



**HAL**  
open science

# Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courants de Foucault

Latifa Oukhellou

► **To cite this version:**

Latifa Oukhellou. Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courants de Foucault. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Paris Sud - Paris XI, 1997. Français. NNT: . tel-00006600

**HAL Id: tel-00006600**

**<https://theses.hal.science/tel-00006600>**

Submitted on 28 Jul 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Orsay

N° ordre : 2133

**UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD**  
Centre d'Orsay

**THESE**

présentée par  
**Latifa OUKHELLOU**

pour obtenir le grade de Docteur en Sciences  
de l'Université Paris XI Orsay

**TITRE :** **Paramétrisation et Classification de Signaux  
en Contrôle Non Destructif.** Application à la  
Reconnaissance des Défauts  
de Rails par Courants de Foucault

Soutenue le 4 juillet 1997 devant la commission d'examen :

MM	P. AKNIN	Examineur
	G. DELAUNAY	Rapporteur
	J. DEPRez	Examineur
	G. DREYFUS	Rapporteur
	B. DUBUISSON	Président
	J.P. PERRIN	Invité
	D. PLACKO	Examineur



*A ma famille*

## **Remerciements**

*Le travail de recherche que décrit ce mémoire de thèse a été mené au Laboratoire des Technologies Nouvelles (LTN) de l'INRETS. Je tiens à témoigner ici toute ma gratitude envers son Directeur, Monsieur Pascal, Directeur de Recherche à l'INRETS, pour m'avoir accueillie au sein de son Laboratoire et soutenue durant ces années de recherche.*

*Monsieur Aknin, Chargé de Recherche à l'INRETS, a dirigé mes travaux. Je tiens à le remercier pour son encadrement dynamique, son aide précieuse et son soutien permanent tout au long de ces années. Ses multiples compétences et sa rigueur ont beaucoup contribué à l'aboutissement de cette recherche. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma reconnaissance.*

*Je remercie vivement Monsieur Placko, Professeur à l'ENS-Cachan, pour ses conseils et ses suggestions, en particulier ceux liés aux aspects "contrôle non destructif".*

*J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Dubuisson, Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, d'avoir bien voulu participer à ce jury, ceci en dépit de ses multiples activités.*

*Je remercie vivement Monsieur Delaunay, Professeur à l'Université de Reims, pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux de recherche et pour avoir accepté de les évaluer.*

*Je tiens à remercier Monsieur Dreyfus, Professeur à l'Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles de la ville de Paris, pour l'honneur qu'il me fait d'examiner ce travail en qualité de rapporteur. Ses avis et ses remarques constructives m'ont été précieux.*

*J'adresse également mes remerciements à Monsieur Deprez, Professeur à L'université d'Orsay (Paris XI), pour sa participation au jury.*

*Pour avoir accepté de participer à ce jury et pour avoir suivi cette recherche, j'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur Perrin, Conseiller Scientifique à la RATP. Je remercie également Messieurs Plagne et Bleno du service Logistique de la RATP, pour avoir initié ce projet de recherche et pour leur collaboration durant ces années.*

*Enfin je remercie Angèle Darly et Pierre-Emmanuel Barjonet pour leur relecture du manuscrit et plus généralement l'ensemble du personnel du LTN pour avoir participé, directement ou indirectement, à l'élaboration de ce travail.*

# TABLE DES MATIERES

Résumés

Notations

Sigles utilisés

<b>I . Introduction générale</b>	1
<b>II . Capteur à courants de Foucault pour la détection de défauts de rails</b>	
<b>II.1 Introduction</b>	5
<b>II.2 Différentes technologies pour le contrôle des rails.</b>	6
<b>II.3 Contexte ferroviaire</b>	
II.3.1 Cahier des charges	8
II.3.2 définition de la cible	11
II.3.3 Cibles étalons	12
<b>II.4 Généralités sur les capteurs inductifs</b>	
II.4.1 Principe des capteurs inductifs	13
II.4.2 Plan d'impédance normalisée	15
II.4.3 Contrôle multifréquence et par Courants de Foucault pulsés	18
II.4.4 Différentes géométries de sondes CF	19
<b>II.5 Prototype modulaire</b>	
II.5.1 Géométrie d'un capteur élémentaire	21
II.5.2 Blindage passif	23
II.5.3 Simulations numériques par éléments finis	24
II.5.4 Réalisation et test de 3 capteurs modulaires	27
<b>II.6 Multicapteur</b>	
II.6.1 Mesures simples et différentielles	29
II.6.2 Blindage actif	33
II.6.3 Dimensionnement axial du dispositif	37
II.6.4 Conception du multicapteur	41
II.6.5 Choix des fréquences d'alimentation	45
<b>II.7 Electronique associée</b>	
II.7.1 Banc de mesure en laboratoire à détection synchrone	51
II.7.2 Chaîne de mesure pour les essais sur site	52
<b>II.8 Essais sur site</b>	
II.8.1 Description du site	54

II.8.2 Influence de la dynamique du véhicule	54
II.8.3 Pré-filtrage et Trigger	57
II.8.4 Classe de défauts	58
II.8.5 Constitution de la base de données	62
<b>II.9 Conclusion</b>	<b>63</b>

### III . Paramétrisation des signaux

<b>III.1 Introduction</b>	<b>65</b>
<b>III.2 Approches heuristiques</b>	
III.2.1 Paramètres spatio-temporels et fréquentiels	67
III.2.2 Paramètres géométriques dans le plan de Lissajous	68
III.2.3 Transformation non linéaire dans le plan de Lissajous : angle local	69
III.2.4 Inconvénients des approches heuristiques	70
<b>III.3 Modélisation Autorégressive</b>	
III.3.1 Présentation	70
III.3.2 Mise en oeuvre de la modélisation AR	72
III.3.3 Choix de l'ordre	74
III.3.4 Intérêt pour la segmentation	76
III.3.5 Sensibilité du modèle AR aux invariants du problème	77
<b>III.4 Descripteurs de Fourier</b>	
III.4.1 Présentation	79
III.4.2 Coefficients de Granlund	81
III.4.3 Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM)	83
III.4.4 Mise en oeuvre	84
<b>III.5 Conclusion</b>	<b>85</b>

### IV . Sélection de paramètres

<b>IV.1 Introduction</b>	<b>87</b>
<b>IV.2 Analyse en Composantes Principales (ACP)</b>	
IV.2.1 Présentation	89
IV.2.2 Interprétation des résultats de l'ACP	91
<b>IV.3 Classement par le critère de Fisher</b>	
IV.3.1 Formalisme	96
IV.3.2 Définition du critère de Fisher	97
IV.3.3 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts	98
<b>IV.4 Classement des paramètres par des méthodes séquentielles "constructive" et "destructive" (SFS &amp; SBS)</b>	
IV.4.1 Principe des algorithmes d'ordonnement	100
IV.4.2 Choix du critère de classement	102
IV.4.3 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts	103
<b>IV.5 Classement des paramètres par Orthogonalisation</b>	

IV.5.1 Principe de la méthode d'orthogonalisation	105
IV.5.2 Classement des paramètres par la méthode d'orthogonalisation	109
IV.5.3 Interprétation géométrique	110
IV.5.4 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts	111
<b>IV.6 Critères d'arrêt</b>	
IV.6.1 Critères d'arrêt "classiques"	112
IV.6.2 Critère d'arrêt avec adjonction d'un paramètre aléatoire	114
<b>IV.7 Conclusion</b>	115

## V . Classification Neuronale Supervisée

<b>V.1 Introduction</b>	119
<b>V.2 Panorama des méthodes de classification supervisée</b>	
V.2.1 Règle de décision bayésienne	121
V.2.2 Conséquences pour les méthodes de classification	122
<b>V.3 Influence des dimensions de la base d'apprentissage</b>	124
<b>V.4 Evaluation des performances des classifieurs</b>	126
<b>V.5 Classification par neurone élémentaire</b>	
V.5.1 Formalisme	127
V.5.2 Séparation linéaire entre classes	129
V.5.3 Règles d'apprentissage	132
V.5.4 Mise en oeuvre	137
<b>V.6 Architecture générale du classifieur à K classes</b>	
V.6.1 Approche globale : Perceptron MultiCouche (MLP)	139
V.6.2 Approche par partition : sous-classifieurs élémentaires	144
V.6.3 Classifieurs élémentaires 1 parmi K	144
V.6.4 Classifieurs élémentaires 2 à 2	147
<b>V.7 Classifieur par neurones à Fonctions Radiales de Base (RBF)</b>	
V.7.1 Formalisme	151
V.7.2 Apprentissage des réseaux RBF	154
V.7.3 Choix du nombre et du positionnement des noyaux	155
V.7.4 Choix de la métrique et de la largeur des noyaux	158
V.7.5 Architectures du classifieur	161
V.7.6 Résultats	164
<b>V.8 Conclusion</b>	165

## VI . Conclusion générale

<b>Annexe A</b> : Simulations électromagnétiques 2D par éléments finis du capteur	169
---	-----

<b>Annexe B</b> : Points particuliers de la modélisation AR	171
---	-----



<b>Annexe C</b> : Classement par la procédure de Fischer	.....	175
<b>Annexe D</b> : Classement des paramètres par les procédures SFS et SBS	.....	179
<b>Annexe E</b> : Répartition des paramètres sélectionnés par signal et par classifieur	...	185
<b>Annexe F</b> : Calcul des probabilités a posteriori des K classes à partir des probabilités des sous-problèmes à 2 classes.	.....	187
<b>Références bibliographiques</b>	.....	191

**Title** : Parametrization and Classification of Signals in Non Destructive Control. Application to the Recognition of Rail Head Defects by Eddy Current.

**Abstract** : The work presented in this report deals with a device for the rail head defect detection and recognition. In the first section, a non contact eddy current inspection system dedicated to rail head non destructive testing in the exploitation situation is presented. The main conception options (differential measurement, bi-frequency, shielding...) are described and validated by in-situ experimental tests. A list of defect classes has been established and a representative data base has been also constituted to elaborate the processing system.

The first part of the defect recognition process concerns the representation mode of sensor output signals. The main properties required for the parametrization are a great descriptive potential as well as a strong insensitivity to problem invariants (as play-back operation, scale factor, lift-off). An original parametrization procedure referred to as "Modified Fourier Descriptors" has been elaborated and compared to parametrization of an autoregressive type.

A parameter selection must then be carried out in order to maintain only the parameters relevant to class separability. For the parameter classification, the orthogonalization method and the sequential backward and forward procedures are compared. In order to select a subset of parameters, many stop criterions are also presented. The application of those methods to our data base is illustrated.

The last section of this report is devoted to a supervised neuronal classification by means of multilayer perceptron and radial basis function. For these two types of networks, both global and partitioned approaches are exposed. In the first case, the muliclass problem is solved simultaneously while in the partial case, the problem of classification is subdivided into sub-problems. The classification performance are given for the two approaches and it will be shown that the partitionning results are better and bear more relevance to our application in correspondance with a small learning dataset size.

**Key-words** : Eddy Current Sensor, Non Destructive Control, Parametrization, Parameter Selection, Classification, Neural Networks.

**Titre** : Paramétrisation et Classification des Signaux en Contrôle Non Destructif. Application à la Reconnaissance des Défauts de Rails par Courants de Foucault.

**Résumé** : Le travail présenté dans ce mémoire traite d'un dispositif embarqué de détection et de reconnaissance des défauts de rail débouchants. Une structure multicapteur à courants de Foucault permettant le contrôle non destructif de l'intégrité des rails en voie, sans contact et avec des conditions d'exploitation commerciale est détaillée dans le premier chapitre. Les principales options de conception (mesures différentielles, bi-fréquences, blindages...) y sont décrites, et validées a posteriori par des essais sur site dans des conditions de mesure réelles. Une liste des classes de défauts détectables par le capteur a été établie (fissures, écaillages...) ainsi qu'une base de données représentative du site pour la mise au point des traitements haut-niveau.

La première phase des traitements concerne le mode de représentation des signaux complexes issus du capteur. Cette paramétrisation doit posséder un fort potentiel descriptif tout en restant insensible à certaines opérations sur les signaux définies comme des invariants du problème (retournement, homothéties, lift-off). Une procédure originale de paramétrisation des signatures dénommée "Descripteurs de Fourier Modifiés", a été mise au point et comparée à des paramétrisations de type autorégressive.

Sur l'ensemble des paramètres d'une signature, une sélection doit ensuite être effectuée en termes de pertinence à la discrimination entre classes. Une méthode d'ordonnement par orthogonalisation et des méthodes séquentielles constructive et destructive pour le classement des paramètres sont comparées. Différents critères d'arrêt permettent de choisir le nombre réduit de paramètres retenus; des résultats de mise en oeuvre sur la base de données de ces différentes méthodes sont présentés.

Le dernier chapitre de ce mémoire traite de la classification neuronale supervisée à l'aide de réseaux de type perceptron multicouche ou de réseaux à fonctions radiales de base. Pour ces deux types de réseaux, des approches globales de classification (discrimination des K classes simultanément) et des approches par partition (problème de classification initial décomposé en sous-problèmes de classification) sont exposées. Des performances de classification sont données pour les deux approches et nous montrons la supériorité de l'approche par partition dans notre application en relation avec la faible dimension de la base de données.

**Mots clés** : Capteur à courants de Foucault, Contrôle Non Destructif, Paramétrisation, Sélection de paramètres, Classification, Réseaux de Neurones.

# Notations

## Chapitre II

$x, y, z$	:	repère de mesure
$h$	:	distance capteur/cible
$D_t$	:	décalage transversal du capteur par rapport à l'axe $x$
$L_f$	:	largeur de fissure
$\mu$	:	perméabilité magnétique
$\sigma$	:	conductivité électrique
$f, \omega$	:	fréquence et pulsation d'excitation
$\delta$	:	épaisseur de peau
$\dot{i}_{exc}$	:	courant d'alimentation du capteur en notation complexe
$\bar{V}$	:	tension de mesure aux bornes d'un bobinage en notation complexe
$DS0^\circ$	:	partie active de la tension $\bar{V}$
$DS90^\circ$	:	partie réactive de la tension $\bar{V}$
$\bar{Z}$	:	impédance complexe d'un bobinage
$R$	:	composante résistive de l'impédance d'un bobinage
$X$	:	composante inductive de l'impédance d'un bobinage
$Z_0$	:	impédance à vide (sans cible)
$Z_n$	:	impédance normalisée
$k$	:	coefficient de couplage bobinage/cible
$2a$	:	largeur inter-plots
$L$	:	espacement entre capteurs élémentaires
$V_{diff}$	:	tension de mesure différentielle entre deux capteurs élémentaires
$V_{2diff}$	:	tension de mesure double-différentielle entre trois capteurs élémentaires

## Chapitre III

$DS_i$	:	partie du signal de mesure en phase avec le courant d'alimentation
$DS_v$	:	partie du signal de mesure en quadrature avec le courant d'alimentation
$s$	:	abscisse curviligne
$\varphi$	:	angle local dans le plan de Lissajous
$s(n)$	:	signal de mesure du capteur à l'instant $t_n$
$b(n)$	:	bruit de modélisation AR

$N$	:	nombre d'échantillons du signal $s(n)$ à horizon fini	
$p$	:	ordre du modèle AR	
$\underline{a}$	:	vecteur de paramètres AR	dim : $p \times 1$
$\hat{s}$	:	prédiction de la valeur de $s$	
$f_k$	:	coefficients de Fourier du signal de mesure complexe	
$g_{mk}$	:	Descripteurs de Granlund	
$d_k$	:	Descripteurs de Fourier Modifiés	

## Chapitre IV

$d$	:	dimension de l'espace de représentation (avant sélection)	
$N$	:	nombre d'observations de la base de données	
$B$	:	matrice d'observation pour une base complète	dim : $N \times d$
$\underline{X}_i$	:	vecteur paramètre	dim : $N \times 1$
$\underline{Y}_i$	:	vecteur d'observation	dim : $d \times 1$
$\underline{m}$	:	centre de gravité de la matrice d'observation	dim : $1 \times d$
$m_i, \square_i$	:	centre de gravité et écart-type de $\underline{X}_i$	
$V_B$	:	matrice de variance-covariance associée à $B$	dim : $d \times d$
$\square_i, \underline{u}_i$	:	$i^{\text{ème}}$ valeur propre de la matrice $V_B$ et vecteur propre associé	
$d_r$	:	dimension de l'espace de représentation réduit (après sélection)	
$U$	:	matrice des $d_r$ premiers vecteurs propres de $V_B$	dim : $d \times d_r$
$C$	:	matrice d'observation après projection par l'ACP	dim : $N \times d_r$
$\underline{C}_i$	:	$i^{\text{ème}}$ composante principale	dim : $N \times 1$
$V_C$	:	matrice de variance-covariance associée à $C$	dim : $d_r \times d_r$
$I$	:	pourcentage d'inertie totale après projection	
$\square_i$	:	$i^{\text{ème}}$ classe	
$K$	:	nombre total de classes	
$N_{\square_i}$	:	nombre d'observations dans la $i^{\text{ème}}$ classe	
$N_s$	:	nombre d'observations de la base de données extraite	
$X$	:	sous-matrice d'observation	dim : $N_s \times d$
$\underline{m}^X$	:	centre de gravité de la sous-matrice d'observation	dim : $1 \times d$
$V_X$	:	matrice de variance-covariance associée à $X$	dim : $d \times d$
$V^{\square_k}$	:	matrice de variance-covariance propre à la classe $\square_k$	dim : $d \times d$
$\underline{m}^{\square_k}$	:	centre de gravité de la classe $\square_k$	dim : $1 \times d$
$V_{in}$	:	matrice de variance-covariance intraclasse	dim : $d \times d$
$V_{ex}$	:	matrice de variance-covariance interclasse	dim : $d \times d$

$F(X_i)$	:	poids de Fisher	
$F_g(X_i)$	:	poids de Fisher généralisé	
$J$	:	critère de classement des paramètres	
$\underline{P}$	:	vecteur modèle de régression linéaire	dim : $N_s \times 1$
$\underline{Q}$	:	sortie du modèle de régression linéaire	dim : $N_s \times 1$
$\square$	:	erreur résiduelle du modèle de régression linéaire	dim : $N_s \times 1$
$H$	:	sous-matrice d'observation après orthogonalisation	dim : $N_s \times d$
$\underline{h}_i$	:	$i^{\text{ème}}$ vecteur colonne de $H$	dim : $N_s \times 1$
$\square_{ik}$	:	projection sur l'axe $\underline{h}_i$ du vecteur $\underline{X}_k$	
$\underline{Q}$	:	vecteur modèle de régression linéaire après orthogonalisation	dim : $N_s \times 1$
$q_i$	:	projection de la sortie $\underline{Q}$ sur l'axe $\underline{h}_i$	
$\square$	:	seuil d'arrêt de la méthode de sélection de paramètres par orthogonalisation	

## Chapitre V

$\underline{Y}$	:	vecteur d'observation	dim : $d_r \times 1$
$\text{Prob}(\square_i   \underline{Y})$	:	probabilité a posteriori d'appartenance à la classe $\square_i$ sachant $\underline{Y}$	
$p(\underline{Y}   \square_i)$	:	densité de probabilité conditionnelle de $\underline{Y}$ sachant que la classe $\square_i$ est vraie	
$\text{Prob}(\square_i)$	:	probabilité a priori de la classe $\square_i$	
$d(\underline{Y})$	:	fonction discriminante	
$\underline{w}$	:	vecteur poids	dim : $d_r \times 1$
$F$	:	fonction d'activation	
$S_{\square}$	:	potentiel du neurone	
$\underline{S}$	:	vecteur sorties du neurone	dim : $N \times 1$
$\underline{T}$	:	vecteur sorties souhaitées	dim : $N \times 1$
$\square$	:	taux d'apprentissage	
$\square_{\underline{w}} J$	:	gradient de la fonction coût	
$\square$	:	fonction radiale de base	
$\underline{c}_i$	:	$i^{\text{ème}}$ noyau ou centre	
$N_c$	:	nombre de noyaux	
$A$	:	matrice de normalisation pour le calcul des distances	
$\square$	:	largeur du noyau	

## **Sigles utilisés**

CND	:	Contrôle Non Destructif
JE	:	Joint Eclissé
JIC	:	Joint Isolé Collé
JS	:	Joint Soudé
JA	:	Joint éclissé Avant coeur d'aiguille
E	:	Ecaillage
DFM	:	Descripteurs de Fourier Modifiés
ACP	:	Analyse en Composantes Principales
AFD	:	Analyse Factorielle Discriminante
SFS	:	Sélection séquentielle constructive (Sequential Forward Selection)
SBS	:	Sélection séquentielle destructive (Sequential Backward Selection)
OFR	:	Moindres carrés orthogonaux (Orthogonal Forward Regression)
MLP	:	Perceptron Multicouche (Multi-Layer Perceptron)
RBF	:	Neurone à Fonction Radiale de Base

## **Chapitre I : Introduction générale**

L'accroissement de la vitesse des trains, de la densité du trafic, des charges par essieux et de la puissance des engins moteur ont pour conséquence d'exercer sur les voies ferroviaires des sollicitations toujours plus grandes qui peuvent, à la longue, mettre en cause l'intégrité des rails.

Jusqu'à présent, le contrôle non destructif des rails tel que les exploitants ferroviaires le pratiquent s'effectue hors exploitation commerciale à l'aide de voitures spéciales d'inspection. A l'aide de capteurs généralement à ultrasons, ils sont capables de détecter des amorces de fissures mais au prix d'une inspection avec contact.

Concernant les défauts importants comme les fissures complètes, des systèmes à poste fixe dénommés "circuits de voies" dont la fonction principale est de détecter la présence d'un véhicule sur un tronçon donné, renseignent également sur l'existence de tels défauts. Enfin le conducteur, grâce à son expertise, est à même de soupçonner l'existence de fissures transverses complètes qui entraînent le clignotement des feux et de forts délaminages du sommet du rail, qui altèrent la qualité du roulement.

La nécessité de développer un dispositif de contrôle de rail sans contact et en exploitation commerciale s'inscrit dans une perspective d'automatisation de la conduite des trains sur roulement fer. Dans ce cadre en effet, les circuits de voie n'existent plus, le conducteur n'est plus présent, mais, bien sûr, la sécurité du trafic doit être maintenue.

L'étude présentée dans ce mémoire décrit un dispositif embarqué de détection et de reconnaissance des défauts de rail. La spécificité de l'étude tant en ce qui concerne les conditions de mesure (vitesse d'auscultation et positionnement du capteur) que la particularité de l'environnement ferroviaire, ont porté notre choix vers une technologie courants de Foucault dont les propriétés de robustesse et de simplicité de mise en oeuvre ne sont plus à démontrer. Les capteurs disponibles sur le marché ne peuvent cependant pas répondre directement au cahier des charges. Une solution originale de capteur a donc été développée. Le chapitre II de ce mémoire fournit une description détaillée des principales options de réalisation, lesquelles ont été validées a posteriori par des essais sur site avec des conditions de mesure réelles.

Des essais sur site d'une version prototype ont permis de révéler des aptitudes supplémentaires du dispositif qui concernent la détection de défauts de moindre importance et ont ouvert sur de



nouvelles perspectives d'utilisation du capteur en maintenance prédictive des rails. Une liste des différentes classes de défauts détectables a été établie, et la suite de ce mémoire porte sur l'élaboration d'une procédure de reconnaissance des défauts. Le dimensionnement du défaut au sens du contrôle non destructif n'est pas traité, seule son appartenance à une classe donnée est abordée.

Avec à notre disposition les signaux bruts issus du capteur, on peut décomposer l'ensemble de la procédure de reconnaissance comme indiqué sur la figure I-1.

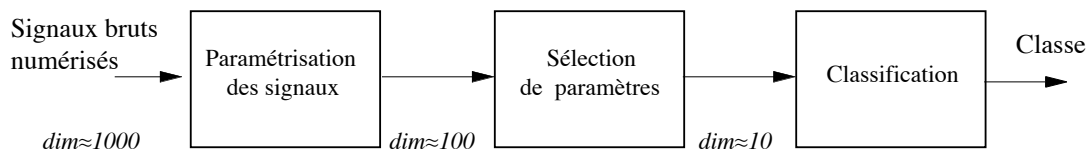


Figure I-1 : Synoptique de la procédure de reconnaissance des défauts

La somme d'informations issues du capteur est très grande. Cela autorise à penser que le dispositif offre une grande richesse descriptive des défauts mais conduit en contrepartie à "noyer" l'information utile. Il est donc nécessaire de diminuer la taille de l'espace de représentation des défauts par des phases successives de paramétrisation puis de sélection qui tenteront de diminuer d'un facteur 100 environ la dimension initiale.

La première phase des traitements concerne le choix du mode de représentation des signaux. Le choix de l'espace de représentation mérite une attention particulière car il conditionne toute la méthodologie mise en oeuvre ensuite dans la classification (complexité, performances du classifieur,...). Le chapitre III de ce mémoire traite de ce problème.

Contrairement à la méthodologie de modélisation telle qu'on l'effectue habituellement en "Traitement du Signal", la paramétrisation en vue d'une classification est menée de telle sorte qu'elle possède au final un fort potentiel de discrimination des classes. Son insensibilité à certaines opérations sur les signaux définies comme des invariants du problème est également primordiale. Nous proposons dans le chapitre III une méthode originale de paramétrisation par Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM). Une comparaison de ce nouveau mode de représentation avec la modélisation AutoRégressive (AR), plus largement répandue, sera également présentée.

Une diminution supplémentaire de la dimension de l'espace de représentation est obtenue ensuite à l'issue d'une sélection de paramètres. Ce point est traité dans le chapitre IV. Des

méthodes séquentielles constructive et destructive ainsi qu'une approche s'inspirant des travaux effectués pour la sélection de régresseurs dans un modèle linéaire sont proposées. Toutes ces méthodes fournissent un classement des paramètres par ordre de pertinence, relativement à un problème de classification donné. Pour ce qui concerne le nombre proprement dit de paramètres, divers critères existant dans la littérature sont examinés et des résultats de mise en oeuvre sur une base de données sont présentés. Enfin, une méthode originale avec adjonction d'un paramètre aléatoire est abordée avec l'avantage de mieux s'adapter aux cas où le nombre d'observations de la base de données n'est pas très supérieur à la dimension de l'espace de représentation.

Le chapitre V de ce mémoire est consacré à la partie classification. Ne disposant d'aucune hypothèse a priori sur les probabilités d'appartenance aux classes, nous avons écarté les classifieurs bayésiens et avons concentré notre étude sur des classifieurs neuronaux supervisés. Deux types de réseaux ont été étudiés : les réseaux de type perceptron multicouche (MLP) et les réseaux à fonctions radiales de base (RBF). Pour ces deux types de réseaux, à l'approche globale d'un apprentissage type "boite noire" sur l'ensemble des problèmes de classification, on a préféré une approche par partition qui définit des sous-problèmes de classification élémentaires dont les complexités sont de fait moindres. Pour les réseaux classiques MLP, cette simplification conduira même à définir des sous-classifieurs sans couche cachée, réalisant chacun des hyperplans séparateurs linéaires entre classes. Les règles de décision d'appartenance aux classes de défauts à partir des sorties des sous-classifieurs seront également détaillées. Pour ce qui concerne les réseaux RBF, nous nous sommes particulièrement intéressés à l'apprentissage de ces réseaux et nous proposons une transposition d'une méthode de sélection de paramètres à un problème de sélection de noyaux des réseaux. Les performances obtenues pour chaque classifieur seront présentées et comparées.

La succession des chapitres s'établit comme suit :

Chapitre II	:	Capteur à Courants de Foucault pour la détection de défauts de rails
Chapitre III	:	Paramétrisation des signaux
Chapitre IV	:	Sélection de Paramètres
Chapitre V	:	Classification Neuronale Supervisée



## **Chapitre II : Capteur à Courants de Foucault pour la Détection de Défauts de Rail.**

### **II.1 Introduction**

Le système dont nous exposons la structure dans ce chapitre est un dispositif de contrôle non destructif (CND) de l'intégrité des rails en voie, sans contact et avec des conditions d'exploitation commerciale. Ces conditions de mesure, en plus du contexte ferroviaire relativement hostile (perturbations électromagnétiques, température de mesure, milieu "pollué") nous ont amené à opter pour la technologie "courants de Foucault" dont les qualités de robustesse et de simplicité d'utilisation sont bien connues [ASH-87] [CAS-85].

A partir de cibles étalons représentatives des défauts à détecter, nous avons mené la conception en laboratoire d'un capteur qui répond au mieux au cahier des charges, auquel les capteurs disponibles sur le marché ne répondent pas directement. Cette phase de conception a été effectuée conjointement à l'aide de simulations numériques par éléments finis et avec des mesures en laboratoire sur une version prototype modulaire. Nous nous sommes particulièrement attachés à reproduire des conditions de mesure en laboratoire les plus proches de celles du terrain et à tenir compte de l'influence des différents paramètres de cible dont les plus importants sont le positionnement du capteur et le décalage transversal. L'étude des principales options de réalisation du multicapteur (alimentation, blindage, fréquence(s) d'excitation, paramètres géométriques) est détaillée dans la première partie de ce chapitre. Une description de l'électronique associée et de quelques prétraitements élémentaires est également donnée.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée aux essais sur site menés avec ce multicapteur et la chaîne de mesure qui lui est associée. Il s'agit d'essais embarqués sur un véhicule du type de ceux utilisés en exploitation commerciale dans le métro parisien. Dans ce paragraphe seront traités plus particulièrement les points induits par des conditions de mesure réelles, comme les problèmes de position relative capteur/cible ou l'influence de la vitesse d'avancement. Nous définirons également les différentes classes de défauts détectables par le capteur et la base de données qui servira pour les traitements ultérieurs.

## **II.2 Différentes technologies pour le contrôle des rails**

Dans ce paragraphe, seront présentées rapidement les diverses techniques mises en oeuvre pour le contrôle de rails en précisant pour chaque type de contrôle, ses caractères propres, ses possibilités et ses limitations.

- L'examen visuel

Chronologiquement le plus ancien. Cette procédure techniquement très simple fait toutefois appel à une véritable expertise et à un sens aigu de l'observation des agents qui l'effectuent.

- Le ressuage

Cette technique, également très ancienne, consiste à pulvériser un liquide pénétrant à la surface préalablement nettoyée de la pièce à contrôler, et à appliquer ensuite un révélateur sur la surface, afin de visualiser toutes les discontinuités. De par son principe, cette technique ne permet de détecter que des défauts en surface et ne fournit pas leur degré de gravité. Elle reste, néanmoins utile lorsque le contrôle non destructif par courants de Foucault ou par magnétoscopie ne peut être utilisé. C'est le cas pour des pièces non conductrices de courant électrique ou non magnétiques.

- Magnétoscopie

Le principe de cette méthode repose sur le fait que dans une pièce aimantée, toute anomalie de structure provoque une distorsion des lignes d'induction. Si le défaut est situé au voisinage de la surface, la perturbation engendrée peut être décelée à l'aide de fines particules magnétiques qui s'accumulent à l'aplomb du défaut. Cette méthode à champ magnétique continu ne s'applique qu'à des matériaux ferromagnétiques. Elle est d'autant plus efficace que leur perméabilité relative est élevée. L'interprétation des résultats reste toutefois visuelle.

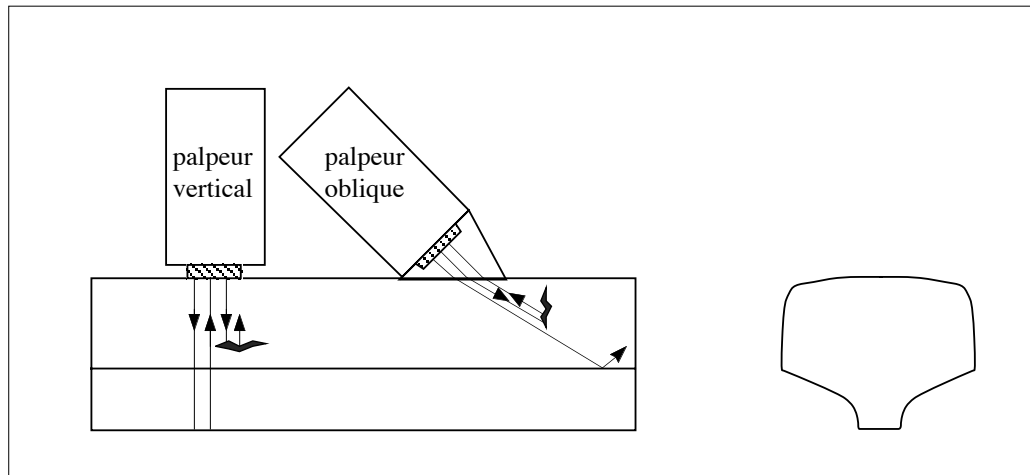
- Ultrasons

Dans un rail sans défaut, pouvant être assimilé à un milieu homogène, les ondes ultrasonores se propagent à une vitesse constante dépendant du milieu, mais se réfléchissent sur toutes discontinuités rencontrées. Par analyse des échos reçus (temps de parcours aller et retour de l'onde), l'anomalie est localisée dans l'espace. Dans la pratique, l'onde ultrasonore est émise par un élément piézo-électrique, sous forme d'impulsions de quelques micro-secondes. Lorsqu'elle est réfléchiée par une surface de séparation, cette onde est détectée par l'élément piézo-électrique qui agit alors comme récepteur, et transforme la vibration ultrasonore reçue en

tension électrique.

Pour pouvoir identifier différents défauts de rails, plusieurs sondes sont utilisées avec des orientations adaptées aux directions des anomalies recherchées (cf. figure II-1) et dans une gamme de fréquence allant de 1 à 10 MHz [MAT-84] :

- un sondage vertical pour les fissures horizontales
- un sondage oblique pour les fissures transversales du champignon



*Figure II-1 : Contrôle par ultrasons*

L'ensemble peut être suspendu sous un véhicule de contrôle spécifique ou équiper plus simplement une "cane" manuelle. Dans tous les cas, ce type de contrôle nécessite un couplage acoustique entre la sonde et la pièce du fait que les ondes ultrasonores se propagent mal dans l'air. Ce couplage est assuré par un film liquide entre le rail et le palpeur (généralement de l'eau). Un guidage précis du palpeur est également nécessaire afin que la propagation des ondes soit assurée dans l'axe du rail. A noter que cette technique de contrôle ne peut être utilisée qu'à des vitesses d'auscultation relativement faibles et que le "sabot" de contrôle doit être escamoté au passage des appareils de voie [DUV-84]. Son implantation sur des véhicules en exploitation commerciale n'est donc pas envisageable.

- Capteurs inductifs

Le contrôle non destructif par capteurs inductifs est un procédé relativement répandu dans l'industrie ferroviaire [MON-84] [AST-93] [DOG-91]. C'est par l'intermédiaire d'un champ magnétique alternatif que s'établit l'interaction entre le dispositif de mesure et la cible. Puisque tous les milieux transmettent les ondes électromagnétiques, la mesure peut s'effectuer sans contact. Toutefois, une distance faible est recommandée du fait de la décroissance rapide des champs électromagnétiques dans l'air et afin de focaliser au maximum le champ produit vers la

zone utile. Le traitement des signaux issus de ces capteurs est fonction de l'application envisagée; il peut s'avérer très simple ou très complexe selon les performances attendues et le nombre de paramètres du défaut à identifier [STR-94].

L'auscultation des rails utilisant cette technique est possible aussi bien durant la phase de fabrication qu'une fois posés en voie. En sortie de laminoir, les contrôles concernent soit la mesure des variations de la hauteur du rail soit la détection de défauts de type fissure en surface ou en sub-surface, le choix de la fréquence d'émission conditionnant la profondeur de pénétration du champ dans le rail. Pour les contrôles en voie, les sondes inductives sont souvent associées à des sondes à ultrasons; de cette manière elles sont rendues solidaires du sabot de contrôle afin d'assurer une hauteur de mesure constante ou minimiser l'effet de la dynamique du véhicule sur la mesure [AKN-92]. Les sondes utilisées sont des sondes d'usage général et leurs formes ne sont pas étudiées spécifiquement pour le CND des rails. De fait, cette technique de CND est moins utilisée que la technique ultrasons qui, lorsqu'on s'autorise une mesure par contact, est plus riche d'informations. L'exploitation des signaux de mesure s'effectue par simple seuillage sur les amplitudes mises en jeu. L'interprétation des résultats est généralement relativement sommaire. Une fois qu'une alerte est fournie par le système, elle est validée ou annulée par un examen visuel de la zone suspecte.

## **II.3 Contexte ferroviaire**

### **II.3.1 Cahier des charges**

Sur le réseau RATP, la détection en voie des deux types d'anomalies est assurée en grande partie par le conducteur. Le bruit de roulement jugé anormal dans le cas d'arrachement de champignon de rail et le clignotement des circuits de voie lorsqu'il s'agit de rail cassé sont les deux moyens de détection utilisés par le conducteur jusqu'à présent. Dans la perspective d'une conduite automatique intégrale et des évolutions futures des systèmes de signalisation, d'autres dispositifs de détection doivent être développés.

Le CND des rails envisagé dans notre étude répond à cet impératif. Il doit s'effectuer sans contact, sur véhicule en exploitation commerciale et pour des vitesses d'auscultation pouvant atteindre 100 km/h. Dans un contexte industriel ferroviaire relativement hostile, certaines conditions de mesure sont inhabituelles pour le CND par courants de Foucault. Il s'agit notamment de la distance de mesure, qui doit être de 20 à 30 mm.

Le défaut majeur qui se présente, consiste en une fissure transversale pouvant évoluer jusqu'à

la rupture franche d'une file de rail (spécialement dans les zones de soudure). Le taux d'occurrence de ce type de défaut est d'environ 8 par an et par ligne sur un réseau ancien de métro type RATP. Moins fréquemment, il peut apparaître un autre type de défaut consistant en un arrachement d'une partie du champignon (la partie supérieure du rail). Ce second défaut résulte d'une fatigue de contact qui initie des fissures en surface ou sub-surface du champignon et dont l'évolution ne conduit pas à une rupture franche du rail mais à un arrachement, le plus souvent partiel, du champignon [ALI-86]. Selon que le tracé est en alignement ou en courbe, la dénomination anglo-saxonne de l'arrachement partiel est respectivement "schelling" ou "head-checking". Ce type d'arrachement de matière possède des caractéristiques géométriques très diverses. Il peut concerner l'ensemble du champignon (délaminage complet) ou se latéraliser (écaillage généralement sur la joue active regardant l'intérieur de la voie). Sa longueur est très variable, pouvant aller de 1 à 2 cm jusqu'à des valeurs de 50 cm !

Le système développé doit détecter les deux défauts type :

- fissure complète ou partielle du champignon.
- arrachement du champignon du rail.

Ces défauts sont dans un plan grossièrement perpendiculaire à la direction d'avancement. Le gabarit de mesure autorisé étant uniquement sur le dessus du rail (emplacement d'une roue), seules les fissures du champignon sont détectables.

Contrairement aux applications traditionnelles en CND [CEC-93] [AUL-84], le dimensionnement des défauts n'est pas demandé.

L'utilisation du capteur dans un environnement ferroviaire très perturbant induit également certaines contraintes de conception que l'on peut classer en différentes catégories :

- Contraintes thermiques et mécaniques

La température de fonctionnement peut varier dans une gamme allant de - 20°C à 60°C, avec présence éventuelle d'eau, de givre ou de neige sur le capteur et sur le rail. Le capteur sera fixé sur un châssis de bogie, lequel subit des accélérations pouvant atteindre 10g. De plus, il peut venir percuter des morceaux de ballast soulevés par le passage du véhicule.

- Contraintes de positionnement liées à la dynamique ferroviaire

Le châssis de bogie subit d'une part des décalages transversaux pouvant atteindre  $\pm 30$  mm



relativement au rail (dynamique transversale des suspensions, usure des boudins de roues, surécartement des voies dans les courbes), et d'autre part des variations de hauteur de  $\pm 5\text{mm}$  (dynamique verticale des suspensions primaires). Par ailleurs, le châssis de bogie possède trois degrés de liberté en rotation autour des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

• Contraintes géométriques

Pour ne risquer aucun choc destructeur, le capteur doit pouvoir se placer dans l'ombre de la roue, et afin de limiter les déformations de la patte de fixation, il doit être de faible poids. La largeur maximale autorisée est de 120 mm. Il n'y a pas de contrainte particulière sur la longueur du capteur (selon  $x$ ) sinon que le dispositif doit pouvoir s'inscrire entre les deux essieux d'un même bogie dans un emplacement d'environ 1m. De plus, l'apparition de pièces métalliques telles que contre rail ou pointe d'aiguillage doivent perturber le moins possible la mesure des défauts du rail principal. La figure II-2 présente l'unité sensible en position de mesure et indique le choix des axes.

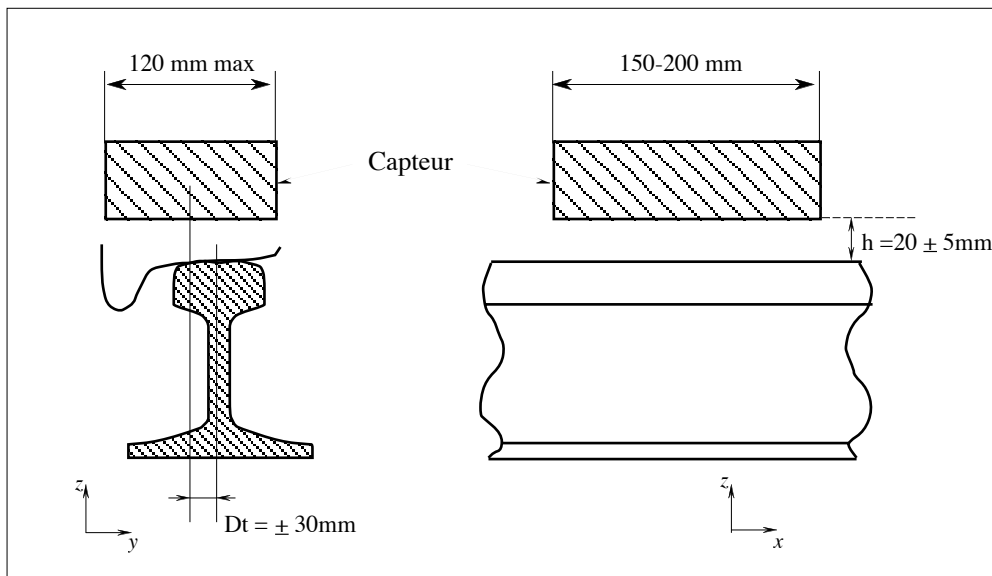


Figure II-2 : Capteur en position de mesure

• Contraintes liées à l'environnement électrique de la cible

Le capteur ne doit pas être sensible à la présence de forts courants hachés de traction (500 A) ni aux signaux 50 Hz de Contrôle-Commande circulant dans les rails. Il existe également sur les réseaux de métros modernes des signaux de pilotage automatique de la vitesse (tapis PA entre les rails) qui génèrent des champs électromagnétiques alternatifs de fréquences comprises entre 1 et 2 kHz.

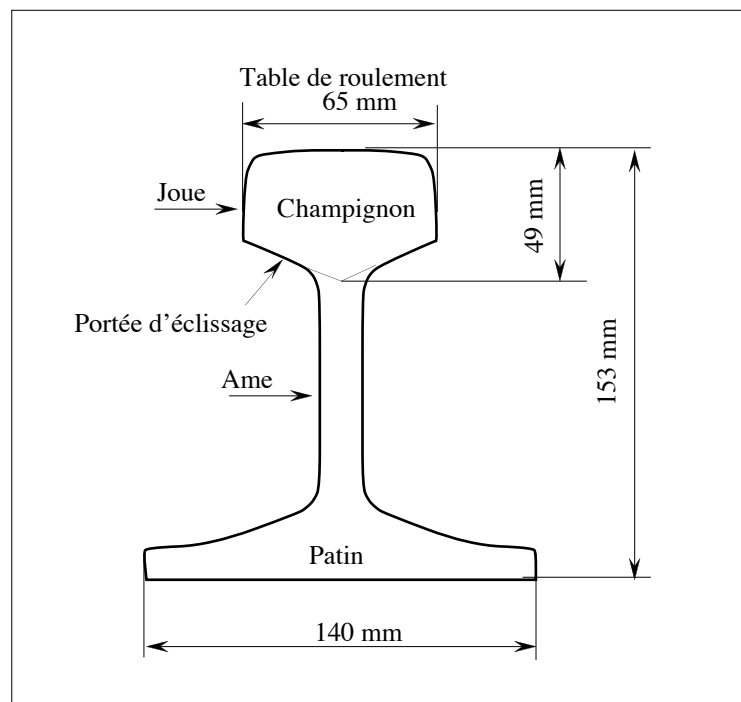
En résumé, le capteur doit respecter les critères suivants :

- immunité aux variations de température et aux perturbations électromagnétiques externes.
- bonne tenue mécanique vis à vis des contraintes mécaniques et thermiques.
- insensibilité de la mesure aux déplacements relatifs rail/capteur liés à la dynamique du châssis de bogie.
- optimisation du rapport portée/encombrement et du poids.

Afin de respecter ces critères, le développement d'un capteur spécifique a été mené et sa description est abordée en détail au paragraphe II.5.

### III.3.2 Définition de la cible

La cible à contrôler est un rail (type U50) dont le gabarit théorique est présenté figure II-3. Son champignon a une largeur de 65 mm.



*Figure II-3 : Nomenclature et côtes principales du rail U50*

Ces rails sont toujours réalisés par laminage d'acier au carbone avec deux nuances possibles [ALI-88] : une à 0,5% de carbone dite "ordinaire" (nuance 700) et une à 0,7% dite "dure" (nuance 900). Seules les pièces d'aiguillage sont moulées dans de l'acier amagnétique au manganèse.

Pour les coupons de rail en nuance "dure", la conductivité électrique est voisine de  $\sigma=4 \cdot 10^6 \text{ Sm}^{-1}$  et la perméabilité relative pour les champs faibles (100 A/m) a été estimée à  $\mu_r=25$  environ. Cette valeur de perméabilité peut être sujette à variations à cause principalement de deux facteurs :

- au cours du refroidissement lent des rails à la sortie du laminoir, il s'opère une décarburation totale du matériau en surface (absence de carbone dans une épaisseur de 100 à 200  $\mu\text{m}$ ). Les perméabilités du matériau en surface et en profondeur sont donc différentes (plus grande en surface). Cette épaisseur varie évidemment avec l'état d'usure du profil.

- à proximité des soudures de rails, il existe des trempes et des recuits partiels et les propriétés magnétiques s'en trouvent changées ( $\mu_r$  augmente avec le recuit et diminue avec la trempe).

### II.3.3 Cibles étalons

Afin de disposer de défauts étalons pour l'optimisation du capteur, il a été nécessaire d'usiner, sur deux coupons de rail, les deux défauts majeurs (cf. figure II-4).

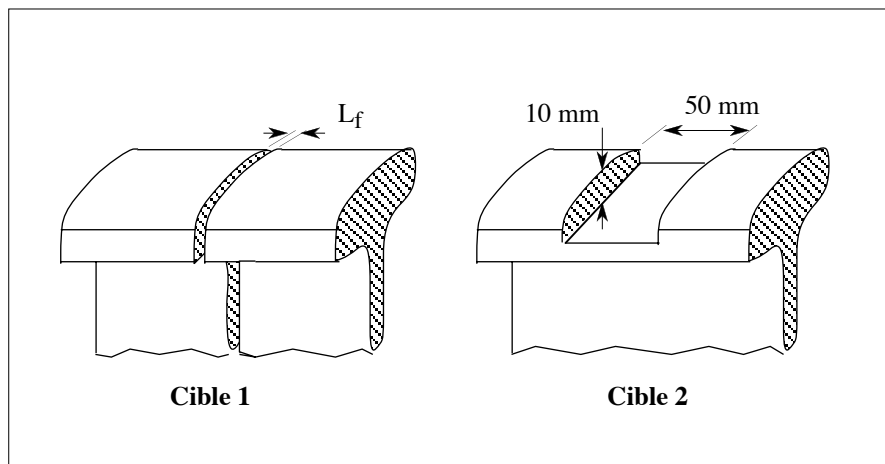


Figure II-4 : Cibles étalons

La cible étalon 1 représente une rupture de rail; la largeur de la fissure  $L_f$  est réglable à l'aide d'une cale calibrée. La seconde cible étalon représente un arrachement partiel de la table de roulement de 10 mm de profondeur sur 50 mm de long, conformément au cahier des charges. Rappelons que sur site, les longueurs de ce second défaut sont variables et qu'il s'agit là, simplement d'une taille moyenne de défaut servant aux essais en laboratoire.

## II.4 Spécificités de la technologie "capteur inductif"

### II.4.1 Principe des capteurs inductifs

Un capteur inductif est en principe constitué d'un circuit magnétique ouvert de grande perméabilité, sur lequel est bobiné un ou plusieurs enroulements parcourus par un courant alternatif. L'approche d'une cible conductrice et/ou magnétique dans l'entrefer du circuit modifie la répartition des lignes de champ et se traduit par une variation de réluctance et l'apparition de pertes électromagnétiques dues à la pénétration du champ à l'intérieur de la cible.

Remarque : Certains capteurs très simples ne possèdent qu'un bobinage et le trajet des lignes de champ a lieu alors intégralement dans l'air.

L'effet résultant de l'approche d'une cible peut être mis en évidence, puis analysé en mesurant l'impédance du bobinage d'excitation : l'enroulement primaire assure dans ce cas la double fonction d'alimentation et de mesure. On peut choisir de munir le circuit magnétique d'un second enroulement qui servira uniquement pour la mesure : on parle alors de mesure par trans-impédance ou de capteur à fonctions séparées. La réponse fournie par un tel capteur est, sur le principe, identique à celle d'un capteur à simple enroulement, avec en plus la possibilité d'optimiser de façon distincte l'inducteur et la bobine réceptrice (disposition, nombre de spires etc.).

Lorsque la cible est purement conductrice, le champ incident induit des courants surfaciques dénommés courants de Foucault, qui à leur tour génèrent un champ magnétique réfléchi, s'opposant au champ exciteur (loi de Lenz). On parle dans ce cas de "**Capteurs à courants de Foucault**" ou "**CCF**" (cf. figure II-5).

L'amortissement des courants de Foucault dans le matériau, dans le cas simple d'une onde plane harmonique d'incidence nulle, décroît exponentiellement en fonction de la profondeur du matériau en regard. On définit l'épaisseur de peau par :

$$\delta = 1 / \sqrt{(\pi f \mu \sigma)}$$

avec  $f$  la fréquence d'excitation,  $\mu$  la perméabilité magnétique et  $\sigma$  la conductivité électrique de la cible. Dans le cas général, cette formule n'est pas rigoureuse mais elle renseigne néanmoins assez précisément sur la profondeur au delà de laquelle les courants induits sont trop faibles pour être influants.

L'effet produit par l'approche d'une cible magnétique non conductrice se traduit par une

modification des lignes de champ, qui se trouvent attirées par le matériau en regard. Le dispositif fonctionne alors en "**Capteur Magnétique**" ou "**CM**" (cf. figures II-6).

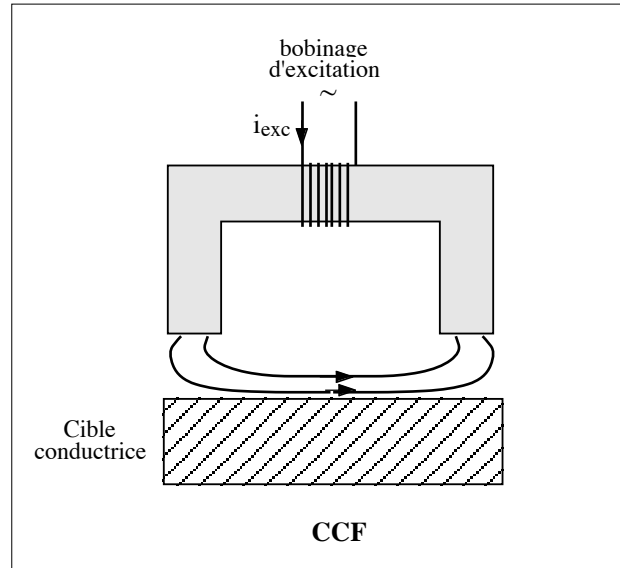


Figure II-5 : Capteur à courants de Foucault

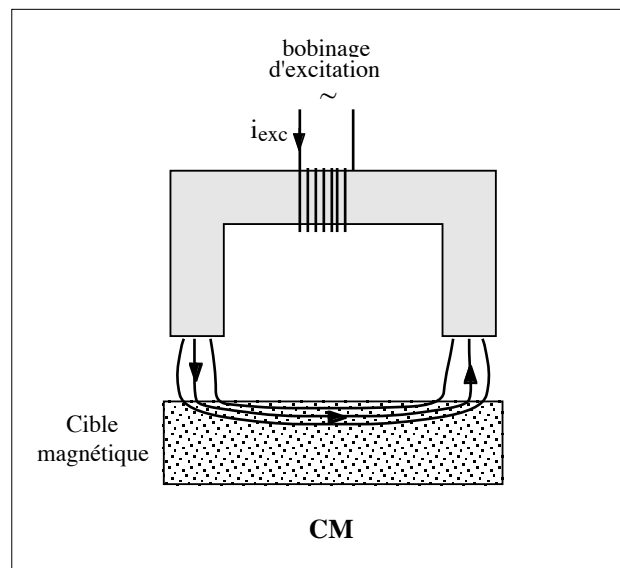


Figure II-6 : Capteur magnétique

Cependant, dans le cas général plus complexe à étudier, où la cible présente à la fois de bonnes propriétés conductrices et magnétiques, seule la gamme de fréquence de l'alimentation du capteur distingue les deux technologies CCF et CM. A fréquence élevée, le champ développé ne pénètre quasiment pas dans la cible. Le dispositif fonctionne en CCF. Par

contre, lorsque la fréquence du champ d'excitation est faible (voire continue lorsque l'on utilise des aimants permanents) le capteur fonctionne en CM. Pour des fréquences d'excitation intermédiaires et à certaines distances de mesure, les deux phénomènes d'attraction et de répulsion du champ s'équilibrent et le dispositif peut être qualifié à la fois de capteur à courants de Foucault et de capteur magnétique. Les valeurs de ces fréquences intermédiaires dépendent de caractéristiques du matériau; on travaille en général assez peu à ces fréquences intermédiaires de manière à affirmer suffisamment le caractère CCF ou CM du capteur.

La topologie des lignes de champ et la répartition des courants de Foucault dépendent tout d'abord des paramètres de structure tels que la fréquence d'excitation, la géométrie du capteur et la position relative capteur/cible. Elles dépendent ensuite de la géométrie de la cible et de ses propriétés électriques et magnétiques. La présence de défaut dans la cible induit une variation d'un ou de plusieurs de ces paramètres qu'il est possible de mettre en évidence en mesurant l'impédance du bobinage d'excitation ou d'une bobine réceptrice.

Bien que la frontière entre ces deux technologies soit floue, le parti pris CCF ou CM dépend essentiellement, des propriétés électriques et/ou magnétiques de la cible, de la nature et de la géométrie des défauts à déceler et enfin de l'environnement d'utilisation du capteur.

En ce qui nous concerne, ce choix a été essentiellement déterminé par l'environnement de mesure. Un fonctionnement à champ continu (cas extrême des CM) a été évité car toutes pièces métalliques situées à proximité du capteur risquent alors de s'y coller. Et d'autre part, si le capteur fonctionne à faible fréquence, l'environnement électromagnétique ne serait pas favorable (fréquence de hachage des courants de traction, tapis piloté automatique). Ces remarques nous ont conduit à privilégier un fonctionnement en CCF. On notera au passage que la profondeur de pénétration qui limite le champ d'action du capteur par courants de Foucault aux défauts surfaciques n'est pas ici un problème puisque les deux défauts à détecter sont débouchants.

#### II.4.2 Plan d'impédance normalisée

Nous nous plaçons dans ce paragraphe dans le cas d'un capteur à double-fonction. L'interaction capteur/cible s'étudie en examinant l'impédance complexe du capteur. Pour un bobinage de  $N$  spires parcouru par un courant alternatif sinusoïdal  $i_{exc}$ , cette impédance est définie par :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{i}_{exc}}$$

où  $\bar{V}$  et  $\bar{i}_{exc}$  sont les vecteurs complexes de Fresnel associés à la tension et au courant d'excitation. La grandeur  $\bar{V}$  est mesurée à l'aide d'un voltmètre vectoriel et se décompose en une partie active et réactive, en quadrature et en phase avec  $\bar{i}_{exc}$  :

$$\bar{V} = DS0^\circ + j DS90^\circ$$

Sachant que la tension  $\bar{V}$  et le courant  $\bar{i}_{exc}$  s'expriment en fonction de la réluctance complexe du circuit magnétique  $\bar{R}$  et du flux magnétique enlacé par la bobine  $\bar{\Phi}$  à l'aide des relations :

$$N\bar{i}_{exc} = \bar{R} \cdot \bar{\Phi} \quad \text{et} \quad \bar{V} = jN\omega \bar{\Phi}$$

où  $\omega$  est la pulsation du courant d'alimentation.

L'impédance  $\bar{Z}$  s'écrit donc :

$$\bar{Z} = j \frac{\omega N^2}{\bar{R}} = R + jX$$

Un capteur inductif est donc caractérisé par deux grandeurs : la composante résistive  $R$  qui englobe les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans la cible et les pertes internes du bobinage d'excitation, et le terme inductif  $X$  qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur.

Pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations dues à la présence de la cible, on introduit traditionnellement la notion d'impédance normalisée [HAG-82]. Cette impédance normalisée  $Z_n$  se déduit de  $Z$  à l'aide de l'expression :

$$Z_n = R_n + jX_n = \frac{\bar{Z} - R_0}{X_0}$$

où  $\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0$  est l'impédance à vide du capteur (impédance sans cible).

En procédant à cette normalisation, la mesure devient indépendante des caractéristiques propres de la bobine excitatrice (nombre de spires, pertes à vide) et de la croissance de la réactance en fonction de la fréquence. Elle dépend uniquement des paramètres de structure que sont la fréquence d'excitation  $f$  et la géométrie du capteur, et des paramètres de la cible à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique  $\sigma$ , sa perméabilité magnétique  $\mu$  et la distance capteur/cible (lift-off). L'étude des variations de  $Z_n$  s'effectue dans le plan d'impédance normalisée en traçant  $R_n$  en fonction de  $X_n$ .

Pour un capteur donné, toutes variations de l'un de ces paramètres induit un déplacement du point représentatif de  $Z_n$  dans le plan d'impédance normalisée. La figure II-7 illustre l'allure des trajectoires que décrit le point d'impédance du capteur pour des variations de conductivité électrique, de perméabilité magnétique ou de distance de mesure [ASN-86].

La prédétermination de ces trajectoires pour une cible quelconque est un problème relativement complexe qui nécessite une modélisation complète du dispositif. Les modélisations internes complètes sont rares car très complexes [MON-87] [PAL-80]. Seuls les cas de géométries de cible et de capteur simples peuvent être abordés. Des modélisations externes sont plus courantes [AKN-89]. Un modèle externe de type transformateur [DUF-93] a par exemple permis d'identifier, à partir des deux mesures  $(R_n, X_n)$ , la conductivité locale de la cible et la distance séparant le capteur de la cible.

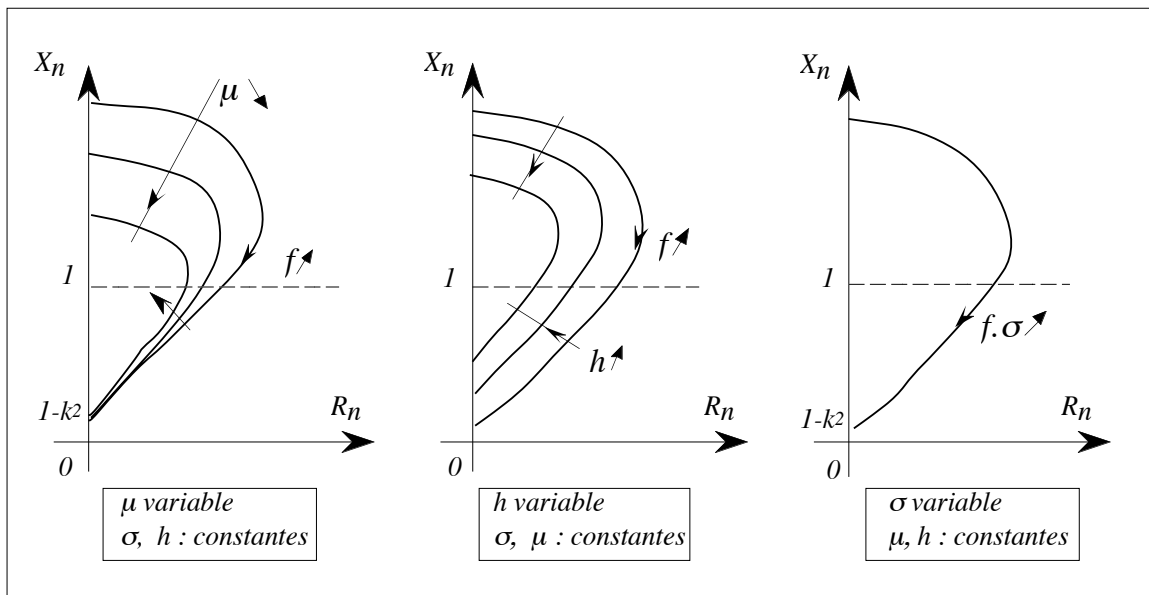


Figure II-7 : Influence de  $\mu$ ,  $\sigma$  ou  $h$  sur le diagramme d'impédance normalisée

La présence de défauts ou d'inhomogénéités de la cible induit une modification de l'un ou de plusieurs des trois paramètres influants ( $\sigma$ ,  $\mu$ ,  $h$ ), qui se traduit dans le plan d'impédance complexe  $(R_n, X_n)$ , par un déplacement du point représentatif du capteur. Selon le type de défaut considéré, les directions de ces déplacements sont celles correspondant aux variations locales de  $\sigma$ ,  $\mu$  ou  $h$ , ou bien une combinaison des trois directions, s'il s'agit d'une variation simultanée des trois propriétés.

Du fait de la décroissance rapide du champ électromagnétique, la notion de couplage capteur/cible est extrêmement importante dans le CND par courants de Foucault. Elle permet



d'évaluer la "partie" des ondes électromagnétiques atteignant la cible dont dépendra directement l'excursion des signaux de détection. Le plan d'impédance normalisée permet de caractériser le coefficient de couplage  $k$  entre le capteur et la cible. On montre en particulier qu'à fréquence infinie, le point limite a pour coordonnées  $(0, 1-k^2)$  [DUF-93].

### **II.4.3 Contrôle multi-fréquences et par courants de Foucault pulsés**

#### • Contrôle multi-fréquences

Le contrôle par courants de Foucault multi-fréquences est très utilisé pour l'inversion des données fournies par le capteur en vue de déterminer des paramètres du matériau en regard [ASN-86] [LE-95] [SAB-84]. Selon les applications considérées, ces paramètres peuvent être de différentes natures :

- distance capteur / cible ( $h$ ).
- conductivité électrique de la cible ( $\sigma$ ).
- perméabilité magnétique de la cible ( $\mu$ ).
- défauts dans le matériau.
- épaisseur du matériau à contrôler,...

Dans un problème d'inversion où il s'agit d'identifier  $n$  paramètres de la cible, il est nécessaire de disposer d'au moins  $n$  informations du capteur. Dans la majorité des cas, cette condition nécessaire n'est pas suffisante car d'une part, elle ne tient pas compte des dépendances qu'il peut y avoir entre les différentes mesures et d'autre part, des paramètres additionnels (à ceux recherchés) peuvent influencer la mesure. Ces deux remarques montrent clairement que le nombre d'informations disponibles ainsi que le degré d'indépendance entre celles ci influencent fortement le résultat de l'inversion.

Partant du principe que le comportement du capteur varie en fonction de la fréquence d'excitation, en particulier, selon que l'on se situe en basse, moyenne ou haute fréquence, les paramètres influants de la cible ne sont pas les mêmes (cf. figure II-7). La méthode multi-fréquences consiste à choisir judicieusement les fréquences d'excitation du capteur de manière à recueillir des informations riches et complémentaires sur le matériau à contrôler. L'idéal serait que chaque paramètre ait une influence sur le signal de mesure à une fréquence et une seule. Ceci est évidemment difficile voire impossible à réaliser en pratique. Quant au nombre de fréquences d'alimentation nécessaire, il est étroitement lié aux nombres de paramètres à identifier et à la complexité du dispositif complet que l'on s'autorise.

#### • Contrôle par courants de Foucault pulsés

Dans un problème de contrôle où il s'agit de discriminer plusieurs paramètres, une alternative à l'alimentation sinusoïdale multi-fréquences, consiste à émettre un champ magnétique large bande en excitant le capteur avec un signal impulsionnel ou quasi-impulsionnel. Ce mode de fonctionnement est communément appelé contrôle par courants de Foucault pulsés. Les premières applications de ce type de contrôle ont porté essentiellement sur l'évaluation d'épaisseurs de matériaux. De récents travaux dans ce domaine ont par ailleurs démontré l'intérêt du mode impulsionnel par rapport au mode sinusoïdal pour la détection de défauts profonds [LIB-71] [BOU-95].

La forme des signaux d'alimentation peut être rectangulaire, triangulaire ou semi-sinusoïdale, cette dernière étant la plus utilisée en raison de sa simplicité de mise en oeuvre. Dans ce type de contrôle, c'est l'évolution temporelle des signaux qui est utilisée.

Sur le principe, une telle méthode est plus riche en informations qu'un contrôle par courants de Foucault sinusoïdal mono ou multi-fréquences. Cependant, la quantité d'informations fournie dans la pratique dépend fortement du traitement des signaux bruts. Ceci justifie le nombre encore faible de développements que cette méthode a eu dans le domaine du contrôle non destructif.

La mise en oeuvre pratique de cette technique dans un contexte industriel est délicate. Le champ magnétique émis étant large bande, il risque de s'y superposer d'autres champs électromagnétiques externes perturbant ainsi la mesure de défauts de rail. Ce qui n'est pas le cas lorsque les formes d'ondes sont sinusoïdales et où le choix des fréquences d'excitation s'effectue "en évitant" les fréquences déjà présentes dans l'environnement électromagnétique.

#### **II.4.4 Différentes géométries de sondes CF**

- Sondes élémentaires

La distribution du champ magnétique émis par le capteur, et par conséquent des courants de Foucault induits dans la cible à contrôler, dépend en premier lieu de la géométrie de la sonde utilisée.

Il existe plusieurs configurations possibles pour la disposition du bobinage d'excitation relativement à la cible; chacune est dédiée au contrôle de cibles de forme donnée. Sans dresser un panorama exhaustif de toutes les différentes méthodes d'auscultation, nous allons en citer trois principales (cf. figure II-8) :

- les bobines internes destinées à inspecter des objets creux par l'intérieur [DOB-91].

- les bobines encerclantes : utilisées pour contrôler par l'extérieur des objets de faible section.
- les bobines simples ou plates utilisées pour l'inspection des objets par leur surface [BIT-90].

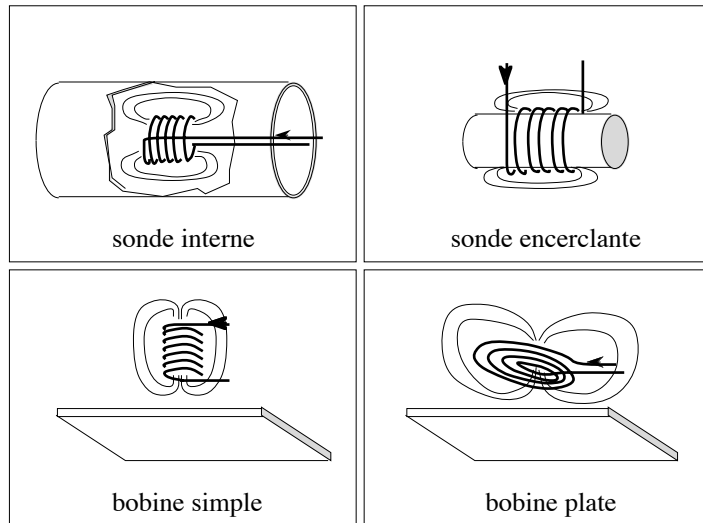


Figure II-8 : Classification des sondes selon la méthode d'auscultation

Sur la figure II-8, les sondes ne comportent qu'un simple bobinage. Les champs qu'elles émettent s'épanouissent largement. Afin de limiter les zones d'interaction de la bobine, on couple généralement celle-ci avec un circuit magnétique de grande perméabilité. Celui-ci peut être réalisé en tôle feuilletée à basse fréquence ou en ferrite pour les fréquences plus élevées. Son rôle est de canaliser les lignes de champ magnétique vers la ou les zones de l'espace où l'on placera la cible à inspecter. La géométrie du circuit varie selon les applications et la figure II-9 en donne quatre exemples.

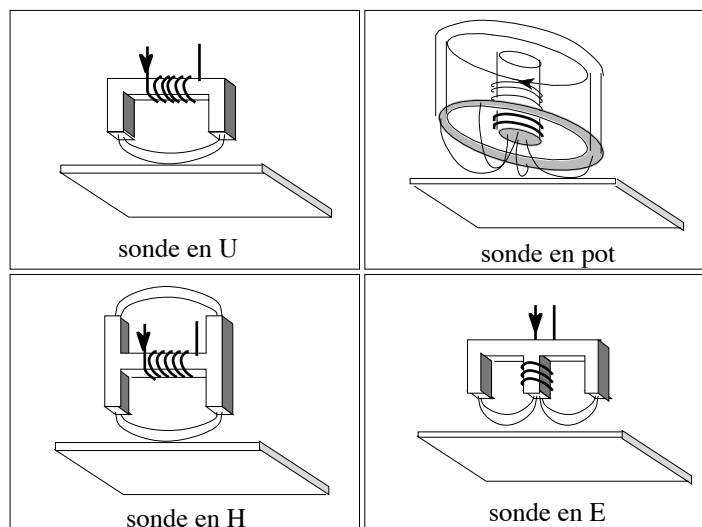


Figure II-9 : Différentes géométries de circuit magnétique

On constate que dans le cas d'un capteur en "U", la direction des lignes du champ est principalement celle reliant les deux pôles alors que la structure en "pot" ne privilégie aucune direction particulière des lignes du champ. Les structures en forme de "E" ou "H" sont plus complexes mais elles offrent la possibilité de réaliser des mesures par différence ce qui diminue fortement la sensibilité du capteur aux différentes dérives. Le choix d'une structure plutôt qu'une autre est étroitement lié à la cible à inspecter et aux types de défauts qu'elle contient.

- Capteur multiple

Dans plusieurs applications, la constitution d'un multicapteur est nécessaire pour répondre à certains impératifs :

- pour les problèmes de CND d'une pièce selon un ou deux axes, la procédure d'inspection effectuée à l'aide d'un capteur unique peut s'avérer trop longue et nécessite l'association en ligne de plusieurs capteurs élémentaires. En multiplexant les informations issues de chacun d'eux, il est possible d'accéder plus rapidement aux propriétés de la cible. Sur ce principe, des multicapteurs permettant la restitution du profil de la cible en utilisant l'information sur les distances séparant chaque capteur élémentaire du profil ont été développés [AKN-89] [FEN-94].
- le deuxième type de problème pour lequel un multicapteur peut apporter une réponse est la détection de défauts de géométrie particulière. L'association en ligne de plusieurs capteurs judicieusement espacés en fonction de la taille des défauts à détecter permet de recueillir des signaux suffisamment riches en information.

## **II.5 Prototype modulaire**

### **II.5.1 Géométrie d'un capteur élémentaire**

La sensibilité de détection d'un défaut dans un matériau dépend de sa position (en surface ou en profondeur), de sa forme et de son orientation : la détection sera d'autant meilleure que le défaut est orienté perpendiculairement aux lignes de courants induits. En ce qui nous concerne, nous avons utilisé avec profit l'information suivante : les deux défauts-type à détecter sont dans un plan quasi perpendiculaire à la direction d'avancement du véhicule étant donné que les efforts principaux au contact roue/rail sont généralement développés parallèlement à l'axe du rail.

Il est donc préférable que le champ magnétique généré soit principalement parallèle aux anomalies, de telle sorte que les courants de Foucault créés soient perpendiculaires à la direction des défauts de type fissure complète; on obtient ainsi une perturbation maximale des courants induits, et par conséquent une variation maximale de l'impédance du capteur. Cette remarque nous a conduit à utiliser un capteur en "U". Par opposition aux structures à symétrie de révolution (généralement en "pot") qui ne privilégient aucune direction, cette géométrie particulière conditionne les lignes de champ comme la figure II-10 en donne l'allure.

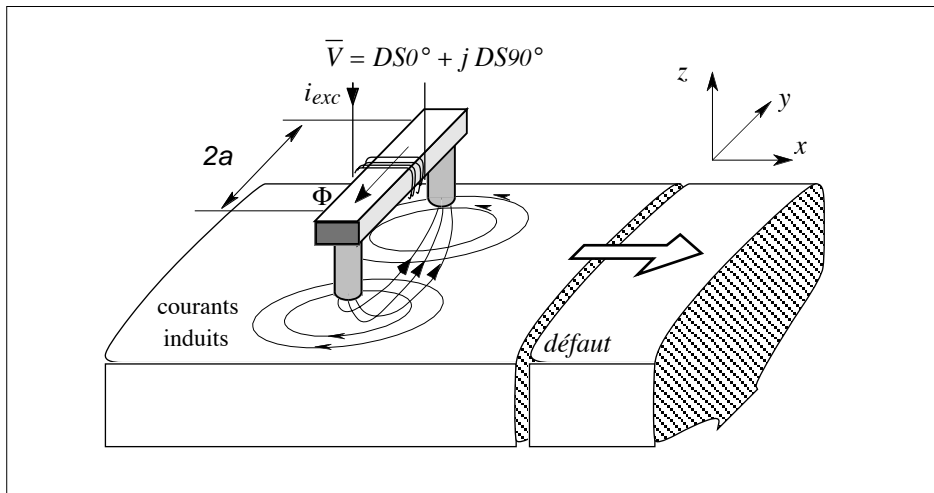


Figure II-10 : Géométrie du capteur

Pour illustrer l'influence de l'angle entre la direction principale du champ magnétique et l'axe des défauts, nous présentons figure II-11, la variation de réluctance du capteur en U lorsque celui-ci se déplace selon x au-dessus d'une fissure de 1 mm de large et pour 10 valeurs de cet angle comprises entre 0° et 90°.

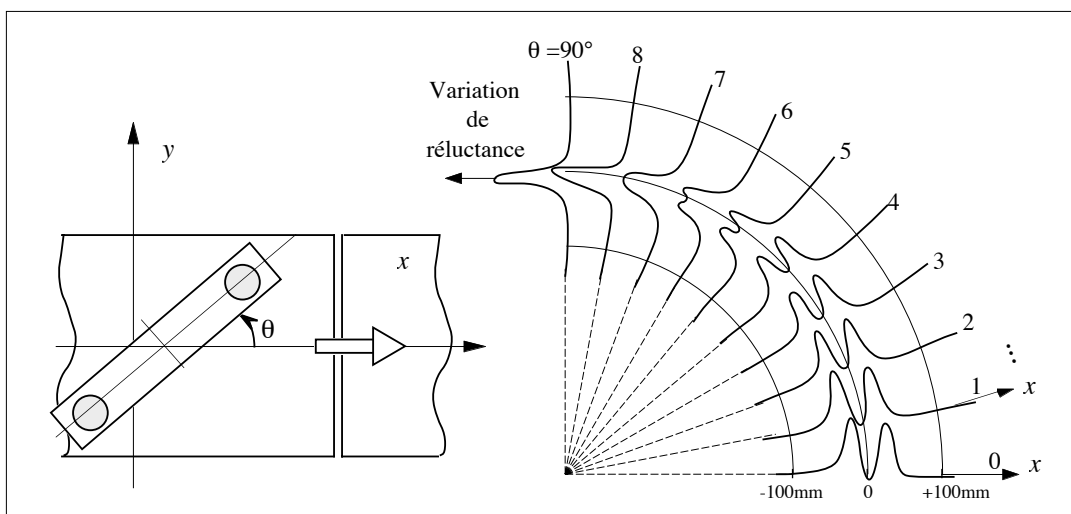


Figure II-11 : Allure de la variation de réluctance en fonction de  $\theta$

Au fur et à mesure que l'angle  $\theta$  diminue, les perturbations des courants induits sous chaque plot ne s'effectuent plus simultanément. Au niveau du signal détecté, cela se traduit par l'apparition de deux lobes séparés d'amplitude réduite. Ces mesures nous confortent dans notre choix de placer le capteur en U perpendiculairement au rail de telle manière que la perturbation des courants de Foucault induits soit maximale.

### II.5.2 Blindage passif

En disposant autour du circuit magnétique et des bobines un matériau conducteur qui ne laisse affleurer que les deux plots du capteur en U, on canalise le champ magnétique dont la progression dans le blindage est limitée à l'épaisseur de peau (très faible car le matériau est choisi très bon conducteur tel que le dural AU2GN). Le flux utile sortant par les plots du U est par conséquent augmenté et la sensibilité du capteur améliorée. La figure II-12 donne l'allure du capteur et son blindage réalisé en deux parties. On notera sur la vue de dessous la présence de saignées dans le blindage. Il convient en effet de ne pas enlacer les branches du circuit magnétique en U avec un blindage qui autoriserait la mise en court-circuit des courants induits en son sein. Le flux magnétique serait alors nécessairement nul dans le circuit magnétique. Dans ce but, des saignées de faible largeur sont réalisées par électroérosion. La forme en chicane de ces saignées minimise le flux de fuite (cf. figure II-12).

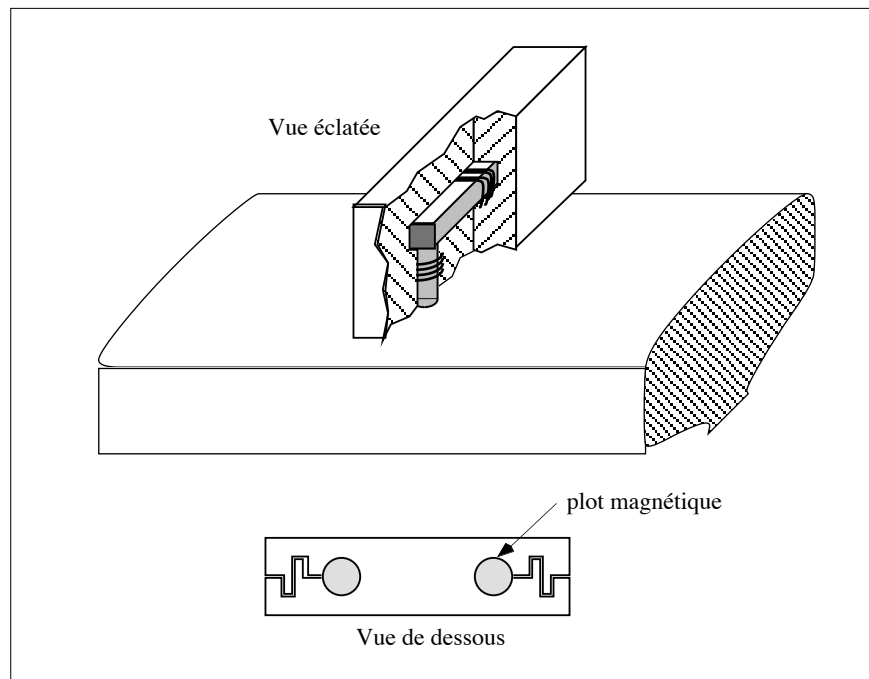


Figure II-12 : Circuit magnétique et son blindage. Forme des saignées.

Disposer un blindage autour du capteur permet en résumé :

- de canaliser le flux magnétique sous la sonde afin d'augmenter la sensibilité.
- de limiter l'influence des perturbations électromagnétiques externes.
- de donner à l'ensemble une rigidité mécanique.

Ce type de blindage sera qualifié de blindage passif (ou blindage par courants de Foucault [DUF-95]) par opposition au blindage actif que l'on abordera au paragraphe II.6.2.

### II.5.3 Simulations numériques par éléments finis

Une fois choisie la structure en U pour le circuit magnétique, la largeur inter-plots  $2a$  constitue avec la fréquence d'excitation les principaux paramètres de structure à optimiser lors de la conception d'un capteur élémentaire. Au vu du cahier des charges, les contraintes les plus pénalisantes à prendre en compte sont liées au positionnement du capteur. La distance de mesure imposée étant relativement élevée (20 ou 30mm), la valeur choisie de  $2a$  doit assurer le meilleur couplage capteur/cible tout en minimisant l'influence de la dynamique transversale ( $\pm 30$ mm) et verticale ( $\pm 5$ mm) transmise par le châssis de bogie sur la détection des défauts de rail.

La modélisation par éléments finis constitue une approche intéressante des problèmes d'optimisation de structures de capteurs. Elle permet, en un temps relativement court, d'évaluer les performances de plusieurs structures sans avoir à les réaliser physiquement ou en développer des modèles analytiques, qui dans la majorité des cas s'avèrent complexes à mettre en oeuvre. Les outils de simulation existants sont nombreux à pouvoir traiter des problèmes bidimensionnels.

La nature foncièrement 3D de notre application justifierait l'emploi d'un outil de simulations tridimensionnel. Ces logiciels complexes et peu nombreux nécessitent un environnement informatique beaucoup plus lourd et leurs temps de calcul sont très importants. Pour notre étude, nous avons plutôt choisi de simplifier notre problème et d'utiliser le code 2D Maxwell de Ansoft Corporation [ANS-94]. Les simulations nous permettront d'estimer le couplage capteur/cible dans le plan  $(y, z)$  pour différentes largeurs inter-plots mais elles seront incapables de modéliser la réponse du capteur à un défaut situé sur la troisième dimension.

Cette étape préliminaire de simulations doit nous fournir une description qualitative de l'évolution du coefficient de couplage capteur/cible ( $k$ ) en fonction de la largeur inter-plots ( $2a$ ). On peut noter que seules des tendances peuvent être déduites de ces simulations, étant

donné que la résolution d'un problème tridimensionnel à l'aide d'un logiciel de calcul 2D ne peut être qu'approchée.

Pour mener à bien ces simulations, il convient de procéder à :

- 1- la création, sous forme de dessin, de la structure géométrique du modèle.
- 2- l'affectation des propriétés électriques et magnétiques des matériaux constituant chaque élément.
- 3- la définition des conditions aux limites du problème et la configuration des sources de courants présentes dans la structure.
- 4- le réglage des paramètres de simulation tels que le pourcentage d'affinement du maillage par itération, l'erreur résiduelle souhaitée, le nombre d'itération maximal. Des calculs supplémentaires de certains paramètres tels que le flux à travers une section, la matrice d'impédance entre deux conducteurs peuvent être effectués.
- 5- l'analyse des résultats.

La structure géométrique que nous avons simulée est présentée figure II-13.

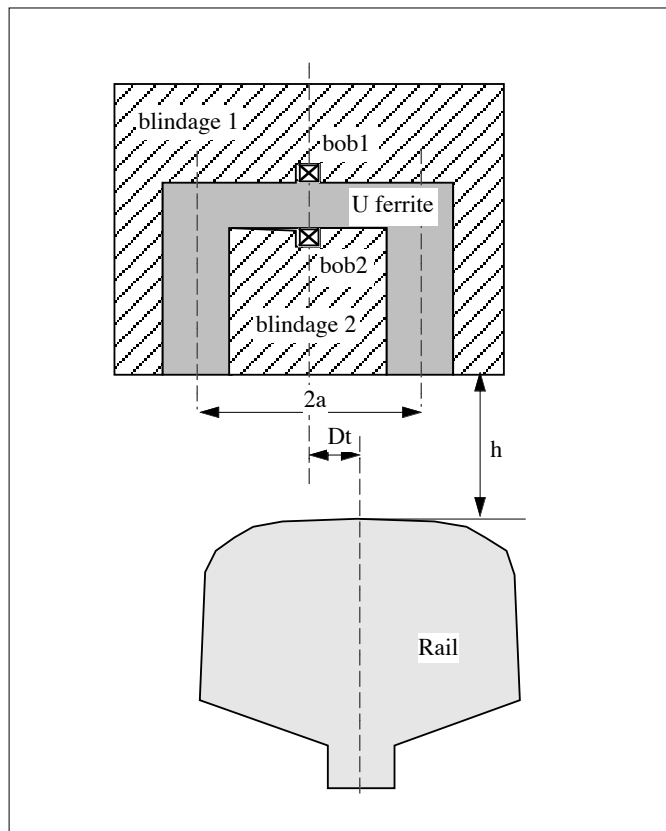


Figure II-13 : Structure géométrique utilisée pour les simulations



On distingue deux blindages (supposés infiniment longs dans la direction  $x$  non modélisée), le circuit magnétique en U, deux conducteurs et une section du rail de largeur 65mm. L'annexe A donne les caractéristiques complètes de la simulation sous l'environnement Maxwell.

Pour estimer le couplage capteur/cible, il convient de simuler le capteur seul. Cette simulation préalable fournit l'impédance à vide du capteur qui ensuite permettra d'estimer l'impédance normalisée (cf. § II.4.2). Pour calculer le coefficient de couplage, nous avons choisi de placer le système sur sa caractéristique d'impédance normalisée à la fréquence  $f = \infty$ ; l'épaisseur de peau tendant alors vers zéro, l'impédance est uniquement réactive (le flux purement en phase avec le courant d'excitation) et la caractéristique du capteur coupe l'axe vertical du plan d'impédance à l'ordonnée  $1-k^2$ . Pour la simulation, on se place fictivement en ce point de fonctionnement en réglant simplement  $\sigma = \infty$  pour le rail.

L'allure des lignes de champ lorsque le rail est placé à 20mm du capteur est illustrée sur la figure II-14.

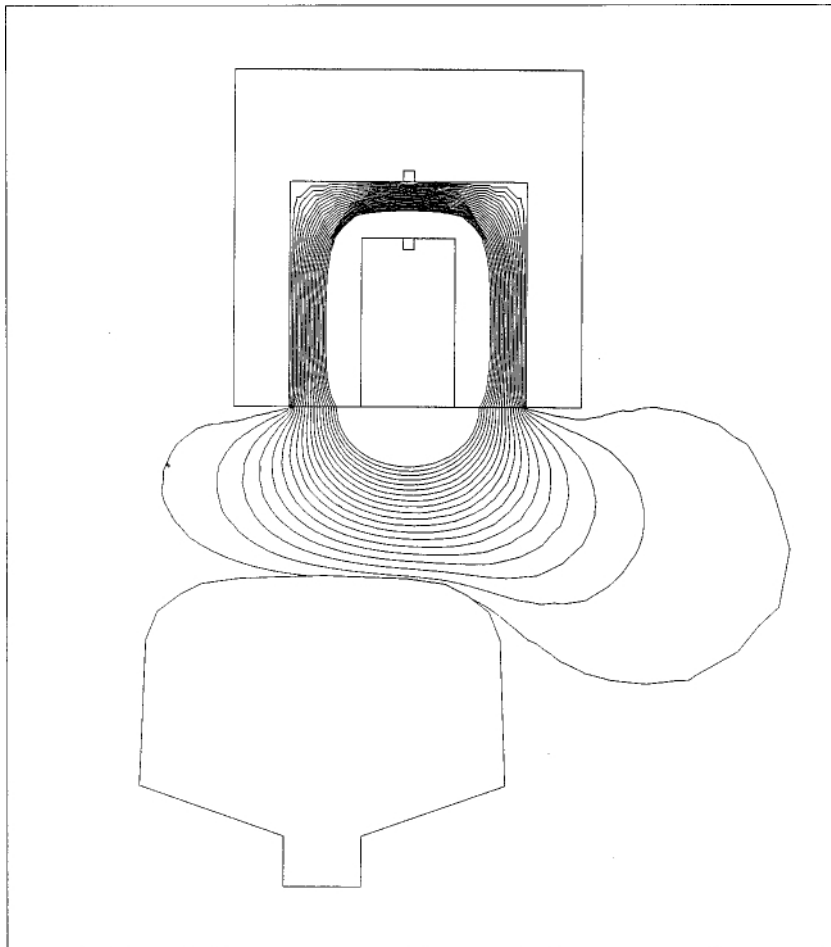


Figure II-14 : Tracé des lignes de champ

Nous avons reporté sur la figure II-15 l'évolution du coefficient de couplage lorsque la largeur inter-plots varie entre 30mm et 80mm avec un pas de 5mm, le capteur étant centré par rapport au rail. Chaque point d'une courbe correspond à un résultat de simulation normalisé par le résultat d'une simulation à vide. Pour une hauteur de positionnement égale à 10mm, la courbe présente un maximum à  $2a=45\text{mm}$ .

En conclusion, une largeur inter-plots égale à 45mm est optimale relativement au couplage capteur/cible pour  $h = 10\text{mm}$ . Pour des hauteurs de mesure supérieures, cette valeur n'est plus optimale, mais on notera que l'augmentation du couplage capteur/cible reste faible pour les valeurs supérieures à 45mm.

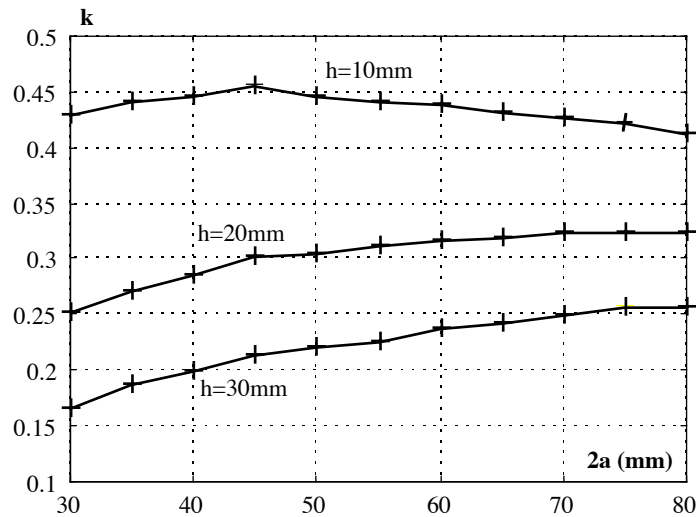


Figure II-15 : Coefficient de couplage capteur/cible fonction de la largeur inter-plots.

Pour déterminer définitivement une valeur de  $2a$  et confirmer ces simulations, nous avons choisi de réaliser physiquement et de tester 3 capteurs de largeurs différentes selon une structure identique à celle présentée figure II-12.

#### II.5.4 Réalisation et test de trois capteurs modulaires

Les simulations nous indiquent qu'une largeur inter-plots supérieure à 45mm n'augmente que très faiblement le coefficient de couplage capteur/cible. Les trois structures que nous avons réalisées ont des largeurs inter-plots égales à : 45 mm (C1), 60 mm (C2), et 75 mm (C3). Le but étant d'effectuer des essais en laboratoire des trois différentes structures, dans des configurations proches de celles du terrain afin de choisir une structure vérifiant les critères

suivants : un couplage capteur/cible maximal, une faible sensibilité de la mesure de défauts de rail aux mouvements du capteur et la réponse la plus franche à l'apparition des défauts étalons.

- Mesures sur impédancemètre

Ces premières caractérisations ont été effectuées à l'aide d'un impédancemètre (HP4192) et elles concernent le capteur unitaire face à un rail sans défaut. A une hauteur de positionnement  $h$ , elles consistent à relever les parties active et réactive de l'impédance du bobinage d'alimentation lorsque la fréquence varie de 100 Hz à 500 kHz; le diamètre des plots étant égal à 13 mm. Les résultats de mesure sont présentés dans le plan d'impédance normalisée figure II-16 pour un capteur de largeur  $2a = 45\text{mm}$ .

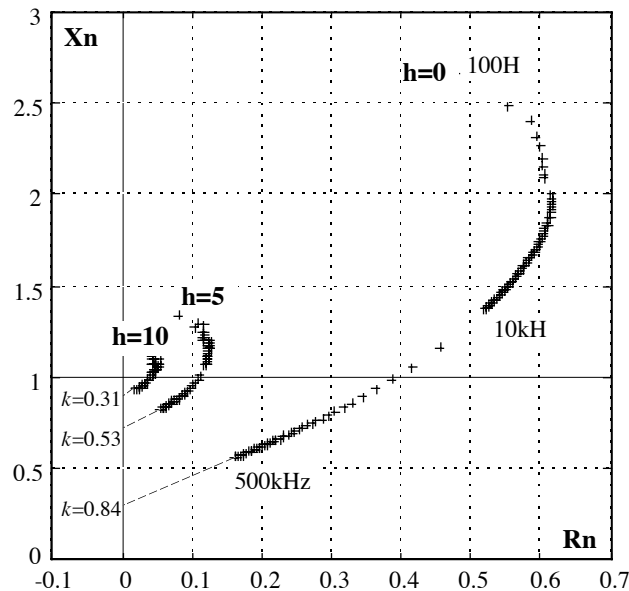


Figure II-16 : Mesures absolues dans le plan d'impédance normalisée pour C1

Sur ces courbes, une estimation du coefficient de couplage capteur/cible  $k$  est obtenue lorsque la fréquence tend vers  $+\infty$  ( $R_n$  tend vers 0 et  $X_n$  vers  $1 - k^2$ ). On note une forte décroissance du couplage lorsque  $h$  augmente.

Si l'on examine l'évolution du coefficient de couplage aux deux hauteurs extrêmes 0 et 30mm pour les trois différentes largeurs inter-plots (cf. tableau I-1), les remarques formulées dans la phase de simulation sont confirmées à savoir que lorsque la distance de mesure est faible, le couplage est maximal pour  $2a = 45\text{mm}$  et qu'il évolue très faiblement pour des hauteurs de mesure supérieures. Ce qui nous amène à opter pour une largeur inter-plots égale à 45mm.

	Coefficient de couplage capteur/cible	
	h=0mm	h=30mm
2a = 45mm	0.83	0.086
2a = 60mm	0.68	0.1
2a = 75mm	0.43	0.09

Tableau I-1 : Evolution du couplage capteur/cible pour les trois largeurs inter-plots

Du reste, un autre point vient conforter ce choix : il s'agit de l'influence du déport latéral Dt. La figure II.17 présente la variation de  $DS0^\circ$  quand une fissure de 1 mm est déplacée sous 3 capteurs C1 ( $2a = 45\text{mm}$ ), C2 ( $2a = 60\text{mm}$ ) et C3 ( $2a = 75\text{mm}$ ) montés en différentiel et pour  $Dt = 0, 15$  et  $30$  mm.

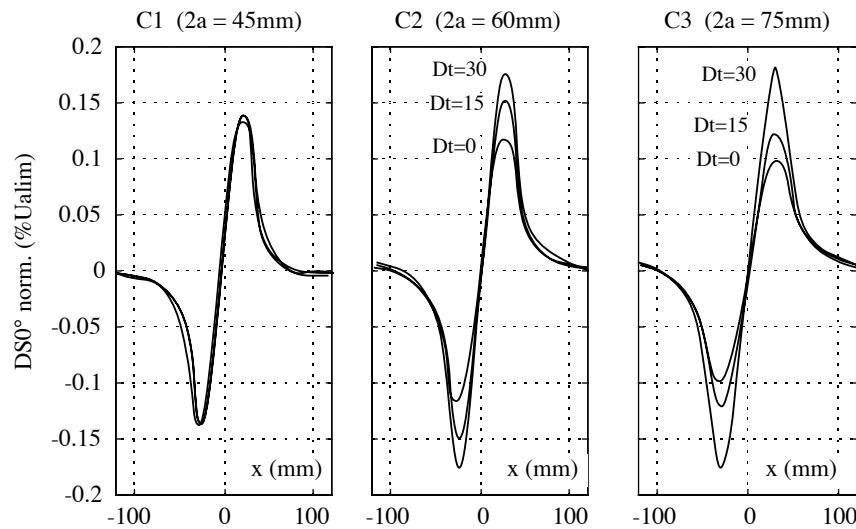


Figure II-17 : Evolution de  $DS0^\circ$  pour  $Dt = 0, 15$  et  $30$  mm pour C1, C2 et C3

En conclusion, parmi les trois distances inter-plots disponibles,  $2a = 45$  mm est celle que nous retiendrons, pour les mesures de défauts sur rail type U50; d'une part elle assure un couplage capteur/cible correct et d'autre part le décalage transversal n'a quasiment aucune influence sur la mesure.

## II.6. Multicapteur

### II.6.1 Mesures simples et différentielles

Les variations relatives d'impédance dues à la présence de défauts dans la cible sont généralement très faibles par rapport aux valeurs d'impédance mesurées sur une cible sans défaut. Pour les mettre en évidence, il est nécessaire d'effectuer une mesure par différence qui

permet également une rejection des différentes dérives (température, vieillissement...). Cette différence peut être effectuée entre un capteur situé face au rail à inspecter et un capteur identique isolé de la cible servant de référence. On parlera de *mesure différentielle avec référence absolue*.

$$V_{da}(x) = V_a(x) - V_0. \quad (\text{cas a, figure II-18})$$

Dans une application où le positionnement du capteur est sujet à des variations (en vertical et/ou en transversal), une telle mesure risquerait de confondre un défaut avec une variation de paramètre tels que la hauteur de mesure et/ou le déport latéral.

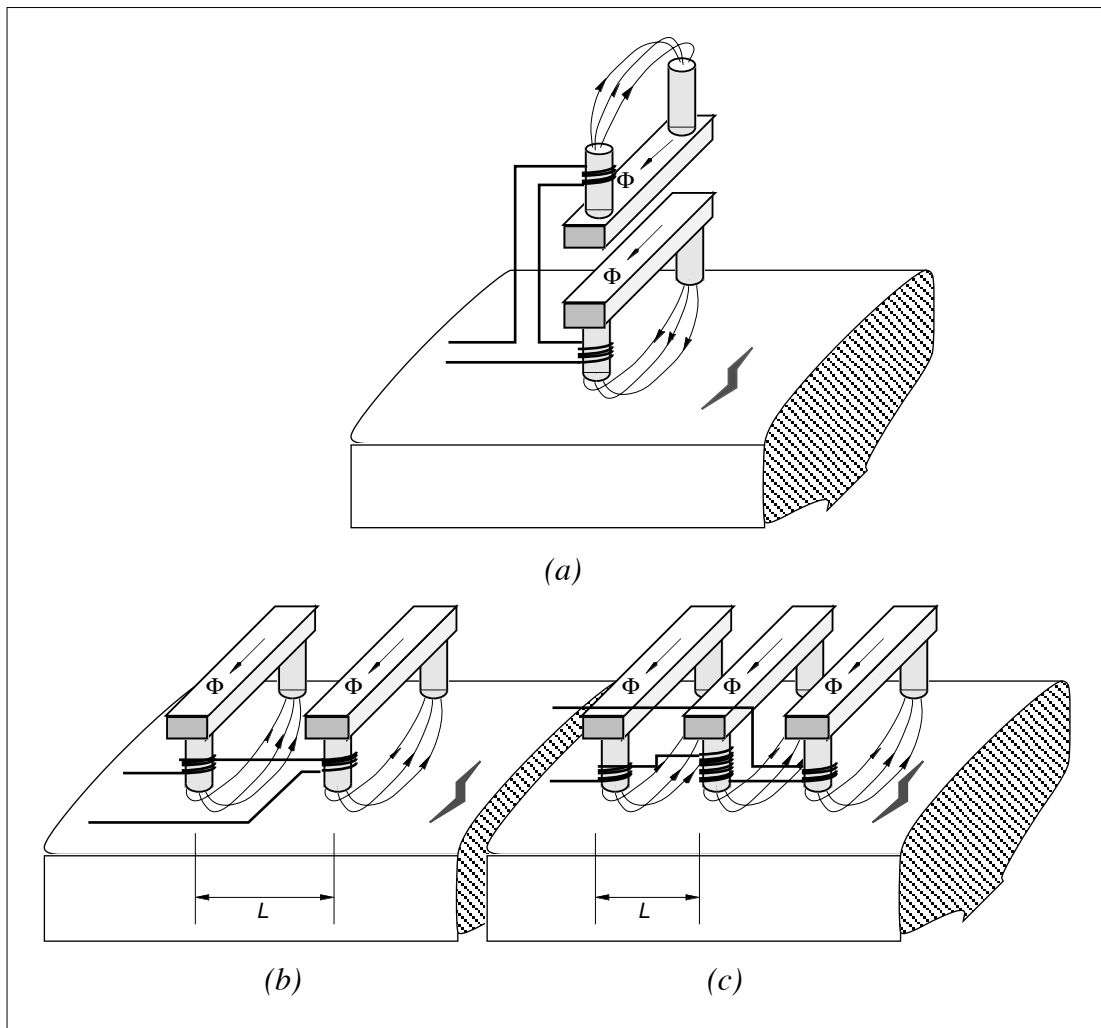


Figure II-18 : Mesures différentielles à référence absolue (a), à référence relative (b) et mesure double différentielle (c)

La deuxième possibilité consiste à faire défiler au dessus de la pièce à examiner, deux capteurs écartés d'une distance L selon l'axe x et de réaliser une *mesure différentielle avec référence*

relative qui fournit à tout instant une comparaison entre deux zones proches de la cible.

$$V_{dr}(x) = V_a(x) - V_a(x-L) \quad (\text{cas b figure II-18})$$

Avec trois capteurs, il est même possible de réaliser une *mesure double différentielle avec référence relative*. Ce type de mesure a l'avantage de fournir une réponse symétrique avec un pic central au droit du défaut.

$$V_{2dr}(x) = V_a(x) - 2V_a(x-L) + V_a(x-2L) \quad (\text{cas c figure II-18}).$$

Ces combinaisons rendent la mesure indépendante des mouvements verticaux et transversaux, au moins pour ses caractéristiques statiques. Cependant, pour avoir des informations très "locales" sur d'éventuels défauts, il est indispensable que ces différences soient effectuées sur des distances très faibles selon l'axe x. Du fait de l'épanouissement inévitable des lignes de champ magnétique, il est malheureusement impossible de disposer de capteurs élémentaires dont la résolution selon l'axe x est faible devant la dimension des défauts. En conséquence, une mesure différentielle relative n'est pas que la simple expression de la dérivée spatiale de la mesure absolue (comme elle devait l'être idéalement) mais une combinaison linéaire des mesures absolues qui peut masquer ou augmenter l'effet de défauts de longueur d'onde spécifique.

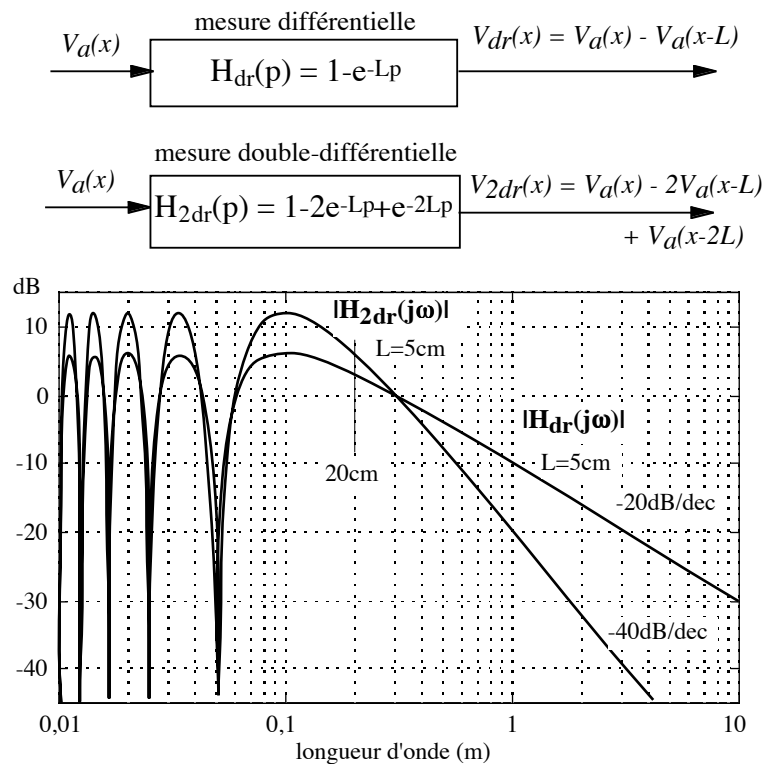


Figure II-19 : Fonctions de transfert de la mesures différentielle et double-

différentielle à référence relative.  $L=5\text{cm}$ .

La figure II-19 montre le gain harmonique des fonctions de transfert introduites lors du passage à des mesures différentielle et double différentielle en négligeant toute interaction électromagnétique entre capteurs élémentaires.

Pour un espacement entre capteurs de  $L$ , on voit que les composantes de défauts de longueurs d'ondes  $L$  et sous multiples de  $L$  sont grandement atténuées. Les comportements dérivateur et double-dérivateur ne s'observent que pour environ  $\lambda \geq 2\pi L$ .

Afin de palier à ces inconvénients, la constitution d'un multicapteur composé de  $n$  capteurs élémentaires disposés selon l'axe  $x$  à des distances proches a été menée de sorte que les différents signaux différentiels et double différentiels ne s'annulent pas pour des longueurs d'onde identiques au moins dans la bande passante spatiale du capteur élémentaire (ici environ  $\lambda > 3\text{cm}$ ). De cette manière, les différents signaux de mesure se complètent.

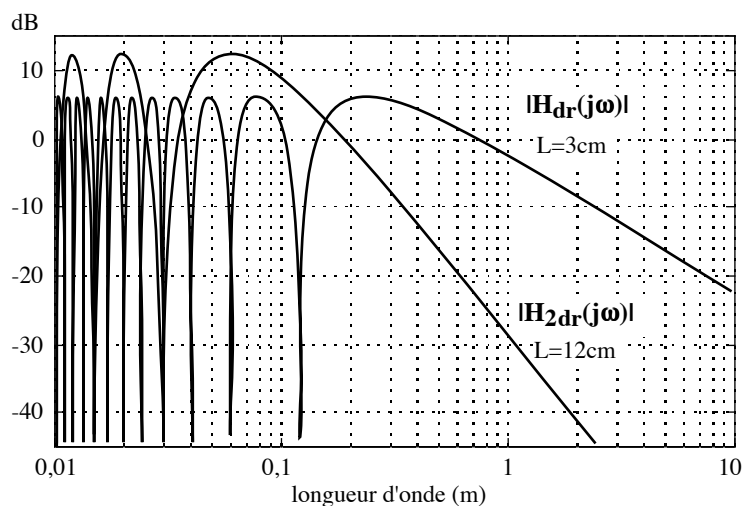


Figure II-20 : Module des fonctions de transfert entre la mesure absolue et les mesures différentielle ( $L=12\text{cm}$ ) et double-différentielle ( $L=3\text{cm}$ ).

Lorsqu'il s'agit de détecter des défauts par mouvement le long de la cible, sous réserve que les capteurs élémentaires subissent la même variation de hauteur  $h$  et/ou de déport latéral  $D_t$ , la confusion avec l'existence d'un défaut ne peut avoir lieu. En revanche, l'amplitude des signaux de mesure lors du passage sur un défaut, varie si  $h$  et/ou  $D_t$  varie.

Remarque : La mesure différentielle avec une référence absolue reste utile en laboratoire pour effectuer des simulations de structures différentielles en vue de l'optimisation de paramètres tels que l'espacement entre capteurs élémentaires ( $L$ ).

## II.6.2 Blindage actif

- Portée et résolution latérale du capteur

Les aspects "portée" et "résolution" caractérisant un capteur à courants de Foucault sont d'une importance notable lors de sa conception. L'aspect résolution traduit l'aptitude à une localisation spatiale plus ou moins précise d'un défaut selon l'axe  $x$ . Quant à la portée, elle nous impose la distance maximale de mesure, au delà de laquelle une apparition de défaut donne une variation de tension trop bruitée pour être exploitée.

Pour définir la résolution, supposons qu'une plaque, à la distance  $h_0$ , présente un petit défaut. Du fait de l'étalement des lignes de champ, le signal va varier de façon continue en fonction de sa distance  $x$  au défaut. La largeur à mi-hauteur caractérise la résolution latérale du capteur à la distance  $h_0$  (cf. figure II-21).

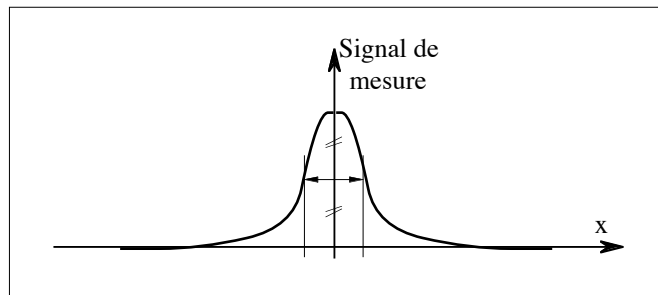


Figure II-21 : Résolution latérale du capteur

La portée maximale du capteur notée  $h_{max}$  est la plus grande distance pour laquelle une variation  $dh$  équivalente, correspondant à l'apparition du défaut, donne une variation de tension mesurable. La portée est limitée par la forte non linéarité du capteur comme l'illustre la figure II-22.

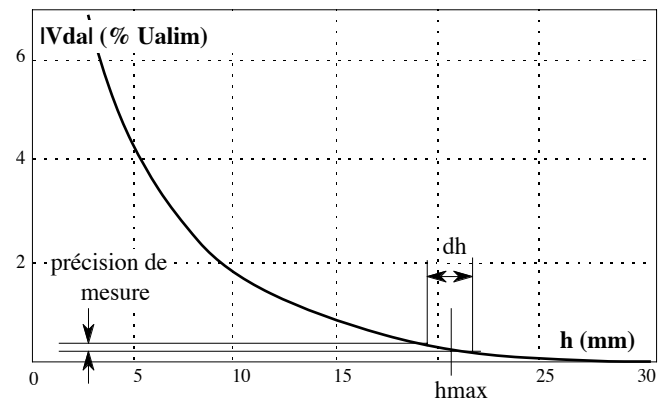


Figure II-22 : Allure du module de  $V_{da}$  fonction de  $h$



Selon l'application considérée, l'aspect à privilégier n'est pas le même. Lorsqu'on cherche à dimensionner des défauts et à les localiser de manière précise, la notion de résolution est prioritaire. Par contre, pour des grandes distances de mesure, l'accent doit être mis plutôt sur l'aspect portée à cause de l'épanouissement des lignes de champ.

Pour les applications ferroviaires, l'obtention d'une grande portée est indispensable à cause des variations de hauteur de positionnement du capteur dues à la dynamique verticale du bogie, à la compression statique des suspensions et aux usures de diamètres de roues. Ces débattements verticaux interdisent une hauteur de mesure faible et le couplage entre le capteur et la cible en sera d'autant plus mauvais que  $h$  sera grand. Par contre, la résolution du capteur dans la direction d'avancement est un paramètre moins pénalisant. Il est en effet inutile de savoir localiser très précisément le défaut si la position du train sur la voie n'est connue qu'avec une précision de 100mm !

• Principe du blindage actif

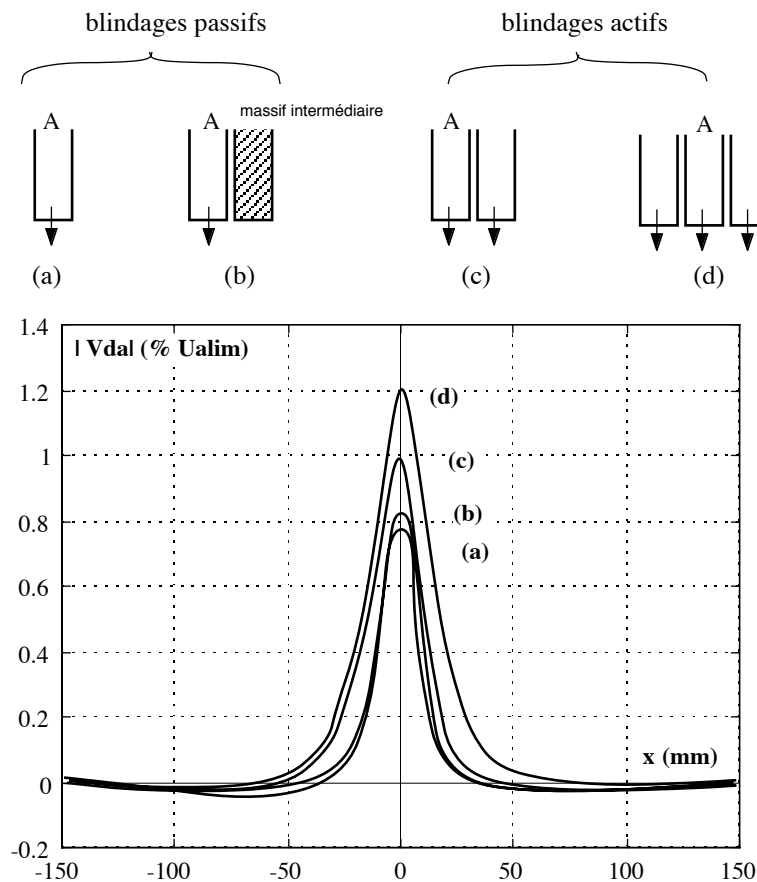


Figure II-23 : Influence des différents types de blindage sur la détection d'une fissure de 1mm de large.  $h = 10\text{mm}$  (mesure différentielle à référence absolue)

Afin d'améliorer portée et résolution, une première possibilité consiste à élargir la taille des blindages passifs grâce à l'adjonction de massifs intermédiaires.

Il est également possible de positionner de part et d'autre du capteur unitaire, d'autres capteurs élémentaires et on parlera alors de **blindage actif** [DUF-95]. Ce second type de blindage met à profit la notion d'images électriques [PLA-92] (l'association d'une source de flux et d'une plaque infiniment conductrice est équivalente à deux sources de flux symétriques par rapport à la surface de la plaque). La figure II-23 résume les résultats obtenus avec les différents types de blindage. L'allure des signaux montre que la portée du capteur central est nettement améliorée en associant en lignes plusieurs capteurs. La décroissance de la réluctance dans le cas d'un multicapteur suit en effet une loi en  $1/h^2$  (h étant la distance capteur cible) au lieu de  $1/h^3$  pour un capteur unique [AKN-89]. Le blindage actif à deux capteurs au moins sera l'option de réalisation retenue.

- Phases relatives des champs incidents

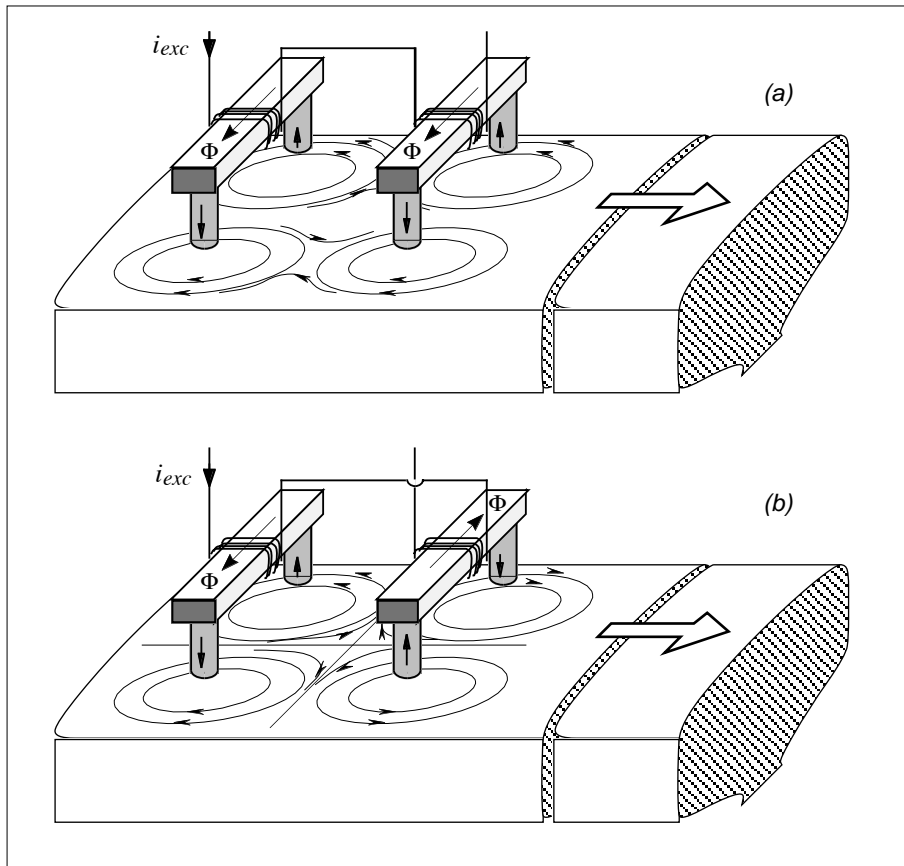


Figure II-24 : Allure des courants de Foucault induits dans la cible

Lorsque plusieurs capteurs sont placés côte à côte afin de réaliser un "blindage actif" et qu'ils sont alimentés en série, nous nous sommes intéressés à l'influence du sens des bobinages d'alimentation des capteurs sur la détection de défauts, et plus particulièrement sur celle de la fissure transversale de rail. Nous avons traité uniquement le cas de deux capteurs mais le résultat peut être étendu à plusieurs capteurs mis en série. La figure II-24 présente l'allure des courants de Foucault induits dans le cas de champs générés en phase (a) ou en opposition (b).

Cas (a) : lorsque les deux capteurs A et B sont excités en phase (fonctionnement normal), les courants induits sous les plots (1 et 3) tournent dans le même sens. Il en est de même pour les plots (2) et (4) mais en sens inverse. Quand le capteur B passe sur la fissure, les courants de Foucault sont perturbés comme le montre la figure II-25. En fait, dès que la fissure apparaît sous le capteur B, le capteur A détecte une perturbation du champ réfléchi de même signe que celle observée lorsque la fissure est à l'aplomb du capteur A.

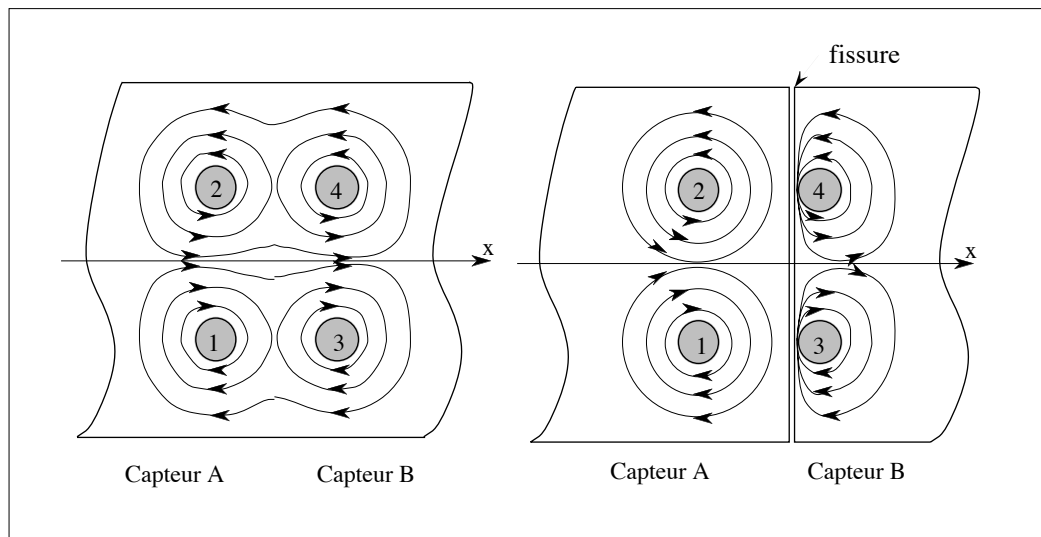


Figure II-25 : Courants induits avec champs incidents en phase (a)

Cas (b) : lorsque les capteurs sont alimentés en opposition de phase, les courants de Foucault induits sous chaque plot ont l'allure présentée sur la figure II-26. Au moment où le capteur B est à l'aplomb du défaut, la répartition des courants sous les plots (3) et (4) est modifiée permettant aux courants induits par le capteur A de "mieux s'épanouir". Lorsque la fissure progresse sous le capteur A, celui-ci détecte une perturbation du champ réfléchi de signe opposé à celle qu'il observait lorsque le capteur B était sur la fissure. Un passage à zéro du signal de détection est obtenu lorsque la fissure se trouve au milieu des deux capteurs, car en théorie une fissure infiniment fine et centrée entre A et B ne perturbe pas les courants.

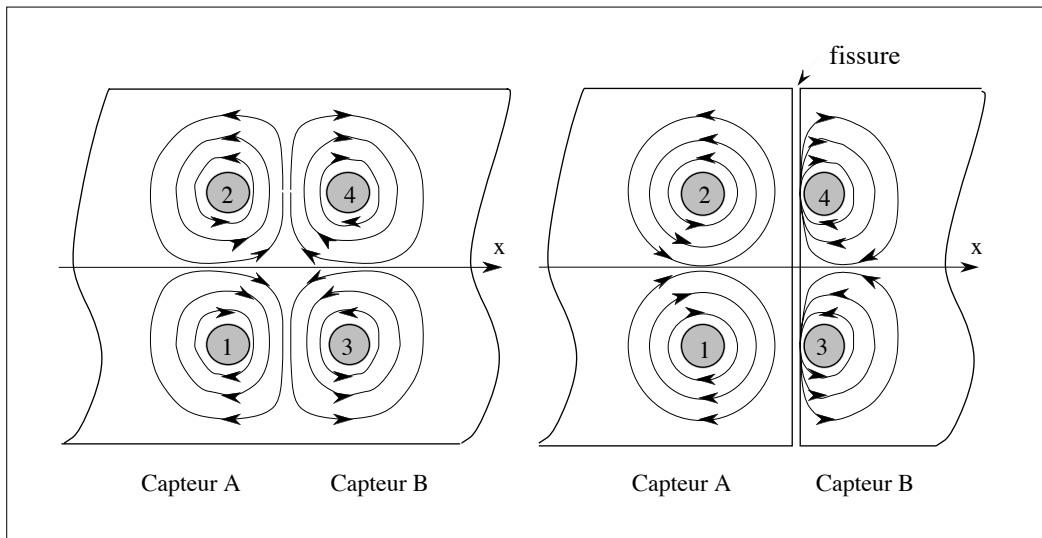


Figure II-26 : Courants induits avec champs incidents en opposition de phase (b)

Ce raisonnement qualitatif se confirme à la visualisation (cf. figure II-27) du signal  $DS0^\circ$  issu de A pour les deux cas (a) et (b) lorsque le capteur ausculte la cible étalon 1 ( $L_f = 1$  mm).

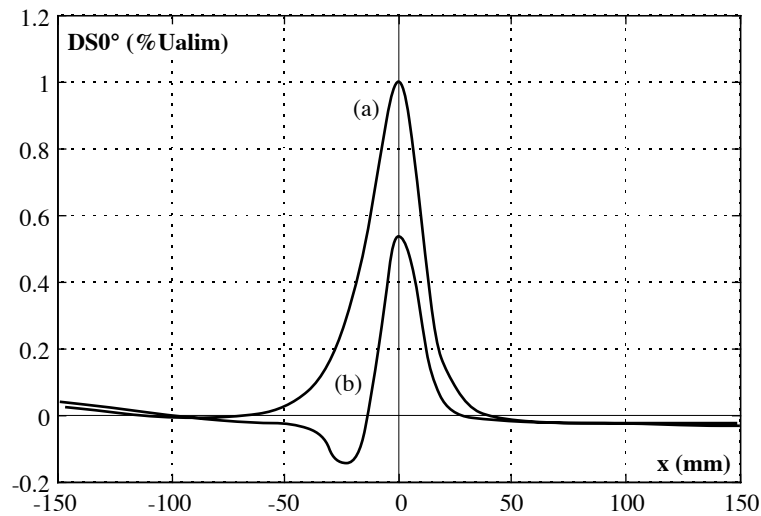


Figure II-27 : Evolution de  $DS0^\circ$  du signal de mesure sur une fissure de 1mm.  
(a): champs incidents en phase (b) : champs incidents en opposition de phase

Le cas (a) de champs incidents en phase apparaît comme le plus avantageux pour la réalisation du blindage actif et il sera adopté par la suite.

### II.6.3 Dimensionnement axial du dispositif

Lorsqu'on met des capteurs élémentaires côte à côte pour réaliser des mesures différentielles à référence relative, le choix de la distance  $L$  entre ces capteurs dépend essentiellement de la taille des défauts à détecter et de la distance à laquelle s'effectue la mesure.

Le premier type de défaut (fissure) étant le plus fréquent, notre démarche a consisté à optimiser l'espacement  $L$  essentiellement pour la détection de ce défaut. Son ajustement pour la cible étalon 2 ne peut pas être généralisable à tous les arrachements de champignons dans la mesure où ils sont de longueurs variables (de 1 à 2 cm jusqu'à des valeurs de 50 cm).

Un écartement axial optimal entre capteurs doit se traduire, au niveau du signal de mesure, par une transition rapide entre lobes et une dynamique importante. Cette distance ne pourra pas, dans cette version prototype 1, être inférieure à 30 mm par construction. Cependant, il est possible de simuler dans une certaine mesure, le comportement d'un capteur différentiel ou double différentiel à l'aide de mesures différentielles à référence absolue. Afin que ces "reconstructions" soient représentatives de la réalité, il a été tenu compte des influences dissymétriques d'un capteur sur l'autre.

Remarque : Pour "recréer" en simulation la mesure différentielle à référence relative, il faut que les mesures à référence absolue  $V_{da1}$  et  $V_{da2}$  figurant dans l'équation de reconstruction  $V_{dr}(x) = V_{da1}(x) - V_{da2}(x-L)$ , soient obtenues à l'aide d'un capteur mis dans la configuration d'une mesure différentielle. Pour la tension  $V_{da1}$  (respectivement  $V_{da2}$ ), ceci revient à positionner à gauche (respectivement à droite) du capteur servant à la mesure un second capteur élémentaire qui permet de tenir compte de l'effet "blindage actif" discuté au paragraphe II.6.2.

La reconstruction de la mesure double-différentielle s'effectue sur le même principe à l'aide de l'équation  $V_{2dr}(x) = V_{da1}(x) - 2V_{da2}(x-L) + V_{da3}(x+L)$ .

#### • Structure différentielle

La figure II-28 présente l'évolution de  $DS0^\circ$  pour une structure différentielle composée de deux capteurs ( $2a = 45\text{mm}$ ) identiques distants de  $L = 15, 25 \dots 75\text{mm}$ . Le signal obtenu est à symétrie impaire.

On constate que si  $L$  est trop grand, on obtient une réponse qui ressemble à deux réponses simples tête-bêche. Cette situation est défavorable dans le cas où le défaut à détecter est très localisé car les deux lobes, très distants, peuvent conduire à des confusions si plusieurs défauts se succèdent. De plus, les mouvements angulaires du capteur relativement au rail induisent des variations de la mesure d'autant plus grandes que  $L$  augmente.

Par contre si  $L$  est trop petit, la dynamique du signal de mesure est fortement atténuée et la réponse à un défaut long peut être trop faible.

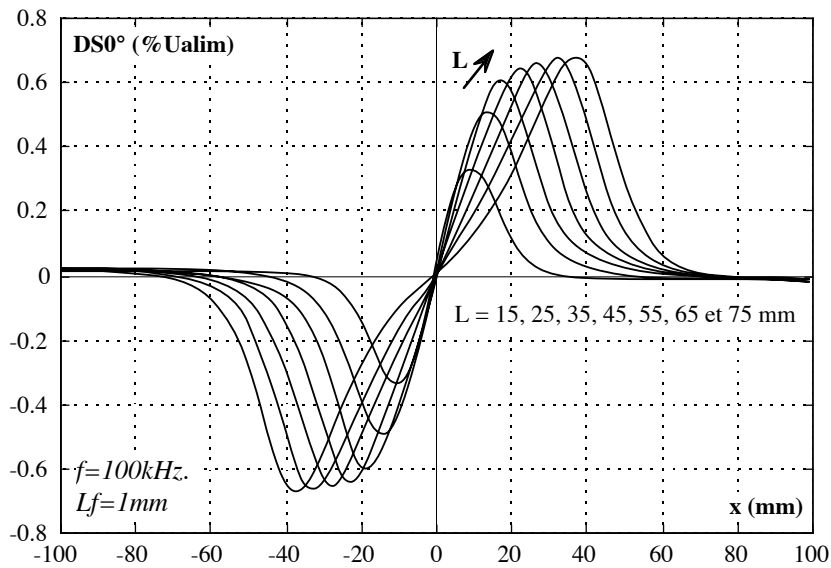


Figure II-28 : Variation de  $DS0^\circ$  pour différentes valeurs de  $L$ . Simulations à partir de mesures à référence absolue.

Au niveau du signal de mesure, les deux paramètres à analyser sont la valeur maximale du signal et la pente à l'origine (cf. figure II-29).

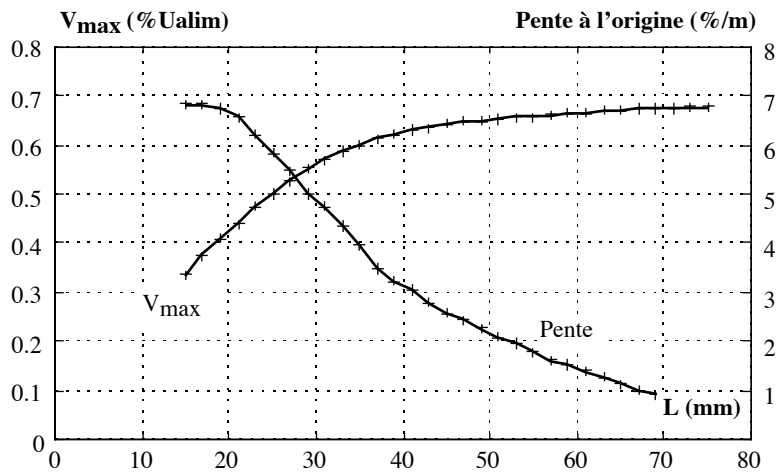


Figure II-29 : Variation de  $V_{max}$  et de la pente à l'origine ( $x=0$ ) en fonction de  $L$

La valeur la plus forte de la pente est obtenue pour  $L = 15$  mm et la valeur la plus forte de  $V_{max}$  est obtenue pour  $L = \infty$ . Un compromis de  $L = 30$  mm assure une valeur de  $V_{max}$  de 83% de la meilleure valeur et une pente de 72% de la pente maximale.

Pour ce qui concerne la détection des défauts type 2 dont la forme étalon est celle d'un créneau, la largeur du créneau et la longueur  $L$  sont directement corrélées. La longueur du

créneau correspond en effet à une demi période du fondamental d'un signal carré et on a vu que les détections différentielles et double-différentielles sont maximales aux fréquences multiples de  $1/L$ . Dès que la dimension du défaut avoisine 1.5 fois la résolution axiale du capteur ( $30 \times 1.5 = 45\text{mm}$ ), cette dernière n'intervient pratiquement plus dans l'optimisation et une association de deux capteurs distants d'une longueur  $L$  détecte de manière optimale un arrachement de même longueur.

• Structure double différentielle

La figure II-30 présente l'évolution de  $DS0^\circ$  pour une structure double différentielle composée de 3 capteurs ( $2a = 45\text{mm}$ ) identiques distants de  $L=15, 25, \dots, 75\text{mm}$ . Les mêmes remarques que celles faites à propos de la mesure différentielle sont valables si ce n'est qu'ici la réponse est à symétrie paire.

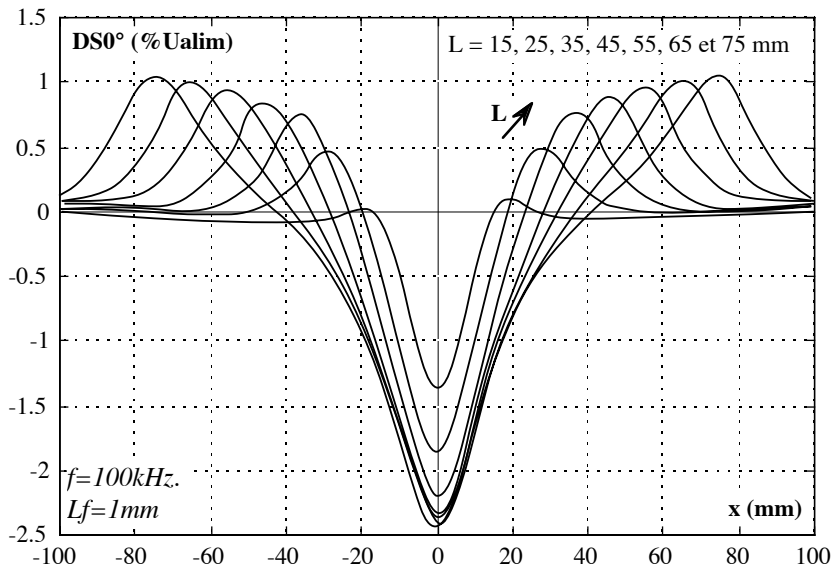


Figure II-30: Evolution de  $DS0^\circ$  pour différentes valeurs de  $L$ . Simulations à partir de mesures à référence absolue.

Pour le choix de  $L$ , le compromis s'effectue ici en visualisant la valeur maximale de la détection obtenue pour  $x = 0$  et les pentes aux points de passage à zéro (cf. figure II-31).

La valeur de  $L=30\text{mm}$  est également un bon compromis pour la structure double différentielle. Pour la détection du défaut type 1, cette distance permet en effet l'obtention d'une dynamique importante du signal de mesure tout en conservant une transition quasi optimale entre lobes.

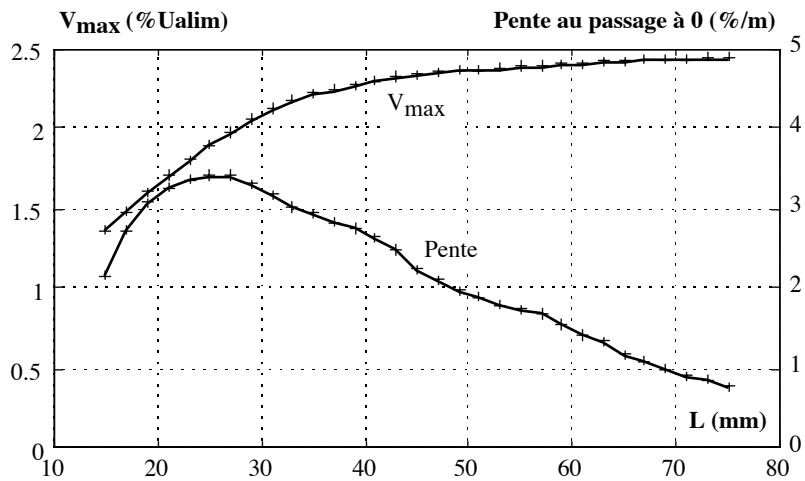


Figure II-31 : Evolution de V<sub>max</sub> et des pentes au passage à 0 en fonction de L

Un bobinage double-différentiel, bien que complexifiant légèrement la structure du dispositif, délivrera une signature paire permettant une segmentation simplifiée.

#### II.6.4 Conception du multicapteur

Si on limite la longueur totale du capteur à 150 mm et si l'on cherche à conserver la complémentarité de mesures différentielles et/ou double différentielle de pas différents, une conception possible est présentée figure II-32 [AKN-97].

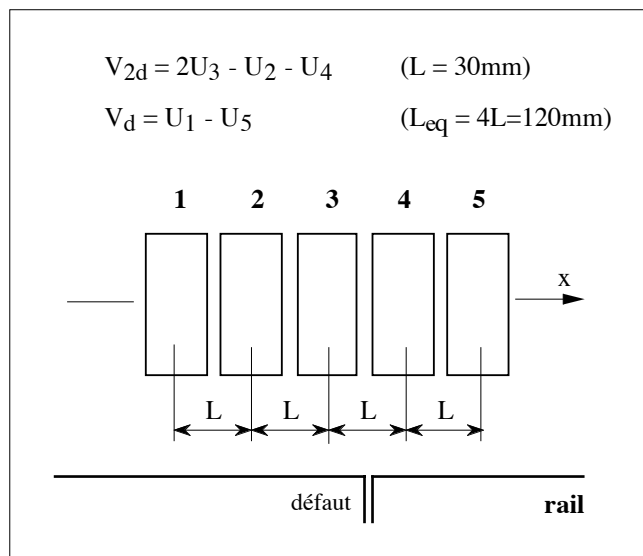


Figure II-32 : Structure du multicapteur



Cinq capteurs élémentaires distants de 30mm sont associés en vue de pratiquer deux bobinages de mesure, un bobinage double-différentiel sur les trois capteurs centraux ( $L=30\text{mm}$ ) adaptée à la détection des défauts de type 1 et un bobinage sur les deux capteurs extrémaux ( $L=120\text{mm}$ ) adaptée à la détection des défauts de type 2.

• Structure interne

Lorsqu'on met les cinq capteurs élémentaires côte à côte pour réaliser des mesures différentielles ou double différentielles, le barreau central propre à chaque capteur peut être commun aux autres. Deux conceptions sont alors possibles et ont été réalisées :

- *structure a* : structure à barreaux centraux séparés.
- *structure b* : structure à barreau central commun.

La figure II-33 montre la structure du circuit magnétique dans les deux cas. Du point de vue de la réalisation mécanique, la structure 2 est simplifiée.

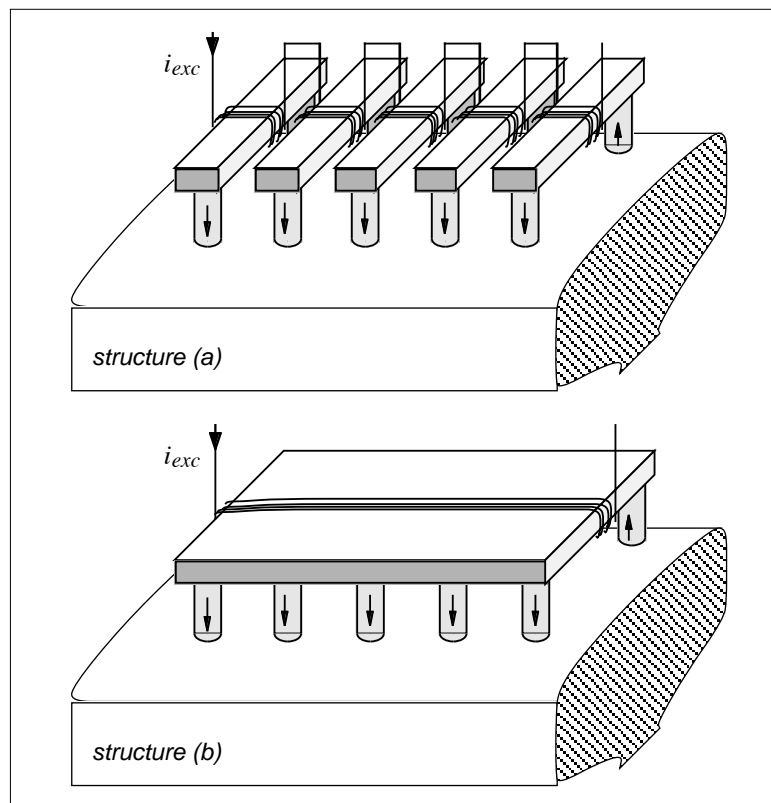


Figure II-33 : Allures possibles du circuit magnétique

Par contre la mise en commun des barreaux centraux dans cette structure autorise l'existence de flux "croisés" entre capteurs comme présentés figure II-34.

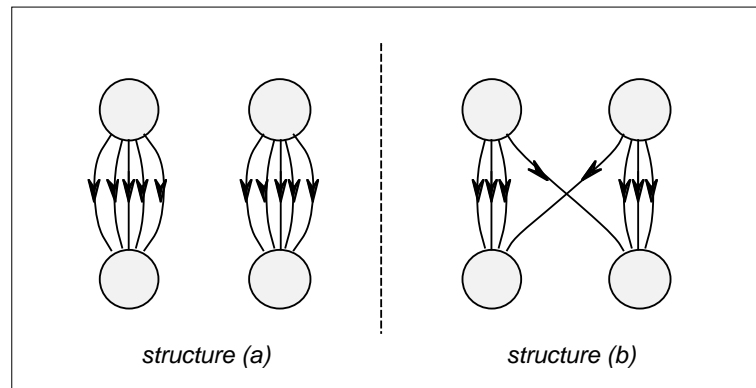


Figure II-34 : Flux parallèles et flux croisés

Pour la comparaison des deux structures, nous avons évalué le couplage primaire/secondaire ou en d'autre terme, le rapport de la tension recueillie aux bornes de chaque plot à la tension d'alimentation. Celui-ci est quasiment identique dans les deux cas et vaut 0.65. En effet, la distance entre plots en diagonale étant relativement importante, les lignes de champ croisées ne sont pas favorisées. Par ailleurs, lorsque le capteur passe à 20mm au dessus d'une fissure de 1mm, nous présentons sur la figure II-35 l'allure des signaux obtenus pour les deux conceptions et pour une mesure différentielle à référence absolue. On notera que la différence d'amplitude est négligeable entre les deux structures, c'est pourquoi nous avons retenu la structure à barreau central unique car plus simple à mettre en oeuvre.

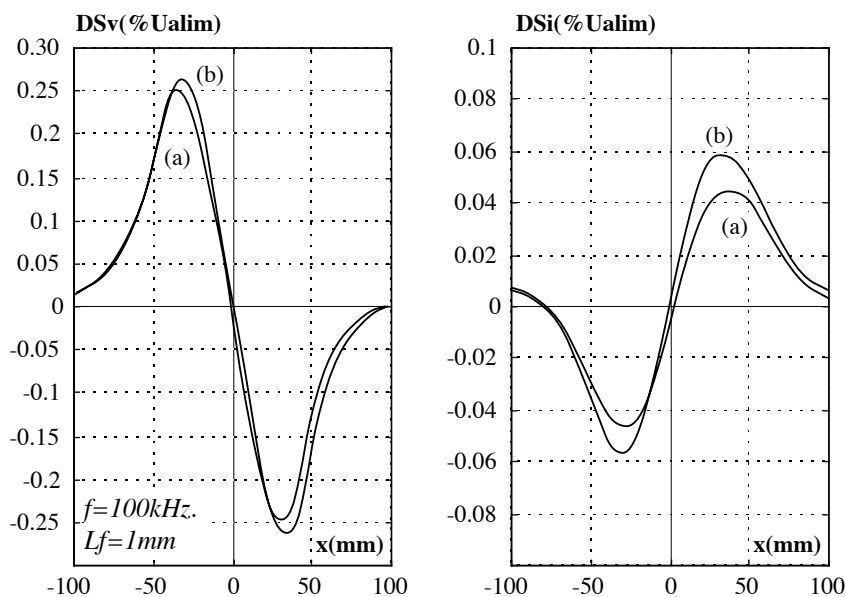


Figure II-35 : Evolution de  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$  selon la structure du barreau central

(a) : 5 barreaux centraux séparés

(b) : barreau central unique

- Structure générale du capteur

Sa structure est présentée figure II-36.

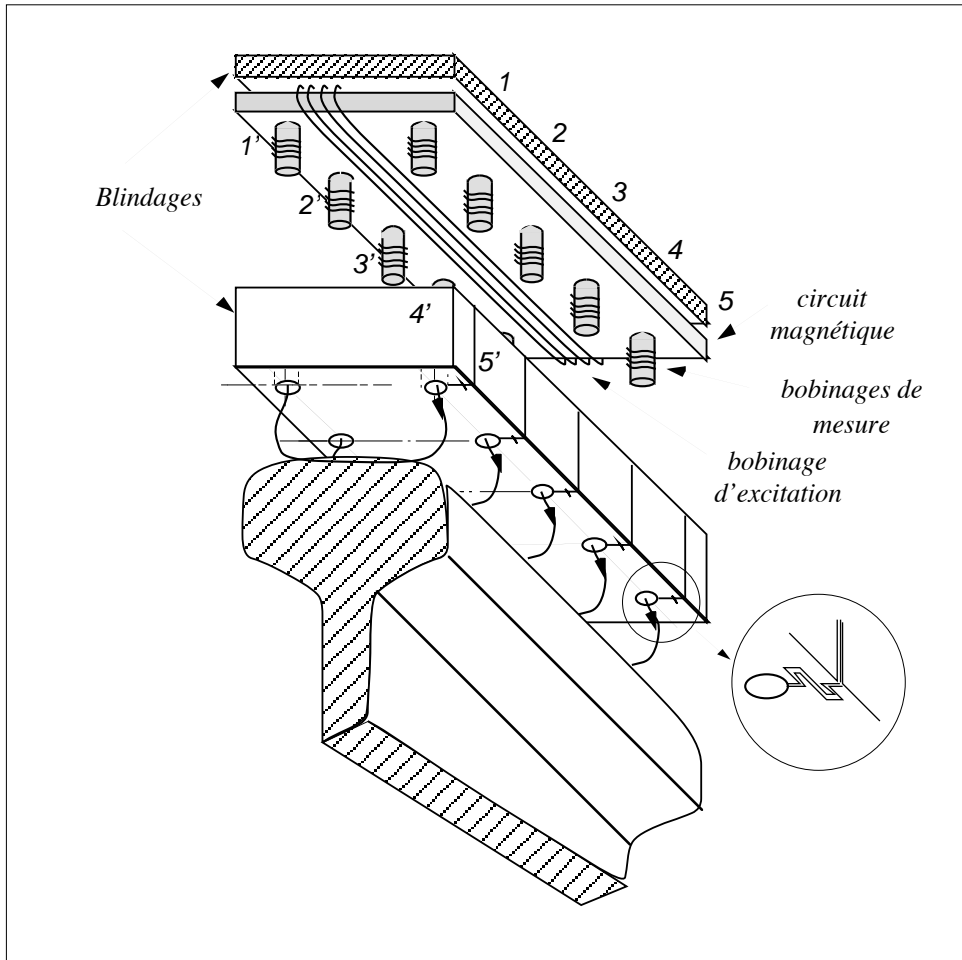


Figure II-36 : Vue d'ensemble du capteur

On peut décomposer la structure en :

- **circuit magnétique** : il est constitué d'un barreau central sur lequel sont disposés 10 plots de 13mm de diamètre espacés de 30mm. La distance inter-plots est égale à 45mm. Le matériau constituant est de la ferrite de haute perméabilité choisie dans la gamme "basse fréquence" (< 1Mhz). La faible variation de perméabilité dans la gamme de température de fonctionnement est le second critère pour le choix du matériau.

- **bobinages primaire et secondaire** : l'alimentation du capteur s'effectue à travers un bobinage de 30 spires enlaçant le barreau central. Chaque plot comporte un bobinage de

mesure. Le signal différentiel s'obtient à l'aide de la combinaison :

$$V_{diff} = (V_1 + V_{1'}) - (V_5 + V_{5'})$$

Le signal double-différentiel s'obtient à l'aide de la combinaison :

$$V_{2diff} = (V_3 + V_{3'}) - V_2 - V_4$$

Un troisième signal non différentiel servant de référence de phase à l'électronique est également prélevé :

$$Som = V_{2'}$$

Remarque : A cause du nombre de spires nécessairement limité sur les barreaux, l'amplitude du signal diff est deux fois plus importante que l'amplitude du signal 2diff car prélevé aux bornes d'un bobinage comprenant deux fois plus de spires.

- **blindage** : le blindage est réalisé en deux parties: blindage inférieur et capot. Comme pour le prototype modulaire, il est réalisé en duralumin. On note toujours la présence de saignées dans la face avant du capteur, permettant d'éviter la création de boucles de courant autour de chaque pôle.

## II.6.5 Choix des fréquences d'alimentation

- Influence de la fréquence d'excitation sur la détection des deux défauts types

Pour le contrôle non destructif de rail, le choix de la fréquence d'examen dépend principalement de la nature des défauts à discriminer car ce choix permet d'adapter, dans une certaine mesure, la profondeur de pénétration des courants de Foucault à celle des défauts recherchés. Lorsque la fréquence est élevée, les phénomènes électriques et magnétiques sont confinés en surface. On ne peut détecter que des défauts débouchants. Si la fréquence est faible, l'épaisseur de peau augmente et on peut détecter des défauts internes ou du moins sous-surfaciques (l'amplitude du champ s'atténue exponentiellement avec la profondeur de pénétration).

Dans un premier temps, nous avons cherché à mettre en évidence l'influence de la fréquence d'alimentation sur la mesure des deux défauts type : fissure transversale et arrachement de champignon.

L'excursion de fréquence a été limitée à 10 kHz - 200 kHz. En effet, si la fréquence d'alimentation est trop basse, les courants induits dans la cible deviennent trop faibles et la mesure est alors fortement bruitée; d'autre part, si la fréquence est trop haute, l'électronique de

traitement est plus délicate à réaliser et plus coûteuse.

Les figures II-37 et II-38 présentent l'évolution des composantes  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$  pour des fréquences variant de 10kHz à 200kHz lorsqu'un capteur absolu passe au dessus des deux cibles étalons. La hauteur de mesure étant égale à 20mm.

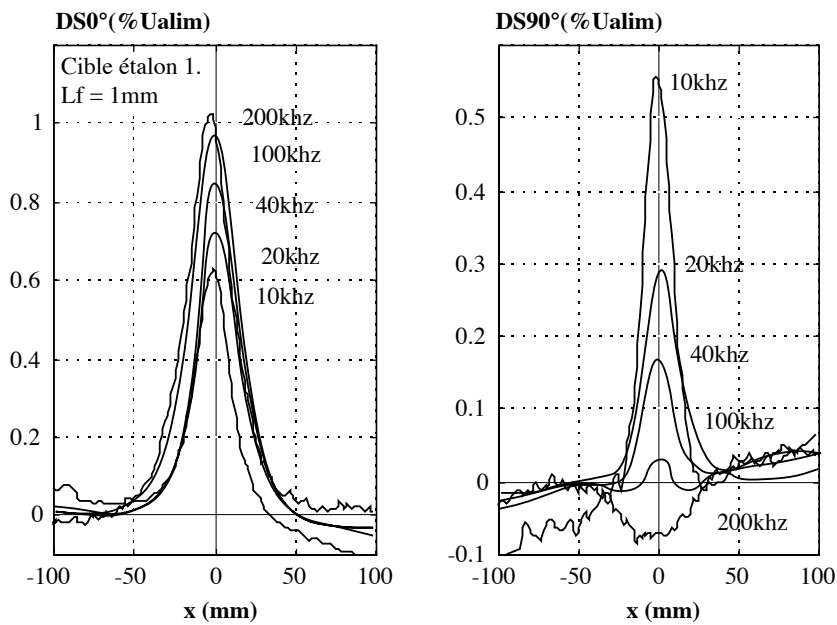


Figure II-38 : Variation de la mesure pour diverses valeurs de  $f$ . Cible étalon 1.

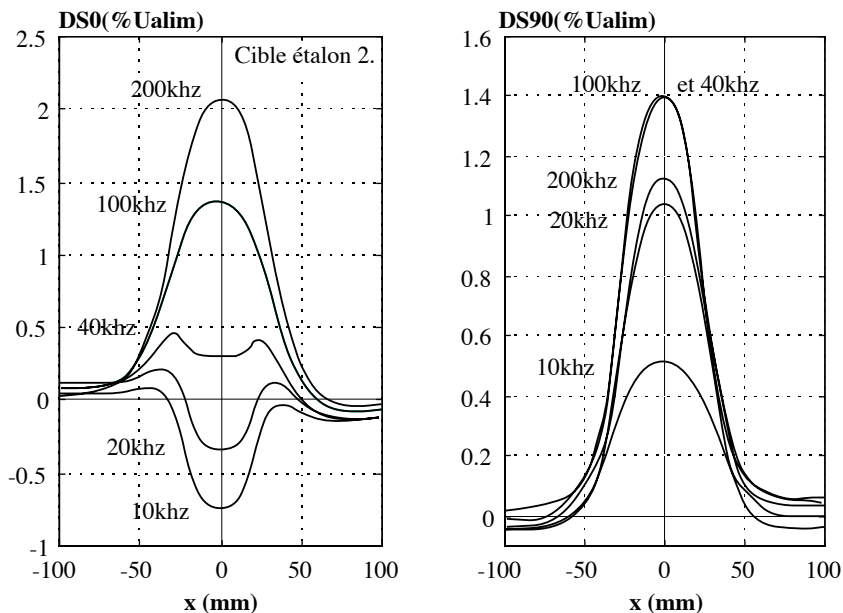


Figure II-37 : Variation de la mesure pour diverses valeurs de  $f$ . Cible étalon 2.

A l'examen de ces relevés, plusieurs remarques peuvent être formulées :

- sur la cible étalon 1 (fissure transversale de 1mm), la composante  $DS90^\circ$ , image des pertes dans la cible, ne cesse de diminuer avec la fréquence. Pour des fréquences élevées (100kHz et 200kHz), seule  $DS0^\circ$  est susceptible de fournir des informations. Avec des fréquences plus faibles (10kHz), on parvient à équilibrer les deux phénomènes d'attraction et de répulsion du champ; les variations de  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$  sont du même ordre de grandeur.
- sur la cible étalon 2 (arrachement de champignon), on remarque que pour des fréquences d'alimentation basses ( $f < 40\text{kHz}$ ), la variation du signal  $DS0^\circ$  s'inverse et devient négative et que contrairement au cas de la fissure de rail, l'excursion de  $DS90^\circ$  est importante. Elle est même supérieure à celle de  $DS0^\circ$  pour des fréquences comprises entre 10kHz et 100kHz et présente un maximum de variation pour  $f=100\text{kHz}$ . Compte tenu de la taille et de la forme du second défaut, nous pouvons considérer que sa présence équivaut à une variation de la distance capteur-cible et non plus à une variation locale de conductivité ou de perméabilité. Les résultats obtenus sur cette cible peuvent donc être interprétés à l'aide des variations d'impédances observées en faisant varier la hauteur de mesure capteur/cible.

La figure II-39 présente les caractéristiques  $DS0^\circ = F(h)$  et  $DS90^\circ = F(h)$  pour différentes fréquences d'alimentation. La figure II-40 trace l'évolution des pentes  $d(DS0^\circ)/dh$  et  $d(DS90^\circ)/dh$  à 20mm. Ces pentes seront directement proportionnelles aux amplitudes de  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$  lors de la détection de l'arrachement de champignon. Une fréquence de 100kHz permet d'obtenir la signature du défaut 2 la plus grande possible en module. Nous remarquons qu'il n'y a pas de gain majeur sur l'amplitude de détection de  $DS0^\circ$  au delà de 100kHz, alors que dans le même temps l'électronique devient plus délicate à réaliser.

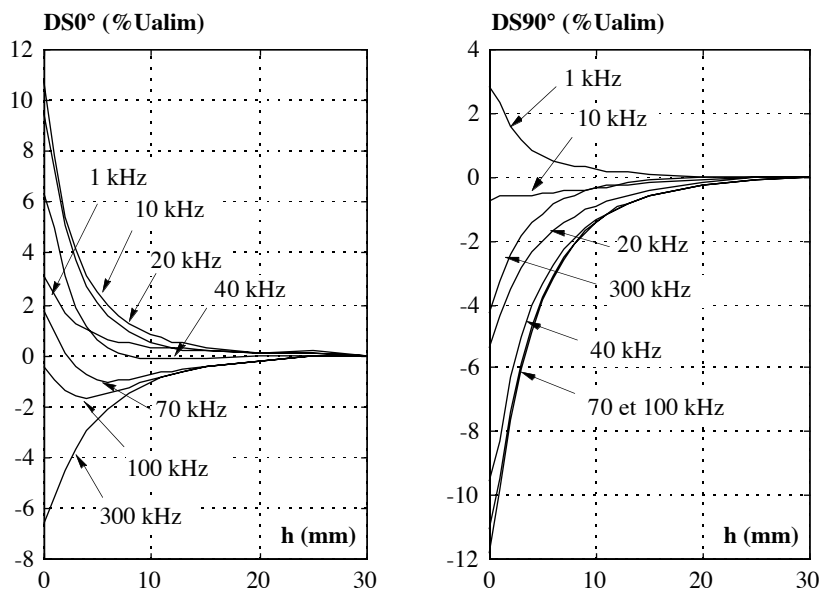


Figure II-39 : Variation des composantes  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$  en fonction de  $h$

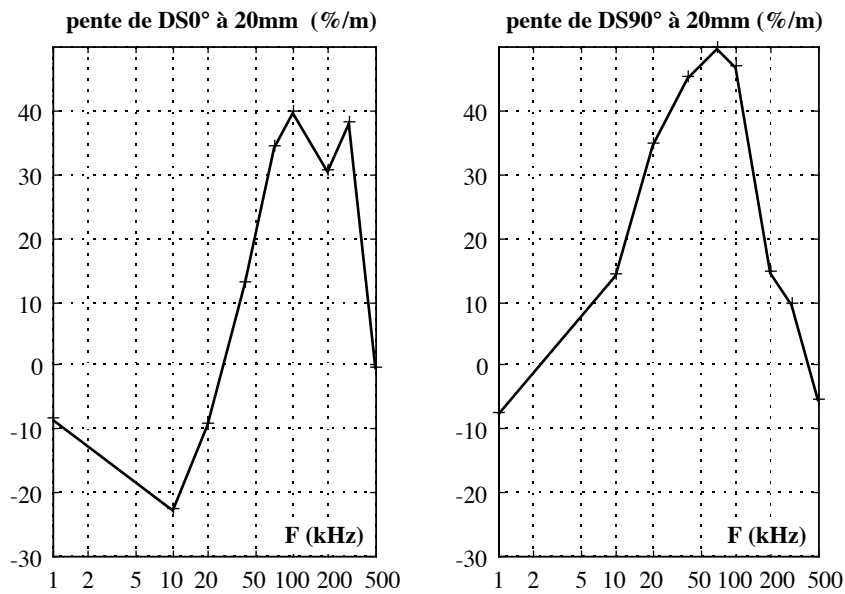


Figure II-40 : Evolution des pentes moyennes entre  $h = 10$  et  $30\text{mm}$

Cette étude nous montre clairement que la fréquence d'excitation du capteur n'a pas la même influence sur la détection des deux défauts type de par leurs caractéristiques géométriques différentes. Elle nous montre aussi que les informations recueillies à moyenne et à haute fréquences ne sont pas les mêmes sur les deux cibles. Dans une application où le problème consiste à détecter les défauts et à les discriminer ensuite, une alimentation bi-fréquences a été choisie.

• Choix des fréquences

Dans la gamme de fréquence [10kHz, 200kHz], il s'agit de déterminer le couple de fréquences ( $f_1, f_2$ ) qui permet de détecter et de séparer au mieux les deux classes de défauts. Notre démarche a consisté dans un premier temps à fixer une fréquence principale choisie pour son aptitude à discriminer le mieux les deux défauts. Dans un second temps, le choix de la seconde fréquence est effectué en minimisant la redondance avec la fréquence principale. Ainsi les informations apportées par le couple ( $f_1, f_2$ ) seront les plus complémentaires possible.

Soit  $M$  la matrice de mesures obtenues à la fréquence  $f$  :

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} cible1 & cible2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} R & R \\ X & X \end{bmatrix} \end{matrix}$$

où  $R$  et  $X$  représentent respectivement les variations des parties actives et réactives des signaux de mesure. Il s'agit donc dans un premier temps d'estimer le degré d'indépendance des vecteurs colonnes de la matrice  $M$ .

Pour ce faire, nous utilisons le conditionnement de la matrice  $M$  noté  $cond(M)$  comme indicateur de la dépendance entre ses colonnes [LE-95]. On peut résumer la définition et les propriétés les plus intéressantes du conditionnement [CIA-85], [CHA-85] par :

(1) le conditionnement d'une matrice  $M$  est par définition :

$$cond_p(M) = \|M\|_p \|M^{-1}\|_p$$

où la norme est l'une des trois normes matricielles  $p=1, 2, \infty$ .

(2) Pour toute matrice  $M$  :

$$cond(M) \geq 1$$

$$cond(M) = cond(M^{-1})$$

$$cond(\alpha M) = \alpha \cdot cond(M^{-1}) \quad \text{pour tout scalaire } \alpha \neq 0$$

$$cond_2(M) = \frac{\mu_n}{\mu_1}$$

où  $\mu_n$  et  $\mu_1$  désignent la plus petite et la plus grande des valeurs singulières

(3) Si  $M$  est une matrice normale et  $\lambda_i(M)$  ces valeurs propres :

$$cond_2(M) = \frac{\max_i |\lambda_i(M)|}{\min_i |\lambda_i(M)|}$$

(4) le conditionnement  $cond_2(M)$  d'une matrice unitaire ou orthogonale vaut 1.

La propriété (4) est particulièrement intéressante en ce qui nous concerne. Pour une matrice quelconque  $M$ , plus son conditionnement s'approchera de 1, meilleure sera l'indépendance entre ses vecteurs colonnes.

La figure II-41 illustre l'évolution du conditionnement de  $M$  en fonction de la fréquence pour des hauteurs de mesure égales à 20mm et 30mm. Le minimum est atteint à  $f_1 = 10\text{kHz}$  pour les deux hauteurs. Nous avons volontairement limité l'excursion de fréquences à [10kHz, 200kHz] pour des raisons technologiques déjà évoquées précédemment.

Le même raisonnement s'applique pour résoudre le deuxième volet de ce problème : trouver la fréquence qui apporte des informations "les plus complémentaires" à celles obtenues pour la première fréquence choisie ( $f_1 = 10\text{kHz}$ ).



La matrice  $N$  à considérer est alors : 
$$N = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \\ R & R \\ X & X \\ R & R \\ X & X \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{cible 1} \\ \text{cible 2} \end{matrix}$$

La figure II-42 présente le conditionnement de  $N$  pour  $f_1 = 10\text{kHz}$ . La combinaison optimale est  $\{10\text{kHz}, 100\text{kHz}\}$  pour  $h=20\text{mm}$ . Comme on pouvait s'y attendre, les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  choisies se situent aux extrémités de la bande de fréquence balayée.

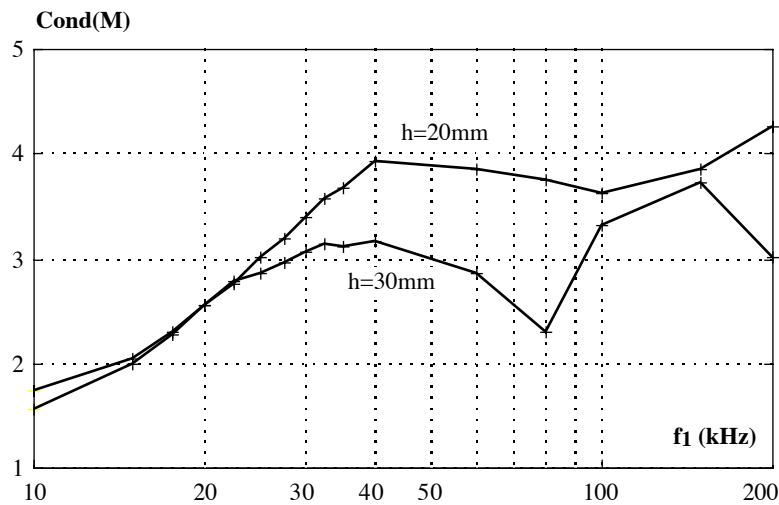


Figure II-41 : Evolution du conditionnement de  $M$  en fonction de la fréquence

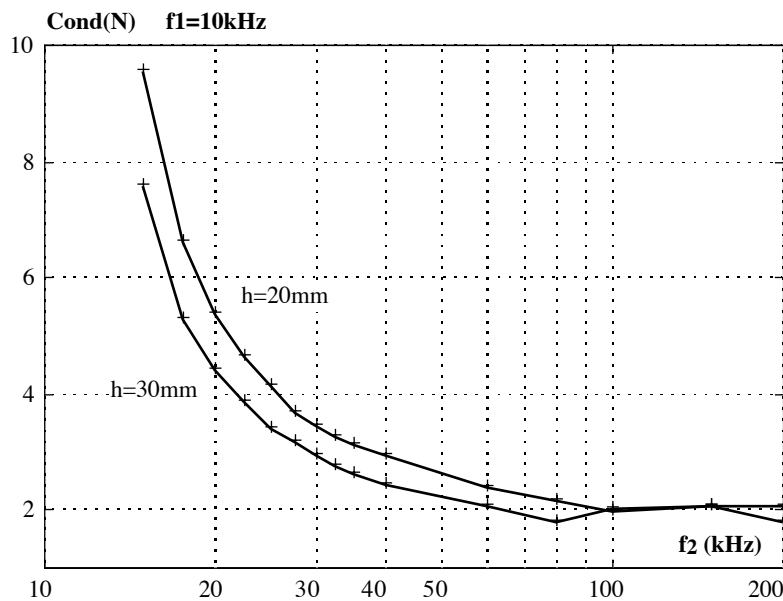


Figure II-42 : Evolution du conditionnement de  $N$  en fonction de  $f_2$ .

## II.7 Electronique associée

### II.7.1 Banc de mesure en laboratoire à Détection synchrone

Le banc de mesure a été conçu de manière à pouvoir identifier la réponse du capteur aux défauts type (fissure de largeur variable et arrachement de champignon), et à quantifier la sensibilité du système à des variations de hauteur et de déport latéral (cf. figure II-43). Un portique muni d'un axe motorisé sur 300 mm permet le défilement du capteur au dessus d'une cible étalon. Les réglages de la hauteur de positionnement  $h$  et du décalage transversal  $D_t$  se font manuellement.

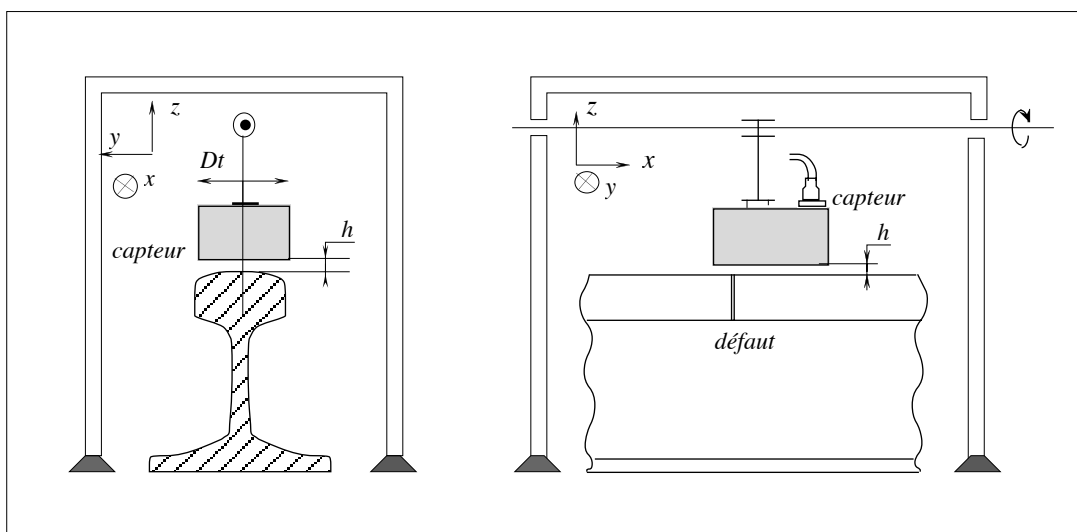


Figure II-43 : Banc de mesure au laboratoire

La chaîne de mesure représentée figure II-44 assure trois fonctions :

- excitateur : on utilise l'oscillateur interne d'un détecteur synchrone pour générer des signaux à fréquence et amplitude variables qui alimentent, via un amplificateur de puissance, le bobinage inducteur.
- détecteur synchrone : il permet de dissocier les variations des parties active et réactive du signal de mesure du capteur. Le signal de référence choisi étant en phase avec la tension d'alimentation,  $DS0^\circ$  représente la variation de la partie inductive et  $DS90^\circ$  de la partie résistive de l'impédance (au signe près). Grâce à l'utilisation d'un détecteur synchrone, nous avons pu effectuer des mesures jusqu'à des fréquences de travail de 1MHz.
- système d'acquisition : Il nous permet l'acquisition simultanée des signaux  $DS0^\circ$  et  $DS90^\circ$

sur 12 bits ainsi que la position en x du capteur . Cette position est fournie par un codeur incrémental.

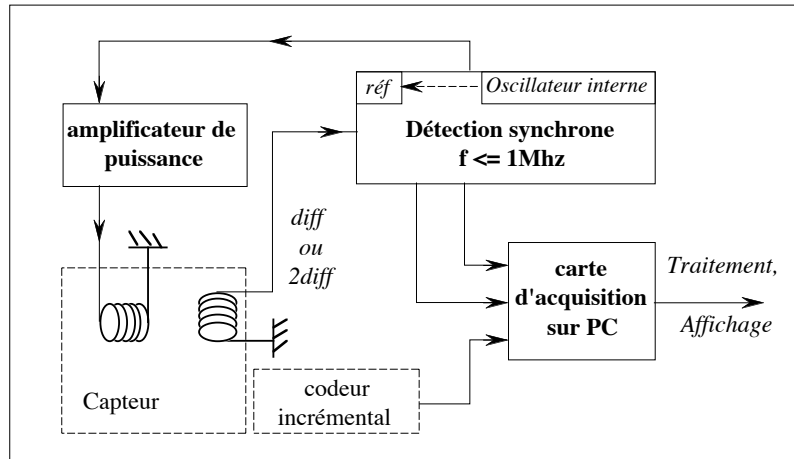


Figure II-44 : Chaîne de mesure complète pour les essais en laboratoire

## II.7.2 Chaîne de mesure pour les essais sur site

L'unité sensible ne comporte aucune électronique active. Seule la mise en série des bobinages élémentaires est effectuée dans le capteur pour réaliser les signaux de mesure.

La chaîne de traitement est reliée au capteur à l'aide de 3 câbles coaxiaux d'une longueur de 10m : un câble pour l'alimentation, un câble pour la mesure double différentielle et un câble pour la mesure différentielle.

Les signaux de mesure subissent une atténuation et un déphasage non négligeable dus aux câbles et à l'ensemble de la chaîne de mesure et qui dépend de la fréquence d'alimentation. Pour nous affranchir de l'influence de ces déphasages sur la détection de défaut de rail, nous nous servons d'un signal de mesure non différentiel pratiqué sur les plots centraux (signal dénommé *Som* cf. § II.6.4).

Un alignement en phase des détections synchrones est alors réalisé afin de s'assurer que les deux sorties de chaque détecteur représentent bien les variations des parties résistive et inductive de la réluctance.

Nous avons représenté le schéma synoptique de la chaîne de mesure utilisée pour les essais sur site sur la figure II-45.

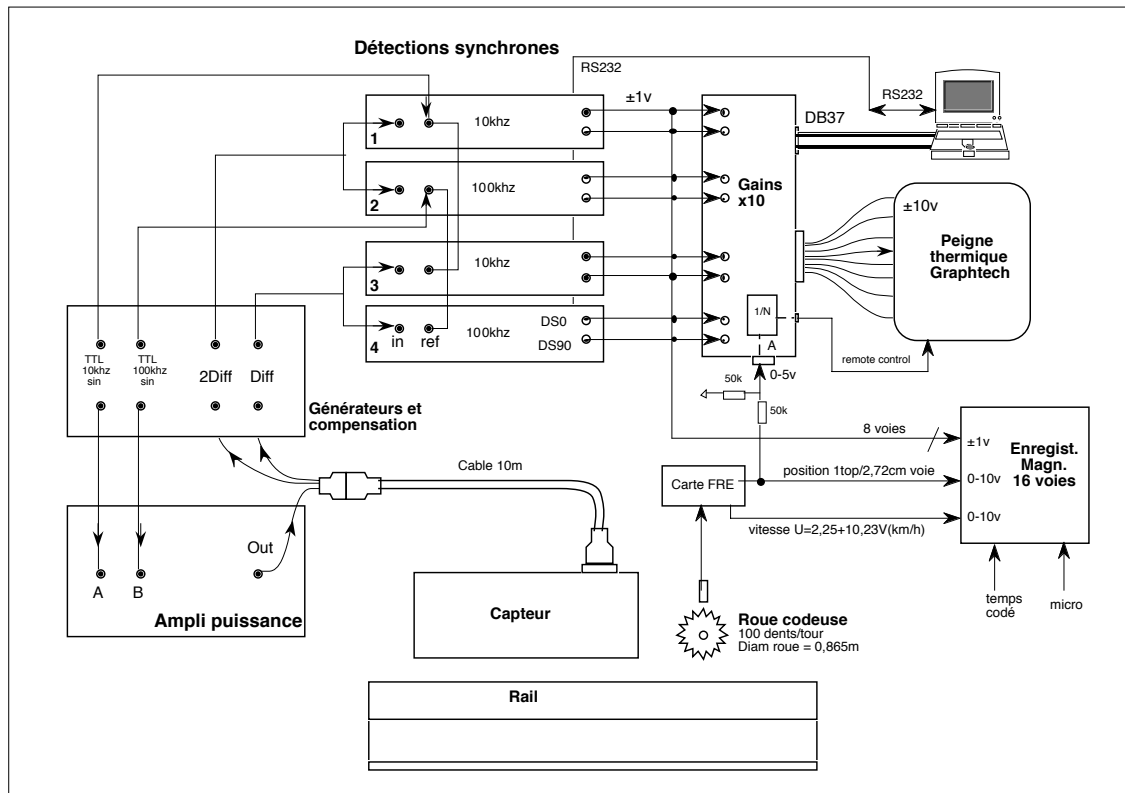


Figure II-45 : Chaîne de mesure pour les essais sur site

On peut distinguer les blocs suivants :

- générateurs, compensation et amplification de puissance assurent l'alimentation bi-fréquence du capteur (10kHz et 100kHz), et le réglage des éventuels déséquilibres entre capteurs élémentaires. Ces réglages consistent à annuler au mieux les composantes en phase et en quadrature des signaux de mesure différentielle en l'absence de défaut.
- 4 détections synchrones qui permettent de dissocier les variations des parties actives et réactives des deux signaux de mesure aux deux fréquences (10 et 100 kHz).
- un étage d'amplification nous permet d'adapter les sorties analogiques des détecteurs synchrones aux niveaux requis par la carte d'acquisition.
- un enregistreur à peigne thermique permet de tracer les 8 voies de mesure sur papier avec une avance du papier proportionnelle au déplacement.
- un enregistreur magnétique stocke les 8 signaux de mesure, la position en x du capteur ainsi que de la vitesse d'avancement du véhicule. Ces deux dernières grandeurs sont fournies par une roue codeuse associée à une carte fréquence. La connaissance de la vitesse du véhicule est indispensable lors des dépouillements car la conversion analogique-numérique doit s'opérer à fréquence spatiale constante.

## II.8 Essais sur site

### II.8.1 Description du site

A l'aide du multicapteur et de la chaîne de mesure qui lui est associé, des essais sur site avec les conditions de mesure d'une exploitation commerciale ont été menés. Ces essais ont eu lieu sur une ligne de métro parisien; le capteur était monté sous un bogie à 20 ou 30mm du rail avec des vitesses d'auscultation jusqu'à 70 km/h.

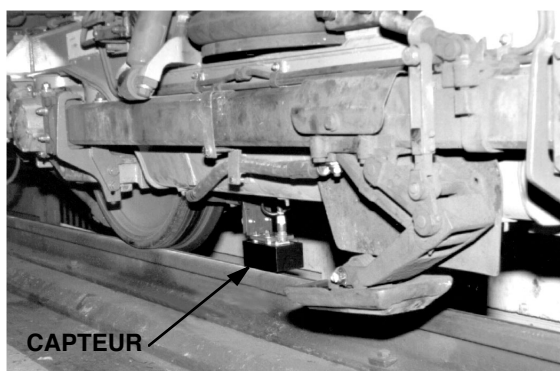


Figure II-46 : Montage du capteur

L'un des premiers objectifs de cette campagne d'essais a été de vérifier que les mouvements du bogie dans la voie ne perturbent pas (ou peu) la mesure et que les options de réalisation du blindage ainsi que le choix des fréquences d'alimentation sont compatibles avec l'environnement électromagnétique d'un réseau de type métro. Nous avons également pu vérifier que la vitesse du véhicule a très peu d'influence sur l'allure des signaux, et que la détection de défaut lorsque le capteur est positionné à 30mm est toujours possible.

Par ailleurs, ces essais nous ont servi à identifier les différentes classes de défauts. Car, conjointement aux "vrais" défauts de type arrachement de champignon et fissure de rail, les pièces de voies spécifiques (joints éclissés, joints soudés, coeur d'aiguille,...), induisent inévitablement une réponse du capteur; elles seront dénommées "faux défauts" dans la suite.

### II.8.2 Influence de la dynamique du véhicule

Le châssis de bogie sur lequel est fixé le capteur possède des degrés de liberté en rotation autour des trois axes x,y,z (cf figure II-47) :

- rotation autour de x : roulis.
- rotation autour de y : tangage.

- rotation autour de z : lacet.

Il possède par ailleurs un décentrement par rapport à l'axe x nommé ballant. Ces mouvements engendrent un déplacement du capteur au dessus du rail et des décalages transversaux différents pour chaque capteur élémentaire.

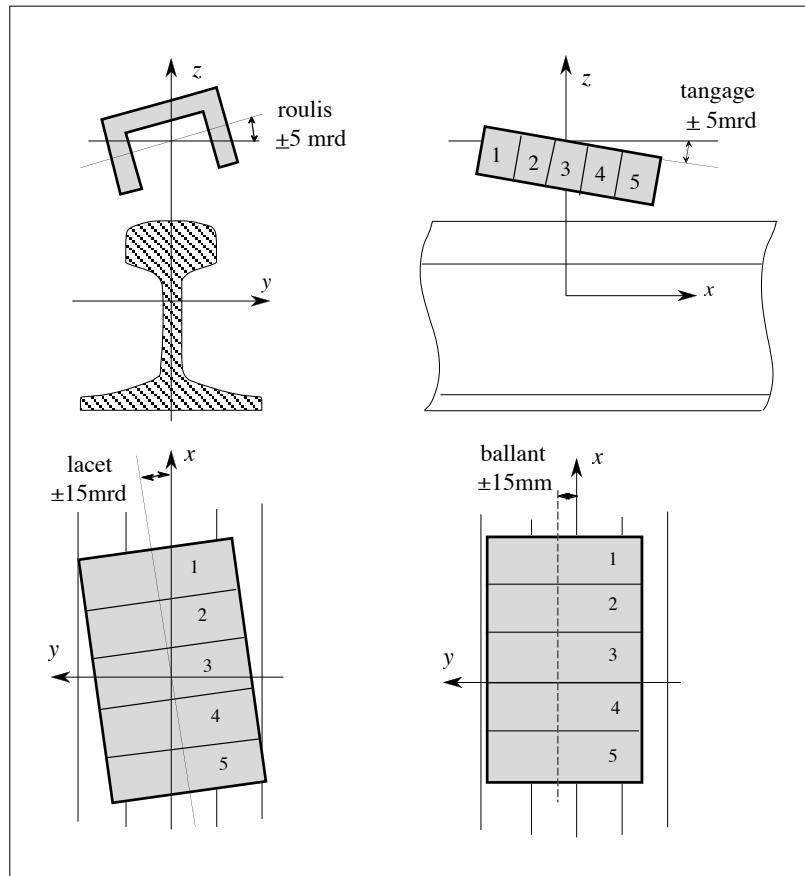


Figure II-47: Degrés de liberté en rotation du châssis de bogie : roulis, tangage, lacet et ballant

L'effet de chaque degré de liberté diffère selon le type de mesure considérée : différentielle (Diff) ou double-différentielle (2Diff). L'étude qualitative que nous allons présenter permet de rendre compte de ces effets.

- Influence du roulis

La rotation de chaque capteur élémentaire autour de l'axe x engendre une variation de distance plot-rail différente pour les plots gauche et droit. Pendant que l'un s'éloigne de la cible, l'autre s'en rapproche et globalement l'effet est négligeable surtout pour des valeurs de roulis typiques de l'ordre de  $\pm 10$  mrd. Le couplage est, par conséquent quasiment inchangé pour tous les capteurs élémentaires.

- Influence du tangage

Le tangage que peut subir le dispositif par rapport à son centre (typiquement  $\pm 5$  mrd) se traduit par une variation des distances de mesure propre à chaque capteur élémentaire, excepté pour celui du centre (cf. figure II-47). Les capteurs élémentaires (4 et 5) se rapprochent du rail tandis que les capteurs 1 et 2 s'en éloignent.

Au niveau de la mesure différentielle, les variations que cette modification de hauteur engendrent sur les signaux  $V_1$  et  $V_5$  sont de signe opposé. L'effet du tangage ne s'annule donc pas par différence ( $V_1 - V_5$ ). Ce qui n'est pas le cas pour le signal 2Diff où les variations des mesures des deux capteurs (2 et 4) de part et d'autre du capteur central se compensent par addition .

Le tangage influence donc théoriquement uniquement le signal Diff, mais les variations de hauteur restent toutefois minimales ( $< 1\text{mm}$ ) compte tenu de la faible taille du capteur et il ne sera pas possible de distinguer de façon certaine l'influence du tangage sur les mesures.

- Influence du lacet et du ballant

Compte tenu de la symétrie du capteur, un lacet pur induira des variations de tensions de mesures élémentaires  $V_1$   $V_2$   $V_3$   $V_4$  et  $V_5$  telles que :

$$V_1 = V_5, V_2 = V_4 \quad \text{et} \quad V_3 = 0$$

Or  $2\text{Diff} = 2V_3 - V_2 - V_4 = -2V_2 \neq 0$  et  $\text{Diff} = V_1 - V_5 = 0$

On en conclut donc que le lacet pur influence 2Diff mais pas Diff. Le ballant pur lui n'influence ni Diff ni 2Diff.

Les mesures sur site ont permis de s'assurer que l'apparition d'anomalies dans le rail n'est pas masquée par ces différents mouvements. En alignement, les bogies présentent souvent des instabilités en lacet de fréquence basse (1-5Hz); en courbe, le lacet est constant ou lentement variable, image d'un bogie avançant "en crabe", dans la voie. Les figure II-48 et II-49 illustrent ces points et bien que le signal 2Diff reflète ces mouvements, la mesure des défauts qui s'y superpose à toujours été possible.

Dans la suite du document, les signaux DSi et DSv désigneront les parties du signal en phase et en quadrature avec le courant d'alimentation ( $\text{DSi} = -\text{DS}90^\circ$  et  $\text{DSv} = \text{DS}0^\circ$ ).

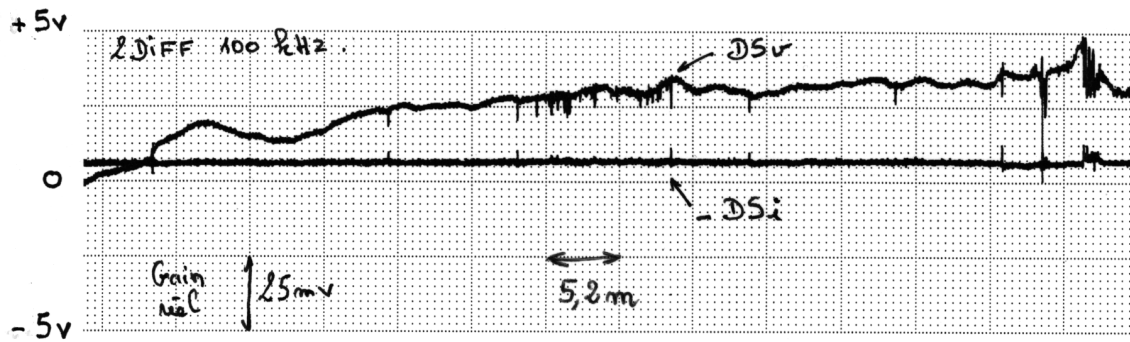


Figure II-48 : Influence sur le signal 2DIFF 100 kHz d'une instabilité en lacet

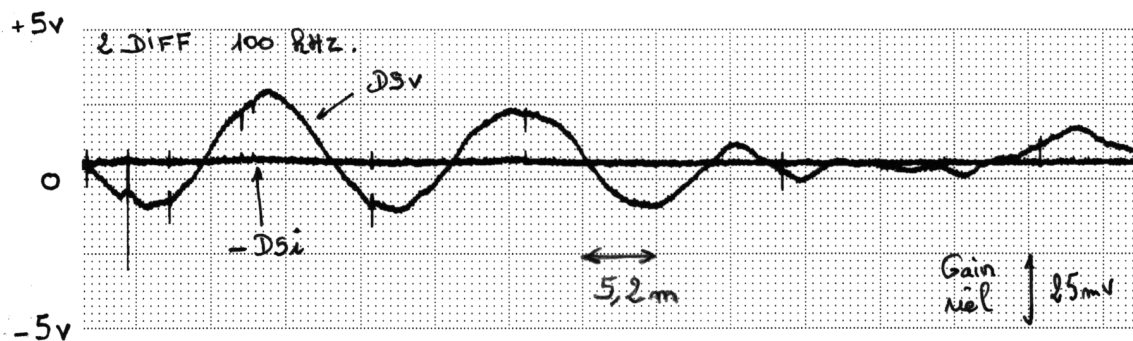


Figure II-49 : Influence sur le signal 2DIFF 100kHz d'un passage en courbe

### II.8.3 Pré-filtrage et Trigger

Lorsqu'on fait défiler l'enregistrement magnétique correspondant à un relevé, les informations à notre disposition se présentent sous la forme d'une matrice de 8 signaux continus. Sur ces signaux, on repère les défauts (s'ils s'en présentent) ainsi que les mouvements du bogie en lacet. On repère surtout l'ensemble des pièces de voies spécifiques telles que les coeurs d'aiguille, les joints éclissés, les joints soudés (cf. figure II-50)

Le premier pré-traitement à effectuer est de filtrer les signaux avec un filtre passe-bande de manière à éliminer les mouvements lents du bogie (lent relativement aux fréquences spatiales des signatures des défauts) ainsi que le bruit haute-fréquence qui ne peut représenter des défauts dans la mesure où la résolution axiale du capteur est finie et de l'ordre de quelques centimètres. Une fréquence basse égale à  $0,1\text{mm}^{-1}$  par exemple permet de diminuer grandement le rapport bruit/signal. Ces fréquences haute et basse doivent bien entendu être réajustées en continu en fonction de la vitesse d'avancement et rester constantes en terme de fréquence spatiale.



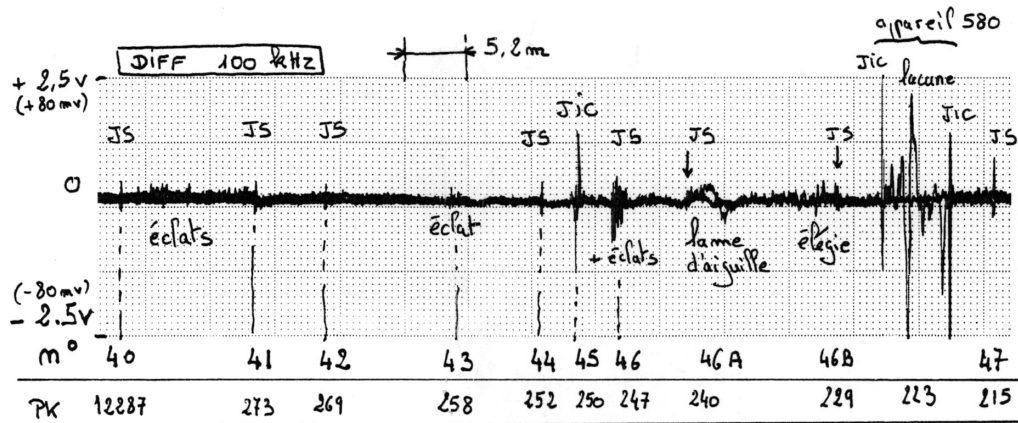


Figure II-50 : Exemple d'évolution du signal Diff 100kHz sur 70 m de voie réelle

Sur ces signaux pré-filtrés, la présence ou non de défaut s'effectue sur un simple seuillage des signaux de mesure (Diff et 2Diff) où à l'aide d'algorithmes de segmentation plus complexe à usage courant en théorie de la décision. Bien que la phase de paramétrisation des signaux offre souvent la possibilité de mettre en oeuvre ces segmentations, ce mémoire ne détaille aucune de ces procédures. Au cours des dépouillements en laboratoire, nous avons choisi de digitaliser sur une fenêtre de 50 à 80cm environ avec un pas d'échantillonnage de 1 à 2mm.

#### II.8.4 Classes de défauts

Toutes modifications selon l'axe x de la géométrie du rail ou de ses propriétés électromagnétiques sont détectées par le capteur. De fait, en plus des détections des fissures et arrachements de champignons, le capteur fournit des réponses lorsqu'il défile au-dessus de ce que l'on nommera "faux défauts", par exemple, les joints éclissés, les soudures de rail, et les appareils de voie (aiguillage et coeur).

Cette liste n'est pas exhaustive. Sont détectés également les joints isolés collés, les joints de dilatation ou les rechargements inox. Nous allons détailler les signatures fournies par chacun de ces faux défauts en faisant le parallèle avec les vrais défauts. Car pour certaines paires vrai/faux défauts, la réponse du capteur est identique.

- Joint éclissé et fissure

Un joint éclissé est physiquement identique à une fissure de rail à la seule différence qu'il existe une tresse au niveau de l'âme du rail pour assurer une liaison électrique entre les deux

coupons éclissés. Cette tresse n'est pas vue par le capteur car elle se situe hors de sa portée. Par conséquent, l'allure des signaux fournis par le capteur lorsqu'il passe au dessus d'une éclisse est comparable à celle obtenue en présence d'une fissure transversale dans le rail. Cette allure est donnée figure II-51. L'utilisation d'un système annexe sera nécessaire pour éviter les fausses alarmes.

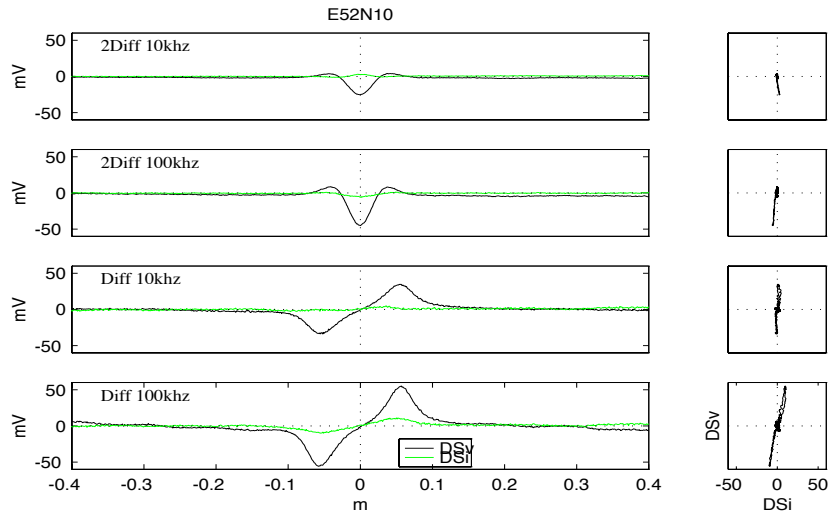


Figure II-51 : Signature d'un joint éclissé

Remarque : Les joints éclissés rencontrés sur le terrain peuvent être de différentes largeurs (allant de 0mm à 10mm). Lorsqu'une languette plastique est placée dans le joint, on parle de Joints Isolés Collés : JIC. Cette isolation n'a aucune influence sur la détection.

- Joint soudé

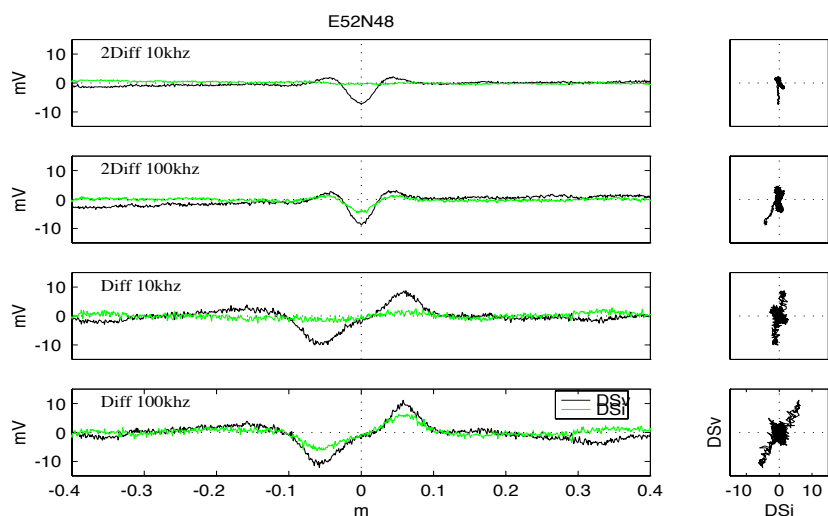


Figure II-52 : Signature d'un joint soudé

Une soudure de rail fournit une signature d'amplitude environ 5 fois plus faible que celle du joint éclissé et où le rapport des parties en phase et en quadrature de chaque signal est différent (figure II-52). Ceci est du à la modification des propriétés électromagnétiques induites par le métal d'apport de la soudure et le recuit partiel de la zone chauffée lors de la mise en oeuvre du soudage.

- Aiguillage

Lors du passage d'un appareil de voie, Le capteur voit passer successivement :

- un joint éclissé pleine voie --> coeur
- une lacune au centre du coeur
- un joint éclissé coeur --> pleine voie

Ce coeur est quasiment toujours moulé en acier amagnétique au manganèse et est isolé de la pleine voie par des joints éclissés distants de 5 mètres environ (cf. figure II-53) :

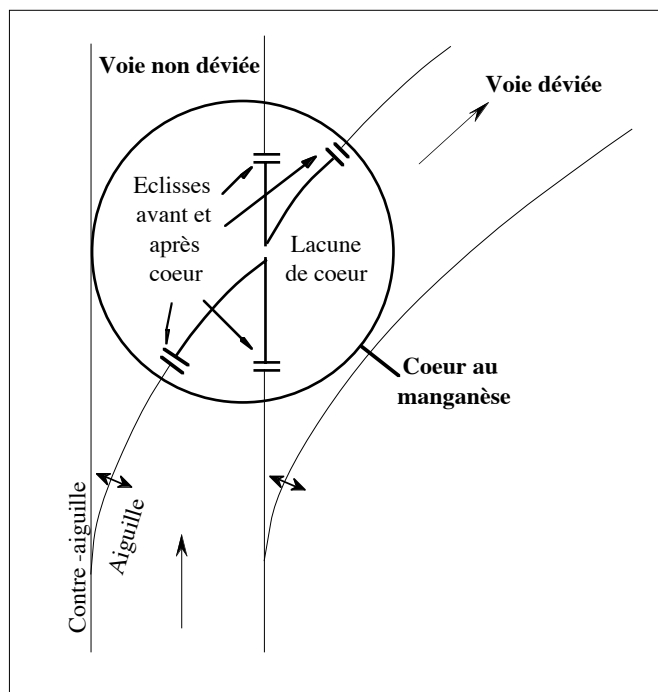


Figure II-53 : Appareil de voie

La lame d'aiguille et le contre-rail ne sont pas vus par le capteur par contre le coeur lui-même possède une signature complexe illustrée figure II-54 et peut être décomposée en trois parties distinctes : le premier joint éclissé, le coeur et le second joint éclissé. Ces joints éclissés

possèdent des signatures différentes des signatures des joints éclissés en pleine voie. Ceci est dû au changement de matériau entre le coeur réalisé en acier amagnétique au manganèse et l'acier standard magnétique du rail en pleine voie. A la discontinuité de la conductivité au droit de l'éclisse se superpose alors une discontinuité de la perméabilité magnétique.

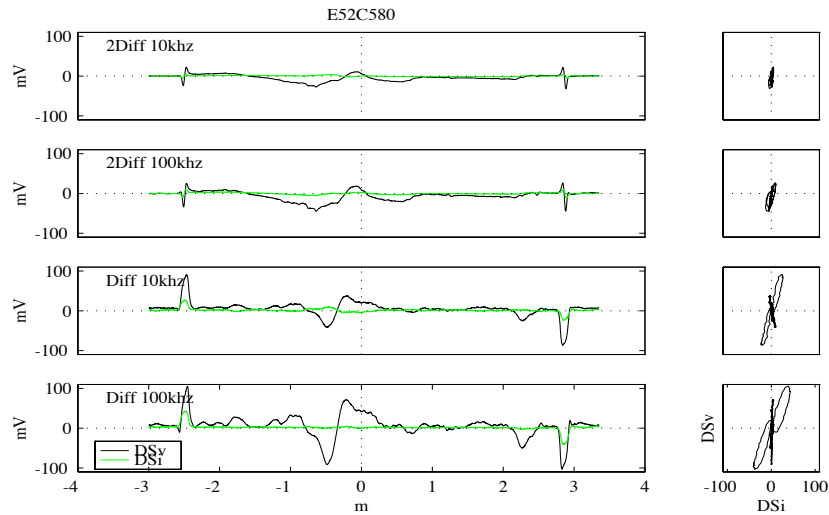


Figure II-54 : Signature du coeur d'un appareil de voie

La figure II-55 présente un "zoom" du premier joint éclissé du coeur d'aiguillage, c'est à dire sur le joint éclissé raccordant un matériau magnétique à un matériau amagnétique. L'allure de ce joint est à comparer avec celle du joint standard de la figure II-48. Le signal DIFF ne présente plus du tout la même parité : en pleine voie le signal DIFF change de signe au droit de l'éclisse alors qu'ici il passe par un maximum.

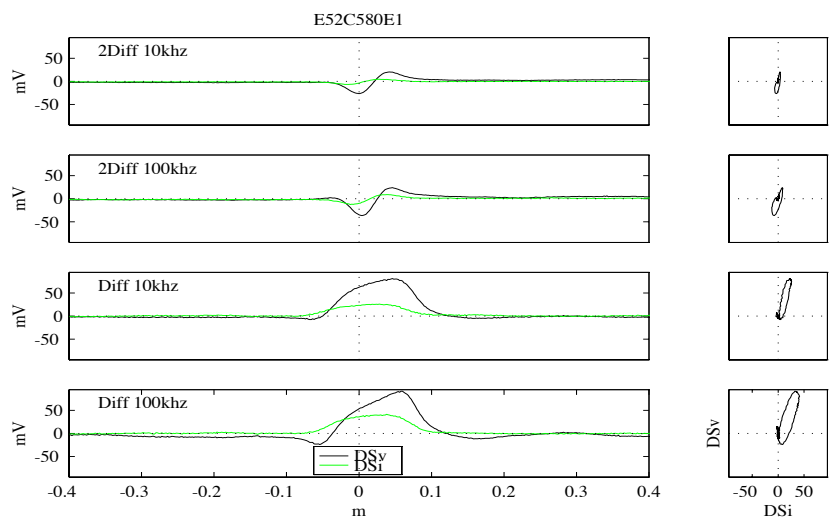


Figure II-55 : Signature du joint éclissé assurant la transition pleine voie-->coeur

Le traitement des signaux nécessaire à la classification s'effectue sur une fenêtre d'observation de largeur fixe avec un pas d'échantillonnage constant (par exemple 80cm avec un pas de 1mm). Le défaut constitué d'un coeur et de ces 2 joints éclissés "déborde" largement de cette fenêtre mais le premier joint éclissé est très facilement reconnaissable et peut conditionner l'arrêt de l'analyse des défauts jusqu'à ce que le second joint éclissé apparaisse dans la fenêtre d'observation.

• Ecaillage et arrachement de champignon :

Les arrachements de matière présents lors de ces essais possèdent des caractéristiques géométriques très diverses. Ils peuvent concerner l'ensemble du champignon ou se latéraliser (généralement vers la joue active regardant l'intérieur de la voie). Leur longueur est très variable, pouvant aller de 1 à 2 cm jusqu'à des valeurs de 10 cm. La figure II-56 présente un relevé typique d'une écaille de 2 cm.

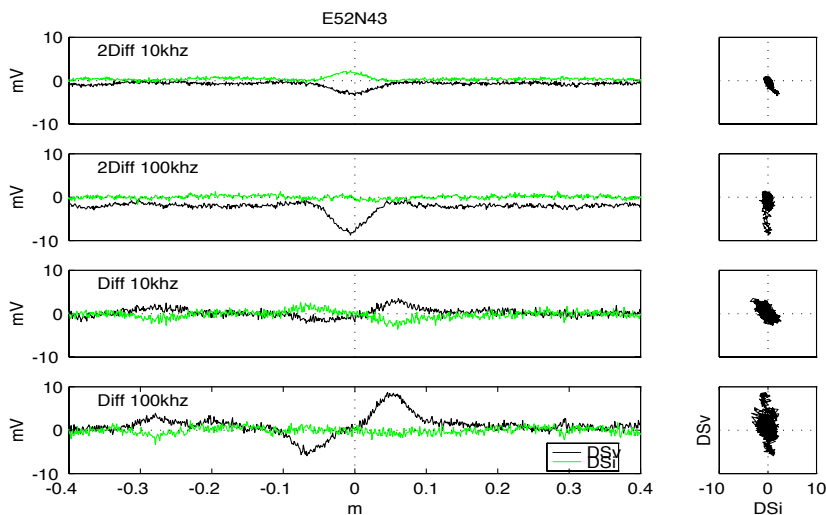


Figure II-56 : Signature d'une écaille de 2cm

**II.8.5 Constitution de la base de données**

Ces essais ont permis (entre autres) de dépouiller des signatures de vrais et faux défauts relevés sur site dans des conditions expérimentales réelles. 140 observations ont été archivées et constituent ainsi notre base de données pour la suite des traitements. Cette base est composée de 64 joints éclissés s'apparentant de fait à des défauts de type fissure, 39 joints soudés, 16 joints éclissés avant coeur et 21 écaillages. Les sigles suivant seront utilisés :

- JE : joints éclissés
- JA : joints éclissés avant coeur
- JS : joints soudés
- E : écaillages

La répartition des catégories de défauts est le reflet d'un tronçon de rail de 500m de long correspondant à une interstation et on a conservé ces proportions dans la base de données.

Chaque observation est constituée d'une matrice de 8 signaux issus des détections synchrones, numérisés sur 12 bits avec un pas de 1mm pour une excursion de 50cm.

Comme nous l'avons déjà souligné, les signatures fournies par certaines pièces de voies sont identiques à celles obtenues pour de vrais défauts ( fissures et joint éclissés, lacunes des coeurs d'aiguille et arrachements majeurs de champignons). La distinction entre vrai et faux défauts ne peut donc se faire sur un simple examen des signaux de mesure. D'un point de vue système, il conviendra de les distinguer à l'aide d'une odométrie fine couplée à une cartographie complète des faux défauts de la zone parcourue.

## **II.9 Conclusion**

Nous avons décrit dans ce chapitre la méthodologie suivie en vue d'optimiser en laboratoire les principales options de réalisation du multicapteur pour la détection des défauts de rails sur la base d'un cahier des charges. Nous avons mené cette optimisation relativement à la géométrie de la cible, au positionnement du capteur et aux caractéristiques géométriques des défauts à détecter. Le premier objectif a été d'assurer un couplage capteur/cible suffisamment élevé pour que le signal correspondant à l'apparition du défaut ne soit pas noyé dans du bruit (problème non négligeable à 30 mm de distance de mesure). On souhaitait également obtenir une meilleure sensibilité à la présence de défauts et une influence la plus faible possible des paramètres de cible comme la hauteur de mesure, le déport latéral et les autres degrés de liberté en rotation du bogie.

Ces différents objectifs nous ont amené à une structure multicapteur à 5 capteurs élémentaires qui fournissent deux types de mesure : une mesure différentielle et une mesure double différentielle. Les fréquences d'alimentation ont été également optimisées afin de recueillir des informations complémentaires sur les deux cibles étalons. L'alimentation a été définie bi-fréquence (10 et 100 kHz).

Une version prototype du capteur et de son électronique a été réalisée et a permis la tenue d'essais sur véhicule. Ces essais sur site nous ont permis de :

- valider les options de réalisation du blindage et de vérifier que le choix des fréquences d'alimentation soit compatible avec l'environnement électromagnétique d'un réseau de type

méto.

- de vérifier que les problèmes de position relative capteur/cible liés aux mouvement de bogie dans la voie ne pénalisent pas la mesure en masquant la détection de certains défauts ou en créant des défauts fictifs
- de valider le fait que la vitesse de mesure n'a pas d'influence sur la mesure.

Ces essais nous ont aussi permis de comptabiliser les défauts pour lesquels le dispositif fournit une réponse et nous avons pu ainsi identifier les classes de défauts. Le terme défaut doit être considéré au sens global car conjointement aux vrais défauts de type fissure transversale, arrachement de champignon ou écaillage, les pièces de voies (joint éclissé, joint soudé, joint éclissé avant et après coeur d'aiguille) induisent aussi des signatures bien particulières, qui pour certaines sont identiques à celles des vrais défauts (couple joint éclissé/fissure transversale par exemple). La distinction entre vrais et faux défauts ne peut s'effectuer à partir des seuls signaux de mesure et il conviendra, d'un point de vue système, de pouvoir localiser les points singuliers connus (faux défauts) de la ligne avant auscultation afin que soient levées les ambiguïtés de détection.

La suite du travail s'attachera à mettre au point une procédure complète de reconnaissance des défauts qui permettra d'affecter un défaut inconnu (vrai ou faux) à une classe donnée.

## **Chapitre III : Paramétrisation des signaux courants de Foucault**

### **III.1 Introduction**

Le chapitre précédent a détaillé le dispositif de détection de défauts de rail. Une structure originale de multicapteur a été proposée et a été validée à l'aide d'essais sur site. L'électronique associée fournit pour chaque défaut un ensemble de huit signaux de mesure, combinant une structure de bobinage particulière et une fréquence donnée.

Numérisé avec un pas de 2mm sur une base de 500mm, chaque défaut "pèse" alors 2000 points. Manipuler des vecteurs d'une dimension aussi importante conduirait à des calculs lourds et peu efficaces lors d'une phase de classification. Il est donc nécessaire de projeter ces vecteurs dans un espace de représentation intermédiaire qui, bien que de dimension plus faible, garde une forte puissance descriptive des signaux.

Quel que soit le mode de représentation, une attention particulière doit être portée à son comportement vis à vis des transformations devant faire partie des invariants du problème. La représentation d'un défaut doit en effet être insensible au retournement des signaux selon la direction d'avancement du véhicule, à leur translation selon l'axe des temps ainsi qu'aux translations et homothéties dans le plan complexe ; les translations sont induites principalement par les problèmes de rotation relative du capteur par rapport à l'axe du rail (cf. § II.8.4) ou de déséquilibre et les homothéties sont consécutives aux déplacements verticaux du capteur (Lift-off). Le retournement du signal est lié à une auscultation du rail dans le sens inverse.

Des signatures de défauts qui ne diffèrent que par ces transformations doivent être représentées par le même jeu de paramètres. Ces deux objectifs (fort potentiel descriptif et invariance à certaines transformations), souvent antagonistes et difficiles à atteindre, sont capitaux dans une perspective de classification. Ils reflètent la répartition des différentes classes dans l'espace de représentation. Un jeu de paramètres choisi pour sa puissance descriptive influe à la fois sur la séparabilité et sur le compactage des différentes classes.

Dans un premier temps, nous commencerons des approches de paramétrisation dites



heuristiques, dans la mesure où elles consistent à extraire certains paramètres jugés caractéristiques de la signature du défaut sur simple expertise des signaux. Ces paramètres peuvent être spatio-temporels ou fréquentiels, s'ils sont déduits de l'évolution temporelle des signaux ou de leur spectre [STE-90] [STE-93]. Mais ils peuvent être aussi extraits des courbes de Lissajous dans le plan de phase. Nous présentons par exemple une modélisation par angle local des courbes de Lissajous. Ces différentes approches, si elles ont fourni de bons résultats pour certains problèmes de classification [DOC-81], sont pour la plupart sensibles aux invariants. En outre, les résultats auxquels elles conduisent dépendent fortement de la qualité de l'expertise faite sur les signaux et leurs capacités de généralisation sont très limitées. C'est pourquoi nous nous sommes orientés ensuite vers des approches globales de modélisation des signaux.

La première modélisation des signaux que nous proposons concerne les modèles autorégressifs (AR). Ces modèles remplacent la quasi-totalité de l'information contenue dans un signal par un jeu de paramètres restreint. La simplicité du calcul des coefficients et l'ordre relativement faible de ces modèles en font d'excellents candidats à la paramétrisation, d'autant plus qu'ils se prêtent aussi bien à la modélisation des signaux complexes qu'à celle des signaux réels.

Les deux problèmes à résoudre dans ce type de modélisation sont la détermination de l'ordre du modèle d'une part et le choix de l'algorithme de calcul des coefficients d'autre part. Pour chacune de ces questions, nous développons une ou plusieurs méthodes. Nous montrons ensuite l'intérêt de cette paramétrisation pour la segmentation. Nous examinerons enfin l'effet des transformations (homothétie, retournement, translation) sur ce type de modélisation.

La seconde approche propose une modélisation des signatures des défauts dans le plan complexe par projection sur la base orthogonale des exponentielles complexes à l'aide d'un développement en série de Fourier. L'utilisation directe de l'ensemble des coefficients de Fourier comme modèle est à proscrire car, comme nous le montrerons, ils sont sensibles aux transformations géométriques que peut subir la signature du défaut dans le plan d'impédance. Des paramètres déduits des coefficients de Fourier ont alors été proposés par Granlund [GRA-72]. Ces descripteurs utilisés originellement dans des applications de reconnaissance de caractères, restent sensibles à certaines transformations et ne sont pas directement utilisables pour notre application ; c'est pourquoi nous proposons d'autres descripteurs dénommés par la suite Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM), nouvelles combinaisons des coefficients de Fourier initiaux. Nous montrons en particulier que cette méthode originale respecte tous les invariants du problème.

En conclusion, nous comparerons les deux mode de représentation (AR et DFM) sur la base de leur sensibilité vis à vis des transformations faisant partie des invariants et nous essayerons, en fonction de ces résultats, de choisir le modèle le mieux approprié à représenter les signaux dans la perspective d'une classification.

## III.2 Approches heuristiques

### III.2.1 Paramètres spatio-temporels et fréquentiels

Dans cette approche, les signaux sont caractérisés par un ensemble de paramètres extraits directement de leur évolution temporelle et/ou fréquentielle. Il n'existe cependant aucune méthode générale qui permette de définir ces paramètres. Seule une expertise basée sur des observations expérimentales permet de juger de la capacité de ces derniers à pouvoir caractériser correctement les signatures des défauts.

Les caractéristiques que l'on choisit comme représentatives d'un signal peuvent être par exemple (cf. figure III-1), la valeur crête-crête, la distance entre les pics négatifs et positifs du signal, la pente à l'origine, la largeur à mi-hauteur, l'énergie du signal, etc . A ces caractéristiques temporelles, peuvent s'ajouter des paramètres déduits du domaine fréquentiel comme par exemple l'énergie du signal calculée à partir de la densité spectrale de puissance, le maximum de la réponse en fréquence ainsi que la valeur de la fréquence qui lui est associée. L'ensemble de ces paramètres constitue ce que l'on appelle communément le vecteur caractéristique du défaut, nécessaire à la phase de classification.

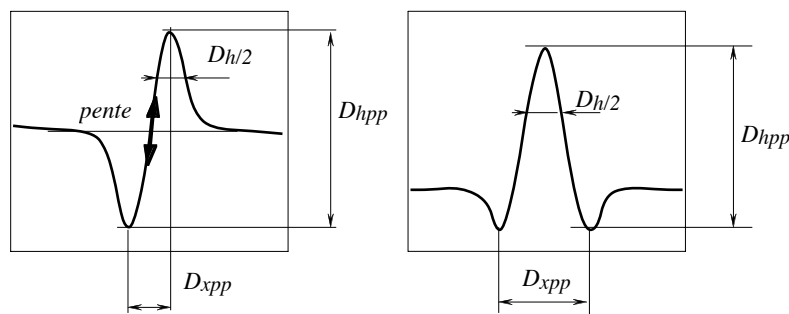


Figure III-1 : Exemples de caractéristiques représentatives du signal temporel

Malgré son aspect "intuitif", cette technique d'extraction de caractères a fourni des résultats assez intéressants pour la classification [DOC-81].

### III.2.2 Paramètres géométriques dans le plan de Lissajous

La même démarche peut être appliquée non pas sur l'évolution temporelle des signaux ou de leur spectre en fréquence, mais sur la représentation dans le plan complexe  $\{DS_i, DS_v\}$  de la mesure. Là encore, le choix du type de paramètre à extraire de cette nouvelle forme de courbe est entièrement laissé à l'expérimentateur. La figure III-2 montre des exemples de caractéristiques.

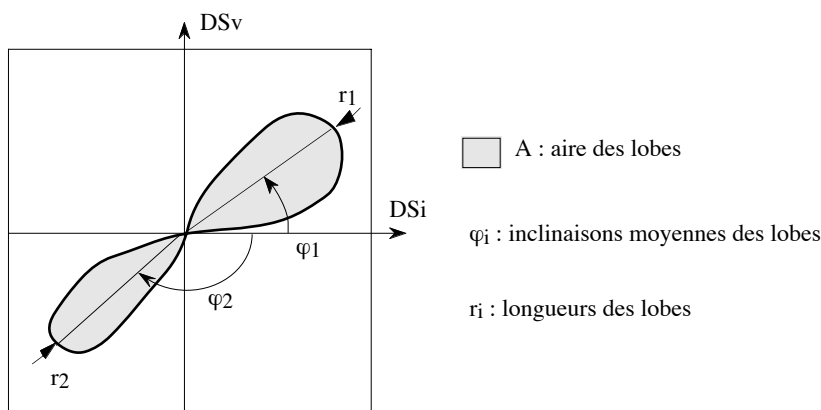


Figure III-2 : Exemple de paramètres d'une signature dans le plan complexe

Dans la pratique, il est souvent d'usage de combiner les différents types de paramètres de manière à avoir une grande quantité d'informations pour n'en sélectionner éventuellement que les plus pertinents [DOC-81].

### III.2.3 Transformation non linéaire dans le plan de Lissajous : angle local

Afin de diviser par deux la dimension de chacun des signaux courants de Foucault, des transformations de  $\mathbf{C}$  vers  $\mathbf{R}$  peuvent être envisagées. A chaque couple de point  $\{DS_i, DS_v\}$  doit correspondre un nombre réel. La transformation que nous présentons ici consiste à estimer les variations de l'angle local de la tangente au contour en fonction de l'abscisse curviligne [ZAH-72]. Dans la suite, cet angle sera noté  $\theta$ . (cf. figure III-3)

Dans certaines applications où l'on cherche à s'affranchir des opérations géométriques comme la translation, la rotation ou le changement d'échelle, on utilise une variante normalisée  $\phi$  de la fonction angulaire  $\theta$  pour modéliser le contour. En posant  $s_n = s2\pi / L$ ,  $s$  étant l'abscisse

curviligne et  $L$  la longueur totale de la courbe, la fonction  $\phi$  est définie par [PER-77] :

$$\phi(s_n) = \theta\left(\frac{L s_n}{2\pi}\right) - \theta(0) - s_n \quad \text{pour } s_n \in [0, 2\pi]$$

On remarque qu'il est possible de revenir théoriquement aux signaux réels DSi et DSv par intégration des relations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \partial \text{DSi} = \partial s \cos(\theta) \\ \partial \text{DSv} = \partial s \sin(\theta) \end{cases}$$

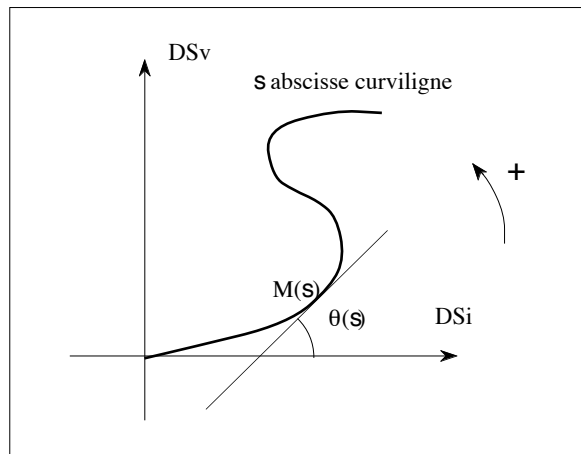


Figure III-3 : Définition de l'angle local dans le plan de Lissajous

La figure suivante présente, à titre d'exemple, l'évolution de l'angle  $\theta$  associé à la signature d'un défaut de type joint éclissé. Cet exemple illustre relativement bien l'inconvénient majeur que présente cette méthode de paramétrisation : les "bruits de phase" que l'on peut distinguer en début et fin du relevé correspondent aux variations du contour autour de l'origine. En effet, le bruit de mesure aussi faible soit-il, se traduit au niveau de la mesure de l'angle local par des variations importantes avec des sauts de  $\pm\pi$ .

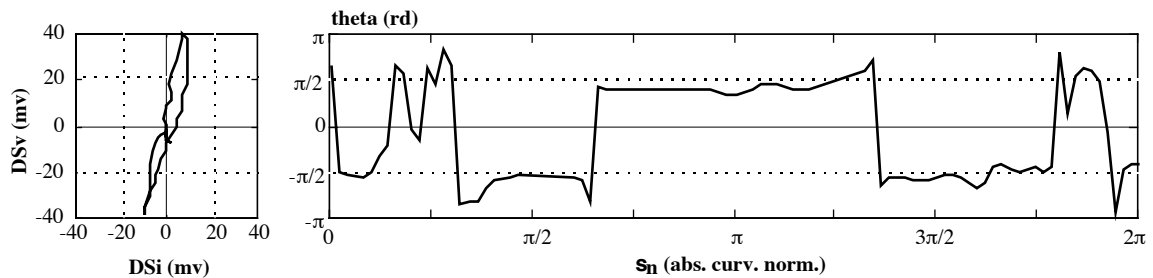


Figure III-4 : Evolution de l'angle local pour un défaut de type joint éclissé

D'autres caractéristiques dérivées de l'angle local peuvent être considérées pour modéliser le contour comme la courbure locale. Pour un point M de la trajectoire, la courbure  $C(s)$  est par définition :

$$C(s) = \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R(s)}$$

où  $R(s)$  est le rayon de courbure au point M.

L'intégrale double de la courbure dénommée courbe transformée [AKN-95] et notée  $\theta_t$  également utilisable est définie par :

$$\theta_t(s) = \int \theta(s) ds = \iint C(s) ds$$

Substituer l'angle local par sa courbure ne permet en aucun cas d'atténuer les problèmes liés au bruit de mesure puisqu'une dérivation vient aggraver ce problème. Quant à l'intégration de l'angle  $\theta$ , elle est intéressante dans la mesure où on diminue fortement les "hautes" fréquences présentes dans le signal. Une modélisation de la signature bâtie sur la courbe transformée serait a priori moins sensible au bruit. Cela étant, les problèmes relatifs au calcul de  $\theta$  restent les mêmes.

### III.2.4 Inconvénients des approches heuristiques

Les approches décrites cherchent à identifier, à l'aide d'un raisonnement purement heuristique, un certain nombre de paramètres susceptibles de caractériser les défauts en vue de leur discrimination. Bien qu'elles donnent satisfaction pour certains problèmes de classification [QUE-89], il est difficile d'évaluer dans quelle mesure ces caractéristiques sont réellement représentatives des signaux. Mais le principal inconvénient à leur utilisation est surtout leur manque de capacité de généralisation. Si l'expertise n'est pas efficace ou si elle ne balaye pas l'intégralité de l'espace des signaux d'entrée, le choix empirique des paramètres peut s'avérer mauvais. De plus, cette approche de paramétrisation effectuée, dans une même opération, paramétrisation et sélection de paramètres dont les impératifs respectifs sont souvent différents et qu'il est donc intéressant de mener séparément. Ceci explique en grande partie l'intérêt que l'on porte aux techniques de modélisation paramétrique.

## III.3 Modélisation autorégressive

### III.3.1 Présentation

La littérature abonde en méthodes de modélisation paramétrique. Dans le cas particulier des

signaux courants de Foucault, plusieurs de ces méthodes ont été utilisées dans le passé. Tel le modèle de Prony [VIL-88] où les signaux sont approximés par une somme d'exponentielles complexes. Ce modèle a été appliqué sous différentes formes selon que l'on considère le signal (Prony signal), son autocorrélation (Prony corrélation) ou une combinaison des deux (Prony corrélation-signal). Ces deux dernières formulations permettent d'améliorer le rapport signal sur bruit tout en rendant plus précis le calcul des pôles.

Les modèles AutoRégressifs à Moyennes Ajustées (ARMA) en général et les modèles AutoRégressifs (AR) en particulier constituent une autre approche de paramétrisation que nous allons développer dans la suite de ce paragraphe. Cette méthode a déjà fait l'objet de développements dédiés aux signaux courants de Foucault [VIL-88] [BOU-95]. Nous rappellerons ci-dessous son formalisme.

La sortie  $s(n)$  d'un filtre AR excité par un bruit blanc  $b(n)$  est définie par :

$$s(n) = - \sum_{k=1}^p a_k s(n-k) + b(n) \quad \text{(III-1)}$$

On notera que ces modèles s'appliquent aussi bien à des signaux réels qu'à des signaux complexes, ce qui offre la possibilité de choisir entre un traitement parallèle des deux composantes de chaque signal de mesure ou un seul traitement du signal complexe.

Sous forme matricielle, la relation III-1 s'écrit sous la forme :

$$s(n) = - \underline{a}^t \underline{S}_p(n-1) + b(n) \quad \text{(III-2)}$$

avec  $\underline{a} = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$

$$\underline{S}_p(n-1) = [s(n-1), s(n-2), \dots, s(n-p)]^T$$

$$E[b(n)] = 0 \quad \text{et} \quad E[b(n) b(n-k)] = \sigma_b^2 \delta(k)$$

Le vecteur  $\underline{a}$  est le vecteur paramètres du modèle AR d'ordre  $p$ . Le calcul de  $\underline{a}$  fait intervenir la fonction de corrélation de  $s(n)$  qui s'exprime à l'aide de la relation :

$$r_{n,k} = E[s(n) s(n-k)]$$

Le processus aléatoire  $s$  étant considéré comme stationnaire, il en résulte :

$$r_{n,k} = r_{|n-k|}$$

Sous forme vectorielle, on peut écrire :

$$\underline{r} = [r_1, r_2, \dots, r_p]^T = E[s(n) \underline{S}_p(n-1)]$$

En remplaçant  $s(n)$  par son expression III-2, il vient :

$$\underline{r} = E[-\underline{a}^t \underline{S}_p(n-1)^t \underline{S}_p(n-1)] + E[b(n) \underline{S}_p(n-1)]$$

En raison de la non corrélation du signal et du bruit, le second terme est nul et on obtient :

$$\underline{r} = -R \underline{a} \tag{III-3}$$

avec  $R$  la matrice de corrélation suivante :

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & r_0 & \dots & r_{p-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ r_{p-1} & \dots & & r_0 \end{bmatrix}$$

L'équation III-3, dite "équation normale du problème", définit la relation qui existe entre les premières valeurs de la fonction de corrélation de  $s(n)$  et le vecteur de paramètres  $\underline{a}$ .

Le vecteur paramètres du modèle  $\underline{a}$  est obtenu finalement à l'aide de la relation :

$$\underline{a} = -R^{-1} \underline{r}$$

La résolution de cette équation nécessite l'inversion de la matrice  $R$  (de dimension  $p$ ). Cette opération, très onéreuse en temps de calcul, est accélérée en utilisant avec profit la propriété importante que présente  $R$  ; cette matrice a en effet la particularité d'avoir des éléments identiques parallèlement à sa diagonale principale (toeplitz symétrique). L'algorithme de Levinson [MAX-87] permet, en effectuant une récurrence sur l'ordre du modèle, de ramener le coût de la résolution de l'équation normale de l'ordre  $p^3$  à l'ordre  $p^2$ .

### III.3.2 Mise en oeuvre de la modélisation AR

Dans la pratique, lorsqu'on dispose des échantillons du signal  $s(n)$ , plutôt que d'estimer les fonctions de corrélations à partir des données et de calculer ensuite les paramètres  $\underline{a}$  du modèle, plusieurs méthodes ont été développées pour estimer le jeu de coefficients directement à partir des données. Pour cela, il convient de réécrire la relation III-1 définissant le processus autorégressif de la manière suivante :

$$s(n) = \hat{s}(n) + b(n)$$

où  $\hat{s}(n)$  représente une prédiction linéaire de la valeur du signal  $s$  :

$$\hat{s}(n) = -\underline{a}' \underline{S}_p(n-1)$$

et  $b(n)$  est l'erreur d'estimation.

$$\begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(p+1) \\ \vdots \\ b(N) \\ \vdots \\ b(N+p-1) \\ b(N+p) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s(1) & 0 & \dots & 0 \\ s(2) & s(1) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ s(p+1) & s(p) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & s(1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s(N) & \dots & \dots & s(N-p) \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & s(N) \end{bmatrix}}_S \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix}$$

Sous forme matricielle, on a :

$$\underline{b} = S [1, \underline{a}]' \tag{III-4}$$

Vue sous cet angle prédiction linéaire, la détermination de  $\underline{a}$  revient à un problème de minimisation de l'erreur résiduelle de prédiction, choisie habituellement comme l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre le signal observé et son estimé :

$$EQM = J(\underline{a}) = E[b(n)^2] = \frac{1}{N} \sum_I b(n)^2$$

Selon le domaine  $I$  sur lequel on choisit de minimiser le critère, plusieurs variantes sont possibles :

- si  $I = [p+1, N]$  : la prédiction ne commence qu'à l'indice  $n=p+1$  en se servant des  $p$  premiers échantillons du signal et se termine à l'indice  $N$ . Seules les données observées servent à calculer le critère. La méthode est dite de covariance. La relation (III-4) est dans ce cas équivalente à une équation normale avec une structure de Toeplitz et peut donc être résolue à l'aide de l'algorithme de Levinson.

- si  $I = [1, N+p]$  : pour minimiser le critère dans cet intervalle, les  $p$  échantillons antérieurs à  $p$  et postérieurs à  $N$  dont on ne dispose pas, sont forcés à zéro. Il s'agit de la méthode des



corrélations. On obtient également une équation normale sauf que la matrice mise en jeu ne présente plus une structure de Toeplitz et ne peut être résolue par un algorithme rapide de type Levinson ; d'autres types d'algorithmes ont été développés.

- si  $I = [1, N]$  : on complète par des zéros les valeurs manquantes c.à.d antérieures à  $p+1$ . La méthode est dite "préfenêtrée".

- si  $I = [p + 1, N + p]$  : ce sont les échantillons postérieurs à  $N$  qui sont forcés à zéro, on parle d'une méthode "postfenêtrée". Dans ces deux derniers cas, la résolution se fait par l'algorithme des moindres carrés.

### III.3.3 Choix de l'ordre

Le second problème à résoudre dans la modélisation AR est celui du choix de l'ordre du modèle. Il s'agit de trouver le nombre "suffisant" de paramètres pour modéliser le signal : un ordre trop élevé alourdit les calculs et a tendance à trop "coller" au bruit de mesure (problème de surajustement), alors qu'un modèle d'ordre faible risque de mal représenter le signal.

La solution qui consisterait à comparer des modèles d'ordre différent à partir d'un ensemble d'échantillons du signal amènerait à choisir le modèle d'ordre le plus élevé possible. En effet, la variance de l'erreur de prédiction diminue toujours en augmentant le nombre de paramètres. La comparaison des différents modèles à l'aide d'une variance de l'erreur calculée sur un ensemble d'échantillons du signal n'ayant pas servi au calcul des paramètres est plus réaliste (validation croisée). Le modèle sélectionné est alors celui qui réalise la meilleure prédiction sur les "nouvelles" données. Cette méthode présente néanmoins l'inconvénient de ne pas utiliser toute l'information dont on dispose sur le signal pour estimer les paramètres du modèle AR qui le représentent.

D'autres critères ont été développés pour mesurer les performances a posteriori d'un modèle donné en tenant compte de sa structure. Une fonction coût est alors définie et elle intègre à la fois la fonctionnelle d'erreur  $J$  associée au modèle ainsi qu'une fonction de complexité du modèle  $f$  en pénalisant les ordres élevés. Elles s'explicitent sous la forme :

$$\text{coût}(J, p, N) = f(p, N) J(\underline{a})$$

où  $N$  est le nombre d'échantillons du signal.

La fonction  $f(p, N)$  doit augmenter avec  $p$  et diminuer avec  $N$ . Dans le cadre de travaux en théorie de l'information, Akaike [AKA-69], [AKA-74] et Rissanen [RIS-78] ont proposé des

critères dont la formulation est la suivante :

- Critère d'information d'Akaike ("Akaike Information Criterion" ou "AIC") :

$$AIC(J, \underline{a}) = N \ln(J(\underline{a})) + 2p$$

- Critère de l'erreur de prédiction finale d'Akaike ("Akaike's Final Prediction Error criterion" ou "FPE") :

$$FPE(J, \underline{a}) = \frac{1}{2} \frac{N+p}{N-p} J(\underline{a})$$

- Critère de la longueur de description minimum de Rissanen ("Rissanen's Minimum Description Length criterion" ou "MDL")

$$MDL(J, \underline{a}) = \ln(J(\underline{a})) + \frac{p}{N} \ln(N)$$

L'ordre optimal est celui pour lequel le critère passe par un minimum. La figure III-5 illustre sur un exemple correspondant à l'apparition d'un défaut de type joint éclissé (JE) (composante en phase du signal 2Diff à 10kHz), l'évolution des critères d'Akaike et de Rissanen en fonction de l'ordre du modèle  $p$ . On notera au passage que le critère d'Akaike a tendance à surdimensionner le modèle par rapport au critère de Rissanen.

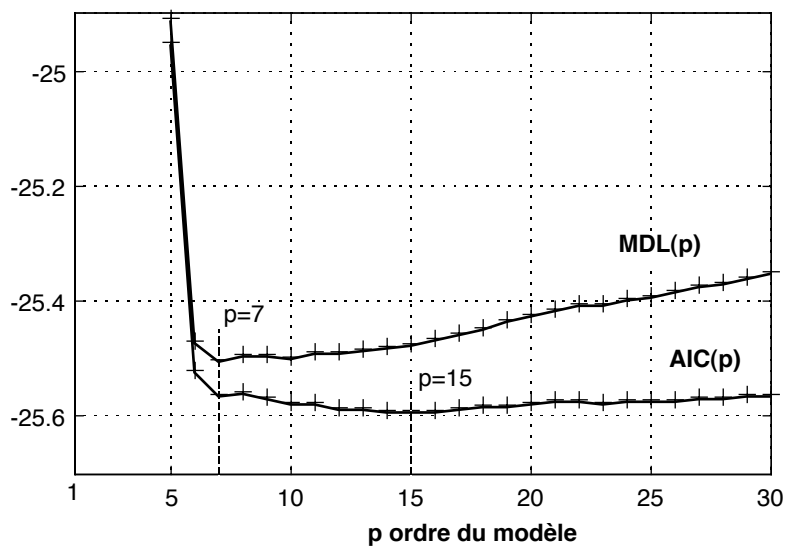


Figure III-5 : Evolution du Critère d'Akaike (AIC) et de Rissanen (MDL)

On trouve en annexe B l'évolution d'un signal de mesure et du signal reconstruit à partir de sa modélisation AR dont l'ordre a été déterminé à l'aide de ces critères.

### III.3.4 Intérêt pour la segmentation

Pour les chapitres précédents, l'extraction des signaux représentatifs des différents défauts a été menée en temps différé. En pratique, cette extraction doit être réalisée en quasi temps réel.

Sachant que l'apparition des défauts se présente généralement sous forme d'une succession de lobes (positifs ou négatifs), on peut envisager un "triggering" par simple seuillage sur un ou plusieurs des signaux de mesure. Cette manière simple de procéder peut hélas conduire à de fausses alarmes si le niveau de bruit de mesure est élevé ou si de lentes variations viennent se superposer au signal utile à cause de problèmes de lift-off. Dans ce cas, une étape supplémentaire de traitement s'impose, celle de la segmentation des signaux de mesure. Cette opération effectue un découpage du signal en zones ou "segments" à l'intérieur desquels on peut considérer le signal comme stationnaire.

La modélisation autorégressive est bien adaptée à ce travail de segmentation [VIL-88]. Le signal, supposé stationnaire dans une fenêtre initiale, est caractérisé par un jeu de paramètres (AR) donné. L'algorithme de segmentation cherchera à localiser les non stationnarités du signal en détectant les instants où se produit une variation importante du jeu de paramètres.

Plusieurs auteurs ont récemment adapté la modélisation AR à la segmentation des signaux courants de Foucault [QUE-89] [MOL-92]. Le signal  $s(n)$  est supposé stationnaire sur une fenêtre initiale ( $L_0$ ) et est décrit par le modèle AR d'ordre  $p$  (III-1) :

$$s(n) = - \sum_{k=1}^p a_k s(n-k) + b(n)$$

Lorsqu'une non stationnarité se présente, le modèle défini par le jeu de coefficients initial  $\underline{a}$ , n'est plus représentatif du signal et l'erreur résiduelle observée va être importante. Ceci est à la base de l'algorithme de segmentation. Si le module de l'erreur franchit un seuil judicieusement choisi par l'utilisateur, on conclut à l'existence d'une non stationnarité. Le fait de ne prendre en compte que les dépassements répétés sur un certain nombre d'échantillons consécutifs confère de la robustesse à l'algorithme. Une fois le transitoire détecté, on réinitialise les coefficients et le calcul itératif de l'erreur pour la détection suivante.

L'estimation des coefficients  $\underline{a}$  s'effectue sur une fenêtre glissante avec une mise à jour itérative selon une relation du type [VIL-88] :

$$\underline{a}_{n+1} = \underline{a}_n - \mu \underline{S}_p(n) b(n)$$

$\mu$  étant le pas d'adaptation généralement situé entre 0 et 1, et  $\underline{S}_p(n)$  défini à l'équation III-2.

Le calcul de la distance entre modèles successifs est un moyen relativement simple de détecter l'apparition de défaut. La figure III-6 illustre sur le cas d'un signal très bruité, l'évolution de la distance  $|\underline{a}_{n+1} - \underline{a}_n|$ . L'ordre du modèle est égal à 7.

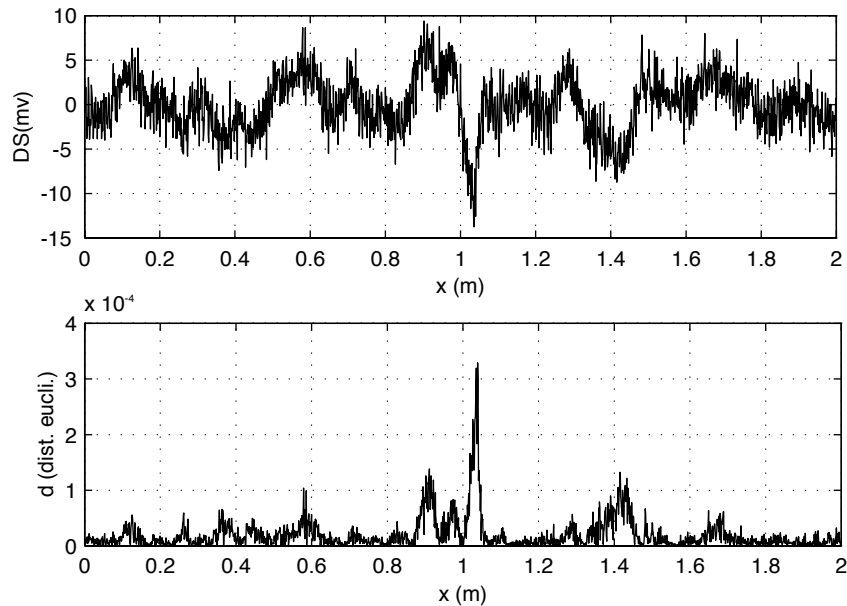


Figure III-6 : Evolution de la distance entre modèles successifs d'ordre 7

### III.3.5 Sensibilité du modèle AR aux invariants du problème

Après avoir montré l'intérêt que présente la modélisation autorégressive des signaux en particulier dans une optique de segmentation, nous allons étudier dans ce paragraphe l'influence de chacune des opérations définies comme invariants du problème sur le jeu de paramètres AR.

Rappelons que les invariants sont l'offset, les changements d'échelle (dus aux variations de lift-off), le retournement des signaux et la translation selon l'axe des temps des signaux. Quant à la rotation dans le plan complexe, la modélisation doit en rendre compte, car son existence peut informer sur l'appartenance à une classe de défaut ou à une autre.

- Variations d'offset

Supposons que le signal  $s(n)$  subit un offset  $s_0$ , soit  $s'(n)$  le signal résultant :

$$s'(n) = s(n) + s_0 \quad (\text{III-5})$$

Le modèle AR d'ordre  $p$  associé à  $s'(n)$  s'écrit :

$$s'(n) = - \sum_{k=1}^p \beta_k s'(n-k) + b'(n)$$

En remplaçant  $s'(n)$  par l'expression III-5, on obtient :

$$s(n) = - \sum_{k=1}^p \beta_k s(n-k) + \underbrace{b'(n) - \sum_{k=1}^p \beta_k s_0 - s_0}_{b(n)}$$

En comparant cette expression avec la relation III-1, on en déduit que :

$$\beta_k = \alpha_k$$

Les coefficients  $\beta_k$  sont donc identiques aux paramètres originaux  $\alpha_k$  obtenus sans offset.

Seul le bruit de modélisation  $b(n)$  est modifié et devient  $b'(n) - \sum_{k=1}^p \beta_k s_0 - s_0$ .

• Effet du changement d'échelle

le nouveau signal  $s'(n)$  est déduit du signal  $s(n)$  par :

$$s'(n) = \lambda s(n) \quad \lambda \text{ étant le facteur d'échelle}$$

La modélisation du signal  $s'(n)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} s'(n) &= - \sum_{k=1}^p \beta_k s'(n-k) + b'(n) \\ \lambda s(n) &= - \sum_{k=1}^p \beta_k \lambda s(n-k) + b'(n) \end{aligned}$$

D'où la relation :

$$s(n) = - \sum_{k=1}^p \beta_k s(n-k) + \underbrace{\frac{b'(n)}{\lambda}}_{b(n)}$$

En identifiant avec (III-1), on retrouve que  $\alpha_k = \beta_k$ . Donc les modèles AR associés aux signaux  $s(n)$  et  $s'(n)$  sont identiques. Seul le bruit de modélisation est modifié :

$$b'(n) = \lambda b(n)$$

- Effet du retournement du signal

Cette situation se présente lorsque le sens de déplacement du capteur change, ce qui se traduit par un retournement selon l'axe des temps du signal de mesure. Au niveau de la modélisation, cela est équivalent à concevoir un filtre AR qui prédit  $s(n)$  non pas à partir des  $p$  valeurs passées (prédiction progressive) mais plutôt à partir des  $p$  échantillons futurs (prédiction rétrograde). Soit  $s'(n)$  le nouveau signal obtenu par retournement du signal  $s(n)$ . On a en effet:

$$s'(n) = s(N - n) \quad \forall 1 \leq n \leq N$$

On montre ainsi en annexe B que les coefficients de prédiction du signal  $s'(n)$  sont similaires à ceux du signal  $s(n)$ . Le retournement du signal n'a donc pas d'influence sur la modélisation AR associée au signal.

- Translation selon l'axe des temps

Si dans une fenêtre d'observation assez importante (500mm), la localisation du défaut est légèrement décalée, cela ne modifie en rien les paramètres AR.

- Rotation dans le plan complexe  $\{DS_i, DS_v\}$

Soit  $s'(n)$  le signal obtenu par rotation d'un angle  $\varphi$  du signal  $s(n)$  :

$$s'(n) = s(n) e^{j\varphi}$$

Avec le même raisonnement que celui effectué pour le facteur d'échelle, on déduit que la modélisation AR n'est pas sensible à la rotation. Ceci est un inconvénient majeur à l'utilisation de cette méthode pour notre problème dans la mesure où la rotation dans le plan complexe des signaux courants de Foucault peut s'avérer discriminatoire de certaines classes de défauts.

## III.4 Descripteurs de Fourier

### III.4.1 Présentation

La caractérisation des signaux courants de Foucault à l'aide des descripteurs de Fourier s'effectue en considérant les signatures des défauts dans le plan complexe  $\{DS_i, DS_v\}$ . Initialement développée pour la reconnaissance de caractères [GRA-72], cette méthode de modélisation de contour géométrique n'a été appliquée aux signaux courants de Foucault que dans les années 1980 [UDP-84].

Par rapport aux modèles autorégressifs, la paramétrisation des signaux par descripteurs de Fourier s'inscrit dans une approche reconnaissance des formes du problème. La forme du contour est modélisée par un vecteur de paramètres ou caractères qui servira comme mode de représentation.

La signature du défaut, supposée fermée de longueur  $L$ , est représentée par une fonction complexe  $v(s)$  définie par :

$$v(s) = DSi(s) + jDSv(s). \quad 0 \leq s \leq L$$

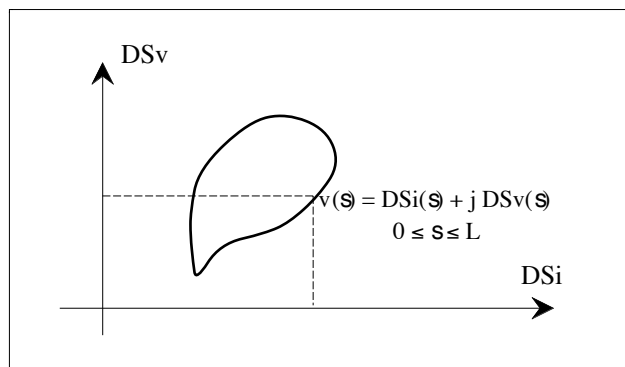


Figure III-8 : Paramétrisation du contour par la fonction  $v(s)$

A ce signal à support borné, on associe le signal périodique à support non borné  $u(s) = v(s')$  où  $s'$  est le reste de la division de  $s$  par  $L$ . La nature périodique de la fonction  $u(s)$  autorise sa décomposition en série de Fourier :

$$u(s) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_k e^{j 2\pi s k/L} \quad \text{avec} \quad f_k = \frac{1}{L} \int_{(L)} v(s) e^{-j 2\pi s k/L} ds$$

Un nombre fini de coefficients de Fourier situés dans la bande passante du signal caractérise quasi-complètement la trajectoire.

	Signal	Coefficients de Fourier
identité	$u(s)$	$f_k$
Offset	$u(s)+u_0$	$f_0+u_0, f_k$
Changement d'échelle	$\lambda u(s)$	$\lambda f_k$
retournement du signal	$u(L-s)$	$e^{-j 2 \pi k} f_{-k}$
changement du point de départ	$u(s+\tau)$	$e^{j 2\pi k \tau / L} f_k$
Rotation	$e^{j\varphi} u(s)$	$e^{j\varphi} f_k$

Tableau III-1 : Influence des transformations sur les coefficients de Fourier

Ce premier jeu de paramètres constitue une approche possible de modélisation de la signature. Par contre, si l'on souhaite être insensible à certaines transformations que peut subir le contour, il est nécessaire de déterminer, en se basant sur ces coefficients, un second jeu de paramètres. Le tableau III-1 résume les effets de certaines transformations sur les coefficients de Fourier.

### III.4.2 Coefficients de Granlund

Granlund propose un jeu de paramètres  $g_{mk}$ , à partir des coefficients de Fourier  $f_k$  qui sont indépendants de certaines opérations géométriques définies comme invariants du problème [GRA-72].

$$g_{mk} = \frac{f_{1+m}^k f_{1-k}^m}{f_1^{m+k}} \quad m = 1, 2, 3... \quad k = 2, 3, 4...$$

Les transformations géométriques de la signature qui n'influenceront pas  $g_{mk}$  sont :

- le changement du point de départ choisi pour la construction de  $v(s)$ ,
- les translations dans le plan complexe,
- les homothéties complexes
- et la rotation.

S'agissant de ce dernier point, Granlund a complété les paramètres  $g_{mk}$  par un coefficient supplémentaire  $g_{m1}$  qui permet de tenir compte de l'orientation du contour dans le plan.

$$g_{m1} = \frac{f_{1+m} |f_1|^m}{f_1^{m+1}} \quad m = 1, 2, 3, .. \dots$$

A partir des paramètres  $g_{mk}$ , un autre jeu de paramètres peut être défini par la relation :

$$g'_{mk} = (g_{mk})^{1/m} = \frac{f_{1+m}^{k/m} f_{1-k}}{f_1^{1+k/m}}$$

Un cas particulier des coefficients  $g'_{mk}$  s'obtient pour  $m=k$  dans l'expression précédente et se formule de la manière suivante :

$$b_k = \frac{f_{1+k} f_{1-k}}{f_1^2} \quad k = 2, 3, .. \dots$$

et 
$$b_1 = \frac{f_2 |f_1|}{f_1^2} \quad k = 1$$



La modification des coefficients de Fourier par Granlund répond à un besoin d'avoir, dans une application de reconnaissance de caractères, un mode de représentation qui soit en mesure de distinguer des variations de formes indépendamment de leur transformation par les invariants du problème. Deux contours représentant le même caractère mais qui ne diffèrent que par des transformations d'échelle ou de translation par exemple, sont ainsi décrits par les mêmes coefficients. En revanche, pour différencier des chiffres comme 6 et 9 qui ne diffèrent que par une rotation, l'utilisation du coefficient complémentaire  $b_1$  est nécessaire.

Ceci n'est évidemment pas le cas si on se contentait des coefficients de Fourier comme paramètres représentatifs des contours (cf. tableau III-1). Soit  $\zeta'$  un nouveau contour obtenu à partir d'un contour initial  $\zeta$  auquel on applique une rotation  $\varphi$ , un facteur d'échelle  $\lambda$ , une translation  $u_0$  ( $u_0$  étant complexe) et en décalant son point de départ de  $\tau$  points. Les coefficients de Fourier  $f'_k$  relatifs à  $\zeta'$  se déduisent des coefficients  $f_k$  à l'aide des relations :

$$f'_k = \lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi k\tau}{L}} f_k \quad \text{pour } k \neq 0$$

$$\text{et } f'_0 = \lambda e^{j\varphi} f_0 + u_0 \quad \text{pour } k=0.$$

En faisant le même raisonnement pour les coefficients de Granlund  $b_k$ , on obtient :

$$\begin{aligned} b'_k &= \frac{f'_{1+k} f'_{1-k}}{f_1'^2} \\ b'_k &= \frac{\lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi(k+1)\tau}{L}} f_{1+k} \lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi(1-k)\tau}{L}} f_{1-k}}{\lambda^2 e^{j2\varphi} e^{j\frac{4\pi\tau}{L}} f_1^2} \\ &= \frac{f_{1+k} f_{1-k}}{f_1^2} = b_k \end{aligned}$$

Le développement de l'expression de  $b_1$  conduit à :

$$b'_1 = \frac{\lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{4\pi\tau}{L}} f_2 \left| \lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi\tau}{L}} f_1 \right|}{\lambda^2 e^{j2\varphi} e^{j\frac{4\pi\tau}{L}} f_1^2} = \frac{f_2 |f_1|}{f_1^2} e^{-j\varphi}$$

$$\text{d'où : } b'_1 = b_1 e^{-j\varphi}$$

Le contour initial  $\zeta$  et le contour transformé  $\zeta'$  ont par conséquent les mêmes descripteurs de Granlund. Seul le descripteur  $b_1$  est sensible à la rotation du contour.

### III.4.3 Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM)

En s'inspirant des travaux de Granlund, il nous a fallu modifier les descripteurs de type  $b_k$  afin de mieux répondre aux contraintes spécifiques de notre application. En effet, le jeu de paramètres choisi doit pouvoir tenir compte d'un invariant supplémentaire du problème : il s'agit du retournement des signaux. En effet, si le véhicule sur lequel est monté le capteur parcourt la zone à inspecter dans un sens d'avancement ou dans un autre, le même défaut doit être modélisé par le même jeu de paramètres.

A cette fin, nous avons mis en place un nouveau jeu de paramètres  $d_k$  dénommés descripteurs de Fourier modifiés définis comme suit [OUK-97b] :

$$d_k = \frac{f_k f_{-k}}{|f_1 f_{-1}|} \quad k = 1, 2, 3... \quad (\text{III-6})$$

Si l'on note  $u'(s)$  le signal obtenu par retournement du contour  $u(s)$ . On a :

$$u'(s) = u(L - s)$$

En d'autres termes, on "tourne" sur le contour  $u(s)$  en sens inverse. Au niveau des coefficients de Fourier, cela se traduit par :

$$f'_k = e^{-j2\pi k} f_{-k}$$

En calculant les descripteurs de Fourier modifiés associés à  $u'(s)$ , on obtient :

$$d'_k = \frac{f'_k f'_{-k}}{|f'_1 f'_{-1}|} = \frac{e^{-j2\pi k} f_{-k} e^{j2\pi k} f_k}{|e^{-j2\pi} f_{-1} e^{j2\pi} f_1|}$$

$$d'_k = \frac{f_{-k} f_k}{|f_{-1} f_1|} = d_k$$

Les DFM sont donc bien invariants vis à vis du renversement des signaux. De la même manière, on peut montrer que ces coefficients sont insensibles aux effets d'homothétie et aux translations. Par contre, ils sont dépendants de la rotation, en effet :

$$f'_k = \lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi k\tau}{L}} f_k$$

où  $\lambda$  est le facteur d'échelle,  $\varphi$  est l'angle de la rotation et  $\tau$  la translation du point de départ alors :

$$d'_k = \frac{f'_k f'_{-k}}{|f'_1 f'_{-1}|} = \frac{\lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi k\tau}{L}} f_k \lambda e^{j\varphi} e^{-j\frac{2\pi k\tau}{L}} f_{-k}}{\left| \lambda e^{j\varphi} e^{j\frac{2\pi\tau}{L}} f_1 \lambda e^{j\varphi} e^{-j\frac{2\pi\tau}{L}} f_{-1} \right|}$$

$$d'_k = \frac{\lambda^2 e^{j2\varphi} f_k f_{-k}}{\lambda^2 |f_1 f_{-1}|} = e^{j2\varphi} d_k$$

L'information concernant la rotation dans le plan est importante dans la perspective d'une discrimination de classes de défauts. En ce qui concerne la translation de la courbe due à un éventuel offset sur les signaux, elle n'a pas d'influence sur les DFM car le coefficient de Fourier à l'origine  $f_0$  n'intervient pas dans les calculs.

Remarque : Si on souhaite restreindre l'influence de la rotation sur le premier descripteur uniquement, on définit:

$$d_k = \frac{f_k f_{-k}}{f_1 f_{-1}} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

### III.4.4 Mise en oeuvre

A partir des mesures des composantes active (DSv) et réactive (DSi), on construit le signal complexe  $v(s) = DSi(s) + j DSv(s)$ . Deux paramètres sont à régler : la longueur de la séquence ( $N.dx$ ) d'une part et le pas d'échantillonnage ( $dx$ ) d'autre part ;  $N$  étant le nombre d'échantillons.

Dans une fenêtre d'observation, le signal complexe  $v(s)$  est donc échantillonné à des intervalles réguliers  $dx$  et le nombre de ses échantillons est limité à une valeur  $N$ . Il est ensuite multiplié par une fenêtre afin d'avoir un contour fermé. La fenêtre de pondération est telle qu'elle modifie uniquement les échantillons du "bord" en les ramenant à zéro. Le calcul des coefficients de Fourier  $C_k$  s'effectue à l'aide de la transformée de Fourier discrète du signal discret  $u(n)$  donnée par la formule :

$$u(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{j2\pi nk/N}$$

avec 
$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n) e^{-j2\pi nk/N} \quad 1 \leq k \leq N$$

$N$  coefficients  $f_k$  espacés de  $1/Ndx$  sont calculés. On notera au passage que la résolution fréquentielle est égale à la longueur de la séquence. Tous les coefficients ne sont pas

représentatifs du signal et seuls ceux situés dans la bande de fréquence utile sont à prendre en compte.

Si l'on choisit de fixer la fenêtre d'observation d'étendue égale à 500mm avec un pas d'échantillonnage égal à 5mm, 100 échantillons du signal sont disponibles. Sur les 100 coefficients de Fourier calculés aux fréquences multiples de  $1/500$ , seuls les 11 premiers suffisent pour modéliser le signal. A partir de ces coefficients de Fourier, on calcule les descripteurs de Fourier modifiés définis selon la relation (III-7).

### **III.5 Conclusion**

Ce chapitre a traité de la paramétrisation des signatures de défauts à l'aide de trois approches différentes. Le but était de trouver un espace de représentation de faible dimension qui caractérise au mieux les signaux. Dans notre application, le mode de représentation devait en outre être insensible au décalage d'offset (lift-off), aux effets d'échelle (l'amplitude des signatures diminue si la hauteur de détection augmente) ou au retournement des signatures quand le véhicule auquel est fixé le capteur change de direction d'avancement.

Nous avons par ailleurs cherché à privilégier les représentations qui se prêtent à une formulation complexe. Chaque signal de mesure étant en effet constitué de deux composantes (active et réactive), il nous a semblé intéressant de traiter les quatre signaux complexes issus des détecteurs synchrones plutôt que les huit composantes prises isolément.

Nous avons consacré la première partie de ce chapitre à l'approche heuristique dont on a présenté plusieurs variantes. Elles consistent toutes à extraire un certain nombre de paramètres sensés caractériser la signature des défauts. Nous avons souligné l'aspect intuitif de cette approche qui repose en majeure partie sur la qualité de l'expertise.

Nous avons ensuite présenté deux modes de représentation mieux adaptés à notre application que la première approche dans la mesure où l'expertise de notre problème était à construire. Il s'agit de la modélisation autorégressive (AR) d'une part et de la paramétrisation par descripteurs de Fourier d'autre part. Cette phase a permis de mettre en place une méthode originale de paramétrisation dénommée Descripteurs de Fourier Modifiés.

Le principe, la mise en oeuvre et la sensibilité par rapport aux invariants de chacune des approches ont été traités. Seul le comportement vis à vis de la rotation des signatures des défauts n'est pas le même. La modélisation AR ne permet pas de prendre en compte ce

paramètre qui nous a semblé un bon moyen de différencier des défauts de différentes classes. La paramétrisation des signaux par DFM sera privilégiée par la suite mais des résultats de classification avec les paramètres AR seront également donnés pour justifier a posteriori notre choix.

Nous avons mis l'accent tout au long de ce chapitre sur le fait que le jeu de paramètres choisi doit respecter les invariants tout en faisant apparaître les différences entre les signaux et être de faible dimension. Pour ces deux derniers points en particulier, un travail important reste à accomplir afin de ne garder parmi tous les coefficients calculés, uniquement que les plus pertinents. C'est l'objectif du prochain chapitre qui traite de la sélection de paramètres.

D'autres méthodes de modélisation sont envisageables telles que les techniques d'analyse temps-fréquence ou en ondelettes. Elles constituent des développements possibles au travail présenté dans ce chapitre.

## **Chapitre IV : Sélection de paramètres**

### **IV.1 Introduction**

Le chapitre III a permis de mettre en oeuvre plusieurs techniques de paramétrisation des défauts comme les DFM ou les AR. Un ensemble donné de paramètres peut contenir des informations redondantes ou non pertinentes qu'il est intéressant de supprimer avant une éventuelle procédure de classification. Il est en effet important que, dans l'espace de représentation où s'effectuera la classification, les défauts appartenant à la même classe soient le plus groupés possible et qu'à l'inverse, les défauts issus de classes différentes soient situés dans des régions distinctes de l'espace.

La sélection d'un nombre réduit de paramètres pertinents pour représenter les signatures des défauts présente plusieurs intérêts. Elle permet tout d'abord de réduire le temps de calcul et la complexité des algorithmes de classification mis en jeu. Elle permet aussi de passer outre le phénomène de "malédiction de la dimension" qui se manifeste lorsqu'on trace les performances du classifieur en fonction de la dimension de l'espace d'entrée et du nombre d'observations de la base d'apprentissage [DUD-73] : la dimension de l'espace de représentation doit être faible devant la taille de la base de données afin que les surfaces de séparation entre classes que l'on calcule soient précises, faute de quoi les performances du classifieur sur des données non apprises se détériorent. Ce problème s'accroît lorsque la base de données est de taille réduite.

Pour sélectionner un nombre réduit de paramètres parmi les paramètres initiaux, la procédure idéale aurait été la comparaison des probabilités d'erreur du système de classification dans l'espace initial constitué de tous les paramètres et dans un espace de dimension plus réduite et ce, pour tous les espaces candidats. A moins de traiter des cas simples où la dimension initiale est faible et la taille de la base de données conséquente, ceci est souvent irréalisable en pratique et l'on se contente d'utiliser des méthodes de sélection n'impliquant pas l'étape de classification.

Le problème de sélection de paramètres peut alors être traité selon deux différentes approches. La première approche utilise l'ensemble des paramètres pour réaliser une projection dans un sous-espace de dimension réduite qui conserve au mieux l'information initiale. L'espace de représentation est alors constitué de nouveaux paramètres, obtenus par combinaisons linéaires

des paramètres initiaux. L'Analyse en Composantes Principales (ACP) est une méthode traditionnelle d'analyse des données qui adopte cette approche. Lorsqu'un nombre très réduit de composantes suffit à concentrer le maximum d'informations, cette méthode a le mérite de faciliter la visualisation et l'analyse préliminaire des données. En revanche, comme le nuage de points est considéré dans son ensemble et que sa partition en différentes classes n'est pas prise en compte, l'ACP peut s'avérer inadaptée à extraire les composantes du vecteur de représentation les plus pertinentes au sens de la discrimination entre les différentes classes de défauts.

Ce mémoire développera plutôt la seconde approche où un sous-espace de dimension réduite est constitué en sélectionnant les axes qui contribuent le plus à la séparabilité entre classes. Les paramètres redondants et non pertinents sont tout simplement ignorés.

Si l'on cherche le sous-ensemble optimal de  $d_r$  paramètres parmi  $d$  au sens d'un critère donné de séparabilité, cela sous-entend que l'on va, soit étudier toutes les combinaisons de paramètres possibles pour en choisir la meilleure au sens du critère, soit utiliser des algorithmes d'optimisation tels que l'algorithme "branch and bound" [NAR-77] qui permettent de trouver la solution optimale sans avoir à évaluer explicitement le critère pour toutes les combinaisons possibles. La recherche d'une solution optimale, même avec ce type d'algorithme, s'avère en général très coûteuse en temps de calcul notamment lorsque la dimension initiale est relativement importante.

Des techniques de sélection sous-optimales permettent de parvenir plus rapidement à une solution. Les méthodes séquentent en général deux procédures : une première qui traite des différents techniques d'ordonnancement des paramètres et une seconde qui porte sur les critères d'arrêt utilisés pour déterminer le nombre de paramètres à retenir.

Dans ce chapitre seront présentées trois différentes méthodes pour l'ordonnancement. La première méthode s'appuie sur le Critère de Fisher qui effectue un classement des paramètres selon leur aptitude à bien discriminer les classes. Selon le type de formulation utilisé, cette approche peut s'appliquer aussi bien à la séparation entre deux classes qu'à celle de plusieurs classes simultanément. Nous verrons que ce critère, relativement simple à mettre en oeuvre, présente l'inconvénient majeur d'évaluer les paramètres indépendamment les uns des autres sans prendre en compte d'éventuelles relations qui les lient.

La deuxième méthode présentée sous le titre "Méthodes de classement séquentielles constructives et destructives" traite de deux types d'algorithmes différents qui procèdent par ajouts ou par éliminations successifs de paramètres en se basant sur des critères de séparabilité

entre classes. Nous avons préféré faire appel à des critères fondés sur les matrices de variance-covariance entre classes calculées directement à partir des observations. Une comparaison des résultats fournis par les deux algorithmes (constructif et destructif) appliqués à notre base sera présentée.

Les bases théoriques de la troisième approche sont complètement différentes des deux autres approches. La relation entre les paramètres et la séparabilité entre classes est modélisée par un modèle de régression linéaire. Vu sous l'angle "régression linéaire", le classement des paramètres s'effectue selon leur contribution à la prédiction de la sortie. Cette méthode connue sous le nom "Orthogonal Forward Regression" utilise la factorisation de Gram-Schmidt comme méthode d'orthogonalisation. Elle sera traitée en détail dans ce chapitre et une interprétation géométrique de cette technique sera également présentée.

En raison de leur caractère sous-optimal, le classement des paramètres effectué par chacune des trois méthodes est a priori différent. Nous avons jugé intéressant de comparer les résultats qu'elles fournissent, sachant que le seul moyen de conclure à la bonne adéquation d'un jeu de paramètres est finalement le taux de bonne classification du classifieur. Par conséquent, aucun jeu de paramètres ne doit a priori être écarté avant d'être testé en classification.

Après la phase d'ordonnement, le second volet du problème à résoudre est de déterminer le nombre de paramètres à conserver. Cette étape fait partie intégrante de l'optimisation du classifieur car d'elle dépendra directement la dimension de l'entrée. Les critères d'Akaike ou de Rissanen, habituellement employés, se prêtent moins bien à notre cas d'étude étant donné que le nombre des observations à notre disposition pour la sélection de paramètres n'est pas très supérieur à la dimension de l'espace de représentation initiale. Sans vouloir aborder toutes les méthodes existantes, nous allons donner deux types de critères dont chacun est dédié à une méthode de classement donnée. Nous présenterons ensuite un critère original d'arrêt qui a l'avantage de s'appliquer aux trois méthodes de classement. Une comparaison entre les résultats fournis par les différents critères sera également présentée.

## **IV.2 Analyse en Composantes Principales (ACP)**

### **IV.2.1 Présentation**

L'analyse en composantes principales effectue une projection de l'ensemble des données (quelle que soit la classe d'appartenance) sur un sous-espace qui, tout en étant de dimension



réduite, autorise une bonne représentation des données. Le sous-espace est donc choisi de telle sorte que la variance du nuage de points projeté soit la plus grande possible. Ce qui en d'autres termes est équivalent à assurer une déformation minimale entre les points initiaux et leur projection.

Soit  $B$  la matrice d'observations constituée des  $N$  réalisations (ou individus) représentées chacune par un vecteur paramètres (ou variables) de dimension  $d$  :

$$B = [\underline{X}_1 \ \underline{X}_2 \ \cdots \ \underline{X}_d] = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \vdots \\ \underline{Y}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1d} \\ x_{21} & & & \vdots \\ & & & \\ & & & \\ x_{N1} & \cdots & & x_{Nd} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \underline{Y}_i^t \text{ individu ou} \\ \text{observation} \end{array}$$

$\uparrow$   
 $\underline{X}_i$  variable ou paramètre

Le centre de gravité de l'ensemble des données est défini par :

$$\underline{m} = [m_1, m_2, \cdots, m_d]$$

avec  $m_i = E[\underline{X}_i] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ji}$  la moyenne sur le  $i^{\text{ème}}$  paramètre.

La matrice de variance-covariance de  $B$  s'écrit :

$$V_B = \left\{ E \left[ (\underline{X}_i - m_i)^t (\underline{X}_j - m_j) \right] \right\}_{1 \leq i, j \leq d}$$

Afin d'éviter qu'un paramètre ne prenne trop d'importance par rapport aux autres simplement parce qu'il varie dans de plus grandes proportions, on procède généralement à une normalisation des données en divisant les composantes de chaque paramètre par son écart-type et en les centrant.

$$\left\{ \frac{x_{ij} - m_j}{\sigma_j} \right\}_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq j \leq d}}$$

où  $\sigma_j$  représente l'écart-type du  $j^{\text{ème}}$  paramètre et  $m_j$  sa moyenne.

Par abus de langage,  $B$  désignera dans la suite du chapitre cette matrice centrée réduite.

On démontre que pour une dimension  $d_r$  donnée, le sous-espace maximisant la variance du nuage projeté est engendré par les  $d_r$  vecteurs propres de la matrice de covariance  $V_B$  associés

aux  $d_r$  premières valeurs propres rangées par ordre décroissant [DUB-90].

La nouvelle matrice d'observations  $C$  de dimension réduite  $N \times d_r$ , obtenue après projection des observations sur le sous-espace engendré par les  $d_r$  premiers vecteurs propres associés à  $V_B$  s'écrit alors sous la forme :

$$C = B U = [\underline{C}_1 \ \underline{C}_2 \ \cdots \ \underline{C}_d] \quad dr < d \quad (IV-2)$$

avec 
$$U = [\underline{u}_1 \ \underline{u}_2 \ \cdots \ \underline{u}_{dr}]$$

$\underline{u}_i$  étant le vecteur propre de la matrice  $V_B$  associé à la valeur propre  $\lambda_i$ . On a :

$$V_B \underline{u}_i = \lambda_i \underline{u}_i \quad \text{avec} \quad (\lambda_1 > \lambda_2 \ \cdots \ > \lambda_{dr})$$

Chaque vecteur colonne  $\underline{C}_i$  de la matrice  $C$  est communément appelé  $i^{\text{ème}}$  composante principale et représente la projection des individus selon le  $i^{\text{ème}}$  axe  $\underline{u}_i$ . Ces composantes présentent des propriétés intéressantes :

- leur centre de gravité est nul.
- la variance de la  $i^{\text{ème}}$  composante principale est égale à  $\lambda_i$  :

$$\begin{aligned} V_{\underline{C}_i} &= E[\underline{C}_i^t \underline{C}_i] = \underline{u}_i^t E[B^t B] \underline{u}_i \\ &= \underline{u}_i^t V_B \underline{u}_i = \lambda_i \underline{u}_i^t \underline{u}_i = \lambda_i \end{aligned} \quad (IV-3)$$

- et la covariance des composantes principales entre elles est nulle :

$$\begin{aligned} \text{cov}(\underline{C}_i^t, \underline{C}_k) &= E[\underline{C}_i^t \ \underline{C}_k] = \underline{u}_i^t E[B^t B] \underline{u}_k \\ &= \underline{u}_i^t V_B \underline{u}_k = \lambda_k \underline{u}_i^t \underline{u}_k \end{aligned}$$

car les vecteurs  $\underline{u}_i$  et  $\underline{u}_k$  sont orthogonaux.

En résumé, l'ACP cherche par combinaisons linéaires des  $d$  variables initiales  $(\underline{X}_1 \ \underline{X}_2 \ \cdots \ \underline{X}_d)$   $d_r$  nouvelles variables ou composantes principales  $(\underline{C}_1 \ \underline{C}_2 \ \cdots \ \underline{C}_{dr})$  centrées, de variance maximale et qui sont non corrélées entre elles.

### IV.2.2 Interprétation des résultats de l'ACP

- Qualité de représentation et dimension du sous-espace

Lorsqu'on envisage une réduction de l'espace de représentation à l'aide de l'ACP, il est nécessaire de pouvoir évaluer la quantité d'informations perdue en fonction du nombre d'axes

retenu. Un des critères les plus répandus est celui du pourcentage d'inertie totale après projection, rapport des variances après et avant projection :

$$I = \frac{v_{dr}}{v} \quad \text{pourcentage d'inertie totale après projection} \quad (\text{IV-4})$$

où  $d_r$  : est la dimension du sous-espace de projection  
 $v$  : la variance du nuage de points initial  
 $v_{dr}$  : la variance du nuage projeté.

La variance  $v$  est définie comme la trace de la matrice de variance-covariance des données  $V_B$  :

$$v = \text{tr}(V_B) = \sum_{i=1}^d \lambda_i$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d$  étant les  $d$  valeurs propres de  $V_B$  rangées par ordre décroissant ( $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_d$ ). En utilisant la relation IV-3, la variance du nuage projeté sur les  $d_r$  premiers axes principaux est égale à :

$$v_{dr} = \text{tr}(V_C) = \sum_{i=1}^{d_r} \lambda_i$$

D'où la relation :

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{d_r} \lambda_i}{\sum_{i=1}^d \lambda_i}$$

Nous avons reporté sur la figure IV-1 l'évolution du pourcentage d'inertie en fonction de l'ordre des axes pour notre base de données.

Pour déterminer le nombre d'axes à retenir, on se fixe généralement un pourcentage donné de l'inertie totale dans le sous-espace de projection et on augmente séquentiellement le nombre d'axes jusqu'à atteindre cette valeur.

Sur l'exemple de la figure IV-1, il faut envisager d'utiliser les 15 premières composantes principales pour atteindre 85% de l'inertie initiale. Dans notre cas d'étude, l'intérêt que l'on trouve à utiliser l'ACP, en particulier pour la visualisation des données dans le plan constitué par les deux premières composantes principales, est atténué (seule 40% de l'information initiale est représentée dans ce plan).

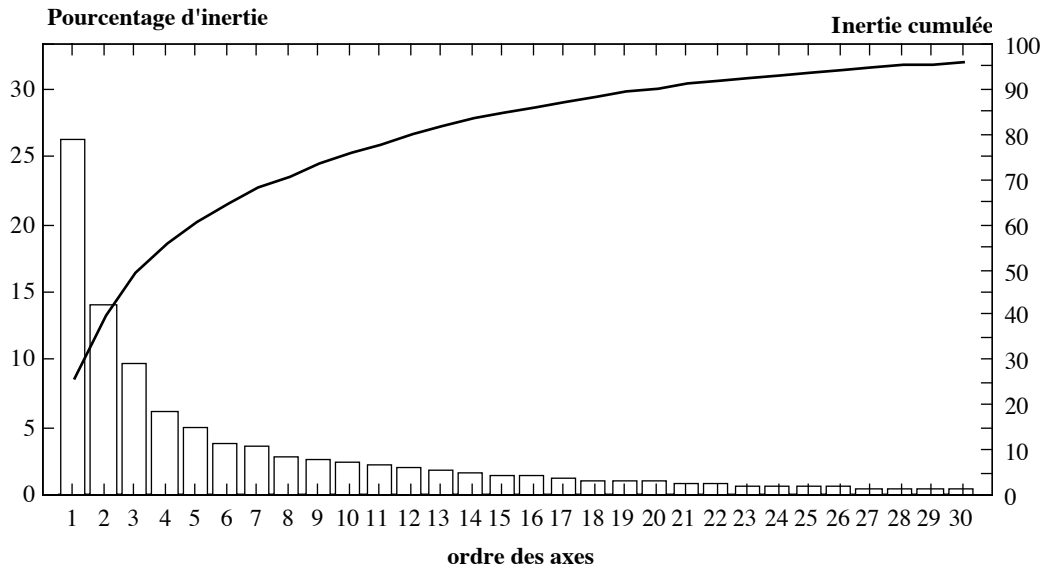


Figure IV-1 : Pourcentage d'inertie représenté par chaque composante principale et pourcentage d'inertie après projection

• Représentation des variables

L'interprétation des composantes principales s'effectue en examinant leurs corrélations avec les variables initiales  $\underline{X}_j$ . Le coefficient de corrélation linéaire entre une composante  $\underline{C}_i$  et une variable  $\underline{X}_j$  est égal à la projection de  $\underline{X}_j$  sur  $\underline{C}_i$  et s'écrit :

$$\begin{aligned} r(\underline{C}_i, \underline{X}_j) &= \frac{\text{cov}(\underline{C}_i, \underline{X}_j)}{\sigma_{\underline{C}_i} \sigma_{\underline{X}_j}} = \frac{\text{E}[\underline{X}_j^t \underline{C}_i]}{\sqrt{\lambda_i}} \\ &= \frac{\text{E}[\underline{X}_j^t \underline{B} \underline{u}_i]}{\sqrt{\lambda_i}} = \frac{\text{E}[\underline{X}_j^t \underline{B}] \underline{u}_i}{\sqrt{\lambda_i}} \end{aligned}$$

Compte tenu que  $\underline{V}_B \underline{u}_i = \lambda_i \underline{u}_i$  et  $\text{E}[\underline{X}_j^t \underline{B}]$  représente la  $j^{\text{ème}}$  ligne de  $\underline{V}_B$ , on en déduit que :

$$r(\underline{C}_i, \underline{X}_j) = \frac{\lambda_i u_{ij}}{\sqrt{\lambda_i}} = \sqrt{\lambda_i} u_{ij} \quad (\text{IV-5})$$

où  $u_{ij}$  est la  $j^{\text{ème}}$  composante du vecteur propre  $\underline{u}_i$  associé à  $\lambda_i$

Pour chaque composante principale, on obtient un vecteur de coefficients de corrélation avec les  $d$  variables initiales.

Afin de faciliter l'interprétation des résultats, on utilise usuellement une représentation appelée cercle de corrélation où chaque vecteur de paramètres  $\underline{X}_j$  est représenté, dans un plan

constitué de deux composantes principales  $\{C_i, C_k\}$ , par les deux coefficients de corrélation  $r(C_i, X_j)$  et  $r(C_k, X_j)$  calculés selon l'expression IV-5.

A titre d'exemple, la figure IV-2 présente la projection des paramètres DFM initiaux dans le plan des deux premières composantes principales  $\{C_1, C_2\}$ . De manière à distinguer les paramètres correspondants à chaque type de signal de mesure, nous les avons représentés par un symbole spécifique.

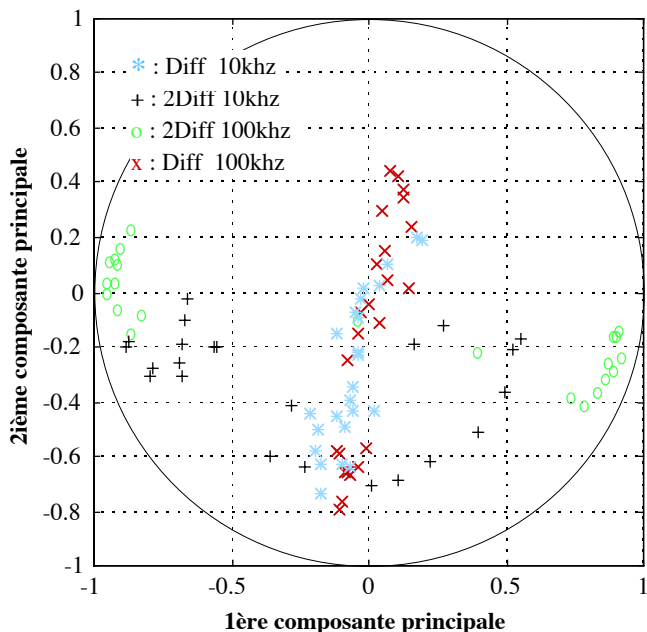


Figure IV-2 : Cercle de corrélation dans le plan des deux premières composantes principales  $\{C_1, C_2\}$

Même si le nombre de paramètres ne facilite pas l'interprétation des résultats, on peut constater que la première composante principale est corrélée essentiellement aux paramètres associés au signal 2Diff à 100kHz. Les deux groupes de points opposés selon cet axe correspondent aux parties réelles et imaginaires des paramètres. La deuxième composante principale est liée à quelques paramètres calculés sur le signal Diff (10 et 100 kHz).

• Répartition des observations

Comme nous l'avons mentionné, l'ACP considère les données dans leur ensemble et ne fait appel à aucune connaissance a priori sur l'étiquetage en classes des observations. Dans la mesure où c'est dans le sous-espace sélectionné que s'effectuera la classification, il est intéressant de savoir comment se répartissent les classes dans cet espace.

La figure IV-3 présente la répartition des observations appartenant à deux classes de défauts (JE, JS) dans le plan constitué par les 2 premières composantes principales d'une part, et dans le plan constitué par deux variables initiales (90<sup>ième</sup> et 88<sup>ième</sup>) d'autre part. Comme nous pouvons le constater, les classes sont plutôt mieux séparées dans le plan initial que dans le plan  $\{\underline{C}_1, \underline{C}_2\}$ .

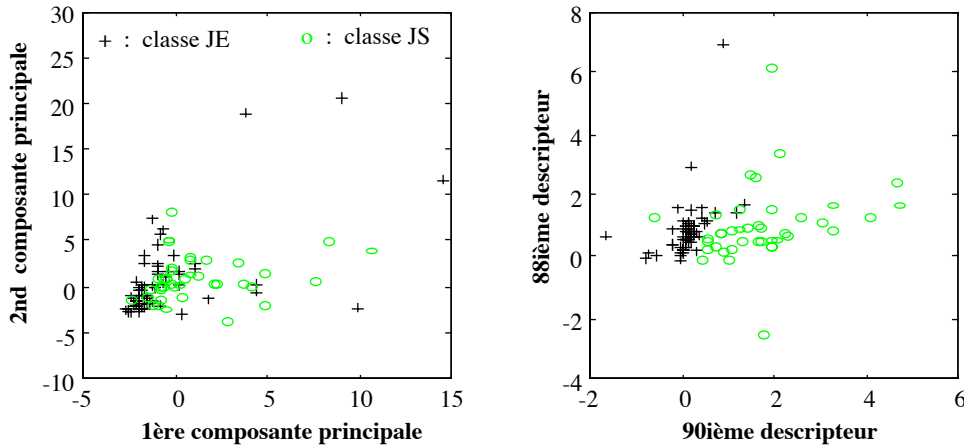


Figure IV-3 : Observations de deux classes de défauts après et avant projection

Cette remarque nous conforte dans l'idée que l'ACP est plus une méthode de représentation et d'analyse de données que de sélection de paramètres DFM. Elle cherche en effet à réduire la dimension de l'espace de représentation au sens d'un critère de déformation minimale entre l'objet initial et son projeté et non en termes de séparabilité entre classes.

### IV.3 Classement par le critère de Fisher

Comme première alternative à l'ACP, nous présentons ici la méthode de sélection de paramètres à l'aide du critère de Fisher. Cette méthode, relativement ancienne, (1936) a été rattachée plus récemment à une méthode plus globale : l'Analyse Factorielle Discriminante (AFD).

Par rapport à l'analyse en composantes principales, l'AFD recherche un sous-espace de projection dans lequel les classes soient le mieux séparées possible. Elle s'intéresse plus particulièrement à maximiser après projection le rapport de l'inertie interclasse à l'inertie intraclasse. Si ce rapport est élevé, cela signifie que les centres de gravité des différentes classes sont bien séparés les uns des autres et que chaque classe se projette de manière groupée autour de son centre de gravité. Nous définirons tout d'abord quelques notations.

### IV.3.1 Formalisme

L'ensemble des  $N$  observations est répartie en  $K$  classes  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_K$ . Chaque classe  $\Omega_i$  possède  $N_{\Omega_i}$  observations. L'AFD opère sur des matrices d'observation extraites  $X$  ne contenant que des observations appartenant aux classes que l'on souhaite discriminer. Le nombre d'observations retenu sera noté  $N_s$ .

$$X = \begin{matrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1d} \\ x_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \\ x_{N_s 1} & \cdots & & x_{N_s d} \end{bmatrix} & \leftarrow \text{observation} & \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \vdots \\ \underline{Y}_{N_s} \end{bmatrix} \\ \uparrow \\ \text{paramètre} \end{matrix} = [\underline{X}_1 \ \underline{X}_2 \ \cdots \ \underline{X}_d] =$$

Par exemple dans un problème à deux classes ( $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ ),  $N_s$  vaudra  $N_{\Omega_1} + N_{\Omega_2}$

Le centre de gravité de la sous-matrice d'observation est défini par :

$$\underline{m}^X = [m_1^X, m_2^X, \dots, m_d^X]$$

avec  $m_i^X = E[\underline{X}_i] = \frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} x_{ji}$  la moyenne sur le  $i^{\text{ème}}$  paramètre.

La matrice de variance-covariance associée à  $X$  s'écrit :

$$V_X = \left\{ E \left[ \left( \underline{X}_i - m_i^X \right)^t \left( \underline{X}_j - m_j^X \right) \right] \right\}_{1 \leq i, j \leq d}$$

Pour chaque classe  $\Omega_k$  représentée par  $N_{\Omega_k}$  observations, on définit de la même manière :

- son centre de gravité :

$$\underline{m}^{\Omega_k} = [m_1^{\Omega_k}, m_2^{\Omega_k}, \dots, m_d^{\Omega_k}] \quad \text{avec}$$

$$m_i^{\Omega_k} = E[\underline{X}_i^{\Omega_k}] = \frac{1}{N_{\Omega_k}} \sum_{j=1}^{N_{\Omega_k}} w_{ji} \quad \text{centre de gravité du paramètre } i \text{ dans } \Omega_k$$

- sa matrice de variance-covariance associée :

$$V^{\Omega_k} = \left\{ E \left[ \left( \underline{X}_i^{\Omega_k} - m_i^{\Omega_k} \right)^t \left( \underline{X}_j^{\Omega_k} - m_j^{\Omega_k} \right) \right] \right\}_{1 \leq i, j \leq d}$$

La matrice de variance-covariance intraclasse totale (dispersion à l'intérieur de toutes les classes) est égale à la somme pondérée des matrices de variance-covariance propre à chaque classe :

$$V_{in} = \sum_{i=1}^K N_{\Omega_i} V^{\Omega_i}$$

Pour mesurer la dispersion des classes entre elles, on définit la matrice de variance-covariance interclasse par :

$$V_{ex} = \left\{ E \left[ \left( m^{\Omega_i} - m^X \right)' \left( m^{\Omega_j} - m^X \right) \right] \right\}_{1 \leq i, j \leq d}$$

### IV.3.2 Définition du critère de Fisher

On montre que les directions de l'espace de projection vérifiant la maximisation de l'inertie interclasse sur l'inertie intraclasse sont données par les vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres de la matrice  $V_{ex} V_{in}^{-1}$  [SAP-90]. En effectuant une AFD, on obtient, par combinaisons linéaires des paramètres de départ, de nouvelles variables dites variables discriminantes qui séparent au mieux les différentes classes.

Le critère de Fisher est un cas particulier de cette méthode dans la mesure où le choix du sous-espace dans lequel les classes sont les mieux séparées, est limité aux sous-espaces engendrés par les axes des paramètres initiaux. Il consiste à affecter à chaque paramètre  $\underline{X}_i$ , un poids qui reflète son pouvoir de discrimination entre deux classes données [DOC-81] :

$$F(\underline{X}_i) = \frac{\left( m_i^{\Omega_k} - m_i^{\Omega_l} \right)^2}{N_{\Omega_k} V_{ii}^{\Omega_k} + N_{\Omega_l} V_{ii}^{\Omega_l}} \quad (\text{IV-6})$$

où  $m_i^{\Omega_k}$ ,  $m_i^{\Omega_l}$  sont les moyennes du paramètre  $\underline{X}_i$  dans les classes à discriminer  $\Omega_k$  et  $\Omega_l$  et  $V_{ii}^{\Omega_k}$ ,  $V_{ii}^{\Omega_l}$  les variances du paramètre  $\underline{X}_i$  dans les classes  $\Omega_k$  et  $\Omega_l$

$F(\underline{X}_i)$  est bien le rapport de l'éloignement des classes à la dispersion propre à chaque classe. Ce critère ne s'applique cependant qu'à deux classes de défauts simultanément.

Une généralisation de ce critère permet de traiter la discrimination simultanée entre plusieurs classes en affectant à chaque paramètre une moyenne des poids obtenus pour la séparation de toutes les classes prises deux à deux [DOC-81] :

$$F_g(\underline{X}_i) = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K \frac{\left( m_i^{\Omega_k} - m_i^{\Omega_l} \right)^2}{N_{\Omega_k} V_{ii}^{\Omega_k} + N_{\Omega_l} V_{ii}^{\Omega_l}}$$



### IV.3.3 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts

Sur la base de données constituée des observations issues des 4 classes de défauts (JE, JS, JA, E), la mise en oeuvre du critère de Fisher nécessite de définir préalablement les classes que l'on souhaite séparer. Car, selon la "stratégie" de classification que l'on envisage d'utiliser, on peut chercher à classer les paramètres au sens de leur capacité à :

1. discriminer les 4 classes simultanément
2. séparer les classes deux à deux
3. séparer une classe donnée parmi les trois autres.

La première stratégie trop globalisante ne sera pas traitée dans notre étude. Dans le cas de la séparation 2 à 2, on obtient 6 jeux de paramètres; chacun est dédié à discriminer une paire de défauts donnée. Dans l'autre cas, les 4 jeux de paramètres sont spécifiques à la discrimination d'une classe parmi les autres.

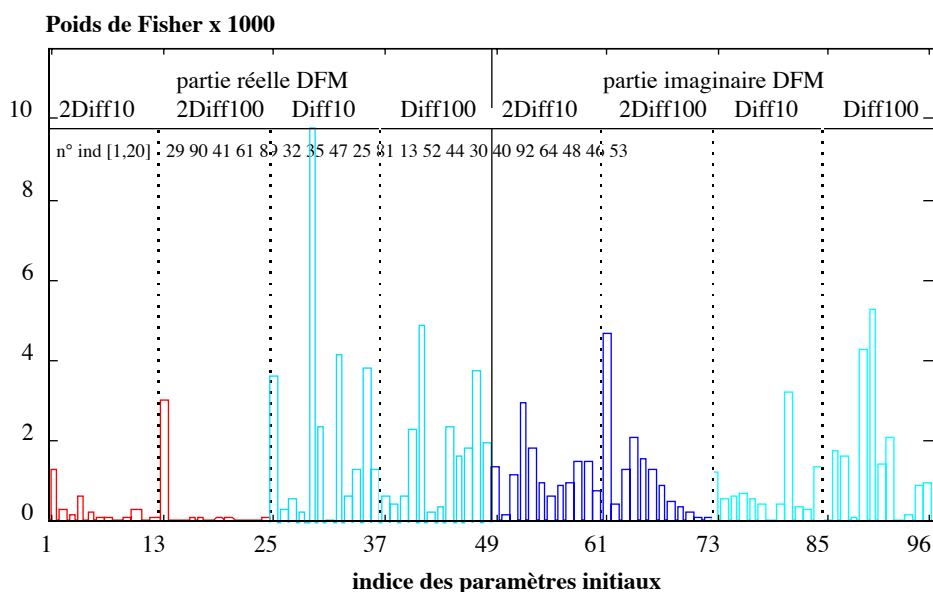


Figure IV-4 : Critère de Fisher pour la séparation des JE parmi les autres classes

Le critère de Fisher défini par l'expression IV-6 servira donc à classer les paramètres selon la séparation entre deux classes de défauts données. On notera au passage que le terme "classe" doit être considéré au sens large ; il ne désigne pas particulièrement une classe de défaut mais il peut concerner un regroupement de différentes classes. Dans la troisième configuration par exemple (séparation 1 parmi K), la seconde partition englobe trois classes de défauts.

Pour séparer les défauts de type JE des autres classes de défauts, le poids de Fisher affecté à chaque paramètre est présenté à la figure IV-4. Les zones associées à chaque signal (2Diff10, 2Diff100, Diff10, Diff100) sont figurées en pointillés de manière à avoir une vision globale sur la mesure la plus discriminante.

On remarque sur cet exemple que les paramètres qui semblent avoir un potentiel séparateur important sont globalement associés aux parties réelles des DFM calculés sur le signal Diff aux deux fréquences 10 et 100kHz. A l'opposé, les parties réelles des DFM du signal 2Diff aux deux fréquences apparaissent comme les moins informatives. Pour mettre en évidence ce point, nous avons reporté sur la figure IV-5 le classement des 30 premiers paramètres.

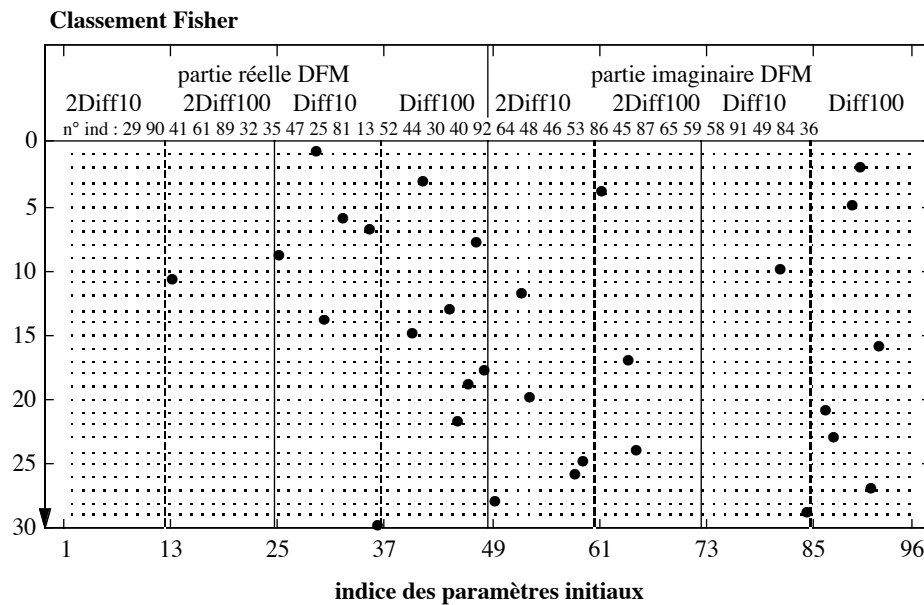


Figure IV-5 : Paramètres classés selon le critère de Fisher (JE / JS JA E)

Ce classement est évidemment différent pour chaque sous-problème de classification (cf. annexe C). Les paramètres qui apparaissent pertinents dans un cas peuvent ne pas l'être pour un autre cas et réciproquement. Cette remarque importante nous a conduit à abandonner l'approche globalisante où l'on cherche à obtenir un seul jeu de paramètres séparant au mieux toutes les classes simultanément. Une approche plus analytique consiste à scinder le problème de classification en sous-problèmes élémentaires auxquels seront dédiés des jeux de paramètres particuliers. Cette approche facilitera grandement, nous le verrons, la phase de classification.

Cependant, on peut d'ores et déjà émettre quelques réserves quant à l'utilisation du critère de Fisher pour la sélection de paramètres. Il présente en effet l'inconvénient de traiter le problème

paramètre par paramètre, en ne faisant intervenir dans le calcul du poids que les éléments diagonaux des matrices de variance-covariance associées à chaque classe. Les corrélations éventuelles entre paramètres sont ignorées. L'utilisation de ce critère s'inscrit plus dans une démarche "analyse de données" où le but recherché est de faire ressortir les signaux contenant le plus de paramètres discriminants sans pour autant que cela serve à construire le sous-espace de représentation optimal pour le problème de classification.

#### **V.4 Classement des paramètres par des méthodes séquentielles "constructive" et "destructive" (SFS & SBS)**

Le critère de Fisher exposé précédemment présente l'inconvénient de considérer les paramètres de façon individuelle sans prendre en compte leur corrélation. Car, si les classes sont bien séparées par les 10 premiers paramètres pris séparément, cela n'implique pas forcément que l'utilisation d'un espace de dimension 10 engendré par d'autres axes ne soit plus efficace.

Les méthodes de classement que nous proposons de développer dans ce paragraphe permettent de remédier en partie à cet inconvénient en tenant compte du caractère multidimensionnel des paramètres qui sont ajoutés ou retirés successivement en se basant sur des critères de séparabilité entre classes. Une fois les paramètres ordonnés, il conviendra de n'en sélectionner que les  $d_r$  premiers. Ceci fait l'objet du paragraphe IV.6.

##### **IV.4.1 Principe des algorithmes d'ordonnement**

Une recherche exhaustive pour la sélection de  $d_r$  paramètres pertinents parmi les  $d$  originels au sens d'un critère donné, impliquerait le test de toutes les combinaisons possibles soit  $\frac{d!}{(d-d_r)! d_r!}$  combinaisons.

Calculer le critère pour toutes ces combinaisons devient vite prohibitif en temps de calcul et n'est possible que pour de très faibles valeurs de  $d$ . Les deux algorithmes d'ordonnement conduisent à des solutions sous-optimales avec un coût en calcul considérablement réduit.

- Procédure séquentielle constructive (SFS)

L'algorithme de recherche de type "Sequential Forward Selection" (SFS) fonctionne par ajouts successifs de paramètres [KIT-86]. Partant d'un ensemble de  $d$  paramètres initiaux, on commence par sélectionner celui qui optimise le critère  $J$  de séparabilité entre classes. Ensuite,

à chaque itération, on choisit parmi les caractéristiques restantes, celle qui en combinaison avec le sous ensemble sélectionné réalise une meilleure optimisation de  $J$ .

Soit  $E = \{\underline{X}_i \mid i=1, \dots, d\}$  l'ensemble initial de paramètres. A la  $k^{\text{ième}}$  étape, le sous-ensemble  $E_k$  est tel que :

$$J(E_k) = \max \left\{ J(E_{k-1} \cup \underline{X}_i) \right\}$$

$$\underline{X}_i \in E - E_{k-1} \quad \text{Initialisation : } E_0 = \emptyset$$

On conçoit que les  $d_r$  premiers paramètres choisis comme les plus pertinents par une telle procédure sont probablement différents de la solution optimale correspondant à une recherche exhaustive de  $d_r$  paramètres parmi  $d$ .

• Procédure séquentielle destructive (SBS)

Cette technique dite "Sequential Backward Selection" (SBS) est duale de la précédente. Elle consiste à éliminer à chaque itération la caractéristique qui provoque la diminution la plus faible du critère de séparabilité entre classes et ce jusqu'à ce que  $d-1$  paramètres soient éliminés.

A partir de l'ensemble initial de paramètres  $E = \{\underline{X}_i \mid i=1, \dots, d\}$ , le sous-ensemble  $E_k$  obtenu à l'itération  $k$  est tel que :

$$J(E_k) = \max \left\{ J((E - E_{k-1}) - \underline{X}_i) \right\}$$

$$\underline{X}_i \in E - E_{k-1} \quad \text{Initialisation : } E_0 = E$$

Rien ne garantit non plus que la solution trouvée par cette procédure soit optimale.

On peut noter que contrairement à la procédure SFS, la procédure SBS doit être menée à son terme pour que l'ordonnancement soit exploitable. De plus, le nombre de calcul effectué sur des sous-espaces de grande taille est plus important. En conséquence, cette procédure possède un coût en calcul plus important que la procédure SFS.

Il existe des extensions de ces algorithmes qui consistent à ôter ou à rajouter non pas un paramètre à chaque itération mais  $q$  paramètres à la fois ce qui permet de diminuer les inconvénients liés à l'aspect séquentiel de ces procédures [KIT-86].

#### IV.4.2 Choix du critère de classement

Les critères de classement que nous avons choisi d'utiliser sont fondés sur la séparabilité entre classes et plus particulièrement sur les matrices de variance-covariance calculées directement sur l'ensemble des échantillons [JAI-86]. D'autres critères basés sur les distances entre classes peuvent aussi être employés. Ils présentent toutefois l'inconvénient de ne pas refléter le recouvrement des classes et de ce fait, ils sont rarement utilisés en pratique. Par ailleurs, tous les critères qui s'intéressent à l'estimation de la probabilité d'erreur du système de classification ou à des mesures de distances entre lois de probabilité de différentes classes, supposent la connaissance -ou à défaut l'estimation- des densités de probabilité de chaque classe et restent plus difficiles à mettre en oeuvre [KIT-86].

Il convient de revenir aux définitions données dans le paragraphe IV.3.1 concernant les matrices de variance-covariance interclasse  $V_{ex}$  et intraclasse  $V_{in}$ . Une solution importante peut être établie [SAP-90] :

$$V_X = V_{in} + V_{ex}$$

où  $V_X$  : matrice de variance-covariance associée à la sous-matrice d'observation  
 $V_{in}$  : matrice de variance-covariance intraclasse  
 $V_{ex}$  : matrice de variance-covariance interclasse

Cette relation exprime le fait que pour un nuage de points donné (la matrice  $V_X$  étant par conséquent fixée), si la dispersion à l'intérieur des classes est faible, alors l'éloignement des classes est grand.

Pour rendre compte de la répartition des classes dans l'espace sélectionné, les critères de sélection utilisent donc ces matrices  $V_{in}$  et  $V_{ex}$ . Pour obtenir des classes bien compactes et donc séparées entre elles, on doit minimiser les variances à l'intérieur de chaque classe. Le premier critère à minimiser est défini comme suit :

$$J_1 = \text{tr}(V_{in})$$

L'opérateur "trace" n'est malheureusement pas invariant sous l'effet de transformation linéaire non singulière de données de type changement d'échelle sur les paramètres. Un deuxième type de critère est alors défini, équivalent de  $J_1$  mais après normalisation de la matrice intraclasse :

$$J_2 = \text{tr}(V_X^{-1} V_{in}) \tag{IV-8}$$

Une autre approche inspirée des résultats de l'analyse factorielle discriminante, s'intéresse au produit  $V_{in}^{-1} V_{ex}$ . En cherchant à maximiser la trace de ce produit, on obtient des classes bien

condensées et séparées les unes des autres.

$$J_3 = \text{tr}(V_{in}^{-1} V_{ex}) \quad (\text{IV-9})$$

Il existe enfin un dernier critère qui permet d'examiner la dispersion des classes entre elles utilisant le déterminant de  $V_{in}$  et non sa trace :

$$J_4 = \frac{\det(V_{in})}{\det(V_X)} \quad (\text{IV-10})$$

Ces quatre critères possèdent une propriété commune : ils varient tous de façon monotone avec la dimension du sous-espace d'observation. A part le premier critère souvent écarté pour son aspect non normé, il n'existe pas d'indicateur permettant d'orienter le choix vers un critère plutôt qu'un autre. Et, si les solutions obtenues par les trois critères sont différentes, elles devraient toutes être réexaminées a posteriori au vu des résultats de classification. On notera au passage que les deux derniers critères sont également invariants par transformation linéaire non singulière.

#### **IV.4.3 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts**

En appliquant la procédure constructive (SFS) sur le même exemple que celui illustré par le critère de Fisher (cf. figure IV-5 séparation des défauts type JE des trois classes restantes), les trente premiers paramètres sont présentés figure IV-6. Ces résultats ont été obtenus par le critère  $J_3$  sachant que pour tous les exemples traités, les critères  $J_2$  et  $J_4$  fournissent des résultats similaires. Il est intéressant de souligner que seul le premier paramètre est classé de façon identique par le critère de Fisher et la procédure SFS. Ce résultat était prévisible dans la mesure où les paramètres sont examinés de façon individuelle à la première itération de la procédure SFS mais nous conforte dans l'idée que la contribution propre des paramètres à la séparabilité entre classes ne suffit pas à extraire les paramètres suivants.

Les deux méthodes sous-optimales SFS et SBS ne conduisent pas aux mêmes résultats (cf. annexe D). Les deux algorithmes procèdent en effet différemment : l'algorithme SFS cherche à chaque itération le paramètre qui complète au mieux le sous-espace sélectionné tandis que la procédure destructive retire le paramètre qui entraîne la plus faible décroissance du critère. Cette remarque peut être généralisée à tous les sous-problèmes traités, qu'il s'agisse de séparation deux à deux ou d'une classe parmi les autres.

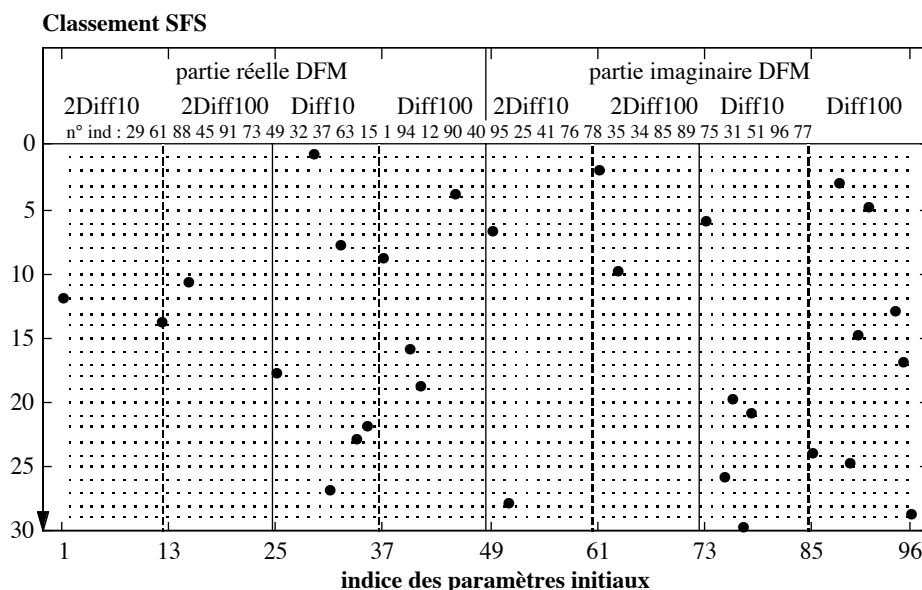


Figure IV-6 : Paramètres DFM classés par la procédure SFS (JE / JS JA E)

Pour des séparations d'une classe parmi les autres, nous avons comptabilisé les paramètres DFM de chaque signal intervenant dans les 30 premiers paramètres classés par SFS (cf. figure IV-7) afin de juger si tel signal était mieux approprié à la séparation d'une classe de défaut parmi les autres. Le signal Diff à 10kHz et 100kHz apparaît globalement comme le plus informatif sauf pour la séparation des défauts de type JA des autres classes où intervient le signal 2Diff. L'annexe E regroupe des répartitions de même type pour le problème de classification 2 à 2 et pour les paramètres AR.

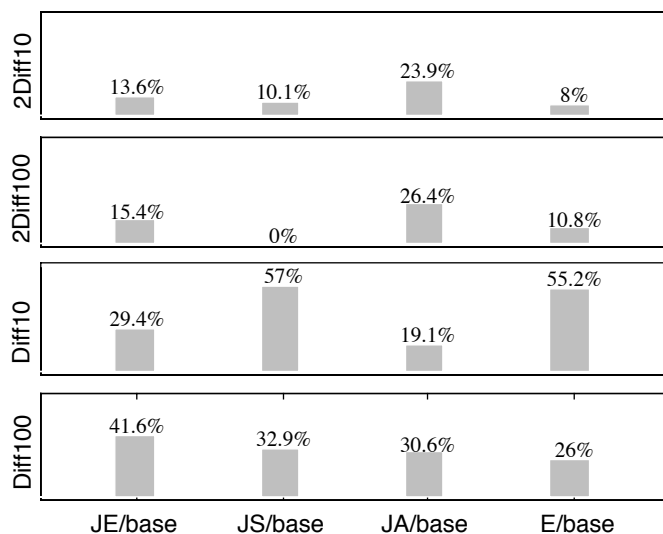


Figure IV-7 : Répartition avec SFS des 30 premiers paramètres DFM pour chaque type de mesure (séparation 1 parmi K)

Afin de juger de la séparabilité entre classes que reflètent les deux types de paramétrisation AR et DFM, l'évolution du critère défini par (IV-9) est présentée sur la figure IV-8 en fonction de la dimension du sous-espace de représentation. Sont reportés sur cette figure les dispersions inter classe / intra classe des quatre sous-problèmes de séparation d'une classe de toutes les autres. Cette dispersion doit être la plus grande possible. Les DFM apparaissent plus discriminatoires que les paramètres AR sauf dans le cas des défauts de type JA où la paramétrisation autorégressive est meilleure. Ces remarques seront à confirmer au moment de la classification.

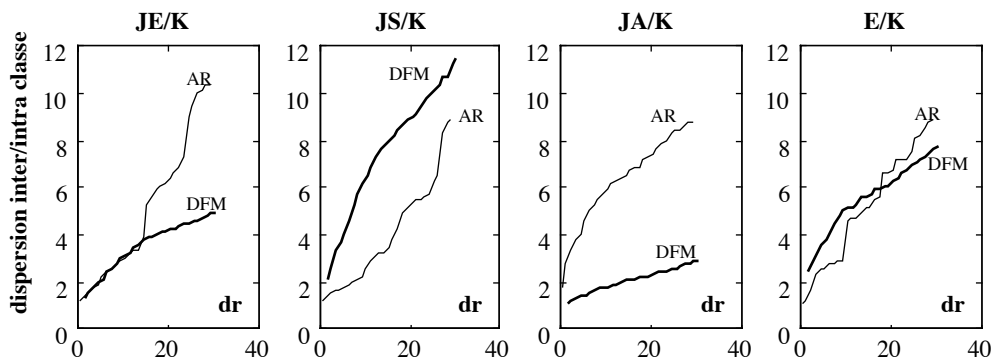


Figure IV-8 : Evolution du critère  $J_3$  pour les deux types de paramétrisation AR et DFM (séparation 1 parmi K)

## IV.5 Classement des paramètres par Orthogonalisation

En plus de ces méthodes de classement des paramètres traditionnelles en reconnaissance de forme, d'autres techniques sont utilisables pour notre application. La méthode sous-optimale de sélection de paramètres que nous nous proposons d'étudier est basée sur la décomposition orthogonale de la matrice d'observation. Initialement utilisée pour des problèmes de classement des régresseurs d'un modèle linéaire [CHE-89] [URB-95], cette méthode est facilement transposable pour ordonner les paramètres représentatifs du défaut selon leur contribution à la séparabilité entre classes. Elle ne s'applique cependant qu'à deux classes simultanément (classe au sens large). Nous présentons d'abord le principe de la méthode d'orthogonalisation puis son utilisation pour l'ordonnancement des paramètres.

### IV.5.1 Principe de la méthode d'orthogonalisation

Disposant de  $N_s$  réalisations de chaque paramètre et connaissant la classe d'appartenance de chaque observation, le principe de cette méthode consiste à modéliser la relation entre la classe



de chaque observation et les paramètres par un modèle de régression linéaire de type :

$$\psi(n) = \sum_{i=1}^d x_{in} P_i + \varepsilon(n) \quad (\text{IV-9})$$

$$n = 1, 2, \dots, N_s$$

où  $\psi$  : la sortie du modèle selon la classe d'appartenance de l'observation  $x_{in}$   
: valeur du  $i^{\text{ème}}$  paramètre pour la  $n^{\text{ème}}$  observation  
 $P_i$  : le  $i^{\text{ème}}$  coefficient du modèle  
 $\varepsilon$  : désigne l'erreur résiduelle du modèle.

En formalisant le problème ainsi, on suppose implicitement que la surface séparatrice entre les classes est un hyperplan. Pour la sortie du modèle, on choisit généralement :

$$\psi = -1 \text{ (ou } 0) \quad \text{pour la première classe}$$

et  $\psi = 1$  pour l'autre classe

Sous forme matricielle, l'équation IV-9 se met sous la forme :

$$\underline{\psi} = X \underline{P} + \underline{\varepsilon} \quad (\text{IV-10})$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\psi} &= [\psi(1), \psi(2), \dots, \psi(N_s)]^T \\ \underline{P} &= [P_1, P_2, \dots, P_d]^T \\ X &= [\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_d] \\ \underline{X}_i &= [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_s}]^T \\ \underline{\varepsilon} &= [\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(N_s)]^T \end{aligned}$$

$\underline{P}$  défini par l'expression IV-10 correspond à la projection de  $\underline{\psi}$  sur le sous-espace engendré par les observations de dimension  $d$ .

Le classement des paramètres  $\underline{X}_i$  s'effectue en étudiant la contribution de chacun d'eux à la prédiction de la sortie  $\underline{\psi}$ . A cause des corrélations qui existent entre les différents paramètres, la partie de la sortie représentée par chacun d'eux ne peut être évaluée de façon directe. D'où la nécessité de transformer l'ensemble des vecteurs  $\{\underline{X}_i\}_{1 \leq i \leq d}$  en un ensemble de vecteurs  $\{\underline{h}_i\}_{1 \leq i \leq d}$  engendrant le même sous-espace, mais orthogonaux, de manière à pouvoir calculer la contribution individuelle de chaque paramètre à la séparabilité des classes.

La méthode d'orthogonalisation mise en oeuvre pour la construction de la base orthonormale est fondée sur la factorisation de Gram-Schmidt. La construction des vecteurs  $\underline{h}_i$  à partir des

paramètres originels s'effectue par itérations successives à l'aide des relations suivantes [LEO-87] :

$$\begin{aligned} \bullet \underline{h}_1 &= \underline{X}_1 & k &= 1 & \text{(initialisation)} \\ \bullet \underline{h}_k &= \underline{X}_k - \sum_{i=1}^{k-1} \alpha_{ik} \underline{X}_i & k &= 2, \dots, d \end{aligned} \quad \text{(IV-11)}$$

avec  $\alpha_{ik} = \frac{\underline{h}_i^t \underline{X}_k}{\underline{h}_i^t \underline{h}_i} \quad 1 \leq i < k$  la projection du vecteur  $\underline{X}_k$  sur l'axe  $\underline{h}_i$ .

A la première itération, le premier paramètre choisi  $\underline{h}_1$  engendre le sous-espace  $E_1$  de dimension 1. A la  $k^{\text{ième}}$  itération, le vecteur  $\underline{h}_k$  est obtenu en ôtant au paramètre  $\underline{X}_k$  la partie correspondant à sa projection sur le sous-espace engendré par les axes  $\{\underline{h}_i\}_{1 \leq i \leq k-1}$  déjà sélectionnés.

La matrice d'observation  $X$  peut alors être décomposée en :

$$X = H A \quad \text{(IV-12)}$$

où  $A$  est une matrice triangulaire supérieure ( $d \times d$ ) :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & & \alpha_{1d} \\ 0 & 1 & \alpha_{23} & \dots & & \alpha_{2d} \\ \vdots & \ddots & 1 & \alpha_{34} & \dots & \alpha_{3d} \\ & & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & & & & \ddots & \\ \vdots & 0 & & & \ddots & \alpha_{d-1,d} \\ 0 & \dots & \dots & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et  $H$  est une matrice dont les colonnes sont orthogonales :

$$H = [\underline{h}_1, \underline{h}_2, \dots, \underline{h}_d]$$

Les matrices  $A$  et  $H$  sont construites itérativement colonne par colonne.

En remplaçant  $X$  par l'expression IV-12, l'équation IV-10 peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{\psi} = H A \underline{P} + \underline{\varepsilon} = H \underline{Q} + \underline{\varepsilon}$$

où les vecteurs  $\underline{Q}$  et  $\underline{P}$  sont liés par la relation :

$$\underline{Q} = A \underline{P}$$

La solution aux moindres carrés de ce système fait intervenir la pseudo-inverse de H et elle est donnée par la relation :

$$\underline{\hat{Q}} = (H^t H)^{-1} H^t \underline{\psi}$$

avec

$$q_i = \frac{\underline{h}_i^t \underline{\psi}}{\underline{h}_i^t \underline{h}_i} \quad 1 \leq i \leq d \quad (\text{IV-13})$$

Une deuxième grandeur intéressante à exprimer est la variance du signal de sortie, supposé centré. En reprenant l'expression de  $\underline{\psi}$ , on a :

$$\begin{aligned} E[\underline{\psi}^t \underline{\psi}] &= E[(H \underline{Q} + \underline{\varepsilon})^t (H \underline{Q} + \underline{\varepsilon})] \\ &= E[\underline{Q}^t H^t H \underline{Q}] + E[\underline{\varepsilon}^t \underline{\varepsilon}] + 2 E[\underline{Q}^t H^t \underline{\varepsilon}] \end{aligned}$$

L'espace des erreurs étant orthogonal à l'espace engendré par les observations, il en résulte :

$$E[\underline{\psi}^t \underline{\psi}] = \underline{Q}^t E[H^t H] \underline{Q} + E[\underline{\varepsilon}^t \underline{\varepsilon}]$$

La matrice de variance-covariance  $E[H^t H]$  est donc une matrice diagonale dont les éléments sont les d variances associées à chaque axe :  $E[\underline{h}_i^t \underline{h}_i]$

D'où :

$$E[\underline{\psi}^t \underline{\psi}] = \sum_{i=1}^d q_i^2 E[\underline{h}_i^t \underline{h}_i] + E[\underline{\varepsilon}^t \underline{\varepsilon}]$$

ou encore

$$\underline{\psi}^t \underline{\psi} = \sum_{i=1}^d o_i^2 + \underline{\varepsilon}^t \underline{\varepsilon} \quad (\text{IV-14})$$

où la contribution de chaque nouveau paramètre  $\underline{h}_i$  à la sortie du modèle est donnée par l'expression :

$$o_i^2 = q_i^2 \underline{h}_i^t \underline{h}_i$$

En remplaçant  $q_i$  par son expression donnée par IV-13, il vient :

$$o_i^2 = \frac{(\underline{h}_i^t \underline{\psi})^2}{\underline{h}_i^t \underline{h}_i} \quad (\text{IV-15})$$

La variance du signal de sortie s'exprime comme la somme des contributions individuelles de chaque vecteur  $\underline{h}_i$  (en raison de l'orthogonalité) et d'un terme résiduel, ce qui n'était pas le cas pour les vecteurs paramètres initiaux  $\underline{X}_i$ . Cette propriété sera mise à profit lors de la procédure de classement.

#### IV.5.2 Classement des paramètres par la méthode d'orthogonalisation

L'algorithme "Orthogonal Forward Regression (OFR)" [CHE-89] permet d'adapter la procédure d'orthogonalisation décrite précédemment pour réaliser l'objectif de classement.

En réalité, la procédure est strictement identique à celle décrite par les équations IV-11 à ceci près que les étapes d'orthogonalisation successives ne vont pas s'effectuer en suivant l'ordre naturel initial des paramètres (de  $i = 1$  à  $i = d$ ), mais dans un ordre particulier que l'on établira séquentiellement et qui reflétera finalement l'importance relative des contributions de chaque paramètre à la sortie.

- A la première itération, on évalue les contributions de chacun des paramètres à la sortie, par le calcul de  $o_i^2$  (IV-15). Le vecteur paramètres classé en premier est celui dont la contribution est maximale :

$$\underline{X}_{i_1} \quad \text{tel que} \quad o_{i_1}^2 = \max \left\{ o_i^2 \right\}_{i=1, \dots, d} = \max \left\{ \frac{\left( \underline{X}_i^t \underline{\psi} \right)^2}{\underline{X}_i^t \underline{X}_i} \right\}_{i=1, \dots, d}$$

- A la seconde itération, on projette les autres paramètres  $\left\{ \underline{X}_i \right\}_{i \neq i_1}$  de manière à les rendre orthogonaux à  $\underline{X}_{i_1}$ . On obtient des paramètres projetés  $\left\{ \underline{h}_i^{(2)} \right\}_{i \neq i_1}$ . On évalue ensuite les contributions à la sortie de ces vecteurs et on conserve l'indice de celui qui contribue le plus à la sortie :

$$\underline{X}_{i_2} \quad \text{tel que} \quad o_{i_2}^2 = \max \left\{ o_i^2 \right\}_{\substack{i=1, \dots, d \\ i \neq i_1}} = \max \left\{ \frac{\left( \underline{h}_i^{(2)t} \underline{\psi} \right)^2}{\underline{h}_i^{(2)t} \underline{h}_i^{(2)}} \right\}_{\substack{i=1, \dots, d \\ i \neq i_1}}$$

- A la  $k^{\text{ième}}$  itération, la procédure se généralise en orthogonalisant les vecteurs  $\left\{ \underline{h}_i^{(k-1)} \right\}_{\substack{i=1, \dots, d \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{k-1}}}$  restants par rapport au vecteurs retenus  $\left\{ \underline{h}_{i_1}, \dots, \underline{h}_{i_{k-1}} \right\}$ . Le vecteur paramètres choisi à la  $k^{\text{ième}}$  position est celui dont la contribution est maximale :

$$\underline{X}_{i_k} \quad \text{tel que} \quad o_{i_k}^2 = \max \left\{ o_i^2 \right\}_{\substack{i=1, \dots, d \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{k-1}}} = \max \left\{ \frac{\left( \underline{h}_i^{(k-1)t} \underline{\psi} \right)^2}{\underline{h}_i^{(k-1)t} \underline{h}_i^{(k-1)}} \right\}_{\substack{i=1, \dots, d \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{k-1}}}$$

La procédure s'arrête lorsque tous les paramètres sont classés.

#### IV.5.3 Interprétation géométrique

Une interprétation géométrique relativement simple de l'algorithme de classement décrit ci-dessus, permet de mieux le comprendre.

La contribution de chaque paramètre que l'on calcule à la première itération peut se réécrire comme suit :

$$o_i^2 = \left( \frac{(\underline{X}_i)^t \underline{\psi}}{(\underline{X}_i)^t \underline{X}_i} \right)^2 (\underline{X}_i)^t \underline{X}_i \quad i = 1, \dots, d$$

$$o_i^2 = \left( \cos(\underline{X}_i, \underline{\psi}) \right)^2 \|\underline{\psi}\|^2 \quad i = 1, \dots, d$$

Le vecteur  $\underline{X}_{i_1}$ , dont la contribution à la prédiction de la sortie est maximale, correspond au vecteur qui forme le plus petit angle avec la sortie. Ce vecteur sera classé comme premier paramètre (cf. figure IV-9).

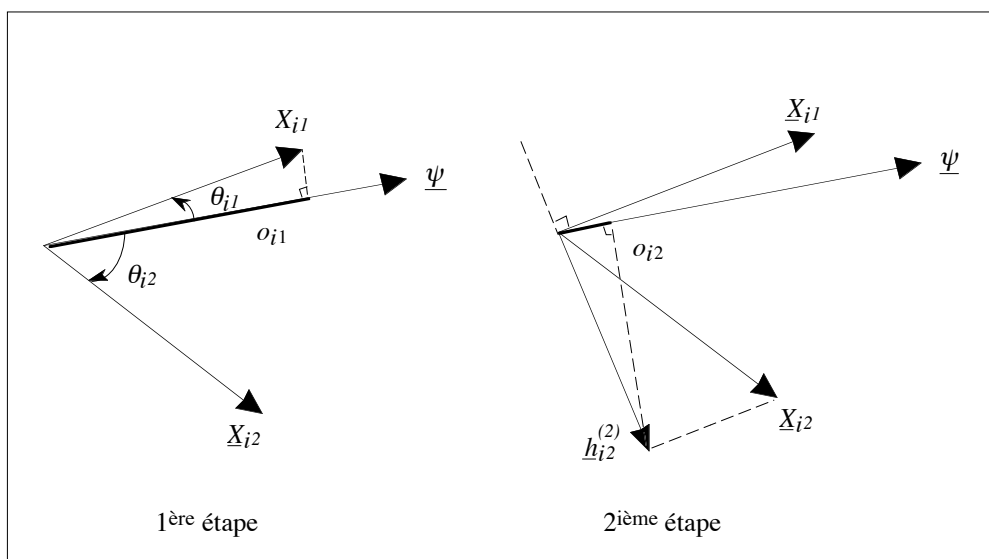


Figure IV-9 : Représentation 2D des contributions au vecteur de sortie

A la 2<sup>ème</sup> étape, tous les vecteurs paramètres restants sont projetés en un espace euclidien de dimension  $d-1$  orthogonal à  $\underline{X}_{i_1}$ . Dans ce nouvel espace, on refait la procédure : calcul du cosinus entre la sortie et les vecteurs paramètres orthogonalisés par rapport au paramètre classé + sélection du paramètre qui forme le plus petit angle avec la sortie. Un second paramètre est alors choisi. Après  $d$  itérations, une nouvelle base orthogonale  $\underline{h}_{i_1}, \underline{h}_{i_2}, \dots, \underline{h}_{i_d}$  engendrant le même sous espace que les vecteurs paramètres initiaux est construite et le classement des paramètres selon leur contribution respective à la séparabilité entre classes est

terminé.

#### IV.5.4 Exemple de mise en oeuvre sur la base de défauts

Sur la base de données à notre disposition, la méthode OFR fournit un classement des paramètres identique à celui de la méthode constructive SFS. Son principal intérêt pratique est qu'elle n'implique pas d'inversion de matrice; elle est donc beaucoup plus rapide que la procédure SFS. Son second intérêt est qu'elle met en évidence une relation simple entre le vecteur paramètres et le vecteur de sortie qui pourra servir au chapitre V de classifieur élémentaire.

#### IV.6 Critères d'arrêt

La question capitale qu'on se pose une fois le classement des paramètres effectué, est le choix de la dimension de l'espace de représentation. Ce point est d'autant plus important dans notre application que la base de données est de petite taille. Car, si la dimension de l'espace de représentation s'approche de l'ordre du nombre d'observations, il sera toujours possible de trouver des hyperplans séparateurs des classes mais ceux-ci ont très peu de chance de posséder un bon pouvoir de généralisation.

Ce choix s'impose de lui même lorsque les critères que l'on emploie pour le classement des paramètres présentent une valeur "optimale", au delà de laquelle l'augmentation de la dimension détériore le critère. Or, pour les méthodes séquentielles (SFS et SBS), tous les critères de séparabilité entre classes varient de façon monotone. Pour la méthode de classement par orthogonalisation, il en est de même puisque la meilleure prédiction de la sortie du modèle est obtenue avec le nombre total de paramètres. Les critères d'Akaike et de Rissanen sont une autre approche possible. Ils nécessitent néanmoins que le nombre d'observations  $N_s$  soit très supérieur à la dimension  $d$ , ce qui n'est pas notre cas.

Nous présentons tout d'abord deux critères "classiques" dont le premier est dédié à des méthodes de classement séquentielles alors que le second s'applique à la méthode d'orthogonalisation. Un critère original d'arrêt est ensuite présenté. Il repose sur l'adjonction d'un paramètre aléatoire aux paramètres initiaux avant le lancement de la procédure de classement puis sur l'étude de sa fonction de répartition. Il a l'avantage de pouvoir s'appliquer aux différentes méthodes tout en étant simple à mettre en oeuvre.

### IV.6.1 Critères d'arrêt "classiques"

- Test d'arrêt pour les méthodes séquentielles SFS et SBS :

Les critères définis au paragraphe IV.4.2 reflètent l'existence de classes d'autant mieux séparées que la dimension de l'espace de représentation est élevée et ce, en dépit de la non pertinence des paramètres. Dans ce cas, le test d'arrêt consiste à déterminer la dimension correspondant à un pourcentage de perte d'informations admissible fixé a priori. Ce pourcentage est défini par :

$$J_{Ni}(d_r) = \frac{J_i(d_r)}{J_i(d)} 100 \tag{IV-16}$$

où  $J_i(d_r)$  est l'un des critères définis par IV-8, IV-9, IV-10, calculé sur un nombre réduit de paramètres

et  $J_i(d)$  le même critère calculé sur l'ensemble des paramètres.

Sur l'exemple {séparation des défauts JE des autres classes de défaut}, l'évolution de  $J_{N3}$  montre clairement que pour réaliser une réduction significative de la dimension de l'espace de représentation, on est amené à fixer un seuil relativement faible. Avec 15%, on obtient une dimension  $d_r=14$ .

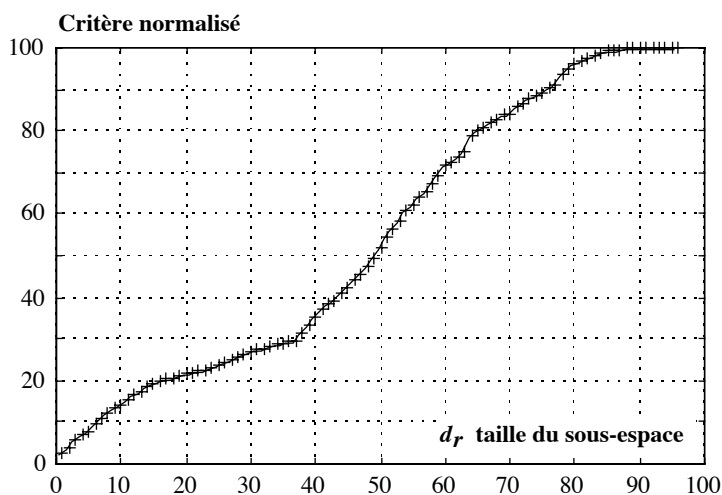


Figure IV-10 : Critère  $J_{N3}$  en fonction de la dimension du sous-espace (JE/autres)

La dimension finale que l'on obtient avec un tel critère dépend directement du pourcentage choisi dont le réglage n'est pas favorisé avec l'évolution "douce" du critère. A moins de traiter des cas de figures où le nombre de paramètres initiaux est relativement faible, ce critère d'arrêt s'avère donc difficile à utiliser en pratique.

• Test d'arrêt pour la méthode de classement par orthogonalisation :

Dans la méthode d'orthogonalisation, la sélection de paramètres revient à un problème de prédiction de la sortie du modèle de régression  $\underline{\psi}$  par un sous-ensemble de  $d_r$  paramètres. A chaque itération de l'algorithme de classement décrit au paragraphe IV.5.2, on est en mesure d'évaluer les contributions des vecteurs non encore classés à l'aide de la relation :

$$o_{non\_classés}^2(d_r) = \underline{\psi}^t \underline{\psi} - \sum_{i=1}^{d_r} o_i^2$$

où  $d_r$  est le nombre de vecteurs déjà classés et  $o_i$  défini par la relation (IV-15).

Le test d'arrêt proposé [CHE-89] consiste à arrêter la procédure de sélection lorsque la contribution des vecteurs restants devient négligeable devant un pourcentage de la norme de la sortie. Soit :

$$100 \left( 1 - \frac{o_{non\_classés}^2(d_r)}{\underline{\psi}^t \underline{\psi}} \right) = \rho$$

avec  $0 < \rho < 100$  seuil d'arrêt

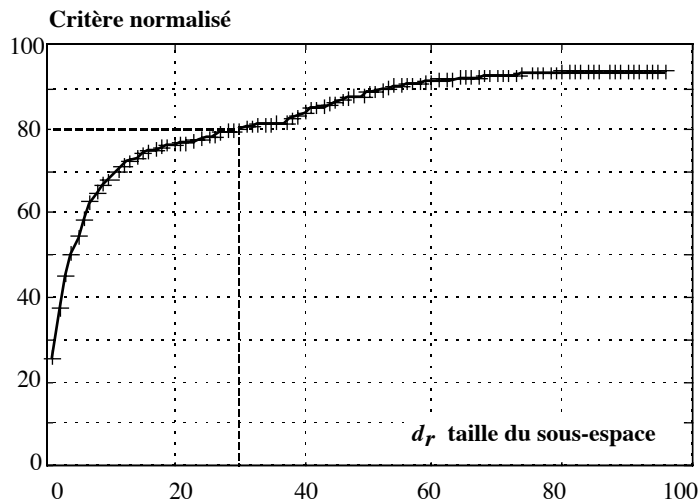


Figure IV-11 : Contribution des vecteur classés fonction de  $d_r$  (DFM, JE/autres)

Si on se fixe une contribution des vecteurs sélectionnés égale à 80%, on obtient une dimension de l'espace  $d_r = 30$ . Pour atteindre des valeurs plus faibles de  $d_r$ , on est amené à se fixer des seuils entre 75% ( $d_r = 17$ ) et 70% ( $d_r = 11$ ). Ce critère d'arrêt est d'un emploi plus aisé que celui défini pour les procédures SFS et SBS car sa pente est importante pour les valeurs faibles de  $d_r$ . Il reste à l'utilisateur à fixer un seuil pour déterminer  $d_r$ .



#### IV.6.2 Critère d'arrêt avec adjonction d'un paramètre aléatoire

Le critère que l'on propose d'étudier dans ce paragraphe offre une alternative intéressante pour les applications auxquelles les deux critères précédents ne fournissent pas de réponse satisfaisante [STO-97]. Il présente l'avantage de pouvoir s'appliquer aux deux méthodes tout en étant simple à mettre en oeuvre.

L'idée à l'origine de ce critère consiste à ajouter un paramètre aléatoire (PA) aux paramètres initiaux et à considérer que les paramètres qui se retrouvent classés après le PA sont insuffisamment pertinents pour la séparabilité entre classes et peuvent donc être écartés de l'espace de représentation.

Si  $d_r$  désigne la dimension réduite que l'on a choisie, lorsqu'on effectue le classement du paramètre aléatoire (PA), deux hypothèses sont possibles :

- $H_0$  (dite hypothèse nulle) : l'indice de classement du PA est supérieur à  $d_r$
- $H_1$  (hypothèse alternative) : l'indice de classement du PA est inférieur à  $d_r$

La prise de décision consiste à choisir entre les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . Deux erreurs peuvent alors être commises. La première appelée erreur de première espèce consiste à choisir  $H_0$  alors que  $H_1$  est vraie. La probabilité d'erreur de première espèce est notée  $\alpha$ . L'erreur commise en choisissant l'hypothèse  $H_1$  alors qu'elle est fautive est appelée erreur de deuxième espèce et on note  $\beta$  la probabilité qui lui est associée. En pratique, le risque de première espèce se traduit par le fait de prendre en compte dans l'espace de représentation des paramètres non pertinents, tandis que le risque de deuxième espèce correspond à un rejet de paramètres susceptibles d'améliorer la séparabilité entre classes.

Dans la pratique des tests statistiques [ANT-92], il est d'usage de fixer prioritairement le risque de première espèce de manière à donner à l'hypothèse  $H_0$  un rôle plus important. Connaissant la fonction de répartition du classement du PA, on détermine ensuite la dimension de l'espace de représentation  $d_r$  qui correspond au risque  $\alpha$  fixé.

Pour déterminer la loi de distribution du classement du PA, il convient de procéder à un nombre important de tirages aléatoires. A l'issue de chaque tirage, on effectue un classement des  $N$  paramètres auxquels est rajouté le PA. On note alors l'indice de classement du PA. Si  $n$  désigne les valeurs que peut prendre le classement du PA ( $n = 1, 2, \dots, 97$ ) pour les DFM, sa fonction de répartition notée  $F(n)$  est donnée par :

$$F(n) = \text{Prob}(\text{PA soit classé} < n)$$

Pour la séparation des défauts JE des autres classes de défauts, la fonction de répartition du paramètre aléatoire est donnée figure IV-12. Sur cette figure, le risque  $\alpha$  correspond à :

$$\alpha = F(d_r) = \text{Prob}(\text{PA soit classé} < d_r)$$

En s'autorisant une probabilité d'erreur d'avoir des paramètres peu pertinents dans l'espace de représentation  $\alpha = 5\%$ , cela conduit à une dimension  $d_r = 15$ . Autrement dit, si l'on fixe  $d_r=15$ , on a 95% de chance d'avoir des paramètres de représentation plus pertinents qu'une variable aléatoire. Un risque égal à 10% correspond à la même valeur de  $d_r$ .

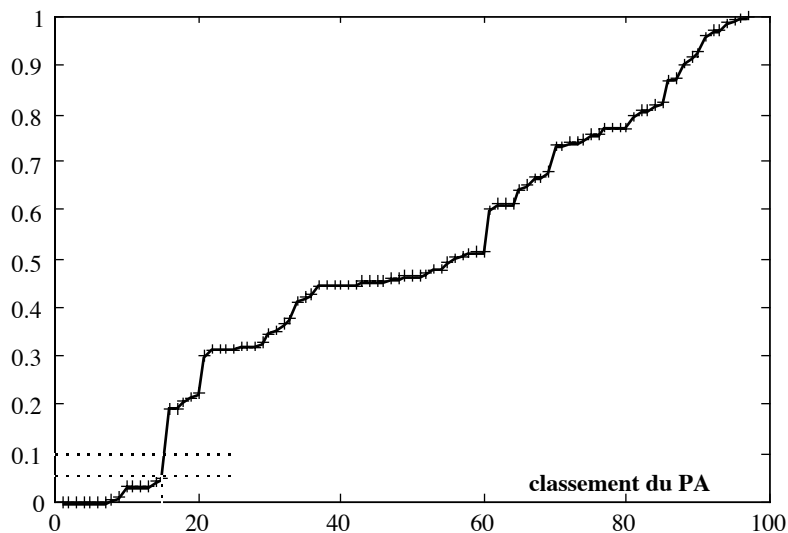


Figure IV-12 : Fonction de répartition du classement du Paramètre Aléatoire (DFM, JE parmi K)

Sur tous les sous-problèmes de classification (cf. annexe D), ce critère réalise des réductions de dimension très significatives en prenant des valeurs de risque  $\alpha$  communément adoptées en tests d'hypothèses, soient 5% ou 10%.

## IV.7 Conclusion

Ce chapitre constitue avec le chapitre "Paramétrisation des signaux" la partie extraction de caractéristiques que l'on a à résoudre dans tout processus de classification. Si un effort important a été porté à ces deux aspects en élaborant des prétraitements "haut niveau", c'est parce qu'ils définissent un mode de représentation des signaux facilitant le travail ultérieur de classification.

La distribution des classes dans l'espace de représentation dépend du nombre d'observations représentatives de chaque classe. Elle dépend aussi du choix de cet espace et de sa dimension. En général, il est nécessaire que la dimension de l'espace soit nettement inférieure au nombre d'exemples faute de quoi les performances du classifieur sur des défauts inconnus seront médiocres. Par conséquent, on cherche à réduire le plus possible la dimension de l'espace de représentation en sélectionnant parmi les paramètres initiaux un nombre réduit de paramètres pertinents, ceci d'autant plus que le nombre d'observations de la base de données est relativement faible.

La sélection de paramètres telle que nous l'avons traitée n'est pas globale (travail sur 4 classes simultanément) ; elle définit des sous-problèmes de classification : séparation des classes deux à deux ou séparation des défauts d'une classe de toutes les autres classes (1 parmi  $K$ ). Nous verrons dans le chapitre V consacré à la classification que le fait de diviser le problème global en sous-problèmes permet d'obtenir des surfaces de séparation moins complexes.

Nous avons montré qu'il était possible de réduire la dimension de l'espace de représentation en effectuant une analyse en composantes principales (ACP) sur l'ensemble des données. Mais cette approche conventionnelle d'analyse des données néglige l'aspect "séparabilité".

Trois méthodes de classement de paramètres et de critères d'arrêt ont ensuite été exposées. La première méthode utilise le critère de Fisher pour classer les paramètres. Elle présente cependant peu d'intérêt dans la mesure où les paramètres sont considérés séparément et que les éléments non diagonaux des matrices de variance-covariance de chaque classe sont ignorés.

L'approche séquentielle exposée ensuite ne présente pas cet inconvénient. Celle-ci peut être constructive (SFS) ou destructive (SBS). Dans le cas constructif, on commence par le paramètre le plus informatif, et on lui ajoute les paramètres qui le complètent le mieux au sens d'un critère donné. L'approche destructive commence avec un espace complet et supprime au fur et à mesure les paramètres les moins significatifs. Nous avons présenté 4 critères de classement ; tous sont basés sur des matrices de variance-covariance (inter et intra classe) et se calculent directement sur les observations.

La méthode de classement par orthogonalisation (OFR) considère la relation entre les paramètres et la séparabilité entre classes comme un modèle de régression linéaire et repose sur la méthode d'orthogonalisation de Gram-Schmidt. Nous avons donné une interprétation géométrique de cette procédure et montré son intérêt pratique principalement en termes de facilité de mise en oeuvre et de rapidité d'exécution.

Sur notre base de données, la méthode séquentielle constructive (SFS) fournit des résultats identiques à la méthode de classement par orthogonalisation et différents de la méthode destructive. Sans pouvoir expliquer complètement ces résultats, ils peuvent être considérés avec intérêt car les deux approches (SFS et OFR) sont basées sur des principes théoriques différents.

Pour le problème du critère d'arrêt, le nombre d'observations de notre base n'étant pas très supérieur au nombre total de paramètres, la plupart des critères habituellement utilisés sont peu adaptés. Nous avons commencé par présenter deux critères "classiques". Le premier applicable aux méthodes séquentielles, cherche la dimension correspondant à une perte d'information admissible. Le comportement de ce critère est relativement "mou" et peu efficace pour la réduction de la dimension. Le second critère associé à la méthode de classement par orthogonalisation est mieux approprié mais nécessite néanmoins le choix d'un seuil d'arrêt toujours arbitraire.

Le critère d'arrêt par adjonction d'un paramètre aléatoire offre une alternative intéressante au choix de la dimension avec en plus la possibilité de l'employer sur les trois méthodes de classement. Il ne présente aucune difficulté particulière de mise en oeuvre. Seul un risque d'erreur de première espèce (usuel en test statistique) est requis.

A l'issue de cette phase, le mode de représentation des signatures des défauts propre à chaque sous problème de classification peut être soit celui de la méthode par orthogonalisation (le même que la procédure SFS), soit celui de la méthode destructive SBS. Pour ce qui est de la dimension de l'espace de représentation, nous avons opté en général pour celle que fournit le troisième test d'arrêt avec adjonction d'un paramètre aléatoire sauf dans des cas particuliers où le deuxième critère fournit des valeurs très faibles. Le choix définitif de l'espace de représentation relatif à chaque sous-problème ne s'effectuera qu'au chapitre suivant et se fera sur la base des performances du classifieur.



## **Chapitre V : Classification Neuronale Supervisée**

### **V.1 Introduction**

Nous consacrons ce dernier chapitre à la partie classification, phase finale du processus de reconnaissance des défauts. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la classification en mode supervisé, c'est à dire nécessitant une connaissance a priori sur la classe d'appartenance d'un certain nombre d'observations dont on dispose pour la mise au point du classifieur.

A partir de la base de données dont on connaît les sorties souhaitées, une partition de l'espace des observations en autant de régions qu'il y a de classes doit être élaborée : c'est la phase d'apprentissage. Le classifieur ainsi mis au point permettra ensuite d'affecter à une nouvelle observation inconnue sa classe d'appartenance : c'est la phase de généralisation.

Pour traiter un problème de classification supervisée, diverses méthodes, dont nous présentons un panorama au paragraphe V.2, peuvent être utilisées. Nous distinguerons les méthodes où il s'agit d'estimer les densités de probabilités conditionnelles et les méthodes qui cherchent à calculer directement les probabilités a posteriori des classes. Les réseaux de neurones qui sont des approximateurs universels "parcimonieux" permettent de résoudre le problème sous les deux angles mais c'est dans le cadre de l'estimation de probabilités a posteriori que nous nous placerons [BIS-95]. L'avantage de la démarche par réseaux de neurones est qu'une fois l'apprentissage effectué, le calcul de la sortie pour une nouvelle observation est quasiment instantané. Dans ce mémoire seront traités les réseaux de neurones à fonctions d'activation sigmoïdales et les réseaux à fonctions radiales de base.

Nous abordons dans les paragraphes V-3 et V-4, deux points importants qui interviennent dans la mise au point d'un classifieur : les dimensions de la base d'apprentissage et les méthodes d'évaluation des performances. Ces points prennent d'autant plus d'importance que le nombre d'observations de la base d'apprentissage est faible. Nous décrirons plusieurs méthodes pour évaluer un classifieur donné tout en sachant que le taux final d'erreur obtenu est un critère de validation de l'ensemble du processus de reconnaissance, paramétrisation y compris. Nous verrons en particulier que le fait de changer de mode de paramétrisation des signaux, pour une même structure de classifieur, peuvent conduire à des performances différentes.

Après une présentation générale du formalisme neuronal au paragraphe V.5, nous montrerons qu'un neurone formel à seuil effectue une discrimination linéaire de deux classes et nous justifierons l'apport "probabiliste" qu'amène l'utilisation d'une fonction d'activation sigmoïdale. Ce paragraphe passe également en revue les algorithmes d'apprentissage d'un neurone élémentaire et propose quelques règles concernant le conditionnement des données et l'amélioration de l'algorithme d'apprentissage.

La résolution d'un problème à  $K$  classes ( $K > 2$ ) nécessite souvent la construction de surfaces séparatrices plus complexes que celles fournies par un neurone élémentaire. La première approche dite "globale" consiste à faire appel à un réseau multicouches (MLP) dont l'apprentissage s'effectue à l'aide de l'algorithme de rétropropagation du gradient. Théoriquement, ce type de réseau constitué de plusieurs neurones élémentaires interconnectés entre eux, est capable d'engendrer des surfaces de séparation entre classes fortement non linéaires, mais il est important d'en contrôler finement la complexité, faute de quoi leurs aptitudes en généralisation se dégrade (surparamétrisation).

Pour limiter l'influence de ces problèmes et en raison de la spécificité de notre étude, nous présentons au paragraphe V.6 une approche par partition où le problème initial de classification à  $K$  classes est décomposé en sous-problèmes : soit des sous-problèmes de classification d'une classe parmi les autres (1 parmi  $K$ ) soit des sous-problèmes de classification d'une classe par rapport à une autre (2 à 2). Cette approche a l'avantage d'être plus "souple" que l'approche globale dans la mesure où l'on appréhende mieux le degré de complexité de chaque sous-problème élémentaire. Elle permet de les considérer de façon indépendante aussi bien pour le choix de leur espace de représentation, que pour leur apprentissage. Des performances de classification seront présentées pour chaque type de classifieurs et pour les deux modes de paramétrisation : paramètres auto régressifs (AR) et Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM).

Le paragraphe V.7 aborde la classification à l'aide de réseaux de neurones à fonctions radiales de base (RBF). Lorsque l'on présente à un tel réseau une observation, celui-ci commence par calculer les distances qui sépare l'observation d'un ensemble de centres ou noyaux positionnés préalablement; ces distances servent de données d'entrée à des fonctions non linéaires (de type gaussienne en général) dont les sorties sont combinées entre elles. Ces réseaux sont à rapprocher des approximateurs universels à noyaux utilisés en Statistique [FUK-72].

L'architecture du réseau de RBF élémentaire est donc à deux couches : sur la première il faut choisir le nombre, les emplacements et les largeurs des noyaux, et sur la seconde il faut ajuster

des poids. La spécificité des RBF se situe sur la première couche et nous donnerons plusieurs méthodes qui permettent d'en ajuster les paramètres en liaison avec la métrique utilisée pour le calcul des distances. Nous examinerons également comment la méthode de sélection de paramètres par orthogonalisation avec introduction d'une variable aléatoire peut être transposée au choix des emplacements et du nombre de noyaux.

Comme pour les réseaux MLP, les réseaux RBF se prêtent à des approches globale et par partition. Les résultats de mise en oeuvre des deux approches sur la base de données et sur la base test seront détaillés.

## V.2 Panorama des méthodes de classification supervisée

### V.2.1 Règle de décision bayésienne

Cette règle de décision consiste à affecter à chaque observation représentée par un vecteur paramètres  $\underline{Y}$  la classe la plus probable. Si  $K$  désigne le nombre de classes, on a :

$$\underline{Y} \rightarrow \Omega_i \quad \text{telle que} \quad \text{Prob}(\Omega_i|\underline{Y}) = \max_{j=1 \dots K} \text{Prob}(\Omega_j|\underline{Y}) \quad (\text{V-1})$$

où  $\text{Prob}(\Omega_j|\underline{Y})$  est la probabilité qu'une observation soit associée à la classe  $\Omega_j$  sachant que sa représentation est  $\underline{Y}$ . On l'appelle aussi probabilité a posteriori.

On montre [GAI-83] qu'en cherchant à affecter chaque observation à la classe dont la probabilité a posteriori est maximum, la règle de Bayes (V-1) construit implicitement un système de décision qui minimise la probabilité d'erreur globale.

Le théorème de Bayes permet d'exprimer les probabilités a posteriori en fonction des probabilités a priori et des densités de probabilité conditionnelles :

$$\text{Prob}(\Omega_j|\underline{Y}) = \frac{p(\underline{Y}|\Omega_j) \text{Prob}(\Omega_j)}{p(\underline{Y})} = \frac{\text{Prob}(\Omega_j, \underline{Y})}{p(\underline{Y})} \quad (\text{V-2})$$

où  $p(\underline{Y}|\Omega_j)$  : est la densité de probabilité conditionnelle de l'observation  $\underline{Y}$  sachant que la classe  $\Omega_j$  est vraie.

$\text{Prob}(\Omega_j, \underline{Y})$  : est la probabilité d'avoir une observation de vecteur paramètres  $\underline{Y}$  appartenant à la classe  $\Omega_j$ .

$p(\underline{Y})$  : est la densité de probabilité non conditionnelle de  $\underline{Y}$ .

$\text{Prob}(\Omega_j)$  : est la probabilité a priori de la classe  $\Omega_j$ .



$p(\underline{Y})$  est la somme des densités de probabilité conjointes pour toutes les classes. Soit :

$$p(\underline{Y}) = \sum_{j=1}^K p(\underline{Y}, \Omega_j) = \sum_{j=1}^K p(\underline{Y} | \Omega_j) \text{Prob}(\Omega_j)$$

L'expression V-2 s'écrit alors sous la forme :

$$\text{Prob}(\Omega_j | \underline{Y}) = \frac{p(\underline{Y} | \Omega_j) \text{Prob}(\Omega_j)}{\sum_{j=1}^K p(\underline{Y} | \Omega_j) \text{Prob}(\Omega_j)} \quad (\text{V-3})$$

La réécriture de la règle de décision de Bayes à l'aide du théorème permet alors d'écrire :

$$\underline{Y} \rightarrow \Omega_i \quad \text{telle que} \quad p(\underline{Y} | \Omega_i) \text{Prob}(\Omega_i) = \max_{j=1 \dots K} p(\underline{Y} | \Omega_j) \text{Prob}(\Omega_j) \quad (\text{V-4})$$

**Remarque** : dans le cas où les classes sont équiprobables, cela revient à comparer directement les densités de probabilité conditionnelles de chaque classe.

### V.2.2 Conséquences sur les méthodes de classification

Un problème de classification peut se traiter à l'aide des approches qui cherchent à estimer les densités de probabilité à partir des exemples d'apprentissage ou à l'aide des approches qui estiment directement les probabilités a posteriori.

- Estimation des densités de probabilité

Dans cette approche, on cherche à estimer les densités de probabilité et les probabilités a priori dans chaque classe pour en déduire, selon la théorie de Bayes, les surfaces séparatrices entre classes (V-4). Sur le plan théorique, l'estimation des probabilités a priori à partir des exemples d'apprentissage ne pose pas de problème particulier. Pour chaque classe, l'estimateur de maximum de vraisemblance est donné par l'expression :

$$\text{Prob}(\Omega_i) = \frac{N_{\Omega_i}}{N}$$

où  $N_{\Omega_i}$  est le nombre d'observations issues de la classe  $\Omega_i$  et N le nombre total d'observations.

Une estimation précise de cette probabilité à partir de la base de données n'est possible que si la répartition des observations par classe est représentative de la réalité. Lorsque ce n'est pas le

cas, des post-traitements relativement simples permettent de "corriger" les résultats obtenus [PRI-96]. L'estimation des lois de probabilité dans les classes à partir de l'ensemble d'apprentissage est par contre beaucoup plus difficile et fait appel à deux types de méthodes [FUK-72] :

- Les méthodes paramétriques qui supposent que ces lois obéissent à une loi connue de type gaussienne ou uniforme par exemple ; le problème initial d'estimation de fonction se ramène alors à l'estimation des paramètres du modèle (moyenne, covariance,...) à partir des observations. Cette modélisation, lorsqu'elle n'est pas réaliste, peut conduire à des taux d'erreurs de classification relativement élevés.

- les méthodes non paramétriques constituent une seconde alternative à l'estimation des densités de probabilité. Elles utilisent des procédés qui convergent vers les distributions de chacune des classes sans faire aucune hypothèse préalable. Une des plus anciennes méthodes est la méthode des Fenêtres de Parzen. Cette dernière consiste à approximer le densité de probabilité par un ensemble de fonctions noyaux (ou fenêtres) uniformes centrées sur chaque observation d'apprentissage. Malgré la base théorique très solide de cette méthode, elle a suscité peu d'intérêt car elle reste très lourde en calcul notamment si la dimension de l'espace de représentation est élevée.

• Estimation des probabilités a posteriori

Lorsqu'on cherche à estimer directement les probabilités a posteriori des classes (V-1) à partir des exemples d'apprentissage, on peut faire appel à une méthode non paramétrique largement employée en Reconnaissance de Forme qu'est la méthode des k Plus Proches Voisins (kPPV) [POU-91]. Elle consiste à affecter chaque observation à la classe majoritairement représentée par ses k plus proches voisins au sens d'une distance. La probabilité a posteriori est donnée par :

$$\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y}) = \frac{k_i}{k}$$

où  $k$  est le cardinal de l'ensemble  $E_k$  des  $k$  plus proches voisins de  $\underline{Y}$ . Il est fixé par l'utilisateur en début de procédure.  $k_i$  est le cardinal de  $E_k^{\Omega_i}$  sous-ensemble de  $E_k$  contenant les plus voisins de  $\underline{Y}$  appartenant à la classe  $\Omega_i$ .

Le problème de classification peut aussi se résoudre en cherchant à déterminer directement les frontières séparatrices entre classes à l'aide de fonctions dites fonctions discriminantes. Si l'on cherche par exemple  $K$  fonctions discriminantes  $d_i(\underline{Y})$   $i = 1, 2, \dots, K$  pour résoudre un problème à  $K$  classes, la règle de décision peut s'écrire :

$$\underline{Y} \rightarrow \Omega_i \quad \text{tel que} \quad d_i(\underline{Y}) = \max_{j=1 \dots K} d_j(\underline{Y})$$

A noter que dans le cas particulier où  $d_i(\underline{Y}) = \text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y})$ , on se ramène à un classifieur de Bayes. Dans le cas d'un problème à deux classes ( $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ ), il suffit de chercher une seule fonction  $d(\underline{Y})$  telle que :

$$\begin{aligned} \underline{Y} &\rightarrow \Omega_1 && \text{si} && d(\underline{Y}) > 0 \\ \underline{Y} &\rightarrow \Omega_2 && \text{si} && d(\underline{Y}) < 0 \end{aligned}$$

Le problème est ainsi ramené à un problème d'approximation de fonctions. Là encore, on peut soit traiter le problème sans faire d'hypothèses sur la nature des surfaces séparatrices, soit s'orienter vers une famille donnée de surface dont il faut estimer les paramètres. Les réseaux de neurones permettent d'approximer des fonctions non linéaires [HOR-89] [BIS-95] et sont des estimateurs des probabilités a posteriori en vertu du théorème suivant :

*Soit une fonction qui vaut 1 pour tout élément de la classe A et 0 pour tous ceux de la classe B. L'approximation de cette fonction au sens des moindres carrés n'est rien d'autre que l'estimation de la probabilité d'appartenance à la classe A.*

Une fois que l'on a estimé les probabilités a posteriori avec un réseau de neurones (ou toute autre technique d'approximation au sens des moindres carrés), on en déduit les fonctions discriminantes.

### V.3 Influence des dimensions de la base d'apprentissage

Dans l'espace où peuvent évoluer les observations issues des différentes classes, on ne balaye généralement qu'une zone plus ou moins limitée, représentée par les exemples dont on dispose pour la mise au point du classifieur. C'est à partir de ces échantillons que la partition de l'espace de représentation en différentes régions sera établie. Il est clair que plus la taille de la base d'apprentissage est grande, plus les représentants de chaque classe y sont nombreux, et meilleure sera la représentation des classes. A l'inverse, si certaines régions de l'espace ne sont pas explorées à cause du faible nombre d'observations, les frontières entre classes que le système de classification calculera durant l'apprentissage risquent d'être imprécises (cf. figure V-1). Cette mauvaise représentation des classes se traduit par des erreurs de classification notamment lorsque des données n'ayant pas servi à l'apprentissage sont présentées au classifieur et traduit l'inaptitude du système à la généralisation.

Le deuxième aspect important sur lequel une attention particulière doit être portée est le choix de l'espace de représentation des observations (vecteur paramètres) relativement à la taille de la

base d'apprentissage. Cette partie a été traitée de façon détaillée dans les chapitres III et IV. Quelques points importants méritent d'être soulignés.

Le premier point concerne la dimension de l'espace de représentation. Le théorème de Cover affirme que dans l'espace de dimension  $d_r$ , la probabilité que deux classes quelconques de  $d_r$  exemples ne soient pas linéairement séparables tend vers 0 lorsque  $d_r$  tend vers l'infini [HAY-94]. Si le nombre d'exemples est en particulier égal au plus à la dimension  $d_r$ , ce théorème indique qu'on peut toujours trouver un hyperplan qui sépare les exemples mais dont les performances sur de nouvelles observations seront médiocres.

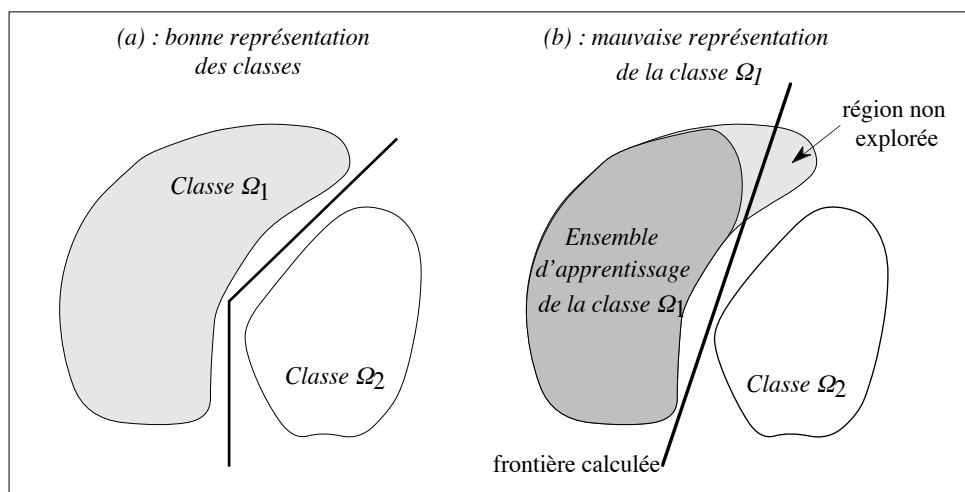


Figure V-1 : Représentation des classes

En général, pour modéliser de façon efficace les surfaces séparatrices entre les classes, plus la dimension de l'espace est élevée, plus il est nécessaire d'avoir un nombre élevé de représentants de chaque classe dans l'ensemble d'apprentissage. En pratique, lorsqu'il n'est pas possible d'augmenter la taille de l'ensemble d'apprentissage, on cherche plutôt à réduire la dimension de l'espace de représentation.

Cette réduction doit s'effectuer en ne gardant qu'un nombre réduit de paramètres pertinents en terme de séparabilité entre classes. Selon la topologie des exemples dans l'espace, le degré de complexité des frontières entre classes est différent (cf. figure V-2).

Il est évident mais important de souligner que plus la topologie des classes est complexe, plus il faut d'exemples pour bien en modéliser les frontières. A l'inverse, si la topologie est simple, on peut espérer atteindre de bonnes performances en généralisation en dépit d'un nombre faible d'observations pour l'apprentissage. Ce qui explique l'intérêt constant porté à la

réduction de dimension de l'espace de représentation tout au long de ce travail.

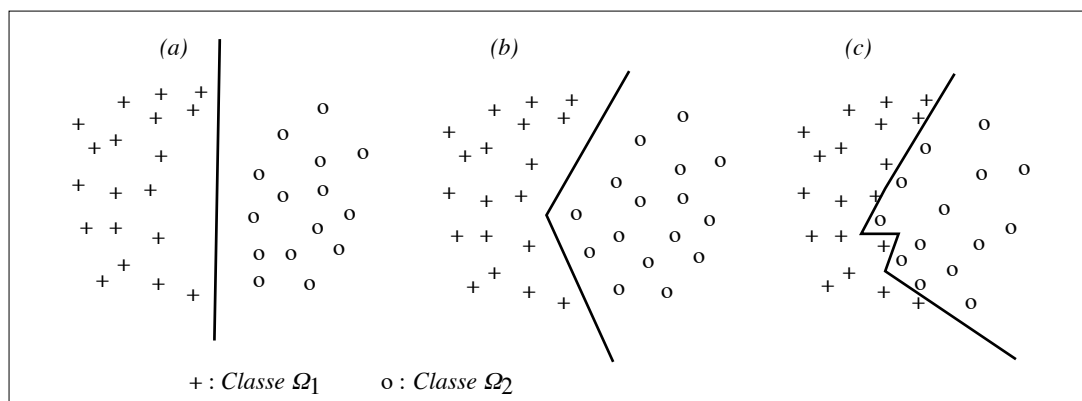


Figure V-2 : Positions relatives des classes dans l'espace de représentation

En résumé, les dimensions de la base d'apprentissage aussi bien en ce qui concerne le nombre et la représentativité des observations qu'à propos de la dimension et de la pertinence de l'espace de représentation des défauts, sont des facteurs qui influent sur la représentation des classes, sur les performances en généralisation du classifieur et sur la complexité des surfaces séparatrices entre classes.

#### V.4 Evaluation des performances des classifieurs

Une fois un ou plusieurs classifieurs mis au point, il convient d'en évaluer les performances. En se plaçant dans le cas d'une classification supervisée, les performances d'un classifieur se mesurent à l'aide de sa probabilité d'erreur que l'on définit comme le rapport du nombre de mal classés au nombre total d'observations. Cette grandeur joue un rôle important dans la caractérisation des classifieurs et doit être soigneusement estimée.

L'approche dite de "resubstitution" qui consisterait à élaborer le classifieur et estimer ses performances sur le même ensemble de données que la phase d'apprentissage a utilisé, est absurde et sans aucune signification statistique. Car avec les algorithmes utilisés pour la mise au point du classifieur, il y a toujours moyen de maximiser les performances sur l'ensemble d'apprentissage. Rappelons que le système de décision n'a pas à "apprendre par coeur" la base de données mais plutôt à savoir bien classer de nouvelles observations non apprises.

Dans la méthode "validation croisée", on partitionne la base de données en deux sous-ensembles distincts : une Base d'Apprentissage (BA) qui entraîne le classifieur, et une Base Test (BT) des échantillons restant sur laquelle on mesure les performances. Pour obtenir des

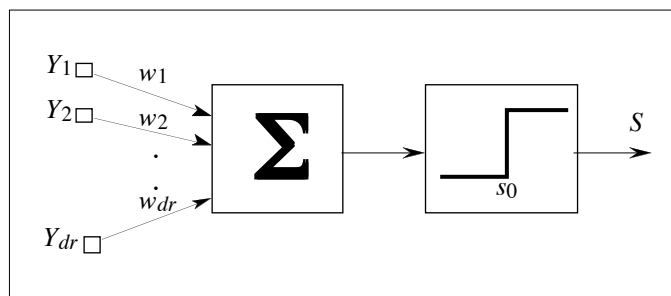
valeurs significatives, on pratique généralement la moyenne des performances sur un nombre statistiquement pertinent d'apprentissage, avec à chaque fois, une BA et une BT différente. Cette méthode requiert un nombre d'exemples important car en réservant des échantillons de la base de données à la phase de test, la représentation des classes que reflète la base d'apprentissage risque de se dégrader ainsi que les performances en classification.

Dans le cas de bases de données de faible taille, un cas particulier de la méthode précédente appelé "leave one out" doit être employé. Un échantillon est mis de côté pour le test et les  $N-1$  autres échantillons servent à l'apprentissage. On refait la procédure pour tous les échantillons de la base de données et on comptabilise le nombre de mal classés. Cette méthode présente l'avantage d'exploiter de façon efficace la base de données mais elle nécessite le calcul de  $N$  classifieurs différents ce qui entraîne un surcoût de temps de calcul. En pratique, une fois l'évaluation des performances effectuée, les paramètres du réseau définitif seront calculés avec l'ensemble de la base de données comme base d'apprentissage.

## V.5 Classification par neurone élémentaire

### V.5.1 Formalisme

Le neurone formel, élément de base des réseaux de neurones, est la succession de deux opérations (cf. figure V-3) : une sommation des entrées pondérées par des coefficients appelés poids pour l'élaboration du potentiel du neurone et une opération non linéaire de seuillage qui calcule la sortie du neurone en fonction de ce potentiel.



*Figure V-3 : Modèle du Neurone Formel*

Une généralisation de ce modèle est présentée figure V-4 où la fonction d'activation est cette fois-ci une fonction non linéaire quelconque. La sortie du neurone notée  $S$  s'exprime alors de la façon suivante :

$$S = \mathbf{F} \left( \sum_{i=1}^{d_r} Y_i w_i - s_0 \right) \quad (\text{V-5})$$

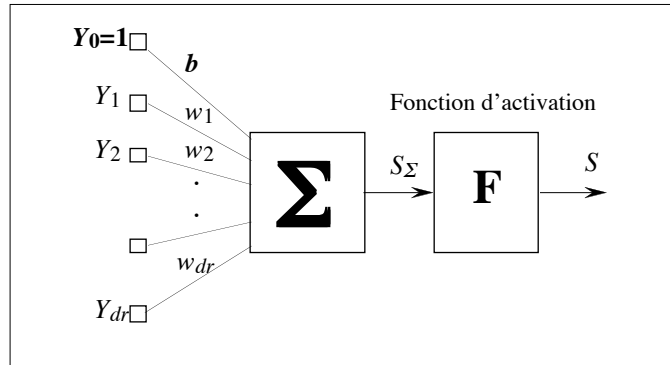


Figure V-4 : Modèle du neurone formel généralisé

ou encore en rajoutant une entrée constante de valeur 1 que l'on pondère par un poids  $b = -s_0$  appelé biais :

$$S = \mathbf{F} (S_{\Sigma}) \quad (\text{V-6})$$

où 
$$S_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_r} Y_i w_i + b = \underline{Y}^t \underline{w} + b$$

avec  $S_{\Sigma}$  : le potentiel d'activation       $\mathbf{F}(\cdot)$  : la fonction d'activation  
 $\underline{Y}$  : vecteur entrées du neurone       $\underline{w}$  : le vecteur poids  
 $b$  : biais

Plusieurs fonctions d'activation peuvent être utilisées parmi lesquelles :

- la fonction d'Heaviside       $\mathbf{F}(S_{\Sigma}) = 1$  si  $S_{\Sigma} \geq 0$  ,  $0$  si  $S_{\Sigma} < 0$

- la fonction Signe si on souhaite avoir une sortie symétrique comprise entre -1 et 1

- la fonction linéaire       $\mathbf{F}(S_{\Sigma}) = S_{\Sigma}$

- la fonction sigmoïde       $\mathbf{F}(S_{\Sigma}) = \left( 1 + \exp^{-S_{\Sigma}} \right)^{-1}$

- la fonction tangente hyperbolique       $\mathbf{F}(S_{\Sigma}) = \frac{1 - \exp(-S_{\Sigma})}{1 + \exp(-S_{\Sigma})}$

- la fonction gaussienne       $\mathbf{F}(S_{\Sigma}) = \exp^{-S_{\Sigma}^2 / 2\sigma^2}$

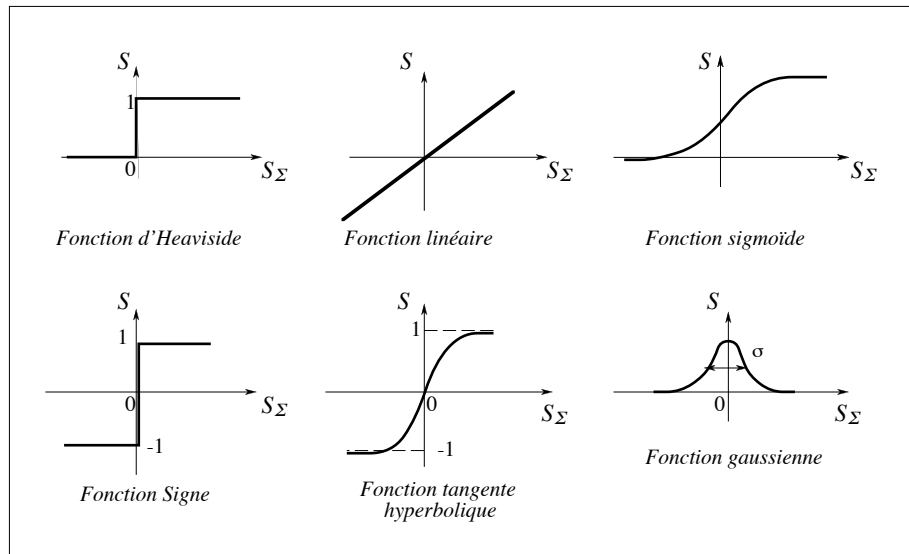


Figure V-5 : Différentes fonctions d'activation d'un neurone

Le choix de la fonction d'activation dépend de l'application à traiter. Pour le problème de la classification, on utilise généralement des fonctions à seuil ou des sigmoïdes. Ces dernières ont l'avantage d'être dérivables, ce qui permet d'employer des algorithmes d'apprentissage de type gradient (cf. § V.5.3) plus performants.

### V.5.2 Séparation linéaire entre classes

Ce paragraphe est consacré à la séparation linéaire entre deux classes. Nous verrons ultérieurement comment il est possible d'utiliser ce type de frontière séparatrice lorsqu'il s'agit de discriminer K classes simultanément.

Initialement développé pour représenter un modèle de l'activité perceptive, le perceptron peut être considéré comme le premier des réseaux de neurones utilisé comme classifieur linéaire. En reprenant en effet le modèle défini à la figure V-3 où la fonction seuil est employée comme fonction d'activation, on a :

$$\begin{aligned}
 S &= 1 && \text{si } \sum_{i=1}^{d_i} w_i Y_i + b > 0 \\
 &= 0 && \text{sinon}
 \end{aligned}
 \tag{V-8}$$

où  $b$  est le biais d'activation du neurone.

L'expression V-8 peut s'interpréter comme une règle de décision d'un problème de



classification à deux classes  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ . L'objet représenté par le vecteur paramètres  $\underline{Y}$  est affecté à la classe  $\Omega_1$  si la sortie du neurone est égale à 1, et à la classe  $\Omega_2$  si la sortie est nulle. Le perceptron réalise donc une partition des vecteurs d'entrées en deux classes où la frontière séparatrice est définie par l'équation :

$$\sum_{i=1}^{d_r} w_i Y_i + b = 0$$

Le perceptron peut donc être vu comme une fonction discriminante linéaire dont les vecteurs directeurs sont les poids  $w_i$ . Ceci est illustré sur la figure V-6 dans le cas d'un vecteur d'entrée de dimension 2.

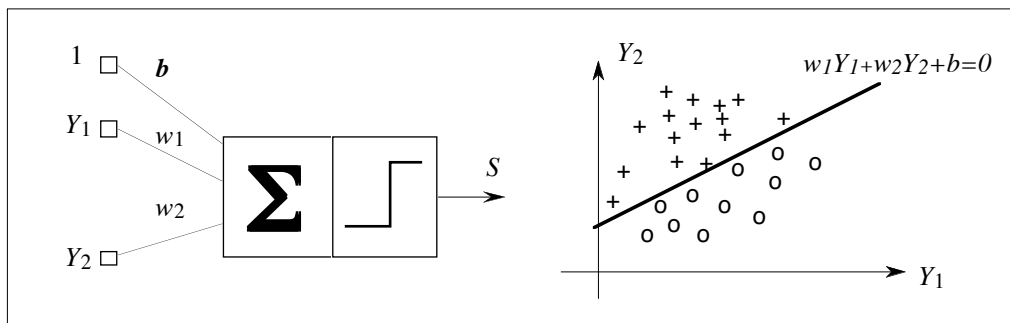


Figure V-6 : Séparation linéaire de deux classes réalisée par le perceptron

La phase d'apprentissage d'un perceptron consistera à déterminer les poids  $w_i$  et le biais  $b$  définissant l'hyperplan séparateur en fonction des exemples de l'apprentissage. Nous verrons dans le paragraphe V.5 les algorithmes qui permettent d'y parvenir.

Le perceptron cherche à définir une fonction discriminante qui sépare linéairement les deux classes et il répond toujours soit 0, soit 1 selon que l'élément à classer appartient à une classe ou une autre. On peut chercher à apprendre au neurone non pas l'appartenance à une classe donnée mais plutôt la probabilité d'appartenance à cette classe. Pour cela, la fonction d'Heaviside est remplacée par une sigmoïde dont les valeurs appartiennent à l'intervalle  $]0, 1[$ .

Dans ce cas, la réponse du neurone est fonction de la distance qui sépare l'observation à classer de l'hyperplan séparateur. Plus les exemples sont situés loin de l'hyperplan, plus la sortie du neurone sera proche de 0 ou 1. Aux points placés sur l'hyperplan va correspondre une sortie égale à 0,5.

Dans le cadre de la théorie bayésienne et pour un problème à 2 classes, on peut justifier que la

sortie d'un neurone à fonction d'activation sigmoïdale est égale à la probabilité a posteriori dans chaque classe à condition qu'elles obéissent à des lois gaussiennes de même matrice de variance-covariance. On a alors en effet :

$$p(\underline{Y}|\Omega_i) = (2\pi)^{-dr/2} (\det V_{\Omega_i})^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_i})^t V_{\Omega_i}^{-1} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_i})\right] \quad i = 1, 2$$

où  $\underline{m}_{\Omega_i}$  et  $V_{\Omega_i}$  représentent le centre de gravité et la matrice de variance-covariance de la classe  $\Omega_i$ .

A l'aide de la relation V-3, les expressions des probabilités a posteriori des deux classes s'expriment par :

$$\begin{aligned} \text{Prob}(\Omega_1|\underline{Y}) &= \frac{p(\underline{Y}|\Omega_1) \text{Prob}(\Omega_1)}{p(\underline{Y}|\Omega_1) \text{Prob}(\Omega_1) + p(\underline{Y}|\Omega_2) \text{Prob}(\Omega_2)} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\text{Prob}(\Omega_2) p(\underline{Y}|\Omega_2)}{\text{Prob}(\Omega_1) p(\underline{Y}|\Omega_1)}} \end{aligned}$$

et  $\text{Prob}(\Omega_2|\underline{Y}) = 1 - \text{Prob}(\Omega_1|\underline{Y})$

En supposant que les classes ont la même matrice de variance-covariance ( $V = V_{\Omega_1} = V_{\Omega_2}$ ) et en remplaçant les probabilités conditionnelles par leur expression, on obtient :

$$\text{Prob}(\Omega_1|\underline{Y}) = \frac{1}{1 + \exp\left[\ln \frac{\text{Prob}(\Omega_2)}{\text{Prob}(\Omega_1)} - \frac{1}{2} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_2})^t V^{-1} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_2}) + \frac{1}{2} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_1})^t V^{-1} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_1})\right]}$$

Or la sortie du neurone calculée avec une fonction d'activation sigmoïdale est :

$$S = \frac{1}{1 + \exp(-\underline{Y}^t \underline{w} - b)}$$

En identifiant les deux expressions, on obtient :

$$\text{Prob}(\Omega_1|\underline{Y}) = S \quad \text{et} \quad \text{Prob}(\Omega_2|\underline{Y}) = 1 - S$$

avec :

$$\begin{aligned} \underline{Y}^t \underline{w} + b &= -\ln \frac{\text{Prob}(\Omega_2)}{\text{Prob}(\Omega_1)} - \frac{1}{2} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_1})^t V^{-1} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_1}) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_2})^t V^{-1} (\underline{Y}-\underline{m}_{\Omega_2}) \end{aligned}$$

Dans le cas d'un vecteur d'entrée de dimension 1 où les classes ont une variance égale à  $\sigma^2$  et de moyennes respectives  $m_{\Omega_1}$  et  $m_{\Omega_2}$ , la relation précédente peut s'écrire sous la forme :

$$Yw + b = -\ln \frac{\text{Prob}(\Omega_2)}{\text{Prob}(\Omega_1)} - \frac{Y(m_{\Omega_1} - m_{\Omega_2})}{\sigma^2} + \frac{m_{\Omega_1}^2 - m_{\Omega_2}^2}{2\sigma^2}$$

D'où :

$$w = \frac{m_{\Omega_2} - m_{\Omega_1}}{\sigma^2} \quad b = -\ln \frac{\text{Prob}(\Omega_2)}{\text{Prob}(\Omega_1)} + \frac{m_{\Omega_1}^2 - m_{\Omega_2}^2}{2\sigma^2}$$

Nous avons ainsi montré que dans le cas particulier de deux classes obéissant à des lois gaussiennes de même matrice de variance-covariance, la sortie d'un neurone à fonction d'activation sigmoïdale comprise entre 0 et 1 fournit directement les probabilités a posteriori des deux classes. Il est à noter qu'avec de telles hypothèses sur la distribution des classes, la surface séparatrice donnée par le critère de Bayes est un hyperplan [GAI-83]. Dans le cas général, l'utilisation des réseaux de neurones pour l'estimation directe des probabilités a posteriori se justifie par le théorème énoncé au paragraphe V.2.2.

### V.5.3 Règles d'apprentissage

Nous avons vu qu'un neurone élémentaire est en mesure d'estimer un hyperplan séparateur entre classes paramétré par les poids  $w_i$  (on notera  $w_0=b$ ). Disposant d'un ensemble d'apprentissage de couples entrées/sorties, la phase d'apprentissage consiste à ajuster les poids de sorte que la sortie du neurone s'approche le plus possible en moyenne quadratique de la sortie désirée pour l'ensemble des exemples.

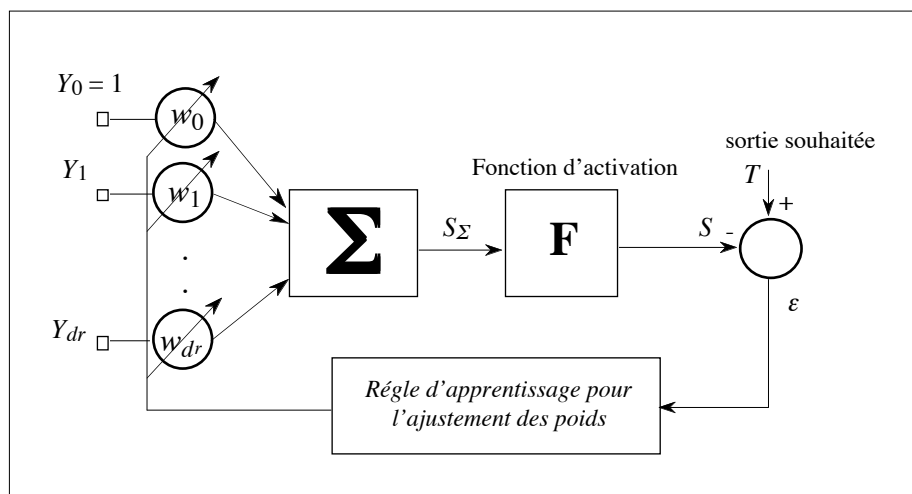


Figure V-7 : Synoptique de l'apprentissage des poids

L'algorithme utilisé peut être soit une méthode du gradient exact, où l'on modifie les poids en fonction du gradient de l'erreur quadratique totale sur l'ensemble d'apprentissage, soit une méthode du gradient stochastique, où l'on modifie les poids en fonction du gradient de l'erreur partielle sur chaque exemple.

On démontre que, pour les modèles linéaires, ces deux techniques sont équivalentes : le gradient amène au voisinage du minimum absolu. Pour les réseaux de neurones et autres modèles non linéaires, c'est seulement une heuristique, sans preuve de convergence.

Hormis l'algorithme du perceptron, nous traiterons essentiellement la méthode du gradient exact.

- Algorithme du perceptron

C'est le plus ancien des algorithmes d'apprentissage. Pour chaque exemple indicé  $k$  dans la base d'apprentissage, l'erreur instantanée entre la réponse souhaitée  $T_k$  et la réponse effective  $S_k$  est définie par :

$$\varepsilon_k = T_k - S_k$$

L'algorithme du perceptron consiste à ajuster les poids selon la règle suivante :

$$\underline{w}_{k+1} = \underline{w}_k + \mu \varepsilon_k \underline{Y}_k$$

où  $\mu$  représente le taux d'apprentissage ("learning rate").  $0 < \mu < 1$

A la présentation du  $k^{\text{ième}}$  exemple, si la réponse souhaitée et la réponse effective sont les mêmes, les poids sont inchangés. Par contre si la réponse calculée par le neurone est différente de la sortie souhaitée (exemple mal classé), les poids seront modifiés. La procédure est répétée pour tous les exemples d'apprentissage. Il est important de souligner que si les exemples sont non linéairement séparables, cet algorithme ne converge pas [ABD-94]. Dans le cas contraire, l'algorithme du perceptron converge en un nombre fini de pas.

Une extension de l'algorithme du perceptron à un apprentissage déterministe (ou total), permet d'écrire la règle :

$$\underline{w}_{k+1} = \underline{w}_k + \mu \sum_{k \text{ mal classés}} \varepsilon_k \underline{Y}_k$$

L'ajustement de la frontière séparatrice dans cet algorithme s'effectue par rapport aux

exemples mal classés. Du fait du seuillage en sortie, l'hyperplan séparateur peut se retrouver en pratique "tangent" aux classes à séparer.

• Règles delta et delta généralisée

Dans cette méthode, à chaque itération de l'algorithme toute la base d'apprentissage est présentée. Les poids sont alors ajustés de façon à minimiser l'écart quadratique moyen entre les réponses désirées et les réponses effectives. Si  $N$  est le nombre total d'exemples, la fonction coût à minimiser est alors définie par :

$$J = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (\varepsilon_k)^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (T_k - S_k)^2$$

La fonction  $J$  peut également s'écrire sous la forme :

$$J = \frac{\underline{\varepsilon}^t \underline{\varepsilon}}{2N} \quad , \quad \underline{\varepsilon} = \underline{T} - \underline{S}$$

où  $\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N]^t$ ,  $\underline{T} = [T_1, T_2, \dots, T_N]^t$ ,  $\underline{S} = [S_1, S_2, \dots, S_N]^t$

En reprenant le modèle du neurone de la figure V-7 et en notant  $S_k$  la sortie associée au  $k^{\text{ième}}$  exemple, on obtient :

$$J = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N [T_k - \mathbf{F}(S_{\Sigma k})]^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N [T_k - \mathbf{F}(\underline{Y}_k^t \underline{w})]^2$$

où  $\underline{w} = [w_1, w_2, \dots, w_{dr}]^t$  et  $\underline{Y}_k = [Y_{k1}, Y_{k2}, \dots, Y_{kd_r}]^t$

Le vecteur poids optimal est obtenu lorsque le gradient de l'erreur par rapport aux poids est nul. Soit :

$$\nabla_{\underline{w}} J = \sum_{k=1}^N [T_k - \mathbf{F}(\underline{Y}_k^t \underline{w})] \mathbf{F}'(\underline{Y}_k^t \underline{w}) \underline{Y}_k^t = 0 \quad (\text{V-9})$$

Il est important de souligner que l'expression du gradient fait intervenir la dérivée de la fonction d'activation, ce qui limite le choix aux fonctions dérivables uniquement.

Dans le cas général, l'équation V-9 peut être résolue de façon itérative à l'aide de plusieurs algorithmes d'optimisation tel l'algorithme de descente du gradient. Dans cet algorithme, l'optimum est recherché selon une direction opposée au vecteur gradient. A chaque itération, l'ajustement des poids s'effectue selon la règle :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \mu \nabla_{\underline{w}_i} J \quad (\text{V-10})$$

où  $\mu$  est le pas d'adaptation des poids. Nous reviendrons ultérieurement sur son influence. En reprenant l'expression du gradient calculée pour un neurone élémentaire, l'ajustement des poids s'effectue selon la relation que l'on appelle règle delta généralisée :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \mu \sum_{k=1}^N \left[ T_k - \mathbf{F}(\underline{Y}_k^t \underline{w}_i) \right] \mathbf{F}'(\underline{Y}_k^t \underline{w}_i) \underline{Y}_k^t \quad (\text{V-11})$$

Dans le cas particulier d'un neurone linéaire  $\mathbf{F}(S_\Sigma) = S_\Sigma$  et  $\mathbf{F}'(S_\Sigma) = 1$ , on obtient la règle delta :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \mu \sum_{k=1}^N \left[ T_k - \underline{Y}_k^t \underline{w}_i \right] \underline{Y}_k^t$$

ou encore 
$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \mu \left( Y T - Y Y^t \underline{w}_i \right) \quad (\text{V-12})$$

en posant 
$$Y = \left[ \underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \dots, \underline{Y}_N \right].$$

Remarque : Pour un neurone linéaire, si l'on modifie les poids exemple par exemple, on obtient la règle d'apprentissage de Widrow-Hoff, également connu dans le domaine du traitement du signal sous le nom d'algorithme LMS (Least Mean Squares) :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \mu \underline{Y}_i \left( T_i - \underline{Y}_i^t \underline{w}_i \right)$$

Dans le cas d'un neurone linéaire, on peut toutefois remarquer que l'équation V-9 peut être résolue en une seule itération. On a en effet :

$$\nabla_{\underline{w}} J = Y T - Y Y^t \underline{w}$$

L'annulation du gradient de l'erreur s'obtient pour :

$$\underline{w} = \left( Y Y^t \right)^{-1} Y T = Y^\dagger T$$

où  $Y^\dagger$  est la matrice pseudo-inverse associée à  $Y$  [CIA-85].

Le calcul de la pseudo-inverse n'est envisageable que si les dimensions de  $Y Y^t$  ne sont pas trop importantes. Dans le cas inverse, on préfère utiliser une résolution itérative à l'aide de la règle delta.

• Position des hyperplans

Selon que l'on utilise une règle d'apprentissage de type perceptron, delta ou delta généralisée, la position de l'hyperplan trouvée peut être différente. L'algorithme du perceptron ne converge

que si les exemples sont linéairement séparables et a tendance à construire des hyperplans tangents aux classes à discriminer et de ce fait il est rarement employé sous cette forme. De plus, l'algorithme du perceptron ne donne aucune idée des probabilités a posteriori, alors que les autres algorithmes (surtout le règle delta généralisée) donnent une approximation de la probabilité a posteriori.

A l'inverse, aussi bien la règle delta (neurone à fonction d'activation linéaire) que la règle delta généralisée (fonction d'activation non linéaire dérivable) convergent vers une solution même si les classes sont non linéairement séparables. Leur comportement est cependant différent. La solution à laquelle on aboutit avec la règle delta a pour inconvénient de dépendre de la distribution et du nombre des exemples dans chaque classe [KNE-92]. Il en résulte que des exemples linéairement séparables peuvent ne pas l'être avec l'hyperplan obtenu à l'aide de cette règle si les deux classes sont représentées de façon inégale (cf. figure V-8).

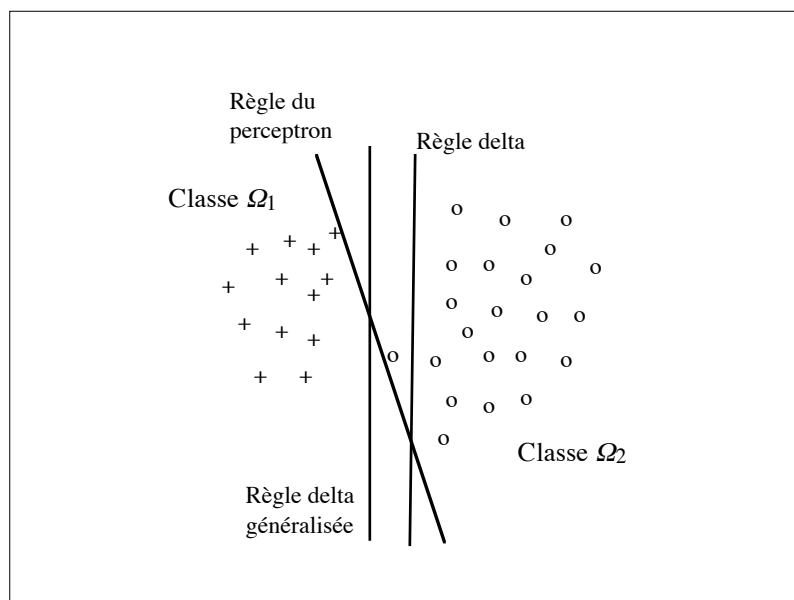


Figure V-8 : Position des hyperplans en fonction des règles d'apprentissage

Le positionnement des hyperplans par la règle delta généralisée s'effectue selon l'expression V-9 qui fait intervenir la dérivée de la fonction d'activation. Dans le cas particulier d'une sigmoïde, cette dérivée sera plus importante pour les observations des deux classes situées à proximité de la frontière entre classes. Leur potentiel est alors positionné dans la zone linéaire de la sigmoïde. Le positionnement de l'hyperplan s'effectuera donc en fonction des exemples mitoyens entre les deux classes et non en fonction des centres de gravité des classes comme c'est le cas pour la règle delta. Cette différence de comportement entre les deux règles d'apprentissage peut se traduire dans certains cas par des variations non négligeables dans les

performances du classifieur.

#### **V.5.4 Mise en oeuvre**

Dans ce paragraphe seront traités quelques points particuliers intervenant dans la mise en oeuvre d'un classifieur neuronal. Nous commençons par présenter diverses améliorations de l'algorithme du gradient afin d'augmenter sa vitesse de convergence et nous présentons ensuite quelques prétraitements des entrées très simples qui permettent de mieux conditionner le problème.

- Algorithme du gradient : choix du pas d'adaptation et moment

La mise en oeuvre de l'algorithme du gradient défini par l'équation V-10 nécessite le choix du pas d'adaptation des poids  $\mu$ . Une valeur trop petite de  $\mu$  signifie que l'on modifie les poids très faiblement d'une itération à l'autre et conduirait donc à des vitesses de convergence trop lentes, tandis qu'un pas d'adaptation trop important risquerait de faire diverger l'algorithme (oscillation).

Pour remédier à ce problème, une solution consiste à utiliser le gradient à pas adaptatif. L'adaptation de  $\mu$  s'effectue itérativement en fonction des performances du système :

- si  $J_{i+1} \leq J_i$ , l'erreur diminue ce qui signifie que la direction de recherche est correcte et que l'on peut augmenter le paramètre  $\mu$  d'un facteur  $\alpha$  :  $\mu_{i+1} = \alpha \mu_i$ ,  $\alpha > 1$

- si  $J_{i+1} > J_i$ , l'erreur augmente. Les poids sont recalculés avec un pas plus petit.  $\mu_{i+1} = \beta \mu_i$  où  $\beta < 1$ . Typiquement, on choisit  $\alpha=1.05$  et  $\beta=0.95$ .

Une seconde possibilité pour augmenter la vitesse de convergence tout en évitant l'instabilité de l'algorithme est obtenue en introduisant dans l'expression V-10 un terme proportionnel à la modification des poids réalisée à l'itération précédente ("momentum") [Hay-94]. Cela permet d'accélérer la descente du gradient et a un effet stabilisant sur l'algorithme qui devient moins sensible au gradient local :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - (1 - m_c) \mu \nabla_{\underline{w}_i} J + m_c \Delta \underline{w}_i \quad \text{avec} \quad 0 \leq m_c \leq 1$$

Lorsque les deux possibilités (moment + pas adaptatif) sont utilisés en même temps, nous avons noté un rapport de 30 entre les vitesses de convergence par rapport à l'algorithme de gradient simple.



- Algorithme du second ordre

L'algorithme du gradient peut présenter des vitesses de convergence très différentes selon les directions de recherche calculées. Ce point est mis en évidence par l'observation de la matrice du Hessien définie par :

$$H = \left\{ h_{i,j} \right\}_{1 \leq i,j \leq d_r} \quad \text{avec} \quad h_{i,j} = \frac{\partial^2 J}{\partial w_i \partial w_j}$$

L'algorithme de Newton de recherche du minimum s'exprime alors :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - H_i^{-1} \nabla_{\underline{w}_i} J$$

Si  $\lambda_i$  représentent les valeurs propres associées au Hessien, on montre qu'au voisinage du point optimal, la convergence est d'autant plus lente que la valeur propre attachée à la direction choisie est petite [COS-97]. Une alternative à ce problème est de faire appel aux algorithmes du second ordre tels que l'algorithme de Levenberg-Marquardt qui est en fait une variante de la méthode de Newton [CIA-85] :

$$\underline{w}_{i+1} = \underline{w}_i - \left( H_i + \mu_i I \right)^{-1} \nabla_{\underline{w}_i} J \quad \mu_i \geq 0$$

Au cours de l'apprentissage, le paramètre  $\mu$  est ajusté de telle sorte qu'au voisinage de la solution optimale, l'algorithme se comporte comme un algorithme de descente de gradient. La solution serait obtenue ainsi plus rapidement qu'avec un algorithme de second ordre simple.

Par rapport à la méthode du gradient, les performances en vitesse de l'algorithme sont améliorées d'un rapport 100 dans notre application. Ces améliorations de la vitesse de convergence présentent un grand intérêt lorsque la méthode du "leave one out" est employée pour l'évaluation des performances du classifieur. L'inversion du Hessien est toutefois contraignante et peut s'avérer lourde en temps de calcul en particulier si il est mal conditionné. Pour éviter de calculer expressément le Hessien et son inverse, les méthodes quasi newtoniennes peuvent être utilisées.

- Conditionnement des entrées : Centrage et Normalisation

Lorsque la fonction d'activation utilisée est non linéaire, l'apprentissage des poids effectué selon la règle V-11 est pondérée par la dérivée de la non linéarité au point de fonctionnement. La convergence sera d'autant plus rapide que le point de fonctionnement est situé dans la zone où la dérivée est maximale. Pour une sigmoïde, cela correspond à sa zone centrale linéaire. Une solution très simple consiste à centrer les données de sorte que le potentiel d'activation du

neurone soit placé dans la partie linéaire de la sigmoïde.

En plus du centrage des données, leur normalisation est le second prétraitement à effectuer. Elle permet en effet d'éviter qu'une entrée prenne dans l'apprentissage plus d'importance qu'une autre, simplement parce qu'elle varie dans de plus grandes proportions. En effet, quelle que soit la méthode de convergence adoptée et la fonction d'activation choisie, le gradient de la fonction coût donné par la relation (V-9) fait intervenir la dérivée de la fonction d'activation, la différence entre la sortie désirée et la sortie obtenue et le vecteur d'entrée  $\underline{Y}_k^t$ . D'où l'intérêt de normaliser chaque vecteur de la base d'apprentissage par l'écart-type de sorte que la variance selon chaque paramètre de l'espace de représentation soit égale à 1.

## **V.6 Architecture générale du classifieur à K classes**

Dans le paragraphe précédent, a été traitée la séparation linéaire entre deux classes réalisée par un neurone élémentaire. La conception d'un classifieur neuronal à K classes ( $K > 2$ ) commence par le choix de l'architecture du réseau mais comme on ne dispose en général d'aucune connaissance a priori sur la nature des surfaces séparatrices entre classes, il est difficile de la déterminer de façon précise. Nous présentons tout d'abord une approche globale de classification à l'aide d'un perceptron multicouches puis ensuite une approche par partition qui scinde le problème global en sous-problèmes.

### **V.6.1 Approche globale : Perceptron Multi-Couches (MLP)**

- Formalisme

Un neurone élémentaire partage l'espace des observations avec un hyperplan séparateur. Seuls les problèmes où les deux classes sont linéairement séparables peuvent donc être résolus. Cette limitation théorique des capacités du perceptron (Minsky et Papert, 1969) a été un frein à l'avancée des recherches sur les réseaux de neurones et ce jusqu'aux années 1980 où l'on a redécouvert les propriétés intéressantes des réseaux multicouches entraîné par l'algorithme de rétropropagation du gradient.

Un problème de classification à K classes peut être résolu avec un perceptron multicouches (MultiLayer Perceptron MLP). Ce réseau se présente comme la succession de plusieurs couches comprenant une couche d'entrée, une ou plusieurs couches cachées et une couche de sortie (cf. figure V-9). Chaque neurone élémentaire est connecté à l'ensemble des neurones de la couche qui suit celle à laquelle il appartient. Dans un problème de classification, le nombre

de neurones en sortie est fonction du codage adopté. Le plus souvent, chaque sortie est dédiée à une classe donnée (codage 1 parmi K).

Remarque : Pour certains auteurs, la couche d'entrée est comptabilisée comme une couche cachée.

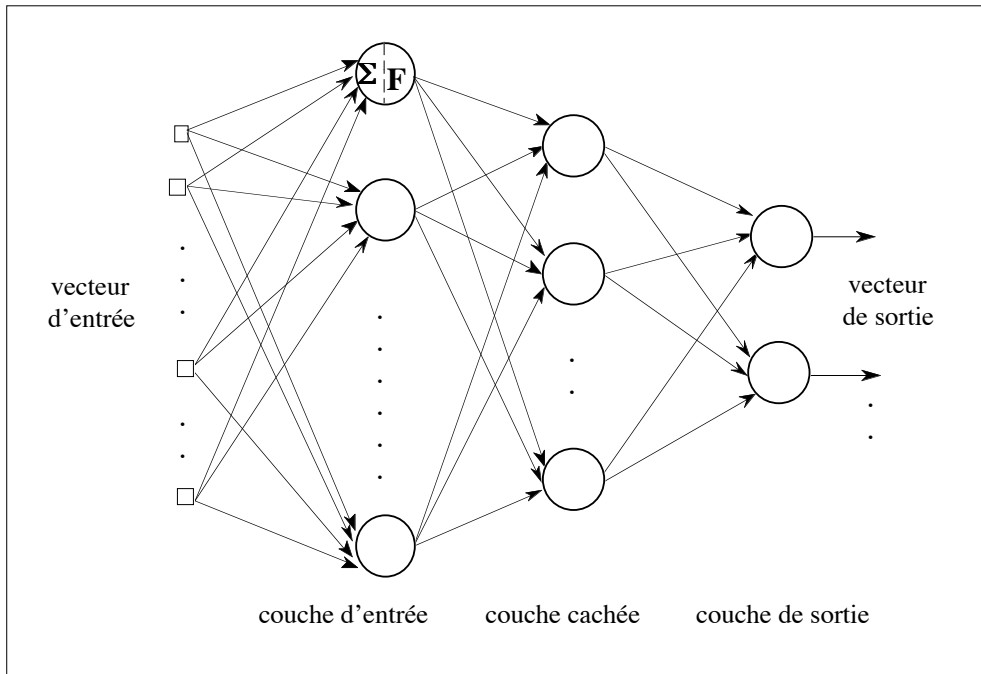


Figure V-9 : Réseau MLP à une couche cachée

Les réseaux de neurones sont des approximateurs universels. Plusieurs auteurs ont montré en effet qu'un perceptron multicouche permet d'approximer une fonction quelconque avec une grande précision à condition qu'il ait au moins trois couches et suffisamment de neurones [HOR-89].

La qualité de "parcimonie" des réseaux de neurones apparaît lorsqu'on les compare à des approximateurs plus conventionnels de type polynomiaux par exemple. Pour ces derniers, le nombre de coefficients à déterminer pour un problème de  $R_n$  vers  $R$  augmente comme  $n^p$  où  $p$  est le degré du polynôme. Quand on sait que le nombre d'exemples d'apprentissage nécessaire pour obtenir une précision donnée est proportionnel au nombre de coefficients à ajuster dans le polynôme, cela peut conduire à des tailles prohibitives pour la base d'apprentissage. Les réseaux de neurones échappent à ce problème "d'explosion" du nombre de coefficients dans la mesure où le nombre de connexions varie linéairement en fonction de la dimension du vecteur d'entrée.

• Algorithme de rétropropagation du gradient

L'évaluation du gradient de la fonction coût par rapport aux poids dans un réseau multicouches s'effectue à l'aide de l'algorithme de rétropropagation du gradient (ou "backpropagation") abondamment décrit dans la littérature [ABD-94] [CIC-93]. Nous allons en présenter succinctement le principe.

Le poids reliant un neurone  $i$  à un neurone  $j$  sera noté  $w_{ij}$ . Le premier indice sera relatif au neurone qui reçoit l'information tandis que le second indice portera sur le neurone qui envoie la connexion. Le gradient de la fonction coût  $J$  par rapport au poids est propagé de la couche de sortie à la couche d'entrée (rétropropagation) à l'aide des relations :

- pour un neurone  $j$  appartenant à la couche de sortie

$$\frac{\partial J}{\partial w_{ji}} = (T_j - S_j) F'(S_{\Sigma j}) S_i$$

- pour un neurone  $i$  de la couche cachée

$$\frac{\partial J}{\partial w_{ik}} = \sum_l \frac{\partial J}{\partial w_{li}} w_{li} F'(S_{\Sigma i}) S_k$$

L'indice  $l$  porte sur tous les neurones vers lesquels le neurone  $i$  envoie des connexions.

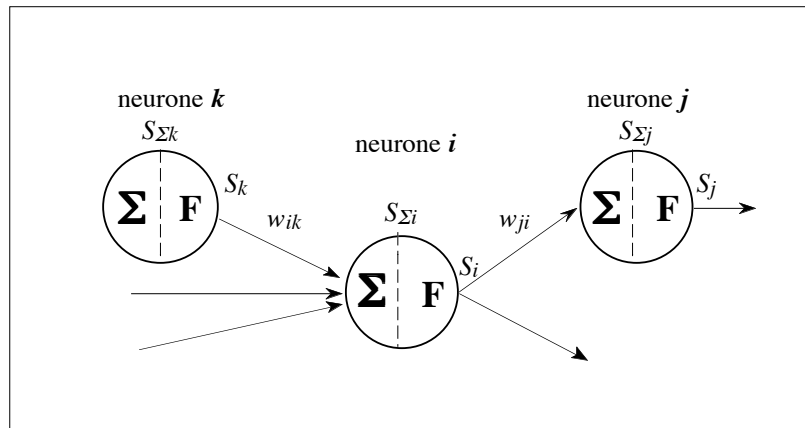


Figure V-10 : Notations utilisées pour l'algorithme de rétropropagation

Pour les neurones de la couche de sortie, le signal d'erreur est évalué en comparant la réponse calculée par le neurone à la réponse souhaitée. Pour chaque neurone de la couche cachée, l'erreur ne peut être calculée directement puisqu'on ne connaît pas la valeur désirée pour sa sortie. Elle est évaluée en fonction des erreurs des neurones de la couche de sortie auxquelles

il est relié. Le gradient de l'erreur est alors proportionnel à la somme des gradients des neurones de sortie pondérés par le poids de la connexion.

Une fois que l'on a évalué le gradient, on l'utilise pour l'ajustement des poids avec la méthode du gradient exact, du gradient stochastique ou une méthode de 2<sup>nd</sup> ordre.

• Architecture du réseau

La complexité des surfaces de séparation qu'un réseau multicouche est en mesure de réaliser dépend de deux paramètres : le nombre de couches dans le réseau d'une part et le nombre de neurones par couche d'autre part.

Si les classes ont chacune des supports convexes et si elles sont deux à deux disjointes, un réseau à deux couches suffit. Les neurones de la première couche servent à élaborer les droites séparatrices et le neurone de sortie en fait la synthèse (cf. figure V-11). Pour des formes quelconques non convexes, le nombre de couches doit être augmenté [HER-94].

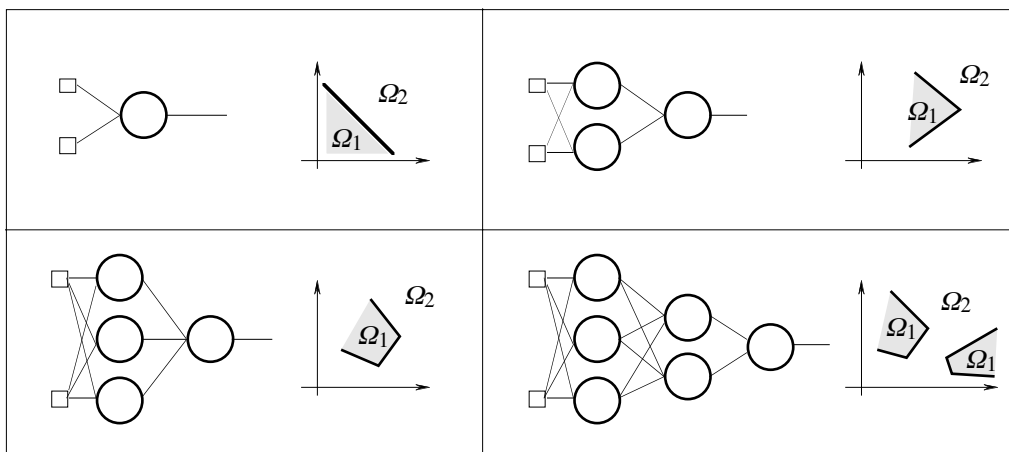


Figure V-11 : Influence de l'architecture du réseau sur les frontières séparatrices

La mise au point consiste à trouver un réseau dont la structure est juste adaptée à la complexité du problème à traiter. Un réseau insuffisamment complexe aura tendance à réaliser une modélisation insuffisante des frontières entre classes (cf figure V-12 cas a) alors qu'à l'opposé, un réseau complexe aura tendance à apprendre les données par coeur (surajustement) en donnant de l'importance à des exemples marginaux (cf. figure V-12 cas b). Dans les deux cas, cela se traduira par une limitation des capacités de généralisation.

Remarque : Dans le domaine de l'approximation par des fonctions polynomiales, on retrouve ce compromis complexité du réseau/généralisation sous la forme Ordre du polynôme/capacité d'interpolation.

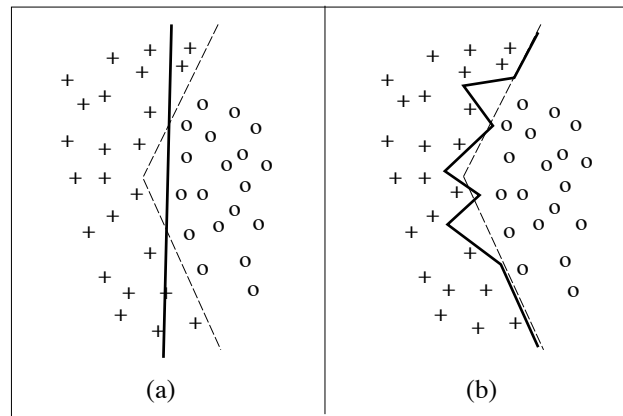


Figure V-12 : Complexité des surfaces séparatrices

De manière générale, pour rechercher un réseau dont la structure est adaptée au problème à résoudre, on peut utiliser des méthodes d'élagage ("pruning") qui consistent à partir d'un réseau surdimensionné, à éliminer pendant ou après l'apprentissage les neurones dont la contribution à la sortie est faible.

On peut aussi construire des réseaux par des méthodes constructives où la structure est augmentée de manière à s'adapter à la complexité du problème. On peut par exemple, utiliser la dualité arbres binaires/réseaux de neurones pour l'initialisation de l'architecture du réseau [SIR-90] [GUO-92]. L'idée directrice de ce dernier type de méthodes est de partir de la topologie des classes dans l'espace pour construire l'arbre de décision binaire aisément transformable en réseau multicouches. Cette architecture initiale donnée par l'arbre de classification peut être ensuite sujette à des modifications si les performances obtenues ne sont pas satisfaisantes.

Dans le domaine du contrôle non destructif, la classification à l'aide d'un réseau de neurones multicouche global est souvent utilisée du fait de sa simplicité de mise en oeuvre [BRO-94] [UPD-91]. Malheureusement, son utilisation peut alors conduire à des structures trop complexes qui présentent des difficultés d'apprentissage (minima locaux) et des capacités en généralisation médiocres. Des premières simulations de ce type de réseau sont proposés dans [OUK-96].

Ce mémoire détaille une approche par partition qui en associant des réseaux de complexité moindre, possède de meilleures performances notamment si un prétraitement des données a été préalablement effectué.

### V.6.2 Approche par partition : sous-classifieurs élémentaires

Dans cette approche, le problème global de classification est divisé en sous-problèmes dont les surfaces de séparation sont plus simples. Si  $K$  est le nombre total de classes, cette décomposition peut se présenter sous la forme d'une séparation des exemples d'une classe de tous les autres à l'aide de  $K$  classifieurs élémentaires (1 parmi  $K$ ) ou sous la forme d'une séparation deux à deux des classes à l'aide de  $K(K-1)/2$  classifieurs élémentaires (2 à 2). L'avantage d'une telle démarche réside dans l'indépendance des sous-classifieurs à la fois en complexité et en apprentissage. Contrairement à l'approche globale, une sélection spécifique de paramètres dédiée à la résolution de chaque sous-problème peut être utilisée et faciliter ainsi la prise de décision en simplifiant encore la structure de chaque classifieur élémentaire.

### V.6.3 Classifieurs élémentaires 1 parmi $K$

- Principe

Le problème de classification à  $K$  classes est ici scindé en  $K$  sous-problèmes élémentaires dont chacun est dédié à discriminer une classe donnée du reste (1 parmi  $K$ ). Notre application (où l'on traite un problème à 4 classes) se ramène ainsi à la mise au point de quatre sous-classifieurs élémentaires. Chaque sous-classifieur possède une seule sortie. Comme le montre la figure V-13, des sous-classifieurs élémentaires à un seul neurone ont été choisis dans un premier temps (quitte à être complexifiés par la suite) ; ils définissent chacun une surface discriminante linéaire. Les fonctions d'activation seront des sigmoïdes.

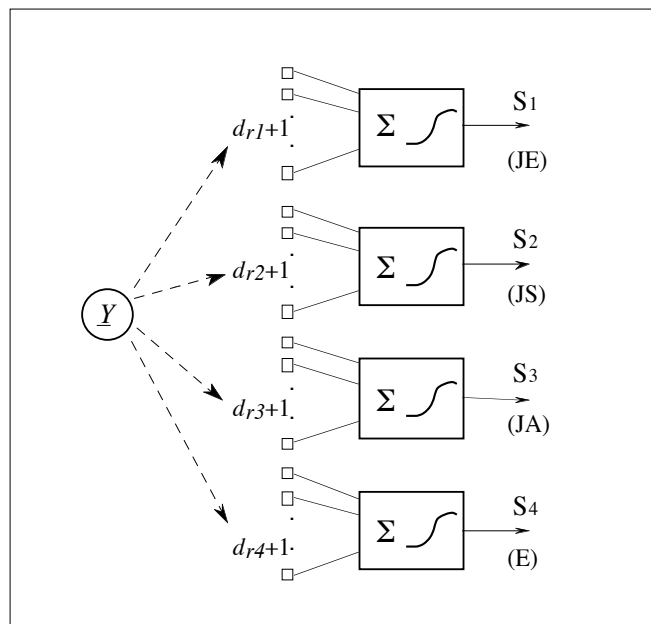


Figure V-13 : Discrimination linéaire de quatre classes (1 parmi  $K$ )

**Remarque** : Chaque entrée d'un sous-problème possède  $d_{ri}$  composantes du vecteur d'entrée, plus une valeur égale à 1. Le poids correspondant à cette entrée est appelé biais.

En procédant ainsi, chaque sous-problème est optimisé de façon indépendante de telle sorte que chacun des jeux de paramètres constituant l'entrée du sous-classifieur ait un potentiel discriminatoire fort relativement à la classe à laquelle il est dédié. La dimension du sous-espace de représentation est également propre à chaque problème élémentaire. En utilisant la procédure de sélection de paramètres par orthogonalisation associé au critère d'arrêt par adjonction d'une variable aléatoire avec un risque de 5% (cf. § IV.5 et IV.6.1), nous avons obtenu les dimensions reportées dans le tableau V-1.

A partir des sorties des quatre classifieurs élémentaires, il faut ensuite affecter une classe à chaque observation à l'aide d'une règle de décision. Plusieurs règles sont possibles avec ou sans classe de rejet [BOU-95]. Nous avons choisi la règle simple sans rejet qui consiste à affecter l'observation à la classe correspondant à la sortie maximale. Si l'on souhaite interpréter les sorties du classifieur en tant que probabilités d'appartenance, le vecteur constitué des 4 sorties peut être normalisé.

• **Résultats**

L'évaluation des performances du classifieur a été effectuée à l'aide de la base de 140 défauts répartis en quatre classes; on mesure les performances selon la méthode du "leave one out". Pour chaque classifieur élémentaire, 140 apprentissages sont alors effectués. Le tableau V-1 résume les performances des 4 sous-classifieurs pris indépendamment les uns des autres pour les deux type de paramétrisation AR et DFM.

Pour les performances du classifieur complet, on affecte en sortie la classe de probabilité maximale et le tableau V-2 en donne les résultats pour les deux types de paramétrisation. Dans ce tableau sont présentées également des performances en classification évaluées sur une base test (BT) constituée de 64 défauts issus de la classe 1 (JE); la base complète des 140 défauts est alors utilisée comme base d'apprentissage (BA).

	<b>AR</b>		<b>DFM</b>	
	$d_r$	Performances	$d_r$	Performances
Classe 1 (JE)/ autres	11	87.8%	15	91.4%
Classe 2 (JS)/ autres	14	85.7%	15	95.7%
Classe 3 (JA)/ autres	10	98.5%	8	95.7%
Classe 4 (E)/ autres	8	96.4%	9	97.8%

*Tableau V-1 : Performances des quatre sous-classifieurs (leave one out)*



	"leave one out"	BT = 64 (JE)
<b>AR</b>	80%	87%
<b>DFM</b>	93.5%	95.3%

Tableau V-2 : Performances du classifieur linéaire complet (1 parmi K)

Nous constatons en moyenne une perte de performance de 9 à 13% entre les deux modélisations. Les paramètres autorégressifs (AR) apparaissent comme moins efficaces, point déjà évoqué dans les chapitres III et IV.

Sur les exemples mal classés, deux sortes d'erreur de classification sont commises. La première correspond à des erreurs de décision où le défaut est affecté sans ambiguïté à une classe différente de la sienne.

Le second type d'erreur correspond à des indécisions : un défaut est attribué à deux voire trois classes simultanément avec des probabilités de même ordre de grandeur ou bien il n'est affecté à aucune classe de manière évidente car les sorties des quatre classifieurs sont très faibles [BEL-92]. Pour cette dernière catégorie, il est possible de créer une classe supplémentaire dite de rejet. Pour mettre en évidence ces différents points en dimension 2, nous avons présenté sur la figure V-14 une séparation linéaire entre 3 classes en faisant figurer les régions d'indécision.

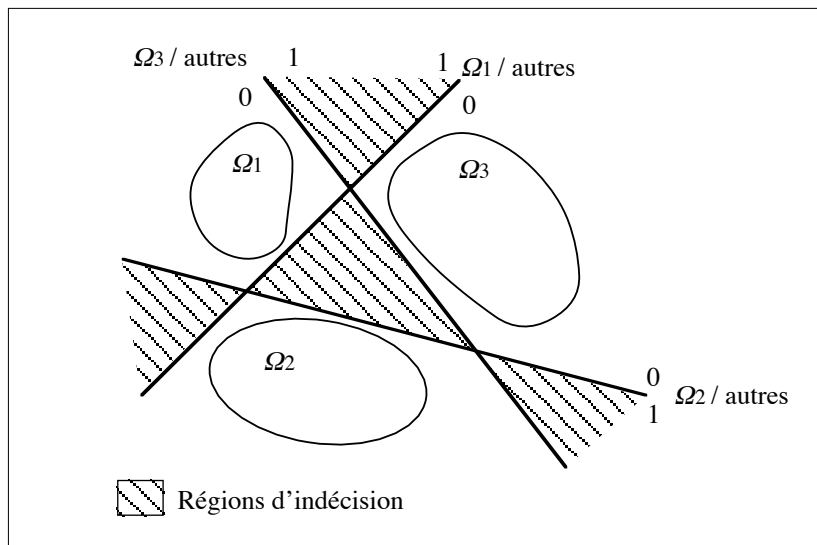


Figure V-14 : Fonctions discriminantes pour un problème à K classes (K=3)

Ces remarques nous permettent de souligner que l'estimation des probabilités a posteriori des classes obtenues en procédant à une division du problème de classification en sous-problèmes

élémentaires, peut être mauvaise. En effet, lorsqu'on dispose de  $K$  fonctions discriminantes linéaires pour résoudre un problème à  $K$  classes (cf. figure V-14), il peut apparaître des régions d'indécision qui ne rendent pas toujours possible l'évaluation correcte des probabilités a posteriori des classes.

Ce type de classifieur reste néanmoins utile pour savoir s'il existe parmi les  $K$  classes à discriminer, une ou  $N$  classes linéairement séparables de toutes les autres. Si le cas se présente, on isole le ou les  $N$  sous-classifieurs associés et on est amené à résoudre ensuite un problème à  $K-N$  classes [KNE-89]. Au vu des résultats (cf. tableau V-2), on peut conclure que notre application ne présente aucune classe linéairement séparable de toutes les autres dans la mesure où aucun des quatre sous-classifieurs n'effectue sa tâche avec 0 exemple mal classé.

A ce stade de développement, on peut chercher à améliorer ces résultats en augmentant le nombre de couches de chaque sous-classifieur élémentaire. Vu la faible taille de la base de données à notre disposition, nous avons plutôt choisi de conserver l'approche par partition mais en subdivisant autrement le problème.

#### **V.6.4 Classifieurs élémentaires 2 à 2**

La deuxième façon de diviser un problème de classification à  $K$  classes est d'opposer les classes deux à deux à l'aide de  $K(K-1)/2$  fonctions discriminantes. Dans le cas de séparation linéaire entre les 4 classes, 6 neurones élémentaires permettent de construire les frontières séparatrices (cf. figure V-15).

Cette approche a l'avantage de construire des surfaces de séparations plus "locales" que la précédente. Elle peut néanmoins conduire à un nombre relativement important de classifieurs élémentaires si le nombre de classes est élevé. De même que pour le classifieur 1 parmi  $K$ , l'espace de représentation propre à chaque sous-problème du classifieur 2 à 2 a été optimisé par la méthode d'orthogonalisation accompagnée du critère d'arrêt par adjonction du paramètre aléatoire. Les dimensions obtenues sont reportées sur le tableau V-4.

Là encore, nous allons traiter le cas de discrimination linéaire c'est à dire que chaque sous-classifieur est sans couche cachée. A partir des sorties des 6 sous-classifieurs, il s'agit ensuite d'appliquer une règle de décision pour l'affectation d'une observation à une classe donnée (cf. figure V-15).

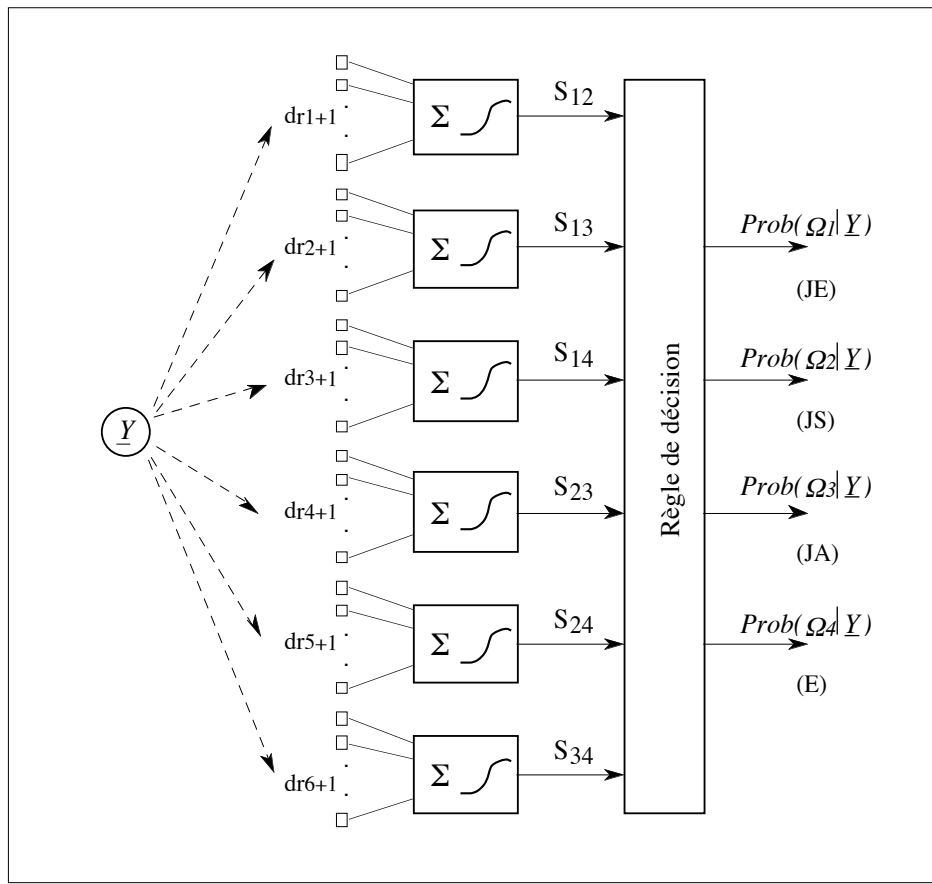


Figure V-15 : Discrimination linéaire deux à deux des 4 classes

Si un neurone binaire est employé pour l'apprentissage, on procède généralement par comparaison successive des différentes fonctions discriminantes. Sur l'exemple de la figure V-16, une observation sera attribuée à la classe  $\Omega_1$  si le classifieur spécialisé dans la discrimination  $\Omega_1/\Omega_2$  répond 1 et celui du sous-problème  $\Omega_1/\Omega_3$  a une sortie égale à 0.

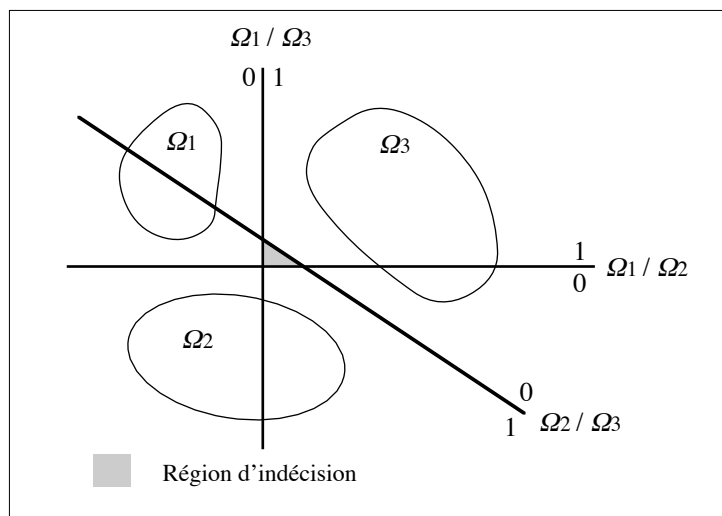


Figure V-16 : Discrimination linéaire des classes deux à deux

Si on utilise des neurones à fonction d'activation sigmoïdale, une approche probabiliste du problème est alors mieux appropriée. Une méthode originale de combinaison des probabilités a posteriori des sous-problèmes à deux classes pour en déduire les probabilités a posteriori du problème global à K classes a été proposée dans [PRI-94] et la démonstration en est fournie dans l'annexe F.

Pour chaque sous-classifieur spécialisé dans la discrimination entre les classes  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$ , la sortie du neurone n'est plus une estimation de  $\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y})$  mais de la probabilité a posteriori  $\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y} \text{ et } (\Omega_i \text{ ou } \Omega_j))$  de la classe  $\Omega_i$  sachant que l'observation est représentée par le vecteur paramètres  $\underline{Y}$  et qu'elle est issue de la classe  $\Omega_i$  ou  $\Omega_j$ . La règle de combinaison des probabilités a posteriori de chaque sous-problème s'exprime alors par :

$$\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y}) = \frac{1}{\sum_{j=1, j \neq i}^K S_{ij}} \quad - \quad (K - 2) \quad (\text{V-13})$$

où  $S_{ij} = \text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y} \text{ et } (\Omega_i \text{ ou } \Omega_j))$

• Résultats et Perspectives

Les performances d'un tel classifieur sont présentées dans le tableau V-3. Elles ont été évaluées de la même manière que pour le classifieur 1 parmi K à savoir une première évaluation par la méthode du "leave one out" sur la base de 140 défauts répartis en quatre classes et une seconde évaluation sur une base test de 64 défauts appartenant à la première classe (joints éclissés), les 140 exemples servent pour l'apprentissage. L'écart de performance pour les paramètres AR et les DFM est moins important que pour le classifieur linéaire 1 parmi K.

	"leave one out"	BT = 64 (JE)
<b>AR</b>	90%	96.8%
<b>DFM</b>	95%	94%

Tableau V-3 : Pourcentage de bien classés pour un classifieur linéaire 2 à 2

Pour répertorier les classes linéairement séparables deux à deux, on analyse les hyperplans

trouvés par chaque neurone élémentaire afin de savoir lesquels d'entre eux séparent exactement les deux classes auxquelles ils sont dédiés (cf. tableau V-4).

	AR		DFM	
	$d_r$	Performances	$d_r$	Performances
Classe 1/2 (JE/JS)	6	93.5%	12	100%
Classe 1/3 (JE/JA)	7	99%	8	98.5%
Classe 1/4 (JE/E)	5	97.8%	6	99%
Classe 2/3 (JS/JA)	6	100%	7	100%
Classe 2/4 (JS/E)	5	97.8%	5	97.1%
Classe 3/4 (JA/E)	5	100%	5	100%

Tableau V-4 : Performances des 6 sous-classifieurs (leave one out)

Les défauts de type "écaillage" sont ceux qui se distinguent le mieux des autres types de défaut (JE, JS, JA) pour les deux type de paramétrisation. On peut noter également que le sous-classifieur dédié à la séparation des défauts JE des JS réalise sa tâche avec 100% de réussite lorsque la paramétrisation DFM est employée.

Pour les classes non linéairement séparables deux à deux, plusieurs hypothèses peuvent être émises quant à leur répartition dans l'espace de représentation. On peut supposer que les classes sont formées de sous classes linéairement séparables, que la concavité des classes nécessite plus d'un hyperplan séparateur, ou encore que les classes se recouvrent.

Une première alternative au problème est d'augmenter le nombre de couches de chaque sous-classifieur jusqu'à atteindre les performances souhaitées (avec des difficultés de mise au point). Une deuxième solution est de refaire des procédures linéaires par morceaux sur les sous-problèmes non résolus.

La procédure constructive linéaire par morceaux proposée dans [KNE-89] [KNE-92] consiste à effectuer un premier apprentissage d'un neurone pour séparer les exemples de deux classes. S'il s'avère que les classes sont non linéairement séparables, on considère ensuite séparément chaque côté de l'hyperplan où l'on effectue une deuxième séparation linéaire et on continue la procédure jusqu'à ce qu'on juge que les performances du système sont satisfaisantes.

Cette procédure permet d'aboutir à un réseau d'une couche constitué de plusieurs neurones élémentaires. Elle n'est toutefois efficace que si les classes ne se recouvrent pas car elle peut conduire à un surapprentissage. Elle peut néanmoins constituer une première approche permettant d'avoir rapidement une idée du nombre de neurones cachés nécessaires.

## V.7 Classifieur par neurones à Fonctions Radiales de Base (RBF)

### V.7.1 Formalisme

L'approximation de fonction non linéaire peut également s'effectuer à l'aide d'une somme de fonctions noyaux ("kernels"). Si ces noyaux sont fixés en largeur et position, la sortie dépend linéairement des poids. Pour une fonction continue  $\varphi$  d'une variable vectorielle  $\underline{Y}$ , son estimation par une somme de  $N_c$  noyaux s'écrit :

$$\varphi(\underline{Y}) = w_0 + \sum_{i=1}^{N_c} w_i \Phi(\|\underline{Y} - \underline{c}_i\|) \quad (\text{V-14})$$

où  $\Phi$  désigne la fonction noyau,  $w_i$  les coefficients de pondération et  $\underline{c}_i$  le  $i^{\text{ème}}$  noyau

Cette formulation, très ancienne en Reconnaissance des Formes (méthode des fenêtres de Parzen) pour l'estimation des densités de probabilité conditionnelle, est à la base des réseaux de neurones à fonctions radiales de base ou RBF (Radial Basis Function). Par rapport au perceptron multicouche, il convient de noter que les sorties d'un réseau RBF dépendent linéairement des poids si les centres et les largeurs sont fixés. En classification, les réseaux RBF sont utilisés pour résoudre deux types de problèmes. Ils permettent d'implanter un classifieur bayésien pour approximer les densités de probabilité conditionnelle [COM-90]. Ils peuvent aussi être utilisés pour approximer les probabilités a posteriori. C'est dans ce second cadre que nous nous placerons.

Le modèle de neurone à fonction radiale de base a été introduit par plusieurs auteurs comme Moody et Darken [MOO-89], Musavi et al [MUS-92]. Chaque neurone élémentaire, s'identifie à un noyau dans l'expression V-14 : il calcule la distance entre l'entrée et son centre qu'il fait passer ensuite dans une non linéarité  $\Phi$  (cf. figure V-17). Dans ce modèle, l'opérateur Distance (ou Norme) remplace l'opération Produit Scalaire du neurone formel.

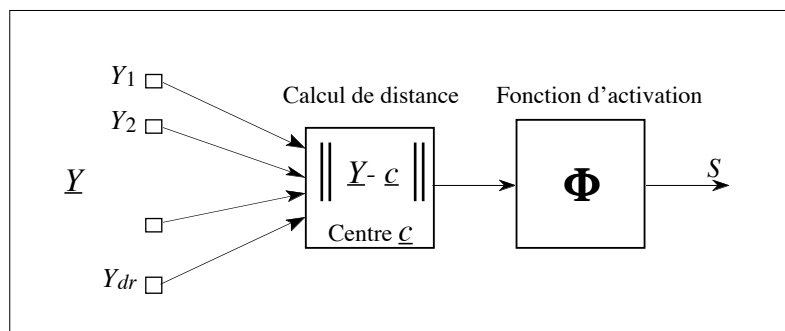


Figure V-17: Neurone élémentaire à noyau

La sortie  $S$  du neurone s'écrit finalement sous la forme :

$$S = \Phi(\|\underline{Y} - \underline{c}\|)$$

Dans cette expression, l'opérateur norme est considérée dans sa forme généralisée définie par:

$$\|\underline{X}\|^2 = (\underline{X}^t A \underline{X})^t$$

où  $A$  est une matrice de normalisation définie positive.

La sortie du neurone vaut donc :

$$S = \Phi\left(\left((\underline{Y} - \underline{c})^t A (\underline{Y} - \underline{c})\right)^{-1/2}\right) \quad (\text{V-15})$$

Si  $A$  est la matrice identité, on retrouve la norme euclidienne. Si  $A$  est l'inverse de la matrice de variance-covariance d'un groupe d'observation, il s'agit alors de la norme de Mahalanobis. Nous reviendrons sur ce choix de la matrice de normalisation au paragraphe V.7.4.

Les noyaux utilisés comme fonction d'activation sont des fonctions définies de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}^+$ , symétriques radialement par rapport à un point (d'où la dénomination de neurones à fonctions radiales de base) parmi lesquelles on peut citer [CHE-91] :

- noyau gaussien  $\Phi(v) = \exp\left(-\frac{v^2}{2\beta^2}\right)$

- noyau "thin plate"  $\Phi(v) = v^2 \log(v)$

- noyau multiquadratique  $\Phi(v) = \sqrt{v^2 + \beta^2}$

Le noyau gaussien est le plus largement répandu. La valeur que prend sa sortie est d'autant plus importante que l'entrée est plus proche de son centre et elle tend vers zéro lorsque la distance entrée-centre devient importante. Le paramètre  $\beta$  permet de contrôler la vitesse de décroissance de la fonction  $\Phi$  et il conviendra de le choisir de façon judicieuse.

Remarque : l'expression complète de la sortie du neurone RBF à noyau gaussien est :

$$\Phi(\underline{Y}) = \exp\left(-\frac{\|\underline{Y} - \underline{c}\|^2}{2\beta^2}\right) = \exp\left(-\frac{1}{2\beta^2}(\underline{Y} - \underline{c})^t A (\underline{Y} - \underline{c})\right)$$

On reconnaît dans cette formulation, l'expression d'une loi de Gauss multidimensionnelle centrée sur le noyau et de matrice variance-covariance la matrice  $\beta^2 A^{-1}$ .

L'architecture d'un réseau RBF s'organise en deux couches seulement : une couche cachée et une couche de sortie. La première couche, constituée de  $N_c$  noyaux élémentaires, effectue une transformation non linéaire de l'espace d'entrée. La couche de sortie calcule une combinaison linéaire des sorties des noyaux élémentaires. Nous verrons ultérieurement comment cette architecture doit être modifiée pour résoudre un problème de classification multiclassé.

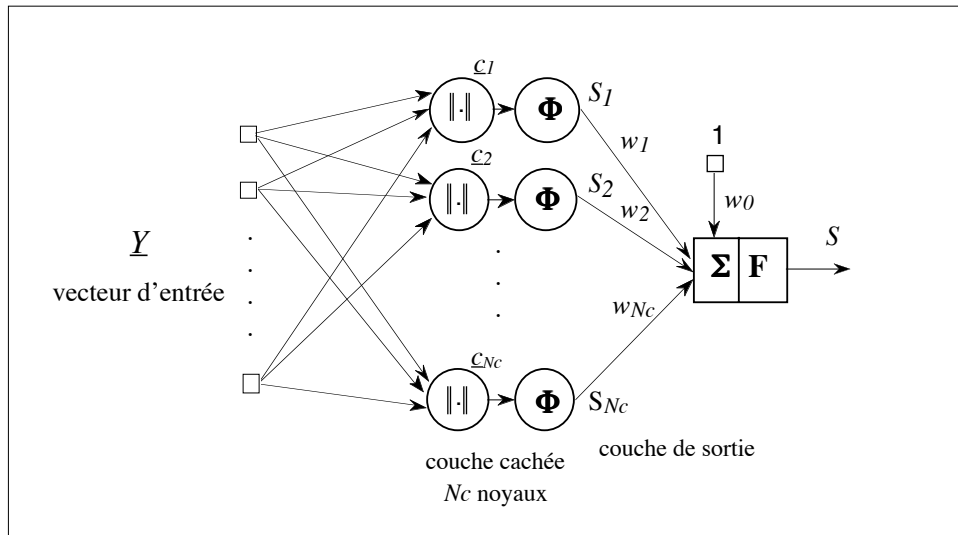


Figure V-18: Architecture d'un réseau élémentaire RBF

La sortie d'un tel réseau s'exprime sous la forme :

$$S = \mathbf{F} \left( w_0 + \sum_{i=1}^{N_c} w_i \Phi(\|\underline{Y} - c_i\|) \right)$$

Cette relation s'identifie à la relation V-14 si la fonction d'activation en sortie est linéaire  $\mathbf{F}(x)=x$ . Les utilisations habituelles des réseaux RBF [CHE-91] [HAY-94] conservent une fonction d'activation linéaire en sortie mais l'utilisation d'une fonction non linéaire comme une sigmoïde est bien sûr possible.

Si les perceptrons multicouches MLP et les réseaux RBF sont tous deux en mesure d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire, il convient de noter quelques différences entre ces deux types de réseaux. La première porte sur leur architecture : tandis qu'elle est figée en deux couches pour les RBF, l'architecture d'un MLP peut comporter plusieurs couches cachées. Le deuxième point fondamental qui les différencie est la nature des réponses qu'ils sont en mesure de fournir. En effet, de par leur fonction d'activation (gaussiennes pour



les RBF et sigmoïdales pour les MLP), les réponses d'un réseau RBF sont plus localisées que celles d'un MLP.

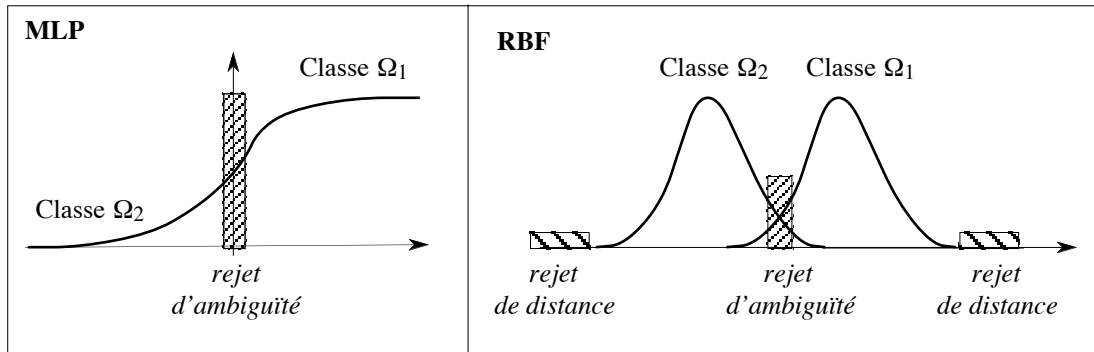


Figure V-19 : Rejets d'ambiguïté et de distance dans les réseaux MLP et RBF

Selon les problèmes à traiter, un type de réseau peut être mieux adapté qu'un autre. En particulier, les perceptrons multicouches ont tendance à mieux généraliser dans des régions de l'espace où il y a peu de données. En revanche, lorsque la notion de rejet de distance (exemple situé loin des données apprises) doit être intégrée par le système de classification, les réseaux RBF sont mieux appropriés si les largeurs et les centres sont fixés a priori; s'ils sont appris, les largeurs des noyaux RBF peuvent s'avérer grandes et interdire de fait des réponses localisées.

La figure V-19 illustre comment ce rejet de distance est considéré dans le cas d'une fonction d'activation sigmoïdale et gaussienne. On remarquera par contre que le rejet d'ambiguïté (exemple situé entre les deux classes) est pris en compte par les deux réseaux.

### V.7.2 Apprentissage des réseaux RBF

Les paramètres ajustables dans un réseau RBF tel que celui présenté figure V-18 sont :

- la position des centres  $\underline{c}_i$   $1 \leq i \leq N_c$
- l'optimisation du nombre  $N_c$  de noyaux
- le choix des matrices de normalisation  $A_i$  ( $1 \leq i \leq N_c$ ) intervenant dans le calcul de distance
- la valeur des écart-type  $\beta_i$  associés à chaque noyau
- les poids de la couche de sortie  $\underline{w}$ .

Le type de fonctions noyaux sera toujours fixé avant l'apprentissage et dans notre cas, il s'agira de noyaux gaussiens.

Différentes stratégies d'apprentissage sont alors possibles :

- l'apprentissage global : pour un nombre de noyaux fixé a priori et une matrice de normalisation choisie (généralement la matrice identité), cette approche consiste à ajuster simultanément à l'aide d'un apprentissage supervisé la position des noyaux, l'écart-type relatif à chaque noyau et les poids en sortie. Ces paramètres ( $\underline{c}_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\underline{w}$ ) sont modifiés itérativement à l'aide d'un algorithme de gradient pour minimiser une fonction coût de type moindres carrés par exemple [HAY-94]. L'initialisation de ces paramètres se fait généralement de façon aléatoire. Plusieurs auteurs ont montré que ce type d'apprentissage peut présenter des difficultés de convergence.
- l'apprentissage hybride : ce dernier possède plusieurs variantes. Soit on commence par le positionnement des noyaux et l'optimisation (ou le choix) de leur nombre et on détermine ensuite les poids et les matrices de normalisation (les noyaux étant immobiles) par apprentissage à l'aide d'un algorithme de type gradient [MOO-89] [HUS-93]. Soit l'apprentissage des deux couches s'effectue séparément et dans un premier temps, on optimise les paramètres de la couche cachée (position des noyaux, nombre des noyaux, écart-type, et matrice de normalisation) puis on procède au calcul des poids de la couche de sortie. Notons que l'apprentissage des poids peut s'effectuer itérativement en utilisant la règle delta ou delta généralisée (cf. § V.5) ou même directement à l'aide d'un calcul d'une pseudo-inverse si la fonction d'activation est linéaire.

Certains auteurs proposent dans un premier temps de déterminer l'ensemble des paramètres par un apprentissage hybride. Les valeurs trouvées servent ensuite pour l'initialisation du réseau que l'on entraîne alors à l'aide d'un apprentissage global. Cette approche permet de remédier aux inconvénients de l'approche globale directe.

Dans le cadre de ce travail, nous adopterons la procédure d'apprentissage hybride :

- détermination des paramètres de la première couche
- puis apprentissage des poids de la couche de sortie.

### V.7.3 Choix du nombre et du positionnement des noyaux

Le positionnement des noyaux est un problème crucial dans les réseaux RBF. Le choix qui consiste à centrer un noyau sur chaque exemple de la base d'apprentissage est peu réaliste et conduit rapidement à une explosion de la taille du réseau si le nombre d'exemples d'apprentissage est important.

Là encore, comme pour la sélection de paramètres pertinents, on peut soit se servir de l'ensemble des exemples de la base d'apprentissage pour construire un nombre réduit de noyaux, soit sélectionner parmi ces exemples un sous-ensemble représentatif de l'espace des observations. Pour chaque type d'approche, diverses méthodes sont possibles. Nous proposons dans ce paragraphe d'en étudier deux sortes : l'algorithme des k-means et l'algorithme de sélection par orthogonalisation (OFR) qui a fait l'objet d'une étude détaillée dans le chapitre IV.

- algorithme des "k-means" (k-moyens)

Il s'agit d'une méthode de classification automatique non supervisée. Elle a pour but de regrouper les  $N$  observations de la base d'apprentissage en  $N_c$  groupes (ou clusters) de sorte que toute observation soit plus proche (au sens d'une distance donnée) des exemples appartenant à son groupe qu'à ceux appartenant aux autres groupes. A chaque groupe de la partition obtenue correspondra un noyau élémentaire du réseau RBF dont le centre sera le centre de gravité du groupe. Cet algorithme suppose néanmoins que l'on a fixé a priori le nombre de noyaux à atteindre. Les étapes suivantes sont à envisager :

- choisir au hasard  $N_c$  exemples comme étant les centres des  $N_c$  groupes
- affecter tous les exemples d'apprentissage au centre le plus proche en utilisant le plus souvent la distance euclidienne.
- calculer les nouveaux centres de gravité des groupes ainsi obtenus
- refaire les étapes 2 et 3 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement dans l'affectation des exemples.

Remarque : On peut éventuellement modifier ces règles en éclatant les groupes trop denses ou en éliminant les groupes peu riches par fusion avec un autre cluster.

Cet algorithme a l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre. Son principal inconvénient réside dans le fait qu'il ne prend pas en compte l'étiquetage des données en classes. D'autres auteurs [MUS-92 ] proposent des algorithmes itératifs de clustering qui tiennent compte de la classe d'appartenance des exemples, ce qui permet d'obtenir des groupes d'observations issues de la même classe. Nous ne les avons pas testés sur notre application.

En positionnant les centres à l'aide de l'algorithme des k-means, il n'existe pas de règle qui permette d'ajuster le nombre de noyaux. Son optimisation reste à l'entière disposition du concepteur qui procède généralement par une approche essai/erreur. Les performances du classifieur sont évaluées en faisant varier le nombre de noyaux élémentaires et on choisit ensuite la valeur qui assure des performances en généralisation jugées satisfaisantes.

• Positionnement des noyaux par la méthode d'orthogonalisation (OFR)

Nous nous plaçons ici dans le cadre de la sélection des  $N_c$  centres parmi les  $N$  exemples d'apprentissage. Comme pour la sélection de paramètres, la méthode d'orthogonalisation va permettre de classer chaque observation parmi la base complète en terme de contribution à la sortie souhaitée. Chaque observation est donc initialement un centre et le réseau RBF est considéré comme un modèle de régression linéaire où la sortie souhaitée pour chaque observation de la base d'apprentissage est donnée par la relation :

$$S(\underline{Y}_k) = \sum_{i=1}^N w_i \Phi(\|\underline{Y}_i - \underline{Y}_k\|) + \varepsilon(k) \quad k = 1, 2, \dots, N$$

avec  $\underline{Y}_i = [Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{id_r}]^T$

Relativement à l'architecture représentée figure V-18, le biais  $w_0$  est ignoré car il ne doit pas être classé.

Sous forme matricielle, cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\underline{S} = \underline{\Phi} \underline{w} + \underline{\varepsilon} \quad (\text{V-23})$$

avec  $\underline{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$  vecteur paramètres du modèle  
 $\underline{\Phi} = [\underline{\Phi}_1, \underline{\Phi}_2, \dots, \underline{\Phi}_N]$   
 $\underline{\Phi}_i = [\Phi(\|\underline{Y}_1 - \underline{Y}_i\|), \Phi(\|\underline{Y}_2 - \underline{Y}_i\|), \dots, \Phi(\|\underline{Y}_N - \underline{Y}_i\|)]$   
 $\underline{\varepsilon} = [\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(N)]^T$  erreur résiduelle du modèle

On se ramène ainsi à un problème de classement des régresseurs largement commenté au paragraphe IV.5 et dont on peut rappeler brièvement le principe. Dans la méthode OFR, le classement des noyaux s'effectue séquentiellement selon leur contribution à la prédiction de la sortie mesurée sur la variance. A la première itération, le noyau sélectionné est celui qui contribue le plus à la sortie. On procède ensuite, à l'aide de la procédure de Gram-Schmidt, à une orthogonalisation des noyaux restants par rapport à celui que l'on a sélectionné. On calcule à nouveau leur contribution relative et on choisit celui qui maximise la variance de la sortie. On poursuit la procédure (orthogonalisation par rapport au sous-espace sélectionné + sélection du régresseur dont la contribution est maximale) jusqu'à ce que tous les noyaux soient ordonnés.

A partir de ce classement des  $N$  noyaux, il s'agit de déterminer l'ordre  $N_c$  du sous-modèle du

modèle complet qui réalise une prédiction satisfaisante de la sortie. Là encore, plusieurs des critères d'arrêt décrits au paragraphe IV.6 peuvent être employés. Nous avons choisi de mettre en oeuvre le critère d'arrêt avec adjonction d'un paramètre aléatoire.

On ajoute parmi tous les noyaux centrés sur les exemples d'apprentissage, un noyau aléatoire. Les noyaux qui s'avèrent moins représentatifs de l'espace des observations que ce noyau sont rejetés. A l'issue d'un nombre important de tirages aléatoires, on trace la fonction de répartition du classement du noyau aléatoire et on détermine sur cette fonction le classement qui correspond à un risque de première espèce fixé à 5% par exemple. Cette valeur nous donne directement le nombre de centres à conserver en sachant que l'on aura finalement 5% de chance pour que les noyaux sélectionnés soient moins représentatifs que le noyau aléatoire.

La méthode d'orthogonalisation offre une alternative intéressante pour construire un réseau RBF parcimonieux. Par rapport aux méthodes de type clustering, elle permet à la fois de positionner les noyaux et d'en régler le nombre. Des performances de classification seront présentées dans le paragraphe V.7.6.

#### V.7.4 Choix de la métrique et de la largeur des noyaux

Dans un réseau RBF, l'ajustement de l'écart-type  $\beta_i$  associé à chaque noyau permet de contrôler le chevauchement des différentes fonctions élémentaires. S'il est choisi trop petit, la décroissance de la fonction d'activation autour du centre est rapide ; des exemples très proches du centre peuvent conduire à des réponses nulles. A l'inverse, si la largeur du noyau est trop grande, des observations même situées très loin du centre contribuent significativement à la sortie. Dans les deux cas, cela se traduira par une mauvaise généralisation du réseau. Le deuxième paramètre qui joue un rôle important dans un problème de classification et dont l'effet est moins souvent étudié, est la matrice de normalisation  $A_i$  pour le calcul de distance. En effet, nous verrons que d'autres types de normes que la norme euclidienne peuvent donner de bien meilleurs résultats.

Nous allons distinguer cinq cas différents de choix du couple  $(A_i, \beta_i)_{1 \leq i \leq N_c}$ . Dans les trois premiers cas, la matrice  $A_i$  sera la matrice identité, conduisant donc à l'emploi d'une métrique euclidienne. Plusieurs auteurs proposent alors des heuristiques pour le calcul de  $\beta_i$  :

Dans le **cas 1**, l'écart-type sera constant pour tous les noyaux et déduit de la valeur maximale des distances séparant tous les noyaux par la relation :

$$\beta_i = \beta = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2N_c}} \quad \forall i \quad 1 \leq i \leq N_c \quad (\text{V-16})$$

Dans le **cas 2**, la valeur de l'écart-type est directement la valeur moyenne des distances séparant tous les noyaux :

$$\beta_i = \beta = d_{\text{moy}} \quad \forall i \quad 1 \leq i \leq N_c \quad (\text{V-17})$$

Dans le **cas 3**, Chaque noyau possède son propre écart-type. Cette approche est particulièrement intéressante si une méthode de type "clustering" est employée pour le positionnement des noyaux (cf. §VI.7.3). Si le groupe d'observations rattaché à un noyau est dispersé, son écart-type doit être suffisamment important pour pouvoir englober tous les exemples. Tandis que si les formes sont localisées autour du centre, la largeur du noyau doit être petite. D'où l'idée d'ajuster  $\beta_i$  comme la moyenne des distances entre le centre du noyau et les éléments du groupe ou "cluster" qui lui sont rattachés [HUS-93] :

$$\beta_i = \frac{1}{N_{CL_i}} \sum_{\underline{Y} \in \text{cluster } i} (\underline{Y} - \underline{c}_i)^t (\underline{Y} - \underline{c}_i) \quad (\text{V-18})$$

où  $N_{CL_i}$  est le nombre d'observations dans le  $i^{\text{ème}}$  groupe de centre  $\underline{c}_i$ .

Si l'on suppose que chaque centre de noyau est un prototype de la classe  $\Omega_i$  à laquelle il appartient (ou un centre de gravité du cluster qu'il représente), une première solution pour remédier à cet inconvénient consiste à pondérer le calcul de distance par la matrice inverse des variances calculées sur la classe  $\Omega_i$  ; c'est le **cas 4**

$$A_i = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{dr}^2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\sigma_{dr}^2} \end{pmatrix} \quad (\text{V-19})$$

où  $\sigma_k$  est l'écart-type selon la  $k^{\text{ème}}$  composante des observations de la classe  $\Omega_i$ .

Il reste ensuite à rendre "compatible" cette métrique avec un choix approprié de la largeur  $\beta_i$  des noyaux. Nous proposons de choisir pour  $\beta_i^2$  la norme matricielle de la matrice de normalisation au sens de la valeur propre maximale.

$$\beta_i^2 = \|A_i\|_2 = \max_{dr} \{ \text{valeurs propres de } A_i \} \quad (\text{V-20})$$

Si l'on désire tenir compte en plus des corrélations entre paramètres au sein des classes, il convient d'utiliser l'inverse de la matrice de variance-covariance. C'est le **cas 5**.

$$A_i = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1 dr} \\ \sigma_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{dr1} & \cdots & \cdots & \sigma_{dr}^2 \end{pmatrix}^{-1} \quad (V-21)$$

Si cette matrice est estimée à partir de l'ensemble des exemples appartenant à la classe dont le noyau est le prototype, on parlera de distance de Mahalanobis.

En faisant intervenir la matrice de variance-covariance dans le calcul de la distance, la dispersion de chaque classe dans l'espace des observations est mieux prise en compte, ce qui conduit finalement à accentuer les écarts entre les distances du centre aux observations de la classe et celle du centre aux observations issues des autres classes. Le choix de  $\beta_i$  sera le même que dans le cas 4. Dans les deux derniers cas, la matrice  $A_i$  n'est plus la matrice identité. L'abandon de la métrique euclidienne se justifie particulièrement lorsque les composantes du vecteur d'entrée varient dans des proportions très différentes. Le tableau V-5 résume les conditions de choix de  $A_i$  et pour les 5 méthodes retenues.

La figure V-20 présente l'évolution de la sortie de la fonction radiale d'un noyau particulier pour l'ensemble des 140 observations de la base. Ce noyau est un bon "représentant" de la classe (E). Les 5 graphiques correspondent aux 5 cas de métrique du tableau V-5. On observe que la distinction de la classe (E) des autres classes est plus aisée avec l'utilisation du cas 5.

$1 \leq i \leq N_c$	Métrique choix de $A_i$	Largeur du noyau choix de $\beta_i$
<b>Cas 1</b>	$A_i = I_{N_c} \quad \forall i$ distance euclidienne	$\beta_i = \beta = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2N_c}} \quad \forall i$
<b>Cas 2</b>	$A_i = I_{N_c} \quad \forall i$ distance euclidienne	$\beta_i = \beta = d_{\text{moy}} \quad \forall i$
<b>Cas 3</b>	$A_i = I_{N_c} \quad \forall i$ distance euclidienne	$\beta_i = \frac{1}{N_{CL_i}} \sum_{\underline{Y} \in \text{cluster } i} (\underline{Y} - \underline{c}_i)^t (\underline{Y} - \underline{c}_i)$
<b>Cas 4</b>	$A_i = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_{dr}^2 \end{pmatrix}^{-1}$	$\beta_i^2 = \ A_i\ _2$
<b>Cas 5</b>	$A_i = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1 dr} \\ \sigma_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{dr1} & \cdots & \cdots & \sigma_{dr}^2 \end{pmatrix}^{-1}$	$\beta_i^2 = \ A_i\ _2$

Tableau V-5 : Différents choix de métrique et de largeur des noyaux

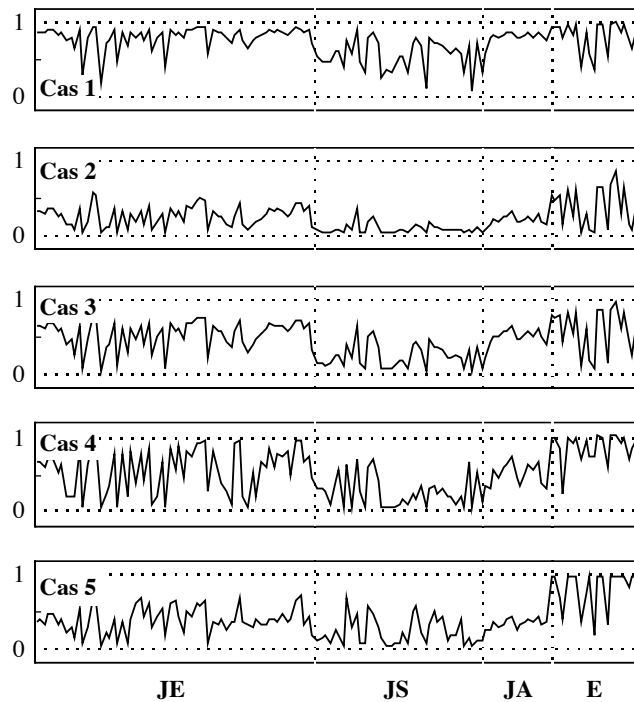


Figure V-20 : Comparaison des différentes métriques

Remarque : Si une méthode de type clustering est employée pour le positionnement des noyaux, l'estimateur de la matrice de variance-covariance (cas 5) calculé dans chaque cluster peut être imprécis si le nombre d'exemples qui lui sont rattachés est faible. L'inverse de la matrice de variance-covariance présente alors des difficultés de calcul numérique car le déterminant de la matrice est proche de zéro.

### V.7.5 Architectures du classifieur

- Classifieur 1

Pour traiter un problème multiclasse avec un codage "1 parmi K", l'architecture d'un réseau élémentaire définie à la figure V-18 peut être généralisée en mettant autant de neurones en sortie qu'il y a de classes. L'architecture présentée figure V-20 est toujours réalisée en deux couches : la première contient uniquement des neurones élémentaires à noyaux et la seconde couche est constituée de neurones formels généralisés. On peut noter que les sorties des neurones de la première couche sont tous reliés aux noyaux de la seconde couche.

Pour ce classifieur, la méthode des k-means employée sur toute la base de données nous a permis d'obtenir les clusters dont les centres de gravité représentent les noyaux. Le nombre de centres a été fixé à 10 après une étude concernant leur influence : si leur nombre est trop faible on sépare mal les classes; s'il est trop grand, la représentation des classes est éclatée.



La méthode d'orthogonalisation pour le choix des noyaux n'est pas adaptée à une telle architecture. Son application nécessiterait que l'on traite les quatre sorties indépendamment les unes des autres alors que les noyaux sont reliés à tous les neurones de la même couche de sortie.

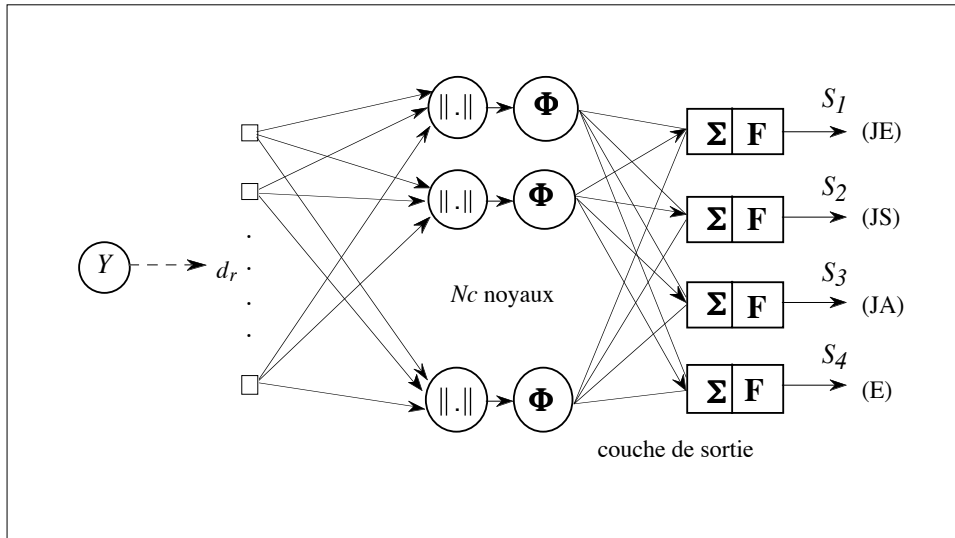


Figure V-20 : Classifieur 1 à base de RBF

• Classifieur 2

Un deuxième type d'architecture consiste à utiliser autant de réseaux élémentaires qu'il y a de classes (cf. figure V-21).

Cette architecture peut être utilisée pour construire directement un classifieur neuronal bayésien [JUT-93] [COM-90]. Les densités de probabilités conditionnelles dans chaque classe sont estimées à l'aide des réseaux élémentaires. D'autres auteurs [BOU-95] utilisent ce type d'architecture pour estimer directement les probabilités a posteriori des classes. C'est dans ce cadre que nous nous placerons. L'observation est alors affectée à la classe telle que la sortie du réseau qui lui correspond est maximale.

Par rapport au classifieur 1, le fait de traiter en parallèle les quatre classes nous offre la possibilité d'avoir des vecteurs d'entrée spécifiques à chaque réseau élémentaire. Chaque espace de représentation est sélectionné pour pouvoir discriminer au mieux une classe de toutes les autres.

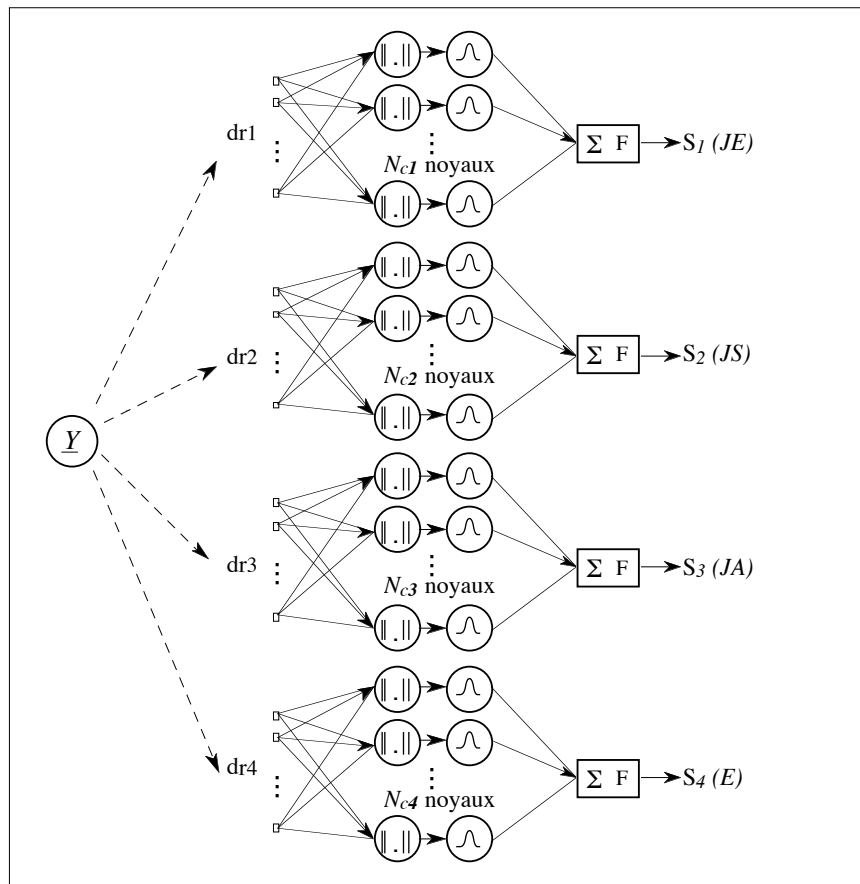


Figure V-21 : Classifieur 2 à base de RBF

L'architecture du classifieur 2 se prête parfaitement à un choix des noyaux selon la méthode d'orthogonalisation. Contrairement à la première architecture, l'optimisation du nombre de noyaux par réseau a pu être menée à l'aide du critère du noyau aléatoire décrit au paragraphe IV.6.2. Pour les quatre réseaux élémentaires, nous avons reporté sur le tableau V-6 le nombre de noyaux obtenu par réseau.

	Nombre de noyaux $N_{ci}$
Sous-réseau 1 (JE)	4
Sous-réseau 2 (JS)	5
Sous-réseau 3 (JA)	3
Sous-réseau 4 (E)	5

Tableau V-6 : Nombre de noyaux par réseau élémentaire

**Remarque** : une 3<sup>ème</sup> architecture complète "2 à 2" calquée sur la figure V-14 est envisageable mais n'a pas été effectuée pour notre application où la taille de la base de données n'a pas été jugée suffisante.

### IV.7.6 Résultats

Tous les résultats présentés dans ce paragraphe sont relatifs à une paramétrisation DFM. En ce qui concerne l'espace de représentation des données d'entrée pour le classifieur 1, la procédure SFS a été utilisée. Une dimension  $d_r=22$  a été trouvée à l'aide du critère d'arrêt par adjonction d'un paramètre aléatoire réglé à 5%. Pour le classifieur 2, les espaces de représentation relatifs à chaque sous-problème sont les mêmes que ceux utilisés pour le classifieur "1 parmi K" du paragraphe V.6.3. Soient  $d_{r1}=15$ ,  $d_{r2}=15$ ,  $d_{r3}=8$ ,  $d_{r4}=9$ .

L'utilisation des classifieurs après apprentissage de la dernière couche conduit à mettre en place une étape "d'homogénéisation" des sorties afin de pouvoir les considérer comme des probabilités a posteriori. Le choix d'une fonction d'activation des neurones de sortie de type sigmoïdale a l'avantage d'effectuer directement cette homogénéisation. L'apprentissage de la dernière couche s'effectue alors selon la règle delta généralisée.

Pour ce qui est du choix de l'écart-type et de la distance, les cinq cas traités au paragraphe V.7.4 ont été testés et les résultats obtenus sur les deux classifieurs sont reportés sur le tableau V-7. L'apprentissage des poids a été effectué à l'aide de la règle delta-généralisée.

	Classifieur 1		Classifieur 2	
	$(d_r=22) (N_c=10)$		$(d_r=15, 15, 8, 9) (N_{ci}=4, 5, 3, 5)$	
	leave one out	BT =64	leave one out	BT =64
<b>Cas 1</b>	87.8%	89%	79%	82.8%
<b>Cas 2</b>	86.4%	90.6%	81%	90.6%
<b>Cas 3</b>	80%	84.4%	---	---
<b>Cas 4</b>	85.7%	68.7%	87.8%	79.7%
<b>Cas 5</b>	87.4	89%	97%	96.8%

Tableau V-7 : Performances des deux classifieurs complets RBF

Les performances du classifieur 2 sont globalement supérieures à celles du classifieur 1. Et comme on pouvait s'y attendre, la pondération dans le calcul de distance par la matrice de variance ou par la matrice de variance-covariance améliore sensiblement les performances. Pour notre application, il est toujours possible d'améliorer encore les résultats en modifiant ponctuellement le nombre de noyaux sur un réseau, étant donné la taille de la base de données à notre disposition. Cette optimisation ne peut être que locale et il nous a semblé peu intéressant d'en tirer des conclusions générales.

Si l'on compare les résultats obtenus avec le classifieur 2 à ceux de la classification linéaire 1

parmi  $K$  (cf. tableau V-3), nous remarquons que la non-linéarité introduite par la première couche du réseau RBF a permis d'améliorer les performances en classification pour les deux méthodes d'évaluation. Ces résultats sont également supérieurs à ceux du classifieur 2 à 2.

## **V.8 Conclusion**

Lorsqu'on opte pour une solution par réseaux de neurones pour traiter un problème de classification, la question fondamentale à résoudre est le choix d'une structure de réseau adaptée à la complexité du problème à traiter. Celle-ci est directement liée à la répartition des classes dans l'espace de représentation. Dans le paragraphe intitulé "influence des dimensions de la base d'apprentissage", il nous a semblé important de rappeler quelques points à prendre en compte lors de la conception d'un classifieur à savoir la taille de la base de données dont on dispose, en liaison avec la réduction de l'espace de représentation.

Deux types de réseaux ont été traités : les réseaux à fonctions d'activation sigmoïdales et les réseaux à fonctions radiales de base. Pour le premier type de réseau, nous avons présenté l'approche globale du problème qui consiste à rechercher une structure de réseau multicouche de type MLP qui permet de discriminer simultanément les  $K$  classes. Nous avons souligné les principales difficultés soulevées par l'utilisation de ce type de réseau (nombre de couches cachées, nombre de neurones par couche). Ces classifieurs globaux réalisent finalement les fonctions de classification proprement dite ainsi que des prétraitements sur les couches d'entrée. Une approche par partition permet de mieux séparer ces fonctions. Le problème initial à  $K$  classes est alors décomposé en  $K$  sous-problèmes à deux classes et deux sortes de décompositions ont été examinées : une séparation d'une classe de toutes les autres (1 parmi  $K$ ) et une séparation des classes 2 à 2. De plus, l'indépendance des sous-problèmes obtenue grâce à cette approche par partition a permis d'optimiser de façon indépendante l'espace de représentation relatif à chacun d'eux.

Pour ces deux types de décomposition (1 parmi  $K$  et 2 à 2), des classifieurs linéaires ont été mis en oeuvre. Chaque sous-problème est traité à l'aide d'un neurone élémentaire à fonction d'activation sigmoïdale. Nous avons détaillé les règles d'apprentissage d'un neurone et les conséquences qu'elles ont sur la position des hyperplans entre classes. En particulier, nous avons vu et vérifié que lorsque les classes ne sont pas représentées de façon identique, la règle delta généralisée est mieux adaptée. Différentes améliorations à adopter en vue d'augmenter la vitesse d'apprentissage ont également été présentées (centrage et normalisation des données, algorithme de second ordre).

La classifieur 2 à 2 donne de meilleurs résultats que le classifieur 1 parmi K. Nous avons soulevé les problèmes d'indécision et d'ambiguïté que fait apparaître de façon plus significative ce dernier. Les performances obtenues nous ont paru encourageantes et satisfaisantes étant donné la base de données à notre disposition et nous n'avons pas cherché à complexifier les réseaux. Par contre, il nous a semblé intéressant de présenter les différentes pistes qui permettront, lorsque de nouvelles données seront collectées, d'améliorer ces architectures.

La fin du chapitre a concerné les réseaux RBF qui présentent, par rapport aux réseaux multicouches, un apprentissage plus rapide, d'autant plus que nous avons choisi de mettre en oeuvre un apprentissage séquentiel (première couche puis couche de sortie). La couche de sortie ne comprenant qu'un neurone, son apprentissage ne comporte pas de difficulté particulière. Aux différentes questions qui se posent pour cet apprentissage de la première couche, nous donnons une ou plusieurs réponses. Pour le positionnement des noyaux et l'optimisation de leur nombre, la transposition de la méthode d'orthogonalisation et le critère d'arrêt par adjonction d'un noyau aléatoire constitue une alternative séduisante aux techniques classiques de type k-means. Le choix de la métrique que l'on a tendance à négliger pour adopter systématiquement la distance euclidienne a été traité. L'utilisation d'une distance normalisée par la matrice de variance ou de variance-covariance facilite la distinction entre classes et améliore les performances en classification.

Un classifieur global et un classifieur par partition (1 parmi K) ont été présentés et mis en oeuvre. Les performances obtenues ont montré l'intérêt de l'approche partielle, qui de plus s'adapte mieux à la méthode de positionnement des noyaux par orthogonalisation. Ces résultats sont encourageants et doivent être finalisés pour une base de données de taille conséquente qui permettra d'obtenir des surfaces de séparation plus précises.

## **Chapitre VI : Conclusion Générale**

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur une chaîne complète de reconnaissance de défauts depuis la conception du dispositif de détection jusqu'aux traitements haut niveau associés. Ces recherches avaient un objet défini dans un domaine d'application particulier mais les méthodes développées sont applicables à d'autres problèmes de reconnaissance.

La structure multicapteur à courants de Foucault détaillée dans le premier chapitre répond à un besoin de détection de défauts de rail avec des conditions de mesure propre au domaine ferroviaire. Les défauts à détecter sont en premier lieu les fissures transversales et les arrachements de champignon de rail. La détection des écaillages de plus faibles dimensions était également souhaitée. La phase de conception a été menée avec comme objectif premier d'obtenir un bon couplage capteur/cible, et donc une grande sensibilité du capteur à l'apparition de défauts. L'insensibilité aux différents mouvements relatifs rail/capteur, inhérents aux conditions d'exploitation, était également un point déterminant. Ces considérations ont conduit à utiliser la complémentarité de deux bobinages de mesure alimentés à deux fréquences différentes de manière à recueillir une quantité importante d'information en provenance de la cible.

Le passage de conditions de mesure du laboratoire à des conditions réelles lors d'essais sur site a permis de valider les différentes options de réalisation du capteur et la faisabilité complète du procédé de mesure. Une base de données a pu également être constituée à cette occasion pour la mise au point ultérieure des traitements ainsi que l'identification des classes de défauts.

Comme souvent en CND, la richesse des signaux nuit à leur exploitation directe et nécessite une phase de réduction de l'espace de représentation en liaison étroite avec le problème de reconnaissance qui est posé. De plus, certaines transformations des signaux habituelles à la technologie courants de Foucault devaient constituer des invariants du problème. Une procédure originale de paramétrisation des signatures de défauts dénommée "Descripteurs de Fourier Modifiés", a été mise au point et comparée à des paramétrisations plus courantes.

A l'issue de la phase de paramétrisation, la dimension de l'espace de représentation des signaux a été diminuée, mais une étape de sélection reste encore indispensable. Cette sélection s'effectue au vu de la pertinence de chaque paramètre à discriminer les classes de défauts. A cette fin, un classement des paramètres doit être réalisé; la méthode d'ordonnement par

orthogonalisation et d'autres méthodes usuelles en reconnaissance de formes (SFS et SBS) ont été mises en oeuvre et comparées. Un critère d'arrêt est ensuite défini pour ne conserver de ce classement que les premiers paramètres. Une attention toute particulière a été portée à la définition de ce critère compte tenu de la spécificité de notre problème où le nombre initial de paramètres n'est pas très supérieur au nombre d'observations. L'adjonction d'un paramètre aléatoire et l'observation de la fonction de répartition de son classement parmi les paramètres initiaux a permis de définir un critère d'arrêt efficace.

La classification des signatures n'a été mise en oeuvre qu'une fois ce prétraitement effectué, son efficacité conditionnant la simplicité du classifieur. Après un panorama des méthodes de classification à K classes, le chapitre V a détaillé l'approche neuronale supervisée selon l'axe Perceptron Multicouche et selon l'axe Neurones à Fonction Radiale de Base. Pour ces deux types de réseaux de neurones des approches globales de classification ont été comparées à des approches analytiques où le problème de classification complet est éclaté en sous-problèmes à deux classes. Que ces sous-classifieurs aient à gérer la séparation d'une classe parmi les autres ou de deux classes entre elles, l'approche analytique a montré sa supériorité sur l'approche globale aussi bien en termes de performances initiales que de capacité de généralisation pour notre application.

La démarche suivie au cours de ces travaux va un peu à l'encontre de la tendance "naturelle" des utilisateurs des Réseaux de Neurones, qui devant la simplicité de mise en oeuvre de ces "boîtes noires" sont souvent tentés d'en complexifier la structure si les performances attendues ne sont pas atteintes. Une base d'apprentissage incomplète couvrant insuffisamment l'espace d'entrée conduit alors souvent à de mauvais comportements de ces réseaux complexes.

A l'inverse, la réduction des dimensions de l'espace de représentation et la réalisation de sous-classifieurs dédiés à des parties du problème général nous ont conduit à des réseaux simples, voire rudimentaires. Nous pensons que cette simplicité est gage de robustesse pour le classifieur et facilitera son implantation. L'obtention d'une base de données de taille plus importante devrait confirmer ce point, la méthodologie suivie au cours de ce travail restant valable.

Pour que la chaîne de traitement soit complète depuis le capteur jusqu'au classifieur, il reste à mettre au point une segmentation du signal, axe non traité dans ce mémoire. Ces recherches devront être effectuées en liaison étroite avec la phase de paramétrisation.

## Annexe A : Simulations électromagnétiques 2D par éléments finis du capteur

Les simulations ont été effectuées dans l'environnement Maxwell 2D™ de Ansoft Corporation version PC Windows. Les principales caractéristiques du modèle simulé (cf. figure A-1) sont présentées ci-dessous.

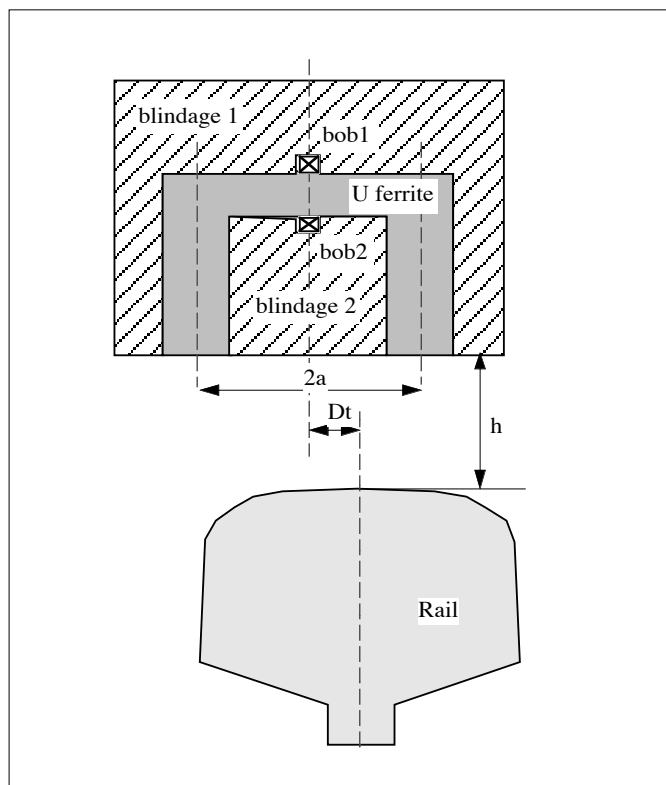


Figure A-1 : Structure géométrique utilisée pour les simulations

- Fréquence d'alimentation :  $f = 100\text{kHz}$ .
- Cible : il s'agit d'un rail (type U50) de largeur 65mm. Afin d'estimer le coefficient de couplage capteur/cible, le rail est modélisé par un conducteur parfait ( $\sigma = \infty$ ). En effet, ceci nous permet de se placer fictivement sur le point  $f = \infty$  où l'impédance est uniquement réactive et est égale à  $1-k^2$ ,  $k$  étant le coefficient de couplage.
- Blindages : En pratique, les blindages (intérieur et extérieur) sont réalisés dans un matériau très bon conducteur type duralumin. Pour éviter l'existence de boucles de courant autour de chaque pôle se refermant dans le blindage, ce dernier comporte en pratique des saignées dans



le plan  $y0z$ . Ayant choisi ce plan comme plan principal de la simulation 2D, la structure du capteur est supposée identique et infiniment longue selon l'axe  $x$  : les saignées ne peuvent donc être modélisées. Une alternative consiste à affecter un matériau amagnétique ( $\mu_r = 1e-5$  et  $\sigma = 0$ ) aux blindages. Les lignes de champ ne pénètrent donc pas le blindage comme c'est le cas pour un matériau très bon conducteur.

- **Bobinages** : leur section est égale à  $4\text{mm}^2$ . Ils sont configurés "stranded" : ni les courants de Foucault, ni les courants de déplacement au sein des bobinages ne sont pris en compte. La densité de courant est uniforme et a été réglée à  $1\text{A/m}^2$ .
- **Paramètres de simulation** : La condition aux limites utilisée est dite "balloon" ; la structure est considérée infiniment loin de toutes autres sources magnétiques ou de courant, le potentiel magnétique tendant vers zéro à l'infini. Le code Maxwell 2D est équipé d'un mailleur automatique, qui permet d'affiner itérativement le maillage en relation avec le pourcentage d'erreur résiduelle de l'énergie magnétique calculée entre deux résolutions successives. Le pourcentage d'erreur souhaité a été fixé à 0,25% pour les simulations.
- **Exploitation des simulations** : L'estimation du coefficient de couplage s'effectue en calculant le flux à travers le circuit magnétique. En notant  $\Phi_0$  le flux à vide (en l'absence d'une cible) et  $\Phi$  le flux en présence de la cible, le coefficient de couplage peut être estimé à l'aide de la relation :

$$k = \sqrt{1 - \frac{\text{Re}(\Phi)}{\text{Re}(\Phi_0)}}$$

- **Résultats de simulation** :

2a	$\Phi \times 10^{-12} \text{ W b}$			
	$\infty$ (à vide)	h=10	h=20	h=30
30	5,147	4,19	4,815	5,003
35	4,898	3,935	4,534	4,723
40	4,712	3,764	4,326	4,524
45	4,642	3,676	4,415	4,426
50	4,460	3,564	4,241	4,04
55	4,359	3,502	3,931	4,135
60	4,284	3,457	3,848	4,039
65	4,209	3,424	3,779	3,960
70	4,160	3,396	3,723	3,896
75	4,103	3,368	3,830	3,6706
80	4,055	3,359	3,625	3,782

Tableau 1 : valeurs du flux à travers le circuit magnétique

## Annexe B : Points particuliers de la modélisation AR

- Effet du retournement du signal

Le signal initial  $s(n)$  est décrit par le modèle AR d'ordre  $p$  :

$$s(n) = - \sum_{k=1}^p a_k s(n-k) + b(n) \quad \forall 1 \leq n \leq N$$

Soit  $s'(n)$  le nouveau signal obtenu par retournement du signal  $s(n)$ . On a en effet :

$$s'(n) = s(N-n) \quad \forall 1 \leq n \leq N$$

Le modèle AR associé au signal  $s'(n)$  s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} s'(n) &= - \sum_{k=1}^p a'_k s'(n-k) + b'(n) \quad \forall 1 \leq n \leq N \\ &= - \sum_{k=1}^p a'_k s(N-n+k) + b'(n) \end{aligned}$$

Sous forme matricielle, cette relation peut se mettre sous la forme :

$$s'(n) = - (\underline{a}')^t \underline{S}_p(N-n+1) + b'(n)$$

avec  $\underline{a}' = [a'_1, a'_2, \dots, a'_p]^t$

$$\underline{S}_p(N-n+1) = [s(N-n+1), s(N-n+2), \dots, s(N-n+p)]^t$$

$$E[b'(n)] = 0 \quad \text{et} \quad E[b'(n) b'(n-k)] = \sigma_{b'}^2 \delta(k)$$

La fonction de corrélation du signal  $s'(n)$ , considéré comme stationnaire, s'exprime à l'aide de la relation :

$$\begin{aligned} \underline{r}' &= [r'_1, r'_2, \dots, r'_p]^t = E[s'(n) \underline{S}_p(N-n+1)^t] \\ &= E[s(N-n) \underline{S}_p(N-n+1)^t] \end{aligned}$$

Or, comme le signal  $s'(n)$  est stationnaire, on a :

$$r'_{n,k} = r'_{|n-k|}$$

On peut donc écrire que :

$$\begin{aligned} \underline{r}' &= \mathbb{E} \left[ s(N-n) \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1)^t \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ s(n) \underline{\mathcal{S}}_p(n-1)^t \right] = \underline{r} \end{aligned}$$

où  $\underline{r}$  est la fonction de corrélation du signal originel  $s(n)$ .

En remplaçant  $s'(n)$  par son expression, la fonction de corrélation se réécrit sous la forme :

$$\underline{r}' = \underline{r} = \mathbb{E} \left[ -(\underline{a}')^t \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1) \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1)^t \right] + \mathbb{E} \left[ b'(n) \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1)^t \right]$$

En raison de blancheur du bruit, le second terme est nul. Il en résulte :

$$\underline{r} = -R' (\underline{a}')^t$$

où  $R'$  est la matrice de corrélation définie par :

$$\begin{aligned} R' &= -\mathbb{E} \left[ \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1) \underline{\mathcal{S}}_p(N-n+1)^t \right] \\ &= -\mathbb{E} \left[ \underline{\mathcal{S}}_p(n-1) \underline{\mathcal{S}}_p(n-1)^t \right] = R \end{aligned}$$

Le vecteur paramètres est obtenu finalement avec la même relation que celle qui définit le modèle AR associé au signal  $s(n)$ . Soit :

$$\underline{a}' = \underline{a} = -R^{-1} \underline{r}$$

Par conséquent, le retournement du signal selon l'axe des temps n'a pas d'influence sur la paramétrisation AR.

### • Reconstruction du signal

Bien que pour notre application, il n'est pas indispensable de vérifier la "bonne" reconstruction du signal modélisé, la figure B-1 en donne l'allure pour un ordre égal à 7. Le second graphique fournit l'écart de modélisation.

Pour cet ordre du modèle (valeur déterminée par le critère de Rissanen), on note une bonne adéquation entre le signal et sa reconstruction.

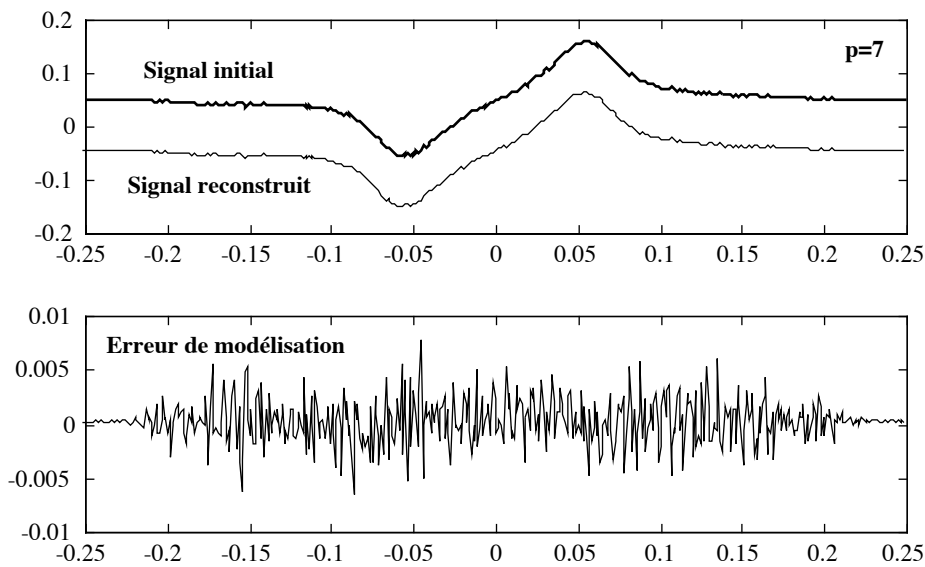


Figure B-1 : Exemple d'un signal initial et du signal reconstruit.  $p=7$ . Evolution de l'écart de modélisation

On peut du reste tenter de retrouver l'ordre du modèle AR adéquat, en visualisant l'évolution de la variance de l'erreur de modélisation en fonction de l'ordre du modèle (cf. figure B-2).

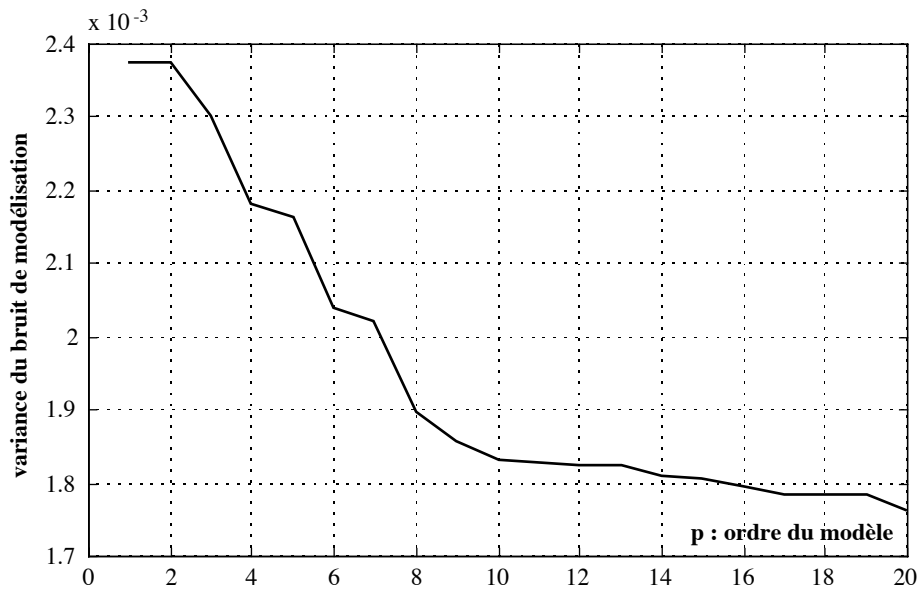


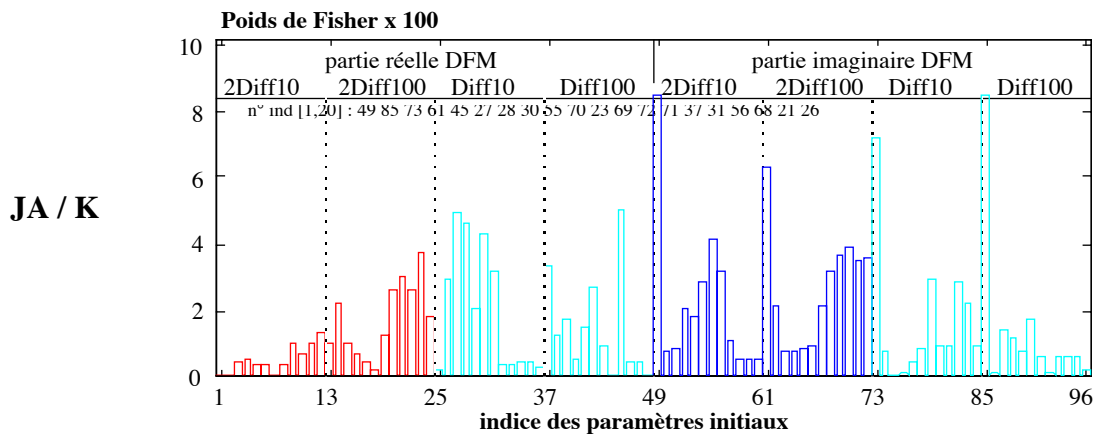
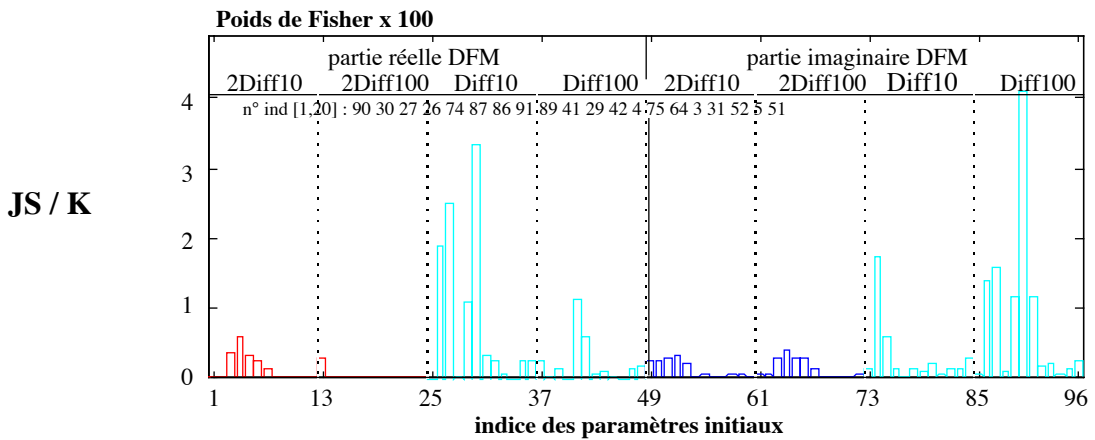
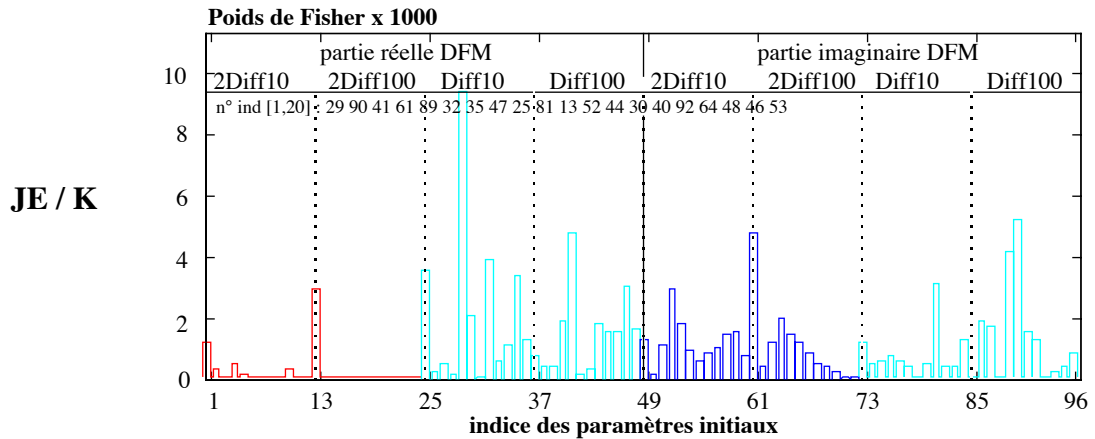
Figure B-2: Evolution de la variance de l'erreur de modélisation en fonction de l'ordre du modèle

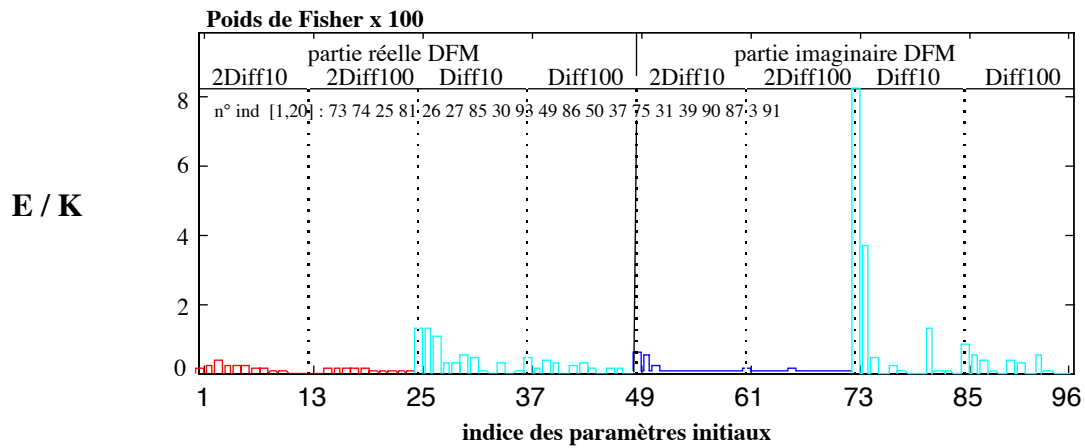
Cette variance diminue constamment lorsque l'ordre augmente. Quand l'ordre devient trop élevé, la modélisation a tendance à trop "coller" au bruit de mesure inclu dans le signal initial.



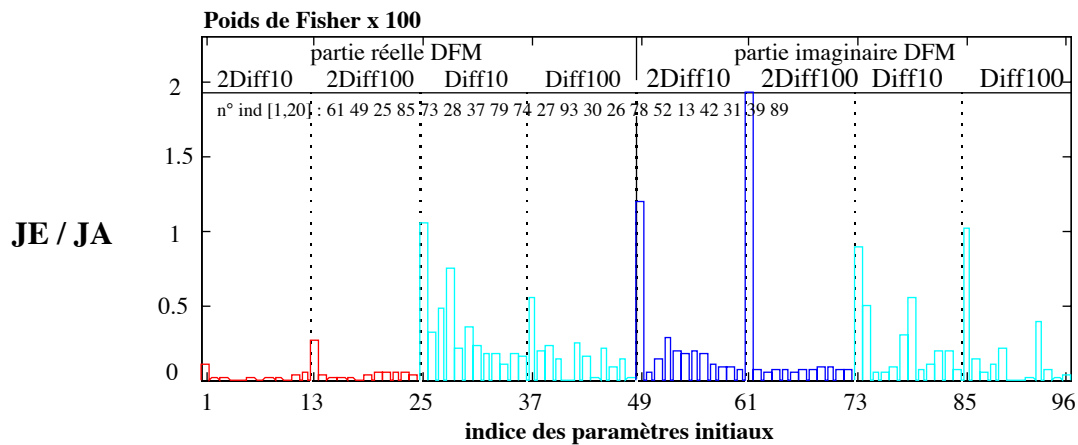
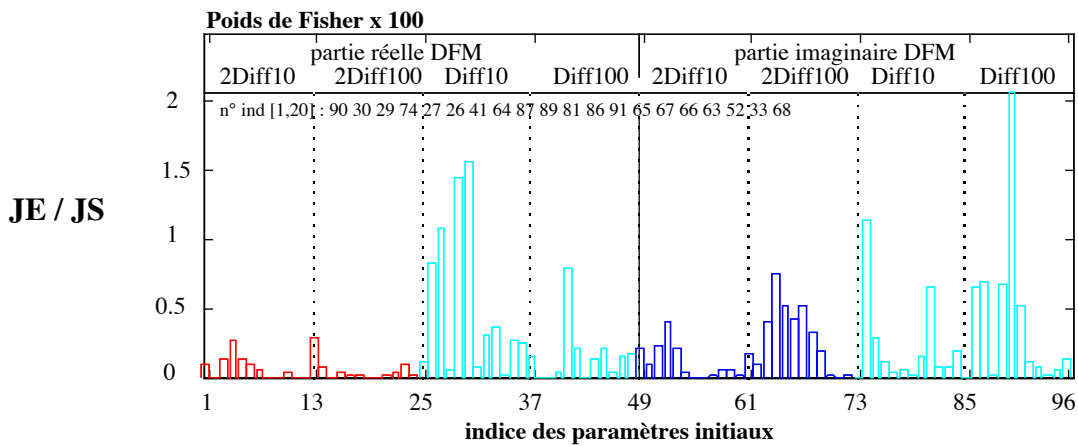
## Annexe C : Classement par le critère de Fisher.

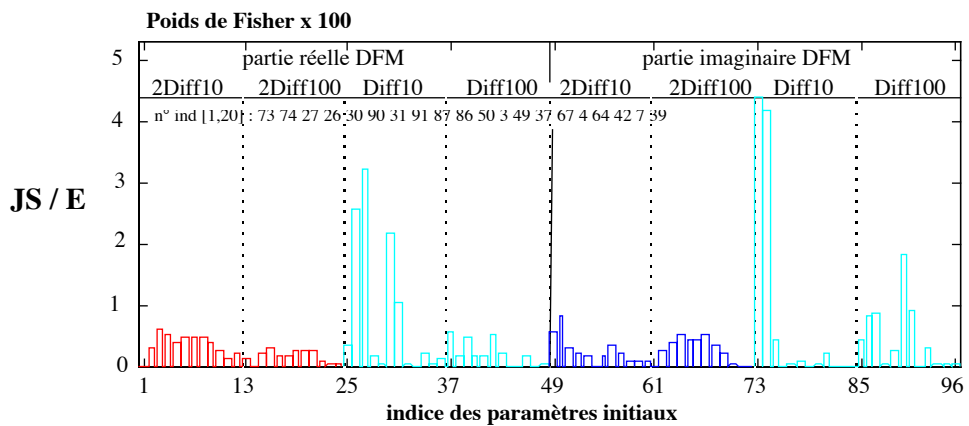
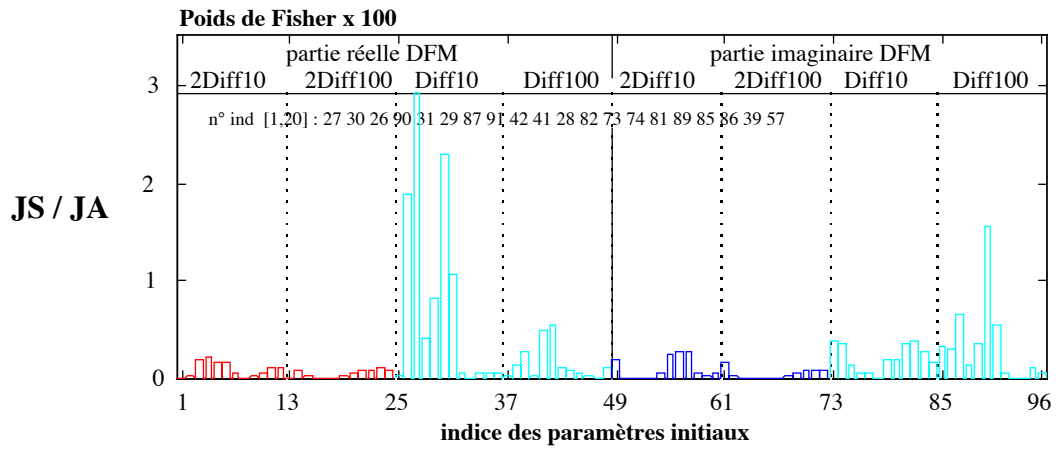
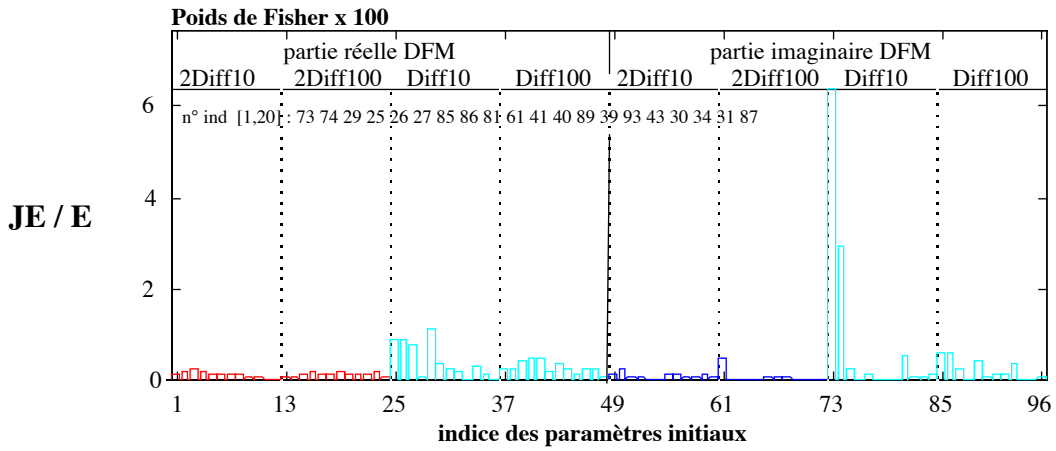
- Séparation d'une classe parmi toutes les autres



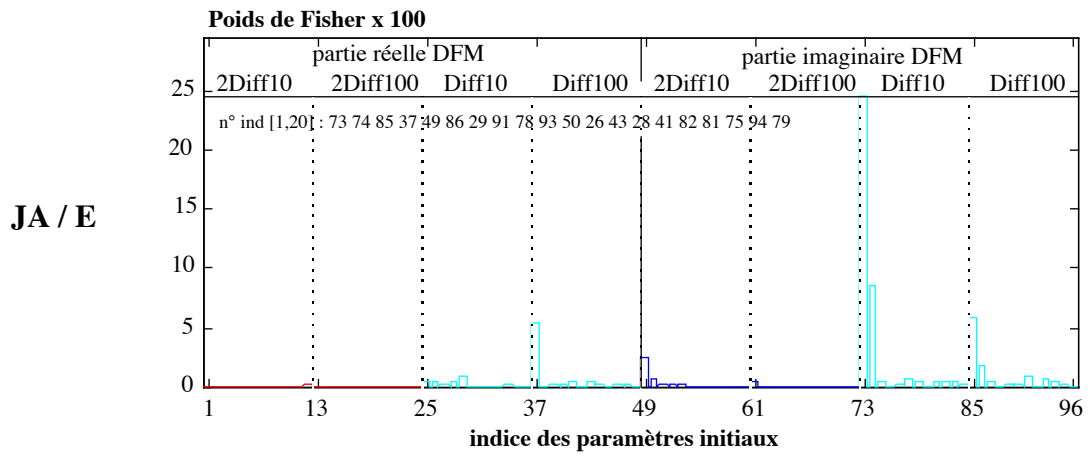


• Séparation des classes 2 à 2



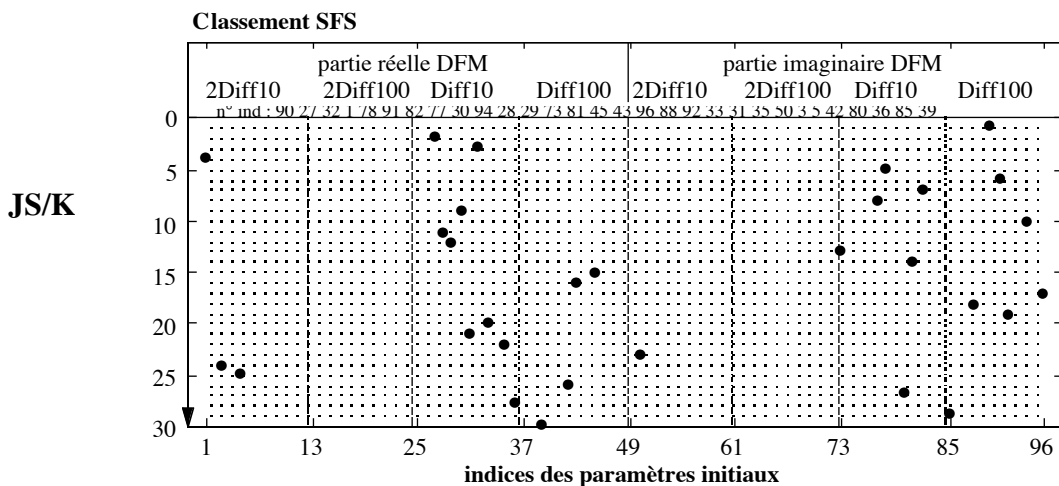
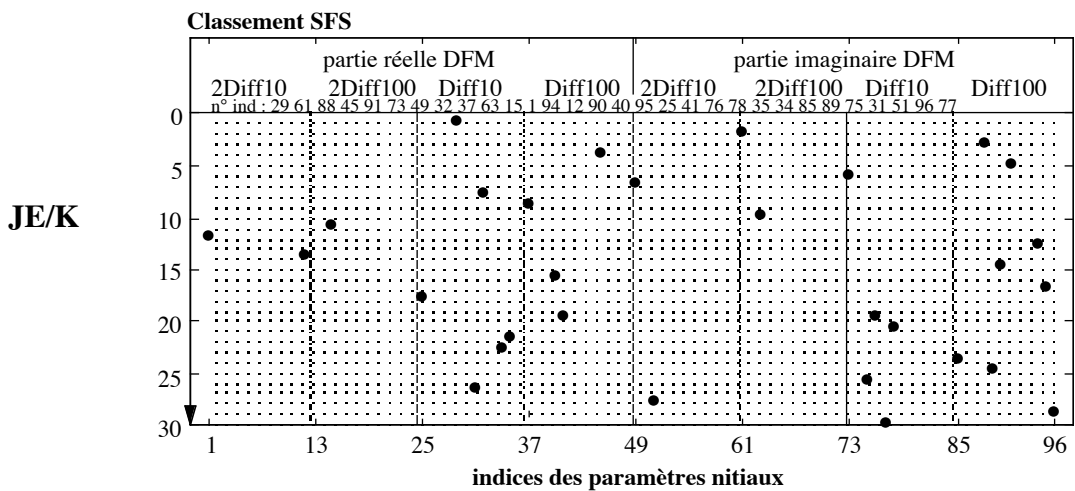


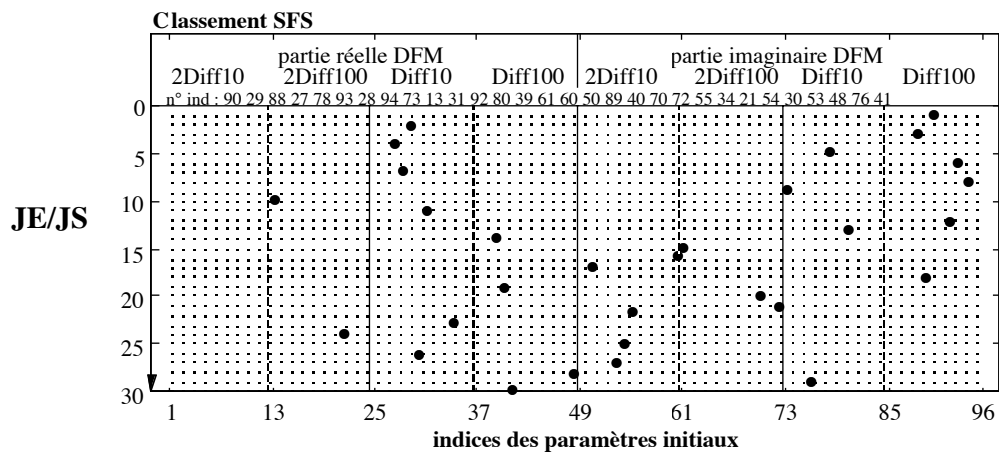
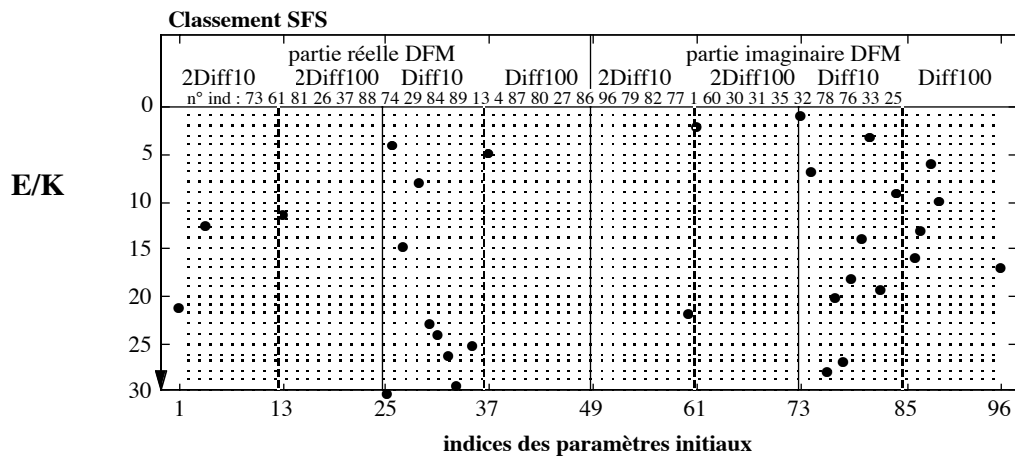
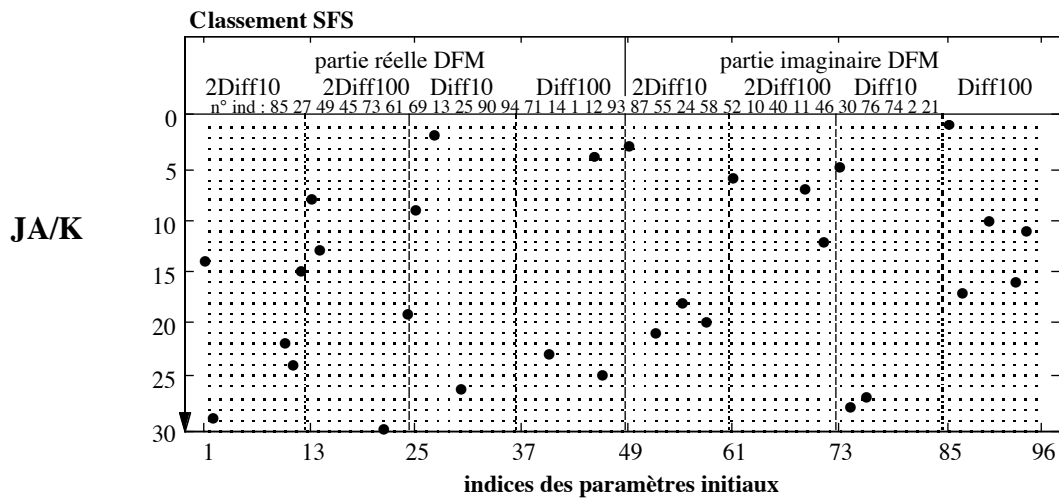


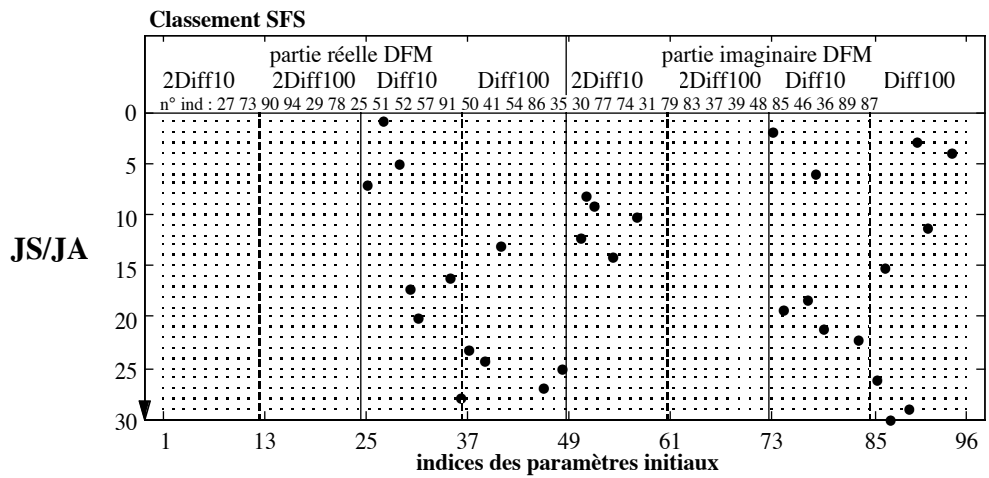
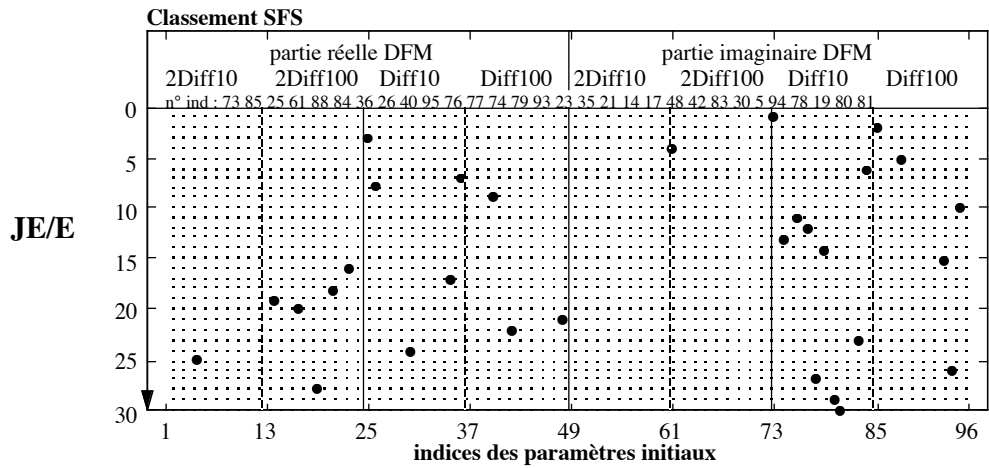
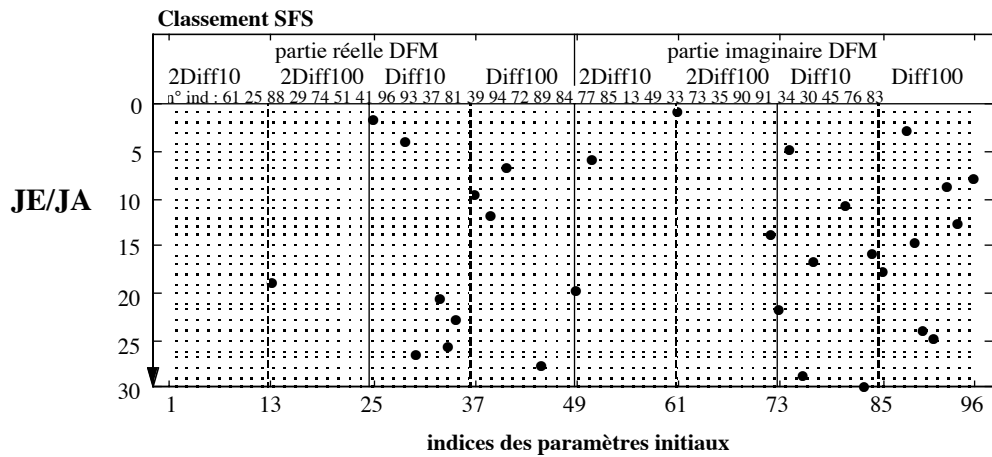


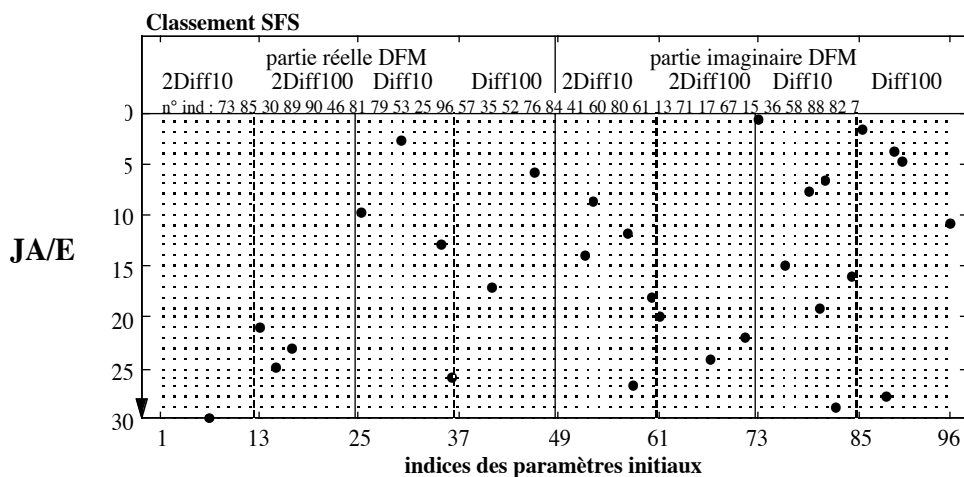
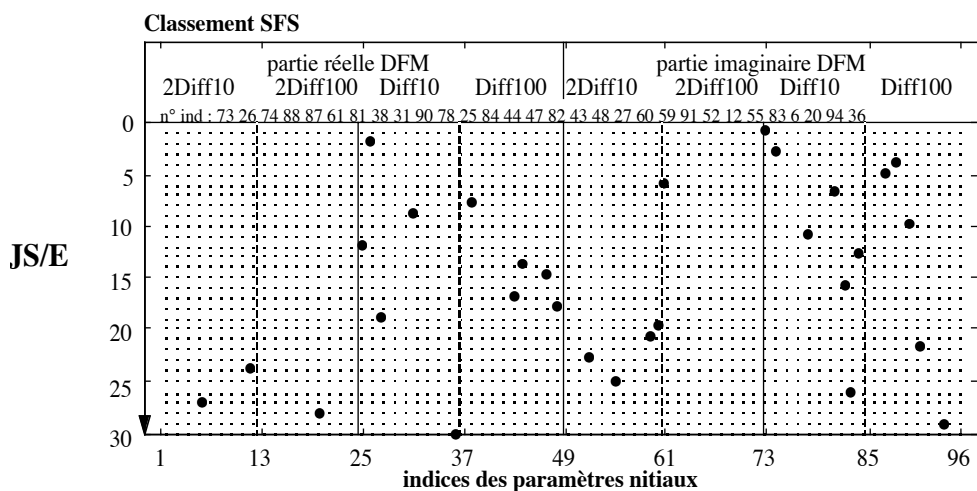
## Annexe D : Classement des paramètres par les procédures séquentielles constructive (SFS) et destructive (SBS).

- Procédure séquentielle constructive (SFS)

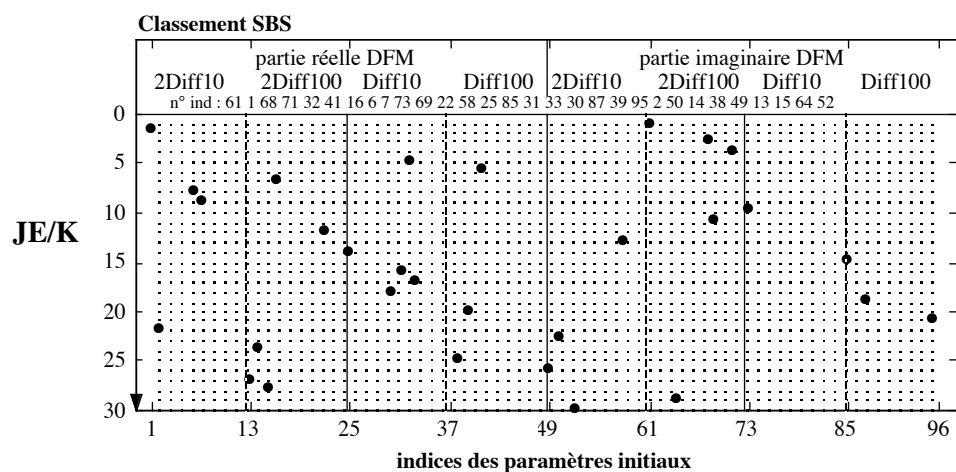


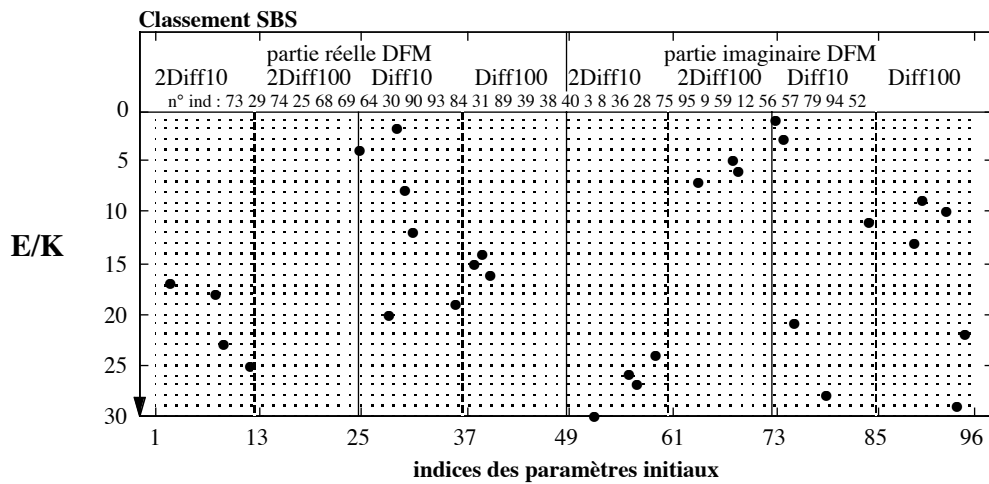
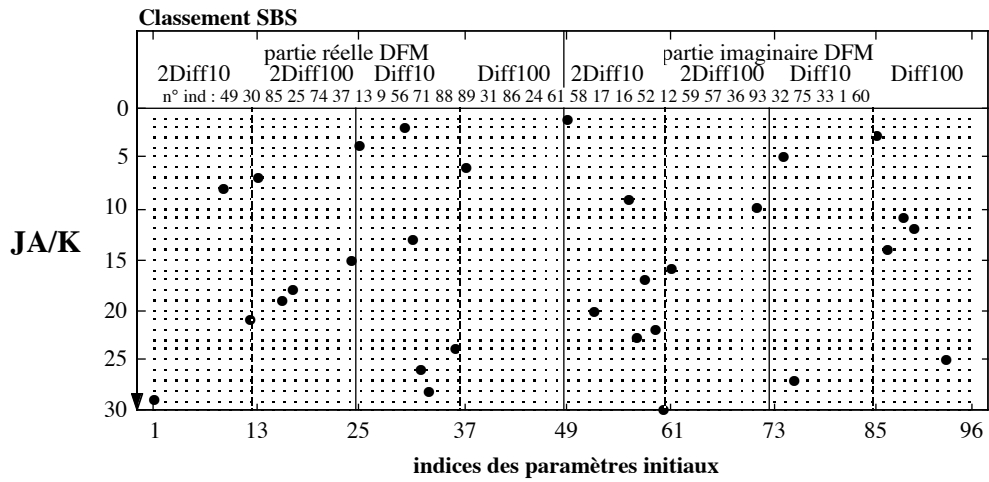
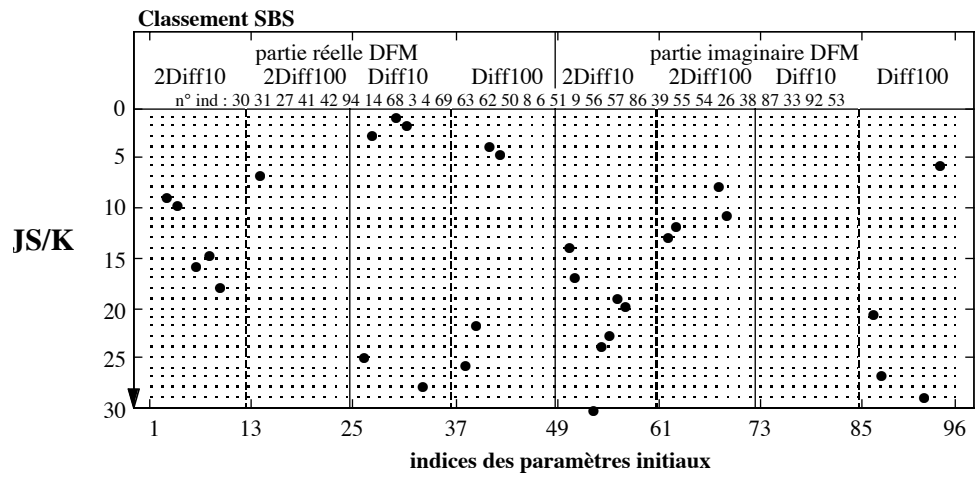






• Procédure séquentielle destructive (SBS)

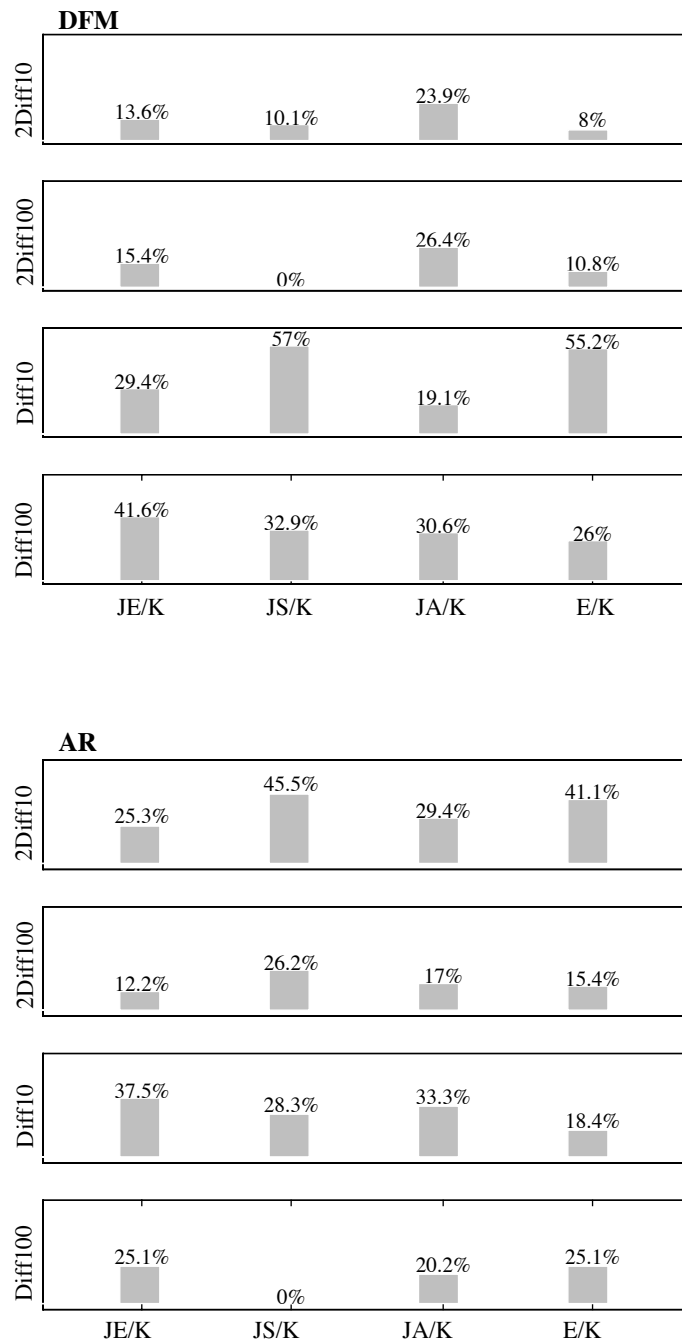






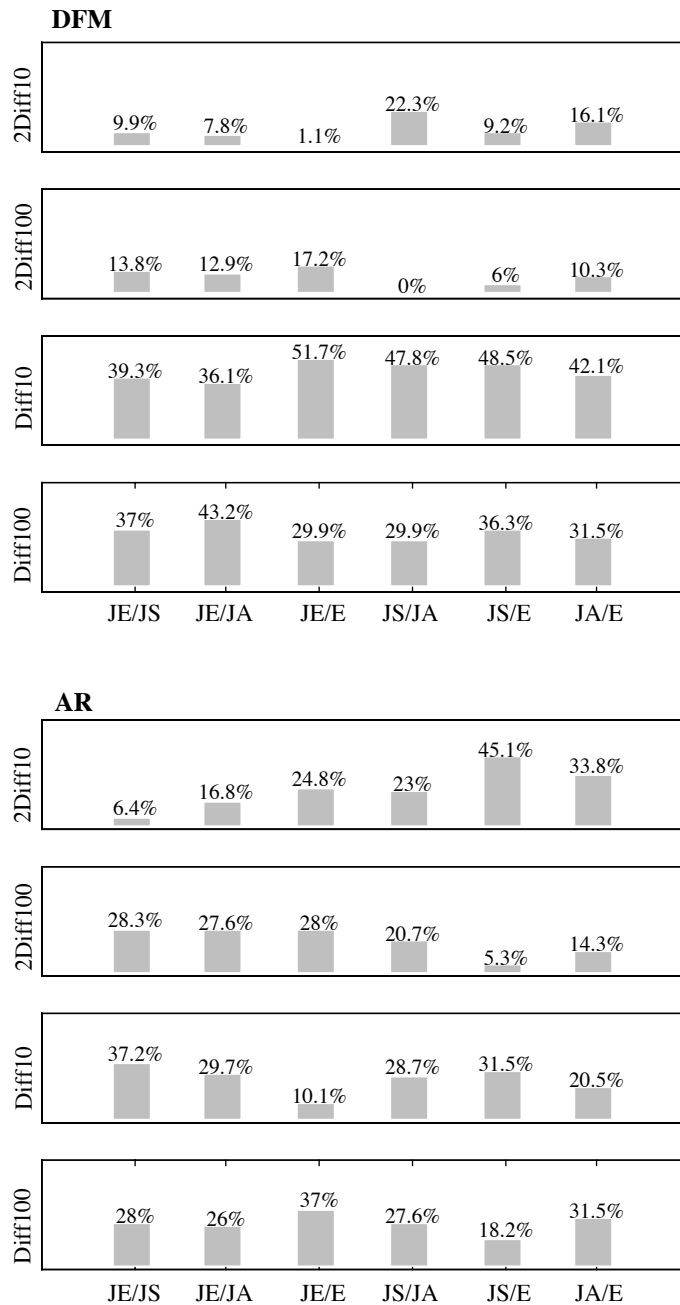
## Annexe E : Répartition des paramètres sélectionnés par signal et par classifieur.

- Séparation d'une classe de toutes les autres (Descripteurs de Fourier Modifiés et paramètres AutoRégressifs)





- Séparation des classes 2 à 2 (Descripteurs de Fourier Modifiés et paramètres AutoRégressifs)



## Annexe F : Calcul des probabilités a posteriori des K classes à partir des probabilités des sous-problèmes à 2 classes.

Cette annexe reprend le calcul de probabilités a posteriori exposé dans [PRI-94]. Le problème de classification à K classes est divisé en  $K(K-1)/2$  sous-problèmes élémentaires dont chacun est dédié à discriminer deux à deux les classes. La sortie d'un classifieur élémentaire est alors une estimation de la probabilité a posteriori  $\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y} \text{ et } (\Omega_i \text{ ou } \Omega_j))$  de la classe  $\Omega_i$  sachant que l'observation est représentée par le vecteur paramètres  $\underline{Y}$  et qu'elle est issue de la classe  $\Omega_i$  ou  $\Omega_j$ . Si l'on note  $S_{ij}$  cette probabilité, le problème consiste à déterminer les probabilités a posteriori  $\text{Prob}(\Omega_i | \underline{Y})$  à partir des sorties des sous-classifieurs élémentaires  $S_{ij}$ . On peut noter :

- pour  $i, j = 1 \dots K$ ,  $\Omega_{ij} = \Omega_i \cup \Omega_j$  la classe pouvant désigner  $\Omega_i$  ou  $\Omega_j$

- pour  $i = 1 \dots K$ ,  $\bigcup_{i=1 \dots K} \Omega_i = \bigcup_{\substack{j=1 \dots K \\ j \neq i}} \Omega_{ij}$

- toute observation à classer appartient à une classe et une seule

$$\text{Prob}\left(\left(\bigcup_{i=1 \dots K} \Omega_i\right) | \underline{Y}\right) = 1 \quad (\text{F-1})$$

L'expression (F-1) peut se réécrire sous la forme :

$$\text{Prob}\left(\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} \Omega_{ij}\right) | \underline{Y}\right) = 1 \quad i = 1 \dots K \quad (\text{F-2})$$

En utilisant la relation de Bayes :

$$\text{Prob}(A | B) = \frac{\text{Prob}(A | B) \text{Prob}(A)}{\text{Prob}(B)} = \frac{\text{Prob}(A \cap B)}{\text{Prob}(B)}$$

La relation (F-2) est équivalente à :

$$\text{Prob}\left(\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} \Omega_{ij}\right) \mid \underline{Y}\right) = \frac{\text{Prob}\left(\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} \Omega_{ij}\right) \cap \underline{Y}\right)}{\text{Prob}(\underline{Y})} = 1 \quad i = 1 \dots K$$

En distribuant l'union, cette expression devient :

$$\frac{\text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right)}{\text{Prob}(\underline{Y})} = 1 \quad i = 1 \dots K \quad (\text{F-3})$$

Or, la probabilité de l'union d'événements indépendants est donnée par la relation :

$$\text{Prob}\left(\bigcup_{i=1 \dots K} A_i\right) = \sum_{i=1}^K \text{Prob}(A_i) - \sum_{i=1}^K \text{Prob}(A_i \cap A_i) + \dots + (-1)^{K+1} \text{Prob}\left(\bigcap_{i=1 \dots K} A_i\right)$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} \text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) &= \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \text{Prob}(\Omega_{ij} \cap \underline{Y}) - \\ &\sum_{\substack{j,l=1 \\ i \neq j, l \neq j, i < l}}^K \text{Prob}\left((\Omega_{ij} \cap \underline{Y}) \cap (\Omega_{lj} \cap \underline{Y})\right) + \dots + (-1)^K \text{Prob}\left(\bigcap_{\substack{j=1 \dots K \\ i \neq j}} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) \end{aligned}$$

Du fait qu'un élément ne peut appartenir qu'à une classe et une seule,  $\forall i, j, k$  tels que  $i \neq j, i \neq l, j \neq l$ , on a  $\Omega_{ij} \cap \Omega_{il} = \Omega_i$ .

D'où la relation :

$$\text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \text{Prob}(\Omega_{ij} \cap \underline{Y}) - \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq j, l \neq j, i < l}}^K \text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y}) + \dots + (-1)^K \text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y})$$

ou encore :

$$\text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \text{Prob}(\Omega_{ij} \cap \underline{Y}) - \text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y}) \sum_{l=1}^{K-1} (-1)^{l+1} \subset_K^l$$

Or :

$$\sum_{l=0, l \text{ impair}}^n \subset_n^l = \sum_{l=1, l \text{ pair}}^n \subset_n^l$$

On peut donc écrire que :

$$\text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \text{Prob}(\Omega_{ij} \cap \underline{Y}) - (K-2) \text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y}) \quad (\text{F-4})$$

La sortie de chaque classifieur élémentaire notée  $S_{ij}$  est :

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \text{Prob}(\Omega_i \mid (\underline{Y} \cap \Omega_{ij})) = \frac{\text{Prob}(\Omega_i \cap (\underline{Y} \cap \Omega_{ij}))}{\text{Prob}(\underline{Y} \cap \Omega_{ij})} \\ &= \frac{\text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y})}{\text{Prob}(\underline{Y} \cap \Omega_{ij})} \end{aligned}$$

En reprenant l'expression (F-4), on a :

$$\text{Prob}\left(\bigcup_{j=1 \dots K, j \neq i} (\Omega_{ij} \cap \underline{Y})\right) = \text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y}) \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \frac{1}{S_{ij}} - (K-2) \right]$$

La relation (F-3) peut finalement s'écrire sous la forme :

$$\frac{\text{Prob}(\Omega_i \cap \underline{Y})}{\underbrace{\text{Prob}(\underline{Y})}_{\text{Prob}(\Omega_i \mid \underline{Y})}} \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \frac{1}{S_{ij}} - (K-2) \right] = 1$$

D'où la relation :

$$\text{Prob}(\Omega_i \mid \underline{Y}) = \frac{1}{\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^K \frac{1}{S_{ij}} - (K-2)}$$



## Références Bibliographiques

### Chapitre II

- [AKN-89] : Aknin P. Monteil F. Placko D. *Modélisation d'une structure multicapteur à courants de Foucault destinée à l'analyse de profil*. Rev. Phy. Appl. 24. pp. 227-242. 1989
- [AKN-92] : Aknin P. Placko D. Ayasse J.B. *Eddy currents sensor for the measurement of a lateral displacement. Applications in the railway domain*. Revue Sensors and Actuators : Physical. Vol 31 n°1-3 pp.17-23. Ed. Elsevier. 1992
- [AKN-97] : Aknin P. Oukhellou L. *Structure multicapteur originale à courants de Foucault pour la détection en voie de défauts de rail*. COFREND 97 Congrès sur les Essais Non Destructifs. Nantes.1997
- [ALI-86] : Alias J. *La prévention des avaries du rail*. Revue Le Rail et le Monde. n°37. pp. 14-15. 1986
- [ALI-88] : Alias J. *Nuances et profils de rails*. Revue Générale des Chemins de Fer. Suppl. n°7-8. pp.21-23. Ed. Gauthier-Villars. Juillet-Août 1986
- [ANS-94] : Ansoft Corporation. *Maxwell 2D field simulator. User Reference*. 1994
- [ASH-87] : Asch G. *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Ed. Dunod. 1987
- [ASN-86] : Ouvrage collectif. *Nondestructive Testing Handbook. Vol. 4 Electromagnetic Testing*. Ed. American Society for Nondestructive Testing. 1986
- [AST-93] : *Essais non destructif*. Revue des Laboratoire d'essais. n°35. Ed. ASTE. 1993
- [AUL-84] : Auld B.A. Muennemann F.G. *Quantitative modelling of flaw responses in eddy current testing*. NDT Vol 7 pp. 37-76. Ed Academic Press. 1984
- [BIT-90] : Bitsindou P. Guillaume P. Delaunay G. Villermain-Lecollier G. *Detection of holes, rivets or screws fixed on a metal sheet using a flat magnetic sensor*. Revue Sensors and Actuators A. Vol 24 pp.181-186. Ed. Elsevier. 1990
- [CAS-85] : Ouvrage collectif. *Contrôle non destructif par courants de Foucault. Niveau 3*. CAST Centre d'Actualisation Scientifique et Technique. 1985
- [CEC-93] : Cecco V.S. Carter J.R. Sullivan S.P. *An eddy current technique for detecting and sizing surface cracks in carbon steel*. Materials Evaluation. Vol 51 n°5 pp. 572-577. 1993
- [DOB-91] : Dobbeni D. *Eddy current & ultrasonic inspections of SG tubes via rotating probes*. Nuclear Europ Worldscan 5-6 pp.11-12. 1991
- [DOG-91] : Dogneton P. *Le rail à l'heure des TGV*. Revue Le Rail n°28 pp.36-38. 1991

- [DUF-93] : Dufour I. Placko D. *Separation of conductivity and distance measurements for eddy current non destructive inspection of graphite composite materials.* Journal de Physique III-3. pp. 1065-1074. 1993
- [DUF-95] : Dufour I. Placko D. Geoffroy M. *Active shielding of eddy current sensors : a method to focus the magnetic field in order to improve lateral resolution and coupling coefficient.* Journal NDT&E Intern. vol 28 n°4 pp.225-233. 1995
- [DUV-84] : Duverger C. Prasil B. *Un nouvel engin d'auscultation des rails à la SNCF.* Revue Générale des Chemins de Fer. pp. 1-12. Ed. Bordas-Dunod. 1984.
- [FEN-94] : Fenniri H. Moineau A. Delaunay G. *Profile imagery using a flat eddy current proximity sensor.* Revue Sensor and Actuators A. Vol 45 pp.183-190. Ed. Elsevier. 1994
- [GAR-91] : Garnham J.E. Beynon J.H. *The early detection of rolling-sliding contact fatigue cracks.* Wear 144 pp.103-116. 1991
- [HAG-82] : Hagmaier D.J. *Eddy current impedance plane analysis.* Materials Evaluation 41 pp.211-218. 1982
- [LE-95] : Lê M.Q. Placko D. *Nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électrique et magnétique d'un métal.* Journal de Physique III-5. pp.807-824. 1995
- [LE-95] : Lê M.Q. *Conception et modélisation de capteurs à courants de Foucault. Application à la mesure simultanée des propriétés des métaux et de la distance.* Thèse de Doctorat. Université Paris XI. 1995
- [LIB-71] : Libby H.L. *Introduction to electromagnetic nondestructive test methods.* Ed J. Wiley & sons. 1971
- [MAT-84] : Matix Industries. *Auscultation des rails par ultrasons.* Document technique.
- [MON-84] : Montandon J. Mager G. *Les contrôles non destructifs appliqués aux organes du matériel roulant de la SNCF.* Revue Générale des Chemins de Fer. pp.69-76 Ed. Bordas-Dunod. Février 1984.
- [MON-87] : Monteil F. *Etude d'une structure multicapteur à courants de Foucault : utilisation en capteur proximétrique pour un système de suivi de profil.* Thèse de Doctorat. Université Paris XI. 1987
- [OUK-96] : Oukhellou L. Aknin P. Bleno H. Plagne J. : *Eddy current sensor for automatic inspection of rail head.* 2nd Conf. on Contact Mechanics and wear of rail/wheel system. Budapest. 1996
- [PAL-80] : Palanisamy R. Lord W. *Prediction of eddy current probe signal trajectories.* IEEE Trans. on Magnetics Vol 16 n°5 pp. 1083-1085. 1980
- [PLA-92] : Placko D. Dufour I. *Eddy current sensors for nondestructive inspection of graphite composite materials.* IEEE Proc. of Industrial Applications Society Annual Meeting. Houston Vol 2. pp.1676-1682. 1992
- [SAB-84] : Sabbag H.A. Sabbag L.D. *Inversion of eddy current data and the reconstruction of flaws using multifrequencies.* Int. Advances in NDT. Vol 10 PP. 307-332. 1984

[STR-94] : Stritzke G. *Rail-testing equipment with EC method*. 6th Euro. Conf. on NDT. Nice. 1994

### Chapitre III, IV et V

[AKN-95] : Aknin P. *Outils de description de la géométrie des voies ferroviaires et déconvolution des relevés expérimentaux*. Rapport INRETS. 1995

[ABD-94] : Abdi H. *Les réseaux de neurones*. Presses Universitaires de Grenoble. 1994

[AKA-69] : Akaike H. *Fitting autoregressive models for prediction*. Annals of the Institute of Statistical Mathematics. vol 21 pp243.247. 1969

[AKA-74] : Akaike H. *A new look at the statistical model identification*. IEEE Trans. on Automatic Control. vol 19 n°6 pp.716-723. 1974

[ANT-92] : Antoniadis A. Berruyer J. Carmona R. *Regression non linéaire et applications*. Collection Economie et statistiques avancées. Ed Economica. 1992

[BAU-90] : Baum E.B. *When are k-nearest neighbor and back propagation accurate for feasible size sets of examples ?* Neural Networks Eurasip Proc. 1990

[BEL-92] : Belaïd A. Belaïd Y. *Reconnaissance des formes. Méthodes et applications*. InterEditions. 1992

[BIS-95] : Bishop C.M. *Neural Networks for Pattern Recognition*. Ed Clarendon Press. 1995

[BOU-95] : Bour J.C. *Contrôle non destructif par courants de Foucault pulsés : contribution à la classification de défauts par réseaux de neurones*. Thèse de Doctorat. Univ. de Reims. 1995

[BRO-94] : Brousset C. Baudrillard G. *Neural networks for automatic diagnosis : cracks detection on aircraft*. 6th Euro. Conf. on NDT. Nice. 1994

[CHA-88] : Chatelin F. *Valeurs propres de matrices*. Ed. Masson. 1988

[CHE-89] : Chen S. Billings S.A. Luo W. *Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification*. Int J. Control vol 50 n°5 pp. 1873-1896. 1989

[CHE-91] : Chen, Cowan S.F.N. Grant P.M. *Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks*. IEEE Trans. Neural Networks. Vol 2 n°2. pp.302-309. 1991

[CIA-85] : Ciarlet P.G. *Analyse numérique matricielle et optimisation*. Ed. Masson. 1985

[CIC-93] : Cichocki A. Unbehauen R. *Neural networks for optimisation and signal processing*. Ed. J. Wiley & sons. 1993

[COM-90] : Comon P. *Classification bayésienne distribuée*. Revue technique Thomson-CSF Vol 22 n°4. pp. 543-561. Ed. Gauthier-Villars. 1990



- [COS-96] : Costa P. *Contribution à l'utilisation des réseaux de neurones à couches en Traitement du Signal*. Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan. 1996
- [DAV-90] : Davalo E. Naïm P. *Des réseaux de neurones*. Ed. Eyrolles. 1990
- [DEC-81] : De Coulon F. *Théorie et traitement des signaux*. Ed. Dunod. 1981
- [DEM-94] : Demuth H. Beale M. *Neural Network toolbox user's guide. Matlab environment*. Ed. The Mathworks Inc.
- [DOC-81] : Doctor P.G. Harrington T.P. Davis T.J. Morris C.J. Fraley D.W. *Pattern-recognition methods for classifying and sizing flaws using eddy-current data*. Eddy current characterization of materials and structures. ASTM. pp.464-483. 1981
- [DUB-90] : Dubuisson B. *Diagnostic et reconnaissance des formes*. Ed. Hermès. 1990
- [DUD-73] : Duda R. Hart P. *Pattern Recognition and Scene Analysis* Ed. J. Wiley & sons. 1973
- [FUK-72] : Fukunaga K. *Introduction to statistical pattern recognition*. Academic Press. 1972
- [GAI-83] : Gaillat G. *Méthodes statistiques de reconnaissance des formes*. Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées. 1983
- [GEO-91] : Georgel B. *Traitement des signaux courants de Foucault pour le contrôle des tubes de générateurs de vapeur dans les centrales nucléaires REP*. Traitement du Signal, 8 n°5 pp.373-381. 1991
- [GEO-95] : Georgel B. *Traitement du signal et contrôle non destructif*. Revue des Laboratoires d'Essais. n°42 Ed ASTE. pp.20-23. 1994
- [GRA-72] : Granlünd G.H. *Fourier preprocessing for hand print character recognition*. IEEE Trans. on Computers. Vol 621. pp. 195-201. 1972
- [GUO-92] : Guo H. Gelfand S.B. *Classification trees with neural network feature extraction*. IEEE Trans. on neural Networks vol 3 n°6. pp. 923-933. 1992
- [HAY-94] : Haykin S. *Neural Networks. A comprehensive foundation*. IEEE Press. 1994
- [HER-94] : Heyrault J. Jutten C. *Réseaux neuronaux et traitement du signal*. Ed. Hermes. 1990
- [HIR-93] : Hirschauer P. Larzabal P. Clergeot H. *Application des réseaux de neurones à l'estimation paramétrique pour un multicapteur*. 14<sup>ième</sup> GRETSI. 1993
- [HOR-89] : Hornik K. Stinchcombe M. White H. *Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators*. Neural Networks Vol 2 pp. 359-366. 1989.
- [HUS-93] : Hush D.R. Horne B.G. *Progress in supervised neural networks. What's new since Lippman ?* IEEE Signal Processing Magazine. pp. 8-39. 1993.
- [JAI-86] : Jain A.K. *Cluster Analysis. Handbook of pattern recognition and image processing*. Ed. Academic Press. 1986

- [JUT-93] : Jutten C. Comon P. *Neural Bayesian classifier*. Int. Workshop on Artificial Neural Networks. IWANN. Barcelona. 1993
- [KIT-86] : Kittler J. *Feature Selection and extraction*. *Handbook of pattern recognition and image processing*. Ed. Academic Press. 1986
- [KNE-89] : Knerr S. Personnaz L. Dreyfus G. *Single-layer learning revisited : a stepwise procedure for building and training a neural network*. NATO Workshop on Neurocomputing, Les Arcs, France. 1989
- [KNE-92] : Knerr S. Personnaz L. Dreyfus G. *Handwritten digit recognition by neural networks with single-layer training*. IEEE Transactions on Neural Networks Vol 3 n°6. pp. 962-968. 1992
- [LEO-87] : Leontaritis I.J. Billings S.A. *Model selection and validation methods for non-linear systems*. Int J. Control vol 45 n°1 pp. 311-341. 1987
- [MAX-87] : Max J. *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Ed. 1987
- [MAN-91] : Mann J.M. Schmerr L.W. Moulder J.C. *Neural network inversion of uniform field eddy current data*. Materials evaluation. Vol 49 n°1. pp. 34-39. 1991
- [MOL-92] : Molinaro F. *Caractérisation temps-fréquence et modélisation paramétrique du cliquetis moteur*. Thèse de Doctorat. INP Toulouse. 1992
- [MON-91] : Mondot T. Charpillat F. Gong Y. Dobbeni D. *Un système expert temps réel pour le contrôle non destructif*. Int. Conf. Expert Systems and their appl. Vol 1. pp.469-483. 1991
- [MOO-89] : Moody J. Darken C.J. *Fast learning in networks of locally-tuned processing units*. Neural Computation. Vol 1. pp. 281-294. 1989
- [MUS-92] : Musavi M.T. Ahmed W. Chan K.H. Faris K.B. Hummels D.M. *On the training of radial basis function classifiers*. Neural Networks Vol 5 pp. 595-603. 1992
- [OUK-96] : Oukhellou L. Akinin P. Bleno H. Plagne J. *Eddy current sensor for automatic inspection of rail head*. 2nd Conference on Contact Mechanics and wear of rail/wheel system. Budapest. Hongrie. 1996
- [OUK-97a] : Oukhellou L. Akinin P. Perrin J.P. *Specific sensor and classifier of defaults of rail head for railway systems*. 8th IFAC Symposium on Transportation Systems. Chania. Grèce. 1997
- [OUK-97b] : Oukhellou L. Akinin P. *Modified Fourier Descriptors : A new parametrization of eddy current signatures applied to the rail defect classification*. III intern. Workshop on Advances in Signal Processing for Non Destructive Evaluation of Materials. Quebec. 1997
- [PER-93] : Personnaz L. *Réseaux de neurones formels et reconnaissance de formes*. Notes de Cours ESPCI. 1993
- [PER-77] : Persoon E. FU K-S. *Shape discrimination using Fourier descriptors*. IEEE Trans. on Systems, Man & Cybern. Vol 7 n°3. pp. 170-179. 1977

- [POU-91] : Poublan H. *Reconnaissance automatique de signaux à évolution continue*. Thèse de Doctorat. INP Toulouse. 1991
- [POU-88] : Poupeau Y. *Amélioration du rapport signal sur bruit des signaux de contrôle par courants de Foucault*. Thèse de Doctorat. Paris VI. 1988
- [PRI-94] : Price D. Kneer S. Personnaz L. Dreyfus G. *Pairwise neural network classifiers with probabilistic outputs*. Neural Information Proc. Systems 1994
- [QUE-89] : Quendro. *Automatisation du CND par courants de Foucault; amélioration du rapport signal sur bruit*. Thèse de Doctorat. UTC Compiègne. 1989
- [RIS-78] : Rissanen J. *Modeling by shortest data description*. Automatica vol. 14 pp.465-471. 1978
- [SAP-90] : Saporta G. *Probabilités, analyse de données et statistique*. Ed. Technip 1990
- [SIN-86] : Singh G.P. Udpa S. *The role of digital signal processing in NDT*. NDT international Vol 19 n°3. pp. 125-132. 1986
- [SIR-90] : Sirat J.A. Nadal J-P. *Neural trees : a new tool for classification*. Network vol 1. pp. 423-438. 1990
- [SPR-76] : *Digital pattern recognition*. Ouvrage collectif. Ed. Springer-Verlag. 1976
- [STE-90] : Stepinski T. *Analysis of eddy current patterns*. British Journal of NDT. Vol 32 n°12. pp. 631-633. 1990
- [STE-93] : Stepinski T. Maszi N. *Conjugate spectrum filters for eddy current signal processing*. Material Evaluation. pp. 839-844. 1993
- [STO-97] : Stoppiglia H. Dreyfus G. *Brevet : Procédé de construction d'un réseau de neurones pour la modélisation d'un phénomène*. 1997
- [TRO-92] : Trouilhet J-F : *Etude et réalisation d'un dispositif de reconnaissance automatique de signature acoustique*. Thèse de Doctorat. INP Toulouse. 1992
- [UDP-84] : Udpa S.S. Lord W. *A Fourier descriptor classification scheme for differential probe signals*. Materials Evaluation. 42. pp. 1136-1141. 1984
- [UDP-90] : Udpa L. Udpa S.S. *Eddy current defect characterisation using neural networks*. Materials Evaluation. 48. pp. 342-347. 1990
- [UDP-91] : Udpa L. Udpa S.S. *Neural networks for the classification of nondestructive evaluation signals*. IEE Proc. vol 138 n°1. pp. 41-45
- [URB-95] : Urbani D. *Méthodes statistiques de sélection d'architectures neuronales : application à la conception de modèles de processus dynamiques*. Thèse de Doctorat. Université Paris VI. 1995
- [VIL-88] : Villemur C. *Modélisation paramétrique et classification automatique de signaux de forme transitoire. Application au contrôle non destructif*. Thèse de Doctorat. INP Toulouse. 1988
- [ZAH-72] : Zahn C.T. Roskies R.Z. *Fourier descriptors for plane closed curves*. IEEE trans. on Computers. Vol c-21 n°3 pp.269-281. 1972

