



**HAL**  
open science

## Modélisation géométrique de bifurcations

Alexandre Moreau-Gaudry

► **To cite this version:**

Alexandre Moreau-Gaudry. Modélisation géométrique de bifurcations. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2000. Français. NNT: . tel-00006751

**HAL Id: tel-00006751**

**<https://theses.hal.science/tel-00006751>**

Submitted on 25 Aug 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation géométrique de bifurcations

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 10 Février 2000

pour l'obtention du

**Doctorat de l'université Joseph Fourier – Grenoble**  
(spécialité Mathématiques Appliquées)

par

Alexandre Moreau-Gaudry

### Composition du jury

*Président :* Pierre-Jean Laurent

*Rapporteurs :* Jean Sequeira  
Isabelle Magnin

*Examineurs :* Philippe Cinquin  
Bernard Lacolle

*Invité :* Jean Michel Mallion

Mis en page avec la classe thloria.

# Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de thèse, le Professeur Philippe Cinquin, pour son infaillible soutien tout au long de ce travail de thèse. Je le remercie également de m'avoir prodigué de précieux conseils, grâce auxquels j'ai pu mener de front ce passionnant projet et mes études de médecine.

Je remercie également le Professeur Jean Michel Mallion, Chef de service de Médecine Interne et de Cardiologie de l'hôpital Michallon, ainsi que le docteur Jean Philippe Baguet, sans qui ce projet d'étude de l'épaisseur du complexe intima média de l'artère Carotide n'aurait pu voir le jour.

Je remercie Laurent Desbat, qui a su me faire partager sa culture mathématique lorsque j'étais confronté à des points bloquants lors de la modélisation.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Stéphane Lavalée pour son aide initiale lors de la construction du système de localisation échographique 2.5D, ainsi qu'au service du biomédical et plus particulièrement à Samuel Gerbor.

Je remercie Patrick Vassal pour sa précieuse aide logistique quant à l'utilisation du localisateur tridimensionnel.

Je remercie Noureddine Laieb, qui, à partir des éléments développés dans ce travail, a su les rendre plus accessible sous la forme d'un logiciel en cours de validation clinique. Je remercie Yannick Neuder pour sa contribution au cours de cette validation.

Je tiens aussi à remercier Maribel Chenin et tous les membres de la GMCAO, qui ont toujours été présent alors que moi même j'étais peu disponible.

Enfin, je tiens à remercier les différents membres de ma famille pour leurs précieux soutiens, mes grands-parents, mes parents, Xavier, Viviane, son père, ses tantes et son oncle.



*Je dédie cette thèse*

*à mes grands parents,*

*à mes parents,*

*à mon frère Xavier,*

*à Viviane,*

*ainsi qu'à sa famille.*



# Table des matières

Table des figures

xv

---

---

## Partie I Introduction générale

---

---

1

### Chapitre 1

#### Notes pour la lecture

1.1	Différents niveaux de lecture . . . . .	3
1.1.1	Pour les lecteurs pressés . . . . .	3
1.1.2	Pour une lecture exhaustive . . . . .	4
1.1.3	Autres symboles visuels . . . . .	4
1.2	Un bref survol du plan de ce document . . . . .	4

---

## Bibliographie

5

### Chapitre 2

#### Définitions et intérêt(s) de l'étude de l'EIMAC dans la cadre des MCV

2.1	Un organe noble: le cœur . . . . .	8
2.1.1	Rappels anatomiques sur l'appareil circulatoire . . . . .	8
2.1.2	Les artères coronaires assurent un apport adéquat en oxygène au cœur . . . . .	9



2.1.3	L'électrocardiogramme (ECG) . . . . .	9
2.2	Deux artères : les carotides droite et gauche . . . . .	15
2.2.1	Situation et particularités anatomiques des artères carotides . . . . .	15
2.2.2	Description de la structure de l'artère carotide . . . . .	18
2.3	L'athérosclérose coronaire est la principale cause de mortalité dans les pays industrialisés . . . . .	19
2.3.1	Rappels . . . . .	19
2.3.2	L'EIMAC proposée comme marqueur indirect de l'athérosclérose coronaire . . . . .	21
2.4	Bilan . . . . .	22

---

**Bibliographie** **23**

<p><b>Chapitre 3</b> <b>Les défis de la médecine concernant l'étude de l'EIMAC</b></p>
--

3.1	L'EIMAC : la pratique courante 2D . . . . .	26
3.1.1	Une étape de quantification récemment améliorée par l'introduction de l'ordinateur . . . . .	26
3.1.2	Une étape de reproductibilité incomplètement satisfaisante . . . . .	28
3.2	Généralités sur l'apport d'une imagerie échographique 3D ... . . . . .	31
3.2.1	Introduction . . . . .	31
3.2.2	Les domaines applicatifs . . . . .	31
3.3	L'apport d'une imagerie échographique 3D pour l'étude ... . . . . .	33
3.3.1	Une généralisation de la quantification 2D . . . . .	33
3.3.2	La reproductibilité intra-patient peut être améliorée . . . . .	33
3.4	Bilan . . . . .	35

---

**Bibliographie** **37**

<p><b>Chapitre 4</b> <b>Un modèle tridimensionnel de la bifurcation de l'artère carotide est ...</b></p>
--

4.1	Différents domaines applicatifs intéressés par une modélisation 3D ... . . . . .	40
4.1.1	Les bifurcations de l'appareil circulatoire . . . . .	40

---

4.1.2	Les bifurcations de l'appareil respiratoire . . . . .	42
4.2	Un modèle de bifurcation est un premier élément de réponse . . . . .	43
4.2.1	Une aide au traitement des données 3D . . . . .	43
4.2.2	Une aide à la reproductibilité . . . . .	43
4.2.3	Une aide à la visualisation . . . . .	44
4.3	Spécificités d'une modélisation tridimensionnelle de la bifurcation ... .	44
4.3.1	Des notions clefs . . . . .	44
4.3.2	Définition d'une problématique mathématique . . . . .	45
4.4	Bilan . . . . .	46

---

**Bibliographie** **47**

---



---

**Partie II Acquisition et traitements des données médicales** **49**

---



---

**Chapitre 1**  
**Les données de l'exploration échographique**

1.1	Un rapide aperçu des principes physiques de l'échographie . . . . .	54
1.1.1	Caractéristiques physiques de l'onde ultrasonore . . . . .	54
1.1.2	Emission/Reception d'une onde ultrasonore . . . . .	55
1.1.3	Interaction entre Onde et Matière . . . . .	55
1.1.4	L'image échographique: principe de construction . . . . .	57
1.1.5	Notions échographiques non abordées . . . . .	57
1.2	Données générales sur le système d'acquisition . . . . .	58
1.2.1	Matériel échographique . . . . .	58
1.2.2	Modalités d'acquisition . . . . .	59
1.3	Traitement initial des données échographiques . . . . .	59
1.3.1	Matériels informatiques . . . . .	60
1.3.2	Pré-traitement des images . . . . .	60

1.4 bilan . . . . . 63

---

**Bibliographie** **65**

**Chapitre 2**  
**Les données du localisateur tridimensionnel**

2.1 Les systèmes d'échographie 3D présentés dans la littérature . . . . . 68

2.1.1 Les matrices 2D de transducteurs piézo-électriques . . . . . 68

2.1.2 Les sondes 2D intégrées à un balayage mécanique . . . . . 70

2.1.3 Les sondes 2D localisées dans l'espace . . . . . 70

2.2 La configuration matérielle du localisateur tridimensionnel . . . . . 71

2.2.1 Les marqueurs IR . . . . . 71

2.2.2 L'unité optique . . . . . 72

2.2.3 L'unité de contrôle . . . . . 74

2.2.4 Le PC . . . . . 74

2.3 La localisation tridimensionnelle de la sonde échographique . . . . . 74

2.3.1 Que signifie l'expression "localisation dans **Ref<sub>Opto</sub>**"? . . . . . 74

2.3.2 La notion de Solide Indéformable de Localisation (SIL) permet  
la localisation de la sonde dans **Ref<sub>Opto</sub>**. . . . . 76

2.3.3 La construction d'un SIL . . . . . 76

2.3.4 Un SIL : Echostar . . . . . 76

2.3.5 La localisation du SIL Echostar . . . . . 77

2.3.6 Autres approches . . . . . 77

2.4 Bilan . . . . . 78

---

**Bibliographie** **79**

**Chapitre 3**  
**Passage d'une échographie 2D à une échographie 3D**

3.1 Introduction . . . . . 83

3.1.1 Que signifie l'expression "échographie 3D"? . . . . . 83

3.1.2 Une brève synthèse sur les données du système d'acquisition à  
ce stade de développement . . . . . 83

---

3.1.3	Une évaluation du travail restant à effectuer . . . . .	83
3.2	La localisation spatiale d'une image d'une séquence . . . . .	83
3.2.1	La réalisation d'un système simple de synchronisation . . . . .	84
3.2.2	Le bilan d'une acquisition synchronisée . . . . .	84
3.2.3	La détermination de la localisation spatiale d'une image . . . . .	84
3.3	La localisation spatiale d'un pixel d'une image . . . . .	87
3.3.1	Une introduction . . . . .	87
3.3.2	Le calibrage de la sonde échographique . . . . .	87
3.3.3	La localisation pratique spatiale d'un pixel n'est pas si simple . . . . .	89
3.3.4	Expérimentation en vue d'une validation de la localisation spatiale d'un pixel image . . . . .	90
3.4	Forces et faiblesses de ce système d'acquisition . . . . .	97
3.4.1	Les points forts du système d'acquisition conçu . . . . .	97
3.4.2	Ses points faibles . . . . .	98
3.5	Utilisation du système de localisation pour évaluer l'influence d'un paramètre . . . . .	98
3.5.1	Le protocole expérimental . . . . .	99
3.5.2	Résultats obtenus . . . . .	99
3.6	Bilan . . . . .	104

---

<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>
----------------------	------------

---



---

<b>Partie III Une modélisation géométrique de bifurcation</b>	<b>107</b>
---	------------

---



---

<b>Chapitre 1</b> <b>Une modélisation géométrique tridimensionnelle de la bifurcation</b>
--

1.1	Une nouvelle approche des objets bifurcation . . . . .	114
1.1.1	Introduction . . . . .	114

1.1.2	Des approches classiques ... mais non retenues . . . . .	114
1.1.3	Vers un nouveau "paramétrage planaire univoque" . . . . .	115
1.1.4	Conceptualisation d'une modélisation des bifurcations dans le cadre d'un paramétrage planaire univoque . . . . .	122
1.2	Le squelette externe . . . . .	126
1.2.1	Quelles spécificités? . . . . .	126
1.2.2	Vers une modélisation répondant aux spécificités géométriques .	126
1.2.3	Une base de courbes répond aux spécificités recherchées . . . . .	127
1.2.4	Les paramètres de forme du squelette externe . . . . .	127
1.2.5	Une discussion sur ce paramétrage . . . . .	130
1.2.6	Conclusion . . . . .	130
1.3	Le squelette interne . . . . .	131
1.3.1	Introduction . . . . .	131
1.3.2	Quelles spécificités? Quelle construction? . . . . .	131
1.3.3	La partie centrale du squelette interne . . . . .	133
1.3.4	Les parties latérales du squelette interne . . . . .	133
1.4	La mise en correspondance des squelettes externe et interne . . . . .	136
1.4.1	Pourquoi une mise en correspondance? . . . . .	136
1.4.2	Comment mettre en œuvre cette mise en correspondance? . . . . .	136
1.4.3	Contraintes imposées sur le squelette externe . . . . .	140
1.4.4	Contraintes imposées sur le squelette interne . . . . .	142
1.4.5	Construction d'une mise en correspondance univoque . . . . .	147
1.5	L'enveloppe . . . . .	152
1.5.1	Quadrique versus Superquadrique . . . . .	152
1.5.2	Sa définition mathématique . . . . .	153
1.5.3	Le vecteur unitaire $V(t)$ . . . . .	154
1.5.4	L'amplitude $b(t)$ . . . . .	154
1.5.5	Définition de la fonction epsilon . . . . .	155
1.6	Les transformations rigides . . . . .	156
1.6.1	Pourquoi? . . . . .	156
1.6.2	Leurs définitions . . . . .	156
1.6.3	Un tableau récapitulatif sur les différents paramètres du modèle, et leurs domaines de variation . . . . .	158
1.7	Etude de la continuité de la surface . . . . .	158

---

1.7.1	Quel type de continuité $C^0$ ? $C^1$ ? Pourquoi? . . . . .	158
1.7.2	Une $C^0$ continuité? . . . . .	159
1.7.3	Une $C^1$ continuité? . . . . .	159
1.8	Un exemple d'instance de la modélisation . . . . .	163
1.9	Conclusion . . . . .	164

---

## Bibliographie

165

<b>Chapitre 2</b>
-------------------

<b>Mise en correspondance du modèle avec les données</b>
--

2.1	Quelques modèles déformables . . . . .	169
2.1.1	Un modèle Spline . . . . .	169
2.1.2	Un modèle de Fourier . . . . .	173
2.1.3	Cylindres généralisés . . . . .	176
2.1.4	Les Superquadriques . . . . .	178
2.1.5	Un modèle de formes actives . . . . .	179
2.1.6	Un modèle physique par analyse modale . . . . .	181
2.1.7	Les "Snakes" : un modèle de contour actif . . . . .	182
2.1.8	Bilan . . . . .	184
2.2	Une première mise en correspondance . . . . .	185
2.2.1	Obtention des données de l'artère carotide . . . . .	185
2.2.2	Initialisation du modèle sur les données . . . . .	185
2.3	Définition d'une fonctionnelle énergétique . . . . .	187
2.3.1	Introduction . . . . .	187
2.3.2	Sa définition conceptuelle . . . . .	187
2.3.3	Des évaluations de distance non retenues . . . . .	188
2.3.4	Une distance tenant compte de la modélisation . . . . .	189
2.3.5	Sa définition mathématique . . . . .	199
2.4	Minimisation de la fonctionnelle énergétique . . . . .	199
2.4.1	Introduction . . . . .	199
2.4.2	Le calcul du gradient . . . . .	199
2.4.3	L'algorithme de minimisation . . . . .	199
2.5	Résultats . . . . .	201
2.5.1	Présentation des résultats . . . . .	201

2.5.2 Une analyse de ces résultats avec de possibles améliorations . . . 205  
 2.6 Conclusion . . . . . 206

---

**Bibliographie** **207**

**Chapitre 3**  
**Un modèle de surface active**

3.1 Introduction . . . . . 212  
 3.1.1 Repositionnement de la problématique . . . . . 212  
 3.1.2 Un modèle de surface active . . . . . 213  
 3.1.3 Avantages et inconvénients . . . . . 213  
 3.1.4 Une comparaison entre "modèle actif" et "extraction puis ajustement" . . . . . 214  
 3.2 Données et Modélisation . . . . . 215  
 3.2.1 Les données . . . . . 215  
 3.2.2 La position initiale du modèle . . . . . 215  
 3.3 Détermination des intersections de la surface avec les plans de données 215  
 3.3.1 Pourquoi le calcul des intersections? . . . . . 215  
 3.3.2 Une première approche discrète ... non retenue . . . . . 216  
 3.3.3 Un calcul exact des intersections . . . . . 217  
 3.4 Détermination des déplacements élémentaires au voisinage des intersections . . . . . 224  
 3.4.1 Introduction . . . . . 224  
 3.4.2 Un rappel des différentes approches "bas niveaux" présentées dans la littérature . . . . . 225  
 3.4.3 Calcul des déplacements élémentaires  $\overrightarrow{dM}_i$  par une approche de type "région" . . . . . 228  
 3.5 Calcul du déplacement élémentaire  $dX$  des paramètres de forme . . . . 232  
 3.5.1 Position du problème . . . . . 232  
 3.5.2 Calcul effectif . . . . . 232  
 3.6 Synthèse . . . . . 233  
 3.7 Résultats . . . . . 234  
 3.7.1 Les résultats obtenus . . . . . 234  
 3.7.2 Une Analyse . . . . . 237

---

3.8 Conclusion . . . . .	238
--------------------------	-----

---

<b>Bibliographie</b>	<b>239</b>
----------------------	------------

---

---

<b>Partie IV Evolution</b>	<b>241</b>
----------------------------	------------

---

---

<b>Chapitre 1</b> <b>Possibles améliorations de la modélisation</b>
--

1.1 Une surface à trois trous . . . . .	246
1.1.1 Introduction . . . . .	246
1.1.2 La réalisation . . . . .	246
1.1.3 Des exemples de surface à trois trous . . . . .	248
1.2 Quelques précisions sur les paramètres de la modélisation . . . . .	248
1.2.1 Forme et/ou Espace? . . . . .	248
1.2.2 17 paramètres de forme : n'est-ce pas trop? . . . . .	250
1.2.3 Une dernière remarque . . . . .	251
1.3 Introduction d'une nouvelle information a priori . . . . .	251
1.3.1 Introduction . . . . .	251
1.3.2 Retour sur le processus physique échographique . . . . .	251
1.3.3 Une modélisation du processus échographique . . . . .	251
1.3.4 Conclusion . . . . .	257
1.4 Prise en compte des déformations locales . . . . .	257
1.5 Conclusion . . . . .	259

---

<b>Bibliographie</b>	<b>261</b>
----------------------	------------



**Chapitre 2**

**Une nouvelle information a priori : la pression pulsatile**

2.1	Intérêts de l'information PRESSION PULSATILE . . . . .	263
2.1.1	Rappels physiologiques . . . . .	263
2.1.2	Pourquoi acquérir une pression? . . . . .	264
2.2	Son acquisition . . . . .	264
2.2.1	Le tonomètre . . . . .	264
2.2.2	Un exemple de pression pulsatile . . . . .	264
2.3	Une réflexion sur la faisabilité de son utilisation . . . . .	265
2.3.1	Une information pratiquement utilisable? . . . . .	265
2.3.2	Un petit détail ... . . . .	265
2.4	Une approche différente . . . . .	267
2.5	Conclusion . . . . .	267

---

---

**Partie V Conclusion générale** **269**

---

---

**Conclusion**

---

**Bibliographie** **273**

# Table des figures

2.1	Le cœur et l'appareil circulatoire. . . . .	10
2.2	Le cœur et sa vascularisation par les artères coronaires. . . . .	11
2.3	Le système de conduction cardiaque. . . . .	13
2.4	L'électrocardiogramme est l'enregistrement de l'activité électrique cardiaque. . . . .	14
2.5	Rappel anatomique sur la crosse aortique. . . . .	15
2.6	Localisation des artères Carotides. . . . .	16
2.7	Rapports des artères carotides au niveau cervical. . . . .	17
2.8	La paroi de l'artère carotide est composée de trois tuniques. . . . .	19
3.1	Une quantification semi-automatique de l'EIMAC. . . . .	27
3.2	Une méthode de reproductibilité intra-patient ... . . . .	29
3.3	Une méthode de reproductibilité intra-patient ... insatisfaisante. . . . .	30
1.1	Interactions ultrasons/matière. . . . .	56
1.2	Principe de construction de l'image échographique. . . . .	57
1.3	Acquisition des images échographiques. . . . .	59
1.4	Un exemple d'acquisition transversale. . . . .	60
1.5	Un exemple d'image brute acquise par l'échographe . . . . .	61
1.6	Une description des différents éléments qui composent une image brute . . . . .	61
2.1	Principe d'une acquisition volumique 3D. . . . .	69
2.2	Configuration matérielle du système de localisation. . . . .	72
2.3	Description d'une lentille sphéro-cylindrique. . . . .	73
2.4	Image d'un point par une lentille sphéro-cylindrique. . . . .	73
2.5	Plan de détection de la caméra. . . . .	74
2.6	Visualisation de $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ et localisation d'une diode émettrice. . . . .	75
2.7	Une illustration du SIL Echostar. . . . .	77
3.1	Un système électronique de synchronisation. . . . .	85
3.2	Le protocole d'acquisition. . . . .	86
3.3	Illustration du changement de référentiel. . . . .	87
3.4	Mire utilisée pour le calibrage de la sonde échographique . . . . .	88
3.5	La localisation effective spatiale d'un pixel. . . . .	89
3.6	Définition du point fixe $O$ . . . . .	91
3.7	Protocole d'acquisition. . . . .	92
3.8	Première acquisition dans le plan $P1$ . . . . .	92

3.9	Seconde acquisition dans le plan $P1$ .	92
3.10	Première acquisition dans la plan $P2$ .	93
3.11	Seconde acquisition dans le plan $P2$ .	93
3.12	Troisième acquisition dans le plan $P1$ .	93
3.13	Quatrième acquisition dans le plan $P1$ .	93
3.14	Troisième acquisition dans le plan $P2$ .	94
3.15	Quatrième acquisition dans le plan $P2$ .	94
3.16	Calcul des coordonnées du point fixe $O$ .	95
3.17	Acquisitions transversales antérieures.	101
3.18	Acquisitions transversales latérales.	102
3.19	Acquisitions transversales postérieures.	103
1.1	Intersection d'un $Y$ volumique simple avec un plan quelconque	116
1.2	Les plans de paramétrages sont choisis orthogonaux au plan "moyen" de la bifurcation	117
1.3	Exemples de paramétrage par rotation continue	119
1.4	Exemples de paramétrage par déplacement continu	120
1.5	Le sommet de la bifurcation joue un rôle privilégié dans l'écoulement sanguin	121
1.6	La notion de squelette externe émerge de considérations hydrauliques	122
1.7	Un paramétrage planaire univoque de la surface	123
1.8	La notion de squelette interne émerge de considérations géométriques sur l'agencement des superquadriques avec le squelette externe	124
1.9	Une base de fonctions	128
1.10	Exemples d'instance du squelette externe	129
1.11	Construction du squelette interne	132
1.12	Exemples d'instance du squelette interne	134
1.13	Exemples d'instance du squelette global	135
1.14	Définitions des aires $S_1$ et $S$	137
1.15	Exemples de "système de hachures" pour différentes fonctions $u(t)$	138
1.16	Exemples de paramétrage univoque et non univoque	140
1.17	Angles aux extrémités du squelette externe	142
1.18	Contraintes imposées au squelette interne	143
1.19	Déplacement de $P_{4d}$	144
1.20	Exemple et contre-exemple de domaine	146
1.21	Tangence de la courbe de Bézier et intersections multiples avec un demi-plan de paramétrage	147
1.22	Bijection entre squelette interne et externe	149
1.23	Détail de la bijection construite	149
1.24	Superquadriques versus quadrique: leur apports	152
1.25	Représentation des éléments propres de la superquadrique	153
1.26	la fonction $b(t)$	154
1.27	Visualisation des effets des différents paramètres de la fonction $\epsilon(t)$	155
1.28	Les transformations spatiales rigides permettent le passage de l'espace de conception à la réalité échographique	157
1.29	Un exemple de fonction $u(t)$ et de ses dérivées associées	162

1.30	Un exemple d'instance du modèle . . . . .	163
2.1	Fonction de base de la nappe surfacique. . . . .	170
2.2	Matrice de passage H. . . . .	171
2.3	Matrice de passage continue T(s). . . . .	172
2.4	Jonction entre trois cylindres généralisés. . . . .	177
2.5	Construction du référentiel $\mathbf{Ref}_{\text{Carotide}}$ lié aux données échographiques. . . . .	186
2.6	Une analyse de la distance d'un point de données à la surface $\mathbf{S}$ . . . . .	190
2.7	Quelques définitions. . . . .	192
2.8	Illustration des erreurs introduites. . . . .	194
2.9	Des exemples où la projection orthogonale sur la surface n'est pas définie. . . . .	195
2.10	$\text{Proj}(\mathbf{D}_i)$ est la projection de $\mathbf{D}_i$ dans le plan du squelette. . . . .	197
2.11	$\mathbf{P}_{\mathbf{D}_i}(\mathbf{t}_i, \mathbf{v}_i)$ est le point initial de la minimisation locale. . . . .	198
2.12	Premiers résultats. . . . .	202
2.13	Visualisation du squelette de la surface initiale sur les données. . . . .	203
2.14	Visualisation du squelette de la surface finale sur les données. . . . .	203
3.1	Initialisation de l'algorithme de calcul de l'intersection de la surface avec un plan. . . . .	220
3.2	Itération de l'algorithme de calcul de l'intersection de la surface avec un plan. . . . .	221
3.3	Détermination des points initial et final du processus itératif. . . . .	223
3.4	Illustration du calcul du déplacement élémentaire. . . . .	231
3.5	Positions initiale et finale de la surface au sein des données échographiques. . . . .	235
3.6	Différentes intersections de la surface au cours du processus. . . . .	236
1.1	Restriction de la surface au plan $\mathcal{P}_{cut}^+$ . . . . .	247
1.2	Différentes instances de surfaces à trois trous. . . . .	249
1.3	Qualité du signal échographique relativement à l'incidence des ultrasons . . . . .	252
1.4	Prise en compte de l'incidence des ultrasons dans un modèle des contours . . . . .	253
1.5	Illustration du processus d'extraction. . . . .	255
1.6	Une illustration de la méthodologie . . . . .	256
2.1	La pression sanguine pulsatile: données brutes . . . . .	265
2.2	La pression sanguine pulsatile: validité . . . . .	266



Première partie  
Introduction générale



# Chapitre 1

## Notes pour la lecture



Dans ce court chapitre, je fournis un guide de lecture pour ce document, et décris les règles de présentation adoptées.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Différents niveaux de lecture . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1.1	Pour les lecteurs pressés . . . . .	3
1.1.2	Pour une lecture exhaustive . . . . .	4
1.1.3	Autres symboles visuels . . . . .	4
<b>1.2</b>	<b>Un bref survol du plan de ce document . . . . .</b>	<b>4</b>

---

## 1.1 Différents niveaux de lecture

### 1.1.1 Pour les lecteurs pressés



Chaque chapitre s'ouvre par une présentation des objectifs poursuivis, suivie d'un sommaire. Ces paragraphes sont identifiés par une icône représentant un livre unique.



Les points jugés délicats ou nécessaires à la bonne compréhension d'une démarche seront identifiés par un panneau "danger".



Chaque chapitre se termine par un paragraphe de synthèse, identifié par un livre double. Il permet, en outre, d'établir un bilan des contributions réalisées. Cette présentation devrait permettre au lecteur d'acquérir une vue d'ensemble de ce travail.



### 1.1.2 Pour une lecture exhaustive



Des points de détail sont identifiés par une icône représentant une loupe. Ils peuvent être laissés de côté lors d'une première lecture.

### 1.1.3 Autres symboles visuels

Les éléments suivants fourniront des repères tout au long de ce document :



Lorsqu'une partie concerne une discussion à partir de références bibliographiques, elle est signalée par le sigle spécifique ci-contre.



Les discussions d'ordre médical seront identifiées par le sigle placé dans la marge.



Les parties d'ordre technique seront identifiées par l'icône placé dans la marge.

## 1.2 Un bref survol du plan de ce document

Les titres des différentes parties de ce document sont en principe explicites ; on se référera donc utilement au sommaire pour prendre connaissance de l'organisation de cette présentation.

Ce document est composé de quatre parties :

- la première partie situe le problème sur le plan médical et scientifique.
- la seconde partie décrit plus en détail l'acquisition des données médicales, la résolution des difficultés rencontrées lors de leur acquisition et de leur traitement initial.
- la troisième partie expose la conception, le développement d'un modèle mathématique, ainsi que son application aux données médicales.
- enfin, la quatrième partie illustre les évolutions et enrichissement possibles de ce modèle par l'adjonction d'informations a priori.

Notons que chaque chapitre débute par un rappel de son plan, et qu'il se termine par les références bibliographiques propres au chapitre. A titre d'exemple, [MG00].

# Bibliographie

- [MG00] A. Moreau-Gaudry. *Modélisation géométrique de bifurcation - Application à l'étude des maladies cardiovasculaires*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2000.



# Chapitre 2

## Définitions et intérêt(s) de l'étude de l'Épaisseur du complexe Intima-Média de l'Artère Carotide (EIMAC) dans le cadre des Maladies Cardiovasculaires (MCV)

### Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, je m'attache à présenter l'intérêt du monde médical vis à vis de l'étude de l'Épaisseur du Complexe Intima-Média de l'Artère Carotide (EIMAC) dans le cadre des affections cardiovasculaires. Je profite aussi de ce chapitre pour rappeler au lecteur des notions médicales d'ordre général qui pourront lui être utiles pour la bonne compréhension de ce travail.



Après un court voyage au sein de l'appareil circulatoire, je souligne le rôle essentiel d'un organe noble : le cœur.



Dans un second temps, après avoir rappelé au lecteur l'anatomie des artères carotides, je définis la notion d'EIMAC à partir d'une description histologique de leur paroi.

Enfin, j'expose l'intérêt de l'étude de l'EIMAC au sein de l'athérosclérose coronaire, affection cardiovasculaire dominante, aussi bien en fréquence et morbidité qu'en mortalité.

### Sommaire

---

2.1 Un organe noble: le cœur . . . . .	8
--	---

2.1.1	Rappels anatomiques sur l'appareil circulatoire . . . . .	8
2.1.2	Les artères coronaires assurent un apport adéquat en oxygène au cœur . . . . .	9
2.1.3	L'électrocardiogramme (ECG) . . . . .	9
2.1.3.1	Rappels physiologiques . . . . .	12
<b>2.2</b>	<b>Deux artères : les carotides droite et gauche . . . . .</b>	<b>15</b>
2.2.1	Situation et particularités anatomiques des artères carotides	15
2.2.2	Description de la structure de l'artère carotide . . . . .	18
<b>2.3</b>	<b>L'athérosclérose coronaire est la principale cause de mortalité dans les pays industrialisés . . . . .</b>	<b>19</b>
2.3.1	Rappels . . . . .	19
2.3.1.1	Fréquence . . . . .	19
2.3.1.2	Etiologie . . . . .	20
2.3.1.3	Anatomie pathologique . . . . .	20
2.3.2	L'EIMAC proposée comme marqueur indirect de l'athérosclérose coronaire . . . . .	21
2.3.2.1	Pourquoi étudier l'EIMAC dans le cadre de l'athérosclérose coronaire? . . . . .	21
2.3.2.2	Comment étudier l'EIMAC dans le cadre de l'athérosclérose coronaire? . . . . .	21
<b>2.4</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>22</b>

---

## 2.1 Un organe noble : le cœur

### 2.1.1 Rappels anatomiques sur l'appareil circulatoire

De même qu'une voiture fonctionne grâce à l'énergie provenant de la combustion d'un carburant, tous les muscles fonctionnent (en mode aérobi) avec l'énergie provenant de la combustion d'un substrat (le glucose). L'oxygène (O<sub>2</sub>) nécessaire est apporté par un transporteur, le globule rouge, constituant essentiel du sang. Le globule rouge effectue un parcours cyclique au sein de l'appareil circulatoire muni d'une véritable **pompe : le cœur**.

Celui-ci est constitué de quatre cavités :

1. le *ventricule gauche*,
2. l'*oreillette gauche*,
3. le *ventricule droit* et
4. l'*oreillette droite*.

Le *ventricule gauche* est séparé de l'*oreillette gauche* par la *valve mitrale*. Ces deux cavités forment le cœur gauche. Sa fonction est de mobiliser le sang venant des poumons, sang à forte concentration d'O<sub>2</sub>, pour assurer l'oxygénation des tissus.

Quant au cœur droit, pompe du système veineux contenant du sang pauvre en O<sub>2</sub>, il est constitué du *ventricule droit* distinct de l'*oreillette droite* par la *valve tricuspide*. Afin de prendre connaissance de l'anatomie des gros vaisseaux de la circulation sanguine, des relations entre les différentes cavités cardiaques, et du rôle capital de la pompe cardiaque, j'invite le lecteur à suivre le globule rouge dans la circulation sanguine en se reportant à la figure<sup>1</sup> 2.1. Le lecteur curieux pourra compléter ces notions en se reportant aux deux ouvrages [Min86] et [BL81].



Je souligne le fait que ce cycle circulatoire, **essentiel à la vie**, n'est rendu possible que par l'**intégrité** de cette formidable et puissante pompe qu'est le cœur.

### 2.1.2 Les artères coronaires assurent un apport adéquat en oxygène au cœur

Le cœur est aussi un muscle. Comme tout muscle, il doit disposer, pour son bon fonctionnement, de combustibles et d'oxygène. Un défaut d'apport en O<sub>2</sub> (ischémie myocardique) sera responsable d'une souffrance de ce muscle pouvant aller jusqu'à la nécrose massive : l'infarctus du myocarde (plus précisément défini comme une nécrose ischémique massive et systématisée du muscle cardiaque, étendue à une surface supérieure ou égale à deux centimètres carrés). Une telle destruction du tissu musculaire peut alors entraîner le décès du patient.



**Le rôle des artères coronaires est de veiller à un apport en O<sub>2</sub> adapté aux besoins cardiaques.** L'intégrité de ces artères (ou d'un réseau de suppléance) est donc un élément essentiel au bon fonctionnement cardiaque.



Les artères coronaires sont au nombre de deux : *l'artère coronaire gauche* et *l'artère coronaire droite*. Toutes deux naissent de l'aorte. Elles se divisent rapidement en collatérales afin d'assurer pleinement l'apport cardiaque en O<sub>2</sub>. La figure 2.2, extraite de [MV87] complète ces notions anatomiques générales.

### 2.1.3 L'électrocardiogramme (ECG)

Dans cette partie, afin de définir la notion de complexe QRS, j'expose brièvement les phénomènes électriques du cœur. Ce rapide exposé est inspiré des ouvrages [SD95], [Gan77], [MV87] auxquels le lecteur pourra se reporter pour de plus amples explications.

1. Ce schéma modifié est extrait de l'ouvrage [SD95]

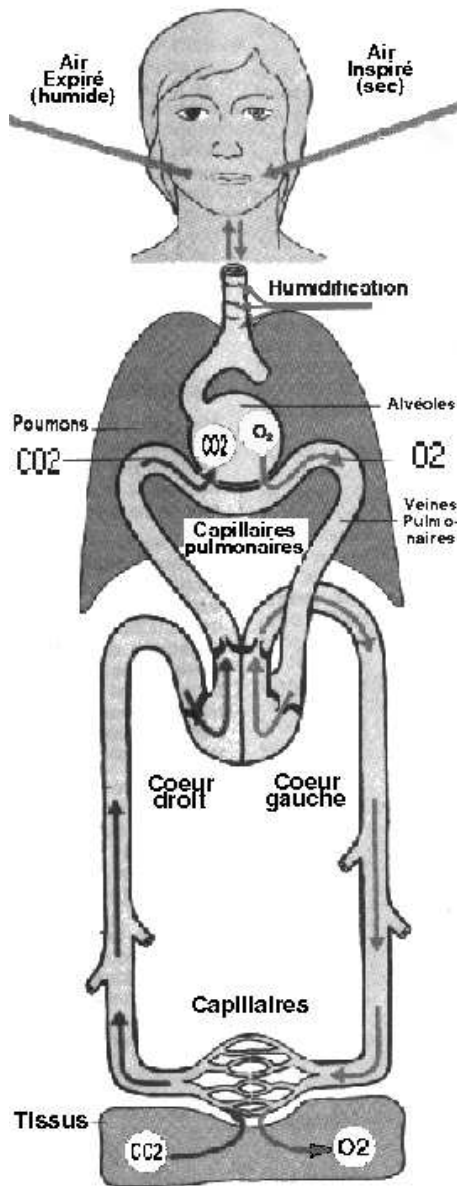


FIG. 2.1 – Le cœur et l'appareil circulatoire.

Expulsé du cœur dans l'aorte lors de la contraction du **ventricule gauche** (systole cardiaque), le globule rouge gagne les tissus par le système artériel, système à haute pression sanguine. Pour faciliter les échanges gazeux avec les tissus, il emprunte de fins vaisseaux, les **capillaires**. Ces vaisseaux, de diamètre voisin de celui des globules rouges (7 micromètres), contraignent ces derniers à passer un par un au contact des **tissus**. Le globule rouge peut alors, dans les meilleures conditions, libérer son O<sub>2</sub>, et se charger en dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>), produit de dégradation de la combustion. Son retour au cœur se fait par l'intermédiaire du système veineux, système à basse pression. Les veines se collectent dans les **veines caves** (supérieure et inférieure) s'abouchant dans l'**oreillette droite**. L'ensemble de ce circuit constitue la **grande circulation** ou **circulation systémique**.

Afin de gagner les poumons pour réaliser l'hématose (libération du CO<sub>2</sub>, chargement en O<sub>2</sub>), le globule rouge est de nouveau chassé du cœur dans les **artères pulmonaires** par la contraction du **ventricule droit**. Rechargé en O<sub>2</sub> après son passage dans les **poumons**, il regagne le cœur par l'une des quatre **veines pulmonaires** s'abouchant dans l'**oreillette gauche**. Passant l'orifice mitral, il atteint de nouveau le **ventricule gauche**, quittant la **petite circulation** ou **circulation pulmonaire** pour rejoindre la grande circulation. La boucle est bouclée.

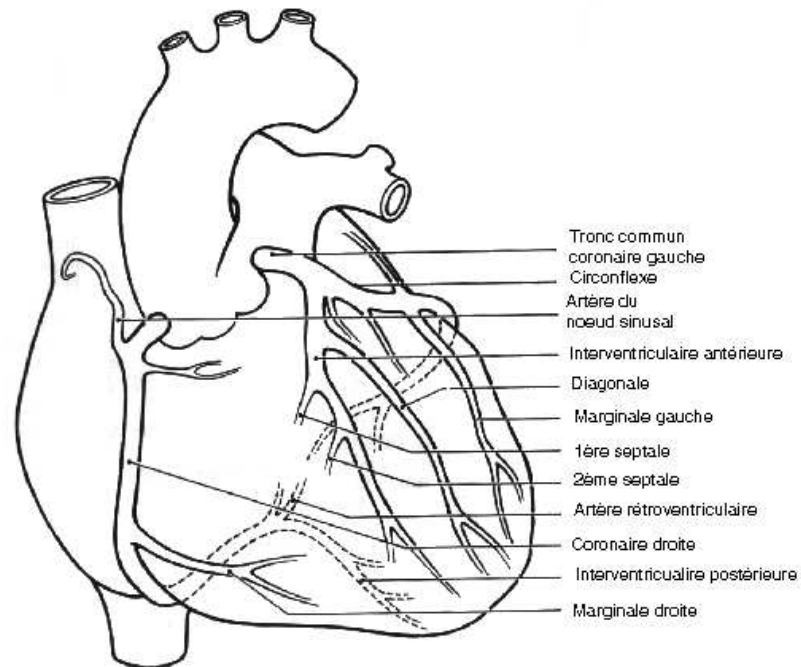


FIG. 2.2 – Le cœur et sa vascularisation par les artères coronaires.

*Cette figure, extraite de [MV87], montre le réseau artériel coronaire, responsable de la vascularisation cardiaque. L'intégrité de ce réseau est essentielle au bon fonctionnement du cœur. Une déficience d'une de ces artères (diminution du diamètre, obstruction), non suppléée, sera responsable d'une destruction du muscle dans le territoire vascularisé par cette artère.*

---



### 2.1.3.1 Rappels physiologiques

Les différentes cavités cardiaques battent physiologiquement selon une séquence temporelle déterminée : la contraction des oreillettes (systole auriculaire) est suivie de la contraction des ventricules (systole ventriculaire).

Des structures spécialisées imposent cette séquence temporelle. Elles sont réunies sous le terme de  **système de conduction cardiaque** , qui est composé de quatre structures principales (voir la figure 2.3) :

1.  *le noeud sino-auriculaire,*
2.  *le noeud atrio-ventriculaire,*
3.  *le faisceau de His*  avec ses branches droite et gauche,
4. et  *le système de Purkinje.*

Le noeud sino-auriculaire, le noeud atrio-ventriculaire et dans des circonstances anormales, d'autres régions du cœur, peuvent décharger spontanément. La fréquence de décharge du noeud sino-auriculaire est normalement la plus élevée. La dépolarisation qui en part se propage jusqu'aux autres régions avant que celles-ci ne déchargent spontanément. Ce noeud constitue ainsi le moniteur cardiaque physiologique et sa fréquence de décharge détermine la fréquence des battements du cœur. Les potentiels d'actions (activités électriques élémentaires) nés dans ce noeud se propagent de cellule en cellule dans le myocarde des oreillettes (entraînant leur contraction simultanée) jusqu'au noeud atrio-ventriculaire et le traversent pour atteindre le faisceau de His et ses branches. Puis, par l'intermédiaire du réseau de Purkinje, ils atteignent le muscle ventriculaire (et entraînent sa contraction).

Les liquides du corps étant de bons conducteurs, la variation de potentiel à la surface du myocarde, qui n'est autre que la somme algébrique des potentiels d'action des fibres myocardiques, peut être enregistrée à la surface du corps à l'aide de trois électrodes posées sur le thorax. Au cours d'un cycle cardiaque, cet enregistrement, encore appelé  **électrocardiogramme**  ou  **ECG** , présente la structure stéréotypée suivante (voir la figure 2.4) : l' **onde P**  reflète les phénomènes électriques liés à la  **dépolarisation auriculaire**  (dépolarisation des oreillettes). Elle précède le  **complexe QRS** , directement en rapport avec la  **dépolarisation ventriculaire** . Suit alors l' **onde T** , en rapport avec la  **repolarisation des ventricules** .

Dans la pratique médicale, l'électrocardiogramme (ou ECG) est un examen de première intention pour l'étude de nombreuses cardiopathies.

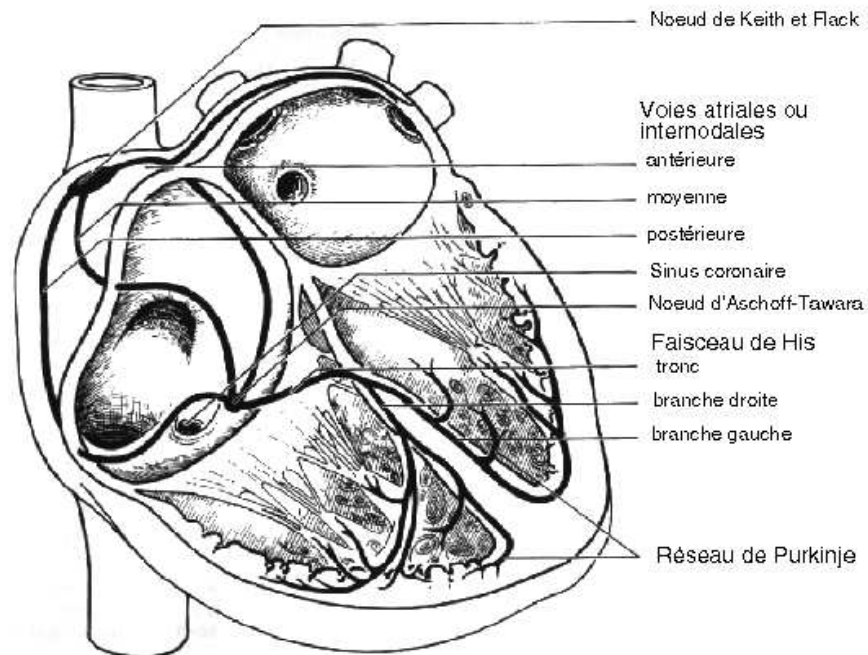


FIG. 2.3 – Le système de conduction cardiaque.

*Il est composé de quatre structures :*

- 1 - le noeud sino-auriculaire ou noeud de Keith et Flack*
- 2 - le noeud atrio-ventriculaire ou noeud d'Aschoff-Tawara*
- 3 - le faisceau de His, avec ses branches droite et gauche*
- 4 - le réseau terminal de Purkinje*

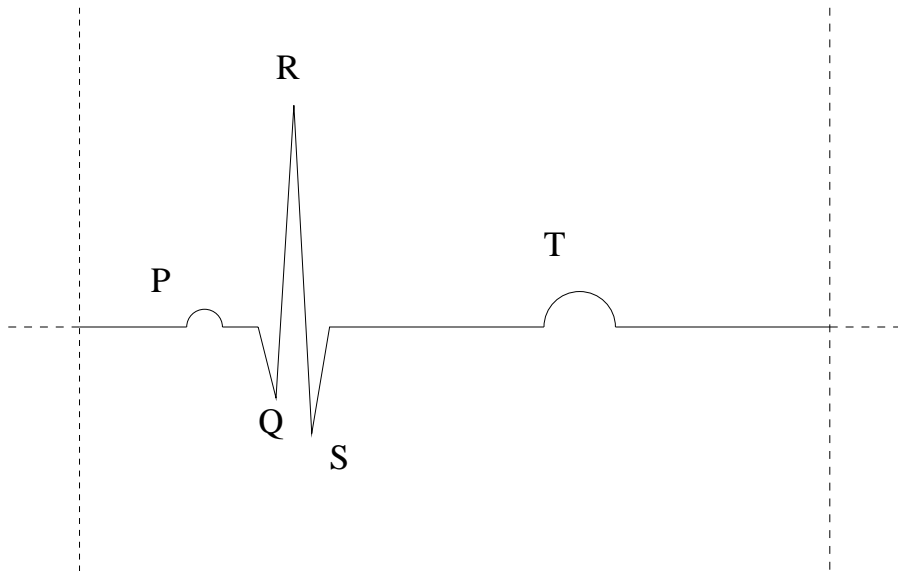


FIG. 2.4 – L'électrocardiogramme est l'enregistrement de l'activité électrique cardiaque.

*Se succèdent chronologiquement :*

*1 - l'onde P : elle traduit la dépolarisation des oreillettes.*

*2 - le complexe QRS : il correspond à la dépolarisation des ventricules.*

*3 - l'onde T : elle représente la repolarisation des ventricules.*

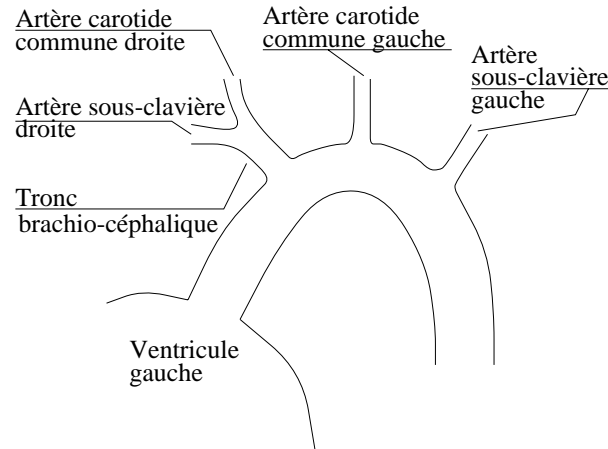


FIG. 2.5 – Rappel anatomique sur la crosse aortique.

Trois gros troncs artériels naissent de la crosse aortique :

- le tronc artériel brachio-céphalique à l'origine des artères carotide commune et sous-clavière droites,
- l'artère carotide commune gauche,
- l'artère sous-clavière gauche.

Je fais remarquer au lecteur l'asymétrie d'origine des artères carotides communes.

---

## 2.2 Deux artères : les carotides droite et gauche

### 2.2.1 Situation et particularités anatomiques des artères carotides

Comme le montre la figure 2.5, trois gros troncs artériels naissent de la crosse aortique (portion proximale de l'aorte en forme de crosse) :

- le **tronc artériel brachio-céphalique** : il donne naissance à l'artère **carotide commune droite**, responsable en partie de la vascularisation céphalique droite, et à l'artère **sous-clavière droite** sur laquelle repose la vascularisation du membre supérieur droit ;
- l'artère **carotide commune gauche** qui participe à la vascularisation céphalique gauche ;
- l'artère **sous-clavière gauche**, essentielle à la vascularisation du membre supérieur gauche.

Les artères carotides communes (ou primitives) sont situées dans les régions cervicales latérales droite et gauche (voir les figures 2.6 et 2.7)<sup>2</sup>, avec un trajet ascendant et vertical.

---

2. ces figures modifiées sont extraites de [GHH<sup>+</sup>93]

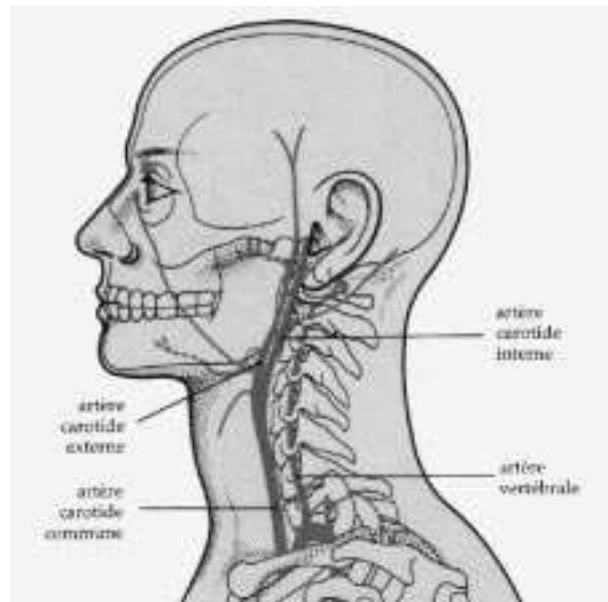


FIG. 2.6 – Localisation cervicale superficielle des artères carotides.

*Les artères carotides communes sont superficielles. Elles sont situées au niveau du cou, avec un trajet ascendant et vertical.*

---

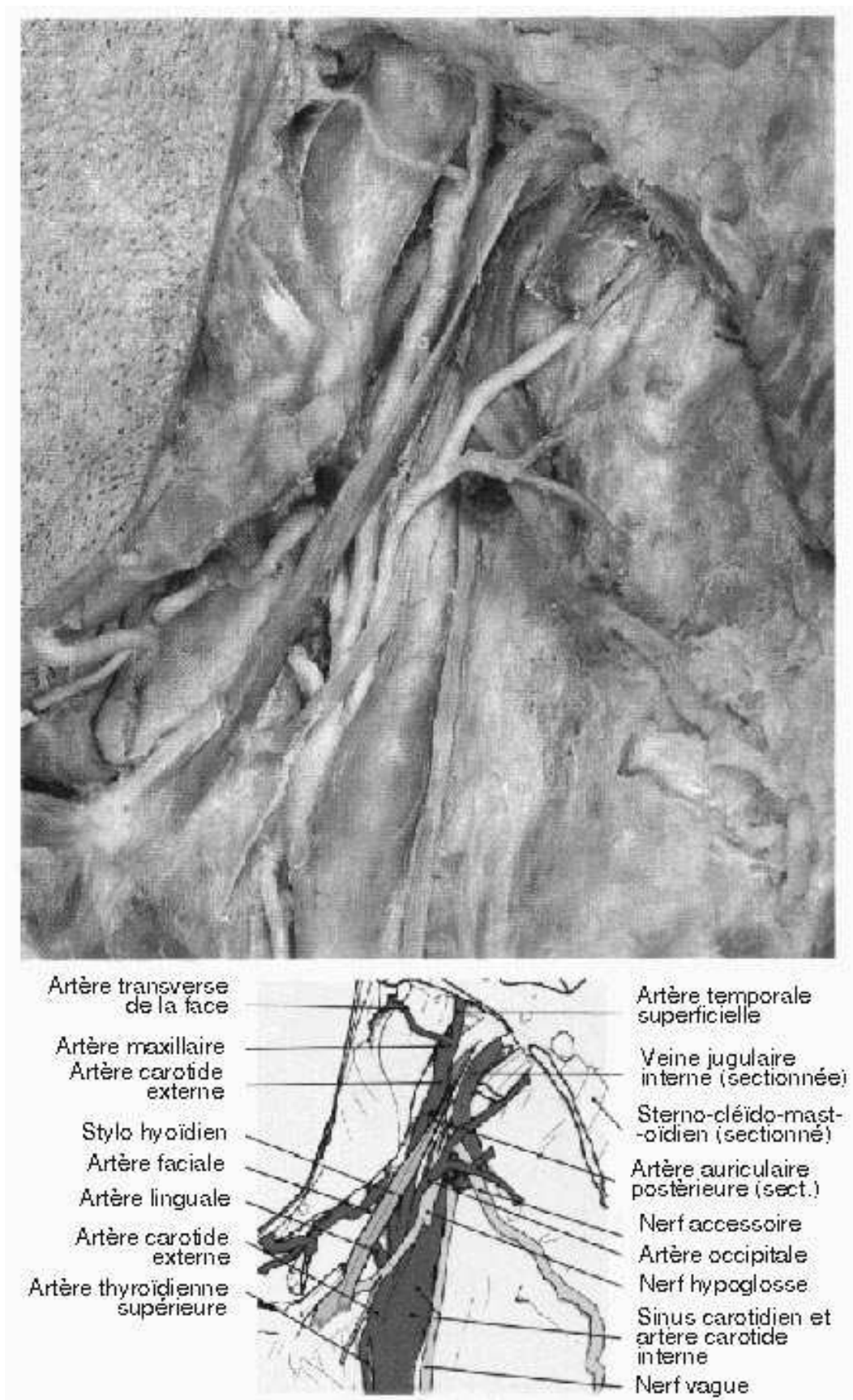


FIG. 2.7 – *Rapports des artères carotides au niveau cervical.*

Elles sont facilement identifiables par la palpation des pouls carotidiens recherchés lors de tout examen clinique.



|| **Superficielles**, les artères carotides, contrairement aux artères coronaires, sont **aisément accessibles** à une imagerie locale de type échographie.

En outre, chaque carotide commune se divise en deux, plus ou moins rapidement, pour donner les carotides interne et externe (droites et gauches) :

- la **carotide interne**, non ramifiée au niveau cervical, participe à la vascularisation de l'encéphale par le biais des artères cérébrales antérieure et moyenne. Elle participe aussi à la vascularisation du contenu de l'orbite par l'intermédiaire de l'artère ophtalmique ;
- la **carotide externe** donne huit collatérales (à titre indicatif, les artères pharyngienne ascendante, thyroïdienne supérieure, linguale, faciale, occipitale, auriculaire postérieure, temporale superficielle et maxillaire). Celles-ci sont destinées à la majeure partie des formations extra-crâniennes de la tête et à la partie supérieure du cou.



|| La région de division de l'artère carotide commune en artère carotide interne et externe est identifiée par le terme de **bifurcation**. Dans la majorité des cas, cette région sera accessible à une l'imagerie échographique.

### 2.2.2 Description de la structure de l'artère carotide

L'artère carotide commune est une artère dite de gros calibre, de type élastique. Comme le montre la photographie de la figure 2.8 extraite de [Bag96], sa paroi se compose de trois tuniques concentriques :

- **l'intima**, couche la plus interne, est constituée essentiellement d'un endothélium qui repose sur un tissu fibro-élastique. Sa limite externe est représentée par une lame de fibres élastiques appelée limitante élastique interne.
- **la média**, couche moyenne, est principalement composée de cellules musculaires lisses à orientation annulaire, accompagnées de collagène et de fibres élastiques. Les lames élastiques ont pour rôle d'absorber puis de restituer l'énergie de l'onde systolique. Les cellules musculaires lisses maintiennent quant à elles un certain niveau de pression. Ces deux structures actives sont nécessaires au maintien, contre la pression du sang, d'un calibre artériel normal.
- **l'adventice**, couche la plus périphérique, est formée de tissu conjonctif dont la plupart des éléments sont disposés parallèlement au grand axe du vaisseau. Ce tissu contient des lames élastiques et des fibres de collagène épaisses. Cette couche participe surtout à la résistance et à l'élasticité de l'artère dans le sens longitudinal.

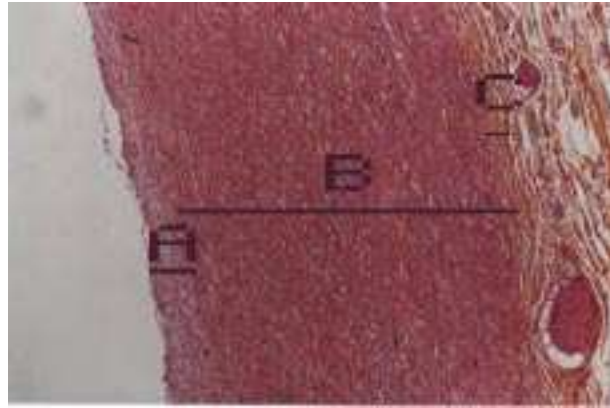


FIG. 2.8 – La paroi de l'artère carotide est composée de trois tuniques.

*A - l'intima : couche la plus interne (interface sang/paroi),*

*B - la media : couche moyenne,*

*C - l'adventice : couche la plus externe.*

*L'EIMAC représente l'épaisseur cumulée de A et B.*



Je peux maintenant définir la notion d'**EIMAC**, Epaisseur du Complexe Intima-Média de l'Artère Carotide : il s'agit de l'**épaisseur cumulée des deux couches les plus internes de la paroi artérielle**. Seule cette épaisseur cumulée est accessible par l'imagerie échographique. Dans le cas de l'artère carotide, sa valeur physiologique est comprise entre 0.45mm et 1mm [Bag96].

## 2.3 L'athérosclérose coronaire est la principale cause de mortalité dans les pays industrialisés

Les différentes notions présentées dans ce paragraphe sont issues des cours de médecine enseignés à l'université Joseph Fourier et de l'ouvrage [MV87]. Le lecteur curieux pourra s'y reporter afin de compléter cette très rapide évocation.

### 2.3.1 Rappels

#### 2.3.1.1 Fréquence

L'athérosclérose coronaire est la principale cause de mortalité dans les pays industrialisés. Sa fréquence paraît augmenter régulièrement avec le temps. Mais il faut tenir compte du fait que les progrès de l'imagerie ont participé à une meilleure prise en charge diagnostique de cette maladie.



### 2.3.1.2 Etiologie

Trois facteurs majeurs sont retenus :

- l'hypercholestérolémie
- l'hypertension artérielle
- le tabagisme

Par rapport à un sujet sain, la présence d'un de ces trois facteurs multiplie par 1,6 le risque d'athérosclérose coronaire ; la présence de deux des trois facteurs, par 3,2 ; la présence des trois facteurs par 8. D'autres facteurs sont recherchés systématiquement :

- le diabète sucré : il favorise incontestablement l'athérosclérose ;
- l'âge : les manifestations cliniques apparaissent le plus souvent après 50 ans ;
- le sexe : l'homme est atteint beaucoup plus souvent que la femme ;
- la race : la race israélite et les races de la méditerranée orientale sont particulièrement exposées. La race noire et la race jaune le sont moins ;
- l'hérédité : elle joue un rôle important ;
- l'hyperuricémie : la fréquence de la maladie coronarienne en cas d'uricémie supérieure à 70 mg/l est le double de celle des malades ayant une uricémie inférieure à 40 mg/l.
- l'obésité ;
- les anomalies du système de la coagulation ;
- les facteurs psycho-émotionnels.

### 2.3.1.3 Anatomie pathologique

L'athérosclérose est une maladie de l'intima et de la média des artères de gros et moyen calibre. Elle atteint de manière sélective l'aorte abdominale sous-rénale, les artères iliaques et fémorales, les artères coronaires, les carotides internes, et prédomine dans les zones de perturbation hémodynamique : coudures, bifurcations (en particulier, la bifurcation de l'artère carotide) et naissances de collatérales. Trois lésions élémentaires caractérisent cette pathologie :

- un **épaississement fibro-musculaire intimal** ;
- des **stries lipidiques** ;
- des **plaques d'athérome**.

Au niveau des artères coronaires, l'athérosclérose peut entraîner une *ischémie myocardique* pouvant se manifester sous forme d'*angor* qui est l'expression douloureuse d'une inadéquation entre la perfusion (du fait de l'athérosclérose responsable d'une diminution du calibre de l'artère) et les besoins en oxygène du myocarde, et l'*infarctus du myocarde*, en cas de thrombose.

Localisé au niveau des carotides, l'athérome carotidien est étroitement lié à la survenue d'événements cliniques cérébro-vasculaires (Accident Vasculaire Cérébral ischémique suite à un embolie). Ces événements sont d'autant plus fréquents que les lésions d'athérosclérose sont sévères [BBN91].

## 2.3.2 L'EIMAC proposée comme marqueur indirect de l'athérosclérose coronaire

### 2.3.2.1 Pourquoi étudier l'EIMAC dans le cadre de l'athérosclérose coronaire ?

- Les premières études furent autopsiques [MKK63], [MS62], [Ste68]. Elles montraient qu'il existait une relation étroite entre athéroscléroses coronaire et carotidienne [YGT<sup>+</sup>60], [Ste68].
- Plus récemment, [OPK<sup>+</sup>92], [SS91] et [SS93] ont constaté une association entre la présence d'une coronaropathie et l'athérome carotidien. Ainsi, un épaississement pariétal carotidien augmente le risque d'angor ou d'infarctus du myocarde.
- Sur le plan coronarographique, l'existence de lésions significatives (sténose d'au moins 50% sur au moins une artère coronaire) est associée à un épaississement de la paroi de l'artère carotide [CRE<sup>+</sup>90] et à l'extension de l'athérome carotidien [CTMK<sup>+</sup>87].
- [CN86] a montré que l'existence d'un athérome asymptomatique dans le territoire carotidien accroît le risque de coronaropathie.
- Enfin, comme proposé dans [Emi96], l'évaluation de l'athérosclérose carotidienne par ultrasonographie peut être proposée dans le dépistage précoce de la maladie coronarienne chez les sujets à haut risque. L'EIMAC représente ainsi un marqueur du risque d'accident coronarien.



### 2.3.2.2 Comment étudier l'EIMAC dans le cadre de l'athérosclérose coronaire ?

Les études épidémiologiques concernant la paroi artérielle ont d'abord été cliniques et autopsiques.

L'angiographie, définie comme une radiographie des vaisseaux après injection d'un liquide opaque aux rayons X, apporte de précieux renseignements sur la lumière vasculaire, dont elle permet la mesure du diamètre. Cependant, elle ne donne que peu d'informations sur la paroi, dont l'étude est essentielle à la détermination de l'EIMAC.

L'artériographie est une technique invasive et coûteuse. Elle consiste à radiographier un territoire artériel après injection dans le tronc principal, directement ou au moyen d'un

cathéter, d'un liquide opaque aux rayons X. En outre, les lésions d'athérosclérose sont sous-estimées [GWZ<sup>+</sup>87] par cette technique.

Quant à l'examen Doppler<sup>3</sup>, il ne permet de détecter que des sténoses supérieures à 50% [Bag96].



|| **L'échographie** est actuellement la **meilleure méthode** pour l'étude in vivo de la structure pariétale artérielle. De plus, elle présente de nombreux avantages : la technique est **aisée, peu chère, temps réel** et surtout **non invasive**.

## 2.4 Bilan



Dans le cadre de l'athérosclérose coronaire, principale cause de mortalité dans les pays industrialisés, le corps médical s'intéresse à la détermination d'un marqueur indirect représentatif de l'évolution de la pathologie: l'épaisseur du complexe intima-média des artères carotides (EIMAC), couches constitutives pariétales les plus internes.



En effet, la littérature rapporte une bonne corrélation entre les atteintes athéromateuses de l'artère carotide (rappelons sa particularité anatomique, la bifurcation) et l'athérosclérose coronaire.

En outre, contrairement aux artères coronaires, les artères carotides sont superficielles et donc aisément accessibles à l'échographie, imagerie non invasive, peu coûteuse et aisée. Cette imagerie est actuellement la meilleure méthode pour l'étude de la structure pariétale artérielle.

---

3. Cet examen est basé sur l'effet Doppler découvert, en 1842, par le physicien Autrichien Christian Doppler qui mit en évidence la variation de fréquence du son perçu par l'observateur lorsque la source sonore se déplace par rapport à ce dernier.

# Bibliographie

- [Bag96] J.P. Baguet. *Athérosclérose et Hypertension artérielle. Données de l'échographie carotidienne quantitative. Développement et validation d'un logiciel de mesure.* PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble, 1996.
- [BBN91] G. Belcaro, A. Barsotti, and AN. Nicolaides. Ultrasonic biopsy - a non-invasive screening technique to evaluate the cardiovascular risk and to follow up the progression and the regression of atherosclerosis. *VASA*, 20:40–50, 1991.
- [BL81] R.M. Berne and M.N. Levy. *Cardiovascular physiology.* 4th ed. St Louis : Mosby, 1981.
- [CN86] B.N. Chambers and J.W. Norris. Outcome in patients with asymptomatic neck bruits. *New England Journal of Medecine*, 315:860–865, 1986.
- [CRE<sup>+</sup>90] T.E. Craven, J.E. Ryu, M.A. Espeland, F.R. Khal, M.C. Mac Kinney, J.F. Toole, M.R. Mac Mahan, C.J. Thompson, G. Heiss, and J.R.III Crouse. Evaluation of the associations between carotid artery atherosclerosis and coronary artery stenosis. a case control study. *Circulation*, 82:1230–1242, 1990.
- [CTMK<sup>+</sup>87] J.R. Crouse, J.F. Toole, W.M. Mac Kinney, M.B. Dignan, G. Howard, F.R. Khal, M.R. Mac Mahan, and G.H. Harpold. Risk factors for extracranial carotid artery atherosclerosis. *Stroke*, 18:990–996, 1987.
- [Emi96] C. Emile. Quantification ultrasonographique de l'épaississement intima-média : un marqueur artériel de l'athérome infraclinique. *Actualités Vasculaires Internationales : Perspectives*, 43:18–22, 1996.
- [Gan77] W.F. Ganong. *Physiologie medicale.* Masson, 1977.
- [GHH<sup>+</sup>93] J.A. Gosling, P.F. Harris, J.R. Humpherson, I. Whitmore, and P.L.T. Willan. *Anatomie humaine.* Deux. e'd. Bruxelles : De Boeck Universite', 1993.
- [GWZ<sup>+</sup>87] S. Glacov, E. Weisenberg, C.K. Zarins, R. Stankunavicius, and G.J. Kolettis. Compensatory enlargement of human atherosclerosis coronary arteries. *New England Journal of Medecine*, 316:1371–1375, 1987.
- [Min86] A.H. Mines. *Respiratory physiology.* 2nd ed. New York : Raven Press, 1986.

- [MKK63] K.S. Mathur, S.K. Kashyap, and V. Kumar. Correlation of the extent and severity of atherosclerosis in the coronary and cerebral arteries. *Circulation*, 27:929–934, 1963.
- [MS62] J.R.A. Mitchell and C.J. Schwartz. Relationship between arterial disease in different sites. a study of the aorta and coronary, carotid and iliac arteries. *British Medical Journal*, pages 1293–1301, 1962.
- [MV87] J.D. Matteo and A. Vacheron. *Cardiologie*. Deux. éd. Paris : Expansion Scientifique Française, 1987.
- [OPK<sup>+</sup>92] D.H. O’Leary, J.F. Polak, R.A. Kronmal, S.J. Kittner, M.G. Bond, S.K. Wolfson, W. Brommer, T.R. Price, J.M. Gardin, and P.J. on behalf of the CHS collaborative research group Savage. Distribution and correlates of sonographically detected carotid artery disease in the cardiovascular health study. *Stroke*, 23:1752–1760, 1992.
- [SD95] S. Silbernagl and A. Despopoulos. *Atlas de poche de physiologie*. Deux. éd. française : Médecine-Sciences Flammarion, 1995.
- [SS91] R. Salonen and J.T. Salonen. Determinant of carotid intima-media thickness : a population-based ultrasonography study in eastern finnish men. *Journal of Internal Medicine*, 229:225–231, 1991.
- [SS93] J.T. Salonen and R. Salonen. Ultrasound b-mode imaging in observational studies of atherosclerosis progression. *Circulation*, 87 (suppl.II) :II56–II65, 1993.
- [Ste68] N.H. Sternby. Atherosclerosis in a defined population : an autopsy survey in malmo, sweden. *Acta Pathol Microbiol Scand*, 194:1–216, 1968.
- [YGT<sup>+</sup>60] W. Young, J.W. Gofman, R. Tandy, N. Malanud, and E.S.G. Waters. The quantification od atherosclerosis iii: the extent of correlation of degrees of atherosclerosis within ans between the coronary and cerebral vascular beds. *American Journal of Cardiology*, 6:300–308, 1960.

# Chapitre 3

## Les défis de la médecine concernant l'étude de l'EIMAC

### Objectifs du chapitre



Dans le chapitre précédent, j'ai rapporté l'intérêt de l'étude de l'EIMAC au moyen de l'imagerie échographique dans le cadre des pathologies cardiovasculaires. Je vais maintenant m'attacher à définir les défis de la médecine vasculaire concernant l'étude de ce marqueur.

Dans une première partie, j'expose la pratique courante 2D de la mesure de l'EIMAC et les limitations rencontrées.



Dans une seconde partie, je rappelle l'apport d'une imagerie échographique 3D dans de nombreuses spécialités médicales.

Enfin, j'achèverai ce chapitre par la description des potentialités d'une imagerie 3D appliquée à notre étude.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>L'EIMAC : la pratique courante 2D</b>	<b>26</b>
3.1.1	Une étape de quantification récemment améliorée par l'introduction de l'ordinateur	26
3.1.2	Une étape de reproductibilité incomplètement satisfaisante	28
<b>3.2</b>	<b>Généralités sur l'apport d'une imagerie échographique 3D</b>	<b>31</b>
3.2.1	Introduction	31
3.2.2	Les domaines applicatifs	31
3.2.2.1	L'obstétrique	31

3.2.2.2	La gynécologie . . . . .	32
3.2.2.3	La cardiologie . . . . .	32
3.2.2.4	La néphrologie . . . . .	32
3.2.2.5	La chirurgie interventionnelle . . . . .	32
3.2.2.6	Le domaine éducatif . . . . .	32
<b>3.3</b>	<b>L'apport d'une imagerie échographique 3D pour l'étude ...</b>	<b>33</b>
3.3.1	Une généralisation de la quantification 2D . . . . .	33
3.3.2	La reproductibilité intra-patient peut être améliorée . . . . .	33
<b>3.4</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>35</b>

---

## 3.1 L'EIMAC : la pratique courante 2D

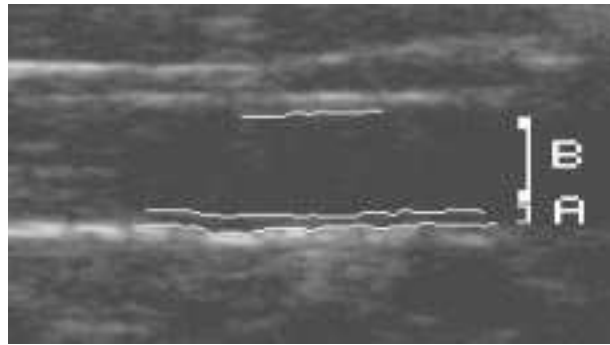
Prenons l'exemple d'un patient suivi régulièrement (par exemple, tous les 6 mois), dans le cadre d'une affection cardiovasculaire. Le bilan comprend un examen échographique de l'artère carotide afin de rechercher une anomalie de type épaissement (diffus ou localisé) ou plaque, étroitement en relation avec l'athérosclérose coronaire ou les événements coronariens. Pour cela, il détermine l'EIMAC ainsi que d'autres paramètres cliniques comme l'épaisseur des plaques d'athérome.

Ultérieurement, en comparant ces mesures avec les précédentes, il va chercher à apprécier **l'évolution de la maladie** (régression? stabilisation? aggravation?) ou **l'efficacité d'une thérapeutique**. Or, pour comparer, une notion est essentielle : **l'objectivité**. Cette dernière sous-tend deux autres notions capitales : la **quantification** et la **reproductibilité**, notions que j'aborde plus amplement dans les deux paragraphes suivants.

### 3.1.1 Une étape de quantification récemment améliorée par l'introduction de l'ordinateur

Deux méthodes de quantification sont actuellement disponibles :

1. manuellement, à partir de l'image échographique (gelée) affichée sur l'échographe. La mesure est effectuée sur le moniteur entre deux curseurs échographiques positionnés sur les extrémités de la région à mesurer. Cette mesure, trop grossière pour une analyse précise, est à proscrire et doit laisser place à la mesure assistée par ordinateur [Bag96].
2. semi-automatiquement ou automatiquement, avec l'assistance de l'ordinateur. Pour ce faire, une étape de numérisation des images échographiques est nécessaire. Transférées sur l'ordinateur, les images sont alors traitées par différents logiciels de quantification [MG95, BMMG<sup>+</sup>99, BMGS<sup>+</sup>98, GML<sup>+</sup>93, TPS<sup>+</sup>92]. La figure 3.1 illustre une approche semi-automatique.



**FIG. 3.1 – Une quantification semi-automatique de l'EIMAC sur une coupe longitudinale de l'artère carotide.**

*L'EIMAC n'est plus estimée à partir d'une seule mesure mais par un moyennage de l'ensemble des mesures échantillonnées le long des contours délimitant le complexe intima-média. Ces contours peuvent être déterminés automatiquement par un modèle statistique dans le cas d'images échographiques de bonne qualité. Une solution manuelle semi-automatique peut être envisagée lorsque les images échographiques sont de qualité insuffisante. Sur cette image, l'EIMAC (A) est estimée à 0.67mm et le diamètre endoluminal (B) à 4.77mm.*

---





L'introduction récente de l'ordinateur dans la détermination de l'EIMAC est une étape importante: contrairement à la mesure manuelle, l'EIMAC n'est plus estimée à partir d'une mesure unique, mais à partir d'une moyenne sur un ensemble de mesures [MG95], améliorant ainsi la précision de la mesure. En outre, la reproductibilité intra-image est améliorée du fait d'une évaluation semi-automatique voire automatique des contours de la paroi de l'artère.



Dans le cadre de cette étude, la reproductibilité intra-image est définie comme la capacité d'obtenir des valeurs identiques de l'EIMAC lors du traitement d'une **même** image de l'artère carotide à des temps différents et par des opérateurs différents.

### 3.1.2 Une étape de reproductibilité incomplètement satisfaisante

Nous disposons certes d'une bonne reproductibilité intra-image d'un même patient. Il faut maintenant nous interroger sur la reproductibilité intra-patient.



Dans le cadre de cette étude, la reproductibilité intra-patient est définie comme la capacité d'obtenir des valeurs identiques de l'EIMAC lors du traitement d'images différentes d'une même région de la carotide d'un même patient. Les images sont supposées acquises à des temps différents mais suffisamment proches (par exemple un jour, une semaine) pour supposer une absence de modification intrinsèque de l'artère carotide.

Comment être certain que nous examinons la **même portion** de carotide d'un examen à l'autre? Que nous effectuons la quantification sur une **partie identique** de carotide? Questions difficiles mais nécessaires pour assurer le bien fondé des mesures effectuées.

- Une première approche consiste à éviter la difficulté. Ainsi, dans [CT93], l'auteur a développé un score échographique avec 12 sites de mesure distincts. Ce score échographique renseigne sur l'évolution globale de la maladie.
- Une seconde méthode, plus naturelle, consiste à se repérer par rapport à un élément anatomique caractéristique de l'image échographique, en tenant compte de la position de la tête, du type de section échographique (longitudinale, transverse) et de l'angle d'incidence (antérieure, latérale ou postérieure) des ultrasons. Considérons, par exemple, des acquisitions longitudinales permettant la visualisation de la bifurcation. Comme le montre le schéma 3.2, il est possible d'effectuer des mesures repérées par rapport à celle-ci. Néanmoins (voir figure 3.3), aucune indication sur la position de ce plan par rapport à l'axe de l'artère n'est disponible. De plus, cette méthode de repositionnement implique de visualiser, sur une même image, le site de mesure et la bifurcation. Cette restriction limite fortement l'exploration de la

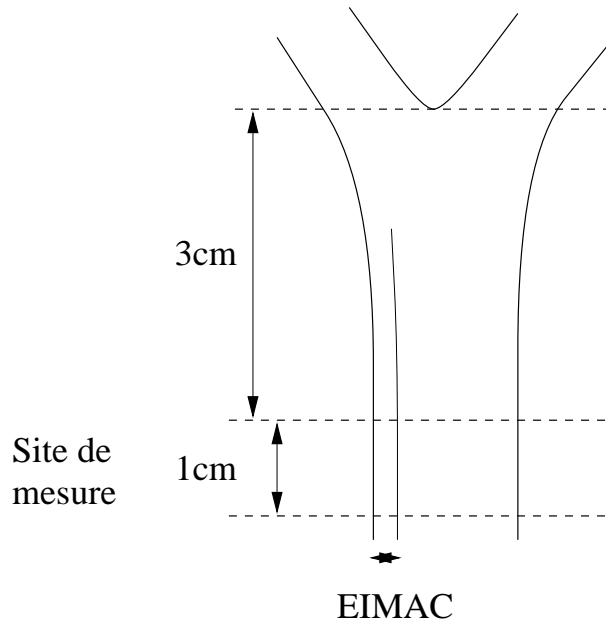
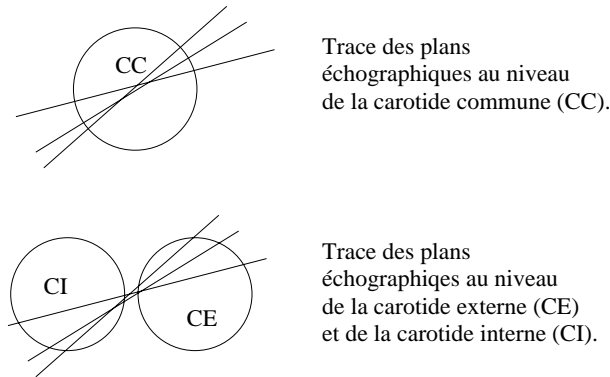


FIG. 3.2 – Une méthode de reproductibilité intra-patient . . . .

*L'échographiste identifie les distances de son site de mesure à la bifurcation (ici 3 cm). Lors d'un prochain examen, après acquisition d'une nouvelle image échographique prenant la bifurcation, il pourra renouveler sa mesure sur un site identique.*

carotide au voisinage de la bifurcation. En outre, se pose le problème des acquisitions transversales sur lesquelles la bifurcation n'est pas visible. Une information plus globale, autre que l'image elle-même, semble nécessaire.

- Une partie de ces difficultés semble levée par une élégante méthode présentée dans les articles [Emi96, GML<sup>+</sup>93, TPS<sup>+</sup>92]: à l'occasion du premier examen, le système construit un "fantôme anatomique" de l'artère et des structures adjacentes, qui est ensuite stocké dans la mémoire de l'ordinateur. Sont aussi mémorisés des paramètres extrinsèques tels que la section échographique (longitudinale, transverse), l'orientation du faisceau ultrasonore (antérieur, latéral ou postérieur), la position de la tête et la direction des ultrasons. Lors des examens ultérieurs, à paramètres extrinsèques identiques, l'image obtenue par l'examen en cours se superpose à l'image de l'artère et des structures adjacentes obtenues lors du premier examen. La minimisation par l'opérateur d'un score de ressemblance inter-image permet un repositionnement. Les échographistes savent alors qu'ils étudient la même portion de carotide que précédemment.



Trace des plans  
échographiques au niveau  
de la carotide commune (CC).

Trace des plans  
échographiques au niveau  
de la carotide externe (CE)  
et de la carotide interne (CI).

FIG. 3.3 – ... insatisfaisante.

*Des incertitudes subsistent sur le plan d'incidence. La figure ci-dessus montre la trace du plan échographique de différentes incidences dans un plan transversal au niveau des artères carotides interne et externe. Ces différentes incidences donneront sensiblement la même image échographique.*

Pour ce faire, l'hypothèse implicite sous-jacente est de considérer que chaque image contient des données caractéristiques d'une position donnée. Cette hypothèse (forte) est traduite mathématiquement par le score de ressemblance, fonction globale que l'échographiste est amené à minimiser à tâtons. Son minimum théorique correspond à une image identique à celle du premier examen. Lors de cette minimisation, il est concevable que deux images différentes, sous deux incidences différentes, aient un score de ressemblance identique. En fait, l'échographiste sera attiré, non pas par le minimum global (correspondant à un repositionnement exact s'il est unique), mais par un des minima locaux le plus proche de sa position initiale, satisfaisant une ressemblance subjective de l'image en cours avec l'image initiale. Une information supplémentaire aidant au repositionnement objectif de l'échographiste semble donc nécessaire.



Par la présentation de ces différentes méthodes, je viens d'exposer les difficultés rencontrées concernant la notion de reproductibilité intra-patient dans le cadre d'une acquisition bidimensionnelle. Leurs analyses font ressentir le besoin d'une **information plus globale**. Cette information supplémentaire sera apportée sous la forme d'une approche **tridimensionnelle**.

## 3.2 Généralités sur l'apport d'une imagerie échographique 3D dans le monde médical



Je profite de ce chapitre pour rappeler au lecteur quelques notions générales sur l'apport de l'échographie tridimensionnelle dans le monde médical. Le lecteur pourra compléter ces informations en se reportant à [Hen97], thèse très complète du laboratoire sur ce sujet.

### 3.2.1 Introduction

Contrairement à l'échographie bidimensionnelle, son extension tridimensionnelle permet d'obtenir **une idée globale de la forme et de la structure d'un organe**. Cette information, précieuse pour l'échographiste devant porter un diagnostic, était jusqu'alors obtenue par *intégration mentale* des différentes coupes effectuées. Celle-ci repose sur un bon sens clinique, de solides connaissances anatomiques, mais surtout une grande expérience échographique que seule une pratique de longue durée permet d'acquérir. Néanmoins, ce défaut d'information, comblé par le processus mental de l'échographiste, est à l'origine de la difficulté de relecture des images, ce qui fait de l'échographie bidimensionnelle, un examen très opérateur dépendant.

### 3.2.2 Les domaines applicatifs

Cette potentialité de l'approche 3D (possibilité d'obtenir une idée globale de la forme et de la structure d'un organe) explique les nombreux domaines applicatifs du monde médical. La suite de ce paragraphe rapporte, de façon non exhaustive, les principales spécialités concernées par cette avancée technologique.

#### 3.2.2.1 L'obstétrique

L'échographie 3D donne la possibilité au médecin d'améliorer ses capacités à juger de la normalité d'un fœtus [PN95, DGRL96]. Rappelons que la découverte de **toute anomalie échographique** (malformation, développement dysharmonieux, anomalie du liquide amniotique . . .) **est un signe d'appel** qui doit amener le médecin à être particulièrement vigilant et entreprendre des explorations complémentaires si nécessaire. Ainsi, des gestes à visée diagnostique (dosage génétique, dépistage génétique) pourront être réalisés, actes médicaux non anodins pouvant entraîner la mort fœtale. De plus, le médecin pourra être amené à proposer, lors de la découverte de diagnostics gravissimes (par exemple, diagnostic génétique d'une mucoviscidose suite à des signes d'appel échographique), une Interruption Thérapeutique Volontaire de Grossesse (ITVG).

### 3.2.2.2 La gynécologie

Une étude [LRCB<sup>+</sup>89] a montré l'amélioration de la classification des tumeurs du sein par l'utilisation d'une approche tridimensionnelle. Les tumeurs bénignes se présentent comme des volumes réguliers aux contours bien définis. Au contraire, les tumeurs malignes présentent une structure moins régulière, plus complexe, envahissant localement le tissu sain. De plus, des informations supplémentaires sur le remaniement vasculaire peuvent être apportées par l'échographie Doppler 3D.

### 3.2.2.3 La cardiologie

L'imagerie 3D peut aider à la quantification volumétrique : quantification du volume du ventricule gauche [BMB78, RNP96] essentiel pour préciser la fraction d'éjection systolique, marqueur de l'intégrité de la bonne fonctionnalité cardiaque. Dans [Gre82], les auteurs montrent que les techniques de modélisation de surface permettent une représentation plus précise des structures anatomiques (muscles, valves) ainsi qu'une vue globale de l'endocarde (membrane conjonctivo-élastique tapissant les cavités cardiaques et recouverte d'un endothélium lisse). Cette dernière information favorise l'appréciation des maladies cardiaques.

### 3.2.2.4 La néphrologie

La quantification volumétrique rénale est aussi un élément important pour étudier une malformation congénitale, une hydronéphrose (rétention d'eau pathologique au niveau du parenchyme rénal ; cette rétention peut être due, par exemple, à l'existence d'un obstacle au niveau des voies urinaires), quantifier le volume d'une tumeur afin de suivre son évolution lors d'un traitement chimiothérapeutique ou radiothérapeutique. Comme le montre [SLCY94], cette quantification est largement améliorée par des techniques d'échographie 3D.

### 3.2.2.5 La chirurgie interventionnelle

Il s'agit ici de tous les gestes de ponction assistée par ordinateur. Citons, par exemple, [FSP<sup>+</sup>96], où il est proposé de guider le chirurgien en utilisant un système de lunettes permettant la superposition du monde réel et d'une image échographique dans le cadre des biopsies de tumeurs du sein. Dans [CBT<sup>+</sup>97], les auteurs proposent un système de ponction péricardique assistée par ordinateur (CASPER).

### 3.2.2.6 Le domaine éducatif

Dans [HTB96], les auteurs proposent la simulation d'une échographie 2D à partir de données 3D préenregistrées, l'idée sous-jacente étant que l'échographie 3D facilite la compréhension de l'examen échographique 2D. Une application potentielle serait la possibilité d'offrir aux étudiants en médecine un outil d'apprentissage et d'évaluation.

## 3.3 L'apport d'une imagerie échographique 3D pour l'étude de la paroi artérielle

### 3.3.1 Une généralisation de la quantification 2D

En ce qui concerne la recherche dans le domaine de la pathologie vasculaire, disposer de données échographiques tridimensionnelles ouvre de nouvelles perspectives. La quantification, initialement unidimensionnelle, peut devenir **surfactive** et **volumique**. L'estimation de paramètres, jusqu'alors difficilement accessibles par une approche échographique bidimensionnelle, peut être raisonnablement envisagée. Parmi ces paramètres, citons la possibilité de déterminer, entre deux coupes transversales d'une artère, la **surface d'une plaque d'athérome**, son **volume**, le **volume endoluminal** (volume de la lumière de l'artère compris entre deux coupes transversales), ou bien le **volume du complexe intima média**. Ces quantités peuvent ensuite être utilisées pour déterminer les propriétés dynamiques de la paroi.

En outre, comme le signalent les auteurs de [SH89], une imagerie échographique tridimensionnelle pourrait être utile dans l'investigation de l'histoire naturelle de l'athérosclérose carotidienne.

Enfin, une visualisation tridimensionnelle des déformations de la paroi artérielle représenterait, de façon concrète, la reconstruction mentale de l'échographiste.

### 3.3.2 La reproductibilité intra-patient peut être améliorée

J'ai précédemment exposé dans 3.1.2 les difficultés rencontrées pour une reproductibilité intra-patient lors d'un examen échographique. **Une acquisition échographique tridimensionnelle peut apporter des éléments de réponse**. Je souligne, en outre, que je présente dans ce paragraphe un exemple d'amélioration de la reproductibilité intra-patient grâce à l'imagerie échographique 3D, afin de **souligner** son apport dans ce domaine.

L'information, faisant défaut lors d'une acquisition purement bidimensionnelle, est la **capacité d'ordonnancement quantitatif des différentes coupes échographiques les unes par rapport aux autres**. Elle était le résultat d'un processus intellectuel de la part de l'échographiste, processus subjectif par définition.

Lors d'une acquisition 3D, cette information quantitative étant connue, l'échographiste est à même de définir un **référentiel orthonormé 3D** dans lequel chaque donnée échographique (plan, volume) est repérée de manière univoque. La reproductibilité de l'étude pariétale de l'artère est alors liée à la reproductibilité de ce référentiel. Plus exactement, la reproductibilité de cette étude est liée à la **reproductibilité de la détermination de la position de l'artère** dans ce repère.



Supposons qu'au cours d'un premier examen, l'échographiste définisse un repère orthonormé dans lequel ses sites de quantification sont déterminés de manière univoque (par exemple, les coordonnées d'un plan échographique, les coordonnées d'un site de mesure) ; si de plus, lors d'un nouvel examen, il s'assure que l'artère possède une position identique dans un nouveau repère propre à cet examen, alors les mêmes données échographiques (par exemple le même plan échographique, le même site de mesure) auront des coordonnées identiques. La reproductibilité intra-patient est ainsi assurée.

Finalement, l'introduction d'une imagerie échographique 3D déplace le problème d'une reproductibilité intra-patient, vers celui d'une reproductibilité de détermination d'un référentiel dans lequel l'artère carotide est positionnée de façon identique. Une réflexion sur la détermination de ce repère fera l'objet du chapitre suivant.

Un tel repère étant disponible, de nombreuses applications pourraient en découler : une application très utile serait le développement d'un guidage de l'échographiste vers un site de mesure identique.

## 3.4 Bilan

J'ai brossé, dans ce chapitre, un tableau de l'état actuel de la pratique médicale en ce qui concerne l'étude échographique de la paroi de l'artère carotide. Durant cette description, j'ai essayé de faire prendre conscience au lecteur des difficultés auxquelles se trouvait confrontée la médecine vasculaire, en extrayant deux notions essentielles : **quantification** et **reproductibilité**, deux notions nécessaires à une étude plus **objective** de l'artère carotide.

Après avoir rappelé l'apport de l'introduction récente d'une mesure assistée par ordinateur en ce qui concerne la quantification de l'EIMAC, j'ai mis en évidence les limitations d'une acquisition échographique bidimensionnelle dans le domaine de la reproductibilité suite à une analyse de la littérature.

Enfin, j'ai insisté, après une rapide évocation des avancées dans différents domaines médicaux que rendraient possibles l'introduction d'une imagerie échographique tridimensionnelle, sur l'apport de cette dernière dans l'étude de l'artère carotide, aussi bien dans la détermination de nouveaux indicateurs cliniques, que dans l'amélioration de la reproductibilité. En ce qui concerne cette dernière notion, j'ai montré qu'une possibilité consistait à définir un référentiel reproductible d'un examen à l'autre.

La nécessité d'une acquisition échographique tridimensionnelle étant justifiée, la mise en oeuvre de sa réalisation pratique et matérielle sera présentée dans la seconde partie de ce rapport. Dans le chapitre suivant, je propose au lecteur une réflexion générale sur le traitement des données échographiques 3D de l'artère carotide. Elle nous conduira à la définition d'une problématique plus mathématique.







# Bibliographie

- [Bag96] J.P. Baguet. *Athérosclérose et Hypertension artérielle. Données de l'échographie carotidienne quantitative. Développement et validation d'un logiciel de mesure.* PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble, 1996.
- [BMB78] J.F. Brinkley, W.E. Moritz, and D.W. Baker. Ultrasonic three-dimensional imaging and volume from series of arbitrary sector scans. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 4:317–327, 1978.
- [BMGS+98] J.P. Baguet, A. Moreau-Gaudry, J.P. Siche, Troccaz J., P. Tremel, F. and Cinquin, and Mallion J.M. Reproducibility of measures of parietal thickening and of carotid diameter by a new automatic analysis program. 13th Scientific meeting of the American Society of Hypertension, May 1998.
- [BMMG+99] J.P. Baguet, J.M. Mallion, A. Moreau-Gaudry, M. Pheoc, and J.P. Tremel, F. and Siche. Relationship between cardiovascular remodeling and the pulse pressure in never treated essential hypertension. 47th Annual scientific meeting of the Cardiac Society of Australia and New Zealand, August 1999.
- [CBT+97] O. Chavanon, C. Barbe, J. Troccaz, L. Carrat, C. Ribuot, and D. Blin. Computer assisted pericardial punctures: animal feasibility study. *CVRMed-MRCAS'97*, pages 285–294, 1997.
- [CT93] J.R.III Crouse and C.J. Thompson. An evaluation of methods for imaging and quantifying coronary and carotid lumen stenosis and atherosclerosis. *Circulation*, 87 (suppl. II):II17–II33, 1993.
- [DGRL96] J. Deng, J.E. Gardener, C.H. Rodeck, and W.R. Lees. Fetal echocardiography in 3-dimensions and 4-dimensions. *Ultrasound Med. Biol.*, 22:979–986, 1996.
- [Emi96] C. Emile. Quantification ultrasonographique de l'épaississement intima-média: un marqueur artériel de l'athérome infraclinique. *Actualités Vasculaires Internationales: Perspectives*, 43:18–22, 1996.
- [FSP+96] H. Fuchs, A. Stae, E. Pisano, W. Garrett, G. Hirota, M. M. Livingston, M. Whitton, and S. Pizer. Towards performing ultrasound-guided needle biopsies from within a head-mounted display. *Visualisation in Biomedical Computing*, pages 591–600, 1996.

- [GML<sup>+</sup>93] J. Gariépy, M. Massoneau, J. Levenson, D. Heudes, A. Simon, and le groupe de prévention cardiovasculaire en médecine du travail. Evidence for in vivo carotid and femoral wall thickening in human hypertension. *Hypertension*, 22 :111–118, 1993.
- [Gre82] J.F. Greenleaf. 3d imaging in ultrasound. *Journal of Medical Systems*, 6 :579–589, 1982.
- [Hen97] D. Henry. *Outils pour la modélisation de structures et la simulation d'examen échographiques*. PhD thesis, université Joseph Fourier (Sciences), 1997.
- [HTB96] D. Henry, J. Troccaz, and J.L. Bosson. Virtual Echography : Simulation of ultrasonographic examinations. In hans B. Sieburg suzanne J. Weghorst and karen S. Morgan, editors, *proceedings of MMVR'4*, pages 176–183, PO Box 23220 San Diego CA 92193 USA, january 1996. MMVR'4.
- [LRCB<sup>+</sup>89] J.M. Levailant, D. Rotten, A. Collet Billon, Y. LeGuerrinel, and P. Rua. Three-dimensional ultrasound imaging of the female breast and human fetus in utero : Preliminary results. *Ultrasound Imaging*, 11 :149, 1989.
- [MG95] A. Moreau-Gaudry. *Dea de mathématiques appliquées : segmentation automatique d'images dynamiques échographiques*. 1995.
- [PN95] D.H. Pretorius and T.R. Nelson. Fetal face visualization using three-dimensional ultrasonography. *Journal of Ultrasound in Medecine*, 14 :349–356, 1995.
- [RNP96] M. Riccabona, T.R. Nelson, and D.H. Pretorius. Three-dimensional ultrasound : accuracy of distance and volume measurements. *Ultrasound in Obstetrics and Gynecology*, 7 :429–434, 1996.
- [SH89] W. Steincke and M. Hennerici. Three-dimensional ultrasound imaging of carotid artery plaques. *Journal of cardiovascular technology*, 8(1) :15–22, 1989.
- [SLCY94] Y.N. Sun, J.S. Lee, J.C. Chang, and W.Y. Yao. Three-dimensional reconstruction of kidney from ultrasonic images. *IEEE Workshop of Biomedical Image Analysis*, pages 3–49, 1994.
- [TPS<sup>+</sup>92] P.J. Touboul, P. Prati, P.Y. Scarabin, V. Adrai, E. Thibout, and P. Ducimetière. Use of monitoring software to improve the measurement of carotid wall thickness by b-mode imaging. *Journal of Hypertension*, 10 (suppl. 5) :S37–S41, 1992.

# Chapitre 4

## Un modèle tridimensionnel de la bifurcation de l'artère carotide est une première étape vers une étude plus objective de l'EIMAC

### Objectifs du chapitre

Dans le chapitre précédent, j'ai souligné l'apport d'une imagerie échographique 3D en vue d'une étude reproductible de l'EIMAC. Ce chapitre montre qu'une modélisation 3D de la bifurcation de l'artère carotide pourrait conduire à ce résultat.



Dans une première partie, j'élargis la discussion à différents domaines applicatifs du monde médical intéressés par un modèle tridimensionnel de bifurcation.

Puis, dans une seconde partie, une modélisation 3D de la bifurcation carotide est présentée comme une solution à une étude reproductible de l'EIMAC.

Enfin, ce chapitre s'achève par les spécificités recherchées pour une telle modélisation.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Différents domaines applicatifs intéressés par une modélisation 3D ...</b>	<b>40</b>
4.1.1	Les bifurcations de l'appareil circulatoire	40
4.1.1.1	Les bifurcations et la vascularisation cérébrale	41
4.1.1.2	Les bifurcations et la vascularisation cardiaque	41

4.1.1.3	Les bifurcations et la vascularisation abdominale .	41
4.1.1.4	Les bifurcations et les études physiologiques vasculaires . . . . .	41
4.1.2	Les bifurcations de l'appareil respiratoire . . . . .	42
4.1.2.1	Les bifurcations et la ponction bronchique . . . . .	42
4.1.2.2	Les bifurcations et les études physiologiques respiratoires . . . . .	42
<b>4.2</b>	<b>Un modèle de bifurcation est un premier élément de réponse . . . . .</b>	<b>43</b>
4.2.1	Une aide au traitement des données 3D . . . . .	43
4.2.2	Une aide à la reproductibilité . . . . .	43
4.2.3	Une aide à la visualisation . . . . .	44
<b>4.3</b>	<b>Spécificités d'une modélisation tridimensionnelle de la bifurcation ... . . . . .</b>	<b>44</b>
4.3.1	Des notions clefs . . . . .	44
4.3.1.1	Une information échographique se référant à une topologie d'embranchement . . . . .	44
4.3.1.2	Un modèle avec une topologie d'embranchement .	44
4.3.1.3	Un modèle déformable . . . . .	45
4.3.1.4	Extraction puis ajustement ou modèle actif? . . .	45
4.3.1.5	Une notion d'automatisme . . . . .	45
4.3.2	Définition d'une problématique mathématique . . . . .	45
<b>4.4</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>46</b>

---

## 4.1 Différents domaines applicatifs intéressés par une modélisation 3D de la bifurcation

Ce paragraphe est l'occasion de faire prendre conscience au lecteur de la haute fréquence de l'objet **bifurcation** au sein du corps humain, et donc des multiples applications potentielles d'un modèle tridimensionnel de cette entité. Deux principaux appareils en sont d'importants pourvoyeurs : l'appareil circulatoire et l'appareil respiratoire.

### 4.1.1 Les bifurcations de l'appareil circulatoire

Les bifurcations sont parties intégrantes de cet appareil: elles sont des passages obligés de sa décentralisation à partir des 8 troncs principaux (aorte, veines caves supérieure et inférieure, artère pulmonaire et 4 veines pulmonaires) vers le réseau micrométrique des capillaires. Du fait des modifications des écoulements des flux au voisinage des bifurcations (passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent), ces entités sont les lieux

privilegiés de remaniements (anévrisme, athérome) expliquant l'intérêt de leur étude. En outre, leurs particularités anatomiques en font des points de repère anatomiques très utiles.

Dans la suite de ce paragraphe, différentes bifurcations communément étudiées dans la pratique médicale sont examinées, associées aux moyens d'imagerie classiquement utilisés pour leur visualisation (autres que l'échographie, abordée dans le chapitre précédent).

#### **4.1.1.1 Les bifurcations et la vascularisation cérébrale**

Lors d'une suspicion d'anévrisme au sein de la vascularisation cérébrale et en l'absence de contre-indication (allergies au produit de contraste), deux examens sont classiquement demandés pour la visualisation de ce réseau : le scanner cérébral injecté ou l'artériographie. Les bifurcations font alors l'objet d'un intérêt particulier, du fait de la localisation préférentielle des anévrismes vasculaires à leur niveau. Une modélisation pourrait en permettre une étude plus précise : quantification, évolution temporelle, bilan préopératoire, efficacité d'un traitement chirurgical ou d'une chimiothérapie.

#### **4.1.1.2 Les bifurcations et la vascularisation cardiaque**

Comme précédemment, l'arbre vasculaire des coronaires peut être directement étudié par la réalisation de radiographies suite à l'injection de produit de contraste à son niveau (coronarographie). Les conséquences de l'atteinte de cette vascularisation sur le cœur ont été abordées dans le chapitre 2 et soulignent toute l'importance de son étude.

En cas d'athérosclérose coronaire, lors de la sténose d'une artère due à la présence d'une plaque diminuant le flux sanguin, un traitement possible consiste à dilater l'artère en gonflant un ballonnet dans la lumière vasculaire. La construction de l'arbre vasculaire par détermination automatique des bifurcations (grâce à un modèle de bifurcation, par exemple), ainsi que la détermination précise de la région à dilater, sont des informations utiles au médecin réalisant l'intervention.

#### **4.1.1.3 Les bifurcations et la vascularisation abdominale**

Une bifurcation essentielle à la vascularisation des membres inférieurs est représentée par la division de l'aorte abdominale en artères iliaques primitives droite et gauche. Comme toute bifurcation, celle-ci peut être le siège de pathologies vasculaires (athérome, anévrisme, dissection). Sa reconstruction à l'aide d'une imagerie par un scanner abdominal injecté est très utile lorsqu'il est envisagé une intervention chirurgicale.

D'autres bifurcations, moins fréquentes en terme de pathologie, pourraient aussi bénéficier d'une modélisation 3D : je pense aux bifurcations des réseaux hépatique, splanchnique ou rénal.

#### **4.1.1.4 Les bifurcations et les études physiologiques vasculaires**

Un modèle de bifurcation peut présenter un intérêt majeur pour des recherches physiologiques sur les remaniements tissulaires à leur niveau. L'étude des forces exercées par un écoulement sanguin pulsatile sur une bifurcation élastique déformable pourrait permettre

une meilleure compréhension des contraintes sur les tuniques pariétales internes et de leurs modifications adaptatives.

## 4.1.2 Les bifurcations de l'appareil respiratoire

La médecine vasculaire n'a pas l'apanage des bifurcations. L'appareil respiratoire les utilise afin de maximiser la surface d'échange entre l'extérieur et l'intérieur du corps humain. L'air est amené aux alvéoles, véritables unités respiratoires physiologiques des poumons, par une division dichotomique régulière à partir de la trachée, définissant ainsi l'arbre respiratoire. Selon le calibre de ses divisions, on distingue différentes structures anatomiques de diamètre décroissant : la trachée, les bronches extra-pulmonaires, les bronches intra-pulmonaires, les bronchioles lobulaires, les bronchioles terminales, les bronchioles respiratoires, et les alvéoles [CM83].

### 4.1.2.1 Les bifurcations et la ponction bronchique

L'arbre bronchique, de par ses bifurcations, entités caractéristiques pouvant servir de référence, peut être une véritable source d'informations a priori. Ainsi, dans [Bri97], l'endoscopie bronchique assistée par ordinateur facilite la ponction de tumeurs parenchymateuses en vue d'une étude anatomo-pathologique, tumeurs préalablement repérées grâce à une imagerie scanner. Dans cette approche, un arbre bronchique générique est modélisé une fois pour toutes à partir de l'imagerie scanner dans le référentiel associé au scanner. Cet arbre générique sera l'atlas de référence auquel se référera l'endoscopie assistée par ordinateur (les subdivisions bronchiques étant bien systématisées). Une modélisation automatique de cet arbre pour chaque patient, à partir d'une imagerie scanner (non injectée), par identification automatique des bifurcations (à l'aide d'un modèle de bifurcation, par exemple) pourrait être porteuse d'une information plus pertinente quant à la localisation de la tumeur à ponctionner.

### 4.1.2.2 Les bifurcations et les études physiologiques respiratoires

Une modélisation dynamique de l'arbre bronchique pourrait être particulièrement utile pour l'étude de pathologies respiratoires de type asthme : étude des modifications de la ventilation suite à un épisode spastique, de sa redistribution suite à l'action de bronchodilatateurs, de la diffusion d'un spray. Une étude au voisinage des bifurcations, du fait du remaniement des flux aériens, pourrait bénéficier d'un modèle déformable tridimensionnel.

## 4.2 Un modèle de bifurcation est un premier élément de réponse

Un modèle de bifurcation peut apporter une aide à l'étude de l'EIMAC, tant au niveau de la reproductibilité qu'au niveau du traitement des données échographiques.

### 4.2.1 Une aide au traitement des données 3D

Soit une acquisition 3D échographique de l'artère carotide. Afin d'étudier cette artère, une étape d'extraction de l'information image est nécessaire. Bien que la qualité des images échographiques se soit considérablement améliorée ces dernières années, l'apport d'informations a priori caractéristiques (donc discriminatives) de l'objet à identifier est le bienvenu. Etant donnée la topologie des bifurcations, la plus naturelle est leur forme. C'est par ce biais qu'une modélisation tridimensionnelle de la bifurcation peut aider à l'extraction de l'information image.

### 4.2.2 Une aide à la reproductibilité

Soient deux acquisitions échographiques 3D de l'artère carotide, à six mois d'intervalle par exemple, réalisées dans des conditions identiques (la reproductibilité des acquisitions sera pleinement abordée dans la seconde partie de ce document). Comme je l'ai rapporté dans le chapitre précédent, étudier une portion identique de carotide n'est pas chose évidente sans notion de référentiel reproductible.

- Une première solution peut consister à définir manuellement un référentiel lié à l'artère carotide par l'utilisation de 4 points non coplanaires. Un trièdre s'impose : la bifurcation. L'opérateur peut, par exemple, estimer sur les données le sommet de la bifurcation et sélectionner les points  $C_1, C_2, C_3$  situés dans l'axe des trois branches de la bifurcation. A partir de ces centres, un référentiel est naturellement déduit. Lors du second examen, l'opérateur tâchera de reproduire ce référentiel par sélection de caractéristiques anatomiques identiques ( $C_1, C_2, C_3$ ).
- Une seconde approche plus élégante consiste à mettre en correspondance un modèle de bifurcation avec l'information "image". Le référentiel intrinsèque du modèle peut alors être utilisé comme référentiel de référence. Tout site de mesure sera repéré de manière univoque dans celui-ci. Lors du second examen, ce référentiel sera défini de manière identique par la mise en correspondance du modèle avec l'information "image" du nouvel examen. Naturellement, cette façon de procéder implique une mise en correspondance univoque du référentiel avec l'information "image". Ce dernier point étant réalisé, un tel modèle garantira la reproductibilité de l'étude.



### 4.2.3 Une aide à la visualisation

Un modèle tridimensionnel de bifurcation rend possible sa visualisation surfacique. L'idée de bifurcation n'est plus conceptuelle, mais bien concrète. L'échographiste peut alors visualiser objectivement l'emplacement de ses sites de mesures dans ce référentiel.

## 4.3 Spécificités d'une modélisation tridimensionnelle de la bifurcation en vue d'une étude reproductible de l'EIMAC

Afin d'étudier l'EIMAC, je vais exposer les spécificités de notre modélisation, en reprenant des notions précédemment évoquées. Chaque notion fera l'objet d'une courte description, le tout aboutissant à la définition d'une problématique plus mathématique.

### 4.3.1 Des notions clefs

#### 4.3.1.1 Une information échographique se référant à une topologie d'embranchement

Je disposerai, après la seconde partie de ce document, d'acquisitions tridimensionnelles échographiques de la bifurcation de l'artère carotide. Ces acquisitions comprennent des informations (points?, niveaux de gris?, gradients?), disposées sur une topologie d'embranchement, le long de la bifurcation de l'artère. Un aspect de ce travail va consister à se référer à ces informations. Pour ce faire, nous allons recourir à une modélisation de cet embranchement.



J'attire l'attention du lecteur sur la distinction faite entre les termes **acquisition** et **information**. Ils ne se placent pas au même niveau. Le premier fait référence aux données échographiques brutes. Le second, plus évolué dans la conceptualisation, sous-entend l'application d'un critère, d'une relation : information relative à la bifurcation, relative à la paroi de l'artère . . . .

#### 4.3.1.2 Un modèle avec une topologie d'embranchement

Puisque nous cherchons à utiliser des informations disposées sur une topologie d'embranchement, cette topologie s'impose naturellement à notre modélisation. Or les objets "bifurcations" **ne sont pas homotopiques aux classiques surfaces sphériques, cylindriques ou toriques**. Ceci explique les difficultés d'une paramétrisation naturelle. Dans la troisième partie de ce document, la restriction de cette spécificité de modélisation, à une topologie, non pas homotopique, mais **compatible** avec celle des embranchements de type bifurcation, permettra la résolution de ce point épineux : un nouveau paramétrage simple et spécifique des bifurcations sera présenté.

### 4.3.1.3 Un modèle déformable

Cela semble une qualité nécessaire du modèle, les artères carotides n'étant certainement pas identiques d'un individu à l'autre : variabilité due à la taille, au développement de pathologies vasculaires, cardiaques, ou autres, à l'orientation de la tête . . . . Reste à définir le degré de déformabilité : déformabilité totale et uniquement contrainte par la topologie de l'embranchement, pouvant entraîner une échappée du modèle lors d'un processus actif (cf. paragraphe 4.3.1.4), ou déformabilité fortement contrainte, au risque de ne pas accéder à certaines informations relatives à la bifurcation ?

### 4.3.1.4 Extraction puis ajustement ou modèle actif ?

Il me semble important de bien différencier deux méthodologies : concevoir un modèle, pour l'ajuster à une information **univoque** (points du contour de la bifurcation, par exemple) extraite à l'aide d'un processus **indépendant**, est différent de la conception d'un modèle "actif" : en effet, celui-ci, placé sur le volume image, se déformera en fonction des informations extraites au voisinage du modèle. Cette dernière approche peut apparaître beaucoup plus attractive, du fait du filtrage indirect réalisé sur les informations par l'information a priori contenue dans le modèle. Néanmoins, cela nécessite un surcoût de travail par l'établissement d'une relation directe entre le modèle et les acquisitions, relation qui doit, en outre, être aisément réalisable dans la pratique (par exemple calcul des intersections du modèle avec le volume image).

Dans ce travail, les deux aspects seront abordés : une approche "extraction puis ajustement" permettra de juger la capacité du modèle à s'ajuster à des données préalablement extraites. Puis, l'approche active mettra en évidence l'apport de la forme du modèle en tant qu'information a priori.

### 4.3.1.5 Une notion d'automaticité

Les acquisitions échographiques 3D, aisément réalisables, forment rapidement une volumineuse masse de données. Qu'il s'agisse d'une méthodologie d'extraction puis d'ajustement ou de modèle actif, un traitement manuel n'est pas concevable. De plus, l'automaticité peut être un garant de la reproductibilité, par suppression de la subjectivité du facteur humain (variabilité inter-opérateur). Néanmoins, comme toute application médicale automatisée, ces résultats resteront sous le contrôle du médecin, qui les validera ou non.

## 4.3.2 Définition d'une problématique mathématique

Finalement, notre problématique mathématique est la suivante : développement d'un modèle actif déformable compatible avec une topologie de bifurcation.

## 4.4 Bilan

Ce chapitre m'a permis de mettre en lumière la fréquence de l'objet bifurcation au sein du corps humain, et les multiples applications potentielles d'une modélisation de cet objet.

Dans un second temps, j'ai souligné, sur l'exemple de l'étude de l'EIMAC, l'apport d'une modélisation de la bifurcation de l'artère carotide, aussi bien au niveau d'une amélioration de la reproductibilité des données, qu'au niveau du traitement des données.



Enfin, après avoir décrit les spécificités requises pour cette modélisation, et mis en évidence les difficultés qu'il allait nous falloir résoudre (topologie, déformabilité, ajustement, extraction d'information), j'ai précisé la problématique posée : **développement d'un modèle actif déformable compatible avec une topologie de bifurcation.**

Cette problématique sera pleinement abordée dans la troisième partie de ce document sur la base des données de l'exploration échographique qui font l'objet de la seconde partie. Des perspectives d'évolutions et d'enrichissements de cette modélisation seront présentées dans la quatrième partie.

# Bibliographie

- [Bri97] I. Bricault. *Endoscopie bronchique assistée par ordinateur. Résolution multi-niveaux d'un problème d'optimisation scène/modèle*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, November 1997.
- [CM83] J. Chrétien and J. Marsac. *ABREGE: Pneumologie*. ed. Masson, 1983.



## Deuxième partie

# Acquisition et traitements des données médicales



Cette partie est consacrée à l'obtention des données tridimensionnelles échographiques de la bifurcation de l'artère carotide. Son organisation est la suivante :

- Chapitre I : Les données de l'exploration échographique.
- Chapitre II : Les données du localisateur tridimensionnel.
- Chapitre III : Le passage d'une échographie 2D à une échographie 3D, avec la présentation des résultats obtenus.





# Chapitre 1

## Les données de l'exploration échographique

### Objectifs du chapitre



Ce chapitre est l'occasion de familiariser le lecteur avec le type de données échographiques utilisées dans la pratique courante de l'étude de l'EIMAC.



Après un survol des principes physiques régissant l'échographie, je détaillerai les modalités de cette acquisition, dans la mesure où elles vont influencer la conception et la réalisation d'une acquisition tridimensionnelle.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Un rapide aperçu des principes physiques de l'échographie</b>	<b>54</b>
1.1.1	Caractéristiques physiques de l'onde ultrasonore . . . . .	54
1.1.2	Emission/Reception d'une onde ultrasonore . . . . .	55
1.1.3	Interaction entre Onde et Matière . . . . .	55
1.1.4	L'image échographique : principe de construction . . . . .	57
1.1.5	Notions échographiques non abordées . . . . .	57
<b>1.2</b>	<b>Données générales sur le système d'acquisition</b> . . . . .	<b>58</b>
1.2.1	Matériel échographique . . . . .	58
1.2.1.1	Facilité d'acquisition . . . . .	58
1.2.1.2	Facilité de synchronisation . . . . .	58
1.2.1.3	Facilité de numérisation . . . . .	59
1.2.2	Modalités d'acquisition . . . . .	59
<b>1.3</b>	<b>Traitement initial des données échographiques</b> . . . . .	<b>59</b>

1.3.1	Matériels informatiques . . . . .	60
1.3.2	Pré-traitement des images . . . . .	60
1.3.2.1	Récupération des images brutes . . . . .	60
1.3.2.2	Description des images brutes . . . . .	62
1.3.2.3	Pré-traitement des images brutes . . . . .	62
1.4	bilan . . . . .	63

## 1.1 Un rapide aperçu des principes physiques de l'échographie



L'échographie consiste à émettre un train d'ondes ultrasonores focalisées en un mince faisceau dirigé vers l'organe cible, puis à détecter les échos réfléchis par les structures biologiques. Notre présentation sera rapide. Pour de plus amples informations, le lecteur pourra se reporter à des ouvrages généraux sur la physique des ondes mécaniques ainsi qu'à [Per96], [Ion98].

### 1.1.1 Caractéristiques physiques de l'onde ultrasonore

L'onde ultrasonore est une onde mécanique de pression. Contrairement aux ondes électromagnétiques pouvant se propager dans le vide, elle se propage de proche en proche dans le milieu matériel en provoquant localement des variations de pression et des déplacements infimes de la matière autour de sa position d'équilibre.

Comme toute onde, elle est définie par sa période  $T$  ou sa fréquence  $f = 1/T$ . Sa fréquence est comprise entre  $20 \text{ kHz} \leq f \leq 200 \text{ MHz}$ . L'onde ultrasonore n'est pas audible par l'homme du fait de sa haute fréquence (limite supérieure du seuil d'audition de l'homme :  $20 \text{ kHz}$ ). En ce qui concerne son utilisation à des fins médicales, les fréquences utilisées s'échelonnent entre  $1$  à  $40 \text{ MHz}$  ( $40 \text{ MHz}$  en intravasculaire). Typiquement, dans le cas de notre étude, nous utilisons une sonde échographique de  $7.5 \text{ MHz}$ , fréquence adaptée à la visualisation de structures superficielles.

Sa vitesse de propagation  $v$  est fonction du milieu et de sa température :

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.1)$$

où  $E$  est la constante d'élasticité du milieu, ou module d'Young, et  $\rho$  la densité du tissu. A titre indicatif, dans le cas de l'eau, les vitesses de propagation sont les suivantes :

- $v = 1400 \text{ m/s}$  à  $0$  degré Celcius,
- $v = 1500 \text{ m/s}$  à  $37$  degrés Celcius,
- $v = 1560 \text{ m/s}$  à  $75$  degrés Celcius.

Une autre grandeur utilisée est sa longueur d'onde  $\lambda$  :  $\lambda = vT$ . Elle a une répercussion directe sur la taille des particules vues par l'impulsion ultrasonore, donc sur la résolution spatiale.

Enfin, en ce qui concerne le milieu de propagation, il est caractérisé par son impédance acoustique  $Z$ , qui représente la résistance de propagation aux ultrasons. Sa définition est la suivante :

$$Z = \rho v = \sqrt{\rho E} \text{ ml}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (1.2)$$

A titre indicatif,  $Z_{air} = 0.001$ ,  $Z_{eau} = 1.5$ ,  $Z_{graisse} = 1.4$  et  $Z_{os} = 8$ .

### 1.1.2 Emission/Reception d'une onde ultrasonore

L'effet piézo-électrique est à la base de l'émission et de la réception des ondes ultrasonores. Son principe repose sur la relation entre la déformation d'une lame de cristal et la variation du potentiel entre ses faces. Ce cristal a les propriétés électro-physiques suivantes :

- une différence de potentiel appliquée à ses deux faces entraîne une variation de son épaisseur,
- et réciproquement, une variation de son épaisseur induit une différence de potentiel entre les deux faces.

Ainsi, l'application d'une tension alternative entraîne une vibration du cristal de même fréquence que celle de la tension : c'est l'émission de l'onde ultrasonore. Quant à la réception de l'onde ultrasonore, c'est la vibration de la lame par l'onde ultrasonore réfléchi qui va générer aux deux faces une différence de potentiel de même fréquence que l'onde, engendrant ainsi un courant alternatif.

### 1.1.3 Interaction entre Onde et Matière

Si dans un milieu homogène les ultrasons se propagent en ligne droite avec une certaine atténuation, lors d'un changement de milieu, conformément à la loi de Descartes, une partie du faisceau incident est réfléchi et l'autre transmise. Les quantités d'énergie réfléchi  $\mathbf{E}_r$  et transmise  $\mathbf{E}_t$  dépendent de l'énergie incidente  $\mathbf{E}_i$ , des impédances acoustiques des deux milieux  $\mathbf{Z}_1$ ,  $\mathbf{Z}_2$  ainsi que des angles  $\mathbf{O}_i$ ,  $\mathbf{O}_r$  et  $\mathbf{O}_t$  (Fig. 1.1).

Les relations liant ces différents paramètres sont :  $\mathbf{E}_r = \mathbf{R}\mathbf{E}_i$ ,  $\mathbf{E}_t = \mathbf{T}\mathbf{E}_i$  et  $\mathbf{R} + \mathbf{T} = \mathbf{1}$  par conservation de l'énergie où  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{T}$  représentent respectivement les coefficients de réflexion et de transmission avec :

$$R = \frac{(Z_2 * \cos(O_i) - Z_1 * \cos(O_t))^2}{(Z_2 * \cos(O_i) + Z_1 * \cos(O_t))^2} \quad (1.3)$$

A titre indicatif, en incidence normale, pour les interfaces graisse/eau  $R = 0.01$ , graisse/os  $R = 0.5$ , et graisse/air  $R = 0.99$ . Dans ce dernier cas, l'onde incidente est totalement réfléchi. Les structures anatomiques situées derrière un écran d'air sont donc invisibles. C'est pourquoi, lors de chaque examen échographique, un gel est appliqué sur la sonde afin de minimiser le coefficient de réflexion entre la sonde et la peau.

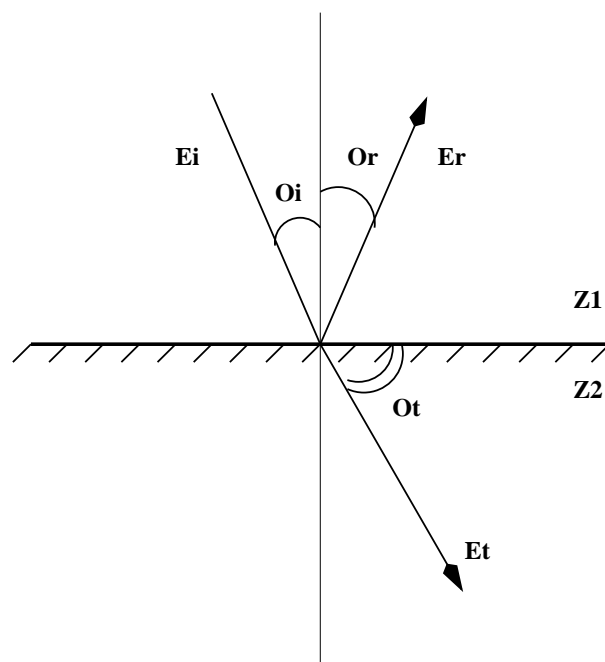


FIG. 1.1 – Interactions ultrasons/matière.

---

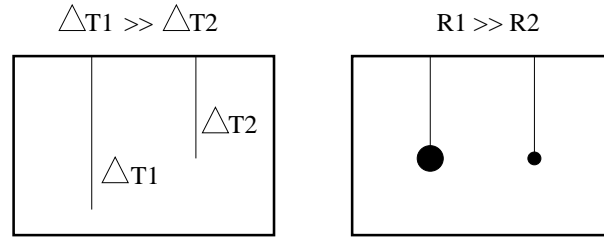


FIG. 1.2 – Principe de construction de l'image échographique.

*La distance séparant le transducteur piézo-électrique de la structure échogène est proportionnelle au temps  $\Delta t$  s'écoulant entre l'émission ultrasonore et la réception de l'écho.*

*L'intensité du signal échogène est proportionnelle au coefficient de réflexion  $R$ .*

---

### 1.1.4 L'image échographique : principe de construction

Le mode d'échographie communément utilisé dans la pratique médicale est le mode B, permettant l'acquisition d'une image bidimensionnelle en temps réel. Son principe est le suivant : la sonde électronique (sonde linéaire) est constituée d'une juxtaposition de multiples petits transducteurs. Chaque transducteur va émettre une onde ultrasonore le long de sa ligne de tir. La détermination de l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre l'émission ultrasonore et la réception de l'écho permet l'évaluation de la distance séparant le transducteur piézo-électrique et la structure échogène, donc l'évaluation de la profondeur du "pixel écho". Quant à son intensité, elle est fonction croissante de l'énergie réfléchie (Fig. 1.2). Ainsi, à énergie incidente  $E_i$  constante lors de l'émission, l'image échographique n'est autre que la cartographie des coefficients de réflexion  $R$ .

Ce principe étant exposé, passer d'une échographie bidimensionnelle à une échographie tridimensionnelle est naturel en considérant une juxtaposition, non plus unidimensionnelle, mais bidimensionnelle de transducteurs piézo-électriques (tableau 2D). Bien que ce type de sonde n'atteigne pas encore les qualités de résolution des sondes utilisées pour l'échographie bidimensionnelle, cette voie de recherche semble très prometteuse. En ce qui concerne notre application, afin d'avoir une information la plus précise possible sur le complexe intima média, l'utilisation d'une sonde linéaire s'est imposée.

### 1.1.5 Notions échographiques non abordées

De nombreuses notions n'ont pas été abordées dans ce survol des principes de l'échographie : notions de réfraction (gouvernée par la loi de Snell), diffusion, artefacts (faux signaux ne représentant pas les conditions physiques réelles qui existent dans le tissu examiné), gain, effet de tangence, "speckle", .... Afin de satisfaire sa curiosité, le lecteur curieux pourra se référer aux ouvrages précédemment cités.

## 1.2 Données générales sur le système d'acquisition

Ce paragraphe se veut purement technique. Les aspects du domaine de la technique médicale pour la réalisation des acquisitions et reposant sur le savoir-faire du médecin ne seront pas abordés dans ce travail.

### 1.2.1 Matériel échographique

Cette description se base sur l'échographe utilisé dans le service d'hypertension artérielle de l'Hôpital Michallon. Il s'agit d'un échographe HP SONOS 2500 équipé d'une sonde linéaire de 7.5 MHz.

#### 1.2.1.1 Facilité d'acquisition

En mode B, temps réel, cet appareil offre une fonction bien utile pour ce travail : la fonction "**boucle**". Par son déclenchement manuel (pression sur le bouton "loop" de la console de l'appareil), la machine stocke, dans des mémoires tampons internes, les images échographiques de l'organe cible depuis le déclenchement de cette fonction, et ceci pendant une **durée maximale de 4 secondes** (à peu près 3 cycles cardiaques pour une fréquence cardiaque moyenne de 70 battements par minute). Cette séquence peut ensuite être revisualisée complètement, ou partiellement par déplacement au sein de la boucle acquise, des temps de début et de fin de visualisation. Un premier tri sur l'acceptation ou le rejet de la boucle (visualisation ou non de la bifurcation) peut ainsi être effectué.

Pour une meilleure étude de l'épaisseur du complexe intima-média, la machine offre la fonction "**zoom**". Cette fonction, temps réel, très intéressante d'un point de vue médical (grossissement de la zone d'intérêt), permet des acquisitions de hautes qualités échographiques.

Enfin, la fréquence d'acquisition, fonction croissante du facteur de zoom, pourra aller jusqu'à **50 HZ**, entraînant ainsi une volumineuse masse de données (voir 1.3)

#### 1.2.1.2 Facilité de synchronisation

L'échographe permet une synchronisation automatique des acquisitions sur un signal externe : l'ECG ou électrocardiogramme. Sa description physiologique a été détaillée dans la première partie de ce document, second chapitre.

Pratiquement, par positionnement des 3 électrodes sur le thorax du patient, l'ECG est recueilli par la machine. Lorsque le médecin décide d'acquérir une séquence d'image par sélection de la fonction "**boucle**", sa mémorisation débute sur le premier complexe "QRS" suivant la pression du bouton. La figure 1.3 illustre cette approche.



Il n'a pu être déterminé de façon précise si cette acquisition était déclenchée sur le front montant ou descendant de ce signal, ces informations étant internes à HP.

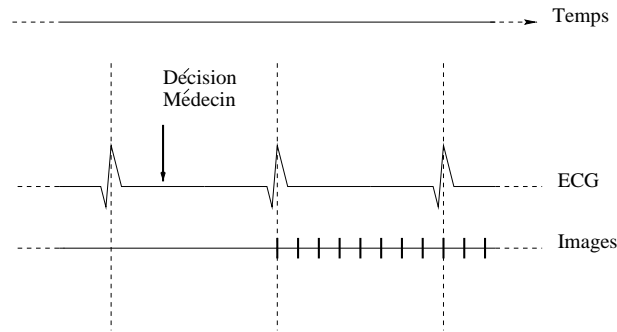


FIG. 1.3 – **Acquisition des images échographiques.**

*L'acquisition des images échographiques est synchronisée sur le premier complexe QRS de l'ECG suivant la pression du bouton "boucle"*

### 1.2.1.3 Facilité de numérisation

Pour traiter ces séquences d'images par ordinateur, une étape de numérisation est nécessaire. Elle est réalisée par l'échographe. Les données numérisées sont ensuite stockées sur un disque optique de 512MB.

### 1.2.2 Modalités d'acquisition

Deux types d'acquisition sont réalisés pour l'exploration de l'artère carotide: des acquisitions transversales et longitudinales. Les acquisitions longitudinales permettent une étude précise de l'épaisseur du complexe intima-média (voir la figure 3.1 page 27 pour un exemple de coupe longitudinale). Dans un premier temps, elles ne seront pas utilisées dans ce travail.

En ce qui concerne les acquisitions transversales, la fonction **boucle** permet la mémorisation d'un balayage de la bifurcation de l'artère carotide (de bas en haut par exemple). Ce type d'acquisitions, stockées sur le disque optique, constituera la base de ce travail. Un exemple d'images transversales extraites d'une boucle est présenté par la figure 1.4.

## 1.3 Traitement initial des données échographiques

Dans les paragraphes précédents, les illustrations (figures 3.1 page 27 et 1.4 page 60) présentaient des images prétraitées. Ce court paragraphe, encore plus technique détaille cette étape. Elle est nécessaire à une bonne gestion de la mémoire de la machine, sans laquelle l'application n'est pas fonctionnelle pratiquement.



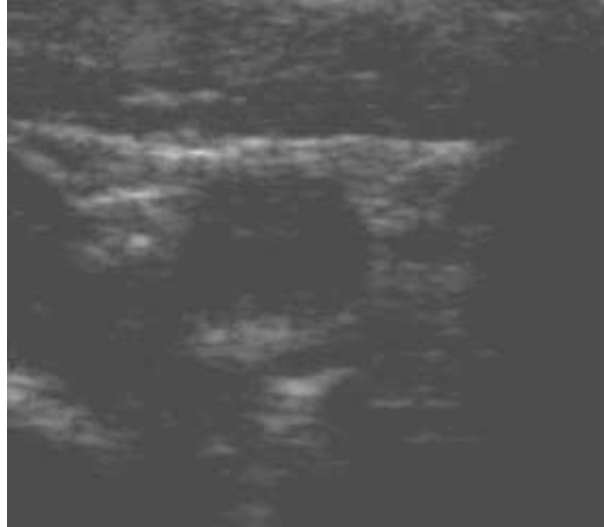


FIG. 1.4 – **Un exemple d'acquisition transversale.**  
*Il s'agit d'une acquisition transversale de l'artère carotide commune*

---

### 1.3.1 Matériels informatiques

Pour ce travail, je dispose d'une station de travail *Hewlett Packard 715/100*, *128MO de RAM* ainsi que d'un lecteur de disque optique *SureStore Optical 1300t*, communiquant avec la station par un port SCSI. En outre, je signale que la quasi-totalité de ce travail a été développée sur cette station afin de faciliter plus tard son intégration clinique.

### 1.3.2 Pré-traitement des images

#### 1.3.2.1 Récupération des images brutes

Les images, stockées à un format TIFF interne à HP, sont lues à partir du disque optique par l'intermédiaire du logiciel *DxCrystal* proposé par MDS (Medasys Digital System), société travaillant en collaboration avec HP. Non exploitables directement par notre application, ces images sont alors sauveées par le logiciel à un format 768x480 de caractères non signés. Une image brute est présentée par la figure 1.5 page 61. Pour une acquisition de 3 secondes à une fréquence de 50 HZ, je suis confronté à une importante quantité d'information (55MB). Traiter simultanément plusieurs acquisitions d'un même patient devient rapidement impossible. Une étape d'extraction de l'information "image" uniquement pertinente est nécessaire.

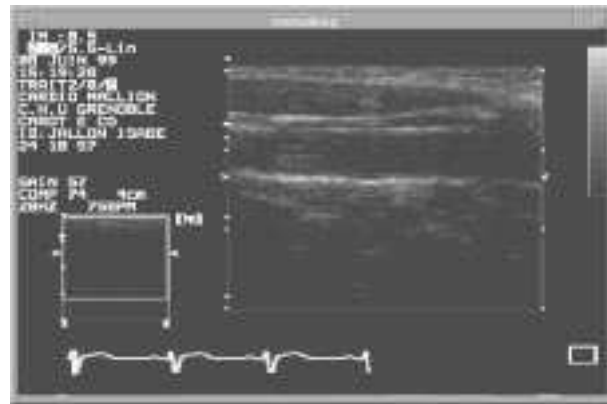


FIG. 1.5 – Un exemple d'image brute acquise par l'échographe.

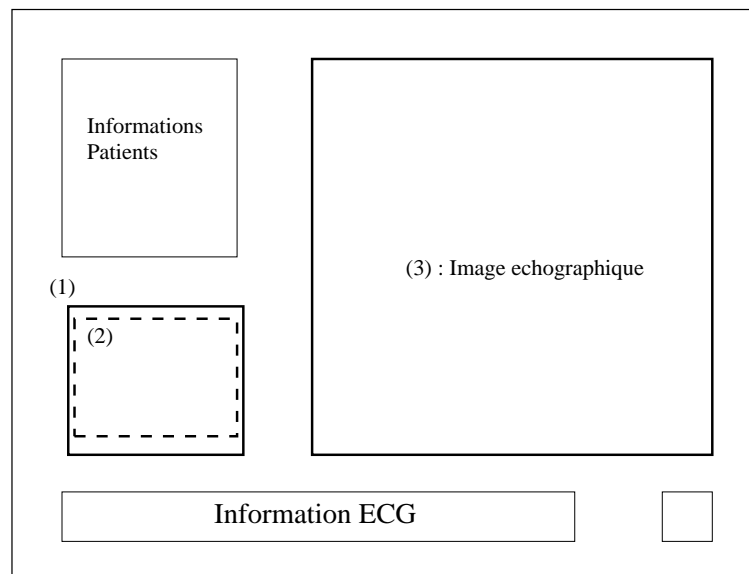


FIG. 1.6 – Une description des différents éléments qui composent une image brute.

*cadre 1* : Région d'étude initiale.

*cadre 2* : Positionnement du "zoom" au sein de la région d'étude précédente.

*cadre 3* : Visualisation effective de l'image agrandie.

### 1.3.2.2 Description des images brutes

La figure 1.6 propose une description de ces volumineuses images. De cette description, nous retiendrons que la seule partie informative de l'image est celle contenue dans le cadre supérieur droit.

### 1.3.2.3 Pré-traitement des images brutes

J'ai développé un logiciel (acqui-im) afin d'automatiser au maximum cette étape de pré-traitement. En vue d'une échographie 3D, l'utilisateur sélectionne les coordonnées des cadres externes et internes gauches, cela afin de mémoriser les informations relatives au facteur d'agrandissement. Dans un second temps, l'utilisateur sélectionne le cadre droit ainsi que la région d'intérêt, région interne à ce cadre. Seule cette partie de l'image brute initiale est utilisée par la suite. Ces différents paramètres définis, l'ordinateur extrait de façon automatique les zones d'intérêts sur toute la séquence.

## 1.4 bilan

L'échographie fait partie des grandes révolutions de l'imagerie qui ont bouleversé l'exploration du corps humain. Bien que la qualité des images ne rivalise pas (encore) avec celles de l'imagerie scanner (par exemple), d'énormes progrès ont été réalisés dans ce domaine, faisant de l'échographie un examen standard de l'exploration vasculaire.



Avec les échographes de nouvelles générations, il est maintenant possible d'acquérir une séquence d'images de haute qualité, centrées sur la zone d'intérêt agrandie, en temps réel, à une fréquence de 50HZ (au mieux), le tout stocké sur disque optique. De plus, le début d'acquisition de cette séquence peut-être synchronisé sur le complexe QRS de l'électrocardiogramme, signal physiologique externe.



A l'occasion de cette étude, des séquences de balayage transversal de la bifurcation de l'artère carotide, synchronisées sur le QRS, ont été acquises. Du fait de la volumineuse masse d'information que représentent ces données brutes 2D, une étape de pré-traitement (semi-)automatique est appliquée afin d'extraire uniquement les données informatives des séquences brutes 2D initiales.



# Bibliographie

- [Ion98] I. Ionescu. *Segmentation et recalage d'images échographiques par utilisation de connaissances physiologiques et morphologiques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1998.
- [Per96] O. Peria. *Fusion d'images morphologiques et fonctionnelles par l'utilisation de capteur intermédiaire*. PhD thesis, University Joseph Fourier, Grenoble, France, avril 1996.



# Chapitre 2

## Les données du localisateur tridimensionnel

### Objectifs du chapitre



Ce chapitre constitue un premier pas vers une échographie 3D par l'obtention d'une localisation 3D d'une sonde échographique 2D.



Après avoir rappelé les différents systèmes d'échographie 3D présentés dans la littérature, je décris plus précisément le localisateur utilisé dans ce travail. Il me permettra d'acquérir, en temps réel, la position de la sonde échographique dans le référentiel lié au localisateur.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Les systèmes d'échographie 3D présentés dans la littérature</b>	<b>68</b>
2.1.1	Les matrices 2D de transducteurs piézo-électriques . . . . .	68
2.1.2	Les sondes 2D intégrées à un balayage mécanique . . . . .	70
2.1.3	Les sondes 2D localisées dans l'espace . . . . .	70
<b>2.2</b>	<b>La configuration matérielle du localisateur tridimensionnel</b>	<b>71</b>
2.2.1	Les marqueurs IR . . . . .	71
2.2.2	L'unité optique . . . . .	72
2.2.3	L'unité de contrôle . . . . .	74
2.2.4	Le PC . . . . .	74
<b>2.3</b>	<b>La localisation tridimensionnelle de la sonde échographique</b>	<b>74</b>
2.3.1	Que signifie l'expression "localisation dans $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ "? . . . . .	74
2.3.2	La notion de Solide Indéformable de Localisation (SIL) permet la localisation de la sonde dans $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ . . . . .	76
2.3.3	La construction d'un SIL . . . . .	76



2.3.4	Un SIL : Echostar . . . . .	76
2.3.5	La localisation du SIL Echostar . . . . .	77
2.3.6	Autres approches . . . . .	77
<b>2.4</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>78</b>

## 2.1 Les systèmes d'échographie 3D présentés dans la littérature

Dans [Hen97], l'auteur rapporte différentes technologies de la littérature pour l'échographie 3D. Dans ce paragraphe, je ne fais que rappeler (très) brièvement les principes de ces méthodes, le lecteur pouvant se référer à cette thèse pour des compléments d'informations et de références. Pour chaque technologie, j'essaierai de répondre à la question suivante : **est-il possible de déterminer les positions relatives 3D d'une acquisition de la carotide commune et d'une acquisition de la bifurcation ?** Une réponse positive à cette question permet la réalisation d'une étude reproductible de la carotide, par définition du trièdre reproductible de référence de la bifurcation.



### 2.1.1 Les matrices 2D de transducteurs piézo-électriques

Les principes élémentaires de cette technologie ont été abordés dans le chapitre précédent. Je n'y reviendrai pas.



|| Son utilisation pourrait permettre la détermination des positions relatives 3D de la carotide commune et de la bifurcation au sein d'une **même** acquisition.

Soit une acquisition volumique, supposée temps réel, contenant l'artère carotide commune et la bifurcation. Obtenue, par exemple, par balayage de l'artère carotide de façon ascendante (voir la figure 2.1), elle est composée d'une succession de volumes élémentaires séparés par un intervalle de temps  $dt$ .

Soient deux volumes consécutifs  $\mathcal{V}_t$ , acquis au temps  $t$ , et  $\mathcal{V}_{t+dt}$ , acquis au temps  $t + dt$ . Moyennant une vitesse de balayage adaptée à la résolution de la sonde,  $\mathcal{V}_t$  et  $\mathcal{V}_{t+dt}$  sont d'intersection non nulle. Si maintenant je suppose cette intersection suffisamment "informative" pour permettre un recalage rigide  $3D - 3D$  entre ces deux volumes consécutifs, j'obtiens, suite à une étape de calibrage 3D de la sonde (à l'aide d'une mire de calibrage, par exemple), la position relative 3D de  $\mathcal{V}_t$  par rapport à  $\mathcal{V}_{t+dt}$ .

De proche en proche, je peux alors évaluer la position relative 3D du volume élémentaire se rapportant à la bifurcation ( $\mathcal{V}_2$ ) par rapport à celui se rapportant à la carotide commune ( $\mathcal{V}_1$ ).

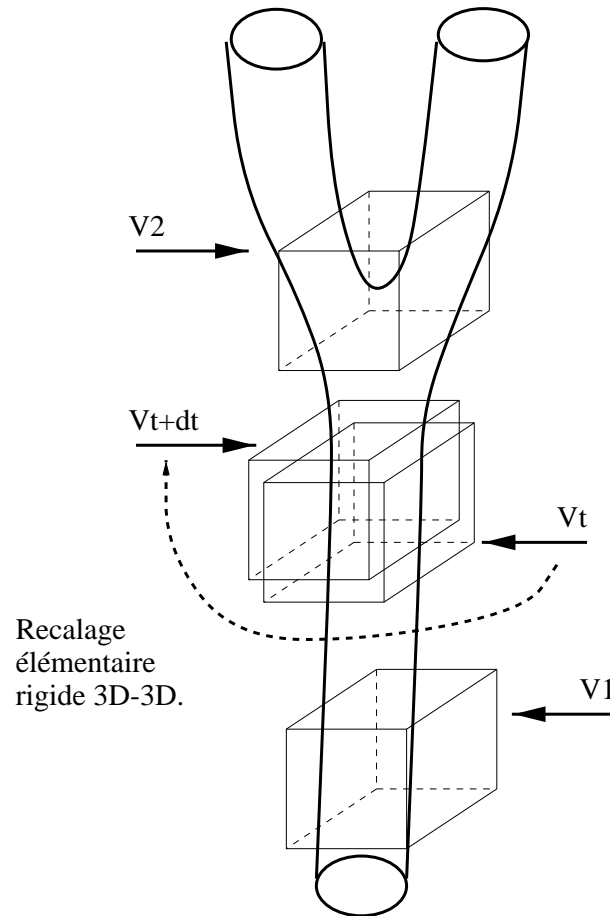


FIG. 2.1 – Description d'un protocole d'acquisition volumique 3D.

Soit une acquisition de l'artère carotide à l'aide d'une sonde volumique 3D (sonde constituée d'une matrice 2D de transducteurs piézo-électriques). Obtenue par un balayage manuel ascendant de la carotide commune jusqu'à la bifurcation, elle est composée d'une succession de volumes élémentaires séparés par un intervalle de temps  $dt$ .

$\mathcal{V}_1$  : Volume élémentaire initial se rapportant à la carotide commune.

$\mathcal{V}_2$  : Volume élémentaire final se rapportant à la bifurcation.

$\mathcal{V}_t$  : Volume élémentaire au temps  $t$ .

$\mathcal{V}_{t+dt}$  : Volume élémentaire au temps  $t + dt$ .

Par calibrage 3D de la sonde échographique volumique, et recalage rigide 3D – 3D entre  $\mathcal{V}_t$  et  $\mathcal{V}_{t+dt}$ , il serait possible de déterminer, de proche en proche, la position relative de la bifurcation  $\mathcal{V}_2$  par rapport à la carotide commune  $\mathcal{V}_1$ .



Le calibrage 3D de la sonde échographique me permet d'évaluer le volume effectif 3D occupé par le volume image acquis. Il établit un lien entre la réalité physique et la réalité échographique et rend possible l'interprétation physique du recalage rigide 3D – 3D.



Par recalage rigide 3D – 3D entre  $\mathcal{V}_t$  et  $\mathcal{V}_{t+dt}$ , j'entends la détermination des translation et rotation mettant en correspondance ces deux volumes. Ces transformations spatiales élémentaires pourraient être obtenues, par exemple, à partir de considération sur les niveaux de gris, sur la carte des gradients . . .

### 2.1.2 Les sondes 2D intégrées à un balayage mécanique

Dans ce type de sonde, l'idée est d'ajouter à une sonde classique d'échographie 2D temps réel, un degré de liberté de mouvement. L'objectif est d'explorer le volume d'étude en déplaçant progressivement le plan de coupe par un système mécanique selon un mouvement connu et imposé. Trois façons de balayer le volume sont présentées, selon qu'il s'agit d'une sonde linéaire ou sectorielle : balayage en cône, en éventail ou en prisme.

En ce qui concerne la carotide, un système de ce dernier type a été décrit dans [DD94] : une sonde 2D linéaire temps réel est fixée sur un rail. Elle est animée d'un mouvement de translation rectiligne uniforme synchronisé sur l'électrocardiogramme. Afin d'obtenir les meilleures images possibles, l'inclinaison et la hauteur de la sonde par rapport à la surface d'exploration peuvent être réglées avant l'examen. Néanmoins, ce système, ainsi décrit, souffre d'une rigidité d'utilisation. Les acquisitions longitudinales ne semblent pas évidentes (courbure du cou du patient, immobilité du patient à conserver pour la concordance des acquisitions longitudinales et transversales). Le système utilisé dans ce travail sera différent.

Enfin, pour répondre à la question précédemment posée, la détermination des positions relatives de deux acquisitions semble possible si et seulement si ces acquisitions sont compatibles avec le déplacement imposé à la sonde. En fait, cette méthode souffre d'une grande rigidité d'acquisition.

### 2.1.3 Les sondes 2D localisées dans l'espace

Le principe de ce type de localisation repose sur la détermination en temps réel de la position (3 paramètres de translation) et l'orientation (3 angles de rotation) de la sonde par rapport à un référentiel fixe. Les principaux types de localisateurs 3D de la sonde sont des localisateurs :

- **mécanique** : la connaissance de la position de l'extrémité du bras mécanique passif sur laquelle est fixée rigidement la sonde grâce à la connaissance des positions relatives de ces différents segments, détermine la position de la sonde par rapport au socle du bras mécanique ;
- **électromagnétique**,

- **acoustique**,
- **optique**, à stéréovision passive, ou à marqueurs actifs.

Ces trois derniers types de localisateur sont similaires dans leurs principes mais les moyens techniques mise en œuvre pour détecter les marqueurs sont différents. Dans tous les cas, le localisateur utilise un système de "caméras" et de marqueurs visibles par ces caméras. Fixes, ces caméras définissent un référentiel absolu. Dans ce référentiel, la position de chaque marqueur (visible par les caméras) est connue par sa position (absolue et/ou relative) par rapport aux caméras. Si maintenant ces marqueurs sont rigidement liés à la sonde, leurs positions relatives étant déterminées, la sonde peut être assimilée au référentiel défini par ces marqueurs, du fait de son indéformabilité: la donnée de la position d'au moins trois marqueurs permet alors, par un traitement mathématique, la détermination de la position de la sonde dans le référentiel fixe (voir le paragraphe 2.3).

Ces principes étant rappelés, je vais m'attacher, dans la suite de ce chapitre à détailler le localisateur tridimensionnel retenu pour cette application, ainsi que les données obtenues.

## 2.2 La configuration matérielle du localisateur tridimensionnel



Le localisateur tridimensionnel utilisé est le localisateur OPTOTRAK de la société canadienne NORTHERN DIGITAL. Il s'agit d'un localisateur optique à marqueurs actifs. Il a été choisi pour ses propriétés de rapidité, de précision (voir [Des96]), de robustesse, ainsi que pour sa capacité à prendre en compte un grand nombre de marqueurs.

Comme le montre la figure 2.2, il est constitué de quatre éléments :

- des **marqueurs infrarouge (IR)** ;
- une **unité optique** ;
- une **unité de contrôle** ;
- un **PC** ;

Pour que le lecteur comprenne pleinement l'organisation de ce système, chaque élément fait l'objet d'un petit paragraphe sur sa fonctionnalité. Je détaille plus précisément les principes physiques régissant l'unité optique. Cette unité est le "**noyau**" de la localisation 3D.

### 2.2.1 Les marqueurs IR

Ce sont des **diodes IR émettrices**. Elles se présentent sous la forme de petits disques plats d'environ 2mm d'épaisseur et 8mm de diamètre. Leur cône d'émission fait un angle au sommet supérieur à 60 degrés.

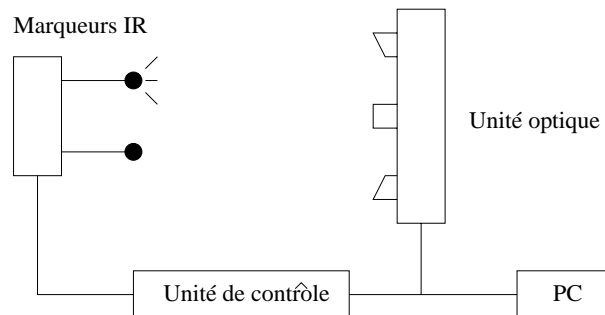


FIG. 2.2 – La configuration matérielle du système de localisation.

Ces diodes sont activées séquentiellement et de façon cyclique par l'unité de contrôle. Leur cadence est synchronisée avec l'unité optique pour une différenciation automatique des marqueurs. Un cycle correspond à l'activation successive de toutes les diodes connectées dans la chaîne de mesure. La fréquence d'activation des diodes et la fréquence des cycles sont paramétrables en fonction du nombre de marqueurs branchés et de la vitesse d'acquisition souhaitée. Le produit de la fréquence du cycle par le nombre de diodes utilisées doit être inférieur à la fréquence d'activation des diodes. Typiquement, disposant de 24 diodes avec une fréquence d'activation séquentielle de 3500Hz (fréquence maximum), la fréquence de cycle adoptée est de 140Hz. Ainsi, 140 fois par seconde, les 24 diodes émettent successivement.

### 2.2.2 L'unité optique

Elle a pour fonction la détection des marqueurs par l'intermédiaire de 3 **caméras CCD** (Charged Coupled Device). Chaque caméra est constituée d'une lentille sphéro-cylindrique convergente placée devant une barrette de 2048 unités photosensibles.

**Principe :** de même qu'une lentille sphérique est caractérisée par son axe optique et son foyer, la lentille sphéro-cylindrique l'est par son plan optique et son axe foyer du fait de la perte de courbure du dioptré (figure 2.3).

L'image d'un point étant une droite (voir la figure 2.4), la détection de l'énergie lumineuse peut être faite, non plus par un plan d'éléments photosensibles (cas des lentilles sphériques), mais par une unique barrette, orthogonale à l'axe optique en son milieu, tout en conservant le même champ de détection.

Ainsi, à chaque émission IR, l'énergie lumineuse détectée correspond à l'intersection du "prisme" image et de la barrette. Cette énergie sera maximale en incidence normale donc pour tous les points du plan orthogonal au dioptré, passant par la diode émettrice: ce plan, d'énergie maximale, est le plan détecté par la caméra (voir la figure 2.5).

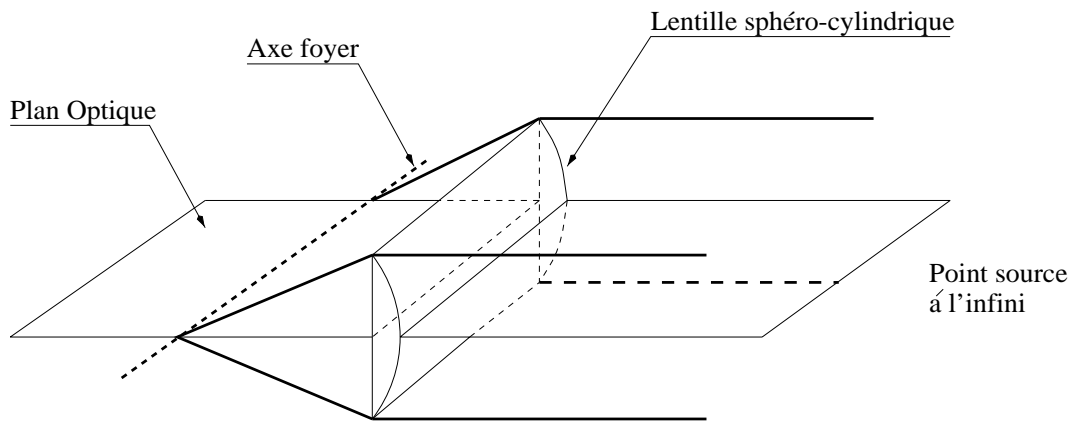


FIG. 2.3 – Description d'une lentille sphéro-cylindrique.

---

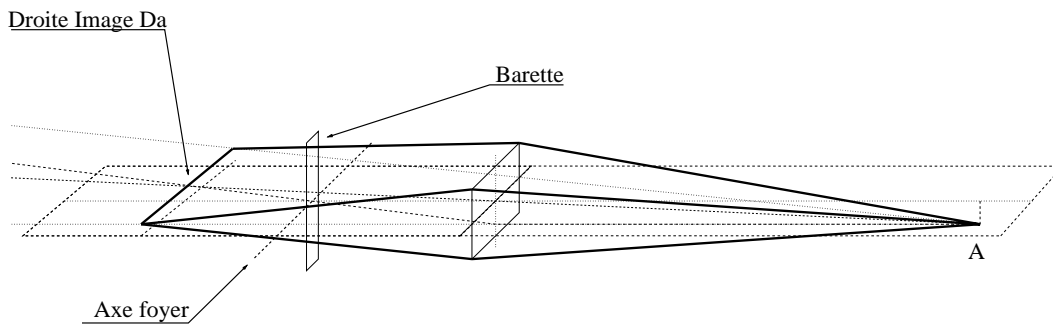


FIG. 2.4 – Image d'un point par une lentille sphéro-cylindrique.

---

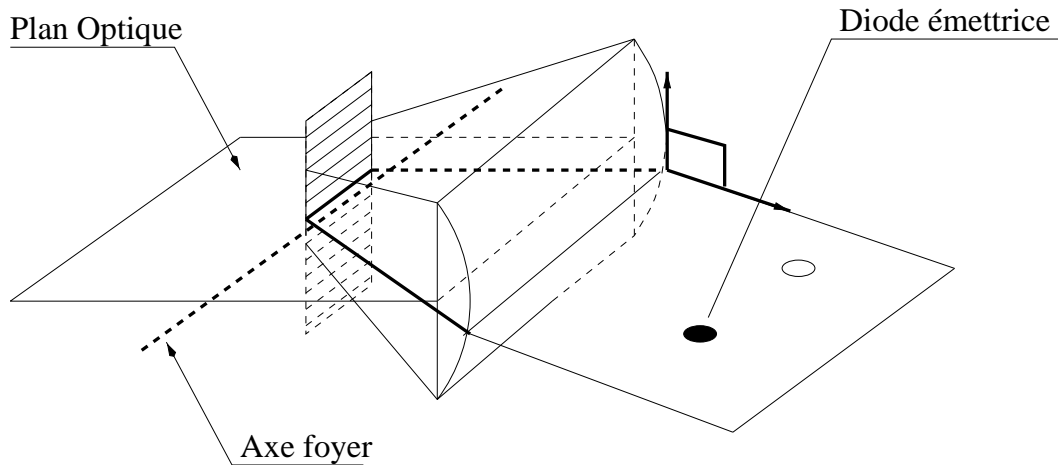


FIG. 2.5 – Plan de détection de la caméra.

Les 3 caméras étant calibrées, ce qui signifie que les positions relatives des caméras les unes par rapport aux autres ont été déterminées en usine et qu'un système de coordonnées  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  intrinsèque à l'unité optique a été défini, une diode sera repérée dans ce référentiel par l'intersection de 3 plans de coordonnées connues (figure 2.6).

### 2.2.3 L'unité de contrôle

Elle pilote l'unité optique et les marqueurs IR. De plus, elle assure l'interfaçage avec le PC.

### 2.2.4 Le PC

Il gère l'acquisition des données, et dispose de bibliothèques qui peuvent être appelées dans des applications développées par l'utilisateur (voir [Bai95]).

## 2.3 La localisation tridimensionnelle de la sonde échographique

Dans ce paragraphe, je décris le travail effectué pour l'obtention de la localisation spatiale temps réel de la sonde échographique dans le référentiel  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  du localisateur.

### 2.3.1 Que signifie l'expression "localisation dans $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ " ?

Une sonde échographique est un objet volumique indéformable. Il est entièrement défini par la donnée de son référentiel intrinsèque : son barycentre et ses axes principaux d'inertie.

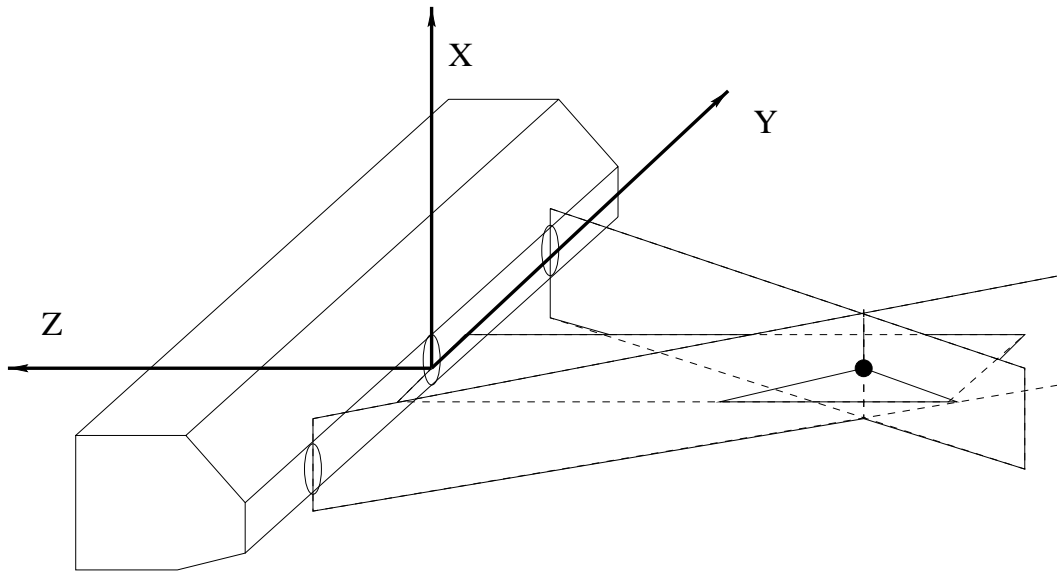


FIG. 2.6 – **Visualisation de  $\text{Ref}_{\text{Opto}}$  et localisation d'une diode émettrice.**  
 La caméra centrale, de part son orientation verticale (barrette verticale), permet la détermination de la position de la diode selon l'axe vertical  $\text{OX}$ . Les deux caméras des extrémités, par leurs positions relatives et leurs orientations horizontales rendent possible les déterminations de la profondeur et de la latéralité de la diode.

---



tie. Localiser dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  la sonde échographique revient à localiser dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  ce référentiel intrinsèque, c'est à dire à déterminer la translation et la rotation qui permettent de passer de  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  au référentiel intrinsèque de la sonde.

La localisation du référentiel intrinsèque équivaut en fait à la localisation d'un référentiel fixe par rapport à celui-ci, la matrice de passage entre les deux référentiels étant constante.

### 2.3.2 La notion de Solide Indéformable de Localisation (SIL) permet la localisation de la sonde dans $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ .

Un SIL est un solide muni de marqueurs IR dont les positions 3D sont connues dans un référentiel  $\mathbf{Ref}$  lié (rigidement) à ce solide. Fixons de manière rigide ce SIL à la sonde échographique : le référentiel  $\mathbf{Ref}$  est immobile par rapport au référentiel intrinsèque de la sonde. D'après ce qui précède, **la localisation de ce SIL équivaut à la localisation de la sonde.**

### 2.3.3 La construction d'un SIL

$\mathbf{Ref}$  peut être construit par une procédure de **calibrage** proposée dans la librairie du PC. Son principe est le suivant : le SIL est présenté à l'unité optique sous N vues différentes ; pour chaque vue, les positions des marqueurs (visibles) sont enregistrées par le localisateur.

Lors de la première vue,  $\mathbf{Ref}$  est construit à partir de la position 3D dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  des 3 premiers marqueurs (visibles) du SIL. Les autres marqueurs (visibles) sont alors exprimés dans  $\mathbf{Ref}$ .

Sur les vues suivantes, les marqueurs communs à deux vues consécutives servent à recalibrer les vues entre elles. Ainsi, il est possible de calculer les coordonnées de tous les marqueurs dans le nouveau référentiel  $\mathbf{Ref}$ . Ceci, bien entendu, dans le cas où tous les marqueurs ont été visibles (au moins une fois) lors de la présentation du SIL au localisateur. Le PC fournit alors un fichier *Ref.rig*, détaillant les coordonnées des différentes diodes dans ce référentiel local.

### 2.3.4 Un SIL : Echostar

Dans ce travail, je dispose d'un SIL muni de 24 diodes, identifié dans le laboratoire sous le nom d'"Echostar" (voir Figure 2.7). Il peut-être fixé rigidement à la sonde échographique durant l'examen puis dissocié, ceci de manière reproductible. La géométrie de ce SIL et l'emplacement des diodes ont été conçues de façon à permettre la visibilité d'au moins 3 diodes par les caméras, quelle que soit sa position dans l'espace. Par calibrage de ce SIL, je dispose des coordonnées des 24 diodes dans son référentiel local  $\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}}$ .

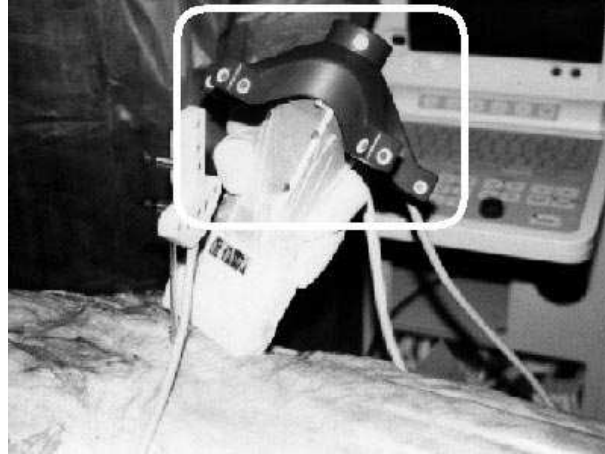


FIG. 2.7 – Une illustration du SIL Echostar.

*Le SIL **Echostar**, partie de l'image délimitée par le cadre blanc, est composé de 24 diodes. Elles reposent sur un support dont la forme permet la visualisation d'au moins trois diodes par les caméras du localisateur, quel que soit la position du SIL dans l'espace.*

---

### 2.3.5 La localisation du SIL Echostar

Le programme " **Collect** » (voir [Nor94a] et [Nor94b]), fourni par le système OPTO-TRACK, permet l'acquisition en temps réel (fréquence de 140Hz) des positions 3D dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  des 24 diodes du SIL Echostar.

Dans un second temps, ces données sont récupérées sur le PC. L'algorithme d'Arun (voir [AHB87]) développé au laboratoire calcule, à partir des positions des diodes, et de leurs positions relatives, la rotation  $R(\mathbf{Ref}_{\text{Opto}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Echostar}})$  et la translation  $T(\mathbf{Ref}_{\text{Opto}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Echostar}})$  permettant de passer de  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  à  $\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}}$ . Ainsi, 140 fois par seconde, je peux calculer les positions de la sonde dans le référentiel lié au localisateur.

### 2.3.6 Autres approches

Dans ce chapitre, j'ai décrit l'utilisation d'un outils de localisation 3D disponible au laboratoire. D'autres approches plus légères peuvent naturellement être envisagées. Parmi les technologies évoquées au paragraphe 2.1.3, je retiendrai plus particulièrement les localisateurs optiques à marqueurs passifs (voir [CL98]), qui, contrairement à l'approche présentée, semblent plus conviviaux pour des applications cliniques du fait de l'absence de fils reliant le SIL au localisateur.

Ce même argument peut être utilisé pour les approches par localisateur électromagnétique. Néanmoins, cette technologie souffre encore des interférences des champs magnétiques avec les objets métalliques. D'actives recherches sont effectuées dans ce domaine

afin de s'affranchir de cet inconvénient.

## 2.4 Bilan



Dans le cadre de cette étude, j'utilise un localisateur optique tridimensionnel à marqueurs actifs. Choisi pour ses qualités de rapidité, de précision et de robustesse, son utilisation me permet d'acquérir, à une fréquence de 140Hz, les données nécessaires à la détermination de la position de la sonde échographique dans le référentiel du localisateur.



En outre, ce système, très souple en raison de la liberté quasi totale de mouvement laissée au médecin lors de l'examen échographique, est totalement compatible avec une application clinique.

# Bibliographie

- [AHB87] K.S. Arun, T.S. Huang, and S.D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-d point sets. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, PAMI-9(5):698–700, 1987.
- [Bai95] E. Bainville. *The localizer interface users's guide and reference manual*. Internal Report, TIMC Lab, Grenoble, 1995.
- [CL98] F. Chassat and S. Lavallee. Experimental protocol for accuracy evaluation of 6-D localizers for Computer Integrated Surgery: Application to four optical localizers. In *MICCAI'98*, pages 277–285, 1998.
- [DD94] A. Delcker and C. Diener. Quantification of atherosclerotic plaques in carotid arteries by 3d ultrasound. *The British Journal of Radiology*, 67:673–678, 1994.
- [Des96] V. Dessenne. *GMCAO: applications a la ligamentoplastie et a la chirurgie orthognatique*. PhD thesis, University Joseph Fourier (Grenoble, France), October 1996.
- [Hen97] D. Henry. *Outils pour la modélisation de structures et la simulation d'examens échographiques*. PhD thesis, université Joseph Fourier (Sciences), 1997.
- [Nor94a] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK:Collect Guide/Glossary/Display Guide*, April 1994.
- [Nor94b] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK:Getting Started Guide*, April 1994.



# Chapitre 3

## Passage d'une échographie 2D à une échographie 3D

### Objectifs du chapitre



Ce chapitre représente l'aboutissement des deux chapitres précédents. Après un bref rappel sur les données fournies par les systèmes d'acquisition échographique et de localisation tridimensionnelle, j'identifie, dans une première partie, les étapes qu'il me faut résoudre pour passer d'une échographie 2D à une échographie 3D.



Les deux paragraphes suivants sont consacrés à la réalisation de ces différents objectifs, illustrée par différents types de résultats en vue de sa validation.

Enfin, j'achèverai ce chapitre par deux réflexions. L'une sur le système d'acquisition ainsi conçu, l'autre sur l'évaluation d'un paramètre d'acquisition : la pression exercée par l'échographiste sur le cou du patient.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>83</b>
3.1.1	Que signifie l'expression "échographie 3D"?	83
3.1.2	Une brève synthèse sur les données du système d'acquisition à ce stade de développement	83
3.1.3	Une évaluation du travail restant à effectuer	83
<b>3.2</b>	<b>La localisation spatiale d'une image d'une séquence</b>	<b>83</b>
3.2.1	La réalisation d'un système simple de synchronisation	84
3.2.2	Le bilan d'une acquisition synchronisée	84
3.2.3	La détermination de la localisation spatiale d'une image	84

<b>3.3</b>	<b>La localisation spatiale d'un pixel d'une image . . . . .</b>	<b>87</b>
3.3.1	Une introduction . . . . .	87
3.3.2	Le calibrage de la sonde échographique . . . . .	87
3.3.3	La localisation pratique spatiale d'un pixel n'est pas si simple	89
3.3.3.1	Le calibrage de la sonde échographique est réalisé à partir d'images vidéo . . . . .	89
3.3.3.2	Les images échographiques numérisées incorporent un agrandissement . . . . .	90
3.3.3.3	Les images échographiques numérisées sont pré-traitées . . . . .	90
3.3.3.4	Conclusion . . . . .	90
3.3.4	Expérimentation en vue d'une validation de la localisation spatiale d'un pixel image . . . . .	90
3.3.4.1	Description théorique du protocole expérimental .	90
3.3.4.2	Description pratique du protocole expérimental .	91
3.3.4.3	Segmentation des images acquises . . . . .	91
3.3.4.4	Résultats . . . . .	92
3.3.4.5	Incertitude de reproductibilité de localisation et Conditions expérimentales . . . . .	96
3.3.4.6	Incertitude de reproductibilité de localisation et EIMAC . . . . .	96
<b>3.4</b>	<b>Forces et faiblesses de ce système d'acquisition . . . . .</b>	<b>97</b>
3.4.1	Les points forts du système d'acquisition conçu . . . . .	97
3.4.1.1	L'intérêt d'une haute fréquence d'acquisition . . .	97
3.4.1.2	Un point fort méthodologique : l'indépendance des processus d'acquisition permet une acquisition optimale . . . . .	97
3.4.1.3	Un point fort technologique : la numérisation des images par l'échographe permet une acquisition échographique élevée . . . . .	97
3.4.1.4	Une acquisition non pas 3D mais 4D . . . . .	98
3.4.2	Ses points faibles . . . . .	98
3.4.2.1	Le système n'est pas temps réel . . . . .	98
3.4.2.2	Des points obscurs subsistent... . . . . .	98
<b>3.5</b>	<b>Utilisation du système de localisation pour évaluer l'influence d'un paramètre . . . . .</b>	<b>98</b>
3.5.1	Le protocole expérimental . . . . .	99
3.5.2	Résultats obtenus . . . . .	99
3.5.2.1	Leurs descriptions . . . . .	99

---

3.5.2.2	Leurs interprétations . . . . .	100
<b>3.6</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>104</b>

---

## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Que signifie l'expression "échographie 3D" ?

Par cette expression, j'entends la détermination de la position spatiale de chaque pixel d'une image échographique dans le référentiel du localisateur  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ .

### 3.1.2 Une brève synthèse sur les données du système d'acquisition à ce stade de développement

Les données dont je dispose à ce stade de développement du système d'acquisition sont :

- des séquences d'images échographiques de la bifurcation de l'artère carotide dont le début de l'acquisition est synchronisé sur le premier complexe QRS suivant la pression du bouton "**loop**" par le médecin. Ces séquences ont été acquises à une fréquence constante comprise entre 30Hz et 50 Hz puis numérisées sur un disque optique.
- des localisations spatiales de la sonde échographique 2D durant l'examen. Ces données ont été acquises à une fréquence de 140 Hz et stockées sur une disquette.

### 3.1.3 Une évaluation du travail restant à effectuer

Pour obtenir une acquisition échographique 3D à partir des données, deux étapes restent à résoudre :

- déterminer, pour **chaque** image d'une séquence échographique, **la** position de la sonde à cet instant dans le référentiel du localisateur.
- la position du plan échographique image étant connue, déterminer, pour **chaque** pixel de l'image, **sa** position dans le référentiel du localisateur.

## 3.2 La localisation spatiale d'une image d'une séquence

La difficulté provient de l'absence de synchronisation temporelle entre les deux systèmes d'acquisition. Une synchronisation du début de l'acquisition spatiale sur le **même** complexe QRS utilisé pour débiter l'acquisition échographique permettrait de résoudre cette difficulté. Dans ce paragraphe, je décris un système simple de synchronisation.



### 3.2.1 La réalisation d'un système simple de synchronisation

Ce paragraphe rapporte des développements matériels **spécifiques** de la méthodologie développée. Le lecteur pourra s'affranchir de sa lecture en première intention.



Après des recherches sur les potentialités de l'échographe utilisé par le service d'HTA de l'hôpital Michallon, j'ai découvert que l'échographe générait un signal 5V. TTL synchronisé sur chaque complexe QRS de l'ECG, ce signal étant récupérable à l'arrière de l'appareil. Aucune information concernant ce type de synchronisation n'a pu être obtenue (synchronisation sur le front montant? descendant? du QRS).



De plus, il est possible (voir [Nor94c]) de déclencher l'acquisition de données spatiales par l'envoi de ce signal sur le PC.



Enfin, lorsque le médecin décide d'acquérir une série d'images (pression du bouton "loop"), le début de la mémorisation de la séquence se fait sur le premier complexe QRS suivant la pression du bouton.



C'est ce complexe QRS qui doit être transmis au PC et déclencher l'acquisition spatiale, afin de bénéficier d'une référence temporelle commune.

C'est pourquoi j'ai fabriqué le circuit électronique présenté à la figure 3.1.

### 3.2.2 Le bilan d'une acquisition synchronisée

Grâce à cet interrupteur, les données acquises sont (voir Fig. 3.2):

- une série d'images synchronisées sur le complexe QRS, échantillonnées à une fréquence **f1** constante durant l'acquisition comprise entre 30 et 50 Hz
- une série de positions spatiales de la sonde échographique, dont le début de l'acquisition est synchronisé sur ce même complexe QRS, échantillonnées à une fréquence **f2** de 140 Hz.

### 3.2.3 La détermination de la localisation spatiale d'une image

Néanmoins, je ne dispose toujours pas de la localisation spatiale d'une image, les données acquises par l'échographe ne coïncidant pas nécessairement avec les données acquises par le localisateur. Cette dernière difficulté sera levée par une interpolation linéaire des données spatiales. D'autres types d'interpolation auraient pu être utilisées (cubiques, sinusales), mais la grande fréquence d'acquisition des données spatiales ainsi qu'une certaine régularité de mouvement lors de l'acquisition échographique ne le justifient pas.

Connaissant la fréquence d'acquisition des images, les débuts des acquisitions échographique et spatiale étant synchronisés, je peux maintenant calculer, pour chaque image,

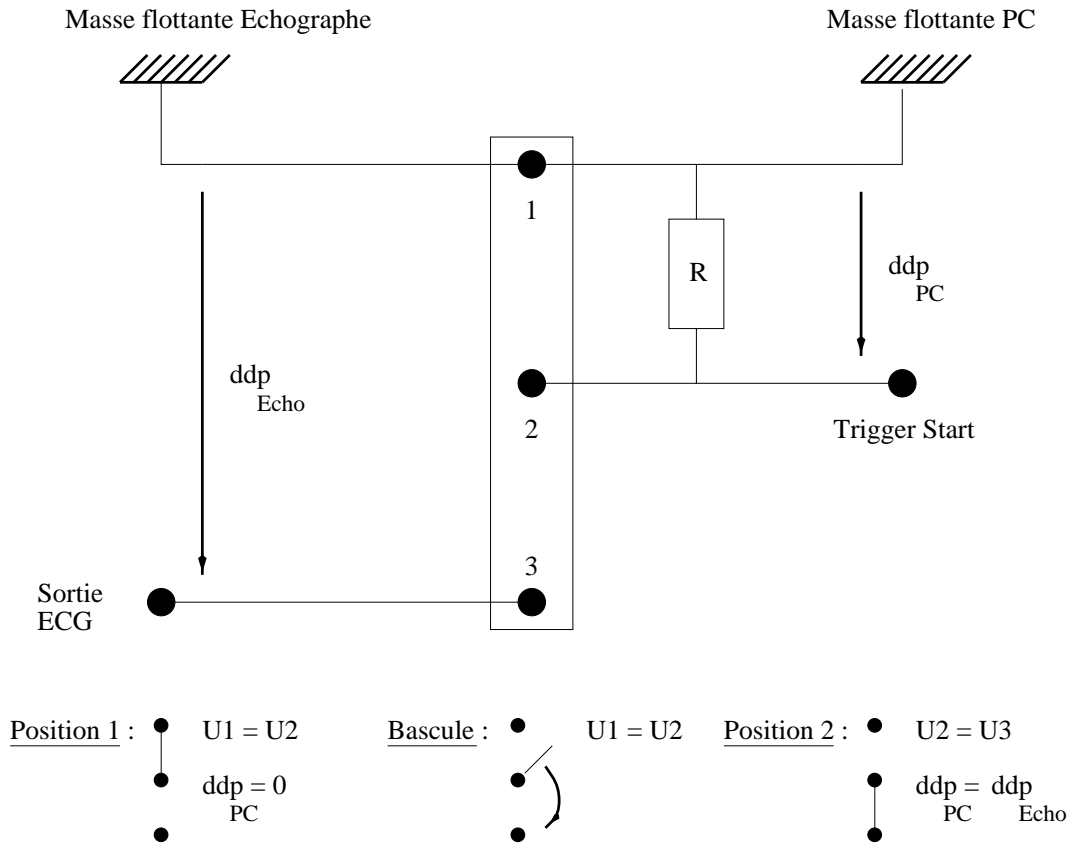


FIG. 3.1 – Système électronique.

Par défaut, le système est en **position 1** : aucun signal n'est transmis au PC.

Lorsque le médecin décide d'acquérir une séquence échographique, il appuie sur le bouton "loop" de l'échographe et sur l'interrupteur qui **bascule**. A cet instant, la résistance de rappel **R** joue pleinement son rôle : elle maintient le potentiel  $U_2$  à la masse flottante  $U_1$  durant l'intervalle de temps nécessaire à la bascule du système. Aucun signal n'est transmis au PC. Sans cette résistance, le potentiel  $U_2$  est un "potentiel en l'air" indéfini. Cela se traduit pratiquement par l'acquisition de données spatiales dès le déclenchement de l'interrupteur.

L'interrupteur est alors en **position 2**. Le signal 5V. TTL issu de l'échographe est transmis au PC. L'acquisition spatiale est déclenchée sur le front montant du créneau. Sa durée est limitée à 4 secondes par le réglage de paramètre interne au système d'acquisition.

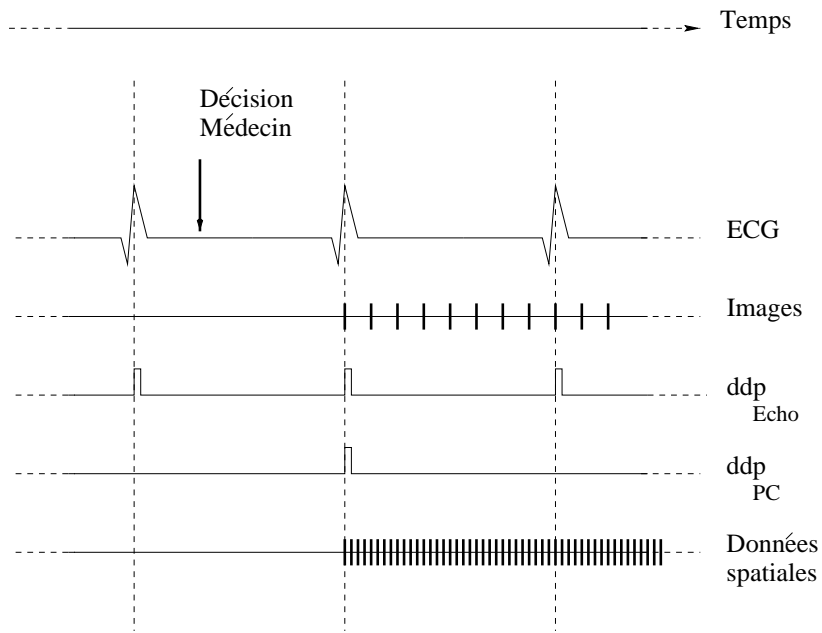


FIG. 3.2 – Protocole d'acquisition.

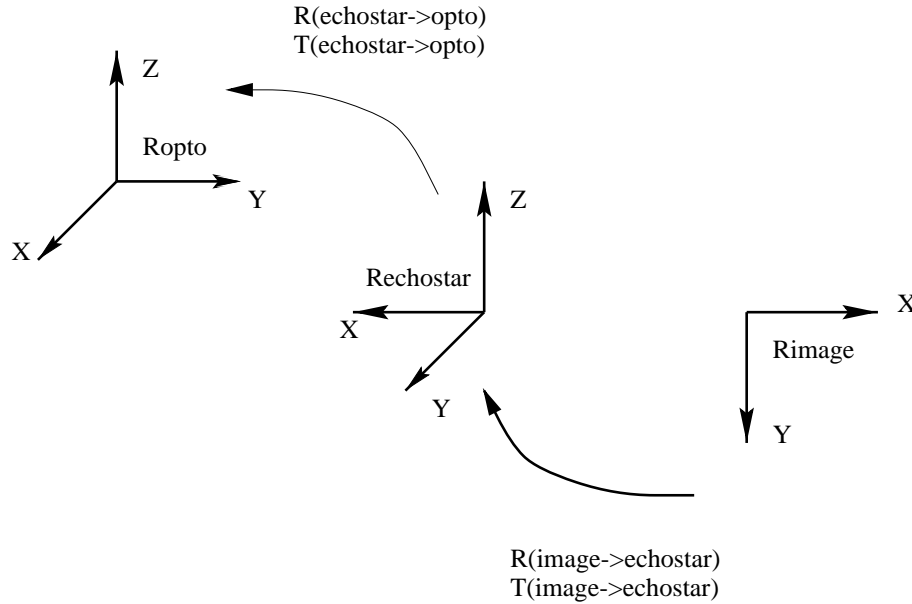


FIG. 3.3 – Changement de référentiel.

sa localisation spatiale dans le référentiel de référence  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ , c'est à dire la matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Opto}})$ .

### 3.3 La localisation spatiale d'un pixel d'une image

#### 3.3.1 Une introduction

Du fait de la localisation de la sonde dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ , pour chaque image d'une séquence, sa matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Opto}})$  est connue. Si maintenant, je détermine la matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\text{Image}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Echostar}})$  du référentiel image  $\mathbf{Ref}_{\text{Image}}$  au référentiel de la sonde  $\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}}$ , par composition de ces matrices, j'obtiens la matrice de passage de  $\mathbf{Ref}_{\text{Image}}$  à  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  (voir figure 3.3). Le calibrage de la sonde échographique permet la détermination de la matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\text{Image}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Echostar}})$ .

#### 3.3.2 Le calibrage de la sonde échographique

Ce calibrage a été réalisé, dans un premier temps, par le logiciel développé par C. Barbe puis dans un second temps, par le logiciel CALIB développé par Ionescu Gelu [Ion98]. Le principe en est le suivant : soient trois points physiques distincts de l'espace (la figure 3.4 illustre l'obtention concrète de ces trois points à l'aide d'une mire de calibrage). Ces trois points déterminent un plan virtuel. Par visualisation **simultanée** de ces 3 points sur

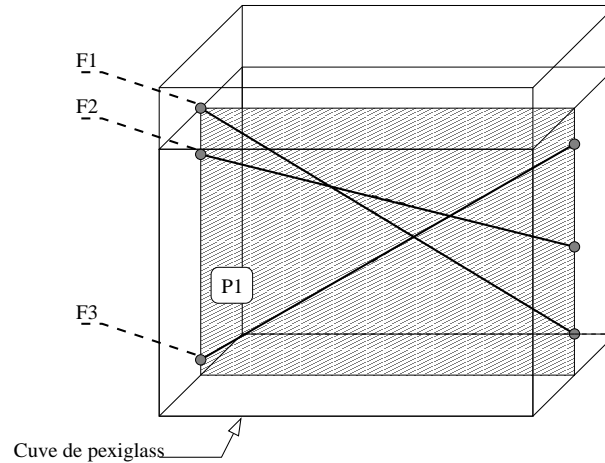


FIG. 3.4 – Mire utilisée pour le calibrage de la sonde échographique.

Les intersections des trois fils  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  définissent trois points utilisés pour calibrer la sonde échographique.

l'image échographique (points échogènes), les plans virtuel et échographique sont confondus. A cet instant, l'image et la matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\mathbf{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\mathbf{Opto}})$  associée à cette image sont mémorisées. Soient  $M_{Image}$ , l'un de ces trois points dont ses coordonnées sont exprimées dans  $\mathbf{Ref}_{\mathbf{Image}}$ . Ses nouvelles coordonnées dans  $\mathbf{Ref}_{\mathbf{Opto}}$  sont obtenues par l'équation suivante :

$$M_{Opto} = P(\mathbf{Ref}_{\mathbf{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\mathbf{Opto}}) * P(\mathbf{Ref}_{\mathbf{Image}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\mathbf{Echostar}}) * M_{Image} \quad (3.1)$$

Dans un deuxième temps, j'acquiers à l'aide d'un palpeur les coordonnées de ces trois points dans  $\mathbf{Ref}_{\mathbf{Opto}}$ .  $P(\mathbf{Ref}_{\mathbf{Image}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\mathbf{Echostar}})$  est alors solution du système de 9 équations à 9 inconnues (les z-coordonnées des  $M_{Image}$  étant prises nulles), système obtenu à partir de l'écriture des équations précédentes pour chacun des trois points.



|| Cette matrice de passage est déterminée une fois et une seule : elle dépend uniquement de la position du SIL Echostar par rapport à la sonde échographique, qui est identique d'un examen à l'autre comme cité précédemment.

Les matrices de passage des différents référentiels étant connues, je peux maintenant localiser, grâce à l'équation 3.1, la position de chaque pixel, de chaque image, de chaque séquence dans le référentiel  $\mathbf{Ref}_{\mathbf{Opto}}$  du localisateur. Je peux maintenant parler d'échographie 3D.

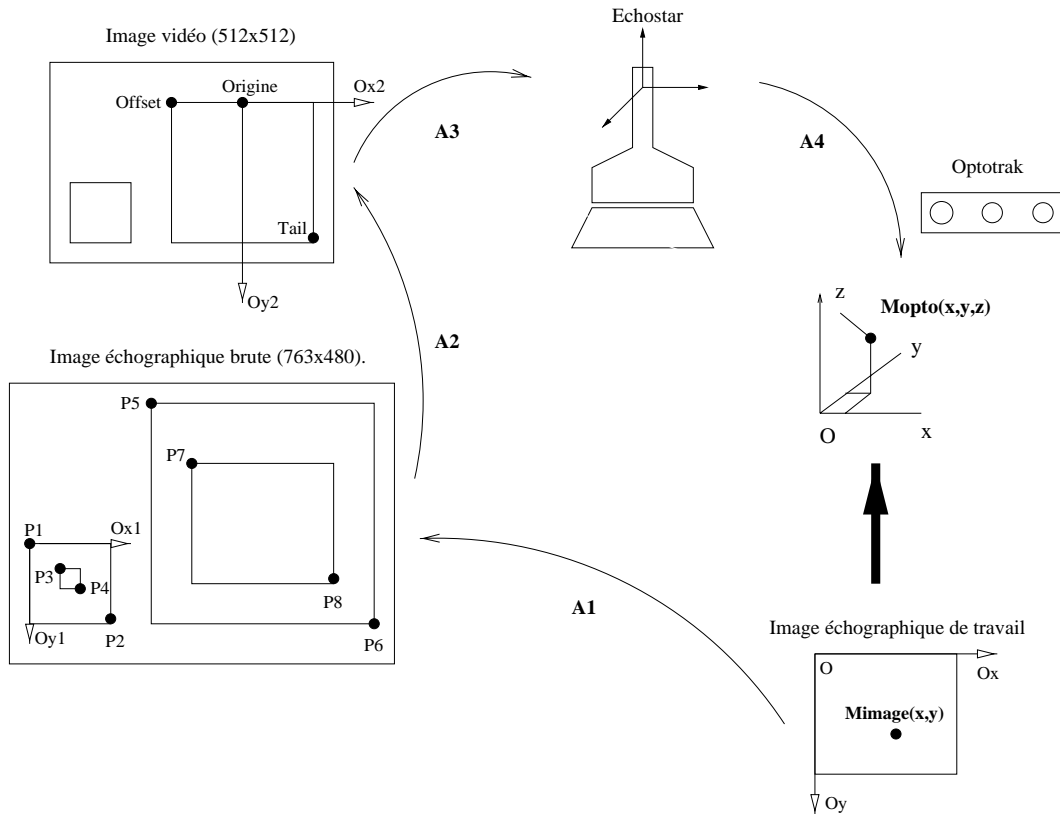


FIG. 3.5 – Localisation effective spatiale d'un pixel.

$A_1$  : matrice de passage de  $P(\text{Ref}_{\text{Image-prétraitee}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Image-brute}})$

$A_2$  : matrice de passage de  $P(\text{Ref}_{\text{Image-brute}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Image-video}})$

$A_3$  : matrice de passage de  $P(\text{Ref}_{\text{Image-video}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Echostar}})$

$A_4$  : matrice de passage de  $P(\text{Ref}_{\text{Echostar}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Opto}})$

### 3.3.3 La localisation pratique spatiale d'un pixel n'est pas si simple

A partir des principes exposés, ce paragraphe rapporte la réalisation pratique de la localisation d'un pixel image. La figure 3.5 en présente les différentes étapes. Cette rapide description est nécessaire pour l'interprétation des résultats de la partie 3.3.4.

#### 3.3.3.1 Le calibrage de la sonde échographique est réalisé à partir d'images vidéo

Le calibrage de la sonde est effectué grâce à des logiciels validés [Ion98] au sein du laboratoire. Ces logiciels travaillent à partir d'images vidéo fournies par les canaux vidéos des échographes. Le résultat de ce calibrage est la matrice de passage du référentiel "image vidéo" au référentiel du SIL "Echostar" :  $P(\text{Ref}_{\text{Image-video}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Echostar}})$ .



Les images vidéos (512x512) diffèrent par leur format des images échographiques numérisées non prétraitées (768x480) ou images brutes. Cette différence est prise en compte par la matrice de passage  $P(\text{Ref}_{\text{Image-brute}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Image-video}})$ .

### 3.3.3.2 Les images échographiques numérisées incorporent un agrandissement

Lors de l'acquisition, le médecin peut agrandir sa zone d'intérêt. Le calibrage de la sonde échographique a été réalisé sur des images non agrandies, le facteur d'agrandissement étant variable. Il est déterminé sur l'image brute par la position relative des deux cadres inférieurs gauches de l'image (position relative acquise manuellement lors du pré traitement des images brutes). Il est pris en compte par la matrice de passage  $P(\text{Ref}_{\text{Image-zoom}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Image-brute}})$ .

Dans cette étude, une acquisition agrandie de la bifurcation permet l'obtention d'une information image plus discriminative.

### 3.3.3.3 Les images échographiques numérisées sont prétraitées

Enfin, ces images brutes, afin d'être aisément manipulables, ont été prétraitées (extraction de la zone d'intérêt). Cette dernière information est prise en compte par la matrice de passage  $P(\text{Ref}_{\text{Image-pretraitee}} \rightarrow \text{Ref}_{\text{Image-brute}})$ .

### 3.3.3.4 Conclusion

Dans le cadre de cette étude, la localisation, dans le référentiel associé au localisateur, d'un point de l'image prétraitée est donnée par :

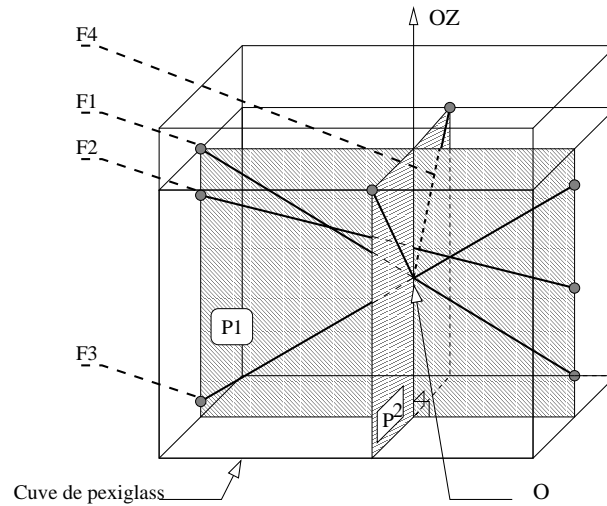
$$\begin{cases} M_{\text{Opto}} = P(\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Opto}}) * M_1 \\ M_1 = P(\mathbf{Ref}_{\text{Image-video}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Echostar}}) * M_2 \\ M_2 = P(\mathbf{Ref}_{\text{Image-brute}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Image-video}}) * M_3 \\ M_3 = P(\mathbf{Ref}_{\text{Image-pretraitee}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Image-brute}}) * M_{\text{Image}} \end{cases} \quad (3.2)$$

## 3.3.4 Expérimentation en vue d'une validation de la localisation spatiale d'un pixel image

Ce paragraphe présente la conception, la mise en œuvre, et les résultats d'une expérience en vue d'une validation de la localisation spatiale du système développé.

### 3.3.4.1 Description théorique du protocole expérimental

Soit  $M$  un point fixe de l'espace physique, c'est à dire fixe dans le référentiel lié au localisateur  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ , le localisateur étant fixe. Dans un premier temps, j'acquiers, de façon synchronisée (sur mon ECG), des images échographiques de ce point (échogène)


 FIG. 3.6 – Définition du point fixe  $O$ .

sous différentes incidences de la sonde, et les données spatiales nécessaires à la localisation spatiale de la sonde.

Dans un deuxième temps, après segmentation des images (détermination des coordonnées image du point échogène) et traitement des données spatiales, je calcule les coordonnées de ce point dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  sous les différentes incidences. Des coordonnées identiques valident la localisation.

### 3.3.4.2 Description pratique du protocole expérimental

Dans cette expérience, j'utilise la mire de calibration présentée précédemment, mais modifiée, comme le montre la figure 3.6. Je définis le plan  $P_2$  orthogonal au plan  $P_1$  par l'ajout du fil échogène  $F_4$ , ainsi que le point  $O$ , intersection des fils  $F_1$ ,  $F_3$  et  $F_4$ . Ce point fait l'objet de cette étude.

J'acquiers les données relatives à ce point dans les deux plans orthogonaux  $P_1$  et  $P_2$ , selon le protocole suivant : étant donné le positionnement de la sonde dans un des plans, j'effectue deux acquisitions consécutives, puis une rotation de 90 degrés dans le sens trigonométrique par rapport à l'axe  $OZ$  de façon à me positionner dans l'autre plan orthogonal. Cette manipulation, répétée quatre fois, est illustrée par la figure 3.7.

### 3.3.4.3 Segmentation des images acquises

Un logiciel de segmentation manuel a été développé pour faciliter la détermination du point  $O$  sur les images échographiques. Après reconstruction des images échographiques (élimination des distorsions indésirables des images du fait de la différence de propagation des ultrasons dans l'eau et dans le tissu moyen mou, voir [Ion98]), le point  $O$  est



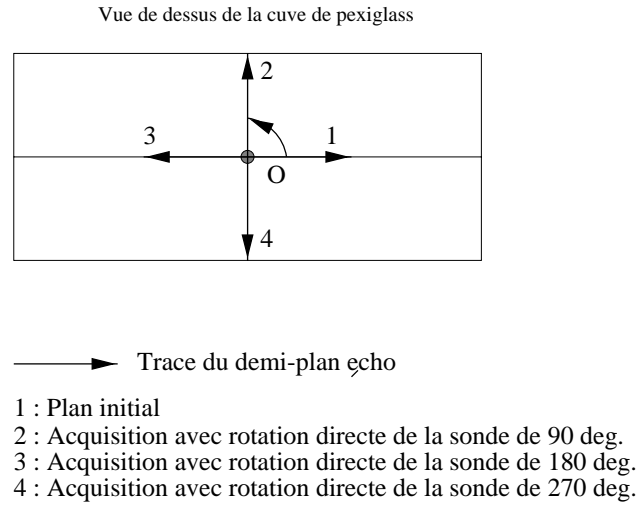


FIG. 3.7 – **Protocole d'acquisition.**

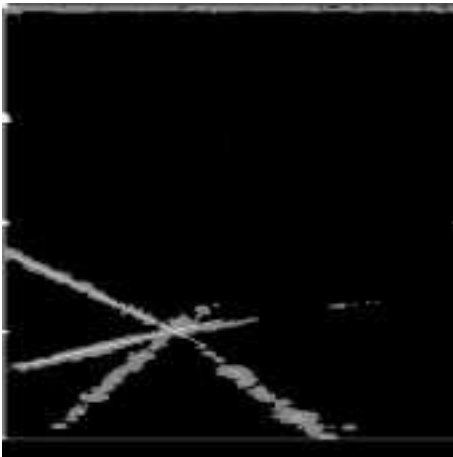


FIG. 3.8 – *Première acquisition dans le plan P1.*

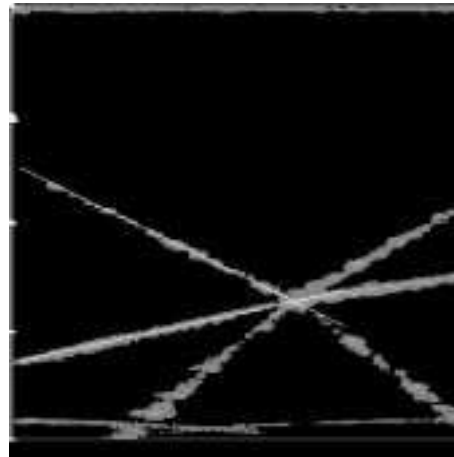


FIG. 3.9 – *Deuxième acquisition dans le plan P1.*

manuellement déterminé par l'intersection de deux droites superposées à l'un des fils  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  et  $F_4$ . Les images ainsi segmentées sont présentées par les figures 3.8, ..., 3.15.

### 3.3.4.4 Résultats

Pour chaque image, les coordonnées du point  $O$  sont calculées dans un référentiel fixe, en translation par rapport à  $\mathbf{Ref}_{O_{pt0}}$ . Les résultats obtenus sont présentés par le tableau de la figure 3.16.

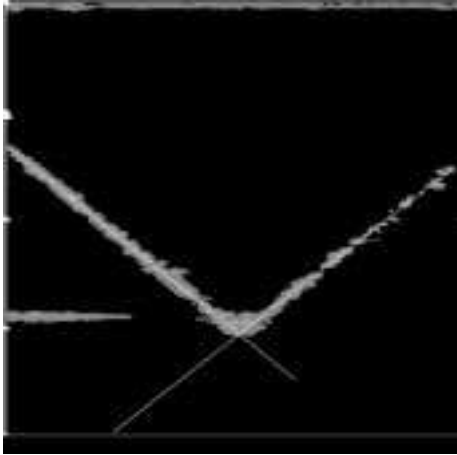


FIG. 3.10 - *Première acquisition dans le plan P2 : rotation de 90 degré par rapport à la position initiale.*

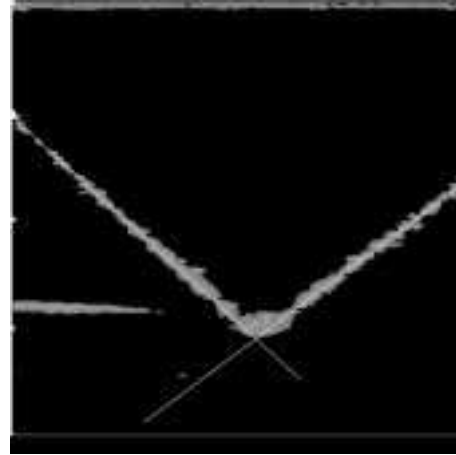


FIG. 3.11 - *Deuxième acquisition dans le plan P2 : rotation de 90 degré par rapport à la position initiale.*

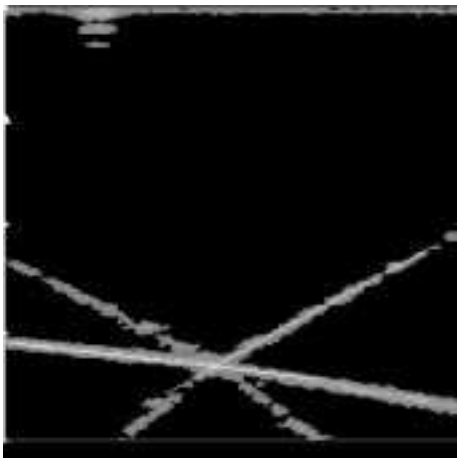


FIG. 3.12 - *Troisième acquisition dans le plan P1 : Rotation de 180 degré par rapport à la position initiale.*

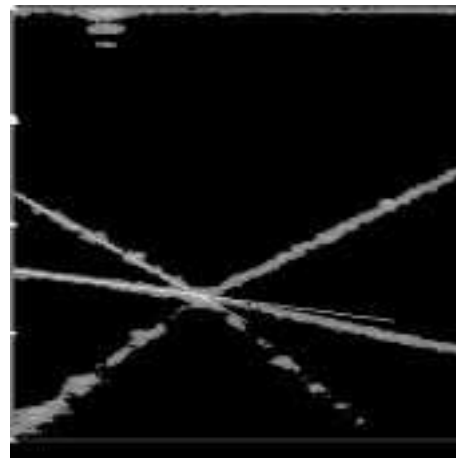


FIG. 3.13 - *Quatrième acquisition dans le plan P1 : Rotation de 180 degré par rapport à la position initiale.*

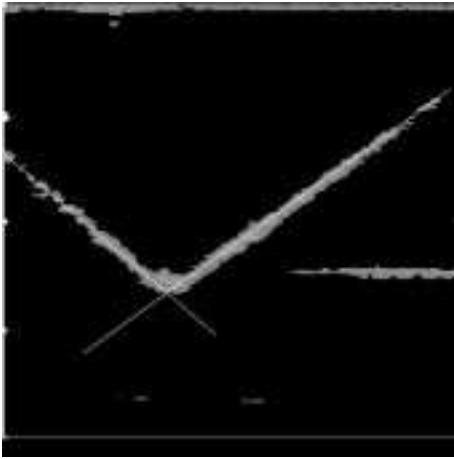


FIG. 3.14 – *Troisième acquisition dans le plan  $P_2$  : rotation de 270 degré par rapport à la position initiale.*

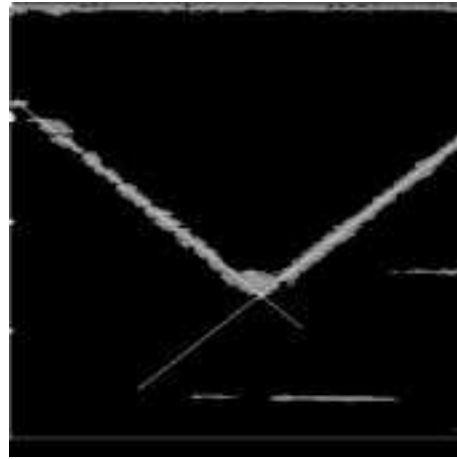


FIG. 3.15 – *Quatrième acquisition dans le plan  $P_2$  : rotation de 270 degré par rapport à la position initiale.*



Dans cette étude, l'origine du repère est un point situé dans l'enveloppe convexe des points calculés à partir de leurs coordonnées dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Image}}$ .



L'incertitude commise sur la reproductibilité de la localisation d'un point fixe  $O$  de l'espace 3D est de l'ordre du millimètre.

Point	x	y	z
$P_1$	-0.3787	-0.00169254	0.835197
$P_2$	0.153802	0.00440047	-0.234723
$P_3$	0.0212062	-0.34369	-1.15072
$P_4$	1.07036	-0.566372	-1.54697
$P_5$	-0.56242	-1.20012	-0.802935
$P_6$	-0.379897	-1.22506	-0.747236
$P_7$	-0.200303	-0.610525	-1.77776
$P_8$	0.726518	-0.222361	-2.29293
$P$	0.0563207	0.052067	-0.964737

FIG. 3.16 – *Coordonnées calculées du point fixe O.*

*J'estime la position réelle du point O par le barycentre  $\bar{P}$  des points calculés  $P_i$   $i = 1..8$ . Je détermine ensuite, par l'erreur maximale  $E_{max}$ , la moyenne  $\mu$  et la variance  $\sigma$  des distances des points  $P_i$  à  $\bar{P}$  l'incertitude commise sur la reproductibilité de la localisation du point O :*

**$E_{max} = 1,913709\text{mm}$ ,  $\mu = 1.052641\text{mm}$  et  $\sigma = 0.219245\text{mm}$ .**

*Comme je le montre dans le paragraphe 3.3.4.6, cette incertitude de localisation reste compatible avec une application clinique potentielle.*

---

### 3.3.4.5 Incertitude de reproductibilité de localisation et Conditions expérimentales

Eu égard les conditions expérimentales, cette incertitude de localisation me semble tout à fait acceptable :

- elle est du **même ordre de grandeur** que l'épaisseur du champs ultrasonore (de l'ordre du millimètre). Cette épaisseur est à l'origine d'une **incertitude sur l'alignement des plans physiques et échographiques**, d'où l'incertitude sur la localisation des points échographiques calculés.
- le point  $O$  échographique est construit comme l'intersection de deux segments de droite. Cette approche, plus robuste qu'une estimation ponctuelle de la position du point sur l'image (les figures précédentes sont plus en faveur d'une tâche échographique que d'un point échographique ponctuel), reste subjective. En effet, du fait de leur variabilité de visibilité d'une image échographique à l'autre (conséquence de l'incertitude d'alignement des plans échographique et physique), le choix de ces deux segments diffère d'une image à l'autre (comparer typiquement les figures 3.12 et 3.13). De plus, l'épaisseur des fils n'étant pas nulle ( $\leq 0.3\text{mm}$ ), les points déterminés par ces différents segments de fils sont **physiquement distincts**.

D'autres facteurs, de **moindres importances** comparés à ceux cités précédemment, doivent aussi être pris en compte :

- les images échographiques numérisées sont récupérées à partir du logiciel "DxCrystal". Ce logiciel reconstruit les images à partir de données très artéfactées. Cette reconstruction logicielle peut être à l'origine de variabilités (de l'ordre du pixel) dans la détermination des trois cadres de références, qui se répercutent ensuite dans les transformations spatiales évoquées précédemment ;
- la détermination des cadres de référence de chaque séquence est (temporairement) manuelle, entraînant une erreur supplémentaire (de l'ordre du pixel). Cette erreur doit aussi être prise en compte. Par contre, au sein d'une même séquence échographique, les positions relatives spatiales des différentes images souffrent moins de cette imprécision de détermination, du fait des positions relatives identiques des différents cadres : en effet, au sein d'une séquence échographique, le facteur d'agrandissement est inchangé.

### 3.3.4.6 Incertitude de reproductibilité de localisation et EIMAC

Je tiens à écarter le doute, naissant chez le lecteur, sur le bien fondé d'une étude 3D de l'EIMAC : comment quantifier, de façon reproductible l'EIMAC, son ordre de grandeur étant de  $0.5\text{mm}$  alors que la précision de la localisation des plans échographiques est de l'ordre du millimètre.

Quantifier l'EIMAC et localiser les plans échographiques sont, en fait, deux étapes distinctes : la première peut-être réalisée uniquement à partir des données image 2D. La seconde, rend possible la localisation de cette quantification dans l'espace 3D, au millimètre prêt. C'est cette possibilité de localisation qui fait la **nouveauté** de ce projet. En

reprenant les idées développées dans la première partie de ce rapport, la détermination, de façon reproductible, d'un référentiel lié à la carotide, pourrait permettre un suivi plus objectif de l'évolution de l'EIMAC dans le temps, par la localisation spatiale, au millimètre près, de sa position dans ce référentiel.

## 3.4 Forces et faiblesses de ce système d'acquisition

### 3.4.1 Les points forts du système d'acquisition conçu

Dans ce paragraphe, j'insiste sur deux points forts (l'un méthodologique, l'autre technologique) de ce processus d'acquisition, qui le différencient de méthodologies précédemment développées [BTML93], et en font un système d'acquisition très performant actuellement par sa haute fréquence d'acquisition.

#### 3.4.1.1 L'intérêt d'une haute fréquence d'acquisition

Une haute fréquence d'acquisition permet, par définition, l'acquisition de plus d'informations en des temps identiques. Dans ce travail, elle va me permettre d'acquérir en 3 secondes, les informations nécessaires à une étude de la bifurcation.

La brièveté de l'acquisition est un garant de l'immobilité du patient durant l'acquisition, immobilité nécessaire à une étude objective de cette entité. En fait l'idéal serait une "photo" de l'artère à un instant donné  $t$ . Signalons en effet, que même si le patient est immobile, l'artère est battante.

En outre, la brièveté de l'acquisition participe au confort du patient.

#### 3.4.1.2 Un point fort méthodologique : l'indépendance des processus d'acquisition permet une acquisition optimale

Dans la méthodologie présentée, les processus d'acquisition (échographique et spatial) sont indépendants durant la phase d'acquisition (après une synchronisation initiale). Cette indépendance est le garant **d'une acquisition optimale** des données par les différents processus, du fait de l'absence de communications parasites entre les processus. Ainsi, je peux obtenir une acquisition échographique à une fréquence maximale de 50Hz, fréquence non envisageable par les précédents logiciels d'acquisition développés dans [BCCT96], [Ion98].

#### 3.4.1.3 Un point fort technologique : la numérisation des images par l'échographe permet une acquisition échographique élevée

Cette numérisation me permet de m'affranchir d'une récupération des images échographiques par un canal vidéo, dont la fréquence d'échantillonnage est limitée à 25Hz.

#### 3.4.1.4 Une acquisition non pas 3D mais 4D

En fait, toutes nos acquisitions sont synchronisées sur l'ECG. Je peux donc pour chaque image, déterminer sa position temporelle au sein du cycle cardiaque. Cette qualité, non utilisée dans cette étude, pourrait permettre une étude non pas 3D, mais 4D de l'artère carotide. Obtenir une image de la carotide à un temps  $t$  donné du cycle cardiaque pourrait ainsi être envisageable.

### 3.4.2 Ses points faibles

#### 3.4.2.1 Le système n'est pas temps réel

Pour disposer d'un temps réel, il faut disposer d'une communication entre les machines, d'où un retard dans les processus d'acquisition. En ce qui concerne cette étude, le temps réel n'était pas nécessaire.

#### 3.4.2.2 Des points obscurs subsistent...

Dans le système présenté, des points mériteraient d'être plus profondément étudiés. Citons, par exemple, la nécessité :

- de préciser le mode de synchronisation de l'acquisition échographique sur le complexe QRS de l'ECG (données internes à HP)
- de quantifier le temps de latence entre le début de l'acquisition par l'échographe et le début de l'acquisition par le localisateur. Je n'ai pas cherché à quantifier ce temps de latence, celui-ci étant fonction de l'électronique du système. Néanmoins, visuellement, les battements de l'artère carotide sur une coupe transversale synchronisée sur l'ECG semblaient (subjectivement) en concordance avec les données physiologiques (retard d'augmentation du diamètre de l'artère par rapport au complexe QRS, l'onde de pression étant plus lente que l'onde électrique)
- de développer une détermination automatique des positions relatives des différents cadres. Elle permettrait, du fait de sa reproductibilité, de s'affranchir d'erreurs manuelles, et de leurs conséquences dans les transformations spatiales.

## 3.5 Utilisation du système de localisation développé pour évaluer l'influence d'un paramètre intrinsèque à l'acquisition

Ce paragraphe est consacré à l'évaluation des modifications de la position de l'artère carotide lors d'acquisitions transversales à pression croissante. Il est organisé en deux parties : la première rapporte le protocole expérimental, la seconde, les résultats obtenus ainsi que leurs interprétations.

### 3.5.1 Le protocole expérimental

Cette expérience est réalisée au sein de l'hôpital Michallon avec un patient particulièrement complaisant (ma personne).

Le protocole est le suivant : le médecin se positionne en un site transversal. Il appuie sur la sonde échographique de façon croissante, orthogonalement à la surface cutanée, durant un cycle cardiaque jusqu'à une pression maximale, non atteinte dans la pratique courante. Afin de s'affranchir des éventuels mouvements du cou du patient (faussant la localisation spatiale de l'artère), la tête du patient est immobilisée sur la table d'examen.



Dans un premier temps, le tête du patient est immobilisée par une sangle fixée rigidement à la table d'examen.



Pour mémoire, je rappelle que, contrairement à une veine, l'artère carotide n'est pas collabée par simple pression de la sonde (bien qu'elle diminue légèrement de calibre lors d'une forte pression)<sup>4</sup>.

Cette procédure expérimentale est utilisée pour des acquisitions transversales antérieures, latérales et postérieures, à une fréquence de 50 Hz (sonde appuyée progressivement en un endroit fixe). Pour chaque séquence acquise, je segmente manuellement 5 images réparties de façon équidistante dans le cycle d'acquisition, les données spatiales correspondantes étant traitées de façon indépendante.

### 3.5.2 Résultats obtenus

#### 3.5.2.1 Leurs descriptions

Les résultats obtenus sont présentés par les figures 3.17, 3.18, 3.19 : la représentation spatiale 3D des contours de l'artère carotide est illustrée par les figures supérieures gauche (projection dans le plan Oxy contenant la direction de déplacement de la sonde, l'axe Oz correspondant approximativement à l'axe de la carotide commune). A chaque visualisation 3D sont associées 3 courbes montrant respectivement les déplacements en  $\mathbf{x}$  ( figure supérieure droite ),  $\mathbf{y}$  ( figure inférieure gauche ) et  $\mathbf{z}$  ( figure inférieure droite ) des barycentres des contours segmentés au cours du cycle.



Les résultats présentés sur chaque figure proviennent du traitement de différentes images au sein d'une même séquence. En reprenant les équations 3.2, le prétraitement de chaque image au sein d'une séquence étant identique, seule la matrice de passage  $P(\mathbf{Ref}_{\text{Echostar}} \rightarrow \mathbf{Ref}_{\text{Opto}})$  diffère. Les positions relatives des différents plans échographiques sont ainsi plus robustement définies (du fait de l'évacuation des erreurs associées à la détermination manuelle des positions relatives des différents cadres)

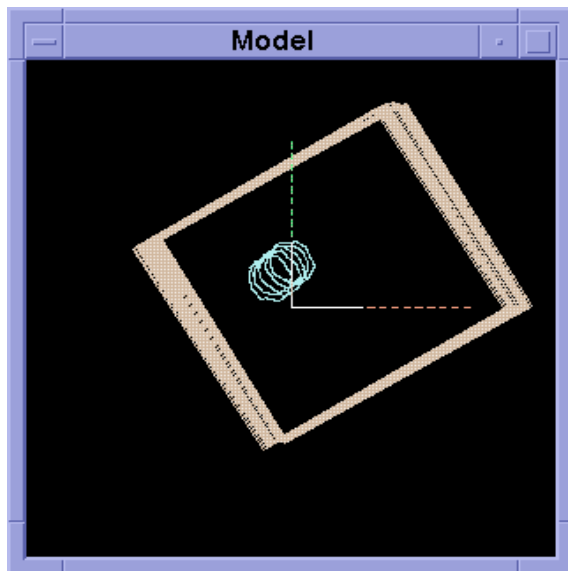


### 3.5.2.2 Leurs interprétations

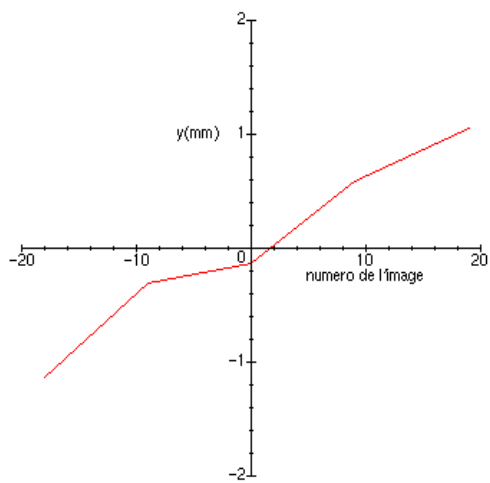
Ces résultats confirment l'idée intuitive pressentie : la pression lors de l'acquisition influence la position spatiale 3D de l'artère carotide. Ces déplacements extrêmes de l'artère, de l'ordre de 3mm, prennent en compte deux facteurs :

1. la pression effective d'application de la sonde ;
2. la déformabilité de la structure sur laquelle est allongé le patient, déformabilité induite indirectement par l'application de la pression sur le cou du patient.

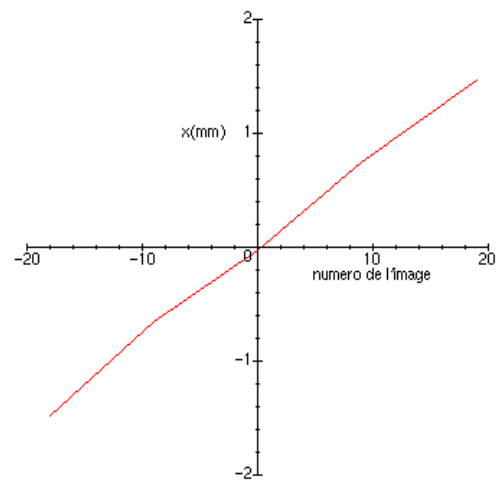
Ces remarques faites, l'ordre de grandeur de ces déplacements, tout de même raisonnable pour ces pressions extrêmes (qui, je le rappelle, **ne sont pas utilisées** dans la pratique courante), peut laisser présager des déplacements minimes lors d'acquisitions à des pressions plus classique. Ainsi, des acquisitions transversales de la carotide commune, échantillonnées le long de l'artère, seront bien centrées sur son axe. Cette dernière constatation est un élément de bon augure, par exemple, pour l'obtention d'une reconstruction globale de l'artère compatible avec la réalité.



Acq. transversales antérieures: Emax\_y=2.18419mm



Acq. transversales antérieures: Emax\_x=2.94412mm



Acq. transversales antérieures: Emax\_z=1.8872mm

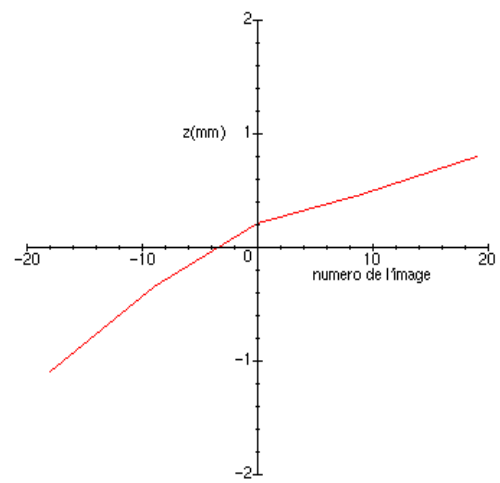
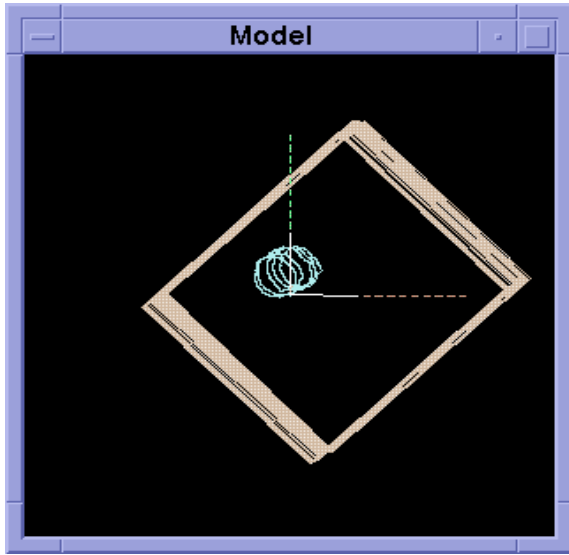
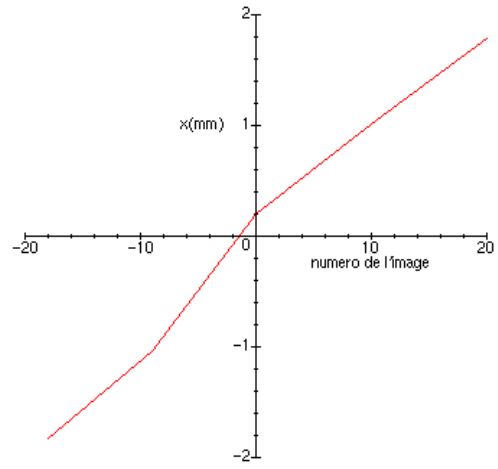


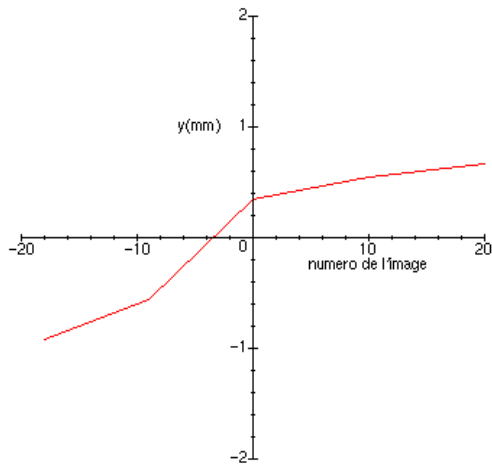
FIG. 3.17 – *Acquisitions transversales antérieures.*



Acq. transversales laterales: Emax\_x=3.62297mm



Acq. transversales laterales: Emax\_y=1.58835mm



Acq. transversales laterales: Emax\_z=0.46417mm

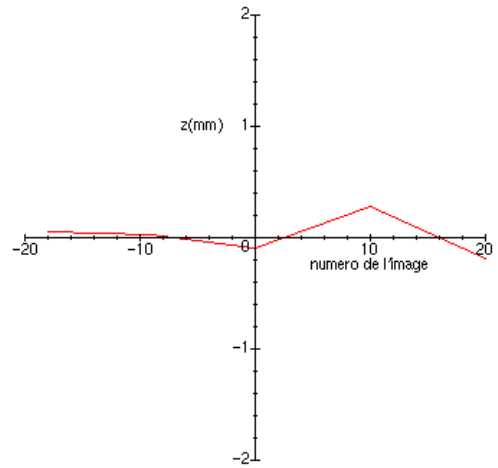
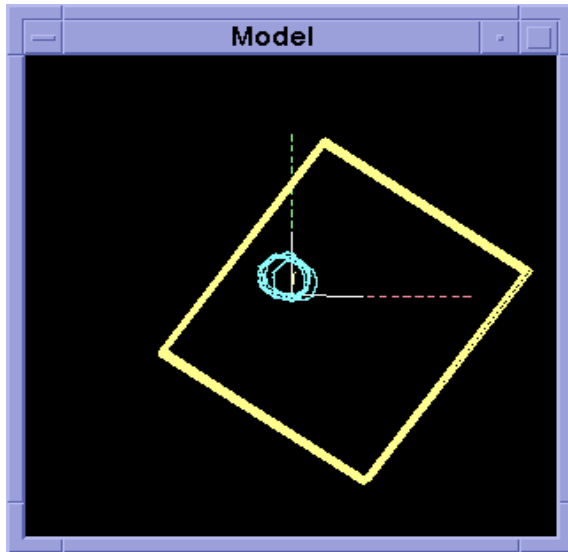
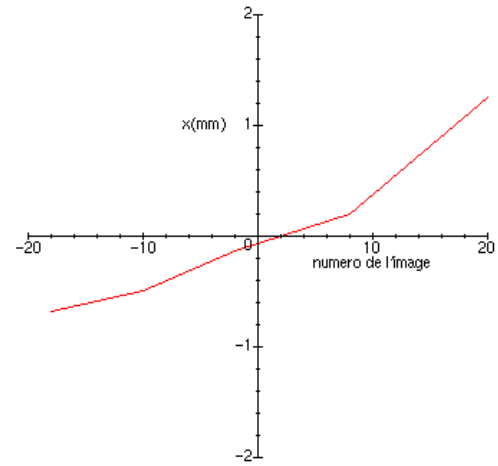


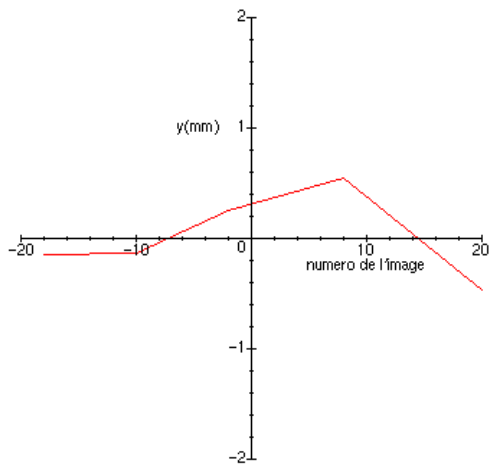
FIG. 3.18 – Acquisitions transversales latérales.



Acq. transversales posterieures: Emax\_x=1.94126mm



Acq. transversales posterieures: Emax\_y=1.00608mm



Acq. transversales posterieures: Emax\_z=0.86313mm

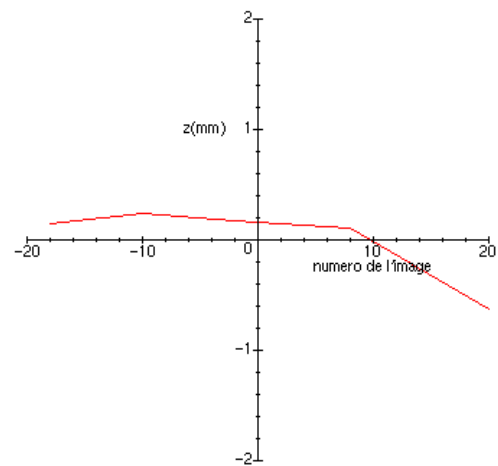


FIG. 3.19 – Acquisitions transversales postérieures.

## 3.6 Bilan

Dans ce chapitre, j'ai présenté le système développé pour l'acquisition d'images échographiques tridimensionnelles de la bifurcation de l'artère carotide. Il a été conçu à partir de deux processus d'acquisition indépendants, l'un échographique, l'autre spatial. La synchronisation de ces processus sur le même complexe QRS de l'ECG a permis une utilisation complémentaire des différentes données acquises, conduisant ainsi à l'obtention d'une échographie 3D (voire 4D).



Cette acquisition est caractérisée par une fréquence d'échantillonnage des séquences échographiques comprise entre 30Hz et 50Hz. Cette haute fréquence en fait un outils de haute qualité: la brièveté de l'acquisition est en effet un garant d'une immobilité du patient pendant l'acquisition.



La précision de la localisation spatiale d'un point fixe physique par différentes séquences est d'ordre millimétrique, voire submillimétrique. Au sein d'une même séquence, la localisation spatiale relative des différents plans échographiques de la séquence est plus précise, du fait de la suppression d'étapes manuelles de prétraitement.

Enfin, j'ai cherché à évaluer l'impact de la pression sur l'acquisition des données. Il a été montré qu'elle intervenait probablement peu sur le déplacement de la carotide pour des pressions d'application de la sonde raisonnables.

En ce qui concerne ce travail, les séquences de la bifurcation sont obtenues par son balayage pendant une durée de 3 secondes.

# Bibliographie

- [BCCT96] C. Barbe, L. Carrat, O. Chavanon, and J. Troccaz. Computer Assisted Pericardic Surgery. In *Computer Assisted Radiology (CAR'96)*, pages 781–786. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [BTML93] C. Barbe, J. Troccaz, B. Mazier, and S. Lavallee. Using 2.5D echography in computer assisted spine surgery. In *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Proceedings*, pages 160–161, 1993.
- [Ion98] I. Ionescu. *Segmentation et recalage d'images échographiques par utilisation de connaissances physiologiques et morphologiques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1998.
- [Nor94] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK :System Guide*, April 1994.



## Troisième partie

# Une modélisation géométrique de bifurcation





Cette troisième partie du manuscrit est consacrée à la réalisation d'un modèle de bifurcation actif. Son organisation est la suivante :

- Chapitre I : La modélisation tridimensionnelle de la bifurcation.
- Chapitre II : La mise en correspondance du modèle avec les données.
- Chapitre III : La transition vers un modèle actif déformable.



# Chapitre 1

## Une modélisation géométrique tridimensionnelle de la bifurcation

### Objectifs du chapitre



Ce chapitre rapporte la stratégie adoptée pour modéliser les bifurcations, sous-classe particulière d'embranchements : long, il décrit les fondements de ce travail de thèse à partir desquels tout va être déduit.

Dans un premier temps, je rappelle brièvement les modélisations d'embranchement présentées dans la littérature, et propose un nouveau paramétrage des objets "bifurcation" en relation avec la réalité physique.

Je décris ensuite la modélisation entreprise. Cette modélisation fait appel à des briques élémentaires de la littérature. Je m'efforcerai, au cours de cette description, de justifier le choix de leurs utilisations.

Enfin, je termine ce chapitre par la description des propriétés mathématiques de la surface développée.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Une nouvelle approche des objets bifurcation . . . . .</b>	<b>114</b>
1.1.1	Introduction . . . . .	114
1.1.2	Des approches classiques ... mais non retenues . . . . .	114
1.1.3	Vers un nouveau "paramétrage planaire univoque" . . . . .	115
1.1.3.1	La définition de la problématique . . . . .	115
1.1.3.2	L'univocité permet la caractérisation des paramétrages recherchés . . . . .	116
1.1.3.3	Une simplification de la problématique . . . . .	116

1.1.3.4	Quelques exemples de stratégie . . . . .	117
1.1.3.5	Une analyse des différents exemples . . . . .	118
1.1.3.6	Le choix du paramétrage repose sur des considérations physiques . . . . .	118
1.1.3.7	Un nouveau paramétrage planaire univoque des objets bifurcation . . . . .	121
1.1.4	Conceptualisation d'une modélisation des bifurcations dans le cadre d'un paramétrage planaire univoque . . . . .	122
1.1.4.1	La notion de squelette externe émerge de considérations physiques sur les écoulements fluides au sein des bifurcations . . . . .	122
1.1.4.2	Le paramétrage planaire de la surface est univoque	122
1.1.4.3	Quelle modélisation adopter pour les intersections des demi-plans de paramétrage avec la surface? .	123
1.1.4.4	La notion de squelette interne émerge de considérations géométriques sur l'agencement des superquadriques avec le squelette externe . . . . .	124
1.1.4.5	Une synthèse . . . . .	125
<b>1.2</b>	<b>Le squelette externe . . . . .</b>	<b>126</b>
1.2.1	Quelles spécificités? . . . . .	126
1.2.2	Vers une modélisation répondant aux spécificités géométriques	126
1.2.3	Une base de courbes répond aux spécificités recherchées . .	127
1.2.4	Les paramètres de forme du squelette externe . . . . .	127
1.2.5	Une discussion sur ce paramétrage . . . . .	130
1.2.6	Conclusion . . . . .	130
<b>1.3</b>	<b>Le squelette interne . . . . .</b>	<b>131</b>
1.3.1	Introduction . . . . .	131
1.3.2	Quelles spécificités? Quelle construction? . . . . .	131
1.3.3	La partie centrale du squelette interne . . . . .	133
1.3.4	Les parties latérales du squelette interne . . . . .	133
<b>1.4</b>	<b>La mise en correspondance des squelettes externe et interne</b>	<b>136</b>
1.4.1	Pourquoi une mise en correspondance? . . . . .	136
1.4.2	Comment mettre en œuvre cette mise en correspondance? .	136
1.4.2.1	Définition d'une nouvelle problématique . . . . .	136
1.4.2.2	Une analyse des effets de la fonction $u(t)$ . . . . .	136
1.4.2.3	Les conséquences sur la modélisation . . . . .	136
1.4.2.4	Des fonctions sympathiques? oui, ... mais à quel prix? . . . . .	139

1.4.2.5	La méthode de mise en correspondance retenue est basée sur des concepts géométriques . . . . .	139
1.4.3	Contraintes imposées sur le squelette externe . . . . .	140
1.4.3.1	Elimination des points d'inflexions du squelette externe . . . . .	140
1.4.3.2	Elimination des angles aberrants aux extrémités du squelette externe? . . . . .	141
1.4.3.3	Un récapitulatif du domaine de variations des paramètres de forme de $\mathbf{S}_e$ . . . . .	142
1.4.4	Contraintes imposées sur le squelette interne . . . . .	142
1.4.4.1	Contraintes imposées pour une compatibilité avec la réalité . . . . .	144
1.4.4.2	Contraintes imposées pour faciliter la mise en correspondance . . . . .	145
1.4.4.3	Un récapitulatif du domaine de variations des paramètres de forme de $\mathbf{S}_i$ . . . . .	147
1.4.5	Construction d'une mise en correspondance univoque . . .	147
1.4.5.1	Sa définition mathématique . . . . .	148
1.4.5.2	Une équation implicite pour chaque partie du squelette interne . . . . .	148
1.4.5.3	La fonction $U(t)$ est discontinue . . . . .	148
1.4.5.4	Une expression explicite de $U(t)$ . . . . .	150
<b>1.5</b>	<b>L'enveloppe . . . . .</b>	<b>152</b>
1.5.1	Quadrique versus Superquadrique . . . . .	152
1.5.2	Sa définition mathématique . . . . .	153
1.5.3	Le vecteur unitaire $V(t)$ . . . . .	154
1.5.4	L'amplitude $b(t)$ . . . . .	154
1.5.5	Définition de la fonction epsilon . . . . .	155
<b>1.6</b>	<b>Les transformations rigides . . . . .</b>	<b>156</b>
1.6.1	Pourquoi? . . . . .	156
1.6.2	Leurs définitions . . . . .	156
1.6.3	Un tableau récapitulatif sur les différents paramètres du modèle, et leurs domaines de variation . . . . .	158
<b>1.7</b>	<b>Etude de la continuité de la surface . . . . .</b>	<b>158</b>
1.7.1	Quel type de continuité $C^0$ ? $C^1$ ? Pourquoi? . . . . .	158
1.7.2	Une $C^0$ continuité? . . . . .	159
1.7.3	Une $C^1$ continuité? . . . . .	159
1.7.3.1	Une $C^1$ continuité des différentes surfaces du modèle? . . . . .	159

1.7.3.2	Une $C^1$ continuité aux points de raccordement? . . .	160
1.7.3.3	Une précision qui peut avoir son importance . . . . .	161
<b>1.8</b>	<b>Un exemple d'instance de la modélisation . . . . .</b>	<b>163</b>
<b>1.9</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>164</b>

## 1.1 Une nouvelle approche des objets bifurcation

### 1.1.1 Introduction

Après avoir présenté au lecteur un rapide aperçu des travaux de la littérature traitant des embranchements, je propose une réflexion sur différents paramétrages possibles de l'objet bifurcation : je précise en particulier le type de paramétrage recherché, les différentes possibilités au sein de ce type, et la solution retenue, ainsi que ses conséquences au niveau de la modélisation.

### 1.1.2 Des approches classiques . . . mais non retenues



A première vue, une bifurcation se présente comme un "Y" volumique. Conçue le plus souvent comme la jonction entre trois branches cylindriques, de nombreux travaux ont été menés dans la littérature pour modéliser cette entité. Je rappelle principalement les méthodes évoquées dans [GS95] :

- la reconstruction à l'aide de facettes triangulaires de Christiansen ([CS78]) par triangulation de Delaunay entre deux coupes. Cette reconstruction n'est réalisable que dans le cas d'un échantillonnage par coupes parallèles, où le nombre et la forme des contours varient peu d'une coupe à l'autre.
- la reconstruction par éléments de volumes développée dans [CR89] opérant à partir de contours parallèles.
- la réalisation d'embranchements  $G^1$  continus de cylindres généralisés dans [GS95]. La figure 2.4 (page 177) illustre cette reconstruction par trois régions rectangulaires assimilables à des "demi-tubes extérieurs", et deux carreaux triangulaires, qui ferment la structure ébauchée par les carreaux rectangulaires précédents. Une application de ces travaux pour modéliser les anévrismes de l'aorte abdominale est présentée dans [NJM<sup>+</sup>96a]. Cet article est détaillé dans le chapitre suivant.

Pour les méthodes propres à la C.A.O et à la synthèse d'images, je cite :

- le procédé de [VP84], procédé de subdivision polyédrale récursive. Ce procédé converge vers une surface présentant une continuité du plan tangent.

Ces différentes approches ne sont pas retenues dans le cadre de cette étude. En effet, dans toutes ces approches, du fait de leur conceptualisation de la bifurcation (jonction entre trois branches), celle-ci **est déduite** des trois branches. Par-là, j'entends que l'on détermine, dans un premier temps, par un processus indépendant, ses trois extrémités. Dans un second temps, la jonction est réalisée à partir des seules conditions aux limites (sections, dérivées).


Notre approche se veut fondamentalement différente. Nous cherchons à modéliser en premier lieu **la bifurcation. C'est en effet la région la plus riche en informations géométriques, donc la région la plus discriminative.** Dans un second temps, nous pourrions nous intéresser aux branchements de cylindres généralisés sur cette nouvelle brique (non abordé dans ce travail).


Une autre approche est celle des pavages adaptés à la topologie des embranchements, pavages aussi variés en nombre, forme que nature des carreaux assemblés : voir [SB89, CJ84, LD89]. Ces constructions peuvent conduire à une modélisation propre de la bifurcation. Nous ne les retiendrons pas, préférant développer une modélisation d'inspiration plus "physique".


### 1.1.3 Vers un nouveau "paramétrage planaire univoque"

#### 1.1.3.1 La définition de la problématique

Les objets "bifurcations", du fait de leurs topologies non homotopiques aux surfaces sphériques, cylindriques ou toriques, sont des **entités difficilement paramétrables de façon naturelle.** Dans un souci de "simplicité", je me suis uniquement intéressé à de possibles **paramétrages planaires univoques** de cette entité.

 || Par **paramétrage**, j'entends l'établissement d'un système de coordonnées  $(t, v)$  où **tout** point  $M_i$  de la surface de la bifurcation est repéré par un couple de paramètres  $(t_i, v_i)$ .

 || Par **univoque**, j'entends l'**unicité** du couple de paramètre  $(t_i, v_i)$ .

 || Par **paramétrage planaire**, j'entends l'obtention du paramétrage par un algorithme de sections de (toute) la surface par des plans (continûment) juxtaposés.

Cette méthodologie me conduira à la définition d'un **connexe** du plan, domaine de définition des couples de paramètres compatibles avec un parcours **univoque** d'une surface iso-topique à celle des bifurcations.



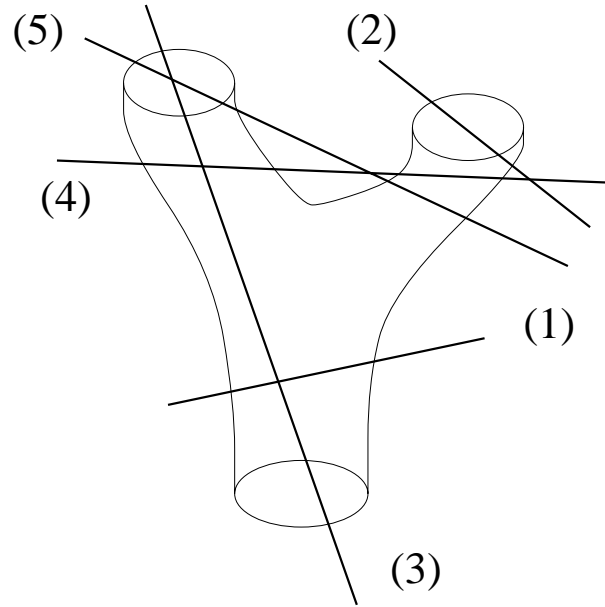


FIG. 1.1 – Intersection d'un  $Y$  volumique simple avec un plan quelconque.

Cinq types principaux d'intersection sont retrouvés :

- (1) : une courbe unique fermée ;
- (2) : une courbe unique ouverte ;
- (3) : un ensemble de courbes ouvertes ;
- (4) : un ensemble de courbes fermées ;
- (5) : un ensemble de courbes fermées et ouvertes.

### 1.1.3.2 L'univocité permet la caractérisation des paramétrages recherchés

Soient  $E_1$  l'ensemble des plans continûment juxtaposés, et  $E_2$  l'ensemble des courbes, intersections du  $Y$  volumique avec les plans (la figure 1.1 illustre les différentes intersections possibles). Une correspondance univoque entre  $E_1$  et  $E_2$ , c'est à dire, une correspondance qui à chaque plan de  $E_1$  associe une **unique** courbe (ouverte ou fermée) dans  $E_2$  caractérise les paramétrages planaires univoques. Ainsi,



|| l'unicité du contour d'intersection de la surface avec chaque plan du paramétrage est un critère d'acceptabilité de ce paramétrage.

### 1.1.3.3 Une simplification de la problématique

Enfin, dans un souci de simplification, j'ajoute une restriction supplémentaire sur la direction des plans de paramétrage. Soit  $P$ , le plan "moyen" de la bifurcation (plan passant

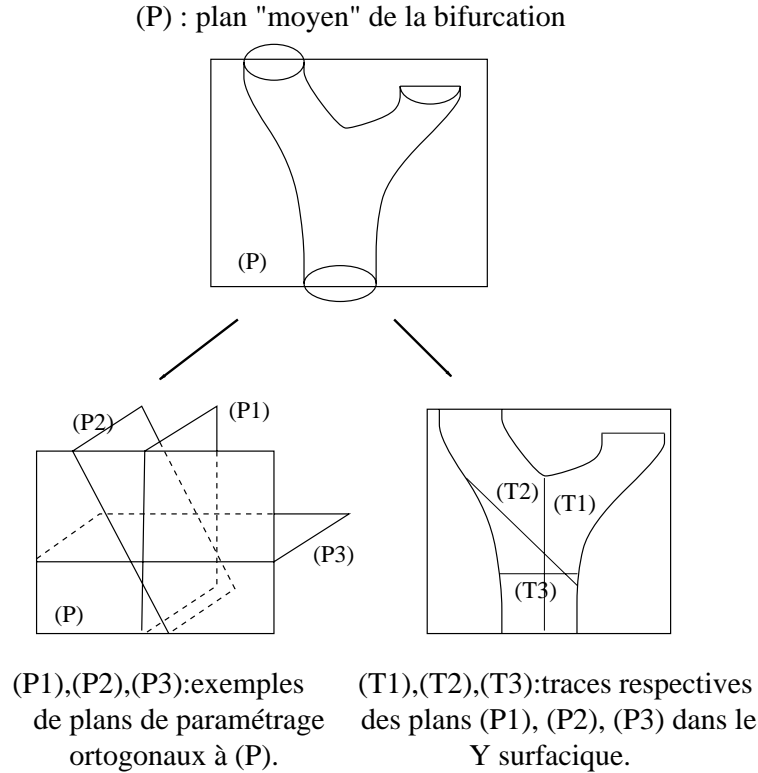


FIG. 1.2 – Les plans de paramétrages sont choisis orthogonaux au plan "moyen" de la bifurcation.

au mieux par les extrémités de la bifurcation). J'impose aux plans de paramétrage d'être orthogonaux à  $P$ . La figure 1.2 illustre cette approche. Sous cette dernière condition (et une certaine régularité de la bifurcation), notre problème initial se ramène alors au problème suivant : **est-il possible de "hacher" continûment et de façon non redondante** la projection orthogonale de la bifurcation dans  $P$ ? Autrement dit, **d'un Y surfacique?**

Les hachures représentent la trace des plans de paramétrage au niveau du **Y** surfacique. L'absence de redondance garantira l'unicité du couple  $(\mathbf{t}, \mathbf{v})$  du paramétrage.

#### 1.1.3.4 Quelques exemples de stratégie

Deux types de découpage de l'espace sont envisagés dans le cadre des hypothèses restrictives adoptées :

1. par rotation continue monotone de plans autour d'un axe fixe orthogonal au plan  $P$ . La projection 2D de cette stratégie (sur  $P$ ) est le découpage du plan par la rotation continue monotone d'une droite autour d'un point fixe (paramétrage polaire). Par

monotonie, j'entends l'absence de changement de sens rotatoire.

2. par déplacement continu monotone de plans, (orthogonalement ou non) le long d'une courbe  $C$  simple de  $P$ . Rapporté à  $P$ , son découpage est obtenu par déplacement continu d'une droite par rapport à la courbe  $C$ . Par monotonie, j'entends l'absence de changement de sens de parcours de la courbe.

La monotonie garantit l'**unicité** du couple  $t, v$  du paramétrage.

Des exemples de ces différentes stratégies sont présentés dans la figure 1.3 pour la première et 1.4 pour la seconde. Pour chaque stratégie, trois situations particulières ont été envisagées selon que l'on se place à l'extérieur, à l'intérieur ou sur les contours du  $Y$  surfacique. Toutes sont appliquées au paramétrage d'un  $Y$  surfacique **standard**. Ce dernier représente, à mon avis, une surface minimale à hachurer, pour aspirer à un paramétrage de la bifurcation. Enfin, pour chaque stratégie acceptable, je propose un contre-exemple.

### 1.1.3.5 Une analyse des différents exemples

Au vu de ces résultats, nous prenons plus clairement conscience de la difficulté d'un paramétrage planaire **univoque global**. De plus,



|| **chaque** stratégie de paramétrage peut être **mise en défaut**.



Mettre en défaut une stratégie signifie le passage d'une intersection simple à une intersection double de la droite de paramétrage avec le domaine surfacique. La surface étant connexe, le déplacement de la droite de paramétrage étant continu, cela nécessite le passage par la tangence de la droite de paramétrage à un des contours du domaine. Cette dernière remarque constatée, il est alors facile de construire, pour chaque stratégie, des contre-exemples.

Ainsi, de nombreuses stratégies de paramétrages (acceptables) peuvent être envisagées. Il me faut maintenant choisir le plus adapté à la modélisation, c'est à dire "le meilleur point de vue". Ce choix est orienté par des considérations plus physiques.

### 1.1.3.6 Le choix du paramétrage repose sur des considérations physiques

Précisons le rôle de l'objet "bifurcation" dans le cadre de la médecine vasculaire. Elle est l'entité qui permet **la division** d'un flux sanguin donné en deux "sous-flux". Si maintenant nous adoptons un point de vue plus "mécanique des fluides", cette division de flux résulte de **l'interposition d'un obstacle** sur l'écoulement sanguin principal: le **sommet** de la bifurcation (voir figure 1.5). Autrement dit, la jonction supérieure des deux branches latérales est l'obstacle au flux principal à l'origine de la division de flux. Son rôle physique n'est donc pas anodin.

Si maintenant un observateur se déplace au niveau de cette jonction et regarde devant lui, il a une vue privilégiée sur les particules sanguines: placé médialement (obstacle au flux principal) il les voit arriver; de plus, en tournant la tête et/ou se déplaçant latéralement

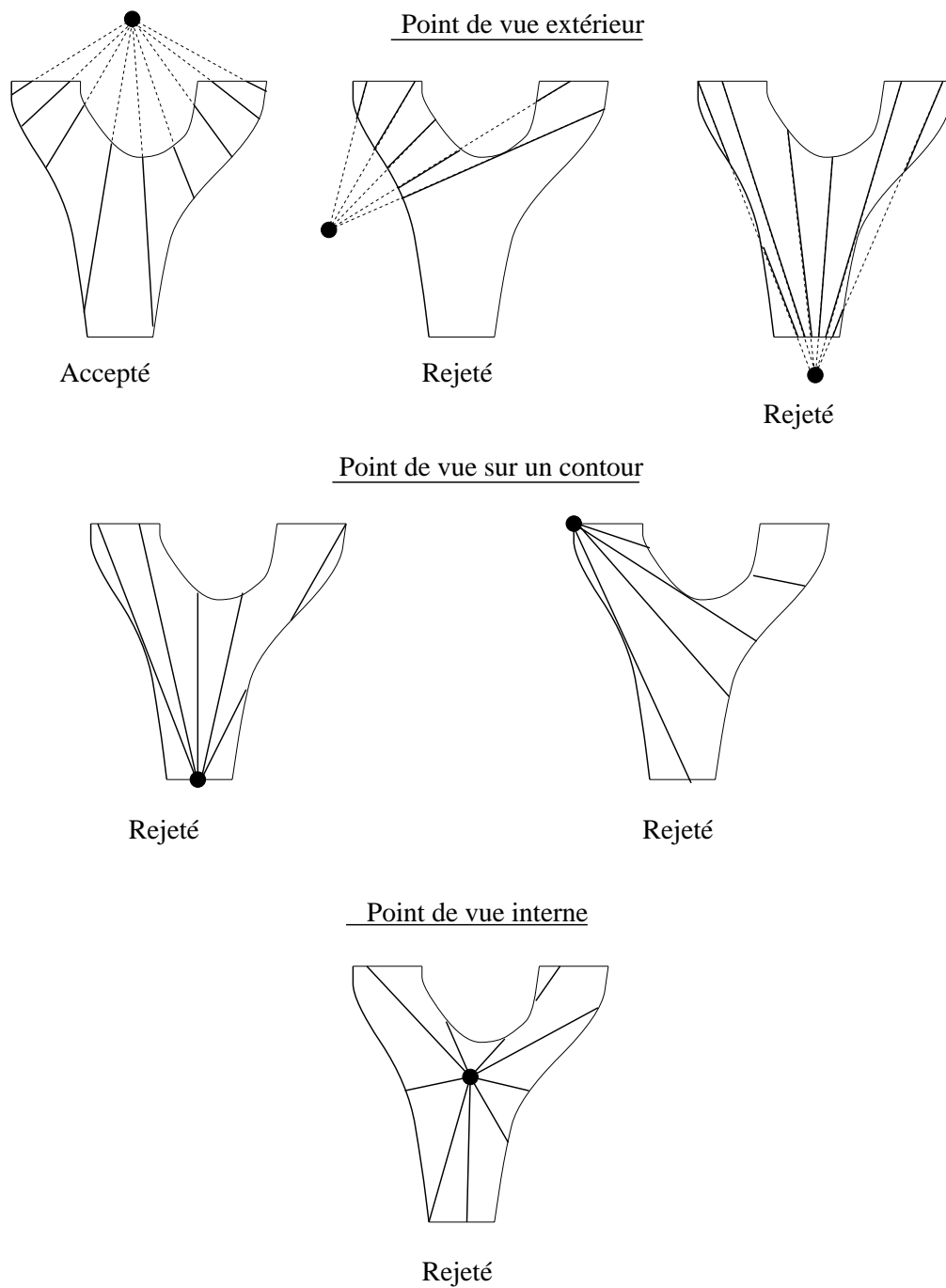
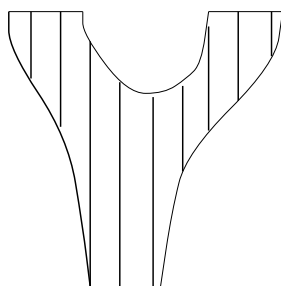


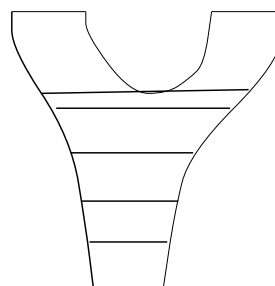
FIG. 1.3 – Exemples de paramétrage par rotation continue.

---

Directions horizontale et verticale

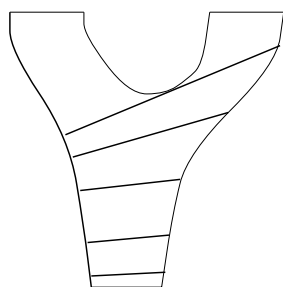


Accepté

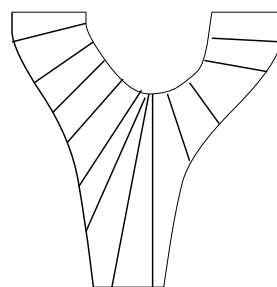


Rejeté

Directions orthogonales à l'un des contours

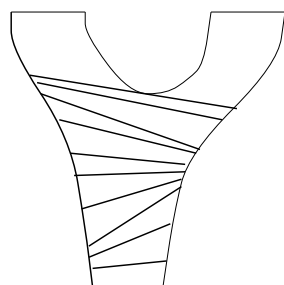


Rejeté

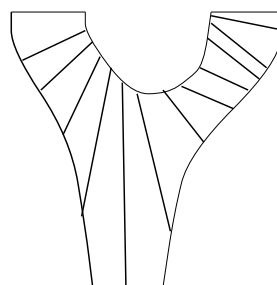


Accepté

Directions non orthogonales à l'un des contours



Rejeté



Accepté

FIG. 1.4 – Exemples de paramétrage par déplacement continu.

---

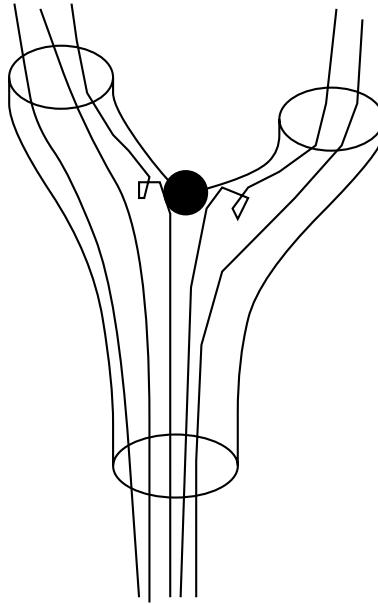


FIG. 1.5 – Le sommet de la bifurcation joue un rôle privilégié dans l'écoulement sanguin.

---

sur la jonction des branches latérales, il peut les suivre dans l'une ou l'autre des branches.



Parce que la jonction supérieure des branches latérales est un site d'observation privilégié sur l'écoulement au sein de la bifurcation, elle est le point de départ d'un nouveau paramétrage planaire de l'objet bifurcation.

### 1.1.3.7 Un nouveau paramétrage planaire univoque des objets bifurcation

Suite à ces considérations physiques, le paramétrage de l'objet "bifurcation" est envisagé de la façon suivante : il est paramétré ("découpé") par juxtaposition continue de demi-plans s'appuyant sur la jonction supérieure des branches latérales.



Dans cette approche, la bifurcation n'est plus conceptualisée comme la jonction entre trois branches quelconques, mais comme la division d'une branche centrale (flux principal) en deux branches latérales (flux secondaires). C'est cette manière de concevoir l'objet bifurcation qui m'a conduit à particulariser le rôle de la jonction des deux branches latérales.

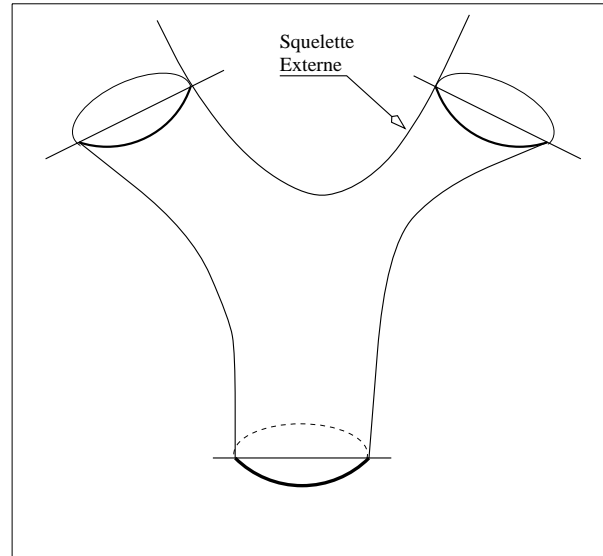


FIG. 1.6 – La notion de squelette externe émerge de considérations hydrauliques.

---

#### 1.1.4 Conceptualisation d'une modélisation des bifurcations dans le cadre d'un paramétrage planaire univoque

Elle est décrite par les figures 1.6, 1.7, 1.8. En reprenant les éléments du paramétrage planaire, cette description me permet d'identifier les "briques" qui vont me servir à la construction du modèle. Dans le texte, elles sont mises en évidence par un style gras souligné.

##### 1.1.4.1 La notion de squelette externe émerge de considérations physiques sur les écoulements fluides au sein des bifurcations

Parce que la convexité supérieure de l'entité bifurcation (son sommet) joue un rôle privilégié dans l'écoulement sanguin (voir le paragraphe 1.1.3), je la modélise par une courbe paramétrée par  $\mathbf{t}$ . C'est le premier paramètre de la surface finale  $M(t, v)$ . Identifiée dans la suite de ce travail sous le terme de squelette externe, elle est l'armature du paramétrage planaire (voir la figure 1.6).

##### 1.1.4.2 Le paramétrage planaire de la surface est univoque

Moyennant des propriétés de régularité du squelette externe (voir paragraphe 1.4.3), l'"Y" volumique est paramétré de manière univoque par des demi-plans s'y appuyant

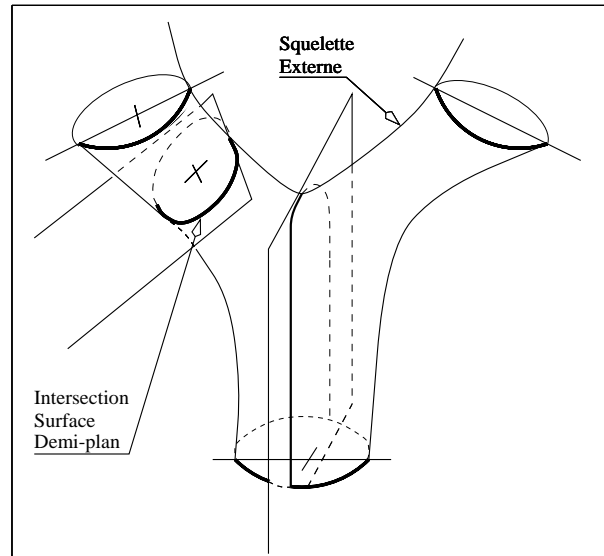


FIG. 1.7 – Un paramétrage planaire univoque de la surface.

**continûment** (voir la figure 1.7). L'intersection de la surface avec ces plans est une courbe fermée (branches latérales) ou ouverte (branche centrale). Plane, cette courbe peut-être paramétrée par un unique paramètre  $v$ . C'est le second paramètre de la surface finale  $M(t, v)$ .

#### 1.1.4.3 Quelle modélisation adopter pour les intersections des demi-plans de paramétrage avec la surface ?

Intuitivement, l'intersection du  $Y$  volumique avec un plan de paramétrage est une courbe elliptique. Cette forme, tout comme la topologie particulière des bifurcations, **est une information a priori** relative au paramétrage planaire adopté.



|| **Tout modèle déformable (spline, NURBS . . . ) qui intègre cette information dans sa structure, est candidat à la modélisation des courbes d'intersection.**

Néanmoins, cette information est plus ou moins contraignante selon son degré d'intégration dans la modélisation. En outre, la souplesse de déformation est une fonction croissante du nombre de paramètres du modèle adopté.

Dans ce travail, j'ai opté pour une modélisation par des **superquadriques** (une discussion quadrique versus superquadrique est abordée au chapitre 1.5.1). Elles intègrent dans leurs structures la forme recherchée et sont définies par un faible nombre de paramètres :



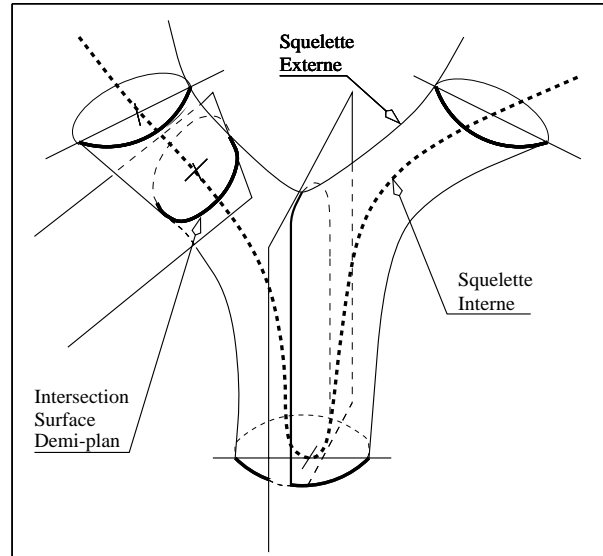


FIG. 1.8 – La notion de squelette interne émerge de considérations géométriques sur l’agencement des superquadriques avec le squelette externe.

---

cette concision est responsable d’une modélisation de la bifurcation à moindre nombre de paramètres (donc plus maniable). La contrepartie est une certaine rigidité de déformation.

#### 1.1.4.4 La notion de squelette interne émerge de considérations géométriques sur l’agencement des superquadriques avec le squelette externe

Deux briques de notre modélisation viennent d’être identifiées : le squelette externe et les superquadriques . Comment les assembler concrètement ?

Trois données sont requises pour la définition d’une quadrique : son centre et ses deux axes. Je définis le squelette interne comme le lieu des centres de la superquadrique (courbe gras pointillée) lorsque le plan de paramétrage se déplace continûment le long du squelette externe (voir la figure 1.8). En considérant le squelette externe, non plus seulement comme une armature sur laquelle repose les superquadriques, mais comme le lieu de l’extrémité d’un des axes de la superquadrique, celles-là sont alors à moitié définies. L’ajout de l’axe complémentaire permettra leur "pleine" définition. Je fais remarquer au lecteur que les positions relatives de ces squelettes influencent directement la forme des superquadriques.

Enfin, une dernière notion : la surface obtenue est l’enveloppe des juxtapositions continues des superquadriques. Me référant à la modélisation, je parlerai préférentiellement de

l'enveloppe du modèle pour évoquer sa surface.

#### 1.1.4.5 Une synthèse



Le modèle de bifurcation est construit à partir d'une **enveloppe** et d'un **squelette**.

L'**enveloppe** repose sur le squelette. Elle est bâtie à partir de superquadriques. Le **squelette** est constitué de deux composantes, **externe** et **interne**. Le premier, à l'origine du paramétrage planaire, est le lieu de l'extrémité d'un des axes de la superquadrique. Le second est défini comme le lieu des centres des superquadriques.

La position relative des squelettes interne et externe influence directement la forme de l'enveloppe.

Dans la suite de ce chapitre, je décris, dans un premier temps, les modélisations mathématiques des squelettes externe et interne ainsi que leur mise en correspondance, puis, dans un deuxième temps, la construction de l'enveloppe.

## 1.2 Le squelette externe

### 1.2.1 Quelles spécificités ?

Appelé par la suite  $\mathbf{S}_e$ , il représente la convexité supérieure de la bifurcation formée par la jonction des branches latérales 1.6.

- Sa forme globale doit **mimer** la géométrie d'une bifurcation.
- Pour être aisément manipulable, il doit présenter un **nombre minimum de paramètres** mais doit rester compatible avec les déformations intuitives de la réalité physique (écartement des branches latérales, inclinaisons latérales, modification de la convexité).
- Une certaine **régularité de sa convexité** est nécessaire afin d'assurer un paramétrage planaire de l'espace sous-jacent (voir 1.4.3).

### 1.2.2 Vers une modélisation répondant aux spécificités géométriques



De multiples courbes peuvent être construites pour incorporer ces contraintes. Par exemple, une spline avec des conditions sur les points de contrôle. Elles doivent garantir une certaine régularité de forme et de convexité de la courbe (univocité du paramétrage planaire)

J'ai choisi de m'orienter vers une représentation d'inspiration géométrique. En première approximation, le squelette externe (la partie supérieure du  $Y$ ) est un  $V$ . Après consultation de la littérature ([JNM<sup>+</sup>96, NJM<sup>+</sup>96b]), la "cisoïde" s'est imposée par sa forme et son simple paramétrage "polynomial" (voir la figure 1.9).



Son domaine de définition est restreint au domaine  $[-1,1]$  afin de me limiter à la portion de courbe compatible avec la forme recherchée (asymptotes horizontales en l'infini). La modification de la vitesse de déplacement de son abscisse par changement d'échelle me permet d'écarter ou de resserrer les branches.

Néanmoins, deux anomalies subsistent :

1. le point de rebroussement en 0 ; il n'est pas compatible avec la réalité géométrique.
2. la courbe est symétrique.

L'introduction de composantes d'asymétrie et de lissage du point de rebroussement va permettre leur résolution.

### 1.2.3 Une base de courbes répond aux spécificités recherchées

L'introduction de ces composantes me conduit aux équations (1.1). La complexité polynomiale (degré trois) demeure inchangée.

$$M_e(t) = \begin{cases} x_e(t) = \frac{a_1*t+a_2*t^2+a_3*t^3}{1+t^2} \\ y_e(t) = 0 \\ z_e(t) = Cst + \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases} \quad (1.1)$$

Cette équation peut être réécrite :

$$M_e(t) = Cst + a_1 * M_1(t) + a_2 * M_2(t) + a_3 * M_3(t) \quad (1.2)$$

Sous cette écriture impropre,  $M_e(t)$  est combinaison linéaire de  $M_1(t)$ ,  $M_2(t)$ ,  $M_3(t)$ , points courants de trois courbes planes (voir figure 1.9).

- Le cercle de centre (0.0,0.0,0.5), de rayon 0.5 est le lieu des points  $M_1(t)$ . Son introduction permet le "creusement" de la convexité.
- Le lieu de  $M_2(t)$  est une droite : son introduction rend possible "l'inclinaison" des branches de la bifurcation.
- $M_3(t)$  décrit une portion de "cisoïde". Elle donne l'idée générale de la convexité supérieure de la bifurcation.
- La constante  $Cst$  permet de gérer la distance du squelette interne au squelette externe donc retentira sur l'enveloppe (voir le paragraphe 1.5).

Des exemples d'instance du squelette externe sont présentés sur la figure 1.10.

### 1.2.4 Les paramètres de forme du squelette externe

Je profite de ce paragraphe pour justifier la nécessité de définition de domaine de variations pour les paramètres du modèle en général. A terme, l'objectif va être de minimiser une fonctionnelle de ces paramètres sur un domaine. Une restriction du domaine d'étude aux seules valeurs compatibles avec une réalité physique semble adéquat. De plus, le processus de minimisation peut entraîner le modèle dans un domaine où il n'est plus défini (voir les paragraphes 1.4.4.1 et 1.4.4.2) entraînant des échecs lors de la minimisation. Afin d'éviter de tels déboires, je m'attache à définir pour chaque paramètre un domaine de variation.

Les paramètres  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , amplitudes respectives des fonctions de base, sont les trois premiers **paramètres de forme** du squelette. Leur domaine de variation sont définis comme suit :

- $a_1 \in ]0, 1]$  et  $a_3 \in [0, 1]$  : ce sont les domaines sur lesquels les formes obtenues ont été jugées compatibles avec une réalité physique. Il faut remarquer la non-nullité stricte

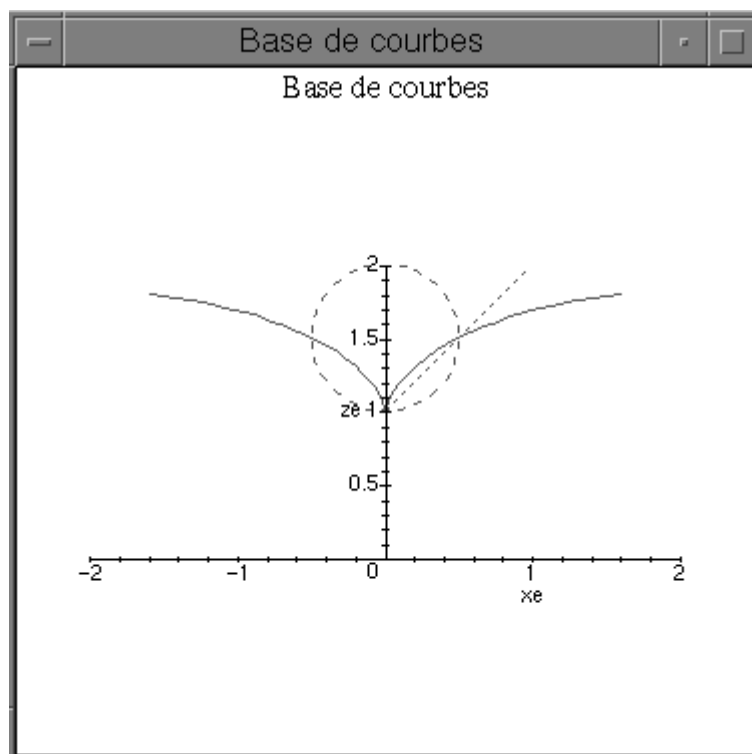


FIG. 1.9 – Une base de fonctions.

$S_e$  est une " combinaison linéaire " des différentes fonctions base, permettant la prise en compte des spécificités exposées dans le paragraphe 1.2.1

---

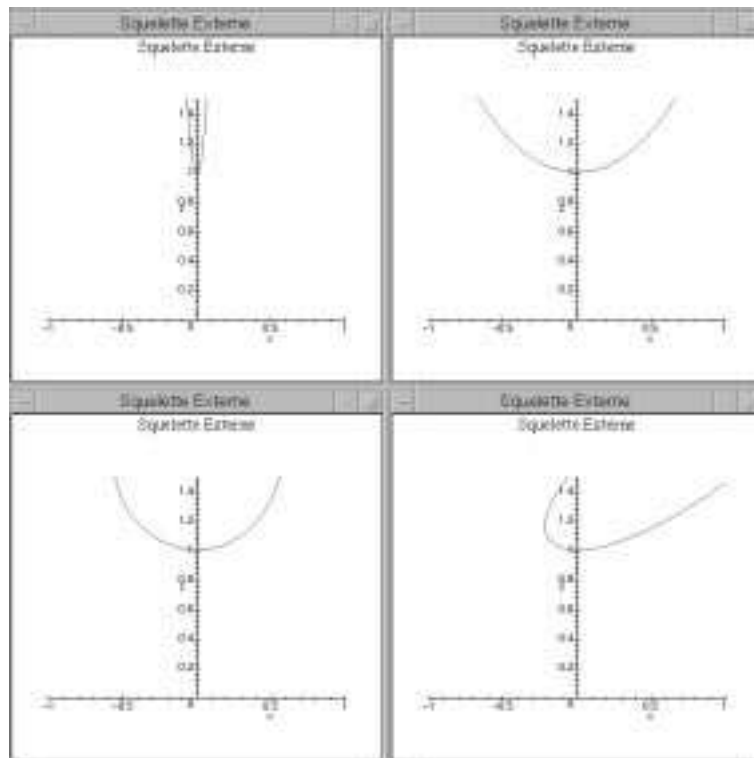


FIG. 1.10 – Exemples d’instance du squelette externe.

*Cadre supérieur droit*: illustration de l’écartement des branches (paramètres  $a_1, a_3$ ).

*Cadre inférieur gauche*: illustration du creusement de la convexité (paramètre  $a_1$ ).

*Cadre inférieur droit*: illustration de l’inclinaison des branches (paramètre  $a_2$ ).

de  $a_1$  : cette condition assure la disparition du point de rebroussement en  $t = 0$ .



D'après l'équation (1.1), au voisinage de 0, le monôme  $t$  de  $M_1(t)$  est prépondérant sur  $t^3$  de  $M_3(t)$  si et seulement si  $a_1 \neq 0$ . Sous cette condition, le cercle prédomine sur la cissoïde et assure un vecteur vitesse horizontal en 0 non nul.

- $a_2 \in [-1, 1]$  : le changement de signe permet une inclinaison à droite ( $a_2 > 0$ ) ou à gauche ( $a_2 < 0$ ) de  $\mathbf{S}_e$ .

### 1.2.5 Une discussion sur ce paramétrage

- Nous sommes "polynomiaux". C'est cet aspect que l'on a retenu pour sa simplicité. Nous en reparlerons ultérieurement.
- Cette approche permet l'ajout d'une composante circulaire, courbe ne pouvant être décrite par une simple fonction : une modélisation à partir d'une parabole ne peut rendre compte de telles libertés de déformation.

### 1.2.6 Conclusion



La modélisation présentée **répond aux spécificités attendues**. Le squelette externe incorpore trois degrés de liberté compatibles avec la réalité physique intuitive d'une déformation des branches latérales : **écartement-resserrement, inclinaison latérale, et creusement de la convexité**.

## 1.3 Le squelette interne

Avant toute chose, je signale au lecteur que la définition des domaines des différents paramètres de forme du squelette interne n'est pas abordée dans cette partie mais dans la partie 1.4

### 1.3.1 Introduction



Par souci de simplification, les squelettes interne et externe sont pris **coplanaires** (plan  $XOZ, Y = 0$ ) en première intention.



La confrontation à la réalité confirmera ou infirmera cette hypothèse (peu de torsion des branches au voisinage de la bifurcation). Si nécessaire, la prise en compte de la troisième dimension pourra être aisément obtenue par l'incorporation d'une composante  $y(t)$  non nulle (définie par une spline par exemple).

### 1.3.2 Quelles spécificités? Quelle construction?

Le squelette interne, dénommé  $S_i$  par la suite, est le lieu des centres des superquadratiques. Des spécificités similaires à celles du paragraphe 1.2.1 sont recherchées :

- sa forme doit permettre une modélisation globale de la bifurcation compatible avec la réalité ;
- sa liberté de déformabilité doit être équilibrée par un nombre raisonnable de paramètres.

Afin de répondre à ces critères, il a été construit comme un agrégat de 3 courbes, une centrale et deux latérales. La figure 1.11 illustre cette construction.



Je signale au lecteur que c'est **à ce niveau** de la modélisation que nous retrouvons l'aspect "division d'une branche centrale en deux branches latérales" :

- la courbe centrale est à l'origine de la modélisation de l'information portée par la branche centrale. Elle se "divise" en ...
- ...deux courbes latérales. Leur fonction consiste à participer à la modélisation des informations portées par les branches latérales.



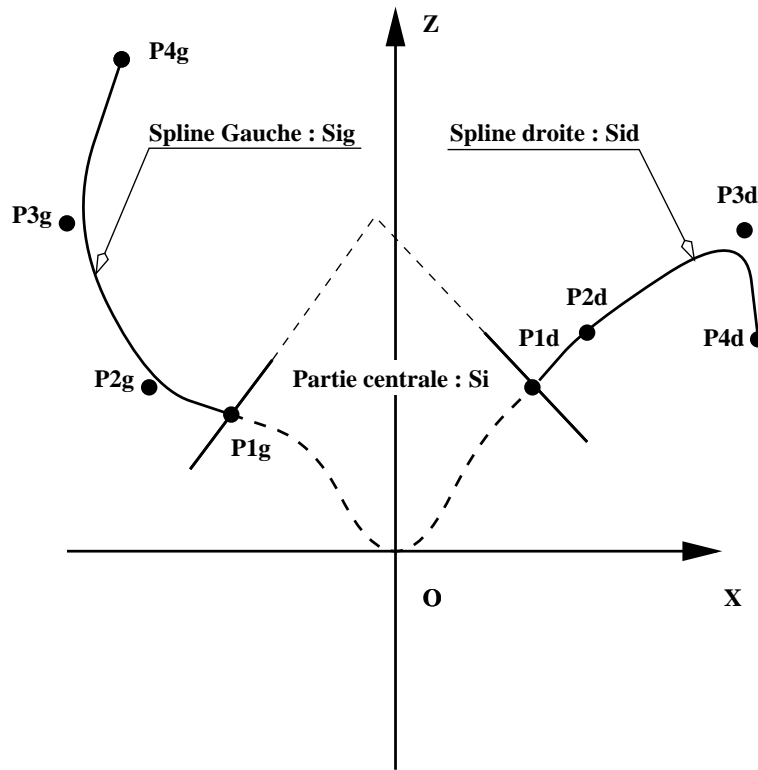


FIG. 1.11 – Construction du squelette interne.

*Le squelette interne est un agrégat de trois courbes :*

- **une courbe centrale**, responsable de la modélisation des informations portées par la branche centrale de la bifurcation. Une construction similaire au squelette externe a été adoptée.
  - **deux courbes de bézier latérales** à quatre points de contrôle, chargées de prendre en compte l'information portée par les branches latérales.
-

### 1.3.3 La partie centrale du squelette interne

Elle est définie par une courbe plane similaire au squelette externe. Dénommée  $\mathbf{S}_{im}$ , elle est paramétrée par  $\mathbf{u}_m$ . Les coordonnées du point courant  $Mi$  sont :

$$Mi(\mathbf{u}_m) = \begin{cases} xi(\mathbf{u}_m) = \frac{b_1 * \mathbf{u}_m + b_2 * \mathbf{u}_m^2 + b_3 * \mathbf{u}_m^3}{1 + \mathbf{u}_m^2} \\ yi(\mathbf{u}_m) = 0 \\ zi(\mathbf{u}_m) = \frac{\mathbf{u}_m^2}{1 + \mathbf{u}_m^2} \end{cases} \quad (1.3)$$



Le domaine de définition de cette courbe est restreint à l'intervalle  $[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$ . Le choix de cette restriction est expliqué au paragraphe 1.4.4.



Les paramètres  $\mathbf{b}_i$ , propres au squelette interne, sont distincts des paramètres  $\mathbf{a}_i$ , propres au squelette externe.

### 1.3.4 Les parties latérales du squelette interne

Deux courbes de Bézier à quatre points de contrôle sont branchées sur cette armature centrale :

- à droite,  $\mathbf{S}_{id}$  est paramétrée par  $\mathbf{u}_d$  ( $0 \leq \mathbf{u}_d \leq 1$ ) ; ses points de contrôle sont dénommés  $P_{1d}, P_{2d}, P_{3d}, P_{4d}$  ;
- à gauche,  $\mathbf{S}_{ig}$ , paramétrée par  $\mathbf{u}_g$  ( $-1 \leq \mathbf{u}_g \leq 0$ ), de points de contrôle  $P_{1g}, P_{2g}, P_{3g}, P_{4g}$ .

Les points courants  $M_{id}$  et  $M_{ig}$  sont définis par :

$$\begin{cases} M_{ig}(\mathbf{u}_g) = P_{1g} * B_{03}(\mathbf{u}_g) + P_{2g} * B_{13}(\mathbf{u}_g) + P_{3g} * B_{23}(\mathbf{u}_g) + P_{4g} * B_{33}(\mathbf{u}_g) \\ M_{id}(\mathbf{u}_d) = P_{1d} * B_{03}(\mathbf{u}_d) + P_{2d} * B_{13}(\mathbf{u}_d) + P_{3d} * B_{23}(\mathbf{u}_d) + P_{4d} * B_{33}(\mathbf{u}_d) \end{cases} \quad (1.4)$$

Les  $B_{i3}$   $i=0..3$  sont les fonctions de la base de Bernstein. La continuité  $C^1$  est assurée entre la partie centrale  $\mathbf{S}_i$  et les deux courbes de Bézier  $\mathbf{S}_{id}$  et  $\mathbf{S}_{ig}$ .



Cette condition de continuité définit de manière univoque les points de contrôle  $P_{1d}, P_{2d}$  et  $P_{1g}, P_{2g}$ .

Des exemples d'instance du squelette interne et du squelette global sont présentés respectivement par les figures 1.12 et 1.13.

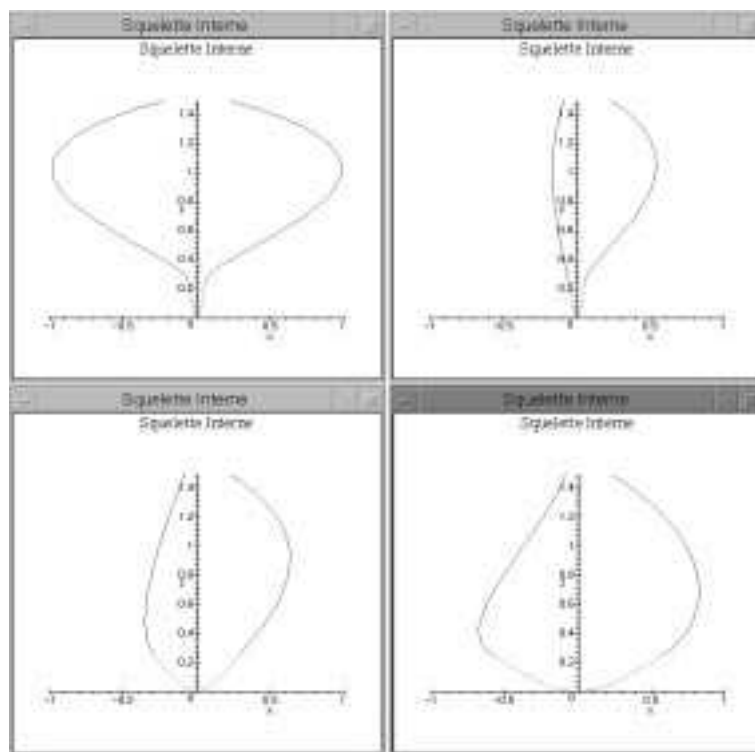


FIG. 1.12 – Exemples d’instance du squelette interne.

*Les points de contrôle des extrémités du squelette ont volontairement été peu modifiés afin d’insister sur les déformations internes de ce squelette.*

---

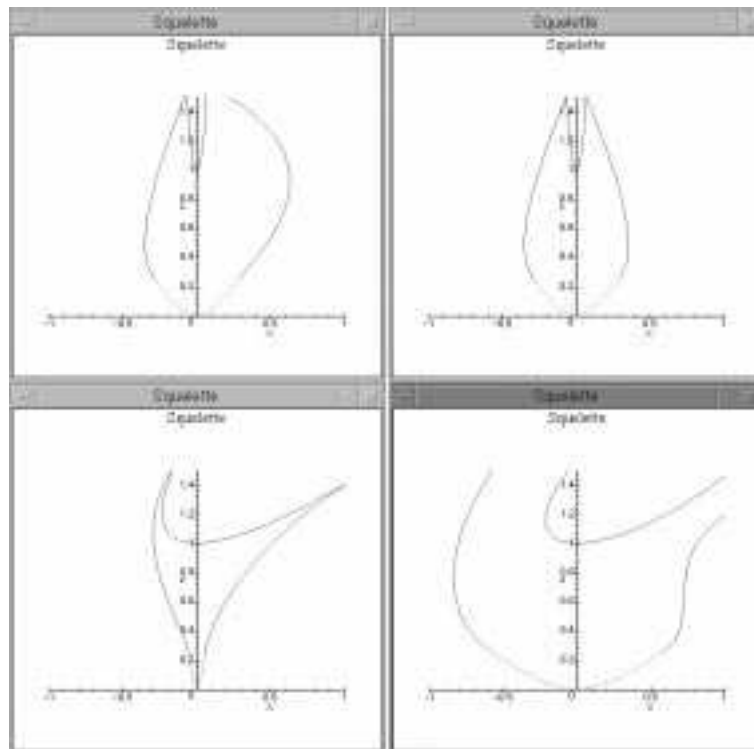


FIG. 1.13 – Exemples d’instance du squelette global.

*Ces quatre exemples illustrent une bonne déformabilité du squelette global (final), point de bon augure pour une compatibilité avec la réalité.*

## 1.4 La mise en correspondance des squelettes externe et interne

### 1.4.1 Pourquoi une mise en correspondance ?

La mise en correspondance est nécessaire à la définition de la superquadrique (se reporter aux définitions des squelettes interne et externe paragraphe 1.1.4). Ou bien, dit autrement, elle est nécessaire à l'élimination des paramètres  $U = \{u, \mathbf{u}_g, \mathbf{u}_d\}$ , pour l'obtention d'une surface  $M(t, v)$ . Ils sont passés sous silence par l'intermédiaire d'une fonction de  $t : U(t)$ .

### 1.4.2 Comment mettre en œuvre cette mise en correspondance ?

#### 1.4.2.1 Définition d'une nouvelle problématique

Afin de simplifier l'analyse, supposons  $t$  et  $u$ , les paramètres courants respectifs de  $\mathbf{S}_e$  et  $\mathbf{S}_i$ , dans l'intervalle  $[-1, 1]$ . Reprenons l'image des hachures introduite au début de cette partie. Notre nouvelle problématique est l'identification de fonctions  $u(t)$  "sympathiques", supposées fonctions croissantes de  $t$ , mettant en correspondance les intervalles de définition des paramètres courants, et permettant de "hachurer" de façon univoque de l'aire comprise entre ces deux courbes.

Cette aire est dénommée  $S_1$ . Une hachure représente l'intersection de la droite  $M_e(t)M_i(u(t))$  avec  $S_1$ . La figure 1.14 illustre l'aire  $S_1$  et introduit l'aire  $S$  du plan, aire utilisée dans la suite de cet exposé.

#### 1.4.2.2 Une analyse des effets de la fonction $u(t)$

A formes identiques de  $\mathbf{S}_e$  et  $\mathbf{S}_i$ , le système de hachures est fonction de la vitesse de déplacement des points courants sur chaque courbe. Sur  $\mathbf{S}_i$ , cette vitesse est **directement** liée à  $u(t)$ . Des exemples de parcours de squelettes à vitesses différentes (i.e. par l'utilisation de différentes fonctions  $u(t)$ ) sont présentés par la figure 1.15. Au vu de ces exemples, toute fonction croissante "raisonnablement" régulière (avec en particulier le respect des bornes des intervalles  $u(1) = 1, u(-1) = -1$ , respect du zéro :  $u(0) = 0$ , la fonction la plus simple étant l'identité) permet un système de hachures continu univoque de  $S_1$ .

#### 1.4.2.3 Les conséquences sur la modélisation

Dans ce travail,  $\mathbf{S}_i$  étant le lieu des centres des superquadriques, une telle approche pourrait entraîner, comme le montre la partie agrandie de la figure 1.15, un recou-

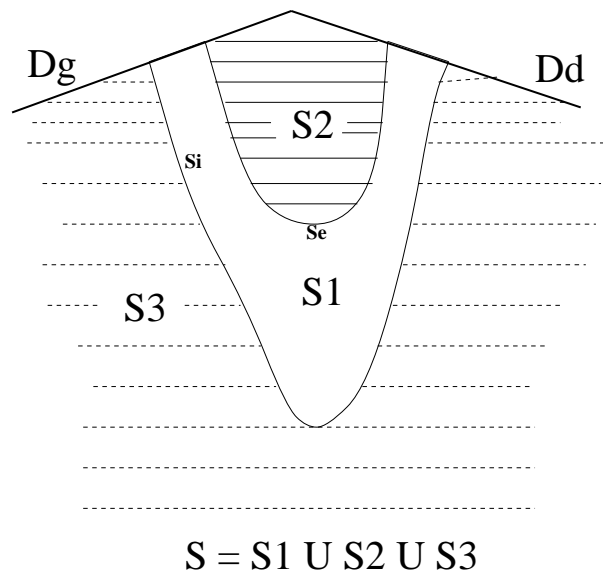


FIG. 1.14 – Définitions des aires  $S_1$  et  $S$ .

$S_1$  : aire comprise entre  $S_e$  et  $S_i$  et délimitée par les demi-droites  $D_d$  et  $D_g$ .

$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$  : aire du plan comprise "sous" les demi-droites  $D_d$  et  $D_g$ .

---

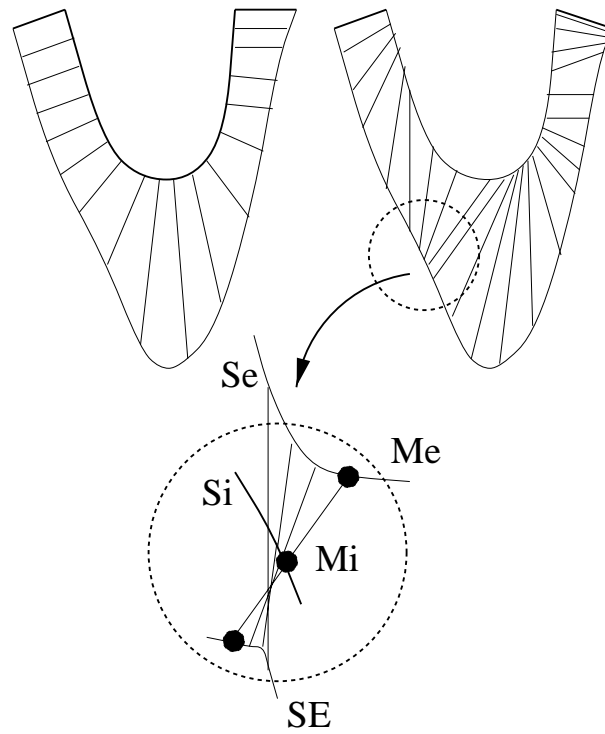


FIG. 1.15 – Exemples de "système de hachures" pour différentes fonctions  $u(t)$ .  
 $S_e$  : squelette externe.  
 $S_i$  : squelette interne.  
 $SE$  : c'est le lieu du symétrique du point  $M_e$  de  $S_e$ , par rapport au point  $M_i$  de  $S_i$  défini par la fonction  $u(t)$ .

---

pement de la surface, non compatible avec la réalité. Une solution à ce problème consiste en une modélisation différente : établir une mise en correspondance entre  $\mathbf{S}_e$ , lieu des extrémités d'un axe de la superquadrique, et  $\mathbf{S}_E$ , lieu des extrémités du symétrique de cet axe par rapport au centre de la superquadrique. Ainsi, toute fonction croissante "raisonnablement" régulière peut-être à l'origine d'un "paramétrage planaire univoque" de la surface de la bifurcation.

#### 1.4.2.4 Des fonctions sympathiques ? oui, ... mais à quel prix ?

Soit  $u(t)$  une fonction sympathique (par exemple  $u(t)=t$ ). Examinons la plus attentivement.

**Avantage** : elle est attirante par sa **simplicité** de mise en œuvre.

**Inconvénient** : soit un point du plan compris dans  $S$ . Dans de telles approches, il n'existe pas de critères **géométriques simples** pour identifier le(s) plan(s) contenant ce point (ce qui pourrait être très utile, par exemple, pour initier le calcul de distances d'un point à la surface ... Ce point sera largement abordé dans le chapitre suivant). Cette absence de critère m'a amené à choisir une fonction de mise en correspondance basée sur un concept plus géométrique.



Je parle de plans avec un "s" car, bien que le paramétrage de  $S_1$  soit univoque, le paramétrage de  $S$  ne l'est pas.  
(Je rappelle au lecteur que la surface  $S$  a été définie par la figure 1.14 page 137.)

#### 1.4.2.5 La méthode de mise en correspondance retenue est basée sur des concepts géométriques

Considérons la surface  $S$  introduite à la figure 1.14. Moyennant certaines contraintes géométriques sur  $\mathbf{S}_e$  (afin d'assurer un système de hachure univoque de  $S_1$  ; ces contraintes sont exposées dans le paragraphe 1.4.3), un critère géométrique simple est proposé :  $S$  est hachurée par des rayons lancés orthogonalement au vecteur vitesse du point courant de  $\mathbf{S}_e$ . La simplicité de ce critère est à l'origine de **la simplicité de l'identification** de(s) plan(s) passant par un point de  $S$  (dans notre modélisation, cela conduira à la résolution d'une équation de degré 7.) Il sera aussi à l'origine de la définition d'une pseudo-distance.



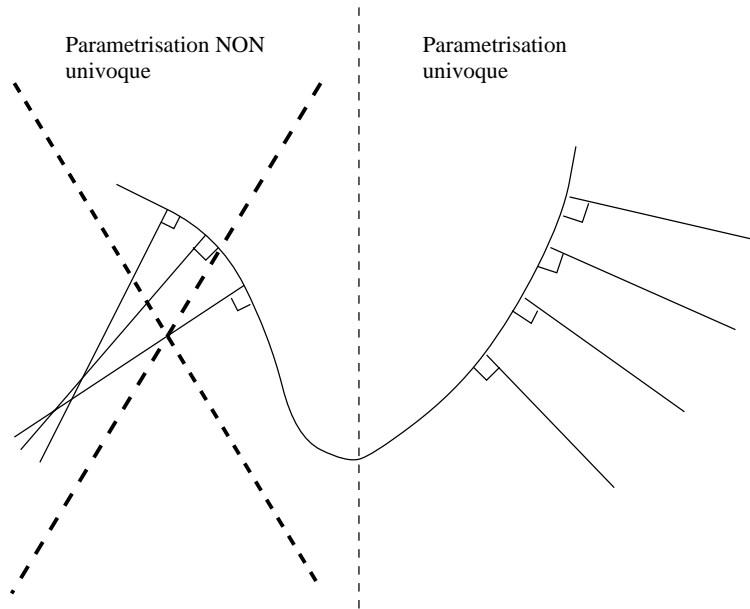


FIG. 1.16 – Exemples de paramétrage univoque et non univoque.

*A droite* : illustration d'un paramétrage univoque de l'espace sous-jacent à  $S_e$  : tout point est repéré par un unique paramètre  $t$ .

*A gauche* : l'inflexion de la courbe est responsable de la perte d'univocité du paramétrage planaire : un point peut-être repéré par plusieurs paramètres.

### 1.4.3 Contraintes imposées sur le squelette externe

#### 1.4.3.1 Elimination des points d'inflexions du squelette externe

Comme le montre la figure 1.16,



|| les inflexions de  $S_e$  sont responsables de la perte de l'univocité du paramétrage planaire de la surface sous jacent à  $S_e$ .

J'impose donc à  $S_e$  de ne pas présenter de points d'inflexion sur son domaine de variation ( $t \in [-1, 1]$ ). Le paramètre des points d'inflexion est solution de l'équation  $t^2 = \frac{a_1}{3 \cdot a_3}$ . En prenant  $\frac{a_1}{3 \cdot a_3} \geq 1$  soit  $a_3 \leq \frac{a_1}{3}$ , le point d'inflexion est contraint à rester aux limites du domaine.



Un point d'inflexion est caractérisé par la nullité de sa courbure. Pour des fonctions paramétriques, elle est définie par :

$$\dot{x}.\ddot{z} - \dot{z}.\ddot{x} = 0; \quad (1.5)$$

où  $\dot{x}$  et  $\ddot{x}$  représentent respectivement les dérivées première et seconde de  $x$  par rapport à  $t$ .



La résolution de cette équation sous Maple V Release IV fournit la solution précédente. De plus, nous sommes sûr qu'il s'agit bien de **vrais** points d'inflexion (la courbe traverse la tangente en ces points) : en  $t = 0$ , la cissoïde est négligeable devant le cercle. C'est ce dernier qui impose la courbure (convexité) de la courbe.



Inversement, en  $t = +/ - \infty$ , le cercle est négligeable devant la cissoïde. Cette dernière impose ses asymptotes horizontales. Passer d'une fonction convexe à deux asymptotes horizontales a nécessité deux changements de courbure.



En fait, le changement de courbure peut être vu comme une "**inversion**" de **dominance** entre le cercle et la cissoïde.

### 1.4.3.2 Elimination des angles aberrants aux extrémités du squelette externe ?

Le lecteur pourra se reporter à la figure 1.17. Elle illustre cette notion d'angle aberrant aux extrémités de squelette externe : une convergence des branches latérales (coplanaires) de la bifurcation n'est pas réaliste. En effet, cela conduit, au voisinage de la bifurcation, à une intersection des carotides droite et gauche (ce qui n'est pas le cas dans la pratique commune).

Je montre que ce cas n'est jamais rencontré pour  $a_1 \in ]0, 1]$  et  $a_3 \in [0, 1]$  (donc sous la restriction du domaine précédemment imposée).



En imposant une direction parallèle aux vecteurs vitesses des points d'inflexion  $P_i(t)$  et  $P_i(-t)$ , j'assure la non-convergence des branches latérales. La colinéarité des vecteurs vitesse en  $t$  et  $-t$  conduit à l'équation :

$$\begin{cases} a_1.(1 - t^2) + a_3.t^2.(3 + t^2) = 0 \\ \frac{a_3}{a_1} = \frac{t^2 - 1}{t^2.(3 + t^2)} \end{cases} \quad (1.6)$$

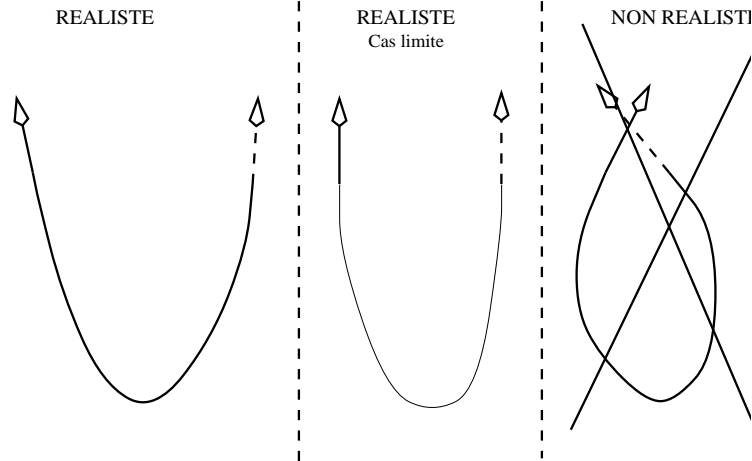


FIG. 1.17 – Angles aux extrémités du squelette externe.

Avec les domaines de variation précédemment définis ( $t \in [-1, 1]$ ,  $a_1 \in ]0, 1]$ ,  $a_3 \in [0, 1]$ , la convergence des branches de la figure (3), cas a priori non réaliste, n'est jamais rencontré.



Pour  $t \in [-1, 1]$ ,  $\frac{a_3}{a_1} \leq 0$  est incompatible (de façon quasi certaine) avec les domaines de variations des paramètres  $a_1$  et  $a_3$ . Pour  $a_3 \neq 0$ , les vecteurs vitesse aux points d'inflexion ne sont donc jamais colinéaires sur cet intervalle; le cas (3) de la figure 1.17 n'est jamais rencontré. Le cas limite (2) est rencontré pour  $a_3 = 0$ . Nous retrouvons les tangentes verticales du cercle de base.

### 1.4.3.3 Un récapitulatif du domaine de variations des paramètres de forme de $S_e$

#### Récapitulatif

$$\begin{aligned} 0 < a_1 &\leq 1 \\ -1 &\leq a_2 \leq 1 \\ 0 &\leq a_3 \leq \frac{a_1}{3} \end{aligned}$$

(1.7)

### 1.4.4 Contraintes imposées sur le squelette interne

Deux types de contraintes sont imposées sur  $S_i$ : les unes assurent une compatibilité de forme avec la réalité en évitant toute intersection entre  $S_i$  et  $S_e$ ; les autres,

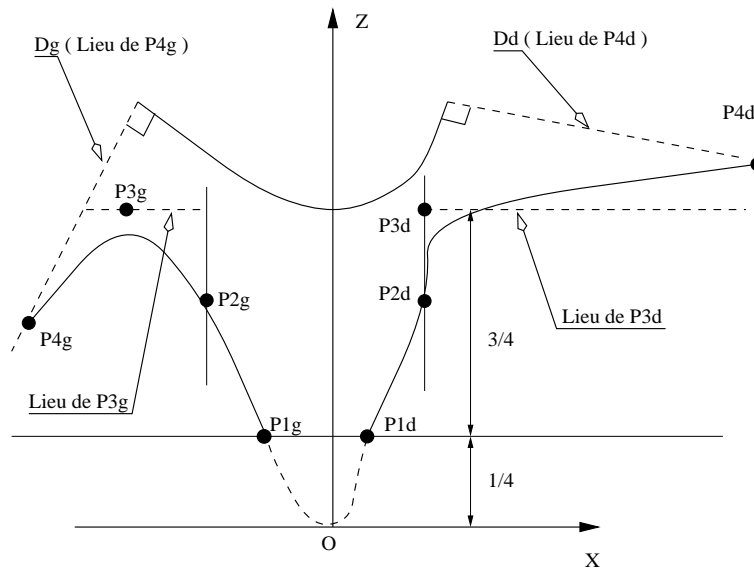
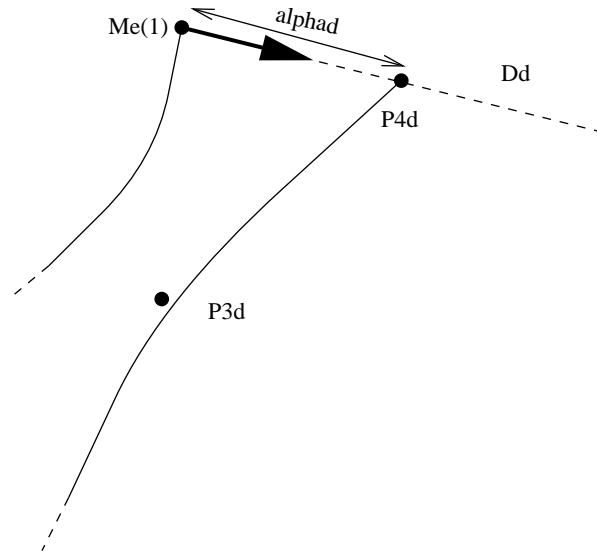


FIG. 1.18 – Contraintes imposées au squelette interne.

*Afin d'assurer la consistance du modèle et une représentation réaliste de sa forme, des contraintes sont imposées sur les différentes parties du squelette interne (hauteur, inclinaison de la partie médiane, lieu des points de contrôle des parties latérales).*


 FIG. 1.19 – Déplacement de  $P_{4d}$ .

Les points  $P_{4d}$  et  $P_{4g}$  sont entièrement définis par leurs abscisses respectives  $\alpha_{4d}$  et  $\alpha_{4g}$  sur  $\mathbf{D}_d$  et  $\mathbf{D}_g$ .

facilitent l'établissement de la mise en correspondance.

#### 1.4.4.1 Contraintes imposées pour une compatibilité avec la réalité

1 - Le domaine de variation du paramètre  $\mathbf{u}_m$  de  $\mathbf{S}_{im}$  est limité à l'intervalle  $[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$ . Sur cet intervalle, l'altitude maximale des branches de la partie médiane de  $\mathbf{S}_i$  est donc de 0.25. En imposant au point le plus déclive de  $\mathbf{S}_e$  d'être à une altitude strictement supérieure à 0.25 (la constante *Cst* (1.1) de  $\mathbf{S}_e$  est pratiquement fixée à 1), j'évite toute intersection entre la partie centrale de  $\mathbf{S}_i$  et  $\mathbf{S}_e$  (voir la figure 1.18).

2 - Les points  $P_{4d}, P_{4g}$  sont astreints à se déplacer sur les demi-droites orthogonales aux tangentes aux extrémités de  $\mathbf{S}_e$ , dénommées  $\mathbf{D}_g$  et  $\mathbf{D}_d$ . Cette condition permet d'éviter toute intersection aux extrémités des branches latérales avec  $\mathbf{S}_e$  (ce qui équivaut à un rayon négatif des diamètres des artères carotides interne et externe). Les points  $P_{4d}, P_{4g}$  sont donc entièrement définis par leurs abscisses  $\alpha_{4d}$  ( $\alpha_{4d} \geq 0$ ) et  $\alpha_{4g}$  ( $\alpha_{4g} \geq 0$ ) respectivement sur  $\mathbf{D}_d$  et  $\mathbf{D}_g$  (voir la figure 1.19).

3 - Les points  $P_{3g}, P_{3d}$  sont astreints à se déplacer sur des segments de droite hori-

zontaux d'altitude  $Cst$  dans les demi-plan définis par  $\mathbf{D}_g$  et  $\mathbf{D}_d$ . Comme les points  $P_4$ , ils sont entièrement définis par leurs abscisses respectives  $\alpha_{3d}$  et  $alpha_{3g}$ .

$$p_{3g}(\mathbf{u}_g) = \begin{cases} x(\mathbf{u}_g) \in [P_{3gmin:x}, P_{3gmax:x}] \\ y(\mathbf{u}_g) = 0 \\ z(\mathbf{u}_g) = Cst \end{cases} \quad (1.8)$$

$$P_{3d}(\mathbf{u}_d) = \begin{cases} x(\mathbf{u}_d) \in [P_{3dmin:x}, P_{3dmax:x}] \\ y(\mathbf{u}_d) = 0 \\ z(\mathbf{u}_d) = Cst \end{cases} \quad (1.9)$$

4 - Une difficulté consistait à empêcher toute intersection entre les courbes de Bézier et le squelette externe lors de l'inclinaison de celui-ci. Cette difficulté a été levée en imposant des contraintes sur les domaine de variation des points  $P_{3d}$  et  $P_{3g}$ . Des bornes supérieure  $P_{3gmax}$  et inférieure  $P_{3dmin}$  sont définies sur leur domaine de variation respectif.



Considérons l'exemple de la figure 1.20 :  $a_2 > 0$  ;  $\mathbf{S}_e$  est incliné sur la droite. Il se peut alors que  $\mathbf{S}_{ig}$  intersecte  $\mathbf{S}_e$ . Pour éviter ce cas de figure,  $P_{3gmax}$  est déterminé par l'intersection de la tangente à l'extrémité gauche de  $\mathbf{S}_e$  avec la demi-droite gauche supportant les lieux de  $P_{3g}$  :  $P_{3gmax} = \frac{a_3 - a_1}{2}$ . De même,  $P_{3dmin} = \frac{a_1 - a_3}{2}$ .



En fait, ces conditions (indépendantes de  $a_2$ ) ne sont pas suffisantes pour empêcher toute intersection entre les deux squelettes.  
En ce qui concerne  $\mathbf{S}_{ig}$  :

- lorsque  $a_2 = -1$ , une borne adéquate est  $P_{3gmax} = \frac{a_3 - a_1}{2} - \frac{1}{2}$ .
- Lorsque  $a_2 = 1$ ,  $P_{3gmax} = -\frac{1}{2}$ .

Afin de perdre un minimum de degré de liberté, la borne choisie est le polynôme en  $a_2$  interpolateur en ces deux valeurs :  $P_{3gmax} = \frac{(1-a_2)*(a_3-a_1)}{4} - \frac{a_2+1}{4}$ .  
De même,  $P_{3dmin} = \frac{(a_2+1)*(a_1-a_3)}{4} + \frac{1-a_3}{4}$ .

#### 1.4.4.2 Contraintes imposées pour faciliter la mise en correspondance

5 - Le paramètre  $b_2$  est pris nul : j'interdis des inclinaisons de la portion centrale du squelette interne. Cette condition, combinée avec la suivante, permet de m'affranchir d'une éventuelle perte de visibilité de  $\mathbf{S}_{im}$  par  $\mathbf{S}_e$ .



$\mathbf{S}_{im}$ , inclinée, pourrait être partiellement cachée par  $\mathbf{S}_{ig}$  ou  $\mathbf{S}_{id}$  du fait de la continuité entre les différentes branches.

6 - La partie centrale de  $\mathbf{S}_i$  joue surtout un rôle de "pilier" pour les courbes de Bézier adjacentes. J'impose  $b_1 = b_3$  avec  $0 < b_1 < 1$ . Cette condition assure l'absence de

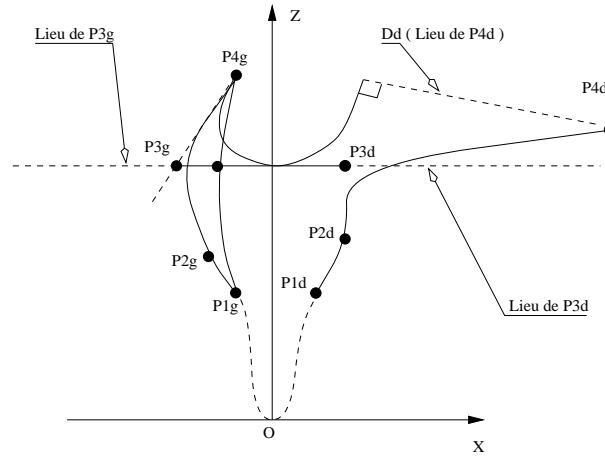


FIG. 1.20 – **Exemple et contre-exemple de domaine.**

*A droite,  $P_{3g}$  est confondu avec sa position limite  $P_{3gmax}$  afin d'éviter toute intersection de la courbe de Bézier latérale avec le squelette externe.*

*A gauche, un exemple où  $P_{3d}$  est confondu avec sa position limite  $P_{3dmin}$ .*

nullité de l'abscisse du vecteur vitesse sur le domaine, donc de tangentes verticales. C'est un élément important pour l'établissement d'une mise en correspondance univoque.

7 - J'empêche la tangence de la courbe de Bézier avec un demi-plan de paramétrage ou ses intersections multiples avec ceux-ci (illustration figure 1.21). Imposer à l'abscisse de  $P_{3d}$  d'être supérieure à celle de  $P_{2d}$  lève la difficulté (raisonnement identique pour  $P_{3g}$  et  $P_{2g}$ ). Une illustration est présentée figure 1.18.

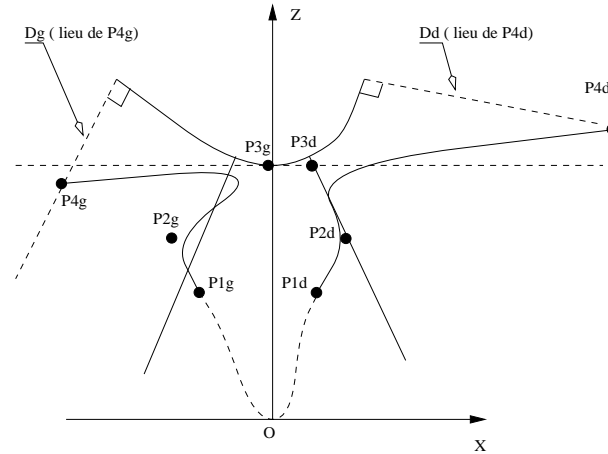


FIG. 1.21 – Tangence de la courbe de Bézier et intersections multiples avec un demi-plan de paramétrage.

*Ce cas est à éviter pour construire une mise en correspondance univoque.*

#### 1.4.4.3 Un récapitulatif du domaine de variations des paramètres de forme de $S_i$

##### Récapitulatif

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{\sqrt{3}} < \mathbf{u}_m < \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 &-1 < \mathbf{u}_g < 0 \\
 &0 < \mathbf{u}_d < 1 \\
 &b_2 = 0 \\
 &b_1 = b_3 \\
 &\alpha_{4d} \geq 0 \\
 &\alpha_{4g} \geq 0 \\
 &P_{3gx} \leq \min\{P_{2g:x}, P_{3gmax:x}\} \\
 &P_{3dx} \geq \max\{P_{2d:x}, P_{3dmin:x}\}
 \end{aligned}$$

(1.10)

#### 1.4.5 Construction d'une mise en correspondance univoque

Ce paragraphe détaille la construction de la relation univoque entre  $S_e$  et  $S_i$ .



### 1.4.5.1 Sa définition mathématique

Elle est la traduction mathématique du premier principe évoqué au paragraphe 1.4.2. Sous les domaines précédemment restreints (assurant une bonne visibilité de  $\mathbf{S}_i$  par  $\mathbf{S}_e$ ), je définis  $\mathbf{M}_i(\mathbf{U})$  l'unique point de  $\mathbf{S}_i$  correspondant à  $\mathbf{M}_e(\mathbf{t})$ , point de  $\mathbf{S}_e$  par l'équation :

$$\overrightarrow{M_i(U)M_e(t)} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} = 0 \quad (1.11)$$

De cette équation, je déduis le paramètre  $U$ , fonction implicite de  $t : U = U(t)$ . Cette fonction définit la bijection.

### 1.4.5.2 Une équation implicite pour chaque partie du squelette interne



|| Pratiquement, j'obtiens 3 équations implicites, une pour chaque partie de  $\mathbf{S}_i$ .

Les domaines de validité de ces équations sont donnés par la résolution de l'équation (1.11) appliquée aux extrémités de  $\mathbf{S}_{im}$ .



Soient  $t_g$  et  $t_d$ , les paramètres respectifs des points de raccord entre respectivement  $\mathbf{S}_{ig}, \mathbf{S}_{im}$  et  $\mathbf{S}_{im}, \mathbf{S}_{id}$ .

-  $t_g$  est solution de (1.11) pour  $\mathbf{u}_m = -(\frac{1}{\sqrt{3}})$ .

-  $t_d$ , pour  $\mathbf{u}_m = (\frac{1}{\sqrt{3}})$

Cette équation de degré 7 en  $t$  est résolue par des méthodes numériques. Ces différentes notions sont illustrées par les figures 1.22 et 1.23.

### 1.4.5.3 La fonction $\mathbf{U}(\mathbf{t})$ est discontinue

La fonction  $U = U(t) \ t \in [-1, 1]$  est discontinue bien que la représentation géométrique de  $\mathbf{S}_i$  soit continue. Prenons le cas de la jonction entre  $\mathbf{S}_{im}$  et  $\mathbf{S}_{id}$ .

-  $U(t_d+) = \mathbf{u}_d(t_d+) = 0 : M_i(u(td^+))$  est le point  $P_{1d}^+$  sur la courbe de Bézier droite  $\mathbf{S}_{id}$ .

-  $U(t_d-) = \mathbf{u}_m(t_d-) = (\frac{1}{3})^2 : M_i(u(td^-))$  est le point  $P_{1d}^-$  sur la partie médiane de  $\mathbf{S}_i$ .

Je reparlerai plus précisément de ces points de "discontinuité" dans le paragraphe 1.7 consacré à la différentiabilité de la surface.

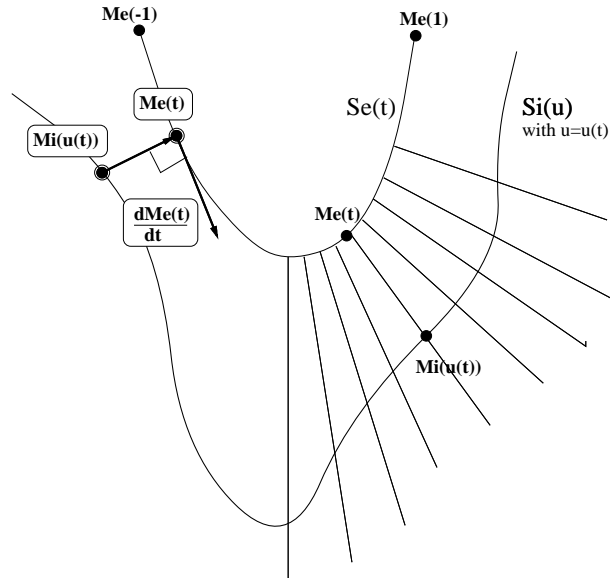


FIG. 1.22 – Bijection entre squelette interne et externe.

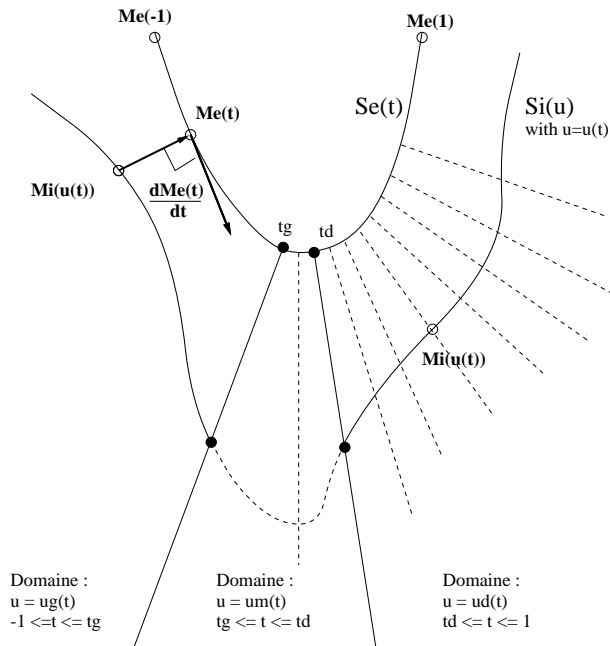


FIG. 1.23 – Détail de la bijection construite.

1.4.5.4 Une expression explicite de  $\mathbf{U}(t)$ 

L'équation (1.11) est **cubique** en  $u$ . Si elle n'est pas dégénérée (coefficient du monôme de degré 3 non nul), j'ai une solution explicite donnée par les formules de CARDAN [Lei75]. Elle est la **clef** pour l'obtention d'une surface **explicite** où toute résolution numérique, au sein de la modélisation est évitée (exceptée la résolution de deux équations de degré 7).



|| L'obtention d'une solution explicite était important en terme d'**efficacité numérique**.

Interrogeons-nous sur la dégénérescence de cette équation : est-elle possible? Si oui, il me faudra aussi calculer les solutions explicites des équations de degré 2!



| La question implicite est la suivante : est-ce que les solutions explicites d'une équation de degré 3 qui dégénère conduisent continûment aux solutions de l'équation de degré 2 associée?

Je rappelle, que sous les contraintes précédemment imposées, l'intersection de la droite orthogonale à la vitesse (non nulle) de  $\mathbf{S}_e$  avec les différentes parties du squelette interne est unique.



|| Pour la résolution des équations de degré 3 en  $u$ , il ne faut plus raisonner sur les segments géométriques, courbes restreintes à leur domaine, mais sur des courbes définies sur  $\mathfrak{R}$ .

1. **Cas de  $\mathbf{S}_{im}$**  : supposons l'équation dégénérée en  $u$  ; elle est donc de degré 2. Or j'ai au moins une racine réelle (une intersection existe), donc les deux racines sont réelles (distinctes ou confondues).

Je peux déjà éliminer le cas des racines réelles confondues car il correspond à une notion de tangence. Elle a été écartée par les contraintes imposées sur  $\mathbf{S}_{im}$  au paragraphe 1.4.4.2.

Le cas de deux racines réelles distinctes est aussi évité : étant donné la forme de la cissoïde sur  $\mathfrak{R}$ , les seules intersections doubles d'une droite en deux points distincts sont obtenues pour une droite horizontale. Ceci est incompatible avec notre construction.

Ainsi, l'équation cubique est non dégénérée. Du fait de la construction géométrique, j'ai une unique solution réelle  $u(t)$  sur  $[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$ . Elle est calculée à l'aide de la formule de CARDAN (cas une solution réelle et deux complexes conjuguées).

2. **Cas des courbes de Bézier latérales  $\mathbf{S}_{ig}$  et  $\mathbf{S}_{id}$**  : par un raisonnement similaire au précédent, j'élimine le cas des équations de degré deux, à deux solutions réelles confondues. Je n'ai pas trouvé d'arguments géométriques simples pour éliminer le cas de deux solutions réelles distinctes. Supposant néanmoins acquis ce résultat, toutes les solutions réelles sont calculées à l'aide des formules de CARDAN. Du fait de la construction, il existe une seule solution réelle (confondue ou non) dans l'intervalle considéré. Ainsi, pour  $\mathbf{S}_{id}$  ( $\mathbf{S}_{ig}$ ) la solution retenue, calculée par les formules explicites, est celle comprise entre  $[0, 1]$  ( $[-1, 0]$ ).

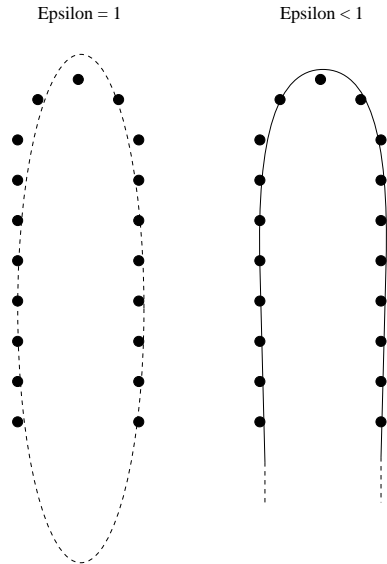


FIG. 1.24 – **Superquadriques versus quadrique : leur apports.**

**A gauche :** illustration d'une mise en correspondance d'une quadrique avec un nuage de points.

**A droite :** le schéma montre la même mise en correspondance, mais avec l'utilisation de superquadriques. La déformabilité vers le rectangle permet de mieux coller aux données. Cette propriété est utilisée au voisinage de la partie centrale de la bifurcation afin de mieux prendre en compte les données relatives au cylindre central.

## 1.5 L'enveloppe

### 1.5.1 Quadrique versus Superquadrique

Décrites dans [SB90], les superquadriques planaires ont été utilisées dans ce travail pour leur aptitude à se déformer d'une ellipse vers un rectangle. Cette aptitude doit permettre, comme le montre la figure 1.24, une meilleure mise en correspondance de données au niveau de la partie centrale de la bifurcation. Pratiquement, il faut concevoir l'utilisation des superquadriques comme une finesse permettant une meilleure localisation du sommet de la bifurcation sur des coupes échographiques.

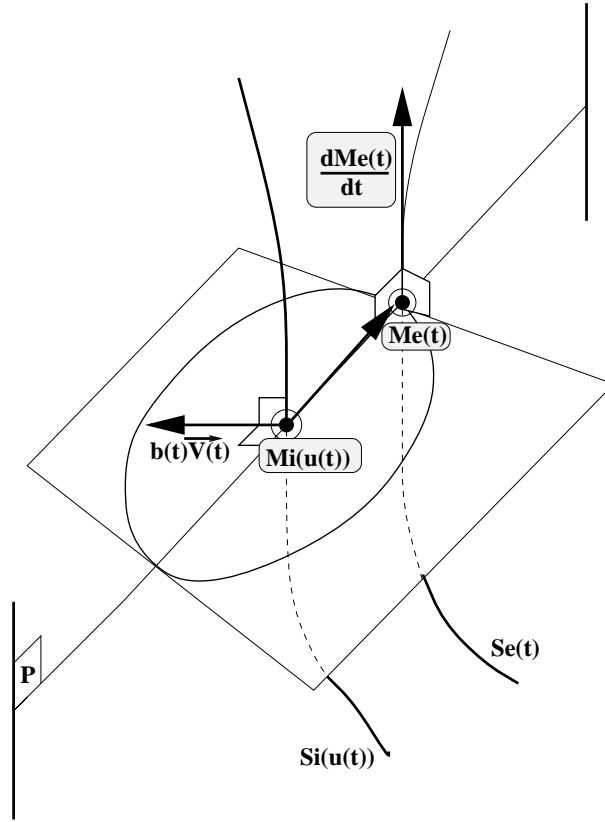


FIG. 1.25 – Représentation des éléments propres de la superquadrique.

### 1.5.2 Sa définition mathématique

La surface finale, obtenue comme la juxtaposition de superquadriques planes, est définie par l'équation vectorielle :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) + \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) \\
 \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \overline{M_i(u(t))M_e(t)} \cdot \cos(\mathbf{v})^{\epsilon(t)} \\
 \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \mathbf{b}(\mathbf{t}) \cdot \overline{V(t)} \cdot \sin(\mathbf{v})^{\epsilon(t)}
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

Chaque superquadrique s'appuie sur un unique point  $M_e(t)$  de  $\mathbf{S}_e$ . Son centre  $M_i(u(t))$  est l'image de  $M_e(t)$  par la bijection définie par l'équation (1.11) de la page 148.  $\overline{M_i(u(t))M_e(t)}$  définit un axe de la superquadrique.  $\overline{V(t)}$ , vecteur unitaire, la direction du second axe.  $b(t)$ , l'amplitude selon cette direction.  $\epsilon(t)$ , la puissance de la superquadrique. Ces différents éléments sont détaillés dans la suite de ce paragraphe. La figure 1.25 représente cette construction.

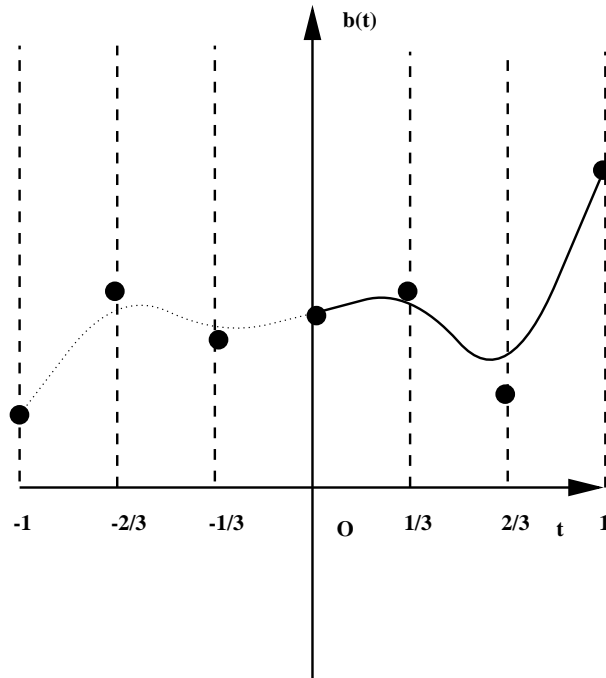


FIG. 1.26 – la fonction  $b(t)$ .

Modélisée à partir de deux courbes de Bézier cubiques raccordées en 0, vérifiant une  $C^1$  continuité, cette fonction est l'amplitude du deuxième axe de la superquadrique.

### 1.5.3 Le vecteur unitaire $V(t)$

$\vec{V}(t)$  est le vecteur normal au plan  $\varphi$  contenant  $M_i(u(t))$ .  $\varphi$  est défini par l'équation (1.13) :

$$\varphi : (M_i(u(t)), \overrightarrow{M_i(u(t))M_e(t)}, \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt}). \quad (1.13)$$

### 1.5.4 L'amplitude $b(t)$

L'amplitude  $b(t)$  du second axe de la superquadrique est définie pour  $t \in [-1, 1]$  par deux courbes de Bézier (cubiques) raccordées  $C^1$  en 0 : la première pour  $t \in [-1, 0]$ , la seconde pour  $t \in [0, 1]$ . Les points de contrôle sont astreints à se déplacer sur des demi-droites positives verticales. La figure 1.26 illustre cette construction ainsi que les domaines des points de contrôle. Cette fonction est caractérisée par 6 paramètres :  $\zeta_1, \dots, \zeta_6$ .

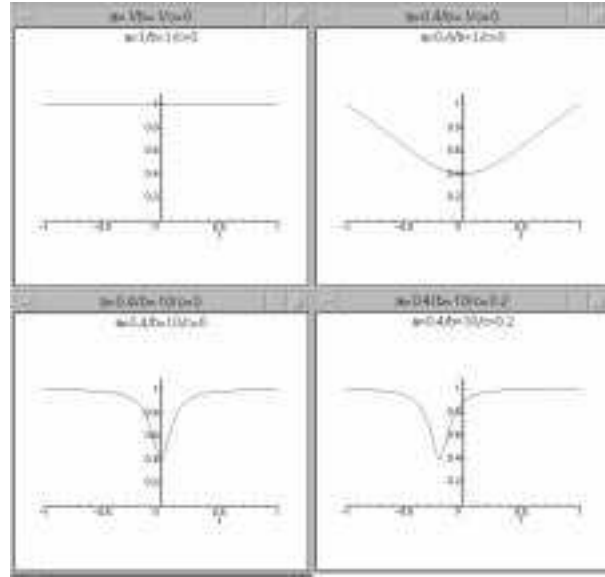


FIG. 1.27 – **Visualisation des effets des différents paramètres de la fonction  $\epsilon(t)$ .**  $\alpha$  (paramètre **a** de la figure) détermine l'amplitude de la fonction  $\epsilon(t)$ ;  $\beta$  (paramètre **b** de la figure) permet la plus ou moins focalisation du creux au voisinage de 0.  $\delta$  (paramètre **c** de la figure) agit sur le déplacement latéral de cette focalisation.

### 1.5.5 Définition de la fonction epsilon

La fonction  $\epsilon(t)$ , définie pour  $t \in [-1, 1]$ , est à valeur dans  $[0, 1]$ . Sa définition fait intervenir trois paramètres  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ),  $\beta$  ( $\beta \geq 1$ ),  $\gamma$  ( $-0.2 < \gamma < 0.2$ ):

$$\epsilon(t) = \alpha + (1 - \alpha) \cdot \frac{\frac{\delta^2(t)}{1 + \delta^2(t)}}{\frac{\beta^2}{1 + \beta^2}} \quad (1.14)$$

$$\delta(t) = \beta \cdot (t + \gamma)$$

Le paramètre  $\alpha$  détermine l'amplitude de variation de  $\epsilon(t)$ .  $\beta$  sa vitesse de variation au voisinage de 0.  $\gamma$  est un paramètre de translation selon l'axe  $Ot$ . La figure 1.27 illustre l'action des différents paramètres.



## 1.6 Les transformations rigides

### 1.6.1 Pourquoi ?

Elles sont nécessaires au passage du monde de la conceptualisation, au monde de la réalité échographique.

### 1.6.2 Leurs définitions

Les transformations rigides appliquées à notre modèle sont définies classiquement par 7 paramètres :

- trois angles d'Euler  $\psi, \theta, \varphi$ , les trois angles des rotations élémentaires  $\mathbf{R}_z, \mathbf{R}_y, \mathbf{R}_x$  respectivement par rapport aux axes  $O_z, O_y, O_x$  ;
- trois paramètres de translation  $\mathbf{T}_x, \mathbf{T}_y, \mathbf{T}_z$  ;
- un facteur d'échelle  $\mathbf{S}$ .

Le point courant de notre surface est maintenant défini par la relation :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \mathbf{S} \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{m}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) + \vec{T}) \\
 \mathbf{m}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) + \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) \\
 \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \overline{M_i(u(t)) M_e(t)} \cdot \cos(\mathbf{v})^{\epsilon(t)} \\
 \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \mathbf{b}(\mathbf{t}) \cdot \overline{V(t)} \cdot \sin(\mathbf{v})^{\epsilon(t)} \\
 \vec{T} &= (\mathbf{T}_x, \mathbf{T}_y, \mathbf{T}_z) \\
 \mathbf{R} &= \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_x
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

L'illustration des paramètres rigides est représentée par la figure 1.28.

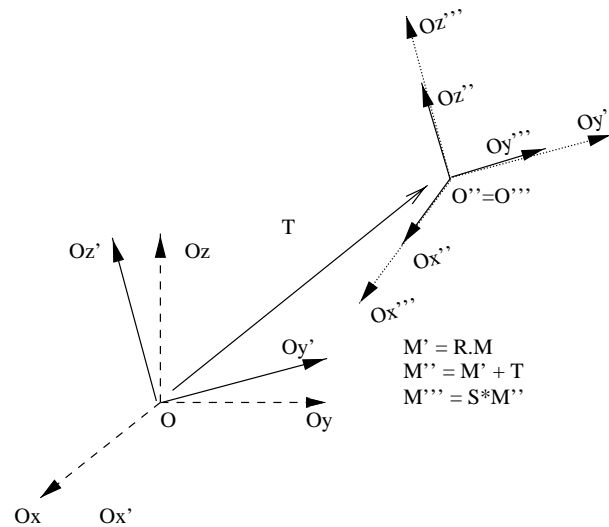


FIG. 1.28 – Les transformations spatiales rigides permettent le passage de l'espace de conception à la réalité échographique.

Ce schéma décrit la méthodologie utilisée dans la modélisation pour passer du référentiel de conception  $R_{ef}(O, O_x, O_y, O_z)$ , au référentiel des données  $R_{ef}(O'', O''_x, O''_y, O''_z)$ .

- 1 - Rotation élémentaire  $\mathbf{R}$  ;
- 2 - Translation  $\mathbf{T}$  ;
- 3 - Changement d'échelle  $\mathbf{S}$ .

### 1.6.3 Un tableau récapitulatif sur les différents paramètres du modèle, et leurs domaines de variation

Les transformations spatiales rigides	$\{T_x, T_y, T_z, \psi, \theta, \varphi, S\} \in \mathfrak{R}^6$
Le squelette externe $\mathbf{S}_e$	$M_e(t) = f_1(t, a_1, a_2, a_3)$ $t \in [-1, 1] \quad a_1 \in ]0, 1]$ $a_2 \in [-1, 1] \quad a_3 \in [0, \frac{a_1}{3}]$
La partie gauche du squelette interne $\mathbf{S}_{ig}$	$M_i(u(t)) = f_2(\mathbf{u}_g(t, a_1, a_2, a_3, b_1, \alpha_{4g}, P_{3xg}), \alpha_{4g}, P_{3xg})$ $t \in [-1, t_g[ \quad b_1 \in ]0, 1]$
La partie médiane du squelette interne $\mathbf{S}_{im}$	$M_i(u(t)) = f_3(\mathbf{u}_m(t, a_1, a_2, a_3, b_1), b_1)$ $t \in [t_g, t_d]$
La partie droite du squelette interne $\mathbf{S}_{id}$	$M_i(u(t)) = f_4(\mathbf{u}_d(t, a_1, a_2, a_3, b_1, \alpha_{4d}, P_{3xd}), \alpha_{4d}, P_{3xd})$ $t \in ]t_d, 1]$
L'amplitude du deuxième axe de la superquadrique	$b(t) = f_5(\zeta_1, \dots, \zeta_6)$ $\zeta_{i=1..6} \in ]0, +\infty[ + \text{conditions de raccords } C^1$
La puissance de la superquadrique	$\epsilon(t) = f_6(\alpha, \beta, \gamma)$ $\alpha \in [0, 1]$ $\beta \in [1, +\infty[ \quad \gamma \in [-0.2, 0.2]$

## 1.7 Etude de la continuité de la surface

### 1.7.1 Quel type de continuité $C^0$ ? $C^1$ ? Pourquoi?

Les  $C^0$  et  $C^1$  continuités doivent être recherchées pour l'obtention d'une "belle surface" :

- la  $C^0$  continuité assure la connexité de la surface.
- la  $C^1$  continuité impose une surface lisse, sans point anguleux.

En considérant la surface construite, non plus comme une seule surface, mais comme trois surfaces indépendantes, une surface associée à chaque partie du squelette interne, je dois me poser la question de la qualité du raccord entre ces surfaces : est-ce un raccord  $C^0$ ,  $C^1$ ? Dans ce chapitre, je présente succinctement des arguments en vue de démontrer la  $C^1$  continuité de la surface construite. Je rappelle au lecteur l'équation (1.12) de la surface (page 153) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) + \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) \\
 \vec{A}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \overrightarrow{M_i(u(t))M_e(t)} \cdot \mathbf{cos}(\mathbf{v})^{\epsilon(t)} \\
 \vec{B}(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \mathbf{b}(\mathbf{t}) \cdot \overrightarrow{V(t)} \cdot \mathbf{sin}(\mathbf{v})^{\epsilon(t)}
 \end{aligned}$$

### 1.7.2 Une $C^0$ continuité?

En regardant cette définition, par composition de fonctions continues, le point clef de la démonstration repose sur la continuité du point  $M_i(u(t))$ .



Par composition de fonctions continues, j'entends :

- la sommation de vecteurs continus (la somme de ses composantes continues est continue),
- le produit d'un vecteur continu par une fonction scalaire continue (les fonctions  $\cos(v)^{\epsilon(t)}$  et  $\sin(v)^{\epsilon(t)}$  sont  $C^1$  continues sur  $\mathfrak{R} \times \bar{\mathfrak{R}}$ ),
- la détermination du vecteur normal unitaire  $\overrightarrow{V}(t)$  défini comme le produit vectoriel normalisé d'un vecteur continu non nul  $\frac{d\overrightarrow{M}_e(t)}{dt}$  et d'un vecteur constant unitaire.

Du fait de la  $C^1$  continuité de  $\mathbf{S}_e$ , de la  $C^0$  continuité géométrique de  $\mathbf{S}_i$  (elle suffit ici) et de la méthode utilisée pour mettre en correspondance ces deux courbes, ce point est une fonction continue de  $t$ .



La  $C^1$  continuité de  $\mathbf{S}_e$  est nécessaire pour assurer la continuité du vecteur vitesse, donc de la droite directement orthogonale à celui-ci et du vecteur  $\overrightarrow{V}(t)$  (voir sa définition au paragraphe 1.5.3 page 154).

### 1.7.3 Une $C^1$ continuité?

Je la montre, dans un premier temps, pour chaque surface définie par les différentes parties du squelette interne, c'est à dire sur les trois intervalles  $[-1, t_g] \times \bar{\mathfrak{R}}$ ,  $]t_g, t_d[ \times \bar{\mathfrak{R}}$  et  $t_d, 1] \times \bar{\mathfrak{R}}$ . Dans un deuxième temps, j'examine les raccords des différentes surfaces entre elles.

#### 1.7.3.1 Une $C^1$ continuité des différentes surfaces du modèle?

Avec un raisonnement identique au précédent, le problème revient à déterminer la  $C^1$  continuité en  $t$  du point  $M_i(u(t))$ , c'est à dire la  $C^1$  continuité de la fonction  $u(t)$ ,  $M_i(u)$  étant  $C^1$  par construction géométrique.

$u(t)$  est implicitement définie par l'équation (1.11) de la page 148 :

$$\overrightarrow{M_i(U)M_e(t)} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} = 0$$

Dérivée par rapport à  $t$ , j'obtiens :

$$\frac{d\overrightarrow{M_i(u(t))}}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} = \overrightarrow{M_i(u(t))M_e(t)} \cdot \frac{d^2\overrightarrow{M_e(t)}}{dt^2} + \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt}$$

D'autre part, afin d'assurer la définition de la surface, j'ai imposé des contraintes sur le squelette interne qui entraînent la non-orthogonalité des vecteurs vitesses en un point du squelette externe et au point du squelette interne correspondant :

$$\frac{d\overrightarrow{M_i(u(t))}}{du} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} \neq 0$$



Dans le cas contraire, l'intersection de la trace du demi-plan d'appui avec le squelette interne est multiple (notion de tangence géométrique).

Par suite :

$$\frac{du}{dt} = \frac{\overrightarrow{M_i(u(t))M_e(t)} \cdot \frac{d^2\overrightarrow{M_e(t)}}{dt^2} + \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt}}{\frac{d\overrightarrow{M_i(u(t))}}{du} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e(t)}}{dt}} \quad (1.16)$$

Ainsi,  $\frac{du}{dt}$  est  $C^0$  comme quotient de fonctions  $C^0$  puisque :

- $M_e(t)$  est  $C^2$  en  $t$  (voir sa définition par l'équation (1.1) page 127),
- les différentes parties du squelette interne (en tant que fonctions de  $u$ ) sont  $C^1$  sur leur domaine de définition (voir leurs définitions)
- $u(t)$  est  $C^0$  sur chaque intervalle.

Ainsi,  $u(t)$  est  $C^1$  sur chaque intervalle.

La surface est donc  $\mathbf{C}^1$  en  $(\mathbf{t}, \mathbf{v})$  sur  $[-\mathbf{1}, \mathbf{t}_g[\times\mathfrak{R}, ]\mathbf{t}_g, \mathbf{t}_d[\times\mathfrak{R}$  et  $] \mathbf{t}_d, \mathbf{1}] \times \mathfrak{R}$ .

### 1.7.3.2 Une $C^1$ continuité aux points de raccordement ?

Pour faciliter la lisibilité des équations, j'adopte la convention d'écriture suivante :

$$\tilde{M}_i(t) \equiv M_i(u(t)).$$

Le problème revient à regarder la  $C^1$  continuité pour le point  $\tilde{M}_i(t)$  en  $t_g, t_d$ . Avons-nous les égalités suivantes ?

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_d^+) &= \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_d^-) \\ \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_g^+) &= \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_g^-) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Dans la suite, je n'examine la  $C^1$  continuité qu'en  $t_d$ , le raisonnement étant identique en  $t_g$ . Les dérivées de  $\tilde{M}_i$  sont :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_d^+) &= \frac{dM_i}{du}(\mathbf{u}_d^+) \cdot \frac{d\mathbf{u}_d}{dt}(t_d^+) \\ \mathbf{u}_d^+ &= \mathbf{u}_d(t_d^+) \\ \frac{d\tilde{M}_i}{dt}(t_d^-) &= \frac{dM_i}{du}(\mathbf{u}_d^-) \cdot \frac{d\mathbf{u}_m}{dt}(t_d^-) \\ \mathbf{u}_d^- &= \mathbf{u}_m(t_d^-) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Puisque les parties partie latérale et médiane du squelette interne se raccordent  $C^1$  (par construction, j'ai les égalités :

$$\frac{dM_i}{du}(\mathbf{u}_d^+) = \frac{dM_i}{du}(\mathbf{u}_d^-) \quad (1.19)$$

L'égalité des dérivées par rapport à  $t$  de  $\mathbf{u}_d$  et  $\mathbf{u}_m$  en  $t_d$  est établie grâce à l'équation (1.16), en constatant  $M_i(\mathbf{u}_d^+) = M_i(\mathbf{u}_d^-)$  (par construction géométrique). En fait  $\frac{du}{dt}$  est  $C^0$  non seulement sur  $[-1, t_g[, ]t_g, t_d[, ]t_d, 1]$  mais plus généralement sur  $[-1, 1]$ , d'où, le résultat :

$$\frac{d\mathbf{u}_d}{dt}(t_d^+) = \frac{d\mathbf{u}_m}{dt}(t_d^-) \quad (1.20)$$

La surface est donc  $C^1$  aux points de raccordements, donc  $C^1$  en  $t, v$  sur son domaine de définition.

### 1.7.3.3 Une précision qui peut avoir son importance ...

**Attention**



La notation utilisée peut porter à confusion. La fonction  $u(t)$  construite :

- est définie sur  $[-1, 1]$ ,
- **n'est pas continue** sur cet intervalle,
- **est**  $C^1$  sur chaque sous intervalle  $[-1, t_g[, ]t_g, t_d[, ]t_d, 1[$
- a ses dérivées égales de part et d'autre des points de raccordement en  $t_g$  et  $t_d$ .

C'est cette continuité des "dérivées" aux points de raccordement qui assure la différentiabilité  $C^1$  de notre surface en  $t$ .

Ces notions sont illustrées par la figure 1.29.

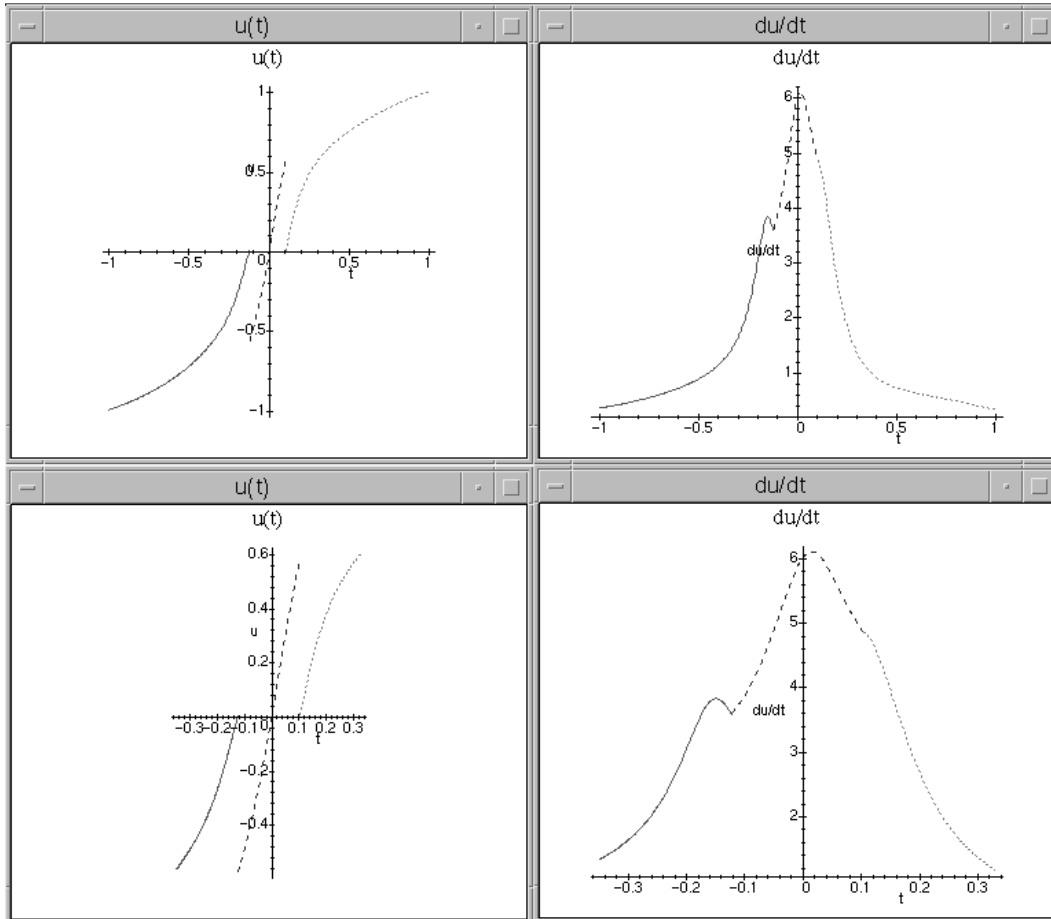


FIG. 1.29 – Un exemple de fonction  $u(t)$  et de ses dérivées associées.

Dans la partie supérieure, une visualisation d'une fonction  $u(t)$  et de sa dérivée  $\frac{du}{dt}(t)$  sur  $[-1, 1]$ .

Dans la partie inférieure, visualisation de la même fonction, mais au voisinage des points de raccordement. Le lecteur peut bien visualiser la discontinuité de la fonction mais la continuité de sa dérivée.

## 1.8 Un exemple d'instance de la modélisation

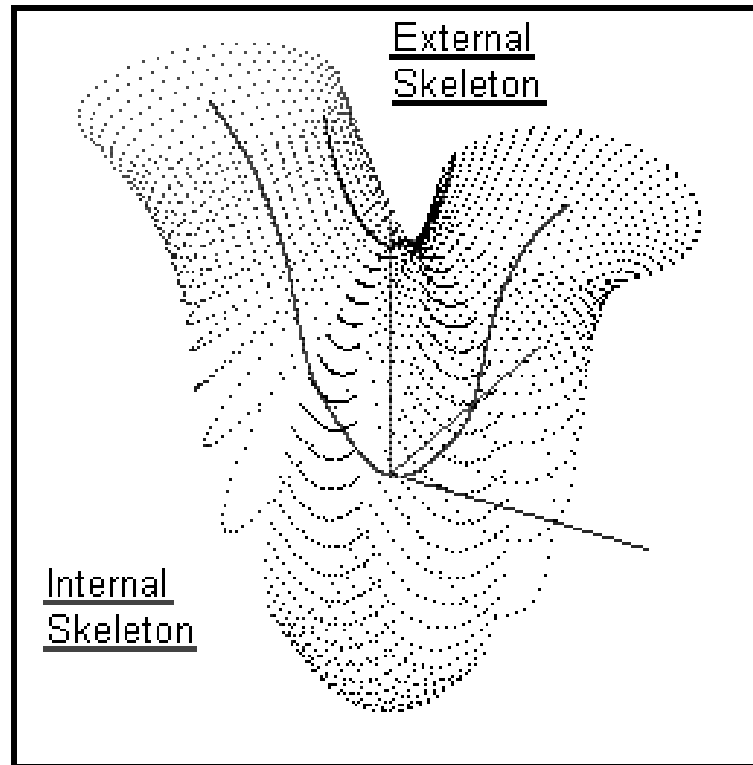


FIG. 1.30 – Un exemple d'instance du modèle.

*Cette figure représente :*

*-le repère associé à la modélisation,*

*-le squelette externe,*

*-le squelette interne,*

*-l'enveloppe, construite comme juxtaposition continue de superquadriques définies, en partie, par les positions relatives des squelettes internes et externes.*



## 1.9 Conclusion

La topologie spécifique et caractéristique des bifurcations et plus généralement des embranchements de trois cylindres, en fait des objets difficilement paramétrables de façon naturelle. Après avoir rappelé les principales méthodologies présentées dans la littérature pour leur modélisation, j'ai étudié la faisabilité d'un **paramétrage univoque de l'objet par des plans**. Cette analyse m'a conduit, suite à des considérations physiques, à particulariser le rôle de la jonction supérieure des bifurcations.

Une nouvelle modélisation est alors proposée. Une **enveloppe**, bâtie à partir de superquadriques, est définie par un **squelette** composé de deux parties : **la partie externe**, modélisée dans une base de trois fonctions (droite, cercle, cissoïde), est à l'origine du découpage univoque de la surface. Elle représente aussi le lieu des extrémités d'un des axes de la superquadrique. **La partie interne**, composée de trois parties afin de prendre en compte, au mieux, les informations portées par les différentes branches, est le lieu des centres des superquadriques. Une adjonction de composantes supplémentaires à la définition de la superquadrique permet l'obtention d'une surface  $C^1$  compatible avec la forme des bifurcations.

Par un choix judicieux des différentes fonctions, l'équation de la surface est obtenue sous forme **explicite** : hormis la résolution de deux équations de degré 7, aucune autre résolution numérique n'est nécessaire à sa définition, point essentiel pour une **utilisation optimale** de la surface (en terme de coût numérique).

De plus, étant donné un point de l'espace sous-jacent au squelette externe, le(s) plan(s) de "découpe" contenant ce point est(ont) aisément identifié(s) par la résolution d'une équation de degré 7. Comme le montrera le chapitre suivant, cette dernière propriété est à la base de l'introduction d'une nouvelle distance, aisément accessible, plus pratique et moins coûteuse (en temps) que la distance euclidienne.



# Bibliographie

- [CR89] J.M. Chassery and A. Rolland, F.and Montanvert. Reconstruction de volumes à partir de coupes sériées. (Poster), Octobre 1989. PIXIM 89 - Conférence sur l'Image Numérique à Paris.
- [CS78] H. Christiansen and T. Sedeberg. Conversion of complex contour line definitions into polygonal element mosaics. *ACM Journal*, Aout 1978.
- [GS95] C. Guiard and J. Sequeira. Etude de la g1 continuité d'embranchements de cylindres généralisés. *Revue de CFAO et d'informatique graphique*, 10/6 :587-605, 1995.
- [JNM<sup>+</sup>96] V. Juhan, B. Nazarian, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, and J. Sequeira. Geometrical modelling of abdominal aortic aneurysms. *CVRED-MRCAS*, pages 243-252, 1996.
- [Lei75] VEB Bibliographisches Intitut Leipzig, editor. *Mathematics at a glance*. 1975.
- [NJM<sup>+</sup>96a] B. Nazarian, V. Juhan, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, , and J. Sequeira. Modélisation tridimensionnelle des anévrismes aortiques. *Innov. Techn. Biol. Med*, 17(5) :431-441, 1996.
- [NJM<sup>+</sup>96b] B. Nazarian, V. Juhan, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, , and J. Sequeira. Modélisation tridimensionnelle des anévrismes aortiques. *Innov. Techn. Biol. Med*, 17(5) :431-441, 1996.
- [SB89] D. Storry and A. Ball. Design of an n-sided surface patch from hermite boundary data. *CAGD Journal*, Mai 1989.
- [SB90] F.S. Solina and R. Bajcsy. Recovery of parametric models from range images. The case of superquadrics with global deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(2) :131-146, 1990.
- [VP84] T. Varady and M. Pratt. Design techniques for the definition of solid objects with free-form geometry. *CAGD Journal*, Décembre 1984.



# Chapitre 2

## Mise en correspondance du modèle avec les données

### Objectifs du chapitre



Dans ce chapitre, je rapporte une première méthode de passage du monde de la modélisation au monde réel des données de l'artère carotide.

Après avoir rapporté brièvement différents types de modèles déformables présentés dans la littérature, je rapporte, dans une seconde partie, l'obtention de données de la bifurcation de cette artère.

Dans les parties suivantes, je détaille la stratégie adoptée pour mettre en correspondance le modèle avec ces données.

Enfin, j'achève ce chapitre par la présentation des premiers résultats obtenus et propose de possibles améliorations de la méthodologie présentée.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Quelques modèles déformables . . . . .</b>	<b>169</b>
2.1.1	Un modèle Spline . . . . .	169
2.1.1.1	Définition de la nappe surfacique . . . . .	169
2.1.1.2	Lissage des données . . . . .	170
2.1.1.3	Adaptation à la topologie cylindrique . . . . .	171
2.1.1.4	Limitations . . . . .	173
2.1.2	Un modèle de Fourier . . . . .	173
2.1.2.1	Le modèle . . . . .	173
2.1.2.2	Le MAP . . . . .	174

2.1.2.3	Avantages et Limitations . . . . .	176
2.1.3	Cylindres généralisés . . . . .	176
2.1.3.1	Le modèle . . . . .	176
2.1.3.2	Inconvénients . . . . .	176
2.1.4	Les Superquadriques . . . . .	178
2.1.4.1	Le modèle . . . . .	178
2.1.4.2	Limitations . . . . .	179
2.1.5	Un modèle de formes actives . . . . .	179
2.1.5.1	Le modèle . . . . .	180
2.1.5.2	Information a priori . . . . .	180
2.1.5.3	Avantages et Inconvénients . . . . .	181
2.1.6	Un modèle physique par analyse modale . . . . .	181
2.1.6.1	Le modèle . . . . .	181
2.1.6.2	Avantages et Inconvénients . . . . .	182
2.1.7	Les "Snakes" : un modèle de contour actif . . . . .	182
2.1.7.1	Le modèle . . . . .	182
2.1.8	Bilan . . . . .	184
<b>2.2</b>	<b>Une première mise en correspondance . . . . .</b>	<b>185</b>
2.2.1	Obtention des données de l'artère carotide . . . . .	185
2.2.2	Initialisation du modèle sur les données . . . . .	185
2.2.2.1	Positionnement du modèle sur les données . . . . .	185
2.2.2.2	Expression des coordonnées de la surface dans <b>Ref<sub>O<sub>pto</sub></sub></b> . . . . .	186
<b>2.3</b>	<b>Définition d'une fonctionnelle énergétique . . . . .</b>	<b>187</b>
2.3.1	Introduction . . . . .	187
2.3.2	Sa définition conceptuelle . . . . .	187
2.3.3	Des évaluations de distance non retenues . . . . .	188
2.3.3.1	L'échantillonnage . . . . .	188
2.3.3.2	L'approche la plus simple . . . . .	188
2.3.3.3	Les arbres binaires tridimensionnels . . . . .	188
2.3.3.4	Autres algorithmes classiques de distances euclidiennes . . . . .	189
2.3.3.5	Pourquoi ne pas retenir ces approches? . . . . .	189
2.3.4	Une distance tenant compte de la modélisation . . . . .	189
2.3.4.1	Une analyse de la distance de $D_i$ à $S$ . . . . .	189
2.3.4.2	Une première hypothèse simplificatrice . . . . .	191
2.3.4.3	Définitions . . . . .	191
2.3.4.4	Cas de $D_g^+$ , de $D_d^+$ . . . . .	193
2.3.4.5	Cas de $S_e^+$ . . . . .	193
2.3.4.6	Cas de $S_{env}^-$ . . . . .	195
2.3.4.7	Une évaluation effective de la distance . . . . .	195

2.3.4.8	L'introduction d'une distance approximative	197
2.3.4.9	Une synthèse . . . . .	198
2.3.5	Sa définition mathématique . . . . .	199
<b>2.4</b>	<b>Minimisation de la fonctionnelle énergétique . . . . .</b>	<b>199</b>
2.4.1	Introduction . . . . .	199
2.4.2	Le calcul du gradient . . . . .	199
2.4.3	L'algorithme de minimisation . . . . .	199
2.4.3.1	Son principe . . . . .	199
2.4.3.2	Pourquoi une adaptation? . . . . .	200
2.4.3.3	Comment mettre en oeuvre cette adaptation? . . . . .	200
<b>2.5</b>	<b>Résultats . . . . .</b>	<b>201</b>
2.5.1	Présentation des résultats . . . . .	201
2.5.2	Une analyse de ces résultats avec de possibles améliorations . . . . .	205
<b>2.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>206</b>

## 2.1 Quelques modèles déformables



Puisque la littérature est particulièrement riche dans ce domaine, je rapporte, dans ce chapitre, des modélisations surfaciques qui me semblent intéressantes par leurs différentes approches. Cette présentation étant non exhaustive, le lecteur pourra se rapporter à l'article synthétique suivant : [MT96].

### 2.1.1 Un modèle Spline

Dans [CH97], les auteurs réalisent une reconstruction 2,5D<sup>5</sup> d'un segment vasculaire par l'utilisation d'une nappe surfacique de lissage adaptée à la topologie cylindrique du vaisseau et définie à partir de fonctions de base cubique B-spline. Les étapes de cette reconstruction sont présentées en trois paragraphes relatant successivement la définition d'une nappe surfacique générique, le lissage des données, et l'adaptation de la surface à la topologie cylindrique.

#### 2.1.1.1 Définition de la nappe surfacique

Soit  $[a, b] \times [c, d]$  le domaine de définition de la nappe surfacique. Les segments  $[a, b]$  et  $[c, d]$  sont respectivement divisés en  $N_x$  et  $N_y$  subdivisions.

Soient  $B_i(x)$   $i = -3..N_x$  les fonctions de base B-spline cubique de  $[a, b]$  et  $B_j(y)$   $j = -3..N_y$  celles de  $[c, d]$ .  $(B_i(x)B_j(y))_{-3 \leq i \leq N_x, -3 \leq j \leq N_y}$  est alors une base de

---

5. coupes échographiques 2D repérées dans l'espace 3D

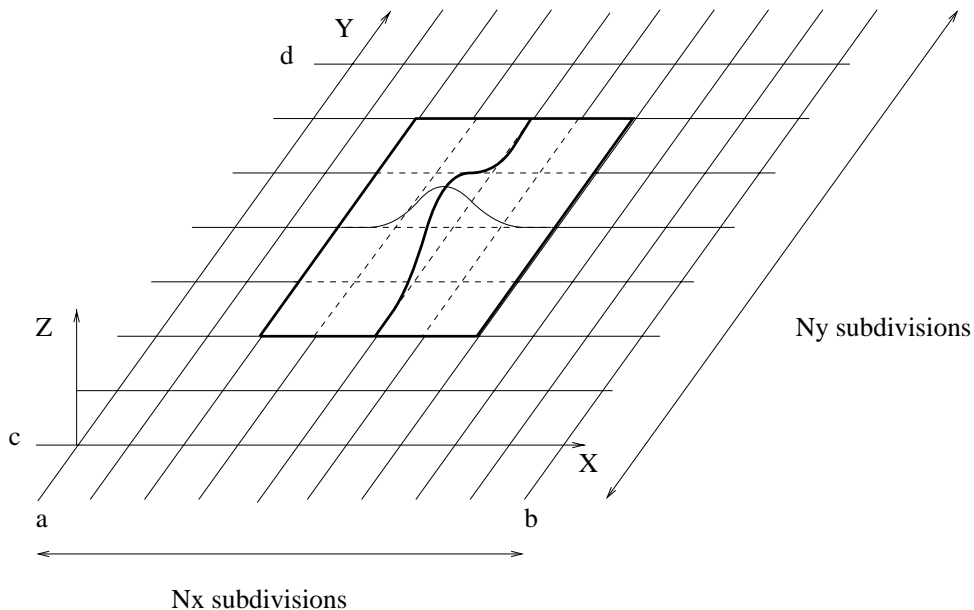


FIG. 2.1 – Fonction de base de la nappe surfacique.

$\Pi_3^2$ , ensemble des fonctions polynomiales de deux variables, de degré 3 par rapport à chaque variable et sur chaque intervalle de  $[a, b] \times [c, d]$  (voir la figure 2.1). Une nappe surfacique est définie sur cet intervalle par :

$$f(x, y) = \sum_{-3 \leq i \leq N_x, -3 \leq j \leq N_y} \alpha_{ij} B_i(x) B_j(y).$$

### 2.1.1.2 Lissage des données

Soient  $D_i(x_i, y_i, z_i)$   $1 \leq i \leq N$  des points 3D tels que  $x_i \in [a, b]$ ,  $y_i \in [c, d]$  pour tout  $i$ . Le problème de lissage, à l'aide de splines "pseudo-plaques minces" (voir [Cha91]) revient à déterminer les coefficients  $\alpha_{ij}$  de la nappe surfacique satisfaisant le critère :

$$\min_{\alpha_{ij}} \sum_{i=1}^N (f(x_i, y_i) - z_i)^2 + \rho \int_{[a,b]} \int_{[c,d]} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy.$$

Les auteurs sont alors amenés à résoudre le système linéaire classique suivant :

$$(\mathbf{M} + \rho \mathbf{R}) \mathbf{\Lambda} = \mathbf{B}$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice correspondant à la partie des moindres carrés,  $\mathbf{R}$ , au terme de régularisation et  $\mathbf{\Lambda}$ , le vecteur des inconnues  $\alpha_{ij}$ .

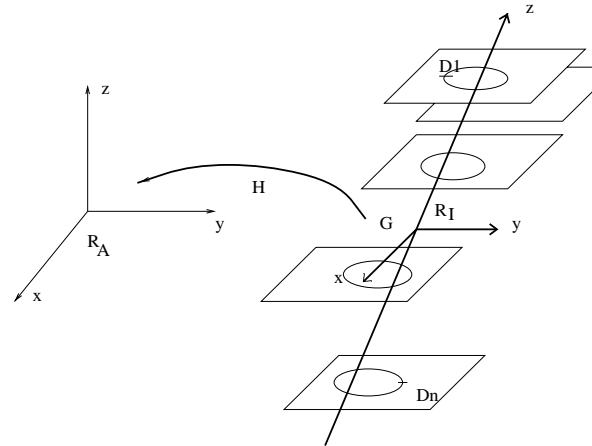


FIG. 2.2 – Matrice de passage  $\mathbf{H}$ .

$\mathbf{H}$  est la matrice de passage du référentiel  $R_I$  au référentiel  $R_A$ .

$\mathbf{R}_I$  : référentiel associé à l'axe d'inertie des données et d'origine  $G$ , barycentre des données.

$\mathbf{R}_A$  : référentiel absolu, associé au localisateur.

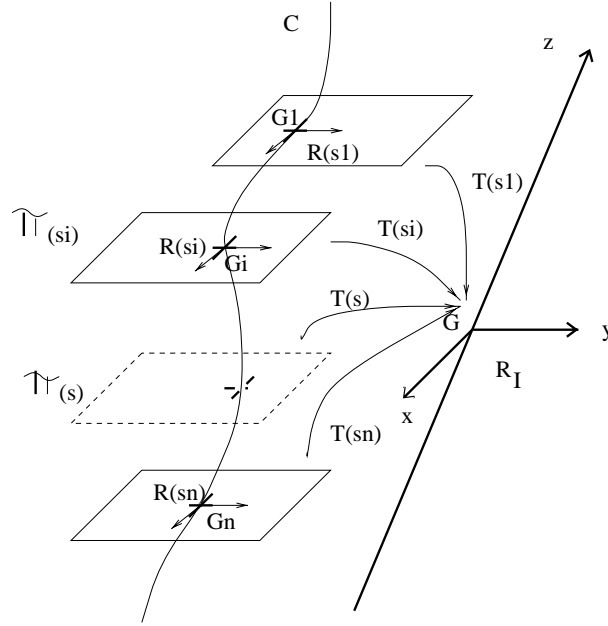
### 2.1.1.3 Adaptation à la topologie cylindrique

Ainsi posé, le problème ne peut être résolu : il y a nécessité d'utiliser la topologie cylindrique sous-jacente des données. Pour cela, les auteurs effectuent les transformations spatiales suivantes :

1. Détermination de la matrice de passage  $\mathbf{H}$  du référentiel  $\mathbf{R}_I$  associé à l'axe d'inertie des données et d'origine  $G$ , barycentre des  $D_i$  au référentiel absolu  $\mathbf{R}_A$  (voir figure 2.2).
2. Calcul, pour chaque plan de coupe  $\pi_i$ , du centre d'inertie  $\mathbf{G}_i$  des points du contour du plan  $\pi_i$  et de la matrice de passage  $\mathbf{T}_{\pi_i}$ . Cette dernière rend compte du passage du système de coordonnées polaires  $\mathbf{R}_{\pi_i}$ , de centre  $\mathbf{G}_i$ , associé au plan  $\pi_i$  au référentiel  $\mathbf{R}_I$ .
3. Détermination de la courbe  $\mathbf{C}$  d'interpolation 3D des centres d'inertie  $G_i$  : ceux-ci sont alors naturellement ordonnés sur cet axe  $\mathbf{C}$ , ce qui permet la définition d'une abscisse curviligne  $s$  sur  $\mathbf{C}$  (voir la figure 2.3).

Chaque plan de coupe  $\pi_i$  est alors repéré par son abscisse curviligne  $s_i$  :  $\pi_i = \pi(s_i)$ . De même,  $T_{\pi_i} = T_{\pi(s_i)}$ . Par interpolation des coefficients des différentes matrices  $T_{\pi(s_i)}$ , les auteurs définissent la matrice  $T(s)$ , permettant un changement de repère continu de  $R_{\pi(s)}$  noté aussi  $R(s)$ , système de coordonnées polaires du plan  $\pi(s)$  à  $R_I$ .




 FIG. 2.3 – Matrice de passage continue  $T(s)$ .

Pour la clarté de la représentation, le barycentre  $G$  des données a été déplacé sur la "gauche".

$G_i$  : barycentres des points de données 3D appartenant aux plans de coupes  $\pi_i$ .

$C$  : courbe d'interpolation des  $G_i$ . Elle permet de repérer chaque plan de coupe  $\pi_i$  par son abscisse curviligne  $s_i$  sur  $C$  :  $\pi_i = \pi(s_i)$ ;  $G_i = G(s_i)$ .

Construction de la matrice de passage  $T(s)$  du système de coordonnées polaire  $R(s)$ , de centre  $G(s)$  du plan de coupe  $\pi(s)$  à  $R_I$ .

Ainsi, tout point  $D_i(x_i, y_i, z_i)$  peut être repéré par ses coordonnées "cylindriques" :

$$D_i(s_i, \theta_i, r_i) = T(s_i)^{-1} H^{-1} D_i(x_i, y_i, z_i).$$

Dans cette topologie cylindrique, le problème de lissage revient à déterminer la nappe surfacique

$$F(s, \theta) = \sum_{-3 < i < N_s, -3 < j < N_\theta} \beta_{ij} B_i(s) B_j(\theta)$$

vérifiant le critère :

$$\min_{\beta_{ij}} \sum_{i=1}^N (F(s_i, \theta_i) - r_i)^2 + \rho \int_{[0,1]} \int_{[0,2\pi]} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial s^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 F}{\partial s \partial \theta} \right)^2 ds d\theta.$$

La résolution du système linéaire associé à ce problème de lissage, similaire à celui présenté au paragraphe 2.1.1.2, conduit aux solutions  $M(s, \theta, r)$ . Leurs coordonnées dans  $R_A$  sont données par l'équation suivante :

$$M(x, y, z) = H.T(s).M(s, \theta, r).$$



Dans cette représentation, il faut noter que les points  $D_i(s_i, \theta_i, r_i)$  ne sont pas repérés dans le repère de Frenet associé à la courbe C. En effet, les plans  $\pi(s_i)$  **ne sont pas en général orthogonaux** à la courbe C, courbe de définition de l'abscisse curviligne  $s$ .

#### 2.1.1.4 Limitations

Dans une telle approche, les plans de coupe doivent être sensiblement de mêmes directions et "orthogonaux" à l'axe du vaisseau du fait du changement de repère continu  $T(s)$ . En effet, puisque le repérage des points  $D_i(s_i, \theta_i, r_i)$  n'est pas **absolu** par rapport à l'axe **C** mais **relatif** au plan d'acquisition, pour des plans d'acquisition d'abscisses curvilignes voisines et de directions sensiblement "orthogonales", le balayage du volume de l'artère n'est plus univoque mais redondant. Une conséquence directe de cette remarque est l'impossibilité de prendre en compte des plans de coupe quelconques.



En fait, il nous faut voir  $T(s)$  comme une transformation entraînant une interpolation spatiale des plans  $\pi_{s_i}$ .



Le problème sous-jacent est celui de l'univocité du paramétrage.

### 2.1.2 Un modèle de Fourier

Dans [SD96] et [SD92], les auteurs utilisent une surface de Fourier pour suivre les déformations de la cavité cardiaque au cours du temps.

#### 2.1.2.1 Le modèle

Soit  $\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \{\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \mathbf{y}(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \mathbf{z}(\mathbf{u}, \mathbf{v})\}$  une représentation explicite de la surface **S** des deux paramètres de surface  $u$  et  $v$ . Chaque fonction coordonnée  $f(u, v)$  est décrite dans la base de fonctions de deux variables :

$$\Phi = \{1, \cos(mu), \sin(mu), \cos(lv), \sin(lv), \cos(mu)\cos(lv), \sin(mu)\cos(lv), \cos(mu)\sin(lv), \sin(mu)\sin(lv), \dots\}$$

par

$$f(u, v) = \sum_{m=0}^{K_1} \sum_{l=0}^{K_2} \lambda_{m,l} [a_{m,l} \cos(mu) \cos(lv) + b_{m,l} \sin(mu) \cos(lv) + c_{m,l} \cos(mu) \sin(lv) + [d_{m,l} \sin(mu) \sin(lv)]$$

où

$$\lambda_{m,l} = \begin{cases} 1 & \text{pour } m = 0, l = 0 \\ 2 & \text{pour } m > 0, l = 0 \text{ ou } l > 0, m = 0 \\ 4 & \text{pour } m > 0, l > 0 \end{cases}$$

Cette série, tronquée aux  $K_1$  et  $K_2$  premiers termes, peut être obtenue à partir de sa forme complexe, offrant ainsi une représentation compacte de la surface :

$$f(u, v) = \sum_{m=-K_1}^{K_1} \sum_{l=-K_2}^{K_2} g_{m,l} e^{i(mu+lv)} \quad (2.1)$$

D'autre part, étant donnée la description analytique intrinsèque à cette surface, les dérivées partielles sont aisément calculées à partir de l'équation 2.1, donnant ainsi rapidement accès aux notions de courbure moyenne et gaussienne [Bes88]. Par le choix d'un sous-ensemble adéquat de la base, cette surface générique peut adopter différentes topologies telles que celle du plan, du tore ou d'une surface fermée.

Ainsi définie, la mise en correspondance de la surface avec les données est réalisée par la recherche du Maximum à Posteriori (*MAP*) sur le vecteur de paramètres  $\mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z]$  de cette surface où :

$$p_i = [a_{m,l}, b_{m,l}, c_{m,l}, d_{m,l}] \quad 0 \leq m \leq K_1 \quad 0 \leq l \leq K_2 \quad i = x, y, z$$

Rappelons brièvement la formulation 2D du *MAP* puis sa généralisation 3D.

### 2.1.2.2 Le MAP

Pour déterminer, en terme de probabilité, le vecteur de paramètres  $\mathbf{p}$  correspondant au mieux à l'image donnée  $\mathbf{b}$ , les auteurs cherchent à maximiser la probabilité conditionnelle  $\mathbf{Pr}(\mathbf{p}|\mathbf{b})$ . La solution recherchée  $\mathbf{p}_{MAP}$  est, par application de la règle de Bayes :

$$\begin{aligned} p_{MAP} &= \text{Argmax}_p \text{Pr}(p|b) = \text{Argmax}_p \left( \frac{\text{Pr}(p) \text{Pr}(b|p)}{\text{Pr}(b)} \right) = \text{Argmax}_p (\text{Pr}(p) \text{Pr}(b|p)) \\ &= \text{Argmax}_p [\ln(\text{Pr}(p) + \ln(\text{Pr}(b|p)))] = \text{Argmax}_p (M(b, p)) \end{aligned}$$

du fait de la constance de  $\text{Pr}(b)$  pour tout  $\mathbf{p}$  et de la croissance de la fonction  $\ln$ .

Remarquons, comme le signalent les auteurs, le compromis entre :

- une information a priori :  $\mathbf{Pr}(\mathbf{p})$ , la loi de  $\mathbf{p}$  étant, par exemple, établie à partir d'une statistique sur un échantillon de vecteurs de paramètres préalablement déterminés.
- l'information dérivée de l'image  $\mathbf{Pr}(\mathbf{b}|\mathbf{p})$ .

Reste à évaluer cette dernière probabilité  $\mathbf{Pr}(\mathbf{b}|\mathbf{p})$  ou fonction de vraisemblance. Soit  $\mathbf{tp}$  "l'image patron". C'est l'image dont tous les pixels sont nuls sauf ceux du contour  $\mathcal{C}_p$  induit par le modèle de paramètre  $\mathbf{p}$  :

$$tp(x, y) = \begin{cases} st \quad \forall (x, y) \in \mathcal{C}_p \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

L'image réelle  $\mathbf{b}$  est considérée comme une version bruitée du patron  $\mathbf{tp}$ . Le bruit appliqué est un bruit blanc  $\eta$  (gaussienne de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ ) :

$$b = tp + \eta.$$

Les auteurs obtiennent alors :

$$\begin{aligned} Pr(b|p) &= Pr(b|tp) = Pr(b = tp + \eta) = Pr(b - tp = \eta) \\ &= \prod_{(x,y)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} \exp^{-\frac{(b(x,y)-tp(x,y))^2}{(\sigma_\eta)^2}} \end{aligned}$$

,le bruit blanc étant indépendant pour chaque pixel (d'où le produit sur l'aire de l'image  $A$ ). Après élimination des termes constants,

$$M(b, p) = \ln(Pr(p)) + \frac{cst}{\sigma_\eta^2} \sum_{\mathcal{C}_p} b(x, y) \quad (2.2)$$

En considérant  $\mathbf{b}$  non plus comme une simple quantité numérique (l'intensité des pixels de l'image) mais comme une quantité vectorielle dont l'amplitude représente la force du contour<sup>6</sup> et la direction, la tangente au contour, ils établissent la formulation continue 2D donnant accès au *MAP* :

$$M(b, p) = \ln(Pr(p)) + \frac{cst}{\sigma_\eta^2} \int_{\mathcal{C}_p} b(x(p, s), y(p, s)) ds \quad (2.3)$$

Le second terme de 2.3 peut être interprété comme suit : soit  $\mathbf{b}$  la mesure vectorielle dont l'amplitude reflète l'intensité du gradient. Ce terme participe à la détermination des instances du modèle dont la somme des normes du gradient le long du contour est maximale.

La généralisation 3D est immédiate :

$$M(b, p) = \ln(Pr(p)) + \frac{cst}{\sigma_\eta^2} \iint_{Aire A} b(x(p, u, v), y(p, u, v), z(p, u, v)) dudv \quad (2.4)$$

Cette dernière équation 2.4 est résolue par une méthode d'ascension de gradient continue.

---

6. par exemple, l'intensité des niveaux de gris ou l'amplitude du gradient

### 2.1.2.3 Avantages et Limitations

Contrairement au modèle Spline présenté dans le paragraphe précédent, **l'étape de segmentation est intrinsèque** au modèle de par la détermination du *MAP*.

Néanmoins, son inconvénient majeur réside dans la détermination des fonctionnelles de base. En effet, la troncature tient compte implicitement de la complexité de l'objet à modéliser. Comment déterminer la base optimale réalisant un "bon" compromis entre la précision escomptée et une résolution numérique acceptable?

## 2.1.3 Cylindres généralisés

Dans [JNM+96, NJM+96b], l'objectif est de reconstruire la bifurcation de l'aorte abdominale à partir de coupes tomographiques de l'abdomen réalisées lors d'une acquisition hélicoïdale.

### 2.1.3.1 Le modèle

Après segmentation des contours à l'aide de NURBS, la forme globale du nuage de points est caractérisée par une courbe ouverte qui en représente "l'axe central". Les points des contours sont alors repérés par l'abscisse curviligne de leur projection orthogonale sur cet axe, et leurs coordonnées polaires dans le plan orthogonal à la courbe au niveau de cette projection (repère de Frenet). Ainsi, pour chaque cavité vasculaire constituant les extrémités de la bifurcation (aorte abdominale, artères iliaques gauche et droite) l'ensemble des données est décrit par un ensemble discret de triplets  $\{(s_i, \theta_i, r_i), i=1..n\}$  avec  $r_i = f(s_i, \theta_i)$ .



|| Cette représentation est différente de celle présentée dans 2.1.1.

La fonction  $r = F(s, \theta)$  est ensuite déterminée par interpolation continue. Disposant ainsi de 3 cylindres généralisés, par une analyse de la position et de l'orientation de leurs extrémités, les auteurs réalisent un appariement des points de contour. De cet appariement, un ensemble de cubique est généré, constituant ainsi l'armature sur laquelle va s'appuyer la surface de raccordement. Comme l'illustre la figure 2.4, l'espace entre ces armatures est ensuite comblé par des carreaux de Bézier-Gregory (carreaux rectangulaires de degré 3x4 et carreaux triangulaires de degré 5).

### 2.1.3.2 Inconvénients

Comme le modèle Spline précédemment présenté, ce modèle nécessite un traitement préalable des données.

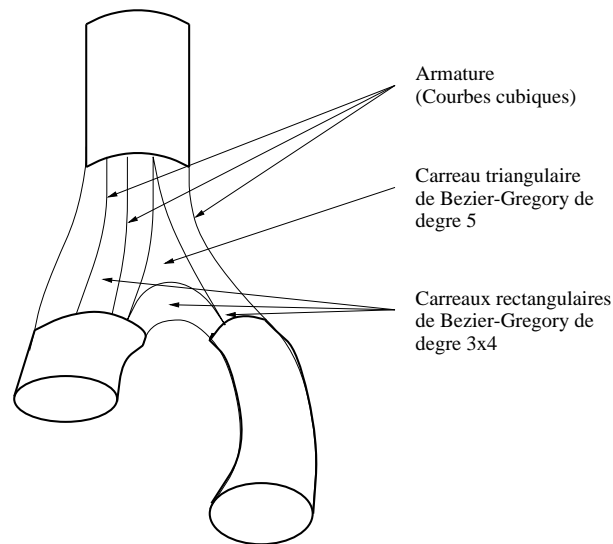


FIG. 2.4 – **Jonction entre trois cylindres généralisés.**

*La jonction entre les trois cylindres est obtenue par l'utilisation de trois carreaux rectangulaires de degré 3x4 (les ponts entre les cylindres), et de deux carreaux triangulaires de degré 5 (le comblement entre ces ponts).*

---

Mais l'"inconvenient" majeur réside, pour chaque cylindre généralisé, dans la détermination des données nécessaires à sa reconstruction. En effet, à quel niveau faut-il s'arrêter de prendre en compte les données lors de l'étape de construction des cylindres généralisés? Obtient-on des résultats identiques si le "niveau de coupe" est différent?

D'autre part, ce problème de reconstruction n'est pas résolu de façon globale, mais séquentielle. En effet, dans une première étape, les auteurs déterminent l'aorte abdominale, puis les artères iliaques gauche et droite pour finalement interpoler. Une approche globale consisterait à identifier les paramètres d'un unique modèle de bifurcation (c'est l'approche que nous avons choisie).

## 2.1.4 Les Superquadriques

Dans [SB90], la modélisation de la surface de l'objet est réalisée à l'aide d'une superquadrique. Les superquadriques sont une famille de formes paramétriques, obtenue par extension des quadriques de base.

### 2.1.4.1 Le modèle

L'expression explicite de la surface est le vecteur paramétrique 3D  $\vec{x}(\eta, \omega)$  de deux paramètres de surface  $\eta$  et  $\omega$  :

$$\vec{x}(\eta, \omega) = \begin{bmatrix} a_1 \cos(\eta)^{\varepsilon_1} \cos(\omega)^{\varepsilon_2} \\ a_2 \cos(\eta)^{\varepsilon_1} \sin(\omega)^{\varepsilon_2} \\ a_3 \sin(\eta)^{\varepsilon_1} \cos(\omega)^{\varepsilon_2} \end{bmatrix}$$

avec  $-\pi/2 \leq \eta, \omega \leq \pi/2$ . Les paramètres  $a_1, a_2, a_3$  définissent la taille de la superquadrique;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  sont les paramètres permettant la génération d'une grande variété de surfaces (cylindre, parallélépipède, cône, pyramide). Une représentation implicite de cette surface est donnée par :

$$\left(\left(\frac{x}{a_1}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} + \left(\frac{y}{a_2}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_2}}\right)^{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} + \left(\frac{z}{a_3}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} = 1.$$

Elle est utilisée pour définir "the inside-outside function" :

$$f(x, y, z) = \left(\left(\left(\frac{x}{a_1}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} + \left(\frac{y}{a_2}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_2}}\right)^{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} + \left(\frac{z}{a_3}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}}\right)^{\varepsilon_1}.$$

Ainsi, tout point  $M(x, y, z)$  tel que  $F(M) = 1$  appartient à la surface. Celui-ci est à l'intérieur (à l'extérieur) du volume pour  $F(M) < 1$  ( $F(M) > 1$ ).



Remarquons l'élévation à la puissance  $\varepsilon_1$ , qui ne modifie pas la surface en elle-même, mais qui est nécessaire à la stabilité numérique de la mise en correspondance par une méthode de minimisation aux moindres carrés.

Dans un second temps, les auteurs définissent des déformations globales (effilement, cintrage, torsion) de la surface. Chaque déformation est représentée par un petit nombre de paramètres  $\mathbf{u}_i$ . En outre, les composantes  $(x, y, z)$  de la superquadrique non déformée peuvent être exprimées en fonction des composantes  $X, Y, Z$  de la superquadrique déformée. A partir des informations  $(X_i, Y_i, Z_i)$   $1 \leq i \leq N$  les auteurs sont amenés à minimiser la fonctionnelle non linéaire par la méthode de Levenberg-Marquardt combinée à une technique de relaxation stochastique :

$$\sum_{i=1}^N F(X_i, Y_i, Z_i; a_1, a_2, a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \phi, \theta, \psi, T_x, T_y, T_z, u_1, u_2, \dots, u_n)$$

Cette fonctionnelle comprend, outre les paramètres intrinsèques  $a_1, a_2, a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  à la superquadrique, les paramètres des déformations globales  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , ainsi que ceux propres au changement de repère : les angles d'Euler  $\phi, \theta, \psi$  et le vecteur de translation  $T_x, T_y, T_z$ .

D'autres fonctions d'énergie et techniques de minimisation ont été proposées afin d'approcher au mieux les données par la superquadrique.

#### 2.1.4.2 Limitations

La principale limitation de la superquadrique est liée à la description uniquement globale des déformations. C'est pourquoi, dans [TM91], les auteurs ont caractérisé les déformations globales de leur modèle par des paramètres de la superquadrique, et les déformations locales par un modèle déformable. Ceci rend possible une mise en correspondance beaucoup plus précise.

En ce qui concerne la modélisation de la bifurcation carotidienne, la topologie des superquadriques (3D) apparaît inadaptée. En effet, quelle que soit la forme de la superquadrique, sa topologie reste homéomorphe à celle de la sphère, incompatible avec celle de la bifurcation.

#### 2.1.5 Un modèle de formes actives

Le modèle de Taylor et Cootes [CTCG92, HCT92, HTC92, CHTH94] est construit à partir d'une statistique sur un ensemble d'images représentant différentes instances de l'objet à modéliser. Il se compose d'un "**patron de forme flexible**" décrivant les variations des points caractéristiques de l'objet, et de modèles statistiques de niveaux de gris attendus au voisinage de ces points.



### 2.1.5.1 Le modèle

Les vecteurs  $\vec{V}_i$  des points caractéristiques de l'instance de l'objet sont construits manuellement sur chaque image segmentée et recalés entre eux afin de s'affranchir des similitudes et translations éventuelles, et ne rendent compte que des variations de forme propre à l'objet. Une nouvelle instance  $x$  du "**patron de forme flexible**" est définie par la moyenne  $\bar{x}$  des  $\vec{V}_i$ , à laquelle est ajoutée une combinaison linéaire des  $N$  directions principales de déformation  $\vec{u}_i$  les plus significatives calculées à l'aide d'une ACP sur les  $\vec{V}_i$ .



Les  $u_i$  sont définis comme les vecteurs propres de la matrice de covariance des  $\vec{V}_i$ .

De plus, les auteurs imposent des bornes de variations aux coefficients  $\alpha_i$  de cette combinaison linéaire, bornes de variation établies à partir des instances utilisées pour construire le modèle. Les déformations de la modélisation sont ainsi limitées, contraignant la nouvelle forme à être "similaire" à celle des instances.

$$x = \bar{x} + \sum_{i=1}^N \alpha_i u_i \quad \text{avec } \alpha_i \in D$$

Les auteurs modélisent ensuite, par une approche similaire (ACP), les profils de niveaux de gris autour de chaque point caractéristique, profils qui sont mis au mieux en correspondance avec les informations présentes dans l'image.

Enfin, Taylor et Cootes utiliseront d'autres statistiques (corrélation du niveau de gris avec les déplacements [CT94]), amélioreront l'utilisation des statistiques de niveaux de gris [CPJT95], et utiliseront des approches multi-résolution pour optimiser le recalage de leur modèle [CTL94].

### 2.1.5.2 Information a priori

L'information a priori est clairement représentée par les statistiques de niveaux de gris mais aussi par l'approche "GLOBALE" de l'objet, c'est à dire par la création de relations entre les différents points caractéristiques de l'objet : ceux-ci ne se déplacent plus indépendamment les uns des autres mais selon des lois calculées à partir de mouvements antérieurs, i.e. à partir d'un "passé" (cas d'un modèle se déformant au cours du temps). En fait, cette analyse permet la détermination des corrélations entre les différents points caractéristiques du modèle.

Un exemple : si l'objet modélisé est constitué de deux formes et que nous connaissons les déformations de la première, nous aurons alors des indications sur les déformations de la seconde.

### 2.1.5.3 Avantages et Inconvénients

Cette approche globale qui fait la force de ce modèle représente aussi sa faiblesse : pour une segmentation précise, la globalité sera privilégiée au détail.

D'autre part, les contraintes sur les coefficients de la combinaison linéaire assurent une cohésion du modèle mais limite par la même sa liberté de déformation. En fait, il nous faut définir un juste équilibre entre ces deux notions.

## 2.1.6 Un modèle physique par analyse modale

### 2.1.6.1 Le modèle

Le modèle développé dans [Nas94, BNA95] est constitué de  $N$  masselottes  $M_i$  ( $i = 1..N$ ) reliées entre elles par des ressorts modélisant l'élasticité surfacique de l'objet. Chaque masselotte  $M_i$  est soumise à 4 types de forces :

1. la première est une **force élastique** exercée par les nœuds voisins reliés à  $M_i$  ;
2. la seconde, une **force de frottements fluides** proportionnelle à la vitesse de  $M_i$  ;
3. la troisième, une **force image**, attire le nœud  $M_i$  vers les formes observées dans l'image ;
4. et pour finir, une **force permanente** dont le rôle est d'imposer la configuration voulue initiale du modèle, les ressorts étant choisis de longueur à vide nulle.

Ces différents types de forces précisés, par application du principe fondamental de la dynamique, l'auteur est amené à résoudre le système d'équations linéaires suivant (linéaire du fait du choix de la longueur à vide nulle) :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F_t \quad (2.5)$$

où  $U$  est le vecteur de déplacements des nœuds  $M_i$ . Par passage à l'espace modal (changement de base afin de découpler le système homogène non amorti) et par un judicieux choix de  $C$  (série de Caughey tronquée aux deux premiers termes, ce qui correspond à l'hypothèse de Rayleigh), le système obtenu est découplé en  $N$  équations scalaires dont les solutions sont connues analytiquement. Ces solutions forment la base modale et toute solution de l'équation (2.5) sera une combinaison

linéaire de ces modes. Ils représentent physiquement les harmoniques des vibrations mono-fréquences de la structure élastique.

### 2.1.6.2 Avantages et Inconvénients

Un tel modèle, outre sa rapidité d'exécution (solution analytique explicite des modes) incorpore de la "connaissance a priori" physique. Contrairement aux approches de [PW89] où les modes utilisés sont fabriqués artificiellement, les modes calculés représentent une réalité physique et il serait tentant, comme le propose l'auteur, d'utiliser les informations représentées par les directions modales pour une analyse du mouvement, voir une aide au diagnostic.

Appliqué à la modélisation cardiaque, nous pourrions, avec l'auteur, imaginer qu'idéalement, un cœur pathologique d'un patient n'exciterait pas les mêmes harmoniques de vibrations qu'un même cœur sain quelques années auparavant.

Néanmoins, dans le cas des surfaces, l'expression des modes propres est dépendant de sa topologie (torique, plane, cylindrique), la topologie de la bifurcation n'étant pas abordé. Nous nous retrouvons donc confronté au même écueil que dans les surfaces de Fourier du paragraphe 2.1.2 : l'atypique topologie de la bifurcation.

Enfin, il nous faut souligner les belles réalisations appliquées à la reconnaissance des visages [NMP96b, NMP96a], réalisations obtenues par la coopération du modèle développé précédemment avec l'outil ACP.

## 2.1.7 Les "Snakes" : un modèle de contour actif

Ce modèle de contours actifs étant très populaire, je n'en rapporterai que les grandes lignes de la formulation 2D exposé dans [MFF+93].

### 2.1.7.1 Le modèle

Le "snake" est défini par sa position  $\mathbf{v}(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = (\mathbf{x}(\mathbf{s}, \mathbf{t}), \mathbf{y}(\mathbf{s}, \mathbf{t}))$  où  $\mathbf{s}$  représente l'abscisse curviligne et  $\mathbf{t}$  le temps, et par son énergie  $\mathbf{E}(\mathbf{v})$  de la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}_{\text{interne}} + \mathbf{E}_{\text{externe}}.$$

Le premier terme  $\mathbf{E}_{\text{interne}}$  permet d'assigner les propriétés mécaniques d'une latte de bois au "snake". Il se décompose en deux termes, l'un faisant référence à son énergie de tension :

$$\mathbf{E}_{\text{tension}}(\mathbf{v}) = 1/2 \int_0^1 \omega_1(\mathbf{s}) \left\| \frac{\delta \mathbf{v}}{\delta \mathbf{s}} \right\|^2 d\mathbf{s}$$

l'autre, à son énergie de flexion :

$$\mathbf{E}_{\text{flexion}}(\mathbf{v}) = \mathbf{1}/2 \int_0^1 \omega_2(\mathbf{s}) \left\| \frac{\delta^2 \mathbf{v}}{\delta \mathbf{s}^2} \right\|^2 d\mathbf{s}$$

Le second terme énergétique

$$\mathbf{E}_{\text{externe}} = \int_0^1 \mathbf{P}(\mathbf{v}(\mathbf{s})) d\mathbf{s}$$

caractérise les points du contour. C'est l'équivalent énergétique de la force appliquée au "Snake" :  $\vec{f}_{\text{externe}} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P)$ .

Soumis à ces forces, le contour actif se déforme. Son mouvement est régi par les équations de l'élasticité dérivées de la dynamique des milieux continus [TWK89] :

$$\frac{\delta}{\delta t} \left( \mu \frac{\delta v}{\delta t} \right) + \gamma \frac{\delta v}{\delta t} + \frac{\delta \varepsilon(v)}{\delta t} = f(v)$$

où  $\mu$  représente la densité de masse et  $\gamma$  la densité d'amortissement. Dans cette équation, le premier terme évoque l'inertie du système, le second, les actions de frottements, et le troisième la réponse élastique du matériau qui traduit la minimisation au cours du temps de l'énergie potentielle  $\varepsilon(v)$ .

Le contour actif sera à l'équilibre lorsque  $\mathbf{E}(\mathbf{v})$  sera minimale localement.

Bien que le modèle de "snake" ait fait ses preuves en matière de segmentation par contours, les reproches les plus communément fait sont les suivants :

- la force  $\vec{f}_{\text{ext}} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P)$  engendre des oscillations lorsque les contours recherchés ne sont pas d'iso-intensité c'est à dire des contours pour lesquels le gradient varie le long du contour [CC92].
- la valeur des paramètres  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ne peut être fixée qu'empiriquement [CC92].
- l'état d'équilibre est très dépendant de la position initiale [MFF<sup>+</sup>93].

Des solutions partielles ont été apportées à ces problèmes. Il faut notamment citer l'approche de [MFF<sup>+</sup>93] qui particularise son "snake" à la segmentation d'artères carotidiennes (échographie intravasculaire) en introduisant une adaptabilité locale de la densité de viscosité. Celle-ci se révèle tellement élevée le long du contour recherché que les actions autres que celles de frottement deviennent insignifiantes : le snake est alors contraint à stagner. Par cette approche, il s'affranchit des principaux défauts de ces modèles.

Néanmoins, ces modèles souffrent de la complexité des calculs (rééchantillonnage à chaque pas, évaluation des dérivées successives.)

### 2.1.8 Bilan



Dans ce chapitre, j'ai présenté des modèles déformables classiques. Bien que différentes topologies puissent être envisagées au sein de même modélisation, celle de la bifurcation ne l'est pas du fait de son atypie.

Faisant référence à ces travaux, je présente maintenant une mise en correspondance du modèle développé avec des données de la bifurcation de l'artère carotide. Je rappelle rapidement, au lecteur, le plan de la suite de ce second chapitre :

- Obtention des données ;
- Définition d'une fonctionnelle énergétique ;
- Minimisation de cette fonctionnelle ;
- Présentation des résultats obtenus.

## 2.2 Une première mise en correspondance

### 2.2.1 Obtention des données de l'artère carotide

Les images échographiques de la bifurcation sont obtenues grâce au système d'acquisition présenté dans la seconde partie de ce rapport : balayage transversal de la bifurcation de l'artère pendant 3 secondes (à peu près trois cycles cardiaques) ; fréquence d'acquisition des images 34Hz, fréquence d'acquisition des données spatiales 100Hz. Afin d'évaluer le comportement du modèle (l'extraction des informations images n'étant pas l'objectif de ce chapitre), les contours de la bifurcation ont été segmentés par une approche semi-automatique à partir du gradient des images.



Pour chaque image, une carte de gradient est calculée par un filtre de canny-deriche, méthode de traitement d'image de bas niveau. Pour l'obtention d'une information plus pertinente, je peux appliquer un seuillage par hystérésis. Par sélection manuelle des extrémités des composantes connexes situées sur les contours à segmenter, le logiciel extrait automatiquement ces composantes par une heuristique construite à base d'arbres (voir [MG95]).

Après traitement des données spatiales, je visualise les points des contours segmentés dans le référentiel du localisateur  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ . Je rappelle au lecteur que je connais la position dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$  de chaque point de chaque image échographique par application des matrices de changement de référentiel (se reporter à la partie II de ce document). Ces données initiales sont présentées au paragraphe 2.5 page 201.

### 2.2.2 Initialisation du modèle sur les données

La méthode adoptée est la suivante :

1. Positionner manuellement et grossièrement le modèle sur les données.
2. Exprimer les coordonnées de sa surface dans  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ .

#### 2.2.2.1 Positionnement du modèle sur les données

Elle est simple : l'utilisateur sélectionne, par un parcours de la boucle d'acquisition, les centres des sections des extrémités des trois cavités vasculaires de la bifurcation (carotide commune, et carotides droite et gauche), ainsi que la position approximative de la bifurcation. A partir des coordonnées 3D de ces 4 points, je construis le référentiel  $\mathbf{Ref}_{\text{Carotide}}$  lié à la carotide (voir la figure 2.5). Moyennant un changement d'échelle, la surface est instanciée dans ce référentiel.

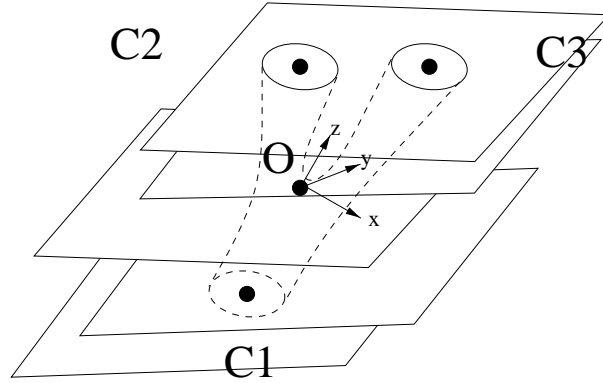


FIG. 2.5 – Construction du référentiel  $\text{Ref}_{\text{Carotide}}$  lié aux données échographiques.

Ce référentiel est construit à partir de la position 3D des points  $C_1, C_2, C_3, O$ . Ils représentent respectivement les positions approximatives :

- du centre de l'extrémité de la carotide commune ;
- des centres des extrémités de la carotide droite et gauche ;
- de la bifurcation, origine du référentiel  $\text{Ref}_{\text{Carotide}}$ .

Les différents axes sont définis par :

$$\vec{O}_z = -\frac{\vec{OC}_1}{\|\vec{OC}_1\|} ; \vec{O}_x = \frac{\vec{OC}_3 - \vec{OC}_2}{\|\vec{OC}_3 - \vec{OC}_2\|} ; \vec{O}_y = \vec{O}_z \wedge \vec{O}_x$$

Puisque les vecteurs  $\vec{O}_z$  et  $\vec{O}_x$  ne sont pas nécessairement orthogonaux dans le plan  $(XOZ)$ , il me faut l'imposer pour obtenir un repère orthonormé :  $\vec{O}_x = \vec{O}_y \wedge \vec{O}_z$ .



Le facteur d'échelle  $S$  est déterminé par une estimation de la hauteur des branches latérales de la bifurcation à partir des données (voir la figure 2.5 pour les notations) :

$$\|\vec{OC}_2 + \vec{OC}_3\| = \frac{S}{2}.$$

### 2.2.2.2 Expression des coordonnées de la surface dans $\text{Ref}_{\text{Opto}}$

Soit  $M(t, v)$ , un point de la surface. Ses coordonnées sont exprimées dans  $\text{Ref}_{\text{Carotide}}$ . Pour mettre le modèle en relation avec les points de contour, je dois exprimer ses coordonnées dans  $\text{Ref}_{\text{Opto}}$ . Ceci est obtenu par application de la matrice de passage naturellement définie par la construction du repère. En coordonnées homogènes, la

définition est la suivante :

$$\mathbf{M}(\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}) = \begin{pmatrix} \vec{O}_x^t & O_x \\ \vec{O}_y^t & O_y \\ \vec{O}_z^t & O_z \\ \vec{0} & 1 \end{pmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{Ref}_{\text{Carotide}})$$

Maintenant,



Je dispose de  $N_d$  points de contour  $D_i$  et d'une instance  $X$  du modèle, relativement proche l'un de l'autre. Leurs coordonnées respectives sont exprimées dans un même référentiel  $\mathbf{Ref}_{\text{Opto}}$ .

## 2.3 Définition d'une fonctionnelle énergétique

### 2.3.1 Introduction

Cette partie est divisée en trois sous-parties.

- La première présente la définition de la fonctionnelle énergétique basée sur une distance.
- La seconde rapporte l'évaluation de cette fonctionnelle. Elle me conduira à l'introduction d'une pseudo-distance.
- Enfin, la dernière, entrera dans les détails de la minimisation de cette fonctionnelle.

### 2.3.2 Sa définition conceptuelle

L'approche la plus naturelle pour mettre en correspondance la surface avec le nuage de points est de **minimiser la somme des distances euclidiennes des points à la surface**.

Une première étape consiste donc à **évaluer** la distance euclidienne d'un point  $D_i$  de donnée à la surface  $S$ . Deux approches ont successivement été envisagées :

- la première, discrète, n'a pas été retenue à cause de son coût élevé.
- la seconde, plus efficace, est directement basée sur la modélisation de la bifurcation. Elle fait suite à une analyse de la distance d'un point à la surface. Cette analyse, présentée dans le paragraphe 2.3.4.1, montrera en particulier au



lecteur que la réalisation de ce simple concept n'est pas si triviale.

### 2.3.3 Des évaluations de distance non retenues

Ces approches sont basées sur un échantillonnage de la surface en  $N_p$  points  $E_j; j=1..N_p$ . Le calcul de la distance d'un point de données  $D_i$  à la surface revient à déterminer le point  $E_{j_{min}}$  de l'échantillon qui minimise la distance  $E_j D_i$ .

#### 2.3.3.1 L'échantillonnage

La difficulté de cet échantillonnage réside dans l'absence de correspondance "directe" entre l'échantillonnage du domaine de paramétrage, et celui de la surface.



La discrétisation de la surface est obtenue par un échantillonnage du domaine en  $(t, v)$  :  $N_{pt}$  subdivisions de l'intervalle  $[-1, 1]$ ,  $N_{pv}$  subdivisions de l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ .



Un échantillonnage régulier du domaine des paramètres  $(t, v)$  ne correspond pas à un échantillonnage régulier de la surface. En ce qui concerne le paramètre  $t$ , ceci est particulièrement vrai au voisinage de 0, région de forte courbure : un échantillonnage trop faible dans ce voisinage supprime l'information portée par le cylindre principal. De même, en ce qui concerne le paramètre  $v$ , un soin particulier doit être apporté aux "angles" de la superquadrique. L'idéal serait un échantillonnage adaptatif fonction de la courbure.

#### 2.3.3.2 L'approche la plus simple

**La méthode** : Pour chaque point  $D_i$ , je calcule sa distance euclidienne aux  $N_p$  points ; le point retenu est celui qui minimise cette distance.

**Principal avantage de la méthodologie** : il réside dans sa simplicité.

**Principal inconvénient** : son coût en  $O(N_p N_d)$ .

#### 2.3.3.3 Les arbres binaires tridimensionnels

**La méthode** : après consultation de la littérature ([FL98]), des arbres binaires tridimensionnels peuvent être utilisés pour accélérer la détermination des  $E_{j_{min}}$ .

**Inconvénient** : le coût de construction est en  $O(N_p \log N_p)$ .

**Avantage** : cette recherche peut-être faite en  $O(N_d \log N_d)$ . Bien que cette approche soit moins coûteuse que la précédente, je ne l'ai pas implémentée (voir explication ci-après).

#### 2.3.3.4 Autres algorithmes classiques de distances euclidiennes

D'autres algorithmes classiques sont proposés dans [Dan80]. La détermination des  $E_{j_{min}}$  pourrait en être inspirée.

#### 2.3.3.5 Pourquoi ne pas retenir ces approches ?

1. la méthodologie implique un échantillonnage, non trivial. En outre, il aurait été plus simple de construire directement une surface discrète.
2. la distance est approchée et son coût de calcul est élevé.

Je propose, dans la suite de ce chapitre, une approximation de la distance euclidienne basée sur la construction de la surface et de coût optimal:  $O(N_d)$ .

### 2.3.4 Une distance tenant compte de la modélisation

#### 2.3.4.1 Une analyse de la distance de $D_i$ à $S$

Classiquement, la distance d'un point à une surface est la distance de ce point à sa **projection orthogonale** sur la surface. En ce qui concerne la surface construite, deux cas peuvent se produire nécessitant des précisions concernant cette approche (voir la figure 2.6) : la projection orthogonale peut

1. **ne pas être unique**. C'est, par exemple, le cas des points de données se rapportant à la région centrale de la bifurcation. De plus, la surface développée n'est pas nécessairement convexe.



|| Cette difficulté est résolue en prenant **la** projection orthogonale minimisant la distance.

2. **ne pas être définie** ou être définie mais **ne pas correspondre à un sens physique**.

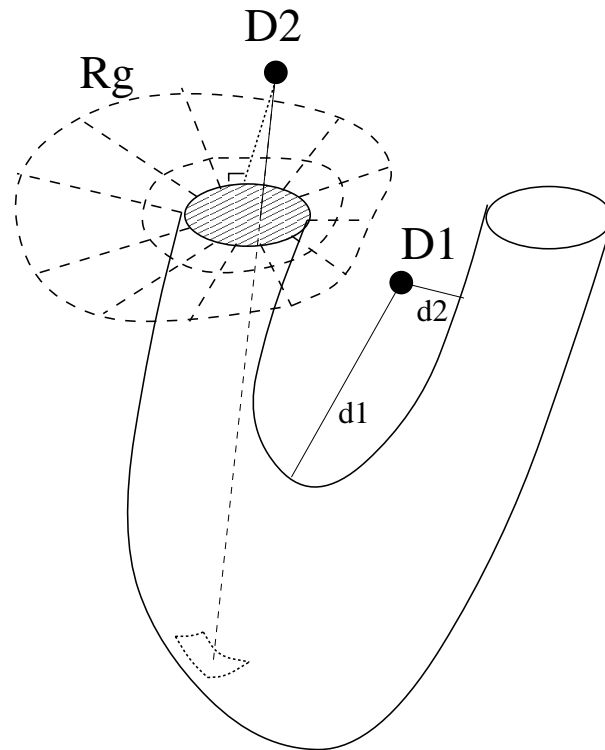


FIG. 2.6 – Une analyse de la distance d’un point de données à la surface  $S$ .

1- la distance du point  $D_1$  à la surface est le minimum des distances  $d_1, d_2$ .

2- La projection orthogonale du point  $D_2$ , porteur d’une information sur la branche gauche, n’a pas de sens physique. La distance de  $D_2$  à  $S$  est définie comme la distance de  $D_2$  à la superquadrique extrême (superquadrique du plan de paramétrage de paramètre  $t = -1$ ).

3- Représentation de la frontière de la région  $R_g$  de l’espace, région située à l’extrémité latérale gauche de la bifurcation. Les points de cet espace n’ont pas de projection orthogonale (chargée de sens physique) sur la surface.

---



Ce cas est rencontré pour les points contenus dans les régions  $R_g$  et  $R_d$  de l'espace situé aux extrémités (ouvertes) de la surface. Leurs bases sont définies par la surface de la superquadrique extrême ( $\mathbf{t} = \mathbf{1}$  ou  $\mathbf{t} = -\mathbf{1}$ ). Leurs génératrices sont les demi-droites orthogonales extérieures à la surface  $S$ , disposées le long de la superquadrique.



J'estime la distance du point à la surface comme la distance du point à la superquadrique extrême (superquadrique contenue dans un des plans de paramétrage de paramètres  $t = 1$  ou  $t = -1$ ). Le projeté **non orthogonal** est le point de la superquadrique extrême qui minimise la distance au point  $D_i$ .

Dans la suite de ce travail, les plans de paramétrage identifiés par les paramètres  $t = 1$  et  $t = -1$  sont respectivement nommés  $P_g$  et  $P_d$ .

#### 2.3.4.2 Une première hypothèse simplificatrice

La précédente analyse a soulevé le cas épineux des points situés dans les régions  $R_g$  et  $R_d$ . Déterminer l'appartenance ou non d'un point de l'espace à ces régions n'est pas évident.

Pour m'affranchir de ces difficultés, j'ai choisi d'approcher les régions  $R_g$  et  $R_d$  par les régions de l'espace situées "au-dessus" des plans  $P_g$  et  $P_d$ , plans naturellement définis par la construction du modèle. L'appartenance d'un point de donnée  $D_i$  à ces régions de l'espace, notées  $P_g^+$  et  $P_d^+$ , est alors **immédiate** par l'utilisation d'équations implicites.

Soit un point  $D_i$ , situé dans  $P_g^+$  ou  $P_d^+$  (plus exactement dans des portions des espaces de  $P_g^+$  ou  $P_d^+$ , voir la suite de cet exposé). La distance de  $D_i$  à la surface est estimée par la distance de ce point à la superquadrique contenue dans le plan de paramétrage correspondant. Une illustration de l'erreur commise est illustrée par la figure 2.8.

Cette hypothèse simplificatrice étant faite, les paragraphes suivants détaillent la mise en oeuvre pratique de l'évaluation de la distance d'un point de donnée  $D_i$  (quelconque de l'espace) à la surface modélisée.

#### 2.3.4.3 Définitions

Elles sont illustrées par la figure 2.7.

Soient

- $\mathbf{S}_{\text{env}}$ , la courbe du plan du squelette composée du squelette externe  $\mathbf{S}_e$  pour  $t \in [-1, 1]$  et des traces  $D_d$  et  $D_g$  des demi-plans d'appui aux points extré-

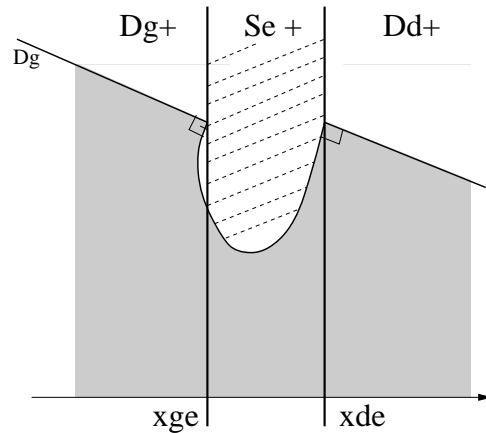


FIG. 2.7 – Quelques définitions.

Je fais remarquer au lecteur la portion de courbe du squelette externe non comprise dans l'intervalle  $[x_{ge}, x_{de}]$ .

maux (restriction de la trace des plans  $P_g$  et  $P_d$  dans le plan du squelette). Cette courbe divise le plan en deux parties : la partie "supérieure"  $S_{env}^+$  et la partie "inférieure"  $S_{env}^-$ .

- $x_{ge}$  et  $x_{de}$  les abscisses des points des extrémités de  $S_e$  (points de paramètre respectif  $t = 1$  et  $t = -1$ ).



$S_{env}$  est aussi la trace, dans le plan du squelette, de la surface infinie (à "génératrices orthogonales" au plan du squelette) délimitant deux demi-espaces. Par abus, ils sont aussi dénommés  $S_{env}^+$  et  $S_{env}^-$ .

Par abus de notation, je désigne par :

- $D_g$ ,  $S_e$  et  $D_d$ , les équations implicites de  $S_{env}$  respectivement sur les intervalles  $x \in ]-\infty, x_{ge}[$ ,  $t \in [-1, 1]$ , et  $x \in ]x_{de}, +\infty[$ .
- $D_g^+$ ,  $S_e^+$  et  $D_d^+$  ( $D_g^-$ ,  $S_e^-$  et  $D_d^-$ ) les régions du plan (de l'espace) situées "au dessus" ( "en dessous" ) des courbes  $D_g$ ,  $S_e$  et  $D_d$ , **sur les intervalles respectifs**  $x \in ]-\infty, x_{ge}[$ ,  $x \in [x_{ge}, x_{de}]$ , et  $x \in ]x_{de}, +\infty[$



Une équation implicite du squelette externe, utile pour me positionner par rapport à  $\mathbf{S}_e$ , est calculée à partir de l'équation (1.1) page 127. En posant  $Z_e = z_e(t) - Cst$  et  $X_e(t) = x_e(t)$ , j'obtiens l'équation suivante :

$$\mathbf{S}_e : \mathbf{Z}_e \cdot (\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{Z}_e) + \mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{Z}_e)^2 - (\mathbf{1} - \mathbf{Z}_e) \cdot (\mathbf{X}_e - \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{Z}_e)^2 = 0$$

Ces définitions étant précisées, j'expose maintenant l'évaluation de la distance de points de données  $D_i$  situés respectivement dans  $D_g^+$ ,  $D_g^-$ ,  $S_e^+$ ,  $S_{env}^-$ .

#### 2.3.4.4 Cas de $D_g^+$ , de $D_d^+$

Soit  $D_i$  un point de  $D_g^+$ . Je définis sa distance à la surface comme la distance de  $D_i$  à la superquadrique extrême pour  $t = -1$  : sur cette superquadrique, je détermine (par dichotomie) le point qui minimise sa distance à la superquadrique. Ce point est la projection  $P_{D_i}$  de  $D_i$  sur la surface (projection non orthogonale).

Le raisonnement est similaire pour les points de l'espace compris dans  $D_d^+$ .



Une erreur est commise sur la notion de distance introduite au paragraphe 2.3.4.1. Elle est visualisée par la figure 2.8. En particulier, la distance n'est plus continue lors du changement de demi-espace. Cette absence de continuité me conduit à parler, non plus de distance, mais de "**pseudo-distance**".



Mais cette approximation m'affranchit de la détermination de l'appartenance des points  $D_i$  aux régions  $R_g$  et  $R_d$ .

#### 2.3.4.5 Cas de $S_e^+$

Soit  $D_i$  un point de  $S_e^+$ . Son abscisse  $x_i$  vérifie :  $\mathbf{x}_i \in [\mathbf{x}_{ge}, \mathbf{x}_{de}]$ . Dans cet espace, du fait de la convexité du squelette externe, la(les) projection(s) orthogonale(s) de  $D_i$  sur  $S$  est(sont) définie(s), définissant ainsi une distance (le calcul de ces projections orthogonales fait l'objet du paragraphe 2.3.4.7).



La distance de  $D_i$  à  $S$  est évaluée par le minimum de ces distances et des distances aux superquadriques extrêmes

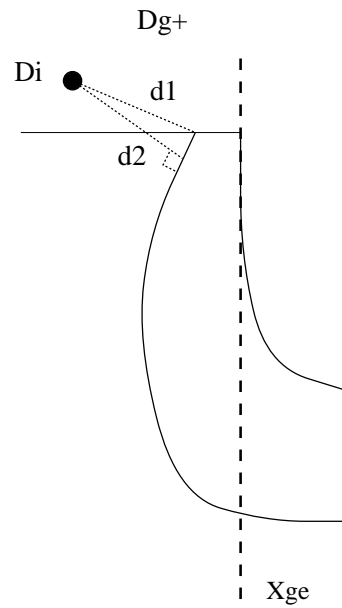


FIG. 2.8 – Illustration des erreurs introduites.

- Soit  $D_i$ , un point de donnée 3D appartenant à  $D_g^+$ . La projection, dans le plan du squelette, de la distance réelle de  $D_i$  à la surface est représentée par  $d_2$ . Suite à la méthodologie adoptée, cette projection est estimée par  $d_1$ .

- Lors du changement de demi-espace du point de donnée  $D_i$ , (de  $D_g^+$  à  $D_g^-$ , par exemple) l'estimation de la "distance" du point à la surface n'est plus continue. C'est pourquoi je parlerai dans la suite de "pseudo-distance".

---

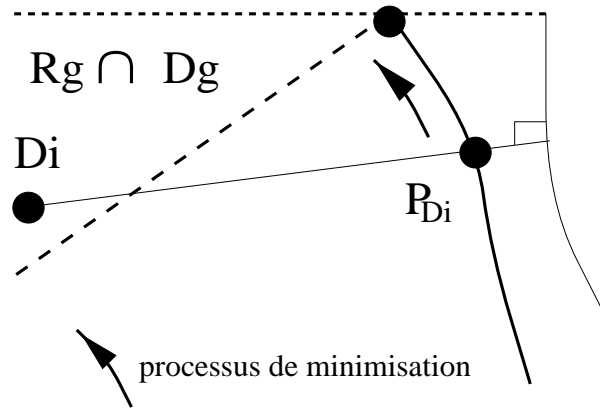


FIG. 2.9 – Des exemples où la projection orthogonale sur la surface n'est pas définie.

Ces exemples font références implicitement aux régions  $R_g$  et  $R_d$  définies précédemment. Pour les régions  $R_g \cap D_g^-$  et  $R_d \cap D_d^+$ , la projection orthogonale est estimée par le résultat de la minimisation local sur le domaine. Cette approche me permet de m'affranchir d'une détermination explicite des régions  $R_g$  et  $R_d$ .

#### 2.3.4.6 Cas de $S_{env}^-$

La distance d'un point  $D_i$  de ce demi-espace est estimée par la distance à son projeté orthogonal, lorsque celui-ci est défini (voir la figure 2.9). Lorsque ce projeté n'est pas défini, il est estimé par le résultat du processus de minimisation (voir le paragraphe suivant).

#### 2.3.4.7 Une évaluation effective de la distance

Dans ce paragraphe, j'explique comment calculer la projection orthogonale d'un point de donnée  $D_i$  sur la surface. Je rappelle au lecteur que cette évaluation n'est réalisée que pour les points  $D_i$  situés dans  $S_{env}^-$  et  $S_e^+$ .

##### Méthodologie :

Soit  $P_{D_i}$ , un point courant non trop éloigné de la projection orthogonale  $P_{D_i}^\perp$  de  $D_i$  (de façon à se positionner dans une cuvette de potentiel). A partir de cette position initiale, par une méthode de minimisation locale de type gradient, je converge en quelques itérations vers la véritable projection  $P_{D_i}^\perp$ . Tout le problème réside dans la détermination de la position initiale  $P_{D_i}$ .

##### La détermination de la position initiale :





|| Suite au choix du paramétrage de la modélisation, cette position initiale est aisément accessible.

Dans un premier temps, je détermine le **plan de paramétrage** contenant  $D_i$ . Ce plan est identifié par son paramètre  $t_i$ . Il est solution de l'équation de degré 7 en  $t$  :

$$\overrightarrow{Proj(D_i)M_e(t)} \cdot \frac{d\overrightarrow{M_e}}{dt} = 0 \quad (2.6)$$

où  $Proj(D_i)$  représente la projection de  $D_i$  dans le plan du squelette.



Cette équation est résolue par des méthodes numériques. Afin de m'affranchir des racines réelles multiples, la racine réelle retenue est celle qui :

- **appartient** à l'intervalle  $[-1, 1]$  ;
- **minimise** la distance de  $Proj(D_i)$  à  $S_e$ . Ce minimum est déterminé, au pire, par 7 évaluations (cas de 7 racines réelles.)

Dans un deuxième temps, je détermine par dichotomie, le point de la superquadrique de ce plan qui minimise la distance à  $D_i$ . Ce point,  $P_{D_i}$  est le **point initial de la descente locale**.

#### La minimisation locale :

A partir de cette position initiale, j'affine mon évaluation par une minimisation locale de type gradient. En effet, la fonction distance  $\mathcal{D}$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{D} : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (t, v) &\longrightarrow \mathcal{D} = \|\overrightarrow{D_i M_i(t, v; X)}\|^2 \end{aligned}$$

où  $M_i(t_i, v_i; X)$  représente le point courant de paramètre  $(t, v)$  de la surface d'instance  $X$ , est différentiable en  $(t, v)$ . Les dérivées partielles de  $\mathcal{D}$  reviennent au calcul des dérivées partielles en  $(t, v)$  du point courant de la surface. Elles sont calculées à l'aide de **Maple V Release IV** après avoir défini la surface conformément à ses équations. Cette approche est illustrée par les figures 2.10 et 2.11.

**Avantage :** le principal avantage de cette méthode réside dans la **détermination exacte** de la distance d'un point à la surface.

**Inconvénient :** l'inconvénient majeur est dû au surcoût de calcul, conséquence de la minimisation locale le long de la surface.

**Une précision** Conformément à la figure 2.9, il existe des cas où cette projection orthogonale n'est pas définie, cas rencontrés aux voisinages des bornes de définition

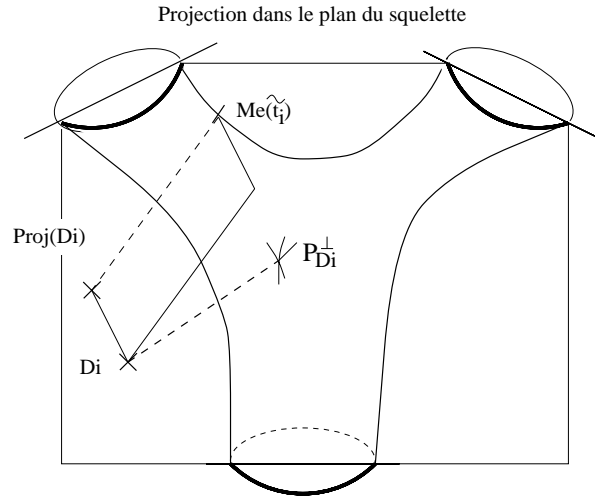


FIG. 2.10 –  $\text{Proj}(D_i)$  est la projection de  $D_i$  dans le plan du squelette.

de la surface. La distance est alors estimée par le résultat de la minimisation locale sur le domaine de définition.



Je contrains le processus de minimisation à rester dans le domaine de définition. Ce procédé est similaire à celui présenté au paragraphe 2.4.

### 2.3.4.8 L'introduction d'une distance approximative

Afin de m'affranchir de l'inconvénient précédemment cité, je me propose, dans un contexte identique, de m'abstenir de l'étape de minimisation locale.



La distance de  $D_i$  à la surface est évaluée par la distance de  $D_i$  à la superquadrique du plan de paramétrage contenant  $D_i$ . Cette approche, optimale en  $O(N_d)$ , est la conséquence du choix de paramétrage planaire de la surface.

#### **Justification :**

L'erreur commise par l'adoption de cette distance approximative tend vers 0 lors de la mise en correspondance du modèle avec les données.

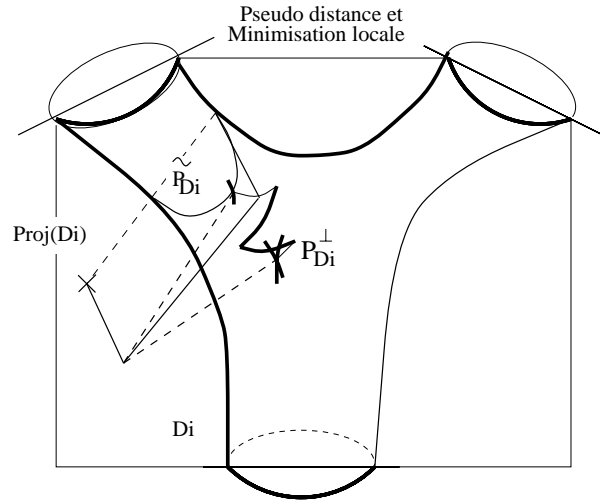


FIG. 2.11 –  $P_{D_i}(t_i, v_i)$  est le point initial de la minimisation locale.

### 2.3.4.9 Une synthèse

Elle porte sur les paramètres  $t_i$  des projections  $P_{D_i}$  des points de données  $D_i$ . Ils permettent en effet d'identifier le plan de paramétrage, donc la superquadrique par rapport à laquelle la distance est calculée. Cette synthèse, détaillée à des fins de compréhension, peut-être simplifiée : en particulier, le lecteur peut noter l'inutilité de la détermination des valeurs numériques  $x_g$  et  $x_d$ . Dans la suite de ce travail, ces valeurs ne seront effectivement pas calculées.

(2.6) fait référence à la solution  $t_i$  sur  $[-1, 1]$ , minimisant la distance à  $\mathbf{S}_e$ , de l'équation (2.6) page 196.  $x_i$  désigne l'abscisse de la projection orthogonale dans le plan du squelette du point de donnée  $D_i$ .

Cas gauche :  $x_i \leq x_{ge}$

	$t_i$	(2.7)
$D_g^-$	(2.6)	
$D_g^+$	-1	

Cas droit :  $x_i \geq x_{de}$

	$t_i$	(2.8)
$D_d^-$	(2.6)	
$D_d^+$	1	

Cas central:  $x_{ge} \leq x_i \leq x_{de}$

		$t_i$	
$S_e^-$		(2.6)	
$S_e^+$		min(1, -1, (2.6))	

(2.9)

### 2.3.5 Sa définition mathématique

La fonctionnelle énergétique  $\mathcal{E}$  est définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} : \mathfrak{R}^{24} &\longrightarrow \mathfrak{R} \\ X &\longrightarrow \mathcal{E} = \sum_{i=1}^{N_d} \| \overrightarrow{D_i P_{D_i}(t_i, v_i, X)} \|^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

où :

- $\mathbf{D}_{i=1..N_d}$  représentent les  $Nd$  points des données ;
- $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{24}\}$ , les 24 paramètres du modèle ;
- $\mathbf{P}_{D_i}(t_i, v_i; \mathbf{X})$ , les projections des  $D_i$  sur la surface ;
- $(t_i, v_i)$ , les paramètres de la projection du point  $D_i$  sur la surface.

## 2.4 Minimisation de la fonctionnelle énergétique

### 2.4.1 Introduction

Différents algorithmes de minimisation multidimensionnels peuvent être adoptés ([PVTFF]). Puisque cette fonctionnelle présente, suite au choix de modélisation de la surface, la sympathique propriété d'être différentiable par rapport à  $X$ , je me suis orienté vers un algorithme de descente selon le gradient.

### 2.4.2 Le calcul du gradient

La forme générique du gradient de  $\mathcal{E}$  est donnée par l'équation 2.11

$$\frac{d\mathcal{E}}{dX_i} = 2 \cdot \overrightarrow{D_i P_{D_i}(t_i, v_i, X)} \cdot \frac{d\overrightarrow{P_{D_i}(t_i, v_i, X)}}{dX_i} \quad (2.11)$$

Le problème revient donc à estimer les dérivées partielles d'un point de la surface par rapport aux paramètres  $X_i$ . Je calcule leurs formulations algébriques à l'aide du logiciel **Maple V Release IV**, après avoir défini la surface conformément à ses équations.

### 2.4.3 L'algorithme de minimisation

#### 2.4.3.1 Son principe

L'algorithme de descente utilisé est celui de Fletcher-Reeves-Polak-Ribiere [PVTFF]. C'est un algorithme itératif qui minimise suivant les directions successives du gradient. Le prin-

cipe de cet algorithme est le suivant :

1. Soit  $X_0$ , le point initial de la minimisation.
2.  $X_{new} \leftarrow X_0$ .
3. Evaluation du gradient de la fonction  $\mathcal{E}(X)$  en  $X_{new}$  :  $\overrightarrow{grad}\mathcal{E}(X_{new})$ .
4. Minimisation de la fonctionnelle  $\mathcal{E}$  suivant la direction du gradient précédemment calculée. Cela revient à minimiser la fonctionnelle uni-dimensionnelle de la variable  $\alpha$  :  $\tilde{\mathcal{E}} = \mathcal{E}(X_{new} + \alpha \cdot \overrightarrow{grad}\mathcal{E}(X_{new}))$ . Elle est minimale pour  $\alpha_{opti}$ .
5.  $X_{new} \leftarrow X_{new} + \alpha_{opti} \cdot \overrightarrow{grad}\mathcal{E}(X_{new})$ .
6. réitérer les étapes 3,...,6 jusqu'à l'obtention d'une norme du gradient inférieure à un certain seuil.

L'originalité de cette méthode de minimisation réside dans le choix de la méthode de minimisation de la fonctionnelle uni-dimensionnelle intermédiaire. Les auteurs ont choisi d'utiliser la méthode de **Brent** (voir [PVTF]) pour la minimisation de la fonctionnelle uni-dimensionnelle. Lors de cette minimisation, l'algorithme fait uniquement appel à la fonction  $\mathcal{E}$  (d'où l'utilité d'une fonctionnelle facilement calculable numériquement).

### 2.4.3.2 Pourquoi une adaptation ?

$\mathcal{E}(X)$  est une fonctionnelle définie sur un domaine contraint (voir le tableau récapitulatif de la page 158). Du fait de ces contraintes, je peux, lors de la descente selon la direction du gradient, être amené à sortir du domaine de définition. Deux possibilités sont envisageables :

1. je ne tiens pas compte des contraintes imposées au domaine, au risque de me trouver confronter à un jeu de paramètre  $X$  inconsistant avec la construction géométrique.
2. je m'efforce d'intégrer ces contraintes dans l'algorithme de minimisation. C'est cette approche que j'ai retenue.

### 2.4.3.3 Comment mettre en oeuvre cette adaptation ?

Différentes attitudes peuvent être adoptées pour l'intégration des contraintes imposées au sein de l'algorithme de minimisation :

1. Arrêt de la minimisation de la fonctionnelle dès l'échappée du domaine. Méthode non retenue.
2. Arrêt de la minimisation de la fonctionnelle uni-dimensionnelle intermédiaire dès l'échappée du domaine ; Calcul d'une nouvelle direction de gradient et minimisation uni-dimensionnelle selon cette direction. Méthode non retenue.

3. Lors de l'échappée, projection de la valeur des paramètres  $X$  dans le domaine contraint avant d'évaluer la fonctionnelle  $\mathcal{E}$ . Poursuite de la minimisation uni-dimensionnelle selon un gradient de dimension diminuée. C'est cette dernière approche que j'ai retenue.



Soit  $X_i$  une composante courante du vecteur de paramètre  $X$  hors du domaine lors de la minimisation intermédiaire. Par projection, j'entends **imposer la borne du domaine la plus proche** à cette composante  $X_i$ .



Ce faisant, poursuivant la descente dans la même direction, selon un même sens, cette composante reste constante car projetée sur la même valeur du domaine. Tout se passe comme-ci la composante correspondante du gradient était nulle. C'est ce que j'entends par **gradient de dimension diminuée**. En fait, cette approche peut-être vue comme **une méthode de descente multidimensionnelle à dimension adaptative**.

## 2.5 Résultats

Cette partie succincte présente les illustrations des résultats obtenus. Le lecteur pourra se référer à l'article [MGCB98].

Je profite aussi de cette partie pour proposer au lecteur des pistes pour l'amélioration des résultats obtenus.

### 2.5.1 Présentation des résultats

Ils sont présentés par les figures 2.12, 2.13 et 2.14.

La légende de la figure 2.12 est la suivante :

**Colonne de gauche, cadre supérieur :** Visualisation de la surface initiale discrétisée suivant les plans de paramétrage.

**Colonne de gauche, cadre médial :** Visualisation des points de donnée avec superposition du squelette de la surface initiale. Cette surface est manuellement positionnée sur les points de données.

**Colonne de gauche, cadre inférieur :** Visualisation de la surface initiale et de la "distance" des points de donnée à cette surface.

**Colonne de droite, cadre supérieur :** Visualisation de la surface finale discrétisée suivant les plans de paramétrage.

**Colonne de droite, cadre médial :** Visualisation des points de donnée avec superposition du squelette de la surface finale.

**Colonne de droite, cadre inférieur :** Visualisation de la surface finale et de la "distance" des points de donnée à cette surface.

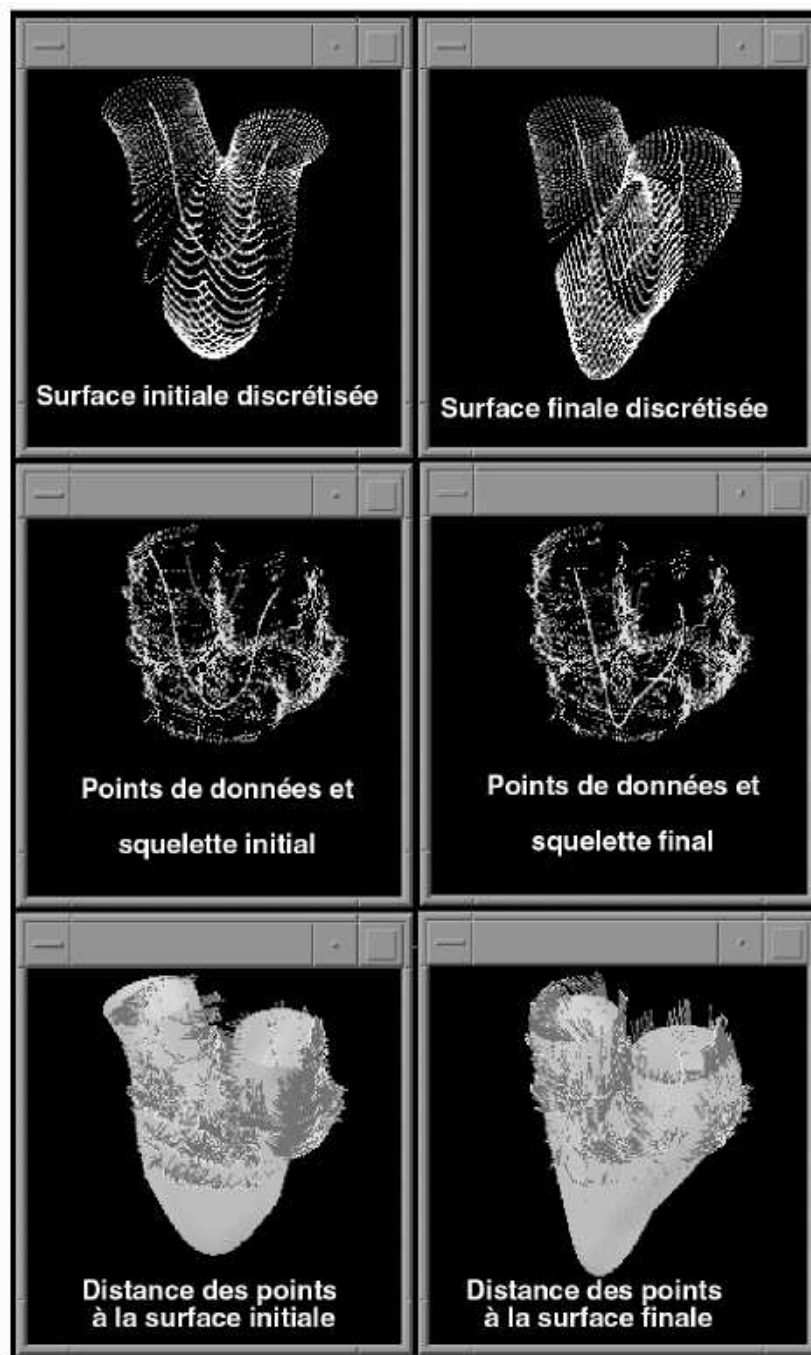


FIG. 2.12 – Premiers résultats.

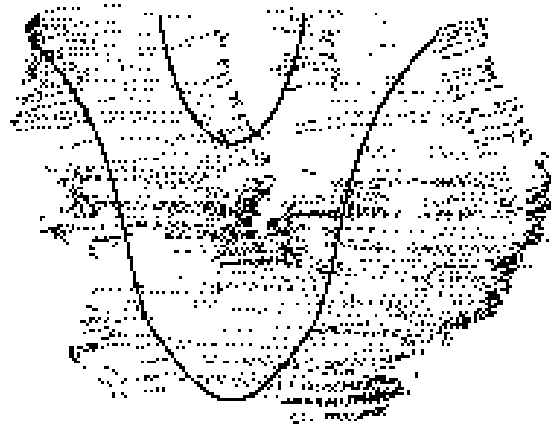


FIG. 2.13 – Visualisation du squelette de la surface initiale sur les données.

---

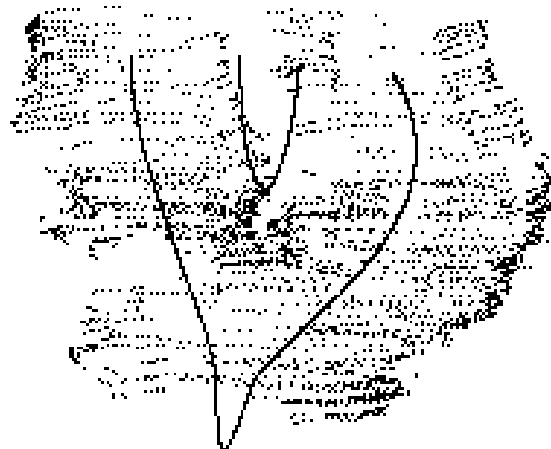


FIG. 2.14 – Visualisation du squelette de la surface finale sur les données.

---



Au cours du processus de minimisation, la pseudo-distance, évaluée dans le *référentiel du modèle* , varie de 1.17 à 0.56.

Les déplacements du squelette dans le nuage des données sont mieux visualisés par les figures 2.13 et 2.14. Elles montrent, en particulier un meilleur positionnement du squelette du modèle sur les données.

## 2.5.2 Une analyse de ces résultats avec de possibles améliorations

1. Aucune distinction n'est faite entre les paramètres des transformations rigides spatiales et les paramètres de formes. En particulier, il peut y avoir une "compétition" entre le paramètre d'échelle  $S$  et les paramètres  $a_1, a_2, a_3$  du squelette externe. Une minimisation de ces paramètres par des processus distincts pourrait améliorer la minimisation. Ce point sera abordé dans la partie IV de ce rapport.
2. La mise en correspondance est très dépendante de la densité des informations le long des différentes branches. Par-là, j'entends que la hauteur de section des informations se rapportant aux trois branches de la bifurcation, et plus particulièrement la hauteur **relative** de section des informations se rapportant respectivement aux branches latérales et à la branche centrale peut avoir des conséquences sur le résultat de la mise en correspondance.



Par exemple, une section supérieure des données (en rapport avec les branches latérales de la bifurcation) à 2cm de la bifurcation associée à une section inférieure des données (en rapport avec la branche centrale de la bifurcation) à 1cm donnera des résultats différents d'une section des données (se rapportant aux branches) latérales à 1cm et d'une section des données (se rapportant aux branches) centrales de 2cm.

Ceci est la conséquence de la méthodologie adoptée : lors de la minimisation, **tous** les points sont pris en compte et chaque point est porteur d'une même "densité" d'information. La pondération des distances à la surface pourrait sûrement améliorer la mise en correspondance, notamment au voisinage de la bifurcation (augmentation du poids des points contenus dans une sphère centrée sur le point le plus déclive du squelette externe). Typiquement, le résultat précédemment obtenu pourrait être le point de départ d'une minimisation pondérée (la bifurcation étant mieux identifiée par cette première minimisation).

En poussant le raisonnement plus loin, il pourrait être à l'origine d'un processus récursif à pondération croissante au voisinage du point le plus déclive du squelette externe, permettant une identification de plus en plus précise de la bifurcation.

D'autres approches peuvent naturellement être envisagées : amélioration de la fonctionnelle énergétique, liaison des pondérations aux paramètres de la modélisation . . .



En faisant un lien avec la réalité médicale, le point le plus déclive du squelette externe est **l'origine du référentiel reproductible** permettant l'obtention d'une étude plus objective de l'artère carotide.

3. Pour compléter la remarque précédente, il serait intéressant **d'évaluer l'impact de la position initiale** sur le résultat de la mise en correspondance.

4. La méthodologie n'a été appliquée que sur une unique séquence. Il conviendrait de la tester plus amplement sur d'autres séquences.

## 2.6 Conclusion

Deux difficultés majeures étaient incontournables pour la mise en correspondance du modèle avec les données segmentées de la bifurcation.

La première consistait à l'établissement d'un lien entre les données et la surface modélisée. Il est établi par une fonctionnelle  $\mathcal{E}$  des 24 paramètres  $X$  de la surface. Je la définis comme la somme des distances euclidiennes des points de données à la surface. Suite à une analyse plus précise de la distance d'un point à la surface, j'ai montré, dans un premier temps, qu'il me fallait tenir compte de la spécificité de la modélisation représentée par l'ouverture de la surface au niveau de ses extrémités latérales. Puis, cherchant à déterminer de façon exacte la distance d'un point à la surface dans des régions de l'espace compatibles, je me suis intéressé à la détermination de la projection orthogonale d'un point de données sur la surface. J'ai alors été amené à définir une distance approximative, directement liée au choix du paramétrage adopté. Sa grande qualité réside dans sa rapidité d'obtention, qualité nécessaire à toute évaluation numérique de la fonctionnelle  $\mathcal{E}$ .



La seconde concernait le choix de la méthode de minimisation. Puisque, suite aux choix de modélisation, la surface est différentiable par rapport aux paramètres  $X$ , j'ai naturellement opté pour une méthode de descente selon le gradient. Il est calculé par le logiciel *MapleV Release IV*. Néanmoins, j'ai dû remanier la méthode de Fletcher-Reeves-Polak-Ribiere afin d'intégrer les contraintes imposées au domaine de variation des paramètres. Une projection sur le domaine me conduit ainsi à une méthode de descente multidimensionnelle à gradient de dimension adaptative.

Enfin, j'ai décrit mes premiers résultats, démontrant la faisabilité de la mise en correspondance du modèle avec les données. Non parfaite, j'ai identifié certaines des difficultés liées à la méthodologie adoptée et proposé au lecteur des pistes pour son amélioration. Celles-ci n'ont pas été implémentées. J'ai en effet préféré m'orienter vers un modèle actif déformable. Il est présenté dans le chapitre suivant.

# Bibliographie

- [Bes88] P.J. Besl. Geometric modelling and computer vision. *Proc. IEEE*, 76(8) :936–958, 1988.
- [BNA95] S. Benayoun, C. Nastar, and N. Ayache. Dense non-rigid motion estimation in sequence of 3d images using differential constraints. *CVRMed*, 1995.
- [CC92] L.D. Cohen and I. Cohen. Deformable Models for 3D Medical Images using Finite Element and Balloons. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'92)*, pages 592–598, June 1992.
- [CH97] G. Champleboux and D. Henry. Parametric two-dimensional b-spline, representation of vein and artery from 2.5d echography used to aid virtual echography. *CVRMed-MRCAS'97-LNCS*, pages 285–294, 1997.
- [Cha91] G. Champleboux. *Utilisation des fonctions splines pour la mise au point d'un capteur tridimensionnel sans contact: quelques applications medicales (in french)*. PhD thesis, Grenoble University, July 1991.
- [CHTH94] T.F. Cootes, A. Hill, C.J. Taylor, and J. Haslam. The use of active shape models for locating structures in medical images. *Image and Vision Computing*, 12(6) :355–366, July 1994.
- [CPJT95] T.F. Cootes, G.J. Page, C.B. Jackson, and C.J. Taylor. Statistical grey-level models for object location and identification. *Proc. British Machine Vision Conference, (Ed. D.Pycock) BMVA Press.*, pages 533–542, 1995.
- [CT94] T.F. Cootes and C.J. Taylor. Modelling object appearance using the grey-level surface. *Proc. British Machine Vision Conference*, pages 479–488, 1994.
- [CTCG92] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper, and J. Graham. Training models of shape from sets of examples. *Proc. British Machine Vision Conference, Leeds*, pages 9–18, 1992.
- [CTL94] T.F. Cootes, C.J. Taylor, and A. Lanitis. Active shape model: Evaluation of a multi-resolution method for improving image search. *Proc. British Machine Vision Conference, Ed. E.Hancock BMVA Press.*, 1 :327–336, 1994.
- [Dan80] P.-E. Danielson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, 14 :227–248, 1980.
- [FL98] M. Fleute and Stephane Lavallee. Building a Complete Surface Model from Sparse Data Using Statistical Shape Models: Application to Computer Assisted Knee Surgery. In W. M. Wells, A. Colchester, and S. Delp, editors,

- Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention- MICCAI'98*, pages 880–887. Springer Verlag, October 1998.
- [HCT92] A. Hill, T.F. Cootes, and C.J. Taylor. A generic system for image interpretation using flexible templates. *Proc. British Machine Vision Conference, Leeds*, pages 276–285, 1992.
- [HTC92] A. Hill, C.J. Taylor, and T. Cootes. Object recognition by flexible template matching using genetic algorithms. *Proc. European Conference on Computer Vision (G.Sandini. Ed.)*, pages 852–856, 1992.
- [JNM<sup>+</sup>96] V. Juhan, B. Nazarian, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, and J. Sequeira. Geometrical modelling of abdominal aortic aneurysms. *CVRED-MRCAS*, pages 243–252, 1996.
- [MFF<sup>+</sup>93] E. Maurincomme, D. Friboulet, G. Finet, I. Magnin, and J.H.C. Reiber. Adder: a snake-based segmentation approach for intravascular ultrasound images: Techniques and application. *Proceedings of the 2nd conference on Digital Image Computing*, pages 422–429, December 1993.
- [MG95] A. Moreau-Gaudry. *Dea de mathématiques appliquées : segmentation automatique d'images dynamiques échographiques*. 1995.
- [MGCB98] A. Moreau-Gaudry, P. Cinquin, and J.P. Baguet. A new branching model: Application to carotid ultrasonic data. pages 1049–1056, 1998.
- [MT96] T. McInerney and D. Terzopoulos. Deformable models in medical image analysis: a survey. *Medical Image Analysis*, 1(2):91–108, 1996.
- [Nas94] C. Nastar. *Modèles physiques déformables et modes vibratoires pour l'analyse du mouvement non-rigide dans les images multidimensionnelles. Thèse : spécialité Mathématiques, Informatique*, Juillet 1994.
- [NJM<sup>+</sup>96] B. Nazarian, V. Juhan, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, , and J. Sequeira. Modélisation tridimensionnelle des anévrismes aortiques. *Innov. Techn. Biol. Med*, 17(5):431–441, 1996.
- [NMP96a] C. Nastar, B. Moghaddam, and A. Pentland. Generalized image matching: Statistical learning of physically-based deformations. *Proceedings of the Fourth European Conference on Computer Vision ECCV'96*, April 1996.
- [NMP96b] C. Nastar, B. Moghaddam, and A. Pentland. Generalized matching for recognition and retrieval in an image database. *Proceedings of the Third International Conference: Communicating by Image and Multimedia*, May 1996.
- [PVTf] W.H. Press, W.T. Vetterling, S.A. Teukolsky, and B.P. Flannery. *Numerical recipes in c: Second edition*.
- [PW89] A. Pentland and J. Williams. Good Vibrations: Modal Dynamics for Graphics and Animation. *Computer Graphics (SIGGRAPH'89)*, 23(3):215–222, July 1989.
- [SB90] F.S. Solina and R. Bajcsy. Recovery of parametric models from range images. The case of superquadrics with global deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(2):131–146, 1990.

- 
- [SD92] L.H. Staib and J.S. Duncan. Boundary finding with parametrically deformable model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:1061–1075, November 1992.
- [SD96] L.H. Staib and J.S. Duncan. Model-based deformable surface finding for medical images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15:720–731, October 1996.
- [TM91] D. Terzopoulos and D. Metaxas. Dynamic 3D models with local and global deformations: Deformable superquadrics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7):703–714, July 1991.



# Chapitre 3

## Un modèle de surface active

### Objectifs du chapitre



Dans ce chapitre, je rapporte une seconde méthode de passage du monde de la modélisation au monde réel des données de l'artère carotide.

Contrairement à l'approche "extraction puis ajustement" présentée dans le chapitre précédent, je présente maintenant la réalisation d'un **modèle actif déformable**.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>212</b>
3.1.1	Repositionnement de la problématique	212
3.1.2	Un modèle de surface active	213
3.1.3	Avantages et inconvénients	213
3.1.3.1	Les avantages	213
3.1.3.2	Les inconvénients	214
3.1.4	Une comparaison entre "modèle actif" et "extraction puis ajustement"	214
<b>3.2</b>	<b>Données et Modélisation</b>	<b>215</b>
3.2.1	Les données	215
3.2.2	La position initiale du modèle	215
<b>3.3</b>	<b>Détermination des intersections de la surface avec les plans de données</b>	<b>215</b>
3.3.1	Pourquoi le calcul des intersections?	215
3.3.2	Une première approche discrète ... non retenue	216
3.3.2.1	Méthodologie	216
3.3.2.2	Les avantages	216
3.3.2.3	Les inconvénients	216



---

3.3.3	Un calcul exact des intersections . . . . .	217
3.3.3.1	Sa définition mathématique . . . . .	217
3.3.3.2	Un algorithme de calcul . . . . .	217
3.3.3.3	L'initialisation de l'algorithme . . . . .	218
3.3.3.4	Une itération de l'algorithme . . . . .	219
3.3.3.5	Un critère d'arrêt . . . . .	222
3.3.3.6	Calcul des points initial et final du processus itératif	222
3.3.3.7	Quelques précisions . . . . .	224
3.3.3.8	Synthèse . . . . .	224
<b>3.4</b>	<b>Détermination des déplacements élémentaires au voisinage des intersections . . . . .</b>	<b>224</b>
3.4.1	Introduction . . . . .	224
3.4.2	Un rappel des différentes approches "bas niveaux" présentées dans la littérature . . . . .	225
3.4.2.1	Des outils de bas niveau pour une approche de type <i>contour</i> . . . . .	225
3.4.2.2	Des outils de bas niveaux pour une approche de type <i>région</i> . . . . .	227
3.4.2.3	Autres outils . . . . .	228
3.4.3	Calcul des déplacements élémentaires $\overrightarrow{dM}_i$ par une approche de type "région" . . . . .	228
3.4.3.1	Caractérisation de la région $\mathcal{C}_u$ . . . . .	228
3.4.3.2	Initialisation . . . . .	229
3.4.3.3	Calcul de $\overrightarrow{dM}_i$ . . . . .	229
3.4.3.4	Pondération des déplacements $dM_i$ . . . . .	230
3.4.3.5	Synthèse . . . . .	230
<b>3.5</b>	<b>Calcul du déplacement élémentaire <math>dX</math> des paramètres de forme . . . . .</b>	<b>232</b>
3.5.1	Position du problème . . . . .	232
3.5.2	Calcul effectif . . . . .	232
<b>3.6</b>	<b>Synthèse . . . . .</b>	<b>233</b>
<b>3.7</b>	<b>Résultats . . . . .</b>	<b>234</b>
3.7.1	Les résultats obtenus . . . . .	234
3.7.2	Une Analyse . . . . .	237
<b>3.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>238</b>

---

## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Repositionnement de la problématique

L'objectif à terme de ce travail consiste à **localiser** la bifurcation au sein d'acquisitions échographiques. La topologie caractéristique de la bifurcation étant considérée comme une

**forte** information a priori susceptible d'aider à sa localisation, j'ai construit un modèle de topologie compatible. Il se présente sous la forme d'une fonction  $\mathbf{f}$  de  $\mathbb{R}^{24} \times \mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^3$ .

L'étape suivante consiste à **caractériser mathématiquement** le résultat recherché. Les outils mathématiques offrant de puissants algorithmes de minimisation (descente de gradient, recuit simulé ...), ce résultat est classiquement défini comme le minimum sur  $\mathbb{R}^{24}$  d'une fonctionnelle  $\mathcal{F}$  de  $\mathbf{f} : \mathcal{F}(\mathbf{f})$ . Toute la difficulté réside alors dans la **bonne définition** de la fonctionnelle  $\mathcal{F}$  à minimiser : idéalement, au voisinage du minimum local recherché, elle doit se présenter comme une large cuvette de potentiel. C'est rarement le cas dans la pratique courante.

Dans la suite de ce travail, la stratégie adoptée s'est inspirée de celle utilisée par les **modèles** de formes ou de contours **actifs** présentée dans le chapitre précédent (page 179 et page 182) : le modèle actif, guidé par l'information image locale, se déforme jusqu'à l'atteinte de sa position d'équilibre.



Dans les modèles de contours actifs, la position d'équilibre est définie comme un extremum de l'énergie du contour au sein de l'information image.



Dans les modèles de formes actives (*MFA*), la fonctionnelle énergétique peut-être conçue comme une norme des déplacements des paramètres de la modélisation. Idéalement, sa nullité caractérise la position d'équilibre (arrêt des "vibrations" des paramètres du modèle au niveau de la position d'équilibre).

### 3.1.2 Un modèle de surface active

Par **modèle de surface active**, j'entends une surface capable de se déformer sous l'action d'une **force image locale**, force image établie suite à l'**extraction locale** de l'information image, au voisinage de la surface modélisée. Cette force est à l'origine de la **déformation globale** du modèle. La surface déformée est alors à l'origine d'une nouvelle extraction (plus pertinente) de l'information image donc d'une nouvelle force image locale, elle même à l'origine d'une nouvelle surface globalement déformée .... Ce cycle, ainsi défini, est réitéré jusqu'à l'obtention de la **position d'équilibre**.

### 3.1.3 Avantages et inconvénients

#### 3.1.3.1 Les avantages

Ils reposent sur :

- la **facilité d'incorporation** de nouvelles informations a priori supplémentaires, lors du processus de prise en compte de l'information image locale à la surface ;
- la **simplicité du critère d'arrêt** du processus. En effet, suivant l'approche développée dans les modèles de formes actives, le modèle sera considéré à l'équilibre

lorsque les déformations des paramètres du modèle ne seront plus "significatives".

### 3.1.3.2 Les inconvénients

Son principal inconvénient est lié à la "simplicité" du critère d'arrêt et à la notion de déformations "significatives". En fait, **La difficulté sous-jacente à ce critère provient de la nécessité d'absence d'ambiguïté sur l'information image recherchée.** Cette "force" image locale doit effectivement entraîner **l'immobilisation** du modèle sur le contour recherché.

Au cours de ce travail, cette force sera progressivement améliorée par l'incorporation d'informations a priori supplémentaires responsables de la caractérisation, idéalement univoque, de l'objet recherché.

### 3.1.4 Une comparaison entre "modèle actif" et "extraction puis ajustement"

Comparativement à l'approche *extraction puis ajustement par deux processus consécutifs*, un modèle actif déformable de la bifurcation présente les avantages liés à la **coopération** des deux processus :

1. il réalise un **filtre indirect de l'information image** suite à l'information a priori intrinsèque contenue dans la modélisation ;
2. il **peut inclure les processus d'extraction automatiques de bas niveau** (locaux ou globaux) rencontrés dans les approches type "extraction puis ajustement". Mieux, il peut les **enrichir** par filtrage de l'information obtenue grâce à l'information a priori intrinsèque contenue dans la modélisation ;
3. par l'extraction locale de l'information image, il **sélectionne**, dans le volume image, **uniquement** les informations qui se rapportent à sa déformation globale courante.



Les implications de cette simple constatation ne sont pas anodines. La problématique sous-jacente peut être exposée de la façon suivante: soit un volume échographique normalisé ( $5cm^3$  par exemple) contenant une bifurcation, les points de contours de la bifurcation étant segmentés.



Dans l'approche évoquée dans le précédent chapitre, par la participation de **tous** les points à la mise en correspondance du modèle avec ces données, une position différente de la réelle bifurcation au sein de ce volume image entraîne une mise en correspondance différente du modèle avec les données (d'où la proposition d'une approche récursive à pondération croissante centrée sur le sommet de la bifurcation).



Par une approche par modèles actifs se déformant de façon itérative, tous les points de contours ne participent pas (lors d'une itération) à la déformation du modèle : en raison de l'interaction *sélection/déformation*, le modèle réalise une sélection propre à chaque itération de points de contours segmentés, quitte à en rejeter certains et à en sélectionner d'autres lors de l'itération suivante. Il peut ainsi s'affranchir d'informations parasites (relativement à son information a priori intrinsèque) et se déplacer plus "librement" dans le volume image.

## 3.2 Données et Modélisation

### 3.2.1 Les données

Les images échographiques utilisées dans ce chapitre ont été obtenues par une méthodologie identique à celle du précédent chapitre (balayage transversal de l'artère carotide). Néanmoins, ces images ne sont pas segmentées : le modèle actif extraira l'information de façon autonome.

### 3.2.2 La position initiale du modèle

La méthodologie est similaire à celle présentée dans le chapitre précédent :

- sélection des quatre points caractéristiques de la bifurcation ;
- localisation spatiale des images et de la surface dans un même référentiel  $Ref_{Opto}$  lié au localisateur.

## 3.3 Détermination des intersections de la surface avec les plans de données

### 3.3.1 Pourquoi le calcul des intersections ?

Seuls les points d'intersection de la surface avec les plans échographiques possèdent une information image. C'est elle qui est à l'origine des déplacements locaux de la surface.



Ce calcul est la conséquence directe d'une **anisotropie** de la résolution spatiale de l'information : le système d'acquisition décrit permet la localisation 3D des plans échographiques dans l'espace (acquisition 2.5D) mais ne donne pas accès à une information de densité *volumique* à proprement parler.



Une solution à ce problème consiste à réaliser l'interpolation du volume image (voir par exemple [CGML87] et [Ion98]). Néanmoins, parce que cette interpolation ne semble pas triviale dans le cas général de coupes spatiales quelconques (acquisitions transversales et longitudinales), et parce que le volume calculé souffre souvent d'informations inter coupes dégradées, j'ai préféré m'orienter vers une méthodologie travaillant sur un "volume image" non remanié.

Deux méthodes de calcul d'intersections sont envisagées dans la suite de cet exposé : la première, discrète, n'a pas été retenue du fait de son résultat approximatif. La seconde, basée sur une approche plus mathématique, offre une solution exacte (à la précision machine près).

### 3.3.2 Une première approche discrète . . . non retenue

#### 3.3.2.1 Méthodologie

La surface est échantillonnée en  $N_p$  points. Pour chaque point  $E_i$  de l'échantillon, je calcule sa projection orthogonale  $E_i^\perp$  dans le plan échographique  $P_i$  le plus proche. Le contour d'intersection de la surface avec un plan image est ensuite approché par l'ensemble des projections  $E_i^\perp$  dans ce plan.



Afin de m'affranchir de contours d'intersection trop aberrants, je prends en compte uniquement les points de l'échantillon dont la distance au plan le plus proche est inférieure à un certain seuil (typiquement 1mm).

#### 3.3.2.2 Les avantages

La méthodologie est **très simple** à mettre en œuvre. Elle permet de prendre en compte **tous les types d'intersection** de la surface avec un plan de l'espace.

#### 3.3.2.3 Les inconvénients

- Ce sont ceux, précédemment cités au paragraphe 2.3.3.1), liés à l'échantillonnage.
- Le calcul des intersections n'est pas exact : la précision du calcul dépend de la densité de l'échantillonnage. Celui-ci devient rapidement volumineux lors d'une détermination plus "précise" des intersections.

### 3.3.3 Un calcul exact des intersections

#### 3.3.3.1 Sa définition mathématique

Soient :

- $P$ , le plan de l'espace représentatif d'un plan échographique ; il est entièrement défini par  $P_p \in P$ , un point de  $P$ , et  $\vec{P}_n$  son vecteur normal unitaire ;
- $\mathbf{M}(t, v)$ , le point courant de la surface  $\mathbf{S}$  ;
- $\mathcal{I}$ , l'intersection du plan  $P$  avec  $\mathbf{S}$  ;

Déterminer  $\mathcal{I}$  revient à déterminer l'ensemble des points  $\mathbf{M}(t, v)$  situées à une distance (signée) nulle du plan  $P$  c'est à dire à déterminer l'ensemble  $\mathcal{I}_{t,v}$  des couples  $(t, v)$  du domaine de paramétrage défini par l'équation (3.1) suivante :

$$\mathcal{I}_{t,v} = \{ (t, v) \in [-1, 1] \times [-\pi, \pi] \mid \overrightarrow{M(t, v)P_p} \cdot \vec{P}_n = 0 \} \quad (3.1)$$



La distance signée  $d_{+/-}$  d'un point  $M$  de l'espace au plan  $P$  est définie par l'équation 3.2 :

$$d_{+/-} = \overrightarrow{MP_p} \cdot \vec{P}_n \quad (3.2)$$

#### 3.3.3.2 Un algorithme de calcul

Les caractéristiques de cet algorithme sont les suivantes :

- il détermine  $\mathcal{I}$  par **suivi** du contour d'intersection, de proche en proche, à partir d'un point initial y appartenant ;
- il est basé sur le **calcul de la distance signée** de points de la surface  $\mathbf{S}$  au plan  $\mathcal{P}$  ;
- il est **itératif** ;
- il travaille dans **l'espace 2D des paramètres**  $(t, v)$  ;
- le pas de déplacement  $\mathbf{p} = \{d\mathbf{t}, d\mathbf{v}\}$  de l'espace des paramètres est **adaptatif** afin de tenir compte de l'absence de relation isométrique entre cet espace et la surface engendrée ;
- à chaque itération, **la direction de calcul**  $\vec{dir}$  dans l'espace des paramètres, du contour courant, est mémorisée pour s'abstenir de tout parcours redondant.

Les paragraphes suivants (3.3.3.3  $\rightarrow$ , 3.3.3.7) détaillent la mise en œuvre de cet algorithme. Le cas échéant, ils peuvent être laissés de côté lors d'une première lecture.

### 3.3.3.3 L'initialisation de l'algorithme

Son principe est illustré par la figure 3.1. Au cours de cette étape, je détermine, dans un premier temps :

1. un **point initial**  $\mathbf{A} = (t_{\mathbf{A}}, v_{\mathbf{A}})$  de l'espace des paramètres appartenant à l'ensemble  $\mathcal{I}_{(t,v)}$  recherché ; sa détermination fera l'objet d'un paragraphe particulier.
2. le **pas adaptatif**  $p$  ;



Soit  $p_0$  un premier pas. Par changements itératifs d'échelle (multiplication ou division par un facteur 2), je calcule le pas  $p_{max}$  tel que :

$$\|\overrightarrow{M(A)M(A + p_{max})}\| < d_{seuil}$$

où  $d_{seuil}$  est un multiple de la taille réelle d'un pixel (selon le degré de précision recherché).



Je choisis alors  $\mathbf{p} : \mathbf{p} = \min \{\mathbf{p}_{max}, (\mathbf{1e}^{-2}, \mathbf{1e}^{-2})\}$ . Un pas de déplacement trop grand peut, en effet, engendrer des erreurs dans la détermination de l'intersection, par **perte du contour suivi**. Au voisinage de  $t = 0$ , du fait de la forte variation de courbure du squelette externe, j'affine le pas en imposant  $\mathbf{p} : \mathbf{p} = \min \{\mathbf{p}_{max}, (\mathbf{1e}^{-3}, \mathbf{1e}^{-3})\}$ .

3. la **carte 2D des distances signées** au voisinage de  $A$  ;



Le voisinage du point initial  $A$  est représenté par les couples de paramètres :

$$\{ (t_A + i * dt; v_A + j * dv) \forall (i, j) \in \{-1, 0, 1\}^2 ; (i, j) \neq (0, 0) \}.$$

Les distances signées sont calculées pour les points de la surface associés à ces paramètres.

4. un des deux **changements de signe** de cette carte ;



Il localise le changement de demi-espace des points de la surface, donc la position des paramètres des nouveaux points d'intersection. Ce changement de signe a lieu pour des points de paramètres adjacents, donc pour des variations d'une seule des deux composantes du couple.

Supposons, pour la compréhension, qu'il s'agisse de points 2D :

$$A1 = (t_A + dt, v_A) \text{ et } A2 = (t_A + dt, v_A + dv)$$

5. je détermine, avec **exactitude**, le point 2D  $\mathbf{B} = (\mathbf{t}_B, \mathbf{v}_B)$  de l'espace des paramètres correspondant au changement de signe retenu. C'est le nouveau point du contour d'intersection.



La détermination exacte des paramètres du nouveau point d'intersection est calculée par la méthode de BRENT, algorithme de minimisation unidimensionnel (voir [PVTf]).

Dans l'exemple introduit précédemment, le changement de signe, donc le nouveau point de contour se situe sur le segment  $[A_1, A_2]$ . La fonction unidimensionnelle à minimiser est la fonction  $f(v)$  définie par l'équation (3.3). Elle est minimisée dans l'intervalle  $[v_A, v_A + dv]$ .

$$f(v) : v \rightarrow f(v) = (\overrightarrow{M(t_A + dt, v)P_p} \cdot \overrightarrow{P_p}^n)^2 \quad (3.3)$$

Dans un deuxième temps, je mémorise :

- le point courant dans  $P_{old} : P_{old} \leftarrow B$  ;
- la direction de provenance (direction de calcul dans l'espace des paramètres qui m'a amené à calculer  $B$ ) :  $\overrightarrow{dir} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|AB\|}$ .

### 3.3.3.4 Une itération de l'algorithme

Ce processus est analogue à l'initialisation. La seule différence réside dans la prise en compte de la direction de provenance  $\overrightarrow{dir}$  afin d'éviter toute redondance dans la détermination de l'intersection. Il est présenté par la figure 3.2.

1. **Ajustement du pas adaptatif p.**
2. **Calcul de la carte 2D des distances signées** au voisinage de  $\mathbf{P}_{old}$ .
3. **Localisation approximative** du nouveau point d'intersection **en tenant compte de la direction de provenance**  $\overrightarrow{dir}$ .



Cette localisation est effectuée par maximisation du produit scalaire des directions potentielles normalisées de calcul avec la direction de provenance. Elle m'assure ainsi de toujours parcourir la courbe d'intersection dans le **même sens** (voir la figure 3.2).

4. **Détermination exacte** du nouveau point  $\mathbf{P}_{new} \in \mathcal{I}_{t,v}$  par minimisation locale d'une fonctionnelle unidimensionnelle.
5. **Mémorisation de la nouvelle direction de provenance**  $\overrightarrow{dir} = \frac{\overrightarrow{P_{old}P_{new}}}{\|P_{old}P_{new}\|}$ .
6. **Mémorisation du nouveau point courant**  $\mathbf{P}_{old} \leftarrow \mathbf{P}_{new}$ .



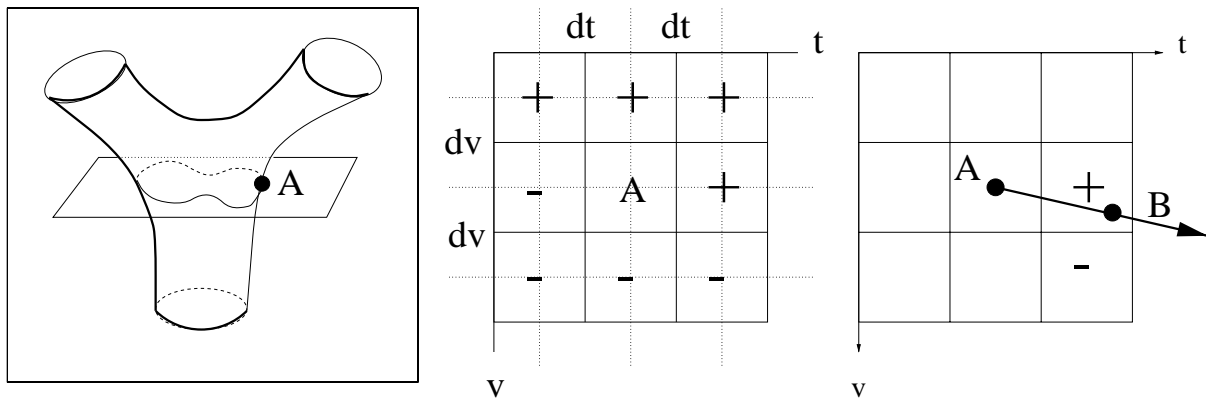


FIG. 3.1 – Initialisation de l’algorithme de calcul de l’intersection de la surface avec un plan.

*Partie gauche :* visualisation du point initial  $A$  du contour d’intersection

*Partie médiane :* représentation de la carte 2D de distance signée dans l’espace des paramètres  $(t, v)$  au voisinage de  $A$ .

*Partie droite :* localisation exacte du nouveau point de contour  $B$ , et visualisation de la direction de provenance pour l’itération suivante  $\vec{dir} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$ .

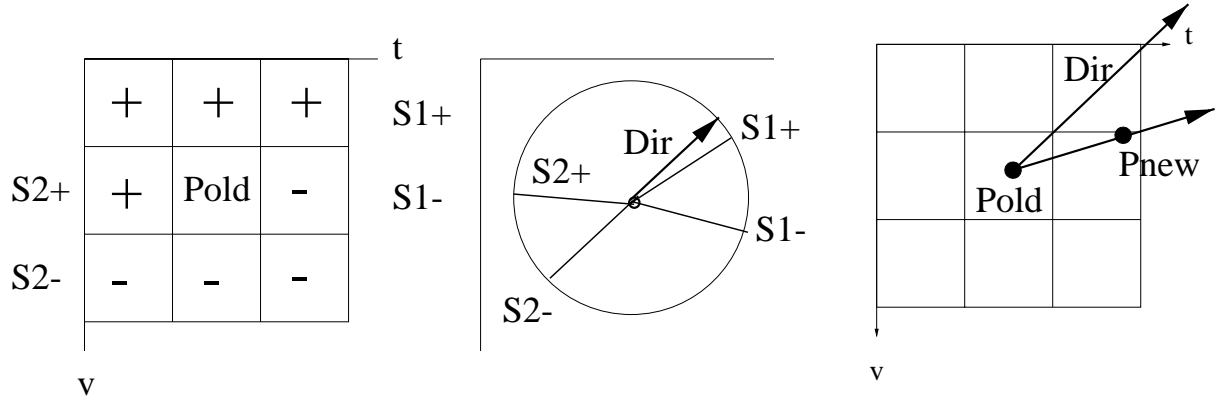


FIG. 3.2 – Itération de l’algorithme de calcul de l’intersection de la surface avec un plan.

**Partie gauche :** calcul de la carte de distance 2D au voisinage des paramètres  $P_{old}$  du point courant d’intersection et identification des couples de points 2D  $\{S_i^+, S_i^-\}$   $i = 1..2$ . Ces couples sont composés des points 2D situés de part et d’autre des changements de signes de la carte de distance. Le choix de l’un de ces deux couples de points définira la fonctionnelle unidimensionnelle à minimiser (fonction de  $v$  ou de  $t$ ) et les bornes de l’intervalle sur lequel sera minimisée cette fonctionnelle.

**Partie médiale :** représentation de la direction de provenance  $\vec{dir}$  et des directions normalisées  $\vec{S}_i^+, \vec{S}_i^-$   $i = 1..2$  associées aux couples de points précédemment définis. Le couple de points choisi (i.e. le changement de signe) est celui qui maximise la somme des produits scalaire des directions associées avec la direction de provenance (dans notre exemple, le couple  $S_1^+, S_1^-$ ). Par minimisation de la fonctionnelle associée (ici, fonction de  $v$ ), je détermine le nouveau point 2D  $P_{new}$ .

**Partie droite :** représentation du nouveau point d’intersection  $P_{new}$  et de la nouvelle direction normalisée de provenance  $\vec{dir}$ . Le processus est alors réitéré en  $P_{new}$

### 3.3.3.5 Un critère d'arrêt

Sa fonction est d'empêcher le processus de boucler indéfiniment (par exemple lors d'un suivi d'une courbe d'intersection fermée). J'ai contraint le processus à parcourir le contour entre deux points **initial** et **final**. Je lui impose de s'arrêter :

- lorsque la distance entre les points 3D courant et final est inférieure à un certain seuil  $s$ , c'est à dire lorsque le point courant est dans la boule de centre le point final et de rayon  $s$ . Je préciserai le choix du point 3D final dans le paragraphe 3.3.3.6.



Le seuil  $s$  choisi est le double de la distance entre les deux premiers points initiaux, soit, avec la symbolique précédemment adoptée :

$$s = 2\|M(t_A, v_A)M(t_B, v_B)\|.$$

- lorsque je suis au bord du domaine en  $t$ . Ce cas particulier est utile pour prendre en compte les intersections des extrémités ouvertes avec un plan.

### 3.3.3.6 Calcul des points initial et final du processus itératif

#### Une hypothèse simplificatrice

Afin de m'affranchir des cas particuliers d'intersection de plans avec la surface, je me suis uniquement intéressé, dans un premier temps, aux intersections de plans échographiques transversaux avec la bifurcation (c'est à dire des plans approximativement orthogonaux à l'axe  $Z$  de la modélisation). C'est le cas de figure rencontré avec les acquisitions réalisées.

#### Détermination des points initial et final

Sous cette hypothèse (forte), je détermine les intersections de courbes de la surface avec les plans échographiques, courbes judicieusement choisies pour leurs intersections caractéristiques. Ces courbes  $\mathcal{C}_1$  (le squelette externe),  $\mathcal{C}_2$  et  $\mathcal{C}_3$  sont représentées par la figure 3.3. Elles sont définies mathématiquement par l'équation (3.4) :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 & : M(t, 0); t \in [-1, 1] \\ \mathcal{C}_2 & : M(t, \pi); t \in [-1, 1] \\ \mathcal{C}_3 & : M(0, v); v \in [-\pi, \pi] \end{aligned} \tag{3.4}$$

Deux cas de figure ont été pris en compte :

1. **le plan échographique a une intersection unique** : c'est le cas des plans coupant la partie inférieure du modèle (carotide commune). J'applique successivement quatre processus itératifs sur quatre couples de points  $\{D_i, F_i\}$   $i = 1..4$  ( $D_i$  point initial,  $F_i$  point final) pour m'affranchir des fortes sensibilités du paramétrage en  $\mathbf{t}$  au voisinage de 0. Pour chaque processus, le point initial est différent du point final (voir la partie supérieure de la figure 3.3).

Le choix de cette méthodologie s'est avéré plus rapide que l'utilisation d'un seul processus itératif (la traversée au voisinage de  $t = 0$  entraîne une forte diminution du pas  $dt$ , conséquence de la forte variabilité de courbure, ralentissant ainsi le processus).

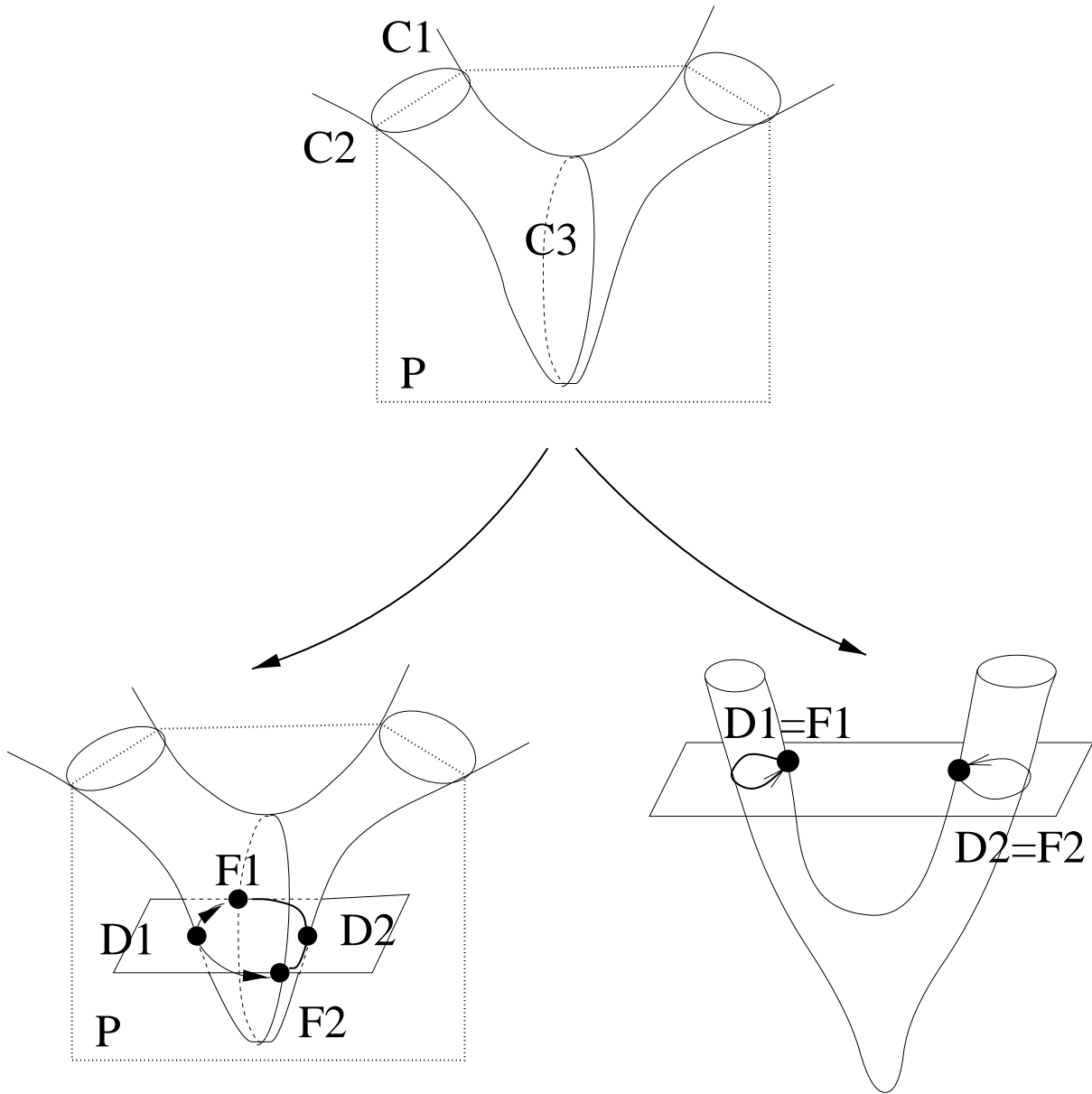


FIG. 3.3 – Détermination des points initial et final du processus itératif.

*Figure supérieure gauche :* illustration des courbes  $C_1$ ,  $C_2$ , et  $C_3$ .

*Figure inférieure gauche :* illustration du comportement des quatre processus itératifs appliqués au calcul de l'intersection d'un plan échographique coupant la partie inférieure du modèle. Les couples de points  $\{D_i, F_j\}$  ( $i=1..2; j=1..2$ ) représentent respectivement les couples des points initial et final utilisés par chaque processus.

*Figure inférieure droite :* illustration des deux processus itératifs relatifs au calcul de l'intersection de la surface avec un plan échographique passant par les branches latérales de la bifurcation. Les courbes d'intersection sont fermées.

2. **le plan échographique a deux intersections** : c'est le cas des plans échographiques coupant la surface au niveau des branches latérales. Ce cas est simplement résolu par l'application de deux processus itératifs, un pour chaque courbe d'intersection. Chaque processus est appliqué pour un point final confondu avec le point initial. S'il s'arrête de façon autonome (cas des intersections ouvertes), il est alors relancé, à partir du point initial, dans un sens inverse (voir la partie inférieure de la figure 3.3).



Il me faut nuancer, dans ce dernier cas, le critère d'arrêt défini dans la partie 3.3.3.5. Puisque les points initiaux et finaux sont confondus, **avant d'appliquer le critère d'arrêt**, je dois m'assurer que le point courant est sorti **au moins une fois** de la boule d'influence centrée sur le point final(initial) entraînant l'arrêt du processus. Cette précaution non prise en compte, le processus est arrêté dès la première itération.

### 3.3.3.7 Quelques précisions

- La méthodologie présentée reste valable pour le calcul des intersections de la surface avec **n'importe quel plan** de l'espace. La seule difficulté réside dans la détermination d'au moins un point (point initial) pour chaque courbe (fermée ou ouverte) d'intersection.
- Le calcul de la valeur exacte (numériquement) du nouveau point d'intersection me permet de ne pas **perdre** le contour suivi : une adaptation trop fine du pas de déplacement dans l'espace des paramètres  $(t, v)$  peut entraîner une carte 2D des distances signées **positive** au voisinage du point trop largement estimé (trop éloigné du contour d'intersection), remettant en cause toute la méthodologie développée.

### 3.3.3.8 Synthèse

Ces intersections calculées, je dispose de  $N_d$  points  $\mathbf{M}_i(\mathbf{t}_i, \mathbf{v}_i)$  ;  $i = 1..N_d$  de la surface, situés sur les images échographiques. Pour chaque point, je vais maintenant calculer son déplacement élémentaire local  $\overrightarrow{dM}_i$  au voisinage de la surface à partir de l'information image.

## 3.4 Détermination des déplacements élémentaires au voisinage des intersections

### 3.4.1 Introduction

Pour calculer le déplacement élémentaire  $\overrightarrow{dM}_i$  d'un point  $\mathbf{M}_i$  du contour d'intersection, je dois m'interroger sur l'information image à l'origine de ce déplacement. Autrement dit, **quels types d'information image caractérisent l'objet biburcation ?**

En me référant de nouveau à la réalité médicale et échographique, l'objet bifurcation est

un vaisseau sanguin : en première approximation et aux résolutions échographiques adoptées, son contenant, **la paroi**, est à l'origine d'un signal **hyperéchogène** ; son contenu, **le sang**, à l'origine d'un signal **hypoéchogène**. Cette constatation étant soulignée, l'information générale à rechercher dans l'image doit se présenter sous la forme de **contours** ou/et de **régions**.

Après avoir rapidement rappelé les méthodes *bas niveau* de la littérature, travaillant directement sur l'image brute, je présente, dans ce chapitre, le calcul des déplacements  $\vec{dM}_i$  par une méthode de type "région" à l'origine des résultats présentés à la fin de cette partie. Dans la partie suivante de ce travail, cette méthode sera enrichie par l'introduction de nouvelles informations a priori.

### 3.4.2 Un rappel des différentes approches "bas niveaux" présentées dans la littérature



Cette partie pourrait être très vaste et n'a *nullement la prétention d'être exhaustive*. En effet, elle peut faire référence à toutes les méthodes permettant une **première** extraction plus **synthétique** et **pertinente** de l'information image brute ; autrement dit, des méthodes permettant *une première interprétation* de l'image. Parmi les nombreux ouvrages et publications sur ce sujet, le lecteur pourra se reporter aux deux ouvrages synthétiques suivants : [GR93] et [HM93].

#### 3.4.2.1 Des outils de bas niveau pour une approche de type *contour*

**Définition :** les contours sont définis par les discontinuités locales d'ordre 0 de la fonction  $I(x, y)$  des niveaux de gris de l'image. Ils sont mathématiquement modélisés comme des profils de niveaux de gris 1D en forme de **marche**, de **rampe** ("dégradation" de la marche suite à la prise en compte du bruit relatif à l'acquisition), de **pic** ou de **créneau**.



La difficulté de leurs précises identifications dans l'image provient de la variabilité de leurs **amplitudes** en intensité ("hauteur" des profils), et de leurs **étalements spatiaux** ("support" des profils *rampe, pic* et *créneau*).

**Méthodologies :** elles cherchent à prendre en compte les deux difficultés clés précédemment cités. Différents types d'approche sont classiquement envisagées pour détecter ces discontinuités :

1. l'approche **Gradient** : un contour est identifié comme un extremum de la norme du gradient dans la direction du gradient. Les opérateurs initiaux [Rob65], [Kir71], [Pre70], parce qu'ils travaillent sur un voisinage local (masque 3x3), sont d'exécution rapide, mais de performances limitées.

Une approche incorporant des variabilités du support de l'opérateur est introduite dans [Der87], permettant d'agir sur l'importance de la suppression du bruit et la précision du contour. Récursifs, la contrepartie de ce gain de précision est un coût

de calcul augmenté.

Afin d'obtenir un ensemble de points connexes, un seuillage par hystérésis peut-être appliqué sur l'image des maxima locaux [DC87].

Initialement  $2D$ , ces opérateurs sont ensuite généralisés à des données tridimensionnelles [MBO92].

2. L'approche **Laplacien** : le contour est identifié comme la nullité du laplacien de l'image. Le principal inconvénient de cette méthode est la sensibilité au bruit [Ion98]. Un prétraitement de l'image par des filtres passe-bas permet de s'en affranchir (par exemple prétraitement de l'image par un filtre gaussien, un filtre de lissage optimal de Marr et Hildreth [MH80]).
3. L'approche **DSDG** : c'est une classe de méthodes basées sur les zéros de la **D**érivée **S**econde dans la **D**irection du **G**radient. Dans [VV93], l'auteur démontre, à partir d'un objet elliptique, que l'opérateur Laplacien déplace les frontières de l'objet vers l'extérieur, contrairement à l'opérateur DSDG, qui les déplace vers l'intérieur.
4. L'approche **Optimisation** : l'idée est de définir un modèle idéal de contour (par exemple, un *créneau*) mis en correspondance avec l'information image par ajustement de ces paramètres. Un contour est alors localisé par une *bonne* mise en correspondance du modèle avec l'information niveau de gris [Hue71]. Les difficultés de ces approches sont liées à la notion de *bonne* mise en correspondance.
5. L'approche **Morphologique** : les outils de base de la morphologie mathématique (érosion et dilatation) permettent d'accéder au gradient morphologique. Ce dernier, au prix d'un coût de calcul plus élevé comparativement à l'opérateur de Sobel, tend à moins dépendre de l'orientation des contours [GR93].
6. L'approche **Multidirectionnelle** : dans [Pap98], les auteurs construisent un opérateur de détection de contours, capable de prendre en compte les informations de niveau de gris suivant  $n$  directions (et non plus uniquement suivant l'axe des  $x$  et/ou des  $y$ ). Il est construit comme la combinaison de  $n$  opérateurs de détection de contours, identiques et mono dimensionnels : ils sont disposés suivant les  $n$  directions radiales au point d'application de l'opérateur, alors qu'un filtre passe-bas (une gaussienne) est appliqué orthogonalement à la direction de cet opérateur  $1D$ .

Dans ce paragraphe, j'ai cité et essayé de présenter au lecteur quelques-unes des **principales** méthodes **bas niveaux** de type *contour* travaillant sur **toute** l'image et potentiellement applicable à notre travail. En particulier, je n'ai volontairement pas abordé les approches par contours actifs (type *snake*, par exemple), ceux-ci se référant à un niveau supérieur d'intégration d'information a priori. De plus, cette information a priori (contour fermé) peut-être vue comme **redondante et dégénérée** (car  $2D$ ) vis à vis de celle intrinsèquement contenue dans la modélisation développée.

### 3.4.2.2 Des outils de bas niveaux pour une approche de type *région*

**Définition :** les régions sont des ensembles connexes de points, vérifiant certains critères qui leurs sont propres.



|| L'identification des régions repose sur leurs caractérisations par des critères **discriminatifs** et **reproductibles** (cas de séquences d'images).

Différentes modélisations des régions sont présentées dans la littérature :

1. **Approche par texture statistique :** pour une liste plus exhaustive des classes d'algorithmes utilisées dans ce domaine, le lecteur pourra consulter [CH80] pour une étude comparative théorique et [MHT95] pour des applications cliniques. Le principe de ces méthodes repose sur la caractérisation de la région à l'aide de *descripteurs*. Ces descripteurs sont définies à partir de *matrices* ou *fonctions*, dont le rôle est de **compacter** (pour faciliter son utilisation) et **hiérarchiser** l'information image. Par exemple, dans une approche *Dépendance Spatiale des Niveaux de Gris*, l'information image est représentée sous la forme d'une matrice de *co-occurrence*. D'autres méthodes de compaction et hiérarchisation de l'information image (associé à leurs descripteurs propres) peuvent être envisagées : Stabilité des Niveau de Gris, Différence des Niveau de Gris.

La matrice de *co-occurrence*  $\mathcal{C}$  est définie comme suit :

$$\mathcal{C} = \{\mathbf{c}_{i,j}\} \quad i = 1..n, \quad j = 1..n$$



où  $n$  représente le nombre de niveaux de gris et  $\mathbf{c}_{i,j}$ , la probabilité de passer du niveau de gris  $i$  au niveau de gris  $j$  pour tout couple de pixels séparés d'une distance  $d$  donnée dans une direction donnée. Différents *descripteurs* peuvent être définis à partir de cette matrice, par exemple l'énergie, l'entropie, la corrélation, l'homogénéité locale, l'inertie.

2. **Approche par texture structurelle :** l'idée sous-jacente dans ces approches est la suivante : une primitive, simple, est utilisée pour former des motifs plus complexes au moyen de règles qui limitent le nombre d'arrangements possibles de la primitive (typiquement, une grammaire) (voir [LF78] et [TST82]). Cette approche est donc particulièrement bien indiquée pour des régions représentées par des motifs répétitifs (ce qui n'est pas le cas de nos images).
3. **Approche par texture spectrale :** elle fait référence à toutes les caractérisations des régions par des techniques spectrales. Le lecteur pourra consulter [Wec80] pour une rapide prise de connaissance de ces approches. Pour une application plus médicale de cette méthode, il pourra consulter [Ion98], l'auteur utilisant le spectre de puissance dans la modélisation physiologique du coeur.
4. **Modélisation par moments :** cette approche est basée sur le fait que toute fonction  $f(x, y)$ , continue par morceau, et non nulle seulement sur une partie du plan  $xy$ , est



caractérisée par l'ensemble de ses moments d'ordre  $(p+q)$  (voir [Pap65]) :

$$M_{pq} ; p = 1..∞, q = 1..∞$$

et réciproquement. Dans [Hu62], l'auteur propose un ensemble de 7 moments, dérivés des moments normalisés centrés d'ordre 2 et 3, *invariants* par translation, rotation et changement d'échelle de la fonction image.

5. **Modélisation statistique :** Dans [HNG92], les auteurs s'intéressent à la segmentation automatique des cavités cardiaques. Du fait de l'homogénéité des niveaux de gris au sein de la cavité, ils modélisent la distribution des niveaux de gris par une distribution normale. Dans ce travail, c'est l'approche que j'ai retenue en première intention. Sa mise en œuvre est détaillée dans le chapitre 3.4.3.

### 3.4.2.3 Autres outils

#### L'approche multi-résolutions et multi-échelles

Il peut-être difficile d'analyser directement l'information contenue dans une image à partir des niveaux de gris de ses pixels, fortement dépendants des conditions d'acquisition. De plus, l'information image peut-être perturbée par le bruit inhérent à l'acquisition.

Pour extraire les structures nécessaires à son interprétation et éliminer graduellement les informations inutiles, une analyse multi-échelles est proposée dans [MH80] : les auteurs élaborent une stratégie d'analyse d'image, consistant en la convolution de l'image avec le laplacien de la gaussienne, l'écart type  $\alpha$  jouant le rôle de paramètre de sélection d'échelle.

Dans [Shi84], le concept d'une analyse multi-résolutions est introduit : elle consiste à décomposer une image en succession d'images sous échantillonnées et filtrées par une gaussienne. Une pyramide est ainsi construite dont chaque étage est une version réduite de l'image originale dont on a éliminé les hautes fréquences, permettant ainsi de mieux se focaliser sur l'information fondamentale de l'image.

#### La coopération des approches *contour* et *région*

Dans ces approches, le processus *région* est contraint par le processus *contour*, qui définit sa limite externe.

### 3.4.3 Calcul des déplacements élémentaires $\overrightarrow{dM}_i$ par une approche de type "région"

#### 3.4.3.1 Caractérisation de la région $\mathcal{C}_u$

A l'échographie, le sang (contenu artériel) apparaît comme un milieu **hypoéchogène** et **homogène**. Une approche type région s'impose donc naturellement. Suivant [HNG92], j'ai choisi de modéliser la distribution des niveaux de gris de cette région par une distribution normale de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma$ .  $\mathcal{C}_u$  est donc défini par :

$$\mathcal{C}_u = \{M \in Image \mid \frac{I(M) - \mu}{\sigma} < 1\} \quad (3.5)$$

où  $I(M)$  représente la valeur du niveau de gris du point  $M$ .



Je fais remarquer au lecteur que je n'ai pas pris le carré du critère. En effet, le signal sanguin étant le plus **hypoéchoïque** de l'image échographique (au voisinage de la carotide), tout point d'intensité inférieure à  $\mu - \sigma > 0$  est supposé appartenir à la région.



La modélisation du contenu de la bifurcation constitue la **seconde information a priori** incorporée dans le modèle, la première étant sa topologie caractéristique.

### 3.4.3.2 Initialisation

La qualité de l'estimation des paramètres de la gaussienne garantira la qualité des déplacements locaux admissibles.



Calculée à partir des contenus des courbes d'intersections fermées, l'estimation de ces deux paramètres est aisée et relativement robuste du fait du positionnement manuel du modèle dans le volume image.



Suite à la méthodologie adoptée, je dispose de  $N_c$  contours fermés. Chaque contour est constitué de  $N_i$   $i=1..n$  points  $P_i$ . Pour chaque contour :

- je calcule son barycentre  $G_i$   $i=1..n$ .
- pour chaque point  $P_i$ , j'extrais les niveaux de gris le long des segments  $[G_i P_i]$ .

$\mu$  et  $\sigma$  sont alors estimées à partir de ces extractions.

### 3.4.3.3 Calcul de $\overrightarrow{dM_i}$



Afin d'éviter tout échappement du modèle à la région recherchée, la recherche d'un déplacement local admissible est réalisée de **l'intérieur vers l'extérieur** du contour courant d'intersection.

L'algorithme est le suivant. Soient :

- $\mathbf{N}_i$ , la normale à la surface en  $\mathbf{M}_i$ , orientée de l'intérieur vers l'extérieur du contour fermé ;
- $\vec{N}_i$ , son vecteur unitaire ;
- $\mathbf{n}_i$ , la projection orthogonale de la droite  $\mathbf{N}_i$  dans le plan échographique courant contenant  $\mathbf{M}_i$  ;
- $\vec{n}_i$ , son vecteur unitaire ;

- $\mathbf{p}_c$ , le point courant du segment  $[-10, +5]$  de la droite orientée par  $\vec{n}_i^\lambda$ , l'unité adoptée étant le pixel, l'origine étant prise en  $\mathbf{M}_i$ . Par la notation  $\mathbf{p}_c(\mathbf{i})$ ,  $i \in \{-10, \dots, +5\}$ , j'identifie la position du point sur le segment,
- $\overrightarrow{dM}_i$ , le déplacement élémentaire de  $\mathbf{M}_i$  le long de  $\mathbf{n}_i$ .

**Initialisation :**

Initialisation du point courant par sa position la plus interne :  $i = -10$  et  $p_c(i)$ .

**Itération :**

Tant que  $((p_c(i) \in \mathcal{C}_a)$  et  $(i \leq +5))$  faire  $i \leftarrow i + 1$ .

**A l'arrêt :**

$i \leftarrow i - 1$ .

**Projection dans l'espace 3D :**

Le déplacement 2D selon  $n_i$  est reporté, de façon isométrique, dans l'espace 3D le long de  $N_i$ .

$$\overrightarrow{dM}_i = (\overrightarrow{M_i p_c(i)} \cdot \vec{n}_i^\lambda) \cdot \vec{N}_i.$$

Le calcul de  $\overrightarrow{dM}_i$  est illustré par la figure 3.4.

**3.4.3.4 Pondération des déplacements  $dM_i$**

Chaque déplacement local  $\overrightarrow{dM}_i$  peut-être pondéré par un réel positif  $\alpha_i$ , reflet de la confiance accordée au déplacement local. Typiquement, si le déplacement élémentaire se fait vers l'intérieur de la surface,  $\alpha_i$  est choisi proportionnel au carré de la norme de  $dM_i$  :  $\alpha_i = \|dM_i\|^2$ . Au contraire, si le déplacement se fait vers l'extérieur, le poids choisi est l'unité :  $\alpha_i = 1$ . Par cette pondération asymétrique, l'objectif est d'empêcher le modèle de traverser les portions d'image considérées comme certaines et ainsi de bloquer son évolution. Au vu des résultats obtenus, **cette simple stratégie ne sera pas suffisante pour assurer l'arrêt du contour actif sur le contour recherché.**

**3.4.3.5 Synthèse**

Je dispose maintenant, pour chaque point  $M_i$ ,  $i = 1..N_d$ , des déplacements élémentaires 3D selon la normale à la surface en ces points. Il me reste à évaluer l'impact de ces déplacements élémentaires sur la surface.

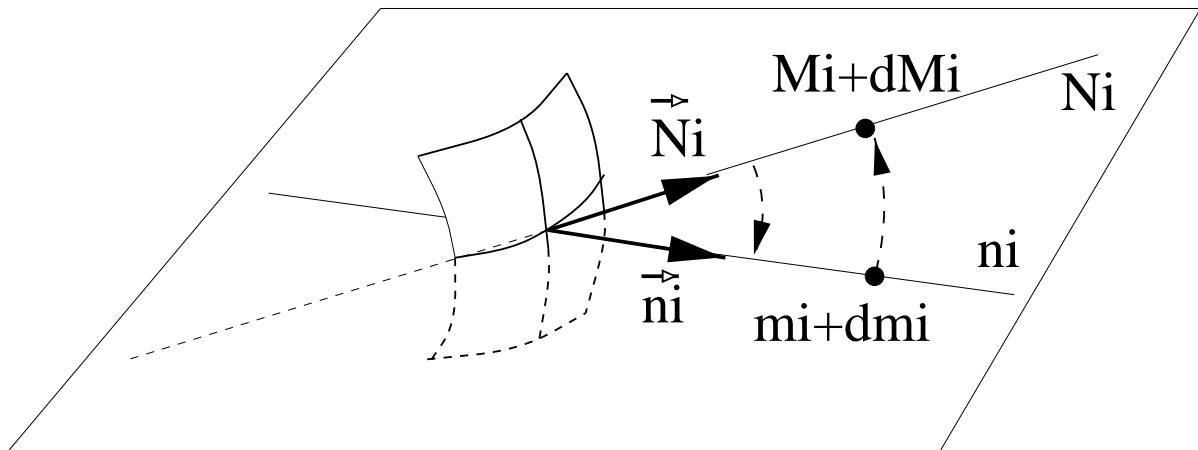


FIG. 3.4 – Illustration du calcul du déplacement élémentaire.

Différents éléments à la base du calcul de  $\overline{dM}_i$  sont représentés sur cette figure

$\vec{N}_i$  : le vecteur directeur unitaire de la normale  $\mathbf{N}_i$  à la surface, orientée de l'intérieur vers l'extérieur ;

$\vec{n}_i$  : le vecteur unitaire de la projection  $\mathbf{n}_i$  de  $\mathbf{N}_i$  dans le plan échographique contenant  $\mathbf{M}_i$  ;

$\overline{dm}_i$  : le déplacement élémentaire de  $\mathbf{M}_i$  dans le plan échographique ; Reporté de façon isométrique le long de  $\vec{N}_i$ , il définit  $\overline{dM}_i$ .

---

## 3.5 Calcul du déplacement élémentaire $dX$ des paramètres de forme

### 3.5.1 Position du problème

Elle peut-être formulée de la façon suivante : **Comment évaluer la variation  $dX$  des paramètres globaux induite par les déplacements locaux?**

Une première approche, très tentante, consiste à utiliser l'algorithme de minimisation présenté dans le chapitre précédent : les points  $M_i$  constituent la position initiale ; les points  $M_i + \overrightarrow{dM}_i$ , la position finale. Néanmoins,



parce que cette méthode est **itérative** et ne tient pas compte de l'aspect **infinitésimal** des déplacements, j'ai préféré une approche différente du problème. Elle m'a conduit à la simple **résolution d'un système linéaire** en  $dX$ .

### 3.5.2 Calcul effectif

En reprenant les concepts introduits dans l'introduction, chaque point  $M_i(t_i, v_i; X) \equiv M_i(X)$  peut-être vu comme une fonction de  $\mathbb{R}^{24}$  dans  $\mathbb{R}^3$  : au vecteur de paramètre  $X$ , elle associe le point 3D  $M_i(X)$  sur la surface de paramètre  $X$ .

Par un développement local au voisinage de  $X$ , j'ai les relations :

$$\begin{aligned} (a) \quad & M_i(X + dX) = M_i(X) + J_{M_i}(t_i, v_i; X)(dX) + o(dX) \\ (b) \quad & M_i(X + dX) = M_i(X) + dM_i(X) + o(dX) \end{aligned}$$

où  $J_{M_i}(X) = J_{M_i}(t_i, v_i; X)$  représente la matrice jacobienne de la fonction  $M_i(X)$  et  $o(dX)$  une fonction de  $dX$  négligeable par rapport aux autres termes. Finalement, par combinaison de ces deux équations, j'obtiens la simple relation :

$$dM_i(X) = J_{M_i}(X)(dX) \quad (3.6)$$



Puisque je peux calculer avec **Maple V Release IV** les dérivées explicites du point courant par rapport à chaque paramètre de la modélisation, je peux calculer une expression explicite de la matrice jacobienne  $J_{M_i}(X)$ .



De dimension  $3 \times 24$ , elle est fonction des paramètres  $(t_i, v_i)$  du point courant.

Pour calculer  $dX$ , je choisis de minimiser la fonctionnelle quadratique  $\mathcal{Q}$  suivante :

$$\mathcal{Q} = \sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i \|dM_i(t_i, v_i; X) - J_{M_i}(t_i, v_i; X)dX\|^2 \quad (3.7)$$

où les  $\alpha_i$   $i = 1..N_d$  représentent les pondérations des déplacements locaux précédemment introduits page 230.

Finalement,



la variation  $dX$  des paramètres **globaux** induite par les  $N_d$  déplacements **locaux** est obtenue par minimisation de la fonctionnelle quadratique  $\mathcal{Q}$ . Elle revient classiquement à la résolution d'un système linéaire de dimension  $24 \times 24$ .

Soit  $J_i$  la matrice jacobienne  $J_{M_i}(t_i, v_i; X)$ .  $\mathcal{Q}$  est minimale lorsque :

$$\sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i \langle J_i dX - dM_i | J_{M_i}(X) dh \rangle = 0 \quad \forall dh \in \mathbb{R}^{24}.$$

$$\sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i \langle J_i^t J_i dX - J_i^t dM_i | dh \rangle = 0 \quad \forall dh \in \mathbb{R}^{24}.$$

J'obtiens alors le système linéaire suivant :

$$\sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i J_i^t J_i dX = \sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i J_i^t dM_i.$$

$$AdX = B.$$

où  $J_i^t J_i$  et  $A$  sont des matrices de dimension  $24 \times 24$ .

## 3.6 Synthèse

Dans ce court paragraphe, pour que le lecteur se fasse une opinion globale de la stratégie développée, j'en résume ses différentes étapes :

### Initialisation

1. Positionnement et initialisation manuelle du modèle sur les données.
2. Initialisation de la distribution normale des niveaux de gris modélisant le contenu de la bifurcation.

### Processus itératif

1. Calcul des points  $M_i$  d'intersection de l'instance courante du modèle de paramètres  $X$  avec les plans échographiques.
2. Calcul des déplacements locaux  $\overrightarrow{dM_i}$ .
3. Calcul (simple) des variations  $dX$  des paramètres  $X$  de l'instance courante induite par les déplacements locaux  $dM_i$ .
4. Etablissement d'une nouvelle instance de paramètre  $X + dX$

### Critère d'arrêt

Arrêt du processus itératif lors de la stabilisation de la variation des paramètres.

## 3.7 Résultats

Ce succin paragraphe présente les résultats obtenus : ils ont été publiés dans [MGCB99].

### 3.7.1 Les résultats obtenus

Ils sont présentés par les figures 3.5 et 3.6.

**Figure 3.5** : visualisation des positions de la surface (aux itérations 0 et 77 du processus actif) au sein des données échographiques.

Visualisation de la somme des coefficients utilisés pour pondérer les déplacements. En fait, ces coefficients sont signés : lorsque le force image expand la surface, le coefficient est comptabilisé comme positif. Inversement, il est signé négativement lorsque la force image tire la surface vers l'intérieur.

Cette fonction, "explosant", est le témoin d'une inadéquation de la modélisation entreprise avec le résultat recherché.

**Figure 3.6** : elle présente les intersections de la surface avec certains plans échographiques, à différents instants du processus actif.

**Colonne gauche** : visualisation des intersections de la surface initiale avec les plans échographiques. Cette colonne correspond à l'image gauche de la figure précédente (itération 0 du processus actif).

**Colonne médiale** : visualisation des intersections de la surface avec les plans échographiques à l'itération 77 du processus actif. Cette colonne correspond à l'image droite de la figure précédente : les parties supérieures de la modélisation se déforment bien, contrairement à la partie médiane inférieure.

**Colonne droite** : visualisation des intersections de la surface avec les plans échographiques à l'itération 120. On constate une échappée du modèle dans sa partie inférieure.

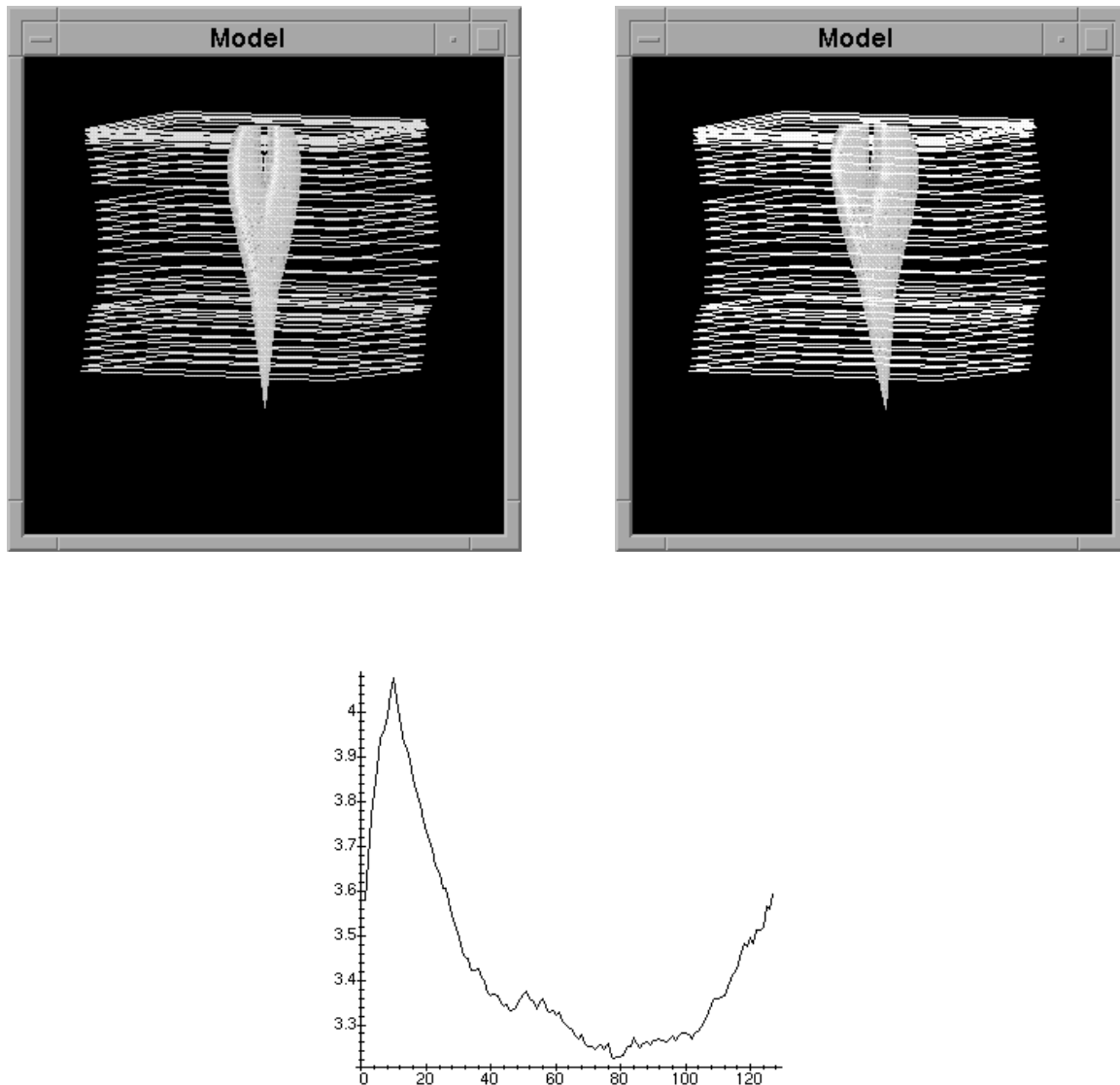


FIG. 3.5 – *Positions initiale et finale de la surface au sein des données échographiques.*

*Partie supérieure gauche : visualisation de la surface à l'itération 0.*

*Partie supérieure droite : visualisation de la surface à l'itération 77, minimum de la fonction somme des coefficients signés de pondération.*

*Partie inférieure : évolution de la somme des coefficients de pondération au cours du processus actif. La stratégie définie sur les coefficients semble insuffisante pour contenir la surface.*



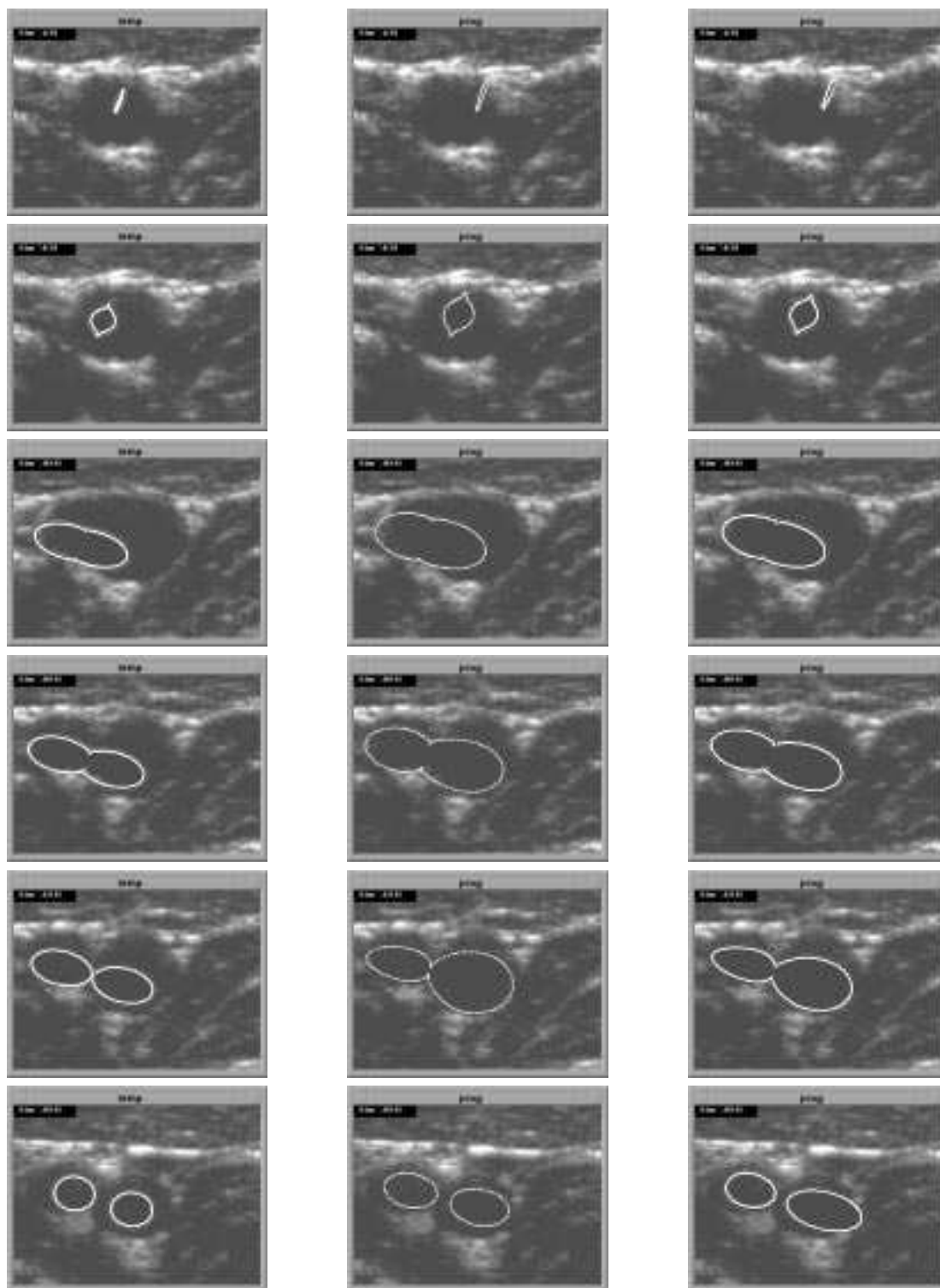


FIG. 3.6 – Différentes intersections de la surface au cours du processus.

### 3.7.2 Une Analyse

Au vu de ces résultats, plusieurs remarques peuvent être faites.

- Les intersections de la surface avec les plans (1..16), et leurs faibles déformabilités lors du processus de déformation prouvent **l'inadéquation partielle** de la modélisation avec l'objectif recherché : elle est due à la "queue" du modèle, c'est à dire à sa partie médiale inférieure. Sa déformabilité limitée gêne le processus local d'identification des contours. De plus, suite à cette déformabilité limitée, les déplacements locaux expansifs déterminés à son voisinage, ayant une répercussion globale sur le processus actif, entraînent un parasitage des autres déplacements locaux. Une solution est proposée dans la partie suivante sous la forme d'une surface à trois "trous".
- Comme le montrent les figures précédentes, le modèle ne s'est pas arrêté sur le minimum escompté : il continue sa progression. L'introduction d'une information a priori supplémentaire, afin de caractériser, non plus le contenu, mais le contenant (les contours de la bifurcation), pourrait permettre la résolution de cette faiblesse. Une solution est envisagée dans la partie suivante.
- L'identification de la bifurcation reste grossière. L'introduction d'un processus de **déformation locale** pourrait permettre une amélioration.

## 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, contrairement à l'approche "extraction puis ajustement" proposée dans le chapitre précédent, j'ai présenté, à partir de la construction développée dans le premier chapitre de cette partie, une nouvelle approche inspirée des modèles actifs : la surface, soumise à des forces images **locales**, se déforme **globalement** jusqu'à l'atteinte de sa position d'équilibre.

Pour ce faire, du fait de l'**anisotropie** spatiale de l'information image, j'ai proposé, dans un premier temps, un algorithme de calcul exact (à la précision machine près) des intersections de la surface avec les plans images. A partir de germes judicieusement choisis sur les contours d'intersection, ces derniers sont construits de proche en proche par leur suivi local. Cet algorithme, particularisé aux acquisitions transversales de la bifurcation, est facilement généralisable pour le calcul des intersections de la surface avec **n'importe quel plan de l'espace**.

J'ai ensuite introduit une **seconde information a priori** (de type *région*) dans la modélisation, la première étant la topologie caractéristique de la bifurcation. Puisque le contenu de la bifurcation est un signal hypoéchogène homogène, cette région est modélisée par une distribution normale dont les paramètres caractéristiques sont automatiquement calculés à partir de la position initiale du modèle (initialisation manuelle aisée garant de la bonne estimation de ces paramètres).



Dans un troisième temps, je détermine, grâce à ce nouveau critère, les déplacements **locaux** au voisinage des points d'intersection. Ces déplacements sont calculés de l'intérieur vers l'extérieur des contours d'intersection. Je propose une simple stratégie de pondération, privilégiant les déplacements vers l'intérieur, afin d'empêcher tout échappement du modèle à la région recherchée.

Enfin, une nouvelle méthode est proposée dans le cadre de cette modélisation pour évaluer les variations induites par les déplacements locaux sur les paramètres du modèle. Inspirée des calculs infinitésimaux, elle revient à la **résolution d'un système linéaire de faible dimension** (dimension de l'espace des paramètres).

Par itération récursive des différentes étapes (calcul des intersections, des déplacements locaux, et des variations des paramètres induites par ces déplacements), le modèle se déplace au sein de l'information image jusqu'à l'atteinte de sa position d'équilibre.

Deux types d'amélioration peuvent être proposés à court terme pour rendre plus robuste cette position d'équilibre : la première sur la surface modélisée, le second sur la stratégie des déplacements locaux. Ils sont abordés dans la quatrième et dernière partie de ce travail.

# Bibliographie

- [CGML87] P. Cinquin, C. Goret, I. Marque, and S. Lavalée. Morphoscopie et modélisation continue d'images 3D. In *Actes Congrès AFCET RFIA 87, Antibes*, pages 439–450, Paris, 1987. AFCET.
- [CH80] R.W. Connors and C.A. Harlow. A theoretical comparison of textures algorithm. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-2:204–222, May 1980.
- [DC87] R. Deriche and J.P. Coquerez. Extraction de composantes connexes basée sur une détection optimale. *Proceedings of MARI*, 2:1–9, 1987.
- [Der87] Rachid Deriche. Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- [GR93] R.C. Gonzalez and Woods R.E. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
- [HM93] R. Horaud and O. Monga. *Vision par Ordinateur*. Hermes, Paris, 1993.
- [HNG92] I. Herlin, C. Nguyen, and C. Graffigne. A Deformable Region Model using Stochastic Processes Applied to Echocardiographic Images. In *CVPR*, 1992.
- [Hu62] M.K. Hu. Visual pattern recognition by moment invariants. *IRE Transactions on Information Theory*, IT-18:179–187, 1962.
- [Hue71] M.T. Hueckel. An operator which locates edges in digitalized pictures. *Journal Association Computer Machine*, 18:113–125, 1971.
- [Ion98] I. Ionescu. *Segmentation et recalage d'images échographiques par utilisation de connaissances physiologiques et morphologiques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1998.
- [Kir71] R. Kirsh. Computer determination of the consistent structure of biological images. *Computer biomedical research*, 4:315–328, 1971.
- [LF78] S.Y. Lu and K.S. Fu. A syntactic approach to texture analysis. *Computer Graphic Image Processing*, 7(3):303–330, 1978.
- [MBO92] O. Monga, S. Benayoun, and Faugeras O.D. From partials derivatives of 3D density images to ridge lines. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'92)*, pages 354–359, Champaign, Illinois, June 1992.

- [MGCB99] A. Moreau-Gaudry, P. Cinquin, and J.P. Baguet. Active model based carotid ultrasonic data segmentation. pages 176–183, 1999.
- [MH80] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. *Proc. Royal Soc. London*, (B 207):187 – 217, 1980.
- [MHT95] A.H. Mir, M. Hanmandlu, and S.N. Tandon. Texture analysis of ct images. *IEEE Engineering in Medecine and Biology*, pages 781–786, December 1995.
- [Pap65] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New-York, 1965.
- [Pap98] A.P. Paplinski. Directional filtering in edge detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :611–615, APRIL 1998.
- [Pre70] J.M.S. Prewitt. Object enhancement and extraction. In A. Rosenfeld B.S. Likin, editor, *Picture Processing and psychopictorics*, pages 75–149. Academic Press, 1970.
- [PVTF] W.H. Press, W.T. Vetterling, S.A. Teukolsky, and B.P. Flannery. Numerical recipies in c : Second edition.
- [Rob65] L. G. Roberts. Machine perception of three-dimensional solids. In Tippett et al., editors, *Optical and Electro-Optical Information Processing*, chapter 9, pages 159–197. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1965.
- [Shi84] S.N. Shir. Multiresolution 3d image processing and graphics. *Multiresolution Image Processing and Analysis*, pages 224–236, 1984.
- [TST82] F. Tomita, Y. Shirai, and S. Tsuji. Description of texture by a structural analysis. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, PAMI-4(2):183–191, 1982.
- [VV93] L.J. Van Vliet. *Grey-scale measurement in multi-dimensional digitized images*. Delft University Press, 1993.
- [Wec80] W. Wechsler. Texture analysis - a survey. *Signal Process*, 2 :271–280, 1980.

# Quatrième partie

## Evolution



Cette dernière partie est constituée de deux chapitres. Le premier est consacré aux possibles et naturelles évolutions de ce travail. Le second introduit une nouvelle information a priori sous la forme de la pression pulsatile.

- Chapitre I : Possibles améliorations de ce travail ;
- Chapitre II : Une nouvelle information a priori : la pression pulsatile ;





# Chapitre 1

## Possibles améliorations de la modélisation



Dans ce chapitre, je propose des solutions à des difficultés précédemment identifiées et précise des points non encore abordés dans les chapitres précédents. Il me permet ainsi de faire l'état d'avancement des travaux actuels.

Dans un premier temps, je décris la construction d'une nouvelle surface à **trois trous** à partir du modèle précédemment développé. Cette surface, plus conforme à l'idée de bifurcation, me permet de répondre aux difficultés de déformations rencontrées par le processus actif au niveau de la partie médiale inférieure du modèle. Je profite aussi de ce paragraphe pour présenter une réflexion sur les paramètres du modèle, ainsi que des idées générales sur différentes possibilités de déformations locales de la surface.

Dans un deuxième temps, j'introduis, dans la modélisation, une nouvelle information a priori (la troisième) de type **contour**. Elle est inspirée d'une analyse sur le concept physique de l'échographie.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Une surface à trois trous . . . . .</b>	<b>246</b>
1.1.1	Introduction . . . . .	246
1.1.2	La réalisation . . . . .	246
1.1.2.1	Méthodologie . . . . .	246
1.1.2.2	Conséquence sur le processus actif . . . . .	248
1.1.3	Des exemples de surface à trois trous . . . . .	248
<b>1.2</b>	<b>Quelques précisions sur les paramètres de la modélisation</b>	<b>248</b>
1.2.1	Forme et/ou Espace? . . . . .	248
1.2.2	17 paramètres de forme : n'est-ce pas trop? . . . . .	250
1.2.3	Une dernière remarque . . . . .	251

<b>1.3</b>	<b>Introduction d'une nouvelle information a priori . . . . .</b>	<b>251</b>
1.3.1	Introduction . . . . .	251
1.3.2	Retour sur le processus physique échographique . . . . .	251
1.3.3	Une modélisation du processus échographique . . . . .	251
1.3.3.1	Définition de l'angle $\theta$ . . . . .	251
1.3.3.2	Un exemple de modélisation fonction de $\theta$ . . . . .	252
1.3.3.3	Un exemple d'utilisation . . . . .	254
1.3.3.4	Des questions non encore résolues . . . . .	257
1.3.4	Conclusion . . . . .	257
<b>1.4</b>	<b>Prise en compte des déformations locales . . . . .</b>	<b>257</b>
<b>1.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>259</b>

---

## 1.1 Une surface à trois trous

### 1.1.1 Introduction

Dans le troisième chapitre de la partie III, j'ai évoqué l'inadéquation *partielle* de la modélisation entreprise avec l'objectif recherché. En effet, une bifurcation se présente comme une surface à **trois trous**, ce qui n'est pas le cas du modèle développé.

Je propose maintenant une adaptation de la modélisation entreprise permettant l'obtention d'une telle surface. Elle devrait permettre une amélioration du processus actif, par un **meilleur ciblage** de l'information a priori **topologie**.

### 1.1.2 La réalisation

#### 1.1.2.1 Méthodologie

Elle est simple. En reprenant la modélisation entreprise, je ne considère maintenant que la partie de la surface située au dessus du plan  $\mathcal{P}_{cut}$ . Ce dernier

- est **orthogonal** au plan du squelette;
- passe par le point le plus **déclive** du squelette interne;
- est défini par l'équation :  $\mathcal{P}_{cut} : z = 0$ . Il coupe l'espace en deux demi-espaces :  $\mathcal{P}_{cut}^+$  et  $\mathcal{P}_{cut}^-$ .



|| La surface  $S_{new}$  retenue est la restriction de la surface initiale  $S$  au demi-espace  $\mathcal{P}_{cut}^+$ .

Sa définition, illustrée par la figure 1.1, est la suivante :

$$S_{new} = S_{old} \cap \mathcal{P}_{cut}^+ \tag{1.1}$$

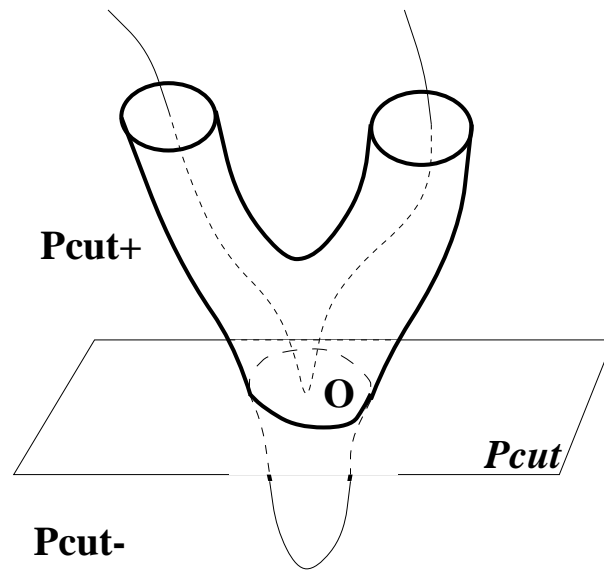


FIG. 1.1 – Restriction de la surface au plan  $\mathcal{P}_{cut}^+$ .

- $\mathcal{P}_{cut}$  : c'est le plan d'équation  $z=0$ . Il coupe l'espace en deux demi-espace :  $\mathcal{P}_{cut}^+$  et  $\mathcal{P}_{cut}^-$ .
- La nouvelle surface  $S_{new}$  est la restriction de la surface initiale  $S_{old}$  à  $\mathcal{P}_{cut}^-$  :  $S_{new} = S_{old} \cap \mathcal{P}_{cut}^-$ .

### 1.1.2.2 Conséquence sur le processus actif

L'introduction de cette modification dans la modélisation a très peu de conséquences sur la méthodologie utilisée par le processus actif. La seule différence intervient au niveau des contours d'intersection retenue. D'après la définition 1.1, les points retenus, à l'origine des déplacements locaux, sont ceux situés dans le demi-espace  $\mathcal{P}_{cut}^+$ . Cette restriction étant prise en compte, la suite de la méthodologie est inchangée par rapport à celle présentée dans le chapitre précédent.

Ce processus actif n'a pas encore été expérimenté avec ces nouvelles surfaces.

### 1.1.3 Des exemples de surface à trois trous

Quelques exemples de surface à trois trous sont présentés figure 1.2. Malheureusement, des résultats sur l'identification de la bifurcation par l'application du processus actif à cette nouvelle surface n'ont pas été encore obtenus.

## 1.2 Quelques précisions sur les paramètres de la modélisation

Le modèle développé comprend 24 paramètres : 17 paramètres propres à la construction de la surface (**paramètres de forme**) et 7 paramètres représentant les transformations spatiales rigides (**paramètres d'espace** : changement d'échelle, 3 paramètres de translation, 3 paramètres de rotation)

### 1.2.1 Forme et/ou Espace ?

1. Comme je l'ai précédemment souligné, des interférences entre le paramètre d'échelle  $\mathbf{S}$  et les paramètres  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  et  $\mathbf{a}_3$  du squelette peuvent exister. Afin de résoudre ce problème, une première solution peut consister à fixer, pour chaque patient, le facteur d'échelle à partir des données échographiques et à laisser évoluer le modèle dans l'espace des 23 paramètres restants.
2. Une seconde solution, plus élégante, consiste à **dissocier** les 7 paramètres d'espace des 17 paramètres de forme. C'est la méthode utilisée dans les modèles de formes actives. Son adaptation à la présente modélisation me conduirait, lors du processus actif, à la résolution successive de deux systèmes linéaires de dimensions respectives 7 (mise en correspondance spatiale) et 17 (déformations globales de la surface).

Une étude comparative de ces deux approches pourrait être intéressante.

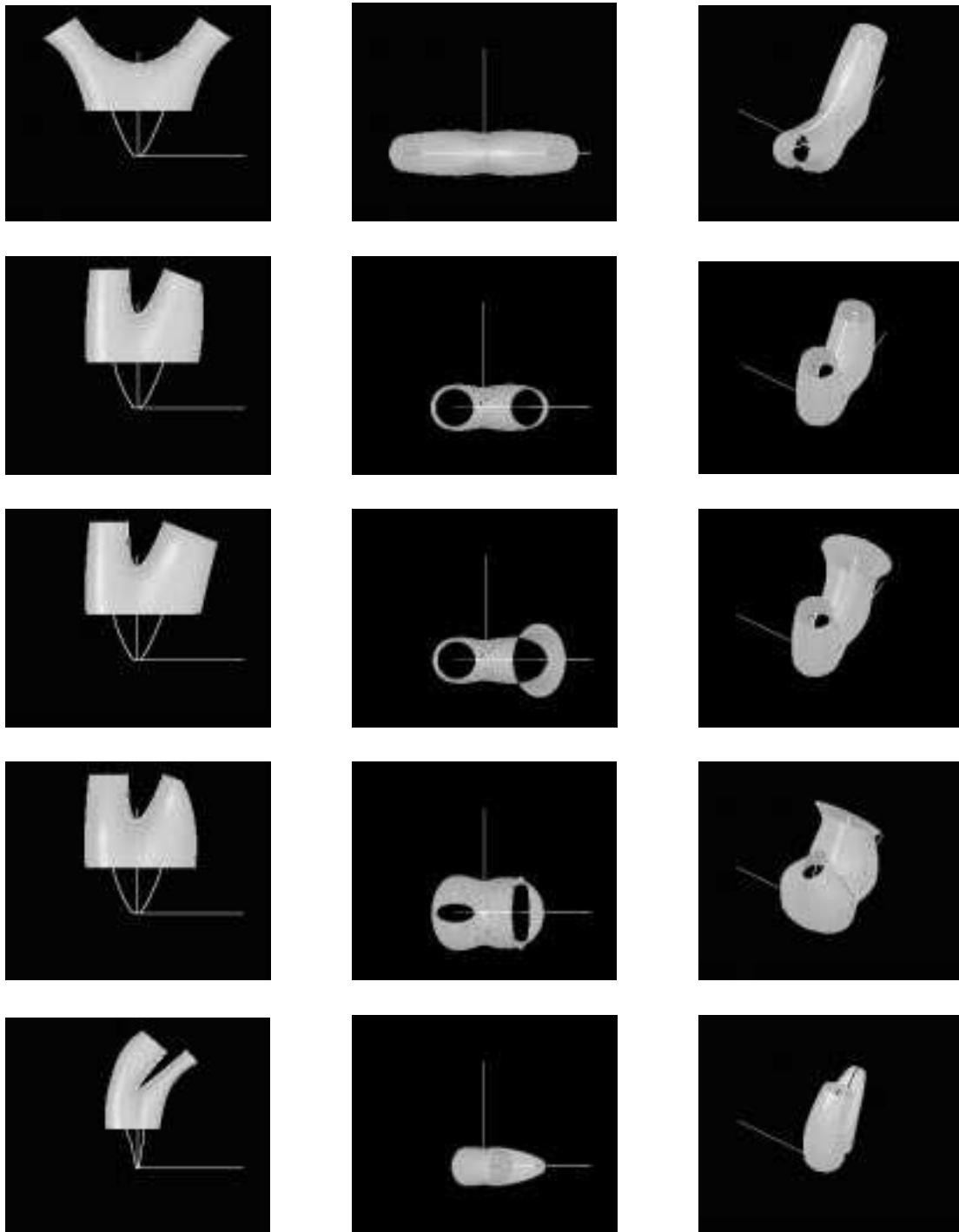


FIG. 1.2 – *Différentes instances de surfaces à trois trous.*

## 1.2.2 17 paramètres de forme : n'est-ce pas trop ?

Lors d'une construction d'un modèle de 17 paramètres, je dois m'interroger sur la réelle utilité des différents paramètres introduits pour éventuellement déterminer un espace de dimension plus petite (donc plus aisément manipulable). Bien que je sois sûr de l'utilité des paramètres  $P_{4d}$  et  $P_{4g}$  eu égard à leurs représentations physiques (rayons des branches latérales de la bifurcation), cela est beaucoup moins évident pour les paramètres concernant la puissance de la superquadrique.

Un bon outil pour déterminer les directions principales de déformations de la surface est l'Analyse en Composantes Principales (ACP) appliquée aux paramètres résultats de l'application du processus actif sur un échantillon représentatif de patients. Dans [NMP96b], le nombre de paramètres réellement utilisés étant divisé par 3, les 7 paramètres d'espace n'intervenant pas dans le calcul des directions principales de déformations (car dépendant de l'initialisation manuelle de la surface), j'obtiens 6 directions principales de déformations (représentant à elles seules, par exemple, au moins 90% de l'information). Je pourrai ainsi restreindre la dimension totale de l'espace des paramètres de 24 à  $6 + 7 = 13$  (gain d'un facteur 2).

Si maintenant je reprends les deux méthodologies présentées ci-dessus (paragraphe 1.2.1) concernant la gestion des paramètres de forme et d'espace :

1. en considérant  $S$  fixé lors du processus actif, je suis conduit à l'inversion d'une matrice de dimension  $(12 \times 12)$  pour le calcul des variations des paramètres induits par les déplacements locaux, soit **un gain d'un facteur 8** non négligeable (l'inversion d'une matrice est en  $O(N^3)$ ).



Supposons  $\mathbf{S}$  fixé. Lors du calcul de la matrice jacobienne, la fonction à considérer n'est plus la fonction  $\mathbf{f}$  des 23 paramètres  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{23}$ , mais la fonction  $\mathbf{F}$  des 12 paramètres  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{12}$  avec  $\mathbf{X}_i$  fonction linéaire des  $\mathbf{x}_i$ . Cette remarque faite, il est alors aisé, par composition de fonctions, de calculer la nouvelle matrice jacobienne associée à  $\mathbf{F}$ .



Les paramètres  $\mathbf{X}_i$  et  $\mathbf{x}_i$  ( $i=1..6$ ) sont égaux : ce sont les paramètres d'espace (ils ne sont pas pris en compte par l'ACP).  
Les paramètres  $\mathbf{X}_i$  ( $i=7..12$ ) représentent les directions principales de déformations calculées. Vecteurs propres d'une matrice de covariance, ils sont exprimés, par définition, dans la base  $\mathbf{x}_7, \dots, \mathbf{x}_{23}$ .

2. en dissociant les 7 paramètres d'espace des 6 nouvelles directions principales de déformation, je dois résoudre successivement deux systèmes linéaires de dimension 7 et 6, soit un gain d'un facteur 64 !

### 1.2.3 Une dernière remarque

Je tiens à préciser au lecteur un dernier point. Rechercher à minimiser la dimension de la matrice jacobienne peut paraître futile. En signalant au lecteur que le conditionnement de la matrice jacobienne (en vue de son inversion), n'a pas été abordé dans ce travail, il prendra pleinement conscience de l'utilité de cette minimisation.

Ce conditionnement sera prochainement étudié : il est dans la continuation naturelle de ce travail, dont un des objectifs est de proposer au monde médical un outil robuste.

## 1.3 Introduction d'une nouvelle information a priori

### 1.3.1 Introduction

Je rappelle au lecteur que deux types d'information a priori ont été introduites jusqu'à maintenant : la **topologie caractéristique** de la bifurcation, améliorée dans le précédent paragraphe, et l'**homogénéité du contenu** de la bifurcation.

Puisque la bifurcation est aussi définie par ses contours échographiques, une autre information a priori naturelle peut-être introduite sous la forme d'une modélisation des contours de la bifurcation (signal échographique hyperéchogène en première intention). Néanmoins, comme je le montre dans le paragraphe suivant, la modélisation doit tenir compte du processus physique de l'échographie. Ce dernier justifiera la modélisation entreprise.

### 1.3.2 Retour sur le processus physique échographique

Conformément aux principes physiques régissant l'échographie (présentés dans la seconde partie de ce document) et à la pratique médicale, une constatation peut-être faite : le signal échographique de l'interface sang/paroi de la bifurcation est de bonne qualité lorsque l'incidence des ultrasons lui est **orthogonale**. Deux cas limites existent :

1. le signal est optimal pour une incidence orthogonale stricte ;
2. il est quasiment inexistant pour une incidence parallèle.

C'est ce qu'illustre la figure 1.3. Cette constatation étant soulignée, une modélisation des contours de la bifurcation, tenant compte de l'angle d'incidence des ultrasons par rapport à l'interface, constitue **une nouvelle et précieuse information a priori** sur le contour recherché.

### 1.3.3 Une modélisation du processus échographique

#### 1.3.3.1 Définition de l'angle $\theta$

J'introduis donc l'angle  $\theta$ . Il me permet de rendre compte de l'incidence des ultrasons par rapport à l'interface sang/paroi.



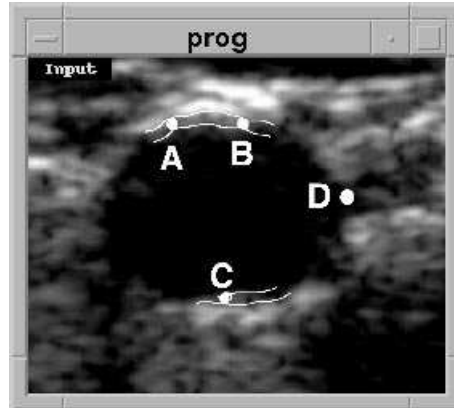


FIG. 1.3 – Qualité du signal échographique relativement à l’incidence des ultrasons.

*La bonne qualité du signal échographique en incidence transversale est concrètement visualisée par la possibilité de distinguer, sur l’image, l’épaisseur du complexe intima-média. C’est le cas des points A, B, C. Pour le point D, cette information fait clairement défaut.*

---



|| Puisque les contours d’une artère peuvent être approchés, en première approximation, par un contour idéal circulaire, je définis  $\theta$  comme l’angle de la représentation polaire associée au cercle.

Il est illustré par la figure 1.4. L’étape suivante consiste à introduire effectivement cet angle dans la modélisation des contours.

### 1.3.3.2 Un exemple de modélisation fonction de $\theta$

#### Modélisation :

Je me suis inspiré de la modélisation statistique des niveaux de gris utilisée dans les modèles de formes actives [CPJT95]. La méthodologie est la suivante (elle est illustrée par la figure 1.5) :

1. soient  $N_{im}$ , ( $N_{im} = 6$ ) différentes images échographiques d’acquisitions transversales de la carotide commune.
2. Chaque image est manuellement segmentée.
3. L’angle  $\theta$  est défini par la représentation polaire associée au meilleur cercle mis en correspondance avec le contour segmenté. La méthode de mise en correspondance

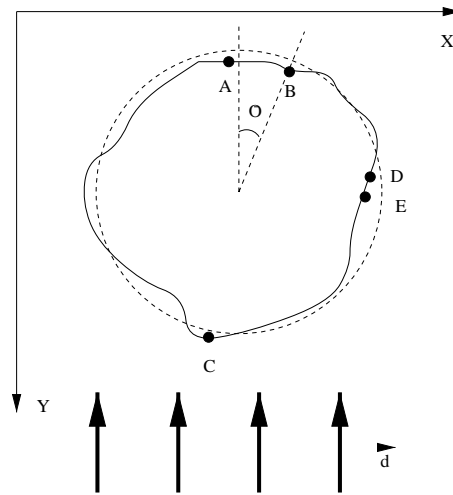


FIG. 1.4 – **Prise en compte de l'incidence des ultrasons dans un modèle des contours.**

$\vec{d}$  représente la direction d'incidence des ultrasons.

$\theta$  est l'angle de la représentation polaire associée au contour circulaire idéal de l'artère. Il permet de modéliser la position relative du contour idéal d'un vaisseau par rapport à  $\vec{d}$ .

est inspirée de [Bjo96].

4. Afin de m'affranchir des changements d'échelle lié à l'acquisition, modifiant l'information portée par un pixel unité, j'applique un changement d'échelle à toutes les images de façon à faire coïncider les contours circulaires idéaux avec un cercle de référence.
5. Pour chaque image  $\mathbf{im}_i, i = 1..N_{im}$ , pour chaque angle  $\theta, \theta = 1..360$ , j'extrais un profil de niveau de gris  $\mathbf{p}_{i,\theta}$  centré sur le contour segmenté.



| L'amplitude de l'extraction est de 20 pixels. L'extraction du niveau de gris au point courant est obtenu par interpolation trilinéaire.

6. Pour compacter l'information, j'effectue une **Analyse en Composantes Principales** sur les différents profils  $\mathbf{p}_{i,\theta}, \theta$  constant, afin de modéliser l'aspect du contour selon cet angle.
7. Finalement, je dispose, pour chaque angle  $\theta, \theta = 1..360$ , d'un vecteur moyen  $\mathbf{m}_\theta$  et des vecteurs propres  $\mathbf{p}_{\theta,k}$  correspondant aux directions principales de déformation.



| En pratique,  $k = 1..4, 5$ , pour une prise en compte de 95

### Mise en correspondance de la modélisation avec un profil de niveau de gris :

Soit un profil de niveau de gris extrait le long d'un contour selon l'angle  $\theta$ . La qualité de la mise en correspondance du profil extrait avec celui modélisé selon cet angle est évaluée par la distance de Mahalanobis ([CTCG92]).



|| Cette évaluation ne prend en compte que l'information modélisée à partir des profils extraits. En particulier, la richesse de l'information portée par le profil modélisé, selon l'angle  $\theta$ , est directement liée à la richesse des informations des profils utilisés lors de la construction du modèle.

#### 1.3.3.3 Un exemple d'utilisation

L'utilisation de ce modèle n'a pas encore été complètement testée, expliquant l'absence de résultats plus précis. Néanmoins, son incorporation au processus actif précédemment développée est envisagée comme suit :

1. pour chaque point d'intersection  $M_i$  de la surface avec un plan échographique, lors du calcul du déplacement local  $dM_i$ , je suis amené à parcourir un segment de droite

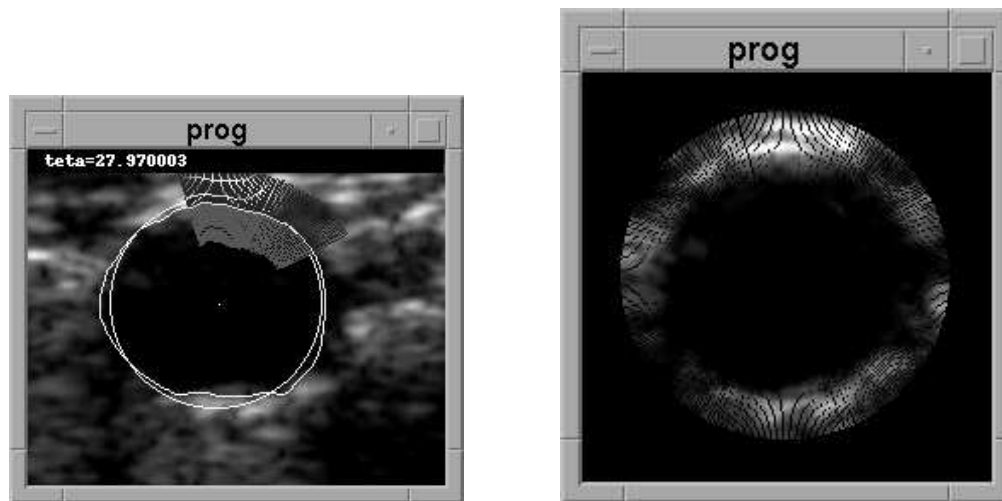


FIG. 1.5 – *Illustration du processus d'extraction.*

*A Gauche :* Pour chaque angle  $\theta$ , j'extrais, à l'aide d'une interpolation trilinéaire, les profils de niveau de gris centrés sur le contour, et d'amplitude 20 pixels.

*A Droite :* Image résultat de l'extraction des profils de niveau de gris.

---

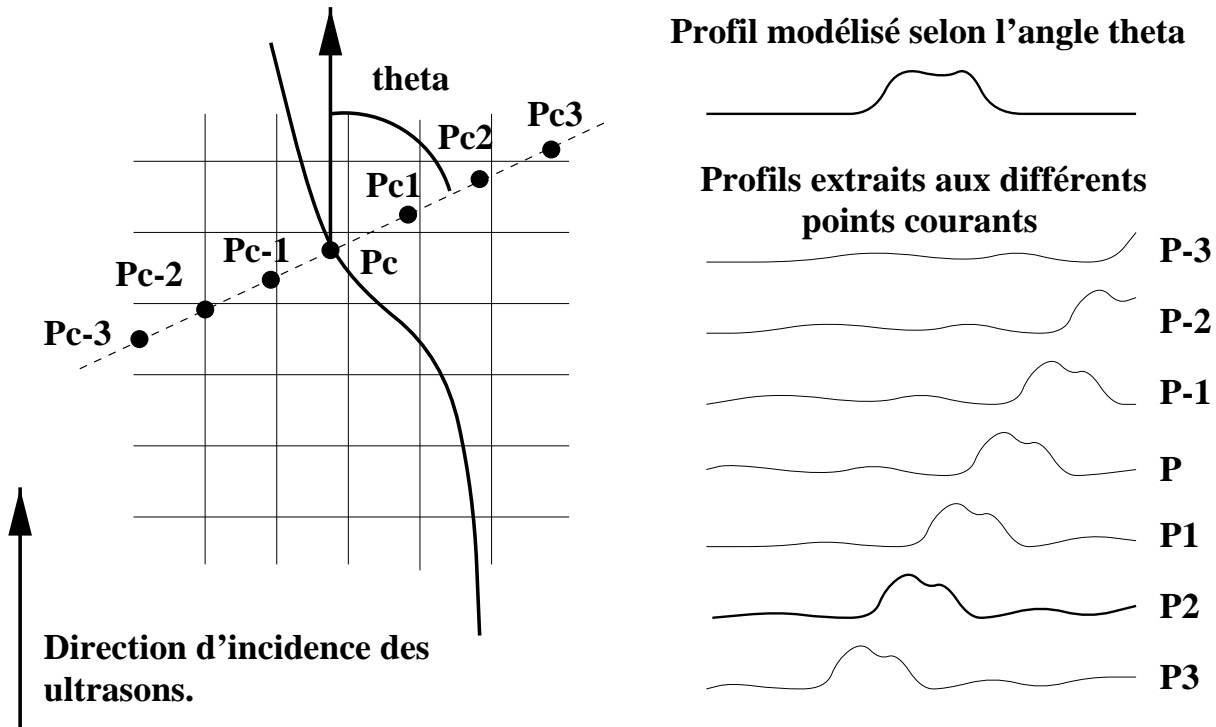


FIG. 1.6 – Une illustration de la méthodologie.

$\theta$  représente l'angle d'extraction. C'est l'angle entre la normale au contour et la direction d'incidence.

Le déplacement local  $dm_i$  retenu est celui pour lequel la distance de mahalanobis du profil extrait au modèle est minimale (au sens de la distance de Mahalanobis). Dans cet exemple, le nouveau déplacement adopté correspond au point  $P_{c2}$ .

centré sur  $M_i$ . Soit  $p_c$  le point courant de ce parcours. J'extraits, pour chaque  $p_c$ , un profil de niveau de gris, dans la direction du segment et centré sur  $p_c$ . L'angle  $\theta$  de cette extraction est celui fait par la direction d'extraction avec la direction verticale d'incidence des ultrasons (voir figure 1.6). Je définis ainsi, le long de la direction de déplacement, une carte d'adéquation du profil modélisé avec le profil extrait (distance de mahalanobis).

2. Cette carte d'adéquation construite, je peux l'utiliser pour enrichir l'information a priori de type "région", notamment au voisinage des contours échographiques de la bifurcation.



Le critère définissant la région peut typiquement être assoupli au voisinage d'un contour échographique de la bifurcation bien reconnu par le modèle des contours.

- Néanmoins, l'information image des contours étant pauvre pour les angles proches de  $\frac{\pi}{2}$  et  $-\frac{\pi}{2}$ , je définis des secteurs angulaires de "sécurité" relativement à la qualité de l'information. Par exemple, pour  $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  et  $\theta \in [-\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}]$ , les déplacements locaux des points d'intersection sont faiblement pondérés contrairement à ceux contenus dans les complémentaires de ces secteurs angulaires de sécurité.



Les bornes de ces secteurs angulaires, définies ici arbitrairement, peuvent être plus finement évaluées grâce à la modélisation des niveaux de gris. Mieux, la pondération du nouveau déplacement selon l'angle  $\theta$  peut-être directement fonction de l'intensité des niveaux de gris du vecteur moyen  $\mathbf{m}_\theta$  (par exemple la moyenne des composantes du vecteur  $\mathbf{m}_\theta$ ).

#### 1.3.3.4 Des questions non encore résolues . . .

Certains points, pour une description complète de l'utilisation de ce nouvel outil, n'ont pas encore été abordés dans ce travail. Je citerai en particulier :

- le problème du facteur d'échelle. Il intervient directement dans la mise en correspondance du profil extrait avec la modélisation effectuée.
- la possibilité de construire un modèle de niveau de gris de l'EIMAC, permettant sa **quantification** effective.

#### 1.3.4 Conclusion

Cette modélisation du processus échographique, incorporée dans le processus actif, me semble donc très prometteuse grâce à son apport d'information a priori. Elle est de deux types :

- le premier me renseigne sur **l'aspect du contour recherché selon une direction donnée**.
- le second, sur la **confiance** à accorder au déplacement local selon une direction donnée.

### 1.4 Prise en compte des déformations locales

C'est un point qu'il me faudra aborder prochainement afin de mieux coller aux contours de la bifurcation (l'objectif à terme étant de quantifier l'EIMAC). Des travaux sur les déformations locales de superquadriques ont déjà été abordés dans [TM91]. Une adaptation de cette méthodologie à notre surface pourrait être entreprise.

Une autre approche peut consister à profiter du paramétrage planaire intrinsèque de la surface pour développer une "peau" plus souple. De nombreuses possibilités sont envisageables :

- la surface résultante du processus actif peut servir de position initiale à des contours actifs dont les déformations sont contraintes par ce squelette surfacique ;
  
- le modèle développé peut servir de squelette surfacique déformable à une seconde surface, plus souple, liée dynamiquement à son squelette surfacique (par des ressorts, par exemple). La minimisation d'une énergie totale, définie comme la somme d'une énergie interne (relation entre peau et squelette surfacique) et d'une énergie externe (force image), pourrait permettre une identification plus précise de la bifurcation.
  
- plus généralement, toutes modélisations mettant en correspondance une surface souple avec un squelette surfacique peuvent être envisagées.
  
  
- la méthode de construction peut être réutilisée, non plus avec des superquadriques, mais avec des surfaces de forme libres.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre présentant les évolutions à court terme de la modélisation, j'ai abordé successivement quatre points :

Le premier concernait l'obtention d'une **surface à trois trous**, permettant un meilleur ciblage de l'information a priori *topologie*. Suite à la méthodologie adoptée, sa réalisation a été rapidement obtenue. L'utilisation (non effective actuellement) de cette nouvelle modélisation dans le processus actif (décrit dans le chapitre III de la partie II), devrait permettre l'obtention de meilleurs résultats très prochainement.

Dans un second temps, en vue d'une diminution de la dimension de l'espace des paramètres du modèle, j'ai proposé une Analyse en Composantes Principales pour déterminer les directions principales de déformation de la surface. J'ai ensuite montré que ces directions pouvaient être aisément introduite dans la modélisation et permettre, d'après la littérature, l'obtention d'un gain d'un facteur 64 dans l'inversion des matrices jacobiniennes (point clef du processus actif).



Le troisième point abordé traitait de l'injection d'une **troisième information a priori de type contour** dans le modèle, sous la forme d'une modélisation statistique des niveaux de gris des contours. Sa construction m'a amené à repenser les principes de l'acquisition échographique. Modélisée par l'introduction de l'angle entre la direction d'incidence des ultrasons et la normale au contour recherché, cette nouvelle information a priori me renseigne sur **l'aspect** du contour recherché ainsi que sur **la confiance** à accorder aux déplacements locaux. Comme précédemment, de nouveaux résultats devraient être disponibles très prochainement.

Enfin, je me suis interrogé, très succinctement, sur la faisabilité d'une surface plus souple, à partir d'un squelette surfacique déformable. Ce dernier sujet pourrait faire l'objet de travaux à plus longs termes.





# Bibliographie

- [Bjo96] A. Bjorck. *Numerical Methods for Least Squares Problems*. SIAM, 1996.
- [CPJT95] T.F. Cootes, G.J. Page, C.B. Jackson, and C.J. Taylor. Statistical grey-level models for object location and identification. *Proc. British Machine Vision Conference, (Ed. D.Pycock) BMVA Press.*, pages 533–542, 1995.
- [CTCG92] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper, and J. Graham. Training models of shape from sets of examples. *Proc. British Machine Vision Conference, Leeds*, pages 9–18, 1992.
- [NMP96] C. Nastar, B. Moghaddam, and A. Pentland. Generalized matching for recognition and retrieval in an image database. *Proceedings of the Third International Conference : Communicating by Image and Multimedia*, May 1996.
- [TM91] D. Terzopoulos and D. Metaxas. Dynamic 3D models with local and global deformations : Deformable superquadrics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7) :703–714, July 1991.



# Chapitre 2

## Une nouvelle information a priori : la pression pulsatile



Pour achever ce travail, je propose une courte réflexion sur l'introduction d'une quatrième information a priori : la **pression pulsatile**. Cette information n'étant pas (à ma connaissance) utilisée dans les modélisations par contours actifs, je lui consacre ce chapitre.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Intérêts de l'information PRESSION PULSATILE . . . .</b>	<b>263</b>
2.1.1	Rappels physiologiques . . . . .	263
2.1.2	Pourquoi acquérir une pression? . . . . .	264
<b>2.2</b>	<b>Son acquisition . . . . .</b>	<b>264</b>
2.2.1	Le tonomètre . . . . .	264
2.2.2	Un exemple de pression pulsatile . . . . .	264
<b>2.3</b>	<b>Une réflexion sur la faisabilité de son utilisation . . . . .</b>	<b>265</b>
2.3.1	Une information pratiquement utilisable? . . . . .	265
2.3.2	Un petit détail . . . . .	265
<b>2.4</b>	<b>Une approche différente . . . . .</b>	<b>267</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>267</b>

---

## 2.1 Intérêts de l'information PRESSION PULSATILE

Je précise dans ce paragraphe la notion de pression pulsatile, ainsi que son intérêt potentiel.

### 2.1.1 Rappels physiologiques

Avant toute chose, le lecteur doit bien distinguer l'onde de pression pulsatile de l'écoulement sanguin.

- La première se propage à travers les vaisseaux artériels à une vitesse de l'ordre de 8m/s ( 6m/s dans l'aorte, 10m/s dans l'artère radiale ). Au cours de son trajet, elle distend les parois artérielles. Cette distension, perçue à la palpation, n'est autre que le pouls.
- Le second possède une vitesse de 0.2m/s dans l'aorte, ou de 0.05m/s à 0.1m/s dans les grosses artères telles que la carotide.

### 2.1.2 Pourquoi acquérir une pression ?

L'idée sous-jacente à cette acquisition est la suivante: l'artère carotide peut être considérée, en première approximation, comme une structure élastique passive. Lorsque la pression sanguine augmente, l'artère se dilate et inversement. Son rayon est donc une fonction croissante de la pression. Connaissant la variation de pression au cours du cycle cardiaque (c'est à dire du temps), je dispose d'une forte information a priori sur les déplacements des contours du vaisseau au cours du temps.

Si de plus, je peux modéliser la relation pression/rayon (par une fonction, par exemple), l'injection de cette relation dans une modélisation par contours actifs pourrait être une nouvelle information a priori très précieuse.

## 2.2 Son acquisition

Dans ce paragraphe, j'expose les matériels utilisés pour l'acquisition de la pression ainsi que les résultats obtenus.

### 2.2.1 Le tonomètre

Cet appareil est un capteur de pression (Pont de Wheastone) produisant en sortie un signal électrique dont l'intensité est proportionnelle à l'amplitude de la pression mesurée. Ce signal analogique est ensuite échantillonné à une fréquence de 500Hz par la carte d'acquisition d'un PC. Ce PC est distinct de celui utilisé par le localisateur 3D.

### 2.2.2 Un exemple de pression pulsatile

Une acquisition de pression de l'artère carotide, à l'aide du tonomètre, a été réalisée à l'hôpital Michallon. Les données brutes obtenues sont illustrés par la figure 2.1.



FIG. 2.1 – La pression sanguine pulsatile : données brutes.

## 2.3 Une réflexion sur la faisabilité de son utilisation

### 2.3.1 Une information pratiquement utilisable ?

Dans la pratique, l'acquisition de la pression peut être effectuée localement sur une portion de la carotide. La taille du segment artériel à reconstruire est de l'ordre de 10cm. La vitesse de l'onde étant de 8m/s, l'intervalle de temps  $\delta t$  séparant les extrémités du segment est de l'ordre de 12ms. Ainsi, comme le montre la figure 2.2, pour deux séquences quelconques spatialement (acquise en deux endroits quelconques sur le segment considéré), le décalage temporel maximal de l'onde de pression est de 12ms. Ce décalage étant inférieur à la période d'échantillonnage temporelle minimale des images ( 20ms soit une acquisition à 50Hz ), les variations de pression entre deux images consécutives d'une même séquence temporelle ( deux images consécutives d'un même cycle ), quelle que soit la position spatiale du cycle, seront conservées. C'est la grande célérité de l'onde de pression qui rend possible cette conservation ( ce raisonnement étant faux pour l'écoulement sanguin ). Ainsi, en première approximation, nous pouvons considérer la pression sanguine comme une fonction uniquement du temps et non de l'espace.

### 2.3.2 Un petit détail ...

Néanmoins, pour être totalement utilisable comme information a priori,



|| sa synchronisation sur le cycle cardiaque (l'ECG) semblerait nécessaire.

Il pourrait être en effet tentant de confondre le maximum du signal de pression acquis au niveau de la carotide avec la systole cardiaque (complexe QRS de l'ECG). Mais si l'onde de pression est suffisamment rapide au niveau de la carotide pour la considérer, localement, uniquement comme une fonction du temps, ce n'est plus le cas lorsque l'on considère son déplacement du cœur à la carotide. Un retard existe entre le complexe *QRS*

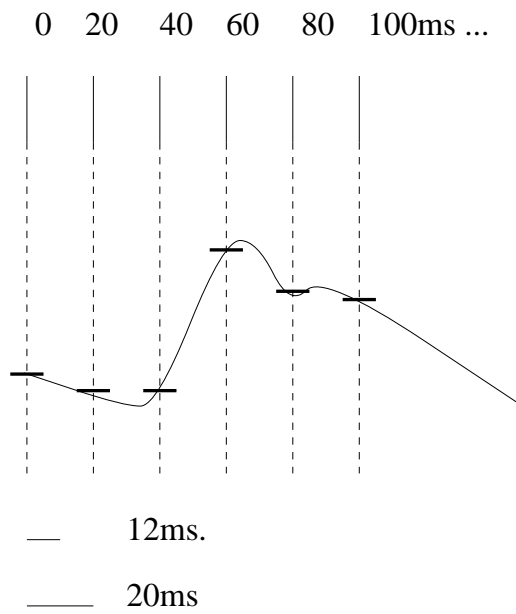
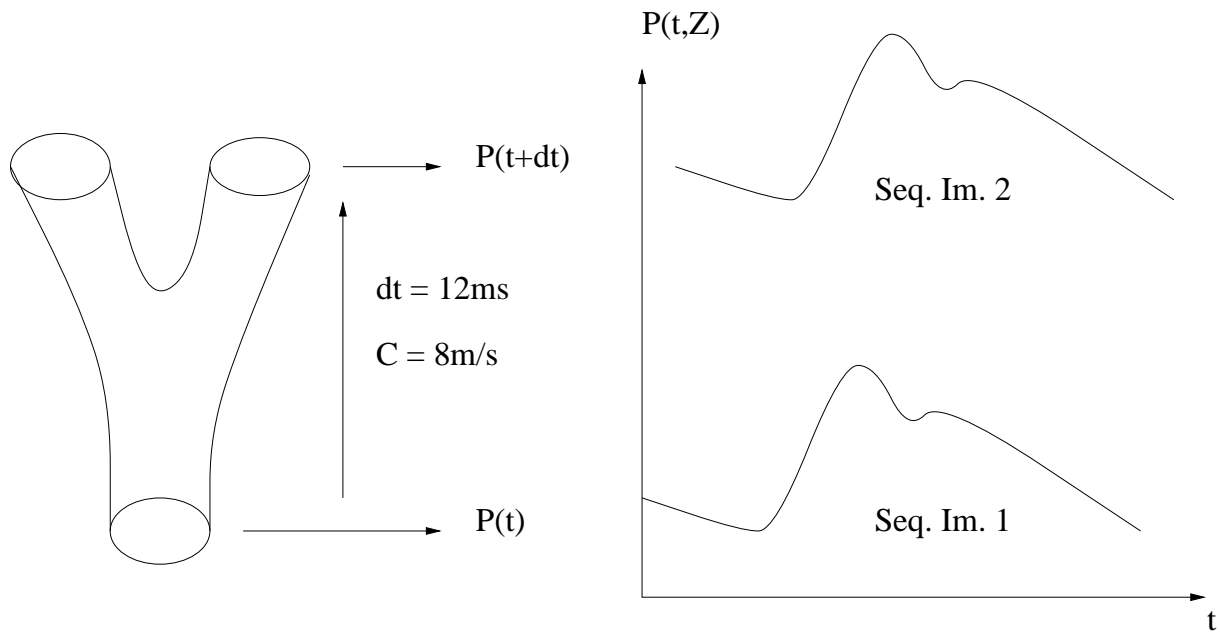


FIG. 2.2 – La pression sanguine pulsatile : validité.

(le signal électrique étant instantané), et le maximum de l'onde de pression au niveau de la carotide.

Synchroniser l'acquisition de l'onde de pression avec l'électrocardiogramme permettrait de quantifier ce retard, d'où une possibilité d'injection de ce signal dans la modélisation.

## 2.4 Une approche différente

Jusqu'à maintenant, j'ai considéré l'onde de pression comme une information a priori. Une approche différente pourrait consister à identifier les paramètres de la fonction liant la pression et le rayon de la carotide au cours d'un cycle cardiaque. Cette identification pourrait conduire à l'identification de paramètres très utiles cliniquement, tel que la compliance.

## 2.5 Conclusion

Dans ce court et dernier chapitre, j'ai rapidement analysé une nouvelle information a priori, non utilisée dans la pratique courante : la pression pulsatile.

Dans un premier temps, après avoir rappelé sa définition, j'ai illustré ce signal par des données acquises au sein de l'hôpital Michallon.

J'ai ensuite montré que la synchronisation temporelle de ce signal sur l'ECG pourrait permettre sa réelle utilisation comme information a priori sur les déplacements de la paroi au cours du temps.

Enfin, non plus considérée comme information a priori, mais comme résultat du traitement de données relatives à la carotide durant un cycle cardiaque, l'identification des paramètres de la fonction  $P = f(r)$  donnerait accès à de précieux paramètres cliniques.







Cinquième partie  
Conclusion générale



# Conclusion

Les maladies cardiovasculaires représentent **les plus grandes causes de mortalité dans les pays industrialisés**. Parmi celles-ci, les maladies coronaires prédominent en terme de fréquence, de morbidité et de mortalité. Pour leurs études, un marqueur indirect est proposé sous la forme de l'**E**paisseur du **C**omplexe **I**ntima **M**édia de l'**A**rtère **C**arotide (**EIMAC**).

Dans ce travail, j'ai présenté des premiers éléments en vue d'une étude plus **objective** et **reproductible** de l'EIMAC. Deux grands axes de recherche ont été investigués :

■ le premier, spécifique à cette étude, consistait à obtenir de données échographiques 3D de la bifurcation de l'artère carotide. A l'aide de *briques élémentaires* du laboratoire, j'ai développé, en collaboration avec le service d'Hypertension Artérielle de l'hôpital Michallon, un **nouveau système d'acquisition** 2.5D échographique de cette bifurcation. J'ai en particulier quantifié l'erreur commise lors des acquisitions et montré sa compatibilité avec une utilisation clinique. De haute qualité, ce système d'acquisition me permet d'obtenir des séquences d'images de la bifurcation, échantillonnées à 50 HZ, et localisées dans le référentiel du localisateur 3D. De plus, la synchronisation des acquisitions sur l'électrocardiogramme permet d'envisager ces données, non plus en **3D**, mais en **4D** (3D plus temps), offrant ainsi de nouvelles perspectives non encore exploitées.

■ Le second consistait à déterminer automatiquement la bifurcation de l'artère carotide. La **topologie caractéristique** de la bifurcation étant une **forte information a priori** sur le résultat recherché, j'ai développé, dans un premier temps, un **modèle géométrique déformable de topologie compatible** : un nouveau paramétrage planaire de la bifurcation, d'inspiration **physique**, est introduit. Il repose sur la convexité supérieure de la bifurcation. Suivant ce paramétrage, une surface  $\mathcal{C}^1$  de 24 paramètres, à deux trous, est bâtie à partir d'un **squelette déformable** sur lequel repose continûment une **enveloppe de superquadriques**.

■ Dans un second temps, pour montrer la compatibilité de ce modèle avec l'objectif recherché, la surface est mise en correspondance avec des données segmentées se rapportant à la bifurcation, par minimisation de la distance des points de données à la surface. Cette mise en correspondance, seconde étape des approches "extraction puis ajustement" se heurte classiquement au **calcul effectif de la distance** d'un point à la surface. Suite au paramétrage adopté, celle-ci est **naturellement** et **efficacement** approchée suite à

la résolution d'une équation de degré 7. Les résultats obtenus valident la modélisation entreprise.

■ Dans un troisième temps, les approches "extraction puis ajustement" n'utilisant pas au mieux, lors de l'étape d'extraction, l'information a priori "topologie" contenue dans le résultat recherché, le modèle a été adapté pour avoir un **comportement actif**. J'en retiendrai les points clefs suivants : **l'initialisation manuelle** du modèle sur les données images est **aisée** du fait de la topologie caractéristique de la surface ; les intersections de la surface avec les plans images sont calculées par **un algorithme de suivi de contours** judicieusement adapté à la modélisation ; les déplacements locaux, au voisinage de la surface, sont déterminés suite à l'injection d'une seconde information a priori de type **région** (*homogénéité du contenu sanguin* des vaisseaux) ; les variations des paramètres globaux induites par les déplacements locaux sont estimées à partir de **considérations infinitésimales** (matrice jacobienne). Le processus ainsi décrit est itéré jusqu'à l'obtention d'une position d'équilibre.

■ Afin d'améliorer encore cette position d'équilibre du processus actif, différentes pistes ont été proposées, et partiellement implémentées : un **meilleur ciblage** de l'information a priori topologie m'a conduit à la construction d'**une surface à trois trous** ; l'injection d'une troisième information a priori dans la modélisation de type **contour** m'a amené à **modéliser** les principes de **l'acquisition échographique** par l'introduction de l'angle entre la direction d'incidence des ultrasons et la direction de déplacement local d'un point de contour.

■ Enfin, ce travail s'achève sur l'introduction d'un nouveau **type d'information a priori**, non utilisé, à ma connaissance, dans les modèles de contour actifs : la **pression pulsatile**.

# Bibliographie

- [AHB87] K.S. Arun, T.S. Huang, and S.D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-d point sets. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, PAMI-9(5):698–700, 1987.
- [Bag96] J.P. Baguet. *Athérosclérose et Hypertension artérielle. Données de l'échographie carotidienne quantitative. Développement et validation d'un logiciel de mesure*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble, 1996.
- [Bai95] E. Bainville. *The localizer interface users's guide and reference manual*. Internal Report, TIMC Lab, Grenoble, 1995.
- [BBN91] G. Belcaro, A. Barsotti, and AN. Nicolaides. Ultrasonic biopsy - a non-invasive screening technique to evaluate the cardiovascular risk and to follow up the progression and the regression of atherosclerosis. *VASA*, 20:40–50, 1991.
- [BCCT96] C. Barbe, L. Carrat, O. Chavanon, and J. Troccaz. Computer Assisted Pericardic Surgery. In *Computer Assisted Radiology (CAR'96)*, pages 781–786. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [Bes88] P.J. Besl. Geometric modelling and computer vision. *Proc. IEEE*, 76(8):936–958, 1988.
- [Bjo96] A. Bjorck. *Numerical Methods for Least Squares Problems*. SIAM, 1996.
- [BL81] R.M. Berne and M.N. Levy. *Cardiovascular physiology*. 4eth ed. St Louis : Mosby, 1981.
- [BMB78] J.F. Brinkley, W.E. Moritz, and D.W. Baker. Ultrasonic three-dimensional imaging and volume from series of arbitrary sector scans. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 4:317–327, 1978.
- [BMGS+98] J.P. Baguet, A. Moreau-Gaudry, J.P. Siche, Troccaz J., P. Tremel, F. and Cinquin, and Mallion J.M. Reproducibility of measures of parietal thickening and of carotid diameter by a new automatic analysis program. 13th Scientific meeting of the American Society of Hypertension, May 1998.
- [BMMG+99] J.P. Baguet, J.M. Mallion, A. Moreau-Gaudry, M. Pheoc, and J.P. Tremel, F. and Siche. Relationship between cardiovascular remodeling and the pulse pressure in never treated essential hypertension. 47th Annual scientific meeting of the Cardiac Society of Australia and New Zealand, August 1999.

- [BNA95] S. Benayoun, C. Nastar, and N. Ayache. Dense non-rigid motion estimation in sequence of 3d images using differential constraints. *CVRMed*, 1995.
- [Bri97] I. Bricault. *Endoscopie bronchique assistée par ordinateur. Résolution multi-niveaux d'un problème d'optimisation scène/modèle*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, November 1997.
- [BTML93] C. Barbe, J. Troccaz, B. Mazier, and S. Lavalée. Using 2.5D echography in computer assisted spine surgery. In *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Proceedings*, pages 160–161, 1993.
- [CBT<sup>+</sup>97] O. Chavanon, C. Barbe, J. Troccaz, L. Carrat, C. Ribuot, and D. Blin. Computer assisted pericardial punctures : animal feasibility study. *CVRMed-MRCAS'97*, pages 285–294, 1997.
- [CC92] L.D. Cohen and I. Cohen. Deformable Models for 3D Medical Images using Finite Element and Balloons. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'92)*, pages 592–598, June 1992.
- [CGML87] P. Cinquin, C. Goret, I. Marque, and S. Lavalée. Morphoscopie et modélisation continue d'images 3D. In *Actes Congres AFCET RFIA 87, Antibes*, pages 439–450, Paris, 1987. AFCET.
- [CH80] R.W. Connors and C.A. Harlow. A theoretical comparison of textures algorithm. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-2:204–222, May 1980.
- [CH97] G. Champlébourg and D. Henry. Parametric two-dimensional b-spline, representation of vein and artery from 2.5d echography used to aid virtual echography. *CVRMed-MRCAS'97-LNCS*, pages 285–294, 1997.
- [Cha91] G. Champlébourg. *Utilisation des fonctions splines pour la mise au point d'un capteur tridimensionnel sans contact : quelques applications médicales (in french)*. PhD thesis, Grenoble University, July 1991.
- [CHTH94] T.F. Cootes, A. Hill, C.J. Taylor, and J. Haslam. The use of active shape models for locating structures in medical images. *Image and Vision Computing*, 12(6):355–366, July 1994.
- [CJ84] Peter Charrot and Gregory John. A pentagonal surface patch for computer aided geometric design. *CAGD Journal*, Juillet 1984.
- [CL98] F. Chassat and S. Lavalée. Experimental protocol for accuracy evaluation of 6-D localizers for Computer Integrated Surgery: Application to four optical localizers. In *MICCAI'98*, pages 277–285, 1998.
- [CM83] J. Chrétien and J. Marsac. *ABREGE : Pneumologie*. ed. Masson, 1983.
- [CN86] B.N. Chambers and J.W. Norris. Outcome in patients with asymptomatic neck bruits. *New England Journal of Medicine*, 315:860–865, 1986.
- [CPJT95] T.F. Cootes, G.J. Page, C.B. Jackson, and C.J. Taylor. Statistical grey-level models for object location and identification. *Proc. British Machine Vision Conference, (Ed. D.Pycock) BMVA Press.*, pages 533–542, 1995.

- 
- [CR89] J.M. Chassery and A. Rolland, F. and Montanvert. Reconstruction de volumes à partir de coupes sériées. (Poster), Octobre 1989. PIXIM 89 - Conférence sur l'Image Numérique à Paris.
- [CRE<sup>+</sup>90] T.E. Craven, J.E. Ryu, M.A. Espeland, F.R. Khal, M.C. Mac Kinney, J.F. Toole, M.R. Mac Mahan, C.J. Thompson, G. Heiss, and J.R.III Crouse. Evaluation of the associations between carotid artery atherosclerosis and coronary artery stenosis. a case control study. *Circulation*, 82:1230–1242, 1990.
- [CS78] H. Christiansen and T. Sedeberg. Conversion of complex contour line definitions into polygonal element mosaics. *ACM Journal*, Aout 1978.
- [CT93] J.R.III Crouse and C.J. Thompson. An evaluation of methods for imaging and quantifying coronary and carotid lumen stenosis and atherosclerosis. *Circulation*, 87 (suppl. II) :II17–II33, 1993.
- [CT94] T.F. Cootes and C.J. Taylor. Modelling object appearance using the grey-level surface. *Proc. British Machine Vision Conference*, pages 479–488, 1994.
- [CTCG92] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper, and J. Graham. Training models of shape from sets of examples. *Proc. British Machine Vision Conference, Leeds*, pages 9–18, 1992.
- [CTL94] T.F. Cootes, C.J. Taylor, and A. Lanitis. Active shape model: Evaluation of a multi-resolution methos for improving image search. *Proc. British Machine Vision Conference, Ed. E.Hancock BMVA Press.*, 1:327–336, 1994.
- [CTMK<sup>+</sup>87] J.R. Crouse, J.F. Toole, W.M. Mac Kinney, M.B. Digman, G. Howard, F.R. Khal, M.R. Mac Mahan, and G.H. Harpold. Risk factors for extracranial carotid artery atherosclerosis. *Stroke*, 18:990–996, 1987.
- [Dan80] P.-E. Danielson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, 14:227–248, 1980.
- [DC87] R. Deriche and J.P. Coquerez. Extraction de composantes connexes basée sur une détection optimale. *Proceedings of MARI*, 2:1–9, 1987.
- [DD94] A. Delcker and C. Diener. Quantification of atherosclerotic plaques in carotid arteries by 3d ultrasound. *The British Journal of Radiology*, 67:673–678, 1994.
- [Der87] Rachid Deriche. Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- [Des96] V. Dessenne. *GMCAO: applications a la ligamentoplastie et a la chirurgie orthognatique*. PhD thesis, University Joseph Fourier (Grenoble, France), October 1996.
- [DGRL96] J. Deng, J.E. Gardener, C.H. Rodeck, and W.R. Lees. Fetal echocardiography in 3-dimensions and 4-dimensions. *Ultrasound Med. Biol.*, 22:979–986, 1996.



- [Emi96] C. Emile. Quantification ultrasonographique de l'épaississement intima-média : un marqueur artériel de l'athérome infraclinique. *Actualités Vasculaires Internationales : Perspectives*, 43 :18–22, 1996.
- [FL98] M. Fleute and Stephane Lavalée. Building a Complete Surface Model from Sparse Data Using Statistical Shape Models : Application to Computer Assisted Knee Surgery. In W. M. Wells, A. Colchester, and S. Delp, editors, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention- MICCAI'98*, pages 880–887. Springer Verlag, October 1998.
- [FSP+96] H. Fuchs, A. Stae, E. Pisano, W. Garrett, G. Hirota, M. M. Livingston, M. Whitton, and S. Pizer. Towards performing ultrasound-guided needle biopsies from within a head-mounted display. *Visualisation in Biomedical Computing*, pages 591–600, 1996.
- [Gan77] W.F. Ganong. *Physiologie medicale*. Masson, 1977.
- [GHH+93] J.A. Gosling, P.F. Harris, J.R. Humpherson, I. Whitmore, and P.L.T. Willan. *Anatomie humaine*. Deux. e'd. Bruxelles : De Boeck Université', 1993.
- [GML+93] J. Gariépy, M. Massoneau, J. Levenson, D. Heudes, A. Simon, and le groupe de prévention cardiovasculaire en médecine du travail. Evidence for in vivo carotid and femoral wall thickening in human hypertension. *Hypertension*, 22 :111–118, 1993.
- [GR93] R.C. Gonzalez and Woods R.E. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
- [Gre82] J.F. Greenleaf. 3d imaging in ultrasound. *Journal of Medical Systems*, 6 :579–589, 1982.
- [GS95] C. Guiard and J. Sequeira. Etude de la continuité d'embranchements de cylindres généralisés. *Revue de CFAO et d'informatique graphique*, 10/6 :587–605, 1995.
- [GWZ+87] S. Glacov, E. Weisenberg, C.K. Zarins, R. Stankunavicius, and G.J. Kolettis. Compensatory enlargement of human atherosclerosis coronary arteries. *New England Journal of Medicine*, 316 :1371–1375, 1987.
- [HCT92] A. Hill, T.F. Cootes, and C.J. Taylor. A generic system for image interpretation using flexible templates. *Proc. British Machine Vision Conference, Leeds*, pages 276–285, 1992.
- [Hen97] D. Henry. *Outils pour la modélisation de structures et la simulation d'examen échographiques*. PhD thesis, université Joseph Fourier (Sciences), 1997.
- [HM93] R. Horaud and O. Monga. *Vision par Ordinateur*. Hermes, Paris, 1993.
- [HNG92] I. Herlin, C. Nguyen, and C. Graffigne. A Deformable Region Model using Stochastic Processes Applied to Echocardiographic Images. In *CVPR*, 1992.
- [HTB96] D. Henry, J. Troccaz, and J.L. Bosson. Virtual Echography : Simulation of ultrasonographic examinations. In Hans B. Sieburg and Suzanne J. Weghorst

- 
- and karen S. Morgan, editors, *proceedings of MMVR'4*, pages 176–183, PO Box 23220 San Diego CA 92193 USA, january 1996. MMVR'4.
- [HTC92] A. Hill, C.J. Taylor, and T. Cootes. Object recognition by flexible template matching using genetic algorithms. *Proc. European Conference on Computer Vision (G.Sandini. Ed.)*, pages 852–856, 1992.
- [Hu62] M.K. Hu. Visual pattern recognition by moment invariants. *IRE Transactions on Information Theory*, IT-18:179–187, 1962.
- [Hue71] M.T. Hueckel. An operator which locates edges in digitalized pictures. *Journal Association Computer Machine*, 18:113–125, 1971.
- [Ion98] I. Ionescu. *Segmentation et recalage d'images échographiques par utilisation de connaissances physiologiques et morphologiques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1998.
- [JNM<sup>+</sup>96] V. Juhan, B. Nazarian, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, and J. Sequeira. Geometrical modelling of abdominal aortic aneurysms. *CVRED-MRCAS*, pages 243–252, 1996.
- [Kir71] R. Kirsh. Computer determination of the consistent structure of biological images. *Computer biomedical research*, 4:315–328, 1971.
- [LD89] C. Loop and T. DeRose. A multisided generalization of bézier surfaces. *ACM Journal*, Juillet 1989.
- [Lei75] VEB Bibliographisches Intitut Leipzig, editor. *Mathematics at a glance*. 1975.
- [LF78] S.Y. Lu and K.S. Fu. A syntactic approach to texture analysis. *Computer Graphic Image Processing*, 7(3):303–330, 1978.
- [LRCB<sup>+</sup>89] J.M. Levailant, D. Rotten, A. Collet Billon, Y. LeGuerrinel, and P. Rua. Three-dimensional ultrasound imaging of the female breast and human fetus in utero: Preliminary results. *Ultrasound Imaging*, 11:149, 1989.
- [MBO92] O. Monga, S. Benayoun, and Faugeras O.D. From partials derivatives of 3D density images to ridge lines. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'92)*, pages 354–359, Champaign, Illinois, June 1992.
- [MFF<sup>+</sup>93] E. Maurincomme, D. Friboulet, G. Finet, I. Magnin, and J.H.C. Reiber. Adder: a snake-based segmentation approach for intravascular ultrasound images: Techniques and application. *Proceedings of the 2nd conference on Digital Image Computing*, pages 422–429, December 1993.
- [MG95] A. Moreau-Gaudry. *Dea de mathématiques appliquées: segmentation automatique d'images dynamiques échographiques*. 1995.
- [MG00] A. Moreau-Gaudry. *Modélisation géométrique de bifurcation - Application à l'étude des maladies cardiovasculaires*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2000.
- [MGCB98] A. Moreau-Gaudry, P. Cinquin, and J.P. Baguet. A new branching model: Application to carotid ultrasonic data. pages 1049–1056, 1998.

- [MGCB99] A. Moreau-Gaudry, P. Cinquin, and J.P. Baguet. Active model based carotid ultrasonic data segmentation. pages 176–183, 1999.
- [MH80] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. *Proc. Royal Soc. London*, (B 207):187 – 217, 1980.
- [MHT95] A.H. Mir, M. Hanmandlu, and S.N. Tandon. Texture analysis of ct images. *IEEE Engineering in Medecine and Biology*, pages 781–786, December 1995.
- [Min86] A.H. Mines. *Respiratory physiology*. 2nd ed. New York : Raven Press, 1986.
- [MKK63] K.S. Mathur, S.K. Kashyap, and V. Kumar. Correlation of the extent and severity of atherosclerosis in the coronary and cerebral arteries. *Circulation*, 27:929–934, 1963.
- [MS62] J.R.A. Mitchell and C.J. Schwartz. Relationship between arterial disease in different sites. a study of the aorta and coronary, carotid and iliac arteries. *British Medical Journal*, pages 1293–1301, 1962.
- [MT96] T. McInerney and D. Terzopoulos. Deformable models in medical image analysis: a survey. *Medical Image Analysis*, 1(2):91–108, 1996.
- [MV87] J.D. Matteo and A. Vacheron. *Cardiologie*. Deux. éd. Paris : Expansion Scientifique Française, 1987.
- [Nas94] C. Nastar. Modèles physiques déformables et modes vibratoires pour l'analyse du mouvement non-rigide dans les images multidimensionnelles. *Thèse : spécialité Mathématiques, Informatique*, Juillet 1994.
- [NJM<sup>+</sup>96a] B. Nazarian, V. Juhan, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, , and J. Sequeira. Modélisation tridimensionnelle des anévrismes aortiques. *Innov. Techn. Biol. Med*, 17(5):431–441, 1996.
- [NJM<sup>+</sup>96b] B. Nazarian, V. Juhan, K. Malkani, R. Bulot, J.M. Bartoli, , and J. Sequeira. Modélisation tridimensionnelle des anévrismes aortiques. *Innov. Techn. Biol. Med*, 17(5):431–441, 1996.
- [NMP96a] C. Nastar, B. Moghaddam, and A. Pentland. Generalized image matching: Statistical learning of physically-based deformations. *Proceedings of the Fourth European Conference on Computer Vision ECCV'96*, April 1996.
- [NMP96b] C. Nastar, B. Moghaddam, and A. Pentland. Generalized matching for recognition and retrieval in an image database. *Proceedings of the Third International Conference: Communicating by Image and Multimedia*, May 1996.
- [Nor94a] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK:Collect Guide/Glossary/Display Guide*, April 1994.
- [Nor94b] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK:Getting Started Guide*, April 1994.
- [Nor94c] Northern Digital Inc. *OPTOTRAK:System Guide*, April 1994.
- [OPK<sup>+</sup>92] D.H. O'Leary, J.F. Polak, R.A. Kronmal, S.J. Kittner, M.G. Bond, S.K. Wolfson, W. Brommer, T.R. Price, J.M. Gardin, and P.J. on behalf of the CHS collaborative research group Savage. Distribution and correlates of

- sonographically detected carotid artery disease in the cardiovascular health study. *Stroke*, 23:1752–1760, 1992.
- [Pap65] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New-York, 1965.
- [Pap98] A.P. Paplinski. Directional filtering in edge detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7:611–615, APRIL 1998.
- [Per96] O. Peria. *Fusion d’images morphologiques et fonctionnelles par l’utilisation de capteur intermediaire*. PhD thesis, University Joseph Fourier, Grenoble, France, avril 1996.
- [PN95] D.H. Pretorius and T.R. Nelson. Fetal face visualization using three-dimensional ultrasonography. *Journal of Ultrasound in Medecine*, 14:349–356, 1995.
- [Pre70] J.M.S. Prewitt. Object enhancement and extraction. In A. Rosenfeld B.S. Likin, editor, *Picture Processing and psychopictorics*, pages 75–149. Academic Press, 1970.
- [PVTF] W.H. Press, W.T. Vetterling, S.A. Teukolsky, and B.P. Flannery. Numerical recipies in c : Second edition.
- [PW89] A. Pentland and J. Williams. Good Vibrations : Modal Dynamics for Graphics and Animation. *Computer Graphics (SIGGRAPH’89)*, 23(3):215–222, July 1989.
- [RNP96] M. Riccabona, T.R. Nelson, and D.H. Pretorius. Three-dimensional ultrasound : accuracy of distance and volume measurements. *Ultrasound in Obstetrics and Gynecology*, 7:429–434, 1996.
- [Rob65] L. G. Roberts. Machine perception of three-dimensional solids. In Tippett et al., editors, *Optical and Electro-Optical Information Processing*, chapter 9, pages 159–197. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1965.
- [SB89] D. Storry and A. Ball. Design of an n-sided surface patch from hermite boundary data. *CAGD Journal*, Mai 1989.
- [SB90] F.S. Solina and R. Bajcsy. Recovery of parametric models from range images. The case of superquadrics with global deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(2):131–146, 1990.
- [SD92] L.H. Staib and J.S. Duncan. Boundary finding with parametrically deformable model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:1061–1075, November 1992.
- [SD95] S. Silbernagl and A. Despopoulos. *Atlas de poche de physiologie*. Deux. éd. française : Médecine-Sciences Flammarion, 1995.
- [SD96] L.H. Staib and J.S. Duncan. Model-based deformable surface finding for medical images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15:720–731, October 1996.

- [SH89] W. Steincke and M. Hennerici. Three-dimensional ultrasound imaging of carotid artery plaques. *Journal of cardiovascular technology*, 8(1):15–22, 1989.
- [Shi84] S.N. Shir. Multiresolution 3d image processing and graphics. *Multiresolution Image Processing and Analysis*, pages 224–236, 1984.
- [SLCY94] Y.N. Sun, J.S. Lee, J.C. Chang, and W.Y. Yao. Three-dimensional reconstruction of kidney from ultrasonic images. *IEEE Workshop of Biomedical Image Analysis*, pages 3–49, 1994.
- [SS91] R. Salonen and J.T. Salonen. Determinant of carotid intima-media thickness: a population-based ultrasonography study in eastern finnish men. *Journal of Internal Medecine*, 229:225–231, 1991.
- [SS93] J.T. Salonen and R. Salonen. Ultrasound b-mode imaging in observational studies of atherosclerosis progression. *Circulation*, 87 (suppl.II):II56–II65, 1993.
- [Ste68] N.H. Sternby. Atherosclerosis in a defined population: an autopsy survey in malmo, sweden. *Acta Pathol Microbiol Scand*, 194:1–216, 1968.
- [TM91] D. Terzopoulos and D. Metaxas. Dynamic 3D models with local and global deformations: Deformable superquadrics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7):703–714, July 1991.
- [TPS+92] P.J. Touboul, P. Prati, P.Y. Scarabin, V. Adrai, E. Thibout, and P. Ducimetière. Use of monitoring software to improve the measurement of carotid wall thickness by b-mode imaging. *Journal of Hypertension*, 10 (suppl. 5):S37–S41, 1992.
- [TST82] F. Tomita, Y. Shirai, and S. Tsuji. Description of texture by a structural analysis. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, PAMI-4(2):183–191, 1982.
- [VP84] T. Varady and M. Pratt. Design techniques for the definition of solid objects with free-form geometry. *CAGD Journal*, Décembre 1984.
- [VV93] L.J. Van Vliet. *Grey-scale measurement in multi-dimensional digitized images*. Delft University Press, 1993.
- [Wec80] W. Wechsler. Texture analysis - a survey. *Signal Process*, 2:271–280, 1980.
- [YGT+60] W. Young, J.W. Gofman, R. Tandy, N. Malanud, and E.S.G. Waters. The quantification od atherosclerosis iii: the extent of correlation of degrees of atherosclerosis within ans between the coronary and cerebral vascular beds. *American Journal of Cardiology*, 6:300–308, 1960.

## Résumé

Les objets bifurcation, du fait de leurs topologies non homotopiques aux classiques surfaces sphériques, cylindriques ou toriques, sont des entités difficilement paramétrables de façon naturelle. Relevant du domaine de la modélisation et de l'imagerie, ce travail de thèse présente, dans un premier temps, de possibles paramétrages planaires univoques de cette entité, dont un particulier, d'inspiration physique, a permis la génération d'une surface C1 de topologie compatible : bâtie comme une enveloppe de superquadriques reposant sur un squelette déformable, elle est entièrement définie par la donnée de 24 paramètres.

Dans un second temps, motivé par l'amélioration de l'étude d'un marqueur indirect des maladies cardiovasculaires, première cause de mortalité dans les pays industrialisés, cette surface est déformée à partir de données échographiques 2.5D de la bifurcation de l'artère Carotide : pour obtenir ces données, un système d'acquisition, intégrant un localisateur optique à marqueurs actifs, a été développé et évalué. Enrichi successivement par des informations a priori complémentaires de différents types, ce modèle est alors mis en correspondance par deux méthodes distinctes ("extraction puis ajustement", "contours actifs") avec les données échographiques précédemment acquises. Les premiers résultats obtenus sont présentés dans ce travail.

**Mots-clés:** Modélisation géométrique - Superquadrique - Spline - Minimisation multi-dimensionnelle - Contours actifs - Information a priori - Acquisition 2.5D - Traitement d'images médicales

## Abstract

Because branching is not homotopic to classic surfaces, as a cylinder, a sphere or a torus, natural parameterization is not obvious. This research work in the modeling and imaging field describes first, possible planar one-to-one parameterizations of branching, which allows generating a C1 surface of similar shape. This surface is built as an envelope lying on a deformable skeleton and totally defined by 24 parameters.

Then, motivated by a possible improvement of the study of cardiovascular diseases, which are the main cause of death in industrialized countries, the surface is attracted by 2.5D ultrasonic data from the carotid artery branching. In order to obtain these data, a system, using an optical localizer connected to an ultrasonic system, was developed and evaluated. Using various additional a priori knowledge, the surface is then fitted to previously acquired ultrasonic data, according to two different methods ("extraction and adjustment", "active model"). First results obtained with this approach are presented in this work.

