

Effets physiques des fonds d'ondes gravitationnelles : décohérence intrinsèque dans les interféromètres



Brahim LAMINE

Thèse de doctorat effectuée au laboratoire Kastler Brossel.



Introduction

La décohérence induite par l'interaction avec notre environnement gravitationnel pourrait expliquer le comportement classique des objets macroscopiques.

R.P. Feynman, *Feynman Lectures on Gravitation*

Les échelles de Planck :

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \simeq 5 \times 10^{-44} \text{ s} \quad \ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 10^{-35} \text{ m} \quad m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

L'échelle de la masse de Planck est accessible : y a-t-il des phénomènes quantiques et gravitationnels qui s'y manifestent ?

$$\ell_C = \frac{\hbar}{mc}$$

$$m < m_P \quad \Leftrightarrow \quad \ell_C > \ell_P$$

$$m > m_P \quad \Leftrightarrow \quad \ell_C < \ell_P$$

✖ longueur d'onde Compton

Introduction

☐ La décohérence gravitationnelle pourrait révéler la présence de fluctuations intrinsèques de l'espace-temps, de la même façon que le mouvement Brownien révèle la nature atomique de la matière.

I.C. Percival, *Phys. World* **10** (1997) 48

☐ Il a été proposé que cette décohérence pourrait être observable dans des interféromètres atomiques et optiques.

G. Amelino-Camelia, *Nature* **408** (2000) 661

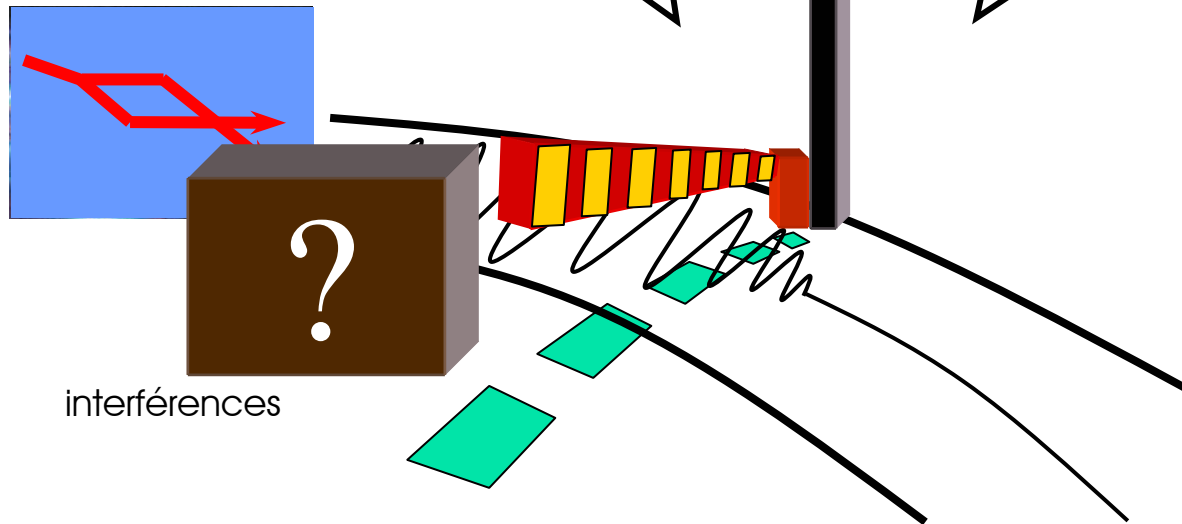
Introduction

Le comportement classique apparaît par interaction avec un environnement.

Domaine quantique

Objets microscopiques

atomes
photons



interférences

Domaine classique

Objets macroscopiques

Lune



pas d'interférences

✘ Où se situe la frontière ?

- Partie I** Introduction aux OG
- Partie II** Décohérence gravitationnelle dans l'interféromètre atomique HYPÉ
- Partie III** Décohérence gravitationnelle du mouvement de la Lune
- Partie IV** Les outils théoriques de la décohérence gravitationnelle
- Partie V** Transition quantique/classique



Partie I

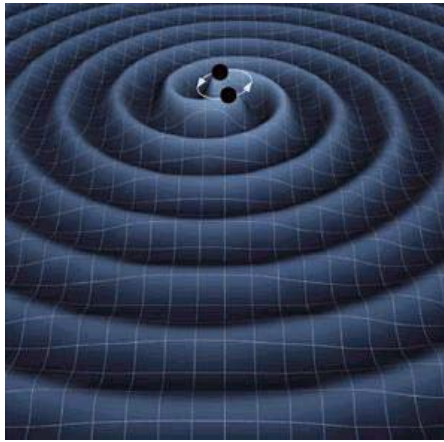
Introduction aux OG

Les Ondes Gravitationnelles

- Les Ondes Gravitationnelles (OG) sont les solutions radiatives libres des équations linéarisées d'Einstein.
- Les OG sont une prédiction d'Einstein (1918).
- Une preuve indirecte de leur existence provient du ralentissement de la période de révolution du pulsar binaire 1913-16.
- Leur détection directe serait un événement considérable pour plusieurs raisons :
 - elles constituent un test important de la RG,
 - leur observation ouvre une nouvelle fenêtre observationnelle en plus de la fenêtre électromagnétique.

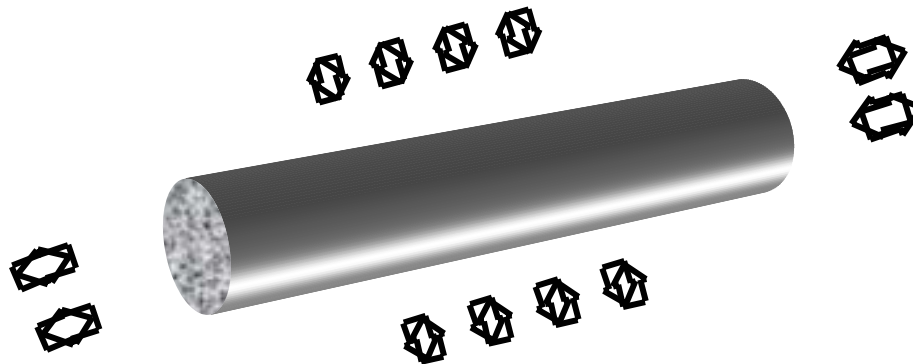
Les Ondes Gravitationnelles

Les OG sont rayonnées par des quadrupôles de masse.



- ✖ la fréquence des OG est le double de la fréquence de rotation,
- ✖ les OG correspondent à la propagation d'une déformation de l'espace-temps à la vitesse de la lumière,
- ✖ les OG possèdent 2 polarisations transverses.

Ces ondes gravitationnelles se manifestent sur les objets comme des forces de marées.



Détection des OG

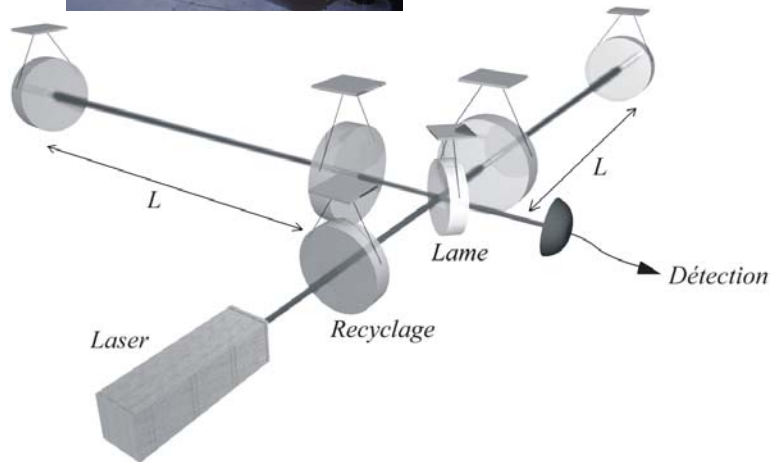
Un effort international intense est mené pour la détection directe des OG.

AURIGA



✘ Barres de Weber

✘ Interféromètres de Michelson

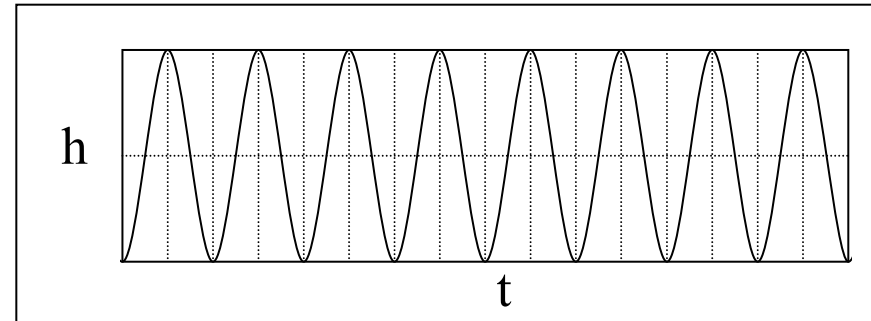


Un interféromètre de Michelson avec des miroirs suspendus mesure un déphasage.

Les fonds stochastiques d'OG

Les détecteurs recherchent des signaux comme celui d'un système binaire :

La somme de tous les systèmes binaires de notre galaxie et de son voisinage produit un fond que l'on caractérise par une densité spectrale $S_h[\omega]$



✘ La notion de spectre est associée à la méconnaissance des sources

On introduit aussi une température de bruit $T_{gw}[\omega]$

$$S_h[\omega] = \frac{16G}{5c^5} k_B T_{gw}[\omega]$$

✘ La température de bruit T_{gw} dépend de la fréquence

Les fonds d'OG correspondent à du bruit classique :

$$\frac{k_B T_{gw}}{\hbar \omega} \gg 1$$

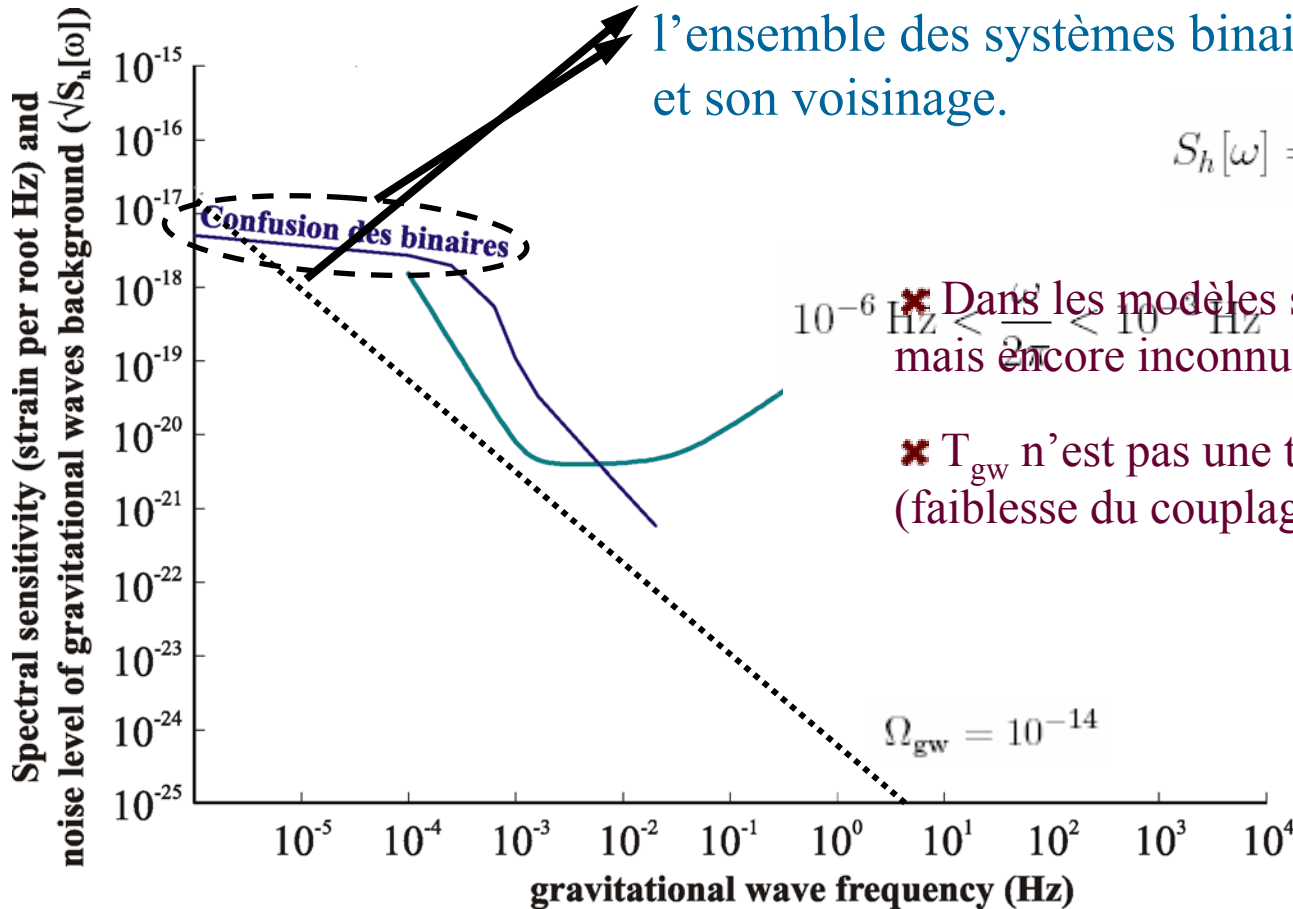
Environnement gravitationnel


Bond de la coupure de la gravité est limité par l'ensemble des systèmes binaires de notre galaxie et son voisinage.

$$S_h[\omega] = \frac{16G}{5c^5} k_B T_{gw}[\omega]$$

$10^{-6} \text{ Hz} < \frac{\omega}{2\pi} < 10^{-1} \text{ Hz}$
}
 Ω_{gw} est constant mais encore inconnu.

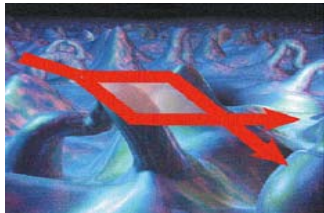
T_{gw} n'est pas une température d'équilibre (faiblesse du couplage à la matière).



Partie II

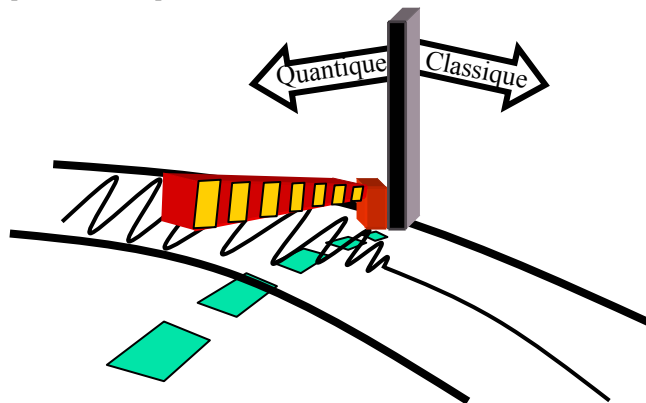
Décohérence gravitationnelle dans l'interféromètre atomique HYPER

Domaine quantique



interférences

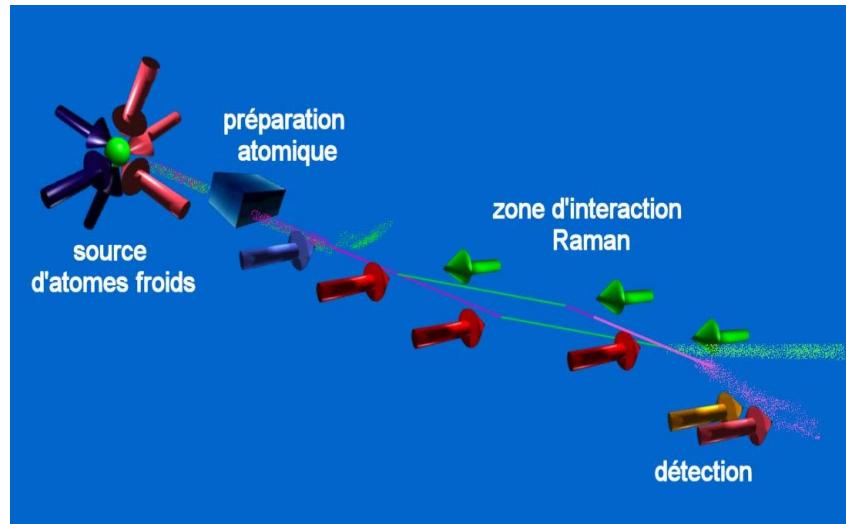
Domaine classique



pas d'interférences

Présentation du projet HYPER

☐ C'est un projet d'interféromètre atomique dans une expérience en satellite dont l'objectif est la détection de l'effet Lense-Thirring.



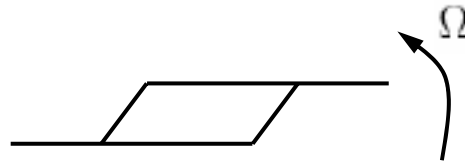
☐ Il s'agit d'un gyromètre atomique de grande sensibilité.

☐ La décohérence gravitationnelle dans HYPER pourrait-elle révéler l'existence de fluctuations intrinsèques de l'espace-temps à l'échelle de Planck ?

L'effet Lense-Thirring

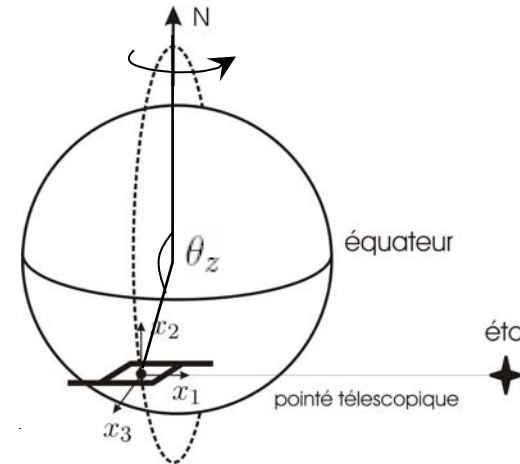
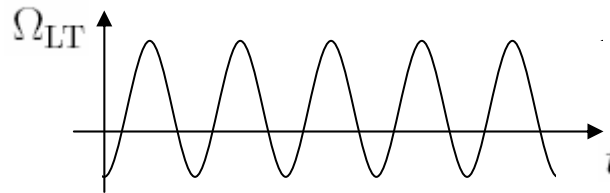
☐ L'effet Sagnac est une mesure de la fréquence de rotation Ω par rapport à un référentiel d'inertie local :

$$\varphi = \frac{2m_{at}A}{\hbar}\Omega$$



☐ L'effet Lense-Thirring est dû à la rotation de la Terre sur elle-même, qui « entraîne » le référentiel d'inertie local par rapport au référentiel des étoiles fixes :

$$\varphi_{LT} = \frac{2m_{at}A}{\hbar}\Omega_{LT}$$



☐ HYPER mesure la précession du gyromètre atomique due à l'effet Lense-Thirring en mesurant le signal avec une orientation définie par pointé télescopique vers des étoiles lointaines.

déphasage dû aux OG

Les équations d'onde :

✖ champ scalaire pour simplifier : $\square_g \psi(x) + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi(x) = 0$ $\psi(x) = \psi_0(x) e^{i\varphi(x)}$

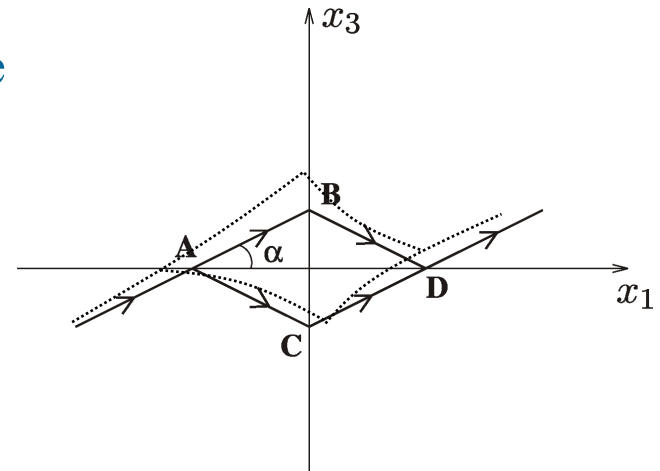
✖ approximation eikonale : $g^{\mu\nu}(x) K_\mu(x) K_\nu(x) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}$ $K_\mu = \partial_\mu \varphi$

✖ approximation de champ faible : $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $h_{\mu\nu} \ll 1$

Les OG produisent un déphasage à la sortie de l'interféromètre :

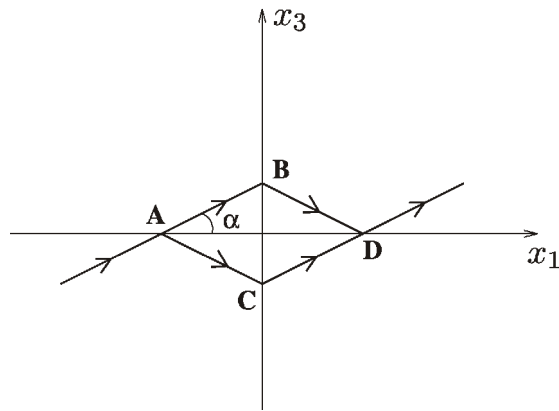
$$\Delta\varphi = \frac{1}{2\hbar} \oint h_{\mu\nu} P^\mu P^\nu \frac{dt}{m}$$

✖ déphasage invariant de jauge.



HYPER comme un gyromètre

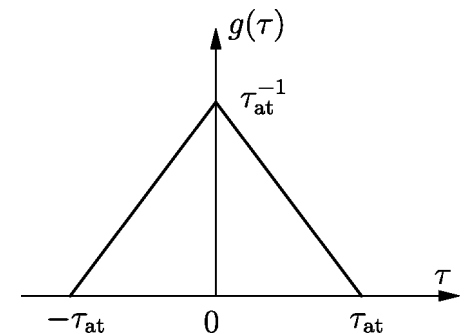
On peut écrire l'effet des OG par une formule analogue à celle de l'effet Sagnac :



$$\Delta\varphi(t) = \frac{2m_{at}A}{\hbar} \Delta\Omega_{gw}(t)$$

$$\Delta\Omega_{gw}(t) = -\frac{1}{2} \frac{d\overline{h_{13}}}{dt}$$

$$\overline{h_{13}}(t) = \int h_{13}(t - \tau)g(\tau)d\tau$$



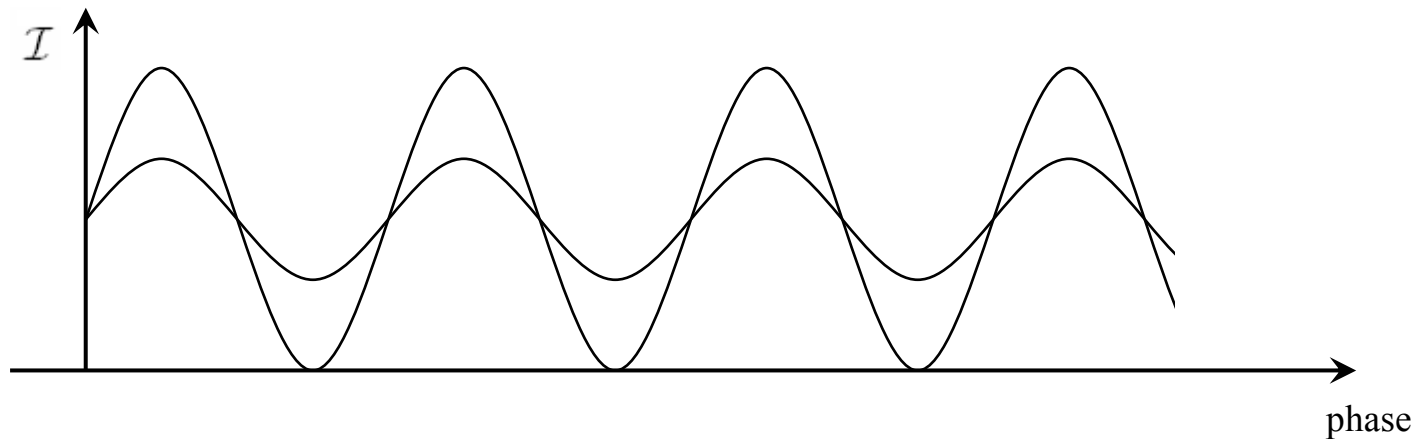
$\Delta\varphi(t)$ apparaît dans HYPER comme un bruit se rajoutant au signal Lense-Thirring φ_{LT} :

$$\mathcal{I}(t) = \mathcal{I}_0(1 + \cos(\varphi_{LT} + \Delta\varphi(t)))$$

✘ sinusoïde théorique.

Effet de décohérence

❏ Pour obtenir un rapport signal sur bruit suffisant, il faut moyenner sur un temps long ($T_{\text{moy}} \sim 10^6$ s dans HYPER).



❏ On caractérise la décohérence par cette réduction de contraste :

$$\mathcal{V} = \langle \exp(i\Delta\varphi) \rangle = \exp\left(-\frac{\Delta\varphi^2}{2}\right)$$

✖ la valeur moyenne est une valeur moyenne statistique et temporelle.

décohérence dans HYPER

Fonction de réponse d'appareil $\mathcal{A}[\omega]$

✘ filtrage par l'instrument sur un point de mesure, dépend de la géométrie.

$$\mathcal{A}[\omega] = \left(\frac{2m_{\text{at}}A}{\hbar} \omega \right)^2 |\tilde{g}[\omega]|^2$$

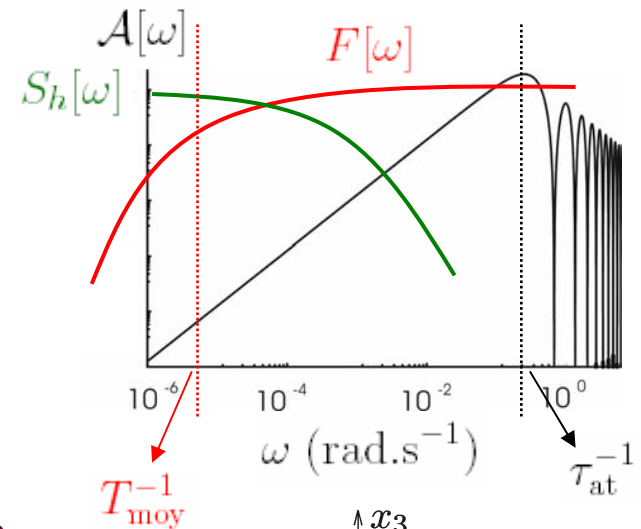
Stratégie de détection $F[\omega]$

✘ moyenne sur un grand nombre de points de mesure.

Spectre gravitationnel $S_h[\omega]$

Variance du déphasage :

$$\Delta\varphi^2 = \int \frac{d\omega}{2\pi} S_h[\omega] \mathcal{A}[\omega] F[\omega]$$



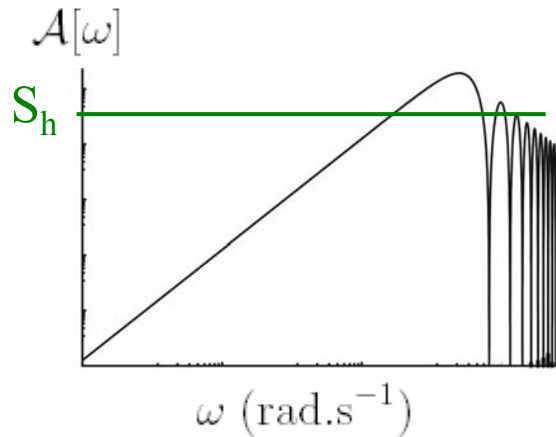
$$\Delta\varphi^2 \sim 10^{-31} \lll 1$$

$\begin{matrix} \uparrow x_3 \\ \downarrow c \end{matrix}$

✘ décohérence gravitationnelle négligeable dans HYPER.

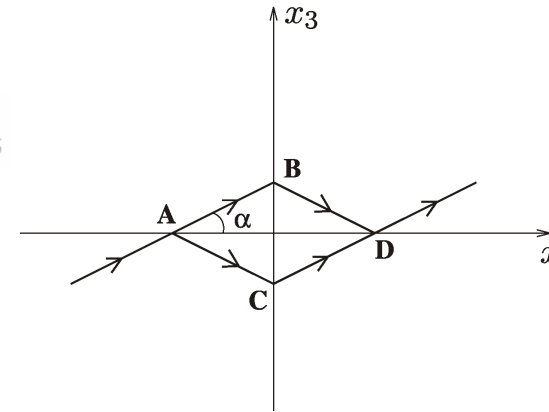
Modèle de diffusion Brownienne

Modèle simple de bruit blanc S_h



$$\Delta\varphi^2 = 8\Omega_{\text{at}}^2 \sin^2(2\alpha) S_h \tau_{\text{at}}$$

$$\Omega_{\text{at}} = \frac{m_{\text{at}} v_{\text{at}}^2}{2\hbar}$$



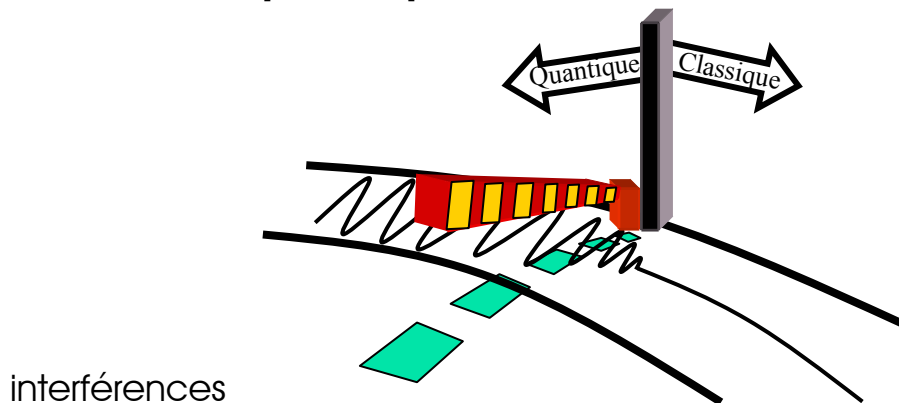
✳ diffusion Brownienne (linéaire en τ_{at}).

paramètres pertinents : l'énergie cinétique (et non pas l'énergie de masse), la géométrie, la valeur du spectre et le temps d'exposition aux fluctuations gravitationnelles.

Partie III

Décohérence gravitationnelle du mouvement de la Lune

Domaine quantique



Domaine classique



pas d'interférences

Effet des OG sur la Lune

Les OG sont à l'origine d'une force de marée sur le système Terre-Lune.

$$m\ddot{x}_i(t) = F_i + mc^2 R_{0i0j}(t)x_j(t) \quad R_{0i0j} = \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2}$$

* R_{0i0j} tenseur de courbure de Riemann.

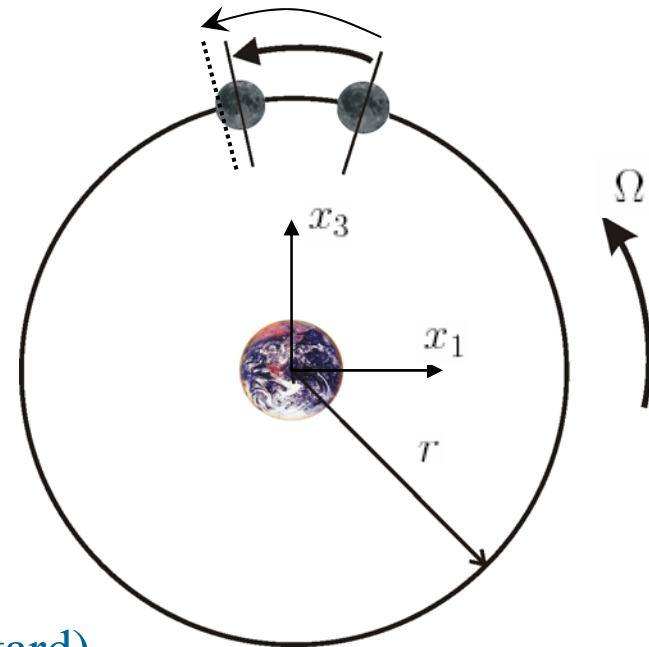
La perturbation peut se décrire par une variation de l'action.

Cette variation s'interprète comme une avance (retard) d'un plan de phase, c'est-à-dire un déphasage :

$$\Delta\varphi(t) = \frac{\Delta S(t)}{\hbar}$$

Le déphasage est relié au transfert d'impulsion le long de la trajectoire :

$$\Delta\varphi(t) = \frac{\Delta p_\theta(t) \Delta x}{\hbar}$$



Diffusion d'impulsion

Diffusion d'impulsion aux temps longs :

$$\langle \Delta p_\theta^2(t) \rangle = D_{\text{gw}} t$$

$$D_{\text{gw}} = m \Gamma_{\text{gw}} k_B T_{\text{gw}}$$

$$\Gamma_{\text{gw}} = \frac{64 G m r^2 \Omega^4}{5 c^5} \simeq 2 \times 10^{-34} \text{ s}^{-1}$$

✘ diffusion Brownienne aux temps longs.

✘ relation fluctuations-dissipation d'Einstein

✘ taux d'émission d'OG d'Einstein.

La dissipation est négligeable :

$$\Gamma_{\text{gw}} \ll \Gamma_{\text{em}} < \Gamma_{\text{marée}}$$

mais

$$D_{\text{gw}} \gg D_{\text{em}}, D_{\text{marée}}$$

✘ la diffusion gravitationnelle domine.

La diffusion d'impulsion est quadratique aux temps courts :

$$\langle \Delta p_\theta^2(t) \rangle = \frac{1}{10} m^2 r^2 c^4 t^2 \Delta R^2$$

avec

$$\Delta R^2 = \langle R_{0103}(t) R_{0103}(t) \rangle$$

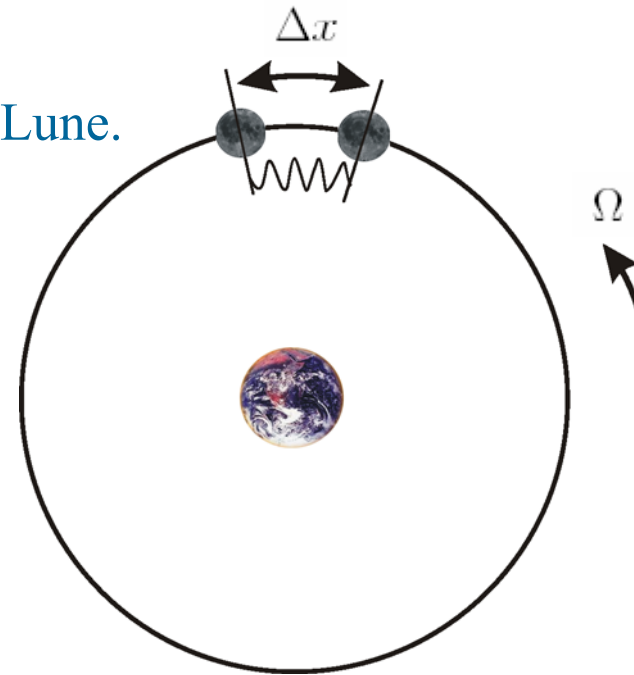
« Lune de Schrödinger »

☐ L'interaction avec l'environnement brouille la différence de phase entre les deux composantes de la Lune.

☐ Ce brouillage entre les deux composantes se caractérise par :

$$\langle e^{i\Delta\varphi(t)} \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \langle \Delta\varphi^2(t) \rangle\right)$$

$$\langle \Delta\varphi^2(t) \rangle = \frac{\langle \Delta p_\theta^2(t) \rangle \Delta x^2}{\hbar^2}$$



☐ Le temps de décohérence défini par $\langle \Delta\varphi^2(t_{\text{dec}}) \rangle \sim 1$ est extrêmement court :

$$t_{\text{dec}} \sim 10^{-50} \text{ s} \quad \text{pour} \quad \Delta x \sim 1 \text{ m}$$



Partie IV

Les outils théoriques de la
décohérence gravitationnelle

Contraste et décohérence

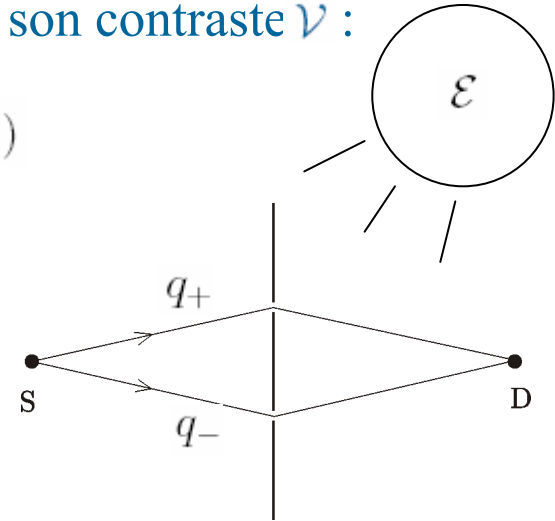
La cohérence d'un interféromètre est caractérisée par son contraste \mathcal{V} :

$$\mathcal{I} = |\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-|^2 = |\mathcal{A}_+|^2 + |\mathcal{A}_-|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{A}_+\mathcal{A}_-^*)$$

La présence d'un environnement modifie la valeur du contraste :

$$\mathcal{I}_\mathcal{E} = |\mathcal{A}_+|^2 + |\mathcal{A}_-|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{A}_+\mathcal{A}_-^*\mathcal{F}[q_+, q_-])$$

$$\langle \mathcal{E}_+ | \mathcal{E}_+ \rangle = \langle \mathcal{E}_- | \mathcal{E}_- \rangle = 1 \quad \mathcal{F}[q_+, q_-] = \langle \mathcal{E}_+ | \mathcal{E}_- \rangle$$



La fonctionnelle d'influence de Feynman-Vernon caractérise la cohérence entre deux chemins suivis par le système.

Après moyenne temporelle sur le temps de mesure, le contraste s'écrit :

$$\mathcal{V} = |\overline{\mathcal{F}[q_+, q_-]}| = |\overline{\langle \mathcal{E}_+ | \mathcal{E}_- \rangle}| \quad \times \text{l'observable de décohérence.}$$

Couplage au bain d'OG

Le bain d'OG se comporte comme une collection d'oscillateurs harmoniques :

$$S_{\mathcal{E}} = \frac{c^2}{32\pi G} \sum_{\alpha} \int_{t_i}^{t_f} \frac{1}{2} \left(\dot{h}_{\alpha}^2(t) - \omega^2 h_{\alpha}^2(t) \right) dt$$

* h_{α} sont les variables normales du champ gravitationnel.

$$\sum_{\alpha} \equiv \frac{2}{\pi c^3} \sum_{\lambda=+, \times} \int \frac{d\hat{\mathbf{k}}}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega^2$$

polarisations
directions
fréquences

Couplage linéaire entre les variables normales du champ et le tenseur énergie-impulsion du système.

$$S_{S/\mathcal{E}} = \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} dt T^{ij}[q(t)] h_{ij}(t) \quad h_{ij}(t) = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha, ij} h_{\alpha}(t)$$

Fonctionnelle d'influence

La fonctionnelle d'influence s'écrit à l'aide de termes linéaire et quadratiques :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}[q_+, q_-] = & \exp \left(\frac{i}{2\hbar} \int_{t_i}^{t_f} (T^{ij}[q_+(t)] - T^{ij}[q_-(t)]) \langle \hat{h}_{ij}(t) \rangle dt \right) \leftarrow i\Delta\varphi_{\text{lin}} \\
 & \times \exp \left(-\frac{1}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \int_{t_i}^t ds (T^{ij}[q_+(t)] - T^{ij}[q_-(t)]) \sigma_{ijkl}(t-s) (T^{kl}[q_+(s)] - T^{kl}[q_-(s)]) \right) \leftarrow -\frac{1}{2}\Delta\varphi_{\text{bruit}}^2 \\
 & \times \exp \left(-\frac{1}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \int_{t_i}^t ds (T^{ij}[q_+(t)] + T^{ij}[q_-(t)]) \xi_{ijkl}(t-s) (T^{kl}[q_+(s)] - T^{kl}[q_-(s)]) \right) \leftarrow -\frac{1}{2}\Delta\varphi_{\text{diss}}^2
 \end{aligned}$$

Avec les expressions :

$$\sigma_{ijkl}(\tau) = \frac{1}{4\hbar} \left(\langle \hat{h}_{ij}(\tau) \cdot \hat{h}_{kl}(0) \rangle - \langle \hat{h}_{ij}(\tau) \rangle \langle \hat{h}_{kl}(0) \rangle \right)$$

$$\xi_{ijkl}(\tau) = \frac{1}{4\hbar} \langle [\hat{h}_{ij}(\tau), \hat{h}_{kl}(0)] \rangle$$

$$\delta_{ijkl} = \frac{2}{5} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{4}{15} \delta_{ij}\delta_{kl}$$

✖ noyau de bruit,

✖ noyau de dissipation,
associé à l'émission spontanée
d'OG.

La double limite du bain d'OG

Le bain d'OG est très faiblement couplé : $\xi_{ijkl}(\tau) \simeq 0$

✘ la dissipation est négligeable : $\Gamma_{\text{gw}} \simeq 2 \times 10^{-34} \text{ s}^{-1}$

Le bain d'OG correspond à une très haute température : $T_{\text{gw}} \sim 10^{41} \text{ K}$

✘ $\sigma_{ijkl}(\tau)$ est un noyau fini qui représente la fonction de corrélation d'un environnement classique *aléatoire*,

Formellement, ce bain correspond à la double limite :

$$\Gamma_{\text{gw}} \longrightarrow 0 \qquad T_{\text{gw}} \longrightarrow \infty$$

$$\Gamma_{\text{gw}} \times T_{\text{gw}} = \frac{D_{\text{gw}}}{mk_{\text{B}}} \quad \text{fini}$$

Décohérence gravitationnelle

☐ Fonctionnelle d'influence dans la double limite :

$$\mathcal{F}[q_+, q_-] = \exp \left(i\Delta\varphi_{\text{lin}} - \frac{1}{2}\Delta\varphi_{\text{bruit}}^2 \right)$$

☐ Expression du contraste :

$$\mathcal{V} = |\overline{\mathcal{F}[q_+, q_-]}| = \exp \left(-\frac{1}{2}\Delta\varphi^2 \right) \quad \Delta\varphi^2 = \overline{\Delta\varphi_{\text{bruit}}^2} + \overline{\Delta\varphi_{\text{lin}}^2}$$

$$\mathcal{V} = \exp \left(-\frac{1}{2} \int \frac{d\omega}{2\pi} S_h[\omega] \mathcal{A}[\omega] F[\omega] \right)$$

☐ Fond relique d'OG :

$$\langle \hat{h}_{ij}(t) \rangle = 0 \quad \Delta\varphi_{\text{lin}}$$

✘ L'état est un vide comprimé dans les modèles les plus simples.

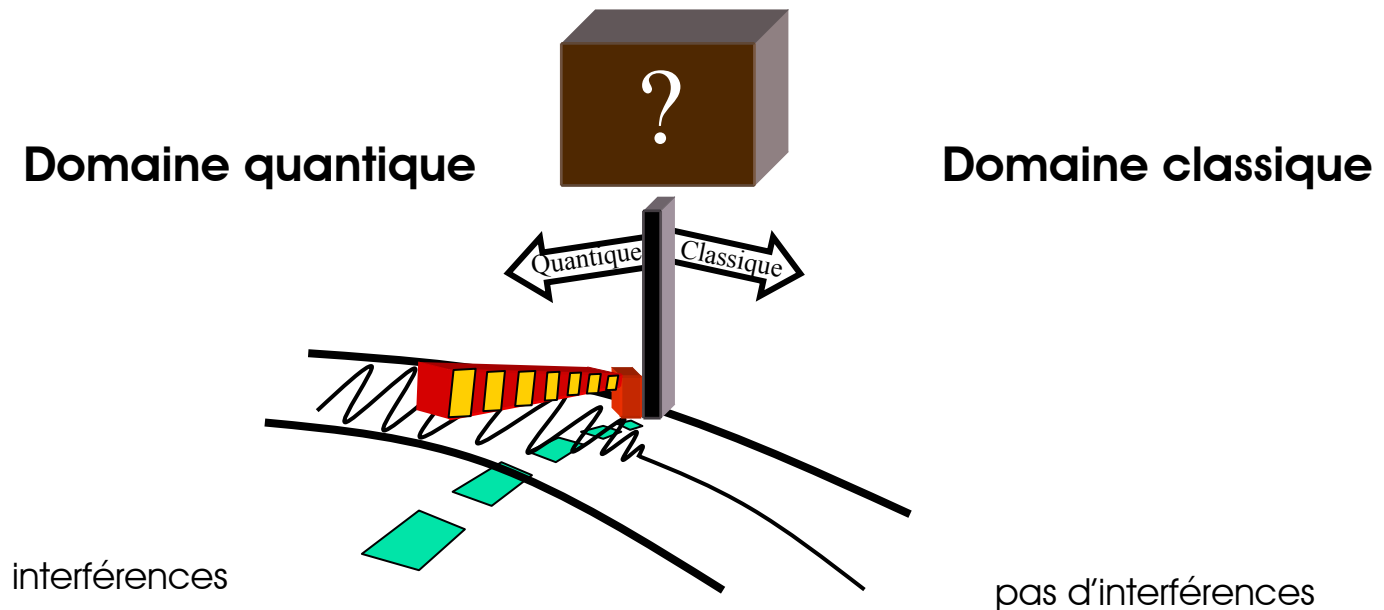
☐ Fond de confusion des binaires : $\langle \hat{h}_{ij}(\tau) \cdot \hat{h}_{kl}(0) \rangle - \langle \hat{h}_{ij}(\tau) \rangle \langle \hat{h}_{kl}(0) \rangle \simeq 0$

$$\Delta\varphi_{\text{bruit}}$$

✘ L'état du fond de confusion des binaires est un état classique dont les fluctuations quantiques sont négligeables.

Partie V

transition classique/quantique



Discussion

La décohérence gravitationnelle est difficilement observable :

- ✗ elle est trop lente pour les objets microscopiques,
- ✗ elle est trop rapide pour les objets macroscopiques.

Existe-t-il un système « mésoscopique » dans lequel l'effet de décohérence est observable ?

Les facteurs pertinents :

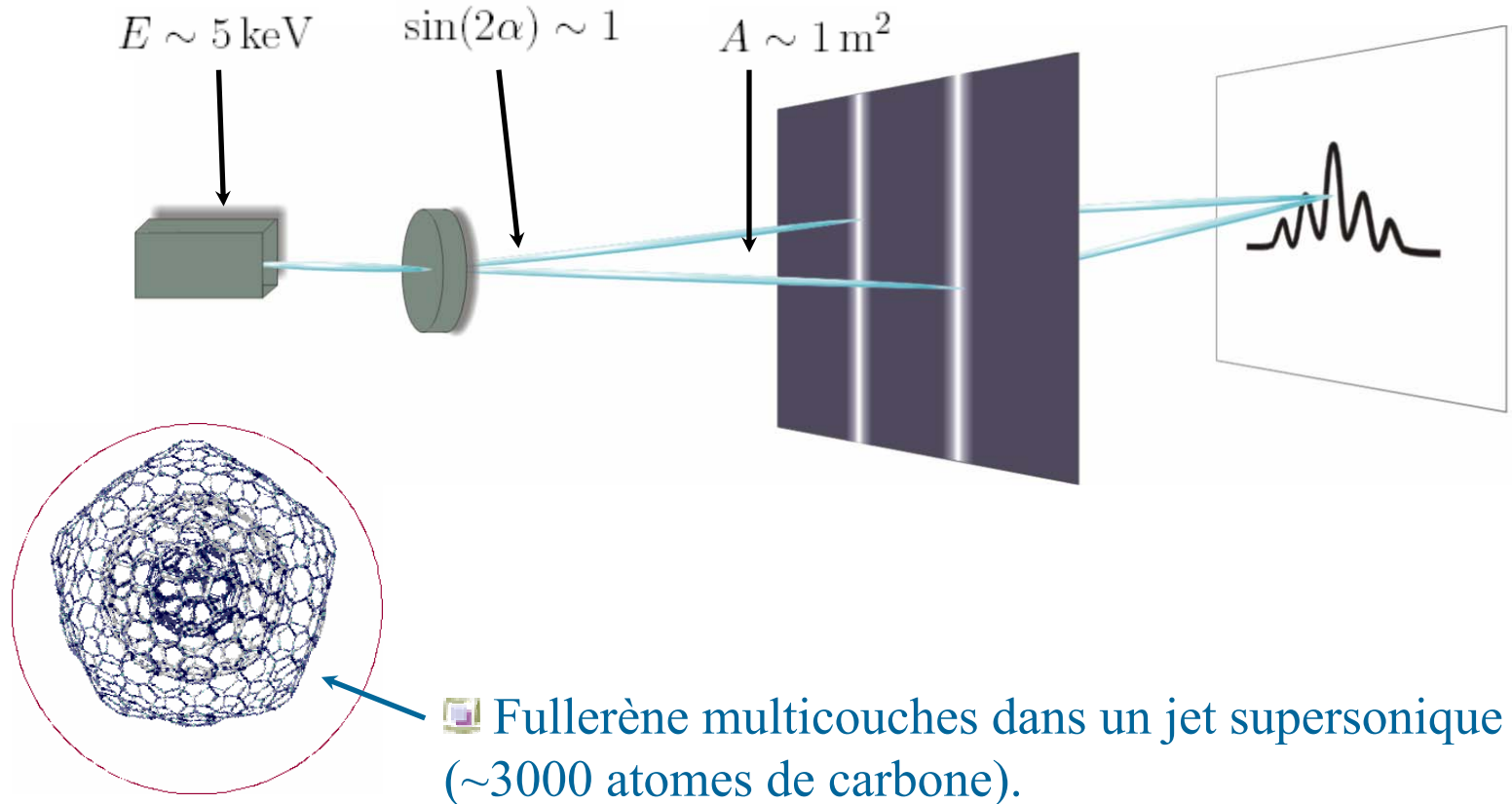
$$\Delta\varphi^2 \sim \Omega^2 \sin^2(2\alpha) S_h \tau$$

$$\begin{cases} \Omega_{\text{at}} = \frac{m_{\text{at}} v_{\text{at}}^2}{2\hbar} \\ \Omega_{\text{phot}} \equiv \text{fréquence} \end{cases}$$

- ✗ l'énergie cinétique mesurée comme une fréquence,
- ✗ un facteur géométrique qui rend compte de la séparation spatiale α ,
- ✗ le temps d'exposition τ aux fluctuations,
- ✗ le spectre S_h

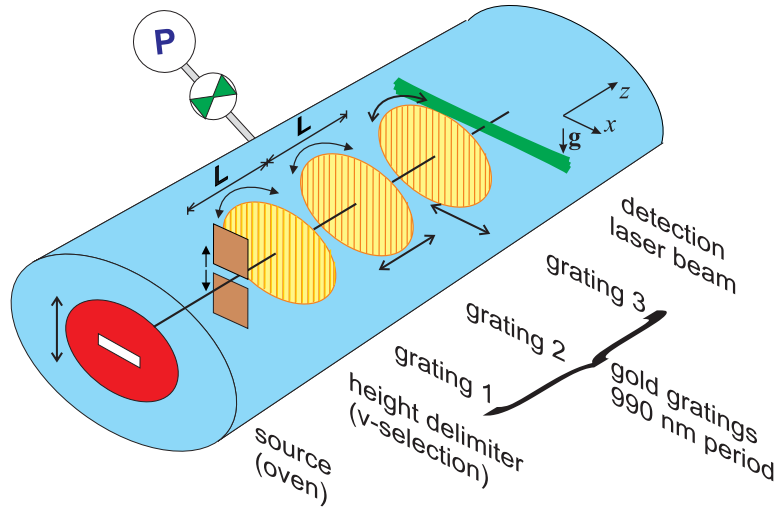
Interféromètre atomique

☐ $\Delta\varphi^2 \sim 1$ demanderait les chiffres suivants :

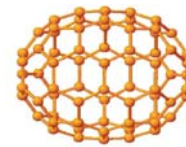


État de l'art

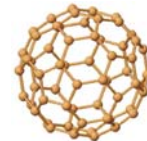
(Zeilinger & *al.*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002), 100404)



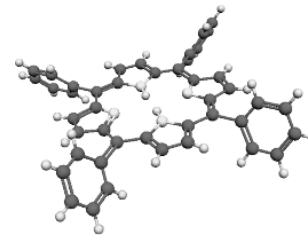
Interférences avec de grosses molécules.



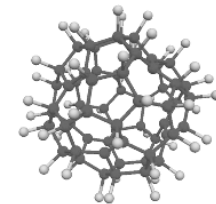
C_{70}



C_{60}



$C_{44}H_{30}N_4$



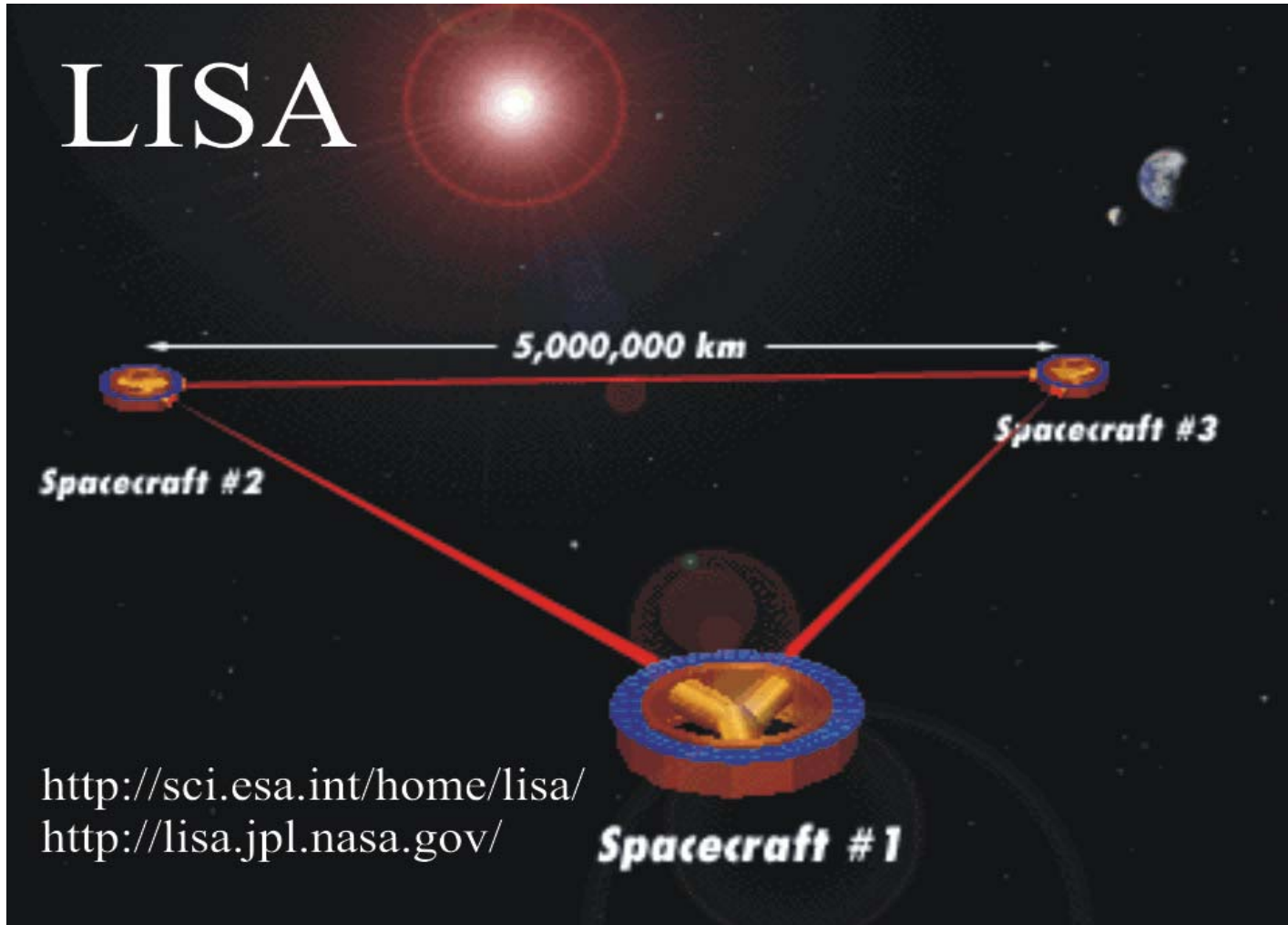
$C_{60}F_{48}$

Cependant, faible séparation spatiale et faible énergie cinétique.

$$E \sim 100 \text{ meV}$$

$$\Delta\varphi^2 \ll 1$$

Interféromètre optique



$$\tau_{\text{phot}} \simeq 10 \text{ s}$$

$$\Omega_{\text{phot}} \simeq 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Delta\varphi^2 \ll 1$$

Bonne nouvelle
pour LISA !

- ❑ Faire des interférences avec des molécules ayant des énergies cinétiques de plus en plus grandes ?
- ❑ Utiliser des condensats de Bose-Einstein ?
- ❑ Rechercher des effets de décohérence gravitationnelle dans des systèmes de matière condensée ?
- ❑ Utiliser des superpositions d'objets macroscopiques comme des miroirs ?

conclusions

- ❑ La détection des OG est un des challenges de la physique actuelle.
- ❑ Les fonds d'OG constituent un environnement fluctuant susceptible de se manifester à travers un phénomène de décohérence.
- ❑ La décohérence gravitationnelle définit une frontière naturelle entre le monde classique et le monde quantique.
- ❑ Cette décohérence est difficilement observable avec les moyens actuels, mais il serait formidable de trouver un système qui puisse la mettre en évidence.