



**HAL**  
open science

# Conception d'une caméra bolométrique pour la radioastronomie millimétrique à grand champ.

Samuel Leclercq

► **To cite this version:**

Samuel Leclercq. Conception d'une caméra bolométrique pour la radioastronomie millimétrique à grand champ.. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2004. Français. NNT : . tel-00006692

**HAL Id: tel-00006692**

**<https://theses.hal.science/tel-00006692>**

Submitted on 17 Aug 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour obtenir le grade de  
Docteur de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1

Discipline : Physique et Instrumentation en Astrophysique

présentée par :  
Samuel LECLERCQ

# Conception d'une caméra bolométrique pour la radioastronomie millimétrique à grand champ.

Thèse soutenue le 24 Mars 2004 devant le jury composé de :

Laurent PUECH	Président
Maurice CHAPPELLIER	Rapporteur
François PAJOT	Rapporteur
Alain BENOIT	Directeur de thèse
François-Xavier DESERT	Codirecteur de thèse
Karl-Friedrich SCHUSTER	Examineur

Thèse préparée au sein du  
**Centre de Recherche sur les Très Basses Températures,**  
C.N.R.S., 25 avenue des Martyrs, BP 166, 38042 Grenoble Cedex 9



# Remerciements

Je remercie Bernard Hebral et Henri Godfrin, directeurs successifs du CRTBT, de m'avoir accueilli dans leur laboratoire.

Je remercie Maurice Chapellier et François Pajot d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce volumineux mémoire de thèse et pour leurs remarques fructueuses. Merci à Karl Schuster d'avoir été un examinateur attentif du manuscrit. Merci beaucoup à Laurent Puech pour avoir accepté de présider mon jury et pour ses cours de physique statistique.

Je remercie chaleureusement Alain Benoit et François-Xavier Désert, mes deux directeurs de thèse, pour m'avoir accueilli au sein de l'équipe spatiale du CRTBT, pour tout ce qu'ils m'ont appris dans des domaines aussi variés que la bolométrie, la physique du solide, la cryogénie, l'électronique, l'informatique, l'optique millimétrique ou la cosmologie, et, pour toutes leurs qualités scientifiques et humaines.

Je tiens à adresser ma profonde reconnaissance à Philippe Camus pour m'avoir si souvent aidé, guidé et éclairé tout au long de ces trois années de thèse. Ce fut un réel plaisir de travailler avec lui. Il m'a également beaucoup appris dans tous les domaines cités précédemment ainsi que sur les films minces de NbSi. Je le remercie aussi pour sa disponibilité, sa gentillesse et son ouverture d'esprit.

Merci beaucoup à toutes les personnes du CSNSM qui ont non seulement procédé aux évaporations de mes échantillons de NbSi mais qui m'ont aussi accueilli lors des missions que j'ai effectuées au sein de leur laboratoire et avec qui les discussions ont toujours été agréables et hautement instructives. Je pense en particulier à Louis Dumoulin, Stephanos Marnieros (dont la thèse est une référence de la physique du NbSi), Laurent Bergé, Sophie Collin et Alexandre Juillard.

Je remercie Patrick Rabou, du LAOG, pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté lors de mes calculs d'optiques grâce à son logiciel Lasso, ainsi que pour sa disponibilité et sa jovialité des plus appréciables.

Une thèse expérimentale telle que celle-ci a nécessité l'aide des différents services techniques du CRTBT. Merci à Gilbert Simiand, Maurice Grollier, Jean-Luc Mocellin, Jean-Louis Bret et Christophe Guttin pour leur aide en électronique. Merci à Thierry Fournier, Thierry Crozes et Bruno Fernandez pour leur aide en microfabrication. Merci à Pierre Chanthib pour la réalisation de la canne de test adaptée aux bouteilles d'hélium liquide et pour ses nems délicieux. Merci à Gregory Garde, Anne Gerardin et Marcel Blein pour les différentes pièces mécaniques qu'ils ont réalisé et pour leurs conseils d'utilisation des perceuses et fraiseuses. Merci à Bernard Maire-Amiot pour son aide en informatique. Pour leurs aides diverses, je remercie également les personnels administratifs du CRTBT : Nathalie Bourgeat-Lami, Nathalie LeMoulec, Patricia Poirier, Martine Pascal et Daniele Devillers.

Je remercie les personnels des différents services du CNRS de Grenoble auxquels j'ai eu affaire au cours de ma thèse, et en particulier Gilles Pont, du SERRAS, pour la réalisation de lentilles en polyéthylène.

Je remercie Young Jin, du LPN Marcoussis, pour les extraordinaires transistors à point de contact quantique, qui vont permettre de réaliser un multiplexeur performant à basse température.

Bien entendu la vie au laboratoire serait bien moins amusante sans les nombreuses rencontres que l'on peut faire et les discussions variées que l'on peut y avoir. Je remercie à ce titre l'ensemble des chercheurs et techniciens que j'ai rencontré au CRTBT, notamment Henri, Jean-Jacques, Lionel, Yannick, Pierre H, Julien, André, Philippe, Jean-Luc, Hervé, Jean-Pascal, Pierre BM, les trois Oliviers, Laureline, Claire, Pierre-Étienne, Emmanuel, Manuel et Joël. Je remercie également tous les thésards et stagiaires que j'ai côtoyés et dont certains sont devenus de très proches amis. Je pense en particulier à Romain, Yan, et Thierry, ainsi qu'à Karine, Elsa, Franck, Thomas, Stephen, Corentin, Anthony, Clemens, Mathias, Erwan, Emmanuelle, Vincent, Cécile, Julien, Valérie, Miguel et Estelle.

Merci à tous ceux du LPSC que j'ai eu le plaisir de fréquenter, que ce soit Cécile, Juan, Daniel, Nicolas, Mathieu, Aurélien, Olivier ou Myriam.

Mes derniers remerciements vont à toutes ces personnes qui font que la vie ne se résume pas qu'au travail. À ce titre je remercie ma femme Sylvie, notamment pour tous ces mois de patiente lorsque je rédigeais. Merci aussi à tous mes amis, en particulier Fabien, Régis, Séverine, Aurélien, Philippe, Amandine, Baptiste, Alexandre, Guillaume, Pierre, Sophie, Cyrille, Carole, Éric, Émeline, Michael, Vincent, Sylvain, ainsi que Cédric, David, Laurent et Thomas. Enfin, pour leur soutien inconditionnel non seulement tout au long de cette thèse mais de façon plus générale tout au long de ma vie, je remercie du fond du cœur mes parents et ma sœur regrettée.

# Table des matières.

<b>INTRODUCTION.</b>	<b>13</b>
I.1 BASES HISTORIQUES DE COSMOLOGIE, RADIOASTRONOMIE ET BOLOMÉTRIE.	13
I.2 PLAN DU MÉMOIRE.	17
<b>PARTIE I ÉTUDES PRÉLIMINAIRES DE LA CAMÉRA BOLOMÉTRIQUE.</b>	<b>23</b>
<b>CHAPITRE I MOTIVATIONS ASTROPHYSIQUES.</b>	<b>25</b>
I.1 TYPES DE RAYONNEMENTS DANS L'UNIVERS ET NOTION DE CORPS NOIR.	25
I.1.1 Rayonnements émis dans l'univers.	25
I.1.2 Loi de Planck de la brillance de corps noir.	27
I.2 LE RAYONNEMENT FOSSILE ET L'EFFET SUNYAEV-ZELDOVICH.	28
I.2.1 Lien entre le rayonnement fossile et le Big Bang.	28
I.2.2 Sources parasites et anisotropies du rayonnement fossile.	31
I.2.3 L'effet Sunyaev-Zeldovich.	34
I.3 AUTRES RAYONNEMENTS MILLIMÉTRIQUES.	38
I.3.1 Sondage de l'univers lointain aux longueurs d'ondes infrarouges et millimétriques.	38
I.3.2 Astrophysique à bas redshift et rayonnements polarisés.	40
<b>CHAPITRE II CONTEXTE INSTRUMENTAL ET CALCULS DE PHOTOMÉTRIE POUR LA DÉFINITION DES OBJECTIFS DE PERFORMANCES DE LA CAMÉRA.</b>	<b>42</b>
II.1 ÉTAT DE L'ART DES DÉTECTEURS DE RAYONNEMENT À BASSE TEMPÉRATURE.	44
II.1.1 Détecteurs de rayonnement à basse température.	44
II.1.2 Différents types de bolomètres	45
II.1.3 Détecteurs matriciels existants ou en développement.	46
II.2 CALCULS DE PHOTOMÉTRIE D'UN TÉLESCOPE AU SOL.	49
II.2.1 Puissance de rayonnement thermique émise par un corps quelconque.	49
II.2.2 Effets de l'atmosphère.	53
II.2.3 Puissances caractéristiques sur les détecteurs.	57
II.2.4 Limite fondamentale de la caméra : le bruit de photon.	62
<b>CHAPITRE III DISCUSSION DES DIFFÉRENTES OPTIONS POSSIBLES POUR UNE APPLICATION AU 30 M DE L'IRAM.</b>	<b>67</b>
III.1 PRÉSENTATION DU TÉLESCOPE.	67
III.2 OPTIQUE DU TÉLESCOPE ET DE LA CAMÉRA BOLOMÉTRIQUE.	72
III.2.1 Disposition générale, problèmes des champs de vue et aberrations du télescope.	72
III.2.2 Discussion sur l'optique de reprise la caméra bolométrique.	77
III.2.3 Discussion sur la lentille froide.	87
III.3 PHOTOMÉTRIE LIÉE À L'INSTRUMENT.	92
III.3.1 Transmission des ondes électromagnétiques à travers les diélectriques.	93
III.3.2 Choix du matériau des lentilles, avantage des miroirs.	94
III.3.3 Filtres réels (DiaBolo).	96
III.3.4 Bilan sur le plan focal.	98
III.4 RÉSUMÉ : CONTRAINTES ET OBJECTIF DE LA CAMÉRA BOLOMÉTRIQUE.	103
<b>PARTIE II CONCEPTION DES DÉTECTEURS.</b>	<b>107</b>

## Table des matières.

<b>CHAPITRE I BOLOMÈTRES À THERMOMÈTRES RÉSISTIFS.</b>	<b>109</b>
I.1 CHALEUR SPÉCIFIQUE, CONDUCTIVITÉ ET TRANSPORT DE CHALEUR.	109
I.2 FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL DES BOLOMÈTRES.	112
I.2.1 Modèle simpliste.	112
I.2.2 Bolomètre idéal : contre-réaction thermique et comportement aux petits ordres.	116
I.2.3 Résistivité et coefficients de température typiques des thermomètres bolométriques.	122
I.3 ANALYSE DES SOURCES DE BRUIT.	125
I.3.1 Définitions.	125
I.3.2 Bruits fondamentaux.	128
I.3.3 Bruit en 1/f, particularité des matériaux amorphes et des couches minces.	135
I.3.4 Autres bruits et Bilan.	137
I.4 OPTIMISATION DES BOLOMÈTRES ET MODÈLE UTILISÉ POUR LA CAMÉRA.	140
I.4.1 Optimisation du bolomètre idéal.	140
I.4.2 Modèle plus évolué pour les bolomètres de la caméra.	146
<b>CHAPITRE II ISOLANTS D'ANDERSON ET FILMS RÉSISTIFS EN NIOBIUM SILICIUM.</b>	<b>150</b>
II.1 TRANSITION MÉTAL-ISOLANT.	150
II.1.1 Approche microscopique : localisation partielle des électrons.	151
II.1.2 Approche dimensionnelle : théorie d'échelle de la localisation.	152
II.1.3 Conductivité des isolants d'Anderson.	153
II.2 PARAMÈTRES INFLUENÇANT LA RÉSISTIVITÉ DU NbSi.	156
II.2.1 Effets géométriques et stœchiométriques.	157
II.2.2 Écarts à la loi d'Ohm du NbSi polarisé électriquement.	159
II.3 QUELQUES ÉTUDES SUR LE $Nb_xSi_{1-x}$ ET SES APPLICATIONS BOLOMÉTRIQUES.	165
II.3.1 De l'étude du NbSi.	166
II.3.2 Optimisation des films thermométriques en NbSi, influence de la géométrie.	168
<b>CHAPITRE III RÉALISATION DE FILMS EN <math>Nb_xSi_{1-x}</math> ET PROTOCOLES DE TESTS.</b>	<b>170</b>
III.1 COUCHES MINCES TESTÉES AU COURS DE LA THÈSE.	170
III.1.1 Technologies mises en œuvre pour la réalisation des échantillons.	170
III.1.2 Bolomètres individuels.	180
III.1.3 Matrices.	181
III.2 MISE EN ŒUVRE DES EXPÉRIENCES.	201
III.2.1 Pour les bolomètres individuels.	201
III.2.2 Pour les matrices.	204
<b>CHAPITRE IV CARACTÉRISATION DES ÉCHANTILLONS DE <math>Nb_xSi_{1-x}</math>.</b>	<b>224</b>
IV.1 TRAITEMENTS DES DONNÉES PAR INFORMATIQUE.	224
IV.1.1 Thermométrie et étalonnages.	224
IV.1.2 Mise en évidence des comportements thermiques et électriques des échantillons.	229
IV.2 RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS DES EXPÉRIENCES.	258
IV.2.1 Bolomètres individuels.	259
IV.2.2 Matrices de thermomètres.	275
IV.3 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES DES EXPÉRIENCES SUR FILMS MINCES DE NbSi.	288
<b><u>PARTIE III ÉLECTRONIQUE DE LECTURE MULTIPLEXÉE DE LA CAMÉRA.</u></b>	<b><u>291</u></b>
<b>CHAPITRE I DISCUSSION SUR LE MULTIPLEXAGE.</b>	<b>293</b>
I.1 NÉCESSITÉ D'UN MULTIPLEXAGE À FROID.	293
I.1.1 Électronique de mesure d'un bolomètre.	293
I.1.2 Multiplexage de plusieurs bolomètres.	298
I.2 ÉTUDE D'UN MULTIPLEXEUR POUR LA CAMÉRA BOLOMÉTRIQUE.	303
I.2.1 Analyse fréquentielle.	303
I.2.2 Trois solutions envisagées.	312
<b>CHAPITRE II MISE EN ŒUVRE DE L'ÉLECTRONIQUE.</b>	<b>317</b>
II.1 TRANSISTORS DE COMMUTATION POUR LE MULTIPLEXAGE.	317

## Table des matières.

II.1.1 Canne de mesure pour des tests à 4 K.	317
II.1.2 Mesures effectuées sur des MESFETs et des HEMTs.	318
II.1.3 Réalisation d'une matrice de HEMTs sur un circuit intégré au porte-échantillon.	321
II.2 SYSTÈME COMPLET DE LECTURE DES BOLOMÈTRES.	321
II.2.1 Schéma d'ensemble.	321
II.2.2 Réalisation du boîtier de multiplexage.	322
II.2.3 Boîtier d'interface entre l'ordinateur et l'électronique de la caméra.	326
II.3 RÉSUMÉ DU SYSTÈME DE MULTIPLEXAGE MIS EN ŒUVRE.	327
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.</b>	<b>329</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.</b>	<b>333</b>
<b>PARTIE IV ANNEXES</b>	<b>343</b>
<b>CHAPITRE I FORMATION D'IMAGE DANS UN INSTRUMENT D'OPTIQUE.</b>	<b>345</b>
I.1 ORIGINE STATISTIQUE DU RAYONNEMENT.	345
I.1.1 Probabilité d'occupation d'états pour un ensemble de particules.	345
I.1.2 Quantification.	346
I.1.3 Définition du rayonnement de corps noir.	348
I.2 CALCULS D'OPTIQUE.	349
I.2.1 Optique géométrique.	350
I.2.2 Optique ondulatoire.	357
I.2.3 Imagerie.	362
I.2.4 Estimation rapide des ordres de grandeurs photométriques.	365
I.3 LIMITE DU BRUIT DE PHOTON.	367
I.3.1 Fluctuation du nombre de photons dans l'espace des phases.	367
I.3.2 Bruit sur un détecteur de grande taille par rapport à la tache de diffraction.	368
I.3.3 Généralisation à tous les instruments.	370
I.3.4 Approximations pour calculs d'ordres de grandeur.	373
<b>CHAPITRE II THERMODYNAMIQUE ET PHYSIQUE DU SOLIDE.</b>	<b>375</b>
II.1 NOTIONS DE BASE.	375
II.1.1 Vitesse de groupe d'une onde.	375
II.1.2 Température.	376
II.2 CAPACITÉ CALORIFIQUE ET CHALEUR SPÉCIFIQUE.	377
II.2.1 Définition et propriété à basse température.	377
II.2.2 Chaleur spécifique dans les cristaux isolants, notion de phonons.	379
II.2.3 Chaleur spécifique des électrons de conduction dans les métaux.	385
II.2.4 Chaleurs spécifiques et conductivités thermiques de quelques matériaux.	390
II.3 CONDUCTIVITÉS THERMIQUES ET ÉLECTRIQUES.	391
II.3.1 De la Loi de Fourier à l'équation indéfinie de la chaleur.	391
II.3.2 Approche microscopique : lien avec la chaleur spécifique.	393
II.3.3 Conductivité thermique des phonons.	395
II.3.4 Conductivité électrique et thermique des électrons.	398
II.4 TRANSMISSION DE CHALEUR DANS UN SYSTÈME COMPOSITE.	404
II.4.1 Conductance thermique dans un milieu isotrope et homogène.	404
II.4.2 Couplage électron-phonon.	407
II.4.3 Résistance de Kapitza entre milieux de natures différentes.	408
II.4.4 Système composite, application à la fuite thermique des bolomètres.	410
II.5 À PROPOS DES BRUITS.	411

## Table des matières.

II.5.1 Signaux aléatoires et puissance équivalente de bruit (NEP).	411
II.5.2 Marche au hasard, théorème de la limite centrale et signaux gaussiens.	413
II.5.3 Largeur de Bande de Bruit Équivalente.	415
II.5.4 Énergie moyenne d'un système thermodynamique.	416
<b>CHAPITRE III COMPLÉMENTS SUR LES BOLOMÈTRES ET LE NbSi.</b>	<b>417</b>
III.1 BOLOMÈTRES.	417
III.1.1 Équivalent électrique du bolomètre proche du point de fonctionnement.	417
III.1.2 Généralités sur la thermométrie.	418
III.1.3 Discussion sur les résistances de charge en NbSi.	419
III.2 PHYSIQUE DU NbSi.	420
III.2.1 Théorème de Bloch et bandes d'énergie.	420
III.2.2 Chaleurs spécifiques de systèmes à états d'énergie décomposés.	424
III.2.3 Chaleur spécifique du NbSi à l'état isolant.	426
<b>CHAPITRE IV ARTICLE.</b>	<b>429</b>

Liste des figures.

Figure I-1. Projection galactique du ciel micro-onde vu par COBE. ....	32
Figure I-2. Spectre de puissance des fluctuations de température du rayonnement fossile. ....	33
Figure I-3. Déformation de la brillance du rayonnement fossile par l'effet SZ. ....	36
Figure I-4. Modèle spectral typique d'une galaxie ayant une luminosité de $10^{12}$ luminosités solaires. ....	39
Figure I-5. Phénomènes physiques exploitables pour la conception de détecteurs de rayonnement. ....	44
Figure I-6. Bilan des intensités spécifiques d'un rayonnement traversant une tranche de matière. ....	53
Figure I-7. Opacité atmosphérique au zénith pour différentes quantités de vapeur d'eau. ....	54
Figure I-8. Ajustements de courbes de l'opacité et de la transmission atmosphérique. ....	56
Figure I-9. Efficacité du télescope de 30m de l'IRAM. ....	58
Figure I-10. Brillance de corps noir du rayonnement fossile et approximations Rayleigh-Jeans. ....	62
Figure I-11. Le télescope de 30 m de diamètres de l'IRAM au Pico Veleta. ....	68
Figure I-12. Dépendance du gain du miroir primaire en fonction de l'élévation. ....	69
Figure I-13. Plan de la cabine de réception du télescope. ....	71
Figure I-14. Tracé de rayons schématisé pour le système optique envisagé au télescope de 30 m. ....	73
Figure I-15. Lentille équivalente au télescope et champ de vue limité par le miroir Nasmyth. ....	74
Figure I-16. Tracé de rayons traversant le télescope, à la limite du champ de vue non vigneté. ....	77
Figure I-17. Intérêt d'une lentille de champ. ....	78
Figure I-18. Disposition possible de la chaîne optique de la caméra dans la cabine du télescope. ....	80
Figure I-19. Utilisation d'un miroir hors axe pour l'optique de champ de la caméra bolométrique. ....	82
Figure I-20. Relations entre les distances des éléments de l'optique de reprise. ....	84
Figure I-21. Dessins à l'échelle de deux configurations possibles avec miroirs hors axe. ....	86
Figure I-22. Tracé de rayons d'une optique avec miroir de champ hors axe et lentille froide asphérique. ....	90
Figure I-23. Tracés de rayons d'une optique avec lentille de champ et double lentille froide asphérique. ....	91
Figure I-24. Courbe de transmission des filtres de Diabolo et puissances totales transmises. ....	97
Figure II-1. Bilan de puissance du bolomètre "simpliste". ....	112
Figure II-2. Schéma de principe de la contre-réaction thermique du bolomètre idéal. ....	119
Figure II-3. Courbe de charge typique de la réponse électrique d'un bolomètre. ....	120
Figure II-4. Influence des puissances électriques et absorbées sur le bruit du bolomètre. ....	145
Figure II-5. Influence des paramètres de charge et de température sur le bruit du bolomètre. ....	145
Figure II-6. Influence de la fuite thermique sur le bruit du bolomètre. ....	146
Figure II-7. Schéma de principe caractéristique des bolomètres qui seront utilisés pour la caméra. ....	147
Figure II-8. Réseau désordonné modélisé par un réseau ordonné avec énergies potentielles variables. ....	151
Figure II-9. Localisation de l'énergie des électrons d'un réseau désordonné. ....	152
Figure II-10. Conduction par saut tunnel entre sites localisés. ....	153
Figure II-11. Résistivité typique du $Nb_xSi_{1-x}$ en fonction de la température et de la composition x en Nb. ....	158
Figure II-12. Les différents processus de conduction des électrons par sauts à portée variables. ....	164
Figure II-13. Coévaporation du Niobium et du Silicium. ....	172
Figure II-14. Lithographie des échantillons réalisés au CRTBT. ....	177
Figure II-15. Bolomètres individuels. ....	180
Figure II-16. Matrices #1 à #8. ....	181
Figure II-17. Dessins des masques des matrices #10, #11 et #13. ....	183
Figure II-18. Photos des matrices #10, #11, #12 et #13. ....	184
Figure II-19. Structure de bande du Silicium. ....	186
Figure II-20. Effet du dopage sur le niveau de Fermi et le nombre de porteurs. ....	186
Figure II-21. Conductances dynamiques de fuites thermiques réalisées avec des membranes de $Si_3N_4$ . ....	188
Figure II-22. Comparaison de profils, pour des dépôts réalisés par lift-off et par masque mécanique. ....	189
Figure II-23. Résistivités électriques et conductivités thermiques des métaux avec défauts. ....	190
Figure II-24. Photographies des films de NbSi d'un pixel de la matrice #10.1. ....	194
Figure II-25. Performances ultimes de structures isolantes en $Si_3N_4$ et en Si pur. ....	198
Figure II-26. Membranes $2 \times 2 \text{ mm}^2$ réalisées par gravure KOH sur wafers de silicium pur. ....	200
Figure II-27. Schéma de principe du montage utilisé au CSNSM pour la caractérisation de films $Nb_xSi_{1-x}$ . ....	202
Figure II-28. Schéma de principe du réfrigérateur à Hélium 3 pompé. ....	203
Figure II-29. Schéma de principe du montage utilisé au CRTBT pour la caractérisation de films $Nb_xSi_{1-x}$ . ....	205
Figure II-30. Schéma de principe d'un réfrigérateur à dilution $^3\text{He}-^4\text{He}$ . ....	207
Figure II-31. Schéma du cryostat "Orange" avec double bouilleur. ....	210
Figure II-32. Schéma électrique du boîtier de polarisation. ....	212
Figure II-33. Schéma du premier boîtier de polarisation avec l'ensemble du montage électrique. ....	214

## Table des matières.

Figure II-34. Schéma et photographie du second boîtier de polarisation.....	216
Figure II-35. Montage des échantillons sur le doigt froid du cryostat à dilution.....	218
Figure II-36. Interface graphique du programme d'acquisition de données.....	222
Figure II-37. Exemple de glitches sur la mesure d'une résistance différentielle.....	226
Figure II-38. Capture d'écran du programme Matlab de visualisation interactive des données traitées.....	233
Figure II-39. Comparaisons entre résistances différentielles Z et résistances R. ....	234
Figure II-40. Illustration du programme d'ajustement polynomial de I(V), Z(V) et R(V).....	235
Figure II-41. Courbes résultant des calculs d'incertitudes sur les mesures. ....	236
Figure II-42. Illustration du programme d'ajustement de R(V=0,T).....	242
Figure II-43. Courbes R(V) des échantillons CNM10A et BoloM9A à 4,2 K et 284 mK.....	260
Figure II-44. Courbes R(T) des échantillons CNM10A et BoloM9A entre 280 mK et 620 mK.....	260
Figure II-45. Courbes V(I) et R(V) du BoloM10A soumis à différentes puissances de rayonnement.....	261
Figure II-46. Courbes V(I) entre 74 mK et 3,8 K, et courbes Z(V) vers 3,8 K de l'échantillon BoloM10A.....	261
Figure II-47. Courbes R(V), Z(V) et Z(V,T) de l'échantillon BoloM10A entre 128 et 648 mK. ....	262
Figure II-48. Estimation paramétrique du modèle de résistance R(V=0,T), de l'échantillon BoloM10A.....	264
Figure II-49. Courbes de paramètres $R_0$ , $T_0$ et n acceptables pour deux gammes de températures.....	264
Figure II-50. Courbes caractéristiques de l'ajustement paramétrique de la fuite thermique du BoloM10A. ....	265
Figure II-51. Conductances dynamiques des fuites thermiques des bolomètres individuels testés.....	271
Figure II-52. Estimation des $NEP_{Johnson}$ et $NEP_{phonon}$ de l'échantillon BoloM10A à 100 mK et 300 mK.....	273
Figure II-53. Photographie au MEB d'un pixel de $Nb_xSi_{1-x}$ de l'une des matrices #1 à #8. ....	275
Figure II-54. Courbes R(V) de 4 films NbSi de la matrice #3 à 485 et 595 mK. ....	276
Figure II-55. Différence $R(V,T)_{mesures} - R(V,T)_{effetE}$ sur un film NbSi de la matrice #3.....	276
Figure II-56. Courbes R(V) autour de 4K et à 300K de plusieurs films NbSi de la matrice #8. ....	277
Figure II-57. Photographies au MEB de deux échantillons des matrices #3 et #8. ....	279
Figure II-58. État de surface du contact entre un film de NbSi et une de ses électrodes en or. ....	279
Figure II-59. Courbes R(V) à 205 et 332 mK de 9 films NbSi de la matrice #10. ....	281
Figure II-60. Courbes R(V) entre 71 et 1300 mK de 6 films NbSi de la matrice #11.....	282
Figure II-61. Courbes R(V) et Z(V) d'un film périphérique avec électrodes en or de la matrice #13.....	285
Figure II-62. Courbes R(V) et Z(V) d'un film central avec électrodes en Nb de la matrice #13.....	285
Figure II-63. Courbes R(V) entre 100 et 1000 mK de 2 films centraux de la matrice #13.....	286
Figure III-1. Schéma classique de l'électronique de mesure d'un bolomètre.....	294
Figure III-2. Quatre principales variantes pour l'électronique de mesure d'un bolomètre. ....	295
Figure III-3. Schéma électrique des amplificateurs utilisés avec le cryostat DIABOLO.....	297
Figure III-4. Exemple de fonctions de modulation. ....	300
Figure III-5. Principe du multiplexeur à transistors réalisé pour la caméra bolométrique.....	301
Figure III-6. Périodes et fréquences en jeu dans un système multiplexé. ....	305
Figure III-7. Figures de bruit à l'entrée de l'amplificateur. ....	309
Figure III-8. Principe de la modulation de lecture par mesure d'une référence de tension. ....	310
Figure III-9. Multiplexeur avec résistances de charges. ....	313
Figure III-10. Multiplexeur avec capacité de polarisation.....	314
Figure III-11. Multiplexeur avec capacité de polarisation et boucle de contre-réaction.....	315
Figure III-12. Schéma et photographie de la canne de test des transistors de commutation.....	317
Figure III-13. Schéma du montage de test des transistors de commutation.....	318
Figure III-14. Courant de fuite de la grille de quelques transistors à effet de champ.....	319
Figure III-15. Courant de fuite et tension de commutation de transistors HEMTs. ....	319
Figure III-16. Quantification des canaux de conduction drain-source d'un transistor HEMT QPC.....	320
Figure III-17. Réseau de 9 transistors HEMTs de commutation avec capacités d'intégration de 10 nF. ....	321
Figure III-18. Schéma du montage de l'électronique de multiplexage sur le cryostat Diabolo.....	322
Figure III-19. Schéma électrique du boîtier de multiplexage.....	323
Figure III-20. Diagramme fonctionnel du convertisseur Numérique/Analogique du boîtier de multiplexage.....	324
Figure III-21. Tensions en sortie du boîtier de multiplexage et consignes pour le convertisseur.....	327
Figure IV-1. Système optique complexe dans l'approximation paraxiale.....	350
Figure IV-2. Tracé de rayons sur le miroir parabolique primaire de 30 m de l'IRAM.....	354
Figure IV-3. Champs de vue, pupilles, lucarnes et diaphragmes d'un système optique.....	357
Figure IV-4. Diffraction du rayonnement par une pupille $P(\vec{r})$ formant un trou dans une surface opaque.....	359
Figure IV-5. Tache d'Airy et énergie intégrée sur un disque partant du pic central de la tache. ....	361
Figure IV-6. Variables spatiales utilisées pour l'étude optique avec le formalisme de Fourier. ....	363
Figure IV-7. Facteur de cohérence partielle du bruit de photon bosonique.....	373
Figure IV-8. Courbe de dispersion des phonons dans un cristal à 3 dimensions.....	382

## Table des matières.

Figure IV-9. Limite de la première zone de Brillouin et sphère de Debye pour un réseau à 2 dimensions. ....	383
Figure IV-10. Flux d'énergie transporté par une particule traversant une surface élémentaire $dS$ . ....	394
Figure IV-11. Comportement général de la conductivité thermique des isolants. ....	397
Figure IV-12. Fonction de distribution de Fermi-Dirac pour $k_B T = 0,05$ ....	401
Figure IV-13. Remplissage des bandes d'énergie électronique dans un solide. ....	422
Figure IV-14. Bandes d'énergies permises pour les électrons libres dans un solide cristallin. ....	423

## Liste des tableaux.

Tableau I-1. Spectre électromagnétique. ....	26
Tableau I-2. Fréquence et longueur d'onde du maximum de brillance de corps noirs illuminant la caméra. ....	50
Tableau I-3. Approximation de l'opacité atmosphérique au zénith et de la transmission correspondante. ....	55
Tableau I-4. Efficacité et transmission des éléments de la chaîne optique. ....	58
Tableau I-5. Dérivées de la fonction de Bose-Einstein. ....	60
Tableau I-6. Approximation de la densité de photons rayonnement fossile par état d'énergie. ....	60
Tableau I-7. Paramètres du télescope de 30m de l'IRAM fournis dans la documentation de Wolfgang Wild ..... 70	70
Tableau I-8. Caractéristiques optiques principales du télescope de 30 m de l'IRAM. ....	75
Tableau I-9. Dimensionnement des lentilles pour différentes ouvertures de la matrice de bolomètres. ....	79
Tableau I-10. Influence des paramètres libres du système optique sur ses variables dimensionnelles. ....	85
Tableau I-11. Paramètres de 2 configurations de l'optique de la caméra avec 2 miroirs hors axe. ....	85
Tableau I-12. Taches de diffraction dans le champ de vue non vigneté du télescope. ....	87
Tableau I-13. Nombre et longueur des cotés des pixels de la caméra. ....	88
Tableau I-14. Indices de réfraction et tangentes de perte pour le polyéthylène et le téflon. ....	95
Tableau I-15. Puissances transmises à travers les filtres Diabolo et des fonctions Portes. ....	98
Tableau I-16. Bilan des puissances de rayonnement et du bruit de photon attendus au 30 m de l'IRAM. ....	98
Tableau I-17. Temps d'intégration pour détecter trois puissances caractéristiques. ....	101
Tableau I-18. Résumé des résultats de l'étude de l'avant-projet de caméra bolométrique. ....	103
Tableau II-1. Statut des matrices #1 à #8. ....	182
Tableau II-2. Statut des matrices #10 à #13. ....	185
Tableau II-3. Prévisions des caractéristiques électriques et thermiques à 100 mK des films NbSi. ....	196
Tableau II-4. Prévisions des conductance thermiques des poutres et membranes des matrices 4 pixels. ....	200
Tableau II-5. Valeurs des différents éléments utilisés dans le boîtier de polarisation. ....	215
Tableau II-6. Incertitudes sur les données de l'échantillon BoloM10A. ....	263
Tableau II-7. Paramètres de la résistance électrique des films NbSi des bolomètres individuels testés. ....	267
Tableau II-8. Résistances et coefficients de température des films NbSi des bolomètres individuels. ....	268
Tableau II-9. Conductances des fuites thermiques des films NbSi des bolomètres individuels. ....	269
Tableau II-10. Différentes estimations des paramètres de la fuite thermique du BoloM10A. ....	270
Tableau II-11. Puissance de rayonnement reçue par le BoloM10A éclairé par le corps noir CNM10A. ....	274
Tableau II-12. Écart entre prédictions et mesures de résistances des matrices #3 et #8. ....	278
Tableau II-13. Comparaison entre calculs prévisionnels et résistances mesurées sur la matrice #11. ....	283
Tableau II-14. Paramètres de résistance et coefficient de température de films NbSi de la matrice #11. ....	283
Tableau II-15. Paramètres de conductance du découplage électron-phonon de films de la matrice #11. ....	284
Tableau II-16. Comparaison entre calculs prévisionnels et résistances mesurées sur la matrice #13. ....	287
Tableau II-17. Paramètres de résistance et coefficients de température de films NbSi de la matrice #13. ....	287
Tableau II-18. Paramètres de conductance du découplage électron-phonon de films de la matrice #13. ....	288
Tableau III-1. Niveaux de bruits typiques dans les JFETs. ....	294
Tableau III-2. Comparaison entre trois systèmes sans ou avec multiplexage. ....	302
Tableau III-3. Période minimale entre deux lectures d'un pixel lorsque le ciel défile devant la caméra. ....	306
Tableau III-4. Fréquences typiques d'un canal de 9 éléments multiplexés filmant le ciel. ....	307
Tableau III-5. Propriétés à 4 K de HEMTs testés pour la réalisation des commutateurs du multiplexeur. ....	320
Tableau IV-1. Quelques valeurs caractéristiques de la tache d'Airy. ....	360
Tableau IV-2. Température de Debye, densité de masse, chaleurs spécifiques et conductivités thermiques de quelques matériaux usuels. ....	390



# Introduction.

## I.1 Bases historiques de cosmologie, radioastronomie et bolométrie.

Les monuments mégalithiques datant de l'époque néolithique témoignent de l'apparition très précoce de l'astronomie dans l'histoire de l'humanité. Cette activité, consistant à observer les objets célestes, est d'abord liée à la religion et l'agriculture. Il y a 2400 ans, elle change brusquement de nature, lorsque les Grecs inventent la Science en abandonnant la simple description au profit de la compréhension du monde par l'observation. Cette démarche fructueuse sera condamnée par les autorités politiques et religieuses dès la chute de la civilisation Antique, et ce n'est qu'avec Copernic, en 1510, et surtout Galilée et sa lunette, un siècle plus tard, que l'astronomie va sortir de son long sommeil. L'observation d'objets jusqu'alors inaccessibles à la simple vue devient possible. Durant les 400 ans qui suivent, l'astronomie et l'ensemble des disciplines scientifiques ne cessent de progresser, avec parfois des avancées spectaculaires comme la publication des travaux de Newton à la fin du 17<sup>ième</sup> siècle. Mais ce n'est qu'au début du 20<sup>ième</sup> siècle, avec l'apparition des nouvelles théories de la Mécanique Quantique et de la Relativité Générale que la Science connaît véritablement une deuxième révolution. Un nombre croissant de nouvelles disciplines apparaissent, interagissant les unes avec les autres elles entraînent des bouleversements sans précédents tant du point de vue purement intellectuel que du point de vue technologique. C'est la richesse du mariage entre deux de ces nouvelles activités, la cosmologie et la radioastronomie, qui va motiver la conception de nouveaux instruments tels que celui de la caméra bolométrique.

La cosmologie est par définition l'étude de la structure et de l'évolution de l'univers. Cette discipline est née vers la fin des années 20, avec la découverte par Edwin Hubble de galaxies en dehors de la nôtre et la mise en évidence de l'expansion de l'espace qui les séparent. Ces découvertes ont non seulement fait voler en éclats les frontières du monde en les repoussant à des distances jusqu'alors inimaginables, mais surtout elles ont apporté l'image révolutionnaire d'un univers non statique. Devant les insuffisances de la théorie classique à rendre compte des observations effectuées, la théorie de la Relativité Générale, inventée par Einstein et publiée en 1916, s'est rapidement révélée être le cadre théorique adéquat de la cosmologie. Cette discipline nouvelle n'a cependant véritablement connu d'essor qu'après une période de maturation. En effet, malgré le modèle mathématique d'expansion de l'univers de Lemaître en 1927, la publication des travaux de Hubble en 1929, la formulation de la nucléosynthèse primordiale des éléments de la classification périodique par Gamow en 1948 et la finalisation de la théorie de l'explosion originelle par Alpher et Herman en 1949, ce n'est qu'en 1964 avec la découverte du rayonnement fossile par Pienzas et Wilson [*Pienzas et Wilson, 65*], que la théorie du Big Bang va vraiment s'imposer dans la communauté scientifique et que la cosmologie va prendre son envol. Rayonnement fossile et mirages gravitationnels (formalisés par Zwicky en 1937 et confirmés expérimentalement en 1979) constituent les deux preuves expérimentales qui rendent la théorie classique caduque au profit de la Relativité Générale pour la description de l'univers aux grandes échelles. La théorie du Big Bang offre pour la première fois l'opportunité de se rapprocher des buts fondamentaux qui ont motivé

l'émergence de l'astronomie : expliquer l'origine, la structure et l'avenir de l'univers. Par ailleurs, la description des tous premiers instants fait entrer en jeu la physique des particules pour comprendre la création de la matière et des forces qui régissent son comportement. Cette démarche permet la rencontre entre les deux grands paradigmes de la science moderne que sont la Relativité Générale et la Mécanique Quantique, et, offre ainsi des pistes pour la formulation d'une théorie plus globale. La cosmologie est donc une discipline de toute première importance pour les progrès de la connaissance, et le rayonnement fossile en est un des objets d'étude principaux. Ce dernier porte plusieurs noms, dont celui de "Rayonnement à 3 K" car il a le spectre d'un corps noir thermalisé à cette température (en fait la valeur exacte est 2,725 K) ; sa brillance est maximale à 160 GHz, soit 1,8 mm de longueur d'onde, c'est-à-dire en plein domaine radio (voir Tableau I-1 page 26).

Quelque uns des autres noms du rayonnement fossile sont "Fond Diffus Cosmologique" ou "Fond Cosmique Micro-onde", il est important de connaître ce dernier car l'acronyme de sa traduction anglaise, c'est-à-dire CMB, pour Cosmic Microwave Background, est le terme le plus couramment employé dans la littérature. Dans ce mémoire nous utiliserons l'acronyme anglais uniquement sous forme d'indice pour repérer les variables qui se réfèrent au rayonnement fossile.

Bien que l'existence des ondes radio fût connue avant la naissance de la cosmologie, l'idée de les utiliser comme source d'information astronomique est apparue plus tard.

C'est en 1800 que William Herschel met pour la première fois en évidence un rayonnement non visible. Il s'agit des infrarouges qu'il détecte grâce à l'échauffement qu'ils produisent sur les corps qui les interceptent. Ce n'est cependant que vers la fin du 19<sup>ième</sup> siècle que l'existence de toute l'étendue du spectre électromagnétique<sup>1</sup> est démontrée grâce à James Clerck Maxwell et ses célèbres équations. Malheureusement, l'atmosphère terrestre est globalement opaque à toutes les longueurs d'ondes, excepté le domaine visible, quelques fenêtres dans l'infrarouge et le millimétriques, ainsi que le domaine radio du centimètre à la dizaine de mètres. C'est pour cela que toute l'étendue du spectre électromagnétique n'a pu être couverte avant la fin du 20<sup>ième</sup> siècle avec l'avènement des observatoires spatiaux. C'est entre l'époque de Maxwell et l'ère spatiale que la radioastronomie est née ; en 1931 Karl Jansky révèle en effet l'existence d'ondes radio provenant du cosmos. La découverte est révolutionnaire, puisque pour la première fois dans l'histoire, l'humanité obtient des informations célestes autrement que par cette infime partie du rayonnement électromagnétique que l'on appelle la lumière visible. Tout comme la cosmologie, la radioastronomie a connu une période de maturation et elle s'est vraiment développée à partir des années 50 en bénéficiant de la technique du radar qui avait été mise au point pour les besoins militaires de la seconde guerre mondiale. Cette nouvelle source d'information s'est révélée bien plus riche que prévu notamment grâce à l'existence de sources non thermiques dûes au rayonnement synchrotron de particules chargées (principalement électrons) accélérées par les champs magnétiques stellaires et galactiques. Par ailleurs, nombre de sources thermiques jusqu'alors inimaginables se sont révélées. Parmi elles le rayonnement fossile, bien sur, mais aussi les quasars, les radiogalaxies et les régions de formation d'étoiles.

Les dispositifs utilisés pour transformer l'information provenant des objets célestes en signal exploitable sont désignés par le terme générique de récepteurs de rayonnement. Comme l'ensemble des sciences et technologies, ils ont suivi une évolution "exponentielle". Jusqu'à l'invention de la plaque photographique par Niepce au début du 19<sup>ième</sup> siècle, le seul récepteur

---

<sup>1</sup> Le Tableau I-1 page 26 présente les différents domaines du spectre électromagnétique et l'ensemble des unités utilisées pour désigner les longueurs d'ondes, fréquences, énergies et températures équivalentes de corps noir des photons.

existant était l'œil humain. Mais à cause des sensibilités très médiocres des premières plaques, il faudra attendre le 20<sup>ième</sup> siècle pour voir la photographie devenir un véritable instrument astrophysique. Ce n'est qu'après la deuxième guerre mondiale que les récepteurs vont se diversifier, se multiplier et devenir linéaires en sensibilité, c'est-à-dire qu'ils vont permettre de quantifier l'énergie reçue. Chaque type de récepteur exploite des interactions entre la matière et le rayonnement qui font entrer en jeu différents processus physiques suivant les longueurs d'ondes à détecter.

Dans le domaine des plus hautes énergies (rayons de quelques MeV), les chambres à étincelles détectent l'ionisation d'un gaz due aux positons et électrons créés par paires au passage des photons. Pour les moins énergétiques et les rayons X, les scintillateurs fonctionnent grâce à la diffusion Compton, et, les détecteurs à semi-conducteurs sont employés comme spectromètres grâce à l'énergie d'ionisation des photons dans la matière. La photo-ionisation des gaz est exploitée dans les compteurs proportionnels pour détecter les rayons X et les UV extrêmes. Les galettes de microcanaux, les photomultiplicateurs et les caméras classiques détectent les rayons X, les ultraviolets et la lumière visible grâce à l'effet photoélectrique à l'interface entre la matière et le vide. La photographie fonctionne des ultraviolets aux infrarouges et repose sur l'effet photochimique. Les dispositifs à transfert de charge comme les CID, les transistors MOS ou FET et surtout les CCD, exploitent les effets photoélectriques dans les solides (effet photoconducteur, effet photovoltaïque, puits quantiques) et fonctionnent des rayons X aux infrarouges. Des infrarouges lointains au submillimétrique on peut encore utiliser des photoconducteurs voire des récepteurs photovoltaïques à condition de les coupler à une électronique à faible bruit à base de transistors FET par exemple. On peut aussi utiliser des photoconducteurs réalisés avec des semiconducteurs extrinsèques qui contiennent, à l'inverse des intrinsèques, des dopants (impuretés) qui fournissent des porteurs de charges (électrons ou trous) facilitant la production des photoélectrons. Pour les longueurs d'ondes plus grandes, on peut adjoindre des cornets et des guides d'ondes à ces détecteurs pour atténuer les effets de diffraction et améliorer la concentration d'énergie. Du submillimétrique au métrique on peut utiliser trois types de configurations basés sur l'association cornet plus guide plus cavité résonante enfermant un élément non linéaire fonctionnant par induction (spire) ou excitation directe (diode, semi-conducteur). Le bruit, notamment celui d'origine thermique, devient rapidement important dans ces longueurs d'ondes, un moyen de s'en affranchir est la détection hétérodyne : un oscillateur local est enfermé dans une cavité et reliée au guide d'onde principal via un autre guide. Les détecteurs utilisés, diodes Schottky ou jonctions SIS (Supraconducteur Isolant Supraconducteur), sont appelés mélangeurs car leur réponse au champ électromagnétique est quadratique ; une des composantes du courant qu'ils délivrent a une fréquence égale à la soustraction de la fréquence de l'oscillateur local avec celle de l'onde radio incidente. Ce courant est ensuite filtré, amplifié et enregistré. La détection hétérodyne s'est généralisée à tous les récepteurs radios existants car elle permet d'atteindre des sensibilités hors de portée des vieux récepteurs (qui fonctionnaient simplement avec l'amplification par un transistor des courants induits dans une antenne) et des longueurs d'ondes aussi grandes que possible (la limite étant fixée par la taille des antennes collectrices).

Parmi les différents types de récepteurs qui permettent d'avoir accès aux différents niveaux d'énergie des photons, il en est un qui exploite les effets thermiques du rayonnement sur la matière : le bolomètre. Il a la particularité unique de pouvoir détecter à priori toutes les longueurs d'onde<sup>2</sup>. Inventés peu avant 1880 par Langley, ces détecteurs universels permettent

---

<sup>2</sup> Cette particularité est à l'origine du concept de magnitude bolométrique. Les systèmes de magnitudes sont un héritage des savants de la Grèce antique qui classaient les étoiles selon leur brillance apparente à l'œil. Cette

de mesurer des variations de température d'un absorbeur d'énergie. Cette dernière peut-être non seulement transportée par des photons, mais aussi par d'autres particules pour peu qu'elles interagissent avec la matière. Dans les faits, bien que grandissants sans cesse, les domaines de fonctionnement des bolomètres sont encore limités par leurs performances. Il faut dire que leur véritable développement n'a commencé qu'à partir du début des années 60, lorsque les techniques liées à leur fabrication les a rendu plus compétitifs que les autres détecteurs thermométriques utilisés jusqu'alors (thermopiles, détecteur pneumatique de Golay, etc.). Les bolomètres sont aujourd'hui particulièrement intéressants pour les observations dans les domaines infrarouges, micro-ondes et aussi pour les rayons X ou la détection de particules massives (neutrons ou certains candidats théoriques exotiques permettant d'expliquer tout ou partie de la matière noire). Ils peuvent également être employés comme mélangeurs dans la détection hétérodyne. Mais leur utilisation ne se cantonne pas à l'astronomie ; on commence en effet à les retrouver dans certains domaines de la télédétection terrestre, notamment pour des applications militaires.

Les bolomètres sont devenus des détecteurs incontournables en radioastronomie un peu plus d'un siècle après leur invention. En 1992 ils équipent une partie des instruments (DIRBE, FIRAS) du satellite COBE<sup>3</sup>. Néanmoins ce sont les radiomètres DMR<sup>4</sup> (Differential Microwave Radiometers) montés eux aussi sur COBE qui ont permis la première détection des anisotropies du rayonnement fossile avec une résolution de  $7^\circ$  [Smoother et al, 92]. Cette découverte est un véritable coup de fouet pour la cosmologie car les contraintes sur les paramètres et modèles cosmologiques (densité, courbure, vitesse d'expansion de l'univers, etc.) sont d'autant plus importantes que les anisotropies du rayonnement fossile sont mesurées avec une résolution élevée. Parmi les projets les plus récents (2000-2003) ayant permis de notables avancées dans cette course à la résolution, on peut citer les missions en ballon stratosphérique MAXIMA, BOOMERANG et ARCHEOPS, et, le satellite WMAP avec des résolutions de 10 à 20 minutes d'arc. En 2007, la mission spatiale PLANCK effectuera des mesures encore plus précises de façon à réduire encore les marges d'incertitudes des modèles cosmologiques. Il existe deux points communs entre ces missions : l'utilisation de bolomètres comme détecteurs et le fait de quitter le sol pour se s'affranchir de l'écran atmosphérique. Cette deuxième particularité explique le laps de temps important qu'il y a eu entre la découverte du rayonnement fossile et sa première cartographie.

Tout espoir de capter les rayonnements micro-ondes au sol n'est cependant pas perdu, car pour peu que l'humidité ne soit pas trop élevée, certaines bandes dans ces longueurs d'ondes peuvent passer à travers l'atmosphère sans être trop atténuées. Il est alors possible de compenser l'opacité atmosphérique peu importante de ces "fenêtres" par l'utilisation des grandes surfaces collectrices des radiotélescopes et par les temps d'intégration aussi long que voulu. On peut ainsi obtenir des images aussi lumineuses que dans l'espace, avec une meilleure résolution angulaire grâce à la grande taille des miroirs et pour un coût bien moindre. Les limitations sont les bandes de fréquences accessibles, le bruit de ciel (le rayonnement fluctuant dû aux turbulences de l'atmosphère) et surtout le bruit de photon dû aux fluctuations thermodynamiques, qui est d'autant plus important que les rayonnements parasites sont puissants (voir Partie I, paragraphe II.2.4).

---

classification fut quantifiée en 1856 par Pogson au moyen d'une loi logarithmique de l'éclairement (ou flux, donné en  $W.m^{-2}.Hz^{-1}$ ). La magnitude bolométrique mesure l'intégrale de l'éclairement sur toutes les longueurs d'ondes (les dimensions de cette intégrale sont donc des  $W.m^{-2}$ ).

<sup>3</sup> Voir <http://aether.lbl.gov/www/projects/cobe/> pour une présentation du satellite.

<sup>4</sup> Ces radiomètres sont constitués de deux cornets dirigés vers des régions voisines du ciel et d'une chaîne de détection qui permet de multiplexer les rayonnements reçus, de les moduler avec un oscillateur local, puis de les amplifier avant de les convertir en tension électrique grâce à un détecteur quadratique. En bout de chaîne un détecteur synchrone avec le signal de modulation effectue une démodulation et fournit un signal de sortie proportionnel à la différence des puissances collectées par les deux cornets.

Avec l'interférométrie, les résolutions angulaires accessibles peuvent atteindre la milliseconde d'arc, ce qui est extraordinairement plus élevé que ce que peuvent atteindre les instruments spatiaux actuels. Certaines expériences basées sur ce système de détection, telle que DMR, VSA, AMI, CAT, ATCA, MBI ou encore DASI [*2K1BC Workshop, 01*] ont apportées ou vont apporter des informations importantes et complémentaires aux expériences déjà citées. Mais ces systèmes interférométriques comportent très peu de pixels et ont des champs de vue relativement réduits, or certains objets radio sont très étendus et ils ne peuvent apporter des informations pertinentes qu'à la condition d'être cartographiés sur des régions suffisamment importantes (c'est notamment le cas du rayonnement fossile). Balayer le ciel avec des instruments qui contiennent trop peu de détecteurs peu devenir assez fastidieux, il est alors plus intéressant de disposer de grands champs d'observation. Ceci n'est réalisable qu'avec des récepteurs comprenant un nombre conséquent de pixels. À l'instar des télescopes de Schmidt pour la lumière visible, les caméras bolométriques devraient apporter à la radioastronomie les possibilités d'imagerie à grand champ qui lui font actuellement défaut. C'est pourquoi la tendance actuelle est de concevoir des détecteurs non plus en assemblant plusieurs bolomètres individuels, mais en fabriquant des matrices où tous les bolomètres sont réalisés en même temps grâce aux techniques modernes de lithographie. Les objectifs sont non seulement de concevoir des caméras offrant 10 à 100 fois plus de pixels qu'avec les techniques de fabrication utilisées jusqu'alors, mais aussi d'atteindre la sensibilité limite du bruit de photon, et de baisser leur prix de fabrication. Plusieurs équipes travaillent sur ce type de projet de par le monde. Depuis peu quelques détecteurs assemblant plus d'une centaine de bolomètres individuels ont vu ou sont sur le point de voir le jour, c'est notamment le cas des instruments BOLOCAM, HUMBA 2 ou MAMBO 2 (nous évoquerons ces expériences ainsi que certaines autres basées sur la détection bolométrique au début du Chapitre II de la Partie I). Mais à l'heure actuelle il n'y a pas encore de caméras équipées de matrices de bolomètres à proprement parler. L'enjeu est important car à l'instar des caméras CCD dans les longueurs d'ondes visibles, les caméras bolométriques pourraient révolutionner l'astronomie micro-onde (dont le domaine millimétrique fait partie), extrêmement riche en informations, mais encore grandement inexploré.

Quelques références ayant servi pour cette introduction : <http://fr.encyclopédia.yahoo.com> avec les mots clef "cosmologie" et "radioastronomie", [*Léna, 96*] pour les différents types de détecteurs, [*P.L.Richard, 94*], pour les bolomètres, [*Désert, 03*] pour les divers instruments millimétriques évoqués, et, [*S.Gaertner, 97*].

## I.2 Plan du mémoire.

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du développement d'une caméra bolométrique millimétrique destinée à être placée au foyer d'un radiotélescope au sol pour des applications cosmologiques et astrophysiques.

La première partie est consacrée au travail préliminaire qui consiste à définir les motivations pour la conception d'un nouvel instrument d'une part et à monter un avant-projet qui permette de définir la démarche à employer pour la réalisation de l'instrument d'autre part.

En ce qui concerne les motivations, il s'agit de recenser les sources de rayonnement millimétrique non terrestres susceptibles d'atteindre le foyer du télescope, d'établir un bilan des connaissances et interrogations restantes à leur sujet, et, à évaluer les puissances de rayonnement de ces sources et leurs répartitions spatiales et angulaires. Pour ce qui est de la cosmologie, on s'intéressera principalement aux grandes régions de gaz chaud qui apparaissent grâce à l'interaction entre les photons du rayonnement fossile et les constituants

de ces gaz. Cette interaction, connue sous le nom d'effet Sunyaev-Zeldovich, est une des sources d'information les plus excitantes de l'astronomie moderne car elle permet par exemple de voir "à travers" les nuages de gaz, de remonter à leurs tailles réelles, et de construire de nouveaux étalons pour la mesure des distances à l'échelle intergalactique. Un autre intérêt des ondes millimétriques en cosmologie est l'étude des autres grandes structures de l'univers que sont les amas de galaxies, notamment à cause de la forme des spectres caractéristiques des galaxies elles-mêmes et de la combinaison de l'effet de dilution, dû à l'éloignement, avec l'effet de décalage vers le rouge, dû à l'expansion de l'univers. Les radiogalaxies et les régions sombres des galaxies spirales sont particulièrement intéressantes à étudier de façon individuelle dans ces longueurs d'ondes. Enfin en astrophysique, les lieux de formation d'étoiles dans notre galaxie (la Voie Lactée) sont des zones facilement résolubles avec les télescopes, mais qui sont rendues opaques aux longueurs d'ondes visibles par les gaz et poussières environnantes. Fort heureusement elles sont pratiquement transparentes dans le millimétrique. Le chapitre se terminera par une évocation des perspectives offertes par l'étude de la polarisation du rayonnement fossile et des rayonnements provenant des régions de poussières interstellaires.

Le travail de définition d'un "avant-projet" de caméra consiste à définir les contraintes et les objectifs environnementaux de l'instrument. Pour être le plus efficace possible, la caméra devra ainsi être capable d'échantillonner les taches de diffraction, d'embrasser le champ de vue du télescope, et, d'avoir une sensibilité et une dynamique capables d'atteindre la limite physique qu'est le bruit de photon, tout en s'affranchissant des rayonnements parasites de l'atmosphère et du télescope. Compte tenu des puissances dues au rayonnement de corps noir, émises par les objets ayant des températures supérieures à quelques Kelvins, il devient rapidement évident qu'un système de refroidissement efficace des détecteurs et de leur environnement proche devient indispensable. Le système de cryostat à dilution hélium 3 – hélium 4 est l'une des solutions les plus pratiques à l'heure actuelle permettant de refroidir les détecteurs bolométriques à une température de fonctionnement de 0,1 Kelvin (la désaimantation adiabatique est une autre solution pour atteindre les très basses températures, mais elle ne permet pas un fonctionnement en continu aisé à cause du champ magnétique nécessaire à son fonctionnement). Il est à noter que ce type "d'habillage" est absolument nécessaire non seulement pour limiter les puissances parasites mais aussi pour optimiser les chaleurs spécifiques, et donc la réponse, des détecteurs. L'étude des bruits environnants (radiatif et mécaniques) dont on ne peut s'affranchir permet d'orienter la discussion sur les choix liés à la conception des systèmes optiques en amont de la caméra et à la conception des éléments du cryostat. La première partie du mémoire se terminera par un bilan des calculs d'optiques et de photométrie liée à la définition de l'avant-projet, et, par un descriptif de quelques solutions compatibles avec les contraintes et objectifs fixés pour la réalisation d'une caméra bolométrique au sol.

La deuxième partie du mémoire est la plus conséquente, elle porte sur le cœur de l'instrument que nous voulons réaliser : les matrices de bolomètres à thermomètres en niobium silicium.

Les deux premiers chapitres sont consacrés à l'étude du fonctionnement et de l'optimisation des bolomètres, et, à l'étude du niobium silicium et de son optimisation pour la réalisation de couches minces résistives thermométriques.

Les bolomètres sont des détecteurs d'énergie qui répondent aux excitations extérieures par des changements de température mesurés électriquement. La bonne compréhension de ces détecteurs passe donc par l'étude des processus thermodynamiques d'accumulation et de transports thermiques et électriques qui sont caractérisés par les notions de chaleur spécifique et de conductivités thermiques et électriques (des rappels sur ces notions et leurs expressions

pour les phonons et les électrons sont présentés en Annexes). Le bolomètre est constitué d'un absorbeur d'énergie, d'un thermomètre qui permet de mesurer celle-ci et d'une fuite thermique qui permet de l'évacuer vers un réservoir de température (un thermostat). Les thermomètres peuvent être résistifs ou supraconducteurs. L'architecture de l'instrument, notamment son système de lecture, n'est pas identique pour les deux types de thermomètres. La filière que nous avons retenue est résistive, elle sera donc un peu plus détaillée que la filière supraconductrice. Le modèle idéal du bolomètre tient compte de la contre-réaction thermique due à la polarisation du thermomètre et à la fuite thermique, et, des sources principales de bruit dus aux phonons et aux fluctuations thermodynamiques dans le thermomètre. Ce modèle très général est assez prédictif et permet de bien comprendre le fonctionnement de ce type de détecteurs. Il est possible d'étudier l'optimisation d'un bolomètre pour l'étude d'une puissance de rayonnement donné tout en restant dans ce cadre idéal. Mais le modèle idéal ne peut être utilisé qu'autour d'un point de fonctionnement donné et il n'explique pas bien les effets non-linéaires et les excès de bruits généralement constatés sur les instruments existants. Pour aller plus loin il convient d'étudier plus précisément chacun des éléments, à commencer par les thermomètres. Un modèle complet prenant en compte ces discussions d'optimisation ainsi que les caractéristiques des thermomètres et de l'architecture complète des détecteurs permet de présenter une étude prévisionnelle du fonctionnement des bolomètres de la caméra et d'évaluer les performances que l'on peut attendre de leur part.

Les thermomètres que nous voulons utiliser sont des couches minces de Niobium Silicium qui approchent une transition métal-isolant autour de leur température de fonctionnement. C'est cette propriété physique, caractéristique des isolants d'Anderson, qui fait du NbSi un des meilleurs candidats connu à ce jour pour des applications thermométriques. Le comportement exponentiel de la résistivité avec la chute de température sera décrit et expliqué, ainsi que les effets de couplage électron-phonon et de champ électrique qui peuvent le perturber. Le comportement de la chaleur spécifique avec la température ainsi que les sources de bruits de ce type de matériau seront également évoqués. Une synthèse des expériences déjà effectuées sur le NbSi permettra de discuter de l'optimisation des couches minces pour notre application bolométrique.

Les deux derniers chapitres de la deuxième partie du mémoire seront consacrés aux travaux qui auront pris le plus de temps au cours des trois années de thèse ; ils portent sur la mise au point de matrices de thermomètres en NbSi. Ils ne suivent pas l'ordre chronologique des travaux. Ceux-ci avaient en effet débuté par des expériences sur des échantillons réalisés par d'autres laboratoires. Mais comme toutes les matrices qui nous ont été fournies ont présenté des anomalies de résistance à basse température et à faible polarisation, nous nous sommes investis dans la réalisation des échantillons afin de mieux comprendre les anomalies mesurées. Il est donc plus logique de décrire la fabrication des échantillons avant les expériences mises en places pour les caractériser.

Les matrices de thermomètres sont réalisées par dépôts successifs des électrodes, des pistes électriques et des films de NbSi sur des plaquettes de silicium. Deux procédés de microfabrication en salle blanche sont utilisés : la lithographie par lift-off et l'évaporation avec masques mécaniques. Le premier est un procédé couramment utilisé dans l'industrie des composants électroniques. Il utilise une résine qui ne laisse à nu sur la plaquette de silicium que les parties sur lesquelles doit être déposé un matériau donné. La résine est enlevée par trempage dans une solution chimique. Le second procédé a été développé par l'équipe de Louis Dumoulin au CSNSM spécialement pour les dépôts de NbSi. Suite aux essais infructueux des échantillons entièrement lithographiés, nous l'avons utilisé, mais de façon détournée par rapport à la motivation de son développement (nous ne l'avons employé que pour les électrodes, pas pour le NbSi).

## Introduction.

Après avoir défini les protocoles régissant le déroulement des tests électriques à effectuer sur les échantillons de NbSi, il faut concevoir une partie du matériel, puis assembler et programmer tous les constituants permettant de mener les expériences. La première d'entre elles a été effectuée avec un cryostat à hélium 3 pompé. Les suivantes se sont déroulées en utilisant un cryostat à dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ . Ce dernier est muni d'un calorimètre mis sous vide à l'intérieur duquel les matrices sont thermalisées à 100 mK, leur température de fonctionnement. Il arrivait que les expériences durent jusqu'à une semaine entière compte tenu du temps de mise en froid et du nombre de relevés parfois nécessaires pour caractériser l'homogénéité et la dépendance en température des résistances des échantillons.

Le traitement des données enregistrées au cours des expériences a été réalisé en utilisant des programmes informatiques spécialement développés pour enlever les bruits ponctuels ("glitches"), reconstruire les dépendances des résistances des films de NbSi en fonction des tensions appliquées et des températures, présenter les courbes avec une interface graphique et ajuster les paramètres libres des lois attendues.

Les premières expériences sur bolomètres individuels entièrement réalisés par masques mécaniques ont donné de bons résultats. Mais toutes les expériences sur les matrices lithographiées ont donné de mauvais résultats, hormis sur les deux dernières matrices qui semblent plus prometteuses. Bien que le contenu physique des mauvais résultats ne soit pas très profond, il est intéressant pour éviter qu'ils ne soient répétés, de les évoquer et de discuter des hypothèses émises pour les expliquer et des solutions mises en place pour les éviter aux itérations suivantes. Les bons résultats obtenus et les interprétations physiques qui en découlent sont évidemment présentés. Les derniers en date laissent notamment entrevoir une note optimiste sur la sensibilité des films de NbSi. Il faudra cependant effectuer des expériences de caractérisation des bruits intrinsèques à ces films minces pour pouvoir confirmer ou infirmer les avantages du Niobium Silicium pour la réalisation des thermomètres des bolomètres de la caméra.

La troisième partie du mémoire, plus courte en volume, mais qui représente autre portion importante du travail de thèse, sera dédiée à la conception du système de multiplexage à froid, qui fait partie de l'électronique de commande et de lecture de l'instrument. La température de fonctionnement de la caméra étant de 100 mK, il semble problématique de remonter tous les fils électriques à la température ambiante et de procéder à l'amplification des signaux après coup. En effet, si la caméra est constituée de plus d'un millier de pixels, des questions d'encombrement et surtout de pertes thermiques se posent ; il est alors légitime d'étudier d'autres solutions que l'utilisation d'un nombre de fils aussi important que le nombre de pixels (ce qui est le minimum requis pour une architecture sans multiplexage). Les problèmes de couplages capacitifs, de microphonie et autres sources de bruits parasites que l'on peut rencontrer entre l'étage à 100 mK et la température ambiante (300 K) sont d'autres éléments qui imposent de limiter le nombre de fils. La première étape dans la conception du système de multiplexage consiste à tester des transistors qui permettront de jouer le rôle de commutateurs à très basse température. Une fois les transistors adéquats sélectionnés, les circuits imprimés qui composent le multiplexeur et les boîtiers électroniques qui permettent de le piloter par ordinateur sont réalisés puis testés. Les problèmes de bruit sont cependant loin d'être tous résolus par l'utilisation de ce seul système ; ils imposent de développer une électronique de lecture et d'amplification à froid. Fort heureusement ce sujet n'est pas nouveau et il existe un certain nombre de solutions dont on peut s'inspirer et que l'on peut coupler aux éléments du multiplexeur développé pour la caméra. Comme le développement du système d'amplification et de lecture n'a pas fait partie intégrante de la thèse, la solution originale retenue basée sur l'utilisation d'amplificateurs de charges sera simplement évoquée. Pour clore cette partie, le système complet de lecture de la caméra sera présenté à travers un petit récapitulatif des

## Introduction.

éléments développés spécialement pour le projet et des éléments provenant d'autres instruments.

Les étapes qu'il reste à franchir avant de réaliser un prototype capable d'être testé en grandeur nature sur un radiotélescope sont encore assez nombreuses. Elles seront évoquées dans les conclusions et perspectives, en donnant quelques précisions sur celles qui ont été amorcées au cours de la thèse.

Dans les annexes, présentées comme une quatrième partie, le lecteur pourra trouver quelques rappels fondamentaux de physiques qui permettent de bien comprendre l'origine d'un grand nombre des équations présentées dans le mémoire.



# Partie I Études préliminaires de la caméra bolométrique.



# Chapitre I Motivations astrophysiques.

Après une introduction sur les deux catégories de rayonnement électromagnétique émis dans la nature et sur la loi de Planck de rayonnement de corps noir, nous présenterons les deux types de rayonnements millimétriques qui motivent la réalisation d'une caméra bolométrique à grand champ, haute résolution et bas niveau de bruit. Ces deux types de rayonnement sont d'une part le rayonnement fossile et notamment la distorsion qu'il subit à la traversée de nuages intergalactiques chauds et ionisés, et d'autre part le rayonnement thermique des poussières dans les amas de galaxies et dans les galaxies elles-mêmes et les régions de formation d'étoiles, ainsi que les sources d'origine planétaire (rayonnement thermiques mais aussi raies dans les atmosphères de planètes géantes).

## I.1 Types de rayonnements dans l'univers et notion de corps noir.

### I.1.1 Rayonnements émis dans l'univers.

Le véhicule quasi exclusif de l'information qui nous provient de l'espace est le rayonnement électromagnétique, composé uniquement de photons<sup>5</sup>. Ces ondes-particules sont les vecteurs de la force électromagnétique, c'est-à-dire la manifestation de la propagation des champs électriques et magnétiques. Cependant en fonction de la distribution en énergie des photons, on distingue deux types de rayonnement dans l'univers : les raies et le continuum.

Les raies sont dues à des processus locaux, d'origine quantique, identiques pour tous les atomes ou les molécules d'un environnement donné. Par exemple l'absorption ou l'émission d'un photon par un atome va être corrélé à un changement de niveau énergétique d'un électron de valence ; la longueur d'onde du photon émis ou absorbé va être proportionnelle à l'écart entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée de l'électron. À l'échelle des molécules, les photons peuvent entrer en interaction (absorption ou émission) avec le moment magnétique moléculaire lorsqu'il existe. De telles molécules peuvent entrer dans des modes de vibration<sup>6</sup> (compression-dilatation, cisaillement, rotation) dont Les fréquences de résonance correspondent aux fréquences des photons émis ou absorbés. La plupart des raies observées en radioastronomie sont des raies de rotation [*Désert, 99*].

Le continuum est dû en grande partie au rayonnement de corps noir des objets. Ce rayonnement est directement corrélé à la température, qui quantifie la façon dont les atomes vibrent (cas des solides) ou entrent en collision les uns avec les autres (cas des gaz). Ces vibrations ou collisions créent des accélérations au niveau des particules porteuses de charges électriques (électrons, protons), ce qui modifie localement le champ électromagnétique et crée par conséquent des photons. La formulation de la relation entre la température et la

---

<sup>5</sup> Les photons ne sont pas les seules particules détectées. Les électrons et les protons (vent solaire, particules alpha, rayons cosmiques), ainsi que les neutrinos que nous recevons fournissent des informations capitales pour l'étude de l'univers et pour tester les théories physiques. Mais ils n'ont commencé à être détecté que depuis le courant du 20<sup>ième</sup> siècle et ils restent, encore à l'heure actuelle, un support informationnel marginal comparé aux photons.

<sup>6</sup> Voir site [http://www.ens-lyon.fr/Planet-Terre/Infosciences/Climats/Rayonnement/Cours/partie2/partie2\\_2.htm](http://www.ens-lyon.fr/Planet-Terre/Infosciences/Climats/Rayonnement/Cours/partie2/partie2_2.htm) pour une illustration des modes de vibration des molécules.

## Études préliminaires de la caméra bolométrique.

distribution fréquentielle des photons émis est donnée par la loi de Planck ou équation de la brillance de corps noir. Or, comme cela sera précisé par la suite, il se trouve que le rayonnement fossile a le spectre de rayonnement d'un corps noir à 2,725 Kelvin. Il est à noter qu'il existe d'autres sources de rayonnements continus, notamment le rayonnement synchrotron dû à l'accélération d'électrons libres ou autres particules chargées. Mais leurs lois de brillance sont différentes de celle du corps noir.

Le tableau ci-dessous présente les différents domaines du spectre électromagnétique avec les différentes unités utilisées pour désigner les longueurs d'onde, fréquences, énergies et températures équivalentes de corps noir des photons.

*Tableau I-1. Spectre électromagnétique.*

*Les unités les plus utilisées sont représentées. Chaque couleur s'étend sur une portion du spectre allant de la valeur donnée sur la même ligne à la valeur de la ligne suivante. La colonne  $T=E/k$  donne la valeur des températures dont l'énergie d'agitation thermique est égale à l'énergie des photons. La colonne  $T=v/w$  donne la température du corps noir dont la brillance (voir paragraphe suivant) est maximale à la fréquence donnée sur la même ligne. La dernière colonne donne la puissance totale par unité de surface émise par ce corps noir.*

Six constantes permettant d'effectuer la conversion entre les différentes unités utilisées.													
Vitesse de la lumière	$c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s	Facteur de Wien	$w = 5,88 \cdot 10^{10}$ Hz/K										
Constante de Planck	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s	ÉlectronVolt	$1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19}$ J										
Constante de Boltzmann	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K	Constante de Stephan	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup>										
Longueurs d'ondes (m) du spectre électromagnétique													
Unité usuelle	Domaine	"Couleur"	$\lambda$	$v=c/\lambda$	$E=h \cdot v$ [J]	$E/1 \text{ eV}$	$T=E/k$	$T=v/w$	$\sigma T^4$ [W/m <sup>2</sup> ]				
Hertz	Onde Radio	Ultra longue	100 Mm	3 Hz	2,0 $10^{-33}$	12 feV	0,14 nK	0,05 nK	383 $10^{-51}$				
		Longue	2 km	150 kHz	99 $10^{-30}$	620 peV	7,2 $\mu$ K	2,5 $\mu$ K	2 $10^{-30}$				
		Moyenne	500 m	1 MHz	397 $10^{-27}$	2,5 neV	29 $\mu$ K	10 $\mu$ K	614 $10^{-27}$				
		Courte	100 m	3 MHz	2,0 $10^{-27}$	12 neV	144 $\mu$ K	51 $\mu$ K	383 $10^{-27}$				
		Ultra courte	10 m	30 MHz	20 $10^{-27}$	124 neV	1,4 $\mu$ K	510 $\mu$ K	3,8 $10^{-21}$				
	Micro-onde	Décimétrique	1 m	300 MHz	199 $10^{-24}$	1,2 $\mu$ eV	14 mK	5,1 mK	38 $10^{-18}$				
		Centimétrique	100 cm	3 GHz	2,0 $10^{-24}$	12 $\mu$ eV	144 mK	51 mK	383 $10^{-15}$				
Millimétrique		10 mm	30 GHz	20 $10^{-24}$	124 $\mu$ eV	1,4 K	510 mK	3,8 $10^{-9}$					
Mètre	InfraRouge	Submm	1 mm	300 GHz	199 $10^{-21}$	1,2 meV	14 K	5,1 K	38 $10^{-6}$				
		Lointain	100 $\mu$ m	3 THz	2,0 $10^{-21}$	12,4 meV	144 K	51 K	383 $10^{-3}$				
		Moyen	12 $\mu$ m	25 THz	17 $10^{-21}$	103 meV	1,2 K	425 K	1,8 $10^3$				
		Proche	5 $\mu$ m	60 THz	40 $10^{-21}$	248 meV	2,9 K	1,0 K	61 $10^3$				
	Visible	Rouge	780 nm	384 THz	255 $10^{-21}$	1,6 eV	18 kK	6,5 kK	104 $10^6$				
		Jaune	620 nm	484 THz	320 $10^{-21}$	2,0 eV	23 kK	8,2 kK	260 $10^6$				
		Bleu	520 nm	577 THz	382 $10^{-21}$	2,4 eV	28 kK	9,8 kK	524 $10^6$				
	UltraViolet	UV-A	400 nm	749 THz	497 $10^{-21}$	3,1 eV	36 kK	13 kK	1,5 $10^9$				
		UV-B	315 nm	952 THz	631 $10^{-21}$	3,9 eV	46 kK	16 kK	3,9 $10^9$				
		UV-C	280 nm	1,1 PHz	709 $10^{-21}$	4,4 eV	51 kK	18 kK	6,2 $10^9$				
Electron-Volt	X	VUV	100 nm	3,0 PHz	2,0 $10^{-18}$	12 keV	144 MK	51 MK	383 $10^{12}$				
		Mous	40 nm	7,5 PHz	5,0 $10^{-18}$	31 keV	360 MK	127 MK	15 $10^{12}$				
		Moyens	2 nm	150 PHz	99 $10^{-18}$	620 keV	7,2 MK	2,5 MK	2,4 $10^{18}$				
	Gamma	Durs	0,5 nm	600 PHz	397 $10^{-18}$	2,5 keV	29 MK	10 MK	614 $10^{18}$				
		"γmous"	100 pm	3,0 EHz	2,0 $10^{-15}$	12 MeV	144 GK	51 GK	383 $10^{21}$				
		"γcosmiques"	100 fm	3,0 ZHz	2,0 $10^{-12}$	12 MeV	144 GK	51 GK	383 $10^{33}$				

## I.1.2 Loi de Planck de la brillance de corps noir.

La loi de Planck de rayonnement de corps noir est la formule de base sur laquelle s'appuient les calculs d'optiques réalisés dans le cadre de l'étude d'avant-projet de la caméra bolométrique. Nous la présentons dès le début de ce mémoire car nous l'évoquerons à plusieurs reprises dans la présentation des rayonnements astrophysiques qui motivent la réalisation de la caméra bolométrique. Elle sera ensuite utilisée au Chapitre II, qui présente les calculs d'optiques que nous avons réalisés pour l'étude de prédimensionnement des détecteurs de la caméra.

Le rayonnement de corps noir est non seulement dû à la température non nulle des objets, mais il implique aussi que les objets soient des absorbeurs parfaits de lumière. Si ce n'est pas le cas ils émettent un rayonnement un peu différent, on parle alors de corps gris. Comme nous n'en aurons pas besoin auparavant, cette notion ne sera définie avec plus de rigueur qu'au sous-chapitre II.2. Ici nous nous intéressons donc seulement au rayonnement de corps noir. Celui-ci est défini de façon rigoureuse par l'étude en physique statistique, d'un bain de photons isolé, à l'équilibre thermodynamique. Cette étude est présentée au paragraphe I.1.3.1 des Annexes et elle est suivie (paragraphe I.1.3.2) de quelques rappels sur la définition de plusieurs grandeurs photométriques qui sont utilisés tout au long de ce mémoire. Le lecteur trouvera de plus amples informations sur la physique statistique et les grandeurs photométriques utilisées en astrophysique dans [Diu, 89], [Maynard, 96], [Beust, 95].

Nous ne donnons ici que la principale grandeur photométrique qui va nous intéresser : l'intensité spécifique  $I_\nu$  ou brillance. Celle-ci est définie comme étant la puissance (énergie  $E$  par unité de temps) rayonnée dans une bande de fréquence  $d\nu$  par une unité de surface  $dS$  dans un angle solide  $d\Omega$  faisant un angle  $\theta$  avec la normale à  $dS$  :

$$I_\nu(\theta, \nu) \equiv \frac{d^4 E}{dS \cdot \cos\theta \cdot d\nu \cdot d\Omega \cdot dt} \quad [\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr} / \text{Hz}]$$

Équation I-1

Notons que le flux est défini par :  $F_\nu \equiv \int_{\Omega_{\text{source}}} I_\nu \cdot \cos\theta \cdot d\Omega$ . L'une des unités les plus couramment utilisées en radioastronomie pour  $F_\nu$  est le Jansky :  $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W/m}^2/\text{Hz}$  (nous utiliserons cette unité dans quelque uns des calculs préliminaires pour l'étude de la caméra au Chapitre II).

Les constantes physiques fondamentales suivantes seront abondamment utilisées dans cette partie, mais aussi tout au long du mémoire.

Célérité de la lumière dans le vide  $c$ , constante de Boltzmann  $k_B$  et constante de Planck  $h$  :

$$c = 3.10^8 \text{ [m/s]} \quad h = 6,63.10^{-34} \text{ [J.s]} \quad k_B = 1,38.10^{-23} \text{ [J/K]}$$

Équation I-2

Nous rappelons par ailleurs les relations entre la longueur d'onde  $\lambda$ , la fréquence  $\nu$ , l'énergie  $E$  et la quantité de mouvement  $p$  des photons :  $\nu = c/\lambda \text{ [s}^{-1}\text{]}$ ,  $E = h \cdot \nu \text{ [J]}$  et  $p = h/\lambda \text{ [J.s/m]}$ .

En identifiant la densité spectrale d'énergie par unité de volume et d'angle solide du corps noir défini par la physique statistique (voir l'Équation IV-9 en Annexes, page 348), à l'intensité spécifique définie en photométrie (voir ci-dessus), on en déduit la formule de la brillance de corps noir d'un objet de température  $T$  :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}\right) - 1} \quad [\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr} / \text{Hz}]$$

Équation I-3

On peut interpréter cette formule comme étant l'énergie d'un photon divisé par son étendue de faisceau<sup>7</sup> (équivalent à sa section efficace) que multiplie le nombre moyen de photons qui se trouvent dans le même état d'énergie au même endroit et au même moment.

Dans le cas où  $h\nu \ll k_B T$  on peut développer l'exponentielle au premier ordre :

$\exp(h\nu/k_B T) - 1 \approx h\nu/k_B T$  ; l'expression de  $B_\nu$  avec cette approximation est appelé domaine Rayleigh-Jeans :

$$B_{\nu\_RJ} = \frac{2 \cdot k_B \cdot T}{c^2} \cdot \nu^2$$

Équation I-4

Dans le cas où  $h\nu \gg k_B T$  on peut négliger 1 devant l'exponentielle ; c'est le domaine de Wien :

$$B_{\nu\_W}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}\right)$$

Équation I-5

Soit  $\nu_m$  la fréquence pour laquelle la brillance est maximale. Les expressions donnant  $\nu_m$  en fonction de T (et éventuellement de  $h$  et  $k_B$ ) sont connues sous le nom de lois de Wien :

$$\frac{1}{B_\nu} \frac{dB_\nu}{d\nu} = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{k_B \cdot T} \cdot \frac{1}{\exp\left(-\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}\right) - 1} = 0 \Rightarrow \frac{h \cdot \nu_m}{k_B \cdot T} = 2,8214 \text{ ou } \frac{\nu_m [GHz]}{T [K]} = 58,786$$

Équation I-6

L'expression donnant le flux total (puissance rayonnée dans toutes les directions, intégrée sur toutes les fréquences électromagnétiques) en fonction de la température est<sup>8</sup> :

$$\Phi = \int_{4\pi sr} \int_0^{+\infty} B_\nu \cdot d\nu \cdot d\Omega = \sigma \cdot T^4 \text{ avec } \sigma = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot k_B^4}{15 \cdot h^3 \cdot c^2} = 5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 / \text{K}^4$$

Équation I-7

Le terme  $\sigma$  est connu sous le nom de constante de Stephan.

## I.2 Le rayonnement fossile et l'effet Sunyaev-Zeldovich.

Comme la caméra bolométrique sera particulièrement bien adaptée à l'observation du rayonnement fossile et surtout aux distorsions provoquées par les nuages de gaz ionisés intergalactiques, nous présentons ici les motivations fondamentales de l'étude de ce rayonnement et de ses anisotropies.

### I.2.1 Lien entre le rayonnement fossile et le Big Bang.

#### I.2.1.1 L'une des preuves indirectes du Big Bang

La cosmologie est née lorsque les astronomes et les physiciens ont commencé à intégrer dans les théories physiques les observations d'Hubble concernant les mesures d'éloignement des galaxies les unes par rapport aux autres [Hubble, 29]. Pour la première fois dans l'histoire des sciences, l'univers est passé du statut d'entité éternelle et statique au statut d'objet ayant un

<sup>7</sup> Voir définition de l'étendue de faisceau au paragraphe I.2.2.3 des Annexes.

<sup>8</sup> Pour intégrer  $B_\nu$  sur toutes les fréquences, on utilise la formule  $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} \cdot dx = \frac{\pi^4}{15}$

commencement et subissant une expansion depuis lors. La période de la naissance de l'univers a été estimée à 15 milliards d'années dans le passé, grâce à l'observation des vitesses d'expansion des galaxies à différentes distances (donc à différentes époques, compte tenu de la vitesse finie de la lumière) et en extrapolant le moment où toute la matière se trouvait concentrée au même endroit. Les observations de Hubble furent les premières preuves expérimentales du modèle d'expansion de l'univers qui fut proposée pour la première fois en 1927 par Georges Lemaître, après qu'il eut appliqué la théorie de la relativité générale pour expliquer le rougissement de nébuleuses lointaines observées par les astronomes. D'abord décrié (le nom même de Big Bang est le sobriquet que lui donnaient ses détracteurs) ce modèle a petit à petit été adopté par l'ensemble de la communauté scientifique car il permettait d'expliquer certaines observations bien mieux que les scénarios imaginés auparavant. C'est notamment la découverte en 1965 du rayonnement micro-onde du fond de ciel qui marque le basculement des mentalités en faveur de la théorie du Big Bang. C'est en effet la seule théorie qui prédise naturellement (c'est-à-dire sans complication arbitraire de la théorie) l'existence de ce rayonnement. Il existe différents scénarios de Big Bang, appelés "modèles cosmogoniques" [*Piat, oo*]. Ils diffèrent par exemple sur la nature de la matière noire (chaude ou froide), sur les processus de formation des grandes structures (galaxies, amas) ou sur la période qui a gelé les fluctuations quantiques primordiales (inflation ou défauts topologiques). Tous ces scénarios décrivent la création des particules élémentaires et des forces d'interaction aux premiers instants de l'univers, en accord avec les modèles de physique des particules. Cela a contribué à conforter le crédit apporté à la théorie du Big Bang sans pour autant permettre de discriminer les modèles cosmogoniques. C'est finalement dans l'étude des tailles et répartitions angulaires sur la sphère céleste des fluctuations du rayonnement de fond micro-onde que résident les contraintes qui vont permettre de discriminer ces modèles.

Comme on l'a déjà évoqué, suivant les contextes de citation et les auteurs qui en parlent, le rayonnement de fond micro-onde est appelé sous différents noms tels que "Rayonnement de fond cosmologique", "Rayonnement à 3K", "Rayonnement fossile", "Fond diffus cosmologique", "Fond cosmologique micro-onde", etc. Un petit descriptif du scénario standard du Big Bang permet de comprendre l'origine de tous ces noms et surtout l'origine des fluctuations prédites par les modèles cosmogoniques.

### I.2.1.2 Scénario du modèle standard

À l'instant initial toute l'énergie de l'univers concentrée en un seul "point", appelé singularité primordiale, est libérée. On peut imaginer cet instant comme une explosion phénoménale, bien que cette image simpliste soit encore loin de ce qu'est en réalité cet événement. Ce n'est en effet pas seulement une débauche d'énergie libérée, c'est la création de l'espace, du temps et de la matière qui a lieu à ce "moment". Les particules à très hautes énergies sont d'abord créées. Puis, la dilatation de l'espace-temps aidant, leur énergie baisse et des levées dégénérescences ont lieu : suivant leurs modes de vibrations au passage de ces paliers, les super particules vont se transformer en différentes particules moins énergétiques. La force d'interaction unique qui existe alors va également connaître des brisures de symétrie. La gravitation est la première à se dissocier des autres forces (qui sont alors rassemblées en une seule force appelée "Grande Unification" en physique des particules). Cette brisure provoque une transition de phase de l'espace-temps qui se traduit par une courte période d'expansion très rapide de l'univers appelé inflation. Cet événement, qui a lieu entre  $10^{-43}$  et  $10^{-32}$  seconde, va figer les fluctuations quantiques primordiales (du vide, de l'énergie et des particules) et créer les premiers centres de nucléation qui ont permis de passer d'un univers parfaitement homogène et plein à l'univers hétérogène et quasiment vide que l'on connaît aujourd'hui. Peu

après une nouvelle brisure de symétrie fait apparaître l'interaction forte (responsable de la cohésion des quarks dans les protons et les neutrons), et,  $10^{-11}$  seconde après l'instant initial c'est au tour de la force électrofaible de se briser pour donner naissance à la force électromagnétique et à l'interaction électrofaible.

Les trois familles de particules élémentaires sont alors présentes : la famille de la matière ordinaire qui comprend l'électron, le neutrino  $e$ , et les quarks haut et bas ; la famille du muon qui comprend le muon, le neutrino  $\mu$ , et les quarks étrange et charme ; la famille du tau qui comprend le tau, le neutrino  $\tau$ , et les quarks beauté et top. Tous ces fermions interagissent via les bosons vecteurs force [Collot, 02] que sont les photons (électromagnétisme), les gluons (interaction forte), les  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  (interaction faible), et les hypothétiques gravitons (gravitation). Il en est de même pour toutes les antiparticules correspondantes. En quelques fractions de secondes, l'espace et le temps se sont suffisamment dilués pour "cristalliser" les particules et antiparticules élémentaires en grains de matière et d'antimatière. Vers  $10^{-4}$  secondes, les quarks se lient ainsi entre eux par groupe de trois pour former les protons et neutrons. Mais entre  $10^{-6}$  et 1 seconde la quasi-totalité des particules et antiparticules disparaissent en s'annihilant. Cependant, une asymétrie d'origine quantique, fait apparaître un petit excédent de particules par rapport aux antiparticules. C'est ce petit excédent qui va constituer l'ensemble de la matière de l'univers.

Entre 1 et 100 secondes commence l'ère de la nucléosynthèse : au cours de cette phase l'interaction forte permet aux protons et aux neutrons de se lier entre eux en échangeant des mésons (formés de deux quarks) pour former des noyaux d'Hydrogène (un peu moins de 75 %), d'Hélium (un peu moins de 25 %), de Lithium (un peu moins de 1 %) et peut-être de Bore et de Béryllium (en proportion infinitésimales). La nucléosynthèse primordiale n'a pu former d'éléments plus lourds à cause de l'expansion entraînant une chute importante et rapide de température. À haute température, les noyaux de deutérium formés au cours des collisions entre protons et neutrons sont immédiatement photodissociés, et à basse température, les noyaux ne fusionnent pas à cause de la barrière coulombienne. La construction des noyaux ralentit donc très vite, et s'arrête quelques minutes après le Big Bang<sup>9</sup>.

300000 ans après le début du Big Bang, l'espace-temps s'est suffisamment dilué pour que les électrons se lient aux noyaux d'hydrogène et d'hélium pour former des atomes. Les atomes d'hydrogènes se lient alors en molécules ( $H_2$ ). Les photons qui ne pouvaient pas se propager du fait de leurs interactions incessantes avec les électrons sont libérés. L'univers émet sa première lumière - le rayonnement fossile - et devient transparent. Cette époque de l'espace-temps est souvent appelée "surface de dernière diffusion" par abus de langage des observateurs (il serait plus judicieux de l'appeler "époque de dernière diffusion"). L'agitation des particules est cependant encore très importante et l'univers est alors rempli d'un plasma, dont la température de corps noir avoisine les 3000 degrés Kelvin, qui va petit à petit refroidir au fil des recombinaisons et se transformer en gaz.

15 milliards d'années plus tard ce rayonnement est toujours là, remplissant la totalité de l'espace qui nous entoure. Mais à l'image d'un trait dessiné sur un ballon de baudruche que l'on gonfle, la longueur d'onde des photons du rayonnement fossile s'est étirée au fil de la dilatation de l'espace-temps. La zone de maximum de brillance est ainsi passée de l'infrarouge proche, au moment de la dernière diffusion, au domaine micro-onde millimétrique, à notre époque. Les mesures effectuées sur ce rayonnement fossile ont permis de montrer que son spectre est exactement celui d'un corps noir [Mathér et al, 90]. La valeur sa température

---

<sup>9</sup> Ce sont les étoiles, disposant de densités beaucoup plus élevées et de beaucoup plus de temps qui synthétisent les éléments plus lourds que l'hélium. La fusion de ces éléments a lieu en fin de vie des étoiles jusqu'au fer pour la plupart des étoiles et jusqu'à l'uranium lors de l'explosion des étoiles les plus massives.

caractéristique est de  $T_{\text{CMB}} = 2,725 \pm 0,001 \text{ K}$  [Fixsen et Mather, 02]. D'après l'Équation I-6, on constate qu'à cette température, la fréquence du maximum de brillance est de  $\nu_{\text{MAX\_CMB}} = 160,192 \text{ GHz}$  (soit  $\lambda_{\text{MAX\_CMB}} = c/\nu_{\text{MAX\_CMB}} = 1,87 \text{ mm}$ ). C'est donc autour de cette fréquence que les détecteurs auront le plus de chance de cartographier le rayonnement fossile. Dans le cas de la caméra bolométrique on verra que les deux fréquences les plus appropriées sont de  $143 \text{ GHz}$  (soit  $2,1 \text{ mm}$ ) et  $250 \text{ GHz}$  (soit  $1,2 \text{ mm}$ ), c'est-à-dire de part et d'autre du maximum sans en être éloigné.

Remarque : le site <http://www.obs-unice.fr/bijaoui/matiere/> donne accès à une présentation vulgarisée portant sur l'origine de la masse de l'univers, et dont certaines diapositives présentent de manière imagée le scénario de formation de l'univers décrit ci-dessus.

## I.2.2 Sources parasites et anisotropies du rayonnement fossile.

### I.2.2.1 Rayonnements superposés au rayonnement fossile.

Cartographier le rayonnement fossile est une expérience délicate à mener car il existe un nombre important de sources micro-ondes parasites ayant des brillances bien plus élevées que le rayonnement fossile. Lorsque les observations sont effectuées au sol, l'atmosphère et les télescopes dominent très largement toutes les autres sources (voir paragraphe III.3.4). Il est possible de les éliminer en partie des observations en utilisant une technique de soustraction de champs voisins, mais cette technique n'élimine en aucun cas le bruit de photon engendré par ces sources. La seule manière s'atteindre une sensibilité en brillance comparable aux instruments spatiaux est d'intégrer le signal pendant un temps beaucoup plus long. Cependant, grâce aux grandes tailles des télescopes, les expériences au sol offrent des résolutions angulaires bien plus importantes que les satellites (environs une dizaine de seconde d'arc contre une dizaine de minutes). Cet avantage certain permet aux expériences au sol de fournir des résultats importants, comme en témoignent les réussites récentes des expériences DASI, VSA, CBI, AMI, BOLOCAM, DIABOLO, MASTER, MBI, etc. [2K1BC Workshop, 01]. L'arrivée des caméras bolométriques va permettre de gagner non seulement sur la résolution angulaire et le champ de vue embrassé par les instruments, mais aussi sur le bruit total et donc sur le temps de pose pour une sensibilité en brillance donnée et (voir sous-chapitre III.4). En attendant, les observations les plus sensibles du rayonnement fossile ont été réalisées jusqu'à présent par des instruments s'étant affranchis de l'environnement terrestre. C'est le cas des satellites COBE en 1989 et WMAP en 2003, ainsi que des télescopes montés sur ballons stratosphériques tels que BOOMERANG en 1999, TOP HAT en 2001, MAXIMA en 2001 et ARCHEOPS en 2002 [Benoit et al, 00] [Benoit et al, 02]. (tous ces instruments sont décrits dans [2K1BC Workshop, 01]).

Une fois le problème de l'environnement terrestre réglé, l'accès au rayonnement fossile n'est pas pour autant immédiat, car les rayonnements de toutes les sources émettant dans les micro-ondes se superposent les uns aux autres. Seule l'étude à différentes longueurs d'ondes permet alors de les distinguer. Les deux principaux objets qui se superposent au rayonnement fossile sont le dipôle cinématique et l'ensemble des sources d'origine galactique. Le dipôle est dû à l'effet Doppler causé par le mouvement relatif de la Terre, du système solaire et de la galaxie, par rapport au rayonnement fossile (première image de la Figure I-1). Son spectre est par définition celui du rayonnement fossile, légèrement décalé vers les fréquences plus hautes ou plus basses selon l'endroit que l'on regarde.

Les sources provenant de notre galaxie (deuxième image de la Figure I-1) sont quant à elles plus faibles que le dipôle à 143 GHz, mais plus fortes à 350 GHz (0,85 mm). Une étude comparée de ces deux longueurs d'ondes permet en première approximation<sup>10</sup> de les séparer et de reconstruire l'image de chacun des deux objets de façon indépendante.

L'origine principale de l'émission diffuse galactique est le rayonnement thermique de la poussière galactique. Il en existe deux autres sources : le rayonnement de freinage de noyaux atomiques (Bremsstrahlung) et le rayonnement synchrotron. Mais leur maximum de brillance se situe aux longueurs d'ondes centimétriques (voir par exemple les articles compilés dans [2K1BC Workshop, 01]).

Le procédé est identique pour extraire le rayonnement fossile de l'ensemble des sources micro-ondes du ciel. Les mesures de COBE ont non seulement permis de montrer que le rayonnement fossile suivait parfaitement la loi de brillance des corps noirs, mais la couverture totale du ciel a montré une homogénéité tout à fait remarquable.

Ce n'est que pour des écarts en température inférieurs à  $10^{-5}$  (c'est-à-dire  $\frac{\Delta T}{T} \leq 10^{-5}$  entre les zones bleues et rouges de la troisième image de la Figure I-1) que des zones anisotropes ont été révélées par l'instrument DMR [Smoot et al, 92].

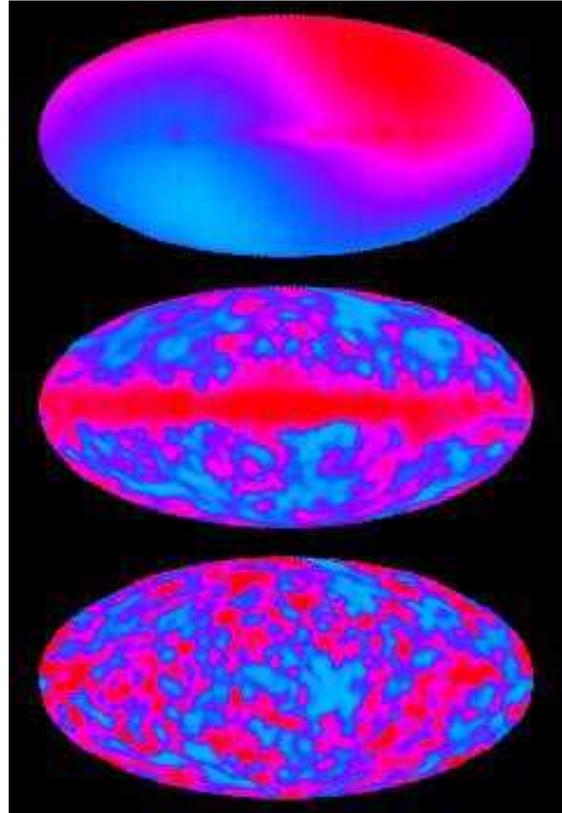


Figure I-1. Projection galactique du ciel micro-onde vu par COBE.

Les trois images montrent le dipôle cinématique, notre galaxie et le rayonnement fossile.

### I.2.2.2 Décomposition en harmoniques sphériques

L'analyse de ces petites fluctuations de température en fonction de leur intensité et de leurs échelles angulaires permet de contraindre les modèles cosmologiques. La méthode permettant de mener cette analyse est la décomposition en harmoniques sphériques du rayonnement fossile sur la sphère céleste. La valeur relative à la température moyenne du rayonnement fossile sur un point du ciel s'exprime alors sous la forme  $\frac{\Delta T}{T_{CMB}}(\theta, \phi) = \sum_{l,m} a_{lm} \cdot Y_{lm}(\theta, \phi)$  où  $a_{lm}$  représente le coefficient de la décomposition (moment du multipôle),  $Y_{lm}$  l'harmonique sphérique, et,  $l$  et  $m$  les ordres du multipôle. L'outil le plus utilisé pour représenter cette décomposition est la courbe du spectre de puissance angulaire dite "courbe  $C_l$ " (courbe de la Figure I-2). Elle représente la fonction  $l(l+1)C_l = f(l)$  où  $C_l = \langle |a_{lm}|^2 \rangle$ . La forme, la position et la puissance des différents pics est reliée aux paramètres cosmologiques utilisés dans les modèles. Ces paramètres sont la constante de Hubble (qui caractérise la vitesse d'expansion de l'univers), la constante cosmologique (ou énergie du vide), les différentes densités de matière

<sup>10</sup> Les algorithmes de traitements de données permettant de séparer les différentes composantes du "mille feuilles" cosmique sont en réalité bien plus complexes qu'une simple comparaison de deux longueurs d'ondes (en général ils mobilisent d'ailleurs des moyens humains et informatiques assez importants).

baryonique et non baryonique (dite matière noire), les densités neutrinos et de photons, la courbure de l'espace-temps et l'âge de l'univers [Madet, 02], [Delabrouille, 02].

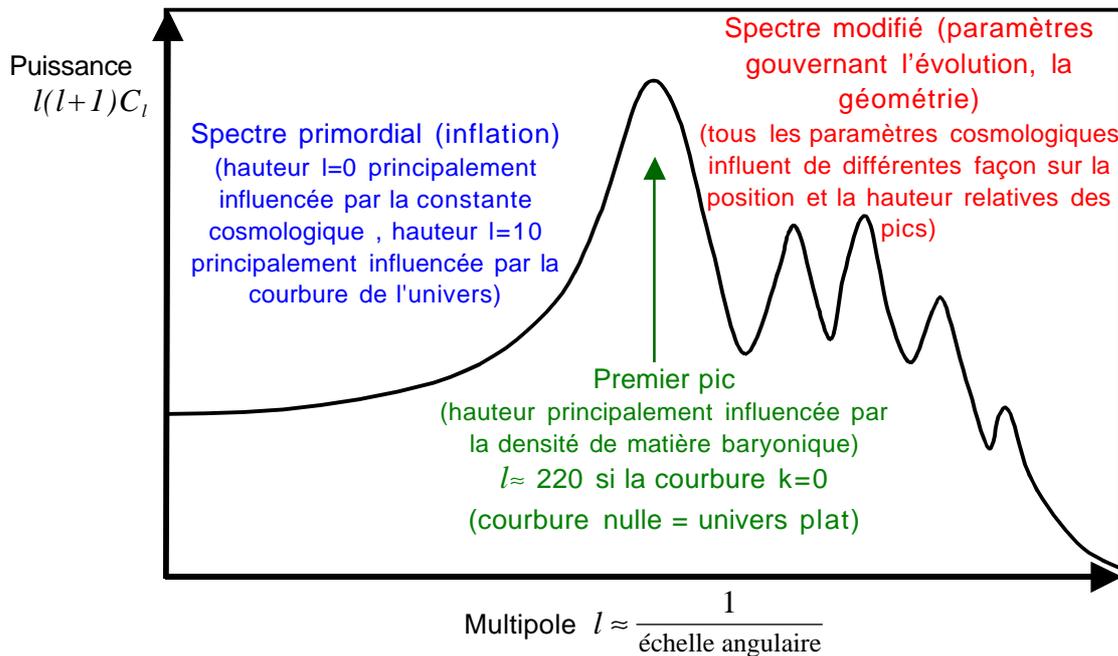


Figure 1-2. Spectre de puissance des fluctuations de température du rayonnement fossile. Ce schéma typique des  $C_l$  est tracé à partir de données récentes [Delabrouille, 02].

### I.2.2.3 Anisotropies

Les anisotropies du rayonnement fossile permettent de contraindre les modèles cosmologiques qui, en retour, fournissent des explications sur l'origine physique de ces fluctuations. De manière générale trois effets différents interviennent :

- Les perturbations primordiales de densité. Elles ont deux origines distinctes, différenciables par leur distribution en tailles angulaires. Les perturbations adiabatiques ont une distribution gaussienne. Elles sont dues aux fluctuations quantiques de l'énergie du vide, qui ont abouti à des variations locales de densité des particules après l'inflation. Les perturbations isocourbes ont quant à elles une distribution non gaussienne. Engendrées par des défauts topologiques dus à une transition de phase de l'univers primordial, elles sont liées aux variations des abondances relatives des particules élémentaires.
- Les hétérogénéités "Doppler" dues aux mouvements créés par les perturbations primordiales de densité. Les perturbations primordiales ont engendré des ondes de compression acoustique du fluide matière-rayonnement au moment de la recombinaison. Ces ondes créent de nouvelles hétérogénéités proportionnelles à la vitesse de la matière.
- Les anisotropies "Sachs-Wolfe" dues aux variations de potentiel gravitationnel. Elles sont créées par la perte d'énergie des photons qui s'extrait des puits de potentiels qui apparaissent après la recombinaison. Ces puits sont eux-mêmes dus à l'accumulation de matière dans les zones de densité plus élevée que la moyenne que les perturbations primordiales ont engendrées.

Ces trois sources de fluctuations ont eu lieu dans les premiers âges de l'univers et ont directement joué sur la production même du rayonnement fossile. Elles sont appelées "anisotropies primaires". Notons que fluctuations primordiales qui ont abouti à variations locales de densité des particules après l'inflation ne sont pas celles que l'on voit directement :

elles ont été suivies d'une période d'oscillations harmoniques dans le plasma en expansion et c'est ce qui est à l'origine des oscillations du spectre observé.

Les anisotropies primaires ont été nommées ainsi afin de distinguer des anisotropies dites "secondaires", dont les effets ne jouent pas sur la production du rayonnement, mais sur sa déformation ou sa "pollution" par des objets créés bien plus tard, une fois que l'univers avait acquis sa structure actuelle (étoiles, galaxies, amas et espace vide). Deux de ces anisotropies secondaires ont déjà été cités (paragraphe I.2.2.1) en tant que sources parasites à l'observation du rayonnement fossile : il s'agit du dipôle cinématique et du rayonnement diffus de notre galaxie dans le domaine des micro-ondes. Il existe d'autres sources de fluctuations secondaires, notamment le fond diffus extragalactique (fond de rayonnement des galaxies lointaines, qui va conduire à la limite fondamentale du bruit de confusion, évoquée dans l'introduction du Chapitre II), et, l'effet Sunyaev-Zeldovich, que l'on décrit au paragraphe suivant car il sera très intéressant à observer avec la caméra bolométrique.

### I.2.3 L'effet Sunyaev-Zeldovich.

L'effet SZ est produit lors de d'interactions entre les photons du rayonnement fossile et les électrons des gaz ionisés présents sur leur trajet. Ces gaz se trouvent localisés dans les amas, entre les galaxies qui les forment. Le transfert d'énergie des électrons vers les photons se fait suivant un processus de diffusion par effet Compton inverse [Zeldovich et Sunyaev, 69], [Sunyaev et Zeldovich, 72, 80]. La mesure de l'effet SZ apporte une information complémentaire des mesures aux rayons X sur les amas de galaxie et sur l'univers à grande échelle. Les intérêts à la fois astrophysique et cosmologiques sont assez nombreux [Desert, 99] :

- C'est un témoin du rayonnement fossile indépendant du redshift si l'amas est résolu [Birkínshaw, 98].
- Il donne la pression du gaz chaud le long de la ligne de visée.
- L'intégrale de la mesure SZ sur l'amas donne directement la masse du gaz chaud.
- La modélisation du profil SZ donne accès au puit de potentiel gravitationnel de l'amas.
- La comparaison de la mesure SZ et X donne la constante de Hubble  $H_0$ .
- Le comptage des sources SZ mesure la fonction de masse gazeuse des amas.
- Les amas à haut redshift détectés en SZ offrent une forte contrainte sur le paramètre de densité de l'univers  $\Omega_0$ .
- La comparaison des mesures SZ "positive" et "négatives" (voir la distorsion apportée sur le rayonnement de corps noir du rayonnement fossile un peu plus loin) permet d'obtenir la vitesse particulière des amas et la température des gaz.

L'intérêt de l'étude de l'abondance des amas de galaxies pour sonder la formation des structures de l'univers et pour contraindre les paramètres cosmologiques est discuté dans [Bartlett, 97]. L'étude des conséquences de l'interaction entre électrons "chauds" et photons "froids" qui produit l'effet SZ dans les amas de galaxies est discutée dans [Hughes, 97]. Des simulations de cartes à grandes échelles des paramètres caractéristiques de l'effet SZ (paramètre Compton  $y$  et fluctuations de températures  $\Delta T/T$ ), permettent d'estimer les apports des futures générations d'instruments millimétriques pour la cosmologie avec l'effet SZ [Aghaním et al, 97 et 01] (les mesures de vitesses radiales des amas sont notamment discutées dans ces deux articles).

Seul un petit nombre d'objets SZ a pu être détecté jusqu'à présent. La caméra bolométrique que nous voulons concevoir permettrait d'augmenter grandement ce nombre grâce à l'utilisation d'un nombre de détecteurs bien plus élevé que sur les instruments actuels (environ

10 fois plus) au moins aussi sensibles, couvrant un champ de vue important (4,3 minutes d'arc au 30 m de l'IRAM) tout en échantillonnant le plan focal du télescope au foyer duquel l'instrument sera monté.

Remarque : l'article de [Birkinshaw, 98] détaille de façon très complète la théorie de l'effet Sunyaev-Zeldovich, compile un grand nombre de résultats sur les amas qui ont été étudiés jusqu'à présent et discute des perspectives pour les futures recherche sur l'effet SZ.

### I.2.3.1 Équations et particularités de l'effet SZ.

Pour que l'interaction ait lieu, il faut que le gaz d'électron soit chaud et faiblement relativiste. Le paramètre de "comptonisation"  $y$  caractérise la diffusion de photons par les électrons du gaz. Comme on va le voir, l'effet SZ comporte deux composantes : l'effet thermique et l'effet cinématique [Gaertner, 97]. Le premier est lié au processus de diffusion même et caractérisé par le paramètre  $y$ . Le second est une distorsion supplémentaire du rayonnement due à l'effet Doppler créé par le mouvement du gaz d'électron au sein de l'amas, il est caractérisé par le paramètre cinématique  $b$ . Les deux paramètres sont définis par les intégrales sur l'épaisseur de l'amas du rapport d'énergie thermique et électronique pour  $y$ , et, du rapport des vitesses électroniques et photoniques pour  $b$  :

$$y = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{k_B \cdot (T_e - T_{CMB})}{m_e \cdot c^2} \cdot \sigma_T \cdot N_e(z) \cdot c \cdot dt = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{k_B \cdot (T_e - T_{CMB})}{m_e \cdot c^2} \cdot d\tau$$

$$b = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{v}{c} \cdot d\tau = \tau \frac{\bar{v}_r}{c}$$

Où  $T_e$  et  $T_{CMB}$  sont les températures du gaz d'électron et du rayonnement fossile,  $m_e c^2$  l'énergie au repos des électrons,  $\sigma_T$  la section efficace de diffusion Thomson ( $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \right)^2$ ),  $N_e(z)$  la densité électronique en fonction du redshift,  $t$  représente le temps,  $\tau$  est l'opacité (ou profondeur optique) du nuage, et  $\bar{v}_r$  est la vitesse radiale moyenne de l'amas.

Remarque : ici  $\tau$  est défini à partir des paramètres  $\sigma_T$ ,  $N_e(z)$ ,  $c$  et  $t$ . Une autre définition de l'opacité, équivalente à celle-ci, sera donnée au paragraphe II.2.2, lorsque nous étudierons l'effet de l'atmosphère sur la propagation des rayonnements.

Comme l'effet SZ est purement diffusif, le nombre total de photons est conservé :  $\Delta N = \int \frac{B_\nu}{h\nu} d\nu = 0$ . En revanche l'énergie totale des photons ne l'est pas ; la luminance du rayonnement fossile après la traversé du nuage de gaz ionisé est plus importante que sa luminance avant le nuage (car les électrons du gaz sont plus "chauds" que le rayonnement fossile et ils lui transfèrent de l'énergie) :  $L'_{CMB} = \int B_\nu \cdot d\nu = (1 + 4y) \cdot L_{CMB}$ .

Nous allons préciser les variations de brillances introduites par les effets thermiques et cinématiques dans les deux paragraphes suivants. La Figure I-3 présente une illustration exagérée de la déformation de la brillance du rayonnement fossile par l'effet SZ total et une illustration plus réaliste de la variation absolue de brillance engendrée par l'effet thermique et par l'effet cinématique.

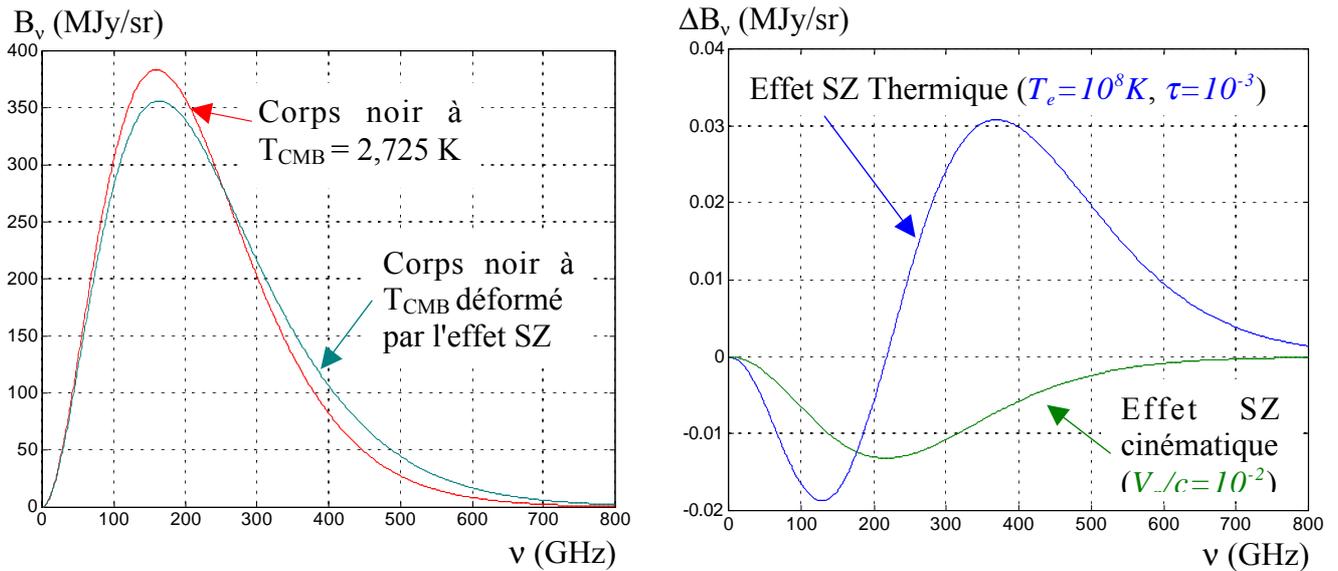


Figure I-3. Déformation de la brillance du rayonnement fossile par l'effet SZ

À gauche : brillance du rayonnement fossile avant et après déformation par l'effet SZ. À droite : variation de la brillance due à l'effet SZ thermique et due à l'effet SZ cinématique. Sur le graphique de gauche, l'opacité est 1000 fois celle du graphique de droite ; ce n'est pas une valeur réaliste, mais elle permet de mettre en évidence la déformation de la brillance (courbes calculées sous Matlab avec les formules données aux paragraphes suivants).

Outre la cartographie des amas de galaxies, l'un des grands intérêts de l'étude de l'effet SZ est de coupler son observation avec l'observation des rayons X provenant des gaz d'électrons. On montre en effet que l'intensité lumineuse en X provenant du gaz d'électron d'un amas est proportionnelle à  $n^2 D$ , où  $n$  est la densité d'électrons et  $D$  la taille de l'amas. Or la déformation de l'intensité du rayonnement fossile par l'effet SZ est quant à elle proportionnelle à  $n \cdot D$ . On remarque donc que le rapport du carré de l'intensité SZ avec l'intensité X donne directement accès à la taille du nuage d'électrons. En faisant le rapport de la largeur angulaire avec la taille de l'amas, on obtient sa distance, et, avec le redshift on peut remonter à la constante de Hubble. Ce couplage des observations X et millimétriques offre ainsi un outil extrêmement intéressant pour la cosmologie puisqu'il permet d'effectuer des mesures indépendantes de l'utilisation des étalons de distance traditionnels que sont par exemple les étoiles variables Céphéides.

### I.2.3.2 Effet SZ thermique.

Le transfert d'énergie des électrons vers les photons va entraîner une diminution de la brillance dans le domaine Rayleigh-Jeans, c'est-à-dire dans le domaine des basses fréquences, là où les photons sont les moins énergétiques, et, une augmentation de la brillance dans le domaine de Wien, le domaine des hautes fréquences et donc d'énergies de photons plus élevées (voir Figure I-3). La variation de brillance de l'effet SZ thermique comporte donc une partie positive et une partie négative, et il a été montré que le changement de signe s'opère toujours à la même fréquence :  $\nu = 217 \text{ GHz}$ . Cette variation s'exprime sous la forme :

$$\frac{\Delta B_\nu}{B_\nu} \Big|_{th} = y \cdot \frac{x \cdot e^x}{e^x - 1} \left[ x \cdot \left( \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right) - 4 \right] \quad \text{avec} \quad y = \tau \cdot \frac{k_B \cdot T_e}{m_e \cdot c^2} \quad \text{et} \quad x = \frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T_{CMB}}$$

La valeur typique de la profondeur optique le long de la ligne de visée est de l'ordre de  $\tau \approx 10^{-3}$ , ce qui signifie que les gaz sont relativement transparents. Par contre les électrons

dans ces gaz ionisés sont faiblement relativistes, leur énergie est de l'ordre de la dizaine de keV, soit des températures électroniques de l'ordre de la centaine de millions de Kelvin (voir Tableau I-1 page 26) ! Avec ces valeurs le paramètre  $y \approx 1,7 \cdot 10^{-5}$ .

Il est intéressant de remarquer que le paramètre  $y$  donne le produit de l'opacité de l'amas par le rapport entre l'énergie thermique des électrons et leur énergie au repos ; ces termes sont donc liés aux propriétés propres de l'amas, ils introduisent dans l'expression de la brillance une dépendance angulaire liée à la forme de l'amas. En revanche le membre de droite de l'expression de la variation de brillance du rayonnement fossile ne dépend lui, que du rapport entre l'énergie des photons à fréquence donnée et l'énergie thermique du rayonnement fossile. Ainsi l'expression de la variation de brillance peut s'exprimer en séparant en deux termes distincts sa dépendance angulaire et sa dépendance fréquentielle.

Par ailleurs la relativité générale nous enseigne que la masse des objets a pour effet de dévier les rayons lumineux de telle sorte que toute masse comprise entre une source lumineuse et un observateur va avoir un effet de loupe. Les modèles cosmologiques montrent que dans un univers à géométrie euclidienne, la densité moyenne de matière est telle que passé une certaine distance la taille angulaire des objets ne dépend plus de leur éloignement à l'observateur. Il a ainsi été démontré que l'effet SZ thermique est en général indépendant du redshift.

### I.2.3.3 Effet SZ cinématique.

L'effet Doppler dû à la vitesse radiale de l'amas  $V_p$  par rapport à l'observateur se traduit par une distorsion supplémentaire de la brillance du rayonnement fossile qui s'exprime par le produit d'un terme qui ne dépend que des propriétés de l'amas avec un terme qui ne dépend que du rayonnement fossile et de la fréquence lumineuse :

$$\left. \frac{\Delta B_v}{B_v} \right|_{cin} = b \cdot \frac{x \cdot e^x}{e^x - 1} \quad \text{avec} \quad b = \tau \cdot \frac{\bar{v}_r}{c}$$

La vitesse des amas ne dépasse que très rarement un centième de la vitesse de la lumière ( $(V_p/c)_{MAX} \approx 10^{-2}$ ). L'effet SZ cinématique est typiquement 10 fois plus faible que l'effet thermique. On remarque qu'il ne dépend pas de la température électronique et qu'il ne change pas de signe suivant la fréquence considérée. Son expression montre qu'il a pour effet de rendre le rayonnement fossile plus intense lorsque l'amas se rapproche de nous et à contrario de le rendre plus faible lorsque l'amas s'éloigne. La zone spectrale qui permet de distinguer l'effet cinématique de l'effet thermique est celle où l'effet thermique est nulle, à 217 GHz.

On a vu que globalement l'effet SZ transfère de l'énergie au rayonnement fossile, ce qui se manifeste par une augmentation de la luminance. L'effet cinématique participe à cette augmentation, mais celle-ci est directement reliée à la brillance. On montre que les brillances  $L'$  après l'amas s'expriment en fonction de la brillance  $L$  avant l'amas avec des équations très simples [Désert, 03] :

$$L'_{tot} = (1 + 4y) \cdot L$$

$$L'_{cin} = (1 + 4b) \cdot L$$

Comme on l'a dit en préambule, du fait de son indépendance au redshift, l'effet SZ constitue un outils cosmologique formidable pour déterminer les vitesses particulières des amas et la constante de Hubble  $H_0$ . Les vitesses radiales s'obtiennent en effectuant des mesures à plusieurs fréquences, ce qui permet de déterminer les paramètres  $T_e$ ,  $y$ , et  $b$ , dont on déduit  $\bar{v}_r$ , [Pointecouteau, Giard et Barret, 98].

Nous verrons au paragraphe II.2.2 que la caméra bolométrique permettra d'effectuer des observations dans des bandes de fréquence centrées à 143 GHz et 250 GHz. Comme l'effet

thermique est environ 10 fois plus important que l'effet cinématique, la soustraction des images prise dans ces deux bandes de fréquences permettra de mettre en valeur les deux composantes de l'effet SZ par effet de contraste.

## I.3 Autres rayonnements millimétriques.

De façon générale, les mesures qui peuvent être effectuées sur l'univers observable peuvent être classées en trois grandes catégories : le comptage de sources, les champs de vitesses des objets, et, l'observation des spectres, des états de polarisation et les distributions spatiales des champs électromagnétiques.

Parmi sources de rayonnement millimétriques autres que celles discutées au paragraphe précédent et pour lesquelles la caméra bolométrique sera un instrument d'étude idéal, on présente ici rapidement les sources lointaines (amas et galaxies lointaines), intéressantes pour la cosmologie, ainsi que les sources plus proches, intéressantes pour l'astrophysique, que sont les galaxies proches, les régions de formation d'étoile et les atmosphères des planètes. Toutes ces sources renferment des nuages de gaz et poussières opaques à la lumière visible mais partiellement transparents dans le domaine infrarouge et millimétrique. Elles ont pourtant été assez peu étudiées dans ces les longueurs d'ondes faites d'instruments aussi performants que ceux que l'on trouve pour le domaine visible.

### I.3.1 Sondage de l'univers lointain aux longueurs d'ondes infrarouges et millimétriques.

Les principales raisons pour lesquelles les longueurs d'ondes infrarouges et millimétriques sont des domaines privilégiés pour les observations astronomiques peuvent être résumées par trois avantages majeurs :

- L'univers est relativement transparent dans ces longueurs d'ondes. Trois composantes cosmiques contribuent à l'absorption dans l'ultraviolet : les gaz neutres et ionisés, et, la poussière. Deux composantes sont importantes dans le domaine visible : le gaz ionisé et la poussière. Une seule composante peut interférer avec les longueurs d'ondes de l'infrarouge au domaine radio : la poussière. Ces longueurs d'ondes offrent ainsi une vue non obstruée jusqu'à des redshifts de  $z = 1000$ , là où la photosphère cosmique est totalement ionisée.
- À cause de l'expansion de l'univers, causant le "redshift", toutes les sources de radiation à grande distance apparaissent dans les grandes longueurs d'ondes. C'est pourquoi les régions infrarouges et radios sont les longueurs d'ondes naturelles pour l'observation des sources distantes.
- Les spectres de galaxies sont caractérisés par une décroissance rapide pour les longueurs d'ondes plus courte que le domaine visible et un spectre relativement plat. Il en résulte que l'effet appelé K-correction (la magnitude apparente croît rapidement avec le redshift à cause de la décroissance d'intensité spectrale des courtes longueurs d'ondes) est important dans le visible, mais presque négligeable dans les domaines infrarouges et radios.

Sur la base de ces constatations un certain nombre d'études ont été menées pour définir des sujets d'observation dans les longueurs d'ondes infrarouges et radios qui pourraient apporter d'intéressants outils pour la cosmologie. Trois sujets sont notamment étudiés dans [de Bernardis et al, 90]. Il s'agit du comptage de galaxies, de l'étude du "fond intégré" (au-delà de la limite de confusion, où on ne peut plus distinguer les sources individuelles, il est possible d'étudier les radiations diffuses produites par les sources le long de la ligne de visée), et, l'étude du rayonnement fossile (dont on a déjà parlé au paragraphe précédent).

L'effet combiné de dilution du flux dû à l'éloignement d'une galaxie et de décalage vers le rouge dû à l'expansion de l'univers fait apparaître les galaxies de même type dans le domaine submillimétrique avec des intensités très peu dépendantes de la distance. Cette particularité offre un outil idéal pour l'étude des grandes structures que sont les amas de galaxie et permet de façon plus générale de sonder l'univers lointain. La Figure I-4 présente un modèle spectral de galaxie avec raies d'émission et continuum superposés, vu à différents redshifts. Les hypothèses et le raisonnement théorique qui a permis d'établir ce modèle est décrit dans [Guiderdóni et al 00]. La démarche suivie part de l'étude des effondrements de gaz dus aux perturbations primordiales de densité, elle prend ensuite en compte des modèles de formation et d'évolution stellaire, ainsi que les raies d'absorption et d'émission dues aux poussières et réémissions infrarouges et millimétriques. Ce type d'approche avait déjà été mené avec succès pour l'étude des propriétés optiques des galaxies dans le domaine visible. La croissance des structures (galaxies et amas) est décrite selon les hypothèses du modèle standard de matière noire froide (CDM).

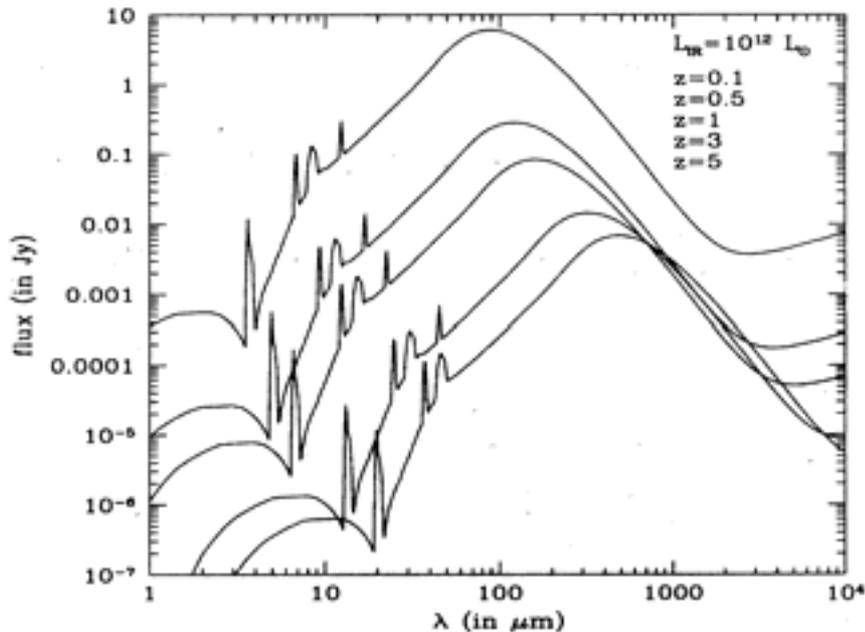


Figure I-4. Modèle spectral typique d'une galaxie ayant une luminosité de  $10^{12}$  luminosités solaires. Le spectre est représenté pour différentes distances (ou redshifts, symbolisés par la variable  $z$ ). On remarque que le flux apparent reste constant dans le domaine millimétrique sous l'effet combiné de diminution du flux dû à l'éloignement et de décalage vers le rouge dû à l'expansion de l'univers [Guiderdóni et al, 00].

Un modèle physique simple permettant d'évaluer les caractéristiques principales des spectres de galaxies en tenant compte de l'effet des poussières sur le domaine infrarouge pour différentes épaisseurs optiques, a été réalisé par Jacques Gatellet. Son rapport de stage [Gatellet, 02] offre une bonne introduction aux problèmes de modélisation spectrale et de caractérisation des galaxies, en particulier des galaxies à haut redshift.

Une cartographie aussi complète que possible du ciel dans les longueurs d'ondes infrarouges et micro-ondes permettra d'apporter des éléments de réponse à l'une des questions les plus importantes de la cosmologie : comment, à quelle époque et sur quelle période les galaxies massives à haut redshift se sont formées ? La principale motivation pour mener cette cartographie est que les modèles d'univers actuels prévoient que les galaxies les plus massives ( $10^{11} M_{\odot}$ ) ont formé leurs étoiles dans un laps de temps relativement court ( $< 10^9$  ans), et avec une phase extrêmement lumineuse. Ce pic de brillance des galaxies lointaines est attendu à des

redshifts  $z > 3$ , soit en plein domaine millimétrique. Une description plus détaillée de ce type d'étude est discutée dans [Hughes et Dunlop, 97].

Une discussion sur les propriétés et les intérêts d'étude de la poussière interstellaire, de l'émission infrarouge des galaxies et du rayonnement fossile est présentée dans [Désert, 99].

Un des objectifs que nous nous fixons dans la conception de la caméra bolométrique est de couvrir tout le champ de vue d'égal éclairement<sup>11</sup> du télescope sur lequel elle sera montée, tout en échantillonnant la tache de diffraction de ce télescope. Cet instrument sera un précurseur d'une nouvelle génération de détecteurs millimétriques ayant des champs de vue relativement grands tout en ayant une haute résolution angulaire. Outre le rayonnement fossile et l'effet Sunyaev-Zeldovich dont nous avons déjà parlé, la caméra bolométrique sera donc un instrument idéal en astronomie à haut redshift pour le comptage de galaxies, la délimitation d'amas et l'étude de l'évolution de l'intensité émise au cours des âges. Notons qu'une étude prospective de la cartographie du ciel aux longueurs d'ondes millimétriques, submillimétriques et infrarouge, compte tenu des projets actuels pour la réalisation de nouveaux instruments, est proposée dans [Blain, 99].

### I.3.2 Astrophysique à bas redshift et rayonnements polarisés.

Jusqu'à présent nous avons présenté des sujets d'étude pour l'astronomie des objets lointains de l'univers. Mais les domaines du spectre électromagnétique allant de l'infrarouge lointain aux ondes radio ont une particularité extrêmement intéressante pour l'étude des structures proches ou internes à notre galaxie que sont les nuages de poussières et de gaz froids. La dynamique et la physique de ces nuages est assez complexe et leur étude délicate non seulement car ils peuvent être instables et chaotiques (dans le sens où de petites perturbations peuvent créer des mouvements à grande échelle, par exemple une perturbation de densité peut créer un point d'effondrement gravitationnel), mais aussi parce qu'ils sont opaques dans les longueurs d'ondes couramment utilisées pour les observations astronomiques que sont la fenêtre visible ou les domaines proches de celle-ci. En revanche ces nuages sont émissifs dans l'infrarouge lointain et le millimétrique.

La caméra millimétrique sera donc aussi un outil idéal pour l'étude des nuages de poussières et de gaz froids non seulement dans les galaxies proches, mais aussi dans notre propre galaxie. On peut ainsi classer les sources infrarouges et radio qui ne subissent pas de décalage vers le rouge en trois grandes catégories : les galaxies proches, les zones de formation d'étoile dans notre galaxie et les atmosphères des planètes géantes. Les échelles de distances et d'énergies de ces trois types de sources sont très différentes et font appel à des modèles physiques également très différents. Comme il serait assez long de décrire les enjeux et les intérêts d'étude de chacun de ces types, nous signalons simplement leur existence et le fait que la caméra bolométrique pourra apporter beaucoup dans leur étude.

Tous les objets astrophysiques que nous avons décrits jusqu'ici pourront être étudiés quelles que soient la forme et la disposition des absorbeurs de la caméra. Cependant l'un des sujets d'étude les plus prometteurs pour la cosmologie et l'astrophysique moderne est la mesure de la polarisation du rayonnement.

Dans le cas où il serait décidé d'utiliser la caméra bolométrique pour effectuer ce type de mesures, il existe deux options possibles pour la réalisation de l'instrument : soit les absorbeurs sont des antennes dont la forme a été étudiée spécifiquement pour être sensibles à la

---

<sup>11</sup> Voir définition au paragraphe I.2.1.3 des Annexes.

polarisation du champs électromagnétique, soit les absorbeurs ne sont pas sensibles à la polarisation et il est alors nécessaire de monter des polariseurs au niveau de l'optique froide proche des détecteurs. Dans tous les cas, l'étude des sources polarisées apporte une contrainte supplémentaire dans la conception de l'instrument.

La mise en place de polariseur sur la caméra bolométrique permettra l'accès à d'autres sujets d'études cosmologiques extrêmement intéressants. Le plus brûlant d'entre eux à l'heure actuelle est la polarisation du rayonnement fossile. Mais les intérêts d'étude des sources galactiques polarisées sont également très importants.

En ce qui concerne le rayonnement fossile on distingue deux types de polarisations : le mode E et le mode B. L'un est associé à la double diffusion Compton des photons par les électrons qu'ils rencontrent et l'autre est associé aux ondes gravitationnelles [Ponthieu, 03]. L'étude de ces dernières permettrait non seulement d'offrir des tests pour la relativité générale, mais offrirait également de fortes contraintes pour les modèles cosmologiques de formation de l'univers et sur les paramètres fondamentaux qui le décrivent (densité, répartition d'énergie noire, de matière baryonique ou non, etc.). L'étude de ces anisotropies est cependant extrêmement délicate puisqu'elles apparaissent sous formes de fluctuations de température de corps noir l'ordre de  $\Delta T/T \approx 10^{-10}$ .

On verra cependant au sous-chapitre III.4, que le temps d'intégration sur un instrument permet de détecter de très faibles puissances, même si elle sont noyées dans le bruit. Ce temps d'intégration est d'autant plus réduit que le bruit total de l'instrument est faible. Pour la caméra bolométrique nous nous fixons pour objectif de n'être dominé que par la limite physique intrinsèque au site d'observation qu'est le bruit de photon.

Pour conclure sur les perspectives offertes par la réalisation de la caméra bolométrique nous signalons qu'il existe encore bien d'autres applications que celles que nous venons d'évoquer au cours de ce chapitre d'introduction.

Par exemple l'association de la caméra avec des spectromètres à basse résolution offrira un outil idéal pour la mesure des redshifts des galaxies.

Enfin, il existe de nombreuses applications possibles en dehors de l'astrophysique pour des instruments permettant de faire de l'imagerie dans les longueurs d'ondes infrarouges et micro-ondes, par exemple dans les domaines militaires et médicaux. La caméra bolométrique ne sera pas dimensionnée pour ce type d'applications mais la technologie qu'elle emploie pourrait être réutilisée à ces fins.

## Chapitre II Contexte instrumental et calculs de photométrie pour la définition des objectifs de performances de la caméra.

On l'a vu au chapitre précédent, le rayonnement millimétrique est produit et déformé par une multitude de sources astrophysiques. Rayonnement fossile, effet SZ, effet de redshift, transparence des poussières, polarisation : tous ces phénomènes font du domaine des longueurs d'ondes millimétriques un centre d'intérêt extraordinairement riche pour la cosmologie et l'astrophysique. Jusqu'à ces dix dernières années il était cependant peu étudié à cause du déficit de performances des technologies permettant de le capter. Ce seuil de performance a commencé à être franchi et les expériences millimétriques se multiplient et se perfectionnent au fil des ans.

Il existe cependant deux limites physiques fondamentales donnant une brillance minimale en deçà de laquelle les instruments ne pourront plus retirer d'information utile. La première trouve son origine aux échelles infiniment petites. Elle est due à la nature quantiques des photons qui va engendrer des fluctuations de rayonnement appelées simplement "bruit de photon". L'origine de la deuxième limite physique se trouve aux échelles infiniment grandes. Elle est due à la superposition des sources très lointaines non résolubles qui tapissent la voûte céleste et créent un rayonnement de fond dont les caractéristiques dépendent de l'échelle angulaire et des longueurs d'ondes auxquelles on l'observe. Ces sources très lointaines sont essentiellement des galaxies à haut redshift et le rayonnement de fond fluctuant qu'elles créent est appelé "bruit de confusion". On parle aussi de "limite de confusion" lorsqu'on observe un objet à des échelles angulaires qui ne permettent pas de distinguer si le rayonnement perçu provient de l'objet lui-même ou de plusieurs sources superposées. Nous ne traiterons pas du bruit de confusion dans ce mémoire, voir par exemple [Blaizot et al, 98] pour de plus amples informations à ce sujet.

Les chemins possibles avant d'atteindre ces limites du bruit de photon et du bruit de confusion n'ont pas encore été "balisés" (comme cela a par exemple été fait pour le domaine visible avec les caméras CCD au cours de la décennie précédente). Différentes équipes de par le monde testent donc les différentes voies possibles pour chacun des chemins. Par "chemins" au pluriel on sous-entend qu'il n'y a pas qu'un seul critère à prendre en compte lorsque l'on veut construire un instrument d'astrophysique. La démarche à adopter pour déterminer les choix dans les différentes voies offertes est la suivante :

1. Se demander ce que l'on voudrait observer et évaluer d'après les connaissances actuelles ce que cela représente en termes de domaine spectral, d'étendue angulaire sur le ciel, de résolution et de dynamique de brillance (brillances minimales et maximales).
2. Définir la "plate-forme" optique la plus adaptée pour répondre aux critères définis en 1. Les différents choix possibles sont les télescopes au sol, en ballon ou spatiaux. Ce choix se fait évidemment en fonction du budget dont on espère pouvoir disposer, sans quoi tout le monde enverrait des télescopes géants dans l'espace pour s'affranchir de la pollution turbulente et lumineuse de l'atmosphère (voir II.2.2) !
3. Évaluer les caractéristiques optiques et photométriques du signal à mesurer et de l'ensemble des signaux parasites susceptibles de le noyer, au foyer du télescope.
4. Choisir le type de détecteur qui semble le plus adapté d'après les critères 1, 2 et 3. Compte tenu des connaissances et compétences dont on dispose sur les différentes technologies existantes, ce choix se fait a priori. Il débouche sur la détermination des besoins matériels

permettant l'adaptation du télescope au détecteur et l'optimisation du fonctionnement de ce dernier.

5. Adapter le télescope au détecteur passe par la conception d'une optique de reprise dont le rôle est de "réimager" le plan focal du télescope sur le détecteur, compte tenu de contraintes éventuelles sur la taille et la forme de celui-ci. L'optique de reprise doit également tenir compte des problèmes d'aberration et de transmission, réflexion, absorption à travers ses éléments.
6. Optimiser la sensibilité et le rapport signal sur bruit du détecteur. Cela passe par l'optimisation du détecteur lui-même (ce point sera amplement discuté dans la Partie II du mémoire), et, par la conception d'un "boîtier de support" du détecteur. Hormis les jonctions SIS et la détection hétérodyne, qui emploient des techniques particulières de mélangeurs de rayonnement, tous les détecteurs de longueurs d'ondes équivalentes ou plus grandes que les infrarouges ont besoin d'être refroidis. Les "boîtiers" utilisés pour cela sont des cryostats. Il existe diverses techniques permettant de refroidir un habitacle donné. Une discussion s'impose alors afin de déterminer la mieux adaptée à l'application que l'on envisage de faire.
7. Concevoir une électronique d'amplification et de lecture du détecteur fait également partie des contraintes matérielles. Compte tenu des températures en jeu, de la précision demandée sur les signaux enregistrés et éventuellement du nombre d'éléments ou pixels à lire, on est en effet susceptible d'atteindre les limites des technologies modernes de l'électronique. Il sera alors nécessaire de développer un système original qui ne devra pas être un facteur limitant empêchant d'atteindre les objectifs fixés à l'étape 1.
8. Réitérer les points 3 à 7 (car ils sont imbriqués les uns aux autres), de façon à déterminer avec le plus de précision possible les contraintes physiques et technologiques pour la réalisation de l'instrument.

Comme il serait trop long de présenter de façon chronologique la "navigation" à travers ces huit étapes, qui a permis d'aboutir à la conception de la caméra bolométrique, la rédaction de ce mémoire est structurée de façon plus directe en partant des rayonnements émis dans l'espace et en allant jusqu'à leur enregistrement par l'instrument. On se focalise sur les points qui ont constitué le cœur du travail de thèse. Le point 1 de la démarche décrite ci-dessus a déjà été présenté au Chapitre I. Détailler toutes les technologies possibles pour les choix effectués aux points 2 et 4 sort du cadre de la thèse, nous ne les évoquerons que très brièvement. Les résultats finaux des points 3, 5 et 6 seront donnés au Chapitre III. Enfin nous ne parlerons pas ici du point 7 car il sera suffisamment discuté dans la Partie II en ce qui concerne l'optimisation du détecteur lui-même.

Ce chapitre commence par un simple survol de l'état de l'art en matière de détecteurs de rayonnement refroidis et présente ensuite succinctement les différents projets similaires à la caméra. Cette introduction permet de situer la caméra dans son contexte international et technologique, et permet de toucher du doigt les raisons du choix que notre équipe a effectué.

Nous présenterons ensuite les principaux calculs de photométrie que nous avons réalisés pour aboutir aux résultats de pré-dimensionnement de l'instrument discutés au Chapitre III. Le lecteur intéressé pourra consulter le Chapitre I des Annexes pour une présentation plus complète des calculs d'optique que nous avons utilisés, ainsi que pour l'étude statistique permettant d'établir les formules du bruit de photon dont nous nous sommes servi pour définir la limite de sensibilité que devra atteindre la caméra.

## II.1 État de l'art des détecteurs de rayonnement à basse température.

### II.1.1 Détecteurs de rayonnement à basse température.

L'objectif de la caméra est de détecter des ondes millimétriques. Or les instruments permettant de détecter ces ondes de façon optimales doivent nécessairement être refroidis à basse température pour des raisons de bruit et de sensibilité qui seront évoquées plus loin dans le mémoire. Afin de pouvoir comparer les performances de la caméra bolométriques aux autres types de détecteurs nous présentons dans un premier temps un panel des différents types de détecteurs de rayonnement à basse température existant à l'heure actuelle. Une liste d'effets physiques exploités par les détecteurs de rayonnement est présentée avec leur domaine d'application dans la Figure I-5.

Seuls quelques uns de ces effets sont utilisés dans les détecteurs refroidis. Après ce survol technologique, nous évoquons les différents instruments à base de bolomètres, existants ou en cours de réalisation, qui sont concurrents ou complémentaires à notre projet.

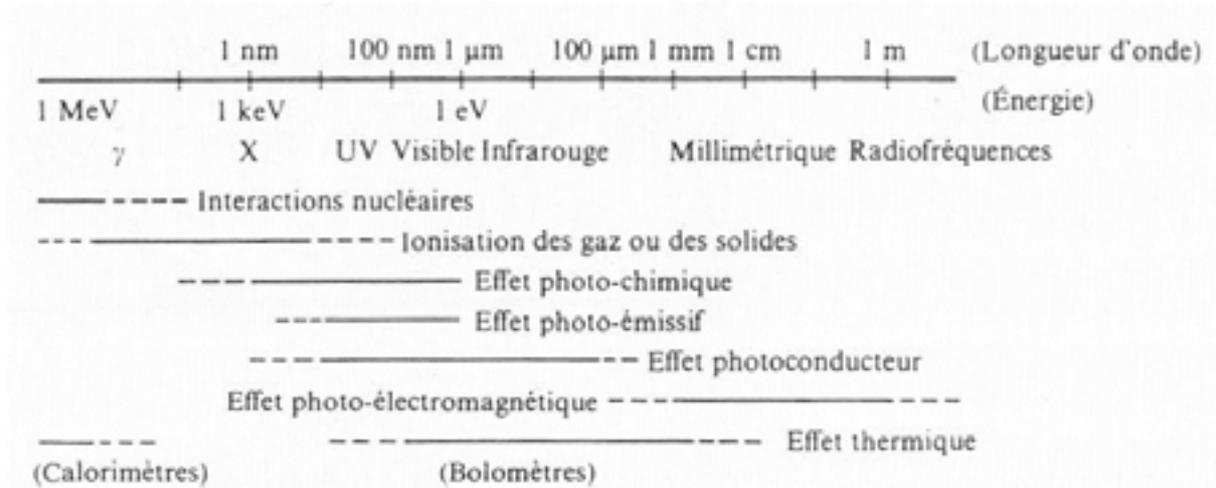


Figure I-5. Phénomènes physiques exploitables pour la conception de détecteurs de rayonnement. Chaque phénomène est bien adapté à une plage de longueurs d'ondes donnée (d'après [Léna, 96]).

Parmi les différents détecteurs de rayonnement refroidis à basse température on distingue essentiellement 6 types de technologies différentes :

- Les microcalorimètres.
- Les jonctions tunnel supraconductrices (STJ).
- Les senseurs à transition de bord (TES).
- Les jonctions supraconducteur – isolant – supraconducteur (SIS).
- Les détecteurs à électrons chauds.
- Les bolomètres.

Comme il serait un peu long de détailler les principes de fonctionnement ainsi que les avantages et inconvénients de chacun, nous invitons le lecteur à se référer aux articles de la dernière conférence internationale sur les détecteurs de rayonnement à basse température [LTD10, 03] pour plus d'informations sur les derniers développements dans le domaine.

Nous retiendrons simplement que les bolomètres sont une des voies les plus intéressantes à l'heure actuelle pour le développement de détecteurs infrarouges et millimétriques. Nous

proposons ici un rapide descriptif des différents types de bolomètres existants ainsi qu'un survol des projets les plus avancés dans le domaine des matrices de bolomètres. Cette présentation offrira une base de comparaison avec les objectifs de performances, que nous définissons dans le prochain chapitre, pour la conception de la caméra bolométrique. Pour le moment nous ne donnons qu'une définition sommaire du bolomètre afin de cerner les questions soulevées pour leur réalisation. Nous décrirons avec plus de détails leur principe de fonctionnement, en se focalisant la technologie particulière à laquelle nous nous sommes intéressés au cours de la thèse, dans le premier chapitre de la Partie II du mémoire.

## II.1.2 Différents types de bolomètres

Par définition, un bolomètre est un capteur thermométrique d'énergie. Autrement dit, il a pour fonction d'absorber une énergie incidente (rayonnement ou particules) et de mesurer celle-ci grâce à l'élévation locale de température causée par l'absorption.

La première question qui se pose pour réaliser un instrument bolométrique est donc comment capter au mieux l'énergie incidente ?

Le choix s'offre alors d'utiliser ou non de cornets intégrateurs (appelés aussi cônes de lumière). Pour simplifier, la fonction de ces cornets est non seulement de concentrer l'énergie incidente sur le bolomètre, mais aussi de lui offrir un diagramme d'antenne le plus directif possible, c'est-à-dire de lui éviter d'être parasité par les rayonnements provenant de toutes les directions alentour. Le prix à payer pour l'utilisation de cornets est essentiellement la perte de place sur le plan focal de l'instrument, et par conséquent un taux de remplissage médiocre (guère plus de 30 %). Or dans le cas d'une matrice de bolomètre on cherche à remplir au maximum le plan focal. Une discussion sur les avantages et inconvénients de l'utilisation de cornets pour des matrices de bolomètres a été menée dans [Griffin, Bock et Gear, 02]. Pour résumer, la conclusion générale de cette étude est qu'à la condition qu'elles ne soient limitées que par le rayonnement de fond, les matrices pleines de bolomètres (avec un facteur de remplissage du plan focal d'au moins 80 %) offrent une meilleure sensibilité pour les observations dont le but est de faire de l'imagerie, grâce à l'emploi d'un plus grand nombre de détecteurs que les solutions avec cornets. Pour des instruments aux performances comparables, les matrices pleines permettent d'effectuer une cartographie 3,5 fois plus rapidement que les matrices avec cornets.

La seconde question que se pose pour la réalisation d'un instrument bolométrique est comment absorber au mieux l'énergie incidente ?

Ici aussi deux choix sont possibles : l'utilisation d'absorbeurs en "toiles d'araignées" ou l'utilisation d'antennes collectant la lumière, liées à un absorbeur sous forme de film mince (par exemple un film de bismuth).

Le bolomètre à "toile d'araignée" (Spider Web Bolometer) a été développé à Caltech et est actuellement utilisé dans la plupart des expériences sensibles pour la mesure du rayonnement cosmologique ( $\lambda = 0,8$  à  $2,4$  mm) [Bock et al, 95] et [Mauskopf et al, 97]. Son originalité vient de la réalisation de l'absorbeur qui est usiné par attaque chimique pour réaliser une grille. Si le pas de la grille est petit devant la longueur d'onde, elle se comporte comme une couche résistive continue dont l'impédance doit être adaptée à celle du vide ( $377 \Omega$ ). La fraction de surface occupée par la grille est de l'ordre de quelques % de la surface totale. L'épaisseur de métal à réaliser pour atteindre la condition d'adaptation est augmentée dans la même proportion, permettant d'utiliser l'or comme absorbeur.

Les performances obtenues en termes de puissance équivalente de bruit, de temps de réponse et de capacité calorifique sont :

- À  $T = 300 \text{ mK}$  :  $\text{NEP} = 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$  ;  $\tau = 11 \text{ ms}$  ;  $C = 1 \text{ pJ/K}$ .
- À  $T = 100 \text{ mK}$  :  $\text{NEP} = 1,5 \cdot 10^{-18} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$  ;  $\tau = 1,5 \text{ ms}$  ;  $C = 0,4 \text{ pJ/K}$ .

Nous reviendrons plus en détail sur la définition de ces différents termes au cours du Chapitre III et surtout dans la Partie II au Chapitre I.

La technique utilisée pour les bolomètres à toile d'araignée permet, avec l'utilisation des couches supraconductrices, d'utiliser des méthodes de microfabrication pour l'ensemble du processus [Gildemeister et al, 99].

Une autre solution pour la réalisation de l'absorbeur de rayonnement d'un bolomètre consiste à utiliser simplement un film mince résistif adaptée à l'impédance du vide. Soit le film a une surface adaptée à la longueur d'onde, est suffisamment absorbant et a une capacité calorifique suffisamment faible, soit il est nécessaire de l'associer à un collecteur de rayonnement. Une solution privilégiée pour la collecte du rayonnement est l'utilisation d'une antenne. L'énergie peut alors être dissipée dans l'absorbeur, dont le dimensionnement suit alors des conditions d'adaptation d'impédance qui dépendent de la géométrie de l'antenne et de la nature du substrat. Ainsi, le bolomètre ne comporte que l'élément dissipatif et sa taille ne dépend plus de la longueur d'onde incidente. Des applications existent depuis de nombreuses années à température ambiante (voir en particulier [Rutledge, 83]). À basse température, les réalisations sont encore à l'état de démonstration [Osterman et al, 97], même si les avantages de ces dispositifs aux basses températures ont clairement été mis en évidence [Mees et al, 91]. On peut reprendre l'estimation des performances d'un bolomètre à antenne de Mees en supposant que le thermomètre est réalisé dans un matériau supraconducteur et de taille suffisamment faible ( $2 \times 2 \mu\text{m}^2$ ) pour que la résistance de Kapitza domine. Les performances sont alors données par :

$$\text{NEP} \approx 7 \cdot 10^{-16} \cdot T^{5/2} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ et } \tau \approx 10^{-8} \cdot T^{-2} \text{ s} [\text{Camus, 01}].$$

En ce qui concerne la caméra bolométrique étudiée au cours de la thèse, la solution envisagée est l'utilisation d'absorbeurs en bismuth associés à des antennes en niobium.

Enfin la troisième grande question qui se pose pour la réalisation de bolomètres est quel type de senseurs thermiques utiliser ?

Ici encore deux solutions sont envisageables : l'utilisation de thermomètres résistifs ou de thermomètres supraconducteurs. Les deux options utilisent des procédés physiques très différents mais sont globalement comparables à la fois dans l'étude du fonctionnement du bolomètre et dans les procédés de micro-fabrications. Nous reviendrons plus en détail sur la comparaison de ces deux méthodes la Partie II au Chapitre I.

### II.1.3 Détecteurs matriciels existants ou en développement.

Outre les questions relatives à la technologie des détecteurs eux-mêmes, la réalisation de matrices pose deux problèmes principaux : la réalisation d'un grand nombre de détecteurs et la lecture des signaux. En ce qui concerne le premier problème, les méthodes de la micro-fabrication offrent une solution de premier choix, puisqu'elles permettent de réaliser les détecteurs de façon collective. Mais selon le type de matériaux employés, il n'existe pas forcément de procédure standard et un travail de recherche et développement du procédé de microfabrication adéquat est nécessaire. Le second problème est dû à la fois aux difficultés de câblage d'un grand nombre de détecteurs, mais aussi aux inconvénients qu'apporte ce câblage

en terme de charges thermiques sur les éléments qui produisent les basses températures auxquelles l'instrument fonctionne. L'une des solutions permettant de résoudre ce problème (qui devient important lorsque le nombre de détecteurs dépasse la centaine) est l'utilisation d'un multiplexage. Ce problème sera traité dans la Partie III du mémoire.

Les critères classiques pour comparer et classer les détecteurs matriciels seront : (1) la sensibilité d'un pixel, (2) le domaine de sensibilité, (3) la taille des pixels, (4) le facteur de remplissage, (5) la taille de la matrice (nombre de pixels) et (6) l'homogénéité des propriétés des pixels sur la matrice (et éventuellement, le taux de défaillance).

Il existe de par le monde un certain nombre d'instruments en fonctionnement ou en cours d'étude avec des matrices de bolomètres. Nous présentons très rapidement les quatre principaux instruments comparables à la caméra bolométrique que nous voulons réaliser. Une liste avec références bibliographiques des quelques autres instruments utilisant un nombre conséquent de bolomètres est ensuite donnée.

#### HUMBA (MPIFR)

L'instrument HUMBA<sup>12</sup> est une matrice de bolomètres à  $\lambda = 2$  mm en cours de développement. Un prototype de 7 bolomètres a été testé avec succès en 1998 sur le télescope HHT. En 1999 le nombre de pixels est passé à 19. Il s'agit de bolomètres composites constitués d'absorbeurs en silicium cristallin, avec membranes en nitrure de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) et thermomètres en Ge NTD, dont l'impédance est de  $5 \text{ M}\Omega$  [Reichert et al., 00]. Des cornets intégrateurs sont utilisés pour coupler au mieux le rayonnement provenant de l'optique du télescope avec les bolomètres. L'instrument est refroidi à 50 mK par un cryostat à dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ . Le premier étage de l'électronique de lecture est constitué de transistors JFETs à 150 K. Plusieurs filtres sont utilisés pour sélectionner la bande de longueur d'onde à 2 mm : du polyéthylène à 300 K, une couche de quartz associée à un filtre passe-bande constitué d'un réseau maillé métallique multicouche maintenu dans une matrice de polymère à 77 K, une couche de Pyrex associée à un autre filtre passe-bande à 4,2 K, et, un dernier filtre passe-bande à 0,7 K. La transmission totale est de 38 %. Les essais sur télescope ont montré une sensibilité (en terme de NEFD) de  $200 \text{ mJy}/\sqrt{\text{Hz}}$  au HHT et de  $15 \text{ mJy}/\sqrt{\text{Hz}}$  au 30 m de l'IRAM. La NEP mesurée en laboratoire est de  $2 \cdot 10^{-16} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Cet instrument est celui qui ressemble le plus à la caméra bolométrique étudiée dans cette thèse.

#### BOLOCAM (Caltech)

BOLOCAM<sup>13</sup> est une caméra développée à Caltech pour l'observation dans trois bandes de fréquences :  $\lambda = 1,1$  ; 1,4 et 2,1 mm. La matrice de détecteur comporte 151 bolomètres de type 'Spider Web' [Bolocam, 98]. L'objectif pour les détecteurs est d'obtenir une NEP de  $3 \cdot 10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 300 mK (le rayonnement attendu est de 8 pW). La fabrication des structures isolantes, les contacts et la métallisation des absorbeurs sont réalisés avec les techniques de microfabrication, mais les thermomètres en NTD-Ge sont rapportés manuellement. Enfin, la lecture des détecteurs est réalisée de manière directe. La connexion entre l'étage à 300 mK et l'étage à 4,2 K est réalisée avec des paires torsadées de fils de manganin (1 paire par détecteur). Avec une longueur de 10 cm, la charge thermique amenée sur l'étage froid est de  $18 \mu\text{W}$ . C'est cette technique qui est également retenue pour l'instrument SPIRE de la mission

<sup>12</sup> Adresse Internet : <http://www.mpifr-bonn.mpg.de/div/bolometer/humba.html>.

<sup>13</sup> Quelques adresses Internet à propos de Bolocam : <http://casa.colorado.edu/~jglenn/bolocam.html> ; [http://technology.jpl.nasa.gov/gallery/microchips/micro\\_index.html](http://technology.jpl.nasa.gov/gallery/microchips/micro_index.html) ; <http://www.inaoep.mx/~danrosa/cryposter/node4.html>.

FIRST de l'ESA (2007). Une description plus complète de l'instrument Bolocam est donnée dans [Glenn et al, 98].

#### MAMBO II (MPIFR)

MAMBO<sup>14</sup> est un instrument développé au Max Planck Institut pour le télescope de 30m de l'IRAM à Pico Veleta (Espagne). Le cryostat fonctionne à 300 mK pour une observation à  $\lambda = 1,2$  mm. La première version (MAMBO I) comportait 37 bolomètres. Les matrices en développement (MAMBO II) comportent 177 bolomètres construits sur des membranes de Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> avec des thermomètres NTD-Ge. Les bolomètres sont intégrés dans des cavités résonnantes et utilisent des cônes de lumière. Des résultats ont été obtenus sur l'étude de galaxies primordiales [Bertoldi et al, 00].

#### Matrice à haute densité (P.L.Richards / Berkeley)

Une réalisation intéressante est celle de P.Richards<sup>15</sup> [Gildemeister, 00]. Les avantages de la micro-fabrication des bolomètres spider-web avec thermomètres supraconducteurs sont utilisés pour réaliser une matrice très compacte de 32×32 bolomètres, atteignant un facteur de remplissage de 88%. Les pixels ont une forme carrée de 1,5×1,5 mm. Les dépôts métalliques sont réalisés de façon à ce que l'absorbeur et le thermomètre soient constitués des mêmes matériaux (Ti/Al/Ti). Enfin, la cavité intégratrice est réalisée sur la plaquette de support des bolomètres (wafer). Ces détecteurs sont envisagés pour le futur instrument millimétrique SCUBA 2. La version actuelle de SCUBA qui comporte deux matrices de 37 et 91 pixels (autour de  $\lambda = 800$   $\mu$ m et  $\lambda = 400$   $\mu$ m) fonctionne au foyer du télescope JCMT depuis 1996. Une revue de ses performances est décrite dans [Holland et al, 99]. Les résultats obtenus avec l'instrument sur une cartographie de sources à 8mJy sont décrits dans [Scott et al, 01].

Dans les longueurs d'ondes plus courtes l'instrument SHARC est composé de 24 pixels en lignes fonctionnant dans la fenêtre submillimétrique autour de  $\lambda = 400$   $\mu$ m. Il présente une NEP de  $5 \cdot 10^{-15}$  W/ $\sqrt{\text{Hz}}$  à 300 mK pour  $\lambda = 350$   $\mu$ m. Les caractéristiques instrumentales de SHARC sont décrites dans [Wang et al, 96] et [Hunter et al 00]. Les résultats de cet instrument ayant été convaincants, une deuxième version appelée SHARC II a été réalisée et est opérationnelle depuis peu au Caltech Submillimeter Observatory. Il s'agit d'une matrice de 12×32 pixels, soit 384 éléments de 1 mm<sup>2</sup> avec absorbeurs résistifs et cavités 1/4 d'onde pour améliorer l'absorption [Moseley et al, 03]. Il permet de couvrir un champ de vue complet en échantillonnant la tache de diffraction du CSO. Sa sensibilité de 0,5 Jy/ $\sqrt{s}$  est 2 fois meilleure que SHARC [Dowell et al, 01].

Le 90 GHz Array<sup>16</sup> est une matrice de 8×8 TES (Transition Edge Superconducting Sensors), conçue comme son nom l'indique pour effectuer des observations à 3 mm de longueur d'onde. Elle est montée au foyer du Green Bank Telescope ; un télescope millimétrique de 100 m de diamètre. Sa sensibilité permet de détecter un flux de 0,2 mJy en 1 heure pour un champ de 15'×15' (pour un temps d'observation dans un champ équivalent, le flux détecté par MAMBO I est de 1,7 mJy, et le flux détecté par BOLOCAM est de 1 mJy). L'instrument sera utilisé

<sup>14</sup> Adresse Internet de Mambo2 : <http://www.mpifr-bonn.mpg.de/div/bolometer/mambo117/mambo117.html>.

<sup>15</sup> Adresse Internet : <http://bolo.berkeley.edu/bolometers/publications.html>.

<sup>16</sup> Adresse Internet : <http://chilel.physics.upenn.edu/gbtpublic/>.

pour observer des régions de formation d'étoiles, l'effet SZ et des galaxies à haut redshift (observations complémentaires à SCUBA). La matrice de bolomètres TES sera multiplexée par un système à SQUIDS et refroidie à 0,3 K par un système associant pluse-tubes et hélium liquide. Le bruit propre à chaque détecteur est de  $10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Un certain nombre d'études ont été effectuées pour la réalisation de caméras bolométriques destinées à des instruments spatiaux, notamment dans le cadre du projet FIRST/SPIRE. Voir à ce sujet les thèses de [Buzzi, 99] et [Savry, 01] traitant de la conception d'une caméra bolométrique multiplexée, à très haute impédance (thermomètre de plusieurs GΩ), dimensionnée pour fonctionner à 0,3 K et pour détecter les longueurs d'ondes de 250 à 500 μm. Le CEA Saclay a poursuivi les développements pour adapter la matrice à  $\lambda = 1,2 \text{ mm}$  [Reveret et Rodríguez, 00].

## II.2 Calculs de photométrie d'un télescope au sol.

Les calculs d'optiques présentés en Annexes et dont les résultats sont exploités dans ce sous-chapitre, permettent de définir avec précision la forme des taches de diffraction et d'aberration ainsi que la répartition de l'énergie du rayonnement sur le plan image d'une chaîne optique. Ils fixent la marge de manœuvre dont on dispose dans la définition des tailles et des formes des éléments optiques de l'instrument lui-même. Ils n'apportent cependant aucune information sur la dynamique et la sensibilité que l'on doit attendre des détecteurs, pour pouvoir effectuer la mesure des puissances de rayonnement que l'on souhaite étudier. Les principales étapes des calculs de photométrie qui permettent de définir ces contraintes pour une application au sol sont présentées dans ce paragraphe. L'application numérique au télescope de 30 mètres de l'IRAM, pour lequel la caméra est exposée au sous-chapitre suivant. Cette application débouche sur les contraintes et critères de conception de l'instrument.

Les références bibliographiques suivantes traitent d'optique et de photométrie : [Vallade, 95], [Cerutti-Maori, 99], [Ricord, 99], [Born et Wolf, 99], [Watson, 96], [Withington, 98], [Goldsmith, 98]. Elles ont servi de source d'inspiration pour la rédaction des éléments de théorie présentés en Annexes et dans ce sous-chapitre.

### II.2.1 Puissance de rayonnement thermique émise par un corps quelconque.

#### II.2.1.1 Intégrer la brillance de corps noir dans une bande de fréquence donnée.

On devine à la lecture du paragraphe I.1.2, avec l'expression de la brillance de corps noir (Équation I-3) et du calcul de flux total rayonné (l'Équation I-7), que le problème principal pour la conception d'un instrument de radioastronomie au sol va être la pollution provenant du rayonnement thermique des éléments entourant l'instrument, à commencer par celle du télescope lui-même et celle de l'atmosphère. On l'a déjà évoqué dans ce chapitre, les bolomètres sont des détecteurs sensibles à n'importe quelle longueur d'onde. Si on veut pouvoir étudier un objet dans une plage de longueur d'onde donnée et éviter la pollution par des rayonnements ne provenant pas de cette plage, il est nécessaire de placer des filtres en amont de la caméra (dans la partie froide du cryostat pour éviter qu'ils ne rayonnent eux-

mêmes). L'étude et la conception de filtres millimétriques est un art en soi. Comme cette étude sortait du cadre de la thèse, les calculs préliminaires ont été effectués avec des filtres idéaux : des fonctions porte d'une largeur valant 30 % de la valeur de la fréquence centrale. Les calculs ont ensuite été perfectionnés en se basant sur les courbes de transmission des filtres qui avaient été développés pour l'instrument Diabolo.

L'essentiel des rayonnements qui seront captés par les bolomètres de la caméra est d'origine thermique. Mais tous les objets qui vont émettre des rayonnements en direction de la caméra ne sont pas forcément des corps noirs parfaits, on parle alors de corps gris. On va montrer au paragraphe suivant qu'il suffit de corriger la brillance de corps noir par une fonction dite d'émissivité pour calculer l'intensité spécifique de tout corps émettant un rayonnement thermique. L'estimation des puissances reçues par la caméra est alors faite en intégrant dans la bande de fréquence définie par les filtres, chaque intensité spécifique, corrigée des facteurs de transmission provenant des éventuels éléments se trouvant entre la source et les détecteurs.

Avant de pouvoir effectuer les calculs de puissances, la première étape est donc de définir les plages de fréquences (ou bandes passantes) les plus intéressantes pour la caméra.

On rappelle que la brillance du corps noir s'exprime sous la forme (Équation I-3) :

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}\right) - 1} \quad [\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr} / \text{Hz}]$$

Le calcul de la fréquence du maximum de brillance (Équation I-6) conduit à une équation du type :  $1 - \frac{x}{3} = e^{-x}$ , avec  $x = h\nu_M/k_B T$  et la solution de l'équation donne  $x = 2,821$ . On montre dans le tableau ci-dessous quelques fréquences des maximums de brillance de corps noirs aux températures qui nous intéresseront pour la conception de l'instrument.

Tableau I-2. Fréquence et longueur d'onde du maximum de brillance de corps noirs illuminant la caméra. Les différents éléments et leurs températures sont : la dilution à 100mK, l'étage 1,6K du cryostat, le rayonnement fossile à 2,725K, l'étage 4K du cryostat, l'étage 77K, la température de l'atmosphère (250K) et la température du télescope (280K pour les miroirs et les éléments de l'optique de reprise).

T [K]	0,1	1,6	2,725	4	10	77	250	280
$\nu_M$ [GHz]	5,9	94	160,18	235	588	4526	14695	16458
$\lambda_M$ [mm]	51	3,2	1,87	1,3	0,51	0,066	0,020	0,018

Comme cela a été dit, l'un des objectifs de la caméra sera de détecter le rayonnement de fond cosmologique et notamment sa déformation par l'effet Sunyaev-Zeldovich. Par ailleurs, la soustraction deux images d'un même champ, prises à deux fréquences de rayonnement différentes, a pour effet de faire ressortir les objets dont la brillance varie beaucoup entre les deux longueurs d'ondes et "d'éteindre" les objets dont la brillance varie peu. L'utilisation de deux fréquences voisines du maximum de brillance du rayonnement fossile permet donc, en jouant sur les sommes et soustractions pondérées d'images, d'éteindre les sources parasites dont le spectre ne varie pas comme celui du rayonnement fossile et de faire ressortir ce dernier.

Le meilleur choix possible pour étudier le rayonnement fossile (et les autres sources ayant un maximum de brillance dans le même domaine) est par conséquent de détecter au moins deux fréquences autour de 160 GHz. Pour le moment ces fréquences sont notées  $\nu_1$  et  $\nu_2$  en choisissant  $\nu_2 < 160 \text{ GHz} < \nu_1$ . Leur valeur sera donnée au paragraphe II.2.2 lorsque les effets de l'atmosphère sur la transmission des rayonnements seront précisés. Étant donné que les calculs de diffraction présentés précédemment montrent que la taille des taches de diffraction dépend des longueurs d'ondes, donc des fréquences des rayonnements, que l'on

veut capter, on constate que la valeur des fréquences choisies sera un critère pour le dimensionnement de la taille optimale des pixels de la caméra. Il devient clair que l'on a tout intérêt à concevoir deux matrices de détecteurs, chacune avec des tailles de pixels adaptée à l'une des deux fréquences choisies.

Forts de toutes ces précisions nous pouvons maintenant établir le calcul de la puissance provenant d'un corps gris  $C$  (voir définition exacte au paragraphe suivant), déposée sur une zone  $z$  du plan image d'un instrument d'optique, d'étendue de faisceau<sup>17</sup>  $E = S_z \Omega_{tel} = S_{tel} \Omega_z$ . Soit  $T$  la température de  $C$  et  $\varepsilon(\nu)$  sa fonction d'émissivité,  $C$  se trouve en amont d'un système optique dont les éléments (repérés par l'indice  $i$ , atmosphère comprise au cas échéant) ont des transmissions  $t_i(\nu)$ , contenant des filtres passe-bande dont la transmission est décrite par une fonction  $f_b(\nu)$  (l'indice  $b$  correspond à une bande de fréquence donnée). La puissance reçue par  $z$  est alors :

$$P_{z,b} = E \int_0^{+\infty} \left( \varepsilon(\nu) \cdot B(\nu, T) \cdot \prod_i t_i(\nu) \cdot f_b(\nu) \right) \cdot d\nu$$

Équation I-8

Le calcul de  $P_{z,b}$  peut se révéler assez complexe. On remarque par exemple que l'expression de la brillance contient la fonction  $1/(\exp(a\nu)-1)$  qui n'est pas intégrable de façon analytique. Il en est de même pour les autres fonctions dépendantes de  $\nu$ , comme la transmission atmosphérique. Deux solutions existent alors : soit effectuer le calcul de façon numérique en utilisant un logiciel adéquat, soit effectuer un développement limité avec calcul d'erreur si les bornes d'intégration le permettent. Dans le premier cas on obtient facilement un résultat avec la précision désirée, dans le deuxième cas on peut effectuer l'intégration analytique ce qui offre plus de souplesse pour l'étude des perturbations (c'est-à-dire pour voir comment évolue l'expression de la puissance reçue lorsque l'une des différentes fonctions de  $\nu$  varie). Comme nous avons choisi la deuxième solution, il convient de préciser la méthode et les fonctions utilisées avant de présenter les résultats des calculs effectués dans le cadre de la thèse. Notons que nous nous sommes également servis de la première solution (calcul numérique) afin de vérifier nos résultats.

Dans un premier temps nous allons nous intéresser aux notions de corps gris et d'émissivités. Afin de délimiter les bandes de fréquences centrées sur  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , nous nous intéresserons aux effets de l'atmosphère sur la transmission du rayonnement. Après avoir précisé les transmissions des éléments de la chaîne optique se trouvant en amont de la caméra, nous présenterons les approximations à effectuer sur les brillances de corps noir pour pouvoir les intégrer dans les bandes passantes définies par les filtres  $f_b$ .

### II.2.1.2 Généralisation du rayonnement thermique : corps gris et interaction avec la matière.

Soit un corps  $C$ , de surface  $S$ , à la température  $T$ . Contrairement à la démarche suivie dans les Annexes au paragraphe I.1.3.1, on n'émet pour le moment aucune hypothèse sur la statistique ou l'équilibre thermodynamique des photons émis par  $C$  à cause de sa température. On admet simplement qu'à priori il rayonne une énergie par unité de surface  $\eta$  [ $J/m^2$ ].

<sup>17</sup> On rappelle que la conservation de l'étendue de faisceau permet de définir la surface  $S$  soit comme celle de l'élément  $e$  et dans ce cas  $\Omega$  est l'angle solide sous lequel l'élément voit la pupille de sortie, soit comme la surface de la pupille et  $\Omega$  l'angle solide sous lequel la pupille voit l'élément  $e$ .

Imaginons que  $C$  reçoit de l'extérieur une énergie par unité de surface  $\varpi$ . La conservation de l'énergie impose  $\varpi = \varpi_{\text{absorbé}} + \varpi_{\text{réfléchi\_ou\_diffusé}}$ . On définit le pouvoir absorbant par  $a \equiv \varpi_{\text{absorbé}}/\varpi (\leq 1)$ .

Si  $C$  est en équilibre thermique avec le gaz de photons qui l'entoure, à la température  $T$ , la conservation d'énergie impose une nouvelle égalité :  $\eta = a\varpi$ . En raisonnant maintenant sur l'énergie transmise par le gaz de photon à l'équilibre thermodynamique, on se retrouve exactement dans le même cas que dans le paragraphe I.1.3.1 des Annexes. On en déduit que l'énergie reçue par un élément de surface  $dS$  de  $C$  pendant un intervalle de temps  $dt$  provenant des photons de pulsation  $\omega = ck$  compris dans un cylindre de génératrice  $c \cdot dt$  faisant un angle  $\theta$  avec la surface est  $\varpi_N = \frac{c}{4\pi} \cdot u(\omega, T) \cdot \cos\theta$ , où  $u(\omega, T)$  est l'énergie de corps noir défini par la loi de Planck de l'équation Équation IV-9 (voir Annexes, page 348). La conservation de l'énergie peut-être reformulée par :

$$\eta/a = \varpi_N$$

Équation I-9

Ce qui met en évidence que le rapport entre propriétés d'émission et d'absorption, qui sont des propriétés intrinsèques au corps  $C$ , est indépendant du corps et égal à une fonction universelle. Autrement dit un bon absorbeur est aussi un bon émetteur.

Comme on l'a vu, l'intensité spécifique (ou brillance)  $I_v$  est la puissance rayonnée dans une bande de fréquence  $d\nu$  par une unité de surface  $dS$  dans un angle solide  $d\Omega$  faisant un angle  $\theta$  avec la normale à  $dS$  (Équation I-1) :

$$I_v \equiv \frac{dE}{dS \cdot \cos\theta \cdot d\nu \cdot d\Omega \cdot dt} \quad [\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr} / \text{Hz}]$$

La traduction de l'Équation I-9 sur l'intensité spécifique d'origine thermique émise par un élément de surface quelconque est qu'elle peut toujours être écrite sous la forme  $I_v(T) = \varepsilon(T) \cdot B_v(T)$ , où  $B_v$  est la brillance de corps noir. Le terme  $\varepsilon$  est sans dimension et est appelé coefficient d'émission ou émissivité<sup>18</sup>. Par identification on constate qu'à l'équilibre thermodynamique  $\varepsilon = a$ . Lorsque  $\varepsilon = 1$  on a un absorbant parfait, d'où le terme de Corps Noir. Lorsque  $\varepsilon < 1$  on parle de Corps Gris.

Considérons un élément de surface  $dS$ . Le pouvoir absorbant de l'élément de surface fait subir à l'intensité spécifique une variation :  $dI_{v,a} = -\alpha_v \cdot I_v \cdot dS$ , où  $\alpha_v$  est le coefficient d'absorption de  $dS$ . De façon similaire, l'émissivité de  $dS$  induit une variation d'intensité :  $dI_{v,e} = J_v \cdot dS$ , où  $J_v$  est le coefficient d'émission (en [W/sr/Hz]).

L'interaction entre le rayonnement thermique et la matière, est décrite de manière générale, en écrivant la somme des différentielles des intensités spécifiques absorbées et émises. On introduit alors deux nouvelles variables : la profondeur optique  $d\tau_v \equiv \alpha_v \cdot dS$ , et, son intégrale entre deux éléments de surface du corps, l'opacité  $\tau_v \equiv -\int_{S_0}^S \alpha_v(S') \cdot dS'$ . En écrivant la dérivée de l'intensité spécifique totale, on obtient l'équation différentielle de transfert du rayonnement à travers la matière :

$$\frac{dI_v}{d\tau_v} = -I_v + \frac{J_v}{\alpha_v} = -I_v + S_v$$

<sup>18</sup> Dans la littérature le mot "émissivité" est utilisé pour désigner le terme  $\varepsilon$  chez certains auteurs et le terme  $\eta$  chez d'autres auteurs. Il faut faire attention à ne pas les confondre !

$S_v$  est la fonction source du milieu. Si elle est constante le long du trajet optique, on peut alors intégrer facilement l'équation différentielle. Si le corps ne produit que du rayonnement thermique,  $S_v = B_v$ . Soit  $t$  le coefficient de transmission du corps, c'est-à-dire le rapport entre l'intensité à l'entrée du corps et l'intensité à la sortie. L'intégration de l'équation différentielle de transfert du rayonnement par rapport à l'opacité donne :

$$I_v(\tau_v) = I_v(0) \cdot e^{-\tau_v} + S_v \cdot (1 - e^{-\tau_v}) \xrightarrow{\text{Corps Gris}} I_{v\_sortie} = t_v \cdot I_{v\_entrée} + \varepsilon_v \cdot B_{v\_corps}$$

Équation I-10

On constate que  $t = e^{-\tau_v}$  et  $\varepsilon = 1 - e^{-\tau_v} = 1 - t$  (la conservation de l'énergie est respectée).

Remarque : à la vue de ces égalités il peut sembler paradoxal que la fraction d'énergie réfléchie ou diffusée par le corps, qui avait servi à introduire le pouvoir absorbant  $a$ , semble avoir disparue des équations. Ce n'est en fait pas le cas, le paradoxe se résout en gardant bien à l'esprit que l'équation de transfert radiatif est différente de l'équation du bilan énergétique d'un corps isolé en équilibre thermique avec les photons qui l'entourent. Le coefficient d'émissivité est différent dans les deux cas ; cette distinction est illustrée par la figure suivante.

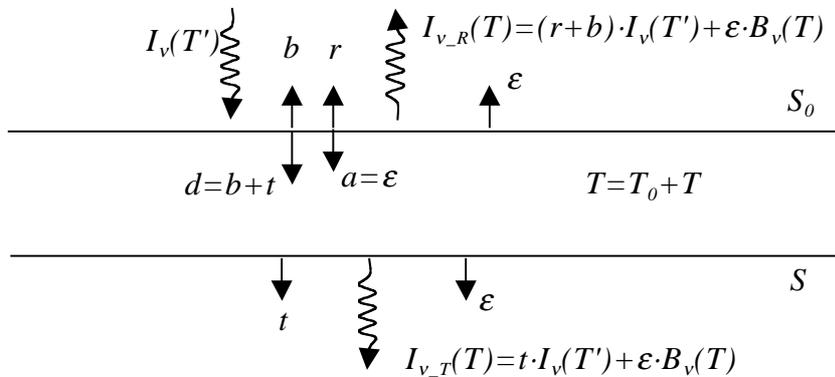


Figure I-6. Bilan des intensités spécifiques d'un rayonnement traversant une tranche de matière. Les surfaces de la tranche sont notées  $S_0$  et  $S$ . La matière est caractérisée par sa température  $T$ , son coefficient d'émissivité  $\varepsilon$ , son pouvoir absorbant  $a$ , son coefficient de réflexion  $r$  et son coefficient de diffusion  $d$ , qui est décomposé en un terme de transmission  $t$  et un terme de rétrodiffusion  $b$ .

## II.2.2 Effets de l'atmosphère.

L'atmosphère est typiquement un corps gris tel que nous venons de le définir. Or dans le cas d'une détection au sol, les rayonnements provenant de l'espace traversent l'atmosphère. Il est donc nécessaire d'étudier la transmission atmosphérique et d'en tenir compte lorsqu'on voudra établir le bilan de puissance de rayonnement arrivant au plan focal du télescope.

### II.2.2.1 Choix des bandes de fréquence détectées par la caméra bolométrique.

On peut trouver dans les annexes de la documentation du télescope de 30m de l'IRAM [Wild, 99] des courbes d'opacité atmosphérique pour différentes quantités de vapeurs d'eau calculées avec le programme ATM pour des fréquences optiques allant de 80 à 365 GHz :

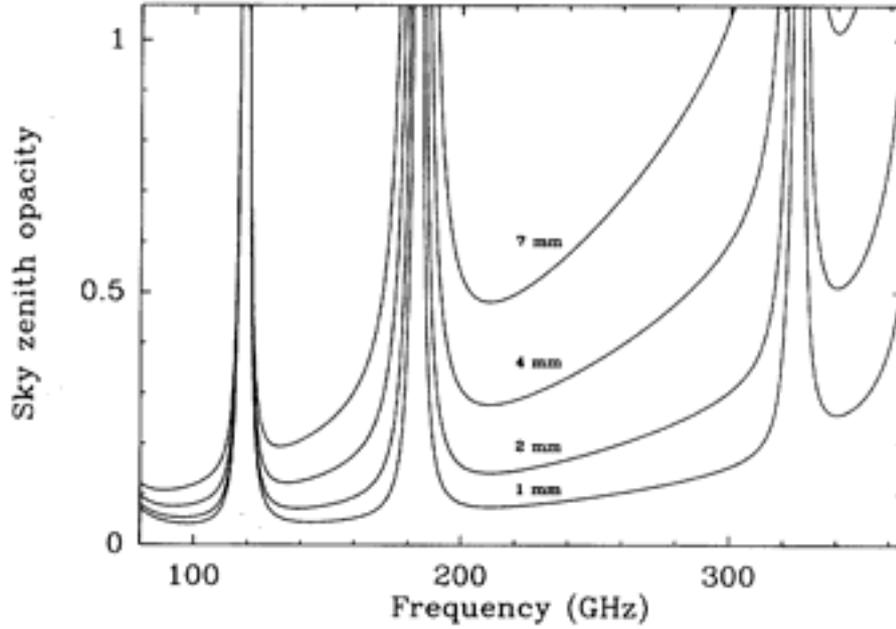


Figure 1-7. Opacité atmosphérique au zénith pour différentes quantités de vapeur d'eau. Les courbes résultent de calculs effectués avec le logiciel ATM pour la bande de fréquences comprise entre 80 et 365 GHz [Wild, 99].

L'unité de mesure de la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère est le millimètre. Cela correspond à la hauteur d'eau que l'on récolterait sur une unité de surface si on condensait toute l'eau contenue dans la colonne d'atmosphère se trouvant à la verticale de cette surface. Pour donner un ordre d'idée on a  $q_0 = 1 \text{ mm}$  par très beau temps et  $q_0 = 7 \text{ mm}$  par temps d'été (sans nuage mais légèrement humide). Les courbes sont calculées au zénith, pour une élévation d'angle  $\varepsilon$  par rapport au zénith on a en première approximation  $q(\varepsilon) = q_0/\sin\varepsilon$ .

Pour des filtres passe-bande avec une largeur de 30 % autour de la fréquence centrale, le meilleur choix possible pour avoir une transmission atmosphérique maximale dans chaque bande est de prendre :

$$\begin{aligned} \nu_1 = 250 \text{ GHz} &\Rightarrow \lambda_1 = 1,2 \text{ mm} \\ \nu_2 = 143 \text{ GHz} &\Rightarrow \lambda_2 = 2,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Les fréquences de coupure de chaque bande passante sont alors :

$$\begin{aligned} \Delta\nu_1/\nu_1 = 30 \% &\Rightarrow \nu_{1m} = 212 \text{ GHz} (1,41 \text{ mm}); \nu_{1M} = 287 \text{ GHz} (1,04 \text{ mm}) \\ \Delta\nu_2/\nu_2 = 30 \% &\Rightarrow \nu_{2m} = 121 \text{ GHz} (2,47 \text{ mm}); \nu_{2M} = 164 \text{ GHz} (1,83 \text{ mm}) \end{aligned}$$

### II.2.2.2 Calcul de la transmissions atmosphérique.

En programmant des algorithmes d'ajustement de courbes il est possible d'effectuer des approximations polynomiales des opacités, transmissions et émissivités de l'atmosphère :

$$\tau_{b,q}(\nu) \approx \sum_{i=0}^{O_\tau} (p_{b,q,i} \cdot \nu^i) \quad ; \quad t_{b,q}(\nu) = \exp(-\tau_{b,q}(\nu)) \approx \sum_{i=0}^{O_t} (t_{b,q,i} \cdot \nu^i) \quad \text{et} \quad \varepsilon_{b,q}(\nu) = 1 - t_{b,q}(\nu)$$

Équation 1-11

Les indices  $b, q, i$  représente respectivement la bande de fréquence considéré, la quantité de vapeur d'eau et l'ordre du coefficient. Ces paramètres sont alors facilement intégrables dans chaque bande de fréquence. L'ordre des polynômes est choisi de manière à ce que l'erreur sur l'intégration de la puissance transmise (émise) par l'atmosphère soit inférieure à 1 %. Le

Contexte instrumental et calculs de photométrie pour la définition des objectifs de performances de la caméra.

tableau et le graphique ci-dessous donnent les résultats de ces ajustements effectués avec le logiciel Matlab.

Tableau I-3. Approximation de l'opacité atmosphérique au zénith et de la transmission correspondante. Les coefficients des polynômes d'approximation sont notés  $p_{b,q,i}$  pour l'opacité et  $t_{b,q,i}$  pour la transmission. La signification des indices est :  $b$  = bande de longueur d'onde ( $1 = 250$  GHz,  $2 = 143$  GHz),  $q$  = quantité de vapeur d'eau (mm),  $i$  = ordres des coefficients. Les coefficients sont donnés pour des polynômes dont la variable est la fréquence de rayonnement  $\nu$  [GHz].

$p$	$b=1, q=1$	$b=1, q=4$	$b=1, q=7$	$b=2, q=1$	$b=2, q=4$	$b=2, q=7$
$i=0$	$4,13 \cdot 10^{-01}$	1,81	3,18	2,31	3,62	4,87
$i=1$ [GHz <sup>-1</sup> ]	$-3,31 \cdot 10^{-03}$	$-1,47 \cdot 10^{-02}$	$-2,58 \cdot 10^{-02}$	$-3,04 \cdot 10^{-02}$	$-4,95 \cdot 10^{-02}$	$-6,79 \cdot 10^{-02}$
$i=2$ [GHz <sup>-2</sup> ]	$8,14 \cdot 10^{-06}$	$3,55 \cdot 10^{-05}$	$6,25 \cdot 10^{-05}$	$1,02 \cdot 10^{-04}$	$1,75 \cdot 10^{-04}$	$2,47 \cdot 10^{-04}$
$t$						
$i=0$	$6,34 \cdot 10^{-01}$	$-1,66 \cdot 10^{-01}$	$-5,02 \cdot 10^{-01}$	-1,15	-1,99	-2,47
$i=1$ [GHz <sup>-1</sup> ]	$2,89 \cdot 10^{-03}$	$8,98 \cdot 10^{-03}$	$1,10 \cdot 10^{-02}$	$2,82 \cdot 10^{-02}$	$4,07 \cdot 10^{-02}$	$4,79 \cdot 10^{-02}$
$i=2$ [GHz <sup>-2</sup> ]	$-7,15 \cdot 10^{-06}$	$-2,21 \cdot 10^{-05}$	$-2,74 \cdot 10^{-05}$	$-9,43 \cdot 10^{-05}$	$-1,44 \cdot 10^{-04}$	$-1,75 \cdot 10^{-04}$

Remarques :

- Pousser l'approximation polynomiale à des ordres supérieurs à 2 entraîne une trop grande sensibilité des résultats à certains des coefficients (ceux d'ordre 1, 2 et 3), il faut alors une précision de 4 à 5 chiffres après la virgule ; ces ajustements sont divergents et il n'est alors pas raisonnable de les utiliser.
- Toutes les courbes présentées sur la figure suivante sont calculées au zénith, c'est-à-dire à la verticale du lieu d'observation. L'élévation  $\varepsilon$  est définie comme étant l'angle entre le plan horizontal et l'axe de visée (ou axe optique) d'une observation donnée (au zénith  $\varepsilon = \pi/2 = 90^\circ$ ). Le calcul de la distance  $d_a$  parcourue par les rayonnements astrophysiques dans l'atmosphère pour une élévation donnée est immédiat lorsqu'on considère que l'atmosphère est une couche plane<sup>19</sup> de hauteur  $h_a$ . On trouve  $d_a = h_a/\sin(\varepsilon)$ . Compte tenu de la manière dont est calculée l'opacité atmosphérique, l'opacité de l'atmosphère pour une élévation  $\varepsilon$  vaut  $\tau(\nu, \varepsilon) \approx \tau(\nu, 0)/\sin(\varepsilon)$ .

<sup>19</sup> En toute rigueur il faudrait tenir compte de la rotondité de la terre pour le calcul exact de  $d_a$ . En définissant un repère orthonormé dont l'axe des abscisses est confondu avec l'axe zénithal, on calcule la distance réelle  $d_r$  parcouru par les rayonnements d'origine astrophysique à travers l'atmosphère :

$d_r = \sqrt{(R+h)^2 - (R \cdot \cos(\varepsilon))^2} - R \cdot \sin(\varepsilon)$ . Le rayon de la Terre vaut  $R = 6371$  km, en choisissant  $h = 10$  km (hauteur typique de l'atmosphère "humide"), on remarque que l'erreur commise ( $\Delta d/d_r$ ) en utilisant  $d_a$  est inférieure à 0,5 % pour toute élévation supérieure à  $3\pi/25$  rd (21,6°), elle est donc négligeable pour les observations astrophysiques.

## Études préliminaires de la caméra bolométrique.

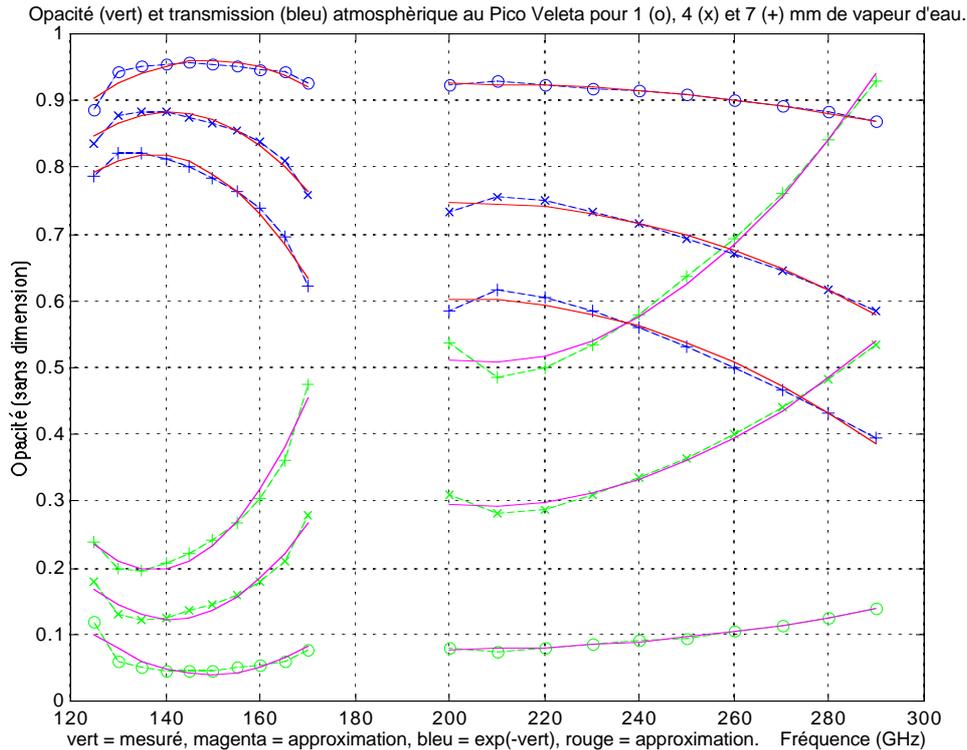


Figure I-8. Ajustements de courbes de l'opacité et de la transmission atmosphérique.

Les ajustements sont effectués dans les deux gammes de fréquences de la caméra bolométrique, pour différentes quantités de vapeur d'eau. Il s'agit d'ajustements polynomiaux calculés avec Matlab, d'après les données de la Figure I-7.

Notons que l'atmosphère est un fluide en mouvement perpétuel. Les masses d'air chaud et d'air froid, et surtout dans les domaines infrarouges et radio, les masses d'air "humide" et d'air "sec" vont engendrer des variations locales d'indice de réfraction et d'émissivité de l'atmosphère (facteur le plus important pour les domaines infrarouges et radio) et créer un rayonnement de fond fluctuant : le bruit atmosphérique. En astronomie millimétrique l'effet le plus important de ces fluctuations est une brillance du fond de ciel uniforme et variable dans le temps. On peut en fait décomposer la brillance de fond parasite en une somme de termes d'étendues angulaires de plus en plus petites ; un fond uniforme d'intensité variable, plus un dégradé uniformément décroissant d'un côté de l'image à l'autre (appelé tilt), plus une brillance en forme de bol, etc. Pour un instrument à pixel unique le seul moyen pour s'affranchir de ce problème est d'utiliser un miroir vibrant (wobbler) qui permet de soustraire des régions voisines dans le ciel. Pour un instrument comportant un grand nombre de pixels ce n'est pas nécessaire, l'astuce réside dans la possibilité de soustraire la moyenne de brillance de tous les pixels à chaque brillance mesurée par un pixel.

De façon générale, les meilleures conditions d'observation avec un télescope sont réunies lorsque l'atmosphère est stable et peu humide. Ces conditions ne sont généralement réunies qu'au cœur de l'hiver par temps ensoleillé.

Remarque : le critère pertinent à prendre en compte pour calculer l'influence de l'eau présente dans l'atmosphère sur la transmission au point d'observation est la quantité d'eau "précipitable" (que l'on appelle quantité de vapeur d'eau) et non pas simplement l'humidité. En effet le premier terme influe sur l'intégrale de l'opacité sur la ligne de visée, alors que le second terme n'influe que sur l'opacité. À humidité comparable, un site en altitude offrira une meilleure transmission qu'un site au niveau de la mer.

## II.2.3 Puissances caractéristiques sur les détecteurs.

Les paragraphes précédents donnent l'essentiels des éléments permettant de calculer les puissances reçues au foyer d'un télescope. On peut maintenant se poser la question de savoir quelles puissances calculer pour définir la sensibilité et la dynamique des pixels ?

Si on remonte le trajet des rayons lumineux de la caméra aux sources astrophysiques on va rencontrer les éléments d'optique froide et chaude servant à "réimager" le plan focal du télescope sur l'instrument, les miroirs du télescope, l'atmosphère, et enfin, les sources astrophysiques. Tous ces éléments vont émettre des rayonnements susceptibles d'être captés par la caméra. Compte tenu de l'expression de la brillance de corps noir et des températures en jeu, les éléments qui vont émettre le plus de puissance vont être l'optique chaude, les miroirs du télescope et l'atmosphère. A contrario, les sources astrophysiques les plus faibles que l'on va vouloir étudier en priorité sont les fluctuations secondaires du rayonnement fossile.

Notons qu'il est nécessaire de baffler le faisceau entrant dans le cryostat afin que le rayonnement parasite provenant de l'entourage (cabine du télescope) ne viennent pas polluer le signal reçu par les détecteurs. Ce bafflage part de l'optique froide et plus il se rapproche de l'optique de champ (définie au paragraphe III.2.2.1) plus il minimise le flux de rayonnements parasites susceptibles d'entrer dans le cryostat. La paroi doit être réalisée avec un matériau isolant (type Ecosorb) et être refroidie à basse température. Par ailleurs l'utilisation d'un filtre passe-bande très proche du détecteur peut être mise à profit pour éviter les rayonnements parasites résiduels provenant des côtés de la chambre froide du cryostat.

Les puissances à calculer pour avoir une idée des ordres de grandeurs attendus sont donc celles du télescope, de l'atmosphère et du rayonnement fossile. On calculera aussi la puissance globale des éléments de la chaîne optique hors miroirs, et, à titre de comparaison les puissances repères d'une source étendue à  $T = 1$  K dans le domaine Rayleigh-Jeans et d'une source ponctuelle émettant un flux de 1 Jansky ( $F_\nu = 1$  Jy).

Nous avons déjà évalué la transmission atmosphérique. Avant de pouvoir calculer les puissances, il reste à évaluer les transmissions des éléments de la chaîne optique. C'est l'objet du premier paragraphe qui suit. Nous pourrons alors dans un deuxième paragraphe détailler les approximations à effectuer sur les brillances de corps noir pour évaluer les puissances reçues avec des incertitudes inférieures à 1 % de chaque puissance.

### II.2.3.1 Efficacité du télescope et transmission des éléments de la chaîne optique.

On a introduit dans l'Équation I-8 les facteurs de transmission  $t_i$  de la chaîne optique. Des mesures effectuées sur les miroirs du télescope de 30m de l'IRAM, sur des filtres utilisés pour d'autres expériences de radioastronomie millimétriques (DIABOLO) et sur des lentilles en polyéthylène (le choix de ce matériau sera discuté au paragraphe III.2.3) ont montré que les considérer comme constantes dans les bandes de fréquences qui nous intéressent est tout à fait vérifié.

En plus des termes de transmission des éléments de la chaîne optique, nous introduisons dans le tableau ci-dessous l'efficacité du lobe principal du télescope  $e_{lp}$ . Elle quantifie la portion de photons perdus dans les lobes secondaires du télescope (voir Figure I-9), c'est-à-dire les photons qui ne sont pas renvoyés au foyer. Cette efficacité doit être prise en compte pour les sources ponctuelles mais pas pour les sources étendues car dans ce cas les photons qui sont perdus dans les lobes secondaires sont remplacés par les photons provenant du voisinage.

Tableau I-4. Efficacité et transmission des éléments de la chaîne optique.

Les transmissions sont données dans l'ordre des éléments, du télescope à la caméra [Desert, 01].

Fréquences	$e_p$ télescope	$t_t$ télescope	$t_f$ filtres	$t_l$ lentilles
$\nu_1$	0,52	0,9	0,28	0,95
$\nu_2$	0,69	0,9	0,15	0,95

L'efficacité du télescope est liée au diagramme d'antenne du télescope, souvent représenté par un motif de faisceau calculé à partir d'un balayage sur un objet de référence (voir figure ci-dessous). Ce motif donne la portion de lumière reçue pour une direction de visée éloignée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'objet.

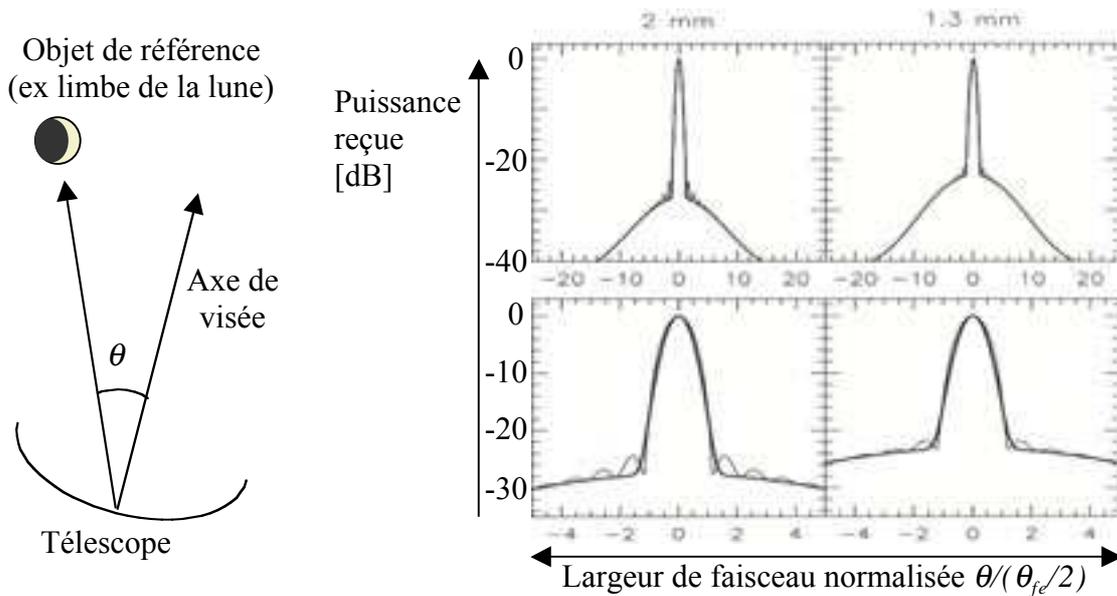


Figure I-9. Efficacité du télescope de 30m de l'IRAM.

L'efficacité est illustrée par les motifs de faisceau calculés à partir du balayage transverse au limbe de la lune. Les lignes grasses représentent l'approximation gaussienne du faisceau, les lignes fines les lobes de l'antenne. La puissance reçue est représentée sur une échelle logarithmique ( $P(\text{dB}) = 10 \cdot \log(I_r/I)$ ), et le profil en fonction de l'angle de visée est normalisé par rapport à demi-largeur du faisceau entier.

Les motifs de faisceau sont donnés pour les deux longueurs d'ondes choisies pour la caméra bolométrique. [Wild, 99] et [Greve, Kramer et Wild, 98].

La figure ci-dessus montre le diagramme d'antenne du télescope de 30 m de l'IRAM obtenu en balayant de limbe de la lune (limite entre la zone éclairée et la zone sombre due à l'ombre de la Terre).

### II.2.3.2 Approximations de la brillance de Planck.

Deux solutions s'offrent à nous pour intégrer la brillance de corps noir dans les bandes de fréquences à 250 et 143 GHz. La solution de facilité consiste à utiliser un logiciel de calcul par éléments finis<sup>20</sup>. Bien qu'elle soit utilisée in fine pour minimiser les erreurs de calcul, on préférera utiliser dans un premier temps la deuxième solution. Celle-ci consiste à étudier les approximations possibles compte tenu des bornes d'intégration finies, délimitées par la

<sup>20</sup> Grossièrement, le principe de la méthode du calcul d'intégrale par éléments finis est de discrétiser la fonction sous forme d'histogramme et de calculer la somme des surfaces de chaque barre de l'histogramme. Évidemment il existe des subtilités pour optimiser la vitesse de convergence de l'algorithme vers la solution presque exacte (c'est-à-dire avec une erreur négligeable), mais nous n'entrerons pas dans le détail dans le cadre de cette thèse.

fonction filtre  $f(\nu)$ . Les avantages de cette solution sont de pouvoir effectuer les calculs à la main (ou à la calculette) et de faire sentir l'intérêt des méthodes d'approximation et la définition de leur domaine de validité.

Il est facile de calculer que l'utilisation de l'approximation de Rayleigh-Jeans (Équation I-4) conduit pour les fréquences choisies ( $\nu_1$  et  $\nu_2$ ) à des erreurs de  $\Delta B/B \leq 2\%$  ( $B$  est la brillance) pour les éléments ayant une température supérieure ou égale à l'Azote liquide ( $T \geq 77\text{ K}$ ). Si l'on veut rendre négligeables les erreurs d'approximation, choisissons  $\Delta B/B \leq 5\%$ , il est nécessaire de développer l'approximation de Rayleigh-Jeans à l'ordre 2 :

$$B_{RJ2}(\nu, T) = \frac{2k_B T}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{2k_B T}} \cdot \nu^2 \approx A(\nu_c) \cdot \nu^2$$

Équation I-12

Où  $A(\nu_c)$  est constant pour le domaine d'intégration donné, c'est-à-dire  $\nu_c = \nu_1$  pour la première bande de fréquence et  $\nu_c = \nu_2$  pour la deuxième bande. Dans l'Équation I-12 le seul terme non constant est alors  $\nu^2$  et le calcul de la puissance reçue est alors très facile.

Si l'on veut effectuer des calculs d'approximation de la brillance pour les températures inférieures à 77K, la seule solution est d'utiliser des développements de Taylor-MacLaurin de la fonction donnant le nombre de photons par état d'énergie émis par le corps noir, autour des fréquences centrales jusqu'à des ordres donnant un résultat compatible avec les marges d'erreurs que l'on se donne :

$$B(\nu, T) = \frac{2h}{c^2} \cdot \nu^3 \cdot \left[ \sum_{k=0}^O \frac{n^{(k)}(\nu_c)}{k!} \cdot (\nu - \nu_c)^k \right]$$

avec  $n(\nu) = \left[ \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}$  et  $n^{(k)}(\nu) = \frac{d^k n(\nu)}{d\nu^k}$

Équation I-13

Les calculs d'incertitudes montrent qu'un développement à l'ordre 3 ( $O = 3$ ) permet de d'obtenir une erreur maximale sur la brillance du rayonnement fossile  $B_{CMB}$  inférieure à 1 % dans les gammes de fréquence qui nous intéressent (on rappelle que  $T_{CMB} = 2,725 \pm 0,002$ ).

Expressions des dérivées de la fonction du nombre de photons par état d'énergie  $n^{(k)}(\nu)$  :

$$n^{(0)}(\nu) = n(\nu) = \left[ e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right]^{-1}$$

$$n^{(1)}(\nu) = \frac{dn}{d\nu} = -\frac{h}{kT} e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \left[ e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right]^{-2}$$

$$n^{(2)}(\nu) = \frac{d^2 n}{d\nu^2} = \left( \frac{h}{kT} \right)^2 e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \left( e^{\frac{h\nu}{k_B T}} + 1 \right) \left[ e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right]^{-3}$$

$$n^{(3)}(\nu) = \frac{d^3 n}{d\nu^3} = -\left( \frac{h}{kT} \right)^3 e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \left( e^{\frac{2h\nu}{k_B T}} + 4e^{\frac{h\nu}{k_B T}} + 1 \right) \left[ e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right]^{-4}$$

$$\left( n^{(4)}(\nu) = \frac{d^4 n}{d\nu^4} = \left( \frac{h}{kT} \right)^4 e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \left( e^{\frac{3h\nu}{k_B T}} + 11e^{\frac{2h\nu}{k_B T}} + 11e^{\frac{h\nu}{k_B T}} + 1 \right) \left[ e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right]^{-5} \right)$$

Tableau I-5. Dérivées de la fonction de Bose-Einstein.

Les valeurs des dérivées sont données pour température du rayonnement fossile et pour les fréquences au centre des bandes de la caméra.

	$\nu_{c1} = 250 \text{ GHz}$	$\nu_{c2} = 143 \text{ GHz}$
$n^{(0)}(\nu_c, T_{CMB})$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$8,80 \cdot 10^{-2}$
$n^{(1)}(\nu_c, T_{CMB})$	$-2,22 \cdot 10^{-4}$	$-1,69 \cdot 10^{-3}$
$(1/2) \cdot n^{(2)}(\nu_c, T_{CMB})$	$2,0 \cdot 10^{-6}$	$1,74 \cdot 10^{-5}$
$(1/6) \cdot n^{(3)}(\nu_c, T_{CMB})$	$-1,23 \cdot 10^{-7}$	$-1,37 \cdot 10^{-7}$

En développant les termes en puissance de  $k$  dans l'Équation I-13, la brillance peut alors s'écrire sous la forme :

$$B(\nu, T_{CMB}) = \frac{2h}{c^2} \cdot \nu^3 \cdot d_{b, T_{CMB}}(\nu)$$

$$\text{avec } d_{b, T}(\nu) = d_{b, T, 0} + d_{b, T, 1} \nu + d_{b, T, 2} \nu^2 + d_{b, T, 3} \nu^3$$

Équation I-14

Tableau I-6. Approximation de la densité de photons rayonnement fossile par état d'énergie.

Les valeurs numériques des coefficients du polynôme d'approximation d'ordre 3 sont données pour les fréquences centrales des bandes de la caméra.

	$\nu_{c1} = 250 \text{ GHz}$	$\nu_{c2} = 143 \text{ GHz}$
$d_{b, T, 0}$	$3,85 \cdot 10^{-1}$	1,085
$d_{b, T, 1}$	$-3,53 \cdot 10^{-3}$	$-1,51 \cdot 10^{-2}$
$d_{b, T, 2}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$	$7,6310^{-5}$
$d_{b, T, 3}$	$-1,23 \cdot 10^{-7}$	$-1,37 \cdot 10^{-7}$

### II.2.3.3 Calculs de puissances par approximation.

En utilisant l'Équation I-8, les approximations données dans les paragraphes précédents et une porte de largeur  $\Delta \nu_b = \nu_{bM} - \nu_{bm}$  pour chacune des bandes de fréquences (repérées par l'indice  $b$ ), on obtient l'expression des puissances caractéristiques (chaîne optique hors miroirs, télescope, atmosphère et rayonnement fossile) pour le dimensionnement des sensibilités et dynamiques des bolomètres de la caméra :

$$P_{co, b} = E \cdot \tilde{\epsilon}_{co} \cdot \frac{2k_B}{c^2} \cdot \tilde{T}_{co} \left[ 1 + \frac{h\nu_b}{2k_B \tilde{T}_{co}} \right]^{-1} \frac{\nu_{bM}^3 - \nu_{bm}^3}{3}$$

$$P_{t, b} = E \cdot \epsilon_t \cdot t_f \cdot t_l \cdot \frac{2k_B}{c^2} \cdot T_t \left[ 1 + \frac{h\nu_b}{2k_B T_t} \right]^{-1} \frac{\nu_{bM}^3 - \nu_{bm}^3}{3}$$

$$P_{a, b} = E \cdot t_t \cdot t_f \cdot t_l \cdot \frac{2k_B}{c^2} \cdot T_a \left[ 1 + \frac{h\nu_b}{2k_B T_a} \right]^{-1} \left( \sum_{i=0}^2 \epsilon_{b, q, i} \frac{\nu_{bM}^{3+i} - \nu_{bm}^{3+i}}{3+i} \right)$$

$$P_{CMB, b, q} = E \cdot t_t \cdot t_f \cdot t_l \cdot \frac{2h}{c^2} \left( \sum_{i=1}^6 \alpha_{b, q, T_{CMB}, i} \frac{\nu_{bM}^{3+i} - \nu_{bm}^{3+i}}{3+i} \right)$$

Équation I-15

Dans l'expression de la puissance provenant de l'atmosphère on a utilisé la propriété liant l'émissivité à la transmission :  $\epsilon_{b, q}(\nu) = 1 - t_{b, q}(\nu)$ . Les coefficients  $\alpha_{b, q, T, i}$  résultent du produit

du polynôme d'approximation de la densité de photons par état d'énergie  $d_{b,T}(\nu)$  avec le polynôme d'approximation de la transmission atmosphérique  $t_{b,q}(\nu)$ .

En ce qui concerne la chaîne optique, on a considéré que l'on avait une lentille chaude (ou des miroirs) de champ (voir III.2.2) à 280 K avec une transmission de 95 % ( $\varepsilon = 0,05$ ), une fenêtre optique de cryostat avec les mêmes propriétés de température et d'émissivité, une lentille froide à 4 K avec la même émissivité, des filtres à 4 K et 1,6 K, et, des baffles froids à 100 mK, limitant l'angle solide d'entrée sur les matrices de bolomètre des rayonnements parasites provenant de l'entourage proche de l'instrument. Pour simplifier les calculs on rassemble toutes ces puissances supplémentaires comme si elles avaient été émises par un seul émetteur de température  $\tilde{T}_{co} = 280K$  et d'émissivité  $\tilde{\varepsilon}_{co} = 0,1$  constante (ces valeurs majorent légèrement la puissance totale provenant de la chaîne optique).

Dans le calcul des puissances repère il faut tenir compte de la transmission des mêmes éléments que dans le calcul de la puissance provenant du rayonnement fossile puisque ces repères sont des sources astrophysique.

La puissance provenant d'une source étendue à  $T_{1K} = 1K$  dans le domaine Rayleigh-Jeans

$\left( B_{1KRJ}(\nu) = \frac{2k_B T_{1K}}{c^2} \nu^2 \right)$  est :

$$P_{1KRJ} = E \cdot t_t \cdot t_f \cdot t_l \cdot \frac{2k_B T_{1K}}{c^2} \left( \sum_{i=0}^2 t_{b,q,i} \frac{\nu_{bM}^{3+i} - \nu_{bm}^{3+i}}{3+i} \right)$$

Équation I-16

La puissance provenant d'une source ponctuelle à  $F_{xJy} = x Jy = x \cdot 10^{-26} \text{ W/m}^2/\text{Hz}$  est :

$$P_{xJy} = \int_{\nu_{bm}}^{\nu_{bM}} \int_{S_c} F_{xJy} \cdot \prod_i t_i(\nu) \cdot dS \cdot d\nu = F_{xJy} \cdot S_c \cdot e_{lp} \cdot t_t \cdot t_f \cdot t_l \cdot \left( \sum_{i=0}^2 t_{b,q,i} \frac{\nu_{bM}^{1+i} - \nu_{bm}^{1+i}}{1+i} \right)$$

Équation I-17

Le terme  $e_{lp}$  est l'efficacité du lobe principal du télescope, qui doit être prise en compte pour les sources ponctuelles. L'indice  $c$  désigne l'élément collecteur ; dans notre cas il s'agit de la surface de la pupille de l'instrument, donc la surface du télescope. La puissance obtenue est la puissance totale contenue dans une tache de diffraction au niveau de l'image (donc dans notre cas de la matrice de bolomètres). En calculant l'intégrale sur un diamètre angulaire donné de l'intensité d'une tache de diffraction, on constate que le diamètre à mi-hauteur ( $I(D_{mi\text{-}hauteur}) = I(0)/2$ ) contient la moitié de la puissance contenue dans toute la tache (voir les rappels d'optique en Annexes au paragraphe I.2.2.2, en particulier le Tableau IV-1 page 360).

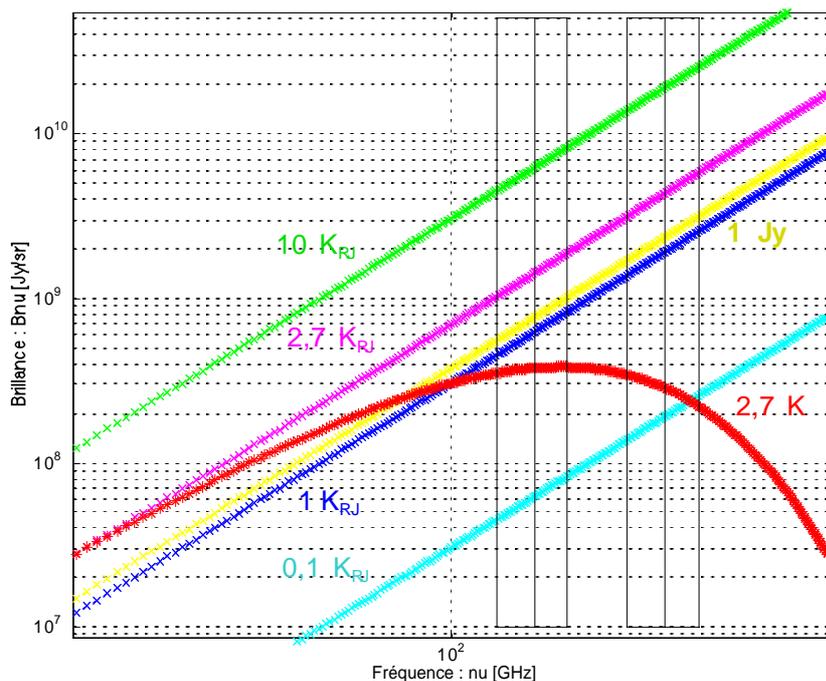


Figure I-10. Brillance de corps noir du rayonnement fossile et approximations Rayleigh-Jeans. La brillance est exprimée en Jy/sr, soit  $10^{-26}$  W/m<sup>2</sup>/Hz/sr, et tracée en fonction de la fréquence exprimée en GHz. Courbe rouge : brillance du corps noir à 2,725 K (rayonnement fossile). Courbe magenta : brillance Rayleigh-Jeans à 2,725 K. Courbe bleue : brillance Rayleigh-Jeans à 1 K. Courbe cyan : brillance Rayleigh-Jeans à 0,1 K. Courbe verte : brillance Rayleigh-Jeans à 10 K. Courbe jaune : brillance d'une source de 1Jy ( $B_{1,J} = F_{1,J}/\Omega$ ) vue par un pixel dont l'angle solide de vue sur le ciel est  $\Omega_p = (\theta_{1/2} \cdot c/Dv)^2$ .  $\theta_{1/2}$  est l'angle de mi-largeur à mi-hauteur d'une tache d'Airy (voir première ligne du Tableau IV-1) et D le diamètre du télescope.

Remarque : nous présentons dans les Annexes au paragraphe I.2.4 une méthode permettant d'effectuer des calculs d'estimation des puissances de manière rapide en utilisant des formules simples. Les paramètres de ces formules offrent l'avantage de comparer facilement les grandeurs en jeu. Ces calculs utilisent des approximations plus grossières que celles que nous avons présentées ici, mais elles aboutissent aux bons ordres de grandeurs quant à l'estimation des puissances reçues au foyer d'un télescope.

## II.2.4 Limite fondamentale de la caméra : le bruit de photon.

En ne tenant compte que des calculs d'optique et de photométrie, on peut penser que pour une détection optimale des rayonnements, l'idéal est de construire un instrument avec une dynamique infinie et un niveaux de bruit (phonons, résistance du thermomètre et électronique) nul. Évidemment, ceci est non seulement irréalisable, mais c'est oublier que le rayonnement est lui-même bruité. Ce bruit de photon donne en effet une limite<sup>21</sup>, au-delà de laquelle tout perfectionnement des instruments n'apportera plus aucune amélioration à la détection des signaux. Cela donne un critère pour la conception d'un instrument optimal : il suffit que le bruit total de l'instrument (la somme quadratique des puissances de bruit individuelles de chaque composante) soit inférieur à ce bruit de photon, soit typiquement  $NEP_{instrument} < 0,3 \cdot NEP_{photons}$ . Il est par conséquent important, lors de la définition d'un avant-

<sup>21</sup> On rappelle qu'il existe une deuxième limite fondamentale appelée "bruit de confusion", qui est due au rayonnement de fond des sources très lointaines non résolubles (voir introduction du Chapitre II).

projet pour la conception d'un instrument d'astronomie, de connaître l'origine physique du bruit de photon et de pouvoir évaluer par le calcul la puissance qu'il apportera.

L'ensemble du raisonnement qui permet d'établir la formule générale du bruit de photon est présenté dans les Annexes, au paragraphe I.2.4. Nous ne donnons ici que le point de départ du raisonnement et cette formule générale. Dans les deux paragraphes suivants nous présentons le lien entre ce bruit de photon et les calculs de photométrie, puis la notion de température équivalente de bruit qui permet d'estimer le bruit de photon comme un corps noir équivalent à une température donnée dans le ciel et qui permet également d'estimer le temps d'intégration nécessaire pour détecter une puissance donnée compte tenu du bruit.

### II.2.4.1 Origine du bruit de photon et formule générale de la puissance équivalente de bruit.

L'origine de ce bruit s'établit assez facilement à partir des principes de base de la physique statistique et des conséquences de la quantification (voir Annexes, paragraphe I.1). On calcule dans un premier temps le nombre moyen de photons contenu dans une cellule de l'espace des phases (position ; quantité de mouvement) en se souvenant que les photons obéissent à la distribution de Bose-Einstein (Équation IV-7 page 347). On calcule ensuite la moyenne du carré du nombre de photons, ce qui donne  $\overline{n^2} = \bar{n} + 2\bar{n}^2$ , puis la moyenne quadratique des fluctuations du nombre de photons dans la cellule de l'espace des phases :

$$\overline{\delta n^2} \equiv \overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n} + \bar{n}^2$$

Ces deux termes vont être à l'origine des deux contributions que l'on trouve dans la formule générale du bruit de photon. En dénombrant le nombre de cellules de l'espace pouvant être occupées pour un rayonnement d'une puissance spectrale donnée  $P_\nu$ , on établit le lien entre le nombre moyen de photons et cette puissance.

Les fluctuations de puissance correspondante s'écrivent de manière conventionnelle en terme de puissance équivalente de bruit<sup>22</sup> (NEP) dans la bande passante B d'un intégrateur parfait (voir Équation IV-23 page 369) :

$$NEP^2 \cdot B = \overline{\delta W^2} = \frac{\overline{\delta E^2}}{\tau^2}$$

Équation I-18

Où  $E$  est l'énergie des photons et  $\tau$  est le temps par les détecteurs à observer la puissance  $P_\nu$ . De plus amples définitions sur la puissance équivalente de bruit sont données dans la Partie II, au paragraphe I.3.1.

Finalement en appelant  $Q_\nu$  la puissance spectrale effectivement détectée ( $Q_\nu = P_\nu \cdot \eta$ , où  $\eta$  est l'efficacité spectrale de l'instrument), on établit le lien entre la puissance équivalente de bruit et cette puissance spectrale détectée :

$$NEP^2 = 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu}_{NEP_{\text{Photon(1)}}^2} + (1 + p^2) \underbrace{\int_{\Delta\nu} \Delta(\nu) \cdot Q_\nu^2 \cdot d\nu}_{NEP_{\text{Photon(2)}}^2}$$

Où  $p$  est le degré de polarisation (il vaut 1 pour un rayonnement polarisé dans une seule direction et 0 pour un rayonnement non polarisé) et  $\Delta(\nu)$  est le facteur de cohérence partielle. En suivant le raisonnement ci-dessus on aboutit à  $\Delta(\nu) = \lambda^2/E$ , mais il a été démontré que

<sup>22</sup> Le concept de puissance équivalente de bruit (NEP) est très général et est utilisé dans tous les problèmes d'évaluation et de mesure de bruit. La définition exacte de la NEP est donnée dans la Partie II au paragraphe I.3.1.1. La formule donnée ici est cohérente avec cette définition.

cette formule n'est valide que pour les faisceaux incohérents ( $E \gg \lambda$ ), en pratique ceci est réalisé sur les instruments d'optique que lorsqu'on considère une zone plus grande que la tache de diffraction. Lorsque les faisceaux deviennent cohérents ou lorsque l'on considère des étendues même ordre de grandeur ou plus petites que la tache de diffraction, on montre que ce facteur de cohérence partielle tend vers un :  $\Delta(\nu) \rightarrow 1$  (voir paragraphe I.2.4 de Annexes).

## II.2.4.2 Lien entre puissance équivalente de bruit de photon et les calculs de photométrie.

Observons de plus près ce que contient la formule de bruit de photon en faisant le lien avec les chapitres précédents. Le terme  $Q_\nu$  a été introduit comme la puissance spectrale reçue sur le détecteur en écrivant que  $Q_\nu = P_\nu \cdot \eta(\nu)$ , avec  $P_\nu$  la puissance spectrale émise par la source et  $\eta(\nu)$  l'efficacité du détecteur. D'après la définition de la brillance et les calculs de puissances reçues (Équation I-3 page 27 et Équation I-8 page 51), on a  $P_\nu = E \cdot \varepsilon(\nu) \cdot B(\nu)$ , où  $E$  est l'étendue de faisceau et  $\varepsilon$  l'émissivité de la source, et,  $Q_\nu = (e_{lp}) \cdot \prod(t_i(\nu)) \cdot P_\nu$ , où l'on rappelle que l'efficacité  $e_{lp}$  du télescope n'est utilisée que pour les sources petites par rapport au champ de vue du télescope. Quant aux calculs de puissance l'Équation I-8 montre que l'on peut écrire pour le rayonnement provenant de l'objet  $z$  on a  $P_{z,b} = \int_{(\Delta\nu)_b} Q_\nu \cdot d\nu$ .

Étant donné que les calculs effectués dans le cadre de la thèse ont été faits pour des éléments du plan image de l'ordre de grandeur ou plus petits que la tache de diffraction, les formules utilisées sont celles de l'Équation IV-27 page 372, c'est-à-dire  $NEP_{Photon(1)}^2 = 2 \int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu$  et  $NEP_{Photon(2)}^2 = 2 \int_{\Delta\nu} Q_\nu^2 \cdot d\nu$ , qui sont deux termes indépendants.

Par ailleurs les approximations présentées aux paragraphes II.2.2.2 et II.2.3.2, notamment celles de l'Équation I-11 et de l'Équation I-13 montrent que l'on peut toujours exprimer le terme  $Q_\nu$  sous la forme du produit d'une fonction proportionnelle à  $\nu^3$  avec un polynôme d'ordre fini pour peu que la bande spectrale d'intégration  $b$  soit finie. On peut donc écrire :

$$Q_{\nu,b} \approx A\nu^3 \sum_{i=0}^n a_i \nu^i \quad \text{avec} \quad a_{i+1} < a_i$$

Les NEP s'écrivent alors sous la forme :

$$NEP_{Photon(1)}^2 = 2hA \sum_{i=0}^n \left[ a_i \frac{\nu_M^{i+5} - \nu_m^{i+5}}{i+5} \right]$$

$$NEP_{Photon(2)}^2 = 2A^2 \sum_{i=0}^{2n} \left[ \tilde{a}_i^2 \frac{\nu_M^{i+7} - \nu_m^{i+7}}{i+7} \right] \quad \text{où} \quad \sum_{i=0}^{2n} \tilde{a}_i^2 \equiv \left( \sum_{i=0}^n a_i \right)^2$$

Équation I-19

Par conséquent, lorsque  $(a_1 \nu) > 1$  la  $NEP_1$  domine et lorsque  $(a_1 \nu) < 1$  c'est la  $NEP_2$  qui domine. Autrement dit le bruit poissonien ( $NEP_1$ ) domine aux courtes longueurs d'onde (donc aux hautes fréquences de rayonnement) et le bruit bosonique ( $NEP_2$ ) domine aux grandes longueurs d'ondes (donc aux basses fréquences de rayonnement).

Afin d'avoir une idée du domaine de fréquence pour lequel les deux bruit de photons doivent être pris en compte, on calcule les fréquences pour lesquelles ils sont du même ordre de grandeur pour des objets à température ambiante : en l'occurrence pour corps noir à 280K (comme le télescope) et pour une bande de fréquence  $\Delta\nu/\nu$  de 30 %. On constate que les deux bruits sont du même ordre de grandeur pour les fréquences qui nous intéressent (voir l'application numérique au Tableau I-16 page 98). Il faut donc tenir compte des deux termes

dans les calculs du bruit maximum que les détecteurs de la caméra bolométrique ne devront pas dépasser.

Remarque : si on prend l'approximation de Rayleigh-Jeans avec approximation du développement d'ordre 2 par sa valeur au centre de la bande de fréquence  $b$  (voir Équation I-12), on calcule :

$$NEP_{Photon(1),RJ2}^2 = 2h \int_b v \cdot E_{\epsilon,t} \cdot A(v_c) \cdot v^2 \cdot dv = 2h \cdot E_{\epsilon,t} \cdot A(v_c) \cdot \frac{v_M^4 - v_m^4}{4}$$

$$NEP_{Photon(2),RJ2}^2 = 2 \int_b (E_{\epsilon,t} \cdot A(v_c) \cdot v^2)^2 \cdot dv = 2 \cdot (E_{\epsilon,t} \cdot A(v_c))^2 \cdot \frac{v_M^5 - v_m^5}{5}$$

Équation I-20

Où  $E_{\epsilon,t}$  rassemble le produit de l'étendue de faisceau et de tous les termes d'émissivité et de transmission constants (valable pour  $P_{co}$  et  $P_t$  de l'Équation I-15). Le rapport entre les puissances de  $v$  pour les deux NEP est moins élevé que précédemment, mais la conclusion sur les zones de fréquences où les deux bruits sont du même ordre de grandeur reste la même.

Supposons que plusieurs sources émettent des rayonnements qui se superposent dans le champ du détecteur. En restant dans le cadre des détecteurs plus petit que la tache de diffraction, le terme d'interférence donne  $\Delta(v) = 1$ . On a alors  $Q_{TOT}(v) = \sum_i Q_i(v)$  et les puissances équivalentes de bruit totales deviennent :

$$NEP_{Photon(1)}^2 = 2h \int_b \left( v \sum_i Q_i(v) \right) \cdot dv = \sum_i NEP_{Photon(1),i}^2$$

$$NEP_{Photon(2)}^2 = \int_b 2 \left( \sum_i Q_i(v) \right)^2 \cdot dv \approx \left( \sum_i NEP_{Photon(2),i} \right)^2$$

### II.2.4.3 Projection sur le ciel : NET et NEFD déduites des NEP.

Les puissances équivalentes de bruit (NEP) sont assez utiles pour connaître les fluctuations de puissance reçue sur le détecteur. Deux autres concepts sont régulièrement utilisés en astronomie, il s'agit des températures équivalentes de bruit (NET) et des densités de flux équivalentes de bruit (NEFD). Ils permettent de connaître les fluctuations du rayonnement en terme de température de corps noir équivalente ou en terme de densité de flux, c'est-à-dire de brillance intégrée sur un angle solide. Ces fluctuations sont exprimées comme des fluctuations provenant du ciel afin de les comparer aux températures de corps noir ou aux densités de flux des objets astrophysiques. C'est-à-dire que les valeurs des NET ou des NEFD sont les températures ou les densités de flux équivalentes de sources dans le ciel et non pas atténuées par les transmissions des différents éléments se trouvant entre les sources et les détecteurs. Elles sont définies par :

$$NET \equiv \frac{NEP}{\sqrt{2} \cdot \tilde{P}_{1KRJ}} \quad [K \cdot \sqrt{s}]$$

$$NEFD \equiv NET \cdot \frac{2k_B}{\lambda^2} \cdot \Omega \quad [Jy \cdot \sqrt{s}]$$

Équation I-21

Où  $\tilde{P}_{1KRJ} = \frac{P_{1KRJ}}{(T=1K)} = E \cdot t_i \cdot t_f \cdot t_l \cdot \frac{2k_B}{c^2} \left( \sum_{i=0}^2 t_{b,q,i} \frac{v_{bM}^{3+i} - v_{bm}^{3+i}}{3+i} \right) [W / K]$  (voir Équation I-16) est

la puissance reçue par unité de température Rayleigh-Jeans (c'est-à-dire la température d'un corps noir ponctuel émettant un rayonnement dont la brillance suit la loi Rayleigh-Jeans).

Cette température Rayleigh-Jeans est bien une température de corps noir source et non une température équivalente corrigée par les transmissions ! Dans la définition de la NEFD,  $\Omega$  est l'angle solide d'observation dans le ciel de la densité de flux, et  $\lambda$  est la longueur d'onde centrale du domaine sur lequel a été intégrée la puissance par température Rayleigh-Jeans.

On remarque via le facteur  $\sqrt{2}$  dans la définition de la NET, que ces notions tiennent compte du repliement des fréquences négatives sur le demi-espace des fréquences réelles contenu dans la largeur de bande de bruit équivalente  $B$  prise en compte pour le calcul du temps d'intégration (plus de précisions sont données au sujet du repliement des fréquences négatives au paragraphe II.5.3 des Annexes). On remarque que l'unité temporelle est en  $\sqrt{s}$  et non pas en  $\sqrt{Hz}$  comme c'était le cas pour la NEP ; cette convention sert à montrer que les variables ainsi définies prennent déjà en compte le repliement des fréquences négatives.

Ces deux formules de bruit sont très utiles car elles permettent d'avoir rapidement une idée du temps d'intégration nécessaire pour détecter une température de corps noir donnée ou un flux donné avec l'instrument pour lequel le bruit a été calculé.

## Chapitre III Discussion des différentes options possibles pour une application au 30 m de l'IRAM.

Les calculs d'optique et de photométrie effectués dans le cadre de la thèse pour la définition de l'avant-projet de caméra bolométrique ont été menés en appliquant au télescope de 30 m de l'IRAM ce qui est présenté au chapitre précédent, ainsi qu'en Annexes au paragraphe I.2 pour ce qui est de l'optique. Nous voulons que la caméra soit optimisée pour ce télescope.

Pour concevoir le meilleur instrument possible nous avons dans un premier temps étudié dans le détail les possibilités offertes par le télescope, notamment en termes de champ de vue et de tache de diffraction. Puis nous avons défini un système optique permettant d'exploiter au mieux ces possibilités tout en répondant aux objectifs de résolution non limitée par les aberrations et d'échantillonnage optimal de l'image. Cette étude optique, présentée au sous-chapitre III.2 a permis de fixer le nombre idéal, la taille et la meilleure disposition possible des pixels. Nous avons ensuite évalué les puissances de rayonnement et les bruits de photon attendus afin de fixer les objectifs de dynamique, sensibilité et bruit de la caméra. Ces éléments de photométrie sont présentés au sous-chapitre III.3.

L'optimisation résultant de cette étude d'avant-projet est valable pour d'autres télescopes à la condition de concevoir une optique de reprise adaptée : lentille ou miroir(s) de champ et lentille pupille faisant l'image du plan focal du télescope sur la matrice de bolomètres. Les paramètres libres sont en effet suffisamment nombreux pour que l'optique de reprise se présente comme un système permettant d'adapter l'image du plan focal d'un télescope aux détecteurs de l'instrument.

Précisons que la stratégie d'observation privilégiée prévue avec la caméra bolométrique est d'utiliser une décorrélation entre pixels pour s'affranchir du bruit de ciel (et non la modulation du miroir secondaire, appelée "wobbling") et de laisser le ciel défiler devant l'instrument. Il sera cependant possible d'employer d'autres procédures.

### III.1 Présentation du télescope.

Le télescope de 30 m de diamètre de l'IRAM<sup>23</sup> se trouve en Espagne à environ 50 km de Grenade, dans la Sierra Nevada sur le mont Pico Veleta, à 2920 m d'altitude. Comme pour tous les télescopes, le choix d'un site en montagne est motivé par la volonté de s'affranchir au maximum des turbulences atmosphériques et surtout de la quantité d'eau précipitable dans l'atmosphère, qui est d'autant moins importante que l'altitude est élevée (voir paragraphe II.2.2).

---

<sup>23</sup> <http://www.iram.es>



Figure I-11. Le télescope de 30 m de diamètres de l'IRAM au Pico Veleta.

Le télescope de 30m a ouvert ses portes à la communauté astronomique en 1985, une dizaine d'année après la décision de sa conception. Il s'agit d'un télescope altazimutal monté sur un système Cassegrain-Nasmyth avec une structure de maintien du réflecteur principal conçue sur le principe d'homologie. Altazimutal signifie que les axes de rotation du télescope sont dans les plans perpendiculaire et parallèle à l'horizon du lieu (contrairement aux montures équatoriales dont les axes de rotation sont dans les plans perpendiculaire et parallèle à l'équateur terrestre). Cassegrain signifie que le miroir primaire est concave (centre du rayon de courbure devant<sup>24</sup> le miroir) et le miroir secondaire est convexe et petit par rapport au primaire. La forme convexe du secondaire augmente la focale équivalente du système par rapport à la focale du primaire d'un facteur  $M = f_{eq}/f_1$ , appelé facteur de magnitude, qui a pour effet de renvoyer le plan image derrière le primaire d'augmenter la taille des images formées sur ce plan. Nasmyth signifie que le télescope est pourvu d'un miroir tertiaire qui renvoie les rayons à l'horizontal et forme donc l'image sur un plan perpendiculaire au sol de la cabine du télescope. Le principe d'homologie [von Hoerner, 67] tient compte de la déformation du miroir primaire par la gravité dans la conception de sa structure porteuse. Elle est faite de telle façon que la courbure du miroir ne dévie pas d'une parabole de plus d'un facteur spécifié par la précision attendue pour les défauts de surface du réflecteur (généralement inférieur à  $\lambda/20$  de la plus courte longueur d'onde d'observation). Les courbes de gain d'antenne du miroir primaire (Figure I-12) peuvent être approchées par des lois de type  $G(\varepsilon) = 1 - a(\varepsilon - \varepsilon_1)^2$ , où  $\varepsilon_1 = 43^\circ$  représente l'élévation pour laquelle le gain est maximum [Greve, Neri et Sievers, 98].

<sup>24</sup> L'avant du miroir est la zone où les rayons se réfléchissent.

Table 2.2: Predicted gain-elevation dependence  $g(\epsilon)$  due to the homology deformation  $\sigma_H(\epsilon)$

Elevation $\epsilon$ ( $^\circ$ )	$\sigma_H(\epsilon)$ ( $\mu\text{m}$ )	$g(\epsilon)$			
		$\lambda = 3 \text{ mm}$	$\lambda = 2 \text{ mm}$	$\lambda = 1.3 \text{ mm}$	$\lambda = 0.87 \text{ mm}$
0	52	0.970	0.934	0.851	0.696
10	40	0.982	0.960	0.908	0.805
20	28	0.991	0.980	0.953	0.898
30	16	0.997	0.993	0.985	0.966
40	4	1.000	1.000	0.999	0.998
43	0	1.000	1.000	1.000	1.000
50	9	0.999	0.998	0.995	0.990
60	21	0.995	0.989	0.974	0.942
70	33	0.988	0.972	0.936	0.862
80	45	0.977	0.949	0.885	0.759
90	57	0.964	0.921	0.824	0.647

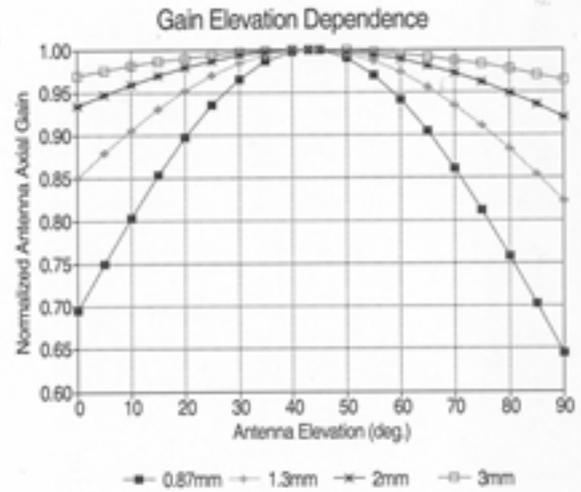


Figure I-12. Dépendance du gain du miroir primaire en fonction de l'élévation.

Le gain varie non seulement en fonction des déformations du miroir dues à la gravité, mais aussi en fonction des longueurs d'onde des rayonnements captés par le télescope.

On remarque que pour des observations d'élévation supérieures à  $43^\circ$  (donc pour l'essentiel des observations) les effets d'homologie et d'opacité varient dans des sens opposés et se compensent donc plus ou moins (en effet, à cause de l'épaisseur croissante d'atmosphère traversée l'opacité augmente en  $\tau(\epsilon) \approx \tau(\pi/2) \cdot (1 - \cos(\pi/2 - \epsilon))$  pour  $\epsilon \gg 0$ ).

Afin de minimiser les déformations thermiques, le télescope est entièrement recouvert d'isolants thermiques, seuls les panneaux du réflecteur principal sont exposés aux conditions atmosphériques (il y a 420 panneaux constitués de feuilles d'aluminium posées sur des supports en nid d'abeille). Par ailleurs un système actif de contrôle permet de garder l'homogénéité et les gradients de température des panneaux bien en dessous de 1 degré. L'hypothèse de température homogène du télescope pour les calculs de photométrie est par conséquent parfaitement vérifiée.

Le miroir secondaire a une forme hyperbolique permettant de minimiser les aberrations dues à la forme parabolique du primaire. Il est par ailleurs mobile pour deux raisons différentes. La première est de compenser le changement de focale du primaire dû aux déformations homologiques. La deuxième est de pouvoir utiliser le télescope en mode "wobbling" ; c'est une stratégie d'observation très utilisée en radioastronomie qui consiste à faire osciller le secondaire pour prendre des clichés de régions très voisines dans le ciel afin de les soustraire et d'éliminer ainsi les sources très étendues d'éclairement uniforme (principalement l'essentiel du rayonnement atmosphérique appelé bruit de ciel). Le secondaire peut se déplacer de quelques centimètres sur l'axe de visée et de quelques secondes d'arc en inclinaison pour régler le centrage de la ligne de visée (l'amplitude du déplacement en mode wobbling est bien plus importante :  $240''$  d'arc).

La documentation du télescope de 30m de l'IRAM [Wild, 99] donne les paramètres présentés dans le tableau ci-dessous. La plupart de ces données proviennent du premier article décrivant les caractéristiques particulières du télescope, comme le contrôle de température des panneaux réflecteurs, la précision de leur état de surface, la précision du pointage en fonction de la vitesse du vent, l'humidité de l'atmosphère, etc. Ces caractéristiques ont été mesurées in situ après la mise en service de l'instrument [Baars et al, 87].

Tableau I-7. Paramètres du télescope de 30m de l'IRAM fournis dans la documentation de Wolfgang Wild

Table 2.1: IRAM 30m Telescope parameters

Position (GPS):	
Longitude	3°23'33.7" (W)
Latitude	37°03'58.3" (N)
Altitude	2920 m
Parabolic main reflector:	
Diameter	D = 30 m
Focal length	f = 10.5 m
Focal ratio	f/D = 0.35
Hyperbolic subreflector (wobbling):	
Diameter	d = 2.0 m
Eccentricity	e = 1.0746
Max. beam throw	240"
Max. used wobbler frequency	1 Hz
Nasmyth mirrors (flat):	
Size	1.0 × 0.7 m
Optics:	
Cassegrain magnification factor	M = 27.8
Effective (equivalent) focal length	$f_e = Mf = 291.9$ m
Effective focal ratio Cassegrain system	$n = f_e/D = 9.73$
Distance subreflector to Nasmyth focus	$f_c = 19.79$ m
Focal plane scale	1" = 1.41 mm
Surface accuracy:	
Main reflector (status 1998)	70±5 μm (rms)
Reflector panels (fabrication)	26 μm (rms)
Subreflector	15 μm (rms)
Nasmyth mirrors	10 μm (rms)
Pointing:	
Pointing accuracy	2-3" (rms)
Tracking accuracy (wind ≤15 m/s)	1"
Beam width (FWHM):	
86 GHz	28"
115 GHz	21"
140 GHz	17"
230 GHz	11"
345 GHz	8"
Aperture and beam efficiencies:	
(see Table 3.1)	
Temperature control:	
Temp. homogeneity main reflector	0.5° (rms)
Temp. gradients main reflector - yoke	1°

Tous les calculs présentés dans ce sous-chapitre sont les applications numériques des formules d'optique, de photométrie et de bruit présentées dans les Annexes au Chapitre I. Elles sont parfois légèrement remaniées de façon à utiliser les données fournies par la documentation du télescope (un exemple parmi d'autres est le calcul de la focale du miroir secondaire en utilisant l'Équation IV-12 établie dans les Annexes à la page 351). Les données contenues dans la table ci-dessus n'étaient pas suffisantes pour faire tous les calculs présentés et pour utiliser avec précision le logiciel de tracés de rayons dont les résultats sont illustrés par la Figure I-22 page 90 ou la Figure I-23 page 91. C'était notamment le cas pour les calculs de champ de vue non vigneté<sup>25</sup> et de focale équivalente idéale. Les données manquantes, qui ont été fournies par S.Navarro (opérateur en chef du 30 m), étaient les paramètres de l'hyperbole

<sup>25</sup> Le champ de vue non vigneté ou champ de plein éclaircissement du télescope, désigne l'angle solide à l'intérieur duquel tout objet produira une image dont l'éclaircissement ne dépend pas de la position de l'objet par rapport à l'axe de visée. Au-delà de cet angle solide l'éclaircissement de l'image diminue jusqu'à ce que l'objet sorte du champ de vue total du télescope. Par abus de langage le "champ de vue non vigneté" désigne aussi l'angle plan formé par les deux droites résultant d'une coupe longitudinale du cône de champ de vue non vigneté. Pour de plus amples précisions sur les champs de vue nous invitons le lecteur à se reporter au paragraphe I.2.1.3 des Annexes.

du miroir secondaire. Il s'agissait du demi grand axe, du demi petit axe et de la demi-distance inter foyer :  $a = 9,206 \text{ m}$  ;  $b = 3,622 \text{ m}$  ;  $c = 9,893 \text{ m}$ .

Il existe un document capital pour la définition d'un avant-projet d'instrument dédié au télescope, qui n'est pas fourni dans la documentation et qui est assez difficile à trouver : le plan de la cabine de réception du rayonnement ! Ce document est important pour la conception de l'optique chaude (ou optique de reprise), permettant de réimager le plan focal du télescope sur les détecteurs. En effet, les formes, et positions de ces éléments d'optique vont dépendre de l'encombrement de la cabine : dans l'espace réduit dont on dispose il faut jouer avec des miroirs plan et les courbures des systèmes optiques de champ et d'ouverture pour avoir une image avec un minimum d'aberration tout en évitant que les faisceaux ne sortent de la cabine ! La figure ci-dessous est le plan le plus précis que nous ayons pu trouver au cours de la thèse, on a complété les données manquantes (notamment les hauteurs disponibles) par quelques autres documents.

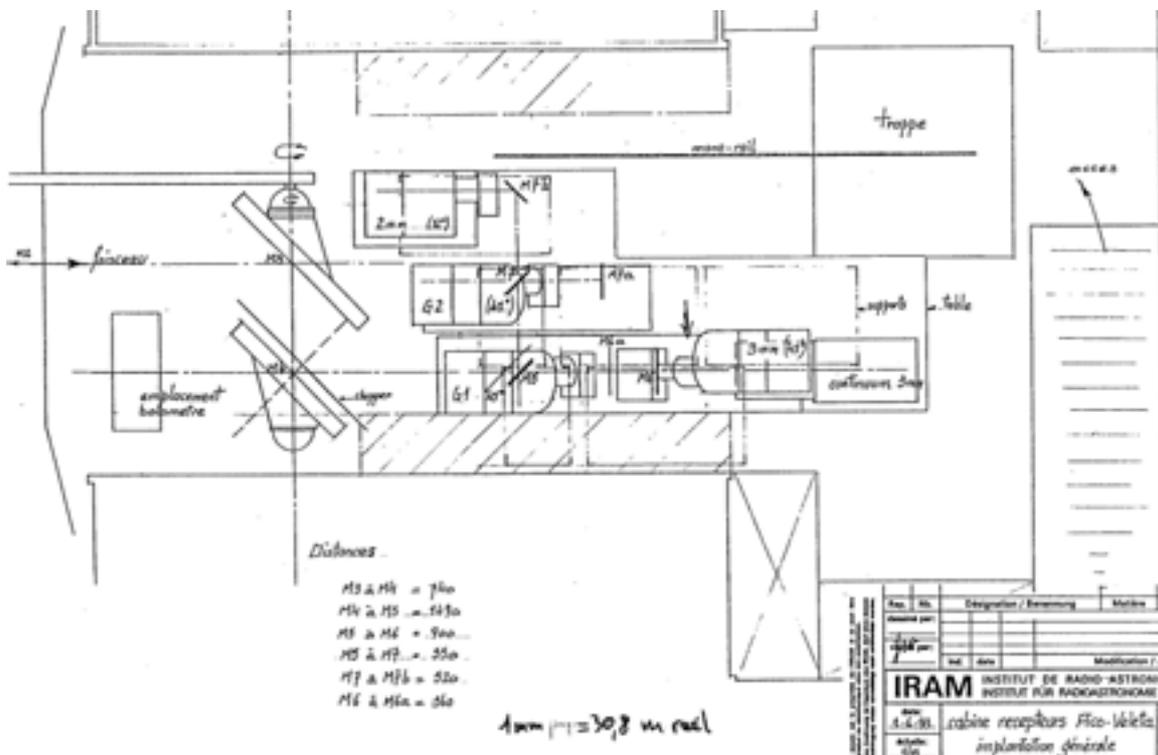


Figure 1-13. Plan de la cabine de réception du télescope.

Le plan montre une vue de dessus. Le miroir M4 peut être tourné à 90° pour envoyer les faisceaux soit vers la partie bolométrique (à gauche) soit vers la partie hétérodyne (à droite).

La cabine de réception comporte deux parties : l'une dédiée à la détection hétérodyne (4 détecteurs, chacun intégrant tout le plan focal sur un seul pixel, mais avec une très haute résolution spectrale), l'autre à la détection bolométrique. À l'heure actuelle l'instrument bolométrique au foyer du télescope est l'instrument MAMBO II [Bertoldi, 01] avec 37 pixels à  $\lambda = 1,3 \text{ mm}$  et 19 pixels à  $\lambda = 2 \text{ mm}$  [Reichert et al, 00] et [Gromke et al, 99]. Il sera bientôt remplacé par un assemblage de 117 bolomètres [Kreysa et al, 01]. L'objectif de la caméra bolométrique est d'atteindre la limite de résolution du télescope, c'est-à-dire d'échantillonner le plan focal avec un pas au moins deux fois plus petit que la tache de diffraction à mi-hauteur (critère de Shannon-Nyquist). On va voir que le nombre de pixels nécessaires est un ordre de grandeur au-dessus de celui de MAMBO II.

La partie mobile du télescope comporte les miroirs primaires et secondaires et la cabine de réception. L'ensemble pèse 800 tonnes, l'une des principales prouesses technologiques

caractéristique du télescope est qu'avec un tel tonnage, la précision sur le pointage dans le ciel reste inférieure à 3" d'arc.

Le diagramme d'antenne du télescope a fait l'objet d'une étude détaillée [Greve, Kramer et Wild, 98] en utilisant la stratégie de balayage sur la lune présentée à la Figure I-9 page 58.

## III.2 Optique du télescope et de la caméra bolométrique.

Il serait un peu long et rébarbatif de présenter tous les calculs d'optiques réalisés. D'autant plus qu'ils ont été menés de façon itérative au fur et à mesure de l'avancement du travail de thèse à cause des interactions entre les différentes parties de l'étude. Un exemple illustrant de façon flagrante ces interactions est la taille des pixels. L'étude de systèmes optiques préliminaires a en effet révélé que le nombre de paramètres libres était suffisamment grand pour que ce ne soit pas l'optique qui contraigne la taille des pixels, mais l'inverse. Ce sont finalement les résultats des études d'optimisation des absorbeurs et thermomètres des bolomètres ainsi que les impératifs technologiques concernant leur réalisation qui ont donc fixé la taille des pixels. Un autre exemple d'interaction est le diamètre acceptable de la fenêtre d'entrée du cryostat et le volume alloué à l'optique froide : il a fallu trouver un compromis entre la consommation de puissance froide et les aberrations du système.

Les paragraphes suivants présentent les principales questions d'optiques posées et les réponses apportées in fine après exploitation des différentes méthodes d'études utilisées (calculs sous Excel et Matlab, et simulations avec le logiciel de tracé de rayons Lasso créé par Patrick Rabou).

Pour ne pas être trop redondant, le choix a été fait de ne pas présenter les calculs préliminaires simples d'optique géométrique qui ont servi à fixer les bases de l'étude.

### III.2.1 Disposition générale, problèmes des champs de vue et aberrations du télescope.

La série de dessins ci-dessous (Figure I-14 et Figure I-15) illustre la disposition générale de la version finale de l'ensemble de la chaîne optique (la disposition globale est respectée, mais pas les dimensions réelles et les emplacements précis de chacun des éléments). Ces dessins mettent par ailleurs en évidence l'un des problèmes que l'on s'est posé : peut-on choisir le champ de vue de l'instrument en jouant sur la position du miroir secondaire (M2) ?

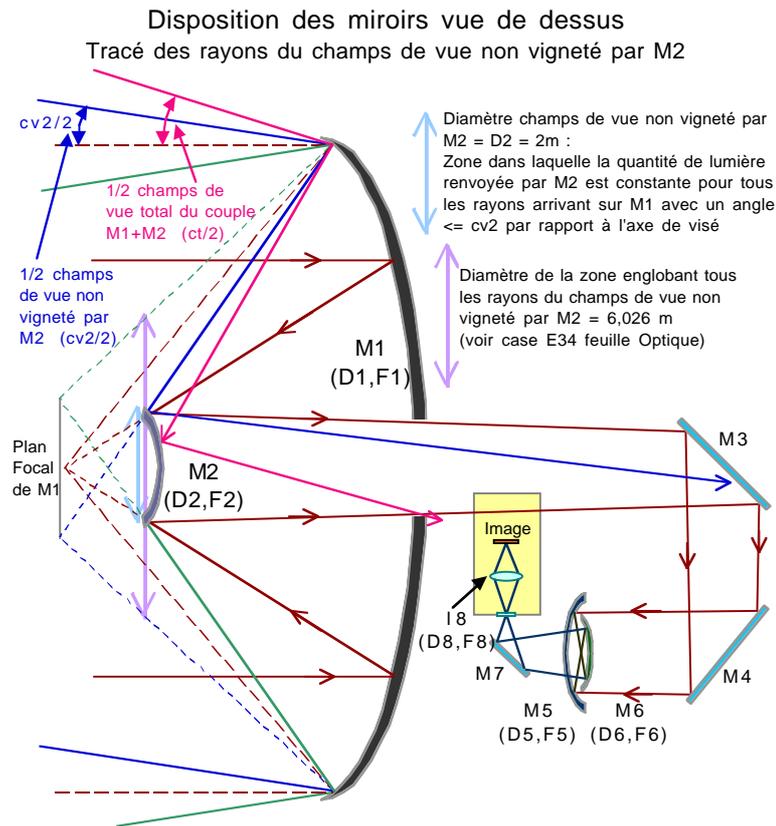
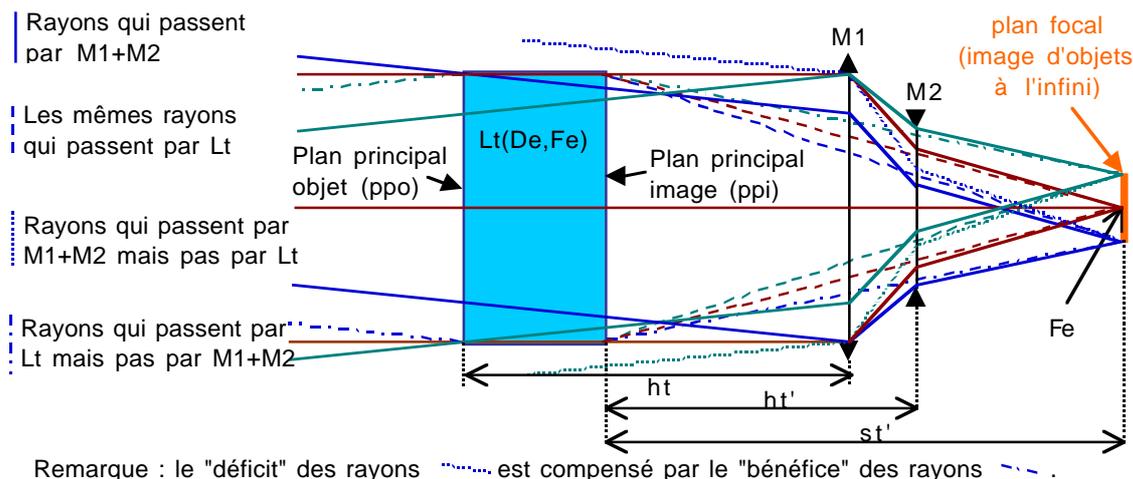


Figure I-14. Tracé de rayons schématisé pour le système optique envisagé au télescope de 30 m. Les repliements de faisceau dus aux miroirs plans symbolisent les contraintes d'encombrement de la cabine Nasmyth du Télescope. Le problème des champs de vue est illustré par les tracés de rayons (le champ de vue n'est pas limité par M2 de façon aussi critique que sur le dessin, voir Tableau I-8 et explications qui le suivent).

Illustration de la lentille équivalente au télescope (M1+M2)



Champs de vue non vigneté limité par M3 :

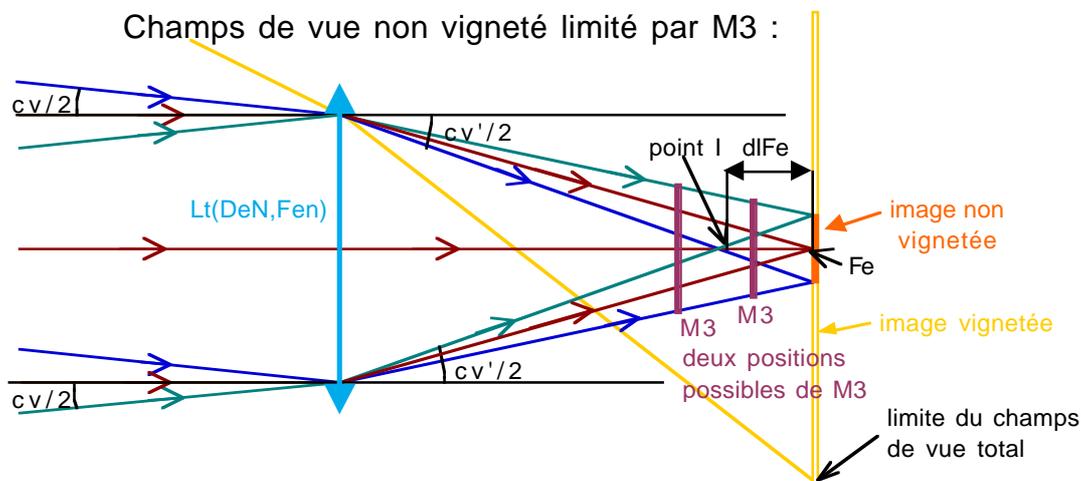


Figure I-15. Lentille équivalente au télescope et champ de vue limité par le miroir Nasmyth.

Le problème du champ de vue est apparu lors du comptage du nombre de taches de diffractions sur le plan focal du télescope. Les calculs ont montré que plus on éloignait le miroir secondaire du miroir primaire, plus la focale équivalente du télescope était courte, plus le champ de vue non vigneté était grand (car le point focal était plus près de l'élément responsable du vignetage, qui se trouve après le secondaire) et plus il y avait de taches de diffractions dans ce champ de vue. Ce nombre augmentait d'autant plus vite que la taille des taches sur le plan focal ( $1,03 \cdot \lambda \cdot Fe/D1$ ) diminuait proportionnellement avec la focale équivalente. Dans un premier temps, le raisonnement a donc été de raccourcir la focale équivalente jusqu'à obtenir un ratio entre la taille du champ de vue et la taille des taches compatible avec le ratio entre taille de la matrice et taille des pixels limité uniquement par les possibilités technologiques. Ce raisonnement n'est correct qu'à la seule condition de créer une optique de reprise permettant de corriger "l'explosion" des tailles des taches d'aberration résultant de la défocalisation due au déplacement du miroir secondaire par rapport à sa position nominale<sup>26</sup> (c'est-à-dire la position pour laquelle les tailles des taches d'aberration sur le plan focal sont minimales). Comme la définition d'une telle optique est assez compliquée et offre un intérêt limité, nous avons étudié les champs de vue et taches d'aberration du télescope

<sup>26</sup> Dans la conception du télescope, il a été prévu que le miroir secondaire puisse se déplacer sur l'axe de visé non pas pour bouger le point focal dans la cabine, mais pour corriger la défocalisation due aux déformations homologues du primaire lors d'un changement d'angle d'élévation.

pour la position nominale de la distance entre primaire et secondaire. Le tableau ci-dessous résume les principales caractéristiques du télescope résultant de cette étude.

Remarque : les paramètres de courbure hyperbolique du miroir secondaire donnés par S.Navarro, nécessaires pour les calculs d'aberration et de tracés de rayons, ne sont pas compatibles avec la distance entre miroir secondaire et point focal du télescope donné dans la documentation du 30m. De même, la distance entre le miroir 4 et le point focal diffère suivant les plans que nous nous sommes procurés, la valeur prise est celle du plan le plus récent ("New bolometer table" datant de décembre 1998, voir avant-dernière ligne du Tableau I-9). Les variables notées avec l'indice "doc" sont celles calculées avec un demi grand axe permettant de retrouver la distance entre le miroir secondaire et le point focal équivalent donnée dans la documentation de Wild, tout en focalisant correctement les rayons. Pour le dimensionnement de l'optique de la caméra nous avons choisi de garder les paramètres fournis par Navarro.

Tableau I-8. Caractéristiques optiques principales du télescope de 30 m de l'IRAM.

Description des variables	Symboles	Valeurs	Unités
<i>Miroir primaire parabolique concave</i>			
Diamètre	D1	30	m
Focale	F1	10,5	m
Ouverture	o1	0,35	
<i>Miroir secondaire hyperbolique convexe</i>			
Diamètre	D2	2	m
Excentricité	e	1,0746	
Demi grand axe	a	9,206	m
(demi grand axe doc)	a <sub>doc</sub>	9,543	m
Focale (tracés de rayons proche du centre <sup>27</sup> )	F2	-0,712	m
(focale doc)	F2 <sub>doc</sub>	-0,738	m
<i>Optimisation par tracés de rayons</i>			
Distance primaire - secondaire	d12	9,813	m
(distance doc)	d12 <sub>doc</sub>	9,788	m
Distance secondaire – point focal	d2Fe	19,099	m
(Distance d2Fe donné dans la documentation)	d2Fe <sub>doc</sub>	19,790	m
Champ de vue non vigneté par M2 (1" = $\pi/(36 \cdot 18)$ mrd)	cv2	10	"
Champ de vue non vigneté par M3	cv3	280	"
Champ de vue non vigneté (par M3 sans effet de bord)	cv	260	"
Diamètre du champ non vigneté sur le plan focal	Dcv	368	mm
Diamètre d'une tache d'aberration au centre de cv (Fe) et au bord, au point de meilleure focale (Fe', cf Figure I-16)	Dab(Fe,0) Dab(Fe',cv)	0,0 0,5	mm mm
Position de la meilleure focale en bord de champ par rapport au centre du champ (df = d2Fe' – d2Fe)	df	-25	mm
Diamètre d'une tache d'aberration sur le meilleur plan focal (donc placé en Fe+df/2)	Dab	≤ 1,2	mm
Champ de vue total, limité par M3	cvt	843	"
Influence sur Fe d'une variation de ± 1 mm sur d12	ΔFe	-426 \ +414	mm
Influence sur Dab d'une variation de ± 1 mm sur d12	ΔDab	+110 \ +30	mm

<sup>27</sup> Le point de focalisation change lorsqu'on s'éloigne du centre du miroir car il est usiné pour focaliser les rayons provenant du primaire, donc avec des angles d'incidence par rapport à l'axe de visé d'autant plus grand que l'on s'éloigne du centre (voir Figure I-16 ci-après et Figure IV-2 page 354 dans les Annexes).

<i>Lentille équivalente au télescope</i>			
Focale équivalente (approximation paraxiale)	Fe	292,0	m
Ouverture	ot	9,73	
Facteur de magnification (Fe/F1)	M	27,8	
Distance du plan principal objet à M1	ht	3880	m
Distance de M2 au plan principal image	ht'	-273	m

Le champ de vue non vigneté par le miroir secondaire est très petit car le diamètre du miroir est ajusté au cône dont la base est le miroir primaire et le sommet sa focale. Cela peut paraître choquant au premier abord. Mais en regardant sur le miroir primaire le diamètre de la zone occupée par les rayons renvoyés sur le foyer du télescope par le miroir secondaire, on constate qu'il dépend très peu de l'angle d'incidence. Par exemple il est de 30 m pour les angles d'incidence nulle, de 29,87 m pour un angle d'incidence  $cv/2$  et de 29,78 m pour un angle d'incidence  $cvt/2$ . On rappelle que  $cv/2$  représente l'angle entre l'axe de visée et l'une des deux droites définies par la coupe longitudinale du cône délimitant le champ de vue non vigneté, et  $cvt/2$  représente l'angle entre l'axe de visée et l'une des deux droites définies par la coupe longitudinale du cône délimitant le champ de vue total du télescope, voir Figure I-14 et Figure I-15. La diminution de surface éclairée due à la taille limitée du miroir secondaire est donc très faible. En revanche le miroir plan Nasmyth (M3) a une grande influence sur le vignelage puisque pour des angles d'incidence inférieurs à  $cv/2$  la totalité des rayons renvoyés par le secondaire parviennent au foyer, alors qu'aucun des rayons d'incidence supérieure à  $cvt/2$  n'atteint le miroir Nasmyth (donc le foyer). Ceci s'explique par les différentes valeurs des focales équivalentes des systèmes optiques en amont des éléments responsables du vignelage. Plus une focale positive est petite, plus les rayons convergent, et plus une focale négative est petite, plus les rayons divergent. Or la focale en amont du secondaire est de 10,5 m (primaire seul), alors qu'en amont du tertiaire, elle est de 292 m (couple primaire plus secondaire) ; les rayons convergent moins rapidement et l'influence de l'angle d'incidence est par conséquent plus importante au niveau du miroir Nasmyth qu'au niveau du miroir secondaire. La position de l'objet vignétant par rapport au point focal de l'optique en amont a également une influence, mais moins importante. On en conclut que le miroir secondaire est parfaitement bien dimensionné : ni trop grand pour éviter de renvoyer le rayonnement du sol se trouvant derrière le primaire, ni trop petit pour que le diamètre utile du télescope (donc la pupille) soit pratiquement égal au diamètre du primaire.

Le miroir Nasmyth est plan, mais son contour forme une ellipse de dimensions  $1000 \times 700 \text{ mm}^2$ . La projection de cette ellipse sur le plan perpendiculaire à l'axe de visée passant par le centre du miroir forme une ellipse de dimensions  $707 \times 700 \text{ mm}^2$ . Le cercle délimité par le champ de vue non vigneté est inscrit dans cette ellipse et occupe un diamètre légèrement inférieur à 680 mm, ce qui permet d'éviter d'éventuels problèmes de rayonnement parasite sur les bords des miroirs (autrement dit le champ de vue est limité par le miroir Nasmyth uniquement).

Remarques :

- Dans la documentation du 30 m, le paramètre Max Beam Throw vaut 240" ; il s'agit de l'angle maximal de rotation du miroir secondaire permettant de le faire osciller ("wobbling") afin de soustraire les images de régions voisines (voir III.1). Il est dimensionné de façon à soustraire deux champs de vue voisins en évitant les effets de bords.
- Un petit mouvement de M2 sur l'axe de visée entraîne une grande variation de la distance entre le secondaire et le plan focal ( $d2Fe$ ) et modifie le champ de vue non vigneté. En pratique il n'est absolument pas possible de choisir librement cette position car l'image se

trouve alors complètement défocalisée. Il n'existe qu'une position précise au micromètre près pour M2 où les tâches d'aberration sont suffisamment petites. La mise au point (alignement des miroirs et focalisation) se fait à l'aide d'un laser.

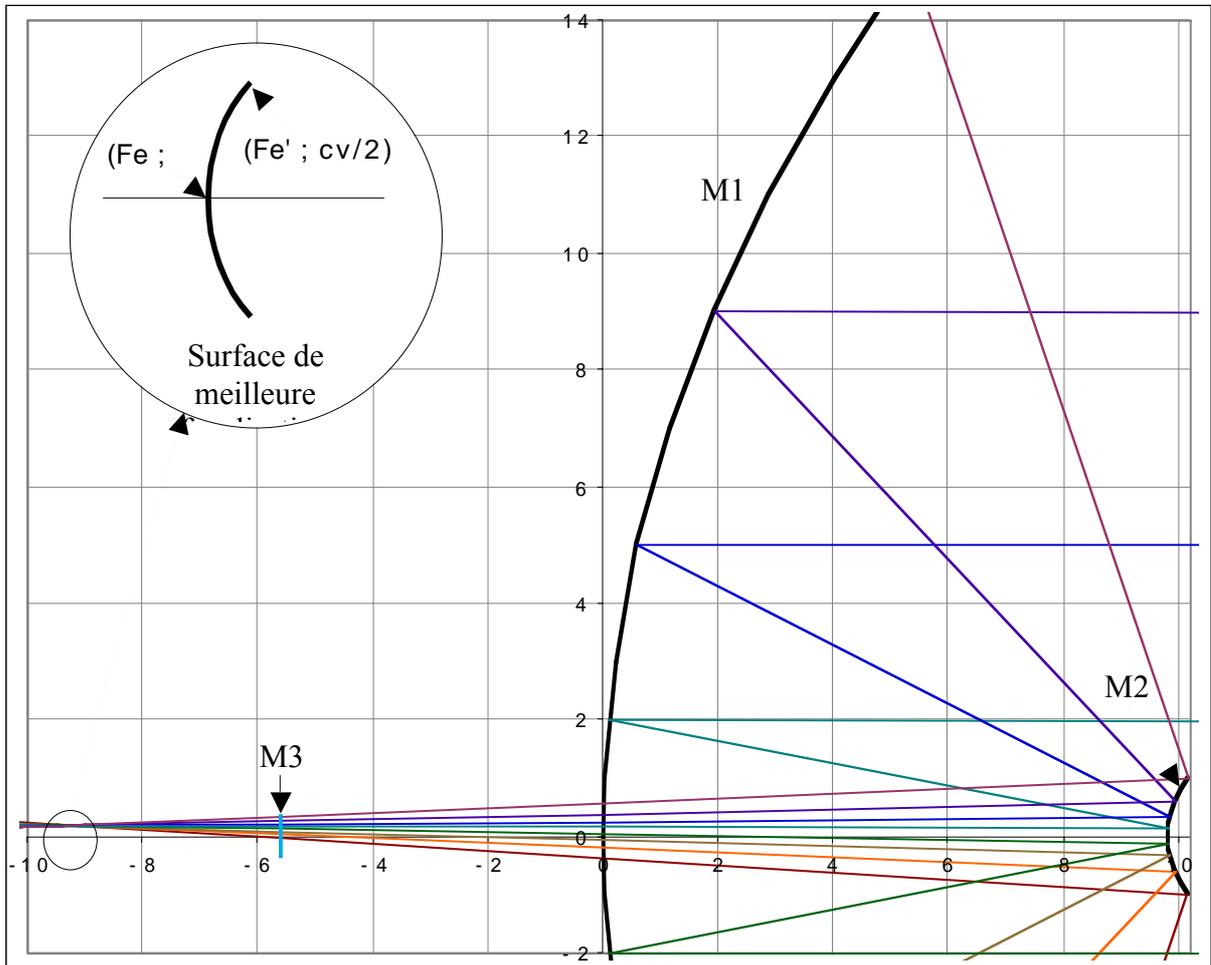


Figure I-16. Tracé de rayons traversant le télescope, à la limite du champ de vue non vigneté. La limite du champ de vue non vigneté est atteinte pour des rayons d'incidence  $-cv/2$  sur le miroir primaire. La figure montre le miroir primaire (M1), le secondaire (M2), le Nasmyth (M3) et le plan de meilleure focalisation. Sur ce plan sont indiqués le point focal pour les rayons d'incidence nulle ( $Fe ; 0$ ) et le point focal pour les rayons d'incidence  $cv/2$  ( $Fe',cv/2$ ).

### III.2.2 Discussion sur l'optique de reprise la caméra bolométrique.

#### III.2.2.1 Nécessité d'utiliser une optique de champ.

Le champ de vue non vigneté du télescope occupe un disque de 368 mm de diamètre sur le plan focal. Il ne semble pas raisonnable de concevoir une matrice de détecteurs de cette taille compte tenu des contraintes d'encombrement et de cryogénie de l'instrument. La solution consiste à concevoir un système optique permettant de former l'image de ce plan focal sur une surface dont la taille serait compatible avec les contraintes cryogéniques et la technologie de fabrication des bolomètres. L'image du plan focal est réalisée grâce à une lentille se trouvant dans le cryostat de la caméra, donc refroidie à basse température afin d'éviter qu'elle n'émette

elle même un rayonnement parasite. Mais cette seule lentille n'est pas suffisante ; il faut également concevoir une optique de champ qui permette de former l'image de la pupille du télescope sur la lentille froide (ou la fenêtre d'entrée du cryostat). En effet, comme l'illustre la Figure I-17, sans optique de champ la lentille froide devient responsable d'un nouveau vignetage ne permettant plus d'avoir un éclairage indépendant de l'angle d'incidence dans le champ de vue du télescope. Autrement dit, sans optique de champ la lentille froide devient le nouveau diaphragme d'ouverture, et son image à travers les éléments optiques en amont devient la nouvelle pupille du système optique. Le diamètre de cette dernière est évidemment bien inférieur au diamètre de la pupille du télescope (du miroir primaire) et le champ de vue non vigneté devient minuscule. C'est pourquoi une optique de champ est nécessaire.

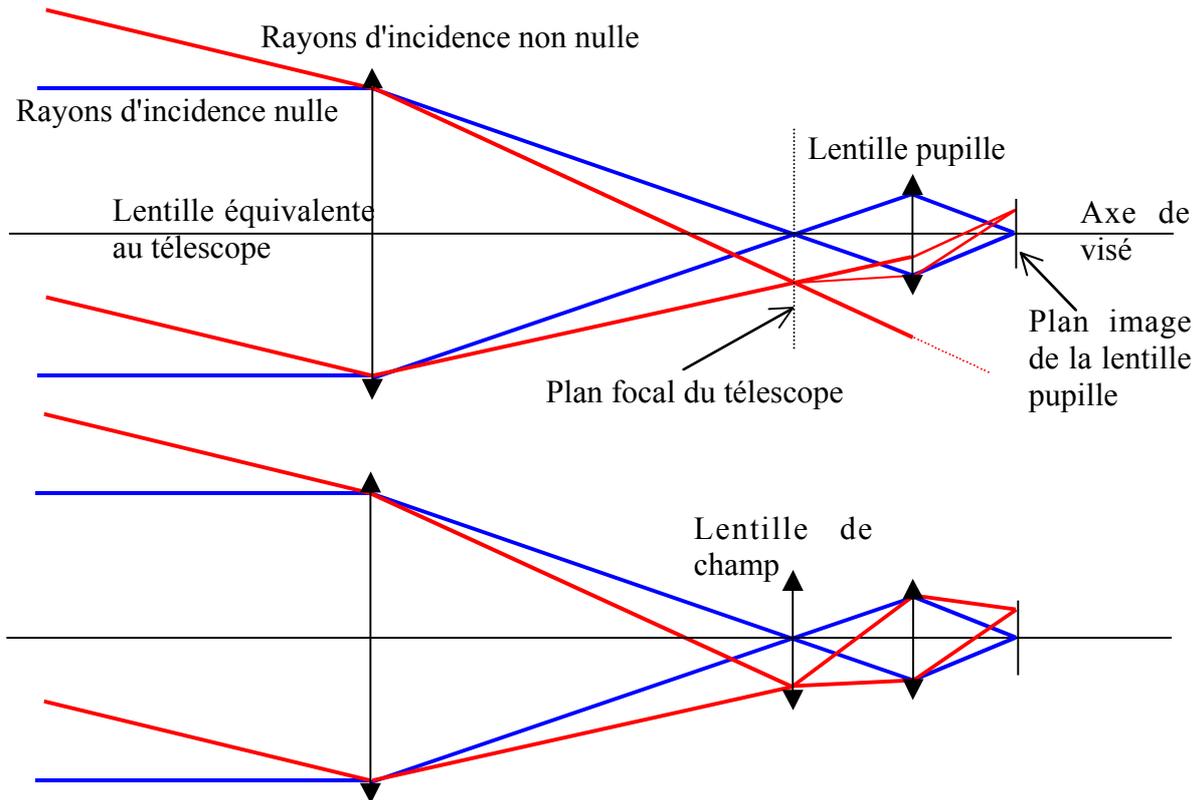


Figure I-17. Intérêt d'une lentille de champ.

Elle permet ne pas perdre de brillance lorsque qu'un oculaire "réimage" le plan focal du télescope.

Nous avons étudié plusieurs configurations pour l'optique de champ : une lentille seule, un miroir hors axe, deux lentilles et deux miroirs hors axes. L'utilisation d'un seul objet de champ permet d'étudier facilement le problème, mais elle offre un nombre de degrés de liberté limités dans les choix des paramètres de l'ensemble de l'optique de reprise. On se retrouve alors coincé entre les contraintes d'encombrement de la cabine de réception du télescope et les aberrations d'autant plus grandes que les focales des éléments optiques sont courtes. L'utilisation de deux objets de champ permet de raccourcir les focales tout en compensant les aberrations et en offrant plus de degrés de liberté, notamment au niveau du choix de la taille de la lentille froide. Nous présentons ici les résultats de calculs effectués dans le cadre de l'approximation paraxiale. Elle offre une précision amplement suffisante pour l'ensemble du champ de vue puisque ce dernier englobe des angles d'incidence très faibles ( $[\sin(cv/2) - (cv/2)]/\sin(cv/2) = 2,65 \cdot 10^{-7}$ ).

### III.2.2.2 Cas simple d'une lentille de champ et conséquences sur la lentille pupille froide.

Pour l'étude préliminaire avec une seule lentille de champ, on dispose de deux degrés de liberté. Sachant qu'avec un système optique plus complexe on disposera de suffisamment de degrés de liberté pour n'être limité que par la technologie de fabrication des bolomètres, le paramètre que l'on décide de fixer pour l'ensemble de l'étude optique est le diamètre de la plaquette de support de la matrice, appelée wafer. On laisse une marge de 0,5 cm sur le bord pour pouvoir placer les plots de contact électrique des bolomètres. La lentille de champ (notée  $L_c$ ) est placée sur le plan focal du télescope (noté  $F_e$ ) de façon à ne pas avoir d'influence sur l'image elle-même (c'est-à-dire que l'image formée par la lentille froide est simplement l'image du plan focal du télescope). La distance entre le miroir Nasmyth (M3) et le miroir de renvoi vers les instruments bolométriques (M4) est de 740 mm (voir Figure I-13 page 71). Les deux dernières lignes du Tableau I-9 ci-dessous donnent les distances entre M4 et les deux lentilles (pupille froide et champ) afin de donner une idée des contraintes d'encombrement dues au trajet du rayonnement. Dans ce tableau, on présente trois configurations possibles en faisant varier l'ouverture de la matrice :

Tableau I-9. Dimensionnement des lentilles pour différentes ouvertures de la matrice de bolomètres. La lentille froide est notée ( $L_8$ ), la lentille de champ ( $L_c$ ) et l'ouverture de la matrice ( $oi = d_{8i}/D_i$ ).

Description des variables	Symboles	Valeurs			Unités
Choix de la taille du wafer	$D_w$	4	4	4	pouces
Diamètre de l'image (de la matrice)	$D_i$	91,6	91,6	91,6	mm
Choix de l'ouverture de la matrice	$oi$	2	2,5	3	
Distance lentille froide ( $L_f$ ) – matrice	$d_{fi}$	183,2	229,0	274,8	mm
Focale de $L_f$	$F_f$	146,7	183,4	220,0	mm
Distance lentille de champ ( $L_c$ ou $F_e$ ) – $L_f$	$d_{Fef}$	736,1	920,2	1104,2	mm
Diamètre de $L_f$ ( $1,02 \cdot$ image de $D_2$ par $L_c$ )	$D_f$	79	98	118	mm
Ouverture de $L_f$	$of$	1,87	1,87	1,87	
Épaisseur minimale au centre de $L_f$	$ef$	10,5	13,2	15,8	mm
Focale de $L_c$	$F_c$	708	877	1043	mm
Diamètre de $L_c$ ( $1,02 \cdot D_{cv}$ )	$D_c$	375,4	375,4	375,4	mm
Épaisseur minimale au centre de $L_c$	$ec$	49,8	40,2	33,8	mm
Épaisseur totale de lentille traversée	$e_T$	60,3	53,4	49,6	mm
Distance M4 – $L_c$	$d_{4c} = d_{4Fe}$	2950	2950	2950	mm
Distance M4 – $L_f$	$d_{4f}$	3686	3870	4054	mm

Les enseignements à retirer de ce tableau est que lorsque l'ouverture de la matrice augmente, il se produit un effet bénéfique et trois effets négatifs.

L'effet bénéfique est que la focale de la lentille froide augmente, ce qui permet de diminuer la taille des taches d'aberration. Cet effet est primordial puisque l'on cherche à avoir un instrument optimal, donc avec des taches d'aberration plus petites que les taches de diffraction dues au diamètre fini de la pupille du système optique.

Le premier effet négatif est que la distance entre le miroir de renvoi (M4) et la lentille froide augmente. Or la partie de la cabine du télescope dédiée aux instruments bolométriques est relativement exiguë. Il est possible de jouer avec des miroirs plans pour replier le faisceau, mais au-delà de 4,5 mètres entre le miroir de renvoi et la matrice, l'encombrement devient assez problématique.

Le deuxième effet négatif est que la distance entre la lentille froide et la matrice augmente. Cela oblige à concevoir une chambre froide plus grande pour le cryostat, qui demande alors plus de puissance froide et augmente le coût de l'instrument. Par ailleurs un cryostat plus gros est plus encombrant.

Le troisième effet négatif est que le diamètre de la lentille froide augmente aussi. Par conséquent la taille de la fenêtre d'entrée du cryostat est plus grande et la puissance froide demandée est alors plus importante compte tenu du réchauffement par rayonnement dû à la température de cette fenêtre (300K).

Nous reparlerons des problèmes de cryogénie dans la Partie II du mémoire. La Figure I-18 montre une disposition possible pour une optique de reprise constituée d'une lentille de champ et d'une lentille pupille froide, pour un wafer de 4 pouces et une ouverture de matrice de 2,5.

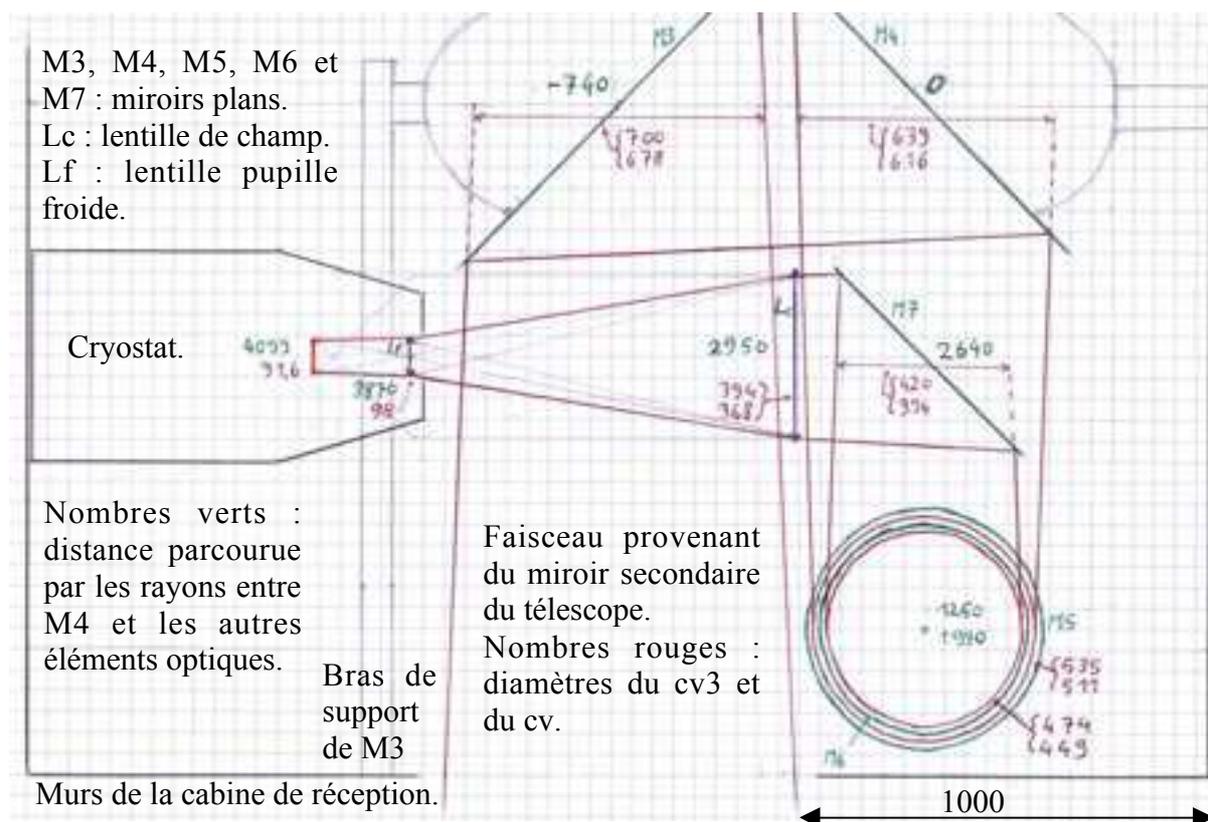


Figure I-18. Disposition possible de la chaîne optique de la caméra dans la cabine du télescope. Ici l'optique de reprise est constituée d'une lentille ce champ et d'une lentille pupille froide. Les valeurs des distances et diamètres sont adaptées à une matrice de 91,6 mm de diamètre avec une ouverture de 2,5. Les cercles représentent la projection des miroirs M5 et M6 et du champ de vue vigneté par M3 (cv3) à l'emplacement de ces miroirs, dans le plan perpendiculaire au dessin ; ils ont été représentés dans le plan parallèle au dessin pour donner une idée de la taille des faisceaux.

Les calculs et les résultats présentés dans le Tableau I-9 appellent quelques commentaires que nous donnons ci-dessous.

L'épaisseur des lentilles est calculée en considérant des lentilles sphériques symétriques, c'est-à-dire avec le même rayon de courbure pour le dioptré d'entrée et le dioptré de sortie des lentilles. Le théorème de Pythagore donne la relation exacte entre le diamètre  $D$  de la lentille, son épaisseur au centre  $e$  et son rayon de courbure  $r$  :  $(D/2)^2 + (r - e/2)^2 = r^2$ . Dans le cas où  $r \gg e$ , on obtient facilement  $e = D^2/(4 \cdot r)$ . Le rayon de courbure de la lentille se calcule en utilisant les matrices de réfraction par les dioptrés, la matrice de propagation à l'intérieur de la lentille et la définition de la focale. La matrice de transmission à travers la lentille est donnée

par le produit matriciel  $L = R_{\text{lentille-air}} \cdot T_{\text{lentille}} \cdot R_{\text{air-lentille}}$ , on en déduit l'expression de la focale :

$$\frac{1}{F} = 2 \frac{n_l - n_a}{r} + e \cdot \frac{(n_l - n_a)^2}{r^2 \cdot n_l \cdot n_a}$$
, où  $n_a = 1$  est l'indice de réfraction de l'air et  $n_l = 1,5$  est l'indice de réfraction des lentilles (voir III.3.1). Dans le cas où  $r \gg e$ , on ne garde que le premier terme de l'expression de la focale (approximation lentille mince), compte tenu des valeurs des indices de réfraction on trouve alors l'expression très simple  $r = F$ . En utilisant les valeurs données dans le Tableau I-9, le calcul à posteriori montre que l'approximation  $r \gg e$  est justifiée et que les erreurs commises sont inférieures à 1,3 % pour  $r$  et à 1,9 % pour  $e$ .

L'argument donné au paragraphe III.2.2.1 sur la nécessité d'utiliser une optique de champ peut-être remis en question à la vue du volume de la chambre froide du cryostat si on considère que la lentille froide et la matrice doivent y loger.

En effet, une matrice située directement sur le plan focal occupe certes une grande surface, mais ne demande pas une grande hauteur de part et d'autre du wafer. Typiquement une hauteur de 3 cm serait suffisante, si bien que le volume de la chambre froide serait  $V_{MFoc} \approx \pi \cdot (Dc/2)^2 \cdot 3 = 3,19 \text{ litres}$ . L'utilisation d'une lentille froide occupe une moins grande surface, mais une hauteur plus importante, avec la même marge de 3cm pour la zone avant de la lentille et arrière de la matrice, le volume de la chambre froide vaut environs  $V_{M+Lf} \approx \pi \cdot (Df/2)^2 \cdot (df+3) = 1,95 \text{ litre}$ . Le gain de 39 % n'est pas négligeable, mais pas suffisant pour affirmer que l'optique de champ est absolument nécessaire. Il existe en fait un argument bien plus fort : le rayonnement parasite. On verra au sous-chapitre III.3, que la puissance rayonnée par les éléments à température ambiante est très importante comparée aux puissances des signaux à étudier. Or l'ensemble de la cabine de réception du télescope est à température ambiante ; si on veut que la caméra ne reçoive aucun rayonnement parasite provenant d'éléments en dehors du faisceau, un simple raisonnement géométrique montre qu'il faut entourer le faisceau d'une gaine entièrement opaque jusqu'au diaphragme d'ouverture du système optique. La seule façon de réaliser une telle gaine est d'ajouter au cryostat un baffle conique refroidi à la plus basse température possible. Sans optique de champ le baffle est immense et sa forme compliquée compte tenu des repliements de faisceau dus aux miroirs plans, par contre dans l'autre cas il suffit que le baffle aille de la lentille froide à l'optique de champ ; il est alors moins grand, demande moins de puissance froide et coûte moins cher.

L'argument lié à la taille des matrices est en réalité plus fort que ce que laisse entendre le simple raisonnement sur le volume de la chambre froide, car le paramètre qui va jouer le plus sur le coût du cryostat en termes de consommation et de construction, donc en termes financiers, est la puissance froide demandée à la dilution Helium3–Helium4. Cette puissance froide est liée à la masse totale des éléments à refroidir, or on verra dans les calculs de photométrie que refroidir la lentille froide à 1,6 Kelvin est suffisant. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser la dilution pour cela. Par contre on verra dans la Partie II que la matrice de bolomètre doit être refroidie à 100 mK par la dilution. Vu les différences de tailles des matrices dans les deux configuration présentées, il est évident que la configuration avec optique de champ est plus avantageuse.

En ce qui concerne les contraintes associées à la réalisation de l'optique de la caméra nous n'avons parlé que du compromis entre aberrations et encombrement, et, évoqué le problème du rayonnement parasite. Il existe un autre problème d'ordre photométrique : la transmission du rayonnement à travers les éléments optiques. Les meilleurs matériaux pour la conception de lentilles adaptées au domaine des longueurs d'ondes millimétriques sont le Téflon et le Polyéthylène d'indices de réfraction  $n \approx 1,5$ , or on verra en III.3.1 que le coefficient de réflexion est proportionnel à  $((n-1)/(n+1))^2$  à chaque traversée de dioptré. Donc moins il y a

de dioptre à traverser, moins il y a de pertes dues aux réflexions partielles, dans la puissance reçue. L'utilisation d'un miroir hors axe remplaçant la lentille de champ permet d'améliorer le coefficient de transmission global de l'optique car il est relativement aisé de fabriquer un miroir infiniment plus réfléchissant que la meilleure transmission que la meilleure transmission que l'on puisse obtenir avec des lentilles.

La figure ci-dessous montre le schéma d'une configuration possible que nous avons étudié pour l'utilisation d'une optique de champ avec un miroir hors axe.

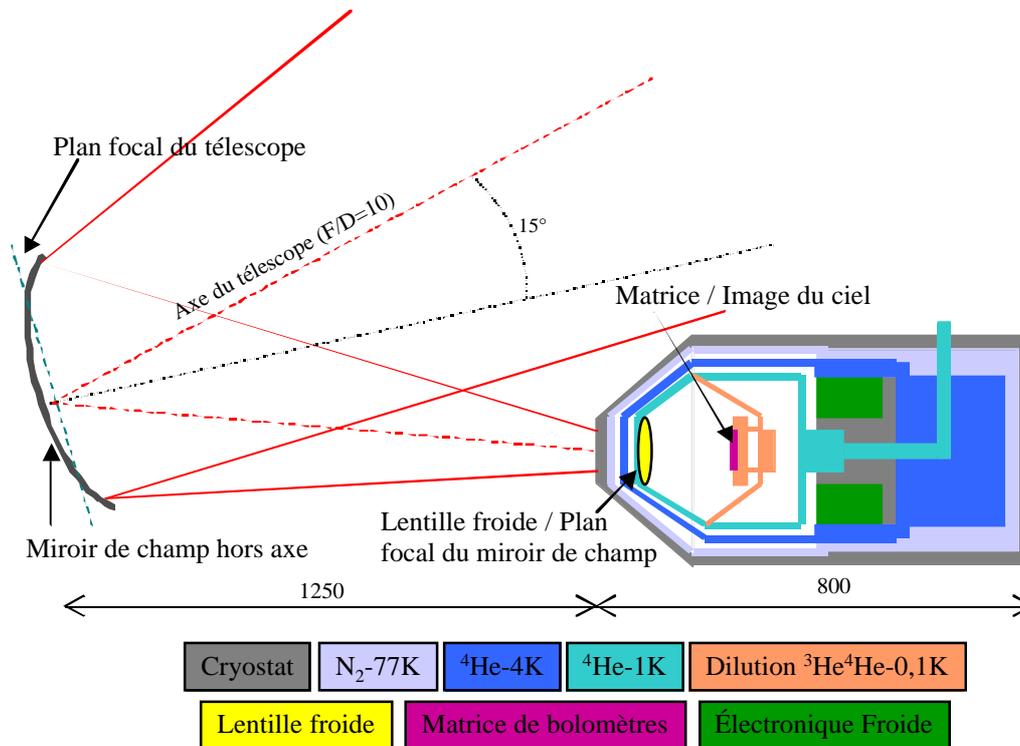


Figure I-19. Utilisation d'un miroir hors axe pour l'optique de champ de la caméra bolométrique.

Les calculs préliminaires d'optique géométrique sont identiques à ceux de la lentille de champ en utilisant le modèle des lentilles minces équivalentes (présenté en Annexes au paragraphe I.2.1) qui est valide pour n'importe quel système optique dans l'approximation paraxiale. Pour les calculs précis et notamment pour étudier les conséquences de l'utilisation du miroir hors axe d'aberrations, nous avons utilisé un logiciel spécialisé dans les tracés de rayon (Lasso). Or plus l'angle entre les rayons et la normale au miroir est grand plus la forme exacte du miroir est difficile à définir et plus la correction des taches d'aberration est compliquée. Un angle de 15°, tel que celui présenté sur la figure, entraîne des aberrations trop importantes. Or la diminution de cet angle entraîne un éloignement entre le miroir et le cryostat qui devient rapidement incompatible avec les contraintes d'encombrement de la cabine.

Les calculs d'aberration et de diffraction (dont nous présentons les résultats un peu plus loin uniquement pour la configuration optique retenue), ont montré qu'il était très compliqué de définir une optique de reprise avec un seul objet de champ qui permette de former sur le plan image (emplacement de la matrice de bolomètre) des taches d'aberration plus petites que les taches de diffraction. Nous avons alors étudié une troisième configuration possible : l'utilisation de deux objets de champ.

### III.2.2.3 Utilisation de deux miroirs hors axe pour l'optique de champ.

L'utilisation de deux miroirs hors axes offre deux avantages majeurs. Le principal est que l'on peut concevoir des formes de miroir complémentaires permettant de corriger l'essentiel des aberrations (tout comme le miroir secondaire du télescope corrige les aberrations dues au miroir primaire). L'autre avantage est que le nombre de degrés de libertés dans la définition de l'optique augmente de telle sorte que l'on peut décorrélérer les choix de tailles de matrice et de lentille froide avec l'encombrement du système optique. Par ailleurs la possibilité de compenser les aberrations avec des formes de miroir complémentaire offre la liberté de choisir l'angle entre les normales aux miroirs et les rayons, ce qui peut être mis à profit lorsque le besoin de replier le faisceau se fait sentir.

Comme pour le miroir hors axe seul, nous avons utilisé le formalisme des lentilles minces équivalentes pour étudier l'optique des miroirs hors axes. Imposer les mêmes contraintes que pour le cas d'un seul objet de champ, c'est-à-dire le choix de la taille du wafer et de l'ouverture de la matrice conduit à un système d'équations compliqué. Il est plus facile de laisser le choix des distances entre les miroirs hors axe et le reste du système optique, ainsi que le choix de la taille de la lentille froide, puis, de faire varier ces paramètres pour trouver ce que l'on cherche en termes de taille et d'ouverture pour la matrice. Ces choix conduisent à contraindre les focales des miroirs. En effectuant le produit matriciel des matrices de transmission et de réflexion des faisceaux et en écrivant les conditions de stigmatisme pour que l'image du miroir secondaire soit formée sur la lentille froide et ait la taille de celle-ci (la pupille de l'ensemble de l'optique reste ainsi celle du télescope), on obtient le système d'équation donnant les focales des miroirs hors axe. Ce système conduit à une équation du second degré pour l'une des deux focales et l'autre focale se déduit de la première. Soient  $d_{2a}$  la distance entre le miroir secondaire et le premier miroir de champ,  $d_{ab}$  la distance entre les deux miroirs de champ,  $d_{bf}$  la distance entre le second miroir de champ et la lentille froide,  $D_2$  le diamètre du miroir secondaire du télescope et  $D_f$  le diamètre de la lentille froide, les équations des focales des miroirs de champ sont :

$$\begin{cases} F_a^2 \cdot A - F_a \cdot B + C = 0 \\ \Delta \equiv B^2 - 4AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a^- = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} \\ F_a^+ = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{1}{F_b} = \frac{1}{F_a} \frac{d_{2a}}{d_{bf}} + \frac{1}{d_{ab}} \left( 1 + \frac{D_f}{D_2} \right) \left( \frac{D_2}{D_f} - \frac{d_{2a}}{d_{bf}} \right)$$

$$A \equiv \left( 1 + \frac{D_f}{D_2} \right) \left( \frac{d_{2a}}{d_{ab}} - \frac{d_{bf}}{d_{ab}} \frac{D_2}{D_f} + 1 \right) ; \quad B \equiv d_{2a} \left( 2 + \frac{D_f}{D_2} \right) + d_{ab} - d_{bf} \frac{D_2}{D_f} ; \quad C \equiv d_{ab} \cdot d_{2a}$$

Équation I-22

Dans ce système d'équations, le choix des distances est entièrement libre. Par contre, imposer l'ouverture de la lentille froide (ce qui offre un contrôle direct sur les aberrations qu'elle engendre) et la taille de la matrice de bolomètres (donc de l'image du ciel par tout le système optique) ne laisse plus qu'un seul degré de liberté dans le choix des distances. Le choix d'une des trois distances impose ainsi la valeur des deux autres. Le domaine des solutions possibles est encore infini à ce stade de l'étude. Mais il va être borné par les contraintes d'encombrement, donnée par les distances entre le miroir de renvoi vers la partie bolométrique de la cabine (M4) et les objets de l'optique de reprise (miroirs de champ et lentille froide). Ceci est illustré par la Figure I-20, constituée de quatre graphiques qui montrent comment varient les distances permettant d'obtenir une image de 91,6 mm de diamètre avec une lentille froide de 98 mm de diamètre. Notons que la distance  $d_{2a}$  a été remplacée par la distance  $d_{4a}$  (entre M4 et le premier miroir de champ) car  $d_{2a} = d_{24} + d_{4a}$  et  $d_{24}$  est constante et grande par rapport à  $d_{4a}$  qui est la variable contrainte par la place

disponible dans la cabine optique du télescope. Les graphiques de gauche montrent comment varie  $d_{4f}$  (la distance entre le miroir 4 et la lentille froide) en fonction de  $d_{ab}$  pour les différents choix de  $d_{4a}$ . Les graphiques de droite montrent comment varie  $d_{bf}$  (la distance entre le second miroir de champ et la lentille froide) en fonction de  $d_{ab}$  pour les différents choix de  $d_{4a}$ . Les graphiques du bas sont des zooms des graphiques du haut dans les domaines de distances possibles, c'est-à-dire pour  $d_{4f} \leq 5 \text{ m}$  et  $d_{bf} \geq 30 \text{ cm}$ . Notons que les courbes représentées correspondent aux solutions  $F_a^-$  de l'Équation I-22. Quelques solutions  $F_a^+$  sont représentées à titre indicatif, mais elles ne sont pas viables car elles conduisent à des distances  $d_{bf}$  trop petites et forment pour la plupart une image virtuelle du ciel, c'est-à-dire placée en amont de la lentille froide.

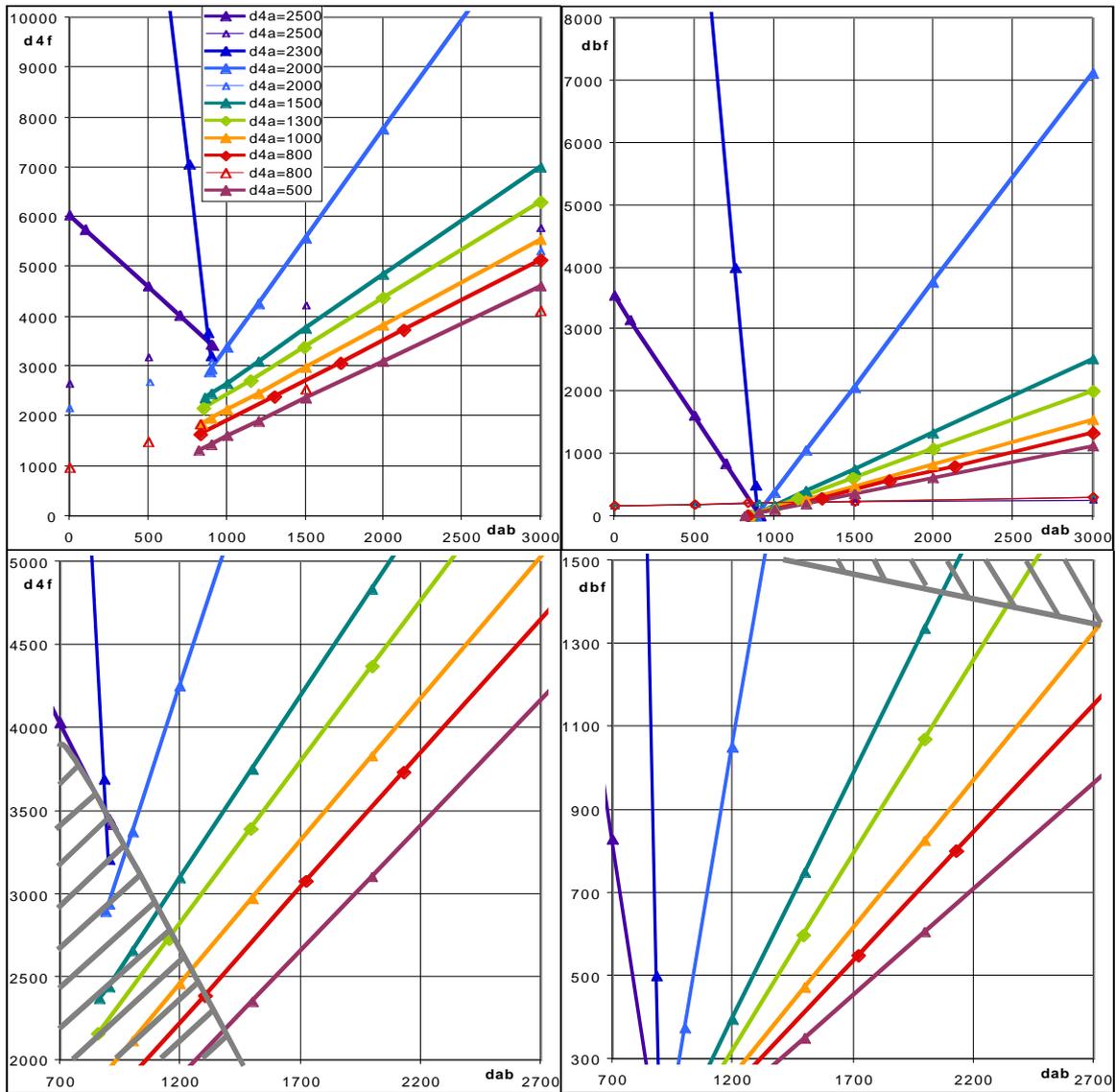


Figure I-20. Relations entre les distances des éléments de l'optique de reprise.

Cette optique permet d'imager le plan focal du télescope sur une matrice de 91,6 mm de diamètre, et, le miroir secondaire sur une lentille froide de 98 mm de diamètre. Variables :  $d_{ab}$  = distance entre les miroirs de champ ( $M_{ca}$  et  $M_{cb}$ ) ;  $d_{4f}$  = distance entre le miroir renvoyant le faisceau vers les bolomètres ( $M_4$ ) et la lentille froide ( $L_f$ ) ;  $d_{bf}$  = distance entre  $M_{cb}$  et la lentille froide. Chaque courbe de couleur représente une distance différente entre  $M_4$  et  $M_{ca}$  ( $d_{4a}$ ). Les courbes en gras représentent les solutions  $F_a^- = (-B - \sqrt{\Delta})/2A$ , et les traits fins  $F_a^+ = (-B + \sqrt{\Delta})/2A$ . La zone hachurée de  $d_{4f}(d_{ab})$  correspond à la limite inférieure acceptable  $d_{bf}_{\min} = 30 \text{ cm}$ . La zone hachurée de  $d_{bf}(d_{ab})$  correspond à la limite supérieure acceptable  $d_{4f}_{\max} = 5 \text{ m}$ . Calculs effectués sous Excel.

Les variables examinées pour le choix de la meilleure configuration sont la distance entre le miroir 4 et la lentille froide ( $d_{4f}$ ), la distance entre la lentille froide et la matrice ( $d_{fi}$ ), le diamètre de la matrice, donc de l'image du champ de vue ( $D_{cvi}$ ), l'ouverture de la matrice ( $o_{Mat} = D_{cvi}/d_{fi}$ ), la focale de la lentille froide ( $F_f$ ) et l'épaisseur de la lentille froide ( $e_f$ ). Le Tableau I-10 résume la façon dont changent les variables lorsqu'on augmente la valeur de l'un des paramètres libres que sont  $d_{4a}$ ,  $d_{ab}$ ,  $d_{bf}$ ,  $D_f$  et  $o_f$  ( $D_f$  et  $o_f = D_f/F_f$  sont respectivement le diamètre et l'ouverture de la lentille froide). Les équations qui permettant d'exprimer les variables en fonction des paramètres sont des "reformulations" des équations données en Annexes au paragraphe I.2.1.

Tableau I-10. Influence des paramètres libres du système optique sur ses variables dimensionnelles. Le signe + signifie que la variable augmente et le signe - que la variable diminue lorsque le paramètre augmente. Le signe x signifie que le paramètre n'a aucune influence sur la variable.

	$\Delta d_{4a} > 0$	$\Delta d_{ab} > 0$	$\Delta d_{bf} > 0$	$\Delta D_f > 0$	$\Delta o_f > 0$
$d_{4f}$	+	+	+	x	x
$d_{fi}$	-	-	+	+	+
$D_{cvi}$	-	-	+	+	+
$o_{Mat}$	x	x	x	+	x
$F_f$	x	x	x	+	+
$e_f$	x	x	x	+	-

Le Tableau I-11 montre deux configurations (parmi une infinité possible) pour les miroirs hors axes (notés Mca et Mcb), en choisissant un diamètre de lentille froide égal à celui de la configuration préférée de l'architecture à une seule lentille de champ (soit 98 mm) et en choisissant une ouverture de la lentille froide un peu plus grande que celle imposée par la lentille de champ seule. Les calculs sont effectués en utilisant les formules d'optique géométriques présentées aux paragraphes précédents et dans les Annexes au sous-chapitre I.2.

Tableau I-11. Paramètres de 2 configurations de l'optique de la caméra avec 2 miroirs hors axe.

Description des variables	Symboles	Valeurs		Unités
Choix de la distance M4 – Mca	d4a	1300	1300	mm
Choix de la distance Mca – Mcb	dab	1500,9	2801	mm
Choix de la distance Mcb – Lf	dbf	602,5	1815,2	mm
Choix du diamètre de Lf	Df	98	98	mm
Choix de l'ouverture de Lf	of	2	2	
Focale de Lf	Ff	196	196	mm
Focale de Mca	Fa	3936	-2910	
Focale de Mcb	Fb	724	1352	
Focale équivalente à Mca+Mcb	Fc	902	902	
Focale équivalente à M1+M2+Mca+Mcb	Fo	386	386	mm
Distance Lf – Matrice (image)	dfi	232,9	232,9	mm
Diamètre de l'image du cv sur la matrice	Di	91,6	91,6	mm
Ouverture de la matrice	oi	2,54	2,54	
Épaisseur minimale au centre de Lf	ef	12,25	12,25	mm

Les deux séries de schémas de la Figure I-21 montrent les dessins à l'échelle, correspondant aux deux configurations proposées dans le Tableau I-11. Nous avons choisi ces deux

configurations parmi le nombre important de choix possibles car elles permettent d'utiliser au mieux l'espace disponible dans la cabine du télescope.

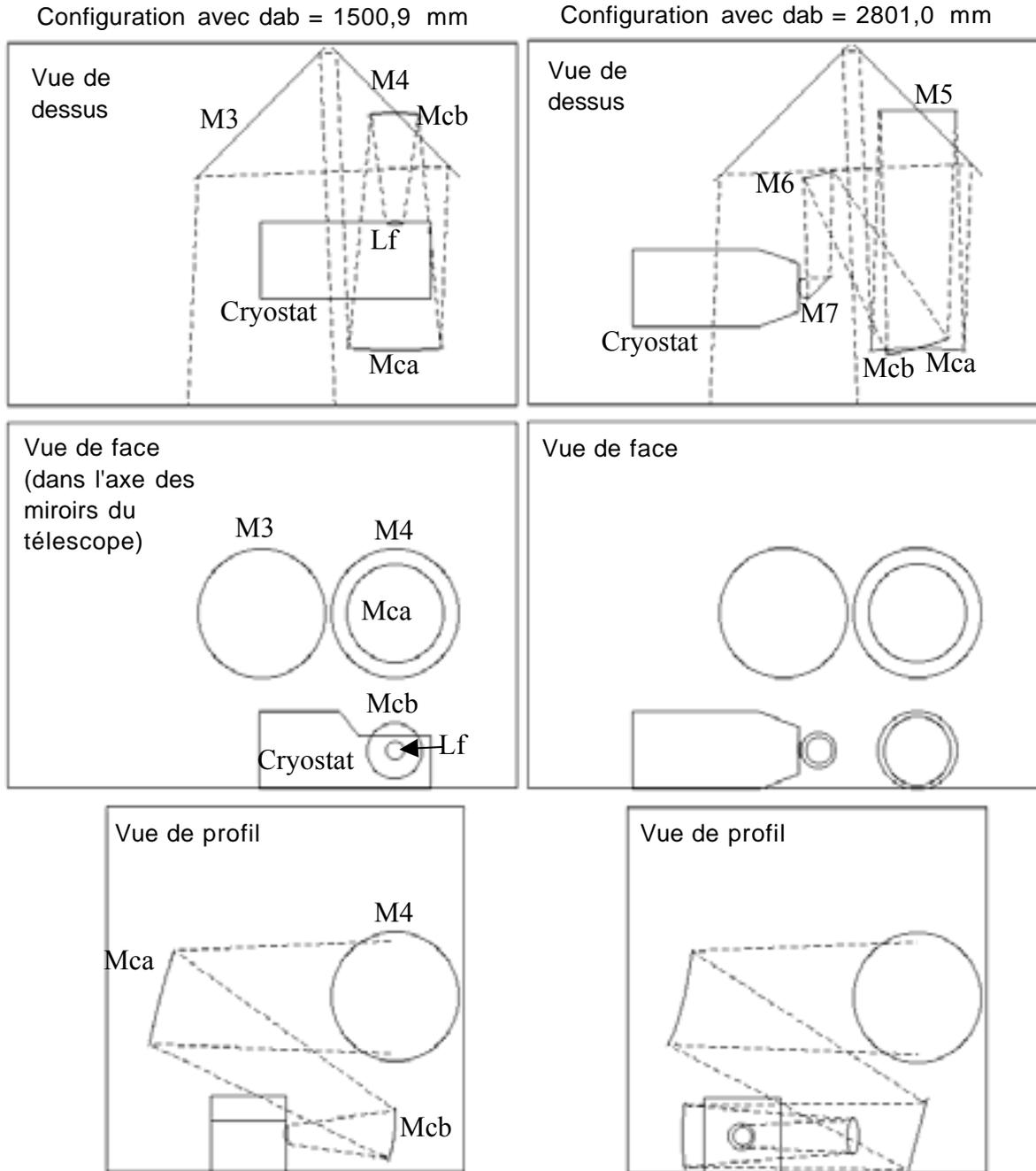


Figure I-21. Dessins à l'échelle de deux configurations possibles avec miroirs hors axe. Ces dessins illustrent les données du Tableau I-11. La place disponible dans la cabine du télescope, les miroirs, la lentille froide et le cryostat sont représentés en traits pleins. La délimitation du faisceau correspondant au champ de vue (260 secondes d'arc) est représentée avec les traits fins en pointillés. M3, M4, M5, M6 et M7 sont des miroirs plans.

### III.2.3 Discussion sur la lentille froide.

#### III.2.3.1 Taches de diffraction.

Le système constitué du télescope et des éléments de l'optique de reprise a une pupille de taille finie. Cette pupille va engendrer des taches de diffraction dont la taille angulaire ne dépend que du rapport  $\lambda/D$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde du rayonnement considéré et  $D$  le diamètre de la pupille du système optique (voir Annexes, I.2.2). Les taches de diffraction définissent la résolution angulaire du système. Pour qu'un instrument soit optimal, il doit atteindre cette résolution angulaire en échantillonnant correctement la tache de diffraction ; il faut pour cela qu'il y ait un minimum de quatre pixels par tache (voir Annexes, I.2.3.3).

La connaissance des tailles des taches de diffraction apporte en outre un critère pour définir la taille acceptable des taches d'aberration dues aux courbures des divers éléments de la chaîne optique (miroirs non plans et lentilles).

En utilisant les équations d'optique ondulatoire il est assez facile de calculer taille des taches de diffraction (voir Annexes, I.2.2). La dimension caractéristique la plus naturelle à choisir est la largeur angulaire à mi-hauteur :  $\theta = 1,03 \cdot \lambda/D$ . Maintenant que nous connaissons le diamètre angulaire ( $c_v$ ) du champ de vue non vigneté du système optique, le nombre de taches à mi-hauteur comprises dans ce diamètre est simplement  $N = c_v/\theta$ . Le Tableau I-12 donne le résultat des calculs sur les taches de diffraction dans les deux bandes de fréquences intéressantes pour la caméra bolométrique, que l'on avait définies au paragraphe II.2.2. Les diamètres des taches sur le plan focal du télescope sont donnés ; on peut les comparer aux diamètres des taches d'aberration dues aux courbures des miroirs primaire et secondaire.

*Tableau I-12. Taches de diffraction dans le champ de vue non vigneté du télescope. Les tailles et le nombre de taches sont donnés pour les deux bandes de fréquences de la caméra. Les diamètres angulaires sont en secondes d'arc. On rappelle par ailleurs que le champ de vue non vigneté sur le plan focal du télescope occupe un disque de diamètre  $D_{c_v} = 368$  mm.*

Description des variables	Symboles	Valeurs			Unités
<i>Bande 143 GHz <math>\pm</math> 30%</i>					
Longueurs d'ondes (mini \ centrale \ maxi)	$\lambda$	1,83	2,1	2,47	mm
Diamètre angulaire d'une tache à mi-hauteur	$\theta$	12,9	14,9	17,5	"
Nombre de taches sur le diamètre du champ de vue	N	20,1	17,5	14,9	
Nombre total de taches dans le champ de vue	$N_T$	317	240	173	
Diamètre d'une tache sur le plan focal du télescope	$D_{\theta,Fe}$	18,31	21,05	24,77	mm
<i>Bande 250 GHz <math>\pm</math> 30%</i>					
Longueurs d'ondes (mini \ centrale \ maxi)	$\lambda$	1,04	1,2	1,41	mm
Diamètre angulaire d'une tache à mi-hauteur	$\theta$	7,4	8,5	10,0	"
Nombre de taches sur le diamètre du champ de vue	N	35,2	30,6	26	
Nombre total de taches dans le champ de vue	$N_T$	972	735	531	
Diamètre d'une tache sur le plan focal du télescope	$D_{\theta,Fe}$	10,46	12,03	14,15	mm

La résolution du télescope n'est limitée que par les taches de diffraction car les diamètres des taches d'aberration sont plus petits. Ils sont en effet inférieurs ou égaux à 1,2 mm sur le meilleur plan focal (voir Tableau I-8). Les courbures des miroirs primaire et secondaire du télescope sont donc bien dimensionnées.

La question centrale dans l'étude de l'optique de reprise de la caméra est de savoir quel va être son influence sur les taches de diffraction et d'aberration ?

Le calcul du diamètre d'une tache de diffraction sur la matrice de bolomètre (c'est-à-dire sur le plan image de tout le système optique) peut se faire de deux manières différentes qui donnent le même résultat. Soit en divisant le diamètre de la matrice (qui n'est autre que l'image du champ de vue non vigneté à travers l'ensemble du système optique) par le nombre de taches de diffraction contenues dans le diamètre angulaire du champ de vue, soit, en calculant le diamètre de l'image à travers la lentille froide, d'une tache de diffraction se trouvant sur le plan focal du télescope. On trouve :

$$D_{\theta, D_i=91,6 \text{ mm}} = \left[ \frac{D_i}{N} = \frac{D_i}{cv} \cdot 1,03 \cdot \frac{\lambda}{D_1} \right] = \left[ -D_{\theta, Fe} \cdot \left( 1 + \frac{d_{fi}}{F_f} \right) \right] = \begin{cases} 5,24 \text{ mm, pour } \lambda = 2,1 \text{ mm} \\ 2,99 \text{ mm, pour } \lambda = 1,2 \text{ mm} \end{cases}$$

Équation I-23

Le deuxième calcul consiste à dire que l'optique de reprise fait l'image du plan focal du télescope sur la matrice. Mais il est important de garder à l'esprit que les interférences des ondes électromagnétiques ne sont pas bloquées au niveau du plan focal du télescope. Ce serait le cas si on plaçait un écran sur le plan focal ; seule l'information contenue dans le carré du module des amplitudes des ondes électromagnétiques serait gardée. Autrement dit la phase des ondes électromagnétiques serait mise à zéro et il faudrait tenir compte de nouvelles interférences créées par la diffraction due au diamètre fini de la lentille froide. Sur le plan image, le diamètre de la tache de diffraction due à la lentille froide est équivalent à celui de l'image de la tache de diffraction du télescope. En utilisant le produit de convolution qui décrit la répartition spatiale de l'intensité de l'image d'un objet quelconque à travers un système optique donné à partir de la réponse impulsionnelle du système (première équation du paragraphe I.2.3.1 des Annexes), on trouve que la combinaison de la diffraction due au télescope avec la diffraction due à la lentille froide forme sur une tache deux fois plus grande que dans l'Équation I-23. Le calcul exact de propagation des ondes électromagnétiques tout au long du trajet optique, se fait dans le cadre de l'optique de Fourier (voir Annexes), il aboutit au résultat simple que tant qu'il n'y a pas d'élément "tuant" la phase des ondes, la fonction d'éclairement de l'image d'un point objet est donnée par la seule diffraction due à la pupille du système optique. Sans optique de champ la pupille du système est limitée par la taille de la lentille froide, par contre l'utilisation de l'optique de champ forme l'image de la pupille du télescope sur la lentille et la pupille de l'ensemble du système reste le diamètre du miroir primaire. L'Équation I-23 donne alors la bonne taille pour les taches de diffraction.

D'après les formules d'échantillonnage à deux dimensions il faut un minimum de quatre échantillons pour reconstruire une tache de diffraction correctement (critère de Shannon-Nyquist). Pour atteindre la limite de résolution du télescope en un seul cliché, il faut donc en première approximation quatre pixels par tache, soit deux pixels par diamètre de tache. On en déduit le nombre de pixels et la longueur de leur cotés (dans le cas où leur forme est carrée) pour que la caméra bolométrique atteigne la résolution angulaire du télescope.

Tableau I-13. Nombre et longueur des cotés des pixels de la caméra.

Les valeurs données permettent d'atteindre la résolution angulaire du télescope tout en embrassant le champ de vue non vigneté. Nest l'ensemble des entiers positifs.

	$\lambda = 2,1 \text{ mm}$	$\lambda = 1,2 \text{ mm}$
$N_p = \min(N \geq 2N), \text{ avec } N \in \mathbb{N}$	35	62
$N_{p\_TOT} = N_p^2$	1225	3844
$L_p = D_i / N_p$	2,62 mm	1,48 mm

Évidemment, pour que les pixels puissent échantillonner correctement la tache de diffraction, il faut éviter que celle-ci ne soit diluée sur le plan image par les aberrations du système optique. Ce dernier doit donc être conçu en conséquence.

### III.2.3.2 Compromis entre aberrations et transmission.

Nous avons effectué l'étude précise des taches d'aberrations, au Laboratoire d'Astronomie Observationnelle de Grenoble avec Lasso, un logiciel spécialisé de tracé de rayons.

Le résultat de l'étude a montré qu'il était difficile d'avoir des taches d'aberration plus petites que les taches de diffraction en utilisant une seule lentille froide de diamètre inférieur à 100 mm. Nous avons alors testé plusieurs configurations possibles, comme l'utilisation de deux lentilles froides dont la combinaison permet de corriger en grande partie les aberrations, ou l'utilisation d'une seule lentille plus grande tout en gardant une fenêtre d'entrée du cryostat petite. Dans ce dernier cas l'astuce consiste à former l'image de la pupille du télescope (ou du miroir secondaire) sur la fenêtre d'entrée et de placer la lentille plus loin dans la chambre froide du cryostat. Dans tous les cas, les meilleurs résultats étaient obtenus avec des lentilles asphériques et non symétriques, c'est-à-dire que pour chaque lentille les deux dioptries étaient des paraboloides de révolution (surfaces coniques différentes d'une portion de sphère), avec des rayons de courbures non identiques. Nous présentons ci-dessous les dessins des systèmes optiques ainsi que les aberrations correspondantes sur le meilleur plan image pour deux des meilleurs résultats obtenus. Le meilleur plan image est placé légèrement en amont de l'image d'un point objet situé sur l'axe de visée, car à cause de la courbure des lentilles, l'emplacement des meilleurs points images forme une surface courbe (voir le dessin intitulé "Surface de meilleure focalisation" sur la Figure I-16) ; le meilleur plan image est le plan qui sectionne cette surface courbe à l'endroit où les aberrations en bord d'image et l'aberration au centre sont de tailles équivalentes.

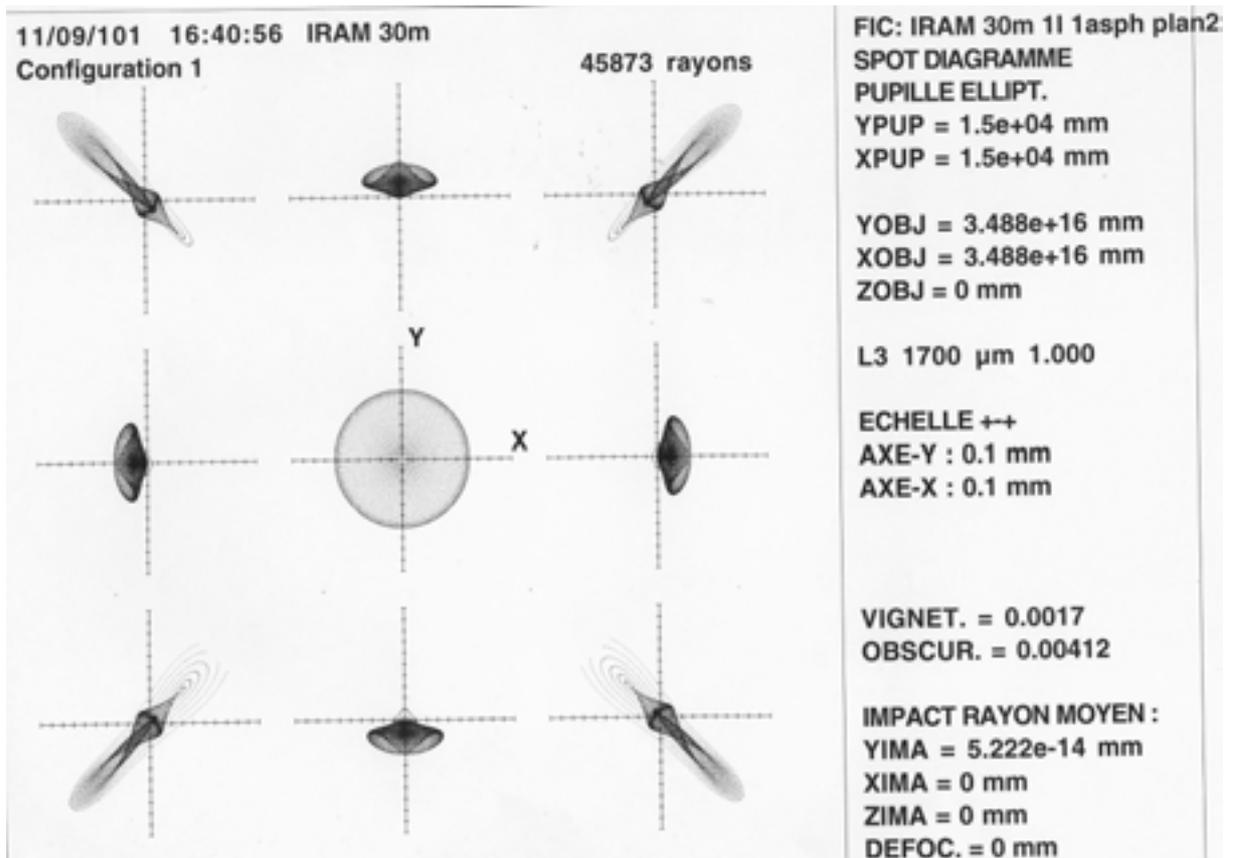
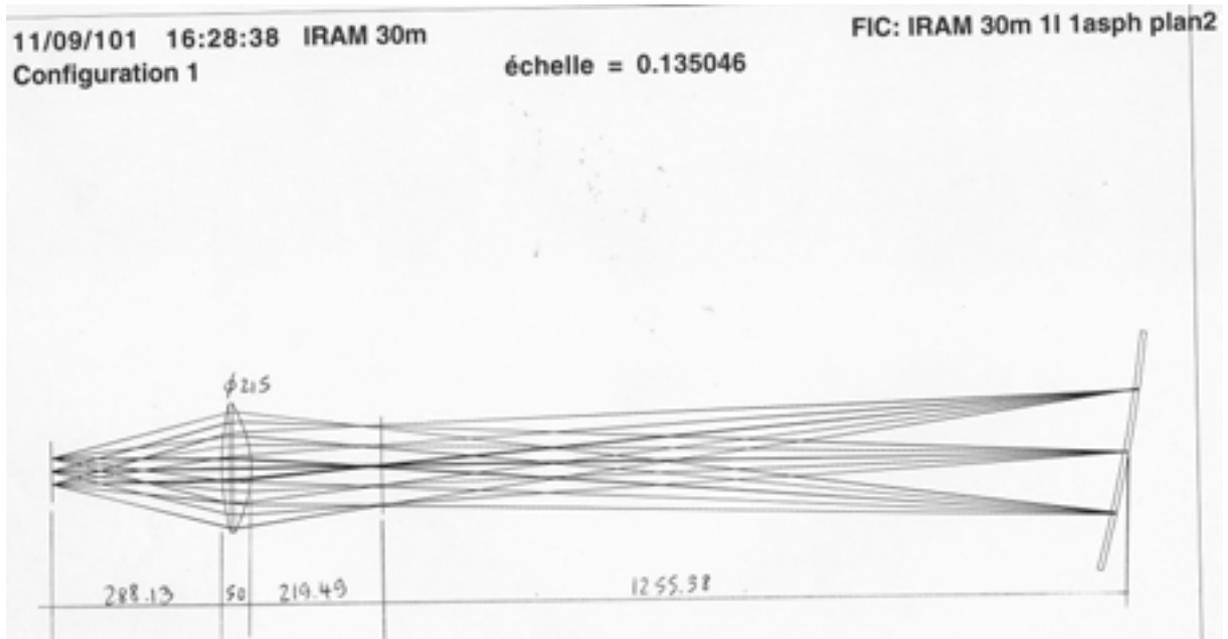


Figure I-22. Tracé de rayons d'une optique avec miroir de champ hors axe et lentille froide asphérique.

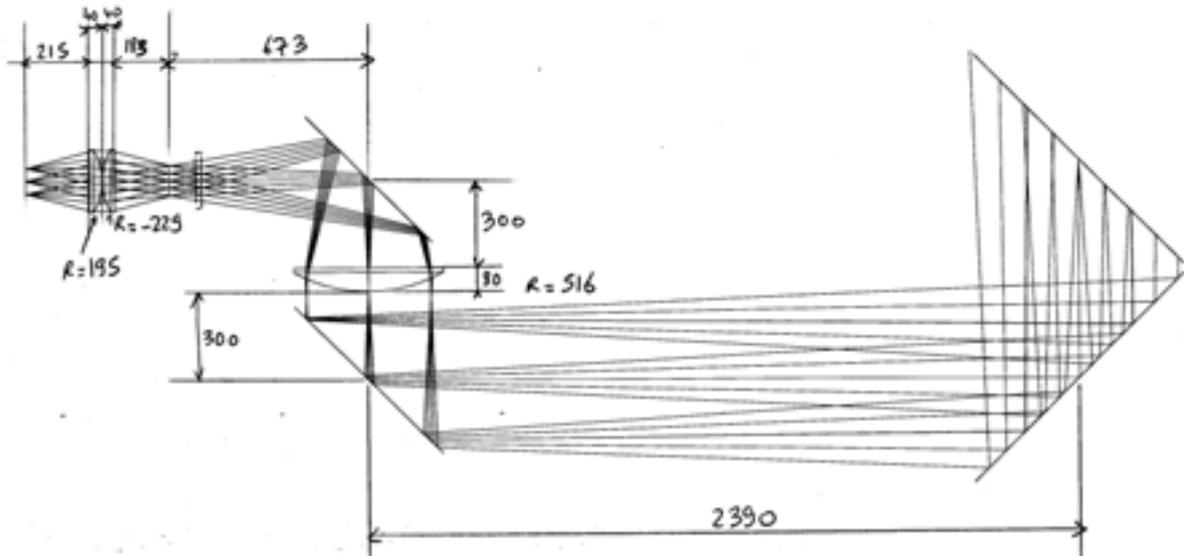
Il s'agit de la meilleure configuration optique obtenue avec ces éléments. Le deuxième dessin représente la forme des taches d'aberration aux bords de l'image (du champ de vue non vigneté) et au centre de l'image, sur le meilleur plan image. La taille des croix de repère est de 2 mm.

16/05/03 16:41:08  
Configuration 1

IRAM 30m focus

échelle = 0.0638896

FIC: IRAM 30m pml



16/05/03 16:42:02  
Configuration 1

IRAM 30m focus

5571 rayons

FIC: IRAM 30m pml

SPOT DIAGRAMME

PUPILLE ELLIPT.

YPUP = 15000 mm

XPUP = 15000 mm

YOBJ = 7.1497e+16 mm

XOBJ = 0 mm

ZOBJ = 0 mm

L3 2100  $\mu\text{m}$  1.000

ECHELLE ++

AXE-Y: 0.1 mm

AXE-X: 0.1 mm

VIGNET. = 0

OBSCUR. = 0

IMPACT RAYON MOYEN:

YIMA = 9.061e-14 mm

XIMA = 0 mm

ZIMA = 0 mm

DEFOC. = 0 mm

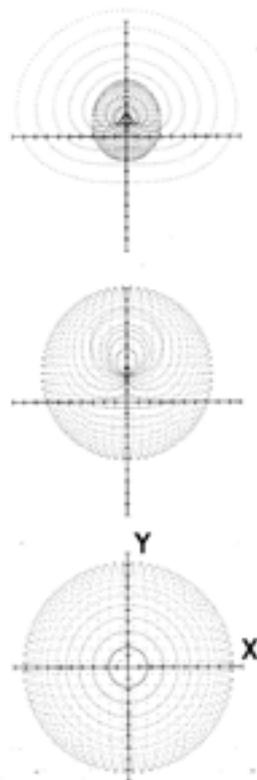


Figure I-23. Tracés de rayons d'une optique avec lentille de champ et double lentille froide asphérique. Les miroirs plans M3 et M4 du télescope sont représentés, ainsi que deux miroirs de replis de faisceau.

Ces derniers n'ont pas d'influence sur les rayons et permettent de résoudre les contraintes d'encombrement de la cabine. Le deuxième dessin représente la forme des taches d'aberration aux bords de l'image (du champ de vue non vigneté) et au centre de l'image, sur le meilleur plan image. La taille des croix de repère est de 2 mm.

Nous n'avons pas retenu les configurations avec deux lentilles froides séparées car elles entraînaient des tailles de chambre froide du cryostat non raisonnables.

Sur les dessins la position du plan focal ne correspond pas tout à fait à ce qui a été donné au paragraphe précédent car à l'époque du travail avec Lasso nous ne disposions pas encore des paramètres du miroir secondaire donnés par S.Navarro. Mais l'utilisation des bons paramètres ne change rien aux taches d'aberration, il n'y a que les distances entre objets optiques qui varient de quelques millimètres.

L'utilisation d'un seul miroir hors axe forme des taches d'aberration légèrement différentes entre le haut et le bas de l'image. L'utilisation d'une double lentille telle que celle représentée sur la Figure I-23 permet de minimiser la déformation des taches lorsqu'on s'éloigne du centre de l'image. Moins l'angle entre la normale à un dioptré et les rayons incidents change lorsqu'on s'éloigne du centre et moins les taches d'aberration seront changées. Par ailleurs l'utilisation d'une telle lentille permet d'obtenir un plan image moins courbe qu'avec une lentille ordinaire. Nous n'avons pas pu mener l'étude de l'optimisation de deux miroirs hors axes dans le cadre de la thèse, c'est la raison pour laquelle on utilise une lentille de champ dans la Figure I-23. Les miroirs hors axe sont symboliquement représentés par les miroirs plans de part et d'autre de la lentille.

En conclusion notre configuration préférée est celle avec deux miroirs hors axes et une double lentille froide dont les dioptrés les plus courbes sont placés en regard l'un de l'autre. Cette configuration permet en effet d'obtenir des aberrations de taille minimale et de forme assez homogène sur tout le plan image.

Il existe cependant une réserve pour l'utilisation de la double lentille : elle présente quatre dioptrés contre deux pour une lentille classique. Il nous faut quantifier la perte de transmission résultant des réflexions partielles sur les dioptrés pour savoir s'il est raisonnable d'utiliser une telle lentille du point de vue des critères photométriques.

Remarque : tous les calculs d'optique présentés ici sont effectués en considérant que le miroir primaire est la seule pupille du système optique. Cette hypothèse est vérifiée au premier ordre par les calculs de diaphragmes. Cependant pour les calculs exacts des taches de diffraction il faudrait tenir également compte des pupilles secondaires, autrement dit, il faut résoudre les équations de propagation des équations de Maxwell sur tout le trajet optique en utilisant le formalisme de l'optique de Fourier. Dans les Annexes le paragraphe I.2.1.3 présente le problème des champs de vue (diaphragmes, pupille et lucarnes) et le paragraphe I.2.2 traite de l'optique ondulatoire.

### III.3 Photométrie liée à l'instrument.

Afin de pouvoir calculer le bilan photométrique en terme de puissance de rayonnement reçue sur la matrice de bolomètre, il est nécessaire de connaître la façon dont se comporte le rayonnement électromagnétique à la rencontre des éléments du système optique. Nous ne parlerons pas des miroirs, étant donné qu'il a été montré et constaté depuis longtemps qu'il était possible de fabriquer des miroirs parfaitement réfléchissants (ou avec des pertes négligeables) pour des bandes de longueurs d'ondes données. Nous allons par contre nous intéresser aux lentilles et aux filtres qui permettent de sélectionner les bandes de fréquences que nous avons sélectionnées pour l'instrument. Les propriétés de transmission de ces éléments constituent les deux premiers paragraphes de l'étude photométrique présentée ici. Le bilan photométrique permettant d'évaluer les objectifs en sensibilité, en dynamique et en bruit des bolomètres de la caméra sera donné dans un troisième paragraphe.

### III.3.1 Transmission des ondes électromagnétiques à travers les diélectriques.

Le champ électrique dans la matière peut s'écrire comme la somme de deux termes :  $\vec{E} = \vec{E}_l + \vec{E}_p$ , où  $E_l$  représente le champ créé par les charges libres et  $E_p$  le champ créé par les charges localisées, dites de polarisation. La distribution de densité de charges localisées peut être volumique ou surfacique. Dans les deux cas la distribution peut s'écrire en fonction du vecteur de polarisation (qui représente la distribution volumique du moment dipolaire du diélectrique) :  $\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$  pour la distribution volumique ( $\vec{\nabla}$  est l'opérateur vectoriel de dérivée, voir dans les Annexes à la page 358 la note de bas de page numéro 70) et  $\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n}$  pour la distribution surfacique ( $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface du diélectrique). Le champ électrique total peut alors s'écrire sous la forme  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot V = \frac{1}{\epsilon_0} (\vec{D} - \vec{P})$ , où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $\vec{D}$  est le vecteur d'induction électrique. On a  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_l + \rho_p)$ . Au passage d'un milieu à un autre on observe la continuité de la composant tangentielle du champ électrique et la discontinuité de sa composante normale. Dans un milieu homogène linéaire et isotrope on a  $\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi_l \cdot \vec{E}$ , où  $\chi_l$  est la susceptibilité électrique du milieu, et,  $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot \vec{E}$ , où  $\epsilon$  est la permittivité du diélectrique et  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$  la constante diélectrique (pour un milieu quelconque cette dernière est représentée par un tenseur  $\bar{\epsilon}$ ). En écrivant le champ magnétique sous la forme  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ , où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide,  $H$  l'excitation magnétique et  $M$  l'aimantation du milieu, les équations de Maxwell (voir Équation IV-14 page 358) dans le diélectrique peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho_l & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

Elles conduisent à l'équation de propagation des ondes électromagnétique dans le milieu, qui peut s'écrire en termes de vecteurs d'ondes sous la forme :

$$\vec{k} \cdot (\vec{k} \cdot \vec{E}) - k^2 \cdot \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \epsilon \cdot \vec{E} = 0$$

Où  $\omega$  est la pulsation de l'onde,  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide et  $\vec{k}$  est un vecteur d'onde complexe :  $\vec{k} = \vec{k}' + i\vec{k}''$  (la composante imaginaire  $k''$  traduisant la dissipation de l'onde par le diélectrique). Cette équation de propagation permet d'écrire le champ électrique dans le milieu sous la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}(\vec{k}, \omega)}{2} \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t)} \cdot e^{-\vec{k}'' \cdot \vec{r}} + \frac{\vec{E}(\vec{k}, \omega)}{2} \cdot e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t)} \cdot e^{-\vec{k}'' \cdot \vec{r}}$$

À l'interface entre un milieu "1" et un milieu "2", en appelant  $x$  l'axe parallèle à l'interface et  $z$  l'axe perpendiculaire, et, si on repère l'onde incidente par l'indice  $i$ , l'onde réfléchi par l'indice  $r$  et l'onde transmise par l'indice  $t$ , la conservation de la quantité de mouvement impose les conditions suivantes sur les vecteurs d'ondes :

$$k_{i,x} = k_{r,x} = k_{t,x} \quad k_{r,z} = -k_{i,z} \quad k_{t,z} = \sqrt{k_t^2 - k_{i,x}^2}$$

$$k_i^2 = k_r^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1(\omega) \quad k_t^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2(\omega)$$

L'étude du bilan énergétique permet d'écrire relations de Fresnel, qui donnent les expressions des coefficients de transmission et de réflexions parallèles et transverses du champ électrique. Soit  $\theta_j$  l'angle entre le vecteur d'onde  $k_j$  et la normale à l'interface ( $k_{j,z} = k_j \cos \theta_j$ ), les coefficients sont usuellement exprimés en fonction des indices des milieux, définis par  $n^2(\omega) \equiv \varepsilon(\omega)$ .

$$r_{//} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \quad t_{//} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \quad t_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

Comme on l'a déjà évoqué au paragraphe I.2.2, l'intensité du rayonnement est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique ( $I \propto E^2$ ), on en déduit le rapport entre l'intensité incidente et l'intensité réfléchie à la traversée d'une interface :

$$r_i = \frac{I_r}{I_0} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

Équation I-24

Or pour qu'une lentille puisse dévier les rayonnements, la relation de Snell-Descartes ( $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ ) nous dit qu'il faut que l'indice du matériau qui compose la lentille doit être différent de celui du vide (ou de l'air), il y aura donc forcément des pertes à la traversée des dioptries.

La conclusion qui s'impose est qu'il est avantageux d'utiliser des miroirs à la place des lentilles lorsque les conditions le permettent. C'est en fait la raison principale pour laquelle nous avons choisi des miroirs de champ à la place d'une ou plusieurs lentilles. Pour l'optique permettant de réimager le plan focal du télescope sur la matrice, les conditions de conception de la chambre froide du cryostat nous imposent d'utiliser une lentille. Mais il faut pouvoir quantifier la perte subie lorsqu'on utilise une double lentille à quatre dioptrie plutôt qu'une lentille classique à deux dioptries, et, la perte due à la dispersion lors de la transmission dans la lentille. C'est ce que nous allons voir maintenant.

### III.3.2 Choix du matériau des lentilles, avantage des miroirs.

Une bonne estimation, relativement simple à déterminer, est la perte d'intensité (ou de puissance au centre de la lentille). Pour toutes les lentilles dont le diamètre est très inférieur à la distance focale l'épaisseur au centre peut s'écrire sous la forme (voir Annexes, III.2.2.2) :

$$e \cong \frac{D^2}{8F(n-1)}$$

Où  $D$  est le diamètre de la lentille,  $F$  sa focale,  $n$  son indice de réfraction et 1 l'indice de réfraction de l'air (ou du vide). Le lecteur intéressé pourra se rapporter à [Goldsmith, 98] pour les calculs exacts d'épaisseur de lentilles de diverses formes. On définit la fraction d'intensité perdue par unité de distance  $\alpha$ , de façon à ce que les intensités d'entrée et de sortie après avoir traversé une distance  $e$  dans la lentille soient liées par la relation  $I_s = I_E \exp(-\alpha \cdot e) = I_F \cdot t_l$  (voir définition l'opacité et interaction matière – rayonnement au paragraphe II.2.1.2). Le coefficient de transmission à travers la lentille et la fraction d'intensité perdue s'écrivent :

Discussion des différentes options possibles pour une application au 30 m de l'IRAM.

$$t_l = e^{-e\alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2\pi \cdot n \cdot \tan \delta}{\lambda_0} \quad \text{et} \quad \tan \delta \equiv \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

Équation I-25

Où  $\lambda_0 = c/v$  est la longueur d'onde dans l'espace libre (vide, air) et  $\tan \delta$  est la tangente de perte (très utilisée par les ingénieurs micro-ondes). Pour la plupart des matériaux, la tangente de perte, dépend fortement de la longueur d'onde. Il en est donc de même pour la fraction d'intensité perdue  $\alpha$ . Notons que cette dernière est généralement exprimée dans les tables de mesures en  $\text{cm}^{-1}$  ou en  $\text{Np} \cdot \text{cm}^{-1}$  (le Neper, Np, est utilisé en optique millimétrique comme unité de mesure de la puissance absorbée :  $1 \text{ Np} = 4,343 \text{ dB}$ ).

La dépendance en température de ces variables est souvent estimée à partir de la formule de Lorentz-Lorenz qui met en relation la densité du matériau avec la constante diélectrique :

$$\rho \propto \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}.$$

Nous avons utilisé les tables de J.W.Lambs [*Lambs, 96*] et celles fournies dans Quasi-Optical System [*Goldsmith, 98*], afin de choisir un matériau pour fabriquer la lentille froide, et, pour estimer le coefficient de réflexion et la transmission à travers les différents types de lentilles dont nous avons retenus au paragraphe précédent.

Les deux matériaux qui ont notre préférence sont le polyéthylène haute densité et le téflon. Ce sont les matériaux les plus utilisés pour les ondes millimétriques car ils présentent les indices de réfraction les plus proches de 1 dans ce domaine du spectre électromagnétique, tout en étant assez rigides pour être usinés (cette opération est tout de même délicate car ce sont des polymères qui restent tout de même bien plus mous que des métaux ou du verre). Le Tableau I-14 donne les indices de réfraction et les paramètres de réflexion et transmission de ces deux matériaux, pour différentes longueurs d'ondes et températures.

Tableau I-14. Indices de réfraction et tangentes de perte pour le polyéthylène et le téflon.

Ces matériaux ont été sélectionnés pour la fabrication de la lentille froide d'après la compilation de mesures expérimentales [*Lambs, 96*]. Les deux dernières colonnes sont les coefficients de réflexion sur les dioptries et d'absorption à travers une lentille de 5cm d'épaisseur (coefficients calculés à partir des autres données) ; ils donnent le pourcentage d'intensité perdue lors des réflexions et transmissions.

Matériau	$\nu$ [GHz]	T [K]	n	$\epsilon'$	$\tan \delta \cdot 10^4$	$r_l$ [%]	$1-t_l(5\text{cm})$ [%]
Polyéthylène (HDPE)	160	290	1,525	2,324	3,1	4,32	7,62
	300	290	1,425	2,325	3,9	3,07	16,03
	300	4,2	1,567	2,455		4,88	
Téflon (PTFE)	100	300	1,439	2,07	5,3	3,24	7,68
	100	4,8	1,44	2,07	-	3,25	
	140	300	1,439	2,07		3,24	
	200	300	1,439	2,08	6,2	3,24	24,46
	300	300	1,438	2,08	6,8	3,23	26,46
	300	4,8	1,44	2,07	-	3,25	

La perte d'intensité due à la dispersion lors de la traversée d'une lentille de 5 cm d'épaisseur est du même ordre de grandeur que la perte due aux réflexions sur les deux dioptries autant pour le téflon que pour le polyéthylène tant que  $\nu \leq 160 \text{ GHz}$ . Par contre pour des fréquences plus élevées la perte due à la dispersion dans la lentille domine et atteint un quart de puissance perdue !

Il apparaît clairement que pour l'optique de champ, l'utilisation de miroirs hors axes est extrêmement avantageuse par rapport à l'utilisation d'une lentille, qui serait relativement

épaisse compte tenu de la taille du champ de vue non vigneté au plan focal du télescope et des contraintes d'encombrement qui limitent la valeur de la focale de la lentille.

Par ailleurs, l'utilisation d'une lentille froide classique pour l'optique pupille est également plus avantageuse que la lentille double. Par exemple avec une lentille en Polyéthylène à 160 GHz et 290 K la fraction d'intensité transmise est de  $t_l(5)(1-r_l)^2 = 84,57 \%$  après la traversée des deux dioptré, alors que seule  $t_l(8)(1-r_l)^4 = 73,82 \%$  de l'intensité est transmise après la traversée de la lentille double à quatre dioptrés.

Nous avons donc intérêt à minimiser les épaisseurs des lentilles tout en gardant des aberrations acceptables. Notre configuration préférée est par conséquent une optique à deux miroirs hors axes (tels que ceux de la première colonne du Tableau I-11) associés à une lentille froide en polyéthylène de 5 cm d'épaisseur et 21,5 cm de diamètre (telle que celle de la Figure I-22).

### III.3.3 Filtres réels (DiaBolo).

Lorsque nous avons introduit les calculs de photométrie au sous-chapitre II.2, nous avons délimité les bandes de fréquence avec des filtres idéaux dont les fonctions de transmission étaient des portes parfaites de largeur  $\Delta\nu/\nu_c = 30 \%$ . En réalité la conception de filtres pour le millimétrique est très délicate, et aucune solution parfaitement satisfaisante n'a encore été apportée. Cela reste un sujet d'étude actuel.

Afin d'avoir une idée de l'influence de filtres réels sur la photométrie, nous avons cependant étudié la transmission de filtres conçus pour l'expérience Diabolo, qui est un instrument à bolomètres individuels pour le millimétrique développé en grande partie par l'équipe spatiale du CRTBT [Benoit et al., 00], qui a fonctionné de 1995 à 1999 aux observatoires de Testa Grigia et du Plateau de Bure. La raison de ce choix est que nous utilisons le cryostat Diabolo pour tester certains éléments de la caméra bolométrique. L'un de ces tests est l'électronique de lecture et de multiplexage (voir Partie III), un autre concerne les mesures de bruit des bolomètres en NbSi et le troisième une mesure de puissance rayonnée par un corps noir étalon (dont on reparlera à la fin de la Partie II). C'est dans le cadre de la préparation de ce test de corps noir que nous avons étudié les filtres de Diabolo.

Ces filtres sont placés dans des cornets intégrateurs (cônes de Winston) d'étendue de faisceau  $E = 16,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{sr}$ .

Les deux premières courbes de la Figure I-24 montrent les transmissions des filtres à 150 GHz et 250 GHz (les deux filtres correspondants aux bandes de fréquences qui nous intéressent pour la caméra) [Benoit et al., 00]. On constate que ces transmissions sont grossièrement des fonctions triangle de largeur totale  $\Delta\nu/\nu \approx 66 \%$  (donc d'aires équivalentes à celles de porte de largeur  $\Delta\nu/\nu \approx 30 \%$ ). Les deux courbes suivantes montrent la puissance totale transmise provenant de corps noirs dont la température est portée sur l'axe des ordonnées.

Discussion des différentes options possibles pour une application au 30 m de l'IRAM.

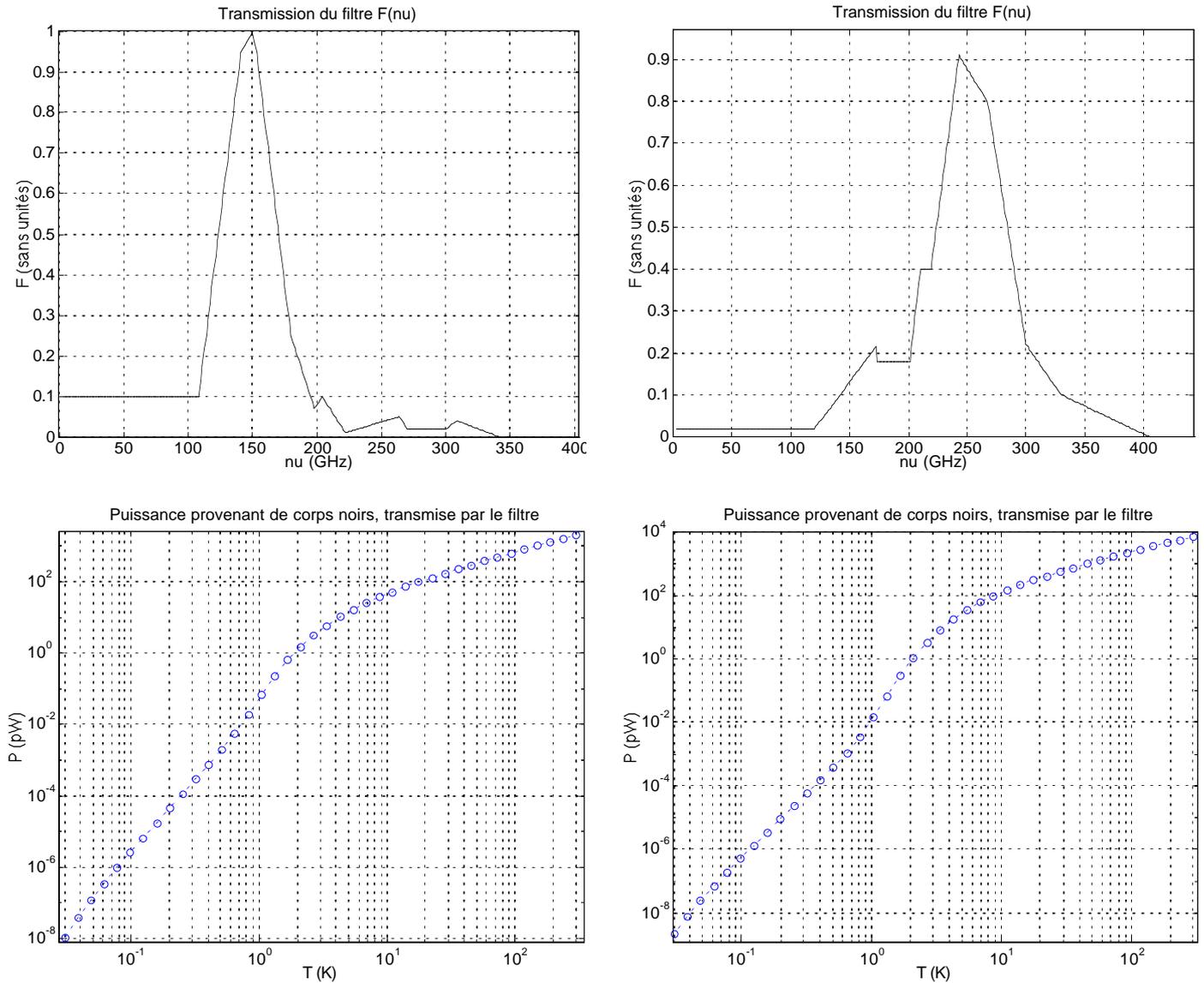


Figure I-24. Courbe de transmission des filtres de Diabolo et puissances totales transmises. Chaque point des courbes de puissances correspond à une température de corps noir différente.

Les puissances transmises sont calculées avec la formule suivante :

$$P(T) = E \cdot \sum_{i=1}^{280} (B(\nu_i, T) \cdot f(\nu_i) \cdot \delta\nu) \quad \text{avec} \quad \nu_1 = 3 \text{ GHz} ; \nu_{280} = 600 \text{ GHz} ; \delta\nu = 1,5 \text{ GHz}$$

Les pentes des courbes  $P(T)$  tendent vers des constantes :  $\lim_{T \gg 10K} \frac{dP}{dT} = \begin{cases} 7 \text{ pW / K @ } 150 \text{ GHz} \\ 25 \text{ pW / K @ } 250 \text{ GHz} \end{cases}$

Le Tableau I-15 donne les puissances totales transmises à travers les filtres pour sept corps noirs caractéristiques. Les températures des deux premiers et du cinquième (280K, 250 K et 2,725 K) correspondent aux températures des principaux objets étudiés pour l'étude de l'avant-projet de la caméra, c'est-à-dire la température du télescope, de l'atmosphère et du rayonnement fossile. Les températures des autres corps noirs (70 K, 4 K, 1 K et 0,1 K) correspondent aux températures typiques des étages froids que l'on trouve généralement dans les cryostats à dilution. Les puissances transmises sont calculées pour les filtres de Diabolo et à titre de comparaison, pour des portes de largeurs  $\Delta\nu/\nu = 30 \%$ .

## Études préliminaires de la caméra bolométrique.

*Tableau I-15. Puissances transmises à travers les filtres Diabolo et des fonctions Portes. Les portes ont des largeurs  $\Delta\nu/\nu = 30\%$ . On considère que l'étendue de faisceau du système est définie par des cornets optiques tels que  $E = 16,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{sr}$ . Les puissances sont calculées pour 7 températures caractéristiques de corps noir correspondant à celles des principaux objets entourant la caméra bolométrique.*

T [K]	P [pW] pour le filtre 150 GHz		P [pW] pour le filtre 243 GHz	
	Diabolo	Porte 30 %	Diabolo	Porte 30 %
280	1939	1443	6866	5935
250	1728	1286	6114	5286
70	463	347	1601	1391
4	8,83	7,34	14,9	14,2
2,725	3,361	2,833	3,664	3,506
1	0,056	0,03	0,011	0,003
0,1	$2,8 \cdot 10^{-6}$	0	$0,56 \cdot 10^{-6}$	0

La différence relative de puissance transmise ( $\Delta P/P$ ) est minimale pour la température du rayonnement fossile (15 % pour le filtre à 150 GHz et 4,3 % pour le filtre à 243 GHz), tend vers une constante en domaine Rayleigh-Jeans, c'est-à-dire pour  $T > 70 \text{ K}$  (25 % pour le filtre à 150 GHz et 13 % pour le filtre à 250 GHz), et diverge pour  $T < 2 \text{ K}$ . En valeurs absolues les ordres de grandeur des puissances transmises sont comparables entre les filtres Diabolo et les filtres portes parfait. Les différences relatives sont en réalité moins grandes que celles calculées ici car dans les fait Diabolo était utilisé avec une seconde paire de filtres dont la transmission globale aboutit à des puissances transmises totales légèrement inférieures. Nous ne les avons pas modélisés car la caméra bolométrique sera équipée d'autres filtres que ceux présentés ici. L'intérêt de ce paragraphe était de montrer qu'utiliser des filtres portes donnait des estimations correctes pour les puissances que nous recevrons sur la matrice, mais qu'il faudra tout de même tenir compte de la transmission exacte des filtres qui seront utilisés pour remonter aux brillances réelles.

### III.3.4 Bilan sur le plan focal.

Le Tableau I-16 résume les étapes principales des calculs de puissances reçues sur la matrice de bolomètres, qui vont permettre de définir les contraintes en termes de dynamique, de sensibilité et de bruit que l'on va fixer pour la conception des pixels. Les formules utilisées dans le tableau ont toutes été présentées au Chapitre II (voir Équation I-15 à Équation I-20) ainsi que dans les Annexes au Chapitre I, elles ne seront donc pas rappelées ici. Les commentaires et la conclusion sur les caractéristiques principales attendues pour les bolomètres de la caméra sont discutés après le tableau.

*Tableau I-16. Bilan des puissances de rayonnement et du bruit de photon attendus au 30 m de l'IRAM. Les valeurs sont données **pour l'étendue de faisceau effective** définie au paragraphe I.2.2.3 des Annexes. Les étendues d'un pixel et d'une tache d'Airy à mi-hauteur sont données pour pouvoir faire les conversions (on rappelle  $P \propto E$ ,  $NEP_1 \propto \sqrt{E}$  et  $NEP_2 \propto E$ ). Quelques valeurs de transmissions sont précisées, notamment pour montrer l'influence prédominante de l'atmosphère.*

Description des variables	Symboles	Valeurs		Unités
Bande spectrale (longueur d'onde \ fréquence)	$\lambda_c \setminus \nu_c$	1,2 \ 250	2,1 \ 143	mm \ GHz
Fonction filtre : $\Delta\nu/\nu_c = 30\%$	$\nu_{\min} ; \nu_{\text{Max}}$	212 ; 287	121 ; 164	GHz
Étendue de faisceau effective	$E_{\text{eff}} = \lambda_c^2$	$1,44 \cdot 10^{-6}$	$4,41 \cdot 10^{-6}$	$\text{m}^2 \cdot \text{sr}$

Discussion des différentes options possibles pour une application au 30 m de l'IRAM.

Étendue de faisceau d'une tache d'Airy à mi-hauteur	$E_{FWHM}=0,65 \cdot \lambda_c^2$	$9,42 \cdot 10^{-7}$	$2,89 \cdot 10^{-6}$	$m^2 \cdot sr$
Étendue de faisceau d'un pixel	$E_p = 0,16 \cdot \lambda_c^2$	$2,36 \cdot 10^{-7}$	$7,21 \cdot 10^{-7}$	$m^2 \cdot sr$
Efficacité du lobe principal	$eff_{LP}$	52	69	%
Transmission du télescope	$t_{tel}$	90	90	%
Transmission des filtres	$t_{filt}$	28	15	%
Transmission de la lentille	$t_{lent}$	85	85	%
Transmission de l'atmosphère à $\nu_c$ pour 1,4 et 7 mm vapeur d'eau	$t(\nu_c, 1/4/7)$	91 \ 70 \ 54	96 \ 88 \ 81	%
Transmission de l'atmosphère au bord des bandes	$t(\nu_{min}, 1/4/7)$ $t(\nu_{Max}, 1/4/7)$	92 \ 74 \ 60 87 \ 59 \ 40	89 \ 83 \ 77 94 \ 81 \ 69	% %
Puissance du télescope (T = 280 K)	$P_{tel}$	13	4	pW
Puissance de l'atmosphère (T = 250 K)	$P_{atmo}(1/4/7)$	10 \ 34 \ 52	2 \ 5 \ 7	pW
Puissance du rayonnement fossile (T = 2,725 K)	$P_{CMB}(1/4/7)$	59 \ 45 \ 35	76 \ 70 \ 64	fW
Puissance système optique $\approx$ corps noir T = 280 K, $\epsilon = 2\%$	$P_{op}$	11	7	pW
Puissance 1,6 K ( $\sigma T^4 \cdot S_p \cdot E_{eff}/E_p$ )	$P_{1,6K}$	5	16	pW
Puissance Totale (pour 1,4 et 7 mm de vapeur d'eau)	$P_{TOT}(1/4/7)$	41 \ 64 \ 82	28 \ 31 \ 33	pW
Puissance 1 K Rayleigh – Jeans dans $E_{eff}$ , $E_{FWHM}$ et $E_p$ (1 et 4 mm vp)	$P_{1KRJ}(1/4)_{E_{eff}}$ $P_{1KRJ}(1/4)_{E_{FWHM}}$ $P_{1KRJ}(1/4)_{E_p}$	400 \ 300 260 \ 200 65 \ 50	130 \ 120 85 \ 80 21 \ 19	fW
Puissance d'une source ponctuelle de flux 1 mJy (1 \ 4 mm vp)	$P_{1mJy}(1/4)$	5,3 \ 4,0	2,3 \ 2,1	$10^{-17} W$
Rapport $P_{1mJy}/P_{TOT}$ pour 1mJy contenu dans une tache d'Airy à mi-hauteur (1 \ 4 mm vp)	$r_{1mJy/TOT}(1/4)$	2,0 \ 1,0	1,2 \ 1,0	$10^{-6}$
NEP Photon poissonien (p) et bosonique (b) du télescope	$NEP_{p\_tel}(p/b)$	6,7 \ 7,0	2,8 \ 2,9	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$
NEP Photon (p) et (b) de l'atmosphère à 1, 4 et 7 mm de vapeur d'eau	$NEP_{p\_atmo1}(p/b)$ $NEP_{p\_atmo4}(p/b)$ $NEP_{p\_atmo7}(p/b)$	6,0 \ 5,7 10 \ 19 13 \ 28	1,9 \ 1,3 3,0 \ 3,3 3,8 \ 5,3	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$
NEP Photon (p) du rayonnement fossile (NEP Photon (b) est 10 fois plus faible)	$NEP_{p\_cmb1}(p)$ $NEP_{p\_cmb4}(p)$ $NEP_{p\_cmb7}(p)$	0,44 0,38 0,33	0,34 0,29 0,26	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$
NEP Photon (p) et (b) du système optique	$NEP_{p\_opt}(p/b)$	6,2 \ 6,0	3,6 \ 4,6	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$
NEP Photon (p) et (b) total, à 1, 4 et 7 mm de vapeur d'eau	$NEP_{pTOT1}(p/b)$ $NEP_{pTOT4}(p/b)$ $NEP_{pTOT7}(p/b)$	11 \ 19 14 \ 32 16 \ 41	5 \ 9 5,5 \ 11 6 \ 13	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$
NEP Totale avec un instrument ayant un bruit 50 % plus faible que le bruit de photon	$NEP_{TOT1}$ $NEP_{TOT4}$	24 40	11 14	$10^{-17} W/\sqrt{Hz}$

Études préliminaires de la caméra bolométrique.

NEP Totale à 1 et 4 mm de vapeur d'eau, pour 1 tache d'Airy à mi-hauteur	NEP <sub>TOT1</sub> NEP <sub>TOT4</sub>	17 27	8 9	$10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$
NET tache d'Airy à mi-hauteur	NET <sub>Airy 1/4</sub>	410 \ 850	590 \ 770	$\mu\text{K} \cdot \sqrt{\text{s}}$
NEFD tache d'Airy à mi-hauteur	NEFD <sub>Airy 1/4</sub>	1,0 \ 2,2	1,5 \ 2,0	$\text{mJy} \cdot \sqrt{\text{s}}$
Temps pour détecteur une source de 1mJy à 1 $\sigma$ (avec 4 pixels) (voir formule du temps plus bas)	$\tau_{1\text{mJy}1}$ $\tau_{1\text{mJy}4}$	5 22	6 10	s

Il ressort de ce tableau que les puissances des signaux parasites sont bien plus élevées que les puissances des objets astrophysiques auxquels on va typiquement s'intéresser. Ces puissances varient en effets dans un rapport allant de 300 à 2000 suivant la bande de fréquence et les conditions atmosphériques ! Ce rapport augmente de façon spectaculaire si on prend en compte le fait que l'on voudra non seulement détecter des sources comme le rayonnement fossile, mais aussi on voudra être capable d'en quantifier les fluctuations (aux échelles angulaires accessibles à la caméra seules les anisotropies secondaires du type effet SZ seront mesurables, les anisotropies primaires seront trop grandes par rapport au champ de vue et le rayonnement fossile seul apparaîtra comme parfaitement uniforme). Autrement dit, les pixels de la caméra devront être sensibles à des fluctuations de l'ordre de  $10^{-7} \text{ pW}$  noyées dans un rayonnement de fond de l'ordre de  $10 \text{ pW}$  (pour un pixel  $P_{\text{cmb1}}(250\text{GHz}) = 10 \text{ fW}$  et  $P_{\text{cmb1}}(143\text{GHz}) = 13 \text{ fW}$  alors que  $P_{\text{TOT1}}(250\text{GHz}) = 7 \text{ pW}$  et  $P_{\text{TOT1}}(143\text{GHz}) = 5 \text{ pW}$ ). Heureusement les signaux parasites produisent en majeure partie un éclairage uniforme dans le champ de vue et ont des spectres de rayonnement différents des objets astrophysiques qui nous intéressent. On pourra donc jouer sur la soustraction de champs voisins et de couleurs d'un même champ (images du même endroit prise dans chacune des deux bandes de fréquences) pour pouvoir détecter les petites fluctuations au milieu d'un fond brillant. On peut montrer, et l'expérience des instruments actuels le confirme, qu'il est possible d'atteindre une telle sensibilité avec cette dynamique de  $10^8$  décades imposée par les puissances reçues. Comme on le verra dans la deuxième partie ceci est d'autant plus accessible avec les bolomètres que l'on peut définir un point de fonctionnement relatif et regarder les fluctuations autour de ce point d'équilibre (c'est-à-dire que l'on va dimensionner le bolomètre et son bain thermique de façon à ce que le maximum de sensibilité soit atteint pour une puissance de rayonnement de fond donnée).

Notons que la méthode de mesure décrite ici nécessite d'étalonner la réponse des bolomètres par rapport aux puissances de rayonnement reçues. On effectue pour cela une mesure dite de "flat field", qui consiste à éclairer la matrice avec une source étendue qui couvre tout le champ de vue avec un éclairage uniforme. Cette opération donne accès à l'homogénéité entre les pixels ; elle est nécessaire non seulement pour produire des images avec une échelle d'intensité identique pour chaque pixel mais aussi pour effectuer les opérations de déconvolution, comme la soustraction de signaux mesurés par des pixels distincts, utilisée pour s'affranchir du bruit de ciel.

La seconde information importante du Tableau I-16 est la puissance équivalente de bruit reçue. La définition précise de la NEP est donnée dans la Partie II au paragraphe I.3.1.1. À ce stade du mémoire la définition donnée à l'Équation I-18 page 63 est suffisante. Elle signifie que la variable NEP quantifie les fluctuations de puissances dues à l'arrivée des photons par "bouffées", par rapport à la largeur de la bande passante de ce processus aléatoire d'arrivée. Or comme on l'a déjà dit, cette bande passante est liée au temps d'intégration  $\tau$  par la relation

simple  $B = 1/2 \tau$ . Le temps d'intégration nécessaire pour obtenir un rapport signal sur bruit  $\sigma$  peut s'écrire pour une puissance  $P$  ou pour un flux reçu  $F$  :

$$\tau_P = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma \cdot NEP_{TOT}}{P} \right)^2 \quad \text{ou} \quad \tau_F = \left( \frac{\sigma \cdot NEFD}{(e_{lp}) \cdot F} \right)^2$$

Équation I-26

Où  $e_{lp}$  est l'efficacité du lobe principal du télescope, qui doit être prise en compte si la source observée est ponctuelle mais pas si elle est étendue. Notons que le calcul de la puissance  $P$  inclut cette prise en compte de  $e_{lp}$  (voir par exemple l'Équation I-17 page 61). Par ailleurs selon la définition que nous en avons donnée au paragraphe II.2.4.3, la NEFD tient déjà compte du terme 1/2 de repliement de bande qui se trouve dans l'expression de  $\tau_P$ .

Quand on tient compte de l'étendue de faisceau d'un pixel et que l'on considère que le bruit de l'instrument vaut la moitié du bruit de photon (voir remarque en fin de paragraphe), on calcule que la puissance équivalente de bruit totale est de l'ordre de  $NEP_{TOTp} = 6 \cdot 10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$  ( $\pm 3 \cdot 10^{-17}$  suivant la bande spectrale et les conditions atmosphériques).

Le rayonnement fossile fait arriver sur le pixel une puissance de l'ordre de  $10^{-14} \text{ W}$ . Il s'agit d'un rayonnement parasite par rapport aux sources que l'on cherche à détecter avec la caméra (on rappelle que pour les échelles angulaires auxquelles la caméra aura accès, les fluctuations primordiales du rayonnement fossile sont pratiquement nulles et celui-ci apparaît comme un fond parfaitement uniforme). Imaginons que les plus petites variations de puissance que l'on souhaite détecter soient de l'ordre de  $10^{-5}$  par rapport au rayonnement fossile, la puissance correspondante sur un pixel est alors de  $P_{min} \approx 10^{-19} \text{ W}$ . Cette puissance est utilisée à titre indicatif dans le tableau des temps d'intégration ci-dessous ; en pratique on cherchera à détecter plutôt des sources ponctuelle de l'ordre de 1 mJy, soit 0,25 mJy sur un pixel (4 pixels par tache de diffraction), ce qui correspond à une puissance sur le pixel de  $P_{typique} \approx 10^{-17} \text{ W}$ .

Tableau I-17. Temps d'intégration pour détecter trois puissances caractéristiques.

Les temps dépendent du rapport signal sur bruit  $\sigma$  recherché sur un seul pixel, à raison de quatre pixels par tache de diffraction et pour un détecteur parfait limité uniquement par le bruit de photon. Unités :  $j = \text{jours}$ ,  $h = \text{heures}$ ,  $\mu s = 10^{-6} \text{ secondes}$ . La troisième ligne donne le rapport signal sur bruit obtenu pour deux temps d'intégration caractéristiques.

Puissance à détecter sur un pixel (1/4 de tache d'Airy)	$10^{-19} \text{ W}$	$10^{-17} \text{ W}$	$10^{-14} \text{ W}$
Temps d'intégration pour obtenir un rapport $S/B = \sigma$	$2 \cdot \sigma^2 \text{ j}$	$20 \cdot \sigma^2 \text{ s}$	$20 \cdot \sigma^2 \mu s$
$S/B$ obtenu au bout de 1 seconde d'intégration	0,002	0,24	235
$S/B$ obtenu au bout de 10 heures d'intégration	0,45	45	45000

La première valeur du Tableau I-17 n'est pas aussi dramatique qu'elle en a l'air car elle donne le temps nécessaire pour détecter une puissance minimale très faible sur un seul pixel. Comme on le voit sur le tableau, ce temps diminue très fortement avec la puissance à détecter. Mais il diminue aussi assez fortement avec le nombre de pixels que l'on peut utiliser pour améliorer la statistique, lorsque les sources sont suffisamment étendues.

Si on utilise les signaux reçus par  $N$  pixels, l'étendue de faisceau étant proportionnelle à  $N$  ( $E = S_{Npix} \cdot \Omega_{tel} = N \cdot S_{px} \cdot \Omega_{tel}$ ), le rapport signal sur bruit va être proportionnel à  $\sqrt{N}$  à partir du moment où  $N$  occupe une surface sensiblement plus grande que la tache de diffraction.

Lorsque les  $N$  pixels occupent une surface équivalente ou plus petite que la tache (pour  $N \leq 4$  dans le cas de la caméra), deux cas limites se présentent. Soit le bruit de photon "poissonien" domine (rayonnement hautes fréquences) et le rapport signal sur bruit continue à être

proportionnel à  $\sqrt{N}$ , soit le bruit de photon "bosonique" domine (rayonnement basses fréquences) et le rapport signal sur bruit est indépendant de  $N$  (interférences des photons dans la tache). Dans le domaine millimétrique, on se trouve dans une configuration intermédiaire et on ne peut pas factoriser facilement la dépendance en nombre de pixels.

Cela dit, lorsque qu'une source est suffisamment étendue et que l'on peut utiliser plusieurs dizaines de pixels, le temps nécessaire pour détecter cette source est dans tous les cas  $\tau_1 = \tau_N/N$  (en appelant  $\tau_1$  le temps nécessaire à la détection de la source avec un seul pixel).

Par exemple une structure dont l'image s'étend sur 36 pixels et dont la différence de puissance avec le fond est de  $10^{-19}$  W, est détectable en moins de 1,5 heures avec un rapport signal sur bruit de 1.

Pour une source ponctuelle, il y a au minimum quatre pixels impliqués dans sa détection. Dans le cas les deux bruit de photons sont égaux, le temps pour détecter une puissance donnée avec un nombre  $N$  de pixels occupant une surface plus petite que la tache de diffraction vaut

alors  $\frac{\tau_N}{\tau_1} = \left( \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_N} \right) \frac{NEP_N}{NEP_1} \cdot \frac{P_1}{P_N} \right)^2 = \frac{N + N^2}{2} \cdot \frac{1}{N^2}$  et avec  $2 \times 2 = 4$  pixels il faut par conséquent

$\tau_4 \approx \tau_1/1,6 = 1,25$  jour pour détecteur une tache de  $10^{-19}$  W avec un signal sur bruit de 1.

Nos calculs montrent que les valeurs des bruits de photons poissoniens et bosoniques ne sont pas tout à fait égaux, mais l'erreur commise en utilisant l'approximation  $\tau_1/\tau_4 \approx 1,6$  est au maximum de 10 % ; cette erreur dépend de la longueur d'onde et de la quantité d'eau précipitable dans l'atmosphère (notée "mm vp" dans le tableau).

Entre  $3 \times 3$  et  $5 \times 5$  pixels on se trouve dans la zone intermédiaire où la diffraction n'est ni dominante ni négligeable (en terme d'étendue de faisceau de l'ensemble des pixels utilisés pour la détection d'une structure donnée on ne peut écrire ni  $E \ll \lambda$  ni  $E \gg \lambda$ ) et la dépendance du bruit de photon bosonique avec le nombre de pixels glisse de  $N$  à  $\sqrt{N}$ . D'où la difficulté de factoriser simplement la dépendance du temps d'intégration ou du signal sur bruit en fonction de  $N$ . Pour de plus amples informations sur le comportement du bruit de photon bosonique, nous invitons le lecteur à consulter le paragraphe I.3.3 des Annexes, notamment la Figure IV-7 page 373, qui montre la variation du facteur de cohérence du bruit bosonique avec le paramètre d'échelle entre source et détecteur.

Dans la discussion que l'on vient de présenter on regarde l'évolution du temps d'intégration pour détecter une puissance donnée en fonction du nombre de pixels utilisés. Mais on peut aussi discuter de l'influence du nombre de pixels utilisés en terme de gain du signal sur bruit pour un temps d'intégration fixé. Ainsi pour  $N > 5 \times 5$  pixels on a  $\sigma_N = \sigma_1 \cdot \sqrt{N}$  (avec  $\tau_N = \tau_1$ ).

Pour  $N \leq 2 \times 2$  pixels on a  $\sigma_N = \sigma_1 \cdot \sqrt{N}$  quand le bruit de photon poissonien est dominant,  $\sigma_N = \sigma_1$  quand le bruit de photon bosonique est dominant (pixels complètement corrélés) et

$\sigma_N = \sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{2N^2}{N + N^2}}$  quand les deux sont égaux. Pour  $3 \times 3$  pixels  $\leq N \leq 5 \times 5$  pixels on a

$\sigma_N = \sigma_1 \cdot d(v, N) \cdot \sqrt{N}$  où  $d(v, N)$  est un paramètre variable qui permet de faire le lien entre les différents cas de figure (ce paramètre dépend du facteur de cohérence du bruit bosonique  $\Delta(v)$ , qui est défini dans le sous-chapitre I.3 des Annexes).

On rappelle que l'objectif poursuivit dans la conception de la caméra bolométrique est de n'être limité que par le bruit de photon ; il faudra que la somme quadratique de tous les autres bruits (dont nous parlerons dans la Partie II au sous-chapitre I.3, et, dans la Partie III au Chapitre I) soit très inférieure à celle-ci. Typiquement on voudra que :

$$NEP_{TOT}^2 = \left( NEP_{TOT\_Photon}^2 + NEP_{TOT\_Instrument}^2 \right) \leq 1,5 \cdot NEP_{TOT\_Photon}^2$$

Il s'agit d'un objectif relativement ambitieux, puisque avec un tel instrument on sera capable de détecter environ une galaxie à haut redshift par heure (en comptant une densité de flux typique de 3 mJy pour ce genre d'objets ponctuels), alors que les meilleurs instruments actuels ont besoin de plusieurs dizaines d'heures.

### III.4 Résumé : contraintes et objectif de la caméra bolométrique.

Le tableau ci-dessous présente un résumé des résultats de l'étude de l'avant-projet de la caméra bolométrique. Les caractéristiques principales du télescope et les résultats des calculs d'optiques et de photométrie sont donnés. Le tableau est suivi d'une liste de caractéristiques essentielles de l'instrument, et pour conclure cette partie du mémoire, d'une description des avantages qu'offrira la caméra par rapport aux meilleurs instruments existant à l'heure actuelle.

Les deux dernières lignes du tableau donnent les sensibilités par pixel en terme de fluctuation de température sur le rayonnement fossile pour une seconde d'intégration et en terme de paramètre de comptonisation SZ équivalent :

$$\Delta T_{CMB} = \frac{T_{RJ}}{U_{CMB}^2 \cdot \exp(-X_{CMB})} \quad \text{où} \quad \begin{cases} T_{RJ} = \frac{NET}{\sqrt{\tau = 1s}} \\ X_{CMB} = \frac{h \cdot \nu_c}{k_B \cdot T_{CMB}} \\ U_{CMB} = \frac{X_{CMB}}{\exp X_{CMB} - 1} \end{cases}$$

$$y_{SZeq} = \frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB} \cdot \left( X_{CMB} \cdot \frac{1 + \exp(-X_{CMB})}{1 - \exp(-X_{CMB})} - 4 \right)}$$

Le terme  $T_{RJ}$  est la température Rayleigh-Jeans équivalente détectée pour une seconde d'intégration (voir Équation I-21 page 65 pour l'expression de la NET), le terme  $X_{CMB}$  représente l'énergie réduite du rayonnement fossile et  $U_{CMB}$  son rapport brillance réelle sur brillance Rayleigh-Jeans (voir Annexes, I.3.4 pour plus de détails sur ces termes). Voir [Desert, 00] pour la démarche permettant d'aboutir à la formule du  $y_{SZeq}$ .

Tableau I-18. Résumé des résultats de l'étude de l'avant-projet de caméra bolométrique. Toutes les descriptions annotées avec un astérisque (\*) signifient que le calcul a été effectué pour 1 pixel et 1 mm de vapeur d'eau pour la quantité d'eau précipitable dans l'atmosphère.

Description des variables	Noms des variables, valeurs et unités
Télescope	
Diamètre du primaire (de la pupille)	D = 30 m
Focale équivalente	Fe = 192 m
Ouverture du télescope	$\alpha_t = 9,73$
Diamètre angulaire du champ de vue non vigneté	$\alpha_v = 260'' (= 4'20'' = 1,26 \text{ mrd})$
Diamètre angulaire d'une tache de diffraction à mi-hauteur à 250 GHz et à 143 GHz	$\theta_{250} = 8,5'' \setminus \theta_{143} = 14,9''$
Distance miroir 4 – foyer	$d_{4Fe} = 2950 \text{ mm}$
Optique de champ	
Distance miroir 4 – miroir a	$d_{4a} = 1300 \text{ mm}$

Études préliminaires de la caméra bolométrique.

Distance miroir a – miroir b	$d_{ab} = 1501 \setminus 2801 \text{ mm}$
Distance miroir b – fenêtre d'entrée	$d_{bf} = 602,5 \setminus 1815,2 \text{ mm}$
Focale équivalente optique de champ (oc)	$F_{oc} = 902 \text{ m}$
Focale équivalente télescope + (oc)	$F_{toc} = 386 \text{ m}$
Diamètre de la fenêtre	$D_f = 98 \text{ mm}$
Optique froide	
Distance fenêtre lentille froide	$d_{ff} = 0 \text{ mm}$
Diamètre lentille froide	$D_{lf} = 98 \text{ mm}$
Focale lentille froide	$F_{lf} = 196 \text{ mm}$
Ouverture lentille froide	$o_{lf} = 2$
Distance lentille froide – matrice	$d_{fi} = 232,9 \text{ mm}$
Image (sur la matrice)	
Taille du champ de vue non vigneté	$D_{cvi} = 91,6 \text{ mm}$
Bandes spectrales choisies : longueurs d'ondes et fréquences centrales correspondantes	$\lambda_{c1} = 1,2 \text{ mm} \setminus \lambda_{c2} = 2,1 \text{ mm}$ $\nu_{c1} = 250 \text{ GHz} \setminus \nu_{c2} = 143 \text{ GHz}$
Fréquences minimales et maximales des bandes	$\nu_{Max1} = 287 \text{ GHz} \setminus \nu_{Max2} = 164 \text{ GHz}$ $\nu_{min1} = 212 \text{ GHz} \setminus \nu_{min2} = 121 \text{ GHz}$
Diamètre des taches à mi-hauteurs	$d_1 = 3,0 \text{ mm} \setminus d_2 = 5,2 \text{ mm}$
Nombre total de taches jointives dans le champ de vue non vigneté au centre de bande (et aux extremums)	$N_1 = 735 (531 < N < 972)$ $N_2 = 240 (173 < N < 317)$
Nombres de pixels (4 par tache à mi-hauteur)	$N_{p1}^2 = 62 \times 62 \setminus N_{p2}^2 = 35 \times 35$
Puissance totale (*) (atmosphère + télescope + optique + rayonnement fossile)	$P_{T1} = 6,6 \text{ pW} \setminus P_{T2} = 4,6 \text{ pW}$
Puissance du rayonnement fossile (*)	$P_{CMB1} = 9,7 \text{ fW} \setminus P_{CMB2} = 12,5 \text{ fW}$
Puissance (*) d'une galaxie de $10^{12} L_{\odot}$ (luminosité solaire), soit un flux de 1 mJy au total (objet ponctuel : 0,25 mJy sur 1 pixel)	$P_{1mJy1} = 0,62 \cdot 10^{-17} \text{ W}$ $P_{1mJy2} = 0,27 \cdot 10^{-17} \text{ W}$
Puissance équivalente totale du bruit de photon (*)	$NEP_{\text{photon1}} = 5,4 \cdot 10^{-17} \text{ W} / \sqrt{\text{Hz}}$ $NEP_{\text{photon2}} = 2,5 \cdot 10^{-17} \text{ W} / \sqrt{\text{Hz}}$
Température équivalente de bruit de photon pour une puissance de 1K Rayleigh-Jeans (*)	$NET_{1KRJ1} = 583 \mu\text{K} \cdot \sqrt{s}$ $NET_{1KRJ2} = 824 \mu\text{K} \cdot \sqrt{s}$
Densité de flux équivalente (*)	$NEFD_1 = 1,5 \text{ mJy} \cdot \sqrt{s}$ $NEFD_2 = 2,1 \text{ mJy} \cdot \sqrt{s}$
Temps d'intégration pour détecter une puissance égale au rayonnement fossile à $5\sigma$ (*)	$\tau_{CMB1} = 420 \mu\text{s}$ $\tau_{CMB2} = 55 \mu\text{s}$
Temps nécessaire pour détecter la galaxie à $10^{12} L_{\odot}$ à $5\sigma$ (4 pixels en jeu car galaxie "ponctuelle", 1 mm vp)	$\tau_{1mJy1} = 110 \text{ s}$ $\tau_{1mJy2} = 130 \text{ s}$
Sensibilité en terme de fluctuation de $T_{CMB}$ (*)	$\Delta T_{CMB1} = 2,4 \text{ mK}_{RJ}$ $\Delta T_{CMB2} = 1,4 \text{ mK}_{RJ}$
Sensibilité en terme de paramètre de comptonisation (*)	$y_{SZ1} = 1700 \setminus y_{SZ2} = -500$

La notation (\*) dans le tableau signifie que les calculs sont effectués pour 1 pixel et 1 mm de vapeur d'eau précipitable dans l'atmosphère.

Remarque : les calculs des temps d'intégration prennent en compte une NEP instrumentale désirée deux fois plus faible que la NEP de photon (objectif défini au paragraphe précédent).

Outre les caractéristiques ci-dessus, la caméra bolométrique aura les particularités suivantes :

- L'ensemble de l'instrument sera placé dans un cryostat à dilution  $^3\text{He}-^4\text{He}$  qui refroidira la matrice de bolomètre à 100 mK. Le refroidissement de l'enceinte et l'utilisation de baffles froids permet de minimiser le rayonnement parasite provenant de l'environnement proche de l'instrument, et, comme on le verra dans la Partie II, les très basses températures permettent d'optimiser la sensibilité des détecteurs.
- Un bon couplage entre le rayonnement incident et les absorbeurs des bolomètres est nécessaire. L'utilisation d'antennes lithographiées spécialement étudiées pour l'instrument devrait permettre d'atteindre une absorption de l'ordre de 90 %.
- Les thermomètres des bolomètres devront être les plus sensibles possible dans les plages de fonctionnement de l'instrument et devront présenter des seuils de bruit négligeables par rapport au bruit de photon. L'étude du Niobium-Silicium comme matériau thermométrique est présentée dans la Partie II au Chapitre II. La fabrication, les tests électriques et la caractérisation d'échantillons a constitué la partie la plus importante du travail de thèse.
- L'objectif de n'être dominé que par le bruit de photon nécessitera l'utilisation d'une électronique refroidie de façon à passer en dessous des seuils de bruit qui sont intrinsèquement présents dans tous les systèmes électroniques fonctionnant à température ambiante. En plus de présenter des niveaux de bruit très bas, l'électronique refroidie devra permettre la détection de signaux très faibles par rapport au signal total engendré par la somme des rayonnements absorbés par les bolomètres. L'utilisation de préamplificateurs à base de transistors FET refroidis permet d'atteindre cet objectif. Une solution sera présentée dans la Partie III du mémoire.
- Enfin, le grand nombre de détecteurs nécessitera d'utiliser un système de multiplexage à basse température qui permette de minimiser le nombre de fils électriques allant de l'étage de la dilution à 100 mK jusqu'à l'étage d'amplification finale et d'enregistrement des données à température ambiante. L'objectif de ce multiplexage est double. Non seulement il permet de minimiser l'encombrement qui résulterait de la présence de milliers de fils si les bolomètres n'étaient pas multiplexés. Mais surtout il permet d'éviter une fuite thermique de l'étage froid vers l'étage à température ambiante qui nécessiterait une grande puissance froide de la part du cryostat et qui apporterait des fluctuations thermiques dans la dilution qui se solderait par un bruit supplémentaire extrêmement gênant pour les signaux détectés. L'étude et les tests de solutions pour le multiplexage a été un des travaux effectués pendant la thèse, il est présenté dans la Partie III.

Concevoir une caméra bolométrique présentant un bruit inférieur au bruit de photon et dont le plan focal est constitué d'une matrice comportant un grand nombre de détecteurs jointifs conçus par un procédé de fabrication collective, offre de nombreux avantages par rapport aux instruments actuels réalisés avec un assemblage de bolomètres individuels. Le nombre de pixels peut être multiplié par un facteur 10 à 100, ce qui permet d'atteindre les limites instrumentales offertes par les radiotélescopes actuels. La comparaison avec les instruments actuels se présente sous différents aspects :

- Le facteur de remplissage peut passer de 40 % lorsque les bolomètres sont utilisés avec des cornets à 90 % lorsque les bolomètres sont réalisés en matrice sans cornets.
- Lorsque le procédé de réalisation collective des bolomètres sera bien maîtrisé le coût de fabrication par bolomètre sera réduit de plus d'un ordre de grandeur par rapport aux réalisations individuelles, et surtout, l'homogénéité des caractéristiques des bolomètres devrait être bien plus grande que sur les instruments à assemblage de bolomètres individuels.
- L'échantillonnage des taches de diffraction tout en embrassant le champ de vue du télescope en une seule prise devient possible. Les instruments actuels sont encore loin

d'atteindre cette limite instrumentale. Ici l'avantage est double puisqu'on atteint la plus haute résolution angulaire que puisse offrir un télescope seul tout en disposant d'un instrument à "grand" champ.

- La sensibilité d'un pixel par rapport à sa taille et le niveau de bruit total de l'instrument seront bien meilleurs que ce qui existe à l'heure actuelle. Cela permettra d'augmenter les vitesses de cartographie des amas ou des galaxies proches de façon drastique. S'il n'y avait qu'une propriété frappante à retenir pour illustrer le bond technologique que pourrait offrir l'apparition de caméras bolométriques à grand nombre de pixels par rapport aux instruments actuels ce serait la suivante : compte tenu des comptages actuels, la sensibilité de la matrice de bolomètre devra permettre de détecter une galaxie à haut redshift (ponctuelle) en moins d'une heure, alors que les meilleurs instruments actuels nécessitent plusieurs dizaines d'heures d'intégration pour atteindre cet objectif.

La liste des caractéristiques ci-dessus peut laisser penser que les matrices de bolomètres jointifs, sans cornets, permettraient à priori d'augmenter les performances des instruments de plusieurs ordres de grandeurs. L'avantage n'est tout de même pas si grand, car l'absence de cornets intégrateurs conduit à un certain nombre d'inconvénients. Une étude comparée des instruments optimisés avec et sans cornets, argumentée de calculs d'estimations des performances, a été publiée [Griffin, Bock, et Gear, 02]. Les auteurs ont comparé les étendues de faisceau, les sensibilités, les puissances équivalentes de bruit, les échantillonnages spatiaux et angulaires, les profils d'antenne, les vulnérabilités aux rayonnements parasites et aux interférences électromagnétiques, les stratégies d'observations d'un champ de vue donné, les vitesses de cartographie, etc. Ils concluent que si la matrice de détecteurs est bien protégée des rayonnements parasites de l'environnement proche par une enceinte refroidie à suffisamment basse température, les avantages d'un facteur de remplissage élevé corrigé des désavantages de l'abandon des cornets offrent finalement une sensibilité instrumentale accrue, qui se traduit par un gain sur la vitesse de cartographie allant jusqu'à 3,5 par rapport à la solution avec cornets. Par ailleurs la méthode de cartographie et d'extraction des données est simplifiée. L'avantage des matrices de bolomètres sans cornet dépend aussi du type d'objets observés : pour les sources ponctuelles l'utilisation de cornets reste très compétitive, mais pour les sources étendues les matrices seront nettement meilleures.

## Partie II Conception des détecteurs.



# Chapitre I Bolomètres à thermomètres résistifs.

Les bolomètres sont des détecteurs thermométriques universels quadratiques.

"Thermométriques" car leur principe de fonctionnement repose sur la mesure d'une élévation de température provoquée par l'absorption d'une énergie incidente.

"Universels" car ils peuvent en théorie détecter l'énergie de n'importe quelle particule entrant en interaction avec eux. En pratique les limitations technologiques actuelles ne les rendent performants par rapport aux autres types de détecteurs existants que pour la détection de rayonnements micro-ondes, infrarouges et X, et, pour la détection de particules massives<sup>28</sup>.

"Quadratiques" car ils sont sensibles à l'énergie des particules incidentes, c'est-à-dire à la puissance qu'ils reçoivent. Dans le cas des photons, ils sont donc sensibles au carré du champ électrique qu'ils véhiculent (voir équations de Maxwell et vecteur de Poynting). Cette détection quadratique induit une perte d'information sur la phase des ondes, mais n'exclut cependant pas la détection de la polarisation de la lumière comme on le verra en fin de manuscrit.

Un ensemble de rappels de thermodynamique traitants des définitions de température, de chaleur spécifique (notamment des phonons et des électrons), de conductivité thermique et électrique, de transmission de la chaleur dans les systèmes composites (notions de conductance, de couplage électron-phonon et de résistances de Kapitza) sont présentés au Chapitre II des Annexes. Ces rappels permettent de comprendre l'origine des hypothèses faites dans le cadre de la description du bolomètre et de souligner les limites qu'elles imposent à cette description (ces hypothèses sont nécessaires pour tous les modèles de bolomètre, même le plus simple possible décrit au paragraphe I.2.1). Nous avons tenté dans ces rappels d'effectuer un tour d'horizon aussi complet que possible des toutes les notions fondamentales cachées derrière les formules utilisées dans la littérature traitant des bolomètres et souvent admises comme point de départ des discussions sans autre forme d'explication. En guise d'introduction de ce chapitre, nous présentons un résumé de ces rappels ainsi que quelques précisions sur les variables que nous allons utiliser par la suite.

## I.1 Chaleur spécifique, conductivité et transport de chaleur.

La température mesure l'agitation des particules, c'est la notion fondamentale à laquelle sont liés tous les concepts traités dans les rappels. Dans un solide, elle est reliée à l'amplitude et la fréquence d'oscillation des atomes autour de leur point d'équilibre, alors que dans un gaz, elle est reliée à la vitesse moyenne et donc à la fréquence des chocs entre particules. Dans tous les cas la température donne le lien entre l'énergie totale d'un système et le nombre d'états

---

<sup>28</sup> Ces particules de grandes masses (c'est-à-dire ayant de grandes énergies, typiquement au-delà du MeV), peuvent être soit baryoniques soit non baryoniques. Dans le premier cas, il s'agit de particules dites "ordinaires", principalement neutrons et protons. Dans le deuxième cas, il s'agit de particules dites "exotiques", comme les neutrinos lourds ou les particules désignées sous le terme générique de Weakly Interacting Massive Particles, dont l'existence est sous-entendue par les modèles de physique des particules et dont les énergies sont supérieures au GeV [Julliard, 99]. Les bolomètres sont donc des détecteurs privilégiés pour la recherche de matière noire sous forme de WIMPs ; c'est par exemple le but de l'expérience Edelweiss [Benoît et al., 00].

individuels disponibles pour les particules qui constituent ce système. L'unité utilisée pour quantifier la température dans le système international est le Kelvin.

La chaleur spécifique mesure la capacité d'un système à changer de température lorsque qu'il échange de l'énergie avec l'extérieur ( $C \equiv dE/dT$ ). Elle désigne officiellement la chaleur massique et doit donc être exprimée en  $J/K/g$ . Dans les abaques, on la donne plus souvent en  $J/K/cm^3$ , il s'agit donc de la chaleur volumique (les termes ne sont pas toujours utilisés à bon escient dans la littérature par abus de langage). Pour les bolomètres résistifs nous utiliserons la chaleur spécifique (massique ou volumique) des phonons pour les matériaux isolants celle des métaux normaux pour les matériaux conducteurs.

Pour les isolants, la capacité calorifique est donnée par :

$$C_{ph} = a \cdot T^3 \quad \text{avec } a \propto \left( \frac{N}{\theta_D} \right)^3$$

Cette formule a été établie pour les cristaux,  $N^3$  étant nombre d'atomes vibrants dans le système et  $\theta_D$  la température de Debye du cristal. Pour les amorphes on utilisera cette formule avec éventuellement des coefficients correctifs sur  $a$  et sur la puissance de  $T$  établis de manière expérimentale. La raison en est qu'il n'existe pas de théorie universelle pour expliquer la chaleur spécifique des amorphes. Le problème est en effet extrêmement complexe compte tenu des nombreux processus physiques qui peuvent entrer en jeu. Les calculs de chaleur spécifique des amorphes sont par conséquent compliqués et dépendent des matériaux. Nous y reviendrons au Chapitre II pour le cas particulier des isolants d'Anderson, en présentant des pistes théoriques aidant à comprendre les chaleurs spécifiques mesurées.

Pour les métaux on a :

$$C_{métaux} = C_{ph} + C_e = a \cdot T^3 + \gamma \cdot T \quad \text{avec } \gamma \propto \frac{N}{T_F}$$

Le terme  $\gamma$  est appelé coefficient de Sommerfeld,  $N$  est le nombre d'électrons de conduction (c'est-à-dire quasiment libres) et  $T_F$  est la température de Fermi du métal. À noter qu'aux températures qui nous intéressent, inférieures à 1K, le terme en  $T$  domine largement devant la contribution des phonons.

Dans la littérature on voit très souvent les termes de capacité calorifique et de chaleur spécifique employés sans distinction pour désigner les mêmes variables. Ceci pouvant être source de confusions et d'erreurs lors des applications numériques nous utilisons dans cette thèse les définitions suivantes (correspondant aux définitions officielles<sup>29</sup>) :

- La capacité calorifique  $C$  d'un système est la variation de chaleur engendrée par une variation de température. Elle correspond à la définition que nous avons donnée ci-dessus.
- La chaleur massique  $c$  est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène. Elle correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de masse de substance lors d'une transformation donnée. Elle est donc caractéristique de la substance considérée.
- La chaleur molaire  $c^*$  est la capacité calorifique par mole d'une substance donnée. C'est une autre façon d'exprimer l'apport de chaleur nécessaire pour changer la température d'une substance donnée. Elle est également caractéristique de la substance.
- La chaleur volumique  $c$  est la capacité calorifique par unité de volume d'une substance donnée. Elle aussi est caractéristique de la substance lorsqu'elle est solide. Pour un gaz elle dépend fortement des conditions thermodynamiques.

<sup>29</sup> <http://www2.unil.ch/ipmc/tp1/notices/TCl.pdf>

- La chaleur spécifique désigne officiellement la chaleur massique. Mais elle est employée la plupart du temps pour désigner indifféremment n'importe laquelle des quatre variables que l'on vient de définir. Les unités ou le contexte permettent en général de savoir laquelle. Dans ce mémoire nous utiliserons cette désignation générique assez pratique, mais pour éviter les confusions nous préciserons dans les formules et calculs s'il s'agit de la capacité calorifique ou de l'une des trois chaleurs caractéristiques.

Que ce soit pour les phonons ou pour les électrons ou tout autre vecteur de transport, l'équation indéfinie de la chaleur permet de calculer la conductivité thermique en fonction de la chaleur volumique :

$$\kappa = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \bar{v} \cdot l$$

Où  $\bar{v}$  est la vitesse moyenne des particules. Elle est donnée par la pente de la courbe de dispersion  $\omega(k)$  dans la première zone de Brillouin pour les phonons et elle correspond à la vitesse du son dans le matériau. Pour les électrons, la vitesse moyenne est donnée par la vitesse de Fermi (ce sont les électrons proches du niveau de Fermi qui participent à la conduction). Il est très difficile de modéliser le libre parcours moyen  $l$  des phonons car il dépend de beaucoup de paramètres peu contrôlables comme la présence de défauts ou d'impuretés dans le cristal, en pratique on le mesure et on adapte un modèle particulier à la mesure. Le libre parcours moyen des électrons est quant à lui relié à la résistivité du matériau, et la relation de dépendance peut être établie dans le cadre du modèle de Drude amélioré par les corrections quantiques de Sommerfeld.

Le coefficient de conduction thermique  $g$  d'un matériau est égal au facteur indépendant de la température et de la géométrie du matériau, résultant de l'intégrale de la conductivité thermique par rapport à ces deux paramètres. Le coefficient de conductance (ou constante de conductance) est égal au produit du coefficient de conduction par le volume du matériau considéré :  $G_c = g \cdot \Omega$ . La conductance  $G$  d'une portion de matériau à travers lequel s'écoule un flux de chaleur est quant à elle simplement donnée par le rapport entre la puissance transmise et la différence des températures aux extrémités de la portion considérée :

$$P = G \cdot \Delta T = G_c \cdot \Delta(T^{\beta+1})$$

Où  $\beta = 3$  pour des phonons et  $\beta = 1$  pour des électrons. En pratique on rencontre des valeurs intermédiaires. Les valeurs sont même plus élevées si, au lieu d'être la constante de conductance,  $G_c$  représente un coefficient de couplage entre deux systèmes imbriqués comme les phonons et les électrons (dans ce cas  $\beta = 4$  ou  $5$ ).

Pour les études de variation de puissance autour de l'équilibre et pour établir le lien entre les différents paramètres de conduction de la chaleur entre deux surfaces de températures différentes, l'expression de la dérivée de la puissance par rapport à la température va être extrêmement utile (on l'utilisera d'ailleurs assez souvent dans l'étude des bolomètres). Cette variable est la conductance dynamique :

$$G_d \equiv \frac{dP}{dT} = G_c \cdot \frac{d(\Delta(T^n))}{dT} = G_c \cdot (\beta + 1) \cdot T^\beta \quad [W / K]$$

Équation II-1

Pour le terme en puissance sur la température on a évidemment  $n = \beta + 1$ .

Remarque :

Dans la littérature les liens entre tous les termes liés à la conduction de chaleur ne sont pratiquement jamais exposés ou référencés, et souvent les noms employés ne désignent pas les mêmes variables. En général, après avoir brièvement évoqué la conductivité thermique les

auteurs passent directement aux conductances (moyenne) ( $G$ ), dynamiques ( $G_d$ ) et aux coefficients de conductance ( $G_c$ ), qui ont le côté pratique de se présenter comme des boîtes noires contenant aussi bien les intégrales de conductivité thermique que les résistances de Kapitza ou d'autres facteurs de découplage thermique comme le découplage électron-phonon. Nous avons distingué les trois termes dans ce mémoire afin d'éviter les confusions. Le lien entre ces conductances et la conductivité thermique est présenté dans les Annexes au sous-chapitre II.4.

## I.2 Fonctionnement général des bolomètres.

Le principe de fonctionnement d'un bolomètre est très simple. Il s'agit d'un détecteur qui permet de mesurer une énergie incidente grâce à un absorbeur dont la température s'élève lorsqu'il absorbe l'énergie incidente. Cette élévation de température est détectée par un thermomètre puis évacuée grâce à une fuite thermique vers un bain qui sert de thermostat. Nous allons voir dans ce sous-chapitre que malgré cette définition simple et compréhensible, l'analyse mathématique rigoureuse du fonctionnement de ce détecteur est un peu plus complexe. Nous commencerons par un modèle très simple qui met en équation la définition que l'on vient de donner. Ce modèle montrera rapidement ses limites et nous présenterons alors un modèle plus sophistiqué rendant compte avec plus de précisions de la façon dont fonctionne réellement un bolomètre et permettant déjà d'exploiter des données enregistrées avec ce type de détecteur. On verra qu'il existe en fait deux grandes catégories de bolomètres, qui dépendent du type de thermomètre utilisé. On les présentera tout en s'attachant plus particulièrement à celle qui nous intéresse pour la caméra bolométrique.

### I.2.1 Modèle simpliste.

Dans ce modèle<sup>30</sup>, le bolomètre est constitué d'un absorbeur de rayonnement, d'un thermomètre et d'une fuite thermique permettant de fixer la température d'équilibre du détecteur par rapport à une référence isotherme.

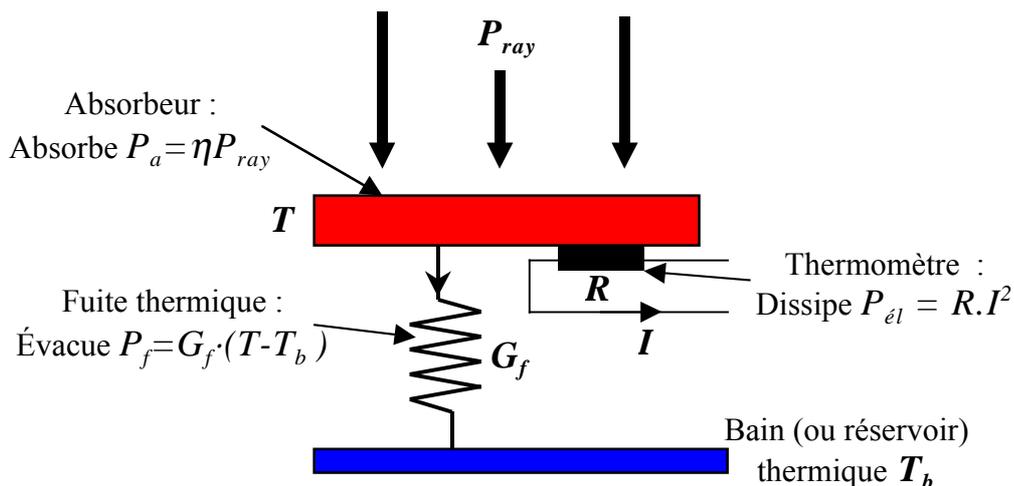


Figure II-1. Bilan de puissance du bolomètre "simpliste".

<sup>30</sup> Sources d'inspiration pour la rédaction du modèle simpliste : [Gaertner, 97], [Leclercq, 00], [Camus, 02].

Il faut garder à l'esprit que ce modèle est basé sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'absorbeur et le thermomètre sont isothermes à la température  $T$ . Non seulement on néglige la résistance de Kapitza entre les deux éléments, mais on néglige aussi et surtout tout découplage dû à la différence de comportement électrique des deux matériaux (plutôt métallique ou plutôt isolant) ; on considère qu'ils ont la même température et qu'ils sont caractérisés par une capacité calorifique globale  $C$  (qui est la somme des capacités calorifiques individuelles).
- La résistance du thermomètre ne dépend que de la température  $T$ . Comme elle n'est pas nulle, le thermomètre est "rempli" de phonons. Mais il est par ailleurs polarisé électriquement, ce qui entraîne une circulation d'électrons dans le matériau. On néglige ici les effets non-ohmique tels que le découplage entre les phonons<sup>31</sup> et les électrons<sup>32</sup>, et, l'effet de champ électrique (atténuation de la résistance causée par l'accélération des électrons due à la différence de potentiel imposée entre les deux électrodes du thermomètre).
- On néglige les effets de contre-réaction. Notamment l'influence du changement de la résistance du thermomètre, provoqué par une variation de température. La puissance électrique est donc considérée comme constante (ce qui est aberrant compte tenu des mesures que l'on veut faire, mais cela permet d'établir, "à l'ordre zéro", le comportement instantané du bolomètre). La puissance de fuite est également considérée comme constante et elle ne dépend donc que des températures  $T$  et  $T_b$ . Autrement dit on suppose que l'on est soit en régime établi soit en régime purement instantané, et que la différence de température  $\Delta T = T - T_b$  est suffisamment faible pour utiliser non seulement une capacité calorifique moyenne  $C$  constante, mais aussi une conductance moyenne  $G_f \equiv \frac{\Delta P}{\Delta T}$  constante.
- Évidemment on néglige les effets d'ordres supérieurs comme les effets dynamiques dus aux réponses en fréquence des différents constituants et l'influence des transitoires.
- Enfin, même si cela n'a en pratique pas de répercussion sur les équations qui régissent le comportement du bolomètre, on ne détaille pas quelle fraction du rayonnement incident est absorbée, ceci afin de rendre le modèle simple le plus lisible possible. Ce raccourci soulève en fait l'un des problèmes les plus délicats à affronter dans la conception de bolomètres sans cornets intégrateurs : l'optimisation de l'absorption du rayonnement (ce sujet sera ne sera évoqué de nouveau que dans les conclusions du mémoire).

Forts de ces précisions nous pouvons établir l'équation de conservation d'énergie (ou équation de puissance) qui régit le fonctionnement de ce bolomètre simplifié :

$$\frac{dE}{dt} = C \cdot \frac{dT}{dt} = P_a + P_{\text{ét}} - P_f$$

Équation II-2

$C$  est la capacité thermique totale absorbeur + thermomètre [J/K].

$P_a = \eta \cdot P_{\text{ray}}$  est la puissance incidente absorbée [W].

$P_{\text{ét}} = U \cdot I$  est la puissance électrique dissipée dans le thermomètre [W].

$P_f = G_f \cdot \Delta T$  est la puissance transmise entre l'absorbeur et le bain [W].

<sup>31</sup> L'énergie déposée dans l'absorbeur par le rayonnement incident n'a qu'un moyen d'être conservée : être diffusée à travers le matériau grâce à l'augmentation de l'agitation des atomes sur eux-mêmes.

<sup>32</sup> La mesure de la température se fait grâce à la relation de dépendance qui existe entre la mobilité des électrons libres qui circulent dans le thermomètre via le courant  $I$  et la capacité de ces électrons à vibrer sur eux-mêmes. Autrement dit, la mesure de la résistance du thermomètre permet de quantifier la température des électrons qui circulent en son sein.

Dans le cas où toutes ces puissances sont nulles, on a évidemment  $\Delta T = 0$ . Dans le cas où ces puissances sont constantes et que l'équilibre est établi, on a de façon tout aussi évidente :

$$G_f \cdot \Delta T = P_a + P_{el}$$

Équation II-3

Le cas de l'absorption d'une particule se traite formellement en étudiant la réponse du système à un pic de Dirac  $P_a(t) = E \cdot \delta(t-t_0)$  (c'est-à-dire  $P_{a_{tot}}(t) = P_{a_{fond}} + P_a(t)$ ). Cette puissance instantanée entraîne une élévation de température  $T(t)$  que l'on peut déterminer grâce à l'Équation II-2. En tenant compte l'hypothèse de puissance électrique constante il vient :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T(t)}{\tau} = \frac{E}{C} \cdot \delta(t-t_0) \quad \text{avec } \tau = \frac{C}{G_f}$$

Équation II-4

L'intégration de l'équation homogène ( $dT/dt + T(t)/\tau = 0$ ) donne pour solution :

$$T(t) = k \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau} + \varphi\right)}$$

En remplaçant la solution dans l'Équation II-4 et en faisant varier la constante d'intégration  $k$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= \frac{E}{C} \delta(t-t_0) \cdot e^{+\left(\frac{t}{\tau} + \varphi\right)} \\ \Rightarrow k(t) &= \int \frac{E}{C} \delta(t-t_0) \cdot e^{+\left(\frac{t}{\tau} + \varphi\right)} dt = H(t-t_0) \frac{E}{C} e^{+\left(\frac{t_0}{\tau} + \varphi\right)} \end{aligned}$$

On rappelle que la fonction Heaviside, appelé aussi fonction échelon, vaut  $H(t-t_0) = 0$  pour  $t < t_0$ , et,  $H(t-t_0) = 1$  pour  $t > t_0$ . D'où la solution générale de l'Équation II-4 :

$$T_{imp}(t) = H(t-t_0) \cdot T_\delta \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \quad \text{avec } T_\delta \equiv T(t_0) = E / C$$

Équation II-5

L'expression ci-dessus donne la réponse en température du bolomètre pour un pic de Dirac<sup>33</sup>, il s'agit de la réponse impulsionnelle. Le paramètre  $\tau$  est la constante de temps thermique du bolomètre, qui caractérise le temps de réponse à une puissance de rayonnement (ou électrique) incidente.

Notons que les hypothèses faites pour établir cette expression ne sont valides que si  $E$  est telle que  $T_\delta \ll (T - T_b)$ . Par ailleurs  $T(t)$  et  $T_\delta$  ne sont pas des températures absolues, mais des écarts à la température  $T$  du bolomètre à l'équilibre.

En supposant que la réponse du bolomètre soit linéaire<sup>34</sup> et stationnaire<sup>35</sup>, alors la réponse  $T(t)$  à n'importe quelle excitation  $P(t)/G_f = X(t)$  se déduit du produit de convolution de l'excitation avec la réponse impulsionnelle :

$$T(t) = (X * T_{imp})(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t') \cdot H(t-t') \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \cdot dt'$$

Équation II-6

<sup>33</sup> On rappelle que le pic de Dirac est une distribution, elle est par conséquent définie par l'intégrale de son produit de convolution avec une fonction support :  $(x * \delta)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') \cdot \delta(t-t') \cdot dt' = x(t)$ .

<sup>34</sup> Si une excitation  $x_1$  donne une réponse  $y_1$ , et une excitation  $x_2$  donne une réponse  $y_2$ , alors une excitation  $\alpha \cdot x_1 + \beta \cdot x_2$  doit donner une réponse  $\alpha \cdot y_1 + \beta \cdot y_2$ .

<sup>35</sup> Si une excitation  $x_1(t)$  donne une réponse  $y_1(t)$ , alors une excitation  $x_1(t+t')$  doit donner une réponse  $y_1(t+t')$ .

Remarques :

- Ici on a normalisé<sup>36</sup> la réponse impulsionnelle de façon à ce qu'elle n'apporte aucune contribution supplémentaire au signal, ce qui en cas contraire ne serait évidemment pas physique.
- Les hypothèses de linéarité et de stationnarité restent valides, même si le système ne les vérifie pas, à la seule condition que les excitations soient faibles et entraînent des variations  $T(t)$  petites devant  $\Delta T$ . Donc même en relâchant certaines des hypothèses du modèle "simpliste" on pourra garder le formalisme du filtre linéaire (produit de convolution avec la réponse impulsionnelle) à condition de traiter le problème dans le cadre des petites perturbations (développements limités au premier ordre).
- La réponse indicielle normalisée est :  $T_{ind}(t) = (H * T_{imp})(t) = H(t) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ . Au bout d'un temps  $t \gg \tau$  on a  $T_{ind}(t) \rightarrow 1$ . Comme on l'a dit plus haut, on voit que lorsque le bolomètre est soumis à une puissance incidente constante, il se crée entre celui-ci et le bain froid une différence de température constante ; le bolomètre est alors thermalisé.

La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle s'appelle la fonction de transfert du bolomètre :

$$T_{trans}(\omega) \equiv TF[T_{imp}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\tau} \cdot H(t) \cdot e^{-t(\frac{1}{\tau} + i\omega)} dt = \frac{1}{1 + i\omega\tau}$$

Équation II-7

Le bolomètre se comporte comme un filtre passe-bas : pour  $\omega$  petit, les signaux incidents ne sont pas changés, alors que pour  $\omega$  grand l'amplitude des signaux de sortie diminue comme  $1/\omega$  et ils tendent à se déphaser par rapport aux signaux d'entrée d'une valeur d'autant plus proche de  $\pi/2$  que  $\omega$  est grand (effet de retard dû à la constante de temps).

On montre facilement que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est simplement le produit des transformées de Fourier. La réponse fréquentielle (ou réponse spectrale) du bolomètre s'écrit alors simplement :

$$T_{réponse}(\omega) = T_{excitation}(\omega) \cdot T_{trans}(\omega)$$

Équation II-8

Ce formalisme a deux avantages majeurs : il montre que le bolomètre va pouvoir être étudié en faisant l'analogie avec les systèmes électriques, et, étant donné que la mesure de la température se fait justement de façon électrique au moyen de l'autre filtre qu'est le thermomètre (via sa réponse  $R(T)$ ), on va pouvoir utiliser tout l'attirail électronique nécessaire pour extraire au mieux le signal du bruit environnant (filtres passe-bande, détection synchrone, etc.).

Si on note  $X(\omega) \equiv TF[X(t)]$  alors l'Équation II-2 s'écrit dans l'espace de Fourier :

$$C \cdot i\omega T(\omega) = P_a(\omega) + P_{ét}(\omega) - P_f(\omega)$$

Équation II-9

La sensibilité en température du bolomètre peut alors être caractérisée par une équation simple :

$$S_T(\omega) \equiv \frac{T(\omega)}{P_{excit}(\omega)} \quad [K/W]$$

Équation II-10

---

<sup>36</sup>  $\int_{-\infty}^{+\infty} H(t-t_0) \cdot T_\delta \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = 1 \Rightarrow T_\delta = \frac{1}{\tau}$

Où  $P_{excit}(\omega)$  est une puissance variable extérieure appliquée au bolomètre ; elle peut provenir du rayonnement incident ou d'une excitation électrique appliquée au thermomètre (cas idéal d'un thermomètre et d'un absorbeur complètement couplés).

Mais cette formule n'a que peu d'intérêt pratique<sup>37</sup>, car comme on l'a déjà dit, le principe du bolomètre est de mesurer la variation de température de l'absorbeur au moyen d'une résistance variant avec la température, il est donc plus intéressant d'utiliser la sensibilité en résistance, ou mieux, la sensibilité en tension ou en courant puisqu'en pratique ce sont ces variables électriques que l'on mesure sur le thermomètre du bolomètre. Ainsi, pour décrire le fonctionnement d'un bolomètre de façon plus réaliste que le modèle simpliste (dont le seul intérêt est sa valeur pédagogique), il faut absolument tenir compte de la variation de résistance dans l'équation de puissance du bolomètre. La première des hypothèses à relâcher de toute urgence est donc celle de l'occultation de la contre-réaction :  $P_{el}$  dépend de la résistance du thermomètre, elle ne peut donc raisonnablement être considérée comme constante. On devine aisément que la variation de  $P_{el}$  va entraîner un changement dans la réponse du bolomètre. La prise en compte de cette contre-réaction va constituer le modèle idéal du bolomètre.

À ce stade il est utile de garder à l'esprit que la chaleur spécifique et la conductivité thermique (donc la puissance de fuite) dépendent également de la température (voir Annexes, Chapitre II). Si on veut étudier le fonctionnement du bolomètre un peu plus loin qu'au voisinage immédiat de son point d'équilibre, il semble peu raisonnable de continuer à les considérer comme constantes. L'influence de la température sur ces variables devra donc être prise en compte en introduisant les dépendances caractéristiques des matériaux dominants. Dans l'idéal, ils sont soit diélectriques ( $\beta = 3$ ), soit métalliques ( $\beta = 1$ ). En pratique, on rencontre des valeurs intermédiaires.

$$C = a \cdot T^\beta$$

$$P_f = G_f \cdot (T^{\beta+1} - T_b^{\beta+1})$$

Cependant la prise en compte de ces effets non-linéaires est assez compromettante pour l'hypothèse de linéarisation imposée dans l'établissement des formules précédentes. Heureusement, si on reste dans le cadre des petites perturbations, on peut remarquer qu'un développement au premier ordre de l'équation de puissance ne nécessite pas la dépendance en température de la chaleur spécifique, et permet par conséquent de se contenter d'une dépendance linéaire pour  $P_f$ . En plus de la linéarisation des équations, ce développement au premier ordre est également fort utile lorsqu'on ne connaît pas à priori le comportement en température de la chaleur spécifique du matériau étudié et son influence sur la résistance. On procède alors à l'étude autour de plusieurs températures d'équilibre différentes pour en déduire une valeur empirique de  $\beta$ .

## I.2.2 Bolomètre idéal : contre-réaction thermique et comportement aux petits ordres.

L'une des principales sources d'inspiration pour la rédaction de ce paragraphe provient du cours sur les bolomètres de Philippe Camus [Camus, 02]. Les autres ouvrages et articles utilisés sont cités au fil du texte.

---

<sup>37</sup> Comme on le verra au sous-chapitre II.3, la caractérisation de la sensibilité en température sera bien plus intéressante lorsqu'on prendra en compte le bruit du bolomètre. Le paramètre intéressant sera alors sa température équivalente de bruit (NET).

### I.2.2.1 Définitions du bolomètre idéal et du coefficient de température.

Le bolomètre idéal est défini par rapport au modèle simpliste en éliminant l'hypothèse d'absence de contre-réaction. En principe, le modèle idéal permet d'étudier la réponse du détecteur à une sollicitation quelconque. Comme le caractère non-linéaire de certaines variables rend difficile l'analyse du système dans sa généralité, on étudie son comportement autour du point d'équilibre, de façon à mettre en évidence les principales propriétés des bolomètres. Les hypothèses de linéarité et de stationnarité sont en effet extrêmement difficiles à relâcher, et la seule manière à l'heure actuelle de pousser les modèles à la plus grande précision possible est d'effectuer des développements aux ordres supérieurs. Cette contrainte n'est à priori pas réhibitoire pour un bolomètre infrarouge étant donné que le signal est faible devant le rayonnement de fond (dit "background", voir à ce propos les calculs de photométrie dans la Partie I) et peut éventuellement être modulé par un système mécanique ("chopper" ou miroir vibrant<sup>38</sup>) pour l'application d'une détection synchrone du signal. Un développement au premier ordre peut dans ce cas être largement suffisant.

Nous étudierons donc le comportement du bolomètre autour d'un point de fonctionnement stationnaire défini par les conditions de rayonnement et de polarisation :  $P_{a\_tot} = P_{a\_fond} + P_a(t)$  et  $P_{\acute{e}l\_tot} = P_{\acute{e}l\_\acute{e}quilibre} + P_{\acute{e}l}(t)$ , avec  $P_i(t) \ll P_{i\_constant}$ . Le développement limité en  $T$  de l'Équation II-2 au premier ordre permet d'écrire l'équation différentielle des grandeurs perturbées (on suit la même démarche que pour obtenir l'Équation II-4) :

$$C \cdot \frac{d\tilde{T}}{dt} = \tilde{P}_a + \tilde{P}_{\acute{e}l} - G_d \cdot \tilde{T}$$

Équation II-11

Où  $C = C(T)$  est la capacité calorifique (ou chaleur spécifique, suivant les unités que l'on choisit d'utiliser) à la température d'équilibre de l'absorbeur,  $G_d \equiv \frac{dP_f}{dT}$  est la conductance thermique dynamique du système, et les termes avec les tildes valent  $\tilde{P}_i = \frac{dP_i}{dT} \cdot \tilde{T}$ , où  $\tilde{T}$  est l'équivalent du  $T(t)$  de l'Équation II-6 (il s'agit des termes de premier ordre des développements limités<sup>39</sup> des différentes puissances en jeu).

La résolution de l'Équation II-11 nécessite de savoir comment est polarisé le thermomètre. On va voir dans le sous-paragraphe suivant que la polarisation se fait à courant constant ou à tension constante suivant le sens de variation de la résistance thermométrique avec la température. La résolution de l'équation est donnée pour les deux cas de figure.

L'une des notions les plus importantes dans la définition et l'étude des performances d'un bolomètre est le coefficient de température du thermomètre  $\alpha$ . On utilise aussi souvent le coefficient sans dimension  $A$ , appelé aussi sensibilité sans dimension. Ces coefficients sont définis par :

$$\alpha \equiv \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} \quad [K^{-1}] \quad \text{et} \quad A \equiv \frac{d \ln R}{d \ln T}$$

Équation II-12

<sup>38</sup> Appelé aussi "Wobblers".

<sup>39</sup> Toute fonction  $P(T)$  de classe  $C^n$  sur un intervalle  $I$  (c'est-à-dire la dérivée  $P^{(n+1)}(T)$  existe sur  $I$  et la dérivée  $P^{(n)}(T)$  est continue sur  $I$ ) alors pour tout  $T$  et  $T + \tilde{T}$  appartenant à  $I$  il existe au moins un réel  $0 < c < I$  tel que  $P(T + \tilde{T}) = \sum_{i=0}^n \frac{\tilde{T}^i}{i!} P^{(i)}(T) + \frac{\tilde{T}^{i+1}}{(i+1)!} P^{(i+1)}(T + c\tilde{T})$ . C'est la formule de Taylor - Mac Laurin. Si la fonction est de classe infinie sur l'ensemble des réels, on parle de développement en série entière et si on arrête ce développement à l'ordre  $n$  on parle de développement limité.

Les thermomètres que nous avons étudiés dans le cadre de la thèse ont des coefficients en température négatifs. Dans les deux descriptions qui suivent, celle qui nous intéresse le plus est la première, la seconde description est cependant donnée à titre indicatif afin de bien comprendre les différentes solutions existantes dans la conception des détecteurs bolométriques.

### I.2.2.2 Thermomètre à coefficient de température négatif.

La puissance électrique dissipée par le thermomètre varie avec la résistance du thermomètre. Pour une polarisation à courant constant, on obtient :

$$\tilde{P}_{el} = \frac{dP_{el}}{dT} \cdot \tilde{T} = I^2 \cdot \frac{dR}{dT} \cdot \tilde{T} = \alpha \cdot P_{el} \cdot \tilde{T}$$

C'est l'effet de contre-réaction ( $\alpha < 0$ ) thermique du thermomètre. La réponse en température est donc décrite par un modèle du premier ordre :

$$C \cdot \frac{d\tilde{T}}{dt} + (G_d - \alpha \cdot P_{el}) \cdot \tilde{T} = \tilde{P}_a(t)$$

En résolvant l'équation et en suivant la même démarche que pour l'Équation II-5, on obtient la constante de temps "effective" :

$$\tau_e = \frac{C}{G_d - \alpha \cdot P_{el}} = \tau \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha \cdot P_{el}}{G_d}} = \frac{\tau}{1 + L}$$

Équation II-13

Elle est inférieure à la constante de temps "physique"  $\tau = C/G_d$  à cause de la contre-réaction thermique ( $\alpha < 0$ ). Ce point a été développé et discuté par [Jones, 53] et [Mather, 82 et 84]. Le rapport  $L \equiv \frac{|\alpha| \cdot P_{el}}{G_d}$  compare l'effet de la contre-réaction thermique à la fuite passive (gain de boucle). Il dépend du thermomètre et de la polarisation, et, il reste inférieur à 1 pour un bolomètre dont le fonctionnement est optimisé. En considérant la Figure II-3 et en utilisant l'Équation II-19, cette propriété apparaîtra à condition de savoir que l'optimum se trouve autour de la zone d'inflexion de la courbe  $V(I)$ , là où  $Z = dV/dI$  devient plus faible que  $R = V/I$ . Nous reparlerons de l'origine de cette inflexion pour le cas du NbSi au paragraphe II.2.2, mais auparavant on pourra vérifier au paragraphe I.4.1.1 que les calculs généraux d'optimisation des bolomètres aboutissent effectivement à  $L < 1$ .

La réponse en tension du système thermique ou sensibilité tension/température du système (parfois simplement appelée "sensibilité" par abus de langage) s'obtient facilement :

$$V = R \cdot I \Rightarrow s_{V/T} \equiv \frac{dV}{dT} = I \cdot \frac{dR}{dT} = \alpha \cdot V \quad [V/K]$$

Équation II-14

On considère la réponse harmonique (autre nom de la réponse spectrale) à une variation sinusoïdale de la puissance absorbée. En utilisant l'expression de la fonction de transfert (voir Équation II-7 à Équation II-10), dans le cas d'une polarisation à courant constant, on obtient immédiatement :

$$S_V(\omega) \equiv \frac{\tilde{V}}{\tilde{P}_a} = \frac{\alpha V}{G_d - \alpha \cdot P_{el}} \cdot \frac{1}{1 + i \cdot \omega \tau_e} = \frac{\alpha V}{G_d} \cdot \frac{1}{1 + L} \cdot \frac{1}{1 + i \cdot \omega \tau_e} \quad [V/W]$$

Équation II-15

On note la réponse harmonique en tension  $S_V$  car comme le suggère sa formulation et ses unités, elle donne une mesure de la manière dont va répondre le bolomètre pour une puissance incidente donnée. Autrement dit,  $S_V$  donne une mesure de la sensibilité en tension du bolomètre ; c'est la raison pour laquelle on note la réponse harmonique avec la lettre "S"

(lorsqu'on parlera de "sensibilité" par la suite on se référera à cette réponse harmonique, par contre lorsque l'on voudra désigner la réponse en tension du système thermique, on précisera "sensibilité tension/température" afin de ne pas confondre les deux termes).

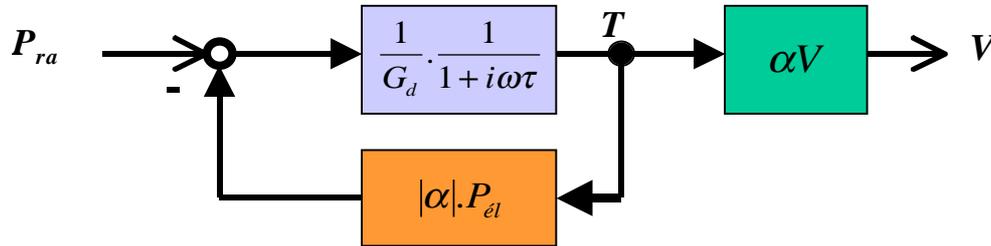


Figure II-2. Schéma de principe de la contre-réaction thermique du bolomètre idéal.

Remarque : la polarisation à courant constant permet à la contre-réaction de ramener le thermomètre vers son point d'équilibre lorsque qu'il est excité. Si on polarisait le thermomètre à tension constante la contre-réaction agirait dans l'autre sens et l'équilibre du thermomètre serait instable. Par exemple pour un échauffement la résistance du thermomètre diminue ; la puissance électrique dissipée ne cesserait d'augmenter si on polarisait à tension constante (car  $P_{el} = V/R$ ) et le thermomètre ne cesserait de s'échauffer, alors qu'en polarisant à courant constant, la puissance électrique diminue après l'échauffement (car  $P_{el} = R \cdot I^2$ ) et le thermomètre revient vers son point d'équilibre. Une contre-réaction qui a pour effet de ramener le système vers l'état dans lequel il se trouvait avant la perturbation est appelée "contre-réaction négative".

### I.2.2.3 Thermomètre à coefficient de température positif

Avec l'utilisation d'une couche supraconductrice polarisée pour fonctionner à la transition normal-supraconducteur, le coefficient de température est supérieur de 1 à 2 ordres de grandeur par rapport aux thermomètres à coefficient positif. On peut aisément atteindre un régime de fonctionnement où la contre-réaction thermique domine. Ce régime est appelé "Contre-Réaction Thermique Extrême". Pour des raisons de stabilité (ici un échauffement provoque une augmentation de la résistance), et pour atteindre ce régime dominé par la contre-réaction, on polarisera la couche à tension constante. Dans ce cas, la puissance électrique varie avec la température :

$$\tilde{P}_{el} = -\frac{V^2}{R^2} \cdot \frac{dR}{dT} \cdot \tilde{T} = -\alpha \cdot P_{el} \cdot \tilde{T}$$

C'est également un effet de contre-réaction négative ( $\alpha > 0$ ).

Pour une polarisation à tension constante, le signal est la variation de courant. Elle est liée à la variation de température par :

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow s_{I/T} = \frac{dI}{dT} = -\frac{V}{R} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = -\alpha \cdot I \cdot P_{el}$$

La réponse harmonique à une variation sinusoïdale de la puissance de rayonnement absorbée  $\tilde{P}_a = |P_a| \cdot e^{i\omega t}$  s'obtient directement. La réponse en courant du détecteur polarisé à tension constante est :

$$S_I(\omega) = \frac{\tilde{I}}{\tilde{P}_a} = \frac{-\alpha \cdot I}{G_d + \alpha \cdot P_{el}} \cdot \frac{1}{1 + i \cdot \omega \tau_e} = \frac{-\alpha \cdot I}{G_d} \cdot \frac{1}{1 + L} \cdot \frac{1}{1 + i \cdot \omega \tau_e} \quad [A/W]$$

Équation II-16

Et la constante de temps "effective" :

$$\tau_e = \frac{C}{G_d + \alpha \cdot P_{el}} = \tau \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha \cdot P_{el}}{G_d}} = \frac{\tau}{1 + L}$$

Équation II-17

Dans le cas d'une contre-réaction thermique dominante, on réalise la condition  $\alpha \cdot P_{el} \gg G_d$  ( $L \gg 1$ ). Ce qui permet d'exprimer la sensibilité en courant sous la forme :

$$S_I(\omega) \approx \frac{1}{V} \cdot \frac{1}{1 + i \cdot \omega \tau_e}$$

Dans ce mode de fonctionnement, la sensibilité est pratiquement indépendante du rayonnement ambiant. Un second avantage évident est la réduction du temps de réponse du système.

### I.2.2.4 Utilisation de la réponse électrique

Les informations constructives d'un bolomètre ne sont pas toujours disponibles. Nous allons montrer que la seule information de la réponse électrique  $V(I)$  (appelée aussi courbe de charge) du bolomètre exposé au rayonnement permet d'estimer sa sensibilité  $S_V$ . De plus, si on connaît la variation de la résistance du thermomètre avec la température, on peut estimer la conductance thermique  $G_d$  et, à partir de la constante de temps effective, la capacité thermique  $C$ . On trouvera un exposé plus complet dans [Jones, 53].

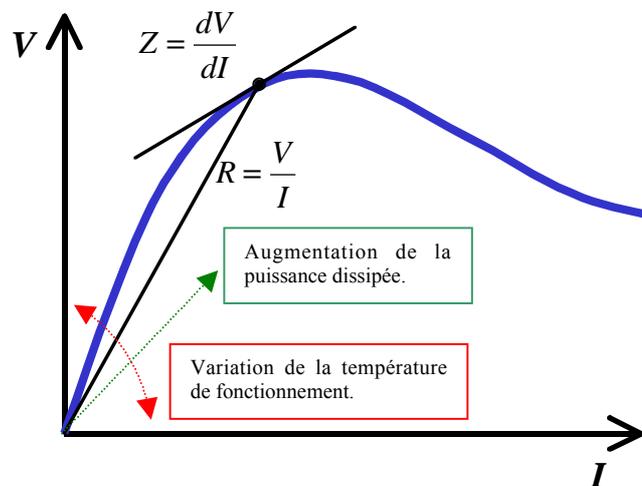


Figure II-3. Courbe de charge typique de la réponse électrique d'un bolomètre.

La non-linéarité de la courbe  $V(I)$  est caractéristique des effets non-ohmiques.  $R$  est la résistance et  $Z$  est la résistance différentielle (ou impédance dynamique). Inspiré de [Riecke, 02].

La méthode repose sur les hypothèses du modèle idéal. Elle est surtout utilisée pour les thermomètres à coefficient de température négatif ( $\alpha < 0$ ), comme c'est le cas des bolomètres étudiés dans le cadre de la thèse.

On interprète l'évolution de la réponse électrique  $V(I)$  en termes de puissance et de température. Dans son article, Jones cherche donc une relation entre  $P_{el}$  et  $R$  :

$$H \equiv \frac{d \ln P}{d \ln R} = \frac{R}{P} \cdot \frac{dP}{dR} = \frac{1}{I^2} \cdot \frac{dP}{dT} \cdot \frac{dT}{dR} = \frac{G_d}{\alpha \cdot R I^2} = \frac{G_d}{\alpha \cdot P_{el}}$$

Équation II-18

On remarque que le paramètre  $H$  est égal à l'inverse du gain de boucle  $L$  si  $\alpha < 0$ . En introduisant l'impédance dynamique  $Z$ , on trouve une relation entre la courbe  $V(I)$  et les paramètres constructifs ( $H$ ) :

$$Z = \frac{dV}{dI} = R \cdot \frac{d \ln V}{d \ln I} = R \cdot \frac{\ln P + \ln R}{\ln P - \ln R} = R \cdot \frac{H + 1}{H - 1}$$

*Équation II-19*

En particulier, cette relation fournit un critère pour l'existence d'un maximum dans la réponse  $V(I)$  :  $H = -1$  (soit  $L = 1$ ).

En remplaçant  $G_d = \alpha \cdot P_{el} \cdot H$  dans l'Équation II-15, on obtient une expression de la sensibilité statique ( $\omega = 0$ ) du bolomètre polarisé à courant constant qui ne dépend que des paramètres électriques :

$$S_V(0) = \frac{V}{P_{el}(H-1)} = \frac{1}{2I} \left( \frac{Z}{R} - 1 \right)$$

Si on connaît par une méthode indépendante la caractéristique  $R(T)$  du thermomètre, on peut en déduire une estimation de la conductance dynamique  $G_d$  au point de polarisation :

$$G_d = \alpha \cdot P_{el} \cdot H = \alpha \cdot P_{el} \cdot \frac{Z + R}{Z - R} \quad [W / K]$$

Si de plus la constante de temps effective  $\tau_e$  est connue (mesure de la réponse impulsionnelle ou harmonique), on peut retrouver la constante de temps physique  $\tau = C/G_d$ , et par la suite, la capacité thermique  $C$  du bolomètre idéal :

$$\tau_e = \tau \cdot \frac{G_d}{G_d - \alpha \cdot P_{el}} = \tau \cdot \frac{H}{H - 1} = \tau \cdot \frac{Z + R}{2R}$$

Nous devons rappeler ici que cette méthode n'est valable que dans le cadre des hypothèses du modèle idéal. Ses principaux défauts sont donc :

- 1) On suppose que l'absorbeur est isotherme, ce qui implique que l'échauffement par rayonnement conduit à la même élévation de température du thermomètre que lorsqu'on l'échauffe par la polarisation électrique.
- 2) On suppose que la résistance du thermomètre ne dépend que de sa température, c'est-à-dire que les effets "non-ohmiques" sont négligeables.

Pour caractériser complètement le bolomètre, donc pour aller plus loin que l'analyse théorique aux premiers ordres autour d'une position d'équilibre, la seule méthode efficace à ce jour est de modifier les formules théoriques avec des paramètres empiriques tirés d'expériences. On montrera quelques exemples de cette démarche au paragraphe I.4.2 et au Chapitre IV. En ce qui concerne les deux points énoncés ci-dessus, la seule façon de relâcher la première hypothèse est de mener des expériences sur un bolomètre particulier avec un banc optique de mesures, alors que la deuxième hypothèse peut être relâchée plus facilement en menant des expériences purement électriques.

Nous verrons cependant au paragraphe I.4.2 comment tenir compte des effets non-ohmiques et des gradients thermiques dans un modèle plus précis et prédictif que le modèle idéal. Mais comme dans tous les problèmes non linéaires en physique, il faudra utiliser des méthodes d'approximation (du type fluctuation-dissipation), et développer les équations au-delà du premier ordre autour des effets dominants. C'est pour cette raison d'incomplétude que les expériences ont un rôle pratique dominant sur la théorie, cette dernière restant importante non seulement pour pouvoir prédire et analyser les avantages ou inconvénients d'un choix technologique donné, mais aussi pour comprendre la physique fondamentale qui se cache derrière les comportements observés. Comme le nombre et la complexité des développements possible sont très élevés, on s'intéressera dans cette thèse uniquement au cas de l'architecture

définie pour la caméra, tout en sachant que plusieurs aspects des raisonnements et équations présentés pourront s'appliquer ou s'adapter à différents types de bolomètres.

Remarque : nous présentons dans les Annexes au paragraphe III.1.1 un modèle électrique du comportement dynamique du bolomètre avec un circuit équivalent comportant une résistance et une self-inductance en parallèle. Les valeurs de l'inductance et de la résistance ne sont valides qu'autour d'un point d'équilibre donné (elles changent pour un autre point d'équilibre), mais ce modèle est assez pratique pour effectuer une étude préliminaire du comportement dynamique de ces détecteurs.

### I.2.3 Résistivité et coefficients de température typiques des thermomètres bolométriques.

Comme le principe de fonctionnement d'un bolomètre repose sur la mesure de variation de température, il est absolument primordial de savoir comment cette mesure est effectuée. Il apparaît clairement à travers le paramètre fondamental qu'est le coefficient de température que c'est la variation de résistivité du thermomètre qui va donner accès à cette information. Il existe une multitude de façons de mesurer la température et une présentation succincte de ces méthodes ainsi que des avantages que la thermométrie résistive offre par rapport à elles est disponible en Annexes au paragraphe III.1.2.

Nous présentons ici les principales techniques et résultats de modèles utilisées pour la conception et la caractérisation des thermomètres résistifs, que leur coefficient de température soit négatif ou positif.

Il est très difficile d'avoir un contrôle parfait de la structure des couches utilisées dans la conception des thermomètres résistifs et il est encore plus difficile de connaître les Hamiltoniens d'interaction de façon précise en chaque endroit du matériau. En pratique, on procède d'abord à la réalisation de couches, que l'on teste de façon électrique et thermique dans un cryostat, on en tire des lois empiriques, puis suivant la courbe de variation dominante on crée ou identifie ou teste différents modèles théoriques. Ces modèles ont l'avantage par rapport aux lois empiriques, de permettre la compréhension de la physique qui entre en jeu dans les matériaux étudiés, ils sont donc plus prédictifs et permettent de mieux appréhender la façon de concevoir et d'améliorer les instruments. En ce qui concerne les couches de NbSi utilisées pour la conception des thermomètres de la caméra, un certain nombre d'études ont déjà été menées (voir sous-chapitre II.3) et un modèle théorique en a été extrait. Le stade à franchir dans le cadre de la thèse a été la mise au point d'un procédé de réalisation et de lecture de matrices de couches NbSi et la confrontation des expériences faites aux modèles théoriques. En particulier le modèle de comportement de la résistance des couches avec la température,  $R(T)$ .

Le principe de fonctionnement des thermomètres à semi-conducteurs ou à valence mixte est d'utiliser la dynamique de la variation de résistivité au moment de la transition métal-isolant afin d'avoir un maximum de sensibilité dans la gamme de température désirée. À suffisamment basse température, la conduction des électrons au voisinage de cette transition est dominée par un mécanisme de sauts appelé Variable Range Hopping qui a été décrit pour la première fois en 1968 par Mott [Mott, 68], [Mott et Davis, 71]. Nous reviendrons de façon plus détaillée sur l'explication de ce mécanisme lorsque nous présenterons les isolants d'Anderson au Chapitre II. Pour le moment nous donnons simplement le résultat général du comportement de la résistivité afin de présenter de façon plus complète le fonctionnement des bolomètres résistifs, et surtout pour introduire les éléments qui devront être pris en compte pour une étude plus poussée que le bolomètre idéal. Nous présenterons une telle étude un peu plus loin.

### I.2.3.1 Équations caractéristiques des thermomètres à coefficient de température négatif à travers le cas des semi-conducteurs.

Les semi-conducteurs font partie des matériaux les plus simples et des premiers à avoir été utilisés pour des applications de thermométrie résistive à très basse température. La zone thermique de la transition métal-isolant est choisie en jouant sur le dopage du semi-conducteur. Habituellement les plus utilisés pour des applications en dessous de 4K sont le silicium (Si) ou le germanium (Ge). Le matériau doit alors être intensément dopé car la résistivité intrinsèque d'un cristal faiblement dopé devient extrêmement grande à basse température et sa mesure pose alors un certain nombre de problèmes du point de vue bruit et adaptation d'impédance.

La difficulté de réaliser des matériaux dopés uniformément par les méthodes classiques de fusion et cristallisation dirigée du germanium ou du silicium ultra pur ont conduit à développer une technique de bombardement d'un cristal (de Ge ou de Si) par des neutrons. Pour le germanium, une faible partie des atomes sont transmutés en gallium (Ga), en arsenic (As) et en sélénium (Se). La transmutation du germanium par des neutrons est utilisée depuis le milieu du 20<sup>ième</sup> siècle [Cleveland et al, 50], mais l'utilisation de neutrons thermiques permettant d'obtenir des concentrations de dopant extrêmement uniformes rendant possible la réalisation de thermomètres pour des bolomètres infrarouges n'a été mise au point que 35 ans plus tard [Haller, 84]. Par cette technique, des atomes accepteurs de gallium sont produits en excès par rapport à la somme des atomes donneurs d'arsenic et de sélénium, avec un coefficient de compensation de 0,32. Plusieurs mois sont nécessaires pour que toutes les réactions soient terminées et un recuit est nécessaire pour éliminer les défauts cristallins créés. Le composé obtenu, qui porte le nom de NTD-Ge (acronyme anglais de Neutron Transmuted Doped Germanium), a ainsi un dopage parfaitement homogène et suffisamment intense pour que la résistivité à très basse température reste mesurable.

La loi de résistivité obtenue suit la théorie de Mott :

$$\rho(T) = \rho_0 \cdot \exp\left[\left(\frac{T_0}{T}\right)^n\right]$$

Équation II-20

Le paramètre de puissance  $n$  est compris entre 1/4 et 1 selon la gamme de température considérée, les taux de dopage et de compensation (on verra plus en détail l'origine théorique et les explications des paramètres  $T_0$  et  $n$  au paragraphe II.1.3.2). La valeur du paramètre  $T_0$  dépend du régime de conduction, il peut varier sur plusieurs ordres de grandeurs suivant la valeur de  $n$ . Autrement dit la valeur seule de  $T_0$  n'est pas significative. En revanche le coefficient de température véhicule une information physique significative et il peut s'exprimer en fonction de  $n$  et  $T_0$ . Avec la loi de résistivité que l'on vient de donner on constate qu'il est négatif, sa version sans dimension s'écrit :

$$A = \frac{T}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = -n \cdot \left(\frac{T_0}{T}\right)^n$$

Équation II-21

Des valeurs typiques de  $|A| = 6 \dots 15$  sont obtenues entre 20 mK et 300 mK.

Sous forte polarisation, des effets non-ohmiques peuvent être décrits par un modèle de découplage électron-phonon et/ou un modèle d'effet de champ électrique<sup>40</sup>.

<sup>40</sup> Rappelle de la relation entre la tension (ou différence de potentielle) appliquée aux bornes d'un matériau et le champ électrique. Localement on a  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot U$ , où  $U$  est le potentiel électrique. La circulation du champ entre

$$P = V \cdot I = g\Omega \cdot (T_e^n - T_{ph}^n)$$

$$\rho(T, E) = \rho(T, 0) \cdot \exp\left(-\frac{eEL}{k_B T d}\right)$$

Équation II-22

Pour le découplage électron-phonon, le facteur  $\eta$  dépend du matériau étudié, on trouve par exemple  $\eta \approx 6$  dans le cas du Germanium NTD, et  $\eta \approx 5$  dans le cas du  $Nb_xSi_{1-x}$  (voir paragraphe II.2.2.2). Le terme  $\Omega$  est le volume de l'échantillon, on a  $g\Omega = G_{e-ph}$  (voir rappels sur les coefficients de conductance dans les Annexes au sous-chapitre II.4, notamment dans le cas de l'interaction électron-phonon avec l'Équation IV-76 page 408). Pour l'effet de champ,  $e$  est la charge de l'électron,  $L$  et  $d$  représente respectivement la longueur de saut et l'épaisseur de l'échantillon (voir paragraphe II.2.2.1).

Les deux effets sont en fait difficilement différenciables expérimentalement et l'origine physique soumise à discussion. Ces modèles nous permettent d'évaluer les limites d'utilisation d'un thermomètre de dimensions connues. Des valeurs typiques sont de l'ordre de  $g = 10-20 \text{ W/cm}^3/\text{K}^6$  et  $L = 10-20 \text{ nm}$  pour le NTD-Ge [Wang et al, 90]. Pour le NbSi nous en reparlerons un peu au paragraphe suivant et de façon plus détaillée au Chapitre II.

Un autre type de thermomètre est réalisé par implantation ionique des dopants dans du silicium pur. Cette technique permet de réaliser les thermomètres avec les méthodes de lithographie.

### I.2.3.2 Les composés à valence mixte, cas des isolants d'Anderson.

De nombreux matériaux à valence mixte, formés avec au moins un élément métallique, présentent une transition métal-isolant. Parmi ceux-ci les composés non-stœchiométriques, qui ont une structure désordonnée, sont généralement constitués d'un métal et d'un semiconducteur (AuGe, NbSi, ...), on parle alors d'isolants d'Anderson. Le comportement de leur résistivité avec la température suit une loi exponentielle ressemblant à celle des semi-conducteurs, et les effets de découplage électron-phonon et de champ électrique sont également présents dans ces matériaux. Nous y reviendrons de façon plus détaillée au chapitre suivant, mais nous pouvons d'ores et déjà signaler que les puissances appliquées aux températures ( $T^n$  pour la loi de résistivité et  $T^6$  pour le découplage électron-phonon) sont légèrement différentes. Dans le  $Nb_xSi_{1-x}$ , la transition a lieu pour une composition  $x \approx 9 \%$ . Il a la particularité d'avoir un bon couplage électron-phonon ( $g \approx 100 \text{ W/cm}^3/\text{K}^5$  [Marnieros, 98]), ce qui le rend intéressant pour la réalisation de thermomètres en couches minces ( $< 1 \mu\text{m}$ ), car il présente alors une gamme de polarisation pour laquelle les effets non-ohmiques sont négligeables. C'est une des raisons principales pour lesquelles il a été choisi pour réaliser les thermomètres de la caméra.

En pratique les compositions varient entre 7 et 9 % de Nb ; la géométrie typique des films est de quelques centaines de micromètres par côté pour des épaisseurs de l'ordre de la centaine de nanomètres. Suivant les applications envisagées (thermométrie seule, étude de la physique du NbSi, thermométrie pour la bolométrie), ces couches sont déposées sur divers substrats : silicium (Si) avec ou sans couche isolante, saphir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), nitrure de Silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ), etc.

Tous les matériaux dont la résistivité est bien décrite par le modèle de conduction par sauts lors de la transition métal-isolant ont pour valeurs typiques du coefficient de température sans

---

l'électrode A et l'électrode B bornant le matériau et distantes d'une longueur  $l$ , donne la relation entre la tension  $V$  et le champ moyen  $E$  dans le matériau :  $V \equiv U_A - U_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot l$ . Si le matériau est homogène :  $\|\vec{E}\| = E$ .

dimension  $-A \approx 2...20$  et ils ont généralement de hautes impédances de l'ordre de  $R \approx 1 M\Omega ... 100 G\Omega$  [Camus, 02].

### I.2.3.3 Thermomètres à coefficient de température positif.

Dans le cas des coefficients de température positifs, la méthode employée pour la réalisation de thermomètres résistifs est totalement différente ; elle consiste à exploiter la transition métal-supraconducteur de certains composés.

La variation rapide de la résistance d'un film lors de cette transition peut en effet être mise à profit pour atteindre des valeurs élevées du coefficient de température. Ces composés peuvent être construits à partir d'un métal supraconducteur seul ou d'une superposition de deux métaux pour ajuster la température de la transition par effet de proximité, typiquement entre 100 et 700 mK.

Les ordres de grandeur caractéristiques sont  $A \approx 100...1000$  et les impédances sont très faibles :  $R \approx 10 \Omega$  du côté normal de la transition et  $R \leq 1 m\Omega$  du côté supraconducteur (exemple pris pour un film de Ti de  $1,5mm \times 1,5mm \times 40nm$ ) [Camus, 02].

L'utilisation de composés à transition métal-supraconducteur implique une stratégie de conception des bolomètres totalement différente de celle utilisée pour des thermomètres à transition métal-isolant. Compte tenu des basses impédances en jeu l'électronique de polarisation et de lecture des bolomètres va être totalement différente ; la polarisation du thermomètre se fera à l'aide de SQUIDS alors que pour les hautes impédances elle se fera au moyen de transistors à effet de champ pré-refroidis.

Il n'était pas raisonnable d'étudier les deux filières dans le cadre de la thèse. Mais comme il n'était pas raisonnable non-plus de laisser de côté la filière supraconductrice, le projet de caméra bolométrique se fait dans le cadre d'une collaboration entre différents laboratoires. Sont impliqués dans le projet le CRTBT, le LAOG, le CSNSM, le CESR, l'IAS et l'IEF. La filière basse impédance est étudiée plus spécifiquement par l'IAS et le CESR, alors que la filière haute impédance est étudiée plus spécifiquement par le CRTBT et le CSNSM.

## I.3 Analyse des sources de bruit.

D'une manière générale, tout ce qui apporte de l'énergie au niveau du bolomètre ou tout signal électrique qui se superpose au signal utile est susceptible de produire du bruit.

Après une introduction sur les définitions des variables utilisées pour quantifier les bruits, ce paragraphe décrit les principaux bruits que l'on trouve dans les bolomètres (et de façon plus générale dans les systèmes électroniques) et donne une liste des principaux bruits supplémentaires dont il faut tenir compte dans la réalisation du système global qu'est la caméra bolométrique.

### I.3.1 Définitions.

Nous donnons ici des définitions générales des concepts de puissances équivalentes de bruit (NEP) et de températures équivalentes de bruit (NET) (qui avaient été introduits pour le cas du bruit de photon dans la Partie I au paragraphe II.2.4). Comme ces concepts sont très importants et très utiles non seulement pour notre étude mais aussi pour un grand nombre de domaines différents en physique expérimentale, nous signalons au lecteur intéressé qu'ils sont définis avec de plus amples détails qu'ici dans le sous-chapitre II.5 des Annexes.

### I.3.1.1 Puissance équivalente de bruit (NEP) des signaux aléatoires.

Toutes les formules liées aux bruits dans ce mémoire sont établies en émettant l'hypothèse que les bruits dans les systèmes thermodynamiques engendrent des signaux aléatoires stationnaires et ergodiques à puissance moyenne finie.

Soit  $x(t)$  la réalisation particulière d'un processus aléatoire au cours du temps. Notons  $f$  la fréquence et  $\hat{x}(f)$  la transformée de Fourier de  $x(t)$  :  $\hat{x}(f) \equiv TF[x(t)] \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt$  (on remarque que du point de vue des unités  $\hat{x}(f)$  s'exprime en [unité\_de\_x/Hz]). Soit  $x^*$  le complexe conjugué de  $x$ . On montre que l'énergie du signal aléatoire vaut  $\tilde{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}^*(f)\hat{x}(f)df$ . Attention, il s'agit d'une énergie de signal, elle n'a à priori pas de rapport avec l'énergie physique (l'unité dans laquelle cette énergie de signal s'exprime n'est pas nécessairement le Joule !). Par définition  $x^*x$  est la puissance instantanée du signal et  $\hat{x}^*\hat{x}$  est la densité spectrale d'énergie.

La Densité Spectrale de Puissance du signal aléatoire est définie par :

$$P_{xx}(f) \equiv \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \hat{x}_t^*(f) \cdot \hat{x}_t(f) \quad \left[ (\text{unité\_de\_x})^2 / \text{Hz} \right]$$

Équation II-23

Par la suite on utilisera la densité spectrale de puissance monolatérale (que l'on notera DSP)  $P_x(|f|) \equiv 2P_{xx}(f)$  qui permet de caractériser complètement un processus aléatoire Gaussien de moyenne nulle (ce qui est le cas des bruits présentés ici). Par convention,  $P_x(f)$  est définie seulement pour les fréquences positives dans l'intervalle  $[0;f_c]$  avec  $f_c = f_s/2$  (fréquence de coupure ou de Nyquist) et  $f_s$  la fréquence d'échantillonnage lorsque qu'on mesure le signal aléatoire. Il est facile de voir que  $P_x(f)$  est un réel positif et que son unité est évidemment la même que  $P_{xx}(f)$ .

À partir de la DSP, on définit la densité spectrale d'amplitude (DSA) par :

$$\tilde{x}(f) \equiv \sqrt{P_x(f)} \quad \left[ \text{unité\_de\_x} / \sqrt{\text{Hz}} \right]$$

Équation II-24

Si un processus aléatoire  $X$  s'écrit comme somme de  $N$  processus  $x_i$  indépendants  $X = \sum_{i=1}^N x_i$ ,

on a alors  $P_X = \sum_{i=1}^N P_{x_i}$ . Notons que  $P_x(f) \cdot df$  représente la contribution de l'intervalle de fréquence  $[f; f + df]$  à la variance du bruit, c'est-à-dire l'intensité du bruit autour de cette fréquence. Pour être détectable, un signal monochromatique de fréquence  $f$  doit être "plus fort" que ce niveau de bruit.

Si la DSP est indépendante de la fréquence, on parle de bruit blanc et dans le cas contraire de bruit coloré. La Densité Spectrale de Puissance est l'outil mathématique qui permet de quantifier les bruits dans la plupart des systèmes thermodynamiques.

Soit un système quelconque dont on mesure une propriété  $x$  susceptible de fluctuer avec une amplitude finie dans une bande de fréquence  $\Delta f_x$  finie et qui corresponde à un processus aléatoire stationnaire et ergodique. Soit  $S_x$  la fonction qui permet de relier la valeur de  $x$  à la puissance dissipée dans le système, on appelle  $S_x(f)$  [unité\_de\_x / W] la sensibilité en  $x$  du système. La puissance équivalente de bruit du système (Noise Equivalent Power en anglais) est alors définie par le rapport de la densité spectrale d'amplitude à la sensibilité :

$$NEP \equiv \frac{\sqrt{P_x(f, \Delta f_x)}}{S_x(f)} \quad \left[ W / \sqrt{\text{Hz}} \right]$$

Équation II-25

Ce concept de NEP est très général et très pratique. Il est employé dans toutes les expressions qui traitent du bruit. Différentes formulations de NEP, liées à différents processus de bruits sont présentées dans ce mémoire (Partie I, paragraphe II.2.4, Partie II, paragraphe I.3.2, ou, Partie III, Chapitre I).

Toutes les sources de bruit dans le bolomètre sont considérées comme provenant de marches au hasard. Tous les signaux de bruits sont gaussiens (sauf certains qui sont poissonniens, mais nous le précisons dans ce cas) et ils sont stationnaires et ergodiques (compte tenu de la définition de l'équilibre thermodynamique). Dans ces conditions, on peut appliquer le formalisme des signaux aléatoires présentés ici.

Outre une définition plus détaillée des concepts utilisés dans la description des processus aléatoire et de la NEP, des informations plus complètes sur la marche au hasard, le théorème de limite centrale et sur les signaux gaussiens sont présentées dans les Annexes au sous-chapitre II.5. Le paragraphe II.5.3 détaille en particulier l'origine de la définition de la largeur de bande de bruit  $B$  (utilisée à plusieurs reprises dans le mémoire) et explique le lien entre cette largeur de bande, la fréquence de coupure d'un filtre  $f_c$  et sa constante de temps  $\tau$  :

$$\frac{1}{B} = f_{BW} = \frac{f_c \pi}{2} = \frac{1}{4 \cdot \tau}.$$

### I.3.1.2 Température équivalente de bruit (NET).

Comme on l'a vu la NEP est un outil extrêmement puissant pour la mesure du bruit, et il sera systématiquement utilisé pour la description et la caractérisation des systèmes physiques soumis au bruit (autrement dit pour tous les systèmes physiques !). Mais il est souvent intéressant de rapporter le bruit par rapport aux quantités que l'on souhaite mesurer ; on a déjà souligné l'intérêt pratique d'une telle démarche au paragraphe II.2.4.3 de la Partie I, lorsque l'on avait introduit les NET et NEFD pour les mesures astrophysiques. Le concept que l'on introduit ici est la définition exacte de la température équivalente de bruit (NET). Comme on va le voir et en expliquer la raison, il est légèrement différent de celui donné pour les mesures astrophysiques.

Imaginons un système qui permet de mesurer la température à travers une variable  $x$  donnée soumise à un bruit par un processus physique aléatoire. Ce bruit va se répercuter sur la mesure par des fluctuations de température. La variable qui sert à quantifier ces fluctuations est la température équivalente de bruit, définie simplement par le rapport entre la densité spectrale d'amplitude (unité de  $x$  par racine de hertz) et la réponse en unité de  $x$  par unité de température du système de mesure :

$$NET \equiv \frac{\sqrt{P_x(f)}}{s_{x/T}} \quad [K / \sqrt{Hz}]$$

Où  $P_x(f)$  est la densité spectrale monolatérale de puissance du processus aléatoire responsable du bruit sur la variable  $x$ .

Remarque :

On voit tout de suite apparaître la différence avec la NET qui avait été introduite dans la Partie I, à l'Équation I-21 page 65. En astrophysique, on préfère en effet exprimer la température équivalente de bruit dans une unité qui permet de calculer facilement le temps d'intégration nécessaire pour détecter une puissance incidente donnée (exprimée en température équivalente de puissance de rayonnement) compte tenu du bruit total sur la mesure. On tient alors compte du repliement de spectre qui vient de la définition de la densité spectrale de puissance par la transformée de Fourier du signal aléatoire responsable du bruit. Autrement dit on définit la NET via la DSP bilatérale et non pas via la DSP monolatérale, et pour éviter la confusion entre les deux termes qui portent le même nom on les distingue en

utilisant la seconde à la place du hertz pour l'unité temporelle. D'après la définition que l'on vient de donner, il vient facilement  $NET_{astro} \equiv NET_{réelle} / \sqrt{2} \quad [K \cdot \sqrt{s}]$ .

Lorsque dans un système électrique il existe un phénomène physique responsable de fluctuations de tensions, on donne à la densité spectrale d'amplitude le nom de tension équivalente de bruit, que l'on note  $e_N$ . D'après l'Équation II-24, la définition de cette tension équivalente de bruit est donnée par :

$$e_N \equiv \sqrt{P_V(f)} = \frac{V_N}{\Delta f} \quad [V / \sqrt{Hz}]$$

Équation II-26

Où  $V_N$  est simplement la tension moyenne engendrée par ce processus dans une bande de fréquence  $\Delta f$ .

Mais si le système électrique est utilisé pour mesurer une observable donnée, on comprend bien qu'il est agréable de connaître la quantité de bruit engendré par le processus aléatoire dans l'unité de l'observable. Pour cela il suffit d'utiliser la réponse en tension du système par rapport à l'observable. Dans le cas de thermomètres, comme c'est le cas des systèmes électriques dont nous parlons dans cette partie du mémoire, l'observable est évidemment la température. La variable qui nous permet de quantifier les bruits d'origine électrique en terme de température est la température équivalente de bruit. Dans le cas des thermomètres résistifs, donc à coefficient de température négatif, polarisés à courant constant, elle est donc simplement définie à partir de la tension équivalente de bruit et de la sensibilité tension/température des thermomètres (voir Équation II-14 page 118) :

$$NET \equiv \frac{\sqrt{P_V(f)}}{s_{V/T}} = \frac{e_N}{dV/dT} \quad [K / \sqrt{Hz}]$$

Équation II-27

La NET est définie par rapport à la quantité physique de laquelle est issue le bruit. Pour un thermomètre à coefficient de température positif polarisé à tension constante elle sera donc définie par le rapport entre le courant équivalent de bruit et la sensibilité courant/température du thermomètre.

### I.3.2 Bruits fondamentaux.

La thermodynamique impose une limite aux fluctuations des grandeurs statistiques des systèmes à l'équilibre. On rappelle que le bolomètre est essentiellement système constitué d'un corps (l'absorbeur + le thermomètre) mis en contact avec un réservoir isotherme (le point froid du cryostat) et d'un élément dissipatif (le thermomètre).

La connaissance de la Densité Spectrale de Puissance suffit à décrire les bruits de la caméra bolométrique, supposés gaussiens, stationnaires et ergodiques.

Attention ! La démonstration théorique rigoureuse des termes de bruit est en réalité extrêmement délicate car certaines quantités thermodynamiques ne sont bien définies que pour deux systèmes idéaux limites qui n'existent pas dans la nature, mais vers lesquels tendent les systèmes réels. Ces deux systèmes sont :

- Le système isolé. Dans ce cas l'énergie  $E$  est fixée et elle ne peut fluctuer. La température  $T$  et la capacité calorifique  $C$  d'un tel système ne sont pas définies stricto sensu. On les définit alors comme la température et la capacité calorifique d'un système équivalent de même énergie, à l'équilibre, couplé à un thermostat. La température ainsi définie peut alors varier. Dans le cas du bolomètre on se rapproche de ce type de système pour tous les

temps  $t \rightarrow 0$  (du moins  $t \ll \tau_e$  où  $\tau_e$  est la constante de temps effective définie au paragraphe I.2.2.4).

- Le système en contact avec un thermostat. Dans ce cas la température est fixée et elle ne peut fluctuer. L'énergie est définie par la physique statistique (voir Annexes, sous-chapitre I.1) et elle peut fluctuer. La définition statistique est différente de celle d'un système isolé, même si les valeurs sont identiques. La capacité calorifique n'est définie qu'en dehors de l'équilibre (en faisant varier  $T$  de façon infinitésimale). Dans le cas du bolomètre on se rapproche de ce type de système pour tous les temps  $t \rightarrow \infty$  (du moins  $t \gg \tau_e$ ).

Heureusement le théorème de la limite centrale est bien plus général que la présentation faite pour la marche au hasard. L'une de ses implications est que les systèmes non idéaux, composés d'un grand nombre de constituants individuels, peuvent être correctement décrits par des variables idéales telles que celles que nous venons de présenter. Dans les paragraphes suivants on fera ainsi aussi bien varier la température que l'énergie, en considérant que le bolomètre est un système intermédiaire tendant vers l'un ou l'autre des deux systèmes idéaux (isolé ou thermostaté) suivant que le produit de la pulsation  $\omega$  par le temps de réponse  $\tau \approx C/G_d$  est inférieur ou supérieur à l'unité.

### I.3.2.1 Bruit de phonon.

Dans le cadre du bolomètre idéal (voir hypothèses énoncées en I.2.1 et I.2.2) l'absorbeur et le thermomètre constituent un corps de capacité thermique  $C$  que l'on considérera à la même température  $T_b$  que le cryostat (système à l'équilibre). Une fois encore on revient aux équations de base de la thermodynamique statistique pour calculer les fluctuations moyennes d'énergie dans le bolomètre. Considérons que ce dernier soit constitué d'un nombre  $N$  de particules (nous préciserons leur nature peu après), considéré pour le moment comme constant (pour simplifier l'écriture des équations, on généralisera au cas où  $N$  varie ensuite). Chaque particule, repérée par un indice  $i$ , a une probabilité  $p(i)$  de se trouver dans un état d'énergie  $E_i$ . La distribution de Boltzmann et la définition de la moyenne sur un système statistique soumis à des fluctuations (voir Équation IV-3 et Équation IV-5 page 346 dans les Annexes) nous permettent d'écrire :

$$\frac{dZ}{d\Gamma} = \frac{1}{\Gamma^2} \left( \sum_i E_i \exp\left(-\frac{E_i}{\Gamma}\right) \right) = \frac{Z\bar{E}}{\Gamma^2}$$

La variable  $Z = \sum_i \exp\left(-\frac{E_i}{\Gamma}\right)$  étant la fonction de partition du système et  $\Gamma \equiv k_B T_0$  l'énergie de fluctuation thermique. En dérivant une deuxième fois par rapport à  $\Gamma$  chacun des termes de l'équation précédente et en utilisant les définitions de  $Z$  et  $\bar{E}$ , on obtient :

$$\frac{d^2 Z}{d\Gamma^2} = -\frac{2Z\bar{E}}{\Gamma^3} + \frac{Z\bar{E}^2}{\Gamma^4} = \frac{Z\bar{E}^2}{\Gamma^4} - \frac{2Z\bar{E}}{\Gamma^3} + \frac{Z}{\Gamma^2} \frac{d\bar{E}}{d\Gamma}$$

D'où l'on tire la valeur quadratique des fluctuations d'énergie<sup>41</sup> :

$$\overline{(\Delta E)^2} \equiv \overline{(E - \bar{E})^2} = \bar{E}^2 - \bar{E}^2 = \Gamma^2 \frac{d\bar{E}}{d\Gamma}$$

<sup>41</sup> Toutes les relations données ici ne dépendent pas du temps à l'équilibre thermodynamique avec le thermostat, dans ce cas, pour toute fluctuation d'une variable  $X$  donnée ( $E$  ou  $T$  par exemple) on a  $\overline{\Delta X} = \overline{X - \bar{X}} = \sum_i (X_i - \bar{X})P_i = \bar{X} - \bar{X} = 0$ .

En utilisant la définition de la capacité calorifique et en remplaçant  $\Gamma$  par sa définition, on en déduit l'expression connue des fluctuations d'énergie dans un système de capacité calorifique  $C$  à la température d'équilibre  $T$  :

$$\overline{(\Delta E)^2} = k_B \cdot T^2 \cdot C$$

Elles se traduiront par des fluctuations de la température autour de l'équilibre :

$$\overline{(\Delta T)^2} = \frac{\overline{(\Delta E)^2}}{C^2} = \frac{k_B T^2}{C}$$

Dans le domaine fréquentiel, elles peuvent être décrites par la densité spectrale de puissance  $P_T(\omega)$  :

$$\overline{(\Delta T)^2} = \int_0^\infty P_T(\omega) \cdot d\omega$$

Dans le cadre d'un bolomètre idéal, sa sensibilité est de la forme Lorentzienne<sup>42</sup> (voir Équation II-15 page 118). La bande passante équivalente de bruit  $B$  est liée à la constante de temps (physique si on ne considère pas l'effet de contre-réaction thermique) par  $B = 1/4\tau$  (voir paragraphe précédent). Ainsi, la densité spectrale des fluctuations de température sera donnée par :

$$P_T(\omega) = \frac{\overline{(\Delta T)^2}}{B} = \frac{k_B \cdot T^2}{C} \cdot \frac{4 \cdot C}{G_d} = \frac{4k_B \cdot T^2}{G_d} \quad [K^2 / Hz]$$

Équation II-28

On constate que  $P_T(\omega)$  ne dépend pas de  $\omega$ , il s'agit donc d'un bruit blanc. Cette relation met par ailleurs en évidence le lien entre les fluctuations et l'existence d'une liaison thermique : élément dissipatif du système de conductance  $G_d$ . On peut interpréter ces fluctuations par le passage d'énergie sous la forme de quanta. Les seuls "véhicules" permettant de transporter l'énergie dans l'absorbeur, qui est un matériau isolant, sont les phonons. Le bruit de température présenté ici porte donc naturellement le nom de bruit de phonon. Notons que le raisonnement précédent doit alors être mené sur non pas sur  $E$  seul, mais sur  $E - \mu N$ , où  $\mu$  est le potentiel chimique des phonons et  $N$  leur nombre. Un terme  $(\Delta N)^2$  de fluctuation du nombre de phonons apparaît, mais le résultat sur les fluctuations d'énergie et de température reste le même.

Pour le détecteur, nous nous intéressons aux fluctuations équivalentes en terme de puissance reçue. L'unité de puissance étant le Watt, on établit le lien entre la densité spectrale de puissance de fluctuation de température,  $P_T(\omega)$ , et les fluctuations de puissance elles-mêmes, via la conductance du bolomètre. Ainsi la Densité Spectrale d'Amplitude des fluctuations de puissance thermique divisée par la sensibilité en température (qui n'est autre que l'inverse de la conductance dynamique :  $S_T(\omega) \equiv dT/dP = 1/G_d$ ) donne la puissance équivalente de bruit de phonon :

$$NEP_{phonon}(\omega) = \sqrt{G_d^2 \cdot P_T(\omega)} = \sqrt{4 \cdot G_d \cdot k_B \cdot T^2} \quad [W / \sqrt{Hz}]$$

Équation II-29

Cette approche est basée sur l'hypothèse d'un système à l'équilibre thermique. En réalité, lorsqu'il est soumis à un rayonnement, le bolomètre voit la température de l'absorbeur s'élever par rapport à  $T_b$ . J.C.Mather a étudié l'influence du non-équilibre en prenant en

<sup>42</sup> Une Lorentzienne centrée sur une fréquence  $f_0$ , de bande passante  $B$  (définie par la largeur à mi-hauteur de la courbe) est définie par :  $L_{f_0, B} = \frac{Cte}{1 + (f - f_0)^2 (2/B)^2}$ .

compte la répartition de température dans le lien thermique [Mather, 82]. Il a établi que l'on surestimait ainsi la contribution du bruit de phonon de l'ordre de 30 %.

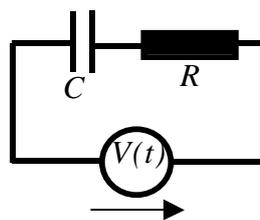
### I.3.2.2 Bruit Johnson expliqué par l'expérience théorique de Nyquist.

Par des considérations similaires sur les électrons, on va établir la DSP des fluctuations de tension aux bornes d'une résistance électrique  $R$ .

Dans les Annexes, au paragraphe II.3.4 portant sur la conductivité thermique des électrons, on introduit l'interaction entre le "gaz d'électrons libres" et le réseau par des Hamiltoniens adéquats (voir Équation IV-52 page 388). En utilisant ces Hamiltoniens et l'équation fondamentale de la dynamique on en déduit une expression du temps de relaxation  $\tau$ , (Équation IV-63 et Équation IV-64), qui donne le lien entre la vitesse des électrons et la résistivité du métal. Il serait un peu long d'en présenter la justification théorique rigoureuse ici, mais moyennant quelques corrections (notamment faire intervenir la configuration électronique dans la valeur de  $\tau$ , qui va alors dépendre de la répartition spatiale et de la température), on peut montrer que cette hypothèse du temps de relaxation peut s'appliquer à des systèmes moins idéaux que les électrons presque libres dans un cristal isotrope et homogène. On peut en fait généraliser la définition de la résistivité à n'importe quel matériau, même s'il s'agit d'un amorphe comme le NbSi (voir Chapitre II).

Pour calculer le bruit en tension dans la résistance on utilise la démonstration classique, connue sous le nom de théorème de Nyquist, qui consiste à considérer les sources de bruits comme des forces électromotrices (f.e.m) aléatoires de moyennes nulles. On peut alors imaginer différents types de circuits électriques équivalents pour étudier le problème (par exemple un générateur de tensions aléatoires en série avec la résistance, branché aux bornes d'une résistance de charge, ou des sources de courant en parallèle avec la résistance branchées aux bornes d'une capacité, etc.)

Prenons l'exemple du circuit simple de la figure ci-dessous, comportant une résistance  $R$  et une capacité  $C$  [Galais, 02]<sup>43</sup>. L'ensemble du circuit est à la température  $T$ . Les porteurs de charges (les électrons libres d'un métal par exemple) sont soumis à l'agitation thermique et les fluctuations de leur répartition se traduisent, au niveau des armatures du condensateur, par une charge aléatoire  $q(t)$ .



Expérience théorique pour le calcul de la tension de bruit thermodynamique généré par une résistance  $R$  à la température  $T$ .

On modélise donc la source de bruit thermique comme un générateur de tension  $V(t)$  dont la fonction est aléatoire, ergodique et stationnaire. On suppose de plus que des échantillons de tensions pris aux instants  $t$  et  $t + \tau$  sont statistiquement indépendants, quelle que soit la valeur de  $\tau$ . Cette dernière hypothèse de non-corrélation du bruit se traduit par une fonction d'autocorrélation  $C_V(t) = (V * V)(t)$  en forme de pic de Dirac, ou ce qui est équivalent, par une densité spectrale de puissance uniforme  $P_V(f) = \hat{V}(f) \cdot \hat{V}(f) = \hat{V}_0^2$  ; autrement dit, il s'agit

<sup>43</sup> Cours sur le site [http://www.phytem.ens-cachan/telechargement/TP\\_ModuleL1/bruit\\_thermique.pdf](http://www.phytem.ens-cachan/telechargement/TP_ModuleL1/bruit_thermique.pdf)

d'un bruit blanc. Une approche plus réaliste devrait tenir compte de  $\tau_r$ , le temps de relaxation des électrons. On remplace alors le Dirac représentant des fluctuations de tension totalement décorrélées par une fonction élargie (par exemple une exponentielle décroissante) dont la largeur est de l'ordre de grandeur de  $\tau_r$ . Ces fluctuations ont un support spectral qui s'étend jusqu'à  $f = k_B T/h$  largement supérieur à la bande passante du détecteur. Elles apparaîtront donc comme un bruit blanc aux fréquences qui nous intéressent<sup>44</sup>.

Dans l'hypothèse du bruit blanc ci-dessus, calculons la valeur  $\hat{V}_0^2$  de la densité spectrale du bruit. L'énergie moyenne stockée dans le circuit peut se calculer au niveau du condensateur en considérant que les électrons qui se déplacent à l'intérieur fournissent un travail élémentaire<sup>45</sup>

$$\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dr} = e \cdot \vec{E} \cdot \vec{dr} = Vdq = \frac{1}{2} C \cdot dV^2. \text{ D'où l'énergie de la capacité : } E_{capa} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{q^2}{2C}.$$

La charge  $q$  est un paramètre libre de varier, elle représente donc un degrés de liberté du système en équilibre avec  $T$ . Le théorème de la limite centrale et le théorème d'équipartition de l'énergie montrent que le degré de liberté apparaît sous forme parabolique dans

l'Hamiltonien. On a alors une fonction de partition  $Z_{capa} = \frac{P(q)}{\sum P(q)}$  avec  $P(q) = e^{-\frac{q^2}{12C}}$ . D'après

le principe d'équipartition de l'énergie, celle de la capacité doit être égale à celle d'un degré de liberté des particules formant le système global. Dans le cas du circuit électrique de l'expérience théorique, les particules participant à la conduction électrique dans le système sont les électrons. On fait l'hypothèse qu'ils sont "libres" et à l'équilibre thermique à la température  $T$ . Dans ce cas on a (voir le rappel sur l'énergie moyenne d'un système thermodynamique, dans les Annexes au paragraphe II.5.4) :

$$\frac{\overline{q^2}}{2C} = \frac{k_B T}{2}$$

Pour la valeur quadratique moyenne de la charge il faudrait utiliser la moyenne sur les échantillons, mais l'hypothèse d'ergodicité du bruit permet de remplacer cette valeur moyenne par une moyenne temporelle sur  $q^2(t)$ . Une analyse de Fourier du circuit fournit l'équation électrique suivante pour la composante de fréquence  $f$  :

$$\hat{V} = \frac{\hat{q}}{C} + i\omega R\hat{q} \Rightarrow |\hat{q}|^2 = \frac{(\hat{V}C)^2}{1 + (\omega \cdot RC)^2} = \frac{(\hat{V}_0 C)^2}{1 + (\omega \cdot RC)^2}$$

Le dernier terme est obtenu en utilisant l'hypothèse de bruit blanc. Le calcul de l'énergie s'effectue alors en sommant la contribution de toutes les pulsations :

$$\frac{\overline{q^2}}{2C} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{|\hat{q}|^2}{C} df = \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_0^2}{4R} = \frac{k_B T}{2}$$

<sup>44</sup> Pour être plus précis, le spectre de puissance associé aux fluctuations décroît aux fréquences élevées, avec une fréquence de coupure  $f_c \approx \frac{1}{2\pi\tau_r}$ . Les fréquences usuelles de l'électronique sont encore largement inférieures à

cette limite ( $\ll 150$  GHz), c'est pourquoi l'hypothèse d'un bruit blanc, de densité spectrale constante, est en fait toujours vérifiée, même pour des systèmes plus rapides que le cas de la caméra bolométrique.

<sup>45</sup> Le raisonnement correct doit se faire avec un rayonnement de corps noir qui thermalise la capacité via le champ électrique  $\vec{E}$  véhiculé par le rayonnement. On voit alors apparaître d'autres termes dans l'expression de l'énergie ; l'Hamiltonien complet du condensateur s'écrit sous la forme  $H_{capa} = H_q + H_{autres}$ . Le premier terme correspond à l'énergie du champ de mode  $\vec{k} = 0$ , c'est-à-dire que dans ce mode le champ est uniforme dans la capacité. On peut montrer que les autres modes ne dépendent pas de  $q$ , et ils n'interviennent pas dans le reste du raisonnement.

Finalement on obtient pour la densité spectrale de puissance de bruit Johnson :

$$P_V(\omega) = 4 \cdot k_B T \cdot R \quad [V^2 / Hz]$$

Équation II-30

La formulation équivalente de Nyquist donne la puissance de bruit pour une bande de fréquence (attention : ici l'unité du signal étant le Volt, cette "puissance" s'exprime donc en Volt<sup>2</sup>) :

$$V_N^2 = 4k_B T \cdot R \cdot \Delta f$$

Remarques :

- À titre d'exemple numérique, le bruit thermique pour une résistance de 10 MΩ à température ambiante, mesuré dans un circuit dont la bande passante est de 100 MHz crée une tension de bruit dont la valeur efficace est de 4 mV.
- Historiquement cette tension de bruit a été mesurée expérimentalement pour la première fois par Johnson, d'où le nom de bruit Johnson [Johnson, 28]. L'analyse thermodynamique a été menée par Nyquist dans la foulée [Nyquist, 28].
- La tension de bruit ne dépend pas de  $C$ , mais seulement de  $R$ . L'expérience théorique peut être menée avec d'autres montages équivalents, par exemple en remplaçant  $C$  par une résistance de charge  $R'$  (voir [Kittel, 69] pour la démonstration).
- Les résultats donnés ici ont été déduits d'hypothèses simplificatrices comme celle des électrons libres ou celle de la seule participation des termes dépendant de  $q$  dans l'application du théorème d'équipartition de l'énergie. L'analyse complète et rigoureuse du problème est un peu longue, mais elle aboutit au même résultat (c'est une fois de plus l'illustration de la force du théorème de la limite centrale et des propriétés particulières des systèmes thermodynamiques proches de l'équilibre).

Pour être cohérent avec l'expression du bruit de phonon donné au paragraphe précédent (Équation II-29), il faut exprimer le bruit de Nyquist en terme de puissance équivalente de bruit (on l'appelle alors bruit Johnson). Si on dispose d'un instrument de sensibilité en tension  $S_V(\omega)$  [V/W], la puissance équivalente de bruit s'établit immédiatement :

$$NEP_{Johnson}(\omega) = \frac{\sqrt{4 \cdot k_B \cdot T \cdot R}}{S_V(\omega)} \quad [W / \sqrt{Hz}]$$

Équation II-31

Cette équation est très générale et elle est vérifiée pour tout système ayant une résistance électrique. Mais attention, cette formulation de la deuxième égalité (établie en utilisant l'Équation II-30) ne fait pas apparaître l'effet d'une éventuelle contre-réaction thermique qui modifie à la fois  $T$  et  $R$ . Nous allons établir au paragraphe suivant différentes formulations de la  $NEP_{Johnson}$  dans le cas du bolomètre idéal avec contre-réaction thermique.

### I.3.2.3 Effet de la contre-réaction thermique dans le cas du bolomètre idéal.

La contre-réaction thermique introduit un mécanisme qui compense les fluctuations de tension aux bornes de la résistance (voir paragraphe I.2.2.2). La prise en compte correcte de ces effets demande de modéliser les transferts d'énergie dans le bolomètre.

En introduisant le bruit Johnson dans l'équation de puissance (conservation de l'énergie) du bolomètre idéal il est possible d'établir rapidement l'expression correcte pour les fluctuations de tensions dans le cas de notre contre-réaction :

$$\begin{cases} U_{\text{mesuré}} = RI + \sqrt{4k_B TR} \cdot \sqrt{f} \equiv U + b \\ C \frac{dT}{dt} = UI + bI + P_a - G(T^n - T_b^n) \end{cases}$$

En posant  $\tau = \frac{C}{G_d} = \frac{C}{nGT_e^{n-1}}$  et  $\tau_e = \frac{C}{nGT_e^{n-1} + |R|I^2}$  la solution du système est :

$$\frac{\Delta U}{b} = \frac{\tau_e}{\tau} \cdot \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\tau_e}$$

Équation II-32

Le signal sur bruit tend donc vers  $\tau_e/\tau < 1$  à basse fréquence, subit une transition entre  $(1/2\pi\tau) < f < (1/2\pi\tau_e)$  et tend vers 1 à haute fréquence.

La traduction en terme de densité spectrale de puissance des fluctuations de tensions dues au bruit Johnson donne :

$$\tilde{P}_V(\omega) = \frac{(\Delta U)^2}{\Delta f} = 4k_B TR \cdot \left( \frac{\tau_e}{\tau} \cdot \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\tau_e} \right)^2$$

En utilisant la sensibilité  $S_V(\omega)$  [V/W] établie dans le cadre du bolomètre idéal avec contre-réaction thermique à l'Équation II-15 page 118, on obtient l'expression de la  $NEP_{\text{Johnson}}$  :

$$NEP_{\text{Johnson}}(\omega) = \sqrt{4 \cdot k_B T \cdot P_{el}} \cdot \frac{G_d}{\alpha \cdot P_{el}} \cdot (1 + i \cdot \omega\tau)$$

Équation II-33

Notons que J.C.Mather [Mather, 84] a publié une analyse de ce problème dans le cadre d'un bolomètre idéal (absorbeur et thermomètre isothermes). Il propose l'expression suivante pour le bruit Johnson :

$$NEP_{\text{Johnson}}(\omega) = \sqrt{4 \cdot k_B T \cdot P_{el}} \cdot \frac{Z + R}{Z - R} \cdot (1 + i \cdot \omega\tau)$$

En utilisant les relations établies pour le paramètre  $H$  (Équation II-18 et Équation II-19 page 121) on vérifie immédiatement que les deux expressions sont égales.

Cette discussion est importante dans le cas des méthodes utilisant la contre-réaction thermique extrême. La modélisation de Mather permet d'estimer la NEP relative aux bruits fondamentaux que sont le bruit de phonon et le bruit Johnson ( $\omega \ll 1/\tau$ ) :

$$NEP^2 = NEP_{\text{Phonon}}^2 + NEP_{\text{Johnson}}^2 = 4k_B T^2 G_d \cdot \left( 1 + \frac{G_d}{\alpha^2 \cdot T \cdot P_{el}} \right)$$

Équation II-34

Elle prévoit que l'on pourrait pratiquement supprimer la contribution du bruit Johnson sans modifier la contribution du bruit de phonons lorsque le coefficient de température est suffisamment grand.

Comme les thermomètres des bolomètres servent à mesurer des variations de températures, il est assez agréable de connaître la traduction des bruits en terme de température équivalente de bruit. Lorsque le bruit Johnson domine (on verra que c'est en pratique le cas pour les thermomètres optimisés), en utilisant l'Équation II-14 page 118, l'Équation II-27 page 128 et l'Équation II-30 page 133, on trouve facilement :

$$NET = \frac{1}{|\alpha|} \sqrt{\frac{4k_B T}{P_{el}}} \quad [K / \sqrt{Hz}]$$

Équation II-35

En tenant compte de cette NET, on constate que l'on peut réécrire la NEP du bolomètre (lorsque seuls les bruits Johnson et phoniques dominent) sous la forme :

$$NEP^2 = 4k_B T^2 \cdot G_d + NET^2 \cdot G_d^2$$

Équation II-36

Nous retrouverons cette formule lorsque nous étudierons l'optimisation du bolomètre au paragraphe I.4.1.1.

### I.3.3 Bruit en 1/f, particularité des matériaux amorphes et des couches minces.

Outre le bruit Johnson (ou Nyquist) et le bruit de phonon, qui sont communs à tous les matériaux résistifs et que l'on a déjà évoqué au paragraphe précédent, on observe dans le  $Nb_xSi_{1-x}$  deux autres types de bruits : le bruit en  $1/f$  et le bruit à deux niveaux ("pop corn"). Les origines du premier sont le sujet de ce paragraphe. Nous reviendrons brièvement sur le second au paragraphe I.3.4.

Comme son nom l'indique, le bruit en  $1/f$ , appelé aussi "bruit rose" ou bruit de scintillation, est caractérisé par une densité spectrale de puissance qui varie comme l'inverse de la fréquence. La plupart des composants électroniques ont également ce défaut. Pour s'en affranchir on a recours à un système de transposition des signaux vers des fréquences plus élevées grâce à un système de modulation de fréquence (ou lock-in ou détection synchrone). On verra dans la Partie III la mise en œuvre d'un tel procédé dans le cas de la caméra bolométrique. En attendant il est intéressant de connaître l'origine physique d'un tel bruit afin de le minimiser lors de la réalisation des bolomètres et d'optimiser ainsi la détection synchrone et la chaîne d'acquisition dans son ensemble.

Notons que le bruit en  $1/f$  n'est pas seulement observé dans les isolant d'Anderson, de nombreuses études montrent qu'il apparaît dans tous les composés en couches minces. Ce comportement a notamment été étudié dans des métaux. Malgré toutes les études publiées, il n'existe pas de théorie pleinement satisfaisante permettant d'expliquer correctement ce bruit. Différents modèles ont cependant vu le jour, nous en donnons ici une description rapide, des informations plus complètes sont présentées dans les thèses de [Buzzí, 99] et [Savry, 01].

Le bruit en  $1/f$  peut être décrit à l'échelle macroscopique par des fluctuations de résistances engendrant une tension de bruit sous l'effet d'un courant de polarisation. Il a été démontré que la polarisation des résistances ne fait que révéler le bruit en  $1/f$  [Voss et Clarke, 76]. La tension de bruit résultante est proportionnelle à la tension de polarisation et les effets de ce bruit se font sentir typiquement en dessous de 1 kHz.

Comme cela est montré dans les Annexes au paragraphe II.3.4, la conductivité électrique des matériaux dépend du nombre de porteurs  $n$  et de leur mobilité  $\mu$   $\left( \sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m} = n \cdot e \cdot \mu \right)$ . Les fluctuations de résistances peuvent donc être imputées à l'un ou l'autre de ces deux termes, ce qui est à l'origine historique des deux grandes écoles qui se sont "formées" pour expliquer l'origine du bruit en  $1/f$ .

Dans le cas où c'est le nombre total de porteurs qui entre en jeu, il a été montré que le bruit varie comme l'inverse du volume de l'échantillon [Van Der Ziel, 59]. Ce comportement est évidemment un facteur limitant assez contraignant pour la réalisation de couches très minces. Le simple calcul de la densité spectrale de bruit due aux fluctuations du nombre de porteurs de courant ne permet pas de faire apparaître la dépendance en  $1/f$  du bruit. Mc Worth a

établi un modèle de piégeage des porteurs par l'oxyde se formant naturellement à la surface des semi-conducteurs [Mc Worthier, 55]. Ce modèle suppose que la fréquence de piégeage décroît exponentiellement avec la distance à l'interface oxyde-semiconducteur et il aboutit à une dépendance en  $1/f$  du bruit. Cependant de nombreuses expériences ont montré qu'il existe des sources de bruit intrinsèques qui ne dépendent pas des caractéristiques topologiques ou physiques de la surface. D'autre part le modèle prévoit une décroissance du bruit au-dessous d'une fréquence suffisamment basse, ce qui n'a jamais été observé.

L'hypothèse de fluctuation de mobilité des porteurs a été introduite par Hooge [Hooge, 72]. Selon son modèle, le bruit en  $1/f$  est lié à la diffusion des porteurs par le réseau. Ce phénomène prédominerait sur la diffusion par les impuretés ou la surface du matériau [Hooge et Vandamme, 78]. Hooge a introduit une formule empirique très utilisée car confirmée par les études de nombreux systèmes :  $P_I(f)/I^2 = \alpha_H/(n \cdot f)$ , où  $P_I$  est la densité spectrale de puissance en terme d'intensité du courant de bruit,  $I$  est le courant de polarisation,  $\alpha_H$  est une constante qui dépend du matériau,  $n$  est le nombre de porteurs et  $f$  est évidemment la fréquence.

Outre les phénomènes décrit par les deux modèles précédents il a été identifié de nombreuses sources de bruit en  $1/f$  : non-ohmicité des contacts, dislocations, migrations d'ions, etc. [Kruse et al, 62]. Il a été montré que le bruit en  $1/f$  est particulièrement élevé dans les matériaux granulaires [Van Der Ziel, 59]. Les fluctuations de température et surtout l'état du milieu ambiant (atmosphère humide ou non) ont une influence certaine. L'étude de Cohen sur des films d'oxydes de zinc a montré qu'il existait une très forte dépendance du bruit en  $1/f$  avec le désordre du matériau [Cohen et al, 92]. Il suggère que l'effet de localisation joue un rôle déterminant à l'approche de la transition d'Anderson (nous reviendrons sur cet effet de localisation et sur la transition d'Anderson au Chapitre II).

Du fait du grand nombre de sources potentielles, il existe de nombreux modèles de bruit en  $1/f$ . Malgré plus d'un demi-siècle de recherches sur le sujet il n'existe pas de théorie communément acceptée. Cette lacune a poussé théoriciens et expérimentateur à chercher des modèles spécifiques à la conduction par sauts à basse température (qui comme on le verra est le processus de transport du courant expliquant le comportement des isolants d'Anderson).

Les expériences réalisées par Voss sur des transistors de type MOSFETs à 4,2 K suggèrent que le bruit en  $1/f$  est une propriété intrinsèque de la conduction par saut et non un effet de piégeage dans la couche d'oxyde contrairement au modèle de Worthier [Voss, 78].

Suite à ces expériences, Shklovskii a développé une théorie du bruit en  $1/f$  dans les milieux désordonnés qui dépend de la distribution spatiale aléatoire des impuretés [Shklovskii, 80]. Les impuretés se comportent comme des pièges pour les électrons de conduction, ce qui fait varier leur nombre et donne naissance au bruit en  $1/f$ . Dans son modèle Shklovskii émet deux hypothèses principales : il néglige les corrélations électron-électron (et suppose que le matériau est très faiblement dopé) et il considère que l'énergie thermique  $k_B T$  est de l'ordre de la largeur de bande interdite<sup>46</sup> des impuretés. En conclusion il prévoit du bruit blanc aux basses fréquences ( $f < f_0$ ) et un bruit en  $1/f$  pour des fréquences intermédiaires ( $f_0 < f < f_c$ ). Ce modèle ne semble être valide que pour de très basses concentrations de dopant (par exemple pour le Si:P moins de  $5 \cdot 10^{16}$  atomes de P par  $\text{cm}^3$ ) et donne en général des fréquences  $f_0$  bien plus élevées que ce qui est observé expérimentalement.

<sup>46</sup> Voir rappels sur le théorème de Bloch au paragraphe III.2.1 des Annexes.

D'Amico, Fortunato et Van Vliet ont observé du bruit en  $1/f$  dans le silicium amorphe [D'Amico et al, 85]. Ils proposent un modèle de bruit basé sur les fluctuations de probabilité de saut et obtiennent une densité spectrale de bruit compatible avec la loi de Hooge. Leur formule permet d'estimer très grossièrement les niveaux de bruits attendus dans le silicium dopé au phosphore. Dans la même veine, Shlimak s'est intéressé au bruit en  $1/f$  dans le Germanium [Shlimak et al, 95]. Il attribue le bruit à des fluctuations des niveaux énergétiques liés au processus de conduction par sauts.

Sur la base de ces différents modèles Buzzi a effectué une simulation numérique du bruit en  $1/f$  par un calcul de percolation qui considère que les porteurs du courant peuvent être piégés de façon temporaire sur des sites répartis aléatoirement dans un espace "vide". Les sites de piégeage peuvent représenter des dislocations, des impuretés, des dopants, etc. L'espace "vide" représente le réseau considéré comme isotrope et uniforme. L'ensemble représente un milieu désordonné quelconque. Sa simulation numérique aboutit à quatre résultats principaux [Buzzi, 99]. Le modèle de piégeage conduit à un bruit en  $1/f$  à basse fréquence et à un bruit en  $1/f^2$  aux fréquences plus élevées (comme dans le modèle de Mc Whorter). La constante de Hooge dépend des paramètres de dopage, température et champ électrique. Le bruit en tension résultant augmente avec le champ électrique et la température. En couplant les résultats de ses calculs de bruit en tension avec des calculs de seuil de percolation, il estime la NET résultante (de l'ordre du  $K/\sqrt{\text{Hz}}$  pour un semiconducteur faiblement dopé de  $10^4 \text{ m}^3$ , sous 0,2 V à 0,3 K).

Outre les articles déjà cités, le lecteur trouvera de plus amples informations sur le bruit en  $1/f$  dans les films minces métalliques proches de la transition supraconductrice dans l'article de [Clarke et Hsiang, 76] et sur le bruit en  $1/f$  dans le silicium amorphe dans l'article de [Snyder et al, 97].

### I.3.4 Autres bruits et Bilan.

Les deux premiers bruits évoqués ci-dessous sont primordiaux pour la réalisation et l'optimisation de bolomètres en couches minces d'isolant d'Anderson. Le premier est spécifique aux matériaux amorphes non stœchiométriques en couches minces et le second est spécifique aux bolomètres à membranes. Ces deux sujets devront absolument être traités avec attention lors des études à venir pour la réalisation des bolomètres de la caméra.

Les autres bruits présentés sont liés à l'environnement de l'instrument. Étant mieux connus et étudiés depuis longtemps, des solutions permettant de les minimiser existent. Il faudra les mettre en œuvre lors de la conception finale de l'instrument.

#### a) Bruit "pop corn".

Il a été observé dans les couches minces de NbSi. Il semble d'autant plus important que les états de surface des couches et du substrat qui les supporte sont médiocres, que l'inhomogénéité des couches est grande (notamment sur les bords) et que les contacts entre électrodes et couches ne sont pas optimisés [Marnieros, 02]. Ce bruit, appelé aussi bruit télégraphique, pourrait être expliqué par la présence de canaux de conduction préférentiels activés ou désactivés au gré des fluctuations thermodynamiques. Chaque canal présente deux états (passant et non passant), c'est pourquoi on parle de bruit à deux niveaux, mais il est évident que si plusieurs canaux sont activés en parallèle, la mesure de ce bruit ne se traduira pas forcément par deux niveaux uniques de tension.

Le bruit "pop corn" est un sujet très important pour la validation et l'optimisation des films de NbSi en tant que thermomètres résistifs. Nous ne reviendrons malheureusement pas sur le sujet, car les études le concernant ne sont pas arrivées à pleine maturité et le temps aura manqué pour pouvoir s'y consacrer au cours de la thèse.

b) Fluctuations thermiques dans les membranes des bolomètres.

Ce bruit pourrait expliquer une bonne partie de l'excès de bruit systématiquement observé dans les bolomètres modernes à couches minces. Il semble provenir des processus de propagation non instantanée des fluctuations thermiques du bain du cryostat dans un sens, et, des éléments du bolomètre dans l'autre sens. Notons que malgré leur intérêt capital, les études portant sur ces fluctuations thermiques des fuites thermiques réalisées avec des membranes sont encore très rares. La raison en est que jusqu'à présent les détecteurs étaient suffisamment "gros" et soumis à des bruits tellement plus importants qu'elles passaient pratiquement inaperçues. Bien que le temps ait manqué pour la réaliser au cours de la thèse, nous insistons sur l'intérêt important que pourrait constituer l'étude des fluctuations thermique dans les membranes.

c) Diaphonie (ou "cross talk").

Lors de l'utilisation de plusieurs bolomètres côte à côte (matrice ou simple assemblage de bolomètres individuels), il apparaît souvent des bruits d'autant plus corrélés que les détecteurs sont proches. Ceci provient généralement d'un couplage capacitif entre liaisons à hautes impédances. Le seul moyen de minimiser ces bruits est de blinder ce type de circuit avec le plus grand soin possible (par exemple en séparant les liaisons par des plans et des lignes de masse lorsqu'elle passent par des supports comme les plaquettes de silicium qui accueillent les détecteurs ou les circuits imprimés au niveau de l'électronique de lecture et de multiplexage).

d) Bruit de lecture.

L'étage de pré-amplification à froid ( $T \approx 100 K$ ) à base de transistors à effet de champ à jonction (JFET), nécessaire pour avoir une constante de temps électrique faible, apporte nécessairement du bruit. Ce dernier dépend des performances des préamplificateurs. Nous en reparlerons dans la Partie III, au paragraphe I.1.1.3.

e) Triboélectricité.

Ce bruit est dû aux charges créées par le frottement entre la tresse et la gaine interne d'un câble blindé. Il augmente avec la tension et la résistance mesurée. Les précautions d'usage sont de bien fixer les câbles entre les étages froids de l'instrument et les systèmes de numérisation et d'acquisition des données. Il existe par ailleurs des câbles blindés spécifiquement étudiés pour minimiser ce bruit.

f) Stabilité du bain cryogénique.

Au spectre des fluctuations de température du bolomètre dû au bruit de conduction thermique décrit plus haut, peut s'ajouter un spectre dû aux fluctuations de température du bain cryogénique. Celles-ci sont en général limitées aux très basses fréquences, mais du fait de la réduction très sensible des capacités calorifiques aux très basses températures des éléments constituant les réfrigérateurs, des perturbations aux fréquences de modulation des bolomètres peuvent être un problème. Des dispositifs de filtrages thermiques permettent en général de se débarrasser de ces problèmes ; il faut utiliser des matériaux à haute chaleur spécifique (comme l'Holmium dans le filtre Holmium-Yttrium utilisé pour les instruments Archeops et Planck-HFI [*Madet, 02*]). Une autre solution consiste à placer un pont

thermométrie dont l'une des résistances est insensible au rayonnement photonique afin de compenser in situ les fluctuations de température du bain [Buzzi, 99]. Une troisième solution consiste simplement à monter l'un des bolomètres en aveugle de sorte qu'il ne soit sensible qu'aux fluctuations de températures. Il suffit alors simplement de soustraire son signal aux signaux des autres bolomètres pour éliminer des mesures le bruit de fluctuation du bain.

g) Microphonie.

Une autre source de bruit parasite est due aux vibrations mécaniques provenant par exemple des pompes utilisées pour la cryogénie. Ces sources peuvent exciter des modes propres de vibration de la structure. Le déplacement des fils dans un champ magnétique ou des phénomènes de piézo-électricité peuvent induire un signal électrique parasite. Les précautions à prendre sont de fixer correctement les câbles et de réduire au maximum leur longueur. C'est un problème de physique purement instrumentale, car même s'il est possible de modéliser les phénomènes conduisant à ce type de bruits, il est très difficile de les quantifier sans effectuer de mesure. Cette difficulté peut s'avérer rédhibitoire pour les applications à très basse température.

h) Perturbations électromagnétiques.

Les impédances élevées des bolomètres (10 M $\Omega$ ) et des amplificateurs rendent le dispositif particulièrement sensible aux perturbations électromagnétiques de l'environnement (émission radio, GSM, etc.). Généralement, le blindage des circuits, le filtrage des liaisons et les précautions d'usage dans le domaine permettent de s'affranchir des inductions directes de signal au niveau de la lecture électrique car elle est limitée aux basses fréquences par le bruit en  $1/f$  (modulation nécessaire). Par contre, les courants induits aux hautes fréquences dans le bolomètre introduisent des puissances parasites qui, à cause des faibles flux mesurés (10 à 1000 pW), modifient son point de fonctionnement et réduisent considérablement sa sensibilité. Il est indispensable de s'en protéger à l'aide d'un blindage adéquat.

i) Bruit de courant.

Les barrières de potentiel, qui peuvent notamment apparaître si les contacts ne sont pas de bonne qualité, sont source d'un bruit de courant appelé "shot noise" ou bruit de grenaille, dont le courant équivalent de bruit vaut  $i_N^2 = 2eI$ , où  $I$  est le courant de polarisation du détecteur et  $e$  la charge de l'électron. Pour une bande de fréquence  $\Delta f$  donnée, le courant de bruit vaut évidemment :  $I_N = i_N \cdot \Delta f$ . Ce bruit se développe sur l'impédance thermométrique dynamique  $Z$  pour donner un bruit en tension qui sera d'autant plus élevé que  $Z$  est grande. Le bruit de grenaille se retrouvera aussi en sortie des transistors à effet de champs utilisés pour le multiplexage de la caméra., nous y reviendrons également dans la Partie III. À noter qu'en menant le même type de raisonnement que pour la détermination du bruit Johnson, il est possible de calculer ce bruit dans une résistance de façon formelle. La méthode consiste à considérer que le courant qui circule dans la capacité est la somme de créneaux correspondant au passage de charges individuelles. Le problème se discrétise et il se résout en calculant la variance des fluctuations de courant.

j) Bruit de la chaîne optique et bruit de photon.

Nous en avons déjà discuté dans la Partie I nous ne reviendrons donc pas ici sur l'explication et la formulation de ces bruits. Le point important à souligner est résumé par l'équation du bilan de bruit donné ci-dessous.

### k) Bilan.

La limite théorique pour la détection du rayonnement millimétrique est le bruit de photon, pour la conception d'un détecteur optimal on va donc chercher à minimiser tous les autres bruits par rapport à celui-ci :

$$\left( NEP_{Johnson}^2 + NEP_{Phonons}^2 + NEP_{Environnement}^2 + NEP_{Autres}^2 \right) \leq 0,5 \cdot NEP_{Photons}^2$$

En pratique on se fixe comme critère d'avoir un bruit instrumental total qui ne dépasse pas 50 % du bruit de photon (voir Partie I, III.3.4)

## I.4 Optimisation des bolomètres et modèle utilisé pour la caméra.

Nous allons montrer la démarche à suivre pour dimensionner un bolomètre de façon optimale et en particulier ceux que nous voulons utiliser pour la caméra bolométrique.

Dans le premier paragraphe, nous proposons une étude de l'optimisation dans le cadre du bolomètre idéal. L'avantage de se placer dans ce cadre est donner les ordres de grandeurs de l'ensemble des paramètres constructifs pour tous les types de bolomètres.

Pour optimiser une architecture particulière de bolomètre, il faudra apporter quelques facteurs correctifs. Ceux-ci résulteront d'une étude bien plus complexe et moins générale et ils ne changeront pas les paramètres constructifs de plus de 2 ou 3 fois leur valeur dans la plupart des cas. Néanmoins pour certains termes, des écarts plus importants entre les mesures et les valeurs théoriques sont observés. Il n'est pas rare par exemple de trouver dans les comptes rendus d'expériences et les publications, des termes ajustés de façon ad hoc donnant des bruits Johnson 5 à 6 fois plus élevés que ce que le calcul donnerait. Il est donc intéressant dans ce cas d'avoir un modèle de bruit plus perfectionné.

Comme il est assez difficile de faire un modèle très général du bolomètre tenant en compte tous les effets possibles et imaginables, nous présenterons dans le deuxième paragraphe la démarche à suivre pour perfectionner les modèles et nous en proposerons un correspondant à l'architecture que nous avons décidé d'utiliser pour les bolomètres de la caméra. Nous tiendrons en particulier compte de la conductance à travers les différents constituants de nos bolomètres (thermomètre, absorbeur, membrane) et nous tiendrons compte de la loi de résistivité et des effets non ohmiques évoqués au paragraphe I.2.3. En ce qui concerne les fluctuations thermiques dans la membrane supportant le bolomètre il faut savoir que c'est un phénomène assez général, qui est pourtant été très rarement pris en compte dans les modèles proposés dans la littérature. Il a cependant été modélisé avec succès pour des bolomètres supraconducteur [Gildemeister, 00] et il permet d'expliquer une partie des excès de bruit observés dans tous les types de bolomètres.

L'optimisation des couches minces de  $Nb_xSi_{1-x}$ , pour une application thermométrique sera présentée à la fin du Chapitre II. Nous discuterons en particulier de l'optimisation de la géométrie des couches minces pour l'application bolométrique submillimétrique. On proposera une application pour les bolomètres avec thermomètres en couches minces d'isolant d'Anderson et membrane en nitrure de silicium.

### I.4.1 Optimisation du bolomètre idéal.

L'optimisation d'un bolomètre concerne le problème de l'adaptation des éléments constructifs du bolomètre aux conditions d'utilisation. Dans le domaine infrarouge, le problème fondamental de l'optimisation consiste à obtenir la meilleure sensibilité (NEP) pour

une puissance incidente donnée et pour une température  $T_b$  du cryostat. En pratique, d'autres considérations peuvent entrer en ligne de compte. En particulier, le temps de réponse du bolomètre est souvent un problème qui conduit à ne pas se placer à l'optimum de sensibilité [Camus, 02].

Plusieurs articles traitent de ce problème dans le cadre de la bolométrie infrarouge [Chanin et Torre, 84], [Griffin et Holland, 88]. Une solution purement analytique a également été présentée à l'école d'Aussois [Benoit, 96].

### I.4.1.1 Optimisation en 3 étapes via la NEP.

Dans le problème fondamental, nous cherchons donc à minimiser la contribution des bruits intrinsèques du bolomètre. Nous reprenons donc l'expression relative aux bruits de phonon et Johnson dans le formalisme de Mather (voir paragraphe I.3.2.3) :

$$NEP^2 = 4 \cdot k_B T^2 \cdot G_d + 4 \cdot k_B T \cdot \frac{G_d^2}{\alpha \cdot P_{el}} = 4 \cdot k_B T^2 \cdot G_d + G_d^2 \cdot NET^2$$

L'optimisation est à réaliser sur trois paramètres libres :

- La puissance de polarisation qui entraîne un échauffement de l'absorbeur mais aussi une réduction de la NET du thermomètre.
- La fuite thermique  $G_d$  pourra être choisie la plus faible possible, mais elle sera limitée par l'échauffement qui résulte de la puissance incidente.
- Enfin, le dernier paramètre à choisir est la température de fonctionnement du cryostat.

Il serait un peu long de présenter l'ensemble du calcul d'optimisation, nous donnons ci-dessous quelques éléments qui permettent de comprendre la démarche suivie. Comme d'habitude on part du bilan de puissance du bolomètre, mais on se place en régime stationnaire et on considère un bolomètre assez simple constitué des éléments fondamentaux parfaits du bolomètre idéal (un absorbeur, une fuite thermique, un thermomètre sans effets non-ohmiques, et une seule conductance pour l'ensemble du bolomètre). Le calcul est mené pour un thermomètre résistif, donc polarisé à courant constant, mais la démarche suivie est générale et peut être adaptée à l'optimisation de bolomètres à thermomètres supraconducteurs.

Le bilan de puissance en régime stationnaire donne :  $G_c \cdot T^n = G_c \cdot T_b^n + P_a + P_{el}$  (avec  $n = \beta + 1$  qui dépend du matériau employé pour la fuite thermique). Pour ne pas alourdir les notations dans les calculs, on introduit une puissance unique de "bain plus rayonnement"  $P_t = G_c \cdot T_b^n + P_a$  qui est pratiquement égale à la puissance totale en jeu dans le

bolomètre, et on pose  $x = \frac{P_{el}}{P_t}$  et  $y = \frac{G_c \cdot T_b^n}{P_a}$ . Le paramètre  $x$  donne le rapport entre puissance

électrique et puissance totale et  $y$  donne l'importance de la température du cryostat (puissance de fuite thermique) par rapport au rayonnement. En dérivant l'équation du bilan de puissance par rapport à la température  $T$  et en utilisant l'expression  $P_{el} = R \cdot I^2$ , où  $R$  est la résistance thermométrique et  $I$  le courant constant servant à la polariser, on peut réécrire la différentielle de puissance électrique en fonction de la différentielle de température et du coefficient en

température sans dimension du thermomètre  $A \equiv -\frac{d \ln R}{d \ln T}$  (on utilise ici la valeur positive, ce

qui permet d'éviter d'alourdir les calculs avec un signe négatif). L'expression de la conductance dynamique s'obtient en dérivant la puissance de rayonnement par rapport à la

température :  $G_d = \frac{dP_a}{dT} = \frac{P_t}{T} (n + x(A + n))$ .

En utilisant ce formalisme on peut réécrire les bruits dus aux fluctuations thermodynamiques (bruit de phonon, voir Équation II-28 page 130) et aux fluctuations de porteurs dans la résistance (bruit Johnson, voir Équation II-30 page 133) sous les formes suivantes (on suppose que ce sont les deux bruits dominants dans l'instrument, ce qui est le cas si le bolomètre est correctement réalisé) :

$$NEP_{Phonon}^2 = (n + x(A + n)) \cdot (4k_B TP_t) \quad ; \quad NEP_{Johnson}^2 = \frac{(n + x(A + n) - Ax)^2}{A^2 x} \cdot (4k_B TP_t)$$

Remarque : pour le bruit Johnson on utilise le bruit en température induit par les fluctuations de résistance en utilisant les densités spectrales de bruit :  $P_{T-Johnson}/T = (-1/A) \cdot P_V/V$  et la sensibilité en température pour le calcul de la NEP :  $NEP^2 = G_d^2 \cdot P_{T-Johnson}$ . Notons que le terme  $-Ax$  dans l'expression de la NEP Johnson représente la partie du bruit absorbée par la contre-réaction thermique du bolomètre (qui a donc un effet bénéfique sur le bruit de l'instrument).

Le calcul de la puissance électrique optimale se fait en minimisant la NEP totale par rapport à  $x$ . On obtient une valeur optimale de  $x$  et une NEP totale (lorsque  $A \geq n$ ) données par :

$$x_{opt} = \frac{n}{A\sqrt{A+n}} \quad \Rightarrow \quad NEP_{tot} = \sqrt{n \left( 1 + 2 \frac{\sqrt{A+n}}{A} \right)} \sqrt{4k_B TP_t}$$

Équation II-37

Il faut maintenant optimiser la fuite thermique du bolomètre. Pour cela il suffit de minimiser la NEP totale par rapport au paramètre  $y$ , soit le produit  $T \cdot P_t$ . On obtient l'expression du  $y$  optimal, dont on déduit la température du bolomètre, et par "ricochet" la NEP optimale :

$$y = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad T = T_b \cdot [(1+x)(1+n)]^{\frac{1}{n}}$$

$$\Rightarrow \quad NEP_{opt} = \sqrt{\Delta_o} \sqrt{4k_B TP_t} \quad \text{avec} \quad \Delta_o = \frac{T}{T_b} (1+n) \left( 1 + 2 \frac{\sqrt{A+n}}{A} \right)$$

Équation II-38

Comme on pouvait s'y attendre, il est important d'avoir le plus grand coefficient en température possible, donc la plus grande sensibilité résistance/température pour minimiser le bruit total de l'instrument.

En terme de constante de temps, l'optimisation donne  $\tau = \frac{A}{(1+n)(A + \sqrt{A+n})} \frac{CT}{P_a}$ . On note

que la chaleur spécifique ne joue que sur la rapidité du bolomètre.

Pour finir l'étude d'optimisation on rappelle que l'on cherche à optimiser l'instrument par rapport au bruit de photon. En notant  $\varepsilon$  l'énergie d'un photon et en utilisant le nombre  $N$  de photons incident par seconde, la puissance reçue par le bolomètre vaut  $P_a = N\varepsilon$  et le bruit de photon en énergie vaut en première approximation  $\Delta P \approx \varepsilon\sqrt{N}$ . D'où le critère sur la température du bain pour que la NEP totale soit inférieure à ce bruit :

$$k_B T_b < \frac{\varepsilon}{4\Delta_o}$$

Équation II-39

Après calculs, sous des hypothèses assez générales sur la nature de la fuite thermique (barre métallique ou isolante) et pour un thermomètre dont la sensibilité relative est typique des NTD-Ge ( $A = 3..10$ ) [Benoît, 96], on trouve les résultats suivants :

$$P_{el}^* \approx P_a \quad \text{et} \quad G_d^*(T_b) \approx \frac{P_a}{T_b}$$

La NEP du bolomètre optimisé sera finalement :  $NEP^* \approx \sqrt{[15..25]} \cdot \sqrt{4 \cdot k_B \cdot T_b \cdot P_a}$ .

Comme on vient de le voir, le facteur numérique dépend du coefficient de température du thermomètre et de la nature de la fuite thermique. En effectuant le calcul avec les valeurs typiques que l'on attend pour nos bolomètres avec thermomètres de NbSi et membranes pleines en nitrure de silicium (voir paragraphe III.1.3.3), on trouve :

$$\left. \begin{array}{l} A \approx 6 \\ n \approx 3 \end{array} \right\} \Rightarrow P_{el}^* \approx \frac{P_a}{4,5} ; \quad G_d^*(T_b) \approx 4 \cdot \frac{P_a}{T_b} \quad \text{et} \quad NEP^* \approx \sqrt{30} \sqrt{4k_B \cdot T_b \cdot P_a}$$

Équation II-40

On demande au détecteur d'être limité par le bruit de photon (ce qui est souvent désigné par le terme de "BLIP" pour Background Limited Photon noise). Dans le cas particulier de l'observation du rayonnement fossile dans le domaine millimétrique, cela conduit à une contrainte simple sur la température du cryostat. En utilisant les formules approchées du bruit de photon (voir Partie I, II.2.4 et Annexes, I.3.4), en considérant un bruit de photon poissonien équivalent au bruit de photon bosonique, en supposant que chaque canal de mesure de l'instrument a un bruit total égal au double du bruit d'un bolomètre et égal à la moitié du bruit de photon, on en déduit la température de fonctionnement du cryostat :

$$NEP_{photon} = \sqrt{NEP_{p(1)}^2 + NEP_{p(2)}^2} \approx \sqrt{2 \cdot P_a \cdot h\nu + \Delta(\nu) \cdot 2k_B \cdot T_{eff} \cdot P_a} \underset{p(1)=p(2)}{\approx} \begin{cases} \sqrt{4 \cdot P_a \cdot h\nu} \\ \sqrt{4k_B \cdot T_{eff} \cdot P_a} \end{cases}$$

$$0,7 \cdot NEP_{photon} \approx NEP_{instrum} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4 \cdot P_a \cdot h\nu} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{30} \sqrt{4k_B \cdot T_b \cdot P_a}$$

$$\Rightarrow \frac{k_B T_b}{h\nu} \approx \frac{1}{120} \Rightarrow T_b \approx 120 mK \cdot \frac{1 mm}{\lambda}$$

Équation II-41

On remarquera que cette condition est indépendante de la puissance reçue. On dégage ainsi la nécessité de travailler à des températures inférieures à 300 mK dans le domaine millimétrique. L'optimisation d'un bolomètre ainsi conduite ne fait pas intervenir la capacité thermique, qui on le rappelle ne joue que sur le temps de réponse du détecteur.

En utilisant l'expression du bruit de photon bosonique la condition sur la température de bain du cryostat peut être exprimée en fonction de la température du corps noir équivalent rayonnant sur le bolomètre :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4k_B \cdot T_{eff} \cdot P_a} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{30} \sqrt{4k_B \cdot T_b \cdot P_a} \\ \Rightarrow 120 \cdot T_b = T_{eff} &\equiv \varepsilon_{obj} \cdot t_{tot} \cdot T_{obj} \approx \varepsilon_{atmo} \cdot t_{tel} \cdot t_{opt} \cdot T_{atmo} + \varepsilon_{tel} \cdot t_{opt} \cdot T_{tel} + \tilde{\varepsilon}_{opt} \cdot \tilde{T}_{opt} \\ &\Rightarrow T_b \underset{\lambda=1mm}{\approx} 120 mK \end{aligned}$$

Équation II-42

L'application numérique est faite en utilisant les valeurs d'émissivité, de transmission et de températures des principales sources parasites rayonnant sur le bolomètre (vues dans le Tableau I-16, page 98). Les deux calculs sont cohérents.

Cette approche de l'optimisation d'un bolomètre ne prend pas en compte les effets non-ohmiques et l'excès de bruit dans le thermomètre, qui peuvent modifier quantitativement les résultats. L'optimisation d'un bolomètre idéal a l'avantage de donner une borne aux performances attendues et une bonne compréhension de l'influence des différents paramètres.

Remarque : on constate qu'au point de fonctionnement du bolomètre, c'est-à-dire avec la polarisation et la conductance dynamique optimales pour détecter une puissance de rayonnement donnée, on a toujours :

$$G_d \approx \frac{P_{el}}{T_b}$$

Ce résultat se comprend bien de façon intuitive grâce à l'équation de puissance :  $P_a + P_{el} \approx G_d(T - T_b)$ . Si la conductance de la fuite thermique est plus faible, la puissance électrique n'est pas bien évacuée, ce qui entraîne un échauffement trop important du bolomètre qui n'est alors plus à son point de fonctionnement optimal à l'équilibre et est donc moins sensible (autrement dit la contre-réaction thermique n'est alors pas assez efficace). Par contre si elle est plus forte, la puissance reçue est trop rapidement évacuée, ce qui ne laisse pas le temps à la température du bolomètre de changer significativement par rapport à la température du bain, il en résulte une perte de sensibilité.

En introduisant l'expression de la conductance dynamique optimale dans l'expression de la NEP du bolomètre obtenue à l'Équation II-34 page 134, on trouve :

$$NEP^2 = NEP_{Phonon}^2 + NEP_{Johnson}^2 \approx 4k_B G_d \cdot \left( T^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right)$$

Équation II-43

Cette expression met en évidence l'intérêt d'un coefficient de température aussi grand que possible pour minimiser le bruit Johnson lorsque le bolomètre est soumis à une contre-réaction thermique. Elle met également en évidence l'intérêt d'une température de fonctionnement la plus basse possible pour minimiser la contribution du bruit de phonon.

#### I.4.1.2 Influence des paramètres.

Regardons d'un peu plus près l'influence des paramètres sur le bolomètre si on s'écarte des conditions de l'optimum. Les graphiques sont extraits de l'article de [Griffin et Holland, 88] et concernent le cas d'un lien thermique de type métallique. Dans ce cas, pour la variation de la conductance avec la température, il est pratique d'utiliser le terme  $G(T) = G_{eq-b} \cdot (T/T_b)$ . En effet, autour d'un point d'équilibre la conductance que l'on a définie dans les chapitres précédents pour un métal ( $\beta=1$ ) est donnée par :  $G_{eq-b} = P_{eq}/(T_{eq} - T_b)$ . Ainsi lorsque  $T_{eq}$  varie jusqu'à  $T_{new}$ , il suffit d'intégrer  $G(T)$  entre ces deux températures pour avoir le nouveau bilan de puissance. Le lien avec le coefficient de conductance est simplement :  $G(T) = G_{m\acute{e}tal} \cdot 2 \cdot T$ .

Les résultats pour les cas généraux plus complexes qu'un simple lien thermique de type métallique restent qualitativement identiques.

Les paramètres normalisés utilisés sont les suivants :

$\Phi = \frac{T}{T_b}$  : rapport entre la température de l'absorbeur et la température de référence.

$\delta = \frac{T_0}{T_b}$  : paramètre décrivant le thermomètre avec  $\rho(T) = \rho_0 \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{T_0}{T}}\right)$  (régime de faible écrantage de l'interaction coulombienne).

$\gamma = \frac{P_a}{G_{eq-b} \cdot T_b}$  : paramètre de charge du bolomètre.

La Figure II-4 montre l'influence de la polarisation pour plusieurs puissances reçues par le bolomètre. Elle indique clairement que l'optimum de polarisation est relativement "plat". La puissance reçue peut varier au cours d'une expérience. On aura intérêt à se placer toujours au-delà de l'optimum.

La Figure II-5 montre que l'optimum de polarisation varie presque linéairement avec la puissance reçue. L'influence de la sensibilité du thermomètre devient marginale au-delà de  $A = 5$  ( $\delta = 100$ ).

Enfin, la Figure II-6 montre que l'optimisation de la fuite thermique n'est pas critique non plus. On aura donc intérêt à surdimensionner ce paramètre pour éviter la dégradation de la sensibilité en cas de rayonnement incident excessif.

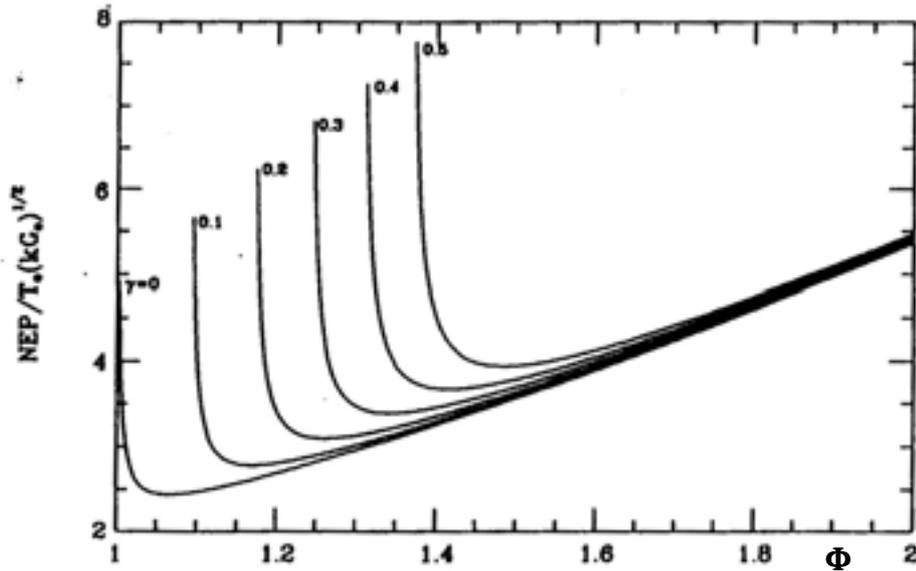


Figure II-4. Influence des puissances électriques et absorbées sur le bruit du bolomètre. Le bruit correspond à la somme du bruit Johnson et du bruit de phonon. Le rapport  $\Phi$  entre la température du thermomètre et la température du cryostat est caractéristique de la puissance de polarisation. Chaque courbe correspond à une puissance de rayonnement absorbée différente, caractérisée par le paramètre de charge  $\gamma$ . Les courbes sont tracées pour un thermomètre résistif ayant un paramètre de température  $\delta = 300$  et un coefficient de température  $A = 8,7$ .

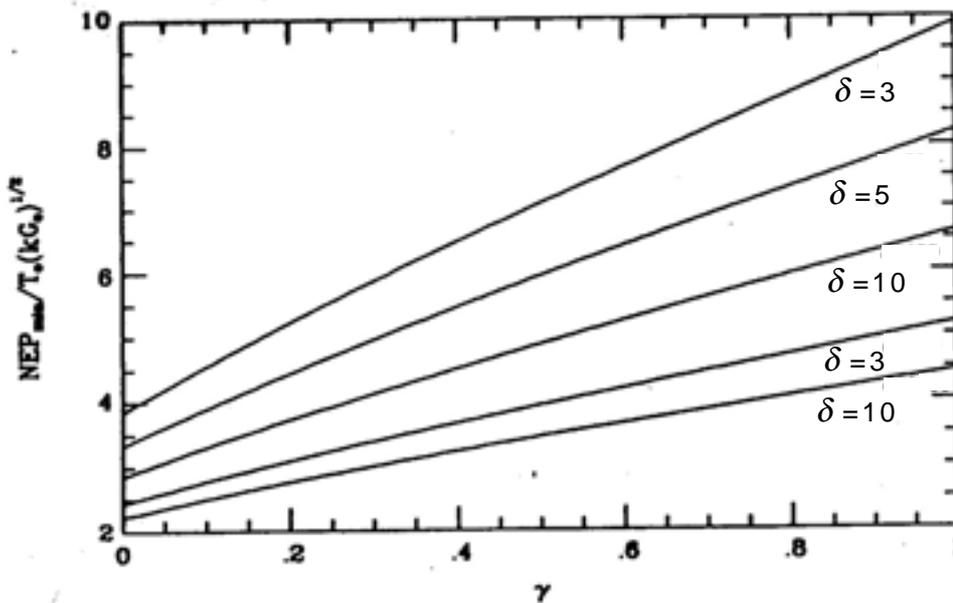


Figure II-5. Influence des paramètres de charge et de température sur le bruit du bolomètre. Chaque courbe est tracée pour la polarisation optimale et correspond à un paramètre de température différent pour le thermomètre résistif. L'ensemble de ces  $\delta$  englobent un domaine de coefficients de température  $A = 2,7 \dots 16$ .

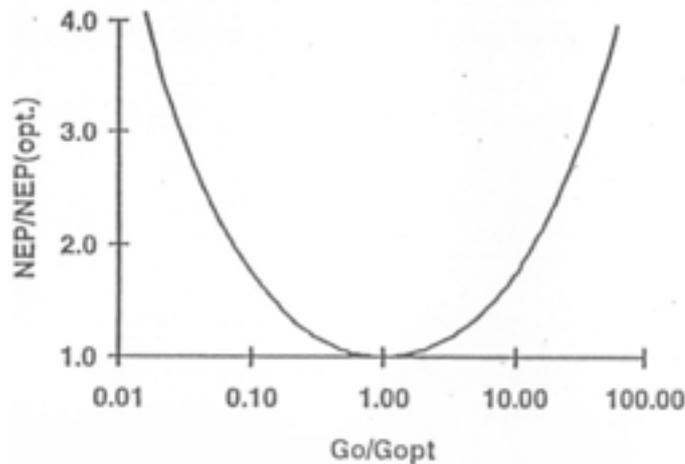


Figure II-6. Influence de la fuite thermique sur le bruit du bolomètre.

La fuite thermique est caractérisée par le rapport entre une conductance thermique variable et la conductance thermique optimale.

## I.4.2 Modèle plus évolué pour les bolomètres de la caméra.

### I.4.2.1 Du modèle idéal aux modèles plus sophistiqués.

En 53, [Jones, 53] fait les hypothèses d'une réponse linéaire de la résistance du bolomètre, d'un coefficient de résistance égal à 0 et il considère que  $C$  et  $G$  sont constants. Dans la description du modèle idéal donnée plus haut, on se sert de son analyse. Le modèle formulé décrit le comportement des bolomètres au premier ordre. Pour étudier le bolomètre de façon plus précise afin d'optimiser une architecture donnée, il faudrait reprendre l'analyse harmonique, en incluant l'analyse sur les NEP. Cette démarche a été effectuée par Mather [Mather, 82 et 84], et nous nous sommes servis de ses résultats pour la prise en compte de la contre réaction thermique dans l'expression de la NEP au paragraphe précédent. Il existe dans la littérature un certain nombre d'articles qui traitent de la prise en compte des problèmes de non-linéarité dans la modélisation des bolomètres. À ce sujet nous invitons le lecteur à se référer à [Griffin et Holland, 88], [Chanin et Torre, 83] et en particulier à [Grannan, Richards et Hase, 96]. Une analyse très complète a récemment été publiée [Galeazzi et McCammon, 03] ; elle propose un modèle sophistiqué où bon nombre des hypothèses simplificatrices du bolomètre idéal sont abandonnées, en particulier sont prises en compte les dépendances en température des chaleurs spécifiques et de la conductivité thermique de la fuite, ainsi que des différents niveaux de découplages thermiques (électrons de l'absorbeur, électrons et phonons du thermomètre).

Pour perfectionner le modèle il faudrait inclure les effets non-ohmiques (champ électrique et découplage électron-phonon), et surtout tenir compte des fluctuations thermiques dans les membranes des bolomètres. Un premier modèle de l'influence de ces fluctuations sur le bruit a été proposé pour des bolomètres supraconducteurs par [Gildemeister, 00].

### I.4.2.2 Modèle pour les bolomètres de la caméra.

Pour l'étude du prédimensionnement des bolomètres de la caméra, on considère un bolomètre avec un thermomètre en NbSi (dont la résistivité obéit aux lois présentées au paragraphe I.2.3 et détaillées au Chapitre II) déposé sur un absorbeur en bismuth (et isolé

électriquement de celui-ci par une pellicule isolante en nitrure de silicium), lui même disposé sur une membrane en nitrure de silicium et une fuite thermique qui se fait par conduction à travers la membrane. Pour réaliser cette dernière condition, il faut que les électrodes du thermomètre ne conduisent pas la chaleur. Les supraconducteurs étant de très mauvais conducteur de la chaleur<sup>47</sup> on utilise le niobium pour réaliser les électrodes, car il est supraconducteur en dessous de 9 K.

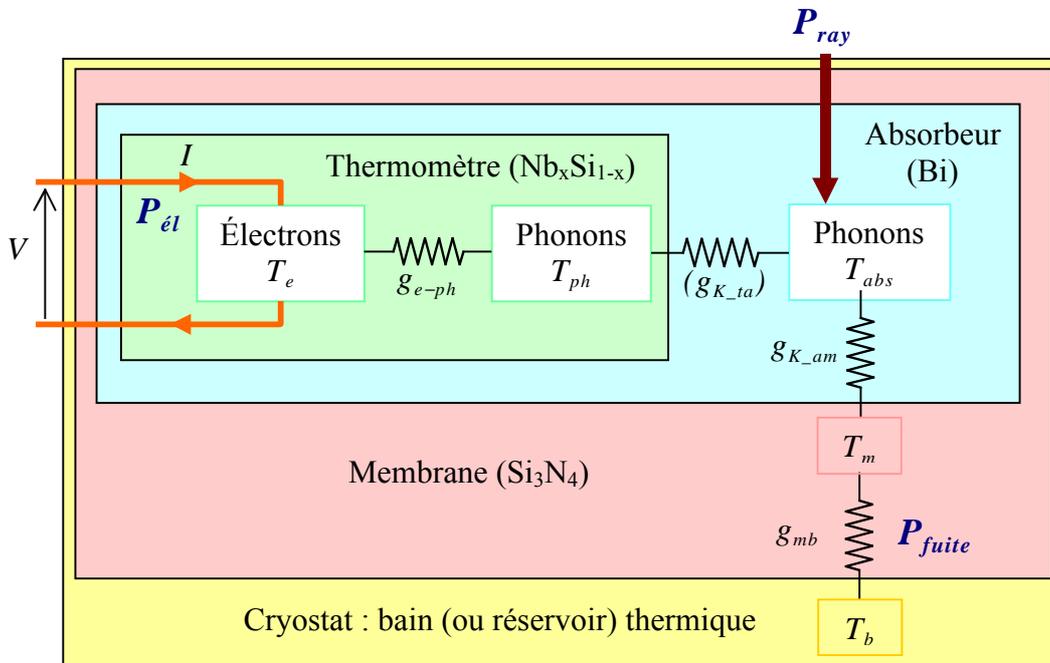


Figure II-7. Schéma de principe caractéristique des bolomètres qui seront utilisés pour la caméra. Les matériaux sont entre parenthèse car le modèle décrivant ce type de bolomètre ne dépend des matériaux utilisés que pour l'application numérique ; la seule particularité notable est qu'il s'agit d'un modèle pour thermomètre résistif.

Dans ce modèle de bolomètre on considère que la résistance de Kapitza entre le thermomètre et l'absorbant est négligeable, autrement dit les phonons du thermomètre et de l'absorbant sont parfaitement couplés et à la même température :  $T_{ph} = T_{abs}$  (voir [Chapellier, 99] à propos des résistances de Kapitza).

Pour le NbSi la valeur typique du coefficient de conductance thermique entre les électrons et les phonons est de l'ordre de  $g_{e-ph} \approx 100 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  (voir paragraphe II.2.2.2), il faut en tenir compte dans le modèle.

Nous considérons également que la résistance de Kapitza entre l'absorbant et la membrane  $g_{M\_am}$ , n'est pas nul ; nous la prenons donc en compte dans notre modèle.

Si le bolomètre a été dimensionné correctement, le terme de conductance qui va avoir la plus forte influence est normalement celui de la membrane  $g_{mb}$ . La résistance thermique de celle-ci doit donc dominer toutes les autres très fortement ; autrement dit c'est la membrane qui joue essentiellement le rôle de fuite thermique du bolomètre.

Notons que le lien thermique entre la membrane et son support (le wafer), que l'on suppose parfaitement thermalisé à la température de fonctionnement de l'instrument (température de la

<sup>47</sup> Lorsque l'on regarde le lien entre la conductivité électrique et la conductivité thermique des métaux, comme elle est présentée dans les Annexes au paragraphe II.3.4, il paraît impossible qu'une conductivité électrique infinie puisse être associée à une conductivité thermique quasi nulle. La physique des supraconducteurs est en fait très différente de celle des métaux normaux. Il serait hors de propos de présenter celle-ci dans ce mémoire, nous admettrons donc cette propriété importante des supraconducteurs.

dilution  ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$  dans le cas de nos bolomètres, soit  $T_b = 100 \text{ mK}$ ), peut être négligé. On peut aussi considérer que la résistance de Kapitza entre la membrane et son support fait partie intégrante de  $g_{mb}$ .

Dans le cadre d'un modèle complet il faudrait tenir compte des gradients et fluctuations thermiques dans la membrane. Pour cela il faut exprimer la conductance en fonction de la conductivité thermique  $\kappa$  et inclure l'équation de diffusion de la chaleur dans le modèle du bolomètre. Nous n'avons pu mener cette analyse, mais signalons qu'il serait intéressant de la réaliser.

De la même manière, il faudrait également inclure les équations de diffusion de la chaleur dans l'absorbeur et tenir compte du fait que  $P_a$  chauffe uniformément celui-ci mais pas  $P_{ét}$  qui entraîne une diffusion de la chaleur.

Signalons à titre indicatif que les rayons cosmiques qui frappent l'instrument déposent une énergie  $E_{cos} \cdot \delta(t-t_0)$  de façon ponctuelle et aléatoire dans le temps et dans l'espace (c'est-à-dire qu'ils peuvent frapper n'importe quelle partie du bolomètre) et peuvent entraîner des bouffées de chaleur qui diffusent dans le bolomètre. Nous ne tiendrons pas compte de ce problème pour le modèle de nos bolomètres car son influence est mineure comparé aux autres effets dont nous tenons compte.

Soit  $R$  la résistance du thermomètre et  $C_{th}$  sa capacité calorifique,  $C_{abs}$  la capacité calorifique de l'absorbeur,  $P_a = \eta P_{ray}$  la fraction de la puissance de rayonnement absorbée par rapport à la puissance reçue,  $C_{sup}$  la capacité calorifique du support du bolomètre. Lorsque le bolomètre est bien fait, le wafer est parfaitement couplé et thermalisé par le bain via les pistes en or et le cadre de thermalisation en autour du bolomètre. Par ailleurs, le doigt froid qui est à la température du bain et sur lequel est fixé le wafer est en cuivre ; on a  $C_{sup} = C_{Cu}$ . Le bilan énergétique sur le bolomètre modélisé par la Figure II-7 donne le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad P_{ét} &= V^2/R = R(V, T_e) \cdot I^2 \\
 (2) \quad C_{th} \frac{dT_e}{dt} &= R \cdot I^2 - G_{e-ph} (T_e^n - T_{ph}^n) \\
 (3) \quad C_{abs} \frac{dT_{ph}}{dt} &= G_{e-ph} (T_e^n - T_{ph}^n) + P_a - G_{K-am} (T_{ph}^p - T_m^p) \\
 (4) \quad C_{sup} \frac{dT_b}{dt} &= G_{K-am} (T_{ph}^p - T_m^p) - G_{mb} (T_m^q - T_b^q)
 \end{aligned}$$

Équation II-44

Nous allons nous intéresser aux solutions du système présenté ci-dessus lorsque l'un des paramètres libres ( $P_a, I$  ou  $T_b$ ) varie.

Notons avant cela qu'il est normal que  $P_a$  varie puisque le but des bolomètres est de mesurer ces variations. Mais même si on observait un champ uniforme constant il varierait à cause du bruit de photon. De manière identique,  $I$  et  $T_b$  fluctueront même au point de fonctionnement stable de l'instrument. Dans le cas de  $I$  la cause sera imputée aux bruits des circuits de polarisation et de lecture. Dans le cas de  $T_b$  les fluctuations thermiques seront dues à la dilution, qui comme tous les systèmes réels est soumise aux bruits. Les fluctuations thermiques se répercuteront par des gradients de température dans les membranes, qui se propageront à contre-sens de la diffusion de chaleur provenant de l'absorbeur.

Pour notre analyse, nous négligeons dans un premier temps l'effet de champ électrique (décrit dans le chapitre suivant) dans le thermomètre en NbSi, dans ces conditions la

résistance du thermomètre ne dépend que de la température de ses électrons ( $R(T_e)$ ). On considère par ailleurs que le bolomètre est polarisé à courant constant.

Si on suppose que l'équilibre thermodynamique du système est atteint :  $dT_e/dt=0$  et  $dT_{ph}/dT=0$ . En différenciant les lignes de l'Équation II-44 par rapport aux variables indépendantes on obtient un système d'équations à quatre inconnues qui peut être écrit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 1 & -R'I & 0 & 0 \\ 0 & G_{e-ph}nT_e^{n-1} - R'I^2 & -G_{e-ph}nT_{ph}^{n-1} & 0 \\ 0 & -G_{e-ph}nT_e^{n-1} & G_{e-ph}nT_{ph}^{n-1} + G_{K-am}pT_{ph}^{p-1} & -G_{K-am}pT_m^{p-1} \\ 0 & 0 & -G_{K-am}pT_{ph}^{p-1} & G_{K-am}pT_m^{p-1} + G_{mb}qT_m^{q-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U \\ \Delta T_e \\ \Delta T_{ph} \\ \Delta T_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & R & 0 \\ 0 & 2RI & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ G_{mb}qT_0^{q-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T_b \\ \Delta I \\ \Delta P_a \end{pmatrix}$$

Où  $\Delta R = R' \Delta T_e$ .

Dans le cas simple où le bolomètre ne reçoit aucun rayonnement et la température du bain est parfaitement stable :  $\Delta P_a = 0$  et  $\Delta T_b = 0$ . La résolution du système permet d'exprimer l'influence d'une variation du courant de polarisation sur la température des électrons du thermomètre :

$$\Delta T_e = \frac{2R}{R'I} \Delta I$$

Dans le cas où le courant de polarisation et la température de bain sont stables, et la puissance de rayonnement reçue par le bolomètre varie :  $\Delta I = 0$ ,  $\Delta T_b = 0$ , et,  $\Delta P_a(t) = \Delta P_a \cdot e^{j\omega t}$ .

La chaleur fluctue alors dans le bolomètre :  $C \frac{dT_i}{dt} = C \cdot j\omega \cdot \Delta T_i$ . En remplaçant les termes manquant dans l'équation matricielle ci-dessus et en résolvant le système, on trouve alors que les variations de la température de phonon dans le thermomètre s'écrivent :

$$\Delta P_a = \Delta T_{ph} \left[ C_{abs} j\omega - \frac{(G_{e-ph}n)^2 (T_e T_{ph})^{n-1}}{(C_{th} j\omega + G_{e-ph}nT_e^{n-1} - R'I^2)} + G_{e-ph}nT_{ph}^{n-1} + G_{K-am}pT_{ph}^{p-1} - \frac{(G_{K-am}p)^2 (T_{ph} T_m)^{p-1}}{(C_{th} j\omega + G_{K-am}pT_m^{p-1} + G_{mb}qT_m^{q-1})} \right]$$

Nous n'allons pas dériver toutes les équations possibles, mais ces deux exemples montrent que le modèle de bolomètre ci-dessus permet d'aller un peu plus loin que le modèle idéal. Il est notamment utile pour étudier l'influence des fluctuations des paramètres libres sur les variables du système.

Remarque : les calculs de fluctuations présentés ici relèvent d'une démarche très générale qui consiste à étudier l'évolution des équations caractéristiques d'un système en faisant varier ses paramètres libres. Ces calculs différentiels (ou calculs de perturbations) sont utilisés pour l'étude et l'optimisation de systèmes (simple ou complexes, linéaires ou non linéaire) autour d'un état d'équilibre ou d'un point de fonctionnement donné. Dans le cas des bolomètres, même avec un modèle simple cette démarche permet de retirer d'intéressantes propriétés et de dimensionner les différents éléments du détecteur. Nous l'avons par exemple déjà utilisée au paragraphe I.3.2.3 pour l'étude de la contre-réaction thermique sur la NEP Johnson du bolomètre, ou, au paragraphe I.4.1.1 pour le calcul d'optimisation du bolomètre.

Pour conclure, le modèle de bolomètre avec prise en compte des perturbations est assez pratique pour étudier le comportement du système, effectuer des calculs prévisionnels et optimiser sa conception. Le seul cadre du modèle idéal permet de déduire des comportements non triviaux, mais une étude fine des conséquences des fluctuations des paramètres libres, requiert l'utilisation d'un modèle qui décrive au mieux le type de bolomètre retenu pour la conception d'un instrument particulier. Le modèle que nous avons défini ici sera utilisé pour optimiser la conception des détecteurs de la caméra.

## Chapitre II Isolants d'Anderson et films résistifs en Niobium Silicium.

Un isolant d'Anderson est un matériau amorphe qui subit une transition métal-isolant à basse température. Dans ce chapitre nous allons voir plus précisément ce qui définit un isolant d'Anderson, quelle est l'origine du processus physique qui permet cette transition et quelles en sont les répercussions sur le comportement général de la résistivité de ce type de matériaux. Nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'isolant d'Anderson choisi pour la réalisation des thermomètres de bolomètres de la caméra bolométrique : le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ . Les paramètres qui influencent sa résistivité, les effets non-linéaires qui apparaissent sous forte polarisation électrique, les origines et le comportement de sa chaleur spécifique seront décrits. Il est nécessaire de présenter ces aspects du  $\text{NbSi}$ , d'une part pour appréhender correctement les arguments qui permettent de le sélectionner comme un candidat idéal pour la réalisation de couches minces thermométriques à vocation bolométrique, et d'autre part, pour mieux comprendre son fonctionnement et pousser plus en avant son étude.

L'une des principales sources d'inspiration pour la rédaction de ce chapitre provient de la thèse de Stephanos Marnieros [*Marnieros, 98*]. Les autres ouvrages et articles utilisés sont cités au fil du texte.

### II.1 Transition métal-isolant.

Certains matériaux comme les semi-conducteurs ou les isolants d'Anderson ont la particularité d'être conducteurs à haute température et résistants à basse température. Entre ces deux comportements asymptotiques, il existe une zone où la résistance varie fortement ; c'est la transition métal-isolant. La théorie de cette transition a été développée pour la première fois par Mott [*Mott, 68*] pour un système avec un réseau régulier d'atomes, et par Anderson [*Anderson, 58*] pour un système désordonné. La transition dans ces deux types de systèmes présente de nombreux comportements physiques similaires, ils sont souvent regroupés sous l'appellation de "transition métal-isolant de Mott-Anderson".

Pour étudier ces systèmes les raisonnements de physique statistique du solide présentés en Annexes, au sous-chapitre I.1 et au Chapitre II doivent être poussés un peu plus loin. Concrètement cela passe par la prise en compte des Hamiltoniens d'interaction entre électrons et atomes du réseau, et, d'interaction entre électrons. La théorie des bandes explique comment ces interactions font apparaître des niveaux d'énergie autorisés ou interdits pour les électrons et permet d'étudier les propriétés de ces niveaux. Cette théorie est présentée dans les Annexes au paragraphe III.2.1. Nous prenons comme point de départ de ce chapitre les résultats de cette présentation et décrivons les particularités des structures de bandes d'énergie dans les systèmes désordonnés comme les isolants d'Anderson.

## II.1.1 Approche microscopique : localisation partielle des électrons.

### II.1.1.1 Transitions de Mott.

La transition de Mott résulte de la compétition entre l'énergie cinétique des électrons libres et l'énergie de corrélation électronique qui est d'autant plus faible que les électrons s'évitent au maximum. Pour décrire quantitativement ce phénomène, Hubbard a introduit un Hamiltonien composé d'opérateurs quantiques [Hubbard, 63] :  $H = \sum_{i,j,s} t_{ij} c_{is+} c_{js-} + U \cdot \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}$ . Le terme  $t_{ij}$

est l'intégrale de transfert entre les sites premiers voisins (emplacements des ions du réseau cristallin), elle représente le coût en énergie cinétique pour garder un électron sur un site donné. Les  $c_{is\pm}$  sont les opérateurs de création et d'annihilation d'un électron de spin  $s$  à l'emplacement du site  $i$  et les  $n_{is} = c_{is+} c_{is-}$  sont les opérateurs de nombre d'occupation du site  $i$ .  $U$  est l'énergie de répulsions coulombienne pour deux électrons occupant le même site ; elle représente donc le coût en énergie pour déplacer un atome en créant un site vide et un site doublement occupé.

Pour  $U \gg t$  les électrons restent localisés autour des atomes du réseau : on obtient un état isolant et les bandes d'énergie sont très étroites par rapport à leur espacement. Pour  $U \ll t$  l'approximation des bandes reste valable, mais elles sont tellement larges qu'elles se chevauchent les unes sur les autres : l'énergie de Fermi est alors à l'intérieur des bandes et le système est par conséquent métallique. Pour une valeur intermédiaire  $U \approx t$ , la transition métal-isolant se produit. L'Hamiltonien de Hubbard ne prend en compte l'interaction entre électrons que sur les sites atomiques, donc à courte portée. Ceci conduit à une transition du second ordre. En prenant en compte l'interaction à longue portée du potentiel coulombien on aboutit à une transition du premier ordre. Mott a ainsi montré [Mott, 74] que la conductivité électrique subissait une discontinuité en passant de  $\sigma_{\min}^{3D} = \frac{e^2}{3\pi^2 \hbar a}$  (où  $a$  est la distance interatomique) du côté métallique à  $\sigma = 0$  du côté isolant.

### II.1.1.2 Transition d'Anderson.

L'approche d'Anderson a été de considérer qu'une transition métal-isolant est possible en l'absence d'interaction électron-électron lorsque le désordre dans le réseau est suffisamment grand. Le désordre provient des défauts dans le réseau cristallin, mais il peut être modélisé par la variation de l'énergie potentielle au niveau de chacun des nœuds dans un réseau régulier.

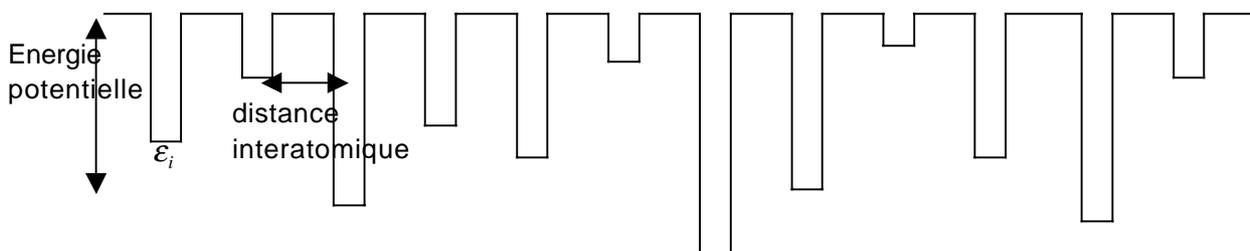


Figure II-8. Réseau désordonné modélisé par un réseau ordonné avec énergies potentielles variables.

L'Hamiltonien permettant de caractériser ce système s'écrit :  $H = \sum_{i,j} t_{ij} c_{i+} c_{j-} + \sum_i \varepsilon_i n_i$ . Le terme  $t_{ij}$  est l'énergie de transfert d'un niveau à l'autre, et,  $\varepsilon_i$  est l'énergie potentielle du site  $i$ . Le premier terme de l'Hamiltonien représente l'énergie cinétique des électrons, qui tend donc à les délocaliser. Le deuxième terme va être d'autant plus important que les fluctuations du potentiel d'un site à l'autre seront grandes. En effet, les interactions entre deux électrons sur deux sites voisins seront d'autant plus faibles que leurs énergies respectives seront différentes. Par conséquent, le mouvement d'un des électrons aura moins d'influence sur son voisin, ce qui entraîne bien un effet de localisation plus fort. D'autre part, plus la densité d'électron est grande pour un niveau d'énergie donné plus ils vont interagir entre eux. L'effet de localisation des électrons aura donc plus d'influence en bordure de bande, là où la densité est faible, qu'en centre de bande. Cette localisation se traduit par des trous dans les bandes d'énergie, appelés bords de mobilité.

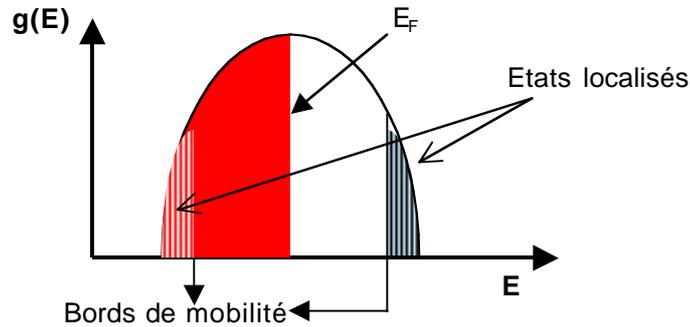


Figure II-9. Localisation de l'énergie des électrons d'un réseau désordonné.

Cet effet de localisation dans des bandes résulte d'interférences entre états voisins dues au désordre.

Plus les fluctuations des énergies potentielles sont grandes par rapport à l'énergie de transfert, plus les bords de mobilité se rapprochent du centre de la bande. Tous les états deviennent localisés et le système devient alors isolant. La transition métal-isolant a lieu lorsque les bords de mobilité atteignent le niveau de Fermi.

## II.1.2 Approche dimensionnelle : théorie d'échelle de la localisation.

Il faut savoir qu'il n'existe pas à l'heure actuelle de théorie exacte permettant de décrire correctement la transition métal-isolant à trois dimensions. Les Hamiltoniens relativement simples utilisés par Mott et par Anderson offrent seulement une vision qualitative du problème. La théorie d'échelle de la localisation, introduite par Thouless [Thouless, 77] et par l'équipe d'Abrahams [Abrahams et al, 79], permet de mieux comprendre la transition métal-isolant. Son principe fondateur est d'étudier les propriétés physiques d'un système en fonction de sa taille  $L$ . Dans le cas de la transition métal-isolant, la propriété intéressante est la conductance électrique (qui ne dépend pas du nombre de dimensions du système).

Thouless a montré que l'étude des combinaisons linéaires des fonctions d'ondes de deux systèmes identiques accolés afin former un système unique de taille plus importante, revient à comparer l'espacement  $\delta W$  entre les états d'un des systèmes initiaux avec leur largeur moyenne en énergie  $\Delta E = \hbar/\tau$  (où  $\tau$  est le temps mis par l'électron pour diffuser sur la longueur  $L$  du système). Si  $\left(\frac{\Delta E}{\delta W}\right)_L \gg 1$ , la nouvelle fonction d'onde reste délocalisée et la

conductance du système suit la loi d'Ohm :  $g(L) = \sigma \cdot L^{d-2}$ , où  $\sigma$  est la conductivité électrique donnée par la loi de Drude (voir Équation IV-65 page 400), et  $d$  est le nombre de dimensions du système. Si  $\left(\frac{\Delta E}{\delta W}\right)_L \ll 1$  les deux systèmes accolés restent très découplés et les électrons restent localisés comme dans la transition d'Anderson. La longueur de localisation  $\xi$  est en général supérieure au libre parcours moyen  $l$  et la conductance suit alors une loi exponentielle :  $g(L) \propto \exp\left(-\frac{L}{\xi}\right)$ .

L'équipe d'Abrahams a introduit la fonction de renormalisation  $\beta(g) = \frac{d \ln g}{d \ln L}$  qui permet de caractériser facilement les deux régimes. L'étude de  $\beta$  montre qu'en dessous de 3 dimensions il n'y a pas de transition et les systèmes restent toujours isolants. On peut par ailleurs exprimer  $\xi$  en fonction des autres paramètres et montrer que cette longueur de localisation des électrons représente en fait la longueur de corrélation séparant le régime ohmique du régime quantique lorsque le système global est métallique.

Contrairement à la théorie de Mott la transition métal-isolant est ici du deuxième ordre, donc sans discontinuité du paramètre d'ordre. Cette théorie d'échelle offre donc une autre vision du problème, mais comme les théories de Mott et d'Anderson elle reste imprécise, voire fautive pour certains systèmes (par exemple des transitions métal-isolant ont été observées dans certains systèmes bidimensionnels à la fin des années 90).

Remarque : on peut montrer que la présence d'impuretés dans le réseau peut faire apparaître de nouvelles bandes d'énergies permises en plein milieu des bandes interdites.

## II.1.3 Conductivité des isolants d'Anderson.

### II.1.3.1 Conduction par sauts.

La résistance des matériaux isolants à température non nulle n'est pas infinie, cela signifie qu'il existe un ou plusieurs processus de conduction électrique même lorsque les électrons ne sont plus libres et sont localisés autour des atomes. Le principal est l'absorption ou l'émission d'un phonon par un électron localisé permettant son transfert par saut tunnel d'un site occupé vers un site vide.

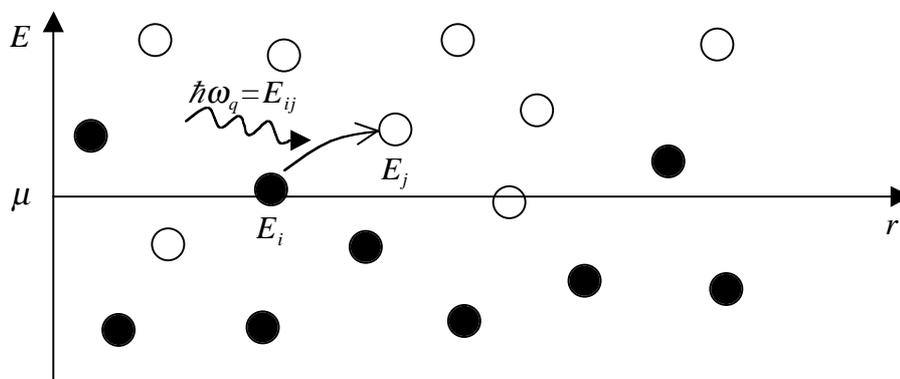


Figure II-10. Conduction par saut tunnel entre sites localisés.

La probabilité de la transition s'écrit  $\gamma_{ij} = \gamma_{ij}^0 \cdot \exp\left(\frac{-2r_{ij}}{\xi}\right) \cdot n_{BE}(E_{ij})$ . Le terme  $\gamma_{ij}^0$  dépend de l'interaction électron-phonon et varie en puissance de  $r_{ij}$  et de  $E_{ij}$ . Comme précédemment  $\xi$  représente la longueur de localisation des électrons. Quant au terme  $n_{BE}(E_{ij})$  il s'agit simplement de la distribution de Bose-Einstein des phonons (voir Équation IV-7 page 347). En multipliant par les fonctions de Fermi-Dirac de distribution pour chacun des sites ( $n_{FD}(E_i) \cdot (1 - n_{FD}(E_j))$ ) on obtient dans l'approximation du champ moyen, le nombre d'électrons  $\Gamma_{ij}$  qui transite du site  $i$  vers le site  $j$ . En effectuant la même démarche pour le calcul des transits du site  $j$  vers le site  $i$ , et en se servant de la différence entre les deux nombres, on calcule facilement le courant électrique entre les deux sites. En étudiant les petites variations d'énergie et de potentiel chimique sous faible champ, on en déduit la loi d'Ohm locale :  $J_{ij} = -e \cdot (\Gamma_{ij} - \Gamma_{ji}) = \frac{1}{R_{ij}} (U_i - U_j)$ , avec  $R_{ij} = \frac{k_B T}{e^2 \Gamma_{ij}^0}$ ,  $\Gamma_{ij}^0$  étant le nombre moyen d'électrons transitant dans un sens ou dans l'autre en l'absence de champ. On remarque que  $-e \cdot U_i = \delta E_i + \delta \mu_i$  représente la valeur locale du potentiel électrochimique.

À basse température, l'énergie thermique est bien plus faible que les différences entre les niveaux d'énergie (sites  $i$  et  $j$  et potentiel chimique), de sorte que l'on peut simplifier les fonctions de distribution et écrire la résistance locale comme le produit de deux termes :

$$R_{ij} = R_{ij}^0 \cdot \exp(\xi_{ij}) \quad \text{avec} \quad R_{ij}^0 = \frac{k_B T}{e^2 \Gamma_{ij}^0}$$

$$\xi_{ij} = \frac{2r_{ij}}{a} + \frac{E_{ij}}{k_B T} \quad \text{et} \quad E_{ij} = \frac{1}{2} (|E_i - E_j| + |E_i - \mu| + |E_j - \mu|)$$

### II.1.3.2 Comportement de la résistivité pour différents régimes de sauts.

Une méthode de calcul de la résistance macroscopique d'un échantillon, basée sur la théorie de la percolation a été développée dans les années 70 ([Ambegaokar et al, 71], [Polлак, 72], [Shklovskii et Efros, 71]). À partir de la loi de résistance locale donnée ci-dessus, ce calcul de percolation donne une expression où la résistivité due au déplacement des électrons par sauts tunnels dépend exponentiellement de l'inverse de la température :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left[\left(\frac{T_0}{T}\right)\right]$$

La conduction par sauts à portée variable (variable range hopping) a été mise en évidence par Mott en 1968, lorsqu'il a montré que plus la température était basse plus les électrons avaient tendance à effectuer des sauts entre sites éloignés dans l'espace, mais proches en énergie. En stipulant une densité d'états non nulle au niveau de Fermi, la conséquence de cette remarque est que la résistivité suit une loi moins divergente que la simple exponentielle décrite précédemment :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left[\left(\frac{T_M}{T}\right)^{\frac{1}{4}}\right] \quad \text{avec} \quad k_B T_M = \frac{\beta}{g(\mu) \cdot \xi^3}$$

Équation II-45

Où  $g(\mu)$  est la densité d'états au niveau de Fermi et  $\beta$  une constante (à 3 dimensions un calcul de percolation donne  $\beta \approx 20$  [Shklovskii et Efros, 84]). Plus généralement, si la densité d'états s'annule au niveau de Fermi suivant la relation  $g(E) = g_0 \cdot (E - \mu)^p$  alors la résistivité devient :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left[ \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1+p}{4+p}} \right] \quad \text{avec} \quad k_B T_0 = \frac{\beta^4}{(g(\mu) \cdot \xi^3)^{\frac{1}{1+p}}}$$

En présence d'un vrai gap au niveau de Fermi,  $p$  tend vers l'infini et la dépendance en température de la résistivité est simplement exponentielle.

En considérant les interactions coulombiennes dans les systèmes désordonnés, Efros et Shklovskii [Efros et Shklovskii, 75] ont montré l'existence d'un pseudo-gap de la densité d'états au niveau de Fermi. Ils calculent que la densité d'états est de forme parabolique autour du niveau de Fermi, ce qui conduit à une loi de résistivité intermédiaire entre la seule considération des sauts tunnels et la prise en compte des sauts variables par Mott :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left[ \left( \frac{T_{ES}}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{avec} \quad k_B T_{ES} = \frac{\beta^4 \cdot e^2}{\kappa \cdot \xi} \quad \text{et} \quad \kappa = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r$$

Équation II-46

Ici  $k_B T_{ES}$  caractérise la force des interactions coulombiennes, l'énergie d'interaction coulombienne s'écrivant :  $U_{ij} = \frac{e^2}{\kappa \cdot r_{ij}}$  (dans l'expression de  $\kappa$ ,  $\epsilon_0$  représente évidemment la permittivité diélectrique du vide et  $\epsilon_r$  la permittivité relative du milieu). Ce comportement de la résistivité décrit par l'Équation II-46 a été vérifié expérimentalement dans plusieurs isolants d'Anderson à très basse température.

Une analyse plus poussée du problème montre qu'il existe en fait plusieurs régimes de conduction suivant les domaines de température considérés. On peut notamment établir l'existence d'une température de transition séparant le régime de Mott du régime d'Efros et Shklovskii :  $T_\Delta \approx \frac{e^4 \cdot \xi \cdot g_0}{\kappa^2}$ . Au-dessus de  $T_\Delta$  le régime de Mott domine alors qu'en dessous c'est celui d'Efros et Shklovskii.

Si l'on tient compte des corrélations entre électrons, notamment des excitations à plusieurs électrons, le processus de conduction peut être amélioré et le comportement de la résistivité du matériau tend à nouveau vers celle décrite uniquement par les sauts tunnels ([Efros, 76], [Mott, 75], [Chicon et al, 88]). L'expression générale de la résistivité s'écrit :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp \left[ \left( \frac{T_0}{T} \right)^n \right]$$

Équation II-47

En tenant compte des corrélations entre électrons on constate que  $n \rightarrow 1$ . Ceci est d'autant plus intéressant pour les applications thermométriques, que l'on cherche à avoir de grandes sensibilités en température puisque le coefficient sans dimension s'écrit :

$$A = \frac{d \ln R}{d \ln T} = \frac{d \ln \rho}{d \ln T} = -n \left( \frac{T_0}{T} \right)^n$$

Équation II-48

Remarques :

- Avec les deux équations précédentes on retrouve celles que l'on avait introduites en parlant de la thermométrie résistive (Équation II-20 et Équation II-21 page 123). La raison

pour laquelle elles apparaissent deux fois dans le manuscrit est qu'elles sont de toute première importance à la fois pour la compréhension du comportement et de l'intérêt des thermomètres résistifs, mais aussi pour le dimensionnement et les tests expérimentaux effectués dans le cadre de la thèse sur des échantillons de NbSi.

- Dans leur démonstration, Efros et Shklovskii introduisent le pseudo gap de corrélation :  $\Delta_C = e^3 \sqrt{\frac{g_0}{K^3}}$ , on peut montrer que ce terme donne une estimation en Kelvin de la largeur du gap de Coulomb. Son ordre de grandeur est typiquement de 1 K.
- Il a été montré ([Rosenbaum, 91]) que la température de transition entre le régime de Mott et le régime d'Efros et Shklovskii suivait la relation  $T_{ME} = 16 \frac{T_{ES}^2}{T_M}$ . Dans le cas du NbSi  $T_{ME} \approx 1 K$ , ce qui a été confirmé par les expériences. Notons que pour la caméra bolométrique cela signifie qu'à la température de travail (0,1 K) on devrait se trouver dans un régime intermédiaire entre celui d'Efros et Shklovskii (donc sauts tunnels plus interactions coulombiennes) et celui assisté par les corrélations électroniques (voir l'interprétation des résultats des tests électriques au paragraphe IV.2).

L'application sur la résistivité du NbSi de ces analyses de conduction par saut, a été menée par plusieurs équipes, notamment par Stephanos Marnieros au cours de sa thèse [Marnieros, 98]. Son étude de la résistivité à très basse température a permis de montrer que pour  $T < 500 mK$ , le "facteur de régime" avait pour valeur moyenne  $n \approx 0,65$ . Autrement dit la conduction dans ses échantillons était dans un régime intermédiaire entre sauts tunnels plus interactions coulombiennes (Efros et Shklovskii ;  $n = 0,5$ ) et celui causé par les mécanismes supplémentaires des interférences entre électrons plus excitation à plusieurs électrons ( $n \rightarrow 1$ ). Les ajustements de courbes montrent alors que  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$ .

Nous présenterons la méthode expérimentale de mesure de résistivité et de sensibilité aux deux prochains chapitres, lorsque nous détaillerons les expériences menées dans le cadre de la thèse.

## II.2 Paramètres influençant la résistivité du NbSi.

Les techniques de coévaporation de Niobium et de Silicium pour former des échantillons en couches minces permettent d'ajuster la composition  $x$  en Niobium dans le matériau. Le composé ainsi formé est un amorphe du type  $Nb_xSi_{1-x}$  ; il s'agit d'un composé à valence mixte non-stœchiométrique. Les expériences menées sur des échantillons de NbSi ont permis de montrer que la résistivité du matériau suivait assez bien les lois présentées précédemment, et lorsque que  $x < 0,09$  il se classe parmi les isolants d'Anderson [Marnieros, 98]. Notons que des comportements similaires de la résistivité ont été observés sur un certain nombre d'autres isolant d'Anderson (par exemple a-GeCr [Aleshin et al, 88], Si:As [Heijden et al, 91], Si:B [Dai et al, 92], In/InO<sub>x</sub> [Kim et Lee, 93], a-Y<sub>x</sub>Si<sub>1-x</sub> [Ladieu et al, 96], InSb/Mn [Trofimov, 96]).

Nous présentons dans ce sous-chapitre les conclusions majeures d'expériences portant sur la détermination des effets influençant le comportement thermoélectrique de couches minces de NbSi. La plupart de ces expériences ont été menées au CSNSM par Dumoulin, Marnieros, Bergé, Camus, Juillard. Il a été observé au cours de ces expériences des écarts à la loi d'Ohm lorsque la polarisation des échantillons augmentait. Ces effets ont déjà été observés dans un certain nombre d'autres matériaux et des développements théoriques permettant de les

expliquer ont été réalisés. Nous présentons dans la deuxième partie de ce sous-chapitre les deux effets non-ohmiques qui peuvent s'appliquer au NbSi ainsi qu'une analyse donnant un critère de distinction entre les deux.

## II.2.1 Effets géométriques et stœchiométriques.

### II.2.1.1 Géométrie des échantillons.

La résistance d'un échantillon de longueur  $l$  et de section  $S$  s'écrit  $R = \rho \frac{l}{S}$  (on considère donc que le courant électrique dans l'échantillon s'écoule parallèlement à  $l$  et perpendiculairement à  $S$ ). En exprimant  $T_0$  en fonction des autres paramètres dans l'Équation II-47, et en remplaçant le résultat obtenu dans l'Équation II-48 on obtient l'expression du coefficient en température sans dimension en fonction de la géométrie des couches :

$$A = -n \cdot \ln \left( \frac{R S}{\rho_0 l} \right)$$

Équation II-49

Pour une valeur de  $R$  donnée on a à priori intérêt à maximiser le rapport  $S/l$ . Ceci a conduit les expérimentateurs à tester différentes géométries de couches résistives et d'électrodes : les thermomètres peuvent se présenter par exemple sous forme de rectangles allongés avec les électrodes disposées le long des grands cotés, ou sous forme de rectangle moins allongés avec des électrodes en forme de peignes imbriqués (voir les photographies de la Figure II-15 page 180). Cependant les effets d'inhomogénéités spatiales éventuelles et les effets non-ohmiques (mauvais couplage électron-phonon), peuvent amener à revoir l'intérêt des géométries de type peignes [Marnieros, 98], [Camus, 01].

Un autre effet important de la géométrie pour les applications bolométriques du NbSi est celui du rapport entre épaisseur et surface de contact avec l'absorbeur. Comme la chaleur spécifique des isolants est d'autant plus faible que le nombre d'atomes dans l'échantillon est faible (voir Équation IV-39 page 384), on a intérêt à fabriquer les plus petites couches possibles. D'un autre côté, plus la surface de contact entre l'absorbeur et le thermomètre sera grande plus le couplage entre les deux sera fort, donc avantageux. Il en résulte qu'il existe un optimum à trouver entre épaisseur des couches, surface de contact avec l'absorbeur et rapport entre longueur et largeur de cette surface. Notons qu'en sus de dégrader le rapport  $S/l$  de l'Équation II-49, une trop forte diminution de l'épaisseur des couches entraîne non seulement des problèmes d'homogénéité dus au processus de fabrication par évaporation du Silicium et du Niobium, mais aussi une modification du comportement électrique causée par l'apparition de processus de conduction à deux dimensions.

Il existe un troisième effet géométrique observé expérimentalement mais mal expliqué de façon théorique, c'est celui des effets de bords dus à la rugosité du NbSi. Il a en effet été constaté ([Marnieros, 98]) que les films mal polis présentaient un excès de résistance par rapport aux films polis ou évaporés sur une sous-couche de SiO réduisant la rugosité de surface.

### II.2.1.2 Changement de composition en Nb et influence du recuit.

Les expériences menées sous faible polarisation (pour éviter les effets non-ohmiques) ont montré que la résistivité du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  dépendait fortement de la concentration relative  $x$  en Nb. Deux type de transitions ont été observées : une transition métal-isolant d'Anderson pour

$x < 0,09$  ( $\rho(T \rightarrow 0) = \infty$ ) et une transition métal-supraconducteur pour  $x > 0,12$  ( $\rho(T \rightarrow 0) = 0$ ) (on rappelle que le Niobium pur est supraconducteur pour  $T \leq 9$  K). Entre les deux ( $0,09 < x < 0,12$ ) le NbSi a toujours un comportement métallique ( $\rho(T \rightarrow 0) = \text{Constante}$ ). Les transitions ont été observées pour  $100 < T[mK] < 500$ . Les compositions des échantillons réalisés sont vérifiées par des mesures de spectroscopie par diffusion Rutherford inverse (RBS) [Dumoulin et al, 93], [Marnieros, 98]. La Figure II-11 résume l'influence de la composition sur ces trois domaines de comportement du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  :

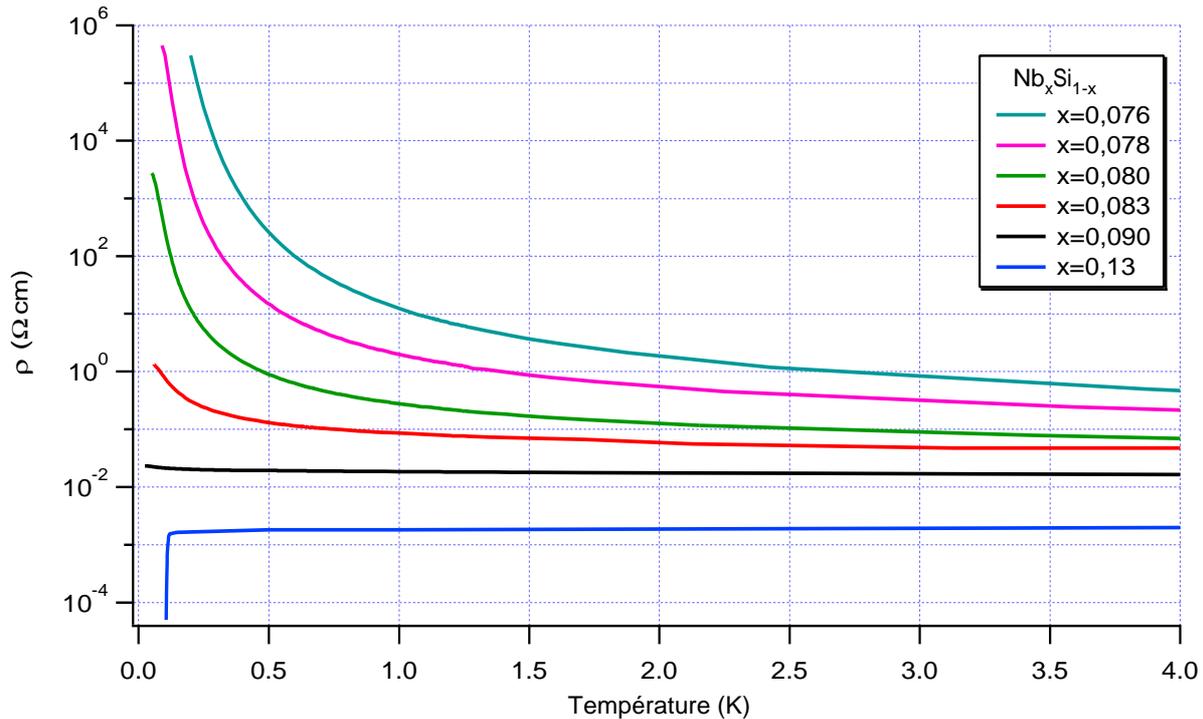


Figure II-11. Résistivité typique du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  en fonction de la température et de la composition  $x$  en Nb.

Les expériences de Marnieros ont permis d'établir une loi empirique déterminant la valeur du paramètre  $T_0$  (de l'Équation II-47) en fonction de la composition  $x$  : 
$$\frac{T_0}{1K} = \left( 26 - 3 \frac{x}{1\%} \right)^2$$
 pour un recuit à  $80^\circ\text{C}$ .

En utilisant la formule empirique de  $T_0$  pour un recuit à  $80^\circ\text{C}$ , avec une composition  $x = 8,2\%$ , on a alors  $T_0 = 1,4$  K, d'où  $\rho(T=100mK) = 0,13 \Omega \cdot m$  (avec  $n = 0,65$  et  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$ ). Un simple calcul d'incertitude montre que si  $x$  varie de  $0,1\%$  autour de  $8\%$  (c'est-à-dire si  $\Delta x = 8,21\% - 8,20\%$ , soit  $\Delta x/x = 0,12\%$ ) alors la résistivité varie typiquement de  $\Delta\rho/\rho = 7,5\%$  pour  $T = 100$  mK. L'effet de la composition sur la résistivité est donc extrêmement important.

Par ailleurs, il a été observé qu'un recuit des échantillons à des températures plus élevées que celles atteintes lors de l'évaporation avait pour effet de rendre les échantillons plus isolants. L'effet obtenu est comparable à une variation de  $x$  de l'ordre de quelques fractions de %. Par exemple, sur un échantillon à  $x = 8,5\%$ , pour une loi de résistivité avec  $n = 1/2$  (régime d'Efros et Shklovskii, c'est-à-dire avec interactions coulombiennes) :  $T_{\text{recuit}}[^\circ\text{C}] = 50 \setminus 100 \setminus 150 \Rightarrow T_0[\text{K}] = 0,5 \setminus 1,9 \setminus 3,3$  K [Dumoulin et al, 95]. Cet effet de recuit avait initialement été observé

dans l'AlGe co-évaporé à froid [Lesueur et al., 85]. Mais il avait été expliqué de façon théorique une vingtaine d'années plus tôt par la relaxation de l'énergie interne des amorphes [Béal et Friedel, 64]. Le calcul de la résistivité macroscopique peut-être mené en tenant compte de l'effet de recuit en utilisant la théorie d'échelle de la localisation des électrons présentée au paragraphe II.1.2.

Notons que l'influence très importante de la température du recuit sur la valeur de  $T_0$  est dans notre cas un facteur assez limitant pour la prédiction des paramètres d'un échantillon lithographié. Il est en effet très difficile de savoir dans quelle mesure et à quelle température les films sont recuits lors de leur dépôt dans les bâtis d'évaporation que nous avons utilisés.

Cependant, rien n'empêche de procéder à un recuit après les étapes de lithographie. Ainsi, en asservissant la composition d'une part et la température de recuit d'autre part, il est possible d'ajuster la résistance, son coefficient en température (donc sa loi  $\rho(T)$ ), et, la stabilité de la couche aux besoins d'une expérience donnée. Ces deux degrés de liberté dans la fabrication de couches minces font du NbSi un matériau tout à fait intéressant pour des applications thermoélectriques, notamment pour la conception de thermomètres bolométriques. C'est la raison pour laquelle le choix des thermomètres de la caméra bolométrique s'est arrêté sur ce matériau.

### II.2.1.3 Problèmes d'homogénéité.

À la vue de ces résultats on comprend bien que l'homogénéité spatiale de la concentration  $x$  joue un rôle extrêmement important sur le comportement des couches. En modélisant un problème d'homogénéité par des résistances mises en série ou en parallèle et en utilisant les formules décrivant les effets non-ohmiques (voir paragraphe suivant), on constate que la constante de couplage électron-phonon  $G_{e-ph}$  sera plus faible et la longueur de localisation  $\xi$  sera plus élevée que si le Niobium avait été uniformément réparti dans le Silicium. Par ailleurs les inhomogénéités de concentration font apparaître des gradients de température électronique qui rendent difficiles les interprétations des mesures sous forte polarisation, et, qui dégradent sensiblement les performances des bolomètres.

C'est pour cette raison que la géométrie choisie pour concevoir les couches thermométriques de la caméra sont des parallélépipèdes rectangles (et non pas des peignes) avec une épaisseur minimale de 500 Å. Afin d'optimiser l'Équation II-49, leur "largeur" est plus grande que leur "longueur" (c'est-à-dire que la distance entre les électrodes). Nous précisons à ce propos que les valeurs expérimentales données dans ce chapitre ont servi de base de travail pour la conception des échantillons réalisés au cours de la thèse et ont amené des éléments de comparaison pour nos expériences portant sur les matrices de NbSi.

## II.2.2 Écarts à la loi d'Ohm du NbSi polarisé électriquement.

L'intérêt du NbSi pour une application thermométrique est d'exploiter la transition métal-isolant autour d'une température de fonctionnement donnée de façon à mesurer avec le plus de sensibilité possible les fluctuations d'énergie déposée dans le matériau. La quantification de ces fluctuations d'énergie, entraînant des fluctuations de température, se fait via la mesure de la résistance d'une couche thermométrique. La sensibilité du thermomètre est caractérisée par le coefficient en température sans dimension (Équation II-12 page 117) :

$$A = \frac{d \ln R}{d \ln T} = \frac{T}{R} \frac{\delta R}{\delta T}$$

Pour mesurer la résistance il est nécessaire de polariser l'échantillon, c'est-à-dire lui appliquer une tension donnée et mesurer le courant, ou, lui appliquer un courant donné et

mesurer la tension à ses bornes. Imaginons que l'on effectue la mesure à courant constant (ce qui permet une contre-réaction négative : si T monte, R baisse, la puissance  $RI^2$  dissipée par la polarisation aussi, et T retombe) la variation de la tension aux bornes de l'échantillon s'écrit :

$$\Delta V = \Delta R \cdot I = A \frac{R}{T} \Delta T \cdot I$$

Équation II-50

Une forte polarisation paraît donc avantageuse. Mais c'est sans compter les effets non-ohmiques déjà évoqués à plusieurs reprises dans les chapitres précédents.

### II.2.2.1 Effet de champs électrique.

Le premier effet non-ohmique que l'on a évoqué est la variation de la résistance d'un échantillon en fonction du champ électrique appliqué à ses bornes. Il est observé dans les isolants désordonnés de type Mott-Anderson et se traduit par une diminution de la résistance avec l'augmentation du courant électrique d'autant plus importante que la température est basse ; la loi d'Ohm n'est alors plus vérifiée.

La théorie liée à cet effet de champ électrique a été étudiée par différents chercheurs [Hill, 71], [Pollak, 72], [Pollak et Riess, 76]. Ils considèrent que l'électron gagne de l'énergie en remontant le champ par sauts tunnels. La probabilité de transition d'un site à l'autre s'écrit :

$$\gamma_{ij} \propto \exp\left(-\left(\frac{2r_{ij}}{\xi} + \frac{E_{ij} - e\vec{E} \cdot \vec{r}_{ij}}{k_B T}\right)\right)$$

Le premier terme représente la probabilité de saut tunnel, le second la probabilité d'activation thermique corrigée de l'effet de champ électrique ( $E_{ij}$  représente la différence d'énergie entre le site  $i$  et le site  $j$ , alors que  $\vec{E}$  est le champ électrique). L'optimisation de la probabilité (appelée optimisation de Mott) s'obtient en minimisant le terme entre parenthèse dans l'exponentielle. Le calcul de la résistance par percolation est rendu délicat par le produit vectoriel  $\vec{E} \cdot \vec{r}_{ij}$ , mais il peut être simplifié sans erreur importante en considérant que la conductivité est dominée par les sauts de direction opposée au champ électrique, on a alors  $\vec{E} \cdot \vec{r}_{ij} \approx E \cdot r_{ij}$  (si la conduction se fait par les trous plutôt que par les électrons il faut prendre le terme opposé). Moyennant cette simplification, la résistance peut être calculée :

$$\rho(T, E) = \rho_0 \cdot \exp\left(\frac{T_0}{T} \left(1 - \frac{eE\xi}{2k_B T}\right)\right)^n \quad (\text{avec } T = T_e)$$

Équation II-51

On rappelle que  $\xi$  est la longueur de localisation. Cette formule n'est valable que pour  $E \frac{e\xi}{2k_B T} < 1$ . Pour des champs plus élevés la conduction n'est plus assistée par les phonons et devient indépendante de la température.

Il est courant que l'Équation II-51 soit développée au premier ordre, elle peut alors être réécrite sous la forme :

$$\rho(T, E) = \rho(T, E = 0) \cdot \exp\left(-\frac{eEL}{k_B T}\right)$$

Équation II-52

Avec  $L = \frac{\xi}{2} \left(\frac{T_0}{T}\right)^n \frac{1 - (1 - eE\xi/2k_B T)^n}{eE\xi/2k_B T}$  représentant la longueur de saut optimum. Mais cette longueur de saut n'est pas toujours bien décrite par cette équation et les résultats

expérimentaux sont souvent en désaccord avec cette théorie. Notons que le développement limité de  $L$  à l'ordre 1 pour  $eE\xi \ll 2k_B T$  donne une formule plus simple :  $L \approx n \cdot \frac{\xi}{2} \left( \frac{T_0}{T} \right)^n$ .

Sous le régime d'Efros et Shklovskii (donc pour  $T_0 = T_{ES}$  et  $n = 1/2$ ) la longueur de saut tunnel peut être déterminée par la relation :  $L = \frac{\xi}{4} \sqrt{\frac{T_{ES}}{T}}$ . Avec  $T_{ES} = 10 \text{ K}$  les expériences montrent que la longueur de corrélation entre électrons vaut  $\xi = 10 \text{ nm}$  et  $L = 50 \text{ nm}$  à  $T = 40 \text{ mK}$  [Marnieros, 98].

### II.2.2.2 Découplage électron-phonon.

Le second effet non ohmique évoqué dans les chapitres précédents est le découplage électron-phonon. À l'origine il a été introduit pour le cas des métaux. À basse température cette interaction devient de plus en plus faible ; en présence d'un champ électrique les électrons vont être accélérés et vont gagner de l'énergie cinétique, de sorte que les collisions inélastiques avec les phonons (voir Annexes, paragraphes II.2.3 et II.3.4) ne sont plus assez nombreuses et efficaces pour établir l'équilibre thermique.

Dans le paragraphe II.3.4 des Annexes on introduit le temps de relaxation des électrons pour décrire leurs mouvements dans le matériau, en soulignant que cette méthode a ses limites et nécessite d'être perfectionnée pour décrire de façon plus réaliste ces mouvements. Al'tshuler et son équipe ont proposé en 1982 une amélioration au modèle des temps de relaxation [Al'tshuler et al., 82]. Ils considèrent que le mouvement des électrons est dominé par quatre temps caractéristiques :

- Le temps de libre parcours moyen élastique des électrons (pratiquement identique au temps de relaxation que nous avons introduit précédemment) :  $\tau_l$ .
- Le temps caractéristique de leur cohérence de phase :  $\tau_\phi$ .
- Le temps de thermalisation des électrons entre eux :  $\tau_{e-e}$ .
- Le temps de collision inélastique électron-phonon :  $\tau_{e-ph} = 1/\gamma_{ij(\text{phonons})}$ .

Dans la plupart des métaux, en dessous de quelques Kelvins on observe :  $\tau_l < \tau_\phi < \tau_{e-e} < \tau_{e-ph}$ . Lorsque  $\tau_{e-e} \ll \tau_{e-ph}$  la dépendance en température de la fonction de distribution de Fermi-Dirac des électrons n'est commandée que par la température des seuls électrons de conduction  $T_e$ . Mais la différence entre la température des électrons et celle des phonons dépend essentiellement du temps  $\tau_{e-ph}$ . Pour des champs faibles, la combinaison de l'effet Joule (qui thermalise les électrons entre eux par interaction électron-électron) et de l'effet thermique (interaction électron-phonon) donne :

$$T_e - T_{ph} = \tau_{e-ph} \frac{E^2}{\rho \cdot c_e}$$

Équation II-53

Où  $E$  est le champ électrique,  $\rho$  la résistivité et  $c_e$  la chaleur volumique des électrons.

En utilisant la conductance définie dans les Annexes au sous-chapitre II.4 (Équation IV-71 page 405 et Équation IV-76 page 408, voir aussi l'introduction du Chapitre I), on peut définir la conductance entre le bain d'électrons et le bain de phonons :

$$G_{e-ph} = \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{C_e}{\tau_{e-ph}}$$

Équation II-54

$\Delta P$  représente l'énergie dissipée par effet Joule,  $\Delta T = T_e - T_{ph}$ , et,  $C_e = \Omega \cdot c_e$  est la capacité calorifique des électrons du système.

La théorie établit un lien qui unis  $\tau_{e-ph}$  aux facteurs caractéristiques de l'état du système que sont la température  $T$ , la dimension du bain de phonons  $d$ , la température de Debye du matériau  $\theta_D$ , un paramètre dépendant de la force de couplage électron-phonon  $\lambda_{ph}$  et une fonction  $B(T)$  du désordre (représenté par le produit du vecteur d'onde moyen des phonons avec le libre parcours moyen élastique des électrons) :  $\frac{1}{\tau_{e-ph}} \approx \lambda_{ph} \frac{T^d}{\theta_D^2} B(T)$  [Al'tshuler et al, 87], [Schmid, 85].

De nombreuses expériences ont été menées sur les métaux afin de déterminer la dépendance en température des différents temps caractéristiques des mouvements des électrons. Dans ces expériences, les mesures de température des électrons ont été faites soit par des mesures de bruit de courant soit par des mesures de résistance mettant en jeu des effets physiques dépendants de la température électronique (effet Kondo, transition supraconductrice, anomalie de Coulomb, etc.). Les expériences de chauffage des électrons destinées à la mesure du temps de collision inélastique électron-phonon donnent  $\tau_{e-ph} \propto T^{-p}$  avec  $2 \leq p \leq 3,7$ . De nombreux métaux et alliages ont été testés : Cu [Roukes et al, 85], AuCu [Wellstood et al, 94], Ag [Steinbach et al, 96], CuCr [DiTusa et al, 92], Au [Bergmann et al, 90], Nb [Gershenson et al, 90], Au<sub>60</sub>Pd<sub>40</sub> [Dolan et al, 79], C<sub>1-x</sub>Cu<sub>x</sub> et Si<sub>1-x</sub>Au<sub>x</sub> [LaMadrid et al, 92], GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As [Wennberg et al, 86].

Par ailleurs l'Équation II-54 a été établie pour de faibles champs électriques. Des mesures effectuées avec des champs plus importants ont montré que le découplage électron-phonon devenait non négligeable et qu'il fallait en tenir compte dans l'expression de la puissance électrique [Wellstood et al, 94], [Steinbach et al, 96] :

$$P_{el} = \Omega \cdot g_{e-ph} \cdot (T_e^5 - T_{ph}^5)$$

Équation II-55

Où  $\Omega$  est le volume de l'échantillon, et  $g_{e-ph}$  est la constante de couplage électron-phonon. À titre indicatif, les mesures donnent  $g_{e-ph} = 2000 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  pour l'alliage AuCu et  $g_{e-ph} = 500 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  pour Ag pur.

En 1990 N.Wang a utilisé un modèle analogue pour l'étude d'un isolant d'Anderson, le Ge NTD (germanium dopé par neutrons thermiques) :

$$P_{el} = V \cdot I = G_{e-ph} (T_e^\eta - T_{ph}^\eta)$$

Équation II-56

Elle a supposé qu'en dessous de 50 mK l'échantillon se trouvait dans le régime d'Efros et Shklovskii, la résistance s'écrit alors :

$$R(T, P \rightarrow 0) = R_0 \exp\left(\sqrt{\frac{T_0}{T}}\right) \quad (\text{avec } T = T_{ph}) \quad \text{et} \quad R(T, P > 0) = R(T_e) = R_0 \exp\left(\sqrt{\frac{T_0}{T_e}}\right)$$

Ces équations contiennent implicitement l'hypothèse que lorsque la température de phonon est fixée (couplage important avec le thermostat), alors la résistance sous polarisation ne dépend que de la température des électrons du thermomètre. En inversant l'équation précédente on trouve la température électronique et en la remplaçant dans l'Équation II-56 on détermine les paramètres du découplage. Wang trouve  $\eta = 5,5$  et  $g_{e-ph} = 6,5 \text{ W/K}^{5,5}/\text{cm}^3$  pour un de ses échantillons et  $\eta = 6$  et  $g_{e-ph} = 40 \text{ W/K}^6/\text{cm}^3$  pour le second. Quant à la conductance

dynamique ( $G_{d_{e-ph}}$ ) elle trouve une valeur similaire entre les deux échantillons, environ 1000 fois plus faible que pour les métaux.

On rappelle que  $G_{d_{e-ph}} = G_{e-ph} \cdot \eta \cdot T^{\eta-1} \underset{(T_e - T_{ph}) \ll T_e}{\approx} G_{e-ph}$ , où  $G_d$  et la conductance dynamique,

$G$  est le coefficient de conductance du processus de découplage thermique en jeu (ici c'est le coefficient de découplage électron-phonon) et  $G$  est la conductance du processus.

Mais on l'a vu au sous-chapitre précédent, la conduction par sauts à portée variable suppose que le saut tunnel des électrons est assisté par les phonons. À chaque saut l'électron subit un choc inélastique et par conséquent se thermalise avec les phonons. On peut donc légitimement se poser la question de savoir s'il est vraiment pertinent de définir une température électronique différente de celle des phonons.

Marianer et Shklovskii [*Marianer et Shklovskii*, 92] ont établi un modèle afin de répondre à cette question. Dans leur modèle, ils considèrent un semiconducteur amorphe, supposent que la densité d'état croît exponentiellement avec l'énergie et que la conductivité s'effectue par sauts à portée variable des électrons (comme dans la théorie de Mott). L'idée centrale de leur modèle est que les électrons remontent le champ électrique lorsque qu'il est suffisamment fort, et accroissent leur énergie d'un facteur  $\Delta E = e \cdot E \cdot r$  (où  $E$  est le champ électrique et  $r$  la distance entre deux sites). Ils établissent dans un premier temps un modèle de probabilité de transition entre sites qui tienne compte du champ électrique, et, à partir de cette probabilité ils calculent d'une part la fonction de distribution des électrons et d'autre part la conductivité du système. Les deux expressions dépendent de la température et du champ électrique, ce qui leur permet de calculer des températures effectives dépendantes du champ :

$$T_{eff}^2 = T^2 + \left(0,6 \frac{eE\xi}{k_B}\right)^2 \quad \text{et} \quad T_{\sigma}^2 = T^2 + \left(0,9 \frac{eE\xi}{k_B}\right)^2$$

Le premier terme vient de la fonction de distribution, il donne donc la température effective des électrons. Le second terme montre que la conductivité sous champ électrique est différente de celle en champ nul :  $\sigma(T, E) = \sigma(T_{\sigma}, E=0) \neq \sigma(T_{eff}, E=0)$ . La différence entre les deux températures effectives provient du fait que le calcul par percolation de la conductivité électrique tient compte de la température des électrons et de la température des phonons. On constate qu'à la différence du calcul pour les métaux, la fonction de distribution des électrons sous champ est déterminée par une température  $T_{eff}$  différente de celle des phonons même en l'absence d'interaction entre électrons !

Marnieros a alors amélioré le modèle en recensant les processus permettant aux électrons de passer d'un site à l'autre et en se demandant 1) comment définir la température des électrons lorsqu'ils sont chauffés par l'apport d'une puissance extérieure ? 2) quelle relation lie la température des électrons à la conductivité électrique ? Il est parti de l'idée que les électrons interagissent fortement entre eux dans les systèmes désordonnés, et ce d'autant plus que la température est basse. Cette interaction électron-électron devient alors un processus important de la conduction par sauts à portée variable.

### II.2.2.3 Conduction par saut assistée par l'interaction électron-électron.

En tenant compte de la localisation des fonctions d'onde des électrons et du problème du faible écrantage de l'interaction coulombienne entre électrons introduit par le modèle d'Efros et Shklovskii, Marnieros décompose l'interaction électron-électron en trois termes [*Marnieros*, 98] : l'interaction coulombienne directe, l'interaction électron-électron par échange de phonon et l'interaction d'échange entre électrons localisés par leur spin. En comptant l'interaction

électron-phonon, on a alors quatre processus permettant le déplacement des électrons d'un site à l'autre.

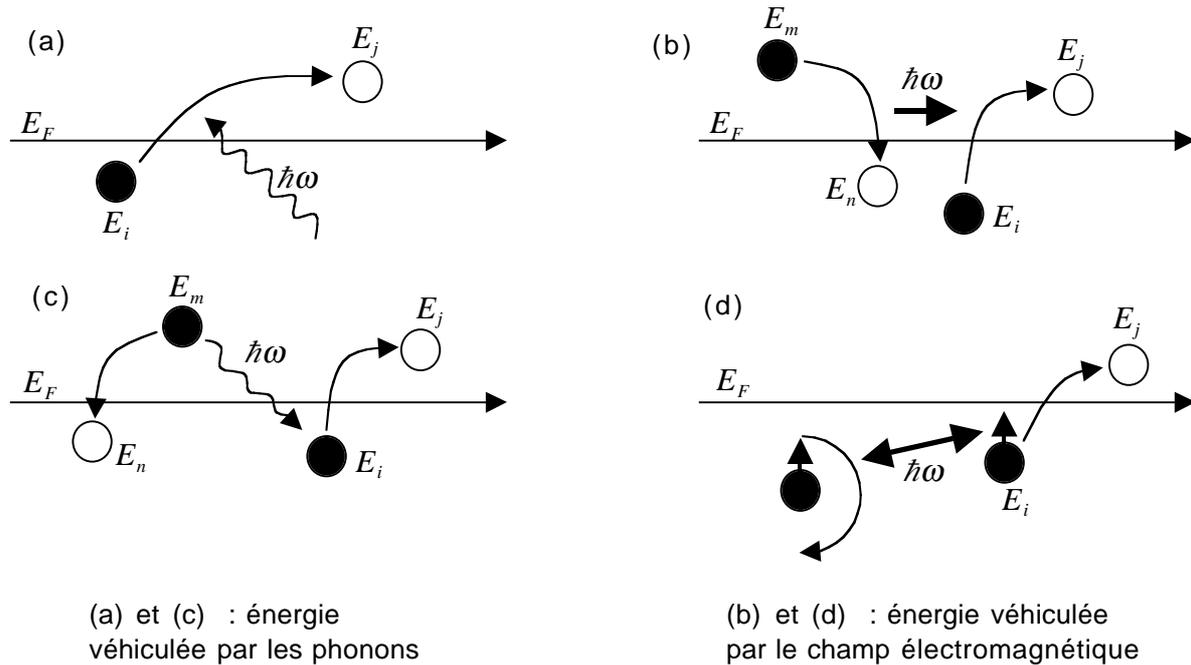


Figure II-12. Les différents processus de conduction des électrons par sauts à portée variables. (a) interaction électron-phonon, (b) interaction de Coulomb, (c) interaction électron-électron par échange de phonon, (d) interaction localisée électron-électron par les spins.

En utilisant les Hamiltoniens qui décrivent chacun des processus, Marnieros calcule les probabilités de transition et aboutit à la conclusion qu'elles se présentent toutes sous la forme du produit de deux fonctions : l'une dépendant en puissance de l'énergie  $E$ , de la distance  $r_{ij}$  et de la température des électrons  $T_e$ , l'autre fonction dépend exponentiellement des mêmes termes. Dans tous les cas la probabilité de transition entre les deux sites a la même forme que celle de la transition assistée par les phonons. Le calcul de la résistivité par percolation aboutit

logiquement à des formes similaires du type  $\rho(T, E) = \rho(T_e, E = 0) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_0}{T_e}\right)^n$ , mais dont le

paramètre  $n$  dépend de la densité d'états à un électron ( $n = 1/2$  ou  $1/4$ ), et,  $T_0$  et  $\rho_0$  dépendent de l'interaction dominante. Comme dans les métaux l'interaction électron-phonon détermine la dépendance de  $T_e$  avec  $T_{ph}$  (Équation II-56). Dans le cas où le champ électrique est "suffisamment" important la résistance du thermomètre varie de deux manières : d'une part en

diminuant  $T_0$   $\left(T_0(E) = T_0(E=0) \cdot \left(1 - \frac{eE\xi}{2k_B T_e}\right)\right)$ , d'autre part en chauffant les électrons

( $T_e > T_{ph}$ ). On obtient alors une résistivité similaire à l'Équation II-51 mais avec une température  $T_e$  à la place de  $T$ . Sous champ suffisamment faible on peut utiliser la conductance entre les deux bords pour calculer  $T_{ph} - T_e$  :

$$P_{el} = \frac{V^2}{R} = \frac{E^2 l^2}{\rho \cdot l / S} = \frac{E^2 \Omega}{\rho} = G_{e-ph} \cdot (T_e - T_{ph})$$
 ( $l$  est la distance entre les électrodes,  $S$  la section normale au champ et  $\Omega$  le volume de l'échantillon). On en déduit le critère permettant de connaître le processus dominant entre l'effet de champ et le découplage électron-phonon :

$$\frac{\text{effet\_de\_champ}}{\text{découplage\_e-ph}} = \frac{\Delta T_0/T_0(0)}{\Delta T_{e-ph}/T_e} = \frac{eE\xi}{2k_B T_e} \cdot \frac{T_e \rho G_{e-ph}}{E^2 \Omega} = \frac{e\xi \rho G_{e-ph}}{2k_B E \Omega}$$

Équation II-57

À travers des mesures courant-tension sur de petits échantillons (typiquement  $500 \times 200 \times 0,1 \mu\text{m}^3$ ), Marnieros a étudié l'influence relative de ces deux effets non-ohmiques en fonction des paramètres susceptibles d'entrer en jeu : l'intensité du champ électrique, la composition  $x$  du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  et la température (et donc la résistance). Il a déterminé la valeur du champ critique séparant les domaines de prédominance des deux effets en fonction de la température. Il trouve une courbe d'allure parabolique avec  $1 \mu\text{V/m} < E_c < 100 \text{ kV/m}$ . Pour les champs inférieurs à  $E_c$  l'effet de champ domine et pour les champs plus forts c'est l'effet de découplage électron-phonon qui domine. La température pour laquelle  $E_c$  est minimum dépend de la résistivité. Il est important de remarquer que plus le champ électrique est faible moins les effets non-ohmiques sont mesurables et ce d'autant plus que la résistance de l'échantillon est faible (il faut typiquement des résistances de l'ordre d'une centaine de  $\text{M}\Omega$  pour pouvoir observer ces effets sous champ faible). À partir de l'Équation II-51 et de l'Équation II-56 il procède à des ajustements de courbe et détermine les paramètres caractéristiques des deux effets. Il trouve  $\xi \approx 3-10 \text{ nm}$ ,  $\eta \equiv \beta + 1 \approx 5$ , et  $80 \leq g_{e-ph} [\text{W/K}^5/\text{cm}^3] \leq 230$ . Les incertitudes sur les paramètres proviennent essentiellement de la difficulté à évaluer le volume des échantillons avec précision. En ce qui concerne le coefficient de couplage électron-phonon, il trouve une valeur environ 10 fois plus faible que dans les métaux (AuCu, Ag), mais 100 fois plus forte que les mesures de Wang dans le Ge NTD [Wang et al, 90]. Il interprète cette différence par une densité d'états électroniques plus grande pour le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  que pour le Ge NTD.

## II.3 Quelques études sur le $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ et ses applications bolométriques.

Les géométries et les méthodes de réalisation des films minces de NbSi que nous avons étudiés au cours de la thèse tiennent compte des effets géométriques et stœchiométriques. Les expériences que nous avons mises en oeuvre ont permis d'étudier les effets non-ohmiques sur ces films. Le sous-chapitre précédent introduit de façon qualitative tous ces paramètres influençant la résistivité du NbSi. Mais leur prise en compte s'appuie sur l'expérience et les résultats quantitatifs issus d'études antérieures à la thèse, que nous présentons dans ce sous-chapitre. Nous reparlerons des paramètres influençant la résistivité du NbSi dans le cas précis de notre application au cours des deux chapitres suivant (notamment en III.1 pour les effets géométriques et stœchiométriques et en IV.1.2.4 et IV.2 pour les effets non-ohmiques).

Ici nous résumons donc les caractéristiques principales du NbSi au travers des principaux résultats publiés sur ce matériau. L'article du deuxième paragraphe traite en particulier de l'optimisation des films minces pour la réalisation de couches thermométriques pour des bolomètres.

Dans les articles que nous présentons il est parfois question de la chaleur spécifique du NbSi. Nous n'avons pas évoqué ce thème dans le corps du mémoire car nous n'avons pas eu le temps d'effectuer les expériences portant sur la chaleur spécifique de nos échantillons. Néanmoins il s'agit d'une caractéristique importante à connaître non seulement pour comprendre la physique de ce matériau, mais aussi pour ses applications thermométriques et

bolométriques (voir Chapitre I). C'est une des raisons<sup>48</sup> pour lesquelles une partie importante des Annexes traite de la chaleur spécifique en général (sous-chapitre II.2) et de celle du NbSi en particulier (sous-chapitre III.2). Cette dernière comporte essentiellement trois termes : un terme d'origine électronique ( $c_e$ , qui se retrouve dans tous les matériaux), un terme qui provient des moments magnétiques localisés ( $c_{ml}$ ) et un terme nucléaire ( $c_N$ ) un peu moins important que les deux précédents.

### II.3.1 De l'étude du NbSi.

La présentation des quatre articles suivants est un peu sommaire, mais elle permet de faire le point sur les principaux travaux menés sur le NbSi tout en présentant quelques résultats et en rappelant les propriétés principales du matériau.

[Dumoulin et al, 93] :

Le comportement d'isolant d'Anderson apparaît dans le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  pour des concentrations  $x < 0,09$ . Pour des concentrations  $x > 0,13$  on observe une transition supraconductrice à basse température.

Des tests effectués sur des films avec une concentration  $x = 0,082$  et une géométrie  $5\text{mm} \times 1\text{mm} \times 70\text{nm}$  montrent un régime de conduction des électrons par saut conforme au régime d'Efros et Shklovskii ( $n=1/2$ ). Les paramètres de résistivité sont pour ces échantillons  $T_0 = 6 \text{ K}$  et  $\rho_0 = 1,25 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}$  pour des mesures dans la gamme de température  $100 \geq T[\text{mK}] \geq 20$ . La résistivité décolle dans gamme des  $\text{G}\Omega$  pour  $T < 40 \text{ mK}$  (divergence de loi en  $(T_0/T)^{1/2}$ ). Le coefficient de couplage électron-phonon a été estimé avec une loi en  $T^6$  et donne  $G \approx 450 \cdot 10^{-6} \text{ W/T}^6$ , soit un coefficient volumique  $g \approx 1200 \text{ W/cm}^3/\text{K}^6$ . Les courbes de sensibilité tension-température ( $\delta V/\delta T = f(I, T)$ ) montrent que courant de polarisation est optimal au maximum de sensibilité.

Les prévisions pour une géométrie  $0,5\text{mm} \times 10\text{mm} \times 70\text{nm} = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3$  donnent une résistivité de plusieurs  $\text{M}\Omega$  à  $27,5 \text{ mK}$ . Au courant optimum :  $R = 1,2 \text{ M}\Omega$ ,  $A = 83$ ,  $P = 1 \text{ pW}$ ,  $T_e - T_{ph} = 3 \text{ mK}$ ,  $\delta V/\delta T = 0,1 \text{ V/K}$ . Dans ces conditions la puissance de polarisation par unité de volume est de  $0,25 \cdot 10^{-6} \text{ W/cm}^3$ , ce qui est 50 fois plus important que celle du Ge NTD dans les mêmes conditions.

[Dumoulin et al, 95] :

L'utilisation d'une platine tournante est nécessaire pour homogénéiser les dépôts de NbSi. Une vitesse de rotation de 3 tour/s avec une vitesse de dépôt de  $3 \text{ \AA/s}$ , montre une reproductibilité  $\Delta x = 0,1 \%$ . Études pour d'échantillons à différentes concentrations montrent un changement de loi du  $\log(R)$  de  $(T_1/T)^{1/4}$  vers  $(T_0/T)^{1/2}$  à basse température puis de  $(T_0/T)^{1/2}$  vers  $(T_2/T)$  à très basse température. L'influence du recuit a été étudiée sur des échantillons à  $x = 8,5 \%$ , de géométrie  $5\text{mm} \times 5\text{mm} \times 300\text{nm}$ . En modélisant le logarithme de la résistivité avec une loi en  $(T/T_0)^{1/2}$ , le coefficient de résistance est trouvé est de l'ordre de

<sup>48</sup> Les autres raisons qui expliquent que plusieurs paragraphes occupant une place importante des Annexes traitent de chaleur spécifique sont que cette caractéristique est liée à la conductivité thermique et à la conductance de la fuite thermique des bolomètres, et de façon encore plus générale, qu'il est indispensable de connaître la définition de la chaleur spécifique et les prérequis thermodynamiques qui vont avec pour comprendre les processus physiques d'accumulation et de transport de chaleur dans les matériaux.

$R_0 \approx 5 \Omega$ . Mais suivant la température de recuit, la résistivité varie sur plusieurs ordres de grandeur pour une température de mesure donnée :  $10 \text{ k}\Omega < R(0,1\text{K}) < 1\text{M}\Omega$ . Pour des températures de recuit  $T_{\text{recuit}}[^\circ\text{C}] = 50 \setminus 100 \setminus 150$ , le comportement de la résistivité est bien expliqué avec pour paramètre de température  $T_0[\text{K}] = 0,5 \setminus 1,9 \setminus 3,3 \text{ K}$ .

Le modèle de découplage électron-phonon fonctionne mieux que celui de l'effet de champ électrique. Pour les échantillons étudiés le couplage observé est relativement fort :  $500 < g[\text{W}/\text{cm}^3/\text{K}^6] < 1500$  (ce qui témoigne d'une grande densité d'état au niveau de Fermi).

En ce qui concerne la chaleur spécifique, l'estimation de la limite supérieure du terme métallique donne :  $C = \gamma T$ , avec  $\gamma = 16 \cdot 10^{-6} \text{ J}/\text{cm}^3/\text{K}^2$ , soit environ 25 % de celle de l'or.

[Marnieros et al, 99] :

Il est montré que la constante de couplage électron-phonon  $g_{e-ph}$  est telle que la portion d'énergie déposée dans le bain d'électron relaxe vers les phonons avec une constante de temps  $\tau = C_e/g_{e-ph}$ . Cette constante de temps est utilisée pour effectuer des mesures de chaleur spécifique sur un échantillon de 30 nm d'épaisseur et  $x = 8,5\%$  entre 50 et 500 mK. Ces résultats ont été présentés au paragraphe précédent.

[Marnieros et al, 00] :

La partie métallique de la conduction dans NbSi présente une bonne adéquation avec la théorie de localisation faible ([Bergmann, 84], [Santhannam et al, 87] et [Belitz et Das Sarma, 87]). La localisation des électrons par interférences quantiques et interactions de Coulomb semblent favorisées. Les collisions électron-électron deviennent dominantes lorsque la température diminue.

La partie résistive de la conduction du NbSi est bien décrite par les modèles de sauts à portée variable avec changement de régime entre celui de Mott ( $n=1/4$ ) et celui d'Efros et Shklovskii ( $n=1/2$ ). (Notons que le rôle des phonons dans le processus de saut est décrit dans [Ambegaokar et al, 71]).

Des expériences ont été effectuées sur des films minces déposés sur des cylindres, avec une épaisseur de 100 nm et une largeur de 5 mm, et, des concentrations en niobium variables ( $7,5 < x[\%] < 9$ ). Le régime d'Efros et Shklovskii décrit bien le comportement des échantillons pour  $20 < T[\text{mK}] < 200$ . Il donne des coefficients de température  $0,3 < T_0 < 5\text{K}$ . En ce qui concerne la conductance, le découplage électron-phonon domine près de la transition métal-isolant (concentration en Nb "relativement" élevée). Dans le modèle de découplage  $P = g_{e-ph}(T_e^\beta - T_{ph}^\beta)$ , les valeurs de paramètres trouvées sont  $\beta=5$  et  $g_{e-ph} = 130 \pm 30 \text{ W}/\text{T}^5/\text{cm}^3$  (nous avons utilisé ces valeurs comme références pour les expériences réalisées au cours de la thèse). Notons que le modèle de découplage est établi avec l'hypothèse  $T_{ph} = T_{sub}$ , car pour un substrat diélectrique la résistance thermique est indépendante de la quantité de métal déposée [Swartz et Pohll, 89], et  $R_b \cdot T^3 = 20 \text{ K}^4/\text{W}/\text{cm}^2$  pour le saphir. Cela conduit à  $T_e - T_{ph} = (10/T)(d_0/d)(T_{ph} - T_{sub})$  avec  $d_0 = 100 \text{ nm}$ .

Trois temps caractéristiques sont déterminés lorsqu'un pulse est déposé dans la couche :  $\tau_a = C_{tot}/G_{fuite} \gg \tau_{e-ph} = C_e/G_{e-ph} (\gg \tau_r)$ , où  $G_{e-ph} = dP/dT = 5g_{e-ph}T^4$  est la conductance dynamique du découplage, et  $\tau_r$  est le temps de montée du pulse, qui dépend de la méthode utilisée (pulse électrique ou particule  $\alpha$ ). Les mesures donnent  $\tau_{e-ph} \propto T^{-3,7}$ .

### II.3.2 Optimisation des films thermométriques en NbSi, influence de la géométrie.

Ce paragraphe résume l'article de [Camus et al, 00]. Il est présenté à part car c'est l'un des premiers qui traite de l'optimisation de la géométrie des films minces de NbSi pour une application thermométrique destinée à la réalisation de bolomètres. Ce sujet est donc particulièrement intéressant pour la réalisation de la caméra bolométrique.

Des couches thermométriques destinées à une application bolométrique (sur membrane  $\text{Si}_3\text{N}_4$  car basse conductivité thermique), ont été réalisées par coévaporation du niobium et du silicium sous grand vide ( $<10^{-8}$  mbar). La géométrie et la concentration sont étudiées pour avoir des résistances de  $R = 10 \text{ M}\Omega$  à 100 mK, ce qui bien adapté aux amplificateurs J-FET utilisés pour la lecture des bolomètres (voir Partie III). La loi de résistivité et le coefficient de température (ou sensibilité sans dimension) sont décrits par les équations que nous avons déjà citées dans les paragraphes précédents (voir Équation II-47 et Équation II-48 page 155).

Les mesures, effectuées sur des échantillons avec  $7 < x[\%] < 8,5$  déposés sur des membranes en  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , pour des températures comprises dans la gamme  $100 < T[\text{mK}] < 500$ , sont cohérentes avec les mesures précédemment effectuées sur des échantillons déposés sur du saphir.

Le comportement thermique des couches est expliqué par les modèles de découplage électron-phonon ou d'effet de champ électrique. La relation entre longueur de localisation et longueur de saut est également décrite (voir Équation II-55, Équation II-51 et Équation II-52 page 160).

Après cette présentation des échantillons testés et des effets non-ohmiques qui apparaissent sous polarisation, Camus propose une étude de l'optimisation des couches (en particulier en jouant sur leur géométrie) à travers une étude de la température équivalente de bruit (NET).

Les formules de la NET et de la sensibilité (coefficient de température sans dimension) sont établies en combinant les effets de découplage électron-phonon et de champ électrique, pour la puissance de polarisation optimale (voir sous-chapitre I.4), et, en ne tenant compte que du bruit Johnson :

$$NET = \sqrt{\frac{4k_B \cdot T_{ph}^3}{A^2 \cdot P_{el}}} \left[ K / \sqrt{Hz} \right] \quad \text{avec} \quad A = -\frac{T_{ph}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T_{ph}} = \frac{A_\epsilon}{1 + (5 + A_\epsilon)\Pi}$$

$$\Pi = \frac{P_{el}}{5g_{e-ph} \Omega \cdot T_{ph}^5}, \quad \epsilon = \frac{2k_B \cdot T_e \cdot E}{q_e \cdot L_{loc}}, \quad A_\epsilon = A_0 \frac{1 - 2\epsilon}{\epsilon A_0 + (1 - \epsilon)^{1-n}}$$

Équation II-58

Il résulte de cette étude que le champ électrique a une très grande influence à la fois sur le coefficient de température, mais aussi sur la NET. Le principal paramètre d'optimisation des couches est le rapport entre la longueur de l'électrode ( $a$ ) (ou l'épaisseur du film  $e$ ) et la distance entre les électrodes ( $l$ ). On constate que plus les électrodes sont grandes par rapport à la distance qui les sépare et plus le film est mince, meilleure est la sensibilité et plus bas est le bruit. Cependant il existe un optimum. Pour éviter la conduction à 2 dimensions, dont l'influence est néfaste en terme de bruit, il faut que l'épaisseur du film soit supérieure à la longueur de saut des électrons :  $e \gg L_{saut}$ . L'autre problème est que lorsque les électrodes sont trop grandes (géométrie en peigne) la couche est très sensible aux inhomogénéités et le découplage électron-phonon est trop important. Pour un film de  $10 \text{ M}\Omega$  l'optimum du rapport géométrique est  $1 \leq a/l$  ( $e=100\text{nm}$ )  $\leq 10$ . Dans ce cas le rapport entre la puissance du découplage électron-phonon et la puissance électrique (le paramètre  $\Pi$  de l'équation ci-

dessus) est de  $0,08(T=100\text{mK}) \leq P_{el}/g_{e-ph}\Omega T_{ph}^5 \leq 0,20(T=300\text{mK})$ , et le coefficient de température vaut alors  $2,5 \leq A \leq 3,0$ .

Les coefficients de découplage électron-phonon à 100 mK du germanium et du NbSi sont comparés :  $g_{e-ph}(\text{Ge\_NTD}) \approx 10\text{-}20 \text{ W/K}^6/\text{cm}^3$ , alors que  $g_{e-ph}(\text{NbSi}) \approx 100 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$ . La chaleur volumique vaut quant à elle  $C_{\text{Ge\_NTD}} \approx 10^{-6}T \text{ J/K/cm}^3$  [Kenny et al, 89] alors que  $C_{\text{NbSi}} \approx 20 \cdot 10^{-6}T \text{ J/K/cm}^3$  (pour  $100 < T[\text{mK}] < 300$ ). Cette comparaison montre ainsi que pour une même capacité calorifique et pour une puissance donnée, le volume occupé par le thermomètre du bolomètre est bien moins grand pour le NbSi que pour le Ge NTD. Le NbSi est donc particulièrement bien adapté à la réalisation de thermomètres en couches minces.

L'article se termine par l'étude de d'échantillons de NbSi montés sur membrane. Les échantillons ont des géométries de  $100 \times 400 \mu\text{m}^2$  et  $400 \times 1700 \mu\text{m}^2$  avec des épaisseurs de  $e=100$  et  $300 \text{ nm}$ . Les électrodes sont en Au et Nb, les membranes sont des carrés de nitrure de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) de 4 et 5 mm de côté pour moins de  $1\mu\text{m}$  d'épaisseur.

Pour une polarisation électrique  $P_{el} < 0,1 \text{ pW}$  Camus trouve un découplage électron-phonon  $80 \leq g_{e-ph} \leq 200$  et une longueur de localisation des électrons (effet de champ électrique)  $3 \leq L_{loc}[\text{nm}] \leq 15$ . Ces mesures sont compatibles avec des mesures précédentes sur saphir.

Les courbes  $V(I)$  pour  $T > 150\text{mK}$  montrent que les effets non-ohmiques sont dominés par le lien thermique entre le centre de la membrane et son support (dont la température est celle délivrée par le cryostat  $T_{\text{bain}}$ ). La conductance thermique est dominée par les électrodes lorsqu'elle sont en Au ( $d(\ln P)/d(\ln T) \approx 2$ ) et elle est proportionnelle à leur épaisseur. Par contre pour des électrodes en niobium, la conductance est dominée par la membrane. La conductance de la membrane est alors comparée à une estimation théorique de la conductivité thermique :  $\kappa = 14,5 \cdot 10^{-5} \cdot T^{1,98} \text{ W/cm/K}$  [Lievo et Pekola, 98]. Il en ressort que l'influence de la taille et de la température sur la conductance n'est pas bien expliquée par le modèle diffusif habituellement utilisé.

En conclusion de cette partie bibliographique sur le NbSi on peut dire que les expériences menées sur le NbSi montrent une bonne reproductibilité et montrent que le comportement électrique du NbSi peut être décrit par un modèle de saut à portée variable. Sous forte polarisation la résistivité du matériau présente des comportements non-ohmiques modélisés par le découplage électron-phonon et un effet de champ électrique. La chaleur spécifique comporte trois terme principaux : le terme métallique commun à la plupart des matériaux, un terme de chaleur spécifique nucléaire et un terme de moment magnétique localisé. L'un des points délicats dans la réalisation d'échantillon de NbSi est de contrôler l'homogénéité du matériau. La résistivité de celui-ci est en effet extrêmement sensible à la concentration en Nb et des zones d'inhomogénéité peuvent conduire à favoriser certains canaux de conduction. Par ailleurs le bruit intrinsèque de matériaux est très sensible à son état de surface.

Enfin, pour les applications bolométriques, il existe un sujet qui mériterait d'être étudié plus en détail. Il s'agit de l'influence de la géométrie de l'échantillon sur son comportement électrique et thermique, et, sur le bruit. Ce sujet a été défriché par Marnieros au cours de sa thèse et poussé un peu plus loin par Camus.

Notons que l'article de Camus soulève un des autres problèmes qui se posent pour l'étude et l'optimisation des bolomètres : il s'agit de la conductance de la membrane, et plus particulièrement de problèmes de fluctuations thermiques dans la membrane. Ce problème, qui n'a pas de lien direct avec le NbSi, a déjà été évoqué au paragraphe précédent, nous le rappelons ici uniquement pour souligner les deux sujets majeurs qu'il faudrait creuser pour mener une étude théorique permettant de modéliser avec précision les bolomètres à thermomètres de NbSi déposés sur membranes.

## Chapitre III Réalisation de films en $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ et protocoles de tests.

Ce chapitre aborde les aspects technologiques liés à la fabrication des films de Niobium-Silicium et liés à la mise en place des expériences effectuées dans le cadre de la thèse. Les résultats et les interprétations des expériences seront présentés au chapitre suivant.

### III.1 Couches minces testées au cours de la thèse.

Au commencement de la thèse, le partage des tâches entre les laboratoires de la collaboration était défini de sorte que la fabrication des matrices de couches minces ne devait concerner que les laboratoires du CETAAM, de l'IEF, du CSNSM, situés à Orsay, ainsi que le LPN (anciennement L2M) de Grenoble. Compte tenu de la disponibilité d'un cryostat à dilution et d'éléments électroniques adaptés, l'équipe spatiale du CRTBT s'était proposée pour caractériser ces matrices. Malgré des tests encourageants effectués en début de thèse au CSNSM sur un bolomètre individuel thermalisé à 300 mK dans un cryostat à Hélium 3 pompé, les premiers tests effectués à 100 mK au CRTBT sur différentes matrices se sont révélés extrêmement décevants. Nous nous sommes alors impliqués plus fortement dans la fabrication des matrices afin de comprendre l'origine des anomalies observées et de mettre au point un procédé pour la réalisation collective de couches résistives en  $\text{NbSi}$ . Ce sous-chapitre commence donc par un descriptif des techniques utilisées pour la fabrication des couches minces avant de présenter le bolomètre individuel testé au CSNSM et les matrices testées au CRTBT.

#### III.1.1 Technologies mises en œuvre pour la réalisation des échantillons.

L'équipe de Louis Dumoulin, du CSNSM a acquis au cours des années 90 une grande expertise dans la mise au point et la fabrication de thermomètres et bolomètres à couches minces de  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  amorphe. Le premier paragraphe suivant résume l'aboutissement des travaux concernant la mise au point d'un procédé de fabrication fiable. Ce procédé, qui utilise la technique d'évaporation par masques mécaniques, a permis de donner les meilleurs résultats quant à la qualité des couches, tant du point de vue comportement électrique que du point de vue bruit. Ce sont avec des couches fabriquées selon ce procédé que Dumoulin et Marnieros ont pu étudier la physique de cet Isolant d'Anderson.

Le second paragraphe décrit le procédé de fabrication qui avait été envisagé pour la réalisation des matrices de bolomètres. Par rapport aux masques mécaniques, la microfabrication par lithographie en lift-off offrait l'avantage d'être moins coûteuse, de permettre de faire des motifs plus fins, d'être transportable à différents laboratoires, et d'envisager ainsi une fabrication de matrice à plus grande échelle. Mais comme cela a été évoqué cette technique n'a pas donné de bons résultats ; nous présentons les hypothèses formulées pour expliquer ces résultats au chapitre suivant.

Pour remédier au plus vite aux problèmes observés, les dernières matrices thermométriques testées et les prochaines matrices de bolomètres sont et seront réalisées selon une méthode hybride mélangeant masques mécaniques et lithographie. Cette méthode donnant de bons

résultats sera peut-être conservée in fine. Les procédés de réalisation des matrices de bolomètres par des techniques standard de microfabrication (lithographie ou gravure) ne sont toutefois pas définitivement abandonnés. Pour une discussion plus constructive nous reviendrons sur ce sujet au sous-chapitre IV.2, à lumière des résultats des expériences réalisées durant la thèse.

### III.1.1.1 Évaporation par masques mécaniques.

La technique d'évaporation avec masque mécanique est assez simple dans son principe. Elle consiste à utiliser un masque métallique percé de trous ayant la forme des motifs que l'on veut former avec les matériaux choisis (le Niobium et le Silicium en l'occurrence). Les matériaux sont déposés sur un substrat, désigné couramment par le terme anglais "wafer", que l'on fixe à 50  $\mu\text{m}$  du masque dans la chambre à vide d'un évaporateur adapté. Celui que nous avons utilisé pour le NbSi est d'un type particulier peu courant, puisqu'il contient non seulement deux canons à électrons permettant l'évaporation simultanée du Nb et du Si [Dumoulin et al, 93], mais aussi un disque tournant permettant d'homogénéiser en moyenne les couches. Ce dernier point fait partie des avancées techniques importantes qui ont permis d'améliorer considérablement la qualité des films en NbSi [Dumoulin et al, 95] et [Marnieros, 98]. En effet comme le montre la Figure II-13, sans platine tournante des gradients de concentration de Nb et de Si se forment sur les bords des motifs, ce qui dénature complètement les comportements électriques et thermiques des résistances thermométriques ainsi obtenues (on rappelle que le Nb est supraconducteur en dessous de 9 K ; une bande de Nb sur les bords, même étroite, suffit pour court-circuiter complètement la couche).

Pour obtenir un bon vide pendant l'évaporation et éviter l'oxydation des couches, le bâti d'évaporation est étuvé pendant 24 heures, ce qui a pour effet d'accélérer le dégazage des parois internes grâce aux hautes températures atteintes pendant cette opération. Après refroidissement le vide obtenu est de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar et  $10^{-7}$  mbar pendant l'évaporation.

La composition atomique  $x$  du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  est fixée par le taux d'évaporation relatif entre le Nb et le Si. La transition métal-isolant ayant lieu pour  $x \approx 8\%$ , les taux d'évaporation de Nb et de Si doivent être ajustés en conséquence. La vitesse de dépôt du Silicium est fixée à environ 2  $\text{\AA}/\text{s}$ , pour des vitesses d'évaporation supérieures le Silicium présente des instabilités ; il forme de petits cristaux au bord du creuset d'évaporation, qui dégradent la régulation de l'évaporation et engendrant des grumeaux au niveau des couches.

Le point important à retenir sur le taux d'évaporation est que l'on cherche à déposer une couche atomique par tour du substrat de façon à optimiser l'homogénéité des couches. En effet, durant la rotation chaque partie du substrat traverse des zones plus ou moins denses en Nb ; en déposant une couche atomique par tour, on évite au maximum de créer un effet de mille feuille, avec des zones localement plus riches que d'autres en Nb.

Conception des détecteurs.

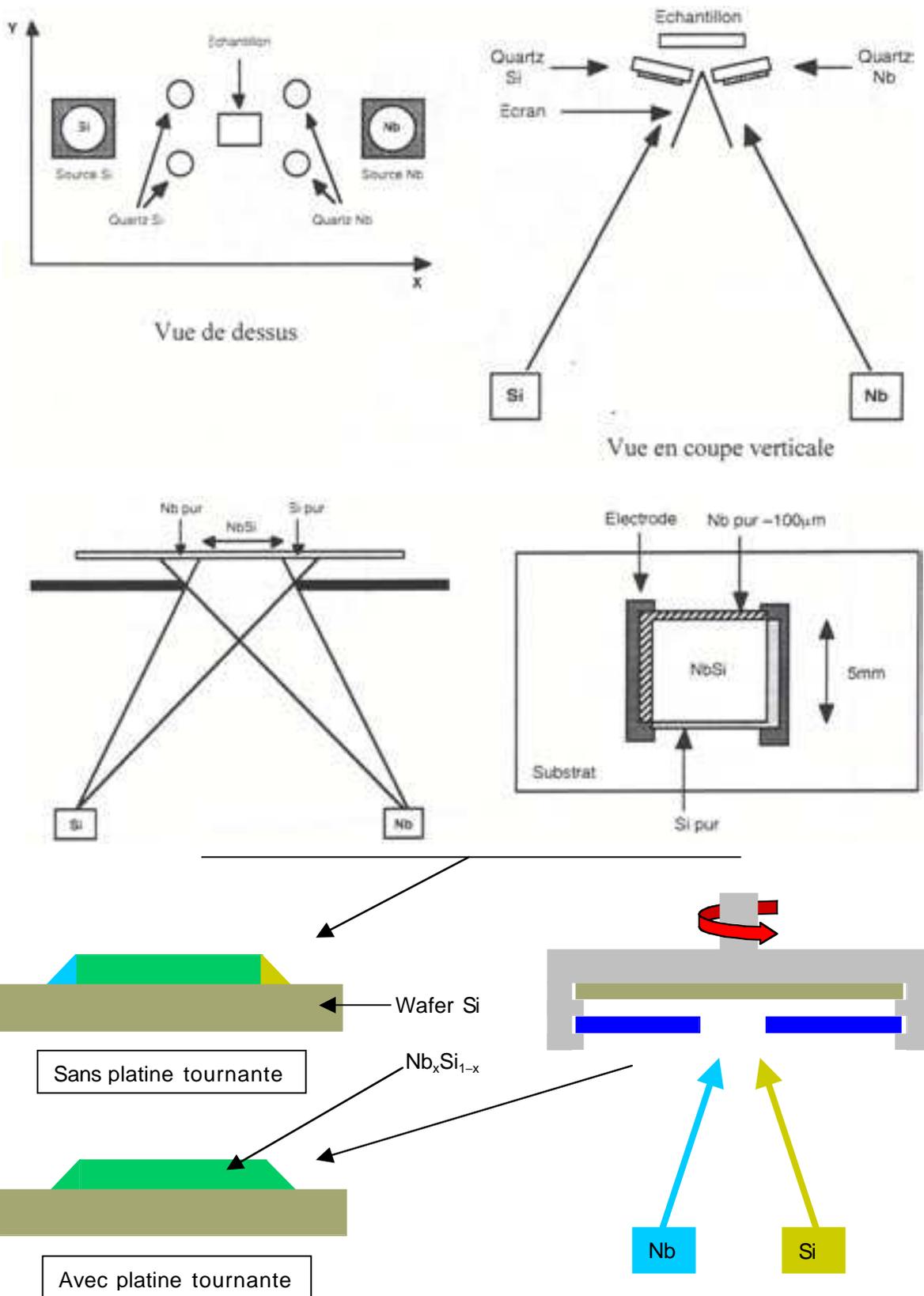


Figure 11-13. Coévaporation du Niobium et du Silicium.

Les deux dessins du haut montrent les dispositions du substrat, des sources et des quartz contrôlant les vitesses d'évaporation. Les autres dessins montrent que la simple utilisation de ce montage conduit à des couches inhomogènes à cause des positions des sources de Nb et de Si, mais que l'utilisation d'une platine tournante permet de remédier à ce problème.

La régulation des taux d'évaporation se fait avec un contrôleur à quartz INFICOM IC5. La fréquence de résonance des quartz varie en fonction de la matière déposée pendant l'évaporation, ce qui permet de déterminer l'épaisseur des films avec précision. Afin d'asservir les puissances des canons à électron et donc les vitesses d'évaporation, des données comme les densités des matériaux et les taux d'évaporation doivent être entrées dans le contrôleur. Notons que les densités rentrées et les taux d'évaporation affichés ne correspondent pas forcément à la réalité. Ceci est dû au fait qu'avec les densités réelles, la précision obtenue sur les quantités respectives des matériaux n'est pas suffisante. Un étalonnage du contrôleur est alors nécessaire ; il résulte souvent d'années de pratiques et de mesures de concentrations à posteriori, les densités programmées<sup>1</sup> peuvent alors être complètement différentes des densités réelles.

Comme le montre la Figure II-13, l'évaporateur du CETAAM/CSNSM contient deux paires de quartz disposées près de l'échantillon. Chaque paire est protégée de façon à ne recevoir que les atomes évaporés que d'une seule des deux sources.

Comme on l'a vu au sous-chapitre II.2, le comportement du NbSi à basse température est extrêmement sensible à la composition  $x$ . Durant les années qui ont précédé cette thèse, un effort très important a été fourni par l'équipe Dumoulin, Marnieros, Bergé, au CSNSM, pour optimiser la précision de la régulation du taux d'évaporation et de sa stabilité dans le temps. Pour caractériser la concentration  $x$  et les épaisseurs de  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  déposés après évaporation, ils ont utilisé la méthode R.B.S. (Rutherford Backscattering Spectroscopy) sur l'accélérateur ARAMIS [Dumoulin et al, 93] et [Marnieros, 98]. En effectuant des mesures de  $\rho(T)$  Dumoulin a montré que la reproductibilité des compositions était de l'ordre de  $\Delta x \approx 0,1 \%$  [Dumoulin et al, 95]. D'autres équipes ont utilisé des mesures aux rayons X pour étudier la structure amorphe du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  et vérifier l'absence de raies qui seraient apparues en présence de grains ou d'une structure polycristalline [Wiech et al, 89], [Allen et al, 93]. Des clichés de microscopie électronique ont confirmé la présence de cette structure amorphe [Hsu et al, 91].

Notons enfin que pour être sûr de remédier au problème d'effet de bord dû à la présence d'inhomogénéité résiduelle, il est possible d'utiliser seulement une partie des films de NbSi en évaporant des électrodes dont les espacements et les largeurs sont plus petits que les tailles des films (autrement dit les motifs sont tels que les films de NbSi débordent de toutes parts des électrodes). Cependant pour des expériences bolométriques, le volume du NbSi non utilisé contribue à un excès de chaleur spécifique et dégrade ainsi les performances du détecteur. Si elle est utilisée, cette solution d'évaporer des films plus grands que nécessaire doit être faite avec précaution, en minimisant la taille des portions de film qui "débordent" des électrodes. Nous avons essayé d'appliquer cette précaution à toutes les matrices que nous avons réalisées, en faisant légèrement débordier les couches de NbSi sur les électrodes (voir Figure II-15, Figure II-16 et Figure II-24).

L'effet d'inhomogénéité aux bords est un point délicat à maîtriser. Il est dû à l'espacement entre le masque et le substrat, qui ne peut être réduit pour des raisons mécaniques. La rotation des échantillons permet de se débarrasser en moyenne des inhomogénéités. Mais l'utilisation de masques mécaniques a un autre désavantage : cette technique limite les tailles des motifs, non seulement à cause de l'interstice entre le masque et le substrat, mais aussi à cause de la conception des masques eux-mêmes (dépôts de Ni) et des contraintes de centrage pour les différentes couches (NbSi, électrodes, pistes conductrices, etc.). Il en résulte qu'il n'est pratiquement pas possible de réaliser des couches de moins de 20  $\mu\text{m}$  de côté. Ces limitations ont amené les équipes travaillant à la conception de petits films de NbSi pour des applications

bolométriques infrarouges et millimétriques, à s'orienter vers les méthodes modernes de lithographie qui semblent bien adaptées à la réalisation de couches minces sans effet de bord.

### III.1.1.2 Lithographie.

Lorsqu'il a été décidé d'utiliser la lithographie, l'idée générale était d'employer un procédé de microfabrication évitant les inconvénients des masques, qui soit à la fois fiable, reproductible et déjà maîtrisé par les laboratoires (et l'industrie microélectronique). Il existe une grande variété de techniques de microfabrication : épitaxie, dépôts par évaporation ou par pulvérisation, lithographie UV ou électronique, gravure humide<sup>1</sup> ou sèche<sup>1</sup>, électrodéposition, etc. Ces techniques s'emploient ou non les unes avec les autres, suivant les objectifs de réalisation visés. Nous ne discuterons dans ce mémoire que des techniques employées dans le cadre des réalisations effectuées au cours de la thèse (un livre entier serait nécessaire pour décrire toutes les techniques).

Suite à une discussion antérieure au commencement de la thèse, il a été décidé de tester la technique de lithographie par lift-off du NbSi, qui semblait la plus simple et la mieux adaptée. Une partie du travail de thèse a consisté à participer à la mise au point de ce procédé en réalisant et en testant des échantillons. La mise au point d'une procédure de fabrication par lithographie peu se révéler assez longue. En effet, bien que dans son principe, la technique de lithographie est à peine plus compliquée que celle des masques mécaniques, en pratique un grand nombre de paramètres peuvent entrer en compte dans son efficacité et son optimisation. La physique mise en jeu étant compliquée et le nombre de variables important, les techniques de microfabrication sont en général optimisées de façon empirique (raison pour laquelle on parle souvent de "recettes de cuisine" pour désigner les protocoles qui aboutissent à des résultats probants !).

Du point de vue historique, la lithographie tire son nom d'un procédé d'impression datant de la fin du 18<sup>ème</sup> siècle, qui consiste à utiliser comme patron sur une presse à papier, une pierre sur laquelle les motifs ont été dessinés à l'aide d'une encre grasse qui permet de retenir une encre spéciale après lavage à l'eau. Ce procédé existe toujours, mais le seul lien commun avec le procédé de microfabrication qui porte le même nom est l'utilisation d'un patron permettant de répliquer un ou plusieurs motifs sur une surface "réceptrice". Dans le cas de la lithographie moderne, le "patron" est un masque en verre ou en quartz sur lequel sont déposés les motifs (chrome déposé sur une face du masque ou dessins à l'encre sur un claqué scotché à une plaque de verre lorsque l'exigence sur la qualité du résultat final n'est pas prédominante). La surface "réceptrice" est le "wafer", c'est une plaquette de silicium qui se présente sous la forme d'un disque fin, de quelques centaines de  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, pour des diamètres standard de 2 ou 4 pouces (5,1 et 10,2 cm). Les appareils de microfabrication (aligneurs et évaporateurs) du CRTBT et du CSNSM ne peuvent accueillir que des wafers de 2 pouces. Une résine photosensible ou électrosensible joue le rôle de "l'encre grasse" et un gaz de métal ou d'autres matériaux (comme le Nb et le Si) jouent le rôle de "l'encre spéciale". Outre ces analogies qui expliquent l'étymologie du nom, il n'y a pas d'autres point commun entre la lithographie classique et celle utilisée en microfabrication. Cette dernière est décrite de façon générale avec plus de précision ci-après. La Figure II-14 illustre le protocole particulier que nous avons utilisé au CRTBT pour nos échantillons. Ce protocole est ensuite discuté.

Afin d'éviter la présence malencontreuse de poussières ou de traces de gras qui pourraient engendrer des coupures ou des courts-circuits au niveau des couches déposées sur le wafer, la quasi-totalité des étapes doivent se dérouler en salle blanche.

- 1) La première étape de lithographie consiste à étaler la résine sur un wafer qui va servir de substrat (de support) pour les "objets" à fabriquer. Le wafer doit d'abord être nettoyé à l'acétone puis à l'éthanol avant d'être séché au pistolet à azote. L'enduit de résine se fait en utilisant une tournette, qui comme son nom l'indique, contient un support tournant dont on peut régler la vitesse et le temps de rotation, afin de choisir l'épaisseur de résine étalée par centrifugation. La résine est ensuite recuite en plaçant le wafer sur une plaque chauffante. Dans le jargon de la microfabrication, ce recuit est appelée "Soft-Bake".
- 2) La deuxième étape consiste à insoler la résine. Pour cela deux solutions sont possibles. Dans le cas d'une résine photosensible, l'insolation se fait en utilisant un aligneur ou un microscope à ultraviolets (il peut arriver que les rayons X soient utilisés, mais ce n'est pas le cas au CRTBT). Un masque sur lequel les motifs apparaissent est mis en contact avec le wafer, lui-même disposé sur le porte-échantillon de l'aligneur. Notons qu'il existe différents types de porte-échantillons (appelés aussi "chuck"), mais tous comportent de petits trous pour tenir le wafer par aspiration. Les zones de résines non protégées par les zones noircies du masque sont alors éclairées aux UV avec des doses typiques de quelques unités à quelques dizaines de  $\text{mJ}/\text{cm}^2$ , soit un éclairage de quelques secondes à quelques dizaines de seconde compte tenu des puissances des lampes utilisées (notons que certaines résines demandent des doses allant jusqu'à  $1500 \text{ mJ}/\text{cm}^2$ ). Lors de cette étape il faut s'assurer que c'est bien la face du masque sur laquelle se trouvent les zones noircies (encre ou chrome) qui est en contact avec le wafer, sans quoi la distance entre le motif et la plaquette laisse un entre jour suffisant pour que toute la plaquette soit éclairée ! La deuxième solution est employée avec des résines électrosensibles. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'employer un masque ; les motifs sont dessinés directement sur le wafer avec le faisceau d'électrons d'un microscope électronique à balayage (MEB). Les doses nécessaires pour sensibiliser les résines sont typiquement de quelques unités à quelques dizaines de  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Notons que les résines électrosensibles sont souvent également sensibles aux UV profonds (DUV).
- 3) Après l'insolation, on procède à la révélation (ou développement). Lors de cette troisième étape le wafer subit un nouveau recuit, appelé "Post-Exposure-Bake", avant d'être trempé dans une solution chimique, appelée "Developer", qui enlève la partie éclairée ou non éclairée suivant la nature de la résine utilisée. Dans le cas d'une résine positive c'est la partie insolée qui est dissoute alors que dans le cas d'une résine négative c'est la partie non insolée. Après le trempage dans le developer, le wafer est rincé à l'eau désionisée (eau d.i.). Pour certains types de dépôts, notamment pour les gravures à l'argon, un durcissement à  $130^\circ\text{C}$  peut s'avérer intéressant. Mais en général ce durcissement est inutile. Par ailleurs cette étape peut-être complétée si besoin est par une gravure humide ; les parties découvertes du wafer sont alors partiellement dissoutes par un acide (l'acide fluorhydrique,  $\text{NH}_4\text{HF}$ , est souvent employé dans ce cas), ce qui va permettre d'enterrer les matériaux qui seront ensuite déposés.
- 4) Pour la quatrième étape, le wafer est placé dans un bâti d'évaporation ou un bâti de pulvérisation. Après disposition du wafer sur le porte-échantillon, le bâti est mis sous vide (typiquement entre  $10^{-9}$  et  $10^{-7}$  mbar) afin d'éviter au maximum la pollution par les éléments présents dans l'air (notamment l'oxygène et l'eau). Dans le cas d'une évaporation, les matériaux sont disposés entre deux électrodes, soit directement soit dans un creuset, et l'évaporation se fait par effet Joule. Typiquement des puissances de l'ordre de 30 Volt-Ampère (soit environs 50 A passant entre les électrodes) permettent d'évaporer les matériaux avec des vitesses de dépôt de l'ordre de  $0,1 \leq v_{\text{dépôt}} [\text{Å}/\text{s}] \leq 10$ . Dans le cas d'une pulvérisation, le matériau cible est évaporé grâce à un plasma. Le bâti utilisé pour cette opération est appelé magnétron. Quelle que soit la méthode choisie, les bâtis sont munis de

quartz piézoélectriques disposés à proximité des wafers permettant de contrôler les épaisseurs de matériaux déposées.

- 5) La cinquième et dernière étape consiste à enlever la résine restante de façon à ce qu'il ne reste sur le wafer que les motifs déposés. Ici encore deux solutions sont possibles suivant le type de résine utilisée. La première est le lift-off. Elle consiste à tremper le wafer dans de l'acétone ou une autre solution chimique, appelé "Remover", souvent chauffée aux alentours de 80°C, qui a pour effet de dissoudre la résine restante. Des passages aux ultrasons permettent d'aider au décollement de la résine lorsque celle-ci est un peu réfractaire. La deuxième solution est la gravure ionique. Le wafer est placé dans un bâti et la résine restante est enlevée grâce à l'action chimique (et/ou dynamique) d'un plasma. En général c'est un plasma d'argon qui est utilisé.

En ce qui concerne les échantillons réalisés au CRTBT nous avons toujours utilisé une lithographie optique (résines photosensibles aux UV) avec évaporation et lift-off. La Figure II-14 résume les différentes étapes du procédé que nous avons employé. Notons que sur certains échantillons la technique des masques mécaniques a été utilisée pour les dépôts des électrodes en Niobium. Nous reviendrons sur les raisons de ce choix à la fin du Chapitre IV.

Réalisation de films en  $Nb_xSi_{1-x}$  et protocoles de tests.

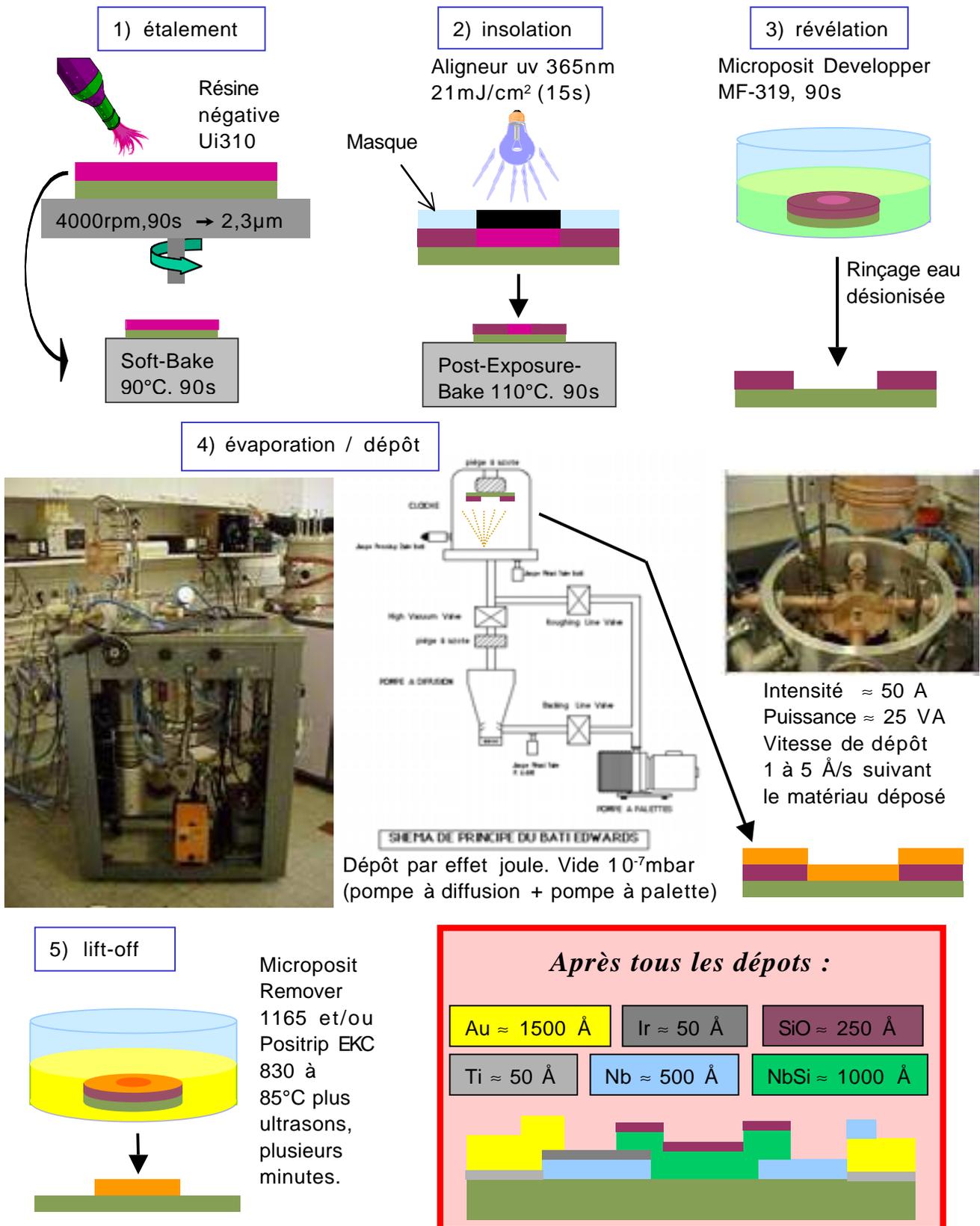


Figure II-14. Lithographie des échantillons réalisés au CRTBT.

Dans l'encadré montrant les différentes couches que nous avons déposées sur nos wafers, les épaisseurs de dépôts sont données à titre indicatif et correspondent à celles qui sont utilisées sur la majorité des échantillons. D'autres épaisseurs ont été essayées pour le NbSi, les pistes en or ou les électrodes en niobium ; comme cela est suggéré par la partie droite du dessin, si l'ordre des couches déposées change, des épaisseurs mal choisies peuvent conduire à des problèmes de contacts.

Les masques de lithographie que nous avons utilisés ont été réalisés par la société Photronics selon les dessins que nous lui avons fournis. Le verre utilisé est de type SL/White Crown, moins cher que du Quartz mais un peu plus granuleux (5  $\mu\text{m}$  de défauts de surface contre 2  $\mu\text{m}$  pour le Quartz). Les dimensions critiques de nos motifs étant bien supérieures à 10  $\mu\text{m}$ , ce type de verre offre une qualité largement suffisante pour nos applications. Les parties noircies des masques sont constituées d'un dépôt de chrome. Pour chaque couche, nous avons commandé un masque positif et un masque négatif, c'est-à-dire avec les motifs noircis et le fond transparent d'une part, et, les motifs transparents et le fond noirci d'autre part. Ceci afin de pouvoir tester des résines négatives et des résines positives.

Nous avons également fait réaliser par la société Infoelec des masques à "bas prix", constitués de simples feuilles de plastique transparent avec motifs dessinés à l'encre que l'on a scotchées sur des plaques de verre. Ces masques ont été utilisés pour une seule matrice de tests ayant quatre points de contacts par film de NbSi. Nous reviendrons sur les différents échantillons réalisés dans les paragraphes suivants.

Tous les échantillons que nous avons réalisés comportaient au minimum 2 à 3 types de motifs différents (notamment les films de NbSi, les électrodes et les pistes conductrices avec plots de contacts électriques sur les bords des wafers). Chaque type de motif nécessite une lithographie. Pour des raisons de facilité d'alignement des différentes couches, nous avons toujours utilisé une résine négative, donc des masques avec motifs noircis et fond transparent. La résine utilisée était la Ultra-i-310 de Shipley, qui est sensible aux UV à 365 nm de longueur d'onde. Au département Nanofab du CRTBT, une dizaine de résines photosensibles sont disponibles (UV ou DUV, sans compter la quinzaine de combinaisons possible pour les lithographies bi-couches ou tri-couches), cinq d'entre elles permettent de faire de la lithographie UV avec lift-off et parmi celle-ci, deux sont négatives (l'une des deux est inversible). Nous n'avons pas eu le temps d'essayer d'autres résines que la Ui-310.

En ce qui concerne l'insolation, nous avons d'abord utilisé l'aligneur Karl Suss UV 365 nm. Mais un défaut de parallélisme entre le chuck et le porte-masque rendait les opérations d'alignement du masque sur les motifs précédemment lithographiés très fastidieux. Pour les derniers échantillons réalisés, nous avons utilisé l'aligneur Karl Suss MJB3 Deep UV, qui n'avait pas ces défauts de parallélisme. Ce dernier est plus spécifiquement destiné aux insolutions par UV profonds, c'est-à-dire pour des longueurs d'ondes de l'ordre de 250 nm. Heureusement la lampe de 275 W montée sur cet aligneur a un spectre assez large et les éléments filtrants (miroir froid plus masque en verre) laissent passer les UV à 365 nm. L'équipe de Nanofab a étalonné cet aligneur pour les UV profonds et pour les UV à 365 nm. Avec l'aligneur UV 365 nm un temps d'insolation de  $14 \pm 5$  secondes est nécessaire pour obtenir les  $21 \text{ mJ/cm}^2$  qui permettent d'insoler correctement la résine Ui-310. Avec l'aligneur DUV  $30 \pm 5$  secondes sont nécessaires.

Après le recuit post-exposition de 90 secondes à  $110^\circ\text{C}$ , le wafer est trempé dans un révélateur. La procédure courante pour la résine Ui-310 est d'utiliser un mélange constitué pour moitié d'eau désionisée et pour moitié de Microposit Developer MF-319 de Shipley. L'utilisation du Developer MF-CD 26 pur est possible.

Deux bâtis d'évaporation standard par effet Joule sont disponibles au CRTBT. Les deux fonctionnent selon le même principe. Une pompe à palette débitant  $8 \text{ m}^3/\text{h}$  dans un cas et  $12 \text{ m}^3/\text{h}$  dans l'autre cas, permet d'obtenir un vide primaire. Vers  $10^{-1}$  mbar une pompe à diffusion refoulant dans la pompe à palette est mise en route. Elle débite 150 à 500 litre/sec suivant le bâti et le type de gaz à extraire. En dessous de  $10^{-4}$  mbr des pièges à azote liquide

sont remplis. Ils permettent d'aider au pompage de l'enceinte d'évaporation par condensation sur leur paroi. Après quelques heures, un vide secondaire de l'ordre de  $10^{-7}$  mbar est atteint ; l'évaporation peu commencer. Notons qu'au cours de la mise sous vide le bâti peut être étuvé de façon à désorber les atomes piégés à la surface des parois de l'enceinte, ce qui permet d'obtenir un meilleur vide. L'enceinte d'évaporation contient 3 creusets pour deux transformateurs affichant des puissances maximales de 600 et 1500 V·A pour l'un des bâtis et des intensités maximales de 150 et 600 A pour l'autre bâti. La présence de plusieurs creusets permet d'évaporer plusieurs matériaux successivement (mais pas en même temps car la présence d'un seul Quartz ne permet pas de contrôler les épaisseurs déposées dans le cas d'une coévaporation). Après les évaporations, le vide est cassé assez rapidement grâce à une entrée d'azote gazeux et l'enceinte est nettoyée à sec (grattoir et aspirateur) avant d'être refermée et placée sous un vide primaire permettant d'éviter toute pollution (notamment par l'eau contenue dans l'air qui en se condensant sur les parois, dégraderait les performances des pompes). Nous avons utilisé ces bâtis uniquement pour les évaporations d'or.

Dans le cas du niobium il faut utiliser un bâti à ultravide. Le CRTBT est équipé d'un tel bâti que nous avons utilisé pour la réalisation de deux de nos matrices (les autres ont été évaporé au CSNSM avec des masques mécaniques). Pour la première d'entre elles nous avons utilisé la résine positive S1818 de Shipley. Le bâti ultravide contient une pompe à membrane (vide primaire à 3 mbar), une pompe turbomoléculaire (jusqu'à  $10^{-5}$  mbar en vitesse lente puis jusqu'à environ  $10^{-7}$  mbar en vitesse normale) , une pompe à zéolithe (que nous n'avons pas utilisée), une pompe à sublimation de titane (amélioration du vide jusqu'à  $10^{-9}$  mbar) et une pompe ionique (cette dernière ne sert que lorsque le bâti est utilisé pour effectuer des gravures ioniques à l'argon, nous ne l'avons pas utilisée non plus). Dans ce bâti ultravide, on utilise un canon à électrons focalisé sur une cible constituée du matériau à évaporer. Ce procédé est plus efficace que l'évaporation par effet Joule que nous ne pouvons pas utiliser compte tenu de la haute température d'évaporation du niobium.

Dans le cas du NbSi il faut un bâti avec porte-échantillon tournant et possibilité de coévaporation. Seul le CSNSM disposait d'un tel bâti, Laurent Bergé, Stephanos Marnieros ou Louis Dumoulin, ont effectué ces dépôts, en ma présence ou non suivant les échantillons. Notons que les dépôts de NbSi ont toujours été faits suivant le procédé de lithographie en lift-off. Les masques mécaniques n'ont été utilisés que pour les électrodes en Niobium.

Remarque à propos des différentes couches déposées :

Dans le cas de l'or, une sous-couche de titane est déposée car l'or a du mal à adhérer au silicium. Dans le cas du niobium, une sur-couche d'iridium peut être déposée de manière à éviter que le niobium ne s'oxyde, ce qui dégraderait les contacts avec les autres couches si celles-ci ne sont pas lithographiées dans les jours qui suivent. La sur-couche d'oxyde de silicium ( $SiO_2$ ) qui recouvre le NbSi sert également à éviter une oxydation qui aurait pour effet de changer le comportement de la couche (impédance et bruit plus importants).

Après l'étape de dépôt, il reste l'élimination de la résine restante. Comme l'acétone avait donné des résultats décevants sur les premiers tests de lithographie, nous avons toujours utilisé le Microposit Remover 1165 de Shipley, spécialement prévu pour la résine Ui-310. Il arrivait cependant que quelques traces de résine réfractaire apparaissent au microscope après tous les dépôts. Pour la dernière matrice, nous avons complété le lift-off par un trempage dans un autre "remover" : le Positrip EKC 830 de EKC technologie. La vérification au microscope a permis de constater que le résultat obtenu était très bon. La matrice était d'autant plus propre que l'on a porté une attention particulière à minimiser le nombre de poussières sur le wafer. Pour cela, en préambule à la première étape de lithographie, nous avons lavé le wafer au savon de salle blanche (R.B.S) avant de le passer à l'éthanol et de le sécher à l'azote. Le savon

de salle blanche est très efficace pour détacher les poussières. Après son emploi il faut tout de même faire attention à ne pas en apporter de nouvelles lors de la manipulation du wafer au cours des autres étapes de lithographie.

### III.1.2 Bolomètres individuels.

Les bolomètres individuels que nous avons testés en début de thèse ont tous été réalisés au CSNSM. Les géométries et les matériaux utilisés résultent de l'exploitation d'expériences antérieures et de calcul de prédimensionnement [Dumoulin et al, 93], [Marnieros, 98], [Camus, 99], [Camus et al, 00], [Camus, 00] et [Camus, 01].

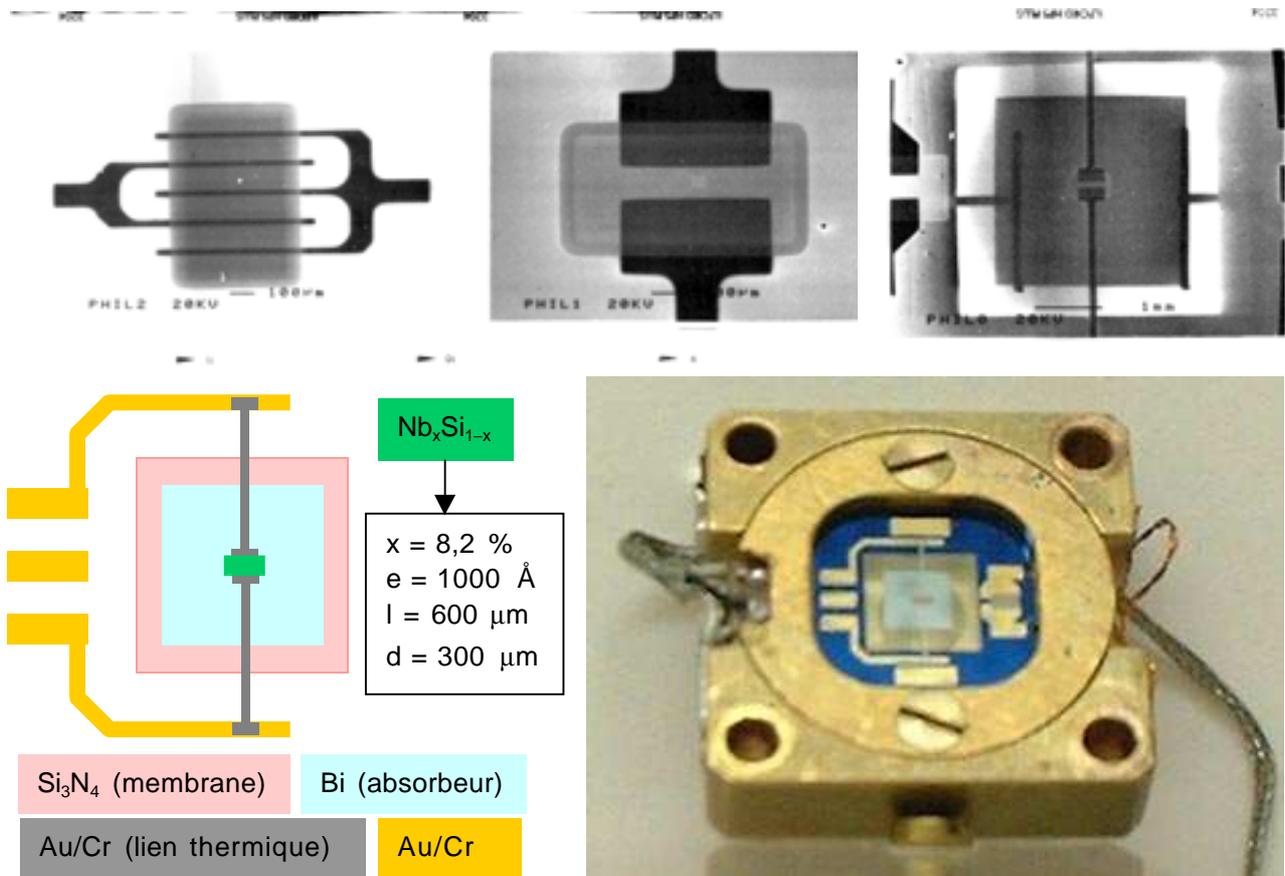


Figure 11-15. Bolomètres individuels.

La géométrie retenue suite aux expériences est la géométrie rectangulaire. La géométrie peigne est donnée à titre indicatif mais les mauvais résultats sur le couplage électron-phonon de ce type de géométrie ont conduit à l'abandonner.

La géométrie peigne a donné de très mauvais résultats sur le découplage électron-phonon, la géométrie rectangulaire est celle que nous avons sélectionnée pour la réalisation des couches pour la caméra bolométrique. Les calculs de prédimensionnement sont donnés au paragraphe IV.2.1, de manière à ce que la comparaison avec les résultats de nos expériences soit plus lisible.

### III.1.3 Matrices.

#### III.1.3.1 Matrices réalisées par l'IEF/CETAAM puis le LPN.

Les premières matrices ne comportaient que des couches de NbSi ainsi que des électrodes et pistes en or menant à des plots de contact sur les bords du wafer. L'objectif visé était de tester la réalisation collective de couches thermométriques de NbSi par lithographie. Pour vérifier si ce procédé de réalisation permettait d'obtenir des échantillons se comportant conformément à ce que les modèles d'isolant d'Anderson prévoient, nous avons réalisé un banc de mesures électrique offrant la possibilité d'enregistrer des courbes  $V(I)$  desquelles pouvaient être déduites les résistances, sensibilités, puissances de bruit Johnson ainsi que d'autres paramètres. Nous reviendrons ces mesures au sous-chapitre suivant. La figure ci-dessous montre le schéma des deux masques superposés (couches NbSi et pistes et contacts en Au, dessinés par P.Camus), la photo d'une des matrices et la photo prise au microscope de l'une des 36 couches de NbSi de la matrice. La figure est suivie d'un tableau résumant les caractéristiques des différentes matrices réalisées.

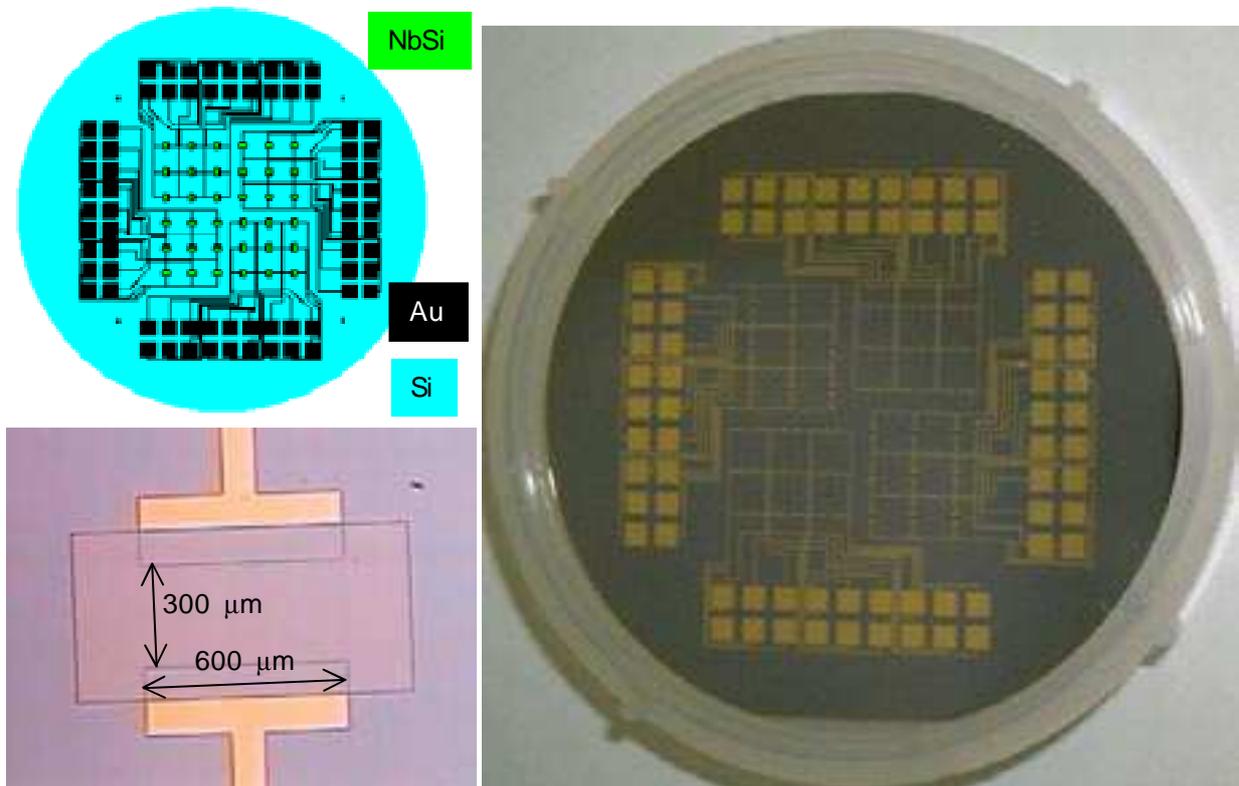


Figure II-16. Matrices #1 à #8.

Chacune compte  $4 \times 3 \times 3 = 36$  couches de  $Nb_xSi_{1-x}$  de  $300\mu m \times 600\mu m$ . Les épaisseurs sont différentes selon les matrices (voir tableau ci-dessous). Les électrodes, pistes et plots de contacts sont en Au. Tous les wafers sont des plaquettes de Si de 2 pouces de diamètre (50,8 mm).

Toutes les matrices numérotées #1 à #8 ont été réalisées selon le schéma de la figure ci-dessus. Elles avaient en commun les caractéristiques suivantes :

- Avant chaque dépôt d'or, une sous-couche de titane de  $50 \text{ \AA}$  était déposée afin de faciliter l'accroche de l'or sur le wafer (nous avons pu tester l'évaporation d'un petit plot d'Au sans sous-couche de Ti lors de notre apprentissage de la lithographie, l'or n'adhère effectivement pas bien au silicium ; il s'en va lors du passage au "remove").

## Conception des détecteurs.

- L'épaisseur d'or déposée variait de 1000 à 1500 Å suivant les wafers (nous n'avons malheureusement pas pu retrouver l'épaisseur exacte pour chaque matrice ni les résines employées pour les lithographies).
- L'or était toujours déposé avant le NbSi, car ce dernier nécessite d'être recouvert d'une couche de SiO<sub>2</sub>. Celle-ci offre une protection qui permet d'éviter une oxydation de surface qui aurait dégradé la qualité des films de NbSi.
- L'épaisseur déposée pour ces sur-couches de SiO<sub>2</sub> était typiquement de 250 Å.
- Chaque matrice comptait 36 films de NbSi dont les dimensions de surfaces utiles étaient de  $d = 300 \mu\text{m}$  pour la distance entre électrodes et de  $L = 600 \mu\text{m}$  pour la largeur des électrodes. Comme la photo le montre, les films étaient un peu plus grands pour éviter les problèmes d'inhomogénéités aux bords que nous avons évoqués au paragraphe précédent.

Les caractéristiques particulières de chaque matrice figurent dans le tableau ci-dessous. On remarquera en particulier que l'on a joué sur la concentration  $x$  en Niobium dans le Nb <sub>$x$</sub> Si<sub>1- $x$</sub>  ainsi que sur l'épaisseur  $e$  des films.

*Tableau II-1. Statut des matrices #1 à #8.*

*Le pourcentage de Nb dans les couches et les épaisseurs déposées sont précisées.*

ID	Réalisé par	Date de réalisation	Mesures	NbSi	
				$e$ (Å)	%Nb
#1	L2M	13/12/00	27/04/01	1000	8,00
#2	L2M	9/01/01	Cassé	5000	7,90
#3	L2M	14/03/01	18/06/01 - 21/01/02	1000	8,00
#4	L2M	20/03/01		550	8,00
#5	Ceetam	13/07/01	Problème litho	1000	8,20
#6	Ceetam	16/07/01	Problème litho	1000	8,20
#7	Ceetam	26/09/01	10/10/01 – cassée dans le cryostat	1000	8,20
#8	Ceetam	4/12/01	19/12/01 - 9/01/02 - 11/01/02	2150	8,20

Sur les six matrices dont la réalisation a pu être menée à terme, quatre seulement ont pu être caractérisées électriquement.

La matrice #4 n'a pas été mesurée d'une part parce que les autres matrices étaient déjà trop impédantes (comme  $R = \rho \cdot d/S = \rho \cdot d/(L \cdot e)$ , elle aurait été encore plus impédante) et d'autre part parce que son épaisseur bien inférieure aux pistes en or ne laissait pas présager de bons contacts électriques. Ce dernier point est d'ailleurs assez problématique pour toutes les matrices, hormis la #8, puisque l'on constate que les épaisseurs déposées sont du même ordre de grandeur que les épaisseurs d'or déposées.

Signalons enfin, que la matrice #7 a été cassée après les mesures, lors du réchauffage du cryostat. Comme le calorimètre (chambre d'emplacement des échantillons dans le cryostat) est mis sous vide avant refroidissement, il se peut que le retour à pression ambiante après réchauffement ait été un peu trop violent (suite à cet incident nous avons veillé par la suite à ce que ce retour ne se fasse pas trop vite).

### III.1.3.2 Matrices réalisées par le CRTBT et le CSNSM/CETAAM.

#### III.1.3.2.1 Introduction.

Au moment où nous avons décidé de réaliser nous-même les échantillons afin de comprendre les paramètres qui pouvaient influencer la qualité des films de NbSi lors de leur réalisation par lithographie, nous avons déjà défini une nouvelle architecture de matrice. L'objectif visé ici était différent des matrices #1 à #8. D'un côté nous avons diminué le nombre de films de NbSi puisqu'il ne servait à rien d'en avoir autant. D'un autre côté nous avons anticipé la future application bolométrique. Pour cela nous avons tout d'abord prévu l'emplacement de membranes permettant de réaliser une fuite thermique avec un coefficient de conductance pas trop élevé (de manière à optimiser la sensibilité du bolomètre, mais sans perdre trop sur la NEP, on rappelle que pour le bolomètre optimisé on doit avoir  $G_d \approx P_d/T_b$ , voir Équation II-40 page 143). Nous avons également dessiné un circuit électrique avec résistances de charge en NbSi permettant une polarisation à courant constant. Enfin les films destinés à servir de thermomètre, ont été doublés, c'est-à-dire qu'ils comportent trois électrodes qui permettent ainsi de tester la réponse du NbSi à une puissance incidente grâce au chauffage d'une moitié de film et à la mesure de l'autre moitié. Après avoir présenté le schéma d'ensemble de ces nouvelles matrices, nous allons revenir plus en détail sur les différentes couches des matrices.

#### III.1.3.2.2 Schéma d'ensemble.

Les nouvelles matrices, numérotées #10.1, #10.2, #11 et #13 ont globalement la même architecture. Elles comptent quatre zones indépendantes, les pixels, constituées chacune d'une double couche centrale avec circuit de polarisation pour chaque moitié de couche. Les quatre pixels suffisent pour tester le multiplexage.

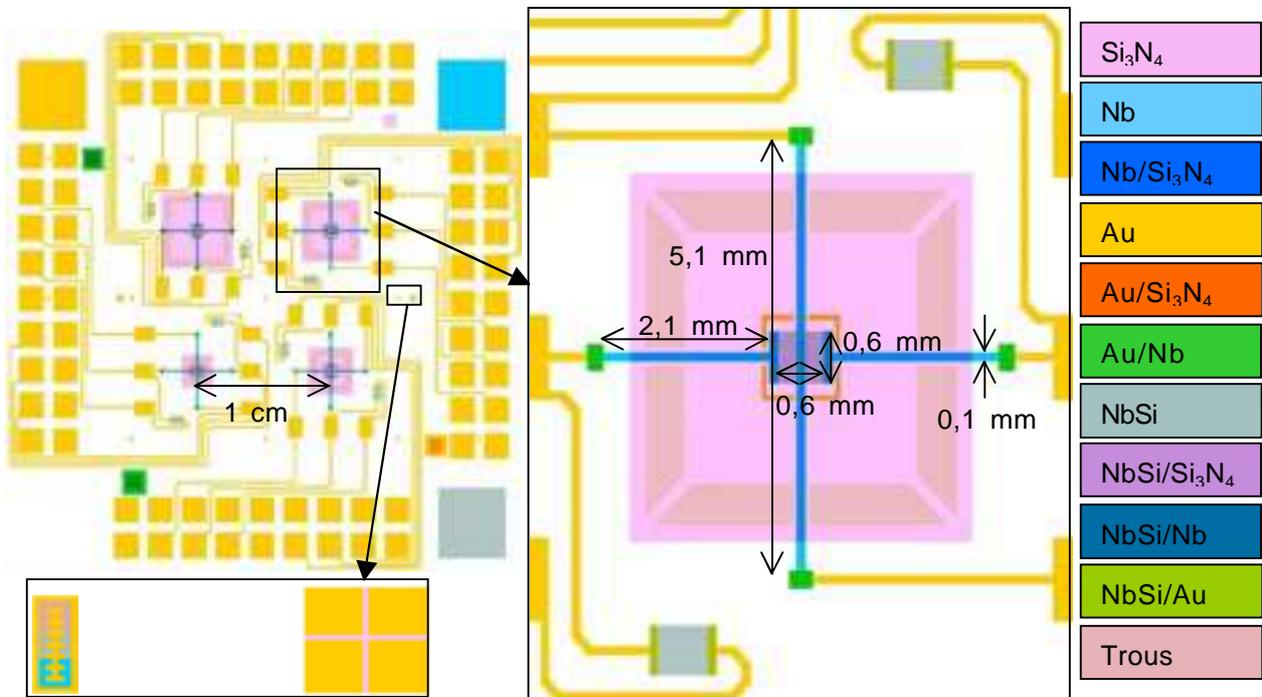


Figure II-17. Dessins des masques des matrices #10, #11 et #13.

Il s'agit des dessins des derniers masques, réalisés pour la matrice #13 ; les pistes en or sont différentes sur les matrices #10 et #11. Les 5 masques superposées apparaissent. L'écriture Nb/Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> (ou Au/Nb, etc.) signifie que le Nb est déposé sur le Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> (ou Au déposé sur Nb, etc.).

## Conception des détecteurs.

Le tracé des pistes en or des matrices #10 à #11 est différent de celui de la matrice #13. Les masques des premières ont été dessinés avec un logiciel spécialisé (Lasi 6<sup>49</sup>) à l'IEF sur les indications de Philippe Camus. Mais la connectique était incompatible avec le circuit de multiplexage que nous avons réalisé après les expériences menées sur les matrices à 36 films. Nous avons retravaillé les dessins des masques de lithographie (sous Lasi 7 puis sous Clewin 9<sup>50</sup>, plus convivial) et nous les avons faits réaliser par Photronics sur un support en verre SL/White Crown avec couche noircie en chrome.

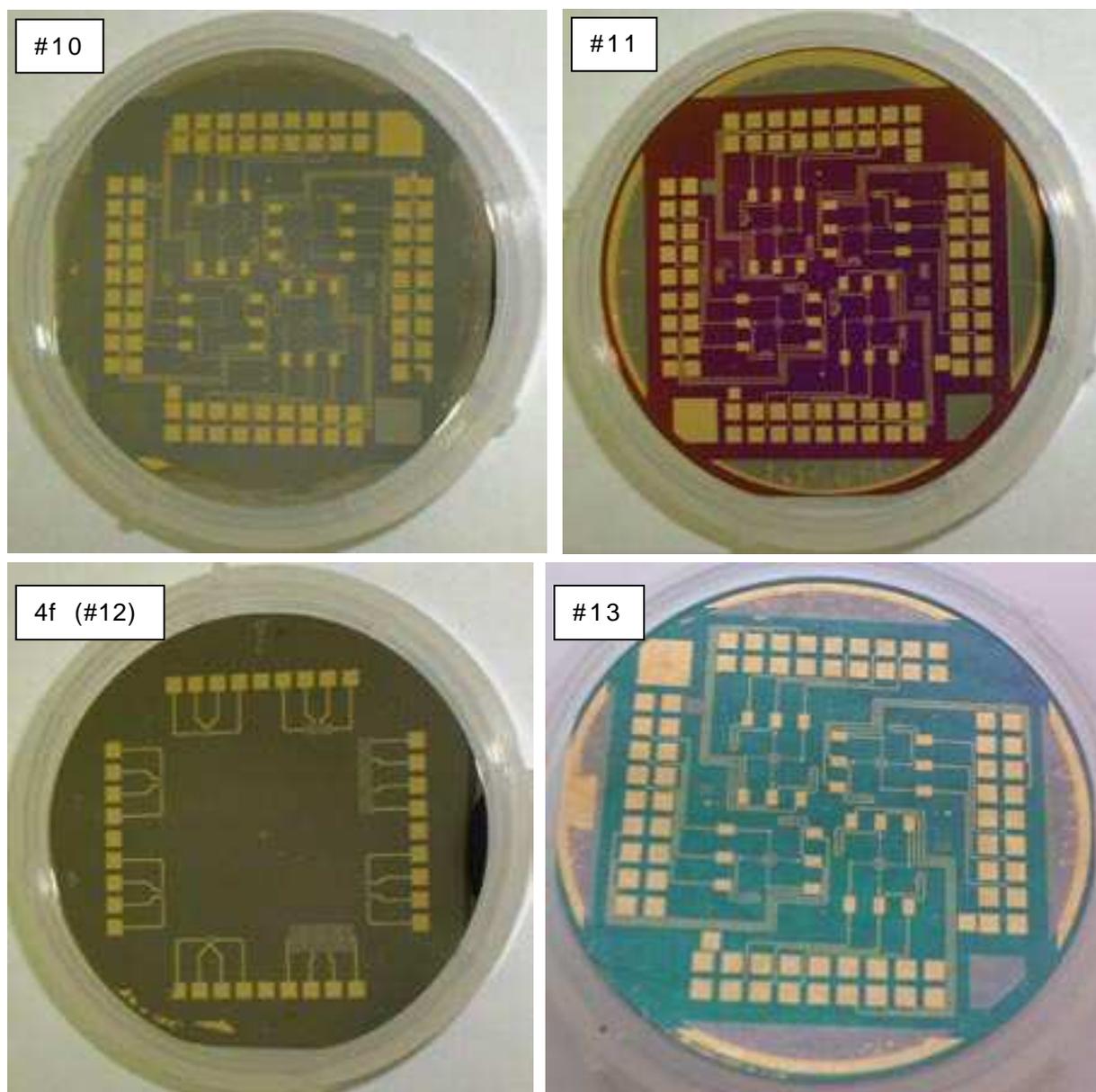


Figure II-18. Photos des matrices #10, #11, #12 et #13.

Comme on le voit sur les photos la matrice #12 (dite 4fils) est différente des autres. Nous l'avons réalisée (dessin des masques sous Velum, commande de masques plastiques chez Infoelec, évaporations au CRTBT et au CSNSM) afin de pouvoir faire des mesures 4 fils sur des échantillons de NbSi de différentes géométries afin de tenter une discrimination entre les

<sup>49</sup> Disponible sur <http://members.aol.com/lasicad/>.

<sup>50</sup> Voir <http://www.wieweb.com/ie/index.html>.

hypothèses que nous avons formulé pour expliquer les mauvaises mesures des matrices #1 à #8. Nous reviendrons sur ces hypothèses au chapitre suivant.

Sur les matrices #10, #11 et #13 seules trois couches ont été déposées : les pistes en or, les électrodes en niobium et les films de NbSi. Ces couches sont nécessaires pour atteindre le stade "thermométrique" nécessaire pour pouvoir tester le bon fonctionnement des couches (mesure de leur impédance à différentes températures et sous différentes polarisations, nous y reviendrons au paragraphe suivant).

Le tableau ci-dessous récapitule les dates de réalisation et de caractérisation des matrices que nous avons réalisées ainsi que les épaisseurs déposées pour les différentes couche et la concentration en niobium dans les films de  $Nb_xSi_{1-x}$ .

Tableau II-2. Statut des matrices #10 à #13.

Les épaisseurs déposées pour les différentes couches et les concentrations en Nb dans les films de NbSi sont précisées.

ID	Dates de réalisation	Dates des mesures	Épaisseurs déposées [Å]			x(Nb) [%] du
			Nb / Ir	Ti / Au	NbSi / SiO <sub>2</sub>	Nb <sub>x</sub> Si <sub>1-x</sub>
#10.1	17/06 au 12/07 2002	11/09/2002	500 / 0	50 / 1500	1000 / 250	8,2
#10.2	17/06 au 12/07 2002	Donnée	500 / 0	50 / 1500	1000 / 250	8,2
#11	1/10 au 24/10 2002	4/11/2002	500 / 50	50 / 1300	1000 / 250	8,2
#12:4fils	24/10 au 30/10 2002	26/02/2003	–	50 / 1500	1000 / 250	8,2
#13	20/02 au 5/03 2003	3/03/2003	500 / 50	50 / 950	1000 / 250	8,5

Si les comportements des matrices thermométriques sont bons, alors on peut passer au stade "pré-bolométrique", qui consiste à dégager une membrane permettant de créer la fuite thermique entre les thermomètres qui seront déposés dessus et le cryostat. Pour que la réalisation de bolomètres soit complète, il restera à superposer un absorbeur sur le thermomètre puis à coupler éventuellement cet absorbeur avec un collecteur de rayonnement. Nous discutons dans les sous-paragraphe suivants des éléments de choix et des caractéristiques des différentes couches des matrices #10, #11 et #13. Certains éléments de discussion s'appliquent à toutes les matrices que nous avons testées.

### III.1.3.3 Les différentes couches des matrices à vocation bolométrique.

#### III.1.3.3.1 Wafer.

Comme le montre les photos de la Figure II-18, les wafers ont différentes couleurs. Les matrices #10.1 et #10.2 (ainsi que toutes les matrices #1 à #8 et la matrice #12) avaient des substrats en Silicium. Le désavantage de ce type de surface est que le silicium peut présenter une résistivité non négligeable à température ambiante.

Le silicium est un semiconducteur dont l'énergie de gap,  $E_g$ , varie entre 1,17 eV à 4 K et 1,12 eV à 300 K. Les électrons de conduction et les trous de valences, quasi libres, sont représentés par des particules libres avec des masses, effectives déterminées grâce aux courbes de

dispersion (voir les calculs de densités d'états au paragraphe II.2.2 des Annexes). Pour le Si :  $m_c/m_e=1,06$  et  $m_v/m_e=0,59$ . Les produits des densités d'état avec la fonction de Fermi, permettent de calculer les densités  $n$  et  $p$  de porteurs de charge dans les bandes de conduction et de valence. Dans les semi-conducteurs intrinsèques (sans impureté ou dopage), on a forcément  $n=p=n_i$  et le niveau de Fermi est à peu près au milieu de la bande interdite. Dans l'approximation de Boltzmann ( $|E_{c/v}-E_F| > E_{th}$ , toujours vérifiée ici puisque  $E_{th}=2k_B T = 5,2 \cdot 10^{-2}$  eV à 300K), le calcul des densités donne :

$$n_i = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot \left( \frac{\sqrt{m_c \cdot m_v} \cdot T}{m_e \cdot 300} \right)^{3/2} e^{-(E_g/2k_B T)} [m^{-3}].$$

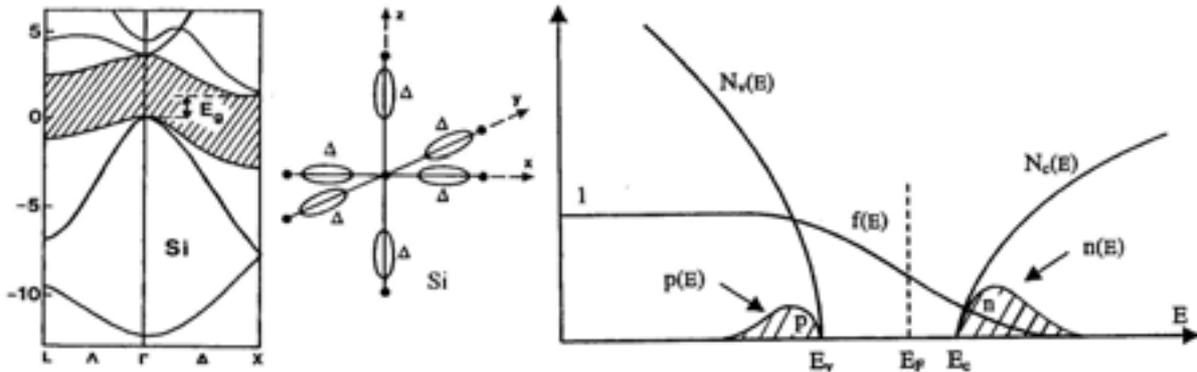


Figure II-19. Structure de bande du Silicium

Représentation schématique des surfaces d'énergie constante et des densités de porteurs dans les bandes de valence et de conduction [Mathieu, 01].

La dépendance en température est très forte, on trouve par exemple  $n_i(300K;70K;4K) \approx 10^{16}; 10^{-17}; 0$ . L'étude de la dynamique des porteurs en présence d'un champ électrique (voir modèle de Drude dans au paragraphe II.3.4 des Annexes) aboutit à l'expression de la résistivité dans le matériau :  $1/\rho = n_i \cdot e \cdot (\mu_n + \mu_p)$ . À 300 K les mobilités des porteurs valent  $\mu_n = 0,135 \text{ m}^2/V/s$  et  $\mu_p = 0,048 \text{ m}^2/V/s$ . Le calcul donne  $\rho(300K;280K) \approx 5000; 26000 \text{ } \Omega \cdot m$ . Ces valeurs sont relativement élevées comparées aux valeurs de résistivité du NbSi à température ambiante ( $0,2 \text{ } \Omega \cdot m$ ), mais en pratique le silicium n'est pratiquement jamais pur et sans défaut. Il est souvent dopé par des impuretés qui rajoutent (ou enlèvent) des électrons de conduction ; le niveau de Fermi se déplace alors vers la bande de conduction (ou la bande de valence). Sans entrer dans le détail du raisonnement (calcul de densité de donneurs ionisé  $N_d^+$  en fonction de la densité totale de donneurs  $N_d$ , équation de neutralité électrique  $n-p=N_d^+$ , etc.) on montre que la résistivité dépend très fortement du nombre de porteurs. Les calculs (confirmés par les mesures) montrent qu'elle peut facilement baisser d'un facteur 1000.

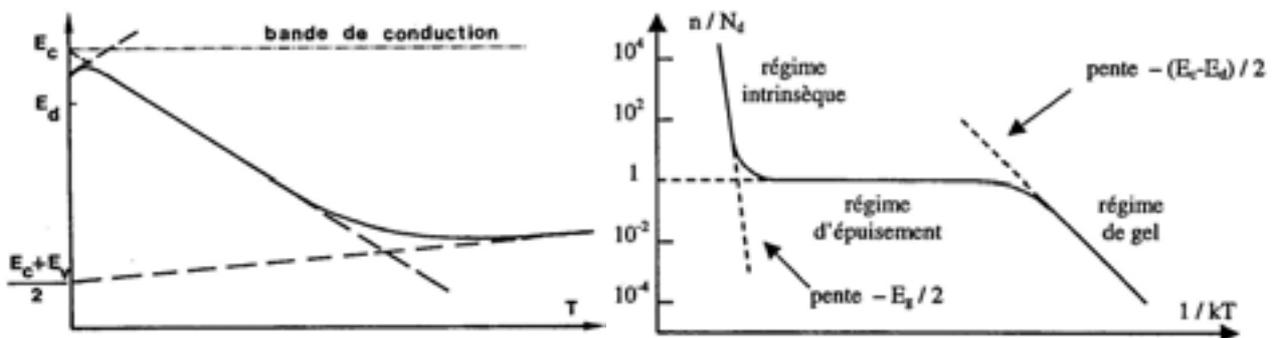


Figure II-20. Effet du dopage sur le niveau de Fermi et le nombre de porteurs.

Pour nos échantillons, après les lithographies, il était donc nécessaire de monter les matrices dans le cryostat et de descendre à basse température pour vérifier avec certitude l'absence de micro coupures ou de courts-circuits sur les pistes en or ou les autres couches lithographiées.

Par ailleurs les mesures à l'ambiante que nous avons effectuées sur différentes matrices après lithographie des pistes en or ont donné des résistances très variables entre plots de contact non connectés. Certaines n'étaient pas mesurables, mais les moins résistives donnaient des mesures de  $R_{Si\_plots\_voisins} \approx 30 \text{ k}\Omega$ , soit 100 fois plus que ce que l'on attendait pour les résistances de NbSi. À basse température les résistances des wafers n'étaient pas mesurables ; le régime de gel devait être atteint et la densité de porteur quasi nulle.

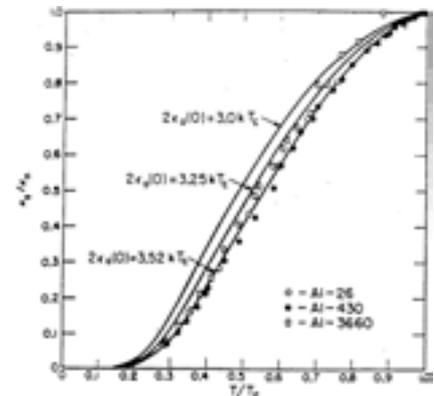
Pour être sûr que les mesures à l'ambiante ne seraient pas faussées par la conduction dans le Si, nous avons utilisé pour les matrices #11 et #13 des wafers recouverts de couches complètement isolantes de quelques  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Pour la matrice #11 la couche isolante était en nitrure de silicium ( $Si_3N_4$ ) et pour la matrice #13 elle était en oxyde de silicium ( $SiO_2$ ).

Pour toutes les matrices testées au cours de la thèse (#1 à #13) les wafers sont en silicium (recouvert ou non d'une couche isolante) et leur épaisseur est d'environ  $300 \mu\text{m}$ .

### III.1.3.3.2 Électrodes Nb.

L'intérêt des électrodes en niobium par rapport aux électrodes en or est que le niobium est supraconducteur en dessous de  $T_c = 9 \text{ K}$ . Or la conductivité thermique des supraconducteurs diminue très fortement en dessous de  $T_c$  ; elle suit une loi du type  $\kappa \propto T \cdot e^{-\Delta E/k_B T}$ , alors qu'à l'état normal à basse température elle est du type  $\kappa \propto T$ .

La raison de cette forte décroissance est que dans les matériaux supraconducteurs les paires d'électrons, responsables de la supraconductivité, ne participent pas du tout au transport de chaleur car elles n'ont pas d'interaction avec le reste du matériau. Seuls les électrons libres résiduels non appariés participent à la conductivité thermique. Nous n'entrerons pas dans le détail de la théorie de la supraconductivité, et pour illustrer notre propos nous nous contenterons de la figure ci-contre, qui montre l'évolution de la conductivité thermique dans un matériau supraconducteur comparée à la conductivité thermique qu'aurait ce matériau s'il n'était pas supraconducteur. Le comportement est similaire pour tous les matériaux supraconducteur (niobium y compris). En dessous de  $0,1 \cdot T_c$  la conductivité thermique devient négligeable (voir aussi [Pobell, 96]).



Rapport entre conductivités thermiques supraconductrice et normale pour l'aluminium [van Sciver, 86].

Lors d'expériences de caractérisations de bolomètres à films minces thermométriques de NbSi avec électrodes en or ou en niobium, déposés sur des membranes en nitrure de silicium, Philippe Camus a mesuré les conductances entre absorbeurs bain thermique [Camus et al, 00].

Les mesures sont comparées à la courbe théorique de conductance théorique de la membrane seule. Celle-ci est obtenue en intégrant la conductivité sur une rondelle dont le cercle intérieur a la même surface que l'absorbeur et le cercle extérieur la même surface que la membrane. Pour la conductivité, il utilise la formule de Leivo et Pekola (voir paragraphe III.1.3.3.4) et obtient une conductance dynamique qui varie selon  $G_{d\_nitrure} \propto T^2$  pour le nitrure, alors que dans le cas de l'or elle varie selon  $G_{d\_or} \propto T$ . La courbe montre que bien qu'il y ait un écart à la

prévision théorique, la conductivité thermique est complètement dominée par la membrane lorsque les électrodes sont en niobium.

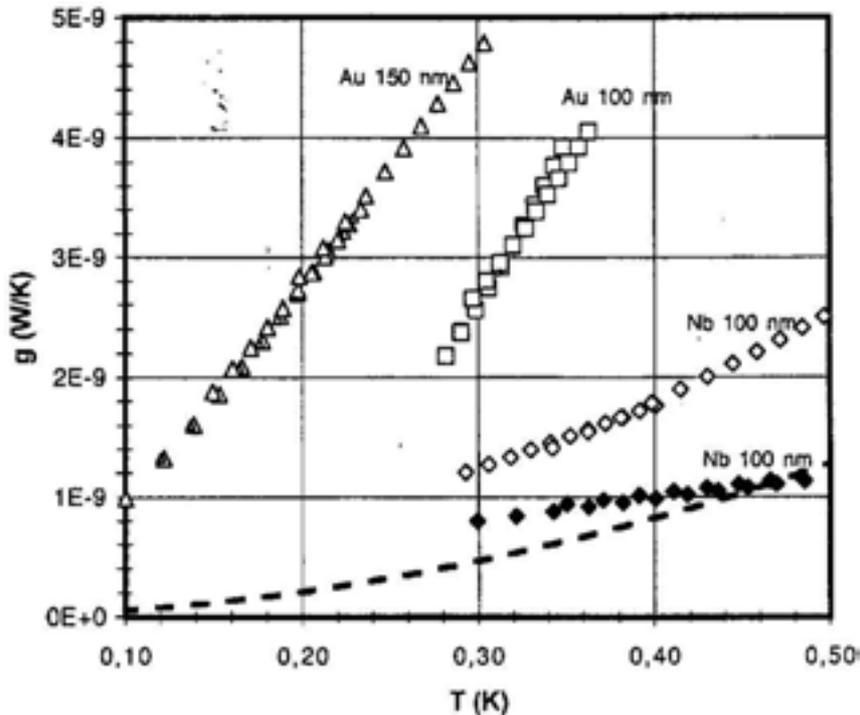


Figure II-21. Conductances dynamiques de fuites thermiques réalisées avec des membranes de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Les conductances dépendent fortement du matériau utilisé pour les électrodes du thermomètre du bolomètre (Au ou Nb). Les symboles évidés correspondent à des membranes de  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  et les symboles noirs à une membrane de  $5 \times 5 \text{ mm}^2$ . Le trait en pointillés correspond à la prévision théorique. [Camus et al, oo].

Contrairement aux matrices #1 à #8 et #12, conçues pour ne former qu'un réseau de résistances thermométriques en couches minces, les matrices #10, #11 et #13 sont conçues selon un plan qui aboutit à la réalisation de bolomètres lorsque toutes les étapes de microfabrication sont réalisées. Elles seules sont équipées d'électrodes en niobium permettant d'obtenir la conductance optimale des bolomètres (voir sous-chapitre II.3). Les dimensions de ces électrodes sont données sur la Figure II-17.

Pour les matrices #10.1 et #10.2, le niobium a été déposé dans le bâti ultravide du CRTBT après les pistes en or et moins d'une journée avant les films de NbSi (qui sont toujours évaporés au CSNSM). Ce court délai était nécessaire car le niobium a tendance à s'oxyder à l'air libre et nous n'avions pas la possibilité de déposer une couche de matériau protecteur. Il n'était pas possible non plus d'évaporer le niobium après le NbSi car ce dernier est toujours recouvert d'une couche protectrice de  $\text{SiO}_2$  qui le protège de l'oxydation mais l'isole complètement du point de vue électrique. Le bâti ultravide est nécessaire pour deux raisons. D'une part, il permet d'obtenir un très bon vide (environ  $10^{-9} \text{ mb}$ ), indispensable car le niobium est très sensible à la pollution par des éléments tiers (les qualités supraconductrices sont particulièrement dégradées par la présence d'atomes d'oxygène). D'autre part parce qu'il possède un canon à électron, indispensable pour atteindre la température d'évaporation assez élevée du niobium ( $T_{\text{fusion}} = 8700 \text{ K}$ ). La technique que nous avons suivie pour le dépôt de ces électrodes est la lithographie lift-off. Ce sont les seules évaporations pour lesquelles nous avons utilisé une résine positive, la S1818, car ces résines sont des polymères plus résistants aux hautes températures que les résines négatives. Le niobium est en effet encore suffisamment chaud lorsqu'il se dépose sur le wafer non seulement pour dégrader la qualité

des résines, rendant plus difficile leur ablation après évaporation, mais surtout pour entraîner un dégazage de surface qui apporte une pollution non tolérable. Suite aux résultats décevants des mesures que nous avons effectuées sur les matrices #10.1 et #10.2, il n'est pas sûr que la S1818 ait été la résine la mieux adaptée pour les dépôts de niobium.

Compte tenu des grands avantages que la microfabrication par lift-off de structures en niobium pourrait apporter pour la réalisation de composants électroniques spécialisés (transistors à un électron, SQUIDS), un certain nombre d'études ont été menées pour optimiser la technique et trouver des résines adaptées. L'une d'elles compare les résines PMMA (résines positives sensibles aux UV, plus résistantes que la S1818) à un polymère nouvellement utilisé en lithographie, le Phenylene-ether-sulfone (PES) [Dubos et al, 00]. La perte de masse par dégazage et l'apparition de transformations chimiques ont été mesurées pour les deux type de résines. Elles commencent aux alentours de 430 K et deviennent très importantes au-delà de 600 K pour le PMMA, alors qu'elles ne commencent à être non négligeables qu'au-delà de 700 K pour le PES. Des lignes de niobium de 150  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, évaporées par lithographie en utilisant la résine PES, ont montré une transition supraconductrice en dessous de 7 K, ce qui témoigne de la très bonne qualité du dépôt (il est normal de trouver des températures critiques inférieures à la température donnée par la théorie pour le matériau massif, mais nous n'aborderons pas ce sujet ici). Nous recommandons l'utilisation du PES pour les futures matrices dont les électrodes de niobium seront réalisées en lift-off. Attention le PES est une résine électronique, sa découpe au MEB prend un temps important.

Pour les matrices #11 et #13 les électrodes en niobium ont été évaporées au CETAAM/CSNSM en utilisant des masques mécaniques dans un bâti à ultravide. Ces masques apportent deux changements notables par rapport à la lithographie en lift-off. D'une part l'absence de résine garantit une pollution négligeable des électrodes et d'autre part l'entrefer de quelques  $\mu\text{m}$  servant à maintenir le masque et le wafer est suffisant pour que les bords des motifs en niobium présentent des flancs adoucis (voit figure ci-dessous). Par ailleurs les électrodes étaient déposées avant toutes les autres couches car le bâti du CETAAM/CSNSM permet de déposer une couche protectrice d'iridium par-dessus le niobium. Comme l'iridium ne s'oxyde pas il n'est pas nécessaire d'effectuer les dépôts suivants dans la foulée. La couche d'iridium déposée est de 50  $\text{\AA}$ , c'est suffisamment faible pour assurer, grâce à un effet de proximité, un contact qui rend la couche quasiment invisible du point de vue conduction (électrique et thermique).



Figure 11-22. Comparaison de profils, pour des dépôts réalisés par lift-off et par masque mécanique.

Les épaisseurs de niobium déposées sur les matrices #10.1, #10.2, #11 et #13 sont de 500  $\text{\AA}$ .

- Pour les matrices #10 une erreur a été faite sur les masques : les distances entre électrodes des doubles films au centre des pixels sont de 150  $\mu\text{m}$  au lieu des 250  $\mu\text{m}$  initialement prévus. Pour les matrices #11 et #13 la distance entre électrodes est bonne, mais l'espacement entre les films de NbSi est d'environ 100  $\mu\text{m}$  de plus que prévu ; ce n'est heureusement pas réhibitoire pour assurer une superposition des couches satisfaisante.
- L'intensité du faisceau d'électron permettant de sublimer le Nb dans le bâti ultravide du CRTBT est réglée de manière à ce que la vitesse de dépôt se fasse à 2  $\text{\AA}/\text{s}$  environ. Cette vitesse est mesurée grâce à un quartz piézoélectrique, sachant que la densité du niobium est de 8,57  $\text{g}/\text{cm}^3$ . La pression dans le bâti lors de l'évaporation est d'environ  $10^{-8}$  mbar.

- Pour la matrice #11 le masque mécanique était retourné, or le dessin des matrices possède une symétrie par rotation de 90°, mais pas une symétrie miroir. Comme le montre le détail d'un pixel présenté sur la Figure II-17, le film de NbSi central dispose de deux électrodes de polarisation sur les bords et d'une électrode de masse scindant le film en un double thermomètre. Le retournement du masque des électrodes a inversé les connexions des électrodes de polarisation avec celles de l'électrode de masse. Compte tenu des dimensions des films de NbSi, nous n'avons pu connecter qu'une moitié de double thermomètre pour chacun des 4 pixels et seulement deux résistances de charge au total, ceci au prix d'un léger décalage dans la superposition des couches.

### III.1.3.3 Pistes et cadres thermiques Au.

L'or est un matériau inoxydable, idéal pour réaliser des pistes électriques lorsque celles-ci n'ont pas besoin d'être supraconductrices. Comme il offre de très bonnes conceptions électrique et thermique son rôle dans les matrices est double. Il sert avant tout à faire circuler le courant des plots d'entrée aux plots de sortie, sur les bords des wafers, en passant par les films de NbSi. Il sert également à uniformiser la température autour des films qui serviront de thermomètre pour les bolomètres, au centre des pixels. Cette fonction est assurée par les cadres autour des résistances doubles que l'on voit sur la Figure II-17 page 183.

La loi de Wiedemann-Frantz  $\frac{\kappa \cdot \rho}{T} = 2,44 \cdot 10^{-8} [W \cdot \Omega / K^2]$  (voir Équation IV-69 page 405) est toujours valide tant que les phonons et les électrons diffusent de la même manière dans le matériau (essentiellement par les défauts). Notons  $\theta_D$  la température de Debye ( $\theta_D = 17$  K pour l'or), de nombreuses mesures effectuées sur les métaux montrent que cette loi est bien vérifiée pour  $T \gg 0,1 \cdot \theta_D$  et  $T \ll 0,1 \cdot \theta_D$ , mais pas autour de  $0,1 \cdot \theta_D$ .

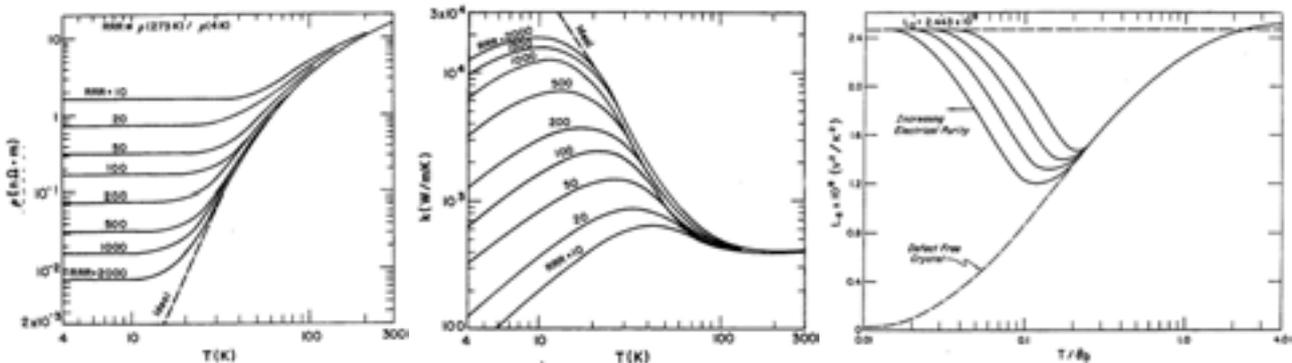


Figure II-23. Résistivités électriques et conductivités thermiques des métaux avec défauts.

Les trois graphiques montrent les comportements de la résistivité électrique, de la conductivité thermique et du terme  $\rho\kappa/T$  du cuivre, en fonction de la température et de la quantité de défauts. Les autres métaux présentent des comportements similaires [van Sciver, 86].

On voit dans les courbes ci-dessus, que la présence de défauts a une influence très importante sur le comportement des conductivités électrique et thermique, de sorte qu'à priori il ne semble pas aisé de prédire le comportement de l'or sur nos échantillons. Cependant en regardant de plus près le procédé de microfabrication on peut donner un ordre de grandeur. En effet, l'or est évaporé par effet Joule dans un bâti sous vide et il a été montré qu'il se dépose sur le wafer sous forme de gouttelettes qui s'agrègent au fur et à mesure de l'évaporation. On s'attend donc à ce que le nombre de défauts cristallins soit très élevé. Autour de la température de fonctionnement des bolomètres (100 mK) la résistivité électrique est constante et la conductivité thermique est linéaire en température. La résistivité de l'or à température

ambiante est de  $\rho(295K) = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ . Compte tenu des défauts, on peut estimer qu'elle ne vaudra a priori guère moins d'un dixième de cette valeur à basse température.

Vérifions notre estimation en utilisant les mesures de conductance effectuées par Camus (voir Figure II-21). Pour les électrodes en or de  $e = 150$  nm d'épaisseur la conductance dynamique est une droite vérifiant l'équation  $G_d = 2 \cdot 10^{-8} \cdot T$  W/K. Sachant qu'il y a deux électrodes de  $L = 5$  mm de long pour  $l = 0,1$  mm de large, la conductivité thermique s'écrit  $\kappa_{or}(T) = G_d \cdot \frac{L}{2 \cdot e \cdot l} = 3,33 \cdot T$  W / m / K. Avec la loi de Wiedemann-Frantz on trouve alors une résistivité de  $\rho \approx 7,3$  n $\Omega \cdot m$ , soit à peine moins de la moitié de la résistivité à température ambiante.

La quantité de défauts dans l'or est donc vraiment très importante, mais les conceptions électriques et thermiques restent suffisamment élevées pour considérer que les pistes et les cadres thermiques jouent parfaitement leur rôle. Notons que les cadres thermiques permettent de bien thermaliser le pourtour des doubles couches thermométriques à la température de la dilution (du cryostat) lorsque la matrice est en "mode thermométrique" (sans membrane) et à une température qui dépend du bilan de puissance lorsque la matrice est en "mode bolométrique" (avec membrane).

Remarque : vu la quantité de défauts dans la structure des dépôts d'or, le régime de conduction est encore diffusif ; la loi en  $\kappa = c\bar{v}l_d/3$  (Équation IV-61 page 395) liant la conductivité thermique à la chaleur volumique devrait donc être vérifiée.

Pour les matrices #10 et #12 l'épaisseur d'or déposée est de 1500 Å, pour la matrice #11 elle est de 1300 Å et pour la matrice #13 de 950 Å.

Pour les matrices #10 à #13, les dépôts ont été effectués dans les bâtis d'évaporation par effet Joule du CRTBT et la technique utilisée pour l'ensemble du processus était la lithographie lift-off avec résine négative (Shipley Ui310). Nous avons toujours utilisé cette résine négative car elle facilite grandement l'opération d'alignement des couches lors de l'étape d'insolation (dans ce cas en effet, les masques sont transparents et seuls les motifs sont noircis).

Comme on l'a déjà dit, les dépôts d'or ont toujours été précédés d'un dépôt de couche d'accroche en titane de 50 Å d'épaisseur.

En ce qui concerne le dernier dessin des pistes, mis en œuvre uniquement sur la matrice #13, les connexions des premiers et troisièmes plots de contact ont été échangées (les plots sont comptés de gauche à droite lorsqu'on regarde la ligne de haut en tenant le wafer de face) par rapport aux matrices #10 et #11 afin que la connectique soit compatible avec celle de la matrice de condensateurs et transistors utilisée pour le multiplexage (voir Partie III, Chapitre II). Par ailleurs, chaque changement de direction des pistes est constitué de deux virages à 45° contre un virage à 90° sur les anciennes matrices. Ceci permet d'éviter de dégrader la conduction lors des changements de direction. La longueur des pistes varie de 18 à 45 mm environs, soit, d'après le calcul de résistivité effectué plus haut  $9 < R_{pistes}[\Omega] < 22$ . Ces résistances sont comme prévu, négligeables par rapport aux films minces en NbSi (leur résistance varie de 300  $\Omega$  à l'ambiante jusqu'à plus d'une dizaine de M $\Omega$  à 100 mK, voir paragraphe suivant).

Notons que le comportement un peu curieux des conductances des électrodes en or de 1000 Å sur la courbe de la Figure II-21, laisse supposer qu'il est plus prudent de ne pas réaliser de dépôt beaucoup moins épais. Ces comportements pourraient s'expliquer par des contacts de moins en moins bons au fur et à mesure que la température baisse. Ces mauvais contacts seraient dus à l'état de surface trop granuleux de l'or lorsque la quantité déposée n'est pas suffisante.

Remarques :

- L'or sert d'électrodes pour les résistances de charges sur les bords des pixels. Pour les matrices #10 et #11 la distance entre électrodes est de 750  $\mu\text{m}$  et pour la matrice #13 elle est de 650  $\mu\text{m}$ .
- Pour son évaporation, le titane se présente sous la forme d'une languette que l'on coince entre les électrodes via des plots visés. Les caractéristiques pour l'évaporation sont une pression inférieure à  $10^{-6}$  mbar, une intensité d'environ 45 A pour une puissance de 30 VA et une vitesse de dépôt de 1  $\text{\AA}/\text{s}$  mesurée grâce à un quartz piézoélectrique, sachant que la densité du titane est de 4,54  $\text{g}/\text{cm}^3$ .
- Pour son évaporation, l'or se présente sous la forme de petites barrettes disposées dans un creuset en molybdène (que l'on coince entre les électrodes). Les caractéristiques pour l'évaporation sont une pression inférieure à  $10^{-6}$  mbar, une intensité d'environ 50 A pour une puissance de 30 VA et une vitesse de dépôt de 4  $\text{\AA}/\text{s}$  mesurée grâce au quartz piézoélectrique, sachant que la densité de l'or est de 19,32  $\text{g}/\text{cm}^3$ .

### III.1.3.3.4 Thermomètres $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ .

Ce sont évidemment les éléments que nous devons caractériser au cours de la thèse. Leurs dimensions résultent des calculs d'optimisation que nous avons présentés aux paragraphes I.4.1 et II.3.2. Nous n'allons donc pas revenir dans les détails ici, mais simplement rappeler les objectifs visés et récapituler les valeurs caractéristiques choisies suite à l'étude des expériences précédentes et des calculs d'optimisation.

Nous voulons réaliser des thermomètres résistifs, à coefficient de température négatifs avec une valeur absolue maximale de façon à optimiser leur sensibilité. Ce coefficient est maximal lors de la transition métal-isolant du NbSi. On cherche donc à ce qu'elle ait lieu dans le domaine de fonctionnement du bolomètre. Par ailleurs, on souhaite que la valeur moyenne des résistances thermométriques au point de fonctionnement soit d'environ  $R_{th} \approx 10 \text{ M}\Omega$ . Cette valeur est en effet bien adaptée à l'amplification du signal avec des transistors JFETs refroidis à 100 K. Une impédance plus élevée n'empêcherait pas l'amplification, mais serait défavorable au bruit Johnson, que nous cherchons à minimiser. La température de fonctionnement du cryostat pour une telle résistance est optimale à 100 mK. Cette dernière est choisie pour quatre raisons. Premièrement parce que le rayonnement de corps noir issu des constituants de la caméra bolométrique doit être négligeable pour ne pas polluer les bolomètres d'un rayonnement parasite inutile. Deuxièmement parce que les chaleurs spécifiques des matériaux diminuent très fortement lorsque les températures deviennent suffisamment basses, ce qui est favorable pour la réalisation de bolomètres rapides. Troisièmement parce que le bruit Johnson doit être bien inférieur au bruit de photon sur le détecteur, compte tenu des résistances en jeu, une température de 100 mK est suffisante. Quatrièmement parce que la transition métal isolant du NbSi commence en dessous de 500 mK et le coefficient de température est d'autant plus élevé que la température baisse (jusqu'à ce que la transition métal-isolant soit passée, après le coefficient en température dégringole et la résistivité de l'échantillon sature). Pour ce dernier, la concentration x en Nb dans le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  intervient : si elle est trop élevée, le coefficient est trop petit (au pire la couche ne devient jamais isolante), et si elle est trop faible, la couche est trop impédante à la température de fonctionnement ou trop volumineuse par rapport à la taille du pixel et aux performances demandées. À ce sujet le paramètre important est la chaleur spécifique ; elle devient trop grande et le bolomètre trop lent si la quantité de matière déposée, à surface de pixel constante, est trop importante. Il est donc primordial de minimiser le volume des éléments du bolomètre, en particulier celui de la couche thermométrique.

L'effet combiné du couplage électron-phonon et de l'effet de champ électrique entraîne l'existence d'une polarisation optimale des couches de NbSi. Cette polarisation intervient dans la NET, un des facteurs caractéristiques essentiels que l'on cherche à minimiser.

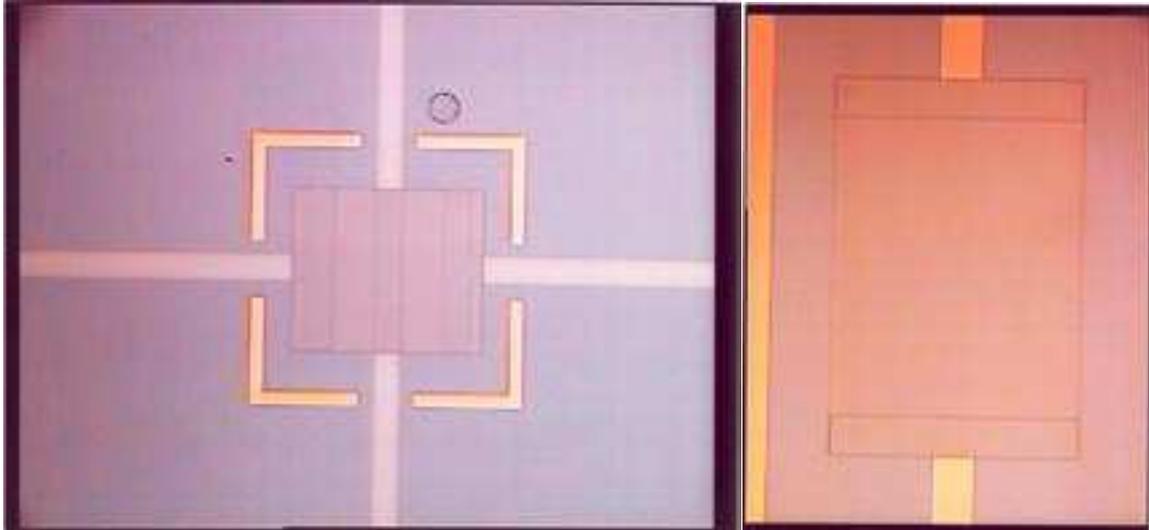
Il a été montré que la géométrie des couches avait une influence sur le coefficient en température et par conséquent sur la sensibilité et sur la NET. Nous avons choisi de réaliser des films minces offrant un rapport entre largeur et épaisseur de  $l/e \approx 6000$  et un rapport entre largeur et distance entre électrode de  $l/d \approx 2$ . Ces rapports permettent non seulement de maximiser le coefficient de température, mais aussi le couplage avec l'absorbeur (surface de contact maximale) ainsi que la valeur de la résistance sans pour autant dégrader le couplage électron-phonon (grande largeur par rapport à la distance entre électrode, mais pas trop). Les dimensions elles-mêmes sont choisies pour être à la fois réalisables par les techniques de microfabrication et à la fois bien adaptées au système optique et à la taille de l'instrument que l'on veut réaliser. Comme le point sensible est donné par les techniques de microfabrication, le dimensionnement final de l'optique et de l'instrument est conditionné par la taille des pixels, donc des absorbeurs, et par conséquent des surfaces des films de NbSi. D'après les rapports de longueurs que l'on vient de donner, la dimension critique est l'épaisseur des films. Pour un produit  $e \cdot l$  donné, elle doit être minimale car on veut maximiser la surface de contact entre le thermomètre et l'absorbeur, mais elle doit cependant rester bien supérieure à la distance de saut des électrons ( $L_h \approx 15 \text{ nm}$ ) pour éviter une conduction par saut à 2 dimensions, défavorable par rapport à la conduction à 3 dimensions.

Notons à titre de comparaison que le couplage électron phonon dans le germanium dopé (Ge NTD) est de  $g_{e-ph\_Ge} \approx 12\text{-}20 \text{ W/K}^6/\text{cm}^3$  à 100 mK alors que dans le NbSi il est de  $g_{e-ph\_NbSi} \geq 100 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$ , autrement dit, la conductance électron-phonon à 100 mK est 100 fois plus élevée dans le NbSi que dans le germanium. Le volume requis pour la même puissance de polarisation optimale conduit ainsi à des échantillons de NbSi 100 fois moins volumineux que si les thermomètres étaient en Ge NTD. Par ailleurs, les chaleurs volumiques sont respectivement de  $c_{Ge} \approx 10^{-6} \cdot T \text{ J/K/cm}^3$  et  $c_{NbSi} \approx 20 \cdot 10^{-6} \text{ J/K/cm}^3$  autour de 100 mK, elles conduisent à la même capacité calorifique pour une puissance donnée. La différence principale est donc le volume requis pour chacun des matériaux, et le NbSi semble à ce niveau bien plus avantageux que le Ge NTD, qui est le matériau le plus utilisé à l'heure actuelle pour la conception de bolomètres.

En ce qui concerne la polarisation des couches thermométrique, l'idée est d'utiliser des résistances de charge lithographiées sur le même wafer que les thermomètres. Ces résistances de charge doivent être supérieures aux résistances thermométriques de manière à rendre le courant de polarisation le plus constant possible. En pratique il ne l'est pas complètement puisqu'il dépend de la résistance totale (charge plus thermomètre), qui subit des fluctuations (la mesure consiste à enregistrer les variations de résistance du thermomètre). En suivant ce seul argument on aurait tendance à choisir une résistance de charge plus élevée que celle du thermomètre de plusieurs ordres de grandeurs. Mais comme le bruit total du bolomètre doit être minimisé par rapport au bruit de photon, en particulier le bruit Johnson des résistances, il ne faut pas choisir une résistance de charge trop élevée. Les calculs d'optimisation montrent que le choix une résistance de charge telle que  $R_c \approx 3 \cdot R_{th}$  est un bon compromis. C'est pour cette raison que les distances entre électrodes des couches de NbSi lithographiées sur les bords des pixels sont trois fois plus grandes que celles entre électrodes des couches centrales.

Les photographies ci-dessous montrent l'une des doubles résistances thermométriques au centre de l'un des pixels de la matrice #10.1, ainsi que sa résistance de charge associée. On

remarque que la double couche possède deux électrodes de polarisation sur les bords et une électrode de masse commune au centre. La double couche peut être polarisée soit en passant par la résistance de charge en NbSi déposée sur la matrice, soit en passant par une résistance de charge externe (voir dessin des pistes en or sur la Figure II-17 page 183).



*Figure II-24. Photographies des films de NbSi d'un pixel de la matrice #10.1. La double couche thermométrique se situe au centre d'un des 4 pixels de la matrice, et la simple couche (destinée à servir de résistances de charge) se situe sur un des côtés du pixel.*

Dans le tableau ci-dessous, nous indiquons les tailles et compositions des films de NbSi que nous avons réalisés au cours de la thèse, ainsi que les estimations des principaux paramètres caractéristiques intrinsèques de ces films.

Tous les dépôts ont été effectués dans le bâti ultravide de coévaporation avec platine tournante du CETAAM/CSNSM. Pour toutes les matrices, le procédé de microfabrication choisi était la lithographie lift-off avec résine négative Ui310 (de Shipley). Comme pour les dépôts d'or, nous avons toujours utilisé cette résine négative car elle permet un alignement des couches plus aisé que la résine positive.

Les estimations du tableau concernent les paramètres qui se rapportent à la résistance électrique, au comportement thermique et au bruit.

Concernant la résistance, on donne les résultats des calculs prévisionnels des coefficients de températures et de résistances attendus au point de fonctionnement (à 100 mK). Nous utilisons la formule de résistivité sans effet non-ohmique dans un régime intermédiaire entre sauts tunnels plus interactions coulombiennes (Efros et Shklovskii ;  $n = 0,5$ ) et celui causé par les mécanismes supplémentaires des interférences entre électrons plus excitation à plusieurs électrons ( $n \rightarrow 1$ ) (voir paragraphe II.1.3.2).

Concernant le comportement thermique, nous donnons les estimations des capacités calorifiques, coefficient de couplage électron-phonon et temps de réponse thermique des couches. La chaleur spécifique est calculée en utilisant la formule à trois composante : chaleur nucléaire plus chaleur des électrons libres plus chaleur des moments magnétiques localisés. Remarque : Marnieros a montré que la chaleur spécifique nucléaire ne se manifeste que pour des temps caractéristiques de mesure relativement longs (supérieurs à 200 ms [Marnieros, 98]). Ils n'apparaissent pas pour des impulsions électriques mais ils apparaissent sur des mesures avec modulation du courant de polarisation, autrement dit quand le courant varie suffisamment lentement, ce qui est notre cas.

Pour l'application numérique on utilise les expressions de chaleur volumiques de Marnieros.

En ce qui concerne les bruits, on ne donne pas la NEP totale car elle n'a vraiment de sens que pour le bolomètre complet. Par contre on donne le bruit équivalent de température (NET) puisqu'il s'agit de la quantité que l'on veut mesurer avec les thermomètres. Le bruit de phonon (voir Équation II-29 page 130) et le bruit Johnson (voir Équation II-31 page 133) sont pris en compte. Pour ce dernier on divise la tension équivalente de bruit par la sensibilité tension/température  $dV/dT = I \cdot dR/dT = \sqrt{R \cdot P_{el}} \cdot A / T$ . Pour le calcul on choisit une puissance de 10 pW, inférieure au résultat de l'étude d'optimisation mais donnant une estimation du bruit attendu pour les puissances typiques au-delà desquelles les anomalies mesurées sur nos couchent disparaissent (voir sous-chapitre IV.2).

Les valeurs des paramètres caractéristiques sont les valeurs moyennes tirées des expériences de Marnieros et de Camus :

$$A = -\frac{T}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial T} = -n \cdot \left(\frac{T_0}{T}\right)^n \quad ; \quad \text{avec : } T_0 = \left(26 - 3 \cdot \frac{x}{1\%}\right)^2 \quad [K]$$

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T}\right)^n\right) \quad [\Omega \cdot m] \quad ; \quad R = \rho \cdot \frac{d}{l \cdot e} \quad [\Omega]$$

$$\text{avec : } \rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \quad [\Omega \cdot m] \quad ; \quad n = 0,65$$

$$c_{NbSi} = c_N + c_e + c_{ml} \quad [J / K / m^3] \quad ; \quad C = d \cdot l \cdot e \cdot c_{NbSi} \quad [J / K]$$

$$G_{d_{e-ph}} = 5 \cdot d \cdot l \cdot e \cdot g_{e-ph} \cdot T^4 \quad [W / K] \quad ; \quad \tau = \frac{C}{G_{d_{e-ph}}} \quad [s]$$

$$\text{avec : } c_N = \frac{0,04}{T^2} ; c_e = 40 \cdot T ; c_{ml} = 9 \quad [J / K / m^3]$$

$$g_{e-ph} = 10^8 \quad [W / K^5 / m^3]$$

$$NET = \sqrt{\underbrace{\frac{4k_B \cdot T^2}{G_{d_{e-ph}}}}_{\text{Phonons}} + \underbrace{\frac{4k_B T^3}{A^2 \cdot P_{el}}}_{\text{Johnson}}} \quad [K / \sqrt{Hz}] \quad \text{avec : } P_{el} = 10^{-11} \quad [W]$$

Les calculs prévisionnels permettent de donner un ordre de grandeur, mais on estime que les valeurs réelles peuvent être assez différentes.

L'exemple le plus flagrant des difficultés liées aux estimations est la valeur du paramètre  $T_0$ , qui est très sensible aux conditions de réalisation des couches, notamment au recuit (voir paragraphe II.2.1.2). Pour donner une idée à ce sujet, nous avons comparé les ajustements de courbes d'un certain nombre d'expériences [Dumoulin et al, 93], [Marnieros, 98], [Camus, 99], pour un écart entre les valeurs très important :  $0,25 < T_0 [K] < 150$ . Bien entendu les valeurs des autres paramètres changent également suivant les expériences, on trouve environ  $10^{-3} < \rho_0 [\Omega \cdot m] < 10^{-5}$  et  $0,25 < n < 0,70$ . Ceci n'est pas très étonnant puisque les températures, les concentrations en niobium et les conditions de recuit ne sont pas identiques, et les régimes de conduction ne sont donc pas les mêmes. Cependant, pour des conditions identiques de températures et de concentration, les résistivités calculées peuvent varier d'un facteur 10 !

## Conception des détecteurs.

Tableau II-3. Prévisions des caractéristiques électriques et thermiques à 100 mK des films NbSi.

Les caractéristiques sont le coefficient de température, la résistance, la capacité calorifique, la conductance dynamique électron-phonon et le temps de réponse thermique. Pour les matrices #10, #11 et #13, les "Résistances petit d" désignent les doubles thermomètres au centre des pixels, et, les "Résistances grand d" désignent les résistances de charge sur les côtés des pixels. Nomenclature :  $e$  = épaisseur,  $l$  = largeur,  $d$  = longueur (direction de propagation du courant) ;  $n \cdot d$  signifie que la dimension  $d$  est utilisée  $n$  fois sur la couche (par exemple pour les doubles thermomètres centraux  $n=2$ ) ;  $m \cdot x$  signifie que la couche est répliquée sur le wafer et les dimensions sont agrandies d'un facteur  $m$ .

Les dimensions totales des couches et les dimensions utiles compte tenu des distances entre électrodes sont indiquées. La résistance est donnée pour une seule distance entre électrodes (par exemple pour une moitié de double thermomètre).

ID	#10	#11	#13	#12
$x(\text{Nb})$ [%]	8,2	8,2	8,2	8,2
$T_0$ [K]	2	2	2	2
$e$ [Å]	1000	1000	1000	1000
A	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5
Résistances petit $d$				
$l \cdot d$ [µm] total	600*700	600*700	600*700	$(2 \cdot 1x + 2x + 5x) \cdot [600 \cdot 1400]$
$l \cdot d$ [µm] utile	600*2.150	500*250	600*2.250	$(2 \cdot 1x + 2x + 5x) \cdot [600 \cdot 3 \cdot 200]$
$R(0, 1 \text{ K})$ [MΩ]	1,3	2,5	2,1	1,7
$C$ [fJ/K]	150	210	255	205
$G_{d \text{ e-ph}}$ [pW/K]	450	625	750	600
$\tau$ [µs]	340	340	340	340
$NET(0, 1 \text{ K}, 10 \text{ pW})$ [nK/√Hz]	17	17	17	17
Résistances grand $d$				
$l \cdot d$ [µm] total	600*950	600*950	600*950	$(2 \cdot 1x + 2x + 5x) \cdot [300 \cdot 1750]$
$l \cdot d$ [µm] utile	600*750	500*750	600*650	(idem) · [300*(2.225 et 1.500)]
$R(0, 1 \text{ K})$ [MΩ]	6,3	7,6	5,5	3,8 et 8,4
$C$ [fJ/K]	765	640	665	115 et 255
$G_{d \text{ e-ph}}$ [pW/K]	2250	1875	1950	340 et 750
$\tau$ [µs]	340	340	340	340
$NET(0, 1 \text{ K}, 10 \text{ pW})$ [nK/√Hz]	17	17	17	17

Remarques :

- On rappelle que tous les dépôts de NbSi sont directement suivis (c'est-à-dire sans casser le vide de la chambre d'évaporation) d'un dépôt d'oxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ) de 250 Å d'épaisseur permettant de protéger la couche de NbSi. On a en effet vu que l'influence de la concentration en niobium dans les couches de NbSi était primordiale (voir paragraphe II.2.1.2). Or le niobium s'oxyde très vite au contact de l'oxygène ; il ne joue alors plus son rôle de métal dans l'isolant d'Anderson et tout se passe comme si la concentration  $x$  baissait drastiquement. Le dépôt de  $\text{SiO}_2$  est donc absolument nécessaire et comme il est très isolant, son utilisation oblige à déposer le NbSi après toutes les autres couches qui doivent assurer un contact électrique avec lui.
- La distance entre électrodes des matrices #10.1 et #10.2 n'est que de 150 Å au lieu de 250 Å suite à une erreur dans la réalisation des masques de lithographie par lift-off.

- La largeur utile des couches de la matrice #11 est plus petite que les autres et seule la moitié de chaque double thermomètre est utilisable. Ceci est dû au décentrage nécessaire du masque lors de l'insolation, pour palier au problème de superposition consécutif au retournement du masque mécanique lors de l'évaporation des électrodes.
- On rappelle que la concentration en Nb est un facteur très sensible pour l'ensemble des paramètres. Par exemple on calcule qu'une variation de  $\pm 0,2\%$  sur une concentration prévue de  $8,2\%$  dans un film central, donne un facteur 2100 entre les deux résistances extrêmes à  $100\text{ mK}$  :  $R(8,0\%, 100\text{mK}) = 125\text{ M}\Omega$  ;  $R(8,2\%, 100\text{mK}) = 2,1\text{ M}\Omega$  ;  $R(8,4\%, 100\text{mK}) = 0,06\text{ M}\Omega$ .
- La température équivalente de bruit donnée dans le tableau est dominée par le bruit Johnson d'un facteur 20. Il tombe à 6 pour  $P_{\text{ét}} = 100\text{ pW}$  ; on a alors  $NET(0,1\text{K}, 100\text{pW}) \approx 5,2\text{ [nK}/\sqrt{\text{Hz}}]$  pour tous les échantillons.

### III.1.3.3.5 Membrane et ponts thermiques $Si_3N_4$ .

Compte tenu des problèmes que nous avons rencontrés lors de la caractérisation des matrices au stade thermométrique, nous n'avons pas pu mener à terme la réalisation de wafers avec toutes les couches précédemment citées plus des membranes. Nous rappelons dans ce paragraphe l'intérêt des membranes et des ponts thermique et présentons des calculs prévisionnels de conductance. Nous montrons aussi quelques photographies des membranes qui ont pu être réalisées au service Nanofab du CRTBT à la fin de la thèse.

L'intérêt des membranes est de pouvoir découpler le bolomètre de la température de bain du cryostat. Le contrôle de ce lien thermique entre l'absorbeur et le thermomètre d'un côté, et, la référence isotherme de l'autre côté, est essentiel pour optimiser les performances d'un bolomètre. En effet, la conductance de cette fuite thermique doit être la plus faible possible de façon à maximiser la sensibilité du détecteur (voir Équation II-15 page 118) et à minimiser la puissance équivalente de bruit (voir Équation II-34 page 134). Notons qu'à la vue de l'expression du temps de réponse caractéristique du bolomètre, on peut penser qu'une conductance trop faible est défavorable. En fait, l'effet de la contre-réaction thermique permet de compenser une diminution de la conductance, de sorte que seule la chaleur spécifique totale du bolomètre a une grande influence sur le temps de réponse. En revanche, suivant les amplitudes des variations de puissance de rayonnement qui sont absorbées par le bolomètre, une conductance trop faible peut conduire à un échauffement trop important des couches thermométriques qui dégraderait la valeur du coefficient de température et par conséquent la sensibilité du détecteur. Les calculs d'optimisation montrent qu'il existe un optimum pour lequel la conductance dynamique vaut  $G_{d\_opt} \approx P_a/T_b$  (où  $P_a$  est la puissance de rayonnement absorbé et  $T_b$  la température de bain du cryostat). Pour une puissance absorbée typique de  $P_a \approx 0,25 \cdot P_{ray} \approx 1,5\text{ pW}$  (voir estimation des puissances reçues dans la Partie I, Chapitre III), on calcule que la conductance dynamique optimale est de  $G_{d\_opt} \approx P_a/T_b \approx 1,5 \cdot 10^{-8}\text{ W/K}$ .

Remarque : la limite ultime des performances du bolomètre va être donnée lorsque le bruit Johnson des éléments de son circuit de lecture des températures devient négligeable par rapport au bruit de phonon, donné par  $NEP_{ph} = \sqrt{4k_B T_b^2 G_d}$ , soit  $NEP_{ph} \approx 9,1 \cdot 10^{-17}\text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$  en utilisant la conductance optimale que l'on vient de calculer.

D'après ces estimations, on constate que les faibles flux de rayonnement conduisent à rechercher des structures qui sont peu conductrices de la chaleur, mais aussi rigides mécaniquement afin de ne pas être gêné par le bruit de microphonie.

Un certain nombre d'expériences ont montré que le nitrure de silicium et le silicium très pur (très résistif) sont des matériaux bien adaptés à la réalisation de fuites thermiques permettant

d'atteindre la conductance que nous recherchons. Les techniques de microfabrication permettent de réaliser ces fuites sous forme de membranes d'une épaisseur de l'ordre de  $1\mu\text{m}$  et ensuite de définir des motifs qui peuvent avoir des allongements importants réalisant ainsi des ponts thermiques avec de très faibles conductances.

Comme on l'a déjà rappelé plus haut, la conductivité thermique d'un matériau dépend de la chaleur volumique (chaleur spécifique) et du libre parcours des porteurs (électrons ou phonons). Ce sont les matériaux diélectriques et amorphes qui offrent les conductivités thermiques les plus faibles. Dans les structures réalisées, les auteurs notent souvent que la conductance thermique ne peut pas être décrite par un simple modèle de diffusion de la chaleur. Citons les valeurs obtenues sur des structures en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  [Leivo et Pekola, 98] :

Membrane pleine ( $e < 1\mu\text{m}$ )  $\kappa = 0,0145 \cdot T^{1,98} \quad [\text{W} / \text{K} / \text{m}]$

Poutres  $25\mu\text{m}$  de large  $\kappa = 0,00158 \cdot T^{1,54} \quad [\text{W} / \text{K} / \text{m}]$

Poutres  $4\mu\text{m}$  de large  $\kappa = 0,00063 \cdot T^{1,47} \quad [\text{W} / \text{K} / \text{m}]$

La figure ci-dessous compile quelques mesures effectuées par différentes équipes :

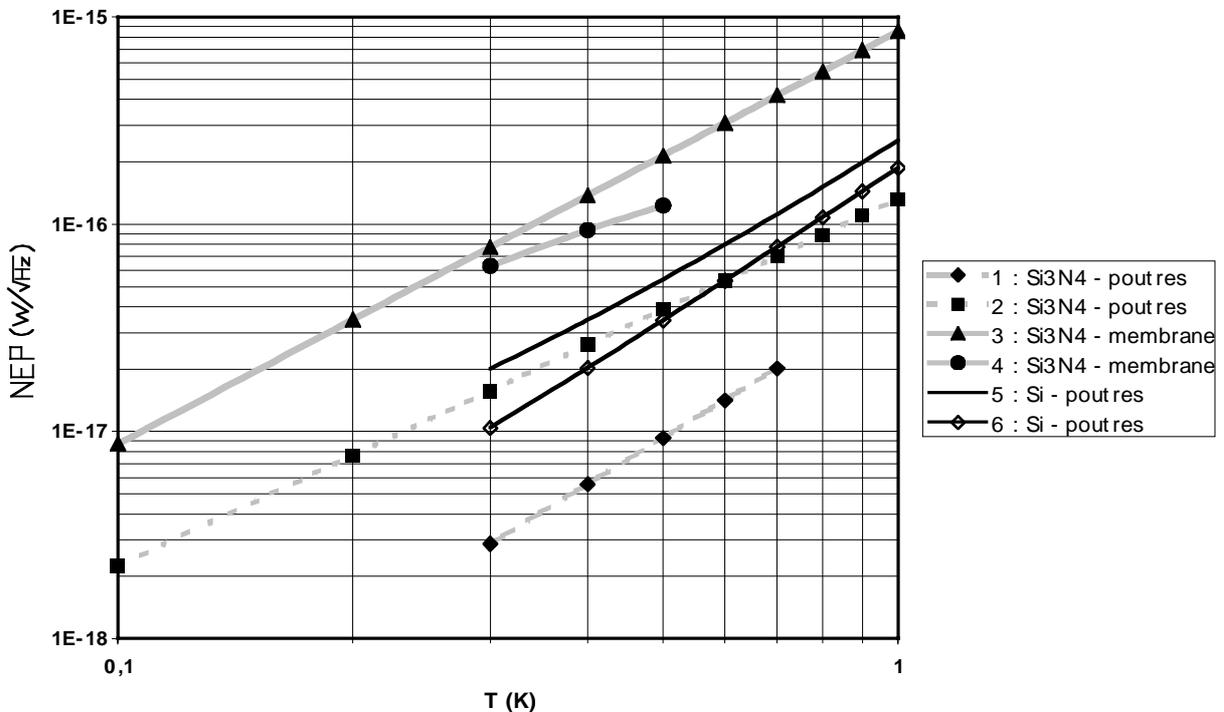


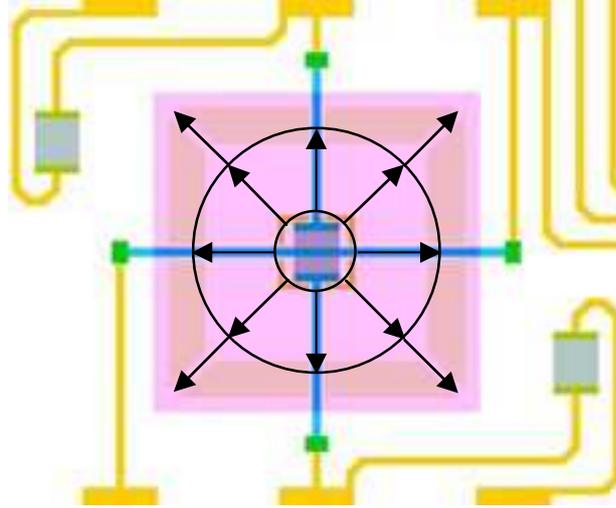
Figure II-25. Performances ultimes de structures isolantes en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  et en  $\text{Si}$  pur. Les courbes présentent les NEP de phonon des différentes structures. Le lien avec la conductance thermique s'obtient directement avec la formule de la NEP :  $NEP_{ph} = \sqrt{4k_B T_b^2 G_d}$ .

1. Données Spider Web, 8 poutres de  $\text{Si}_3\text{N}_4$   $1\text{mm} \times 4\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ .
2. Leivo : 4 poutres  $\text{Si}_3\text{N}_4$   $100\mu\text{m} \times 25\mu\text{m} \times 200\text{nm}$  [Leivo et Pekola, 98].
3. Leivo : membrane pleine de  $0,4\text{mm} \times 0,4\text{mm} \times 200\text{nm}$  [Leivo et Pekola, 98].
4. Membrane CSNSM :  $\text{Si}_3\text{N}_4$   $5\text{mm} \times 5\text{mm} \times 100\text{nm}$  [Cam us, 00].
5. LETI : 4 poutres  $\text{Si}$   $0,7\text{mm} \times 5,9\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$  [Buzzi, 99].
6. LETI : 4 poutres texturées  $\text{Si}$   $0,7\text{mm} \times 4,7\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$  [Buzzi, 99].

Estimons les conductances des fuites thermiques prévues pour nos matrices à 4 pixels (voir Figure II-17), sachant qu'elles seront en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  et auront une épaisseur de  $e_f = 1\mu\text{m}$ .

On utilise la première formule de Leivo pour les membranes pleines et la deuxième formule pour les poutres (bien que les nôtres fassent 140  $\mu\text{m}$  de large alors que Leivo déduit sa formule pour des poutres de 25  $\mu\text{m}$ ).

Pour faciliter les calculs de conductance (l'ordre de grandeur nous suffit) on assimile la membrane à une rondelle dont le rayon intérieur est celui d'un disque de surface égale à la zone carrée délimitée par le cadre thermique en or, et le rayon externe celui d'un disque de surface égale à la zone carrée délimitée par les bords internes des zones évidées.



Écrivons la conductivité thermique sous la forme  $\kappa = KT^\beta$ . Pour les poutres, si on appelle  $l$  la largeur de d'une poutre et  $L$  sa longueur, le coefficient de conductance s'écrit (d'après l'Équation IV-72 page 405) :

$$G_p = \frac{K}{\beta+1} \cdot \left( \int_0^L \frac{dL}{e_f \cdot l} \right)^{-1} = \frac{e_f \cdot l}{L} \cdot \frac{K}{\beta+1}$$

Équation II-59

Pour les membranes, si on appelle  $r_c$  le rayon du cercle interne (défini par les bords du cadre thermique) et  $r_m$  le rayon du cercle externe (défini par les bords de la membrane pleine), le coefficient de conductance s'écrit :

$$G_m = \frac{K}{\beta+1} \cdot \left( \int_{r_c}^{r_m} \frac{dr}{e_f \cdot (2\pi \cdot r)} \right)^{-1} = \frac{2\pi \cdot e_f}{\ln(r_m / r_c)} \cdot \frac{K}{\beta+1}$$

Équation II-60

On constate que les conductances s'écrivent comme le produit du paramètre de conductivité  $K$ , avec un facteur géométrique. On notera le coefficient de conductance de façon générique :  $G_i = F_{g\acute{e}om} \cdot K / (\beta + 1)$ .

Dans le tableau ci-dessous les tailles des éléments de chacune des fuites thermiques des 4 pixels de nos matrices sont données. On en déduit les rayons équivalents délimitant les membranes, puis on calcule les coefficients de conductance ainsi que les conductances dynamiques à 100 et 300 mK afin de pouvoir effectuer plus aisément la comparaison avec les valeurs trouvées dans la littérature. On rappelle que  $G_{d-i} = \frac{dP}{dT} = (\beta + 1) \cdot G_i \cdot T^\beta = F_{g\acute{e}om} \cdot \kappa(T)$ .

## Conception des détecteurs.

Tableau II-4. Prévisions des conductance thermiques des poutres et membranes des matrices 4 pixels.

Les coefficients de conductance  $G$  sont indépendants de la température, contrairement aux conductances dynamiques qui sont calculées pour 100 et 300 mK. L'épaisseur de tous les éléments est de  $e_f = 1 \mu m$ . Le cercle interne équivalent des membranes a un rayon de  $r_c = 560 \mu m$ . La membrane 1 n'est pas indiquée car elle a une surface nulle (poutre directement après le cadre thermique en or).

	Une poutre	Membrane 2	Membrane 3	Membrane 4
$L \cdot l$ [ $\mu m \cdot \mu m$ ]	1500*150	2000*2000	3000*3000	4000*4000
$r_m$ [ $\mu m$ ]	-	1130	1690	2260
$F_{g\acute{e}om}$ [ $\mu m$ ]	10	8,9	5,7	4,5
$b = \beta + l$	2,54	2,98	2,98	2,98
$G$ [ $nW/K^b$ ]	6,2	43	28	22
$G_d(100mK)$ [ $nW/K$ ]	0,5	1,4	0,9	0,7
$G_d(300mK)$ [ $nW/K$ ]	2,5	12	7,6	6,0

Comme le dessin le montre, la structure de la fuite est telle que la membrane est en série avec 4 poutres en parallèle. Les équations de conductances en série ou en parallèle (voir paragraphe II.4.1 des Annexes) permettent de calculer facilement la conductance des quatre poutres :  $G_{4p} = 4 \cdot G_p$ . Par contre elles ne permettent pas de calculer facilement la conductance globale de la fuite car les conductivités thermiques ne varient pas avec la même puissance en température. On ne donne donc ici que la formule qui permet de relier la puissance évacuée par la fuite thermique aux conductances et températures aux différents niveaux de la fuite :

$$P_f = G_f \cdot (T_b^n - T_c^n) = 4G_p \cdot (T_b^p - T_{mp}^p) = G_m \cdot (T_{mp}^m - T_c^m)$$

Où  $G_f$  est le coefficient de conductance global de la fuite,  $T_c$  est la température au niveau des cadres thermique en or,  $T_{mp}$  est la température au niveau des jointures entre membrane et poutres (la même pour chacune des 4 poutres car le problème est à symétrie de rotation) et les paramètres de puissance valent (en utilisant les formules de conductivité thermique de Leivo)  $p = 2,54$  pour les poutres et  $m = 2,98$  pour les membranes.

Les photos ci-dessous montre les membranes réalisées au CRTBT vers la fin de la thèse. Elles ont été réalisées sur des wafers en silicium pur (elles ne sont donc pas en Si3N4) par gravure au KOH.

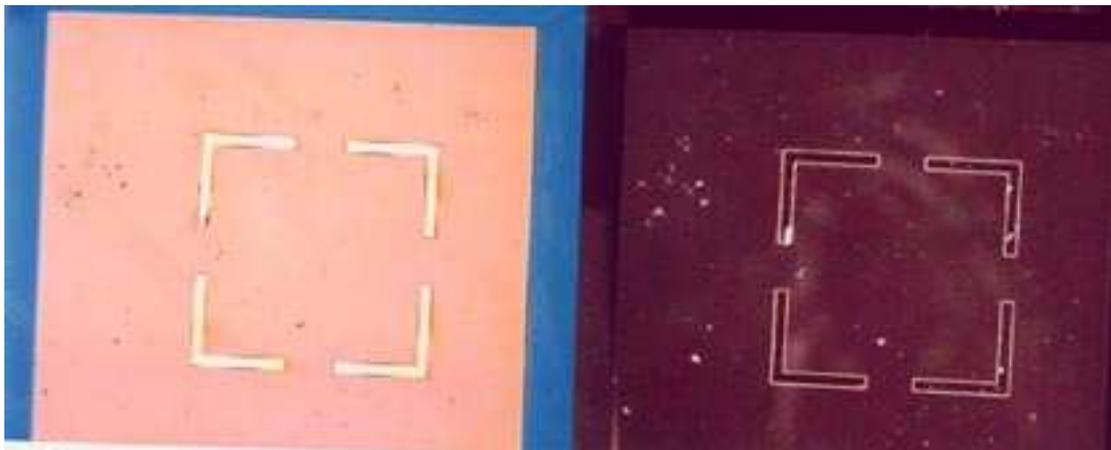


Figure II-26. Membranes  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  réalisées par gravure KOH sur wafers de silicium pur.

L'épaisseur des membranes est d'environ  $1 \mu m$ , pour une épaisseur de wafer de  $300 \mu m$  au départ. Des cadres en or servant à homogénéiser la température apparaissent au centre des membranes.

La réalisation d'une matrice 4 pixels avec dépôt des pistes et cadres par lithographie lift-off, dépôt des électrodes de Nb et des films de NbSi par masques mécaniques, et gravure des membranes par KOH sera bientôt réalisée.

Remarque : on rappelle que l'étude correcte du circuit thermique du bolomètre doit prendre en compte les chaleurs spécifiques du thermomètre, de l'absorbeur et de la fuite thermique constituée de la membrane et des poutres, ainsi que l'équation de propagation de la chaleur dans cette fuite (voir paragraphe I.4.2). L'analyse fait apparaître un pic de bruit supplémentaire par rapport au modèle simple qui ne considère qu'une chaleur spécifique globale et une simple conductance de fuite thermique. Contrairement au modèle simple, le modèle complet rend assez bien compte des caractéristiques de bruit observées en pratique sur les bolomètres. Lors de la conception finale des matrices pour la caméra bolométrique, il faudra prendre en compte cet excès de bruit, que le modèle complet permet d'attribuer essentiellement aux fluctuations thermiques dans la membrane.

## III.2 Mise en œuvre des expériences.

Toutes les caractérisations d'échantillons au cours de la thèse ont consisté à mesurer les résistances électriques des couches thermométriques de  $Nb_xSi_{1-x}$ . Les mesures consistaient donc à enregistrer l'excitation des couches sous la forme d'une polarisation à courant constant et leur réponse en tension prise entre les deux électrodes bornant chaque couche. Plusieurs courants et plusieurs températures étaient testées. Pour les premières expériences sur bolomètres individuels, le courant de polarisation était changé à la main entre deux mesures. Pour les expériences suivantes il variait automatiquement, mais bien plus lentement que les temps de réponse des échantillons, ce qui permettait de le considérer comme constant à chaque point de mesure.

Les protocoles expérimentaux des premières mesures et de celles qui leur ont succédé sont décrits dans les deux paragraphes suivants.

### III.2.1 Pour les bolomètres individuels.

Les bolomètres individuels ont été caractérisés au CSNSM avec le premier protocole, décrit ici, puis au CRTBT avec le second, décrit plus loin, afin de s'assurer du bon fonctionnement de ce dernier.

#### III.2.1.1 Schéma électrique du montage.

Comme le montre le schéma ci-dessous le montage expérimental est très simple. Le courant de polarisation de la résistance thermométrique en NbSi du bolomètre est fourni par un générateur de courant Keitley et la tension mesurée par le voltmètre dépend simplement de la résistance NbSi :  $V_{mesure} = R_{NbSi} \cdot I_{polar}$ .

## Conception des détecteurs.

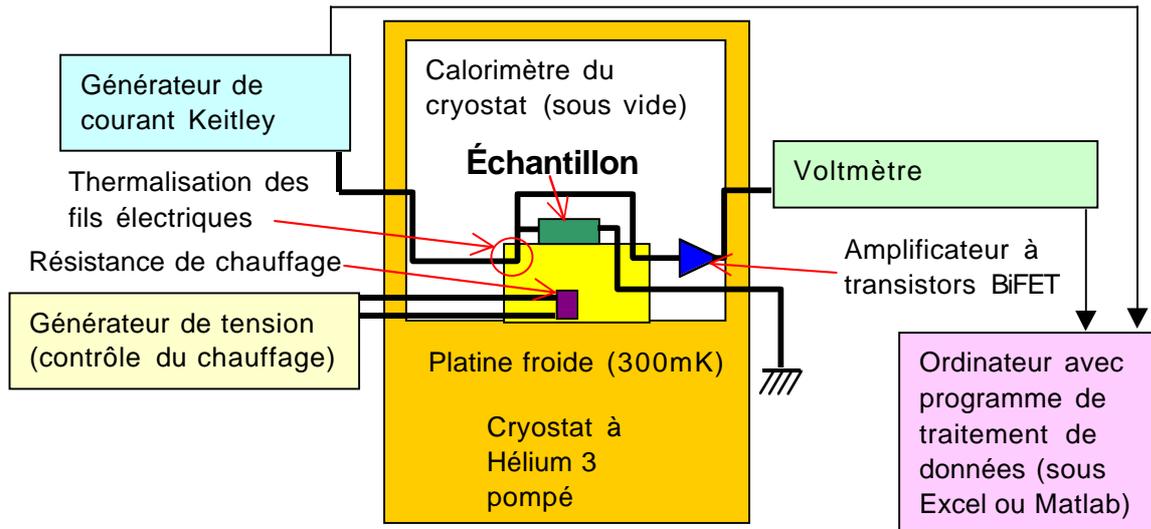


Figure II-27. Schéma de principe du montage utilisé au CSNSM pour la caractérisation de films  $Nb_xSi_{1-x}$ . Les expériences ont été effectuées sur les bolomètres Bolo-M09 et Bolo-M10.

Les fils électriques qui vont de l'ambiante à la température du cryostat sont thermalisés à chaque étage du cryostat (non représentés) jusqu'à la platine froide à 300mK. Des transistors refroidis (posés sur l'étage à 77K du cryostat et chauffés à 100K) permettent d'amplifier le signal. Le fait que les transistors soient refroidis et enfermés dans le cryostat permet d'optimiser l'amplification tout en minimisant les sources de bruit sur le signal. La température de la platine froide peut augmenter jusqu'à 4K grâce à une résistance de chauffage.

Notons que des filtres passe-bas à base de résistances et de condensateurs sont placés sur la ligne d'excitation et sur la ligne de mesure afin de minimiser le bruit à haute fréquence. Ils ne sont pas représentés ici, mais des filtres similaires apparaissent sur la Figure II-32 et la Figure II-33 page 214. Par ailleurs l'enceinte du calorimètre fait office de cage de Faraday protégeant de système du bruit électromagnétique ambiant.

Les valeurs du courant de polarisation, de la tension de réponse et de la température sont entrées à la main dans un fichier de mesures sur un ordinateur. Comme on le verra au Chapitre IV, ces trois paramètres suffisent pour caractériser le comportement de la résistance thermométrique des couches de NbSi.

Remarque : comme le schéma le montre, le montage correspond à une mesure en "faux quatre fils"<sup>51</sup>. Cette méthode ne permet pas de s'affranchir complètement d'éventuelles forces électromotrices (f.e.m.) qui pourraient être dues à des effets thermoélectriques causés par le gradient de température entre matériaux de températures différentes (connecteurs des fils électriques), mais compte tenu des résistances mesurées (bien plus que le k $\Omega$ ), ce phénomène éventuel serait tout à fait négligeable.

### III.2.1.2 Cryostat à Hélicium 3 pompé.

Le cryostat à Hélicium 3 pompé dont nous nous sommes servis nous a été prêté par J.P.Torre. Il permet d'atteindre des températures de l'ordre de 300 mK. Un cryostat à He<sup>3</sup> pompé comprend différents étages thermiques, chacun séparés par du vide permettant de minimiser les échanges de chaleur. Les deux principaux étages sont le réfrigérateur à Hélicium 3 à

<sup>51</sup> En "faux quatre fils" il y a deux points de contact sur l'échantillon : l'excitation et la mesure sont connectées à la même électrode et la masse est connectée à l'autre électrode. Dans une mesure en "vrais quatre fils" il y a quatre points de contact : deux pour la polarisation électrique et deux pour la mesure.

proprement parler et le bain à Hélium 4 "classique". La température de l'Hélium 4 liquide à la pression ambiante est de 4 K, mais un système de pompage permet d'abaisser sa température entre 1 et 2 K<sup>52</sup> (nous appelons par la suite cet étage "la platine 1,5 K").

Le réfrigérateur est constitué d'une pompe à absorption, d'un évaporateur, d'un chauffage et d'interrupteurs thermiques. La pompe à absorption est généralement faite de charbons actifs, qui permettent de piéger de l' $He^3$ . Ce dernier est injecté en phase gazeuse sous haute pression à température ambiante. Le piège est ensuite Scellé à dans le cryostat et relié via un interrupteur thermique (1) à la platine 1,5 K thermalisée par l'Hélium 4 pompé. L'évaporateur est disposé sous la pompe à absorption et relié à elle par un tube étanche. Un deuxième interrupteur thermique (2) lie l'évaporateur à la platine 1,5 K. Plaquée à la pompe à absorption une résistance permet de fournir un chauffage grâce à la dissipation par effet Joule d'une puissance électrique [Torre, 02].

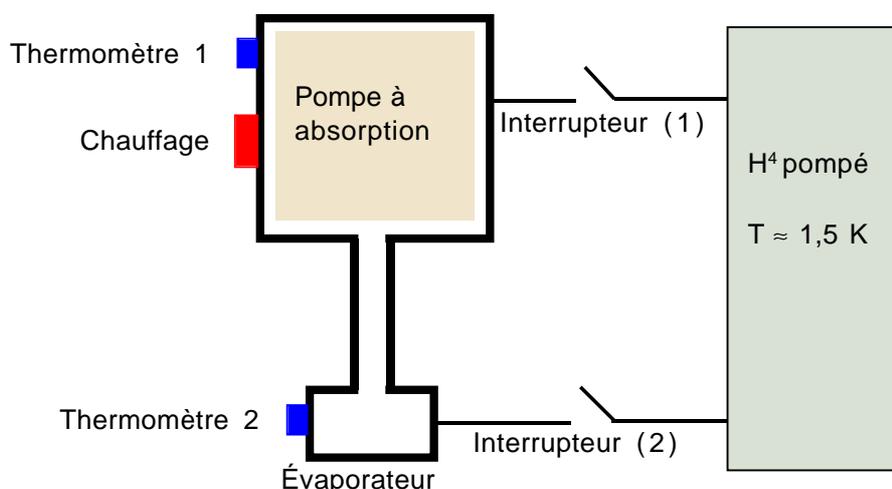


Figure II-28. Schéma de principe du réfrigérateur à Hélium 3 pompé.

Le principe de fonctionnement du refroidissement à Hélium 3 pompé est le suivant : Juste avant sa mise en action, le réfrigérateur est thermalisé à la température de la platine 1,5 K et la pression interne est négligeable (tout l' $He^3$  est piégé par le charbon actif). Lorsqu'on ouvre l'interrupteur (1) et que l'on chauffe la pompe, l' $He^3$  désorbe et remplit progressivement la totalité du système. L'interrupteur (2) étant fermé et la pression augmentant, l' $He^3$  se liquéfie dans l'évaporateur, maintenu à la température de la platine 1,5 K. Une fois que la plus grande partie de l' $He^3$  est liquéfiée et que le chauffage est coupé, on referme l'interrupteur (1) et on ouvre l'interrupteur (2). La pompe se refroidit et absorbe le gaz dans le système. La pression de ce dernier, au départ celle de la vapeur saturante de l' $He^3$  à la température de la platine 1,5 K, va diminuer rapidement et le liquide, maintenu dans l'évaporateur par gravité, va se refroidir pour se mettre à l'équilibre thermodynamique avec la pression.

La température minimale atteinte dépend de la pression et de la vitesse d'absorption du charbon actif. Quand tout le liquide est évaporé, la température de l'évaporateur commence à remonter. Il suffit alors d'ouvrir l'interrupteur (1), de fermer l'interrupteur (2) et de recommencer le cycle en chauffant la pompe.

<sup>52</sup> Plus le bain d'hélium 4 est froid plus le système fonctionne bien, mais plus la ligne de pompage utilisée pour refroidir le système doit être puissante et le tuyau de pompage large. En pratique le système ne commence à bien fonctionner que lorsque l'hélium 4 est en dessous de 2 K et les lignes de pompage deviennent trop grosses et trop chères si l'on veut le refroidir en dessous de 1 K. C'est pourquoi la plupart des réfrigérateurs à hélium 3 pompé fonctionnent avec un bain d'hélium 4 pompé thermalisé autour de 1,5 K.

### III.2.2 Pour les matrices.

Le protocole expérimental décrit ici est celui que nous avons le plus utilisé au cours de la thèse. Il a servi pour les mesures sur toutes les matrices (#1 à #13) ainsi que sur un bolomètre individuel (Bolo-M10) et sur un circuit constitué de résistances étalons permettant de vérifier notre montage suite aux mesures inattendues des premières matrices. Nous avons réalisé une partie des éléments (les deux boîtiers de polarisation) et programmé le système d'acquisition de données. Ce montage expérimental est un peu plus complexe que le précédent car une partie des opérations d'acquisitions ont été automatisées compte tenu du grand nombre de mesure à effectuer sur chaque matrice.

#### III.2.2.1 Schéma d'ensemble.

La figure ci-dessous présente une vue schématique de l'ensemble du montage. Les fils électriques sont représentés par les flèches qui indiquent le sens de circulation des "informations" électriques. L'automatisation concernait les changements de courants de polarisation, la numérisation, la visualisation en temps réel des tensions d'excitation et de réponse, et, l'enregistrement des données dans des fichiers textes facilement transportables avec un en-tête rassemblant les paramètres des mesures. L'intérêt immédiat de cette démarche était évidemment d'éviter une prise de données à la main ce qui n'était pas envisageable compte tenu du grand nombre de mesures à effectuer par matrices. L'intérêt à moyen terme étaient de mettre en place une interface utilisateur d'acquisition de données facilement utilisable par d'autres personnes pour effectuer le même type de mesures (excitation avec une tension éventuellement variable passant par un circuit de polarisation contenant filtres et résistances de charge, mesure d'une réponse sous forme de tension et numérisation des deux signaux électriques). L'intérêt à plus long terme était de commencer à réfléchir à une partie du logiciel de pilotage et de gestion de la caméra qui sera évidemment obligatoire lorsqu'elle sera montée au foyer d'un télescope. Après avoir présenté le principe de fonctionnement du montage, nous donnerons dans les paragraphes suivants quelques détails sur chacun des éléments utilisés.

Le but du montage est de mesurer la réponse des couches thermométrique de  $Nb_xSi_{1-x}$  à différentes puissances électriques et à différentes températures, afin de pouvoir déterminer non seulement le comportement de la résistivité en température, mais aussi de mettre en évidence les effets de champ électriques et de couplage électron-phonon. Pour cela la méthode employée est la suivante :

Un générateur de tensions triangulaires lentement variables polarise en courant les films minces de  $Nb_xSi_{1-x}$  via un boîtier contenant des résistances de charges et des commutateurs de sélection des couches. Comme on le verra, la connaissance des tensions d'entrée et de sortie et de la valeur de la résistance de charge<sup>53</sup> permet de remonter au courant de polarisation. La tension de sortie, prise aux bornes des films minces, est amplifiée et filtrée. Les deux tensions (entrée et sortie) sont numérisées, envoyées vers l'ordinateur pour être pré-traitées et stockées par le logiciel d'acquisition de données et de contrôle des appareils. Les températures sont changées manuellement via un régulateur étalonné.

---

<sup>53</sup> Tous les films de NbSi caractérisés au cours de la thèse ont été polarisés avec une résistance de charge se trouvant dans le boîtier de polarisation et dont la valeur est parfaitement connue. Nous invitons le lecteur à se reporter au paragraphe III.1.3 des Annexes pour une discussion sur la méthode de mesure employée lorsque les films thermométriques sont polarisés avec un film de NbSi qui sert de résistance de charge et qui est lithographié sur le même wafer.

Le traitement final, permettant d'ajuster les paramètres décrivant le comportement des résistances des films minces en fonction des températures et des effets non-ohmiques est réalisé plus tard, grâce à un logiciel spécialisé.

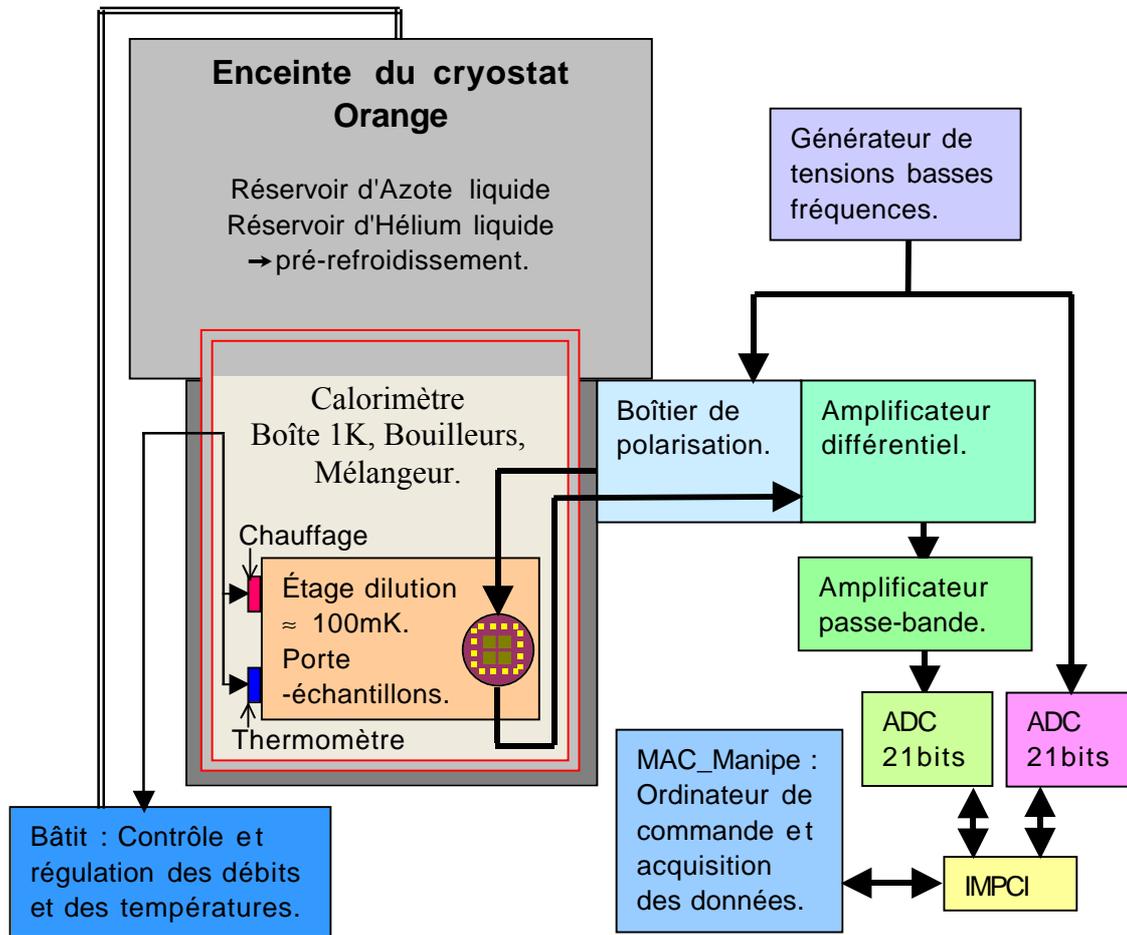


Figure II-29. Schéma de principe du montage utilisé au CRTBT pour la caractérisation de films  $Nb_xSi_{1-x}$ .

Dans les paragraphes suivants nous donnons quelques détails sur le cryostat utilisé et sur la méthodologie suivie pour le choix et la mise en place des différents éléments de la chaîne de mesure. Ces paragraphes permettent de comprendre le protocole expérimental et les choix effectués pour les tensions et fréquences d'excitation, et, pour les différents composants comme les résistances, les capacités, la connectique, les filtres et les types de convertisseurs utilisés.

Les signaux que nous cherchons à mesurer aux bornes des échantillons de  $NbSi$  sont très faibles et par conséquent très sensibles aux bruits et aux parasites induits par les champs électromagnétiques extérieurs à l'expérience. En effet on veut détecter des tensions aux bornes des échantillons compris dans la gamme  $0 < |V_{\text{échantillon}} [mV]| < 100$  avec une précision de l'ordre de quelques  $\mu V$ . Pour se prémunir au maximum du bruit externe, tous les éléments du montage sont blindés. Ainsi les appareils et boîtiers électroniques ont des parois métalliques permettant de réaliser des cages de Faraday, et les fils électriques du montage sont blindés par des gaines métalliques et leurs tailles ainsi que leur nombre ont été minimisés. En particulier, le boîtier de polarisation et l'amplificateur différentiel sont fixés directement sur le cryostat ce qui permet d'éviter que les signaux électriques qui y transitent ne soient autant détériorés que s'ils passaient par des fils externes, même blindés.

### III.2.2.2 Cryostat à dilution $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ .

La dilution d'hélium 3 dans de l'hélium 4 est la seule méthode connue à ce jour permettant d'obtenir des températures inférieures à 200 mK en régime continu. Comme on l'a vu au sous-chapitre I.4, le fonctionnement de la caméra bolométrique sera optimal à 100 mK, c'est donc pour caractériser nos échantillons à cette température que nous avons utilisé un cryostat à dilution. Avant de présenter les particularités et la méthode de mise en froid du cryostat que nous avons utilisé, nous décrivons dans ses grandes lignes<sup>54</sup> le principe de fonctionnement de la dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ .

#### III.2.2.2.1 Principe de fonctionnement.

L'idée de base de la dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  réside dans la particularité quantique de chacun des deux isotopes. Avec deux protons et un neutron dans son noyau, soit un spin global demi-entier, l'hélium 3 est un fermion. Avec deux protons et deux neutrons dans son noyau, donc un spin entier, l'hélium 4 est un boson. Comme le montrent les fonctions de densités de particules par état d'énergie de Fermi-Dirac et de Bose-Einstein (voir sous-chapitre I.1 des Annexes) une seule place par état d'énergie inférieure à l'énergie thermique est disponible pour les fermions alors que pour les bosons le nombre de places disponibles croît exponentiellement en dessous de l'énergie thermique. L'idée est donc d'abaisser l'énergie d'un volume de mélange riche en hélium 3 en le diluant dans un volume de mélange pauvre en hélium 3. L'énergie de l'ensemble de la boîte de mélange s'abaisse, ce qui entraîne une diminution locale de la température.

Avant d'aller un peu plus loin que cette idée de base, notons qu'il existe deux types de dilutions : la dilution classique, en cycle fermé, qui utilise la gravité, et, la dilution en cycle ouvert, fonctionnant sans utiliser la gravité. Celle qui nous intéresse est la dilution classique et nous ne parlerons que d'elle dans ce mémoire<sup>55</sup>.

Pour  $T > 0,86$  K tout mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  forme une seule phase liquide, quelles que soient les concentrations respectives des deux isotopes. En dessous de cette température le liquide se sépare en deux phases : l'une que l'on appelle la phase concentrée en  $^3\text{He}$  et l'autre la phase diluée en  $^3\text{He}$ . L'hélium 4 est superfluide à ces températures. La phase concentrée, plus légère flotte au-dessus de la phase diluée. Plus la température baisse plus la différence de concentration en hélium 3 entre les deux phases est élevée. Lorsque  $T$  tend vers 0, la phase diluée tend vers une limite de 6,4 % d' $^3\text{He}$  et la phase concentrée tend vers 100 % d' $^3\text{He}$ . À 0,1 K les concentrations sont très proches de ces valeurs. En dessous de 0,5 K l'hélium 4 superfluide de la phase diluée est dans son état fondamental et son entropie est négligeable par rapport à celle de l'hélium 3, qui se comporte alors comme un gaz parfait en équilibre avec l'hélium 3 de la phase concentrée.

La dilution est un processus qui ne peut fonctionner qu'en dessous de 1 K. Pour amener le mélange à cette température il faut l'isoler de l'extérieur et utiliser un système de prérefroidissement. L'isolation consiste à enfermer le réfrigérateur à dilution dans un cryostat qui comporte des écrans refroidis à 77 K par de l'azote liquide et à 4,2 K par de l'hélium 4 liquide. Les échanges de chaleur entre la température ambiante, l'écran à 77 K, l'écran à "4 K" et le doigt froid du cryostat supportant le réfrigérateur à dilution, sont minimisés en enfermant

<sup>54</sup> Un livre entier serait nécessaire pour décrire avec rigueur et précision le fonctionnement exact d'un cryostat à dilution. Une approche expérimentale du fonctionnement, de l'utilisation et de la maintenance des réfrigérateurs à dilution est présentée dans [*Pari, 02*].

<sup>55</sup> Le lecteur intéressé pourra trouver de la documentation sur la dilution en cycle ouvert ([*Benoit et Pujol, 89*]), adaptée aux applications spatiales, dans [*Paragina, 97*].

l'ensemble dans une enceinte que l'on appelle le calorimètre et que l'on met sous vide. Le mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  est refroidi en faisant passer les tubes dans lesquels il circule dans la réserve d'hélium 4 liquide et dans une enceinte contenant de l'hélium 4 refroidi par pompage que l'on nomme la "boîte à 1 K". Le mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  est alors liquéfié et arrive dans le réfrigérateur à dilution lui-même. Il est refroidi en dessous de 1 K grâce à un système qui le fait circuler en circuit fermé entre l'ambiante et le point froid du réfrigérateur. Ce système est constitué d'une pompe et d'un compresseur à la température ambiante, d'impédances de pression et d'échangeurs thermiques le long de la colonne de refroidissement.

Le réfrigérateur à dilution est composé de deux éléments principaux : la chambre (ou boîte) de mélange et le distillateur (ou bouilleur ou évaporateur) (voir dessins ci-dessous). En chauffant le bouilleur et en pompant dessus on extrait des atomes d'hélium 3 de la phase diluée. La température du bouilleur doit être suffisamment faible ( $0,6 < T[\text{K}] < 0,9$ ) pour que le gaz pompé soit principalement de l'hélium 3. L'équilibre thermodynamique du système est assuré par le maintien des concentrations en hélium 3 du côté boîte à mélange et du côté bouilleur. La concentration de la phase diluée est donc équilibrée par la dissolution d'atomes provenant de la phase concentrée qui se trouve dans la boîte à mélange. La circulation des atomes d'hélium 3 se fait de façon continue et entretenue ; ils voyagent de la boîte à mélange vers le bouilleur par la pression osmotique due à la différence de concentration des deux côtés.

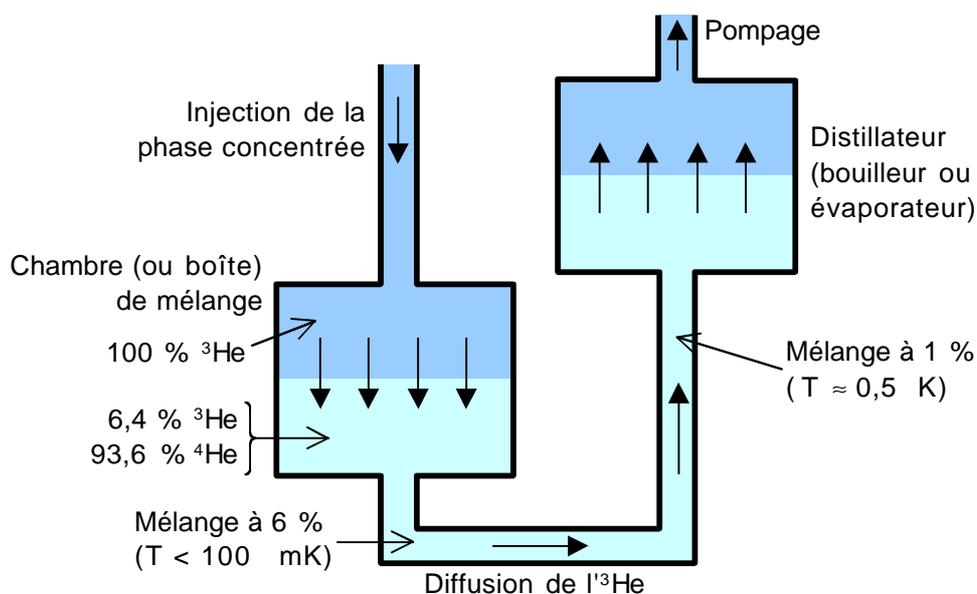


Figure II-30. Schéma de principe d'un réfrigérateur à dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ .

Le passage d'un atome d'hélium 3 de la phase concentrée vers la phase diluée s'accompagne d'un effet frigorifique comparable à celui produit par l'évaporation d'un liquide sous pression réduite. Si la transformation est effectuée de manière adiabatique (sans échange de chaleur) il y aura abaissement de la température de l'ensemble des deux phases. La limite de solubilité (6,4%) montre que l'on pourra toujours extraire des atomes d'hélium 3, aussi basse que puisse être la température (il est donc heureux que cette limite soit non nulle).

La boîte de mélange et le bouilleur sont reliés par des échangeurs de chaleur à contre-courant. La phase concentrée pompée dans le bouilleur se retrouve dans la pompe à haute température sous forme gazeuse. Ce gaz d'hélium 3 presque pur est réinjecté dans le cryostat, pré-refroidi à 4,2 K, puis condensé vers 1,5 K sous une pression égale à la pression de vapeur saturante de l'hélium 3 à cette température. Cette condition de pression est obtenue par une impédance de condensation. Le mélange est ensuite refroidi dans les échangeurs avant d'être introduit dans la boîte à mélange. La gravité permet de maintenir l'immense majorité des

atomes d'hélium 4 dans les parties basses de la boîte à mélange et du bouilleur. Sans cette séparation entre phase diluée et phase concentrée, la dilution ne pourrait pas fonctionner (pour les dilutions spatiales on se sert de la tension de surface dans des capillaires très fins pour créer une séparation entre les deux phases).

Notons que l'équilibre mécanique et thermodynamique de la colonne d'hélium 4 située entre la boîte à mélange et le bouilleur satisfait aux conditions de conservation de la pression totale et à la conservation du potentiel chimique de l'hélium 4. Si la charge thermique sur le doigt froid du cryostat (donc sur la boîte à mélange) est trop important cet équilibre peut être rompu et la dilution ne fonctionne plus. Par ailleurs, la perte de charge entre la boîte à mélange et le bouilleur due à la pression osmotique doit être correctement équilibrée en utilisant des diamètres de tube bien dimensionnés.

L'enthalpie d'un système est la somme de son énergie interne et de son énergie élastique :  $H = U + PV$  (voir paragraphe II.2.1 des Annexes). Pour une transformation infinitésimale on a  $dH = dQ + V \cdot dP$ , soit  $dH = dQ$  pour une transformation isobare ; c'est le paramètre thermodynamique approprié pour décrire la chaleur échangée lors du processus de dilution. Soient  $H_d(T_m)$  l'enthalpie de la phase diluée à la température de la dilution,  $H_c(T_m)$  l'enthalpie de la phase concentrée à la température de la dilution et  $H_c(T_e)$  l'enthalpie de la phase concentrée à la température d'entrée dans la boîte à mélange ( $T_e > T_m$ ). La puissance frigorifique disponible est la différence entre la chaleur absorbée par la dilution et la chaleur apportée par l'entrée de la phase concentrée en hélium 3 dans la boîte à mélange. Si on appelle  $P_d$  la puissance froide de la dilution,  $P_c$  la puissance apportée par la phase concentrée et  $P_e$  la puissance frigorifique disponible pouvant être donnée à un élément extérieur en contact avec la boîte à mélange, les bilans de chaleur au niveau de la boîte à mélange s'écrivent :

$$P_d = \dot{Q} = \dot{n}_3 \cdot (H_d(T_m) - H_c(T_m))$$

$$P_c = \dot{Q}_c = \dot{n}_3 \cdot (H_c(T_e) - H_c(T_m))$$

$$P_e = \dot{Q}_e = \dot{Q} - \dot{Q}_c = \dot{n}_3 \cdot (H_d(T_m) - H_c(T_e))$$

Où  $\dot{Q}$  représente la dérivée de l'énergie calorifique par rapport au temps,  $\dot{n}_3$  le débit d'hélium 3 à travers le système. Le débit est en général exprimé comme étant la dérivée par rapport au temps du nombre de moles d'hélium 3 passant par unité de surface à travers une section des tubes d'injection ou d'éjection. Les enthalpies sont alors exprimées en J/mol. Sachant que les chaleurs molaires des phases concentrées et diluées sont respectivement de  $c_c = 24 \cdot T$  [J/K/mol] et  $c_d = 108 \cdot T$  [J/K/mol], la définition des chaleurs spécifiques ( $c = dH/dT$ , voir Équation IV-34 page 378) permet de réécrire la puissance frigorifique disponible sous la forme pratique :

$$P_e = \dot{n}_3 \cdot (96 \cdot T_m^2 - 12 \cdot T_e^2)$$

Équation II-61

Pour maintenir la boîte à mélange en équilibre thermique à la température  $T_m$  il faut que toute la puissance disponible  $P_e$  soit absorbée par l'extérieur. Si ce n'est pas le cas la température baisse, donc  $P_e$  aussi, jusqu'à ce que la puissance disponible soit compensée par la puissance provenant de l'extérieur. Cette dernière comporte deux composantes principales. D'une part la charge thermique apportée par l'expérimentateur, c'est-à-dire chauffage ou simplement puissance absorbée par les échantillons fixés à la boîte à mélange. D'autre part les pertes thermiques, liées au cryostat lui-même, qui ont essentiellement trois origines. La première est la conduction par les matériaux allant des étages chauds à la boîte à mélange : enceintes et supports des éléments de la dilution, et, fils électriques soudés dessus. La seconde, qui donne la limite ultime d'une dilution, est la viscosité de l'hélium 3. Il n'est en effet pas superfluide et dissipe donc de l'énergie par frottement lorsqu'il se déplace. La dernière, qui intervient dans

une moindre mesure, est le rayonnement des étages chauds vers les étages froids (en fait l'enceinte 4 K sur la dilution).

L'Équation II-61 donne un lien grossier entre puissances froides, températures et débit d'hélium 3. Elle est surtout utilisée quand l'apport de chaleur lié à l'expérience est de plusieurs ordres de grandeurs plus élevé que les apports de chaleur parasites propres au système. Mais si le cryostat est bien réalisé et que la température de fonctionnement est atteinte et stable (oscillations de températures complètement amorties), on peut considérer les puissances parasites du système comme une composante constante de puissance froide absorbée. L'Équation II-61 est alors encore valide à condition de soustraire la puissance parasite à la puissance froide de la dilution :  $P_{disponible} = P_e - P_{parasite}$ . Pour le cryostat que nous utilisons cette formule sera donc valable.

Remarques :

- La puissance froide de la dilution est proportionnelle à  $T^2$ , alors que pour un cryostat à fluide cryogénique pompé cette puissance est proportionnelle à  $e^T$ . Pour un débit typique de 30  $\mu\text{moles/s}$  d'hélium 3, c'est-à-dire en utilisant une pompe de 18  $\text{m}^3/\text{h}$ , la dilution fournira plus de puissance froide que l'hélium 3 pompé lorsque les températures seront inférieures à 350 mK [Pari, 02].
- Les pompes et compresseurs permettant de faire circuler les fluides cryogéniques et de mettre le calorimètre sous vide, sont désolidarisés du cryostat au moyen de tuyaux flexibles afin minimiser les pertes thermiques dues aux vibrations.
- Les réfrigérateurs à dilution peuvent fonctionner en dessous de 1 K<sup>56</sup> et descendre au mieux jusqu'à 3 mK [Benoît, 99], ce qui offre une dynamique de 300 en température !

On calcule qu'à 100 mK notre cryostat offre une puissance froide de  $P_e(100\text{mK}) \approx 1 \mu\text{W}$ .

La quasi-totalité de cette puissance est absorbée par les pertes thermiques constantes le long de la colonne de refroidissement (essentiellement les gaines des fils électriques soudées sur les étages à 77 K, 4 K, 1 K et sur les échangeurs jusqu'au doigt froid de la dilution). Dans nos expériences nous dissipons au maximum  $P_{el} \approx 100 \text{ pW}$ , soit une puissance 10000 fois plus faible que la puissance froide disponible. La puissance que nous dissipons dans nos échantillons a donc influence négligeable sur la dilution et ne change par conséquent pratiquement pas la température fournie par celle-ci. Cette remarque nous sera utile lorsque nous étudierons le découplage électron-phonon des films de NbSi fortement polarisés.

Notons que pour nos expériences, nous avons fixé un porte-échantillon adapté à la platine formant le culot de la boîte à mélange et les températures étaient relevées grâce à des thermomètres de platine et de  $\text{RuO}_2$  fixés également à la platine. Ces dernières produisent donc également une puissance parasite. Mais elle est constante et ne gêne donc pas non plus la température de fonctionnement du cryostat.

### III.2.2.2.2 Le cryostat utilisé pour les expériences.

Le cryostat que nous avons utilisé au CRTBT pour nos expériences est le prototype d'une série de cryostats baptisés "cryostats Oranges à doubles bouilleurs" [Benoît et Pujol, 89]. Il a deux particularités notables.

---

<sup>56</sup> La dilution à proprement parler ne fonctionne qu'à partir de la température de séparation de phase des deux héliums, c'est-à-dire en dessous de 0,6 K. Entre 0,6 et 1 K c'est en fait le pompage de l'hélium 3 qui produit le refroidissement. Au-dessus de 1 K le système devient très instable et il n'est plus possible de stabiliser la température. En fonctionnement il est donc possible en utilisant une résistance de chauffage, de réguler la température entre le niveau le plus bas atteignable par le cryostat et 1 K.

La première est que son calorimètre est situé sous les réservoirs d'azote liquide et d'hélium 4 liquide qui permettent de thermaliser les écrans thermiques à 77 K et 4 K. Cette disposition le rend accessible même lorsque les réservoirs sont remplis, ce qui permet de changer rapidement les échantillons entre deux expériences sans avoir à arrêter complètement le fonctionnement du cryostat (système de pompage et circulation des fluides cryogéniques). Le gain de temps peut être assez important comparé à un système classique où l'arrêt complet du système est obligatoire.

La deuxième particularité est que ce type de cryostat dispose de deux circuits de circulation du mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  dans le cryostat. Chacun des circuits possède son bouilleur et son système de thermalisation avec capillaires et échangeurs à contre-courant. Comparé au second, le premier système a des capillaires d'injection et un tube de sortie plus gros. Lui seul est utilisé pour la mise en froid du cryostat. Ce n'est que lorsque la condensation dans la boîte à mélange est terminée que le deuxième système entre en jeu afin d'optimiser le refroidissement du mélange et la puissance froide disponible.

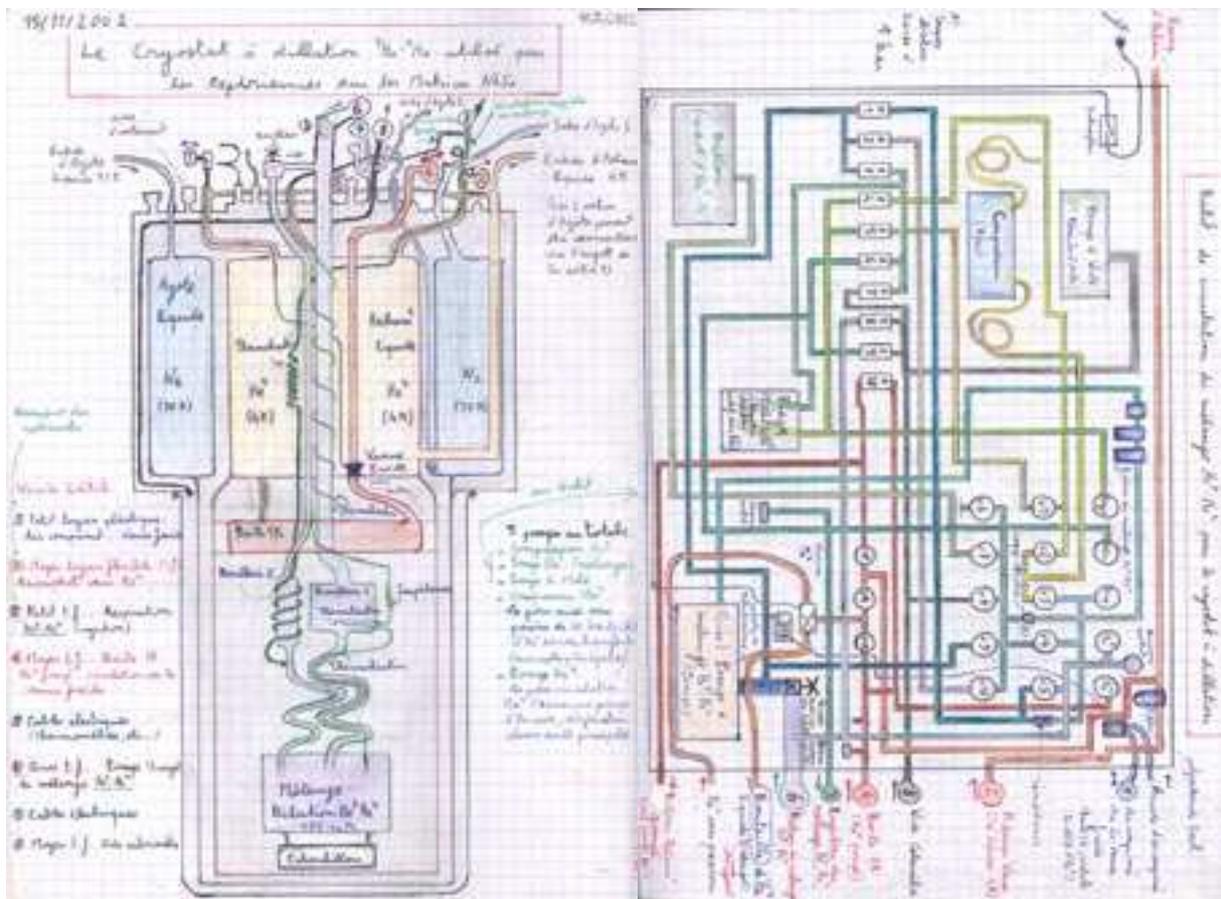


Figure II-31. Schéma du cryostat "Orange" avec double bouilleur.

Le dessin de gauche représente le cryostat, le dessin de droite représente le bâti de pompage et de circulation des fluides cryogéniques. Signification des couleurs : noir = système de pompage pour mettre le calorimètre sous vide, marron = circulation de l'hélium 4, autres couleurs = circulation du mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ .

En quelques mots le principe de fonctionnement du double bouilleur est le suivant. On chauffe le premier bouilleur pour évaporer le mélange et le faire circuler comme dans la description donnée au paragraphe précédent. Mais la thermalisation du mélange réinjecté se fait dans un premier temps par les capillaires de circulation rapide qui sont thermalisés sur le circuit du deuxième bouilleur, puis uniquement par des capillaires fins de circulation lente thermalisés sur le circuit du premier bouilleur. Ceci permet d'arriver à la température de

fonctionnement de la dilution plus rapidement et d'abaisser la température de la phase concentrée réinjectée. La puissance froide disponible est alors plus importante que si la circulation ne se fait que par un circuit unique classique (voir Équation II-61).

Nous n'entrerons pas dans les détails, mais outre ce gain de puissance évident et l'accélération de la mise en froid de la dilution, on montre (ce qui est confirmé par l'expérience) que ce système de double bouilleur permet aussi d'amortir plus efficacement les oscillations de température inhérentes à la mise en froid des cryostats à dilution. Notons à titre indicatif que la période caractéristique de ces oscillations est de plusieurs heures.

Le protocole d'utilisation du cryostat Orange compte quatre étapes principales qui sont les suivantes :

- 1) Mise sous vide et purge. Après avoir placé les échantillons et connecté l'ensemble des éléments de l'expérience, les écrans sont mis en place, le calorimètre fermé et mis sous vide. Le piège à charbon actif permettant d'épurer le mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  d'atomes parasites qui pourraient se trouver dans le circuit, est purgé (chauffé à la souffleuse et pompé) puis plongé dans l'azote liquide. La pompe et le compresseur sont mis en route et le circuit du bouilleur 2 est fermé. Le circuit d'injection rapide et l'impédance à 1 K sont purgés. La pompe à hélium 4 pour la boîte à 1 K est mise en route et le fluide mis en circulation sous forme gazeuse. Le fonctionnement de la vanne froide de la boîte est vérifié.
- 2) Refroidissement. La vanne de circulation par le tuyau à gros diamètre est fermée pour ne pas surcharger la pompe. Le ballon contenant le mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  est mis en communication avec l'entrée du compresseur. Le mélange circule dans un sens par l'injection rapide et dans l'autre sens par un tuyau d'entrée de la pompe de diamètre modéré plus un système contenant une soupape et une impédance. Les réservoirs d'azote liquide et d'hélium liquide sont remplis. Le débit d'hélium 4 dans la boîte à 1 K est limité de façon à éviter une consommation excessive.
- 3) Condensation du mélange. Après quelques heures le doigt froid du cryostat est thermalisé autour d'1 K et le mélange commence à se condenser. Le gaz se raréfiant, le compresseur est aidé par une impédance (vanne aiguille) en sortie. On favorise alors le pompage du mélange en utilisation des tuyaux de gros diamètres jusqu'à l'entrée de la pompe. La circulation rapide est alors fermée. On termine la condensation en pompant dans le ballon qui sert de réserve à chaud du mélange. Le bouilleur 2 est ensuite ouvert et le chauffage du bouilleur 1 mis en route. Une fois que le ballon est vide, on l'isole de l'entrée de la pompe, mais on le met en communication avec une soupape de sécurité à sa sortie de celle-ci au cas où un réchauffage intempestif aurait lieu. Une fois la température de fonctionnement atteinte, le compresseur ne sert plus.
- 4) Réchauffage. Lorsque l'expérience est terminée on laisse se vider les réservoirs de fluide cryogénique et on met en communication directe la sortie de la pompe avec le ballon afin de remplir ce dernier. La circulation rapide peut être utilisée et le chauffage du bouilleur augmenté pour aller plus vite. Lorsque le doigt froid du cryostat est suffisamment chaud le vide du calorimètre est cassé par introduction d'azote gazeux.

### III.2.2.3 Polarisation électrique.

On utilise un générateur de tension et un boîtier de polarisation pour polariser en courant les films minces de NbSi se trouvant à l'intérieur du cryostat. La tension d'excitation délivrée par le générateur est transformée en courant de polarisation grâce à une résistance de charge située dans le boîtier.

### III.2.2.3.1 Générateur de tensions triangulaires.

Le générateur de fonction employé est un HAMEG HM 8131. Il peut fournir plusieurs types de signaux alternatifs sur une large gamme de fréquences. Le seul mode que nous utilisons pour nos expériences est la génération de rampes de tensions triangulaires à la fréquence de 0,05 Hz, soit 20 secondes par triangle (montée plus descente). Cette fréquence est suffisamment lente pour que l'excitation puisse être considérée comme quasi constante par rapport aux temps caractéristiques du montage, c'est-à-dire par rapport au temps de réponse du thermomètre (340  $\mu$ s, voir Tableau II-3 page 196), au temps d'acquisition d'un point de mesure ( $< 1 \mu$ s), et, au temps caractéristique des filtres passe-bas qui sont placés le long du chemin électrique ( $f_c = 100$  Hz, voir paragraphe suivant).

La sortie du générateur est distribuée sur deux lignes coaxiales via un connecteur à deux sorties. La première envoie la tension d'excitation vers un convertisseur analogique-numérique (couramment appelé ADC pour Analogic-Digital Converter) qui renvoie sa valeur vers l'ordinateur enregistrant les données. La seconde fournit cette tension d'excitation au boîtier de polarisation (voir Figure II-33 page 214).

### III.2.2.3.2 Fonction de transfert des boîtiers de polarisation.

Nous avons réalisé deux boîtiers de polarisation au cours de la thèse. La raison en sera donnée un peu plus loin. Les principaux éléments électriques des deux boîtiers sont les mêmes : un diviseur de tension, un filtre passe-bas et des résistances de charge. Le diviseur de tension sert à utiliser au maximum la dynamique du convertisseur analogique-numérique qui enregistre la tension d'excitation, sans recourir à un amplificateur intermédiaire, tout en polarisant les échantillons avec des courants suffisamment faibles ( $1 \text{ pA} < I < 100 \text{ nA}$ ). Le filtre passe-bas permet d'éliminer une partie du bruit ambiant et des signaux parasites, comme le courant induit par le champ électromagnétique à 50 Hz produit par les tensions alternatives disponibles dans tous les bâtiments alimentés en électricité. La résistance de charge sert à fournir aux échantillons leur courant de polarisation. La figure ci-dessous montre le schéma de principe de ces boîtiers.

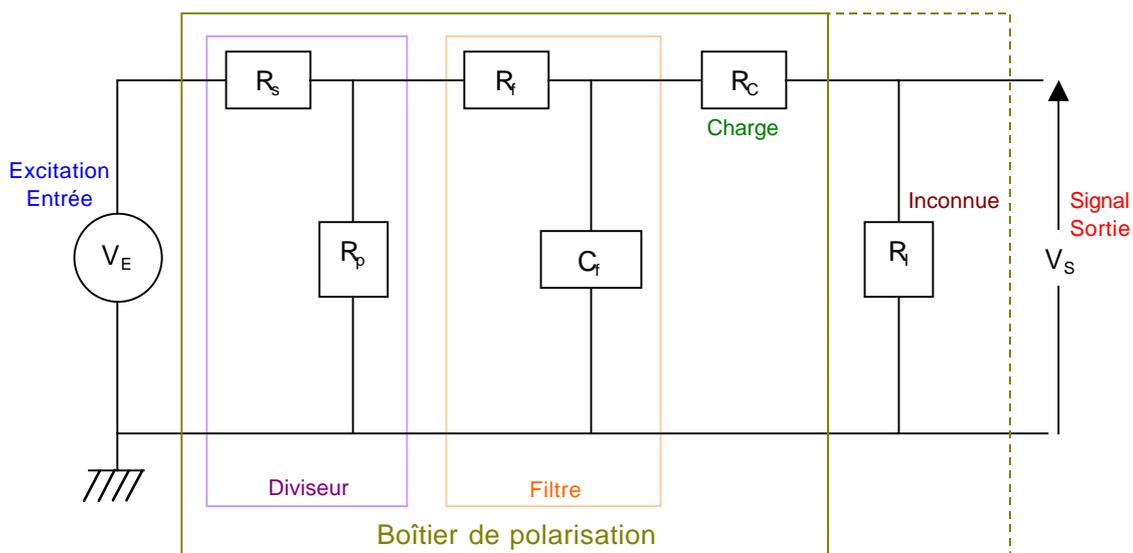


Figure II-32. Schéma électrique du boîtier de polarisation.

Les traits en pointillés signifient que la résistance "inconnue" peut se trouver à l'intérieur (résistance d'étalonnage) ou à l'extérieur du boîtier (résistance à mesurer).

La meilleure méthode pour connaître l'influence du boîtier de polarisation sur le signal électrique est d'utiliser les impédances complexes et d'exprimer le rapport entre la tension d'entrée et la tension de sortie en utilisant la transformée de Laplace<sup>57</sup>. En utilisant la loi des mailles pour les tensions, la loi des nœuds pour les courants et la loi d'Ohm permettant d'exprimer les courants en fonction des tensions et des impédances de chaque maille du circuit, on obtient :

$$\frac{\tilde{V}_E}{\tilde{V}_S} = \underbrace{\left[ \left( \frac{R_C}{R_I} + 1 \right) \cdot \left( 1 + \frac{R_s}{R_p} \right) \right]}_{\text{Dom}} + \underbrace{\frac{1}{R_I} \cdot \left[ R_s + R_f \cdot \left( 1 + \frac{R_s}{R_p} \right) \right]}_{\text{Nég}} + \underbrace{p \cdot \left[ C_f \cdot \left( R_s + R_f \cdot \left( 1 + \frac{R_s}{R_p} \right) \right) \cdot \left( \frac{R_C}{R_I} + 1 \right) \right]}_{\text{Dyn}}$$

$$\Rightarrow H(p) \equiv \frac{\tilde{V}_S}{\tilde{V}_E} = \frac{A}{p + f_c} \Rightarrow h(t) = A \cdot e^{-f_c \cdot t}$$

Équation II-62

Où  $H(p)$  est la fonction de transfert du boîtier et  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle correspondante (en théorie du signal, l'ensemble du boîtier représente un filtre analogique de fonction  $H(p)$ ).

On rappelle que la résistance inconnue  $R_I$  est en pratique soit une résistance d'étalonnage soit une résistance de NbSi à mesurer. Dans les deux cas, ces résistances (que l'on note  $R_x$ ) sont en parallèle avec l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel :  $\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_A}$ .

Avec des résistances  $R_C$  et  $R_I$  supérieures ou égales à 1 M $\Omega$  et des résistances  $R_s$ ,  $R_p$  et  $R_f$  inférieures ou égales à 10 k $\Omega$ , on constate que le rapport  $\tilde{V}_E/\tilde{V}_S$  comporte un terme dominant (Dom) un terme négligeable (Nég) et un terme purement dynamique (Dyn) qui n'a d'importance que pour les fréquences élevées. Ce terme dynamique permet donc de filtrer les hautes fréquences (supérieures à  $f_c$ ) comme le bruit et les signaux parasites en entrée, et, les changements de pente des signaux triangulaires.

En dehors du régime dynamique, seul le terme dominant de la fonction de transfert joue un rôle sur la tension de sortie du boîtier. Le courant de polarisation des échantillons vaut alors  $I = V_S/R_I = d \cdot V_E/(R_C + R_I)$ , où  $d = 1/(1 + R_s/R_p)$  est le coefficient du diviseur de tension. Si  $R_I$  n'est pas complètement négligeable par rapport à  $R_C$ , les échantillons ne sont pas polarisés à courant constant au sens propre du terme, mais la contre-réaction négative du montage est tout de même assurée (voir paragraphe I.2.2.2), ce qui permet d'atteindre le but recherché pour ce type de polarisation.

### III.2.2.3.3 Premier boîtier.

Le premier boîtier contient un diviseur de tension réglable à la main ( $000 \leq d \leq 999$ ), un filtre passe-bas à deux capacités, deux résistances de charges et des commutateurs manuels qui permettent de sélectionner l'échantillon qui sera polarisé et mesuré.

Le filtre passe-bas comporte deux capacité branchées en parallèle car en pratique les condensateurs ne sont pas des composants parfaits. À hautes fréquences le condensateur de "grande" capacité (1  $\mu\text{F}$ ) n'a plus un comportement linéaire ; tout se passe comme si sa capacité chutait jusqu'à devenir nulle. Le rôle du deuxième condensateur (1 nF) est de palier à cet effet, ce qui permet au filtre d'assurer son rôle même pour les très hautes fréquences.

<sup>57</sup> On rappelle que  $L[V(t)] \equiv \tilde{V}(p) \equiv \int_0^{+\infty} V(t) \cdot e^{-p \cdot t} \cdot dt$ , où  $p$  peut être un nombre complexe.

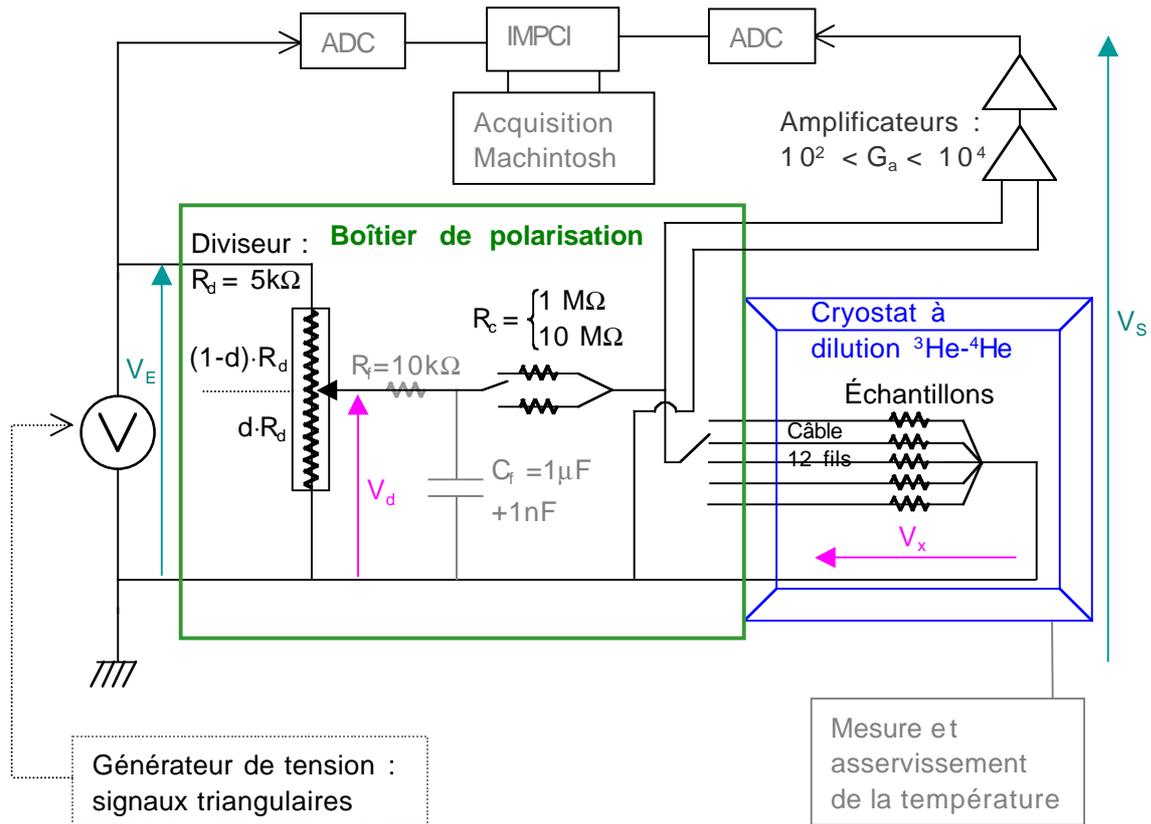


Figure II-33. Schéma du premier boîtier de polarisation avec l'ensemble du montage électrique.

Avec les valeurs des éléments présents dans le boîtier, on calcule que lorsque  $R_l \geq 100 \text{ k}\Omega$  le terme "Nég" intervient pour moins de 1% dans la fonction de transfert, on peut donc toujours le considérer comme négligeable dans nos expériences. Par ailleurs la fréquence de coupure du filtre vaut  $f_c = 100 \text{ Hz}$ , on peut donc négliger l'effet du filtre sur les rampes de tensions, de sorte que seul le terme "Dom" intervient dans la fonction de transfert du boîtier (on rappelle que la fréquence fondamentale de la fonction triangulaire délivrée par le générateur est de 0,05 Hz).

Les tensions enregistrées sur l'ordinateur sont  $V_E$  et  $V_S$ . Un traitement simple permet de remonter à la tension  $V_d$  aux bornes du diviseur de tension et à la tension  $V_x$  aux bornes de l'échantillon sélectionné. Le courant de polarisation  $I_x$  et l'impédance dynamique  $Z_x$  de l'échantillon  $x$  (c'est-à-dire la résistance différentielle puisqu'il s'agit d'échantillons purement résistifs) se calculent alors facilement :

$$\left. \begin{aligned} V_d &= (V_E - O_E) \cdot d \\ V_x &= \frac{(V_S - O_S)}{G_a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_x = \frac{V_d - V_x}{R_c} - \frac{V_x}{R_a} \quad \text{et} \quad Z_x = \frac{dV_x}{dI_x} = R_x + I_x \cdot \frac{dR_x}{dI_x} = \frac{R_c}{\frac{dV_d}{dV_x} - \frac{R_c}{R_a} - 1}$$

Équation II-63

Où  $O_E$  est l'offset sur la tension  $V_E$  (tension résiduelle mesurée par les convertisseurs lorsque le générateur de tension est déconnecté),  $O_S$  est l'offset sur la tension  $V_S$ ,  $d$  est le coefficient du diviseur de tension,  $G_a$  est le gain des amplificateurs (amplificateur différentiel mis en série avec l'amplificateur filtré),  $R_a$  est l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel,  $R_c$  est la résistance de charge des échantillons, et  $R_x$  est évidemment la résistance d'un échantillon.

On mesure les résistances différentielles des échantillons plutôt que la résistance  $R_x = V_x/I_x$  car celle-ci diverge à faible polarisation à cause des erreurs de mesure (bruit résiduel sur la

ligne de polarisation et erreurs de lecture des convertisseurs). Comme cela sera détaillé au paragraphe IV.1.2, on peut remonter à la résistance grâce au de traitement de donné qui se fait après les expériences.

L'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel est de  $R_a = 100 \text{ M}\Omega$ . Elle est négligeable, sauf si la résistance d'un échantillon devient non négligeable par rapport à elle (puisque les échantillons sont branchés en parallèle avec l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel). Comme les résistances attendues sont inférieures à  $10 \text{ M}\Omega$  mais susceptibles d'être plus grandes, nous tenons tout de même compte de  $R_a$  dans le traitement de données.

Notons qu'en pratique la tension maximale aux bornes des films de NbSi est inférieure à  $100 \text{ mV}$  (nous parlons bien de la tension aux bornes de  $R_x$  seul, pas aux bornes de  $R_c + R_x$ ), car comme on le verra au paragraphe III.2.2.4.3, nous ne pouvons pas aller plus loin avec les convertisseurs numériques. Le besoin de polariser plus fortement les échantillons avec des courants engendrant des tensions supérieures ne s'est jamais fait sentir.

### III.2.2.3.4 Second boîtier.

Jusqu'à la matrice #11 nous avons toujours utilisé le premier boîtier. Mais Il comportait un inconvénient majeur : il ne permettait pas d'effectuer des mesures quatre fils, ni de polariser simultanément deux échantillons. On ne pouvait donc pas tester correctement la matrice #12, et surtout on ne pouvait pas tester la réponse thermique et donc le rôle de thermomètre des films de  $Nb_xSi_{1-x}$ . En effet, dans le cas de la double polarisation le but recherché est de dissiper une puissance dans la moitié d'un film de NbSi tout en mesurant la réponse de l'autre moitié (ce qui est réalisable avec les doubles couches centrales des matrices #10, #11 et #13, voir III.1.3.2). En outre, le diviseur de tension du premier boîtier était partiellement défectueux et la valeur sélectionnée manuellement était différente de sa valeur réelle. Cela nous avait conduit à placer une résistance d'étalonnage dans le premier boîtier afin de connaître  $d$  de façon précise pour chaque valeur utilisée. Pour le deuxième boîtier nous avons remplacé ce diviseur un peu encombrant par une résistance en série  $R_s = 10 \text{ k}\Omega$  et une résistance en parallèle  $R_p = 1 \text{ k}\Omega$ . La valeur obtenue pour le coefficient du diviseur était donc  $d = 0,09$ , soit un diviseur par 10 environs, ce qui était bien adapté à nos expériences. La Figure II-34 montre le schéma et une photographie de ce second boîtier de polarisation.

Outre le diviseur de tension, le filtre RC passe-bas (dont la résistance  $R$  est celle du diviseur de tension) et les résistances de charge (dont une nulle pour pouvoir utiliser celles qui sont lithographiées sur les wafers), le boîtier comporte des capacités de découplage ( $C_d$ ) en entrée pour éviter des surtensions éventuelles. On utilise deux types de commutateurs rotatifs 12 voies : des commutateurs à un pôle, qui permettent de sélectionner indépendamment chacune des douze voies, et des commutateurs à deux pôles, qui permettent de sélectionner simultanément deux voies et qui ont par conséquent six positions possible.

Tableau II-5. Valeurs des différents éléments utilisés dans le boîtier de polarisation.

Nom	$C_d$	$C_f$	$R_s$	$R_p$	$R_{cp}$	$R_{cm}$	$R_{cg}$
Valeur	100 nF	1 $\mu$ F	10 k $\Omega$	1 k $\Omega$	1 M $\Omega$	10 M $\Omega$	100 M $\Omega$
Tolérance			0,01 %	0,1 %	0,01 %	0,01 %	5 %

La résistance de  $100 \text{ M}\Omega$  n'est utilisée que lorsque les valeurs des résistances des échantillons approchent (et dépassent) les  $10 \text{ M}\Omega$ . Toutes les résistances ont été étalonnées de manière à réduire l'incertitude sur les mesures de résistances des échantillons à 1 %.

Conception des détecteurs.

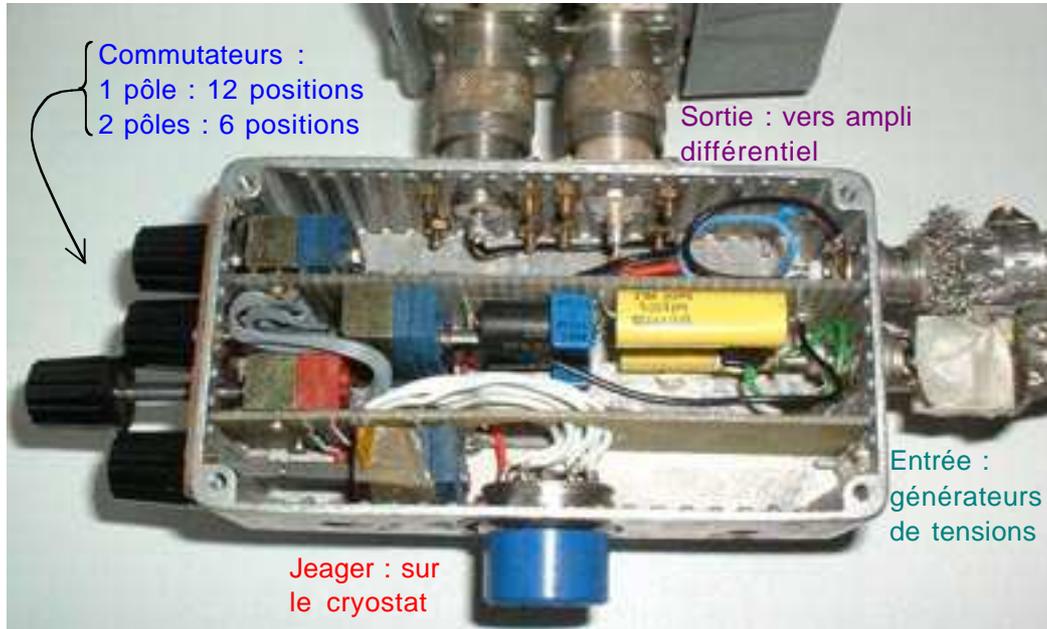
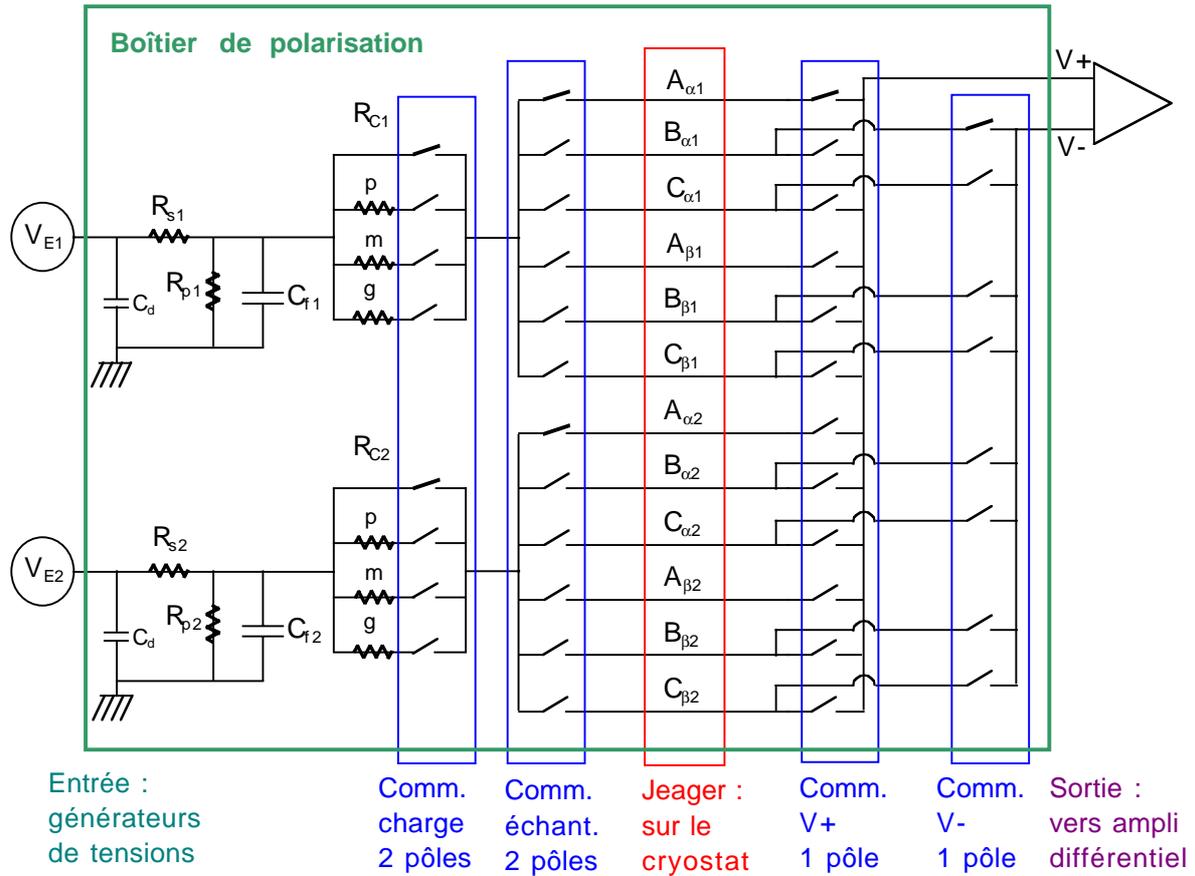


Figure II-34. Schéma et photographie du second boîtier de polarisation. La correspondance entre le nom des picots de connexion de la prise Jaeger et les plots de contacts des wafers est donnée avec la Figure II-35. Les explications des éléments du schéma sont données dans le corps du texte ci-dessous.

### III.2.2.4 Chaîne d'acquisition.

Outre les wafers, le cryostat, le générateur de tension et le boîtier de polarisation, l'ensemble du montage permettant de caractériser les résistances des films de NbSi comporte d'autres éléments qui lient toutes les composantes entre elles et complètent la chaîne d'acquisition (voir Figure II-29 page 205). Ces "autres" éléments sont présentés dans ce paragraphe.

#### III.2.2.4.1 Connectique et support mécanique des échantillons.

Dans le calorimètre du cryostat, des fils électriques permettent d'amener le courant du boîtier de polarisation aux échantillons et de remonter le signal vers ce même boîtier avant qu'il soit amplifié. Toutes les gaines externes de ces fils sont en inox et sont soudées le long de l'échangeur thermique afin que leur thermalisation soit assurée et que les pertes par conduction soient minimales. Si les gaines n'étaient pas soudées, la dilution ne pourrait pas être enclenchée et le cryostat ne pourrait pas descendre en dessous de 1 K. Pour nos expériences nous avons utilisé les fils qui étaient déjà soudés au cryostat. Un seul un câble à 12 fils fins en constantan connecté à une prise Jaeger reliant le calorimètre à l'extérieur du cryostat était disponible. C'est la raison pour laquelle les boîtiers de polarisation comportent 12 voies chacun.

Remarque : cette connectique ne permet de tester qu'une moitié de wafer, soit deux pixels avec deux couches centrale conjointe (les "double thermomètre") et deux résistance de charge. Étant donné qu'en plus du câble douze fils, quatre fils coaxiaux étaient soudés au doigt froid du cryostat, nous avons tenté de les utiliser. Nous avons réalisé pour cela un troisième boîtier de polarisation, assez compact, sans commutateur, ne comportant qu'une résistance de charge de  $10\text{ M}\Omega$  (ainsi que le même diviseur et le même filtre passe-bas que le deuxième boîtier) et ne permettant de faire que des mesures deux fils (comme le premier boîtier). Ce troisième boîtier pouvait être connecté sur une boîte de relais BNC connectée aux fils coaxiaux et donnant accès à un troisième pixels du wafer. Malheureusement les fils étaient détériorés et les mesures effectuées avec le troisième boîtier n'étaient pas exploitables.

Les photographies et schéma de la Figure II-35 montrent les connecteurs, plaques de support en cuivre, circuits imprimés et résistances de test et d'étalonnage du montage qui étaient fixés sur le doigt froid de la dilution.

Les supports en cuivres et circuits imprimés permettant d'assurer les contacts électriques entre les échantillons et les fils électriques ont été dessinés et réalisés au CRTBT avec l'aide des services de mécaniques et d'électronique du laboratoire.

Toutes les pièces métalliques sont en cuivre afin d'assurer le meilleur couplage thermique possible entre la dilution et les échantillons.

Lors des expériences sur les matrices #3 à #8, le relais entre le câble 12 fils et le circuit imprimé avec ergots de contacts en or était assuré via deux connecteurs : un Microtech 12 broches rond suivit suivi d'un petit câble terminé par des barrettes sécables. Les connecteurs Microtech ne sont pas fiables à très basse température ; nous avons constaté que les contacts étaient parfois coupés. Les connecteurs Sub-D 15 que nous avons utilisés pour les expériences avec les matrices #10 à #13 ne présentent pas ce problème. Par ailleurs le câblage de ces connecteurs est compatible avec les boîtiers de multiplexage (à l'époque de la conception du deuxième boîtier de polarisation et des circuits imprimés avec connecteurs Sub-D 15, nous avons aussi réalisé des boîtiers permettant d'adapter le multiplexeur sur le cryostat Orange).

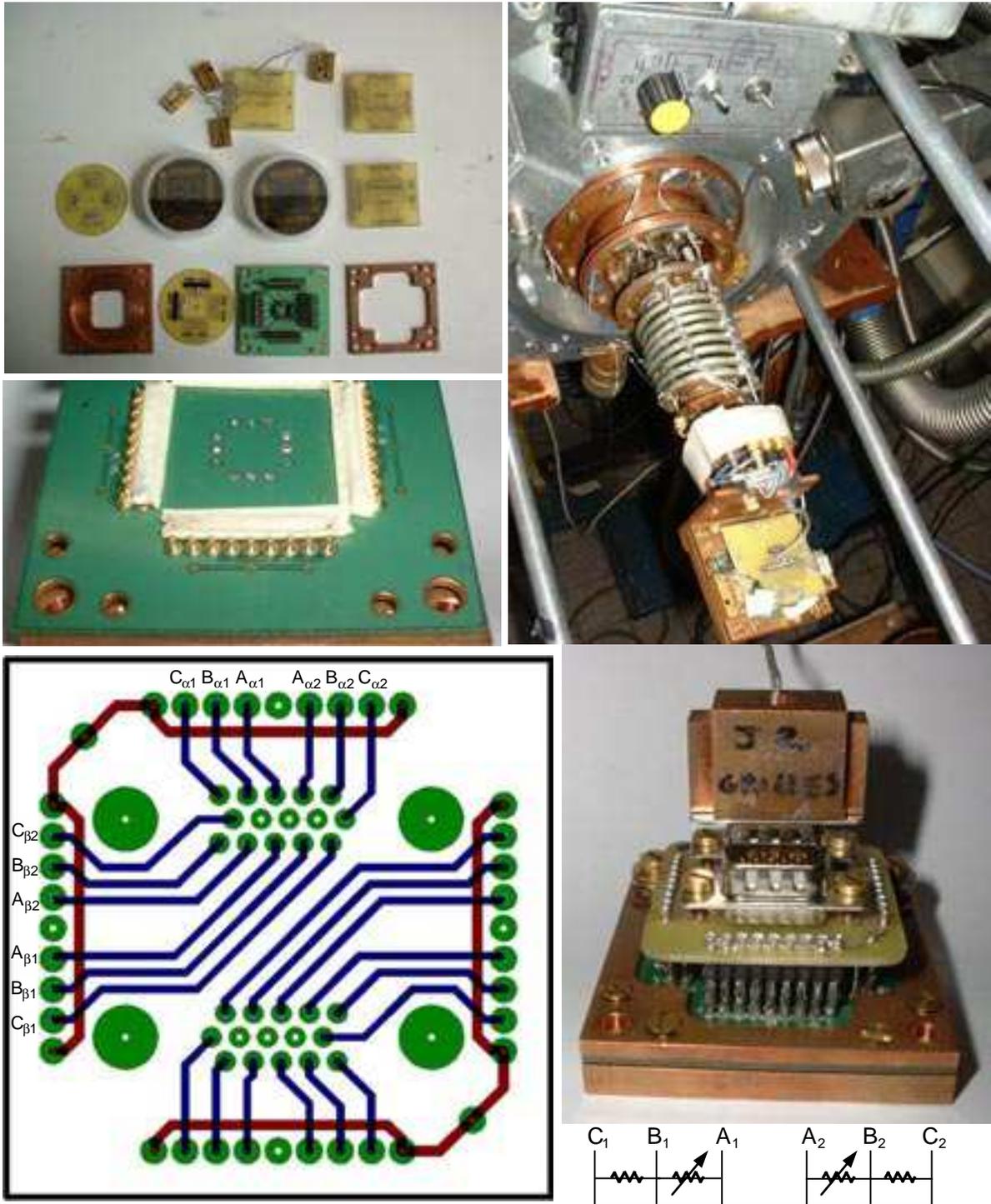


Figure II-35. Montage des échantillons sur le doigt froid du cryostat à dilution.

En haut à gauche : éléments du porte-échantillons en cuivre pour des wafers de 2 pouces, circuits imprimés de connexion, plaquettes de résistances de test CMS, résistances de test NbSi dans des boîtiers individuels, et, deux matrices avec films de NbSi lithographiés. En haut à droite : Montage sur le doigt froid du cryostat (et premier boîtier de polarisation). Au milieu à droite : plaquette avec ergots de contact en or, montés sur ressort. En bas à gauche : dessin des pistes du circuit imprimé pour connecteur Sub-D 15 et correspondance entre les broches de la prise Jaeger (voir Figure II-34) et les plots de contact des wafers. En bas à droite : photographie du montage sur le porte-échantillon avec une prise Sub-D 15 ayant un capot de thermalisation en cuivre. Tout en bas à droite : schéma symbolisant les plots de contact et résistances NbSi d'un des 4 pixels des matrices #10 à #13 (chacune des deux parties d'un double thermomètre est symbolisée avec une flèche).

### III.2.2.4.2 Amplificateurs.

Comme le montre le schéma d'ensemble du montage (Figure II-29 page 205), les tensions aux bornes des échantillons sont amplifiées par deux amplificateurs différentiels branchés en série. L'amplification différentielle des potentiels  $V^+$  et  $V^-$  en entrée permet de s'affranchir des tensions parasites de mode commun qui peuvent apparaître après amplification lorsque qu'une tension de dérive (ou un simple offset) s'ajoute aux signaux à mesurer.

Le premier amplificateur différentiel est particulièrement bien adapté aux faibles signaux, il est blindé et possède un gain de 100.

Son impédance d'entrée est pour nos signaux lentement variables, équivalente à une résistance de  $R_A = 100\text{ M}\Omega$ , branchée en parallèle entre son entrée  $V^+$  et son entrée  $V^-$ . Comme il sert à amplifier de très faibles signaux, donc des signaux particulièrement sensibles au bruit, il est enfermé dans deux boîtes blindées et fixées directement sur le boîtier de polarisation avec des connecteurs du type Série N, blindés et robustes (car l'ensemble est relativement lourd).

Comme l'entrée  $V^-$  est décorrélée de la masse de l'amplificateur, celui-ci met un certain temps avant d'atteindre son point d'équilibre. Ainsi sans signal d'entrée, la sortie présente une dérive d'amplitude très faible, lentement variable, avec une pseudo-période de plus d'une heure. Un potentiomètre permet d'ajuster le zéro lorsque cette dérive devient gênante. Notons que dans notre programme d'acquisition de données nous avons prévu la possibilité de mesurer et d'enregistrer un offset entre la tension d'excitation délivrée par le générateur et le signal de sortie des amplificateurs (voir III.2.2.5.1). Le réglage du potentiomètre de l'amplificateur n'était en général pas nécessaire et lorsque c'était le cas, un seul réglage en début d'expérience suffisait.

Les signaux de sortie, un peu moins sensibles au bruit, sont envoyés vers le second amplificateur via un câble coaxial blindé par une tresse métallique.

Le second amplificateur est également différentiel et possède des gains d'entrée et de sortie ajustable ainsi qu'un filtre passe-bande. Il permet d'amplifier des signaux alternatifs ou continus. Comme nos signaux sont lentement variables, nous utilisons le mode continu de l'amplificateur. Les choix des gains sont de 1 ou 10 en entrée et 1 ou 10 en sortie. Avec les deux amplificateurs en série le gain total est donc de  $G_A = 100$  ou  $1000$  ou  $10000$ . La coupure basse du filtre passe-bande peut être réglée entre 0,03 Hz et 10 kHz et la coupure haute entre 3 Hz et 1 MHz. Nous utilisons respectivement les coupures à 0,03 Hz et à 300 Hz (cette dernière n'a en fait aucune importance car nous utilisons aussi un filtre numérique passe-bas ayant une fréquence de coupure inférieure à 20 Hz, voir paragraphe III.2.2.5.1).

Remarque : l'amplificateur blindé est alimenté via l'amplificateur passe-bande. L'association des deux amplificateurs offre une très bonne qualité d'amplification. Dans notre montage, la sortie de l'amplificateur passe-bande est envoyée vers des convertisseurs analogique-numérique.

### III.2.2.4.3 Convertisseurs Analogiques-Numériques.

Deux boîtiers de convertisseurs analogique-numériques 21 bits sont utilisés : l'un pour la tension d'excitation et l'autre pour le signal de sortie amplifié donnant la tension aux bornes des échantillons. Suivant l'ordre de grandeur des tensions à numériser, nous utilisons des boîtiers permettant de convertir des signaux de tension maximale  $V_{\max} = 2,5\text{ V}$  ou  $V_{\max} = 10\text{ V}$ .

Ces boîtiers convertisseurs ont été réalisés au CRTBT quelques années avant le début de la thèse. Ils possèdent deux entrées à trois broches ( $V^+$ ,  $V^-$ , et masse) et une sortie à huit broches dont deux correspondant aux sorties numérisées des deux canaux d'entrée. Cette sortie huit broches est destinée à être connectée au boîtier IMPCI servant d'interface avec la carte

d'acquisition de l'ordinateur utilisé pour le "pilotage" de l'expérience et l'enregistrement des données.

Les composants principaux d'un boîtier de conversion analogique-numérique sont :

- Un circuit intégré AD7710 d'Analog Device qui réalise la conversion elle-même et constitue donc le cœur même du boîtier.
- Une alimentation permettant de fournir des tensions de 5 à 12 V aux différents éléments du boîtier à partir de la tension secteur de 220 V.
- Un amplificateur inverseur.
- Un circuit programmable avec registres, logique combinatoire et horloge à quartz permettant de mettre en forme et de synchroniser les signaux envoyés à l'IMPCI.
- Un ensemble d'éléments filtrant à base de capacités, filtres, diodes et optocoupleurs permettant de protéger au mieux les signaux du bruit et de réaliser les adaptations d'impédance entre les différents composants du boîtier.

Le convertisseur analogique-numérique AD7710 est spécialement conçu pour la numérisation de signaux de sortie à basse fréquence de transducteurs<sup>58</sup> (c'est-à-dire de capteurs) à haute précision. Il est particulièrement bien adapté à la mesure de signaux provenant de thermocouples, de ponts de résistances et de thermomètres résistifs [Nash, 96]. Ses deux entrées analogiques acceptent des signaux de faibles niveaux qui peuvent être amplifiés par des amplificateurs internes à gain programmable (de  $2^0$  à  $2^7=256$ ) avant d'être envoyés vers un modulateur sigma-delta<sup>59</sup> ( $\Sigma\Delta$ ) qui permet d'effectuer une conversion numérique jusqu'à 24 bits. La sortie du modulateur est connectée à un filtre numérique passe-bas programmable avec une haute résolution. Les mots de 24 bits du convertisseur sont ensuite envoyés en série sur une patte d'entrée/sortie (I/O pin) [Bryne et O'Grady]. Cette patte bidirectionnelle est utilisée en entrée pour la programmation des gains et du filtre numérique. Le circuit intégré comporte par ailleurs des modes "d'auto-étalonnages" qui éliminent les offsets et les erreurs de gain internes ou externes.

Outre les références citées précédemment, des informations plus complètes sont disponibles dans les documentations d'Analog Device [AD7710] et [O'Leary, 99].

#### III.2.2.4.4 Boîtier d'interface entre les convertisseurs et l'ordinateur d'acquisition.

Les boîtiers IMPCI (Interface Mac ou PC pour l'Instrumentation) ont été développés et réalisés au CRTBT au début des années 1990. Ils permettent le contrôle d'instruments à l'aide d'un micro-ordinateur via une liaison série. Les instruments peuvent être pilotés soit par le protocole standard RS323, soit par l'intermédiaire d'un bus série avec prises DIN 8 broches qui est l'une des liaisons standard utilisées pour les appareils conçus et réalisés par le CRTBT. Pour notre montage nous utilisons cette liaison avec les convertisseurs analogiques-numériques et la sortie série branchée sur la prise modem ou la sortie série pour imprimante d'un Macintosh de type PowerPC.

Dans son principe, l'IMPCI est piloté par l'ordinateur grâce au jeu de caractères ASCII standard de 7 bits. À un caractère envoyé sur la liaison série par l'ordinateur correspond

---

<sup>58</sup> Un transducteur (ou transducer en anglais) est un appareil électronique utilisé dans la conversion d'une forme d'énergie dans une autre. Par exemple les thermomètres, les microphones, les haut-parleurs, les capteurs de pression ou de position, les antennes, etc., sont des transducteurs.

<sup>59</sup> L'idée du convertisseur  $\Sigma\Delta$  est de construire le signal numérique bit après bit en comparant le signal numérique au signal analogique et en ajoutant un nouveau bit à chaque comparaison jusqu'à ce que les deux signaux aient la même valeur. Ce système permet d'obtenir une très haute précision sur le signal numérisé.

différentes tâches exécutées par l'IMPCI, comme la sélection d'une voie de communication, l'activation des entrées opto-isolées ou l'écriture de données sur la voie sélectionnée.

Les prises DIN 8 broches que nous utilisons comportent chacune deux sorties, une entrée opto-isolée (l'anode et la cathode d'une diode), une alimentation 5V et 200mA au maximum pour l'ensemble des prises et une masse. Quatre types de formats de données peuvent être envoyés sur les sorties (voir [IMPCI, 00] pour plus d'informations).

Le pilotage de l'IMPCI a été simplifié pour les utilisateurs grâce à des fonctions écrites en langage C. Ces fonctions ont été incorporées au logiciel MANIP que nous avons utilisé pour programmer le logiciel d'acquisition de données de nos expériences.

### III.2.2.5 Logiciel de contrôle et d'enregistrement des données.

Pour la programmation de ce logiciel, nous sommes parti d'un code source de contrôle d'un IMPCI qui avait été développé antérieurement à la thèse, et nous l'avons modifié, complété et adapté à notre montage expérimental grâce à l'environnement de développement C CodeWarrior 1.7<sup>60</sup>, à la bibliothèque de fonctions C MANIP 8.8 (développée au CRTBT par Alain Benoit et Laurent Puech, [Benoit et Puech, 98]) et à l'éditeur de ressources pour Macintosh ResEdit<sup>61</sup> modifié par Laurent Puech (monResEdit68K, [Puech, 99]).

Dans ce paragraphe nous donnons quelques indications sur le fonctionnement du logiciel que nous avons développé (NbSi\_manipe) et sur le protocole que nous avons défini pour l'enregistrement des fichiers de données de nos expériences.

#### III.2.2.5.1 Fonctionnement du logiciel.

Pour l'utilisateur le logiciel de contrôle de l'expérience et d'acquisition des données se présente sous la forme d'une interface graphique avec boutons de contrôles. La figure ci-dessous est une copie d'écran de cette interface pour le premier boîtier de polarisation (ancienne version de NbSi\_manipe) et uniquement les fenêtres de contrôle et d'enregistrement des fichiers pour le second boîtier (version actuelle de NbSi\_manipe).

Le logiciel permet d'afficher en temps réel, à la manière d'un oscilloscope, jusqu'à trois tensions envoyées sur les canaux d'entrées de l'IMPCI. Dans l'ancienne version seule la tension d'excitation et la tension aux bornes de l'échantillon pouvait être acquises. Dans la nouvelle version une tension de chauffage d'un demi-film de NbSi (pour les doubles thermomètres centraux des matrices #10 à #13) peut être également acquise. Notons qu'aucune limitation n'empêche d'acquérir simultanément un plus grand nombre de tensions. Le logiciel permet de choisir la fréquence d'acquisition et le nombre de point enregistrés pour une acquisition.

Comme le montrent les captures d'écrans, nous avons également incorporé dans le programme les possibilités de choix des gains et des fréquences de coupure des convertisseurs analogiques-numériques AD7710. Des boutons de contrôle supplémentaires sont disponibles en tirant de coin de la fenêtre de contrôle. Ces boutons permettent entre autres d'étalonner les convertisseurs, de choisir la voie et le nombre de bits utilisés pour la conversion, de vérifier le bon fonctionnement des différentes voies de l'IMPCI, etc.

Les autres boutons de contrôle servent à la fonction de pré-traitement des données et à l'enregistrement des paramètres de l'expérience. Ces paramètres sont :

- Un bouton de mesure d'offset sur 30 points pour un signal d'excitation nul.
- La valeur du diviseur de tension du boîtier de polarisation (pour le second boîtier ce choix est pré-réglé mais peut être changé avec les boutons supplémentaires).

<sup>60</sup> Voir site <http://www.metrowerks.com/MW/Products/CodeWarrior+Technology.htm>.

<sup>61</sup> Voir site <http://www.resedit.free.fr>.

## Conception des détecteurs.

- La valeur en  $M\Omega$  de la résistance de charge permettant de polariser les échantillons à courant constant.
- Les numéros des plots de contacts des wafers entre lesquels les tensions sont acquises (uniquement pour la nouvelle version du logiciel).
- Le gain total des deux amplificateurs différentiels en série.
- Les paramètres des convertisseurs que sont la tension maximale pouvant être acquise, les gains et la fréquence de coupure du filtre numérique passe-bas.

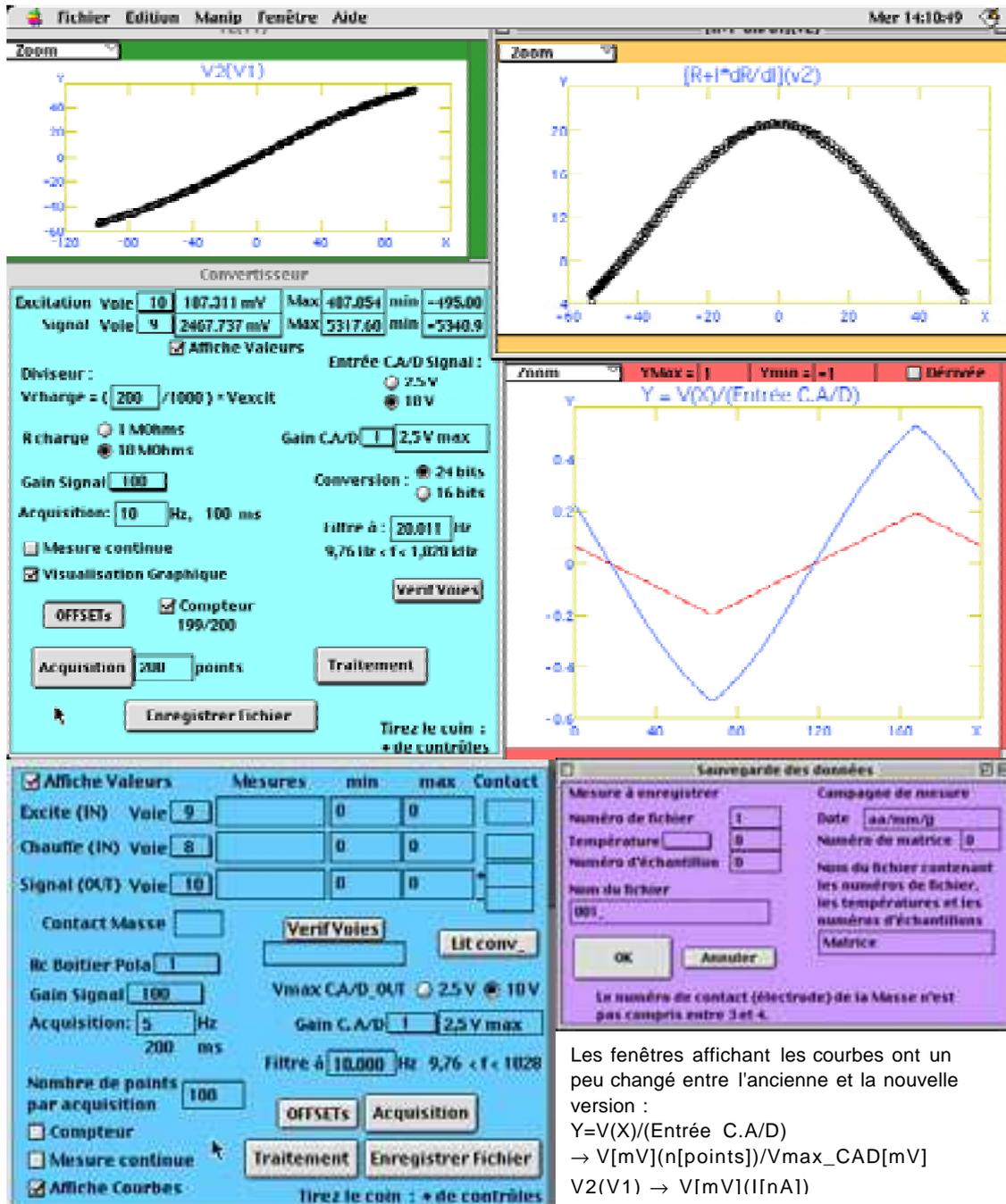


Figure II-36. Interface graphique du programme d'acquisition de données.

Les quatre fenêtres du haut montrent le panneau de contrôle et les courbes de visualisation des signaux bruts et pré-traités de la version développée pour le premier boîtier de polarisation. Les deux fenêtres du bas montrent le panneau de contrôle et d'enregistrement des fichiers de données de la version modifiée pour le deuxième boîtier de polarisation.

Le pré-traitement de données permet d'afficher les valeurs des tensions, courants et résistances simples et différentielles des échantillons en utilisant les calculs présentés à l'Équation II-63 page 214. Notons que dans la version pour le premier boîtier le pré-traitement ne prenait pas en compte la valeur de l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel blindé. La nouvelle version prend en compte cette valeur.

### III.2.2.5.2 Fichiers de données.

Pour l'enregistrement des données acquises lors d'une campagne de mesure deux type de fichiers au format texte sont créés : un fichier global pour la campagne et un fichier de données pour chaque nouvelle acquisition.

Le fichier global contient les informations sur la campagne de mesure et sur chaque fichier d'acquisition enregistré. Pour être plus précis, ces informations sont : la date, le nom de la matrice testée et trois colonnes de chiffres représentant respectivement les numéros de fichiers de chaque acquisition, les températures correspondantes en  $\mu\text{S}$  ou en  $\text{mK}$  et les numéros d'échantillon testé.

Les fichiers d'acquisition contiennent un en-tête avec les informations relatives à l'acquisition enregistrée et deux colonnes de données représentant respectivement la tension d'excitation en sortie du générateur de tensions et la tension du signal en sortie des amplificateurs différentiels. L'en-tête contient les informations suivantes : les valeurs des résistances série et parallèle du diviseur de tension ( $\text{k}\Omega$ ), la valeur du gain total des amplificateurs différentiels, la valeur de la résistance de charge ( $\text{M}\Omega$ ), les valeurs des offsets des tensions d'excitation et du signal de sortie des amplificateurs ( $\text{mV}$ ), la fréquence de coupure du filtre passe-bas numérique ( $\text{Hz}$ ), la période entre deux points d'acquisition ( $60^\circ$  de seconde), les tensions maximales d'entrée des convertisseurs analogique-numériques ( $\text{mV}$ ), le nombre de points enregistrés pour l'acquisition et les numéros de contact des électrodes.

Notons qu'entre l'ancienne et la nouvelle version l'en-tête à légèrement changée, nous avons réalisé un petit programme sous Matlab qui permet de modifier l'ancien en-tête pour le rendre compatible avec le nouveau programme de traitement de données (voir sous-chapitre IV.1).

## Chapitre IV Caractérisation des échantillons de $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ .

Ce chapitre est consacré aux résultats des expériences que nous avons effectuées sur les films de NbSi, qu'ils soient employés en tant que thermomètres sur des bolomètres individuels ou qu'ils se présentent simplement sous forme de couches réalisées simultanément par lithographie sur des wafers (échantillons que nous appelons "matrices").

Le premier sous-chapitre expose comment sont extraites les caractéristiques de résistivité électriques et de conductances thermiques, à partir des tensions d'entrée et de sortie du montage expérimental, grâce à des programmes de traitements que nous avons réalisés.

Le deuxième sous-chapitre est dédié aux résultats des expériences à proprement parler. Il expose les courbes et paramètres déduits et contient une discussion sur les problèmes que nous avons rencontrés et les solutions mises en œuvre pour les résoudre.

Le troisième sous-chapitre présente la conclusion des expériences effectuées sur les films de NbSi au cours de la thèse, ainsi que les expériences en cours de réalisation ou en devenir qui permettront de caractériser complètement les thermomètres et bolomètres résistifs de la caméra bolométrique.

### IV.1 Traitements des données par informatique.

Nous avons créé une batterie de programmes sous Matlab 5, qui permet de traiter individuellement des fichiers de données ou de traiter l'ensemble des fichiers d'une campagne de mesure. Dans les paragraphes suivants nous décrivons la démarche suivie pour l'étalonnage de la chaîne de mesure, l'extraction des données pertinentes, les calculs d'erreurs et les estimations paramétriques permettant de déterminer les facteurs de résistivité du NbSi ainsi que les critères de qualité des échantillons.

#### IV.1.1 Thermométrie et étalonnages.

##### IV.1.1.1 Calcul des températures des résistances $\text{RuO}_2$ .

Le bâti de contrôle et d'asservissement des températures du cryostat Orange affiche la conductance  $S$  en Siemens ( $[S] = [\Omega^{-1}]$ ) d'une résistance thermométrique d'oxyde de ruthénium ( $\text{RuO}_2$ ) fixée sur le doigt froid de la dilution. Cette résistance permet de mesurer la température des wafers, qui est considérée comme identique à celle des phonons des films de NbSi compte tenu des faibles valeurs des résistances de Kapitza entre solides amorphes (voir sous-chapitre I.4). Dans les fichiers de données de notre programme d'acquisition, la valeur du thermomètre  $\text{RuO}_2$  peut être enregistrée en  $\mu\text{S}$  ou en  $\text{mK}$ .

L'oxyde de ruthénium est un composé à valence mixte subissant une transition métal-isolant bien décrite par la conduction par sauts à portée variable (voir sous-chapitre II.1). Comme il s'agit d'un thermomètre secondaire, il est nécessaire de l'étalonner pour connaître l'équivalence entre sa résistance  $R$  (ou sa conductance électrique  $S$ ) et sa température  $T$  (voir paragraphe III.1.2 des Annexes). La résistance  $\text{RuO}_2$  que nous utilisons sur notre cryostat à dilution a été étalonnée entre 39 mK et 6 K [Brison, 00]. Grâce à son fichier d'étalonnage on

effectue des ajustements de courbe polynomiaux permettant de déduire la température exacte mesurée par la résistance. Un ajustement à l'ordre un est suffisant puisque d'après la théorie de conduction par saut à portée variable on a (Équation II-47 page 155):

$$R(T) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T}\right)^n\right) \quad \text{avec} \quad R \equiv \rho \frac{l}{S}$$

$$\Rightarrow y = a \cdot x + b \quad \text{où} \quad \frac{1}{T^n} = y \rightarrow y_d = \frac{1}{T^n}; \quad x = \ln(R); \quad a = \frac{1}{T_0^n}; \quad b = \frac{-\ln(R_0)}{T_0^n}$$

Équation II-64

L'indice  $a$  indique la variable ajustée, l'indice  $d$  désigne les valeurs provenant des données et le symbole  $\rightarrow$  signifie évidemment "tend vers" (on cherche à ce que l'ajustement  $y$  tende vers les données  $y_d$  en minimisant l'erreur  $\Delta y$  au sens des moindres carrés).

Lors de la campagne d'étalonnage le meilleur ajustement de courbe était obtenu pour un coefficient de puissance  $n = 0,345$ , ce qui correspondrait à un régime de conduction intermédiaire entre celui de Mott et celui d'Efros et Shklovskii (voir paragraphe II.1.3.2).

En pratique on a recours à des ajustements polynomiaux d'ordre plus élevés que 1 pour minimiser les erreurs entre l'ajustement et les températures de référence du fichier d'étalonnage. Nous avons testé plusieurs ajustements possibles et constaté que les erreurs sont bien plus sensibles à l'ordre de l'ajustement qu'au coefficient de puissance  $n$ . Pour toutes les expériences faites au cours de la thèse, nous avons utilisé un ajustement polynomial d'ordre 10 avec le régime de conduction de Mott ( $n=0,25$ ). Comme l'écart entre deux points de mesures du fichier d'étalonnage est  $(T_i - T_{i+1})/T_i < 0,1$ , nous pouvons considérer que les erreurs entre les valeurs lues sur notre résistance RuO<sub>2</sub> et la température calculée sont toujours inférieures à 5%. Par contre nous n'avons que peu de contrôle sur l'erreur de mesure, nous estimons que celle-ci doit être inférieure ou égale à 2 %, si bien que l'erreur entre température mesurée et température réelle des films est de l'ordre de  $\Delta T/T \approx 2\%$ .

#### IV.1.1.2 Élimination des "glitches" et premier calcul d'erreur.

Il existe dans tous les systèmes expérimentaux d'acquisition de données des phénomènes imprévisibles et ponctuels appelés "glitches" qui faussent la mesure de manière transitoire. Ces incidents sont observés dans tous les appareils électroniques. Ils sont dus à des processus aléatoires d'origine externe aux appareils (EMI) ou interne (erreurs de numérisation), qui se manifestent en changeant très brièvement les courants ou tensions sur les lignes de transmission. Comme ces phénomènes ont un temps caractéristique très petit, l'utilisation de filtres passe-bas permet en général de s'en affranchir. Mais il arrive toujours que certains glitches, d'amplitude trop faible pour être éliminés par les filtres, entrent dans la chaîne d'acquisition et causent des erreurs de mesures. Ces données aberrantes ne sont en général pas décelables lorsque l'on visualise les tensions mesurées. Par contre elles peuvent apparaître de façon évidente après traitement de données, sur les valeurs calculées des résistances différentielles  $Z$ . En effet, d'après l'Équation II-63, si une erreur  $\Delta V$  apparaît sur les tensions mesurées, les incertitudes sur les variables calculées valent :

$$\frac{\Delta V_d}{V_d} = \frac{\Delta V_E}{V_E} \quad \frac{\Delta V_x}{V_x} = \frac{\Delta V_S}{V_S} \quad \frac{\Delta I_x}{I_x} = \frac{1}{I_x} \left( \frac{\Delta V_d + \Delta V_x}{R_c} + \frac{\Delta V_x}{R_A} \right) \Rightarrow \frac{\Delta I_x}{I_x} \underset{R_c \ll R_A}{\approx} \frac{\Delta V_d - \Delta V_x}{V_d - V_x}$$

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{1}{Z} \left( \frac{\delta(V_x + \Delta V_x)}{\delta(I_x + \Delta I_x)} \right) = \frac{1}{Z} \left( \frac{(V_x(i+1) - V_x(i)) + (\Delta V_x(i+1) - \Delta V_x(i))}{(I_x(i+1) - I_x(i)) + (\Delta I_x(i+1) - \Delta I_x(i))} \right) = \frac{1 + \frac{\delta \Delta V}{\delta V}}{1 + \frac{\delta \Delta I}{\delta I}}$$

Où  $i$  représente un numéro d'échantillon dans une série de mesure donnée et  $\delta$  désigne la différence entre deux points de mesures consécutifs.

On constate que les erreurs relatives sur les tensions et le courant calculé sont du même ordre de grandeur que les erreurs relatives sur les tensions d'entrée et de sortie du montage. Par contre si le hasard fait que  $\delta\Delta I$  et  $\delta I$  sont de signes opposés, alors l'erreur sur la résistance différentielle calculée peut être assez grande. C'est effectivement ce qu'on observe sur certaines de nos courbes. Nous avons créé une routine Matlab qui permet d'éliminer automatiquement ou à la souris ces "glitches".

Les glitches sont différents des erreurs de mesures dues au bruit résiduel (non filtré) du montage. Comme le montre la figure  $Z(V)$  ci-dessous, le bruit fait apparaître les points échantillonnés sous la forme d'un "nuage" compact entourant une courbe médiane, alors que les glitches apparaissent comme des points isolés dépassant fortement de la courbe médiane. Les carrés rouges sur la figure ci-dessous correspondent aux glitches repérés par notre programme dédié à leur élimination (nous avons choisi une courbe particulièrement fournie en glitches pour l'illustration).

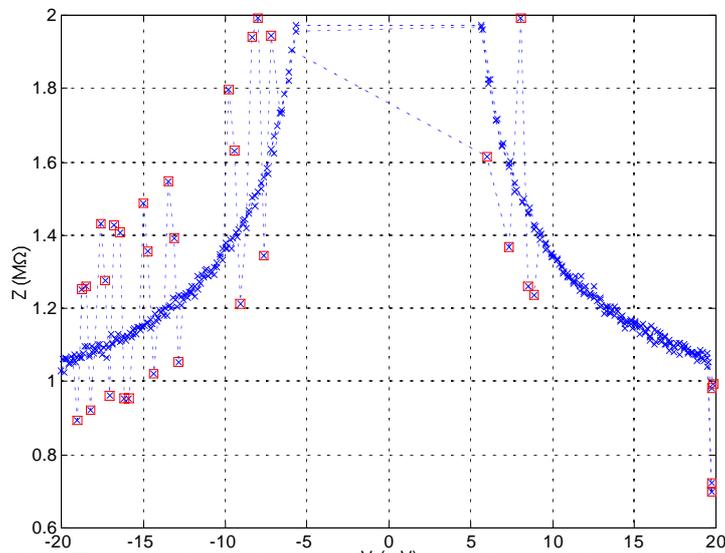


Figure II-37. Exemple de glitches sur la mesure d'une résistance différentielle.

L'un de nos programmes Matlab permet de repérer et d'éliminer automatiquement les glitches évidents (carrés rouges). D'autres points peuvent être exclus "à la main" par l'utilisateur. La courbe utilisée pour l'illustration est celle d'un échantillon de la matrice #10. Elle est particulièrement mauvaise et en général les données acquises étaient de meilleure qualité.

Notons que les glitches étaient bien plus nombreux lors des mesures effectuées sur les premières matrices (#1 à #10) que sur les dernières (#11 à #13). La remarquable amélioration des données acquises est due aux modifications opérées sur la chaîne d'acquisition : blindage systématique de tous les éléments et changement des boîtiers de polarisation.

#### IV.1.1.3 Étalonnage de la chaîne de mesure et second calcul d'erreurs.

Comme tout montage expérimental il est nécessaire d'étalonner la chaîne complète de mesure afin de s'assurer de son bon fonctionnement et d'évaluer les erreurs de mesures qu'elle commet. Dans nos routines Matlab, nous avons prévu la possibilité d'étalonner le diviseur de tension, la résistance de charge, l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel et le gain total des amplificateurs. Ces étalonnages sont possibles en mesurant toutes les résistances avec un multimètre de précision et en effectuant des mesures sans ou avec des résistances.

La première étape d'étalonnage a consisté à vérifier le bon fonctionnement des convertisseurs en comparant les valeurs qu'ils fournissaient aux consignes de tensions imposées sur de générateur de fonction. La limite de précision était inférieure au bruit que nous avons sur les lignes et donc difficilement mesurable ; les convertisseurs ayant 21 bits, leur limite de précision était de  $2,5 \text{ V} / 2^{21} = 1,2 \mu\text{V}$  pour le convertisseur de l'excitation et  $10 \text{ V} / 2^{21} = 4,8 \mu\text{V}$  pour le convertisseur du signal de sortie.

La seconde opération d'étalonnage concerne le diviseur de tension. Cette procédure a permis de montrer que certaines résistances du diviseur à coefficient réglable du premier boîtier de polarisation étaient hors d'usage. Avec le second boîtier la procédure n'a servi qu'à constater le bon fonctionnement du diviseur que nous avons réalisé. Dans les deux cas l'incertitude sur la valeur du coefficient  $d$  du diviseur (ou sa valeur inverse  $D \equiv 1/d$ ) était calculée en utilisant les mesures des différentielle des tensions  $V_E$  et  $V_d$ . Les valeurs des tensions elles-même ne sont pas utilisées car dans ce cas le calcul d'incertitude peut diverger à faible polarisation :

$$D \equiv \frac{1}{d} = \frac{(V_E - O_E)}{V_d} \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta V_E}{(V_E - O_E)} + \frac{\Delta V_d}{V_d} \xrightarrow{V_d=0} \infty$$

$$D \equiv \frac{1}{d} = \frac{\delta V_E}{\delta V_d} \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{\delta \Delta V_E}{\delta V_E} + \frac{\delta \Delta V_d}{\delta V_d} \rightarrow \text{constant pour } D \text{ fixé}$$

La valeur moyenne sur  $N$  points d'acquisition et l'écart-type correspondant sont également calculés :  $\langle D \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i$  et  $\Delta_E D \equiv \sqrt{\langle \Delta D^2 \rangle} = \sqrt{\langle D^2 \rangle - \langle D \rangle^2}$  où  $\langle D^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i^2$ .

L'étalonnage du diviseur se fait en comparant le calcul de  $D$  aux mesures effectuées sur un montage non amplifié avec deux résistances connues branchées en parallèle sur le diviseur :

$$D_i = 1 + R_s \cdot \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_i} \right) \Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{1}{D_i - 1} \left( \frac{D_i - 1}{R_2} - \frac{D_i - 1}{R_1} \right) \text{ et } \frac{1}{R_s} = \frac{1}{D_i - 1} \left( \frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_i} \right)$$

Cette démarche n'était utile qu'avec le premier boîtier de polarisation, pour lequel nous n'avions pas un accès direct à  $R_p$  et  $R_s$ . Elle a montré que l'erreur sur les mesures des résistances étalon étaient  $\Delta R_e/R_e < 1,8 \%$  pour  $1 < D < 10$ , soit  $1000 > d[\%] > 100$ . Tant que nous utilisons ce diviseur de tension réglable, nous avons donc systématiquement choisi des valeurs  $d > 100 \%$  (l'erreur divergeait lorsque  $d < 100 \%$ ). Pour le second boîtier on avait  $R_s = 10 \pm 0,001 \text{ k}\Omega$  et  $R_p = 1 \pm 0,001 \text{ k}\Omega$ , soit  $D_{min} = 11$  et  $D_{max} = 11,01$  (car  $R_{C_{min}} = 1 \text{ M}\Omega$ ) et  $\Delta D/D = (R_s/R_p) \cdot (\Delta R_s/R_s + \Delta R_p/R_p) / D + (D_{max}/D_{min} - 1) = 2 \%$ . Cependant les mesures sur des résistances étalon donnaient des valeurs 1,5% plus élevées que la valeur réelle des résistances. Cet écart était dû à l'étage d'amplification qui n'était pas encore étalonné.

Le gain des amplificateurs différentiels est étalonné en comparant les vraies valeurs de  $D$  avec les mesures effectuées sur un montage où l'amplificateur est branché sur le diviseur. L'impédance d'entrée de l'amplificateur est assez grande pour n'avoir aucune influence sur  $D$  :

$$\frac{(V_E - O_E)}{D} = V_d = \frac{(V_s - O_s)}{G_A} \Rightarrow G_{A\_vrais} = G_{A\_affiché} \cdot \frac{D_{étalonné}}{D_{mesuré}} \text{ et } \frac{\Delta G_A}{G_A} = \frac{\Delta D_{étal}}{D_{étal}} + \frac{\Delta_E D_{mes}}{D_{mes}}$$

Nous avons trouvé  $(G_{A\_vrais} - G_{A\_affiché})/G_{A\_vrais} = 1,7 \%$ , avec une incertitude  $\Delta G_A/G_A = 5\%$  en enlevant 5% de glitches. La statistique étant établie sur 20 séries d'acquisitions.

Les incertitudes que nous donnons ne peuvent être atteintes qu'en prenant compte des offsets sur chacune des voies. Ces offsets sont dus aux amplificateurs des convertisseurs et aux amplificateurs différentiels. En régime établi ils variaient typiquement de  $-1,5 < O_E [\text{mV}] < 1,5$  pour la voie d'excitation et de  $-9 < O_S [\text{mV}] < 9$  pour la voie de sortie, avec une période d'oscillation de l'ordre de la demi-heure. Tous les fichiers de données enregistrés au cours de la thèse comporte en en-tête une mesure des offsets (moyennes sur 30 points).

L'étalonnage de l'impédance d'entrée du premier amplificateur se fait sur un nouveau montage en utilisant des résistances de charge étalonnée et connues au préalable. En utilisant l'Équation II-62 ou l'Équation II-63 on calcule facilement  $R_A$  :

$$R_A = \frac{V_A}{I_A} \underset{\text{comportement Ohmique}}{=} Z_A = \frac{\delta V_A}{\delta I_A} = \delta V_A \frac{R_C}{\delta V_d - \delta V_A} = \frac{R_C}{\frac{G_A}{D} \frac{\delta V_E}{\delta V_S} - 1}$$

$$\text{avec } \delta V_A = (V_{S_i} - V_{S_{i+1}}) / G_A = \delta V_S / G_A \quad \text{et} \quad \delta V_d = \delta V_E / D$$

Notons que dans l'expression de  $D$ , on a ici  $R_i = R_C + R_A$ . Il faut par conséquent choisir les résistances telles que  $R_p \leq R_s \ll R_C < R_A$  pour que l'influence de  $R_C$  soit petite et surtout que l'influence de  $R_A$  soit négligeable dans la valeur de  $D$ , sans quoi la mesure serait faussée.

Pour le calcul d'incertitude il faut tenir compte du fait que les tensions et le courant comportent chacun deux composantes : le signal utile (qui contient l'information pertinente) à basse fréquence, non-aléatoire, et, le bruit de mesure (de la chaîne d'acquisition de données), constitué de fluctuations à hautes fréquences. Or seule cette dernière composante participe à l'incertitude de mesure. En notant  $X = X_u + X_b$  l'une des variables mesurées (c'est-à-dire  $V$  ou  $I$ ), le carré de l'amplitude moyenne des fluctuations de  $X$  est donnée par sa variance, autrement dit par l'espérance de l'écart entre les réalisations de la composante aléatoire  $X_b$  et sa propre espérance :  $\varepsilon((X_b - \varepsilon(X_b))^2)$ . En utilisant les définitions du paragraphe I.3.1.1 on montre que cette variance correspond au carré de l'écart-type dont la définition a été donnée précédemment pour  $D$ . Dans le cas du diviseur la composante non aléatoire de  $D$  est constante au long de la mesure et son influence disparaît dans le calcul de l'écart-type. Ce n'est en revanche pas le cas de  $X$  (tensions et courant) dont les composantes non-aléatoires contribuent fortement à l'écart-type  $\Delta_{Ea}X$  du fait de leur variation au long de la mesure. Il est donc nécessaire d'extraire le bruit de mesure pour pouvoir calculer son écart-type. Plusieurs méthodes d'extraction existent (filtres temporels ou fréquentiels), celle que nous utilisons est assez simple mais très efficace compte tenu de l'écart entre les fréquences utiles et les fréquences du bruit : nous soustrayons un polynôme d'ordre peu élevé à la mesure et nous calculons l'écart-type sur le résultat de cette différence. Dans l'expression  $X = X_u + X_b$ , la composante utile est notée  $X_u$ , la composante de bruit  $X_b$ , le polynôme utilisé pour ajuster  $X$  est noté  $X_a$  et en appelant  $\Delta_{Ea}X$  l'écart-type de la composante aléatoire de  $X$ , on a :

$$\sqrt{\langle \Delta X_b^2 \rangle} = \sqrt{E((X_b - E(X_b))^2)} \xrightarrow{X_a \rightarrow X_u} \Delta_{Ea}X \equiv \sqrt{\langle (X - X_a)^2 \rangle - \langle X - X_a \rangle^2}$$

Moyennant ces définitions, on calcule alors l'incertitude sur la mesure de l'impédance d'entrée de l'amplificateur en tenant compte à la fois des erreurs de mesures (qui diminuent avec le nombre de points échantillonnés) et des incertitudes sur les éléments de la chaîne d'acquisition (qui sont des erreurs systématiques, constantes quel que soit le nombre de points) :

$$\frac{\Delta \delta V_A}{\delta V_A} = \frac{G_A}{G_A} \cdot \frac{\Delta_{Ea} \delta V_S}{\delta V_S} + \frac{\Delta G_A}{G_A} = \frac{\Delta_{Ea} \delta V_A}{\delta V_A} + \frac{\Delta G_A}{G_A}$$

$$\frac{\Delta \delta I_A}{\delta I_A} = \frac{\Delta \left( \frac{\delta V_E}{V_E} - \frac{\delta V_S}{V_S} \right)}{\frac{\delta V_E}{V_E} - \frac{\delta V_S}{V_S}} + \frac{\Delta R_C}{R_C} = \frac{\Delta_{Ea} \delta I_A}{\delta I_A} + \frac{\delta V_d}{\delta V_d - \delta V_A} \frac{\Delta D}{D} + \frac{\delta V_A}{\delta V_d - \delta V_A} \frac{\Delta G_A}{G_A} + \frac{\Delta R_C}{R_C}$$

$$\text{avec } N \text{ séries de mesures les écart - types varient selon : } \left. \frac{\Delta_{Ea} X}{X} \right|_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \left. \frac{\Delta_{Ea} X}{X} \right|_1$$

$$\text{d'où : } \frac{\Delta R_A}{R_A} = \frac{\Delta Z_A}{Z_A} = \left. \frac{\Delta \delta V_A}{\delta V_A} \right|_N + \left. \frac{\Delta \delta I_A}{\delta I_A} \right|_N$$

En suivant cette démarche on a déterminé  $R_A = 100 \pm 3 \text{ M}\Omega$ , en utilisant 20 séries de mesures. Notons que plus les résistances de charge sont petites par rapport à  $R_A$  plus  $\delta V_d - \delta V_A$  est petit ; le deuxième et le troisième terme de  $\Delta \delta I_A / I_A$  sont alors de plus en plus grands. Cependant l'utilisation de résistances de charge comparable à  $R_A$  entraîne une erreur sur le calcul du diviseur de tension faussant ainsi les mesures. En pratique nous avons utilisé  $R_c = 1, 10, 100$  et  $500 \text{ M}\Omega$ . Pour les grandes valeurs de  $R_c$  nous avons vérifié qu'il était effectivement nécessaire d'estimer  $R_A$  dans le calcul de  $D$  pour avoir des résultats compatibles.

La dernière étape d'étalonnage de la chaîne d'acquisition consiste simplement à mesurer les résistances de charge qui seront utilisées pour les mesures sur les échantillons. On rappelle (voir Tableau II-5 page 215) que nous avons utilisé des résistances de  $1$  et  $10 \text{ M}\Omega$  à  $0,01 \%$  et une résistance supplémentaire de  $100 \text{ M}\Omega$  à  $5 \%$  dans le second boîtier de polarisation.

Après les étalonnages, nous avons effectué des mesures de tests et de vérifications de l'ensemble du montage en utilisant des résistances de petites tailles (résistances CMS) soudées sur une plaquette de circuit imprimé, ainsi que des résistances NbSi réalisées par masques mécaniques, conçues pour des applications thermométriques (non bolométriques) et encapsulées dans de petits boîtiers individuels. Toutes ces résistances de tests étaient montées dans ou sur le porte-échantillon prévu pour les matrices (voir photographie de la Figure II-35 page 218), qui était lui-même monté dans le cryostat à dilution. Les mesures ont été effectuées à  $300 \text{ K}$ ,  $70 \text{ K}$ ,  $4 \text{ K}$  et pour certaines à  $100 \text{ mK}$ . Évidemment, pour la vérification de l'étalonnage de la chaîne de mesure seules les mesures à  $300 \text{ K}$  étaient utiles, par contre les mesures à basses températures ont permis de vérifier qu'il n'y avait pas de problème de contacts avec les fils électriques dans le cryostat et sur le porte-échantillon.

## IV.1.2 Mise en évidence des comportements thermiques et électriques des échantillons.

Dans toute expérience scientifique, l'objectif visé est d'extraire des données les caractéristiques qui permettent de décrire le comportement du système étudié par des formules mathématiques. Il faut pour cela disposer d'un nombre suffisant de données pour effectuer une étude statistique permettant d'évaluer les valeurs des paramètres des formules et leurs incertitudes. Lorsque les formules décrivent un modèle physique, on parle d'estimation paramétrique.

Le premier paragraphe suivant expose la démarche que nous avons suivie pour l'extraction et la visualisation des données, pour les calculs de propagation des erreurs de mesures et des incertitudes, et, pour les ajustements de courbes sans modèle physique.

Les trois paragraphes suivant décrivent d'abord les différentes estimations paramétriques que nous avons effectuées, puis, les calculs des critères de qualité des échantillons testés.

### IV.1.2.1 Extraction de données, visualisation et ajustements de courbes.

#### IV.1.2.1.1 Données d'une campagne de mesures et leurs incertitudes.

Lors du traitement de l'ensemble des fichiers d'une campagne, nous créons un tableau dont chaque ligne rassemble les paramètres d'une mesure (température, numéro d'échantillon, valeur du diviseur de tension, résistance de charge, gain des amplificateurs, nombre de points échantillonnés, etc.) suivis des valeurs de la tensions  $V$  aux bornes de l'échantillon, du

courants  $I$  qui le traverse et de la résistance différentielle  $Z$ . Les valeurs de ces trois variables sont calculées à partir des valeurs numérisées des tensions d'entrée  $V_E$  et de sortie  $V_S$  du montage. En appelant  $V_d$  la tension aux bornes du diviseur, on a :

$$V_d = \frac{(V_E - O_E)}{D} \quad \text{où } D = 1 + R_s \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_c} \right)$$

$$V = \frac{(V_S - O_S)}{G_A} \quad I = \frac{V_d - V}{R_c} - \frac{V}{R_A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V}{I}$$

$$\delta V_i = V_i - V_{i+1} \quad \delta I = I_i - I_{i+1} \quad \Rightarrow \quad Z_i = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta V_{i-1}}{\delta I_{i-1}} + \frac{\delta V_i}{\delta I_i} \right)$$

Équation II-65

En utilisant la loi des nœuds, la loi des mailles et la loi d'Ohm, on montre que le diviseur vaut exactement  $D = 1 + R_s \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_c + R_A // R} \right)$  avec  $(R_A // R) \xrightarrow{R=\infty} R_A$  et  $(R_A // R) \xrightarrow{R=0} 0$ .

L'influence de la résistance à mesurer sur la valeur de  $D$  est donc minimale lorsque  $R_p \leq R_s \ll R_c < R_A$ . Lors des calculs de traitement de données on vérifie que les valeurs extrémales possibles du diviseur de tension sont inférieures à 1‰. Si c'est le cas, on utilise la formule de l'Équation II-65. Si ce n'est pas le cas, une plage de valeurs possible de  $R$  est définie par itérations successives. L'itération s'arrête lorsque les valeurs extrêmes possibles de  $D$  sont telles que  $\Delta D/D < 1‰$  avec  $R_{\text{calcul}}(D(R_{\text{test}})) \approx R_{\text{test}}$ .

On rappelle que l'on calcule l'impédance dynamique  $Z = \delta V / \delta I$  (qui est égale à la résistance différentielle lorsque les effets capacitifs et inductifs sont négligeables) car la résistance  $R = V/I$  diverge à la moindre erreur sur  $I$  à faible polarisation. Cette dernière est cependant toujours accessible dans les programmes de traitements.

- La divergence que l'on observe sur  $R$  à faible polarisation (voir par exemple Figure II-39 page 234) est très différente de celle dont nous allons parler au paragraphe IV.2.2.2. En effet ici elle est uniformément répartie autour d'une pente moyenne de  $R$ , alors que dans le second cas elle ne se fait que vers les valeurs bien supérieures à cette pente moyenne.
- Pour le calcul de  $Z$ , l'utilisation de la valeur moyenne de deux pentes consécutives  $dV/dI$  permet d'atténuer les effets des changements de direction de la tension triangulaire d'excitation ( $V_E$ ) et les effets du bruit haute fréquence qui parasite les signaux sur les lignes de transmission. Nous avons testé les calculs d'écart-type avec une seule pente ( $Z_i = (V_i - V_{i+1}) / (I_i - I_{i+1})$ ) et avec la moyenne sur deux pentes consécutives ( $Z_i = 0,5 \cdot ((V_{i-1} - V_i) / (I_{i-1} - I_i) + (V_i - V_{i+1}) / (I_i - I_{i+1}))$ ). Nous constatons que l'effet n'est pas sensible sur les mesures très peu bruitées et un peu sensible sur les mesures plus bruitées.

Les incertitudes sur  $V$ ,  $I$ ,  $R$  et  $Z$  peuvent être calculées pour chaque fichier de mesure. Elles tiennent compte des fluctuations de mesures et des incertitudes sur les éléments de la chaîne d'acquisition. Pour le calcul de l'incertitude totale sur une des variables nous procédons comme dans le calcul de la résistance de l'amplificateur différentiel présenté au paragraphe IV.1.1.3, mais on séparera les erreurs de mesures des erreurs systématiques pour les étapes suivantes des traitements de données que sont les estimations paramétriques (l'utilisation de l'incertitude totale entraînerait une sur-estimation car l'erreur de mesure serait additionnée à chaque étape au lieu de ne compter qu'une seule fois).

En ce qui concerne les erreurs de mesure on considère que chaque variable ( $V$ ,  $I$ ,  $R$  et  $Z$ ) possède deux composantes : le signal utile (qui contient l'information pertinente) à basse fréquence, non-aléatoire, et, le bruit de mesure, constitué de fluctuations à hautes fréquences.

Comme précédemment le bruit de mesure est évalué grâce à un calcul d'écart-type entre la valeur mesurée et une fonction d'ajustement. Pour chaque série de mesures on a :

$$\forall X = V \text{ ou } I \text{ ou } R \text{ ou } Z \Rightarrow \Delta_{Ea} X = \sqrt{\langle \Delta X_b^2 \rangle} = \sqrt{\langle (X - X_a)^2 \rangle - \langle X - X_a \rangle^2}$$

Relations entre les différentes erreurs de mesures :

$$\begin{aligned} \Delta_{Ea} V &= \Delta_{Ea} V_S + \Delta_{Ea} O_S & \Delta_{Ea} V_d &= \Delta_{Ea} V_E + \Delta_{Ea} O_E & \Delta_{Ea} I &= \frac{\Delta_{Ea} V_d}{R_C} + \Delta_{Ea} V \left( \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_A} \right) \\ \Delta_{Ea} R &\approx \left\langle \frac{1}{I} \cdot \left( \Delta_{Ea} I \cdot \frac{V}{I} + \Delta_{Ea} V \right) \right\rangle & \Delta_{Ea} Z &\approx \left\langle \frac{1}{\delta I} \cdot \left( \Delta_{Ea} \delta I \cdot \frac{\delta V}{\delta I} + \Delta_{Ea} \delta V \right) \right\rangle \end{aligned}$$

Équation II-66

Dans l'expression de l'écart-type de l'erreur,  $X$  représente une mesure,  $X_b$  la composante de bruit de cette mesure et  $X_a$  l'ajustement permettant de séparer au mieux les deux composantes. Ces ajustements sont présentés avec plus de détails au paragraphe IV.1.2.1.3. Les erreurs de mesures sur les tensions d'entrées  $V_E$ , de sorties  $V_S$ , aux bornes du diviseur de tension  $V_d$  peuvent être ajustées et comparées aux calculs ci-dessus à titre de vérification.

Les incertitudes dues aux erreurs systématiques se calculent à partir des différentielles des formules de l'Équation II-65. Pour chaque variable l'erreur systématique (ou dispersion) est constante sur toutes les mesures. On a :

$$\begin{aligned} \Delta D &= \Delta R_s \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_C} \right) + R_s \left( \frac{\Delta R_p}{R_p^2} + \frac{\Delta R_C}{R_C^2} \right) \\ \frac{\Delta V_d}{V_d} &= \frac{\Delta D}{D} & V_d &= I_x R_C + V_x \left( 1 + \frac{R_C}{R_A} \right) \Rightarrow \frac{1}{1 - V_d/V_x} = \left( \frac{1/R_C}{I_x/V_x + 1/R_A} + 1 \right) \\ \frac{\Delta V}{V} &= \frac{\Delta G_A}{G_A} & \frac{\Delta I}{I} &= \left( \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta G_A}{G_A} \right) \cdot \left( \frac{1/R_C}{I/V + 1/R_A} + 1 \right) + \frac{\Delta R_A}{R_A} + \frac{\Delta R_C}{R_C} \\ \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} &= \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} = \left( \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta G_A}{G_A} \right) \cdot \left( \frac{1/R_C}{1/R + 1/R_A} + 1 \right) + \frac{\Delta G_A}{G_A} + \frac{\Delta R_A}{R_A} + \frac{\Delta R_C}{R_C} \\ \frac{\Delta \delta V}{\delta V} &= \frac{\Delta G_A}{G_A} & \frac{\Delta \delta I}{\delta I} &= \left( \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta G_A}{G_A} \right) \cdot \left( \frac{1/R_C}{\delta I/\delta V + 1/R_A} + 1 \right) + \frac{\Delta R_A}{R_A} + \frac{\Delta R_C}{R_C} \\ \Rightarrow \frac{\Delta Z}{Z} &= \frac{\Delta \delta V}{\delta V} + \frac{\Delta \delta I}{\delta I} = \left( \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta G_A}{G_A} \right) \cdot \left( \frac{1/R_C}{1/Z + 1/R_A} + 1 \right) + \frac{\Delta G_A}{G_A} + \frac{\Delta R_A}{R_A} + \frac{\Delta R_C}{R_C} \end{aligned}$$

$$\text{Puis calcul des moyennes : } \left\langle \frac{\Delta I}{I} \right\rangle, \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle, \left\langle \frac{\Delta Z}{Z} \right\rangle$$

Équation II-67

Dans l'expression des incertitudes  $\Delta I/I$ ,  $\Delta R/R$ ,  $\Delta \delta I/\delta I$  et  $\Delta Z/Z$  nous avons remplacé  $V_d$  par son expression en fonction  $V$  et  $I$ , les seules variables indépendantes que nous utilisons par la suite. Les termes en  $1/(1 - V_d/V)$  proviennent des dérivées de  $I$  par rapport à  $D$  et à  $G_A$ .

Pour chaque variable l'incertitude relative totale peut-être calculée :

$$\text{Soit } X = V \text{ ou } I \text{ ou } R \text{ ou } Z \Rightarrow \frac{\Delta_{TOT} X}{X} = \left\langle \frac{\Delta_{Ea} X}{X} \right\rangle + \left\langle \frac{\Delta X}{X} \right\rangle$$

Lorsqu'il existe dans le tableau global de données des lignes ayant les mêmes numéros d'échantillons et de contacts, ainsi que des températures identiques, il est possible de calculer à partir des données  $Z(V \rightarrow 0, T)$  ou des ajustements  $R_a(V \rightarrow 0, T)$ , la valeur moyenne  $\langle R_{V=0} \rangle$  et l'écart-type  $\Delta_E R_{V=0} \equiv \sqrt{\langle \Delta R_{V=0}^2 \rangle}$ . Attention ici  $\Delta_E$  indique qu'il s'agit ici d'un écart-type entre plusieurs séries de mesures d'une même quantité (plusieurs fichiers), et non d'un écart-type entre une seule série de mesure (un seul fichier) et un polynôme ajusté.

On note que  $Z = \frac{\delta V}{\delta I} = \frac{\delta R}{\delta I} \cdot I + R$ . À la limite où la polarisation devient nulle on a donc

$$Z_{V=0} = \lim_{V \rightarrow 0} Z = \lim_{I \rightarrow 0} Z = \lim_{I \rightarrow 0} \frac{dV}{dI} = \lim_{I \rightarrow 0} \frac{V}{I} = R_{V=0}.$$

Si les mesures ont été correctement effectuées et les calculs d'incertitudes correctement menés, on doit vérifier pour chaque échantillon et chaque température de la campagne de mesures :

$$\frac{Z(V \rightarrow 0) - R_a(V \rightarrow 0)}{Z(V \rightarrow 0)} \ll \frac{\Delta_E R_{V=0}}{\langle R_{V=0} \rangle} \approx \frac{\Delta_{Ea} R}{R} \Big|_{V=0} < \frac{\Delta R}{R} \Big|_{V=0} < \text{quelques \%}.$$

Sans être très rigoureuse, la démarche présentée ici a le mérite d'être relativement simple tout en donnant une bonne idée de la dispersion globale des valeurs mesurées. Cela permet d'aboutir à des estimations raisonnables sur les paramètres physiques déduits des traitements de données. Une analyse statistique plus fine serait plus complexe à mettre en œuvre, il faudrait notamment tenir compte des corrélations entre variables.

#### IV.1.2.1.2 Visualisation graphique interactive.

Nous avons réalisé un programme de visualisation interactive<sup>62</sup> des courbes permettant de faciliter la tâche de l'utilisateur pour le dépouillement des données.

La figure ci-dessous est une capture d'écran de la fenêtre de contrôle et de quelques courbes visualisées avec ce programme. Pour chaque visualisation un tableau de légendes est automatiquement généré. Le programme permet de visualiser les courbes  $V(I)$ ,  $Z(I)$ ,  $Z(V)$ ,  $Z(V, T)$ ,  $R(I)$ ,  $R(V)$ ,  $Z(P=VI)$ ,  $R(P)$  et  $R(V=0, T)$  pour un ou plusieurs échantillons, et/ou numéros de contacts, et/ou températures, et/ou numéros de fichiers. La représentation des axes peut être linéaire ou logarithmique. Les valeurs absolues peuvent être calculées avant d'être affichées, les données peuvent être triées (par exemple par ordre croissant de tensions ou de courants), les symboles et les couleurs peuvent représenter des températures ou des numéros d'échantillons ou des numéros de fichier ou des paramètres d'ajustements de courbes. On peut visualiser les résultats de calculs de moyennes par groupes de points ou les résultats d'ajustements de courbes par des polynômes optimisés au sens des moindres carrés avec ou sans modèle physique (voir paragraphe suivant). En utilisant simplement la souris on peut zoomer sur les courbes 2D et faire tourner dans n'importe quel sens les courbes 3D.

Remarque : les courbes montrent que lorsque les offset  $O_E$  et  $O_S$  n'ont pas été correctement mesurés avant une série d'acquisition, il est possible de s'affranchir partiellement de l'erreur importante qu'ils induisent à faible polarisation en utilisant les valeurs absolues des tensions et courants dans les programmes d'ajustements de courbes.

<sup>62</sup> La documentation Matlab [*Hanselman et Littlefield, 97*] étant incomplète sur les environnements graphiques, nous signalons que de plus amples informations sont disponibles sur <http://www.mathworks.com>.

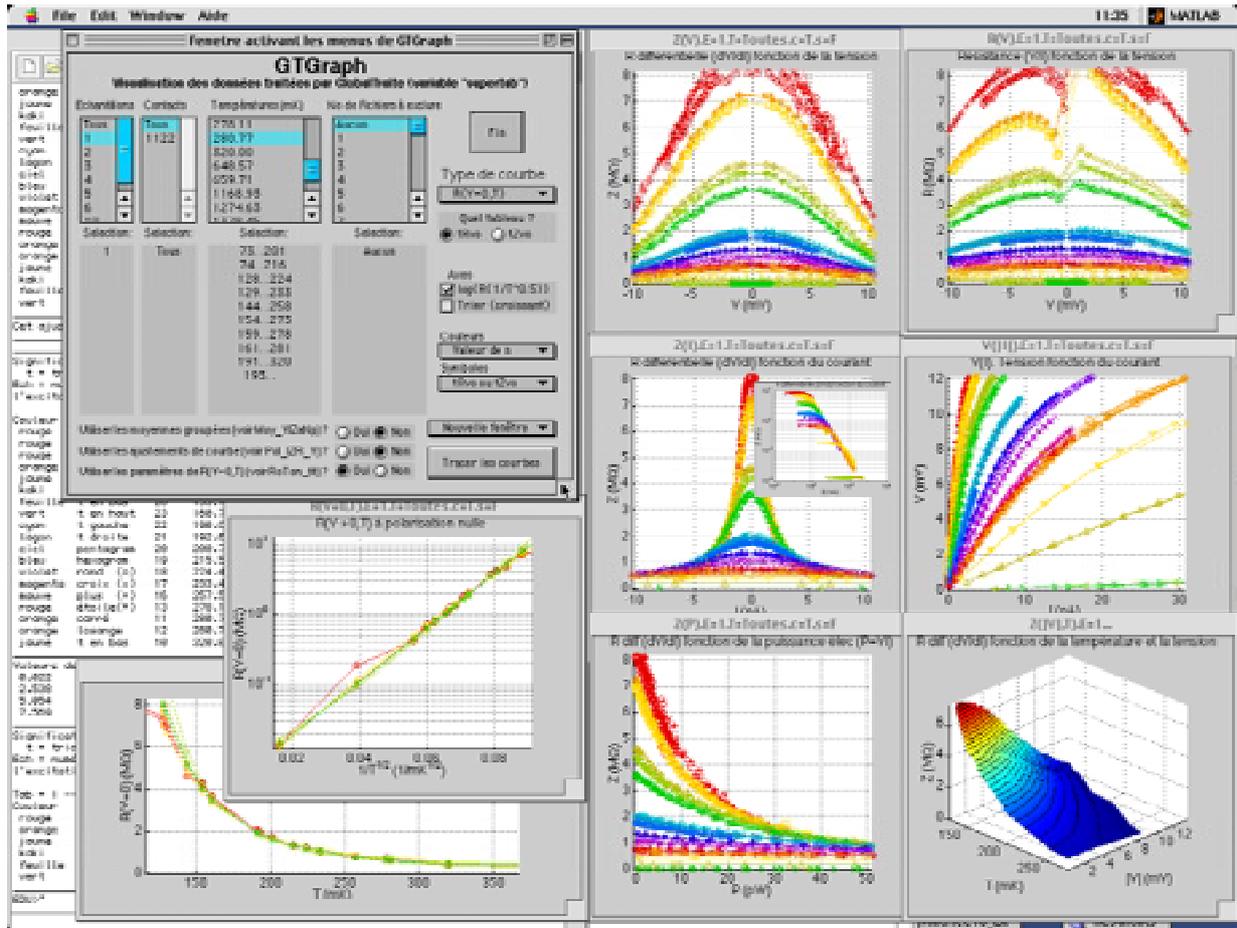


Figure II-38. Capture d'écran du programme Matlab de visualisation interactive des données traitées.

Les courbes 2D de la figure présentent des mesures 2 fils effectuées sur le bolomètre individuel BoloM10. Sur les courbes  $Z(V)$ ,  $R(V)$ ,  $Z(I)$ ,  $V(I)$  et  $Z(P)$  les couleurs représentent différentes températures (et  $P=V \cdot I$ ). On remarque sur la courbe  $R(V)$  qu'un léger offset entre la mesure de  $I$  et la mesure de  $V$  à faible polarisation a une influence très importante sur  $R = V/I$ . Cependant un ajustement sur les valeurs absolues  $R(|V|) = |V|/|I|$  permet de gommer cet offset. Ce qui est vérifié sur les courbes  $R(V=0, T)$  où les données  $Z(T)$  et  $R(T)$  sont confondues (croix et ronds rouges sur les deux figures superposées en bas à gauche). Les autres couleurs de ces courbes  $R(V=0, T)$  représentent différentes valeurs possibles pour les paramètres  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  (voir paragraphe IV.1.2.3). Les courbes de niveaux de la représentation 3D de  $Z(V, T)$  correspondent ici à des écarts de 239 k $\Omega$ .

La figure ci-dessous met en évidence la différence entre les résistances différentielles  $Z$  et les résistances "simples"  $R$  extraites des données d'un échantillon de la matrice #13 pour plusieurs températures. On constate à faible polarisation ( $I < 0,5$  nA) une divergence alternée de  $R$  (la mesure oscille autour d'une courbe médiane d'un point d'acquisition à l'autre). Dans ce cas les offsets entre les voies de mesures de  $V$  et  $I$  ont été mesurés au préalable et soustraits des données. On identifie les fluctuations résiduelles de  $R$  aux petites erreurs de mesures du convertisseur 21 bits qui atteint ses limites à faible polarisation.

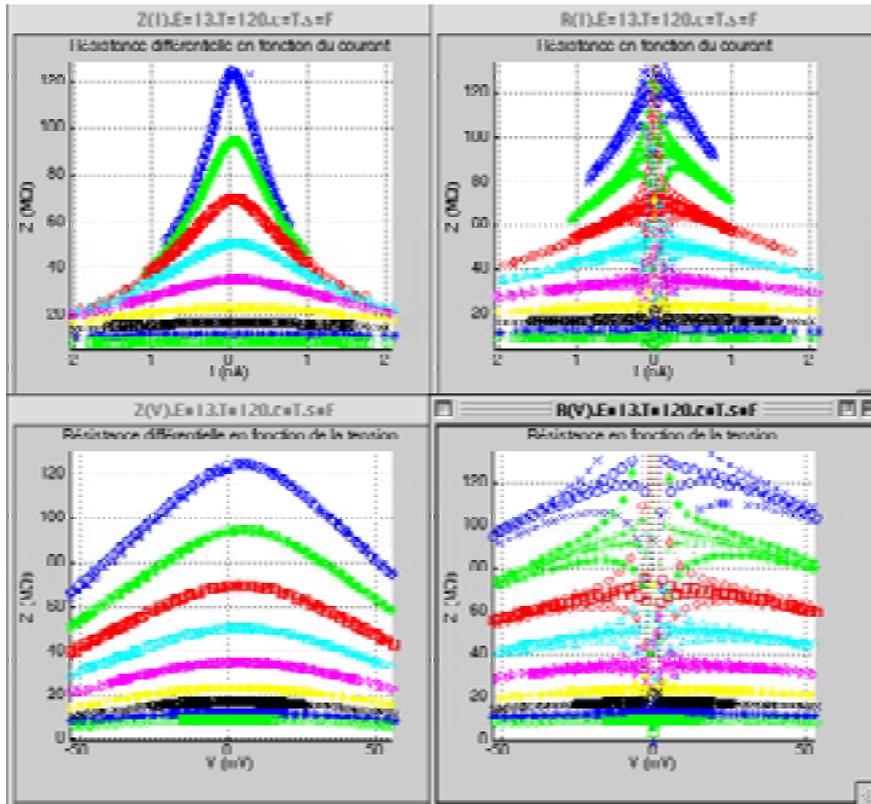


Figure II-39. Comparaisons entre résistances différentielles  $Z$  et résistances  $R$ . Cette comparaison met en évidence les erreurs de mesures de  $R$  à faible polarisation, causées par les limites de la numérisation. Les données affichées correspondent aux courbes  $Z(I)$ ,  $R(I)$ ,  $Z(V)$  et  $R(V)$  d'un échantillon de la matrice #13 entre 120 et 280 mK.  $R_{I=0}$  diverge autour de la valeur moyenne

$$\langle R_{I=0} \rangle = \langle Z_{I=0} \rangle.$$

#### IV.1.2.1.3 Ajustements de courbes et leurs incertitudes.

Tous les programmes d'ajustements de courbes que nous avons réalisés exécutent un algorithme de régression polynomiale avec le critère de minimisation au sens des moindres carrés. Soit  $y_d$  un ensemble de  $N$  mesures en fonction d'une variable  $x$  (dans un fichier de données on a  $N$  points de mesures pour chacune des deux tensions  $V_E$  et  $V_S$ ), soit  $y = \sum_{i=0}^{\phi} c_i \cdot x^i$

le polynôme d'ajustement de  $y_d$ . Dans la méthode des moindres carrés on cherche à minimiser  $\sum_{j=1}^N (y_{d,j} - y_j)^2$ , où l'indice  $j$  représente les numéros de la série de mesure considérée. Il suffit pour cela de dériver l'expression par rapport aux coefficients  $c_i$  ce qui aboutit à un système de  $\phi+1$  équations permettant de déterminer les coefficients.

Dans nos programmes l'utilisateur choisit les numéros de fichiers ou d'échantillons à traiter ainsi que l'ordre  $\phi$  des polynômes à ajuster. Pour chaque valeur ajustée un calcul d'incertitude  $\Delta y$  est effectué de manière à ce que 50% des prédictions de se trouvent dans l'intervalle  $y \pm \Delta y$  (autrement dit  $\Delta y$  est très proche de la valeur médiane des  $|y_d - y|$ ). Les courbes superposant les données brutes et les valeurs ajustées avec leurs barres d'incertitudes sont tracées (voir les exemples plus loin dans le sous-chapitre IV.2).

Les tableaux contenant les coefficients des polynômes d'ajustement de courbes peuvent être réutilisés par le programme de visualisation graphique interactive.

Certains des programmes d'ajustement fonctionnent sans hypothèse théorique sur le comportement physique des échantillons, c'est le cas de celui qui ajuste les courbes  $I(V)$ ,  $Z(V)$ ,  $R(V)$  ainsi que celui qui calcule les moyennes et écart-types de  $Z_{I=0}(T)$  et  $R_{I=0}(T)$ . Le programme d'ajustement de  $I(V)$ ,  $Z(V)$ ,  $R(V)$  calcule les écart-types  $\Delta_{Ea}I(V)$ ,  $\Delta_{Ea}Z(V)$  et  $\Delta_{Ea}R(V)$  (voir Équation II-66 page 231), qui seront utilisés pour les calculs d'incertitudes sur les paramètres physiques des échantillons. Nous avons vérifié sur quelques fichiers de données que l'utilisation des  $\Delta_{Ea}I(V)$ ,  $\Delta_{Ea}Z(V)$  et  $\Delta_{Ea}R(V)$  tout à fait valide et plus aisée à utiliser avec un programme d'élimination des glitches que  $\Delta_{Ea}I(j)$ ,  $\Delta_{Ea}Z(j)$  et  $\Delta_{Ea}R(j)$ , où  $j$  représente les numéros des points échantillonnés pour un fichier d'une série de mesures, (ce qui correspond à une variable temporelle). La variable  $V$  est considérée comme une donnée non bruitée dans les trois calculs d'écart-types de  $I$ ,  $Z$  et  $R$ , mais lorsque l'on doit utiliser un écart-type pour tenir compte des erreurs de mesures de la tension dans le calcul d'incertitude d'un paramètre physique, on utilise les  $\Delta_{Ea}V(j)$  calculés avant l'élimination des glitches.

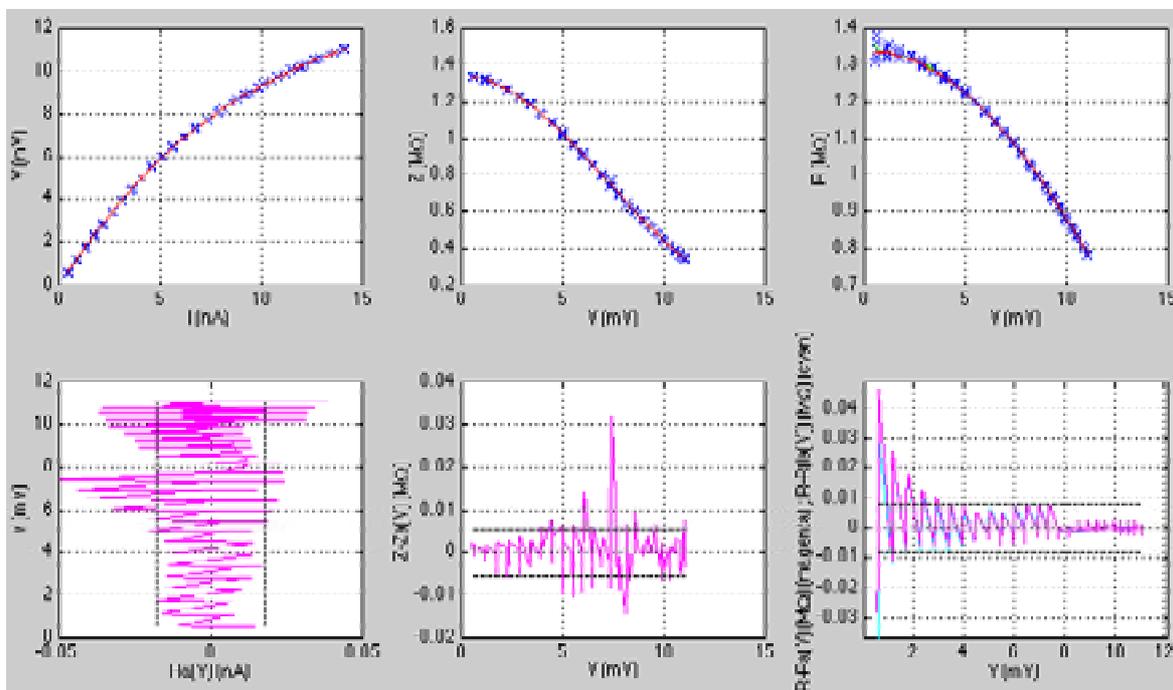


Figure II-40. Illustration du programme d'ajustement polynomial de  $I(V)$ ,  $Z(V)$  et  $R(V)$ .

Les croix bleues sur les figures du haut représentent les données et les traits rouges les valeurs des polynômes. Les courbes magenta sur les graphiques du bas représentent les écart-entre données et ajustements en fonction de la tension aux bornes de l'échantillon, soit de gauche à droite :  $I-I_a$ ,  $Z-Z_a$ , et  $R-R_a$ . La distance qui sépare les deux traits noirs en pointillés sur chaque courbe du bas correspond au double de l'écart-type des ajustements :  $2\Delta_{Ea}I$ ,  $2\Delta_{Ea}Z$  et  $2\Delta_{Ea}R$ . L'ensemble des courbes représentées ici correspond à une série de mesures effectuées sur l'échantillon BoloM10 à 216 mK.

Comme le montre la figure, les écart-types calculés par programme d'ajustement de courbes ne donnent qu'une estimation grossière de l'erreur moyenne de mesure. Celle-ci est néanmoins suffisante pour effectuer le calcul d'ordre de grandeur des incertitudes portant sur les paramètres physiques que l'on déduit des traitements de données.

La figure ci-dessous illustre le résultat du calcul d'incertitude effectué selon la méthode de l'Équation II-67 page 231. On constate qu'évidemment les incertitudes relatives explosent lorsque la tension aux bornes de l'échantillon est faible. Pour les calculs d'incertitudes sur les

paramètres déduits des ajustements avec modèles physiques (voir discussion sur la dispersion des paramètres à la fin du paragraphe) on utilise les incertitudes moyennes  $\langle \Delta V/V \rangle$ ,  $\langle \Delta I/I \rangle$ ,  $\langle \Delta Z/Z \rangle$  et  $\langle \Delta R/R \rangle$ , représentées par les traits noirs sur des courbes de la deuxième et quatrième ligne de la figure.

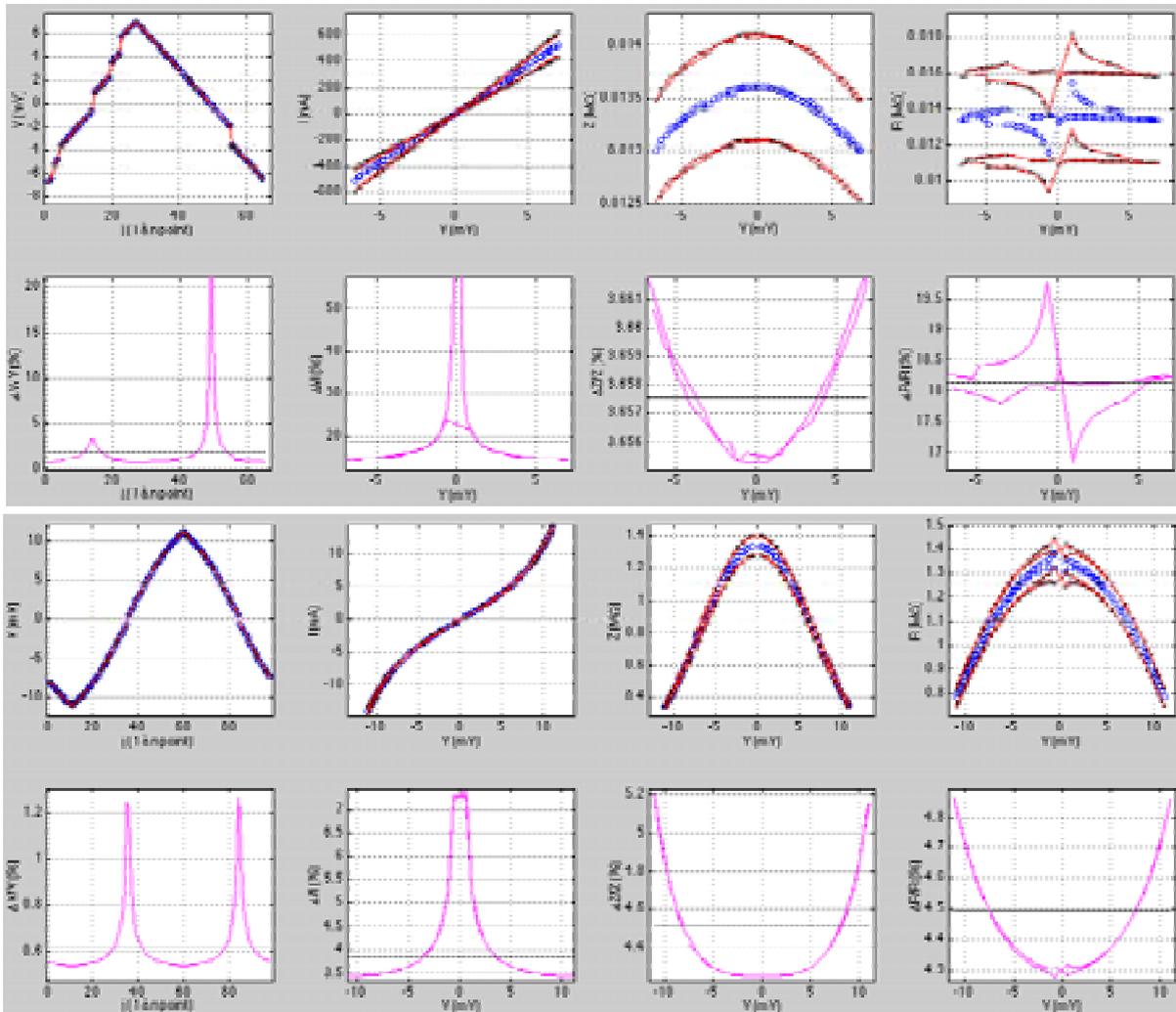


Figure II-41. Courbes résultant des calculs d'incertitudes sur les mesures.

Sur les graphiques de la première et troisième ligne les ronds bleus représentent les données (de gauche à droite :  $V(j)$ ,  $I(V)$ ,  $Z(V)$  et  $R(R)$ ), les traits rouge les valeurs extrêmes plausibles compte tenu des incertitudes (par exemple  $Z+\Delta Z$  et  $Z-\Delta Z$ ) et les croix noires les valeurs extrêmes en utilisant les incertitudes moyennes (par exemple  $Z \cdot (1+\langle \Delta Z/Z \rangle)$  et  $Z \cdot (1-\langle \Delta Z/Z \rangle)$ ). Les courbes magenta sur les graphiques du bas représentent les incertitudes relatives, soit de gauche à droite :  $\Delta V/V$ ,  $\Delta I/I$ ,  $\Delta Z/Z$  et  $\Delta R/R$ , et, les traits noirs représentent leur valeur moyenne. L'ensemble des courbes représentées ici correspond à deux séries de mesures effectuées sur l'échantillon BoloM10 à 3745 mK (courbes du haut :  $\Delta V/V=2\%$ ,  $\Delta I/I=19\%$ ,  $\Delta Z/Z=3,5\%$  et  $\Delta R/R=14\%$ ) et 216 mK (courbes du bas :  $\Delta V/V=0,62\%$ ,  $\Delta I/I=3,9\%$ ,  $\Delta Z/Z=3,9\%$  et  $\Delta R/R=4\%$ ), avec pour incertitudes relatives sur la chaîne de mesure :  $\Delta D/D=1\%$ ,  $\Delta R_C/R_C=0,01\%$ ,  $\Delta R_A/R_A=3\%$  et  $\Delta G_A/G_A=0,5\%$ . Les discontinuités sur le premier graphique ( $V(j, T=3745\text{mK})$ ) sont dues aux points qui ont été exclus par le programme d'élimination des glitches.

Remarque : dans le calcul d'incertitude nous ne tenons pas compte du décalage dû aux offsets mal mesurés (ce qui explique la forme des courbes de  $R(V, T=3745\text{mK}) + \Delta R$ , en rouge sur le graphique en haut à droite) car en utilisant les valeurs absolues de  $V$  et  $I$  dans les programmes d'ajustement, on s'en s'affranchit partiellement (l'influence du décalage d'offset se répercute tout de même sur le calcul d'erreur statistique de mesure).

## IV.1.2.2 Généralités sur les estimations paramétriques.

### IV.1.2.2.1 Choix des variables et critères de qualité des modèles.

Les programmes d'estimations paramétriques que nous avons réalisés permettent de calculer et visualiser le résultat de la soustraction des courbes modélisées aux données acquises. Cette démarche est similaire à la comparaison entre la différence données-ajustement ( $X-X_a$ ) et écart-types ( $\Delta_{Ea}X$ ) illustrée sur la Figure II-40. Cependant dans le cadre des estimations paramétriques on verra que les variables de l'ajustement ( $y_d$ ,  $y$  et  $x$ ) ne sont pas forcément égales aux observables  $X$  mais en sont généralement des fonctions, par exemple  $y_d=f(X)$ ,  $x=g(Y)$  et  $X_p=f^{-1}(y)$  où  $Y$  est une observable différente de  $X$  avec  $X$  et  $Y$  représentant  $V$ ,  $I$ ,  $Z$ ,  $R$ ,  $T$  ou  $P=P_{el}$ . Pour marquer l'observable déduite de l'estimation paramétrique nous utilisons l'indice  $p$  afin de la différencier de la variable déduite d'un ajustement sans modèle physique, que l'on a marquée avec l'indice  $a$  dans le paragraphe précédent.

Si  $y$  dépend d'un paramètre que l'on cherche à optimiser, utiliser le minimum des écart-types  $\Delta_E(y_d-y)$  peut conduire à des résultats qui ne correspondent pas à ceux qui décrivent le meilleur ajustement avec les mesures ! La solution est d'utiliser soit directement les variables  $X$  soit une fonction intermédiaire :  $\Delta_E(h(y_d)-h(y))$ , où  $h(y_d)$  ne dépend pas du paramètre à optimiser. Nous donnerons un exemple de ce type problèmes au paragraphe IV.1.2.4.4.

Si la fonction  $h$  choisie est telle que la minimisation de  $\Delta_E(h(y_d)-h(y))$  est équivalente à la minimisation de  $\Delta_{Ep}X$ , mais que les écarts ( $X-X_p$ ) ne sont pas uniformément répartis au long de la mesure, les écarts-types calculés peuvent être artificiellement démesurés et favoriser des ajustements non optimaux. Il faut dans ce cas utiliser comme critère d'optimisation une variable qui décrit mieux l'adéquation entre mesures et modèle, par exemple on peut prendre

$\Delta_E(\Delta_p X / X) \equiv \Delta_E((X - X_p) / X) \equiv \sqrt{\langle (1 - X_p / X)^2 \rangle - \langle 1 - X_p / X \rangle^2}$  à la place de  $\Delta_{Ep}(X)$ . Nous donnerons un exemple de ce type de problème au paragraphe IV.1.2.3.1.

Si malgré un choix pertinent de la variable utilisée pour les calculs d'écart-types, les différences constatées entre modèle et données ne sont pas expliquées par les incertitudes, leur visualisation peut alors mettre en évidence certains processus polluants.

Que l'adéquation entre les estimations paramétriques et les mesures semble bonne ou non, il est important de disposer d'un critère quantifiable permettant d'estimer le taux de confiance que l'on peut accorder au modèle physique utilisé. Si ce "taux de confiance" est bon, on peut alors raisonnablement calculer les incertitudes sur les paramètres déduits des traitements.

En ce qui concerne le taux de confiance, on procède à un calcul d'erreur statistique. Dans le cadre de nos traitements de données nous utilisons la méthode la plus simple qui considère les coefficients comme indépendants entre eux et non biaisés (c'est-à-dire sans offset sur la variable  $x$  ni sur la mesure  $y_d$ ), et, qui suppose que seule la variable  $y_d$  est soumise à des incertitudes de mesures. Avec ces hypothèses on montre que pour un polynôme d'ordre 1 (régression linéaire) les écart-types des coefficients sont évalués par les relations suivantes (voir par exemple [Himmelblau, 70] pour la démonstration) :

$$\Delta_{Ec_0} = \frac{\Delta_E(y_d - y)}{\sqrt{n}} \quad \Delta_{Ec_1} = \frac{\Delta_E(y_d - y)}{\sqrt{n} \cdot \Delta_E(x - \langle x \rangle)}$$

Où  $\Delta_{Ec_i} \equiv \sqrt{\varepsilon((c_i - c_{i\_réel})^2)}$  ( $\varepsilon$  est l'espérance mathématique) et  $\langle x \rangle$  représente la moyenne de la variable  $x$  sur l'ensemble des points utilisés dans l'ajustement de courbe. On constate que lorsque les valeurs  $\Delta_{Ec_0}/c_0$  et  $\Delta_{Ec_1}/c_1$  sont trop grandes (de quelques % à quelques dizaines de

% selon que les données sont peu bruitées ou fortement bruitées) les courbes ajustées ne se superposent pas bien aux données. Ce calcul est complémentaire au calcul d'écart-type présenté précédemment : certains ajustements semblent bons du point de vue des  $\Delta_E c_i/c_i$ , mais pas du point de vue des  $\Delta_E(\Delta_p X/X)$  alors que pour d'autres ajustements c'est l'inverse. Nous donnerons un exemple de chaque configuration au sous-chapitre IV.2.

Dans tous les cas, lorsque l'ajustement de courbe est considéré comme valide, les  $\Delta_E c_i/c_i$  sont utilisés pour estimer les incertitudes sur les paramètres physiques déduits. Pour effectuer cette estimation, nous procédons à un calcul de dispersion des paramètres qui tient compte des erreurs statistiques de mesure, et, des incertitudes sur les données. Pour cela il suffit de différencier la fonction des observables et des coefficients, dont dépend chaque paramètre. Si on appelle  $p_i$  l'un des paramètres déduit d'un coefficient  $c_i$  et si on appelle  $X$  et  $Y$  les observables dont il dépend, on a  $p_i = a(c_i, X, Y)$  (la fonction  $a$  dépend de l'estimation paramétrique considérée). Son erreur de mesure est une fonction de l'erreur statistique du coefficient d'ajustement dont il dépend :  $\Delta_E p_i/p_i = b(\Delta_E c_i/c_i)$ , alors que son erreur systématique est fonction des incertitudes sur  $X$  et  $Y$  :  $\Delta p_i/p_i = c(\langle \Delta R/R \rangle, \langle \Delta V/V \rangle)$  (les fonctions  $b$  et  $c$  dépendent aussi de l'estimation paramétrique). Quant à sa dispersion (ou incertitude totale) elle vaut simplement  $\Delta_T p_i/p_i = \Delta_E p_i/p_i + \Delta p_i/p_i$ .

En comparant la démarche que nous avons adoptée avec une étude statistique plus rigoureuse il est possible de montrer que si nos calculs d'erreurs sont correctement menés, nous avons généralement tendance à surévaluer l'incertitude sur les paramètres. Donc si la dispersion calculée n'est pas trop importante on peut accorder un crédit certain non seulement au modèle physique utilisé pour décrire le comportement des échantillons mais aussi aux valeurs des paramètres déduites des estimations.

#### IV.1.2.2.2 Rejet ou validation d'une estimation paramétrique.

Selon les valeurs des erreurs statistiques d'un modèle, des écart-types de l'ajustement, des incertitudes sur les observables qui en découlent, et, des différences entre paramètres calculés et paramètres de référence trouvés dans la littérature, plusieurs cas de figures se présentent. Pour toutes les estimations paramétriques que nous décrivons dans les paragraphes suivants, les conclusions sont les mêmes :

- Pour une série de mesures donnée, si l'une des incertitudes  $\Delta_E c_i/c_i$ ,  $\Delta_E(\Delta_p X/X)$ ,  $\Delta_E(\Delta_a X/X)$  ou  $\langle \Delta X/X \rangle$  est supérieure à 20%, la série est rejetée du traitement de données car l'imprécision sur les paramètres qui en seraient déduits ne serait pas acceptable. Dans tous les cas suivants on considère que toutes les incertitudes sont inférieures à ce seuil.
- Si des écart-types entre modèles et données sont supérieurs aux incertitudes de mesures (c'est-à-dire  $\Delta_E(\Delta_p X/X) > \langle \Delta X/X \rangle$ ), cela signifie que le modèle n'explique pas complètement ou pas du tout le comportement de l'échantillon traité. Le modèle ne peut alors être retenu pour la série de mesures considérée. Cependant, si on dispose de plusieurs séries de mesures, il faut regarder le résultat de l'estimation sur toutes les séries avant de rejeter définitivement ou non le modèle.
- Si malgré un nombre de mesures suffisant (par exemple plusieurs courbes pour chaque température, balayant des gammes de tensions qui se recouvrent avec un nombre suffisant de points dans chaque gamme) le modèle n'explique tout de même pas le comportement de la résistivité des échantillons (c'est-à-dire  $\Delta_E c_i/c_i \ll \langle \Delta X/X \rangle$ , mais  $\Delta_E(\Delta_p X/X) > \langle \Delta X/X \rangle$ ), alors il existe de fortes présomptions permettant de supposer que des processus physiques viennent polluer le système étudié. Dans ce cas, si les

expériences d'étalonnage prouvent le bon fonctionnement de la chaîne de mesure, c'est que les processus polluants ont lieu au niveau des échantillons, ce qui indique qu'ils sont de mauvaise qualité.

- Si des écart-types entre modèles et données sont inférieurs aux incertitudes de mesures ( $\Delta_E(\Delta_p X/X) < \langle \Delta X/X \rangle$ ), mais que les erreurs statistiques de l'estimation paramétrique d'une série de mesures sont trop importantes (c'est-à-dire  $\Delta_E c_i/c_i > \Delta_E(\Delta_p X/X)$  voire  $\Delta_E c_i/c_i > \langle \Delta X/X \rangle$ ), il faut étudier soigneusement les répercussions sur les incertitudes des paramètres déduits ( $\Delta p_i/p_i$ ) pour savoir s'ils peuvent être retenus ou non. Il y a en effet de fortes chances pour que la gamme de paramètres expliquant le comportement des échantillons soit très grande, et dans ce cas il est difficile d'accorder beaucoup de crédit à la valeur du  $p_i$  optimum trouvé. Ce cas de figure se présente typiquement lorsque le nombre de points échantillonnés n'est pas suffisant ou lorsque les erreurs de mesures sont trop importantes par rapport au domaine couvert (par exemple la courbe  $R(V, T=3745\text{mK})$  sur le graphique en haut à droite de la Figure II-41 est à la limite de ce cas ; elle peut à la limite être utilisée pour l'estimation de  $R(V=0, T)$ , mais pas pour  $R(V, T)$ ). Cependant, si plusieurs séries de mesures peuvent être utilisées pour déterminer  $p_i$ , par exemple  $S$  séries de mesures à  $N$  points chacune, il faut calculer  $\langle p_i \rangle_s = \frac{1}{S} \left( \sum_{j=1}^S p_{ij} \right)$  et  $\left\langle \frac{\Delta p_i}{p_i} \right\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{S}} \left\langle \frac{\Delta p_i}{p_i} \right\rangle$  avant de rejeter ou non le  $p_i$  trouvé. Si à la suite de ces calculs la gamme des  $p_i$  expliquant toutes les mesures reste trop importante, on ne peut conclure sur l'estimation paramétrique considérée. Pour pouvoir continuer le traitement de données, il peut alors s'avérer utile d'imposer la valeur du  $p_i$  qui pose problème.
- Si le nombre de mesures est suffisant et si les écart-types entre modèles et données sont inférieurs aux incertitudes ( $\Delta_E(\Delta_p X/X) < \langle \Delta X/X \rangle$ ), voire mieux aux écart-types des erreurs de mesures ( $\Delta_E(\Delta_p X/X) < \Delta_E(\Delta_a X/X)$ ), alors les paramètres déduits peuvent être considérés comme pertinents. Si de surcroît les erreurs statistiques sont petites  $\Delta_E c_i/c_i < \Delta_E(\Delta_p X/X)$  et entraînent une gamme assez restreinte de paramètres acceptables, (par exemple  $\Delta p_i/p_i < \text{quelques } \%$ ) cela signifie que non seulement le modèle explique bien les données, mais qu'en plus les mesures contraignent bien le modèle ; on peut accorder un crédit certain au modèle et aux valeurs des paramètres.
- Si plusieurs modèles sont en compétition, la comparaison des écart-types entre modèles et données permet de déterminer celui qui domine (comme on va le voir cette comparaison est effectuées pour les deux effets non-ohmiques que sont l'effet de champ électrique et le découplage électron-phonon).

Lorsque les paramètres d'un ou de plusieurs modèles sont pertinents d'après les calculs d'incertitudes, ils sont alors comparés aux valeurs de références présentes dans la littérature.

- Si la différence entre valeurs déduites des données et valeurs de références sont trop importantes, soit le modèle utilisé n'est pas adapté au système étudié, soit le système étudié n'est pas celui que l'on croit (par exemple  $p_{\text{estimé}} - p_{\text{référence}} > L$  pour un paramètre indépendant, où  $L$  représente la limite des variations de  $p$  communément observées pour le système étudié). Dans ce dernier cas on en revient au second point évoqué ci-dessus : de fortes présomptions permettent de supposer que des processus physiques viennent polluer le comportement des échantillons testés. L'exemple entre parenthèse est donné pour un paramètre indépendant, mais si pour un modèle donné plusieurs paramètres sont interdépendants (par exemple  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  de l'estimation décrite au paragraphe suivant), la comparaison de l'un des paramètres avec une valeur de référence peut n'avoir aucun sens.

Dans ce cas seul le calcul d'un critère de qualité (par exemple la sensibilité sans dimension  $A = d\ln R / d\ln T$ ) peut permettre de conclure.

- Si les valeurs déduites et les valeurs de références sont du même ordre de grandeur, le modèle utilisé pour les estimations paramétriques décrit bien le comportement du système étudié. Nous pouvons alors utiliser ces paramètres pour calculer les critères de qualité des échantillons et évaluer leurs bruits intrinsèques (bruit de phonon et bruit Johnson) puis en déduire les sensibilités que l'on pourra attendre de leur part en configuration bolométrique.
- Remarque à propos des calculs d'incertitudes présentés ici et dans les paragraphes suivants : l'analyse statistique rigoureuse qui doit tenir compte des corrélations entre paramètres et des matrices de covariances pour tous les ajustements effectués sur l'ensemble des mesures n'a pu être menée. La démarche que nous présentons ici est un peu grossière, mais suffisante pour les expériences que nous avons effectuées.

### IV.1.2.3 Estimations des paramètres de la résistivité du NbSi à polarisation nulle en fonction de la température.

La première estimation paramétrique à effectuer dans nos traitements de données est la détermination des trois coefficients de la loi exponentiellement décroissante de la résistivité à polarisation nulle en fonction de la température (voir Équation II-47 page 155). Ces trois coefficients sont la résistance caractéristique  $R_0$ , la température caractéristique  $T_0$  et le coefficient de puissance  $n$ . Mais ce dernier est en général difficile à déterminer (il faut un nombre important de mesures et il faut qu'elles soient peu bruitées).

#### IV.1.2.3.1 Algorithme et discussion sur les paramètres.

La procédure suivie pour déterminer les paramètres du modèle de  $R(T, V=0)$  est résumée par l'équation suivante. Nous discutons ensuite de la signification des différents termes et de ce que nous appelons le "domaine de paramètres acceptables".

$$\begin{aligned} \text{Modèle : } R(V=0, T) &= R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T}\right)^n\right) \Rightarrow \ln(R(T)) = T_0^n \cdot \frac{1}{T^n} + \ln(R_0) \\ &\Rightarrow \text{Régression linéaire de } y = c_1 \cdot x + c_0 \text{ avec } y \rightarrow y_d : \\ y_d = \ln(R(T)) \quad y &= \ln(R_p(T)) \quad x = 1/T^n \quad c_1 = T_0^n \quad c_0 = \ln(R_0) \\ c_1 \text{ et } c_0 &\text{ déterminés par minimisation de } \sum_j (y_{d,j} - y_j)^2 \\ &\text{et calcul de } \Delta y \text{ tel que 50\% des prédictions } \in y \pm \Delta y \\ \text{Optimisation de } n &\in [n_{\min}; n_{\max}] \text{ défini par l'utilisateur :} \\ \text{minimisation de } \Delta_E(\Delta_p R / R) &= \sqrt{\langle (1 - e^{y-y_d})^2 \rangle - \langle 1 - e^{y-y_d} \rangle^2} \\ \Rightarrow n \text{ optimum et les deux } n \text{ extrêmes} &\text{ tels que } \Delta_E(\Delta_p R / R) \leq \left\langle \frac{\Delta R(T)}{R(T)} \right\rangle_{V=0} \end{aligned}$$

Équation II-68

Le terme  $y_d$  désigne la variable à ajuster dont les valeurs sont tirées des données et  $y$  est la variable résultant de l'ajustement. La relation  $y \rightarrow y_d$  signifie que la quantité ajustée doit

tendre vers les données. Le symbole  $R_p$  désigne la résistance donnée par le calcul de régression linéaire et  $\Delta_p R \equiv R - R_p$ . La moyenne  $\left\langle \frac{\Delta R(T)}{R(T)} \right\rangle_{V=0}$  est bien entendue effectuée sur toutes les températures de la campagne de mesure utilisée dans le programme d'estimation paramétrique pour l'échantillon considéré (l'utilisateur choisit les températures sur lesquelles l'estimation doit être effectuée).

Comme les mesures à faible polarisation donnent une incertitude trop importante sur  $R(V=0, T) = V \rightarrow 0 / I \rightarrow 0$ , on utilise pour la variable  $y_d$  soit  $R(T) = Z(V=0, T) \rightarrow R_{\text{vrais}}(V=0, T)$ , soit  $R(T) = R_a(V=0, T) \rightarrow R_{\text{vrais}}(V=0, T)$ , où  $R_a(V, T)$  désigne la résistance calculée par le programme d'ajustement polynomial présenté au paragraphe IV.1.2.1.3.

Remarques :

- On a vérifié que les deux expressions de  $R(T)$  aboutissent toujours à des valeurs similaires :  $\max \left( \frac{Z(T) - R_a(T)}{Z(T)} \Big|_{V=0} \right) \approx 0 \ll \Delta_E \left( \frac{\Delta_p R}{R} \right)$ .
- Dans le calcul de l'écart-type  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$  les moyennes sont évidemment effectuées sur les différentes températures auxquelles ont été acquises les données utilisées pour l'estimation paramétrique (contrairement aux écart-types présentés aux paragraphes précédents pour lesquels les moyennes étaient bien entendu effectuées sur les points d'une série de mesure). Nous utilisons  $\Delta_E(\Delta_p R/R) \approx \Delta_E(y_d - y)$  plutôt que  $\Delta_{E_p} R$  tout simplement parce que l'on a constaté que  $\Delta_{E_a} R = \Delta_E(R(V=0, T) - R_a(V=0, T))$  augmentait lorsque la température diminuait, alors que  $\Delta_a R/R$  était à peu près constant. En pratique les résultats sont assez similaires ( $\Delta_{E_p} R$  donne des  $n$  légèrement plus faibles à moins de 5% près).

Le paramètre  $R_0$  dépend de la géométrie des échantillons. Comme il est intéressant de s'affranchir de cette dépendance pour trouver une caractéristique plus "universelle", on calcule également la résistivité caractéristique  $\rho_0 = R_0 \cdot S/d$ , où  $S = l \cdot e$  est la section d'un film de NbSi (de largeur  $l$  et d'épaisseur  $e$ ) et  $d$  est la distance entre les électrodes de polarisation du film.

Les paramètres  $n$  et  $T_0$  sont fortement corrélés. Pour les calculer avec précision il faut disposer d'une statistique suffisante, donc d'un grand nombre de mesures, couvrant une gamme de températures assez étendue tout en restant dans le domaine de conduction par saut à portée variable. On rappelle en effet que si la gamme de température est trop grande (par exemple  $50 \text{ mK} < T < 4 \text{ K}$ ), le paramètre de puissance  $n$  a des chances de varier à cause des transitions entre les différents régimes de conduction par sauts (voir paragraphe II.1.3.2) : sauts à portée variable uniquement (régime de Mott,  $n=0,25$ ), intervention des interactions coulombiennes (régime d'Efros et Shklovskii,  $n=0,5$ ) et intervention des processus de corrélations entre électrons (régime "d'Efros, Mott et Chicon",  $n \rightarrow 1$ ).

La plupart du temps nos expériences ne permettaient pas de sélectionner une seule valeur du paramètre de puissance ( $n$ ) optimisé par les calculs d'ajustement de courbe avec une confiance suffisante. Il était en effet difficile de dire si le  $n$  optimisé était vraiment celui du film de NbSi considéré ou s'il n'était pas faussé par l'imprécision des mesures. Cette difficulté est en réalité due au fait que  $n$  est une fonction "doublement logarithmique" des données :

$n = \frac{\ln(\ln(R)) - \ln(\ln(R_0))}{\ln(T_0) - \ln(T)}$ . Le calcul d'erreur statistique de cette fonction montre que pour

contraindre la valeur de  $n$  avec un taux de confiance suffisant, les incertitudes sur les mesures doivent être très faibles par rapport au domaine sur lequel elles s'étendent. On est alors confronté au dilemme de savoir si la gamme de températures choisie est suffisamment grande

pour avoir une estimation de  $n$  correcte, mais pas trop grande pour éviter les variations de  $n$  dues aux transitions entre de régimes de conduction (nous montrerons une illustration de ce dilemme au paragraphe IV.2.1.2).

Pour palier à cette difficulté nous n'ajustons pas  $n$  directement, mais que nous déterminons la gamme des paramètres ajustant  $R(V=0, T)$  avec  $\Delta_E(\Delta_p R / R) \leq \left\langle \frac{\Delta R(T)}{R(T)} \right\rangle_{V=0}$ , où  $\Delta_p R$  désigne

la différence entre la résistance mesurée et la résistance calculée avec les paramètres  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$ , et, l'écart-type maximal autorisé est égal au maximum de l'incertitude relative sur les  $R_{V=0}(T)$  utilisés en entrée. Comme les paramètres sont corrélés, les valeurs acceptables se présentent sous la forme d'une portion de courbe dans l'espace à trois dimension  $[R_0, T_0, n]$ .

Comme on le verra, le critère à prendre en compte pour évaluer l'influence réelle de l'étendue des paramètres  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  est le coefficient de température  $A \equiv d \ln R / d \ln T = -n \cdot (T_0 / T)^n$ . C'est le critère le plus important que l'on cherche à déterminer pour quantifier la qualité de nos échantillons en terme de sensibilité. Les valeurs extrémales de la gamme de  $[R_0, T_0, n]$  acceptables donne une estimation de l'incertitude globale sur le trio de paramètres, ce qui sera très pratique pour le calcul de l'incertitude sur le coefficient de température.

Afin de pouvoir procéder à la comparaison entre les paramètres de la gamme optimisée dont on vient de parler et les valeurs de paramètres ajustés en imposant un régime de conduction donné, le programme d'estimation paramétrique que nous avons réalisé offre par ailleurs la possibilité d'imposer une valeur de  $n$  et de comparer l'ajustement obtenu à la surface délimitée par les  $R_p(T, (R_0, T_0, n))$  acceptables (c'est-à-dire de la gamme optimisée).

Le programme d'estimation paramétrique trace trois types de courbes :

- Les courbes  $[R_0, T_0, n]$  acceptables en marquant l'optimum et les bornes.
- Les courbes  $y(x)$  et  $y_d(x)$  de l'optimum et deux bornes  $[R_0, T_0, n]$  acceptées, et/ou, d'un  $n$  imposé (avec les  $R_0$  et  $T_0$  qui découlent de l'estimation paramétrique). Les barres d'incertitudes  $y \pm \Delta y$  sont également tracées.
- Les courbes  $R(T)$  et  $R_p(T)$  correspondantes avec leurs barres d'incertitudes.

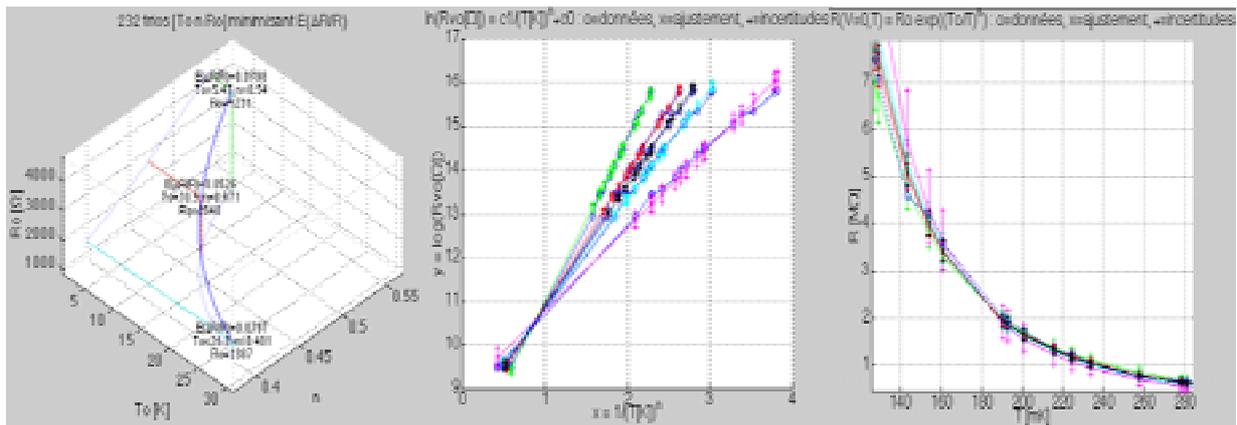


Figure II-42. Illustration du programme d'ajustement de  $R(V=0, T)$ .

La courbe en 3 dimensions à droite représente les  $[R_0, T_0, n]$  acceptables. Le graphique du centre représente les  $y_d(x)$  (en bleu) et  $y(x)$  (autres couleurs) pour l'optimum et les extrémales des  $[R_0, T_0, n]$  acceptables et pour deux valeurs de  $n$  imposées. Le graphique de droite représente  $R(T)$  (en bleu) et  $R_d(T)$  (autres couleurs) pour le même ensemble de paramètres. Les données utilisées pour cette illustration sont celles provenant de l'échantillon BoloM10 ; le domaine de température est  $127\text{mK} < T < 3789\text{mK}$  et le domaine d'acceptabilité est ici défini par  $\langle \Delta R / R \rangle_T = 8\%$ . Les valeurs test sont  $n=0,65$  (magenta) et  $n=0,5$  (noir). Les figures du centre et de droite sont représentées en plus gros au paragraphe IV.2.1.1.

Lors de nos traitements de données nous avons systématiquement utilisé trois valeurs différentes : le  $n$  optimisé,  $n=0,65$  et  $n=0,5$ . La valeur  $n=0,65$  provient du résultat des analyses fines de Marnieros sur le NbSi dans le régime de température qui nous intéresse pour l'application bolométrique [Marnieros, 97] et la valeur  $n=0,5$  est celle du régime d'Efros et Shklovskii. Cette démarche nous a permis de comparer les paramètres trouvés avec les valeurs présentes dans la littérature.

En utilisant les valeurs de Marnieros, l'ordre de grandeur que l'on attend pour les paramètres de la résistivité à polarisation nulle sont  $n = 0,65$ ,  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$  et  $T_0 = (26-3x)^2$ , où  $x$  représente la quantité en % de Nb dans le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ . Notons que la formule de  $T_0$  est établie pour un échantillon recuit à  $80^\circ\text{C}$ , ce qui n'est pas le cas de nos échantillons ; nous ne nous en servons donc qu'à titre comparatif, mais pas comme d'un critère de test de la qualité des échantillons. On rappelle que le recuit a un effet très fort sur le comportement de la résistivité du NbSi (voir paragraphe II.2.1.2), ce qui se traduit par une grande étendue de la gamme des  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  possibles.

#### IV.1.2.3.2 Précisions sur les incertitudes.

Si l'algorithme d'optimisation de  $n$  ne conduit à aucune valeur  $(R_0, T_0, n)$  telle que  $\Delta_E(\Delta_p R/R) \leq \left\langle \frac{\Delta R(T)}{R(T)} \right\rangle_{V=0}$ , ou s'il existe une gamme de  $(R_0, T_0, n)$  acceptables du point de vue écart-types et des erreurs statistiques sur  $c_I$  et  $c_0$ , mais très différente des valeurs attendues dans la littérature (le calcul du coefficient de température est nécessaire pour vérifier ce cas de figure, voir plus loin le paragraphe IV.1.2.5) cela signifie que :

- Soit la statistique de mesure n'est pas assez importante. C'est en général le cas puisque l'optimisation d'un coefficient de puissance sur une loi exponentielle nécessite que la gamme de température parcourue soit importante et que les incertitudes sur  $R$  et sur  $T$  soient petites par rapport aux valeurs de cette gamme.
- Soit le nombre de points et la gamme de température parcourue sont suffisants, mais les mesures sont mauvaises (incertitudes trop importantes) et conduisent à une gamme de paramètres trop grande dont l'optimum peut être assez éloigné des paramètres réels.
- Soit un effet parasite important masque le processus de conduction par sauts à portée variable ou un élément "polluant" dégrade la qualité des couches, ce qui est vérifiable grâce au calcul du coefficient de température.
- Soit l'échantillon analysé est défectueux et la conduction par sauts n'explique pas son comportement.

Ces points ne sont que l'application à l'estimation paramétrique de  $R(V=0, T)$  de la discussion générale vue au paragraphe IV.1.2.2. Désormais nous ne les évoquerons plus. Il reste cependant un cas de figure qui n'a pas été abordé dans la discussion générale, car il est spécifique au problème particulier traité ici.

Si la gamme des  $(R_0, T_0, n)$  acceptables correspond à des régimes de conduction qui existent, mais qu'un  $n$  imposé (noté  $n_t$ ) conduit à une résistance ( $R_{pt}$ ) dont les valeurs sortent de la surface délimitée par les  $R_p(T, (R_0, T_0, n))$  acceptables, alors les paramètres issus de l'ajustement de courbe avec  $n_t$  doivent être considérés avec circonspection car le régime de conduction qu'ils décrivent ne correspond pas à celui qui est apparemment en œuvre dans l'échantillon. Dans ce cas il faut regarder l'erreur statistique de l'ajustement : si les  $\Delta_E c_i / c_i$  sont trop grands, le  $n_t$  testé peut tout de suite être rejeté, si ce n'est pas le cas, il faut alors restreindre le domaine de températures utilisé pour l'ajustement et comparer le  $n_t$  testé à la nouvelle gamme de  $(R_0, T_0, n)$  acceptables. Si  $n_t$  rentre dans cette gamme il est possible qu'il

Il y ait des changements de régimes de conduction par saut dans le premier domaine de température utilisée, mais si la nouvelle gamme est trop grande faute d'un ratio suffisant entre erreurs statistiques de mesure et étendue du domaine de température il est impossible de conclure et un choix arbitraire s'impose (c'est le fameux dilemme que nous évoquons précédemment et dont nous donnerons un exemple au paragraphe IV.2.1.2). Bien entendu si le  $n_i$  testé sort de la nouvelle gamme de  $(R_0, T_0, n)$  acceptables, il doit être rejeté.

Enfin, si un  $n$  testé est considéré comme valide, il est intéressant d'estimer les incertitudes sur les  $R_0$  et  $T_0$  déduits des données en utilisant les calculs d'erreurs statistiques présentés au paragraphe IV.1.2.2 :

$$\frac{\Delta_E T_0}{T_0} = \frac{\Delta_E c_1}{n \cdot c_1} = \frac{1}{n T_0^n} \frac{\Delta_E (y_d - y)}{\sqrt{N} \cdot \Delta_E (x - \langle x \rangle)} \quad \frac{\Delta_E R_0}{R_0} = \Delta_E c_0 = \frac{\Delta_E (y_d - y)}{\sqrt{N}}$$

L'estimation de la dispersion des paramètres donne quant-à-elle :

$$\Delta y = c_1 \cdot \Delta x + \Delta c_1 \cdot x + \Delta c_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta R_0}{R_0} \approx \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle \quad \text{et} \quad \frac{\Delta T_0}{T_0} \approx \Delta_E \left( \frac{\Delta_p T}{T} \right)$$

Pour évaluer l'incertitude sur  $T$  nous utilisons la seule donnée dont nous disposons : l'écart entre température mesurée et le modèle d'estimation paramétrique :  $T_p = \left( T_0^n / (\ln(R/R_0)) \right)^{1/n}$ .

Cette incertitude a tendance à être sur-évaluée puisque dans ce cas  $R$  est considéré comme non bruité et parfaitement décrit par le modèle, donc toute l'erreur d'ajustement est reportée sur  $T$  alors qu'en réalité elle doit se partager entre  $R$  et  $T$ . Cette surévaluation ne sera gênante que si elle conduit à des incertitudes trop importantes sur les paramètres estimés par la suite, car elle pourrait alors empêcher de conclure sur la validité des caractéristiques déduites du traitement de données. Notons que pour un échantillon donné, l'écart  $\Delta_p T$  est calculé et affiché à titre indicatif pour toutes les températures de la campagne de mesure, mais l'écart-type n'est calculé qu'avec les températures de la gamme retenue pour l'estimation paramétrique (si on ne procède pas ainsi les températures non retenues peuvent s'écarter très fortement du modèle et majorer trop fortement la valeur de l'écart-type).

Un programme annexe permet de calculer les températures de bain du cryostat "modélisées" en supposant que la loi exponentiellement décroissante de  $R_{V=0}(T)$  est exacte. Soit :  $T_{\text{modèle}} = T_0 / (\ln(R_{V=0}/R_0))^{1/n}$ . Un tableau contenant les  $T$ ,  $T_{\text{modèle}}$ ,  $\Delta T \equiv T - T_{\text{modèle}}$  et  $\Delta T/T$  est créé. Ce programme est nécessaire pour tenir compte des offsets constatés sur les ajustements des estimations paramétriques des  $R(V, T)$ .

#### IV.1.2.4 Estimations des paramètres des échantillons polarisés électriquement.

Pour les échantillons polarisés on distingue trois possibilités. Les deux premières correspondent aux deux types d'effets non-ohmiques qui peuvent entrer en jeu dans le cas où les échantillons sont des couches thermométriques seules, c'est-à-dire un ou plusieurs films de NbSi directement déposés sur un wafer. La troisième intervient dans le cas où les échantillons possèdent des membranes. Le comportement de la résistivité des films de NbSi est alors dominé par l'effet de la fuite thermique.

##### IV.1.2.4.1 Comportements non-ohmiques des thermomètres.

Les deux processus non-ohmiques que l'on trouve dans les isolants d'Anderson sont l'effet de champ électrique et le découplage électron-phonon (voir paragraphe II.2.2). En utilisant l'Équation II-51 page 160 et l'Équation II-56 page 162 on écrit l'expression de la résistance.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Effet de champ électrique} & \text{Découplage électron - phonon} \\
 R(T_e, E) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e} \left(1 - \frac{q_e E \xi}{2k_B T_e}\right)\right)^n\right) & \text{et} \\
 E = V \cdot d \quad (d = \text{distance entre électrodes}) & P = R \cdot I^2 = V \cdot I = G_{e-ph} (T_e^n - T_{ph}^n) \\
 & R(T_e(P)) = R(T_{ph}, P) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e}\right)^n\right)
 \end{array}$$

Équation II-69

Dans le cas de l'effet de champ électrique  $q_e$  est la charge de l'électron,  $E$  est le champ électrique et  $\xi$  est la longueur de localisation des électrons. Dans le cas du découplage électron-phonon  $G_{e-ph}$  est le coefficient de conductance du couplage et  $\eta$  est le coefficient de puissance. Dans tous les cas la température des électrons du matériau ( $T_e$ ) influence la valeur de la résistance (puisque'il s'agit d'une caractéristique électrique), et, la température des phonons est considérée comme égale à la température mesurée par le thermomètre RuO<sub>2</sub> ( $T_{ph}=T$ ). En effet, l'estimation de la résistance de Kapitza entre le NbSi et le Wafer permet de considérer les phonons comme parfaitement couplés à la température de bain du cryostat.

Les processus physiques invoqués pour expliquer les deux effets non-ohmiques sont très proches (dans les deux cas la puissance électrique dissipée dans l'échantillon fait gagner de l'énergie aux électrons qui se découplent alors en partie du reste du système). Ils conduisent par conséquent à des comportements similaires de la résistivité : une décroissance lorsque la polarisation augmente. Le seul moyen de les différencier est d'effectuer des mesures à plusieurs températures, et, en développant au premier ordre chacun des effets on peut déterminer le critère qui permet de savoir lequel des deux processus domine l'autre (voir Équation II-57 page 165 et les explications qui l'accompagnent) :

$$\frac{\text{effet\_de\_champ}}{\text{découplage\_e-ph}} = \frac{\Delta T_0 / T_0(0)}{\Delta T_{e-ph} / T_e} = \frac{q_e \cdot \xi \cdot R \cdot G_{e-ph}}{2 \cdot k_B \cdot E \cdot d^2}$$

Où l'on rappelle que la "conductance" du découplage  $G_{e-ph}$  est obtenue à la limite où la différence de température entre le bain d'électron et le bain de phonon est faible ; elle vaut  $G_{e-ph} = G_{e-ph} \cdot \eta \cdot T_e^{\eta-1}$  (attention la notation italique  $G_{e-ph}$  désigne la conductance dynamique en W/K, alors que la notation droite  $G_{e-ph}$  désigne le coefficient de conductance en W/K<sup>η-1</sup>).

En pratique, comme il est difficile de distinguer les deux effets, on effectue les estimations paramétriques de chacun de façon séparées, en supposant que l'un domine l'autre. Avec cette hypothèse la température électronique dans l'expression de l'effet de champ électrique est alors considérée comme parfaitement couplée aux phonons :  $T_e = T_{ph} = T$ . Les deux estimations paramétriques sont ensuite comparées et l'effet dominant est déterminé a posteriori.

Si le nombre de points de mesures est suffisamment élevé à faible polarisation électrique et si les erreurs de mesures sont de surcroît suffisamment faibles, on remarque que la distinction entre les deux effets peut finalement s'avérer assez aisée et se faire en visualisant simplement les courbes. En effet le développement limité de la résistance en fonction de la tension au premier ordre non nul donne :

$$\begin{array}{l}
 \text{Effet de champ} : \lim_{V \rightarrow 0} \left( R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e} \cdot \left(1 - \frac{q_e d \xi}{2k_B T_e} \cdot V\right)\right)^n\right) \right) = R_{V=0} \cdot \left(1 - \frac{n q_e d \xi T_0^n}{2k_B T_e^{n+1}} \cdot V\right) \\
 \text{Découplage e-ph} : \lim_{V \rightarrow 0} \left( R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{\left(T_{ph}^\eta + \frac{P}{G_{e-ph}}\right)^{\frac{1}{\eta}}}\right)^n\right) \right) = R_{V=0} \cdot \left(1 - \frac{n}{\eta G_{e-ph} T_{ph}^\eta} \cdot \frac{V^2}{R_{V=0}}\right)
 \end{array}$$

Dans le cas de l'effet de champ on obtient une pente linéairement décroissante, alors que dans le cas du découplage électron phonon on obtient une décroissance quadratique.

Dans les deux paragraphes suivants nous décrivons la démarche suivie dans notre programme d'estimations paramétriques pour chacun des effets.

Les ordres de grandeur attendus pour les paramètres non-ohmiques sont :  $\xi \approx 10 \text{ nm}$  pour l'effet de champ électrique, et,  $g_{e-ph} = G_{e-ph}/\Omega \approx 100 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  ( $\Omega$  est le volume de l'échantillon) lorsque  $\eta = 5$  pour le découplage électron-phonon.

#### IV.1.2.4.2 Effet de champ électrique dans le thermomètre.

Le paramètre à déterminer pour l'effet de champ électrique est la longueur de localisation  $\xi$  des électrons. Pour un échantillon donné et pour chaque série de mesures correspondant aux températures sélectionnées par l'utilisateur l'algorithme suivant est exécuté :

$$\begin{aligned} \text{Modèle : } R(V, T_e) &= R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e} \cdot \left(1 - \frac{q_e \cdot |V| \cdot d \cdot \xi}{2 \cdot k_B \cdot T_e}\right)\right)^n\right) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e}\right)^n\right) \\ \Rightarrow \text{ Régression linéaire : } & c_1 \cdot x + c_0 = y \rightarrow y_d \quad : \\ y_d &= \frac{1}{T_0} \cdot \left(\ln\left(\frac{R(V, T_e)}{R_0}\right)\right)^{\frac{1}{n}} \quad x = V \quad c_1 = -\frac{q_e \cdot d \cdot \xi}{2 \cdot k_B \cdot T_a^2} \quad c_0 = \frac{1}{T_a} \\ c_1 \text{ et } c_0 \text{ déterminés par minimisation de } & \sum_j (y_{d,j} - y_j)^2 \\ \text{et calcul de } \Delta y \text{ tel que 50\% des prédictions } & \in y \pm \Delta y \\ \Rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{1}{c_0} = T_{\text{modèle}}(R(V=0, T)) \rightarrow T_e = T_{ph} = T_{\text{bain}} = T_{\text{mesure}} \\ \xi = -c_1 \cdot \frac{2 \cdot k_B \cdot T_a^2}{q_e \cdot d} \end{cases} \end{aligned}$$

Équation II-70

La résistance entrée en tant que donnée (utilisée dans  $y_d$ ) est soit  $R(V, T_e) = V/I$  résultant des mesures, soit la résistance  $R(V, T_e) = R_T(V)$  issue de l'ajustement de courbe présenté au paragraphe IV.1.2.1.3. La résistance calculée à partir de  $y$  est  $R_p(V, T_e)$ . On vérifie que l'utilisation de  $V/I$  ou de  $R_T(V)$  aboutit à des résultats similaires<sup>63</sup>, la conséquence de l'utilisation de l'une ou l'autre des données (brutes ou ajustées) se répercute uniquement sur le calcul d'erreur statistique de l'estimation paramétrique. La possibilité d'utiliser les  $R_T(V)$  a été offerte pour mieux visualiser la qualité de l'ajustement paramétrique sans être gêné par les erreurs de mesures lorsque celles-ci sont trop importantes, mais au final l'estimation paramétrique est toujours réalisée avec les mesures, sinon le calcul d'incertitude sur  $\xi$  est complètement biaisé et sous-évalué. Notons que dans la formule de  $\xi$ , les seuls termes soumis à des incertitudes sont  $c_1(y_d, V)$ ,  $T_a$  et  $d$  (la distance entre les électrodes).

<sup>63</sup> Notons que si on ne trouve pas  $c_1(V/I)$  compris dans l'intervalle des erreurs statistiques de  $c_1(R_T(V))$ , c'est-à-dire dans  $c_1(R_T(V)) \pm \Delta_E c_1$  cela signifie que l'ajustement sans hypothèse physique ( $R_T(V)$ ) est mauvais ; nous n'avons fort heureusement jamais constaté ce cas de figure.

Le coefficient  $c_0$  de l'ajustement correspond à l'inverse de la température de bain du cryostat. Mais comme on utilise les coefficients  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  déduits de l'estimation paramétrique de  $R(V=0, T)$ , cette température de bain est celle déduite du modèle  $T_0/(\ln(R_{V=0}(T_{\text{mesure}})/R_0)^{1/n})$ . Elle n'est pas toujours exactement égale à la température de bain mesurée par le thermomètre  $\text{RuO}_2$  (voir paragraphe IV.1.2.3). L'ajustement que nous avons choisi se répercute sur chaque série de mesure par des écarts  $y_d(V=0) - y(V=0) \neq 0$ , mais la moyenne sur l'ensemble des mesures donne  $\langle y_d(V=0) - y(V=0) \rangle_T = 0$ . Au lieu d'utiliser le  $y_d$  de l'Équation II-70 on aurait pu prendre  $\tilde{y}_d = y_d - (I/T)$  pour l'ajustement de  $\tilde{y} = \tilde{c}_1 \cdot V$ . Le choix de l'une ou l'autre des estimations n'a cependant qu'une influence limitée sur le calcul des  $\xi$  car les  $y_d$  et  $\tilde{y}_d$  présentent la même pente et l'offset dû à la différence  $T_a - T$  se répercute de toute façon sur le calcul d'incertitude du paramètre.

Afin de vérifier visuellement la qualité de l'ajustement de courbe et sa conséquence sur les  $R_p(V, T)$  prédits, le programme d'estimation paramétrique affiche quatre types de courbes :

- Les courbes  $y_d(x)$  et  $y(x)$  avec les incertitudes de l'ajustement ( $\Delta y$ ).
- Les écarts entre les variables intermédiaires que sont les températures effectives de l'effet de champ :  $\delta T_{E(V)} \equiv T_{E(R)} - T_{E(V)}$ , où  $T_{E(R)} \equiv I/y_d$  et  $T_{E(V)} \equiv I/y$ , avec les incertitudes qui en découlent ( $T_{E(V)} + \Delta_+ T_{E(V)} = I/(y - \Delta y)$  et  $T_{E(V)} - \Delta_- T_{E(V)} = I/(y + \Delta y)$ ).
- La superposition des courbes  $R(V)$  et  $R_p(V)$
- Les écarts relatifs  $\Delta_p R/R$  qui en découlent en fonction de  $V$ .

En comparant ces écarts  $\Delta_p R/R$  aux incertitudes de mesure  $\langle \Delta R/R \rangle$  on voit immédiatement si l'effet de champ ne modélise pas correctement le comportement de la couche.

Par ailleurs, le programme permet d'imposer une valeur test  $\xi_i$  et calcule les  $y_i$ ,  $\delta T_{E_i}$  et  $R(T, V(T_{E_i}))$  qui en découlent. Ainsi lorsque l'ajustement de courbe est valide on dispose d'un moyen visuel qui permet une comparaison rapide du  $\xi$  ajusté avec les longueurs de localisation que l'on trouve dans la littérature. Ces visualisations offrent un confort à l'utilisateur, mais pour éviter tout jugement arbitraire les critères qui permettent de valider ou d'infirmer l'estimation paramétrique doivent être quantifiables : ce sont les comparaisons d'incertitudes évoqués au paragraphe IV.1.2.2.2.

Ainsi, pour estimer la qualité de l'ajustement de courbe et déterminer les incertitudes sur les paramètres, nous calculons les  $\Delta_E c_1/c_1$ ,  $\Delta_E c_0/c_0$  et  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$ , et comparons les  $\Delta_E c_i/c_i$  et  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$  aux  $\langle \Delta R/R \rangle$ ,  $\langle \Delta V/V \rangle$  et  $\langle \Delta T/T \rangle$ . Lorsque l'ajustement est bon, la valeur de  $\xi$  est comparée avec les valeurs de référence de la littérature.

Comme la longueur de localisation dépend de  $c_1$  et de  $T_a^2$ , l'erreur statistique de l'ajustement sur les paramètres donne :

$$\frac{\Delta_E T_a}{T_a} = \frac{\Delta_E c_0}{c_0} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta_E \xi}{\xi} = \frac{\Delta_E c_1}{c_1} + 2 \frac{\Delta_E c_0}{c_0}$$

Le calcul d'incertitude donne quant à lui :

$$\frac{\Delta T_a}{T_a} = \frac{\Delta c_0}{c_0} = \frac{\Delta y}{y} \Big|_{x=0} = \frac{1}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle$$

$$\frac{\Delta \xi}{\xi} = \frac{\Delta c_1}{c_1} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta T_a}{T_a} = \underbrace{\left\langle \frac{\Delta V}{V} \right\rangle}_{\left\langle \frac{\Delta x}{x} \right\rangle} + \underbrace{\frac{3}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle}_{\left\langle \frac{\Delta y}{y} \right\rangle + 2 \frac{\Delta T_a}{T_a}} + \frac{\Delta d}{d}$$

Notons que l'on calcule un  $\xi$  différent pour chaque fichier de mesure sélectionné. On doit vérifier que pour une même température des  $\xi$  trouvés sont cohérents entre eux compte tenu des incertitudes et on calcule le  $\langle \xi \rangle$  pour chaque température (moyenne pondérée par la qualité de chaque ajustement :  $\langle \xi \rangle = \frac{\sum_{k \text{ à } T_{\text{fixé}}} \frac{\xi_k}{\Delta_{E,k}\xi}}{\sum_{k \text{ à } T_{\text{fixé}}} \frac{1}{\Delta_{E,k}\xi}}$ ). On vérifie ensuite que  $\xi(T)$  diminue avec la température (ce qui est sous-entendu par la formule de probabilité de transition d'un site électronique à l'autre présentée au paragraphe II.1.3.1). L'incertitude sur le paramètre moyen est calculée selon la formule de  $\Delta\xi/\xi$  ci-dessus.

#### IV.1.2.4.3 Découplage électron-phonon dans le thermomètre.

Pour l'effet de découplage électron-phonon les deux paramètres à déterminer sont le coefficient de conductance  $G_{e-ph}$  et le coefficient de puissance  $\eta$ . Pour chaque série de mesure d'un échantillon donné, dont les températures de bain correspondent à celles sélectionnées par l'utilisateur, on exécute un algorithme avec optimisation de  $\eta$  assez similaire à celui présenté au paragraphe IV.1.2.3.1.

$$\begin{aligned}
 \text{Modèle : } & \begin{cases} R(T,V) = R(T_e) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_e}\right)^n\right) & \Rightarrow T_e = T_0 / \left(\ln\left(\frac{R(V)}{R_0}\right)\right)^{1/n} \\ P = V \cdot I = R \cdot I^2 = G_{e-ph} (T_{e,p}^\eta - T_{ph}^\eta) & \Rightarrow T_{e,p} = \left(\frac{P}{G_{e-ph}} + T_{ph}^\eta\right)^{1/\eta} \end{cases} \\
 \Rightarrow & \text{Régression linéaire de } y = c_1 \cdot x + c_0 \text{ avec } y \rightarrow y_d : \\
 y_d = T_e^\eta & \quad y = T_{e,p}^\eta \quad x = P \quad c_1 = \frac{1}{G_{e-ph}} \quad c_0 = T_{ph,a}^\eta \\
 c_1 \text{ et } c_0 & \text{ déterminés par minimisation de } \sum_j (y_{d,j} - y_j)^2 \\
 \text{et calcul de } \Delta y & \text{ tel que 50\% des prédictions } \in y \pm \Delta y \\
 \Rightarrow & \begin{cases} T_{ph,a} = \frac{1}{c_0^{1/\eta}} = T_{\text{modèle}}(R(V=0)) \rightarrow T_{ph} = T_{\text{bain}} = T_{\text{mesure}} = T \\ G_{e-ph} = \frac{1}{c_1} \end{cases} \\
 \text{Optimisation de } \eta & \in [\eta_{\min}; \eta_{\max}] \text{ défini par l'utilisateur :} \\
 \text{minimisation de } \Delta_E(\Delta_p R / R) & = \sqrt{\left\langle \left(1 - \frac{R_p}{R}\right)^2 \right\rangle - \left\langle 1 - \frac{R_p}{R} \right\rangle^2} \text{ avec } R_p = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{y^{1/\eta}}\right)^n\right) \\
 \Rightarrow \eta \text{ optimum et les deux } \eta \text{ extrêmes } (\eta_M \text{ et } \eta_m) & \text{ tels que } \Delta_E(\Delta_p R / R) \leq \left\langle \frac{\Delta_{Ea} R(V)}{R(V)} \right\rangle_{T_{\text{mesure}}}
 \end{aligned}$$

Équation II-71

Comme dans le cas de l'effet de champ, la résistance entrée en tant que donnée (utilisée dans  $y_d$ ) est soit  $R(V)=V/I$  résultant des mesures, soit la résistance  $R(V)=R_T(V)$  issue de l'ajustement de courbe présenté au paragraphe IV.1.2.1.3. La résistance calculée à partir de la formule du découplage électron-phonon (à partir de  $y$ ) est  $R_p(V)=R_p(T_e)$ .

La limite utilisée pour définir l'écart-type maximal autorisé dans l'optimisation de  $\eta$  change pour chaque nouvelle série de mesure ; on utilise l'erreur relative de résistance moyennée sur toutes les tensions de la mesure  $\left\langle \frac{\Delta_{Ea}R(V)}{R(V)} \right\rangle_{T_{\text{mesuré}}}$ , où  $\Delta_{Ea}R(V)$  est l'écart-type moyen de

$R(V)-R_a(V)$  avec  $R_a(V)$  calculé par l'ajustement de courbe présenté au paragraphe IV.1.2.1.3.

L'utilisation des incertitudes systématiques sur  $R$  entraînerait des gammes de paramètres acceptables beaucoup trop grandes. Elle est moins pertinente que l'utilisation des erreurs de mesures car l'effet principal de l'erreur systématique est, pour une température donnée, de décaler en moyenne  $R(V,T)$  d'un offset qui pas d'influence sur l'ajustement du coefficient de puissance  $\eta$  (contrairement à l'optimisation de  $n$  dans l'ajustement de  $R(V=0,T)$  où les effets systématiques ont une influence différente sur chaque point de mesure).

Le coefficient  $c_l$  donne accès au coefficient de couplage électron-phonon  $G_{e-ph}$ . De façon similaire au cas du paramètre  $R_0$  lors de l'estimation paramétrique de  $R(V=0,T)$  on cherche une caractéristique indépendante de la géométrie de l'échantillon. Comme cela est démontré dans les Annexes au paragraphe II.4.1, il suffit de diviser le coefficient de couplage par le volume de l'échantillon pour obtenir une telle caractéristique :  $g_{e-ph} [\text{W/K}^\eta/\text{m}^3] \equiv G_{e-ph}/\Omega$ , avec  $\Omega=d \cdot l \cdot e$ .

Comme dans le cas de l'effet de champ électrique, le coefficient  $c_0$  de l'ajustement donne accès à la température des phonons ; comme on néglige les résistances de Kapitza cette température doit être égale à la température de bain du cryostat lorsque la polarisation est nulle. Ici aussi elle est donnée par les coefficients  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  déduits de l'estimation paramétrique de  $R(V=0,T)$ , et la température déduite n'est donc pas strictement égale à la température de bain mesurée par le thermomètre  $\text{RuO}_2$ . Mais comme on l'a dit précédemment les conséquences de ce choix dans le type d'ajustement effectué n'a pas une grande importance sur le résultat final.

Afin de vérifier visuellement la qualité de l'ajustement de courbe et sa conséquence sur les  $R_p(V,T)$  prédits, le programme d'estimation paramétrique affiche cinq types de courbes :

- Les courbes  $[G_{e-ph}, \eta, T_{ph}]$  acceptables en marquant l'optimum et les bornes (les deux trios de valeurs extrémales acceptées).
- Les courbes  $y_d(x)$  et  $y(x)$  avec les incertitudes de l'ajustement ( $\Delta y$ ).
- Les écarts entre les variables intermédiaires que sont les températures électroniques :  $\delta T_e(P) \equiv T_{e(R)} - T_{e(P)}$ , où  $T_{e(R)} \equiv I/y_d$  et  $T_{e(P)} \equiv I/y$ , avec les incertitudes qui en découlent  $(T_{e(P)} + \Delta_+ T_{e(P)}) = (y - \Delta y)^{1/\eta}$  et  $T_{e(P)} - \Delta_- T_{e(P)}(V) = (y + \Delta y)^{1/\eta}$ .
- La superposition des courbes  $R(V)$  et  $R_p(V)$ .
- Les écarts relatifs  $\Delta_p R/R$  qui en découlent, en fonction de  $V$ .

En comparant ces écarts  $\Delta_p R/R$  aux incertitudes de mesure  $\langle \Delta R/R \rangle$  on voit immédiatement si le découplage électron-phonon ne modélise pas correctement le comportement de la couche ; dans ce cas il doit être abandonné. Attention : les  $\left\langle \frac{\Delta_{Ea}R(V)}{R(V)} \right\rangle_{T_{\text{mesuré}}}$  ne sont utilisés que pour

l'optimisation de  $\eta$  à chaque  $T_{\text{mesuré}}$ . Mais lorsque l'on veut calculer les  $G_{e-ph}$  sur l'ensemble

des mesures, les erreurs systématiques vont influencer la dispersion des  $G_{e-ph}$  issus de l'estimation paramétrique de température. Il est nécessaire dans ce cas de tenir compte de cette dispersion, donc des données indépendantes  $\langle \Delta V/V \rangle$  et  $\langle \Delta I/I \rangle$ .

Dans les estimations précédentes, le programme permettait d'imposer un paramètre ( $n$  dans le cas de la loi de résistivité à champ nul et  $\xi$  dans le cas de l'effet de champ). Ici le programme permet d'imposer un  $\eta$ , ou, un  $\eta$  et un  $G_{e-ph}$  pour l'ensemble des courbes sélectionnées de l'échantillon traité. Ainsi on dispose d'un moyen visuel qui permet une comparaison rapide des ajustements avec les coefficients de puissances et constantes de découplage qu'on trouve dans la littérature. Ces visualisations offrent un confort à l'utilisateur, mais les critères qui permettent de valider ou d'infirmer l'estimation paramétrique sont comme d'habitude les comparaisons d'incertitudes évoqués au paragraphe IV.1.2.2.2.

Pour estimer la qualité de l'ajustement de courbe et déterminer les incertitudes sur les paramètres, nous calculons donc les  $\Delta_E c_1/c_1$ ,  $\Delta_E c_0/c_0$  et  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$ , et, comparons les  $\Delta_E c_i/c_i$  et  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$  aux  $\langle \Delta R/R \rangle$ ,  $\langle \Delta P/P \rangle$  et  $\langle \Delta T/T \rangle$ . Lorsque l'ajustement est bon, la valeur de  $G_{e-ph}$  est comparée avec les valeurs de références de la littérature.

L'erreur statistique de l'ajustement sur les paramètres donne pour chaque courbe :

$$\frac{\Delta_E T_{ph,a}}{T_{ph,a}} = \frac{\Delta_E c_0}{c_0} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta_E g_{e-ph}}{g_{e-ph}} = \frac{\Delta_E G_{e-ph}}{G_{e-ph}} = \frac{\Delta_E c_1}{c_1}$$

Le calcul d'incertitude donne quant à lui :

$$\frac{\Delta T_{ph,a}}{T_{ph,a}} = \frac{\Delta c_0}{c_0} = \frac{\Delta y}{y} \Big|_{x=0} = \frac{\eta}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle$$

$$\frac{\Delta g_{e-ph}}{g_{e-ph}} = \frac{\Delta G_{e-ph}}{G_{e-ph}} + \frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \frac{\Delta c_1}{c_1} + 3 \frac{\Delta d}{d} = \underbrace{\left\langle \frac{\Delta V}{V} \right\rangle + \left\langle \frac{\Delta I}{I} \right\rangle}_{\left\langle \frac{\Delta x}{x} \right\rangle = \left\langle \frac{\Delta P}{P} \right\rangle} + \underbrace{\frac{\eta}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle}_{\left\langle \frac{\Delta y}{y} \right\rangle} + 3 \frac{\Delta d}{d}$$

Comme dans le paragraphe précédent l'algorithme est exécuté pour chaque fichier de mesure sélectionné, ce qui engendre autant de valeurs estimées des paramètres qu'il y a de fichiers. Or la théorie prévoit que  $\eta$  et  $G_{e-ph}$  restent constants lorsque la température de bain du cryostat change (voir paragraphe II.2.2.2). Notre programme d'estimation paramétrique des effets non-ohmiques affiche l'ensemble des paramètres calculés et permet de vérifier si la théorie décrit bien le comportement de l'échantillon. Et si c'est le cas la valeur optimale de chaque paramètre est calculée.

Ainsi, lorsque les valeurs optimisées du paramètre de puissance  $\eta$  sont cohérentes entre elles compte tenu des incertitudes, le programme calcule la moyenne  $\langle \eta \rangle$  pondéré par la dispersion de chaque courbe. Cette dispersion est égale à l'écart maximum accepté  $\eta_M - \eta_m$  qui donne une estimation du taux de confiance que l'on peut avoir dans le  $\eta$  optimal en prenant compte de la contrainte imposée par l'optimisation ainsi que de la qualité des mesures à travers les écart-types  $\Delta_E(\Delta_p R/R)$  autorisés par les incertitudes de mesures  $\langle \Delta_{Ea} R/R \rangle_T$ . On a pour  $S$  séries de mesures :

$$\langle \eta \rangle = \frac{\sum_{j=1}^S \eta}{\sum_{j=1}^S (\eta_M - \eta_m)} \Big/ \frac{\sum_{j=1}^S 1}{\sum_{j=1}^S (\eta_M - \eta_m)}$$

La seconde étape consiste à vérifier que l'ensemble des coefficients de couplages  $G_{e-ph}$  estimés pour un coefficient de puissance imposé (égal ou non à  $\langle \eta \rangle$ ) sont cohérents entre

eux compte tenu des incertitudes. Notons que cette vérification ne peut se faire que pour un  $\eta$  imposé, car le coefficient de puissance a une grande influence sur la valeur du coefficient de couplage. Le programme calcule ensuite la moyenne  $\langle G_{e-ph} \rangle$  pondérée par les erreurs statistiques de l'estimation de chaque courbe :

$$\langle G_{e-ph} \rangle = \frac{\sum_{j=1}^S \frac{G_{e-ph}}{\Delta_E G_{e-ph} / G_{e-ph}}}{\sum_{j=1}^S \frac{1}{\Delta_E G_{e-ph} / G_{e-ph}}}$$

L'incertitude sur ce coefficient de couplage moyen (et le coefficient volumique  $\langle g_{e-ph} \rangle$  qui en découle) est calculée selon la formule de  $\Delta G_{e-ph} / G_{e-ph}$  donnée plus haut.

Notons que le critère qui permet d'évaluer l'influence globale des paramètres  $\eta$  et  $G_{e-ph}$  est la conductance dynamique du couplage :  $G_{d-e-ph} \equiv dP/dT = \eta \cdot (P/G_{e-ph} + T_{ph})^{(1-1/\eta)}$ . L'étendue des  $[G_{e-ph}, \eta]$  acceptables permettra d'obtenir une bonne estimation de l'incertitude sur cette conductance dynamique.

Remarque : la dernière version du programme permet de prendre en compte l'effet de champ électrique en imposant un  $\xi$  donné. La variable  $T_{e(R)}$  est alors calculée à partir de la température effective  $T_E$  selon la méthode de l'algorithme présenté au paragraphe suivant.

#### IV.1.2.4.4 Conductance et coefficient de puissance de la fuite thermique pour la configuration bolométrique.

Pour les couches de NbSi montées en configuration bolométrique, la température mesurée n'est plus celle des phonons lorsque la polarisation est non nulle car la conductance de la membrane sur laquelle sont déposés les films intervient. Le découplage entre la température de la dilution mesurée par le thermomètre  $\text{RuO}_2$  et la température des électrons du thermomètre est modélisé par :

$$P = G_{fuite} (T_e^b - T^b) \quad \text{où} \quad \begin{cases} T = T_{\text{mesuré}} \\ G_{fuite} = G_{e-ph+K+m} \end{cases} \quad \text{et} \quad R(T, V) = R(T_E(T_e), 0) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_E}\right)^n\right)$$

Dans ce cas il est difficile de déterminer la part de la conductance qui est due à l'effet de champ électrique (indice E) au découplage électron-phonon (indice  $e-ph$ ), aux résistances de Kapitza (indice K) ou à la conduction dans la membrane (indice m). Les bolomètres sont en général dimensionnés pour que la conduction dans la membrane domine largement tous les autres effets thermiques ; ce qui a été vérifié par des études sur des prototypes de bolomètres avec thermomètres en films minces de NbSi ([Camus, 00]).

Avec cette hypothèse d'un terme dominant, la démarche la plus simple pour caractériser le bolomètre consiste à effectuer l'estimation paramétrique de la conductance globale et de vérifier a posteriori que les effets non-ohmiques sont négligeables. Si la conduction dans la membrane domine alors l'estimation paramétrique de la conductance globale doit tendre vers la conductance de la fuite thermique seule. En effet, comme cela est démontré en Annexes au paragraphe II.4.4, lorsqu'un système composite est constitué de  $\zeta$  sous-systèmes de

conductances différentes en série, la conductance dynamique globale vaut  $G_{Globe} = 1 / \sum_{i=1}^{\zeta} \frac{1}{G_i}$ , c'est donc le sous-système qui a la conductance la plus faible qui domine.

L'algorithme utilisé pour estimer la conductance de la fuite thermique néglige les résistances de Kapitza. Il est identique à celui du découplage électron-phonon si on ne prend pas en compte les effets non-ohmiques, il est un peu plus complexe si on les prend en compte :

$$\text{Modèle : } \begin{cases} R(V) = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_E}\right)^n\right) & \Rightarrow T_E = T_0 / (\ln(R/R_0))^{1/n} \\ P = V \cdot I = G_{fuite} (T_{ph}^b - T^b) & \Rightarrow T_{ph,p} = (T^b - P/G_{fuite})^{1/b} \end{cases}$$

$$\text{Effets non - ohmique négligés : } \begin{cases} T_{ph} = T_e = T_E \\ (\xi = 0 \text{ et } G_{e-ph} = \infty) & \Rightarrow \begin{cases} G_{fuite} = G_{global} = G_{e-ph+m} \\ b = b_{global} = b_{e-ph+m} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Avec effets non - ohmiques : } \begin{cases} T_{ph} = (T_e^\eta - P/G_{e-ph})^{1/\eta} \\ T_e = (T_E/2) \cdot (1 + \sqrt{1 - 4T_{Ch}/T_E}) & \Rightarrow \begin{cases} G_{fuite} = G_m \\ b = b_m \end{cases} \\ T_{Ch} = V \cdot q_e d\xi / 2k_B \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Régression linéaire de  $y = c_1 \cdot x + c_0$  avec  $y \rightarrow y_d$  :

$$y_d = T_{ph}^b \quad y = T_{ph,p}^b \quad x = P \quad c_1 = \frac{1}{G_{fuite}} \quad c_0 = T_a^b$$

$c_1$  et  $c_0$  déterminés par minimisation de  $\sum_j (y_{d,j} - y_j)^2$

et calcul de  $\Delta y$  tel que 50% des prédictions  $\in y \pm \Delta y$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{1}{c_0^{1/b}} = T_{\text{modèle}}(R(V=0)) \rightarrow T = T_{\text{bain}} = T_{\text{mesure}} \\ G_{fuite} = \frac{1}{c_1} \end{cases}$$

Optimisation de  $b \in [b_{\min}; b_{\max}]$  défini par l'utilisateur :

$$\text{minimisation de } \Delta_E(\Delta_p R/R) = \sqrt{\left\langle \left(1 - \frac{R_p}{R}\right)^2 \right\rangle - \left\langle 1 - \frac{R_p}{R} \right\rangle^2} \text{ avec } R_p = R_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{T_0}{T_{E,p}}\right)^n\right)$$

$$\text{et : } T_{E,p} = \frac{T_{e,p}}{1 - T_{Ch}/T_{e,p}} \quad ; \quad T_{e,p} = (T_{ph,p}^\eta + P/G_{e-ph})^{1/\eta} \quad ; \quad T_{ph,p} = y^{1/b}$$

$$\Rightarrow b \text{ optimum et les deux } b \text{ extrêmes } (b_M \text{ et } b_m) \text{ tels que } \Delta_E(\Delta_p R/R) \leq \left\langle \frac{\Delta_{Ea} R(V)}{R(V)} \right\rangle_{T_{\text{mesure}}}$$

Équation II-72

La discussion sur la signification des différents termes, sur la difficulté d'optimiser le coefficient de puissance  $b$ , sur les critères d'évaluation de la qualité des ajustements et sur les calculs d'incertitudes est identique à celle du paragraphe précédent.

Le programme que nous avons réalisé trace les mêmes courbes que précédemment à la différence près que les paramètres  $[G_{e-ph}, \eta, T_{ph,a}]$  sont remplacés par  $[G_{fuite}, b, T_a]$ .

L'erreur statistique de l'ajustement sur les paramètres donne pour chaque courbe :

$$\frac{\Delta_E T_a}{T_a} = \frac{\Delta_E c_0}{c_0} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta_E G_{fuite}}{G_{fuite}} = \frac{\Delta_E c_1}{c_1}$$

Le calcul d'incertitude donne quant à lui :

$$\frac{\Delta T_a}{T_a} = \frac{\Delta c_0}{c_0} = \frac{\Delta y}{y} \Big|_{x=0} = \frac{b}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle \quad \text{et} \quad \frac{\Delta G_{fuite}}{G_{fuite}} = \frac{\Delta c_1}{c_1} = \left\langle \frac{\Delta V}{V} \right\rangle + \left\langle \frac{\Delta I}{I} \right\rangle + \frac{b}{n} \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle$$

Le calcul des moyennes pondérées par la qualité des estimations de chaque paramètre pour les  $S$  séries de mesures sélectionnées par l'utilisateur donne :

$$\langle b \rangle = \frac{\sum_{j=1}^S \frac{b}{(b_M - b_m)}}{\sum_{j=1}^S \frac{1}{(b_M - b_m)}} \quad \text{et} \quad \langle G_{fuite} \rangle = \frac{\sum_{j=1}^S \frac{G_{fuite}}{\Delta_E G_{fuite} / G_{fuite}}}{\sum_{j=1}^S \frac{1}{\Delta_E G_{fuite} / G_{fuite}}}$$

Si l'algorithme de l'estimation paramétrique conduit à des erreurs statistiques d'ajustement de courbe compatible avec les erreurs de mesures (les  $\Delta_E c_j / c_j$  entraînent des paramètres  $p_j$  tels que les  $\Delta_{E_p} R/R$  soient inférieurs aux  $\langle \Delta R/R \rangle$  et compatibles avec les  $\Delta_{E_a} R/R$ ) cela ne veut pas forcément dire que la fuite thermique soit effectivement dominée par la conductance dans la membrane. Pour le vérifier il faut comparer le  $G_{fuite}$  déduit aux valeurs théoriques de  $G_m$ , mais aussi il est préférable de lancer l'algorithme une deuxième fois en activant la prise en compte des effets non-ohmique et en utilisant des valeurs de référence pour les paramètres  $R_0$ ,  $T_0$ ,  $n$ ,  $\xi$ ,  $G_{e-ph}$  et  $\eta$ . Si le nouveau  $G_{fuite}$  déterminé ainsi est proche du précédent alors on peut considérer que la conductance de fuite est effectivement dominée par la membrane.

Lors de cette vérification à posteriori il est possible de quantifier l'influence relative de chaque processus (effet de champ, découplage électron-phonon et conduction dans la membrane) en comparant les écarts entre les différentes températures des sous-systèmes. Lorsque la conduction dans la membrane domine, on doit vérifier que  $T_E - T_e < T_{ph} - T$  et  $T_e - T_{ph} < T_{ph} - T$ , où  $T_E$  est la température effective donnée par l'effet de champ électrique,  $T_e$  est la température des électrons du film thermométrique de NbSi,  $T_{ph}$  est la température des phonons de ce même film et  $T$  est la température de bain du cryostat, mesurée par la résistance RuO<sub>2</sub> et supposée égale à la température de la bordure externe de la membrane. Notons que cette estimation des influences relatives des différents processus peut se faire également sur les résistances modélisées. Lorsque la conduction dans la membrane domine, on doit vérifier :

$$R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_E(P)) \gg R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_{ph}(P)) \approx 0 \quad \text{et} \quad R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_e(P)) \gg R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_{ph}(P)) \approx 0$$

Si ces inégalités ne sont pas vérifiées, il est clair que l'hypothèse de fuite thermique fortement dominée par la conduction dans la membrane n'est pas valide.

Quand  $R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_{ph}(P))$  n'est pas négligeable on retrouve le problème déjà présenté à plusieurs reprises au cours des paragraphes précédents où le modèle de l'estimation paramétrique ne permet pas d'ajuster les données. Mais il existe deux cas de figure où  $R_{\text{mesuré}}(V) - R(T_{ph}(P))$  peut être négligeable sans pour autant que le modèle soit valide :

- Le premier a déjà été discuté à plusieurs reprises au cours des paragraphes précédents. Il s'agit du cas où les  $\Delta_E c_j / c_j$  conduisent à des paramètres dont les incertitudes d'ajustement ne sont pas explicables par les incertitudes des données.
- Le second est plus discret, il survient lorsque les  $\Delta_E c_j / c_j$  sont corrects pour chaque série de mesure, mais conduisent à des valeurs des paramètres  $G_{fuite}$  et  $b$  non compatibles entre les différentes séries.

Si ces cas se présentent malgré la prise en compte des effets non-ohmiques, soit les valeurs de références utilisées sont fausses, soit il existe un ou plusieurs processus physiques non pris en compte par le modèle qui viennent polluer le comportement des échantillons. Le programme que nous avons réalisé permet de tester une série de paramètres non-ohmiques et de déterminer les paramètres optimums. Si malgré l'optimum les ajustements restent mauvais, il est probable qu'il existe un ou plusieurs processus physiques polluants.

Pour distinguer les deux cas avec rigueur il est en fait nécessaire d'ajuster simultanément tous les effets. Or pour cela il n'est plus possible d'utiliser de simples régressions linéaires. Il faut en effet minimiser un système de  $5S$  équations non linéaires, où  $S$  est le nombre de séries de mesures (les 5 types d'équations en jeu sont l'équation de la résistance à polarisation nulle, l'équation de la température effective du champ électrique, l'équation de la résistance du film de NbSi polarisé avec effet de champ, l'équation du découplage électron-phonon, et, l'équation de la fuite thermique). Le minimum de cette série d'équation permet de déterminer les huit paramètres  $R_o$ ,  $T_o$ ,  $n$ ,  $\xi$ ,  $G_{e-ph}$ ,  $\eta$ ,  $G_m$  et  $b_m$ . Pour être efficace, l'utilisation d'un tel algorithme nécessite un très grand nombre de données (à cause des difficultés d'ajustement de  $n$ ,  $\eta$  et  $b$ ), couvrant un large spectre de températures avec le minimum de bruits possible et une analyse statistique beaucoup moins grossière que celle que nous avons présentée jusqu'alors (il faudrait prendre en compte les corrélations entre paramètres et calculer les matrices de covariance des coefficients des ajustements de courbes). Il demanderait un temps de calcul très important. Pour être plus précis il faudrait par ailleurs tenir compte des gradients thermiques dans la membrane, donc non pas estimer  $G_m$  en utilisant l'équation de fuite thermique présentée ci-dessus, mais plutôt la conductivité thermique  $\kappa_m \equiv (dP/dS)/(dT/dx) = G_m \cdot bT^{b-1} \cdot dx/dS$  en utilisant un modèle adéquat de propagation de la chaleur.

Nous n'avons pas eu la nécessité de mettre en œuvre un programme aussi évolué que celui qui vient d'être décrit, car notre objectif n'était pas l'analyse fine de la physique en œuvre dans les échantillons, mais la validation ou le rejet de films minces pour la réalisation des thermomètres des bolomètres de la caméra. Lorsque l'une des estimations paramétriques présentées jusqu'ici n'était pas valide compte tenu des processus physiques attendus, le but était d'émettre des hypothèses sur le type de processus polluant rencontré et de changer l'une des étapes de réalisation des échantillons pour s'en affranchir. Lorsqu'un échantillon était correctement décrit par les estimations paramétriques, le but était alors d'évaluer sa qualité.

#### IV.1.2.5 Critères de qualité des échantillons de NbSi pour l'application bolométrique.

Les traitements de données que nous avons présentés jusqu'à présent permettent d'étudier le comportement physique de la résistivité du  $Nb_xSi_{1-x}$ . Mais il est indispensable de disposer de critères qui permettent de quantifier la qualité des échantillons pour l'application bolométrique. Dans ce paragraphe nous présentons les quatre critères principaux que nous avons pris en compte dans nos traitements de données.

Le premier, calculé pour estimer la qualité de l'échantillon d'après les estimations paramétriques à polarisation nulle, est évidemment le coefficient en température. On cherche à ce qu'il soit le plus élevé possible tout en gardant des valeurs de résistance et des niveaux de bruits optimums dans la gamme de températures et de puissances attendue pour l'application bolométrique.

Le second critère, calculé pour estimer la qualité de l'échantillon sous polarisation électrique, est la conductance dynamique pour un point de fonctionnement donné. Elle est calculable lorsque l'échantillon est un bolomètre, et, lorsque l'échantillon est un thermomètre seulement

quand le découplage électron-phonon est mesurable. Dans les deux cas la conductance dynamique joue sur le temps de réponse de l'échantillon et sur son bruit.

Le troisième critère est une évaluation du bruit Johnson et du bruit de phonon attendus. Bien qu'elle ne remplace pas une véritable mesure, une première évaluation peut être effectuée à travers un calcul de tension équivalente de bruit pour les fluctuations thermodynamiques des électrons (Johnson) et de température équivalente de bruit pour les fluctuations thermodynamiques des phonons.

Le dernier critère est évidemment l'évaluation des sensibilités des échantillons et surtout de leurs performances en terme de puissances équivalentes de bruit.

#### IV.1.2.5.1 Coefficients de température.

Comme on l'a dit à plusieurs reprises (depuis sa définition à la page 117), le coefficient de température est le critère fondamental qui permet d'estimer la sensibilité des thermomètres des bolomètres. On peut s'intéresser à son terme exact  $\alpha$  ou à son homologue sans dimension  $A$ . Il est possible de déterminer sa valeur expérimentale pour chaque température, à partir des mesures de résistances à polarisation nulles. Les paramètres  $R_0$ ,  $n$  et  $T_0$  permettent par ailleurs d'en déduire son expression théorique dans la gamme de température pour laquelle ils ont été estimés. D'après la définition de  $A$  et en utilisant l'expression de  $R(V=0, T)$  (Équation II-68 page 240), on en déduit sa valeur :

$$A(R, T) \equiv \frac{d \ln R}{d \ln T} = \frac{T}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = \alpha \cdot T \quad \Rightarrow \quad A = \frac{T}{R_0 \cdot e^{(T_0/T)^n}} \frac{d(R_0 \cdot e^{(T_0/T)^n})}{dT} = -n \cdot \left( \frac{T_0}{T} \right)^n$$

Équation II-73

Seuls les paramètres  $T_0$  et  $n$  interviennent dans le calcul du coefficient de température. Le paramètre  $R_0$  est un facteur multiplicatif qui fixe la hauteur de la résistance mais n'influence pas la sensibilité. L'idéal serait donc de pouvoir jouer sur  $R_0$  tout en maximisant  $n$  et  $T_0$  afin qu'autour d'une température de fonctionnement donnée, les thermomètres soient les plus sensibles possible tout en ayant une impédance adaptée au mieux à l'électronique de lecture. Les procédés de fabrication montrent qu'il est assez difficile de changer  $R_0$  indépendamment de  $T_0$  et  $n$ , mais qu'il est possible de trouver un optimum en jouant par exemple sur la géométrie des couches (voir paragraphes II.2.1.1 et II.3.1). Le seul paramètre géométrique sur lequel il est possible de jouer sans changer de masque de lithographie est l'épaisseur du film. Mais comme on l'a déjà évoqué ce n'est pas le seul facteur, la composition en niobium joue également un rôle déterminant.

Lorsque le coefficient en température mesuré sur un échantillon est trop faible, il est possible de l'augmenter sur les échantillons fabriqués par la suite en diminuant le pourcentage de niobium ou l'épaisseur des films. La transition métal-isolant offre alors une pente plus importante donc un coefficient plus élevé. Il faut cependant veiller à ce que la résistance autour de 100 mK reste de l'ordre d'une à quelques dizaines de  $\text{M}\Omega$  pour être compatible avec l'électronique de lecture de la caméra. Par ailleurs on rappelle que bien que cela soit l'action qui semble la plus favorable, la diminution de l'épaisseur des films est limitée par les problèmes d'inhomogénéité et de bruits importants lorsque la conduction à deux dimensions commence à dominer.

En pratique nous avons testé nos échantillons de façon fine entre 70 mK et 1 K et avons pris quelques courbes à 4 K, 70 K et 300 K. Le modèle avec les paramètres  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  n'est applicable que lorsque la conduction par saut est valide, c'est-à-dire en dessous de 4 K. Pour les températures supérieures nous avons dû utiliser des coefficients empiriques.

#### IV.1.2.5.2 Conductance dynamique.

La conductance dynamique est le paramètre principal qui permet de comparer les aptitudes des systèmes thermodynamiques à transmettre une puissance thermique donnée autour d'une température de fonctionnement. À l'instar des paramètres  $T_0$  et  $n$  qui, pour deux couples de valeurs très différentes, peuvent conduire à des coefficients de température voisins, les coefficients de conductance  $G_{e-ph}$  ou  $G_{fuite}$  et de puissance de conductance  $\eta$  ou  $b$  peuvent avoir des valeurs très différentes et conduire à des conductances dynamiques voisines. Autrement dit, les coefficients de conductance, bien qu'indépendants de la température ne sont pas les paramètres les plus pertinents pour comparer les systèmes entre eux. Par ailleurs, comme on l'a vu à de multiples reprises dans cette partie du mémoire, la conductance dynamique est très utilisée pour la caractérisation des bolomètres (boucle de contre-réaction, temps de réponse, NEP). On peut calculer sa valeur tirée des modèles physiques des échantillons polarisés électriquement :

$$G_d(P, T) \equiv \frac{dP}{dT_{ech}} \Rightarrow \begin{cases} G_{d \text{ modèle1}} \stackrel{\text{I constant}}{=} I^2 \cdot R \cdot n \cdot T_0^n / T^{n+1} = P \cdot A / T \\ G_{d \text{ modèle2}} = \frac{d(G_{syst} (T_{ech}^a - T^a))}{dT_{ech}} = a G_{syst} T_{ech}^{a-1} = a G_{syst} \left( \frac{P}{G_{syst}} + T^a \right)^{1-\frac{1}{a}} \end{cases}$$

Équation II-74

Où  $T$  est la température de bain du cryostat,  $T_{ech}$ ,  $G_{syst}$  et  $a$  peuvent représenter respectivement  $T_{électrons}$ ,  $G_{e-ph}$  et  $\eta$  pour un film mince sans membrane (avec  $T=T_{phonon}$ ), ou  $T_{électron}$ ,  $G_{fuite}$  et  $b_{fuite}$  pour un bolomètre avec thermomètre sur absorbeur et membrane, ou,  $T_{phonon}$ ,  $G_m$  et  $b_m$  pour la membrane d'un bolomètre avec thermomètre et absorbeur parfaitement couplés.

Lorsque qu'aucun coefficient de conductance ne peut être calculé, c'est-à-dire pour des échantillons présentant un comportement purement ohmique ou uniquement un effet de champ, nous utilisons la formule du modèle 1. Dans le cas contraire nous utilisons la formule du modèle 2.

On remarque que l'on peut donner l'expression de  $G_d$  pour une température d'échantillon donnée, ou pour une température de cryostat fixée et un échantillon soumis à une puissance donnée. Si l'on se réfère aux paragraphes précédents, la puissance est électrique, mais il faut garder à l'esprit que la puissance désigne toute l'énergie évacuée par unité de temps, par le système considéré; (qu'elle soit électrique ou autre, par exemple une puissance de rayonnement absorbée)<sup>64</sup>. En général les conductances dynamiques sont données dans la littérature pour une température d'échantillon donnée.

Dans le cas des échantillons que nous avons traités avec le modèle 2, nous calculons les conductances dynamiques des membranes des bolomètres individuels ainsi que celles des découplages électron-phonon des films thermométriques sans membranes. Nous avons ensuite comparé les résultats entre eux ainsi qu'avec les valeurs de la littérature.

Lorsqu'une conductance dynamique est trop grande, il est possible de la diminuer en jouant sur la géométrie des membranes (augmentation des surfaces, diminution des épaisseurs ablation de zones et création de ponts) ou en jouant sur l'état de surface (attaque chimique pour une surface plus rugueuse).

<sup>64</sup> Le lien entre la conductance dynamique et les différentes puissances en jeu dans un bolomètre a été décrit au sous-chapitre I.2.

### IV.1.2.5.3 Bruit de phonon et bruit Johnson : NET, NEP et sensibilités.

Le troisième critère permettant de connaître la pertinence du choix du NbSi pour l'application thermométrique est évidemment l'analyse du bruit. Pour mener une analyse correcte encore faut-il disposer d'échantillons présentant les caractéristiques de résistivité voulues. Or les nombreux échantillons qui ce sont révélés défectueux lors de nos expériences au cours de la thèse (voir sous-chapitre suivant) ne nous ont pas permis de pousser cette analyse très loin. En effet, les quatre principaux types de bruit fondamentaux qui se manifestent dans les échantillons sont le bruit thermodynamique (bruit Johnson), le bruit de phonon, le bruit de scintillation (en 1/f) et le bruit à deux niveaux (dit "pop-corn"). Nous n'avons pas eu le temps de mettre en place les expériences permettant de tester les bruit en 1/f et pop-corn (mais le CSNSM dispose d'un tel montage).

Seule la densité spectrale de puissance de bruit Johnson (ou tension équivalente de bruit) a une expression indépendante du type de configuration des échantillons (bolomètre ou thermomètres). Mais pour estimer les températures équivalentes de bruit (NET) il faut tenir compte du comportement sous polarisation électrique, donc de la conductance dynamique qui est différente selon les configurations des échantillons. On rappelle par ailleurs que le montage des bolomètres est réalisé de telle sorte qu'après optimisation la contribution principale à la NET est le bruit Johnson (voir paragraphe I.4.1.1). Pour le vérifier nous effectuons un calcul d'estimation de la contribution du bruit de phonon, dont la NET dépend également des conductances dynamiques.

Le calcul d'estimation de la NET due au bruit de phonon est très direct puisque la densité spectrale de puissance de ce bruit s'exprime déjà en terme de température ; il suffit de diviser son expression par la bande passante équivalente de bruit (voir paragraphe I.3.2.1) :

$$NET_{\text{Phonon}} = T \sqrt{\frac{4k_B}{G_d}} \left[ K / \sqrt{\text{Hz}} \right] \quad \left( G_d = \frac{dP}{dT} \Big|_{I_{\text{constant}}} \equiv I \frac{dV}{dT} \right)$$

Où  $T$  est la température de l'échantillon et  $G_d$  est la conductance dynamique du système considéré. On rappelle que dans le cas où on ne fixe pas le courant, le système considéré est soit un bolomètre et  $G_d$  désigne la conductance dynamique de la fuite thermique, soit il s'agit d'un thermomètre seul et  $G_d$  désigne la conductance du découplage électron-phonon. Lorsque le courant est fixé,  $G_d$  désigne une conductance effective qui traduit la sensibilité résistance/tension du thermomètre ( $G_d = P \cdot A / T$ ).

Le calcul d'estimation de la NET due au bruit Johnson se fait en calculant la tension équivalente de bruit Johnson  $e_{N-J}$  (voir Équation II-26 page 128 et Équation II-31 page 133), la sensibilité tension/température  $s_{V/T}$  (ou "réponse en tension" des couches thermométriques) et en calculant le rapport de ces deux quantités (Équation II-27) :

$$e_{N-J}(R,T) = \sqrt{4k_B \cdot T \cdot R} \left[ V / \sqrt{\text{Hz}} \right] \quad s_{V/T} = \frac{dV}{dT} \left[ V / K \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} s_{V/T \text{ empirique}} \equiv \frac{\delta V}{\delta T} \\ s_{V/T \text{ modèle}} \Big|_{I_{\text{constant}}} \equiv \frac{G_d}{I} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow NET_{\text{Johnson}} = \frac{e_{N-J}}{s_{V/T}} = \frac{\sqrt{4k_B \cdot T \cdot P}}{G_d} \left[ K / \sqrt{\text{Hz}} \right]$$

Où  $T$  est la température de l'échantillon. La tension équivalente de bruit peut-être estimée même à polarisation nulle, mais pas la NET car la sensibilité tension/température ne peut être estimée que si l'échantillon est polarisé. Attention, il n'est pas nécessaire que l'échantillon soit en régime non-ohmique ! Lorsque le régime est ohmique  $\delta T$  représente une variation de

température de l'échantillon (puissance absorbée ou variation de température du cryostat) et  $\delta V$  représente la variation de tension induite par la variation de température lorsque l'échantillon est polarisé à courant constant. Lorsque les effets non-ohmiques apparaissent,  $T$  représente la température des électrons de l'échantillon. On peut alors estimer la sensibilité en calculant les variations de température des électrons pour différentes puissances dissipées dans l'échantillon (Équation II-70 page 246 et Équation II-71 page 248).

Pour pouvoir comparer la qualité des films de NbSi aux objectifs fixés d'après les calculs optiques effectués dans la Partie I du mémoire, il reste à estimer les puissances équivalentes de bruit des échantillons. Compte tenu des données dont nous disposons, nous ne pouvons tenir compte que du bruit Johnson et du bruit de phonon. Dans l'expression de la NEP que nous utilisons, nous prenons en compte la contre-réaction thermique due à la polarisation à courant constant des échantillons, qui a pour effet d'abaisser la contribution des deux types de bruits (voir paragraphe I.3.2.3). À partir de l'Équation II-29 (page 130), de l'Équation II-31 et de l'Équation II-33 (page 134), on calcule :

$$NEP_{Johnson}(\omega \ll 1/\tau) = \frac{e_{N-J}}{S_V(P)} = \sqrt{\frac{4k_B}{P} \frac{G_d T^{3/2}}{A}} \left[ W / \sqrt{Hz} \right] \quad \text{avec } S_V(P) = \frac{dV(\omega)}{dP(\omega)}$$

$$NEP_{phonon}(\omega \ll 1/\tau) = \frac{T_{N-J}}{S_T(P)} = \sqrt{4k_B G_d} \cdot T \left[ W / \sqrt{Hz} \right] \quad \text{avec } S_T(P) = \frac{dT(\omega)}{dP(\omega)}$$

Équation II-75

Attention, les sensibilités utilisées pour le calcul de la NEP doivent être les fonctions de transfert des systèmes étudiés (voir Chapitre I). Les termes  $P(\omega)$ ,  $V(\omega)$  et  $T(\omega)$  sont donc les transformées de fourrier des puissances, tensions et températures de l'échantillon. On rappelle c'est par le biais de leur utilisation que l'on peut prendre en compte l'effet de la contre-réaction thermique. Par ailleurs l'expression de la  $NEP_{Johnson}$  ci-dessus n'est valide que pour des basses fréquences par rapport à la constante de temps du système :  $\tau = C/G_d$ , où  $C$  est la capacité calorifique du système (c'est-à-dire la capacité calorifique du NbSi pour les échantillons en configuration thermométrique et essentiellement la capacité calorifique de l'absorbeur pour les échantillons en configuration bolométrique).

Notons que pour connaître la véritable NEP des bolomètres il faudra non seulement tenir compte des autres bruits dans les films de NbSi (1/f et pop-corn) mais aussi mesurer la sensibilité en tension pour une puissance de rayonnement incidente donnée (voir Équation II-15 page 118).

## IV.2 Résultats et interprétations des expériences.

Dans ce sous-chapitre nous présentons les résultats des expériences que nous avons effectuées au cours de la thèse sur les films minces de NbSi. La première étape a consisté à caractériser des couches en configuration bolométrique, c'est-à-dire déposées sur absorbeurs et membranes et montées sur des supports individuels. Ces couches avaient la même géométrie que celle que nous avons retenue pour la réalisation des matrices. La seconde étape a consisté à caractériser des couches en configuration thermométrique (sans absorbeur ni membrane) réalisées collectivement, c'est-à-dire sous forme de matrices, avec le procédé de lithographie en lift-off. Lorsque l'expérience montrait qu'une matrice était défectueuse, nous en réalisons une nouvelle en tirant profit des résultats de la précédente pour améliorer le procédé de lithographie.

Afin de vérifier le bon fonctionnement des bolomètres individuels et la consistance des résultats obtenus, nous avons comparé ces derniers aux résultats d'expériences antérieures ([Marnieros, 97] et [Camus, 00] sur le Bolo-M4A). Pour les matrices nous nous sommes servi des résultats sur bolomètres individuels comme base de comparaison.

## IV.2.1 Bolomètres individuels.

Lors des campagnes de mesures au CSNSM sur le cryostat à hélium 3 pompé nous avons testé quatre échantillons (les photos et dessins des échantillons sont présentés à la Figure II-15 page 180) dont les caractéristiques sont les suivantes :

- CNM10A : Deux couches thermométriques  $\text{NbSi}$  avec  $S = 300 \times 600 \mu\text{m}^2$ ,  $e = 1000 \text{ \AA}$  et  $x = 8,00 \%$  ; un absorbeur Bi de  $S = 3 \times 3 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$  ; une membrane  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de  $S = 5 \times 5 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$ .
- CNM10B : Deux couches thermométriques  $\text{NbSi}$  avec  $S = 300 \times 600 \mu\text{m}^2$ ,  $e = 1000 \text{ \AA}$  et  $x = 8,00 \%$  ; un absorbeur Bi de  $S = 3 \times 3 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$  ; une membrane  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de  $S = 5 \times 5 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$ .
- BoloM10A : Une couche thermométrique  $\text{NbSi}$  avec  $S = 300 \times 600 \mu\text{m}^2$ ,  $e = 1000 \text{ \AA}$  et  $x = 8,00 \%$  ; un absorbeur Bi de  $S = 3 \times 3 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$  ; une membrane  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de  $S = 5 \times 5 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$ .
- BoloM9A : Une couche thermométrique  $\text{NbSi}$  avec  $S = 100 \times 2800 \mu\text{m}^2$  (en géométrie peigne),  $e = 1000 \text{ \AA}$  et  $x = 8,00 \%$  ; un absorbeur Bi de  $S = 3 \times 3 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$  ; une membrane  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de  $S = 5 \times 5 \text{ mm}^2$  et  $e = 1500 \text{ \AA}$ .

Nous avons utilisé l'échantillon CNM10A comme "bolomètre inverse" (d'où son nom : CN = Corps Noir) pour illuminer l'échantillon BoloM10A et mesurer sa réponse électrique à une puissance de rayonnement. L'estimation de la conduction thermique entre le thermomètre et le support de la membrane a été effectuée en considérant une conductance globale entre les électrons du thermomètre et le support à la température du cryostat. Les mesures réalisées avec les échantillons équipés de deux couches ont permis d'estimer les gradients thermiques dans l'absorbeur en polarisant une couche et en mesurant l'autre.

Au CRTBT, nous avons de nouveau testé bolomètre BoloM10A avec le banc de mesures que nous avons monté sur le Cryostat Orange à dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ . Cette expérience a permis d'une part de tester le bon fonctionnement de la chaîne d'acquisition en comparant les mesures de résistivité avec celles obtenues aux mêmes températures que sur le cryostat à  $^3\text{He}$  pompé, et d'autre part, de caractériser l'échantillon aux températures de fonctionnement prévues pour la caméra (autour de 100 mK) et de vérifier ainsi la consistance des paramètres de résistivité dans toute la gamme températures qui nous intéresse.

### IV.2.1.1 Courbes caractéristiques des expériences réalisées sur les deux cryostats ( $^3\text{He}$ pompé et dilution $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ ).

Nous présentons ici un ensemble de courbes qui résumant les expériences effectuées et permettent de comparer aussi bien les échantillons entre eux que les expériences sur le cryostat  $^3\text{He}$  pompé et sur le cryostat  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ . Hormis certains commentaires sur les ajustements paramétriques, la discussion sur les informations extraites des courbes est présentée au paragraphe suivant.

### IV.2.1.1.1 Courbes obtenues avec le montage du cryostat à hélium 3 pompé.

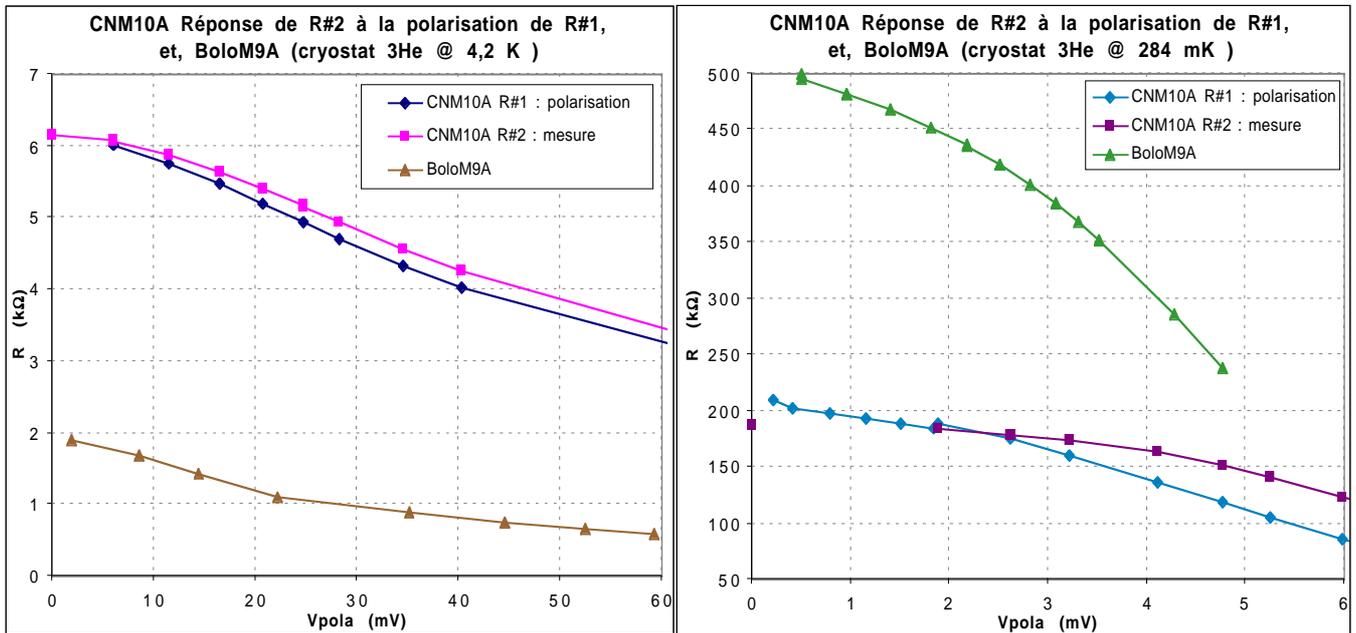


Figure II-43. Courbes  $R(V)$  des échantillons CNM10A et BoloM9A à 4,2 K et 284 mK. CNM10A désigne l'échantillon à 2 films de NbSi : la polarisation du film R#1 variait ( $I_{pola}(R\#1)=V_{pola}/R1$ ) alors la mesure de R#2 était effectuée avec un pont alternatif dissipant une puissance négligeable dans la couche. BoloM9A désigne le film de NbSi avec électrodes en géométrie peigne. On rappelle que les 2 échantillons sont déposés sur absorber en Bi et membrane en  $Si_3N_4$ .

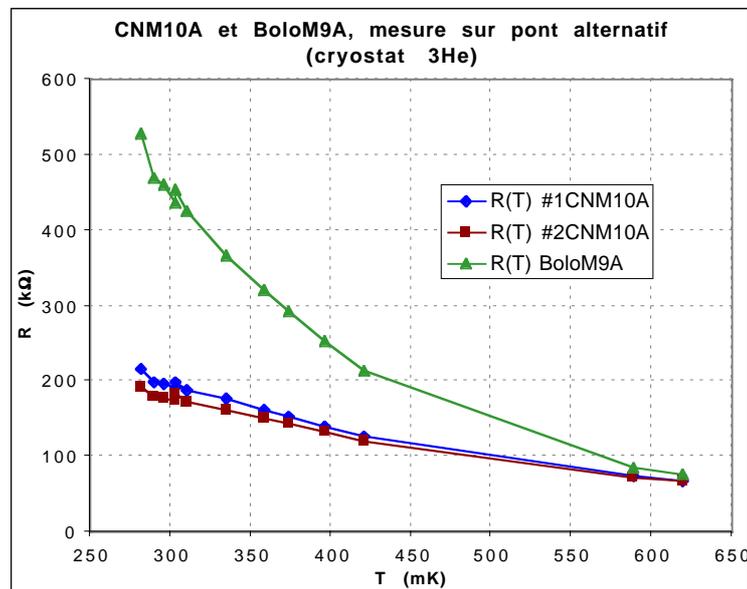


Figure II-44. Courbes  $R(T)$  des échantillons CNM10A et BoloM9A entre 280 mK et 620 mK. Les mesures sont effectuées avec le pont alternatif : la puissance dissipée est négligeable et la résistance obtenue n'est donc pas atténuée par des effets non-ohmiques.

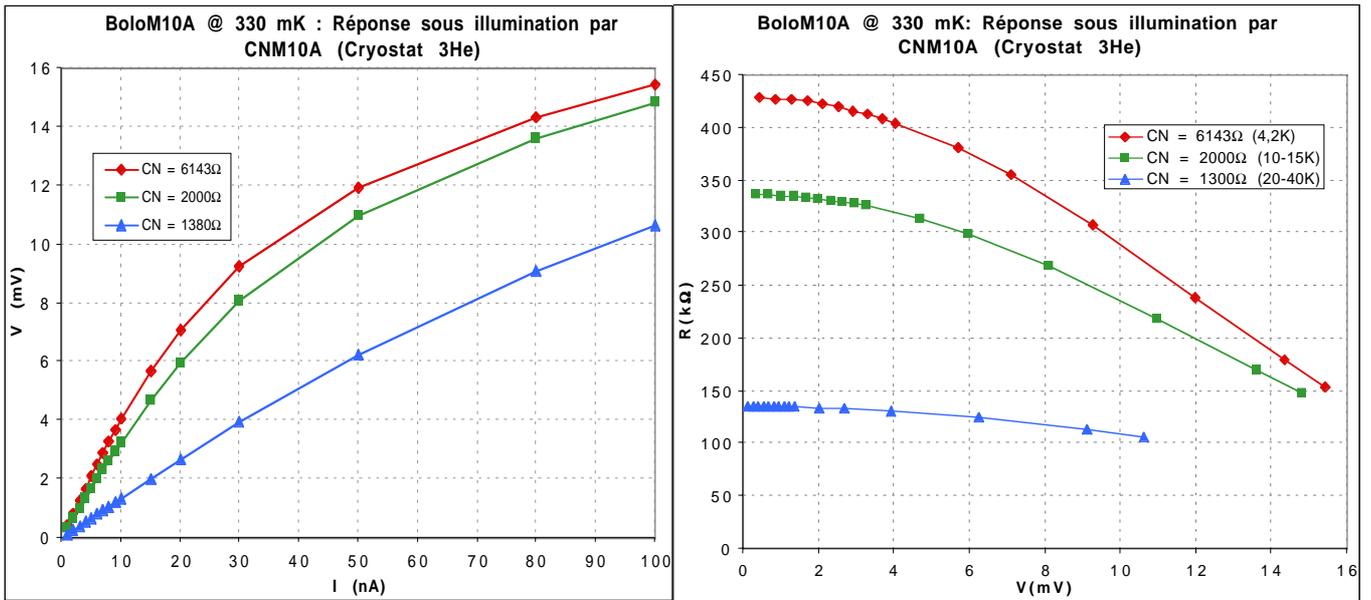


Figure II-45. Courbes  $V(I)$  et  $R(V)$  du BoloM10A soumis à différentes puissances de rayonnement. Le BoloM10A était thermalisé à une température de bain de 330 mK. Le rayonnement incident était produit par le chauffage de l'échantillon CNM10A, monté en bolomètre inverse, face au BoloM10A. La correspondance entre la température et la mesure de la résistance du corps noir (CNM10A) est estimée en se basant sur l'étalonnage préalable effectué avec un thermomètre Ge Lakeshore calibré entre 280 mK et 10 K. la puissance maximale reçue par le bolomètre est estimée à 2nW.

#### IV.2.1.1.2 Courbes obtenues avec le montage du cryostat à dilution.

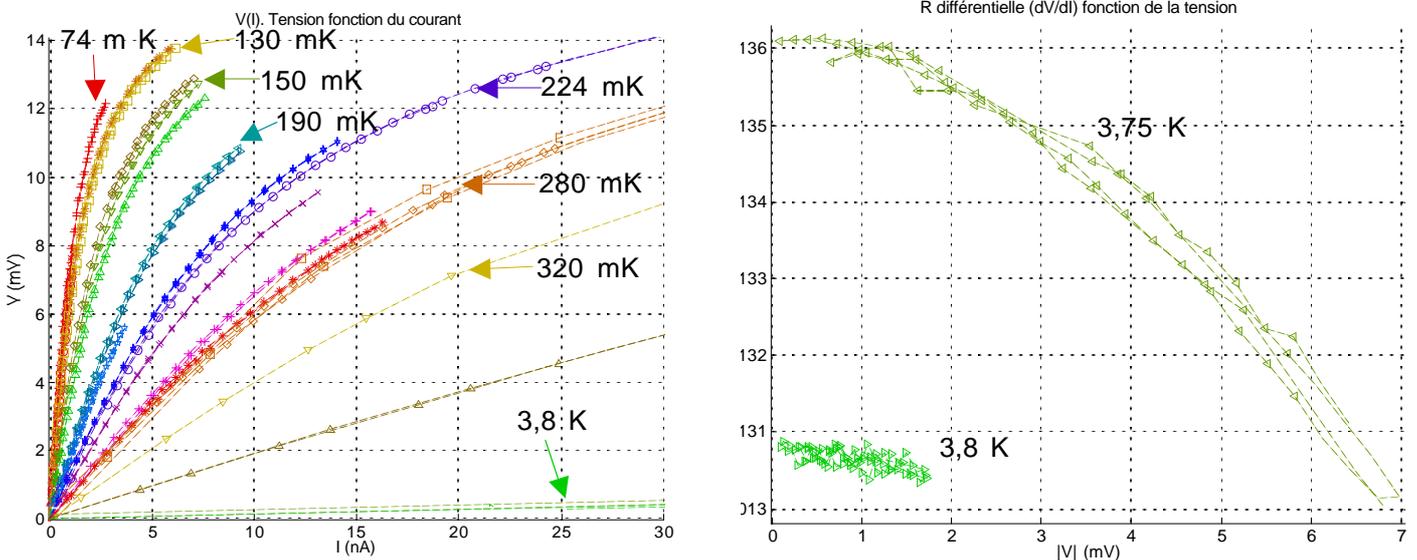


Figure II-46. Courbes  $V(I)$  entre 74 mK et 3,8 K, et courbes  $Z(V)$  vers 3,8 K de l'échantillon BoloM10A. On remarque que la courbe à 320 mK est assez proche de la courbe à 330 mK de la mesure effectuée avec un corps noir à 4,2K illuminant l'échantillon (figure précédente). Ici l'échantillon était polarisé avec des rampes de courant lentement variables (tensions triangulaires à 0,05 Hz transformées en courant de polarisation par un boîtier avec résistances de charge ( $R_c = 1 M\Omega$  ou  $10 M\Omega$ )). Les températures étaient relevées grâce à une résistance  $RuO_2$  fixée sur le support en cuivre du porte-échantillon.

## Conception des détecteurs.

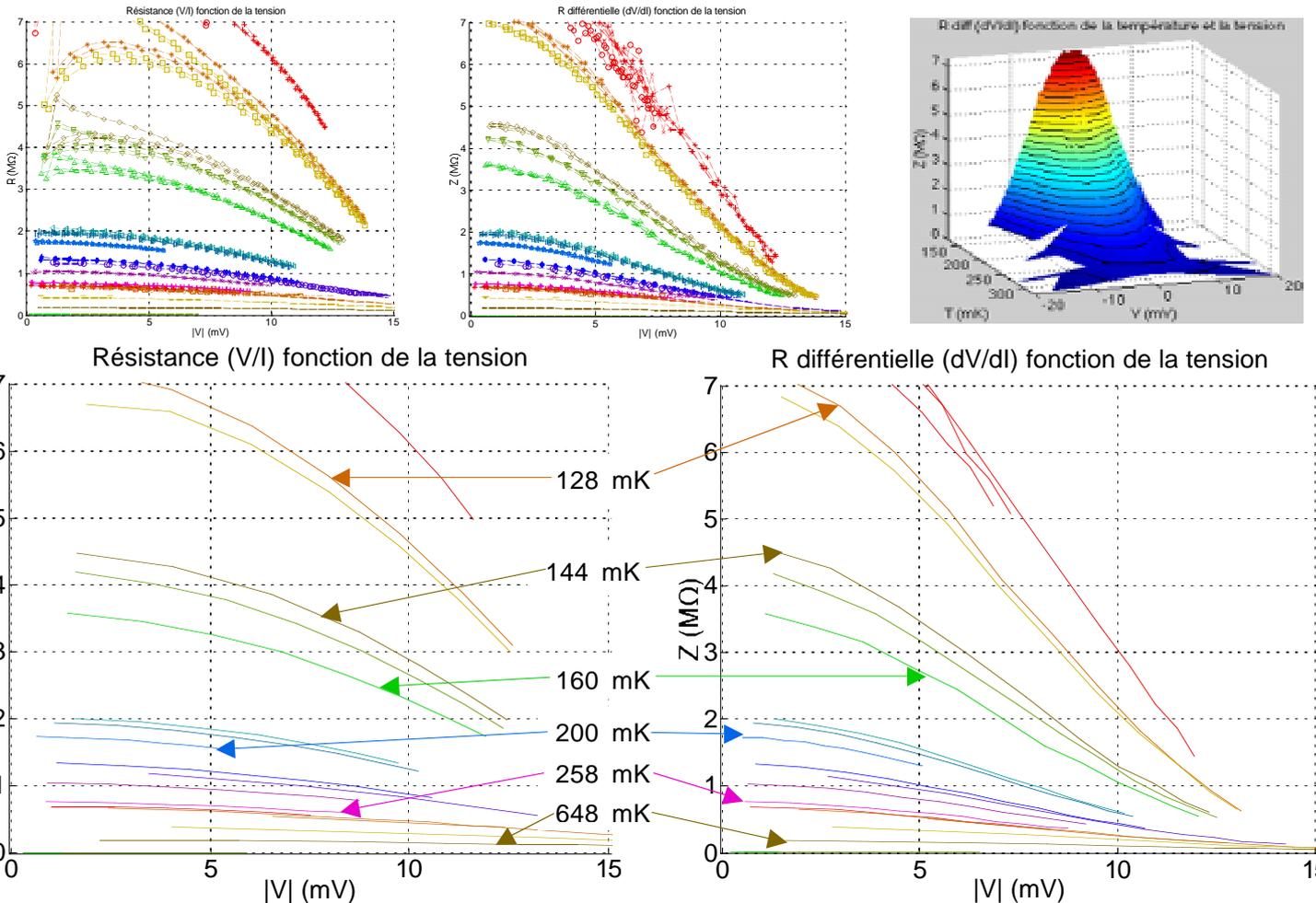


Figure II-47. Courbes  $R(V)$ ,  $Z(V)$  et  $Z(V,T)$  de l'échantillon BoloM10A entre 128 et 648 mK. Les deux graphiques en haut à gauche présentent les courbes  $R(V)=V/I$ ,  $Z(V)=dV/dI$  directement extraites des données. Les deux graphiques du bas présentent les mêmes courbes obtenues avec un algorithme de moyenne sur plusieurs points (ici 8 points), il fait disparaître les divergences dues aux erreurs d'acquisition et rend les courbes beaucoup plus lisibles et exploitables.

Remarques à propos de la Figure II-47:

- La comparaison des deux graphiques du haut à gauche (directement extraits des données) met en évidence que plus la polarisation est faible plus les erreurs d'acquisition font diverger le calcul de la résistance à partir des données  $V$  et  $I$  (les points mesurés commencent à s'écarter de la valeur réelle pour  $I < 2$  nA). Par contre le calcul de  $Z(V)=\delta V/\delta I$  (rapport des différences entre deux mesures consécutives de  $V$  et de  $I$ ) ne diverge pas et permet d'obtenir la résistance à polarisation nulle car  $Z=R+I \cdot dR/dI$ , d'où  $Z(V \rightarrow 0) = R(V \rightarrow 0)$ .
- On note par ailleurs que l'influence combinée de la fuite thermique à travers la membrane et des effets non-ohmiques est plus importante sur la résistance différentielle  $Z$  que la résistance  $R$ .
- Les divergences à faible polarisation de  $R(V)$  sont essentiellement dues à un décalage d'offset entre la tension d'excitation et la tension mesurée ; elles ne véhiculent aucune information utile et altèrent la lisibilité des courbes. Par la suite nous utiliserons donc systématiquement les courbes traitées avec l'algorithme de moyenne glissante pour la représentation des courbes  $R(V)$ .

Les incertitudes systématiques sont calculées en utilisant les incertitudes sur les éléments de la chaîne de mesure. Les erreurs de mesure sont calculées selon la méthode présentée au paragraphe IV.1.2.1.3. Les incertitudes globales prennent en compte les systématiques et les erreurs de mesure. Évidemment les résultats des calculs sont différents pour chaque fichier de mesure. Dans le tableau ci-dessous, nous donnons les valeurs moyennes et les écart-types sur l'ensemble des fichiers de mesure du BoloM10A des principales incertitudes utilisées pour les calculs des intervalles de confiance des estimations paramétriques. Pour les calculs des systématiques, on avait d'après nos campagnes d'étalonnage :  $\Delta D/D=1\%$  (diviseur de tension),  $\Delta R_c/R_c=0,01\%$  (résistance de charge),  $\Delta R_A/R_A=3\%$  (impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel), et,  $\Delta G_A/G_A=0,5\%$  (gain total de la chaîne d'amplification).

Tableau II-6. Incertitudes sur les données de l'échantillon BoloM10A.

$X$  désigne une des 4 variables de la première colonne,  $\langle \rangle$  désigne une valeur moyenne,  $\Delta_E$  un écart-type,  $\Delta$  une incertitude globale, l'indice  $a$  un ajustement de courbe sans modèle physique (voir IV.1.2.1.3), l'indice  $np$  le nombre de points dans un fichier de données, et l'indice  $f$  le nombre de fichiers de données dans la campagne de mesure.

	$\langle \Delta_{Ea} X \rangle_f$	$\Delta_{E,f}(\Delta_{Ea} X)$	$\left\langle \left\langle \frac{\Delta_{Ea} X}{X} \right\rangle_{np} \right\rangle_f$	$\Delta_{E,f} \left\langle \frac{\Delta_{Ea} X}{X} \right\rangle_{np}$	$\left\langle \left\langle \frac{\Delta X}{X} \right\rangle_{np} \right\rangle_f$	$\Delta_{E,f} \left\langle \frac{\Delta X}{X} \right\rangle_{np}$
$V$	0,1 mV	0,3 mV	1,5 %	2,6 %	2,0 %	2,6 %
$I$	0,4 nA	1,1 nA	2,3 %	2,0 %	6,6 %	3,8 %
$Z$	47 k $\Omega$	81 k $\Omega$	2,9 %	3,3 %	6,8 %	3,4 %
$R$	110 k $\Omega$	177 k $\Omega$	3,2 %	3,5 %	8,0 %	4,4 %

Comme le montrent les écart-types du tableau il existe une certaine dispersion entre les incertitudes des différents fichiers de mesure. Pour les estimations paramétriques nous rejetons quelques fichiers présentant des incertitudes de mesures trop grandes. Pour donner une idée de l'influence de ces "mauvais fichiers de mesures", nous signalons qu'en les

éliminant on trouve  $\left\langle \left\langle \frac{\Delta_{Ea} R}{R} \right\rangle_{np} \right\rangle_f = 1\%$  et  $\left\langle \left\langle \frac{\Delta R}{R} \right\rangle_{np} \right\rangle_f = 6,2\%$ .

Les courbes caractéristiques des ajustements paramétriques sont présentées ci-dessous. Les courbes vertes, rouges et cyans de la figure correspondent aux valeurs de l'optimisation avec la consigne  $\Delta_E(\Delta_p R/R) \leq \max(\Delta R/R)=8\%$ , qui est l'incertitude totale (erreurs statistiques de mesure et systématiques des éléments du montage) maximale sur les points  $Z(V=0,T)=R(V=0,T)$ . Cette limite est atteinte pour  $n=0,40$  (courbe verte) et  $n=0,53$  (courbe cyan). L'optimum est atteint pour  $n=0,47$  (courbe rouge), dans ce cas l'erreur est de  $\Delta_E(\Delta_p R/R)=5,4\%$ . Les deux autres courbes représentées sont les ajustements de  $n=0,5$  (courbe noire,  $\Delta_E(\Delta_p R/R)=5,4\%$ ) qui correspond au régime d'Efros et Shklovskii, et, de  $n=0,65$  (courbe magenta,  $\Delta_E(\Delta_p R/R)=17\%$ ) qui correspond à la valeur optimale de Marnieros. Il semble que nos mesures excluent cette valeur de  $n$ . Il faut en fait garder à l'esprit que la gamme de température choisie pour l'ajustement paramétrique est très grande :  $120 < T[\text{mK}] < 3800$ . Or, comme on l'a dit, le paramètre de puissance  $n$  a de grandes chances de varier sur une telle gamme. Quand on restreint la gamme de température, il n'est plus possible d'optimiser  $n$  avec un taux de confiance suffisant. Ce problème est illustré par les courbes de paramètres optimums présentées à la figure suivante (Figure II-49).

## Conception des détecteurs.

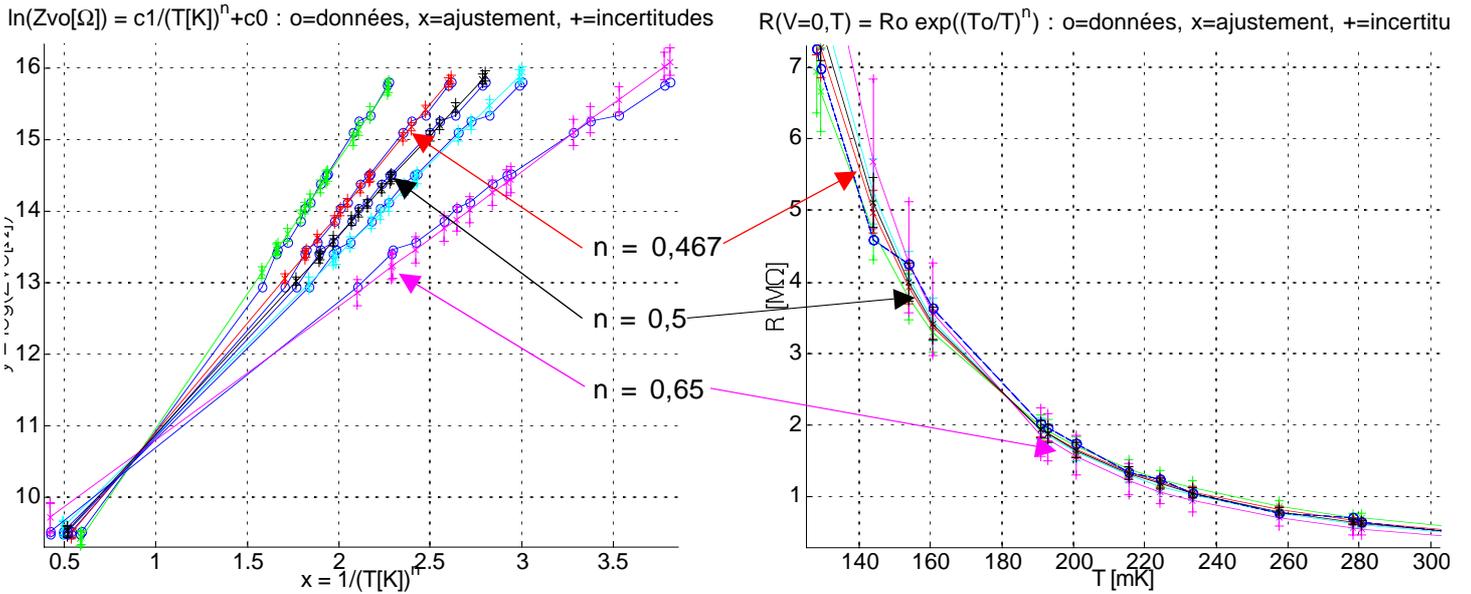


Figure II-48. Estimation paramétrique du modèle de résistance  $R(V=0,T)$ , de l'échantillon BoloM10A. L'estimation paramétrique est effectuée sur la droite  $\ln(R(P_{el} = 0, T)) = T_0^n \cdot (1/T^n) + \ln(R_0)$  avec la valeur optimisée de  $n$  ou imposée par l'utilisateur. Les courbes ajustées sont représentées avec leurs barres d'erreurs ( $\Delta_p y$  et  $\Delta_p R$ ) et sont superposées aux données ( $Z(V=0,T)$ ). La courbe verte et la courbe cyan délimitent la zone acceptable pour l'optimisation à  $0,40 < n < 0,53$  : l'écart-type des ajustements auxquels elles correspondent est de  $\Delta_E(\Delta R/R) = 8\%$ . Cette zone de paramètres acceptables est commentée dans le texte ci-dessous. Notons qu'elle exclu l'ajustement de  $n = 0,65$ .

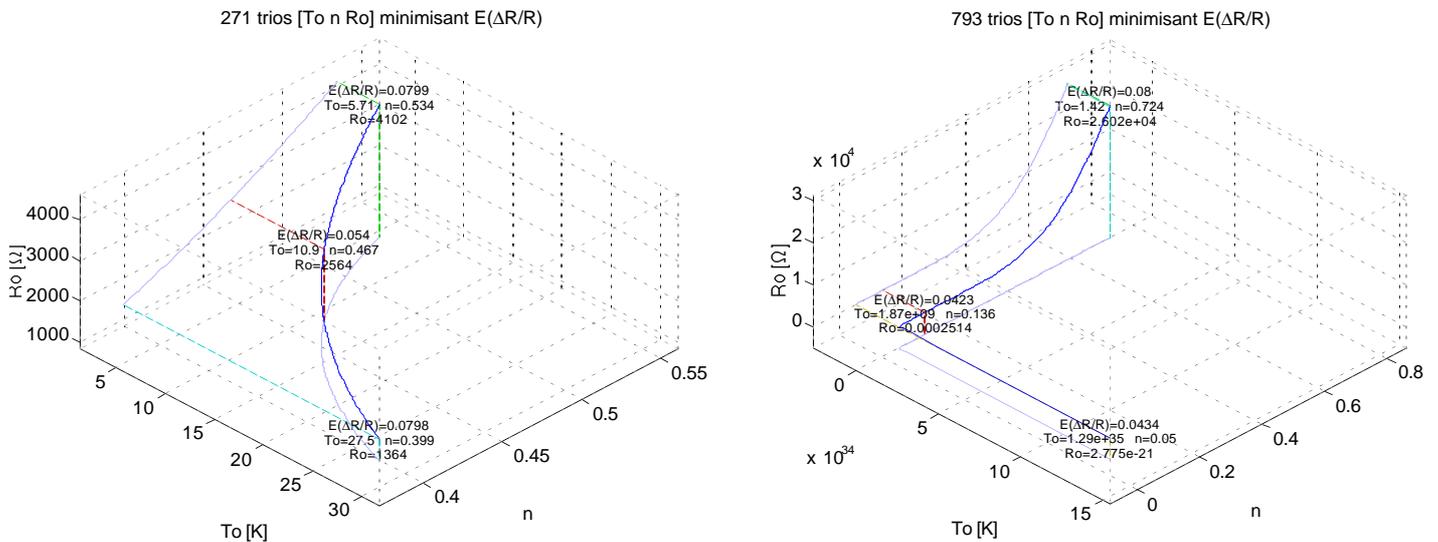


Figure II-49. Courbes de paramètres  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  acceptables pour deux gammes de températures. Les estimations paramétriques permettant d'ajuster les courbes  $R(V=0,T)$  de l'échantillon BoloM10A sont effectuées pour les gammes de températures  $120 < T(mK) < 3800$  et  $120 < T(mK) < 320$ . Les bornes des deux courbes sont délimitées par la consigne  $\Delta_E(\Delta_p R/R) \leq 8\%$ . Pour la gamme de température  $120 < T(mK) < 3800$  (à gauche) il est possible de définir un paramètre moyen optimal avec un taux de confiance suffisant ( $n_{min}=0,40$  et  $n_{max}=0,53$ ), mais c'est moins évident pour la gamme  $120 < T(mK) < 320$  (à droite) compte tenu des données dont on dispose ( $n_{min}=0,05$  et  $n_{max}=0,72$ ).

La valeur des paramètres ajustés que nous avons retenus ( $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$ ) ainsi que la discussion des résultats est présentée au paragraphe suivant.

Les courbes de la figure suivante montrent les résultats de l'estimation paramétrique de la fuite thermique du bolomètre BoloM10A sur 3 des 35 fichiers de données acquis à différentes températures lors d'une campagne de mesures avec le cryostat à dilution au CRTBT.

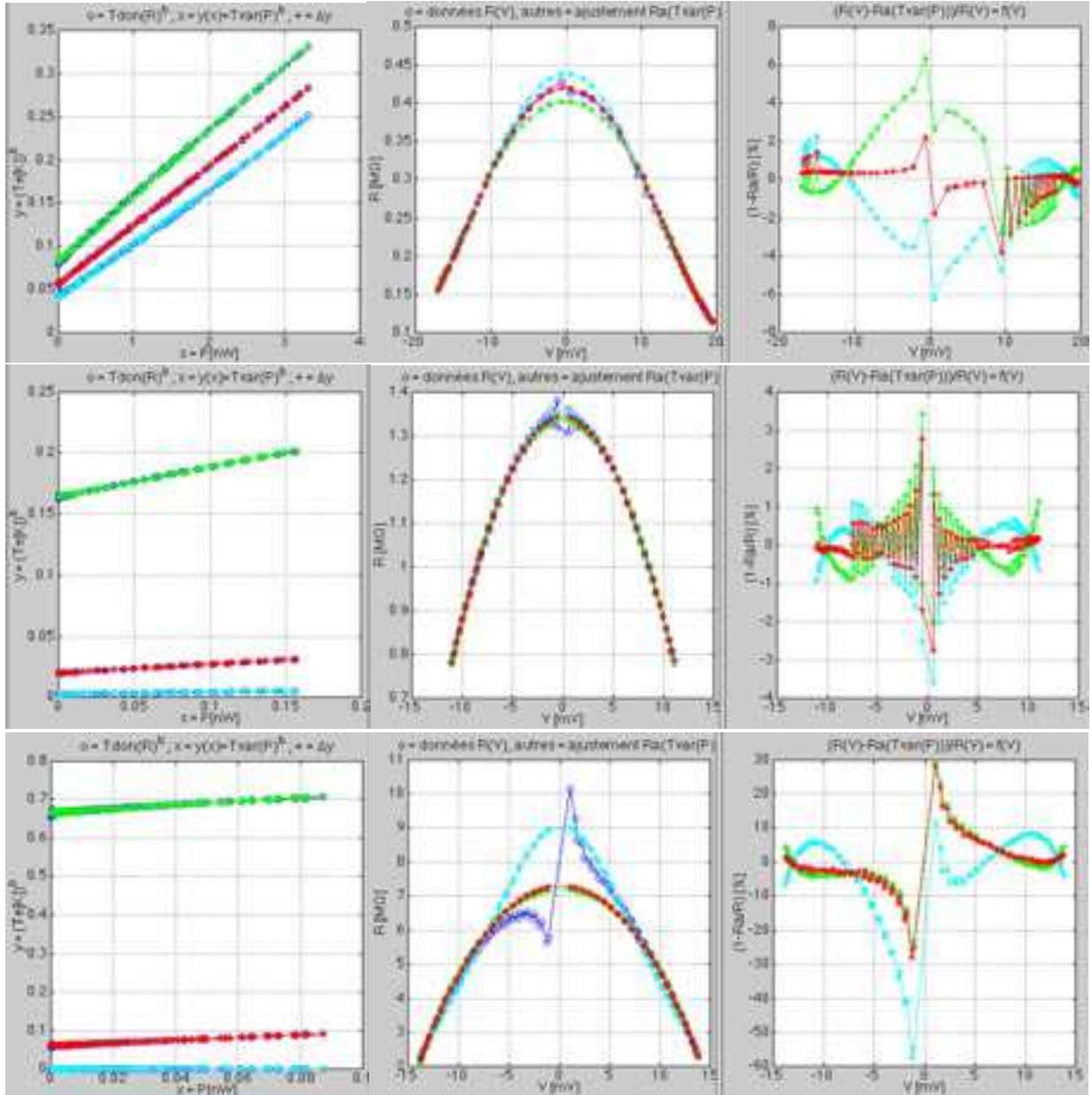


Figure II-50. Courbes caractéristiques de l'ajustement paramétrique de la fuite thermique du BoloM10A. L'estimation paramétrique est effectuée sur la droite  $T_{ph}^b = (1/G_f) \cdot P + T_a^b$ , avec optimisation de  $b$  et prise en compte des effets non-ohmiques dans le calcul de  $T_{ph}$  utilisée comme donnée de l'ajustement (voir le corps de texte ci-dessous). Les courbes de gauche représentent les droites  $T_{ph}^b(P)$  issues de l'ajustement paramétrique, les courbes du centre les modèles  $R(V)$  déduits superposés aux données et les courbes de droites les écarts relatifs entre données et ajustements :  $\Delta_p R/R$  en %. Les courbes du haut correspondent à une mesure effectuée à  $T(RuO_2) = 320$  mK, les courbes du milieu à  $T(RuO_2) = 215$  mK et les courbes du bas à  $T(RuO_2) = 128$  mK. Les courbes rouges correspondent au  $b$  optimal calculé, soit du haut vers le bas :  $b_{opt} = 2,59$  ;  $2,54$  ;  $1,38$ . Les courbes cyan correspondent à la valeur supérieure telle que  $\Delta_{\epsilon}(\Delta_p R/R) < \Delta_{\epsilon}(\Delta_a R/R)$  (l'écart-type des erreurs statistiques de mesure), soit du haut vers le bas :  $b_{isup} = 2,84$  ;  $3,85$  ;  $7,02$ . Les courbes vertes correspondent à la valeur inférieure telle que  $\Delta_{\epsilon}(\Delta_p R/R) < \Delta_{\epsilon}(\Delta_a R/R)$ , soit du haut vers le bas :  $b_{iinf} = 2,28$  ;  $1,18$  ;  $0,2$ .

Le modèle utilisé pour l'ajustement de la conductance de la fuite est  $T_{ph}^b = (1/G_f) \cdot P + T_a^b$ , où  $T_{ph}$  est la température des phonons dans l'échantillon,  $P = V \cdot I$  est la puissance électrique dissipée,  $G_f$  est le coefficient de conductance de la membrane,  $T_a$  est la température de bain du cryostat et  $b$  est le coefficient de puissance de la fuite. Les effets non-ohmiques sont pris en compte dans le calcul de la température de phonon qui sert de référence ( $y_d = T_{ph}^b$ ) vers laquelle doit tendre l'ajustement ( $y = T_{ph,a}^b$ ) ; on a  $T_{ph} = (T_e^\eta - P/G_{e-ph})^{1/\eta}$  où  $\eta = 5$  et  $G_{e-ph} = g_{e-ph} \cdot \Omega$  avec  $g_{e-ph} = 130 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  [Marnieros et al, 99] et  $T_e$ , la température des électrons du NbSi, est calculée avec  $T_e = (T_E/2) \cdot (1 + \sqrt{1 - 4T_{Ch}/T_E})$ , où  $T_E = T_0 / (\ln(R/R_0))^{1/n}$  et  $T_{Ch} = V \cdot q_e d \xi / 2k_B$ . Dans l'expression de la température effective  $T_E$ ,  $R = V/I$  correspond à la mesure de la résistance déduite des fichiers de données, et les coefficients  $T_0$ ,  $n$  et  $R_0$  sont les paramètres déduits de l'estimation paramétrique de  $R(V=0, T)$ . Dans l'expression de la température de "champ électrique"  $T_{Ch}$ ,  $V$  est la tension mesurée aux bornes de l'échantillon,  $d$  est la distance entre les électrodes et  $\xi = 10 \text{ nm}$  [Camus et al, 00] est la longueur de localisation des électrons.

Pour calculer le paramètre de puissance de fuite global ( $b_{glob}$ ) sur l'ensemble des 35 fichiers de données on effectue la moyenne des  $b_{opt}$  pondérée par la précision des ajustements (c'est-à-dire par les écarts  $b_{sup} - b_{inf}$ ) et on vérifie que le résultat est compris dans les bornes  $[b_{inf}, b_{sup}]$  pour l'ensemble des fichiers. Le coefficient de conductance global ( $G_{f-glob}$ ) est calculé selon la même méthode (moyennes pondérées) et on vérifie que le modèle global  $R_p(V, T, b_{glob}, G_{f-glob})$  est cohérent avec les données acquises  $R(V, T)$  compte tenu des calculs d'incertitudes. Par ailleurs les températures de bain du cryostat déduites de l'estimation paramétrique ( $T_a$ ) sont comparées aux températures mesurées par le thermomètre du porte-échantillon ( $T(\text{RuO}_2)$ ) et validées si elles sont cohérentes avec les incertitudes de mesure des températures. Notons enfin que les différents coefficients  $T_0$ ,  $n$  et  $R_0$  déduits de l'estimation paramétrique de  $R(V=0, T)$  (voir commentaires de la Figure II-48) sont testés afin de vérifier leur influence sur les résultats de l'estimation paramétrique de la fuite thermique.

#### IV.2.1.1.3 Comparaison entre les deux campagnes de mesure.

L'ensemble de ces courbes montrent que les deux campagnes de mesures semblent cohérentes entre elles et que les échantillons étudiés se comportent normalement. L'échantillon BoloM10A avait accidentellement été surchauffé lors de la campagne sur le cryostat Hélium 3, il a évolué (relaxation) entre les deux campagnes et heureusement la valeur de sa résistance à faible polarisation lors de la campagne sur le cryostat à dilution correspond aux calculs préliminaires que nous avons effectués (voir Tableau II-3 page 196), il est donc bien adapté à notre application de caméra bolométrique. Les échantillons CNM10A et BoloM9A ont des résistances trop faibles pour la caméra, mais le premier est bien adapté pour l'étude des gradients thermiques dans l'absorbeur et pour servir de corps noir afin de tester la réponse du BoloM10A. Le second présente une courbe  $R(T)$  qui semble prometteuse, mais comme on l'a déjà dit au Chapitre II la configuration peigne n'est pas retenue à cause du mauvais couplage électron-phonon qu'elle présente.

#### IV.2.1.2 Paramètres de résistivité et coefficient de température.

Les paramètres de la résistivité des échantillons ont été obtenus selon la méthode des estimations paramétriques présentée au paragraphe IV.1.2.3. Le tableau ci-dessous compile les valeurs trouvées de chacun des paramètres pour tous les échantillons et toutes les campagnes de mesures :

Tableau II-7. Paramètres de la résistance électrique des films NbSi des bolomètres individuels testés. Les valeurs des coefficients  $n$ ,  $T_0$  et  $R_0$  sont calculés en effectuant des ajustements de courbes de la loi  $R_{p_{ei}=0}(T) = R_0 \cdot \exp\left(\left(T_0 / T\right)^n\right)$  sur les données expérimentales. Notons que les différences entre les paramètres ne sont pas significatives, car des trios  $R_0$ ,  $T_0$  et  $n$  assez différents ajustent très bien les données et les incertitudes de mesures ne sont pas suffisamment faibles pour sélectionner un seul trio valide (la valeur significative est en fait  $T_0^n$ , voir tableau suivant).

Échantillon	Cryostat	Intervalle de température (mK)	n	$T_0$ (K)	$R_0$ ( $\Omega$ )	Écart-type d'ajustement $\Delta_E(\Delta_p R/R)$ (%)
CNM10A #1	$^3\text{He}$ pompé	280 – 420	0,50	5,5	4560	-
CNM10A #2		280 – 420	0,35	53	760	-
CNM10B #1	$^3\text{He}$ pompé	280 – 420	0,28	60	2290	-
CNM10B #2		280 – 420	0,26	71	2640	-
BoloM9A	$^3\text{He}$ pompé	280 – 420	0,31	150	410	-
BoloM10A	$^3\text{He}$ pompé	280 – 410	0,28	70	8590	-
		150 – 5500	0,52	18	1220	-
	dilution $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$	128 – 3800	0,47	10,9	2574	5,4
			0,5	7,8	3273	6,1
			0,65	2,6	7478	17,3
		128 – 320	0,47	10,9	2522	5,7
			0,5	7,4	3848	6,0
			0,65	2,1	16020	7,3

En ce qui concerne les incertitudes sur les paramètres, nous n'avons pu mener les calculs que pour la campagne sur le cryostat à dilution. Hormis trois courbes utilisées pour l'estimation paramétrique (courbes à  $T(\text{mK}) = 128 ; 129 ; 143$ ) pour lesquelles les incertitudes globales (mesures plus systématiques) étaient un peu élevées ( $10\% < \langle \Delta R/R \rangle < 16\%$ ), toutes les autres courbes ( $128 < T(\text{mK}) < 3800$ ) présentaient des incertitudes  $\langle \Delta R/R \rangle < 6,2\%$ . Dans ces conditions l'estimation paramétrique avec  $n = 0,65$  ne peut être retenue pour la gamme  $128 < T(\text{mK}) < 3800$ , et, elle est en limite d'acceptabilité pour la gamme  $128 < T(\text{mK}) < 320$ . Par la suite (estimation paramétrique de la fuite thermique) nous avons retenu comme valeur modèle  $n = 0,5$  qui est non seulement compatible avec nos mesures mais aussi facilement utilisable pour les comparaisons avec les valeurs de la littérature, puisque qu'elle correspond au régime de conduction par sauts d'Efros et Shklovskii.

Comme les différences de valeurs entre les paramètres ne sont pas significatives, nous comparons les couches en calculant à 300 mK et 100 mK les résistances modélisées, et, les coefficients de température sans dimension (qui permettent d'estimer la sensibilité des couches thermométriques).

## Conception des détecteurs.

Tableau II-8. Résistances et coefficients de température des films NbSi des bolomètres individuels. Les valeurs sont calculées pour 300 et 100 mK. On rappelle que la sensibilité sans dimension ou coefficient de température vaut  $A = d\ln(R) / d\ln(T) = -n \cdot (T_0 / T)^n$ . Dans la colonne des échantillons, les six premiers noms correspondent aux mesures sur le cryostat à hélium 3 pompé et le dernier correspond aux mesures sur le cryostat à dilution. Pour la mesure sur le cryostat à dilution du BoloM10A, les trois lignes correspondent aux coefficients  $n=0,47$ ,  $n=0,5$  et  $n=0,65$ . Les écarts avec les valeurs trouvées pour la campagne de mesure sur le cryostat à hélium 3 pompé sont peut-être dus à un problème de chauffage de l'échantillon (mesure à l'ohmmètre avant placement dans le cryostat  $^3\text{He}$ ).

Échantillon	$n$	$R$ à 300 mK (k $\Omega$ )	$-A$ à 300 mK	$R$ à 100 mK (M $\Omega$ )	$-A$ à 100 mK
CNM10A #1	0,5	320	2,1	7,2	3,7
CNM10A #2	0,35	330	2,1	5,7	3,1
CNM10B #1	0,28	200	1,3	1,0	1,7
CNM10B #2	0,26	180	1,1	0,7	1,5
BoloM9A	0,31	455	2,2	8,1	3,1
BoloM10A	0,28	820	1,3	4,2	1,7
BoloM10A (dilution)	0,47	550	2,50	20	4,2
	0,5	530	2,54	22	4,4
	0,65	460	2,67	33	5,5

On constate que les écarts entre les couches identiques restent faibles (2 % sur CNM10A et 10 % sur CNM10B). Nous rappelons la valeur de la résistivité est très sensible aux proportions du mélange : une variation de composition en Nb de 0,01 % conduit à une variation de la résistivité de 10 %. En se basant sur les différences constatées entre les deux couches identiques d'un même échantillon, nous en déduisons que les variations de composition sur 2 mm (distance entre les couches) est meilleure que 0,01 %. Par contre, les échantillons M10 ont été réalisés en même temps, et là les différences sont plus grandes (70% entre CNM10A et CNM10B). Le bolomètre BoloM10A a été chauffé électriquement par accident (mesure à l'ohmmètre sur la gamme la plus faible...) et montre une sensibilité (coefficient de température) médiocre pour les mesures sur le cryostat Hélium 3, malgré sa résistivité plus grande. Cependant les mesures effectuées un an plus tard sur le cryostat à dilution, montrent finalement une bonne sensibilité, plus conforme à ce que l'on attendait à l'origine ! Cette différence n'est pas très bien expliquée (oxydation partielle de la couche ? migration des atomes de Nb qui avaient été stimulés par la mesure à l'ohmmètre ? autre raison ?). Les échantillons CNM10A et CNM10B n'ont pas été mesurés en même temps (3 mois entre les mesures), mais contrairement au BoloM10A les mesures répétées sur CNM10A n'ont pas montré d'évolution dans le temps (<10%).

Remarques :

- Les données utilisées pour l'estimation paramétrique de la campagne de mesure sur le cryostat à dilution sont les courbes  $Z(V=0, T)$ . L'utilisation de la courbe  $R_a(V=0, T)$  issue de l'ajustement polynomial présenté au paragraphe IV.1.2.1.3 donne un écart inférieur à 0,6 % sur le  $n$  optimal et des écarts inférieurs 1,5 % sur les  $R_0$  et  $T_0$  pour un  $n$  donné. Notons que les écarts entre les valeurs de  $Z(V=0, T)$  et celles de  $R_a(V=0, T)$  sont inférieurs à 1% excepté à 128 mK où l'écart est de 3%. En ce qui concerne les valeurs des résistances modélisées et les valeurs des coefficients de température, les écarts dus à l'utilisation de  $Z$  ou de  $R_a$  sont inférieurs à 1%. La méthode de l'ajustement paramétrique est donc assez robuste à de petites variations sur les données.

- En utilisant les paramètres de Marnieros on trouve qu'en théorie les paramètres de résistivités devraient être lorsque  $n=0,65$  :  $R_0=2500 \Omega$  (en utilisant  $\rho_0=5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$ ,  $d = 300 \mu m$  et  $S = 60 \mu m^2$ ) et  $T_0 = 4 K$  (en utilisant  $T_0 / 1K = (26 - 3 \cdot (x/1\%))^2$  où  $x = 8 \%$  est le pourcentage de Niobium dans le film  $Nb_xSi_{1-x}$ ). Ces paramètres donnent  $R(300 mK) = 500 k\Omega$  et  $R(100 mK) = 150 M\Omega$ . La première valeur est conforme à ce que l'on calcule pour BoloM10A avec l'estimation paramétrique de la campagne de mesures sur le cryostat à dilution, par contre la deuxième valeur est trop grande et ne correspond pas à nos mesures. Comme la formule de  $T_0$  est établie de façon empirique pour un échantillon recuit à  $80^\circ C$  il n'est pas étonnant qu'une telle différence apparaisse entre le calcul prévisionnel et le résultat des mesures puisque l'échantillon testé n'a pas subit de recuit à  $80^\circ C$ .

### IV.2.1.3 Conductance et gradients thermiques dans la membrane.

En utilisant les réponses électriques  $V(I)$  obtenues à différentes températures du bain, nous pouvons estimer les paramètres d'un modèle du lien thermique du bolomètre :

$$P = V \cdot I = G_f \cdot (T_{ph}^b - T^b)$$

Où  $G_f$  représente la conductance entre le NbSi et le support de la membrane,  $T_{ph}$  est la température des phonons du film et  $T$  est la température du bain du cryostat. Dans le cas des expériences sur le cryostat à Hélium 3 pompé nous n'avons pas pris en compte les effets non-ohmiques,  $T_{ph}$  est donc assimilé à la température globale du film, c'est-à-dire  $T_{ph} = T_e = T_E$ , où  $T_e$  est la température des électrons et  $T_E$  est la température effective utilisée dans le modèle  $R(V, T)$  avec effet de champ électrique.

Comme il serait trop long de donner l'ensemble des valeurs des gammes de paramètres acceptables avec les incertitudes d'ajustement sur les données qui en découlent, nous récapitulons dans les deux tableaux ci-dessous les résultats de l'estimation paramétrique de la fuite thermique pour la campagne de mesure sur le cryostat à hélium 3 puis sur le cryostat à dilution.

*Tableau II-9. Conductances des fuites thermiques des films NbSi des bolomètres individuels. Les valeurs données proviennent des estimations du coefficient de conductance  $G_f$  et de son paramètre de puissance  $b$ , pour la campagne de mesure sur le cryostat à hélium 3. Il s'agit des conductances globales moyennes entre les électrons des films et les supports des bolomètres à la température  $T$ . On verra plus loin que le terme dominant est la conductance de la membrane.*

Échantillon	$b$	$G_f$ (nW/K <sup>b</sup> )	$T$ (mK)	Intervalle
CNM10A #1	2,45	1,80	286,6	280-430mK
CNM10A #2	2,77	2,34	288,9	280-440mK
	2,25	1,68	344,0	340-410mK
CNM10B #1	2,13	1,71	290,9	280-410mK
CNM10B #2				
BoloM9A	2,10	1,21	288.5	280-410mK
BoloM10A	1,59	1,29	282.7	280-460mK
	2,036	15,12	3960	4-11K

Dans le cas des mesures sur le cryostat à dilution, La méthode est plus poussée que sur le cryostat à hélium 3 car ici au lieu d'effectuer l'ajustement pour une seule température de bain, nous utilisons les données prises pour 15 valeurs différentes de températures avec  $128 < T(mK) < 320$ . On peut ainsi vérifier que le coefficient de conductance est quasiment indépendant de la température. Par ailleurs nous effectuons l'estimation sans puis avec prise

en compte les effets non-ohmiques en suivant la démarche décrite au paragraphe IV.1.2.4.4. Dans les deux cas nous calculons les écart-types de l'ajustement sur les valeurs de la résistance, afin de vérifier si les estimations paramétriques sont cohérentes avec les données compte tenu des incertitudes de mesure. Enfin, nous comparons les valeurs optimisées du coefficient de puissance de la fuite ( $b$ ), pour les différentes valeurs de  $n$  dont nous nous servons comme référence. Notons les calculs des effets non-ohmiques donnent une différence  $T_E - T_e$  négligeable.

Tableau II-10. Différentes estimations des paramètres de la fuite thermique du BoloM10A. Les estimations sont effectuées pour différentes valeurs de  $n$  possibles, sans et avec prise en compte des effets non-ohmiques. La 2<sup>ème</sup> colonne indique le maximum de la différence  $T_e - T_{ph}$  (il a lieu pour  $R(T=128\text{mK}, P=80\text{pW})$ ). Les 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> colonnes indiquent les  $b$  et  $G_f$  optimaux. La 5<sup>ème</sup> colonne indique l'écart maximal sur les fichiers de données des  $G_f$  ajustés avec le  $b$  optimal. La 6<sup>ème</sup> colonne donne l'écart-type entre les températures de bain ajustées et celles mesurées par la  $\text{RuO}_2$ . Les 7<sup>ème</sup> et 8<sup>ème</sup> colonnes donnent les valeurs moyennes et les écart-types sur l'ensemble des fichiers, des écart-types relatifs entre mesures de résistance électrique et modèle avec  $b$  et  $G_f$  optimaux. La dernière ligne donne le résultat obtenu en fixant  $b$  à la valeur trouvée lors de la campagne sur le cryostat hélium 3.

$n$	$\max(T_e - T_{ph})$ (mK)	$b$	$G_f$ (nW/K <sup>b</sup> )	$\Delta G_f(b)$ (nW/K <sup>b</sup> )	$\Delta_{E,T}(T_a - T)$ (mK)	$\left\langle \frac{\Delta_{Ep} R}{R} \right\rangle_T$	$\Delta_{E,T} \left( \frac{\Delta_{Ep} R}{R} \right)$
0,47	-	2,66	13,9	1,3	5,2	2,3 %	2,3 %
0,5	-	2,69	15,0	1,4	5,5	2,3 %	2,3 %
0,65	-	2,81	20,6	3,2	10,5	2,5 %	2,4 %
0,47	7	2,34	11,3	2,9	9,1	3,4 %	3,3 %
0,5	7	2,36	12,1	3,2	9,6	3,4 %	3,2 %
0,65	7	2,42	16,0	4,6	13,5	3,4 %	3,0 %
0,5	-	1,59	5,6	8,4	65,2	6,5 %	5,7 %

La prise en compte des effets non-ohmiques a une influence non négligeable, mais on constate que c'est tout de même la conductance dans la membrane qui domine. Celle-ci est en effet donnée par les valeurs de  $G_f$  lorsque les effets non-ohmiques sont pris en compte (en supposant que les valeurs choisies pour  $\xi$ ,  $g_{e-ph}$  et  $\eta$  dans le modèle, correspondent bien à la longueur de localisation, et aux coefficients de découplage électron-phonon du film de NbSi du BoloM10A). Notons que les valeurs de  $G_f$  sans prise en compte des effets non-ohmiques donnent le coefficient de conductance moyen de la fuite thermique.

Remarque : afin de comparer l'évolution de l'échantillon entre la campagne de mesure sur le cryostat hélium 3 et sur le cryostat à dilution, nous avons imposé  $b=1,59$  dans la dernière ligne du tableau, on constate non seulement que les estimations paramétriques ne sont pas très bonnes, mais les  $G_f$  varient avec la température (11,4 nW/K<sup>b</sup> à 320 mK et décroît jusqu'à 3 nW/K<sup>b</sup> à 128 mK), et, lorsqu'on impose le  $G_f$  moyen pondéré, les erreurs d'ajustement sont importantes. En conclusion la valeur  $b=1,59$  ne peut être retenue comme valide pour la campagne de mesure sur le cryostat à dilution.

Comme dans le cas de l'estimation paramétrique de la résistivité à polarisation nulle, ici aussi les paramètres du modèle sont corrélés et les valeurs obtenues sont éventuellement sensibles au domaine de température couvert mais surtout à l'estimation paramétrique de la résistivité du thermomètre NbSi ( $R_0, T_0$  et  $n$ ), qui sert d'étalonnage. Bien que l'ajustement des points expérimentaux soit bon (quelques % sur la puissance électrique), l'interprétation physique des paramètres du modèle de conduction thermique reste soumise aux hypothèses du

modèle. En particulier, à l'effet du champ électrique et au couplage électron-phonon sur la réponse du film NbSi. L'effet attendu sur la conductance thermique obtenue est normalement inférieur à 10 % ([Camus, 01]) mais la campagne de mesure sur le cryostat à dilution montre qu'il est plutôt de l'ordre de 20 %.

La conductance dynamique de la fuite thermique est donnée par :

$$G_d = \frac{dP}{dT_{bolo}} = b \cdot G_f \cdot \left( \frac{P}{G_f} + T^b \right)^{1-\frac{1}{b}} \underset{P=0}{\equiv} b \cdot G_f \cdot T^{b-1}$$

Où  $T$  est la température de bain du cryostat et  $T_{bolo}=T_e$  lorsque  $G_f=G_{global}$  et  $T_{bolo}=T_{ph}$  lorsque  $G_f=G_{membrane}$ . Les résultats des calculs de conductance dynamique de la fuite thermique pour les deux campagnes de mesure sont compilés dans la figure ci-dessous.

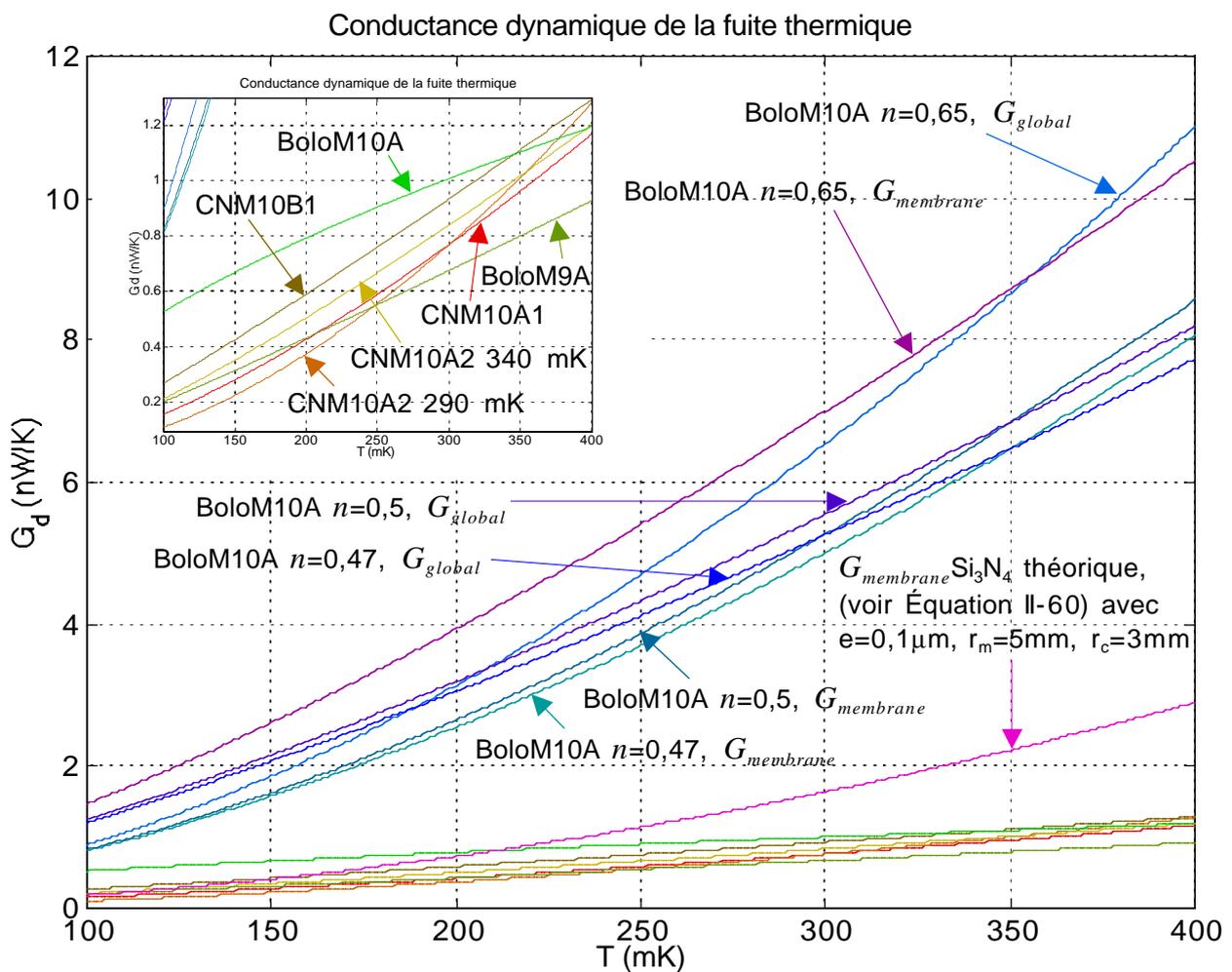


Figure II-51. Conductances dynamiques des fuites thermiques des bolomètres individuels testés. Les valeurs de la campagne de mesure sur le cryostat à hélium 3 pompé sont très différentes des valeurs de la campagne de mesure sur le cryostat à dilution.  $G_{global}$  désigne la conductance globale de la fuite thermique et  $G_{membrane}$  désigne la conductance de la membrane uniquement (c'est-à-dire la conductance en tenant compte des effets non-ohmiques). On rappelle que les échantillons sont tous des films minces de NbSi déposés sur un absorbeur en bismuth de 3x3mm et lui-même déposé sur une membrane en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de 5x5mm et 0,1  $\mu\text{m}$  d'épaisseur ; la conductance dynamique théorique de cette membrane est affichée.

D'après les données de la littérature, la conductivité thermique d'une membrane pleine de nitrure de silicium vaut  $\kappa = KT^{b-1} = 0,0145 \cdot T^{1,98} \text{ W/K/m}$  [Leivo et Pekola, 98]. D'après les calculs prévisionnels que nous avons déjà effectués (voir paragraphe III.1.3.3.5), le coefficient de conductance vaut alors  $G_m = \frac{2\pi \cdot e}{\ln(r_m / r_c)} \cdot \frac{K}{b}$ . En comptant  $e = 0,1 \text{ }\mu\text{m}$  pour l'épaisseur de la membrane,  $r_m = 5 \text{ mm}$  pour son rayon et  $r_c = 3 \text{ mm}$  pour le rayon du plot central, on trouve  $G_m = 6 \text{ nW/K}^{2,98}$ .

Les calculs pour les différents échantillons montrent que l'ensemble des échantillons se comporte de manière assez similaire pour la campagne de mesure sur le cryostat à hélium 3 pompé. En revanche les conductances dynamiques sont bien plus importantes pour les mesures effectuées sur le cryostat à dilution un an plus tard. L'importante différence entre les deux campagnes de mesure n'est pas expliquée. Les calculs prévisionnels ne permettent pas vraiment trancher sur la validité des mesures. S'il lors de prochaines mesures il s'avère que la fuite thermique est effectivement aussi élevée que le laisse penser les mesures sur le cryostat à dilution, il faudra travailler l'échantillon pour la diminuer afin que la conductance au point de fonctionnement du bolomètre soit optimale. En effet d'après le calcul d'optimisation du bolomètre (voir sous-chapitre I.4) on a  $G_{g\_opt} \approx P_d / T \approx 10 \text{ pW} / 100 \text{ mK} = 0,1 \text{ nW/K}$ , or pour le BoloM10A on a  $G_g(100 \text{ mK}, n=0,5) = 1,25 \text{ nW/K}$  (et le calcul prévisionnel de la membrane seule donne  $G_m(100 \text{ mK}) = 0,19 \text{ nW/K}$ . Pour dégrader la conductance thermique on peut soit évider partiellement la membrane (création de poutre), ce qui assez délicat, soit effectuer une attaque chimique pour dégrader l'état de surface (c'est la solution envisagée si les mesures de conductance thermique importantes sont confirmées).

Pour estimer les gradients thermiques obtenus sur l'absorbeur, nous avons utilisé l'échantillon CNM10A équipé de deux couches, en utilisant la première comme chauffage (méthode continue), et la seconde comme thermomètre (pont alternatif).

Le résultat obtenu (courbes de la Figure II-43 page 260) est conforme à l'idée que l'on a du système, où la conduction dans la membrane domine celle de l'absorbeur. Lorsque la seule puissance dissipée provient de la polarisation électrique, l'écoulement de chaleur se fait du thermomètre vers le bord de la membrane. Or en fonctionnement normal le bolomètre reçoit une puissance homogène sur l'absorbeur, l'écoulement de chaleur est alors différent. Des estimations montrent en effet que la conductance thermique est dans ce cas environ deux fois plus grande. Le modèle simple du bolomètre qui est utilisé pour estimer les performances du détecteur à partir de la réponse électrique est donc optimiste et un modèle numérique est nécessaire pour estimer cette source d'erreur et pour l'inclure dans la prévision des performances du détecteur. Ce modèle numérique n'a pas encore été réalisé.

#### IV.2.1.4 Estimation des puissances équivalentes de bruit.

Pour finir le traitement de données sur les mesures d'un seul échantillon, nous estimons les NEP du bruit thermodynamique (Johnson) du bolomètre ainsi que le bruit de phonon. On rappelle que  $NEP_{Johnson} = \sqrt{\frac{4k_B}{P} \frac{G_d T^{3/2}}{A}} \left[ \text{W} / \sqrt{\text{Hz}} \right]$  et  $NEP_{phonon} = \sqrt{4k_B G_d} \cdot T \left[ \text{W} / \sqrt{\text{Hz}} \right]$  (voir Équation II-75 page 258). Mais attention, dans ces expressions la température  $T$  est celle du thermomètre (c'est-à-dire celle de ses électrons :  $T = T_e$ ), il faut tenir compte de son évolution lorsque la puissance électrique augmente. En tenant compte de la fuite thermique

que la fuite thermique, on en déduit l'expression de  $T_e$  en fonction de la température de bain du cryostat (que l'on note ici  $T_c$  afin d'éviter toute confusion) et de la puissance évacuée :  $T_e = (P/G_f + T_c^b)^{1/b}$ . D'où, en tenant compte aussi de l'évolution de la conductance dynamique de la fuite (sensibilité puissance-température du bolomètre) l'expression des NEP :

$$NEP_{Johnson} = \sqrt{\frac{4k_B}{P} \frac{bG_f}{A} \left( \frac{P}{G_f} + T_c^b \right)^{1+\frac{1}{2b}}} \quad \text{et} \quad NEP_{phonon} = \sqrt{4k_B b G_f \left( \frac{P}{G_f} + T_c^b \right)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2b}}}$$

Équation II-76

Nous n'avons effectué cette estimation que pour le BoloM10A à  $T = 100 \text{ mK}$  avec les paramètres correspondants déduit de  $n=0,5$  ( $b=2,69$ ,  $G_f=15,0 \text{ nW/K}^b$  et  $A=4,4$ ), et, à  $T = 300 \text{ mK}$  avec les paramètres correspondants déduit de  $n=0,5$  (c'est-à-dire  $b=2,69$ ,  $G_f=15,0 \text{ nW/K}^b$  et  $A=2,54$ ). La courbe ci-dessous donne les NEP pour  $1 < P[\text{pW}] < 40$ .

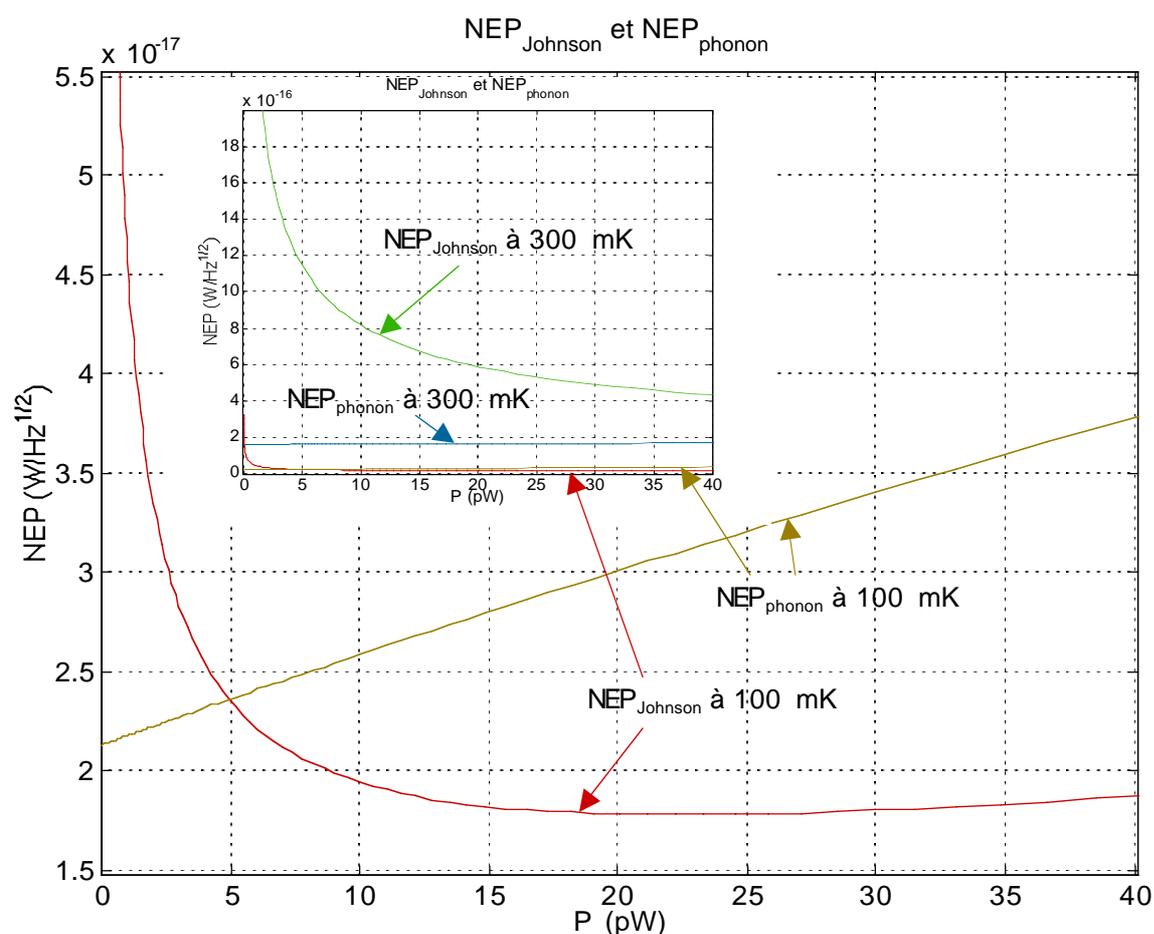


Figure II-52. Estimation des  $NEP_{Johnson}$  et  $NEP_{phonon}$  de l'échantillon BoloM10A à 100 mK et 300 mK.

Les données utilisées sont les paramètres de la fuite thermique ( $b$  et  $G_f$ ) et le coefficient de température ( $A$ ) déduits des estimations paramétriques dans le régime d'Efros et Shklovskii ( $n=0,5$ ), pour la campagne de mesure sur le cryostat à dilution. Les résultats montrent que le bolomètre est bien dimensionné pour un fonctionnement optimal à 100 mK.

L'estimation des puissances de bruit donne un ordre de grandeur conforme à ce que l'on attendait le bolomètre a été correctement dimensionné pour un fonctionnement optimal à 100 mK avec une puissance dissipée de l'ordre de 10 pW. À l'optimum les niveaux de bruit sont de l'ordre de  $2,5 \cdot 10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ , donc tout à fait conforme à nos attentes. Les NEP à 300 mK ont été calculées pour montrer la forte dégradation des performances en terme de bruit, donc de sensibilité du détecteur, lorsque la température de bain est trop élevée.

### IV.2.1.5 Réponse du bolomètre à l'illumination du corps noir.

Cette expérience n'a pu être effectuée que sur le cryostat à hélium 3 pompé. En fin de thèse nous avons effectué une expérience similaire sur le cryostat Diabolo, avec un échantillon identique au BoloM9A et un corps noir que nous avons prédimensionné et conçu. Faute de temps nous n'avons pu inclure ces résultats ici, mais la conclusion générale de l'expérience était que le bolomètre avait absorbé près de 80 % du rayonnement qu'il avait reçu ! C'est tout à fait encourageant et bien mieux que le résultat de l'expérience décrite ici.

Le montage expérimental sur le cryostat à hélium 3 comportait le bolomètre BoloM10A et le bolomètre inverse (CNM10A) avec deux cornets identiques ( $l = 38$  mm,  $D = 8$  mm), placés face à face à une distance d'environ 20 mm. Le bolomètre inverse était thermiquement lié au bain d'hélium à 4,2 K et il était chauffé grâce à une polarisation électrique.

L'estimation de la température du corps noir en fonction de sa résistance était problématique, faute d'étalonnage entre 4 et 20 K. Les résultats de l'expérience ont été présentés sur la Figure II-45. La correspondance entre résistance du corps noir et température est approximatives. Il est cependant possible d'estimer la puissance reçue par le bolomètre en soustrayant les puissances de polarisation avec et sans chauffage du corps noir, pour une même résistance du film de NbSi :  $P_{ray} = P_{\epsilon 11} - P_{\epsilon 12}$  tels que  $R(P_{\epsilon 11}, P_{CN} \neq 0) = R(P_{\epsilon 11}, P_{CN} = 0)$ . Nous estimons ainsi que  $P_{ray} \approx 200$  pW pour  $R(\text{CNM10A}) = 2000 \Omega$  et  $P_{ray} \approx 2$  nW pour  $R(\text{CNM10A}) = 1300 \Omega$ . La résistance du bolomètre était polarisée à courant constant avec  $I = 20$  nA.

Pour vérifier la cohérence de ces résultats, il faut vérifier que le bilan radiatif entre le corps noir et le bolomètre est réaliste. On se sert pour cela de l'estimation de la conductance obtenue pour le bolomètre BoloM10A entre 4 et 10 K. En connaissant la relation entre la résistance électrique et la puissance (mesures sur CNM10B), on en déduit la température du corps noir (que l'on considère alors comme un bolomètre inverse). Pour estimer la puissance reçue par le bolomètre on utilise la loi de conductance obtenue précédemment, en tenant compte de la puissance électrique de polarisation. Pour que l'estimation soit correcte il est nécessaire de prendre aussi en compte le couplage optique. Avec la géométrie du cornet, l'étendue de faisceau (définie au paragraphe I.2.1.1 des Annexes) est de  $S\Omega = 1,74 \text{ mm}^2 \cdot \text{sr}$ . Nous déterminons la puissance émise par un corps noir dans cette étendue à partir du flux total de rayonnement émis par le corps noir ( $\Phi = \sigma \cdot T^4$ , voir Équation IV-16 page 360), nous en déduisons la luminance  $L$  (voir paragraphe I.1.3.2 des Annexes,) et donc la puissance reçue :

$$P = S\Omega \cdot L = \frac{S\Omega}{\pi} \cdot \sigma T^4 = 3,14 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 \quad [\text{W}]$$

Il faudrait aussi prendre en compte le découplage entre les deux cornets (ils étaient distants d'environ 20 mm). Cela n'a pas été fait dans le tableau ci-dessous car ce découplage était masqué par un rayonnement parasite d'environ 100 pW qui se trouvait dans le montage.

Tableau II-11. Puissance de rayonnement reçue par le BoloM10A éclairé par le corps noir CNM10A. La quatrième colonne du tableau indique la puissance rayonnée dans l'étendue de faisceau considérée, et la dernière colonne présente l'estimation de la puissance reçue par le bolomètre, déduction faite d'une puissance constante d'environ 100pW expliquant son échauffement anormal.

R CN $\Omega$	PJ CN nW	T CN K	Pray nW	R bolo k $\Omega$	PJ bolo pW	T bolo mK	P tot nW	Pray nW
6148	0	4.2	0.0	370	148	532	0.25	0.00
4145	270	5.8	0.0	369	148	533	0.25	0.01
3406	770	8.0	0.1	366	146	536	0.26	0.01
2445	3000	14.0	1.2	346	138	559	0.29	0.05
1810	8000	22.1	7.5	275	110	665	0.45	0.24
1617	12000	26.9	16.3	230	92	766	0.63	0.43
1482	15000	29.9	25.1	191	76	895	0.86	0.68

La corrélation entre les deux puissances (rayonnée et reçue) semble correcte, malgré les approximations utilisées. D'après ces chiffres, une transmission globale de l'ordre de 3 % est réalisée dans le système. Sur des bases géométriques, le couplage des cornets est estimé à 40 % [Camus, 01]. Nous pouvons expliquer ce résultat en supposant que le bolomètre a un coefficient d'absorption  $\alpha = \sqrt{0,03 / 0,40} = 27 \%$ .

## IV.2.2 Matrices de thermomètres.

La présentation des résultats des expériences menées sur les matrices de films en NbSi suit la démarche expérimentale que nous avons employée au cours de la thèse. Nous avons d'abord caractérisé des matrices réalisées par d'autres laboratoires. Les résultats étant décevants, nous avons émis des hypothèses sur les anomalies observées, puis nous avons dessiné et réalisé de nouvelles matrices de façon à pouvoir tester ces hypothèses, tout en pensant aux évolutions futures vers les matrices de bolomètres. Nous avons ensuite mené les expériences de caractérisation électrique sur ces nouvelles matrices.

### IV.2.2.1 Échantillons caractéristiques des matrices #1 à #8.

Comme cela a été présenté au paragraphe III.1.3.1, les matrices #1 à #8 comportent toutes 36 films minces de  $Nb_xSi_{1-x}$  avec des pourcentages de niobium  $7,9 < x [\%] < 8,2$ . La géométrie de chaque film est :  $d = 300 \mu m$ ,  $S = l \cdot e = 600 \cdot 0,1 \mu m^2$  (voir Figure II-16 page 181). Les matrices #4, #5 et #6 n'ont pas été mesurées. La première avait une épaisseur de NbSi trop faible et les deux autres étaient défectueuses (problèmes de lift-off). La figure ci-dessous rappelle l'architecture globale des matrices #1 à #8 et montre un pixel photographié avec le microscope à balayage du CRTBT.

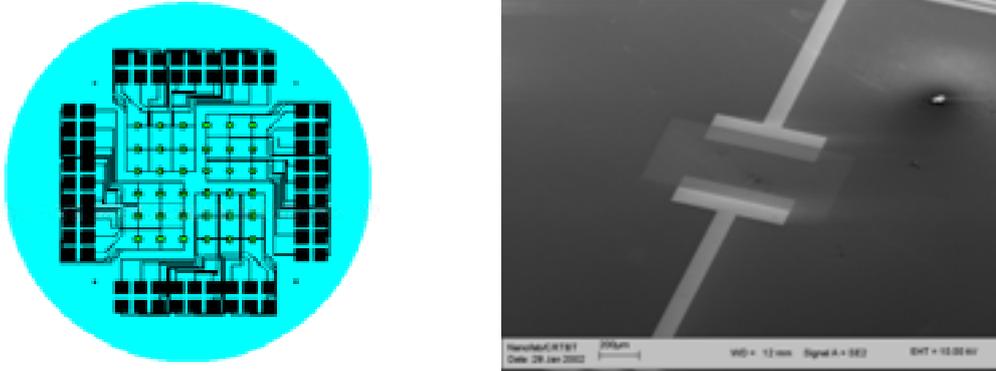


Figure II-53. Photographie au MEB d'un pixel de  $Nb_xSi_{1-x}$  de l'une des matrices #1 à #8.

Les figures suivantes montrent quelques courbes caractéristiques des matrices à 36 pixels. Pour ces acquisitions les températures de bain du cryostat ne descendent pas en dessous de 480 mK. Et toutes les couches présentent déjà des résistances de plusieurs  $M\Omega$  ! Ce qui est plus que médiocre d'après les estimations théoriques effectuées avec les paramètres déduits des expériences sur le BoloM10 ou avec les paramètres de Marnieros :  $n = 0,65$ ,  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$ , soit  $R_0 = 2500 \Omega$  et  $T_0 = (26-3x)^2$  (les résultats des comparaisons sont donnés dans le tableau récapitulatif après les courbes).

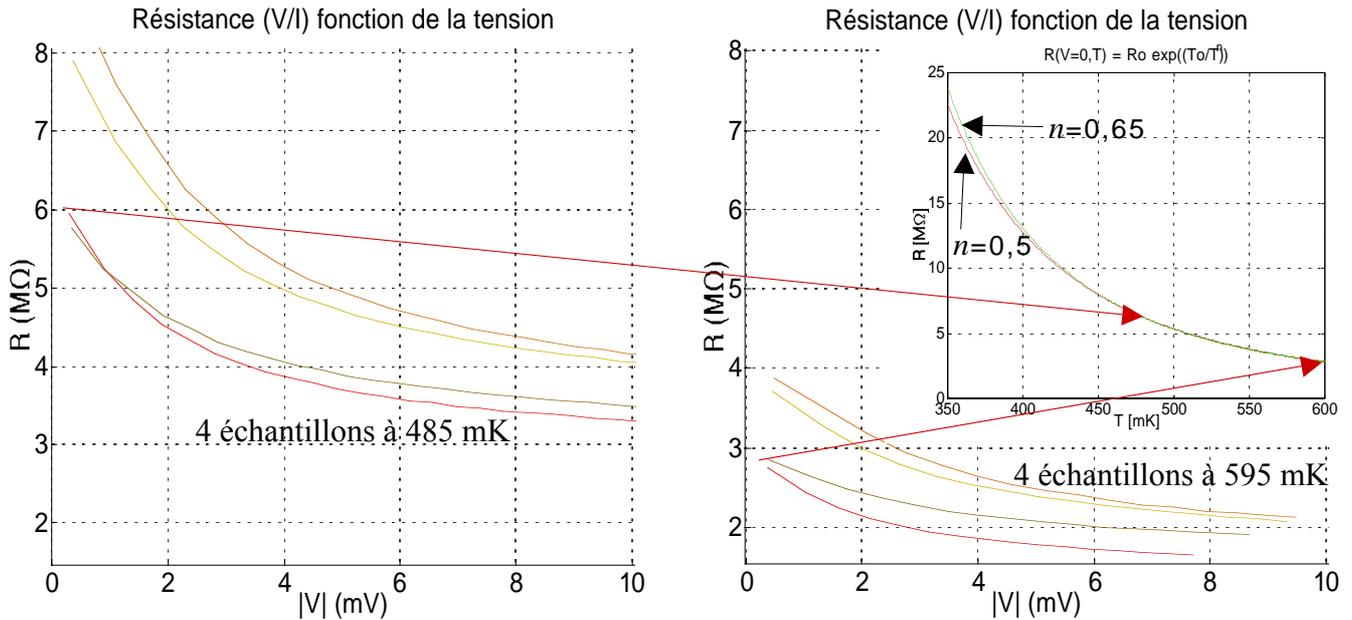


Figure II-54. Courbes  $R(V)$  de 4 films NbSi de la matrice #3 à 485 et 595 mK.

Les courbes montrent une résistance bien plus élevée que les prédictions et une remontée à faible polarisation anormalement forte. Le graphique en encart présente la courbe  $R(T, V=0)$  ajustée pour l'un des échantillons avec les paramètres d'Efros et Shklovskii ( $n=0,5$ ) et de Marnieros ( $n=0,65$ ). Les flèches rouges indiquent les positions des courbes  $R(V \rightarrow 0)$  sur la courbe  $R(T, V=0)$  correspondante.

Les fortes impédances observées sont tout à fait anormales. On observe une très forte remontée de la résistance à faible polarisation qui n'est absolument pas expliquée par les effets non-ohmiques. La forme des courbes laisser penser que l'effet de champ électrique domine (voir paragraphe IV.1.2.4.1). Mais l'ajustement est de qualité moyenne ( $\Delta_{Ep} R/R \approx 10\%$ ) et conduit à une longueur de localisation aberrante ( $3 < \xi [\text{m}] < 6$  pour  $485 < T [\text{mK}] < 595$ ). La soustraction de l'ajustement aux mesures fait apparaître une courbe divergente à faible polarisation, ce qui suggère un problème de contact électrique.

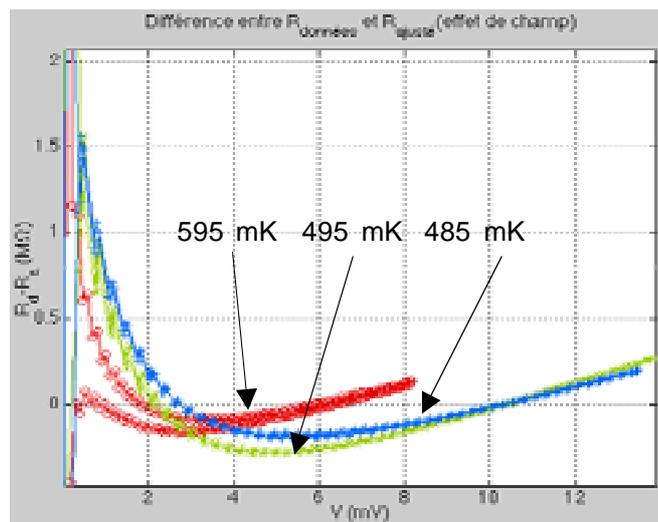


Figure II-55. Différence  $R(V, T)_{\text{mesures}} - R(V, T)_{\text{effetE}}$  sur un film NbSi de la matrice #3.

$R(V, T)_{\text{mesures}}$  représente les données mesurées et  $R(V, T)_{\text{effetE}}$  l'ajustement du modèle de résistance avec effet de champ électrique. La mauvaise adéquation à faible polarisation entre les données et les ajustements indique que le modèle ne décrit pas bien le comportement des échantillons.

Notons que des mesures effectuées à 6 mois d'intervalle ont donné des résultats similaires.

Les courbes de la figure ci-dessous montrent un panel des résistances obtenues sur la matrice #8.

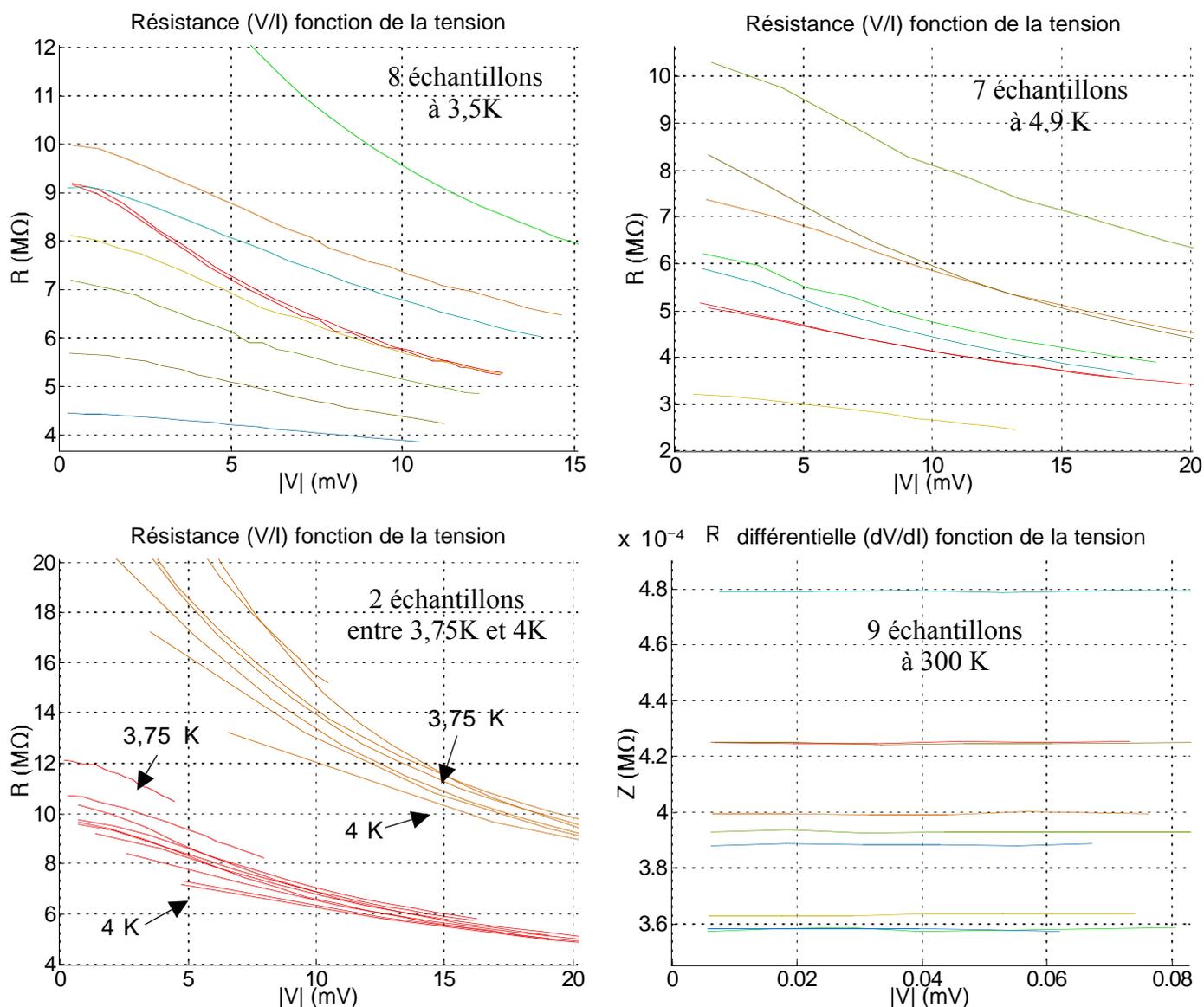


Figure II-56. Courbes  $R(V)$  autour de 4K et à 300K de plusieurs films  $NbSi$  de la matrice #8. Les courbes du haut ont été prises à 3,5 K et 4,9 K à 1 mois d'intervalle. Les courbes en-bas à gauche montrent l'évolution des résistances entre 3,75 K et 4,02 K de 4 échantillons. Les courbes en-bas à droite montrent les valeurs des résistances à température ambiante. Seules les courbes à basse température présentent des résistances anormalement élevées.

On remarque que les résistances de la matrice #8 sont encore bien plus élevées que celle de la matrice #3 qui était en fait une des meilleurs de la série #1 à #8 (la pire étant la matrice #1 qui ne présentait aucune conduction à basse température).

Comme le montre la dernière courbe, les mesures à température ambiante présentent des résistances assez faibles qui semblent correspondre aux résistances attendues pour les films de  $NbSi$ . Mais pour les matrices #1 à #8 tous les films étaient déposés directement sur des wafers en silicium ; la résistance mesurée était celle de ce dernier car il est bon conducteur à température ambiante. Il était par conséquent nécessaire de mettre systématiquement en froid le cryostat pour tester la qualité des lithographies. Pour éviter cette procédure fastidieuse et

permettre des tests rapides à l'ambiante, des wafers recouverts d'une couche isolante ont été utilisés par la suite (du SiO<sub>2</sub> pour la matrice #11 et du Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> sur pour la matrice #13).

Le tableau ci-dessous montre les écarts entre les valeurs attendues et les valeurs mesurées des paramètres de résistivité et des valeurs de résistances à polarisation nulle, pour deux échantillons typiques des deux matrices #3 et #8.

Tableau II-12. Écart entre prédictions et mesures de résistances des matrices #3 et #8. L'indice th désigne les valeurs théoriques. Pour les calculs théoriques les paramètres de résistance et de puissance du modèle sont toujours les mêmes :  $R_0 = 2500 \Omega$  et  $n = 0,65$ . Pour l'estimation paramétrique de  $R_0$  et  $T_0$  de la matrice #3, on a pris également  $n=0,65$ .

Matrice	x [%]	$T_{0\_th}$ [K]	$T_0$ [K]	$R_0$ [ $\Omega$ ]	$T$ [K]	$R_{th}$ [M $\Omega$ ]	$R$ [M $\Omega$ ]	$R/R_{th}$
#3	8	4	7,3	17 360	0,485	0,128	5,90	46
					0,595	0,079	2,85	36
#8	8,2	2	-	-	3,5	0,005	7	1400

Le tableau montre que les écarts entre théorie et mesures sont très importants (facteur 40 à 1400 !). Ce gros problème de conduction semble lié à la technique de microfabrication par lift-off, puisqu'il se retrouve sur toutes les matrices.

#### IV.2.2.2 Problèmes de contacts ou pollution ?

Le fait que les courbes de résistances divergent à faible polarisation laisse à penser qu'il y aurait un problème de contact entre les électrodes en or et les échantillons. En effet il a été constaté par nombre d'expérimentateurs que lorsque des problèmes de contacts surviennent une polarisation électrique suffisante permet parfois de rétablir partiellement la conduction, d'où la forte décroissance de résistivité lorsque la tension aux bornes des échantillons croît (ce qui explique aussi la valeur aberrante trouvée pour la longueur de localisation).

Il existe beaucoup d'autres hypothèses possibles pour expliquer les mauvaises mesures. Les 4 principales que nous avons formulées sont les suivantes :

- 1) Problèmes dans la chaîne d'acquisition de données. L'étalonnage du diviseur et de la résistance de l'ampli différentiel ainsi que des mesures sur des thermomètres NbSi et sur des résistances CMS soudées sur un circuit imprimé logé dans le "porte-matrice" ont permis d'écarter cette hypothèse. Ce qui est confirmé par les mesures sur le bolomètre individuel BoloM10A.
- 2) Problème de pollution en surface des couches entre deux lithographies. L'hypothèse est peu probable, compte tenu du fait que l'or utilisé pour les pistes, les contacts et les électrodes ne s'oxyde pas, et, que le NbSi est protégé par une couche de SiO<sub>2</sub>.
- 3) Problème de flans trop raides au niveau des contacts entre les électrodes et les échantillons de NbSi. Les photos au MEB et les mesures au profilomètre ne permettent pas de conclure, d'autant plus que ce genre de problème de marches n'est pas présent sur les échantillons faits par masques mécaniques.
- 4) Problème de pollution du NbSi (ou des autres couches ?) par la résine lors des étapes de lithographie. Cette hypothèse semble confirmée par les photos prises au Microscope Électronique à Balayage et par la comparaison avec les mesures faites sur les échantillons déposés par masques mécaniques.

La figure ci-dessous montre quelques photographies prises au microscope à balayage afin d'observer la surface des couches au plus près. L'objectif est double : observer les formes des couches déposées pour vérifier notamment s'il n'y a pas de micro-coupures, et, détecter la présence éventuelle d'éléments chimiques indésirables.

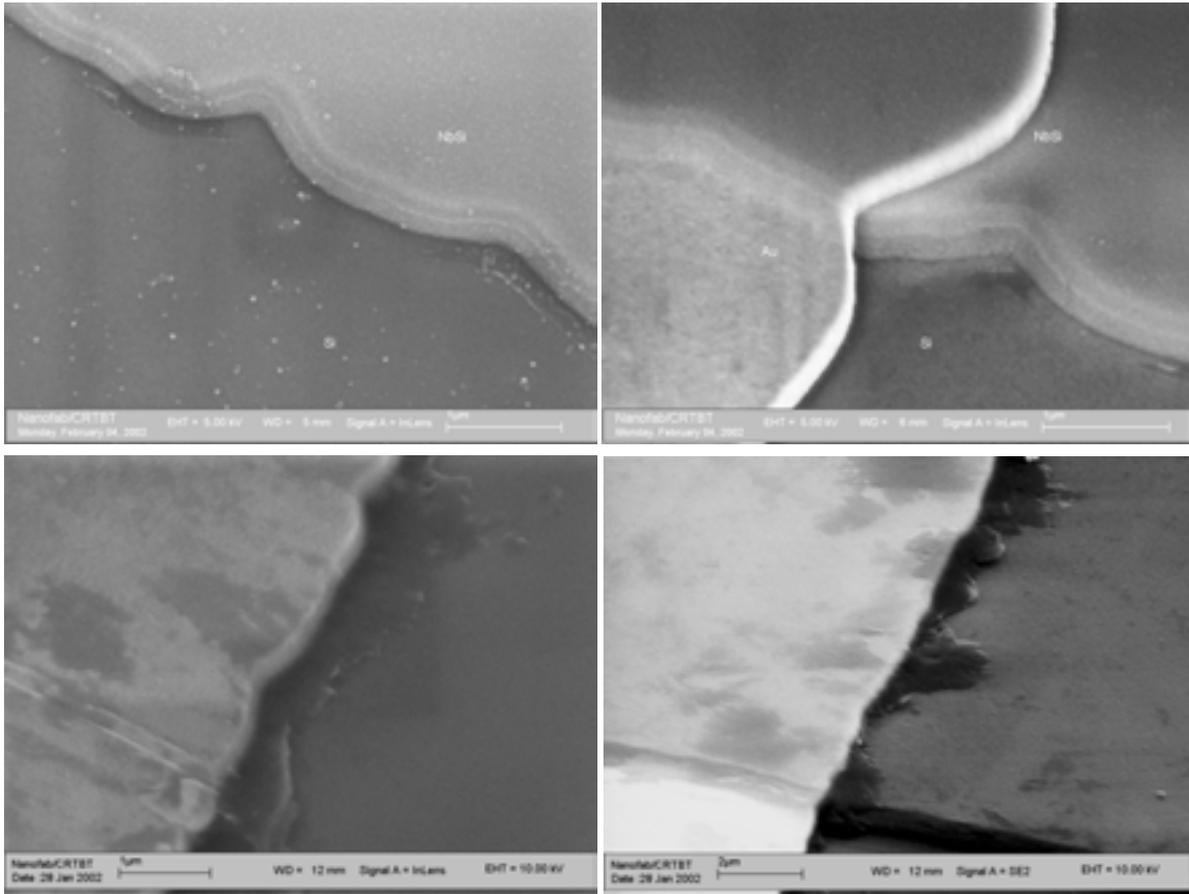


Figure II-57. Photographies au MEB de deux échantillons des matrices #3 et #8. Les deux photographies du haut montrent une zone de la matrice #3, les points blancs sont probablement des gouttelettes d'or. Les deux photographies du bas montrent une zone de la matrice #8, les taches sombres sont vraisemblablement des restes de résine dus à un problème de lift-off.

Visiblement les évaporations sont de mauvaise qualité et les couches semblent polluées, notamment la matrice #8 qui laisse apparaître des traces de résine mal enlevée, assez importantes. Compte tenu des mesures présentées au paragraphe précédent, ces photographies constituent un indice important en faveur de l'hypothèse de dégradation des résistances causée par une pollution des couches avec la résine utilisée pour la microfabrication par lift-off.

Nous avons par ailleurs passé quelques échantillons au profilomètre<sup>65</sup> d'un afin de vérifier l'état de surface des couches.

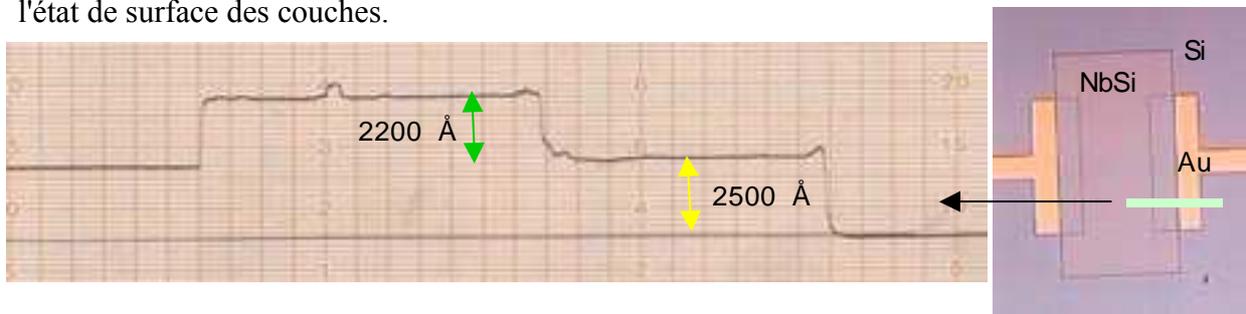


Figure II-58. État de surface du contact entre un film de NbSi et une de ses électrodes en or. Le trait vert sur la photographie à droite montre la zone qui a été parcourue par l'aiguille pour établir le profil de surface ci-dessus. Le profil et la photographie proviennent d'un échantillon de la matrice #3.

<sup>65</sup> Le profilomètre est un instrument qui permet de mesurer la hauteur relative d'une surface à quelques angströms près en promenant une aiguille fine sur cette surface.

Le profilomètre montre que les flans sont très raides ; bien plus que ce que l'on obtient pour des dépôts de NbSi avec masques mécaniques. Par ailleurs on remarque que la hauteur de NbSi déposé est équivalente à celle de l'Au. Dans ces conditions il paraît fort probable que le contact entre électrodes et film de NbSi ne soit pas très bon. Ce problème n'a malheureusement été identifié que très tardivement, et la plupart des matrices présentaient cet inconvénient.

En conclusion les photographies au MEB apportent un indice important en faveur de la pollution, alors que les mesures au profilomètre apportent un indice en faveur des problèmes de contacts. Il n'est donc pas possible de conclure.

Suite à ces investigations nous avons décidé d'étudier les techniques de lithographie afin de réaliser avec soin des échantillons qui n'auraient plus ni problèmes de résine ni problèmes de contacts. Par ailleurs nous avons décidé d'utiliser des wafers avec une couche isolante en surface ( $\text{SiO}_2$  ou  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) afin de pouvoir vérifier la conduction des échantillons à température ambiante après microfabrication.

Enfin, nous avons redessiné entièrement les échantillons (pistes en Au, films en NbSi et électrodes en Nb) et commandé de nouveaux masques pour la lithographie. Ces nouveaux dessins étaient étudiés pour réaliser dans un premier temps des films thermométrique et à terme des bolomètres (voir sous-chapitre III.1 pour la discussion sur la réalisation des échantillons, un rappel succinct des choix effectués est décrit au paragraphe suivant). Les échantillons que nous avons réalisés avec les nouveaux masques sont les matrices #10 à #13.

#### IV.2.2.3 Tests des matrices #10 et #11.

Les matrices #10, #11 et #13 ont été dessinées dans le but d'étudier la conduction électrique de films minces de NbSi puis pour réaliser des couches sur membranes afin d'étudier la conduction thermique, et finalement, pour réaliser des bolomètres de façon collective.

Au cours de la thèse nous n'avons pu réaliser que la première étape, que l'on a appelé la configuration thermométrique (c'est-à-dire films de NbSi seul avec électrodes en niobium et pistes en or).

Les principales différences avec les matrices antérieures sont :

- La présence de cadres en Au pour homogénéiser la température autour des films de NbSi.
- Deux résistances de charges sont placées autour de chacun des 4 pixels de la matrice, soit une résistance par thermomètre (chaque pixel comptant une double couche thermométrique).
- Des électrodes en niobium sont utilisées à la place de l'or. Le niobium est supraconducteur à 9K et ne transporte pas la chaleur, ce qui permet d'isoler l'échantillon des pistes électriques (les électrodes en or dégradent les propriétés de conductance thermique du bolomètre, voir Figure II-21 page 188).
- Les électrodes sont faites par masque mécanique à partir de la matrice #11 afin de présenter des flans moins raides et d'améliorer le contact avec les pistes en or d'un côté et avec les films de NbSi de l'autre côté.

Les résistances centrales ont pour dimensions  $d = 250 \mu\text{m}$  et  $S = l \cdot e = 600 \cdot 0,1 \mu\text{m}^2$  et les résistances périphériques (voir dessins des matrices sur la Figure II-17, page 183) ont pour dimensions  $d = 750 \mu\text{m}$  et  $S = l \cdot e = 600 \cdot 0,1 \mu\text{m}^2$ .

Les figures qui suivent montrent les courbes des résistances des différentes matrices en fonction des tensions de polarisation appliquées aux bornes des échantillons, pour différentes températures. Nous avons choisi de représenter ces courbes  $R(V)$  plutôt que les courbes de charge  $V(I)$ , car les anomalies y apparaissent de façon plus évidente.

La figure ci-dessous montre les résultats d'une campagne de mesure effectuée sur une des deux matrices #10. Ces matrices sont entièrement réalisées par lithographie en lift-off.

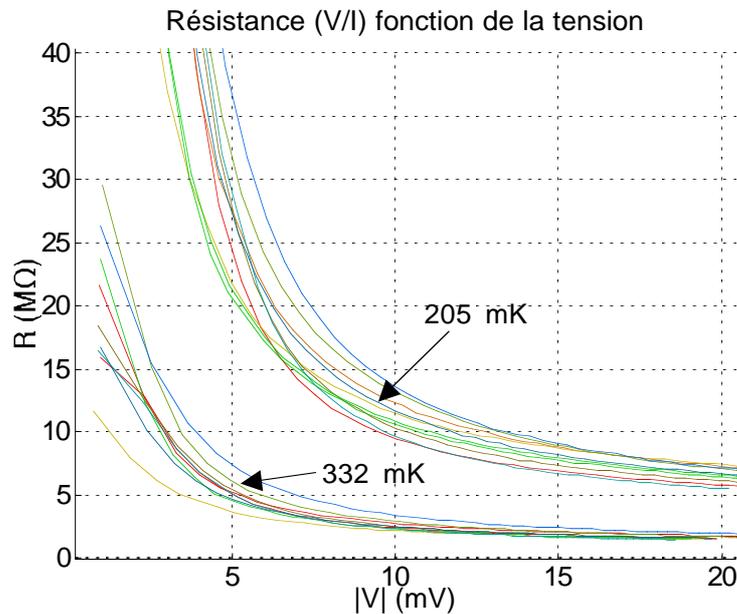


Figure II-59. Courbes  $R(V)$  à 205 et 332 mK de 9 films NbSi de la matrice #10.

Les résultats des mesures sont meilleurs que ceux des matrices #1 à #8 puisqu'on est parvenu à mesurer quelques  $M\Omega$  à des températures inférieures à 500mK. La concentration en niobium étant de  $x=8,2\%$  on attend un  $T_0=2K$  pour  $n=0,65$  et  $R_0=2500\Omega$ . En comparant les résistances que l'on attend à polarisation aux asymptotes vers lesquelles tendent les résistances mesurées lorsque la polarisation est suffisante :

$T$ [mK]	$R_{th}$ [ $M\Omega$ ]	$R_{as}$ [ $M\Omega$ ]	$R_{as}/R_{th}$
205	0,202	8	40
332	0,062	2	32

Le rapport entre résistance attendue et résistance mesurée est assez médiocre, mais il faut garder à l'esprit que le  $T_0$  de la loi de résistivité est très sensible aux inhomogénéités et au recuit. En pratique on ne s'inquiète pas si l'écart entre théories et prévisions est de quelques dizaines. En revanche la forme des courbes en fonction de la polarisation a une importance capitale. On constate un problème évident des matrice #10 (#10.1 et #10.2) puisque la divergence de la résistance à faible polarisation est dramatique. L'allure des courbes semble indiquer qu'il pourrait s'agir d'un problème de contact.

Les observations au microscope n'ont pas révélé une présence résiduelle de résine comme dans le cas de la matrices #8.

Suite à ces résultats plutôt décevants, les électrodes en Nb ont été réalisées par masque mécanique. La figure suivante montre une compilation des résultats de la campagne de mesure sur la matrice #11. On constate que l'utilisation du masque mécanique a grandement amélioré le comportement des résistances.

## Conception des détecteurs.

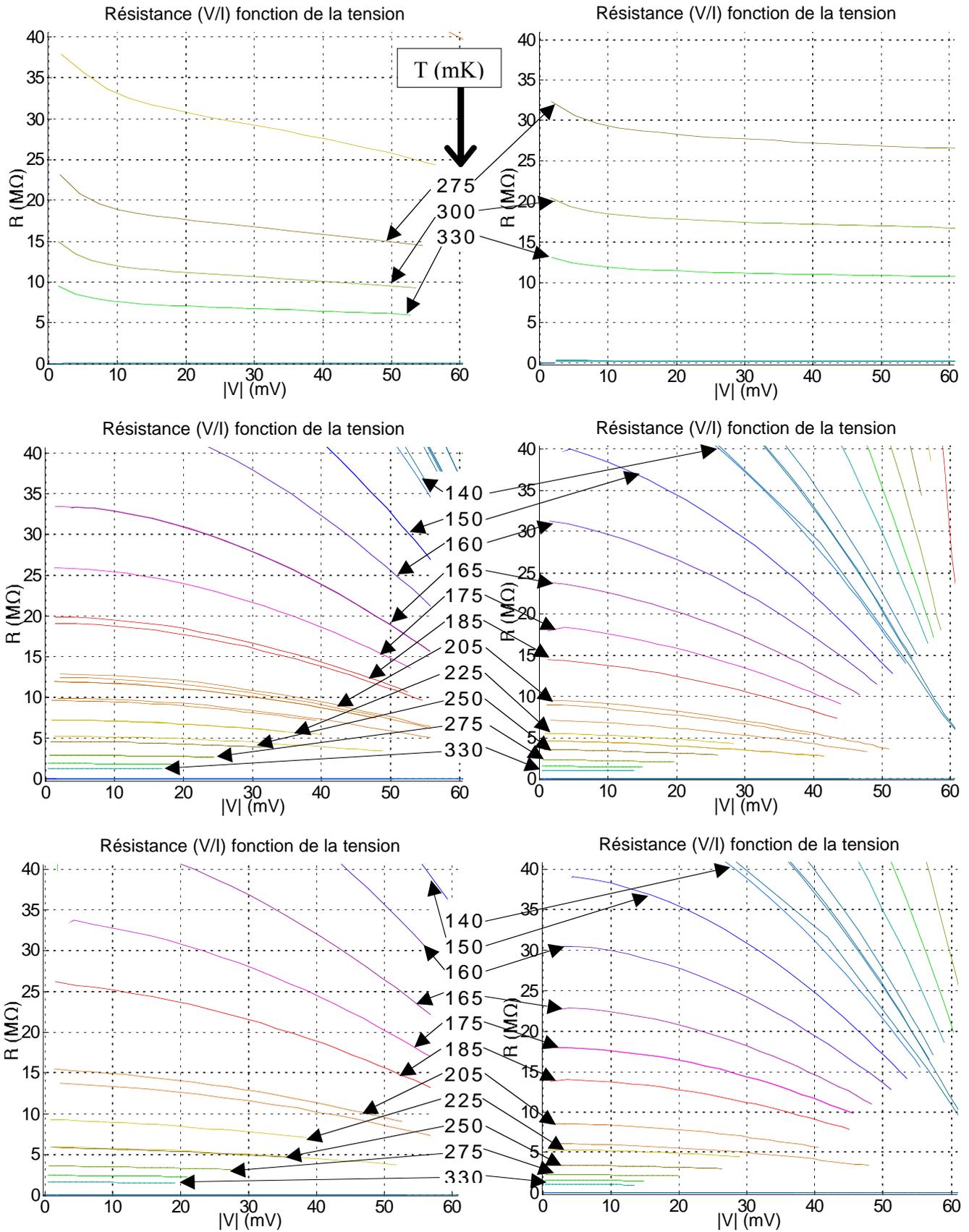


Figure II-60. Courbes  $R(V)$  entre 71 et 1300 mK de 6 films NbSi de la matrice #11. Les 2 courbes du haut correspondent à 2 films périphériques avec électrodes en or et les 4 courbes suivantes sont celles de films centraux avec électrodes en Nb déposées par masque mécanique.

Le premier constat est qu'il n'y a pas d'anomalie à faible polarisation. Contrairement à ce qu'on aurait pu penser aux vues des expériences précédentes, cette anomalie n'apparaît que faiblement sur les courbes des résistances périphériques.

La concentration en niobium dans les films était de  $x=8,2\%$  comme dans le cas de la matrice précédente ; donc pour  $n=0,65$  on attend  $T_0 \approx 2$  K. Pour comparer les mesures aux prévisions, il faut tenir compte pour ces dernières, de la géométrie des films dans le calcul des paramètres. Avec  $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot m$ , on calcule que  $R_0 = 2083 \Omega$  pour les films centraux et  $R_0 = 6250 \Omega$  pour les films périphériques.

Tableau II-13. Comparaison entre calculs prévisionnels et résistances mesurées sur la matrice #11.

$T$ [mK]	$R_{th}$ [M $\Omega$ ]	$R_{as}$ [M $\Omega$ ]	$R_{as}/R_{th}$
275	0,236 (périph)	$\approx 25$ (périph)	106
330	0,157 (périph)	$\approx 10$ (périph)	63
150	0,545	$\approx 40$	91
205	0,202	$\approx 10$	49
330	0,062	$\approx 1$	16

Le tableau montre que les résistances semblent une fois encore trop élevées. Mais comme ces écarts ne sont pas significatifs et étant donné que pour la première fois nous avons des courbes qui ne divergeaient pas à faible polarisation, nous avons effectué les ajustements paramétriques sur la loi de résistance en fonction de la température ( $R = R_0 \cdot \exp((T_0/T)^n)$ ). Les données n'étaient pas suffisantes pour optimiser le paramètre de puissance  $n$ . En imposant  $n=0,5$  et  $n=0,65$ , on compare les paramètres trouvés pour les échantillons 3 et 7 (courbes au milieu à gauche et en bas à droite sur la figure ci-dessus). La gamme de températures utilisée est :  $100 < T(mK) < 225$ .

Tableau II-14. Paramètres de résistance et coefficient de température de films NbSi de la matrice #11. Les paramètres sont ceux du modèle de conduction par sauts sans effet non-ohmique. Les coefficients de température sont calculés pour 300 et 100 mK.

Échantillon	$n$	$T_0$ [K]	$R_0$ [k $\Omega$ ]	$\Delta_{Ep} R/R$	-A(300mK)	-A(100mK)
n° 3	0,5	15,3	1,87	30 %	3,6	6,2
	0,65	3,8	11,7	45 %	3,4	6,9
n° 7	0,5	11,6	4,88	13 %	3,1	5,4
	0,65	2,9	37,8	15 %	2,7	5,7

Les coefficients de température sont de l'ordre de grandeur de ce que l'on attend.

En ce qui concerne les effets non-ohmiques, on ajuste le découplage électron-phonon ( $P = G_{e-ph}(T_e^\eta - T_{ph}^\eta)$ ). On trouve un paramètre de puissance optimal  $4 \leq \eta \leq 4,5$ , mais les incertitudes sont trop importantes pour lui accorder un taux de confiance suffisant. On utilise alors systématiquement  $\eta = 5$ . Les résultats sont compilés dans le tableau ci-dessous.

Tableau II-15. Paramètres de conductance du découplage électron-phonon de films de la matrice #11.

Échantillon	$n$	Gamme de $T$ [mK]	$g_{e-ph}$ [W/K <sup>5</sup> /cm <sup>3</sup> ]	$G_{e-ph}$ [nW/K <sup>5</sup> ]	$G_{d_{e-ph}}(100\text{mK})$ [nW/K]	$\Delta_{Ep}R/R$
n° 3	0,5	148 < $T$ < 330	91	1363	0,68	≈ 6 %
		90 < $T$ < 330	95	1420	0,71	>10 %
	0,65	148 < $T$ < 330	104	1566	0,78	≈ 8 %
		90 < $T$ < 330	108	1623	0,81	> 15 %
n° 7	0,5	148 < $T$ < 330	67	1006	0,50	≈ 15 %
		90 < $T$ < 330	67	1002	0,50	≈ 15 %
	0,65	148 < $T$ < 330	77	1157	0,58	≈ 7 %
		90 < $T$ < 330	77	1156	0,58	> 15 %

Le coefficient de couplage électron phonon  $g_{e-ph}$  est de l'ordre de 100 W/K<sup>5</sup>/cm<sup>3</sup> soit exactement ce qui est décrit dans la littérature sur le NbSi.

La matrice #11 présente donc des valeurs de résistance un peu élevées par rapport aux attentes puisque l'on mesure un peu plus de 150 MΩ à 100 mK, alors que les films avaient été dimensionnés pour atteindre 10 MΩ à 100 mK. Cependant les valeurs du coefficient de température  $A$  et du coefficient de couplage électron-phonon sont conformes aux attentes. Le mécanisme de conduction par sauts à portée variable modélise donc bien le comportement des couches de NbSi.

Remarque : une matrice avec des films ayant 4 électrodes en or afin de réaliser des mesures 4 fils a été également réalisée (matrice #12). L'objectif était de tenter d'identifier la cause des mauvaises résistances des matrices précédentes. En effet on n'attend pas le même comportement de la résistance pour les mesures 4 fils en cas de problème de contact ou en cas de pollution en profondeur des couches. Mais les résultats des mesures sur cette matrice ne sont pas exploitables.

#### IV.2.2.4 Cas de la matrice #13.

La matrice #13 a été réalisée sur un wafer avec couche isolante de SiO<sub>2</sub>. Les électrodes en niobium ont été réalisées par masques mécaniques et les autres couches (pistes en or et films en NbSi) ont été réalisées par lithographie en lift-off. Les pistes en or ont été redessinées pour que la connectique soit compatible avec la matrice de transistors HEMTs utilisée pour le multiplexage. Un grand soin a été apporté dans les étapes de microfabrication pour éviter tout problème de centrage des couches et de présence résiduelle de résine. Les mesures ont été effectuées avec le second boîtier de polarisation (deux voies de polarisation indépendantes, qui peuvent être utilisées conjointement pour étudier l'influence sur la mesure d'une moitié de film central du chauffage de l'autre moitié). Hormis les deux voies indépendantes du boîtier, un autre boîtier a été utilisé simultanément (branché sur des prises BNC contre une prise Jaeger pour le boîtier à 2 voies), mais un problème de connectique a rendu les mesures peu exploitables.

Les résistances à température ambiante sont de l'ordre de  $R_{\text{thermomètre\_NbSi}} = 800 \Omega$  pour les films centraux et de  $R_{\text{charge\_NbSi}} = 1000 \Omega$  pour les films périphériques. Notons que les résistances de charge  $R_c$  utilisées pour les mesures sont celles du boîtier de polarisation ; les films  $R_{\text{thermomètre\_NbSi}}$  et  $R_{\text{charge\_NbSi}}$  ont été mesurés séparément.

Les courbes de la figure suivante montrent les résistances  $R(V,T)$  et résistances différentielles  $Z(V,T)$  typiquement obtenues pour les résistances périphériques (avec électrodes en or). On constate que comme dans les matrices précédentes les courbes divergent à faible polarisation.

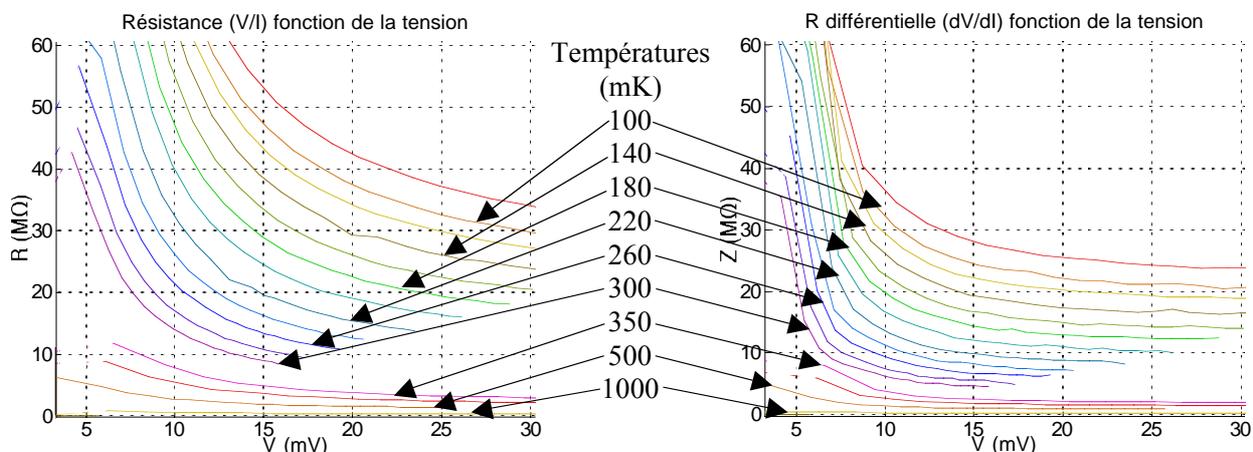


Figure II-61. Courbes  $R(V)$  et  $Z(V)$  d'un film périphérique avec électrodes en or de la matrice #13. On constate une divergence à faible polarisation, qui semble caractéristique d'un problème de contact (flans trop raides au passage de marche entre les électrodes et les films). Notons que cette divergence n'apparaît pas à 3,5 K, où  $R \approx 75 \text{ k}\Omega$ .

Les figures suivantes montrent une comparaison entre les mesures  $R(V)$  et  $Z(V)$  d'un des films centraux, et, une comparaison entre les mesures  $R(V)$  de deux échantillons appartenant à deux des quatre pixels de la matrice. Les courbes correspondent aux mesures de résistance en fonction de la tension pour une gamme de températures du cryostat allant de 100 mK à 1000 mK.

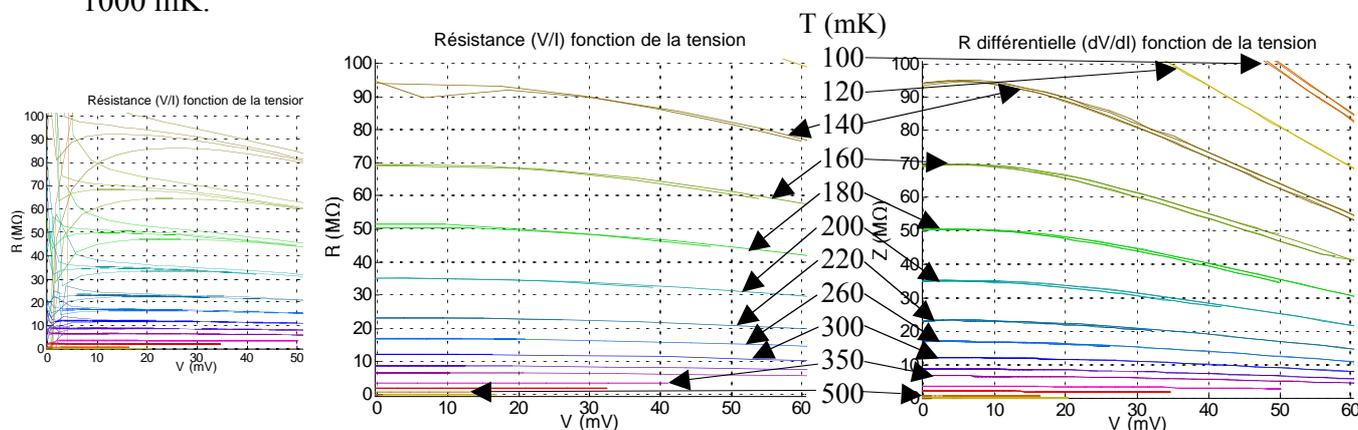


Figure II-62. Courbes  $R(V)$  et  $Z(V)$  d'un film central avec électrodes en Nb de la matrice #13. On n'observe plus de divergence à faible polarisation hormis les erreurs de mesure de  $R(V)=V/I$  lorsque le courant est trop faible et atteint les limites de notre chaîne d'acquisition. Ces erreurs de mesures apparaissent sur le petit graphique à gauche, qui représente les données non moyennées, elles disparaissent lorsque l'on effectue une moyenne glissante sur quelques points (courbe au centre).

## Conception des détecteurs.

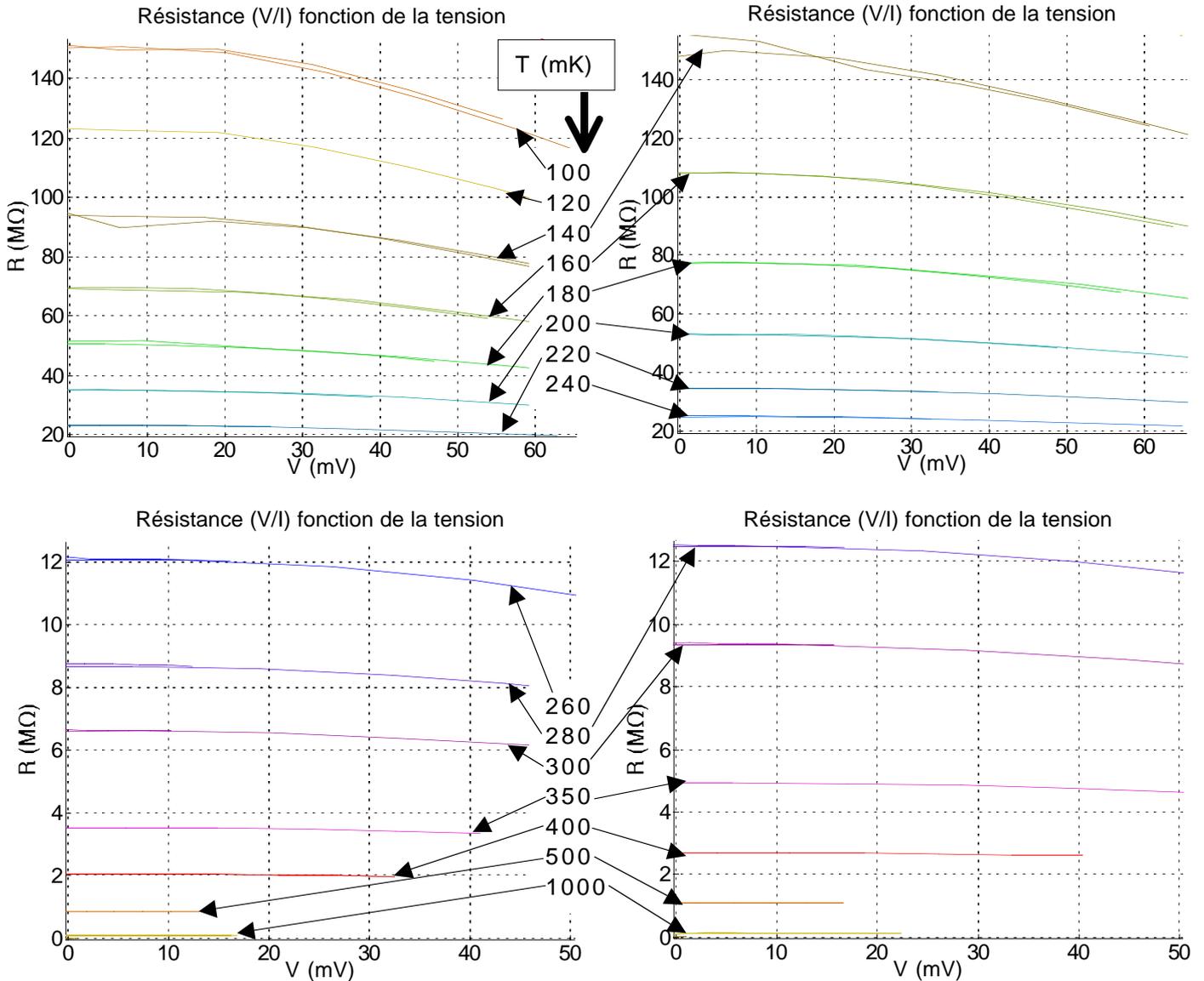


Figure II-63. Courbes  $R(V)$  entre 100 et 1000 mK de 2 films centraux de la matrice #13. Les films NbSi choisis montrent l'écart maximal d'homogénéité des résistances mesurées : entre les deux échantillons on a  $\Delta R/R \approx 30\%$ .

Les courbes montrent que les films sont toujours plus impédants que prévu (voir tableau ci-dessous). Cependant l'utilisation d'électrodes évaporées par masque mécanique, présentant des flans adoucis (voir Figure II-22 page 189) a complètement fait disparaître les problèmes de divergence des résistances (différentielles) à faible polarisation.

La concentration en niobium dans les films était de  $x=8,2\%$  comme dans le cas de la matrice précédente ; donc pour  $n=0,65$  on attend  $T_0 \approx 2K$ . Compte tenu de la géométrie des films, le paramètre de résistance des films attendu est de  $R_0=2083\Omega$  pour les films centraux et  $R_0=6250\Omega$  pour les films périphériques.

Tableau II-16. Comparaison entre calculs prévisionnels et résistances mesurées sur la matrice #13.

$T$ [mK]	$R_{th}$ [M $\Omega$ ]	$R_{as}$ [M $\Omega$ ]	$R_{as}/R_{th}$
100	2,31	200	86
140	0,582	95	163
200	0,181	35	193
300	0,064	6,6	103
500	0,024	0,86	35
1000	0,010	0,11	11

Le tableau montre que les résistances semblent une fois encore trop élevées. Comme pour la matrice #11 nous avons effectué les ajustements paramétriques sur la loi de résistance en fonction de la température ( $R=R_0 \cdot \exp((T_0/T)^n)$ ).

Les données ne permettent pas d'optimiser avec confiance le paramètre de puissance  $n$  (l'optimisation donne  $n < 0,2$  mais les erreurs d'ajustement sont grandes). En imposant  $n=0,5$  et  $n=0,65$ , on ajuste les paramètres  $R_0$  et  $T_0$  pour les échantillons 13 et 22 (dont les résistances sont présentées sur la courbe ci-dessus). Dans le tableau ci-dessous nous visualisons les différences entre les estimations paramétriques de deux gammes de température différentes.

Tableau II-17. Paramètres de résistance et coefficients de température de films NbSi de la matrice #13.

Les estimations paramétriques du modèle de conduction par sauts sans effet non-ohmique sont effectuées à partir de données acquises dans deux gammes de températures. Les coefficients de température sont calculés pour 300 et 100 mK.

Gamme de $T$ (mK)	Échantillon	$n$	$T_0$ [K]	$R_0$ [k $\Omega$ ]	$\Delta_{Ep} R/R$	-A(300mK)	-A(100mK)
100-200	n° 13	0,5	2,5	1300	12 %	1,4	2,5
		0,65	0,8	3300	13 %	1,3	2,6
	n° 22	0,5	2,7	1640	12 %	1,5	2,6
		0,65	0,9	4540	13 %	1,3	2,7
200-500	n° 13	0,5	20,7	1,52	6,5 %	4,2	7,2
		0,65	5,2	10,1	8,9 %	4,2	8,5
	n° 22	0,5	22,6	1,50	6,9 %	4,3	7,5
		0,65	5,6	10,8	9,4 %	4,3	8,9

Les coefficients de température sont un peu faibles à 100 mK. Mais, il est difficile d'avoir une grande confiance dans les mesures de la gamme  $100 < T[\text{mK}] < 200$ , car les valeurs des résistances mesurées sont du même ordre de grandeur que l'impédance d'entrée de l'amplificateur différentiel (100 M $\Omega$ ). Dans la gamme  $200 < T[\text{mK}] < 500$  les valeurs sont plus conformes aux attentes.

En ce qui concerne les effets non-ohmiques, on ajuste le découplage électron-phonon ( $P=G_{e-ph}(T_e^\eta - T_{ph}^\eta)$ ). Il est impossible d'optimiser le paramètre de puissance  $\eta$  ; on utilise alors systématiquement  $\eta = 5$ . Les résultats sont compilés dans le tableau ci-dessous.

Tableau II-18. Paramètres de conductance du découplage électron-phonon de films de la matrice #13.

Échantillon	$n$	Gamme de $T$ [mK]	$g_{e-ph}$ [W/K <sup>5</sup> /cm <sup>3</sup> ]	$G_{e-ph}$ [nW/K <sup>5</sup> ]	$G_{d_{e-ph}}(100\text{mK})$ [nW/K]	$\Delta_{Ep}R/R$
n° 13	0,5	200 < $T$ < 400	91	1370	0,69	≈ 6 %
		100 < $T$ < 200	87	1300	0,65	≈ 10 %
	0,65	200 < $T$ < 500	95	1420	0,71	≈ 7 %
		100 < $T$ < 200	87	1300	0,65	≈ 10 %
n° 22	0,5	200 < $T$ < 500	87	1300	0,65	> 10 %
		100 < $T$ < 200	80	1200	0,60	> 15 %
	0,65	200 < $T$ < 500	87	1300	0,65	> 10 %
		100 < $T$ < 200	80	1200	0,60	> 15 %

Le coefficient de couplage électron phonon  $g_{e-ph}$  est de l'ordre de  $90 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$  soit à peine moins que les valeurs de la littérature.

Comme dans le cas de la matrice #11, bien que les problèmes de contacts électriques aient disparu à faible polarisation, les mesures montrent des résistances bien plus élevées que prévu. Cependant le mécanisme de conduction par sauts à portée variable avec découplage électron-phonon sous polarisation électrique modélise bien le comportement des films de NbSi sur la matrice #13.

### IV.3 Conclusions et perspectives des expériences sur films minces de NbSi.

Les expériences réalisées sur les échantillons bolométriques individuels ont permis de montrer un comportement électrique conforme aux attentes. Avec une géométrie de  $300 \times 600 \times 0,1 \mu\text{m}^3$  de NbSi, un absorbeur en Bi et une membrane en  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , l'échantillon BoloM10A est le prototype des bolomètres que nous voulons réaliser sous forme de matrice. Ses propriétés électriques sont bien décrites par le modèle de conduction par sauts dans le thermomètre dans le régime d'Efros et Shklovskii. Lors de la campagne de mesure au CRTBT il a montré une résistance de  $20 \text{ M}\Omega$  et un coefficient de température de 4,5 à 100 mK. Ces valeurs sont plus élevées que celles de la campagne de mesure au CSNSM. La conductance de la fuite thermique est également plus élevée que lors des mesures au CSNSM (1,2 nW/K contre 0,2 nW/K à 100 mK). Les estimations de NEP sont encourageantes : à 100 mK elles présentent un optimum autour de 5 à 10 pW de puissance dissipée et sont de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-17} \text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ . En revanche les mesures sur d'illumination avec le bolomètre inverse CNM10A sont très décevantes (moins de 3% de puissance transmise). Notons que de très récentes mesures effectuées sur le cryostat Diabolo avec un corps noir que nous avons étudié, dimensionné et réalisé au cours de la thèse ont montré un bien meilleur résultat sur un bolomètre semblable au BoloM10A (environ 80 % de puissance absorbée).

Les matrices de films minces thermométriques #1 à #8 ont montré des comportements de conduction électrique très décevants. Il semble aux vues des hypothèses formulées, et des résultats des matrices suivantes, que ces matrices présentaient à la fois des problèmes de pollution par la résine utilisée la microfabrication en lift-off, et, des problèmes de passage de marche entre les électrodes et les films qui conduisaient à une perte de contact électrique à

faible polarisation. Ces problèmes de contact ont été résolus sur les matrices #11 et #13 en utilisant des électrodes déposées par masques mécaniques, présentant des flans moins raides. Les matrices #11 et #13 ont des comportements très semblables. Elles présentent des valeurs de coefficient de température  $A$  et de conductance volumique du découplage électron-phonon  $g_{e-ph}$  conformes aux attentes ( $A \approx 4$  à 100 mK et  $g_{e-ph} \approx 100 \text{ W/K}^5/\text{cm}^3$ ). Cependant les valeurs des résistances sont systématiquement plus élevées d'un facteur 100 par rapport aux attentes. Il est probable que cette impédance élevée soit due à une pollution en profondeur des films par la résine utilisée pour le lift-off. En général les résines sont des polymères à bases de molécules organiques. L'hydrogène, l'oxygène et le carbone présents sont susceptibles de réagir avec le niobium évaporé, et le pourcentage de niobium aidant au transport des électrons par sauts, est alors moins élevé que prévu. Comme on l'a déjà vu au Chapitre II, il suffit d'une faible variation de la quantité de niobium pour que la résistance du  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  varie de façon spectaculaire à basse température. Un autre inconvénient qui ressort de la campagne de mesures sur la matrice #13 est la présence d'une inhomogénéité entre pixels donnant des écarts de résistances allant jusqu'à 30 %.

Suite à ces expériences pas tout à fait satisfaisantes, il a été décidé pour la suite d'utiliser des masques mécaniques pour toutes les étapes de microfabrication des matrices. Bien que d'utilisation délicate cette technique est la seule qui ait porté ses preuves jusqu'à présent. Il n'est cependant pas définitivement exclu d'utiliser d'autres techniques de microfabrication dans l'avenir. Ne serait-ce qu'en lithographie par lift-off il existe de nombreuses façons de procéder et nous n'avons exploré qu'une mince gamme de possibilité. De nombreux autres types de résines peuvent être testés, en particulier les résines électroniques semblent prometteuses. Il est également possible d'effectuer certaines étapes par des techniques de type gravures (RIE, Plasma, attaque à la potasse, etc.) pour essayer de jouer sur la raideur des flans des différentes couches, en particulier des électrodes.

Nous n'avons effectué au cours de la thèse que des expériences de conduction électrique. Mais l'architecture des nouvelles matrices permettra d'effectuer des mesures de chaleur spécifique grâce à l'étude de la réponse d'une moitié de film en centre de pixel lorsque l'autre moitié est chauffée par effet Joule.

L'étape suivante consiste à réaliser des bolomètres. Parmi les nouveaux masques qui n'ont pas été utilisés pour les matrices #10 à #13, certains permettront de réaliser des membranes en nitrure de silicium, qui joueront le rôle de fuite thermique des bolomètres. Un autre masque est prévu pour creuser des ponts dans les membranes afin de réduire la chaleur spécifique et augmenter la sensibilité si le besoin s'en fait sentir.

En ce qui concerne les films de NbSi, l'un des travaux les plus urgents à réaliser est l'étude du bruit. Les NEP que nous avons présentées ici sont calculées à partir des mesures de résistances électriques et de conductances thermiques. Mais il faudrait effectuer des mesures de bruit à proprement parler. Pour cela le signal électrique de polarisation doit être modulé et la réponse des films thermométriques doit être mesurée dans l'espace de Fourier. Ces mesures sont très importantes d'abord pour vérifier si le bruit thermodynamique (Johnson) et le bruit de phonon sont conformes aux attentes, mais surtout si les autres bruits n'apportent pas une contribution rédhibitoire. Dernièrement des mesures de ce type ont été effectuées par Stephanos Marnieros et Louis Dumoulin au CSNSM, et il semblerait que certaines composantes de bruits comme le bruit pop-corn (voir paragraphe I.3.4) soient assez importantes. Cependant la qualité des bords des films joue apparemment un rôle important ; cet élément plaide en faveur de procédés de microfabrication de haute précision. Outre les effets de bord, des problèmes de couplage thermoélastique semblent également se manifester. Malgré ces points délicats auxquels il faudrait porter attention, la voie NbSi reste cependant

toujours très prometteuse pour la réalisation de films minces thermométriques, car à propriétés thermoélectriques semblables le volume de NbSi requis est bien moindre que dans le cas du Ge-NTD, qui est le matériau le plus couramment utilisé en bolométrie (voir paragraphe II.3.2).

Enfin, l'un des prochains travaux à effectuer lorsque les premières matrices en configuration bolométrique seront prêtes sera la réalisation de tests optiques. Pour cela nous avons déjà commencé à préparer des expériences de photométrie par corps noir étalonné. Nous avons réalisé un corps noir en cuivre, avec intérieur corrugué (rainures pour maximiser les réflexions à l'intérieur du corps noir, et donc l'absorption interne) et peinture noire (opaque au visible et aux infrarouges lointains). Nous avons dessiné et fait réaliser au SERAS des lentilles en polyéthylène pour focaliser le rayonnement du corps noir sur un bolomètre. Nous avons également réalisé des supports en cuivre pour monter l'ensemble sur le cryostat Diabolo. Enfin nous avons effectué les calculs prévisionnels de photométrie de ce montage. Comme on l'a dit précédemment, une expérience très récente utilisant ce montage avec un bolomètre du même type que le BoloM10A a donné de très bons résultats. Il faudra dans l'avenir réitérer ces expériences sur une matrice de bolomètres.

## Partie III Électronique de lecture multiplexée de la caméra.



## Chapitre I Discussion sur le multiplexage.

Le développement d'instruments utilisés pour la détection de puissances incidentes avec des niveaux de bruits les plus faibles possible nécessite le refroidissement des détecteurs à de très basses températures (ce qui est démontré pour les bolomètres dans la Partie II, Chapitre I). Dans ces conditions il est nécessaire que l'électronique de lecture présente également de très bas niveaux de bruit. Pour les détecteurs présentant des impédances autour de la dizaine de  $M\Omega$ , comme c'est le cas pour nos bolomètres, l'une des meilleures solutions à l'heure actuelle est l'utilisation de JFETs refroidis à basse température associés à une modulation du signal. Les fils électriques utilisés pour la polarisation électrique et la lecture des détecteurs constituent un canal de conduction de la chaleur entre la température ambiante et l'étage à très basse température. Si le nombre de fils devient trop important, la puissance thermique apportée sur les étages froids va dégrader considérablement les performances du cryostat. Afin de diminuer le nombre de fils utilisés il devient alors nécessaire de multiplexer à basse température les signaux de sortie des détecteurs.

Dans ce premier chapitre nous présentons d'abord les intérêts et le principe du multiplexage temporel de détecteurs hautes impédances à basse température. Après une analyse fréquentielle du système électronique, différentes options possibles pour le multiplexage de notre caméra seront exposées. Les travaux effectués pour la réalisation d'un multiplexeur adapté à la caméra seront présentés dans le second chapitre.

### I.1 Nécessité d'un multiplexage à froid.

Après une introduction sur l'électronique de lecture des bolomètres, présentant la nécessité de moduler le signal et plusieurs montages de polarisation possibles, ce premier sous-chapitre exposera les critères de comparaison entre des montages sans et avec multiplexage.

#### I.1.1 Électronique de mesure d'un bolomètre.

##### I.1.1.1 Nécessité d'une modulation.

Comme on l'a dit, l'une des solutions les plus efficaces existant à l'heure actuelle pour amplifier les signaux de détecteurs ayant des impédances de 1 à 100  $M\Omega$ , est l'utilisation de transistors à effets de champ (JFETs). Pour des détecteurs d'impédances plus importantes, de l'ordre de quelques dizaines de  $G\Omega$ , les transistors CMOS sont plus adaptés [Buzzi, 99], alors que pour les impédances extrêmement faibles présentées par les détecteurs supraconducteurs la solution réside dans l'utilisation de SQUIDs [Gildemeister, 00] et [Camus, 02]. Pour détecter des signaux ayant des puissances équivalentes de bruit de l'ordre de  $10 \cdot 10^{-18} W / \sqrt{Hz}$  dans une bande de fréquence de 0,1 à 100 Hz, il est nécessaire de refroidir les JFETs autour de 100 K. Mais de façon générale, les niveaux de bruits à basse fréquence dans les amplificateurs restent trop importants même à ces températures. Il est alors nécessaire de moduler les signaux à amplifier pour les traduire dans un domaine de fréquence où le bruit des transistors sera négligeable. Quelques valeurs typiques de bruit des JFETs sont données dans le tableau ci-dessous, on reviendra sur les bruits des transistors au paragraphe I.1.2.1.

Tableau III-1. Niveaux de bruits typiques dans les JFETs.

La valeur de la résistance source (thermomètre du bolomètre) la mieux adaptée au JFET dépend de la température d'utilisation de ce dernier. Les tensions équivalentes de bruit Johnson à 100 Hz sont converties en terme de courants équivalents de bruits compte tenu de la résistance source adaptée.

$T_{\text{utilisation}} [K]$	$R_{\text{bolo\_adapté}} [M\Omega]$	$e_N [nV/\sqrt{Hz}] ;$ $f = 0,01 \text{ Hz}$	$e_N [nV/\sqrt{Hz}] ;$ $f = 100 \text{ Hz}$	$i_N [fA/\sqrt{Hz}]$
300	1	100	1	1
150	10	100	1	0,1

Pour mesurer l'impédance des bolomètres on utilise donc une modulation de la polarisation qui permet translater le domaine de mesure en dehors du bruit en  $1/f$  des JFETs. Grâce à l'emploi d'une détection synchrone, la démodulation donne accès aux basses fréquences du signal mesuré, avec les performances de bruit des JFETs à la fréquence de modulation.

La puissance électrique dissipée par effet joule entraîne la température des bolomètres dans des oscillations forcées lorsque la modulation de la polarisation est sinusoïdale (sauf si la période de modulation est bien plus courte que la constante de temps des bolomètres). Avec une modulation carrée, la puissance dissipée est constante ; les oscillations disparaissent et le bolomètre reste tout le temps à son point de fonctionnement optimal. Les transitoires dus aux changements de signes de la modulation carrée sont suffisamment courts pour ne pas avoir d'incidence sur les détecteurs (tout se passe comme s'ils étaient polarisés en continu).

En ce qui concerne les bolomètres de la caméra, la démodulation est réalisée avec une détection synchrone numérique, plus simple à réaliser et plus souple d'utilisation qu'une détection synchrone analogique.

### I.1.1.2 Polarisation et lecture d'un bolomètre.

Le schéma classique consiste à appliquer une tension sur résistance de polarisation branchée en série avec le bolomètre, et de relier le point milieu de ce montage à l'entrée de l'amplificateur. La résistance de polarisation, qui est alimentée en tension, sert non seulement à fournir le courant de polarisation au bolomètre, mais aussi à ce que la mesure ne soit pas limitée par le bruit de l'amplificateur. La figure ci-dessous montre une illustration de ce montage classique pour la mesure d'un bolomètre ; il correspond à celui que nous avons mis en œuvre avec les deux boîtiers de polarisation utilisés pour les mesures de résistivité des films de NbSi (voir Partie II, paragraphe III.2.2.3).

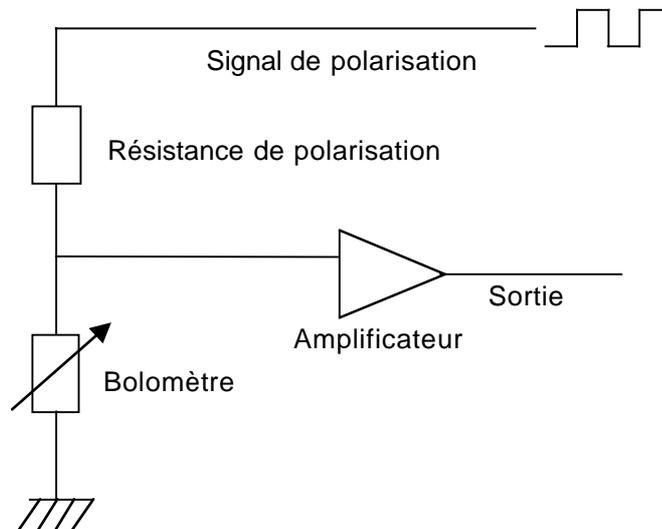


Figure III-1. Schéma classique de l'électronique de mesure d'un bolomètre.

C'est le système le plus simple imaginable, mais il présente des désavantages majeurs :

- Le système nécessite une grande dynamique et une grande stabilité du gain de l'amplificateur et de la détection synchrone.
- Les fils de mesures transportent une tension importante et sont par conséquent très sensibles à la microphonie.
- Le signal total mesuré est important. Non seulement il sera difficile de traiter correctement les transitoires d'une modulation carrée, mais on est obligé de couper la partie continue du signal par un filtre passe haut qui interdit d'avoir accès à la connaissance de la puissance totale reçue par le bolomètre.

Il existe une multitude de variantes permettant de s'affranchir de l'un ou l'autre des désavantages, voir [Benoît, 96] et [Benoît, 99]. La figure ci-dessous illustre les différentes modifications possibles permettant de réaliser d'autres types de montages électriques pour la mesure de bolomètre. Les principaux avantages et inconvénients sont listés après la figure.

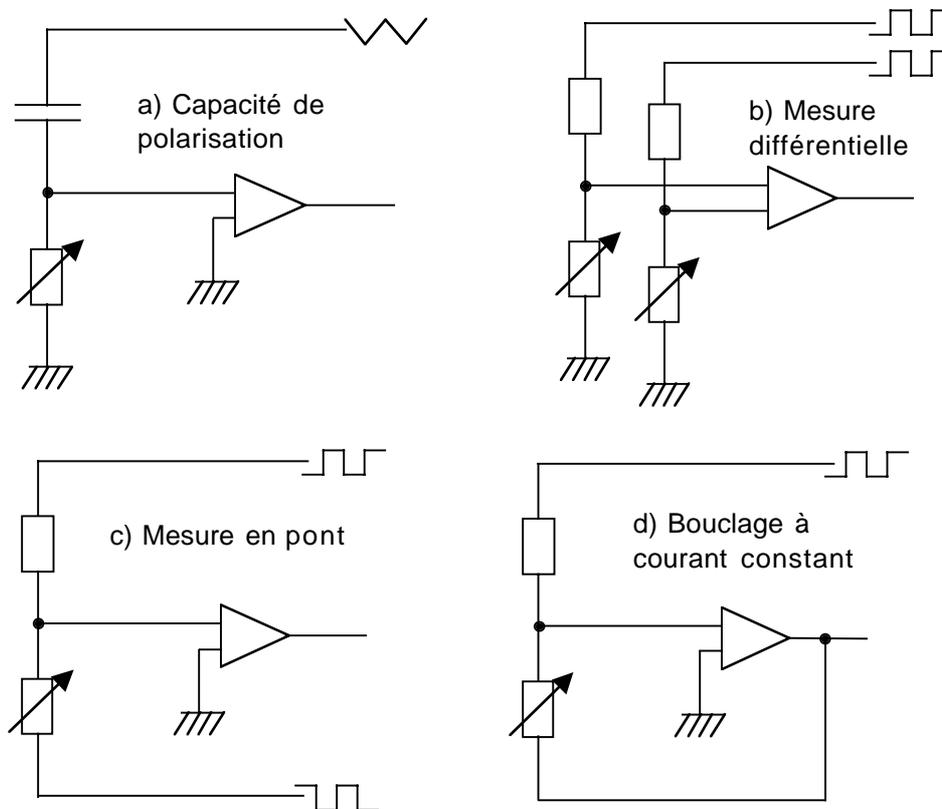


Figure III-2. Quatre principales variantes pour l'électronique de mesure d'un bolomètre.

- a) Lorsqu'une modulation électrique est utilisée, on peut remplacer la résistance de polarisation par un condensateur. La relation entre le courant passant à travers le condensateur et la tension qu'on lui applique est  $I = dq/dt = C \cdot dV/dt$ , où  $q$  est la charge et  $C$  la capacité. Pour polariser le bolomètre à courant constant, il faut donc appliquer une tension triangulaire au condensateur. L'avantage est que l'absence de dissipation supprime le bruit engendré par la polarisation. L'inconvénient est qu'il faut réaliser un intégrateur pour générer le signal triangulaire, ce qui nécessite l'emploi d'un condensateur très stable en température, or les condensateurs sont généralement moins stables que les résistances.
- b) Les deux entrées de l'amplificateur peuvent être utilisées pour effectuer une mesure différentielle. Cette mesure différentielle peut être réalisée avec deux bolomètres, comme sur la figure ci-dessus, ou, en branchant les entrées de l'amplificateur aux bornes d'un seul

bolomètre (dans ce cas deux résistances de polarisation alimentées par des fonctions de signes opposés sont utilisées). L'avantage avec les deux bolomètres est de ne mesurer qu'un petit signal de différence, l'amplificateur et la détection synchrone n'ont alors plus besoin d'avoir une grande dynamique et une grande stabilité de gain lorsque l'on veut mesurer de petits signaux additionnés à des signaux parasites importants. Dans tous les cas l'utilisation d'un amplificateur différentiel permet d'être moins sensible au bruit. Les inconvénients sont dus aux tensions importantes véhiculées par les fils de mesures. Il faut se protéger de la microphonie, et il faut tenir compte de la tension de mode commun à l'entrée de l'amplificateur pour traiter les transitoires d'une modulation carrée. En outre, avec les deux bolomètres il n'est pas possible de connaître la puissance totale reçue.

- c) Au lieu de relier le bolomètre à la masse, on peut lui appliquer une tension d'opposition permettant d'effectuer une "mesure de zéro" autour d'un point de fonctionnement prédéfini. C'est ce qu'on appelle un montage en pont. Il y a quatre avantages principaux avec ce type de montage. Il permet de ne mesurer qu'un petit signal, par conséquent l'amplificateur et la détection synchrone n'ont plus besoin d'une grande dynamique et d'une grande stabilité en gain. Les fils de mesure ne transportent qu'un petit signal qui est peu sensible à la microphonie. Les problèmes de transitoires apparaissant avec une modulation carrée sont beaucoup moins importants car la modulation n'est pas amplifiée. Enfin, la tension d'opposition étant connue, ce système permet une mesure de la puissance totale reçue par le bolomètre. Le principal inconvénient est que l'amplificateur n'est pas différentiel, ce qui augmente la sensibilité aux signaux parasites.
- d) Au lieu d'utiliser une tension de polarisation "extérieure", on peut brancher la sortie de l'amplificateur sur la résistance de polarisation pour avoir une polarisation à tension constante ou sur le bolomètre (comme sur la figure ci-dessus) pour avoir une polarisation à courant constant. Ce bouclage électrique ne change rien aux performances de bruit du montage, mais il permet d'avoir une réponse électrique très rapide ( $\tau_{elec}$  faible), même en présence d'une capacité parasite entre le bolomètre et l'amplificateur. Cependant si la réponse de l'amplificateur augmente, son bruit augmente aussi ; le gain effectif sur la constante de temps électrique ne sera donc important que si le bruit de l'amplificateur est bien inférieur à celui du bolomètre. Le deuxième effet du bouclage est de changer la contre-réaction thermique du bolomètre, ce qui change sa constante de temps thermique ( $\tau_{therm} = C_{abs}/G_{fuite}$ ) et donc la bande de fréquence utilisable pour lire le bolomètre. Notons que le signal sur bruit du bolomètre est indépendant de la fréquence car le bruit diminue comme le signal aux fréquences supérieures à celle associée à la constante de temps thermique (voir Partie II, paragraphe I.3.2.3). La limitation viendra une fois encore des performances de bruit de l'amplificateur.

En fonction des besoins définis dans la réalisation d'un instrument les méthodes de polarisation présentées ci-dessus peuvent être combinées entre elles.

Parmi les différentes solutions testées pour le multiplexage de la caméra bolométrique, nous avons utilisé quelques unes de ces méthodes de polarisation. Celles-ci seront explicitées au paragraphe décrivant les montages que nous avons mis en œuvre.

### I.1.1.3 Deuxième étage d'amplification pour les signaux de la caméra.

La philosophie suivie pour la réalisation de l'électronique de mesure de la caméra bolométrique est la réutilisation et l'adaptation à un système multiplexé ce qui avait été conçu pour le photomètre DIABOLO. Il s'agit d'un cryostat équipé d'une platine optique que nous avons utilisé en fin de thèse pour les expériences de multiplexage mais aussi pour des mesures électriques et optiques de bolomètres individuels. Le développement de la caméra

bolométrique se poursuit actuellement avec ce cryostat. Il servira notamment à effectuer les tests électriques et optiques de matrices de bolomètres multiplexés. Le fonctionnement, la réalisation et les test de l'électronique de DIABOLO sont décrits dans la thèse de Siegfried Gaertner [Gaertner, 97]. Nous rappelons ici le principe de fonctionnement des parties que nous avons réutilisées.

Après le premier étage d'amplification des transistors JFETs à 100 K, les signaux mesurés sont envoyés vers un boîtier fixé au cryostat à température ambiante qui contient un amplificateur dans un premier compartiment et un amplificateur programmable suivi d'un convertisseur analogique-numérique dans un deuxième compartiment. Ce boîtier qui contient par ailleurs un modulateur et une logique de commande dans deux autres compartiments, est appelé MLPA (Modulateur, Logique de commande, Préamplificateur et Amplificateur). Pour les tests de multiplexage nous avons utilisé uniquement la partie préamplification, amplification et numérisation dont le schéma électrique est reproduit dans la figure ci-dessous. Pour la modulation nous utilisons le boîtier de multiplexage que nous avons réalisé et qui est décrit plus loin au paragraphe II.2.2.

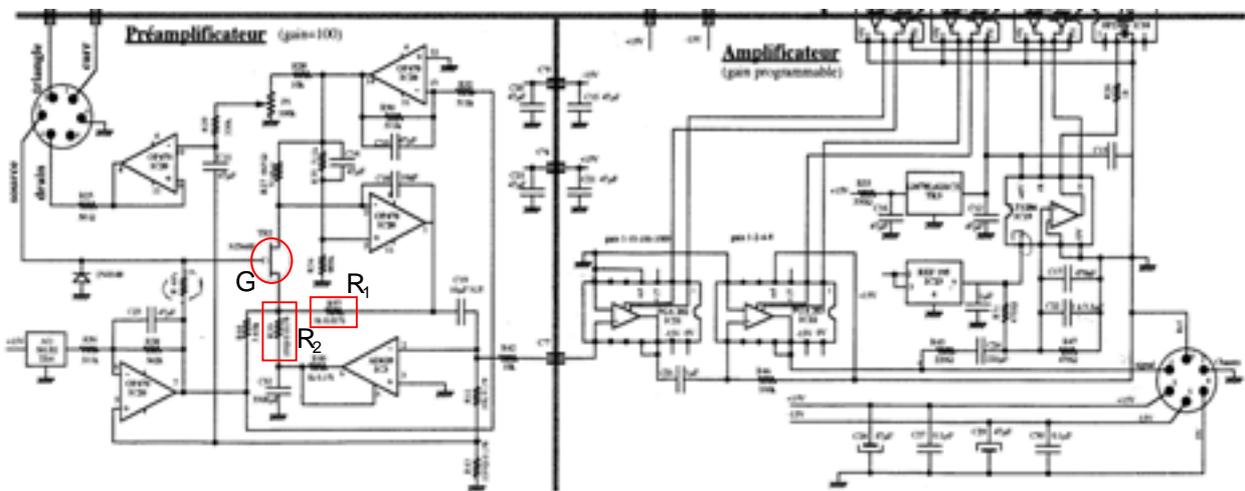


Figure III-3. Schéma électrique des amplificateurs utilisés avec le cryostat DIABOLO.

Le JFET utilisé pour la préamplification à température ambiante est entouré d'un rond rouge et les deux résistances qui permettent de définir le gain d'amplification sont entourées de rectangles rouges.

La chaîne d'amplification des boîtiers MLPAs que nous utilisons est constituée d'un préamplificateur de gain 100 et d'un amplificateur à gain programmable entre 1 et 8000. Les compartiments sont séparés par un blindage métallique à la masse afin d'éviter toute interférence entre les très faibles signaux qui arrivent en entrée et les signaux qui sont véhiculés dans le compartiment de l'amplificateur programmable. Le couplage se fait entre les deux compartiments via des filtres passe-bas. Par ailleurs les alimentations sont réalisées avec des régulateurs et filtrées pour ne laisser passer que les très basses fréquences.

Le gain de l'étage de préamplification est fixé par des résistances grâce au bouclage sur un JFET monté en source commune (en amplificateur de gain). Le gain résultant vaut  $P = G / (1 + G / (1 + R_1/R_2)) \approx R_1/R_2 + 1$ , où  $G$ , le gain propre du JFET est grand devant  $R_1/R_2 + 1$ . Le gain résultant,  $P$ , est constant à 0,02% près. La polarisation et la stabilisation autour d'un point de fonctionnement du JFET froid est réalisée dans ce compartiment. La polarisation du JFET froid est contrôlée de manière à conserver un gain unité en tension et en amplifiant uniquement le courant, ce qui permet une adaptation d'impédance entre le bolomètre et le préamplificateur. Les bruits environnants qui viennent parasiter le signal après le JFET froid ne sont pas amplifiés, leur influence est ainsi minimisée.

L'amplificateur à gain programmable est essentiellement constitué de deux circuits branchés en série de gains respectifs 1, 10, 100 ou 1000, et 1, 2, 4 ou 8. Ces gains sont ajustés numériquement par le système de contrôle (dont une petite partie sera décrite au Chapitre II).

Le convertisseur analogique-numérique code le signal sur 12 bits en série à une fréquence rapide. Afin d'enlever les fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage (théorème de Shannon, critère de Nyquist) il est précédé d'un filtre passe-bas. Les 16 bits (12 pour le mot, plus 4 bits de contrôle) sont envoyés en série vers un autre boîtier qui contient un circuit programmable gérant l'interface avec l'ordinateur de contrôle de l'instrument et d'enregistrement des signaux.

## I.1.2 Multiplexage de plusieurs bolomètres.

Dans le paragraphe précédent nous avons donné un aperçu de l'ensemble de l'électronique mise en œuvre pour la mesure de signaux détectés par un seul bolomètre. Nous allons nous intéresser dans ce paragraphe à une solution qui permet de s'affranchir des problèmes qui se posent lorsque le nombre de détecteurs dans un instrument devient très grand.

### I.1.2.1 Rappels sur les transistors à effet de champ.

Les transistors à effet de champ sont essentiellement constitués d'un barreau conducteur appelé *canal*, dont les deux extrémités portent des électrodes appelées *source* et *drain*. Lorsque le barreau est polarisé longitudinalement par une tension drain-source, un courant proportionnel au produit de la tension par la conductance du canal circule entre le drain et la source. Ce courant est modulé par un signal transversal qui, appliqué au barreau par l'intermédiaire d'une électrode latérale appelée *grille*, modifie la conductance du canal. Cette propriété permet d'utiliser ces transistors comme des interrupteurs. Nous allons l'exploiter pour la réalisation de notre multiplexeur.

La variation de la conductance du canal peut être obtenue de par modulation de la section du canal ou par la modulation de la densité de porteurs. Les divers types de transistors à effet de champ diffèrent par la nature du paramètre modulé et par le processus mis en œuvre dans cette modulation [Mathieu, 01].

Dans le transistor à effet de champ à jonction, JFET (Junction Field Effect Transistor), l'électrode de commande est constituée d'une jonction pn latérale. La variation de la section conductrice du canal est obtenue par modulation de la zone de déplétion de la jonction grâce à la variation de la tension de polarisation de la grille. Dans le transistor à effet de champ à barrière Schottky, MESFET (MEtal Semiconductor Field Effect Transistor), le processus mis en jeu est le même, mais la zone de déplétion est obtenue par polarisation inverse d'une diode Schottky. Dans le transistor à effet de champ à grille isolée, IGFET ou MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) la conductance du canal est modulée par la variation de la densité de porteurs. Le canal du transistor est constitué de la couche d'inversion d'une capacité MOS polarisée. Dans le transistor à effet de champ à gaz d'électron bidimensionnel, TEGFET (Two-dimensional Electron Gas Field Effect Transistor) ou HEMT (High Electron Mobility Transistor), les propriétés de haute mobilité d'un gaz bidimensionnel d'électrons formés à l'interface d'une hétérojonction sont mises à profit. Le fonctionnement du HEMT est analogue à celui du MOSFET. La différence principale réside dans le fait que la couche d'oxyde est remplacée par un matériau donneur (par exemple GaAlAs) dont on transfère les électrons à l'interface avec un autre semiconducteur (par exemple GaAs), grâce à la tension de polarisation appliquée à la grille. Le gaz d'électrons libres à l'interface de l'hétérojonction forme le canal du transistor. Seuls les MOSFETs et les HEMTs fonctionnent bien à très basse température.

Les principaux bruits que l'on trouve dans les FETs à basse température sont le bruit thermique (ou Johnson)  $e_J$ , le bruit de grenaille (ou shot noise)  $i_s$  et le bruit en  $1/f$ .

Comme on l'a vu dans la Partie II au paragraphe I.3.2.2, le bruit thermique ne dépend que de la résistance la résistance du canal  $R_{ds}$  et de la température :

$$e_J = \sqrt{4k_B T R_{ds}}$$

Équation III-1

Le bruit de grenaille (ou shot noise) est dû à la fluctuation lié aux électrons qui traversent la barrière entre la grille et le canal. Il s'agit d'un processus de type poissonien (voir Annexes, paragraphe II.5.2). Dans un FET ce bruit se mesure par le courant de fuite de la grille  $I_{gs}$ , en appelant  $q_e$  la charge de l'électron :

$$i_s = \sqrt{2q_e I_{gs}}$$

Équation III-2

Comme on l'a vu dans la Partie II au paragraphe I.3.3, l'une des descriptions les plus pratiques du bruit  $1/f$  à l'heure actuelle est la formule empirique de Hooge. Pour un FET cette formule relie la densité spectrale de bruit de courant  $P_{I_{ds}}$  avec le coefficient de Hooge  $\alpha_H$ , le courant du canal  $I_{ds}$ , le nombre total de charges sous la grille  $N$  et la fréquence  $f$  [Jm, 02] :

$$P_{I_{ds}} = \frac{\alpha_H \cdot I_{ds}^2}{N \cdot f}$$

Équation III-3

On définit la transconductance du transistor par la dérivée du courant de drain par rapport à la tension appliquée à la grille :  $g_m \equiv \partial I_d / \partial V_g$ . En utilisant cette variable il est possible d'exprimer le bruit  $1/f$  en terme de tension de bruit équivalente à l'entrée du transistor :

$$e_{1/f} = \frac{\sqrt{P_{I_{ds}}}}{g_m}$$

Le problème principal dans l'utilisation de cette formule est que le paramètre  $N$  dépend à la fois de  $V_{ds}$  et de  $V_{gs}$ . Or à l'heure actuelle il n'existe pas de modèle physique qui permette de l'exprimer dans le régime normal d'utilisation d'un transistor, c'est-à-dire en régime de saturation.

En pratique on va utiliser une formule expérimentale qui décrit assez bien le comportement en fréquence de la tension de bruit en la présentant comme le produit d'une tension constante  $e_a$  passant à travers un filtre du premier ordre :

$$e_{1/f} \approx e_a \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_{knee}}{f}\right)^2}$$

Équation III-4

Où  $f_{knee}$  est une tension seuil (que l'on surnomme "genoux" de la fonction de bruit).

Nous réutiliserons cette formule dans l'analyse fréquentielle du multiplexage.

### I.1.2.2 Principe général du multiplexage.

Lorsque le nombre de détecteurs devient grand dans un instrument multiplexé il va se poser trois problèmes majeurs :

- Le grand nombre de fils constitue un canal de conduction de la chaleur privilégié entre la température ambiante et les étages froids. Pour évacuer les charges thermiques amenées par les fils, le cryostat devra fournir une puissance froide importante, ce qui augmente son coût de fabrication et sa consommation.
- La réalisation du câblage peut s'avérer très compliquée (la connexion de plus d'un millier de films peut en effet s'avérer un véritable casse-tête).

- Le nombre important de préamplificateurs froids augmente la taille de l'enceinte refroidie du cryostat. Le coût représenté par le nombre de préamplificateurs utilisés et la taille du cryostat peut alors s'avérer très élevé.

Les méthodes de lecture directes trouvent une limite pratique vers une centaine de détecteurs, avec un minimum de  $2N$  fils pour  $N$  détecteurs.

La solution réside dans l'utilisation d'un multiplexage. Il s'agit un procédé qui permet d'utiliser un seul fil pour transmettre les signaux de plusieurs détecteurs. On distingue essentiellement deux types de méthodes qui trouvent des réalisations :

- Les approches temporelles, où les signaux partagent le temps d'utilisation d'un même câble.
- Les approches fréquentielles, où les signaux, après modulation, se trouvent sur des domaines distincts en fréquence.

La modulation de polarisation que l'on a présentée dans le paragraphe précédent n'est plus nécessaire avec un multiplexage car la lecture successive des bolomètres constitue en elle-même une modulation qui permet de s'affranchir du bruit en  $1/f$  de l'amplificateur.

Le procédé de multiplexage comprend donc deux étapes :

- La modulation, qui permet de combiner linéairement plusieurs signaux avant la transmission dans un câble :  $S(t) = \sum S_i(t) \cdot f_i(t)$ ; les fonctions  $f_i(t)$  sont les fonctions de modulations dont on trouvera des exemples dans la figure suivante.
- La démodulation, qui consiste à restituer les signaux originaux : si les fonctions de modulation sont judicieusement choisies (orthonormées entre elles), il suffira de multiplier le signal  $S(t)$  par la fonction de modulation correspondante  $S_i(t) = S(t) \cdot f_i(t)$ .

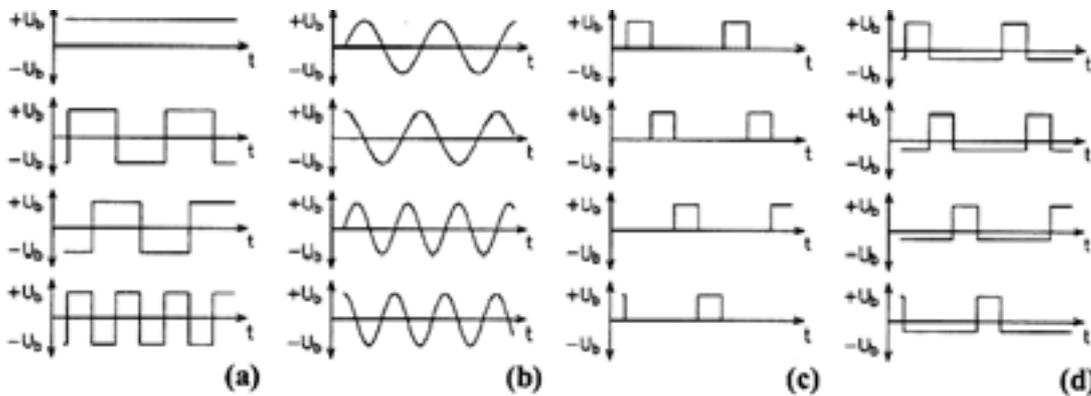


Figure III-4. Exemple de fonctions de modulation.

(a) code de Hadamard, (b) code fréquentiel, (c) multiplexage temporel, (d) modification pour une meilleure utilisation dynamique.

L'addition des bruits associés aux signaux dans l'opération de modulation dégrade le rapport signal sur bruit d'un canal après démodulation si des précautions ne sont pas prises. En comparant différentes techniques de multiplexage, on s'intéresse principalement au ratio de multiplexage (c'est-à-dire le nombre de détecteurs par canal), à la bande passante disponible dans un canal, au couplage des canaux ('cross-talk') et au bruit par canal.

Remarque : la seule application de multiplexage à basse température qui existe à l'heure actuelle a été réalisée au LETI, pour le multiplexage de bolomètres à très haute impédance (100 à 1000  $G\Omega$ ) fonctionnant à 0,3 K. Les transistors de commutation sont des MOS au silicium dopé [Buzzi, 99].

### I.1.2.3 Multiplexage temporel de bolomètres à haute impédance avec des transistors de commutation.

Le montage multiplexé décrits ci-dessous réalise une lecture séquentielle de la tension aux bornes des détecteurs. La figure met en évidence le rôle du multiplexeur ; des transistors sont utilisés comme interrupteurs pour envoyer successivement les signaux de plusieurs bolomètres sur un fil de lecture. On reconnaît un circuit de polarisation ou  $R_{charge} \gg R_{bolo}$  pour assurer une polarisation à courant constant (stabilité thermoélectrique des bolomètres).

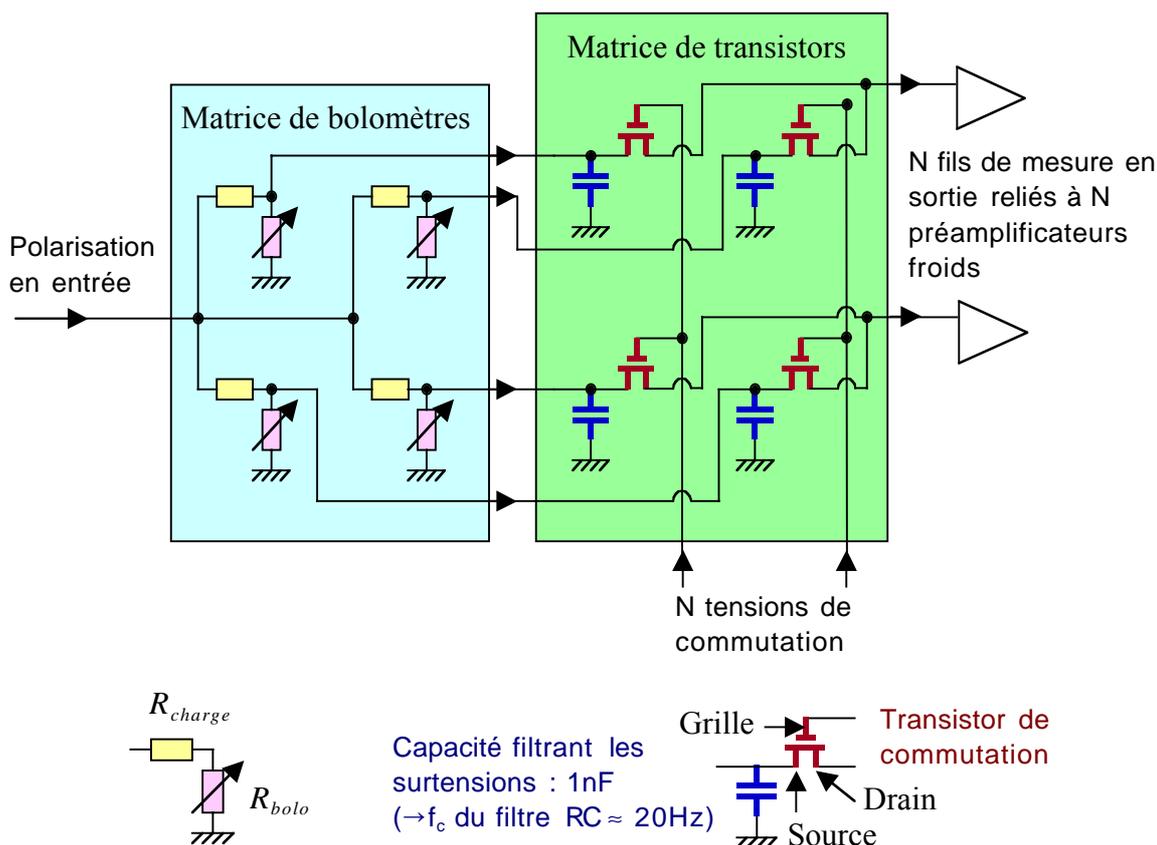


Figure III-5. Principe du multiplexeur à transistors réalisé pour la caméra bolométrique.

Le schéma montre la matrice de bolomètre et la matrice de commutateurs qui sont en pratique superposées l'une sur l'autre. Les contacts électriques entre les deux matrices sont assurés par des picots en or et l'ensemble est enfermé dans un boîtier fixé à l'étage 100 mK du cryostat (voir Chapitre II). Les schémas électriques des trois montages réalisés sont présentés au paragraphe I.2.2. Dans tous les cas les lignes sont multiplexées et les colonnes sont lues en parallèle.

Avant d'étudier les problèmes de bruit dus aux éléments du multiplexeur signalons que lors de la mesure de plusieurs éléments à haute impédance ( $>1M\Omega$ ), le couplage entre les signaux est essentiellement dû aux capacités parasites entre les lignes (de l'ordre de 10 à 100 fF). Un écrantage réalisé par des pistes maintenues à un potentiel constant (masse) séparant les signaux est généralement suffisant. Dans un multiplexeur le danger vient surtout des lignes de commande des transistors de commutation qui véhiculent des tensions de l'ordre de 1V et qui sont commutées rapidement.

Comme le montre la figure nous avons choisi une solution "semi-multiplexée", c'est-à-dire que tous les bolomètres constituant une ligne de la matrice sont multiplexés mais toutes les lignes sont lues en parallèle. Ce choix a été fait car il existe un optimum à trouver entre le

nombre de fils et le nombre de transistors de commutation utilisés, car sur le fils contenant les signaux en série, les bruits en courant de ces transistors s'additionnent.

Le tableau ci-dessous résume la discussion sur le choix du multiplexage en comparant trois solutions possibles : la matrice non multiplexée, la matrice semi-multiplexée, et, la matrice entièrement multiplexée. Dans tous les cas on considère une matrice à N lignes et M colonnes, soit N·M détecteurs. Les critères de comparaison sont le nombre de fils utilisés et le courant de bruit équivalent total des transistors de commutation sur un fil de mesure. Notons que dans la matrice entièrement multiplexée on dispose les transistors de commutation en cascade ; le nombre total de détecteur doit être une puissance de 2 ( $N \cdot M = 2^x$ ), et le nombre de transistors vaut  $2^{x+1}-1$ .

Tableau III-2. Comparaison entre trois systèmes sans ou avec multiplexage.

Le nombre de détecteurs considérés est N·M. Les critères de comparaison sont le nombre de fils utilisés et le bruit de grenaille total des transistors de commutation sur un fil de mesure.

	Pas de multiplexage	"Semi-multiplexage"	Multiplexage total
Nombre minimum de fils (avec 1 polarisation commune et 1 masse)	$N \cdot M + 2$	$N + M + 2$	$\log_2(N \cdot M) + 1 + 2$
Application matrice 32*32	1024	64	11
Courant de bruit équivalent pour un canal de signaux multiplexés	0	$\sqrt{N} \cdot \sqrt{2q_e I_{gs}}$	$\sqrt{2NM-1} \cdot \sqrt{2q_e I_{gs}}$
Application matrice 32*32 avec $I_{gs} = 50$ fA ( $i_T$ [fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ])	0	0,72	5,72
Tension de bruit correspondante pour $R_{bolo} = 10$ M $\Omega$ ( $e_T = R_{bolo} i_T$ [nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ])	0	7,16	57,27
Bruit Johnson d'un bolomètre à T = 0,1 K ( $e_J = \sqrt{4k_B T R_{bolo}}$ [nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ])	7,43	7,43	7,43

Dans la mesure où on veut que la contribution du bruit de grenaille des transistors soit plus petite que celle du bruit thermodynamique d'un bolomètre, on constate que seule la solution semi-multiplexée est acceptable. Notons qu'un courant de fuite  $I_{gs} = 50$  fA n'est atteignable qu'avec des transistors de très bonne qualité ! Nous verrons dans le Chapitre II qu'une telle qualité est difficile à trouver mais pas impossible.

Remarques :

- Ce tableau montre que la solution entièrement multiplexée pose non seulement des problèmes rédhibitoires en ce qui concerne le bruit en entrée sur le préamplificateur, mais elle demande en outre deux fois plus de transistors de commutation que de détecteurs ; ce qui commence à poser des problèmes pour l'assemblage.
- Dans le tableau on étudie la contribution du bruit de grenaille des transistors de commutation. Pour simplifier l'analyse des bruits en entrée du préamplificateur froid dans

le paragraphe suivant, on négligera ce bruit de grenaille et on supposera que le bruit Johnson du bolomètre est le facteur dominant qui doit être utilisé pour définir les qualités de bruit du préamplificateur.

Comme on l'a dit chaque transistor du multiplexeur fonctionne en interrupteur, grâce au contrôle de la résistance du canal drain-source via la tension appliquée sur la grille. Le critère de choix parmi les transistors utilisables (Si-MOSFET, AsGa-MESFET ou HEMT) est de trouver des composants qui assurent une bonne conduction électrique à l'état passant et à basse température, tout en présentant les plus faibles courants de fuite possibles, afin de limiter le bruit de grenaille. En ce qui concerne la conduction électrique, le problème est donc d'assurer un nombre suffisant de porteurs à basse température. En principe, la concentration des porteurs dépend de la température selon une loi :

$$n = \left( \frac{N_d N_c}{2} \right)^{1/2} \exp\left( -\frac{E_d}{2k_B T} \right)$$

où  $E_d$  est l'énergie d'ionisation des centres dopants (autrement dit l'énergie qui permet de libérer les porteurs de charges).

Dans le semi-conducteur AsGa dopé S ou Si, l'énergie d'ionisation des centres dopants est de l'ordre de 6 meV (70K!), comparée à environ 50 meV dans le silicium utilisé pour les JFETs [Mathieu, 01]. On ne peut donc parvenir à une bonne conduction qu'en dopant fortement les matériaux. Les transistors HEMT (ou TEGFET) avec une interface GaAlAs et GaAs sont de très bons candidats aux très basses températures car la mobilité des électrons qui constituent le canal conducteur sous la forme d'un gaz bi-dimensionnel est très élevée, l'ordre de  $3 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}/\text{s}$ . Ces composants connaissent d'ailleurs des applications intéressantes comme amplificateur entre 1 et 4 K. Utilisés comme interrupteur, les résistances du canal sont de l'ordre de 100  $\Omega$ .

## I.2 Étude d'un multiplexeur pour la caméra bolométrique.

Le multiplexage choisi pour la caméra bolométrique est de type temporel. Comme on l'a vu la première opération consiste à choisir des transistors de commutation qui offrent le plus bas niveau de bruit possible. Il faut ensuite définir le nombre de bolomètres qui seront lus en série par un préamplificateur compte tenu des bruits en jeu. Enfin on peut étudier diverses possibilités pour polariser et lire les bolomètres multiplexés.

### I.2.1 Analyse fréquentielle.

L'objectif de l'analyse fréquentielle est de connaître l'effet d'une lecture non continue des bolomètres sur le bruit, afin de déterminer le nombre de bolomètres pouvant être multiplexés par un seul amplificateur froid (JFET) compte tenu de son propre niveau de bruit.

#### I.2.1.1 Le problème des bruits et fréquences caractéristiques du système multiplexé.

Par définition, le multiplexage temporel consiste idéalement à mesurer successivement la tension aux bornes de chaque détecteur. Il s'agit donc d'un échantillonnage qui doit respecter le critère de Shannon pour la bande passante du détecteur (elle-même dimensionnée pour

pouvoir échantillonner une tâche de diffraction lorsque le ciel défile devant le télescope). Mais si on multiplexe  $N$  détecteurs, le temps disponible pour lire le signal est réduit d'un facteur  $N$  par rapport au temps entre deux mesures :  $\tau_{\text{mes}} = N \cdot \tau_{\text{lect}} = \tau_{\text{det}}/2$ . Ainsi, le bruit du bolomètre est intégré dans une bande passante plus grande que celle du signal. C'est là que l'on dégrade le rapport signal sur bruit dans le rapport  $\sqrt{N}$  si on ne prend pas de précautions.

Sans entrer dans la démonstration mathématique on peut expliquer ceci de façon intuitive en considérant la mesure d'un signal  $S$  parasite par un bruit  $b$ . Si la mesure est continue, le rapport signal sur bruit est  $S_c/b_c$ . Si on effectue une mesure pendant un temps  $\tau_{\text{mes}}=T$ , mais qu'on ne lit le signal que pendant un temps  $\tau_{\text{lect}}=\tau=NT$  alors la valeur moyenne sur  $T$  du signal mesuré est  $S_T = \tau S_c / T = S_c / N$ . Par contre le bruit étant un processus aléatoire, la densité spectrale est moyennée (voir Partie II, paragraphe I.3.1). L'amplitude de bruit mesurée vaut alors  $b_T = b_c \cdot \sqrt{\tau / T}$  et le rapport signal sur bruit est dégradé :  $S_T / b_T = (S_c / b_c) / \sqrt{N}$ . Mais si on réalise un filtre passe-bas tel que le bruit ne puisse plus fluctuer pendant le temps  $\tau$  (coupure des fréquences plus hautes que  $1/(2\tau)$  d'après le critère d'échantillonnage de Shannon), il n'apparaît plus comme un processus aléatoire pendant le temps de la lecture  $\tau$ , mais comme un signal parasite superposé au signal à mesurer, si bien que sa valeur moyenne sur  $T$  est de  $\langle b_\tau \rangle / N$ . Le rapport signal sur bruit n'est alors plus dégradé :  $S_T / b_T = \langle S_\tau \rangle / \langle b_\tau \rangle = S_c / b_c$ .

Dans le multiplexeur, le rôle de la capacité connectée en parallèle avec le bolomètre est de réaliser le filtre passe-bas sur le bruit des détecteurs. Dans l'explication intuitive donnée ci-dessus, la mesure sans filtre donne la valeur moyenne de  $S$  et de  $b$  sur le temps de lecture  $\tau$  (d'où la notation  $S_\tau$ ). Alors qu'avec le filtre, le rôle de la capacité est de moyennner le signal du bolomètre, donc le bruit, pendant le temps caractéristique  $\tau_{RC} = 2\pi RC$  (d'où la disparition des hautes fréquences et le nom de capacité "intégratrice"). Ainsi en première approximation, on ne dégrade pas le rapport signal sur bruit si on prend  $\tau_{\text{mes}} \geq RC > 2\tau_{\text{lect}}$ . C'est donc ce filtre qui définit finalement la bande passante du signal.

Le second point qui concerne le bruit est l'influence de l'étage d'amplification (JFET froid). Le bruit en tension de l'amplificateur contribue au bruit du détecteur dans le rapport  $e_{1/f} \cdot \sqrt{N}$  puisqu'il n'est pas filtré par le  $RC$  ; le rapport signal sur bruit se comporte alors comme dans la description précédente. La formule donnée ici est une première approximation, on verra un plus loin comment minimiser la contribution de la remontée  $1/f$  grâce à l'utilisation d'une référence de tension permettant d'effectuer une modulation.

Supposons pour le moment que l'on multiplexe simplement  $N$  bolomètres. Le bruit  $1/f$  à l'entrée de l'amplificateur va rester inchangé, mais chaque bolomètre ne sera lu que pendant un temps  $\tau_{\text{lect}} = \tau_{\text{mes}}/N$  et la moyenne du bruit Johnson d'un bolomètre sur un temps de mesure sera en terme de densité spectrale de puissance  $e_j^2/N$  ; on dit que l'amplificateur fonctionne avec un cycle de mérite de  $1/N$ . Autrement dit la bande passante effective de l'amplificateur est  $N$  fois plus large que celle du bruit des bolomètres. On demande que  $e_j^2 = \beta \cdot N \cdot e_{1/f}^2$ , avec  $\beta \approx 3$ , pour que la contribution de l'amplificateur soit négligeable. On en déduit le nombre maximum de bolomètres pouvant être multiplexés par un amplificateur JFET sans que celui-ci ne contribue au signal sur bruit mesuré :

$$N_{\text{max}} = \frac{4k_B TR}{\beta \cdot e_{1/f}^2}$$

Équation III-5

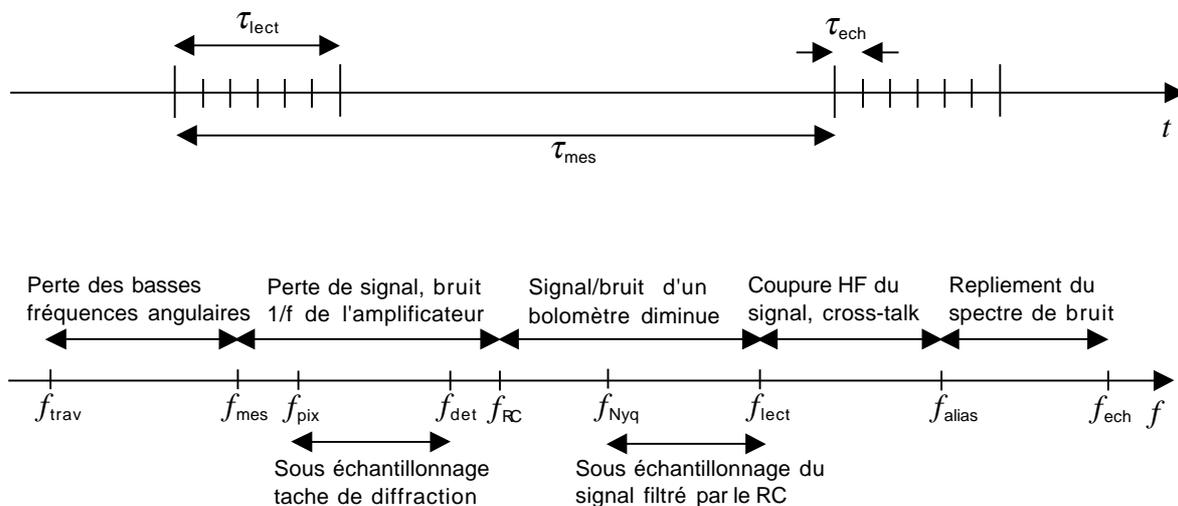
## Discussion sur le multiplexage.

Avec une résistance typique de  $R = 10 \text{ M}\Omega$  pour des bolomètres fonctionnant à  $T = 100 \text{ mK}$  et une tension équivalente de bruit d'amplificateur de  $e_{1/f} = 1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , on peut multiplexer jusqu'à  $N_{\text{max}} = 18$  pixels. Pour une tension équivalente de bruit d'amplificateur de  $e_{1/f} = 0,3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (ce qui correspond aux meilleurs transistors JFETs dont nous disposons), on peut multiplexer jusqu'à  $N_{\text{max}} = 204$  pixels !

Notons que dans cette analyse on considère le bruit  $1/f$  de l'amplificateur comme constant en fonction de la fréquence. Autrement dit, on suppose que l'on s'est débarrassé de la remontée  $1/f$  et qu'il ne reste plus que du bruit blanc. Si cette condition est vérifiée et dans le cas où on trouve  $N_{\text{max}} > 32$ , c'est le courant de fuite des commutateurs qui va limiter le nombre de bolomètres multiplexés à  $N_{\text{max}} = 32$  (voir paragraphe précédent).

Le dernier point à propos du bruit concerne l'échantillonnage du signal pendant le temps de lecture. Il faut éviter lors des mesures que les hautes fréquences des signaux et des bruits (notamment le bruit de l'amplificateur) ne soient repliées vers les fréquences plus basses que la fréquence de coupure de l'échantillonnage. On utilise pour cela un filtre anti-repliement (anti-aliasing) analogique dont la fréquence de coupure est située entre la bande passante de la lecture et la fréquence d'échantillonnage.

Pour résumer, le problème du multiplexage est de trouver les fréquences optimales des différents filtres (temps de mesure, RC, temps de lecture, anti-aliasing, échantillonnage) avec la contrainte que la fréquence d'échantillonnage doit rester dans un domaine accessible aux composants électroniques actuels. Le problème est schématisé dans la figure ci-dessous.



*Figure III-6. Périodes et fréquences en jeu dans un système multiplexé.*

*La ligne du haut schématise une séquence temporelle entre deux lectures d'un bolomètre. La ligne du bas représente les fréquences caractéristiques pour une ligne de bolomètres multiplexés. Les commentaires au niveau des flèches à double sens de part et d'autre de la ligne du bas indiquent les effets d'un écart  $\Delta f$  trop petit.*

Précisions sur la Figure III-6 :

- Ligne du haut :  $\tau_{\text{ech}}$  représente le temps entre deux échantillonnages,  $\tau_{\text{lect}}$  le temps passé à lire un bolomètre et  $\tau_{\text{mes}}$  le temps de mesure des  $N$  bolomètres multiplexés.
- Ligne du bas :  $f_{\text{trav}}$  est l'inverse du temps mis par un point sur le ciel qui défile devant la caméra pour traverser la matrice de bolomètres,  $f_{\text{mes}} = 1/\tau_{\text{mes}}$  est l'inverse du temps entre

deux lecture d'un même bolomètre,  $f_{pix}$  est l'inverse du temps entre deux mesures indépendantes sur le ciel qui défile,  $f_{det}=2f_{pix}$  est la fréquence minimale pour échantillonner deux mesures indépendantes (Shannon),  $f_{RC}$  est la fréquence de coupure du filtre  $R_{bolo}C_{int}$ ,  $2f_{Nyq}=f_{lect}=1/\tau_{lect}$  est la fréquence minimale pour échantillonner le signal en sortie du filtre RC,  $f_{alias}$  est la fréquence de coupure du filtre anti-aliasing et  $f_{ech}=1/\tau_{ech}$  est la fréquence d'échantillonnage des convertisseurs Analogiques/Numériques à la sortie des amplificateurs.

- Les légendes au-dessus de la ligne fréquentielle indiquent les pertes encourues si un écart entre deux fréquences caractéristiques est trop petit. L'idéal est d'éloigner le plus possible chaque fréquence caractéristique, mais on est limité aux hautes fréquences par les composants électroniques.

Nous n'avons pas eu le temps de mener l'analyse fine du problème fréquentiel, mais une première approche permet de fixer les ordres de grandeurs entre les différentes fréquences et la démarche à suivre pour réaliser un montage fonctionnel.

### I.2.1.2 Application numérique : fréquences typiques pour la caméra bolométrique.

Dans cette première approche on considère que les fréquences d'échantillonnage et d'anti-aliasing sont suffisamment élevées pour ne pas poser de problème. On considère aussi que la bande passante de lecture du bolomètre,  $f_{lect}$ , est suffisamment éloignée de la fréquence de coupure du filtre RC pour que le repliement du spectre de bruit des détecteurs (fréquences supérieures à  $f_{lect}$ ), n'ai pas d'influence sur la tension de bruit totale à l'entrée de l'amplificateur JFET. Cette hypothèse est bien vérifiée en choisissant une fréquence de Nyquist pour la lecture (critère de Shannon) au triple de la fréquence de coupure du filtre RC ( $f_{lect}/2 \geq f_{Nyq} = 3 \cdot f_{RC}$ ). En effet le rapport entre la tension de bruit à basse fréquence et la tension de bruit à  $f_{Nyq}$  est alors de 10 dB (soit un facteur 2,7).

La première fréquence à déterminer est la bande passante de la tâche d'Airy lorsque le ciel défile devant le télescope immobile. La vitesse de défilement du ciel est de  $360^\circ/24h$ , soit  $\dot{\alpha}_{ciel} = 15 \text{ ''/s} = 72,72 \text{ } \mu\text{rd/s}$ . Le tableau ci-dessous résume les étapes du calcul de la bande passante d'Airy pour les deux bandes de fréquences qui nous intéressent. Les valeurs des tailles angulaires des taches de diffraction à mi-hauteurs proviennent de nos calculs optiques effectués pour le télescope de 30 m de l'IRAM et résumés dans le Tableau I-18 page 103.

Tableau III-3. Période minimale entre deux lectures d'un pixel lorsque le ciel défile devant la caméra.

Fréquence $\nu$ [GHz]	Tache à mi-hauteur $\theta_\nu$ ["]	Angle de vue d'un pixel (Shannon) $\alpha_{\nu,pix}$ ["]	Temps de passage d'un pixel sur le ciel $\tau_{\nu,pix}$ [s]	Temps minimum pour la mesure (Shannon) $f_{\nu,det}=2f_{\nu,pix}$ [Hz]
250 ( $\lambda=1,2\text{mm}$ )	8,5 (41,2 $\mu\text{rd}$ )	4,25 (20,6 $\mu\text{rd}$ )	0,28	7,06
143 ( $\lambda=2,1\text{mm}$ )	14,9 (72,2 $\mu\text{rd}$ )	7,45 (36,1 $\mu\text{rd}$ )	0,50	4,03

Pour la mesure on doit choisir une bande passante supérieure ou égale à la bande passante de détecteur, pour des aspects pratiques on prend  $f_{det} = 10 \text{ Hz}$ . Sur les amplificateurs JFETs que nous utilisons la fréquence "genoux" est d'environ  $f_{knee} = 5 \text{ Hz}$ . Donc si on choisit  $f_{RC} = f_{det}$ , il n'y aura pas de perte de signal causée la remontée  $1/f$  de l'amplificateur ; dans ces conditions la valeur de la capacité intégratrice est de :  $C = 1/(f_{RC} \cdot 2\pi \cdot R) = 1,6 \text{ nF}$  pour  $R = 10 \text{ M}\Omega$  (c'est la valeur utilisée pour le tracé de la Figure III-7 au paragraphe suivant).

Comme on l'a dit, en choisissant une fréquence Nyquist pour la lecture au triple de  $f_{RC}$  on évite l'excès de bruit dû au repliement de spectre, d'où  $f_{lect} \geq f_{lect,min} = 2 \cdot f_{Nyq} = 2 \cdot 3 \cdot f_{RC} = 60 \text{ Hz}$ . Nous avons choisi une fréquence un peu supérieure ( $f_{lect} = 100 \text{ Hz}$ ) dans l'exemple de la Figure III-7 pour des raisons pratiques.

On choisit d'échantillonner 100 points pendant un temps de lecture, non seulement pour avoir une statistique suffisante, mais surtout pour ne pas être gêné par le filtre anti-aliasing. En effet, ce dernier ne doit dégrader ni le signal par une coupure haute fréquence, ni le signal sur bruit par repliement de spectre. Si l'on tient compte du système de modulation utilisé pour s'affranchir de la remontée  $1/f$  du bruit de l'amplificateur (paragraphe suivant), on échantillonne 4 fois plus de points pour la mesure de tension du bolomètre que pour la référence de modulation, soit  $f_{zéro} = 4 \cdot f_{lect} = 400 \text{ Hz}$ . Réalisé avec un circuit RC, l'anti-aliasing est un filtre du premier ordre ; pour que son influence soit négligeable sur les hautes fréquences que l'on cherche à mesurer, on choisit une fréquence de coupure au moins trois fois plus élevée. On utilise une résistance  $R_{alias} = 220 \Omega$  et une capacité  $C_{alias} = 470 \text{ nF}$ , soit  $f_{alias} \approx 1500 \text{ Hz}$ . Pour que le signal sur bruit ne soit pas dégradé on choisit pour l'échantillonnage une fréquence de Nyquist trois fois plus élevée que le filtre anti-aliasing, soit une fréquence d'échantillonnage au moins fois six fois plus élevée :  $f_{ech,min} = 6 \cdot f_{alias} = 9000 \text{ Hz}$ . On satisfait cette condition en échantillonnant 100 points par temps de lecture (80 pour la mesure de tension du bolomètre, 20 pour le zéro) :  $f_{ech} = 100 \cdot f_{lect} = 10000 \text{ Hz}$ .

Le tableau ci-dessous résume les calculs de fréquences typiques pour la caméra bolométrique, sachant que l'on choisit dans un premier temps de multiplexer 8 bolomètres plus une résistance de référence (soit 9 éléments) et que la capacité du filtre RC est celle que nous venons de calculer.

Tableau III-4. Fréquences typiques d'un canal de 9 éléments multiplexés filmant le ciel.  
Le calcul de  $f_{RC} = f_{det} \geq 2 f_{pix}$  conduit à une capacité intégratrice de 1,6 nF lorsque les résistances typiques des bolomètres sont de 10 MΩ. Les fréquences sont données en Hz.

$f_{trav}$	$f_{mes}$	$f_{v,pix}$	$f_{det}$	$f_{RC}$	$f_{Nyq}$	$f_{lect}$	$f_{zéro}$	$f_{alias}$	$f_{ech}$
0,06	1,11	2,0 \ 3,5	10	10	30	100	400	1500	10000

Notons que le spectre des fréquences caractéristique est assez grand, et il est difficile de l'élargir plus car les limitations actuelles des bandes passantes des systèmes de transmission des données sont à peine plus élevées que quelques  $f_{ech}$ .

### I.2.1.3 Bruit à l'entrée de l'amplificateur froid, nécessité d'une détection synchrone.

Moyennant les hypothèses formulées dans les paragraphes précédents (les bruits dominants sont le bruit Johnson du bolomètre et le bruit  $1/f$  de l'amplificateur froid, et, les fréquences caractéristiques sont bien dimensionnées) on peut pousser un peu plus l'analyse qualitative des bruits attendus dans le domaine des fréquences en tenant compte de la remontée  $1/f$  de l'amplificateur. Pour mener l'analyse on se place dans l'espace des pulsations (transformées de Fourier des observables, voir à ce sujet la Partie II, Chapitre I) et on calcule les bruits à l'entrée de l'amplificateur froid. Ainsi un bruit de densité spectrale de puissance  $P(\omega)$  passant à travers un filtre de fonction de transfert  $F(\omega)$  aura pour amplitude à la sortie du filtre  $P(\omega, F) = P(\omega) \cdot F(\omega)$ . Si c'est le signal temporel qui est multiplié par une fonction, la densité

spectrale de puissance sera convoluée par la transformée de Fourier de cette fonction :  
 $P(\omega, G) = P(\omega) * G(\omega)$ .

Si on ne fait rien, la remontée 1/f de l'amplificateur est rédhibitoire pour la mesure du signal aux basses fréquences. L'idée pour s'en affranchir est d'effectuer une détection synchrone : on translate le signal et le bruit du bolomètre dans des fréquences élevées en le multipliant par une fréquence périodique (modulation) puis on ramène le signal et son bruit aux fréquences d'origine en tradant la remontée 1/f de l'amplificateur autour de la fréquence de modulation en effectuant l'opération inverse (démodulation).

On appelle  $R$  la résistance du bolomètre,  $T$  la température,  $C$  la capacité d'intégration,  $f$  la fréquence et  $f_{knee}$  la fréquence "genoux" du bruit 1/f du préamplificateur JFET. Le raisonnement comprend quatre étapes qui suivent le trajet des signaux en partant du bolomètre jusqu'à la mesure finale après démodulation. Ces quatre étapes sont résumées après leur description par les formules de l'Équation III-6 qui sont ensuite illustrées à la Figure III-7.

- Pour commencer on calcule l'expression du bruit d'un seul bolomètre après le filtre RC. En terme de densité spectrale de puissance il vaut  $(e_J(RC))^2 = (e_J(\omega))^2 \cdot F_{RC}(\omega)$ .
- On considère ensuite que l'on multiplie la mesure du bolomètre par une sinusoïde  $(\sin(2\pi f_{mod}t))$  de fonction de transfert  $F_{mod}(\omega)$ . La densité spectrale de puissance de bruit du bolomètre après cette modulation vaut alors, au niveau de l'entrée de l'amplificateur,  $(e_J(RC, mod))^2 = ((e_J(\omega))^2 \cdot F_{RC}(\omega)) * F_{mod}(\omega)$ . En première approximation, tout se passe comme si on translait le domaine des fréquences de  $\pm f_{mod}$ .
- Supposons que cette "lecture modulée" du bolomètre est effectuée pendant un temps  $\tau_{lect} = N\tau_{mes}$  (on mesure  $N$  bolomètres les uns après les autres) et supposons que le bruit de l'amplificateur n'est pas modulé. Comme on l'a vu au paragraphe précédent, dans sa contribution au bruit total du bolomètre, la densité spectrale de puissance du bruit 1/f est alors multiplié par  $N$ .
- Enfin la dernière opération consiste à démoduler la mesure du bolomètre en multipliant l'ensemble du signal par la sinusoïde inverse de celle de modulation, ce qui revient en première approximation à translater l'ensemble de la mesure (signal et bruits) de  $\mp f_{mod}$ . Finalement on se retrouve avec le signal et le bruit de bolomètre d'avant modulation et avec la remontée 1/f de l'amplificateur centrée autour de  $f_{mod}$ .

Les formules de l'équation suivante résument ces étapes en termes de tensions équivalentes de bruits et en ne considérant que le domaine des fréquences positives. Par ailleurs, afin de pouvoir comparer les expressions, les tensions de bruits après démodulation sont ramenées aux tensions équivalentes en entrée du préamplificateur JFET froid (les gains des étages d'amplification ne sont pas pris en compte).

### Discussion sur le multiplexage.

Bolomètre filtré par le RC : 
$$e_{J(RC)} = \sqrt{\frac{4k_B TR}{1 + (2\pi f \cdot RC)^2}}$$

Bolomètre modulé : 
$$e_{J(RC,mod)} = \sqrt{\frac{4k_B TR}{1 + (2\pi(f - f_{mod}) \cdot RC)^2}}$$

Amplificateur JFET : 
$$e_{1/f,bolo} = \sqrt{N} \cdot e_{1/f,bolo} = \sqrt{N} \cdot e_a \sqrt{1 + \left(\frac{f_{knee}}{f}\right)^2}$$

Bolomètre démodulé : 
$$e_{J,final} = \sqrt{\frac{4k_B TR}{1 + (2\pi f \cdot RC)^2}}$$

Amplificateur JFET démodulé : 
$$e_{1/f,final} = \sqrt{N} \cdot e_a \sqrt{1 + \left(\frac{f_{knee}}{f - f_{mod}}\right)^2}$$

Équation III-6

La figure ci-dessous illustre le comportement dans l'espace des fréquences des cinq expressions de bruit que l'on vient de donner. Les valeurs utilisées pour l'application numérique correspondent aux ordres de grandeurs des éléments de nos montages, soit :  $R = 10 \text{ M}\Omega$  ;  $T = 100 \text{ mK}$  ;  $C = 1,6 \text{ nF}$  ;  $f_{mod} = f_{lect} = 100 \text{ Hz}$  ;  $N = 10$  ;  $f_{knee} = 5 \text{ Hz}$  ;  $e_a = 0,3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . On rappelle qu'avec ces valeurs le bruit Johnson d'un bolomètre seul vaut :  $e_J = 7,43 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

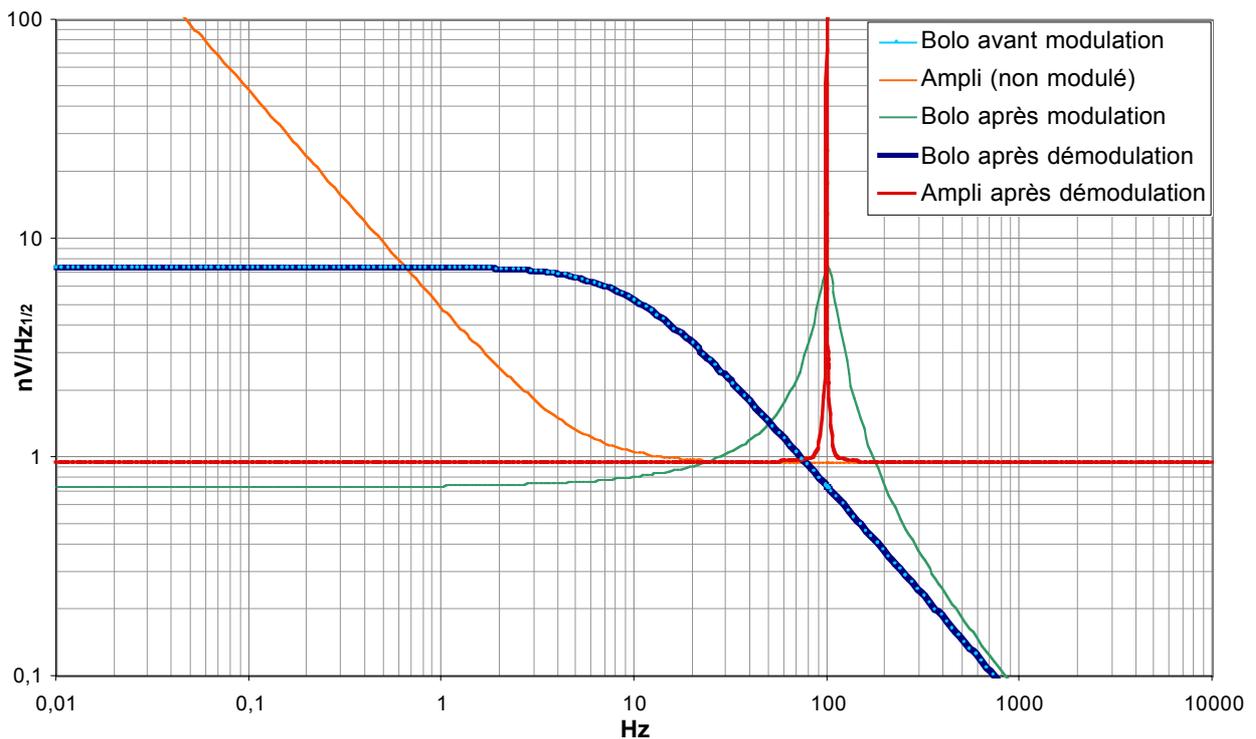


Figure III-7. Figures de bruit à l'entrée de l'amplificateur.

Effets sur le bruit Johnson du bolomètre du filtre RC, de la modulation de lecture et de la démodulation après l'étage d'amplification, et, effet sur le bruit 1/f de l'amplificateur de la démodulation.

Les valeurs utilisées pour l'application numérique correspondent aux ordres de grandeurs des éléments de nos montages  $R = 10 \text{ M}\Omega$  ;  $T = 100 \text{ mK}$  ;  $C = 1,6 \text{ nF}$  ;  $f_{lect} = 100 \text{ Hz}$  ;  $N = 10$  ;  $f_{knee} = 5 \text{ Hz}$  ;

$$e_a = 0,3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}.$$

En premier lieu on constate que si on ne fait rien, la remontée  $1/f$  du bruit de l'amplificateur est effectivement rédhibitoire pour la mesure du signal aux basses fréquences (en dessous de quelques hertz). Cette constatation est dramatique pour un instrument dédié à l'observation des grandes structures de l'univers ! En effet la mesure des grandes échelles angulaires, donc des basses fréquences, nécessite de pouvoir effectuer des mesures indépendantes sur tout le champ de vue de la caméra, ce qui revient à mesurer des fréquences correspondant à l'inverse du temps mis par un point du ciel qui défile devant la caméra pour traverser le champ de vue, soit  $f_{\text{trav}} = 0,06 \text{ Hz}$ .

En revanche, avec une détection synchrone (modulation de la mesure suivie d'une démodulation de la mesure et du bruit de l'amplificateur) le bruit  $1/f$  de l'amplificateur apparaît comme un bruit blanc, excepté juste autour de  $f_{\text{mod}}$ . Typiquement la largeur de ce pic de bruit est de l'ordre de grandeur de  $f_{\text{knee}}$ , ce qui laisse un trou négligeable dans la bande spectrale utile (5 Hz autour de 100 Hz). On constate que l'étude de bruit menée dans les paragraphes précédents est tout à fait valable puisque la remontée  $1/f$  a disparu et le bruit de l'amplificateur apparaît comme blanc. C'est en particulier le cas de l'argumentaire utilisé pour établir l'Équation III-5, qui définit le nombre maximum de bolomètre pouvant être multiplexés compte tenu du bruit Johnson et du bruit  $1/f$  avec l'hypothèse  $e_{1/f} = e_a$ .

En pratique il serait techniquement difficile de mettre en œuvre une modulation avec multiplication du signal par une porteuse (sinusoïdale ou autre) telle qu'on l'a présentée paragraphe I.1.1.1. Il existe une solution facile à utiliser et qui apporte de nombreux avantages. Elle consiste à mesurer périodiquement une tension de référence que l'on vient soustraire à chaque lecture d'un bolomètre. Ainsi la mesure périodique de la référence revient à effectuer une modulation par des créneaux et la soustraction revient à effectuer la démodulation. La fonction de transfert des créneaux est certes différente de celle d'une sinusoïde (il se produit notamment une périodisation aux harmoniques de la nouvelle fonction de modulation), mais comme le montre le diagramme temporel ci-dessous le résultat sur le signal et le bruit revient au même que la modulation sinusoïdale (au premier ordre). En effet, après la démodulation la dérive de l'amplificateur, autrement dit son bruit basse fréquence, c'est-à-dire son bruit  $1/f$ , est éliminée.

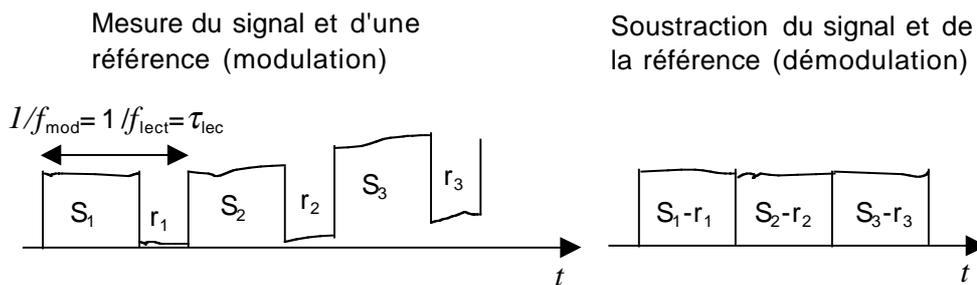


Figure III-8. Principe de la modulation de lecture par mesure d'une référence de tension. La lecture périodique de la référence et sa soustraction au signal permet de s'affranchir du bruit  $1/f$  de l'amplificateur.

Hormis un objectif similaire, il faut bien faire attention au fait que la "modulation de lecture" que nous avons mise en œuvre n'a aucun autre point commun avec la modulation du signal présentée au paragraphe I.1.1.1. La première grosse différence réside dans le fait qu'ici on ne multiplie pas le signal par une porteuse, ce qui poserait à la fois des problèmes pour la contre-réaction négative du bolomètre (qui nécessite une polarisation à courant aussi constant que possible) et pour la synchronisation des mesures en série de plusieurs bolomètres. La seconde différence est que la soustraction de la tension du bolomètre avec la référence va additionner les puissances de bruit des deux signaux, donc en terme de tension équivalente de bruit, la

composante de bruit blanc de l'amplificateur va être multipliée par un facteur  $\sqrt{2}$ . Si on considère que la référence produit un bruit propre négligeable par rapport au bruit Johnson du bolomètre, alors le bilan des tensions équivalentes bruit ramenées à l'entrée de l'amplificateur pour la lecture d'un bolomètre après démodulation est :

$$\begin{aligned} \text{Bolomètre :} \quad e_{J,final} &= \sqrt{\frac{4k_B TR}{1 + (2\pi f \cdot RC)^2}} \\ \text{Amplificateur JFET :} \quad e_{1/f,final} &\underset{f \neq f_{lect}}{\equiv} \sqrt{2N} \cdot e_a \end{aligned}$$

Nous allons montrer dans le paragraphe suivant, qu'en poussant un peu plus loin l'analyse, il est en fait possible de s'affranchir de ce facteur  $\sqrt{2}$  en jouant sur le temps de lecture de la tension de référence.

Mais avant de mener cette analyse, il est intéressant de noter que le bruit qui est véritablement mesuré par la chaîne de mesure est la valeur RMS (voir paragraphe II.5.1 des Annexes) :  $e_{RMS}^2 = \int_0^\infty P_x(f) df$ .

En ce qui concerne le bruit Johnson, filtré grâce à la capacité connectée en parallèle à la résistance du bolomètre, le calcul du bruit effectivement mesuré donne alors :

$$e_{J,RMS}^2 = \int_0^\infty \frac{e_J^2 \cdot df}{1 + (f / f_{RC})^2} \underset{\tan \theta = f / f_{RC}}{\equiv} 4k_B TR \cdot \frac{\pi}{2} f_{RC} \underset{1/f_{RC} \equiv 2\pi RC}{\equiv} \frac{k_B T}{C}$$

Équation III-7

On constate que l'expression est alors indépendante de la valeur de la résistance, et ne dépend que de la capacité d'intégration du filtre RC !

Pour le bruit 1/f de l'amplificateur le calcul diverge si on considère que la remontée du bruit 1/f est infinie à  $f=f_{lect}$ . Mais il faut se rappeler que la formule que nous venons d'utiliser est empirique et qu'en réalité il ne passe pas une puissance de bruit infinie dans la chaîne de lecture. On montre qu'en première approximation on peut considérer le bruit 1/f comme blanc jusqu'à la fréquence de coupure d'une mesure d'un bolomètre. Le bruit RMS n'est alors limité que par la bande passante de lecture [Camus, 03], c'est-à-dire par la fréquence de Nyquist de la lecture ; si bien que :

$$e_{1/f,RMS,N\_bolo}^2 \equiv e_{1/f,RMS}^2 = e_a^2 \cdot \frac{N \cdot f_{lect}}{2} = \frac{N e_a^2}{2\tau_{lect}}$$

Équation III-8

Dans ce calcul on considère que l'on a optimisé le temps de lecture de la référence, c'est la raison pour laquelle on utilise le facteur  $N$  plutôt que  $2N$ .

### I.2.1.4 Optimisation du temps de lecture des bolomètres et d'une référence de tension.

Dans le paragraphe précédent on a calculé que la contribution du bruit 1/f de l'amplificateur au bruit total était la multiplication de sa composante de bruit blanc  $e_a$  par un facteur  $\sqrt{2N}$  lorsque l'on mesurait  $N$  bolomètres et une référence de tension. Si on considère qu'on ne mesure qu'un seul bolomètre puis la référence, on constate que le bruit blanc est multiplié par un facteur  $\sqrt{2}$  à cause de la soustraction des deux signaux, mais aussi par un autre facteur  $\sqrt{2}$  si on ne passe que la moitié du temps de lecture à la mesure de la tension du bolomètre (l'autre moitié du temps étant consacrée à la mesure de la référence). On a donc pour la mesure d'un seul bolomètre  $e_{1/f,final} = 2e_a$  ! Il est par conséquent nécessaire de tenir compte du temps de

lecture de la référence dans le calcul correct de la contribution du bruit blanc de l'amplificateur, au bruit de mesure des bolomètres multiplexés.

Considérons dans un premier temps que l'on passe autant de temps à lire la référence qu'un bolomètre :  $\tau_{\text{ref}} = \tau_{\text{lect}}$ . Le temps écoulé entre deux lectures d'un même bolomètre est  $\tau_{\text{mes}} = (N+1) \cdot \tau_{\text{lect}}$ . Le rapport entre le bruit de l'amplificateur pour la lecture d'un bolomètre multiplexé et pour une mesure en continue est :

$$B = \frac{\text{bruit lecture multiplexée}}{\text{bruit mesure continu}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\tau_{\text{mes}}}{\tau_{\text{lect}}}} = \sqrt{2 \cdot (N+1)} \quad \begin{cases} N=1 \Rightarrow B=2 \\ N=\infty \Rightarrow B=\sqrt{2N} \end{cases}$$

*Équation III-9*

Avec les conditions aux limites  $N=1$  et  $N$  suffisamment grand, on retrouve le facteur 2 décrit en introduction du paragraphe et le facteur  $\sqrt{2N}$  du paragraphe précédent.

Considérons maintenant que  $\tau_{\text{ref}} \neq \tau_{\text{lect}}$ , appelons  $\tau_{\text{ref}}/\tau_{\text{mes}} \equiv \varepsilon \Rightarrow \tau_{\text{lect}}/\tau_{\text{mes}} \equiv (1-\varepsilon)/N$ . On peut exprimer le rapport de bruit en fonction de  $\varepsilon$ , puis minimiser de cette fonction. On obtient un polynôme du second degré en  $\varepsilon$ , avec deux racines réelles dont une seule est positive. On en déduit alors l'expression du rapport de bruit optimal :

$$B = \sqrt{\frac{\tau_{\text{mes}}}{\tau_{\text{lect}}} + \frac{\tau_{\text{mes}}}{\tau_{\text{ref}}}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{N}{1-\varepsilon}} \Rightarrow \varepsilon_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{N}-1}{N-1}$$

$$\Rightarrow B_{\text{opt}} = 1 + \sqrt{N} \quad \begin{cases} N=1 \Rightarrow B=2 \\ N=\infty \Rightarrow B=\sqrt{N} \end{cases}$$

*Équation III-10*

Ainsi en optimisant le temps de lecture de la référence on gagne jusqu'à un facteur  $\sqrt{2}$  par rapport à la solution des temps égaux ! Donc lorsque le nombre de détecteurs multiplexés est suffisamment grand, la méthode de détection synchrone par mesure de référence et soustraction est équivalente à une détection synchrone avec modulation par une porteuse, sans en présenter les inconvénients. On verra qu'elle offre en outre un avantage supplémentaire dans un montage avec polarisation capacitive.

Notons que pour  $\tau_{\text{ref}} = \tau_{\text{lect}}$  on a  $\varepsilon = 1/(N+1)$ . Si  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{opt}}$  on calcule  $\tau_{\text{ref,optimal}} = \sqrt{N} \cdot \tau_{\text{lect}}$ .

Pour approfondir la discussion de l'analyse fréquentielle et des bruits, il faudrait prendre en compte l'adaptation d'impédance entre l'amplificateur JFET froid (bruit de grenaille) et l'influence de sa capacité d'entrée, qui est relativement grande par rapport au bas niveau de bruit recherché.

Une description détaillée de l'étude et de la réalisation de systèmes électroniques à très bas niveaux de bruit est disponible dans le livre "Low Noise Electronic System Design" [Motchenbacher et Connelly, 93]. Une étude très complète sur les systèmes électroniques aux basses températures est disponible dans le livre "Low Temperature Electronics" [Gutierrez, Deen et Claeys, 01].

## I.2.2 Trois solutions envisagées.

Les solutions présentées dans ce paragraphe suivant ne tiennent pas compte du calcul du temps optimum passé à lire la référence. Comme le montrent les diagrammes temporels elles présentent toute une démarche où le temps de lecture est le même pour les  $N+1$  composants du système.

### I.2.2.1 Polarisation des bolomètres par une résistance.

C'est le montage de base pour le multiplexage de  $N$  bolomètre avec modulation par mesure d'une référence pour s'affranchir du bruit  $1/f$  de l'amplificateur.

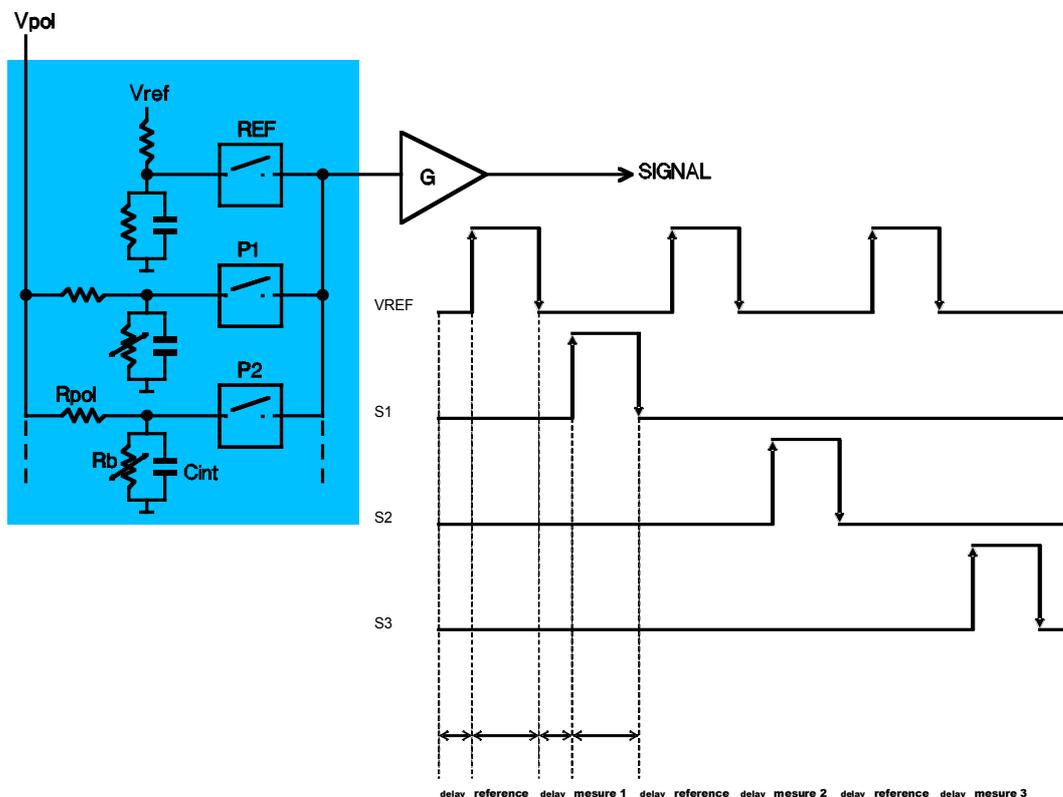


Figure III-9. Multiplexeur avec résistances de charges.

Ce premier montage comporte des résistances à mesurer avec leurs résistances de charges et leurs capacités d'intégration ainsi qu'une référence de tension.

Dans ce montage les bolomètres sont polarisés avec des résistances de charge  $R_c$  (notées  $R_{pol}$  sur la figure). Les résistances choisies sont plus impédantes que les bolomètres de façon à pouvoir assurer une polarisation à courant quasi constant (pour une contre-réaction négative).

$$R_c \gg R_{bolo} \Rightarrow I_{pol} \approx \frac{V_{pol}}{R_c} \text{ et } \Delta V_{mes} \approx I_{pol} \cdot \Delta R_{bolo}$$

Avec cette architecture, les  $M$  lignes d'une matrice comportant  $N \cdot M$  bolomètres sont lues en parallèle. Les  $N$  bolomètres de chaque ligne sont multiplexés et lus en série par un préamplificateur froid suivi d'un étage d'amplification et de numérisation à température ambiante. Le système que nous avons conçu et testé sur le cryostat DIABOLO (voir Chapitre II) permet de multiplexer  $N=8$  bolomètres plus une résistance de référence. Après avoir testé différents types de transistors, nous avons sélectionné des HEMT pour réaliser les commutations entre les détecteurs. Les critères de sélection étaient les suivants :

- Une grande conductance en position "interrupteur fermé" (position ON).
- Un faible courant de fuite pour minimiser le bruit de grenaille.
- Une faible différence de tension entre les positions fermées (ON) et ouvertes (OFF) ainsi qu'une faible capacité entre la grille et le canal afin de minimiser les transitoires induits sur le signal.

Compte tenu de la capacité de entre la grille et le canal ( $C_{gs}/C_{gd}$ ), les variations de la tension de grille conduisent toujours des charges électriques à la fois sur les bolomètres et sur l'entrée de l'amplificateur. Les variations de tensions induites sur le détecteur peuvent être estimées avec la relation  $\Delta V_{induit} \approx \Delta V_g \cdot C_{gs}/C_{int}$ , où  $C_{int}$  est la capacité d'intégration (filtre RC) connectée en parallèle sur le bolomètre. Les commutations périodiques induisent également un courant moyen dans le détecteur estimé grâce à la relation  $I_{induit} \approx \Delta V_g \cdot C_{gs} \cdot f_{lect}$ . Ce courant induit limite la fréquence maximale de lecture.

Les capacités parasites entre les lignes électriques de commande des grilles et la ligne véhiculant le signal peuvent être réduites à 50 pF grâce à un plan de masse sur le circuit intégré sur lequel sont montés les transistors de commutation.

Pour les transistors du commerce que nous avons testés, les performances du système sont limitées par le couplage capacitif entre la grille et le canal.

### I.2.2.2 Polarisation des bolomètres par une capacité.

Comme on l'a vu au paragraphe I.1.1.2, pour un bolomètre unique la résistance de charge peut avantageusement être remplacée par une capacité de polarisation. En la polarisant avec une tension triangulaire on produit un courant en créneaux ( $I_{pol} = dq / dt = C_{pol} \cdot dV_{pol} / dt$ ).

Dans le cas d'un multiplexage, la tension de polarisation  $V_{pol}$  est définie de façon à injecter une charge  $Q_c = C_{pol} \cdot V_{pol}$  sur chaque capacité d'intégration (avec la condition que  $C_{pol} \ll C_{int}$ ).

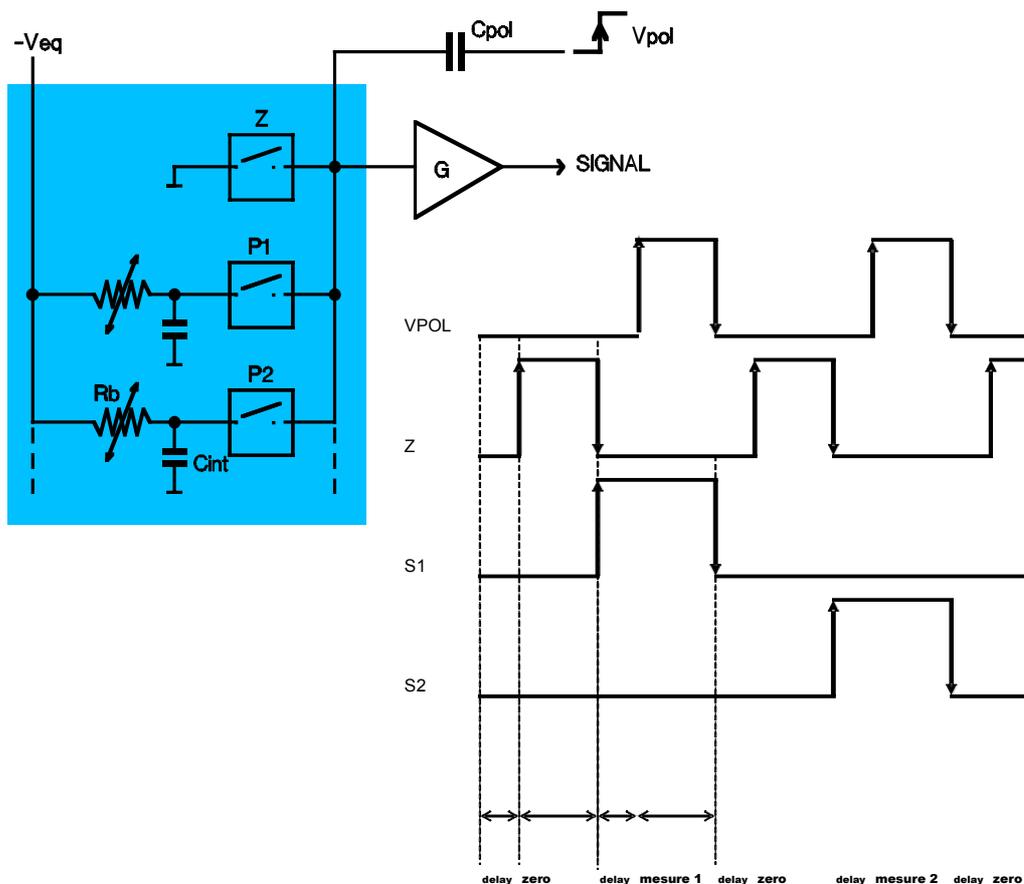


Figure III-10. Multiplexeur avec capacité de polarisation.

Ce deuxième montage comporte des résistances à mesurer avec leurs capacités d'intégration, la référence de tension et une capacité de polarisation (de charge) pour l'ensemble des éléments à multiplexer.

Le signal mesuré est en réalité la chute de tension du système  $R_{bolo} C_{int}$  après au bout du temps  $\tau_{lect} = 1/f_{lect}$  :

$$C_{pol} \ll C_{int} \quad C_{pol} \approx 5 pF \quad C_{int} \approx 1 nF$$

$$I_{pol} \approx Q_{pol} \cdot f_{lect} = C_{pol} \cdot \Delta V_{pol} \cdot f_{lect} \Rightarrow V_{mes}(t) \approx -V_{eq} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{bolo} C_{pol}}} \right)$$

Équation III-11

La capacité de polarisation est choisie très petite pour que la constante de temps de la tension mesurée soit courte. D'un autre côté il est indispensable que la constante de temps du circuit RC soit longue pour ne pas perdre en signal sur bruit. On a :

$$\frac{1}{2\pi \cdot R_{bolo} C_{pol}} \approx 3200 \text{ Hz} < f_{lect} = 100 \text{ Hz} < \frac{1}{2\pi \cdot R_{bolo} C_{int}} = 16 \text{ Hz}$$

Les capacités d'intégration et de polarisation sont placées sur l'étage de la dilution pour minimiser les courants de fuite.

La mesure de la référence de tension permet non seulement de se débarrasser de la remontée 1/f du bruit de l'amplificateur, mais elle permet également de décharger les capacités ! Cette décharge est nécessaire pour assurer une tension moyenne nulle en entrée de l'amplificateur (sinon la charge à l'entrée de celui-ci ne ferait que croître, jusqu'à saturation).

### I.2.2.3 Amélioration de la méthode capacitive par une boucle de contre-réaction sur l'amplificateur.

Le montage précédent est amélioré grâce à un montage en contre-réaction sur le préamplificateur froid.

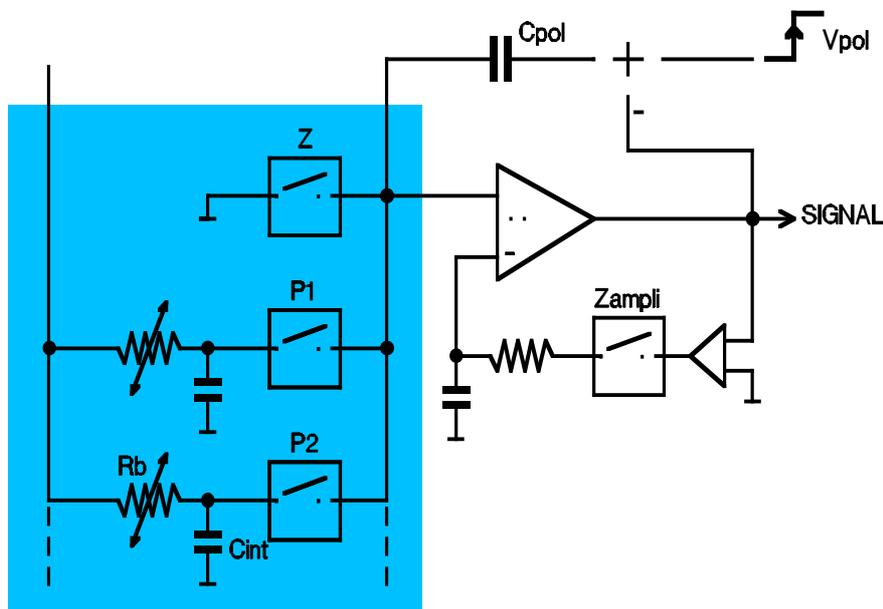


Figure III-11. Multiplexeur avec capacité de polarisation et boucle de contre-réaction. Ce troisième et dernier montage reprend le deuxième montage en y ajoutant une boucle de contre-réaction sur l'amplificateur permettant une mesure de "zéro".

La contre-réaction permet d'effectuer une mesure de zéro, offrant ainsi la possibilité d'utiliser au mieux la dynamique des convertisseurs analogiques-numériques. On mesure la charge supplémentaire nécessaire pour équilibrer le détecteur, c'est-à-dire  $|Q_{pol} - Q_{rétro}|$  où  $Q_{pol}$  est la

charge de la capacité de polarisation et  $Q_{rétro}$  est la charge délivrée par la boucle de rétroaction (contre-réaction) de l'amplificateur. Notons que l'on ne gagne pas en sensibilité sur la mesure du signal, mais on gagne en précision sur la numérisation. Par ailleurs la réponse à haute fréquence présente un bruit plat.

Remarques à propos des transitoires durant les commutations :

- Les capacités entre la grille et la source, et, entre la grille et le drain des transistors de commutation est typiquement de 0,1pF. Cela entraîne des transferts de charge sur la capacité d'intégration qui faussent temporairement la mesure.
- Il est nécessaire de bien isoler les lignes électriques contrôlant les grilles des transistors de commutation. Pour cela il est fortement conseillé d'utiliser ces circuits multicouches avec plans de masse.
- Il faut tenir compte de la réponse des amplificateurs aux pics de tension.
- Comme la capacité des amplificateurs n'est pas nulle (typiquement 100pF) il faut faire attention au "cross-talk" entre deux mesures successives (c'est-à-dire que deux mesures successives sont susceptibles d'être partiellement corrélées)

Pour éviter ces inconvénients il est nécessaire de définir un temps mort entre la lecture d'un bolomètre et la lecture du bolomètre suivant. Autrement dit on jette les premiers points numérisés après chaque commutation.

## Chapitre II Mise en œuvre de l'électronique.

Ce chapitre assez court, présente un survol de l'ensemble du travail pratique réalisé au cours de la thèse sur l'électronique de multiplexage.

### II.1 Transistors de commutation pour le multiplexage.

#### II.1.1 Canne de mesure pour des tests à 4 K.

La toute première étape dans l'étude du multiplexage a été l'étude de transistors pour la réalisation des commutateurs entre bolomètres. Pour mener à bien cette étude nous avons fait réaliser une canne en inox avec plots de thermalisation en cuivre permettant d'effectuer des mesures de courants de fuite à diverse température. Nous avons dessiné la canne pour pouvoir atteindre rapidement 4 K en la trempant simplement dans une bouteille d'Hélium liquide.

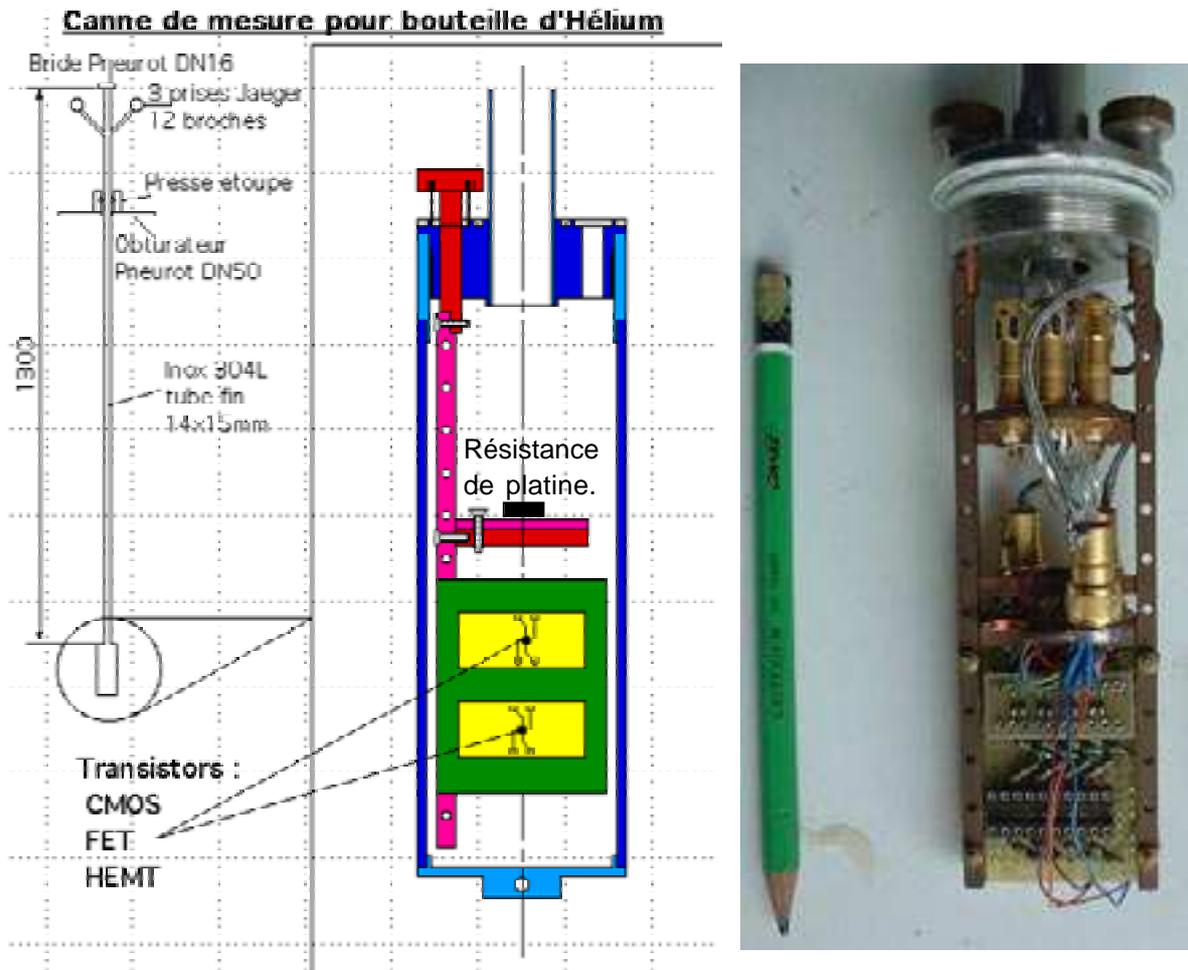


Figure III-12. Schéma et photographie de la canne de test des transistors de commutation.

## II.1.2 Mesures effectuées sur des MESFETs et des HEMTs.

Le principe des tests effectués est relativement simple. Des résistances de  $1\text{ M}\Omega$  sont connectées entre la source des transistors et la masse d'une part, et, entre le drain et une référence de tension d'autre part. Cette référence ( $V_{dr}$ ) est mise à un potentiel égal à la masse pour les mesures de courant de fuite, et, à un potentiel différent de la masse pour les mesures de commutation (l'intérêt de  $V_{dr} \neq 0$  apparaît clairement à la Figure III-15). La figure ci-dessous montre le schéma de principe du montage utilisé.

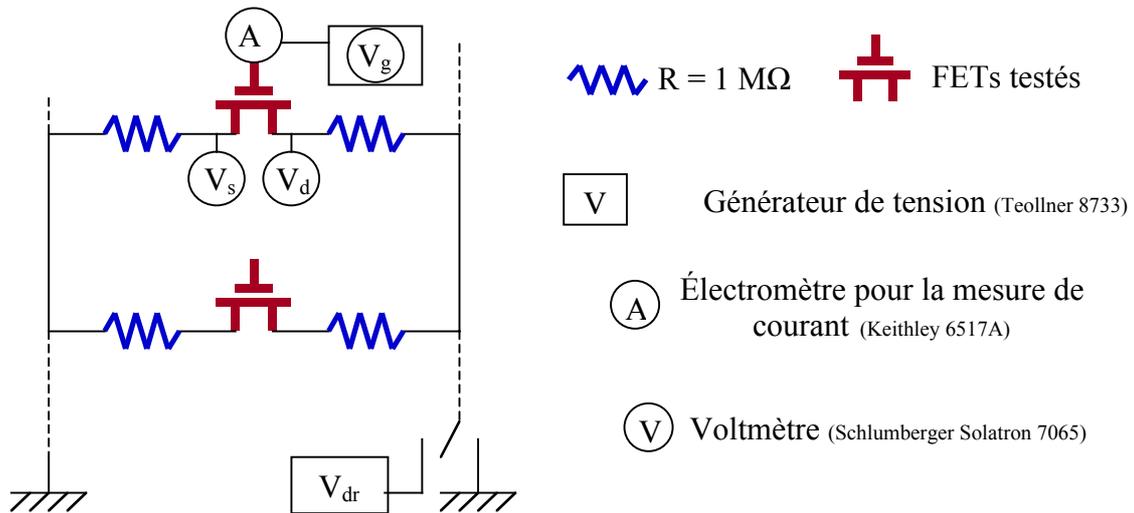


Figure III-13. Schéma du montage de test des transistors de commutation.

Les mesures de courant consistaient à observer l'évolution du courant de fuite entre la grille et le canal des transistors,  $I_g$ , d'une part en fonction de la température  $T$  (mesurée par une résistance de platine), et d'autre part en fonction de la tension de grille  $V_g = V_{gs}$  (différence de potentiel entre la grille et la source). Les mesures de tension consistaient à observer l'évolution de la tension entre le drain et la source  $V_{ds}$  en fonction de la tension de grille  $V_{gs}$ .

Nous avons testé quelques transistors pour les quatre catégories de transistors à effet de champ existant : trois types de CMOS, six types de JFETs (trois dopés p et trois dopés n), trois types de MESFETs, et deux types de HEMTs (TEGFET). Dans les figures suivantes seules sont représentées quelques courbes typiques  $I_g(T)$  pour les deux meilleures catégories (MESFET et HEMT), et quelques courbes typiques  $I_g(V_{gs})$  et  $V_{ds}(V_{gs})$  pour le meilleur type testé (HEMT) à 300 K, 77 K (azote liquide) et 4 K (hélium liquide).

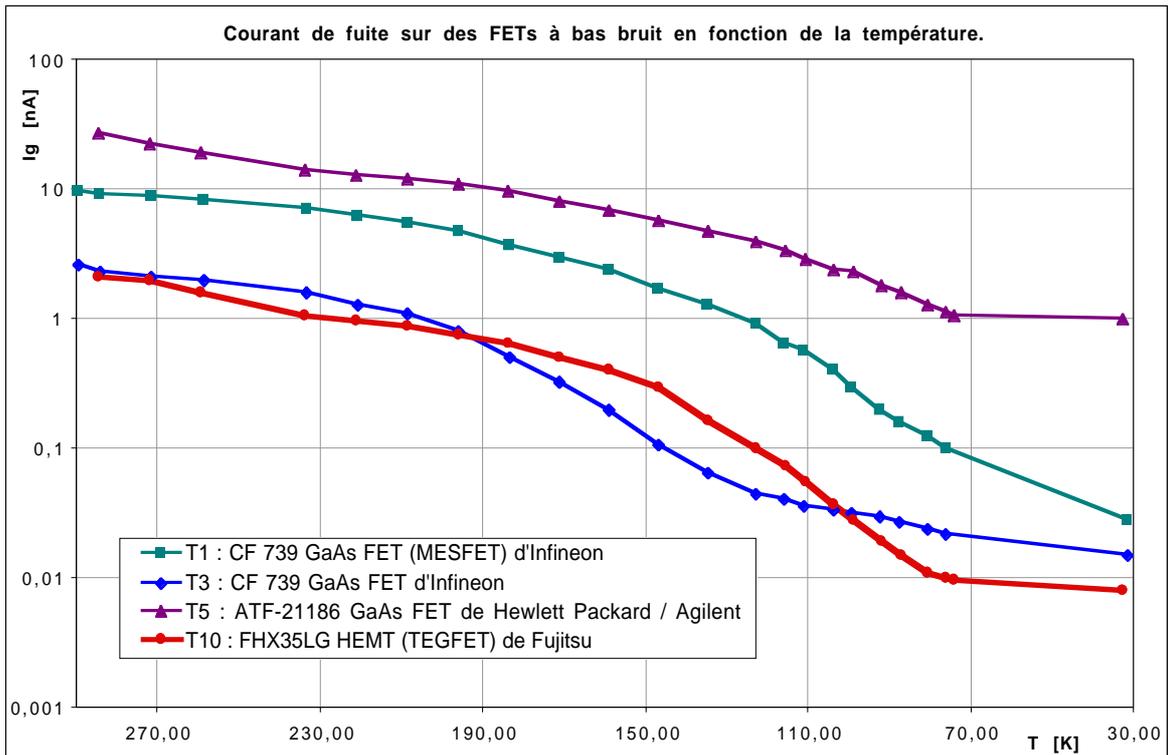


Figure III-14. Courant de fuite de la grille de quelques transistors à effet de champ. Les références des transistors sont indiquées sur la figure. Les mesures étaient effectuées avec les tensions suivantes :  $V_g = -2$  V,  $V_d = V_s = 0$  V. La température était mesurée avec une résistance de platine étalonnée (type PT100).

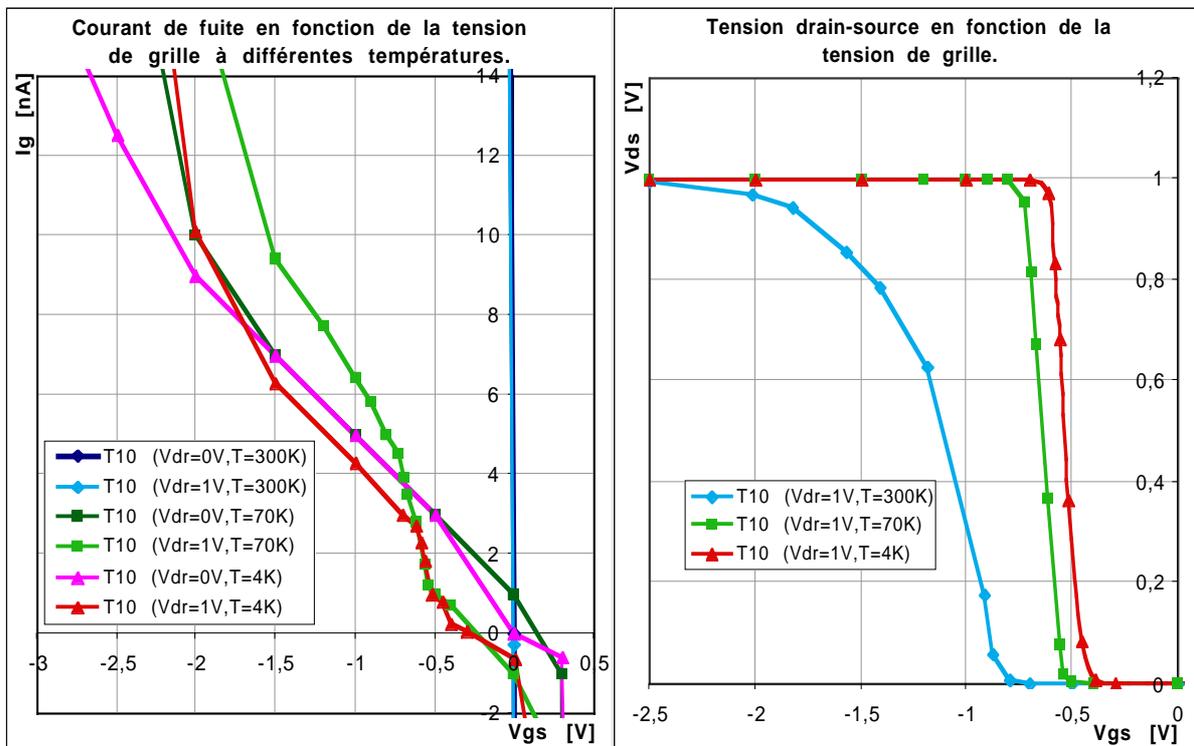


Figure III-15. Courant de fuite et tension de commutation de transistors HEMTs. Les courbes de gauche montrent les courants de grille en fonction de la tension grille-source à 300, 70 et 4 K et pour deux tensions de drain (0 et 1 V). Les courbes de droite montrent les tensions drain-source en fonction de la tension grille-source à 300, 70 et 4 K. Les transistors testés sont les HEMTs FHX35LG de Fujitsu. Le courant de fuite est influencé par la température et la conductance du canal.

Les mesures des courants ne sont pas très précises, mais suffisantes pour sélectionner les meilleurs transistors. Il s'agissait des HEMTs FHX35LG. En utilisant le cryostat DIABOLO une mesure plus précise a pu être effectuée ; elle a donné  $I_g \leq 0,2 \text{ pA}$  à 4 K.

Ce niveau de courant de fuite n'est cependant pas suffisamment faible pour notre caméra (on demande moins de 0,05 pA). L'équipe de Yong Jin au LPN travaille actuellement à la réalisation de transistors HEMTs à Point de Contact Quantique (QPC). Ils offrent la possibilité de contrôler le transport balistique des électrons à travers le canal, en ouvrant les lignes individuelles de passage des électrons. Ces transistors sont réalisés par lithographie électronique, et grâce à la très petite taille du canal (environ 30 nm), les capacités de couplage  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  sont très faibles. Les propriétés de la conductance du canal et du bruit ont été décrites dans [Xumar et al, 96]. Une collaboration avec Yong Jin a été mise en place afin de monter des réseaux de transistors QPC dans des supports qui seront utilisés pour la caméra bolométrique.

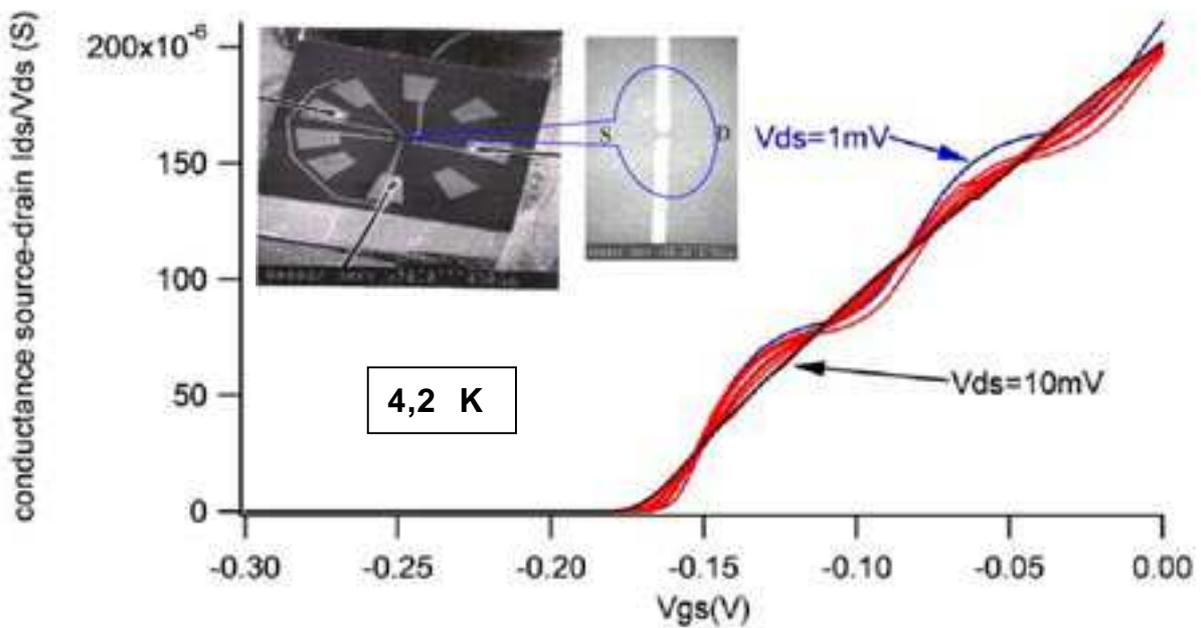


Figure III-16. Quantification des canaux de conduction drain-source d'un transistor HEMT QPC. La quantification est observée à 4,2 K. La photographie en incrustation montre la structure du transistor et en particulier du canal drain-source [Jin, 03].

Le tableau suivant résume les principales caractéristiques à 4 K de trois des meilleurs types de transistors testés pour la réalisation des commutateurs du multiplexeur de la caméra.

Tableau III-5. Propriétés à 4 K de HEMTs testés pour la réalisation des commutateurs du multiplexeur.

	HEMT FHX35LG Fujitsu	GaAs – MESFET CF739 Infineon	HEMT QPC LPN
$R_{ON}$	< 10 k $\Omega$	< 10 k $\Omega$	5 – 10 k $\Omega$
$V_{gs}$ ON	- 0,7 V	- 2,3 V	- 0,25 V
$V_{gs}$ OFF	- 0,2 V	- 1,5 V	- 0,05 V
$C_{gs}/C_{gd}$	0,1 – 0,3 pF		$\approx$ 1 fF

Remarque : les propriétés des transistors varient très peu entre 4 K et 100 mK, c'est pourquoi les mesures à 4 K sont suffisantes pour établir les critères de sélection des transistors.

### II.1.3 Réalisation d'une matrice de HEMTs sur un circuit intégré au porte-échantillon.

Le montage actuellement en place sur le cryostat diabolique utilise un réseau de HEMT que nous avons monté sur un circuit imprimé multicouche avec plan de masse entre les couches. Les commandes des grilles et les lignes de mesures sont disposées de part et d'autre du circuit imprimé et sont ainsi correctement isolées ; leur capacité mutuelle est négligeable.

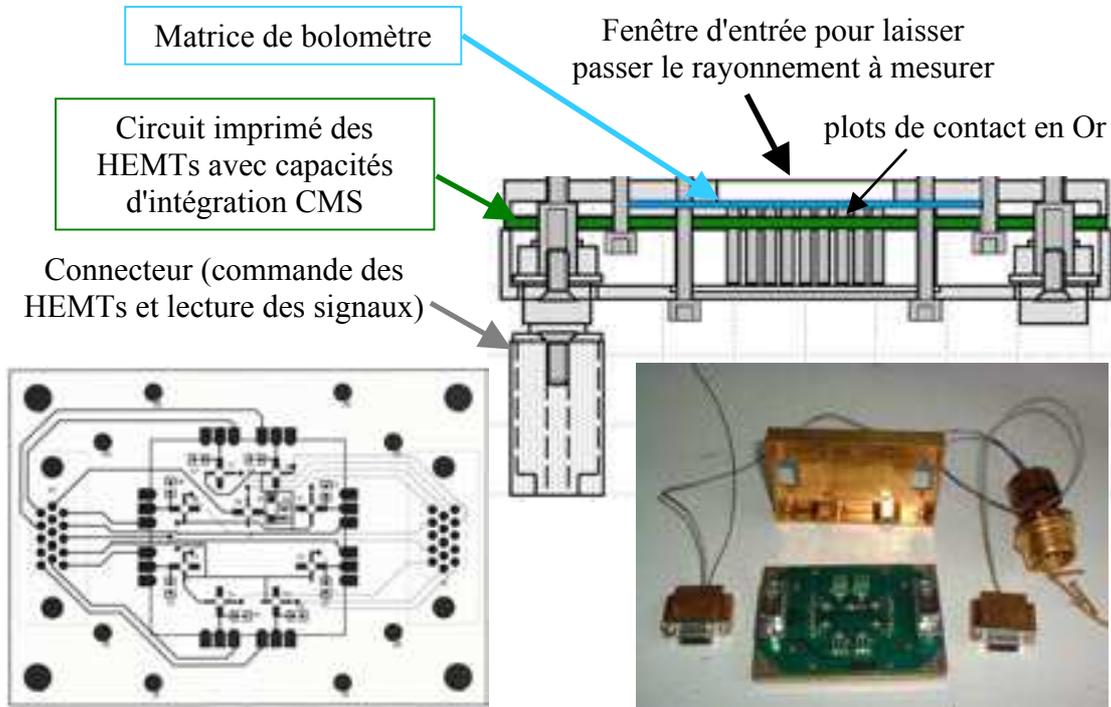


Figure III-17. Réseau de 9 transistors HEMTs de commutation avec capacités d'intégration de 10 nF. L'ensemble est monté sur un circuit imprimé venant au contact des bolomètres.

Le circuit de transistors a été monté par le service électronique du CRTBT et le porte-échantillon qui se fixe sur l'étage à 100 mK du cryostat a été réalisé au service mécanique.

## II.2 Système complet de lecture des bolomètres.

Ce sous-chapitre présente le montage que nous avons mis en œuvre pour la réalisation du système électronique de polarisation et de lecture de bolomètres multiplexés. Après la présentation du schéma d'ensemble permettant de montrer la philosophie suivie pour l'assemblage de l'électronique, seules des parties que nous avons réalisées au cours de la thèse et que nous n'avons pas encore évoquées jusqu'à présent sont brièvement décrites.

### II.2.1 Schéma d'ensemble.

Pour les tests électroniques nous avons réutilisé et adapté des éléments qui avaient été conçus pour les expériences Diabolo et Archeops. Ces éléments sont d'une part le cryostat Diabolo et les boîtiers d'amplifications, largement décrits dans [Gaertner, 97], et d'autre part le programme d'acquisition d'Archeops (programmé avec la bibliothèque manipe par Alain Benoît), ainsi que le boîtier d'interface entre l'ordinateur de commande du montage et les autres boîtiers électroniques.

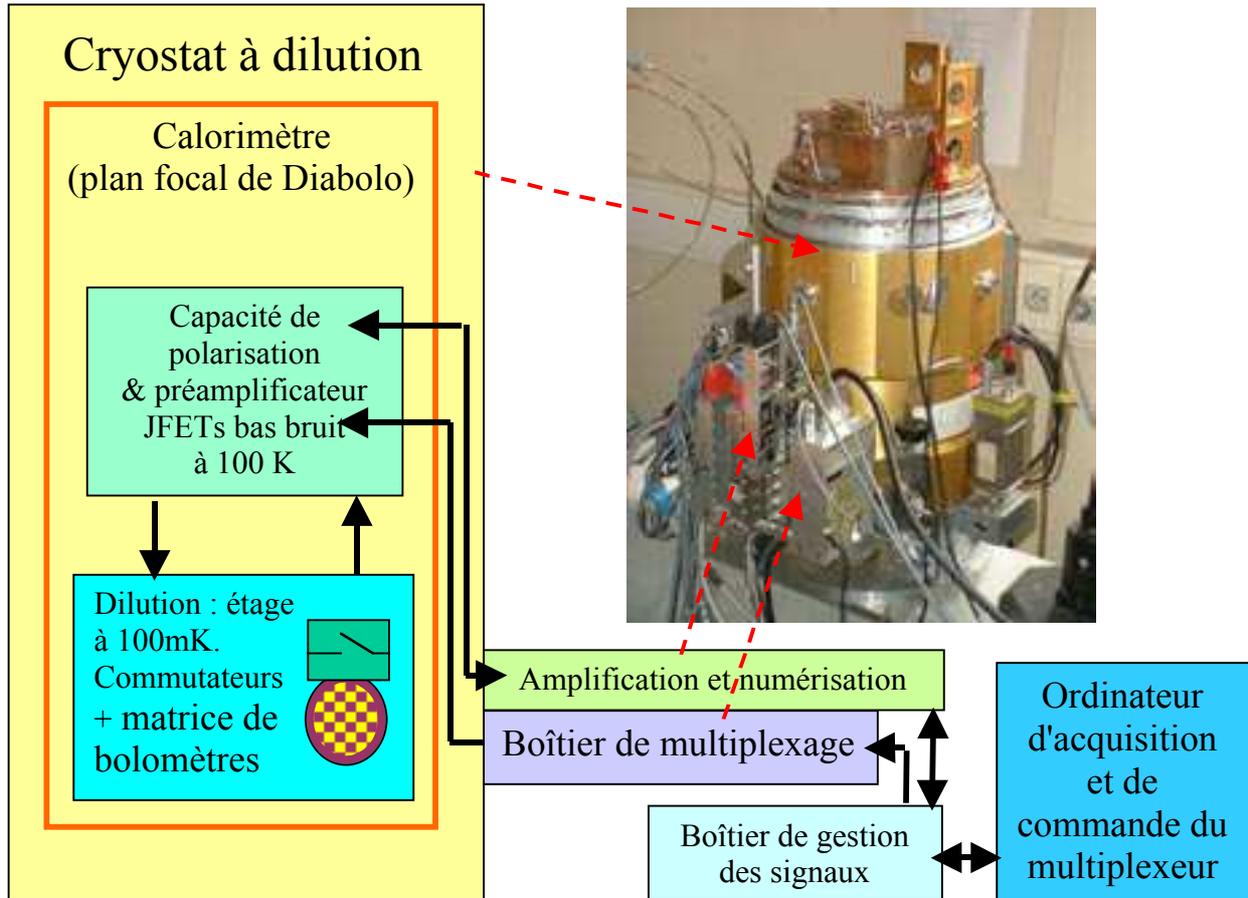


Figure III-18. Schéma du montage de l'électronique de multiplexage sur le cryostat Diabolo.

Le boîtier de multiplexage contient des commutateurs CMOS pour la commande des HEMTs froids et un convertisseur Numérique/Analogique permettant de définir les tensions de commutation et les tensions de polarisation des bolomètres. Le boîtier d'amplification et de numérisation contient les amplificateurs à gains programmables et le convertisseur Analogique/Numérique des signaux, ainsi que les signaux d'horloges et la tension d'équilibre des bolomètres ( $V_{eq}$ ) utilisée dans les montages avec capacité de polarisation. Le boîtier de gestion des signaux contient un circuit programmable Acex1K d'Altera.

Les éléments qui ont été spécifiquement développés pour le multiplexeur sont les matrices de bolomètres et de commutateurs (décrits dans les paragraphes précédents), le système de polarisation et de préamplification (décrits dans les paragraphes précédents), le boîtier de multiplexage (décrit au paragraphe suivant), et, la programmation d'une partie du boîtier d'interface entre l'ordinateur de commande du montage et les autres boîtiers électroniques (décrit au paragraphe II.2.3).

Après des premiers résultats satisfaisants, prouvant le bon fonctionnement du système de multiplexage, les éléments du montage présenté ici ont subi des modifications afin d'améliorer les niveaux de bruit de l'électronique et les protocoles de gestion des signaux et de communication à distance avec l'expérience (communication par Internet, qui s'avèrera nécessaire lorsque la caméra sera montée au foyer d'un télescope). Nous ne décrivons pas ces modifications car elle ne sont pas encore achevées.

## II.2.2 Réalisation du boîtier de multiplexage.

Le boîtier de multiplexage (appelé "boîtier MUX") permet de commander les transistors HEMTs de commutation et de définir les niveaux des tensions de polarisation des bolomètres. Il fonctionne à température ambiante et est fixé sur le cryostat via une baie de prises adaptées.

### II.2.2.1 Schéma du boîtier.

Nous avons réalisé le boîtier au CRTBT en utilisant des composants électroniques et mécaniques du commerce. Comme le montre la figure ci-dessous un soin particulier a été apporté pour minimiser les sources de bruit. Nous avons usiné l'enceinte du boîtier et la paroi de séparation entre l'entrée et les composants, dans un alliage à base d'aluminium spécialement étudié pour le blindage contre les ondes électromagnétiques parasites.

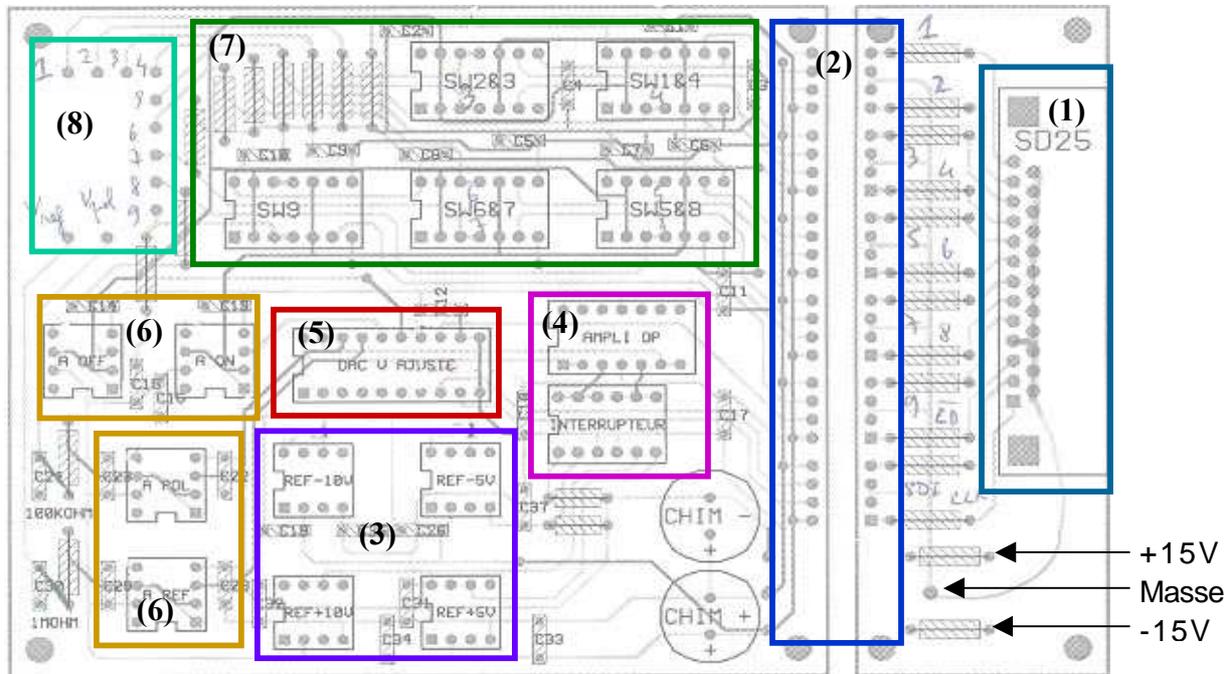


Figure III-19. Schéma électrique du boîtier de multiplexage.

Les éléments encadrés et numérotés ont les fonctions suivantes : (1) Liaison série RS232 en entrée pour les signaux de commande des commutateurs, l'horloge de comptage de bits et les données séries du convertisseur ; (2) paroi avec filtres hautes-fréquences et optocoupleurs pour minimiser le bruit ; (3) références de tensions +/-5V et +/-10V pour le convertisseur ; (4) choix de la référence de tension et amplificateur suiveur ; (5) Convertisseur Numérique/Analogique de contrôle des tensions de commutation des HEMTs et des tensions de polarisation des bolomètres et de la résistance de référence ; (6) amplificateur suiveur bas bruit des tensions de sortie du CNA ; (8) commutateurs 2 positions (Von/Voff) liés aux HEMTs froids ; (8) Prises Fisher en sortie. Les éléments non encadrés sont des capacités de découplage et des résistances de filtre minimisant les bruits électriques dans le boîtier.

Sur la liaison série RS232 seuls 12 fils sont actuellement utilisés pour communiquer avec le boîtier d'interface entre l'ordinateur de commande de l'expérience et les boîtiers électroniques. Tous les autres fils sont mis à la masse. Les 9 premiers bits transportent les tensions de pilotage ( $V_A$  et  $V_B$ ) des commutateurs CMOS qui envoient les tensions de grille ( $V_{ON}$  et  $V_{OFF}$ ) des HEMTs de commutation sur l'étage à 100 mK. Les trois autres bits sont utilisés par le convertisseur Numérique/Analogique qui fixe les valeurs des tensions sur l'étage à 100 mK du cryostat.

### II.2.2.2 Convertisseur Numérique/Analogique programmable.

Le convertisseur Numérique/Analogique programmable DAC8800 d'Analog Devices est utilisé pour régler les valeurs des tensions de grille permettant ( $V_{ON}$  et  $V_{OFF}$ ) d'ouvrir ou fermer le canal de conduction des transistors HEMTs de multiplexage, et, pour régler les valeurs des tensions de polarisation des bolomètres ( $V_{pol}$ ) et de la référence ( $V_{ref}$ ). Le CNA

comporte trois entrées : une horloge, les données en série et un indicateur de registre chargé. Le diagramme fonctionnel du CNA est représenté sur la figure ci-dessous.

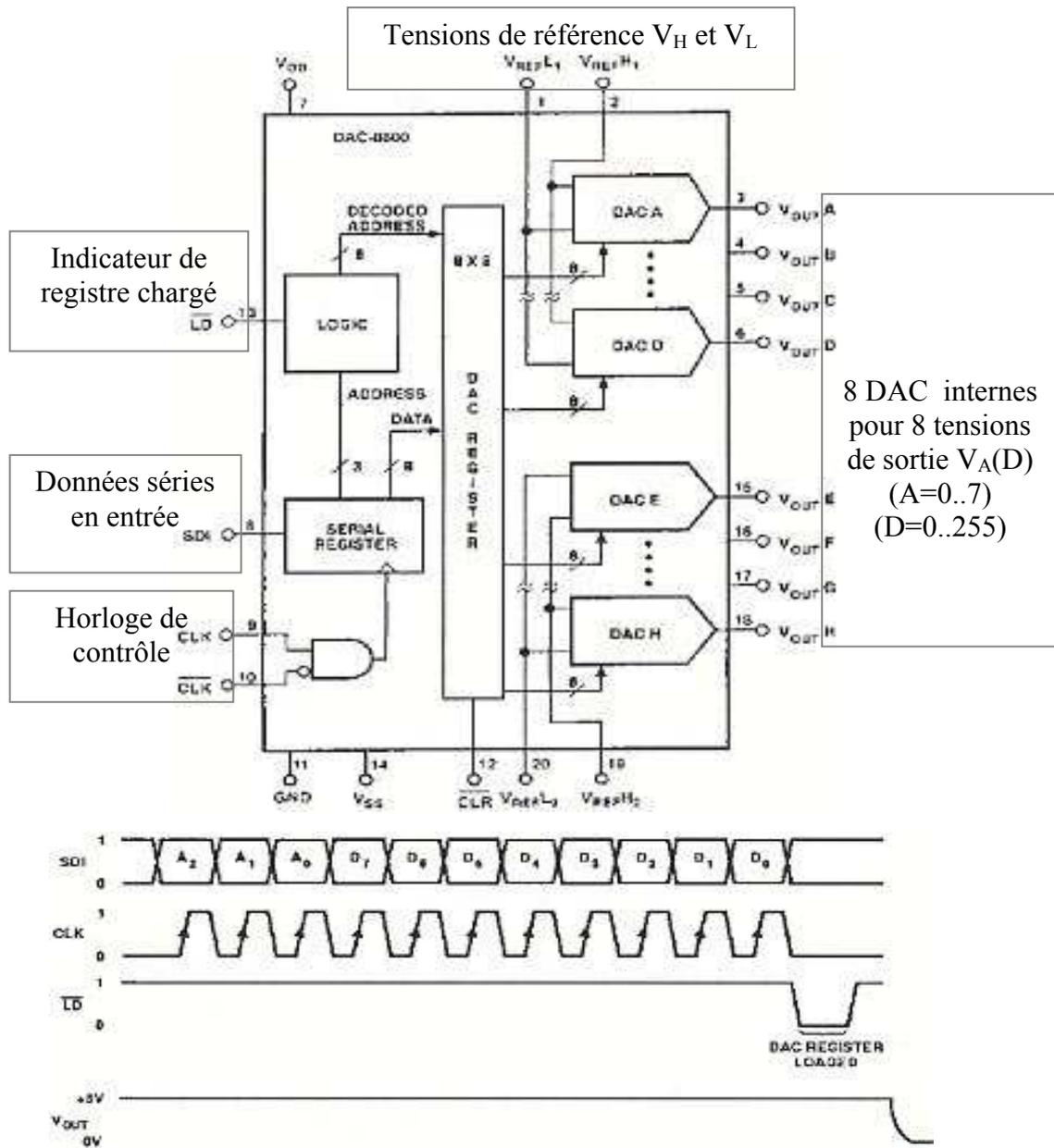


Figure III-20. Diagramme fonctionnel du convertisseur Numérique/Analogique du boîtier de multiplexage. Ce convertisseur sert à fixer les tensions de commutation des HEMTs ainsi que les tensions de polarisation des bolomètres et de la référence.

Le DAC8800 comporte en fait 8 convertisseurs internes qui permettent de définir 8 tensions de sorties de façon indépendantes à partir de deux couples de références de tension ( $V_{H1}/V_{L1}$  et  $V_{H2}/V_{L2}$ ). La ligne d'entrée série SDI contient les bits de données repérés par les fronts montants de la ligne d'horloge CLK. Chacun des 8 convertisseurs est adressé grâce aux 3 premiers bits parmi les 11 qui précèdent l'impulsion sur la ligne de registre chargé LD. Les 8 autres bits forment un chiffre  $D$  ( $0 < D < 255$ ) permettent de fixer la tension de sortie du convertisseur  $i$  sélectionné à partir d'une tension d'entrée selon l'équation suivante :

$$V_i(D) = D \frac{V_H - V_L}{256} + V_L$$

Où  $V_i$  est la tension à la sortie du convertisseur (c'est-à-dire  $V_{pol}$  ou  $V_{ref}$  ou  $V_{ON}$  ou  $V_{OFF}$ ), et,  $V_H$  et  $V_L$  sont les références hautes et basses de l'un des deux couples de références de tension. Dans notre montage nous pouvons sélectionner  $V_L = -10V/-5V/0V$  et  $V_H = 0V/5V/10V$ .

### II.2.2.3 Particularités des autres composants électriques du boîtier de multiplexage.

Des régulateurs de tension MC78L00C de Motorola sont utilisés pour définir les tensions d'alimentation des autres composants électroniques (notamment de DAC8800) à partir des tensions de  $-15V$  et  $+15V$  délivrés par l'alimentation du boîtier. Il offre par ailleurs une protection en cas de surtension sur l'alimentation. Leur niveau de bruit est autour de  $50\mu V$  entre  $10\text{ Hz}$  et  $100\text{ kHz}$ .

Les références de tension AD587 ( $\pm 10V$ ) et AD586 ( $\pm 5V$ ) d'Analog Device ont été choisies pour leur bas niveau de bruit (environ  $100\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) et leur grande stabilité. Elles sont particulièrement bien adaptées pour une utilisation comme référence de tension pour des convertisseurs.

Les amplificateurs AD743 et OP470 ont été choisis pour leur très bas niveau de bruit : respectivement  $3\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  et  $5\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  à  $10\text{ kHz}$ . Ils sont réalisés avec des FETs qui présentent outre un bas bruit, une tension d'offset et une dérive très faibles. Dans notre montage ils sont montés en suiveurs, ce qui permet d'éviter les chutes de tensions ou les propagations de charges parasites dans le montage.

Les commutateurs CMOS DG303A de Vishay sont utilisés pour sélectionner les tensions de commutation des HEMTs. Chaque moitié de composant comporte deux drains D1 et D2, et, deux sources S1 et S2. Selon la tension appliquée en entrée soit le canal D1-S1 est fermé et le canal D2-S2 est ouvert, soit c'est l'inverse. En court-circuitant les drains soit on choisit donc en sortie la tension S1 ou la tension S2. Les sources sont reliées aux convertisseurs du DAC8800 délivrant les tensions  $V_{ON}$  et  $V_{OFF}$ , et les drains sont reliés à la prise de sortie dont les lignes sont connectées aux grilles des HEMTs à  $100\text{ mK}$ . Les commutateurs CMOS ont la particularité de commuter très rapidement ( $150\text{ ns}$ ), de présenter une faible résistance de canal ( $30\ \Omega$ ) permettant de minimiser le courant de fuite des HEMTs, de dissiper peu de puissance et de produire de faibles signaux d'erreurs.

Toutes les alimentations des composants électroniques sont protégées du bruit grâce à des capacités de découplage et des résistances de filtres (RC). Par ailleurs tous les composants sont isolés l'entrée du boîtier grâce à une paroi métallique. Les tensions d'alimentations sont transmises en passant par des filtres hautes fréquences offrant une protection contre les impulsions électromagnétiques (EMI). Les signaux de commande des CMOS et du DAC8800 (prise RS232) passent par des résistances de filtre et sont transmis aux composants du boîtier en passant par des optocoupleurs HCPL-2231 de Hewlett Packard. Ces optocoupleurs permettent de transformer le signal électrique en signal optique via une LED et de convertir ce signal optique en signal électrique via un détecteur. Cette opération permet d'éliminer tout problème de boucle de masse entre l'entrée et la sortie, élimine tout les transitoires de mode commun. Ils offrent une bonne protection contre la propagation du bruit accumulé sur le câble d'entrée.

En conclusion le boîtier de commande du multiplexeur permet de fixer les tensions de polarisation des bolomètres et de la résistance de référence ainsi que les tensions de grille des transistors HEMTs de multiplexage. L'utilisation de nombreux filtres a permis de minimiser les bruits aux alentours de  $10\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

## II.2.3 Boîtier d'interface entre l'ordinateur et l'électronique de la caméra.

Ce boîtier permet de gérer les horloges qui définissent les fréquences électriques en jeu dans le montage ainsi que la distribution et la mise en forme de l'ensemble des signaux électriques. Le cœur de ce boîtier est un circuit programmable Acex1K d'Altera avec une horloge à quartz à 60 MHz, à partir de laquelle sont fabriquées toutes les horloges de l'expérience.

L'Acex1K est un circuit programmable spécifiquement conçu pour réaliser des fonctions logiques complexes avec mémoires volatiles ou non (RAM et ROM). Il est particulièrement bien adapté au traitement, à la distribution sur de nombreuses voies et à la transformation par opérations logiques de nombreux signaux électriques. Il est basé sur une technologie à base de transistors CMOS dédiés à la création de mémoires RAM "reconfigurables".

Le logiciel de programmation MaxPlus permet de créer les programmes destinés aux circuits logiques de l'Altera. Il s'agit d'une programmation non séquentielle qui définit l'état de bascules logiques avec des horloges. On distingue trois types de variables :

- DFF : désigne une bascule. Chaque bascule comporte cinq pattes identifiées par les extensions suivantes : «.d» désigne l'entrée de la bascule, «.q» désigne sa sortie, «.clk» désigne son horloge de fonctionnement, «.clrn» remet la bascule à zéro lorsque cette patte est connectée à la masse (0 logique), «.prn» remet la bascule à zéro lorsque cette patte est soumise à une tension non nulle (1 logique). Sur chaque coup de l'horloge «.clk» la sortie de la bascule recopie ce qu'il y a en entrée.
- NODE : désigne une tension intermédiaire résultant d'une séquence de combinaisons. À chaque utilisation d'une variable de ce type, la combinatoire est effectuée à nouveau. Cela peut mobiliser plusieurs cellules du circuit logique.
- LCELL : désigne une variable résultant d'une combinatoire comme NODE, mais dont la valeur est enregistrée dans une seule cellule. Cette variable peut ainsi être réutilisée ultérieurement et prend moins de place que NODE. Elle ralentit cependant le circuit.

Les programmes sont transférés de l'ordinateur au circuit logique via une carte d'interface.

Dans le cas du montage de matrice multiplexée, plusieurs programmes sont en action dans le circuit logique : un programme gère la création des horloges, un autre gère les instructions envoyées de l'ordinateur de commande aux boîtiers électroniques, un autre gère les flux de données entrant et sortant des boîtiers d'amplification et de numérisation, un autre décode les instructions en signaux électriques adaptés aux autres éléments électriques (par exemple les tensions de grille des transistors de commutation du boîtier de multiplexage, etc.).

En ce qui concerne la gestion du boîtier de multiplexage décrit au paragraphe suivant, le programme que nous avons créé pour l'Acex1K comporte deux fonctions principales :

- La création d'une horloge à 9 temps dont les périodes (1 haute et 8 basses) peuvent être changées de façon interactive avec l'ordinateur de commande lorsque l'expérience fonctionne. L'horloge est distribuée sur les 9 lignes du montage destinées au contrôle des tensions de grille des HEMTs à 100 mK. Entre chaque ligne l'horloge est décalée d'une période haute, ce qui permet une commutation séquentielle des HEMTs. Les périodes programmables sont le temps passé sur  $V_{ON}$ , le temps mort entre la fin du  $V_{ON}$  d'un bolomètre et le début du  $V_{ON}$  du bolomètre suivant, et, le temps passé sur  $V_{OFF}$ . Les diagrammes temporels des tensions sur les 9 lignes véhiculant cette horloge sont équivalents à ceux de la Figure III-9 page 313 et de la Figure III-10 page 314.
- Lorsque l'instruction est donnée, via l'ordinateur de commande, de changer une des tensions du boîtier de multiplexage ( $V_{pol}$ ,  $V_{ref}$ ,  $V_{ON}$  ou  $V_{OFF}$ ), une fonction permet de traduire l'instruction en un mot de 11 bits (SDI) qui contient la valeur de la tension et l'adresse de convertisseur concerné. L'horloge de contrôle du convertisseur DAC8800

(CLK) est alors créée ainsi que l'impulsion de registre chargé (LD). Les trois signaux sont envoyés sur les lignes adéquates de la prise RS232 et sont synchronisés.

La figure ci-dessous montre la superposition des signaux correspondants à chacune des deux fonctions que nous venons de décrire, ainsi qu'une photographie du boîtier d'interface et du boîtier de multiplexage.

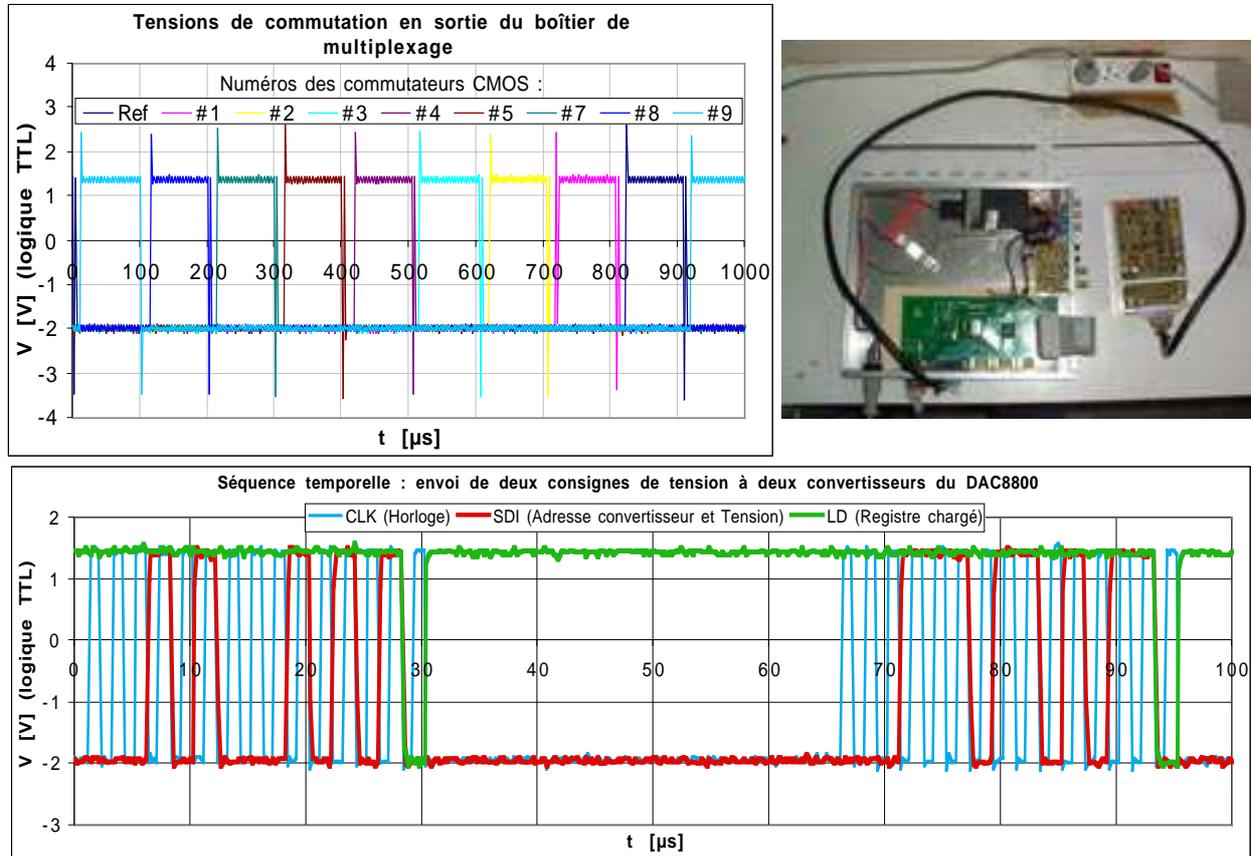


Figure III-21. Tensions en sortie du boîtier de multiplexage et consignes pour le convertisseur.

Les courbes du haut montrent le diagramme temporel des tensions de commutation de transistors, en sortie du boîtier, permettant de multiplexer 9 voies plus une référence sur un canal de lecture. Le diagramme temporel du bas montre l'envoi de deux consignes de tension ( $V_{pol}$  et  $V_{ON}$ ) au convertisseur Numérique/Analogique programmable du boîtier de multiplexage. La photographie montre le boîtier d'interface (ou gestion des signaux) à gauche et le boîtier de multiplexage et de polarisation à droite. Un câble blindé 25 fils assure la communication entre les deux boîtiers.

Nous avons testé cette méthode de multiplexage sur le cryostat Diabolo, et constaté qu'elle fonctionne. Cependant des problèmes de bruits et des problèmes liés à la communication entre boîtier et à l'interface utilisateur pour le contrôle de l'expérience, rendent nécessaire un certain nombre de modifications dans le montage.

## II.3 Résumé du système de multiplexage mis en œuvre.

Nous avons étudié et mis en œuvre un système prototype de multiplexage temporel à base de transistors HEMTs. Actuellement 8 bolomètres peuvent être multiplexés. À terme le système de lecture de la caméra permettra de lire 32 lignes en parallèles, chacune véhiculant en série les signaux multiplexés de 32 bolomètres. Notons que ce que nous appelons "lignes" ne correspondra pas forcément à une ligne physique de la caméra, mais plus vraisemblablement à un groupe de bolomètres pour des raisons de capacités parasites.

Chaque bolomètre a une résistance typique de  $10\text{M}\Omega$  à  $100\text{mK}$ . La capacité d'intégration est de  $1\text{nF}$ , soit une fréquence de coupure de  $16\text{Hz}$  (bande équivalente de bruit =  $1,57 \cdot 16 = 25\text{Hz}$ ). Si on désire multiplexer 8 détecteurs, la fréquence d'échantillonnage doit être au minimum de  $8 \cdot 2 \cdot 16 = 256\text{Hz}$ . Le bruit Johnson du détecteur est de  $7,4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . L'amplificateur d'entrée doit donc avoir un bruit meilleur que  $7,4 \cdot (25/2/256)^{1/2} = 1,6 \text{ nV}/\text{Hz}^{1/2}$ . Cette performance est à la portée d'un amplificateur à JFET refroidi (on peut atteindre  $0,3 \text{ nV}/\text{Hz}^{1/2}$ ). La tension aux bornes du détecteur est de  $20\text{mV}$ .

Les HEMT utilisés actuellement sont fabriqués par FUJITSU (FHX35LG) et disponibles dans le commerce. La capacité de couplage grille-drain est de l'ordre de  $0,03\text{pF}$ . La tension induite sur le signal au moment de la commutation est de l'ordre de  $1\text{V} \cdot 0,03\text{pF}/1\text{nF} = 30 \mu\text{V}$ . La charge électrique du transistor  $i-1$  se retrouvera en partie sur la capacité d'intégration du détecteur  $i$ . C'est à la fois un mécanisme de couplage entre les voies et une source potentielle de bruit. Le premier étage d'amplification étant éloigné, la capacité du câble ( $10\text{-}20\text{pF}$ ) est une source importante de couplage entre les voies. Un dispositif est prévu pour recharger l'entrée de l'amplificateur après chaque lecture avec une tension de référence fixe.

Le principal problème du système actuel est le courant de fuite des HEMTs, qui est de l'ordre de  $0,2 \text{ pA}$ , ce qui produit un bruit de grenaille rédhibitoire pour l'application envisagée. En effet, pour 8 bolomètres multiplexés le bruit de grenaille des 8 HEMTs vaut  $7,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  ; il est donc déjà équivalent au bruit Johnson du bolomètre. L'utilisation de transistors HEMTs à point de contact quantique (QPC) permettra de résoudre ce problème grâce à des courants de fuite inférieurs à  $50 \text{ fA}$ .

Par ailleurs les boîtiers de polarisation, d'amplification et de gestions des signaux pour l'interface utilisateur sont en cours de modification afin de réduire encore les bruits liés à l'électronique et pour faciliter les échanges de données et le contrôle de l'instrument.

## Conclusions et perspectives.

Les instruments utilisés pour effectuer de l'imagerie dans le domaine des infrarouges lointains et des micro-ondes, connaissent ces dernières années des développements importants. En ce qui concerne les détecteurs bolométriques, la génération actuelle commence à atteindre ses limites technologiques avec un peu plus d'une centaine de pixels. La réalisation d'une nouvelle génération d'instruments pouvant contenir plus d'un millier de pixels offrirait un outil de premier choix en cosmologie pour l'étude des amas de galaxies (notamment grâce à l'effet Sunyaev-Zeldovich) et des galaxies lointaines, et, de façon générale en astrophysique, pour l'étude des régions de gaz et de poussières opaques aux longueurs d'onde visibles et plus courtes.

Au cours de cette thèse nous avons effectué une étude d'avant-projet pour définir les contraintes de réalisation d'une caméra bolométrique qui pourrait exploiter au maximum les performances du radiotélescope de 30 mètres de diamètre de l'IRAM. Cette étude est décrite dans la première partie du mémoire. Elle propose différentes solutions pour la conception d'un système optique permettant de réimager le plan focal du télescope sur un détecteur dont la taille est définie par les possibilités techniques de réalisation des pixels. Cette optique de reprise comprend des miroirs de champs, une lentille froide en polyéthylène et des filtres permettant de sélectionner les longueurs d'onde adéquates. Celles-ci sont choisies en fonction des fenêtres atmosphériques, puisqu'il s'agit d'un instrument au sol, et des intérêts astrophysiques. Nous avons sélectionné deux fenêtres : à  $\lambda = 1,2$  mm ( $\nu = 250$  GHz) et  $\lambda = 2,1$  mm ( $\nu = 143$  GHz). L'étude optique et montre que des matrices de  $64 \times 64$  pixels à 1,2 mm et  $35 \times 35$  pixels à 2,1 mm permettraient d'échantillonner toutes les taches de diffraction du télescope et donc d'atteindre sa limite de résolution. Avec des pixels de 1,5 mm et 2,5 mm de côtés l'image mesurerait 92 mm sur le détecteur. Outre sa haute résolution, l'instrument embrasserait tout le champ de vue du télescope ( $4'20''$ ). Les calculs de photométrie montrent que la puissance totale reçue par pixel au télescope de 30m, serait de 7 pW à 1,2 mm et 5 pW à 2,1 mm, les puissances de bruit de photon respectivement reçues seraient de  $5,4 \cdot 10^{-17}$  W/ $\sqrt{\text{Hz}}$  et  $2,5 \cdot 10^{-17}$  W/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Ces puissances définissent le seuil maximal de bruit que devront présenter les détecteurs.

La deuxième partie du mémoire traite des détecteurs qui ont été étudiés pour réaliser l'instrument dont les objectifs de performances ont été décrits dans la première partie. Ces détecteurs sont des bolomètres, dont le principe est de mesurer une énergie incidente par l'élévation de température d'un thermomètre. Ils sont refroidis à basse température à la fois pour ne pas être aveuglés par le rayonnement de corps noir de leur environnement, mais aussi pour atteindre une sensibilité suffisante. Différentes solutions sont possibles pour la réalisation de ces détecteurs. Nous avons choisi la voie résistive, qui consiste à concevoir le thermomètre dans un matériau dont la résistance est assez élevée à la température de fonctionnement de l'instrument et qui subit une forte décroissance lors d'un échauffement local. La sensibilité du thermomètre est caractérisée par le coefficient de température sans dimension  $A = d \ln R / d \ln T$ . La polarisation électrique du thermomètre doit se faire à courant constant afin d'assurer une contre-réaction qui renvoie le bolomètre vers son point d'équilibre lors d'une perturbation (comme l'absorption d'un rayonnement de puissance variable). Le matériau choisi pour réaliser le thermomètre est le Niobium-Silicium. Il s'agit d'un mélange qui subit une transition métal-isolant lorsque la concentration en Nb devient inférieure à 9%.

Le comportement électrique du NbSi est bien décrit par les processus de conduction par saut à portée variable des électrons. Sous polarisation électrique, il se produit deux effets non-ohmiques qui limitent le courant que l'on peut injecter dans le thermomètre pour effectuer les mesures de température. Ces effets sont le découplage électron-phonon et l'effet de champ électrique.

Une grande partie du travail de thèse a consisté à effectuer des mesures de résistances à basse température, de films minces de NbSi réalisés soit sous formes de bolomètres individuels, soit sous forme de matrices de thermomètres. Nous avons réalisé une partie des matrices par des techniques de microfabrication par lift-off et par masque mécanique. Les dépôts de NbSi étaient réalisés par coévaporation. Nous avons mis en place sur un système d'acquisition de données sur un cryostat à dilution Hélium 3 – Hélium 4. Le système d'acquisition était piloté par ordinateur grâce à un programme que nous avons écrit. Les expériences, effectuées au CSNSM sur un cryostat à Hélium 3 pompé, puis au CRTBT sur le cryostat à dilution ont montré un comportement prometteur pour les bolomètres individuels. La résistance était de l'ordre de  $10\text{ M}\Omega$  à  $100\text{ mK}$ , ce qui est bien adapté aux amplificateurs à transistors à effets de champ (JFET). Le coefficient de température de l'ordre de 4,5 laisse présager d'une bonne sensibilité du thermomètre. Les mesures des conductances de fuite thermique des bolomètres ont changé d'un facteur 5 entre les deux campagnes de mesures (de 0,2 à 1,2 nW/K à  $100\text{ mK}$ ), mais restent de l'ordre de grandeur de nos attentes. Elles conduisent en effet à des puissances équivalentes de bruit thermodynamique et de bruit de phonon, qui s'équilibrent autour de 5 à  $10\text{ pW}$  de puissance dissipée dans le thermomètre, et atteignent  $3 \cdot 10^{-17}\text{ W}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Il faudrait gagner un peu sur ces niveaux de bruit pour être compatible avec les spécifications définies dans la première partie. Les mesures de puissance de rayonnement absorbé effectuées en début de thèse étaient relativement décevantes, mais des mesures récentes sur un bolomètre du même type avec un montage dont nous avons réalisé le corps noir, ont donné des résultats encourageants. Les mesures effectuées sur les matrices de films minces de NbSi ont montré deux anomalies principales : une perte de contact électrique sous faible polarisation et globalement des résistances plus grandes que les calculs prévisionnels. Les hypothèses émises pour expliquer ces anomalies étaient : un problème de contact électrique causé par des flans trop raides entre les électrodes et les films, et, une pollution par la résine utilisée pour la lithographie des échantillons. Les expériences n'ont commencé à donner des résultats intéressants qu'à partir de la dixième matrice. Les traitements de données ont montré que les dernières matrices présentaient des coefficients de température conformes aux attentes ( $A \approx 4$  à  $100\text{ mK}$ ), et des coefficients de couplage électron-phonon identiques aux valeurs de la littérature ( $g_{e-ph} \approx 100\text{ W/K}^5/\text{cm}^3$ ). En revanche les résistances étaient systématiquement plus élevées que prévu (environ  $100\text{ M}\Omega$  à  $100\text{ mK}$ ) et certaines matrices n'étaient pas très homogènes. L'étape du passage de matrices de thermomètres à des matrices de bolomètre n'a pas encore été franchie.

La réalisation d'un grand nombre de bolomètre commence à poser des problèmes de câblage pour l'électronique de mesure des bolomètres. La connexion de plusieurs milliers de fils peut devenir un véritable casse-tête lorsqu'on dispose d'un espace réduit comme c'est le cas pour l'étage froid du cryostat sur lequel sera montée la caméra bolométrique. Mais plus grave, le nombre élevé de fils apporte sur cet étage froid une charge thermique depuis la température ambiante qui peut s'avérer très importante et demanderait une très grande puissance froide de la part du cryostat pour être évacuée. Dans la troisième partie du mémoire nous nous intéressons à la conception d'un multiplexeur, qui offrirait une solution possible pour remédier à cet inconvénient. Le multiplexeur envisagé permettrait de lire en série les signaux de plusieurs bolomètres. Pour une matrice de  $N \times N$  pixels, l'utilisation de  $N$  voies multiplexées

(lues en parallèle) permettrait d'utiliser un minimum de  $2N+2$  fils contre  $N^2+2$  fils dans une solution non multiplexée. Le nombre total de bolomètre pouvant être multiplexés n'est pas limité par le bruit de l'amplificateur si celui-ci est suffisamment bon. Dans le système électronique que nous avons retenu, l'amplification des signaux se fait sur plusieurs étages, dont le premier est un transistor à effet de champ du type JFET, fonctionnant à basse température (100 K). Ce transistor présente un bruit minimum de  $0,3 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui est négligeable par rapport aux autres bruits du système. Tous les montages que nous avons mis en œuvre effectuent un multiplexage temporel par commutation successive de transistors placés à proximité des détecteurs. Les seuls qui fonctionnent bien à des températures inférieures à 4K sont les transistors à effets de champ du type HEMTs. Le nombre bolomètres pouvant être multiplexés sur une voie va être limité par le bruit de grenaille qui est dû aux courants de fuite au niveau des grilles des transistors de commutation. Ce bruit croît comme  $\sqrt{N}$ , où  $N$  représente le nombre de transistors utilisés pour le multiplexage. Nous avons sélectionné quelques transistors HEMTs en effectuant des mesures de courant de fuite à l'aide d'une canne pour bouteilles d'hélium liquide que nous avons fait réaliser au CRTBT. Les meilleurs transistors que nous ayons trouvés ne permettent de multiplexer que quelques bolomètres, ce qui est suffisant pour tester le système. Nous avons réalisé le boîtier électronique de commande des transistors. Ce boîtier a été étudié pour minimiser au maximum les bruits électromagnétiques et, il a été conçu pour s'adapter au cryostat Diabolo, qui possède déjà tout une électronique d'amplification avec des JFETs froids. Les montages multiplexés sont actuellement en cours de test sur ce cryostat. Notons que l'utilisation de transistors HEMT à point de contact quantique (QPC), présentant un courant de fuite inférieur à 50 fA permettrait de multiplexer jusqu'à 32 pixels. Le bruit de grenaille des 32 transistors serait alors de  $7,12 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  contre  $7,4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit thermodynamique de bolomètre de  $10 \text{ M}\Omega$  à 100 mK.

Les étapes qu'il reste à franchir avant de réaliser un prototype de caméra bolométrique capable d'être testé en grandeur nature sur un radiotélescope sont encore assez nombreuses. Une fois que des matrices de couches minces ayant toutes les qualités requises seront réalisées, il faudra déposer ces thermomètres sur des membranes qui serviront de fuites thermiques. Comme cela a été évoqué dans la partie sur la réalisation des échantillons, des réseaux de membranes nues ont été réalisés au sein de l'équipe Nanofab du CRTBT en fin de thèse. Par ailleurs des réseaux d'antennes qui serviront d'absorbateurs sont en cours de réalisation. Il faudra les tester avec un interféromètre à transformée de Fourier du type Martin-Pupplet dont la conception est en cours. La forme optimale des antennes a commencé à être étudiée au sein de l'équipe spatiale du CRTBT et au LPSC. Il semble que les nœuds papillon offrent de bons avantages. Lorsque les thermomètres sur membranes et les antennes seront fonctionnels, il sera alors temps d'assembler le tout pour réaliser les premières matrices de bolomètres complètes. Comme on l'a vu à la fin de la Partie II, des éléments permettant de tester les sensibilités optiques des bolomètres grâce à l'utilisation d'un corps noir étalonné ont été mis en œuvre au cours de la thèse. Ils ont récemment été utilisés dans des tests sur bolomètres individuels qui ont donné des résultats encourageants. Par ailleurs, la finalisation de l'électronique et son assemblage avec les matrices suit son cours sur le cryostat DIABOLO. En ce qui concerne le multiplexage à proprement parler, des transistors HEMTs QPC sont en cours de réalisation au LPN à Marcoussis. Bien que leur étude ait commencé, le cryostat d'accueil de la caméra et des éléments optiques (miroirs, lentilles et filtres) qui permettront de former l'image du plan focal du radiotélescope hôte sur la matrice de détecteurs, sont encore entièrement à réaliser.



# Bibliographie.

1. [2K1BC Workshop, 01] M.De Petris, M.Gervasi. Experimental cosmology at millimeter wavelength. AIP proceeding, 616. 2001.
2. [Abragam, 61] A.Abragam. The principles of nuclear magnetism. ed Clarendon, Oxford. 1961.
3. [Abrahams et al, 79] E.Abrahams, P.W.Anderson, D.C.Licciardello, T.V.Ramakrishnan. Physical Review Letter, vol 42, 1979.
4. [AD7710] Signal Conditioning ADC, AD7710. Documentation Analog Device, 1999.
5. [Aghanim et al, 01] N.Aghanim, K.M.Gorski, J-L.Puget. How accurately can the SZ effect measure peculiar cluster velocities and bulk flows ? A&A, v.374, p.1-12. 2001.
6. [Aghanim et al, 97] N.Aghanim, A.de Luca, F.R.Bouchet, R.Gispert, J-L.Puget. Cosmology with Sunyaev-Zeldovich observations from space. A&A, v.325, p.9-18. 1997.
7. [Aleshin et al, 88] A.N.Aleshin et al. Sov. Phys. Solid State, vol 30, p.398. 1988.
8. [Allen et al, 93] L.C.Allen, M.A.Paalanen et R.N.Bhatt. Europhys. Lett. vol 21 (9), p.927. 1993.
9. [Al'tshuler et al, 82] B.L.Al'tshuler, A.G.Aronov et D.E.Khmelnitsky. Journal of Physics C. vol 15, p.1610. 1982.
10. [Al'tshuler et al, 82] B.L.Al'tshuler, A.G.Aronov, D.E.Khmelnitsky et A.I.Larkin. Quantum theory of solids. ed. I.M.Lifshitz, Mir, Moscow. 1982.
11. [Al'tshuler et al, 87] B.L.Al'tshuler, A.G.Aronov, M.E.Gershenson et Yu.V.Sharvin. Sov. Sci. Rev. vol 9, p.223. 1987.
12. [Ambegaokar et al, 71] V.Ambegaokar, B.I.Halperin, J.S.Langer. Physical Review B, vol 4, p.2612. 1971
13. [Anderson, 58] P.W.Anderson. Physical Review, vol 124, 1958.
14. [Arnaud, 02] N.Arnaud. Contrôle global de la partie centrale du détecteur d'ondes gravitationnelles Virgo, recherche de signaux impulsions : application aux coïncidences entre interféromètres. Thèse de l'université Paris XI Orsay. 2002.
15. [Ashcroft et Mermin, 76] N.W.Ashcroft et N.D.Mermin. Solid State Physics. Holt, Rinehart et Winston, Saunders College Publishing, Philadelphia. 1976.
16. [Baars et al, 87] J.W.M.Baars, B.G.Hooghoudt, P.G.Mezger et M.J.Jonge. The IRAM 30-m millimeter radio telescope on Pico Veleta, Spain. Astronomy and Astrophysics, vol 175, 319-326. 1986.
17. [Bartlett, 97] J.G.Bartlett. Galaxy clusters in cosmology : Cluster abundance as a probe of structure formation. Astro-Ph, 1997.
18. [Béal et Friedel, 64] M.T.Béal et J.Friedel. Phys. Rev. 135 2A, 466. 1964.
19. [Belitz et Das Sarma, 87] D.Belitz et S.Das Sarma. Phys. Rev. B, vol 36, p.7701. 1987.
20. [Benoit et al, 00] A.Benoit et al. Calibration and first light of the Diabolo photometer an millimeter an infrared Testa Grigia Observatory. Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. 141, 523-532. 2000.
21. [Benoit et al, 00] A.Benoit, F-X.Désert, K.Madet, B.Maffei, J-C.Vanel. Photometry December 2000 Archeops-Kiruna A 2<sup>nd</sup> Preliminary report - V1.0. 2000.
22. [Benoit et al, 00] Benoit et al. Event categories in the Edelweiss WIMP search experiment. Physic Letter, B 479, 8-14. 2000.

## Bibliographie.

23. [Benoit et al, 00] . Archeops - A high resolution, large area experiment for the CMB. Astronomy and Astrophysics. 2000.
24. [Benoit et al, 02] A.Benoit & The Archeops Collaboration. Archeops - A high resolution, large sky coverage balloon experiment for mapping CMB anisotropies. AstroParticle physics. May, 2002.
25. [Benoit et al, 02] A.Benoit & The Archeops Collaboration. Cosmological constraints from Archeops. Astro-Ph. 2002.
26. [Benoit et Puech, 98] A.Benoit et L.Puech. Mode d'emploi du programme MANIP. Version 8.8. 1998.
27. [Benoit et Pujol, 89] A.Benoit et S.Pujol. Proceeding of L.T.19 conference. 1989.
28. [Benoit, 96] A.Benoit. Électronique de bolomètres pour la mesure d'une puissance de rayonnement. École d'Aussois. 1996.
29. [Benoit, 96] A.Benoit. NEP d'un bolomètre. École d'Aussois. 1996.
30. [Benoit, 99] A.Benoit. Cryogénie. Cours DEA MPEI, UJF. 1999.
31. [Benoit, 99] A.Benoit. Électronique de mesure pour bolomètres. École de Balaruc. 1999.
32. [Bergmann et al, 90] G.Bergmann, Wei Wei, Yao Zou, R.M.Mueller. Phys.Rev. B. vol 41, p.7386. 1990.
33. [Bergmann, 84] G.Bergmann. Phys. Rep. vol 107, 1. 1984.
34. [Bertoldi et al, 00] F.Bertoldi, K.M.Menten, E.Kreysa, C.L.Carilli, F.Owen. The dawn of galaxies : Deep MAMBO imaging surveys. Astro-Ph, 2000.
35. [Bertoldi, 01] F.Bertoldi. MAMBO at the IRAM 30m. Schéma. 2001.
36. [Beust, 95] H.Beust. Astrophysique. Cours licence de physique, UJF. 1995.
37. [Bhatt et Lee, 82] R.N.Bhatt et P.A.Lee. Physical Review Letter. vol 48, p.344. 1982.
38. [Birkinshaw, 98] M.Birkinshaw. The Sunyaev-Zel'dovich Effect. Astro-Ph 9808050. 1998.
39. [Blain et al, 98] A.W.Blain, R.J.Iverson, I.Smail, J-P.Kneib. Confusion noise in millimeter/submillimeter surveys. Astro-Ph. 1998.
40. [Blain et al, 98] A.W.Blain, R.J.Iverson, I.Smail. Observational limits to source confusion in the millimeter/submillimeter waveband. Astro-Ph. 1998.
41. [Blain, 99] A.W.Blain. Future millimeter, submillimeter and far infrared surveys and their successful follow up. Astro-Ph. 1999.
42. [Blanquet, 01] C.Saint-Blanquet. Transferts thermiques. Cours sur internet de l'université de Nantes. 2001.
43. [Bock et al, 95] J.J.Bock, D.Chen, P.D.Mauskopf, A.E.Lange, A Novel Bolometer For Infrared and Millimeter-Wave Astrophysics, Space Science Reviews 74 :229-235. 1995.
44. [Bolocam, 98] Bolocam : A millimeter-wave bolometric camera, SPIE Conf on Advanced Technology MMW, Radio and Terahertz Telescopes. March, 1998.
45. [Borg, 96] Borg. Théorie du signal. Cours maîtrise de physique, UJF. 1996.
46. [Born et Wolf, 99] M.Born, E.Wolf. Principles of optics. Cambridge University Press, 1999.
47. [Brison, 00] J-P.Brison. Étalonnage de résistances RuO<sub>2</sub>. Note interne CRTBT, 2000.
48. [Bryne et O'Grady] M.Bryne et A.O'Grady. Evaluation Board for the AD7710, 24-Bit Sigma Delta A/D Converter. Application Note, Analog Device.
49. [Burne, 03] H.Burne. Physique des matériaux solides. Cours sur internet de l'école polytechnique fédérale de Lausanne. 2003.
50. [Buzzi, 99] C.Buzzi. Développement de bolomètres monolithiques silicium refroidis à 0,3K pour le satellite FIRST. Thèse CEA Leti Grenoble / Université Joseph Fourier, 1999.
51. [Camus et al, 00] Ph.Camus, L.Bergé, L.Dumoulin, S.Marnieros et J.P.Torre. Low temperature NbSi thin film thermometers on Silicon Nitride membranes for bolometer

## Bibliographie.

- applications. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 444 419-422. 2000.
52. [Camus, 00] Ph.Camus. Bolomètres IR sur membranes de Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> avec des couches minces thermométriques en NbSi - Estimation des performances du bolomètre BOLO-M4A. Rapport CSNSM. Mars 2000
  53. [Camus, 01] Ph.Camus. Caractéristiques des échantillons avec absorbeur en bismuth. Rapport CSNSM. Février 2001.
  54. [Camus, 01] Ph.Camus. Études préliminaires pour la fabrication de pixels en NbSi. Présentation, 2001.
  55. [Camus, 02] Ph.Camus. Principes des Bolomètres. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
  56. [Camus, 99] Ph.Camus. Domaine d'application d'un bolomètre infrarouge construit sur une membrane de nitrure de silicium pleine. Rapport CSNSM. Août 1999.
  57. [Cerutti-Maori, 99] G.Cerutti-Maori. Imagerie satellitaire. Cours DEA d'Astronomie, Imagerie et HRA, UNSA. 1999.
  58. [Chanin, Torre, 84] G.Chanin, J-P.Torre. Electrothermal model for ideal semiconductor bolometers. Optical Society of America, vol 1, 1984.
  59. [Chapellier, 99] M.Chapellier. Résistance thermique aux interfaces. École de détection de rayonnement à très basse température. École de Balaruc les Bains. 1999.
  60. [Chevrier, 96] J.Chevrier. Physique du solide. Cours maîtrise de physique, UJF. 1996.
  61. [Chicon et al] R.Chicon, M.Ortumo et M.Pollak. Phys. Rev. B. vol 37, p.10520. 1988.
  62. [Chouteau, 00] G.Chouteau. Cryophysique. Cours DEA MPEI, UJF, 2000.
  63. [Clarke et Hsiang, 76] J.Clarke et T.Y.Hsiang. Low-frequency noise in tin and lead films at the superconducting transition. Physical Review B, vol 13, num 11. June 1976.
  64. [Cleland et al, 50] J.W.Cleland, K.Lark-Horovitz et J.C.Pigg. Transmutation-Produced Germanium Semiconductors. Phys. Rev. 79, 814-815. 1950.
  65. [Cohen et al, 92] O.Cohen, Z.Ovadyahu et M.Rokni. 1/f noise and incipient localization. Physical Review Letters, vol 69(24), p.3555. 1992.
  66. [Collot, 02] Y.Collot. Physique des particules. Cours DEA Matière et Rayonnement, UJF, 2002.
  67. [Constantini, 03] G.Constantini. Intégrales de Wallis et formule de Stirling. Préparation sur internet pour l'agrégation de mathématiques. 2003.
  68. [Cros, 94] Cros. Électromagnétisme. Cours de DEUG 2<sup>ème</sup> année. 1994.
  69. [Dai et al, 92] P.Dai, Y.Zhang et M.P.Sarachik. Physical Review Letter, vol 69, p.1804. 1992.
  70. [D'Amico et al, 85] A.D'Amico, G.Fortunato et C.M.Van Vliet. Conductivity and noise in thin films of nonhydrogenated amorphous silicon in the hopping regime. Solid State Electronics, vol 28(8), p.837. 1985.
  71. [de Bernardis et al, 90] P.de Bernardis, S.Masi, B.Melchiorri, F.Melchiorri. Submillimetric cosmology : from ground based to space observations. 29<sup>th</sup> Liège International Astrophysical Colloquium, 1990.
  72. [Delabrouille] J.Delabrouille. Le fond cosmologique micro-ondes. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron 2002.
  73. [Désert, 00] F-X.Désert. Calculs optique chaude POM2. Tableau, note interne, 2000.
  74. [Désert, 03] F-X.Désert. Discussion privée.
  75. [Désert, 99] F-X.Désert. De la poussière interstellaire, de l'émission infrarouge des galaxies, et des mesures du rayonnement cosmologique à 3K. Habilitation à diriger des recherches, Astrophysique, UJF. 1999.
  76. [Désert, Lazareff, 95] F-X.Désert, B.Lazareff. Warm Optics for Diabolo POM2-IRAM configuration. 1995.

## Bibliographie.

77. [Diu, 89] B.Diu, C.Guthmann, D.Lederer, B.Roulet. Physique statistique. Ed Hermann. 1989, réédition 1995.
78. [Dolan et al, 79] G.J.Dolan, D.D.Osheroff. Phys. Rev. Lett. vol 43, p.721. 1979.
79. [Dowell et al, 01] C.D.Dowell, W.Collins, M.Gardner, A.Kovacs, D.C.Lis, T.G.Phillips, H.Yoshida, C.Allen, M.Jhabvala, S.H.Moseley et G.Voellmer. SHARC II, a second generation 350 micron camera for the Clatech Submillimeter Observatory. AAS 198<sup>th</sup> meeting. 2001.
80. [Dubos et al, 00] P.Dubos, P.Charlat, Th.Crozes, P.Paniez et B.Pannetier. Thermostable trilayer resist for niobium lift-off. Journal of Vacuum Science Technology B, vol 18(1). Jan/Feb 2000.
81. [Dumoulin et al, 93] L.Dumoulin, L.Bergé, J.Lesueur, H.Bernas et M.Chapellier. NbSi thin films as thermometers for low temperature bolometers. Journal of Low Temperature Physics, vol 93, No 3/4. 1993.
82. [Dumoulin et al, 95] L.Dumoulin, L.Bergé, S.Marnieros et J.Lesueur. Progress in low temperature thin film thermometers. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 000. 1995.
83. [Dumoulin, 02] L.Dumoulin. Introduction aux détecteurs cryogéniques. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
84. [Efros et Shklovskii, 75] A.L.Efros et B.I.Shklovskii. Journal of Physics C, vol 8, p.L49. 1975.
85. [Efros, 76] A.L.Efros. Journal of Physics C, vol 9, p.2021. 1976.
86. [Einstein, 09] A.Einstein. Zum gegen wärtigen Stand des Strahlungsproblems. Phys. Z. 10, 185. 1909.
87. [Fixsen et Mather, 02] D.J.Fixsen et J.C.Mather. The spectral results of the Far-Infrared Absolute Spectrometer Instrument on COBE. The Astrophysical Journal, 581:817-822. 2002.
88. [Furth, 28] R.Furth. Über Strahlungsschwankungen nach der Licht Quantumstatistik. Phys. Z. 50, 310. 1928.
89. [Gaertner, 97] S.Gaertner. Système de lecture des bolomètres optimisé pour la mission Planck Surveyor. Thèse CESR Toulouse / Université Paul Sabatier. 1997.
90. [Galais, 02] A.Galais. Bruit thermique dans une résistance. Cours sur internet de licence de l'ENS Cachan. 2002.
91. [Galeazzi et McCammon, 03] M.Galeazzi et D.McCammon. A microcalorimeter bolometer model. Astro-Ph 0304397 v1. April 2003.
92. [Gatellet, 02] J.Gatellet. Caractérisation radiative de galaxies. Stage de DEA d'Astrophysique au LAOG (F-X.Désert). 2002.
93. [Gershenson et al, 90] E.M.Gershenson, G.N.Gol'tsman, A.M.Lyul'kin, A.D.Semenov, A.V.Sergeev. Sov. Phys. JETP, vol 70 (3), p.505. 1990.
94. [Gildemeister et al, 99] J.M.Gildemeister, A.T.Lee, P.L.Richards, A fully lithographed voltage-biased superconducting spiderweb bolometer, APL 74 (6). 1999.
95. [Gildemeister, 00] J.V.Gildemeister. Voltage-biased superconducting bolometers for infrared and mm-waves. PhD Thesis, University of California, Berkeley. 2000
96. [Gillies et Allison, 86] G.T.Gillies et S.W.Allison. Review of Scientific Instrumentation, vol 57, 268. 1986.
97. [Glenn et al, 98] J.Glenn, J.J.Bock, G.Chattopadhyay, S.F.Edgington, A.E.Lange, J.Zmuidzinas, P.D.Mauskopf, B.Rownd, L.Yuen, P.A.R.Ade. Bolocam : A millimeter-wave bolometric camera. SPIE conference on advanced technology, mmw, radio and THz telescopes, Kona, Hawaiï, 1998.
98. [Goldsmith, 98] Quasioptical Systems. ed IEEE Press. 1998.

## Bibliographie.

99. [Grannan, Richards et Hase, 96] S.M.Grannan, P.L.Richards et M.K.Hase. Numerical optimization of bolometric infrared detectors including optical loading, amplifier noise, and electrical nonlinearities. 1996.
100. [Greve, Kramer et Wild, 98] A.Greve, C.Kramer, W.Wild. The beam pattern of the IRAM 30-m telescope. *Astronomy and Astrophysics supplement series*. 133, 271-284. 1998.
101. [Greve, Neri et Sievers, 98] A.Greve, R.Neri et A.Sievers. The gain-elevation correction of the 30-m telescope. *Astronomy and Astrophysics supplement series*. 132, 413-416. 1998.
102. [Griffin et Holland, 88] M.J.Griffin et W.S.Holland. The influence of background power on the performance of an ideal bolometer. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol 9, no 10. 1988.
103. [Griffin, Bock et Gear, 02] M.Griffin, J.J.Bock et W.K.Gear. The relative performance of filled and feedhorn-coupled focal plane architectures. *Astro-ph/0205264 et Applied Optics*. 2002.
104. [Gromke et al, 99] J.Gromke, W.Esch, H-P.Gemünd, E.Kreysa, L.A.Reichertz. *Astronomy with a new 100mK Bolometer array for 150GHz*. 1999.
105. [Gualtieri, 86] D.M.Gualtieri. Precision of lock-in amplifiers as a function of signal-to-noise ratio. *Review of Scientific Instrumentation*, vol 58, No 2. February 1987.
106. [Guiderdoni et al, 00] B.Guiderdoni, E.Hivon, F.R.Bouchet, B.Maffei. Semi-analytic modelling of galaxy evolution in the IR/submm range. *Astro-Ph*. 2000.
107. [Gutierrez, Deen et Claeys, 01] E.A.Gutierrez, M.J.Deen et C.L.Claeys. *Low Temperature Electronics*. Ed Academic Press. 2001.
108. [Hadar et Boreman, 99] O.Hadar, G.D.Boreman. Oversampling requirement for pixelated-imager systems. *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*. May, 1999.
109. [Haller, 84] E.E.Haller. Physics and design of advanced IR bolometers and photoconductors. *Infrared Phys.* 25, 257. 1985.
110. [Hanbury Brown et Twiss] R.Hanbury Brown et R.Q.Twiss. Interferometry of the intensity fluctuation light : I. Basic Theory : the correlation between photons in coherent beams of radiation. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 242, 300. 1957.
111. [Hanbury Brown et Twiss] R.Hanbury Brown et R.Q.Twiss. Interferometry of the intensity fluctuation light : II. An experimental test of the theory for partially coherent light. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 243, 291. 1958.
112. [Hanselman et Littlefield, 97] D.Hanselman et B.Littlefield. *The student edition of Matlab, version 5 user's guide*. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey 07458. 1997.
113. [Heijden et al, 91] R.W. et al. *Solid State Commun.* vol 78, p.5. 1991.
114. [Hill, 71] R.M.Hill. *Philos. Mag.* vol 24, p.1307. 1971.
115. [Himmelblau, 70] D.M.Himmelblau. *Process Analysis by Statistical Methods*. Ed John Wiley & Sons, Inc. 1970.
116. [Hofmann, 03] H.Hofmann. *Phénomènes de transfert de chaleur et de masse. Cours sur internet de l'école polytechnique fédérale de Lausanne*. 2003.
117. [Holland et al, 99] W.S.Holland, E.I.Robson, W.K.Gear, C.R.Cunningham, J.F.Lightfoot, T.Jenness, R.J.Iverson, J.A.Stevens, P.A.R.Ade, M.J.Griffin, W.D.Duncan, J.A.Murphy, D.A.Naylor. *SCUBA : A common-user submillimeter camera operating on the James Clerk Maxwell Telescope*. *Astro-Ph*, 1999.
118. [Hooge et Vandamme, 78] F.N.Hooge et L.K.Vandamme. Lattice scattering causes 1/f noise. *Physical Letters*, vol 66A(4), p.315. 1978.
119. [Hooge, 72] F.N.Hooge. *Physica*, vol 60, p.130. 1972.

## Bibliographie.

120. [Hsu et al, 91] J.W.P.Hsu, S.I.Park, G.Deutscher et A.Kapitulnik. *Phys. Rev. B*, vol 43, p.2648. 1991.
121. [Hubbard, 63] J.Hubbard. *Proc. R. Soc. London, Sec. A* 276, p.238. 1963.
122. [Hubble, 29] E.Hubble. A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1929.
123. [Hughes et Dunlop, 97] D.Hughes et J.Dunlop. Using new submillimeter surveys to identify evolutionary status of high-Z galaxies. *Astro-Ph*, 1997.
124. [Hughes, 97] J.P.Hughes. Hot electrons and cold photons : galaxy cluster and Sunyaev Zel'dovitch effect. *Astro-Ph*, 1997.
125. [Hunter et al, 96] T.R.Hunter, D.J.Benford, E.Seyrabyn. Optical design of the Submillimeter High Angular Resolution Camera (SHARC). *Astronomical Society of the Pacific*. 1996.
126. [Jin, 02] Y.Jin. Vers l'électronique à 4,2 K par le HEMT. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
127. [Jin, 03] Y.Jin. Propriété des transistors HEMTs QPC. Communication pour la collaboration sur le projet de caméra bolométrique. 2003.
128. [Johnson, 28] J.B.Johnson. Thermal agitation in conductors. *Physical Review*, 32, 1928.
129. [Jones, 53] R.C.Jones. The general theory of bolometer performance. *Journal of the Optical Society of America*, vol 43, 1953.
130. [Juillard, 02] A.Juillard. Phonon ?. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
131. [Juillard, 99] A.Juillard. Résolution dans les bolomètres équipés de couches minces d'isolant d'Anderson pour des événements impliquant des reculs de noyaux. Thèse CSNSM Orsay / Université Paris XI, 1999.
132. [Kenny et al, 89] T.W.Kenny et al. *Phys. Rev. B*, vol 39 (12), p.8476. 1989.
133. [Kim et Lee, 93] Ju-Jin Kim et Hu Jong Lee. *Physical Review Letter*, vol 70, p.2798. 1993.
134. [Kittel, 69] C.Kittel. *Thermal Physics*. Ed John Wiley & Sons. 1969.
135. [Kittel, 77] P.Kittel. Comment on the equivalent noise bandwidth approximation. *Review of Scientific Instrumentation*, vol 48, No 9. September 1977.
136. [Kreysa et al, 01] E.Kreysa, H.P.Gemüd, A.Raccanelli, L.A.Reichertz et G.Siringo. Bolometer arrays for mm/submm astronomy. *Experimental Cosmology et Millimetre Wavelengths*, AIP conference proceedings, 616. 2001.
137. [Kumar et al, 96] A.Kumar, L.Saminadayar, D.C.Glattli, Y.Jin et B.Etienne. *Phys. Rev. Lett.* 76(15). 1996.
138. [Kurse et al, 62] P.W.Kurse, L.D.McGlauchlin et R.B.McQuistan. *Elements of infrared technology : generation, transmission, and detection*. ed Wiley, New York. 1962.
139. [Ladieu et al, 96] F.Ladieu, M.Sanquer et J.P. Bouchaud. *Phys. Rev. B*. vol 53, p.973. 1996.
140. [Lakner et van Löhneysen, 89] M.Lakner et H.van Löhneysen. *Physical Review Letter*. vol 63, p.648. 1989.
141. [Lakner et van Löhneysen, 94] M.Lakner et H.van Löhneysen. *Physical Review B*, vol 50, p.17064. 1994.
142. [LaMadrid et al, 92] M.A.LaMadrid, W.Contana, J.M.Mochel. *Phys.Rev. B*, vol 45, p.3870. 1992.
143. [Lamarre, 86] L.M.Lamarre. Photon noise in photometric instruments at far-infrared and submillimeter wavelengths. *Applied Optics*. 1986.
144. [Lambs, 96] J.W.Lambs. Miscellaneous data on materials for millimetre and submillimetre optics. *International journal of Infrared and millimeter waves*, vol. 17, no. 12. 1996.

## Bibliographie.

145. [Leclercq, 00] S.Leclercq. Mesure du temps de réponse thermique des bolomètres de l'expérience ARCHEOPS à l'aide d'un Chopper. Stage de DEA MPEI, UJF. 2000.
146. [Léna, 96] P.Léna. Astrophysique. Méthodes physiques de l'observation. Ed CNRS. 1996.
147. [Lesueur et al, 85] J.Lesueur, L.Dumoulin et P.Nédellec. Phys. Rev.Lett. vol 55, p.2355. 1985.
148. [Levy, 95] L.Levy. Thermodynamique. Cours DEUG, UJF, 1995.
149. [Lievo et Pekola, 98] M.M.Leivo et J.P.Pekola. Appl. Phys. Lett. vol 72 (11), p.1305. 1998.
150. [Lounasmaa, 74] O.V.Lounasmaa. Experimental principles and methods below 1K. Academic Press. 1974.
151. [LTD10, 03] 10<sup>th</sup> international workshop on Low Temperature Detector, Genoa, Italy, 7-11 July 2003.
152. [Madet, 02] K.Madet. Mesure du rayonnement cosmologique : préparation et étalonnage des instruments Archeops et Planck. Thèse CRTBT Grenoble / Université Joseph Fourier. 2002.
153. [Mandel et Wolf, 61] L.Mandel et E.Wolf. Correlation in the fluctuation outputs from two square-law detectors illuminated by light of any state of coherence and polarization. Phys. Rev. 124, 1696. 1961.
154. [Manuel, 74] P.Manuel. Étude microcalorimétrique de quelques effets d'interface en supraconductivité. Thèse de l'ENS Paris. 1974.
155. [Marianer et Shklovskii, 92] S.Marianer, B.I.Shklovskii. Phys. Rev. B, vol 46, p.13100. 1992.
156. [Marnieros et al, 00] S.Marnieros, L.Bergé, A.Juillard, L.Dumoulin. Dynamical properties near the metal-insulator transition: evidence for electron-assisted variable range hopping. Physical Review Letters, vol 84. 2000.
157. [Marnieros et al, 99] S.Marnieros, L.Bergé, A.Juillard et L.Dumoulin. Low temperature specific heat of NbSi Anderson insulator measured by cryogenic bolometry. Physica B, 259-261, 862. 1999.
158. [Marnieros, 02] S.Marnieros. L'isolant d'Anderson. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
159. [Marnieros, 98] S.Marnieros. Couches minces d'isolant d'Anderson. Application à la bolométrie à très basse température. Thèse CSNSM Orsay / Université Paris XI, 1998.
160. [Mather et al, 90] J.C.Mather et al. ApJ, 354, L37. 1990.
161. [Mather, 82] J.C.Mather. Bolometer noise: nonequilibrium theory. Applied Optics, vol 21, No 6. March, 1982.
162. [Mather, 84] J.C.Mather. Bolometer: ultimate sensitivity, optimization, and amplifier coupling. Applied Optics, vol 23, 1984.
163. [Mathieu, 01] H.Mathieu. Physique des semiconducteurs et des composants électroniques. Cours de 2<sup>e</sup> cycle d'écoles d'ingénieurs. 5<sup>e</sup> édition, Dunod, Paris. 2001.
164. [Mauskopf et al, 97] P.D.Mauskopf, J.J.Bock, H.Del castillo, W.L. Holzapfel, A.E. Lange, Composite infrared bolometers with Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> micromesh absorbers, Appl.Opt., Vol 36, N°4. 1997.
165. [Maynard, 96] R.Maynard. Physique statistique. Cours maîtrise de physique, UJF. 1996.
166. [Mc Worther, 55] A.L.McWorther. PhD Thesis, MIT, Cambridge, Mass. 1955.
167. [Mees et al, 91] J.Mees et al, New designs for antenna-coupled superconducting bolometers, APL 59 (18). 1991.
168. [Moseley et al, 03] H.Moseley, C.Allen, D.Benford, R.Silverberg, J.Staguhn, G.Voellmer, D.Dowell et T.Phillips. The design and performance of the 384-element filled detector array for the SHARC II submillimeter camera. LTD10. 2003.

## Bibliographie.

169. [Motchenbacher et Connelly, 93] C.D.Motchenbacher et J.A.Connelly. Low-Noise Electronic System Design. ed John Wiley & sons, inc. 1993.
170. [Mott et Davis, 71] N.F.Mott. Electronic process in non-crystalline solids. Oxford University, London. 1971.
171. [Mott, 68] N.F.Mott. Journal of Non-Crystal Solids, vol 1, p.1. 1968
172. [Mott, 74] N.F.Mott. Metal Insulator transitions. Taylor and Francis LTD, London. 1974.
173. [Mott, 75] N.F.Mott. Journal of Physics C, vol 8, p.L239. 1975.
174. [Nash, 96] E.Nash. Using the AD771x family of 24-Bit Sigma-Delta A/D Converters. Application Note 406, Analog Device. 1996.
175. [Nyquist, 28] H.Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. Physical Review, 32, 1928.
176. [O'Leary, 99] S.O'Leary. Control the AD7710/11/12/13 from the PC. Application Note, Analog Device. 1994.
177. [Ootuka et Matsunaga, 90] Y.Ootuka et N.Matsunaga. J. Phys. Soc. Jpn. vol 59, p.1801. 1990.
178. [Osterman et al, 97] D.P.Osterman et al. Antenna-coupled bolometer with a micromachined-beam thermal link, APL 71 (16). 1997.
179. [Paalanen et al, 88] M.A.Paalanen, J.E.Graebner et R.N.Bhatt. Physical Review Letter. vol 61, p.597. 1988.
180. [Paragina, 97] A.Paragina. Étude de la réfrigération par dilution d'hélium en cycle ouvert, application à un satellite d'observation submillimétrique. Thèse CRTBT Grenoble / Université Joseph Fourier. 1997.
181. [Pari, 02] P.Pari. Réfrigérateurs à dilution, approche expérimentale, utilisation et maintenance. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
182. [Phillips, 87] W.A.Phillips. Rep. Prog. Phys. vol 50, p.1657. 1987.
183. [Piat, 00] M.Piat. Contribution à la définition des besoins scientifiques et des solutions instrumentales du projet Planck-HFI. Thèse IAS Orsay / Université Paris XI. 2000.
184. [Piat, 02] M.Piat. Thermométrie à très basse température. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
185. [Pienzas et Wilson, 65] A.Pienzas et R.Wilson. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. Astrophysical Journal Letter 142. 1965.
186. [Pobell, 96] F.Pobell. Matter and Methods at Low Temperature. Second Edition. ed Springer. 1996.
187. [Pointecouteau, Giard et Barret] E.Pointecouteau, M.Giard, D.Barret. A&A 336,44. 1998.
188. [Pollak et Riess, 76] M.Pollak et I.Riess. Journal of Physics C. vol 9, P.2339. 1976.
189. [Pollak, 72] M.Pollak. Journal of Non-Crystal Solids, vol 11. 1972.
190. [Ponthieu, 03] N.Ponthieu. Étude de la polarisation du fond diffus cosmologique et de la poussière galactique par l'expérience Archeops. Thèse LPSC / Université Joseph Fourier. 2003.
191. [Pouvil, 03] P.Pouvil. Densité spectrale de bruit. Cours sur internet pour étudiants de Bac+3 à Bac+5 inscrit dans un enseignement d'électronique. 2003.
192. [Protassov, 95] K.Protassov. Mathématiques. Cours licence de physique, UJF, 1995.
193. [Puech, 00] L.Puech. Physique statistique et Physique du solide. Cours DEA MPEI, UJF, 2000.
194. [Puech, 99] L.Puech. Mode d'emploi du programme monResEdit68K. Note interne au CRTBT, 1999
195. [Reichert et al, 00] L.A.Reichert, W.Esch, H-P.Gemünd, J.Gromke, E.Kreysa. The MPIFR 100mK Bolometer array for 2mm continuum observations. 2000.

## Bibliographie.

196. [Reveret, Rodrigez, 00] V.Reveret, L.Rodriguez. Étude d'un plan focal pour l'IRAM utilisant des matrices de bolomètres développées par le CEA/LETI dans le cadre du projet FIRST/SPIRE. Rapport CEA/DSM/DAPNIA/Sap. 2000.
197. [Richards, 94] P.L.Richards. Bolometers for infrared and millimeter waves. Journal of Applied Physics. 1994.
198. [Ricord, 99] G.Ricord. Détection, Acquisition et Traitement d'image. Cours DEA d'Astronomie, Imagerie et HRA, UNSA, 1999.
199. [Rieke, 02] G.Rieke. Detection of Light From the Ultraviolet to the Submillimeter, Chapter 9 Bolometers. Cambridge University Press, 2002.
200. [Rosenbaum, 91] R.Rosenbaum. Phys. Rev. B. vol 44, p.3599. 1991.
201. [Roukes et al, 85] M.L.Roukes, M.R.Freeman, R.S.Germain, R.C.Richardson, M.B.Ketchen. Phys. Rev. Lett. vol 55, p.442. 1985.
202. [Ruteledge, 83] D.B.Rutledge, Integrated-Circuit antennas, Infrared and Millimeter Wave, Vol.10, ISBN 0-12-147710-X. 1983.
203. [Santhannam et al, 87] P.Santhanam, S.Wind et D.E.Prober. Phys. Rev. B, vol 35, p.3188. 1987.
204. [Savry, 01] O.Savry. Matrices de détecteurs bolométriques pour l'imagerie dans les bandes millimétriques : faisabilité, performances et réalisation d'un démonstrateur. Thèse CEA Leti Grenoble / Université Joseph Fourier, 2001.
205. [Schmid, 85] A.Schmid. Localisation, interaction, and transport phenomena. ed. B.Kramer, G.Bergmann, Y.Bruynseraede, Springer, Berlin. 1985.
206. [Scott et al, 01] S.E.Scott, M.J.Fox, J.S.Dunlop, S.Serjeant, J.A.Peacock, R.J.Iverson, S.Oliver, R.G.Mann, A.Lawrence, A.Efstathiou, M.Rowan-Robinson, D.H.Hughes, E.N.Archibald, A.Blain, M.Longair. The SCUBA 8-mJy survey – I: Sub-millimetre maps, sources and number counts. Astro-Ph. 2001.
207. [Shklovskii et Efros, 71] B.I.Shklovskii et A.L.Efros. Sov. Phys. JETP, 33, p.468. 1971.
208. [Shklovskii et Efros, 84] B.I.Shklovskii et A.L.Efros. Electronic properties of doped semiconductors. Ed Springer-Verlag, Berlin. 1984.
209. [Shklovskii, 80] B.I.Shklovskii. theory of 1/f noise for hopping properties of doped semiconductors. Springer series in solid state sciences, vol 45, Berlin. 1984.
210. [Shlimak et al, 95] I.Shlimak, Y.Kraftmakher, R.Ussyshkin et al. 1/f hopping noise in crystalline germanium. Solid State Communications, vol 93(10), p.829. 1995.
211. [Smoot et al, 92] G.F.Smoot et al. Astrophysical Journal Letter. April 21. 1992.
212. [Snyder et al, 97] G.Snyder, M.B.Weissman, H.T.Hardner et C.Parman. Nonequilibrium 1/f noise in amorphous silicon. Physical Review B, vol 56, num 15. October 1997.
213. [Steinbach et al, 96] A.H.Steinbach, J.M.Martinis, M.H.Devoret. Phys. Rev. Lett. vol 76, p.3806. 1996.
214. [Sunyaev et Zeldovich, 72] R.A.Sunyaev, Ya.B.Zeldovich, Comments astrophys.. Space Phys, 4, 173. 1972.
215. [Sunyaev et Zeldovich, 80] R.A.Sunyaev, Ya.B.Zeldovich, MNRAS, 190, 413. 1980.
216. [Swartz et Pohl, 89] E.T.Swartz et R.O.Pohl. Rev. Mod. Phys. vol 61, p.605. 1989.
217. [Thouless, 77] D.J.Thouless. Physical Review Letter, vol39, 1977.
218. [Torre, 02] J.P.Torre. Propriétés de l'He<sup>3</sup>. Cryostats à He<sup>3</sup> pompé et interrupteur thermique. École de détection de rayonnement à très basse température. Oléron. 2002.
219. [Trofimov, 96] V.Trofimov. Proceeding LTD-6, NIM, 370. p.168. 1996.
220. [Vallade, 95] M.Vallade. Optique. Cours licence de physique, UJF, 1995.
221. [Van Der Ziel, 59] A.Van Der Ziel. Fluctuations phenomena in semi-conductors. ed Butterworths Scientific Publications, London. 1959.
222. [van Sciver, 86] S.W.van Sciver. Helium Cryogenics. The international cryogenics monograph series. ed Plenum press. 1986.

## Bibliographie.

223. [von Hoerner, 67] S.von Hoerner. Design of large steerable telescopes. *Astron. J.* 72, 35. 1967.
224. [Voss et Clarke, 76] R.F.Voss et J.Clarke. Flicker (1/f) noise : Equilibrium temperature and resistance fluctuations. *Physical Review B*, vol 13, num 2. January 1976.
225. [Voss, 78] R.F.Voss. 1/f noise and percolation in impurity bands in inversion layers. *J. Phys. C: Solid State Phys.* vol 11, p.L923. 1978.
226. [Wang et al, 90] N.Wang, F.C.Wellstood, B.Sadoulet, E.E.Haller, J.Beeman. *Phys. Rev. B* 41, p.3761. 1990.
227. [Wang et al, 96] N.Wang, T.R.Hunter, D.J.Benford, E.Serabyn, D.C.Lis, T.G.Phillips, S.H.Moseley, K.Boyce, A.Szymkowiak, C.Allen, B.Mott, J.Gygax. Characterisation of a Submillimeter High Angular Resolution Camera with a monolithic Silicon bolometer array for the Caltech Submillimeter Observatory. *Applied Optics*. 1996.
228. [Watson, 96] G.N.Watson. A treatise on the theory of Bessel functions. Cambridge University Press, 1996.
229. [Wellstood et al, 94] F.C.Wellstood, C.Urbina, J.Clarke. *Phys. Rev. B.* vol 49, p.5942. 1994.
230. [Wennberg et al, 86] A.K.M.Wennberg, S.N.Ytterboe, C.M.Gould, H.M.Bozler. *Phys. Rev. B*, vol 34, p.4406. 1986.
231. [Wiech et al, 89] G.Wiech, W.Zahorowski, A.Simunek et O.Sipr. *J. Phys: Cond. Mat.* vol 1, p.5595. 1989.
232. [Wild, 99] W.Wild. The 30m Manual, a handbook for the IRAM 30m telescope. Documentation IRAM. 1999.
233. [Withington, 98] S.Withington. Far Infrared optics design and verification : definition of terms. Cavendish Laboratory, Cambridge, 1998.
234. [Zeldovich et Sunyaev, 69] Ya.B.Zeldovich, R.A.Sunyaev, *Astr. Sp. Sci.*, 4, 301. 1969.

## Partie IV Annexes



# Chapitre I Formation d'image dans un instrument d'optique.

## I.1 Origine statistique du rayonnement.

Les intérêts des rappels de statistique quantique présentés ici sont non seulement de fournir les bases théoriques sur lesquelles sont fondées les équations qui décrivent le comportement des photons dont on va vouloir mesurer la puissance au foyer du télescope sur lequel sera placée la caméra bolométrique, mais ils permettent aussi de comprendre l'origine d'un certain nombre de phénomènes physiques qui ont lieu au cœur de l'instrument. Comme cela est dit dans la Partie II au Chapitre I, une formulation simplifiée du principe de fonctionnement des bolomètres n'est pas suffisante pour décrire correctement leur fonctionnement à basse température pour la détection de faibles signaux. Pour comprendre l'origine et les limites des hypothèses du modèle simple, et, pour les dépasser il est fort avantageux de revenir aux équations de base de la physique statistique, décrivant des systèmes constitués d'un grand nombre de "particules". Comme cela est présenté dans la Partie II au sous-chapitre I.4, modéliser les bolomètres avec une précision accrue offre les bases d'une discussion sur l'optimisation de leurs performances, ce qui est absolument nécessaire pour réaliser une caméra compétitive, capable d'atteindre les objectifs qui sont précisés dans la première partie du mémoire.

### I.1.1 Probabilité d'occupation d'états pour un ensemble de particules.

Soit un ensemble de particules pouvant occuper un ensemble de cases que l'on appelle "états" (représentant chacun une énergie donnée et une quantité de mouvement donnée). Si l'ensemble de ces états, que l'on note  $\Omega$ , sont disponibles et équiprobables. La probabilité qu'une particule soit dans l'état  $l$  est simplement  $P_l = 1/\Omega$ . L'entropie microcanonique est définie par :

$$S \equiv k \cdot \ln(\Omega)$$

Équation IV-1

Considérons un système constitué d'un gaz de particules libres enfermées dans une boîte servant de thermostat (c'est-à-dire qui fixe l'énergie moyenne de l'ensemble des particules), d'énergie totale  $E_T$ . Le nombre d'états disponibles va être fonction de l'énergie disponible pour les particules. Le système sera à l'équilibre si  $dS = 0$ , et cet équilibre sera stable si  $d^2S < 0$ . La température statistique est définie par la relation  $1/T \equiv dS/dE$  et la capacité calorifique<sup>66</sup> par  $C \equiv dE/dT$ . En supposant qu'un nombre  $\Omega(l)$  de particules peuvent occuper un état  $l$ , sachant que cet état fait partie d'un ensemble d'états d'énergies  $E_l$  différentes de l'énergie moyenne  $E_T$ , la probabilité d'occupation de l'état  $l$  sera alors :

$$P_l = \frac{\Omega(l) \cdot \Omega(E_R = E_T - E_l)}{\Omega}$$

Équation IV-2

<sup>66</sup> Cette dernière a été présentée de façon plus détaillée au sous-chapitre II.2.

Par définition du thermostat, on peut effectuer un développement limité au premier ordre sur l'entropie :  $S_R(E_R, \dots) = S_R(E_T) - (\beta \cdot k) \cdot E_l + \dots$ . En remplaçant chacun des nombres  $\Omega$  par le développement limité de l'entropie correspondante on trouve :

$$P_l = \frac{e^{-\beta \cdot E_l}}{Z}, \text{ avec } Z = \sum_i e^{-\beta \cdot E_i} \text{ et } \beta = \frac{1}{k \cdot T}$$

Équation IV-3

$Z$  est appelée fonction de partition de l'ensemble des états possibles. L'Équation IV-3 est appelée fonction de distribution de Boltzmann.

En appliquant ce résultat à la thermodynamique statistique du gaz parfait, on peut démontrer que la température statistique doit être égale à la température du gaz, et que le facteur de proportionnalité  $k$  est égal à la constante de Boltzmann :  $k \equiv k_B$ . Cette dernière égalité a d'ailleurs permis de donner à la constante de Boltzmann une définition plus rigoureuse et de portée plus générale que sa définition historique (rapport entre la constante des gaz parfaits et le nombre d'Avogadro). Par ailleurs en appliquant l'Équation IV-3 à d'autres systèmes (électrons dans un métal, photons confinés, vibration de réseau dans un cristal etc.) on a pu montrer que la température statistique offrait en fait une définition de la température bien plus rigoureuse et avec une portée plus générale que la définition qui existait alors et qui était donnée dans le cadre de la thermodynamique<sup>67</sup>.

Il faut remarquer qu'en établissant l'Équation IV-3, on a implicitement fait l'hypothèse que le nombre de particules dans le système était constant. La distribution de Boltzmann peut être généralisée à un système dans lequel le nombre de particules  $N$  peut varier. Pour cela on définit le potentiel chimique  $\mu$  du système en utilisant la dérivée de l'entropie par rapport à la variable  $N$  :  $\mu \equiv -T \cdot \frac{dS}{dN}$ . Le potentiel chimique représente l'énergie nécessaire pour rajouter une particule au système ( $\mu \approx -(dE/dS) \cdot (dS/dN) \approx -dE/dN$ ). En remarquant qu'à l'équilibre thermodynamique  $d\mu/dN > 0$  et en suivant les mêmes raisonnements probabilistes que précédemment, on établit la distribution de Boltzmann généralisée (ou distribution de Maxwell-Boltzmann) :

$$P_l = \frac{e^{-\beta \cdot (E_l - \mu N_l)}}{Z}, \text{ avec } Z = \sum_i e^{-\beta \cdot (E_i - \mu N_i)} \text{ et } \beta = \frac{1}{k \cdot T}$$

Équation IV-4

Soit une variable  $X$  définie pour chacune des particules et caractérisée par les états du système. Pour chacune des particules dans l'état  $l$ , la variable  $X$  a pour valeur particulière  $X_l$ . La valeur moyenne de  $X$  sur l'ensemble du système est par conséquent :

$$\bar{X} = \sum_l X_l P_l$$

Équation IV-5

Par exemple l'énergie moyenne du système (ou énergie interne) vaut  $U = \bar{E} = \sum_l E_l P_l$ , le nombre moyen de particules est  $\bar{N} = \sum_l N_l P_l$ , la vitesse moyenne est  $\bar{v} = \sum_l \vec{v}_l P_l$ , etc.

### I.1.2 Quantification.

En mécanique quantique, le principe d'incertitude permet de considérer toute particule comme une onde et vice-versa. Chaque onde-particule peut-être entièrement définie par une

<sup>67</sup> Voir paragraphe II.1.2 pour plus de détails.

fonction d'onde  $\Psi$  dont la particularité est d'obéir à l'équation de Schrödinger<sup>68</sup>  $H \cdot \Psi = E \cdot \Psi$ , où  $H$  est l'opérateur Hamiltonien et  $E$  est l'énergie de la particule. Chaque ensemble de particules peut être décrit par une combinaison linéaire des fonctions d'ondes individuelles. Soit deux particules indiscernables 1 et 2 qui peuvent occuper deux états quantiques  $\alpha$  et  $\beta$ . La densité de probabilité d'occupation des états est donnée par le carré du module de la fonction d'onde du système, et comme les particules sont indiscernables, on doit avoir  $|\Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 = |\Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_2, \vec{r}_1)|^2$ . Les deux solutions possibles de cette égalité sont  $\Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$  et  $\Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\Psi_{\alpha,\beta}(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ . Dans le premier cas, les particules sont désignées sous le nom de Bosons, et dans le deuxième cas, sous le nom de Fermions. Si  $\alpha$  et  $\beta$  représente le même état, on voit que la fonction d'onde des fermions est nécessairement nulle ; c'est le principe de Pauli : "Contrairement aux bosons, un ensemble de fermions ne peut jamais occuper une configuration d'états individuels dont deux soient identiques".

Si on revient au système constitué de particules enfermées dans une boîte servant de thermostat, et si on note  $n_l$  le nombre de particules pouvant occuper l'état  $l$ , on a  $n_l = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$  pour les bosons alors que  $n_l = 0, 1$  pour les fermions. En notant  $\zeta_l = \sum_{n_l} e^{-\beta \cdot (E_l - \mu) \cdot n_l}$  la fonction de partition associée à l'état  $l$ , on a  $\zeta_l = \frac{1}{1 - e^{-\beta \cdot (E_l - \mu)}}$  pour les bosons et  $\zeta_l = 1 + e^{-\beta \cdot (E_l - \mu)}$  pour les fermions. La fonction de partition globale est le produit

des fonctions de chaque état :  $Z = \prod_{l=0}^{\infty} \zeta_l$ . Cela signifie que la probabilité d'occupation d'un état  $l$  ne dépend pas des autres états :  $P_l = \frac{e^{-\beta \cdot (E_l - \mu)}}{\zeta_l}$ . Le nombre moyen de particules occupant l'état  $l$  est donc :  $\bar{n}_l = \sum_{n_l} n_l \cdot P_l$ .

Pour les fermions, on obtient la loi dite de Fermi-Dirac :

$$\bar{n}_l = \frac{1}{e^{\beta \cdot (E_l - \mu)} + 1}$$

Équation IV-6

Pour les bosons, on obtient la loi dite de Bose-Einstein :

$$\bar{n}_l = \frac{1}{e^{\beta \cdot (E_l - \mu)} - 1}$$

Équation IV-7

Remarque : cette fonction, qui représente un nombre moyen de particules, doit toujours être positive, ce qui implique que le potentiel chimique  $\mu$  doit être inférieur à la plus petite énergie possible  $E_0$ , correspondant à l'état fondamental. Dans le cas des photons ou des phonons, il n'y a pas nécessairement conservation du nombre lors des chocs avec la paroi du thermostat. Cela implique que l'on a  $\mu = 0$ . On peut en fait montrer que c'est nécessairement le cas pour tous les bosons de masse nulle. Pour les bosons de masse non nulle, leur nombre peut-être aussi grand que l'on veut même lorsque  $T \rightarrow 0$ . Dans ces conditions on a nécessairement  $\mu < 0$ .

L'Équation IV-6 et l'Équation IV-7 sont fondamentales ; elles sont utilisées à de nombreuses reprises au cours des chapitres théoriques de cette thèse.

<sup>68</sup> Équivalent pour les fonctions d'ondes, de l'équation de conservation de l'énergie issue du principe fondamental de la dynamique en mécanique classique.

### I.1.3 Définition du rayonnement de corps noir.

#### I.1.3.1 Origine statistique de la loi de Planck.

Considérons une boîte cubique fermée avec conditions aux limites périodiques, les équations de Maxwell permettent d'exprimer le champ électrique sous forme d'ondes progressives :  $\vec{E} \propto \exp[i \cdot (\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t)]$ , avec  $|\vec{K}| = \omega/c$  et  $K_i = n_i \cdot 2\pi/L$  ( $L$  est la longueur d'un côté de la boîte,  $\omega$  est la pulsation de l'onde, et  $n_i$  est un nombre entier positif).

Le nombre de modes  $\vec{K}$ , dont le module est compris entre  $K$  et  $K+dK$ , est<sup>69</sup>  $n = (2(L/2\pi)^3 \cdot 4\pi K^2 dK)$ . En appelant  $V$  le volume de la boîte, la densité spectrale de modes s'écrit alors :

$$\rho(\omega) = \frac{dn}{d\omega} = \frac{V}{\pi^2 \cdot c^3} \omega^2$$

Équation IV-8

La quantification (Planck-Einstein) donne l'énergie des photons et leur quantité de mouvement (impulsion), en remplaçant  $\omega$  par  $\varepsilon/\hbar$  dans l'Équation IV-8 on obtient la densité d'états d'énergie  $\varepsilon$  disponibles pour les photons. Attention, il s'agit du nombre de modes par tranche infinitésimale d'énergie (compris entre  $\varepsilon$  et  $\varepsilon+d\varepsilon$ ), et non pas du taux d'occupation,  $dN$ , de ces états.

Pour connaître ce dernier on utilise l'électromagnétisme quantique. Cette théorie nous enseigne que les photons sont des bosons, ils obéissent donc à la statistique dite de Bose-Einstein et leur nombre moyen par état d'énergie  $\varepsilon$  est :  $N(\varepsilon, T) = 1/(e^{\beta\varepsilon} - 1)$ . À la limite thermodynamique (on néglige les fluctuations), le nombre de photons dont l'énergie est comprise entre  $\varepsilon$  et  $\varepsilon+d\varepsilon$ , à la température  $T$ , vaut alors :  $dn(\varepsilon, T) = N(\varepsilon, T) \cdot \rho(\varepsilon) \cdot d\varepsilon$ , où  $\rho(\varepsilon)$  est la densité d'états d'énergie  $\varepsilon$ . L'énergie de l'ensemble de ces photons est donc  $dE(\varepsilon, T) = \varepsilon \cdot dn(\varepsilon, T)$ . Or  $\varepsilon = \hbar\omega$ , cela signifie que  $dE$  est porté par une onde dont la pulsation est comprise entre  $\omega$  et  $\omega+d\omega$ . Par conséquent, on peut écrire  $dE(\omega, T) = V \cdot u(\omega, T) \cdot d\omega$ , où  $u(\omega, T)$  est la densité spectrale d'énergie par unité de volume. En remplaçant  $dE$  par son expression en fonction de  $N(\omega, T)$  de  $\rho(\omega)$ , on obtient l'expression de  $u(\omega, T)$  :

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad [\text{J} / \text{m}^3 / \text{Hz}]$$

Équation IV-9

Cette expression est connue sous le nom de Loi de Planck du rayonnement de corps noir.

Dans le cadre de m'étude menée pour la définition des objectifs fixés pour la conception de la caméra bolométrique, on va vouloir calculer la puissance de rayonnement attendue au foyer du télescope sur lequel sera monté l'instrument. Comme on va le voir dans les paragraphes suivants, la loi de Planck est la pierre angulaire de cette étude photométrique.

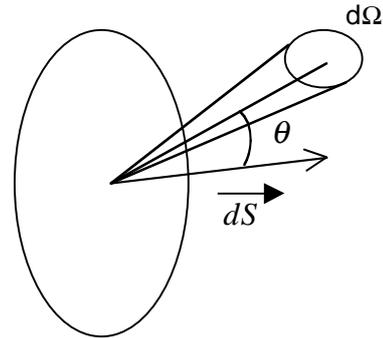
<sup>69</sup> Le dénombrement des modes de vecteur d'onde  $\vec{K}$  se fait exactement de la même manière que dans le paragraphe II.2.2 des Annexes, qui traite de la chaleur spécifique des phonons (voir en particulier l'intégration des modes dans la première zone de Brillouin).

### I.1.3.2 Définition de grandeurs photométriques.

La puissance (énergie  $E$  par unité de temps) totale rayonnée par un corps est appelée luminosité ( $L$ [W]).

L'intensité spécifique (ou brillance)  $I_v$  est définie comme étant la puissance rayonnée dans une bande de fréquence  $d\nu$  par une unité de surface  $dS$  dans un angle solide  $d\Omega$  faisant un angle  $\theta$  avec la normale à  $dS$  :

$$I_v \equiv \frac{dE}{dS \cdot \cos\theta \cdot d\nu \cdot d\Omega \cdot dt} \quad [\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr} / \text{Hz}]$$



Le flux est défini par :  $F_v \equiv \int_{\Omega_{\text{source}}} I_v \cdot \cos\theta \cdot d\Omega$ .

L'une des unités les plus couramment utilisées en radioastronomie pour  $F_v$  est le Jansky :  $1\text{Jy} = 10^{-26} \text{W/m}^2/\text{Hz}$ . Le flux total vaut quant à lui :  $\Phi = \int F_v \cdot d\nu$ .

Définitions de quelques quantités photométriques intégrées sur tout le spectre des longueurs d'ondes :

Flux d'énergie :  $\langle |\vec{\Pi}| \rangle$  [ $\text{W} / \text{m}^2$ ], où  $\vec{\Pi} \equiv \frac{1}{\mu_0 c^2} (\vec{E} \times \vec{B})$  est le vecteur de Poynting, proportionnel au produit vectoriel du champ électrique avec le champ magnétique ( $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide), il donne la densité de quantité de mouvement (d'impulsion) du champ électromagnétique (on montre que la densité d'énergie est  $w = \epsilon_0 \cdot \|\vec{E}\|^2$  et que  $\vec{\Pi} = w \cdot c \cdot \vec{n}$ , où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la direction de propagation des ondes électromagnétiques).

Flux lumineux :  $d\Phi = \langle |\vec{\Pi}| \rangle \cos\theta \cdot dS$  [W].

Luminance :  $L \equiv \frac{\partial \langle |\vec{\Pi}| \rangle}{\partial \Omega}$  [ $\text{W} / \text{m}^2 / \text{sr}$ ].

Intensité lumineuse :  $I \equiv \iint L \cos\theta \cdot dS = \frac{d\Phi}{d\Omega}$  [ $\text{W} / \text{sr}$ ].

Émittance (ou radiance ou excitance) de la source :  $M \equiv \iint L \cos\theta \cdot d\Omega = \frac{d\Phi}{dS}$  [ $\text{W} / \text{m}^2$ ].

La conservation de l'énergie et de l'étendue optique ( $dS \cdot d\Omega \cdot \cos\theta$ ) imposent l'égalité entre la luminance d'un objet et celle de son image formée à travers un système optique qui n'absorbe pas le rayonnement. Tout système optique a une taille finie que l'on caractérise par sa pupille d'entrée ou sa pupille de sortie. En caractérisant les quantités liées à l'image par le caractère prime (') on définit l'éclairement de l'image par :  $E' = \iint_{\text{pupille de sortie}} L' \cdot \cos\theta' \cdot d\Omega'$  [ $\text{W} / \text{m}^2$ ].

## I.2 Calculs d'optique.

L'étude minutieuse de la formation des images à travers un instrument d'optique fait apparaître des calculs assez lourds et compliqués, qu'il n'est pas raisonnable d'appliquer de façon brutale lorsque l'on veut définir un nouveau projet en partant de zéro. Il faut d'abord séparer les problèmes, les dégrossir avec des outils faciles à manier, d'utilisation rapide,

permettant de donner des ordres de grandeur et de comprendre rapidement le fonctionnement des systèmes optiques. Une fois que l'architecture globale de l'instrument et de ses éléments optiques ont été définis, il est alors nécessaire d'avoir recours au calcul précis pour pouvoir passer à la phase de conception.

Pour ne pas trop alourdir la rédaction, la hiérarchie des paragraphes suivant ne suit cette démarche que lorsqu'elle est importante. Ainsi la séparation des problèmes est illustrée avec le découpage entre optique géométrique et optique ondulatoire. Dans le premier cas on s'intéresse à la détermination de l'emplacement et de la forme des images, et dans le deuxième cas on s'intéresse à la résolution que l'on peut attendre du système optique. La présentation d'un outils mathématique grossier et de l'outil de précision n'est présenté que pour le cas de l'optique géométrique. Pour le cas de l'optique ondulatoire la distinction est moins nette, car on a préféré présenter les origines de l'optique de Fourier, qui offre un formalisme utilisable à plusieurs niveaux de précision ; c'est en quelque sorte une boîte à outils contenant aussi bien des instrument d'élagage que des instruments de haute précision permettant de définir et d'étudier n'importe quel système optique. Elle offre en sus, à travers les fonctions de transfert, une analogie fort pratique avec la théorie du signal et l'électronique.

## I.2.1 Optique géométrique.

### I.2.1.1 Formalisme matriciel avec l'approximation paraxiale.

La manière la plus simple d'aborder les calculs d'optique est l'approximation géométrique (appelée aussi paraxiale ou de Gauss). Dans cette approximation la diffraction n'est pas prise en compte et les rayons lumineux subissent des déviations suffisamment faibles pour confondre les angles de propagation par rapport à l'axe de visée avec leur sinus ou leur tangente (rapports hauteur sur longueur parcourue).

La figure ci-dessous présente les tracés de rayon à travers la lentille équivalente d'un système optique complexe dans l'approximation paraxiale.

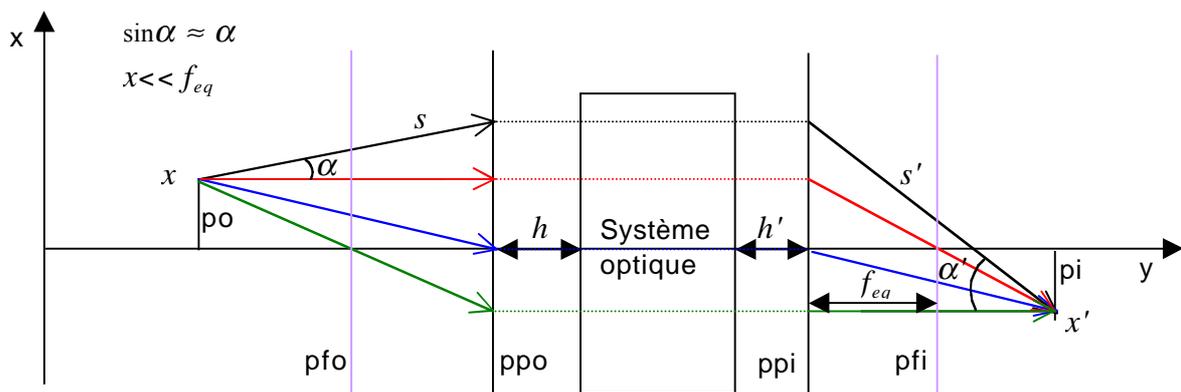


Figure IV-1. Système optique complexe dans l'approximation paraxiale.

$x$  = hauteur par rapport à l'axe optique,  $\alpha$  = angle par rapport à l'axe optique,  $s$  = trajet parcouru par un rayon,  $f_{eq}$  = focale équivalente du système  $S$ ,  $po$  = plan objet,  $pfo$  = plan focal objet,  $ppo$  = plan principal objet,  $ppi$  = plan principal image, etc.

L'approximation n'est valable que pour les rayons proches des centres des objets optiques rencontrés (miroirs et lentilles). Cependant la condition de stigmatisme impose à tous les rayons provenant d'un point objet donné d'être focalisés en un même point image après le

système optique. Elles rendent ainsi les calculs valables au premier ordre même pour les rayons en bord de lentille ou de miroirs tant que  $x \ll f_{eq}$ .

L'approximation paraxiale permet d'utiliser un formalisme simple d'équations matricielles pour le calcul des trajets et hauteurs de rayons :

$$\begin{pmatrix} x' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \prod_i M_i \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{s'}{f_{eq}} & 0 \\ -\frac{1}{f_{eq}} & 1 - \frac{s}{f_{eq}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{r \cdot n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \quad R' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{r} & 1 \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Équation IV-10

$M_i$  représente n'importe laquelle des quatre matrices élémentaire de la deuxième ligne.  $T$  est la matrice de trajet  $s$  (ou de propagation),  $R$  la matrice de réfraction par un dioptre sphérique de rayon de courbure  $r$ ,  $R'$  la matrice de réflexion par un miroir sphérique de rayon de courbure  $r$  et  $L$  la matrice de transmission à travers une lentille infiniment mince.  $R$  est évidemment construite de manière à respecter la relation de Snell-Descartes :  $n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \alpha'$ , où  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices de réfraction des milieux. Notons que l'axe  $y$  de la Figure IV-1 est l'axe de propagation des rayons, donc même en cas de réflexion sur un miroir, les rayons se dirigent toujours dans le sens des  $y$  positifs (aller dans l'autre sens revient à remonter le temps).

L'utilisation de plans principaux permet de ramener n'importe quel système optique complexe à l'expression d'une lentille mince pourvue d'une focale équivalente  $f_{eq}$  à la condition que le calcul de cette dernière montre que pour tout  $x$  la condition  $x \ll f_{eq}$  est respectée.

$$\begin{pmatrix} 1 & h' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + h'c & ah + hh'c + b + h'd \\ c & d + ch \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_{eq}} & 1 \end{pmatrix}$$

Équation IV-11

Dans les deux équations données ci-dessous, les termes de droite proviennent de la condition de stigmatisme qui impose que  $x'$  soit indépendant de  $\alpha$ . Cette condition permet de calculer  $h$  et  $h'$  en fonction des paramètres des différents éléments optiques, et établit la relation entre la focale équivalente et les trajets parcourus (égalité de gauche de l'Équation IV-12).

On remarque que la focale d'un miroir de rayon de courbure  $r$  vaut  $f = -r/2$ . La focale équivalente d'un système constitué de deux miroirs M1 et M2 (on peut aussi prendre deux lentilles minces) de focales respectives  $f_1$  et  $f_2$  séparés d'une distance  $d$  se calcule facilement d'après les équations matricielles (égalité centrale de l'Équation IV-12). On en déduit alors les expressions pour la distance du plan principal objet à l'entrée (miroir M1) et de la sortie (miroir M2) au plan principal image (égalité de droite de l'Équation IV-12).

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad f_{eq} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad h = -f_{eq} \frac{d}{f_2} \quad \text{et} \quad h' = -f_{eq} \frac{d}{f_1}$$

Équation IV-12

Quelques autres notions sont utilisées pour les calculs préliminaires :

- L'ouverture (ou nombre d'ouverture) :  $o = \frac{f_{eq}}{D}$ , où  $D$  est le diamètre de la pupille du système (diamètre pour lequel tous les rayons d'incidence horizontale arrivent au foyer de

l'instrument). Plus l'ouverture est grande plus la résolution angulaire augmente et le champ de vue diminue, compte tenu de la taille finie des miroirs et donc de l'image (voir I.2.1.3).

- Le grossissement :  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}(x=0) = 1 - \frac{s}{f_{eq}}$ , et, le grandissement :  $g = \frac{x'}{x} = 1 - \frac{s'}{f_{eq}}$ .
- L'étendue de faisceau :  $E = S_i \Omega_{ij}$  où  $S_i$  est la surface d'un objet  $i$  et  $\Omega_{ij}$  l'angle solide des rayons qui proviennent d'un autre objet  $j$  et convergent sur le premier  $i$ . En utilisant la définition d'un angle solide on constate immédiatement que l'étendue de faisceau est conservée à travers toutes les composantes du système optique ( $E_{12} = S_1 \Omega_{12} = S_2 \Omega_{21} = E_{21} = E$ ).
- L'angle de la largeur totale à mi-hauteur de la tache de diffraction :  $\theta_{FWHM} \approx \frac{\lambda}{D}$  (l'angle solide correspondant lorsque l'on a une symétrie de révolution est :  $\Omega_{FWHM} = 2\pi(1 - \cos \theta_{FWHM}) \approx \pi \left( \frac{\theta_{FWHM}}{2} \right)^2$ ). La notion de tache de diffraction (où tache d'Airy) est précisée dans le paragraphe suivant.

Les éléments présentés ici permettent de faire des calculs simples et rapides pour le dimensionnement des éléments optiques et la définition de quelques contraintes majeures dans la conception de l'instrument comme la définition d'une optique de reprise, la taille des pixels ou le volume de la chambre optique du cryostat. Les applications numériques sont présentées au Chapitre III de la Partie I.

### I.2.1.2 Calculs sans approximation : problèmes d'aberrations.

Afin d'illustrer la nécessité d'utiliser un logiciel de tracé de rayon pour l'étude de la non-planéité du lieu de formation des images et la détermination des aberrations d'un système optique, nous présentons ici quelques calculs faits pendant la thèse pour déterminer avec précision le trajet des rayons lumineux réfléchis par des miroirs de surfaces coniques (paraboloïdes, ellipsoïdes hyperboloïdes). On rappelle que dans ce paragraphe on considère les rayons lumineux comme des droites, non sensible à la diffraction et au phénomène de divergence de faisceau.

On suppose que la courbure des miroirs est a symétrie de révolution (toujours vrais, sauf pour certains miroirs hors axe), pour décrire le trajet des rayons lumineux il suffit donc de considérer un plan dont les vecteurs directeurs sont la normale et une tangente au centre du miroir.

Soit une courbe conique de foyers  $F_1$  et  $F_2$ , de demi grand axe  $a$ , de demi petit axe  $b$ , de distance entre foyers  $c$  et d'excentricité  $e \equiv c/a$ . Soit  $M$  un point de la conique. Par définition on a  $|F_1M \pm F_2M| = 2a$ . Dans le cas où le signe est un  $+$ , on a affaire à une ellipse, alors que dans le cas où le signe est  $-$ , il s'agit d'une hyperbole. Une parabole est définie par la double égalité  $DM = FM$  et  $DF = 2p$ , où  $F$  est le foyer de la parabole,  $D$  un point quelconque appartenant à une droite que l'on appelle la directrice de la parabole et  $p$  est le paramètre de la parabole. En choisissant des repères orthonormés dont les axes sont confondus avec les axes de symétrie des coniques, on constate que les courbes des coniques sont décrites par les équations suivantes :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 \pm \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad \text{pour une ellipse (+) ou une hyperbole (-)}$$

$$y^2 = 4 \cdot p \cdot x \quad \Rightarrow \quad y = \pm \sqrt{4px} \quad \text{pour une parabole (foyer : } x = 1)$$

Les télescopes Cassegrain ont généralement un miroir primaire parabolique concave et un miroir secondaire hyperbolique convexe ; c'est le cas du télescope de 30m de l'IRAM pour lequel nous voulons optimiser la caméra bolométrique (voir Partie I, Chapitre III).

Intéressons-nous au cas de rayons lumineux réfléchis par une parabole (la démarche à suivre est la même pour les autres coniques). Considérons un point  $M(X, Y)$  dans la partie supérieure de la parabole. L'équation ( $y_t = \alpha \cdot x_t + \beta$ ) de la tangente en  $M$  se trouve facilement en utilisant la dérivée en ce point de l'équation de la parabole. L'équation ( $y_n = (-1/\alpha) \cdot x_n + \gamma$ ) de la normale en  $M$  à la tangente  $y_t(x_t)$  se trouve tout aussi facilement. On a :

$$y_t = \frac{2p}{Y} \cdot (x_t + X)$$

$$y_n = -\frac{Y}{2p} \cdot (x_n - X) + Y$$

Soit un rayon d'incidence  $\theta$  par rapport à l'axe de visée (axe  $x$ ) interceptant le miroir au point  $M$ . Si on appelle  $\varphi$  l'angle entre l'axe de visée et la normale à la tangente en  $M$  (c'est-à-dire  $\tan(\varphi) = -Y/2p$ ), alors d'après les lois élémentaires de la réflexion, l'angle du rayon réfléchi avec l'axe de visée vaut :  $\theta' = 2\varphi + \theta$ . En utilisant la relation liant la tangente d'une somme d'angles aux tangentes de chacun des angles  $\left( \tan(\delta + \gamma) = \frac{\tan \delta + \tan \gamma}{1 - \tan \delta \cdot \tan \gamma} \right)$  on peut alors calculer l'équation de droite du rayon réfléchi. Les équations des rayons incidents et réfléchis en  $M(X, Y)$  s'écrivent alors :

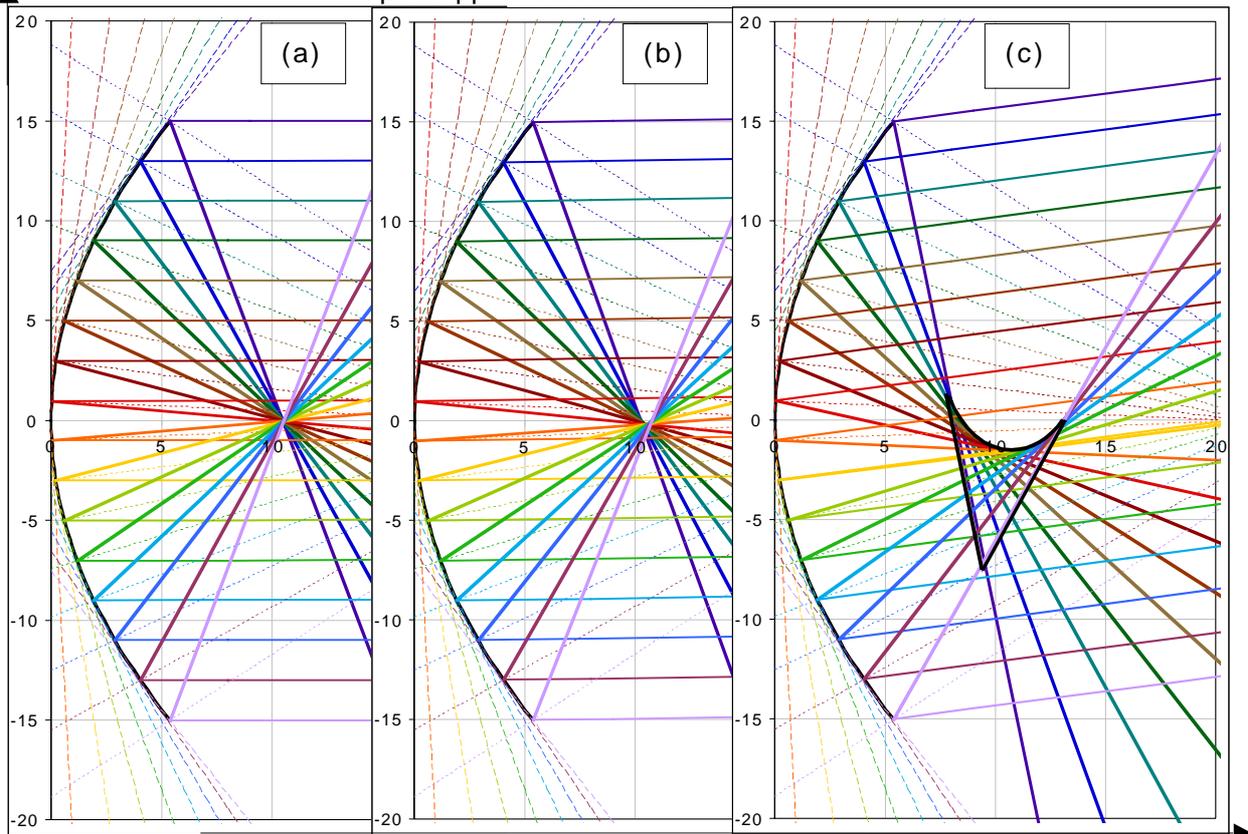
$$y_i = \tan \theta \cdot (x_i - X) + Y$$

$$y_r = \frac{K - \tan \theta}{1 + K \cdot \tan \theta} \cdot (x_r - X) + Y \quad \text{où } K = \frac{Y}{X - p}$$

On remarque d'après les équations précédentes que pour une incidence nulle ( $\theta = 0$ , c'est le cas d'un objet ponctuel à l'infini situé sur l'axe de visée) tous les rayons réfléchis vont converger au point  $F(p, 0)$ . Le foyer de la parabole se trouve donc à la distance focale  $f = p$  par rapport au centre du miroir (qui se trouve lui-même aux points de coordonnées  $(0, 0)$ ).

Les trois courbes ci-dessous montrent les points de convergence de rayons réfléchis pour trois angles d'incidence différents (l'application numérique a été faite pour le miroir primaire de 30 mètres de diamètre de l'IRAM au Pico Veleta, les caractéristiques du miroir sont plus amplement détaillées dans la Partie I au Chapitre III).

▲ Ordonnées : hauteur en m par rapport au centre du miroir.



Abscisses : éloignement en m par rapport au centre du miroir.

Figure IV-2. Tracé de rayons sur le miroir parabolique primaire de 30 m de l'IRAM. Ce tracé de rayons met en évidence les aberrations qui apparaissent pour les angles d'incidence élevés. Les traits pleins parallèles correspondent aux rayons incidents, les traits gras aux rayons réfléchis, les traits en pointillés sont des normales au miroir et les traits en segments sont des tangentes au miroir. Les paramètres de la parabole sont :  $f = 10,5$  ;  $y_{MAX} = 15$ . Image (a) : rayons d'incidence  $\theta_i = 300''$  (équivalent au champ de vue non vigneté du télescope). Image (b) : rayons d'incidence  $\theta_i = 3000''$ . Image (c) : rayons d'incidence  $\theta_i = 30000''$ , avec mise en évidence des aberrations. Ces courbes ont été calculées et tracées sous Excel.

Pour une réflexion sur un miroir hyperbolique convexe (c'est-à-dire avec les rayons incidents sur l'autre cotés du miroir par rapport au dessin de la Figure IV-2), comme c'est le cas pour le miroir secondaire du télescope de 30m de l'IRAM, on établit les équations des rayons de la même manière que précédemment. Soit  $a$  le demi grand axe de l'hyperbole, c'est l'intersection de l'hyperbole avec l'axe des abscisses  $x$  du repère orthonormé dans lequel l'équation de l'hyperbole est la plus simple (voir ci-dessus),  $b$  son demi petit axe,  $c$  la position de son foyer sur l'axe  $x$ , et,  $e$  son excentricité. En un point  $M(X, Y)$  les équations des tangentes et normales sont :

$$y_t = \frac{b^2 X}{a^2 Y} (x_t - X) + Y$$

$$y_n = -\frac{a^2 Y}{b^2 X} (x_n - X) + Y$$

Les équations du rayon incident d'angle  $\beta$  par rapport à l'axe des  $x$ , qui intercepte l'hyperbole en  $M$ , et, du rayon réfléchi sont :

$$y_i = \tan \beta \cdot (x_i - X) + Y$$

$$y_r = \frac{K - \tan \beta}{1 + K \cdot \tan \beta} \cdot (x_r - X) + Y \quad \text{où } K = 2XY \cdot \left[ \left( \frac{Xb}{a} \right)^2 - \left( \frac{Ya}{b} \right)^2 \right]^{-1}$$

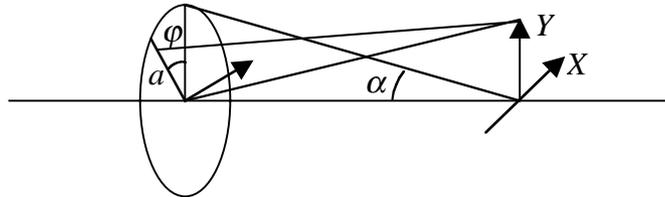
Les équations des rayons en sortie d'une chaîne optique comportant plusieurs éléments réfléchissants ou réfractaires (lentilles) peuvent s'établir en fonction de l'angle d'incidence des rayons en entrée de chaîne et en fonction des paramètres des différents éléments et des distances entre chacun d'entre eux. Mais ces équations deviennent vite très touffues et il est alors avantageux d'utiliser des logiciels de tracés de rayons. C'est ce que nous avons fait dans le cadre de la thèse pour les calculs d'aberrations et la détermination de la meilleur chaîne optique possible permettant d'adapter de façon optimale la caméra bolométrique au télescope de 30m de l'IRAM (voir Partie I, Chapitre III).

D'une manière générale, on peut montrer que même sans tenir compte du phénomène de diffraction, l'image d'un point à travers un système optique réel forme une tache d'aberration. L'étude de ces aberrations ne passe cependant pas nécessairement par des calculs de tracés de rayons sans approximation et les formules chargées qui en découlent. Elles peuvent s'étudier avec le formalisme simple présenté au paragraphe I.2.1.1, en se rappelant que l'approximation paraxiale (dite de Gauss) a été établie en développant à l'ordre 1 le sinus de la formule de la réfraction de Snell-Descartes ( $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ ). L'astigmatisme des dioptries peut être mis en évidence en développant le sinus à des ordres plus élevés. En se limitant simplement à l'ordre 3 ( $\sin \alpha \approx \alpha - \alpha^3/3!$ ), les corrections à l'approximation de Gauss font apparaître cinq types d'aberration dites "primaires" : sphéricité, coma, astigmatisme, courbure et distorsion.

Soit  $\Delta$  l'écart à la surface d'onde. On peut montrer [Cerutti-Maori, 99] que la prise compte des aberrations primaires permet d'écrire cet écart sous la forme :

$$\Delta = \frac{-a\alpha^4}{4} + BY(\sin \alpha)^3 \cos \varphi - \frac{\alpha^2 Y^2}{4} (C_T (\cos \varphi)^2 + C_S (\sin \varphi)^2) + d\alpha Y^3 \cos \varphi$$

Équation IV-13



Le premier terme correspond à l'aberration sphérique, les rayons sont focalisés dans un volume image et forment une caustique (partie courbe de l'aberration sur la Figure IV-2 (c)). Le premier plan (au plus près du miroir) de convergence des rayons est appelé foyer paraxial, l'arrière plan est le foyer marginal. Le cercle de moindre diffusion est situé entre ces deux foyers.

Le second terme de l'Équation IV-13 est la coma, qui est à la fois une aberration d'ouverture (comme l'aberration sphérique) et une aberration de champ (c'est-à-dire qui dépend de la hauteur de l'image par rapport à l'axe optique). Elle est d'autant plus importante que l'image de l'objet se situe loin de l'axe de visée, le grandissement ( $x/x'$ , où  $x$  est la hauteur de l'objet par rapport à l'axe optique et  $x'$  la hauteur de l'image) dépend alors de l'angle d'incidence. L'effet de la coma peut être décrit par la relation des sinus d'Abbe :  $x \cdot n \cdot \sin \alpha = x' \cdot n' \cdot \sin \alpha'$ .

Le troisième terme de l'équation est l'astigmatisme, c'est une aberration de champ dont l'effet est d'engendrer une tache image non symétrique. La mise au point de l'image se situe sur des plans différents suivant les axes perpendiculaires à l'axe optique. La zone de moindre confusion et le plan où la mise au point est certes non parfaite, mais optimale.

Le quatrième terme de l'équation est la distorsion. C'est aussi une aberration de champ qui pour effet de déformer l'image d'un carré soit en barillet soit en coussinet selon le signe du facteur  $d$ .

Les distorsions de champ ont pour effet de former des point focaux qui se trouvent non plus dans un plan droit, mais dans un plan incurvé avec une courbure de même signe que celle de la lentille équivalente du système : c'est l'aberration de courbure.

Remarque : on distingue deux classes d'aberrations dans les systèmes optiques : les aberrations géométriques (présentées ci-dessus) et les aberrations chromatiques. Ces dernières sont dûes au fait que l'indice de réfraction des matériaux dépend de la longueur d'onde. Les aberrations chromatiques, qui forment des images irisées, n'existent que pour les lentilles, pas pour les miroirs. Dans le cas de la caméra, compte tenu des bandes de fréquences, on peut montrer que les matériaux utilisés pour faire les lentilles de l'optique de reprise (polyéthylène ou téflon, voir paragraphe III.3.2 de la Partie I) vont créer des aberrations chromatiques négligeables par rapport aux aberrations géométriques.

### I.2.1.3 Champs de vue.

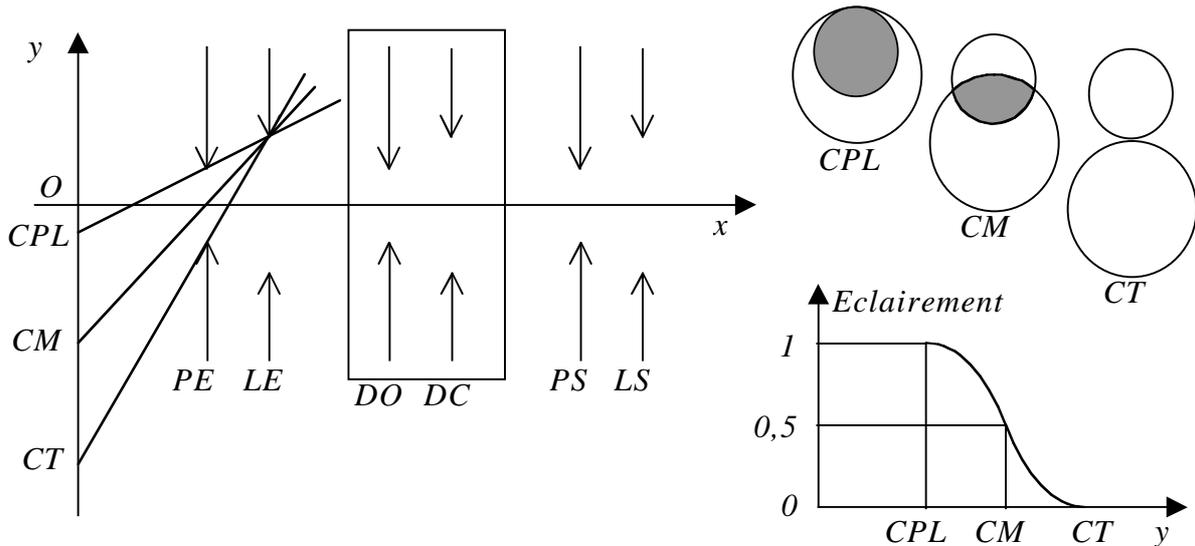
Tous les systèmes optiques ont une entrée et une sortie de tailles finies qui limitent la quantité de lumière dans le système et la taille de l'image. La partie du système qui limite la quantité de lumière est appelée diaphragme d'ouverture ( $DO$ ). La partie du système qui limite la taille de l'objet est appelée diaphragme de champ ( $DC$ ). En limitant les rayons qui vont former l'image, les diaphragmes permettant d'atténuer fortement les aberrations.

Sur le plan image, les tailles de l'image complète et de la zone d'égal éclairement (correspondant à l'image du champ de vue non vigneté) sont caractérisées par les lucarnes et pupilles du système.

Les pupilles sont définies par les images du diaphragme d'ouverture par rapport à la partie du système qui se trouve en amont du diaphragme, pour la pupille d'entrée ( $PE$ ), et, en aval du diaphragme pour la pupille de sortie ( $PS$ ). Leur bord est délimité par les rayons d'angle minimal sous lequel on voit le diaphragme d'ouverture depuis l'objet pour la pupille d'entrée, et depuis l'image pour la pupille de sortie (voir Figure IV-3). L'angle solide (ou la zone sur le plan image) délimité par ces rayons est appelé champ de vue non vigneté (ou champ de pleine lumière) ( $CPL$ ).

Les lucarnes sont définies par les images du diaphragme de champ par rapport à la partie du système qui se trouve en amont du diaphragme, pour la lucarne d'entrée ( $LE$ ), et, en aval du diaphragme pour la lucarne de sortie ( $LS$ ). Le bord de la lucarne d'entrée est délimité par le faisceau issu du plan objet qui couvre toute la pupille d'entrée. Pour la lucarne de sortie il s'agit du faisceau issu du plan image couvrant toute la pupille de sortie. L'angle solide ou la zone sur le plan image délimitée par ce faisceau est appelé champ total du système ( $CT$ ).

La zone entre le champ de pleine lumière et le champ total est le champ moyen ( $CM$ ).



Par exemple dans le cas d'une lunette astronomique, le diaphragme d'ouverture est l'objectif (première lentille) et le diaphragme de champ est l'oculaire (deuxième lentille). Il est possible d'augmenter le champ de vue non vigneté en plaçant une lentille de champ entre l'objectif et l'oculaire. C'est la démarche suivie dans la définition des éléments optiques associés à la caméra bolométrique (voir Partie I, paragraphe III.2.2).

## I.2.2 Optique ondulatoire.

L'optique de Fourier et les fonctions de transfert, qui sont des formes évoluées de l'optique ondulatoire, permettent avec un formalisme pratique, de calculer les trajets lumineux même aux grands angles et de connaître les fréquences spatiales (ou angulaires) du rayonnement et l'intensité en chaque point situé entre l'objet et l'image, tout en tenant compte des phénomènes de diffraction. Ici aussi plusieurs approximations sont possibles, on peut abandonner ou non les approximations paraxiales, de sphéricité des dioptries des éléments optiques, de planéité des pupilles, etc. Comme d'habitude l'abandon de toutes les approximations a un coût en complexité de calcul assez lourd. Il est cependant possible d'utiliser le principe de superposition avec les calculs d'optique géométrique. Pour cela on effectue les calculs ondulatoires avec approximations en un lieu de l'image où ils sont valides (par exemple le centre de l'image) et on effectue le produit de convolution du résultat obtenu avec la fonction donnant les aberrations calculées grâce à un logiciel de tracé de rayons. En pratique ce type de logiciels contient des algorithmes effectuant cette opération, et ils permettent de tester "facilement" de nombreuses configurations possibles afin de trouver celle qui est optimale.

Il faut noter que l'utilisation de logiciels de tracés de rayon ne dispense aucunement d'effectuer les calculs présentés ici car leur utilisation se fait par une méthode d'essais - erreurs compte tenu du grand nombre de paramètres libres dans la conception d'une chaîne optique. Les logiciels de tracé de rayon n'ont donc un intérêt que lorsque qu'il s'agit de finaliser avec précision la forme et les emplacements des éléments d'une chaîne optique étudiée au préalable.

### I.2.2.1 Diffraction.

L'optique de Fourier est une des formes évoluées des théories d'optique non géométrique (ou optique ondulatoire). Toutes ces théories ont pour point de départ les équations de Maxwell,

qui décrivent le comportement physique des champs électromagnétiques. En utilisant les opérateurs vectoriels<sup>70</sup>, elles s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)\end{aligned}$$

Équation IV-14

Les équations de la première ligne décrivent l'existence de la charge électrique  $\rho$  et la non-existence de charge magnétique, et, les équations de la deuxième ligne décrivent respectivement le phénomène d'induction magnétique et la conservation de la charge lors d'un déplacement. La constante  $\epsilon_0 = 10^7/4\pi c^2 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  est la permittivité du vide et  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$  est la perméabilité magnétique du vide.

La résolution des équations de Maxwell dans n'importe quel milieu abouti aux équations de propagation des ondes électromagnétiques :

$$\nabla^2(\vec{E}, \vec{B}) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\vec{E}, \vec{B}) \Leftrightarrow \nabla^2 A + k^2 A = 0$$

Où  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$  est la vitesse de propagation,  $c$  la vitesse de la lumière (dans le vide),  $\epsilon_r$  la

perméabilité relative du milieu,  $A$  l'amplitude de l'onde électromagnétique et  $k$  le module du vecteur d'onde (on a  $k = \omega / v = 2\pi / \lambda$  et  $\omega = 2\pi / \tau = 2\pi f$ ,  $\lambda$  est la longueur d'onde,  $\tau$  la période et  $f$  la fréquence). La solution générale de cette équation peut être formalisée par une somme d'ondes planes ou par une somme d'ondes sphériques.

Le champ électrique résultant de la superposition de deux champs est  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . D'après sa définition, l'intensité lumineuse est proportionnelle au carré des amplitudes des ondes électromagnétiques :  $I \propto \langle |\vec{E}|^2 \rangle = \langle |\vec{E}_1|^2 \rangle + \langle |\vec{E}_2|^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$ . Le dernier terme montre que les ondes électromagnétiques interfèrent entre elles, ce terme est à l'origine des phénomènes de diffraction.

La théorie de la diffraction, qui étudie la déformation des ondes électromagnétiques lorsqu'elles rencontrent une surface discontinue (par exemple un trou) offre un formalisme général pour l'expression de  $A$  en se servant des fonctions de Green et du théorème du même nom :

$$A(\vec{r}) = \iiint_{(S)} \vec{n} \left[ G(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\nabla} A(\vec{r}') - A(\vec{r}') \vec{\nabla} G(\vec{r} - \vec{r}') \right] \cdot d^2 \vec{r}' \quad \text{avec } G(\vec{r}) = \frac{\exp i(k|\vec{r}|)}{4\pi \cdot |\vec{r}|}$$

Équation IV-15

<sup>70</sup> En appelant  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  les vecteurs unitaires en coordonnées cartésiennes et un utilisant la notation compacte nabla ( $\nabla$ ), les opérateurs vectoriels sont définis par :

Le gradient :  $\vec{\nabla} p = \vec{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial p}{\partial z}$ . La divergence :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

Le rotationnel :  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{i} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$ .

Le laplacien scalaire :  $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$ .

Le laplacien vectoriel :  $\nabla^2 \vec{A} = \vec{i} \nabla^2 A_x + \vec{j} \nabla^2 A_y + \vec{k} \nabla^2 A_z$ .

Où  $\vec{r}'$  est un vecteur de la surface diffractante (S) et  $\vec{r}$  un vecteur liant la base de  $\vec{r}'$  à un point quelconque de l'espace.

Plusieurs approximations sont possibles afin de simplifier l'expression de A. suivant la taille de (S) et l'éloignement par rapport à (S) du point où l'on calcule A (on appelle  $\vec{u}$  le vecteur unitaire  $\vec{u} = \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{|\vec{r}' - \vec{r}|}$  et  $\vec{n}$  la normale à la surface (S)).

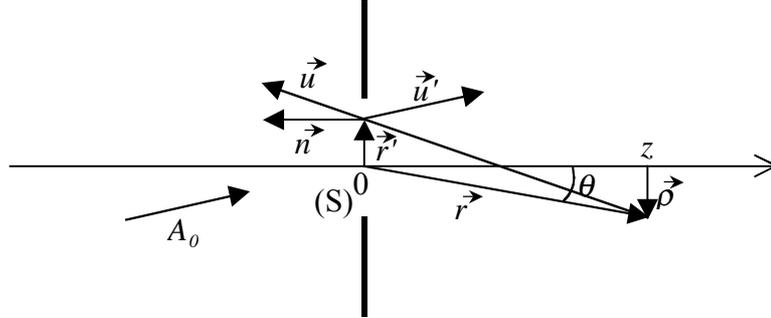


Figure IV-4. Diffraction du rayonnement par une pupille  $P(\vec{r}')$  formant un trou dans une surface opaque.

L'approximation de Kirchoff traite le cas où  $\frac{\vec{u}}{|\vec{r}' - \vec{r}|}$  est négligeable. Elle n'est valable que si  $|\vec{r}' - \vec{r}| \gg \lambda$ . Si l'on tient compte de la "rétrodiffraction" A dépend du facteur d'obliquité  $F = \frac{1}{2}(\vec{n} \cdot \vec{u} - \vec{n} \cdot \vec{u}')$ .

L'approximation de Fresnel traite le cas où  $|\vec{r}' - \vec{\rho}| \ll z$ . Elle permet d'effectuer un développement limité de  $|\vec{r}' - \vec{r}|$  à l'ordre 2, et n'est valable que si  $\frac{\pi}{8\lambda} \frac{|\vec{r}' - \vec{\rho}|^4}{z^3} \ll 1$ .

L'approximation de Fraunhofer traite le cas où  $\vec{r}' \ll \rho$ . Elle n'est valable que si  $z \gg \frac{\pi \cdot a^2}{\lambda}$ , où  $a$  est le rayon de l'ouverture. Dans ce cas, si la fonction pupille du trou est  $P(\vec{r}') = \begin{cases} 0 & \forall \vec{r}' \notin S \\ 1 & \forall \vec{r}' \in S \end{cases}$ , et si  $A_0(\vec{r}) = A_0 \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$  alors  $A(\vec{r}) = \frac{-i}{z} \cdot A_0 \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \cdot \hat{P}(\vec{K})$ . Ici  $\vec{K} = \vec{k} - \vec{k}'$  est le vecteur de diffraction et  $\hat{P}(\vec{K}) = TF[P(\vec{r}')] \equiv \iint_{\infty} e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}'} P(\vec{r}') \cdot d^2\vec{r}'$  est la transformée de Fourier de la fonction pupille.

### I.2.2.2 Tache d'Airy.

Les calculs d'électromagnétisme montrent que la quantité mesurable lorsque l'on détecte une onde électromagnétique est l'intensité. Un calcul sur le travail des forces électromagnétiques, donc sur l'énergie (ou la puissance) véhiculée montre que l'intensité est proportionnelle au module carré de l'amplitude des ondes :  $I(\vec{r}) = A(\vec{r}) \cdot A^*(\vec{r}) = \langle |A(\vec{r})|^2 \rangle$ , où  $A^*$  est le complexe conjugué de A.

On vérifie alors facilement que l'intensité d'une onde qui passe à travers une ouverture est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de la pupille (TF du produit de convolution de la pupille avec elle-même) ; ce qui est égal au carré de la transformée de Fourier de la pupille :  $I \propto |\hat{P}(\vec{K})|^2$ . Pour une ouverture rectangulaire on obtient le produit des carrés de deux sinus cardinaux (le sinus cardinal est défini par  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ ), pour une ouverture circulaire on obtient une tache d'Airy. La résolution de l'image au foyer du télescope est définie par la largeur à mi-hauteur (lorsque l'intensité est divisée par deux par

rapport à son maximum) des taches de diffraction. Sachant que le théorème de Shannon-Nyquist<sup>71</sup> impose une fréquence d'échantillonnage minimale au double de celle que l'on veut mesurer, les taches de diffraction donnent un critère sur le nombre de pixels à placer sur le plan image du télescope pour avoir la meilleure résolution possible. Il suffit en effet de compter le nombre de taches de diffraction qui entrent sur le plan image non vigneté (c'est-à-dire pour lequel tous les rayons incidents sur le télescope arrivent sur le plan image) et le multiplier par quatre d'après le critère de Shannon pour obtenir le nombre de pixels.

En notant  $\theta$  l'angle entre la ligne de visée<sup>72</sup> et le vecteur  $\vec{r}$  (voir Figure IV-4) la tache d'Airy formée par la diffraction à travers un trou de diamètre  $D$ , pour une longueur d'onde  $\lambda$ , s'exprime avec la fonction de Bessel<sup>73</sup> d'ordre 1 :

$$I = I_0 \left( \frac{2 \cdot J_1(x)}{x} \right)^2 \quad \text{avec} \quad x = \theta \cdot \frac{\pi \cdot D}{\lambda}$$

Équation IV-16

En notant  $E$  l'énergie incidente totale sur l'ouverture, la conservation de l'énergie impose  $\iint_{\infty} I(x)^2 \cdot d^2\vec{\rho} = E / |\vec{r}|^2$ . Il en résulte que la fraction d'énergie contenue dans un cercle du plan image vaut :

$$L(x) = 1 - J_0^2(x) - J_1^2(x)$$

Équation IV-17

Remarque : la tache de diffraction est souvent désignée sous le nom de PSF (acronyme anglais de Point Spread Function).

Tableau IV-1. Quelques valeurs caractéristiques de la tache d'Airy.

Les valeurs sont données en fonction de l'éloignement par rapport au centre du pic. L'angle solide correspondant à  $\theta$  est  $\Omega = \pi \cdot \theta^2$ .

Description	$I(x)/I_0$	$x$	$\theta \cdot D/\lambda$	$\Omega \cdot (D/\lambda)^2$	$L(x)$
Mi-hauteur du pic central	0,5	1,616	0,5145	0,832	0,47
Minimum du 1 <sup>er</sup> anneau sombre	0	3,832	1,220	4,646	0,84
Maximum du 1 <sup>er</sup> lobe	0,0175	5,136	1,635	8,398	0,87
Minimum du 2 <sup>ème</sup> anneau sombre	0	7,016	2,233	15,66	0,91

<sup>71</sup> Théorème de Shannon : pour échantillonner un signal avec une limite de résolution correspondant à une fréquence  $f_l$  de sa transformée de Fourier, il faut que la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  soit au moins égale au double de cette fréquence :  $f_e \geq f_N = 2 \cdot f_l$ . La fréquence  $f_N$  est appelée fréquence de Nyquist.

Pour éviter un repliement de spectrale des fréquences supérieures à  $f_l$  dans le domaine des fréquences inférieures à  $f_l$  il faut échantillonner le signal à fréquence bien supérieure à  $f_N$  et/ou utiliser un filtre anti-repliement (anti-aliasing).

<sup>72</sup> Ligne de visée ou axe de visée ou axe optique : ligne perpendiculaire à la surface diffractante passant par le centre de celle-ci.

<sup>73</sup> Historiquement les fonctions de Bessel ont été introduites comme solution d'un certain type d'équations différentielle du second degré. À l'image des fonctions trigonométriques, elles ont un certain nombre de propriétés remarquables. Il existe plusieurs définitions ou représentation équivalentes des fonctions de Bessel. Celle dont la notation est la plus compacte est :  $J_n(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi \cos(x \cdot \sin \alpha - n \alpha) \cdot d\alpha$ . L'indice  $n$  est l'ordre de la fonction.

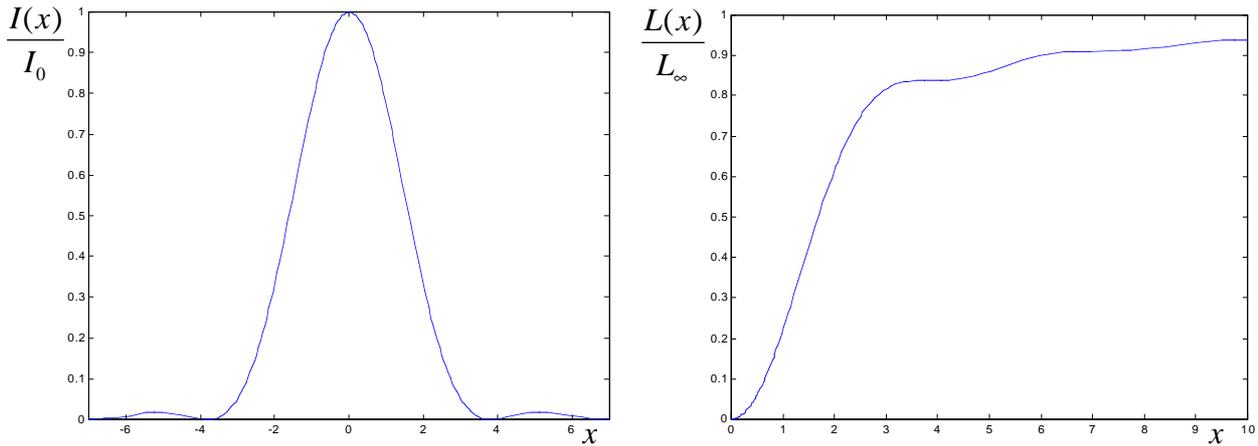


Figure IV-5. Tache d'Airy et énergie intégrée sur un disque partant du pic central de la tache. Seuls le pic central, le premier anneau sombre et le premier anneau lumineux de la tache de diffraction sont représentés.

### 1.2.2.3 Optique de Fourier.

L'optique de Fourier s'appuie sur une généralisation de l'approximation de Fresnel<sup>74</sup> à tous les types de surfaces en remarquant l'apparition de produits de convolution et de transformées de Fourier lorsque l'on étudie la propagation du rayonnement après la traversée de surfaces diffractantes.

On fait apparaître le produit de convolution en utilisant l'Équation IV-15 et l'approximation de Kirchoff sans obliquité :  $A(\vec{r}) = (\tilde{G} * A_0)(\vec{r}) = \iint_{(S)} \tilde{G}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot A_0(\vec{r}') \cdot d^2\vec{r}'$  avec  $\tilde{G}(\vec{r}) = \frac{e^{ik|\vec{r}|}}{i\lambda|\vec{r}|}$ .

Les seuls paramètres libres dans l'expression générale de l'amplitude des ondes électromagnétique sont le module de l'onde et sa phase. Si bien que la transmission à travers n'importe quelle surface peut s'écrire de façon générale sous la forme  $T(\vec{r}') = |T(\vec{r}')| \cdot e^{i\varphi(\vec{r}')} \cdot P_D(\vec{r}')$ , avec  $P_D(\vec{r}')$  la pupille de diamètre  $D$  et  $\varphi(\vec{r}') = k(n-1)d(\vec{r}')$  (où  $k$  est le vecteur d'onde et  $n$  l'indice de réfraction). Le module de  $T$  définit la transparence de la pupille et le terme  $\varphi/k$  est appelé écart normal aberrant. L'amplitude en un point éloigné de  $\vec{r}$  par rapport à la sortie de la surface s'écrit alors :  $A(\vec{r}) = A_0 \cdot (\tilde{G} * T)(\vec{r})$ .

Pour fixer les idées étudions le cas basique de l'image d'un objet à l'infini formée par une lentille mince. De façon générale, la transmission à travers une lentille mince vérifie  $|T(\vec{r}')| = t$  et  $\varphi(\vec{r}') = \varphi_0 - \frac{\pi \cdot r'^2}{\lambda \cdot f}$ . En utilisant l'approximation de Fresnel et en utilisant les coordonnées polaires dans le plan focal de la lentille (qui est confondu avec le plan image pour un objet à l'infini) on calcule l'amplitude en faisant apparaître la transformée de Fourier de la pupille de la lentille :

$$A(\rho) = \frac{A_0 t}{i\lambda f} e^{i\left[kf + \varphi_0 + \frac{k\rho^2}{2f}\right]} \cdot \iint e^{-i\frac{k}{f}\vec{\rho} \cdot \vec{r}'} P_D(\vec{r}') d^2\vec{r}' = C(\rho) \cdot \hat{P}_D(k\vec{\rho}/f) = (C(\rho)\pi(D/2)^2) \frac{2J_1\left(\frac{kD}{2f}\rho\right)}{\left(\frac{kD}{2f}\rho\right)}$$

D'où l'intensité de la tache de diffraction formée par l'image d'un objet ponctuel situé à l'infini sur l'axe de visée :

<sup>74</sup> Qui est vérifiée pour tous les systèmes optiques qui ont un diamètre de pupille petit par rapport au rayon de courbure de leur lentille équivalente. C'est le cas de la quasi-totalité des systèmes optiques existants.

$$I(\rho) = I_0 \left( \frac{2J_1(K\rho)}{K\rho} \right) \quad \text{avec } K = \frac{kD}{2f} = \frac{\pi D}{\lambda f} \text{ et } I_0 = \left( \frac{A_0 t}{\lambda f} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \right)^2$$

L'étude des instruments optiques fait souvent intervenir la notion d'étendue de faisceau  $E \equiv \iint_S \iint_{\Omega} dS \cdot d\Omega$ , où  $\Omega \equiv 2\pi \cdot \int_0^\theta \sin i \cdot di$  est l'angle solide sous lequel est vu l'instrument lorsque S est la surface de l'objet ou de l'image, ou,  $\Omega$  est l'angle solide sous lequel est vu l'objet ou l'image lorsque S est la surface de l'instrument. Il est facile de montrer en utilisant la définition de l'angle solide que l'étendue de faisceau est conservée au long du trajet optique. Pour des objets à l'infini, c'est-à-dire S et  $\Omega$  petits devant la distance entre l'objet et le système optique, on a  $E \approx S \cdot \Omega$ . L'angle solide effectif  $\Omega_{eff}$  est défini comme étant l'angle solide contenant la même puissance que dans un angle solide  $\Omega$  délimitant une portion donnée de la tache de diffraction, mais pour lequel l'intensité est constante et égale à  $I_0$ . Aux petits angles  $\Omega \approx \pi\theta^2$ , on calcule facilement que  $\Omega_{eff} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2\lambda}{D} \right)^2 \cdot L \left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right)$ , où L est la fraction d'énergie contenue dans un cercle du plan image (Équation IV-17). En utilisant tout le plan focal on trouve alors l'étendue de faisceau effective du télescope :  $E_{eff} = S_{tel} \Omega_{\infty eff} = \lambda^2$  ; cette notion est très souvent utilisée comme standard pour l'étude des instruments à la limite de diffraction, ce qui permet d'effectuer des calculs de photométrie sans à priori sur la taille et la forme des pixels.

Remarques :

- Le calcul de  $E_{eff}$  donne l'étendue de faisceau d'un objet ponctuel situé à l'infini éclairant tout le plan focal. La propriété de conservation de l'étendue montre par symétrie que  $E_{eff}$  est aussi l'étendue de faisceau d'un objet à l'infini couvrant tout le champ de vue du télescope, éclairant un pixel infiniment petit sur le plan focal.
- L'image se forme à une distance  $f$  de la lentille. Pour connaître la surface occupée par une partie donnée de la tache de diffraction sur le plan focal, il suffit de multiplier  $\Omega$  par  $f^2$ .
- Le terme de faisceau gaussien est très souvent employé dans la communauté des astronomes. Il s'agit simplement de considérer l'intensité des taches de diffraction comme des gaussiennes :  $g(\rho) = g_0 \cdot e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}}$ . La condition de normalisation (conservation de l'énergie) permet de calculer la variance de la gaussienne :  $\sigma = \frac{\sqrt{2} f \lambda}{\pi D}$ . Le calcul de la largeur à mi-hauteur donne :  $\rho_{FWHM} = 1,06 \frac{f \lambda}{D}$  (FWHM est l'acronyme anglais de Full Width at Half Maximum). En utilisant le Tableau IV-1 on calcule immédiatement que pour la tache d'Airy :  $\rho_{FWHM} = f \theta_{FWHM} = 2 f \theta_{1/2} = 1,03 \frac{f \lambda}{D}$ . Les largeurs sont identiques à 3 % près ; la gaussienne est donc une bonne approximation de la tache de diffraction.

## I.2.3 Imagerie.

### I.2.3.1 Formation des images dans un instrument d'optique.

La formation d'une image après la traversée d'un système optique pourvu d'une focale, fait apparaître la transformée de Fourier de la pupille du système. Par ailleurs l'expression de l'amplitude en un point éloigné de  $\vec{r}$  par rapport à la sortie de la surface s'écrit sous la forme

d'un produit de convolution à deux dimensions. Or le produit de convolution, caractéristique des systèmes linéaires, a le bon goût de donner un simple produit de fonction lorsqu'on lui fait subir une transformée de Fourier. L'utilisation des transformées de Fourier permet alors d'exprimer dans l'espace des fréquences spatiales, l'amplitude de l'image en fonction du produit de l'amplitude de l'objet avec des fonctions de transfert.

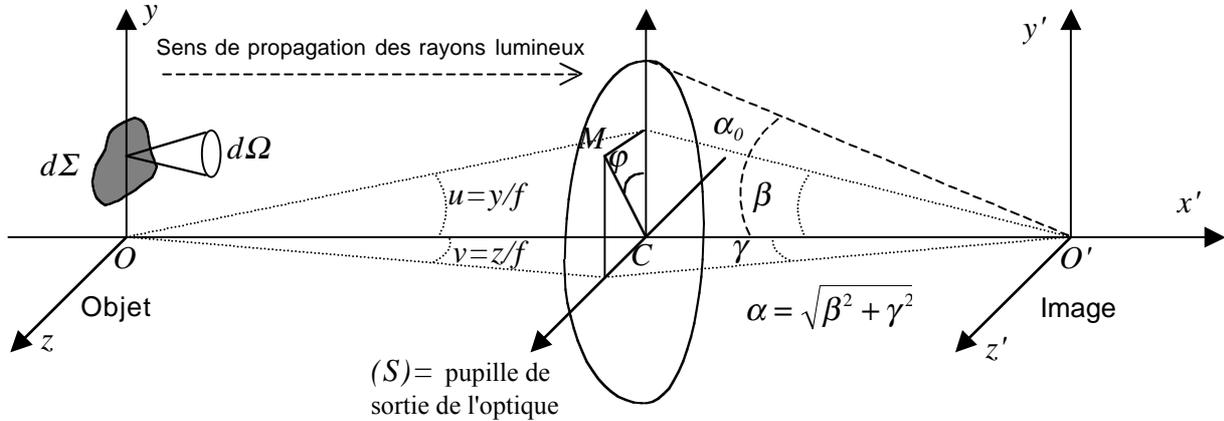


Figure IV-6. Variables spatiales utilisées pour l'étude optique avec le formalisme de Fourier.

Pour déterminer la relation entre l'objet et son image formée à travers l'instrument d'optique, on a besoin de connaître au moins deux fonctions parmi les trois suivantes :

$I(y', z')$  l'éclairement réduit (sans dimension) dans le plan image d'un point objet. Il s'agit simplement de la fonction  $I(x)/I_0$  définie au paragraphe précédent. Dans le cas d'un instrument à pupille circulaire c'est une tache d'Airy.

$O(y, z)$  la luminance dans le plan objet. La luminance s'exprime en  $W/m^2/sr$ , il s'agit de l'intégrale de la brillance (voir I.1.3.2) sur toutes les longueurs d'ondes.

$G(y', z')$  l'éclairement de l'image de l'objet. L'éclairement s'exprime en  $W/m^2$ , il s'agit de l'intégrale de la luminance sur l'angle solide de la pupille de sortie vue de l'image.

L'objet étant composé d'une infinité de points, on montre que son éclairement est alors le produit de convolution de sa luminance par l'éclairement réduit d'un point (la démarche est similaire à celle suivie au paragraphe I.2.1 de la Partie II) :

$$G(y', z') = \iint O(y, z) \cdot I(y'-y, z'-z) \cdot dydz$$

La transformée de Fourier de cette équation donne :

$$g(\mu, \nu) = \sigma(\mu, \nu) \cdot J(\mu, \nu)$$

Les variables  $\mu$  et  $\nu$  représentent les fréquences spatiales de l'espace de Fourier. Le terme  $I(y', z') = |TF[P(\beta, \gamma)]|^2$  est la réponse impulsionnelle de l'instrument et le terme  $J(\mu, \nu) = TF\left(|TF[P(\beta, \gamma)]|^2\right) = f^2[(P * P)(\lambda\mu, \lambda\nu)]$  est sa fonction de transfert. Celle-ci agit sur les fréquences spatiales comme un filtre passe-bas<sup>75</sup>.

Notons  $w = \sqrt{\mu^2 + \nu^2}$ . Pour une pupille circulaire on montre que la fréquence spatiale de coupure de la fonction de transfert est en première approximation  $w_c = \frac{2\alpha_0}{\lambda} = \frac{D}{\lambda f}$ . D'où le plus petit détail visible sur le plan focal :  $d = 1/w_c$ , ce qui correspond à un angle de visée  $\theta_d = \lambda/D$  (on retrouve l'angle de la largeur à mi-hauteur de la tache d'Airy).

<sup>75</sup> Les notions d'espace de Fourier, de fréquence spatiale, de réponse impulsionnelle, de fonction de transfert et de filtre sont plus largement développées dans la Partie II du mémoire.

Dans le cas d'un système optique avec une pupille circulaire, le calcul<sup>76</sup> du produit de convolution de deux porte cylindriques donne la fonction de transfert. On trouve :

$$J(w) = \frac{2}{\pi} \left[ \arccos\left(\frac{w}{w_c}\right) - \frac{w}{w_c} \sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^2} \right]$$

Soit un détecteur de surface  $S_d$  de sensibilité relative  $s$  ( $s = 1$  pour un détecteur parfait,  $s < 1$  pour un détecteur réel), placé dans le plan image. La fonction détecteur est simplement une fonction porte de hauteur  $s$ , c'est-à-dire  $D(y', z') = \begin{cases} s & \forall (y', z') \in S_d \\ 0 & \forall (y', z') \notin S_d \end{cases}$ . La transformée de

Fourier de la fonction détecteur est notée  $d(\mu, \nu) = TF[D(y', z')]$ . Pour un détecteur carré de côté  $a$  on trouve  $d(\mu, \nu) = \text{sinc}(2\pi\mu a) \cdot \text{sinc}(2\pi\nu a)$ .

Le flux reçu par le détecteur vaut :

$$F_d = \iint G(y', z') \cdot D(y', z') \cdot dy' dz' = \iint g(\mu, \nu) \cdot d(-\mu, -\nu) \cdot d\mu d\nu$$

Remarque : en optique de Fourier on peut incorporer les aberrations de l'optique en apportant des corrections aux fonctions de transfert. Il existe des programmes permettant d'effectuer ces calculs relativement lourds. Il est néanmoins possible d'établir la fonction d'écart à la surface d'onde de manière analytique. La formule est un peu longue (voir [Cerutti-Maori, 99]) et l'intérêt de sa présentation ici est limité. Il est néanmoins important de savoir que des programmes de calculs tenant compte de ces effets existent car il faut absolument connaître les aberrations tolérables en fonction des besoins d'un instrument. Il faut en particulier en tenir compte lors de la définition de son schéma optique de ses prédimensionnements. Il faut également en tenir compte pour l'exploitation préliminaire des mesures.

### 1.2.3.2 Détection d'objet en mouvement.

Considérons un objet ponctuel en mouvement dans le champ de vue du télescope. Sa luminance s'écrit :  $O(y, z) = \delta(y - y_1(t), z - z_1(t))$  (par exemple pour un déplacement uniforme à la vitesse  $v$  selon l'axe  $y$  on a  $y_1(t) = vt$  et  $z_1(t) = 0$ ). La fonction objet vaut alors :  $\sigma(\mu, \nu) = TF[O(y, z)] = \sigma_0(\mu, \nu) \cdot \exp(-i2\pi(\mu \cdot y_1(t), \nu \cdot z_1(t)))$ . Pour une pupille circulaire et un détecteur carré on calcule alors le flux reçu :

$$F(t) = \iint_{0 \rightarrow w_c} \sigma_0(\mu, \nu) \cdot J(\mu, \nu) \cdot d(-\mu, -\nu) \cdot e^{-i2\pi(\mu \cdot y_1(t), \nu \cdot z_1(t))} \cdot d\mu \cdot d\nu$$

$$= K \cdot \iint \sigma_0(\mu, \nu) \cdot f_{eq}^2 \frac{D^2}{2} \left[ \arccos\left(\frac{w}{w_c}\right) - \frac{w}{w_c} \sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^2} \right] \cdot \text{sinc}(2\pi\mu a) \cdot \text{sinc}(2\pi\nu a) \cdot e^{-i2\pi(\mu \cdot y_1(t), \nu \cdot z_1(t))} \cdot d\mu \cdot d\nu$$

Où  $K$  est une constante,  $f_{eq}$  est la focale équivalente de la chaîne optique et  $D$  le diamètre de la pupille. Le flux reçu est ensuite transformé en signal électrique selon une loi spécifique au détecteur (voir Partie II Chapitre I pour le cas des bolomètres), que l'on note de façon formelle sous la forme :  $V_e(t) = K'F(t)$ . Cette tension est ensuite amplifiée et filtrée par le système de lecture du détecteur, caractérisé par une réponse impulsionnelle que l'on note  $H(t)$ . L'expression de la tension enregistrée en sortie de la chaîne image s'écrit alors :

$$V_s(t) = K'' \int_{-\infty}^{+\infty} V_e(\tau) \cdot H(t - \tau) \cdot d\tau = K'' \cdot (V_e * H)(t)$$

<sup>76</sup> Le calcul est rapide : c'est la surface commune de deux disques identiques de rayon  $w_c$  distants de  $w$  qui se superposent partiellement. Le facteur  $2/\pi$  vient de la condition de normalisation  $\lim_{w \rightarrow 0} J(w) = 1$  [Leclercq, 00].

En passant dans l'espace de Fourier on a alors :

$$\hat{V}_s(f) = \tilde{K} \cdot \hat{F}(f) \cdot \hat{h}(f) \quad \text{avec} \quad \hat{F}(f) = K_1 \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot e^{i2\pi ft} \cdot dt$$

Comme dans tout le mémoire, on a noté  $f$  la fréquence temporelle du signal. La fonction de transfert de l'électronique est  $\hat{h}(f)$ .

Afin d'illustrer l'utilité de ces formules prenons l'exemple de l'objet ponctuel se déplaçant de façon uniforme selon l'axe  $y$ . On a :

$$\hat{F}(f) = K_2 \iint_{0 \rightarrow w_c} \sigma_0(\mu, \nu) \cdot J(\mu, \nu) \cdot d(-\mu, -\nu) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi(f-\nu \cdot \nu)t} dt}_{\delta(f-\nu \cdot \nu) \rightarrow f=\nu \cdot \nu} d\mu \cdot d\nu$$

$$V_s(t) = K_3 \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{F}(f) \cdot \hat{h}(f) \cdot e^{-i2\pi ft} df$$

Comme la limite d'intégration dans les fréquences spatiales de  $F$  est  $w_c = D/\lambda f_{eq}$ , la fréquence de coupure du signal électrique est :  $f_c = \frac{\nu D}{\lambda f_{eq}}$ . Pour une tache défilant à

$\nu = 4mm/s$  dans le champ d'un instrument d'ouverture  $o = f_{eq}/D = 2$ , la fréquence de coupure dans la longueur d'onde  $\lambda = 2mm$  vaut  $f_c = 1Hz$ . D'après de théorème de Shannon (voir note de bas de page 71 au paragraphe I.2.2.2), pour que l'image de l'objet ne soit pas entachée d'un effet de traînée, il faut alors échantillonner le signal de sortie à une fréquence supérieure à  $f_e = 2f_c = 2Hz$ .

### I.2.3.3 Discussion sur l'échantillonnage de l'image.

Au cours de la thèse nous avons commencé à étudier les intérêts du suréchantillonnage de la tâche de diffraction pour lutter contre la confusion, et, nous avons également étudié les conséquences pour l'imagerie d'un pavage carré ou triangulaire du plan focal.

Faute de temps nous n'avons pas pu mener le travail à terme. Nous signalons simplement les principales démarche à suivre pour mener cette étude.

Dans un premier temps, pour déterminer le meilleur échantillonnage possible de la tache d'Airy, il faut déterminer le rapport entre la fréquence de coupure correspondant au bord du cône formé par la transformée de Fourier de la tache, et, la fréquence spatiale d'échantillonnage. Puis il convient d'établir l'influence sur la fonction de transfert d'échantillonnage de pixels non jointifs. Il faut ensuite calculer cette fonction de transfert et sa surface dans l'espace de Fourier. Il est alors possible d'établir des critères de comparaison entre différents pavages. Une étude sur les pavages de pixels a été menée par [Hadar et Boreman, 99] (comparaison du maillage carré avec le maillage hexagonal). Les auteurs étudient également l'influence du sur-échantillonnage obtenu lorsqu'on décale la matrice de détecteurs d'une longueur  $a/n$ , où  $a$  représente la distance entre deux pixels voisins.

Pour aller un peu plus loin que cette étude il faudrait y inclure les équations de détecteurs en mouvement dans l'espace de Fourier présentées au paragraphe précédent.

### I.2.4 Estimation rapide des ordres de grandeurs photométriques.

Ce paragraphe vient en complément des éléments de photométrie présentés dans la Partie I au paragraphe II.2.3. Il présente une manière astucieuse d'effectuer des calculs rapides d'ordre de grandeur de puissances de rayonnement attendues au foyer d'un télescope.

Cette démarche est beaucoup utilisée dans la littérature ([*Désert, 00*], [*Désert, Lazareff, 95*]). Les approximations effectuées sont plus grossières que celles qui sont présentées dans la thèse, mais on peut montrer que dans les domaines de fréquences étudiés la plupart du temps, ces calculs sont valides et donnent le bon ordre de grandeur pour les bruits. Le gros avantage de ces estimations est qu'elles exploitent des formules simples qui utilisent des paramètres permettant de comparer facilement les grandeurs en jeu.

On définit dans un premier temps l'énergie réduite  $X_{obj}$  donnant le rapport de l'énergie d'une fréquence donnée à l'énergie d'agitation thermique de l'objet  $obj$  :  $X_{obj} = \frac{h\nu}{k_B T_{obj}}$ . On remarque

que le rapport entre la brillance réelle d'un objet et sa brillance Rayleigh-Jeans (à l'ordre 1) s'écrit :  $U_{obj} = \frac{B_{obj}(\nu, T)}{B_{RJ, obj}} = \frac{X_{obj}}{\exp X_{obj} - 1}$ . On définit ensuite la température efficace de l'objet vu

depuis l'image (sur laquelle on veut calculer les puissances et le bruit de photon) :  $T_{eff, obj} \equiv \varepsilon_{obj} \cdot T_{obj} \cdot t_{Tot}$ , où  $t_{Tot} = \prod_i t_i$  représente le produit sur tous les éléments se trouvant entre l'objet et l'image, des transmissions moyennes dans la bande de fréquence sur laquelle on veut calculer les puissances. D'après sa définition, on voit que  $T_{eff, obj}$  représente la température d'un corps noir qui déposerait sur l'image la même brillance que l'objet avec un environnement entièrement vide entre le corps noir et l'image. On définit enfin la température Rayleigh-Jeans équivalente sur l'image par :

$$T_{RJ, obj} \equiv T_{eff, obj} \cdot U_{obj} = \left( \varepsilon_{obj} T_{obj} t_{Tot} \right) \left( \frac{\frac{h\nu}{k_B T_{obj}}}{\exp \frac{h\nu}{k_B T_{obj}} - 1} \right)$$

Si la bande de fréquence sur laquelle on intègre la puissance reçue est suffisamment étroite, pour un élément de l'image d'étendue de faisceau  $E = S\Omega$  (où  $S$  est la surface de l'élément et  $\Omega$  l'angle solide des rayonnements qu'il capte), on peut calculer la valeur approchée de la puissance en utilisant la température Rayleigh-Jeans équivalente sur l'image :

$$P_{obj, b} = E \int_{\nu_m}^{\nu_M} \left( \varepsilon_{obj} \cdot t_{Tot} \cdot B_{obj}(\nu, T_{obj}) \right) \cdot d\nu = E \int_{\lambda_m}^{\lambda_M} \left( 2k_B c \cdot T_{RJ, obj, b} \right) \cdot \frac{d\lambda}{\lambda^4}$$

On définissant la brillance par température Rayleigh-Jeans intégrée sur la bande  $b$  par :

$$B_{TRJ, b} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_b} = \frac{1}{T} \int_{\nu_m}^{\nu_M} B_{RJ}(\nu, T) \cdot d\nu = \frac{1}{T} \int_{\lambda_m}^{\lambda_M} \frac{2k_B T}{\lambda^2} \cdot \frac{c}{\lambda^2} \cdot d\lambda \approx \frac{2k_B c}{\lambda_b^3} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_b}$$

Où  $\lambda = c/\nu$ . Avec l'indice  $b$  désignant les termes calculés en centre de bande, c'est-à-dire pour la fréquence centrale  $\nu_b$ , on obtient alors une expression très simple pour la puissance reçue :

$$P_{obj, b} \approx E \cdot B_{TRJ, b} \cdot T_{RJ, obj, b} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_b}$$

Équation IV-18

L'avantage de cette formule est que le calcul de plusieurs puissances provenant de différents objets pour différentes largeurs relatives de bande ( $\Delta\lambda/\lambda$ ) est très facile et rapide. Il suffit juste de changer les températures Rayleigh-Jeans des objets et les largeurs de bandes relatives. On remarque par ailleurs que l'écart à la brillance Rayleigh-Jeans est pris en compte à travers le terme  $U_{obj}$  contenu dans  $T_{RJ, obj}$ , elle peut donc aussi s'appliquer à des objets pour lesquels l'approximation Rayleigh-Jeans n'est absolument pas valide comme c'est le cas pour le rayonnement fossile pour les fréquences qui nous intéressent (250 GHz et 143 GHz). La seule condition de validité de l'Équation IV-18 est donc que la largeur relative de la bande soit

suffisamment petite. Comme ce terme est présent dans l'équation on a immédiatement une idée de la validité de ce qu'on calcule ; ce qui a un intérêt pratique évident.

### I.3 Limite du bruit de photon.

L'origine physique du bruit de photon est très facilement compréhensible en se rappelant des principes de base de la physique statistique (voir sous-chapitre I.1) qui décrivent les comportements de systèmes constitués d'un ensemble de particules mis en contact avec un thermostat (fournissant une source d'agitation thermodynamique d'énergie  $k_B T$ ). Nous allons montrer pour le cas des photons que c'est le principe de base de probabilité d'occupation d'états d'énergie qui est intrinsèquement à l'origine des fluctuations, et qui donne le point de départ pour pouvoir quantifier le bruit véhiculé par un rayonnement. On peut facilement montrer que le raisonnement se généralise à tous les systèmes composés de particules (donc à tous les systèmes réels), mais cela nous ferait sortir du propos de ce chapitre. Les problèmes de fluctuations thermodynamiques à l'origine des bruits sont évoqués avec plus de précisions dans la Partie II, sous-chapitre I.3.

Nous présentons ici l'origine du bruit de photons, les formules qui permettent de le quantifier en terme de puissance équivalente de bruit et les équations que l'on a appliquées pour les calculs de la définition de l'avant-projet de caméra bolométrique.

#### I.3.1 Fluctuation du nombre de photons dans l'espace des phases.

Le bruit de photon a été établi pour la première fois pour le rayonnement de corps noir [Einstein, 09]. Le lien avec le fait que les photons sont des bosons a été établi près de vingt ans plus tard [Furth, 28].

L'origine de ce bruit s'établit assez facilement à partir des principes de base de la physique statistique et des conséquences de la quantification (sous-chapitre I.1). On calcule dans un premier temps le nombre moyen de photons contenu dans une cellule de l'espace des phases (position ; quantité de mouvement). Pour cela on part de la distribution de probabilité de Boltzmann et de la définition de la moyenne d'une quantité physique, caractéristique d'un système soumis à des fluctuations statistiques (Équation IV-4 et Équation IV-5 page 346) :

$$P_l = \frac{e^{-\beta(E_l - \mu N_l)}}{Z}, \text{ où } Z = \sum_i e^{-\beta(E_i - \mu N_i)} ; \beta = \frac{1}{k_B \cdot T} \quad \text{et} \quad \bar{X} = \sum_l X_l P_l$$

Introduisons la variable  $X_l \equiv e^{-\beta(E_l - \mu N_l)}$  afin d'alléger les notations dans les calculs. En se rappelant que les photons sont des bosons et que par conséquent leur nombre dans une cellule  $l$  de l'espace des phases peut être infini, on calcule facilement leur nombre moyen par cellule :

$$\bar{n}_l = \frac{\sum_{n_l=0}^{\infty} n_l X_l^{n_l}}{\sum_{n_l=0}^{\infty} X_l^{n_l}} = \frac{1}{X_l - 1}$$

Ce résultat est simplement la distribution de Bose-Einstein (Équation IV-7 page 347). En remarquant que  $X^2 \frac{d}{dX^2} \sum X^n = \sum n^2 X^n - \sum n X^n$ , on calcule alors la moyenne du carré du nombre de photons :  $\overline{n^2} = \bar{n} + 2\bar{n}^2$ . La moyenne quadratique des fluctuations du nombre de photons dans la cellule de l'espace des phases vaut donc :

$$\overline{\delta n^2} \equiv \overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n} \cdot (1 + \bar{n})$$

Si on prend  $g$  cellules de l'espace des phases et on appelle  $\bar{n}$  le nombre moyen total de photon. On a en moyenne par cellule  $\bar{n}/g$  photons. En considérant que les cellules sont isolées les unes des autres, on a alors :

$$\overline{\delta n^2} = g \cdot \overline{(\delta(n/g))^2} = \bar{n} \cdot \left(1 + \frac{\bar{n}}{g}\right)$$

Équation IV-19

Remarques :

- En tenant compte du fait que les transferts de photons sont possibles d'une cellule à l'autre, on établit une formule plus générale en multipliant le membre de droite de l'Équation IV-19 par  $(g-1)/(g+1)$ . Ce facteur est rapidement négligeable lorsque  $g$  devient grand.
- La présence d'un terme ne dépendant pas de  $g$  et d'un autre qui en dépend dans l'Équation IV-19 laisse apparaître ce que donnerait la généralisation à n'importe quel système statistique. Le premier terme ( $\bar{n}$ ) sera présent dans tous les systèmes de particules, même non-quantiques (c'est-à-dire ni des bosons ni des fermions). Ce que l'on retrouve lorsque  $g$  tend vers l'infini, ce qui fait ainsi disparaître le caractère de boson des photons (la particularité des systèmes statistiques d'avoir des distributions d'évènements qui deviennent indépendantes de la loi de probabilité d'apparition des évènements individuels est décrit de façon générale par le théorème de la limite centrale que nous évoquons plus loin dans le paragraphe II.5.2). Le second terme ( $\bar{n}^2/g$ ) n'apparaît que lorsque l'espace des phases est quantifié. Pour des fermions on a  $\overline{\delta n^2} = \bar{n} \cdot (1 - \bar{n}/g)$ .

### I.3.2 Bruit sur un détecteur de grande taille par rapport à la tache de diffraction.

La détection de faisceaux incohérents ( $E \gg c^2/v^2$ ) exclut les instruments optiques proches de la limite de diffraction. Donc pour ainsi dire la quasi-totalité des instruments. Mais cette approche permet d'établir facilement la formule de bruit. On la généralisera par la suite à tous les instruments.

#### I.3.2.1 Dénombrement du nombre de modes de l'espace des phases.

Considérons une radiation de fréquence  $\nu$  détectée dans une bande  $\Delta\nu$  pendant un temps  $\tau$  à travers un système d'étendue de faisceau  $E$ . En raisonnant dans l'espace des phases, on remarque que pour une polarisation donnée du rayonnement, cette détection délimite une zone contenant un nombre  $g$  de modes. Leur dénombrement donne :

$$g = \left( E \cdot \left( \frac{\nu}{c} \right)^2 \right) \cdot (\Delta\nu \cdot \tau)$$

Équation IV-20

On peut montrer que le terme de gauche du membre de droite de l'équation est l'inverse de la cohérence spatiale du faisceau lumineux, et le terme de droite est l'inverse de la cohérence temporelle du faisceau.

Pour une lumière non polarisée, il faut multiplier le nombre de modes par deux. On introduit le nombre de polarisation  $\nu = 1$  ou  $2$  pour signaler cet état de fait dans les équations.

### I.3.2.2 Puissance équivalente de bruit du faisceau incohérent.

Soit  $P_\nu$  la puissance spectrale moyenne,  $\eta(\nu)$  l'efficacité spectrale de l'instrument et  $Q_\nu = P_\nu \cdot \eta(\nu)$  la puissance spectrale détectée. Sachant que chaque photon porte une énergie  $h\nu$ , le nombre de photons détectés en fonction de la puissance spectrale est :

$$\bar{n} = \frac{Q_\nu}{h\nu} \cdot \Delta\nu \cdot \tau$$

Équation IV-21

Les fluctuations de l'énergie absorbées valent :

$$\overline{\delta E^2} = (h\nu)^2 \overline{\delta n^2}$$

Équation IV-22

Les fluctuations de puissance correspondante s'écrivent de manière conventionnelle<sup>77</sup> en terme de puissance équivalente de bruit dans la bande passante  $B$  d'un intégrateur parfait :

$$NEP^2 \cdot B = \overline{\delta W^2} = \frac{\overline{\delta E^2}}{\tau^2}$$

Équation IV-23

Or par définition de la largeur de bande de bruit équivalente (voir plus loin le paragraphe II.5.3), si  $1/\tau_s$  est la fréquence de coupure du signal enregistré, alors  $B = 1/4 \tau_s$ . Par ailleurs le théorème de Shannon-Nyquist (voir note de bas de page 71 au paragraphe I.2.2.2) établit que pour un échantillonnage à la fréquence  $1/\tau_e$  la fréquence de coupure du signal enregistré vaut  $1/\tau_s = 2/\tau_e$ . Comme  $\tau$  est le temps d'intégration,  $B = 1/2 \tau$ . L'utilisation des Équation IV-19 à Équation IV-23 permettent d'écrire la NEP en intégrant la puissance spectrale sur la bande spectrale du détecteur. En tenant compte du nombre de polarisations, on obtient :

$$NEP^2 = 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu}_{(1)} + 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} \frac{c^2}{\nu \cdot E \cdot \nu^2} \cdot Q_\nu^2 \cdot d\nu}_{(2)}$$

Équation IV-24

Le terme (1) de l'équation est proportionnel à  $\bar{n}$ . Il correspond à un bruit de grenaille (shot noise) produit par un processus de Poisson<sup>78</sup>, c'est-à-dire avec des photons non corrélés entre eux. Ce bruit de photon "poissonien" domine aux courtes longueurs d'ondes.

Le terme (2') est proportionnel à  $\bar{n}^2/g$ . Il est lié au fait que les photons sont des bosons. Le facteur  $Q_\nu^2$  signifie que les différentes sources contribuant à  $Q_\nu$  (par exemple, le rayonnement fossile, l'atmosphère et le télescope) ne sont pas statistiquement indépendantes : il reflète le phénomène d'interférences entre les photons des différentes sources. Ce bruit de photon "bosonique" domine aux grandes longueurs d'ondes. Il diverge lorsque  $E$  devient petit par rapport à la longueur d'onde  $\lambda = c/\nu$ . Même sans atteindre ce cas extrême, les mesures effectuées sur divers instrument ont montré une nette surévaluation du bruit de photons dès

<sup>77</sup> Le concept de puissance équivalente de bruit (NEP) est très général et est utilisé dans tous les problèmes d'évaluation et de mesure de bruit. La définition exacte de la NEP est donnée dans la Partie II, au paragraphe I.3.1.1. La formule donnée ici est cohérente avec cette définition.

<sup>78</sup> Une variable aléatoire dont les valeurs possible sont des entiers  $n$  suit une distribution poissonnienne si la probabilité pour qu'elle prenne la valeur  $n$  est :  $P_p = \frac{\bar{n}}{n!} \cdot e^{-\bar{n}}$ , où  $\bar{n}$  est la valeur moyenne de la variable aléatoire.

On montre que l'écart quadratique moyen vaut  $\Delta n \equiv \sqrt{(n - \bar{n})^2} = \sqrt{\bar{n}}$ . Cette distribution est une bonne approximation de la loi binomiale lorsque le nombre  $N$  d'évènements est grand (voir rappel sur la marche au hasard au paragraphe II.5.1).

que la condition  $E \gg \lambda^2$  n'est plus vérifiée. Il s'est donc avéré nécessaire de généraliser l'expression à des faisceaux moins incohérents (ou des instruments permettant de visualiser les taches de diffraction).

### I.3.3 Généralisation à tous les instruments.

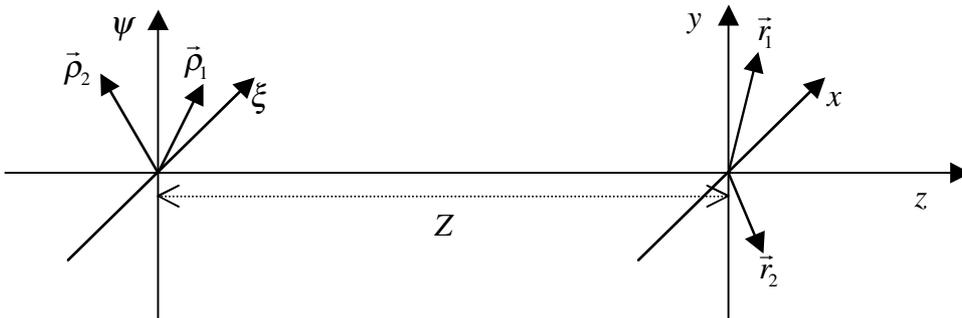
#### I.3.3.1 Prise en compte des interférences avec la théorie semi-classique.

En partant des travaux de Hanbury Brown et Twiss (HBT) [*Hanbury Brown et Twiss, 57, 58*], J.M.Lamarre a généralisé l'expression de la puissance équivalente de bruit à tous les types de faisceaux [*Lamarre, 86*]. La démarche suivie s'inscrit dans le cadre d'une théorie semi-classique qu'il serait trop long de la présenter en entier. Nous pouvons cependant en donner le résultat final, agrémenté que quelques explications permettant de comprendre les raisonnements utilisés et les propriétés de la formule générale. Voir [*Lamarre, 86*] pour plus de précisions. Après calculs on trouve :

$$NEP^2 = 2 \int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu + 2 \int_{\Delta\nu} \Delta(\nu) \cdot Q_\nu^2 \cdot d\nu$$

Équation IV-25

La fonction  $\Delta(\nu)$  a été appelé par HBT facteur de cohérence partielle. À la différence de l'Équation IV-24, qui ne tient en compte que l'aspect corpusculaire des photons, l'Équation IV-25 tient compte de la nature ondulatoire de la lumière en faisant intervenir un terme d'interférences entre intensités spécifiques dans l'expression du facteur de cohérence partielle. Comme précédemment, il serait un peu long de donner tout le détail du calcul de la fonction  $\Delta(\nu)$ , mais nous donnons le résultat de ce calcul afin de comprendre et de bien mettre en évidence les comportements de cette fonction et le lien avec la formule établie pour les faisceaux incohérents. Nous avons besoin avant cela de définir un certain nombre de variables. Soit  $\vec{\rho}_1$  et  $\vec{\rho}_2$  les vecteurs définissant la position de deux points du plan objet,  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  les vecteurs définissant deux points du plan image et  $Z$  la distance entre la source (l'objet) et le détecteur (l'image).



Soit  $I_\nu(\vec{\rho}, \vec{r})$  l'intensité spécifique correspondant à la puissance de rayonnement reçue l'élément de surface infinitésimal se trouvant en  $\vec{r}$  provenant de l'angle solide infinitésimal sous lequel le point image  $\vec{r}$  voit le point objet  $\vec{\rho}$ . Supposons que l'intensité spécifique peut s'écrire  $I_\nu(\vec{\rho}, \vec{r}) = I_\nu(\vec{\rho}) \cdot k_\nu(\vec{r})$ , où  $k_\nu$  est l'efficacité locale du détecteur à la fréquence  $\nu$ , et  $I_\nu$  est la brillance de la source à la fréquence  $\nu$ . Notons enfin les transformées de Fourier  $\hat{l}_\nu(\vec{\sigma}) = TF[l_\nu(\vec{\rho})]$ , avec  $\vec{\sigma} = (\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) \cdot \frac{\nu}{c \cdot Z}$ , et  $\hat{k}_\nu(\vec{s}) = TF[k_\nu(\vec{r})]$ , avec  $\vec{s} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot \frac{\nu}{c \cdot Z}$ . Les

calculs de Lamarre avec HBT donnent le résultat suivant pour le facteur de cohérence partielle (on utilise la convention  $d^2\vec{r} = dx \cdot dy$  pour alléger les notations) :

$$\begin{aligned}\Delta(\nu) &= \frac{1}{Q_\nu \cdot Z^4} \iint \iint \iint \iint \sqrt{I_\nu(\vec{\rho}_1, \vec{r}_1) I_\nu(\vec{\rho}_1, \vec{r}_2) \cdot I_\nu(\vec{\rho}_2, \vec{r}_1) I_\nu(\vec{\rho}_2, \vec{r}_2)} \cdot \\ &\quad \cos \left[ \frac{2\pi \cdot \nu}{c \cdot Z} \cdot (\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \cdot d^2\vec{\rho}_1 \cdot d^2\vec{\rho}_2 \cdot d^2\vec{r}_1 \cdot d^2\vec{r}_2 \\ &= \frac{1}{Q_\nu^2 \cdot Z^4} \iint_{S_d} \iint_{S_d} k_\nu(\vec{r}_1) \cdot k_\nu(\vec{r}_2) \cdot \left| \hat{l}_\nu(\vec{\sigma}) \right|^2 \cdot d^2\vec{r}_1 \cdot d^2\vec{r}_2 \\ &= \frac{1}{Q_\nu^2 \cdot Z^4} \iint_{S_s} \iint_{S_s} l_\nu(\vec{\rho}_1) \cdot l_\nu(\vec{\rho}_2) \cdot \left| \hat{k}_\nu(\vec{s}) \right|^2 \cdot d^2\vec{\rho}_1 \cdot d^2\vec{\rho}_2\end{aligned}$$

Équation IV-26

$S_s$  est la surface de l'objet (de la source) et  $S_d$  la surface de l'image (du détecteur).

Remarques :

- On vérifie l'homogénéité des formules grâce à des équations aux dimensions sont correctes. On trouve que  $\Delta(\nu) \propto \left[ \frac{Hz^2}{W^2 \cdot m^4} \cdot \left( \frac{W}{m^2 \cdot sr \cdot Hz} \right)^{4/2} \cdot m^2 \right] = \left[ \frac{1}{sr^2} \right]$  ; c'est homogène avec les dimensions du terme  $c^2/E\nu^2$  dans l'Équation IV-24.
- En se rappelant des définitions des puissances et des intensités spécifiques (voir I.1.3.2) il est rapide de montrer qu'avec les variables nouvellement introduites la puissance spectrale reçue par le détecteur s'écrit :  $Q_\nu = \iint_{S_d} \iint_{S_s} \frac{k_\nu(\vec{r}) \cdot l_\nu(\vec{\rho})}{Z^2} \cdot d^2\vec{\rho} \cdot d^2\vec{r}$
- La symétrie entre les deux dernières égalités dans l'expression de  $\Delta(\nu)$  (avec les transformées de Fourier) met en évidence la symétrie entre champs et pupilles, c'est-à-dire la conservation de l'étendue de faisceau entre la vision de l'objet depuis l'image et la vision de l'image depuis l'objet.

### I.3.3.2 Comportements du facteur de cohérence partielle.

Étudions dans un premier temps le comportement asymptotique de  $\Delta(\nu)$  dans le cas où le faisceau est très large et uniforme. On suppose donc que  $l_\nu(\vec{\rho}) = l_0$ . On suppose aussi que l'efficacité du détecteur est constante sur toute sa surface,  $k_\nu(\vec{r}) = \eta$ . En remarquant que

$d^2\vec{\rho} = \left( \frac{cZ}{\nu} \right)^2 d^2\vec{\sigma}$ , l'utilisation de l'expression de  $\Delta(\nu)$  avec la  $TF[l_\nu]$  et du théorème de

Parseval-Plancherel<sup>79</sup>, permet de donner une valeur approchée de  $\Delta(\nu)$  :

$$\Delta(\nu) \approx \left( \frac{Z^2}{S_s \cdot S_d \cdot l_0} \right) \frac{1}{Z^4} \left[ S_d \cdot S_s \left( \frac{cZ}{\nu} \right)^2 \right] = \frac{Z^2}{S_s \cdot S_d} \frac{c^2}{\nu^2} = \frac{c^2}{E \cdot \nu^2}$$

En remplaçant dans l'Équation IV-25 on retombe exactement sur l'Équation IV-24, ce qui montre la cohérence du cas général avec le cas particulier des faisceaux incohérents qui avaient servi de point de départ pour l'étude du bruit de photons. On voit également apparaître toute l'importance de l'adjectif "incohérents". En effet l'approximation faite en utilisant le théorème de Parseval-Plancherel n'est valide que si le détecteur et la source sont infiniment grands par rapport à la longueur d'onde  $\lambda = c/\nu$ , c'est-à-dire suffisamment grands pour ne pas

<sup>79</sup>  $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(k)|^2 dk$ , où  $\hat{f}(k) = TF[f(x)]$

induire de hautes fréquences spatiales sur l'image. L'approximation ne s'applique donc que pour des faisceaux incohérents ( $E \gg \lambda$ ).

Dans le cas où les faisceaux sont si étroits que les sources ne sont plus résolues par l'instrument et ne forment donc que des taches de diffraction sur le plan image, la détermination du comportement asymptotique du facteur de cohérence partielle est encore plus facile que précédemment. En effet dans ce cas le détecteur est petit par rapport à la longueur d'onde ( $E \ll \lambda$ ), et le terme d'interférence de l'Équation IV-26 disparaît :

$\frac{2\pi \cdot \nu}{c \cdot Z} \cdot (\Delta x \cdot \Delta \xi + \Delta y \cdot \Delta \psi) \ll 1$  d'où  $\cos \left[ \frac{2\pi \cdot \nu}{c \cdot Z} \cdot (\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \approx 1$ . Il vient alors  $\lim_{E \rightarrow 0} (\Delta(\nu)) = 1$ . La puissance équivalente de bruit s'écrit donc dans ces conditions :

$$NEP^2 = 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu}_{NEP_{\text{Photon}(1)}^2} + 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} Q_\nu^2 \cdot d\nu}_{NEP_{\text{Photon}(2)}^2}$$

Équation IV-27

Non seulement cette formule ne pas diverge pas lorsque  $E$  devient petit par rapport à la longueur d'onde (contrairement à l'Équation IV-24). Mais elle correspond plus aux résultats des mesures expérimentales (*[Hanbury Brown et Twiss, 57, 58]*).

Il est important de remarquer que les calculs faits pour la définition de l'avant-projet de caméra bolométrique concernent en particulier le dimensionnement des pixels, qui sont eux-mêmes plus petits que la tache de diffraction du télescope. Dans tous les calculs de bruit de photon, nous utiliserons par conséquent l'Équation IV-27 (c'est la raison pour laquelle on a défini les  $NEP_{\text{Photon}(1)}^2$  et  $NEP_{\text{Photon}(2)}^2$  ici).

La question se pose de savoir en fonction de quel(s) facteur(s) la valeur du facteur de cohérence partielle change ? La réponse s'obtient à partir de l'étude de l'Équation IV-26 en effectuant les changements d'échelles suivant :  $\vec{\rho} = a_s \vec{\rho}$ ,  $\vec{r} = a_d \vec{r}$ ,  $\vec{Z} = a_z \vec{Z}$  et  $\vec{\nu} = a_\nu \vec{\nu}$ . Après remplacement, rassemblement des termes et simplifications, on obtient :

$$\Delta(\nu) = \frac{1}{Q_\nu^2 \cdot Z^4} \iint_{S_d} \iint_{S_d} k_\nu(\vec{r}_1) \cdot k_\nu(\vec{r}_2) \cdot \left| \hat{l}_\nu \left[ a_\mu (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \frac{\nu}{cZ} \right] \right|^2 \cdot d^2\vec{r}_1 \cdot d^2\vec{r}_2 \quad \text{où} \quad a_\mu \equiv \frac{a_s a_d a_\nu}{a_z}$$

Le facteur de cohérence partielle  $\Delta(\nu)$  ne dépend donc que de  $\mu \equiv \frac{r_s r_d \nu}{cZ}$ , où  $r_s$  et  $r_d$  sont les dimensions caractéristiques de la source et du détecteur. Le paramètre  $\mu$  est d'un grand intérêt pratique car il permet de normaliser les calculs de  $\Delta(\nu)$  et réduit ainsi le nombre de cas à étudier lorsque l'on veut tester différents arrangements géométriques lors de la conception d'un instrument. En traçant la courbe de variation de  $\Delta(\nu)$  en fonction de  $a_\mu$  on fait apparaître les zones où la diffraction est dominante ( $\Delta(\nu) \approx 1$ ) et celle où elle est négligeable ( $\Delta(\nu) \approx 0$ ). Pour les cas intermédiaires il faut tenir compte de l'expression exacte de  $\Delta(\nu)$ .

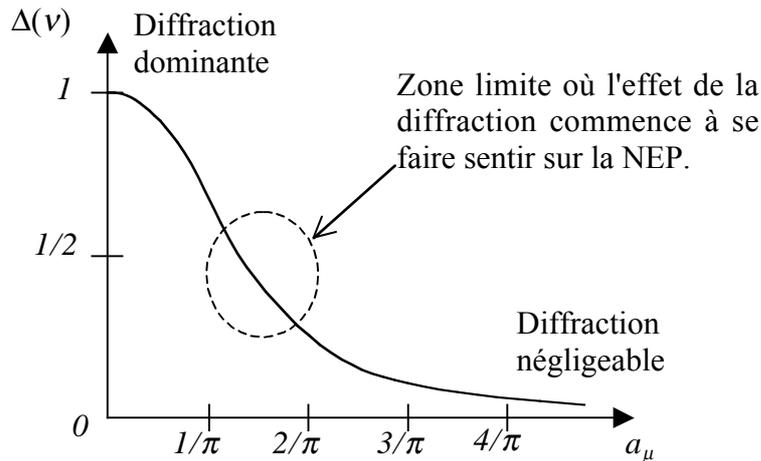


Figure IV-7. Facteur de cohérence partielle du bruit de photon bosonique.

La courbe montre la variation du facteur en fonction du paramètre d'échelle réduit, dans le cas d'une source et d'un détecteur circulaires et uniformes.

### I.3.3.3 Effet de polarisation et formule générale.

Toutes les formules précédentes ont été établies pour un rayonnement ayant une seule polarisation. En se basant sur les travaux de Mandel et Wolf [Mandel et Wolf, 61], J.M.Lamarre a généralisé la prise en compte d'une polarisation partielle du rayonnement dans le calcul de la NEP. L'effet de la polarisation se fait sentir sur le facteur de cohérence partielle. Il conclut que l'on peut écrire :

$$\Delta_p(\nu) = \frac{1+p^2}{2} \cdot \Delta(\nu)$$

Où  $p$  est le degré de polarisation ; il vaut 1 pour un rayonnement polarisé dans une seule direction et 0 pour un rayonnement non polarisé. Une analyse fine montre qu'il peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1 tant que  $\Delta(\nu) = 1$ , mais que pour n'importe quelle autre valeur de  $\Delta(\nu)$  il ne peut prendre que les valeurs  $p = 0$  ou 1. La formule générale du bruit de photon s'écrit alors :

$$NEP^2 = 2 \underbrace{\int_{\Delta\nu} h\nu \cdot Q_\nu \cdot d\nu}_{(1)} + (1+p^2) \underbrace{\int_{\Delta\nu} \Delta(\nu) \cdot Q_\nu^2 \cdot d\nu}_{(2)}$$

Équation IV-28

On ne peut à priori pas calculer le bruit de photon de plusieurs sources distinctes présente dans l'étendue de faisceau du détecteur en additionnant sans précaution leur puissance, car il faut tenir compte du phénomène d'interférences. Cependant la méthode utilisée pour établir la formule générale permet de décorrélérer le phénomène d'interférence du calcul de puissance grâce à l'introduction du terme  $\Delta(\nu)$ . Sous réserve de pouvoir calculer ce facteur de cohérence partielle, la superposition des sources donne un terme de puissance spectrale  $Q_{TOT}(\nu)$  qui est alors simplement la somme des puissances spectrales individuelles.

### I.3.4 Approximations pour calculs d'ordres de grandeur.

En pratique, les calculs que l'on trouve dans la littérature [Désert, 00] pour la détermination du bruit de photon sont effectués avec des approximations plus grossières, compatibles avec celles données en I.2.4. On peut montrer que dans les domaines de fréquences étudiés, ces calculs restent valides et donnent le bon ordre de grandeur pour les bruits. Comme dans le

paragraphe I.2.4, l'avantage de ces approximations est qu'elles permettent de faire des calculs rapides avec les bons ordres de grandeur.

Dans le cas du bruit de photon poissonien, on prend la fréquence centrale de la bande (noté  $\nu_b$ ) pour le terme en  $h\nu$ . Si la bande est suffisamment étroite l'approximation est tout à fait valide et le calcul est immédiat :

$$NEP_{Photon(1),obj,b} = \sqrt{2h\nu_b P_{obj,b}} \quad [W / \sqrt{Hz}]$$

Équation IV-29

Où  $P_{obj,b}$  est la puissance de l'objet *obj* (rayonnement fossile, télescope, atmosphère, etc.) calculé pour la bande de fréquence  $b$ .

Le bruit de photons total tenant compte des différentes sources est alors :

$$NEP_{Photon(1)} = \sqrt{\sum_{obj} NEP_{Photon(1),obj}^2}$$

Équation IV-30

Pour le cas du bruit de photon bosonique le calcul est un peu plus subtil. Avant de l'établir il faut revenir aux calculs de photométrie.

Rappel des concepts introduits pour établir l'Équation IV-18  $\left( P_{obj,b} \approx E \cdot B_{TRJ,b} \cdot T_{RJ,obj,b} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_b} \right)$  :

L'énergie réduite :  $X_{obj} = \frac{h\nu}{k_B T_{obj}}$

Le rapport brillance réelle sur Rayleigh-Jeans :  $U_{obj} = \frac{X_{obj}}{\exp X_{obj} - 1}$

La température efficace de l'objet vu depuis l'image :  $T_{eff,obj} \equiv \varepsilon_{obj} T_{obj} t_{Tot}$

La température Rayleigh-Jeans équivalente sur l'image :  $T_{RJ,obj,eq} \equiv T_{eff,obj} \cdot U_{obj}$

La brillance intégrée par température Rayleigh-Jeans :  $B_{TRJ} = \frac{2k_B c}{\lambda^3}$

En utilisant ce formalisme, le calcul de la puissance équivalente du bruit de photon bosonique donne :

$$NEP_{Photon(2)}^2 = 2 \int (Q_\nu)^2 d\nu = 2 \int_{\nu_m}^{\nu_M} \left( E \cdot \varepsilon \cdot t_{Tot} \cdot 2k_B T \frac{\nu^2}{c^2} \cdot U \right)^2 d\nu = 2k_B T_{eff} \int_{\lambda_m}^{\lambda_M} \frac{EU}{\lambda^2} B_{TRJ,b} T_{RJ,eq} \frac{d\lambda}{\lambda}$$

Pour l'étendue de faisceau effective ( $E_{eff} = \lambda^2$ , voir paragraphe I.2.2.3) et en considérant que l'écart de la brillance à Rayleigh-Jeans est faible ( $U \approx 1$ ), on obtient une formule simple pour la puissance de bruit de photon bosonique :

$$NEP_{Photon(2),obj,b} = \sqrt{2k_B T_{eff} P_{obj,b}}$$

Équation IV-31

En tenant compte des interférences, le calcul du bruit bosonique total causé par la superposition de plusieurs sources donne :

$$NEP_{Photon(2)} = \sum_{obj} NEP_{Photon(2),obj}$$

Équation IV-32

## Chapitre II Thermodynamique et physique du solide.

Comme le laisse entendre la définition des bolomètres, leur description physique va faire intervenir des notions d'électromagnétisme, de thermodynamique, de physique statistique, de physique des solides et de théorie du signal. Seules les notions nécessaires à la compréhension du fonctionnement du modèle simple du bolomètre sont rappelées dans ce sous-chapitre. Les principales sont les notions de chaleur spécifique et de conductivité thermique [Dumoulin, 02].

D'autres notions arriveront en temps utiles.

Un certain nombre de sites internet, de livres, de cours et d'articles de thermodynamique et de physique du solide ont servi de source d'inspiration dans la rédaction de ce sous-chapitre. Comme ils ne concernent pas une phrase particulière, mais un ensemble d'idées et de notions dispersées à divers endroits, nous citons les principales références ici : [Chevrier, 96], [Cros, 94], [Kittel, 69], [Ashcroft et Mermin, 76], [Diu, 89], et [Juillard, 02] ainsi que les sites de [Hofmann, 03]<sup>80</sup>, [Blanquet, 01]<sup>81</sup> et [Burne, 03]<sup>82</sup>.

### II.1 Notions de base.

#### II.1.1 Vitesse de groupe d'une onde.

Les solutions de l'équation de d'Alembert  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$  vérifient toutes la propriété suivante :  $f(x, t) = F(\omega \cdot t - k \cdot x) + G(\omega \cdot t + k \cdot x)$ , avec  $\frac{\omega}{k} = c$ .

On appelle  $\omega$  la pulsation de l'onde et  $k$  le nombre d'onde. La fonction  $F$  représente une onde se propageant dans la direction des  $x$  croissants. Inversement, la fonction  $G$  représente une onde se propageant selon la direction opposée. Ces ondes sont donc appelées ondes progressives.

Si on regarde une surface équiphasse, ou surface d'onde, c'est-à-dire pour  $F$  les surfaces définies par  $u = C^{ste}$ , on s'aperçoit qu'à un instant donné cette surface est un plan normal à la direction de propagation. Ainsi les ondes solutions de l'équation de d'Alembert sont appelées ondes planes progressives. Notons que ces surfaces se déplacent avec la vitesse  $c$ .

Par ailleurs, ces ondes n'étant caractérisées que par une pulsation unique  $\omega$ , on les appelle ondes planes progressives monochromatiques (OPPM).

On peut décomposer toute fonction de la variable  $u = \omega \cdot t - k \cdot x$  en une somme discrète de sinusoïdes (séries de Fourier) :  $F\left(t - \frac{x}{c}\right) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n \cdot \omega \cdot t - n \cdot k \cdot x + \phi_n)$ .

<sup>80</sup> <http://dmxwww.epfl.ch/ltp/Cours>

<sup>81</sup> <http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/>

<sup>82</sup> <http://www.syntonie.net/Sciences%20et%20Technique/Physique/Physique%20du%20solide/Brune/>

Pour l'OPPM, nous avons parlé de vitesse de propagation  $c$ , notons-la  $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ . Cette grandeur s'appelle vitesse de phase car elle indique que si on veut qu'en un point mobile la phase soit constante, il faut que  $d\varphi = 0 = k \cdot dx - \omega \cdot dt$ , soit  $v_\varphi = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\varphi = \text{cte}} = \frac{\omega}{k}$ .

Cependant, une onde plane n'a ni début ni fin, et il est difficile de parler dans cette situation de vitesse de propagation de l'onde en tant que telle. Il nous faut alors considérer une onde limitée dans l'espace. Une telle onde ne peut être monochromatique mais peut être décrite par une combinaison linéaire d'OPPM.

On a alors :  $\vec{E}(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k)e^{i(kx-\omega \cdot t)} dk$ , l'intégrale étant usuellement appelée *paquet d'onde*.

Considérons alors une onde quasi monochromatique, c'est-à-dire telle que la largeur en  $k$  du paquet d'onde ne soit pas trop importante. Le développement au premier ordre de  $\omega(k)$  autour

du vecteur d'onde central donne :  $\omega(k) = \omega(k_0) + (k - k_0) \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} = \omega_0 + (k - k_0)\omega'_0$ .

D'où l'on tire  $E(x,t) = A(x,t)e^{i(k_0x-\omega_0t)}$ , avec  $A(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k)e^{i(k-k_0)(x-\omega'_0t)} dk$ .

L'onde peut ainsi être décrite comme une onde plane dont l'amplitude dépend du terme  $(x - \omega'_0 t)$  qui ne dépend dans ce cas pas de  $k$ . L'amplitude est donc de la forme  $A(x - \omega'_0 t)$ , ce qui signifie que la forme de l'onde, donc son enveloppe se déplace avec la vitesse  $v_g = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}$ , appelée vitesse de groupe.

Remarque : des cours sur la propagation des ondes sont disponibles sur le site <http://romain.bel.free.fr/agregation/Lessons31-40.htm>.

## II.1.2 Température.

C'est la notion de base la plus importante dans compréhension du fonctionnement et de l'optimisation des bolomètres. Le système sensoriel du corps humain donne facilement l'intuition de ce que la température est, mais sa définition physique est autrement plus subtile. En thermodynamique, elle est définie comme étant l'équation d'état qui décrit l'équilibre entre deux systèmes (principe zéro de la thermodynamique) :  $T \equiv f_1(P_1, V_1) = f_2(P_2, V_2)$  ( $P_i$  est la pression au sein du système  $i$ ,  $V_i$  est son volume). Par définition de l'équilibre thermodynamique ces deux systèmes contiennent la même énergie. En considérant un système isolé à l'équilibre, on peut définir la température comme la quantité mesurable de densité d'énergie contenue dans le système. Si ce système est constitué d'atomes dont la seule interaction est celle des chocs (gaz parfait), on peut définir la température par rapport à la moyenne d'énergie cinétique liée au mouvement des atomes :  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$ . Mais les difficultés d'interprétation de ces définitions pour tous les systèmes physiques, ne les rendent pas des plus satisfaisantes.

Une définition permettant de mieux comprendre ce que la température représente est apparue avec le développement de la physique statistique, qui décrit le comportement physique de systèmes englobant un grand nombre de constituants élémentaires que l'on nomme particules (qu'elles soient élémentaires comme les photons, assemblées par paquets comme les atomes ou virtuelles comme les phonons). Les deux notions de base de la thermodynamique statistique sont l'entropie et l'énergie interne. L'entropie décrit le nombre

d'états possibles d'un système isolé :  $S \equiv k_B \cdot \log(\Omega)$ , où  $\Omega$  est le nombre d'états possibles des particules. L'énergie interne est simplement l'énergie totale du système :  $U \equiv E_C + V_p$ , où  $E_C$  est la somme des énergies cinétiques des particules du système et  $V_p$  est la somme de leurs énergies potentielles. Le premier principe de la thermodynamique (qui n'est autre que le principe de conservation de l'énergie) donne  $U = W + Q$ , où  $W$  est le travail<sup>83</sup> fourni par le système au cours de sa transformation d'un état d'équilibre donné vers un autre état d'équilibre et  $Q$  est la chaleur échangée par le système avec l'extérieur au cours de cette transformation. La température est alors définie par la variation d'entropie due au changement d'énergie interne d'un système :

$$1/T \equiv dS/dU$$

Équation IV-33

Ce qui signifie que pour un système isolé, la température donne le rapport entre le nombre d'états possibles des particules qui le constituent et la variation de ce nombre avec l'énergie interne du système.

Autrement dit, la température est la variable qui quantifie l'agitation moyenne des particules (pour un gaz cette agitation est caractérisée par la vitesse moyenne des particules et donc par la fréquence avec laquelle elles entrent en collision les unes avec les autres, et pour un solide, cette agitation est caractérisée par les vibrations des particules autour de leur position moyenne).

## II.2 Capacité calorifique et chaleur spécifique.

La chaleur spécifique est la variable thermodynamique fondamentale qui traduit la capacité de la matière à accumuler de l'énergie sous forme de chaleur. La dépendance de cette variable avec la température est un critère primordial pour le choix des matériaux et des températures de fonctionnement des bolomètres. C'est pour cette raison que nous exposons avec quelques détails ses origines et ses propriétés suivant les types de matériaux existants.

### II.2.1 Définition et propriété à basse température.

La capacité calorifique décrit la façon dont un système donné change de température lorsqu'il échange de la chaleur (de l'énergie calorifique) avec l'extérieur :  $C = dQ/dT$ .

Mais pour une transformation infinitésimale on a  $dU = dQ + dW$ , d'où  $C = dU/dT - dW/dT$ . Donc suivant que le travail varie ou non au cours de la transformation, la valeur de  $C$  n'est pas la même. La définition donnée ci-dessus est par conséquent incomplète : elle ne mentionne pas la façon dont l'énergie est transmise (énergie interne seule pour un échange à volume constant, ou énergie interne plus travail pour un échange à pression constante). Pour décrire avec rigueur ces échanges de chaleur, on définit l'enthalpie<sup>84</sup> du système comme étant la somme de son énergie interne et de son énergie élastique :  $H = U + PV$ . Pour une

<sup>83</sup> Le travail est défini par la relation  $W \equiv -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{x} = -\int_A^B P \cdot dV$ , il donne donc la somme des énergies cédées par les particules à cause des forces auquel elles sont soumises au cours de leurs déplacements lorsque le système passe de l'état  $A$  à l'état  $B$ . Remarque : le signe moins est donné par la convention de signe des énergies, par exemple si le volume augmente le système perd de l'énergie.

<sup>84</sup>  $S, U$  et  $H$  sont des fonctions d'état : leur variation ne dépend pas du chemin suivi pour changer l'état du système. Autrement dit ce sont des différentielles totales : si  $f(x, y)$  est une fonction d'état, alors  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \cdot \partial x}$ , ou, si  $df = A(x, y) \cdot dx + B(x, y) \cdot dy$ , alors  $\left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_x = \left. \frac{\partial B}{\partial x} \right|_y$ .

transformation infinitésimale on a  $dU = dQ - P \cdot dV$  et  $dH = dQ + V \cdot dP$ . Une transformation isochore donne donc  $dU = dQ$ , et une transformation isobare donne  $dH = dQ$ .

La capacité calorifique à volume constant  $C_v$  et à pression constante  $C_p$  sont respectivement définies par :

$$C_v \equiv \left. \frac{dU}{dT} \right|_v \qquad C_p \equiv \left. \frac{dH}{dT} \right|_p$$

Équation IV-34

À partir des définitions de  $U$  et de  $H$ , on vérifie<sup>85</sup> aisément que  $C_p > C_v$ . Ainsi pour une même quantité de chaleur transmise, la température du système changera plus fortement lors d'une transformation isochore que lors d'une transformation isobare.

Le deuxième principe de la thermodynamique stipule qu'au cours d'une transformation d'un système fermé la variation d'entropie d'un état initial  $A$  à un état final  $B$  est égale à :  $\Delta S = S_B - S_A = S_e - S_c$ , où  $S_e$  est l'entropie échangée avec le milieu extérieur et  $S_c$  est l'entropie créée au sein du système ( $=0$  pour une transformation réversible,  $>0$  pour une transformation irréversible). Si  $Q$  est la quantité de chaleur échangée par le système avec une source de chaleur à la température  $T$ , alors à tout moment de la transformation on a :  $dS_e = \delta Q/T$ .

L'entropie est donc connue à une constante d'intégration près. Le troisième principe de la thermodynamique (ou postulat de Nernst) fixe cette constante en énonçant que l'entropie tend vers zéro lorsque le système atteint son plus bas niveau d'énergie, qui est caractérisé par la température du "zéro absolu". L'échelle Kelvin fixe l'origine des températures au zéro absolu, de telle sorte que le troisième principe peut s'écrire de façon mathématique par  $\lim_{T \rightarrow 0} (S) = 0$ .

Remarque : comme on le verra un peu plus loin, le troisième principe ne rend l'entropie thermodynamique égale à l'entropie statistique que pour les systèmes qui n'ont qu'une configuration possible à l'état fondamental, ce qui n'est pas le cas des systèmes dégénérés. En pratique cette différence n'a pas de conséquences puisqu'on ne se sert que de variations d'entropies.

À partir des deux premiers principes de la thermodynamique et de la définition des fonctions d'état, la différentielle de l'énergie peut être réécrite en fonction de la température et de la pression en utilisant comme variables indépendantes l'entropie et le volume :

$$dU = T \cdot dS - P \cdot dV = T \cdot \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_v \cdot dT + \left[ T \cdot \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_T - P \right] \cdot dV = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_v \cdot dT + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T \cdot dV$$

Il en résulte que  $C_v = T \cdot \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_v$ . De la même façon, on montre que  $C_p = T \cdot \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p$ . La

conséquence du troisième principe est donc que  $\lim_{T \rightarrow 0} (C_v) = \lim_{T \rightarrow 0} (C_p) = 0$ . Ce résultat est extrêmement important pour la conception des bolomètres, puisque ces derniers sont d'autant plus sensibles que leur température varie beaucoup lors de l'absorption d'une énergie incidente donnée, il faut donc que leur capacité calorifique soit la plus basse possible.

Afin de mieux comprendre la différence entre  $C_v$  et  $C_p$ , on peut écrire les équations de paramétrisation de la chaleur, en choisissant des couples de variables indépendantes entre elles [Lévy, 95] :  $\delta Q = C_v \cdot dT + l \cdot dV = C_p \cdot dT + h \cdot dP = \lambda \cdot dP + \mu \cdot dV$ . En se servant des relations différentielles entre les variables d'état (par exemple  $T(P, V)$ ) donne

<sup>85</sup> Par exemple dans le cas des gaz parfaits, l'équation d'état est :  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$  ( $n$  est le nombre de moles dans le gaz et  $R$  est la constante des gaz parfaits, définie justement par la différence des capacités calorifiques :  $R = (C_p - C_v)/n = 8,31$ ). Historiquement cette différence avait permis de donner une valeur à la constante de Boltzmann, puisque celle-ci avait été définie par le rapport de la constante des gaz parfaits au nombre d'Avogadro :  $k_B \equiv R/N_A$ .

$dT = (\partial T/\partial P)_V \cdot dP + (\partial T/\partial V)_P \cdot dV$ , on peut trouver les relations entre tous les coefficients calorimétriques  $C_V$ ,  $C_P$ ,  $l$ ,  $h$ ,  $\lambda$  et  $\mu$ . À partir de ces relations, on trouve :

$C_P - C_V = T \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V \cdot \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P$ . Cette formule permet de mettre en évidence que la différence entre les capacités calorifiques isothermes et isobares dépend des capacités de dilatation du système (de son énergie élastique  $PV$ ). Cette différence sera donc bien plus importante pour les gaz que pour les liquides et solides (typiquement  $\Delta C/C \approx 30\%$  pour les gaz et  $5\%$  pour les solides). Dans le cas des bolomètres, on s'intéresse à des systèmes (absorbeur, thermomètre) solides. Leur volume variant de façon infinitésimale lorsqu'ils ont atteint leur température de fonctionnement, il devient inutile de faire la distinction entre les deux capacités calorifique. La seule dont il sera question par la suite est  $C_V$ .

Dans la littérature on voit très souvent les termes de capacité calorifique et de chaleur spécifique employés sans distinction pour désigner les mêmes variables. Ceci pouvant être source de confusions et d'erreurs lors des applications numériques nous utilisons dans cette thèse les définitions suivantes (correspondant aux définitions officielles<sup>86</sup>) :

- La capacité calorifique  $C$  d'un système est la variation de chaleur engendrée par une variation de température. Elle correspond à la définition que nous avons donnée ci-dessus.
- La chaleur massique  $c$  est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène. Elle correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de masse de substance lors d'une transformation donnée. Elle est donc caractéristique de la substance considérée.
- La chaleur molaire  $c^*$  est la capacité calorifique par mole d'une substance donnée. C'est une autre façon d'exprimer l'apport de chaleur nécessaire pour changer la température d'une substance donnée. Elle est également caractéristique de la substance.
- La chaleur volumique  $c$  est la capacité calorifique par unité de volume d'une substance donnée. Elle aussi est caractéristique de la substance lorsqu'elle est solide. Pour un gaz elle dépend fortement des conditions thermodynamiques.
- La chaleur spécifique désigne officiellement la chaleur massique. Mais elle est employée la plupart du temps pour désigner indifféremment n'importe laquelle des quatre variables que l'on vient de définir. Les unités ou le contexte permettent en général de savoir laquelle. Dans ce mémoire nous utiliserons cette désignation générique assez pratique, mais pour éviter les confusions nous précisons dans les formules et calculs s'il s'agit de la capacité calorifique ou de l'une des trois chaleurs caractéristiques.

## II.2.2 Chaleur spécifique dans les cristaux isolants, notion de phonons.

L'énergie potentielle d'un solide constitué d'atomes vibrants<sup>87</sup> sur eux-mêmes peut être modélisée sous la forme :  $E_p = \frac{1}{2} \sum_{\vec{R}, \vec{R}'} \Phi(\vec{r}(\vec{R}) - \vec{r}(\vec{R}'))$ , avec  $\Phi$  le potentiel d'interaction des

<sup>86</sup> <http://www2.unil.ch/ipmc/tp1/notices/TCL.pdf>

<sup>87</sup> Quelques illustrations animées sur <http://www.chembio.uoguelph.ca/educmat/chm729/Phonons/monatom.htm> et <http://www.chembio.uoguelph.ca/educmat/chm729/Phonons/optmovie.htm>, code pour une simulation Matlab sur <http://www.cax.free.fr/phonons/phonons.html>

atomes,  $\vec{R}$  leur position d'équilibre et  $\vec{r} = \vec{R} + u(\vec{R})$ . Un développement limité au second ordre avec conditions d'équilibre ( $\sum \overrightarrow{Forces} = 0$ ) donne :

$$E_p = \frac{1}{2} \left[ \sum_{\vec{R}, \vec{R}'} \Phi(\vec{R} - \vec{R}') + 0 + \frac{1}{2} \sum_{\vec{R}, \vec{R}'} \left( u(\vec{R}) - u(\vec{R}') \right)^2 \nabla^2 \Phi(\vec{R} - \vec{R}') + o(u^3) \right] = E_{p0} + \Delta E_p.$$

Dans le cas d'une chaîne atomique composée d'atomes identiques repérés par leur numéro  $n$ , et séparés d'une distance moyenne  $a$ , le terme quadratique de l'énergie potentielle peut s'écrire

sous la forme  $\Delta E_p = \frac{1}{2} \sum_n G [u(n \cdot a) - u((n-1) \cdot a)]^2$ , avec  $G = \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right|_{x=a}$ . En imposant  $E_{p0} = 0$ ,

on peut écrire l'Hamiltonien de la chaîne sous la forme :

$$H_{réseau} = E_C + E_p = \sum_n \left[ \frac{p_n^2}{2m} + \frac{G}{2} (u_n - u_{n-1})^2 \right]$$

Équation IV-35

Où  $p_n = m \cdot \frac{\partial u_n}{\partial t}$  est la quantité de mouvement de l'atome  $n$ . Le principe fondamental de la

dynamique donne :  $m \cdot \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = G(u_n - u_{n-1}) - G(u_n - u_{n+1})$ . La solution de cette équation

différentielle du deuxième ordre est une fonction sinusoïdale :  $u(x, t) = u_0 \cdot \exp(i\omega t - kx)$ , où

$x = n \cdot a$ ,  $k$  est le vecteur d'onde et  $\omega = 2\sqrt{\frac{G}{m}} \cdot \left| \sin\left(\frac{k \cdot a}{2}\right) \right|$  est la pulsation. Les modes propres

de ces oscillation individuelles vont entraîner des mouvements collectifs ; une onde de mode de vibration se propage alors dans le solide. La vitesse de groupe de l'onde est :

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = a \sqrt{\frac{G}{m}} \cdot \left| \cos\left(\frac{k \cdot a}{2}\right) \right|$$

Équation IV-36

On remarque que cette vitesse s'annule en bord de zone de Brillouin<sup>88</sup>, c'est-à-dire pour  $k = \pi/a$ , les ondes de vibration sont alors stationnaires. Par ailleurs

$\omega(k) \xrightarrow{k \rightarrow 0} k \cdot a \cdot \sqrt{G/m}$  est linéaire en centre de zone (dans ce cas la longueur d'onde de vibration  $\lambda = 2\pi/k \rightarrow \infty$ ), et la vitesse devient indépendante de  $k$ , tout comme le son lorsqu'il se propage dans l'air, la courbe de dispersion  $\omega(k)$  est alors appelée "branche acoustique".

Par ailleurs, dans le cadre d'une diffusion inélastique, l'onde incidente va voir son énergie changer :  $E_d = E_i + \Delta E$ , et son vecteur d'onde peut s'écrire  $\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{K} + \vec{q}$ . Le principe d'incertitude d'Heisenberg  $[p_n, u_n] = i \cdot \hbar$ , fixe une différence d'énergie minimum et un vecteur impulsion (quantité de mouvement) minimum :

<sup>88</sup> Soit une onde/particule diffractée par un atome du réseau, la fonction d'onde incidente s'écrit  $\psi_i = \psi_0 \cdot \exp(i \cdot \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i)$ , où  $\vec{k}_i$  est le vecteur d'onde et  $\vec{r}_i$  le vecteur position. La combinaison linéaire des ondes diffractées diffractée par deux atomes voisin du réseau donne la fonction :  $\psi_i = \psi_0 \cdot \exp(i \cdot (\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i + \vec{k}_d \cdot \vec{r}_d)) \cdot \left( 1 + \exp(i \cdot (\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{a}) \right)$ , où  $\vec{a}$  est le vecteur liant les positions de deux atomes voisins. Les conditions de Laue déterminent les vecteurs d'ondes diffractés qui aboutissent à des interférences constructives :  $\vec{k}_i - \vec{k}_d = \vec{K}$ , où  $\vec{K}$  est un vecteur du réseau réciproque (sa norme est  $K = 2\pi/a$ ). Pour un point donné du réseau réciproque, les plans bissecteurs sont à égale distance entre ce point et ses plus proches voisins. Les plans bissecteurs du réseau réciproque sont appelés plan de Bragg. La première zone de Brillouin est définie par la zone délimitée par les plans de Bragg, elle contient toute l'information concernant la dynamique du réseau car tout est défini à un vecteur du réseau réciproque près.

$$\Delta E = \hbar \cdot \omega(\vec{q}) \text{ et } \vec{p} = \hbar \cdot \vec{q}$$

Équation IV-37

Ces quanta de vibration sont appelés phonons.

À noter que les conditions aux limites du réseau donnent un autre niveau de quantification de  $k$ , par exemple pour une chaîne de  $N$  atomes périodiques (conditions aux bords de Born - von Karman) on a pour l'atome  $n$  :  $k_n = 2 \cdot n \cdot \pi / (N \cdot a)$ . Il en résulte que le nombre de phonons différents pouvant se propager dans le réseau est fini.

Pour une chaîne constituée de couples d'atomes de masses  $m_1 > m_2$  (la masse réduite vaut  $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$ ), avec un coefficient d'interaction  $g$ . L'énergie potentielle s'écrit :

$E_p = \frac{1}{2} \sum_n g [(u_{1,n} - u_{2,n-1})^2 + (u_{1,n} - u_{2,n})^2]$ . La résolution du principe fondamental de la dynamique donne une courbe de dispersion ayant deux solutions, qui vont donner deux

branches dans la courbe de dispersion :  $\omega_{\pm}^2 = \frac{g}{\mu} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \sin^2\left(\frac{k \cdot a}{2}\right)} \right]$ . La

pulsation  $\omega_- \rightarrow ka\sqrt{g/2(m_1 + m_2)}$  en centre de zone de Brillouin, tous les atomes vibrent alors en phase. En bord de zone  $\omega_- \rightarrow \sqrt{2g/m_1}$ , les atomes de type 1 sont fixes et ceux de type 2 bougent ; la courbe de dispersion de  $\omega_-$  est une branche acoustique. En revanche  $\omega_+ \rightarrow \sqrt{2g/\mu}$  en centre de zone, les atomes de type 1 sont alors en opposition de phase avec ceux de type 2. Et  $\omega_+ \rightarrow \sqrt{2g/m_2}$  en bord de zone, les atomes de type 2 sont fixes et ceux de type 1 bougent. Par analogie avec les modes de propagation de la lumière dans les solides,  $\omega_+$  est appelée branche optique de la courbe de dispersion.

Si on suit le même raisonnement en considérant une chaîne atomique constituée d'atomes identiques de masse  $m$ , mais séparés par une distance  $a_1$  d'un côté et une distance  $a_2$  de l'autre (c'est-à-dire  $u_n - u_{n-1} = a_1$  et  $u_{n+1} - u_n = a_2$ ), donc avec des coefficients élastiques  $g_1$  et  $g_2$ , alors on trouve la courbe de dispersion suivante :

$\omega_{\pm}^2 = \frac{(g_1 + g_2)}{m} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot g_1 \cdot g_2}{(g_1 + g_2)^2} \cdot \sin^2\left(\frac{k \cdot a}{2}\right)} \right]$ . Elle est très similaire au cas précédent et fait

apparaître également une branche acoustique et une branche optique.

À 3 dimensions il existe un mode de vibration longitudinal au vecteur d'onde  $\vec{k}$  et deux modes indépendants de vibrations dans le plan perpendiculaire à  $\vec{k}$ , appelés modes transverses. Chacun des trois modes de vibration représente une polarisation donnée. En généralisant à 3 dimensions l'expression du potentiel d'interaction entre les atomes, on obtient une courbe de dispersion<sup>89</sup> avec 3 branches optiques et 3 branches acoustiques.

<sup>89</sup> Sur le site <http://democrite.phy.ulaval.ca/gb/17323/indexH00.html>, le lien intitulé "La dynamique cristalline" propose quelques exemples de courbes de dispersions des phonons pour différentes structures cristallines.

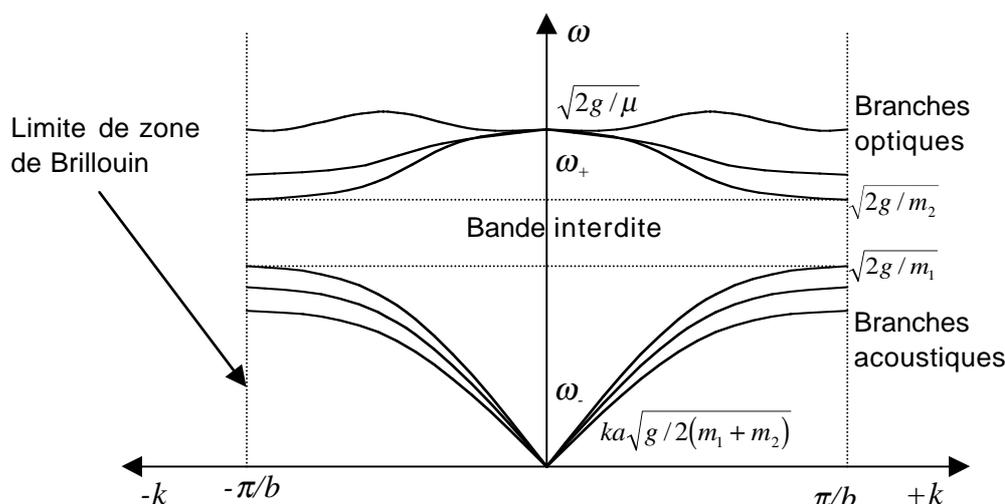


Figure IV-8. Courbe de dispersion des phonons dans un cristal à 3 dimensions.

La valeur  $b$  représente la distance entre deux atomes identiques. Les courbes de dispersion sont très variées, elles sont non seulement différentes d'un type de réseau à l'autre, mais dans un même cristal elles peuvent être très différentes d'une direction cristallographique à l'autre.

La décomposition du mouvement de n'importe quel atome  $j$  sur la base des modes propres d'oscillation  $Q(\vec{k}, \nu)$  (où  $\nu$  est l'indice de polarisation) donne (on note  $e$  le nombre complexe de polarisation et  $N$  le nombre d'atomes)  $u(j, t) = \frac{1}{\sqrt{N \cdot m_j}} \sum_{\vec{k}, \nu} e(j, \vec{k}, \nu) \cdot \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r}_j) \cdot Q(\vec{k}, \nu)$ .

L'Hamiltonien du système peut alors être réécrit en fonction des modes propres d'oscillation :

$$H_{ph} = \sum_{\vec{k}, \nu} h_{\vec{k}, \nu}, \text{ où } h_{\vec{k}, \nu} = \frac{1}{2} \left( \frac{dQ}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot Q^2$$

Équation IV-38

C'est l'Hamiltonien d'un oscillateur de fréquence  $\omega(\vec{k}, \nu)$ . La résolution des équations de la dynamique de l'oscillateur harmonique<sup>90</sup> ainsi défini (avec ses modes propres et ses polarisations quantifiés) se traite dans le cadre de la mécanique quantique. Le résultat qui nous intéresse ici est l'expression de l'énergie propre des états d'oscillation :

$E_n = \left( n_{\vec{k}, \nu} + \frac{1}{2} \right) \cdot \hbar \cdot \omega(\vec{k}, \nu)$ , où  $n_{\vec{k}, \nu}$  représente la densité de "particules" de l'état  $n$ . Le facteur

$1/2$  est appelé énergie de point zéro du cristal. D'après leur définition, les "particules" qui ont des modes de vibrations de degré  $n$  sont les phonons du cristal ! Toujours dans le cadre de la mécanique quantique, on montre que les phonons sont des bosons : tout comme les photons,  $N$  phonons peuvent être dans le même état quantique, ils sont alors indiscernables entre eux. En appliquant ce résultat à la physique statistique, le nombre moyen de phonons par état d'énergie est donné par la fonction de distribution de Bose-Einstein :

$n_{\vec{k}, \nu} = \frac{1}{e^{(\beta \cdot \hbar \cdot \omega(\vec{k}, \nu))} - 1}$ , avec  $\beta = \frac{1}{k_B \cdot T}$ . Il en résulte que la population des phonons d'un cristal

va être contrôlée par la température  $T$ . En considérant que le cristal ne contient pas d'électrons libres (cas d'un isolant), l'énergie interne du cristal s'écrit  $U = U_0 + E_{vib}(T)$ , où  $U_0$  est l'énergie

<sup>90</sup> Dans l'approximation harmonique, on considère qu'il n'y a pas de couplage entre les modes propres d'oscillation ; on a alors  $N$  oscillateurs indépendants.

de cohésion à  $T = 0$  (sans mouvement de point zéro) et  $E_{vib}(T) = E_{v0} + E_v(T)$  est l'énergie de vibration du cristal. On en déduit la capacité calorifique des phonons :

$$C_{ph} = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V = \frac{\partial}{\partial T} \sum_{\vec{k}, \nu} \frac{\hbar \cdot \omega_{\vec{k}, \nu}}{e^{\beta \cdot \hbar \omega_{\vec{k}, \nu}} - 1}$$

On constate facilement qu'à la limite des hautes températures, on peut procéder au développement limité de l'exponentielle, et en comptant les trois modes d'oscillation  $\nu$ , on obtient :  $\lim_{\beta \ll \hbar \omega_{\vec{k}, \nu}} C_{ph}(T) = 3 \cdot N \cdot k_B$  ; c'est la loi de Dulong et Petit.

Pour avoir le comportement de  $C_{ph}$  à basse température, il faut pouvoir calculer la somme sur les vecteurs d'ondes et les polarisations. La manière classique d'y parvenir est de considérer que le nombre de vecteurs d'ondes autorisés dans la première zone de Brillouin est extrêmement grand par rapport à la taille de la zone (ce qui est toujours vérifié en pratique, à moins d'avoir des cristaux microscopiques, constitués d'un nombre peu important d'atomes), la somme sur  $\vec{k}$  peut alors être remplacée par une intégrale triple. Pour faire ce passage il faut connaître la densité de modes propres dans l'espace des vecteurs d'ondes. Pour un réseau cubique constitué de  $N^3$  atomes séparés par une distance moyenne  $a$ , les vecteurs d'ondes du réseau réciproque s'écrivent  $k_{x|y|z} = (2\pi/(N \cdot a)) \cdot n_{x|y|z}$ . Une pellicule sphérique (en forme de pelure d'oignon, voir Figure IV-9) de l'espace des vecteurs d'ondes, de rayon  $k$  et d'épaisseur élémentaire  $dk$  a un volume  $d^3k = 4\pi \cdot k^2 \cdot dk$ . La densité de vecteurs d'ondes contenu dans la pellicule est simplement le volume de la pellicule divisé par le volume d'un mode propre. En intégrant cette densité jusqu'à un rayon  $k_D$  (appelé vecteur d'onde de Debye) tel que le nombre de modes contenus dans la boule ainsi définie soit égal au nombre de modes contenus dans le cube délimité par la première zone de Brillouin, on trouve :  $N^3 = \int_0^{k_D} \left( \frac{N \cdot a}{2\pi} \right)^3 \cdot 4\pi \cdot k^2 \cdot dk$ , d'où  $k_D = (1/a) \cdot (6\pi)^{2/3}$ .

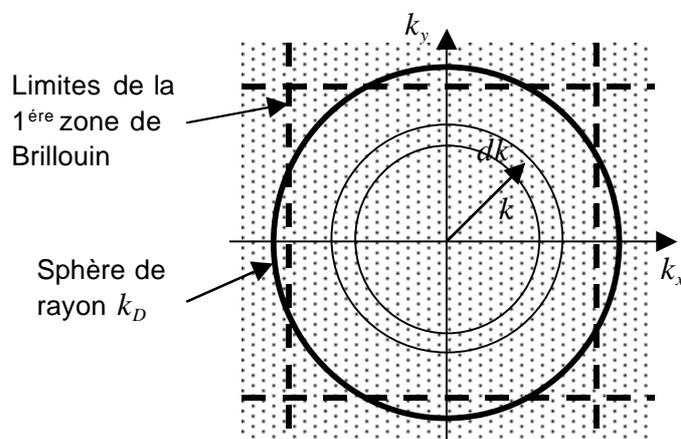


Figure IV-9. Limite de la première zone de Brillouin et sphère de Debye pour un réseau à 2 dimensions. La sphère de Debye permet d'intégrer le nombre de phonons par état d'énergie.

L'énergie de vibration sans le mode de point zéro s'écrit alors :

$$E_v(T) = \sum_{\nu} \int_0^{k_D} n_{\vec{k}, \nu} \cdot \hbar \cdot \omega(\vec{k}, \nu) \cdot 4\pi \cdot k^2 \left( \frac{N \cdot a}{2\pi} \right)^3 \cdot dk. \text{ Par ailleurs, comparé au centre de zone,}$$

les bords de la zone de Brillouin sont très peu peuplés. On peut alors linéariser l'expression de  $\omega(\vec{k}, \nu)$ , et effectuer un changement de variable suivant :  $\omega = V_{\nu} \cdot k$ . En considérant que le solide est isotrope, il reste deux vitesses du son : une longitudinale  $V_L$  et une transversale  $V_T$ .

En définissant la vitesse  $V_S$  telle que  $3/V_S^3 = 2/V_T^3 + 1/V_L^3$ , l'expression de la capacité calorifique peut alors s'exprimer en fonction de  $\omega$  :

$C_{ph} = \frac{\partial}{\partial T} \left[ \left( \frac{N \cdot a}{2\pi} \right)^3 \cdot 4\pi \cdot \frac{3}{V_S^3} \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar \cdot \omega^3}{e^{\beta \cdot \hbar \omega} - 1} d\omega \right]$ . Cette expression est intégrable<sup>91</sup> dans la limite des basses températures :

$$\lim_{k_B T \ll \hbar \omega_D} C_{ph} = N^3 \frac{12\pi^4}{5} k_B \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \quad [J / K]$$

Équation IV-39

$\theta_D = \hbar \cdot \omega_D / k_B = \hbar \cdot V_S \cdot k_D / k_B$ , est la température de Debye du cristal. Ce résultat se généralise à tous les cristaux car à basse température, seuls les modes acoustiques de grandes longueurs d'onde sont excités. L'expression de la capacité calorifique des phonons peut être réécrite sous la forme d'une chaleur massique, plus pratique d'utilisation, appelée loi de Debye :

$$c_{ph} = 1944 \frac{n_{maille}}{M_{maille}} \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \quad [J / K / g]$$

Équation IV-40

$n_{maille}$  est le nombre d'atomes par maille élémentaire, et  $M_{maille}$  est la masse molaire de cette même maille. Il suffit de multiplier cette expression par la densité du cristal pour obtenir la chaleur volumique  $c$  en  $J/K/m^3$ .

Remarques à propos des approximations effectuées :

- Il est important de noter que dans les isolants la température de Debye est très élevée, souvent supérieure à 1000 K et que dans les métaux elle reste importante et à quelques exceptions près dépasse allègrement les 100 K. En pratique les bolomètres fonctionnent à basse température (typiquement en dessous du Kelvin) pour avoir la plus petite chaleur spécifique possible. Dans ces conditions l'erreur commise en effectuant l'approximation menant aux Équation IV-39 et Équation IV-40 est alors tout à fait négligeable.
- Considérons que la température du réseau soit la température de fusion  $T_f$ . C'est le moment où le réseau va se disloquer, donc le moment où les atomes vont pouvoir parcourir la distance interatomique à la fréquence maximum autorisée dans la première zone de Brillouin. L'énergie cinétique des atomes est  $E_c^{atomes} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega_D^2 a^2 = \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T_f$ . D'où le lien entre température de Debye et température de fusion :  $\theta_D = L_C \cdot \sqrt{\frac{k_B \cdot T_f}{A \cdot V_0^{2/3}}}$ , où  $A$  est la masse molaire,  $V_0$  est le volume atomique et  $L_C$  est le critère de Lindemann (établit expérimentalement).
- La linéarisation de  $\omega(\vec{k}, \nu)$  et l'hypothèse d'anisotropie du solide ont permis de mettre en évidence les vitesses transverses et longitudinales dans le solide. En reprenant la variable  $u$  qui décrit les déplacements des atomes autour de leurs positions d'équilibre, on constate que la relation de dispersion mène à l'équation d'un oscillateur harmonique. Pour les déplacements transverses on a  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$  et pour les déplacements longitudinaux on a  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{V_T^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ . Dans le cadre de la mécanique des solides élastiques on établit le

---

<sup>91</sup> On rappelle que  $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ .

lien entre ces vitesses et les propriétés élastiques des solides :  $v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , où  $\rho$  est la masse volumique et  $E$  est le module de Young<sup>92</sup> du solide, et,  $v_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ , où  $\mu$  est le module de cisaillement<sup>93</sup> du solide. En menant une étude plus poussée de la mécanique des solides élastiques, on peut montrer qu'il existe en fait une chaleur spécifique transverse et une chaleur spécifique longitudinale légèrement plus élevée. Mais la différence entre les deux est suffisamment faible pour justifier l'emploi de la vitesse moyenne pondérée  $v_s$ , utilisée pour établir l'Équation IV-39. Il est important de noter que ces vitesses ( $v_L$  et  $v_T$ ) mesurent la rapidité avec laquelle des modes d'oscillation, donc les déplacements des atomes se propagent dans le réseau, on peut montrer qu'une onde de compression va par conséquent se propager exactement de la même manière. Autrement dit, les phonons se propagent dans le réseau à la vitesse du son. À noter que ceci n'est vrai que dans l'approximation  $\omega = v \cdot k$ , c'est-à-dire pour les branches acoustiques (d'où leur nom) de la courbe de dispersion de  $\omega$ .

### II.2.3 Chaleur spécifique des électrons de conduction dans les métaux.

On considère dans cette partie que les électrons de conduction sont des particules libres de masse  $m$  ; ils ne subissent aucune interaction tant qu'ils restent dans le métal. Le seul terme qui intervient dans l'énergie totale d'un tel système est l'énergie cinétique. L'Hamiltonien d'un système de  $n$  particules libres s'écrit donc simplement :

$$H_l = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m}$$

Équation IV-41

L'étude des électrons au niveau individuel ne peut être menée que dans le cadre de la mécanique quantique. Il est évidemment inconcevable de l'exposer ici, mais pour comprendre le comportement de la chaleur spécifique des électrons libres seuls 3 résultats simples de cette étude nous sont nécessaires : les électrons sont des Fermions, leur spin vaut  $\pm 1/2$ , et comme tout objet onde-particule, ils sont soumis au principe d'incertitude et leur fonction d'onde obéit à l'équation de Schrödinger. Le premier résultat signifie que les électrons obéissent au principe de Pauli (voir paragraphe I.1.2). Le second résultat signifie que l'on peut avoir deux électrons pour un état d'énergie donnée sans violer le principe de Pauli car il existe deux états de spin différents. Le troisième résultat nous permet d'écrire l'équation qui régit le comportement des électrons libres :

$$H_l \varphi = E \varphi \Rightarrow \frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \nabla^2 \varphi = E \varphi$$

Équation IV-42

Comme dans le cas des phonons, l'étude commence avec le cas simple d'un gaz d'électrons libres à une dimension de longueur  $L$ . L'équation de Schrödinger d'un tel système s'écrit alors

<sup>92</sup>  $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/S}{\Delta l/l}$  où  $\epsilon$  est le changement relatif de longueur du solide qui résulte de la contrainte  $\sigma$  (pression ou traction) appliquée selon la direction longitudinale.

<sup>93</sup>  $\mu = \frac{\tau}{\gamma}$  où  $\tau$  est une contrainte tangentielle appliquée au solide et  $\gamma$  l'angle de déformation qui en résulte.

$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{2m \cdot E}{\hbar^2} \cdot \varphi = 0$ . En imposant des conditions aux limites périodiques  $\varphi(x+L) = \varphi(x)$ , les solutions de l'équation sont des ondes qui se propagent  $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i \cdot k_n \cdot x)$ , avec  $k_n = 2\pi \cdot n/L$  (conditions de bord), et leur énergie se déduit de l'équation de Schrödinger :

$$E_n = \frac{\hbar^2 \cdot k_n^2}{2m}$$

Équation IV-43

Lorsqu'il existe un grand nombre d'états possibles, le passage au continuum permet d'écrire la densité d'état d'énergie  $E$  en utilisant la dérivée du numéro d'état  $n$  :

$g(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{dk} \cdot \frac{dk}{dE} = \left(4 \cdot \frac{L}{2\pi}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{m}{2\hbar^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}}\right)$ . La valeur 4 dans le premier terme vient du fait qu'il existe quatre états possibles pour une valeur de  $k$  donnée : deux d'entre eux proviennent du signe de  $\vec{k}$  ( $\|+\vec{k}\| = \|-\vec{k}\| = k$ ) et les deux autres proviennent des deux valeurs de spin possibles. Le deuxième terme de la densité d'état est l'inverse de la vitesse de groupe des électrons. L'énergie de Fermi est définie comme étant l'énergie du dernier état occupé :

$$E_F = \frac{\hbar^2 \cdot k_F^2}{2m}, \text{ avec } k_F = \frac{2\pi}{L} \cdot \frac{N}{4}$$

Équation IV-44

La quantité  $N/4$  correspond au nombre total d'états occupés.

En généralisant ce raisonnement à 3 dimensions et en utilisant la pellicule sphérique dans l'espace des vecteurs d'ondes (comme dans le cas de phonons), la densité d'état est alors :

$g(k) = \frac{dn}{dk} = \frac{V \cdot k^2}{\pi^2}$ , où  $V$  est le volume du système. La densité d'états d'énergie  $E$  dans la sphère de Fermi vaut donc :

$$g(E) = \frac{dn}{dE} = g(k) \frac{dk}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E}$$

Équation IV-45

Le nombre d'électron dans le volume  $V$  vaut  $N = \int_0^{k_F} g(k) \cdot dk$ , le vecteur d'onde de Fermi et l'énergie de Fermi se déduisent facilement :

$$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ et } E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{\frac{2}{3}} \equiv k_B T_F$$

Équation IV-46

Par ailleurs les électrons étant des fermions, ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac ; le nombre moyen d'électrons libres par état d'énergie vaut :  $n(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}$ , où  $\beta = \frac{1}{k_B \cdot T}$ . Le

nombre total de particules dans le système est alors  $N = \int_0^\infty n(E) \cdot g(E) \cdot dE$ , et l'énergie totale  $U = \int_0^\infty n(E) \cdot E \cdot g(E) \cdot dE$ . Le calcul est un peu subtil, nous le présentons ici afin que la formule donnée ensuite ne paraisse pas parachutée.

$$\begin{aligned} N &= \int_0^\infty \frac{g(E)}{e^{\beta(E-\mu)} + 1} dE \underset{x=\beta(E-\mu)}{=} \left[ \int_{-\beta\mu}^0 + \int_0^\infty \right] \frac{g(\mu + x/\beta)}{\beta} \frac{dx}{e^x + 1} \\ &= \frac{1}{\beta} \left( \int_0^{\beta\mu} g(\mu - x/\beta) \left(1 - \frac{1}{e^x + 1}\right) \cdot dx + \int_0^\infty g(\mu + x/\beta) \left(\frac{1}{e^x + 1}\right) \cdot dx \right) \end{aligned}$$

En rappelant que  $\beta\mu \xrightarrow{T \rightarrow 0} \infty$  et en rassemblant les termes en exponentielle on a :

$$N = \int_0^\mu g(E) dE + \frac{1}{\beta} \int_0^\infty (g(\mu + x/\beta) - g(\mu - x/\beta)) \left( \frac{1}{e^x + 1} \right) \cdot dx$$

Comme  $\mu \gg x/\beta$ , on peut effectuer un développement limité au premier ordre sur  $g(\mu \pm x/\beta)$  puis intégrer le terme en exponentielle<sup>94</sup>. On trouve alors :

$$N = \int_0^\mu g(E) \cdot dE + (2/\beta^2) \cdot \frac{dg}{d\mu} \cdot \frac{\pi^2}{12} + O(g''(\mu)/\beta^3)$$

On remarque que  $E_F$  est l'énergie maximale que peut avoir un fermion à  $T = 0$ . Par continuité, à basse température on a donc par définition du potentiel chimique  $\mu \approx E_F$ . On peut alors poursuivre le calcul :

$$N = \int_0^{E_F} g(E) \cdot dE + \int_{E_F}^\mu g(E) \cdot dE + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \cdot \frac{dg}{d\mu} \approx N + g(E_F) \cdot (\mu - E_F) + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \cdot g'(E_F) + O(T^4)$$

En se servant de l'expression de  $g(E)$  on obtient alors le comportement du potentiel chimique à basse température :

$$\mu(T) = E_F \left( 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{T}{T_F} \right)^2 \right)$$

On peut suivre exactement la même démarche pour le calcul de l'énergie. On trouve :

$$U(T) = U(0) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g(E_F) + O\left( \left( \frac{T}{T_F} \right)^4 \right)$$

Avec  $U(0) = \int_0^{E_F} E \cdot g(E) \cdot dE$ . On en déduit l'expression de la capacité calorifique  $C = dU/dT$  :

$$\lim_{k_B T \ll \mu = E_F} C_e(T) = \frac{\pi^2}{3} \cdot g(E_F) \cdot k_B^2 \cdot T + O\left( \left( \frac{T}{T_F} \right)^3 \right)$$

Équation IV-47

On remarque que c'est la densité d'électrons au niveau de Fermi qui joue.

La capacité calorifique à basse température d'un gaz de fermion à 1 dimension est :

$$g(E) = \frac{L}{\pi \cdot \hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} \Rightarrow C_e(T) = \frac{\pi L}{3\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E_F}} \cdot k_B^2 T = \frac{4L^2 m}{3\hbar^2 N} \cdot k_B T$$

Équation IV-48

La capacité calorifique à basse température d'un gaz de fermion à 2 dimensions est :

$$g(E) = \frac{L^2 \cdot m}{\pi \cdot \hbar^2} \Rightarrow C_e(T) = \frac{\pi L^2 m}{3\hbar^2} \cdot k_B^2 T$$

Équation IV-49

La capacité calorifique à basse température d'un gaz de fermion à 3 dimensions est :

$$g(E) = \frac{L^3}{2\pi^2 \cdot \hbar^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} \Rightarrow C_e(T) = \frac{L^3}{6 \cdot \hbar^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_F} \cdot k_B^2 T = \left( \frac{\pi V \sqrt{N}}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{m}{\hbar^2} \cdot k_B^2 T$$

Équation IV-50

<sup>94</sup> On rappelle que  $\int_0^\infty \frac{x}{e^x + 1} dx = \frac{\pi^2}{12}$ , et, que la notation  $O(x)$  signifie que les termes d'ordre  $x$  sont négligeables.

Soulignons que la démarche exposée dans cette démonstration n'est valable que si  $n(E)$  varie rapidement autour de  $E_F$  et très peu ailleurs, et, que  $g(E)$  varie peu autour de  $E_F$ , ce qui est le cas.

Il est extrêmement courant de voir la capacité calorifique exprimée sans la masse de l'électron au repos ( $m$ ) et avec la température de Fermi ( $T_F$ ). Par exemple, pour le cas à 3 dimensions, en se servant de l'Équation IV-46 et de l'Équation IV-50 on trouve facilement :

$$C_e(T) = \frac{\pi^2 N k_B}{2} \cdot \frac{T}{T_F} \quad [J/K]$$

Équation IV-51

En général cette équation est calculée de façon plus directe en remarquant qu'à température nulle on a  $N = N(E_F) = \int_0^{E_F} g(E) \cdot dE$ , car d'après le Principe de Pauli on a nécessairement<sup>95</sup>

$$\lim_{T \rightarrow 0} n(E) = \begin{cases} 1 & \text{si } E < \mu \\ 0 & \text{si } E > \mu \end{cases}$$

Le calcul de  $N$ , donc de  $g(E_F)$ , est alors très simple. Il suffit de remplacer le résultat dans l'Équation IV-47 pour obtenir l'Équation IV-51.

Nous avons calculé la capacité calorifique électronique, mais dans le cas d'un vrai métal il faut tenir compte du fait que les électrons peuvent entrer en interaction les uns avec les autres et il faut aussi tenir compte des ions et des interactions qu'ils peuvent également avoir avec les électrons. L'Hamiltonien qui décrit le métal s'écrit alors  $H = H_e + H_{ions} + H_{e-ions}$ . Le premier terme est en fait plus complet que celui donné dans l'Équation IV-41 puisqu'il comporte un terme d'interaction électron-électron. Chacun des trois "sous-Hamiltoniens" s'écrit :

$$H_e = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{|r_i - r_j|}$$

$$H_{ions} = \frac{1}{2} \sum_i \frac{P_i^2}{2M} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(R_i - R_j)$$

$$H_{e-ions} = \sum_{i,j} v(r_i - R_j)$$

Équation IV-52

L'Hamiltonien  $H$  s'applique en fait à tous les solides cristallins et la différenciation entre métaux et semi-conducteurs va se faire suivant la force relative de chacun des termes.

Pour un métal bon conducteur, l'Hamiltonien des électrons libres (premier membre de  $H_e$ ) a une influence bien plus importante que tous les autres termes de l'Hamiltonien global... Sauf quand la température décroît suffisamment, car comme on l'a vu pour les phonons, les éléments du réseau (donc les ions dans le cas des métaux), contribuent à la chaleur spécifique de façon proportionnelle à  $T^3$ . Cette contribution décroît donc plus fortement que la contribution en  $T$  des électrons lorsque la température devient suffisamment basse. Mais comme on ne sait pas a priori à partir de quelle température l'un domine l'autre, il est alors indispensable d'en tenir compte (les expériences montrent qu'en général la contribution des électrons commence à dominer lorsqu'on descend autour de 1K, tout dépend en fait de la valeur de la température de Debye). La différence entre les ions et les atomes neutres de réseau des isolants est que le potentiel d'interaction entre les ions voisins est un peu plus important à cause de la répulsion plus importante due aux charges positives des ions. Mais le traitement mathématique aboutit à des lois similaires à celles trouvées pour les isolants. La capacité calorifique des métaux à basse température s'écrit donc sous la forme :

$$C_{métaux} = C_{ions} + C_e = A \cdot T^3 + \gamma \cdot T$$

Équation IV-53

<sup>95</sup> Compte tenu du comportement de  $n(E)$  à la limite  $T \rightarrow 0$ , le principe de Pauli entraîne donc obligatoirement

$\lim_{T \rightarrow 0} \mu = E_F$ .

Le terme  $\gamma$  est souvent appelé coefficient de Sommerfeld. Le rapport entre la mesure ( $\gamma^*$ ) et la théorie ( $\gamma$ ) est assez faible pour les métaux nobles ou alcalins ( $\leq 1,3$  pour Ag, Au, Tl, K, Na, Rb, Cu, Mg, Sn) mais peut être relativement grand pour d'autres (27 pour Mn, 12 pour Nb, ou à l'inverse 0,047 pour Bi [Burne, 03]). En utilisant l'Équation IV-50 on voit que  $\gamma \propto m$  donc  $(\gamma^*/\gamma) \propto (m^*/m)$ . L'interprétation de cette masse effective est que l'électron dans un vrai métal n'est pas entièrement libre, il est couplé aux ions du réseau, aux autres électrons de conduction (couplage électron-électron) et aux vibrations du réseau d'ions (couplage électron-phonon). Ces couplages peuvent avoir des contributions importantes et augmenter la masse effective à cause de la légère distorsion dans le réseau que l'électron entraîne dans son sillage lorsqu'il se déplace.

Remarques :

- Comme on l'a vu lors du traitement de la chaleur spécifique des isolants, l'Hamiltonien des atomes du réseau  $H_{réseau}$ , que l'on identifie ici à  $H_{ions}$ , peut avantageusement être remplacé par l'Hamiltonien des modes propres d'oscillation du réseau  $H_{ph}$  (voir Équation IV-35 page 380 et Équation IV-38 page 382). De même on se doute bien que les modes de vibration des ions vont entraîner des oscillations locales des champs électriques ionique qui vont influencer le déplacement des électrons. L'Hamiltonien  $H_{e-ions}$  d'interaction électron-ion, va également pouvoir être décomposé en un Hamiltonien spécifique aux vibrations,  $H_{e-ph}$ , et un Hamiltonien résiduel décrivant l'interaction des électrons avec des ions "virtuels" complètement statiques  $H_{e-ionstat}$ . Le terme  $H_{e-ph}$  implique que dans tous les matériaux dans lesquels les électrons ne sont pas complètement libres (donc dans tous les matériaux existants !) il existe un couplage entre électrons et phonons. Il faudra bien garder cette remarque en tête car elle aura une influence importante par la suite.
- L'Hamiltonien d'interaction électron-ion aboutit à d'importantes propriétés qui sont mal décrites par la décomposition  $H_{e-ions} = H_{e-ph} + H_{e-ionstat}$ . Cette décomposition permet de simplifier les problèmes et elle est largement suffisante et valide dans le cas des bolomètres résistifs dont on s'occupe dans cette thèse. Notons à titre indicatif que l'une de ces importantes propriétés est la supraconductivité, dont l'étude via la théorie BCS donne une chaleur spécifique avec une dépendance en température exponentielle. C'est la chaleur spécifique des électrons supraconducteurs, qui apparaissent lorsque la température du métal devient inférieure à  $T_c$ , la température critique de transition de phase supraconductrice. Cette chaleur s'écrit en terme de capacité calorifique sous la forme  $C_{supra} = a \cdot T_c \cdot \exp\left(-b \frac{T_c}{T}\right)$ , où  $a$  et  $b$  sont des facteurs que nous n'explicitons pas ici.
- Pour les semi-conducteurs, le gap entre les électrons de valence et les électrons de conduction est largement supérieur à l'énergie d'agitation thermique, et comme la plupart des électrons sont dans la bande de valence, la contribution des "quelques" électrons de conduction reste négligeable. Dans ce cas, ne tenir compte que de la seule contribution des phonons est la plupart du temps suffisant.
- L'interaction électron-électron (second membre de  $H_e$ ) va donner des modes d'excitations collectives à certaines énergies, qui vont se comporter comme des ondes-particules que l'on nomme plasmons et qui sont caractérisés par des pulsations  $\omega_p$  et des énergies  $\hbar\omega_p$ .
- Les variables de Fermi sont souvent exprimées de manière pratique en fonction du rapport entre le rayon moyen des sphères contiguës ne contenant qu'un électron de conduction  $r_s = \left(\frac{3}{4\pi} \frac{V}{N}\right)^{1/3}$  et le rayon moyen d'un atome d'hydrogène donné par le rayon de Bohr :

$a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi e^2 m} = 0,529 \text{ \AA}$  (où  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide,  $e$  et  $m$  la charge et la masse de l'électron). Dans la plupart des cas  $r_s/a_0$  est compris entre 2 et 3, et entre 3 et 6 pour les alcalins. Les variables de Fermi ont alors pour expressions [Ashcroft et Mermin, 76] :

$$k_F = \frac{3,63}{r_s/a_0} \text{ \AA}^{-1}, \quad v_F = \frac{4,20}{r_s/a_0} \text{ \AA/s}, \quad E_F = \frac{50,1}{(r_s/a_0)^2} \text{ eV} \text{ et } T_F = \frac{5,82 \cdot 10^5}{(r_s/a_0)^2} \text{ K.}$$

## II.2.4 Chaleurs spécifiques et conductivités thermiques de quelques matériaux.

Dans le tableau ci-dessous il arrive que certains éléments ont deux valeurs de température de Debye. Ces deux valeurs correspondent aux valeurs extrêmes trouvées dans les différentes sources utilisées comme références bibliographiques. En général les tables présentées dans la littérature ne donnent qu'une valeur qui peut prêter à confusion. Ceci se produit quand la maille élémentaire d'un cristal n'est pas simple car dans ce cas on peut calculer différentes températures de Debye selon si l'on considère les modes de vibrations transverses et longitudinaux ou si l'on considère un mode de vibration moyen. Par ailleurs les composés peuvent se présenter avec différentes structures cristallographiques. Il est rare que dans la littérature les conditions de calcul soient précisées...

Tableau IV-2. Température de Debye, densité de masse, chaleurs spécifiques et conductivités thermiques de quelques matériaux usuels.

[Juillard, 99], [Dumoulin, 02], [Blanquet, 01], [Kittel, 69] et "Propriétés des solides et des fluides utilisés en cryogénie"  $\alpha$ /Aussois 1991/.

Matériaux	$\theta_D$ (K)	$d$ (g/cm <sup>3</sup> ) (densité)	$c_{ph} \cdot 10^{-6} \cdot T^3$ (J/K/cm <sup>3</sup> )	$c_e \cdot 10^{-6} \cdot T$ (J/K/cm <sup>3</sup> )	$\kappa$ à 300K (W/K/m)	$\kappa$ à 100mK (W/K/m)
<i>Isolants</i>						
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1035;600	4	0,35			
C Diamant	2230					
C Graphite	1500					
Ge	374	5,32	2,7			
Si	645	2,33	0,6			
Téflon						10 <sup>-5</sup>
Verre					1	
<i>Métaux</i>						
Ag	220			63	418	
Al	430;390	2,7		135	238	
Au	180;165	19,32		70		
Bi	120					
Cr	630;440					
Cs	38					
Cu	343;310	8,92		98	390	10
Fe	470;320				82	
Hg	95;72					

Ir		22,65	Ir	365		
Mg	320					
Nb	275	8,58		720		
Ni	450;375					
Pb	105;86			1060	35	
Sn	200;165					
Ti	420			315	20	
Inox					14	
Laiton					120	

Nous présentons la définition et le lien qui lie la conductivité à la chaleur spécifique au paragraphe suivant.

## II.3 Conductivités thermiques et électriques.

La conduction de la chaleur dans un système caractérise un état de déséquilibre thermodynamique où la non-uniformité de la température entraîne un transfert d'énergie d'un point à un autre du système, sans transport macroscopique de matière. Le système est en contact avec des sources de chaleurs internes ou externes et sa température étant non-uniforme, elle est caractérisée par un champ  $T(M, t)$  (où  $M$  est un point du système, et  $t$  le temps). Le déséquilibre peut être classé en quatre types de régimes : permanents, établis, transitoire ou variable.

### II.3.1 De la Loi de Fourier à l'équation indéfinie de la chaleur.

D'après le deuxième principe de la thermodynamique, lorsque deux points dans un système sont à des températures différentes ( $T_1 < T_2$ ), il y a nécessairement transfert de chaleur du plus chaud vers le plus froid :  $\delta Q \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = ds > 0$  (où  $s$  est l'entropie). Le flux de chaleur (puissance transmise) est proportionnel à l'écart de température et à la section de passage entre les zones à  $T_1$  et les zones à  $T_2$  :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \equiv P = h \cdot S \cdot (T_1 - T_2) \quad [W]$$

*Équation IV-54*

Où  $S$  est la surface d'échange et  $h$  s'interprète simplement comme un coefficient d'échange qui dépend des propriétés intrinsèques du système. En notant  $e$  la distance entre les deux points considérés, on définit la conductivité thermique du matériau par :

$$K \equiv h \cdot e = \frac{P}{\Delta T} \cdot \frac{e}{S} \quad [W / m / K]$$

Généralisons cette relation en considérant une puissance instantanée  $dP$  traversant un élément de surface élémentaire  $dS$  séparant deux zones isothermes infiniment voisines de température différentes mais proches. On utilise le vecteur densité de flux de chaleur (l'énergie calorifique transmise par unité de temps à travers une section),  $\vec{j}_Q \equiv \frac{dP}{dS} \vec{n}$ , où  $\vec{n}$  est

le vecteur unitaire donnant la direction de propagation de la chaleur, et, le gradient<sup>96</sup> de température existant entre des deux zones séparées par  $dS$  :

$$\vec{j}_Q \equiv \frac{dP}{dS} \vec{n} = -\kappa \cdot \vec{\nabla} T \quad [W / m^2]$$

Équation IV-55

C'est la loi de Fourier. Historiquement elle a été établie expérimentalement (en 1807), en observant que si les variations de températures ne sont pas trop importantes, on peut rendre compte localement, dans un milieu homogène et isotrope, des phénomènes de conduction de la chaleur avec une loi de proportionnalité entre énergie échangée et différence de température entre la zone chaude et la zone froide.

La conductivité thermique du milieu,  $\kappa$ , traduit donc son aptitude à conduire la chaleur. En appelant  $x$  l'axe dont le vecteur unitaire est confondu avec la direction de propagation, on peut définir la conductivité thermique de façon infinitésimale dans le milieu homogène et isotrope par la relation suivante :

$$\kappa \equiv -\frac{dP}{dS} \cdot \left[ \frac{dT}{dx} \right]^{-1} \quad [W / m / K]$$

Équation IV-56

De façon générale, la densité de flux de chaleur  $\varphi$  dans une direction caractérisée par un vecteur unitaire  $\vec{n}$  est donnée via la loi de Fourier par :  $\varphi = \vec{j}_Q \cdot \vec{n} = -\kappa \cdot \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}$ .

Remarques :

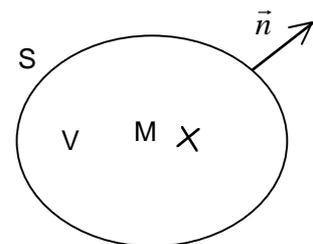
- Le signe moins traduit le fait que les échanges thermiques se font des corps chauds vers les corps froids.
- En milieu anisotrope,  $\kappa$  doit être remplacé par un tenseur.
- La loi de Fourier est phénoménologique et les théories sur l'interprétation microscopique du processus de conduction dépendent de la nature du milieu.
- La loi de Fourier est analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique des courants continus :  $\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \cdot \vec{\nabla} V$ . Dans le cas de la diffusion de la matière la même analogie peut être faite avec la loi de Fick.

Si on considère un système en régime transitoire, c'est-à-dire un système dont la chaleur change parce qu'un flux de chaleur transite à travers lui, la variation de flux dans un élément de masse  $m$  du système s'écrit :  $\Delta P = \frac{dQ}{dt} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$  (où  $c$  est la chaleur massique). Généralisons l'équation d'évolution de la chaleur en revenant au premier principe de la thermodynamique.

Si on appelle  $dU$  la variation d'énergie interne d'un système,  $\delta Q$  les échanges de chaleur aux frontières du système,  $\delta W$  les échanges de travail aux frontières du système, on peut définir une variable  $E^*$  telle que  $dE^*$  représente la transformation au sein du système d'énergie potentielle ("chimique") en énergie calorifique. Dans ce cas, entre deux instants successifs  $t$  et  $t+dt$ , le premier principe de la thermodynamique peut être écrit sous la forme :

$$dE^* + dU = \delta Q + \delta W$$

Considérons un élément quelconque du système, suffisamment petit pour être homogène, de volume  $V$ , limité par une surface  $S$ . En définissant  $p(M,t)$  comme étant la puissance calorifique volumique des sources interne de chaleur du système, il vient



<sup>96</sup> Voir note de bas de page numéro 70 au paragraphe I.2.2.1.

d'après la définition de  $E^*$  :  $dE^* = dt \cdot \iiint_V -p(M,t) \cdot dV$ .

D'après la définition de la chaleur massique (voir paragraphe II.2.1) les évolutions du milieu s'écrivent :  $dU - \delta W = dH = dt \cdot \iiint_V c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV$ , où  $\frac{\partial T}{\partial t}$  est l'élévation de température par unité de temps,  $\rho$  est la masse volumique, et  $c = c \cdot \rho$  est la chaleur volumique (isochore ou isobare suivant les conditions auxquelles est soumis le milieu).

En utilisant les opérateurs vectoriels nabla et le théorème d'Ostrogradsky<sup>97</sup>, les échanges de chaleur aux frontières du milieu s'expriment, compte tenu de l'orientation de la normale  $\vec{n}$ , par la relation  $\delta Q = dt \cdot \oiint_S -\vec{j}_Q \cdot \vec{n} \cdot dS = dt \cdot \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (-\vec{j}_Q) \cdot dV = dt \cdot \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\kappa \cdot \vec{\nabla} T) \cdot dV$ .

L'application du premier principe de la thermodynamique conduit donc, pour un milieu homogène quelconque, à l'équation indéfinie de la chaleur :

$$\vec{\nabla} \cdot (\kappa \cdot \vec{\nabla} T) - c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -p$$

Équation IV-57

Cette équation permet de décrire l'évolution du champ de température dans le système lorsqu'il est en contact avec des sources de chaleurs internes ou externes. Elle est utile pour l'étude des phénomènes de conduction dans les membranes des bolomètres de la caméra qui servent de fuite thermique avec le réservoir constitué par le reste du wafer thermalisé à la température de la dilution (voir Chapitre I de la Partie II).

Dans le cas où le milieu est isotrope avec des caractéristiques thermophysiques ( $\kappa$  et  $c$ ) constantes (donc ne dépendant pas de la température et le milieu doit être homogène) l'équation s'écrit :

$$\nabla^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = -\varphi \quad \text{avec} \quad a \equiv \frac{\kappa}{c} \quad [m^2 / s]$$

Équation IV-58

Où  $a$  est la diffusivité thermique et  $\varphi$  [ $W/m^2$ ] le flux de chaleur.

Dans le cas où le matériau est inhomogène, les caractéristiques thermophysiques dépendent des coordonnées d'espace, on ne peut simplifier a priori l'équation indéfinie de la chaleur. Sa résolution peut alors se révéler assez complexe.

### II.3.2 Approche microscopique : lien avec la chaleur spécifique.

On peut se demander quel est le processus qui permet à la chaleur de se propager du point chaud au point froid du système ? Par sa définition, la température est liée à l'agitation des particules d'un système. Pour qu'il y ait transfert d'énergie, il faut que cette énergie soit transportée par les particules du système. Le deuxième principe de la thermodynamique et la conservation d'énergie nous dit que le point chaud va céder de l'énergie aux particules moins énergétiques qui vont entrer en contact avec lui. De la même manière, le point froid va absorber de l'énergie des particules plus énergétiques qui vont entrer en contact avec lui. Si on est dans un système très dilué, les particules n'entrent pratiquement pas en collision entre elles et elles transportent directement l'énergie du point chaud au point froid ; c'est le régime balistique. Au contraire, si le système est suffisamment dense, le transfert d'énergie va se faire de proche en proche via les collisions entre particules ; c'est le régime diffusif. Si les températures du point chaud et du point froid ne changent pas, l'énergie perdue par les particules proches du point chaud lors de collisions avec des particules plus éloignées, va être

<sup>97</sup> Lien entre une intégrale de surface fermée et l'intégrale de volume de la divergence :  $\oiint_S \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot dS = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \cdot dV$ .

gagnée de nouveau par les particules entrant en contact avec le point chaud. Il en est de même pour les échanges d'énergie avec le point froid. Le gradient thermique au long du trajet menant du point chaud au point froid est ainsi entretenu.

Cette description se comprend assez bien pour un gaz, mais qu'en est-il des solides ? En se rappelant la définition des phonons (voir paragraphe II.2.2), on voit que les vibrations de réseau se propagent dans le solide comme des particules. L'analogie avec le gaz est alors immédiate : les phonons peuvent entrer en interaction les uns avec les autres et participer ainsi au processus de thermalisation.

Définissons l'axe des  $z$  comme étant l'axe qui relie la source chaude à la source froide du système. Admettons qu'après une collision se produisant à une position  $z$  dans le système, les particules se retrouvent localement à l'équilibre. Cet équilibre est caractérisé par une température locale  $T(z)$  et une densité d'énergie locale  $v(z)$  (qui représente par définition l'énergie moyenne par unité de volume, transportée par les particules se trouvant à la position  $z$ ). Appelons  $l$  le libre parcours moyen des particules (distance moyenne entre deux collisions) et  $\bar{v}_z$  la projection sur l'axe des  $z$  de la vitesse moyenne à laquelle elles se déplacent.

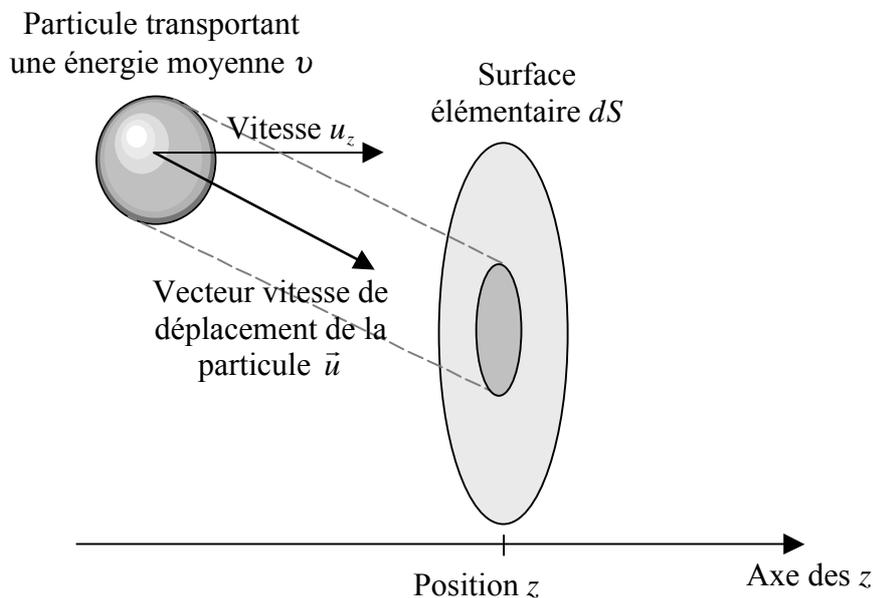


Figure IV-10. Flux d'énergie transporté par une particule traversant une surface élémentaire  $dS$ .

Si l'équilibre thermodynamique est localement réalisé, une particule à la position  $(z-l)$  a autant de chance de se rapprocher d'une surface élémentaire en  $z$  que de s'en éloigner. Si bien que le flux moyen d'énergie provenant de la position  $(z-l)$  passant à travers la surface élémentaire vaut  $\frac{1}{2} \cdot v(z-l) \cdot \bar{v}_z$ . En suivant le même raisonnement on trouve que le flux d'énergie provenant de la position  $(z+l)$  vaut  $\frac{1}{2} \cdot v(z+l) \cdot \bar{v}_z$ . La densité de flux d'énergie traversant la surface élémentaire  $dS$  vaut donc :

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot [v(z-l) - v(z+l)] \cdot \bar{v}_z = -l \frac{\partial v}{\partial z} \bar{v}_z = -l \frac{\partial v}{\partial T} \frac{dT}{dz} \bar{v}_z = -l \cdot c \cdot \bar{v}_z \cdot \frac{dT}{dz}$$

Équation IV-59

Où  $c$  est par définition la chaleur volumique.

Dans cette formule on a en fait considéré que  $l$  était la distance selon l'axe des  $z$ , pour que la formule soit plus réaliste, il faut donc tenir compte de la distribution des directions des

particules. En appelant  $l_z$  la projection de  $l$  le long de l'axe des  $z$  on trouve que la moyenne<sup>98</sup>  $\langle l_z \cdot u_z \rangle = (1/3) \cdot l \cdot \bar{v}$  (où  $\bar{v}$  représente la vitesse moyenne des particules). En généralisant l'Équation IV-59 à un gradient de température  $\vec{\nabla}T$ , l'expression correcte du flux d'énergie traversant une surface élémentaire est donc :

$$\vec{j}_Q = -\frac{1}{3} \cdot c \cdot l \cdot \bar{v} \cdot \vec{\nabla}T$$

Équation IV-60

En comparant à l'Équation IV-55, on obtient la relation entre la conductivité thermique et la chaleur volumique :

$$\kappa = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \bar{v} \cdot l$$

Équation IV-61

En analysant le problème avec des hypothèses moins simplificatrices, Kennard [*Kittel*, 69] a trouvé :  $\kappa = 1,23 \cdot c \cdot \bar{v} \cdot l$ .

Il faut bien garder en tête que l'Équation IV-61 est valable dans tous les matériaux tant que l'on reste dans le régime diffusif. Lorsque le libre parcours moyen des "particules" de transport devient de l'ordre de grandeur d'au moins une des dimensions du système, il faudra apporter des corrections à cette loi ; ce sera le cas pour les couches minces de NbSi utilisées pour faire les thermomètres des bolomètres de la caméra.

### II.3.3 Conductivité thermique des phonons.

On vient de le voir, la conductivité thermique "classique" des isolants s'établit lorsque l'équilibre thermique "local" des phonons est assuré. Par ailleurs le paragraphe II.2.2 nous enseigne que les phonons se déplacent en moyenne à la vitesse du son  $V_s$  (les mesures donnent des vitesses typiques de 5 à 10 km/s [*Dumoulin*, 02]). Quant au libre parcours moyen, il est donné par les collisions (les valeurs typiques sont par exemple pour le quartz de 4nm à 273K et de 54nm à 80K). Une analyse détaillée des modes de propagation dans les réseaux polycristallins impurs de dimensions finies montre<sup>99</sup> que ces collisions ont non seulement lieu entre phonons, à l'instar des gaz<sup>100</sup>, mais qu'il existe aussi des processus de diffusion géométrique comme la diffusion des phonons sur les impuretés du cristal, sur les joints de grains, sur les isotopes présents, et, qu'il y a également des phénomènes de réflexions sur les surfaces. Il est important de garder à l'esprit cette dernière remarque car le rôle des surfaces est prépondérant dans les problèmes de propagation entre matériaux de natures différentes (voir résistances de Kapitza au paragraphe II.4).

<sup>98</sup> La projection de  $l$  sur l'axe des  $z$  est  $l_z = l \cdot \cos \theta$ , où  $\theta$  représente l'angle entre le vecteur position de longueur  $l$  et le vecteur unitaire de l'axe  $z$ . La projection de  $\bar{v}$  est  $\bar{v}_z = \bar{v} \cdot \cos \theta$ . Toutes les directions étant équiprobables la moyenne sur une demi-sphère dont la base est perpendiculaire à l'axe des  $z$  se calcule en utilisant les coordonnées sphériques :

$$\langle l_z \cdot \bar{v}_z \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} l \cdot \cos \theta \cdot \bar{v} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi} = l \cdot \bar{v} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} \cdot \left[ -\frac{1}{3} \cdot \cos^3 \theta \right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{3} \cdot l \cdot \bar{v}$$

<sup>99</sup> L'analyse serait trop longue à expliquer ici, voir les références citées en début de chapitre.

<sup>100</sup> Dans ce cas  $C_V \propto P$ ,  $l \propto 1/P \Rightarrow \kappa$  est indépendant de  $P$  et  $\kappa \propto T^{1/2}$  aussi longtemps que l'on est en régime diffusif. Lorsque l'on passe en régime balistique  $l \rightarrow 0$ ,  $P \rightarrow 0$  et  $\kappa \rightarrow 0$ .

Il faut remarquer que l'Équation IV-61 a été établie en considérant une distribution d'équilibres locaux des phonons. Les processus de diffusion et réflexion évoqués précédemment n'établissent pas d'équilibre thermique car de telles collisions ne changent pas l'énergie des phonons. Il en est de même pour les processus de collision à trois phonons. Mais d'un autre cotés ces derniers ne changent pas la quantité de mouvement totale du gaz de phonon. En effet, Peierls [*Hofmann, 03*] a fait remarquer que ces mécanismes de collision font apparaître un terme supplémentaire dans l'équation de conservation des vecteurs d'ondes :  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{K}$  ou  $\vec{K}$  est un vecteur du réseau réciproque. De tels processus sont toujours possibles dans un réseau périodique. Les seuls vecteurs d'ondes significatifs  $\vec{k}$  sont à l'intérieur de la première zone de Brillouin et tout autre  $\vec{k}$  de plus grande amplitude produit lors d'une collision doit être ramené à l'intérieur de la première zone par l'addition d'un  $\vec{K}$ . Les processus de collision pour lesquels  $K \neq 0$  sont appelés processus Umklapp ("retournement" en allemand), alors que ceux pour lesquels  $K = 0$  sont appelés mécanisme Normaux. À haute température ( $T > \theta_D$ ) tous les phonons sont excités car  $k_B T > \hbar \omega_{MAX}$ . L'énergie des phonons est suffisante pour qu'il y ait Umklapp si elle est de l'ordre de  $k_B \theta_D / 2$ , car chacun des phonons entrant en collision doit avoir un vecteur d'onde de l'ordre de  $K/2$  pour que la collision soit possible. À basse température, en revanche, le nombre de phonons de haute énergie varie à peu près comme  $e^{-\theta/2T}$ , d'après la loi de Boltzmann<sup>101</sup>.

Les effets géométriques peuvent également intervenir pour limiter le libre parcours moyen. Par ailleurs, quand ce dernier devient comparable à la largeur de l'échantillon, la conductivité thermique devient fonction des dimensions de l'échantillon (cette remarque est importante, car elle est le point de départ des discussions concernant l'épaisseur et la forme, rectangulaire ou en peigne, des couches résistives servant de thermomètres aux bolomètres de la caméra). À basse température, les processus Umklapp ne limitent plus la conductivité thermique et seuls les effets de taille deviennent dominants.

En se servant de l'Équation IV-61 et de l'Équation IV-39 page 384, on établit la loi de comportement de la conductivité thermique des phonons (donc des isolants) à basse température :

$$\kappa_{ph} = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \bar{v} \cdot l = \frac{N}{V} \cdot \frac{4\pi^4}{5} k_B \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \cdot V_s \cdot l \quad [W / m / K]$$

Équation IV-62

Attention ! La première partie de l'équation est établie en régime diffusif, donc tant que le libre parcours moyen des phonons, qui grandit avec la baisse de température, reste petit devant les dimensions du matériau considéré. La formule utilisée pour la chaleur volumique dans la deuxième partie de l'équation n'est vraie que tant que  $T \ll \theta_D$ . La vitesse du son ( $V_s = d\omega/dk$ ) dépend de la constante de rappel élastique entre atomes ( $G$  ou  $g$  ; Laplacien du potentiel d'interaction entre atomes) et de la distance interatomique moyenne  $a$  et des masses des atomes (voir Équation IV-36 page 380). Elle ne dépend donc pas de  $T$ . Mais il faut bien voir que  $l$  ne varie plus avec  $T$  seulement lorsque que l'on sort du régime diffusif à cause des dimensions de l'échantillon considéré : un paradoxe semble alors apparaître car dans ce cas l'Équation IV-61 ne peut être mixée avec l'Équation IV-39 ! En fait ce paradoxe se résout si

<sup>101</sup> La loi de Maxwell-Boltzmann donne la distribution des vitesses dans un gaz de particules libres (on peut se référer aux rappels de physique statistique présentés au sous-chapitre I.1, pour avoir une idée d'où provient cette

loi) :  $F(\vec{v}) = 2\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}$ , où  $M$  est la masse molaire du gaz,  $v$  la vitesse,  $R$  la constante des gaz parfaits.

on considère que ne cristal n'est pas pur. Dans ce cas les effets de diffusion géométrique apparaissent bien avant d'atteindre le régime non diffusif, et le libre parcours moyen des phonons est alors limité par la taille caractéristique des diffuseurs (défauts, impuretés ou joints de grains dans un polycristal, etc.) et il ne varie plus avec la température. Dans le cas de la caméra on travaille avec des matériaux amorphes et "impurs" (par exemple  $Nb_xSi_{1-x}$  avec  $x < 0,1$ ). En considérant les amorphes comme des polycristaux avec des grains infiniment serrés on comprend que l'Équation IV-62 est alors justifiée.

La densité volumique du système peut être trouvée par la relation  $\frac{N}{V} = \frac{N_A}{v_{mol}}$ , avec  $N_A$  le nombre d'Avogadro et  $v_{mol}$  le volume molaire du matériau considéré. Il faut bien noter que  $\kappa_{ph}$  varie en  $T^3$  uniquement lorsque le libre parcours moyen devient limité par la taille de l'échantillon, c'est-à-dire en dessous d'une certaine température (typiquement ce comportement apparaît lorsque  $T \leq l$  K). Dans ce domaine (et dans ce domaine seulement) ni  $V_s$  ni  $l$  ne dépendent de la température. Il est un peu long d'établir ces résultats et nous y reviendrons lors de la présentation d'un modèle complet du solide utilisé pour faire les thermomètres du bolomètre, en particulier lorsque nous parlerons des effets de champ électrique et électron-phonon. Il faut en effet étudier le matériau en son entier, et notamment le comportement des électrons de conduction en son sein, pour pouvoir bien appréhender la physique des phonons dans les solides.

La Figure IV-11 montre le comportement de la conductivité thermique des phonons à la fois dans la gamme en  $T^3$ , à basse température, et dans la gamme en  $1/T$ , aux températures plus élevée, là où les processus de diffusion par collision des phonons, notamment les processus Umklapp, ont des effets dominants.

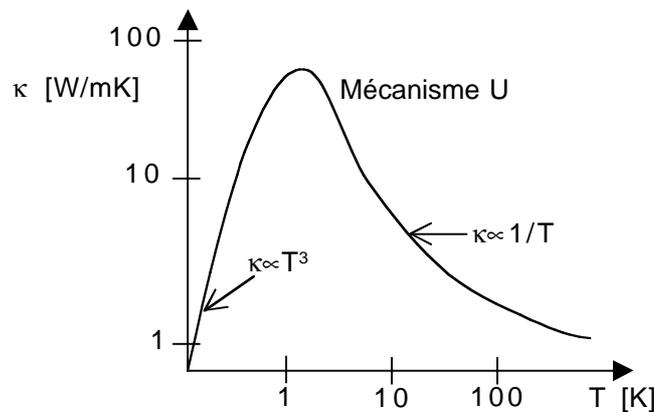


Figure IV-11. Comportement général de la conductivité thermique des isolants.

Remarques :

- L'Équation IV-61 est très générale et elle est en partie valide pour tous les matériaux lorsque les effets de diffusion géométriques sont négligeables.
- D'autres termes supplémentaires peuvent apparaître et devenir dominants. Par exemple dans les verres (ou autres matériaux à basse conductivité électrique) à haute température (typiquement au-dessus de 1700 K), une augmentation des valeurs de la conductivité thermique est causée par la conduction d'énergie par rayonnement et  $\kappa$  suit de nouveau un

comportement en  $T^3$  :  $\kappa_r = \frac{16k_B n_r}{3a} T^3$ , où  $a$  est le coefficient d'absorption et  $n_r$  l'index de réfraction. On va le voir dans le paragraphe suivant, sur les métaux, basse température  $\kappa$  est monotone décroissant tant que la conduction par les électrons domine. Mais ce type de

comportement est également observé sur des matériaux non métalliques, comme les verres justement. Dans ces derniers, le libre parcours moyen est typiquement  $l \approx 10 \text{ \AA}$ . L'intérêt d'évoquer les verres est qu'il s'agit de matériaux amorphes, comme le NbSi.

- Comme le montre la Figure IV-11,  $\kappa(T)$  passe par un maximum, ce qui est particulièrement bien vérifié pour les monocristaux.
- Il est très difficile d'avoir un isolant conducteur de la chaleur à très basse température. Les meilleurs étant le saphir, le quartz, le diamant

### II.3.4 Conductivité électrique et thermique des électrons.

Le libre parcours moyen des électrons est essentiellement limité par deux processus : les chocs avec les impuretés, qui sont élastiques<sup>102</sup>, et les collisions avec les phonons, qui sont inélastiques. On peut montrer que la résistivité électrique  $\rho$  des métaux est liée au libre parcours moyen  $l$ . La description correcte des métaux ne peut se faire que dans le cadre de la physique du solide statistique et quantique. Comme il s'agit de physique non linéaire, il faut considérer des cas pathologiques (dont les plus évidents sont les électrons presque libres et les électrons presque liés, mais il y en a d'autres) et utiliser des développements dits de fluctuation-dissipation pour étendre la description à des cas plus proches de la réalité. Il serait trop long de présenter ces théories dans ce chapitre de rappels, mais nous y reviendrons plus loin car il est nécessaire d'en utiliser certains aspects pour comprendre les effets qui nous intéressent dans la conception des bolomètres (par exemple l'interaction électron-phonon). On peut cependant donner rapidement une idée de l'origine de la relation de dépendance entre  $\rho$  et  $l$  en utilisant la théorie classique de Drude améliorée des corrections quantiques de Sommerfeld. Ces corrections font intervenir la statistique de Fermi-Dirac, ce qui est indispensable car le traitement purement classique est très peu prédictif à basse température.

Dans la théorie de Drude, on émet les hypothèses<sup>103</sup> suivantes :

- Les porteurs mobiles de charge sont les électrons qui constituent un gaz auquel on peut appliquer la théorie cinétique.
- Les porteurs de charge positive (noyaux plus électrons de cœur), beaucoup plus lourds, peuvent être considérés comme immobiles.
- Entre les collisions l'interaction d'un électron avec les autres électrons et avec les ions est nulle<sup>104</sup>.
- Les collisions sont des mouvements instantanés qui modifient brusquement la vitesse des électrons (on néglige les forces à longue portée au profit des forces à courte portée).

<sup>102</sup> Pour une collision élastique, la somme des énergies cinétiques des systèmes impliqués reste constante. Après une collision parfaitement inélastique, les deux corps ont la même vitesse et leur énergie cinétique totale est plus faible qu'avant le choc, car une partie de cette énergie est transformée en énergie interne (échauffement). La quantité de mouvement totale des corps impliqués est conservée que la collision soit élastique ou non élastique. Le mouvement du centre de la gravité du système n'est pas influencé par la collision.

<sup>103</sup> Quelques éléments justifiant ces hypothèses et permettant de préciser leur limite de validité, peuvent être déduits des rappels de physique statistique (sous-chapitre I.1) ainsi que des rappels sur les chaleurs spécifiques (sous-chapitre II.2) et la conductivité thermique (paragraphe II.3.2).

<sup>104</sup> Négliger les interactions électrons-électrons suffit dans de nombreux cas, mais on ne peut négliger les interactions ions-électrons pour expliquer les comportements différents d'un métal et d'un semi-conducteur. Dans le cas de la caméra bolométrique, il faut prendre en compte toutes ces interactions pour expliquer correctement le comportement de la résistivité des couches minces thermométriques, et donc du bolomètre en son entier (voir Partie II, Chapitre II sur le NbSi).

Par ailleurs, les résultats de cette théorie ne dépendent pas de la connaissance détaillée du mécanisme de collision, si l'on admet les deux hypothèses suivantes :

- La probabilité qu'un électron subisse une collision durant l'intervalle de temps compris entre  $t_0$  et  $t_0+dt$  est égale à  $dt/\tau$ . Elle est indépendante de  $t_0$ , de la position et de la vitesse des électrons.
- Le gaz électronique atteint son équilibre thermique par les collisions instantanées avec les ions (les porteurs de charge positive). On admet que qu'après chaque collision, la vitesse d'un électron est d'orientation quelconque (distribution isotrope des vitesses), et qu'elle est reliée à la température locale. Lorsque le champ électrique est nul, la vitesse moyenne est donc  $\vec{v} = 0$ . Mais en présence de champ électrique les électrons sont accélérés en direction opposée au champ par la force  $\vec{F} = -e\vec{E}$  où  $e$  est la charge de l'électron ( $1,602 \cdot 10^{-19}$  Coulomb).

Établissons dans un premier temps le lien entre la probabilité de collision et le temps de vol moyen des électrons entre deux collisions. Si  $P(t)$  est la probabilité de non-collision pendant un temps  $t$ , alors probabilité de collision entre  $t$  et  $t+dt$  est indépendante de  $t$ . Autrement dit  $P(t+dt) = P(t) \cdot P(dt) = P(t) \cdot \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)$ , d'où  $P(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$ . La condition  $P(t \rightarrow 0) = 1$  impose  $A = 1$ . La probabilité qu'un électron ne subisse pas de collision pendant un temps  $t$  et qu'il en subisse une entre  $t$  et  $t+dt$  est donc (probabilités indépendantes) :

$dP_1 = P(t) \cdot \frac{dt}{\tau} = p_1 \cdot dt$ . En fixant arbitrairement  $t = 0$ , le temps moyen jusqu'à la prochaine collision est par définition de l'espérance mathématique :

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot p_1(t) \cdot dt}{\int_0^{\infty} p_1(t) \cdot dt} = \frac{\int_0^{\infty} (t/\tau) \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt}{\int_0^{\infty} e^{-t/\tau} \cdot dt} = \frac{-te^{-t/\tau} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -e^{-t/\tau}}{1} = \tau.$$

Par conséquent  $\tau$  est bien le temps de vol moyen entre les collisions, on l'appelle aussi temps de relaxation.

Étudions l'équation du mouvement du gaz électronique. On note  $\vec{p}(t) = m \cdot \vec{v}(t)$  la quantité de mouvement d'un électron, et  $\vec{f}(t)$  l'influence sur un électron d'une force extérieure appliquée au gaz. La variation de quantité de mouvement moyenne d'un électron entre  $t$  et  $t+dt$  est :

$$\vec{p}(t+dt) = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) \left[ \vec{p}(t) + \vec{f}(t) \cdot dt + O(dt^2) \right] + \frac{dt}{\tau} \left[ \vec{p}(t_0) + \vec{f}(t) \cdot dt + O(dt^2) \right]$$

Le premier terme correspond aux électrons qui n'ont pas subi de collision entre  $t$  et  $t+dt$ , le second terme correspond à la fraction des électrons qui ont subi une collision. Or d'après les hypothèses  $\vec{p}(t_0) = \vec{0}$ . En développant les termes et en utilisant la définition d'une dérivée l'équation devient :

$$\frac{d\vec{p}(t)}{dt} = -\frac{\vec{p}(t)}{\tau} + \vec{f}(t)$$

Équation IV-63

L'effet des collisions est donc d'introduire un terme de frottement (de facteur  $1/\tau$ ) dans l'équation du mouvement (ce facteur est parfois appelé forces de Stokes). L'équation homogène ( $\vec{f}(t) = 0$ ) donne le régime transitoire  $\vec{p}(t) = \vec{p}(t_0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  (qui est par conséquent nulle en moyenne, mais pas pour les électrons pris individuellement). La solution particulière pour un régime stationnaire, avec  $\vec{f}(t) = -e\vec{E}$ , est  $\vec{p} = -e\tau\vec{E}$ , soit  $\vec{v} = -\mu\vec{E}$  où

$\mu = e\tau/m$  est appelé mobilité de l'électron (attention, aucun rapport avec le potentiel chimique qui est noté avec la même lettre).

La densité de courant est définie comme étant la quantité de charge électrique passant à travers une surface élémentaire perpendiculaire au sens de déplacement des charges (flux de courant). Les électrons étant les seuls porteurs de charges en mouvement on a  $\vec{j} = -n \cdot e \cdot \vec{v}$ , ou  $n = N/V$  est la densité d'électrons. On peut remplacer la vitesse par son expression en fonction du champ et réécrire l'équation de densité de courant sous la forme :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{E}$$

Équation IV-64

Où  $\vec{j}$  est la densité de courant électrique,  $\sigma$  la conductibilité électrique,  $\rho$  la résistivité électrique et  $\vec{E}$  le champs électrique local. C'est la forme locale de la loi d'Ohm. Par identification des termes on trouve :

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m}$$

Équation IV-65

D'où le lien entre libre parcourt moyen et résistivité :

$$l = \bar{v} \cdot \tau = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\bar{v} \cdot m}{n \cdot e^2}$$

Équation IV-66

À l'époque de Drude (1900) la mécanique quantique n'existait pas et il était naturel d'estimer la vitesse moyenne en utilisant l'équipartition de l'énergie, ce qui donne<sup>105</sup> pour un gaz parfait monoatomique  $\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = E_c = U = \frac{3}{2}k_B T$ , et conduit à des vitesses de l'ordre de  $10^7$  cm/s, soit environ 10 fois moins que la réalité, et à une chaleur volumique 100 fois plus grande qu'en réalité. Par ailleurs, on peut montrer que ce modèle s'écroule lorsqu'on cherche la réponse du métal à une onde électromagnétique.

Sommerfeld a réexaminé le modèle de Drude, un quart de siècle après sa parution, en remplaçant la distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann par la distribution de Fermi-Dirac. L'insertion d'une distribution quantique dans une théorie classique nécessite d'être faite avec précaution, et il est indispensable d'en préciser les conditions de validité. Tout d'abord le principe d'incertitude interdit de connaître la position et la quantité de mouvement avec une précision infinie. Typiquement la quantité de mouvement des électrons dans un métal est  $p \approx \hbar k_F$  (ce qui est d'autant plus vrai que la température est basse, voir à ce sujet la fonction de distribution de Fermi-Dirac, Équation IV-6 page 347). Le principe d'incertitude donne donc :  $\Delta p \ll \hbar k_F \approx \hbar / r_s \Rightarrow \Delta x \frac{\hbar}{\Delta p} \gg \frac{1}{k_F} \approx r_s$ , où  $r_s = \left( \frac{3}{4\pi} \frac{V}{N} \right)^{1/3}$  représente le rayon moyen d'une sphère dans laquelle ne se trouverait qu'un seul électron de conduction. Il se calcule en remarquant que  $\frac{N}{V} = \frac{N_A \cdot Z \cdot d_m}{M}$  ( $N_A$  est le nombre d'Avogadro,  $M$  la masse molaire,  $d_m$  la densité exprimée en g/cm<sup>3</sup>, et  $Z$  le nombre d'électrons de conduction par atome). La valeur de  $r_s$  est typiquement de l'ordre de quelques Å. Une description classique n'est donc pas possible si l'on doit décrire le mouvement d'électrons localisés sur des distances de l'ordre des

<sup>105</sup> La relation que nous donnons entre l'énergie cinétique moyenne des gaz et leur énergie thermique est en fait un corollaire du théorème du Viriel ( $PV=(2/3)NE_c$ ) (pour sa démonstration voir par exemple <http://users.erols.com/renau/fr/thermo.html>), obtenu en utilisant la distribution de Maxwell-Boltzmann (Équation IV-3 page 346).

distances interatomiques. Ce n'est heureusement pas le cas des électrons de conduction. Le modèle de Drude fait tout de même l'hypothèse implicite que les électrons sont localisés sur des distances faibles par rapport au libre parcours moyen  $l$ . Dans les métaux  $l$  est de l'ordre de quelques 100 Å à température ambiante et plus grand à basse température. Cette hypothèse implicite n'est donc pas incompatible avec la restriction imposée par le principe d'incertitude. Par ailleurs, il faut montrer que ce principe ne modifie pas la dynamique des électrons malgré sa profonde influence sur la statistique d'occupation des niveaux. C'est-à-dire que le comportement du système de  $N$  électrons peut être considéré comme formé du comportement de  $N$  systèmes indépendants à un électron. Cette hypothèse rejoint les remarques faites sur les Hamiltoniens d'un métal au paragraphe II.2.3 (voir Équation IV-52).

L'expression de la conductibilité électrique ne change pas avec le modèle de Sommerfeld. Mais on peut lui donner une nouvelle signification en utilisant l'expression quantique de la quantité de mouvement  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$  et en remplaçant dans l'Équation IV-63. On constate alors que les valeurs de  $\vec{k}$  occupées par les électrons sont contenues dans la sphère de Fermi et centrées en 0, alors que lorsqu'on applique un champ  $\vec{E}$  en  $t = 0$ , chaque valeur de  $\vec{k}$  est translaté d'une quantité  $\delta\vec{k} = -\frac{e\vec{E}}{\hbar}t$  ; la sphère de Fermi est alors décentrée. Cependant, on atteint un état dans lequel chaque valeur de  $\vec{k}$  est translatée à cause des collisions, et, en moyenne l'état stationnaire donne  $\delta\vec{k} = -\frac{e\vec{E}}{\hbar}\tau$ . Vu sous cet angle, l'effet des collisions est de changer les valeurs  $\vec{k}$  en des valeurs  $\vec{k}'$  qui tendent à ramener la sphère de Fermi à sa position d'équilibre (comme on l'a vu ce sont les Processus Umklapp qui sont les plus efficaces pour faire ce travail).

La vitesse typique des électrons qui participent à la conduction est la vitesse de Fermi  $\bar{v} = v_F = \sqrt{2E_F / m}$ . Les calculs donnent  $v_F \approx 10^8$  cm/s, ce qui est extrêmement proche des vitesses déduites de l'expérience. La justification théorique rigoureuse de ce choix pour la vitesse des électrons est un peu fastidieuse, mais quelques remarques sur la distribution de Fermi-Dirac permettent de le comprendre "avec les mains". La densité d'électrons par état d'énergie s'écrit  $n(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1}$ , pour  $T \ll \mu$  elle est quasiment constante partout, sauf autour de  $\mu$  :

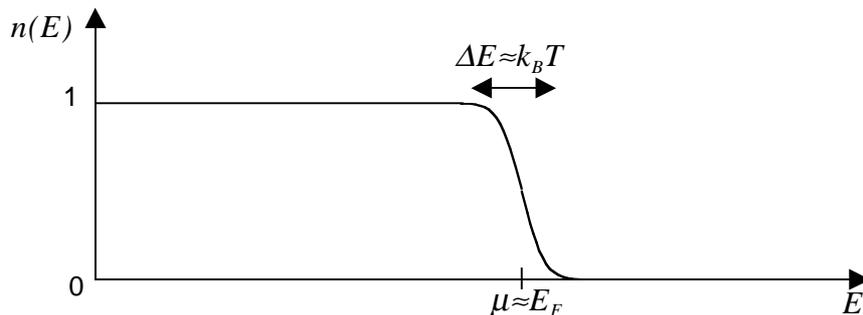


Figure IV-12. Fonction de distribution de Fermi-Dirac pour  $k_B T \approx 0,05\mu$ .

Or d'après le principe d'incertitude de Pauli deux Fermions ne peuvent occuper le même état. Du coup les seuls électrons qui vont avoir des "places" libres pour pouvoir changer d'état (donc de position et de vitesse) se trouvent dans la bande  $k_B T$  centrée sur  $\mu \approx E_F$ . L'énergie cinétique moyenne des électrons libres participant à la conduction est donc égale à l'énergie

de Fermi, et leur vitesse moyenne est par conséquent  $v_F$ . Le libre parcours moyen peut alors être évalué en utilisant  $l = v_F \tau$ .

En utilisant l'Équation IV-61 page 395 et l'Équation IV-50 page 387, on en déduit la conductivité thermique des électrons libres :

$$\kappa_e = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \bar{v} \cdot l = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\pi}{3N} \right)^2 \left( \frac{mv_F}{\hbar e} \right)^2 \frac{V^{\frac{5}{3}}}{\rho} \cdot k_B^2 T$$

*Équation IV-67*

En utilisant l'Équation IV-51 et le temps de relaxation  $\tau$  ou la résistivité  $\rho$ , on en déduit une autre expression de la conductivité thermique :

$$\kappa_e = \frac{\pi^2 n \tau}{3m} k_B^2 T = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi k_B}{e} \right)^2 \frac{T}{\rho} \quad [W / m / K]$$

*Équation IV-68*

Dont on déduit la loi de Wiedemann-Frantz :

$$\frac{\kappa}{\sigma \cdot T} = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi k_B}{e} \right)^2 = 2,44 \cdot 10^{-8} \quad [W \cdot \Omega / K^2]$$

*Équation IV-69*

Ce résultat est remarquablement proche des valeurs expérimentales, on remarque qu'il est indépendant de la nature du métal (le rapport  $\kappa/\sigma T$  est appelé nombre de Lorentz)... Mais ceci n'est vrai qu'aux hautes et basses températures quand la chaleur spécifique des électrons domine celle des phonons. Aux températures intermédiaires les phonons jouent un grand rôle et la loi de Wiedemann-Frantz n'est plus vérifiée.

Attention, les équations donnant  $\kappa_e$  sont trompeuses, car la résistivité (donc le temps de relaxation) dépend de la température et cette dépendance dépend elle-même du type de métal utilisé. Globalement la résistivité des métaux décroît linéairement avec  $T$  à température ambiante, puis beaucoup plus fortement lorsqu'on atteint les basses températures pour finalement se stabiliser lorsque le libre parcours moyen devient limité par la géométrie du cristal. On peut montrer que comme pour les phonons, la diffusion des électrons dans le cristal va être limitée par les défauts, les impuretés ou les joints de grains, etc. Il existe une gamme à basse température pour laquelle l'Équation IV-68 est vérifiée. Le modèle de Sommerfeld ne permet pas de prédire ces comportements et il faut utiliser la théorie de la physique du solide statistique et quantique en utilisant par exemple les Hamiltonien de l'Équation IV-52 page 388 pour bâtir un modèle réaliste et vraiment prédictif pour les métaux et les semi-conducteurs.

Le modèle des électrons libres de Sommerfeld rend tout de même compte avec succès de plusieurs propriétés des métaux et permet d'établir en première approximation les liens entre chaleur volumique, conductivité thermique, libre parcours moyen, vitesse de diffusion, temps de relaxation, résistivité, etc. Les prédictions en désaccord avec l'expérience sont quand même assez nombreuses<sup>106</sup> et il faudrait modifier le modèle des électrons libres selon deux

---

<sup>106</sup> Le coefficient de Hall est constant dans le modèle des électrons libre, en réalité il dépend du champ magnétique et de la température. La magnétorésistance d'un fil perpendiculaire à un champs magnétique uniforme dépend en réalité de l'intensité du champ. Le signe du champ thermoélectrique n'est pas toujours celui prévu par les électrons libres. La loi de Wiedemann-Frantz n'est pas vérifiée aux températures intermédiaires. La dépendance en température de la conductivité électrique en régime continu est introduite de façon ad hoc dans le modèle via le temps de relaxation, mais elle n'est pas expliquée. La dépendance directionnelle de cette même conductivité n'est pas prédite. Quant à son comportement en fréquence (régime alternatif) le modèle de Sommerfeld en donne une prédiction totalement fautive. La dépendance linéaire en température de la chaleur spécifique à basse température n'est bien vérifiée que pour les métaux alcalins. Sa dépendance en  $T^3$  n'est absolument pas prédite. La compressibilité des métaux est miraculeusement bien estimée alors que les mécanismes d'interaction entre électrons et ions n'est pas expliquée de façon satisfaisante. Le modèle des

directions : tenir compte de l'effet du potentiel statique créé par les ions et tenir compte de l'interaction électron-phonon. Pour être plus clair, les approximations qu'il va falloir abandonner pour faire cette description correctement sont l'approximation des électrons libres, l'approximation des électrons indépendants (sans interaction entre eux mais en interaction avec le réseau), et l'approximation du temps de relaxation qui a été considéré comme indépendant de la configuration électronique. Historiquement le gain en rigueur et en prédictibilité des théories du solide s'est fait en plusieurs étapes avec différentes approches (par exemple les électrons presque libres, les électrons presque liés, les combinaisons linéaires d'orbitales atomiques, etc.) car la résolution analytique des équations prenant en compte toutes les interactions possibles n'a pu être menée à cause de la nature non linéaire de la physique des systèmes complexes. On a alors recours aux méthodes dites de fluctuation-dissipation qui permettent de linéariser aux premiers ordres les équations autour des interactions dominantes et d'extrapoler les comportements de la matière de façon un peu plus générale. Nous présenterons quelques raisonnements et résultats de la théorie la plus complète et la plus adaptée aux matériaux utilisés pour la caméra lorsque cela s'avèrera nécessaire.

Remarques :

- Pour les semi-conducteurs,  $\kappa_e$  est une fonction de  $n(T)$  qui augmente avec la température. Il est cependant possible de calculer la conductivité thermique d'un matériau composé (métaux avec impuretés ou alliages désordonnés) en utilisant l'équation de Maxwell-Eucken [Hofmann, 03]:  $\kappa_{comp} = \kappa_c \left[ 1 + 2V_d \left( \frac{1 - \kappa_c / \kappa_d}{2\kappa_c / \kappa_d + 1} \right) \right] \cdot \left[ 1 - V_d \left( \frac{1 - \kappa_c / \kappa_d}{\kappa_c / \kappa_d + 1} \right) \right]^{-1}$ , où  $\kappa_c$  est la conductivité de la matrice,  $\kappa_d$  est la conductivité du dispersant, et  $V_d$  est la proportion du volume du dispersant par rapport au volume total.
- Il faut bien noter que le point délicat lorsque l'on veut intégrer l'équation indéfinie de la chaleur pour un métal, donc intégrer la conductivité thermique électronique, est le comportement de la résistivité. On rappelle que celle-ci est liée au libre parcours moyen qui lui-même est lié avant tout à la présence de défauts ou d'impuretés et aux effets non-ohmiques que sont l'interaction électron-phonon et l'effet de champs électrique (voir Partie II, Chapitre II, sur le NbSi). Comme il est très difficile de faire un modèle général de  $\rho(T)$ , il existe en pratique différents modèles théoriques qui découlent la plupart du temps de lois phénoménologiques extraites des expériences.
- Le modèle de Drude, qui donne  $\rho \cdot l = constante$ , a été également amélioré par Mathiesen qui a calculé  $\rho(T) = \rho_{impuretés} + \rho_{phonons}(T)$  et par Grüneisen qui a montré que  $\rho_{ph}(T) \propto T^5$  à très basse température [Dumoulin, 02]. Dans la Partie II, la résistivité électrique des thermomètres résistifs est décrite au paragraphe I.2.3, et celle du NbSi est détaillée au sous-chapitre II.2.
- Les monocristaux isolants sont meilleurs que les métaux aux températures intermédiaires. Les métaux purs (non supraconducteurs) sont les meilleurs conducteurs thermiques à très basse température. Les verres et les alliages métalliques sont très mauvais à très basse température, de même que les supraconducteurs.
- En raisonnant sur des électrons libres, sans interaction avec le réseau, on a établi que la vitesse des électrons était comprise dans une étroite bande centrée sur la vitesse de Fermi. Il est légitime de se poser la question de savoir si la vitesse des électrons va pouvoir rester constante sans décroître lorsque l'on prend en compte les interactions avec le réseau. La

---

électrons libres ne dit pas ce qui détermine le nombre d'électrons de conduction. Il n'explique pas non plus pourquoi certains éléments sont non métalliques. [Ashcroft et Mermin, 76].

réponse est qu'il existe effectivement des modes de propagation conservant cette vitesse moyenne ; ce fait est discuté au sous-chapitre II.1 de la Partie II.

## II.4 Transmission de chaleur dans un système composite.

Dans ce paragraphe nous nous intéressons au calcul de puissances thermiques transmises à travers un système complexe composé de plusieurs éléments pouvant être de natures différentes dans lesquels plusieurs types de porteurs peuvent participer à la conduction. L'objectif visé est de comprendre comment décrire la transmission de chaleur dans un bolomètre. Ces détecteurs sont en effet constitués de plusieurs éléments (dont un absorbeur et un thermomètre) qui sont thermalisés par rapport à une température de référence (le doigt froid du cryostat) via une fuite thermique.

Le paragraphe comporte quatre parties qui permettent de décomposer le problème. La première décrit la transmission de chaleur dans un milieu isotrope et homogène et établit le lien entre la conductivité thermique et la conductance (le paramètre qui permet d'écrire de façon simple l'équation de puissance transmise). La seconde décrit comment tenir compte de l'interaction entre les deux porteurs principaux que l'on retrouve dans tous les matériaux : les électrons et les phonons. La troisième porte sur la transmission de la chaleur entre deux milieux de nature différente mis en contact. Le paragraphe se termine en expliquant comment tenir compte de tous ces éléments dans un système composite tel qu'un bolomètre.

### II.4.1 Conductance thermique dans un milieu isotrope et homogène.

Le problème le plus simple de conduction de la chaleur est celui du calcul d'une température  $T_l$  en un point de coordonnée  $x_l$  dans milieu homogène parcouru par un flux de chaleur  $\varphi$  selon l'axe des  $x$  sachant que la température en un point de coordonnée  $x_0$  du même axe vaut  $T_0$ . Le problème est stationnaire et l'équation indéfinie aboutie à la densité de flux de chaleur :

$$\varphi = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad [W / m^2]$$

Équation IV-70

Mais comme on l'a vu dans les paragraphes II.3.3 et II.3.4 la conductivité thermique n'est en général pas constante avec la température. Pour exprimer la différence entre le flux entrant en  $X_0$  et le flux sortant en  $X_1$  en fonction des températures en ces points, il faut par conséquent intégrer l'Équation IV-70 :  $\varphi \cdot \int_{x_0}^{x_1} dx = - \int_{T_0}^{T_1} \kappa(T) \cdot dT$ .

Pour ne plus alourdir les équations avec le signe moins qui indique le sens de l'écoulement de la chaleur, on ne va considérer à partir de maintenant que les valeurs absolues des flux et des puissances.

Le problème présenté ci-dessus est unidimensionnel. Étendons-le aux trois dimensions de l'espace sans le compliquer, en supposant que le milieu considéré est un système de volume  $\Omega$  fini et que le flux de chaleur ne puisse s'écouler qu'entre une surface isotherme en  $X_0$  et une autre surface isotherme située en  $X_1$ . Appelons  $S(x) = S = \text{constante}$  la surface du système en un point de coordonnée  $x$ . La puissance transmise entre  $X_0$  et  $X_1$ , s'écrit alors :

$$P = S \cdot \varphi = \frac{S}{\int_{x_0}^{x_1} dx} \cdot \int_{T_0}^{T_1} \kappa(T) \cdot dT = S \cdot h \cdot (T_1 - T_0)$$

Le terme de droite est mis à titre indicatif pour établir le lien avec l'Équation IV-54 page 391, dans laquelle on avait introduit le terme  $h$  comme le coefficient d'échange thermique. Cette équation peut se réécrire sous la forme  $T_1 - T_0 = R_{Th} \cdot P$ , avec  $R_{Th} \equiv \frac{1}{Sh} = \frac{1}{S} \frac{x_1 - x_0}{\bar{\kappa}}$  la résistance thermique, définie ainsi par analogie avec la résistance électrique pour laquelle on a  $V_1 - V_0 = R \cdot I$ . Avec cette même analogie on constate que la valeur moyenne de  $\kappa$  se comporte comme l'inverse d'une résistivité, c'est-à-dire comme une conductivité (d'où son nom). On définit la conductance du système comme l'inverse de la résistance thermique :

$$G \equiv \frac{1}{R_{Th}} \equiv \frac{P}{\Delta T} = \frac{S}{\Delta x} \cdot \bar{\kappa}$$

Équation IV-71

Mais cette approche est un peu sommaire. Elle occulte en effet la dépendance en température de la conductivité thermique. Il faudrait en tenir compte dans le calcul de la puissance transmise. Pour cela imaginons que  $\kappa$  suive une loi de puissance. Comme on l'a vu c'est le cas en général, quelle que soit la nature des porteurs qui participent à la diffusion de chaleur. En appelant  $K$  la partie de  $\kappa$  indépendante de la température, on a :

$$\kappa(T) \equiv K \cdot T^\beta \quad \text{et} \quad G_c \equiv \frac{S}{\Delta x} \cdot \frac{K}{\beta + 1} \quad [W / K^{\beta+1}]$$

$$\Rightarrow P = G_c \cdot (T_1^{\beta+1} - T_0^{\beta+1})$$

Équation IV-72

On va appeler le terme  $G_c$  "coefficient de conductance thermique". On constate qu'il est indépendant de la température, mais dépend de la géométrie du système. Ce dernier point est un peu gênant, car on voudrait trouver une quantité qui caractérise la capacité du système à transmettre une puissance donnée indépendamment de la géométrie.

Pour être rigoureux, il faudrait utiliser l'Équation IV-57 page 393, qui donne l'équation de base du problème de diffusion de la chaleur dans le cas général tri dimensionnel non stationnaire, pour n'importe quel milieu si  $\kappa$  est un tenseur, pour un milieu isotrope si  $\kappa$  est un scalaire. Si en plus le milieu est homogène, on peut utiliser l'Équation IV-58.

Mais l'étude dans le cadre de ces équations est relativement compliquée et longue. On préfère donc définir la quantité recherchée avec une approche un peu plus physique et intuitive. On se souvient que dans l'approche microscopique permettant de lier la conductivité thermique à la chaleur volumique, qui est indépendante de la géométrie du milieu, on avait établi la relation donnée par l'Équation IV-61  $\kappa = (1/3) \cdot c \cdot l \cdot \bar{v}$ . Imaginons que l'on étudie la transmission d'une puissance à travers un volume unitaire  $d\Omega = dS \cdot dx$ . Le libre parcours moyen des "particules" participant à la conduction peut s'écrire  $l = a(T) \cdot dx$  où  $a$  est un paramètre sans dimension caractéristique du milieu. De la même façon, la vitesse moyenne peut s'écrire  $\bar{v} = b(T) \cdot dx/dt$ . Les paramètres  $a$  et  $b$  dépendent a priori de la température, mais pas de la position dans le milieu (homogène et isotrope). Dans l'équation de la puissance transmise par unité de volume dans le système élémentaire, le seul terme dépendant de la température est la conductivité thermique avec  $\kappa \propto T^\beta$ . En utilisant la notation des variations infiniment petites égales aux différentielles ( $\delta x \approx dx$ ), on a :

$$\frac{\delta P}{d\Omega} = \frac{\delta S}{\delta \Omega} \cdot \kappa \cdot \frac{dT}{dx} = \frac{\delta S}{\delta S \cdot \delta x} \cdot \frac{\delta x}{\delta t} \cdot \frac{\delta T}{\delta x} \cdot \frac{a(T) \cdot b(T) \cdot c(T)}{3} = \gamma \cdot T^\beta \cdot \delta T$$

Le paramètre  $\gamma$  est la quantité que l'on recherche, elle caractérise la conductivité du système et est indépendante de la géométrie. Mais, comme on va le voir, on préfère utiliser le terme

$g \equiv \gamma \cdot (\beta + 1)$  ; on l'appellera "coefficient de conductance thermique volumique" ou "coefficient (ou constante) de conduction (thermique)".

Généralisons le problème, en étudiant la transmission de puissance à travers deux tubes de flux élémentaires, puis à travers une infinité de tubes élémentaire.

On considère donc deux systèmes, de volumes respectifs  $\delta\Omega_A$  et  $\delta\Omega_B$ , pour lesquels le flux de chaleur ne puisse s'écouler que depuis des surfaces d'entrée  $dS_{e(A)}$  pour le premier tube et  $dS_{e(B)}$  pour le second, vers des surfaces de sortie  $dS_{s(A)}$  et  $dS_{s(B)}$  distantes de  $dx$ . On note le volume total  $\delta\Omega = \delta\Omega_A + \delta\Omega_B$ .

Si on met les deux tubes élémentaires en parallèle, donc avec une même température aux deux points d'entrée et une autre aux deux points de sortie, soit une différence  $\delta T = \delta T_A = \delta T_B$  entre l'entrée et la sortie, alors la puissance totale transmise est  $\delta P = \delta P_A + \delta P_B = \delta\Omega \cdot \gamma \cdot T^\beta \cdot \delta T$ .

Si on met les deux tubes en série, donc avec  $T(dS_{s(A)}) = T(dS_{e(B)})$  et une différence entre l'entrée de A et la sortie de B donnée par  $\delta T = \delta T_A + \delta T_B$ , alors la puissance totale transmise vaut :  $\delta P = \delta\Omega \cdot \gamma \cdot T^\beta \cdot \delta T = \delta P_A = \delta\Omega_A \cdot \gamma \cdot T^\beta \cdot \delta T_A = \delta P_B = \delta\Omega_B \cdot \gamma \cdot T^\beta \cdot \delta T_B$ .

En terme de conductance, c'est-à-dire avec  $G_i = \frac{\delta P_i}{\delta T_i} = \delta\Omega_i \cdot \gamma \cdot T^\beta$ , on constate que dans le premier cas on a  $G = G_A + G_B$  et dans le deuxième cas  $\frac{1}{G} = \frac{1}{G_A} + \frac{1}{G_B}$  ( $\Rightarrow G < \min(G_A, G_B)$ ),

exactement comme dans le cas de résistances électriques mises en parallèle ou en série. Ainsi, plus la surface augmente, plus la conductance est grande et plus la puissance transmise est importante. Par contre plus la distance à parcourir dans le milieu est grande, plus la puissance transmise sera faible pour une même différence de température aux deux extrémités.

En généralisant à un système constitué d'une infinité de surfaces élémentaires occupant un volume fini  $\Omega$  et qui transmet de la chaleur entre une entrée à  $T_1$  et une sortie à  $T_0$ , on transforme les sommes en intégrales et on obtient :

$$P = \iiint_{\Omega} \frac{dP}{d\Omega} \cdot d\Omega = - \iiint_{\Omega} \int_{\Delta T} \gamma \cdot T^\beta \cdot dT \cdot d\Omega = \Omega \cdot g \cdot (T_1^{\beta+1} - T_0^{\beta+1})$$

$$\Rightarrow g = \frac{G_c}{\Omega} \quad [W / K^{\beta+1} / m^3]$$

Équation IV-73

Avec cette généralisation, on constate que pour éviter d'avoir à écrire le terme  $\beta+1$  sans arrêt il est plus agréable d'utiliser le paramètre  $g$  que  $\gamma$ .

Le problème avec l'équation précédente est qu'elle est non linéaire. Si on l'utilise telle quelle dans des problèmes complexes faisant intervenir des systèmes d'équations différentielles on ne va en général pas pouvoir les résoudre. La démarche qui sera alors utilisée sera d'étudier l'évolution du système pour de petites variations autour d'un point de fonctionnement (d'équilibre) de façon à pouvoir linéariser les équations. Pour les études de variation de puissance autour de l'équilibre et pour établir le lien entre les différents paramètres de conduction de la chaleur entre deux surfaces de températures différentes, l'expression de la dérivée de la puissance par rapport à la température va être extrêmement utile (on l'utilisera d'ailleurs assez souvent dans l'étude des bolomètres). Cette nouvelle variable est la conductance dynamique :

$$G_d \equiv \frac{dP}{dT} = G_c \cdot \frac{d(\Delta(T^n))}{dT} = G_c \cdot (\beta + 1) \cdot T^\beta \quad [W / K]$$

Équation IV-74

Pour le terme en puissance sur la température on a évidemment  $n = \beta + 1$ .

On peut maintenant établir le lien entre tous les termes liés à la conduction de la chaleur à travers un matériau isotrope et homogène avec un flux de chaleur s'écoulant selon un axe  $x$ . La puissance est transmise par le biais de la conductivité thermique :

$$P = \varphi(x)S(x) = -\kappa(T(x)) \frac{dT(x)}{dx} \cdot S(x) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dS}{dx} dx \int_{T_0}^{T_1} \underbrace{\kappa(T)}_{\kappa \cdot T^\beta = \frac{1}{3} c \bar{v} l} dT = \frac{\bar{S}}{\frac{\Delta x}{S_h}} \bar{\kappa} \cdot \Delta T = \bar{\varphi} \bar{S}$$

$$= \int_{T_0}^{T_1} \underbrace{G_d(T)}_{\frac{dP}{dT} = G_c \cdot (\beta+1) \cdot T^\beta} dT = \underbrace{\Omega}_{G_c = \frac{\bar{S}}{\Delta x} \cdot \frac{K}{\beta+1}} \cdot \left( T_1^{\beta+1} - T_0^{\beta+1} \right) = G \cdot (T_1 - T_0)$$

Équation IV-75

Si le point  $x_i$  connaît une variation de température  $\Delta T$  faible par rapport à  $T_0$  ( $|\Delta T| \ll |T_1 - T_0| \ll T_0$ ) l'hypothèse linéaire peut s'appliquer et le lien entre conductance thermique moyenne, constante de conductance et conductance dynamique peut s'écrire:

$$P + \Delta P = G_c \left( (T_1 + \Delta T)^{\beta+1} - T_0^{\beta+1} \right) \underset{\text{d.l. } O(1)}{\approx} G_c \left( T_1^{\beta+1} \left( 1 + (\beta+1) \frac{\Delta T}{T_1} \right) - T_0^{\beta+1} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta P = G_c (\beta+1) T_1^\beta \cdot \Delta T = G_{\Delta T} \cdot \Delta T$$

Où  $G_{\Delta T}$  apparaît comme la conductance de la petite variation. Attention, elle est différente de la conductance totale du système :  $G_{Tot} \equiv \frac{P + \Delta P}{T_1 - T_0 + \Delta T}$  ;  $G \equiv \frac{P}{T_1 - T_0}$  ;  $G_{\Delta T} \equiv \frac{\Delta P}{\Delta T}$ . Le passage aux variations infinitésimales donne  $dP = G_d \cdot dT$ , soit  $G_d \approx G_{\Delta T}$ . Les équations sont donc cohérentes entre elles.

Par la suite, pour éviter toute source de confusion entre les différents termes introduits, on ne se servira plus que de la conductance  $G (= \Delta P / \Delta T)$ , de la conductance dynamique  $G_d$ , du coefficient de conduction  $g$  et parfois du coefficient de conductance  $G_c$ .

## II.4.2 Couplage électron-phonon.

On l'a évoqué au paragraphe traitant de la chaleur spécifique, il y a en pratique dans les matériaux un couplage plus ou moins fort entre les phonons et les électrons. Sans entrer dans une longue analyse des processus d'interaction, il est possible de modéliser le couplage électron-phonon par une résistance thermique  $R_{e-ph}$  séparant les deux systèmes de porteurs. Ainsi, comme dans le paragraphe précédent, on établit une analogie électrique entre la différence de potentiel liée au courant, et, la différence de température liée au flux de chaleur entre les deux systèmes. On le verra avec Niobium-Silicium, on peut en fait continuer à utiliser cette image tout en regardant de plus près les mécanismes du couplage.

Comme le suggèrent les présentations des isolants idéaux et des métaux idéaux, on se doute bien que dans le cas des isolants le couplage sera extrêmement fort, alors qu'il sera faible dans le cas des métaux. Pour signifier que certains effets dus à ce phénomène de couplage s'écartent du modèle idéal, il est plus logique dans le cas des isolants de parler de découplage électron-phonon, plutôt que de couplage non total entre électrons et phonons. La plupart des matériaux étudiés dans le cadre de cette thèse étant très résistifs dans leur zone de fonctionnement, on emploiera désormais le terme de "découplage électron-phonon".

Le modèle phénoménologique dans lequel les phonons et les électrons apparaissent comme deux systèmes distincts reliés par une résistance thermique a été confirmé par des études expérimentales. Mais il a été montré que la dépendance en température du mécanisme de couplage est plus forte que la dépendance en température des intégrales de conductivité thermiques (des conductances) des électrons et des phonons. Dans les matériaux résistifs les études ont ainsi permis d'écrire la puissance thermique transmise entre les deux systèmes comme dans l'Équation IV-78, mais avec une loi de puissance différente :

$$\begin{aligned} P_{e-ph} &= G_{e-ph} \cdot (T_e^\eta - T_{ph}^\eta) \quad \text{avec } 5 < \eta < 6 \\ &= G_{e-ph} \cdot (T_e - T_{ph}) \quad \text{en régime établi} \end{aligned}$$

*Équation IV-76*

Notons que le découplage électron-phonon n'apparaît que dans le thermomètre du bolomètre et seulement sous "forte" polarisation, ce qui a pour effet d'imposer une limite sur la puissance électrique appliquée à la résistance thermométrique. Le point sensible dans l'étude de ce découplage réside dans la signification (et la détermination) des températures électronique  $T_e$  et phoniques  $T_{ph}$ . En général  $T_e$  est assimilé à la température équivalente qui change la résistivité électrique  $\rho$  du thermomètre lorsque l'effet de champ électrique se manifeste. La température  $T_{ph}$  est très souvent confondue avec la température de l'absorbeur de rayonnement du bolomètre  $T_{abs}$  car le rayonnement collecté interagit avec les phonons de l'absorbeur qui sont en général parfaitement couplés avec les phonons du thermomètre (résistance de Kapitza négligeable). Plus de détails sur le couplage électron-phonon dans le Niobium Silicium sont présentés dans la Partie II, au Chapitre II.

### II.4.3 Résistance de Kapitza entre milieux de natures différentes.

Lorsque deux milieux de nature différente et de températures différentes sont mis en contact, le flux de chaleur s'écoulant du milieu le plus chaud vers le plus froid ne parvient jamais à égaler complètement la température des deux côtés de l'interface. Ce phénomène a été mis en évidence pour la première fois en 1941 par Piotr Kapitza, par des mesures de température d'un bain d'Hélium superfluide et d'une plaque de cuivre mise au contact du bain. Ce saut de température entre matériaux différents peut être modélisé par une résistance de contact : la résistance de Kapitza. Bien que la découverte soit ancienne et que les études de transfert de chaleur aient été très nombreuses, la compréhension complète de cette résistance n'est pas encore achevée. Les raisons en sont que c'est un problème de surface complexe avec de nombreux paramètres pas toujours bien définis. Nous allons donc ici nous contenter d'une description phénoménologique simpliste du phénomène permettant de comprendre l'origine physique de la résistance de Kapitza, et, nous donnerons la formule pratique qui permet d'établir le lien entre la puissance transmise et la différence de température dans les deux matériaux au niveau de leur interface.

Quel que soit le mode de transport de la chaleur (phonons ou électrons ou plus généralement les deux), la surface de contact entre les deux matériaux va jouer le même rôle que les interfaces d'indices de réfraction différents entre deux milieux traversés par des photons. Suivant la différence de résistance thermique (donc la différence entre les conductivités thermiques des deux milieux), une partie des ondes-particules transportant la chaleur vont se réfléchir. Par conséquent toute la chaleur ne sera pas transmise entre les deux milieux. Expérimentalement on peut envoyer une puissance calorifique définie à l'interface de deux matériaux, mesurer la puissance transmise ainsi que la différence de température de chaque

côté et établir le lien entre différence de puissance et différence de température. En reprenant l'analogie avec les équations électriques, on peut alors écrire :

$$R_K \equiv \frac{\Delta T}{\Delta P}$$

Ce fait met en évidence un problème d'adaptation d'impédance entre les parois. Il met en jeu les problèmes d'interaction entre les phonons (essentiellement) ou les électrons et l'état de surface du matériau dans lequel ils évoluent. Comme on l'a dit ce sont des problèmes complexes à résoudre du point de vue théorique (voir [Lounasmaa, 74] pour une description plus complète du phénomène et [Chapellier, 99] pour une description utile aux applications expérimentales et pour une petite bibliographie du sujet).

En pratique on distingue alors deux démarches. Soit on se contente de quelques considérations d'ordre général pour orienter la réflexion sur la transmission de chaleur entre les milieux et on utilise une résistance thermique globale qui caractérise le transfert. Soit il est indispensable de connaître avec plus de précision les mécanismes de transfert de chaleur en fonction des paramètres qui influent sur eux, et une étude poussée de l'interface particulière s'impose.

Dans le premier cas, on peut remarquer par exemple qu'en mettant deux résistances en parallèle, la résistance globale sera  $1/R_T = 1/R_1 + 1/R_2$  ( $\Rightarrow R_T < \min(R_1, R_2)$ ). En généralisant à un ensemble de petites surfaces mises côte à côte on voit alors que plus la surface d'échange sera grande plus la résistance à l'interface sera petite. **Ce point est important, il explique pourquoi il est essentiel de maximiser la surface de contact entre les matériaux lorsque l'on veut optimiser la puissance transmise.**

Évidemment, dans un problème d'adaptation d'impédance comme celui-ci, plus les milieux seront identiques plus l'adaptation sera aisée, donc moins la résistance de Kapitza sera élevée. Pour optimiser la conduction entre les deux milieux il est par conséquent intéressant de trouver un moyen changer de milieu par une succession d'impédances proches, voire continues. Le meilleur moyen est de souder ou thermocoller les deux matériaux, mais on peut aussi adjoindre une fine couche d'un troisième matériau dont la conductivité est intermédiaire entre les deux premiers. Dans ce cas, il faut bien entendu que l'adhérence de cette couche aux deux matériaux soit au moins aussi bonne que l'adhérence des deux matériaux entre eux.

Si on veut regarder d'un peu plus près le mécanisme de transfert de chaleur, on peut commencer par remarquer que celui-ci dépend des porteurs. On peut supposer qu'à priori la conductance de Kapitza ( $G_K \equiv 1/R_K$ ) devrait se comporter avec la température comme la conductivité thermique de ces derniers. En effet, la conductivité dépend du nombre de "porteurs de chaleur" via la chaleur spécifique, et ce nombre dépend de la température suivant une loi propre à chaque porteur. Si le nombre de porteurs augmente à l'interface, la quantité de chaleur transmise sera plus importante. Bien entendu on ne sait pas si la transmission est linéaire en fonction du nombre de porteur, mais comme on l'a déjà évoqué à plusieurs reprises, pour une étude de petites variations autour de l'équilibre (en l'occurrence la température de fonctionnement), on peut toujours linéariser le comportement des systèmes physiques. Par exemple, dans le cas des phonons on s'attend à ce que  $R_K$  varie en  $T^{-3}$  du fait de la dépendance de leur population avec la température.

Ainsi, il est possible d'écrire la puissance transmise entre les deux milieux (notés A et B) par une équation similaire à ce qui a été présenté en II.4.1 sur la conductance dans un milieu isotrope et homogène :

$$\Delta P = \int_{T_A}^{T_B} G_{d\_K(AB)}(T) \cdot dT = G_{K(AB)} \cdot (T_A^n - T_B^n) = G_{K(AB)} \cdot (T_A - T_B)$$

$$\text{avec } n = \beta + 1 \text{ et } \kappa_{A \text{ ou } B} = K_{A \text{ ou } B} \cdot T^\beta$$

Équation IV-77

Où  $G_{d,K}(T)$  est la conductance de Kapitza,  $G_K$  la conductance (moyenne) et  $G_K$  le coefficient de Kapitza.

De manière générale, comme la chaleur est transmise à travers une surface  $S$ , on utilise très souvent la résistance surfacique thermique :  $r_K \equiv R_K/S$  [ $K/m^2/W$ ]. Attention à ne pas la confondre avec la résistivité  $\rho_K$  donnée par analogie avec la résistivité électrique par  $\rho_K \equiv R_K S/l$ , ou  $l$  est la longueur le long de laquelle la chaleur s'écoule dans le matériau dont la section est  $S$ . Comme la plupart du temps la conduction thermique est dominée par les phonons (même pour les métaux car il est rare qu'ils soient suffisamment purs pour que seuls les électrons interviennent), il existe des abaques où l'on donne  $r_K T^3$ . Ici aussi il y a source de confusion car dans ces abaques la lettre utilisée est souvent  $R_K$  à la place de  $r_K$ .

## II.4.4 Système composite, application à la fuite thermique des bolomètres.

Qu'en est-il de l'application de ces considérations aux systèmes composites tels que les bolomètres ?

Ces détecteurs reçoivent des puissances de rayonnement qu'ils absorbent en grande partie. La chaleur qu'ils contiennent augmente et si l'on veut pouvoir effectuer des mesures en continu, cette chaleur doit être évacuée avec un temps de réponse optimisé de façon à avoir le temps d'effectuer la mesure sans trop lisser le signal. On se doute d'après ce qui précède que les électrons et les phonons vont entrer en jeu et qu'il va y avoir des transferts de chaleur entre différents "étages" jusqu'à un réservoir thermique qui va fixer une température de fonctionnement autour de laquelle l'instrument va évoluer. Pour comprendre et optimiser le système il va falloir étudier certains mécanismes de près, mais d'autres pourront être rassemblés dans des termes génériques de conductance globale.

Imaginons en effet un système composé de différents éléments transmettant la chaleur. D'après ce qu'on a vu ci-dessus (notamment juste avant l'Équation IV-73), on peut très bien superposer ces sous-systèmes et considérer l'ensemble de façon globale ; ainsi la puissance thermique totale transmise de l'entrée d'un système A à la sortie d'un système B sera égale au flux de chaleur traversant A, à la puissance transmise entre A et B et au flux de chaleur traversant B. Ceci n'est autre que le principe de conservation de l'énergie. Mais la puissance transmise pourra être caractérisé par la différence de température entre l'entrée de A et la sortie de B par une conductance globale qui dépend des conductances thermiques et de Kapitza des deux milieux.

Dans le problème du bolomètre, on s'intéresse donc au bilan des puissances en fonction des températures. Plutôt que d'utiliser les résistances, comme on le ferait naturellement en électricité, on préfère pour les systèmes thermiques utiliser les variables inverses que sont les conductances thermiques. Par exemple imaginons un bolomètre constitué d'un simple thermomètre lié au cryostat (qui forme un thermostat ou bain thermique) via une fuite. La puissance évacuée par la fuite pourra alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
 P_{\text{fuite}} &= G_i \cdot \Delta(T^{n_i})_i \stackrel{\text{par exemple}}{\equiv} G_{e-ph} \cdot (T_e^{n_{e-ph}} - T_{ph}^{n_{e-ph}}) = G_{K(\text{bolo-fuite})} \cdot (T_{ph}^{n_{K(\text{bolo-fuite})}} - T_{\text{entrée-fuite}}^{n_{K(\text{bolo-fuite})}}) \\
 &= G_{\text{fuite}} \cdot (T_{\text{entrée-fuite}}^{n_{\text{fuite}}} - T_{\text{sortie-fuite}}^{n_{\text{fuite}}}) = G_{K(\text{fuite-cryo})} \cdot (T_{\text{sortie-fuite}}^{n_{K(\text{fuite-cryo})}} - T_{\text{cryo}}^{n_{K(\text{fuite-cryo})}}) \\
 &\stackrel{\text{au point de fonctionnement}}{\equiv} G_i \cdot \Delta T_i = \frac{1}{\sum_i \left( \frac{1}{G_i} \right)} \cdot \left( \sum_i \Delta T_i \right) = G_{\text{global}} \cdot (T_{\text{bolo}} - T_{\text{cryo}})
 \end{aligned}$$

Équation IV-78

Notons que dans le cas d'un système complexe avec plusieurs niveaux thermiques, si un des découplages domine très fortement par rapport aux autres, on peut placer dans l'hypothèse linéaire et ne considérer que celui-ci, la conductance de température entre parties "chaudes" et "froides" soit très faible par rapport à la température de référence. Par exemple, s'il y a différents étages de températures  $T_{i,j}$  mais que la température de référence est telle que  $T_{i,j} - T_{ref} \ll T_{ref}$  alors en notant  $T_{moy}$  l'hypothèse linéaire peut s'appliquer et la conductance permet de très bien caractériser le système :

$$G \approx G_d \left. \frac{dP}{dT} \right|_{T_{moy}} = G_c \left. \frac{d(P(T^n))}{dT} \right|_{T_{moy}}$$

Dans la littérature les liens entre tous les termes liés à la conductance sont pratiquement jamais exposés ou référencés, et souvent les noms employés pour les mêmes variables. En général, après avoir brièvement évoqué la conductance, les auteurs passent directement aux conductances moyennes (et aux coefficients de conductance qui ont le caractère pratique de se présenter comme des constantes) contenant aussi bien les intégrales de conductivité thermique que les facteurs de découplage thermique comme celui exposé par Kapitza ou d'autres subtilités peuvent rapidement passer inaperçues l'il du néophyte en confusion et d'erreur par la suite, c'est pourquoi nous les avons rappelés.

## II.5 propos des bruits.

Comme dans les précédents passages du mémoire introduisant des notions physiques, différentes sources ont servi de base de travail pour l'écriture sur le bruit. Les cours, sites et ouvrages suivants sont les sources primaires<sup>107</sup> [Arnaud, 02]<sup>108</sup>, [Diu, 89], [Borg, 96], [Puech, 00], et certains autres ouvrages et articles qui ont été utiles pour des points particuliers sont cités au moment du besoin. Le premier paragraphe est un rappel des notions de bases et variables décrivant les processus aléatoires. Il montre que le concept de NEP est abondamment utilisé dans le mémoire découle naturellement de ces notions et est effectivement tout fait général. Les autres paragraphes traitent des signaux poissonniens et gaussiens équivalents de bandes de bruit et du calcul de l'énergie moyenne d'un signal (exemple un ensemble de particules mises en mouvement aléatoire caractérisé par une température donnée).

### II.5.1 Signaux aléatoires et puissance équivalente de bruit (NEP).

Nous n'entrerons pas dans le détail de la théorie des processus aléatoires, de façon générale la plupart des formules de bruit utilisées en physique (les formules établies ici) sont établies en mettant l'hypothèse que les bruits

<sup>107</sup> Disponible sur

thermodynamiques engendrent des signaux aléatoires stationnaires et ergodiques<sup>109</sup> à puissance moyenne finie.

$\varepsilon(X) \equiv \sum_i X_i P_i$  est l'espérance mathématique, où  $X_i$  est la réalisation d'une variable  $X$  pour un état  $i$  du système et  $P_i$  est la densité de probabilité de l'état  $i$  (voir par exemple les formules de physique statistique rappelées au sous-chapitre I.1).

Par soucis de simplicité et par abus de langage on confond espérance mathématique et moyenne sur le nombre  $N$  de particules (définie par  $\bar{X} \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j$ ) car la définition de  $P_i$  montre que les deux termes sont égaux.

La condition d'ergodisme entraîne :  $\varepsilon[|X(t)|^2] = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{+t/2} |x(t')|^2 dt'$ , où  $x(t)$  dénote une réalisation particulière du processus aléatoire  $X(t)$  (la variable  $t$  représente le temps).

Notons  $f$  la fréquence et  $\hat{x}(f)$  la transformée de Fourier de  $x(t)$  :  $\hat{x}(f) \equiv TF[x(t)] \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt$  (on remarque que du point de vue des unités  $\hat{x}(f)$  s'exprime en [unité\_de\_x/Hz]). En notant  $x^*$  le complexe conjugué de  $x$ , le théorème de Parseval-Plancherel permet de montrer que  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) \cdot x(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}^*(f) \cdot \hat{x}(f) \cdot df$ .

Le produit de convolution est défini par :  $(x * y)(t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x(\xi) \cdot y(t - \xi) \cdot d\xi$ .

La fonction d'autocorrélation de  $X$  est définie par :  $C_{xx}(t) \equiv (x * x)(t)$ .

L'énergie du signal aléatoire est définie par  $\tilde{E} \equiv C_{xx}(0)$  (on souligne qu'il s'agit d'une énergie de signal, elle n'a a priori pas de rapport avec l'énergie physique ; l'unité dans laquelle elle s'exprime n'est pas nécessairement le Joule !).

On a donc  $\tilde{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}^*(f)\hat{x}(f)df$ . Par définition  $x^*x$  est la puissance instantanée du signal et  $\hat{x}^*\hat{x}$  est la densité spectrale d'énergie.

La puissance moyenne du signal vaut :

$$\overline{P_X} \equiv \varepsilon[|X(t)|^2] = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} x_t^*(t') \cdot x_t(t') \cdot dt' = \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \hat{x}_t^*(f) \cdot \hat{x}_t(f) \cdot df$$

où  $x_t$  est une réalisation particulière du processus aléatoire  $X$  multiplié par la fonction porte de largeur  $t$ .

La Densité Spectrale de Puissance du signal aléatoire est définie par :

$$P_{XX}(f) \equiv \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \hat{x}_t^*(f) \cdot \hat{x}_t(f) \quad \left[ (\text{unité\_de\_x})^2 / \text{Hz} \right]$$

Équation IV-79

Le théorème de Wiener-Kintchine établit le lien entre la densité spectrale de puissance et fonction d'autocorrélation :  $P_{xx}(f) = TF[C_{xx}(t)]$ .

Par la suite on utilisera la densité spectrale de puissance monolatérale (DSP)  $P_x(f)$  qui permet de caractériser complètement un processus aléatoire Gaussien de moyenne nulle (ce qui est le cas des bruits présentés ici). Par convention,  $P_x(f)$  est définie seulement pour les

<sup>109</sup> "En mécanique classique déterministe, l'évolution de l'état instantané du système peut être décrite par un flot de transformations à un paramètre (un système dynamique) opérant sur l'espace des phases et laissant invariante la mesure naturelle sur cet espace. L'hypothèse ergodique revient à supposer que la « plupart », des trajectoires s'équipartissent, en un certain sens, sur les surfaces d'énergie constante de l'espace des phases (rôle du thermostat) et permet de remplacer asymptotiquement les moyennes temporelles par les moyennes spatiales" (citation de la présentation de l'équipe de Théorie ergodique de l'université de Rennes : <http://www.math.univ-rennes1.fr/theoergo/>)

fréquences positives dans l'intervalle  $[0;f_c]$  avec  $f_c = f_s/2$  (fréquence de coupure ou de Nyquist) et  $f_s$  la fréquence d'échantillonnage lorsque qu'on mesure le signal aléatoire. Le lien avec la densité spectrale de puissance "classique" appelée aussi bilatérale est simplement :

$$P_x(|f|) = 2P_{xx}(f) \quad \text{avec} \quad f \in [-f_c; f_c]$$

Équation IV-80

Il est facile de voir que  $P_x(f)$  est un réel positif et que son unité est évidemment la même que  $P_{xx}(f)$ . À partir de la DSP, on définit la densité spectrale d'amplitude (DSA) par :

$$\tilde{x}(f) \equiv \sqrt{P_x(f)} \quad \left[ \text{unité\_de\_}x / \sqrt{\text{Hz}} \right]$$

Équation IV-81

La DSP et la DSA ont plusieurs propriétés remarquables :

- La racine carrée moyenne du bruit (ou bruit RMS) contenu dans la bande de fréquence  $[f_1; f_2]$  est donné par :  $RMS[f_1; f_2] = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} P_x(f) df}$ .
- En particulier, la variance de  $x$  vérifie :  $\overline{x^2} = \int_0^{f_c} P_x(f) df = \int_{-f_c}^{f_c} P_{xx}(f) df$ .
- Si un processus aléatoire  $X$  s'écrit comme somme de  $N$  processus  $x_i$  indépendants  $X = \sum_{i=1}^N x_i$ , on a alors  $P_x = \sum_{i=1}^N P_{x_i}$ . Notons que  $P_x(f) \cdot df$  représente la contribution de l'intervalle de fréquence  $[f; f + df]$  à la variance du bruit, c'est-à-dire l'intensité du bruit autour de cette fréquence. Pour être détectable, un signal monochromatique de fréquence  $f$  doit être "plus fort" que ce niveau de bruit.

Si la DSP est indépendante de la fréquence, on parle de bruit blanc et dans le cas contraire de bruit coloré. Par définition, la DSP est liée à la fonction d'autocorrélation du bruit. Or cette dernière permet de caractériser complètement un processus gaussien. Cette propriété permet grâce au théorème de la limite centrale (présenté ci-après), d'utiliser la Densité Spectrale de Puissance comme l'outil mathématique adéquat servant à quantifier les bruits dans la plupart des systèmes thermodynamiques.

Soit un système quelconque dont on mesure une propriété  $x$  susceptible de fluctuer avec une amplitude finie dans une bande de fréquence  $\Delta f_x$  finie et qui corresponde à un processus aléatoire stationnaire et ergodique. Soit  $S_x$  la fonction qui permet de relier la valeur de  $x$  à la puissance dissipée dans le système, on appelle  $S_x(f)$  [unité\_de\_x / W] la sensibilité en  $x$  du système. La puissance équivalente de bruit du système (Noise Equivalent Power en anglais) est alors définie par le rapport de la densité spectrale d'amplitude à la sensibilité :

$$NEP \equiv \frac{\sqrt{P_x(f, \Delta f_x)}}{S_x(f)} \quad \left[ W / \sqrt{\text{Hz}} \right]$$

Équation IV-82

Comme le montre cette définition à partir des variables fondamentales décrivant les processus aléatoires, le concept de NEP est tout à fait général. Cette définition est plus explicite que les définitions un peu sommaires données dans la Partie I au paragraphe II.2.4 et dans la Partie II au paragraphe I.3.1.

## II.5.2 Marche au hasard, théorème de la limite centrale et signaux gaussiens.

Imaginons un système homogène et isotrope, porté à une température d'agitation thermique  $T$ . Dans ce système, des particules individuelles pouvant porter n'importe quelle quantité physique (par exemple des quanta de vibration ou de charge) sont sensibles à l'agitation

thermique et sont susceptibles de se déplacer dans n'importe quelle direction en suivant une marche au hasard.

Raisonnons d'abord à 1 dimension.  $N = n_+ + n_-$  est le nombre total de pas effectués.  $X = l(n_+ - n_-)$  est la distance parcourue. Si on note  $P_+$  la probabilité de faire  $n$  pas dans la direction +, alors la distribution de probabilité de parcourir la distance  $X$  en  $N$  pas s'écrit :

$$P(n) \equiv P(X, N) = C_N^n P_+^n P_-^{N-n}, \text{ où } C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \text{ est le nombre de combinaisons de } n$$

éléments parmi  $N$ . Cette loi de probabilité est appelée distribution binomiale. Elle donne de façon plus générale que la simple marche aléatoire, la probabilité qu'un événement aléatoire de probabilité  $P_+$  se réalise  $n$  fois au cours de  $N$  expériences. On vérifie que

$$\sum_{n=0}^N P(X, N) = 1; \bar{n} = NP_+; \overline{\Delta n^2} = NP_+(1 - P_+).$$

Lorsque le nombre de  $N$  de réalisations de la variable aléatoire devient grand, deux approximations deviennent possibles :

- Soit  $P_+$  est petit, on montre alors que la loi de poisson est une bonne approximation de la loi binomiale :  $P(n) \approx \frac{\bar{n}^n}{n!} \cdot e^{-\bar{n}}$ . C'est ce qu'on retrouve pour les bruits dit "de grenaille" comme les fluctuations du nombre de particules entrant en contact avec les parois délimitant un système thermodynamique (comme ceux définis dans les rappels de physique statistique, ou encore comme le bruit de photon poissonien présenté au sous-chapitre I.3). Aucune condition n'est requise sur  $n$ .
- Soit  $n$  devient suffisamment grand et on peut remplacer les factoriels par la formule de Stirling<sup>110</sup> :  $n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$ . Ce deuxième cas, où aucune condition n'est requise sur  $P_+$  est plus général (on peut montrer qu'il est même valable à la seule condition que  $N$  est suffisamment grand), c'est celui qui va nous intéresser plus particulièrement ici. En utilisant la formule de Stirling la loi binomiale devient :

$$P(n) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{N}{n(N-n)}}\right) \left(\frac{N^N}{n^n (N-n)^{(N-n)}} P_+^n P_-^{N-n}\right) \approx (Cte) (e^{\Psi(n/N)})$$

En identifiant  $\Psi(n/N)$  et en faisant un développement limité à l'ordre 2 autour de  $P(n)_{MAX}$ , on aboutit à :

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \Delta n^2}} e^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{\Delta n^2}}$$

C'est une distribution Gaussienne. Ce résultat constitue le Théorème de la Limite Centrale.

Remarque : on peut montrer que son cadre de réalisation est bien plus général que ce qui est présenté ici. Il se vérifie pour n'importe quelle loi de probabilité individuelle (binomiale ou non) tant que le nombre de réalisation  $N$  est suffisamment grand. Les lois gaussiennes se retrouvent dans presque tous les domaines de la physique. Elles permettent notamment grâce au théorème de la limite centrale de déduire les lois approximatives de comportements de très nombreux phénomènes physiques d'origines très diverses. L'une de leurs qualités les plus appréciables est que la transformée de Fourier d'une gaussienne se calcule très facilement ; c'est une gaussienne de largeur inversement proportionnelle à la gaussienne d'origine.

<sup>110</sup> Une démonstration de la formule de Stirling par les intégrales de Wallis est disponible en version .pdf sur le site [http://perso.wanadoo.fr/gilles.costantini/agreg\\_fichiers/themes.htm](http://perso.wanadoo.fr/gilles.costantini/agreg_fichiers/themes.htm) dans l'onglet "intégrales de Wallis – formule de Stirling" [Constantini, 03].

Revenons à la distribution binomiale et généralisons la marche au hasard à 3 dimensions. En notant  $l_x^i$  la longueur selon une direction  $x$  du  $i^{\text{ème}}$  pas et  $l^2 = l_x^2 + l_y^2 + l_z^2$ , on a  $\overline{l_{j=x,y,z}^2} = \frac{l^2}{3}$ . La taille de la région visitée au bout de  $N$  pas est  $\sqrt{r^2} = l\sqrt{N}$ , et la probabilité qu'une particule se trouve à une distance  $r$  de son point de départ est :

$$P_N(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N l^2}} e^{-\left(\frac{r^2}{2N l^2}\right)}$$

Toutes les sources de bruit dans le bolomètre sont considérées comme provenant de marches au hasard. Tous les signaux de bruit sont gaussiens (sauf certains qui sont poissonniens, mais nous le précisons dans ce cas), et compte tenu de la définition de l'équilibre thermodynamique, ils sont stationnaires et ergodiques. Dans ces conditions, on peut appliquer le formalisme des signaux aléatoires présentés précédemment.

### II.5.3 Largeur de Bande de Bruit Équivalente.

La largeur de bande de bruit équivalente (ENBW pour l'acronyme anglais de Equivalent Noise Bandwidth) d'un montage électrique est définie par la magnitude de la fonction de transfert (ou puissance moyenne sans dimension intégrée sur la DSP monolatérale) :

$$\Delta f = \int_0^\infty |G(f)|^2 G_0^{-2} \cdot df$$

Où  $\Delta f$  est la bande de bruit équivalente,  $G(f)$  est le gain en tension (car la bande de bruit équivalente a été historiquement définie pour les appareils de mesure de tension, mais on peut étendre la définition à n'importe quelle fonction de transfert) et  $G_0$  est le gain à une fréquence de référence. Cette dernière peut être choisie en centre de bande passante ou au maximum de  $G(f)$ . En pratique cette incertitude dans la définition ne pose pas vraiment de problème car la quantité utile est  $G_0^2 \Delta f$ . Néanmoins les difficultés apparaissent quand la bande de bruit équivalente est utilisée pour calculer la réponse d'appareils non linéaires (comme les voltmètres alternatifs par exemple). Un certain nombre de développements ont été faits pour définir la bande de bruit équivalente de façon plus générale [Kittell, 77]. Finalement un consensus a été adopté pour définir la bande de bruit équivalente de façon standard à partir de l'étude des ratios signal sur bruit des amplificateurs à modulation de fréquence<sup>111</sup> (ou lock-in), utilisé dans pratiquement tous les systèmes électroniques de mesures fines permettant de s'affranchir du bruit ambiant et du bruit en  $1/f$  que l'on trouve dans les résistances ou dans les semi-conducteurs utilisés dans la réalisation des amplificateurs (voir paragraphes suivants). Ces études ont montré que l'erreur de mesure en sortie d'un lock-in était proportionnelle au signal sur bruit en entrée et que ceci était la conséquence de la fonction du lock-in qui agit comme un filtre à réduction de bande [Gillies et Allison, 86].

La bande passante d'un lock-in est proportionnelle à la constante de temps d'un filtre  $RC$ . La fréquence de coupure  $f_c$  d'un tel filtre est définie par rapport à la moitié du maximum de puissance transmise par le filtre. En appelant  $\tau \equiv RC$  la constante de temps du filtre, on a :

$$\frac{1}{2} = |G(f_c)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega_c \tau)^2} \Rightarrow f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$$

<sup>111</sup> La méthode de modulation de fréquence utilisée dans le cadre de la thèse est présentée dans la Partie III.

Mais comme le montre la définition de  $f_c$ , les filtres  $RC$  ne bloquent pas complètement le signal au-delà de la fréquence de coupure. Afin de donner une valeur de largeur de bande plus représentative des mesures, on définit alors une largeur effective de bande, ou Bande de Bruit Équivalente, comme étant la largeur de bande d'un filtre passe-bas idéal qui pourrait passer la même puissance à partir d'une source de bruit blanc [Gualtieri, 86]. En utilisant la fonction Heaviside (définie à l'Équation II-5 page 114), le calcul donne alors :

$$\int_0^{\infty} |1 - H(f - f_{BW})|^2 df = \int_0^{\infty} \left| \frac{1}{1 + i \cdot f / f_c} \right|^2 df$$

$$\Rightarrow f|_0^{f_{BW}} = f_c \cdot \arctan(f / f_c)|_0^{\infty}$$

$$\Rightarrow f_{BW} = \frac{f_c \pi}{2} = \frac{1}{4 \cdot \tau}$$

Équation IV-83

Cette expression se généralise à toute mesure de bruit qui peut-être considéré comme blanc dans la bande passante utile (ou fréquence de travail). On l'a par conséquent étendue à toutes les définitions des densités spectrales de bruit, quelle que soit la nature où l'origine du bruit.

## II.5.4 Énergie moyenne d'un système thermodynamique.

L'expression de l'énergie moyenne d'un système thermodynamique présentée ici est utilisée dans la Partie II, au paragraphe I.3.2.2 traitant du bruit Johnson.

Calculons d'abord l'énergie moyenne d'un système de  $N$  particules, lié à un thermostat de température  $T$ . En utilisant les définitions du sous-chapitre I.1, et la variable  $\Gamma \equiv k_B T_0$  qui représente l'énergie de fluctuation thermique, l'énergie moyenne du système s'écrit :

$$\bar{E} = \frac{\Gamma^2}{Z} \frac{dZ}{d\Gamma} = \Gamma^2 \frac{d \log Z}{d\Gamma} = \Gamma^2 \frac{d \log \left( \sum_i e^{-E_i / \Gamma} \right)}{d\Gamma}$$

Les niveaux d'énergie étant quantifiés, on peut les écrire sous la forme  $E_i = n\varepsilon$ . En remarquant que  $\sum_{n=0}^{N-1} x^n = \frac{(1-x^N)}{(1-x)}$ , et que  $e^{-N\varepsilon/\Gamma} \rightarrow 0$  pour  $N$  suffisamment grand, l'énergie moyenne s'écrit donc :

$$\bar{E} = \Gamma^2 e^{-\varepsilon/\Gamma} \frac{d \log(1 - e^{-\varepsilon/\Gamma})}{d\Gamma} = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/\Gamma} - 1}$$

À la limite où  $\Gamma \gg \varepsilon$  on effectue le développement limité au premier ordre sur le terme exponentiel :  $e^{\varepsilon/\Gamma} \approx 1 + \varepsilon/\Gamma$ , d'où :

$$\bar{E} \approx \Gamma = k_B T$$

Notons qu'à très basse température ce raisonnement peut poser problème. Par ailleurs dans la façon de présenter la quantification on utilise un raccourci qui manque quelque peu de rigueur. Il faudrait par exemple tenir compte des degrés de liberté du système. Dans le cas des électrons, qui obéissent au principe de Pauli on ne dispose que de deux degrés de liberté, donnés par le sens du spin. Chaque degré de liberté accapare la moitié de l'énergie thermique disponible, soit  $\bar{E} = k_B T / 2$  par degré de liberté.

## Chapitre III Compléments sur les bolomètres et le NbSi.

### III.1 Bolomètres.

#### III.1.1 Équivalent électrique du bolomètre proche du point de fonctionnement.

Dans le cadre du bolomètre idéal, sans effet de champ électrique ni couplage électron-phonon, l'équation du bilan énergétique est donnée par l'Équation II-2 page 113 :

$$C \cdot \frac{dT}{dt} + G_f \cdot (T - T_0) = P_a + P_{el} \quad \text{avec} \quad P_{el} = R \cdot I^2 = V \cdot I$$

La différentielle de cette équation dans l'espace des pulsations en tenant compte de la variation de tension  $\delta V = \delta R \cdot I + R \cdot \delta I$  conduit à :

$$I \cdot \delta V + V \cdot \delta I = G_d \cdot \delta T + i\omega \cdot C \cdot \delta T$$

Les définitions du coefficient de température, de la constante de temps, de la différentielle de la résistance et du gain de contre-réaction thermique sont :

$$\alpha \equiv -\frac{1}{R} \cdot \frac{\delta R}{\delta T} \quad ; \quad \tau \equiv \frac{C}{G_d} \quad ; \quad \frac{\delta R}{R} = \frac{\delta V}{V} - \frac{\delta I}{I} \quad ; \quad L \equiv \frac{\alpha \cdot P_{el}}{G_d}$$

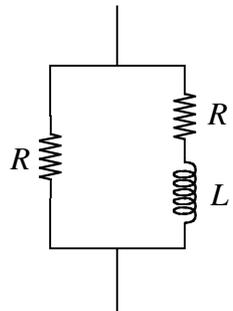
En utilisant les utilisant il est facile de réorganiser l'équation précédente de manière à trouver l'expression de la résistance différentielle complexe ou impédance dynamique du thermomètre du bolomètre en l'écrivant sous la forme :

$$Z(\omega) \equiv \frac{\delta V}{\delta I} = R \cdot \frac{(1 + i\omega \cdot \tau) - L}{(1 + i\omega \cdot \tau) + L}$$

En prenant l'inverse de l'impédance on constate que le thermomètre se comporte comme un circuit électrique où la résistance  $R$  est branchée en parallèle avec une résistance  $R' = R \cdot \frac{1-L}{2L}$

connectée en série avec une bobine (self-inductance)  $L' = R \cdot \frac{\tau}{2L}$  :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R' + i\omega \cdot L'}$$



Cette expression de l'impédance met en évidence le comportement dynamique du bolomètre idéal. Mais Il faut bien garder à l'esprit que cette représentation résulte d'un développement au premier ordre autour d'un point de fonctionnement donné. Si on inverse les polarités le circuit équivalent ne sera pas le même, et pour un autre point de fonctionnement les valeurs de la

résistance  $R'$  et de la self  $L'$  (ainsi que valeur de  $G_d$ ) seront différentes. L'analogie électrique présentée ici met en évidence l'intérêt de noter le gain de contre-réaction avec la lettre  $L$ , cela permet de signaler un comportement en fréquence similaire à un circuit avec résistance et inductance en parallèle, mais attention  $L$  n'est pas une self et n'en a pas les unités ( $L$  s'exprime en  $\Omega$ ), par contre  $L'$  est bien homogène à une self (et s'exprime donc en Henri).

Le schéma électrique équivalent avec inductance a un autre intérêt lorsque l'on considère l'ensemble du circuit de lecture d'une matrice de bolomètres. En effet, comme cela est décrit dans la Partie III, le multiplexage nécessite l'utilisation d'un composant électrique qui permette d'intégrer le signal délivré par le bolomètre pendant qu'on ne lit pas (donc pendant qu'on lit les autres bolomètres de la matrice). Le composant le plus simple et efficace à utiliser est un condensateur que l'on branche en parallèle au bolomètre. Si on note  $\zeta$  la capacité du condensateur, l'impédance dynamique complexe totale du système s'écrit :

$$Z_{bolo+capa}(\omega) = \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{R' + i\omega L'} + i\omega \cdot \zeta \right]^{-1}$$

Le circuit équivalent  $R'L'\zeta$  forme un oscillateur local dont la pulsation à la résonance vaut :

$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L'\zeta}} = \sqrt{\frac{2L}{R\zeta \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{2L}{\tau_{elec} \cdot \tau_{therm}}}$ . Cette résonance pourrait éventuellement être mise à profit pour améliorer quelque peu<sup>112</sup> le gain du circuit.

### III.1.2 Généralités sur la thermométrie.

Il existe deux grandes familles de thermomètres qui se différencient par la capacité à fournir ou non une mesure absolue de température. Si c'est le cas, on parle de thermomètres primaires. Ils donnent directement  $T$  par la mesure d'une fonction thermodynamique : le produit  $PV$  pour les thermomètres à gaz, la pression  $P$  pour les thermomètres à pression ou tension de vapeur, la susceptibilité  $\chi$  pour certains sels paramagnétiques (le plus adapté étant le cérium), la puissance électrique de bruit  $P_b$  dans certaines résistances, le temps de relaxation nucléaire  $\tau = cte/T$  ou la fréquence de résonance quadripolaire pour les matériaux dont les noyaux atomiques ont des spins sensibles aux champs magnétiques ou électriques, la puissance rayonnée  $P_r = \alpha \epsilon \sigma T^4$  pour les bolomètres (à condition que leur thermomètre ait été étalonné au moins une fois après réalisation de l'instrument) [Chouteau, oo]. Mais toutes ces méthodes sont un peu lourdes à mettre en place, et les thermomètres primaires sont en général utilisés par des entreprises spécialisées ou dans les laboratoires uniquement pour étalonner des thermomètres secondaires.

Ces derniers ne permettent pas une mesure absolue de la température et demandent donc à être étalonnés par rapport à des thermomètres primaires ou d'autres thermomètres secondaires déjà étalonnés. Les thermomètres secondaires peuvent être des capacités, des diodes, des transistors à jonction ou à effets de champs, des thermocouples, et, des matériaux résistifs comme les métaux, les semi-conducteurs ou les composés moléculaires solides. Les résistances métalliques les plus couramment utilisées sont le Platine, le Rhodium-Fer ou des grilles en Nickel-Manganin. Les semi-conducteurs ou composés à valence mixte les plus courants sont le Carbone, le Carbone-glass, l'oxynitride de céramique (Cernox), le

<sup>112</sup> En pratique le gain est souvent faible et le dimensionnement de  $\zeta$  n'est en général pas compatible avec une optimisation de ce gain.

Germanium dopé, le Silicium dopé, l'oxyde de Ruthénium ( $\text{RuO}_2$ ) et les Thermistances (réalisées à partir de frittés d'oxydes métalliques) [Piat, 02] et [Camus, 02].

Dans le cadre de la conception de la caméra, outre le NbSi qui se range dans la famille des thermomètres secondaires à valence mixte non-stœchiométriques<sup>113</sup>, les thermomètres utilisés sont en Platine pour le contrôle du pré-refroidissement du cryostat, et le  $\text{RuO}_2$  pour la mesure de température au cours des expériences.

Avantages des thermomètres secondaires, résistifs, à valence mixte non-stœchiométriques :

- Les thermomètres secondaires sont souvent petits et peuvent être facilement intégrés aux expériences.
- Les thermomètres résistifs sont relativement peu chers, communs, bien connus, leur système de lecture est relativement simple et standard, et, leurs modes de fabrication permettent de les intégrer à la réalisation de systèmes complexes formés de l'assemblage de différents éléments fonctionnels (comme les bolomètres avec leur absorbeur, leur thermomètre, leur fuite thermique, etc.).
- Les thermomètres à semi-conducteurs ou à valence mixte peuvent fonctionner à très basse température (typiquement en dessous de 4K) et ils sont complémentaires aux résistances métalliques, qui elles, ne fonctionnent bien que de l'ambiante aux basses températures.
- L'avantage principal des thermomètres non-stœchiométriques est que le contrôle de la quantité d'un élément par rapport aux autres permet de choisir avec précision leur plage de fonctionnement et leur dynamique.

Une étude minutieuse de la structure atomique et des interactions entre électrons, vibrations du réseau d'ions (phonons) et "imperfections" cristalline (dislocations, impuretés, etc.) permet en théorie de modéliser correctement toutes les propriétés de transport d'un matériau donné. Cette modélisation théorique peut être menée de façon générale dans le cadre de la physique statistique des solides désordonnés, en développant les termes non linéaires des Hamiltoniens d'interaction et de l'équation de Schrödinger autour des effets dominants. Ces derniers dépendent du type de matériau étudié (métal pur, métal impur, semi-conducteur, isolant, etc.). Il faudrait un livre entier pour présenter les développements les plus courants, comme ce n'est pas l'objet de cette thèse, le lecteur intéressé pourra se référer par exemple à [Ashcroft et Mermin, 76].

### III.1.3 Discussion sur les résistances de charge en NbSi.

Tous les films de NbSi caractérisés au cours de la thèse ont été polarisés avec une résistance de charge se trouvant dans le boîtier de polarisation et dont la valeur est parfaitement connue. Cette méthode permet de connaître le courant de polarisation avec précision et d'en déduire les valeurs exactes des résistances des films de NbSi ainsi polarisés. L'architecture des échantillons M#10 à M#13 permet néanmoins de réaliser des matrices qui peuvent être utilisées en mode bolométrique sans utiliser de résistance de charge dans le boîtier de polarisation. Dans ce cas un film de NbSi déposé sur le wafer à côté d'un pixel (au Chapitre IV de la Partie II on l'appelle "résistance ou film périphérique") est utilisé comme résistance de charge pour polariser à courant constant un film thermométrique de NbSi déposé au centre du pixel. Ce paragraphe donne quelques éléments de réponses aux questions concernant la méthode de mesure à employer pour ce type de montages et concernant les motivations de leur mise en oeuvre.

---

<sup>113</sup> Un composé à valence mixte est formé de différents éléments. Un composé non-stœchiométrique est amorphe ; sa formulation moléculaire s'écrit avec un nombre non entier par élément (comme le x dans  $\text{N}_x\text{Si}_{1-x}$ ).

La valeur de la résistance du thermomètre au centre du pixel ne peut être connue qu'à condition de connaître la valeur de la résistance de charge. Or si celle-ci est un film de NbSi lithographié à côté du pixel, elle varie avec la tension de polarisation et avec la température de bain du cryostat. Pour connaître sa résistance en fonction des conditions de tensions de polarisation et de température, un étalonnage préalable est donc nécessaire. Celui-ci peut être simplement réalisé selon la méthode employée au cours de la thèse (mesure du film seul avec une résistance de charge externe). En fonctionnement bolométrique la température du wafer et la tension de polarisation sont connues, donc la résistance de charge aussi. Lorsqu'une puissance de rayonnement est reçue, seule la température du pixel change, donc seule la résistance du thermomètre varie.

L'étape d'étalonnage du film de NbSi utilisé comme résistance de charge n'est en fait utile que pour tester, caractériser et optimiser le fonctionnement de la matrice. En ce qui concerne la mesure d'une puissance de rayonnement absorbée il n'est pas nécessaire de connaître la valeur exacte de la résistance thermométrique, seule sa variation relative par rapport à l'état d'équilibre est suffisante. Pour avoir accès à la valeur de la puissance reçue il est en revanche indispensable d'avoir étalonné au préalable les variations de résistances du thermomètre en fonction de puissances de rayonnement connues. L'emploi d'un corps noir étalon, dont la relation entre température et puissance émise est connue, permet d'effectuer cet étalonnage. Cette démarche est évoquée dans la Partie II, au paragraphe IV.2.1.5 pour les échantillons individuels, et, au sous-chapitre IV.3 pour les matrices.

Outre les arguments pratiques comme le gain de place, le gain financier et la dispense d'un circuit de polarisation externe, les deux arguments principaux qui avaient motivé la réalisation de résistances de charges en NbSi lithographiées sur les wafers étaient la possibilité de compenser partiellement les fluctuations thermiques (un calcul de perturbations sur les équations du modèle de bolomètre idéal avec résistance de charge permet de le montrer<sup>114</sup>) et de disposer de résistances à basse température qui soient moins bruyantes que des résistances de charges montées à température ambiante dans un boîtier de polarisation. Les mesures effectuées sur les films de NbSi lithographiées ont rendu caduques ces deux arguments.

Notons que la méthode de polarisation capacitive présentée dans la Partie III au paragraphe I.2.2.2 est bien meilleure car elle offre un réel avantage en terme de diminution du bruit apporté par le circuit de polarisation. C'est pourquoi l'architecture avec résistance de polarisation lithographiée est abandonnée au profit de celle avec polarisation capacitive qui sera désormais systématiquement employée pour la réalisation des futures matrices du projet de caméra bolométrique.

## III.2 Physique du NbSi.

### III.2.1 Théorème de Bloch et bandes d'énergie.

Le théorème de Bloch détermine la forme générale que doivent prendre les fonctions d'ondes d'électrons "libres" plongés dans un potentiel périodique. Cette forme se déduit assez

---

<sup>114</sup> Il suffit pour cela de différentier les trois équations suivantes :  $P_{el} + P_a = G_f(T_x^\eta - T_b^\eta)$  ;  $P_{el} = R_x I^2$  ;  $I = (V_c + V_x)/(R_c + R_x)$  où  $x$  représente le thermomètre et  $c$  la résistance de charge. En résolvant le système avec la condition  $dV_x = 0$  pour  $dP_a = 0$  on montre que l'on peut choisir une valeur de  $R_c$  telle que les fluctuations du bain  $dT_b$  soient compensées par les  $dR_c$  qui en résultent. En pratique la compensation est très médiocre, ce qui se montre avec un modèle plus complexe du bolomètre qui prend notamment en compte le comportement non-ohmique du NbSi.

simplement en écrivant la propriété de périodicité du potentiel cristallin et l'équation de Schrödinger à laquelle les fonctions d'ondes des électrons sont soumises (voir par exemple [Ashcroft et Mermin, 76] pour la démonstration complète) :

$$\left. \begin{aligned} U(\vec{r} + \vec{R}) &= U(\vec{r}) \\ H\Psi &= \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right) \Psi = E\Psi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Psi_{n\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u_{n\vec{k}}(\vec{r})$$

$\vec{R}$  représente évidemment un vecteur de la maille élémentaire du cristal (vecteur du réseau de Bravais).  $u_{n\vec{k}}$  est périodique en  $\vec{R}$ ,  $\Psi_{n\vec{k}}$  et  $E_{n\vec{k}}$  sont périodiques en  $\vec{R}$  et en  $\vec{K}$ , vecteur du réseau réciproque. L'indice  $n$  caractérise tous les états propres du système électronique pour un vecteur d'onde  $\vec{k}$  donné ; on l'appelle indice de bande.

Habituellement les systèmes étudiés sont suffisamment grands pour que les changements brutaux des Hamiltoniens sur les bords n'aient qu'une influence de surface. Pour une description à la fois réaliste et simplifiée du système on utilise alors des conditions aux bords périodiques, appelées conditions de Born – von Karman. Les fonctions d'ondes peuvent alors être décrites par des sommes d'ondes planes et l'équation de Schrödinger peut s'appliquer aux coefficients de ces sommes :

$$\left. \begin{aligned} \Psi(\vec{r}) &= \sum_{\vec{q}} c_{\vec{q}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \\ \left( \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k} - \vec{K})^2 - E \right) c_{\vec{k} - \vec{K}} + \sum_{\vec{K}'} U_{\vec{K}' - \vec{K}} c_{\vec{k} - \vec{K}'} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \left( \sum_{\vec{K}} c_{\vec{k} - \vec{K}} e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}} \right)$$

Équation IV-84

Cette écriture permet de simplifier l'analyse en remarquant que  $U_{\vec{k}}$  est non nul seulement quand  $\vec{k}$  est un vecteur du réseau réciproque, et, le problème original est séparé en  $N$  problèmes indépendants : un pour chaque vecteur  $\vec{k}$  autorisé dans la première zone de Brillouin.

On remarque que dans le théorème de Bloch, le vecteur d'onde  $\vec{k}$  joue le même rôle dans l'équation du mouvement des électrons que le vecteur d'onde  $\vec{k}$  des électrons libres de la théorie de Sommerfeld (voir paragraphe II.3.4) à la différence près qu'ici il n'est pas proportionnel à la quantité de mouvement de l'électron.

On peut montrer de façon assez générale qu'un électron se trouvant dans un état d'énergie caractérisé par l'indice de bande  $n$  et un vecteur d'onde  $\vec{k}$ , a une vitesse moyenne non nulle donnée par :  $v_n(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E_n(\vec{k})$ . Cela montre qu'il existe des états stationnaires pour les électrons dans un potentiel périodique, qui conservent la vitesse de déplacement malgré les interactions avec les ions du réseau. Les implications de ce fait sont d'importance fondamentale dans l'étude des phénomènes de conduction et de propagation dans les solides.

Les électrons sont délocalisés dans l'espace et leurs niveaux d'énergies permises forment des bandes séparées. La quantification des niveaux d'énergie  $E_n(\vec{k})$  forme un quasi-continuum d'états plus ou moins dense que l'on formalise par une fonction continue : la densité d'états  $g(E_n)$  (voir Équation IV-45 page 386). Mais contrairement au cas des électrons libres, les valeurs permises de  $E_n(\vec{k})$  n'ont pas une forme aussi simple que l'Équation IV-43, et  $\vec{k}$  doit être confiné dans la première zone de Brillouin du réseau réciproque. Le remplissage des bandes  $n$  se fait selon le principe de Pauli (voir paragraphe I.1.2) jusqu'au niveau de Fermi  $E_F$  (Équation IV-46). Suivant la position du niveau de Fermi on distingue alors deux cas :

- Le niveau de Fermi se trouve entre deux bandes d'énergie. Toutes les bandes en dessous de  $E_F$  sont pleines et toutes les bandes au-dessus sont vides. Suivant la valeur de l'énergie  $E_g$ , appelée énergie de gap, séparant la dernière bande pleine de la première bande vide, on a affaire à un semi-conducteur ( $E_g \approx k_B T$ , où  $T$  est la température ambiante) ou à un isolant ( $E_g \gg k_B T$ ).
- Le niveau de Fermi se trouve au milieu d'une bande d'énergie. Dans l'espace des  $\vec{k}$ , le niveau forme une surface appelée surface de Fermi. L'activation thermique  $k_B T$  va pousser des électrons au-delà de  $E_F$ , qui ne vont alors pratiquement plus voir l'attraction des atomes du réseau et vont se déplacer dans le matériau de façon quasi-libre. On a alors affaire à un métal. À noter que la population des électrons décroît sur une épaisseur  $\Delta E \approx k_B T$  centrée autour du niveau de Fermi (voir Figure IV-12 page 401). Cette épaisseur est appelée peau de Fermi ou mer de Fermi.

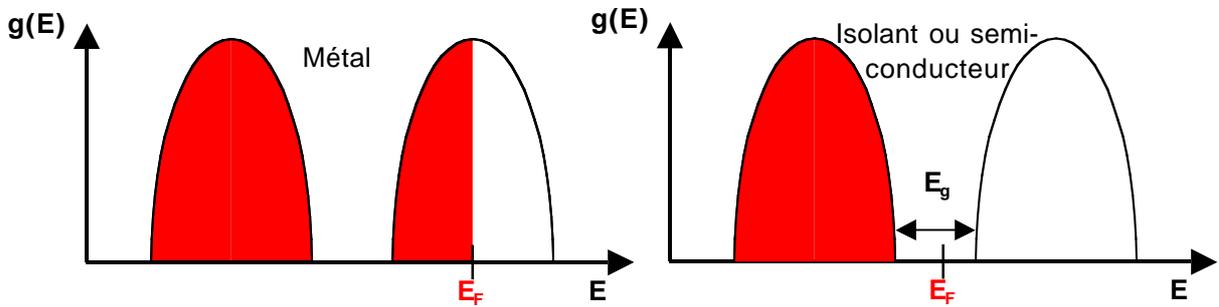


Figure IV-13. Remplissage des bandes d'énergie électronique dans un solide.

La question se pose de savoir d'où proviennent ces bandes d'énergie. L'étude des mouvements des électrons de conduction dans un potentiel faible permet de répondre à la question. Le potentiel faible est justifié par l'effet d'écrantage des potentiels ioniques par les électrons de cœur et de valence, et, par le principe de Pauli. Deux cas se présentent suivant que l'on considère que l'énergie "d'électrons libres"  $E_q^0 \equiv \frac{\hbar^2}{2m} q^2$  est dégénérée ou non.

Cas non dégénéré : on fixe  $\vec{k}$  et on considère un vecteur particulier du réseau réciproque  $\vec{K}_1$  tel que  $|E_{\vec{k}-\vec{K}_1}^0 - E_{\vec{k}-\vec{K}}^0| \gg U$  où  $\vec{K} \neq \vec{K}_1$  représente tous les autres vecteurs du réseau réciproques. En utilisant l'Équation IV-84 et l'inégalité ci-dessus on peut exprimer les  $c_{\vec{k}-\vec{K}}$  en fonction des  $U_{\vec{K}_1-\vec{K}}$ ,  $c_{\vec{k}-\vec{K}_1}$ ,  $E$  et  $E_{\vec{k}-\vec{K}}^0$ . En réécrivant l'équation, on obtient :

$$(E - E_{\vec{k}-\vec{K}}^0) c_{\vec{k}-\vec{K}} = \sum_{\vec{K}} \frac{|U_{\vec{K}-\vec{K}_1}|^2}{E_{\vec{k}-\vec{K}_1}^0 - E_{\vec{k}-\vec{K}}^0} \cdot c_{\vec{k}-\vec{K}_1} + O(U^3).$$

En simplifiant les  $c_{\vec{k}-\vec{K}_1}$ , on trouve alors une expression pour l'énergie des électrons de conduction en fonction de l'énergie d'électron libre et du potentiel faible :

Cas dégénéré : on suppose que la valeur de  $\vec{k}$  est telle qu'il existe des vecteurs du réseau réciproque  $\vec{K}_1, \dots, \vec{K}_m$  avec  $E_{\vec{k}-\vec{K}_1}^0, \dots, E_{\vec{k}-\vec{K}_m}^0$  tous du même ordre de grandeur que  $U$  mais assez éloignés des autres  $E_{\vec{k}-\vec{K}}^0$  :  $|E_{\vec{k}-\vec{K}_i}^0 - E_{\vec{k}-\vec{K}}^0| \gg U$  avec  $i = 1, \dots, m$ . En suivant la même démarche on constate que l'on ne peut plus simplifier les  $c_{\vec{k}-\vec{K}_i}$ , l'Équation IV-84 aboutit au

résultat suivant : 
$$\left(E - E_{\vec{k}-\vec{k}_i}^0\right)c_{\vec{k}-\vec{k}_i} = \sum_{j=1}^m U_{\vec{k}_j-\vec{k}_i} c_{\vec{k}-\vec{k}_i} + \sum_{j=1}^m \left( \sum_{\vec{k} \neq \vec{k}_1, \dots, \vec{k}_m} \frac{U_{\vec{k}-\vec{k}_i} U_{\vec{k}_j-\vec{k}}}{E - E_{\vec{k}-\vec{k}}^0} \right) c_{\vec{k}-\vec{k}_j} + O(U^3),$$

avec  $i = 1, \dots, m$ .

La conclusion est que dans le cas non dégénéré chaque niveau d'énergie  $E_{\vec{k}-\vec{k}}^0$  qui se trouve au-dessus de  $E_{\vec{k}-\vec{k}}^0$  augmente l'énergie d'un facteur proportionnel à  $U^2$ , alors que les termes qui sont en dessous l'abaissent. Dans le cas dégénéré une correction similaire est effectuée, mais elle est plus importante que dans le cas non-dégénéré vu qu'elle est simplement proportionnelle à  $U$  au premier ordre. L'expression obtenue est un ensemble d'équations qui décrit de façon générale un système de  $m$  niveaux quantiques. On obtient des bandes d'énergie autorisées séparées par des bandes d'énergie interdites. La figure ci-dessous illustre la résolution du problème pour  $m = 2$  à une dimension :

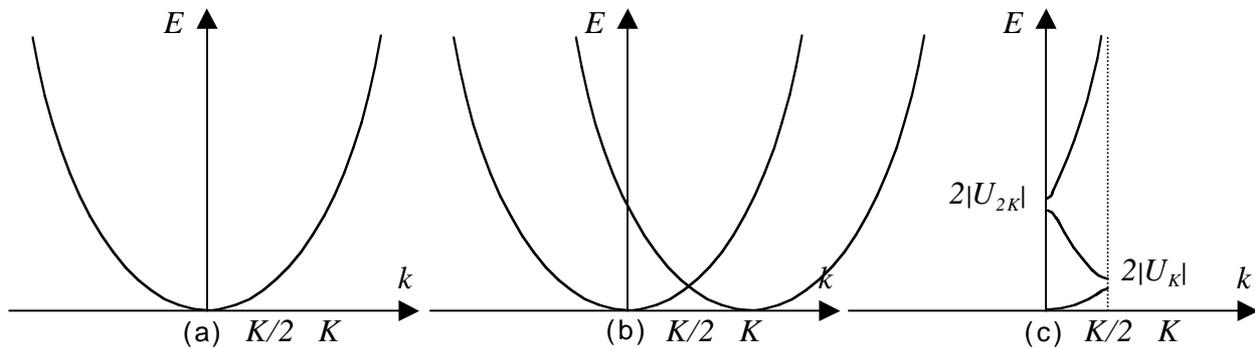


Figure IV-14. Bandes d'énergies permises pour les électrons libres dans un solide cristallin.  
 (a) Parabole de l'énergie en fonction du vecteur d'onde,  $E(k)$ , de l'électron libre à une dimension. (b) Paraboles de l'énergie de l'électron libre pour deux plans de Bragg voisins : première étape dans la construction permettant de déterminer la distorsion du potentiel faible sur l'énergie de l'électron libre.  
 (c) Effet de la distorsion sur trois plans de Bragg ramenés dans la première zone de Brillouin : visualisation des trois bandes d'énergie autorisées et des deux gaps (bandes interdites) les séparant.

Pour améliorer l'analyse présentée ci-dessus il faudrait tenir compte des impuretés et des vibrations de réseau (phonons), et, des interactions entre électrons. Le premier cas se traite dans le cadre de la théorie des perturbations sur le potentiel périodique du réseau. Le deuxième est un problème à N corps qui ne peut se résoudre qu'en faisant l'approximation d'un champ moyen vu par chacun des électrons. Mais dans tous les cas les fonctions d'ondes de Bloch restent valides moyennant quelques contraintes supplémentaires sur les coefficients  $u_{nk}(\vec{r})$ , qui ont pour effets de modifier la forme des niveaux autorisés dans l'espace des  $\vec{k}$  et les propriétés de conduction qui en découlent.

La physique mise en jeu étant non linéaire, il n'existe pas une, mais plusieurs méthodes de perturbations pour résoudre le problème de l'électron placé dans des potentiels plus ou moins forts et pour étudier l'influence des orbitales atomiques ou des impuretés ou des dislocations, etc. (voir [Ashcroft et Mermin, 76]). Chacune apporte des précisions sur les structures de bandes, mais l'idée générale de bandes d'énergies autorisées et interdites reste la même. Nous ne développerons donc pas plus le sujet.

## III.2.2 Chaleurs spécifiques de systèmes à états d'énergie décomposés.

### III.2.2.1 Amorphes et noyaux.

Les cas "simples" des calculs de chaleurs spécifiques dans les réseaux isolants et métalliques sont présentés au sous-chapitre II.1. Le cas des supraconducteurs est également évoqué. Il existe cependant d'autres systèmes présentant des comportements en température légèrement différents. C'est notamment le cas des solides amorphes comme le  $Nb_xSi_{1-x}$ . Nous avons déjà présenté la définition et les intérêts de la chaleur spécifique ainsi que les raisonnements permettant de la calculer. Nous présentons donc ici uniquement l'axe principal de réflexion ainsi que le résultat des calculs de la chaleur spécifique des amorphes.

Le raisonnement commence avec les systèmes à deux niveaux. Ce type de système apparaît lors d'une levée de dégénérescence de l'énergie ; par exemple des noyaux atomiques ayant un spin non nul placés dans un champ magnétique, ou comme on va le voir, les systèmes amorphes.

Imaginons un niveau d'énergie  $E_0$  peuplé de  $N$  particules qui se fractionne en deux niveaux  $E^+ = E_0 + k_B \cdot \Delta / 2$  peuplé de  $N^+ = \frac{1}{1 + \exp(\Delta / T)}$  particules et  $E^- = E_0 - k_B \cdot \Delta / 2$  peuplé de

$N^- = \frac{\exp(\Delta / T)}{1 + \exp(\Delta / T)}$  particules. L'énergie totale du système s'écrit alors :

$E = E_0 + \frac{k_B \Delta}{3} \frac{1 - \exp(\Delta / T)}{1 + \exp(\Delta / T)}$ . La capacité calorifique du système est alors :

$$C_{2niv} = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right) = k_B \frac{(\Delta / T)^2 \exp(\Delta / T)}{(1 + \exp(\Delta / T))^2}$$

Autour de  $T \approx \Delta$  la fonction présente un pic que l'on appelle anomalie de Schottky. Lorsque  $T \gg \Delta$  il est possible d'effectuer un développement limité en  $T$  ; le premier ordre non nul donne :

$$C_{2niv} \approx k_B (\Delta / 2T)^2$$

*Équation IV-85*

Ce comportement quadratique avec la température n'avait pas encore été évoqué jusqu'à présent, mais il va s'avérer important pour la chaleur spécifique des amorphes.

Les théories montrent en effet que les sauts tunnels des électrons entre sites proches en énergie provoquent des décompositions d'états individuels en états à deux niveaux. Mais comme l'ensemble des sites présentent des niveaux d'énergies assez différents, il faut intégrer la chaleur spécifique à deux niveaux sur l'ensemble de ces niveaux. Comme  $C_{2niv}(\Delta)$  est une fonction continue à supports bornés convergeant uniformément (c'est-à-dire  $\lim_{\Delta \rightarrow 0} C_{2niv}(\Delta) = 0$  et

$\lim_{\Delta \rightarrow \infty} C_{2niv}(\Delta) = 0$ ), si les niveaux d'énergie  $\Delta$  embrassent un spectre suffisamment grand, on peut estimer  $C_{2niv}$  avec une bonne précision en l'intégrant de 0 à l' $\infty$ . En appelant  $E$  les niveaux d'énergie, on a alors :

$$C_a(T) = \int_0^\infty n_0 k_B \frac{(E / k_B T)^2 \exp(E / k_B T)}{(1 + \exp(E / k_B T))^2} dE = \frac{\pi^2}{6} n_0 k_B^2 T$$

*Équation IV-86*

Où  $n_0$  est la densité d'états à deux niveaux par unité d'énergie, supposé constant dans un premier temps, et le deuxième terme représente l'anomalie Schottky d'un seul état à deux niveaux. On obtient donc un comportement similaire à celui des métaux, mais les valeurs calculées sont plus faibles ; pour une même énergie déposée, l'augmentation de température sera donc plus forte dans un amorphe que dans un métal. Par exemple pour le Si amorphe en dessous de 1K on trouve  $C_a \approx 2 \cdot 10^{-6} T \text{ J/K/cm}^3$ , alors que dans l'Au on a  $C_e \approx 64 \cdot 10^{-6} T \text{ J/K/cm}^3$ .

Un raisonnement plus complet tenant compte du temps de relaxation des états à deux niveaux [Philíps, 87], montre que la densité d'états  $n_0$  dépend du temps caractéristique de la mesure  $t_m$

et du temps de relaxation minimal  $\tau_{min}$  des états d'énergie  $k_B T$ . On a alors  $C_a = A \cdot T \cdot \ln\left(\frac{4t_m}{\tau_{min}}\right)$ ,

où  $A$  est une constante.

L'autre source de chaleur spécifique s'expliquant à partir des systèmes à deux niveau est celle qui provient des noyaux atomiques. Mesures et théorie montrent en effet que l'interaction hyperfine entre les moments magnétiques nucléaires et électroniques dans les systèmes possédant un ordre de spin ainsi que les interactions des quadripôles électriques nucléaires avec les champs cristallins provoquent des décompositions d'état d'énergie qui induisent des anomalies Schottky. Le comportement en température de cette chaleur spécifique nucléaire est bien décrit par des lois similaires à l'Équation IV-85 :  $C_N = \frac{A}{T^2}$ .

Elle est souvent prépondérante dans les solides en dessous de 50 mK. Son observation nécessite cependant des mesures de longue durée, car en général elle est mal couplée au réseau et aux électrons de conduction. L'interaction entre quadripôles nucléaires et électrons de conduction est caractérisée par un temps caractéristique suivant la loi  $\tau_{ine}/T \approx 1 \text{ à } 100 \text{ s} \cdot \text{K}$ . Pour les isolants et semiconducteur ce temps peut même devenir beaucoup plus long [Abragam, 61].

### III.2.2.2 Moments magnétiques localisés.

Il existe un mécanisme de transport de la chaleur dans les solides que nous avons passé sous silence jusqu'à présent mais intervient dans la compréhension de la chaleur spécifique du NbSi. Il s'agit du transport par interaction magnétique.

Imaginons un système dans lequel certaines "particules" sont munies de moments magnétiques (comme les moments magnétiques de spin, intrinsèque aux électrons et protons, et/ou, les moments magnétiques atomiques ou orbitaux, engendrés par les mouvements des électrons autour des noyaux). La quantité physique qui permet de mesurer la sensibilité du système à la présence d'un champ magnétique est la susceptibilité magnétique. Elle est définie au niveau macroscopique par le rapport entre l'aimantation du système  $M$  et le champ magnétique externe  $H$  qui crée cette aimantation :  $\chi \equiv \frac{M}{H}$ . Les systèmes paramagnétiques ont

une susceptibilité positive assez faible qui résulte de la présence d'atomes ayant un électron de valence célibataire (couche électronique incomplète). L'étude de l'effet de l'application d'un champ magnétique à ces systèmes permet d'établir à travers la susceptibilité une relation de compétition entre le champ magnétique qui tend à orienter les moments magnétiques dans le même sens et l'agitation thermique qui pousse à une orientation isotrope. L'approximation de cette relation lorsque le quantum d'énergie magnétique est très petit par rapport à l'agitation thermique, et, lorsque l'interaction entre moments magnétiques est négligée, débouche sur la loi de Curie. Elle permet d'établir le lien entre température, susceptibilité magnétique et

capacité calorifique :  $\chi = \frac{C}{T}$ . Lorsque les énergies magnétiques et thermiques sont comparables il faut prendre en compte la quantification dans le calcul de moment magnétique moyen utilisé pour calculer l'aimantation  $M$  et donc la susceptibilité  $\chi$  (voir par exemple [Bel, 03]<sup>115</sup>). La prise en compte de l'interaction entre les moments magnétiques apporte également des modifications à cette loi, qui vont dépendre des matériaux étudiés.

Que cela soit en présence ou non d'un champ magnétique, la mise en mouvement d'une des "particules" ayant un moment magnétique va entraîner un changement dans le champ magnétique local, qui est susceptible d'entraîner les "particules" voisines munies de moment magnétique et, par effet de cascade, le mouvement peut se propager à travers tout le solide. Donc même sans champ les moments magnétiques peuvent contribuer à la chaleur spécifique.

L'étude des moments magnétiques dans les isolants désordonnés à basse température a été menée pour la première fois par Bhatt et Lee en 1982 [Bhatt et Lee, 82]. Cette étude portait sur les semi-conducteurs faiblement dopés du côté isolant de la transition métal-isolant. Les électrons des donneurs, porteurs de spin 1/2, aléatoirement distribués dans l'espace et séparés d'une distance moyenne  $\alpha$  bien plus grande que le paramètre de maille du réseau, constituent

un système qui est bien par l'Hamiltonien d'Heisenberg :  $H = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \cdot S_i \cdot S_j$ , où

$J(r) = J_0 \cdot \exp(-2r/\alpha)$ . Lorsque la température baisse, les spins connectés par un couplage  $J > T$  se condensent en singulets non magnétiques. Pour  $T = J_M$ , les spins non condensés sont considérés comme libres et conduisent à une susceptibilité magnétique donnée par :  $\chi(T=J_M) = N(J_M) \cdot \chi_C(J_M)$ , où  $\chi_C(J_M) \propto \mu_B^2/J_M$  est la susceptibilité de Curie<sup>116</sup> pour un spin libre à  $T = J_M$  et  $N(J_M)$  est le nombre de spins non condensés.

Plus la température baisse plus cette condensation des moments magnétique induit une variation de la susceptibilité magnétique avec la température moins forte que celle donnée par la loi de Curie ; lorsque  $T \ll J_0$ , on observe<sup>117</sup> :  $\chi(T \rightarrow 0) \propto T^{-\alpha_m}$ , avec  $0 < \alpha_m < 1$ . La capacité calorifique des moments localisés est alors proportionnelle à :

$$C \propto T^{1-\alpha_m}$$

Équation IV-87

Les mesures de susceptibilité magnétiques sur le Si:P (silicium dopé au phosphore) [Ootuka et Matsunaga, 90] et le  $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$  [Allen et al, 93] sont en bon accord avec cette loi. Dans le cas du NbSi la valeur de  $\alpha_m$  dépend de la concentration en Nb, on observe typiquement  $0,55 < \alpha_m < 0,8$ .

### III.2.3 Chaleur spécifique du NbSi à l'état isolant.

Comme on vient de le voir, chaleur spécifique du NbSi possède un terme de "moment local" qui provient des moments magnétiques des électrons localisés du Niobium. Mais pour caractériser complètement la chaleur spécifique du matériau il faut également tenir compte du terme "métallique" qui provient des électrons itinérants responsables de la conductivité, du

<sup>115</sup> Cour de magnétisme disponible sur <http://www.romain.bel.free.fr/agregation/Lecons/LP42.doc>.

<sup>116</sup> On rappelle que la mécanique quantique nous enseigne que dans les atomes le moment cinétique orbital des électrons autour des noyaux est quantifié, ce qui conduit à une quantification du moment magnétique orbital, dont la "brique" élémentaire est le magnéton de Bohr  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ .

<sup>117</sup> La distribution de l'énergie d'échange entre spins se modélise alors par une loi en puissance  $P(J) \propto T^{-\alpha_m}$ .

terme "isolant" qui provient des phonons, du terme "nucléaire" qui provient des interactions entre moments magnétiques des noyaux de niobium et du terme "amorphique" qui provient des sauts tunnels des atomes entre sites d'énergies voisines. Pour pouvoir distinguer les contributions de ces différents termes il existe plusieurs méthodes expérimentales de mesures que nous présentons ici. Nous donnons ensuite quelques résultats de diverses expériences qui ont servi de base pour le dimensionnement des bolomètres de notre caméra.

### III.2.3.1 Méthodes expérimentales pour la mesure de chaleur spécifique.

La première démarche expérimentale adoptée pour la mesure de chaleur spécifique est basée sur la définition de la capacité calorifique :  $C = \Delta E / \Delta T$ , où  $\Delta E$  représente une énergie déposée dans l'échantillon, et  $\Delta T$  l'élévation de température mesurée à l'équilibre thermodynamique.

Il faut noter que la mesure à l'équilibre thermodynamique implique l'hypothèse adiabatique (dépôt d'énergie sans échange de chaleur avec l'extérieur), or en pratique l'échantillon est toujours couplé à un bain froid à travers une fuite thermique. L'hypothèse ne s'applique donc pas. L'étude de la réaction du système à un dépôt d'énergie conduit à une équation différentielle (similaire à celle présentée pour les bolomètres, voir Équation II-1 page 111 et Équation II-11 page 117) qui aboutit à une solution comportant trois régimes caractérisés par trois constantes de temps : le dépôt d'énergie (typiquement  $\tau_{\Delta E} < 1 \mu s$ ), la diffusion de l'énergie à travers l'échantillon jusqu'à l'homogénéisation ( $\tau_h$  dépend de la géométrie de l'échantillon, de sa conductivité thermique et de sa chaleur spécifique), et, la décroissance homogène due à la fuite de conductance  $G_f$  ( $\tau_G$  dépend du couplage thermique avec le bain froid). La mesure de la chaleur spécifique est alors réalisable en calculant l'ordonnée à l'origine de la courbe issue de la mesure de  $\Delta T(t \gg \tau_h)$ . L'incertitude est d'autant plus faible que le rapport  $\tau_G / \tau_h$  est élevé.

La seconde démarche est une variante de la première. Plutôt que de déposer une énergie instantanée, on dissipe dans l'échantillon une puissance sinusoïdale  $P(t) = P_0 \cdot \cos(\omega t)$ . L'équation différentielle conduit à une solution où la température de l'échantillon est la somme d'une composante continue ( $T = T_b + P_0 / G_f$ ) et d'une composante sinusoïdale ( $\delta T \cdot \cos \omega t$ ). Dans le cas où  $\omega \tau_G \gg 1$  on obtient  $\delta T = P_0 / \omega C$ . Notons que la conductivité thermique finie des échantillons peut engendrer des gradients de températures qui modifient le terme oscillant et conduisent à des erreurs sur la mesure de chaleur spécifique. Les corrections à apporter à l'équation différentielle pour tenir compte de cet effet sont très complexes [Manuel, 74], il est donc plus prudent de bien veiller à ce que les oscillations de puissance déposée soient suffisamment lentes pour que les gradients thermiques soient négligeables.

Toutes les méthodes de mesure de chaleur spécifique sont basées sur ces deux démarches. On distingue a priori deux paramètres principaux permettant de distinguer les différentes contributions à la chaleur spécifique. Le premier est évidemment le comportement en fonction de la température. Le second, un peu plus subtil, est le temps. Que cela soit celui du dépôt ou celui de la mesure. Pour le dépôt d'énergie, on peut en effet utiliser des impulsions électriques (via le circuit de polarisation des échantillons) ou le dépôt par des particules (à la manière d'un bolomètre). Dans le second cas, ce sont en général des particules d'énergie élevée qui sont utilisées (typiquement des particules  $\alpha$  d'environ 5 MeV issue de métaux lourds

radioactifs). Les éléments diffusant la chaleur (phonons, électrons noyaux, moments magnétiques) et les temps de thermalisation ne sont pas les mêmes suivant la méthode de dépôt utilisée. La comparaison des différentes expériences permet à la fois de vérifier la pertinence des mesures et de distinguer les contributions des différents processus de diffusion thermique qui auraient des lois de variation en température similaires.

Notons que les échantillons ne sont pas "nus" ; ils sont habituellement déposés sur un substrat (en général des plaquettes de silicium ou de saphir) servant de support et incluant des contacts électriques et des thermomètres. Il est donc primordial d'effectuer les mesures sur le substrat sans les échantillons avant d'effectuer les mesures sur le même substrat avec les échantillons afin d'en déduire les caractéristiques qui ne dépendent que de ces derniers.

### III.2.3.2 Comportement déduit de diverses expériences.

Marnieros, Bergé, Juillard et Dumoulin ont effectué diverses des mesures de chaleur spécifique dans le NbSi en utilisant la modulation de puissances dissipée et les dépôts d'énergie par une particule  $\alpha$  et par une impulsion électrique. Les échelles de mesures des deux premières méthodes sont de 0,1 à 1 s alors que celles de la dernière sont de 10 à 100  $\mu$ s. Ils déduisent de leurs mesures que la chaleur spécifique du NbSi est bien décrite par la contribution de trois termes :  $c = c_N + c_e + c_{ml}$ , avec  $c_N = 4 \cdot 10^{-8} / T^2$  J/K/cm<sup>3</sup> est la chaleur volumique nucléaire du Nb,  $c_e = \gamma T = 4 \cdot 10^{-5} \cdot T$  J/K/cm<sup>3</sup> est la chaleur volumique des électrons itinérants (son coefficient de Sommerfeld est compatible avec celui déduit de mesures de transport électrique :  $\gamma \approx 10^{-4}$ ), et  $c_{ml} = b \cdot T^\alpha = 9 \cdot 10^{-6} \cdot T^0$  J/K/cm<sup>3</sup> est la chaleur volumique des moments magnétiques locaux [Marnieros et al, 99]. Notons qu'ils se sont basé sur un modèle proposé pour le Si:P [Paalanen et al, 88] pour décomposer les termes d'électrons itinérants et de moments locaux de la chaleur spécifique. Ils trouvent par ailleurs une coupure de  $C_{ml}$  identique à celle trouvée par les mesures d'autres équipes sur le Si:P [Lakner et van Löhneysen, 89 et 94] (mais la température de coupure est de 300 mK pour le NbSi contre 1 K pour le Si:P). Cet écart au modèle de Bhatt et Lee pourrait s'expliquer par l'interaction entre moments localisés et électrons itinérants.

Remarques :

- Les mesures de Marnieros et al montrent que la chaleur spécifique des phonons est négligeable (on rappelle que  $C_{ph} = \beta \cdot T^3$ ).
- Le terme  $C_e = C_i + C_{ml}$ , est dix fois plus élevé pour le Nb<sub>x</sub>Si<sub>1-x</sub> que pour le Si:P, ce qui s'explique par une densité de niobium bien plus élevée que la densité de phosphore dans Si:P (malgré une susceptibilité magnétique plus faible pour le niobium que pour le phosphore).
- Pour les mesures à "haute" température ( $T > 300$  mK) il ne reste que le terme de chaleur spécifique métallique  $C_e$  des électrons donnés par les atomes de Niobium.

Article.

## Chapitre IV Article.



ELSEVIER

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

SCIENCE @ DIRECT®

Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 520 (2004) 581–583

**NUCLEAR  
INSTRUMENTS  
& METHODS  
IN PHYSICS  
RESEARCH**  
Section A

[www.elsevier.com/locate/nima](http://www.elsevier.com/locate/nima)

# Application of HEMT for multiplexing large arrays of high impedance LTDs

A. Benoit<sup>a</sup>, Ph. Camus<sup>a,\*</sup>, A. Cavanna<sup>b</sup>, A. Elhdiy<sup>b</sup>, Y. Jin<sup>b</sup>, S. Leclercq<sup>a</sup>

<sup>a</sup> CNRS-CRTBT, 25 avenue des Martyrs, 38042 Grenoble, France

<sup>b</sup> CNRS-LPN, route de Nozay, 91461 Marcoussis, France

## Abstract

The development of large arrays of detectors requires using a proximate electronics at low temperatures for signal multiplexing and amplification. We report the use of commercial High Electronic Mobility Transistors (HEMT) for multiplexing signals from high impedance LTD arrays (typ. 10–100 M $\Omega$ ). The electronic architecture is based on HEMTs cooled at 0.1 K for the multiplexer and a JFET amplifier cooled at 100 K with  $< 1$  nV/Hz<sup>1/2</sup> noise figure. For this time-multiplexing scheme, a capacitor is used to integrate the signal between measurements. Two main solutions are compared for the detectors polarization: the first uses a classical resistive method; the second uses a common capacitor allowing to polarize the detectors individually. The multiplexing ratio is mainly limited by the amplifier noise to about 20 detectors per amplifier with a pixel sampling rate of about 60 Hz. A specific development of HEMT arrays with Quantum Point Contacts (QPC-HEMT) with very small grid-to-channel capacitor ( $\sim 1$  fF) allows minimizing the transient effects and realizing a close integration with the LTD arrays.

© 2003 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 07.57.Kp; 84.30.-r

Keywords: LTD; Readout-electronics; Arrays of detectors; Low temperature electronics

## 1. Introduction

Most future millimeter instruments in astrophysics plan to use arrays of bolometers with an increasing number of detectors at very low temperature ( $T < 0.3$  K). Because of the increasing heat load on the cold stage due to the wires and the cold amplifiers, there is a strong demand for multiplexing techniques. For most millimeter sky-

imaging applications foreseen here, only a modest signal bandwidth is required (2–10 Hz) [1,2].

## 2. Time multiplexing of high impedance LTDs

Time multiplexing is a classical method to transmit several signals into a single information channel where each signal is transmitted only for a fraction of the time. This is practically done by switching one detector signal at a time on a low noise amplifier.

Since the voltage signal is sampled, it must be averaged to prevent the signal-to-noise degradation

\*Corresponding author. Tel.: +33-4-76889047; fax: +33-4-76885060.

E-mail address: [camus@grenoble.cnrs.fr](mailto:camus@grenoble.cnrs.fr) (Ph. Camus).

by aliasing in the signal bandwidth. A one-pole low-pass filter is realized by adding a shunt capacitor ( $C_{\text{INT}}$ ) across the bolometer ( $R_B$ ) (Fig. 1). The cutoff frequency is chosen just above the useful signal bandwidth ( $f_{\text{RC}} \geq B$ ).

High impedance detectors are made with NTD-Ge, silicon doped or NbSi thin films [3]. The typical impedance range is 1–100 M $\Omega$ , which is adapted to cold JFET based amplifiers. With  $N$  pixels per channel, the amplifier is operated with a duty cycle of  $1/N$ . Thus, the effective bandwidth is  $N$  times larger than that of the detector noise. We require that  $S_{V(\text{BOL})} = \beta N S_{V(\text{AMP})}$ , where  $S_{V(\text{AMP})}$  is the PSD of the JFET voltage noise referred to the bolometer;  $S_{V(\text{BOL})}$  is estimated by the Johnson noise limit of  $R_B$ ;  $\beta$  is  $\sim 3$  to have a negligible amplifier noise contribution. The maximum multiplexing ratio per amplifier is then

$$N_{\text{max}} = \frac{4k_B R_B T}{\beta S_{V(\text{AMP})}} \quad (1)$$

where  $k_B$  is the Boltzmann constant and  $T$  is the operating temperature.

With typical 10 M $\Omega$  bolometers operating at 0.1 K and a 1 nV/Hz<sup>1/2</sup> amplifier noise figure, we can multiplex up to 18 pixels. For a signal bandwidth of 10 Hz,  $C_{\text{INT}} = 1.6$  nF. This value is compatible with CMS capacitors available for mounting on proximate electronic board.

The Nyquist frequency of the sampling is higher than the filter cutoff frequency  $f_{\text{RC}}$  to avoid aliasing high-frequency noise. Choosing  $f_{\text{NYQ}} = 3f_{\text{RC}}$  rolls off the noise by 10 dB. For the

given application, the pixel sampling frequency  $f_s$  is 60 Hz ( $B = 10$  Hz).

A correct discussion should take into account the impedance matching of the amplifier (current noise) and the influence of the JFET input capacity which is large for very low voltage noise devices (0.1–1 nF).

## 2.1. Multiplexer organization

As a first scheme, we use a single stage multiplexing system based on a resistive polarization array of detectors (Fig. 1). Each column of a  $N \times yN$  matrix is made with  $N$  pixels multiplexed on a single amplifier. It allows to reduce the required wires number to  $2 + 2N$  instead of  $2 + N^2$  without multiplexing.

The basic device tested allows to multiplex  $N = 8$  signals. The commutation between detectors is realized by any suitable semiconductor devices working at low temperature: integrated Si-CMOS are used in [2]; we have explored several commercial GaAs devices.

The desirable properties are (1) the high conductance of the ON state (2) a low leakage current for the induced Schottky noise on the detector (3) a small ON/OFF voltage difference and a low capacitor between the grid and the channel for the transient parasitic induced signals.

Due to the capacitor between the gate and the channel ( $C_{\text{gs}}/C_{\text{gd}}$ ), the gate voltage variation drives electrical charges to the detector and to the amplifier input. The induced voltage variation on the detector can be estimated as  $\Delta V_g C_{\text{gs}}/C_{\text{INT}}$ . The periodic switching induces also a mean current into the detector that is estimated as  $\Delta V_g C_{\text{gs}} f_s$  and limits the maximum sampling frequency.

Stray capacity between gate/signal lines can be limited below 50 fF by a careful shielding design.

Therefore, for the commercial devices tested (Table 1), the system is limited by the grid-to-channel capacitive coupling.

## 2.2. Capacitive polarization

The resistive load impedance (Fig. 1) can be advantageously replaced by a capacitor [4]. For a single detector application, the capacitance is

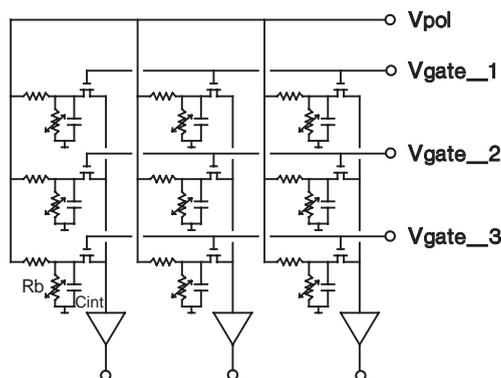


Fig. 1. Multiplexer system principle for a  $3 \times 3$  matrix.

Table 1  
Properties of HEMT tested at 4 K

	HEMT FHX35LG Fujitsu	GaAs-MESFET CF739 Infineon	QPC- HEMT LPN
$R_{ON}$	< 10 k $\Omega$	< 10 k $\Omega$	5–10 k $\Omega$
$V_{gs}$ ON	–0.7 V	–2.3 V	–0.25 V
$V_{gs}$ OFF	–0.2 V	–1.5 V	–0.05 V
$C_{gs}/C_{gd}$	0.1–0.3 pF		~ 1 fF

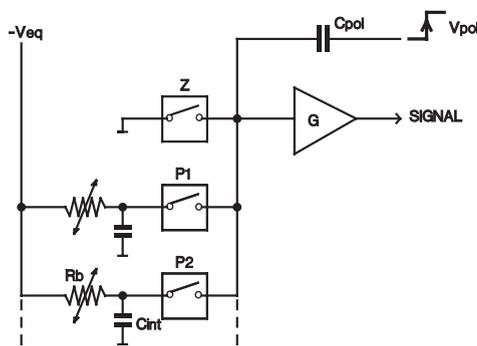


Fig. 2. Capacitive polarization principle.

polarized with a triangular wave voltage, which produces a square wave current.

In the case of a multiplexed array (Fig. 2), during the sequential switching on each bolometer  $V_{POL}$  is set in order to inject a controlled charge ( $C_{POL} V_{POL}$ ) on each shunt capacity (since  $C_{INT} \ll C_{POL}$ ).

The relevant signal is the voltage drop of the  $R_b/C_{INT}$  network after a time  $1/f_s$ . Before each measure, the polarization capacity must be discharged by switching to ground (Z switch in Fig. 2). Each bolometer can then be polarized individually during the sampling time. The mean polarization current is given by  $C_{INT} V_{POL} f_s$  and controlled by the polarization voltage ( $C_{INT} \sim 5$  pF).

### 3. Test of GaAs devices in commutation

GaAs HEMT are currently used in mesoscopic physics experiments at very low temperature [5]. Two commercially available devices were tested at

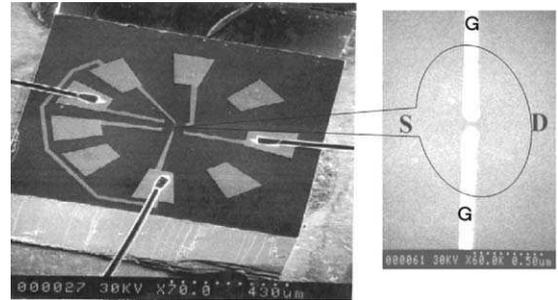


Fig. 3. QPC-HEMT grid geometry with 30 nm channel width (from LPN).

4 K and selected for their low switching voltage (Table 1). The leakage current drops from > 10 nA at room temperature to below 0.1 pA at 4 K.

A HEMT with Quantum Point Contact (QPC) controls the ballistic transport of electrons through a channel ( $\sim 30$  nm) made by electron beam lithography (Fig. 3). Due to the channel reduced size, they offer very small coupling capacity  $C_{gs}/C_{gd}$ . The channel conductance properties and noise have been extensively described in Ref. [5].

LPN is currently developing small arrays of 13 QPC-HEMT in PLCC-28 mounting supports for future matrix tests.

### Acknowledgements

The authors thank J.L. Bret, G. Simiand and M. Grolier at CRTBT for the valuable discussion on HEMT properties, amplifier design and realization.

### References

- [1] F.X. Désert, et al., in: M. De Petris (Eds.), Proceedings of the 2K1BC, 2001 (astro-ph/0112013).
- [2] P. Agnès, C. Buzzi, P. Rey, Proceedings of the XXVth Conference on Information Technology and Applications, Orlando, FL, 1999, SPIE 3698.
- [3] Ph. Camus, L. Bergé, L. Dumoulin, S. Marnieros, J.P. Torre, Nucl. Instr. and Meth A. 444 (2000) 419.
- [4] S. Gaertner, et al., Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 126 (1997) 151.
- [5] A. Kumar, L. Saminadayar, D.C. Glattli, Y. Jin, B. Etienne, Phys. Rev. Lett. 76 (15) (1996) 2778–2781.



## Résumé

**Titre :** Conception d'une caméra bolométrique pour la radioastronomie millimétrique à grand champ.

Le sujet de ce travail est la conception d'une caméra bolométrique à bas niveau de bruit pouvant contenir jusqu'à un millier de pixels. Ce type d'architecture est proposé pour la réalisation d'une nouvelle génération d'instruments dédiés à l'astronomie millimétrique.

La caméra offrira d'intéressantes perspectives pour la cosmologie et la physique galactique. Nous avons défini les spécifications de la chaîne optique et des détecteurs, pour une utilisation optimale du radiotélescope de 30m de l'IRAM.

Nous avons ouvert la voie à la réalisation de matrices de bolomètres par des procédés de microfabrication. Une partie importante du travail est consacrée à la caractérisation électrique de couches minces thermométriques de NbSi à très basse température (0,1 K).

Nous avons étudié le problème du multiplexage des signaux, afin de mesurer un grand nombre de détecteurs en évitant les inconvénients liés au câblage. Nous proposons une électronique de proximité fonctionnant à très basse température.

**Mots clefs :** Bolomètre, Matrice, Niobium-Silicium, Microfabrication, Lithographie, Cosmologie, Ondes millimétriques, Optique, Photométrie, Thermométrie résistive, Cryogénie, Dilution  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ , Électronique, Multiplexage.

## Abstract

**Title :** Conception of a bolometric camera for radioastronomy with a large field of view in the millimetre wavelengths range.

The subject of this work is the conception of a low noise bolometric camera containing around a thousand detectors. Such a design is proposed for the next generation of instruments for use in astronomy in the millimetre wavelength range.

The camera will aid the study of cosmology and galactic physics. The specifications of the optical system and the detectors are defined to match the 30 m IRAM radiotelescope.

We investigate microfabrication processes for the realisation of bolometer arrays. An important part of the work is devoted to the electrical characterisation of NbSi thin film thermometers at very low temperatures (0.1 K).

Finally, we studied the problems of signal multiplexing, which enables the measurement of a great number of detectors while avoiding the disadvantages linked to the cabling. We propose proximate electronics operating at very low temperatures.

**Key words :** Bolometer, Matrix, Niobium-Silicium, Microfabrication, Lithography, Cosmology, Millimetre wavelengths, Optics, Photometry, Resistive thermometry, Cryogenics,  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  dilution, Electronics, Multiplexing.