



**HAL**  
open science

# Etude par simulation numérique directe du rayonnement acoustique de couches de mélange isothermes et anisothermes

Véronique Fortuné

► **To cite this version:**

Véronique Fortuné. Etude par simulation numérique directe du rayonnement acoustique de couches de mélange isothermes et anisothermes. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Poitiers, 2000. Français. NNT: . tel-00006902

**HAL Id: tel-00006902**

**<https://theses.hal.science/tel-00006902>**

Submitted on 17 Sep 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

pour l'obtention du Grade de

**Docteur de l'Université de POITIERS**

(Diplôme National - Arrêté du 30 mars 1992)

École Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers  
École Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur  
Spécialité : Acoustique et Dynamique des Écoulements Instationnaires

Présentée par

Véronique FORTUNÉ

## Étude par Simulation Numérique Directe du rayonnement acoustique de couches de mélange isothermes et anisothermes

Directeurs de Thèse : Éric Lamballais & Yves Gervais

Date de soutenance : 1<sup>er</sup> décembre 2000

Composition du jury :

<b>C. Bailly</b>	Maître de Conférences (HDR), École Centrale de Lyon	<i>Rapporteur</i>
<b>P. Comte</b>	Professeur, Université de Strasbourg	<i>Rapporteur</i>
<b>J. P. Bonnet</b>	Directeur de Recherche, Université de Poitiers	<i>Examineur</i>
<b>S. Candel</b>	Professeur, École Centrale de Paris	<i>Examineur</i>
<b>G. Comte-Bellot</b>	Professeur, École Centrale de Lyon	<i>Présidente</i>
<b>R. Friedrich</b>	Professeur, Université de Munich	<i>Examineur</i>
<b>Y. Gervais</b>	Professeur, Université de Poitiers	<i>Examineur</i>
<b>E. Lamballais</b>	Maître de Conférences, Université de Poitiers	<i>Examineur</i>



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres</b>	<b>5</b>
1.1 Les analogies aéroacoustiques . . . . .	6
1.1.1 L’analogie de Lighthill (1952) . . . . .	6
1.1.2 Autres analogies aéroacoustiques . . . . .	9
1.1.3 Conclusion sur les approches théoriques . . . . .	9
1.2 Rayonnement acoustique des jets turbulents . . . . .	10
1.2.1 Généralités sur la structure d’un jet libre . . . . .	10
1.2.2 Le bruit des jets subsoniques . . . . .	11
1.2.2.1 Loi de Lighthill en $U^8$ . . . . .	13
1.2.2.2 Caractéristiques globales et spectrales de l’émission sonore	13
1.2.3 Le bruit des jets supersoniques . . . . .	15
1.2.4 Influence de la température . . . . .	18
1.2.5 Conclusions sur le rayonnement acoustique des jets subsoniques . . .	22
1.3 Calculs numériques en aéroacoustique . . . . .	23
1.3.1 Calcul direct du bruit rayonné par un écoulement . . . . .	24
1.3.2 Modélisations basées sur les analogies acoustiques . . . . .	28
1.3.3 Conclusion sur les calculs numériques en aéroacoustique . . . . .	33
1.4 Conclusions . . . . .	34
<b>2 Généralités sur l’écoulement de couche de mélange</b>	<b>37</b>
2.1 Caractéristiques générales de l’écoulement de couche mélange . . . . .	37
2.2 Le modèle temporel . . . . .	42

## Table des matières

---

2.3	Généralités sur l'analyse de stabilité linéaire . . . . .	43
2.4	La couche de mélange incompressible . . . . .	43
2.5	La couche de mélange compressible . . . . .	45
2.6	Conclusions . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Présentation de l'outil numérique</b>	<b>49</b>
3.1	Les équations du mouvement . . . . .	49
3.2	Configuration et paramètres de l'écoulement . . . . .	50
3.3	Conditions aux limites . . . . .	52
3.3.1	Conditions périodiques . . . . .	52
3.3.2	Conditions de frontière ouverte . . . . .	53
3.4	Conditions initiales . . . . .	56
3.5	Intégration temporelle . . . . .	58
3.6	Discrétisation spatiale . . . . .	58
3.6.1	Présentation des schémas compacts . . . . .	59
3.6.2	Discrétisation dans les directions périodiques . . . . .	63
3.6.3	Discrétisation dans la direction non-périodique . . . . .	64
3.7	Critères de stabilité numérique . . . . .	68
3.8	Filtrage numérique . . . . .	70
3.9	Validations du code de calcul . . . . .	72
3.9.1	Tests en stabilité linéaire . . . . .	72
3.9.2	Rayonnement acoustique d'une couche de mélange . . . . .	76
3.10	Conclusion sur nos méthodes numériques . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme</b>	<b>81</b>
4.1	Calcul direct du rayonnement acoustique . . . . .	82
4.1.1	Conditions initiales et paramètres de l'écoulement . . . . .	83
4.1.2	Étude d'une couche de mélange à $M = 0,2$ . . . . .	86
4.1.3	Influence du nombre de Mach . . . . .	96
4.1.4	Influence du nombre de Reynolds . . . . .	98
4.1.5	Influence des effets tridimensionnels . . . . .	102
4.1.6	Interprétations des résultats et conclusions du calcul direct acoustique	110

4.2	Prédictions acoustiques basées sur l’analogie de Lighthill . . . . .	112
4.2.1	Analogie de Lighthill pour un écoulement temporel . . . . .	113
4.2.2	Utilisation des données issues des simulations bidimensionnelles . . .	114
4.2.3	Utilisation des données issues des simulations tridimensionnelles . .	116
4.2.4	Interprétations des résultats . . . . .	117
4.2.5	Loi dimensionnelle d’évolution de l’intensité acoustique . . . . .	118
4.3	Conclusions . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Rayonnement acoustique d’une couche de mélange anisotherme</b>	<b>123</b>
5.1	Calcul direct du rayonnement acoustique . . . . .	124
5.1.1	Conditions initiales et paramètres de l’écoulement . . . . .	124
5.1.2	Étude de la couche de mélange à $M = 0,2$ . . . . .	125
5.1.3	Influence du nombre de Mach . . . . .	129
5.1.4	Effets tridimensionnels sur les couches de mélange anisothermes . . .	130
5.1.5	Conclusions sur le calcul direct . . . . .	136
5.2	Prédictions acoustiques basées sur l’analogie de Lighthill . . . . .	137
5.2.1	Utilisation des données issues des simulations bidimensionnelles . . .	139
5.2.2	Utilisation des données issues des simulations tridimensionnelles . .	141
5.2.3	Interprétations des résultats . . . . .	142
5.3	Conclusions . . . . .	143
	<b>Conclusion générale</b>	<b>145</b>
<b>A</b>	<b>Analogie de Lighthill à une dimension</b>	<b>157</b>
A.1	Équation d’onde à une dimension . . . . .	157
A.2	Solution de l’équation d’onde . . . . .	158
A.3	Mise en œuvre numérique . . . . .	160



# Introduction

Ce travail s'inscrit dans un contexte de recherches fondamentales sur la génération et la propagation de bruit par les écoulements turbulents. Les écoulements turbulents sont gouvernés par des équations non-linéaires, qui contiennent elles-mêmes la génération et la propagation des ondes par l'écoulement. Sauf dans des cas très simples, ces équations sont impossibles à résoudre analytiquement. Les progrès des performances des calculateurs ont permis très récemment de développer des simulations numériques en aéroacoustique, généralement regroupées sous l'appellation CAA pour Computational AeroAcoustics. On peut distinguer deux objectifs principaux [22, 30] pour ces calculs numériques :

- d'un point de vue fondamental, elles peuvent permettre l'analyse des mécanismes de production du bruit dans l'écoulement et des modifications de la propagation des ondes par l'écoulement ;
- dans un contexte industriel, elles s'appliquent à fournir une connaissance des caractéristiques acoustiques globales (niveaux sonores, spectres, directivités, distribution spatio-fréquentielle des sources sonores).

Le Laboratoire d'Études Aérodynamiques est impliqué dans le programme Recherche et Technologie du Centre National d'Études Spatiales sur l'environnement acoustique des lanceurs. Il est établi que la charge utile embarquée à bord des lanceurs est susceptible d'être endommagée par le bruit émis par les jets des moteurs au cours du décollage. Ceci justifie qu'on porte une attention particulière à l'émission acoustique des jets turbulents. L'un des principaux moyens d'essais développés dans le cadre de ce programme [42] est implanté au Centre d'Études Aérodynamiques et Thermiques de Poitiers. Il peut être utilisé pour caractériser le rayonnement acoustique de jets subsoniques ou supersoniques, chauds ou froids, et pour expérimenter des techniques de réduction de bruit pendant la phase de décollage, telle que l'injection d'eau [76]. Parallèlement à ces investigations expérimentales, qui sont extrêmement onéreuses, il est important d'élaborer des modèles numériques capables de prédire le bruit émis par les jets turbulents. Pour accéder à une estimation du rayonnement acoustique produit en dehors de la zone de l'écoulement, plusieurs approches sont possibles :

- le **calcul direct**, qui consiste à résoudre directement les équations de Navier-Stokes dans un domaine de calcul suffisamment vaste pour contenir le champ acoustique



## Introduction

---

lointain de l'écoulement ;

- les **méthodes hybrides**, s'appuyant sur l'utilisation d'une analogie aéroacoustique et nécessitant un calcul préalable du champ aérodynamique pour évaluer les sources acoustiques présentes dans l'écoulement.

Pour réaliser le calcul de champ aérodynamique de l'écoulement dans ces approches hybrides, on peut envisager le recours à différentes techniques de simulation de l'écoulement, de la simulation directe à la résolution des équations moyennes, ces dernières restant les plus couramment employées pour des raisons de coût de calcul.

En particulier, des modèles de prédiction de bruit, basés sur l'analogie de Lighthill et utilisant les données sur le champ aérodynamique fournies par une résolution des équations moyennées couplée à un modèle de type  $k - \epsilon$ , ont été largement développés au cours de la dernière décennie. Notons que dans ces approches, l'utilisation de données moyennes et statistiques rend nécessaire une modélisation des termes sources acoustiques qui ne permet plus l'évaluation d'une grandeur acoustique instantanée. Ces méthodes restent relativement limitées, notamment à cause des hypothèses très restrictives qu'elles font peser sur la nature de la turbulence à modéliser.

À l'inverse, la technique de Simulation Numérique Directe (SND) présente l'avantage de donner accès à toutes les quantités instantanées considérées dans l'écoulement. Lorsque des méthodes numériques très précises sont utilisées, la SND apporte une connaissance précieuse de la structure de l'écoulement. Elle peut contribuer à une meilleure compréhension des mécanismes physiques de génération de bruit dans les écoulements turbulents. Elle rend alors possible une modélisation beaucoup plus fine des termes sources acoustiques et peut ainsi permettre une amélioration des modèles statistiques. Un autre avantage majeur de cette approche réside dans le fait qu'elle autorise également le calcul simultané du champ dynamique et du champ acoustique rayonné. Le calcul direct acoustique ainsi obtenu constitue une solution de référence pour l'élaboration de modèles de prévision de bruit.

Il faut souligner ici les difficultés associées à la réalisation d'un calcul direct du champ acoustique rayonné par un écoulement turbulent. En effet, on peut montrer en tenant compte de toutes les échelles spatiales présentes dans l'écoulement et du nombre d'itérations temporelles nécessaires, que le coût en temps d'un calcul direct en aéroacoustique est proportionnel au nombre de Reynolds à la puissance cube et inversement proportionnel au nombre de Mach à la puissance quatre (voir Colonius [22] pour plus de détails). Une telle contrainte rend actuellement inaccessible la simulation directe d'un écoulement turbulent à grand nombre de Reynolds. On notera aussi que le coût d'un calcul acoustique direct augmente de façon considérable lorsque le nombre de Mach est faible. Enfin, pour conserver la précision du calcul acoustique, un soin tout particulier doit être apporté dans le choix des méthodes numériques. Le traitement des

conditions aux limites est également une question cruciale. Pour toutes ces raisons, les études de calcul direct du bruit émis par un écoulement restent encore peu répandues, en dépit de l'amélioration des performances des calculateurs.

Le plan de la présente étude est organisé de la façon suivante :

On réalise dans un premier chapitre une revue générale des travaux consacrés à l'étude du rayonnement acoustique émis par les écoulements cisailés libres. En particulier, nous rappelons les principales caractéristiques de l'émission sonore des jets libres, mises en évidence par les études expérimentales et théoriques. On notera que le bruit des jets subsoniques provient essentiellement des zones de mélange de l'écoulement, et que la température du jet influence notablement son émission sonore. C'est un facteur dont l'importance est loin d'être négligeable en pratique, puisque dans de nombreux cas d'application, les jets turbulents concernés sont très fortement chauffés. La dernière partie de ce chapitre est dédiée à une présentation des calculs numériques en aéroacoustique. Les principales réalisations de calcul direct acoustique y sont rappelées. Puis les résultats issus de différentes approches hybrides sont exposés, notamment ceux menés en parallèle aux études de calcul direct, qui permettent dans une certaine mesure de valider l'usage des analogies acoustiques.

Dans la suite de notre travail, nous choisissons de réaliser, par simulation directe du rayonnement acoustique, l'étude d'un écoulement cisailé libre fondamental, la couche de mélange plane en développement temporel. Le modèle temporel, qui consiste à appliquer une condition de périodicité dans la direction de l'écoulement, constitue une alternative intéressante pour concilier la précision d'une simulation directe à un coût de calcul raisonnable. Le deuxième chapitre est ainsi consacré à un bref rappel de généralités sur l'écoulement de couche de mélange.

Nous présentons dans le troisième chapitre l'outil numérique que nous avons développé, en exposant précisément les méthodes numériques utilisées pour représenter l'évolution temporelle d'une couche de mélange et permettre le calcul direct de son émission acoustique. Pour assurer une bonne qualité du calcul direct acoustique, il faut apporter une attention toute particulière au choix des schémas numériques, qui doivent être très précis et limiter au maximum les erreurs de types dispersif et dissipatif. Les conditions aux limites utilisées permettent d'une part de s'affranchir des incertitudes associées à l'usage de conditions d'entrée/sortie, et d'autre part d'éviter les réflexions parasites vers l'intérieur du domaine de calcul.

La première partie du quatrième chapitre est dédiée à la présentation des résultats issus du calcul direct du rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme. Des simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles sont réalisées, en ayant recours pour ces dernières aux supercalculateurs mis à notre disposition par l'Institut du

## Introduction

---

Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS) du CNRS. Nous verrons en particulier que l'approche temporelle permet d'identifier l'événement au sein de l'écoulement à l'origine d'une émission sonore observée en champ acoustique lointain. Dans cette partie, nous réalisons une étude des effets du nombre de Mach et du nombre de Reynolds de l'écoulement, ainsi qu'une analyse des effets tridimensionnels sur l'émission sonore. Dans une deuxième partie, des prédictions du bruit rayonné par la couche de mélange sont mises en œuvre, en s'appuyant sur le formalisme de l'analogie de Lighthill et en utilisant la base de données précédemment constituée sur le champ aérodynamique au cours des simulations directes. La comparaison avec les résultats du calcul direct acoustique permet de conclure sur la validité de l'approche analogique.

Enfin, nous consacrons un cinquième chapitre à l'étude des effets de la température sur le développement et le rayonnement acoustique de la couche de mélange. Des simulations directes, bidimensionnelles et tridimensionnelles, de couches de mélange anisothermes sont effectuées pour différents nombres de Mach et rapports de température. On compare ensuite les émissions acoustiques obtenues par le calcul direct dans les cas isothermes et anisothermes. Les principales conséquences des effets combinés du nombre de Mach et de la température sur l'émission acoustique sont ainsi déterminées à l'aide de notre modèle d'écoulement temporel. Enfin, des prédictions acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill sont également réalisées, dans le but d'analyser l'importance des effets spécifiques de la température dans le terme source complet.

# Chapitre 1

## Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la description du rayonnement acoustique des écoulements instationnaires, en particulier turbulents. Ces écoulements sont caractérisés par des effets fortement non-linéaires, qui jouent un rôle dans la génération et, indirectement, dans la propagation du son. Le couplage entre les phénomènes acoustiques et l'écoulement rend leur traitement particulièrement délicat. En effet, la génération et la propagation du son dans un écoulement sont contenues dans les équations de Navier-Stokes, et il n'est possible de séparer les différents modes de fluctuations de l'écoulement (modes rotationnel, acoustique et entropique, d'après Chu & Kosvaznay [20]) que dans des cas très simples. La plupart des approches théoriques de description du rayonnement acoustique produit par les écoulements turbulents sont basées sur une *analogie acoustique* déduite d'une reformulation des équations de Navier-Stokes en équation d'onde. L'analogie acoustique proposée en premier lieu par Lighthill [68] est à la base de l'aéroacoustique, et la première partie de ce chapitre lui est principalement dédiée. D'autres approches analogiques, développées pour préciser la description de la propagation du son en écoulement, sont également mentionnées.

L'étude est ensuite recentrée sur le domaine d'application qui nous occupe plus particulièrement, en l'occurrence l'émission acoustique des jets turbulents libres. La deuxième partie de ce chapitre est ainsi consacrée à l'exposé des caractéristiques générales de l'émission acoustique des jets turbulents. Nous nous intéresserons notamment à l'influence de la température du jet sur le rayonnement sonore. Nous verrons qu'en dépit d'une description très complète fournie par les études expérimentales, les mécanismes de génération de bruit par l'écoulement restent très mal connus.

L'amélioration des performances des calculateurs au cours des vingt dernières années a permis un développement considérable de la simulation numérique des écoulements.

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

Celle-ci s'est traduite par l'apparition des premiers calculs numériques en aéroacoustique, au cours de la dernière décennie. Les objectifs des calculs numériques sont d'une part l'amélioration de la connaissance des mécanismes responsables de la génération du bruit par les écoulements turbulents et d'autre part la prédiction des niveaux sonores émis par ces écoulements.

Parmi les stratégies envisageables, la plus simple, et néanmoins la plus ambitieuse en termes de coût de calcul, est le calcul direct du rayonnement acoustique en résolvant les équations de Navier-Stokes jusqu'au champ acoustique lointain. Les avancées des technologies informatiques n'ont rendu que très récemment possible ce calcul direct du bruit rayonné. Ainsi, les premières réalisations, effectuées sur des modèles simplifiés d'écoulement (dispersion des ondes par un tourbillon [23], rayonnement acoustique émis par deux tourbillons contra-rotatifs [79], ou par une couche de mélange bidimensionnelle [24, 62]) n'ont guère plus de cinq ans. Les exigences du calcul acoustique direct, en termes de précision et de temps de calcul, le rendent encore peu répandu. À l'inverse, l'estimation du rayonnement acoustique par le biais d'une technique de type analogie acoustique est plus couramment employée. La qualité des prévisions acoustiques obtenues varie selon la précision des données utilisées pour évaluer les termes sources.

### 1.1 Les analogies aéroacoustiques

L'objet de cette partie est de rappeler comment la génération et la propagation du son peuvent être décrites à partir des équations de Navier-Stokes régissant le mouvement d'un fluide newtonien. L'idée de base est d'essayer de regrouper dans le membre de gauche les termes décrivant la propagation du son (l'opérateur d'onde) et dans le membre de droite les termes associés à la production du bruit dans l'écoulement (les termes sources acoustiques). La première formulation d'une analogie acoustique est l'œuvre de Lighthill. L'opérateur d'onde de l'équation de Lighthill décrit la propagation des ondes dans un milieu au repos. Notons que d'autres développements ont été proposés par la suite, faisant intervenir des opérateurs d'ondes différents, afin d'améliorer la description du rayonnement acoustique.

#### 1.1.1 L'analogie de Lighthill (1952)

Lighthill [68] réorganise les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.2)$$

pour faire apparaître un opérateur de propagation d'onde. Il obtient une équation d'onde inhomogène pour la masse volumique  $\rho$  :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{ \rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij} \} \quad (1.3)$$

où  $p$  est la pression et  $u_i$  les composantes de la vitesse. Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses sont notées  $\tau_{ij}$  et celles du tenseur de Kronecker  $\delta_{ij}$ . La vitesse du son  $c_0$  est définie par  $c_0 = \sqrt{c_p(\gamma - 1)T_0}$ , avec  $T_0$  la température et  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques  $c_p$  et  $c_v$  dans le milieu ambiant.

Les quantités acoustiques sont généralement définies comme des fluctuations par rapport à la valeur de la variable dans le milieu ambiant. En remarquant que la masse volumique  $\rho_0$  et la pression acoustique  $p_0$  sont constantes dans le milieu ambiant, on peut écrire l'équation satisfaite par la fluctuation acoustique de la masse volumique  $\rho_a = \rho - \rho_0$  :

$$\frac{\partial^2 \rho_a}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho_a = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1.4)$$

avec  $T_{ij}$  les composantes du tenseur de Lighthill

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \{ (p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0) \} \delta_{ij} - \tau_{ij} \quad (1.5)$$

Cette équation est une reformulation exacte des équations de la dynamique des fluides, dans laquelle aucune hypothèse n'a été posée *a priori*. On entre dans le domaine de l'*analogie acoustique* à partir du moment où, pour résoudre cette équation, on assimile le membre de gauche de cette équation à un opérateur de propagation d'onde dans un milieu au repos, de vitesse du son  $c_0$ , et le membre de droite à un terme source acoustique supposé connu. En d'autres termes, la fluctuation de masse volumique  $\rho_a$  dans le membre de gauche est l'inconnue du problème, tandis qu'on suppose ces mêmes fluctuations connues dans  $T_{ij}$ . Dans l'analogie de Lighthill, le problème de la propagation du son émis par un écoulement turbulent est ainsi remplacé par un problème classique de propagation, dans un milieu au repos, du bruit émis par une distribution de sources quadripolaires (d'après la forme du second membre en double divergence), de force  $T_{ij}$ , supposée connue.

L'intérêt principal de cette démarche est que, si le terme  $\partial^2 T_{ij} / \partial x_i \partial x_j$  est connu, on peut accéder à une solution analytique de l'équation d'onde en utilisant le formalisme des

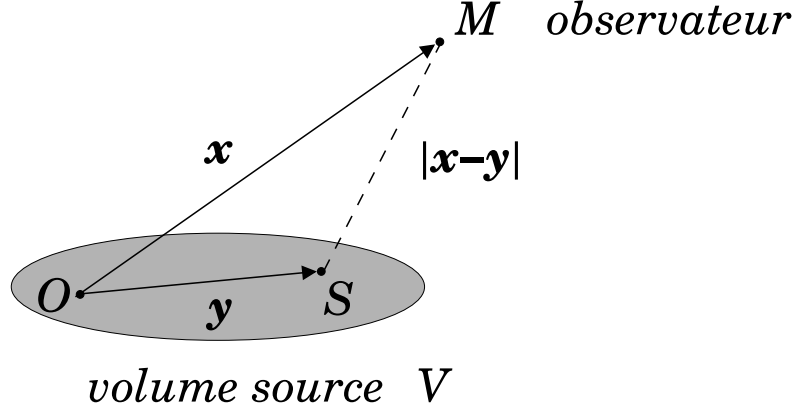


FIG. 1.1 – Définition des points source et observateur.

fonctions de Green. La solution de ce problème en espace libre s'exprime à l'aide de la fonction de Green associée à l'opérateur de propagation, comme :

$$\rho_a(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left( \mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right) \frac{d\mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \quad (1.6)$$

où

- $\rho_a(\mathbf{x}, t)$  représente les fluctuations acoustiques de masse volumique dues aux fluctuations contenues dans le volume source  $V$ , observées en un point  $M$  du milieu ambiant ;
- les vecteurs  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  localisent respectivement les positions du point d'observation  $M$  et du point source  $S$  (voir figure 1.1).

Si on suppose que le point d'observation se situe en champ géométrique lointain, c'est à dire  $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$  ; on a alors  $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \approx |\mathbf{x}|$ . En champ acoustique lointain,  $|\mathbf{x}| \gg \lambda$  ( $\lambda$  est la longueur d'onde acoustique caractéristique), et on peut utiliser l'approximation

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \approx \frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.7)$$

pour obtenir finalement, à l'aide des propriétés des fonctions de Green, la forme suivante de la solution de l'équation de Lighthill, en espace libre et en champ lointain :

$$\rho_a(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\mathbf{x}|^3} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left( \mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} \right) d\mathbf{y} \quad (1.8)$$

Remarquons que cette solution ne décrit que le rayonnement acoustique émis par des écoulements libres, sans frontières solides. Dans le cas où l'écoulement présente un débit fluctuant ou des forces extérieures instationnaires, comme celles créées par la présence de parois, il est nécessaire de recourir à une forme plus générale de l'équation d'onde (1.4). Celle-ci a été développée par Curle puis par Ffowcs Williams & Hawkings [35].

### 1.1.2 Autres analogies aéroacoustiques

L'équation de Lighthill établit une relation entre les fluctuations acoustiques engendrées par le milieu turbulent et les fluctuations acoustiques résultant d'une distribution de sources  $T_{ij}$ . Néanmoins, l'opérateur de propagation de l'équation de Lighthill suppose la génération et la propagation dans un milieu équivalent fictif au repos. Il se pose alors le problème de l'identification du terme source. En effet, celui-ci contient lui-même les fluctuations de masse volumique, ainsi que tous les effets associés à la propagation en écoulement : effets de convection, de réfraction, et de diffusion des ondes par la turbulence.

Tous ces effets, associés à la propagation, ne devraient donc pas être contenus dans les termes sources acoustiques, représentant la génération du bruit. Les travaux de Phillips [88] et de Lilley [70] ont eu pour objectif de les faire apparaître dans l'opérateur d'onde, de manière à ne conserver dans le second membre que des termes sources « purs ». Pour le cas d'un écoulement moyen cisailé unidirectionnel, Lilley obtient finalement une équation du troisième ordre dont l'opérateur d'onde inclut tous les termes associés à la propagation en écoulement. Dans le second membre sont présents les termes sources associés aux fluctuations des vitesses, des contraintes visqueuses et de l'entropie. La principale limitation de cette approche réside dans la complexité du système différentiel obtenu, dont la résolution pose de grandes difficultés.

On peut aussi mentionner l'alternative à la formulation de l'analogie acoustique de Lighthill proposée par Powell [90], puis Howe [52], dans le but de relier plus explicitement la génération du son et la dynamique de l'écoulement. En particulier, l'idée que la formation des tourbillons dans l'écoulement est à l'origine du rayonnement acoustique conduit Powell à faire apparaître le rotationnel de la vitesse dans les termes sources acoustiques de la théorie qu'il développe, connue sous le nom de « vortex sound ». En pratique, les applications de cette analogie sont limitées aux écoulements à faible nombre de Mach, pour lesquels le terme source est facilement identifiable en supposant que les fluctuations de masse volumique dans l'écoulement sont négligeables.

### 1.1.3 Conclusion sur les approches théoriques

Les théories aéroacoustiques permettent de décrire le rayonnement acoustique émis par un écoulement turbulent, si le terme source acoustique est connu. En d'autres termes,



## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

la détermination du champ acoustique rayonné nécessite une connaissance préalable du champ hydrodynamique de l'écoulement de manière à évaluer ce terme source.

Notons qu'il existe d'autres approches qui relèvent du concept d'analogie acoustique, telle que l'utilisation des équations d'Euler linéarisées pour construire un opérateur de propagation [1]. On peut encore citer la méthode de Kirchhoff [80], qui consiste à extrapoler le champ acoustique à partir de la connaissance du champ aérodynamique sur une surface englobant l'écoulement. L'estimation du champ acoustique par ces méthodes nécessite également une connaissance du champ aérodynamique de l'écoulement.

L'analogie de Lighthill présente l'avantage d'une solution intégrale relativement simple en espace libre. Cependant, les effets associés à la propagation en écoulement sont encore contenus dans le second membre, ce qui peut rendre difficile l'identification du terme source. La situation est encore plus délicate lorsque les données disponibles sur le champ dynamique de l'écoulement sont seulement des grandeurs moyennes.

### 1.2 Rayonnement acoustique des jets turbulents

Il s'agit maintenant d'aborder le domaine d'application qui nous intéresse plus particulièrement, l'acoustique des jets libres. Soulignons ici que les jets turbulents ont évidemment fait l'objet de nombreuses études aussi bien du point de vue de l'aérodynamique que de l'acoustique ; la plupart concernent des jets se développant dans un fluide au repos. La littérature est donc très abondante sur ce sujet et nous n'en aborderons que les aspects essentiels. Le lecteur pourra consulter les revues de Goldstein [50] et de Crighton [31] pour compléter et approfondir ces questions.

#### 1.2.1 Généralités sur la structure d'un jet libre

La figure 1.2 montre le développement d'un écoulement de jet issu d'une tuyère circulaire convergente de diamètre  $D$ , s'épanouissant dans un milieu fluide au repos. À la sortie de la buse, il se forme une couche de mélange annulaire où se développent des structures tourbillonnaires, qui entraînent une partie de l'air extérieur initialement au repos. Le développement des instabilités donne naissance à des tourbillons toriques et/ou hélicoïdaux et l'importance relative de ces deux types de structures est gouvernée par le rapport  $D/\theta$  du diamètre du jet sur son épaisseur de quantité de mouvement. À l'intérieur de cet anneau, il existe au voisinage de l'axe du jet une zone appelée cône potentiel où l'écoulement reste quasiment uniforme et de vitesse égale à la vitesse de sortie du jet  $U_j$ . La zone de mélange s'étend sur une longueur de 4 à 5 diamètres dans la direction de l'écoulement et son épaisseur varie linéairement avec  $x$ . On observe ensuite une zone de transition qui s'étend jusqu'à 8 à 9 diamètres de la sortie de la buse, et pour finir, une zone

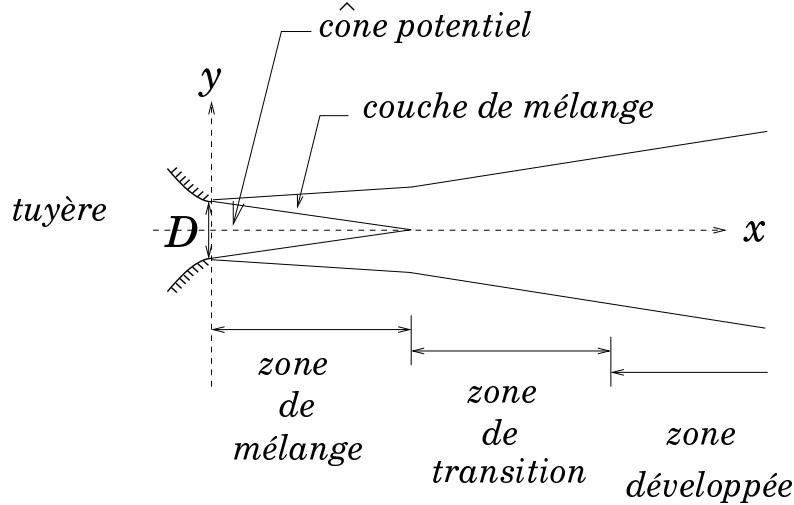


FIG. 1.2 – Structure aérodynamique d’un jet libre, d’après Goldstein [50].

développée dont l’épaisseur varie également linéairement avec  $x$ . Dans la zone développée, les grandeurs statistiques turbulentes, telles que les profils de vitesse moyenne et d’intensités turbulentes, sont auto-semblables. Le nombre de Mach du jet est généralement défini comme le rapport de la vitesse du jet en sortie de buse et de la célérité du son dans le milieu ambiant :

$$M = \frac{U_j}{c_0} \quad (1.9)$$

aussi bien dans les cas isothermes que dans les cas anisothermes.

### 1.2.2 Le bruit des jets subsoniques

Le rayonnement sonore des jets subsoniques a été très largement étudié aussi bien du point de vue théorique (Lighthill [68, 69], Lilley [70]) qu’expérimental (Fisher *et al.* [37], Lush [75], Tanna *et al.* [112, 111]). Soulignons que, dans un premier temps, on s’intéresse uniquement au cas des jets froids, c’est à dire ceux dont la température est égale à celle de l’air ambiant. Le point de départ de l’étude du rayonnement acoustique des jets libres est l’équation de Lighthill (1.4).

Nous précisons pour commencer l’approximation du terme source acoustique habituellement retenue pour la description du rayonnement sonore de ces jets. Dans le cas d’un jet subsonique, on suppose généralement (Lighthill, [68, 69]) que :

- le nombre de Reynolds est suffisamment élevé pour pouvoir négliger dans  $T_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses  $\tau_{ij}$  ;

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

- le nombre de Mach est suffisamment bas pour pouvoir négliger les variations locales de la masse volumique dans le terme  $\rho u_i u_j$ .

De plus, si les effets de la viscosité et de la conductivité thermique sont négligeables, on peut supposer que le mouvement du fluide est isentropique. L'hypothèse  $\frac{ds}{dt} = 0$  permet d'écrire

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} \quad (1.10)$$

avec  $c^2 = \gamma r T$ ,  $c$  étant la vitesse du son « locale » dans l'écoulement. Dans le cas présent d'un jet dont la température est égale à celle du milieu ambiant, on peut poser  $c = c_0$ . La condition 1.10 s'écrit alors simplement  $\frac{d}{dt} (p - c_0^2 \rho) = 0$ , signifiant que la quantité  $p - c_0^2 \rho$  est conservée en suivant le mouvement. Dans ce cas, si la masse volumique et la pression d'une particule fluide prennent respectivement les valeurs  $\rho_0$  et  $p_0$  à un instant quelconque, on aura à tout instant

$$p - c_0^2 \rho = p_0 - c_0^2 \rho_0 \quad (1.11)$$

Pour un écoulement isotherme, on peut supposer que cette relation est vérifiée partout dans l'écoulement, soit finalement

$$p - p_0 = c_0^2 (\rho - \rho_0) \quad (1.12)$$

en tout point de l'espace et à tout instant. La conséquence de cette relation est que les fluctuations de pression sont compensées par celles de la masse volumique, aboutissant une contribution globalement nulle dans  $T_{ij}$ .

Moyennant ces hypothèses, le tenseur de Lighthill (1.5) se réduit finalement à

$$T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j \quad (1.13)$$

Notons que les effets de l'acoustique sur l'écoulement ne sont pas pris en compte dans cette approximation, mais, d'une manière générale, la présence ou l'absence des effets de l'acoustique dans le terme  $T_{ij}$  n'est pas importante dans les applications subsoniques.

Avec cette approximation, la solution de l'équation de Lighthill s'écrit, en espace libre et en champ lointain :

$$\rho_a(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\mathbf{x}|^3} \int_V \frac{\partial^2 \rho_0 u_i u_j}{\partial t^2} \left( \mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} \right) d\mathbf{y} \quad (1.14)$$

---

## 1.2. Rayonnement acoustique des jets turbulents

### 1.2.2.1 Loi de Lighthill en $U^8$

À partir de la solution de l'analogie de Lighthill, on peut établir une loi d'évolution de l'intensité ou de la puissance acoustique rayonnée par un jet subsonique résultant simplement d'une analyse dimensionnelle. Pour cela, on introduit les échelles dynamiques de référence suivantes :

- $U$  une échelle de vitesse caractéristique de l'écoulement,
- $L$  une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement.

En suivant Lighthill [68], l'analyse dimensionnelle donne :

$$\rho_0 u_i u_j \sim \rho_0 U^2, \quad \frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{U}{L} \quad (1.15)$$

En négligeant le temps de retard dans l'expression 1.14, puisque les sources acoustiques sont compactes pour  $M < 1$  (voir Crighton [31] pour plus de détails), on obtient une estimation des fluctuations de masse volumique, à partir de la solution de l'analogie de Lighthill :

$$\rho_a \sim \frac{1}{c_0^4} \frac{1}{L} \frac{U^2}{L^2} \rho_0 U^2 L^3 \quad \text{soit} \quad \rho_a \sim \rho_0 \frac{U^4}{c_0^4} \quad (1.16)$$

Lighthill [68] remonte ensuite à la puissance acoustique  $W$ , calculée par intégration de l'intensité acoustique  $I = \frac{c_0^3 \rho_a^2}{\rho_0}$  sur une sphère de rayon  $R = |\mathbf{x}|$ , évolue comme :

$$W \sim \rho_0 R^2 \frac{U^8}{c_0^5} \quad (1.17)$$

C'est la fameuse loi de Lighthill d'évolution en  $U^8$  de la puissance acoustique.

Comme on peut le constater sur la figure (1.3), les mesures expérimentales ont montré *a posteriori* que cette loi dimensionnelle était bien vérifiée.

### 1.2.2.2 Caractéristiques globales et spectrales de l'émission sonore

Les résultats expérimentaux (figure 1.4) montrent que le rayonnement acoustique émis par un jet turbulent présente une distribution spectrale large bande.

Le maximum des niveaux acoustiques est obtenu pour un nombre de Strouhal, basé sur le diamètre de la buse  $D$  et la vitesse de sortie du jet  $U_j$ , d'environ un, dans la

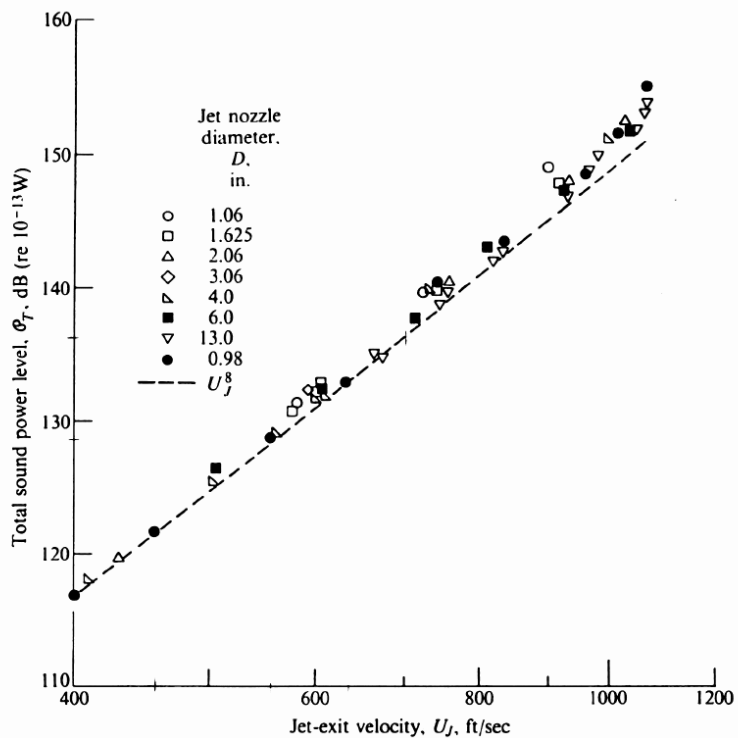


FIG. 1.3 – Évolution du niveau de puissance total avec la vitesse du jet, d’après Goldstein [50].

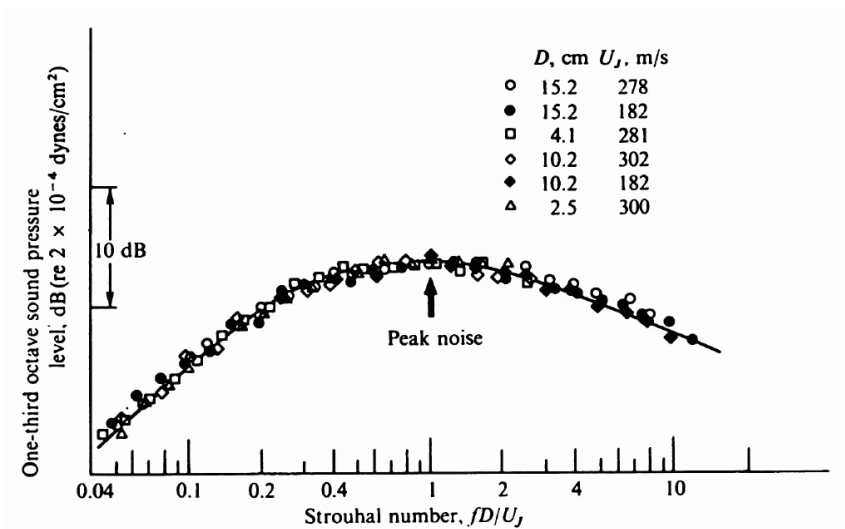


FIG. 1.4 – Spectres de pression acoustique à  $90^\circ$  de l’axe du jet, d’après Goldstein [50].

---

## 1.2. Rayonnement acoustique des jets turbulents

direction perpendiculaire à l'écoulement. Notons toutefois que la valeur du nombre de Strouhal correspondant à la fréquence centrale du spectre varie en fonction de la direction d'observation.

Cette répartition spectrale est généralement interprétée de la façon suivante en supposant deux types de sources acoustiques dans un jet subsonique (Lighthill [69]) :

- les grosses structures, situées dans la zone de mélange, constituent des sources acoustiques à basses fréquences ;
- les petits tourbillons, localisés près de la tuyère, constituent des sources acoustiques à hautes fréquences.

En ce qui concerne la directivité acoustique, le maximum de bruit rayonné en champ lointain se trouve sur un axe situé à un angle d'environ  $30^\circ$  par rapport à l'axe du jet (voir figure (1.5)). Comme on peut le remarquer sur la figure (1.5), la directivité dépend en fait du régime de l'écoulement, et elle est plus marquée au fur et à mesure de l'augmentation du du nombre de Mach.

Enfin, il faut noter (voir figure (1.6)) l'influence de la convection et de la réfraction des ondes acoustiques sur le bruit émis :

- l'effet de la convection des sources acoustiques se traduit par une « concentration » du rayonnement acoustique dans la direction de l'écoulement ;
- l'effet de la réfraction par les gradients de vitesse de l'écoulement entraîne une déviation des ondes acoustiques par rapport à l'axe du jet.

### 1.2.3 Le bruit des jets supersoniques

Pour compléter notre revue générale de l'émission sonore associée aux jets turbulents, nous décrivons succinctement les caractéristiques principales de l'émission sonore d'un jet supersonique, bien que ceux-ci ne constituent pas exactement le sujet de notre étude.

Tout d'abord, notons que la structure aérodynamique présentée sur la figure (1.2) est modifiée si le jet est supersonique, en particulier si le jet n'est pas parfaitement détendu.

Lorsque la tuyère est adaptée, la pression à la sortie de la tuyère est voisine de la pression de l'air ambiant et le jet est parfaitement détendu. On observe alors un allongement du cône potentiel (supersonique) par rapport au jet subsonique, et l'existence d'une zone de mélange supersonique entourant ce cône potentiel. Plus en aval dans la zone de transition et la zone développée, l'écoulement est subsonique (voir Goldstein [50]).

Au contraire, dans le cas où le jet n'est pas parfaitement détendu, la pression à la sortie de la tuyère diffère de la pression ambiante, ce qui donne naissance à des cellules de

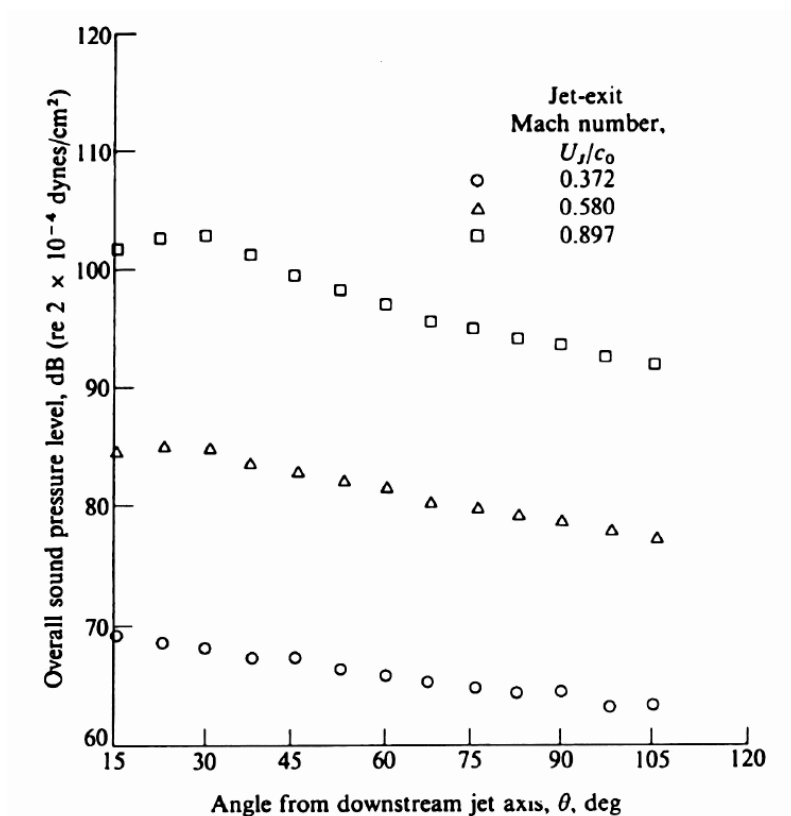


FIG. 1.5 – Directivité du bruit de jet subsonique mesurée par Lush (d’après Goldstein [50]).

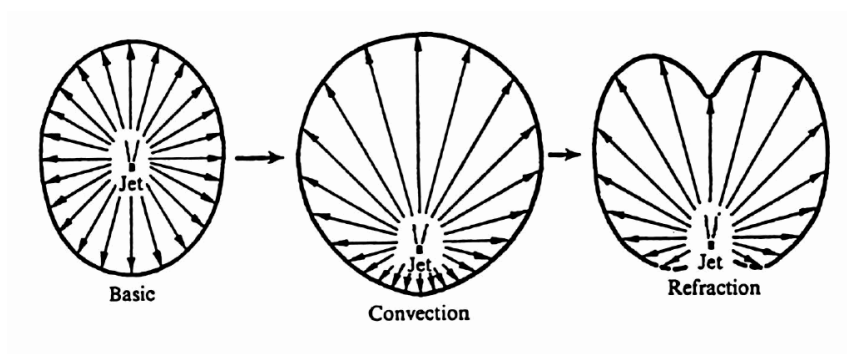


FIG. 1.6 – Effets de la convection et de la réfraction, d’après Ribner [95].

## 1.2. Rayonnement acoustique des jets turbulents

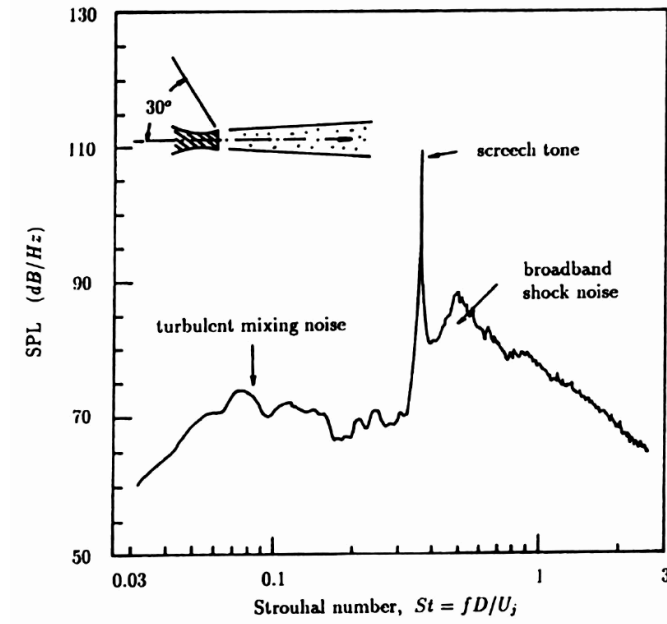


FIG. 1.7 – Spectre de pression d'un jet supersonique, d'après Tam [107].

chocs.

Du point de vue acoustique, on peut distinguer d'après Tam [107] trois composantes dans le bruit d'un jet supersonique (voir figure (1.7)) :

- le bruit de mélange, possédant une large distribution spectrale, plutôt située vers les basses fréquences ;
- le bruit associé aux chocs, présentant une distribution spectrale large bande dans les hautes fréquences ;
- le bruit de raie ( « screech tones » ) résultant d'un couplage entre l'émission acoustique associée au développement des instabilités dans la zone de mélange et les cellules de chocs, caractérisé par un pic intense.

Le bruit de mélange est la seule composante émise par les jets parfaitement détendus. D'après Tam [107], il est gouverné principalement par un rayonnement dit « d'ondes de Mach », lorsque la vitesse de convection des structures turbulentes devient supersonique relativement à la vitesse du son du milieu ambiant. Il est caractérisé par une directivité très marquée, l'angle  $\theta$  d'émission des ondes de Mach vérifiant la relation :

$$1 - M_c \cos \theta = 0 \quad (1.18)$$



## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

avec  $M_c$  le nombre de Mach de convection des grosses structures. D'après Tam & Burton [108], le mécanisme gouvernant ce phénomène est fortement lié à l'amplification des modes instables de l'écoulement.

Finalement, il faut noter que l'intensité relative de ces trois composantes dépend de la direction d'observation. Le bruit de choc et le bruit de raie dominant le rayonnement acoustique en amont de l'écoulement, tandis que le bruit de mélange rayonne principalement vers l'aval de l'écoulement.

### 1.2.4 Influence de la température

Les résultats expérimentaux (Tanna [111, 112], Fisher *et al.* [37]) montrent que la température du jet influence son émission acoustique. En effet, comme l'examen de la figure (1.8) nous permet de le constater,

- pour des jets à vitesse élevée ( $M > 0,7$ ), une augmentation de la température de jet entraîne une réduction du bruit rayonné ;
- pour des jets à basse vitesse ( $M < 0,7$ ), une augmentation de la température de jet se traduit par une augmentation de l'émission sonore.

La comparaison (voir figure (1.9)) du spectre d'intensité acoustique rayonnée par un jet froid avec celui du même jet chaud, pour un nombre de Mach de 0,4 dans les deux cas (équation 1.9), permet de relever un certain nombre de caractéristiques relatives au bruit rayonné par un jet chaud :

- l'intensité acoustique rayonnée par le jet chaud est supérieure (d'environ 6 à 7 dB) à celle produite par le jet froid dans les basses fréquences, tandis qu'en hautes fréquences, les deux spectres ont sensiblement la même allure et le même niveau ;
- la fréquence centrale du spectre du jet chaud est décalée vers les basses fréquences par rapport à celle du jet froid.

Lorsque la vitesse du jet est plus élevée, l'augmentation des niveaux en basses fréquences s'atténue considérablement, tandis qu'au contraire, la réduction des niveaux en hautes fréquences s'accroît (Tanna [111]).

De plus, Tanna [111] a complété ces éléments par une étude complète de directivité montrant que les tendances décrites ci-dessus restent valables pour d'autres angles d'observation.

## 1.2. Rayonnement acoustique des jets turbulents

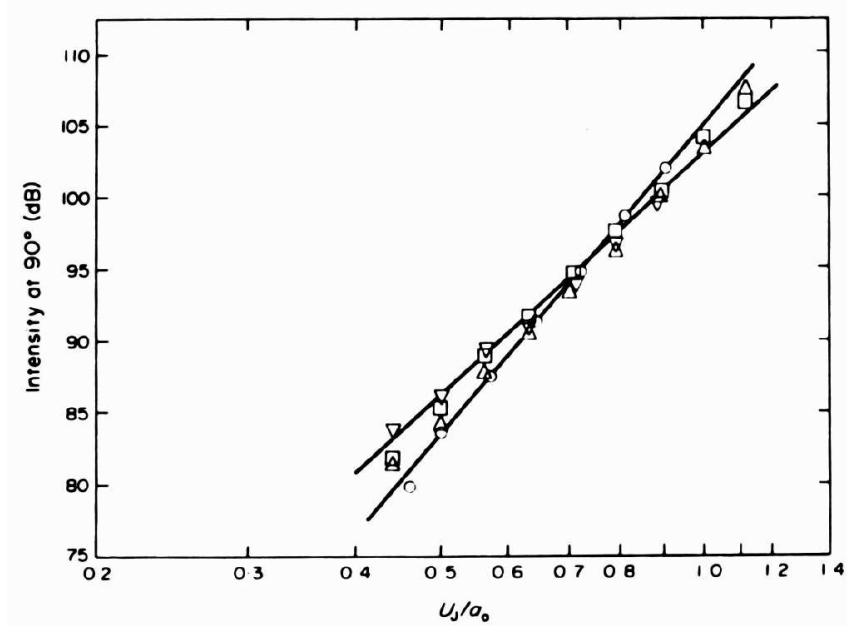


FIG. 1.8 – Évolution de l'intensité globale à 90° de l'axe du jet, en fonction de la vitesse et de la température du jet, d'après Fisher *et al.* [37],  $T_j/T_0 = 1$  ( $\circ$ ), 1,7 ( $\Delta$ ), 2,4 ( $\square$ ), 3 ( $\nabla$ ).

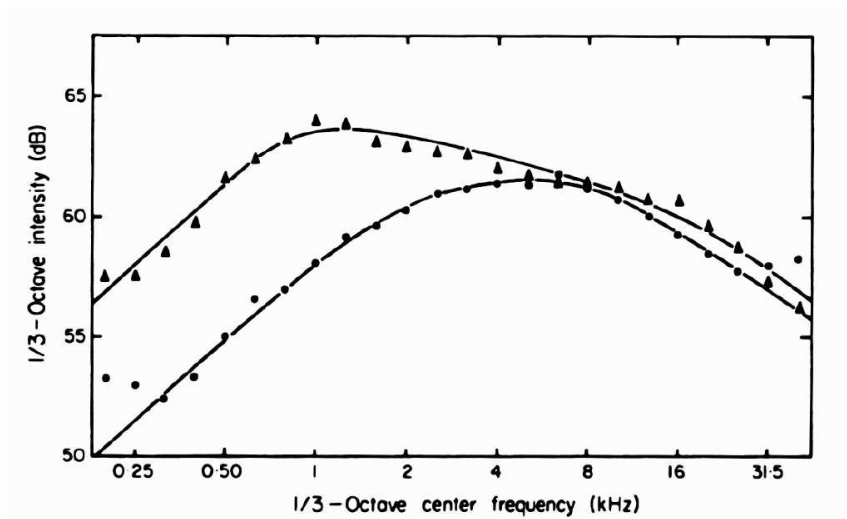


FIG. 1.9 – Spectres expérimentaux d'intensité acoustique à 90° de l'axe du jet, d'un jet chaud ( $\blacktriangle$ ) et d'un jet froid ( $\bullet$ ), au même nombre de Mach  $M = 0,4$ , d'après Tanna *et al.* [112].

### Analyse dimensionnelle

Fisher *et al.* [37] proposent une loi d'évolution de l'intensité acoustique sur la base d'une analyse dimensionnelle, pour laquelle l'approximation du tenseur de Lighthill habituellement retenue pour un jet froid doit être réévaluée.

Si l'effet de la température du jet est uniquement pris en compte à travers l'expression du tenseur de Reynolds  $\rho u_i u_j$ , on peut s'attendre à ce que l'augmentation de température du jet se traduise seulement par une réduction du bruit rayonné, résultant directement de la diminution de la masse volumique dans la zone « source ». Dans le cas d'un jet chaud, les variations locales de la célérité du son  $c$  ne sont pas négligeables (équation 1.12). Les variations de pression dans l'écoulement  $p - p_0$  ne sont plus exactement compensées par les variations du terme  $c_0^2(\rho - \rho_0)$  associé aux fluctuations de masse volumique dans l'écoulement et la relation (1.10) n'est plus vérifiée. Ce terme traduit alors une source sonore supplémentaire, qu'on qualifie généralement de bruit d'entropie [51].

En négligeant la contribution des contraintes visqueuses, on retient donc, dans le cas de jets chauds, le terme source

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \{p - p_0 - c_0^2(\rho - \rho_0)\} \delta_{ij} \quad (1.19)$$

Pour réaliser l'analyse dimensionnelle des fluctuations de masse volumique acoustique, il faut d'abord évaluer la quantité  $\rho - \rho_0$  au sein de la zone source. Nous reprenons ici le raisonnement conduit par Fisher *et al.* [37]. À partir d'une relation d'état entre les variables  $p$ ,  $\rho$  et  $s$  :

$$d\rho = \frac{1}{c^2} dp - \frac{\rho}{c_p} ds \quad (1.20)$$

on peut proposer l'estimation suivante pour la variation de la masse volumique au sein de l'écoulement

$$\rho - \rho_0 = \frac{1}{c_j^2} (p - p_0) - \frac{\rho_j}{c_p} (s - s_0) \quad (1.21)$$

avec  $\rho_j$  la masse volumique et  $T_j$  la température du jet en sortie de buse, et la célérité du son associée  $c_j = \sqrt{c_p(\gamma - 1)T_j}$ .

L'évaluation du deuxième terme source qui en résulte est :

$$p - p_0 - c_0^2(\rho - \rho_0) = \left(1 - \frac{c_0^2}{c_j^2}\right) (p - p_0) + \frac{\rho_j c_0^2}{c_p} (s - s_0) \quad (1.22)$$

Dans cette expression, on note que le coefficient associé au terme  $p - p_0$  est inférieur à un, puisque  $c_j > c_0$  pour un jet chaud. D'autre part, du point de vue de l'analyse

## 1.2. Rayonnement acoustique des jets turbulents

dimensionnelle, on peut regrouper cette contribution avec celle des fluctuations de vitesse, pour obtenir l'approximation suivante de l'équation de Lighthill, en espace libre et en champ lointain :

$$\rho_a(\mathbf{x}, t) = \underbrace{\frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\mathbf{x}|^3} \int_V \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \rho u_i u_j + \left(1 - \frac{c_0^2}{c_j^2}\right) (p - p_0) \right\} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) d\mathbf{y}}_{\rho_{a1}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\mathbf{x}|^3} \int_V \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{\rho_j c_0^2}{c_p} (s - s_0) \right\} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) d\mathbf{y}}_{\rho_{a2}} \quad (1.23)$$

L'analyse dimensionnelle est ensuite réalisée pour chaque terme de la solution, avec

$$p - p_0 \sim \rho_j U^2 \quad \rho u_i u_j \sim \rho_j U^2 \quad s - s_0 \sim c_v \quad (1.24)$$

soient

$$\rho_{a1} \sim \rho_j \frac{U^4}{c_0^4} \quad \text{et} \quad \rho_{a2} \sim \rho_j \frac{U^2}{c_0^2} \quad (1.25)$$

Deux raisonnements sont ensuite possibles pour parvenir à une estimation de l'intensité acoustique :

Soit on suppose que les deux contributions sont totalement indépendantes et on estime alors l'intensité par le biais de la relation  $I = \frac{c_0^3}{\rho_0} (\rho_{a1}^2 + \rho_{a2}^2)$  pour obtenir la loi d'évolution dimensionnelle suivante :

$$I \sim A \left(\frac{U_j}{c_0}\right)^8 + B \left(\frac{U_j}{c_0}\right)^4 \quad (1.26)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes, fonctions des conditions initiales dans le jet et dans le milieu ambiant.

Soit on suppose en revanche que les deux contributions sont fortement liées, et on estime l'intensité à l'aide de l'expression  $I = \frac{c_0^3}{\rho_0} (\rho_{a1} + \rho_{a2})^2$  pour obtenir la loi dimensionnelle d'évolution de l'intensité acoustique :

$$I \sim A \left(\frac{U_j}{c_0}\right)^8 + B \left(\frac{U_j}{c_0}\right)^6 + C \left(\frac{U_j}{c_0}\right)^4 \quad (1.27)$$

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

En pratique, la première loi dimensionnelle (1.26) s'accorde bien avec les résultats expérimentaux pour des rapports de vitesses et de température pas trop élevés ( $M < 1$ ,  $T_j/T_0 < 3$ ), tandis que la deuxième expression (1.27) fournit une meilleure prédiction de l'intensité rayonnée par des jets à hautes vitesses présentant des rapports de température élevés (Crighton [31]).

D'une façon générale, nous remarquons qu'il n'est pas possible de définir une loi d'évolution de l'intensité en fonction de la vitesse du jet avec un exposant unique, comme cela était le cas pour les jets froids.

### 1.2.5 Conclusions sur le rayonnement acoustique des jets subsoniques

Il ressort de cette synthèse que les données expérimentales offrent une description très précise de nombreuses caractéristiques du rayonnement acoustique des jets libres subsoniques qui nous intéressent plus particulièrement : distribution spectrale, fréquence centrale, directivité. Retenons également que la température du jet influence notablement l'émission sonore. Les confrontations avec la théorie se réduisent à des comparaisons qualitatives avec des lois d'évolution dimensionnelles - d'ailleurs assez bien vérifiées - puisque les analogies acoustiques ne permettent d'accéder à une estimation instantanée du bruit rayonné que si le terme source est connu en tout point de l'écoulement et à chaque instant, ce qui est impossible à partir des données expérimentales.

De plus, les études expérimentales offrent peu d'informations sur les mécanismes responsables de la génération du bruit de jet. Les tentatives d'établissement d'une relation entre le mouvement à grande échelle de l'écoulement et le bruit rayonné, en étudiant le champ acoustique émis par un jet soumis à des excitations fréquentielles particulières conduisent à des interprétations ambiguës [53, 55, 83]. En effet, Moore [83] conclut qu'une manipulation des structures cohérentes du jet, peut conduire à des modifications significatives du champ acoustique rayonné, mais que ces structures ne rayonnent pas directement. Au contraire, Kibens [53] et Laufer & Yen [55] pensent que l'appariement des tourbillons peut constituer un mécanisme majeur de production sonore dans un jet.

Cette dernière idée est corroborée par les travaux de Ffowcs Williams & Kempton [36] qui calculent à partir de l'analogie de Lighthill le rayonnement acoustique généré par un écoulement modèle d'appariement de tourbillons. Leurs résultats montrent un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux sauf dans le domaine des hautes fréquences, ce qui semble confirmer que la structure à grande échelle de l'écoulement fournit la contribution principale au bruit émis par un jet.

Pour un jet subsonique, il n'a pas encore été possible de déterminer si les structures à

grande échelle agissent sur le rayonnement acoustique de manière directe (par les modifications topologiques de ces structures) ou indirecte (par les modifications des petites échelles induites par celles des grandes échelles). La situation est un peu plus claire pour les jets supersoniques (voir Tam [107] pour plus de détails), dont le rayonnement acoustique est plus manifestement lié au mouvement des structures à grande échelle de l'écoulement.

### 1.3 Calculs numériques en aéroacoustique

Les récents développements de la simulation numérique ont rendu possible la réalisation de calculs numériques d'aéroacoustique.

Pour effectuer la simulation numérique d'un écoulement turbulent, on peut utiliser

- la simulation numérique directe (SND), qui résout les équations de Navier-Stokes complètes en calculant explicitement toutes les échelles présentes dans l'écoulement ;
- la simulation des grandes échelles (SGE), dans laquelle les équations de Navier-Stokes sont résolues pour les plus grandes échelles de l'écoulement tandis que les plus petites échelles sont modélisées (Lesieur & Métais, [64]) ;
- la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées, couplées à un modèle de turbulence, le plus classique étant le modèle  $k - \epsilon$ .

Les calculs numériques en aéroacoustique ont des objectifs spécifiques qui sont d'une part l'amélioration de la connaissance des mécanismes physiques responsables de la génération de bruit par les écoulements turbulents, et d'autre part la prédiction numérique du rayonnement sonore émis par un écoulement. Le choix de la technique de simulation dépend bien sûr de l'objectif du calcul acoustique. De façon générale, on peut distinguer deux voies possibles pour réaliser le calcul du champ acoustique rayonné par un écoulement turbulent :

Soit un *calcul direct* du champ acoustique, en résolvant les équations de Navier-Stokes dans un domaine de calcul contenant à la fois le champ hydrodynamique et le champ acoustique lointain de l'écoulement.

Soit un *calcul en deux étapes*, dans lequel la simulation de l'écoulement est effectuée sans tenir compte du champ acoustique dans un premier temps, puis le champ acoustique est obtenu dans un second temps à partir d'une approche de type analogie acoustique, les termes sources acoustiques étant déduits du champ aérodynamique de l'écoulement préalablement calculé.

Dans la première méthode, la technique de simulation utilisée doit permettre l'accès aux grandeurs acoustiques instantanées. La SND semble être *a priori* le choix le plus évident, compte tenu de la précision requise pour évaluer convenablement les quantités

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

acoustiques. Cependant, le champ d'application de cette méthode reste limité aux écoulements à nombre de Reynolds modéré. De manière à considérer des nombres de Reynolds de l'écoulement plus élevés, on peut envisager le recours à une SGE. Cependant, le rôle joué par les petites échelles dans l'émission sonore reste très difficile à préciser, ainsi que les éventuelles conséquences de leur modélisation sur le résultat.

En revanche, la deuxième méthode présente l'avantage d'offrir une plus grande souplesse quant au choix de la technique de calcul employée. En effet, comme il n'est plus nécessaire d'estimer les quantités acoustiques, on peut envisager des simplifications des équations résolues pour calculer le seul champ aérodynamique de l'écoulement. Nous verrons que la qualité de la prédiction acoustique obtenue dépend beaucoup de la précision des données disponibles sur le champ aérodynamique.

### 1.3.1 Calcul direct du bruit rayonné par un écoulement

Le calcul direct consiste à résoudre les équations compressibles, instationnaires gouvernant le mouvement du fluide jusqu'au champ acoustique lointain de l'écoulement. Pour commencer, nous détaillons les contraintes numériques associées aux calculs directs d'aéroacoustique. La simulation doit prendre en compte des phénomènes physiques aérodynamiques et acoustiques, de nature évidemment très différente. Tout d'abord, en régime subsonique, les échelles caractéristiques de l'écoulement sont inférieures aux longueurs d'ondes acoustiques. En effet, pour un nombre de Mach inférieur à 1, on peut considérer que les temps caractéristiques de l'évolution d'un tourbillon et de son émission acoustique sont du même ordre, et ainsi estimer que la longueur d'onde acoustique  $\lambda$  et l'échelle caractéristique  $l$  du tourbillon sont reliées par  $\lambda = \frac{l}{M}$  (Colonus [22]). La zone de l'écoulement nécessite donc une résolution beaucoup plus fine que celle du champ acoustique. Ceci signifie aussi que plus le nombre de Mach est petit, plus la taille  $L$  du domaine de calcul doit être étendue pour contenir le champ acoustique lointain de l'écoulement ( $\lambda \ll L$ ). Ensuite, les fluctuations de vitesse acoustique sont beaucoup plus petites que les fluctuations de vitesse de l'écoulement (typiquement, d'environ quatre ordres de grandeur en amplitude, d'après Tam [106]). Des schémas numériques de haute précision, très peu dissipatifs et très peu dispersifs, doivent être utilisés [59, 110] pour calculer avec précision ces fluctuations acoustiques. Plus généralement, la précision des méthodes numériques doit permettre de capter tous les niveaux d'énergie présents dans l'écoulement. D'autre part, les réflexions parasites générées par le traitement des conditions aux limites de l'écoulement doivent être inférieures en amplitude aux fluctuations acoustiques. Enfin, soulignons que l'échelle de temps caractéristique étant inversement proportionnelle au nombre de Mach de l'écoulement, les contraintes numériques imposées sur le pas de temps rendent le traitement des écoulements fortement subsoniques excessivement onéreux. Toutes ces exigences, en termes de précision et de temps de calcul, révèlent la difficulté de réaliser un calcul direct du champ acoustique d'un écoulement tridimensionnel et expliquent que l'usage de cette méthode soit encore si peu répandu.

### 1.3. Calculs numériques en aéroacoustique

---

Les premiers calculs directs de son émis par des écoulements cisailés libres sont l'œuvre de Lele & Ho [62] et Colonius *et al.* [24, 25] pour la couche de mélange, de Mitchell *et al.* [79, 81] pour le jet axisymétrique. Citons également les calculs acoustiques directs réalisés en SND par Freund *et al.* [44, 45] et en SGE par Bogey *et al.* [14, 17] pour un écoulement de jet tridimensionnel.

L'approche temporelle adoptée par Lele & Ho [62] leur permet de relier directement un événement acoustique observé à la frontière du domaine à son origine au sein de la couche de mélange. Il ressort de leur étude que le rayonnement acoustique produit par le processus d'appariement est plus élevé que celui résultant de l'enroulement tourbillonnaire.

Colonius *et al.* [24, 25] étudient par simulation numérique directe bidimensionnelle le développement spatial d'une couche de mélange forcée aux fréquences fondamentale  $f_0$  et sous-harmonique  $f_0/2$  des modes instables les plus amplifiés dans l'écoulement. Ils analysent par fréquence le champ de dilatation produit par l'écoulement pour interpréter son rayonnement acoustique (voir figure 1.10). Ils observent que les niveaux sonores les plus élevés sont associés aux première (figure 1.10 (b)) et deuxième (figure 1.10 (a)) fréquences sous-harmoniques, c'est à dire aux fréquences correspondant aux appariements. Sur ces visualisations du champ de dilatation, on peut d'ailleurs vérifier que le rayonnement sonore émane clairement de la région des appariements de l'écoulement.

Bogey *et al.* [15], qui développent un calcul acoustique direct dans une couche de mélange en utilisant une simulation des grandes échelles de l'écoulement, font apparaître des tendances similaires, et mettent en évidence des fronts d'onde provenant de la zone des appariements (figure 1.11). Le champ de dilatation montre la structure en hélice produite par l'enroulement des deux tourbillons, caractéristique de l'émission sonore associée à l'appariement.

Le calcul direct des champs acoustiques rayonnés par des jets axisymétriques subsoniques à différents nombres de Mach, réalisé par Mitchell *et al.* [80, 81], montre aussi que la contribution dominante au bruit émis provient des régions de l'écoulement où se situent les appariements. D'autre part, ces simulations leur permettent de constater que le champ acoustique lointain émis par le jet au plus bas nombre de Mach ( $M = 0,4$ ) présente une structure quadripolaire avec quatre lobes de directivité, tandis que le rayonnement sonore du jet dont le nombre de Mach est le plus élevé ( $M = 1,2$ ) est beaucoup plus directif et principalement concentré dans des directions proches de l'axe du jet.

Freund réalise le calcul direct du rayonnement sonore de jets tridimensionnels supersonique [45] et subsonique [44]. Les simulations tridimensionnelles offrent l'avantage de permettre des comparaisons avec les résultats expérimentaux. Dans le cas d'un jet à



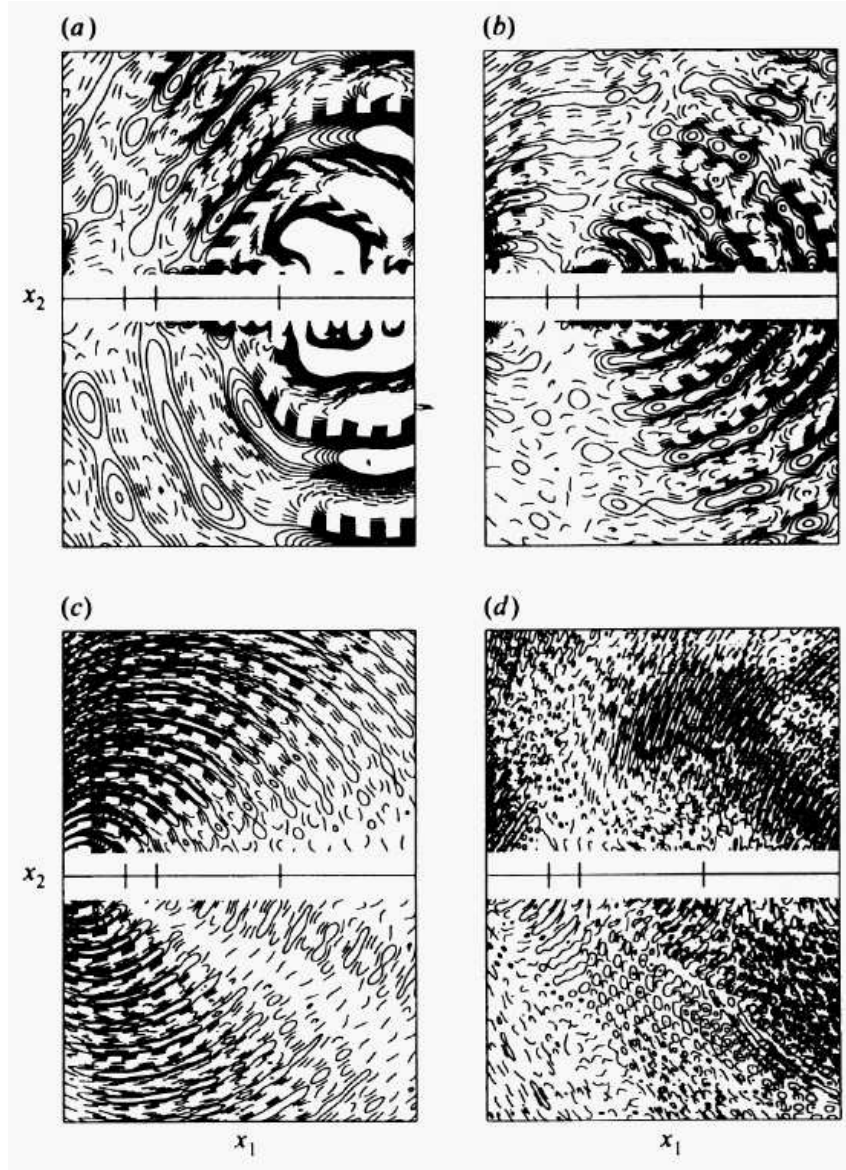


FIG. 1.10 – Champ de dilatation  $\Theta = \text{div } \mathbf{u}$  produit par une couche de mélange, aux différentes fréquences : (a)  $f_0/4$ , (b)  $f_0/2$ , (c)  $f_0$ , (d)  $3f_0/2$ . Les marques | sur l'axe  $x_1$  localisent les positions de saturation de la fréquence fondamentale ( $x_1 = 50$ ) et des deux premières fréquences sous harmoniques ( $x_1 = 75$  et  $175$  respectivement). Les niveaux des 20 iso-contours sont respectivement ( $\times 10^6$ ) (a) de  $-1,0$  à  $1,0$ ; (b) de  $-0,4$  à  $0,4$ ; (c) de  $-0,004$  à  $0,004$ ; (d) de  $-0,0004$  à  $0,0004$ . D'après Colonius *et al.* [22].

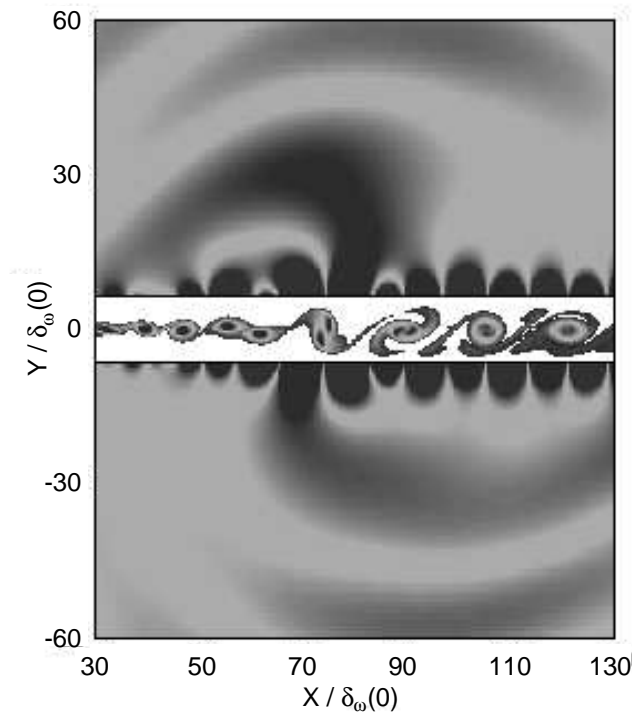


FIG. 1.11 – Champs de vorticité et de dilatation dans la zone des appariements d’une couche de mélange, d’après Bogey *et al.* [15].

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

nombre de Mach égal à 1,92 [45], Freund obtient un rayonnement sonore dominé par les ondes de Mach, c'est à dire le rayonnement produit par la convection des grosses structures à une vitesse supersonique relativement au milieu ambiant. Il utilise également une équation d'onde linéaire pour propager le champ acoustique de la frontière du domaine de calcul de Navier-Stokes jusqu'au champ lointain. Il peut alors comparer les niveaux de pression acoustique obtenus à ceux mesurés expérimentalement, qui sont globalement bien représentés.

Dans le cas du jet à nombre Mach égal à 0,9, il montre que la directivité et les niveaux de pression acoustique calculés reproduisent bien ceux mesurés par Stromberg *et al.* dans des expériences à nombre de Reynolds modéré [105] et, dans une moindre mesure, par Mollo-Christensen [82] dans des jets à des nombre de Reynolds élevés (voir figure 1.12). Freund en conclut que les mécanismes fondamentaux de génération de bruit dans les jets subsoniques ne sont pas très sensibles au nombre de Reynolds de l'écoulement.

La visualisation (voir figure 1.13) du champ de dilatation obtenue dans cette simulation de jet à Reynolds modéré montre que le bruit provient essentiellement de la zone située juste à l'aval du cône potentiel. De plus, le bruit rayonné est plus intense dans une direction formant un angle de  $30^\circ$  avec l'axe du jet.

Bogey *et al.* [14] réalisent le calcul direct du rayonnement sonore d'un jet tridimensionnel à  $M = 0,9$  par simulation des grandes échelles de l'écoulement. Ils obtiennent un champ sonore conforme à l'expérience, en termes de niveaux, de directivité et, en partie, de contenu spectral.

En dehors de l'exploitation directe du champ acoustique rayonné, les données sur le champ hydrodynamique de l'écoulement peuvent être utilisées pour réaliser une prédiction de bruit basée sur une analogie acoustique, comme nous allons le voir dans la partie suivante. Le fait de disposer d'une solution de référence obtenue par le calcul acoustique direct offre l'opportunité d'une validation des approches analogiques.

### 1.3.2 Modélisations basées sur les analogies acoustiques

Ces prédictions numériques du champ acoustique sont caractérisées par une approche en deux temps. Dans la première étape le champ aérodynamique de l'écoulement est calculé, puis le champ acoustique est obtenu dans la deuxième étape, en utilisant une analogie acoustique et les données du champ aérodynamique calculé préalablement pour évaluer les sources acoustiques. Dans cette démarche, la prise en compte des grandeurs acoustiques au cours du calcul dynamique n'est plus une priorité. Il n'est plus alors forcément nécessaire de résoudre les équations compressibles et on peut envisager la résolution d'un système simplifié, en supposant par exemple pour les écoulements à faible nombre de Mach la masse volumique constante au sein de l'écoulement.

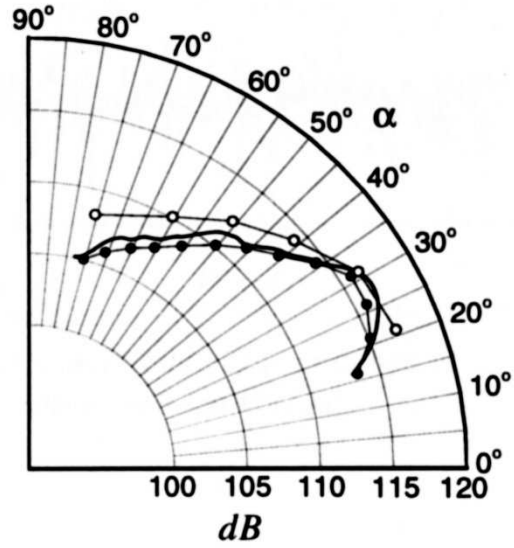


FIG. 1.12 – Directivité des niveaux de pression rayonnés par un jet à  $M = 0,9$ , — calcul direct, données expérimentales : ( $\bullet$ )  $Re = 3600$  Stromberg *et al.* [105], ( $\circ$ )  $Re = 2 \times 10^5$  Mollo-Christensen *et al.* [82], d’après Freund [44].

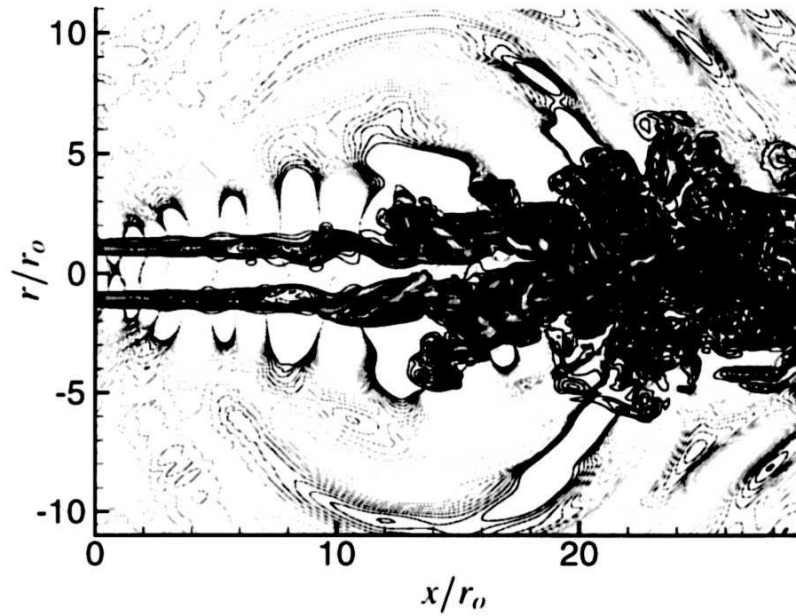


FIG. 1.13 – Champs de vorticité et de dilatation d’un jet à  $M = 0,9$ , d’après Freund [44].

## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

Le calcul du champ dynamique de l'écoulement peut être effectué soit par simulation numérique directe ou des grandes échelles, soit par résolution des équations moyennées couplées à un modèle de turbulence. Dans les deux premiers cas, les champs aérodynamiques calculés sont instantanés, tandis que dans le dernier cas, le champ turbulent n'est décrit que par des quantités statistiques. Notons également que l'approche stochastique développée par Bailly [1], Béchara *et al.* [7] et Longatte *et al.* [73] permet de remonter à un champ turbulent spatio-temporel à partir de données statistiques.

La théorie aéroacoustique utilisée n'est pas nécessairement celle de Lighthill, même si ce formalisme est à la base de la plupart des modélisations. Certains auteurs ont ainsi recours à d'autres approches, comme les équations d'Euler linéarisées [16] ou la méthode de Kirchhoff [80].

Colonius [24] utilise les données de la simulation directe de la couche de mélange pour réaliser une estimation du bruit rayonné basée sur l'équation de Lilley [70]. Les prédictions issues de l'analogie acoustique et le calcul direct acoustique sont en excellent accord. Mitchell [81] montre que les prédictions issues d'une part de l'analogie de Lighthill et d'autre part de la méthode de Kirchhoff, permettent de reproduire de façon satisfaisante le rayonnement acoustique calculé directement.

Sarkar *et al.* [103], Witkowska *et al.* [118] et Whitmire & Sarkar [115] ont pour leur part montré la validité de l'utilisation de l'analogie de Lighthill pour la prédiction du rayonnement acoustique émis par un écoulement de turbulence développée. Notons encore l'approche de Lilley [71, 72], qui propose un modèle de calcul du bruit rayonné par des jets chauds à partir de l'analogie de Lighthill et d'une estimation des termes sources acoustiques construite sur les données de simulation directe de turbulence homogène et isotrope de Sarkar *et al.* [103]. Les résultats obtenus présentent un accord qualitatif satisfaisant avec les données expérimentales.

En dehors de cet aspect de validation des différentes approches analogiques, Colonius *et al.* [26] et Freund *et al.* [43] utilisent la base de données aérodynamiques sur les jets constituée par Freund [45, 44] pour conduire une analyse des sources acoustiques dans l'écoulement, en s'appuyant sur l'analogie de Lighthill. Leur objectif est de localiser les principales zones sources de bruit dans un écoulement de jet. Pour un jet subsonique, Freund note (voir figure 1.14) que les sources acoustiques instantanées dont la valeur est maximale sont situées de part et d'autre de l'axe du jet vers l'extrémité du cône potentiel, et qu'elles paraissent dominées par les petites échelles. Cependant, toutes les sources instantanées ne rayonnent pas en champ lointain, comme l'avait remarqué Crighton en analysant l'équation de Lighthill dans l'espace de Fourier [31]. En tenant compte de ce phénomène et également du volume des sources, Freund [43] montre que la zone située

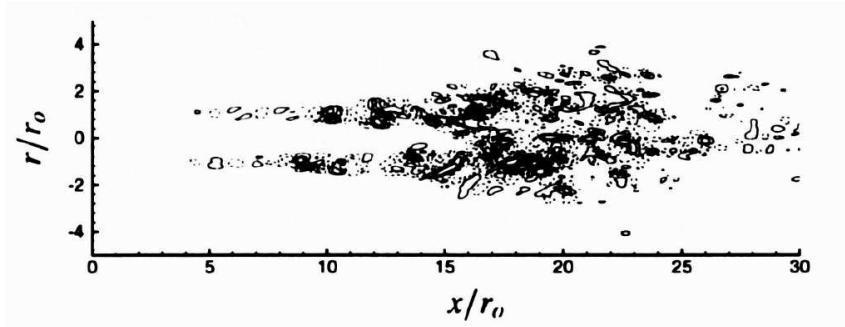


FIG. 1.14 – Visualisation instantanée du terme source de Lighthill, d’après Freund [43].

dans l’axe de la buse (fictive) fournit la contribution sonore essentielle du rayonnement acoustique lointain.

L’estimation du bruit rayonné peut aussi s’effectuer à partir de données issues d’une simulation des grandes échelles de l’écoulement. Par exemple, Bogey *et al.* [16] l’utilisent pour estimer les termes sources acoustiques dans une couche de mélange, qui sont ensuite introduits dans le second membre des équations d’Euler linéarisées. Cette prédiction fournit un résultat très proche du calcul acoustique obtenu directement par simulation des grandes échelles de l’écoulement. Une approche légèrement différente est adoptée par Bastin *et al.* [5, 6], pour prédire le bruit rayonné par les structures cohérentes d’un jet plan. En effet, il utilise les données d’une simulation semi-déterministe pour estimer les termes sources acoustiques. Il obtient une bonne prédiction du spectre dans le cas d’un jet supersonique, tandis que seule la partie basses fréquences est bien représentée dans le cas d’un jet subsonique.

Pour les simulations du champ aérodynamique considérant les équations moyennées dans un contexte stationnaire, avec un modèle de turbulence du type  $k - \epsilon$  stationnaire, la connaissance de l’écoulement se réduit à des quantités moyennes et statistiques, qui sont utilisées pour estimer la valeur des termes sources acoustiques. La modélisation statistique des sources acoustiques ne permet plus l’évaluation d’une grandeur acoustique instantanée. Seules deviennent accessibles, par le biais d’artifices mathématiques, des quantités acoustiques statistiques d’ordre deux, telles que l’intensité acoustique.

Ribner [94] propose une démarche complète pour exprimer l’intensité acoustique rayonnée par unité de volume source en fonction des grandeurs moyennes et statistiques supposées connues de l’écoulement turbulent, en adoptant une description de la turbulence homogène et isotrope. Son modèle permet d’accéder à l’intensité acoustique globale rayonnée et à son spectre, en modélisant un certain nombre de grandeurs locales (pulsation caractéristique de la turbulence, échelle de longueur intégrale de la turbulence, vitesse de convection des grosses structures) à partir des quantités moyennes et statistiques fournies

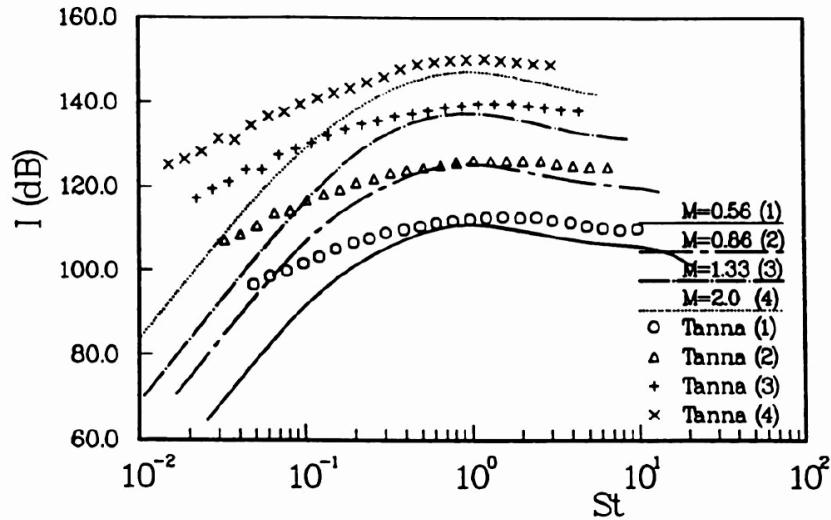


FIG. 1.15 – Spectres d'intensité acoustique à 90° de l'axe du jet, d'après Bailly *et al.* [3].

par un code de calcul de turbulence de type  $k - \epsilon$ . Mentionnons également ici le modèle de Goldstein [50], basé sur une description axisymétrique de la turbulence, dans lequel interviennent deux échelles intégrales de turbulence.

Béchara *et al.* [8], Bailly *et al.* [3, 2] obtiennent ainsi numériquement un certain nombre d'informations sur le rayonnement acoustique des jets libres. Les prédictions acoustiques présentent globalement un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux de Lush [75] ou de Tanna [111] (voir figure 1.15).

De telles approches ont également été développées au sein du LEA, pour réaliser des études globales du bruit de jet subsonique [56, 84] ou pour modéliser l'émission sonore d'une flamme turbulente [18]. Nous avons nous-mêmes œuvré dans cette voie dans le cadre de mon stage de DEA [38, 39] en développant un modèle de calcul du spectre de l'intensité acoustique émise par un jet chaud. Ce modèle reprend la démarche généralement suivie pour estimer le rayonnement acoustique d'un jet froid, en tenant compte d'une source sonore supplémentaire due aux fluctuations de la température du jet. Nous nous sommes notamment attachés à la modélisation des effets de la température dans les termes sources acoustiques, en fonction de grandeurs statistiques moyennes accessibles par un code de calcul turbulent de type  $k - \epsilon$ . Les résultats numériques obtenus avec ce modèle montrent qu'il est capable de reproduire correctement les principales caractéristiques de l'émission sonore d'un jet chaud : augmentation des niveaux sonores en basses fréquences et décalage du spectre d'intensité acoustique vers les basses fréquences (voir figure 1.16).

Cependant, les modèles de ce type nécessitent l'ajustement de nombreux paramètres et d'un facteur de calage global, obtenus par comparaison avec des résultats expérimentaux.

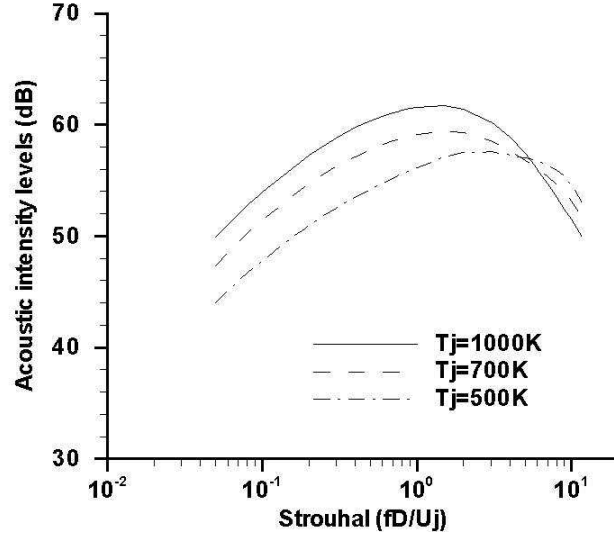


FIG. 1.16 – Spectres d’intensité acoustique à  $90^\circ$  de l’axe du jet,  $M = 0,36$ , d’après Fortuné & Gervais [39].

Un tel degré d’empirisme limite évidemment considérablement les possibilités d’adaptation du modèle à des modifications mêmes légères de la configuration de l’écoulement et constitue le principal handicap de ce type d’approche.

Le modèle SNGR (Stochastic Noise Generation and Radiation) constitue une alternative pour accéder à des quantités instantanées en utilisant les données statistiques fournies par une résolution des équations moyennes. Dans ce modèle, le champ turbulent synthétique (voir [1, 7] et [73] pour plus de détails) est reconstruit à partir de lois statistiques et de propriétés caractéristiques de la turbulence déduites de la théorie de Kolmogorov. Ensuite, le champ acoustique rayonné est obtenu à partir des équations d’Euler linéarisées et des termes sources instantanés, évalués à partir du champ turbulent synthétique. Dans le cas d’un jet libre, les résultats acoustiques montrent un accord qualitatif satisfaisant avec les mesures expérimentales [1, 7]. Précisons que cette méthode a également été appliquée au calcul du rayonnement sonore d’écoulements confinés [73], et que les estimations numériques présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

#### 1.3.3 Conclusion sur les calculs numériques en aéroacoustique

Le développement considérable de la simulation numérique a permis de réaliser le calcul direct du champ acoustique rayonné par un écoulement turbulent, dans un certain



## Chapitre 1. Rayonnement acoustique des écoulements cisailés libres

---

nombre de configurations fondamentales : turbulence homogène et isotrope, couche de mélange, jet. L'estimation directe du champ acoustique permet d'une part de mieux cerner les mécanismes de production du bruit par l'écoulement. D'autre part, elle fournit une solution de référence pour valider les approches basées sur des analogies acoustiques. Elle reste pour le moment limitée à des écoulements dont le nombre de Reynolds est modéré, malheureusement encore trop éloigné des préoccupations industrielles.

Le succès des prédictions de bruit basées sur des analogies acoustiques dépend fortement de la qualité de la simulation numérique permettant d'évaluer les termes sources acoustiques. Ainsi, les prédictions du bruit de jet sont en excellent accord avec le rayonnement acoustique calculé directement lorsque les données instantanées issues d'une simulation directe de l'écoulement sont utilisées. À l'inverse, les estimations basées sur des calculs de l'écoulement utilisant un modèle de turbulence du type  $k-\epsilon$  n'autorisent qu'une description très globale de l'émission sonore de l'écoulement et les modèles doivent être ajustés (facteur de calage) par comparaison avec des résultats expérimentaux globaux. Le modèle SNGR peut constituer une alternative pour obtenir une prédiction de meilleure qualité dans des configurations assez complexes, proches des situations industrielles.

L'utilisation de la simulation des grandes échelles peut permettre de s'affranchir de la limitation d'un nombre de Reynolds modéré pour le calcul direct du rayonnement acoustique. Elle autorise également une amélioration de l'évaluation des sources acoustiques par rapport aux calculs stationnaires de type  $k-\epsilon$ , grâce à un accès aux champs instantanés de l'écoulement. Cependant, l'emploi de cette technique pour simuler des écoulements compressibles est encore marginal, et l'impact de la modélisation des petites échelles sur les champs dynamique et acoustique calculés reste à préciser.

### 1.4 Conclusions

L'étude bibliographique que nous avons menée dans ce chapitre met en évidence les principales caractéristiques du rayonnement acoustique des jets libres. Nous retenons notamment le fait que l'émission sonore est très fortement influencée par la présence d'un gradient de température dans l'écoulement, en particulier en régime subsonique. D'autre part, les mécanismes de production du bruit dans un jet subsonique sont encore relativement mal cernés. Le mécanisme gouvernant la modification du rayonnement sonore avec la température du jet est tout aussi méconnu.

La détermination du champ acoustique rayonné par le biais d'une analogie acoustique nécessite une estimation des termes sources acoustiques associés à cet écoulement et requiert par conséquent une évaluation préalable du champ hydrodynamique de l'écoulement. L'essor récent de la simulation numérique, lié à celui des calculateurs, a

permis le développement des calculs numériques en aéroacoustique. La qualité de la prédiction acoustique obtenue est liée à celle de la simulation du champ aérodynamique. Dans ce contexte, le recours à la technique de simulation numérique directe s'avère très utile. De plus, elle permet la mise en œuvre d'un calcul direct du champ acoustique, même si le cas d'un écoulement tridimensionnel de jet spatial, à bas nombre de Mach reste encore extrêmement coûteux à traiter. Parmi les méthodes à notre disposition pour réaliser ce calcul direct du champ acoustique émis par l'écoulement, la SND est aussi la plus précise, et elle peut permettre l'investigation des phénomènes physiques gouvernant la production du bruit par un écoulement turbulent.

Nous nous intéressons dans la suite de ce travail à l'émission acoustique produite par une couche de mélange et à l'effet de la température sur le rayonnement sonore. Notre approche consiste à étudier par le calcul acoustique direct le rayonnement émis par une couche de mélange plane en développement temporel. Les choix de la couche de mélange et de l'approche temporelle permettent de réduire considérablement le coût de calcul par rapport au cas du jet spatial. Le chapitre suivant est dédié à la présentation des principales caractéristiques de l'écoulement de couche de mélange.



## Chapitre 2

# Généralités sur l'écoulement de couche de mélange

L'objectif principal de ce chapitre est la présentation des caractéristiques générales de l'écoulement de couche de mélange. Les études théoriques et expérimentales consacrées à cet écoulement fondamental sont assez nombreuses. Elles ont permis de mieux caractériser son développement à travers l'influence de divers paramètres tels que l'évolution de son taux d'élargissement. En outre, l'accroissement spectaculaire des performances des calculateurs a autorisé la mise en œuvre de simulations numériques de couches de mélange à des nombres de Reynolds relativement élevés. Ainsi, de nombreuses investigations numériques ont été entreprises depuis une quinzaine d'années, et les informations résultant de ces simulations ont contribué à améliorer la connaissance des mécanismes physiques à l'origine de la mise en place de la structure tourbillonnaire de l'écoulement.

Les principales informations déduites des études expérimentales sont regroupées dans la première partie de ce chapitre. Ensuite, nous exposons brièvement le principe des travaux d'analyse de stabilité linéaire de l'écoulement (section 2.3), avant d'aborder succinctement les résultats issus des études numériques des couches de mélange incompressibles (partie 2.4) et compressibles (partie 2.5).

### 2.1 Caractéristiques générales de l'écoulement de couche mélange

On appelle couche de mélange l'écoulement se développant à l'aval d'une plaque mince séparant initialement deux écoulements parallèles de fluide de vitesses différentes. L'interface entre les deux courants est très instable et les études expérimentales mettent en évidence la présence de structures tourbillonnaires au sein de la couche de mélange.

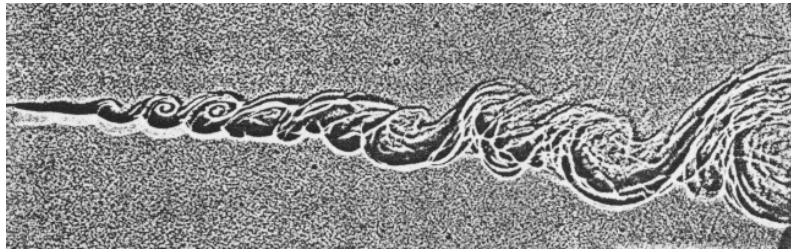


FIG. 2.1 – Visualisation instantanée d'une couche de mélange spatiale, d'après Brown & Roshko [19].

Brown & Roshko [19] ont réalisé des visualisations de l'écoulement de couche de mélange plane, en utilisant la technique de l'ombroscopie. Elles permettent d'observer l'existence de grosses structures tourbillonnaires assez cylindriques (voir figure 2.1). Ce mouvement à grande échelle est généralement interprété comme le résultat du développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, qui conduit à la formation de tourbillons plutôt bidimensionnels. Ces structures se déplacent vers l'aval, puis s'apparient pour former des structures plus grosses. Ce processus d'appariement, essentiellement bidimensionnel, pilote l'élargissement de la zone de mélange, comme le montrent les travaux de Winant & Browand [117].

À ce mouvement bidimensionnel s'ajoute un mouvement tridimensionnel à petite échelle. Par exemple, les travaux de Bernal & Roshko [9] ont mis en évidence l'existence de tourbillons longitudinaux - ou tourbillons en épingle à cheveux - espacés régulièrement dans la direction de l'envergure. Les structures en forme de champignon, visibles sur les coupes transversales de l'écoulement réalisées par Bernal & Roshko (voir figure 2.2) sont interprétées comme le résultat de la présence d'une paire de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs.

Notons que l'étude de Brown & Roshko [19] a également mis en lumière la persistance de grosses structures loin en aval de la couche de mélange, même à des nombres de Reynolds élevés. Ce résultat est très important car il corrobore l'idée de la présence d'un mouvement organisé à grande échelle (structures *cohérentes*) dans tout l'écoulement, même lorsque l'état de turbulence développée est atteint.

L'épaisseur de la couche de mélange est une des caractéristiques dont les expériences ont permis de bien documenter l'évolution. En premier lieu, la couche de mélange s'élargit de façon linéaire, et son taux d'élargissement est indépendant de la position considérée dans la direction de l'écoulement. En second lieu, les études expérimentales ont montré l'influence du rapport des vitesses des deux écoulements sur l'élargissement de la couche de mélange, et souligné le fait que le taux d'élargissement diminue fortement lorsque le nombre de Mach de l'écoulement augmente. Brown & Roshko [19] ont comparé les effets de variation de la masse volumique sur le mélange de courants subsoniques et supersoniques

## 2.1. Caractéristiques générales de l'écoulement de couche mélange

---

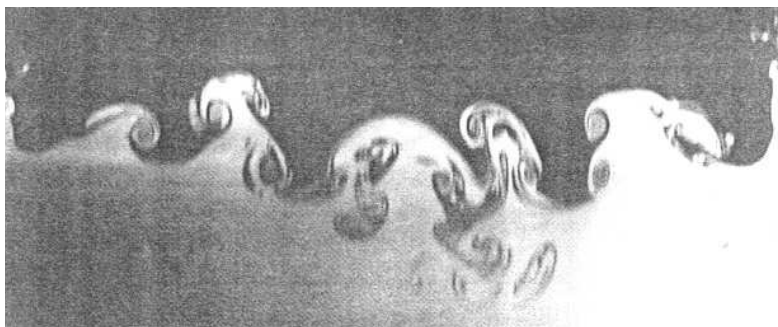


FIG. 2.2 – Visualisation des tourbillons longitudinaux dans une couche de mélange spatiale, d'après Bernal & Roshko [9].

(voir figures 2.3 et 2.4). Il ressort de leur étude que la diminution du taux d'élargissement est d'autant plus importante que les vitesses sont élevées dans l'écoulement, et qu'elle est finalement assez peu dépendante du rapport des masses volumiques des deux courants. Par conséquent, il s'agit d'un phénomène de *compressibilité* associé aux effets du nombre de Mach de l'écoulement.

Bogdanoff [13], puis Papamoschou & Roshko [87] ont proposé la définition d'un paramètre, le nombre de Mach convectif

$$M_c = \frac{U_1 - U_2}{c_1 + c_2} \quad (2.1)$$

avec  $U_1$ ,  $c_1$  et  $U_2$ ,  $c_2$  la vitesse et la célérité du son associées respectivement à chaque courant, pour mesurer les effets de la compressibilité de l'écoulement. Dans un premier temps, ce paramètre a permis de rassembler approximativement en une seule courbe les évolutions du taux d'élargissement des couches de mélange compressible et incompressible. Néanmoins, comme l'illustre la figure 2.5, la coïncidence avec une partie des résultats expérimentaux demeure très partielle. Une partie de la dispersion des résultats peut s'expliquer par les extrapolations du taux de développement de la couche de mélange incompressible utilisées pour la normalisation des taux d'élargissement (Lu & Lele, [74]).

Des mesures expérimentales des statistiques turbulentes montrent que le niveau et l'extension transversale des fluctuations turbulentes diminuent également quand le nombre de Mach convectif augmente (Elliott & Samimy [33], Barre *et al.* [4], Debisschop *et al.* [32]). Sarkar [102] et Friedrich & Bertolotti [47] constatent que l'effet stabilisant de la compressibilité dans un écoulement cisailé homogène est principalement dû à une réduction de la production d'énergie cinétique turbulente. Ils suggèrent de distinguer l'influence d'un nombre de Mach basé sur le gradient de vitesse moyenne de celle d'un nombre de Mach turbulent construit sur une échelle de vitesse fluctuante. Finalement, la définition d'un seul paramètre ne suffit sans doute pas à caractériser l'ensemble des effets

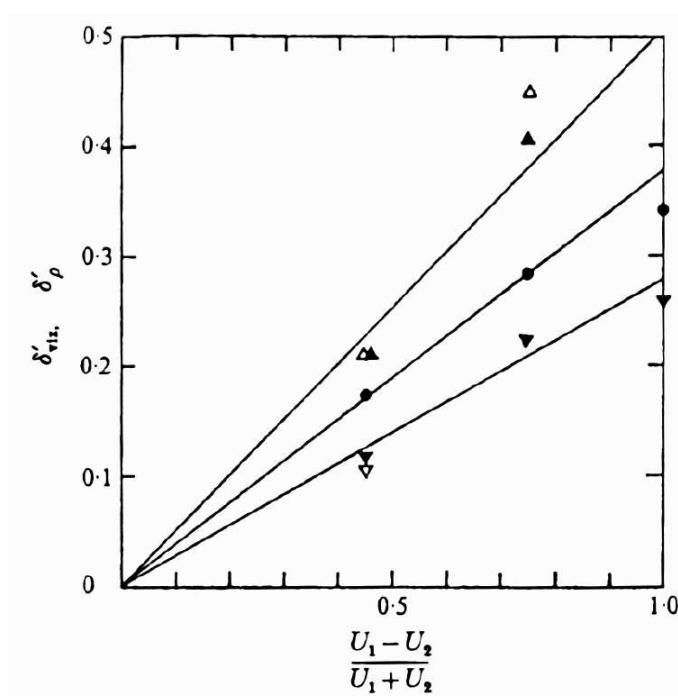


FIG. 2.3 – Variation du taux d'élargissement de la couche de mélange en fonction du rapport des vitesses dans l'écoulement, ( $\blacktriangle$ ), ( $\triangle$ ) :  $\rho_2/\rho_1 = 7$ , ( $\bullet$ ) :  $\rho_2/\rho_1 = 1$ , ( $\blacktriangledown$ ), ( $\nabla$ ) :  $\rho_2/\rho_1 = 1/7$ , d'après Brown & Roshko [19].

## 2.1. Caractéristiques générales de l'écoulement de couche mélange

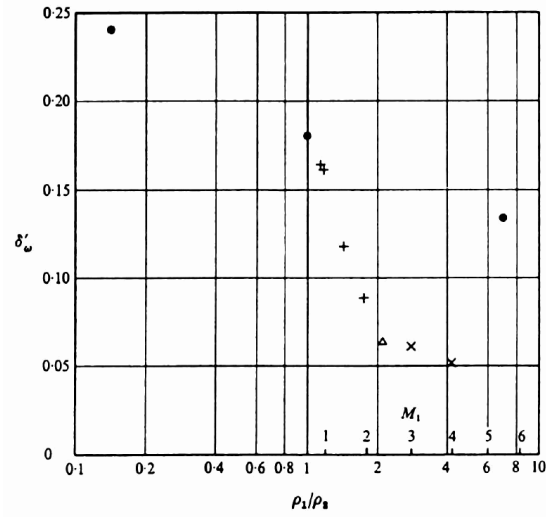


FIG. 2.4 – Effet du rapport de la masse volumique sur le taux d'élargissement de la couche de mélange en fonction du rapport des vitesses dans l'écoulement, (●) : couche de mélange incompressible, (+), (×), (△) : couche de mélange compressible, d'après Brown & Roshko [19].

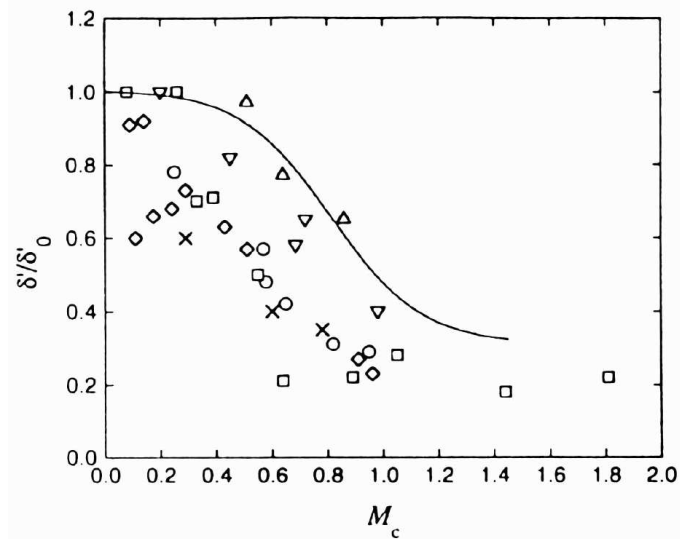


FIG. 2.5 – Évolution du taux de développement normalisé d'une couche de mélange compressible en fonction du nombre de Mach convectif de l'écoulement, d'après Lele [60].



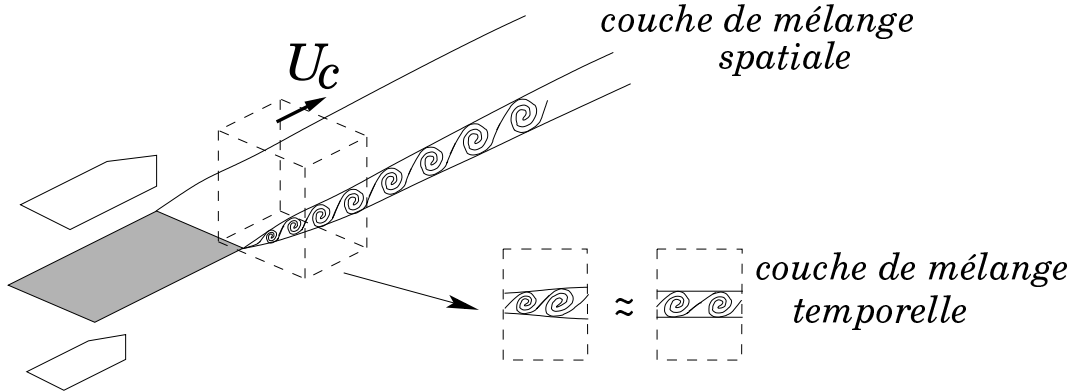


FIG. 2.6 – Configuration des couches de mélange spatiale et temporelle.

de compressibilité [60].

## 2.2 Le modèle temporel

Dans les calculs numériques, il est possible d'adopter deux points de vue : l'approche *spatiale* et l'approche *temporelle*. Le schéma de la figure 2.6 explicite ces deux configurations.

Dans le premier cas, la simulation reproduit la situation des études expérimentales, dans laquelle le développement spatial d'une couche de mélange à l'aval d'une plaque séparant initialement deux courants de vitesses différentes est observé. Dans le second cas, l'approche temporelle consiste à appliquer une condition de périodicité sur l'écoulement dans la direction longitudinale.

Le modèle temporel peut être vu comme l'approximation d'une couche de mélange spatiale observée dans un repère en translation uniforme à la vitesse moyenne des grosses structures dans l'écoulement. D'après Bogdanoff [13] et Papamoschou & Roshko [87], la vitesse de convection  $U_c$  des tourbillons primaires peut être estimée par l'expression

$$U_c = \frac{c_1 U_2 + c_2 U_1}{c_1 + c_2} \quad (2.2)$$

En d'autres termes, elle constitue une approximation de l'écoulement spatial, en négligeant les variations longitudinales de l'épaisseur de la couche de mélange.

## 2.3 Généralités sur l'analyse de stabilité linéaire

Une partie des mécanismes responsables de la transition de l'écoulement vers la turbulence peut être comprise à partir d'une analyse linéaire du développement de perturbations d'amplitudes infinitésimales au sein de l'écoulement. Nous rappelons ici brièvement le formalisme de la théorie classique de la stabilité linéaire.

On fait généralement l'hypothèse d'un écoulement parallèle à la direction longitudinale  $x$ , c'est à dire d'un mouvement moyen de la forme  $(\bar{u}(y), 0, 0)$ , dont on suppose qu'il est solution stationnaire des équations de Navier-Stokes.

On superpose ensuite une petite perturbation à cet écoulement principal, par exemple  $u = \bar{u} + u'$  pour la vitesse longitudinale. Puis on reporte cette décomposition dans les équations de Navier-Stokes, qu'on linéarise en ne retenant que les termes d'ordre un.

Ensuite on recherche classiquement des solutions du système d'équations linéaires, sous la forme

$$u' = \hat{u}(y)e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad (2.3)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement les nombres d'ondes dans les directions longitudinale  $x$  et latérale  $z$ , et  $\omega$  est la fréquence de la perturbation.  $\hat{u}$  est une fonction propre, qui ne dépend que de la coordonnée transversale  $y$ . Toutes ces quantités sont *a priori* complexes.

L'introduction de ce type de solution dans les équations linéaires conduit à un système d'équations différentielles ordinaires pour les fonctions d'amplitudes ( $\cdot$ ). Ce système, muni de conditions aux limites, constitue un problème aux valeurs propres pour  $(\alpha, \beta, \omega)$ . Là encore, les deux approches spatiale et temporelle sont possibles pour résoudre le problème. Dans la théorie spatiale, le champ de perturbation présente uniquement une composante ondulatoire en temps, ce qui signifie que la fréquence  $\omega$  est réelle. À l'inverse, la théorie temporelle suppose la périodicité spatiale des perturbations. Dans ce cas, les nombres d'ondes  $\alpha$  et  $\beta$  sont réels.

Comme nous le préciserons par la suite, la résolution du problème aux valeurs propres permet d'une part de prédire la longueur d'onde des modes les plus instables de l'écoulement, d'autre part d'accéder aux fonctions propres de ces modes.

## 2.4 La couche de mélange incompressible

Le profil des vitesses moyennes d'une couche de mélange présente un point d'inflexion, ce qui constitue une condition nécessaire d'après le critère de Rayleigh pour le rendre instable vis-à-vis de perturbations infinitésimales. Notons que le critère de Rayleigh est dérivé d'une analyse de stabilité linéaire qui ne prend pas en compte la viscosité de

## Chapitre 2. Généralités sur l'écoulement de couche de mélange

---

l'écoulement.

D'autre part, il est possible de montrer que, pour un écoulement incompressible, la résolution du problème de la stabilité linéaire tridimensionnelle revient à celle d'un problème bidimensionnel pour un nombre de Reynolds plus faible. Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Squire. Si la viscosité joue un rôle stabilisant dans l'écoulement, le mode instable le plus amplifié pour une couche de mélange incompressible est un mode bidimensionnel. L'analyse de stabilité réalisée sur une couche de mélange temporelle non-visqueuse par Michalke [78] montre que la longueur d'onde de ce mode est

$$\lambda_a = 7,06\delta_\omega \quad (2.4)$$

On appelle souvent ce mode l'instabilité primaire, ou instabilité de Kelvin-Helmholtz.

Les prédictions de l'analyse de stabilité linéaire incompressible semblent confirmées par le développement non-linéaire observé dans les études expérimentales [9, 19] et numériques (Rogers & Moser [97], Comte et al. [28, 29]) qui montrent la formation de structures plutôt bidimensionnelles au début de la transition. Ces structures peuvent elles-mêmes être déstabilisées par un mode sous-harmonique, de longueur d'onde  $2\lambda_a$  (Lesieur, [63]), qui conduit à l'appariement des tourbillons.

Cependant, nous avons vu que la couche de mélange n'est pas uniquement constituée de structures tourbillonnaires bidimensionnelles, et que ces dernières coexistent avec des structures tridimensionnelles telles que les tourbillons longitudinaux. Les mécanismes responsables de la tridimensionalisation de l'écoulement ont fait l'objet de nombreux travaux. Parmi ces études, citons celle de Pierrehumbert & Widnall [89], qui distingue deux catégories d'instabilités secondaires résultant de la croissance des modes obliques dans l'écoulement : l'instabilité translatrice d'une part et l'instabilité hélicoïdale d'autre part.

L'instabilité translatrice est caractérisée par une oscillation en phase des tourbillons primaires, de longueur d'onde  $2\lambda_a/3$ , susceptible d'aboutir à la formation de tourbillons longitudinaux étirés entre les grosses structures. Les études expérimentales [9] et numériques (Comte *et al.* [28, 29], Moser & Rogers [85], Collis *et al.* [21]) mettent en évidence le développement des tourbillons longitudinaux prévu par l'analyse de stabilité de Pierrehumbert & Widnall [89], même si le rôle exact de ces tourbillons dans le processus de transition vers la turbulence développée reste encore à définir plus clairement. De plus, Comte *et al.* [28] ont prouvé que la croissance des modes obliques dans l'écoulement pouvait également susciter le développement d'une instabilité hélicoïdale et générer une organisation des tourbillons de Kelvin-Helmholtz oscillant en opposition de phase, formant un treillis de tourbillons.

Comte *et al.* [28], Lamballais [54] et Silvestrini [104] ont mis en lumière l'extrême sensibilité de l'évolution de la structure tourbillonnaire vis à vis des conditions initiales

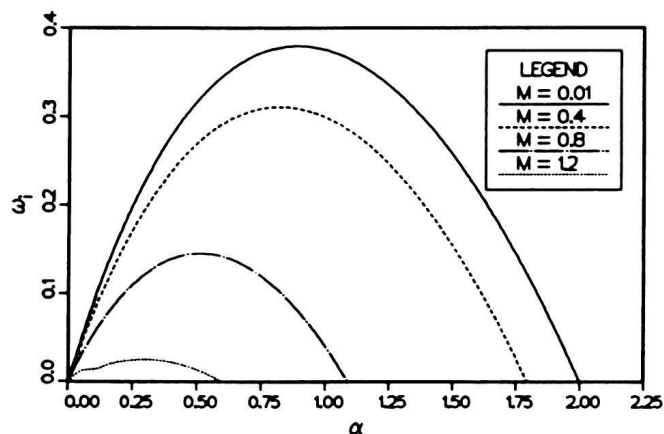


FIG. 2.7 – Effet du nombre de Mach sur le taux d’amplification des modes bidimensionnels, d’après Sandham & Reynolds [98].

et/ou d’entrées. En particulier, le niveau de perturbation isotrope contrôle le scénario de transition - instabilité translatrice ou hélicoïdale - de la couche de mélange.

## 2.5 La couche de mélange compressible

La couche de mélange compressible est instable vis à vis de petites perturbations, d’après le critère du point d’inflexion généralisé, établi par Lees & Lin [57] pour étendre le critère de Rayleigh aux écoulements compressibles. Les premières analyses de stabilité linéaire temporelle non-visqueuse réalisées par Lessen *et al.* [66, 67] et Blumen *et al.* [11, 12] montrent d’une part que la compressibilité a un effet stabilisant sur l’écoulement, et d’autre part que le taux d’amplification des modes obliques augmente avec le nombre de Mach.

D’après l’analyse de stabilité linéaire menée par Sandham & Reynolds [100, 98, 101] les modes bidimensionnels restent les plus amplifiés lorsque le nombre de Mach est bas, mais leur taux d’amplification diminue au fur et à mesure que le nombre de Mach augmente, comme on peut le voir sur la figure 2.7. On remarque également que plus le nombre de Mach est élevé, plus la longueur d’onde  $\lambda$  du mode le plus amplifié est grande ( $\lambda = 2\pi/\alpha$ ).

Sandham & Reynolds obtiennent la variation du taux d’amplification des modes avec l’angle d’inclinaison  $\theta$  de ces modes ( $\tan \theta = \beta/\alpha$ ) par rapport à la direction de l’écoulement, reportée sur la figure 2.8. L’examen de cette figure permet de constater que

- pour  $M_c < 0,6$ , le mode le plus amplifié est le mode bidimensionnel ;

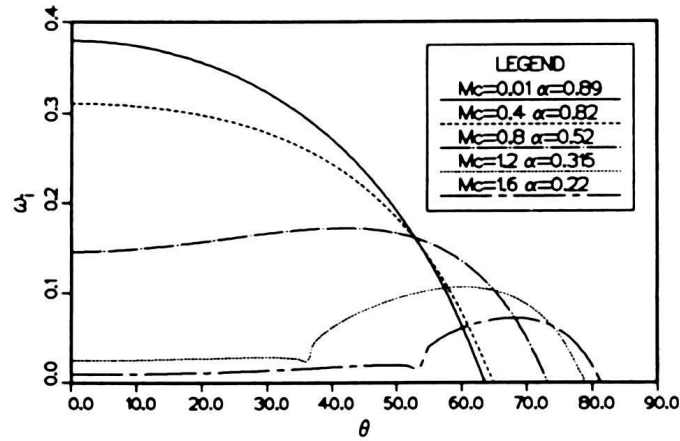


FIG. 2.8 – Effet du nombre de Mach sur le taux d'amplification des modes obliques, d'après Sandham & Reynolds [98].

- pour  $M_c > 0,6$ , le mode le plus amplifié est un mode oblique, et l'angle d'inclinaison de ce mode par rapport à la direction de l'écoulement augmente au fur et à mesure de l'augmentation de  $M_c$ .

En outre, une analyse basée sur la théorie spatiale peut fournir des indications intéressantes concernant le développement de l'écoulement. Ainsi, Sandham & Reynolds [98] et Ragab & Wu [91] ont observé que le taux d'amplification du mode le plus amplifié est directement proportionnel au taux de développement de la couche de mélange. Les raisons de cette similarité de comportement entre deux quantités *a priori* éloignées restent à éclaircir.

Les simulations tridimensionnelles de la transition dans les couches de mélange compressibles (Sandham & Reynolds [101], Fouillet [41]) confirment l'importance des prédictions issues de l'analyse linéaire, en révélant une structure tridimensionnelle beaucoup plus développée à grand nombre de Mach. Lorsque le nombre de Mach reste bas, la transition présente des caractéristiques similaires à celles observées au cours du développement d'une couche de mélange incompressible. Les tourbillons de Kelvin-Helmholtz prennent simplement une forme plus allongée dans la direction de l'écoulement, et le processus d'appariement est retardé au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Mach [99, 92]. En revanche, la structure tourbillonnaire change lorsque le nombre de Mach est plus élevé ( $M_c > 0,6$ ) : l'instabilité bidimensionnelle de Kelvin-Helmholtz est inhibée, et les régions rotationnelles oscillent suivant la direction longitudinale pour adopter une forme de tourbillons en lambda inclinés par rapport à l'horizontale, disposés en quinconce.

La présence d'un gradient de température (ou de masse volumique) modifie également la structure de l'écoulement. Les simulations bidimensionnelles de Lele [58] et Fouillet [41] montrent que les tourbillons primaires se déforment pour prendre une forme de virgule et que des zones de vorticité contra-rotative apparaissent, sous l'influence des effets baroclines. D'autre part, l'analyse de stabilité linéaire [101] confirme le fait que si le taux d'amplification est influencé par le rapport des masses volumiques des deux courants, il dépend bien davantage du régime de l'écoulement.

Des simulations directes de couches de mélange en turbulence d  velopp  e en évolution temporelle ont été r  alis  es par Vreman *et al.* [114] et Pantano & Sarkar [86] pour constituer des bases de données en vue d'un traitement statistique. Elles permettent d'examiner l'influence de la compressibilité de l'écoulement sur les quantités turbulentes, et l'accord avec les données expérimentales est relativement bon.

## 2.6 Conclusions

Les études expérimentales ont révélé les caractéristiques du comportement transitionnel de la couche de mélange et mis en évidence la réduction de son développement avec l'augmentation du nombre de Mach. Les simulations numériques directes permettent de reproduire fidèlement la dynamique de l'écoulement à nombre de Reynolds modéré, aussi bien le mouvement à grande échelle que les petites structures tridimensionnelles (Lamballais [54], Comte *et al.* [28, 29]). Elles ont ainsi contribué à l'analyse des mécanismes responsables de la transition vers la turbulence d  velopp  e d'une part, des effets de la compressibilité de l'écoulement sur son taux d'élargissement d'autre part.

Dans l'investigation par expérimentation numérique, les simulations spatiales et temporelles ont toutes deux trouvé leur place par la nature complémentaire des informations qu'elles apportent. Notons qu'elles montrent le même type d'organisation et d'évolution des structures tourbillonnaires (Silvestrini [104], Comte *et al.* [29]). Le principal avantage de l'approche spatiale est de reproduire la configuration des expériences, ce qui la rend plus directement exploitable pour des comparaisons avec des données expérimentales. Elle présente néanmoins deux inconvénients principaux :

- le traitement des conditions d'entrée-sortie est très délicat, notamment dans le cas compressible pour lequel une description fidèle de l'acoustique reste problématique ;
- le côté du calcul est très élevé, puisqu'il faut employer un domaine de calcul assez vaste utilisant un très grand nombre de points de grille pour accéder à la région de turbulence d  velopp  e de l'écoulement.

## **Chapitre 2. Généralités sur l'écoulement de couche de mélange**

---

Pour un même coût de calcul, la configuration temporelle permet d'étudier des couches de mélange à des nombres de Reynolds plus élevés que la configuration spatiale.

Le chapitre suivant est dédié à la présentation de l'outil numérique que nous avons spécifiquement développé pour réaliser le calcul direct de l'émission acoustique d'une couche de mélange temporelle.

## Chapitre 3

# Présentation de l’outil numérique

Pour réaliser notre étude du rayonnement acoustique d’une couche de mélange, nous avons choisi la méthode la plus directe consistant à calculer explicitement le champ acoustique par la résolution des équations de Navier-Stokes, en ayant recours à la technique de simulation numérique directe. Soulignons ici que ce calcul direct reste encore délicat à mettre en œuvre et que seules quelques équipes de recherche le pratiquent. Les difficultés associées à l’utilisation de cette méthode sont directement reliées à ses coûts considérables en termes de temps et de précision du calcul. En effet, le calcul direct du champ acoustique nécessite d’une part un domaine de calcul suffisamment vaste pour accéder au champ acoustique lointain, et d’autre part l’usage de méthodes numériques de haute précision et d’ordre élevé, pour réduire au maximum les erreurs de dispersion et de dissipation. Les articles de Colonius [22], Lele [61] et Tam [106] offrent une revue de ces questions.

Pour limiter les coûts en temps de calcul, nous avons choisi l’alternative offerte par l’approche temporelle, qui permet de réduire le nombre de points de maillage dans la direction de l’écoulement. En premier lieu, nous présentons le modèle mathématique (équations + conditions aux limites + conditions initiales) correspondant à la représentation de l’évolution temporelle d’une couche de mélange et de son rayonnement acoustique. Ensuite, nous exposons en détail nos méthodes numériques. Finalement, à la lumière des tests préliminaires que nous avons effectués pour valider notre code de calcul, nous pensons disposer d’un outil de qualité pour étudier le rayonnement acoustique émis par une couche de mélange.

### 3.1 Les équations du mouvement

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l’énergie pour un fluide compressible s’écrivent, dans un repère cartésien



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial u_j(E + p)}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

où  $u_i$  sont les composantes de vitesse dans le repère des coordonnées cartésiennes  $x_i$ . Notons que nous utiliserons plutôt les notations  $(u, v, w)$  pour désigner les composantes de la vitesse du fluide et  $(x, y, z)$  les coordonnées du repère cartésien. La masse volumique est notée  $\rho$  et la pression  $p$ . Le fluide est newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses étant de la forme

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3.4)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide. L'énergie totale par unité de volume  $E$  est donnée par la relation

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i \quad (3.5)$$

où  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  est le rapport des chaleurs spécifiques. Le flux de chaleur  $q_j$  est régi par la loi de Fourier

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

avec  $T$  la température et  $\lambda$  la conductivité thermique. Enfin, on suppose que le fluide satisfait à la loi des gaz parfaits

$$p = c_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho T \quad (3.7)$$

## 3.2 Configuration et paramètres de l'écoulement

Nous considérons ici l'évolution au cours du temps d'une couche de mélange plane, se développant entre deux courants de vitesses et températures initiales respectives  $(U_1, T_1)$  et  $(U_2, T_2)$ . L'écoulement de base est unidirectionnel avec un profil de vitesse principal de la forme  $\mathbf{U} = (U(y), 0, 0)$ . Les équations du mouvement sont résolues dans un domaine de calcul  $(L_x, L_y, L_z)$  parallélépipédique, discrétisé sur un maillage cartésien (voir figure 3.1). Les directions longitudinale, verticale et latérale sont désignées respectivement par  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Dans notre étude, nous allons considérer différents rapports de vitesses et de température. Dans les cas anisothermes, on imposera toujours

$$\frac{T_1}{T_2} > 1 \quad (3.8)$$

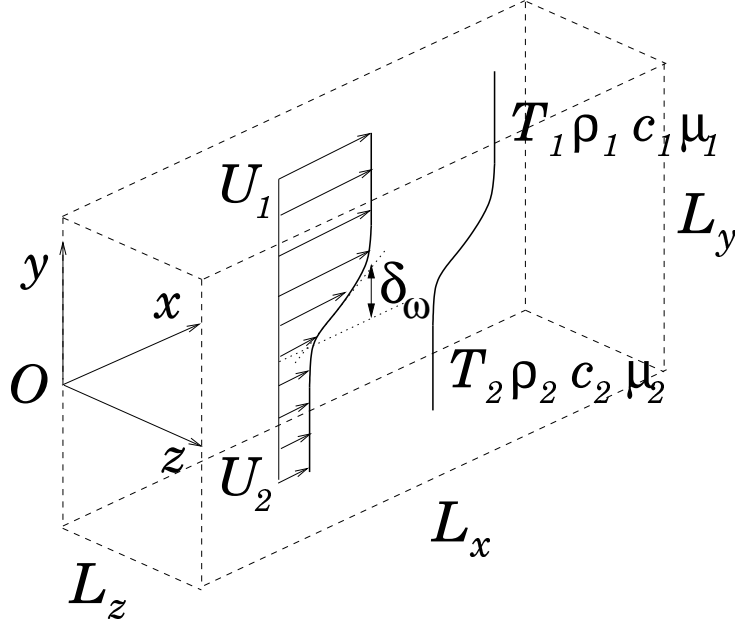


FIG. 3.1 – Configuration de l'écoulement.

ce qui signifie que les régions « chaude » et « froide » de l'écoulement sont repérées respectivement par les indices 1 et 2. Lorsque l'écoulement est isotherme, les quantités thermodynamiques indicées 1 et 2 sont égales. Dans le cas de l'écoulement anisotherme,  $T_2$  conserve la même valeur que dans le cas isotherme. Pour calculer les paramètres adimensionnels de l'écoulement, nous nous basons sur les grandeurs de référence du côté « froid ». De cette manière, les mêmes quantités servent à adimensionner les paramètres dans les cas isothermes et anisothermes.

Ainsi, le nombre de Mach est défini par

$$M = \frac{\Delta U}{c_2} \quad (3.9)$$

avec  $\Delta U = U_1 - U_2$  la différence des vitesses initiales des deux courants, et  $c_2$  la célérité du son du côté « froid ». Le nombre de Mach convectif  $M_c$  de l'écoulement se définit quant à lui par la relation (Papamoschou & Roshko [87])

$$M_c = \frac{\Delta U}{c_1 + c_2} \quad (3.10)$$

Le nombre de Reynolds est basé sur la différence des vitesses dans la couche de mélange

## Chapitre 3. Présentation de l’outil numérique

---

$\Delta U$  et sur l’épaisseur initiale de vorticité  $\delta_\omega$

$$Re = \frac{\rho_2 \Delta U \delta_\omega}{\mu_2} \quad (3.11)$$

avec

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{\max \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{t=0}} \quad (3.12)$$

Les paramètres fixes de toutes les simulations présentées dans ce travail sont d’une part le nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu_2 c_p}{\lambda} \quad (3.13)$$

dont la valeur est égale à 0,75, et d’autre part le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  maintenu à 1,4.

Nous disposons dans notre code de la possibilité de décrire la variation de la viscosité avec la température, par le biais de la loi de Sutherland [46] :

$$\frac{\mu}{\mu_2} = \left( \frac{T}{T_2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1,4}{0,4 + \frac{T}{T_2}} \quad (3.14)$$

Les coefficients numériques présents dans cette relation correspondent à la description de la variation de viscosité de l’air dans les conditions atmosphériques. Les tests préliminaires nous ont montré que la non-prise en compte de ces variations de la viscosité n’avait pas d’effet significatif sur nos résultats acoustique et dynamique. C’est pourquoi nous ferons généralement l’hypothèse d’une viscosité constante du fluide, sauf mention explicite du cas contraire.

Précisons finalement que lors de la présentation ultérieure des résultats dans les chapitres 4 et 5, la normalisation utilisée sera

$$\Delta U/2 = 1, \quad \delta_\omega = 1, \quad \rho_2 = 1, \quad c_p = 1 \quad (3.15)$$

en l’absence de tout autre indication.

### 3.3 Conditions aux limites

#### 3.3.1 Conditions périodiques

L’étude de l’évolution temporelle de la couche de mélange revient à supposer une condition de périodicité pour les champs de vitesse, de masse volumique et d’énergie dans la

direction de l'écoulement. Dans la direction latérale  $z$ , l'hypothèse de couche de mélange plane nous autorise à utiliser également une condition de périodicité. Ces conditions s'expriment par

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= u(x + L_x, y, z, t) = u(x, y, z + L_z, t) \\
 v(x, y, z, t) &= v(x + L_x, y, z, t) = v(x, y, z + L_z, t) \\
 w(x, y, z, t) &= w(x + L_x, y, z, t) = w(x, y, z + L_z, t) \\
 \rho(x, y, z, t) &= \rho(x + L_x, y, z, t) = \rho(x, y, z + L_z, t) \\
 E(x, y, z, t) &= E(x + L_x, y, z, t) = E(x, y, z + L_z, t)
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

**Remarque :** L'hypothèse de périodicité est appliquée à une longueur de domaine s'accordant à la périodicité « naturelle » de l'écoulement. En pratique, nous choisissons la taille du domaine de calcul en fonction des longueurs d'ondes des modes instables de l'écoulement. En fait, nous ne tenons compte que des modes longitudinaux pour dimensionner la boîte de calcul. Dans la direction  $x$ , la longueur du domaine de calcul  $L_x$  est un multiple entier de la longueur d'onde du mode instable le plus amplifié  $\lambda_a$ , prédit par l'analyse de stabilité linéaire [100]. Rappelons que cette longueur d'onde  $\lambda_a$  varie en fonction du nombre de Reynolds [10] et du nombre de Mach [11] de l'écoulement étudié. La longueur de la boîte dans la direction  $z$  est prise égale à la dimension du domaine dans la direction de l'écoulement :  $L_x = L_z$ .

#### 3.3.2 Conditions de frontière ouverte

Dans la direction transversale  $y$ , les conditions aux limites imposées sur la frontière du domaine de calcul doivent représenter le plus fidèlement possible un domaine infini. Dans la perspective d'un calcul direct du champ acoustique rayonné par l'écoulement, il convient de s'assurer que les réflexions générées aux frontières du domaine de calcul par l'évacuation des perturbations de l'écoulement et des ondes acoustiques sont inférieures aux fluctuations acoustiques [109, 106]. Dans le cas présent, il s'agit seulement d'évacuer les ondes acoustiques sans provoquer de réflexion parasite vers l'intérieur du domaine. En effet, les frontières transversales du domaine sont non-débitantes, puisqu'elles ne sont pas traversées par l'écoulement. De plus, dans la configuration de notre écoulement, les ondes acoustiques ne se propagent que dans une seule direction, la direction transversale  $y$ . Par conséquent, elles se propagent perpendiculairement à la frontière transversale du domaine. Dans ces conditions, l'utilisation d'une condition non-réfléchissante du premier ordre, proposée par Giles [48] et basée sur une analyse aux caractéristiques, suffit à assurer une « bonne » évacuation des ondes acoustiques [25, 61], moyennant l'usage de la double précision pour l'évaluation des variables du calcul.

Le principe est le suivant : on considère un état de référence  $(\rho_0, u_0, v_0, w_0, p_0)$  de

### Chapitre 3. Présentation de l'outil numérique

---

l'écoulement, et

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \delta\rho \\ \delta u \\ \delta v \\ \delta w \\ \delta p \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

les perturbations par rapport à cet état de référence. On écrit les équations d'Euler satisfaites par ces perturbations, soit, sous forme matricielle

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \mathbf{0} \quad (3.18)$$

avec

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} u_0 & \rho_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho_0} \\ 0 & 0 & u_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \gamma p_0 & 0 & 0 & u_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} v_0 & 0 & \rho_0 & 0 & 0 \\ 0 & v_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_0 & 0 & \frac{1}{\rho_0} \\ 0 & 0 & 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma p_0 & 0 & v_0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} w_0 & 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & w_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_0 & \frac{1}{\rho_0} \\ 0 & 0 & 0 & \gamma p_0 & w_0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Dans le cas de la détermination d'une condition aux limites sur une frontière  $y = y_0$ , on s'intéresse à un problème simplifié vérifiant simplement l'équation

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} = 0 \quad (3.20)$$

L'idée est ensuite de diagonaliser la matrice  $\mathbf{B} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$ , en notant  $\mathbf{\Lambda}$  la matrice diagonale et  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{P}^{-1}$  les matrices de passages. L'équation (3.20) s'écrit, après multiplication par  $\mathbf{P}^{-1}$  supposée constante :

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} = 0 \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{u}$  est le vecteur des caractéristiques de composantes

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}_1 &= \delta p - c_0^2 \delta \rho \\
 \mathcal{C}_2 &= \rho_0 c_0 \delta u \\
 \mathcal{C}_3 &= \rho_0 c_0 \delta w \\
 \mathcal{C}_4 &= \delta p + \rho_0 c_0 \delta v \\
 \mathcal{C}_5 &= \delta p - \rho_0 c_0 \delta v
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

avec  $c_0 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$ , et

$$\begin{aligned}
 \delta \rho &= \frac{1}{2c_0^2} (\mathcal{C}_4 + \mathcal{C}_5 - 2\mathcal{C}_1) \\
 \delta u &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \mathcal{C}_2 \\
 \delta v &= \frac{1}{2\rho_0 c_0} (\mathcal{C}_4 - \mathcal{C}_5) \\
 \delta w &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \mathcal{C}_3 \\
 \delta p &= \frac{1}{2} (\mathcal{C}_4 + \mathcal{C}_5)
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Si la frontière  $y = y_0$  est non-réfléchissante, cela signifie qu'il ne doit pas y avoir d'onde entrant dans le domaine par cette frontière, ce qui se traduit en termes de condition aux limites par l'annulation des caractéristiques correspondantes. Ainsi, on impose comme conditions aux limites

– sur la frontière inférieure du domaine  $y = -L_y/2$ ,

$$\mathcal{C}_4 = 0 \tag{3.24}$$

– sur la frontière supérieure du domaine  $y = L_y/2$ ,

$$\mathcal{C}_5 = 0 \tag{3.25}$$

**Remarque :** En pratique, les équations des perturbations sont définies par rapport à un état de référence, qui n'est pas le même pour les frontières inférieure et supérieure du domaine, lorsque la couche de mélange est anisotherme. Dans ce cas en effet, l'état de référence du côté chaud, en  $y = L_y/2$  est  $(\rho_1, u_1, v_1, w_1, p_1)$ , tandis que l'état de référence du côté froid, en  $y = -L_y/2$  est  $(\rho_2, u_2, v_2, w_2, p_2)$ .

### 3.4 Conditions initiales

La réalisation des simulations numériques nécessite la connaissance de conditions initiales pour les variables de l’écoulement. Ce problème est une question des plus délicates pour la simulation d’un écoulement de fluide compressible. Parmi les travaux sur ce sujet, on peut citer par exemple ceux de Ristorcelli & Blaisdell [96] ou Virk & Hussain [113], qui ont étudié l’impact sur le développement d’un écoulement de turbulence homogène de différents types de conditions initiales pour les fluctuations des quantités thermodynamiques.

Dans le cas présent, nous avons décidé d’imposer des conditions initiales simplifiées et d’« attendre » que leur évacuation soit achevée pour débiter l’analyse des résultats. Cette démarche est d’ailleurs celle adoptée par Lele [62] et Freund [46], pour réaliser des simulations directes de couches de mélange temporelles.

L’écoulement de base est un écoulement cisailé unidirectionnel, dont le profil de vitesse principal est de type tangente hyperbolique,

$$U(y) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right) \quad (3.26)$$

où  $U_1$  et  $U_2$  sont choisis pour que  $\Delta U = U_1 - U_2$  et  $U_c = 0$ , avec  $U_c$  la vitesse de convection des tourbillons primaires [13] définie par

$$U_c = \frac{c_1 U_2 + c_2 U_1}{c_1 + c_2} \quad (3.27)$$

Un champ de perturbation incompressible est ensuite ajouté au profil principal pour déstabiliser la couche de mélange et amorcer le processus de transition. Dans le cas des simulations bidimensionnelles, nous avons choisi de forcer directement le développement de  $n$  instabilités de Kelvin-Helmholtz dans notre domaine de calcul de longueur  $L_x = n\lambda_a$ . Cette opération est effectuée en imposant une perturbation incompressible  $(\tilde{u}, \tilde{v})$  de forme sinusoïdale, telle que

$$\tilde{v}(x, y) = e^{-\sigma\left(\frac{y}{\delta_\omega}\right)^2} \left[ A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) + \sum_{i=1}^m A_i \cos\left(2i \frac{2\pi}{L_x} x\right) \right] \quad (3.28)$$

où  $A_0, A_i$  sont des facteurs d’amplitude. Notons que  $m = \log_2 n$  correspond au nombre d’appariements que l’on pourra observer au cours de l’évolution temporelle de la couche de mélange. Le coefficient  $\sigma$  permet de contrôler l’envergure des perturbations dans la direction transversale  $y$ . En pratique, nous avons déterminé une valeur de ce coefficient

### 3.4. Conditions initiales

en comparant l'allure des perturbations à celles des fonctions propres obtenues par une analyse de stabilité linéaire.

Dans le cas des simulations tridimensionnelles, nous ajoutons un bruit aléatoire  $(\tilde{u}_a, \tilde{v}_a, \tilde{w}_a)$ , dont l'amplitude et la répartition spectrale des fluctuations sont contrôlées. Le spectre d'énergie imposé à chaque fluctuation est de la forme

$$E(k) = \left(\frac{k}{k_0}\right)^4 e^{-2\left(\frac{k}{k_0}\right)^2} \quad (3.29)$$

où  $k$  est le nombre d'onde et  $k_0 = n \frac{2\pi}{L_x}$  le nombre d'onde du pic du spectre. L'extension transversale de la perturbation tridimensionnelle est gouvernée par la même fonction exponentielle décroissante que celle de la perturbation bidimensionnelle. Ce bruit est ensuite rendu incompressible dans l'espace spectral.

Ce jeu de conditions est complété par l'initialisation des champs de pression et de température. Nous disposons de deux approches pour initialiser ces variables, selon le but de la simulation.

Dans la première méthode, le profil initial de température se déduit du profil de vitesse moyenne en utilisant la relation de Crocco-Busemann ( $Pr \approx 1$ ); on obtient

$$\begin{aligned} T(y) &= \frac{1}{2c_p} [-U^2(y) - U_1 U_2 + U(y)(U_1 + U_2)] \\ &+ (T_1 - T_2) \frac{U(y)}{U_1 - U_2} + \frac{T_2 U_1 - T_1 U_2}{U_1 - U_2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

La pression est supposée constante  $p_1 = p_2$ . La masse volumique est ensuite obtenue en utilisant la loi des gaz parfaits. Enfin, précisons que les fluctuations initiales des quantités thermodynamiques sont supposées nulles.

La deuxième voie consiste d'abord à faire l'hypothèse de champs moyens de masse volumique et de pression constants,  $\rho_1 = \rho_2$  et  $p_1 = p_2$ . Le champ fluctuant de pression est déduit du champ de vitesse fluctuant incompressible, en résolvant (dans l'espace spectral) une équation de Poisson :

$$\Delta p = -\rho \operatorname{div} \left\{ \left( \overline{\mathbf{grad} \mathbf{u}} \right) \mathbf{u} \right\} \quad (3.31)$$

Ensuite, le champ de température est obtenu en utilisant la loi des gaz parfaits. On suppose là encore des champs fluctuants de masse volumique et de température nuls.

Remarquons que l'adoption du deuxième type de conditions aux limites se prête assez mal à l'étude des couches de mélange anisothermes, puisque ce jeu de conditions nous contraint à renoncer à l'imposition d'un profil de température de type Crocco-Busemann. En revanche, il est censé réduire la période d'adaptation de l'écoulement [34, 86], qui se traduit par des émissions acoustiques non-physiques. Pour la plupart des simulations



## Chapitre 3. Présentation de l’outil numérique

---

présentées dans ce document nous avons utilisé la première méthode d’initialisation de ces variables. Dans le cas contraire, l’usage de la deuxième méthode est explicitement mentionné.

### 3.5 Intégration temporelle

Nous présentons ici la méthode utilisée pour réaliser l’avancement temporel des équations du mouvement. Le choix du schéma numérique relève d’un nécessaire compromis entre deux types de considérations :

- d’une part, le schéma doit être suffisamment précis et limiter au maximum les erreurs dissipatives et dispersives ;
- d’autre part, il doit présenter un coût relativement faible en termes de temps de calcul et de stockage en mémoire.

Typiquement, les schémas temporels de basse précision sont dissipatifs et/ou dispersifs, et leur usage est donc à éviter. Tam & Webb [110, 106] recommandent l’utilisation d’un schéma explicite précis à l’ordre quatre, et proposent d’optimiser les coefficients de manière à préserver la relation de dispersion (schéma DRP).

Nous avons opté pour un schéma de Runge-Kutta à l’ordre quatre [116], dont l’usage a été validé pour les études de calcul direct acoustique [22, 46, 61]. L’ordre élevé de ce schéma permet de minimiser les erreurs de dispersion et autorise une relaxation du pas de temps. En effet, la limite de stabilité du schéma numérique est plus élevée avec ce schéma d’ordre quatre qu’avec un schéma de Runge-Kutta d’ordre trois ou le schéma DRP de Tam (voir Colonius [22]).

Le système d’équations 3.1 à 3.3 est intégré sous la forme

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, t) \quad (3.32)$$

où  $\mathbf{q}$  est le vecteur des variables conservatives  $(\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)$ . La mise en œuvre du schéma explicite de Runge-Kutta à l’ordre quatre requiert l’évaluation de quatre sous-pas de temps intermédiaires. Les détails pratiques de l’implémentation de ce schéma, nécessitant trois niveaux de stockage, sont donnés par Mitchell *et al.* [80].

### 3.6 Discrétisation spatiale

Comme pour l’intégration temporelle, l’utilisation de méthodes numériques d’une grande précision pour la discrétisation spatiale est fortement recommandée [22, 61, 110].

L'analyse de Fourier des schémas permet de comparer la représentation spectrale de la solution numérique avec celle de la solution analytique, et de mettre en évidence les erreurs de dispersion et de dissipation associées à chaque type de schéma numérique. Le recours aux méthodes spectrales, non-dispersives et non-dissipatives, n'est possible que dans les directions de périodicité ou de semi-périodicité de l'écoulement. Or, dans notre configuration, l'écoulement possède une frontière libre, représentée par une condition non-réfléchissante. Dans les calculs directs d'aéroacoustique actuellement disponibles, la discrétisation spatiale est assurée par des schémas aux différences finies compacts (ou hermitiens) d'ordre élevé [15, 25]. Nous avons également opté pour des schémas compacts, précis à l'ordre six, pour assurer la différenciation spatiale dans toutes les directions de l'écoulement. Nous verrons que l'usage de cet ordre élevé assure la réduction des erreurs de dispersion. Les schémas décentrés étant fortement dissipatifs [22], nous utilisons des schémas centrés, sauf aux frontières de la direction non-périodique  $y$  de l'écoulement.

#### 3.6.1 Présentation des schémas compacts

Le principe de ces schémas est d'associer le calcul de la dérivée en un point au calcul de la dérivée aux points voisins.

Soit  $\eta_i = (i - 1)\Delta\eta$  une distribution de points de grille uniforme, les valeurs de la dérivée première  $f'_i = f'(\eta_i) = \frac{df}{d\eta}(\eta_i)$  d'une fonction  $f(\eta)$  aux nœuds  $\eta_i$  sont obtenues par

$$\alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{\Delta\eta} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{\Delta\eta} \quad (3.33)$$

Les valeurs de la dérivée seconde  $f''_i = f''(\eta_i) = \frac{d^2f}{d\eta^2}(\eta_i)$  sont estimées à l'aide d'une formulation du même type

$$\alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta\eta^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{\Delta\eta^2} \quad (3.34)$$

Selon le jeu de coefficients  $(\alpha, a, b)$  choisi, on peut obtenir une précision jusqu'à l'ordre six pour ces deux types de schémas.

Pour la discrétisation aux frontières non-périodiques, il s'avère nécessaire de recourir à une formulation décentrée. À la frontière  $i = 1$ , elle s'écrit pour la dérivée première

$$f'_1 + \alpha_1 f'_2 = \frac{a_1 f_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3}{\Delta\eta} \quad (3.35)$$

et pour la dérivée seconde

### Chapitre 3. Présentation de l'outil numérique

---

$$f_1'' + \alpha_1 f_2'' = \frac{a_1 f_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3 + d_1 f_4}{\Delta\eta^2} \quad (3.36)$$

Le calcul de la dérivée en un point étant lié au calcul de la dérivée des points voisins, on qualifiera d'*implicite* la nature d'un schéma de ce type, par opposition au caractère *explicite* des schémas aux différences finies classiques ( $\alpha = 0$ ).

Un des avantages principaux offerts par les schémas compacts est la prise en compte d'une large gamme de longueurs d'onde. Il suffit pour s'en convaincre de réaliser une analyse de Fourier de l'erreur pour chaque schéma numérique. Le principe est le suivant : pour une fonction trigonométrique donnée  $f(\eta) = e^{ik\eta}$ , il s'agit de comparer les valeurs aux points  $\eta_i$  de la dérivée exacte  $f'(\eta_i) = ik_\eta f(\eta_i)$  aux valeurs de la dérivée approchée par le schéma numérique aux différences finies  $f'_i = ik_m f(\eta_i)$ ,  $k_m$  étant appelé le nombre d'onde modifié. La représentation de la variation du nombre d'onde modifié  $k_m$  en fonction du nombre d'onde  $k$ , permet d'évaluer l'écart entre la solution exacte  $k_m = k$  et la solution approchée, et de se faire ainsi une idée de la puissance de résolution du schéma numérique. Le résultat de cette analyse est fourni sur la figure 3.2 pour le schéma compact à l'ordre six d'une part, et les schémas explicites à l'ordre deux et six d'autre part. On observe que le schéma compact six permet une amélioration notable par rapport au schéma explicite du même ordre : le schéma compact évalue avec précision les dérivées d'un signal de longueur d'onde à peu près égale à quatre mailles de calcul, tandis qu'une précision équivalente est obtenue avec un schéma explicite à l'ordre deux seulement pour une longueur d'onde égale à huit mailles.

**Remarque sur l'évaluation des termes visqueux :** La formulation conservative des équations du mouvement fait apparaître les termes visqueux sous une forme qui incite à les évaluer naturellement à l'aide de dérivées premières.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{forme conservative}} = \underbrace{\frac{\partial \mu}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}}_{\text{forme non-conservative}} \quad (3.37)$$

La formulation non-conservative montre qu'une partie des termes visqueux contient en fait des dérivées secondes de vitesse. Or, comme on peut l'observer sur la figure 3.3, le calcul d'une dérivée seconde par application successive de deux dérivées premières fournit une représentation des nombres d'ondes élevés beaucoup moins précise que le calcul direct par dérivation seconde. En pratique, nous avons pu observer que cette mauvaise représentation des nombres d'ondes élevés peut, pour des résolutions marginales, se traduire par une brusque déstabilisation du calcul. Ce comportement est le résultat d'une sous-estimation de la dissipation qui alors n'est plus apte à contrôler l'amplification des erreurs numériques et qui conduit à l'instabilité numérique.

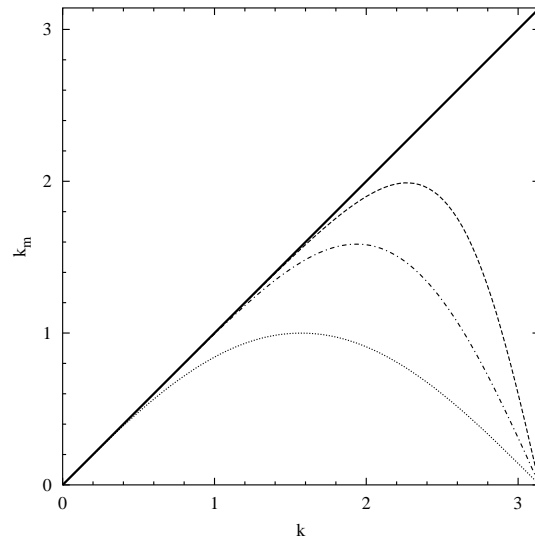


FIG. 3.2 – Variation du nombre d'onde modifié  $k_m$  en fonction du nombre d'onde  $k$ , pour la dérivée première, d'après Lele [59]; valeur exacte (—), schéma explicite d'ordre 2 ( $\cdots$ ), schéma explicite d'ordre 6 ( $-\cdot-$ ), schéma compact d'ordre 6 ( $- -$ ).

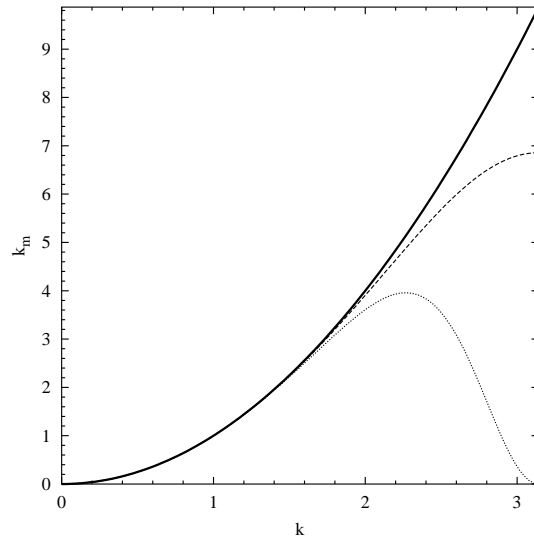


FIG. 3.3 – Variation du nombre d'onde modifié  $k_m$  en fonction du nombre d'onde  $k$  pour la différenciation exacte (—) et pour la différenciation utilisant un schéma compact d'ordre six : dérivée seconde (- - -), dérivée première itérée ( $\cdots$ ).

Pour remédier à cet effet indésirable et préserver la précision de nos calculs, nous avons choisi de rompre avec la formulation conservative pour le traitement des termes visqueux, qui sont corrigés de la façon suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{forme initiale}} - \underbrace{\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{correction}} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (3.38)$$

L'intérêt de cette procédure est d'éviter de développer la forme entièrement non-conservative des équations, plus pénible à mettre en œuvre, particulièrement lorsque l'on tient compte de la variation de la viscosité de l'écoulement avec la température.

### 3.6.2 Discrétisation dans les directions périodiques

Dans les directions longitudinale  $x$  et latérale  $z$ , la distribution des points est uniforme, avec des pas d'espace respectifs

$$\Delta x = \frac{L_x}{n_x} \quad (3.39)$$

$$\Delta z = \frac{L_z}{n_z} \quad (3.40)$$

L'hypothèse de périodicité de la fonction  $f$  dans la direction  $\eta = x$  ou  $z$  se traduit par

$$\begin{aligned} f_0'' &= f_n'' , & f_0' &= f_n' , & f_{-1} &= f_{n-1} , & f_0 &= f_n \\ f_{n+1}'' &= f_1'' , & f_{n+1}' &= f_1' , & f_{n+1} &= f_1 , & f_{n+2} &= f_2 \end{aligned} \quad (3.41)$$

Le système à résoudre pour calculer la dérivée première de  $f$  par rapport à la variable  $\eta = x$  ou  $z$  s'écrit

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{f}' = \frac{1}{\Delta \eta} \mathbf{B}_1 \mathbf{f} \quad (3.42)$$

avec les matrices tridiagonale  $\mathbf{A}_1$  et pentadiagonale  $\mathbf{B}_1$  cycliques

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & & & & & & & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha & & & & & & \\ & \alpha & 1 & \alpha & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \\ & & & \alpha & 1 & \alpha & & & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & \alpha & 1 & \alpha & \\ & & & & & & \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha & & & & & & & & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & a & b & & & & & & -b & -a \\ -a & 0 & a & b & & & & & & -b \\ -b & -a & 0 & a & b & & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \\ & & & -b & -a & 0 & a & b & & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & & -b & -a & 0 & a & b \\ b & & & & & & -b & -a & 0 & a \\ a & b & & & & & & -b & -a & 0 \end{pmatrix}$$

Pour le schéma compact précis à l'ordre six, les valeurs des coefficients sont, d'après Lele [59] :

$$\alpha = \frac{1}{3}, a = \frac{7}{9}, b = \frac{1}{36}$$

### Chapitre 3. Présentation de l'outil numérique

---

Le système à résoudre pour calculer la dérivée seconde de  $f$  par rapport à la variable  $\eta = x$  ou  $z$  s'écrit

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{f}'' = \frac{1}{\Delta\eta^2} \mathbf{B}_2 \mathbf{f} \quad (3.43)$$

avec les matrices

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & & & & & & & & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha & & & & & & & \\ & \alpha & 1 & \alpha & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & \alpha & 1 & \alpha & & & & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & & & \alpha & 1 & \alpha & & \\ & & & & & & \alpha & 1 & \alpha & \\ \alpha & & & & & & & & & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 2(a+b) & a & b & & & & & & & -b & -a \\ -a & 2(a+b) & a & b & & & & & & & -b \\ -b & -a & 2(a+b) & a & b & & & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & -b & -a & 2(a+b) & a & b & & & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & & -b & -a & 2(a+b) & a & b & & \\ b & & & & -b & -a & 2(a+b) & a & b & & \\ a & b & & & & -b & -a & 2(a+b) & a & & \\ & & & & & & -b & -a & 2(a+b) & & \end{pmatrix}$$

Pour le schéma compact précis à l'ordre six, les valeurs des coefficients sont [59] :

$$\alpha = \frac{2}{11}, a = \frac{12}{11}, b = \frac{3}{44}$$

Notons que la résolution des systèmes tridiagonaux nécessaire à l'évaluation des dérivées première et seconde est effectuée à l'aide d'un algorithme de Thomas optimisé. Le cas des matrices cycliques est traité de façon similaire, en se ramenant à une combinaison de 2 matrices tridiagonales ordinaires.

#### 3.6.3 Discrétisation dans la direction non-périodique

Dans la direction transversale  $y$ , le maillage doit être suffisamment fin pour décrire fidèlement les gradients élevés de vitesse et de température dans la zone de mélange entre les deux courants. De plus, l'extension du domaine en  $y$  doit être assez importante pour permettre une bonne représentation du champ acoustique lointain. Avec un maillage uniforme, ceci nous conduit à augmenter considérablement le nombre de points de

### 3.6. Discrétisation spatiale

grille, et par conséquent le coût du calcul. En revanche, l'introduction d'une distribution non-uniforme des points de grille permet de resserrer les mailles au centre du domaine sans ajouter un trop grand nombre de points.

Nous utilisons à cet effet une transformation de l'espace physique  $(x, y, z)$  vers l'espace de calcul  $(x, s, z)$  de la forme

$$y = \psi(s) \quad (3.44)$$

La transformation que nous employons lorsque la distribution des points est non-uniforme s'écrit :

$$y = \frac{L_y}{2} \frac{\sinh(\mathbf{b}s)}{\sinh \mathbf{b}}, \quad -1 < s < 1 \quad (3.45)$$

Le paramètre  $\mathbf{b}$  permet d'ajuster la concentration des points de grille  $y_j$  sur la coordonnée  $y$  dans la zone de mélange. Les points de grille  $s_j$  sur la coordonnée  $s$  sont uniformément répartis,

$$s_j = -1 + (j - 1)\Delta s, \quad j = 1, \dots, n_y \quad (3.46)$$

avec  $\Delta s = \frac{2}{n_y - 1}$  le pas de discrétisation.

Remarquons que dans le cas où la distribution des points de la grille suivant  $y$  est régulière, on a simplement

$$y = \frac{L_y}{2} s \quad (3.47)$$

L'expression de la dérivée première est :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \quad (3.48)$$

soit

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{\psi'} \frac{\partial f}{\partial s} \quad (3.49)$$

Les valeurs de la dérivée première de la fonction  $f$  dans l'espace  $(x, s, z)$  peuvent être obtenues par la relation

$$\alpha \left. \frac{\partial f}{\partial s} \right|_{s_{j-1}} + \left. \frac{\partial f}{\partial s} \right|_{s_j} + \alpha \left. \frac{\partial f}{\partial s} \right|_{s_{j+1}} = a \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{\Delta s} + b \frac{f_{j+2} - f_{j-2}}{\Delta s} \quad (3.50)$$

soit, en utilisant la relation (3.49)

$$\alpha \psi'_{j-1} f'_{j-1} + \psi'_j f'_j + \alpha \psi'_{j+1} f'_{j+1} = a \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{\Delta s} + b \frac{f_{j+2} - f_{j-2}}{\Delta s} \quad (3.51)$$

avec les notations  $\psi'_j = \frac{\partial \psi}{\partial s}(s_j)$  et  $f'_j = \frac{\partial f}{\partial y}(y_j)$ .





### 3.6. Discrétisation spatiale

soit

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{\psi'^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} - \frac{\psi''}{\psi'^3} \frac{\partial f}{\partial s} \quad (3.54)$$

Contrairement au cas précédent, on ne peut pas calculer directement les valeurs de la dérivée seconde dans l'espace  $(x, y, z)$ . Cependant, il faut rappeler le traitement particulier réservé aux termes visqueux des équations du mouvement (équations 3.37 et 3.38), qui sont les seuls à requérir l'évaluation de dérivées secondes. Dans le cas d'une distribution de grille non-uniforme en  $y$ , la formulation des termes visqueux peut se développer comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) = \frac{1}{\psi'} \frac{\partial}{\partial s} \left( \mu \frac{1}{\psi'} \frac{\partial u_i}{\partial s} \right) \quad (3.55)$$

$$= -\mu \frac{\psi''}{\psi'^3} \frac{\partial u_i}{\partial s} + \frac{1}{\psi'^2} \frac{\partial \mu}{\partial s} \frac{\partial u_i}{\partial s} + \underbrace{\mu \frac{1}{\psi'^2} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial u_i}{\partial s} \right)}_{(*)} \quad (3.56)$$

Seul le terme  $(*)$  nécessite une réévaluation à l'aide de la dérivée seconde par rapport à la variable  $s$ . La correction apportée aux termes visqueux s'exprime alors par

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) - \mu \frac{1}{\psi'^2} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial u_i}{\partial s} \right) + \mu \frac{1}{\psi'^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial s^2} \quad (3.57)$$

Les valeurs de la dérivée seconde de la fonction  $f$  dans l'espace  $(x, s, z)$  peuvent être obtenues par la relation

$$\alpha \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_{j-1}} + \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_j} + \alpha \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_{j+1}} = a \frac{f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}}{\Delta s^2} + b \frac{f_{j+2} - 2f_j + f_{j-2}}{\Delta s^2} \quad (3.58)$$

soit, pour obtenir directement les termes correctifs de l'équation (3.57),

$$\begin{aligned} \alpha \psi_{j-1}'^2 \left( \frac{1}{\psi_{j-1}'^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_{j-1}} \right) + \psi_j'^2 \left( \frac{1}{\psi_j'^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_j} \right) + \alpha \psi_{j+1}'^2 \left( \frac{1}{\psi_{j+1}'^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \Big|_{s_{j+1}} \right) \\ = a \frac{f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}}{\Delta s^2} + b \frac{f_{j+2} - 2f_j + f_{j-2}}{\Delta s^2} \end{aligned} \quad (3.59)$$

ce qui revient à résoudre le système

$$\mathbf{A}'_2 \mathbf{g}'' = \frac{1}{\Delta s^2} \mathbf{B}'_2 \mathbf{g} \quad (3.60)$$



### 3.7. Critères de stabilité numérique

temporelle est trop complexe pour déterminer une valeur limite du pas de temps, en deçà de laquelle le schéma numérique est stable. En pratique, une estimation séparée est obtenue en utilisant le schéma numérique pour résoudre des équations modèles unidimensionnelles de convection pure d'une part, et de diffusion pure d'autre part [25, 59]. Cette analyse aboutit à l'établissement de critères de stabilité convective et visqueuse.

L'équation modèle à une dimension utilisée pour établir le critère de stabilité convective (voir par exemple Freund [46]) est :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (|u|_{max} + c_2) \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0 \quad (3.61)$$

La vitesse de convection totale ( $|u|_{max} + c_2$ ) est la somme de la vitesse maximale dans la direction considérée et de la vitesse du son de référence. La transposition de l'analyse aux trois dimensions de l'écoulement conduit à la définition du nombre de Courant suivante

$$CFL = \Delta t \left( \frac{|u|_{max} + c_2}{\Delta x} + \frac{|v|_{max} + c_2}{\Delta y_{min}} + \frac{|w|_{max} + c_2}{\Delta z} \right) \quad (3.62)$$

La contrainte imposée par l'intégration des termes visqueux est obtenue d'une manière similaire à l'aide de l'équation modèle à une dimension de diffusion pure :

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 0 \quad (3.63)$$

La restriction visqueuse est interprétée par le biais du paramètre de stabilité visqueuse  $D$ , dont l'expression est la suivante

$$D = \nu \Delta t \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y_{min}^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \quad (3.64)$$

Pour un schéma d'intégration temporelle de Runge-Kutta d'ordre quatre et des schémas de dérivations spatiales compacts précis à l'ordre six [59], le critère de stabilité convective est

$$CFL < 1, 43 \quad (3.65)$$

tandis que le critère de stabilité visqueuse est

$$D < 0, 42 \quad (3.66)$$

En pratique, pour le cas de l'écoulement de couche de mélange, le critère le plus restrictif est celui du  $CFL$ .

### 3.8 Filtrage numérique

Nos premiers tests de simulations en trois dimensions ont mis en évidence l’apparition d’oscillations en dents de scie, au moment de la transition de la couche de mélange vers l’état de turbulence développée. Ces oscillations ne sont pas supportées par les schémas numériques précis que nous utilisons et elles provoquent très rapidement la divergence du calcul. L’origine de ces oscillations reste encore mal connue, bien qu’elles aient déjà été observées dans d’autres simulations directes d’écoulements compressibles, réalisées à l’aide de schémas centrés d’ordre élevé. Elles sont mêmes rarement mentionnées, ce qui ne facilite ni l’identification de leur origine, ni la mise en œuvre d’une solution pour y remédier. Pour Mitchell *et al.* [79, 80], elles sont produites lorsque les ondes acoustiques transitoires générées par les conditions initiales traversent les zones étirées du maillage non-uniforme. Pantano & Sarkar [86] évoquent la responsabilité des conditions aux limites non-réfléchissantes utilisées dans la direction transversale. Ces auteurs ont recours au filtrage numérique pour résoudre ce problème d’oscillations.

Rappelons que les équations de Navier-Stokes sont résolues sous la forme d’un système (équation 3.32)

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, t)$$

avec  $\mathbf{q}$  le vecteur des variables conservatives  $(\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)$ . Lorsque la résolution des équations est effectuée dans l’espace physique à l’aide de schémas de dérivation compacts, il est naturel d’envisager l’utilisation des filtres compacts [59] correspondants, pour éliminer les longueurs d’ondes qui ne sont pas prises en compte par le schéma de discrétisation. Les valeurs filtrées  $\hat{f}_i$  de la fonction  $f$  aux nœuds  $i$  sont obtenues par la formulation générale

$$\begin{aligned} \beta \hat{f}_{i-2} + \alpha \hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \alpha \hat{f}_{i+1} + \beta \hat{f}_{i+2} = \\ a f_i + \frac{b}{2} (f_{i+1} + f_{i-1}) + \frac{c}{2} (f_{i+2} + f_{i-2}) + \frac{d}{2} (f_{i+3} + f_{i-3}) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Le filtre compact à l’ordre six vérifie les relations

$$\beta = \frac{3 - 2\alpha}{10}, \quad a = \frac{2 + 3\alpha}{4}, \quad b = \frac{6 + 7\alpha}{8}, \quad c = \frac{6 + \alpha}{20}, \quad d = \frac{2 - 3\alpha}{40} \quad (3.68)$$

On peut envisager deux types de filtrage :

- soit le filtrage direct de la variable  $\mathbf{q}$  ;
- soit le filtrage du second membre  $\mathbf{F}(\mathbf{q})$ , à chacune de ses évaluations.

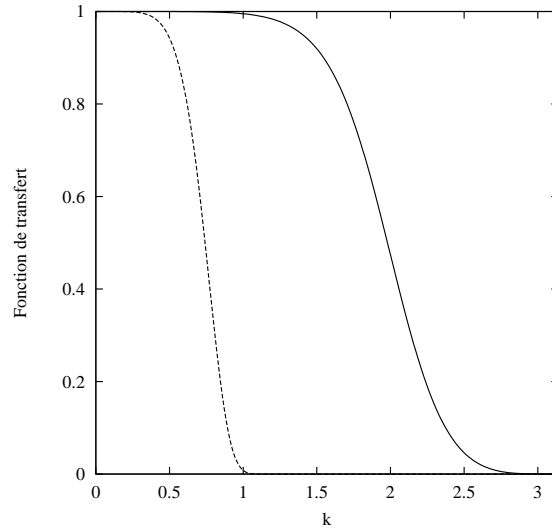


FIG. 3.4 – Fonction de transfert du filtre compact à l’ordre six (—), et fonction de transfert itérée 1000 fois (- -).

Ces deux techniques ne sont équivalentes que si la relation

$$\hat{\hat{\mathbf{q}}} = \hat{\mathbf{q}} \quad (3.69)$$

est satisfaite, en notant  $\hat{(\cdot)}$  l’opération de filtrage. En pratique, elle n’est jamais vérifiée pour les filtres utilisables dans l’espace physique. Pour mettre en évidence ce comportement, nous représentons sur la figure (3.4) la fonction de transfert du filtre compact à l’ordre six ( $\alpha = 0,45$ ) en fonction du nombre d’onde  $k$  et cette même fonction de transfert itérée mille fois. Cette itération de la fonction de transfert illustre l’effet du filtrage de  $\mathbf{q}$  à toutes les itérations d’un calcul stationnaire comportant mille pas de temps. Comme nous l’avons mentionné précédemment, la relation (3.69) n’est effectivement pas satisfaite avec un filtre de ce type. Dans le cas du filtrage de la variable  $\mathbf{q}$ , l’effet de cumul des opérations de filtrage élimine une large gamme des nombres d’ondes. Dans le cas du filtrage du second membre  $\mathbf{F}(\mathbf{q})$ , seuls les nombres d’ondes les plus élevés, qui sont mal représentés par le schéma de différenciation numérique, sont éliminés.

En pratique, les calculs compressibles, notamment à bas nombre de Mach, nécessitent

## Chapitre 3. Présentation de l'outil numérique

---

l'usage d'un grand nombre de pas de temps. Les tests de filtrage en trois dimensions que nous avons réalisés nous ont montré que les deux techniques permettent de stabiliser les calculs. L'utilisation du filtrage de  $\mathbf{F}(\mathbf{q})$  s'avérant suffisant pour stabiliser nos calculs, nous avons préféré l'adopter.

### Remarques sur le code de calcul

Le code de calcul décrit ici a été programmé en FORTRAN 77. L'utilisation de méthodes numériques de haute précision et la nécessité d'effectuer un grand nombre d'itérations temporelles, requièrent l'usage d'un super ordinateur pour effectuer des simulations tridimensionnelles de l'écoulement. Une partie des calculs présentés par la suite dans ce mémoire a été réalisée sur la machine NEC-SX5 de l'IDRIS. Dans ce contexte, nous avons veillé tout particulièrement à assurer une vectorisation complète des boucles importantes. L'optimisation obtenue permet, pour les résolutions typiques utilisées dans les calculs 3D, d'atteindre des performances de 3,5 GFlops et de consommer  $3 \cdot 10^{-7} s$  /point de grille/(sous-)pas de temps, sur la machine NEC-SX5, ce qui constitue un très bon résultat compte-tenu de la précision des schémas utilisés.

## 3.9 Validations du code de calcul

Nous présentons ici deux types de tests de validation pour évaluer la qualité de notre outil numérique. D'une part, nous proposons des comparaisons avec des solutions issues de l'analyse de stabilité linéaire temporelle. D'autre part, une simulation de la transition d'une couche de mélange temporelle et de son rayonnement acoustique est réalisée, pour valider le calcul direct du champ acoustique.

### 3.9.1 Tests en stabilité linéaire

Schématiquement, pour réaliser une étude de la phase de croissance exponentielle des perturbations avec un code de calcul résolvant les équations de Navier-Stokes, il suffit de bloquer l'élargissement visqueux du profil de vitesse moyenne. Considérons un écoulement cisailé unidirectionnel de la forme  $\mathbf{U} = (U(y), 0, 0)$ , seuls les termes responsables de l'élargissement visqueux vont agir sur l'écoulement. Ces termes sont  $\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  et  $\mu u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ,  $\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$  dans les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie respectivement. La suppression de ces termes dans les équations de conservation permet d'assurer la conservation des profils moyens pendant toute la durée de la phase linéaire. On peut maintenant observer l'évolution au cours du temps de perturbations de faible amplitude superposées au profil moyen.

Le champ de vitesse initial est de la forme

$$\begin{cases} u = \frac{\Delta U}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right) + \tilde{u}(x, y) \\ v = \tilde{v}(x, y) \\ w = 0 \end{cases} \quad (3.70)$$

avec

$$\tilde{v}(x, y) = Ae^{-\sigma y^2} \cos\left(\frac{2\pi}{L_x}x\right) \quad (3.71)$$

Le champ de perturbation  $(\tilde{u}, \tilde{v})$  est supposé incompressible,  $A = 10^{-6}\Delta U/2$  et  $\sigma = 0,05$ . Les champs de température, de pression et de masse volumique sont uniformes.

On s'intéresse tout d'abord à la variation des taux d'amplification avec le nombre de Reynolds de l'écoulement. Ces tests sont effectués à  $M_c = 0,1$ , pour des nombres de Reynolds de 160, 400, 1600 et 16000. Les dimensions du domaine de calcul sont  $(L_x; L_y) = (7; 14)$  et la simulation utilise une discrétisation uniforme comportant 33 points de grille dans la direction longitudinale  $x$  et 129 dans la direction transversale  $y$ . La figure 3.5 montre l'évolution temporelle du maximum de la fluctuation de vitesse transversale  $v'_{max}$ . On assiste à une croissance exponentielle de la perturbation. L'utilisation de l'échelle logarithmique permet la mesure du taux de croissance (la pente de la droite) de la perturbation, qui fournit une évaluation du taux d'amplification  $\alpha c_i$  du mode le plus amplifié prédit par l'analyse de stabilité linéaire temporelle.

Dans le premier cas (figure 3.5-a) pour  $Re = 160$ , on obtient pour approximation de  $\alpha c_i$  une valeur de 0,31, qui correspond exactement à la valeur incompressible trouvée par Betchov & Szewczyk [10], par résolution de l'équation de Orr-Sommerfeld. Remarquons que le nombre de Mach semble suffisamment faible pour que son effet soit imperceptible sur la phase de développement linéaire de l'écoulement.

On peut également confronter nos résultats à ceux de Blumen [11], qui obtient par une analyse de stabilité compressible non-visqueuse un taux d'amplification de 0,374 à  $M_c = 0,1$ . La figure 3.5-b montre la phase linéaire de l'évolution temporelle du maximum de la vitesse transversale observée pour des valeurs de nombre de Reynolds de 400, 1600 et 16000. Le tableau 3.1 regroupe les résultats obtenus pour les taux d'amplification, qui tendent vers la valeur calculée par Blumen, au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Reynolds.

Dans un deuxième temps, nous utilisons notre code pour accéder aux fonctions propres associées aux perturbations. Dans le cas bidimensionnel, nous comparons les amplitudes des fonctions propres des vitesses longitudinales et transversales  $\hat{u}$  et  $\hat{v}$  à celles obtenues par Sandham & Reynolds [100], avec un code de stabilité linéaire compressible non-visqueuse, pour deux valeurs de nombres de Mach.



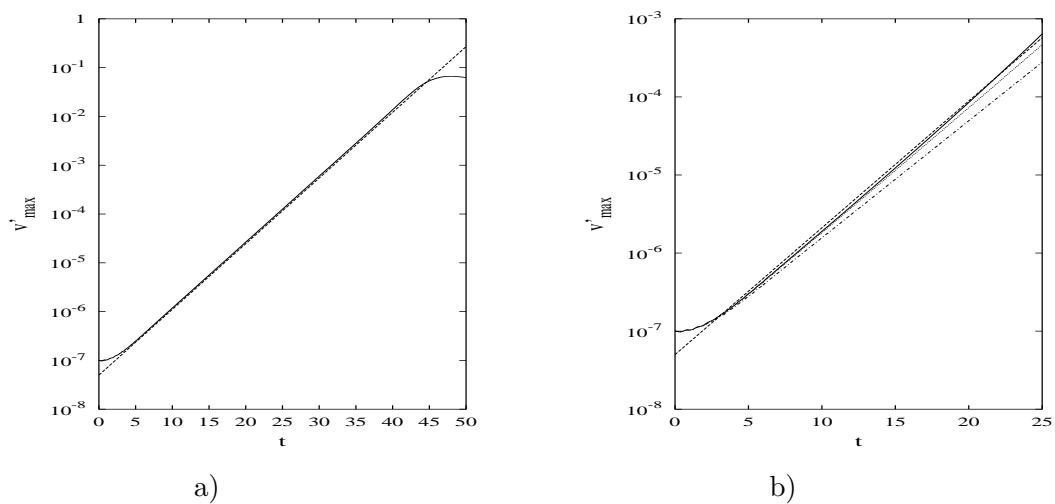


FIG. 3.5 – Évolution temporelle du maximum de la fluctuation de vitesse transversale à  $M_c = 0,1$ ; a) calcul numérique à  $Re = 160$  (—), stabilité linéaire  $e^{0,31t}$  (- - -); b) calculs numériques à  $Re = 400$  (⋯),  $Re = 1600$  (- · -),  $Re = 16000$  (—), stabilité linéaire  $e^{0,374t}$  (- - -).

$Re$	$\alpha c_i$
400	0,34
1600	0,37
16000	0,374

TAB. 3.1 – Variation du taux d'amplification avec le nombre de Reynolds.

### 3.9. Validations du code de calcul

Les simulations sont effectuées avec un nombre de Reynolds égal à 1000. La taille du domaine dans la direction longitudinale est  $L_x = 7$  pour le calcul à  $M_c = 0,01$  et  $L_x = 9,52$  pour le calcul à  $M_c = 0,6$ . Le maillage utilise le même nombre de points ( $33 \times 129$ ) que celui employé pour les calculs précédents. Les tests réalisés avec un nombre de points de grille plus important nous ont montré l'insensibilité des résultats vis à vis de la résolution.

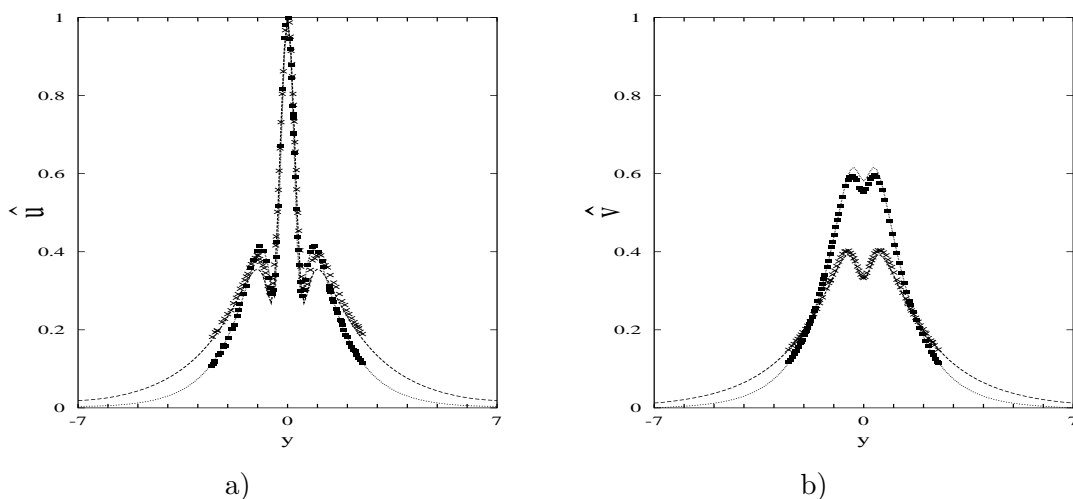


FIG. 3.6 – Amplitude des fonctions propres pour les vitesses longitudinales a) et transversales b); présentes simulations à  $M_c = 0,01$  ( $\dots$ ),  $M_c = 0,6$  ( $-\ -$ ); simulations de Sandham à  $M_c = 0,01$  ( $\blacksquare$ ),  $M_c = 0,6$  ( $\times$ ), d'après Sandham & Reynolds [100].

On observe l'amplitude des fonctions propres  $\hat{u}$  et  $\hat{v}$  sur la figure 3.6. Ces amplitudes sont normalisées, comme l'ont fait Sandham & Reynolds [100] par le maximum d'amplitude de la fonction propre de la vitesse longitudinale. La forme des fonctions propres que nous obtenons est très similaire à celle des fonctions fournies par un code de stabilité linéaire. Quelques différences apparaissent dans les zones où les gradients de vitesse sont élevés. Nous attribuons ces écarts à un effet du nombre de Reynolds de l'écoulement, puisque les fonctions propres « théoriques » sont fournies par un code de stabilité non-visqueuse.

En dehors de l'aspect validation proprement dit, notons que les fonctions propres présentent globalement la même allure pour les deux nombres de Mach considérés ici. Il est également intéressant de constater que la décroissance de l'amplitude des fonctions propres en dehors de la zone de l'écoulement n'est pas très rapide, en particulier lorsque le nombre de Mach est assez élevé. En effet, dans le cas  $M_c = 0,6$ , l'amplitude de la fonction propre de la vitesse longitudinale atteint encore 3% de sa valeur maximale à la frontière du domaine de calcul. Ces informations se révèlent très utiles pour ajuster le paramètre  $\sigma$  de la gaussienne pilotant la concentration des perturbations initiales dans la zone de cisaillement.

### 3.9.2 Rayonnement acoustique d’une couche de mélange

Après l’étude de la phase linéaire du développement des instabilités, nous nous penchons sur la phase d’évolution non-linéaire de l’écoulement. Afin de valider l’usage de notre code pour l’investigation du rayonnement sonore émis par l’écoulement, nous avons reproduit une étude du champ acoustique d’une couche de mélange temporelle réalisée par Lele & Ho [62].

Le profil de vitesse moyenne est de type tangente hyperbolique comme dans les simulations précédentes. On lui ajoute un champ de perturbation incompressible  $(\tilde{u}, \tilde{v})$  de forme sinusoïdale :

$$\tilde{v}(x, y) = A e^{-\left(\frac{y}{\delta\omega}\right)^2} \left[ \cos\left(\frac{4\pi}{L_x}x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{L_x}x\right) \right] \quad (3.72)$$

où  $A$  est un facteur d’amplitude dont la valeur est  $0.00125\Delta U$ . La simulation est effectuée sur un domaine de calcul  $(L_x, L_y) = (25, 150)$  utilisant  $151 \times 601$  points de grille.

Après une phase de développement de l’instabilité primaire, nous assistons à l’enroulement tourbillonnaire, aboutissant à la formation de deux tourbillons, puis à leur appariement. La figure 3.7 montre les champs de vorticités  $\left(\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$  et de dilatation  $\left(d_u = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)$  d’une couche de mélange à  $M_c = 0,4$  à un instant caractéristique de l’évolution temporelle  $t = 63,6$ . Le tracé des iso-contours de la dilatation permet d’observer la propagation des ondes acoustiques émises au cours de chacune des phases de la transition. La comparaison de ces résultats dynamiques et acoustiques avec ceux de Lele [62] montre une concordance remarquable, en dépit d’une légère différence entre les schémas utilisés.

## 3.10 Conclusion sur nos méthodes numériques

Nous avons développé un outil numérique pour étudier l’évolution temporelle d’un écoulement de couche de mélange et de son rayonnement acoustique. Nous avons été particulièrement attentifs dans le choix de nos schémas numériques (schémas compacts précis à l’ordre six pour la différenciation spatiale et schéma de Runge Kutta d’ordre quatre pour l’avancement temporel) de façon à répondre aux critères de précision requis pour réaliser un calcul direct acoustique. Les tests préliminaires que nous avons réalisés pour valider notre algorithme ont montré un accord satisfaisant avec les résultats disponibles dans la littérature sur ce type d’écoulement, aussi bien d’un point de vue dynamique qu’acoustique. Notons que cet outil numérique a également été validé dans le cas d’une couche de mélange tridimensionnelle en turbulence développée (voir figure 3.8). La

### 3.10. Conclusion sur nos méthodes numériques

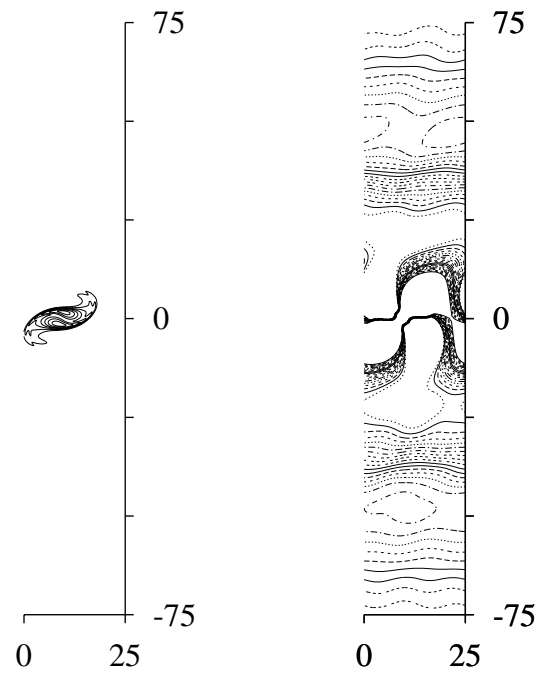


FIG. 3.7 – Iso-contours de la vorticité (de  $-1,25$  à  $-0,125$  par pas de  $0,125$ ) et de la dilatation (de  $-0,0025$  à  $0,0025$  par pas de  $0,00025$ ) d'une couche de mélange à  $M_c = 0,4$ . ( - - ) valeurs positives, ( — ) valeurs négatives.

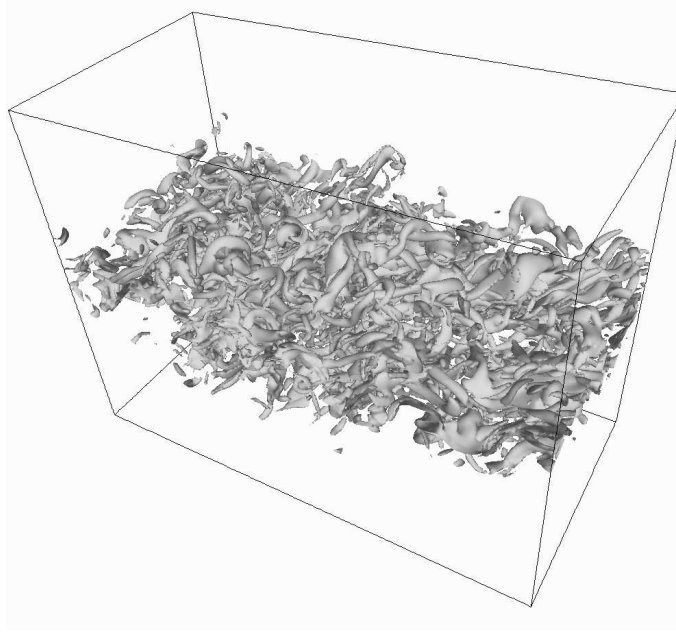


FIG. 3.8 – Isosurface de la norme de la vorticité  $\omega = 0,01 \Delta U / \delta_\theta(0)$  ( $\delta_\theta(t)$  est l'épaisseur de quantité de mouvement à l'instant  $t$ ) d'une couche de mélange isotherme à  $M_c = \Delta U / 2c_0 = 0,67195$  et  $Re = \rho_0 \Delta U \delta_\omega / \mu = 160$ , à l'instant  $t = 2030 \delta_\theta(0) / \Delta U$ . Domaine de calcul  $L_x \times L_y \times L_z = 690\delta_\theta(0) \times 517\delta_\theta(0) \times 345\delta_\theta(0)$ , grille uniforme comportant  $n_x \times n_y \times n_z = 250 \times 193 \times 120$  points. D'après Raverdy [93].

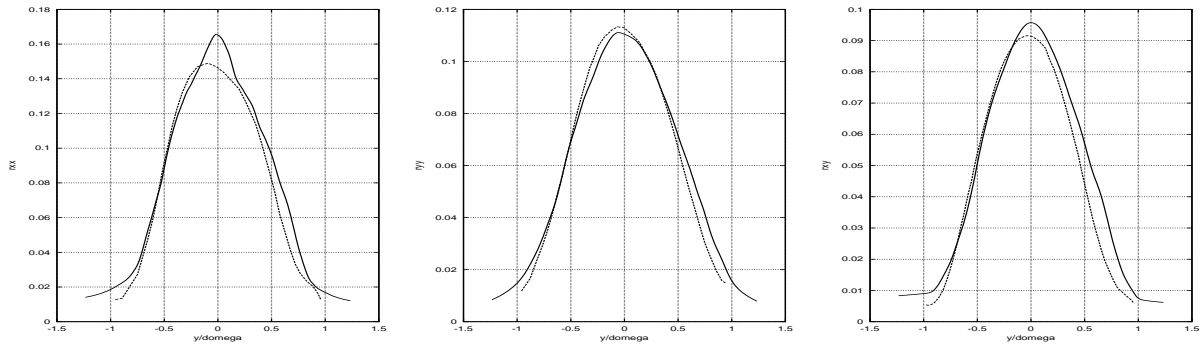


FIG. 3.9 – Représentation des tensions turbulentes (de gauche à droite)  $\sqrt{R_{xx}}$ ,  $\sqrt{R_{yy}}$ ,  $\sqrt{-R_{xy}}$  (les courbes en pointillées sont tirées de Pantano & Sarkar [86]). D'après Raverdy [93].

### 3.10. Conclusion sur nos méthodes numériques

---

comparaison (figure 3.9) des quantités statistiques turbulentes issues de nos simulations (Raverdy, [93]) avec celles obtenues par Pantano & Sarkar [86] montre un accord d'assez bonne qualité. En conclusion, nous pensons que nous disposons d'un code de calcul de qualité similaire à ceux dont disposent les principales équipes de recherche effectuant des calculs directs en aéroacoustique.

Soulignons que la satisfaction de l'exigence en précision de calcul, et la nécessité de considérer un domaine de calcul beaucoup plus vaste que le voisinage immédiat de l'écoulement pour accéder au champ acoustique lointain, nous contraignent d'une part à recourir à l'utilisation d'un supercalculateur pour les cas tridimensionnels et d'autre part à être très vigilants sur l'optimisation des procédures de calcul numérique. Néanmoins, l'étude paramétrique des effets de la vitesse et de la température sur le rayonnement acoustique, est envisageable avec le modèle d'écoulement temporel, pour un coût en temps de calcul relativement raisonnable.



## Chapitre 4

# Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

Nous nous intéressons dans ce chapitre au rayonnement acoustique lointain émis par une couche de mélange. En effet, nous avons vu dans le chapitre 1 que le bruit des jets turbulents libres en régime subsonique provient essentiellement des zones de mélange de l'écoulement, ce qui justifie qu'on y prête une attention particulière. Nous utilisons pour notre étude la technique de Simulation Numérique Directe, dont l'intérêt majeur est de donner accès à toutes les quantités instantanées considérées dans l'écoulement. Elle peut aussi permettre le calcul simultané du champ hydrodynamique de l'écoulement et du champ acoustique rayonné.

### L'approche temporelle

La mise en œuvre d'un calcul acoustique direct dans le cas d'un écoulement évoluant spatialement s'avère encore extrêmement onéreuse, notamment en régime subsonique, puisque le coût en temps de calcul est inversement proportionnel au nombre de Mach de l'écoulement (voir chapitre 1, partie 1.3). Le choix de la couche de mélange et de l'approche temporelle permet de réduire considérablement le coût de calcul par rapport au cas du jet spatial, tout en préservant la précision d'un calcul de simulation directe, alliée à un coût de calcul relativement raisonnable. Ainsi, une étude « paramétrique » des effets du nombre de Mach est envisageable, même en régime fortement subsonique.

Un des objectifs principaux de notre travail étant l'amélioration de la connaissance des mécanismes de génération du bruit, il importait également de retenir une configuration autorisant l'obtention d'un champ acoustique aussi fiable que possible. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous avons apporté un soin tout particulier au choix des méthodes numériques dans notre code de calcul, pour assurer une bonne qualité du calcul acoustique direct. De ce point de vue, les conditions aux limites périodiques permettent de s'affranchir des incertitudes que l'imposition de conditions d'entrée/sortie de domaine peut faire planer sur la précision du calcul acoustique. C'est une raison supplémentaire qui



## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

nous a conduits, pour étudier le champ acoustique rayonné par une couche de mélange, à faire le choix du modèle temporel, par ailleurs largement utilisé et validé comme outil d'investigation des mécanismes transitionnels.

Il faut aussi souligner la forme particulière du champ acoustique pour ce cas d'écoulement admettant une direction de périodicité dans la direction de l'écoulement. Dans les simulations tridimensionnelles, la direction de l'envergure est également une direction périodique. Dans tous les cas, seule la direction perpendiculaire à l'écoulement est une direction non-périodique, d'extension spatiale limitée. Les ondes acoustiques se propagent de la zone de mélange au champ lointain uniquement dans cette direction inhomogène, ce qui signifie que la propagation des quantités acoustiques moyennées suivant les deux directions périodiques est unidimensionnelle (Lele & Ho [62] et Whitmire & Sarkar [115]). L'approche temporelle est aussi la seule approche qui permette de relier facilement une émission acoustique à un événement au sein de la couche de mélange [62]. Enfin, dans l'optique d'une comparaison avec une analogie acoustique, il faut souligner que les termes sources acoustiques sont unidimensionnels dans la couche de mélange temporelle. Le coût de leur stockage est réellement économique par rapport à celui du stockage des termes sources tridimensionnels, nécessaire au traitement du jet spatial.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation de nos simulations directes de l'évolution temporelle d'un écoulement de couche de mélange plane et des résultats du calcul direct de son émission acoustique. À partir de simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles, nous pouvons mettre en évidence l'influence des nombres de Mach et de Reynolds de l'écoulement et l'impact des effets tridimensionnels sur l'émission sonore de l'écoulement.

Dans une deuxième partie, nous réalisons une prédiction du rayonnement acoustique basée sur l'analogie de Lighthill, en utilisant les données des simulations directes pour estimer les valeurs des termes sources acoustiques. La comparaison des résultats issus de cette prédiction avec ceux du calcul direct permet de conclure sur la validité de l'usage de l'analogie de Lighthill pour estimer le rayonnement sonore de cet écoulement.

### 4.1 Calcul direct du rayonnement acoustique

Nous avons choisi de réaliser l'étude par le calcul direct du rayonnement acoustique d'un écoulement cisailé libre fondamental, la couche de mélange en développement temporel. Par calcul direct, rappelons que nous entendons ici l'obtention du champ acoustique par la résolution des équations du mouvement dans un domaine suffisamment grand pour accéder au champ acoustique lointain. L'outil numérique que nous avons développé à cet effet utilise la technique de simulation numérique directe et des schémas numériques précis pour préserver la qualité du calcul direct acoustique (voir chapitre 3).

---

## 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

Dans un premier temps, nous précisons les principaux paramètres de calcul et les conditions initiales utilisées pour réaliser les simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles que nous présentons ensuite. Plusieurs difficultés apparaissent lors de ces simulations directes et le choix des conditions initiales en particulier est une question cruciale. Dans notre étude de l'émission sonore, l'objectif est d'accéder au rayonnement acoustique associé à chaque phase de la transition dans l'écoulement de couche de mélange. Pour procéder à cette exploration de la relation entre les mécanismes d'instabilité dans la couche de mélange et le rayonnement sonore, nous privilégions le développement d'une couche de mélange dans laquelle deux processus d'appariement sont possibles.

Dans un deuxième temps, une présentation de l'évolution temporelle du champ dynamique, puis du champ acoustique lointain, est effectuée à partir de l'analyse des données d'une simulation bidimensionnelle d'une couche de mélange à bas nombre de Mach  $M = 0,2$ . Nous profitons de cette occasion pour expliciter précisément notre point de vue acoustique, basé sur l'analyse de l'évolution temporelle des quantités moyennées suivant les directions périodiques. Cette première simulation bidimensionnelle sert de référence dans l'étude des influences du nombre de Mach et du nombre de Reynolds de l'écoulement sur le rayonnement acoustique de la couche de mélange. Enfin, nous analysons les modifications induites sur le champ acoustique par le développement des instabilités tridimensionnelles au sein de la couche de mélange.

### 4.1.1 Conditions initiales et paramètres de l'écoulement

Le détail de la mise en œuvre numérique de nos simulations a été exposé dans le chapitre précédent. Nous ne précisons ici que les éléments spécifiques aux calculs que nous examinons dans la suite de cette partie. Nous nous intéressons à l'évolution au cours du temps d'un écoulement de couche de mélange plane, se développant entre deux courants de vitesses respectives  $U_1 = +U$  et  $U_2 = -U$ . Les équations du mouvement sont résolues pour un gaz parfait, en supposant constante la viscosité  $\mu$  du fluide. Le nombre de Mach de l'écoulement est égal à  $M = \Delta U/c_2$  et dans le cas des présentes simulations isothermes, le nombre de Mach convectif est  $M_c = \Delta U/2c_2$ . Il faut noter que nous préférons caractériser la vitesse de notre écoulement par le biais du nombre de Mach plutôt que par celui du nombre de Mach convectif. La raison principale de ce choix réside dans le fait que les études acoustiques font généralement référence au nombre de Mach  $M$ . Nous avons réalisé un certain nombre de simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de l'écoulement de couche de mélange, en faisant varier les nombres de Mach ( $0,04 < M < 0,8$ ) et de Reynolds ( $200 < Re < 3200$ ).

Pour simplifier l'identification des simulations présentées, nous leur attribuons une

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

référence composée d'après la nomenclature suivante :

$$\underbrace{XD}_a \underbrace{X}_b \underbrace{X.X}_c \underbrace{-X}_d$$

où

- $a$  indique si la simulation est 2D ( $X = 2$ ) ou 3D ( $X = 3$ );
- $b$  indique si la couche de mélange est isotherme ( $X = I$ ) ou anisotherme ( $X = A$ ), ce dernier cas ne se présentant que dans le chapitre 5;
- $c$  est le nombre de Mach de l'écoulement;
- $d$  est un nombre entier, permettant de différencier les cas où plusieurs simulations (utilisant par exemple un domaine de calcul ou un nombre de Reynolds différents) ont été effectuées avec les mêmes paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$ .  $d$  n'est pas présent lorsqu'il s'agit de la simulation de « référence » ou lorsqu'une seule simulation a été réalisée avec les mêmes  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

Les conditions initiales imposées au début de la simulation doivent permettre de favoriser le développement de quatre tourbillons dans la couche de mélange. Nous imposons un profil initial de vitesse moyenne  $U(y)$  de type tangente hyperbolique. Nous ajoutons ensuite un champ de perturbation de faible amplitude  $(\tilde{u}, \tilde{v})$ , incompressible, pour lequel la composante  $\tilde{v}$  est de la forme :

$$\tilde{v}(x, y) = Ae^{-\sigma\left(\frac{y}{\delta_\omega}\right)^2} \left[ \cos\left(\frac{8\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{8} \cos\left(\frac{4\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{16} \cos\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) \right] \quad (4.1)$$

où  $A$  est un facteur d'amplitude dont la valeur est  $0,025\Delta U$ . Ce champ de perturbation excite le mode fondamental et les deux premiers modes sous-harmoniques de la couche de mélange. Notons que les coefficients d'amplitude  $1$ ,  $\frac{1}{8}$  et  $\frac{1}{16}$  appliqués ici à chaque mode de la perturbation ont été ajustés de manière à décomposer en séquences temporelles bien distinctes chacune des étapes du processus de transition dans la couche de mélange. Le coefficient  $\sigma$  pilote la concentration des perturbations dans la zone de mélange. Sa valeur  $\sigma = 0,05$  a été déterminée en comparant la forme de la gaussienne  $e^{-\sigma(y/\delta_\omega)^2}$  à celle des fonctions propres obtenues par une analyse de stabilité linéaire. La figure 4.1 confronte l'allure de la gaussienne obtenue aux fonctions propres de la vitesse transversale d'une couche de mélange isotherme à  $M = 0,2$ . Nous avons vérifié qu'au nombre de Mach le plus élevé que nous considérerons ( $M = 0,8$ ), les fonctions propres présentent des profils très similaires à ceux observés sur la figure 4.1.

Précisons maintenant la méthode d'initialisation des simulations tridimensionnelles. Soulignons que l'objectif d'un calcul direct de l'acoustique s'est révélé déterminant dans le

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

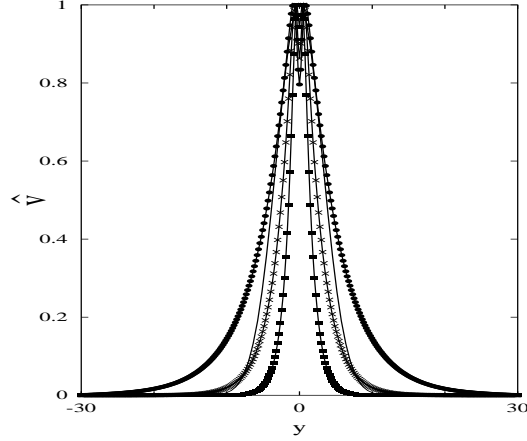


FIG. 4.1 – Amplitude des fonctions propres de la vitesse transversale pour les modes fondamentaux  $\lambda_a$  (■) et sous-harmoniques  $2\lambda_a$  (×),  $4\lambda_a$  (●) d’une couche de mélange à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ . La fonction gaussienne  $e^{-\sigma(y/\delta_\omega)^2}$  est représentée par (—).

choix de la technique adoptée. En effet, les tests préliminaires que nous avons menés nous ont montré qu’il était très difficile d’obtenir une couche de mélange dont le développement se décompose en séquences temporelles bien distinctes en imposant seulement comme condition initiale un bruit aléatoire tridimensionnel, dont l’amplitude et la distribution spectrale sont contrôlées. Cette situation perturbe notablement le fonctionnement de notre modèle d’analyse, en nous empêchant d’identifier facilement l’origine au sein de la couche de mélange d’un événement acoustique observé en champ lointain. C’est pourquoi nous avons adopté des conditions initiales de type mixte, en superposant au champ de perturbation incompressible de forme sinusoïdale, utilisé pour les simulations bidimensionnelles, un bruit aléatoire tridimensionnel  $\tilde{u}_a, \tilde{v}_a, \tilde{w}_a$ , lui aussi incompressible. L’amplitude des perturbations aléatoires vérifie

$$\sqrt{(\tilde{u}_a^2 + \tilde{v}_a^2 + \tilde{w}_a^2)} = \epsilon \frac{\Delta U}{2} \quad (4.2)$$

Le profil de température moyenne est déduit du profil de vitesse par la relation de Crocco-Busemann, avec  $T_1 = T_2$ . La pression initiale est supposée uniforme ( $p_1 = p_2$ ). Rappelons que l’absence d’unité dans les quantités mentionnées signifie l’usage de la normalisation  $\delta_\omega = 1$ ,  $\Delta U/2 = 1$ ,  $\rho_2 = 1$  et  $c_p = 1$ .

Le choix des tailles de la boîte de calcul doit être compatible avec le développement de quatre tourbillons primaires dans la couche de mélange. Pour cela, la taille du domaine dans la direction de l’écoulement  $x$  doit être égale à quatre fois la longueur d’onde du mode instable le plus amplifié dans la couche de mélange. Notons que, d’après les prédictions

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

de la stabilité linéaire [101], la longueur d'onde du mode le plus amplifié s'accroît avec l'augmentation du nombre de Mach de l'écoulement. Cependant, nous avons remarqué qu'elle varie peu dans la gamme des nombres de Mach à laquelle nous allons nous intéresser ici : la longueur d'onde du mode le plus instable est égale à  $7,06\delta_\omega$  pour une couche de mélange incompressible et à  $7,68\delta_\omega$  pour une couche de mélange à  $M = 0,8$ . Pour simplifier, nous avons donc imposé pour tous les nombres de Mach considérés, une taille de domaine  $L_x$  égale à quatre fois la longueur d'onde du mode le plus amplifié au nombre de Mach le plus élevé ( $M = 0,8$ ) que nous utiliserons. Dans la direction périodique  $z$ , nous avons choisi d'adopter une extension du domaine égale à celle utilisée dans la direction longitudinale  $x$ . La direction transversale  $y$  est la direction de propagation des ondes acoustiques dans cet écoulement temporel. *A priori*, pour accéder directement au champ acoustique lointain, la taille de la boîte dans la direction  $y$  doit être beaucoup plus grande que la longueur d'onde acoustique caractéristique :  $\Lambda \ll L_y$ . En première approximation, en considérant que les temps caractéristiques d'évolution dans l'écoulement et dans le champ acoustique sont égaux, on estime que

$$\frac{\Lambda}{c_2} \sim \frac{\delta}{\Delta U} \text{ soit } \Lambda \sim \frac{1}{M} \delta \quad (4.3)$$

avec  $\delta$ ,  $\Delta U$  les longueur et vitesse caractéristiques de l'écoulement, et  $\Lambda$ ,  $C_2$  les longueur et vitesse caractéristiques du champ acoustique. À  $M = 0,04$ , nous aurons donc  $\Lambda \sim 25\delta$ . Nous avons utilisé plusieurs tailles de domaine de calcul dans la direction de propagation des ondes  $y$ , pour en évaluer l'impact sur le calcul acoustique. Nous verrons que l'analyse des quantités acoustiques moyennées suivant les directions périodiques  $x$  et  $z$  nous permet de réduire l'extension transversale du domaine de calcul sans perdre l'accès au champ acoustique lointain.

Dans la section suivante, nous commençons nos investigations en décrivant précisément l'évolution temporelle d'une couche de mélange isotherme à  $M = 0,2$ , à partir d'une simulation bidimensionnelle. Nous abordons ensuite l'étude de son émission acoustique, en explicitant tout d'abord le point de vue adopté pour l'analyse des données acoustiques.

### 4.1.2 Étude d'une couche de mélange à $M = 0,2$

Nous nous intéressons ici à l'évolution temporelle d'une couche de mélange à  $M = 0,2$ , pour un nombre de Reynolds de 400. La simulation bidimensionnelle présentée ici a été effectuée dans un domaine de calcul de dimensions  $(L_x; L_y) = (30, 7; 120)$  discrétisé uniformément dans les deux directions, à l'aide de  $257 \times 1001$  points de grille.

La figure 4.2 présente l'évolution temporelle du champ de vorticité  $\left(\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$  observée dans cette simulation bidimensionnelle. Après une phase de développement de l'instabilité primaire, on assiste à l'enroulement de la couche cisailée conduisant à la

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

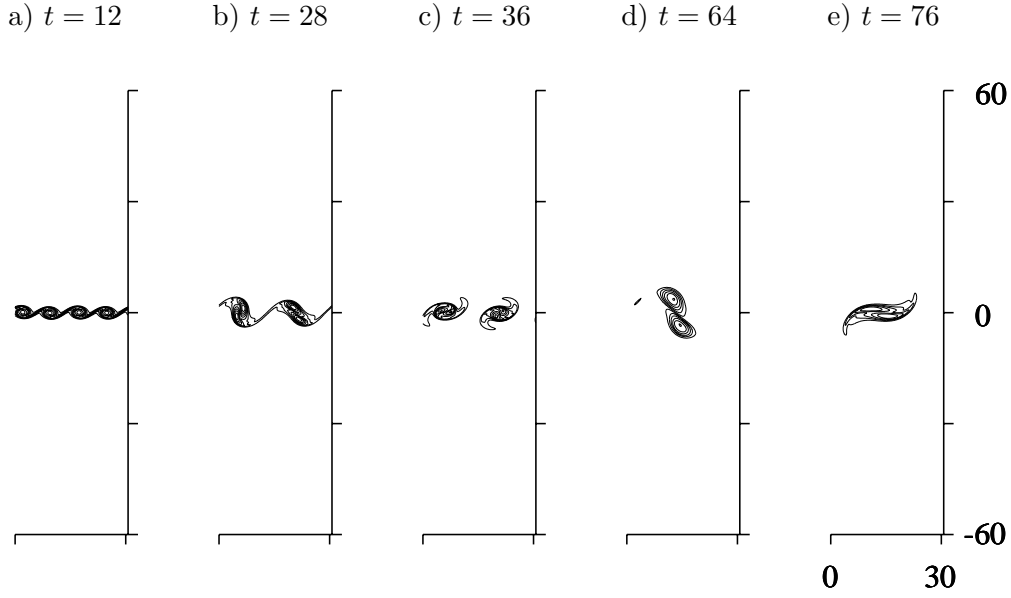


FIG. 4.2 – Champs de vorticité d’une couche mélange isotherme à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ , (valeurs des iso-contours : min. =  $-2,0$  ; max. =  $-0,2$  ; inc. =  $0,2$ ).

formation de tourbillons de type Kelvin-Helmholtz (voir figure 4.2-a). Puis, les tourbillons primaires s’apparient deux à deux (figures 4.2-b et c). Enfin, on observe un deuxième processus d’appariement aboutissant à une structure unique (figures 4.2-d et e). Notons que cette évolution est conforme au comportement transitionnel d’une couche de mélange bidimensionnelle, tel qu’il a été décrit par Lesieur *et al.* [65].

Le tracé des iso-contours de la dilatation  $\left(d_u = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$  de la couche de mélange permet de suivre la création et la propagation des ondes acoustiques dans le domaine à chaque stade de l’évolution de la couche de mélange. Les temps d’observation du champ de dilatation sur la figure 4.3 sont décalés par rapport aux temps d’observation du champ de vorticité sur la figure 4.2, pour laisser aux ondes acoustiques le temps de se propager en dehors de la zone de l’écoulement. Sur ces figures, l’absence d’iso-contours dénote une région au sein de laquelle les valeurs de la dilatation sont en dehors de la gamme d’iso-contours représentée. On peut ainsi observer la propagation des ondes acoustiques émises durant le processus d’enroulement (figure 4.3-a) puis celles émises au cours des deux processus successifs d’appariements (figures 4.3-b,-c et 4.3-d,-e).

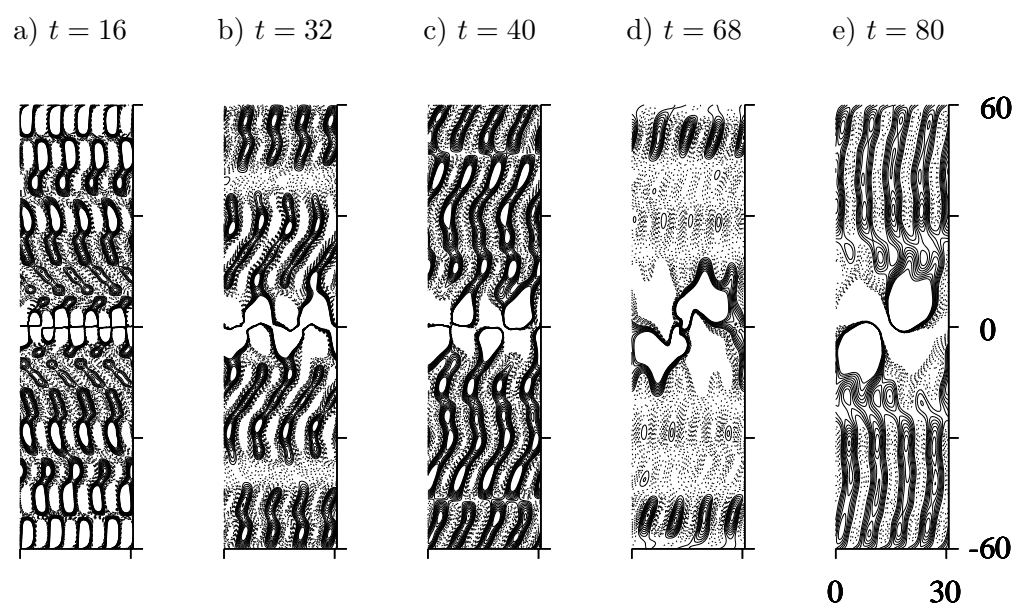


FIG. 4.3 – Champs de dilatation d'une couche mélange isotherme à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ , (valeurs des iso-contours : min. =  $-0,0002$  ; max. =  $0,0002$  ; inc. =  $0,00002$  ; ( - - - ) valeurs positives, ( — ) valeurs négatives).

---

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

Nous allons maintenant aborder l'étude de l'évolution temporelle des quantités acoustiques moyennes, « mesurées » à la frontière inférieure du domaine de calcul. Avant de procéder à l'analyse de ces données acoustiques en champ lointain, nous précisons le point de vue que nous avons adopté pour réaliser cette étude, en nous appuyant sur les démarches développées par Lele & Ho [62] ou Whitmire & Sarkar [115] pour l'investigation du rayonnement sonore d'écoulements évoluant également temporellement.

En dehors de la zone hydrodynamique de l'écoulement, chaque variable acoustique  $\phi$  peut être décomposée en une partie moyenne  $\langle \phi \rangle$  et une partie fluctuante  $\phi'$ , où l'opérateur  $\langle . \rangle$  dénote une quantité moyennée suivant les directions périodiques  $x$  et  $z$ . Avec cette décomposition, on peut assimiler la partie moyenne à la « composante plane » des ondes acoustiques rayonnées dans la direction  $y$  par cette couche de mélange périodique. En effet, il est possible de montrer analytiquement (Lele & Ho [62]) qu'en dehors de la zone hydrodynamique de l'écoulement, cette partie moyenne se propage sans décroître en amplitude, ce qui se note formellement par

$$\langle \phi \rangle = \langle \phi \rangle (y - c_2 t) \quad (4.4)$$

avec  $c_2$  la vitesse du son de référence dans le milieu ambiant. Au contraire, la partie fluctuante suit une décroissance en  $1/\sqrt{y}$  [62]. La conséquence de ce comportement est que l'analyse de  $\langle \phi \rangle$  sur la frontière du domaine revient à l'analyse de  $\phi$  infiniment loin de la zone cisailée, en négligeant les effets de la viscosité.

Pour illustrer notre propos, nous représentons sur la figure 4.4 l'évolution de la pression acoustique  $\langle p - p_2 \rangle$  évaluée en deux positions  $y_1 = -L_y/2$  et  $y_2 = -L_y/4$  du champ acoustique, en dehors de la zone d'écoulement. L'allure des deux courbes est très similaire, hormis le décalage temporel dû au temps de propagation des ondes depuis le centre de la zone de mélange jusqu'à la position d'évaluation de la pression. En décalant l'échelle de temps par la relation  $t_d = t - y_i/c_2$ , comme sur la figure 4.5-a, on constate que les deux courbes coïncident remarquablement.

On peut aussi appliquer cette opération de décalage à l'évolution temporelle de la vitesse acoustique. En dehors de la zone de l'écoulement, la vitesse acoustique n'est autre que la composante transversale de vitesse  $\langle v \rangle$ . Sur la figure 4.5-b, nous pouvons observer les évolutions de la vitesse transversale  $\langle v \rangle$ , considérées là encore sur la frontière du domaine ( $y = y_1$ ) et en deçà de cette frontière ( $y = y_2$ ). En tenant compte du temps de propagation depuis la couche de mélange jusqu'à la position de « mesure », on obtient à nouveau deux courbes se superposant parfaitement.

Le décalage opéré sur les évolutions temporelles de la pression et de la vitesse acoustiques montre à quel point la dépendance en  $(y - c_2 t)$  de nos quantités acoustiques moyennes est bien vérifiée. Ceci nous amène, comme le proposent Whitmire & Sarkar [115], à considérer que l'on peut interpréter nos données acoustiques en termes de champ



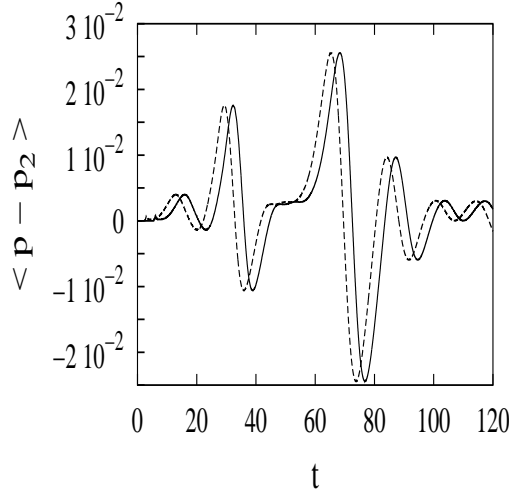


FIG. 4.4 – Évolution de la pression acoustique évaluée à la position  $y = -L_y/2$  ( — ) et  $y = -L_y/4$  ( - - - ) d'une couche de mélange à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ , en fonction du temps du calcul  $t$ .

lointain dès que la forme et l'amplitude des quantités acoustiques moyennes ne dépendent plus de la position d'observation  $y_i$ . En ce sens, on peut assimiler dans le cas présent la position  $y = -L_y/4$  à une position de mesure des quantités acoustiques située en champ lointain.

De plus, comme l'ont souligné Whitmire & Sarkar [115], le fait que la forme et l'amplitude des quantités acoustiques moyennes soient aussi semblables lorsqu'elles sont évaluées en différentes positions du champ acoustique montre que les ondes acoustiques se déplacent bien à la vitesse du son de référence  $c_2$  dans le domaine.

Enfin, l'excellente correspondance des courbes sur les figures 4.5-a et 4.5-b observée par le biais du décalage temporel met également en évidence le bon comportement de notre outil numérique. En effet, cette coïncidence des courbes apporte la confirmation, d'une part que la dispersion des ondes acoustiques par les schémas numériques est tout à fait indétectable, d'autre part que les frontières non-réfléchissantes ne créent pas de réflexions parasites significatives.

Pour compléter l'analyse des données acoustiques, nous calculons également l'évolution au cours du temps de l'intensité acoustique. Rappelons que l'intensité acoustique est une grandeur vectorielle  $\mathbf{I}$ , qui se définit à partir de la puissance des actions de pression

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

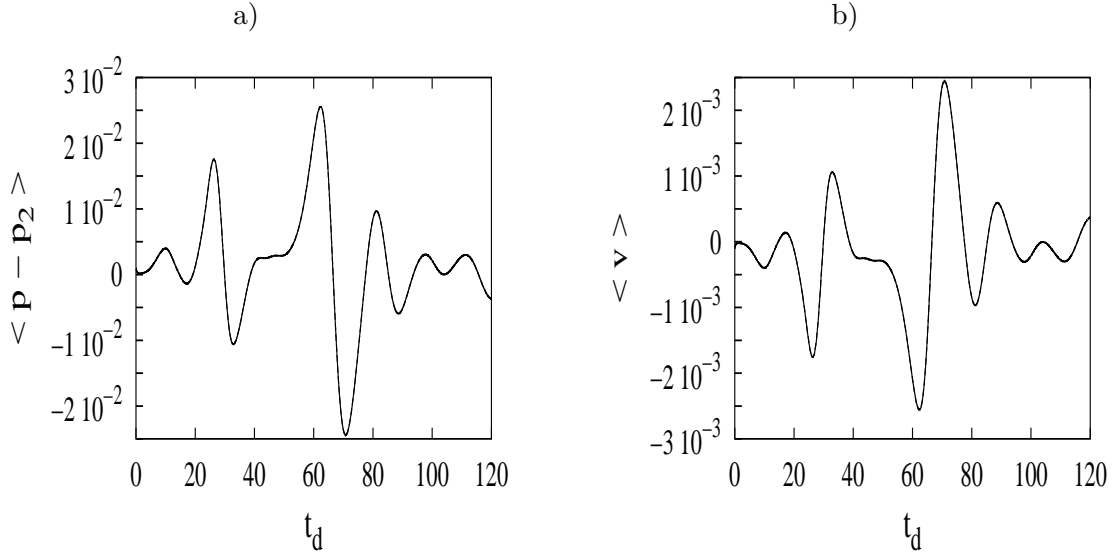


FIG. 4.5 – Évolutions de la pression acoustique (a) et de la vitesse acoustique (b) évaluées en  $y = L_y/2$  (—) et en  $y = -L_y/4$  (---), d'une couche de mélange à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ , en fonction du temps décalé  $t_d$ .

acoustique à travers une surface  $\Sigma$  :

$$\mathcal{P} = \int_{\Sigma} \underbrace{p\mathbf{V}}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n} d\sigma \quad (4.5)$$

comme la densité surfacique de puissance des actions de pression. Dans notre cas, nous estimerons l'intensité  $I = |\mathbf{I}|$  traversant la frontière inférieure de notre domaine de calcul, avec  $\mathbf{n} = -\mathbf{y}$  la normale extérieure à cette surface.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'examen des quantités acoustiques moyennes permet l'accès au champ acoustique lointain de l'écoulement. C'est donc l'intensité acoustique associée aux champs moyens qui nous intéresse plus particulièrement ici. Elle se définit comme le produit des moyennes de la vitesse et de la pression acoustiques :

$$I_{ac} = \langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle \quad (4.6)$$

Cette intensité est bien sûr différente de celle définie par la moyenne du produit de la pression  $p - p_2$  et de la vitesse  $v$  :

$$I = \langle (p - p_2)v \rangle = \underbrace{\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle}_{I_{ac}} + \langle p'v' \rangle \quad (4.7)$$

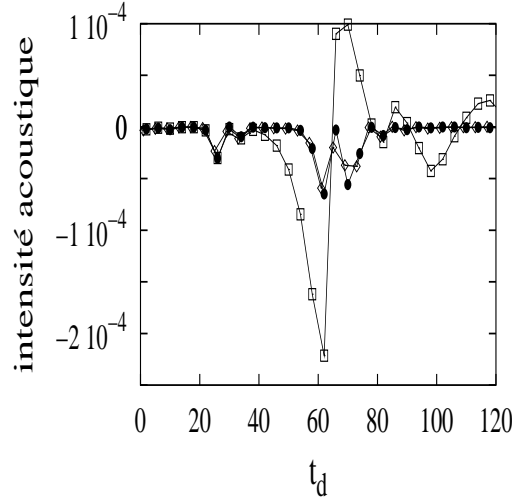


FIG. 4.6 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique  $\langle (p - p_2)v \rangle$  évaluée en  $y = -L_y/2$  (•), en  $y = -L_y/4$  (◊), en  $y = -L_y/6$  (◻).

Les figures 4.6 et 4.7 montrent respectivement les évolutions temporelles des intensités  $I$  et  $I_{ac}$ , pour différentes positions de « mesure » dans le champ acoustique. L'intensité  $\langle p'v' \rangle$  n'est pas représentée, mais on estime aisément son influence en comparant l'allure des courbes d'intensités  $I$  et  $I_{ac}$ , aux mêmes points d'observation. Remarquons que d'une façon générale, l'intensité associée aux champs fluctuants  $\langle p'v' \rangle$  devient faible à partir la position d'évaluation  $y = -L_y/4$ . En revanche, en deçà de cette position, l'intensité associée aux champs fluctuants devient largement supérieure à celle associée aux champs moyens (aux instants correspondants au second processus d'appariement dans la couche de mélange). Sur la figure 4.7, on constate que l'intensité acoustique associée aux quantités moyennes n'est visiblement pas affectée par le choix de la position d'évaluation, entre la localisation  $y = -L_y/6$  et la frontière inférieure du domaine. Ceci justifie pleinement la qualification de « composante plane » que nous avons proposée. Notons enfin qu'en champ acoustique lointain,  $I \rightarrow I_{ac}$ . Il suffit pour s'en convaincre d'examiner les évolutions temporelles des deux intensités  $I$  et  $I_{ac}$  à la frontière inférieure du domaine, sur la figure 4.8.

En conclusion de cette discussion préliminaire à l'analyse des résultats acoustiques, nous avons montré que nous pouvions interpréter nos données acoustiques en termes de champ lointain, par le biais de l'étude des quantités moyennes, sans que la position d'observation des quantités acoustiques se situe véritablement en champ acoustique lointain.

Par conséquent, il est possible de réduire considérablement la taille du domaine dans la direction de propagation des ondes acoustiques  $y$  et donc le coût en temps du calcul, tout en préservant l'accès au champ acoustique lointain par l'examen de l'évolution temporelle

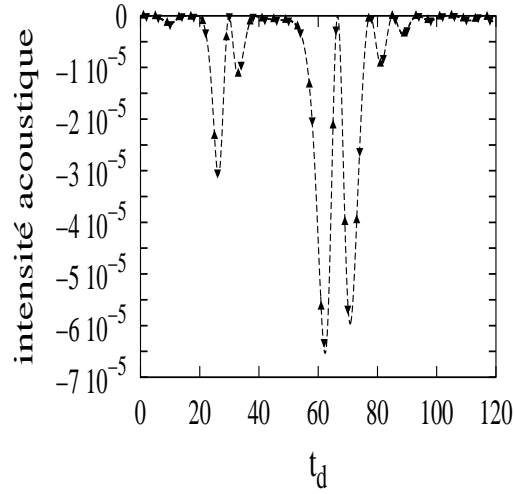


FIG. 4.7 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  évaluée en  $y = -L_y/2$  ( - - - ), en  $y = -L_y/4$  ( $\blacktriangle$ ), en  $y = -L_y/6$  ( $\blacktriangledown$ ).

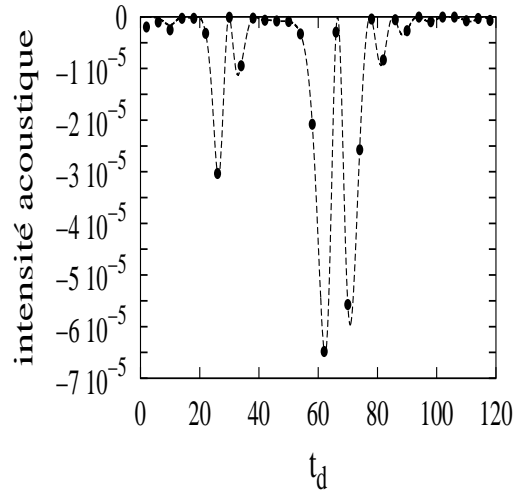


FIG. 4.8 – Comparaison de l'évolution temporelle des intensités acoustiques  $\langle (p - p_2)v \rangle$  ( - - - ) et  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  ( $\bullet$ ) évaluées à la frontière inférieure du domaine ( $y = -L_y/2$ ).

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

Simulation	$M$	$M_c$	$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$\Delta y_{min}; \Delta y_{max}$	$\Delta t$
2DI0.2_0	0,2	0,1	$30,7 \times 120$	$257 \times 1001$	0,12	0,00625
2DI0.2	0,2	0,1	$30,7 \times 60$	$257 \times 321$	0,12; 0,36	0,00625

TAB. 4.1 – Paramètres des simulations bidimensionnelles de couches de mélange à  $M = 0,2$ ,  $Re = 400$ .

des quantités acoustiques moyennes telles que l'intensité acoustique  $I_{ac} = \langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$ . Il faut néanmoins s'assurer que le fait de rapprocher de la zone de l'écoulement, le traitement des conditions aux limites de frontière ouverte, n'altère pas la qualité du champ acoustique obtenu. Pour vérifier cela, nous avons effectué une nouvelle simulation de l'écoulement de couche de mélange à  $M = 0,2$ , sur un domaine de calcul dont l'extension transversale est deux fois plus petite ( $L_y = 60$ ) que dans le calcul présenté précédemment. (voir figure 4.9). Nous avons également eu recours à une distribution non-uniforme des points de grille dans cette même direction, avec la valeur  $\mathfrak{b} = 1,7$  du paramètre permettant de concentrer la distribution des points de la grille dans la zone de mélange. Le tableau 4.1 regroupe les informations concernant les résolutions utilisées dans les deux cas.

Comme on peut le voir sur la figure 4.10, la simulation de la même configuration de couche de mélange utilisant un domaine de calcul dont l'extension transversale est deux fois plus petite (simulation 2DI0.2) permet d'accéder à une évolution temporelle de l'intensité  $I_{ac}$  mesurée sur la frontière du domaine identique à celle mesurée sur la frontière du grand domaine de calcul (simulation 2DI0.2\_0). Remarquons que la comparaison des intensités issues des deux simulations fournit une preuve supplémentaire du bon comportement des conditions aux limites non-réfléchissantes et que l'utilisation d'une distribution non-uniforme des points de grille dans le calcul avec le petit domaine n'introduit pas de dispersion décelable des ondes acoustiques. Cette figure montre également que l'intensité moyenne  $I_{ac}$  est très proche de l'intensité  $\langle (p - p_2)v \rangle$  sur la frontière du petit domaine de calcul, la relation  $\langle p'v' \rangle < 5\% \langle (p - p_2)v \rangle$  étant vérifiée à tous les instants de l'évolution temporelle.

Nous abordons maintenant l'étude acoustique de la couche de mélange proprement dite, en examinant l'évolution temporelle de l'intensité représentée sur la figure 4.10. L'échelle de temps est décalée pour tenir compte du temps de propagation depuis la couche de mélange jusqu'à la frontière. L'identification du temps  $t = t_d$  permet d'associer un événement acoustique observé à la frontière du domaine à son origine au sein de la couche de mélange. L'intensité acoustique exhibe tout d'abord un premier pic, correspondant aux instants de l'enroulement tourbillonnaire ( $t \approx 10$ ), puis deux pics d'amplitudes plus importantes, associés à chacun des processus d'appariements ( $20 < t < 40$  pour le premier et  $50 < t < 80$  pour le deuxième appariement). L'examen de l'évolution temporelle de la pression acoustique (figure 4.5-a) montre que chaque processus d'appariement génère une onde de compression suivie d'une onde de détente, provoquant l'apparition de deux pics

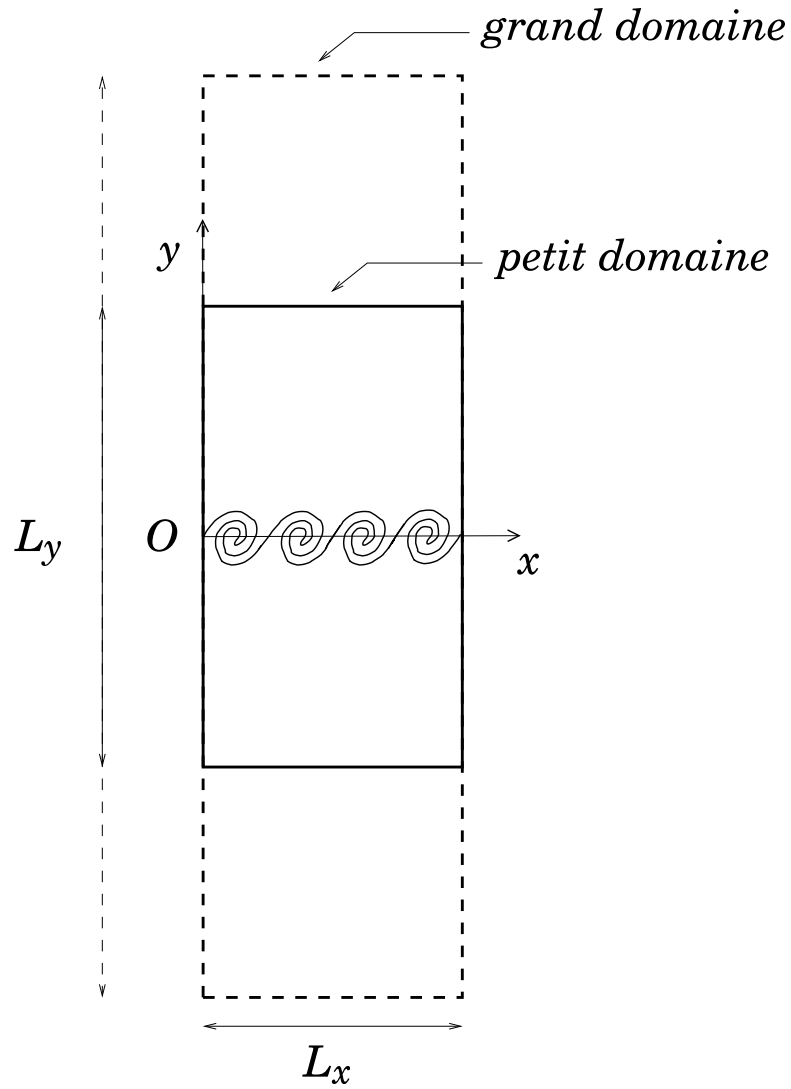


FIG. 4.9 – Représentation des petit ( $L_y = 60$ ) et grand ( $L_y = 120$ ) domaines de calcul.

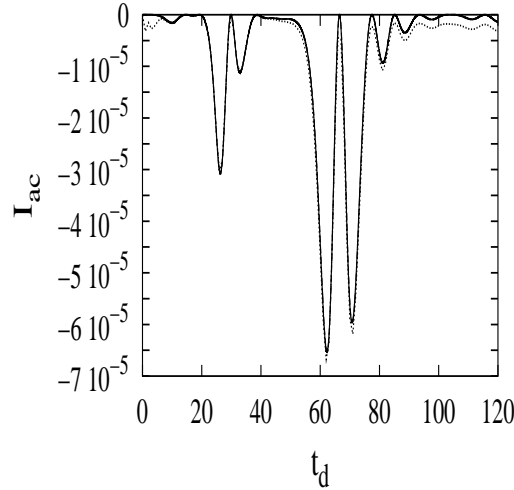


FIG. 4.10 – Évolution temporelle des intensités acoustiques :  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  évaluée à la frontière inférieure du petit domaine (—) et du grand domaine (- - -) de calcul;  $\langle (p - p_2)v \rangle$  évaluée à la frontière inférieure du petit domaine de calcul (···). Les courbes (—) et (- - -) sont superposées.

au cours de l'évolution temporelle de l'intensité. Remarquons que l'onde de détente est plus forte au cours du second appariement qu'au cours du premier, et que le pic d'intensité qui lui est associé devient presque aussi élevé que celui associé à l'onde de compression. Enfin, notons que l'émission acoustique la plus intense est produite durant le second processus d'appariement. Ces tendances sont conformes à celles obtenues par Colonius *et al.* [24, 25] à partir de simulations directes bidimensionnelles de couches de mélanges spatiales.

### 4.1.3 Influence du nombre de Mach

Nous nous intéressons maintenant aux effets du nombre de Mach sur le développement tourbillonnaire de la couche de mélange et sur son émission acoustique. Nous présentons les résultats issus de simulations bidimensionnelles, en utilisant le petit domaine de calcul, avec des tailles de domaine  $(L_x; L_y) = (30, 7; 60)$  et résolutions  $(n_x \times n_y) = (257 \times 321)$ . Ces simulations sont réalisées pour les différents nombres de Mach ( $M = 0,04; 0,4$  et  $0,8$ ) et pour une valeur du nombre de Reynolds égale à 400. Le tableau 4.2 regroupe les paramètres de ces simulations. La simulation 2DI0.2 de la couche de mélange à  $M = 0,2$ , que nous avons détaillée dans la partie précédente, sert de référence pour évaluer l'influence du nombre de Mach.

La figure 4.11 permet d'observer l'évolution du champ de vorticité de la couche de mélange à  $M = 0,8$ , aux mêmes instants que ceux choisis sur la figure 4.2 pour

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

Simulation	$M$	$M_c$	$\Delta t$
2DI0.04	0,04	0,02	0,00125
2DI0.2	0,2	0,1	0,00625
2DI0.4	0,4	0,2	0,0125
2DI0.8	0,8	0,4	0,025

TAB. 4.2 – Paramètres des simulations de couches de mélange à  $Re = 400$  aux différents nombres de Mach.

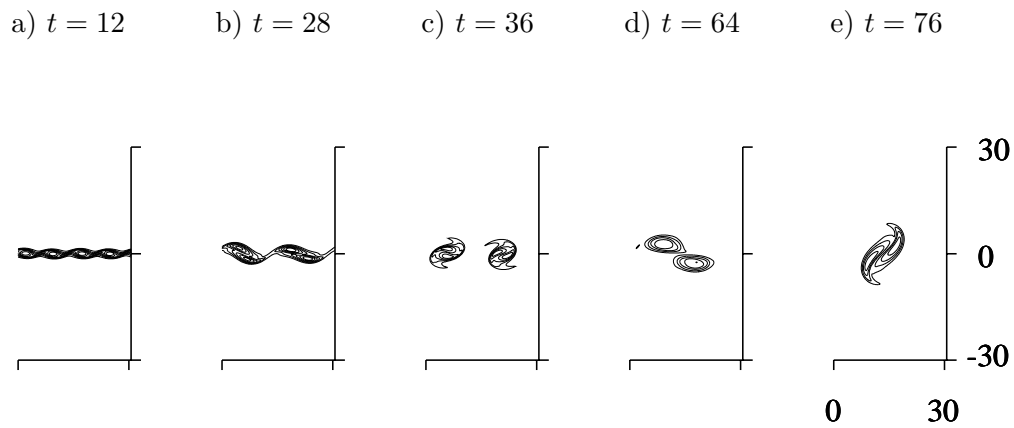


FIG. 4.11 – Champs de vorticité d'une couche mélange isotherme à  $M = 0,8$ ,  $Re = 400$ , (valeurs des iso-contours : min. = -2,0 ; max. = -0,2 ; inc. = 0,2).



## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

caractériser l'évolution temporelle de la couche de mélange à  $M = 0, 2$ . On constate d'une part que la forme des tourbillons est plus allongée dans la direction de l'écoulement  $x$ . Sandham & Reynolds [100] expliquent ce processus par l'action des effets dilatationnels, et dans une moindre mesure des effets baroclines, qui conduisent à réduire la vorticité sur le dessus et le dessous du tourbillon et au contraire à l'augmenter à l'avant et à l'arrière du tourbillon, l'étirant ainsi dans la direction de l'écoulement. D'autre part, les processus d'appariements sont différés par l'augmentation du nombre de Mach de l'écoulement. Une partie de ce retard résulte directement des effets linéaires, puisque l'amplification des modes les plus instables est réduite lorsque le nombre de Mach augmente. Notons cependant que Sandham [99] a montré que les processus non linéaires contribuaient eux aussi à ralentir l'évolution de l'écoulement.

Du point de vue acoustique, la figure 4.12 offre la comparaison de l'évolution temporelle des intensités acoustiques  $I_{ac}$  pour les quatre nombres de Mach  tudi s. D'une manière générale, les niveaux acoustiques augmentent au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Mach. La contribution sonore dominante est toujours le fruit du second processus d'appariement, à tous les nombres de Mach considérés. L'intensité maximum associ e au deuxième appariement est environ deux fois supérieure à celle associ e au premier appariement, et approximativement cinquante fois plus  lev e que l'émission acoustique associ e à l'instabilité primaire.

On remarque aussi que l'onde de détente associ e au second processus d'appariement diminue au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Mach : l'amplitude du pic associé à la détente atteint 95% de celle du pic de compression à  $M = 0,04$ , mais elle n'atteint plus que 70% de l'amplitude du pic de compression à  $M = 0,8$ . En revanche, dans le cas du premier appariement, l'amplitude du pic de détente reste approximativement trois fois moins  lev e que celle du pic de compression, à tous les nombres de Mach considérés.

Notons que l'allure de l'évolution temporelle de l'intensité acoustique de la couche de mélange à  $M = 0,04$  est très proche de celle de la couche de mélange à  $M = 0,2$ . Enfin,    $M = 0,4$  et  $M = 0,8$ , on remarque la présence d'émissions acoustiques secondaires associ es au premier appariement, après les deux pics de compression/détente, dont l'amplitude augmente avec le nombre de Mach.

### 4.1.4 Influence du nombre de Reynolds

Dans cette partie, nous étudions l'influence du nombre de Reynolds sur le développement de l'écoulement et sur son rayonnement sonore. Pour cela, nous avons mis en œuvre des simulations de couches de mélange à  $M = 0,8$ , pour des nombres de Reynolds de l'écoulement compris entre 200 et 3200. La taille du domaine de calcul

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

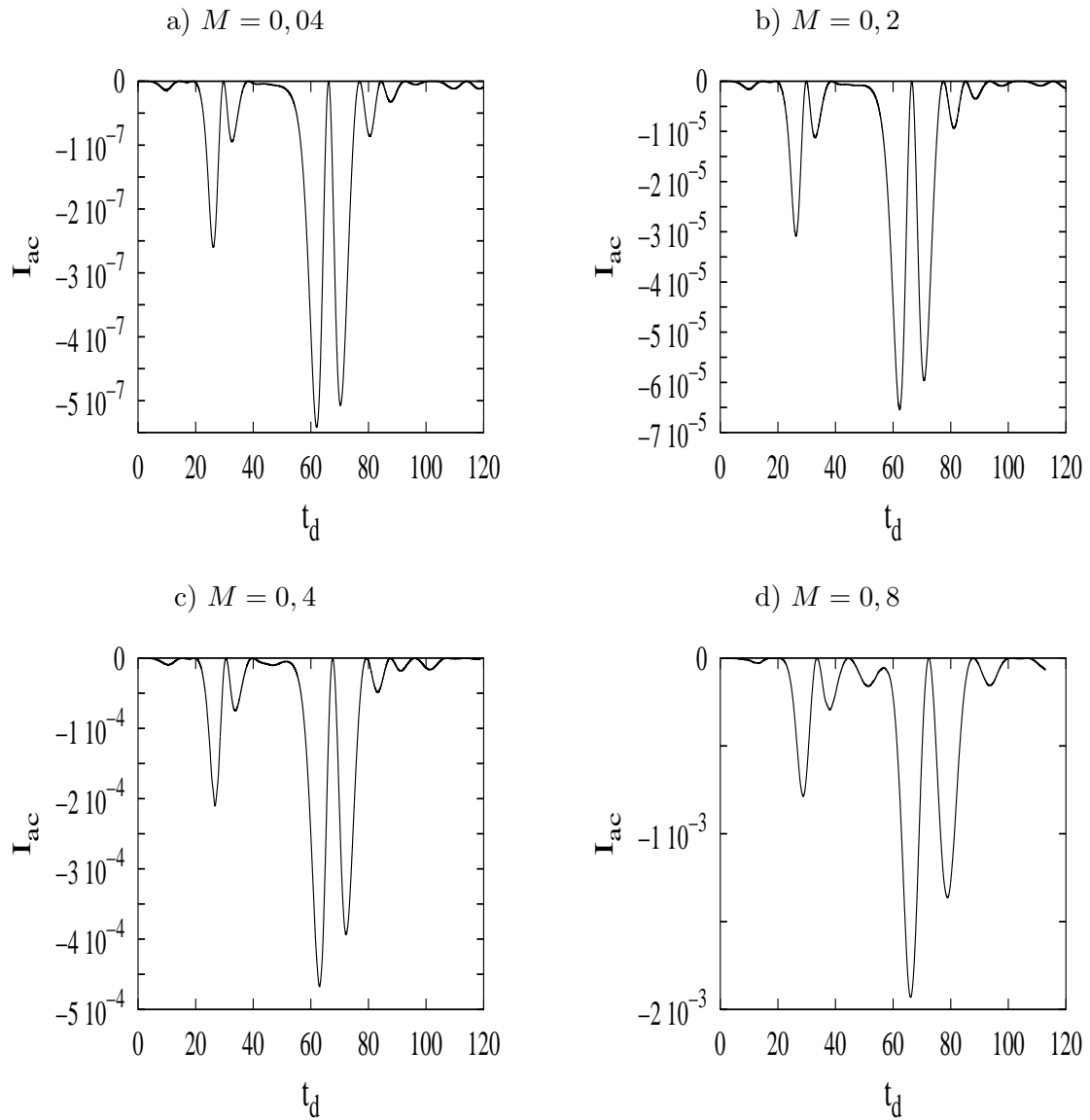


FIG. 4.12 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange à différents nombres de Mach,  $Re = 400$ .

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

Simulation	$Re$	$n_x \times n_y$	$\Delta y_{min}; \Delta y_{max}$	$\Delta t$
2DI0.8	400	257×321	0,12 ; 0,34	0,025
2DI0.8_1	200	257×321	0,12 ; 0,34	0,025
2DI0.8_2	800	257×321	0,12 ; 0,34	0,025
2DI0.8_3	1600	513×641	0,06 ; 0,17	0,0125
2DI0.8_4	3200	513×641	0,06 ; 0,17	0,0125

TAB. 4.3 – Paramètres des simulations de couches de mélange à  $M = 0,8$  aux différents nombres de Reynolds.

utilisé est  $(L_x; L_y) = (30, 7; 60)$ . Le tableau 4.3 présente les paramètres des différentes simulations. Il faut noter que les calculs aux nombres de Reynolds les plus élevés,  $Re = 1600$  et  $3200$ , ont nécessité une augmentation du nombre de points de grille utilisés dans les deux directions, par rapport au calcul de référence à  $Re = 400$  (voir le tableau 4.3). D'une manière générale, signalons que les calculs à  $Re < 800$  sont plutôt sur-résolus, tandis que le calcul à  $Re = 3200$  utilise une résolution assez marginale.

La figure 4.13 présente le champ de vorticité de la couche de mélange à  $Re = 3200$  aux instants caractéristiques de l'évolution temporelle utilisés dans la représentation du champ de vorticité de la couche de mélange à  $M = 0,8$  sur la figure 4.11. On notera que l'évolution temporelle est très similaire à celle observ e à  $Re = 400$ , mais que la couche de mélange au nombre de Reynolds le plus élevé présente un champ rotationnel beaucoup plus riche en « petites échelles » : on observe en effet que les structures tourbillonnaires se filamentent (voir les figures 4.13-d et 4.13-e), ce qui n'apparaissait pas dans le champ de vorticité de la couche de mélange à  $Re = 400$ .

La figure 4.14 permet de comparer les intensités acoustiques émises par les couches de mélange aux différents nombres de Reynolds. Tout d'abord, l'allure des courbes d'intensité reste la même pour tous les nombres de Reynolds considérés et l'émission acoustique associ e au second appariement demeure la plus bruyante dans tous les cas. On remarque ensuite que l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement est très nette sur les amplitudes des pics d'intensité : les pics de compression associés aux deux appariements présentent une amplitude une fois et demie plus  lev e à  $Re = 3200$  qu'   $Re = 400$ . L'impact du nombre de Reynolds de l'écoulement se révèle également très important sur les pics d'intensité associés aux ondes de détente : l'amplitude du pic de détente associé au premier appariement augmente avec le nombre de Reynolds pour atteindre 60% de l'amplitude du pic associ e à la compression, tandis qu'au cours du second appariement, le pic de détente présente une amplitude comparable à celle de la compression, pour les valeurs les plus  lev es du nombre de Reynolds. Notons enfin que l'amplitude des émissions acoustiques secondaires suivant les ondes de compression et de détente du deuxième appariement est plus importante lorsque le nombre de Reynolds augmente.

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

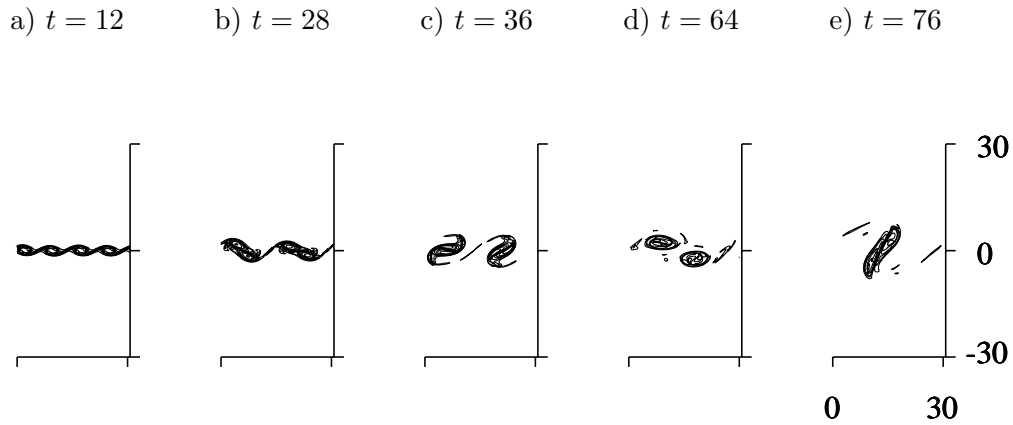


FIG. 4.13 – Champs de vorticité d'une couche mélange isotherme à  $M = 0,8$ ,  $Re = 3200$ , (valeurs des iso-contours : min. =  $-2,0$  ; max. =  $-0,2$  ; inc. =  $0,2$ ).

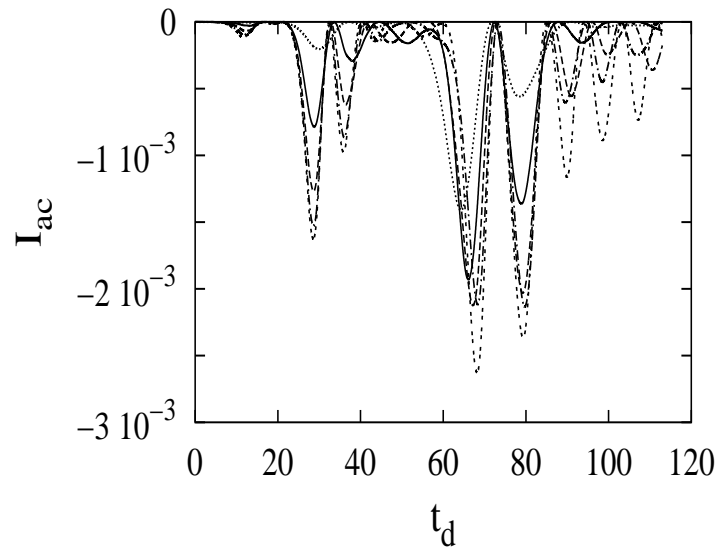


FIG. 4.14 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange à différents nombres de Reynolds,  $M = 0,8$  ;  $Re = 200$  ( $\cdots$ ),  $Re = 400$  ( $—$ ),  $Re = 800$  ( $- - -$ ),  $Re = 1600$  ( $- \cdot - \cdot$ ),  $Re = 3200$  ( $- - - -$ ).

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

Simulation	$M$	$\epsilon$ (%)	$\Delta t$
3DI0.8_0	0,8	2,5	0,032
3DI0.8	0,8	5	0,032
3DI0.2	0,2	5	0,008

TAB. 4.4 – Paramètres et conditions initiales des simulations tridimensionnelles.

Il est généralement admis que le développement des instabilités devient indépendant du nombre de Reynolds de l'écoulement à partir d'une valeur d'environ 200 (Lesieur, [63]). Les tendances observées ici indiquent que la valeur seuil, pour obtenir des résultats acoustiques en champ lointain indépendants du nombre de Reynolds considéré, est nettement plus élevée.

### 4.1.5 Influence des effets tridimensionnels

Nous complétons notre étude du rayonnement acoustique des couches de mélange en réalisant des simulations tridimensionnelles de l'écoulement. Ces calculs à haute résolution (environ six millions de points de grille) nécessitent l'usage d'un super-calculateur et ont été effectués sur une machine NEC-SX5, mise à notre disposition par l'IDRIS.

Du point de vue acoustique, l'objectif de ces simulations est d'observer les modifications induites sur le rayonnement sonore par le développement des instabilités tridimensionnelles dans la couche de mélange. L'adoption de conditions initiales mixtes, superposant un forçage sinusoïdal bidimensionnel et un bruit corrélé tridimensionnel, nous a permis de réaliser des simulations pour lesquelles une évaluation de l'impact des effets tridimensionnels sur le rayonnement acoustique d'une couche de mélange est possible. Le forçage bidimensionnel est identique à celui employé au cours des simulations purement bidimensionnelles.

Les tailles de domaine de calcul des simulations tridimensionnelles sont identiques à celles des simulations bidimensionnelles précédentes dans les directions longitudinales  $x$  et transversales  $y$ ,  $L_x = 30,7$  et  $L_y = 60$ . L'extension du domaine dans la direction latérale  $z$  est égale à son extension dans la direction de l'écoulement  $x$ ,  $L_z = 30,7$ . Le maillage comporte  $150 \times 257 \times 150$  points de grille, qui sont uniformément répartis dans les directions longitudinales et latérales ( $\Delta x = \Delta z = 0,2048$ ), et concentrés dans la zone de mélange dans la direction transversale à l'aide du paramètre d'étirement  $\mathbf{b} = 2,1$  ( $\Delta y_{min} = 0,122$ ;  $\Delta y_{max} = 0,503$ ). Le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut 400. Les calculs sont filtrés avec un filtre compact à l'ordre six ( $\alpha = 0,45$ ). Les autres paramètres des simulations tridimensionnelles présentées ici sont regroupés dans le tableau 4.4.

Nous examinons dans un premier temps les résultats issus de deux simulations d'une couche de mélange à  $M = 0,8$ , pour deux valeurs différentes d'amplitude du forçage

## 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

---

tridimensionnel  $\epsilon$ . Les figures 4.15 et 4.16 présentent une iso-surface de l'enstrophie à différents instants caractéristiques de l'évolution de l'écoulement pour les deux simulations. Rappelons que l'enstrophie se définit comme :

$$\Omega = \frac{1}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \quad (4.8)$$

À l'instant initial, l'enstrophie est dominée par la contribution du profil moyen  $U(y)$ , et sa valeur initiale est  $\Omega_i = \frac{(\Delta U)^2}{2}$ .

Comme dans les simulations bidimensionnelles présentées dans la partie précédente, nous observons les différentes phases de la transition dans la couche de mélange :

- développement de l'instabilité primaire conduisant à la formation de quatre tourbillons (figures 4.15-a et 4.16-a) ;
- premier processus d'appariement des tourbillons primaires deux à deux (figures 4.15-b,-c et 4.15-b,-c) ;
- second processus d'appariement entre les deux structures restantes (figures 4.15-d,-e et 4.15-d,-e).

Nous constatons que l'évolution temporelle dans les cas 3D reste assez semblable à celle observée dans les cas 2D, au cours du développement de l'instabilité primaire et du premier appariement. En revanche, l'écoulement présente un caractère fortement tridimensionnel au cours du deuxième appariement, dans la simulation 3DI0.8, où l'amplitude du forçage aléatoire initial est la plus élevée,  $\epsilon = 5\%$ . (figures 4.16-d et 4.16-e). À la fin de la simulation (figure 4.16-f), la couche de mélange atteint un état proche de la turbulence développée.

Du point de vue acoustique, nous examinons l'évolution temporelle de l'intensité acoustique  $I_{ac}$  à la frontière inférieure du domaine ( $y = -L_y/2$ ), émise par la couche de mélange au cours de la simulation 3DI0.8.0 sur la figure 4.17-a et de la simulation 3DI0.8 sur la figure 4.17-b. Dans les deux cas, l'intensité mesurée dans les calculs tridimensionnels est comparée à celle mesurée dans un calcul bidimensionnel purement forcé, utilisant les mêmes tailles de domaine et résolutions (simulation 2DI0.8.00).

Tout d'abord, il faut noter que l'intensité rayonnée par le développement de l'instabilité primaire est identique dans les simulations 2D et 3D. Nous remarquons ensuite que les phénomènes tridimensionnels ont un impact considérable sur l'émission acoustique de la couche de mélange. En effet, l'amplitude des pics associés aux processus d'appariements est considérablement réduite dans les cas 3D par rapport au cas 2D. Notons que l'intensité acoustique associée au développement de l'instabilité primaire reste tout de même plus faible que celles associées aux appariements. Dans le cas de la première simulation 3D

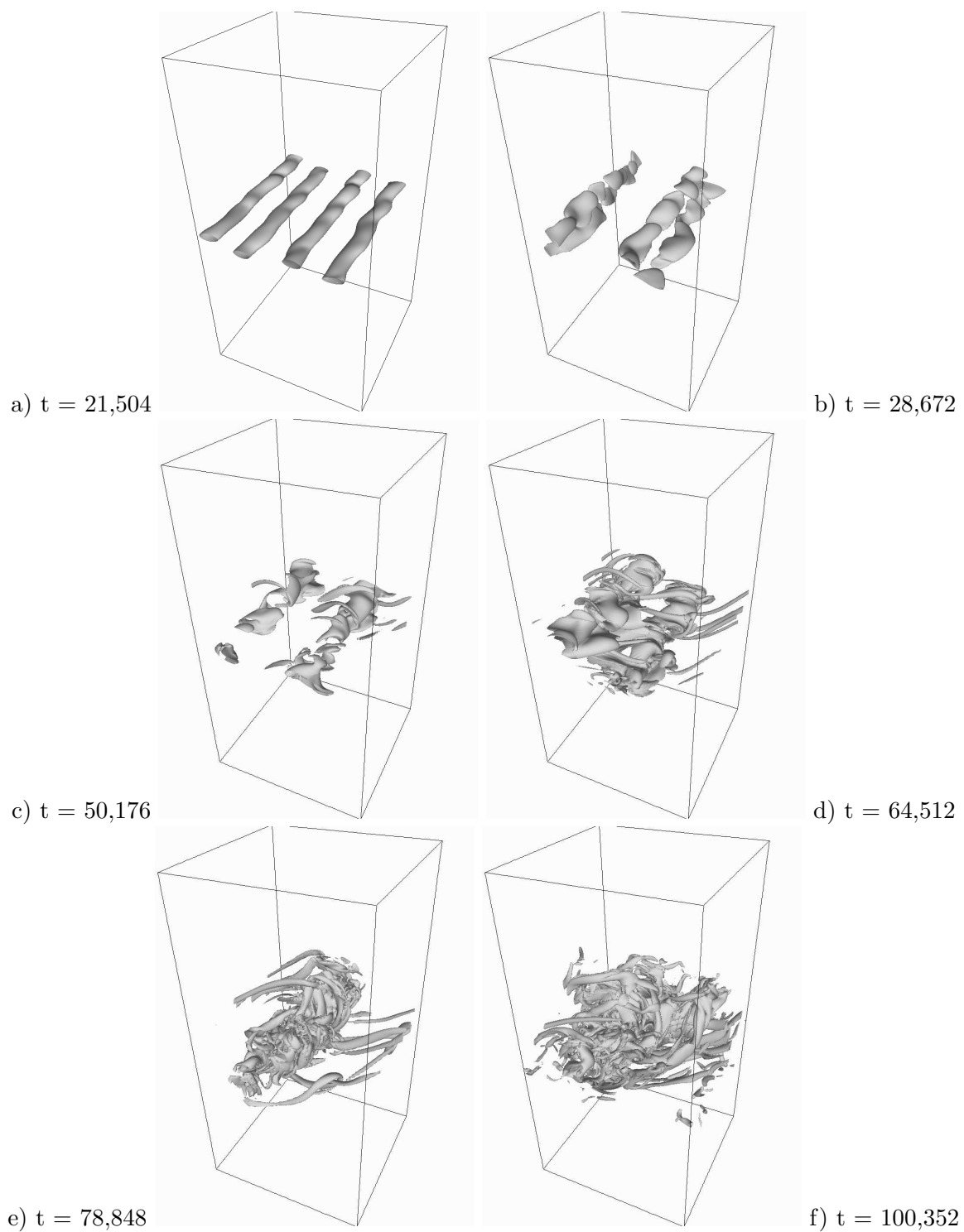


FIG. 4.15 – Iso-surface de l'enstrophie ( $\Omega = 0, 3\Omega_i$ ) d'une couche de mélange à  $M = 0,8$  (simulation 3DI0.8\_0).

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

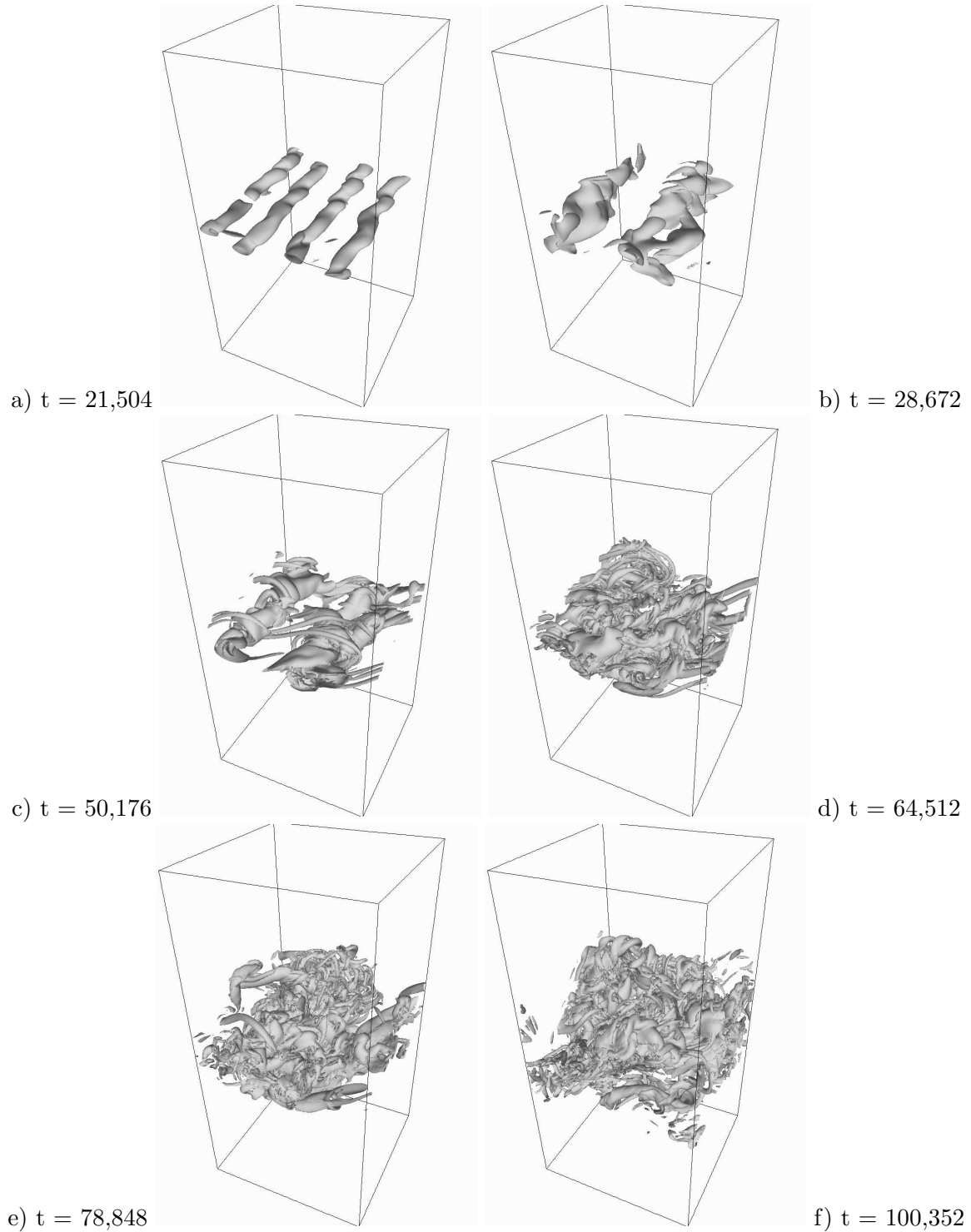


FIG. 4.16 – Iso-surface de l'enstrophie ( $\Omega = 0, 3\Omega_i$ ) d'une couche de mélange à  $M = 0, 8$ , (simulation 3DI0.8).



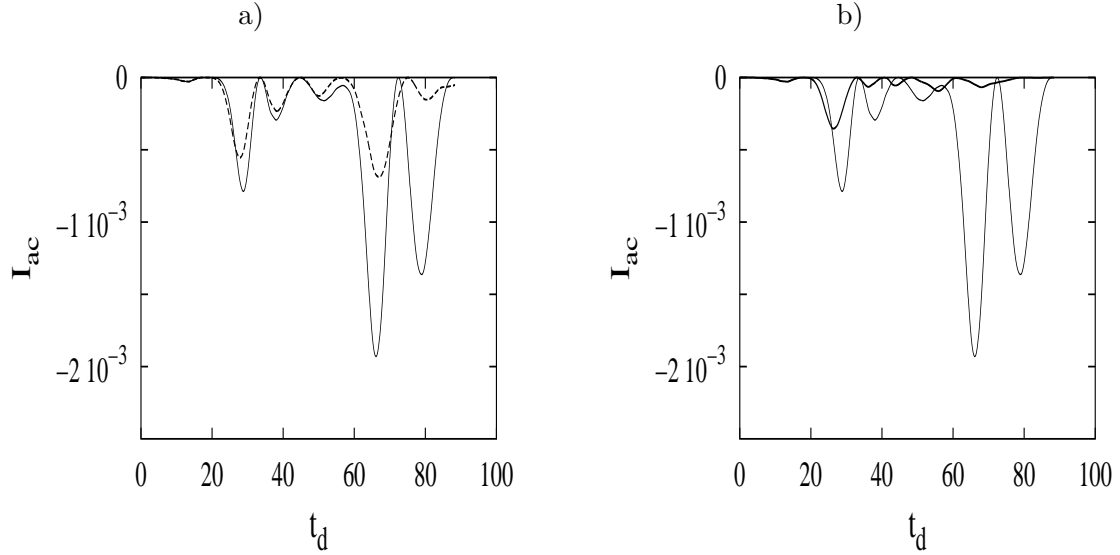


FIG. 4.17 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange à  $M = 0,8$ ,  $Re = 400$ ; simulations tridimensionnelles 3DI0.8\_0 ( - - - ) et 3DI0.8 ( — ), simulation bidimensionnelle 2DI0.8\_00 ( — ).

Simulation	$M$	Résolution	Filtrage	$\epsilon$ (%)	$\Delta t$
2DI0.8	0,8	$257 \times 321$	non	0	0,025
2DI0.8_00	0,8	$150 \times 257$	oui	0	0,032
2DI0.8_0	0,8	$150 \times 257$	oui	5	0,032
2DI0.2_0	0,2	$150 \times 257$	oui	5	0,008

TAB. 4.5 – Paramètres et conditions initiales des simulations bidimensionnelles.

(simulation 3DI0.8\_0), le pic de compression associé au second appariement reste le plus élevé, tandis que dans le cas de l'écoulement « le plus tridimensionnel » (simulation 3DI0.8), l'amplitude du pic associé au second appariement est quatre fois moins élevée que celle du pic associé au premier appariement. L'amplitude des pics associés à la détente au cours de chaque appariement est d'autant plus atténuée que les phénomènes tridimensionnels se développent au sein de la couche de mélange.

Jusqu'ici, nous avons comparé les émissions acoustiques observées dans les simulations tridimensionnelles à celles obtenues dans des simulations bidimensionnelles purement forcées. On peut difficilement considérer que les phénomènes acoustiques relevés précédemment résultent des seuls effets 3D, alors qu'une partie des différences obtenues peut provenir directement de l'utilisation du forçage aléatoire dans les simulations 3D. Nous avons donc voulu évaluer l'impact de l'ajout d'un champ de perturbation aléatoire sur le développement temporel et l'émission acoustique de la couche de mélange.

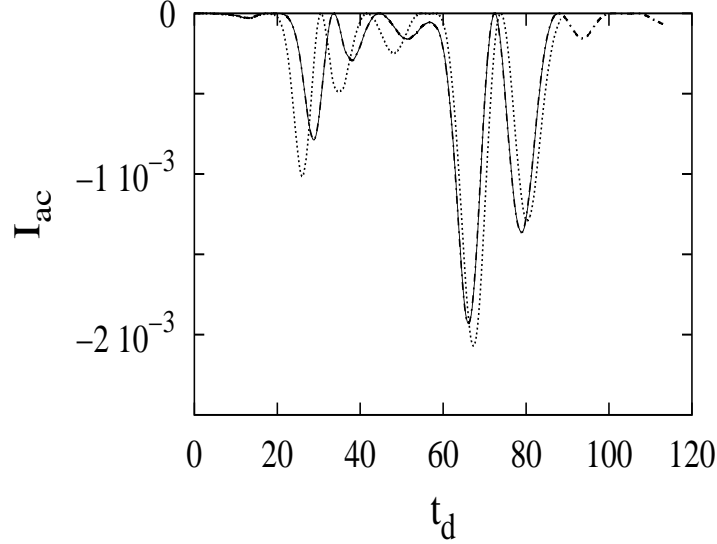


FIG. 4.18 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange à  $M = 0,8$ ; simulations bidimensionnelles 2DI0.8 (---), 2DI0.8\_00 (—), 2DI0.8\_0 (···). Les courbes (---) et (—) sont superposées.

Pour cela, nous avons réalisé une simulation bidimensionnelle sur un domaine de calcul  $(L_x; L_y) = (30, 7; 60)$  et un maillage comportant  $150 \times 257$  points de grille, en ajoutant au forçage purement bidimensionnel utilisé dans la simulation 2DI0.8\_00 un champ aléatoire incompressible bidimensionnel, avec la même répartition spectrale que le champ de perturbation tridimensionnel. L'amplitude du champ de perturbation aléatoire vérifie la relation

$$\sqrt{(\tilde{u}_a^2 + \tilde{v}_a^2)} = \epsilon \frac{\Delta U}{2} \quad (4.9)$$

Par ailleurs, les calculs tridimensionnels étant filtrés, on pourrait imaginer qu'une partie de la différence entre les résultats acoustiques 2D et 3D résulte directement du filtrage. Nous avons vérifié, en réalisant une simulation 2D (non présentée ici) qui utilise des paramètres identiques à ceux de la simulation 2DI0.8 et le même filtrage que les simulations 3D, que les résultats acoustiques n'étaient absolument affectés par l'usage du filtre. Notons que les calculs bidimensionnels 2DI0.8\_00 et 2DI0.8\_0 ont également été filtrés.

La figure 4.18 compare les intensités acoustiques mesurées sur la frontière inférieure du domaine de calcul dans les simulations 2DI0.8\_00 (initialisée avec le forçage sinusoïdal pur) et 2DI0.8\_0 (initialisée avec le forçage sinusoïdal + le forçage aléatoire). On a également représenté l'évolution temporelle de l'intensité acoustique calculée au cours de la simulation bidimensionnelle 2DI0.8 (étudiée dans la partie précédente), pour servir de résultat acoustique de référence. Le tableau 4.5 rappelle les principaux paramètres différenciant ces réalisations bidimensionnelles.

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

On constate que les deux simulations de couches de mélange 2DI0.8\_00 et 2DI0.8\_0 produisent des intensités acoustiques d'allure très similaire. On observe un léger décalage de l'évolution temporelle et une élévation des niveaux acoustiques observés, notamment au cours du premier processus d'appariement. Ces différences résultent vraisemblablement de la différence du niveau d'énergie contenu dans les deux types de conditions initiales. La comparaison de l'intensité obtenue à partir de la simulation 2DI0.8\_00 et de l'intensité résultant de la simulation de référence 2DI0.8 permet de montrer que l'émission acoustique n'est pas affectée par le relâchement de la résolution et l'utilisation du filtrage numérique.

La comparaison des intensités résultant de la simulation tridimensionnelle 3DI0.8 et de la simulation bidimensionnelle 2DI0.8\_0 est effectuée sur la figure 4.20-a. Elle confirme le résultat que les effets tridimensionnels réduisent le rayonnement sonore émis par la couche de mélange.

Après cette investigation tridimensionnelle à  $M = 0,8$ , l'étude de l'impact des phénomènes 3D sur le développement temporel de la couche de mélange et sur son émission acoustique est poursuivie par l'analyse des données acoustiques issues d'une simulation tridimensionnelle à  $M = 0,2$ . Le calcul 3DI0.2 est effectué avec les mêmes paramètres que les simulations à  $M = 0,8$  en utilisant le taux le plus élevé de forçage tridimensionnel (voir le tableau 4.17). Une simulation bidimensionnelle 2DI0.2\_0 correspondante, utilisant les mêmes tailles de domaine et résolutions, ainsi qu'un forçage aléatoire de même amplitude, a également été réalisée.

L'évolution d'une iso-surface de l'enstrophie à différents instants caractéristiques du développement temporel de la couche de mélange dans cette simulation est représentée sur la figure 4.19. On y observe les mêmes étapes du processus de transition dans la couche de mélange (enroulements tourbillonnaires (figure 4.19-a), et deux processus d'appariements successifs (figures 4.19-b,-c et figures 4.19-d,-e). L'écoulement à  $M = 0,2$  présente un caractère tridimensionnel nettement moins prononcé que l'écoulement à  $M = 0,8$ , comme le montre la comparaison des figures 4.16-e et 4.19-e aux instants du deuxième appariement.

Nous observons une réduction générale des niveaux d'intensité obtenus à partir de la simulation 3D, par rapport à ceux obtenus à partir de la simulation 2D. Soulignons toutefois que cette réduction est moins importante que dans le cas de l'écoulement à  $M = 0,8$ . L'émission acoustique associée au développement de l'instabilité primaire reste faible par rapport aux émissions acoustiques associées aux appariements. Notons encore ici l'accord entre les simulations tridimensionnelles et bidimensionnelles dans l'évaluation de l'amplitude de ce pic. Remarquons finalement que les amplitudes des pics de compression durant les premier et second processus d'appariements sont du même ordre, alors qu'à  $M = 0,8$ , celui du premier appariement est nettement prédominant. Ceci ne semble pas surprenant, compte tenu du fait que la structure tourbillonnaire issue du deuxième appariement est encore assez bidimensionnelle à  $M = 0,2$ . Il faut d'ailleurs

#### 4.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

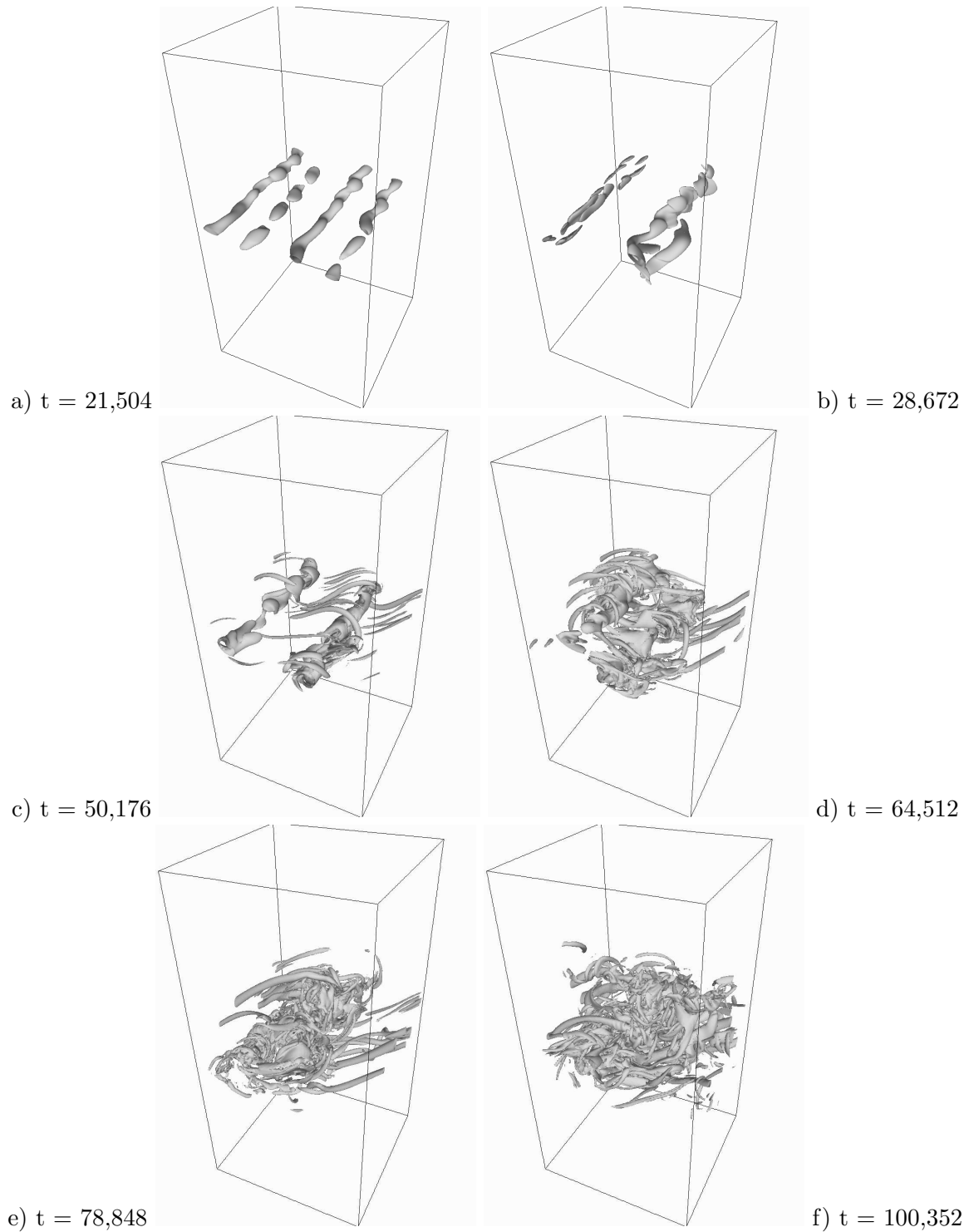


FIG. 4.19 – Iso-surface de l'enstrophie ( $\Omega = 0,3\Omega_i$ ) d'une couche de mélange à  $M = 0,2$  (simulation 3DI0.2).

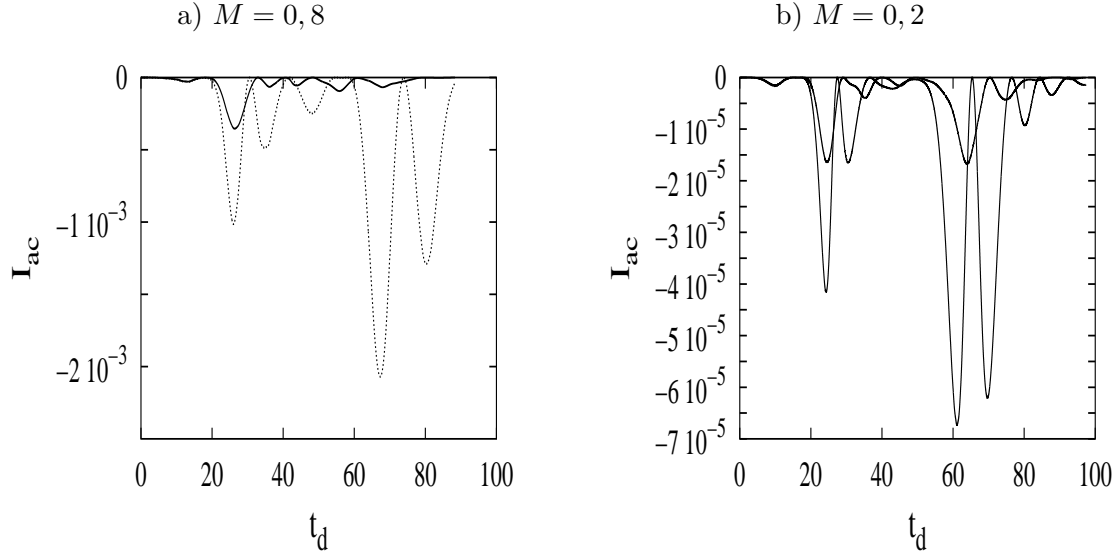


FIG. 4.20 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange à différents nombres de Mach ; simulations tridimensionnelles a) 3DI0.8 ( — ) et b) 3DI0.2 ( — ), simulations bidimensionnelles a) 2DI0.8\_0 ( ··· ) et b) 2DI0.2\_0 ( ··· ).

préciser que, pour les deux nombres de Mach considérés ici, l'analyse de stabilité linéaire prévoit que le mode bidimensionnel reste le plus amplifié.

Enfin, il faut noter que nous avons vérifié que nous pouvions bien interpréter nos données acoustiques mesurées à la frontière du domaine en termes de champ lointain, en nous assurant

- d'une part, de l'indépendance de l'intensité  $I_{ac}$  vis-à-vis de la position de la mesure, en comparant les intensités obtenues en  $y = -L_y/2 = -30$  et  $y = -20,22$  (voir figure 4.21-b) ;
- d'un écart peu important entre les valeurs des intensités  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  et  $\langle (p - p_2)v \rangle$  à la frontière inférieure du domaine  $y = -L_y/2$  (voir figure 4.21-a) d'autre part.

#### 4.1.6 Interprétations des résultats et conclusions du calcul direct acoustique

Les simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles présentées ici nous ont permis d'observer différentes étapes dans le comportement transitionnel d'une couche de mélange temporelle :

- développement de l'instabilité primaire conduisant à la formation de quatre

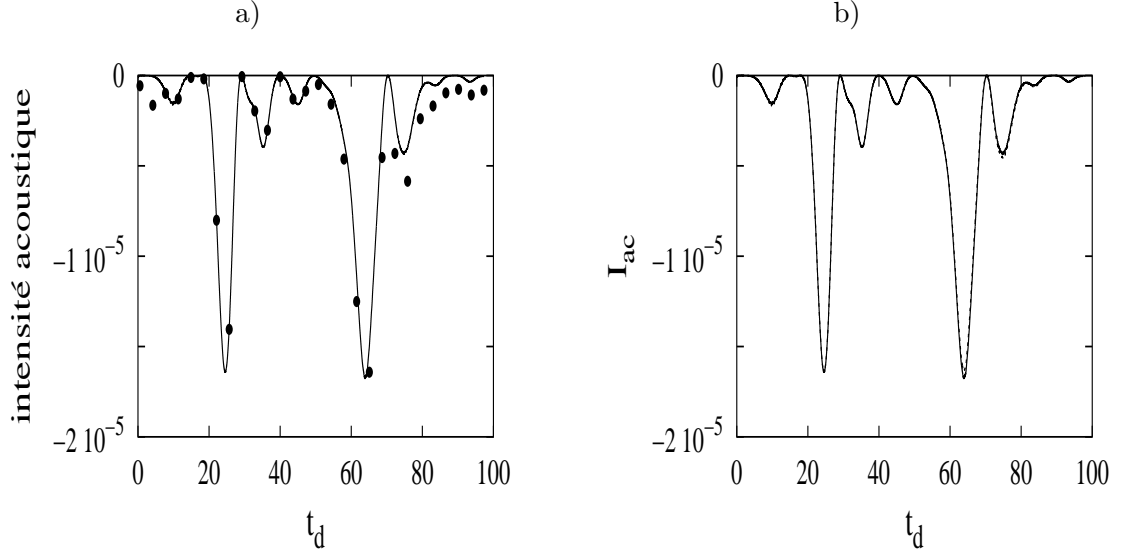


FIG. 4.21 – Comparaison de l'évolution temporelle des intensités acoustiques émises par une couche de mélange à  $M = 0,2$  (simulation 3DI0.2) ; a)  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  en  $y = -30$  ( — ) et  $\langle (p - p_2)v \rangle$  en  $y = -30$  (•) ; b)  $\langle p - p_2 \rangle \langle v \rangle$  en  $y = -30$  ( — ) et en  $y = -20,2$  ( - - - )

tourbillons ;

- premier processus d'appariement des tourbillons deux à deux ;
- deuxième processus d'appariement entre les deux structures restantes.

Dans le cas des simulations 3D, l'évolution temporelle reste assez semblable à celle observée dans les simulations 2D au cours du développement de l'instabilité primaire et du premier appariement. En revanche, l'écoulement présente un caractère tridimensionnel très prononcé au cours du deuxième appariement, qui conduit la couche de mélange à un état proche de la turbulence développée, en particulier dans le cas de la couche de mélange au nombre de Mach le plus élevé ( $M = 0,8$ ).

Du point de vue acoustique, nous avons montré que, dans le cas de notre écoulement temporel, l'étude des quantités acoustiques moyennées suivant les directions périodiques de l'écoulement permet d'interpréter les résultats acoustiques en termes de champ lointain, même lorsque la frontière du domaine se situe en deçà de la longueur caractéristique des ondes émises. De plus, en utilisant une échelle de temps décalée pour tenir compte du temps de propagation des ondes depuis la couche de mélange jusqu'à la frontière, il est possible d'associer directement à un événement acoustique observé à la frontière inférieure du domaine à son origine au sein de la couche de mélange. Ainsi, les principaux résultats se dégagent de l'analyse de l'évolution temporelle de l'intensité acoustique à la frontière

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

inférieure du domaine de calcul sont les suivants :

- l'intensité acoustique associée au développement de l'instabilité primaire est beaucoup plus faible que celle associée aux deux processus d'appariements ;
- les processus d'appariements génèrent successivement une onde de compression et une onde de détente ;
- dans les cas 2D, le deuxième appariement est le plus bruyant ;
- dans les cas 3D, le premier appariement est le plus bruyant.

Dans tous les cas de nombre de Mach étudiés, les effets tridimensionnels tendent à réduire l'émission acoustique produite par la couche de mélange.

En plus des effets du nombre de Mach sur l'émission sonore, nous avons mis en évidence un effet important du nombre de Reynolds de l'écoulement. Ce fait est tout particulièrement intéressant dans la perspective d'un calcul acoustique direct utilisant une simulation des grandes échelles de l'écoulement. On pourrait notamment vérifier si l'émission sonore obtenue avec la SGE correspond à une signature acoustique à haut nombre de Reynolds.

### 4.2 Prédictions acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

Dans cette partie, nous mettons en œuvre une prédiction du bruit basée sur une approche analogique, dont les résultats sont comparés à ceux du calcul acoustique direct. L'estimation du rayonnement acoustique que nous réalisons s'appuie sur l'analogie de Lighthill [68]. Pour un écoulement de fluide se développant en espace libre, rappelons que Lighthill obtient l'équation d'onde suivante, pour la fluctuation de masse volumique  $\rho_a = \rho - \rho_0$

$$\frac{\partial^2 \rho_a}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho_a = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.10)$$

avec  $T_{ij}$  le tenseur de Lighthill

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \{p - p_0 - c_0^2 (\rho - \rho_0)\} - \tau_{ij} \quad (4.11)$$

Cette équation décrit la propagation dans un milieu au repos et de vitesse du son  $c_0$ , du bruit émis par une région « source » de l'écoulement. La solution de l'analogie de Lighthill s'obtient à l'aide d'une fonction de Green, en supposant le terme source  $T_{ij}$  connu.

## 4.2. Prédiction acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

---

Pour un écoulement turbulent isotherme, à faible nombre de Mach, l'approximation généralement retenue (voir chapitre 1) pour le terme source acoustique est

$$T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j \quad (4.12)$$

Dans un premier temps, nous explicitons la formulation spécifique utilisée pour décrire le rayonnement acoustique de notre couche de mélange temporelle. Nous présentons ensuite l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique, obtenue à partir de nos données de simulations bidimensionnelles puis tridimensionnelles.

### 4.2.1 Analogie de Lighthill pour un écoulement temporel

Pour les écoulements temporels tels que notre couche de mélange, Lele & Ho [62] et Whitmire & Sarkar [115] ont montré qu'il était opportun d'utiliser une formulation spécifique de l'analogie acoustique, obtenue en moyennant les équations de conservation suivant les directions périodiques.

En reprenant la démarche de Lighthill, on obtient après quelques développements (voir annexe A), la formulation d'équation d'onde suivante, pour la variation de masse volumique par rapport au milieu ambiant (indiqué 2),

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle - c_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle = \frac{\partial^2}{\partial y^2} q(y, t) \quad (4.13)$$

avec

$$q(y, t) = \underbrace{\langle \rho v^2 \rangle}_{q_1} + \underbrace{\langle p - p_2 - c_2^2 (\rho - \rho_2) \rangle}_{q_2} \quad (4.14)$$

Notons que nous avons omis ici les termes visqueux dont la contribution est considérée comme négligeable dans le cas présent. À l'aide de la fonction de Green unidimensionnelle associée à l'opérateur de propagation, on peut écrire la solution de l'équation 4.13 de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \underbrace{\frac{1}{2c_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y'} q_1 \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy'}_{\text{terme (1)}} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{2c_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y'} q_2 \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy'}_{\text{terme (2)}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

La valeur des termes sources  $q_1$  et  $q_2$  est estimée à partir des données de simulations directes. Dans le cas de la couche de mélange plane temporelle, les termes sources acoustiques sont unidimensionnels, et le coût de stockage reste ainsi tout à fait raisonnable.



## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

Signalons que le coût du stockage des termes sources est le même dans les simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de l'écoulement.

L'évolution temporelle des fluctuations de masse volumique est évaluée au point d'observation  $y_{obs} = -L_y/2$ , à la frontière du domaine de calcul. Nous allons maintenant présenter les résultats des prédictions acoustiques obtenues, en utilisant les données de simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles dont nous disposons.

### 4.2.2 Utilisation des données issues des simulations bidimensionnelles

Nous représentons sur la figure 4.22 l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique, évaluée à la frontière inférieure du domaine du domaine, émise par une couche de mélange, pour différentes valeurs du nombre de Mach ( $M = 0,04; 0,2; 0,4$  et  $0,8$ ). Les termes sources acoustiques sont estimés à partir des simulations bidimensionnelles de couches de mélange 2DI0.04, 2DI0.2, 2DI0.4 et 2DI0.8, qui ont été présentées précédemment (voir tableau 4.2).

Dans chaque cas, nous comparons le résultat du calcul direct de la masse volumique acoustique et l'estimation fournie par l'analogie de Lighthill. Sur ces figures, nous avons aussi représenté les contributions séparées des deux termes sources acoustiques  $q_1$  et  $q_2$ . On s'aperçoit ainsi que la contribution du terme (2) est globalement négligeable dans l'émission acoustique des couches de mélange isothermes, dans la gamme des nombres de Mach considérée ici. On remarque toutefois, au nombre de Mach le plus élevé  $M = 0,8$ , une très légère contribution du terme (2) à l'émission acoustique totale, notamment au cours du second processus d'appariement. Enfin, pour tous les nombres de Mach considérés, on note un accord remarquable entre les résultats du calcul direct et l'estimation issue de l'analogie acoustique.

Notons que, en comparant les évolutions temporelles de la masse volumique et de la pression acoustique sur la frontière inférieure du domaine, nous avons pu nous assurer également du fait que ces deux quantités vérifient bien la relation

$$\langle p - p_2 \rangle = c_2^2 \langle \rho - \rho_2 \rangle \quad (4.16)$$

dans le champ acoustique lointain. Cette hypothèse est très largement employée pour écrire la solution de l'analogie de Lighthill en termes de pression acoustique plutôt qu'en termes de masse volumique. Dans les modèles statistiques de prédiction du bruit de jet notamment, on accède au spectre d'intensité acoustique rayonnée par le biais du calcul de l'auto-corrélation de la pression acoustique.

## 4.2. Prédictions acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

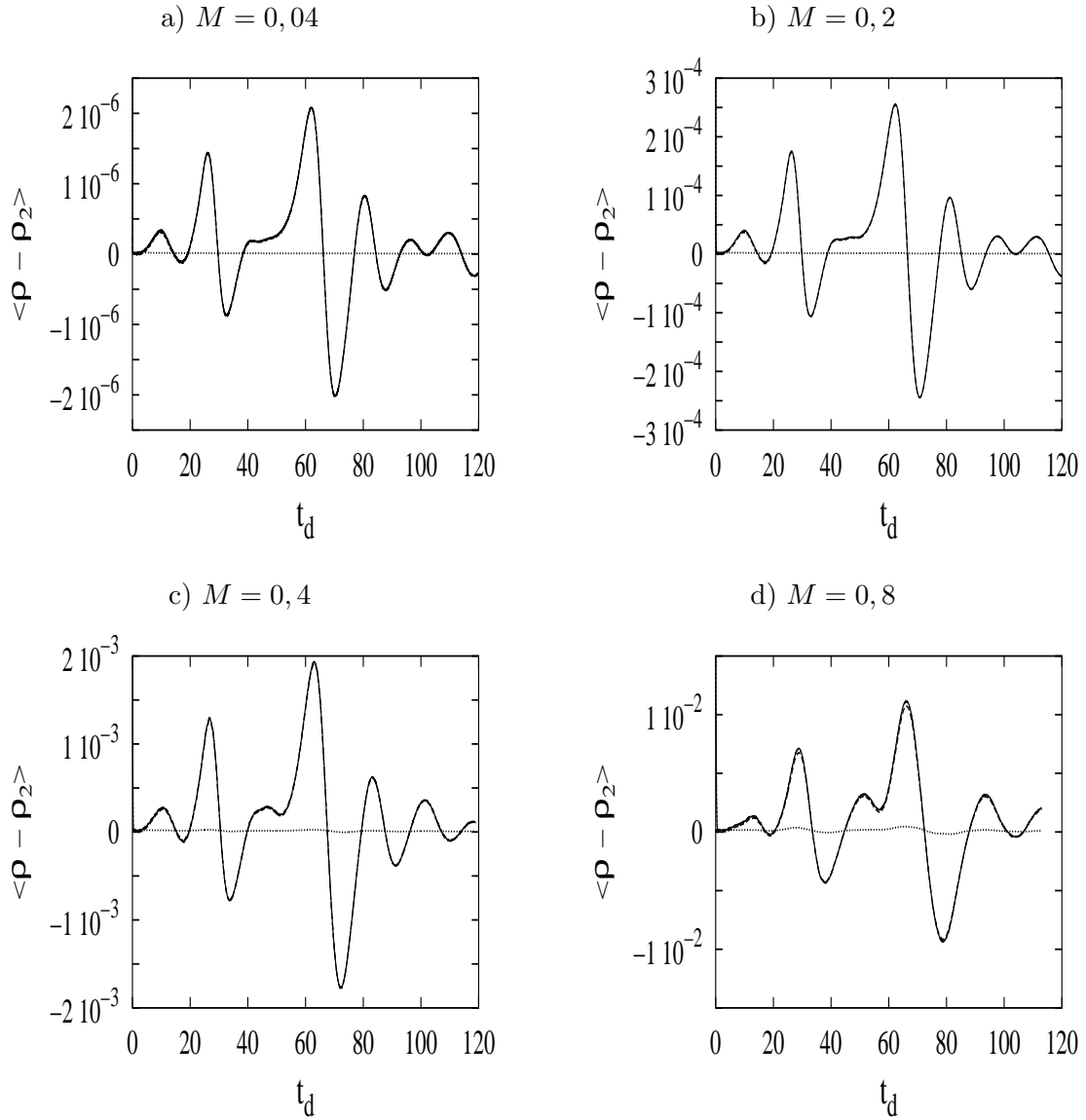


FIG. 4.22 – Comparaison de l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique obtenue par calcul direct ( - - ) et de son estimation par l'analogie de Lighthill ( — ), terme 1 ( - - - ), terme 2 ( · · · ), dans une couche de mélange à différents nombres de Mach,  $Re = 400$ . Sur les figures a), b) et c), les courbes ( - - ), ( — ) et ( - - - ) sont superposées. Sur la figure d), les courbes ( - - ) et ( — ) sont superposées.

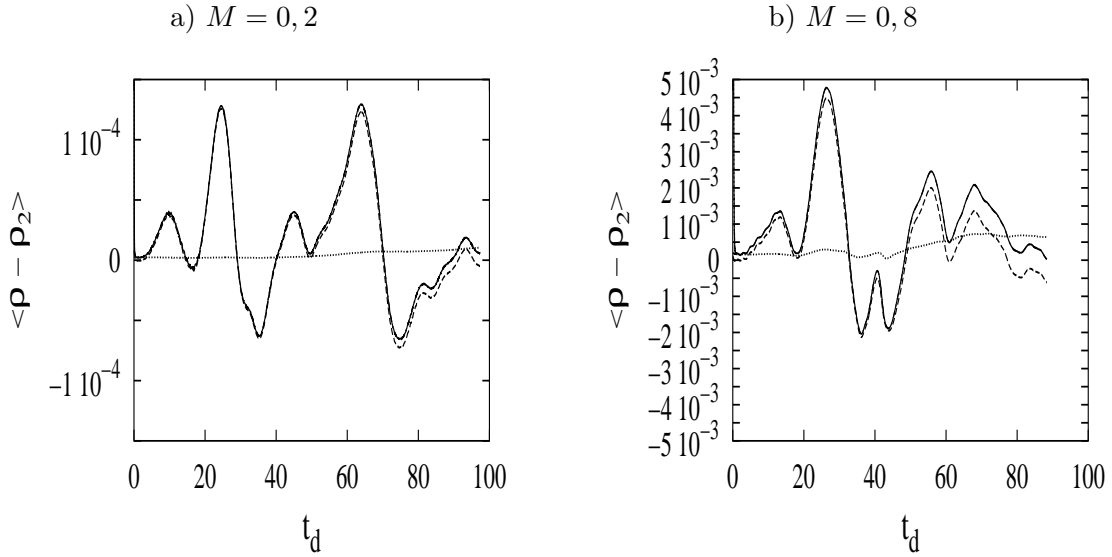


FIG. 4.23 – Comparaison de l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique obtenue par calcul direct (---) et de son estimation par l'analogie de Lighthill (—), terme 1 (- - -), terme 2 (· · ·), dans une couche de mélange à différents nombres de Mach,  $Re = 400$ . Les courbes (---) et (—) sont superposées.

### 4.2.3 Utilisation des données issues des simulations tridimensionnelles

Nous présentons sur la figure 4.23 l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique obtenue en utilisant les simulations tridimensionnelles des couches de mélange 3DI0.2 et 3DI0.8 (voir tableau 4.4) pour estimer les termes sources.

Comme précédemment, les estimations de la masse volumique acoustique sont comparées aux valeurs brutes obtenues par le calcul direct. Nous remarquons à nouveau l'excellent accord entre le calcul direct et la prédiction issue de l'analogie de Lighthill.

Contrairement aux constatations effectuées à l'aide des données bidimensionnelles, l'observation de l'évolution temporelle de la contribution séparée de chaque terme source révèle ici une relative action du terme (2). La contribution du terme (2) devient plus importante dans la seconde partie de l'évolution temporelle, et elle est sensiblement augmentée dans le cas de la couche de mélange à  $M = 0,8$ . Ces événements coïncident temporellement avec le développement des phénomènes tridimensionnels dans l'écoulement. Notons cependant que l'allure de l'évolution temporelle et les niveaux de masse volumique acoustique restent dominés par la contribution du terme source (1).

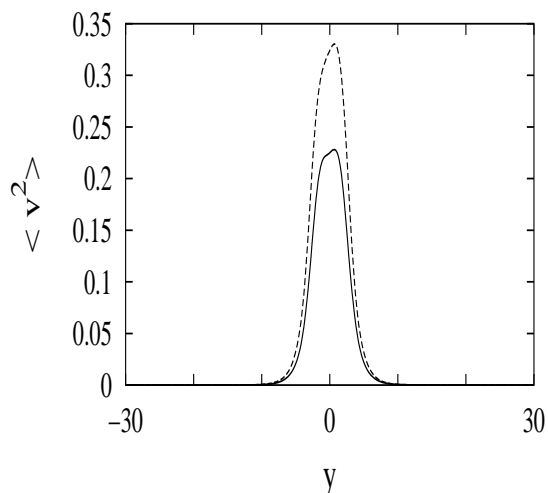


FIG. 4.24 – Profils de vitesse transversale observés à  $t = 25,088$  dans les simulations bidimensionnelles 2DI0.2\_0 ( - - - ) et tridimensionnelles 3DI0.2 ( — ) d’une couche de mélange isotherme.

### 4.2.4 Interprétations des résultats

Les estimations que nous avons obtenues à partir de l’analogie de Lighthill sont en excellent accord avec le calcul acoustique direct, aussi bien en utilisant les données issues des simulations bidimensionnelles que des simulations tridimensionnelles de l’écoulement. D’autre part, nous avons pu vérifier que la contribution du terme (2) était globalement négligeable, et que la contribution du terme (1) domine très largement le rayonnement sonore dans ces cas de couches de mélange isothermes, à nombre de Mach modéré  $M < 0,8$ .

L’analogie de Lighthill montre que l’émission acoustique dans la direction  $y$  est conditionnée uniquement par la composante de vitesse transversale, dans le cas unidimensionnel traité ici. C’est donc simplement le comportement des fluctuations de cette composante qui va déterminer les niveaux acoustiques obtenus en champ lointain. Pour le cas présent de la couche de mélange, de précédents auteurs (Lesieur *et al.* [65], Comte [27]) ont montré que la dynamique de cet écoulement dans un contexte purement 2D peut entraîner une surestimation des fluctuations transverses par comparaison au cas 3D. Dans ce dernier cas, les mouvements tridimensionnels ont tendance à redistribuer de l’énergie aux trois composantes de vitesse fluctuante. Cette redistribution s’effectue au bénéfice de la composante  $\langle w'w' \rangle$  et au détriment de la composante  $\langle v'v' \rangle$ , qui conditionne le comportement de l’intensité acoustique. À partir de cette analyse, on conçoit aisément que l’apparition de la tridimensionnalité induise une réduction des émissions acoustiques produites par l’écoulement.

## Chapitre 4. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange isotherme

---

Sur la figure 4.24, nous avons représenté les profils de vitesse transversale  $\langle v^2 \rangle$  dans l'écoulement, aux instants correspondant au maximum d'intensité observé dans les simulations 2D et 3D à  $M = 0, 2$ . On constate effectivement que les amplitudes des fluctuations de vitesses sont plus élevées dans la simulation 2D que dans la simulation 3D. Néanmoins, l'écart relevé entre les intensités acoustiques calculées dans les simulations 2D et 3D est beaucoup plus important que l'écart observé entre les fluctuations de vitesse transversales des simulations 2D et 3D. De plus, la forme du profil des vitesses transversales, ainsi que son évolution au cours du temps différente dans les cas 2D et 3D, sont susceptibles d'influencer l'émission acoustique. Ce phénomène de surestimation des vitesses transversales dans les simulations 2D ne peut donc pas expliquer à lui seul toutes les différences de comportement acoustique observées dans les cas 2D par rapport aux cas 3D.

### 4.2.5 Loi dimensionnelle d'évolution de l'intensité acoustique

À partir d'une simple analyse dimensionnelle de la solution de l'équation d'onde en espace libre et en champ lointain, Lighthill [68] a déduit sa fameuse loi d'évolution de l'intensité acoustique avec la puissance huitième de la vitesse caractéristique de l'écoulement. Nous allons appliquer la même démarche d'analyse dimensionnelle à la solution de l'équation d'onde vérifiée par notre écoulement, pour obtenir une loi d'évolution de l'intensité acoustique produite par la couche de mélange temporelle.

Dans la partie précédente, nous avons vu que, pour la gamme des nombres de Mach considérés, la contribution du terme (2) était négligeable dans l'émission sonore globale de l'écoulement isotherme. Nous ne retenons donc que le terme (1) pour réaliser cette analyse dimensionnelle. La variation de la masse volumique en champ lointain est obtenue par

$$\langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) = \frac{1}{2c_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y'} \langle \rho v^2 \rangle \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy' \quad (4.17)$$

En champ lointain, on peut utiliser l'approximation

$$\frac{\partial}{\partial y} \approx \frac{1}{c_2} \frac{\partial}{\partial t} \quad (4.18)$$

soit

$$\langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) = \frac{1}{2c_2^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho v^2 \rangle \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy' \quad (4.19)$$

L'analyse dimensionnelle est effectuée en notant  $L$  la longueur caractéristique de référence et en prenant  $\Delta U$  comme échelle de vitesse caractéristique dans l'écoulement. On a, en supposant que les variations de masse volumique dans la zone de l'écoulement

---

## 4.2. Prédictiones acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

sont négligeables ( $\rho \approx \rho_2$ )

$$\begin{aligned} \langle \rho v^2 \rangle &\sim \rho_2 (\Delta U)^2 \\ \frac{\partial}{\partial t} &\sim \frac{\Delta U}{L} \end{aligned} \tag{4.20}$$

Pour la masse volumique acoustique  $\rho_a = \rho - \rho_2$ , l'analyse dimensionnelle fournit l'estimation suivante,

$$\rho_a \sim \frac{1}{c_2^3} \frac{\Delta U}{L} \rho_2 (\Delta U)^2 L \tag{4.21}$$

soit

$$\rho_a \sim \rho_2 \frac{(\Delta U)^3}{c_2^3} \tag{4.22}$$

Ensuite, on peut remonter à une analyse dimensionnelle de l'intensité acoustique  $I = \frac{c_2^3}{\rho_2} \rho_a^2$ ,

$$I \sim \rho_2 c_2^3 \frac{(\Delta U)^6}{c_2^6} \tag{4.23}$$

soit

$$\frac{I}{\rho_2 c_2^3} \sim M^6 \tag{4.24}$$

Il résulte donc de cette analyse dimensionnelle de la solution de l'analogie de Lighthill que l'intensité acoustique émise par notre écoulement de couche de mélange plane temporelle est proportionnelle à la puissance sixième du nombre de Mach  $M$  de l'écoulement.

Sur la figure 4.25, nous avons représenté l'évolution en fonction du nombre de Mach du maximum de l'intensité acoustique observée dans nos simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles. L'utilisation de l'échelle logarithmique transforme l'évolution de la loi dimensionnelle en une droite de pente 6.

On constate que la loi théorique d'évolution de l'intensité est très bien vérifiée dans nos simulations temporelles jusqu'à  $M = 0,4$ . À  $M = 0,8$ , on observe un écart entre les valeurs fournies par la loi dimensionnelle et par le calcul direct. On peut supposer, comme l'ont suggéré Lele & Ho [62], que cet écart est dû à la compressibilité de l'écoulement, dont l'analyse dimensionnelle, en négligeant les variations de la masse volumique de l'écoulement, ne tient pas compte.

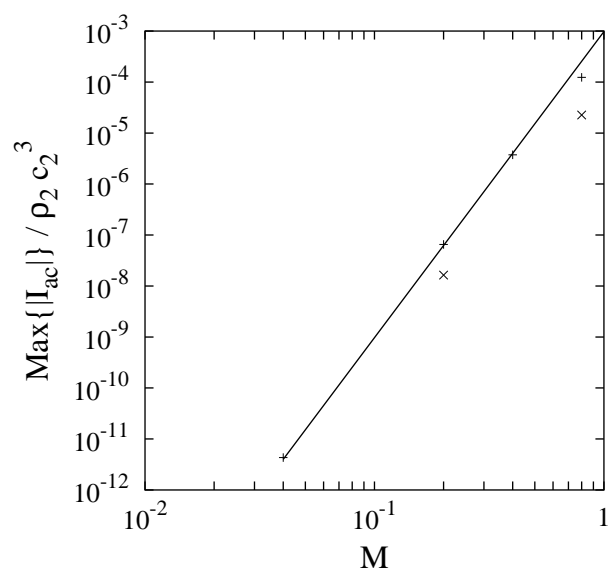


FIG. 4.25 – Évolution de l'intensité acoustique avec le nombre de Mach de l'écoulement, loi de puissance  $M^6$  (—), simulations 2D (+), simulations 3D (×).

## 4.3 Conclusions

Les simulations présentées dans ce travail nous ont permis d'accéder de façon directe à l'émission sonore produite au cours de chacune des phases de la transition d'une couche de mélange temporelle. Dans tous les cas, nous avons observé que l'émission associée au développement de l'instabilité primaire était beaucoup plus faible que celle émise par les deux processus d'appariement. Dans tous les cas bidimensionnels étudiés, la contribution dominante est fournie par le deuxième appariement, tandis que dans les cas les plus tridimensionnels, l'émission acoustique associée au premier processus d'appariement est la plus importante. Les effets tridimensionnels conduisent globalement à une réduction de l'émission acoustique rayonnée par la couche de mélange. Les principales conséquences des effets du nombre de Mach et du nombre de Reynolds de l'écoulement sur le rayonnement sonore ont pu également être mises en évidence. Enfin, les résultats des simulations directes bidimensionnelles et tridimensionnelles ont pu être utilisés pour évaluer la qualité d'une prédiction de bruit basée sur l'analogie de Lighthill. Dans tous les cas, nous avons constaté un excellent accord entre le calcul direct des niveaux de bruit et leur prédiction.

La force de notre modèle d'analyse temporelle repose sur le fait qu'il permet d'identifier l'origine au sein de l'écoulement d'une émission acoustique observée sur la frontière du domaine acoustique. Rappelons que l'analyse des quantités acoustiques moyennes sur la frontière du domaine de calcul permet d'interpréter nos données acoustiques en termes de champ acoustique lointain. Pour conclure, nous pensons que ce modèle d'écoulement temporel constitue un excellent cas test pour la validation des calculs directs acoustiques s'appuyant sur une simulation des grandes échelles. Il peut aussi permettre de valider l'usage de données autres que celles issues d'une simulation directe compressible de l'écoulement, dans les modélisations basées sur l'analogie de Lighthill.

Le chapitre suivant est consacré à l'étude des effets anisothermes sur le rayonnement acoustique de la couche de mélange.





## Chapitre 5

# Rayonnement acoustique d'une couche de mélange anisotherme

Dans ce chapitre, nous étudions le développement et le rayonnement acoustique émis par des couches de mélange temporelles anisothermes. Il est intéressant en effet d'évaluer l'influence des effets de la température de l'écoulement sur le rayonnement acoustique puisque, dans de nombreux cas, les jets d'intérêt pratique sont fortement chauffés. De plus, rappelons que les études expérimentales (Fisher *et al.* [37], voir chapitre 1) ont mis en évidence une différence de comportement acoustique importante entre les jets isothermes et anisothermes :

- pour un nombre de Mach inférieur à 0,7, une augmentation de la température du jet se traduit par une augmentation du bruit rayonné ;
- pour un nombre de Mach supérieur à 0,7, une augmentation de la température du jet se traduit par une diminution du bruit rayonné.

L'importance des effets anisothermes constatés dans ces expériences suggère la nécessité d'une prise en compte adéquate des effets associés à une répartition non-uniforme de la température dans les modèles de prédiction du bruit. Pour aider au développement de ces modèles spécifiques, le recours à la simulation directe, apportant une connaissance précise de la structure de l'écoulement, paraît tout à fait indiqué.

Dans le chapitre précédent, l'étude que nous avons menée a permis l'examen de la relation entre les mécanismes transitionnels intervenant dans le développement de l'écoulement et le rayonnement acoustique produit par une couche de mélange isotherme. La même technique d'analyse directe peut contribuer à une meilleure compréhension des mécanismes de génération de bruit dans les écoulements anisothermes. Nous abordons donc dans un premier temps, l'étude des effets de la température sur l'émission sonore de l'écoulement, par le calcul direct du champ acoustique. Dans un second temps, des prédictions du rayonnement acoustique s'appuyant sur l'analogie de Lighthill sont réalisées.

## 5.1 Calcul direct du rayonnement acoustique

Le calcul direct du champ acoustique d'une couche de mélange anisotherme est obtenu par la résolution directe des équations de Navier-Stokes. La première partie regroupe les informations concernant la mise en œuvre numérique, et rappelle les conditions initiales utilisées. Ensuite, nous présentons les résultats dynamiques et acoustiques issus de nos simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles du développement transitionnel d'une couche de mélange anisotherme.

### 5.1.1 Conditions initiales et paramètres de l'écoulement

Nous considérons ici l'évolution au cours du temps d'une couche de mélange plane, se développant entre deux courants de vitesse, température et masse volumique respectives  $(U_1, T_1, \rho_1)$  et  $(U_2, T_2, \rho_2)$ . Rappelons que, dans nos simulations de couches de mélange anisothermes, la valeur du rapport de température  $T_1/T_2$  est supérieure à 1, ce qui implique que les régions « chaude » et « froide » de l'écoulement sont repérées respectivement par les indices 1 et 2. Nous choisissons  $U_1$  et  $U_2$  pour que la vitesse de convection des tourbillons primaires (voir chapitre 3, équation 3.26) soit nulle :  $U_c = 0$ . Les nombres de Mach et de Mach convectif sont respectivement  $M = \Delta U/c_2$  et  $M_c = \Delta U/(c_1 + c_2)$ . Notons que les comparaisons de couches de mélange isotherme/anisotherme que nous réalisons sont effectuées à nombre de Mach  $M$  constant, (ce qui signifie par conséquent que le nombre Mach convectif diffère dans les couches de mélange isothermes et anisothermes) pour reproduire la configuration des études expérimentales.

Nous présentons les résultats issus de simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de l'écoulement, en considérant différents nombres de Mach et rapports de température. Dans chaque cas, le développement et le rayonnement acoustique de la couche mélange anisotherme sont comparés à ceux de la couche de mélange isotherme correspondante.

Les simulations anisothermes sont réalisées en imposant les mêmes profils initiaux de vitesse moyenne (en tangente hyperbolique) et les mêmes champs de perturbations incompressibles que dans les simulations isothermes. Le profil de température moyenne est déduit du profil de vitesse en utilisant la relation de Crocco Busemann :

$$\begin{aligned} T(y) &= \frac{1}{2c_p} [-U^2(y) - U_1U_2 + U(y)(U_1 + U_2)] \\ &+ (T_1 - T_2) \frac{U(y)}{U_1 - U_2} + \frac{T_2U_1 - T_1U_2}{U_1 - U_2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

---

## 5.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

La pression initiale est supposée uniforme ( $p_1 = p_2$ ). Enfin, rappelons que la normalisation adoptée pour la présentation des résultats est  $\delta_\omega = 1$ ,  $\Delta U/2 = 1$ ,  $\rho_2 = 1$  et  $c_p = 1$ .

Les simulations présentées ici utilisent un domaine de calcul de mêmes dimensions que les simulations isothermes correspondantes exposées dans le chapitre précédent. Les tailles du domaine sont  $L_x = 30,7$  dans la direction de l'écoulement et  $L_y = 60$  dans la direction transversale. La dimension latérale dans les simulations tridimensionnelles est  $L_z = 30,7$ .

### 5.1.2 Étude de la couche de mélange à $M = 0,2$

Nous présentons tout d'abord les résultats issus d'une simulation bidimensionnelle (notée 2DA0.2) de couche de mélange anisotherme à  $M = 0,2$  avec un rapport de température  $T_1/T_2 = 2$ , qui nous servira de référence dans la suite de nos investigations. Le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut 400. Le calcul utilise un maillage comportant  $257 \times 321$  points de grille, uniformément répartis dans la direction périodique  $x$  et non-uniformément distribués dans la direction transversale  $y$ , avec la valeur du paramètre d'étirement des mailles  $\mathbf{b} = 1,7$ . Précisons que le nombre de points utilisé pour les simulations isothermes et anisothermes a été déterminé à partir des cas anisothermes, plus exigeants en résolution. Fouillet [41] avait déjà noté cette exigence plus forte des simulations traitant les cas anisothermes. Ainsi, les calculs isothermes du chapitre 4 sont légèrement sur-résolus. De façon plus générale, les calculs bidimensionnels que nous présentons dans ce travail sont plutôt sur-résolus.

La figure 5.1 compare l'évolution temporelle du champ de vortacité dans la couche de mélange anisotherme (2DA0.2) à celle de la couche de mélange isotherme correspondante (2DI0.2). L'évolution observée dans la couche de mélange anisotherme est conforme au développement transitionnel d'une couche de mélange bidimensionnelle : développement des instabilités primaires donnant naissance à quatre tourbillons de type Kelvin-Helmholtz (figure 5.1-a), première phase d'appariement des tourbillons deux à deux (figures 5.1-b et -c), puis deuxième processus d'appariement entre les deux structures restantes (figures 5.1-d et -e). On peut remarquer l'influence des effets anisothermes sur le champ de vortacité, notamment à la périphérie des tourbillons, où apparaissent des maxima de vortacité de signe identique à celui de la vortacité principale, mais aussi de signe opposé (création d'« anti-vortacité »). Le maximum d'anti-vortacité, dont la valeur est de 0,7, est atteint au cours du premier appariement, à  $t = 44$ . On relèvera également le décalage temporel important observé dans l'évolution transitionnelle. Toutes ces observations s'accordent avec celles effectuées par de précédents auteurs [41, 77]. Une interprétation de ces phénomènes peut être effectuée en considérant l'équation satisfaite par la vortacité potentielle  $\omega/\rho$  :

Chapitre 5. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange anisotherme

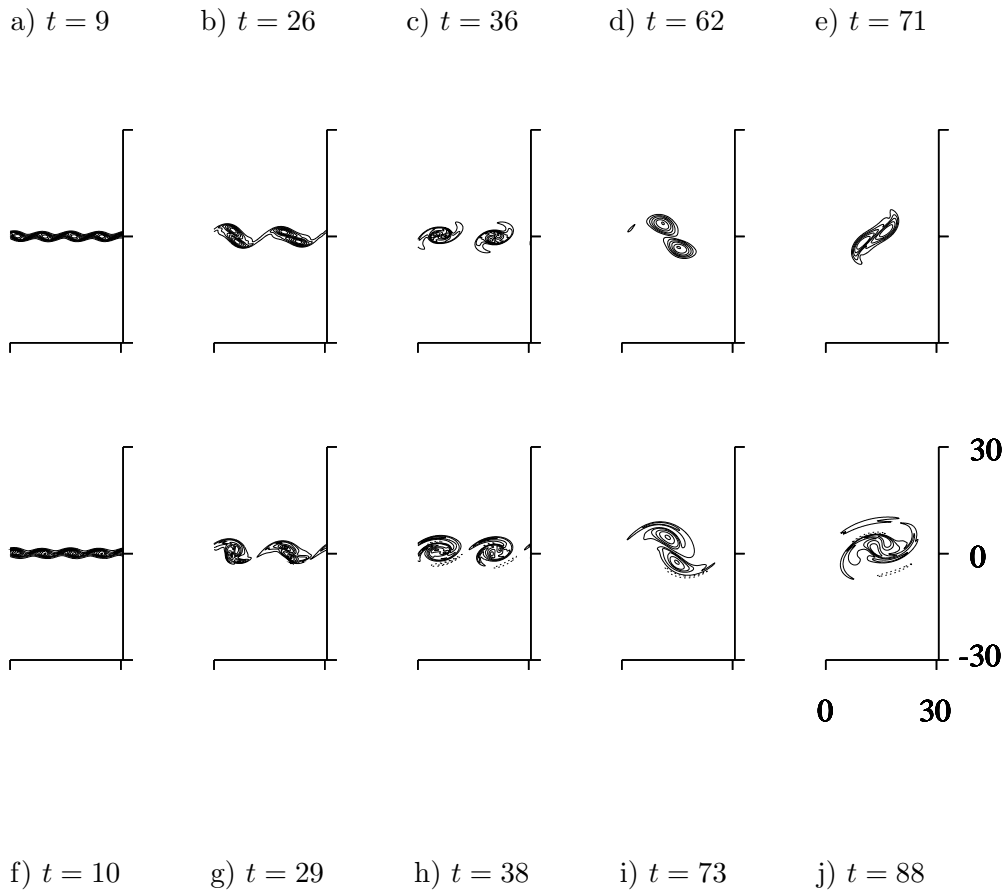


FIG. 5.1 – Iso-contours de la vorticité des couches de mélange isotherme 2DI0.2 (a-e : min. = -2,0; max. = -0,2; inc. = 0,2) et anisotherme 2DA0.2 (f-j : min. = -2,0; max. = 0,6; inc. = 0,2) à  $M = 0,2$ ; ( - - - ) valeurs positives, ( — ) valeurs négatives.

## 5.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

Simulation	$M$	$M_c$	$T_1/T_2$	$\Delta t$
2DI0.2	0,2	0,1	1	0,00625
2DA0.2_0	0,2	0,098	1,1	0,00625
2DA0.2	0,2	0,083	2	0,00625

TAB. 5.1 – Paramètres des simulations bidimensionnelles de couches de mélange à  $M = 0,2$  pour différents rapports de température.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}}{\rho} \right) = \left( \overline{\mathbf{grad} \mathbf{u}} \right) \frac{\boldsymbol{\omega}}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} (\mathbf{grad} p \wedge \mathbf{grad} \rho) + \frac{\nu}{\rho} \Delta \boldsymbol{\omega} \quad (5.2)$$

Lele [58] et Fouillet [41] ont vérifié dans leurs simulations que les termes visqueux étaient d'un ordre de grandeur inférieur aux autres termes. En négligeant les termes visqueux, cette équation se réduit, en deux dimensions, à :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\omega_z}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^3} (\mathbf{grad} p \wedge \mathbf{grad} \rho) \cdot \mathbf{z} \quad (5.3)$$

D'après Lele [58] et Fouillet [41], lorsque la couche de mélange est anisotherme, le fluide n'est plus barotrope et le terme barocline n'est plus négligeable. La vorticité potentielle n'est alors plus conservée en suivant le mouvement du fluide. Le terme barocline est susceptible de produire de la vorticité potentielle, avec une composante  $\omega_z$  positive ou négative. L'existence de l'anti-vorticité peut s'expliquer par le comportement dissymétrique du couple barocline, qui crée de la vorticité potentielle d'un côté et en retire de l'autre (Fouillet [41]). Le ralentissement observé dans le développement de la couche de mélange peut être interprété comme une conséquence de ces effets contra-rotatifs.

La figure 5.2-a fournit la comparaison des intensités acoustiques obtenues à partir des simulations isothermes 2DI0.2 et anisothermes 2DA0.2 à  $M = 0,2$ . Nous considérons ici l'intensité  $I_{ac}$  calculée à la frontière inférieure du domaine  $y = -L_y/2$ , du côté froid. Rappelons que cette intensité se définit comme le produit des moyennes de la composante transversale de vitesse et de la pression acoustique :

$$I_{ac} = \langle v \rangle \langle p - p_2 \rangle \quad (5.4)$$

On remarque que, comme dans le cas isotherme, les processus d'appariements génèrent chacun deux pics successifs dans l'évolution temporelle de  $I_{ac}$ . L'amplitude des pics associés aux appariements est beaucoup plus élevée que celle du pic d'intensité relatif à l'instabilité primaire. Au cours d'un appariement, ces deux pics correspondent aux émissions successives d'une onde de compression et d'une onde de détente, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent. On peut constater que l'amplitude des ondes de détente est plus élevée que celle des ondes de compression, dans le cas anisotherme, à l'inverse de ce qui avait été observé dans le cas isotherme. On observe

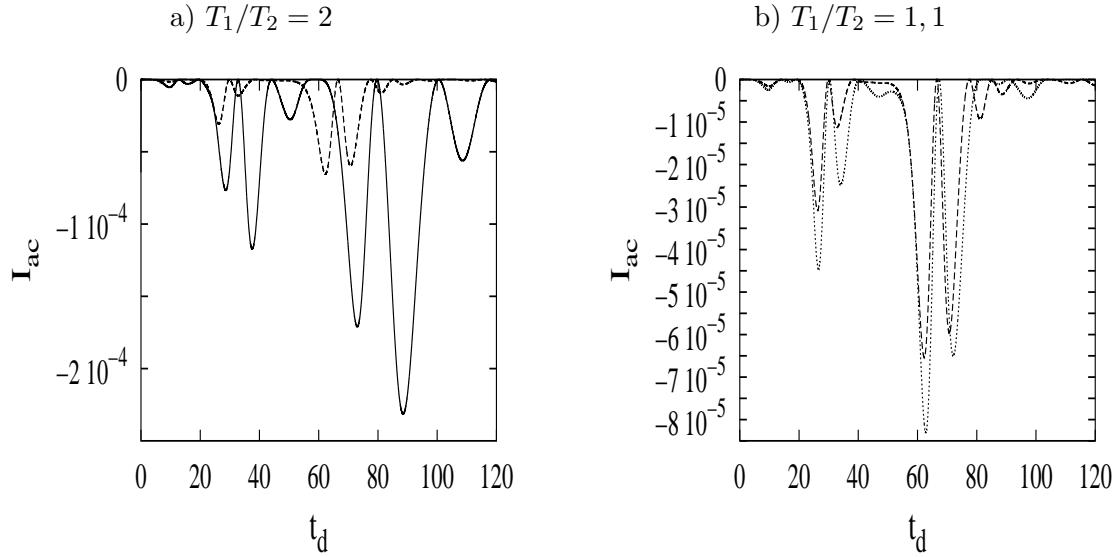


FIG. 5.2 – Évolution temporelle des intensités acoustiques des couches de mélange isothermes ( - - - ) et anisothermes ( ( — ) sur la figure a et ( ··· ) sur la figure b ) à  $M = 0,2$ .

notamment que l'amplitude du pic de détente durant le premier appariement est environ onze fois plus grande dans le cas anisotherme que dans le cas isotherme.

Soulignons le fait que l'intensité acoustique de la couche de mélange anisotherme est dominée par les émissions associées au second appariement, comme celle de la couche de mélange isotherme. Enfin, on note que l'intensité émise par la couche de mélange anisotherme est largement supérieure à celle émise par la couche de mélange isotherme, à tous les instants de l'évolution temporelle : l'amplitude des pics de la couche de mélange anisotherme est globalement deux à cinq fois supérieure à l'amplitude des pics de la couche de mélange isotherme.

Nous avons complété cette étude des effets de la température sur le rayonnement acoustique en réalisant une simulation de la couche de mélange à  $M = 0,2$  avec un rapport de température plus faible  $T_1/T_2 = 1,1$  (voir tableau 5.1). L'intensité acoustique obtenue à partir de cette simulation anisotherme 2DA0.2\_0 est comparée à celle de la simulation isotherme sur la figure 5.2-b. Cette comparaison souligne bien l'influence notable de la température sur l'émission acoustique de la couche de mélange, même pour un faible rapport des températures  $T_1/T_2$ . On remarque en effet que l'augmentation de 10% du rapport de température se traduit par une augmentation d'environ 40% des amplitudes des pics de compression anisothermes par rapport aux valeurs isothermes. Nous constatons aussi que, si la température affecte peu l'amplitude du pic associé à la détente au cours du second appariement, l'amplitude du pic associé à la détente au cours

## 5.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

Simulation	$M$	$M_c$	$T_1/T_2$	$\Delta t$
2DI0.4	0,4	0,2	1	0,0125
2DA0.4	0,4	0,166	2	0,0125
2DI0.8	0,8	0,4	1	0,025
2DA0.8	0,8	0,331	2	0,025

TAB. 5.2 – Paramètres des simulations bidimensionnelles de couches de mélange à différents nombres de Mach.

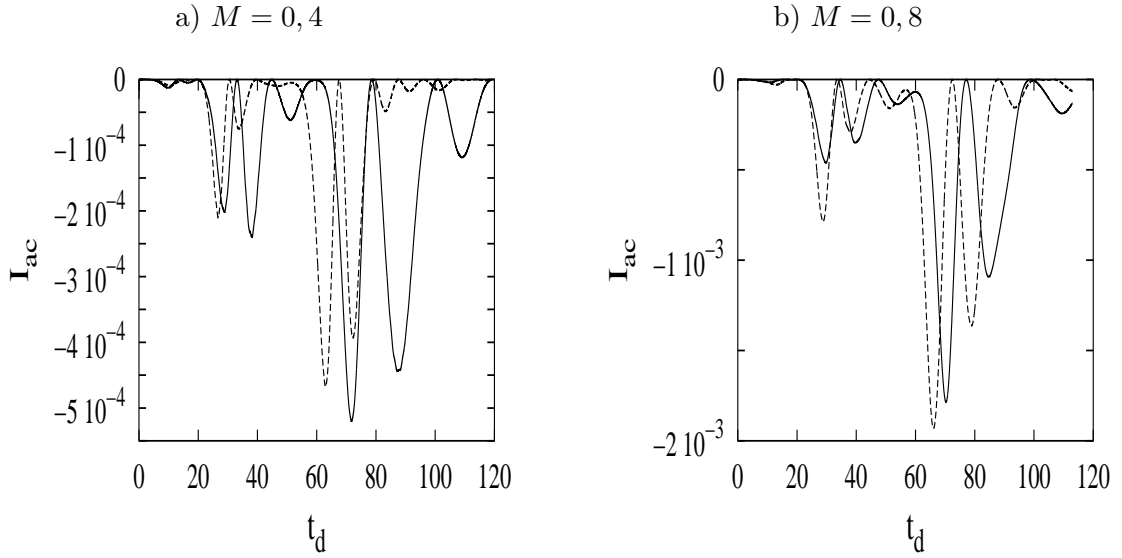


FIG. 5.3 – Évolution temporelle des intensités acoustiques des couches de mélange a) isothermes 2DI0.4 ( - - - ) et anisothermes 2DA0.4 ( — ) à  $M = 0,4$ ; b) isothermes 2DI0.8 ( - - - ) et anisothermes 2DA0.8 ( — ) à  $M = 0,8$ .

du premier appariement est deux fois plus élevée dans le cas anisotherme que dans le cas isotherme.

### 5.1.3 Influence du nombre de Mach

Nous nous intéressons maintenant à l'influence du nombre de Mach sur l'émission acoustique de couches de mélange anisothermes présentant un rapport de température  $T_1/T_2$  égal à 2. Nous analysons pour notre étude les données de simulations effectuées à des nombres de Mach de 0,4 et 0,8 (voir tableau 5.2), en plus de la simulation à  $M = 0,2$  déjà présentée. Dans toutes ces simulations, le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut 400.



## Chapitre 5. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange anisotherme

Simulation	$M$	$M_c$	$T_1/T_2$	$\epsilon$ (%)	$\Delta t$
3DI0.2	0,2	0,1	1	5	0,008
3DA0.2	0,2	0,083	2	5	0,008
3DI0.8	0,8	0,4	1	5	0,032
3DA0.8	0,8	0,331	2	5	0,032

TAB. 5.3 – Paramètres et conditions initiales des simulations tridimensionnelles de couches de mélange anisothermes.

La figure 5.3-a offre la comparaison de l'évolution temporelle de l'intensité acoustique des couches de mélange isothermes et anisothermes à  $M = 0,4$ , tandis que la figure 5.3-b propose la même comparaison pour les couches de mélange à  $M = 0,8$ . On remarque que la contribution sonore associée au second appariement fournit l'émission acoustique la plus élevée pour les couches de mélange anisothermes à  $M = 0,4$  et  $0,8$ . À  $M = 0,4$ , l'émission acoustique de la couche de mélange anisotherme domine toujours celle de la couche de mélange isotherme. On note cependant que l'écart entre les deux courbes est considérablement réduit, en particulier au cours du second appariement. En revanche, à  $M = 0,8$ , l'intensité acoustique émise par la couche de mélange isotherme devient globalement supérieure à celle produite par la couche de mélange anisotherme, sauf au moment de l'émission de l'onde de détente associée au premier appariement. Autrement dit, nous observons le renversement de tendance décrit par Fisher *et al.* à partir d'études expérimentales. Il faut souligner que le fait de reproduire une situation réelle de jet spatial est particulièrement remarquable, compte-tenu la simplicité de notre modèle d'écoulement.

### 5.1.4 Effets tridimensionnels sur les couches de mélange anisothermes

Des simulations tridimensionnelles de couches de mélange anisothermes sont effectuées dans le but d'évaluer l'impact des effets tridimensionnels sur le développement et l'émission acoustique des couches de mélange anisothermes.

Elles utilisent les mêmes domaines de calcul  $(L_x; L_y; L_z) = (30, 7; 60; 30, 7)$  et résolutions  $(n_x, n_y, n_z) = (150, 257, 150)$  (avec le paramètre d'étirement  $\mathbf{b} = 2, 1$ ) que les simulations tridimensionnelles isothermes présentées au chapitre précédent. Des conditions initiales identiques et le même niveau de filtrage sont également employés. Ces simulations sont réalisées pour des couches de mélange avec un rapport de température égal à 2 et pour les deux valeurs du nombre de Mach 0,2 et 0,8 (voir tableau 5.3). Le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut 400.

Les figures 5.4-b, -d et -f montrent l'évolution transitionnelle de la couche de mélange anisotherme à  $M = 0,2$ . Sur les figures 5.4-a, -c et -e l'évolution de la couche de mélange isotherme à  $M = 0,2$  est reproduite aux mêmes instants. Les couches de mélange isotherme et anisotherme se développent de façon assez similaire, du début du processus

## 5.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

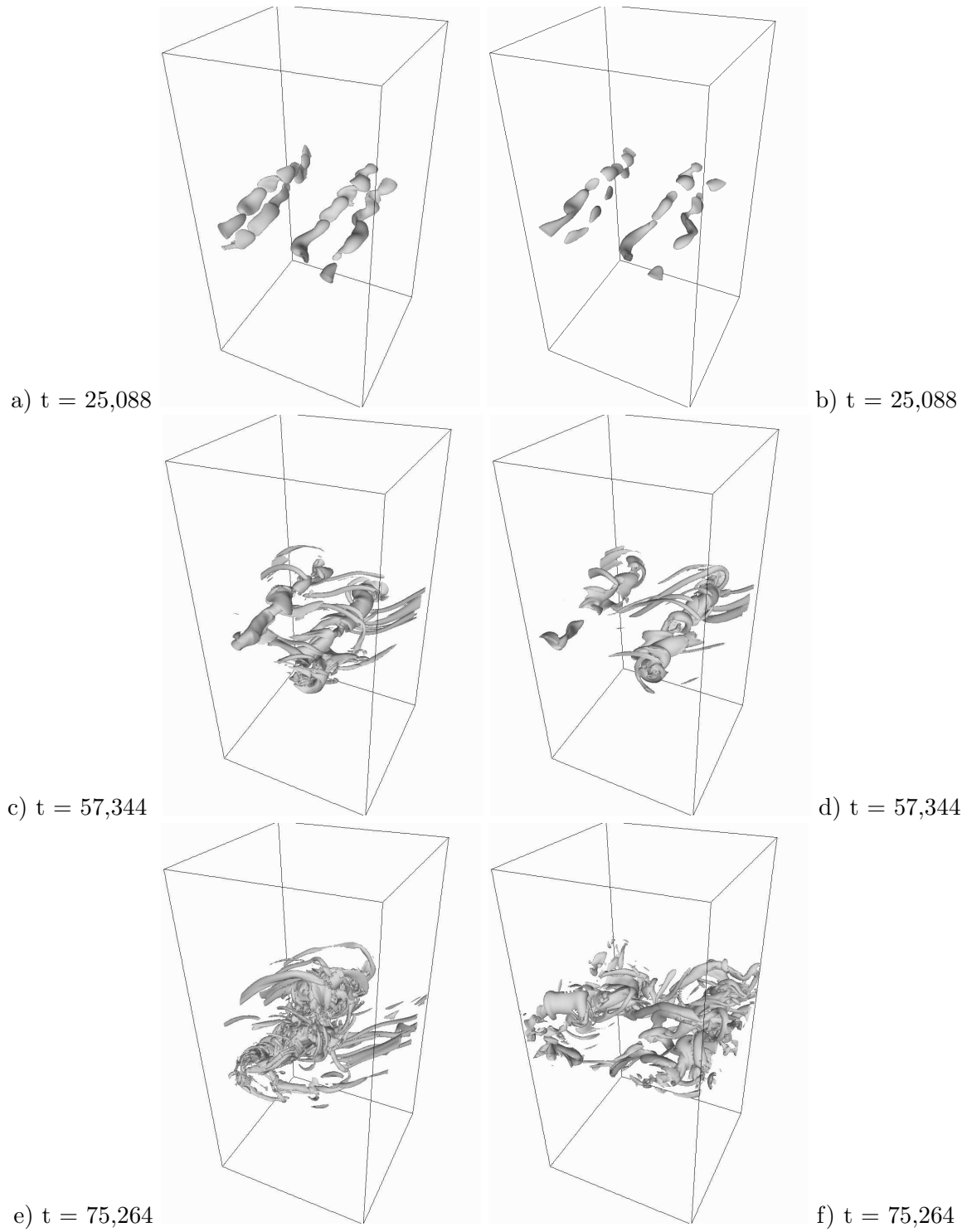


FIG. 5.4 – Iso-surface de l'enstrophie ( $\Omega = 0, 3\Omega_i$ ) de couches de mélange isothermes (a, c et e) et anisothermes (b, d et f) à  $M = 0, 2$ .

## Chapitre 5. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange anisotherme

de transition jusqu'au premier appariement. Les structures observées dans la couche de mélange anisotherme présentent simplement un caractère moins tridimensionnel que celles observées au cours de l'évolution de la couche de mélange isotherme (figures 5.4-c et -d). Après le premier appariement, on remarque que le développement de la couche de mélange anisotherme est ralenti et que le second processus d'appariement est inhibé. En effet, dans le cas anisotherme, les deux structures résultant du premier processus d'appariement sont toujours distinctes, bien qu'elles présentent un caractère tridimensionnel prononcé, à des instants où le second appariement s'est opéré dans le cas isotherme, comme le montrent les figures 5.4-e et -f.

La comparaison du développement à  $M = 0,8$  des couches de mélange isotherme et anisotherme, sur les figures 5.5-a, -c et -e et 5.5-b, -d et -f respectivement, montre les mêmes tendances. Le développement transitionnel et l'apparition des petites échelles tridimensionnelles sont ralentis dans la couche de mélange anisotherme à partir de la fin du premier processus d'appariement et le second processus d'appariement n'a pas lieu.

La figure 5.6-a fournit la comparaison des intensités obtenues à partir des simulations isothermes 3DI0.2 et anisothermes 3DA0.2 des couches de mélanges à  $M = 0,2$ . On constate qu'au cours du développement de l'instabilité primaire et du premier appariement, l'intensité acoustique émise par la couche de mélange anisotherme est nettement supérieure à celle émise par la couche de mélange isotherme. Au delà du premier appariement, il devient difficile de comparer les intensités émises au cours de la suite du développement des couches de mélange isothermes et anisothermes, puisque les processus d'évolution diffèrent : la couche de mélange isotherme développe nettement un second processus d'appariement, qui ne se produit pas dans la couche de mélange anisotherme.

La figure 5.6-b fournit la comparaison des intensités produites par les couches de mélange isothermes et anisothermes à  $M = 0,8$ . Contrairement au cas précédent, les processus d'enroulement et du premier appariement dans la couche de mélange isotherme rayonnent une intensité acoustique plus élevée que ces mêmes processus dans la couche de mélange anisotherme, sauf au moment de l'émission de l'onde de détente associée à l'appariement. Les simulations bidimensionnelles montraient d'ailleurs aussi cette particularité. Comme dans le cas à  $M = 0,2$ , il paraît difficile d'interpréter l'intensité mesurée après le premier appariement, puisque le deuxième appariement ne se produit pas dans le cas de la couche de mélange anisotherme.

Nous avons voulu vérifier que la différence d'émission acoustique entre les simulations 2D et 3D ne provient pas directement de l'ajout du champ initial aléatoire. Comme nous l'avons fait dans le cas des simulations isothermes, nous avons donc réalisé des simulations bidimensionnelles correspondant aux simulations tridimensionnelles présentées ici, en introduisant un forçage aléatoire dans les conditions initiales. La mise en œuvre (tailles du domaine et résolutions) de ces simulations est en tous points identique à celle des

## 5.1. Calcul direct du rayonnement acoustique

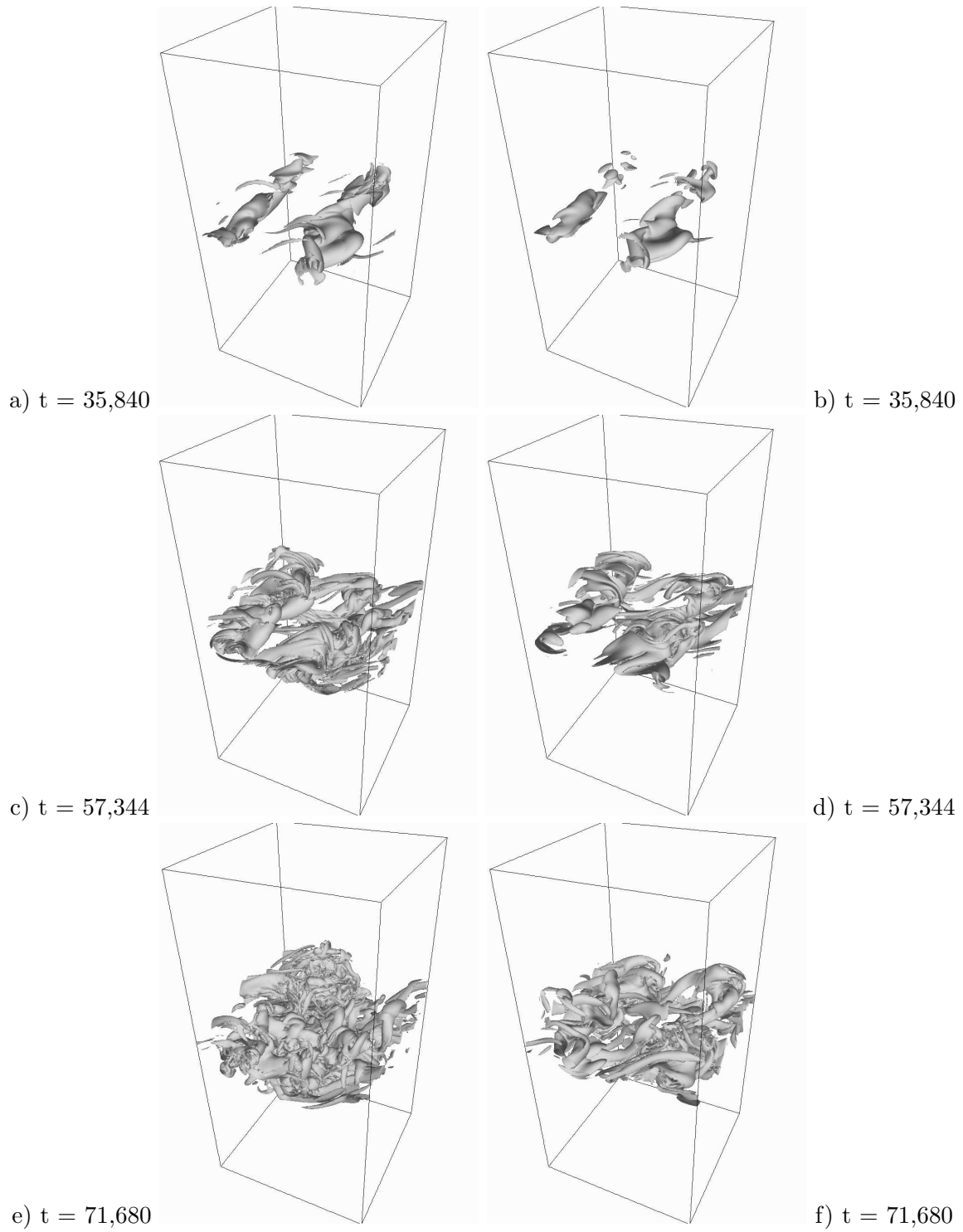


FIG. 5.5 – Iso-surface de l'enstrophie ( $\Omega = 0, 3\Omega_i$ ) de couches de mélange isothermes (a, c et e) et anisothermes (b, d et f) à  $M = 0,8$ .

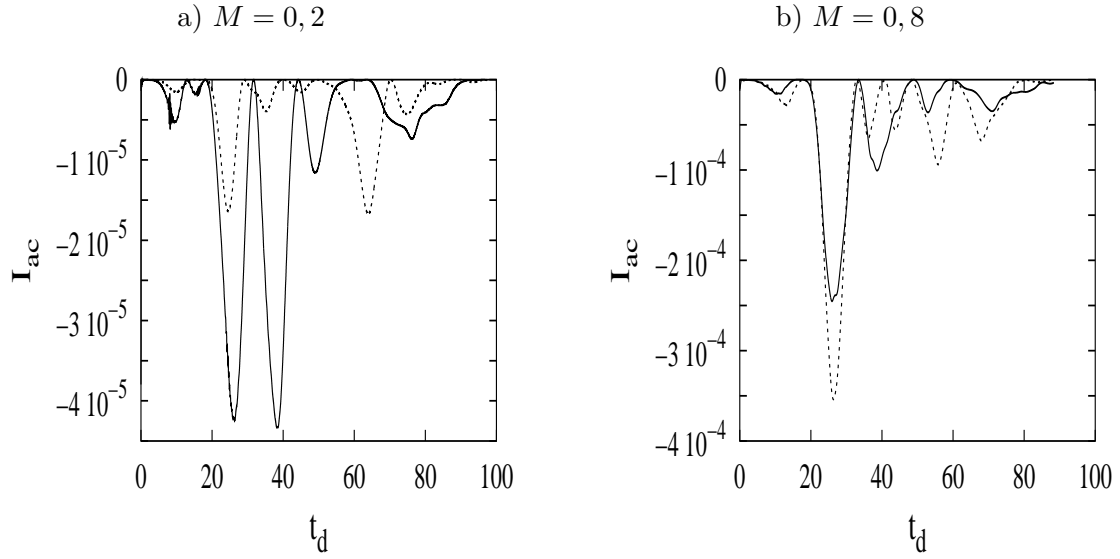


FIG. 5.6 – Évolution temporelle des intensités acoustiques des couches de mélange isothermes ( - - - ) et anisothermes ( — ).

Simulation	$M$	Résolution	Filtrage	$\epsilon$ (%)	$\Delta t$
2DA0.8	0,8	$257 \times 321$	non	0	0,032
2DA0.8_0	0,8	$150 \times 257$	oui	5	0,032
2DA0.2_0	0,2	$150 \times 257$	oui	5	0,008

TAB. 5.4 – Paramètres et conditions initiales des simulations bidimensionnelles.

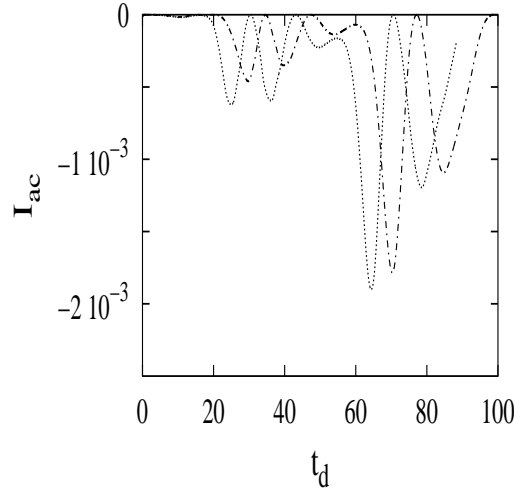


FIG. 5.7 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par une couche de mélange anisotherme à  $M = 0,8$ , simulations bidimensionnelles 2DA0.8 ( - - ) et 2DA0.8\_0 ( ··· ).

simulations isothermes correspondantes.

On peut vérifier sur la figure 5.7 que l'allure générale de l'évolution temporelle des intensités acoustiques est très semblable dans les deux simulations bidimensionnelles 2DA0.8 et 2DA0.8\_0, même si l'on remarque un léger décalage temporel et une élévation des niveaux acoustiques. Rappelons que nous avons observé des phénomènes similaires lors de l'analyse des simulations isothermes correspondantes dans le chapitre précédent.

La figure 5.8-a compare les évolutions de l'intensité acoustique observée dans les simulations tridimensionnelles et bidimensionnelles de la couche de mélange anisotherme à  $M = 0,8$ . La figure 5.8-b propose la même comparaison pour les simulations tridimensionnelles et bidimensionnelles de la couche mélange anisotherme à  $M = 0,2$ . L'émission acoustique produite au cours du développement de l'instabilité primaire est identique dans les simulations 2D et 3D, pour les deux nombres de Mach considérés ici. En revanche, l'amplitude des pics d'intensité acoustique associés au premier appariement est nettement réduite (de deux à trois fois) dans les cas 3D par rapport aux cas 2D. Notons que ces observations concordent avec celles effectuées dans les cas isothermes, lors des comparaisons des émissions acoustiques 2D/3D. Dans la deuxième partie de l'évolution temporelle, l'émission acoustique produite dans les simulations 3D est considérablement inférieure à celle observée dans les simulations 2D. Nous retiendrons que d'une manière générale, les effets tridimensionnels conduisent aussi à réduire le rayonnement acoustique des couches de mélange anisothermes.

Comme nous l'avons expliqué pour les couches de mélange isothermes, les fluctuations

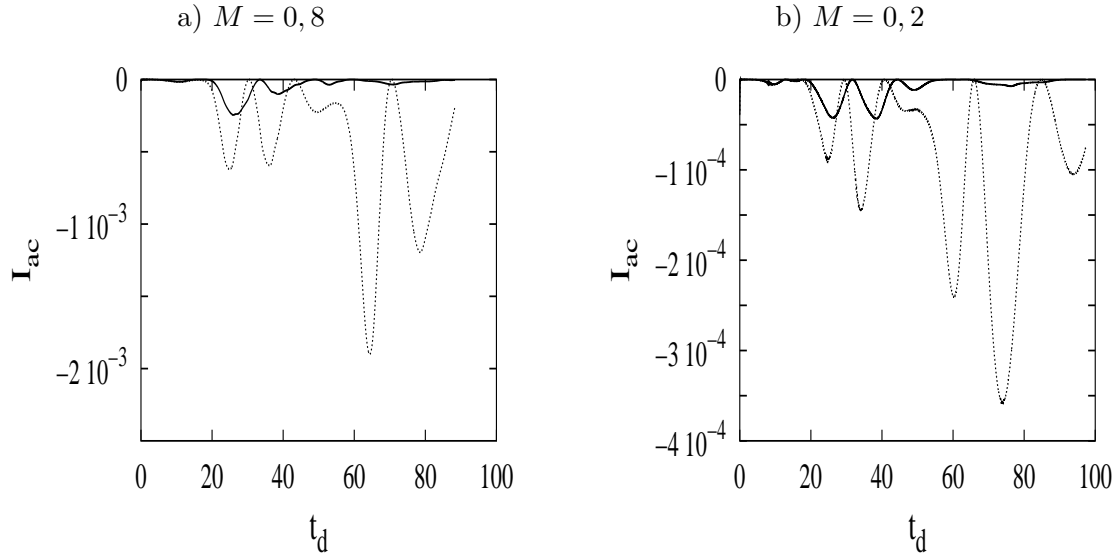


FIG. 5.8 – Évolution temporelle de l'intensité acoustique émise par des couches de mélange anisothermes à  $M = 0,8$  et  $0,2$ ; simulations bidimensionnelles a) 2DA0.8 ( $\cdots$ ), b) 2DA0.2 ( $\cdots$ ); simulations tridimensionnelles a) 3DA0.8 ( $—$ ) b) 3DA0.2 ( $—$ ).

de vitesse transversale sont surestimées dans les cas 2D par comparaison aux cas 3D. L'émission sonore de l'écoulement étant associée dans notre cas temporel à ces fluctuations de vitesse, il est logique d'observer une réduction du bruit rayonné, lorsque les phénomènes 3D apparaissent dans l'écoulement.

### 5.1.5 Conclusions sur le calcul direct

Les simulations que nous avons présentées permettent l'accès direct au rayonnement acoustique émis au cours de chacune des phases de l'évolution temporelle d'une couche de mélange anisotherme temporelle. Du point de vue dynamique, la couche de mélange anisotherme présente qualitativement un développement transitionnel très similaire à celui d'une couche de mélange isotherme. Nos simulations ont mis en évidence une influence des effets anisothermes sur le champ de vorticité de l'écoulement, se traduisant par l'apparition de zones de vorticité contra-rotative à la périphérie des tourbillons. Dans les simulations tridimensionnelles, nous notons que le second processus d'appariement est fortement inhibé dans les cas anisothermes par rapport aux cas isothermes.

Du point de vue acoustique, nous notons à nouveau que l'émission acoustique associ e au développement de l'instabilité primaire reste beaucoup plus faible que celle associ e aux appariements, dans tous les cas considérés. D'autre part, dans les cas 2D, les

## 5.2. Prédiction acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

émissions associées au second appariement dominant le rayonnement sonore, tandis que dans les cas 3D, les émissions associées au premier appariement sont prépondérantes. Ces caractéristiques sont similaires à celles relevées dans le rayonnement acoustique des couches de mélange isothermes et, dans tous les cas, les effets tridimensionnels contribuent à réduire les émissions sonores émises par les couches de mélange. On peut interpréter ce phénomène en partie comme une conséquence du fait que les calculs 2D surestiment les fluctuations de vitesse transversale. Celles-ci sont directement liées d'après l'analogie de Lighthill à la production sonore de l'écoulement (voir chapitre 4, section 4.2.4).

De plus, nous avons pu mettre en évidence deux comportements distincts selon le nombre de Mach considéré :

- à  $M = 0,2$ , l'intensité acoustique émise par la couche de mélange isotherme est inférieure à celle émise par la couche de mélange anisotherme ;
- à  $M = 0,8$ , l'intensité rayonnée par la couche de mélange isotherme est globalement supérieure à celle rayonnée par la couche de mélange anisotherme.

Ce comportement, conforme aux tendances observées expérimentalement par Fisher *et al.* est reproduit avec notre modèle d'écoulement temporel, dans les deux cas des simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles. La représentation de l'évolution en fonction du nombre de Mach du maximum d'intensité observé dans chaque cas sur les figures 5.9-a et -b résume bien ce résultat. Dans les cas isothermes, il est possible de montrer que l'intensité est proportionnelle à la puissance sixième de la vitesse de l'écoulement (droite de pente 6 sur les figures 5.9). Rappelons que dans les cas anisothermes, il est impossible de déterminer une telle loi, avec un exposant unique de puissance de la vitesse de l'écoulement (voir chapitre 1).

## 5.2 Prédiction acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

Dans cette partie, nous mettons en œuvre une estimation du bruit rayonné basée sur l'analogie de Lighthill. Rappelons l'expression de l'analogie que nous utilisons, dans notre cas d'écoulement évoluant temporellement :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle - c_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle = \frac{\partial^2}{\partial y^2} q(y, t) \quad (5.5)$$

avec



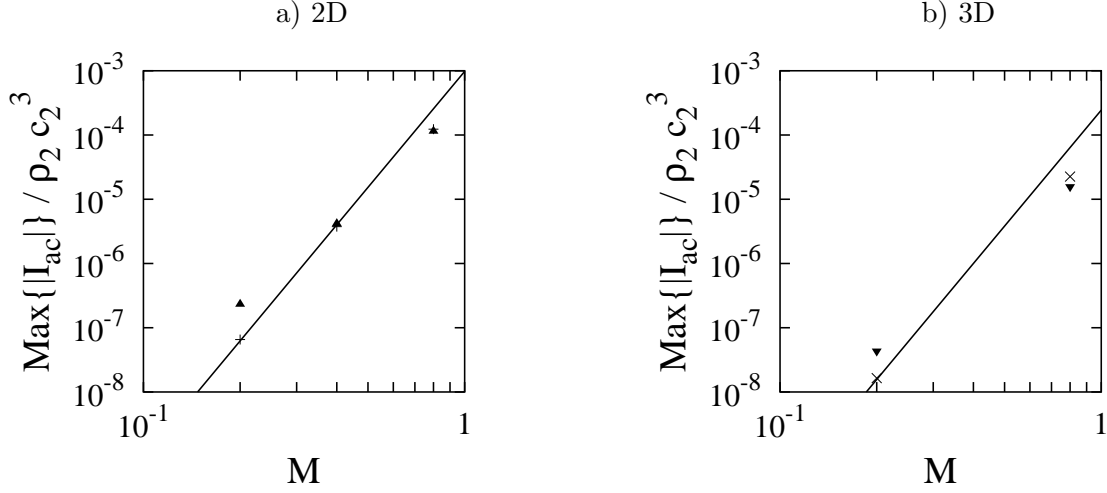


FIG. 5.9 – Évolution de l'intensité acoustique avec le nombre de Mach de l'écoulement,  $M^6$  (—), a) simulations 2D isothermes (+) et anisothermes (▲); b) simulations 3D isothermes (×) et anisothermes (▼).

$$q(y, t) = \underbrace{\langle \rho v^2 \rangle}_{q_1} + \underbrace{\langle p - p_2 - c_2^2(\rho - \rho_2) \rangle}_{q_2} \quad (5.6)$$

À l'aide de la fonction de Green unidimensionnelle associée à l'opérateur de propagation, on peut écrire la solution de l'équation d'onde :

$$\begin{aligned} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \underbrace{\frac{1}{2c_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y'} q_1 \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy'}_{\text{terme (1)}} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{2c_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y'} q_2 \left( y', t - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy'}_{\text{terme (2)}} + \frac{1}{2}(\rho_1 - \rho_2) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Notons la présence d'une constante dans le terme (2), dû au déséquilibre des conditions initiales de masse volumique de part et d'autre de la zone de mélange (voir annexe A).

Les données des simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de couches de mélange anisothermes présentées précédemment sont utilisées pour estimer la valeur des termes sources  $q_1$  et  $q_2$ .

### 5.2.1 Utilisation des données issues des simulations bidimensionnelles

Nous représentons sur la figure 5.10 l’évolution temporelle de la masse volumique acoustique, évaluée à la frontière inférieure du domaine ( $y = -L_y/2$ ), émise par une couche de mélange anisotherme, pour les différentes valeurs du nombre de Mach  $M = 0, 2; 0, 4$  et  $0, 8$ . Les termes sources acoustiques sont estimés à partir des simulations bidimensionnelles référencées 2DA0.2, 2DA0.4 et 2DA0.8 qui ont été présentées dans la partie précédente (voir tableaux 5.1 et 5.2). Comme dans l’étude des cas isothermes, nous comparons le résultat du calcul direct de la masse volumique acoustique et l’estimation fournie par l’analogie de Lighthill.

Soulignons tout d’abord que ces figures montrent un excellent accord entre le calcul direct et l’estimation issue de l’analogie acoustique, et ceci, pour tous les nombres de Mach considérés.

La représentation sur ces figures 5.10 de la contribution séparée des termes (1) et (2) permet d’évaluer l’importance de chacun d’eux dans l’émission acoustique globale. À  $M = 0, 2$ , on constate que le terme (2) fournit largement la contribution la plus importante à toutes les étapes de l’évolution temporelle de l’écoulement. À  $M = 0, 4$ , les contributions des deux termes tendent à devenir du même ordre au cours du processus d’enroulement et de la première phase des deux appariements. La contribution du terme (2) domine toujours largement celle du terme (1) au cours du processus de détente associé à chaque appariement. À  $M = 0, 8$ , la contribution du terme (1) devient prépondérante dans l’émission sonore, sauf au cours du premier processus de détente.

Dans le cas de la couche de mélange à  $M = 0, 2$ , pour laquelle le terme (2) joue le rôle le plus important, nous avons également distingué les contributions des variations de la pression (terme (21)) et de la masse volumique (terme (22)) au sein du deuxième terme source

$$q_2(y, t) = \underbrace{\langle p - p_2 \rangle}_{q_{21}} + \underbrace{\langle -c_2^2(\rho - \rho_2) \rangle}_{q_{22}} \quad (5.8)$$

La représentation de ces deux contributions à l’émission sonore de la couche de mélange à  $M = 0, 2$  est fournie sur la figure 5.11, dans les cas isothermes et anisothermes. Dans les deux cas, nous constatons que les deux types de contributions qu’on peut distinguer dans le terme (2) jouent un rôle dans l’émission acoustique globale et que les amplitudes séparées des deux termes (21) et (22) sont au moins aussi élevées que celle du terme (1). Dans le cas isotherme, on observe sur la figure 5.11-a que les variations de pression (terme (21)) et de masse volumique (terme (22)) se compensent exactement pour donner une contribution globalement nulle du terme (2), conformément aux arguments présentés au chapitre 1, dans la partie 1.2.2. Dans le cas anisotherme, on remarque d’une part que l’amplitude du terme (22) associé aux fluctuations de la masse volumique au sein de l’écoulement est environ deux fois supérieure à celle du terme (1). D’autre part, la

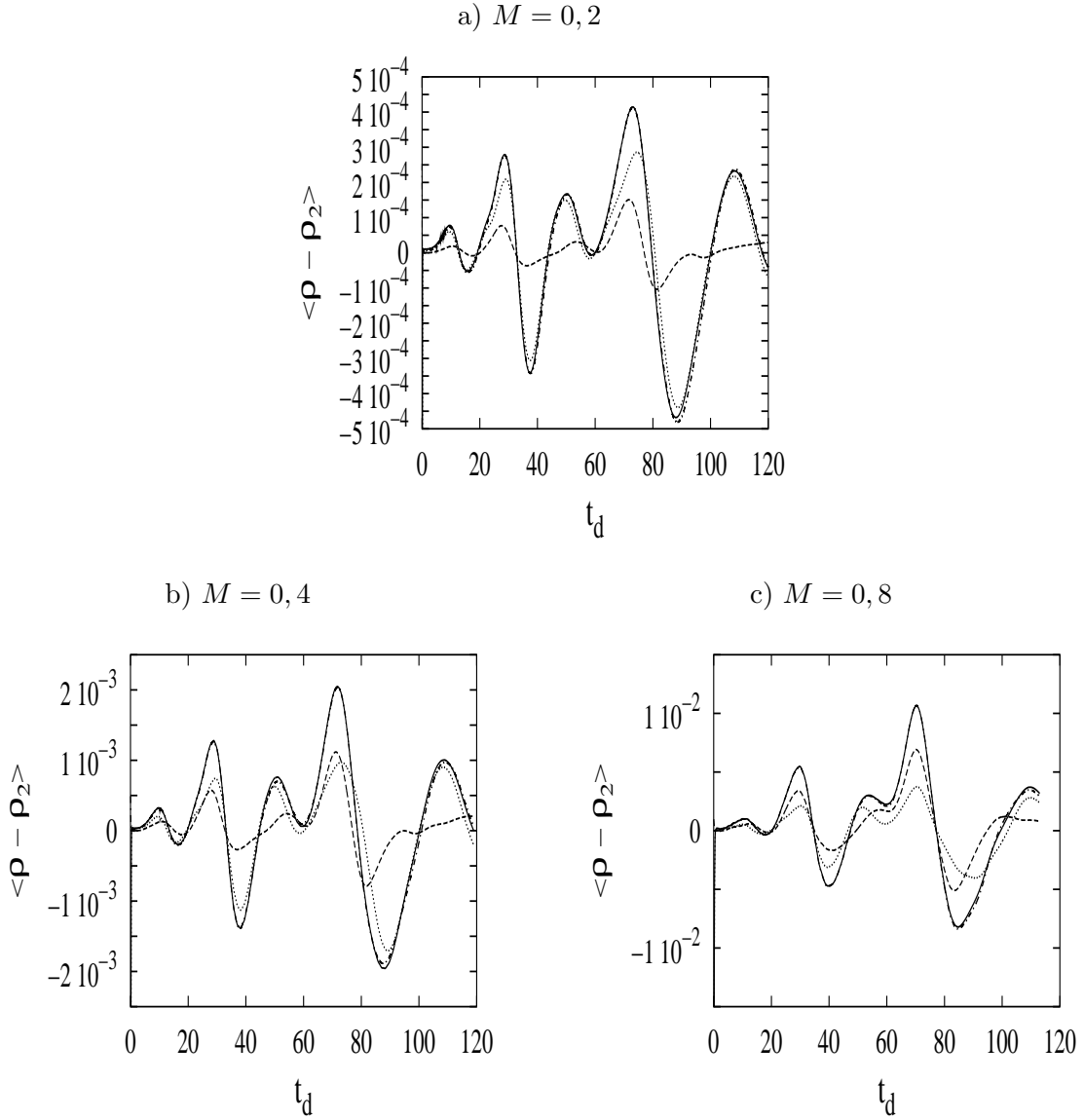


FIG. 5.10 – Comparaison de l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique obtenue par calcul direct ( -.-.- ) et de son estimation par l'analogie de Lighthill ( — ), terme (1) ( - - - ), terme (2) ( ··· ), dans une couche de mélange anisotherme à différents nombres de Mach.

## 5.2. Prédictions acoustiques basées sur l'analogie de Lighthill

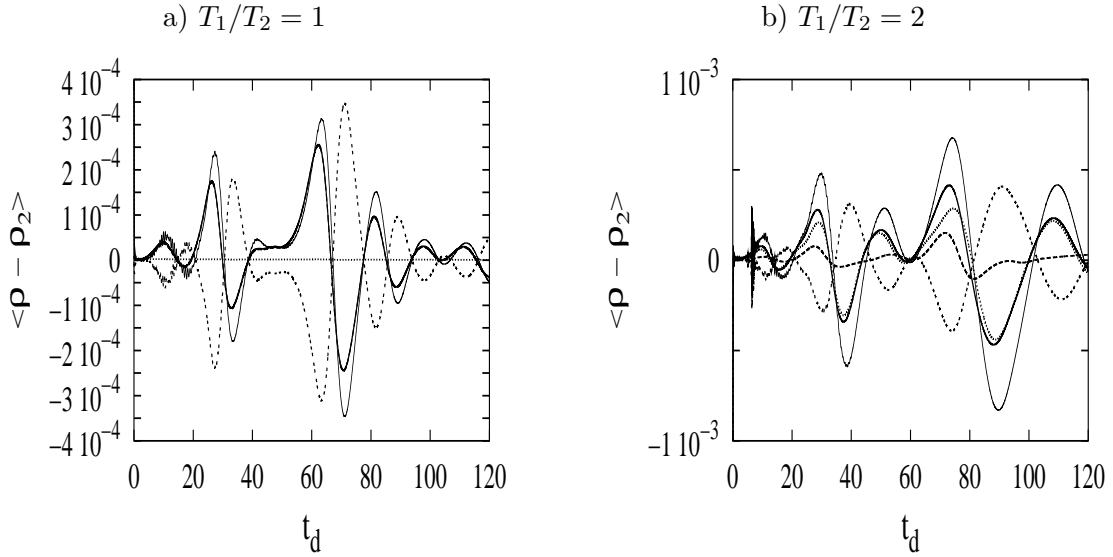


FIG. 5.11 – Comparaison de la contribution des différents termes à l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique, calcul direct ( - - - - ) terme (1) + terme (2) ( — ), terme (1) ( . . . ), terme (2) ( - · - · ), terme (21) ( - - - - ), terme (22) ( — ), dans les couches de mélange isotherme (a) et anisotherme (b) à  $M = 0, 2$ .

contribution du terme (21) associé aux fluctuations de pression dans la zone de mélange ne compense plus celle du terme (21) associé aux fluctuations de masse volumique, dont les amplitudes sont plus importantes. Nous reviendrons par la suite sur ces derniers points.

### 5.2.2 Utilisation des données issues des simulations tridimensionnelles

Nous complétons cette investigation en présentant sur la figure 5.12 l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique, en utilisant cette fois une estimation des termes sources acoustiques obtenue à partir des simulations tridimensionnelles des couches de mélange 3DA0.2 et 3DA0.8 (voir tableau 5.3).

Les prédictions déduites de l'analogie acoustique sont comparées à la masse volumique acoustique issue du calcul direct. Dans les deux cas, l'accord obtenu est très satisfaisant. Nous notons cependant un léger écart entre la prédiction et le calcul direct à  $M = 0, 2$ . Nous remarquons qu'à  $M = 0, 8$ , l'émission sonore est nettement dominée par la contribution du terme (1), tandis qu'à  $M = 0, 2$ , le terme (2) fournit l'émission acoustique prépondérante. Enfin, nous observons que dans les deux cas, le terme (2) joue un rôle important dans le processus de détente associé à l'appariement.

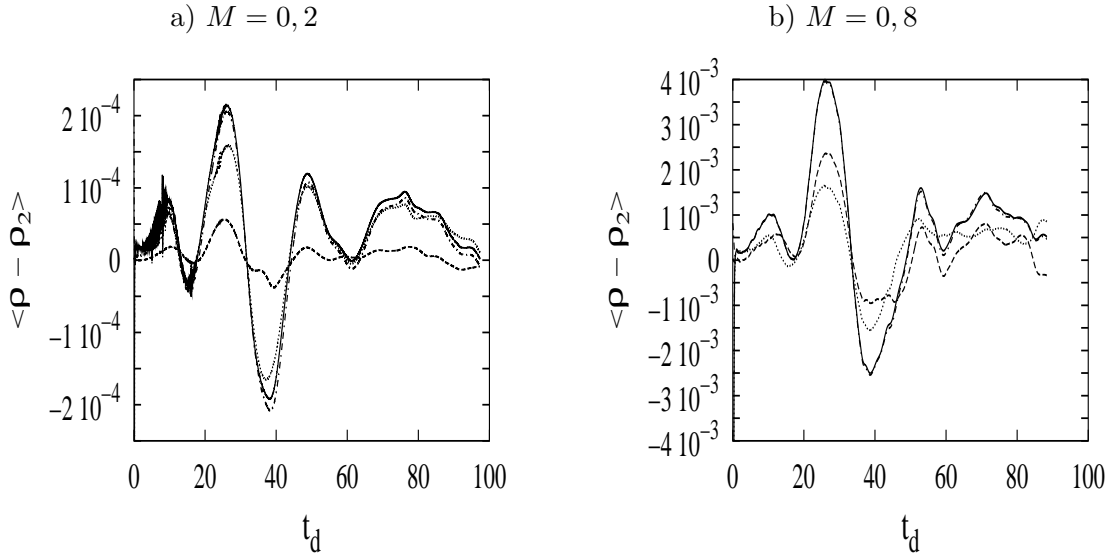


FIG. 5.12 – Comparaison de l'évolution temporelle de la masse volumique acoustique obtenue par calcul direct ( -.-.- ) et de son estimation par l'analogie de Lighthill ( — ), terme (1) ( - - - ), terme (2) ( ··· ), dans une couche de mélange anisotherme à différents nombres de Mach,  $Re = 400$ .

### 5.2.3 Interprétations des résultats

Les estimations du rayonnement sonore de couches de mélange anisothermes que nous avons réalisées montrent une excellente concordance avec les résultats issus du calcul direct, dans les deux cas bidimensionnels et tridimensionnels. Contrairement aux cas isothermes, la description du rayonnement sonore dans les cas anisothermes nécessite la prise en compte des deux termes sources  $q_1 = \langle \rho v^2 \rangle$  et  $q_2 = \langle p - p_2 - c_2^2(\rho - \rho_2) \rangle$ .

À bas nombre de Mach, le terme  $q_2$  domine très fortement le rayonnement acoustique de la couche de mélange anisotherme, alors qu'il est négligeable dans le rayonnement acoustique de la couche de mélange isotherme. L'élévation des niveaux sonores qui en résulte est plus importante que la réduction des niveaux consécutive à la diminution de la masse volumique dans le terme  $q_1$ . Ainsi, le rayonnement sonore de la couche de mélange anisotherme est plus élevé que le rayonnement sonore de la couche de mélange isotherme. Au contraire, lorsque le nombre de Mach de l'écoulement est plus élevé, la contribution relative de  $q_2$  devient moins importante et ne suffit plus à compenser la réduction du niveau sonore résultant de la diminution de masse volumique dans le terme  $q_1$ . Notons que dans ce cas, les effets de compressibilité s'ajoutent aux effets de l'augmentation de la température pour contribuer à réduire la masse volumique dans la zone source. Le rayonnement émis par la couche de mélange anisotherme est alors moins élevé que celui émis par la couche de mélange isotherme. L'analyse des contributions séparées de chaque

terme nous a ainsi permis d'interpréter l'origine de l'inversion de tendance dans l'émission sonore comme le changement d'influence du terme dominant.

Nous notons dans le cas anisotherme, au plus faible nombre de Mach considéré ( $M = 0,2$ ), l'existence d'oscillations au début de l'évolution de la masse volumique acoustique, aussi bien dans le calcul direct que dans l'approche analogique. Elles sont plus marquées dans les simulations 3D (voir la figure 5.12-a), mais elles apparaissent aussi dans les simulations 2D (voir les figures 5.10-a, 5.11-b). Il nous est difficile de déterminer l'origine exacte de ces oscillations. Nous les attribuons à un éventuel problème de résolution spatiale, les simulations anisothermes étant plus exigeantes sur ce point que les simulations isothermes. Les visualisations du champ dynamique n'ont pas permis de détecter un tel problème de résolution spatiale, et les émissions acoustiques prépondérantes ne sont pas affectées par ces oscillations. Il semble concevable qu'un calcul paraissant suffisamment résolu du point de vue dynamique aboutisse néanmoins à un champ acoustique présentant quelques anomalies.

## 5.3 Conclusions

Les simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de couches de mélange anisothermes que nous avons réalisées nous ont permis de mettre en évidence les effets de la température sur les phases transitionnelles de l'écoulement d'une part et sur le rayonnement acoustique émis. D'autre part, dans tous les cas considérés, les évolutions temporelles de la couche de mélange anisotherme et son émission acoustique sont comparées à celles de la couche de mélange isotherme au même nombre de Mach. Du point de vue dynamique, nous avons pu constater un ralentissement du développement de la couche de mélange dû à la présence d'un gradient de température dans l'écoulement, notamment à faible de nombre de Mach. Dans les cas tridimensionnels anisothermes, le second processus d'appariement est très fortement inhibé.

Du point de vue acoustique, nous avons pu observer dans l'émission acoustique associée à chacune des phases de la transition des tendances similaires à celles relevées dans le rayonnement sonore des couches de mélange isothermes. Les effets tridimensionnels contribuent globalement à réduire l'émission acoustique rayonnée par la couche de mélange anisotherme. Nous avons également mis en évidence les principales conséquences des effets de la température sur le rayonnement acoustique d'une couche de mélange, et reproduit avec notre modèle d'écoulement temporel les tendances observées expérimentalement dans le cas d'un jet chaud en développement spatial.

Enfin, les résultats de ces simulations ont été utilisés pour mettre en œuvre une prédiction du bruit basée sur l'analogie de Lighthill. Comme dans les cas isothermes,

## Chapitre 5. Rayonnement acoustique d'une couche de mélange anisotherme

nous avons constaté un excellent accord entre le calcul direct des niveaux de bruit et leur prédiction. Ceci montre la validité de l'usage de l'analogie de Lighthill pour la prédiction de l'émission sonore des écoulements anisothermes, en tenant compte d'un terme source plus complet. De plus, l'analyse que nous avons réalisée des contributions séparées de chaque terme source nous permet d'interpréter l'origine de l'inversion de tendance observée dans l'émission acoustique des jets chauds et froids, comme le résultat d'un changement de terme source prédominant.

# Conclusion générale

Dans l'étude bibliographique menée au premier chapitre, nous avons mis en évidence les principales caractéristiques du rayonnement sonore des jets subsoniques. Nous avons également souligné le fait que les études expérimentales n'ont pas permis jusqu'à maintenant de déterminer clairement les mécanismes physiques responsables de la génération de bruit, en dehors du fait que les zones de production du bruit semblent principalement associées, pour les jets subsoniques, aux zones de mélange de l'écoulement.

Les progrès des performances des calculateurs n'ont autorisé que très récemment l'investigation numérique de ces questions d'ordre aéroacoustique. En particulier, le calcul direct de l'émission sonore est maintenant envisageable en résolvant les équations de Navier-Stokes par Simulation Numérique Directe, dans un domaine de calcul suffisamment grand pour permettre l'accès au champ acoustique lointain. Dans le cas d'un écoulement en développement spatial, les coûts en termes de précision et de temps de calcul rendent encore problématique la réalisation d'une étude paramétrique par calcul direct acoustique. Cependant, la SND qui présente l'avantage d'apporter simultanément une connaissance précise de la structure de l'écoulement et du champ acoustique rayonné, peut contribuer à l'amélioration de la compréhension des mécanismes de génération de bruit dans les jets turbulents.

Dans ce travail, nous avons développé un outil numérique adapté à notre objectif de calcul direct acoustique, en apportant un soin particulier aux méthodes numériques employées. Le choix du modèle d'écoulement de couche de mélange en développement temporel permet de réaliser un calcul direct acoustique pour un coût en temps de calcul relativement modéré. En outre, l'examen des quantités moyennées suivant les directions homogènes en dehors de la zone de l'écoulement permet l'interprétation de nos données acoustiques en termes de champ lointain, même si la frontière du domaine de calcul se situe paradoxalement très en deçà des longueurs d'ondes acoustiques caractéristiques associées à l'écoulement.

À l'aide de l'outil numérique ainsi développé, nous avons réalisé des simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles de l'évolution temporelle de couches de mélange isothermes et anisothermes, en considérant différents rapports de nombres de Mach et



## Conclusion générale

---

de température. Nous avons mis au point notre technique d'initialisation des calculs tridimensionnels (champ incompressible constitué d'une perturbation 2D forcée et d'un bruit 3D corrélé) de façon à pouvoir déterminer l'influence des effets tridimensionnels sur le rayonnement acoustique. Notons que ces calculs tridimensionnels à haute résolution requièrent l'usage d'un super-calculateur mis à notre disposition par l'IDRIS.

D'un point de vue dynamique, ces simulations nous ont permis d'observer le comportement transitionnel d'une couche de mélange : le développement de l'instabilité primaire conduit à la formation de quatre tourbillons, puis un premier processus d'appariement s'opère entre les tourbillons deux à deux, suivi d'un deuxième processus d'appariement entre les deux structures restantes. Dans les cas tridimensionnels, nous avons remarqué que l'écoulement développe un caractère tridimensionnel prononcé avant que le deuxième appariement ne se produise, surtout à nombre de Mach élevé ( $M = 0,8$ ). Dans les cas anisothermes, on note la présence de zones d'« anti-vorticité ». Le ralentissement du développement de l'écoulement, interprété comme une conséquence des effets contra-rotatifs, peut se traduire dans les cas tridimensionnels, par une inhibition du deuxième processus d'appariement.

L'originalité de l'approche que nous avons développée dans ce travail réside dans le fait qu'elle nous permet d'accéder de façon directe à l'émission acoustique associée à chacune des phases de la transition d'une couche de mélange. Nous avons pu mettre en évidence les effets du nombre de Mach et de la température sur le rayonnement sonore. À notre connaissance, c'est la première fois que des calculs acoustiques directs sont réalisés pour un nombre de Mach aussi faible. Une telle possibilité nous a été offerte par l'approche temporelle adoptée dans ce travail. Rappelons maintenant les principaux résultats originaux mis en lumière par nos simulations bidimensionnelles<sup>1</sup> et tridimensionnelles du rayonnement acoustique des couches de mélange isothermes et anisothermes :

- dans tous les cas, l'émission acoustique associée au développement de l'instabilité primaire est beaucoup plus faible que celle émise par les processus d'appariement ;
- dans les cas bidimensionnels, le deuxième appariement est le plus bruyant ;
- dans les cas tridimensionnels, le premier appariement est le plus bruyant ;
- les effets tridimensionnels contribuent globalement à réduire l'émission acoustique de la couche de mélange ;
- les effets combinés de la température et de la compressibilité de l'écoulement tendent à réduire l'émission acoustique de la couche de mélange à nombre de Mach élevé ( $M = 0,8$ ) et à l'augmenter à faible nombre de Mach ( $M = 0,2$ ).

---

<sup>1</sup>voir également Fortuné *et al.* [40]

Notons que ce dernier point corrobore les tendances observées expérimentalement dans un jet chaud en développement spatial. À la lumière de l'influence du nombre de Reynolds constatée dans notre étude, nous pensons que ce modèle peut également constituer un excellent cas test pour la validation des calculs directs acoustiques basés sur une Simulation des Grandes Échelles.

Finalement, les données de nos simulations ont été utilisées pour réaliser des prédictions du rayonnement acoustique basées sur l'analogie de Lighthill. Les comparaisons des estimations issues de ces prévisions avec les résultats du calcul direct montrent un excellent accord, aussi bien dans les cas isothermes que dans les cas anisothermes. Nous avons montré la nécessité de prendre en compte dans les cas anisothermes un terme source acoustique supplémentaire associé aux effets de la température par rapport aux cas isothermes. Enfin, l'analyse des contributions séparées des termes sources nous a permis d'interpréter le mécanisme de renversement de tendance dans l'émission sonore des écoulements anisothermes, comme le résultat d'un changement de terme source prépondérant.

Par la suite, la base de données de résultats acoustiques constituée dans ce travail va nous permettre de tester dans le modèle de prédiction de bruit l'utilisation de données issues d'autres simulations de l'écoulement. Nous avons d'ailleurs déjà engagé ce travail au LEA [49]. On peut ainsi évaluer l'impact de l'usage dans les modèles de prédiction de données d'une simulation à masse volumique constante/variable sur l'émission sonore des couches de mélange isothermes/anisothermes. L'objectif est de pouvoir apporter des indications sur la précision requise dans le calcul préalable du champ hydrodynamique pour obtenir une prédiction acoustique de bonne qualité. Dans le cas anisotherme, les résultats présents de calcul direct acoustique ont déjà permis de valider ce type d'approche, pour laquelle l'acoustique est absente de l'écoulement. On peut par ailleurs envisager la réalisation de simulations des grandes échelles pour estimer la qualité des prédictions basées sur cette technique. D'autre part, la configuration temporelle de la couche de mélange rend envisageable la mise en œuvre de tests systématiques d'évaluation des modèles sous-maille, dans le contexte des calculs directs d'acoustique.

Comme auparavant pour les études de la dynamique des écoulements, le modèle temporel s'est révélé dans ce travail un outil d'investigation très utile, qui nous a permis de bien cerner des points fondamentaux concernant l'émission acoustique des couches de mélange. Cependant, l'approche temporelle est moins réaliste du point de vue de l'acoustique que de la dynamique, et les effets associés à la propagation en écoulement sont notamment absents. L'évolution ultérieure de notre travail sera donc de considérer un écoulement se développant spatialement. L'approche spatiale est plus réaliste et doit être utilisée pour accéder par exemple aux effets de la réfraction sur le rayonnement sonore, mais elle est aussi beaucoup plus complexe à analyser. Dans ce contexte, l'approche temporelle peut être vue comme un moyen d'identification et de séparation des problèmes.

## **Conclusion générale**

---

La comparaison des résultats des deux modèles pourrait par exemple permettre d'isoler les effets spécifiques liés à la réfraction. Finalement, les deux approches spatiale et temporelle sont des outils complémentaires, qui trouvent tous deux leur place dans le domaine de l'aéroacoustique numérique, pour contribuer à une meilleure connaissance des mécanismes complexes de la production et la propagation du bruit par un écoulement.

# Bibliographie

- [1] C. BAILLY, *Modélisation du rayonnement acoustique des écoulements turbulents libres subsoniques et supersoniques*, Thèse de doctorat, École Centrale Paris, 1994.
- [2] C. BAILLY, S. CANDEL & P. LAFON, Prediction of supersonic jet noise from a statistical acoustic model and a compressible turbulence closure, *J. Sound Vib.*, **194(2)**, pp. 219–242, 1996.
- [3] C. BAILLY, P. LAFON & S. CANDEL, Computation of subsonic and supersonic jet mixing noise using modified  $k - \epsilon$  model for compressible shear flows, *Acta Acustica*, **2**, pp. 101–112, 1994.
- [4] S. BARRE, C. QUINE & J. P. DUSSAUGE, Compressibility effects on the structure of supersonic mixing layers : experimental results, *J. Fluid Mech.*, **259**, pp. 47–78, 1994.
- [5] F. BASTIN, *Étude numérique du bruit de jet rayonné par les structures cohérentes de la turbulence*, Thèse de doctorat, École Centrale Paris, 1995.
- [6] F. BASTIN, P. LAFON & S. CANDEL, Computation of jet mixing noise using a semi-deterministic model, *J. Fluid Mech.*, **335**, pp. 261–304, 1997.
- [7] W. BÉCHARA, C. BAILLY, P. LAFON & S. CANDEL, Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows, *AIAA Journal*, **32(3)**, pp. 455–463, 1994.
- [8] W. BÉCHARA, P. LAFON & S. CANDEL, Modélisation du bruit des jets turbulents libres et subsoniques à température ambiante, *Journal de physique III*, **3**, pp. 653–673, 1993.
- [9] L. P. BERNAL & A. ROSHKO, Streamwise vortex structure in plane mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **170**, pp. 499–525, 1986.
- [10] R. BETCHOV & A. SZEWCZYK, Stability of shear layer between parallel streams, *Phys. Fluids*, **6(10)**, pp. 1391–1396, 1963.
- [11] W. BLUMEN, Shear layer instability of an inviscid compressible fluid, *J. Fluid Mech.*, **40(4)**, pp. 769–781, 1970.
- [12] W. BLUMEN, P. G. DRAZIN & D. F. BILLINGS, Shear layer instability of an inviscid compressible fluid. Part2, *J. Fluid Mech.*, **71(2)**, pp. 305–316, 1975.
- [13] D. W. BOGDANOFF, Compressibility effects in turbulent shear layers, *AIAA Journal*, **21(6)**, pp. 926–927, 1983.

## Bibliographie

---

- [14] C. BOGEY, *Calcul direct du bruit aérodynamique et validation de modèles acoustiques hybrides*, Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, 2000.
- [15] C. BOGEY, C. BAILLY & D. JUVÉ, Calcul direct du rayonnement acoustique d'une couche de mélange par macrosimulation, *C. R. Acad. Sci Paris, Série I Ib*, **327**, pp. 1029–1034, 1999.
- [16] C. BOGEY, C. BAILLY & D. JUVÉ, Calcul du rayonnement acoustique d'une couche de mélange à l'aide des équations d'euler linéarisées, *C. R. Acad. Sci Paris, Série I Ib*, **328**, pp. 341–347, 2000.
- [17] C. BOGEY, C. BAILLY & D. JUVÉ, Computation of the sound radiated by a 3-D jet using Large Eddy Simulation, *AIAA Paper*, **00-2009**, 2000.
- [18] P. BOINEAU, *Modélisation et étude expérimentale des sources acoustiques entropiques en combustion turbulente : Application au calcul de l'émission sonore d'une flamme turbulente non prémélangée*, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1997.
- [19] G. L. BROWN & A. ROSHKO, On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **64(4)**, pp. 775–816, 1974.
- [20] B. T. CHU & L. S. G. KOVASZNY, Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gaz, *J. Fluid Mech.*, **3(5)**, pp. 494–514, 1958.
- [21] S. S. COLLIS, S. K. LELE, R. D. MOSER & M. M. ROGERS, The evolution of a plane mixing layer with spanwise nonuniform forcing, *Phys. Fluids*, **6(1)**, pp. 381–396, 1994.
- [22] T. COLONIUS, Aeroacoustics and active noise control, dans *Lectures on computational aeroacoustics*, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1997.
- [23] T. COLONIUS, S. K. LELE & P. MOIN, The scattering of sound waves by a vortex : numerical simulations and analytical solutions, *J. Fluid Mech.*, **260**, pp. 271–298, 1994.
- [24] T. COLONIUS, S. K. LELE & P. MOIN, Sound generation in a mixing layer, *J. Fluid Mech.*, **330**, pp. 375–409, 1997.
- [25] T. COLONIUS, P. MOIN & S. K. LELE, *Direct computation of aerodynamic sound*, Rapport technique, Stanford University, juin 1995.
- [26] T. COLONIUS, K. MOSHENI, J. B. FREUND, S. K. LELE & P. MOIN, Evaluation of noise radiation mechanisms in a turbulent jet, dans *Proceedings of the Summer Program*, Center for Turbulence Research, 1998.
- [27] P. COMTE, *Étude par simulation numérique de la transition à la turbulence en écoulement cisailé libre*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1989.
- [28] P. COMTE, M. LESIEUR & E. LAMBALLAIS, Large- and small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3D temporal mixing layer, *Phys. Fluids*, **A 4(12)**, pp. 2761–2778, 1996.
- [29] P. COMTE, J. SILVESTRINI & P. BÉGOU, Streamwise vortices in large-eddy simulations of mixing layers, *Europ. J. Mech. B, Fluids*, **17(4)**, pp. 615–637, 1998.

- 
- [30] G. COMTE-BELLOT, C. BAILLY & P. BLANC-BENON, Modelling tools for flow noise and sound propagation through turbulence, dans *New tools in turbulence modelling*, Les Houches School, P. Comte, J. Ferziger eds., pp. 141–162, 1996.
- [31] D. G. CRIGHTON, Basic principles of aerodynamic noise generation, *Prog. Aerospace Sci.*, **16(1)**, pp. 31–96, 1975.
- [32] J. R. DEBISSCHOP, O. CHAMBRES & J. P. BONNET, Velocity field characteristics in supersonic mixing layers, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, **9**, pp. 147–155, 1994.
- [33] G. S. ELLIOTT & M. SAMIMY, Compressibility effects in free shear layers, *Phys. Fluids A*, **2(7)**, pp. 1231–1240, 1990.
- [34] G. ERLEBACHER, M. Y. HUSSAINI, H. O. KREISS & S. SARKAR, The analysis and simulation of compressible turbulence, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **2**, pp. 73–95, 1990.
- [35] J. E. FFOWCS WILLIAMS & D. L. HAWKINGS, Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion, *Proc. Roy. Soc. A*, **264**, pp. 321–342, 1969.
- [36] J. E. FFOWCS WILLIAMS & A. J. KEMPTON, The noise from the large scale structure of a jet, *J. Fluid Mech.*, **84(4)**, pp. 673–694, 1978.
- [37] M. J. FISHER, P. A. LUSH & M. HARPER BOURNE, Jet noise, *J. Sound Vib.*, **28(3)**, pp. 563–585, 1973.
- [38] V. FORTUNÉ, *Modélisation et étude numérique du rayonnement acoustique des jets turbulents subsoniques chauds*, Mémoire de DEA, Université de Poitiers, 1997.
- [39] V. FORTUNÉ & Y. GERVAIS, Numerical investigation of the noise radiated from hot subsonic turbulent jets, *AIAA Journal*, **37(9)**, pp. 1055–1061, 1999.
- [40] V. FORTUNÉ, E. LAMBALLAIS & Y. GERVAIS, étude par simulation directe temporelle des effets de la température sur l'émission acoustique des couches de mélange, *C. R. Acad. Sci Paris, Série IIB*, **328**, pp. 693–700, 2000.
- [41] Y. FOUILLET, *Contribution à l'étude par expérimentation numérique des écoulements cisailés libres : effets de compressibilité*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [42] H. FOULON, D. GÉLY, J. VARNIER, E. ZOPPELLARI & Y. MARCHESSE, MARTEL facility : simulation of space launchers aeroacoustic ambiance, dans *12th European Aerospace Conference (AAAF/CEAS)*, Paris, 1999.
- [43] J. B. FREUND, Acoustic sources in a turbulent jet : a direct numerical study, *AIAA Paper*, **99-1858**, 1999.
- [44] J. B. FREUND, Direct numerical simulation of the noise from a Mach 0.9 jet, dans *Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, San Francisco, July 18–23 1999.
- [45] J. B. FREUND, S. K. LELE & P. MOIN, Direct simulation of a Mach 1.92 jet and its sound field, *AIAA Paper*, **98-2291**, 1998.
- [46] J. B. FREUND, P. MOIN & S. K. LELE, *Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer*, Rapport technique, Stanford University, septembre 1997.

## Bibliographie

---

- [47] R. FRIEDRICH & F. P. BERTOLOTTI, Compressibility effects due to turbulent fluctuations, *Appl. Sci. Research*, **57**, pp. 165–194, 1997.
- [48] M. B. GILES, Nonreflecting boundary conditions for Euler equation calculations, *AIAA Journal*, **28(12)**, pp. 2050–2058, 1990.
- [49] F. GOLANSKI, *Prédiction du bruit rayonné par une couche de mélange anisotherme*, Mémoire de DEA, Université de Poitiers, 2000.
- [50] M. E. GOLDSTEIN, *Aeroacoustics*, Mc Graw Hill International, 1976.
- [51] A. HIRSCHBERG & S. W. RIENSTRA, *An introduction to acoustics*, IWDE report, Eindhoven University of Technology, 1992.
- [52] M. S. HOWE, Contributions to the theory of aerodynamic sound, with applications to excess jet noise and the theory of the flute, *J. Fluid Mech.*, **71(4)**, pp. 625–673, 1975.
- [53] V. KIBENS, Discrete noise spectrum generated by an acoustically excited jet, *AIAA Journal*, **18(4)**, pp. 434–441, 1979.
- [54] E. LAMBALLAIS, *Étude des structures cohérentes dans une couche de mélange tridimensionnelle*, Mémoire de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [55] J. LAUFER & T. YEN, Noise generation by a low Mach number jet, *J. Fluid Mech.*, **134**, pp. 1–31, 1983.
- [56] H. LAZURE, *Relation entre la structure aérodynamique d'écoulements turbulents incompressibles et le bruit émis. Cas du jet libre et d'une cavité peu profonde*, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1997.
- [57] L. LEES & C. C. LIN, *Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid*, NACA TN **1115**, september 1946.
- [58] S. K. LELE, Direct numerical simulation of compressible free shear flows, *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs*, pp. 79–98, 1988.
- [59] S. K. LELE, Compact finite difference schemes with spectral like resolution, *J. Comp. Phys.*, **103**, pp. 16–42, 1992.
- [60] S. K. LELE, Compressibility effects on turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **26**, pp. 211–254, 1994.
- [61] S. K. LELE, Computational aeroacoustics : a review, *AIAA Paper*, **97-0018**, 1997.
- [62] S. K. LELE & C. M. HO, *Acoustic radiation from temporally evolving free shear layers*, Rapport technique, Stanford University, 1994.
- [63] M. LESIEUR, *Turbulence in fluids*, Kluwer Academic Publishers, troisième édition, 1997.
- [64] M. LESIEUR & O. MÉTAIS, New trends in large-eddy simulations of turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28**, pp. 45–82, 1996.
- [65] M. LESIEUR, C. STAQUET, P. L. ROY & P. COMTE, The mixing layer and its coherence examined from the point of view of two-dimensional turbulence, *J. Fluid Mech.*, **243**, pp. 483–226, 1988.

- 
- [66] M. LESSEN, J. A. FOX & H. M. ZIEN, On the inviscid stability of the laminar mixing of two parallel streams of a compressible fluid, *J. Fluid Mech.*, **23(2)**, pp. 355–367, 1965.
- [67] M. LESSEN, J. A. FOX & H. M. ZIEN, Stability of the laminar mixing of two parallel streams with respect to supersonic disturbances, *J. Fluid Mech.*, **25(4)**, pp. 737–742, 1966.
- [68] M. J. LIGHTHILL, On sound generated aerodynamically I. General theory, *Proc. Roy. Soc. A*, **211**, pp. 564–587, 1952.
- [69] M. J. LIGHTHILL, On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound, *Proc. Roy. Soc. A*, **223**, pp. 1–32, 1954.
- [70] G. M. LILLEY, *The generation and radiation of supersonic jet noise. Vol. IV : Theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources and combustion noise*, AFAPL report **72-53**, 1972.
- [71] G. M. LILLEY, *The radiated noise from isotropic turbulence revisited*, ICASE report **93-75**, december 1993.
- [72] G. M. LILLEY, The radiated noise from isotropic turbulence with applications to the theory of jet noise, *J. Sound Vib.*, **190(3)**, pp. 463–476, 1996.
- [73] E. LONGATTE, P. LAFON & S. CANDEL, Computation of noise generation by turbulence in internal flows, *AIAA Paper*, **98-2332**, 1998.
- [74] G. LU & S. K. LELE, On the density ratio effect on the growth rate of a compressible mixing layer, *Phys. Fluids*, **6(2)**, pp. 1073–1075, 1994.
- [75] P. A. LUSH, Measurements of subsonic jet noise and comparison with theory, *J. Fluid Mech.*, **46(3)**, pp. 477–500, 1971.
- [76] Y. MARCHESSE, *Étude expérimentale de la contribution des sources d'origine thermique à l'émission acoustique des jets supersoniques*, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2001.
- [77] P. A. MCMURTRY, J. J. RILEY & R. W. METCALFE, Effects on heat release on the large-scale structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **199**, pp. 297–332, 1989.
- [78] A. MICHALKE, On the inviscid instability of the hyperbolic-tangent velocity profile, *J. Fluid Mech.*, **19**, pp. 543–556, 1964.
- [79] B. E. MITCHELL, S. K. LELE & P. MOIN, Direct computation of the sound from a compressible co-rotating vortex pair, *J. Fluid Mech.*, **285**, pp. 181–202, 1995.
- [80] B. E. MITCHELL, S. K. LELE & P. MOIN, *Direct computation of the sound generated by subsonic and supersonic axisymmetric jets*, Rapport technique, Stanford University, novembre 1995.
- [81] B. E. MITCHELL, S. K. LELE & P. MOIN, Direct computation of the sound generated by vortex pairing in an axisymmetric jet, *J. Fluid Mech.*, **383**, pp. 113–142, 1999.



## Bibliographie

---

- [82] E. MOLLO-CHRISTENSEN, M. A. KOLPIN & J. R. MARTUCELLI, Experiments on jet flows and jet noise far-field spectra and directivity patterns, *J. Fluid Mech.*, **18**, pp. 285–301, 1964.
- [83] C. J. MOORE, The role of shear-layer instability waves in jet exhaust noise, *J. Fluid Mech.*, **80**, pp. 321–367, 1977.
- [84] V. MORINIÈRE, *Étude des mécanismes aérodynamiques de réduction des bruits de jets subsoniques par injection de masse : Analyses globale et spectrale des champs rayonnés*, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1996.
- [85] R. D. MOSER & M. M. ROGERS, The three-dimensional evolution of a plane mixing layer : pairing and transition to turbulence, *J. Fluid Mech.*, **247**, pp. 275–320, 1993.
- [86] C. PANTANO & S. SARKAR, A study of compressibility effects in the high-speed, turbulent shear layer using direct simulation, *accepté pour publication dans J. Fluid Mech.*, 2000.
- [87] D. PAPAMOSCHOU & A. ROSHKO, The compressible turbulent shear layer : an experimental study, *J. Fluid Mech.*, **197**, pp. 453–477, 1988.
- [88] O. M. PHILLIPS, On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers, *J. Fluid Mech.*, **9(1)**, pp. 1–28, 1960.
- [89] R. T. PIERREHUMBERT & S. E. WIDNALL, The two- and three-dimensional instabilities of a spatially periodic shear layer, *J. Fluid Mech.*, **114**, pp. 59–82, 1982.
- [90] A. POWELL, Theory of vortex sound, *J. Acoust. Soc. Am.*, **36(4)**, pp. 177–195, 1964.
- [91] S. A. RAGAB & J. L. WU, Instabilities in the free shear layer formed by two supersonic streams, *AIAA Paper*, **88-0038**, 1988.
- [92] S. A. RAGAB & J. L. WU, Linear subharmonic instabilities of periodic compressible mixing layers, *AIAA Paper*, **89-0039**, 1989.
- [93] B. RAVERDY, *Développement d'un outil statistique pour l'étude d'une couche de mélange compressible turbulente*, Mémoire de DEA, Université de Poitiers, 2000.
- [94] H. S. RIBNER, *The generation of sound by turbulent jets*, Academic Press, 1964.
- [95] H. S. RIBNER, Quadripole correlations governing the pattern of jet noise, *J. Fluid Mech.*, **38**, pp. 1–24, 1968.
- [96] J. R. RISTORCELLI & G. A. BLAISDELL, Consistent initial conditions for the DNS of compressible turbulence, *Phys. Fluids*, **9(1)**, pp. 4–6, 1997.
- [97] M. M. ROGERS & R. D. MOSER, The three-dimensional evolution of a plane mixing layer : the Kelvin-Helmholtz rollup, *J. Fluid Mech.*, **243**, pp. 183–226, 1992.
- [98] N. D. SANDHAM, Compressible mixing layer : linear theory and direct simulation, *AIAA Journal*, **28(4)**, pp. 618–623, 1990.
- [99] N. D. SANDHAM, The effect of compressibility on vortex pairing, *Phys. Fluids*, **6(2)**, pp. 1063–1072, 1994.

- 
- [100] N. D. SANDHAM & W. C. REYNOLDS, *A numerical investigation of the compressible mixing layer*, Rapport technique, Stanford University, septembre 1989.
- [101] N. D. SANDHAM & W. C. REYNOLDS, Three-dimensional simulations of large eddies in the compressible mixing layer, *J. Fluid Mech.*, **224**, pp. 133–158, 1991.
- [102] S. SARKAR, The stabilizing effect of compressibility in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, **282**, pp. 163–186, 1995.
- [103] S. SARKAR & M. Y. HUSSAINI, *Computation of the sound generated by isotropic turbulence*, ICASE report **93-74**, octobre 1993.
- [104] J. SILVESTRINI, *Simulation des grandes échelles des zones de mélange ; application à la propulsion solide des lanceurs spatiaux*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [105] J. L. STROMBERG, D. K. MCLAUGHLIN & T. R. TROUTT, Flow field and acoustic properties of a Mach number 0.9 jet at a low Reynolds number, *J. Sound Vib.*, **72(2)**, pp. 159–176, 1980.
- [106] C. K. W. TAM, Computational aeroacoustics : issues and methods, *AIAA Journal*, **33(10)**, pp. 1788–1796, 1995.
- [107] C. K. W. TAM, Supersonic jet noise, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **27**, pp. 17–43, 1995.
- [108] C. K. W. TAM & D. E. BURTON, Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets, *J. Fluid Mech.*, **138**, pp. 273–295, 1984.
- [109] C. K. W. TAM & Z. DONG, Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow, *AIAA Paper*, **95-007**, 1995.
- [110] C. K. W. TAM & J. C. WEBB, Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics, *J. Comp. Phys.*, **107**, pp. 262–281, 1993.
- [111] H. K. TANNA, An experimental study of jet noise Part I : Turbulent mixing noise, *J. Sound Vib.*, **50(3)**, pp. 405–428, 1977.
- [112] H. K. TANNA, P. D. DEAN & M. J. FISHER, The influence of temperature on shock free supersonic jet noise, *J. Sound Vib.*, **39(4)**, pp. 429–460, 1975.
- [113] D. VIRK & F. HUSSAIN, Influence of initial conditions on compressible vorticity dynamics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **5**, pp. 309–334, 1993.
- [114] A. W. VREMAN, N. D. SANDHAM & K. H. LUO, Compressible mixing layer growth rate and turbulence characteristics, *J. Fluid Mech.*, **320**, pp. 235–258, 1996.
- [115] J. WHITMIRE & S. SARKAR, Validation of acoustic-analogy predictions for sound radiated by turbulence, *Phys. Fluids*, **12(2)**, pp. 381–391, 2000.
- [116] J. H. WILLIAMSON, Low-storage Runge Kutta schemes, *J. Comp. Phys.*, **35**, pp. 48–56, 1980.
- [117] C. D. WINANT & F. K. BROWAND, Vortex pairing : the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, **63(2)**, pp. 237–255, 1974.

## Bibliographie

---

- [118] A. WITKOWSKA, J. G. BRASSEUR & D. JUVÉ, Numerical study of noise from stationary isotropic turbulence, *AIAA Paper*, **95-037**, 1995.

# Annexe A

## Analogie de Lighthill à une dimension

Nous reprenons ici la démarche suivie par Lele & Ho [62] et Whitmire & Sarkar [115] pour étudier l'émission acoustique d'écoulements temporels présentant les mêmes types de conditions aux limites que notre modèle d'écoulement. Ils ont recours à une formulation spécifique de l'analogie de Lighthill, obtenue en moyennant les équations de conservation suivant les directions périodiques. La simplification apportée par l'approche temporelle permet de considérer un problème de propagation à une dimension.

### A.1 Équation d'onde à une dimension

Soit  $\langle \cdot \rangle$  la notation désignant une quantité moyennée suivant les directions périodiques  $x$  et  $z$ . Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement moyennées suivant les directions périodiques de l'écoulement sont :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho \rangle + \frac{\partial}{\partial y} \langle \rho v \rangle = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho v \rangle + \frac{\partial}{\partial y} \langle \rho v^2 \rangle = -\frac{\partial}{\partial y} \langle p \rangle - \frac{\partial}{\partial y} \langle \tau_{yy} \rangle \quad (\text{A.2})$$

où  $\tau_{yy}$  désigne les termes visqueux de l'équation de quantité de mouvement suivant  $y$ .

En dérivant partiellement l'équation de conservation de la masse A.1 par rapport à  $t$ , et l'équation de conservation de la quantité de mouvement A.2 par rapport à  $y$ , et en retranchant le terme  $c_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle \rho \rangle$  dans chaque membre de l'équation, on obtient une équation d'onde pour la masse volumique :

## Annexe A. Analogie de Lighthill à une dimension

---

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle \rho \rangle - c_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle \rho \rangle = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\langle \rho v^2 \rangle + \langle p \rangle - c_2^2 \langle \rho \rangle - \langle \tau_{yy} \rangle) \quad (\text{A.3})$$

soit encore, pour la variation de masse volumique  $\langle \rho - \rho_2 \rangle$  par rapport au milieu de référence :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle - c_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle \rho - \rho_2 \rangle = \frac{\partial^2}{\partial y^2} q(y, t) \quad (\text{A.4})$$

avec

$$q(y, t) = \langle \rho v^2 \rangle + \langle p - p_2 - c_2^2 (\rho - \rho_2) \rangle - \langle \tau_{yy} \rangle \quad (\text{A.5})$$

Par la suite, nous omettons les termes visqueux, dont la contribution est jugée négligeable dans le cas présent d'écoulement sans parois solides.

L'équation A.4 décrit la propagation des ondes acoustiques produites par l'écoulement temporel, dans le milieu ambiant de référence, de vitesse du son  $c_2$ . Rappelons que dans le cas anisotherme, le côté « chaud » de la couche de mélange (indiqué 1) diffère du côté « froid » (indiqué 2), et que nous avons choisi le côté « froid » comme milieu ambiant de référence.

## A.2 Solution de l'équation d'onde

En supposant que le terme source  $q(y, t)$  est connu, la solution de l'équation A.4 peut être obtenue à l'aide du formalisme intégral de Green (Hirschberg & Rienstra [51]).

La fonction de Green  $G$  associée au problème, est la réponse impulsionnelle du système. Elle répond à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \delta(y - y') \delta(t - t') \quad (\text{A.6})$$

L'impulsion  $\delta(y - y') \delta(t - t')$  est émise au point source  $y'$  à l'instant  $t'$  et la réponse  $G$  est mesurée au point d'observation  $y$  à l'instant  $t$ . La définition de  $G$  est normalement complétée, dans le cas général d'une propagation dans les 3 dimensions de l'espace, par la donnée de conditions initiales et de conditions aux limites sur une surface  $S$ , qui englobe le volume source  $V$  contenant les points  $y$  et  $y'$ . Lorsque ces conditions correspondent aux conditions aux limites du problème physique, la fonction de Green est dite *adaptée*.

La transposition de la solution générale de l'équation d'onde à 3 dimensions (voir par exemple Hirschberg & Rienstra [51]) à la solution de notre équation d'onde à une dimension

## A.2. Solution de l'équation d'onde

donne :

$$\begin{aligned}
 \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \int_{y'=-\infty}^{y'=+\infty} \frac{\partial^2}{\partial y'^2} q(y', t') G(y, t; y', t') dy' dt' \\
 &- c_2^2 \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \left[ \langle \rho - \rho_2 \rangle(y', t') \frac{\partial G}{\partial y'} - G \frac{\partial}{\partial y'} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y', t') \right]_{y'=-\infty}^{y'=+\infty} dt'
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

La fonction de Green  $G$  associée à l'opérateur de propagation à une dimension, et adaptée au milieu de référence (indiqué 2), est :

$$G(y, t; y', t') = \frac{1}{2c_2} H \left( t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) \tag{A.8}$$

$H$  désigne la fonction de Heaviside.

La solution de l'équation d'onde A.4 s'écrit alors

$$\begin{aligned}
 \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \frac{1}{2c_2} \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \int_{y'=-\infty}^{y'=+\infty} \frac{\partial^2}{\partial y'^2} q(y', t') H \left( t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy' dt' \\
 &- c_2^2 \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \left[ \langle \rho - \rho_2 \rangle(y', t') \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{1}{2c_2} H \left( t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{1}{2c_2} H \left( t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) \right) \frac{\partial}{\partial y'} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y', t') \right]_{y'=-\infty}^{y'=+\infty} dt'
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

En pratique, l'intégration spatiale est effectuée de la frontière inférieure à la frontière supérieure du domaine de calcul, c'est à dire de  $-L_y/2$  à  $L_y/2$ . La valeur de la 2<sup>ème</sup> intégrale est nulle à la frontière inférieure du domaine, en  $y' = -L_y/2$ . En revanche, il n'en est pas de même à la frontière supérieure du domaine, en  $y' = L_y/2$  :

$$\begin{aligned}
 \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \frac{1}{2c_2} \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \int_{y'=-L_y/2}^{y'=L_y/2} \frac{\partial^2}{\partial y'^2} q(y', t') H \left( t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2} \right) dy' dt' \\
 &+ c_2^2 \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \langle \rho_1 - \rho_2 \rangle(t') \frac{1}{2c_2^2} \delta \left( t - t' - \frac{|y - L_y/2|}{c_2} \right) \\
 &\quad - \frac{1}{2c_2} H \left( t - t' - \frac{|y - L_y/2|}{c_2} \right) \underbrace{\left[ \frac{\partial}{\partial y'} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y', t') \right]}_0 \Big|_{y'=L_y/2} dt'
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

À la frontière du domaine, en  $y = L_y/2$ , on peut raisonnablement supposer que la dérivée

## Annexe A. Analogie de Lighthill à une dimension

---

spatiale de la quantité  $\langle \rho - \rho_2 \rangle$  est négligeable. Il vient alors :

$$\begin{aligned} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \frac{1}{2c_2} \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \int_{y'=-L_y/2}^{y'=L_y/2} \frac{\partial^2}{\partial y'^2} q(y', t') H\left(t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2}\right) dy' dt' \\ &+ \underbrace{\frac{1}{2} \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \langle \rho_1 - \rho_2 \rangle(t') \delta\left(t - t' - \frac{|y - L_y/2|}{c_2}\right) dt'}_{\frac{1}{2} \langle \rho_1 - \rho_2 \rangle} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Les conditions aux limites à la frontière supérieure du domaine font donc apparaître une quantité constante, traduisant l'inhomogénéité de masse volumique de part et d'autre de notre écoulement de couche de mélange.

Par ailleurs, en intégrant une fois par partie selon  $y'$ , on obtient

$$\begin{aligned} \langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) &= \frac{1}{2c_2^2} \int_{t'=-\infty}^{t'=t} \int_{y'=-L_y/2}^{y'=L_y/2} \frac{\partial}{\partial y'} q(y', t') \delta\left(t - t' - \frac{|y - y'|}{c_2}\right) dy' dt' \\ &+ \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_2) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

puis en intégrant temporellement, on établit l'expression finalement retenue pour la masse volumique acoustique rayonnée par le couche de mélange sur la frontière de référence :

$$\langle \rho - \rho_2 \rangle(y, t) = \frac{1}{2c_2^2} \int_{y'=-L_y/2}^{y'=L_y/2} \frac{\partial}{\partial y'} q\left(y', t - \frac{|y - y'|}{c_2}\right) dy' + \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_2) \quad (\text{A.13})$$

On peut noter que pour un milieu de masse volumique homogène  $\rho_1 = \rho_2$ , la constante est nulle et qu'on retrouve alors la forme de solution habituelle d'une équation de propagation à une dimension.

### A.3 Mise en œuvre numérique

La valeur du terme source  $q$  est estimée à partir des données de simulations directes. En pratique, les termes sources  $\langle \rho v^2 \rangle(y)$  et  $\langle p - p_2 - c_2^2(\rho - \rho_2) \rangle(y)$  sont stockés au cours du calcul résolvant les équations de Navier-Stokes, à chaque pas de temps de calcul  $\Delta t$ . Soulignons que le coût de stockage reste tout à fait raisonnable dans le cas présent de notre couche de mélange temporelle, pour lequel les termes sources acoustiques sont unidimensionnels dans les deux cas des simulations 2D et 3D de l'écoulement.

L'évolution temporelle des fluctuations de masse volumique est évaluée au point d'observation  $y_{obs} = -L_y/2$ , à la frontière du domaine de calcul. Le calcul tient compte

### A.3. Mise en œuvre numérique

---

du temps de propagation entre la position d'émission dans la zone source, et la position d'observation. Pour la position d'observation  $y_{obs}$ , à chaque temps d'observation  $t_{obs}$  considéré, il faut alors rechercher, parmi les termes sources stockés au cours du calcul  $q(y, t)$  tous ceux qui sont entendus à  $t = t_{obs}$ , à la position  $y_{obs}$ . Notons qu'il est nécessaire d'interpoler les sources acoustiques soit dans le temps, soit dans l'espace, lorsque les pas d'espace  $\Delta y$  et de temps  $\Delta t$  ne sont pas multiples l'un de l'autre. Nous avons opté pour l'interpolation linéaire dans le temps des termes sources. Précisons que la dérivée spatiale des termes sources est effectuée à l'aide d'un schéma compact à l'ordre six, comme dans le calcul des équations du mouvement, et que l'intégration numérique est effectuée à l'aide d'une simple méthode des trapèzes.





## Étude par Simulation Numérique Directe du rayonnement acoustique de couches de mélange isothermes et anisothermes

Le calcul direct du rayonnement acoustique d'une couche de mélange est réalisé en résolvant les équations de Navier-Stokes dans un domaine de calcul qui permet l'accès au champ acoustique lointain de l'écoulement. L'outil que nous avons développé utilise la technique de la Simulation Numérique Directe alliée à des méthodes numériques précises pour assurer une bonne qualité du calcul acoustique direct. Des simulations 2D et 3D de l'évolution temporelle de couches de mélange isothermes et anisothermes sont effectuées en régime subsonique et notamment à faible nombre de Mach. L'approche temporelle adoptée permet d'identifier l'émission acoustique associée à chacune des phases de la transition d'une couche de mélange. Les résultats des calculs acoustiques directs révèlent d'une part que l'émission sonore prédominante provient dans tous les cas d'un processus d'appariement et que les effets 3D réduisent globalement l'émission acoustique de la couche de mélange. D'autre part, les principales conséquences des effets combinés de la température et de la compressibilité observées expérimentalement (augmentation/réduction de l'émission sonore à nombre de Mach faible/élevé) sont reproduites avec le modèle temporel. Les données des simulations sont également utilisées pour réaliser des prédictions de bruit basées sur l'analogie de Lighthill. La comparaison de ces estimations avec les solutions de référence obtenues par le calcul acoustique direct montre un excellent accord dans tous les cas. Dans les cas anisothermes, nous montrons la nécessité de tenir compte d'un terme source supplémentaire et l'analyse des contributions séparées de chaque terme source nous permet d'interpréter le mécanisme de renversement de tendance comme le résultat d'un changement de terme source prépondérant.

**Mots clés :** *Aéroacoustique numérique - Calcul direct acoustique - Simulation Numérique Directe (SND) - Écoulement cisailé compressible - Effets de la température - Prédiction de bruit - Analogie acoustique*

## Study of the radiated noise from isothermal and non-isothermal mixing layers using DNS

Sound from a mixing layer flow is computed directly by solving the Navier-Stokes equations on a computational domain which is large enough to have access to the far acoustic field. The tool developed uses Direct Numerical Simulation (DNS) coupled with high-order-accurate methods to provide a good accuracy of the directly computed sound. Two- and three-dimensional simulations of isothermal and non-isothermal mixing layers are performed for various regimes, and particularly for low Mach number flows. Indeed, the temporal approach allows to identify the acoustic radiation from each phase of the mixing layer transition. At first, results from direct computations of sound show that the vortex pairing process generates the largest acoustic radiation, in all cases. Secondly, 3D effects give rise to an overall reduction of the acoustic radiation from the mixing layer. In addition, the combined effects of temperature and compressibility on acoustic radiation (increase/decrease of sound emission for low/high Mach number) are consistent with experimental observations. The DNS data are also used to predict noise emission from the Lighthill's acoustic analogy. The results from the direct computations and the acoustic-analogy predictions are in excellent agreement in all cases. In non-isothermal cases, we show the necessity to account for an additional acoustic source term. The analysis of each source term contribution shows the reversal of trend can be understood in terms of a change of the dominant source term.

**Key words :** *Computational AeroAcoustics (CAA) - Direct computation of sound - Direct Numerical Simulation (DNS) - Compressible flow - Shear flow - Temperature effects - Noise prediction - Acoustic analogy*