le nombre effectif de neutrinos légers au moment du découplage des neutrinos ($t \sim 1$ s, c'est à dire $T_D \sim 1$ MeV). Ainsi on a, [159] :

$$1.2 < N_\nu^{eff} < 3.3(99\%CL) \quad (1.9)$$

Cette borne ⁹ est en accord avec les résultats de la physique des particules, [69]. En effet, l'expérience LEP trouve que le nombre d'espèces de neutrinos légers est $N_\nu = 2.99 \pm 0.05$. LEP compte le nombre d'espèces de neutrinos (qui peuvent être couplés au boson Z^0) dont la masse est $m \leq \frac{M_Z}{2}$ GeV alors que la nucléosynthèse compte les degrés de liberté relativistes à la température $T \sim 1$ MeV, température à laquelle l'hélium s'est synthétisé, ce qui demande $m \leq 10$ MeV pour avoir un effet. Ces deux mesures de LEP et de la cosmologie sont donc complémentaires, la cosmologie compte tous les neutrinos légers, même non couplés au Z^0 et donc non visibles à LEP.

⁹Cette borne contredit fortement la possibilité de produire une grande asymétrie leptonique au moment de la nucléosynthèse, laquelle est connectée avec l'existence de neutrinos stériles. Ces derniers auraient été amenés à l'équilibre thermique à cause des effets de mélange. On aurait obtenu $N_\nu^{eff} = 4$ avec un neutrino stérile contredisant la borne eq.1.9 de la nucléosynthèse.

Chapitre 2

Principaux modèles de masse de neutrinos

2.1 Introduction

A présent qu'on sait que les neutrinos sont massifs, on doit sortir du cadre du modèle standard pour y incorporer les faits expérimentaux suivants :

1) Les masses des neutrinos sont très petites ; même si on ne considère que la 3ème génération de neutrinos, sa masse $\sim \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ est très petite devant celles des quarks et des leptons chargés.

2) Deux des trois angles de mélange sont très grands (celui du secteur atmosphérique est proche de 45° et l'angle de mélange solaire est autour de 32° : situation de mélange proche de bi-maximal) et le troisième (angle qui relie les secteur atmosphérique et solaire) très petit, faits confirmés par toutes les expériences sur les neutrinos solaires et atmosphériques.

Il est fréquent que dans un modèle caractérisé par une symétrie G et un certain contenu en particules, le groupe de symétrie des termes renormalisables du lagrangien soit plus grand que G . Les symétries additionnelles sont alors dites accidentelles. Cette situation se présente dans le cas du modèle standard où la conservation des nombres baryonique B et leptonique L n'est pas une conséquence de la symétrie de jauge $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, mais est due au fait que les termes qui la violeraient ne sont pas renormalisables.

Dans le modèle standard on a donc la symétrie accidentelle globale

$$U(1)_B \times U(1)_{L_e} \times U(1)_{L_\mu} \times U(1)_{L_\tau} \quad (2.1)$$

qui apparaît à l'ordre perturbatif. $U(1)_B$ est la symétrie du nombre baryonique et $U(1)_{L_{e,\mu,\tau}}$ les symétries du nombre leptonique par saveur, avec un nombre leptonique total $L = L_e + L_\mu + L_\tau$. Si on restait dans le cadre du modèle standard, on pourrait envisager de donner des masses aux neutrinos ¹ avec des opérateurs (non renormalisables) de dimension

¹Il s'agit de masses de Majorana, comme on va le voir plus loin.

5 comme :

$$\mathcal{O}_5^{MS} = \frac{1}{v} \left\{ \epsilon_{ij} (\phi\ell)_i (\phi\ell)_j + h.c. \right\} , \quad (2.2)$$

où v est la valeur moyenne dans le vide du champ de Higgs ordinaire ϕ , ℓ est le doublet de lepton de $SU(2)_L$ et ϵ_{ij} le couplage (les indices i, j étant les indices de saveurs). De tels opérateurs violent la symétrie globale (2.1) et ne peuvent par conséquent pas être induits à l'ordre perturbatif. Il ne peuvent pas non plus être induits non-perturbativement puisqu'ils portent le nombre $B - L = -2$ et le sous groupe $U(1)_{B-L}$ de (2.1) est dépourvu d'anomalies.

Si on considère le lagrangien du modèle standard comme un lagrangien effectif, limite d'un lagrangien plus fondamental, il n'y a plus de raison d'exiger sa renormalisabilité et les termes violant les symétries additionnelles peuvent être acceptés. En d'autres termes, si on accepte le fait que la conservation du nombre leptonique n'est pas indispensable ou incontournable du fait qu'elle n'est pas liée à une invariance de jauge, on peut comprendre aisément que pour avoir une petite masse de neutrino on doit faire appel à une grande échelle d'énergie Λ liée à une nouvelle physique bien au delà du modèle standard. Si le nombre leptonique n'est pas conservé, on peut engendrer des masses aux neutrinos par des opérateurs de dimension 5 de la forme de eq. (2.2)

$$\mathcal{O}_5 = \frac{1}{\Lambda} \left\{ \epsilon_{ij} (\phi\ell)_i (\phi\ell)_j + h.c. \right\} . \quad (2.3)$$

Lorsque le Higgs ϕ acquiert une valeur moyenne dans le vide non nulle, on engendre des masses aux neutrinos qui vont, pour ϵ_{ij} de l'ordre de 1, comme

$$m_\nu \sim v^2/\Lambda . \quad (2.4)$$

On voit clairement que pour avoir des masses de neutrino de l'ordre de $\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \sim \sqrt{2 \times 10^{-3} \text{eV}^2}$ (valeur issue du meilleur fit des résultats expérimentaux sur les neutrinos atmosphériques, voir chapitre 4), l'échelle Λ doit être de l'ordre de 10^{15} GeV, proche de l'échelle de grande unification. Cette échelle est d'autant plus grande que la masse des neutrinos est plus petite.

Pour résumer, une masse de neutrino implique nécessairement une nouvelle physique à une grande échelle d'énergie.

2.2 Dirac ou Majorana

Tous les fermions élémentaires (quarks et leptons) obéissent à l'équation de Dirac

$$(\not{p} - m)\psi = 0.$$

Un spineur ψ de Dirac à quatre composantes représente alors la particule et l'antiparticule, chacune respectivement dans les deux états d'hélicité gauche et droite. Pour des particules de masse nulle, les états gauches et droits sont indépendants et on n'a besoin que de l'un des deux ; c'est ainsi qu'est traité le neutrino dans le Modèle Standard. Le neutrino, étant un fermion neutre, peut être aussi bien décrit par un quadrispineur de Majorana qui est composé de 2 spineurs représentant finalement la même particule. Dans le cas de masse nulle, il n'y a aucune différence entre les deux descriptions, Dirac et Majorana. Mais depuis qu'on a la preuve grâce aux oscillations que le neutrino est massif, comment savoir s'il est du genre Majorana ou bien du genre Dirac ? De plus, on se pose des questions de base sur l'origine de masse des neutrinos et sur l'explication d'une telle hiérarchie de masse entre les leptons chargés et neutres.

Il y a typiquement trois façons possibles d'étendre le modèle standard afin que les neutrinos acquièrent des masses : le mécanisme du see-saw, les dimensions supplémentaires et les modèles supersymétriques avec violation de la R-parité. Cette dernière possibilité est développée dans le chapitre 6. Les modèles à dimensions supplémentaires seront abordés dans la dernière section de ce chapitre. Dans la suite je vais détailler le mécanisme du see-saw ainsi que certaines extensions Grand-Unifiées du modèle standard.

2.3 Terme général de masse de neutrinos

Mécanisme du see-saw

Pour introduire un terme de masse de Dirac au Lagrangien, on a besoin des 2 composantes d'hélicité gauche et droite

$$\mathcal{L}_{m_D} = m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) \equiv \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \ \bar{\nu}_R) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.5)$$

Dans le modèle standard, un tel terme est engendré à partir du couplage d'un unique champ de Higgs aux différents doublets de leptons. Lorsque le Higgs ϕ acquiert une valeur moyenne dans le vide non nulle, on a pour un champ de fermion générique f :

$$\mathcal{L}_{int} \sim h_{ij} \bar{f}_i \phi f_j \xrightarrow{\langle \phi \rangle = v} \mathcal{L}_m \sim h_{ij} v \bar{f}_i f_j. \quad (2.6)$$

Si l'on voulait appliquer le même schéma au secteur leptonique, l'impressionnante hiérarchie des masses entre le secteur des neutrinos et celui des leptons chargés serait le reflet d'une hiérarchie similaire des couplages de Yukawa, ce qui est peu naturel et difficile à admettre. On fait donc appel au mécanisme du see-saw (balançoire), un mécanisme très simple [20–24]² a été proposé dans le but d'expliquer la petitesse des masses des neutrinos. L'idée est que

²Ce mécanisme a été proposé d'abord par Gell-Mann, Ramond, Slansky en 1978 et cité par Ramond lors d'une conférence en février 79 [20]. Puis, ce mécanisme a été proposé indépendamment par Yanagida [21] (février 1979), confirmé par Gell-Mann, Ramond, Slansky (été 79, publié dans [22]) puis par Mohapatra, Senjanovic [23] en même temps que Witten dans un préprint de novembre 1979 [24].

le neutrino droit étant singlet ou stérile du point de vue de tous les groupes de jauge du modèle standard, sa masse, s'il en a une, n'est pas contrainte par la brisure de la symétrie électrofaible ~ 250 GeV. Autrement dit, on peut donner au neutrino droit une masse aussi grande que l'on veut sans briser l'invariance de jauge.

Étant neutre, le neutrino est le seul fermion du modèle standard à pouvoir être décrit aussi par un spineur de Majorana [19] qui contient deux états indépendants de même masse (ν_L et $\bar{\nu}_R$ ou ν_R et $\bar{\nu}_L$). Par définition, un fermion de Majorana est sa propre antiparticule, i.e., $\nu = e^{i\theta}\nu^c$ avec $\nu^c \equiv C\bar{\nu}^T$ où C est l'opérateur de conjugaison de charge et θ une phase arbitraire (qu'on prend nulle en général). De ce fait, un terme de masse de Majorana viole le nombre leptonique total et individuel par saveur et peut concerner aussi bien la composante gauche que droite. Comme on va voir, le plus important est que la composante droite ait une grande masse :

$$\mathcal{L}_{m_M} = \frac{1}{2} M_{ij} \overline{\nu_{R_i}^c} \nu_{R_j} + h.c. \quad (2.7)$$

A l'aide de la relation

$$\bar{\nu}_L m_D \nu_R = \overline{\nu_R^c} m_D^T \nu_L^c$$

et en regroupant les 2 contributions eqs. (2.5) et (2.7), on obtient le terme de masse général

$$\mathcal{L}_M^{(\nu)} = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \quad \overline{\nu_R^c}) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.8)$$

Notons que le neutrino gauche peut aussi acquérir une masse de Majorana, ce qui impliquerait une matrice de masse non nulle M_L (dans la sous matrice diagonale supérieure de la matrice de masse) ($2n \times 2n$) dans le cas de n générations) de l'équation (2.8). Cependant, un terme de masse en $\overline{\nu_L^c} m_L \nu_L$ correspondrait à un isospin faible $I_3 = 1$ et comme dans le modèle standard il n'y a pas de triplet de Higgs (dans le modèle de Gelmini-Roncadelli [70] on engendre une masse de Majorana pour le neutrino gauche par brisure spontanée de la symétrie leptonique) qui se couplerait à ce terme pour former un invariant sous une transformation du groupe de jauge $SU(2)_L$, un terme de masse de Majorana pour le neutrino gauche n'est par conséquent pas viable dans le modèle standard ³, alors que le neutrino droit étant singlet, un terme de masse de Majorana pour ce dernier est invariant de jauge.

Pour obtenir les états et valeurs propres de masse, une transformation unitaire est nécessaire :

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} L \\ R^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\epsilon\epsilon^\dagger & \epsilon \\ -\epsilon^\dagger & 1 - \frac{1}{2}\epsilon\epsilon^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \\ R^c \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

à l'ordre 2 en ϵ où ϵ , défini par $\epsilon = m_D/M_R$, est très petit, M_R devant être très grand comparée à la masse de Dirac m_D pour donner des petites masses aux neutrinos.

³Ajouter un triplet de Higgs au modèle standard n'est pas très viable car incompatible avec les données du LEP sur la largeur du boson Z.

En terme de nouveaux champs L et R et des masses propres m_L et M_R , le terme de masse s'écrit :

$$\mathcal{L}_M^{(\nu)} = \frac{1}{2} (\bar{L} \quad \bar{R}^c) \begin{pmatrix} m_L & 0 \\ 0 & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L^c \\ R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.10)$$

Ces nouveaux champs composent les deux états propres de masse,

$$\nu = L + L^c = \nu^c, \quad \text{de masse propre} \quad \sim m_L = -m_D \frac{1}{M_R} m_D^T \quad (2.11)$$

$$N = R + R^c = N^c, \quad \text{de masse propre} \quad \sim M_R. \quad (2.12)$$

Il est à noter que les nouveaux champs propres sont du type Majorana : $N = N^c$ est le multiplet de neutrinos droits lourds de Majorana de matrice de masse M_R et $\nu = \nu^c$ est le mutiplet de neutrinos gauche de Majorana de matrice de masse très petite, inversement proportionnelle à M_R . C'est le fameux mécanisme du see-saw représenté dans la figure 2.1.

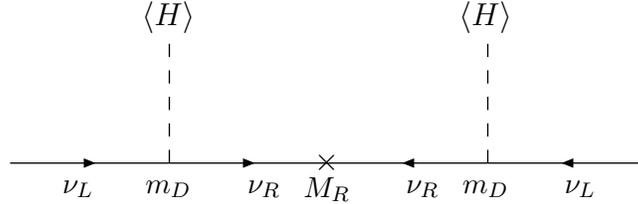


FIG. 2.1 – Le neutrino gauche ν_L acquière une masse de Majorana $\sim m_D^2/M_R$ par le mécanisme de la balançoire (see-saw).

Le raisonnement suivant permet de se faire une idée de l'échelle de masse de M_R . Prenons le cas d'une génération et essayons de reproduire l'échelle de masse des neutrinos atmosphériques, i.e., $m_L \sim \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \simeq 5 \times 10^{-2}$ eV. En prenant la masse du fermion de Dirac le plus lourd qu'on connaisse, $m_D \sim m_{\text{top}} \simeq 170$ GeV on obtient $M_R = M_D^2/m_L \simeq \text{qqs} \times 10^{15}$ GeV, échelle très proche de celles des théories grand unifiées, GUT ⁴, comme SO(10), E₆ et certains modèles de cordes dont le spectre contient des singlets du point de vue de l'interaction électrofaible tels que le neutrino droit .

Comme le neutrino droit est prévu dans la plupart des modèles GUT, le mécanisme du see-saw dans les théories grand unifiées est très attractif. En plus de la petitesse de la masse des neutrinos gauches, le mécanisme du see-saw implique automatiquement que les neutrinos massifs sont du type Majorana. Ce point est très important et constitue la motivation essentielle des expériences qui étudient la double désintégration β sans émission de neutrinos ($0\nu\beta\beta$).

⁴Dans le modèle supersymétrique minimal MSSM, tous les couplages de jauge s'unifient vers une échelle $\sim 2 \times 10^{16}$ GeV.

En réalité nous avons (au moins ⁵) trois générations de neutrinos et la matrice de masse pour les neutrinos légers est $-m_D^T M_R^{-1} m_D$, où m_D est une matrice (3×3) qui doit être analogue à celle des leptons chargés ou quarks et M_R est la matrice de masse (3×3) des neutrinos droits. Si la matrice m_D présente, comme c'est le cas des quarks (ou leptons chargés), un spectre hiérarchique, alors les angles de mélanges des neutrinos devraient être très petits. Ceci est en contradiction avec les observations qui traduisent un mélange presque bi-maximal à moins qu'il y ait beaucoup d'ajustements (fine tuning) entre les matrices m_D et M_R (voir par exemple [71] et [72], où on étudie une classe spéciale de modèles engendrant un mélange presque maximal par le mécanisme du see-saw en partant de matrices m_D et M_R presque diagonales). En réalité, en supposant une hiérarchie dans le spectre des neutrinos dès le départ, celle-ci peut changer, conduisant à un tel mélange (2 grands angles et un petit) lorsque le spectre des neutrinos à basse énergie est presque dégénéré $m_\nu \sim 1$ eV.

2.4 Théories Grand-Unifiées (GUT)

Dans les théories de grande unification (GUT), qui essaient d'unifier les descriptions des interactions faible, électromagnétique et forte, le neutrino est naturellement massif puisque souvent ce dernier trouve sa place au sein d'un multiplet sur un pied d'égalité avec les quarks et les leptons (mis à part la théorie se basant sur le groupe $SU(5)$ où il n'est pas prévu de neutrino d'hélicité droite). Indiquons cependant d'emblée qu'une des prédictions des théories GUT est la désintégration du proton qui n'a toujours pas été observée. L'échelle d'unification est (voir par exemple [73])

$$\Lambda_{GUT} \sim 3 \times 10^{16} \text{ GeV}. \quad (2.13)$$

Modèle $SU(5)$ [74]

Le choix minimal pour l'unification des théories est le groupe $SU(5)$ dans lequel les membres d'une même famille sont répartis en deux représentations du groupe (5 et $\bar{10}$). La durée de vie du proton prédite par $SU(5)$ a été exclue par l'expérience : l'échelle d'unification suggérée par la convergence des couplages est bien inférieure à celle imposée par la stabilité du proton. Cependant une extension supersymétrique du modèle échappe à cette critique. Mais de toutes façons, $SU(5)$ minimal n'est pas le bon modèle pour décrire le neutrino **massif** : d'une part le neutrino n'a pas de représentant d'hélicité droite ce qui empêche d'avoir un terme de masse de Dirac et d'autre part la composante gauche ne peut pas avoir de masse de Majorana en raison de la conservation de la symétrie $B - L$.

Comme ces modèles lient les quarks aux leptons, le fait que le mélange soit grand (presque bi-maximal) dans le secteur des neutrinos et petit dans celui des quarks, pose d'emblée des problèmes.

⁵On exclut les résultats de LSND, lesquels font appel à une quatrième espèce.

Modèle $SO(10)$ [75]

Le modèle de la théorie grand-unifiée le plus favorable au mécanisme du see-saw est celui basé sur le groupe $SO(10)$ dans lequel le neutrino droit fait partie d'un 16-plet (multiplet de dimension 16) comprenant les quarks et les leptons. Dans ce modèle $B - L$ est symétrie de jauge dont la brisure donne une masse naturelle de Majorana aux neutrinos droits. $SO(10)$ est le plus attrayant des modèles GUT car c'est le plus petit groupe de jauge où il n'y ait pas d'anomalies liées aux fermions chiraux et, de plus, il ne fait pas appel à d'autres fermions supplémentaires que le neutrino droit ($SO(10)$ contient $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$). Les théories $SO(10)$ donnent naturellement aux fermions singlets de jauge (dont les neutrinos droits) des masses à l'échelle de la brisure de la symétrie $SO(10)$, $\Lambda_{SO(10)}$, et relie la matrice de masse de Dirac des neutrinos m_D à celle des quarks up M_u . Les neutrinos légers acquièrent des masses par le mécanisme du see-saw et le plus lourd d'entre eux arrive à la masse $\sim m_{top}^2/\Lambda_{SO(10)} \sim 10^{-3}$ eV. Cependant, on peut montrer que pour obtenir la bonne fréquence Δm^2 atmosphérique ($\sqrt{\Delta} m_{atm}^2 \sim 0.05$ eV), il suffit que le plus lourd des singlets droits ait une masse plus basse que l'échelle Λ_{GUT} (voir eq. (2.13)) d'un facteur ~ 30 . La majorité des modèles basés sur $SO(10)$ étaient capables d'accomoder la solution d'oscillations SMA (petit angle de mélange) ou même la solution d'oscillations dans le vide pour les neutrinos solaires. Cependant, pour avoir la solution de grand angle de mélange (LMA), la seule vérifiée expérimentalement depuis peu, on doit faire beaucoup de fine-tuning. En ce qui concerne la contrainte de mélange maximal dans le secteur atmosphérique, il est très difficile de la satisfaire dans ces modèles. La raison principale en est qu'un mélange voisin du maximum implique une quasi-dégénérescence des 2 espèces et si on tient compte en plus des données sur les neutrinos solaires, la dégrérescence se généralise aux 3 espèces de neutrinos : $m_{\nu_e} \simeq m_{\nu_\mu} \simeq m_{\nu_\tau}$ alors que les modèles avec un spectre de 3 neutrinos quasi-dégénérés ne sont pas aisés à construire.

Le modèle $SO(10)$ donne beaucoup de relations qui "marchent" mais beaucoup d'autres contredites par l'expérience. Par exemple, il prédit des angles de mélange presque nuls dans le secteur des quarks (CKM) et certains rapports de masses tel que $m_c/m_s = m_t/m_b$. Cependant, on contourne ces difficultés en considérant qu'il y a des effets sous dominants qui pourraient corriger certaines des mauvaises prédictions. Ceci est largement discuté dans, par exemple, les travaux [71, 72, 76].

Les futures expériences vont réduire considérablement la liste de ces modèles GUT, qui arrivent à concilier toutes les observations, en éliminant ceux qui n'ont pas les bonnes prédictions sur, par exemple, la nature du spectre de masse des neutrinos (hiérarchie normale ou inversée) ⁶ et surtout sur l'angle θ_{13} (Chooz) qui est l'angle le plus mal connu ainsi que sur la phase δ de violation CP .

⁶Les modèles GUT basés sur $SO(10)$ qui arrivent à concilier les données favorisent un spectre de masse de hiérarchie normale.

2.5 Modèles non GUT

Il existe des alternatives aux modèles GUT comme les modèles de basse énergie qui engendrent des masses radiatives tel le modèle supersymétrique minimal avec violation de la R-parité (voir chapitre 6), les modèles où on modifie la structure du Higgs standard tels les modèles avec un triplet de Higgs [70], le modèle de Zee où on ajoute un doublet supplémentaire de Higgs et singlet chargé de $SU(2)_L$, les modèles avec textures spéciales de la matrice de masse des neutrinos (avec des relations entre les éléments de la matrice de masse), les modèles de dimensions supplémentaires (voir la section 2.6), etc. Dans la plupart des modèles non GUT, la matrice de masse des neutrinos est en général décorrélée de celle des leptons chargés ou de celle des quarks.

Les grandes lignes du **modèle de Zee**, un des premiers (et des plus économiques) à engendrer à l'ordre d'une boucle des masses de Majorana aux neutrinos gauches [77], sont les suivantes :

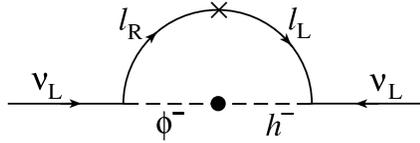


FIG. 2.2 – Masse de Majorana engendrée à l'ordre d'une boucle pour le neutrino gauche ν_L dans le modèle de Zee [77].

on part du modèle standard minimal auquel on ajoute d'abord un singlet de $SU(2)_L$: h^- . Etant chargé, ce dernier ne peut pas induire une masse de Majorana au neutrino car étant électriquement chargé, il ne peut pas avoir de valeur moyenne dans le vide non nulle. On fait donc appel à un doublet de Higgs supplémentaire Φ^- qui contribue à engendrer à l'ordre d'une boucle de petites masses pour les neutrinos gauches selon le diagramme 2.2. La matrice de masse des neutrinos dans ce modèle a la forme suivante :

$$m_\nu = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ \alpha & 0 & \epsilon \\ \beta & \epsilon & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

où les contributions diagonales sont nulles et les non-diagonales ϵ sont très petites devant α, β avec $\alpha \sim \beta$. Cette matrice de masse conduit bien à des solutions de grand angle de mélange pour le secteur atmosphérique. En ce qui concerne le spectre de masse, le modèle de Zee minimal conduit à une hiérarchie de masse inversée ($m_3 \ll m_1 \sim m_2$). Cependant la prédiction de ce dernier pour le mélange dans le secteur solaire, pratiquement à sa limite maximale (45°), est exclue par les expériences de neutrinos solaires. En effet, celles-ci donnent un angle solaire autour de 32° (voir section 4).

2.6 Théories avec dimensions supplémentaires

L'idée de considérer notre monde à 4 dimensions comme une brane plongée dans un espace de plus grande dimension ($4 + \delta$), le bulk, apporte une source de masse pour les neutrinos différente de celle qu'on vient de voir. La petitesse de la masse des neutrinos est liée à la grande taille du volume des dimensions supplémentaires laquelle supprime le couplage des neutrinos de notre brane aux fermions singlets de jauge vivant dans le bulk.

Les théories de dimensions supplémentaires constituent une alternative au mécanisme du see-saw. Elles ont avant tout été introduites pour expliquer le problème de hiérarchie [78]. Dans ce schéma la gravitation et les interactions de jauge sont unifiées à une échelle faible, prise comme l'unique échelle fondamentale de courte distance. La faiblesse de l'interaction gravitationnelle sur des distances ≥ 1 mm est due à l'existence de δ dimensions spatiales compactes grandes par rapport à l'échelle faible. Dans ce schéma, l'échelle de Planck $M_{Pl} \sim G_N^{-1/2}$ n'est pas une échelle fondamentale et sa grandeur n'est qu'une conséquence de la grande taille des nouvelles dimensions. Les gravitons se propagent librement dans toutes les dimensions du bulk et les champs du modèle standard sont localisés dans notre espace à 4 dimensions, la brane dont "le rayon" sera l'échelle faible dans les dimensions supplémentaires. Par conséquent, dans ces théories, la petitesse de la masse des neutrinos n'est pas expliquée par le mécanisme du see-saw (il n'existe pas de grande échelle de masse), mais est due au couplage très petit (plutôt à l'évolution des couplages de Yukawa qui peuvent avoir des valeurs extrêmement petites à basse énergie) entre les neutrinos stériles droits, qui eux vivent dans le bulk sur les modes de Kaluza-Klein, et les neutrinos actifs vivant dans notre espace avec 4 dimensions [79].

L'idée est attractive puisqu'on n'a pas besoin de donner des masses très grandes aux neutrinos stériles pour expliquer la petitesse de celles des neutrinos actifs. Alors, on pourrait par ce biais concilier les données solaires et atmosphériques avec les observations de LSND, qui donnent une fréquence Δm^2 de l'ordre de l'eV² suggérant l'existence d'une quatrième espèce de neutrino léger mais stérile puisque la largeur du boson Z montre que celui-ci n'est couplé qu'à 3 espèces de neutrinos.

L'échelle fondamentale de la théorie M_* est très petite devant celle de Planck. On la définit à travers un facteur géométrique V_δ dans les dimensions compactes, qui est le volume de l'espace supplémentaire de dimension δ , par

$$(M_*)^\delta V_\delta = (M_{Pl}/M_*)^2; \quad (2.15)$$

cette équation est une sorte de loi de Gauss et M_{Pl} est la masse de Planck $M_{Pl} = 1/\sqrt{G_N} \sim 1.2 \times 10^{19}$ GeV. On peut jouer sur le nombre δ des dimensions supplémentaires et leur volume V_δ de façon à faire baisser l'échelle M_* jusqu'à l'ordre du TeV, échelle accessible pour les futurs collisionneurs.

Pour rendre compte des contraintes sur les masses des neutrinos, il faudrait que les dimensions supplémentaires soient grandes et qu'au moins une ait un rayon ⁷ R de l'ordre de l'échelle de fréquence des neutrinos solaires, i.e., $\sim 10^{-2}$ eV : $R^{-1} \leq 10^{-2}$ eV

⁷Dans le cas d'une seule dimension supplémentaire, R est le rayon du cercle dans la cinquième dimension.

($R \geq 2 \times 10^{-2}$ mm). Les $\delta - 1$ autres dimensions auraient un volume tel que M_* soit de l'ordre du TeV, i.e.,

$$(M_*)^\delta (2\pi)^\delta R R'^{\delta-1} = (M_{Pl}/M_*)^2,$$

où on suppose un rayon R' commun à toutes ces $\delta - 1$ dimensions.

L'expression "neutrino stérile" est juste une image. Des fermions se propageant dans le bulk et qui n'ont pas d'interaction de jauge (des singlets de jauge) peuvent très bien jouer le rôle de neutrinos stériles⁸. Il est essentiel que ces fermions singlets soient hors de notre brane afin qu'ils n'engendrent pas de masse de Majorana aux neutrinos via le mécanisme du see-saw, auquel cas ces masses seraient beaucoup plus grandes que les échelles atmosphériques et solaires si ces singlets de jauge avaient des masses à l'échelle de M_* i.e., à l'ordre du TeV.

Dans le cas le plus simple où $\delta = 1$, on définit un champ stérile qui se décompose en 2 spineurs de Weyl à 4 dimensions $\nu_s(x, y)$ et $\nu'_s(x, y)$ se développant sur les modes de Kaluza-Klein $\nu_s^{(n)}$:

$$\nu_s(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_n \nu_s^{(n)}(x) \exp\left(\frac{iny}{R}\right). \quad (2.16)$$

Ces champs, dont la dimension en masse est 2, se mélangent avec les neutrinos actifs de notre brane appartenant au doublet ℓ via le doublet de Higgs ordinaire ϕ selon l'action :

$$S_{mix} = \alpha \int d^4x h \nu_s(x, 0) \phi(x) \ell(x). \quad (2.17)$$

Dans cette équation, on a imposé $y = 0$ car on veut que l'interaction ait lieu sur notre brane et h est le couplage de Yukawa. On peut voir qu'une simple analyse dimensionnelle impose que le couplage h soit supprimé par un facteur $1/\sqrt{V_\delta}$. En effet, le coefficient de proportionnalité α dans eq. (2.17) doit être homogène à l'inverse de la racine d'une masse, i.e., $\alpha = 1/\sqrt{M_{5d}}$ avec $M_{5d} = M_*^\delta (2\pi R')^{\delta-1}$, voir eq. (2.15). Enfin, après la brisure spontanée de la symétrie électrofaible l'action devient

$$S_{mix}^{SSB} = \int d^4x \frac{hv}{\sqrt{2}} \frac{M_*}{M_{Pl}} \sum_n \nu_s^{(n)}(x) \nu_\ell(x), \quad (2.18)$$

où v est la valeur moyenne du champ de Higgs dans le vide. On voit donc que par construction la masse de Dirac $\sim hv$ pour le neutrino est supprimée par un facteur M_*/M_{Pl} ce qui la rend très petite,

$$m_D \sim \frac{M_*}{M_{Pl}} hv. \quad (2.19)$$

Il existe des variantes de ce modèle et les conséquences sur les masses et les saveurs dépendent de la physique des fermions singlets se trouvant dans le bulk. Par exemple, dans les

⁸Dans la théorie des cordes de la gravité, il y a toujours les champs scalaires associés à la gravité et à des partenaires SUSY fermioniques comme le "dilatino" et "modulino".

travaux de la référence [80], on suppose que le rôle du neutrino stérile est joué par le modulino (partenaire supersymétrique fermionique des modules, champs scalaires associés à la gravité) qui se propage dans une dimension supplémentaire. Malheureusement, ce modèle ne donne que les solutions avec petit angle de mélange au problème du déficit de neutrinos solaires, ce qui est contraire à l'observation. En incluant en plus des neutrinos stériles dans le bulk, on arrive à expliquer les autres phénomènes d'oscillations en particulier un grand angle de mélange dans le secteur atmosphérique.

D'après l'équation (2.17), le mélange avec les fermions stériles du bulk engendre des masses de Dirac. Mais dans cette théorie, les masses engendrées aux neutrinos peuvent également être de Majorana grâce à un autre mécanisme selon lequel le nombre leptonique est violé à l'échelle M_* sur une brane située à une distance r de la notre [79]. Cette brisure est communiquée par un champ du bulk de masse m . La masse de Majorana résultante décroît exponentiellement (en considérant $mr \gg 1$ et en imposant au moins deux dimensions supplémentaires, [79]) comme :

$$m_M \sim \frac{v^2}{M_*} \exp(-mr) , \quad (2.20)$$

v étant la valeur moyenne dans le vide du Higgs $\langle \phi \rangle = v/\sqrt{2}$. Les masses des neutrinos ainsi engendrées vont avoir un spectre qui va dépendre des particularités du modèle comme le nombre des dimensions supplémentaires, l'échelle M_* , la distance r et la masse m du fermion médiateur.

En conclusion, les théories de dimensions supplémentaires avec des fermions stériles dans le bulk hors de notre brane apportent une explication alternative au mécanisme du see-saw, pour engendrer les masses de neutrinos et expliquer leur petitesse. Dans ces théories, le neutrino stérile n'étant pas forcément lourd comme c'est le cas dans les modèles de see-saw, on pourrait concilier les données solaires et atmosphériques avec les observations de LSND, suggérant l'existence d'une quatrième espèce de neutrino léger mais stérile. De plus, on pourrait également dans ces théories s'affranchir complètement de la masse des neutrinos car il est aussi possible que les oscillations des neutrinos ne soient pas directement dues aux masses des neutrinos mais induites indirectement par les masses des états de Kaluza-Klein. Il n'y a cependant pas de preuves d'existence des modes de Kaluza-Klein dans les données des oscillations.

Cette alternative au see-saw pose tout de même quelques problèmes. Par exemple, une seule dimension supplémentaire ($\delta = 1$) n'est pas suffisante car elle implique une évolution linéaire du couplage de jauge sur une grande plage d'énergie de 0.01 eV à $M_* \sim 1$ TeV [81]. De plus, imposer que les neutrinos stériles soient en dehors de notre brane revient à imposer, à la main, la conservation du nombre leptonique sur notre brane. Enfin la dernière note pessimiste est que dans ces théories, on perd complètement la connection avec les théories de grande unification.

Chapitre 3

Paramétrisation générale des oscillations

Connaître les masses des neutrinos n'est pas juste un défi pour compléter les 'particle-data-books'. Le fait que les neutrinos soient massifs est la preuve qu'il existe une nouvelle physique liée à une échelle au delà de celle du modèle standard et il est important de connaître cette dernière. Comme on l'a vu dans l'introduction, cette nouvelle échelle liée au mécanisme qui engendre les masses des neutrinos et ces masses elles-mêmes sont d'importance capitale car elles interviennent dans tous les processus impliquant les neutrinos et sont essentielles pour notre compréhension de l'Univers. Pour comprendre l'Univers nous devons comprendre la physique des neutrinos.

Les analyses des données expérimentales sont toutes, à l'exclusion de LSND ¹, en accord avec le schéma minimal d'un spectre à trois saveurs de neutrinos. Les analyses montrent que le ν_e préfère se transformer en ν_μ et le ν_μ préfère muter en ν_τ . Tout ceci est discuté dans le chapitre 4.

3.1 Masses et mélanges des neutrinos

L'observation des oscillations de neutrinos implique nécessairement qu'il y a un mélange entre les saveurs dû au fait que les états propres de saveur ne sont pas les états propres de masse. En d'autres termes, si les fermions sont massifs l'interaction par courant chargé n'est pas diagonale dans la saveur, il y a mélange et ce dernier est décrit par le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_L^i \gamma^\mu \nu_L^j U_{ij} W_\mu^+ + h.c. , \quad (3.1)$$

¹En d'autres termes, on exclut le résultat de LSND [82] (voir plus loin) qui est la seule expérience qui fait appel à l'existence d'une 4^{ème} famille de neutrino et qui n'a été jusque là ni confirmée ni infirmée par aucune autre expérience. Cette question devrait être tranchée en 2006 par l'expérience MiniBoone de Fermilab [83].

où U est une matrice unitaire de mélange. L'indice i va de 1 à 3 et j va de 1 à N , où N est le nombre d'espèces de neutrino. "L" indique qu'il s'agit de champs l'hélicité gauche.

Si on considère les matrices de masse des leptons chargés M_ℓ et des neutrinos m_ν dans une certaine base, la matrice de mélange U s'exprime en fonction des matrices unitaires qui diagonalisent ces matrices de masse $V^{(\ell)}$ et $V^{(\nu)}$:

$$U_{ij} = P_{ii}^{(\ell)} V_{ik}^{(\ell)\dagger} V_{kj}^{(\nu)} P_{jj}^{(\nu)}, \quad (3.2)$$

où $P^{(\ell)}$ et $P^{(\nu)}$ sont des matrices diagonales qui réduisent le nombre de phases de U ². Dans la mesure où les leptons chargés n'ont que cette interaction par courant chargé avec les neutrinos, on identifie la base de l'interaction avec la base des états propres de masse des leptons chargés et dans ce cas, on a après redéfinition des champs : $U = V^{(\nu)}$.

Dans le schéma de 3 espèces actives de neutrinos, on note les états propres de la saveur $\nu_{\ell L}$ où $\ell = e, \mu, \tau$, et ceux de la matrice de masse ν_{iL} où $i = 1, 2, 3$. Les deux bases sont liées par une matrice unitaire (3×3) U appelée matrice de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (*PMNS*) [84], telle que

$$\nu_{\ell L} = \sum_{i=1}^3 U_{\ell i} \nu_{iL}, \quad (3.3)$$

Pour une matrice U donnée, la matrice de masse générale des neutrinos légers m_ν est donnée (dans la base où la matrice de masse des leptons chargés est une matrice diagonale) par :

$$U^\dagger m_\nu^\dagger m_\nu U = \text{Diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2). \quad (3.4)$$

Dans la suite, on paramétrise la matrice générale m_ν par :

$$m_\nu = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Dans le cas où les neutrinos sont des particules de Dirac, la matrice de mélange, analogue à celle de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) du secteur des quarks, peut être paramétrée par 3 angles et 1 phase δ ($0 \leq \delta \leq 2\pi$) *CP*. Dans ce cas, la matrice de mélange se décompose en produit de 3 matrices de rotation dans les plans (12) (secteur solaire), (13) (secteur de Chooz) et (23) (secteur atmosphérique) comme suit :

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

où $c_{ij} = \cos(\theta_{ij})$ et $s_{ij} = \sin(\theta_{ij})$ et δ est la phase de Dirac.

Si le neutrino est du type Majorana, on a 2 phases supplémentaires³. Ces phases ne se

²La matrice $P^{(\ell)}$ absorbe 3 phases et la matrice $P^{(\nu)}$ n'en absorbe que dans le cas où le neutrino est du type Dirac. Dans le cas de neutrinos de Majorana, la matrice $P^{(\nu)}$ est l'identité.

³Dans le cas général de n familles, parmi les $n(n+1)/2$ phases dont dépend la matrice de mélange dans le cas Majorana, seules n peuvent être absorbées dans la redéfinition des leptons chargés (la condition $(\nu) = (\nu)^C$ interdit d'absorber des phases dans la redéfinition du neutrino), il reste donc $n(n-1)/2$ phases *CP*. Dans le cas de Dirac, le nombre de phases restantes après redéfinition des champs est $(n-1)(n-2)/2$.

manifestent que dans des processus violant le nombre leptonique comme c'est le cas dans l'amplitude de la double désintégration β sans émission de neutrinos (voir chapitre 5). La paramétrisation la plus usuelle de la matrice de mélange U dans le cas de Majorana est celle proposée par Chau et Keung [85] :

$$U = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix} \text{Diag} \{ e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}, 1 \} \quad (3.7)$$

où $\alpha_{1,2}$ sont les phases CP de Majorana (la matrice de gauche dans eq. (3.7) est exactement le produit des 3 matrices de eq. (3.6) et est l'analogie de la matrice de mélange dans le secteur des quarks CKM). Les valeurs propres de la masse sont notées m_1, m_2 et m_3 . Si on prend la valeur propre m_3 réelle et positive, alors les 2 phases supplémentaires de Majorana sont portées par les 2 valeurs propres $m_{1,2}$, i.e., $m_{1,2} = |m_{1,2}| e^{i\alpha_{1,2}}$. Il y a donc 9 paramètres dans le cas général de 3 familles de neutrinos : 3 masses, 3 angles de mélange et 3 phases CP .

3.2 Probabilités de transition

Considérons un faisceau de neutrino d'espèce ν_α produit en un point $z = 0$ et émis le long de la direction Oz vers un détecteur situé au point $z = L$. La probabilité d'oscillation est usuellement calculée en considérant d'abord l'évolution temporelle d'un état spatialement homogène dans l'espace. Cette façon de faire a souvent conduit à des résultats faux. Stodolsky [86] a montré qu'on peut éviter des confusions si on considérait le système comme étant caractérisé par le spectre d'énergie du faisceau ⁴. Pour décrire l'oscillation $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, on doit disposer d'un état propre de l'hamiltonien H_0 d'énergie propre E :

$$H_0 |\nu_E^\alpha(z)\rangle = E |\nu_E^\alpha(z)\rangle \quad (3.8)$$

qui satisfasse la condition $|\nu_E^\alpha(0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$. Il suffit pour cela d'écrire

$$|\nu_E^\alpha(z)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} |\nu_{p_i}^i(z)\rangle, \quad (3.9)$$

où $\nu_{p_i}^i$ sont les états propres de l'impulsion donnés par $|\nu_{p_i}^i(z)\rangle = e^{ip_i z} |\nu_i\rangle$ avec l'impulsion $p_i \simeq E - m_i^2/2E$ (on suppose bien entendu que l'impulsion (le moment conjugué de z) est

⁴Cette confusion vient du fait que jusque là, les expériences d'oscillations ne mesurent pas le temps de voyage des neutrinos depuis la source jusqu'au moment de leur impact dans le détecteur [87]. Seules les distances L jusqu'au détecteur sont connues. En supposant dans la phase $E_i t - p_i x$ que les durées t sont égales à la distance L , cela implique que la vitesse spatiale x/t est la même pour tous les neutrinos i d'espèces différentes et dans ce cas l'approximation du paquet d'ondes est fautive. Pour éviter cette confusion, on reporte le fait que le temps ne soit pas mesuré en supposant que les énergies E_i sont égales ($E_i = E, i = 1, 2, 3$) et on remplace dans les phases chaque $p_i x$ par $EL - \frac{m_i^2}{2E} L$. En d'autres termes, on n'a pas de précision sur l'énergie mais sur l'impulsion.

beaucoup plus grande que la masse).

On exprime finalement la dépendance en z et le temps t de la fonction d'onde comme :

$$|\nu_E^\alpha(z)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} e^{ip_i z} e^{iEt} |\nu_i\rangle . \quad (3.10)$$

On peut à présent écrire la probabilité de transition $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ dans le vide entre la source en $z = 0$ et le détecteur en $z = L$:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) &\equiv \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle^2 \\ &= \delta_{\alpha\beta} + \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \left(e^{-i \frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E}} - 1 \right) \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} \text{Re} (U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) \\ &\quad + 2 \sum_{j < k} \text{Im} (U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}) \sin \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) , \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec :

$$\Delta m_{jk}^2 = m_j^2 - m_k^2 . \quad (3.12)$$

Dans le cas d'un faisceau de neutrino émis avec une densité $\rho(E)$, la probabilité de transition devra être intégrée $\int dE \rho(E) P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$.

L'équation (3.11) est l'équation maîtresse à partir de laquelle sont dérivées les probabilités de transition dans les différentes recherches expérimentales comme les expériences mettant en évidence des disparitions ou apparitions d'espèces de neutrinos.

3.2.1 Qu'apprend-t-on de la probabilité de transition ?

De l'équation générale (3.11) on peut tirer de nombreuses informations qui vont nous permettre de comprendre les motivations des expériences d'oscillations de neutrinos courantes et futures (voir chapitre 4). La première constatation est que si $\alpha \neq \beta$, **l'oscillation n'est possible que si les neutrinos sont massifs** ($\Delta m_{jk}^2 \neq 0$) **et se mélangent** ($U_{\alpha j} U_{\beta j} \neq 0$).

Les informations moins directes mais néanmoins importantes sont résumées ci-dessous.

– Variables d'oscillations

Les résultats des expériences d'oscillations (neutrinos solaires et atmosphériques, neutrinos des réacteurs et accélérateurs) ont souvent été donnés sous forme de régions permises ou exclues dans le plan $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$. Or cette paramétrisation ne couvre que la moitié

de l'espace des paramètres (à cause du $\sin^2 2\theta$) et ce manque d'information prend plus d'importance lorsqu'il s'agit d'oscillations de neutrinos dans la matière (par exemple : le coeur du soleil pour les neutrinos solaires). Depuis quelques années, les résultats des neutrinos solaires sont souvent présentés sous forme de régions permises ou exclues dans le plan mieux approprié $(\Delta m^2, \tan^2 \theta)$, voir ref. [88].

– Unitarité

Ce simple critère qui est l'unitarité de la matrice de mélange et qui impose que

$$\sum_{\beta} P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = \sum_i |U_{\alpha_i}|^2 = 1 \quad (3.13)$$

va nous permettre de mesurer l'ampleur du succès des résultats de SNO qu'on va détailler dans le chapitre suivant.

– Cas de deux saveurs

Dans le cas où seulement deux familles entrent en jeu (e, μ) , l'unitarité impose que

$$\sum_{j < k} \text{Im} (U_{\alpha_j} U_{\beta_j}^* U_{\alpha_k}^* U_{\beta_k}) = U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} = -|U_{\alpha 2}|^2 |U_{\beta 2}|^2, \quad (3.14)$$

avec $(\alpha, \beta) = (e, \mu)$. Ceci conduit à considérer la matrice de mélange suivante :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

et les probabilités d'apparition $P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta})$ et de disparition $P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\alpha})$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right), \\ P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\alpha}) &= 1 - P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) < 1, \end{aligned} \quad (3.16)$$

Δm^2 étant la différence des carrés des 2 masses propres.

– Longueur d'oscillation

On définit la longueur d'oscillation dans le vide comme étant

$$L_{vide} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} \simeq 2.48 \text{km} \left(\frac{E(\text{GeV})}{\Delta m^2(\text{eV}^2)} \right), \quad (3.17)$$

ceci dans le cas d'oscillations entre 2 espèces de neutrinos de sorte que la probabilité de transition s'écrive

$$P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{L}{L_{vide}} \pi \right). \quad (3.18)$$

Avec cette définition, on voit que les oscillations sont visibles dès que $L \sim L_{\text{vide}}$ ($\frac{\Delta m^2 L}{4\pi E} \sim 1$), c'est à dire

$$\Delta m^2(\text{eV}^2) \sim \frac{E(\text{GeV})}{L(\text{km})}. \quad (3.19)$$

C'est ainsi que les expériences d'oscillations ajustent les énergies du faisceau de neutrinos et la distance du détecteur au point de création du faisceau afin d'atteindre la bonne fréquence Δm^2 . Quelques exemples sont donnés dans la table 3.1 et qu'on retrouvera dans le chapitre 4 où les expériences d'oscillations de laboratoire et astrophysiques sont décrites.

$L(\text{km})$	$E(\text{GeV})$	$\Delta m^2(\text{eV}^2)$	Expérience
10^8	10^{-3}	10^{-11}	neutrinos solaires
10^4	1	10^{-4}	neutrinos atmosphériques
10^3	10	10^{-2}	neutrinos des accélérateurs (longue distance)
0.1	1	10	neutrinos des accélérateurs (courte distance)
0.1	10^{-3}	10^{-2}	neutrinos des réacteurs

TAB. 3.1 – Domaines de Δm^2 accessibles selon la distance L et l'énergie E des neutrinos pour les différentes expériences d'oscillations.

Une grande phase d'oscillation conduit à une probabilité moyenne (moyenne sur E à cause de la résolution en énergie du détecteur et sur L à cause de l'incertitude du point de production, ⁵) :

$$\bar{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \bar{P}(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta. \quad (3.20)$$

– Mesure possible de la phase CP et de la violation de CP

Il est utile de noter avant tout que les expériences d'oscillations ne donnent aucune information sur le caractère Dirac ou Majorana des neutrinos pour la simple raison que les phases CP de Majorana disparaissent complètement des formules de probabilité de transition (voir eq. (3.11)). Seule la phase δ de Dirac est apparente et pourrait être mesurée dans les usines à neutrinos moyennant une bonne précision sur l'angle θ_{13} . Ce dernier est très important car il conditionne par exemple un signal possible de violation de CP dans les usines à neutrinos [89]. En effet, si on veut espérer avoir un signal, θ_{13} ne doit pas être plus petit que 0.2° . Une autre condition nécessaire est que l'angle θ_{12} soit grand, ce qui a déjà été largement confirmé par les données des neutrinos solaires. Mesurer un phénomène de violation de CP dans le secteur leptonique serait d'une importance fondamentale notamment pour la cosmologie. L'asymétrie baryonique pouvant

⁵Le neutrino initialement produit a une impulsion donnée. Comme c'est un mélange d'états propres de masse, son énergie n'est pas bien définie.

avoir été induite par une asymétrie leptonique provenant de désintégrations qui violent le nombre leptonique de neutrinos droits lourds (de Majorana) et l'une des conditions de Sakharov [90] pour engendrer l'asymétrie leptonique est la violation de CP dans le secteur des leptons. L'asymétrie leptonique aurait été convertie en asymétrie baryonique par des processus non perturbatifs du modèle Standard.

Plus explicitement, un signal d'asymétrie leptonique est observé dès lors que la différence $\Delta_{CP}(\alpha\beta)$ définie comme :

$$\Delta_{CP}(\alpha\beta) \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) \quad (3.21)$$

est non nulle. De l'équation générale (3.11) on peut voir que cette quantité s'exprime en fonction des éléments de la matrice de mélange comme suit

$$\Delta_{CP}(\alpha\beta) = 4 \sum_{j>k} \text{Im} (U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta k})^* \sin \left(\Delta m_{jk}^2 \frac{L}{2E} \right). \quad (3.22)$$

L'invariance CPT et l'unitarité de la matrice de mélange conduisent à l'égalité des asymétries leptoniques dans le cas de 3 saveurs :

$$\Delta_{CP}(e\mu) = \Delta_{CP}(\mu\tau) = \Delta_{CP}(\tau e) \equiv 16\mathcal{J}\ell_{12}\ell_{23}\ell_{31} \quad (3.23)$$

où

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &\equiv \text{Im} (U_{e3} U_{e1}^* U_{\mu 3} U_{\mu 1}) \simeq \frac{1}{4} \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \delta, \\ \ell_{ij} &\equiv \sin \left(1.27 \Delta m_{ij}^2 (\text{eV})^2 \frac{L(\text{km})}{E(\text{GeV})} \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

On voit ainsi clairement qu'une mesure possible de la violation de CP dépend non seulement de la phase CP de Dirac δ mais aussi de l'angle solaire θ_{12} et de l'angle de Chooz θ_{13} qu'on sait très petit [91]. Le paramètre \mathcal{J} est le paramètre de Jarlskog leptonique, l'équivalent de celui du secteur des quarks \mathcal{J}_q lequel est petit de l'ordre de 10^{-5} .

– Spectre de masse

De l'équation générale on déduit que les expériences d'oscillations ne donnent pas accès aux masses propres mais seulement aux différences des carrés de ces dernières et pour avoir une idée sur l'échelle absolue de masse on a besoin d'une donnée supplémentaire comme la borne sur la masse du neutrino ν_e venant de la désintégration β du tritium (voir chapitre 4). On s'interroge également sur le spectre de masse, est-il dégénéré ($m_1 \simeq m_2 \simeq m_3$) ? est-il hiérarchique ($m_1 \ll m_2 \ll m_3$) ou bien de hiérarchie inversée ($m_2 > m_1 \gg m_3$) ? des éléments de réponses à ces questions sont apportées dans la section sur la double désintégration $beta$ sans émission de neutrinos ($0\nu\beta\beta$) (chapitre 5). On y verra aussi que la nature du spectre de masse dépend beaucoup des phases CP (Dirac et Majorana) et des angles de mélange solaire θ_{12} et Chooz θ_{13} .

3.2.2 Effet de la matière

L'analyse des données sur les neutrinos solaires est en faveur de la solution des oscillations dans la matière avec grand angle de mélange et aujourd'hui les plages de variation des paramètres Δm^2 et θ sont de plus en plus réduites et localisées avec précision, voir section 4.1 du chapitre 4.

Dans le vide, les probabilités d'oscillations sont proportionnelles à $\sin^2 2\theta$ (voir eq. (3.18)) où θ est l'angle de mélange dans le vide, et sont très petites lorsque ce dernier est petit. Il se trouve que la matière peut induire un effet résonant qui augmente la probabilité d'oscillation, même si l'angle de mélange dans le vide reste petit. C'est l'effet de résonance de Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) [93] que je vais très brièvement expliquer. Les neutrinos peuvent être absorbés ou rediffusés par les constituants de la matière et ces processus sont des processus d'interaction faible proportionnels à G_F^2 . Ces processus sont cohérents et créent pour les neutrinos des potentiels moyens proportionnels à la densité de matière N_d des diffuseurs d à l'intérieur du soleil et à G_F , ce qui les rend petits mais néanmoins pas plus petits que la différence d'énergie cinétique finale et initiale $\Delta E = E_f - E_i = \Delta m^2/2E$ où $E_{i,f} = \sqrt{p^2 + m_i^2} \simeq p + m_{i,f}^2/2E$. Si le potentiel V_d devait être de l'ordre de ou plus grand que $\Delta m^2/2E$, alors la matière peut modifier les oscillations.

Les neutrinos électroniques n'ont pas le même indice de réfraction que les neutrinos muoniques et taoniques. En effet, les neutrinos muoniques et taoniques n'interagissent avec la matière que par courant neutre (CN) alors que le neutrino électronique interagit en plus par courant chargé (CC) avec l'électron, voir figure 3.1.

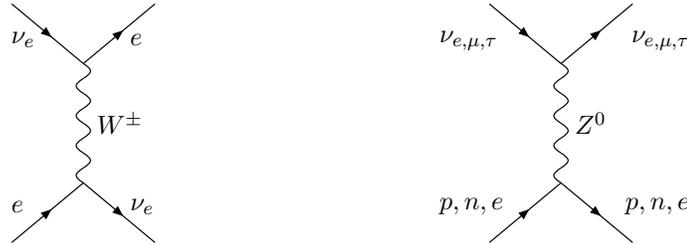


FIG. 3.1 – Interactions des neutrinos avec la matière par courant chargé et neutre.

Les interactions chargées sont décrites par l'hamiltonien effectif

$$H^{(CC)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e) (\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e),$$

qui devient après une transformation de Fierz

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e) (\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e).$$

Après intégration sur les électrons on obtient le potentiel effectif induit par les courants chargés $V_{\nu_e}^{(CC)}$ que ressentent les ν_e :

$$H_{eff}^{(CC)} = \langle H^{(CC)} \rangle \equiv (\bar{\nu}_e V_{\nu_e}^{(CC)} \nu_e).$$

La densité électronique est donnée par

$$\langle \bar{e} \gamma_0 e \rangle = \langle e^+ e \rangle \equiv 2N_e$$

(le facteur 2 est dû à la somme sur les spins des électrons) et pour un milieu non polarisé et d'impulsion totale nulle, c'est la seule contribution non nulle lorsqu'on intègre sur les électrons. On a ainsi

$$V_{\nu_e}^{(CC)} = \sqrt{2} G_F N_e.$$

De manière similaire, le potentiel induit par les courants neutres que ressentent toutes les espèces de neutrinos ν_x est :

$$V_{\nu_x}^{(NC)} = -G_F N_n / \sqrt{2},$$

où $x = e, \mu, \tau$ (c'est le même pour toutes les saveurs). En fait il ne s'agit que de l'effet des neutrons car la densité de protons N_p étant la même que celle des électrons, leur effet s'annule. Finalement, les potentiels ressentis par les neutrinos dans la matière sont :

$$V_{\nu_e} \equiv V_{\nu_e}^{(CC)} + V_{\nu_e}^{(NC)} = \sqrt{2} G_F (N_e - N_n / 2) , \quad (3.25)$$

$$V_{\nu_{\mu}, \nu_{\tau}} \equiv V_{\nu_{\mu}, \nu_{\tau}}^{(NC)} = -G_F N_n / \sqrt{2}. \quad (3.26)$$

Pour les antineutrinos, il suffit de prendre l'opposé : $V_{\bar{\nu}_x} = -V_{\nu_x}$, $x = e, \mu, \tau$.

Pour écrire la probabilité de transition dans le soleil, il suffit de remplacer l'hamiltonien H_0 de l'équation (3.8) par $H = H_0 + V$, V étant le potentiel défini ci-dessus que ressentent les neutrinos électroniques ν_e ⁶, et de suivre la même démarche que celle dans le vide dans la section 3.2, avec :

$$H_0 = -i\gamma_0 \vec{\gamma} \vec{\partial} + \gamma_0 m , \quad \text{et} \quad V = \sqrt{2} G_F N_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (3.27)$$

Cependant, il est préférable d'écrire l'équation d'évolution temporelle du système des états de neutrinos se propageant dans la matière dans la base des saveurs parce que le potentiel effectif est diagonal dans cette base alors que dans le vide, l'évolution se fait sur les états propres de masse.

Il est à remarquer que ce potentiel a la même structure de Lorentz qu'un potentiel coulombien statique et de ce fait les effets de la matière sur les neutrinos et antineutrinos sont de signes opposés. Ceci conduit à la probabilité de transition dans la matière ⁷, dans le cas de deux saveurs, analogue à celle obtenue dans le vide, eq. (3.18) :

⁶Seuls les ν_e sont émis par les réaction thermonucléaires qui ont lieu dans le soleil.

⁷Le potentiel que ressentent les neutrinos dans le coeur du soleil, où la densité est $\rho_e \sim 100\text{g/cm}^3$, est $V_{\nu_e} \sim 10^{-12}$ eV. Dans une supernova, la densité $\rho_e \sim 10^{14}\text{g/cm}^3$, ce qui donne un potentiel plus important $V_{\nu_e} \sim 1$ eV. Dans le coeur de la Terre, on a $V_{\nu_e} \sim 10^{-13}$ eV car la densité est $\rho_e \sim 10\text{g/cm}^3$.

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t = L) \simeq \sin^2 2\theta_M \sin^2 \left(\frac{L}{L_M} \pi \right), \quad (3.28)$$

où θ et L_M sont respectivement les angle de mélange et longueur d'oscillation dans la matière, donnés par :

$$\tan 2\theta_M = \frac{\frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta}{\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F N_e}, \quad (3.29)$$

$$L_M = 2 \pi \left(\left(\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F N_e \right)^2 + \left(\frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta \right)^2 \right)^{-1/2}. \quad (3.30)$$

De l'équation (3.28), on voit que la probabilité devient maximale quand $\sin^2 2\theta_M = 1$, c'est à dire lorsque la relation suivante est vérifiée :

$$\left(\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F N_e \right) = 0. \quad (3.31)$$

Cette condition est la condition de résonance **MSW** (Mikheyev, Smirnov et Wolfenstein) [93] : même si l'angle de mélange dans le vide est très petit, le mélange dans la matière peut être maximal (45°). Cette dernière équation (3.31) implique que

$$\Delta m^2 \cos 2\theta = (m_2^2 - m_1^2)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) > 0, \quad (3.32)$$

et un signe négatif correspondrait à l'effet MSW pour des antineutrinos $\bar{\nu}_e$. Ces résultats sont obtenus en considérant une densité N_e constante.

Si ν_2 est plus lourd que ν_1 , alors $\cos^2 \theta > \sin^2 \theta$ et vice-versa. Si on écrit les états de saveurs en terme des états de masse, i.e., $|\nu_e\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle$; $|\nu_\mu\rangle = -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle$, alors la condition de résonance (3.32) implique que l'état le plus léger parmi $|\nu_1\rangle$ et $|\nu_2\rangle$ est celui qui a la plus grande composante de $|\nu_e\rangle$. Ainsi, avec la convention usuelle $\cos 2\theta > 0$, on a $\Delta m^2 \equiv \Delta m_{21}^2 > 0$.

Au coeur du soleil, la densité étant d'environ $N_e \sim 10^{26}/\text{cm}^3$ et pour des neutrinos d'énergie moyenne d'environ 1 MeV (voir fig. 1.1), il faudrait que $\Delta m^2 \sim 10^{-5} \text{eV}^2$ pour que la condition de résonance soit vérifiée. C'est bien dans cette plage que se situent les fréquences Δm_{sol}^2 données par les expériences de neutrinos solaires.

En réalité, la densité à l'intérieur du soleil varie et décroît depuis le centre vers la surface du soleil. De ce fait, les états propres de masse dans la matière $|\nu_i^M(t)\rangle$ changent au cours du temps et ne sont plus états propres d'énergie : $i \frac{d|\nu_i^M(t)\rangle}{dt} = V_{ij} |\nu_j^M(t)\rangle$. Ceci est dû à des termes non-diagonaux dans la matrice d'évolution V proportionnels à la variation de l'angle de mélange dans la matière, $\frac{d\theta_M}{dt}$. Lorsque les termes diagonaux de V sont très grands devant ceux non-diagonaux, c'est à dire lorsque $|\frac{d\theta_M}{dt}| \ll \frac{\pi}{L_M}$, les états propres de propagation à un instant t le resteront à tout instant. Ceci constitue l'approximation de transition adiabatique et c'est à la densité résonante, où la longueur d'oscillation L_M

est maximale (voir eq. (3.30)), qu'on doit la vérifier. L'approximation d'adiabaticité de la transition impose que la largeur en distance de la résonance δr_R doit être plus grande que la longueur d'oscillation dans la matière à la résonance.

Le taux de conversion des ν_e à leur sortie du soleil dépend de $\Delta m^2, E, \theta$ (mélange dans le vide), ainsi que de la distribution de la densité N_e . Dans le modèle standard solaire (MSS), cette dernière est décrite comme décroissant exponentiellement de façon douce depuis le centre ($N_e(t) = N_e(t_0) \exp[-(t - t_0)/r_0]$ où $r_0 \simeq R_S$, R_S étant le rayon du soleil $R_S \sim 7 \times 10^5$ kms). Cependant, les données numériques astrophysiques prouvent que la pente de l'exponentielle change selon les régions à l'intérieur du soleil. Ceci nous a amené à penser que cette distribution peut varier de façon plus abrupte dans certaines régions comme c'est le cas durant les dernières phases de l'évolution d'une étoile [94]. Nous avons de plus été motivés par les calculs numériques effectués par Kratsev et Smirnov [95], qui ont montré que cette modification dans la distribution de matière pouvait influencer de façon spectaculaire le caractère adiabatique de la solution MSW. Nous avons donc mené un calcul analytique des probabilités d'oscillations de saveur des neutrinos issus du soleil en prenant une densité de matière plus générale que celle prise par le MSS [94]. De manière générale, ces calculs permettent de tester la densité de matière dans le soleil grâce au spectre de neutrinos observés sur Terre. La multiplicité d'expériences récentes et futures promettent des informations riches sur le flux de neutrinos solaires à différentes énergies.

Chapitre 4

Contraintes sur les masses et mélanges

Depuis des années, les physiciens des particules, nucléaires, les astrophysiciens et cosmologistes travaillent ensemble pour avoir des précisions sur les propriétés des neutrinos puisque ces derniers sont impliqués dans tous ces domaines. Depuis que l'astronomie neutrino est née, on lie ses observations à l'astronomie gamma (cela a été le cas par exemple lors de l'explosion de la supernova 1987A) ainsi qu'à l'astronomie gravitationnelle, voir par exemple [96].

4.1 Données indirectes, expériences d'oscillations

Les mesures d'oscillations donnent accès aux informations sur les masses et angles de mélange des neutrinos de manière indirecte. Parmi elle, il y a les expériences d'oscillations "astrophysiques" : neutrinos solaires et atmosphériques et celles "terrestres", qui exploitent les neutrinos des accélérateurs et réacteurs nucléaires.

4.1.1 Données des neutrinos atmosphériques

Il s'agit des neutrinos issus des désintégration des kaons et pions produits dans l'atmosphère terrestre par les rayons cosmiques :

$$\pi^\pm, K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (4.1)$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu). \quad (4.2)$$

Au vu de ces réactions, on s'attend à avoir deux fois plus de neutrinos $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ que de $\nu_e + \bar{\nu}_e$. Pour étudier les neutrinos atmosphériques, on s'intéresse au flux de neutrinos d'énergie de l'ordre de 1 GeV car pour ces énergies, le rapport des flux de neutrinos atmosphériques est très bien connu (à 5 % près [97]), et au delà de 1 GeV les flux des neutrinos décroissent rapidement. Ces neutrinos sont détectés par les réactions de courants chargés neutrino-nucléon $\nu + N \rightarrow \ell + X$, la saveur du lepton chargé final identifie celle du neutrino de la

réaction et les expériences mesurent le nombre de leptons produits dans l'état final, plus précisément, elles mesurent le rapport

$$R \equiv \frac{(N(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/N(\nu_e + \bar{\nu}_e))_{data}}{(N(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/N(\nu_e + \bar{\nu}_e))_{MC}},$$

et si rien ne se passe sur le trajet des neutrinos jusqu'à leur détection on devrait trouver $R = 1$. Or, en 1998, l'expérience Super-Kamiokande donne le rapport [98] $R = 0.638 \pm 0.017(\text{stat}) \pm 0.05(\text{syst})$, pour des énergies $E \leq 1$ GeV (région sub-GeV) et un résultat similaire a été trouvé pour des énergies $E \geq 1$ GeV (région multi-GeV) ¹. La solution des oscillations pour interpréter le déficit est renforcée par l'analyse de la dépendance des flux en fonction de l'angle au zénith. Les neutrinos observés à différents angles au zénith ont des distances de parcours variant entre 10^4 km pour ceux qui traversent la Terre, à des distances de l'ordre de 10 à 30 km pour ceux directement détectés, voir figure 4.1.

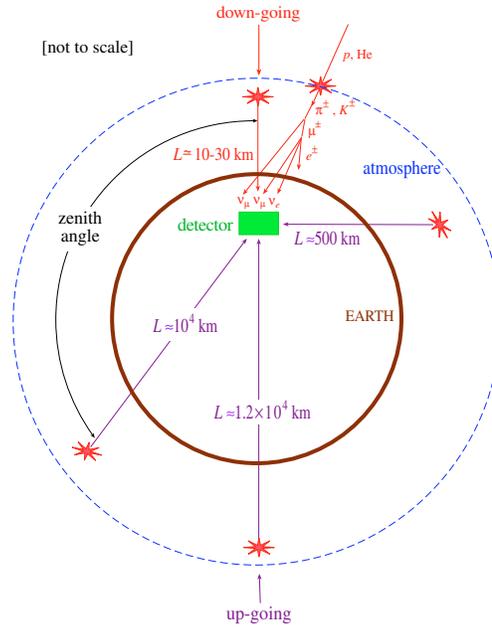


FIG. 4.1 – Quatre positions d'angle au zénith, [100].

On y voit, par exemple, que pour $\cos \theta = 1$, les ν_μ ont une longueur de parcours de $\simeq 15$ km (down-going) et pour $\cos \theta = -1$, leur longueur de parcours est de l'ordre de $\simeq 13000$ km (up-going), ce qui explique pourquoi on a plus d'oscillations des neutrinos ν_μ upgoing que down-going, comme on va le voir plus loin.

Avant ce résultat de SuperKamiokande (1998), il y a eu ceux de Kamiokande (1988) [46], IMB [42, 43], de Soudan [44] et MACRO [47]. Toutes ces expériences ont mesuré un rapport R plus petit que 1 mais toute interprétation du déficit en terme d'oscillations était

¹Les analyses récentes de SuperKamiokande donnent $R = 0.649 \pm 0.016(\text{stat}) \pm 0.05(\text{syst})$ pour la région sub-GeV et $R = 0.699 \pm 0.03(\text{stat}) \pm 0.08(\text{syst})$ pour le région multi-GeV [99].

dépendante des modèles.

Le résultat de Superkamiokande était spectaculaire dans le sens où il apporte une preuve indépendante de tout modèle que les neutrinos subissent des oscillations sur leur trajet du fait qu'on ait observé une asymétrie up-down des événements ν_μ de haute énergie. En effet, les flux des neutrinos ν_μ up-going (ceux qui traversent la Terre avant le détecteur) et des neutrinos down-going (ceux qui viennent directement) devraient être les mêmes, si rien ne se passait sur le parcours jusqu'au détecteur. Or, la mesure de l'asymétrie par l'expérience SuperKamiokande [101] qui donne

$$A_{\nu_\mu}^{SK} \equiv \frac{N^{up} - N^{down}}{N^{up} + N^{down}} = -0.31 \pm 0.04$$

indique clairement une disparition des ν_μ up-going. Ces derniers ont une distance de parcours comprise entre 2650 km et 12780 km pour la plus grande, ce qui correspond à un angle au zénith $0.2 < \theta < 1$, alors que la distance de parcours des neutrinos ν_μ down-going varie entre 20 et 100 km, i.e., $-1 < \theta < -0.2$). De ce fait, les ν_μ up-going ont plus de temps pour osciller que les neutrinos down-going. Les distributions d'évènements muoniques ($\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$) et électroniques ($\nu_e, \bar{\nu}_e$) en fonction de l'angle au zénith et pour des énergies sub- et multi- GeV sont représentées sur la figure 4.2.

De manière générale, on y observe clairement (panneaux de droite, traits rouges) le déficit de neutrinos muoniques par rapport au cas où les oscillations seraient absentes (traits bleus) ($R \neq 1$). On n'y voit pas de déficit de neutrino ν_e (panneaux gauches). Sur le panneau du bas à droite, on voit le déficit de neutrinos muoniques up-going par rapport aux down-going dans le cas de grande énergie, ces derniers n'ayant pas le temps d'osciller, voir eq. (3.19). D'autre part, on voit dans le panneau droit haut qu'on a un déficit de neutrinos ν_μ même pour les up-going dans le cas d'énergies sub-GeV, la condition $\Delta m^2(\text{eV}^2) \sim \frac{E(\text{GeV})}{L(\text{km})}$ (eq. (3.19)) pouvant être vérifiée.

L'analyse récente des données de SuperKamiokande [102] donne les fenêtres suivantes pour les paramètres atmosphériques, à 90% C.L :

$$\sin^2 2\theta_{23} \geq 0.9 \quad \text{pour} \quad \Delta m_{23}^2 = (1.3 - 3) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 . \quad (4.3)$$

Le meilleur fit : $\Delta m_{atm}^2 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ et $\sin^2 2\theta_{atm} = 1.0$ est compatible avec un angle θ_{13} très petit, voire nul dans les formules de probabilité d'oscillations $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau)$ et $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$, voir eq. (3.11). L'angle θ_{13} (angle de Chooz) est contraint à ne pas être plus grand que 13° à 95% C.L [91]. Si l'angle de Chooz devait être plus important, alors les ν_e devraient aussi osciller avec une amplitude proportionnelle à $\sin^2 2\theta_{13}$, or les données de SuperKamiokande (distribution en angle au zénith) sont inconsistantes avec des oscillations impliquant les neutrinos électroniques $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$ (autrement on aurait observé un supplément de neutrinos ν_e).

Un renforcement de plus de cette interprétation vient des données (SK) sur les désintégrations du lepton τ en pluie de hadrons qui viennent renforcer à plus de 2σ l'hypothèse des oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ [98].

Deux expériences MACRO [103, 104] et SOUDAN-2 [45, 105] confirment les résultats de SuperKamiokande et donnent des fenêtres de paramètres consistantes avec eq. (4.3). Par

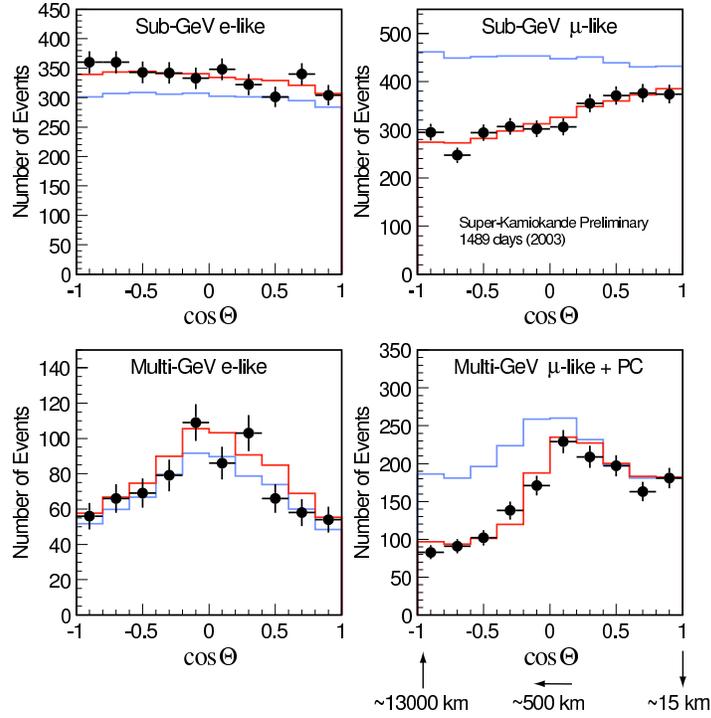


FIG. 4.2 – Distribution mesurée par l'expérience SuperKamiokande [99] des évènements électroniques (à gauche) et muoniques (à droite) en fonction de l'angle au zénith ($\cos\theta$) pour les deux régions d'énergie sub-GeV (en haut) et multi-GeV (en bas). Le meilleur fit qui suit les points de la distribution a été obtenu pour les différences de carrés de masses et angle de mélange : $\Delta m_{atm}^2 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ et $\sin^2 2\theta_{atm} = 1.0$.

ailleurs, toutes ces expériences excluent les oscillations vers un neutrino stérile à plus de 90 % de degré de confiance.

L'effet de la matière sur les neutrinos up-going, qui traversent une grande fraction de la Terre devrait être pris en compte. En effet, les oscillations dominantes sont $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ dans un schéma à 2 saveurs (ce qui est une bonne approximation compte tenu du fait que l'angle de Chooz est très petit, comme on va le voir). Dans le schéma à 3 saveurs, où l'effet de la matière prend son importance, il peut se produire une résonance qui changera la probabilité d'oscillations (le changement étant cependant petit car proportionnel à $\sin \theta_{13}$) comme c'est le cas dans le soleil (effet MSW), ceci à condition que les neutrinos passent par le cœur de la Terre. Les conditions pour observer l'effet de la Terre sur les neutrinos atmosphériques sont discutées dans, par exemple, les références [106].

Pour finir, les résultats sur les neutrinos atmosphériques ont été tout récemment confirmés par une expérience long-baseline K2K qui reproduit les mêmes paramètres atmosphériques, voir la section 4.1.3.

4.1.2 Neutrinos solaires

L'énergie solaire est due aux réactions thermonucléaires, en particulier celles du cycle pp et CNO , qui produisent des ν_e . Le flux de neutrinos le plus abondant ($\sim 6 \times 10^{10}/\text{cm}^2$) est dû à la réaction $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$, avec des ν_e pouvant atteindre l'énergie maximale de 0.42 MeV. Important aussi est le flux des neutrinos du ${}^7\text{Be}$: ${}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$ ($\sim 4.9 \times 10^9/\text{cm}^2$ avec une énergie fixe pour les ν_e de 0.86 MeV) et du ${}^8\text{B}$: ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$ avec une énergie pour le $\nu_e \lesssim 0.15$ MeV), voir figure 1.1.

Sur la figure 4.3 les prédictions théoriques sont confrontées aux 6 taux mesurés par les expériences Homestake [32], Kamiokande [38], SuperKamiokande [40], GALLEX [33], SAGE [34] et SNO [41].

L'expérience de Davis à Homestake, appelée aussi chlorure, utilisait la réaction radiochimique : $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^+$ où le seuil de réaction se trouve à 0.814 MeV ; seulement 1/3 du flux prédit était observé. C'est avec les expériences radiochimiques SAGE (utilisant du gallium métallique et au terme de 13 ans de saisie de données), GALLEX et à présent GNO [35] (qui fonctionne depuis 1998 au Gran Sasso) qu'on a observé des neutrinos d'oscillations de neutrinos issus de la chaîne pp du soleil : grâce à la faible énergie de seuil de la réaction de capture des neutrinos dans le gallium $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^+$, ces expériences sont les seules qui soient sensibles à toutes les composantes du flux de neutrinos solaires et en particulier ceux issus de la chaîne pp , voir figure 1.1.

Les expériences Kamiokande et SuperKamiokande utilisent des détecteurs d'eau très pure qui détectent la lumière Cerenkov émise par les électrons : $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ et pour supprimer le bruit de fond, seuls les neutrinos issus du ${}^8\text{B}$ avec une énergie > 7 MeV sont détectés. Il est à noter que, dans ce cas les électrons de recul vont majoritairement dans la direction des neutrinos incidents et donc dans la direction du soleil. Ceci a bien

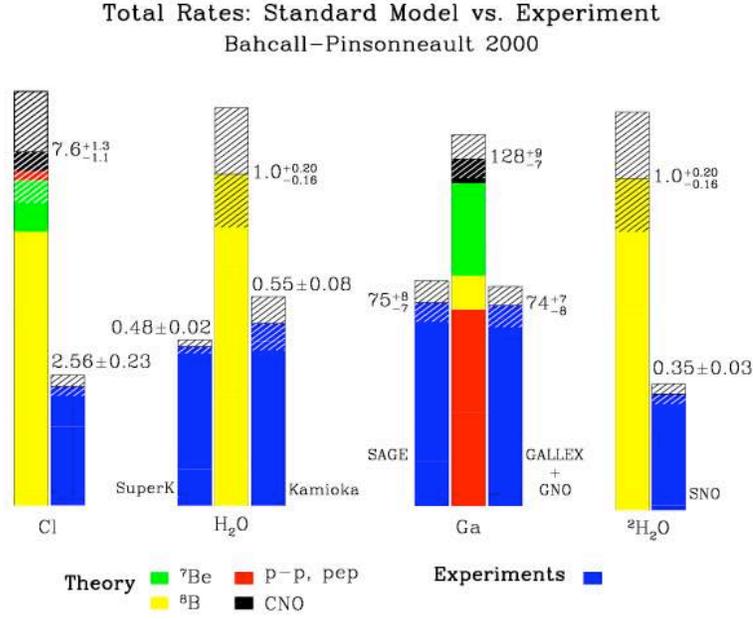


FIG. 4.3 – Théorie versus expérience, [26].

été confirmé par la distribution angulaire prouvant ainsi clairement que les neutrinos ainsi détectés viennent bien du soleil.

Enfin, il y a l'expérience SNO [41] dont je vais détailler les résultats car ils ont apporté la preuve définitive de la réalité des oscillations de neutrinos.

SNO (Sudbury Neutrino Observatory) utilise de l'eau lourde D_2O pour détecter les neutrinos du 8B (comme SuperKamiokande). Son avantage est qu'on peut observer à la fois les réactions de courants chargés (CC) : $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ (seuil en énergie 1.4 MeV), les diffusions élastiques (DE) : $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ (dans cette dernière on peut avoir $x = e$ auquel cas le courant serait neutre ou chargé, ou bien $x = \mu, \tau$, auquel cas le courant serait neutre) et enfin, et là est la particularité de SNO, qui peut détecter la réaction de courant neutre (NC) : $\nu_x + d \rightarrow \nu_x + p + n$ (seuil de réaction 2.2 MeV). Cette réaction a la même section efficace quelle que soit la saveur x et donne donc le flux total de neutrinos du 8B .

Le flux de ν_e mesuré à partir de la réaction (CC) de SNO est :

$$\Phi_{\nu_e}^{CC} = (1.75 \pm 0.07(stat)_{-0.11}^{+0.12}(syst) \pm 0.05(th)) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} . \quad (4.4)$$

Si le rapport du flux de courant chargé CC sur celui de NC :

$$CC/NC = \Phi_{\nu_e}^{CC} / (\Phi_{\nu_e}^{NC} + \Phi_{\nu_\mu}^{NC} + \Phi_{\nu_\tau}^{NC}), \quad (4.5)$$

déviât de l'unité, cela serait une signature évidente des oscillations.

De même, le rapport CC sur DE :

$$CC/DE = \Phi_{\nu_e}^{CC} / (\Phi_{\nu_e}^{DE} + 0.15 (\Phi_{\nu_\mu}^{DE} + \Phi_{\nu_\tau}^{DE})) \quad (4.6)$$

peut à son tour apporter des précisions. Rappelons au passage que les neutrinos muoniques et taoniques n'ont pas la même section efficace sur électron que le neutrino électronique car ce dernier interagit avec l'électron de la cible via les courants chargé et neutre alors que les deux autres n'interagissent que par courant neutre ; ceci explique le préfacteur 0.15 dans la somme des flux, cf. eq. (4.6). Dans l'hypothèse que tout le flux ne contient que des ν_e , on obtient à partir de la réaction (DE) de SNO le flux :

$$\Phi_{\nu_e}^{DE} = (2.39 \pm 0.34(stat)_{-0.14}^{+0.116}(syst)) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} . \quad (4.7)$$

En comparant les 2 flux eqs.(4.4) et (4.7), on conclut à 1.6σ (augmenté à 3.3σ si on combine cette mesure avec celle de SuperKamiokande) qu'il y a bien une autre composante que ν_e dans le flux de neutrinos solaires. Alors, en supposant que les ν_e ont été partiellement convertis en ν_μ et ν_τ le flux total extrait des réactions de DE devrait coïncider avec le flux des neutrinos du 8B . De fait on trouve

$$\Phi_{\nu_x}^{DE} = (5.44 \pm 0.99) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} , \quad (4.8)$$

en accord parfait avec le modèle standard solaire puisque le flux total de ν_e issus du 8B prédit par le modèle standard solaire MSS est

$$\Phi_{\nu_e}^{SSM} = (5.09_{-0.81}^{+1.01}) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} . \quad (4.9)$$

De même, le flux total mesuré par les réaction CN est

$$\Phi_{\nu_x}^{CN} = (5.05_{-0.43-0.43}^{+0.44+0.46}) \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} , \quad (4.10)$$

un parfait accord de plus avec le MSS (eq. (4.9)) [107].

Les résultats de SNO [108] peuvent être résumés en une phrase : 2/3 du flux de neutrinos solaires est composé de ν_μ et ν_τ et accord parfait avec le flux total prédit par le modèle solaire.

L'hypothèse de non changement de saveur des ν_e au cours de leur trajet est exclue à 5.4σ . Les analyses combinées avec les résultats de SNO ne laissent pas de marge à des oscillations $\nu_e \leftrightarrow \nu$ -stérile.

Tout récemment (septembre 2003) SNO a publié les résultats de la phase d'enrichissement en sel [109] ; du NaCl a été dissous dans l'eau lourde du détecteur pour accroître la sensibilité aux réactions par courant neutre. Les résultats montrent un parfait accord avec les précédents (solution LMA) et aussi avec le MSS. Ils affinent la région des paramètres de la solution de grand angle de mélange LMA. Plus précisément, ils sont en accord avec la région basse de Δm^2 trouvée par Kamland, cf. figure 4.4 (voir section 4.1.3). Enfin, la solution avec un angle de mélange maximal est à présent exclue à 5.4σ . L'analyse globale

² des données des expériences sur les neutrinos solaires donnent [109], les meilleures limites sur l'angle de mélange et Δm^2 suivantes :

$$\theta_{12} = 32.5_{-1.7}^{1.6} \quad \text{et} \quad \Delta m_{12}^2 = 7.1_{-0.3}^{1.0} \times 10^5 \text{ eV}^2 . \quad (4.11)$$

Il est à signaler qu'une étude incluant ces résultats récents de SNO a montré que les fluctuations dans le coeur du soleil liées à l'activité radiative solaire n'ont aucune influence sur le flux de neutrinos solaires [110].

4.1.3 Expériences terrestres d'oscillations

Il y a eu plusieurs expériences d'oscillations de neutrinos des accélérateurs et réacteurs. Je ne vais parler que de celles qui ont apporté les derniers résultats. Dans celles des réacteurs, on recherche les oscillations de $\bar{\nu}_e$ en une autre espèce : il s'agit d'expérience de **disparition**, les énergies des $\bar{\nu}_e$ du réacteur étant trop petites ($E_{\bar{\nu}_e} \simeq 3 \text{ MeV}$) pour permettre la détection de $\bar{\nu}_\mu$ ou $\bar{\nu}_\tau$ dans les courants chargés *CC*. Cette petite énergie rend le réacteur sensible à la détection d'oscillations avec des petits Δm^2 . Jusqu'à ce jour, mis à part l'expérience de Kamland (voir plus loin), les expériences de réacteurs n'ont pas apporté de preuves d'oscillation, ce qui permet de mettre des bornes d'exclusion dans l'espace des paramètres ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$).

De celles que je vais citer, ancienne (1995) mais toujours d'actualité est l'expérience de Chooz (du nom de la ville) [91, 92] qui donne une borne sur l'angle θ_{13} , angle qui relie les secteurs atmosphérique et solaire dans la matrice PMNS eq. (3.7), communément appelé θ_{Chooz} avec $\sin^2 \theta_{Chooz} \equiv |U_{e3}|^2$. L'expérience de Chooz donne deux régions pour θ_{Chooz} :

$$|U_{e3}|^2 (1 - |U_{e3}|^2) < 0.045 - 0.02,$$

i.e., $|U_{e3}|$ est soit très petit, soit proche de l'unité. Les résultats solaires et atmosphériques excluent la dernière possibilité, ce qui amène à la solution de petit angle :

$$\sin^2 \theta_{13} \equiv |U_{e3}|^2 \leq (0.047 - 0.02) \quad \text{pour} \quad \Delta m_{13}^2 = (2 - 6) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 . \quad (4.12)$$

L'expérience Chooz n'a pas observé de disparition de $\bar{\nu}_e$ issus du réacteur et détectés 1 km plus loin ("long" baseline). Malgré ce résultat négatif, elle reste très importante puisque qu'elle démontre qu'il n'y a pas d'oscillations des $\bar{\nu}_e$ à l'échelle de Δm^2 atmosphérique.

Les résultats de Chooz sont confirmés par une expérience similaire utilisant le réacteur de Palo-Verde [111] mais avec une moins bonne précision.

Aujourd'hui, la contrainte sur l'angle θ_{13} est à 95% C.L :

$$\theta_{13} = \theta_{Chooz} < 13^0 . \quad (4.13)$$

²En général, les analyses se font en considérant les oscillations entre 2 neutrinos actifs, [118].

On utilise de plus en plus les expériences où le détecteur est situé à plus ou moins grande distance de la source (long ou short baseline) afin d'explorer plus de régions de Δm^2 et d'énergies en fonction de la distance réacteur-détecteur. Parmi ces expériences, il y a celle de LSND "Liquid Scintillator Neutrino Detector", basée à Los Alamos [82]. Il s'agit d'une short baseline puisque la distance parcourue par les neutrinos jusqu'au détecteur n'est que de 30 mètres. Les pions π^+ stoppés par la cible se désintègrent au repos $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ et les muons se désintègrent à leur tour $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$. On regarde des possibilités d'oscillations $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ en détectant le $\bar{\nu}_e$ par la capture $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$. Il s'agit donc d'une expérience d'**apparition**. Une partie des pions se désintègrent en vol ce qui engendre un flux de ν_μ supplémentaire avec lequel on regarde les oscillations $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$. Les analyses des signaux positifs de LSND [82] donnent une nouvelle fréquence :

$$\Delta m_{\text{LSND}}^2 \in [0.3, 10] \text{eV}^2.$$

Ce résultat, combiné avec ceux des neutrinos atmosphériques et solaires, impliquerait qu'il existe une quatrième espèce de neutrino, fait fortement défavorisé par la cosmologie et l'expérience (LEP), à moins qu'il ne s'agisse d'un neutrino stérile. Le résultat de LSND ne sera confirmé ou infirmé que dans quelques années, avec l'expérience MiniBoone [83] à FNAL (Fermilab) qui fournira ses résultats en 2006.

Le coup de pinceau final a été donné par les expériences terrestres long baseline, Kamland et K2K, sensibles aux paramètres solaires et atmosphériques, respectivement.

L'expérience Kamland [113] observe une **disparition** des $\bar{\nu}_e$ issus de ~ 30 réacteurs situés à des distances variant entre 150 et 210 kms du détecteur situé à Kamiokande au Japon. La distance moyenne des réacteurs au détecteur est d'environ ~ 180 kms. Les $\bar{\nu}_e$, d'énergie moyenne de ~ 3 MeV, sont détectés en mesurant les signaux des e^+ venant de la réaction $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ et du signal de photon de la réaction de capture des neutrons une fois thermalisés : $n + p \rightarrow d + \gamma$. Cette expérience, du fait de la grande distance du réacteur et de la faible énergie des neutrinos, a une bonne précision sur la différence des carrés des masses engagées dans l'oscillation des $\bar{\nu}_e$ et les plages de variation des paramètres d'oscillations de Kamland est : $\Delta m^2 > 7 \times 10^{-6} \text{eV}^2$ et $\sin^2 2\theta > 0.1$.

Le résultat de Kamland avec une distance moyenne de 180 km confirme le déficit de neutrinos solaires. Il est compatible avec seulement la solution LMA et exclut les autres solutions à 99.95% C.L. Kamland donne aussi deux régions proches [114] de Δm^2 :

$$\text{LMA1} \rightarrow \Delta m^2 \sim 7. \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad \text{et} \quad \text{LMA2} \rightarrow \Delta m^2 \sim 1.4 \times 10^{-4} \text{eV}^2 ,$$

avec une préférence pour LMA1 car le χ^2 de la solution LMA2 est 3 fois moins bon que celui correspondant à LMA1 ³. Cependant, Kamland pêche en précision du côté de l'angle de mélange, bien que les résultats soient en faveur d'un grand angle de mélange, comme on le voit sur la figure 4.4.

Ainsi, moyennant l'invariance sous *CPT* (LSND observe une disparition de $\bar{\nu}_e$ et pour les neutrinos solaires, il s'agit d'une disparition de ν_e), les résultats solaires ont été reproduits et améliorés par une expérience terrestre.

³La phase d'enrichissement en sel de l'expérience SNO [109] (septembre 2003) favorise la solution LMA1.

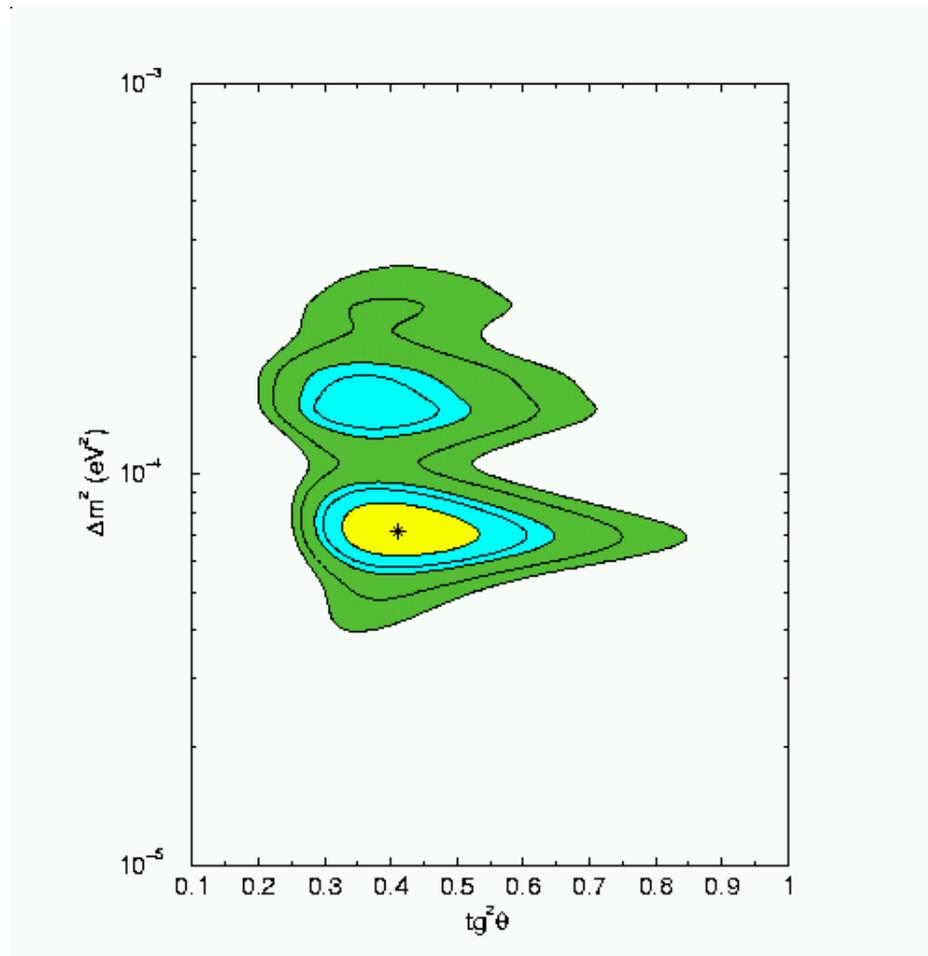


FIG. 4.4 – Régions permises dans le plan Δm^2 et $\text{tg}^2\theta$. Il s'agit d'un fit combiné des résultats solaires et des données de Kamland à plusieurs niveaux de confiance (1σ , 90%, 95%, 99% et 3σ). L'étoile représente la meilleure valeur du fit. Ainsi Kamland renforce la solution LMA. Les analyses autorisent 2 régions séparées, LMA1 et LMA2, mais voisines de l'espace des paramètres. Figure prise de [115].

L'autre expérience terrestre qui confirme des résultats astrophysiques est celle de K2K, [116]. K2K produit un faisceau de ν_μ d'énergie moyenne de 1.3 GeV et qui voyagent sur 250 kms depuis le laboratoire de KEK jusqu'au détecteur basé à Kamiokande, ceci dans le but de sonder l'espace des paramètres d'oscillations des neutrinos atmosphériques. K2K, qui est une expérience de **disparition**, donne (fin 2002), [117] :

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 0.70_{-0.10}^{+0.11},$$

Ce résultat est consistant avec ceux des neutrinos atmosphériques (nombre d'événements et spectre d'énergie observé). Les résultats de K2K, tout comme ceux de SuperKamiokande, sont bien reproduits par des oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ [118].

4.1.4 Futur

Un grand nombre d'expériences d'oscillations en cours et en projet vont contribuer à recouper et à compléter les informations manquantes, i.e., θ_{13} , les phases CP, etc.

A cours terme, il y a une première génération d'expériences dont le but est de mesurer l'angle θ_{13} avec une précision de $> 5^\circ$.

Dans le cadre du programme CNGS, les expériences ICARUS [120] et OPERA [121] tenteront (vers 2006) entre autres d'identifier le ν_τ (expérience d'**apparition**) produits de la mutation des ν_μ pendant leurs trajet (long de ~ 730 kms) du CERN (Genève) vers le détecteur installé au Gran Sasso (près de Rome), ceci en cherchant les leptons τ produits par les interactions par courant chargé des ν_τ .

Le programme NuMI (qui débutera en 2005) [122] a le même but que CNGS qui est de regarder les oscillations dans la région des paramètres atmosphériques. L'expérience MINOS [112] va étudier les ν_μ du faisceau (expérience de **disparition** au NuMI) et, en sous produit, va tester séparément les flux atmosphériques de ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$ en les détectant par courant chargé et en séparant par des champs magnétiques les leptons sortants de charges opposées.

Une expérience prête à démarrer est celle de BOREXINO [123] au laboratoire de Gran Sasso et dont le but est de détecter les réactions de diffusions élastiques $\nu_x - e^-$ à une énergie de seuil aussi petite que 0.25 MeV de sorte à être sensible aux neutrinos solaires issus du ${}^7\text{Be}$ (0.86 MeV).

L'angle θ_{13} doit être connu avec une bonne précision si on veut mesurer la violation CP dans le secteur des neutrinos et si on veut connaître les effets de la matière dans les expériences d'accélérateurs de longue baseline, il faudrait avoir des expériences qui ne sont pas sensibles à ces deux aspects. Il faudrait donc une expérience de **disparition** (où il n'y a pas l'asymétrie leptonique, voir eq. (3.22)) comme les expériences des réacteurs les quelles sont très peu sensibles à l'effet de la matière. Il y a pour cela les projets des futurs réacteurs [119] ou l'idée est de placer plusieurs détecteurs à des distances différentes d'un même réacteur. Au moins deux détecteurs sont nécessaires afin de réduire l'incertitude

sur le flux du réacteur et si ces détecteurs sont identiques, ceci permettrait de réduire les incertitudes liées au bruit de fond. La proposition optimale serait de placer l'un à 100 m du réacteur et l'autre à environ 1300 m pour avoir le minimum de déviation de l'unité de la probabilité $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$. Il y a beaucoup de propositions d'expériences comme celle de "double Chooz" qui utiliserait les 2 réacteurs de Chooz avec 2 détecteurs, l'un à 200m des réacteurs et l'autre à 1050 m. D'autres propositions similaires avec des détecteurs plus volumineux sont faites dans le but d'affiner la précision sur θ_{13} jusqu'à 0.01 sur $\sin^2 2\theta_{13}$, [119].

A moyen terme, il y a les expériences basées sur la deuxième génération de superfaisceaux qui tenteront de mesurer θ_{13} avec une précision de $> 2.5^\circ$ et éventuellement la phase de violation de CP de Dirac δ .

Le projet JHF-Kamioka "J-PARC-kamiokande neutrino project", rebaptisé projet "T2K" (Tokai to Kamioka) qui est actuellement en construction (opérationnel en 2008-2009) [124]. Il s'agit d'une expérience long base-line de ~ 295 km avec faisceaux de ν_μ d'énergie de ~ 1 GeV ajustée de façon à avoir le maximum d'oscillations. Dans une première phase (avec 50 kt d'eau dans le détecteur : Superkamiokande), l'accent est mis sur la physique des oscillations par des expériences de **disparition** $\nu_\mu \rightarrow \nu_X$ où la précision sur les paramètres $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ sera améliorée d'un ordre de grandeur ($\delta(\Delta m_{23}^2) = 10^{-4} eV^2$ et $\delta(\sin^2 2\theta_{23}) = 0.01$) et d'**apparition** $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ (avec le but d'atteindre des valeurs de quelques 10^{-3} pour $\sin^2 \theta_{13}$). Parmi les finalités il y a aussi celle de confirmer les oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ou bien de mettre en évidence le neutrino stérile grâce à la détection de courants neutres. Une expérience parallèle à celle de T2K (ou JHF ν) est celle de NuMI off axis (2008-2010) [125] à FNAL.

Il y a par ailleurs les projets à plus long terme, entre 2015 et 2020, qui constituent la troisième génération de superfaisceaux [126] qui ont parmi les objectifs de mesurer θ_{13} avec une précision de 1° ainsi que la phase de violation de CP de Dirac δ , si celle-ci est $> 20^\circ$. Parmi les projets, il y a la seconde étape de T2K avec 1Mt dans le détecteur (HyperKamiokande) et une puissance de faisceaux de l'ordre de 4 MW. Il y a également le SPL-SuperBeam (du CERN à Fréjus, 130kms, de 40 à 400 Mt de détecteur) [127] qui est dans la phase recherche et développement. Enfin vient la troisième génération de superfaisceaux β -beams [128] (jusqu'à 0.5° sur θ_{13}). La méthode du β -beam est basée sur une idée nouvelle de Zucchelli [129], qui consiste à utiliser la désintégration β d'ions radioactifs, dont la durée de vie est de l'ordre de la seconde (comme le ${}^6\text{He}$), accélérés. Dans ce cas ce sont des faisceaux colimatés de $\nu_e, \bar{\nu}_e$ qui seront exploités au lieu de ν_μ dans le cas des usines à neutrinos et les Super-Beams.

Au delà de 2020, il y a les projets ambitieux comme les usines à neutrinos [89] et les β -beams de très hautes énergie dont le but commun est la découverte de la violation CP dans le secteur leptonique, de la mesure de la phase δ de Dirac et de l'angle θ_{13} [128].

4.2 Expériences directes

L'analyse des résultats expérimentaux montre que le ν_e préfère se transformer en ν_μ dans le soleil (LMA [41, 113]) et que le ν_μ atmosphérique se convertit en ν_τ avec un grand angle de mélange $\sin^2(2\theta_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}) > 0.96$. Avec tous ces résultats, il reste néanmoins une frustration : les expériences d'oscillations ne donnent que les différences des carrés des masses propres et non pas les masses individuelles. De plus elles ne disent rien sur les phases CP et n'ont pas de précision sur l'angle de Chooz θ_{13} . Il y a heureusement les approches directes. Par exemple il y a les expériences qui tentent de mesurer la masse du neutrino grâce à l'étude du spectre d'énergie des électrons émis lors de la désintégration β d'un noyau A comme le tritium ${}^3\text{H}$, qui est expliquée dans la suite de ce chapitre.

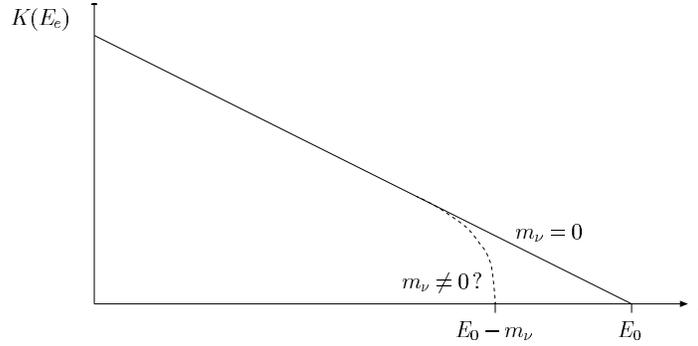


FIG. 4.5 – Courbe de Kurie ($K(E)$) en fonction de l'énergie E_e de l'électrons émis lors de la désintégration β du tritium.

L'énergie totale des leptons sortants (électron et antineutrino) lors d'une désintégration β est donnée par la différence de masse entre le noyau final et initial notée $Q + m_e$ et la désintégration n'a lieu que si $Q > m_{\nu_e}$ ⁴. En mesurant l'énergie maximale de l'électron émis on peut borner la masse du neutrino. En effet, le nombre d'électrons émis avec une énergie comprise entre E et $E+dE$ est :

$$N(E)dE = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{2\pi^3} m_n^5 |\mathcal{M}|^2 F p E (Q - E) \sqrt{(Q - E)^2 - m_{\nu_e}^2} dE \quad (4.14)$$

où \mathcal{M} est l'élément de matrice hadronique, m_n la masse du neutron, p et E l'impulsion et l'énergie de l'électron. F est un facteur correctif dû à l'interaction électrostatique entre le noyau et l'électron sortant et dépend donc de E , de la charge Z et du rayon R du noyau. Enfin la constante de Fermi est accompagnée de $\cos \theta_C$ car il s'agit d'une transition d'un quark d vers un quark u . Si la masse du neutrino est nulle, alors

$$K(E) \equiv \sqrt{\frac{N(E)}{F p E}} \propto Q - E . \quad (4.15)$$

⁴Le recul du noyau est bien entendu négligé étant donné la différence entre sa masse et celle de l'électron.

C'est de la représentation de cette quantité $K(E)$, appelée courbe de Kurie, que les expériences tirent ⁵ une limite sur m_{ν_e} , voir la figure 4.5. En effet si $m_{\nu_e} = 0$ la courbe serait linéaire. La déviation ne se voit qu'au "end-point" où $Q - E \sim m_{\nu_e}$ c'est à dire quand l'énergie de l'électron est maximale $E_{max} = Q - m_{\nu_e}$. La difficulté pratique est que près du end-point, $K(E)$ est très petit et la mesure de la déviation par rapport à la ligne droite est difficile à mesurer. Il est donc important de choisir des noyaux avec la plus petite valeur possible de Q , de sorte que les produits de désintégration se trouvent dans un intervalle fixé à partir du end-point du spectre. Une autre source de difficulté dans les analyses vient du fait que le spectre β est affecté par les nuages électroniques des atomes qui écrantent la charge du noyau et modifient le facteur électrostatique F . C'est pour cela que le tritium est le plus souvent utilisé, son end-point se trouvant aux alentours de 18.6 keV, la plus basse valeur de Q connue et, de plus, il n'a qu'un seul électron orbitant.

Pour mesurer des masses de neutrinos de l'ordre de l'eV, on doit disposer d'un spectromètre de grande précision. Cependant, les expériences ont du mal à atteindre la sensibilité requise. Citons les expériences de MAINZ [7] et TROITSK [8] qui ne donnent que des limites supérieures sur la masse du neutrino ν_e de l'ordre de l'électronvolt :

$$m_{\nu_e} \lesssim 2.2 \text{ eV}. \quad (4.16)$$

La future expérience de désintégration β du tritium KATRIN [130], planifiée pour être opérative au début 2007, aura la possibilité d'atteindre des sensibilités de l'ordre de 0.35 eV pour m_{ν_e} .

Une autre désintégration possible qui est la double désintégration beta sans émission de neutrinos ($0\nu\beta\beta$) et dont l'observation donnera une information sur l'échelle absolue de masse des neutrinos, sur la nature du spectre et sur l'effet des phases CP , sera développée dans le chapitre suivant.

4.3 Contraintes cosmologiques sur les neutrinos

L'étude de l'annihilation e^+e^- au pôle du boson Z à LEP a permis de trouver que le nombre de neutrinos actifs et légers est $N_\nu = 2.984 \pm 0.008$. Les anisotropies du fond cosmique diffus et la nucléosynthèse primordiale BBN donnent par ailleurs $N_\nu = 3 + \Delta N_\nu$, le nombre effectif de neutrinos **actifs** présents au début de l'Univers. La densité d'énergie supplémentaire due aux neutrinos **stériles** (plus d'autres particules légères) est normalisée à celle des neutrinos $\rho_x = \Delta N_\nu \rho_\nu = 7/8 \Delta N_\nu \rho_\gamma$, ρ_γ étant la densité de photons. Contraindre ΔN_ν revient à contraindre ρ_ν et donc la masse des neutrinos actifs et légers. C'est ce que fait par exemple WMAP [61].

Au début, quand l'Univers était chaud, les neutrinos étaient en équilibre et interagissaient avec le plasma via les réactions

$$\nu e(N) \leftrightarrow \nu e(N); \quad \bar{\nu} e(N) \leftrightarrow \bar{\nu} e(N); \quad \nu \bar{\nu} \leftrightarrow e^+ e^-.$$

⁵La limite sur la masse m_{ν_e} peut être déterminée rien que par la forme de la courbe de Kurie. On n'a pas besoin de connaître E_0 (figure 4.5).

Comme on le sait, les neutrinos se sont découplés à des températures de l'ordre du MeV, peu avant les annihilations e^+e^- , ce qui fait que leur température est plus basse que celles des photons (par un facteur statistique $(4/11)^{1/3}$) et les densités des photons et des neutrinos sont liées par $n_\nu = 9/11n_\gamma$. Les neutrinos dont la masse $m \gtrsim T_0 \simeq 2.4 \times 10^{-4}$ eV sont non-relativistes aujourd'hui et contribuent à la densité de matière de l'Univers avec une densité

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum m_\nu}{92.5 \text{eV}} . \quad (4.17)$$

Les résultats de WMAP [61] en conjonction avec les données de 2dFGRS (2dF Galaxy Redshift Survey) [62] contraignent la masse totale des neutrinos actifs de toute espèce :

$$\sum_i m_i \lesssim 0.71 \text{ eV} \quad (95\% \text{ C.L.}) . \quad (4.18)$$

Cette limite eq. (5.7) vient d'une analyse qui utilise des données venant de la forêt Ly- α (Lyman- α forest) dont l'interprétation est encore controversée dans le traitement des incertitudes [63]. En excluant ces dernières données, on obtient une limite moins forte sur la masse des neutrinos :

$$\sum_i m_i \lesssim 1.01 \text{ eV} . \quad (4.19)$$

D'autre part, les oscillations donnent une preuve que les neutrinos sont massifs et dans un schéma à trois famille, les données des neutrinos atmosphériques apportent une limite **inférieure** sur la masse du neutrino le plus lourd :

$$m \gtrsim \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \sim 0.04 \text{eV} . \quad (4.20)$$

4.4 Application : contraintes générales sur la matrice de masse

Tous ces derniers résultats expérimentaux sur les neutrinos d'origine astrophysique ou ceux produits au laboratoire, permettent de cerner les paramètres de masse et de mélange. Dans une étude [131], nous avons pu déterminer les domaines de variation de tous les éléments de la matrice de masse des neutrinos de manière générale, indépendante de tout modèle, et ceci dans le cadre de trois saveurs. Ce travail incorpore toutes les contraintes venant des neutrinos atmosphériques, solaires et de l'expérience de Chooz. Il a été effectué en 1999 lorsque les données solaires n'étaient pas encore suffisamment précises pour trancher en faveur de la solution à grand angle de mélange LMA. Nous avons donc contraint la matrice de masse, pour les trois différentes solutions du problème des neutrinos solaires : la solution de l'oscillation dans le vide, celle de l'oscillation dans la matière solaire MSW avec grand de mélange (LMA) et celle avec petit angle de mélange (SMA). Dans cette analyse,

ainsi que toutes celles qui ont suivi, les résultats nous ont conduit à privilégier la solution MSW avec grand angle de mélange ; les autres solutions ne sont pas exclues mais la région correspondante de l'espace des paramètres est beaucoup plus petite. Un des éléments de la matrice de masse correspond à la masse effective à laquelle est proportionnelle l'amplitude de la désintégration ($0\nu\beta\beta$). Plus particulièrement, nous avons trouvé que dans le cas d'un spectre hiérarchique (hiérarchie normale ou inversée) que la masse effective qui apparaît dans cette amplitude doit vérifier $|m_{eff}| < \text{qqs } 10^{-2} \text{ eV}$ [131]. Ce résultat a été corroboré par d'autres travaux.

Un autre but de cette étude était l'identification des spectres possibles : dégénéré, hiérarchique et ce qu'on a appelé pseudo-Dirac et qui correspond à $\Delta m_{13}^2 < 0$, voir table 4.1, pour chacune des solutions de l'anomalie solaire combinée aux contraintes de Chooz et atmosphériques.

Spectre	Solaire	Atmosphérique
Hiérarchique	Δm_{12}^2	Δm_{13}^2
Dégénéré	Δm_{23}^2 ou Δm_{12}^2	Δm_{13}^2
Pseudo-Dirac	Δm_{23}^2	Δm_{13}^2

TAB. 4.1 – Régimes possibles et les différences des carrés des masses correspondantes.

On considère une matrice de masse générale (3×3) pour trois générations de neutrinos, symétrique et réelle. En imposant simultanément les contraintes atmosphériques (SuperK), solaires, et celle de l'expérience de Chooz sur les différences des carrés des masses et les angles de mélanges, on identifie les intervalles de variation de chacun des six éléments de la matrice de masse dans la base des saveurs (ν_e, ν_μ, ν_τ) :

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

En fonction des six entrées générales M_{ij} , on calcule les observables qui sont les différences des carrés des masses propres ainsi que la matrice de rotation de la base des états propres vers celle des saveurs. On ordonne les masses propres $m_1 < m_2 < m_3$ et on paramétrise la matrice de mélange par trois rotations : $V = R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})R_{12}(\theta_{12})$ négligeant ainsi toute phase de violation CP puisque notre but est d'obtenir les intervalles de variation du module de chacune des entrées. Ces derniers sont donnés dans les tables 4.2, 4.3 et 4.4, selon les trois solutions pour les neutrinos solaires.

Il est à chaque fois vérifié que ces paramètres satisfont aussi les bornes cosmologiques et celles des mesures directes (désintégration β).

En cherchant le domaine de variation des éléments de matrice M_{ij} , on fixe d'abord l'intervalle de scan de départ de sorte à avoir des solutions qui vérifient toutes les contraintes sur les observables. On faisant ainsi, on fixe en quelque sorte l'intervalle de l'échelle absolue.

Entrée	Minimum	Maximum
$M_{11}(10^{-2}\text{eV})$	-2.7	7.3
$M_{12}(10^{-2}\text{eV})$	-4.3	4.3
$M_{13}(10^{-2}\text{eV})$	-3.9	3.9
$M_{22}(10^{-2}\text{eV})$	-1.1	8.3
$M_{23}(10^{-2}\text{eV})$	-7.4	7.4
$M_{33}(10^{-2}\text{eV})$	-5.0	8.9

TAB. 4.2 – Régions permises des paramètres qui satisfont simultanément les contraintes MSW-LMA, SuperK et Chooz.

Entrée	Minimum	Maximum
$M_{11}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	2.9
$M_{12}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	4.0
$M_{13}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	4.0
$M_{22}(10^{-2}\text{eV})$	-1.3	8.3
$M_{23}(10^{-2}\text{eV})$	-8.0	8.0
$M_{33}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	5.9

TAB. 4.3 – Régions permises des paramètres qui satisfont simultanément les contraintes MSW-SMA, SuperK et Chooz .

Les résultats généraux de cette analyse sont résumés dans les points suivants :

- La région de l’espace des paramètres avec la solution MSW-LMA est très dense par rapport à la région avec la solution MSW avec petit angle de mélange solaire et franchement clairsemée dans le cas de solution d’oscillations dans le vide.
- En ce qui concerne les spectres : on trouve que tous les spectres sont possibles dans le cas de la solution MSW avec grand angle de mélange tandis que dans le cas de la solution MSW-SMA, il y a très peu de solutions correspondant au spectre dégénéré alors que les spectres hiérarchique et pseudo-Dirac sont largement représentés. Enfin, dans le cas de la solution d’oscillation dans le vide, seul le spectre pseudo-Dirac est représenté.
- Nous obtenons des limites plus sévères sur la masse effective de la désintégration ($0\nu\beta\beta$) ($|m_{eff}| < \text{qq} 10^{-2} \text{ eV}$) dans le cas de spectre hiérarchique. Avec cette façon de faire, on ne peut pas obtenir de limite sur $|m_{eff}|$ dans le cas de spectre dégénéré. La raison est la suivante : dans le cas de spectre dégénéré avec une échelle absolue m_0 de l’ordre de l’eV, la texture de masse n’est pas “démocratique” : les éléments diagonaux de la matrice de masse (de l’ordre de l’eV) sont très grands devant les éléments non-diagonaux,⁶. Or, il se trouve que lors du scan effectué sur les six entrées M_{ij} , le pas choisi pour chacune d’entre elles n’est pas suffisamment “fin” pour explorer ces textures non démocratiques avec une grande échelle absolue. Lorsque l’échelle absolue est plus petite, on trouve bien sûr des solutions correspondant à un spectre dégénéré.

⁶Les éléments non-diagonaux sont de l’ordre de $10^{-4} - 10^{-5}/m_0$ dans le cas de spectre dégénéré avec une échelle absolue m_0 de l’ordre de l’eV. Il y a une autre texture possible correspondant au cas dégénéré :

$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ sur la 2 et 3ème génération et l’argument reste le même.

Entrée	Minimum	Maximum
$M_{11}(10^{-2}\text{eV})$	-0.7	1.3
$M_{12}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	4.0
$M_{13}(10^{-2}\text{eV})$	-4.0	4.0
$M_{22}(10^{-2}\text{eV})$	+0.98	4.1
$M_{23}(10^{-2}\text{eV})$	-3.5	4.1
$M_{33}(10^{-2}\text{eV})$	+0.98	4.1

TAB. 4.4 – Régions permises des paramètres qui satisfont simultanément les contraintes SuperK pour les neutrinos atmosphériques, l’oscillation dans le vide pour les neutrinos solaires et Chooz.

Cette approche était différente de la plupart des autres analyses courantes dans le sens où on ne spécifie pas le modèle. Le but était qu’une fois la matrice de masse des neutrinos est bien cernée par les données expérimentales, on peut contraindre n’importe quelle classe de modèles dont les couplages conduisent aux masses des neutrinos compatibles avec toutes les observations. C’est ainsi que, par la suite, nous avons appliqué ce travail au modèle supersymétrique minimal (MSSM) avec violation de la R-parité R_p . La R-parité étant une symétrie discrète imposée fréquemment au modèle supersymétrique afin d’interdire des interactions renormalisables violant la conservation des nombres baryoniques et leptoniques. Ce travail ainsi que les résultats sont résumés dans le chapitre 6 ainsi que dans les références [131], [132] et [133].

Nous avons également voulu inclure parmi les contraintes les résultats de LSND suggérant une quatrième espèce de neutrino afin de voir si le modèle étudié (MSSM avec violation de R_p) était toujours compatible avec les données, le résultat est positif mais avec des contraintes plus fortes sur les couplages; ce travail est décrit dans ref. [134].

Chapitre 5

Double désintégration β sans neutrinos ($0\nu\beta\beta$)

Dans la nature, il existe beaucoup de systèmes nucléaires qui préfèrent se désintégrer par la voie β simple pour des raisons d'espace de phase. La désintégration $(\beta\beta)_{2\nu}$ avec émission de deux neutrinos est observable chez les noyaux pair-pair : $(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e$. Motivé par la description Majorana pour les neutrinos, W. Furry suggèra la possibilité du processus $(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^-$, la double désintégration beta sans émission de neutrinos ; cette désintégration est schématisée dans la figure 5.1.

Dans le cadre du modèle standard, ce processus ne peut avoir lieu que sous deux conditions essentielles :

- * Le neutrino est sa propre antiparticule et on a donc violation du nombre leptonique (le neutrino émis par la désintégration β simple doit être absorbé par celle inverse).
- * L'anti-neutrino $\bar{\nu}_e$ étant droit, la transition n'a lieu que si l'une des deux conditions est remplie :
 - Si on se place dans le modèle standard où les courants sont gauches $V - A$, la masse du neutrino est non nulle (la masse non nulle assure un flip d'hélicité, le ν_e absorbé étant gauche).
 - Soit il existe des courants droits $V + A$, auquel cas, il faut aller au delà du modèle standard ¹. Notons que si les courants droits existent, alors on démontre que le neutrino est massif.

L'observation de cette désintégration impliquerait une violation du nombre leptonique de deux unités et peut être le signal d'une masse effective du neutrino électronique. De plus, contrairement aux expériences d'oscillations qui donnent l'intervalle de différence des carrés des masses propres, un signal non nul fixerait une échelle absolue de masse pour les neutrinos.

¹Une des extensions serait le modèle Left-Right, $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ [136], où le mécanisme de see-saw engendre une petite masse de Majorana au neutrino [137].

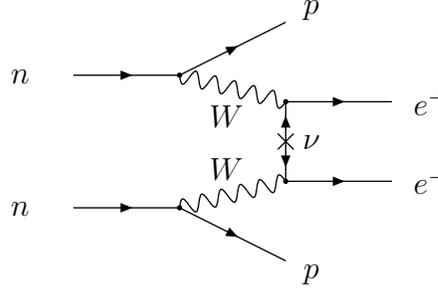


FIG. 5.1 – Diagramme de désintégration ($0\nu\beta\beta$) dans le modèle standard avec neutrino massif.

Récemment quelques membres (Klapdor-Kleingrothaus et al.) de la collaboration Heidelberg-Moscow [138] ont annoncé un signal pour cette désintégration. Cette affirmation a immédiatement été critiquée par plusieurs auteurs (voir [139], [140], [141]) et une réponse à la critique a été rendue par Klapdor-Kleingrothaus [142], maintenant le résultat. Il faudra attendre l'expérience NEMO3 [143, 144] et dans un futur moins proche celles de Majorana, EXO, CUORICINO, CUORE, GENIUS [145], pour avoir, peut être la confirmation du signal de klapdor-Kleingrothaus et des limites sur l'amplitude de cette désintégration.

Si cette dernière est engendrée par des courants $V - A$ par échange de neutrinos de Majorana, et si la masse de ces neutrinos ne dépasse pas les 100 MeV, valeur typique du moment de Fermi des nucléons dans le noyau parent ², ce qui est largement vérifié par les données des oscillations et les contraintes cosmologiques, alors l'amplitude de la désintégration ($0\nu\beta\beta$) est proportionnelle au carré de l'élément (1, 1) de la matrice de masse eq. (3.5) des neutrinos qu'on dénote souvent par " m_{ee} " ou $\langle m_\nu \rangle$. Appelée également masse effective, elle est donnée par

$$m_{ee} = m_{11} \equiv \langle m_\nu \rangle = \sum_j m_j U_{ej}^2, \quad (5.1)$$

où U est la matrice de mélange PMNS entre les états propres de masse ν_j et ceux de l'interaction faible et m_j les masses propres. Cet élément de matrice est d'une importance capitale puisqu'il dépend des masses propres m_i , ce qui peut donner une idée sur l'échelle absolue des masses des neutrinos, des angles de mélange solaire θ_{12} et surtout de Chooz θ_{13} . De plus, c'est la seule quantité phénoménologique où apparaissent les phases de violation CP leptoniques et notamment celles de Majorana définies dans le chapitre 3, eq. (3.7). Son module est donné par

$$|m_{ee}| = |U_{e1}^2 m_1| = |m_1 |U_{e1}|^2 + m_2 |U_{e2}|^2 e^{2i\alpha_M} + m_3 |U_{e3}|^2 e^{2i\alpha_{MD}}|, \quad (5.2)$$

²En réalité, la contrainte porte sur $\sum_i (m_i / (q^2 - m_i^2))$ où q est le moment du neutrino virtuel échangé. q est équivalent à la distance typique entre les nucléons dans le noyau et en première approximation il correspond à l'échelle de Fermi nucléaire ~ 100 MeV. Si $m_i^2 \ll q^2$, la contrainte d'une mesure ($0\nu\beta\beta$) portera sur la masse effective $\langle m_\nu \rangle$. Dans le cas contraire, la contrainte porte sur $1/m_i$

où $\alpha_M = (\alpha_2 - \alpha_1)$ est une phase CP pure Majorana et $\alpha_{MD} = -(\delta + \alpha_1)$ est un mélange des phases CP de Majorana et de Dirac (δ). En général les valeurs propres (m_1, m_2, m_3) sont prises positives. L'angle solaire a gagné en précision ces dernières années et notamment avec les derniers résultats de SNO [109]. En ce qui concerne θ_{13} , il n'existe, comme on l'a vu, qu'une limite supérieure, venant des expériences de **disparition** des réacteurs de Chooz [91] et de Palo Verde [111]. Il n'est pas inutile de rappeler l'importance de cet angle puisqu'on sait qu'il conditionne toute mesure de violation CP dans les expériences de long baseline, voir eq. (3.24). En effet, il faudrait que l'angle θ_{13} soit plus grand que 0.2° pour avoir un impact mesurable de violation de CP ³. Les premières futures générations de superfaisceaux (JHF [124] , NuMI [122]) vont mesurer $\sin^2 \theta_{13}$ avec une précision de $\sim 10^{-3}$ [146] et avec de la chance essayer aussi d'observer des asymétries CP .

Il est à noter que même si l'amplitude de $(0\nu\beta\beta)$ dépend des phases CP , cette désintégration ne correspond pas à la manifestation d'un phénomène violant CP mais d'un phénomène dont l'amplitude est affectée par ces phases CP . En d'autres termes, le taux de désintégration d'un noyau serait le même que celui de l'antinoyau correspondant.

Les phases CP (Majorana) qui apparaissent dans la quantité $|m_{ee}|$ (5.2) sont totalement inconnues et pour les sonder il faudrait pouvoir mesurer l'amplitude $(0\nu\beta\beta)$ en ayant une méthode sûre d'estimation des erreurs dans l'élément de matrice nucléaire. Ces phases $\alpha_M = (\alpha_2 - \alpha_1)$ et $\alpha_{MD} = -(\delta + \alpha_1)$ peuvent atténuer complètement l'amplitude $(0\nu\beta\beta)$ (interférences destructives) ou au contraire la maximiser. Une simple analyse peut nous aider à prédire la nature du spectre des masses des neutrinos grâce à une mesure possible de l'amplitude $(0\nu\beta\beta)$. En d'autres termes, en faisant varier les phases CP sur tout l'espace possible et en faisant varier θ_{13} on peut selon la nature du spectre prédire l'intervalle où va se situer la valeur de la masse effective. En restant dans un schéma à 3 familles et en utilisant les données atmosphériques et solaires, les masses propres des neutrinos se placent dans le spectre de 3 façons qui sont décrites dans la figure 5.2.

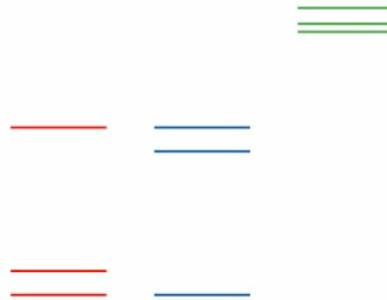


FIG. 5.2 – Les trois spectres possibles, de gauche à droite : hiérarchie, hiérarchie inversée et spectre dégénéré. Le petit intervalle correspond à Δm_{sol}^2 et le grand à Δm_{atm}^2 .

³Une autre condition nécessaire pour avoir un impact de violation CP dans les usines à neutrinos est un grand angle de mélange θ_{12} , ce qui est déjà largement confirmé par les données des neutrinos solaires. Enfin Δm_{12}^2 doit être relativement grand, voir eq. (3.22).

On a déjà accumulé quelques informations sur les ingrédients qui constituent l'équation (5.2) :

– l'angle solaire , $\theta_{\text{sol}} = \theta_{12}$ (*b.f* veut dire meilleur fit),

$$0.70 \lesssim \sin^2 2\theta_{\text{sol}} \lesssim 0.96 \quad (95\% \text{ CL}); \quad \sin^2 2\theta_{\text{sol}} \text{ (b.f.)} = 0.82. \quad (5.3)$$

– l'angle de Chooz θ_{13}

$$\sin \theta_{13} \lesssim 0.22 \quad (95\% \text{ CL}) , \quad (5.4)$$

et une analyse globale de Fogli *et al.* [147] donne $|U_{e3}|^2 < 5.0 \cdot 10^{-2}$ (99.7% CL).

– Les différences des carrés des masses solaire [148]- [151] et atmosphérique [152] sont contraintes à (95% C.L) comme suit

$$5.8 \cdot 10^{-5} \lesssim \Delta m_{\text{sol}}^2 \text{ (eV}^2\text{)} \lesssim 9.1 \cdot 10^{-5} ; \quad \Delta m_{\text{sol}}^2 \text{ (b.f.)} = 7.2 \cdot 10^{-5} \text{ (eV}^2\text{)} \quad (5.5)$$

$$1 \cdot 10^{-3} \lesssim \Delta m_{\text{atm}}^2 \text{ (eV}^2\text{)} \lesssim 5.0 \cdot 10^{-3} ; \quad \Delta m_{\text{atm}}^2 \text{ (b.f.)} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ (eV}^2\text{)}. \quad (5.6)$$

– Les résultats des observations cosmologiques WMAP result [61] conjointement avec les données de 2dFGRS [62] contraignent la masse totale des neutrinos actifs de toute espèce avec l'hypothèse que ces neutrinos se sont découplés du reste de l'Univers alors qu'ils étaient encore relativistes :

$$\sum_i m_i \lesssim 0.71 \text{ eV} \quad (95\% \text{ CL}). \quad (5.7)$$

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, cette limite est relaxée à $\sum_i m_i \lesssim 1.01 \text{ eV}$ [63] si on exclut les données de "la forêt" Ly- α [62] dont l'interprétation est controversée.

– L'expérience de Heidelberg-Moscow annonce une observation de désintégration ($0\nu\beta\beta$) qui se traduit par une masse effective de Majorana [138]

$$0.11 \lesssim |m_{ee}| \text{ (eV)} \lesssim 0.56 \quad (95\% \text{ CL}); \quad |m_{ee}| \text{ (b.f.)} = 0.39 \text{ eV}. \quad (5.8)$$

– Les expériences [7] et Troitsk [8] de désintégration β du Tritium donnent la limite suivante sur la masse du ν_e : $m_{\nu_e} \lesssim 2.2 \text{ eV}$. Il faudra attendre l'expérience future (2007) KATRIN [130] pour atteindre des précisions jusqu'à 0.35 eV.

Dans la suite je vais présenter une analyse [153] basée sur les trois spectres possibles de masse et les discuter brièvement en déterminant l'intervalle de variation de $|m_{ee}|$ dans chacun des cas. Mais avant tout, on peut constater que la limite cosmologique de WMAP [61] pose d'emblée une limite supérieure sur la masse effective de ($0\nu\beta\beta$). Ceci vient de l'inégalité de Schwarz :

$$|m_{ee}| \leq \sum_i m_i \lesssim 0.71 \text{ eV (WMAP)} \quad \text{ou} \quad 1.01 \text{ eV (Hannestad)}. \quad (5.9)$$

Le fait nouveau est que cette limite sur l'échelle absolue est d'un ordre de grandeur plus basse que celle provenant de la désintégration beta du tritium ⁴.

⁴J'ai dérivé une limite plus basse dans une étude sur les contraintes générales sur la matrice de masse au vu des données solaires et atmosphériques, dans le cas de spectre de hiérarchie normale ou inversée [131].

5.1 Cas Quasi dégénéré

Dans ce cas, les trois valeurs propres sont du même ordre : $m_1 \simeq m_2 \simeq m_3 \equiv m_0$ et l'échelle absolue m_0 peut prendre toutes les valeurs possibles jusqu'à saturer la limite de WMAP, i.e. $m_0 \simeq 0.23$ eV (ou $m_0 \simeq 0.34$ eV en gardant la limite plus conservatrice de Hannestad [63]). Dans ce cas, l'équation eq. (5.2) devient

$$|m_{ee}| \simeq m_0 \left| c_{12}^2 c_{13}^2 + s_{12}^2 c_{13}^2 e^{2i\alpha_M} + s_{13}^2 e^{2i\alpha_{MD}} \right| , \quad (5.10)$$

et l'inégalité de Schwarz implique $|m_{ee}| \lesssim m_0$. Comme la contrainte de Chooz indique un très petit angle θ_{13} , on pourrait naïvement négliger le 3^{ème} terme de eq. (5.10), comme c'est par ailleurs fait d'habitude. Cependant, ce terme devient important lorsque les deux premiers termes se compensent. Dans le cas $s_{13} = 0$, on aurait

$$m_0 |\cos 2\theta_{\text{sol}}| \lesssim |m_{ee}| \lesssim m_0 . \quad (5.11)$$

L'effet des interférences destructives dans la $|m_{ee}|$ peut être vu dans la figure 5.3 où $|m_{ee}|/m_0$ est reproduit en fonction des deux phases CP α_M et α_{MD} pour les deux valeurs extrêmes de l'angle de Chooz, $s_{13} = 0$ (panneau gauche) et $s_{13} = 0.22$ (panneau droit). On peut lire sur la figure 5.3 que $|m_{ee}|/m_0$ n'est jamais nulle et que sa valeur la plus basse est $|\cos 2\theta|_{\text{sol}}$. L'importance relative des deux phases CP et de s_{13} est manifeste sur la figure. En comparant les panneaux gauche et droit, on déduit que si l'angle de Chooz n'est pas nul, la masse effective est atténuée de quelques % de sa valeur maximale m_0 (de quelques 10% si on prend la valeur maximale 0.22 de s_{13}) laquelle est atteinte lorsque $\alpha_M = 0$ (c'est à dire lorsque les 2 phases de Majorana vérifient $\alpha_1 = \alpha_2 \pmod{2\pi}$).

5.2 Hiérarchie normale

Dans ce cas, on a $m_1 < m_2 \ll m_3$ et on pourrait prendre pour l'illustrer $m_1 \simeq 0$, $m_2 \simeq \sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2}$, and $m_3 \simeq \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$. Il ne reste alors qu'une phase CP , $\alpha \equiv \alpha_{MD} - \alpha_M$, effective dans l'équation eq. (5.2) qui devient dans ce cas :

$$|m_{ee}| = \left| \sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2} s_{12}^2 c_{13}^2 + \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} s_{13}^2 e^{2i\alpha} \right| . \quad (5.12)$$

Le facteur d'échelle $\sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2}$ étant connu, on reporte dans la figure 5.4 $|m_{ee}|/\sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2}$ en fonction de la phase α . On observe (grâce au zoom en bas à droite), que même dans le cas de suppression maximale, c'est à dire lorsque $\alpha = \pi/2$, la masse effective ne s'annule jamais. Ceci démontre une limite **inférieure** pour la masse effective. Cependant, cette limite est très loin des sensibilités des expériences futures prévues car en utilisant les données (à 95% C.L) on obtient comme maximum (limite supérieure)

$$|m_{ee}| \lesssim 0.007 \text{ eV} . \quad (5.13)$$

Même si on relâche la contrainte imposée au départ, i.e., $m_1 \neq 0$, m_1 restera de toute façon très petite devant m_2 , plus précisément m_1 vérifie $m_1 \ll \sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2}$ et son effet n'augmentera pas la valeur de la limite supérieure sur $|m_{ee}|$ de manière significative.

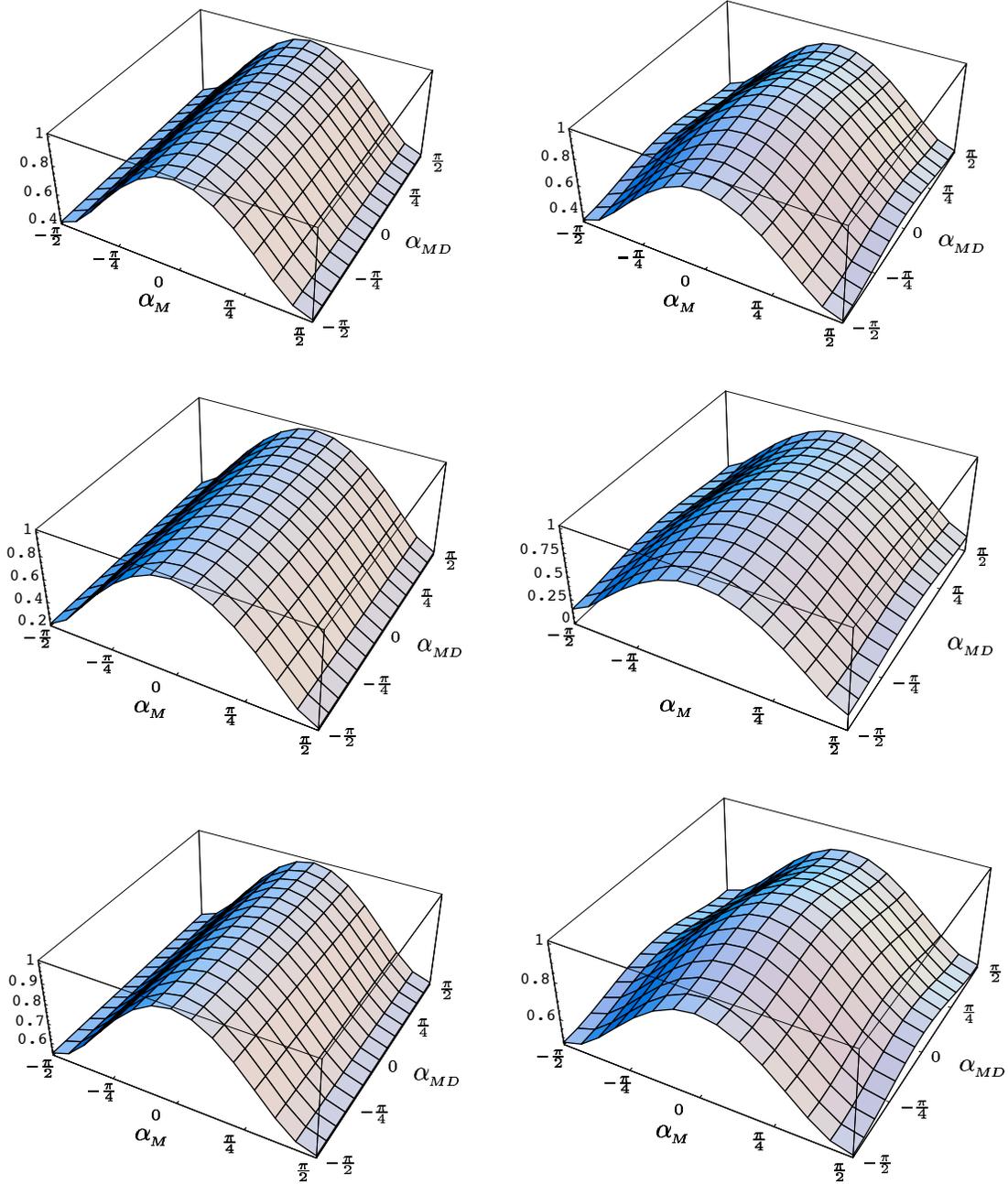


FIG. 5.3 – Cas de spectre quasi dégénéré représenté pour les valeurs extrêmes de l’angle de Chooz, $\sin \theta_{13} = 0$ (panneau de gauche) et $\sin \theta_{13} = 0.22$ (panneau de droite). L’axe vertical représente $|m_{ee}|/m_0$ en fonction des deux phases CP . La valeur la plus basse de $|m_{ee}|/m_0$ n’est pas zéro mais $|\cos 2\theta|_{\text{sol}}$. Les première, seconde et troisième lignes correspondent à $\sin^2 2\theta_{\text{sol}} = 0.96$ (95% CL limite supérieure), 0.82 (meilleur fit) and 0.70 (95% CL limite inférieure), respectivement.

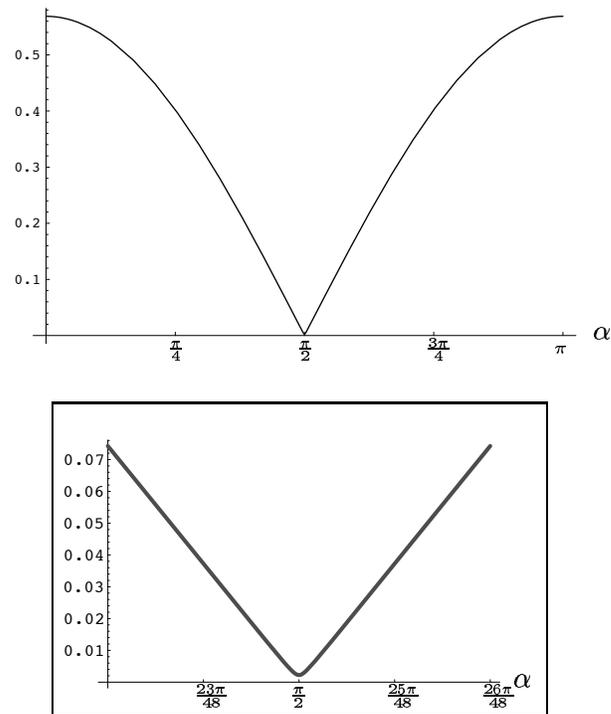


FIG. 5.4 – Cas de hiérarchie normale : la masse effective normalisée à $|m_{ee}|/\sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2}$ est tracée en fonction de la phase α . L'angle solaire θ_{12} a été fixé à sa valeur du meilleur fit. La partie où il y a une suppression extrême de l'amplitude est zoomée dans le carré du bas.

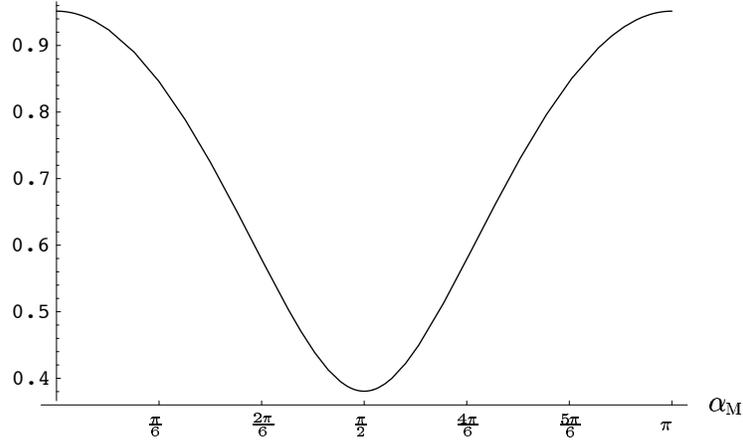


FIG. 5.5 – Cas de hiérarchie inversée : la masse effective normalisée à $|m_{ee}|/\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ est tracée en fonction de la phase α_M . L'angle solaire θ_{12} a été fixé à sa valeur du meilleur fit.

5.3 Hiérarchie inversée

On a dans ce cas, $m_1 > m_2 \gg m_3$ et du fait que $\Delta m_{\text{sol}}^2 \ll \Delta m_{\text{atm}}^2$, on peut prendre pour illustrer ce cas $m_1 \simeq m_2 \simeq \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ and $m_3 \simeq 0$. Comme dans le cas précédent, il n'y a qu'une seule phase de CP active, celle de Majorana α_M et $|m_{ee}|$ s'écrit :

$$|m_{ee}| = \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} c_{13}^2 |c_{12}^2 + s_{12}^2 e^{2i\alpha_M}|. \quad (5.14)$$

Ce cas est très semblable au scénario dégénéré avec la différence que l'échelle globale ici est $\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ au lieu de m_0 et que le 3^{ème} terme dans l'équation eq. (5.2) est encore plus négligeable. La figure 5.5 illustre ce cas. On y reporte $|m_{ee}|/\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ en fonction de la phase α_M . Le maximum de suppression a lieu lorsque $\alpha_M = \pi/2$, (comme dans le cas dégénéré). Le maximum est atteint lorsque $\alpha_M = 0$, ce qui ne veut pas nécessairement dire que les 2 phases α_1 et α_2 de la matrice PMNS s'annulent individuellement. En utilisant les données solaires et atmosphériques (à 95% CL) on obtient l'intervalle suivant :

$$0.006 \text{ eV} \lesssim |m_{ee}| \lesssim 0.07 \text{ eV} . \quad (5.15)$$

5.4 Discussion

En supposant que les erreurs sur les éléments de matrice soient maîtrisées, on peut dire d'après cette analyse qu'une mesure de $|m_{ee}|$ permettra de trancher sur la nature du spectre. Toute mesure de $|m_{ee}|$ au delà du maximum de $\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \simeq 0.07 \text{ eV}$ impliquera un spectre dégénéré et ceci quelle que soit l'incertitude sur la masse absolue m_0 . Dans les futures

expériences, si on trouve une masse effective entre 0.007 eV et 0.07 eV, alors le spectre sera inverse hiérarchique, et si $|m_{ee}|$ est mesurée en dessous de 0.006 eV alors le spectre sera de hiérarchie normale. Cependant, on ne sera pas capable de distinguer entre les deux hiérarchies si $|m_{ee}|$ est mesurée entre 0.006 et 0.007 eV. Ces séparations sont basées sur les données expérimentales à 95% CL. Si on décide d'appliquer le critère de 99% CL, alors la partie inférieure de l'intervalle sur $|m_{ee}|$ dans le cas hiérarchique se trouvera dans la partie supérieure de celui du cas de hiérarchie inverse.

Si les expériences de Heidelberg-Moscow [138] et NEMO3 [144] qui ont une sensibilité de quelques 10^{-1} eV mesurent $|m_{ee}|$, le spectre serait clairement dégénéré. Parmi les futurs projets d'expérience, le projet CUORICINO (^{130}Te) [154] atteindra une sensibilité de quelques 10^{-1} eV, et les expériences telles que Majorana (^{76}Ge) [155], EXO (^{136}Xe) [156], MOON (^{100}Mo) [157], XMASS (^{136}Xe) [158] et CUORE(^{130}Te) [154], vont avoir une sensibilité de quelques 10^{-2} et vont pouvoir distinguer entre les spectres dégénéré et inverse-hiérarchique. Mais si le spectre est hiérarchique, il faudra attendre les projets à plus long terme prévus pour atteindre la sensibilité de quelques 10^{-3} eV. La référence [145] fournit une discussion générale sur les mesures futures directes de la masse.

5.5 Au delà du modèle standard

Il faut bien avoir en tête que cette analyse n'est valable que dans l'hypothèse d'une masse de Majorana non nulle pour le neutrino léger. Ce n'est pas la seule possibilité qui expliquerait un signal non nul de $(0\nu\beta\beta)$. Les neutrinos lourds de Majorana ou des scalaires doublement chargés pourraient y contribuer aussi. Cependant leur contribution serait supprimée par leurs grandes masses. Par exemple, dans le modèle Left-Right, $\text{SU}(2)_L \times \text{SU}(2)_R \times \text{U}(1)_{B-L}$, le neutrino de Majorana de petite masse engendrée par le mécanisme du see-saw, le neutrino lourd de Majorana, le champ scalaire doublement chargé, ... tous contribuent à la transition $(0\nu\beta\beta)$; il y a de plus une quatrième contribution venant du mélange de neutrinos lourds et légers. Si l'étude de la $(0\nu\beta\beta)$ ne donne pas de signal, ceci se traduit par des bornes inférieures sur les masses lourdes dans un intervalle entre quelques 10^2 GeV et quelques TeV. Dans les modèles supersymétriques avec violation de la R_p (voir chapitre 6), la $(0\nu\beta\beta)$ peut être induite par le couplage trilineaire λ'_{111} et les produits de couplages $\lambda'_{11j} \cdot \lambda'_{1j1}$ ($j = 1, 3$). Toutefois, ces couplages devraient avoir des signaux distincts dans les collisionneurs, et avant d'interpréter un signal non nul de $(0\nu\beta\beta)$ comme étant une conséquence directe d'un échange de neutrino de Majorana léger, on devrait s'assurer que toute autre contribution violant le nombre leptonique est comparativement petite.

Une discussion sur les différents processus violant le nombre leptonique et leurs contributions à $(0\nu\beta\beta)$ se trouve dans par exemple ref. [159].

De toute manière, quel que soit le mécanisme responsable de $(0\nu\beta\beta)$, on a une violation du nombre leptonique et une fois ce dernier violé, une masse de Majorana pour le neutrino est engendrée à l'ordre de l'arbre ou aux ordres suivants si l'ordre en arbre était interdit. Par conséquent une amplitude non nulle pour $(0\nu\beta\beta)$ implique directement ou indirectement

une masse non nulle pour le neutrino.

5.6 Conclusion

En supposant que les masses de Majorana des neutrinos légers sont responsables de ($0\nu\beta\beta$), les ingrédients nécessaires à la prédiction de $|m_{ee}|$ sont les différences des carrés des masses solaire et atmosphérique (pour les cas de hiérarchie normale et inversée), l'échelle de masse absolue (pour le cas dégénéré), l'angle de mélange solaire, l'angle de Chooz et les phases CP . Les expériences d'oscillation actuelles ne donnent que les différences des carrés des masses et les angles de mélange et ces paramètres seront plus précis dans le futur proche ce qui rendra plus précise l'analyse d'un signal de ($0\nu\beta\beta$). Dans cette étude on ne s'est pas préoccupé de l'incertitude liée aux erreurs théoriques dues aux calculs des éléments de matrice nucléaires dans la prédiction de $|m_{ee}|$. Des analyses récentes ont été effectuées dans ref. [160], [161] sur les incertitudes expérimentales et théoriques associées à une mesure de $|m_{ee}|$ avec des noyaux ^{76}Ge , ^{100}Mo , ^{136}Xe et ^{130}Te . Ces analyses profitent des récentes évaluations des éléments de matrice nucléaires et qui ont des incertitudes théoriques réduites, plus petites que 10%, [162]. La comparaison de différents noyaux peut aider à réduire ces incertitudes.

Au final, si on observe expérimentalement un signal clair de ($0\nu\beta\beta$), alors son amplitude donnera une idée sur la nature du spectre des neutrinos, si ce sont bien ces derniers qui sont impliqués dans la désintégration. C'est l'avantage par rapport aux expériences d'oscillations qui ne donnent pas d'indice sur la nature du spectre. D'un autre côté, un tel évènement, qui n'est pas un phénomène de violation de CP , pourra donner une information sur les phases CP qui devraient être à l'origine de processus leptoniques probables violant CP . Ces derniers sont décrits dans la référence [163]. Les chances de voir un signal ($0\nu\beta\beta$) dépendent de manière cruciale de ces phases CP ainsi que de la maîtrise des incertitudes sur les éléments de matrice nucléaires. Le but de cette analyse était de démontrer le rôle de ces dernières dans le contexte du modèle standard avec des neutrinos massifs. Par ailleurs, la non observation de cette désintégration permettra de mettre des limites sur les couplages des scénarios au delà du modèle standard.

Chapitre 6

Modèles supersymétriques avec violation de la R-parité

6.1 Introduction

Rappelons avant tout que pour engendrer une masse de Majorana pour les neutrinos, on doit considérer un modèle où le nombre leptonique n'est pas conservé. Dans les modèles supersymétriques les invariances de jauge et la renormalisation ¹ n'assurent pas les conservations des nombres leptonique L et baryonique B . La généralisation au modèle supersymétrique minimal (MSSM) autorisant la violation de la R-parité [164] (R_p) définie par

$$R_p = (-1)^{L+3B+2S} , \quad (6.1)$$

L , B , S étant les nombres leptonique, baryonique et le spin de la particule, respectivement, implique une masse de Majorana pour le neutrino gauche [165–168]. La R_p est souvent imposée au modèle supersymétrique minimal MSSM afin d'interdire les interactions renormalisables violant B et L . Cependant les bornes phénoménologiques sur les violations de B et/ou L [168] peuvent être obtenues en imposant B comme symétrie et en autorisant des couplages qui violent L suffisamment grands pour engendrer des masses de Majorana aux neutrinos. Par ailleurs, la présence simultanée de couplages violant les nombres baryonique et leptonique n'est pas acceptable à cause de la durée de vie du proton. De fait, la violation de B n'a pas grand chose à voir avec les neutrinos et on suppose dès le départ que les interactions violant B sont absentes. En d'autres termes, si on travaille dans le cadre de ce modèle pour expliquer les masses des neutrinos, les couplages violant B sont mis à zéro.

¹Les équations du groupe de renormalisation dans le MSSM contiennent des termes qui impliquent des violations de L_e , L_μ et L_τ à basse énergie si les neutrinos droits ont des masses plus basses que l'échelle GUT ($\sim 10^{15}$ GeV) et cela même si on travaille dans une base où la matrice de masse des sleptons est diagonale à cette échelle.

Les masses des neutrinos dans le modèle SUSY violant la R-parité (RPV) ont été depuis quelques années abondamment étudiées dans la littérature (voir refs. [166, 169] pour le côté analytique et refs. [170–172] pour le côté numérique). Dans ce modèle, le calcul des masses des neutrinos à n'importe quel ordre se fait soit en calculant la self-énergie dans les diagrammes soit dans l'approximation d'insertion de masse, soit en diagonalisant les matrices de masse RPV des particules se propageant dans les boucles. Dans notre étude on opte pour la première façon et on utilise l'approximation d'insertion de masse qui permet d'identifier analytiquement la contribution des différents paramètres RPV et donc de les contraindre directement par les données des neutrinos.

6.2 Lagrangien et superpotentiel

Dans les modèles supersymétriques, les nombres leptonique L et baryonique B n'étant pas automatiquement conservés, on retrouve ces nombres dans une définition plus globale qui est la R-parité défini dans eq. (6.1). Dans ce modèle, les masses des neutrinos peuvent avoir plusieurs sources : à l'ordre en arbre à travers le mélange neutrinos-neutralinos et à l'ordre en boucle avec des diagrammes violant le nombre leptonique de deux unités. Lorsque la R_p est violée, il n'y a plus de nombre quantique conservé qui permette de distinguer entre le super doublet leptonique L_m ($m = 1, 2, 3$) et le supermultiplet down de Higgs H_d . On les inclut donc dans un même multiplet L_J ($J = 4, 1, 2, 3$) avec $L_4 = H_d$. En général, on utilise les indices latins en minuscule pour les 3 saveurs (saveurs de leptons i, j, \dots ou de quarks q, p, \dots) et en majuscule lorsque la saveur est étendue à 4 dimensions en incluant le boson de Higgs down dans la définition du supermultiplet.

Le superpotentiel renormalisable le plus général du Modèle Standard supersymétrique avec RPV s'écrit

$$W = (\mu^J H_u L_J + \frac{1}{2} \lambda^{JK\ell} L_J L_K E_\ell^c + \lambda'^{Jpq} L_J Q_p D_q^c + h_u^{pq} H_u Q_p U_q^c) , \quad (6.2)$$

où les vecteurs L_J sont en fait $L_J = (H_d, L_i)$ avec $J : 4, 3, 2, 1$. H_u est le supermultiplet de Higgs de type up, $U_q(D_q)$ sont les supermultiplets de quarks, singlets de jauge de type up (down), de même que E_ℓ est le supermultiplet de lepton chargé singlet de jauge et enfin Q_ℓ sont les supermultiplets de doublets de quarks. Les couplages violant et conservant la R_p ont été par cette construction assemblés en vecteurs et matrices dans l'espace des L_J . Le paramètre habituel μ s'identifie ainsi à la composante μ_4 et les couplages h sont tels que $h_u^{ij} = \lambda^{4ij}$ et $h_d^{pq} = \lambda'^{4pq}$.

Il est à signaler que couplages trilinéaires λ sont antisymétriques dans l'échange des deux premiers indices, i.e., $\lambda^{ijk} = -\lambda^{jik}$. On considère également les interactions RPV provenant du potentiel de brisure soft de la supersymétrie qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
V_{soft} = & \frac{\tilde{m}_u^2}{2} H_u^\dagger H_u + \frac{1}{2} L^{J\dagger} [\tilde{m}_L^2]_{JK} L^K + B^J H_u L_J \\
& + A^{ups} H_u Q_p U_s^c + A^{Jps} L_J Q_p D_s^c + \frac{1}{2} A^{JKl} L_J L_K E_l^c + \text{h.c.} \quad (6.3)
\end{aligned}$$

Au vu du Lagrangien et du superpotentiel, toutes les interactions suivantes peuvent contribuer à la matrice de masse des neutrinos :

- les termes d’interactions bilinéaires (termes μ_i) du superpotentiel,
- les termes d’interactions trinéaires (termes λ, λ') du superpotentiel,
- les termes bilinéaires provenant du potentiel de brisure soft de la supersymétrie (termes B_i).

Dans ces notations, où le champ de Higgs rejoint la 4ème direction dans l’espace L_J , les redéfinitions des champs H_d et L_i correspondent à un changement de base dans cet espace de L_J et par conséquent les paramètres du Lagrangien changent. Dès que des contraintes sont imposées sur les paramètres, elles ne sont valables que dans la base sur laquelle ils sont au départ définis. Ceci peut provoquer des confusions au sein d’une communauté utilisant les mêmes couplages mais des bases différentes. Afin d’éviter cette confusion, une paramétrisation indépendante du choix de la base a été proposée dans par exemple [173, 174].

Après avoir étudié les masses des neutrinos dans la paramétrisation des eqs. (6.2) et (6.3) [131, 132] et après avoir démontré que le modèle MSSM avec RPV continue à être viable pour expliquer toutes les données des neutrinos même en incluant la troisième fréquence ($\Delta m_{ij} \sim 1\text{eV}$) imposée par les données de l’expérience LSND [134], nous avons fini par utiliser la paramétrisation indépendante du choix de la base et contraint les paramètres RPV participant aux masses des neutrinos dans ces travaux : refs. [133, 175, 176].

Dans ce chapitre, je vais me concentrer sur ces deux derniers travaux [133, 175]. Dans le premier, on considère un modèle où les contributions trinéaires sont négligées et on suppose que les masses des neutrinos ne proviennent que des contributions des termes bilinéaires du potentiel soft et des VEVs [133]. Le second travail complète le premier en considérant en plus les couplages trinéaires du superpotentiel [175], tout ceci dans la paramétrisation indépendante du choix de la base.

Pour la phénoménologie des neutrinos, on peut aisément vérifier les points suivants :

- Si on autorise seulement les termes bilinéaires μ , on ne peut engendrer qu’une seule masse propre de neutrino non nulle, et donc qu’une seule fréquence Δm^2 , ce qui est insuffisant pour expliquer toutes les données des neutrinos.
- En incluant les termes bilinéaires B en plus des termes μ (des VEVs), on lève la dégénérescence et on arrive à avoir deux masses propres non nulles, ce qui est suffisant pour avoir les deux fréquences Δm_{ij} nécessaires pour expliquer les données des neutrinos solaires et atmosphériques.
- Enfin la prise en compte des termes trinéaires implique trois valeurs propres de masse non nulles.

6.3 Paramétrisation indépendante des couplages RPV

Les modèles avec violation de la R_p peuvent être divisés en deux classes selon quels diagrammes contribuent le plus à la matrice de masse \mathcal{M}_ν des neutrinos [173, 174]. Dans un premier modèle, les contributions des boucles RPV engendrées par les couplages bilinéaires B sont très petites devant celles engendrées par les couplages trilineaires. Dans ce cas, la matrice de masse des neutrinos s'écrit en terme des couplages (ordre en arbre) μ et trilineaires λ, λ' et on se trouve alors avec une grande variété de schémas possibles lesquels ont été analysés dans mes premières études [131, 132]. Dans un second cas, les boucles RPV avec les couplages bilinéaires du potentiel soft donnent des contributions non négligeables à la matrice de masse des neutrinos comparées à celle des contributions à l'ordre en boucle où entrent les couplages en arbre μ . J'ai étudié ce cas dans [133] où les couplages trilineaires ont été négligés.

Une troisième possibilité consiste à considérer que les contributions des boucles où le nombre leptonique est violé par les couplages bilinéaires du superpotentiel (termes μ) sont importantes. Une telle boucle contribue à la matrice de masse avec $\mathcal{M}_\nu \sim \delta_\mu^2 h_\tau^2 m_\tau^2 / (16\pi m_{SUSY})$, alors que la contribution à l'ordre en arbre est $\mathcal{M}^{arbre} \sim \delta_\mu^2 m_{SUSY}$. Ceci engendre une trop forte hiérarchie entre les masses des neutrinos et ne serait donc pas viable.

Dans le but d'avoir une paramétrisation des couplages RPV indépendante du choix de la base, on utilise des invariants dans les notations se trouvent dans la table 6.1.

Toutes les contributions bilinéaires et trilineaires ont été analysées dans les détails dans les refs. [173, 174] où certaines contributions auparavant omises dans la littérature ont été prises en compte dans la mesure où leur apport était du même ordre que l'ordre dominant des boucles. Une discussion abondante sur la construction de la paramétrisation indépendante du choix de la base se trouve dans les travaux [173, 174], et [177]– [180], par exemple.

6.4 Masses des neutrinos

Pour comprendre les effets des termes bilinéaires et trilineaires sur la matrice de masse des neutrinos, il faudrait les considérer de manière individuelle.

- En première étape, on éteint tous les couplages RPV mis à part les termes bilinéaires du superpotentiel δ_μ^i (dans la notation indépendante du choix de base). Dans ce cas, on n'aura qu'une masse propre de neutrino non nulle, à condition que $\mu_I \neq (\sqrt{\sum_J \mu_J^2} / \sqrt{\sum_J v_J^2}) v_I$, autrement dit, si $(\mu_4, \mu_3, \mu_2, \mu_1)$ n'est pas parallèle à (v_4, v_3, v_2, v_1) [165]. De tels termes engendrent à l'ordre en arbre des masses de neutrinos proportionnelles à $\delta_\mu^i \delta_\mu^j$, ce qui donne lieu comme on l'a déjà dit, à une matrice de masses de rang 1 qui n'a qu'une valeur propre non nulle. Un tel modèle n'est pas suffisant pour expliquer les données des neutrinos solaires et atmosphériques qui nécessitent au

$\delta_\mu^i \equiv \frac{\vec{\mu} \cdot \lambda^i \cdot \vec{v}}{ \vec{\mu} \sqrt{2m_e^i}}$	$\frac{\mu^i}{ \mu }$
$\delta_B^i \equiv \frac{\vec{B} \cdot \lambda^i \cdot \vec{v}}{ \vec{B} \sqrt{2m_e^i}}$	$\frac{B^i}{ B }$
$\delta_{\lambda'}^{ipq} \equiv \frac{\vec{\lambda}'^{pq} \cdot \lambda^i \cdot \vec{v}}{\sqrt{2m_e^i}}$	λ'^{ipq}
$\delta_\lambda^{ijk} \equiv \frac{\vec{v} \cdot \lambda^i \lambda^k \lambda^j \cdot \vec{v}}{2m_e^i m_e^j}$	λ^{ijk}

TAB. 6.1 – Invariants utilisés dans la paramétrisation indépendante du choix de base pour définir les couplages RPV. Dans la colonne de droite on donne leur valeur dans la base où la valeur moyenne dans le vide du sneutrinos $\langle \tilde{\nu}_i \rangle = 0$. Ils sont nuls si la R_p est conservée. Il faut noter que ces invariants ont un signe : pour des vecteurs arbitraires \vec{a} et \vec{b} , $\vec{a} \cdot \lambda^i \cdot \vec{b} = -\vec{b} \cdot \lambda^i \cdot \vec{a}$.

moins deux fréquences $\Delta_{m_{ij}^2}$.

Dans la base où $v_i = \langle \tilde{\nu}_i \rangle = 0$, un seul neutrino ν_3 acquiert une masse m_3 à l'ordre en arbre via le mécanisme du “see-saw”, avec les neutralinos jouant le rôle du fermion de Majorana lourd, et la masse $\mu_i \nu_i \tilde{h}_u^o$ le rôle de la masse de “Dirac”, comme on peut le voir sur la figure 6.1.

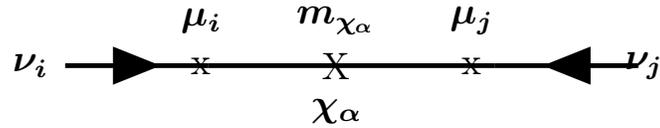


FIG. 6.1 – Masse de neutrino à l'ordre en arbre dans l'approximation d'insertion de masse. Ce diagramme donne une contribution à la matrice de masse des neutrinos en $\delta_\mu^i \delta_\mu^j$.

– Dans une deuxième étape, on tient compte de tous les termes bilinéaires dont les paramètres δ_μ et δ_B sont définis dans la table 6.1.

Ce modèle peut engendrer 2 masses propres de neutrinos non nulles ($\Delta L = 2$) à l'ordre d'une boucle via les diagrammes de Grossman-Haber [167]. Dans ces processus, il y a les couplages de jauge aux vertex des neutrinos et 2 types de couplages violant la R_p et induisant donc des masses de Majorana $\Delta L = 2$. Ces contributions sont schématisées

par les noeuds placés aux positions III + IV ou aux positions V + IV dans le diagramme de Grossman-Haber représenté sur la figure 6.2.

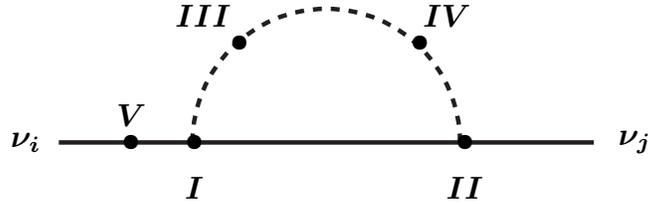


FIG. 6.2 – Diagrammes de type de Grossman-Haber. Les couplages III + IV correspondent aux contributions $\delta_B^i \times \delta_B^j$ et ceux V + IV donnent les contributions $\delta_\mu^i \delta_B^j$.

La première contribution qu'on lit sur ce diagramme présente des couplages violant la R_p situés aux positions III + IV qui correspondent au mélange Higgs-Slepton et leur contribution est proportionnelle à $\delta_B^i \delta_B^j$. Le second type de contribution qu'on peut lire sur ce diagramme est donnée par les couplages \mathcal{R}_p situés aux positions V + IV qui correspondent aux échanges neutrino-neutralino et Higgs-slepton et dont la contribution est proportionnelle à $\delta_\mu^i \delta_B^j$.

La présence simultanée des termes donnant les couplages bilinéaires en δ_μ^i et δ_B^i suffit à expliquer toutes les données des neutrinos puisque la matrice de masse donne lieu, comme on l'a vu, à 2 masses propres non nulles. Nous avons étudié ce scénario dans un travail publié dans [133].

Il est intéressant de considérer un tel modèle parce qu'il montre les contributions des couplages δ_B^j (habituellement négligées [131, 132]) à la matrice de masse et permet de mettre des limites sur ces derniers.

L'idée est de déterminer, en négligeant tout couplage trinéaire, quels vecteurs $(\delta_B^1, \delta_B^2, \delta_B^3)$ et $(\delta_\mu^1, \delta_\mu^2, \delta_\mu^3)$ reproduisent la matrice de masse des neutrinos conforme avec toutes les données ; pour cela nous avons procédé de deux manières.

La première méthode est analytique : on suppose connus les vecteurs et valeurs propres de masse des neutrinos et on cherche $\vec{\delta}_\mu$ et $\vec{\delta}_B$ en fonction de ces derniers. Ceci est faisable analytiquement puisque ce modèle ne donnant que 2 masses propres non nulles, son algèbre se réduit donc à une étude simple à 2 dimensions.

Inversement, dans la seconde option, nous avons fait varier numériquement tous les couplages RPV entrant dans la composition de la matrice de masse de manière à déterminer les intervalles de variation de chacun des paramètres consistants avec les données des neutrinos. Cette façon de scanner tous les paramètres (en nombre de 6, δ_B^i et δ_μ^i , $i = 1, 2, 3$) permet de considérer tous les cas possibles : cas où les contributions en arbre dominent, sont du même ordre ou sont très petites devant les contributions à l'ordre d'une boucle. Dans ce modèle, la matrice de masse des neutrinos s'écrit en terme des invariants définis dans la table 6.1, comme suit :

$$[m_\nu]_{ij} = m_\mu^{(0)} \hat{\delta}_\mu^i \hat{\delta}_\mu^j + m_{\mu B}^{(0)} (\hat{\delta}_\mu^i \hat{\delta}_B^j + \hat{\delta}_B^i \hat{\delta}_\mu^j) + m_B^{(0)} \hat{\delta}_B^i \hat{\delta}_B^j, \quad (6.4)$$

où

$$m_\mu^{(0)} = |\vec{\delta}_\mu|^2 m_{SUSY} \quad (6.5)$$

$$m_{\mu B}^{(0)} = \frac{\alpha}{16\pi} |\vec{\delta}_\mu| |\vec{\delta}_B| m_{SUSY} = \sqrt{\frac{\alpha}{16\pi}} m_\mu^{(0)} m_B^{(0)} \quad (6.6)$$

$$m_B^{(0)} = \frac{\alpha}{16\pi} |\vec{\delta}_B|^2 m_{SUSY} \quad (6.7)$$

avec $\alpha = \frac{g^2}{16\pi}$, $\hat{\delta}_\mu$ et $\hat{\delta}_B$ sont des vecteurs unitaires dans l'espace $\{L^i\}$:

$$\hat{\delta}_\mu = \frac{1}{\sqrt{\sum_i (\delta_\mu^i)^2}} (\delta_\mu^e, \delta_\mu^\mu, \delta_\mu^\tau). \quad (6.8)$$

Afin de rester minimalistes, nous avons mis toutes les masses des sparticules de l'ordre de $m_{SUSY} = 100$ GeV, de plus, nous avons négligé le mélanges entre les superparticules ².

- Dans un dernier travail, nous avons voulu connaître l'effet des contributions trilineaires, c'est à dire des couplages δ_λ^{ijk} (ou $\delta_{\lambda'}^{ipq}$) qui apparaissent à l'ordre d'une boucle. Les contributions des couplages λ ou λ' aux vertex des neutrinos ont été étudiées précédemment, (voir par exemple [169]), souvent comme étant les seules à engendrer les masses des neutrinos. Dans nos premières études [131, 132], nous avons considéré en même temps les couplages trilineaires (λ, λ') et bilinéaires (couplages μ) et délimité leurs intervalles de variation respectifs selon les différentes solutions au déficit des neutrinos solaires (oscillations dans la matière avec grand angle de mélange LMA, petit angle SMA et dans le vide VAC) combinée aux autres données sur les neutrinos (données atmosphériques, expérience de Chooz, etc).

Juste après les confirmations de SNO en faveur de la solution à grand angle de mélange pour les neutrinos solaires [41], nous avons donc complété le travail précédent en tenant compte des couplages trilineaires δ_λ et $\delta_{\lambda'}$ en plus des couplages bilinéaires (δ_B et δ_μ). Dans ce cas, il a en plus les boucles supplémentaires avec échange lepton-slepton (δ_λ) ou avec échange quark-squark ($\delta_{\lambda'}$) au vertex I et II de la figure 6.3.

En plus de ces contributions, il y a un diagramme généralement omis dans la littérature, représenté dans la figure 6.4 dans lequel la violation du nombre leptonique vient par les mélanges neutrino-neutralino à la position V avec le couplage trilineaire (λ ou λ') au vertex II. Ces contributions à la matrice de masse des neutrinos sont proportionnelles à $\delta_\mu \delta_\lambda$ (ou $\delta_\mu \delta_{\lambda'}$).

Dans le cas général où les couplages bilinéaires et trilineaires entrent en scène, la diagonalisation de la matrice de masse des neutrinos donne trois masses propres non nulles. Pour

²Les dépendances exactes en fonction des paramètres du MSSM auraient pour effet que la masse $m_{\mu B}^{(0)}$ ne serait plus liée à $m_\mu^{(0)}$ et à $m_B^{(0)}$ comme dans eq. (6.6). De plus, il y aurait des contributions supplémentaires (probablement petites) à la matrice de masse des neutrinos, ceci avec une structure complexes à plusieurs indices, induite par les différences de masse des superparticules.

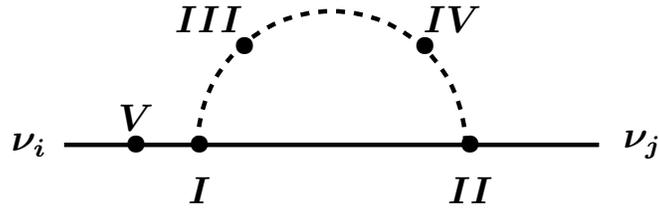


FIG. 6.3 – Boucles avec \mathcal{R}_p aux points I + II dont la contribution à la matrice de masse des neutrinos est proportionnelle aux termes en $\delta_\lambda \delta_\lambda$ (ou $\delta_{\lambda'} \delta_{\lambda'}$), en plus des boucles de Grossman-Haber avec \mathcal{R}_p aux points III + IV ou V + IV de la figure 6.2.

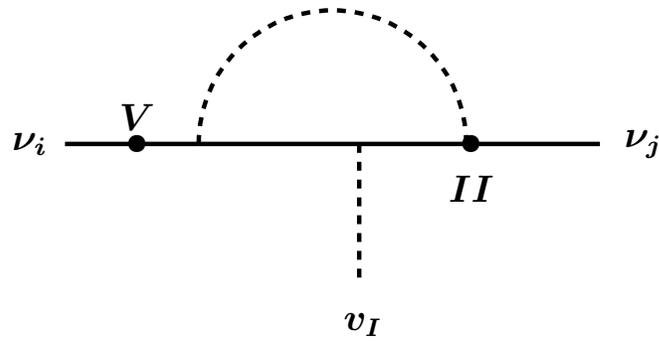


FIG. 6.4 – Boucle avec un couplage de gauge et un couplage de Yukawa trilinéaire. Les interactions violant la R_p sont localisées aux points V et II. Elles contribuent à la matrice de masse des neutrinos avec des termes en $\delta_\mu \delta_\lambda$ ou $\delta_\mu \delta_{\lambda'}$.

simplifier, on suppose encore une fois toutes les masses des sparticules de l'ordre de $m_{SUSY} = 100$ GeV. Ainsi, la matrice de masse totale due aux couplages RPV est :

$$\begin{aligned}
[m_\nu]_{ij} &= m_{SUSY} \left[\delta_\mu^i \delta_\mu^j + \frac{\kappa_1}{\cos \beta} (\delta_\mu^i \delta_B^j + \delta_\mu^j \delta_B^i) + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} \delta_B^i \delta_B^j \right] \\
&+ \kappa_2 \left[\sum_{k,n} m_{e_n} m_{e_k} \delta_\lambda^{ink} \delta_\lambda^{jkn} + 3 \sum_{k,n} m_{d_n} m_{d_k} \delta_{\lambda'}^{ink} \delta_{\lambda'}^{jkn} \right] \\
&+ \kappa_3 \left[\sum_k m_{e_k} (\delta_\mu^i \delta_\lambda^{jkk} + \delta_\mu^j \delta_\lambda^{ikk}) + 3 \sum_k m_{d_k} (\delta_\mu^i \delta_{\lambda'}^{jkk} + \delta_\mu^j \delta_{\lambda'}^{ikk}) \right],
\end{aligned} \tag{6.9}$$

où les coefficients κ_i sont définis comme suit :

$$\kappa_1 = \frac{g^2}{64\pi^2}, \quad \kappa_2 = \frac{1}{8\pi^2 m_{SUSY}}, \quad \kappa_3 = \frac{g}{16\pi^2 \sqrt{2}}. \tag{6.10}$$

où le paramètre β définit le rapport entre les VEV's des deux doublets de Higgs du MSSM : $\tan \beta = \langle H_u^0 \rangle / \langle H_d^0 \rangle$. Il y a énormément de paramètres dans eq.(6.9), les trois couplages δ_μ^i + les trois couplages δ_B^j + tous les couplages $\delta_{\lambda, \lambda'}^{jkk}$. Heureusement, ce nombre se réduit en prenant en compte la hiérarchie de masse entre les leptons chargés (seule la contribution du lepton τ domine) et aussi celle entre les quarks ce qui conduit à ce que seuls les coefficients $\lambda^{i33} (i = 1, 2)$ et $\lambda'^{i33} (i = 1, 2, 3)$ contribuent. Ceci réduit le nombre de paramètres à 11 puis à 8 ou 9 selon qu'on considère alternativement soit $\lambda'^{i33} = 0$ (cela revient en fait à considérer que les squarks sont très lourds et se découplent), soit $\lambda^{i33} = 0$ (pour le cas où ce sont les sleptons qui se découplent).

Le cas le plus naïf à considérer serait de prendre un couplage commun pour chacune des familles de couplages, i.e., $\delta_\mu^i \equiv \delta_\mu$, $\delta_B^i \equiv \delta_B$ et $\delta_\lambda^{ink} \equiv \delta_\lambda$, mais ce dernier cas n'est pas envisageable puisqu'il ne peut pas donner en même temps deux grands angles de mélange θ_{12} and θ_{23} , comme le suggèrent les données .

Pour illustrer une des études que nous avons effectuée, je considère dans la suite le cas où les squarks se découplent et où les deux couplages trilineaires $\delta_\lambda^{i33} (i = 1, 2)$ sont du même ordre, $\delta_\lambda^{133} = \delta_\lambda^{233} \equiv \delta_\lambda$, $\delta_{\lambda'}^{ink} = 0$. Tous les couplages bilinéaires $\delta_\mu^i, \delta_B^i (i = 1, 2, 3)$ sont présents. Dans ce cas il n'y a plus que 7 paramètres indépendants. Ce modèle est suffisant pour rendre tous les neutrinos massifs avec 2 grands angles de mélange et permet d'étudier l'influence des termes trilineaires du superpotentiel sur les plages de variation des paramètres δ_μ^i, δ_B^i obtenues dans notre travail précédent, [133]. Les éléments de la matrice de masse des neutrinos dans ce cas s'écrivent :

$$\begin{aligned}
m_{11} &= m_{SUSY} \left[(\delta_\mu^1)^2 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} (\delta_B^1)^2 + 2 \frac{\kappa_1}{\cos \beta} \delta_\mu^1 \delta_B^1 \right] + 2\kappa_3 m_\tau \delta_\mu^1 \delta_\lambda + \kappa_2 m_\tau^2 \delta_\lambda^2, \\
m_{12} &= m_{SUSY} \left[\delta_\mu^1 \delta_\mu^2 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} \delta_B^1 \delta_B^2 + \frac{\kappa_1}{\cos \beta} (\delta_\mu^1 \delta_B^2 + \delta_\mu^2 \delta_B^1) \right] + \kappa_3 m_\tau (\delta_\mu^1 \delta_\lambda + \delta_\mu^2 \delta_\lambda) + \kappa_2 m_\tau^2 \delta_\lambda^2, \\
m_{22} &= m_{SUSY} \left[(\delta_\mu^2)^2 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} (\delta_B^2)^2 + 2 \frac{\kappa_1}{\cos \beta} \delta_\mu^2 \delta_B^2 \right] + 2\kappa_3 m_\tau \delta_\mu^2 \delta_\lambda + \kappa_2 m_\tau^2 \delta_\lambda^2, \\
m_{13} &= m_{SUSY} \left[\delta_\mu^1 \delta_\mu^3 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} \delta_B^1 \delta_B^3 + \frac{\kappa_1}{\cos \beta} (\delta_\mu^1 \delta_B^3 + \delta_\mu^3 \delta_B^1) \right] + \kappa_3 m_\tau \delta_\mu^3 \delta_\lambda, \\
m_{23} &= m_{SUSY} \left[\delta_\mu^2 \delta_\mu^3 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} \delta_B^2 \delta_B^3 + \frac{\kappa_1}{\cos \beta} (\delta_\mu^2 \delta_B^3 + \delta_\mu^3 \delta_B^2) \right] + \kappa_3 m_\tau \delta_\mu^3 \delta_\lambda, \\
m_{33} &= m_{SUSY} \left[(\delta_\mu^3)^2 + \frac{\kappa_1}{\cos^2 \beta} (\delta_B^3)^2 + 2 \frac{\kappa_1}{\cos \beta} \delta_\mu^3 \delta_B^3 \right].
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Une fois la matrice de masse diagonalisée, on calcule les observables physiques qui sont les différences des carrés des masses propres, les angles des mélange des neutrinos, la trace de la matrice de masse qui devra satisfaire la borne cosmologique en fonctions des paramètres, lesquels sont scannés dans des domaines physiques.

6.5 Résultats et conclusions

On considère la matrice PNMS sans les phases de violation CP lesquelles ne sont pas nécessaires puisque dans notre approche on ne cherche qu'à borner les couplages RPV à partir des données, lesquelles ne fournissent que des angles de mélange et les différences des carrés des masses propres.

On considère l'anomalie des neutrinos solaires comme la conséquence des oscillations ν_e - ν_μ et la différence des carrés de masses est $\Delta m_{12}^2 = \Delta m_{\text{sol}}^2$. On considère aussi que les oscillations atmosphériques se font entre les ν_μ et les ν_τ , et la différence des carrés de masses est $\Delta m_{13}^2 \approx \Delta m_{23}^2 = \Delta m_{\text{atm}}^2$. Après l'annonce des résultats de SNO [41], la solution de mélange MSW avec grand angle solaire MSW-LMA est la solution largement favorite (voir chapitre 4) avec $\Delta m_{\text{sol}}^2 = (2.5 - 19.0) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ et $\sin^2 2\theta_{12} = 0.61 - 0.95$. Les données atmosphériques (SuperKamiokande) [99] suggèrent $\Delta m_{\text{atm}}^2 = (2 - 5) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ avec $\sin^2 2\theta_{23} = 0.88 - 1.0$. Enfin, l'expérience de long baseline du réacteur de Chooz, [91], confirmée par Palo Verde [111], donne la contrainte sur le dernier angle de mélange $\sin^2 \theta_{13} \lesssim 0.04$. Une dernière contrainte vient de la désintégration β du tritium qui limite l'échelle absolue des masses à $m_{\nu_e} \lesssim 2.2 \text{ eV}$. Nous avons fait l'étude dans la limite où les angles de mélange MSSM sont négligés et dans la limite où les masses des superparticules sont mises à une échelle commune m_{SUSY} .

- Nous avons effectué un scan général de l'espace des paramètres (qui sont les trois couplages δ_μ^i , les trois δ_B^i et le couplage trilineaire δ_λ) qui contribuent à la matrice de

masse eq. (6.11). Ce scan permet de considérer tous les cas possibles, i.e., les cas où les diagrammes en arbre domineraient, seraient du même ordre ou au contraire, seraient négligeables devant les diagrammes à une boucle. Les limites inférieures et supérieures des couplages qui satisfont à la fois toutes les données des neutrinos mentionnées dans la section précédente, sont reportées dans la table 6.2.

Couplings	Min	Max
δ_λ	-2.0×10^{-4}	2.0×10^{-4}
δ_μ^1	-6.8×10^{-7}	6.8×10^{-7}
δ_μ^2	-8.4×10^{-7}	8.4×10^{-7}
δ_μ^3	-8.4×10^{-7}	8.4×10^{-7}
δ_B^1	-2.7×10^{-5}	2.7×10^{-5}
δ_B^2	-3.0×10^{-5}	3.0×10^{-5}
δ_B^3	-3.0×10^{-5}	3.0×10^{-5}
$m_{\text{eff}}(\text{eV})$	1.9×10^{-3}	6.7×10^{-2}
$\sum m_i(\text{eV})$	4.9×10^{-2}	0.2

TAB. 6.2 – Intervalles permis pour les couplages RPV satisfaisant simultanément les contraintes MSW-LMA, SuperK et Chooz (nous avons pris une valeur $\cos\beta = 1$ dans cette étude).

- La figure 6.5 représente la région permise dans le plan ($|\delta_B| = \sqrt{\sum_i (\delta_B^i)^2}$, $|\delta_\mu| = \sqrt{\sum_i (\delta_\mu^i)^2}$) lors du fit combiné. Le cas général où tous les couplages bilinéaires et triliéaires sont présents $\delta_\lambda \neq 0$ et le cas où seuls les termes de couplage bilinéaires contribuent à la matrice de masse $\delta_\lambda = 0$ sont représentés dans la figure 6.5. Sur cette dernière, on remarque que la région permise s'élargit lorsqu'on introduit les couplages $\delta_\lambda \neq 0$. C'est bien sûr dû à la présence des termes $\delta_\mu \delta_\lambda$ (qui peuvent être positifs ou négatifs) et dont l'origine est le diagramme de la figure 6.4 dans la matrice de masse.
- Dans ce scénario, le résultat du fit suggère fortement un spectre de masse hiérarchique bien qu'on ne puisse pas dans ce modèle distinguer entre une hiérarchie normale et celle inversée.
- La valeur maximale de la trace de la matrice de masse qui correspond à $\sum m_i(\text{eV})$ est ~ 0.2 eV, ce qui satisfait la borne cosmologique ([61]).
- Dans ce modèle, on prédit l'intervalle de variation pour la masse effective qui apparaît dans l'amplitude de la double désintégration beta sans émission de neutrinos ($0\nu\beta\beta$), $m_{\text{eff}} \leq 7 \times 10^{-2}$ eV (voir la table 6.2). Sa valeur maximale peut être testée par les futures générations d'expériences. L'intervalle trouvé semble exclure le cas de spectre dégénéré [153].
- Nous avons vérifié que si on autorisait en plus des termes d'échange lepton-slepton δ_λ , ceux correspondant à l'échange quark-squarks, autorisant les termes $\delta_{\lambda'} \neq 0$, les résultats du fit ne sont pas altérés de manière qualitative.
- Cette analyse a été faite avant les résultats de Kamland [114], qui confirment ceux de SNO avec une meilleure précision sur le Δm^2 . Cependant, en incluant les nouvelles contraintes, les résultats restent qualitativement les mêmes.

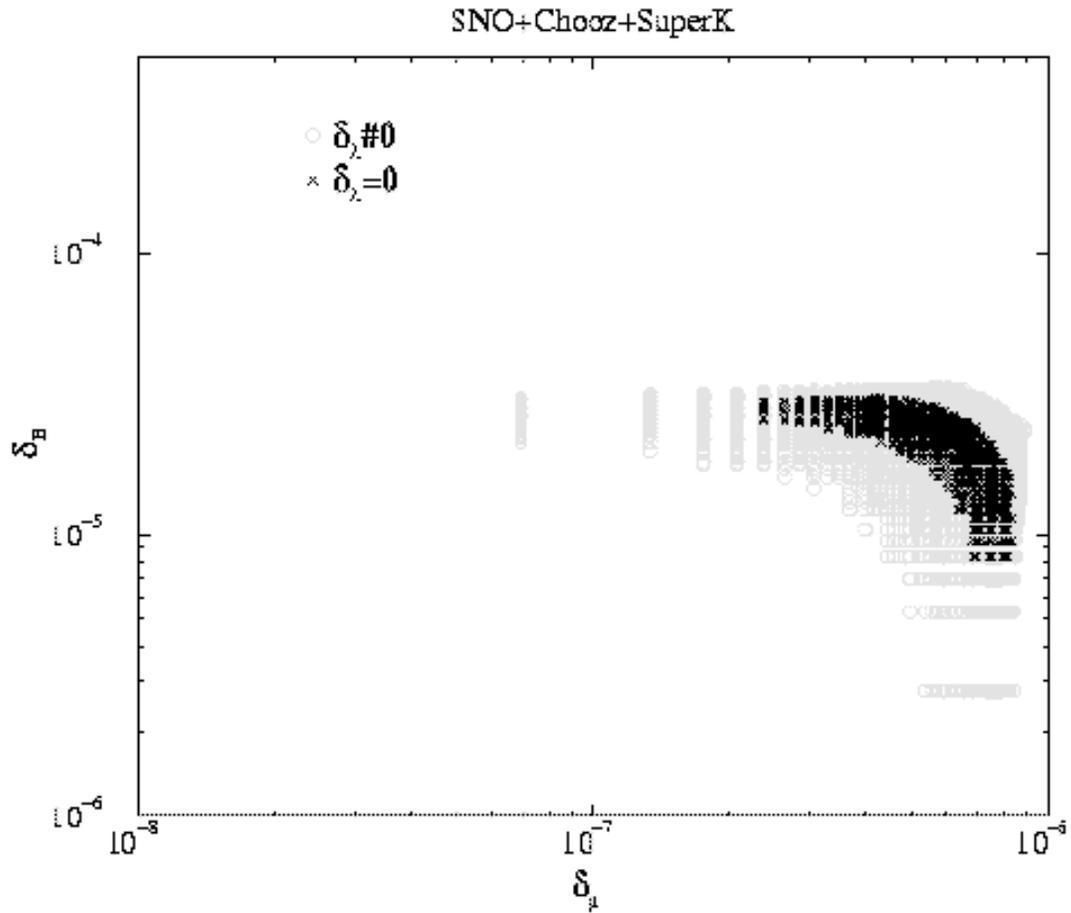


FIG. 6.5 – Région permise dans le plan $\delta_B \equiv |\delta_B|$ versus $\delta_\mu \equiv |\delta_\mu|$. Les cercles sont solutions pour $\delta_\lambda \neq 0$, les croix sont pour $\delta_\lambda = 0$.

6.6 Conclusion générale

En conclusion générale, les modèles supersymétriques avec violation de la R-parité accommodent toutes les données sur les neutrinos. Les contraintes sur les paramètres RPV obtenues à partir des masses et mélanges des neutrinos sont significatives dans la mesure où ils impliquent des limites plus sévères que celles provenant des processus violant la saveur leptonique (LFV) de basse énergie. Cependant, les couplages RPV sont très petits pour pouvoir être observés par ailleurs. Par exemple, les mêmes combinaisons de couplages qui contribuent aux transitions changeant la saveur des neutrinos doivent contribuer aussi à celles, rares, changeant la saveur des leptons chargés :

$$\mu \rightarrow e\gamma, \quad \tau \rightarrow e\gamma, \quad \tau \rightarrow \mu\gamma,$$

qui sont très contraintes par l'expérience. Ce modèle relie entre eux aisément différents rapports d'embranchement de processus LFV et les corrélations dépendent des données des masses et mélanges des neutrinos utilisées.

Dans le cas où on ne considère que les contributions bilinéaires, les rapports d'embranchement des transitions qui changent les saveurs telles que $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow eee$, les conversions $\mu - e$ dans les noyaux et autres processus LFV de basse énergie..., sont en général proportionnels à

$$\left(\frac{\delta_\mu^i \delta_\mu^j}{G_F m_{susy}^2} \right)^2, \quad \left(\frac{\delta_B^i \delta_B^j}{G_F m_{susy}^2} \right)^2, \quad \left(\frac{\delta_\mu^i \delta_B^j}{G_F m_{susy}^2} \right)^2; \quad (6.12)$$

et en tenant compte des limites sur les couplages obtenus à partir des données des neutrinos, une rapide estimation nous montre que ces processus sont supprimés et sont loin de quelques ordres de grandeur des estimations expérimentales. En supposant à présent que la contribution principale des transitions LFV provient des boucles avec les couplages δ_λ et $\delta_{\lambda'}$, une estimation grossière de la section efficace du processus $\mu \rightarrow e\gamma$, par exemple, donnerait $\sim 3 \simeq 10^{-13}$ alors que la limite expérimentale est de $\sim 3 \simeq 10^{-11}$ [69].

Toute cette étude est basée sur l'hypothèse que la supersymétrie existe ! La conséquence générique des modèles RPV est la désintégration de la particule supersymétrique la plus légère (LSP) par un processus violant la R_p . Dans certains modèles la LSP est un gravitino ultra léger, dans d'autres il s'agit du neutralino $\tilde{\chi}_1^0$. Ceci pourrait être testé en détectant les produits des désintégrations de la LSP au Tevatron de Fermilab, voir par exemple [181].

Chapitre 7

Limite inférieure sur la masse du neutrino ?

Depuis qu'on a la preuve que les neutrinos oscillent et qu'ils sont par conséquent massifs, on a de fait une limite inférieure sur la masse du neutrino le plus lourd (dans un schéma à trois famille) :

$$m \gtrsim \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \sim 0.04 \text{eV} . \quad (7.1)$$

A part cette limite eq. (7.1), on n'a pas d'autres limites inférieures sur les masse des neutrinos. La connection possible entre la masse non nulle des neutrinos et la stabilité d'objets stellaires denses comme une étoile à neutrons ou une naine blanche ¹ a été suggérée par les travaux de E. Fischbach et collaborateurs [182–184]. Dans ces travaux, on explique que le neutrino doit être massif parce qu'en calculant l'énergie due aux échanges de neutrinos on trouve que cette dernière "explose" à moins que le neutrino ait une masse d'au moins 0.4 eV. Autrement dit, la stabilité de ces objets, et par conséquent celle de l'Univers, serait assurée parce que le neutrino est massif. Dans notre étude, nous avons démontré qu'il n'en n'est rien. Ceci n'est pas un résultat négatif sur la masse du neutrino, le neutrino est de fait massif d'après les récentes preuves d'oscillations des neutrinos mais notre étude décorrèle la stabilité des étoiles face aux échanges multiples de neutrinos, quelle que soit la masse des neutrinos. Dans la suite, je vais décrire brièvement les forces à longues portée dues aux multi-échanges de neutrinos entre les neutrons dans un corps dense.

¹Une étoile à neutrons est un objet si compact qu'il peut atteindre des masses proches de celle du soleil pour des volumes de diamètre ~ 20 km.

7.1 Echange multiple de neutrinos dans une étoile à neutrons

Dans une série de travaux, nous avons étudié la stabilité d'une étoile à neutrons ou d'une naine blanche par rapport aux forces à longue portée dues aux échanges de neutrinos. Fischbach et collaborateurs ont resommé les contributions dues aux échanges de neutrinos entre les neutrons d'une étoile. Leur conclusion, publiée au milieu des années 90, était qu'une fois resommées, ces contributions peuvent engendrer une très grande densité d'énergie, dépassant de plusieurs ordres de grandeur la densité de masse de l'étoile. Pour résoudre ce paradoxe, il fallait que les neutrinos soient massifs, ce qui aurait réduit la portée des interactions. Ceci les a conduit à borner inférieurement la masse du neutrino $m_\nu \geq 0.4$ eV.

Nous avons démontré que ceci était erroné : on peut calculer directement toute l'énergie due à ces échanges en utilisant un propagateur effectif du neutrino dans l'étoile (milieu de densité finie) et le résultat est une densité d'énergie négligeable, même si le neutrino est sans masse. Autrement dit, une resommation correcte des effets des contributions à 2, 4, 6 ... corps sur la "self-énergie" de l'étoile peut être effectuée en utilisant un Lagrangien effectif approprié et ceci élimine les divergences infrarouges et résout par conséquent le problème de la stabilité [185].

La conclusion de notre travail est que le développement en série utilisé par Fischbach est illégitime, ce dernier se faisant en dehors du rayon de convergence de la série, et que les forces dues aux échanges de neutrinos donnent une contribution négligeable à la densité d'énergie de l'étoile, même si le neutrino est sans masse. Ce travail est détaillé dans [185].

D'un autre côté, Smirnov et Vissani [186] ont sommé ordre par ordre, à la Fischbach, les contributions des échanges à multi-corps en montrant que déjà la contribution à deux corps est supprimée par l'effet de blocage dû à la mer de neutrinos présente dans l'étoile.² En effet, les objets stellaires denses contiennent une mer de neutrinos ou d'antineutrinos dont l'effet conduit à bloquer les forces à longue portée. Nous avons pris en compte l'effet de la mer de neutrinos dans notre resommation.

Ce travail a été effectué en supposant l'étoile de taille infinie. Pour répondre à une objection (par Smirnov) concernant ce dernier point, nous nous sommes attaqués aux effets de taille finie de l'étoile. Après avoir calculé analytiquement et numériquement la contribution des échanges de neutrinos à la self-énergie d'une étoile en tenant compte de sa taille finie (effets de bords), contribution qui reste très petite, nous avons étudié sa dépendance en fonction du "potentiel" statique $b = -G_F n_n / \sqrt{2}$ (n_n étant la densité de neutrons) auquel sont soumis les neutrinos. Nous avons prouvé par des arguments de symétrie CP que la self-énergie de l'étoile devait être paire en b , donc proportionnelle à b^2 , résultat en accord avec la petitesse de la self-énergie. Le travail a d'abord été effectué dans un modèle à $1 + 1$

²Les neutrinos commencent à être piégés lorsque la densité de matière atteint $\sim 10^{12}$ g/cm³, densité à partir de laquelle les neutrinos diffusent par courants chargés et neutres. Les processus par courant neutre sur les nucléons sont importants puisque la section efficace est proportionnelle à la charge faible nucléaire, i.e., au nombre de neutrons.

dimensions [187] puis dans le cas général de $3 + 1$ dimensions [188] et [189]. Une partie de cette étude est présentée dans l'Annexe. Ces travaux sont mis en annexe car ils ne sont pas directement liés aux masses et mélange des neutrinos. Ils sont néanmoins intéressants car ils traitent de la physique du neutrino dans un milieu.

7.2 Spectre des neutrinos dans une étoile à neutrons

On considère une étoile à neutron de rayon R . Une force à longue portée implique des effets infrarouges et l'unique échelle infrarouge du problème sera R . La densité de neutrons n_n , et la possible densité de neutrinos de la mer n_ν ainsi que le rayon de l'étoile sont :

$$R \sim 10 \text{ km}, \quad n_n \sim 0.4 \text{ fm}^{-3} \quad n_\nu \sim 4 \cdot 10^{-23} \text{ fm}^{-3}. \quad (7.2)$$

On néglige les corrélations entre les neutrons (approximation de Hartree-Fock) et on suppose ces derniers uniformément distribués. En supposant dans un premier temps que l'étoile ne contient que des neutrons qui échangent les neutrinos, le propagateur du neutrino sera corrigé par la densité finie n_n . De manière plus précise, la self-energie du neutrino est corrigée par les diagrammes d'échange de Z^0 , entre le neutrino et les neutrons, le propagateur du Z^0 évalué à moment nul. La relation de dispersion pour un fermion de masse nulle dans ce milieu de densité finie [190] peut s'écrire :

$$\omega = |\vec{q}| \pm b, \quad (7.3)$$

où

$$b \simeq -\sqrt{2}G_F n_n/2 \sim -0.2 \cdot 10^{-7} \text{ GeV} \sim -10^{-7} \text{ fm}^{-1} = -10^{-2} \cdot \text{\AA}^{-1}. \quad (7.4)$$

Le terme b représente la resommation des interactions à transfert nul d'un neutrino sans masse avec tout nombre de neutrons du milieu. Il dépend de la densité et non pas du nombre total de neutrons. Le signe $+(-)$ dans eq. (7.3) correspond au neutrino (à l'antineutrino). Cette relation de dispersion montre que le spectre en énergie des neutrinos est décalé d'une quantité négative (vers le bas) pour les neutrinos et positive (vers le haut) pour les antineutrinos. Le propagateur d'un neutrino de masse nulle s'écrit

$$\frac{i}{\hat{q}}, \quad \text{avec} \quad \hat{q} = (q_0 - b) \gamma_0 - \vec{q} \vec{\gamma}, \quad (7.5)$$

Si on prend en compte la présence de la mer de neutrinos [191], la relation de dispersion (7.3) reste inchangée mais b est remplacé par

$$b \simeq \mp \sqrt{2}G_F (n_n - n_\nu)/2 - \frac{8\sqrt{2}G_F \kappa}{3m_Z^2} n_\nu \langle E_\nu \rangle, \quad (7.6)$$

$\langle E_\nu \rangle$, qui est l'énergie moyenne des neutrinos définie dans le repère au repos du milieu. La correction à b due à la mer de neutrinos est d'ordre supérieur et peut être négligée [192].

7.3 Annexe



ELSEVIER

26 March 1998

PHYSICS LETTERS B

Physics Letters B 423 (1998) 355–363

Multibody neutrino exchange in a neutron star: neutrino sea and border effects

As. Abada ^{a,1}, O. Pène ^{b,2}, J. Rodríguez-Quintero ^{c,3}

^a *Theory Division, CERN, CH-1211 Geneva 23, Switzerland*

^b *Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Université de Paris XI, Bâtiment 211, 91405 Orsay Cedex, France*

^c *Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Sevilla, P.O. Box 1065, 41080 Sevilla, Spain*

Received 5 December 1997

Editor: R. Gatto

Abstract

The interaction due to the exchange of massless neutrinos between neutrons is a long-range force. Border effects on this multibody exchange inside a dense core are studied and computed analytically in $1 + 1$ dimensions. We demonstrate in this work that a proper treatment of the star's border effect automatically incorporates the condensate contribution as a consequence of the appropriate boundary conditions for the neutrino Feynman propagator inside the star. The total multibody exchange contribution is infrared-safe and vanishes exactly in $1 + 1$ dimensions. The general conclusion of this work is that the border effect does not modify the result that neutrino exchange is infrared-safe. This toy model prepares the ground and gives the tools for the study of the realistic $3 + 1$ star. © 1998 Elsevier Science B.V.

PACS: 11.10.Q-

The possible connection between the multibody neutrino exchange and the stability of compact stellar objects has recently motivated several relevant works [1]– [4]. The interest raised by Fischbach's original idea [1] is based on the presumably catastrophic consequences for the self-energy of compact objects, such as neutron stars, originated by the long-range neutron correlation due to massless neutrino exchange. This catastrophic effect is then invoked to justify the introduction of a lower bound for the neutrino mass. In a previous work [2], we have shown that the total contribution of the many-body massless neutrino exchanges may be directly and rather easily computed, using an effective Lagrangian, and results in an infrared well-behaved star self-energy. The catastrophic result of the resummation method is simply due, in our opinion, to the fact that it is done outside the radius of convergence of the perturbative series.

Smirnov and Vissani [3], following Fischbach's approach of summing up many-body exchange, order by order, showed that the 2-body potential is damped by the blocking effects of the neutrino sea [6] and conjectured that a similar effect for a many-body potential would reduce Fischbach's catastrophic effect.

¹ E-mail: abada@mail.cern.ch

² E-mail: pene@qcd.th.u-psud.fr

³ E-mail: jqinter@cica.es

The effect of such a condensate has also been incorporated in our non-perturbative method by using a neutrino Feynman propagator inside a dense stellar medium with a condensate term [2]. However, this condensate does not bring any major modification to our conclusion that the total result of the multi-body massless neutrino exchange is infrared well-behaved.

The objection to our previous work [5] is that we had worked in the approximation where the presence of the neutron star border was negligible. In fact, we stressed in [2] our belief that the neutrino condensate had to be understood as a manifestation of the star's border, and a preliminary proof of that statement can be found in Ref. [4].

In this paper, we shall demonstrate that a proper treatment of the star's border effect automatically incorporates the condensate contribution. And that this is a consequence of the appropriate boundary conditions for the Feynman propagator of the massless neutrino in the interacting medium. Finally, we will show that the border effect does not modify our main result that neutrino exchange is infrared-safe.

Our tool in this proof is the computation of the Feynman propagator for the massless neutrino in the neutron star medium. In [2], ignoring the border effect and hence using the translational symmetry, we have found the following effective propagator

$$\frac{i}{\not{q} - b\gamma^0}, \quad (1)$$

where $b\gamma^0$ accounts for Z^0 -exchange diagrams between the neutrino and the neutrons of the medium in the static limit.

The latter is an infrared regular propagator, which can be written as follows:

$$\frac{i}{\not{q} - b\gamma^0} = \frac{i\not{q}_>}{q_>^2 + is\varepsilon}, \quad (2)$$

where $(q_>)^\mu = (q_0 - b, \mathbf{q})$. The term $is\varepsilon$ is the infrared regulator, where s is a sign that stands for the appropriate “*time convention*”. The determination of s needs some care: the propagator has been rewritten in terms of the four-momentum $q_>$, its “time” component being $(q_0 - b)$ instead of q_0 . As we will show, the appropriate boundary conditions, i.e. the “*time convention*”, should be imposed to keep the usual distribution in the q_0 complex plane of the poles for the Feynman propagator: since neutrino (antineutrino) states correspond to the positive energy (the hole of negative energy) solutions, then the positive (negative) energy propagates forward (backward) in time. This rule implies

$$s = \text{sign}(q_0)\text{sign}(q_0 - b). \quad (3)$$

It is crucial to insist that by energy we here mean strictly q_0 and not the combination $(q_0 - b)$, which expresses the distance of the energy level to the bottom of the potential $V \equiv b$. As a consequence, b being negative⁴, we get these dispersion relations for neutrinos and antineutrinos:

$$E_\nu = q_0 = |\mathbf{q}| + b \quad \text{for } |\mathbf{q}| > |b|$$

$$E_{\bar{\nu}} = -q_0 = \begin{cases} |\mathbf{q}| - b & \forall |\mathbf{q}| \text{ or,} \\ -|\mathbf{q}| - b & \text{for } |\mathbf{q}| < |b| \end{cases} \quad (4)$$

Finally, the poles are in the first and/or third quadrants in q_0 complex plane, as shown in Fig. 1. Had we taken $s = 1$, for a range of values of $|\mathbf{q}| < |b|$ poles would have appeared in the other quadrants (see Fig. 1). Such a pole should be taken into account when rotating to Euclidean time. This has not been done correctly in [2], inducing a minor error which will be discussed below.

⁴ In [2], Eq. (2), $\omega = |\mathbf{q}| \pm b$ [9], is misleading. In fact, in an infinite star, the choice between applying Feynman's prescription to q_0 or $(q_0 - b)$ might appear as open, but when boundary conditions are properly taken into account, the choice of q_0 becomes mandatory.

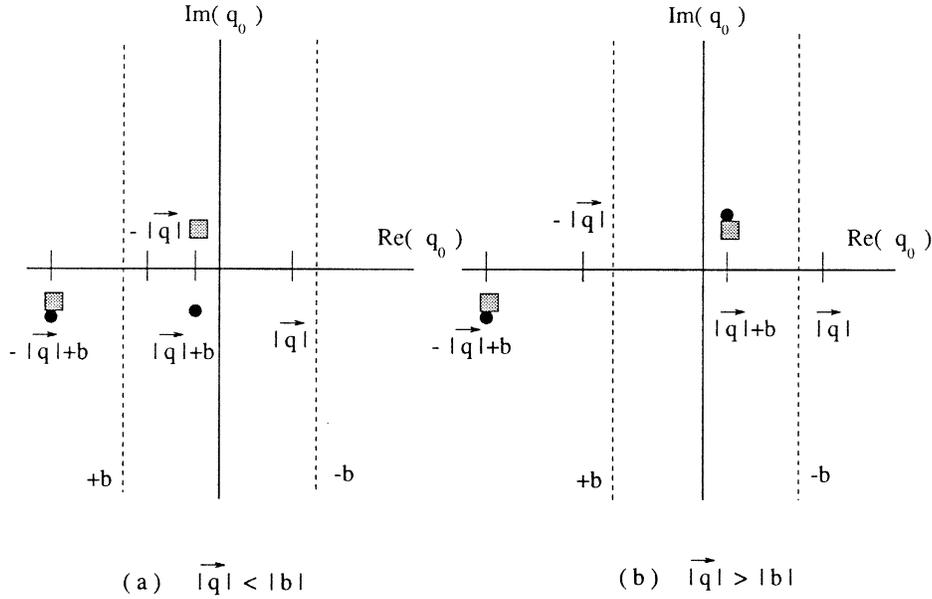


Fig. 1. Schematic distribution of the poles of the propagator. The black dots and the grey squares represent the poles placed by following the time convention $i\epsilon$ and $+i\epsilon$, respectively.

Let us now return to the central issue of this note, which is the estimation of the border effect. As an attempt to have a simple analytic result, we start, in this work, our study with the 1 + 1 dimensions toy model for the following reasons: i) we will be able to work analytically to the end, ii) the subtle problem of the $i\epsilon$ convention is easier to master, iii) thanks to the relative simplicity of the problem, we will be able to use different complementary techniques and to get a deeper understanding of the physics, which will prove most helpful for a more realistic problem, i.e. 3 + 1 dimensions [10].

For simplicity, we consider a sharp border located at $z = 0$ and use an effective neutrino Lagrangian that summarizes the interaction with the neutrons [4]:

$$\mathcal{L}_{eff} = i\bar{\nu}(x)\not{\partial}\nu(x) - b\theta(z)\bar{\nu}(x)\gamma^0\nu(x), \tag{5}$$

where $b \sim -\sqrt{2} G_F \frac{n_n}{2} \sim -0.2 \times 10^{-7} \text{ GeV}$, n_n being the neutron density of the star [2].

The usual definition of the propagator is the following:

$$S_F(x, y) = \langle 0 | T(\Psi(x)\bar{\Psi}(y)) | 0 \rangle. \tag{6}$$

It is worth stressing at this point that the time-ordered product will give us the Feynman boundary conditions.

Following Gavela et al. [8], $\Psi(x)$, the general Dirac solution of the problem, can be written as:

$$\Psi(x) = \sum_{\pm k, h} b_h(\pm k) \nu_{\pm k}^h(x) e^{-iEt} + d_h^\dagger(\pm k) \nu_{\pm k}^{Ah}(x) e^{iEt}, \tag{7}$$

where ν are the eigenstates of the Dirac Hamiltonian derived from the Lagrangian (5). In the second quantization, the coefficients b and d^\dagger become annihilation and creation operators, respectively.

The functions ν can be obtained from the following complete set of solutions:

$$\begin{aligned} \nu_{\pm \mathbf{k}}^h(z, t) &= e^{-iE(t \mp z)} u_h(\pm \mathbf{k}) \{ \theta(-z) + e^{\mp ibz} \theta(z) \}, \\ \nu_{\pm \mathbf{k}}^{Ah}(z, t) &= e^{iE(t \mp z)} v_h(\pm \mathbf{k}) \{ \theta(-z) + e^{\mp ibz} \theta(z) \}, \end{aligned} \tag{8}$$

which are obtained by solving the equation of motion for the 1 + 1 Lagrangian of Eq. (5),

$$\{ \gamma^0 (i \partial_t - b \theta(z)) + i \gamma^1 \partial_1 \} \nu(\mathbf{x}, t) = 0. \tag{9}$$

In Eq. (8), the index h expresses the chirality of the solution and A denotes the antiparticles. Note that the chirality is the same on both sides of the border, as expected from the chirality-conserving Lagrangian of Eq. (5).

In the region $z > 0$ (inside the star), neutrinos have $k_z = \pm(E - b)$ and antineutrinos have $k_z = \pm(E + b)$, while in the region $z < 0$ (outside the star), they have both $k_z = \pm E$. The subscripts $\pm \mathbf{k}$ depend on the choice of the sign for k_z . In Eq. (8) u and v are the Dirac spinors for particles and antiparticles, respectively,

$$\not{k}_{>, <}^{\pm} \begin{pmatrix} u_h(\pm \mathbf{k}) \\ v_h(\pm \mathbf{k}) \end{pmatrix} = 0, \tag{10}$$

where $k_{>}^{\pm} = (E - b, \pm(E - b))$ for neutrinos, $k_{>}^{\pm} = (E + b, \pm(E + b))$ for antineutrinos and $k_{<}^{\pm} = (E, \pm E)$ for both.

Eqs. (7) and (8) imply a definite choice of the zero energy level that corresponds to the standard choice of the free neutrinos far outside the star, $z \rightarrow -\infty$, clearly the only admissible choice. Physically this choice is related to the use of a stationary Lagrangian, (5), which means that we assume that the system has relaxed to equilibrium, implying plane-wave solutions that extend outside and inside the star. These plane waves “know” the zero energy level from their outer domain. This choice, combined with the time-ordered product of Eq. (6), implies the $+i\epsilon$ time regulator in momentum space as announced before.

In momentum space, the propagator can be written as

$$\begin{aligned} S_F(q^f, q^i) \gamma^0 &= \frac{i}{2\pi} \int_0^\infty dk_0 \left[\widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^h(q_z^f)} \left(\widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^h(q_z^i)} \right)^\dagger \frac{1}{q_0 - k_0 + i\epsilon} \right. \\ &\quad \left. + \widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^{Ah}(q_z^f)} \left(\widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^{Ah}(q_z^i)} \right)^\dagger \frac{1}{q_0 + k_0 - i\epsilon} \right], \end{aligned} \tag{11}$$

where $q^{f,i} = (q_0, q_z^{f,i})$. Notice that the character of creation or annihilation for the operators in Eq. (7) is fixed by taking the matter-free vacuum as reference, i.e. it is a consequence of our choice of the zero energy level. $\tilde{\nu}$ are the Fourier transform of the eigenstates $\nu(\tilde{q}_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-iq_z z} \nu(z)$:

$$\begin{aligned} \widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^h(q_z)} &= i \left(\frac{1}{q_z \mp k_0 + i\epsilon} - \frac{1}{q_z \mp (k_0 - b) - i\epsilon} \right) u_h(\mp \mathbf{k}), \\ \widetilde{\nu_{\pm \mathbf{k}}^{Ah}(q_z)} &= i \left(\frac{1}{q_z \pm k_0 + i\epsilon} - \frac{1}{q_z \pm (k_0 + b) - i\epsilon} \right) v_h(\pm \mathbf{k}). \end{aligned} \tag{12}$$

We took $E = k_0$ in order to make the notation uniform. Applying this last result in Eq. (11), with the appropriate analytic continuation of the integration variable k_0 , and by following the adequate integration contour (see appendix A), we obtain for the 1 + 1 propagator:

$$S_F(q^f, q^i) = 2\pi\delta(q_z^f - q_z^i) \frac{i}{(\not{q}_>)^*} + \frac{b}{2} \frac{1}{q_z^f - q_z^i + i\varepsilon} \left\{ \frac{1}{(\not{q}_>^i)^*} \gamma^0 \frac{1}{\not{q}_<^f} (1 + \text{sign}(q_0) \alpha_z) + \frac{1}{(\not{q}_>^f)^*} \gamma^0 \frac{1}{\not{q}_<^i} (1 - \text{sign}(q_0) \alpha_z) \right\}, \tag{13}$$

where we define:

$$\frac{1}{\not{q}_<} = \frac{1}{\not{q}} = \frac{\not{q}_<}{q_z^2 + i\varepsilon} \quad \text{with} \quad (q_<)^{\mu} = q^{\mu} = (q_0, \mathbf{q}),$$

$$\frac{1}{(\not{q}_>)^*} = \frac{\not{q}_>}{q_z^2 + i\varepsilon} \quad \text{with} \quad (q_>)^{\mu} = (q_0 - b, \mathbf{q}), \tag{14}$$

with $s = \text{sign}(q_0)\text{sign}(q_0 - b)$ and $\alpha_z = \gamma^0\gamma^1$. The location of the poles in the complex plane have already been depicted in Fig. 1.

Anticipating over the vacuum energy calculation, it is interesting to notice that the second term in the r.h.s of Eq. (13) does not contribute when the border is sent to infinity; one is then left with only the first term, which is exactly the one of Eq. (2) for the infinite star with the same good regularization. To convince ourselves, Eq. (13) can be rewritten as follows:

$$S_F(q^f, q^i) = 2\pi i \delta(q_z^f - q_z^i) \left\{ \frac{1}{(\not{q}_>)^*} - \frac{b}{2} \frac{1}{(\not{q}_>)^*} \gamma^0 \frac{1}{\not{q}_<} \right\} + \frac{b}{2} \mathcal{P} \left(\frac{1}{q_z^f - q_z^i} \right) \left\{ \frac{1}{(\not{q}_>^i)^*} \gamma^0 \frac{1}{\not{q}_<^f} - \frac{1}{(\not{q}_>^f)^*} \gamma^0 \frac{1}{\not{q}_<^i} \right\} \text{sign}(q_0) \alpha_z, \tag{15}$$

where \mathcal{P} stands for the principal value. For an observer located at $z \rightarrow \infty$, which means that he does not see the star border, restoring the translational symmetry, i.e. $q_z^f \rightarrow q_z^i$ (when $z \rightarrow \infty$), is a good approximation. Consequently, the second term in the r.h.s of Eq. (15) will not contribute when $z \rightarrow \infty$ ⁵. Furthermore, it can be seen from Eq. (17) below that after the integration over the momenta, as suggested by Schwinger’s method to obtain the vacuum energy, the second term in the r.h.s of Eq. (13) does not contribute to the energy density $w(z \rightarrow +\infty)$.

The expression for $1/(\not{q})^*$, given by Eq. (14), can be appropriately rewritten as

$$\frac{i}{(\not{q}_>)^*} = i \left\{ \frac{1}{\not{q}_>} + 2\pi i \not{q}_> \delta(q_z^2) \theta(q_0) \theta(b - q_0) \right\}. \tag{16}$$

This last equation is a concrete demonstration that we have, in 1 + 1 dimensions, generated the condensate contribution in a natural way to all orders. In Refs. [2] and [3], the same condensate term in the r.h.s of Eq. (16)

⁵ In fact, we can see in Eqs. (17) and (18) below that the break-up of the translational symmetry is expressed in $e^{i(q_z^f - q_z^i)z}$, which gives the dependence on z . This oscillating term, in the limit $z \rightarrow \infty$, will destroy any contribution to the integral coming from the part of the principal value of the propagator.

was introduced by hand. We should stress that in Ref. [2] we initially computed the weak energy density by using the $+i\epsilon$ convention (first term of Eq. (16)), but we did not take into account the pole $q_0 = |\mathbf{q}| + b$, in the second quadrant for $|\mathbf{q}| < |b|$ (see Fig. 1) when rotating to Euclidean time. This explains our non-zero result for the energy density when we have fixed the good boundary conditions by introducing the second term of Eq. (13) for the propagator.

The existence of a certain neutrino condensate due to the interaction of neutrinos and the stellar matter background was initially proposed by Loeb [6]: neutrinos are trapped inside the star and antineutrinos are repelled. The relevant physics concerning the neutrino propagator in the scenario we described above would appear by introducing the appropriate boundary conditions. Eqs. (14) and (16) give a confirmation of the idea proposed in Ref. [2]: the condensate is a consequence of the existence of a border.

This condensate is physically understandable. As we have tuned the level of the Dirac sea outside the star (to the left) and as our states extend over all space, far inside the star (to the right), the level corresponds to filling a Fermi sea above the bottom of the potential $b < q_0 < 0$. This obviously induces a Pauli blocking effect⁶. Eq. (4) anticipates this result: $|b|$ is a lower bound for the momentum of the q_0 -positive states.

With these tools, let us compute the total neutrino-exchange contribution to the energy of the star, which is nothing else than the difference between the vacuum energy of our effective theory Eq. (5) and the vacuum energy of free neutrinos (without the star). Following Schwinger's method [7], the vacuum energy in the presence of an external field is given by tracing the Hamiltonian multiplied by the propagator, as done in Refs. [1] and [2]. Now, we compute the time-independent vacuum energy density

$$w(z) \equiv -i\partial_t \text{tr} \left[\gamma^0 (S_F(z, t; z', t) - S_F^{(0)}(z, t; z', t)) P_L \right]_{z' \rightarrow z}$$

$$= \int \frac{dq_z^f dq_z^i dq_0}{(2\pi)^3} \text{tr} \left[q_0 \gamma^0 e^{i(q_z^f - q_z^i)z} (S_F(q^f, q^i) - S_F^{(0)}(q^f, q^i)) 2\pi \delta(q_z^f - q_z^i) P_L \right], \quad (17)$$

where $S_F^{(0)}$ is the free neutrino propagator and $P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}$. We should remark that the $e^{i(q_z^f - q_z^i)z}$ in the second line of this equation is generated by the break-up of the translational symmetry due to the border.

Now, by applying the expression of Eq. (13) for the propagator in this last equation, we obtain:

$$w(z) = - \int \frac{dq_z dq_0}{(2\pi)^2} \text{tr} \left[q_0 \gamma^0 \left(\frac{i}{(q_{>}^i)^*} - \frac{i}{q_{<}^f} \right) P_L \right] - \frac{b}{2} \int \frac{dq_z^f dq_z^i dq_0}{(2\pi)^3} \frac{1}{q_z^f - q_z^i + i\epsilon}$$

$$\times \text{tr} \left[e^{i(q_z^f - q_z^i)z} \left\{ \frac{1}{(q_{>}^i)^*} \gamma^0 \frac{1}{q_{<}^f} (1 + \text{sign}(q_0) \alpha_z) + \frac{1}{(q_{>}^f)^*} \gamma^0 \frac{1}{q_{<}^i} (1 - \text{sign}(q_0) \alpha_z) \right\} P_L \right]. \quad (18)$$

It should be noted that the first term of the r.h.s can be appropriately rewritten by using the Schwinger–Dyson relation, which has been shown in Ref. [2] for the effective propagator (1) in the case of the infinite star⁷.

⁶ Smirnov and Vissani [3] have proved that the condensate term, obtained above in a natural way, generates the damping of the 2-body neutrino-exchange potential.

⁷ Of course the Schwinger–Dyson relation is also valid for the full propagator, including the border (13), but it is rather complicated to write it explicitly, and serves no great purpose here.

However, the calculation is rather cumbersome, even if it presents no special difficulty and leads to the amazing result:

$$w(z) = 0. \quad (19)$$

As surprising as this result may seem, it can be understood physically in a rather simple way. One must remember [7] that $w(z)$ is nothing else than:

$$\sum_{n_-}^{\dagger} E_{n_-} \Psi_{n_-}^{\dagger}(z) \Psi_{n_-}(z) - \sum_{n_-}^{\dagger} E_{n_-}^{(0)} \Psi_{n_-}^{\dagger(0)}(z) \Psi_{n_-}^{(0)}(z), \quad (20)$$

where n_- labels the negative energy states and (0) refers to the matter-free vacuum.

These integrals are ultraviolet-divergent and we will allow the interchange of the sum and the integral as a regularization method. This was implicitly done in Eq. (18). Looking now at the solutions of Eq. (8) of the Hamiltonian with and without ($b = 0$) the star, we first that remark there is a one-to-one correspondance of the states in the two situations and with the same energy; furthermore the probability density of the states are all equal to 1 for all z . More explicitly, the border does not disturb the wave functions, except for a phase. Consequently, after regularization (interchanging the sum and the difference) each term in the sum of Eq. (20) vanishes.

The $(1 + 1)$ -dimensional problem presents the particularity that, for a given wave-plane solution, the sign of the momentum determines a positive correspondance between $z = +(-)\infty$ and $t = +(-)\infty$, or vice versa. Massless fermions are not reflected by a one-dimensional potential. However, the potential introduced through the Lagrangian (5) does not allow us to identify, for a given process, asymptotically free states for $t = \pm\infty$, because there is no “vacuum” to the right, and hence the S-matrix formalism is not adequate in a world defined by such a Lagrangian. In order to avoid the latter, we can take a second border. In this case, one can easily see that the phase shift taken by the neutrino states keeps the S-matrix diagonal: the star is “transparent” for the neutrino propagation. Therefore, by applying Eq. (20), we can now conclude that the diagonality of the S-matrix justifies the null result for the weak energy density ⁸.

The generalization to the $(3 + 1)$ -dimensional problem is difficult even if the border is simplified to a flat one because of the presence of a refraction index, of a consequent modification of the probability density of the waves at the border, including non-penetrating or non-outgoing waves. This $(3 + 1)$ -dimensional problem will be analytically and numerically studied in a forthcoming work [10].

However, two main conclusions of this paper will remain valid in $3 + 1$ dimensions: i) the natural connection between the neutrino sea and the border, ii) the proper definition of the $i\epsilon$ infrared regulator for the propagator, or, equivalently, the correct definition of the zero energy level of the Dirac sea. On the other hand, the vanishing of the energy density $w(z)$ will not remain valid in $3 + 1$ dimensions.

Finally, this work is a confirmation of the conclusion of Ref. [2]: after correcting the mistake of forgetting the pole in the analytic continuation, and adding the condensate, which is proved here to be directly connected to the border, the multibody exchange of massless neutrinos results in an infrared-well -behaved contribution for the neutron star self-energy.

This work has been partially supported by Spanish CICYT, project PB 95-0533-A. We are specially grateful to B. M. Gavela for the discussions that initiated this work. A. Abada thanks A. Smirnov for inspiring discussion. J. Rodríguez-Quintero thanks M. Lozano for many important and helpful discussions and comments.

⁸ Despite the major analytic complexity introduced by the second border, we have computed the Feynman propagator and verified, by following the first method presented in this work, that the weak energy-density result is exactly zero.

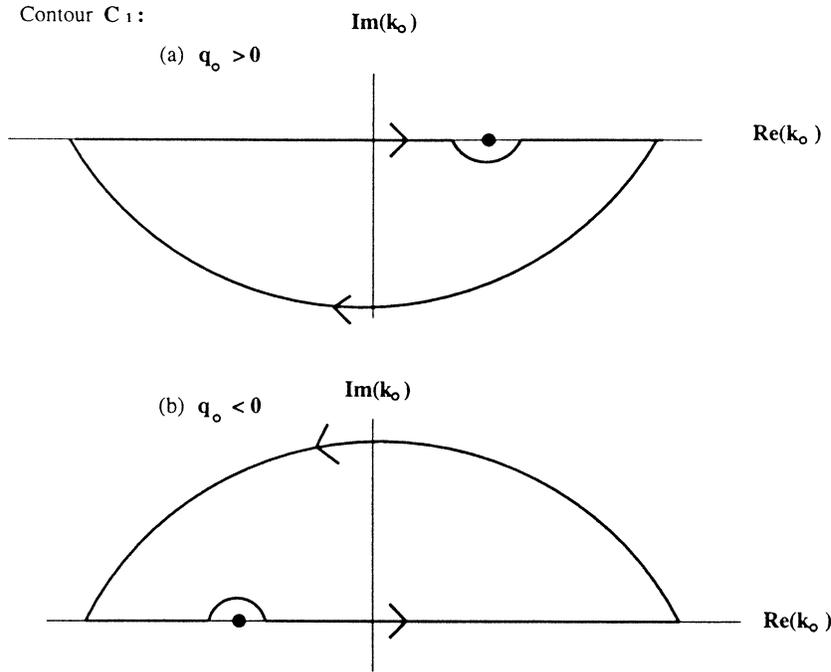


Fig. 2. Integration contour C_1 . (a) $q_0 > 0$ case; (b) $q_0 < 0$ case.

Details of integration in 1 + 1 dimensions.

To compute the Feynman neutrino propagator in the momentum space, we should apply the results for the Fourier-transformed eigenstates (12) in Eq. (11). After some tedious transformations, we obtain:

$$\frac{i}{2\pi} \int_0^{+\infty} dk_0 (I_1 + I_2 + I_3 + I_4), \tag{21}$$

where

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{\frac{1}{b}(q_z^f - k_0)(q_z^f - k_0 + b) + i\epsilon} \frac{1}{\frac{1}{b}(q_z^i - k_0)(q_z^i - k_0 + b) - i\epsilon} \frac{1}{2}(\gamma^0 - \gamma^1)\gamma^0 \frac{1}{q_0 - k_0 + i\epsilon}, \\
 I_2 &= \frac{1}{-\frac{1}{b}(q_z^f + k_0)(q_z^f + k_0 - b) + i\epsilon} \frac{1}{-\frac{1}{b}(q_z^i + k_0)(q_z^i + k_0 - b) - i\epsilon} \frac{1}{2}(\gamma^0 + \gamma^1)\gamma^0 \frac{1}{q_0 - k_0 + i\epsilon}, \\
 I_3 &= \frac{1}{\frac{1}{b}(q_z^f + k_0)(q_z^f + k_0 + b) + i\epsilon} \frac{1}{\frac{1}{b}(q_z^i + k_0)(q_z^i + k_0 + b) - i\epsilon} \frac{1}{2}(\gamma^0 - \gamma^1)\gamma^0 \frac{1}{q_0 + k_0 - i\epsilon}, \\
 I_4 &= \frac{1}{-\frac{1}{b}(q_z^f - k_0)(q_z^f - k_0 - b) + i\epsilon} \frac{1}{-\frac{1}{b}(q_z^i - k_0)(q_z^i - k_0 - b) - i\epsilon} \frac{1}{2}(\gamma^0 + \gamma^1)\gamma^0 \frac{1}{q_0 + k_0 - i\epsilon}.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

By taking into account the form of the different expressions for I_i in Eqs. (22), we have:

$$\int_0^\infty dk_0 (I_1 + I_3) = \int_{C_1} dk_0 I_1,$$

$$\int_0^\infty dk_0 (I_2 + I_4) = \int_{C_1} dk_0 I_2, \quad (23)$$

where the integration in the r.h.s should be done in the complex plane by following the contour C_1 (see Fig. 2).

Identifying the relevant poles for each case and applying Cauchy's theorem, we obtain the 1 + 1 propagator given above by Eq. (13).

References

- [1] E. Fischbach, *Ann. Phys.* 247 (1996) 213; B. Woodahl, M. Parry, S-J. Tu, E. Fischbach, hep-ph/9709334, hep-ph/9606250.
- [2] As. Abada, M.B. Gavela, O. Pène, *Phys. Lett. B* 387 (1996) 315.
- [3] A. Smirnov, F. Vissani, A lower bound on neutrino mass, *Moriond Proceedings* (1996).
- [4] J. Rodríguez-Quintero, Resurrection of a star, *Moriond Proceedings* (1997).
- [5] A. Smirnov, private communication.
- [6] A. Loeb, *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990) 115.
- [7] J. Schwinger, *Phys. Rev.* 94 (1954) 1362.
- [8] M.B. Gavela, M. Lozano, J. Orloff, O. Pène, *Nucl. Phys. B* 430 (1994) 345.
- [9] J.C. D'Olivo, J.F. Nieves, M. Torres, *Phys. Rev. D* 46 (1992) 1172, C. Quimbay, S. Vargas-Castrillón, *Nucl. Phys. B* 451 (1995) 265.
- [10] A. Abada, O. Pène, J. Rodríguez-Quintero, in preparation.

Finite-size effects on multibody neutrino exchange

A. Abada*

Theory Division, CERN, CH-1211 Geneva 23, Switzerland

O. Pène†

Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Université de Paris XI, Bâtiment 211, 91405 Orsay Cedex, France

J. Rodríguez-Quintero‡

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Sevilla, P.O. Box 1065, 41080 Sevilla, Spain

(Received 24 February 1998; published 13 August 1998)

We use an effective Lagrangian to study the multibody massless neutrino exchange inside a finite neutron star. Following Schwinger, we show how the total interaction energy density is computed by comparing the values of the zero-point energy of the neutrino sea with and without the star. Here we extend a previous one-dimensional toy computation by using a three-dimensional spherical model of the star. We find that there is a nonvanishing of the zero-point energy density difference between the inside and the outside due to the refraction index at the stellar boundary and the resulting nonpenetrating waves. This effect is shown analytically and numerically to be the dominant one and to lead to an infrared-safe total energy density, thus confirming that there is no need for the neutrino to be massive. Altogether, the energy due to neutrino exchange is of the order of $10^{-8} - 10^{-13}$ GeV per neutron, i.e., negligible with respect to the neutron mass density. [S0556-2821(98)07317-2]

PACS number(s): 13.15.+g, 14.60.Pq, 97.60.Jd

I. INTRODUCTION

The massless neutrino exchange interaction between neutrons, protons, etc., is a long-range force [1–3]. In a previous work [4], the long-range interaction effects on the stability of a neutron star due to multibody exchange of massless neutrinos were studied. We have shown that the total effect of the many-body forces of this type results in an infrared well-behaved contribution to the energy density of the star and that it is negligible with respect to the star mass density. This is in agreement with two recent nonperturbative calculations done by Kachelriess [5] and by Kiers and Tytgat [6].

This work is in contradiction with the repeated claim by Fischbach [7] that, unless the neutrino is massive, neutrino exchange renders a neutron star unstable, as the induced self-energy exceeds the mass of the star because of the infrared effects associated with neutrino exchange between four or more neutrons. In our opinion, the latter “catastrophic” result is a consequence of summing up large infrared terms in perturbation outside the radius of convergence of the perturbative series. The nonperturbative use of an effective Lagrangian immediately gives the result without recourse to the perturbative series, and the result is small.

Smirnov and Vissani [8], following the same method as in Ref. [7], summing up multibody exchange contributions order by order, showed that the two-body contribution is damped by the blocking effect of the neutrino sea [9]. They guessed that this damping would apply to many-body contri-

butions, and hence would reduce the catastrophic effect claimed by Fischbach. In our previous work [4], we also considered the effect of the neutrino sea inside the neutron star. This effect was introduced in our nonperturbative calculation by using Feynman propagators of neutrinos inside a dense medium, which incorporate the condensate term. We noticed that this condensate is present, but in our opinion it is not the most important of the effects that neutralize the catastrophic effect expected by Fischbach, since it only brings a tiny change to the nonperturbatively summed interaction energy, leaving unchanged our conclusion that the weak self-energy is infrared safe.

We have also stressed in Ref. [4] that the neutrino condensate was related to the existence of a stellar boundary.¹ This was demonstrated in the (1+1)-dimensional star in Ref. [10]: the blocking effect, which implies the stimulated absorption of the neutrinos inside the star while the antineutrinos are repelled from it, is a natural consequence of the existence of a boundary. Indeed a proper treatment of the effect of the boundary automatically incorporates the condensate contribution as a consequence of the appropriate boundary conditions for the neutrino Feynman propagator inside the star.

Since our treatment directly incorporates the neutrino sea effect and, on the other hand, since we stick to our strategy

¹At this point, we should call the reader’s attention to a minor mistake that was made in the previous calculation [4]: a pole was forgotten in the calculation of the weak self-energy, and its contribution is exactly annihilated by the condensate’s, as shown in Ref. [10]. The computation of the self-energy gives zero when the forgotten pole is taken into account.

*Email address: abada@mail.cern.ch

†Email address: jqinter@cica.es

‡Email address: pene@qcd.th.u-psud.fr.

of directly computing the total neutrino interaction energy by using an effective Lagrangian, we have in a sense thus generalized the result of Smirnov and Vissani [8] because our result holds in a nonperturbative way and accounts for all the n -body contributions, while theirs holds for two-body contributions only.

It has been stated [11] that in our study [4] we worked in an approximation where we neglected the boundary of the neutron star. Our belief is that this simplifying hypothesis does not change the fundamental result that the total effect of the multiple neutrino exchange to the energy density of the star is not infrared divergent.

Indeed, in Ref. [10] we have proved that, in 1+1 dimensions *with boundaries*, the result of Ref. [4] for the infinite star *without boundaries* is kept unchanged: the net interaction energy due to long-range neutrino exchange is exactly zero. This result was obtained by computing Feynman vacuum loops with neutrino propagators derived from the effective Lagrangian, which incorporates the neutron interaction. The latter propagators are not translational invariant, because of the star boundaries. We have found a physically simple explanation for the vanishing of the net interaction energy. It relies on the fact that the negative energy states, in the presence of the star and without the star, are in a one-to-one correspondence and have exactly the same energy density. This results in a zero point energy that is the same with and without the star, for any density profile of the star.

The main goal of the present work is to follow on taking into account the finite-size and stellar boundary effects. The two main conclusions of Ref. [10] are useful for the (3+1)-dimensional star: (i) the natural connection between the neutrino sea and the stellar boundary; (ii) the correct definition of the zero-energy level of the Dirac sea.

From Ref. [10], we know that the zero-energy level of the Dirac sea has to be adjusted by comparing the asymptotic behavior of the wave functions far outside the star with the free solutions in the absence of the star. From there, we know the correct $i\epsilon$ prescription, which has to be imposed in the propagators of the neutrinos in the presence of the star; we could in principle compute the closed loops to get the vacuum energy density. However, this approach is technically very difficult. A simpler method, the derivation of which is recalled in Sec. II, is to simply add the energy density of the negative energy solutions in the presence of the star, minus the same in the absence of the star.

The vanishing of the neutrino exchange energy density in the star, found in the case of an infinite star [4] and in 1+1 dimensions [10], which will be summarized in Sec. III, is not valid in 3+1 dimensions. The main reason for that will be illustrated in Sec. IV by zooming to the stellar boundary effect, i.e., considering a plane boundary in 3+1 dimensions. There is a nontrivial refraction index that modifies the wave energy densities as they penetrate the star. Some waves are forbidden to penetrate and this yields the dominant contribution.

In Sec. V, we perform analytical and numerical calculations, which take into account the curvature of the stellar boundary and use a spherical star with a sharp boundary. We find a very simple approximate formula for the zero point

neutrino energy density in the star, and demonstrate numerically the validity of this approximation. This implies that indeed the neutrino-induced energy density in the star does not vanish and is dominantly explained by the abovementioned stellar boundary effect.

In any case, these nonvanishing neutrino exchange energy densities are all perfectly regular in the infrared and do not present any resemblance to Fischbach's effect. On the other hand they are ultraviolet singular. This is not unexpected since anyhow our effective Lagrangian is only valid below some energy scale where the neutrons may be considered at rest. In Sec. VI, we also discuss in some detail the effect of decoherence for distances larger than the neutrino mean-free path, which smoothes down the ultraviolet singularity. We conclude that the stability of compact and dense objects such as white dwarfs, neutron stars, etc., are not affected by the neutrino exchange, even if neutrinos are massless.

II. GENERAL FORMALISM

In our calculations, we assume that the material of the neutron star is made exclusively of neutrons, among which neutrinos are exchanged. The density-dependent corrections to the neutrino self-energy result, at leading order, from the evaluation of Z^0 -exchange diagrams between the neutrino and the neutrons in the medium, with the Z^0 propagator evaluated at zero momentum. The vacuum energy-momentum relation for massless fermions $E=|\vec{q}|$, where E is the energy and $|\vec{q}|$ the magnitude of the momentum vector, does not hold in a medium [12]. In our case, following Refs. [13] and [10], they can be summarized by the following dispersion relations:

$$E_\nu = q_0 = |\vec{q}| + b \quad \text{for } |\vec{q}| > |b|,$$

$$E_{\bar{\nu}} = -q_0 = \begin{cases} |\vec{q}| - b & \forall |\vec{q}|, \\ -|\vec{q}| - b & \text{for } |\vec{q}| < |b|, \end{cases} \quad (1)$$

where

$$b \simeq -\sqrt{2}G_F n_n/2 \sim -0.2 \times 10^{-7} \text{ GeV} \sim -10^{-7} \text{ fm}^{-1}$$

and

$$n_n \sim 0.4 \text{ fm}^{-3}. \quad (2)$$

In this paper we will use a star radius of

$$R \simeq 10 \text{ km}, \quad \text{whence } bR \simeq -10^{12}. \quad (3)$$

In Eq. (1), b summarizes the zero-momentum transfer interaction of a massless neutrino with any number of neutrons present in the media. Sensibly enough, it depends on the neutron density which will be assumed to be constant for

simplicity. When a neutrino sea is present [9],² the neutrino condensate does not sensibly modify the value of b [5].

In the approximation where the neutrons are static, in the sense that they do not feel the recoil from the scattering of the neutrinos, we can study the neutrino exchange through the following effective Lagrangian as done in Ref. [4]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = i\bar{\nu}\partial\nu(r) - b\bar{\nu}\gamma_0\nu\theta(R-r), \quad (4)$$

where R is the radius of the neutron star.

The dispersion relations in Eq. (1) show a displacement of the energy levels for the different modes, a negative shift for neutrinos, and a positive one for antineutrinos; the Dirac sea level is displaced. If the neutron star occupies the whole Universe, it would just mean a change of variables, with no physical consequence. The finite size of the star changes the picture. Notice that b acts as the depth of a potential well, as will be considered in Sec. V. It is repulsive for antineutrinos and attractive for neutrinos, which then condense.

A traditional way to estimate the energy induced by neutrino exchange is to compute first the exchange potentials involving 2, 3, 4, ..., neutrons and then add their contributions integrated over the neutron positions in the star. This is the way chosen by Fishbach *et al.* [7] to compute the weak self-energy. The drawbacks of this method are the following: (i) The calculation turns out to be so difficult that many approximations are necessary; (ii) it assumes implicitly that every neutron may interact only once with neutrinos; (iii) the resulting interaction energy increases with the number n of neutrons involved grossly as $(bR)^n \approx 10^{12n}$ and eventually becomes very large. In fact *it would go to infinity* if these authors did not stop when n equals the number of neutrons of the star, as a consequence of the abovementioned unjustified assumption that a given neutron cannot interact more than once. The large parameter bR [Eq. (3)] reflects the infrared-sensible behavior of each term in the series. The main problem of this approach is that the summation is done outside the radius of convergence of the perturbative series, leading to an unacceptably huge result [7]. In Ref. [4], we used instead a simpler and more direct method, which is nonperturbative and based on an effective action. This method does not involve uncontrollable approximations, it does incorporate automatically multiple interactions of one same neutron, and finally it leads to a totally reasonable result. This method was also followed in recent works, Refs. [5] and [6]. In this approach, we insist that there is no extra assumption added to the problem.

² b is given by

$$b \approx -\sqrt{2}G_F(n_n - n_\nu)/2 - \frac{8\sqrt{2}G_F\kappa}{3m_Z^2}n_\nu\langle E_\nu\rangle,$$

where $\langle E_\nu\rangle$ is the average neutrino energy of the medium, defined in its rest frame, and n_ν the neutrino density ($n_\nu \sim 4 \times 10^{-23} \text{ fm}^{-3}$). n_ν is much smaller than n_n as can be understood from the fact that n_ν is a weak interaction consequence of n_n , and it will be disregarded.

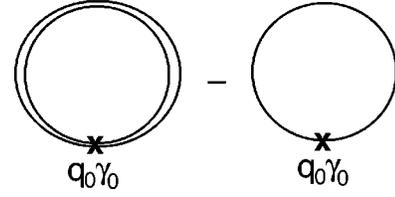


FIG. 1. Schematic representation of w , Eq. (6). The simple and double lines represent the neutrino propagator, in the matter-free vacuum, and in the vacuum of the interacting medium, respectively.

In our work, we use the Schwinger tools [14] in order to compute the density of weak interaction energy $w(\vec{x})$ due to the multibody neutrino exchange. It is given by the difference between the energy density for a neutrino propagating in the “vacuum” defined by the neutron star $|\hat{0}\rangle$ and the corresponding one for the real matter-free vacuum $|0\rangle$:

$$w(\vec{x}) \equiv \langle \hat{0} | \mathcal{H}(\vec{x}) | \hat{0} \rangle - \langle 0 | \mathcal{H}_0(\vec{x}) | 0 \rangle, \quad (5)$$

where $\mathcal{H}(\vec{x})$ and $\mathcal{H}_0(\vec{x})$ are the Hamiltonian densities of free and interacting neutrinos. Concretely, to compute this weak interaction energy analytically, using Ref. [14], we can write it as

$$w(\vec{x}) = -i \frac{\partial}{\partial x^0} \text{tr} \{ \gamma_0 [S_F(x, y) - S_F^{(0)}(x, y)] \}_{y \rightarrow x}. \quad (6)$$

The right-hand side does not depend on x^0 from time-translational invariance. In diagrammatic formulation, the formal Eq. (6) corresponds to the computation of the difference of the diagrams in Fig. 1.

Using the notation

$$\sum_{\pm} \equiv \sum_{j_z, l, \dots} \int dE_{n_{\pm}}$$

and from the definition

$$\begin{aligned} S_F(x, y)\gamma_0 &= \theta(x^0 - y^0) \sum_{n_+} \Psi_{n_+}(\vec{x}) \Psi_{n_+}^\dagger(\vec{y}) e^{-iE_{n_+}(x^0 - y^0)} \\ &\quad - \theta(y^0 - x^0) \sum_{n_-} \Psi_{n_-}(\vec{x}) \Psi_{n_-}^\dagger(\vec{y}) e^{-iE_{n_-}(x^0 - y^0)}, \end{aligned} \quad (7)$$

where E_{n_-} (E_{n_+}) is the negative (positive) energy of the eigenstate $H\Psi_{n_{\pm}} = E_{n_{\pm}}\Psi_{n_{\pm}}$, $w(\vec{x})$ can be rewritten [14] as

$$\begin{aligned} w(\vec{x}) &= \sum_{n_-} E_{n_-} \Psi_{n_-}^\dagger(\vec{x}) \Psi_{n_-}(\vec{x}) \\ &\quad - \sum_{n_-} E_{n_-}^{(0)} \Psi_{n_-}^{(0)\dagger}(\vec{x}) \Psi_{n_-}^{(0)}(\vec{x}), \end{aligned} \quad (8)$$

where (0) refers to the matter-free vacuum and where we have taken the limit $y^0 \rightarrow x^0$ with $y^0 > x^0$. Taking the average of the limits $y^0 \rightarrow x^0$ with $y^0 > x^0$ and $y^0 \rightarrow x^0$ with $y^0 < x^0$, as done in Ref. [6], would lead to

$$\begin{aligned}
w_{\text{sym}}(\vec{x}) &= \frac{1}{2} \not\int_{n_-} E_{n_-} \Psi_{n_-}^\dagger(\vec{x}) \Psi_{n_-}(\vec{x}) \\
&\quad - \frac{1}{2} \not\int_{n_-} E_{n_-}^{(0)} \Psi_{n_-}^{\dagger(0)}(\vec{x}) \Psi_{n_-}^{(0)}(\vec{x}) \\
&\quad - \frac{1}{2} \not\int_{n_+} E_{n_+} \Psi_{n_+}^\dagger(\vec{x}) \Psi_{n_+}(\vec{x}) \\
&\quad + \frac{1}{2} \not\int_{n_+} E_{n_+}^{(0)} \Psi_{n_+}^{\dagger(0)}(\vec{x}) \Psi_{n_+}^{(0)}(\vec{x}). \quad (9)
\end{aligned}$$

The states are normalized in such a way that the two densities of states $\rho(E)$, with and without the star (free case), coincide in the asymptotic region $|\vec{x}| \rightarrow \infty$ so that $w(|\vec{x}| \rightarrow \infty) = 0$.

For later use let us just remind the reader that the same result (8) may be obtained from the time Fourier-transformed propagator

$$\tilde{S}_F(\vec{x}, \vec{y}, q^0) \gamma_0 = i \not\int \frac{\Psi_{n_+}(\vec{x}) \Psi_{n_+}^\dagger(\vec{y})}{q^0 - E_{n_+} + i\epsilon} + \frac{\Psi_{n_-}(\vec{x}) \Psi_{n_-}^\dagger(\vec{y})}{q^0 - E_{n_-} - i\epsilon}. \quad (10)$$

The result (8) is obtained from Eq. (10) by integrating $-q^0 S_F(\vec{x}, \vec{y}, q^0)/(2\pi)$ on the complex q^0 plane, by closing the contour on the upper half. Obviously an appropriate choice for the $i\epsilon$ convention is crucial here, as discussed at length in Ref. [10]. It is also clear that formula (8) leads to much simpler calculations than the direct calculation of the loop in Eq. (6).

Obtaining the weak self-energy of the finite neutron star is equivalent to calculating the neutrino propagation in a background of neutron fields density with a stellar boundary. We did that analytically in 1+1 dimensions with a sharp boundary, and in 3+1 dimensions with a flat boundary. The spherical symmetry has been studied both analytically and numerically.

III. THE TOY EXAMPLE OF (1+1) DIMENSIONS

Working directly with Eq. (6) requires an interacting Feynman propagator that takes the existence of a boundary into account. Doing this in (3+1) dimensions is a big task.

It is feasible and theoretically fruitful to perform the analytical calculation of Eq. (6) in (1+1) dimensions as a toy model. The knowledge extracted from that study will help us face the 3+1 realistic case by using the general formalism anticipated in Sec. II. We will now summarize the (1+1)-dimensional results presented in more detail in Ref. [10].

The (1+1)-dimensional toy model is presented in Ref. [10]. We will summarize the computation and the result in order to extract useful information for the more realistic case.

We consider 1+1 massless fermion Feynman propagators in a space with two regions separated by a boundary. The two regions, inside and outside the star, have different fermion dispersion relations, as seen in Eq. (1).

For simplicity, we consider only one sharp boundary lo-

ated at $z=0$ and use an effective neutrino Lagrangian, which summarizes the interaction with the neutrons [15]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = i \bar{\nu}(z) \not{\partial} \nu(z) - b \theta(z) \bar{\nu}(z) \gamma^0 \nu(z), \quad (11)$$

where b is given by Eq. (2). The details of the computation of the interacting propagator can be found in Ref. [10]. In momentum space, the propagator can be written as follows:

$$\begin{aligned}
S_F(q^f, q^i) &= 2\pi \delta(q_z^f - q_z^i) \frac{i}{(q_{>}^i)^*} + \frac{b}{2} \frac{1}{q_z^f - q_z^i + i\epsilon} \quad (12) \\
&\quad \times \left\{ \frac{1}{(q_{>}^i)^*} \gamma^0 \frac{1}{q_{<}^f} [1 + \text{sgn}(q_0) \alpha_z] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{(q_{>}^f)^*} \gamma^0 \frac{1}{q_{<}^i} [1 - \text{sgn}(q_0) \alpha_z] \right\}, \quad (13)
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
\frac{1}{q_{<}^f} &= \frac{1}{q} = \frac{q_{<}}{q_{<}^2 + i\epsilon} \quad \text{with } (q_{<})^\mu = q^\mu = (q_0, \vec{q}), \\
\frac{1}{(q_{>}^f)^*} &= \frac{q_{>}}{q_{>}^2 + i\epsilon} \quad \text{with } (q_{>})^\mu = (q_0 - b, \vec{q}); \quad (14)
\end{aligned}$$

with $s = \text{sgn}(q_0) \text{sgn}(q_0 - b)$, and $\alpha_z = \gamma^0 \gamma^1$. The sign s results from the appropriate Feynman boundary conditions and from the right choice of the zero energy level. It gives an adequate *time convention*. We should emphasize that the propagator (13) is infrared safe, all the q 's in the denominators being regularized by Feynman's prescription for the distribution of the propagator poles in the complex- q_0 plane [10].

The expression for $1/(q_{>}^f)^*$, given by Eq. (14), can be appropriately rewritten as

$$\frac{i}{(q_{>}^f)^*} = i \left\{ \frac{1}{q_{>}} + 2\pi i q_{>} \delta(q_{>}^2) \theta(-q_0) \theta(q_0 - b) \right\}. \quad (15)$$

In Ref. [10], we have demonstrated that the main contribution to the weak self-energy comes from the first term of the propagator (13). We thus identified the expression given in Eq. (15) with the one for the effective propagator, which takes into account the ‘‘bulk’’ of the neutron star. As a matter of fact, the effective propagator for the infinite star [4] coincides with the propagator (15), except for the time convention introduced by the proper boundary conditions, responsible for the second term in the right-hand side (RHS) of Eq. (15). This term is nothing else than the condensate contribution, i.e., the Pauli blocking effect of the neutrinos trapped into the star by the attractive potential. In Refs. [4] and [8], the same condensate term in the RHS was introduced by hand. Equations (14) and (15) give a confirmation of the idea proposed in Refs. [4] and [15]: the condensate is a consequence of the existence of a stellar boundary.

The condensate is physically understandable. As we have tuned the level of the Dirac sea [see Eq. (1)] outside the star

(to the left), and as our states extend over all space, far inside the star (to the right), the level corresponds to filling a Fermi sea above the bottom of the potential $b < q_0 < 0$. This obviously induces a Pauli blocking effect and Eq. (1) anticipates this result: $|b|$ is a lower bound for the momentum of the positive- q_0 states.

Now, with the computation of the propagator, it is easy to calculate the weak self-energy density $w(z)$ for this (1+1)-dimensional star by following Eq. (6). Some details about this rather cumbersome calculation may be found in Ref. [10]. It is worth while emphasizing that the vanishing result (16) for the stellar boundary contribution requires the change in the order of integration in the momentum space over the variables q_0 , q_z^i and q_z^f . The latter is only possible in the framework of an implicit ultraviolet regularization scheme. As a matter of fact, the choice of a certain order of integration over the variables is an ultraviolet regularization method. By integrating over the momenta we found that this difference vanishes exactly:

$$w(z) = 0. \quad (16)$$

This vanishing interaction energy in (1+1) dimensions has a simple physical explanation: the presence of the boundary does not disturb the wave functions (up to a phase). There is a one-to-one correspondence of the negative-energy states in the two media $z < 0$ and $z > 0$, and by interchanging the sum and integral as an ultraviolet regularization procedure, each term in Eq. (8) vanishes exactly. In other words, massless propagating neutrinos are not reflected by the stellar boundary of a 1+1 star, and the probability density is not affected by the boundary either. The use of Eq. (8) allows a trivial generalization of the vanishing result (16) in (1+1) dimensions to more complicated structures, for example a star with two sharp boundaries or, still better, to a continuously varying neutron density, as long as the density vanishes asymptotically outside the star.

IV. FLAT STELLAR BOUNDARY IN (3+1) DIMENSIONS

The computation of the neutrino loops (Fig. 1) in the (3+1)-dimensional case, with a finite star, as was done in the preceding section for (1+1) dimensions, is technically rather difficult, if only because the neutrino propagators are not simple. In the preceding section we have seen that the use of Eq. (8) simplified the calculation a lot, reducing it practically to triviality in the latter case. We will therefore stick to it in the 3+1 case.

We might have faced the (3+1)-dimensional problem analytically with interacting propagators and the approach that led to Eq. (6), by using a simplifying assumption: the influence of the stellar boundary can be reasonably neglected if the weak energy density is computed far inside the star. This amounts to considering a star large enough for the contribution of the *bulk* effective propagator (15) to be the main one. In other words, it would amount to assuming *an infinite star* but taking into account the existence of a matter-free vacuum infinitely far from the star center. This matter-free vacuum allows us to fix the zero energy level, and conse-

quently the adequate time convention for the effective propagator [10].

The latter calculation for the infinite star has indeed already been performed in our previous work [4]. There, $w(\vec{x})$ was computed using the Schwinger–Dyson expansion of Eq. (16) in [4] and the Pauli-Villars procedure as a means of regularization. As already noted in the introduction and in Ref. [10], a pole ($q_0 = |\vec{q}| + b$, in the case $|\vec{q}| < b$) has been forgotten (see Fig. 1 in [10]) in the analytic continuation, which led to a wrong non-null result for $w(\vec{x})$ when the neutrino condensate effect was added by hand. This happened because we did not use the $i\epsilon$ prescription correctly: it had to be imposed in the propagators; this was already corrected in Ref. [10]. Taking into account the results from Refs. [4] and [10], we can conclude that the weak self-energy is null for an infinite stationary star. It should be repeated that following the correct $i\epsilon$ prescription, when using propagators, is equivalent to taking the zero energy level for the states by matching to the free states far outside the star. Of course the definition of the zero energy level is essential when using Eq. (8), as we shall now do.

The null result for the (3+1)-dimensional infinite star is a consequence of neglecting the existence of boundary effects. Now, before focusing on the spherical problem and in order to estimate the boundary effect, we concentrate on the geometrically easier problem of matter-free and neutron vacua separated by a flat boundary.³ For simplicity, the plane $z = 0$ is assumed to be the flat boundary. The application of the approach resulting in Eq. (8) requires a complete set of eigenfunctions for the Hamiltonian with the flat boundary. These eigenfunctions should be normalized following the same criteria as previously presented in Sec. II: they asymptotically behave as plane waves far outside the star, in the sense that they provide, far outside the star, the same probability and energy density as the free plane waves (solutions without a star): $w(z = -\infty) = 0$. This condition is imposed inside each Hilbert subspace with energy $E \in [E, E + dE]$.

Following Ref. [16], we obtain the following set of negative energy eigenfunctions:

$$\begin{aligned} \psi_{n_-}^{\text{free}}(x) &= N_{n_-} [(e^{ik_i^<x} v_h(\vec{k}_i^<) + e^{ik_r^<x} \mathcal{R} v_h(\vec{k}_i^<)) \theta(-z) \\ &\quad + e^{ik_i^>x} (1 + \mathcal{R}) v_h(\vec{k}_i^<) \theta(z)], \\ \psi_{n_-}^{\text{mtt}}(x) &= N_{n_-} [e^{ik_r^<x} (1 + \mathcal{J}) v_h(\vec{k}_{mi}^>) \theta(-z) \\ &\quad + (e^{ik_{mi}^>x} v_h(\vec{k}_{mi}^>) + e^{ik_i^>x} \mathcal{J} v_h(\vec{k}_{mi}^>)) \theta(z)], \end{aligned} \quad (17)$$

where they are directly related to *incoming* wave packets, the first coming from the *free* vacuum and the second one from the *matter* vacuum; n_- labels the negative-energy eigenstate

³This problem can be understood as the consequence of zooming on the spherical boundary, the neutrinos wavelength being much smaller than the radius of the star.

$n_{\pm} = (\pm|E|, \vec{k}_p, h = -1)$; \vec{k}_p stands for the projection of the momentum on the flat boundary and h is the negative helicity of standard neutrinos; $N_{n_{\pm}}$ is the appropriate normalization factor. We also have $k^> = (|E|, \vec{k}^>)$, $k^< = (|E|, \vec{k}^<)$, and

$$\begin{aligned}\vec{k}_i^< &= (k_x, k_y, k_z^<), \\ \vec{k}_r^< &= (k_x, k_y, -k_z^<), \\ \vec{k}_i^> &= [k_x, k_y, (k_z^>)^*], \\ \vec{k}_{mi}^> &= [k_x, k_y, -k_z^>];\end{aligned}\quad (18)$$

the z components of the momentum are defined as

$$\begin{aligned}k_z^< &= +\sqrt{E^2 - \vec{k}_p^2}, \\ k_z^> &= +\sqrt{(|E| - |b|)^2 - \vec{k}_p^2}.\end{aligned}\quad (19)$$

The reflection coefficients \mathcal{R} and \mathcal{J} can be computed following, for instance, the work of Gavela *et al.* [16], we find $\mathcal{R} = -\mathcal{J} = R_0 \vec{\alpha} \hat{k}_p$, where \hat{k}_p is the unitary vector in the direction of the transverse momentum \vec{k}_p and $\vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}$; R_0 is given by

$$R_0 = \frac{2|b| |\vec{k}_p|}{(k_z^< + k_z^>)^2 - b^2}.\quad (20)$$

If we consider a neutrino outside the star, with four-momentum $(|E|, \vec{k}^<)$, it can easily be seen that for $|E| - |b| < |\vec{k}_p| < |E|$ the matching condition generates a momentum inside the star with an imaginary component $k_z^> = +i\sqrt{\vec{k}_p^2 - (|E| - |b|)^2}$. Thus, a plane wave far outside the star in the abovementioned parameter range generates a damped wave inside. We have, in other words, a *nonpenetrating wave*. This is a crucial fact, because the probability density of waves inside and outside the star will be modified in a different way. It will be seen that the nonzero result for the weak self-energy, in both the flat and the spherical stellar boundary cases, is dominated by the effect of these nonpenetrating waves.

Following Gavela *et al.*, we can be sure that the only negative-energy nonpenetrating solution, once n is fixed, is the first eigenstate of Eqs. (17). Nevertheless, when transmission occurs, both eigenstates are needed to span the whole eigenspace. It can be seen that Eq. (17) appears to be a complete set of eigenfunctions [16,17].

The normalization constants are chosen such that the probability density is asymptotically equal to the free one. For a given energy this can only be achieved on average up to an oscillating term that will be considered as a negligible local fluctuation. This normalization convention will reach its unambiguous meaning in the next section. There, the asymptotic density of the solutions far outside the star is tuned to the one in the free vacuum. This asymptotic region is taken to fix the normalization because it extends to infinity

while the star occupies a limited region. Applying then Eq. (8), we obtain the following weak energy density per energy:

$$\frac{\partial w}{\partial |E|}(z) = -\frac{4\pi}{(2\pi)^3} |E|^3 \{\Gamma(E, z) - \Gamma^0(E, z)\},\quad (21)$$

where $\Gamma^0(E, z) = 1$, for free plane waves; $\Gamma(E, z)$, for instance in the region $|E| > |b|$, can be written as

$$\Gamma(E, z) = \theta(-z) + \gamma(E)\theta(z),\quad (22)$$

where

$$\begin{aligned}\gamma(E) &= \int_0^{1-|b^*|} dx \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ &\times \frac{1 + \{R_0^*/[1 + (R_0^*)^2]\}x}{1 - [R_0^*/1 + (R_0^*)^2][x/(1-|b^*|)]}.\end{aligned}\quad (23)$$

The parameter b^* is the dimensionless quantity $b/|E|$, and R_0^* is the same function R_0 as given by Eq. (20), expressed in terms of the variable $x = |\vec{k}_p|/|E|$ and of the parameter b^* . It is easy to see that R_0 is a real quantity, except for the nonpenetrating waves, the result $|R_0|^2 = 1$ being satisfied in the latter case. It is important to insist on the fact that the local fluctuations originated by the interference of incident and reflected waves have been neglected in both regions $z > 0$ and $z < 0$. The fact that these fluctuations contribute in a negligible way can be easily seen by performing the appropriate normalization of the eigenstates in a certain box. The contribution of the damped waves inside the star has also been neglected. That is why we integrate only for penetrating waves to obtain the function $\gamma(E)$, i.e., the reason of the upper bound in Eq. (23), which implies that R_0 is always real in the RHS of Eq. (23). The latter damped waves occupy a thin layer inside the star and are necessary to make the probability density on the stellar boundary continuous. A similar effect will be discussed in the following section for the spherical case.

In order to show the dominance of the effect of the nonpenetrating waves, which is the main aim of this planar computation, the weak energy density (21) will be compared with a naive estimate of the one coming from nonpenetrating waves: integrating simply the plane wave density in the two regions summed over all the allowed momenta in both $k_z = \sqrt{E^2 - |\vec{k}_p|^2}$ for $z < 0$ and $k_z = \sqrt{(|E| - |b|)^2 - |\vec{k}_p|^2}$ for $z < 0$, we obtain

$$\gamma^S(E) = \left(\frac{|E| - |b|}{|E|}\right)^2.\quad (24)$$

Equation (24) results from computing separately the density of states in the star and in the free vacua, the eigenstates in these vacua being obtained for translationally invariant Hamiltonians, which do not generate reflection on the boundary. The difference between $\gamma^S(E)$ and $\gamma(E)$ is precisely due to this neglecting of reflection. The result (24) only accounts for the fact that certain eigenstates, being allowed in the free

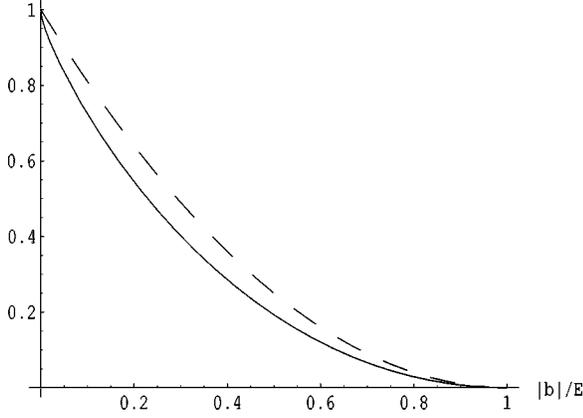


FIG. 2. Plots of $\gamma(E)$ (dashed line) and $\gamma^S(E)$ (solid line), defined in the text, as a function of $|b|/|E|$.

vacuum, are not inside the star. There is an obvious *one-to-one* correspondence between these eigenstates and the ones for the untranslational-invariant Hamiltonian (11), which we called nonpenetrating waves. In Fig. 2, the functions $\gamma(E)$ and $\gamma^S(E)$ have been plotted.

The small difference between the two curves in Fig. 2 shows that the dominant effect of the stellar boundary comes from the nonpenetrating waves. This result will be confirmed in the next section. A few comments are in order here. First, the new feature in the (3+1)-dimensional case with respect to the 1+1 one is that the nontrivial neutrino refraction index not only bends the penetrating waves and induces a reflection, but also, beyond the limiting angle, induces total reflection. This well-known phenomenon, acting here on the negative energy states, induces the dominant contribution to the star weak self-energy density. It must be stressed that this effect of nonpenetrating waves is utterly unrelated to any Pauli blocking effect from the neutrino condensate inside the star. Indeed, as we have shown in the 1+1 case, in which the condensate exists, its effect is precisely to equate the energy density inside the star to the one outside. On the other hand, the nonpenetrating waves are reflected, not because of some states, which are already occupied, but because they tend to occupy states that simply do not exist, with an imaginary momentum. Finally, let us insist that Eqs. (21) and (23) imply that the stellar boundary effect discovered here is a volume effect, i.e., it affects the energy density by an almost constant amount in the whole volume occupied by the star. This result is rather unexpected, a stellar boundary effect being thought to act only on the surface. Of course it relies on the hypothesis that the wave packets extend coherently over the whole star. As will be discussed in Sec. VI, such a hypothesis is perfectly sound for low-energy neutrinos.

V. REALISTIC STAR: SPHERICAL 3D

We study a massless neutrino in the presence of an external symmetric static electroweak potential of finite range due to the interaction with the neutrons of the star. In order to calculate the weak self-energy $\int d^3r xw(\vec{r}) = \int d^3r (\langle \hat{0} | \mathcal{H}(0) | \hat{0} \rangle - \langle 0 | \mathcal{H}_0(0) | 0 \rangle)$, which is nothing else

than the difference (8) integrated over space, we need to use the spherical Bessel functions [18] as a basis for the solutions of the Dirac equation. The effect of the static neutrons is summarized in the spherically symmetric square-well potential of depth $b < 0$ ($b \sim -20$ eV):

$$V(r) = \begin{cases} b < 0 & \text{for } r \leq R, \\ 0 & \text{for } r > R, \end{cases} \quad (25)$$

R being the radius of the star.

From the effective Lagrangian of Eq. (4),

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \bar{\psi} [i \not{\partial} - V(r) \gamma_0] \psi(r), \quad (26)$$

the Dirac equation is

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{p} \psi(\vec{r}) = [E - V(r)] \psi(\vec{r}), \quad (27)$$

where

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}.$$

Turning the kinetic energy operator $\vec{\alpha} \cdot \vec{p}$ into spherical polar coordinates, we obtain the eigensolutions

$$\psi_{\kappa, m}(\vec{r}) = N \begin{pmatrix} u_1(r) \chi_{\kappa}^m(\theta, \phi) \\ i u_2(r) \chi_{-\kappa}^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \quad (28)$$

where N is a normalization factor and $\chi_{\pm\kappa}^m(\theta, \phi)$ are the two-spinors [19] written in terms of the spherical harmonics Y_l^m and spin-1/2 eigensolutions $\chi_{1/2, \mu_s}$:

$$\begin{aligned} \chi_{\kappa > 0}^m(\theta, \phi) &= \sum_{\mu, \mu_s} \left\langle \kappa \mu \frac{1}{2} \mu_s \left| \left(\kappa - \frac{1}{2} \right) m \right\rangle Y_{\kappa}^{\mu}(\theta, \phi) \chi_{1/2, \mu_s}^{\mu} \right. \\ &= \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{\kappa - m + 1/2}{2\kappa + 1}} Y_{\kappa, m-1/2} \\ \sqrt{\frac{\kappa + m + 1/2}{2\kappa + 1}} Y_{\kappa, m+1/2} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \chi_{\kappa < 0}^m(\theta, \phi) &= \sum_{\mu, \mu_s} \left\langle \left(-\kappa - 1 \right) \mu \frac{1}{2} \mu_s \left| \left(-\kappa - \frac{1}{2} \right) m \right\rangle \right. \\ &\quad \times Y_{-\kappa-1}^{\mu}(\theta, \phi) \chi_{1/2, \mu_s}^{\mu} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{-\kappa + m - 1/2}{-2\kappa - 1}} Y_{-\kappa-1, m-1/2} \\ \sqrt{\frac{-\kappa - m - 1/2}{-2\kappa - 1}} Y_{-\kappa-1, m+1/2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (30)$$

Here $\chi_{\pm|\kappa|}^m(\theta, \phi)$ are eigensolutions of J^2 , J_z , L^2 , and S^2 , where $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, J_z , \vec{L} , and \vec{S} are, respectively, the total angular momentum, its projection along the z axis, the orbital angular momentum, and the spin angular momentum verifying the eigenvalue equations

$$\begin{aligned}
(\vec{\sigma} \cdot \vec{L} + 1) \chi_{\pm|\kappa|}^m(\theta, \phi) &= \mp |\kappa| \chi_{\pm|\kappa|}^m(\theta, \phi), \\
J_z \chi_{\pm|\kappa|}^m(\theta, \phi) &= m \chi_{\pm|\kappa|}^m(\theta, \phi), \quad -J \leq m \leq +J, \quad (31) \\
|\kappa| &= (1, 2, \dots), \quad |\kappa| = J + 1/2.
\end{aligned}$$

With this notation, we can easily check that the two chirality states are described by the same spinor of Eq. (28):

$$\psi_{\kappa_{L,R}}^m = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5) \psi_{|\kappa|}^m, \quad (32)$$

the positive and the negative values of κ being related through the relation

$$i \gamma_5 \psi_{-|\kappa|}^m = \psi_{|\kappa|}^m. \quad (33)$$

It then suffices to compute $\psi_{|\kappa|}^m$ for positive values of κ , use Eq. (33) for the negative values of κ , and then get the left-chirality neutrino state using Eq. (32). Let us from now on write the positive κ 's as $\kappa \equiv l = 1, 2, 3, \dots$, with $J = l - 1/2$ [see Eq. (29)].

The radial functions $u_{1,2}$ defined in Eq. (28) verify the following coupled differential equations:

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} r u_1(r) \\ r u_2(r) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l}{r} & [E - V(r)] \\ -[E - V(r)] & \frac{l}{r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r u_1(r) \\ r u_2(r) \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Now, decoupling the equations and using Eq. (25) and the fact that the solution must be regular in the center of the core, i.e., $r \rightarrow 0$, we get

$$\begin{aligned}
u_1(r) &= \alpha \{ j_l(kr) \theta(R-r) + [B j_l(Er) + C y_l(Er)] \theta(r-R) \}, \\
u_2(r) &= \alpha \{ j_{l-1}(kr) \theta(R-r) + [B j_{l-1}(Er) + C y_{l-1}(Er)] \\
&\quad \times \theta(r-R) \}, \quad (35)
\end{aligned}$$

where we define

$$\begin{aligned}
k &= E - b, \\
\alpha &= \frac{1}{\sqrt{B^2 + C^2}}; \quad (36)
\end{aligned}$$

B, C being integration coefficients to be fixed from the matching condition at the surface. The factor α will be justified below to guarantee the good asymptotic behavior of functions $u_{1,2}(r)$. The functions j_l and y_l are the spherical Bessel functions of the first and second kind. In the inner region, the solution can be written only in terms of j_l because the wave functions have to be regular at the origin and the $y_l(\rho)$'s are not [see Eq. (51)].

According to Eq. (8), we are going to use only negative energy states and thus negative arguments for these Bessel functions ($E, k < 0$) and the following relations are helpful:

$$\begin{aligned}
j_l(\rho) &= (-1)^{l+1} j_l(-\rho), \\
y_l(\rho) &= (-1)^l y_l(-\rho). \quad (37)
\end{aligned}$$

The solutions $u_{1,2}$ have been written in the form (35) in order to match, up to a phase, the free solutions as $r \rightarrow \infty$, where the asymptotic behavior of the Bessel functions is

$$\begin{aligned}
j_l(\rho) &\sim \sin\left(\rho - \frac{l\pi}{2}\right) / \rho, \\
y_l(\rho) &\sim \cos\left(\rho - \frac{l\pi}{2}\right) / \rho. \quad (38)
\end{aligned}$$

This behavior implies the one followed by our solutions $u_{1,2}$:

$$\begin{aligned}
u_1(Er) &\sim \sin\left(Er - \frac{\pi l}{2} + \phi\right) / Er, \\
u_2(Er) &\sim \cos\left(Er - \frac{\pi l}{2} + \phi\right) / Er, \\
\text{where } \phi &= \arctan(C/B). \quad (39)
\end{aligned}$$

Needless to say, in the absence of the star ($b=0$), $\alpha=1$ and the spherical solutions fit the free ones exactly in the asymptotic region $r \rightarrow \infty$.

Both inner and outer solutions must join at $r=R$, and this matching fixes the coefficients B and C as follows:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{j_l(kR) y_{l-1}(ER) - j_{l-1}(kR) y_l(ER)}{j_l(ER) y_{l-1}(ER) - j_{l-1}(ER) y_l(ER)}, \\
C &= \frac{j_{l-1}(kR) j_l(ER) - j_{l-1}(ER) j_l(kR)}{j_l(ER) y_{l-1}(ER) - j_{l-1}(ER) y_l(ER)}. \quad (40)
\end{aligned}$$

Finally, in order to fix the solutions definitively, we need to calculate the normalization factor N by following the asymptotic normalization convention already introduced in the previous section: we impose the probability density to be asymptotically equal to the free one. Since we have fitted α to make the solutions with $b \neq 0$ coincide, up to a phase, with those of the free case ($b=0$) when $r \rightarrow \infty$, we need to compute N only for the free case. In the latter case, $b=0$, $\alpha=1$, the Hilbert space of spherical solutions is the one of the free plane waves $[1/(2\pi)^3] e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}}$. The solutions [see Eq. (40)] reduce to

$$\psi_l^m(\mathbf{r}) = N \begin{pmatrix} j_l(Er) \chi_l^m(\theta, \phi) \\ i j_{l-1}(Er) \chi_{-l}^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Now we compute the density of these states $\rho(E)$ in the Hilbert subspace corresponding to $E \in [E, E + dE]$, by summing up all the quantum numbers and the angular degrees of freedom, while keeping the left chirality and spin fixed because we are counting the negative-energy and left-handed neutrino states. This gives the probability $\rho(E) dE = [4\pi E^2 / (2\pi)^3] dE$. Using the relation [18]

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} (2\mu+1) |j_{\mu}|^2 = 1, \quad (42)$$

we obtain

$$N = E/\sqrt{2\pi}. \quad (43)$$

Now that the solutions of the Dirac equation are known, we can calculate numerically $w(r)$, which can be written following Eq. (8) as [14]

$$w(\vec{r}) = \int dE \sum_{l,m} E [\psi_l^{m\dagger}(\vec{r}) \psi_l^m(\vec{r}) - \psi_l^{m(0)\dagger}(\vec{r}) \psi_l^{m(0)}(\vec{r})], \quad (44)$$

where the sum is over all the degrees of freedom of the negative-energy left-handed neutrinos and where the subscript (0) refers to the matter-free solutions ($b=0$). The integration over the angular part and the summation over m is direct, using Eqs. (29) and (30), which lead to

$$\frac{1}{4\pi} \int d\Omega \sum_m \chi_l^{m\dagger}(\theta, \phi) \chi_l^m(\theta, \phi) = \frac{(2J+1)}{4\pi} = \frac{2l}{4\pi}. \quad (45)$$

The weak self-energy density [$w(r) \equiv dW/dV = dW/4\pi r^2 dr$, W being the total weak energy and V the volume] is then simplified to (using the spherical symmetry)

$$w(r) = \int_{-\infty}^0 dE \frac{E^3}{2\pi^2} \sum_l l [\rho_l(k, r) - \rho_l^{(0)}(E, r)], \quad (46)$$

where we have defined

$$\begin{aligned} \rho_l(k, r) = & \alpha^2 \{ [j_l^2(kr) + j_{l-1}^2(kr)] \theta(R-r) \\ & + ([B j_l(Er) + C y_l(Er)]^2 + [B j_{l-1}(Er) \\ & + C y_{l-1}(Er)]^2) \theta(r-R) \}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\rho_l^{(0)}(E, r) = j_l^2(Er) + j_{l-1}^2(Er), \quad (48)$$

k and α being given by Eq. (36). We were not able to perform the summation over all the values l and negative energies analytically. We then use numerical computations of the Bessel functions, and use some knowledge (see Ref. [18]) about these functions in order to justify the truncation of these infinite summations in l , as will be explained now.

Let us define the function

$$f(E, r, l_2) = \sum_{l=1}^{l_2} l [\rho_l(k, r) - \rho_l^{(0)}(E, r)]. \quad (49)$$

We have observed that for $r > R$ and fixed values of E and l_2 , the result becomes rather stable from $r \geq R$ up to $r \gg R$, while there is a sudden change when we pass the stellar boundary $r=R$. When we integrate the density over r , the main contribution to Eq. (49) comes from inside the star, $r \in [0, R]$ and thus the effect is grossly proportional to the volume.

In order to understand these results qualitatively, a few remarks about the behavior of Bessel functions are appropriate. The spherical Bessel functions are solutions of the differential equation

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) (\rho j_l) &= 0, \\ \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) (\rho y_l) &= 0. \end{aligned} \quad (50)$$

For ρ large, say $\rho \sim \rho_0$, we may get a hint by replacing $1/\rho^2$ by $1/\rho_0^2$ in Eq. (50). For $k^2 - l(l+1)/\rho_0^2 < 0$, i.e., $l \geq |k|\rho_0$, the solution $j_l(y_l)$ is a damped (exploding) exponential.⁴ This damping (explosion) is expressed by the well-known behavior of the spherical Bessel functions j_l and y_l in the vicinity of the center:

$$\begin{aligned} j_l(\rho) &\underset{\rho \rightarrow 0}{\sim} \frac{\rho^l}{(2l+1)!!}, \\ y_l(\rho) &\underset{\rho \rightarrow 0}{\sim} \frac{(2l+1)!!}{(2l+1)} \rho^{-(l+1)}. \end{aligned} \quad (51)$$

For $k^2 - l(l+1)/\rho_0^2 > 0$, i.e., $l \leq |k|\rho_0$, the solution is an oscillating function as expressed by the asymptotic behavior (38).

In practice the transition between these two asymptotic regimes is rather fast. In other words, the Bessel function $j_l(\rho)$ increases with ρ at first as a power of ρ , then increases exponentially until a transition at $\rho = \sqrt{l(l+1)}$ where it becomes an oscillating function, see Eq. (38). Spherical Bessel functions are not so different from

$$j_l^{ap}(\rho) = \theta[\rho - \sqrt{l(l+1)}] \sin\left(\rho - \frac{l\pi}{2}\right) / \rho, \quad \forall \rho,$$

$$y_l^{ap}(\rho) = \theta[\rho - \sqrt{l(l+1)}] \cos\left(\rho - \frac{l\pi}{2}\right) / \rho,$$

$$\rho - \sqrt{l(l+1)} > 0. \quad (52)$$

The exploding part of y_l is not described by Eq. (52), but we do not care since, precisely from imposing regularity at the origin, the y_l 's only contribute to our solutions outside the star, Eq. (35), where they are in their oscillating regime, as can be easily checked.

In the following we will use this approximation to guess the results and we will check numerically these guesses and estimate the corrections to these approximations. Such a strategy is necessary since we are totally unable to calculate numerically with the realistic value of $|b|R$, which is of the order of $\sim 10^{12}$. This would need computing up to angular

⁴This damping of j_l expresses the semiclassical fact that $l \sim ||\vec{\rho}_0 \times \vec{k}|| < \rho_0 |k|$, the waves corresponding to $l > \rho_0 |k|$ are damped.

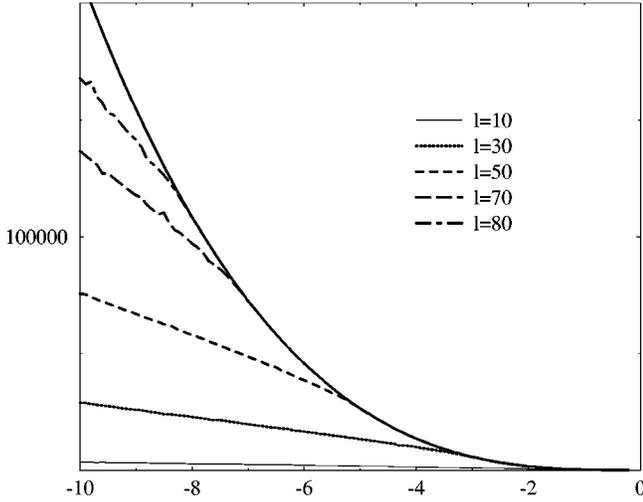


FIG. 3. $|dG/dE|$ in Eq. (55) as a function of the energy expressed in units of $|b|$. The summation on l goes from 1 to the value indicated on the figure, r is integrated between 0 and R (the radius R of the star has been fixed to $10|b|^{-1}$). The bold line represents the plane wave density $|dG_p/dE|$ in Eq. (54).

momenta larger than 10^{12} . In practice we have modestly limited ourselves to $|b|R \approx 10$ and $|E|/b$ going up to ≈ 100 . It is then mandatory to get a qualitative understanding of the results to be able to extrapolate them to the realistic values. Before going further, it is worth remarking that the function j_l^{qp} defined in Eq. (52) verifies the saturation relation (42) at leading order in $1/(|k|r)$.

From Eq. (52) it seems that the summations on l may be truncated at $l \gtrsim |E|r$. In order to check this conjecture we will use the free case in which we know the exact solution. For the plane waves, the energy density w_p due to left-handed negative-energy neutrinos is

$$w_p(r) = \int dE \frac{E^3}{2\pi^2} = \int dE \frac{E^3}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{\infty} l \rho_l^{(0)}(E, r), \quad (53)$$

as can be directly computed from the plane wave functions, and also via the definition of $\rho_l^{(0)}$ in Eq. (48) with the help of relation (42). The integration over E in Eqs. (46) and (53) is of course divergent. We will come to this ultraviolet problem later, in Sec. VI.

We have computed

$$\frac{dG_p}{dE} \equiv \int_0^R 4\pi r^2 dr \frac{E^3}{2\pi^2} \quad (54)$$

and compared it with

$$\frac{dG}{dE} \equiv \int_0^R 4\pi r^2 dr \frac{E^3}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{l_2} l \rho_l^{(0)}(E, r) \quad (55)$$

in order to see the convergence of the summation. It is confirmed that the summation $\sum_{l=1}^{l_2} l \rho_l^{(0)}(E, r)$ is already very close to its limit 1 as soon as $l_2 > |E|R$. This can be seen in Fig. 3, where we have plotted the absolute values of Eqs.

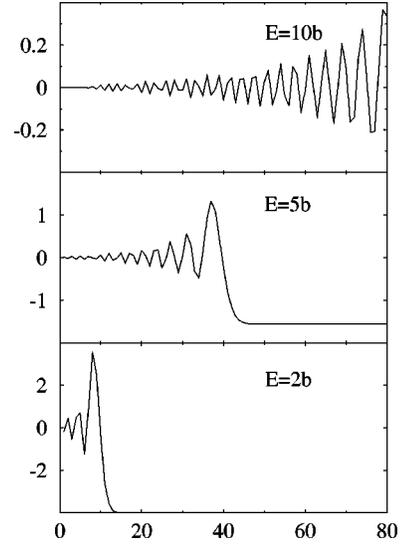


FIG. 4. $\alpha^2 - \alpha_l^2$ [see Eqs. (56) and (36)] as a function of l , for different values of the energy. The star radius is $R = 10b^{-1}$.

(54) and (55). We have also checked that the summation in Eq. (49) saturates when $|E|r < l_2$.

The numerical computations show that α , Eq. (36), is quasi-independent of l for $l < |E-b|R$ and is verified for

$$\alpha^2 \approx \alpha_l^2 \equiv \left(\frac{E-b}{E} \right)^2 \quad (56)$$

This result may be understood by the following argument. Using the approximation (52), the waves that do not vanish inside the star near the stellar boundary have the form of a sine divided by (kR) . The corresponding ones, outside the star, are a combination of a sine and a cosine divided by (ER) . Taking the trigonometric functions to be of the same size on average, an obvious factor of $\alpha \approx \alpha_l = |k/E|$ is needed for the matching at R of the inside waves and the outside ones. Interestingly enough, this result leads, combined with (42), i.e., summing over all angular momenta, to an average energy density inside the star of

$$E(E-b)^2/(2\pi^2), \quad (57)$$

which is the energy multiplying the plane wave probability density, see Eq. (53), but for a plane wave shifted by the potential b . This is reminiscent of Eq. (24).

The validity of Eq. (56) is shown in Fig. 4, where we compare α to α_l for different values of the energy and the parameter l . We can see on this figure that $\alpha^2 - \alpha_l^2$ is negligible in average, as long as the momentum l verifies $l \ll |E-b|R$.

At this point, we now have a ‘‘naive’’ or ‘‘crude’’ formula for $w(r)$:

$$w_{\text{crude}}(r) \equiv \int dE \frac{E}{2\pi^2} [(E-b)^2 - E^2] \theta(R-r). \quad (58)$$

Of course, this is a first approximation, the same as the one we obtained in the flat case (see Sec. IV) from the function $\gamma^S(E)$, Eq. (24).

The reason for this agreement between the flat case and the spherical one is easy to understand physically. It is related to the nonpenetrating waves. Let us first consider the waves with $l < |E - b| R$. We have already argued that they are trigonometric functions divided by $|E - b| R$ ($|E| R$) inside (outside) the star. They are matched on the stellar boundary. From that matching itself and their oscillating behavior, their density has to match up to a large distance from the boundary. A different and crucial effect comes from the angular momenta

$$|(E - b)R| < l < |E|R. \quad (59)$$

In the trigonometric regime these waves are functions divided by $|E| R$ outside, while inside they are in the fast decreasing regime. The matching adjusts them for $r = R$, but, as r decreases inside the star, they fall very fast. Essentially they are nonpenetrating waves exactly analogous to the ones with $|E - b| < k_p < |E|$ in the previous section. Indeed, since $\vec{L} \approx \vec{r} \times \vec{k}$, and noticing that the radial vector being perpendicular to the surface, its cross product with \vec{k} is parallel to the surface, it becomes obvious that the inequality $|E - b| < k_p < |E|$ is equivalent to Eq. (59). We have thus seen qualitatively, and checked numerically, that the dominant contribution to $w(\vec{r})$ is due to nonpenetrating waves in the spherical case as well as in the planar case.

The numerical check consisted in the following steps. In the beginning, we compared:

$$\frac{dW}{dE} \equiv \int_0^{r_{\max}} 4\pi r^2 dr \frac{E^3}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{l_2} l [\rho_l(k, r) - \rho_l^{(0)}(E, r)], \quad (60)$$

for several values of l_2 , r_{\max} being greater than the star radius R , with

$$\frac{dW_{\text{crude}}}{dE} \equiv \frac{E}{2\pi^2} [(E - b)^2 - E^2] 4\pi R^3/3. \quad (61)$$

In Fig. 5, we have plotted Eq. (60) as a function of the energy for several values of l_2 and compared with Eq. (61). The integration over r in Eq. (60) has been done from 0 to $r_{\max} = 3R$. This figure confirms that, as long as $|E| R < l_2$, there is no sizeable difference between the exact result (60) and the ‘‘crude’’ one (61). For higher values of $|E| R$, we must increase l_2 in order to take all the contributions into account.

After that, in order to check the corrections to our Eq. (58) more accurately, we computed

$$\frac{d\delta(r)}{dE} = \frac{d\delta_{\text{in}}}{dE} + \frac{d\delta_{\text{out}}}{dE} \quad (62)$$

where

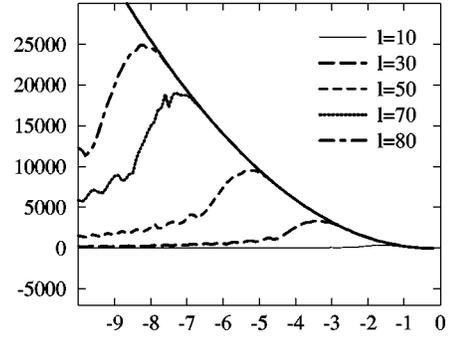


FIG. 5. $|dW/dE|$ in Eq. (60) as a function of the energy expressed in units of $|b|$. The summation on l goes from 1 to the value indicated in the figure, r is integrated between 0 and $r_{\max} = 30 |b^{-1}|$ (the radius of the star has been fixed to $10|b^{-1}|$). The bold line represents the energy density $|dW_{\text{crude}}/dE|$ in Eq. (61).

$$\frac{d\delta_{\text{in}}(r)}{dE} \equiv 4\pi r^2 \frac{E^3}{2\pi^2} \left[\sum_{l=1}^{l_2} (\alpha^2 - \alpha_l^2) l [j_l^2(kr) + j_{l-1}^2(kr)] \right] \times \theta(R - r) \quad (63)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_{\text{out}}(r)}{dE} \equiv & 4\pi r^2 \frac{E^3}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{l_2} l (\alpha^2 \{ [B_{j_l}(Er) + C_{y_l}(Er)]^2 \\ & + [B_{j_{l-1}}(Er) + C_{y_{l-1}}(Er)]^2 \} - \rho^{(0)}(E, r)) \\ & \times \theta(r - R). \end{aligned} \quad (64)$$

Here, we are subtracting from the exact formula the ‘‘crude’’ one, expanded in Bessel functions with the help of the constant factor α_l . Indeed, from the plane wave expansion (53) and the definition of α_l^2 Eq. (56), it is obvious that the term proportional to α_l^2 in Eq. (64) sums up to the one proportional to $E(E - b)^2$ in Eq. (61) and that the term proportional to E^3 cancels the sum of the terms $\rho_l^{(0)}$. We have expanded the ‘‘crude’’ contribution into Bessel functions in order to minimize the error due to the truncation of the sum.

After having performed the integration over r :

$$\frac{d\Delta}{dE} = \frac{d\Delta_{\text{in}}}{dE} + \frac{d\Delta_{\text{out}}}{dE},$$

where

$$\frac{d\Delta_{\text{in}}}{dE} = \int_0^R dr \frac{d\delta_{\text{in}}}{dE}$$

and

$$\frac{d\Delta_{\text{out}}}{dE} = \int_R^{r_{\max}} dr \frac{d\delta_{\text{out}}}{dE}, \quad (65)$$

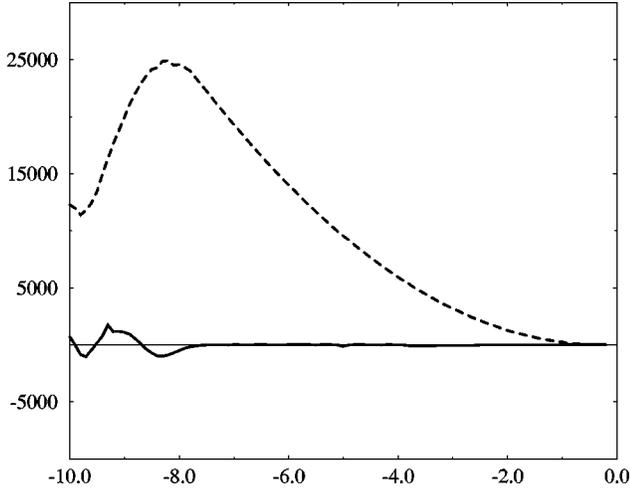


FIG. 6. The dashed line represents $|dW/dE|$ in Eq. (60) and the solid line $|d\Delta/dE|$ in Eq. (65). They are functions of the energy expressed in units of $|b|$. The summation over l was done from 1 to 80 and the integration over r from $r=0$ to $r=30|b^{-1}|$ (the star radius being $R=10|b^{-1}|$).

we compare in Fig. 6 Eqs. (60) and (65). We can see from the figure that the correction to our naive formula (58) is relatively small and better for larger energies.⁵

The integration over r , where $r_{\max} > R$, shows that

$$\frac{d\Delta_{\text{in}}}{dE} < 0$$

and

$$\frac{d\Delta_{\text{out}}}{dE} > 0, \quad (66)$$

which means that our crude estimate is an underestimate (overestimate) of the probability density inside (outside) the star. This fact is due to the tendency of the exact solution to provide a continuous matching on the stellar boundary, while our ‘‘crude’’ formula has a jump. We shall discuss this in more detail. Moreover, we have found that this overestimate and underestimate approximately cancel as can be seen from Fig. 7. Note that in this figure the summation over l goes to $l_2=80$, the fluctuations that we see for $E < -8|b|$ are due to the truncation in the sum over l when $|E| R > 80$.

Let us look in more detail into how the sudden jump of our naive formula (58) when crossing the boundary of the star is smoothed down into the exact result. There must be some layer in which the transition takes place. As we have already claimed, this layer is dominated by the functions in the domain of Eq. (59). The width of the stellar boundary effect depends directly on the speed of the falling down of the Bessel functions in Eq. (59). If we use the fact that for l high enough, the spherical Bessel functions behave as $(|k|r)^l$

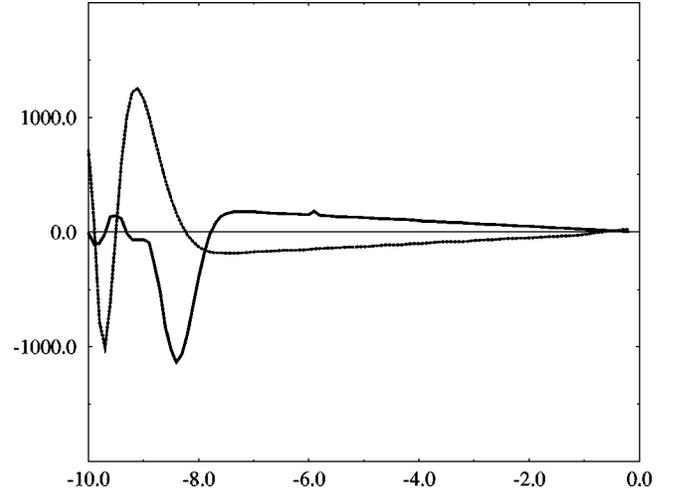


FIG. 7. The horizontal axis represents the energy in units of $|b|$. The summation over l has been performed from 1 to 80. For $E > 8|b|$, the positive curve represents [Eq. (65)] the contributions $d\Delta_{\text{out}}/dE$ of the exterior of the star, the negative curve the contributions $d\Delta_{\text{in}}/dE$ of the interior. For the exterior contribution, r have been integrated from R to $3R$, the star radius R being fixed to $R=10|b^{-1}|$. An accurate cancellation of both pieces is seen. The oscillation seen for $E < 8|b|$ is due to the truncation artifact.

[see Eq. (51)], we can try an estimate of the boundary effect, which gives the correction to our ‘‘naive’’ Eq. (58). The mean value of l inside the domain (59) is

$$l_{\text{mean}} = R \left| \left(E - \frac{b}{2} \right) \right|. \quad (67)$$

If we suppose that half of the jump occurs at $r=R_- \lesssim R$ in the interior of the star and the other half outside $r=R_+ \gtrsim R$, we can construct a term proportional to

$$\begin{aligned} \frac{dS(r)}{dE} &\equiv 4\pi r^2 \frac{E^3}{2\pi^2} \left[\frac{1}{2} (1 - \alpha_r^2) \left(\frac{r}{R} \right)^{2l_{\text{mean}}} \theta(R-r) - \frac{1}{2} (1 - \alpha_r^2) \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{R}{r} \right)^{2l_{\text{mean}}} \theta(r-R) \right], \end{aligned} \quad (68)$$

which will have the role of smoothing the jump in our naive approximation formula Eq. (58).

In order to confirm this effect, we have compared in Fig. 8, for different values of the energy, dS/dE with $d\delta/dE$.

In Fig. 8, we can see the agreement between the RHS of Eqs. (68) and (62), except for E such that $|E| R \gtrsim l_2$, where the truncation effects are important.

To have an estimate of the width d in which the ‘‘joining’’ occurs, it suffices to write

$$\left(\frac{r}{R} \right)^{l_{\text{mean}}} = \exp \left[l_{\text{mean}} \log \left(\frac{r}{R} \right) \right];$$

defining d such that the probability decreases by a factor of $1/e$, we get

⁵The falling down of the dashed line in Fig. 6 for $E < -8|b|$ is a truncation artifact.

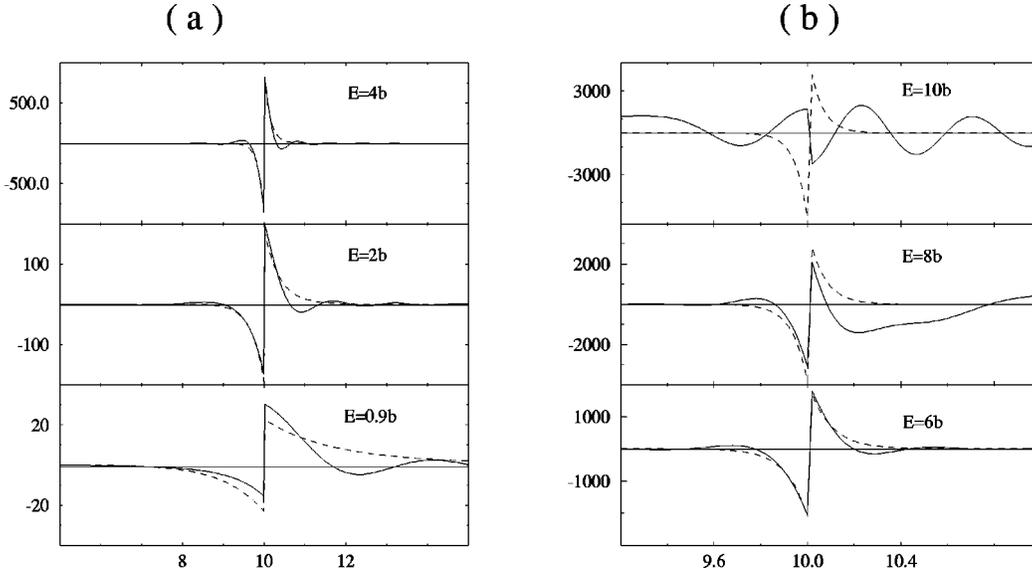


FIG. 8. The dashed line represents dS/dE in Eq. (68) and the solid line $d\delta/dE$ in Eq. (62), as functions of the position r , in units of $|b^{-1}|$ (the radius of the star has been fixed to $R=10 |b^{-1}|$) for different values of the energy. The summation over l has been done from 1 to 80. The two lines are similar, confirming the validity of approximation (68), except for $E=10|b|$ where the truncation artifact dominates.

$$d = \frac{1}{|E - b/2|}. \quad (69)$$

From Fig. 8, we can easily see that the larger $|E|$ is, the narrower the width of the joining layer is. This is clearly seen in Fig. 8(a) while in 8(b), beyond $E=8b$, the truncation effect comes into play, since $|E| R \gtrsim l_2 = 80$.

VI. DISCUSSION

We now have a qualitative understanding of the dominant contribution to the star mass correction due to the neutrino exchange. It does not vanish when we consider the realistic $(3+1)$ -dimensional star, because of a stellar boundary effect proportional to the volume of the star. It is ultraviolet divergent and we have to get some understanding of the ultraviolet cutoff C . This cutoff corresponds to the limit up to which our theory describes, to a good approximation, the exact one. The dominant contribution [see Eq. (58)] $w_{\text{crude}}(r)$ to the total weak energy is equal to [see Eqs. (58) and (61)]

$$W_{\text{crude}} = \frac{2}{3\pi} R^3 \int_{-C}^0 dE E[(E-b)^2 - E^2] \approx -\frac{4}{9\pi} R^3 C^3 b. \quad (70)$$

This result presents the unexpected feature of being odd in b , while in the perturbative calculation the contributions with an odd number of neutrons vanish exactly, resulting in a total energy even⁶ in b . It is worth noticing that had we started

from the symmetrized expression for the vacuum loop Eq. (9), we would have obtained, instead of Eq. (70),

$$W_{\text{sym-crude}} = \frac{2}{3\pi} R^3 \int_{-C}^0 dE 2Eb^2 \approx -\frac{2}{3\pi} R^3 C^2 b^2. \quad (71)$$

The effective Lagrangian (4) is valid only under the assumption that the neutrons are approximately static. This breaks down, of course, for an energy scale of, say, $C \sim 100$ MeV. Beyond that scale, the neutrons feel the recoil of the scattering. Not far above, one encounters the scale of confinement in QCD ~ 1 GeV, and the interaction starts to “see” the substructure of quarks and gluons.

At about the same scale, $C \sim 1/r_c$, where $r_c \approx 0.5$ fm, as noticed by Fischbach [7], a repulsive core prevents the neutron from “piling up” in space. In the same range, the average distance between neutrons $1/C = n_n^{-1/3} \sim 1$ fm (n_n is the neutron density in the neutron star, $n_n \approx 0.4 \text{ fm}^{-3}$) is the inverse of an ultraviolet cutoff since, for smaller distances, our picture of an homogeneous background of neutrons breaks down: the neutrino “see” individual neutrons in a vacuum that is the standard vacuum. All these cutoffs are of the same order of magnitude. Choosing the latter, $C = n_n^{1/3} \sim 1 \text{ fm}^{-1}$, we get from Eq. (70) per unit volume an energy of

$$W_{\text{crude}} \approx -\frac{bC^3}{3\pi^2} \approx \frac{|b|n_n}{20} \sim 10^{-9} \text{ GeV/fm}^3 \\ \approx 10^{-8} m_n \text{ per neutron}, \quad (72)$$

m_n being the neutron mass, which means an *interaction energy* eight orders of magnitude below the neutron mass, and thus totally negligible. From Eq. (71), the result would be even smaller:

⁶We are indebted to Ken Kiers and Michel Tytgat for having pointed out this fact to us.

$$\begin{aligned}
W_{\text{sym-crude}} &\simeq \frac{b^2 C^2}{2\pi^2} \simeq -\frac{|b|^2 n_n}{40C} \sim -10^{-16} \text{ GeV/fm}^3 \\
&\simeq -10^{-15} m_n \text{ per neutron.} \quad (73)
\end{aligned}$$

We have not yet managed to understand theoretically the relation between the results (72) and (73). They are derived, respectively, from Eqs. (8) and (9). On the one hand, Eq. (9) leads to a result even in b , as does the perturbative expansion; on the other hand, taking the negative energies for the vacuum seems more physical to us. It should also be noted that Eq. (9) is equivalent in Fourier space [see Eq. (10)] to averaging the complex integration closed in both the upper and in the lower half planes. The issue is clearly related to the ultraviolet regularization. Indeed, subtracting Eq. (9) from Eq. (8) and using the closure theorem, it is easy to obtain the formal result

$$w(x) - w_{\text{sym}}(x) = \frac{i}{2} \frac{d}{dx_0} \delta_3(\vec{x} - \vec{y}) = 0, \quad (74)$$

where the vanishing occurs since we derive on time a time-independent quantity. Once regularized by an ultraviolet cut-off so that $-C < E < C$ as in Eqs. (70) and (71), $w(x) - w_{\text{sym}}(x)$ is not zero. We therefore conclude that the difference between Eqs. (72) and (73) is related to different ultraviolet regularizations. At this point we prefer to present both results, while studying the issue further.

Another argument leads to a reduction of the estimate (72). Indeed, throughout this paper we have considered stationary eigenstates of the Hamiltonian that extend over all space, such as plane waves. The use of such extended waves contains the implicit assumption that the neutrino wave packets extend over the whole star and far beyond. In other words our solutions know about the whole star and its surroundings. This is perfectly legitimate for low-energy neutrinos, since their mean free path is much larger than the radius of the star. This means that they feel the coherent interactions from the neutrons as expressed by the effective Lagrangian (4), but they do not experience incoherent scattering with the neutrons of the star.

A rough estimate of the neutrino cross section with neutrons is $\sigma \sim E_\nu^2 G_F^2$, where G_F is the Fermi constant and E_ν the neutrino energy. The mean free path is approximately

$$\begin{aligned}
\lambda &\simeq \frac{1}{n_n \sigma} \sim \frac{1}{n_n E_\nu^2 G_F^2} \simeq \left(\frac{0.5 \text{ MeV}}{E_\nu} \right)^2 \text{ km} \\
&\simeq \left(\frac{100 \text{ keV}}{E_\nu} \right)^2 25 \text{ km,} \quad (75)
\end{aligned}$$

where n_n is the neutron density in the star. This means that for an energy of 100 keV, the mean free path is ~ 25 km, of the order of the star radius. Let us call this auxiliary ultraviolet cutoff c ($c \simeq 100$ keV).

We now decompose the integral on the negative energy modes in two parts. For $|E_\nu| < c$ we use formula (70). For energies larger than c but smaller than ~ 0.2 GeV, we may

argue that the wave packets must have a size of the order of the mean free path. Therefore the ‘‘knowledge’’ of the stellar boundary effects extends inside the star on a distance of the order of λ from the boundary. A neutrino deeper in the star does not feel the stellar boundary, we are back to the situation of an infinite star [4] where we had a vanishing result. The nonzero contribution comes only from a thin region around the stellar boundary of width λ . Instead of R^3 in Eq. (70), we take $R^2 \lambda \simeq (c/E_\nu)^2 R^3$ [using the $1/E_\nu^2$ law in Eq. (75) and the fact that for $c = |E_\nu|$, we have $\lambda \simeq R$]. We thus have, instead of Eq. (70),

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{3\pi} R^3 \int_{-c}^0 dE (-2) E^2 b + \frac{2}{\pi} R^3 \int_{-c}^{-c} dE (-2c^2) b \\
&= \frac{4}{\pi} R^3 b [c^3/3 + c^2(C-c)] \\
&\simeq R^3 c^2 C b. \quad (76)
\end{aligned}$$

Since $c/C \sim 10^{-3}$, we get an average estimate for the energy per volume still six orders of magnitude below the result of Eq. (72), i.e.,

$$\sim 10^{-14} m_n \text{ per neutron.} \quad (77)$$

Finally it should be remarked that throughout this work we have been solving a stationary problem. This means that we have assumed the star, and also the neutrino states inside it, have reached equilibrium status. It is well known that the stars evolve during their life; we thus have implicitly assumed an adiabatic adjustment of the neutrino states. Since the star evolution is slow and since neutrino motion inside them has the velocity of light, this seems to us a reasonable assumption. Some further study might still be necessary. We have also assumed a zero temperature for the neutrinos, since we believe that their interaction is too small for them to thermalize.

VII. CONCLUDING REMARKS

In order to settle definitively the question of the stability of a neutron star, the multibody exchange of massless neutrinos has been computed analytically and numerically for a finite star. The effect of a stellar boundary is twofold. First it induces in a natural way the neutrino condensate as proved in Ref. [10]. The latter condensate does not produce any neutrino exchange interaction energy in the simplified (1+1)-dimensional case and we find it to be negligible in the realistic (3+1)-dimensional case.

The second effect of the stellar boundary is that the neutrino zero point energy inside the star differs from the outer one because of negative-energy waves that cannot penetrate inside the star, being beyond the limiting refraction index at the boundary. This contribution is proportional to the volume of the star, but it is still tiny (10^{-8} – 10^{-13} GeV per neutron), completely negligible in comparison with the neutron mass. We find no infrared divergences in the full nonperturbative result, which would have necessitated the introduction of a neutrino mass.

The general conclusion of this work is that the neutrino does not need to be massive to ensure the stability of a neutron star. This is in agreement with recent works (commented below) by Kachelriess [5] and by Kiers and Tytgat [6]. There is no catastrophic effect due to the multibody massless neutrino exchange. As already stated in Refs. [4] and [10], this catastrophic result claimed in Ref. [7] is only due to an attempt to sum up the perturbative series outside its radius of convergence.

While finishing this paper, a paper by Kiers and Tytgat [6] appeared. They accept the point of view developed in Ref. [4] for an infinite star and try, as we do, to solve the problem of a finite star. Their starting goal is, as ours, to compute the density in Eq. (8). They use a clever technique based on quantizing in a large sphere and expressing the vacuum energy density in terms of the phase shifts. They first study analytically the unphysical but illustrative case of small bR and then numerically the large bR case. They show that the perturbative series in the manner of Fischbach already breaks down as early as $bR > \pi$ (for the neutron star, $bR \sim 10^{12}$) while *the nonperturbative calculation gives a negligible result, a conclusion which we fully share*. One difference between their result and ours is that they find a relation between the energy density of the neutron star and that of the neutrino condensate. We find on the contrary that the result is mainly due to nonpenetrating negative-energy waves, which are not related to the condensate. We have not yet managed to understand the reason for this discrepancy. It might be related to different UV-regularization methods.

Kachelriess [5] also agrees with us about Fischbach's "catastrophic" result. He computed the total weak self-energy for an infinite neutron star following the Schwinger method by using the neutrino propagator in momentum space, as we did in Ref. [4]. He obtained a nonzero weak self-energy without taking into account the neutrino sea effects. As we acknowledged in Sec. IV and in Ref. [10], a minor mistake was made in Ref. [4]: the contribution of a pole had been forgotten in the calculation. Once this mistake is corrected, we agree with Kachelriess about the result when neglecting the neutrino sea. He attributed the discrepancy to the fact that we took the limit ($y \rightarrow x$) before integrating over the whole space to obtain the total weak self-energy [see Eq. (6)]. We do not agree with this conjecture about the discrepancy, first because, as we just mentioned, the forgotten pole removes the discrepancy, second because we have verified that our previous UV regularization makes the $x \rightarrow y$ limit regular. Finally, from our analysis of finite stars [10], we insist that the condensate has to be taken into account and, amazingly, it exactly cancels the forgotten pole contribution, resulting finally in $w(\vec{x}) = 0$ for an infinite star.

A few weeks later, Fischbach and Woodahl [20] repeated Fischbach's original claim and used the same expansion, order by order, in the number of neutrons, i.e., equivalently in perturbation in the parameter bR . Astonishingly enough, they did not consider the series of works demonstrating that

this series is simply divergent, but that the total result may be computed directly by the effective Lagrangian technique. They argued that our nonperturbative calculation encounters cancellations because, in the effective approach, the neutron medium is assumed by us to be a continuous background. Of course, treating the neutron medium as a homogeneous continuum medium is an approximation in the manner of Hartree–Fock, and it should be corrected in the ultraviolet by taking into account the correlation between neutrons. This is precisely one of the reasons why we considered that a natural ultraviolet cutoff was the energy scale of a few MeV. The authors of Ref. [7] take the size of the neutron hard core as an ultraviolet cutoff. Why not, although many other ultraviolet effects arise at the same scale of a few 100 MeV: the neutron recoil, the quark and gluon content of the neutron, without forgetting the incoherent neutrino-neutron scattering discussed in the previous section. However, these ultraviolet effects will not at all modify the analysis of the infrared catastrophe advocated by Fischbach and denied by us. The authors of Ref. [20] seem to imply that we have added some unjustified assumption in our work. The truth is, on the contrary, we have assumed nothing that they did not assume themselves, such as the static neutron assumption, but we have not assumed, as they do, that a neutron is not allowed to interact more than once, neither did we make the drastic approximations that appear in their work at high order in perturbation. The effective Lagrangian approach allows us to compute exactly, in a simple manner, and with fewer assumptions than the perturbative expansion approach.

The authors of Ref. [20] criticize our recent $(1+1)$ -dimensional toy calculation [10] arguing that the critical parameter bR is much smaller than 1 in $(1+1)$ dimensions. However, they did not notice that our $(1+1)$ -dimensional result is absolutely exact, independent of the parameter bR , which, incidentally, we have taken to be large.

To finish, we feel it necessary to insist that the main issue is the failure of the perturbative expansion, which is infrared divergent. Happily one can be spared of this difficulty thanks to the effective action technique. Once this point is understood, the different analyses all agree, notwithstanding minor discrepancies, that although the massless neutrino exchange between fermions is a long-range interaction, it does not give any significant contribution to the total energy of a neutron star, finite or infinite.

ACKNOWLEDGMENTS

We are especially indebted to M. B. Gavela for the helpful discussions that initiated the work and for reading the manuscript. We wish to thank K. Kiers and M. Tytgat for very important comments on our draft. J. Rodríguez-Quintero thanks M. Lozano for his invaluable support. This work was partially supported by Spanish CICYT, Project No. PB 95-0533-A.

- [1] G. Feinberg and J. Sucher, *Phys. Rev.* **166**, 1638 (1968).
- [2] G. Feinberg, J. Sucher, and C. K. Au, *Phys. Rep.* **180**, 1 (1989).
- [3] S. D. H. Hsu and P. Sikivie, *Phys. Rev. D* **49**, 4951 (1994).
- [4] As. Abada, M. B. Gavela, and O. Pène, *Phys. Lett. B* **387**, 315 (1996).
- [5] M. Kachelriess, “Neutrino Self-Energy and Pair Creation in Neutron Stars,” hep-ph/9712363.
- [6] K. Kiers and M. H. G. Tytgat, *Phys. Rev. D* **57**, 5970 (1998).
- [7] H. Kloor, E. Fischbach, C. Talmadge, and G. L. Greene, *Phys. Rev. D* **49**, 2098 (1994); E. Fischbach, *Ann. Phys. (N.Y.)* **247**, 213 (1996); B. Woodahl, M. Parry, S-J. Tu, and E. Fischbach, hep-ph/9709334; E. Fischbach, hep-ph/9606250.
- [8] A. Y. Smirnov and F. Vissani, “A Lower Bound on Neutrino Mass,” Moriond Proceedings 1996, hep-ph/9604443.
- [9] A. Loeb, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 115 (1990).
- [10] As. Abada, O. Pène and J. Rodríguez-Quintero, *Phys. Lett. B* **423**, 355 (1998).
- [11] A. Smirnov (private communication).
- [12] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. D* **17**, 2369 (1978); P. Langacker, J. P. Léveillé, and J. Sheiman, *ibid.* **27**, 1228 (1983).
- [13] J. C. D’Olivo, J. F. Nieves, and M. Torres, *Phys. Rev. D* **46**, 1172 (1992); C. Quimbay and S. Vargas-Castrillón, *Nucl. Phys.* **B451**, 265 (1995).
- [14] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **94**, 1362 (1954).
- [15] J. Rodríguez-Quintero, in *97 Electroweak Interaction and Unified Theories*, edited by J. Trần Thanh Vân (Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, 1997), pp. 347–350.
- [16] M. B. Gavela, M. Lozano, J. Orloff, and O. Pène, *Nucl. Phys.* **B430**, 345 (1994).
- [17] J. Rodríguez-Quintero, O. Pène, and M. Lozano, *Ann. Phys. (N.Y.)* **259**, 65 (1997).
- [18] G. N. Watson, *Theory of Bessel Functions* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1966).
- [19] W. Greiner, *Relativistic Quantum Mechanics: Wave Equations* (Springer-Verlag, Berlin, 1990).
- [20] E. Fischbach and B. Woodahl, “Neutrino-exchange Interactions in 1, 2, and 3 Dimensions,” hep-ph/9801387.

Chapitre 8

Conclusion et perspectives

La découverte des oscillations des neutrinos impliquant leur mélange et de petites masses impose de sortir du cadre du modèle standard des particules. En effet, engendrer des masses pour les neutrinos suppose l'introduction d'un mécanisme différent de celui qui est responsable de la masse des quarks et des leptons chargés. On explique la petitesse de la masse observée en considérant que le modèle standard de la physique des particules comme une théorie effective de basse énergie d'une théorie plus large à une grande échelle $\Lambda \sim 10^{15}$ GeV, curieusement proche de l'échelle où les couplages s'unifient. Effectivement, la théorie de la grande unification basée sur le groupe $SO(10)$ ou sur des groupes plus larges, prédit des petites masses pour les neutrinos ~ 0.1 eV et le mécanisme du see-saw est naturel dans ces modèles. Certains modèles standards et non standards qui arrivent à expliquer les masses et hiérarchies dans le secteur des quarks n'arrivent pas à rendre compte des données des neutrinos, ils n'arrivent pas en particulier à concilier en même temps les deux grands angles de mélange θ_{atm} et θ_{sol} . De plus, on n'arrive pas à connaître le type de hiérarchie dans le spectre de masse des neutrinos. Les échelles de masse Δm_{atm}^2 et Δm_{sol}^2 ont des implications sur d'autres mécanismes de nouvelle physique comme les modèles supersymétriques avec violation de la R-parité, les modèles de dimensions supplémentaires, etc., et pour un mécanisme donné, elles peuvent aider à trancher en faveur de l'un ou l'autre des variantes de ce dernier. Des informations supplémentaires sont indispensables pour révéler cette nouvelle physique

Les questions qui restent encore posées sur les propriétés des neutrinos sont résumées dans la suite :

- Quelle est l'échelle absolue des masses des neutrinos ? Quelle est la plus petite masse des neutrinos ? On en saura un peu plus grâce à l'expérience KATRIN [130].
- Quelle est la nature d'un neutrino massif, Dirac ou Majorana ? Un élément de réponse sera donné par les expériences $(0\nu\beta\beta)$ à condition qu'on sache déterminer les erreurs sur les éléments de matrice nucléaires avec une bonne précision.
- Combien vaut le mélange θ_{13} et quelle est la valeur de la phase CP de Dirac δ dans le secteur des neutrinos ? Ces questions sont les buts principaux des projets d'expérience comme les nouvelles expériences de réacteurs (pour affiner la mesure sur θ_{13}), les expé-

- riences J-PARC (T2K) [124], le β -beam [128] et les usines à neutrinos [122].
- Les oscillations se font-elles seulement entre les 3 saveurs actives ou bien est-il possible d’ajouter les neutrinos stériles et légers dans la saga des oscillations, ce qui permettrait d’expliquer les données de LSND [82] en dépit du fait qu’il n’y pas d’évidence d’oscillations vers les neutrinos stériles dans les données solaires et atmosphériques. On attend avec impatience les résultats de l’expérience MiniBoone [83] de Fermilab qui va confirmer ou infirmer ceux de LSND.
 - Enfin, la plus importante des questions porte sur le rôle des neutrinos en cosmologie et va être commentée dans la suite.

Il reste deux problèmes majeurs non encore résolus en cosmologie : l’asymétrie baryonique de l’Univers (excès de matière par rapport à l’anti-matière) et la matière noire de l’Univers. Les neutrinos massifs peuvent détenir une partie importante de réponse à ces problèmes.

En ce qui concerne la matière noire, l’étude des mouvements des galaxies et des clusters de galaxies indiquent aujourd’hui que 90% de l’Univers est invisible. La cosmologie est sensible aux masses des neutrinos sous forme de matière noire chaude (donc aux neutrinos légers). D’après les nouvelles mesures, telles celle de WMAP [61], la contribution des neutrinos à la masse de l’Univers serait comprise entre 0.1 à 2 % de la masse de l’Univers ce qui implique que la masse du neutrino le plus lourd serait entre $\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2}$ et 1.2 eV. Plus lourds que cette limite, les neutrinos auraient conduit à des galaxies moins denses que ce qu’on observe 2dF Galaxy Redshift Survey. Sur ce plan, la détection éventuelle de la désintégration ($0\nu\beta\beta$) est très importante puisqu’elle permettra de fixer l’échelle absolue de masse ainsi que la nature du spectre. Si le spectre est dégénéré avec une échelle de l’ordre de l’eV, cela voudrait dire que les neutrinos contribuent de manière significative à la densité de matière. Enfin, une analyse globale de la limite de masse des neutrinos montre que cette dernière dépend de manière essentielle du nombre d’espèces N_ν , pour $N_\nu = 3$ on obtient $\sum m_\nu \leq 1.0$ eV alors que pour $N_\nu = 4$ on a $\sum m_\nu \leq 1.4$ eV. Dès lors, les observations cosmologiques n’excluent pas les résultats de LSND et la question d’une quatrième espèce reste ouverte.

En ce qui concerne l’asymétrie baryonique de l’Univers, le rapport observé des densités de baryons et de photons de l’Univers $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ est difficile à expliquer. L’explication la plus satisfaisante serait la baryogénèse : partant d’une situation où l’Univers était symétrique et comportait autant de baryons que d’antibaryons, elle aurait engendré une asymétrie dont une conséquence serait le fait expérimental mentionné ($n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$). La baryogénèse n’a lieu que si les trois conditions de Sakharov (1967) [90] sont vérifiées : violation des symétries C et CP et du nombre baryonique B pendant une phase hors d’équilibre de l’évolution de l’Univers,¹. En fait, on sait aujourd’hui qu’on a une quatrième contrainte : la baryogénèse doit avoir lieu à des énergies plus grandes que l’échelle de brisure de la sy-

¹Les conditions de Sakharov s’appliquent aussi à la leptogénèse, avec la violation de la conservation du nombre leptonique à la place du nombre baryonique.

métrie électrofaible ². Parmi les possibilités pour expliquer l'asymétrie baryonique, seuls trois scénarios survivent :

- 1) produire l'asymétrie à une échelle grand-unifiée (GUT) avec une violation du nombre $B - L$,
- 2) produire une asymétrie leptonique qui est ensuite transformée en asymétrie baryonique grâce à la violation de $B + L$ par les processus électrofaibles lesquels conservent $B - L$,
- 3) produire l'asymétrie baryonique B durant la transition de phase électrofaible avec violation du nombre baryonique.

La deuxième solution semble la plus attrayante et prometteuse bien que les deux autres ne soient pas exclues. Elle fait appel à un scénario de leptogénèse au cours de laquelle les désintégrations (hors équilibre) de particules lourdes, telles que des neutrinos droits lourds, auraient engendré l'asymétrie leptonique (leptogénèse). L'idée, due à Yanagida et Fukugita [193], est que, juste après le big-bang, les neutrinos droits ont été produits quand l'Univers était chaud et se sont désintégrés en produisant une asymétrie leptonique $\Delta L \neq 0$ qui, est alors transformée en asymétrie baryonique par les processus électrofaibles, lesquels conservent $B - L$. Une possibilité se situerait dans le cadre de l'hypothèse selon laquelle les neutrinos seraient du type Majorana, donc confondus avec leurs propres antiparticules, ce qui viole le nombre leptonique L . Avec des neutrinos droits, le mécanisme du see-saw remplirait son rôle pour expliquer les petites masses des neutrinos actifs. Le processus serait hors équilibre dès lors que la durée de vie de ces neutrinos lourds serait plus grande que le temps caractéristique de l'expansion de l'Univers (autrement dit si la largeur de désintégration des neutrinos lourds est plus petite que le taux d'expansion de l'Univers $\Gamma_D < H$). La violation des symétries C et CP serait assurée par les interférences entre les processus en arbre et ceux à l'ordre d'une boucle des désintégrations des neutrinos droits lourds. Rappelons que la détection de la violation de CP dans le secteur des neutrinos, telle qu'elle est requise par la leptogénèse, est un des défis des futures expériences avec des faisceaux de neutrinos comme JHF [124]. De récentes études ont montré qu'on pouvait déduire, sous certaines hypothèses (grande échelle et forte hiérarchie de masse entre les neutrinos droits) une borne inférieure sur la masse du neutrino droit responsable de l'asymétrie leptonique, ainsi qu'une borne supérieure sur la somme des masses des neutrinos légers ~ 0.2 eV, plus forte que celle de WMAP (indirectement, une borne supérieure sur ϵ , qui est le taux d'asymétrie, est trouvée) ([194], [195]).

Il n'y a pas grand espoir de tester le scénario de la leptogénèse, à moins qu'elle se produise à une échelle accessible aux futurs collisionneurs. Cependant, il a été montré [196] qu'il est très difficile d'engendrer l'asymétrie voulue à l'échelle du TeV dans le cadre d'un modèle avec trois familles de neutrinos. Dans un récent travail [197], nous avons montré que ces difficultés sont levées dès qu'on fait appel à quatre singlets de jauge impliquant 4 familles, les masses du 4ème doublet gauche devant être contraintes par la largeur du Z. Il s'agit

²En dessous de ~ 100 GeV, le taux d'interaction des sphalérons est supprimé (ils ne sont pas en équilibre). La baryogénèse doit avoir lieu au dessus de cette échelle, où les sphalérons sont en équilibre thermique et produisent $B - L \neq 0$. Si on fait appel à d'autres mécanismes produisant l'asymétrie en dessous de 100 GeV, comme les opérateurs violant le nombre baryonique, ces derniers sont sévèrement contraints par l'expérience.

d'un scénario générique de leptogénèse qui prédit correctement l'ordre de grandeur du rapport de la densité baryonique sur celle des photons $\eta = \frac{n_B}{n_\gamma}$ et qui se caractérise par le fait qu'il produit l'asymétrie leptonique à l'échelle du TeV et qu'il contient un nombre minimum de particules supplémentaires. On peut construire deux versions, supersymétrique (le higgsino H_d jouera le rôle du quatrième neutrino gauche) ou non, du modèle. Enfin, les masses des neutrinos gauches prédites sont compatibles avec les observations directes et indirectes récentes sur les neutrinos. Une étude détaillée des mécanismes de production de l'asymétrie baryonique utilisant les équations de Boltzman qui prennent en compte la production thermique de l'abondance initiale des neutrinos droits, l'effet de dilution pour des températures plus basses que l'échelle de masse du neutrino droit le plus léger... est en cours [198]. Ceci permettrait de limiter l'espace permis des paramètres.

La conclusion générale de ce mémoire est que les récents résultats expérimentaux sur les neutrinos ont permis de faire de grandes avancées sur la connaissance des propriétés des neutrinos. D'abord, on doit faire appel à une nouvelle physique à une échelle d'énergie au delà de celle du modèle standard. Ils ont aussi permis de contraindre les différents modèles, voire d'exclure certains. Il reste encore beaucoup de choses à éclaircir, notamment à propos de cette nouvelle échelle et aussi le rôle des neutrinos droits dans la leptogénèse. Il faut donc continuer à collecter le maximum de pièces du puzzle et ceci dans les différentes directions expérimentales, cosmologique, astrophysique et théorique de façon à recouper le maximum d'informations vers une compréhension plus générale de l'origine des masses et des mélanges des saveurs des neutrinos. Le bon côté des choses est que le futur paraît riche en résultats prometteurs au vu de toutes les expériences en cours et en projet visant à en savoir toujours plus sur les propriétés des neutrinos et leur conséquences.

Bibliographie

- [1] W. PAULI, "Letter to L. Meitner and H. Geiger ", Tübingen, 1930.
- [2] W. PAULI, "Aufsätze and Vorträge über Physik and Erkenntnistheorie", Proc. VII Sovay Congress, Brussels, 1933, p. 324.
- [3] W. Pauli, In "Neutrino Physics" Ed. K. Winter, Cambridge University Press, 1991, p. 1.
- [4] E. Fermi, In "Trends to a theory of beta radiation" *Nuovo Cim.11*, 1934, p. 1.
- [5] E. Fermi, In "An attempt of a theory of beta radiation" *Z. Phys.88*, 1934, p. 161 ; *Ricerca Scient. 2*, 1933, p. 12.
- [6] F. Perrin, *Comptes Rendus de l'Acad/'emie des Sciences 197*, 1933, p. 1625.
- [7] MAINZ COLLABORATION, (C. WEINHEIMER, et al.), "High precision measurement of the tritium beta spectrum nead the endpoint and upper limit on the neutrino mass", *Phys. Lett. B 460*, 1999, p. 219.
- [8] TROISK COLLABORATION, (V.M. LOBASHEV, et al.), "Direct search of mass of neutrino and anomaly in the tritium beta spectrum", *Phys. Lett. B 460*, 1999, p. 227.
- [9] C.L. COWAN, JR. F. REINES, "Detection of a free neutrino : a confirmation", *Science 124*, 1956, p. 103.
- [10] C.S. WU, E. AMBLER, R.W. HAYWARD, D.D. HOPPES, R.P. HUDSON, "Experimental test of parity conservation in beta decay", *Phys.Rev.105*, 1957, p. 1413.
- [11] L.D. LANDAU, " On the conservation laws for weak interactions", *Nuc. Phys. 3*, 1957, p. 127.
- [12] T.D. LEE, C.N. YANG, "Parity nonconservation and a two component theory of the neutron", *Phys. Rev. 105*, 1957, p. 127.
- [13] A. SALAM, "On parity conservation and neutrino mass", *Nuovo Cim.5*, 1957, p. 299.
- [14] M. GOLDHABER, L. GRODZINS, A.W. SUNYAR, " Helicity of neutrinos", *Phys. Rev. 109*, 1958, p. 1015.
- [15] L.P. ROESCH, V.L. TELEGGI, P. TRUTTMANN, A. ZEHNDER, L. GRENACS, L. PALFFY, "Direct measurement of the helicity of the muonic neutrino", *Am. J. Phys.50*, 1982, p. 931.

- [16] R.P. FEYNMAN, MURRAY GELL-MANN, "Chirality invariance and the universal Fermi interaction", *Phys. Rev.* 109, 1958, p. 1862.
- [17] R.P. FEYNMAN, MURRAY GELL-MANN, "Theory of Fermi interaction", *Phys. Rev.* 109, 1958, p. 193.
- [18] DONUT COLLABORATION, "Detection and analysis of the tau neutrino interaction in DONUT emulsion target.", *Nucl. Instrum. Meth. A* 493, 2002, p. 45.
- [19] E. Majorana, "Theory of the symmetry of electrons and positrons, " *Nuovo Cim.*14, 1937, p. 171.
- [20] P. RAMOND, "The Family Group in Grand Unified Theories", *hep-ph/9809459*.
- [21] T. YANAGIDA, *Proc. Workshop on Unified theory and baryon number in the universe*. KEK, 1979.
- [22] M. GELL-MANN, P. RAMOND, AND R. SLANSKY,. *Supergravity*. North-Holland Amsterdam, 1979.
- [23] R.N. MOHAPATRA, G. SENJANOVIC, "Neutrino mass and spontaneous parity violation", *Phys. Rev. Lett.*, 44 :912, 1980.
- [24] E. WITTEN "Neutrino masses in the minimal $O(10)$ theory", *Phys. Lett.* B91, 1980, p. 81.
- [25] R. DAVIS, S. HARMER, C. HOFFMAN, "Search for neutrinos from the sun", *Phys. Rev. Lett.*, 20 :1968, 1205.
- [26] J.N. BAHCALL, <http://www.sns.ias.edu/jnb/>.
- [27] B. PONTECORVO, "Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge", *Pontecorvo, B. : Selected scientific works* 152-154.* , 1957, p. 152.
- [28] Z. MAKI, M. NAKAGAW, S. SAKATA, "Remarks on the unified model of elementary particles", *Prog.Theor.Phys.*28, 1962, p. 870.
- [29] B. PONTECORVO, "Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge", *Sov.Phys.JETP* 26, 1968, p. 984.
- [30] V.N. GRIBOV, B. PONTECORVO, "Neutrino astronomy and lepton charge", *Phys. Lett.* B28, 1969, p. 493.
- [31] B.T. CLEVELAND *et al.*, "Update on the measurement of the solar neutrino flux with the Homestake chlorine detector", *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*38, 1995, p. 47.
- [32] B.T. CLEVELAND *et al.*, "Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector", *Astrophys. J.* 496 , 1998, p. 505.
- [33] GALLEX COLLABORATION (W. HAMPEL *et al.*,) "GALLEX solar observations : results for GALLEX III", *Phys. Lett.* B388, 1996, p. 384.
- [34] SAGE COLLABORATION (D.N. ABDURASHITOV *et al.*,) "The Russian-American Gallium Experiment (SAGE) CR Neutrino Source Measurement", *Phys. Rev. Lett.* 77, 1996, p. 4708.
- [35] GNO COLLABORATION (E. BELLOTTI *et al.*,) "First result from GNO", *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 91, 2001, p. 44.

- [36] KAMIOKANDE COLLABORATION (K.S. HIRATA *et al.*), "Search for B-8 solar neutrinos Kamiokande-II", In *Tsukuba Proc, Elementary-particle picture of the universe*, 1988, p. 150.
- [37] KAMIOKANDE COLLABORATION (K.S. HIRATA *et al.*), "Real time, directional measurement of the B-8 solar neutrinos in the Kamiokande-II detector", *Phys. Rev.D* 44, 1996, p. 2241.
- [38] KAMIOKANDE COLLABORATION (K.S. HIRATA *et al.*), "Solar neutrino data covering solar cycle 22", *Phys. Rev. Lett.* 77, 1996, p. 1683.
- [39] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. FUKUDA *et al.*), "Measurements of the Solar neutrino flux from Super-Kamiokande's first 300 days", *Phys. Rev. Lett.* 81, 1998, p. 1158.
- [40] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. FUKUDA *et al.*), "Measurements of the Solar neutrino energy spectrum using neutrino electron scattering", *Phys. Rev. Lett.* 82, 1999, p. 2430.
- [41] SNO COLLABORATION (Q.R. AHMED *et al.*), "Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory". *Phys. Rev. Lett.* 89, 2002, 011301.
- [42] IMB COLLABORATION (R. BECKER-SZENDY, *et al.*), "Neutrino measurements with the IMB detector". *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 38, 1995, p. 331.
- [43] IMB COLLABORATION (R.M. BIONTA, *et al.*), "Contained neutrino interactions in an underground water detector". *Phys. Rev.D* 38, 1988, p. 768.
- [44] SOUDAN COLLABORATION (W.W.M. ALLISON, *et al.*), "Measurement of the atmospheric neutrino flavor composition in Soudan-2". *Phys.Lett.B* 391, 1997, p. 491. ;
- [45] SOUDAN COLLABORATION (M. SANCHEZ, *et al.*), "New results on atmospheric neutrinos from Soudan-2". *Int. J. Mod. Phys. A* 16,2001, p. 727.
- [46] KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. FUKUDA *et al.*), " Atmospheric muon-neutrino/electron-neutrino ratio in the multiGeV energy range". *Phys. Lett. B* 335, 1994, p. 237.
- [47] MACRO COLLABORATION (M. AMBROSIO *et al.*), " Measurement of the atmospheric neutrino unduced upgoing muon flux using MACRO". *Phys. Lett. B* 434, 1998, p. 451.
- [48] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. FUKUDA *et al.*), " Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos". *Phys. Rev. Lett.* 81, 1998, p. 1562.
- [49] T.J. LOREDO, D.Q. LAMB, "Implications of the SN1987A neutrinos for supernova theory and the mass of ν_e ". *Santa Cruz 1989, Supernovae**, 1989, p. 405.
- [50] M.B. VOLOSHIN, "On compatibility of small mass with large magnetic moment of neutrino". *Sov. J. Nucl. Phys.* 48, (1988) 512.
- [51] R. BARBIERI, R.N. MOHAPATRA, "Limit on the magnetic moment of the neutrino from supernova SN1987A observations". *Phys. Rev. Lett.* 61, (1988) 27.

- [52] G.G. RAFFELT, "Limit on neutrino electromagnetic properties -an update". *Phys. Rep.* 320, (1999) 319-327.
- [53] G. RAFFELT, A. WEISS, "Non-standard neutrino interactions and the evolution of red giants" *Astron.Astrophys.*264, 1992, p. 536.
- [54] Z. DARAKTCHIEVA *et al.*, "Limits on the neutrino magnetic moment from the MUNU experiment," *Phys. Lett. B* 564, (2003) 190-198.
- [55] J.F. BEACOM, P. VOGEL, "Neutrino magnetic moments, flavor mixing, and the SuperKamiokande solar data," *Phys. Rev. Lett.* 83, (1999) 5222-5225.
- [56] ICARUS COLLABORATION (F. ARNEODO, *et al.*), "Performance of the 10 M³ ICARUS Liquid Argon prototype". *Nucl. Instrum. Meth.A* 498, 2003, p. 292.
- [57] AMANDA COLLABORATION (P. DESIATI, *et al.*), "Neutrino astronomy at the south pole : status of the AMANDA experiment". *astro-ph/0306536*.
- [58] ANTARES COLLABORATION (G.D. HALLEWELL, *et al.*), "Status of the ANTARES underwater neutrino telescope". *Nucl. Instrum. Meth. A* 502'2003, p. 138.
- [59] BAIKAL COLLABORATION (B.K. LUBSANDORZHEV), "The lake BAIKAL Neutrino experiment : present status and future prospects". *Nucl. Instrum. Meth. A* 502'2003, p. 145.
- [60] NESTOR COLLABORATION (S.E. TZAMARIAS, *s et al.*), "NESTOR : a deep sea neutrino telescope". *Nucl. Instrum. Meth. A* 502'2003, p. 150.
- [61] D.N. SPERGEL *et al.*, "First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : Determination of Cosmological Parameters" *astro-ph/0302209*; C. L. BENNETT *et al.*, "First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Preliminary Maps and Basic Results ," *Astrophys.J.Suppl.* 148 (2003) 1.
- [62] O. ELGARROY *et al.*, "A new upper limit on the total neutrino mass from the 2dF Galaxy Redshift Survey" *Phys. Rev. Lett.* 89, 2002, 061301.
- [63] S. HANNESTAD *et al.*, "Neutrino masses and the number of neutrino species from WMAP and 2dFGRS ," *JCAP* 0305 (2003) 004;
S. HANNESTAD, "Neutrino cosmology, an update", *hep-ph/0312122*.
- [64] T. J. WEILER, "Resonant absorption of cosmic ray neutrinos by the relic neutrino background", *Phys. Rev. Lett.* 49, 1982, p. 234.
- [65] E. ROULET, "Ultrahigh-energy neutrino absorption by neutrino dark matter", *Phys. Rev. D.* 47, 1993, p. 5247.
- [66] AGASA COLLABORATION,(M. TAKEDA, *et al.*), "Extension of the Cosmic-Ray Energy spectrum beyond the predicted Greisen-Zatsepin-Kuz", *Phys. Rev. Lett.* 81, 1998, p. 1163.
- [67] Z. FODOR, S.D. KATZ, A. RINGWALD, "Determination of absolute neutrino masses from Z-bursts", *Phys. Rev. Lett.* 88, 2002, 171101.

- [68] R.N. MOHAPATRA AND P.B. PAL, “*Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*’, *World Scientific, 2nd Edition*, 1998.
- [69] PARTICLE DATA GROUP. “*Review of particle physics*”, *Euro. Phys. J. C15*, 2002, p. 1.
- [70] G.B. GELMINI, M. RONCADELLI . “*Left-handed neutrino mass scale and spontaneously broken lepton number.*” *Phys.Lett. B99* (1981)411.
- [71] G. ALTARELLI, F. FERUGLIO, I. MASINA, *Phys.Lett. B 472* (2000)382-391.
- [72] G. ALTARELLI, F. FERUGLIO, *Phys.Lett. B 439* (1998)112.
- [73] P. LANGACKER AND N. POLONSKY. “*The strong coupling, unification, and recent data*”. *Phys. Rev. D 52* (1995) 3081.
- [74] H. GEORGI, S.L. GLASHOW “*Unity of all elementary particule forces.*” *Phys. Rev. Lett. 32* (1974) 438-441.
- [75] H. FRITZSCH AND P. MINKOWSKI. “*Unified interactions of leptons and hadrons*” . *Annals. Phys. 93* (1975)193-226.
- [76] G. ALTARELLI, F. FERUGLIO, I. MASINA, *JHEP 0011 : 040*, 2000 ; G. ALTARELLI, F. FERUGLIO, , *Phys. Rep. 320* (1999)295-318 ; *JHEP 9811 : 021*, 1998 ; *Phys. Rep. 320* (1999)295-318 ;
C.H. ALBRIGHT, K.S. BABU, S.M. BARR, *Phys. Rev. Lett. 81*, 1998,1167-1170 ;
C.H. ALBRIGHT, S.M. BARR, *Phys.Rev.D. 64* 200, 073010 ;
J.C. BABU, K. S. PATI, F. WILCZEK, *Nucl. Phys. B 566* 2000, 33-91 ;
Q. SHAFI, Z. TAVARTKILADZE, *Phys. Lett. B 487* 2000,145-150.
- [77] A. ZEE. “*A theory of lepton number violation, neutrino Majorana mass, and oscillation*” . *Phys.Lett.B 93,1980* (1980) 389, *ibid. B 95,(1980)* 461.
- [78] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, G. DVALI,. “*The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter*” . *Phys.Lett. B 429(1998)* 263-272.
- [79] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, G. DVALI, J. MARCH-RUSSELL,. “*Neutrino Masses from Large Extra Dimensions.*” . *Phys.Rev. D65* (2002) 024032
- [80] A. LUKAS, P. RAMOND, A. ROMANINO, G.G. ROSS, “*Solar neutrino oscillation from large extra dimensions*” . *Phys. Lett. B495(2000)*136-146.
- [81] I. ANTONIADIS, K. BENAKLI, “*Large Dimensions and String Physics in Future Colliders*” . *Int. J. Mod. Phys. A15* (2000) 4237-4286.
- [82] LSND COLLABORATION, (C. ANTHANASSOPOULOS, *et al.*), “*Evidence for $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Neutrino Oscillations from LSND*”, *Phys. Rev. Lett. 81*1998, p. 1774.
- [83] MINIBOONE COLLABORATION, (F.G. GARCIA, *et al.*), “*Current status of the MiniBoone Experiment*”, *Presenté à “PANIC 02”, Osaka, Japan 2002.*
- [84] B. PONTECORVO, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33 (1957) 549 and *ibid.* 34 (1958) 247 ;
Z. MAKI, M. NAKAGAWA, S. SAKATA, *Prog. Theor. Phys.* 28 (1962) 870.
- [85] L.L. CHAU AND W.Y. KEUNG, *Phys. Rev. Lett.* 53 (1984) 1802.
- [86] L. STODOLSKY, “*When the Wavepacket is Unnecessary*”, *Phys.Rev.D58 :036006*,1998.

- [87] L.B. OKUN, M.V. ROTAEV, M.G. SCHEPKIN, I.S. TSUKERMAN, *hep-ph/0312280*.
- [88] H. MURAYAMA, ‘*Theory of Neutrino Masses and Mixings* “, *Int.J.Mod.Phys. A17* (2002) , p. 3403.
- [89] M. APOLLONIO *et al.*, ‘*Oscillation Physics with a Neutrino Factory*’ x/0210192; A. CERVERA, A. DONINI, M.B. GAVELA, J.J. GOMEZ CADENAS, P. HERNANDEZ, O. MENA, S. RIGOLIN, ‘*Golden measurements at a neutrino factory*’ *Nucl.Phys. B579* (2000) 17-55; Erratum-ibid. B593 (2001) 731-732.
- [90] A.D. SAKHAROV, ‘*Violation of CP invariance, C Asymmetry, and baryon asymmetry of the universe*’. *JETP. Lett.*5,1967, p. 24.
- [91] CHOOZ COLLABORATION, (M. APOLLONIO , *et al.*), ‘*Limits on Neutrino Oscillations from the CHOOZ Experiment*”, *Phys. Lett. B* 466, 1999, p. 415.
- [92] CHOOZ COLLABORATION, (M. APOLLONIO , *et al.*), ‘*Search for neutrino oscillations on a long base-line at the CHOOZ nuclear power station* “, *Eur.Phys.J. C27* 2003, 331-374.
- [93] L. WOLFEINSTEIN, ‘*Neutrino oscillations in matter*”, *Phys.Rev.D17*, 1978, p. 2369., and S.P. MIKHEYEV (MIKHEEV), A.YU. SMIRNOV, , ‘*Resonance amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*”, *Nuovo Cimento 9C*, 1986, p. 17.
- [94] A. ABADA, S.T. PETCOV, ‘*Describing analytically the MSW effect for solar neutrinos in the presence of solar density perturbations*”, *Phys. Lett. B279*, 1992, p. 153.
- [95] P.I. KRASTEV, A.YU. SMIRNOV, ‘*Density perturbations and resonant conversions of neutrinos*”, *Mod. Phys. Lett. A6*, 1991, p. 1001.
- [96] N.ARNAUD *et al.* , ‘*Gravity Wave and Neutrino Bursts from Stellar Collapse : A Sensitive Test of Neutrino Masses*“”, *Phys.Rev. D65* : 033010, 2002.
- [97] T.K. GAISSER, M. HONDA , ‘*Flux of Atmospheric Neutrinos*’ *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*52, 2002, p. 153-199.
- [98] T. TOSHITO FOR SUPERKAMOKANDE COLLABORATION , ‘*Super-Kamiokande atmospheric neutrino results*’, *hep-ex/0105023*.
- [99] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. HAYATO), ‘*Status of the Super-Kamiokande, the K2K-2 experiment and JHF nu project* “. *HEP 2003 Aachen*, July 17-23rd, Germany.
- [100] V. BARGER, D. MARFATIA, K. WHISNANT , ‘*Progress in the physics of massive neutrinos*’, *hep-ph/0308123*.
- [101] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (K .SCHOLBERG), ‘*Atmospheric Neutrinos at Super-Kamiokande*”. *hep-ex9905016*.
- [102] SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION (Y. ASHIE), ‘*Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation* “. *hep-ex/0404034*.

- [103] MACRO COLLABORATION (M. AMBROSIO *et al.*), "Low energy atmospheric muon neutrinos in MACRO". *Phys. Lett. B* 478, 2000, p. 5.
- [104] MACRO COLLABORATION (M. AMBROSIO *et al.*), "Atmospheric neutrino oscillations from upward throughgoing muon multiple scattering in MACRO". *Phys. Lett. B* 566, 2003, p. 35.
- [105] SOUDAN 2 COLLABORATION (M. SANCHEZ, *et al.*), "Observation of Atmospheric Neutrino Oscillations in Soudan 2". *hep-ex/0307069*.
- [106] J. BERNABEU, S. PALOMARES-RUIZ, S. T. PETCOV, "Atmospheric Neutrino Oscillations, $\theta(13)$ and Neutrino Mass Hierarchy" *Nucl.Phys. B*669, 2003, p. 255.
- [107] J.N. BAHCALL, M.C. GONZALEZ-GARCIA, C .PEÑA-GARAY, "Global Analysis of Solar Neutrino Oscillations Including SNO CC Measurement", *JHEP* 0108 2001, 014.
- [108] SNO COLLABORATION (A.B. McDONALD, *et al.*), "Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in SNO", *AIP Conf.Proc.*646 2003, p. 43.
- [109] SNO COLLABORATION (Q.R. AHMED *et al.*), "Measurement of the Total Active 8B Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity". *Phys.Rev.Lett.* 92 (2004) 181301, *nucl-ex/0309004*.
- [110] C. P. BURGESS *et al.*, "Cornering Solar Radiative-Zone Fluctuations with KamLAND and SNO Salt". *hep-ph/0310366*.
- [111] PALO VERDE COLLABORATION, (F. BOEHM, *et al.*) "Final results from the Palo Verde Neutrino Oscillation Experiment", *Phys. Rev. D*64 :112001, 2001.
- [112] MINOS COLLABORATION, (E. BUCKLEY-GEER, *et al.*), "Status of the MINOS Experiment", *Nucl.Instrum.Meth.A*5032001, p. 122.
- [113] KAMLAND COLLABORATION, (K. EGUCHI, *et al.*), "First Results from KamLAND : Evidence for Reactor Anti-Neutrino Disappearance", *Phys. Rev. Lett.* 90, 2003, 021802.
- [114] KAMLAND COLLABORATION (K . INOUE *et al.*), "Kamland results ", *hep-ex/0307030*.
- [115] P. CUNHA DE HOLANDA, A.YU. SMIRNOV, "LMA MSW solution of the solar neutrino problem and first KamLAND results", *JCAP* 0302 :001, 2003.
- [116] K2K COLLABORATION (T. ISHIDA *et al.*), "Indications of neutrino oscillation in the K2K neutrino oscillation experiment", *Talk at Les Rencontres de Physique de la Vallée d'Aoste, La Thuile, Italy, March 9-15, 2003*.
- [117] K2K COLLABORATION (M. H. AHN *et al.*), "Indications of Neutrino Oscillation in a 250 km Long-baseline Experiment ", *Phys.Rev.Lett.* 90 (2003) 041801.
- [118] G. L. FOGLI, E. LISI, A. MARRONE, D. MONTANINO "Status of atmospheric neutrino(μ) \leftrightarrow neutrino(τ) oscillations and decoherence after the first K2K spectral data", *Phys.Rev. D*67, (2003) 093006.

- [119] M. GOODMAN “Plans for Experiments to Measure θ_{13} ” hep-ex/0404031.
- [120] ICARUS COLLABORATION (O. PALAMARA *et al.*), “The atmospheric and solar experiment with the ICARUS T600 detector”, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 110, 2002, p. 329
- [121] OPERA COLLABORATION (M. KOMATSU *et al.*), “OPERA experiment”, *Nucl. Instrum. Meth.* A503, 2003, p. 124.
- [122] D. AYRES *et al.*, “Letter of Intent to build an Off-axis Detector to study ν_μ to ν_e oscillations with the NuMI Neutrino Beam”, hep-ex/0210005.
- [123] BOREXINO COLLABORATION (O.A. ZAIMIDOROGA *et al.*), “New perspectives of solar neutrino spectroscopy”, *Phys. Part. Nucl.* 33 2002, p. 345.
- [124] Y. ITOW *et al.*, “The JHF-Kamioka neutrino project”, hep-ex/0106019.
T. KOBAYASHI, “The JHF neutrino experiment”, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 111, 2002, p. 163-168.
- [125] S. E. KOPP, “The NuMI Neutrino Beam and Potential for an Off-Axis Experiment”, *J.Phys. G29* (2003) 1757-1762.
- [126] V. BARGER, S. GEER, RAJAR. RAJA AND S. WHISNANT., “Exploring Neutrino Oscillations with Superbeams”, *Phys.Rev. D63*, (2001) 113011.
- [127] M. Mezzetto, “Physics potential of the SPL superbeam”, *J.Phys.G29* (2003)1781-1784.
- [128] J. BURGNET-CASTELL, D. CASPER, J.J. GOMEZ-CADENAS, P. HERNANDEZ, F. SANCHEZ, “Neutrino oscillation physics with a higher γ β -beam”, hep-ph/0312068.
- [129] P. ZUCHELLI, “A novel concept for a anti ν_e Neutrino Factory”, hep-ph/0107006.
- [130] KATRIN COLLABORATION, (A. OSIPOWICZ, *et al.*), “KATRIN : A next generation tritium beta decay experiment with sub-eV sensitivity for the electron neutrino mass”, hep-ex/0109033.
- [131] A. ABADA AND M. LOSADA, ‘Constraints on a general 3-generation neutrino mass matrix from neutrino data : application to the MSSM with R-parity violation’, *Nucl. Phys. B585*, (2000) 45-78.
- [132] A. ABADA AND M. LOSADA, ‘Constraints on both bilinear and trilinear R-parity violating couplings from neutrino laboratories and astrophysics data’, *Phys.Lett. B 492* (2000)310.
- [133] A. ABADA, S. DAVIDSON, M. LOSADA ‘Neutrino masses and mixings in the MSSM with soft bilinear R_p violation’ *Phys. Rev. D 65* (2002) 075010.
- [134] A. ABADA, G. BHATTACHARYYA ‘Can R-parity violation explain the LSND data as well?’ *Phys. Rev. D 63* (2001) 17701.
- [135] J.C. PATI, A. SALAM *Phys. Lett. B58* (1975), 333; J. MAAMAMPI, K. ENQVIST, *Phys. Lett. B97* (1980), 217;
- [136] F. WILCZEK, A. ZEE *Phys. Rev. D25* (1982), 553.

- [137] M. DOI, T. KOTANI, E. TAGASUGI *Prog. Theo. Phys. Suppl.* 83 , 1985.
- [138] H.V. KLAPDOR-KLEINGROTHAUS, A. DIETZ, H.L. HARNEY, I.V. KRIVOSHEINA "Evidence for Neutrinoless Double Beta Decay ", *Mod. Phys. Lett. A* 16 (2001),p. 2409.
- [139] C.E. AALSETH *et al.*, "Comment on "Evidence for Neutrinoless Double Beta Decay" ", *Mod. Phys. Lett. A* 17 (2002), p. 1475.
- [140] F. FERUGLIO, A. STRUMIA, F. VISSANI, "Neutrino oscillations and signals in beta and $0\nu 2\beta$ experiments", *Nucl.Phys.B*6372002, p. 345, *Addendum-ibid.B*6592003, p. 359.
- [141] H.L. HARNEY "Reply to the Comment on "Evidence for Neutrinoless Double Beta Decay" ", *hep-ph/0201291*.
- [142] H.V. KLAPDOR-KLEINGROTHAUS, A. DIETZ, I.V. KRIVOSHEINA "Neutrinoless Double Beta Deca : Status of evidenceEvidence ", *Found. Phys.* 32 (2002), p. 1181, *Erratum-ibid.*33, 2003, p. 679.
- [143] NEMO3 COLLABORATION (C. MARQUET , *et al.*), "Double beta decay with the NEMO experiment Status of the NEMO 3 detector .", *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* 87 , 2000, p. 298 ;
- [144] L. SIMARD POUR NEMO3 COLLABORATION , 'Status report on the double-beta decay experiment NEMO-3.', *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* 110 , 2002, p. 372.
- [145] H.V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.* (GENIUS), *J. Phys. G* 24 (1998) 483 ; M. Danilov *et al.*, (EXO) *Phys. Lett. B* 480 (2000) 12 ; L. Braecheleer (for Majorana Collaboration), *Proceedings of the Carolina Conference on Neutrino Physics*, Columbia SC USA, March 2000 ; E. Ejiri *et al.* (MOON), *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 2917 ; see also, S.R. Elliot, P. Vogel, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 52 (2002).
- [146] P. HUBER, M. LINDNER, T. SCHWETZ, W. WINTER, " Reactor Neutrino Experiments Compared to Superbeams", *Nucl.Phys. B*665 (2003) 487-519.
- [147] G.L. FOGLI *et al.* 'Three-flavor solar neutrino oscillations with terrestrial neutrino constraints "', *newblock Phys. Rev. D* 66 (2002) 093008.
- [148] M. MALTONI, T. SCHWETZ , J.W.F. VALLE, ' Combining first Kamland results with solar neutrino data. *Phys.Rev.D*67 (2003) 093003.
- [149] J. N. BAHCALL, M. C. GONZALEZ-GARCIA, C. PENA-GARAY, ' Solar neutrinos before and after Kamland *JHEP* 0302 :009,2003.
- [150] P. C. DE HOLANDA, A. YU. SMIRNOV, ' LMA MSW solution of the solar neutrino problem and first KamLAND results', *JCAP* 0302 (2003) 001.
- [151] V. BARGER AND D. MARFATIA,, ' Kamland and solar neutrino data eliminate the low solution', *Phys. Lett. B*555 (2003)144
- [152] N. FORNENGO, M. MALTONI, R. T. BAYO, J. W. VALLE, 'Probing neutrino non-standard interactions with atmospheric neutrino data ', *Phys. Rev. D*65 (2002) 013010.

- [153] A. ABADA, G. BHATTACHARYYA, ‘Impact of CP phases on neutrinoless double beta decay’ *Phys.Rev. D68* (2003) 033004
- [154] CUORE COLLABORATION, A. ARNABOLDI *et al.* , ‘Physics Potential and Prospects for the CUORICINO and CUORE Experiments’, *Astropart. Phys.* **20**, 2003, p 91-110, hep-ph/0302021.
- [155] MAJORANA COLLABORATION, C. E. AALSETH *et al.* , ‘The Majorana project : GE-76 0ν beta beta-decay neutrino mass measurement .’, *Nucl.Phys.Proc.Suppl.110*, (2002)p. 392
- [156] EXO COLLABORATION, K. WAMBA *et al.* , ‘The Enriched Xenon Observatory for Double Beta Decay’, *eConf C020620 :THAP11,2002*, hep-ph/0210186.
- [157] MOON COLLABORATION, R. HAZAMA *et al.* , ‘MOON (MO Observatory of Neutrinos)for neutrino studies in Mo^{100} by double beta decays and solar ν capture reactions .’, *Berkeley 2001, Nuclear physics in the 21st century* 959-963 .
- [158] XMASS COLLABORATION, S. MORIYAMA *et al.* , ‘XMASS Experiment’, *Kashiwa 2001, Technique and application of xenon detectors* 144-164.
- [159] R.N. MOHAPATRA AND P.B. PAL, ‘Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics’, *World Scientific, 2nd Edition*, 1998.
- [160] S. PASCOLI, S.T. PETCOV, W. RODEJOHANN, ‘On the Neutrino Mass Spectrum and Neutrinoless Double-Beta Decay’, *Phys.Lett. B558* (2003) 141-156; S. PASCOLI, S.T. PETCOV, ‘The SNO Solar Neutrino Data, Neutrinoless Double Beta-Decay and Neutrino Mass Spectrum’, *Phys.Lett. B544*(2002) 239-250; Addendum *Phys.Lett. B580*(2004) 280-289; S. PASCOLI, S.T. PETCOV, L. WOLFENSTEIN, “Searching for the CP-Violation Associated with Majorana Neutrinos”, *Phys.Lett. B 524* (2002) 319.
- [161] S.M. BILENKY , A ; FAESSLER, F. SIMKOVIC, “The Majorana neutrino masses, neutrinoless double beta decay and nuclear matrix elements” hep-ph/0402250.
- [162] V.A. RODIN, A. FAESSLER, F. SIMKOVIC, P. VOGEL, *Phys. Rev. C 68.*, 044302 (2003).
- [163] A. DE GOUVÊA, B. KAYSER, R. MOHAPATRA, “Manifest of CP violation from Majorana phases” *Phys. Rev. D 67* (2003) 053004.
- [164] G.R. Farrar and P. Fayet, *Nucl. Phys.*, **B76** (1978) 575.
- [165] H.P. Nilles and N. Polonsky, *Nucl. Phys.* **B499** (1997) 33. T. Banks, Y. Grossman, E. Nardi and Y. Nir, *Phys. Rev.* **D52** (1995) 5319. F.M. Borzumati, Y. Grossman, E. Nardi and Y. Nir, *Phys.Lett.* **B384** (1996) 123. E.Nardi, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 5772.
- [166] L. Hall and M. Suzuki. *Nucl. Phys.*, B231 :419, 1984.
- [167] Y. Grossman and H. Haber, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3438; *Phys.Rev.* **D59** 093008; hep-ph/9906310.
- [168] H. DREINER, HEP-PH/9707435.
G. Bhattacharyya, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **52A** (1997) 83 and hep-ph/9709395.
B. Allanach, A. Dedes and H. Dreiner, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 075014.

- [169] R. Godbole, P. Roy and X. Tata, *Nucl. Phys.* **B401** (1993) 67. M. Nowakowski and A. Pilaftsis, *Nucl. Phys.* **B461** (1996) 19. B. de Carlos and P. White, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 3427. A.Y. Smirnov and F. Vissani, *Nucl. Phys.* **B460** (1996) 37. D.E. Kaplan and A.E. Nelson, *JHEP* **01** (2000) 033.. E.J. Chun and J.S. Lee, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 075002. V. Bednyakov, A. Faessler and S. Kovalenko, *Phys. Lett.* **B442** (1998) 203. J.C. Romão, hep-ph/9907466. S.Y. Choi, E.J. Chun, S.K. Kang and J.S. Lee, *Phys. Rev.* **D 60** (1999) 075002. M. Dress, S. Pakvasa, X. Tata and T. ter Veldhuis, *Phys. Rev.* **D57** (1997) 5335. S. Rakshit, G. Bhattacharyya and A. Raychadhuri, *Phys. Rev.* **D59** 091701. G. Bhattacharyya, H.V. Klapdor-Kleingrothaus, H. Pas, *Phys.Lett.* **B463** (1999) 77. S. Bergmann, H.V. Klapdor-Kleingrothaus, H. Pas, hep-ph/0004048. E.J. Chun, S.K. Kang, C.W. Kim and J.S. Lee, *Nucl. Phys.* **B544** (1999) 89. K. Choi, E.J. Chun and K. Hwang, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 031301. O.C.W. Kong, *Mod. Phys. Lett.* **A14** (1999) 903. E. Ma, *Phys. Rev.* **D61** (2000) 033012. A. Joshipura and S. Vempati, *Phys. Rev.* **D 60** (1999) 111303. A. Joshipura, V. Ravindran and S. Vempati, *Phys. Lett* **B451** (1999) 98; A. Joshipura and M. Nowakowshi, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 2421. A. Datta, B. Mukhopadhyaya and S. Roy, *Phys. Rev.* **D61** (2000) 055006. F Takayama, M. Yamaguchi, *Phys.Lett.* **B476** (2000) 116. N. Haba, M. Matsuda, M. Tanimoto, *Phys.Lett.* **B478** (2000) 351-357. B. Mukhopadhyaya, S. Roy, F. Vissani, *Phys.Lett.* **B443** (1998) 191. K. Choi and E.J. Chun, *Phys. Lett.* **B488** (2000) 145. J. Mira, E. Nardi, D. Restrepo and J. Valle, hep-ph/0007266. K. Cheung and O.C.W. Kong, *Phys. Rev.* **D61** (2000) 113012. *Phys.Lett.***B488** (2000)145-152. hep-ph/0005262
- [170] R. Hempfling *Nucl.Phys.* **B478** (1996) 3.
- [171] Eung Jin Chun, Sin Kyu Kang, *Phys.Rev.* **D61** (2000) 075012,
- [172] M. Hirsch, M.A. Diaz, W. Porod, J.C. Romao, J.W.F. Valle, hep-ph/0004115.
- [173] S. Davidson and M. Losada, *JHEP* **0005**, 021 (2000).
- [174] S. Davidson and M. Losada, *Phys. Rev.* **D 65**, 075025 (2002).
- [175] A. ABADA, G. BHATTACHARYYA ‘*Neutrino masses and mixings in the MSSM with soft bilinear R_p violation*’ *Phys. Rev. D* **66** (2002) 071701.
- [176] A. ABADA , G. BHATTACHARYYA, M. LOSADA, ‘*Impact of recent neutrino data on R-parity violation*’. *Proceeding of XXXVIII Rencontres de Moriond (2003)*, hep-ph/0305330.
- [177] S. Davidson and J. Ellis, *Phys. Lett.* **B390** (1997) 210; *Phys. Rev.* **D56** (1997) 4182. S. Davidson, *Phys. Lett.*, **B439** (1998) 63.
- [178] J. Ferrandis, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 095012.
- [179] S. Davidson, M. Losada, N. Rius, *Nucl. Phys.* **B587** 118 (2000).
- [180] Y. Grossman and H. Haber, *Phys. Rev.* **D63** (2001)075011.
- [181] V. BARGER, T. HAN, S. HESSELBACH, D. MARFATIA ‘testing radiative neutrino mass generation via R-parity violation at the Tevatron. *Phys.Lett.***B538** (2002) 346-352.

- [182] E. FISCHBACH, ‘*Long range forces and neutrino mass*’, *Annals Phys.*247 (1996) 213-291.
- [183] E. FISCHBACH, ‘*Long range forces and neutrino mass : possibility of a lowe bound on m_ν* ’, *Minneapolis 1996, *Particles and fields, vol. 2** 1231-1234.
- [184] B. WOODAHL, M. PARRY, SHU-JU TU, E. FISCHBACH, ‘*Neutrino trapping and neutrino mass bounds, In *Tegernsee 1997, Beyond the desert 1997**’,108-115.
- [185] A. ABADA, M.B. GAVELA, O. PÈNE, ‘*To rescue a star*’, *Phys. Lett. B* 387 (1996) 315.
- [186] A.YU. SMIRNOV, F. VISSANI, ‘*Long range neutrino forces and the lower bound on neutrino mass*’, *hep-ph/9604443*.
- [187] A. ABADA, O. PÈNE, J. RODRÍGUEZ-QUINTERO, ‘*Multibody neutrino exchange in a neutron star : neutrino sea and border effects*’, *Phys. Lett. B* 423 (1998) 355-363.
- [188] A. ABADA, O. PÈNE, J. RODRÍGUEZ-QUINTERO, ‘*Finite-size effects on multibody neutrino exchange*’, *Phys.Rev. D* 58, (1998) 073001.
- [189] A. ABADA, O. PÈNE, J. RODRÍGUEZ-QUINTERO, ‘*Addendum to Finite-size effects on multibody neutrino exchange*’, *Phys.Rev. D* 59, (1999) 077302.
- [190] J.C. D’Olivo, J.F. Nieves and M. Torres, *Phys. Rev. D* (1992) 1172; C. Quimbay and S. Vargas-Castrillón *Nucl. Phys.* **B451** (1995) 265.
- [191] A. Loeb, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 115.
- [192] M. KACHELRIES, ‘*Neutrino self-energy and pair creation in neutron stars*’, *Phys. Lett. B* 426 (1998) 89-94.
- [193] M. FUKUGITA AND T. YANAGIDA. “*Baryogenesis without grand unification.*” *Phys. Lett.*B174(1986) p. 45.
- [194] W. BUCHMULLER, P. DI BARI, M. PLUMACHER “*The Neutrino Mass Window for Baryogenesis*” *Nucl. Phys. B* 665, (2003) 445-468.
- [195] S. DAVIDSON, A. IBARRA “*A lower bound on the right-handed neutrino mass from leptogenesis*” *Phys. Lett. B* 535, (2002) 25-32.
- [196] T. HAMBYE, ‘*Leptogenesis at the TeV scale*’, *Nucl. Phys. B* 633, (2002) 171-192.
- [197] A. ABADA AND M. LOSADA, ‘*Leptogenesis with four gauge singlets*’, *Nucl. Phys. B* 673,(2003) 319-330.
- [198] A. ABADA, H. AISSAOUI AND M. LOSADA, ‘*Study of Leptogenesis with four gauge singlets at the TeV scale*’, *en préparation* (2004).